

Montagem de um conjunto experimental destinado à verificação do princípio da incerteza de Heisenberg

(*Assembly of an experimental system for the verification of Heisenberg's uncertain principle*)

José Ramon Beltran Abrego¹, Dan Alec Yamaguchi, Tarcisio Alves Liboni, Antonio Aparecido Barbosa, Marcelino Belusi, Paulo Roberto Salinas, Guilherme Volpe Bossa

*Laboratório de Ensino de Física, Departamento de Física, Instituto de Biociências Letras e Ciências Exatas,
Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", São José do Rio Preto, SP, Brasil*

Recebido em 7/3/2012; Aceito em 1/5/2013; Publicado em 26/9/2013

Neste trabalho é apresentada a montagem de um experimento destinado à verificação de forma simples do princípio de incerteza de Heisenberg. Por meio da descrição da montagem experimental e pela fundamentação teórica pretende-se propiciar uma maior familiarização dos alunos com os conceitos envolvidos.

Palavras-chave: princípio da incerteza, princípio de Heisenberg.

In this paper we present the an experimental setup to check the Heisenberg uncertainty principle. The description of the experimental setup and of the theoretical foundations is aimed at promoting the familiarization of the students with the involved concepts.

Keywords: Heisenberg's uncertainty principle, uncertainty principle.

1. Introdução

É essencial que se entenda claramente a distinção entre ondas e partículas uma vez que estão relacionados com dois meios distintos de transmissão de energia. Uma partícula clássica é algo que é caracterizado por sua posição, momento, energia cinética, massa e carga elétrica. Uma onda, por outro lado, tem atributos de comprimento de onda, frequência, velocidade, amplitude e energia. A mais distinta diferença entre os dois é que a partícula clássica pode ser bem localizada, enquanto que a onda é espalhada e ocupa uma porção relativamente grande do espaço. Contudo, a mecânica quântica [1] nos mostra que ambas as características pertencem a um mesmo sistema físico como, por exemplo, o fóton e a onda eletromagnética ou então o elétron e a onda de matéria a ele associada. Como então reconciliar os conflitos que parecem surgir da natureza dual (onda-partícula) dessas entidades físicas.

Esta questão foi resolvida com o enunciado do *princípio da incerteza* por Heisenberg [2], em 1927. Segundo este princípio, sempre existirá um limite fundamental na precisão máxima com que se pode conhecer simultaneamente a posição de uma partícula (e.g. dada pela coordenada) x , e seu momento nesta direção, p_x . Esta precisão máxima é proporcional à constante de

Planck. Em termos matemáticos, este princípio é escrito como

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar, \quad (1)$$

em que Δx é a incerteza na medida da posição da partícula e Δp_x é a incerteza na componente x do momento da partícula, \hbar é a constante de Planck dividida por 2π . O princípio da incerteza é válido tanto teoricamente quanto experimentalmente [3]. Assim, é possível diminuir arbitrariamente a incerteza numa das quantidades, mas apenas à custa de um aumento correspondente de incerteza da outra. Caso se exija que a incerteza no conhecimento da posição da partícula, num dado instante aproxime de zero, então, pela relação (1), a incerteza do momento da partícula naquele instante tenderá ao infinito.

Em mecânica clássica, conhecendo as interações e sabendo exatamente a posição e o momento de cada partícula, num sistema isolado e num certo instante, o comportamento exato das partículas do sistema pode ser previsto em qualquer instante futuro [4]. O princípio da incerteza mostra que é impossível conseguir isto para sistemas que envolvem pequenas distâncias e pequenos momentos já que é impossível conhecer, com a precisão requerida, as posições e momentos instantâneos das partículas envolvidas. Como resultado, é ape-

¹E-mail: ramon@ibilce.unesp.br.

nas possível fazer predições sobre o comportamento provável do sistema.

O princípio de incerteza determina que uma partícula confinada numa certa região do espaço sempre estará em movimento, possuindo assim uma quantidade mínima de energia chamada de *energia de ponto zero* [1]. Como exemplo desta situação, pode-se considerar uma partícula de massa m confinada numa caixa unidimensional de extensão L . Assim, pelo princípio da incerteza, a partícula possui uma incerteza em sua posição dada por $\Delta x = L$ e uma incerteza correspondente no momento da ordem de $p_{min} \sim \Delta p_x \sim h/L$. A energia total desta partícula é igual a sua energia cinética e, portanto, a energia mínima da partícula pode ser estimada

$$E_{min} = \frac{p_{min}^2}{2m} \propto \frac{h^2}{mL^2}. \quad (2)$$

Portanto, ao contrário da física clássica, a partícula não pode estar em repouso dentro da caixa, possuindo sempre uma quantidade, mesmo que ínfima, de energia cinética.

2. Difração por fenda simples

O fenômeno da difração foi descoberto há pouco menos de quatro séculos, pelo cientista Francesco Maria Grimaldi (1618-1663). Mesmo sendo um fenômeno observado por Huygens e Newton, acreditava-se que a luz poderia somente se propagar em linha reta.

Define-se difração como sendo o fenômeno sofrido pela luz ao passar por um obstáculo qualquer, muito pequeno, seja ele um furo ou um objeto. Em ambos os casos, observa-se o mesmo padrão de difração (interferência) formado. A Fig. 1 mostra uma onda plana de comprimento de onda λ incidindo numa fenda de largura b . No padrão de difração, a intensidade *vs.* θ , está esquematicamente representado pela Fig. 1.

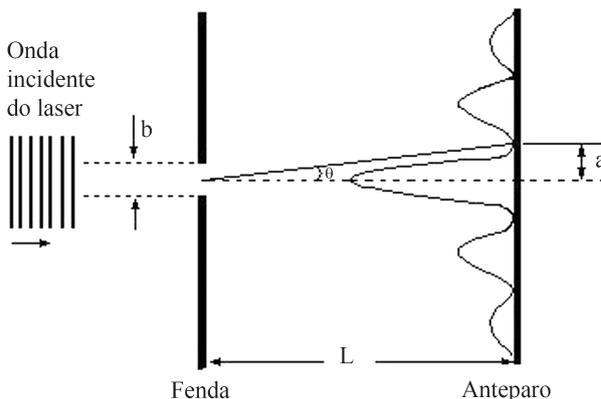


Figura 1 - Representação do arranjo experimental de fenda simples.

Para achar a componente E do campo elétrico resultante em um ponto do anteparo, devemos somar as

contribuições devidas aos feixes que passam pela fenda de largura b . Desta forma, realiza-se a seguinte integração no intervalo $[-\frac{b}{2}, \frac{b}{2}]$.

$$E = \frac{E_0}{b} \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} \sin(\omega t + \phi) dy, \quad (3)$$

onde, o parâmetro ϕ , relacionado às diferenças de fase e trajetões dos feixes que passam pela fenda, é dado por

$$\phi = \left(\frac{2\pi}{\lambda} \sin \theta \right) y. \quad (4)$$

Após a integração da Eq. (3), o valor do campo elétrico E da onda eletromagnética que atinge um ponto da tela situado a uma distância L da fenda é dado [1, 5, 6] pela seguinte equação

$$E = E_0 \frac{\text{sen}(\beta)}{\beta} \sin(\omega t), \quad (5)$$

onde E_0 é a amplitude do campo elétrico no centro da tela, k é o número de onda ($k = 2\pi/\lambda$), ω é a frequência angular ($\omega = 2\pi/T$) e $\beta = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \theta$.

Considerando que a intensidade é proporcional ao quadrado da amplitude do campo elétrico, podemos escrever a intensidade média $\bar{I}(\theta)$ para a difração de fenda única como

$$\bar{I}(\theta) = I_0 \left(\frac{\text{sen}\beta}{\beta} \right)^2. \quad (6)$$

A dependência da intensidade em relação à posição angular está contida em β , e a função $[(\text{sen}\beta)/(\beta)]^2$ é chamada de “fator de difração”. Os mínimos no padrão de difração ocorrem quando $\bar{I}(\theta) = 0$. Esta condição requer, portanto, que

$$a. \text{sen}\theta = m\lambda, \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (7)$$

Em que m é o número da ordem do padrão de difração, θ é o ângulo entre o meio do padrão e o mínimo de ordem m do padrão de difração.

A Fig. 2 mostra um gráfico de I *vs.* θ para dois casos em que a largura da fenda difere por um fator 2, mas o comprimento de onda e a intensidade do feixe incidente são os mesmos. Quando a largura da fenda é reduzida pela metade, a amplitude da onda no centro da tela é reduzida também pela metade, de modo que a intensidade no centro se torna quatro vezes menor.

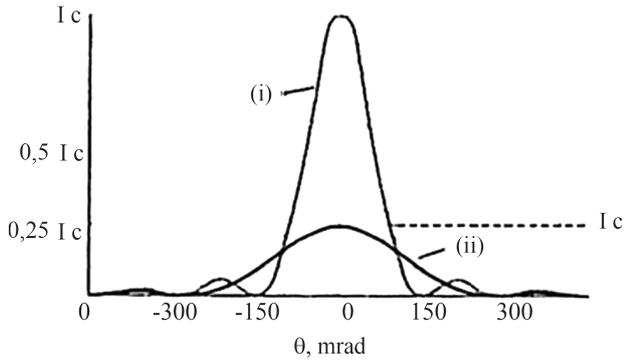


Figura 2 - Comparação de distribuições de intensidade para fendas cujas larguras diferem por um fator 2. (i) Fenda larga e (ii) Fenda estreita.

3. Difração de Fraunhofer

A experiência da difração de Fraunhofer consiste em uma fonte luminosa distante necessária para garantir que as frentes de ondas sejam planas, ou seja, que tenha raios luminosos paralelos entre si e perpendiculares à fenda. A luz ao passar por essa fenda muito pequena sofrerá interferência tanto construtiva quanto destrutiva e irá formar no anteparo franjas de interferência, causadas pela difração [5].

4. Tratamento utilizando mecânica quântica

O princípio da incerteza de Heisenberg diz que duas quantidades conjugadas como posição e momento não podem ser determinadas exatamente ao mesmo tempo. De acordo com Heisenberg, a incerteza na posição y e no momento p é definida por

$$\Delta y \Delta p_y \geq \hbar, \tag{8}$$

onde $\hbar = 6.6262 \times 10^{-34}$ J.s. O sinal de igualdade é aplicado às variáveis com uma distribuição Gaussiana [1, 2].

Para um feixe de fótons que viaja na direção (x) que atravessa uma fenda de largura b , posicionada no eixo (y), a incerteza na posição é dada por

$$\Delta y = b. \tag{9}$$

Vamos considerar que os fótons, antes de atravessarem a fenda, tem movimento somente na direção perpendicular à fenda (direção x) e após atravessar a fenda eles adquirem também uma componente na direção y . Assim, a densidade de probabilidade para a componente da velocidade v_y é determinada pela distribuição de intensidade no padrão da difração [7]. Usaremos o primeiro mínimo para definir a incerteza da velocidade que, com base na Fig. 1, é

$$\Delta v_y = c \cdot \text{sen} \theta, \tag{10}$$

onde θ é o ângulo do primeiro mínimo. Com m e c sendo, respectivamente, a massa e a velocidade da partícula, a incerteza no momento será dada por

$$\Delta p_y = m \cdot c \cdot \text{sen} \theta. \tag{11}$$

Para o fóton, o momento e comprimento de onda da partícula estão relacionados pela relação de Broglie, ou melhor, por

$$\frac{h}{\lambda} = p = mc \tag{12}$$

Portanto, a Eq. (11) torna-se

$$\Delta p_y = \frac{h}{\lambda} \text{sen} \theta. \tag{13}$$

Na Fig. 3 são mostrados os triângulos semelhantes para o fenômeno de difração e as componentes da velocidade da luz c .

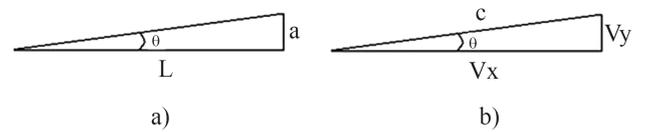


Figura 3 - (a) Geometria da difração de uma única fenda. (b) Componente da velocidade do fóton.

Lembrando que a dependência da intensidade em relação a posição angular θ está contida em $\beta = \frac{\pi b}{\lambda} \text{sen} \theta$ o ângulo θ do primeiro mínimo é dado por

$$\text{sen} \theta = \frac{\lambda}{b}. \tag{14}$$

Substituindo a Eq. (14) na Eq. (13) e, depois, multiplicando pela expressão (9), obtém-se a relação de incerteza para uma fenda de dimensão b

$$\Delta y \Delta p_y = h. \tag{15}$$

Em nossa experiência o ângulo θ é obtido através da posição do primeiro mínimo (Fig. 1)

$$\tan(\theta) = \frac{a}{L}. \tag{16}$$

De maneira análoga, substituindo o ângulo da Eq. (16) na expressão da Eq. (13) chega-se a

$$\Delta p_y = \frac{h}{\lambda} \cdot \text{sen} \left(\arctan \frac{a}{L} \right). \tag{17}$$

Substituindo as expressões (17) e (9) na Eq. (15) e dividindo por h , chegamos a seguinte expressão que representa a equação experimental do princípio de incerteza de Heisenberg para uma fenda simples

$$\frac{b}{\lambda} \cdot \text{sen} \left(\arctan \frac{a}{L} \right) = 1. \tag{18}$$

Portanto, conhecendo-se λ e os valores de b , a , e L pode-se confirmar a expressão 18 dentro dos limites de erro [8].

5. Materiais e métodos

5.1. Materiais e equipamentos

Para a realização do experimento foram utilizados os seguintes materiais e equipamentos:

- Laser com comprimento de onda $\lambda = 0,000650$ mm;
- Fendas simples de 0,04 e 0,08 mm de largura;
- Amplificador de sinal em 10x;
- Trilho de alumínio de 1,5 m de comprimento para montar o diodo, a fenda e o laser;
- Fotodiodo tipo SLD 70;
- Suporte do diodo com parafuso micrométrico.

O trilho de alumínio e o parafuso micrométrico foram confeccionados na oficina mecânica do Departamento de Física. O laser, as fendas, amplificador e fotodiodos foram adquiridos de empresas especializadas nacionais e estrangeiras.

5.2. Métodos

Antes de iniciar o experimento, calibramos o laser medindo a estabilidade do mesmo com o tempo. Em seguida procuramos as distâncias mais adequadas da fenda ao fotodetector. Logo após, iniciou-se o processo de medição da voltagem de resposta do detector em função da posição. A voltagem medida no amplificador é proporcional a intensidade da luz laser, as medições da voltagem são feitas com passo de 1mm, pois uma volta do parafuso micrométrico equivale a 1 mm da posição.

Os experimentos foram realizados para duas distintas fendas que, denotadas por f_1 e f_2 , possuíam aberturas de 0,04 mm e 0,08 mm, respectivamente. O laser, amplificador e fotodiodo foram montados sobre um trilho de alumínio e a disposição final do aparelho utilizado é apresentada na Fig. 4.

6. Experimentos e discussões

Após a montagem do conjunto experimental mostrado na Fig. 4, os experimentos foram realizados. A descrição destes, bem como os resultados decorrentes são apresentados em três etapas, a saber:

1. Padrão de difração para fenda de espessura 0,04 mm,
2. Padrão de difração para fenda de espessura 0,08 mm e
3. superposição dos padrões de difração das fendas de espessura $f_1 = 0,04$ mm e $f_2 = 0,08$ mm. Cada etapa é detalhada a seguir.

- (a) Na Fig. 5 é mostrado o padrão de difração medido para a fenda de largura $f_1 = 0,04$ mm, este máximo de difração foi obtido

fazendo uma varredura com o fotodiodo diante do feixe de luz proveniente da fenda com um passo de $\Delta y = 1,0$ mm.

- (b) O mesmo procedimento utilizado acima para a fenda de $f_1 = 0,04$ mm foi feito para a fenda $f_2 = 0,08$ mm o resultado é mostrado na Fig. 6.
- (c) Na Fig. 7 é mostrada a superposição dos padrões de difração das fendas de espessura $f_1 = 0,04$ mm e $f_2 = 0,08$ mm.

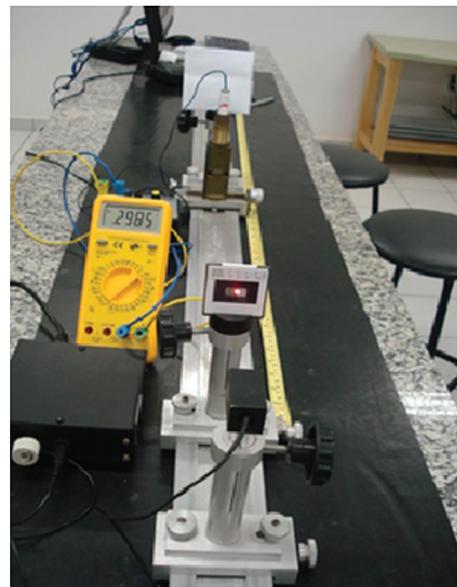


Figura 4 - Arranjo experimental utilizado. De baixo para cima, primeiro tem-se o laser e depois a fenda $f_1 = 0,04$ mm, situada a 140 mm do laser e em seguida o fotodiodo colocado a uma distância de 880 mm da fenda. O fotodiodo é colocado num suporte com um parafuso micrométrico de passo 0,5 mm por volta, na figura também pode ser visualizado o amplificador de sinal e o voltímetro para medir a tensão [8].

No padrão de difração mostrado na Fig. 5 observou-se nitidamente que a distância entre o mínimo esquerdo e o direito é de 30 mm. Aferiram-se as medidas apresentadas na Tabela 1.

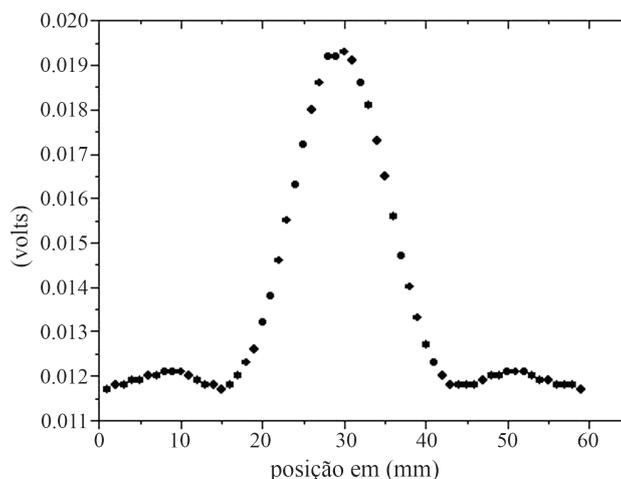


Figura 5 - Gráfico do padrão de difração da fenda $f_1 = 0,04$ mm.

Substituindo estes valores na Eq. (18), responsável por representar a expressão experimental do princípio de Heisenberg, chega-se a um valor aproximado de 1,04, o qual está em concordância com o esperado por este princípio.

Tabela 1 - Valores aferidos para as grandezas a , b , L e λ .

Parâmetro	Valor (mm)
a	15
b	4×10^{-2}
L	880
λ	$6,5 \times 10^{-4}$

Usando o padrão de difração mostrado na Fig. 6 para uma fenda (f_2) de largura 0,08 mm calculou-se o valor da expressão 18 de aproximadamente 1,10 o qual permite novamente concluir de uma maneira bem simples a verificação do princípio da incerteza de Heisenberg.

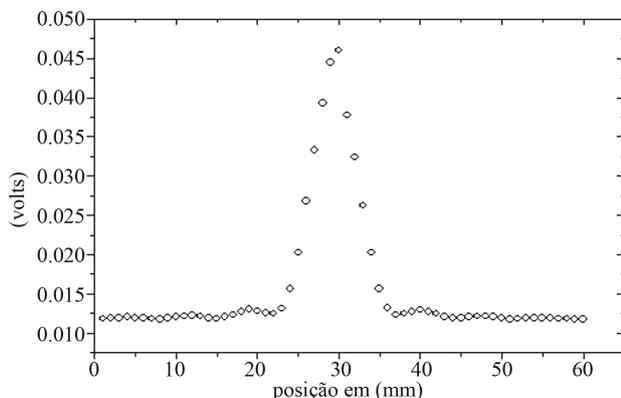


Figura 6 - Gráfico do padrão de difração medido para fenda $f_2 = 0,08$ mm.

Observando a Fig. 7 percebe-se que quando a largura da fenda é reduzida aproximadamente pela metade, o pico central também decai por um fator 2. Assim, segundo a teoria da difração [5,8], espera-se que a voltagem medida no fotodiodo seja proporcional à amplitude da onda incidente.

7. Conclusões

Por este material ser indicado a atividades didáticas laboratoriais, a abordagem experimental aqui descrita permite ao aluno tomar contato e assimilar os conceitos que estão por trás do princípio da incerteza. Por meio de uma matemática acessível aos estudantes de graduação, a formulação teórica realizada propicia a

rápida correlação entre resultados de medidas experimentais e resultados previstos pela teoria. Isto pode ser visto pela análise das Figs. 5, 6 e 7 em conjunto com a própria Eq. (18).

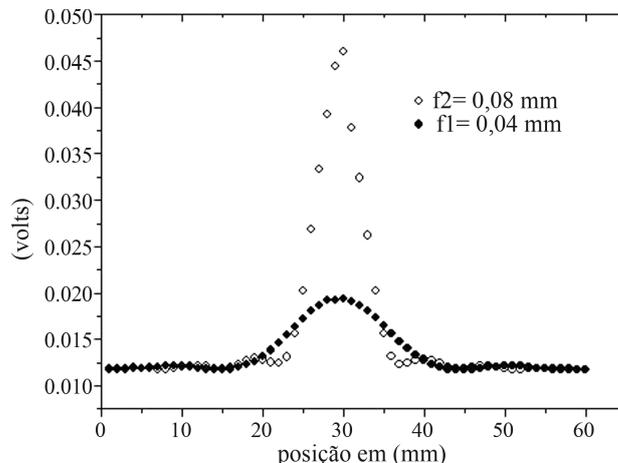


Figura 7 - Superposição do padrão de difração da fenda estreita $f_1 = 0,04$ mm e fenda larga $f_2 = 0,08$ mm.

Tanto a realização da parte experimental quanto o desenvolvimento da teoria propiciam um melhor esclarecimento do tópico estudado e contribuem para o desenvolvimento da postura crítica científica do aluno.

Referências

- [1] R. Eisberg e R. Resnick, *Física Quântica: Átomos, Moléculas, Sólidos, Núcleos e Partículas* (Elsevier, Rio de Janeiro, 1979).
- [2] Elso Drigo Filho e Marco Antonio Ribeiro, *Introdução à Física Moderna* (Curso de Verão em Biofísica Molecular, IBILCE, 2002).
- [3] C.A. Dartora, K.Z. Nobrega, V.F. Montagner, A. Heilmann e H.T.S. Filho, *Revista Brasileira de Ensino de Física* **31**, 2303 (2009).
- [4] S.T. Thornton and J.B. Marion, *Classical Dynamics of Particles and Systems* (Thomson - Brooks/Cole, Belmont, 2004).
- [5] G.R. Fowles, *Introduction to Modern Optics* (Holt, Rinehard and Winston, New York, 1975), 2nd ed.
- [6] F.J. Keller, W.E. Gettys and M.J. Skove, *Física, vol. 2* (Makron Books, São Paulo, 1999).
- [7] J.P. McKelvey and H. Grotch, *Física 4*. (Harper & Row do Brasil, São Paulo, 1981), cap. 26.
- [8] M. Young, *Optics and Lasers* (Springer Verlag, Berlin, 1993), cap. 9.