



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"



Andrei Felipe Villa dos Santos

MODELAGEM DE MODOS DE FALHA EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO USANDO TÉCNICA DE FRAGMENTAÇÃO DE MALHA

Bauru

2025

Andrei Felipe Villa dos Santos

MODELAGEM DE MODOS DE FALHA EM VIGAS DE
CONCRETO ARMADO USANDO TÉCNICA DE
FRAGMENTAÇÃO DE MALHA

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia de Bauru, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental na Área de Estruturas e Materiais, como parte dos requisitos necessários à obtenção de Título de Mestre em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Dr. Osvaldo Luís Manzoli

Bauru

2025

V712m

Villa dos Santos, Andrei Felipe

Modelagem de modos de falha em vigas de concreto armado usando técnica de fragmentação de malha / Andrei Felipe Villa dos Santos. -- Bauru, 2025

144 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade de Engenharia, Bauru

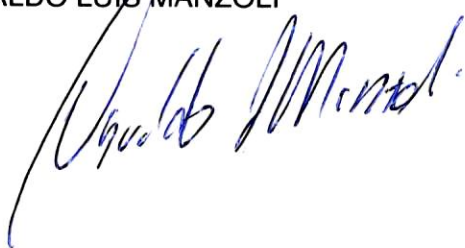
Orientador: Osvaldo Luís Manzoli

1. Vigas de CA. 2. Modos de Falha. 3. Técnica de Fragmentação de Malha. 4. Elementos de interface condensados com elevada razão de aspecto. I. Título.

ATA DA DEFESA PÚBLICA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE ANDREI FELIPE VILLA DOS SANTOS, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL, DA FACULDADE DE ENGENHARIA - CÂMPUS DE BAURU.

Aos 05 dias do mês de junho do ano de 2025, às 14h, por meio de Videoconferência, realizou-se a defesa de DISSERTAÇÃO DE MESTRADO de ANDREI FELIPE VILLA DOS SANTOS, intitulada **MODELAGEM DE MODOS DE FALHA EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO USANDO TÉCNICA DE FRAGMENTAÇÃO DE MALHA**. A Comissão Examinadora foi constituída pelos seguintes membros: Prof. Dr. OSVALDO LUIS MANZOLI (Orientador(a) - Participação Virtual) do(a) Departamento de Engenharia Civil e Ambiental / Universidade Estadual Paulista Unesp Faculdade de Engenharia Câmpus Bauru, Prof. Dr. RODRIGO RIBEIRO PACCOLA (Participação Virtual) do(a) Departamento de Engenharia de Estruturas / Escola de Engenharia de São Carlos, Prof. Dr. LUÍS ANTÔNIO GUIMARÃES BITENCOURT JÚNIOR (Participação Virtual) do(a) Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica / Universidade de São Paulo - USP. Após a exposição pelo mestrando e arguição pelos membros da Comissão Examinadora que participaram do ato, de forma presencial e/ou virtual, o discente recebeu o conceito final: APROVADO. Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que após lida e aprovada, foi assinada pelo(a) Presidente(a) da Comissão Examinadora.

Prof. Dr. OSVALDO LUIS MANZOLI



*Às minhas maiores inspirações, com carinho
ao meu pai, Roberto, e ao meu avô, Alcebiades, in memoriam.
À minha mãe, Lourdes, minha irmã, Roberta, minha avó, Luzia,
e à minha futura esposa, Amanda.*

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus pela oportunidade de integrar um grupo de pesquisa inspirador, sob a orientação do Prof. Dr. Osvaldo Luís Manzoli. Sou grato aos meus conselheiros, Ma. Marcela Gimenes, Dr. Pedro Cleto, Dr. Eduardo Rodrigues, e especialmente ao meu orientador, que me guiaram em cada passo até a concretização deste trabalho.

Aos docentes do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental e aos integrantes do grupo de pesquisa: Caio Buranello, Isabela Silveira, Leandro Erba, Lucas Guarnieri, Náyra Marque, Mariana Prazeres e Murilo Camargo, agradeço pelo apoio constante, tanto nas dificuldades da pesquisa quanto nos desafios das disciplinas. Sem o suporte de vocês, este trabalho não seria possível.

À minha mãe Lourdes, minha irmã Roberta, meu cunhado Luiz Fernando, minha afilhada Maria Fernanda, minha avó Luzia e minha futura esposa Amanda Giovana, por estarem sempre ao meu lado, apoiando-me e fortalecendo-me, mesmo nos momentos difíceis, e por contribuírem para a minha trajetória.

À memória do meu pai, Roberto dos Santos, e do meu avô, Alcebiades Vila, minhas eternas estrelas e maiores inspirações, meu mais profundo agradecimento.

Aos colegas do escritório L Trindade Eng., especialmente ao Me. Luiz Gustavo e Lucas Valverde, além de Luca Tocchetto e Luiz Silva, sou grato pela parceria e colaboração que enriqueceram minha jornada.

Aos docentes e discentes das Faculdades Integradas de Bauru (FIB), em especial às Dras. Tatiene e Ana Flávia, exemplos de humildade e caráter, e ao Me. William Conte, meu parceiro nas dificuldades e aprendizados diários, meu sincero agradecimento.

Resumo

SANTOS, A. F. V., MODELAGEM DE MODOS DE FALHA EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO USANDO TÉCNICA DE FRAGMENTAÇÃO DE MALHA, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP), Faculdade de Engenharia de Bauru (FEB), Bauru, 2025, 144 p., Dissertação (Mestrado).

O comportamento estrutural e os modos de falha em vigas de concreto armado (CA) são de difícil predição devido à interação complexa entre aço e concreto. A modelagem numérica desses materiais, tanto individualmente quanto em interação, é essencial para prever modos de falha, como flexão, cisalhamento, esmagamento e cisalhamento-compressão, além de identificar padrões de fissuras ao longo da história de carregamento. Neste contexto, este trabalho propõe uma nova estratégia numérica em escala macroscópica e bidimensional para analisar esses modos de falha em vigas de CA. Elementos de interface condensados com elevada razão de aspecto de quatro nós são inseridos via Técnica de Fragmentação de Malha entre elementos regulares de concreto, agrupados em pares triangulares de três nós para análise não linear, governados por modelos de dano independentes: tração e cisalhamento. Para modelar a interação aço-concreto, Elementos Finitos de Acoplamento são utilizados para compatibilizar os campos de deslocamento do concreto e do aço, baseados em leis que relacionam tensão de aderência e deslizamento. A metodologia foi inicialmente aplicada a ensaios numéricos de compressão uniaxial para calibrar parâmetros essenciais dos modelos de dano do concreto e, em seguida, testada em vigas de CA com diferentes geometrias e taxas de armadura, mostrando boa concordância com dados experimentais na predição de modos de falha, padrões de fissuras e cargas de pico. A abordagem mostrou-se eficiente, com baixo custo computacional, representando de forma realista os modos de falha, os fatores que os influenciam e suas transições, contribuindo para o conhecimento existente na literatura e podendo estabelecer uma base sólida para futuras investigações na modelagem estrutural de CA.

Palavras-chave: Vigas de CA; Modos de Falha; Técnica de Fragmentação de Malha; Elementos de interface condensados com elevada razão de aspecto.

Abstract

SANTOS, A. F. V., MODELING FAILURE MODES IN REINFORCED CONCRETE BEAMS USING MESH FRAGMENTATION TECHNIQUE, São Paulo State University “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP), College of Engineering Bauru (FEB), Bauru, 2025, 144 p., Master’s Thesis.

The structural behavior and failure modes of reinforced concrete (RC) beams are difficult to predict due to the complex interaction between steel and concrete. Numerical modeling of these materials, both independently and in interaction, is essential for predicting failure modes such as flexural, shear, crushing, and shear-compression, as well as identifying crack patterns throughout the loading history. In this context, this work proposes a new numerical strategy at the macroscopic and bidimensional scale to analyze these failure modes in RC beams. Condensed high aspect ratio interface elements with four nodes are inserted via the Mesh Fragmentation Technique between regular concrete elements, grouped into triangular pairs of three nodes for nonlinear analysis, governed by independent damage models: tensile and shear. To model the steel-concrete interaction, Coupling Finite Elements are used to compatibilize the displacement fields of concrete and steel, based on laws that describe the bond-slip relationship. The methodology was initially applied to uniaxial compression numerical tests to calibrate essential parameters of the concrete damage models, and subsequently tested on RC beams with different geometries and reinforcement ratios, showing good agreement with experimental data in predicting failure modes, crack patterns, and peak loads. The approach proved efficient, with low computational cost, realistically representing failure modes, the factors influencing them, and their transitions, contributing to the existing knowledge in the literature and being able to establish a solid foundation for future investigations in RC structural modeling.

Keywords: RC Beams; Failure Modes; Mesh Fragmentation Technique; Condensed high aspect ratio interface elements.

LISTA DE FIGURAS

1.1	Modos de falha da mecânica da fratura: I (abertura), II (deslizamento) e III (rasgamento). Adaptado de Abdelbaset e Zhu (2024).	2
1.2	Representação esquemática da Zona de Processo da Fratura (FPZ), incluindo o campo de fissuras e a correspondente distribuição de tensões de tração. Adaptado de Chaves, Peixoto e Silva (2024).	5
1.3	Falha típica por flexão, destacada em vermelho (adaptado de Corrado, Ventura e Carpinteri (2022)).	9
1.4	Falha típica por cisalhamento, destacada em vermelho (adaptado de Corrado, Ventura e Carpinteri (2022)).	9
1.5	Falha típica por tração diagonal em vigas esbeltas, destacada em vermelho (adaptado de Bresler e MacGregor (1967)).	10
1.6	Falha típica por esmagamento do concreto, destacada em vermelho (adaptado de Vecchio e Shim (2004)).	10
1.7	Modos de falha típicos em vigas curtas, destacados em vermelho: (a) cisalhamento-compressão e (b) cisalhamento-tração (adaptado de Bresler e MacGregor (1967)).	12
1.8	Mecanismos de transferência do esforço cortante em vigas de concreto armado sem estribos: (a) ação de viga e (b) ação de arco (adaptado de Kani (1964), apud Park e Paulay (1975)).	15
1.9	Comportamento da resistência ao cisalhamento em vigas de concreto armado em função de α/D : região do vale de Kani ($2,0 \leq \alpha/D \leq 3,0$) entre os mecanismos de ações de arco e de viga (adaptado de Kani (1964), apud Bresler e MacGregor (1967)).	16

1.10	Esquema Global dos Modos de Falha, flexão-cisalhamento-esmagamento (adaptado de Corrado, Ventura e Carpinteri (2022)).	18
2.1	Etapas da TFM: (a) redução no tamanho do elemento regular; (b) inserção do <i>condensed HAR-IE</i> ; (c) subdivisão em duas camadas (adaptado de Gimenes <i>et al.</i> (2023)).	37
2.2	Detalhe final da malha regular do concreto fragmentada (TFM).	37
2.3	Elemento de Interface com Elevada Razão de Aspecto (adaptado Cleto <i>et al.</i> (2020)).	38
2.4	Representação do modelo de dano à tração (adaptado Gimenes <i>et al.</i> (2023)). .	40
2.5	Representação do modelo de dano friccional ao cisalhamento (adpatado de Gimenes <i>et al.</i> (2023)).	43
2.6	Representação do (a) <i>condensed HAR-IE</i> (b) subdivididos internamente em dois pares triangulares de <i>HAR-IEs</i> governados por modelos de dano à tração e ao cisalhamento (adaptado de Gimenes <i>et al.</i> (2023)).	47
2.7	Elementos finitos de barras de aço.	49
2.8	Modelo elastoplástico assumindo plasticidade perfeita (adaptado de Chen e Han (2007)).	50
2.9	Acoplamento de um elemento de armadura linear (<i>truss</i>) ao respectivo elemento de concreto 2D por meio do EFA (adaptado de Bitencourt <i>et al.</i> (2015)).	52
2.10	(a) Curva tensão de aderência vs. deslizamento (adaptado de <i>CEB-FIP</i> (1993)) e (b) representação da aderência perfeita (armadura transversal) e do acoplamento não rígido (armadura longitudinal).	54
2.11	Segmentação para análise em MEF da nova estratégia numérica proposta, do pré-processamento ao pós-processamento.	58

3.1	Ensaio de compressão uniaxial para concreto de alto desempenho (CAD) utilizando um corpo de prova cúbico ($100 \times 100 \times 100 \text{ mm}^3$): (a) malha não estruturada não deformada com tamanho de 3 mm, (b) malha deformada (fator 10x) no pós-pico, (c) deslocamentos na direção x em mm, e (d) curvas numéricas, experimentais e teóricas de tensão vs. deformação.	62
3.2	Ensaio de compressão uniaxial para concreto convencional utilizando um corpo de prova cúbico ($150 \times 150 \times 150 \text{ mm}^3$): (a) malha não estruturada não deformada com tamanho de 3 mm, (b) malha deformada (fator 10x) no pós-pico, (c) deslocamentos na direção x em mm, e (d) curva numérica tensão vs. deformação.	63
3.3	Malhas não estruturadas de concreto com tamanho médio dos elementos de 12,5 mm para as vigas da Série 3: (a) S3D36A54 ($\alpha/D = 1,50$), (b) S3D36A108 ($\alpha/D = 3,00$) e (c) S3D36A216 ($\alpha/D = 6,00$).	65
3.4	Malhas não estruturadas de concreto com tamanho médio dos elementos de 12,5 mm para as vigas da Série 4: (a) S4D22A108 ($\alpha/D = 4,91$), (b) S4D43A108 ($\alpha/D = 2,51$) e (c) S4D72A108 ($\alpha/D = 1,50$).	66
3.5	Geometria e detalhamento das armaduras para as vigas da Série 3: (a) S3D36A54 ($\alpha/D = 1,50$), (b) S3D36A108 ($\alpha/D = 3,00$), (c) S3D36A216 ($\alpha/D = 6,00$) e (d) seção transversal (adaptada de Marzec e Tejchman (2022)).	69
3.6	Curvas força vs. deslocamento e vigas deformadas (com um fator de ampliação de 10x) para malhas de concreto não estruturadas com quatro discretizações para a viga S3D36A54 ($\alpha/D = 1,50$): (a) Curva força vs. deslocamento para diferentes tamanhos de malha, (b) 10 mm (M10), (c) 12,5 mm (M12,5), (d) 25 mm (M25) e (e) 50 mm (M50).	71
3.7	Representação dos modelos de dano por tração (à esquerda) e cisalhamento (à direita) para a viga S3D36A54 ($\alpha/D = 1,50$) para diferentes tamanhos de malha: (a) 10 mm, (b) 12,5 mm, (c) 25 mm e (d) 50 mm.	72
3.8	Curvas força vs. deslocamento para três realizações do teste experimental (MARZEC; TEJCHMAN, 2022) e simulação numérica para a Viga S3D36A54 ($\alpha/D = 1,50$).	74

3.9	Curvas força vs. deslocamento para três realizações do teste experimental (MARZEC; TEJCHMAN, 2022) e simulação numérica para a Viga S3D36A108 ($\alpha/D = 3,00$).	75
3.10	Curvas numéricas força vs. deslocamento para a viga S3D36A216 ($\alpha/D = 6,00$), considerando incrementos de deslocamento em mm: 0,01, 0,02 e 0,04. .	75
3.11	Curvas força vs. deslocamento para três realizações do teste experimental (MARZEC; TEJCHMAN, 2022) e simulação numérica para a Viga S3D36A216 ($\alpha/D = 6,00$).	76
3.12	Curvas força vs. deslocamento para as simulações numéricas das três vigas (S3D36A54 ($\alpha/D = 1,50$), S3D36A108 ($\alpha/D = 3,00$) e S3D36A54 ($\alpha/D = 6,00$)) pertencentes à Série 3.	76
3.13	Padrões de fissuras para a viga S3D36A54 ($\alpha/D = 1,50$): (a) padrão numérico e (b) falha típica experimental (adaptada de Marzec e Tejchman (2022)).	77
3.14	Representação dos modelos de dano em (a) tração e (b) cisalhamento para a viga S3D36A54 ($\alpha/D = 1,50$).	78
3.15	Padrões de fissuras para a viga S3D36A108 ($\alpha/D = 3,00$): (a) padrão numérico, com detalhes do esmagamento do concreto, e (b) falha típica experimental para esta viga (adaptada de Marzec e Tejchman (2022)).	79
3.16	Representação dos modelos de dano em (a) tração e (b) cisalhamento para a viga S3D36A108 ($\alpha/D = 3,00$).	80
3.17	Padrões de fissuras para a viga S3D36A216 ($\alpha/D = 6,00$): (a) numérico, com detalhe do esmagamento do concreto, e (b) falha típica experimental (adaptada de Marzec e Tejchman (2022)).	81
3.18	Representação dos modelos de dano em (a) tração e (b) cisalhamento para a viga S3D36A216 ($\alpha/D = 6,00$).	82
3.19	Padrões de fissuras das simulações numéricas para as vigas da Série 3: (a) S3D36A54 ($\alpha/D = 1,50$), (b) S3D36A108 ($\alpha/D = 3,00$) e (c) S3D36A216 ($\alpha/D = 6,00$).	82

3.20	Geometria, seção transversal e detalhamento das armaduras para as vigas da Série 4: (a) S4D22A108 ($\alpha/D = 4, 91$), (b) S4D43A108 ($\alpha/D = 2, 51$) e (c) S4D72A108 ($\alpha/D = 1, 50$) (adaptada de Marzec e Tejchman (2022)).	84
3.21	Curvas força vs. deslocamento para três realizações do teste experimental (MARZEC; TEJCHMAN, 2022) e simulação numérica para a Viga S4D22A108 ($\alpha/D = 4, 91$).	85
3.22	Curvas força vs. deslocamento para três realizações do teste experimental (MARZEC; TEJCHMAN, 2022) e simulação numérica para a Viga S4D43A108 ($\alpha/D = 2, 51$).	86
3.23	Curvas força vs. deslocamento para três realizações do teste experimental (MARZEC; TEJCHMAN, 2022) e simulação numérica para a Viga S4D72A108 ($\alpha/D = 1, 50$).	86
3.24	Curvas força vs. deslocamento para a simulação numérica das três vigas (S4D22A108 ($\alpha/D = 4, 91$), S4D43A108 ($\alpha/D = 2, 51$) e S4D72A108 ($\alpha/D = 1, 50$)) pertencentes à Série 4.	87
3.25	Padrões de fissuras para a viga S4D22A108 ($\alpha/D = 4, 91$): (a) numérico, com vista ampliada do esmagamento do concreto e (b) uma falha típica experimental (adaptada de Marzec e Tejchman (2022)).	88
3.26	Distribuição dos danos (a) por tração e (b) por cisalhamento para a viga S4D22A108 ($\alpha/D = 4, 91$).	89
3.27	Padrões de fissuras para a viga S4D43A108 ($\alpha/D = 2, 51$): (a) numérico, onde a falha pode ser classificada como esmagamento do concreto, e (b) experimental (adaptada de Marzec e Tejchman (2022)).	90
3.28	Distribuição dos danos (a) de tração e (b) de cisalhamento para a viga S4D43A108 ($\alpha/D = 2, 51$).	91
3.29	Padrões de fissuras por cisalhamento-compressão para a viga S4D72A108 ($\alpha/D = 1, 50$): (a) numérico e (b) uma falha experimental típica (adaptada de Marzec e Tejchman (2022)).	92

3.30	Distribuição dos danos (a) de tração e (b) de cisalhamento para a viga S4D72A108 ($\alpha/D = 1, 50$).	93
3.31	Padrões de fissuras previstos para as vigas da Série 4: (a) S4D22A108 ($\alpha/D = 4, 91$), (b) S4D43A108 ($\alpha/D = 2, 51$), (c) S4D72A108 ($\alpha/D = 1, 50$).	94
3.32	Detecção de fissuras na viga S3D36A54 ($\alpha/D = 1, 50$): (a) Imagem original da viga, (b) bordas detectadas com o filtro de Sobel, e (c) fissuras detectadas e destacadas após o processamento da imagem.	99
3.33	Geometria e seções transversais das vigas H20_ ρ_{lxx} _L _{eff} 120 com taxas de armadura longitudinal de (a) $\rho_l = 0,25\%$, (b) $\rho_l = 0,50\%$ e (c) $\rho_l = 1,13\%$ (adaptada de Corrado, Ventura e Carpinteri (2022)).	102
3.34	Curvas força vs. deslocamento e vigas deformadas (com um fator de ampliação de 10x) para malhas de concreto não estruturadas com quatro discretizações para a viga H20_ ρ_l 0,50_L _{eff} 120: (a) Curva força vs. deslocamento para diferentes tamanhos de malha, (b) 10 mm (M10), (c) 12,5 mm (M12,5), (d) 25 mm (M25) e (e) 50 mm (M50).	103
3.35	Curvas numéricas força vs. deslocamento para a viga H20_ ρ_l 0,25_L _{eff} 120, considerando incrementos de deslocamento de 0,001 mm, 0,002 mm e 0,004 mm.	104
3.36	Malha não estruturada para as simulações das vigas H20_ ρ_{lxx} _L _{eff} 120 com uma discretização de 12,5 mm.	105
3.37	Curvas força vs. deslocamento para três realizações dos testes experimentais (CORRADO; VENTURA; CARPINTERI, 2022) e simulações numéricas da viga H20_ ρ_l 0,25_L _{eff} 120.	106
3.38	Curvas força vs. deslocamento para três realizações dos testes experimentais (CORRADO; VENTURA; CARPINTERI, 2022) e simulações numéricas da viga H20_ ρ_l 0,50_L _{eff} 120.	107
3.39	Curvas força vs. deslocamento para três realizações dos testes experimentais (CORRADO; VENTURA; CARPINTERI, 2022) e simulações numéricas da viga H20_ ρ_l 1,13_L _{eff} 120.	107

3.40	Compilação numérica das curvas força vs. deslocamento das vigas H20_ρ _{lxx} _L _{eff} 120 com taxas de armadura longitudinal de: ρ _l = 0,25%, ρ _l = 0,50% e ρ _l = 1,13%.	108
3.41	Padrões de fissuras para a viga H20_ρ _l 0,25_L _{eff} 120: (a) numérico com falha por flexão, e (b) uma falha experimental típica (adaptada de Corrado, Ventura e Carpinteri (2022)).	109
3.42	Padrões de fissuras para a viga H20_ρ _l 0,50_L _{eff} 120: (a) numérico com falha por flexão, e (b) uma falha experimental típica (adaptada de (CORRADO; VENTURA; CARPINTERI, 2022)).	109
3.43	Padrões de fissuras para a viga H20_ρ _l 1,13_L _{eff} 120: (a) numérico com falha por cisalhamento, e (b) uma falha típica experimental (adaptada de (CORRADO; VENTURA; CARPINTERI, 2022)).	110
3.44	Transição dos modos de falha de flexão para cisalhamento com o aumento de ρ _l nas simulações numéricas das vigas de CA: (a) H20_ρ _l 0,25_L _{eff} 120; (b) H20_ρ _l 0,50_L _{eff} 120; (c) H20_ρ _l 1,13_L _{eff} 120.	111
3.45	Representação de vigas de concreto armado com ρ constante e λ = 3,00, com os cortes das respectivas seções transversais: (a) H05_ρ _l 1,01_L _{eff} 030; (b) H10_ρ _l 1,13_L _{eff} 060; (c) H20_ρ _l 1,13_L _{eff} 120; (d) H40_ρ _l 1,13_L _{eff} 240; e (e) H80_ρ _l 1,13_L _{eff} 480. Dimensões em milímetros e desenhos fora de escala.	112
3.46	Curvas força vs. deslocamento para três realizações dos testes experimentais (CORRADO; VENTURA; CARPINTERI, 2022) e simulações numéricas da viga H05_ρ _l 1,01_L _{eff} 030.	114
3.47	Curvas força vs. deslocamento para três realizações dos testes experimentais (CORRADO; VENTURA; CARPINTERI, 2022) e simulações numéricas da viga H10_ρ _l 1,13_L _{eff} 060.	114
3.48	Curvas força vs. deslocamento para três realizações dos testes experimentais (CORRADO; VENTURA; CARPINTERI, 2022) e simulações numéricas da viga H40_ρ _l 1,13_L _{eff} 240.	115

3.49	Curvas força vs. deslocamento para três realizações dos testes experimentais (CORRADO; VENTURA; CARPINTERI, 2022) e simulações numéricas da viga $H80_{\rho_l 1,13}L_{eff}480$	115
3.50	Compilação numérica das curvas força vs. deslocamento das vigas considerando o efeito escala: $H05_{\rho_l 1,01}L_{eff}030$, $H10_{\rho_l 1,13}L_{eff}060$, $H20_{\rho_l 1,13}L_{eff}120$, $H40_{\rho_l 1,13}L_{eff}240$ e $H80_{\rho_l 1,13}L_{eff}480$	116
3.51	Padrões de fissuras numéricos para as vigas: (a) $H05_{\rho_l 1,01}L_{eff}030$ e (b) $H10_{\rho_l 1,13}L_{eff}060$	117
3.52	Padrões de fissuras para a viga $H40_{\rho_l 1,13}L_{eff}240$: (a) numérico com falha por cisalhamento-compressão, e (b) uma falha típica experimental (adaptada de (CORRADO; VENTURA; CARPINTERI, 2022)).	118
3.53	Padrões de fissuras para a viga $H80_{\rho_l 1,13}L_{eff}480$: (a) numérico com falha por cisalhamento-compressão, e (b) uma falha típica experimental (adaptada de (CORRADO; VENTURA; CARPINTERI, 2022)).	119
3.54	Transição entre os modos de falha flexão, cisalhamento e cisalhamento-compressão nas simulações numéricas das vigas submetidas ao efeito escala, com ρ_l e λ constantes: (a) $H05_{\rho_l 1,01}L_{eff}030$, (b) $H10_{\rho_l 1,13}L_{eff}060$, (c) $H20_{\rho_l 1,13}L_{eff}120$, (d) $H40_{\rho_l 1,13}L_{eff}240$ e (e) $H80_{\rho_l 1,13}L_{eff}480$	121
A.1	Curvas força vs. deslocamento obtidas nas simulações numéricas da viga S3D36A216 ($\alpha/D = 6,00$), considerando os parâmetros de aderência do MC1990 e MC2010.	139
A.2	Erro relativo entre as curvas força vs. deslocamento obtidas com os parâmetros do MC2010 e do MC1990 nas simulações da viga S3D36A216 ($\alpha/D = 6,00$).	140
B.1	Influência do módulo de encruamento $\mathcal{K}$ na resposta após o limite de escoamento das barras de aço: (a) elastodegradável perfeito; (b) <i>hardening</i> ; (c) <i>softening</i> ; (d) abrandamento exponencial. Adaptado de Pedrini (2008).	142
B.2	Comparação das curvas força vs. deslocamento obtidas com os modelos de plasticidade e dano isotrópico para as barras de aço na viga $H20_{\rho_l 0,25}L_{eff}120$	144

B.3	Erro relativo entre as curvas força vs. deslocamento simuladas com os modelos de plasticidade e de dano isotrópico para a viga H20_ρl0,25_Leff120.	144
-----	--	-----

LISTA DE TABELAS

2.1	Descrição das técnicas e ferramentas utilizadas para modelagem do concreto. .	33
2.2	Equações principais do modelo de dano à tração	41
2.3	Equações principais do modelo de dano friccional ao cisalhamento	44
2.4	Descrição das etapas do algoritmo de integração IMPL-EX para os modelos de dano à tração e friccional ao cisalhamento	46
2.5	Principais equações para o modelo de dano de tensão de aderência-deslizamento	57
3.1	Parâmetros numéricos do concreto utilizados no modelo	61
3.2	Características das malhas de concreto das vigas de concreto armado da Série 3	67
3.3	Características das malhas de concreto das vigas de concreto armado da Série 4	68
3.4	Parâmetros relacionados à tensão de aderência vs. deslizamento da armadura longitudinal para vigas com alta taxa de armadura	70
3.5	Tempo de simulação para análise de convergência de malha da viga de concreto armado S3D36A54	73
3.6	Cargas de pico e modos de falha dos ensaios experimental e numérico das vigas da Série 3	95
3.7	Cargas de pico e modos de falha dos ensaios experimental e numérico das vigas da Série 4	96
3.8	Comparação entre as cargas de pico numéricas e experimentais	97
3.9	Código MATLAB para detecção de fissuras utilizando o filtro de Sobel	98
3.10	Comparação do espaçamento das fissuras entre a simulação numérica e os experimentos	100

3.11	Tempo de Simulação para as malhas de concreto (12,5 mm) nas vigas de concreto armado: Séries 3 e 4	101
3.12	Tempo de simulação para análise de convergência de malha da viga de concreto armado H20_ ρ_l 0,25_Leff120	104
3.13	Características das malhas das vigas H20_ ρ_{lxx} _Leff120	105
3.14	Resumo das análises experimentais e numéricas das vigas considerando o efeito escala e a taxa de armadura constante (ρ_l)	120
3.15	Tempo de simulação de vigas considerando o efeito escala e com ρ_l constante .	122
A.1	Parâmetros adotados para o modelo de aderência–deslizamento segundo o <i>CEB-fib MC2010</i>	139
B.1	Algoritmo de integração do modelo de dano unidimensional para barras de aço	143

SUMÁRIO

1	CONTEXTUALIZAÇÃO E MOTIVAÇÃO	1
1.1	Modos de Falha e os Fatores que os Influenciam	3
1.1.1	Influência da Relação entre o Vão de Cisalhamento e a Altura Efetiva .	13
1.1.2	Esquema Global dos Modos de Falha	17
1.2	Revisão Bibliográfica	18
1.3	Justificativa	27
1.4	Objetivos	29
1.5	Estrutura da Dissertação	29
2	MODELAGEM DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO	31
2.1	Modelagem do Concreto	32
2.1.1	Formulação por Elementos Finitos	33
2.1.2	Técnica de Fragmentação de Malha (TFM)	36
2.1.3	Elemento de Interface com Elevada Razão de Aspecto (<i>HAR-IE</i>)	38
2.1.4	Modelo de Dano à Tração	39
2.1.5	Modelo de Dano Friccional ao Cisalhamento	42
2.1.6	Algoritmo de Integração implícito-explicito (IMPL-EX)	45
2.1.7	Elemento de Interface Condensado com Elevada Razão de Aspecto (<i>condensed HAR-IE</i>)	45
2.2	Modelagem das Armaduras	49
2.2.1	Modelo Constitutivo Elastoplástico	49
2.3	Interação entre a Armadura e o Concreto	51

2.3.1	Elemento Finito de Acoplamento (EFA)	51
2.3.2	Aderência Perfeita	54
2.3.3	Acoplamento não Rígido	56
2.3.4	Relação entre Tensão de Aderência-Deslizamento	56
2.3.5	Modelo de Dano de Tensão de Aderência-Deslizamento	56
2.4	Fluxograma da Metodologia	57
3	RESULTADOS E DISCUSSÕES	59
3.1	Teste de Compressão Uniaxial em Corpo de Prova Cúbico	60
3.2	Influência da Relação entre o Vão de Cisalhamento e a Altura Efetiva	63
3.2.1	Influência do Vão de Cisalhamento	68
3.2.2	Influência da Altura Efetiva	83
3.3	Influência da Taxa de Armadura e do Efeito Escala	101
3.3.1	Influência do Aumento da Taxa de Armadura Longitudinal	102
3.3.2	Influência do Efeito Escala	111
4	CONCLUSÕES	123
4.1	Trabalhos Publicados	125
4.1.1	Periódicos	126
4.1.2	Congressos	126
4.2	Estudos Futuros	126
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	128
A	Simulação utilizando parâmetros do <i>CEB-fib MC2010</i>	138
B	Simulação com modelo de dano isotrópico para as barras de aço	141

CAPÍTULO 1

CONTEXTUALIZAÇÃO E MOTIVAÇÃO

O concreto armado (CA) é um material compósito amplamente utilizado em construções, resultado da combinação entre concreto e aço. Essa união visa mitigar a fragilidade do concreto sob tração, aproveitando a elevada resistência do aço, e proporcionar um desempenho estrutural superior. O concreto, por sua natureza quase frágil, apresenta comportamento não linear tanto sob tração quanto sob compressão, sendo este último mais dúctil (MAZARS, 1986). Já a armadura de aço, além de resistir aos esforços de tração, influencia diretamente os modos de falha de vigas de CA, que podem variar em função da taxa de armadura longitudinal, da presença de armadura transversal e de outros fatores estruturais (CARPINTERI; CARMONA; VENTURA, 2011; SUCHORZEWSKI *et al.*, 2018; MARZEC; TEJCHMAN, 2022; CORRADO; VENTURA; CARPINTERI, 2022). Assim, a análise do CA requer uma abordagem que considere tanto as propriedades individuais de seus componentes, concreto e aço, quanto a interação entre eles (CERVENKA; JENDELE, 2006).

A interação entre aço e concreto é um dos aspectos fundamentais no desempenho do CA. Essa relação assegura a transferência eficiente de esforços, influenciando a rigidez, a capacidade de carga e os modos de falha da estrutura (NABILAH *et al.*, 2020). Em análises e simulações, essa interação pode ser modelada desde formas simplificadas, assumindo aderência perfeita, até representações mais avançadas, que consideram deslizamentos e outros fenômenos (JENDELE;

CERVENKA, 2006; SYROKA-KOROL; TEJCHMAN; MRÓZ, 2014; GU *et al.*, 2023). Essa escolha é determinante para a precisão das análises, especialmente ao estudar os diferentes modos de falha, como flexão, cisalhamento, compressão e combinações destes.

Os modos de falha em vigas de CA são governados por mecanismos complexos, como a formação e propagação de fissuras, que podem ser descritos com base na Mecânica da Fratura. Essa disciplina classifica os padrões de fissuras em três modos principais: Modo I, caracterizado pela abertura perpendicular ao plano de fratura; Modo II, relacionado ao deslizamento paralelo ao plano; e Modo III, que envolve rasgamento; sendo que tais modos estão representados esquematicamente na Figura 1.1 (ABDELBASET; ZHU, 2024). No concreto, os Modos I e II são especialmente relevantes para descrever falhas combinadas de tração e cisalhamento, como aquelas observadas na compressão (MAZARS, 1986; MARKESSET; HILLERBORG, 1995). Esses mecanismos são essenciais para a análise numérica do CA, como amplamente discutido na literatura (VLIET; MIER, 1996; REN *et al.*, 2008; LI; XIONG; JIANG, 2018; TALAAT *et al.*, 2021).

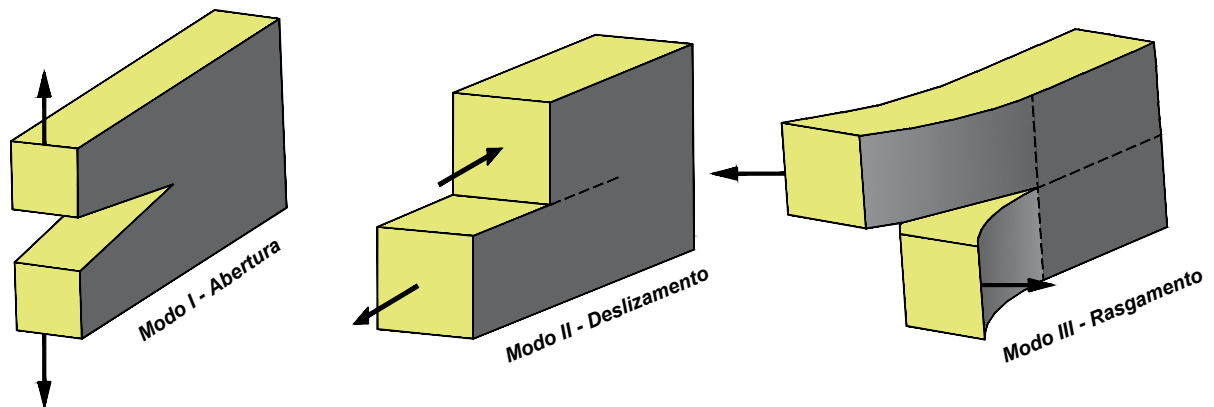


Figura 1.1: Modos de falha da mecânica da fratura: I (abertura), II (deslizamento) e III (rasgamento). Adaptado de Abdelbaset e Zhu (2024).

Além disso, fatores como o efeito escala e a geometria da viga, tal como a relação entre o vão de cisalhamento e a altura efetiva, desempenham papéis críticos na determinação dos padrões de fissuras e nos modos de falha. Essas variáveis são essenciais para análises precisas, tanto experimentais quanto numéricas, que buscam compreender o comportamento estrutural

do elemento (CARPINTERI; CARMONA; VENTURA, 2011; SUCHORZEWSKI *et al.*, 2018; MARZEC; TEJCHMAN, 2022; CORRADO; VENTURA; CARPINTERI, 2022).

Apesar de avanços significativos nas metodologias de análise, a modelagem precisa do comportamento do CA ainda enfrenta desafios. Isso é particularmente evidente na representação de fissuras e modos de falha sob condições combinadas de tração, cisalhamento e compressão (MAZARS, 1986; ARAVIND; NAGAJOTHI; ELAVENIL, 2021; MARZEC; TEJCHMAN, 2022). Assim, há uma necessidade contínua de desenvolver abordagens que integrem melhor as características não lineares e os modos de falha aos quais o material está sujeito.

Neste contexto, este trabalho propõe uma nova abordagem numérica baseada no Método dos Elementos Finitos (MEF) para analisar o comportamento mecânico de vigas de CA. A estratégia utiliza elementos de interface condensados com elevada razão de aspecto (*condensed High Aspect Ratio Interface Elements (condensed HAR-IE)*), inseridos entre os elementos regulares de concreto por meio da Técnica de Fragmentação de Malha (TFM) (SÁNCHEZ; MANZOLI; GUIMARÃES, 2014; MANZOLI *et al.*, 2016; GIMENES *et al.*, 2023). As barras de aço são representadas por elementos unidimensionais de treliça com um modelo de plasticidade perfeita, permitindo uma modelagem eficiente e precisa do comportamento da armadura.

Adicionalmente, Elementos Finitos de Acoplamento (EFAs) são empregados para compatibilizar as malhas não conformes do concreto e do aço, possibilitando diferentes graus de rigidez para as armaduras longitudinais e transversais (BITENCOURT *et al.*, 2015). A metodologia incorpora ainda leis constitutivas que relacionam tensão de aderência e deslizamento (*bond-slip*) com base nas diretrizes propostas por *CEB-FIP* (1993).

Ao integrar esses aspectos, a estratégia proposta busca prever de forma realista os padrões de fissuras e os modos de falha em vigas de CA, oferecendo uma ferramenta robusta para estudos numéricos e contribuindo para o avanço do entendimento do comportamento estrutural.

1.1 MODOS DE FALHA E OS FATORES QUE OS INFLUENCIAM

A análise dos modos de falha em vigas de CA revela a complexidade dos fatores que influenciam o comportamento estrutural em diferentes escalas. No concreto, um material quase-frágil, o efeito escala (*size effect*) é fundamental para compreender sua resposta mecânica. À medida

que as dimensões da seção transversal de um elemento estrutural aumentam, a capacidade de carga cresce, porém de forma inferior em relação à proporcionalidade sugerida pela resistência nominal prevista. Essa resistência representa o valor da tensão nominal, correspondente à carga máxima dividida pela área típica da seção transversal ($\sigma_{Nu} = P_u/(BH)$). O desvio observado, conhecido como efeito escala, reflete a influência do tamanho da estrutura na capacidade de carga real, diferindo das previsões baseadas em análises limite plásticas ou teorias de tensões e deformações críticas. Esse comportamento ocorre antes da fase de amolecimento pós-crítico. Além disso, a ductilidade diminui, sendo avaliada pela relação entre o trabalho realizado no regime pós-crítico e o trabalho total durante a deformação, conforme descrito em estudos de Mecânica da Fratura por Bazant e Planas (2019).

Esse comportamento está relacionado à formação da zona de processo de fratura (*Fracture Process Zone - FPZ*) (KARIHALOO; ABDALLA; XIAO, 2006), uma região de microfissuras que concentra intensa deformação antes do surgimento de macrofissuras (SYROKA-KOROL; TEJCHMAN, 2014). O tamanho dos elementos estruturais na *FPZ* influencia diretamente como fatores geométricos e propriedades materiais afetam a redistribuição de tensões e os mecanismos de falha. Estudos recentes destacam que o efeito escala exerce um papel crucial na formação da *FPZ* e nos modos de falha (SUCHORZEWSKI *et al.*, 2018; MARZEC; TEJCHMAN, 2022).

A Figura 1.2 apresenta uma representação esquemática da *FPZ*, evidenciando a evolução do processo de fratura em uma região localizada do material. O gráfico superior ilustra a distribuição de tensões de tração e está diretamente associado à região inferior da figura, onde se observa o desenvolvimento progressivo das fissuras. Inicialmente, o material responde de forma linear e elástica (trecho A–B), até atingir a resistência à tração f_t . A partir desse ponto, inicia-se a formação e o acúmulo de microfissuras (região B–C), caracterizando o comportamento não linear da *FPZ*, com mecanismos de dissipação de energia associados à fissuração. Com a progressão do dano, essas microfissuras se agrupam, resultando na formação de uma macrofissura. Finalmente, no trecho C–D, observa-se a abertura total da fissura, sem capacidade de transmissão de tensão. Essa transição entre as zonas linear e não linear representa a progressão da fratura até a ruptura completa do material (CHAVES; PEIXOTO; SILVA, 2024).

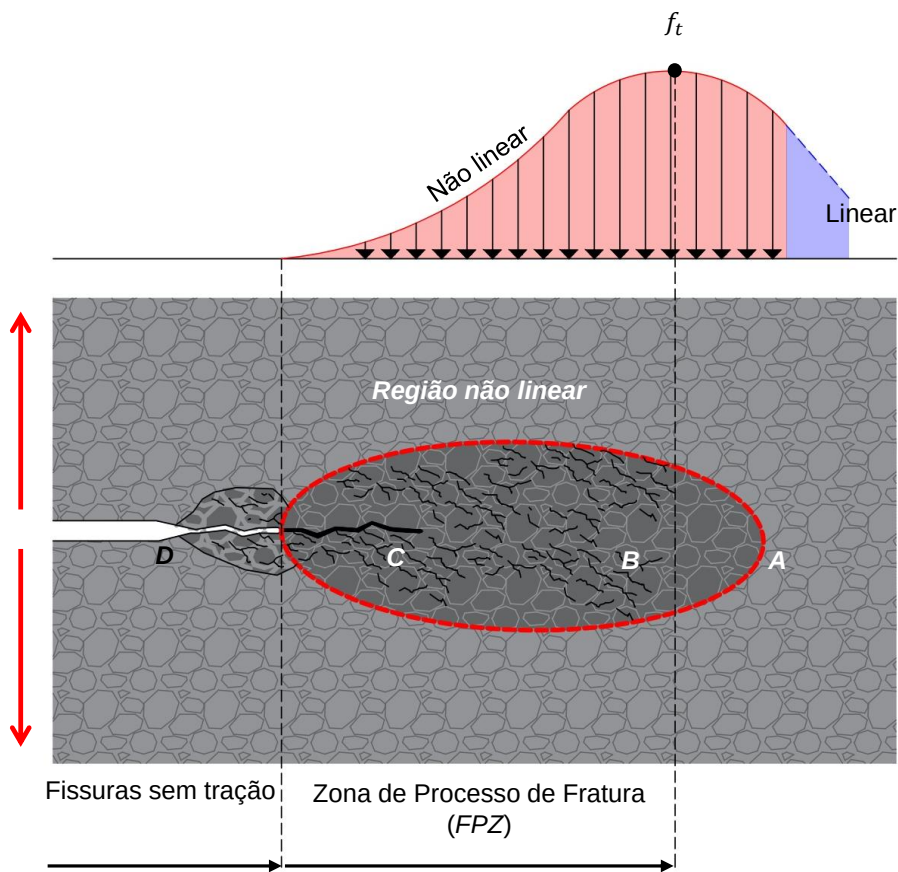


Figura 1.2: Representação esquemática da Zona de Processo da Fratura (FPZ), incluindo o campo de fissuras e a correspondente distribuição de tensões de tração. Adaptado de Chaves, Peixoto e Silva (2024).

Além disso, no contexto do efeito escala, a falha por compressão é mais complexa, pois não é governada por critérios de resistência material, como geralmente assumido em aplicações práticas (BAZANT; PLANAS, 2019). Assim, uma análise detalhada desse efeito torna-se fundamental para compreender o comportamento estrutural em diferentes escalas, garantindo a segurança e o desempenho das estruturas.

Entre os fatores geométricos, a relação entre o vão de cisalhamento e a altura efetiva da viga desempenha um papel central no comportamento estrutural, influenciando diretamente a distribuição de tensões normais (compressão e tração) e de cisalhamento, especialmente em interação com a formação da FPZ. Ensaios mostram que variações nessas dimensões impactam significativamente a transferência dessas tensões e os mecanismos de falha (SUCHORZEWSKI *et al.*,

2018; MARZEC; TEJCHMAN, 2022). Tal relação é também responsável pela caracterização das vigas em: esbeltas, curtas e profundas (descritas a seguir). Vigas profundas, em particular, são objetos de estudo devido à marcante presença das bielas de compressão, cuja análise é fundamental para a compreensão da formação e propagação de fissuras, bem como dos modos de falha. Augustino *et al.* (2022) investigaram esses efeitos a partir de vigas profundas com relação constante entre o vão de cisalhamento e a altura efetiva, avaliando a influência da orientação e do tamanho de aberturas localizadas nas regiões das bielas de compressão. Os autores destacaram que, mesmo para áreas de abertura constantes, aumentos na largura da abertura resultam em redução da resistência ao cisalhamento, evidenciando a importância da integridade da biela para a capacidade resistente da viga.

Além dos fatores geométricos, as armaduras longitudinal e transversal influenciam a resposta das vigas de CA. Por exemplo, o modo de falha pode ser alterado ao manter constante a taxa de armadura longitudinal inserindo armaduras de cisalhamento em vigas que anteriormente não as possuíam (VECCHIO; SHIM, 2004). A armadura longitudinal também impacta a capacidade de redistribuir tensões após a formação de fissuras (CARPINTERI *et al.*, 2007; CARPINTERI; CARMONA; VENTURA, 2011; CORRADO; VENTURA; CARPINTERI, 2022). Em vigas com altas taxas desse tipo de armadura, a falha ocorre de forma súbita e com menor ductilidade, enquanto, em vigas com menores taxas, o comportamento tende a ser mais progressivo, embora com redução da resistência global.

Este trabalho adota uma abordagem geral baseada nas taxas de armadura longitudinal (ρ_l) observadas em ensaios experimentais, em vez de seguir normas específicas para vigas subarmadas e superarmadas, como feito por Rabi, Cashell e Shamass (2021). A classificação das vigas em altas e baixas taxas de armadura é definida com base nesses estudos, sem seguir diretamente os parâmetros de códigos de projeto. Vigas com altas taxas de armadura longitudinal, aquelas com $\rho_l \geq 3,5\%$, são definidas pelos ensaios de flexão em quatro pontos de Marzec e Tejchman (2022), enquanto as vigas com $\rho_l < 3,5\%$ são tratadas conforme Corrado, Ventura e Carpinteri (2022).

Os principais fatores que influenciam os modos de falha em vigas de CA submetidas a ensaios de flexão em três e quatro pontos serão organizados nas três categorias a seguir, consi-

derando tanto vigas com quanto sem armaduras transversais. Em seguida, os modos de falha associados a esses fatores serão caracterizados.

1. **Efeito escala:** O aumento das dimensões geométricas da seção transversal resulta em um ganho na carga de pico, mas com redução da resistência nominal e da ductilidade. Esse efeito impacta a eficiência no cisalhamento, deflexões e modos de falha, como flexão, cisalhamento e esmagamento. A transição entre esses modos pode ocorrer dependendo de fatores como esbeltez, área de aço e taxa de armadura longitudinal (CARPINTERI; CARMONA; VENTURA, 2011; CORRADO; VENTURA; CARPINTERI, 2022).
2. **Relação entre o vão de cisalhamento e a altura efetiva (α/D):** A relação α/D , onde α é a distância entre o apoio e o ponto de aplicação da carga (vão de cisalhamento), e D é a altura efetiva da seção transversal, exerce grande influência no comportamento estrutural, impactando diretamente a resistência ao cisalhamento e os modos de falha.
 - Vigas esbeltas ($\alpha/D > 3$): O cisalhamento ocorre por fluxo cisalhante entre compressão no concreto e tração na armadura (ação de viga), com falhas por tração diagonal (BRESLER; MACGREGOR, 1967; MAK; LEES, 2023) ou flexão (SU-CHORZEWSKI *et al.*, 2018). Em vigas com armadura transversal, pode ocorrer esmagamento do concreto (MARZEC; TEJCHMAN, 2022).
 - Vigas profundas e curtas ($\alpha/D \lesssim 3$): O cisalhamento é transferido por bielas de compressão (ação de arco), levando a falhas nas regiões das bielas por cisalhamento-compressão ou cisalhamento-tração (KANI, 1964; MAK; LEES, 2023).
 - Região de transição ($2 \leq \alpha/D \leq 3$): Conhecida como o “Vale de Kani” (ver Figura 1.9 na Seção 1.1.1), é caracterizada por uma interação complexa entre os mecanismos de transferência de cisalhamento (KANI, 1964; PARK; PAULAY, 1975). Em vigas sem armadura transversal, falhas por cisalhamento-tração predominam (SU-CHORZEWSKI *et al.*, 2018), enquanto, com armadura transversal, os modos de falha incluem cisalhamento-compressão e esmagamento do concreto (MARZEC; TEJCHMAN, 2022). Essa região combina características de falha observadas tanto em vigas esbeltas quanto em vigas profundas e curtas.

3. Influência das armaduras longitudinal e transversal:

- Taxas baixas de armadura longitudinal ($\rho_l = (A_s/A_c) \times 100$): Onde A_s é a área de aço das armaduras longitudinais e A_c é a área da seção transversal bruta do concreto. Taxas de armadura insuficientes podem resultar em fissuras críticas com aberturas significativas, especialmente em falhas por flexão (CORRADO; VENTURA; CARPINTERI, 2022).
- Aumento de ρ_l : O aumento da taxa de armadura reduz a abertura das fissuras, mas pode resultar em falhas frágeis, com transições abruptas nos modos de falha, como de flexão para cisalhamento ou de cisalhamento para esmagamento (CARPINTERI; CARMONA; VENTURA, 2011; CORRADO; VENTURA; CARPINTERI, 2022). Para mitigar essas falhas, a maioria dos códigos de projeto limita a taxa de armadura longitudinal (LIU *et al.*, 2024).
- Armaduras transversais: A armadura transversal ajuda a reduzir fissuras inclinadas, aumenta a resistência ao cisalhamento e promove o confinamento do concreto. No entanto, dependendo da taxa de armadura longitudinal, pode levar a falhas mais severas, como o esmagamento do concreto (MARZEC; TEJCHMAN, 2022; CORRADO; VENTURA; CARPINTERI, 2022; LIU *et al.*, 2024).

O item 2 é discutido em detalhes na Seção 1.1.1, com ênfase nos mecanismos de transferência de cisalhamento: ações de viga e de arco (KANI, 1964; BRESLER; MACGREGOR, 1967; PARK; PAULAY, 1975; MAK; LEES, 2023). Os itens 1 e 3, por sua vez, são abordados na Seção 1.1.2, relacionando-os através de um Esquema Global para a transição entre os modos de falha flexão-cisalhamento-compressão, conforme proposto por Corrado, Ventura e Carpinteri (2022).

Neste trabalho, embora se reconheça que a falha por compressão resulta da interação entre tensões de cisalhamento e tração, adota-se uma distinção para fins de classificação: falhas relacionadas às bielas de compressão serão tratadas como falhas por compressão, enquanto falhas caracterizadas pela formação de uma cunha na região comprimida junto à aplicação da carga serão denominadas falhas por esmagamento do concreto. Assim, os modos de falha em vigas

de CA são classificados da seguinte forma:

- **Falha por flexão:** Ocorre devido à insuficiência de armadura na região tracionada, resultando no escoamento do aço. É caracterizada pela formação de uma fissura crítica no meio do vão, que se propaga na região tracionada da seção transversal (Figura 1.3) (CORRADO; VENTURA; CARPINTERI, 2022).

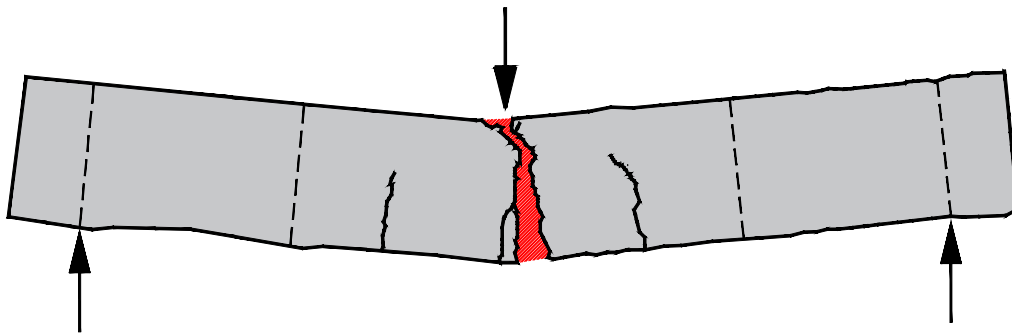


Figura 1.3: Falha típica por flexão, destacada em vermelho (adaptado de Corrado, Ventura e Carpinteri (2022)).

- **Falha por cisalhamento:** Caracterizada pela propagação de uma fissura diagonal crítica, que separa a viga em duas partes conectadas pela armadura longitudinal, geralmente ainda no regime elástico (Figura 1.4). Essa falha é acompanhada por uma queda abrupta na capacidade de carga no pós-pico (KISHI *et al.*, 2002; CORRADO; VENTURA; CARPINTERI, 2022).

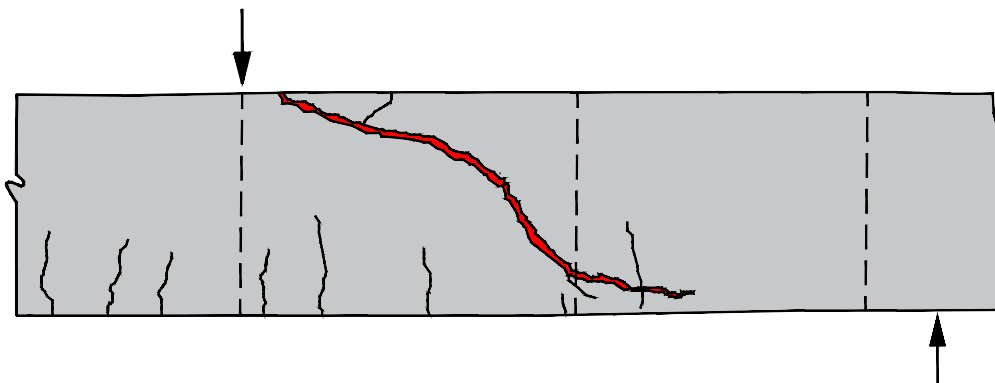


Figura 1.4: Falha típica por cisalhamento, destacada em vermelho (adaptado de Corrado, Ventura e Carpinteri (2022)).

- **Falha por tração diagonal:** Resulta da combinação de tensões normais e cisalhantes, que geram fissuras de flexão-cisalhamento, comumente observadas em vigas sem armaduras transversais ou com armaduras insuficientes. Uma dessas fissuras pode se propagar, levando ao colapso por tração diagonal (CARPINTERI; CARMONA; VENTURA, 2011; SUCHORZEWSKI *et al.*, 2018). A Figura 1.5 ilustra esse modo de falha.

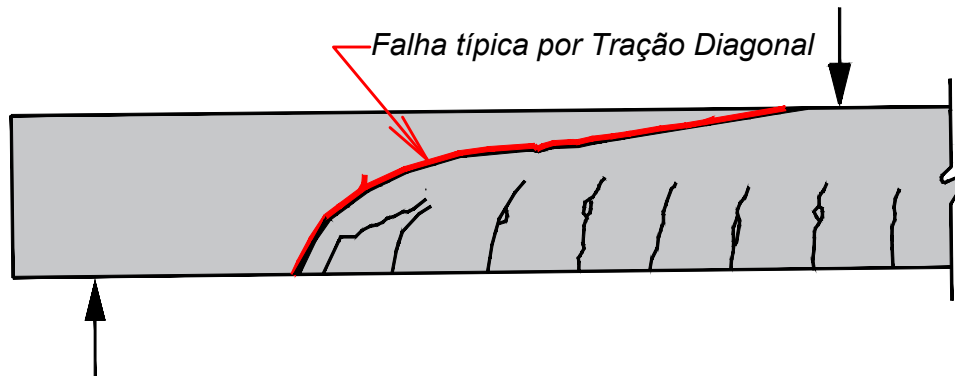


Figura 1.5: Falha típica por tração diagonal em vigas esbeltas, destacada em vermelho (adaptado de Bresler e MacGregor (1967)).

- **Esmagamento do concreto:** Este modo de falha caracteriza-se pela formação de uma cunha na região comprimida próxima ao ponto de aplicação da carga (Figura 1.6), onde há uma alta concentração de tensões compressivas (VECCHIO; SHIM, 2004; CORRADO; VENTURA; CARPINTERI, 2022). Apresenta um comportamento frágil e súbito (LIU *et al.*, 2024), sendo mais evidente em vigas com $\rho_l \geq 3.5\%$ e armadura transversal, quando há confinamento efetivo do concreto (MARZEC; TEJCHMAN, 2022).

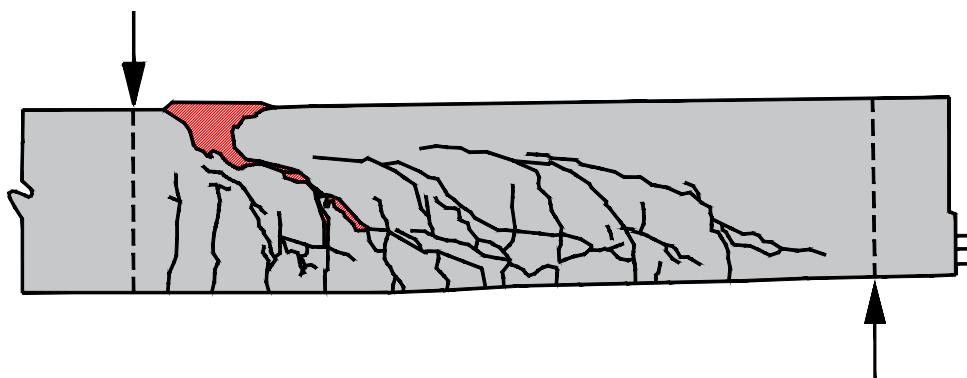


Figura 1.6: Falha típica por esmagamento do concreto, destacada em vermelho (adaptado de Vecchio e Shim (2004)).

- **Falha por cisalhamento-compressão:** Ocorre tipicamente em vigas curtas com relação α/D entre $1 \leq \alpha/D \lesssim 3$, sendo o limite superior ($\alpha/D \approx 3$) uma aproximação com base em estudos experimentais (KANI, 1964; BRESLER; MACGREGOR, 1967; PARK; PAULAY, 1975). Nesse modo de falha, a ruptura resulta da interação entre o momento fletor e o esforço cortante. Os esforços são transferidos predominantemente por compressão no concreto, formando uma biela de compressão (ação de arco), enquanto a armadura longitudinal equilibra as tensões de tração, caracterizando o comportamento de arco com tirantes (MAK; LEES, 2023). As fissuras diagonais críticas, que se propagam da região de compressão (desde os apoios até o ponto de aplicação da carga), reduzem a área útil para resistir às tensões de compressão por flexão. Nessas regiões críticas, a falha por compressão ocorre devido à concentração das tensões combinadas (normais e de cisalhamento) na biela (KUO; CHENG; HWANG, 2010; MARZEC; TEJCHMAN, 2022; YANG *et al.*, 2024).
- **Falha por cisalhamento-tração:** Também pode ocorrer em vigas curtas, dentro do intervalo $1 \leq \alpha/D \lesssim 3$. A falha por cisalhamento-tração é caracterizada por uma insuficiente ancoragem da armadura longitudinal, resultando na propagação de uma fissura horizontal ao longo da região da armadura tracionada. Essa fissura pode levar ao colapso da viga devido à ruptura da ancoragem (BRESLER; MACGREGOR, 1967; SYROKA-KOROL; TEJCHMAN; MRÓZ, 2014). Alternativamente, a falha pode ser caracterizada por uma fissura de cisalhamento, que se desenvolve a partir de uma fissura de flexão, de maneira semelhante à tração diagonal (SUHORZEWSKI *et al.*, 2018; HUBER; HUBER; KOLLEGGGER, 2018).

A Figura 1.7 ilustra os modos de falha: (a) cisalhamento-compressão e (b) cisalhamento-tração. Vale destacar que, nesse intervalo $1 \leq \alpha/D \lesssim 3$, os modos de falha podem ocorrer isoladamente ou de forma combinada (NGUYEN; NGUYEN, 2021).

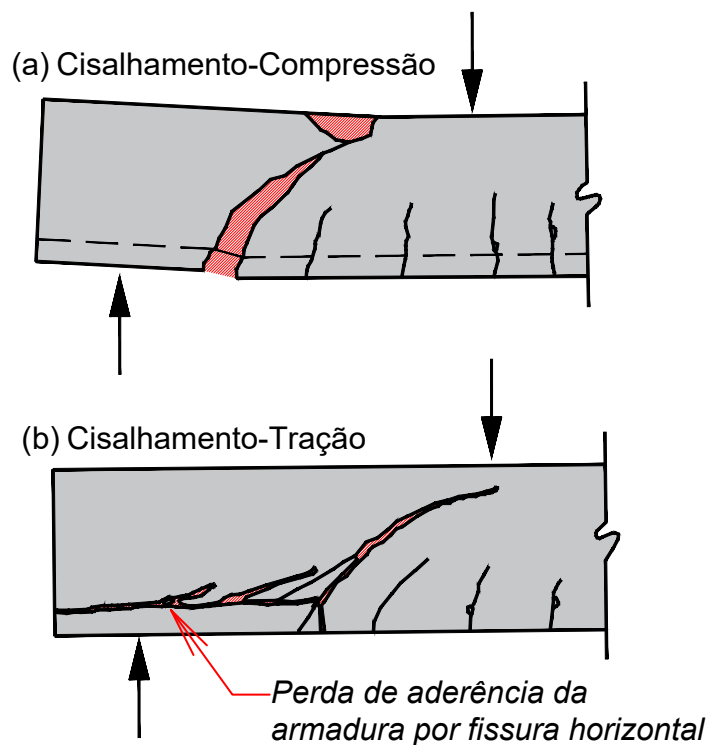


Figura 1.7: Modos de falha típicos em vigas curtas, destacados em vermelho: (a) cisalhamento-compressão e (b) cisalhamento-tração (adaptado de Bresler e MacGregor (1967)).

Por fim, a compreensão dos fatores que influenciam os modos de falha aprimora a capacidade de prever o comportamento estrutural, destacando a importância de abordagens mais realistas e técnicas (SYROKA-KOROL; TEJCHMAN; MRÓZ, 2014; ARAVIND; NAGAJOTHI; ELAVENIL, 2021; MARZEC; TEJCHMAN, 2022). Nesse contexto, modelos numéricos que integram representações constitutivas capazes de descrever diferentes modos de propagação de fissuras promovem um entendimento abrangente dos diversos modos de falha (LIU *et al.*, 2020; GIMENES *et al.*, 2023). Esses modelos são fundamentais para o desenvolvimento de soluções mais precisas, otimizando o dimensionamento e a segurança de estruturas de CA em diversas aplicações. Assim, é essencial realizar análises detalhadas para identificar os mecanismos predominantes em cada caso.

1.1.1 INFLUÊNCIA DA RELAÇÃO ENTRE O VÃO DE CISALHAMENTO E A ALTURA EFETIVA

A resistência ao cisalhamento em vigas de CA sem armadura transversal pode ser explicada por uma teoria geral que aborda dois mecanismos principais: ação de viga e ação de arco, cujas interações são discutidas por Kani (1964) e Park e Paulay (1975). A importância relativa de cada mecanismo é determinada pela relação α/D : valores elevados favorecem a ação de viga, enquanto valores inferiores indicam a predominância da ação de arco.

O equilíbrio estrutural dessas vigas pode ser descrito pela seguinte equação de equilíbrio, que representa o balanço de forças em uma seção da viga entre duas fissuras:

$$V = \frac{d(T \cdot jd)}{dx} = \frac{dT}{dx} \cdot jd + T \cdot \frac{d(jd)}{dx} \quad (1.1)$$

onde V é o esforço cortante, T é a força de tração na armadura longitudinal, jd é o braço de alavanca (distância entre as forças de compressão C no concreto e tração T na armadura), e x é a coordenada ao longo do comprimento da viga. Essa equação serve de base para compreender os dois mecanismos de transferência de esforços cortantes descritos a seguir.

AÇÃO DE VIGA

Na ação de viga, assume-se que o braço de alavanca jd seja constante ao longo do vão de cisalhamento, o que implica $\frac{d(jd)}{dx} = 0$. Nesse caso, o esforço cortante é transferido exclusivamente pelo fluxo de cisalhamento $\frac{dT}{dx}$, resultante da interação entre a compressão no concreto e a tração na armadura longitudinal. Dessa forma, a Equação 1.1 se simplifica para:

$$V = \frac{dT}{dx} \cdot jd \quad (1.2)$$

Esse comportamento é predominante em vigas esbeltas ($\alpha/D > 3$), onde fissuras inclinadas se formam na região tracionada e se propagam diagonalmente em direção à borda comprimida. Essas fissuras, conhecidas como “dentes” (*concrete teeth*, Figura 1.8(a)) (BRESLER; MACGREGOR, 1967; MAK; LEES, 2023), podem evoluir de forma crítica, passando de flexão para

cisalhamento, resultando em falha por tração diagonal.

AÇÃO DE ARCO

Na ação de arco, a transferência de esforços cortantes não depende do fluxo de cisalhamento $\frac{dT}{dx}$, mas sim da compressão inclinada no concreto. Nesse mecanismo, o esforço cortante é transferido por uma biela de compressão (*remaining concrete arch*, Figura 1.8(b)), e a Equação 1.1 assume a forma:

$$V = T \cdot \frac{d(jd)}{dx} = C \cdot \frac{d(jd)}{dx} \quad (1.3)$$

Aqui, T (tração na armadura) é substituída por C (compressão no concreto), que representa o componente vertical da força de compressão inclinada responsável por equilibrar o esforço cortante externo. Esse mecanismo é predominante em vigas profundas e curtas ($\alpha/D \lesssim 3$), onde a transferência de cisalhamento ocorre pela biela inclinada de compressão. Nesse caso, C e T permanecem praticamente constantes ao longo do vão. A falha ocorre por cisalhamento-compressão ou cisalhamento-tração, quando os esforços combinados (tensões normais e de cisalhamento) na biela excedem a resistência do concreto.

A Figura 1.8 ilustra os dois mecanismos de transferência de esforços cortantes em vigas de CA, destacando as diferenças entre a ação de viga (Figura 1.8(a)) e a ação de arco (Figura 1.8(b)).

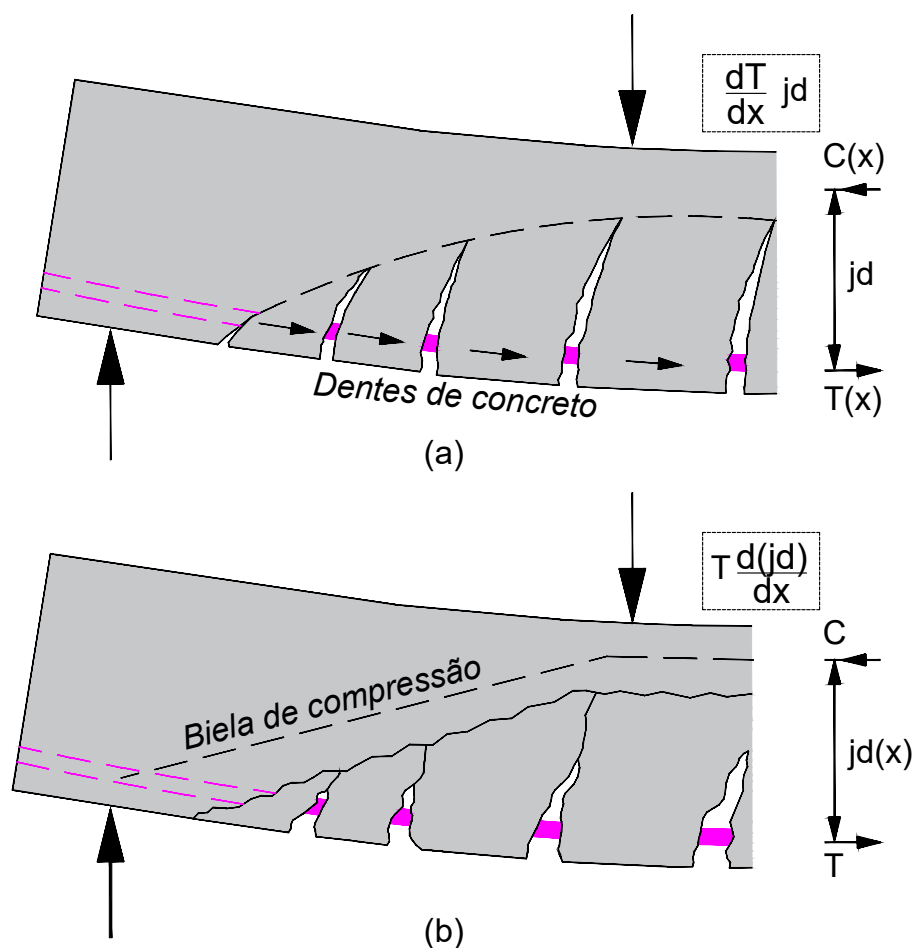


Figura 1.8: Mecanismos de transferência do esforço cortante em vigas de concreto armado sem estribos: (a) ação de viga e (b) ação de arco (adaptado de Kani (1964), apud Park e Paulay (1975)).

A Figura 1.9 mostra a relação entre a razão do momento de fissuração da seção transversal (*cracking moment of the cross-section* - M_{CR}) e a capacidade máxima de flexão (*moment of flexural failure* - M_{FL}) com α/D . Em vigas com $\alpha/D < 3$, a capacidade é dominada pela ação de arco (ao longo da linha de ação de arco, *capacity line of remaining arch*), enquanto em vigas com $\alpha/D > 3$, prevalece a capacidade de flexão (ao longo da linha de ação de viga, *capacity line of concrete teeth*). Entre os extremos, observa-se o Vale de Kani ($2 \leq \alpha/D \leq 3$), uma região de transição onde a eficiência dos mecanismos de arco e flexão é reduzida pela interação complexa entre eles (KANI, 1964; PARK; PAULAY, 1975; MAK; LEES, 2023).

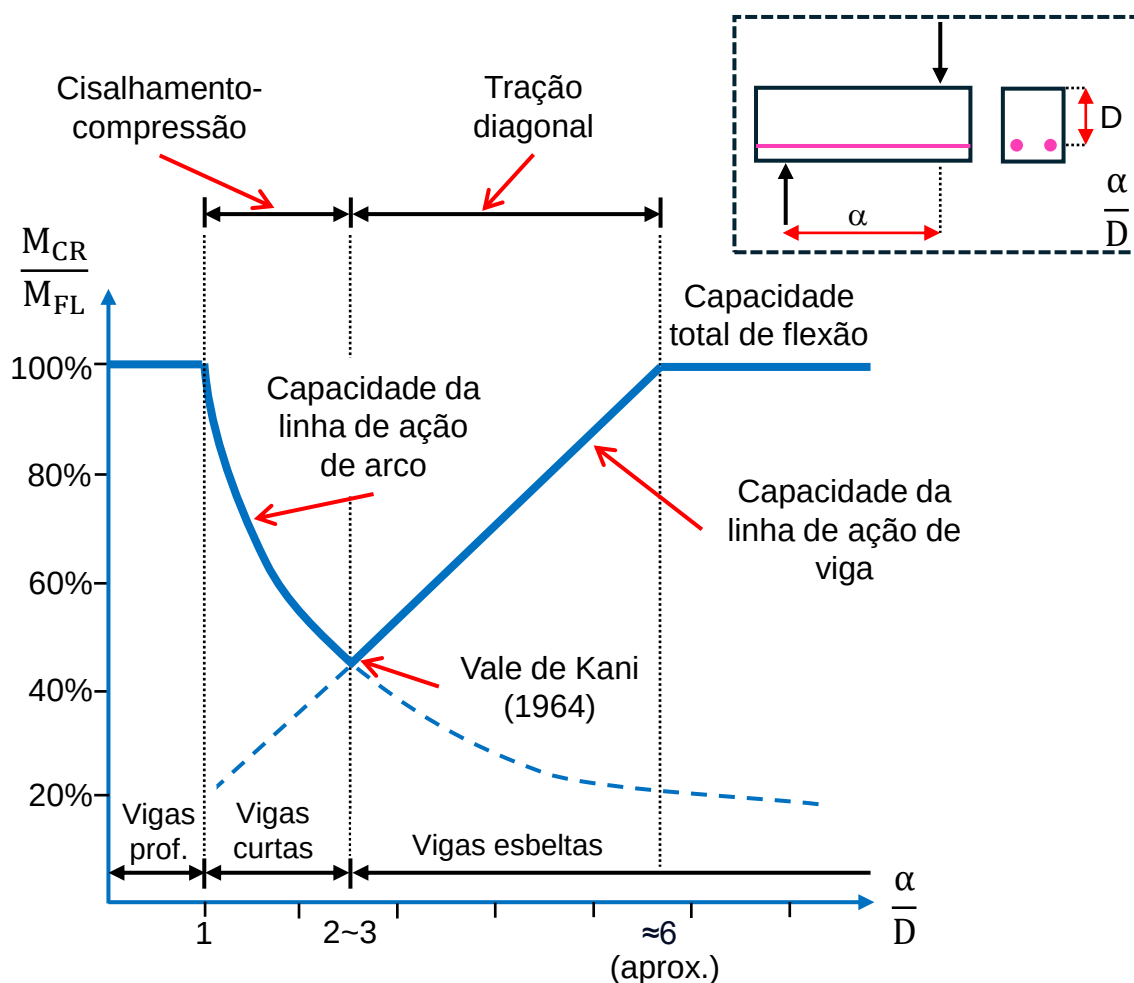


Figura 1.9: Comportamento da resistência ao cisalhamento em vigas de concreto armado em função de α/D : região do vale de Kani ($2,0 \leq \alpha/D \leq 3,0$) entre os mecanismos de ações de arco e de viga (adaptado de Kani (1964), apud Bresler e MacGregor (1967)).

Com base em ensaios de flexão em vigas de quatro pontos, Suchorzewski *et al.* (2018) avaliaram a relação α/D em vigas sem armadura de cisalhamento. As falhas observadas seguiram os padrões apresentados no gráfico da Figura 1.9, incluindo falhas por cisalhamento-tração no intervalo $2 \leq \alpha/D \leq 3$. Em vigas esbeltas, os modos de falha foram predominantemente por flexão.

Em trabalho subsequente, Marzec e Tejchman (2022) investigaram a influência de α/D em vigas com armadura de cisalhamento e alta taxa de armadura longitudinal ($\rho_l \geq 3,5\%$). As armaduras transversais aumentaram a ductilidade, a resistência ao cisalhamento e à flexão

(TAHENNI *et al.*, 2021), alterando os modos de falha na região do Vale de Kani (1964) e em vigas esbeltas. Além disso, essas armaduras mantiveram ativos os mecanismos de transferência ao cisalhamento e ofereceram suporte adicional na definição dos modos de falha.

Nos ensaios, em vigas esbeltas, o modo de falha inicialmente governado por flexão (SUCHORZEWSKI *et al.*, 2018) mudou para esmagamento do concreto, causado pela incapacidade do material de suportar tensões de compressão ao atingir sua capacidade máxima de flexão. Falhas desse tipo ocorreram em vigas com $\alpha/D = 4,91$ e $\alpha/D = 6,00$. Por outro lado, em vigas com $\alpha/D = 1,50$, a falha foi caracterizada por cisalhamento-compressão, devido à interação entre esforços cortantes e compressivos. Com o aumento das cargas aplicadas durante o ensaio, essas forças intensificaram-se, levando a falha por compressão na biela, comportamento também observado em vigas sem armadura de cisalhamento (SUCHORZEWSKI *et al.*, 2018). Na faixa de transição ($2 \leq \alpha/D \leq 3$), ambos os modos de falha coexistiram, ressaltando a relevância de analisar as contribuições das armaduras de cisalhamento, longitudinais e do concreto no desempenho estrutural.

Esses resultados estão alinhados à teoria de Kani (1964) sobre a relação entre os modos de falha e α/D , bem como os mecanismos de transferência de cisalhamento. Além disso, Suchorzewski *et al.* (2018) e Marzec e Teichman (2022) observaram uma redução na resistência ao cisalhamento com o aumento de α/D .

1.1.2 ESQUEMA GLOBAL DOS MODOS DE FALHA

Com base nos demais fatores que influenciam os modos de falha em vigas de CA, foi proposto um esquema global por Corrado, Ventura e Carpinteri (2022) para representar a transição entre esses modos. A sequência de falhas segue a ordem flexão-cisalhamento-esmagamento, no sentido anti-horário, conforme ilustrado na Figura 1.10, e ocorre sob diferentes condições, como descrito a seguir:

- Seta verde: para o efeito escala com área de aço constante ($A_s = \text{constante}$), quando as dimensões da viga diminuem, conforme os itens (a)-(e)-(i);
- Seta azul: para o aumento de A_s mantendo-se a geometria da viga constante, como nos

itens (d)-(e)-(f);

- Seta amarela: para o efeito escala com taxa de armadura longitudinal constante ($\rho_l = \text{constante}$), à medida que as dimensões da viga aumentam, como mostrado nos itens (g)-(e)-(c);
- Seta laranja: para a redução da esbelteza ($\lambda = L_{eff}/2H$), onde L_{eff} é o comprimento efetivo das vigas e H é a altura da viga, conforme ilustrado nos itens (h)-(e)-(b).

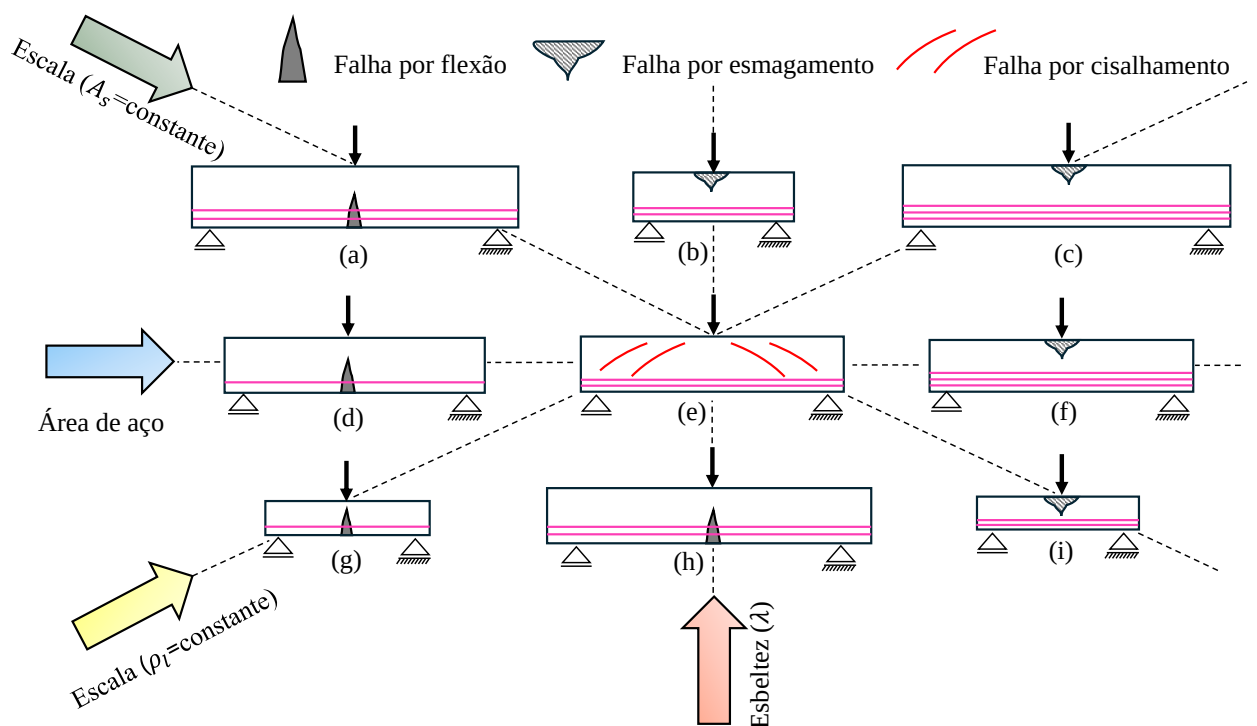


Figura 1.10: Esquema Global dos Modos de Falha, flexão-cisalhamento-esmagamento (adaptado de Corrado, Ventura e Carpinteri (2022)).

1.2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Em razão dos elevados custos associados aos ensaios experimentais de vigas de CA, busca-se continuamente por abordagens numéricas capazes de descrever, com precisão, os modos de falha e os padrões de fissuras desses elementos estruturais (SYROKA-KOROL; TEJCHMAN;

MRÓZ, 2014; ARAVIND; NAGAJOTHI; ELAVENIL, 2021; MARZEC; TEJCHMAN, 2022), abrangendo desde flexão até esmagamento e falha por cisalhamento-compressão.

Mauludin e Oucif (2020) revisaram as principais abordagens de modelagem do concreto, classificadas em microscópicas, mesoscópicas e macroscópicas, sendo a última a mais direta. Modelos macroscópicos devem capturar o comportamento do concreto sob compressão, tração e cisalhamento, empregando modelos constitutivos adequados (LIU *et al.*, 2022), como os elasto-plásticos (HSIEH; TING; CHEN, 1982; KRÄTZIG; PÖLLING, 2004), de dano (CERVERA; OLIVER; MANZOLI, 1996; PIJAUDIER-CABOT; MAZARS, 2001), de microplanos (CAROL; PRAT; BAŽANT, 1992; OŽBOLT; LI; KOŽAR, 2001) e híbridos (GRASSL; JIRÁSEK, 2006; FALEIRO; OLLER; BARBAT, 2008).

Além dos modelos de dano, abordagens relacionadas à interação aço-concreto devem ser adotadas.

INTERAÇÃO ENTRE A ARMADURA E O CONCRETO

A interação entre a armadura e o concreto é essencial para garantir a rigidez e a redistribuição correta das tensões, não podendo ser negligenciada em análises numéricas de CA (NABILAH *et al.*, 2020). Diversos modelos têm sido empregados para representar essa interação, incluindo elementos de interface sólidos (MANZOLI *et al.*, 2012), com espessura nula (KOTTARI *et al.*, 2017) e molas de ligação (GU *et al.*, 2023), que adotam leis específicas para a relação tensão de aderência vs. deslizamento (GEDIK *et al.*, 2011; GU *et al.*, 2023).

Gedik *et al.* (2011) apresentaram um modelo para simular a interação entre a armadura e o concreto, tratando a armadura como uma série de elementos de viga com graus de liberdade translacionais e rotacionais em cada nó. A transferência de carga entre os materiais é garantida por elementos de ligação com tamanho nulo. A curva de aderência é modelada por uma relação tensão-deslizamento, inicialmente em regime elástico-linear até atingir a máxima tensão de aderência, permanecendo relativamente constante e, posteriormente, sendo substituída pela curva proposta pelo CEB-FIP (1993).

Bitencourt *et al.* (2015) descreveram o uso de EFAs para compatibilizar malhas não conformes e evitar o aumento nos graus de liberdade, representando tanto acoplamentos rígidos

quanto não rígidos. Assumem interação rígida (aderência perfeita) entre a armadura transversal e o concreto; no caso de acoplamento não rígido entre a armadura longitudinal e o concreto, a interação é modelada explicitamente conforme as leis de tensão de aderência e deslizamento propostas pelo *CEB-FIP* (1993).

Gu *et al.* (2023) desenvolveram uma metodologia matemática para modelar a relação de aderência entre concreto e armadura em um modelo de viga, utilizando uma abordagem estocástica simplificada. O modelo leva em conta a aleatoriedade da malha de partículas e seu tamanho, incorporando um modelo analítico que simula a falha por arrancamento (*pull-out failure*) da armadura. Validado por testes de arrancamento, flexão e cisalhamento, o modelo é capaz de prever falhas e a relação de aderência, com embasamento físico.

A interação entre o concreto e as armaduras exerce papel fundamental na resposta estrutural dos elementos de concreto armado, influenciando diretamente a formação de fissuras e os mecanismos de ruptura. No contexto da modelagem, duas abordagens complementares são frequentemente utilizadas. Primeiramente, destacam-se os modelos analíticos desenvolvidos para estimar, de forma simplificada, a resistência ao cisalhamento com base em variáveis materiais e geométricas. Em seguida, são considerados os modelos numéricos, mais robustos, capazes de representar a distribuição e a abertura de fissuras com maior nível de detalhamento.

MODELOS ANALÍTICOS PARA PREVISÃO DA RESISTÊNCIA AO CISALHAMENTO

TEORIA DO CAMPO DE COMPRESSÃO MODIFICADA (*Modified Compression Field Theory – MCFT*)

Vecchio e Collins (1986) desenvolveram um modelo analítico para estimar a resistência ao cisalhamento de elementos de CA, a partir de ensaios experimentais realizados sob diferentes condições de carregamento: cisalhamento puro, compressão uniaxial, compressão biaxial com cisalhamento, tração biaxial com cisalhamento, cisalhamento cíclico ou reverso e variações nas proporções de carga. As principais variáveis investigadas foram as taxas de armadura transversal e longitudinal, bem como a resistência do concreto. O modelo, denominado Teoria do

Campo de Compressão Modificada (*Modified Compression Field Theory – MCFT*), tornou-se amplamente reconhecido e adotado por normas, como, por exemplo, a americana *American Association of State Highway and Transportation Officials (AASHTO)*, a canadense *Canadian Standards Association (CSA)* e a europeia *Fédération Internationale du Béton (fib)*. A formulação satisfaz simultaneamente as condições de compatibilidade, equilíbrio e relações entre tensão e deformação, incorporando efeitos relevantes observados experimentalmente, como a interação entre agregados, o amolecimento do concreto à tração e as tensões residuais entre fissuras. Segundo essa abordagem, a ruptura por cisalhamento é governada pelas tensões locais nas fissuras, e não pela deformação média, conferindo maior precisão na previsão do comportamento real de vigas de CA.

Ke, Tang e Yang (2022) realizaram um estudo experimental sobre vigas curtas de concreto com agregado grosso reciclado reforçadas com aço, investigando a influência da relação entre o vão de cisalhamento e a altura efetiva na resistência ao cisalhamento. Verificou-se que diferentes taxas de substituição de agregado reciclado tiveram pouca influência nessa resistência, enquanto a redução da relação vão-altura aumentou a capacidade resistente em até 78,1%. Foram analisadas três variáveis principais: taxa de substituição de agregado reciclado, relação vão-altura e tipos distintos de perfis de aço e armaduras. Os modos de falha foram observados, e os resultados experimentais foram reproduzidos no programa computacional ABAQUS®. Com base na *MCFT*, foi proposta uma formulação específica para estimar a resistência ao cisalhamento dessas vigas curtas, a qual apresentou boa correlação com os dados experimentais e potencial para aplicações futuras.

MODELO DO CAMPO DE TENSÕES PERTURBADO (*Disturbed Stress Field Model - DSFM*)

Vecchio (2000) propôs o Modelo do Campo de Tensões (*Disturbed Stress Field Model – DSFM*) como uma extensão da Teoria do Campo de Compressão Modificada (*MCFT*), com o objetivo de superar limitações recorrentes desta última. A principal inovação do *DSFM* consiste na inclusão explícita do deslizamento (cisalhamento) ao longo das fissuras nas equações de compatibilidade, o que permite representar de forma mais realista as variações locais indu-

zidas pela fissuração nos campos de tensão e deformação. Ao eliminar a suposição de que as direções principais de tensão e deformação devem coincidir, o *DSFM* possibilita divergências entre essas direções e uma reorientação gradual ("perturbação") dos campos de tensão. Essa abordagem também torna o tratamento das tensões de cisalhamento mais consistente nas superfícies fissuradas, suprimindo a necessidade de verificações empíricas adotadas na *MCFT*, o que resulta em uma resposta em compressão menos sensível à fissuração, mais condizente com dados experimentais. Em resumo, o *DSFM* se apresenta como uma formulação intermediária entre os modelos de fissura fixa e fissura rotativa, conciliando simplicidade computacional com maior fidelidade ao comportamento físico observado.

Hippola, Wijesundara e Nascimbene (2022) propuseram uma nova formulação de elemento finito capaz de prever a interação entre momento fletor, força cortante e força axial em pórticos e paredes de CA, validada com uma ampla base experimental. O elemento finito, baseado em plasticidade distribuída e formulado em termos de forças, dispensa a discretização interna, reduzindo os graus de liberdade em comparação com formulações baseadas em deslocamentos. Ao empregar o *DSFM* em substituição ao *MCFT* no nível da fibra (superior ou inferior), a abordagem permite o cálculo explícito das deformações por deslizamento, mantendo as demais vantagens em relação à *MCFT*. Isso facilita a obtenção da capacidade de carga a partir de uma deformação imposta e proporciona uma representação mais precisa dos mecanismos de falha. A formulação foi validada com 170 espécimes, apresentando boa correlação com os resultados experimentais, incluindo rigidez inicial, fissuração por tração e capacidade de carga. Embora o modelo tenha previsto de forma consistente modos de falha como cisalhamento-compressão, tração diagonal e flexão-compressão, apresentou limitações na estimativa dos deslocamentos últimos de elementos estruturais críticos ao cisalhamento. Isso compromete sua aplicação na análise de ductilidade e dissipação de energia, exigindo estudos adicionais. Ainda assim, a formulação se mostra eficaz na identificação desses elementos críticos em pórticos de grandes dimensões.

MÉTODOS NUMÉRICOS PARA MODELAGEM DAS FISSURAS

Abertura e propagação de fissuras podem ser previstas por diversos métodos numéricos, amplamente utilizados na modelagem de fissuras em concreto, CA e outros materiais frágeis ou quase-frágeis, incluindo:

MODELO DE PARTÍCULAS DISCRETAS EM REDE (*Lattice Discrete Particle Model - LDPM*)

O *LDPM* representa o comportamento não linear do concreto por meio de malhas irregulares. Jin *et al.* (2016) desenvolveram uma extensão do *LDPM*, denominada *LDPM-F*, para simular a mesoestrutura de materiais quase frágeis, como concreto reforçado com fibras de aço e sintéticas. Esse modelo incorpora o efeito de fibras dispersas como entidades discretas na mesoestrutura, analisando fenômenos como fratura coesiva, abrandamento em tração, endurecimento (*strain hardening*) em compressão e compactação devido ao colapso de poros. O *LDPM-F* é uma proposta de análise multi-escala do concreto reforçado com fibras, na qual as interações entre a matriz de concreto e as fibras são modeladas por uma força de ponte de fissura (*bridging force*) dependente da abertura da fissura. As forças de tração resultantes são somadas para atuar em paralelo ao comportamento constitutivo do *LDPM*.

Alnagar, Pelessone e Cusatis (2019) investigaram o comportamento à flexão de elementos estruturais de CA utilizando o *LDPM* em mesoescala, demonstrando sua capacidade de representar com precisão a transição de comportamento dúctil para frágil e os efeitos de escala. O modelo simula a heterogeneidade do concreto por meio de células poliédricas que interagem através de malhas irregulares não lineares suscetíveis à fratura. Além disso, o *LDPM* prevê as características quase frágeis das falhas e como o aumento das taxas de armadura influencia o comportamento de vigas esbeltas e robustas.

Bolander *et al.* (2021) revisaram modelos *LDPM* aplicados à fratura no concreto, destacando a importância da escolha entre discretizações físicas e não físicas. Os autores esclareceram as vantagens e limitações dos modelos discretos em comparação com os contínuos, observando que as discretizações físicas capturam diretamente a heterogeneidade do material, permitindo

uma representação mais realista dos comportamentos com mudança de direção induzidos pela fratura. Já as discretizações não físicas são adequadas para simular comportamentos homogêneos, mas com limitações na representação de fraturas. A revisão também aborda a aplicação desses modelos à modelagem de geossintéticos, com foco no concreto, e investiga avanços em análises multifísicas acopladas, como acoplamentos hidromecânicos em meios fraturados. Os autores ressaltam a eficácia dos modelos discretos na simulação de comportamentos heterogêneos e multifísicos, especialmente na integração de reforços, essenciais para aplicações estruturais complexas.

MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS ESTENDIDOS (*Extended Finite Element Method - XFEM*)

O *XFEM* modela descontinuidades no campo de deslocamento usando funções de forma especiais. Du, Jin e Ma (2014) aplicaram o *XFEM* à fratura do concreto em mesoescala, incorporando agregados, zonas de transição interfaciais (ZTIs) e deslocamentos descontínuos. O estudo investigou a influência da distribuição, forma e tamanho dos agregados, além da resistência das ZTIs, no comportamento de fratura do concreto, evidenciando a importância dessas características na simulação do processo de falha e nas propriedades mecânicas globais do material.

Rege e Lemu (2017) analisaram a aplicação do *XFEM* na propagação de fissuras por fadiga em estruturas *offshore*. A revisão demonstra que, em comparação com o MEF, que pode exigir uma reconstrução local da malha (*local re-meshing*) com maior discretização para se adaptar à fissura, no *XFEM* a fissura é representada implicitamente, independentemente da malha. O estudo também evidencia a eficácia do *XFEM* na modelagem de fissuras sob condições de carregamento misto e comportamento elastoplástico. A pesquisa observa, ainda, o crescente interesse na eficiência computacional e na modelagem do fechamento induzido por plasticidade, bem como no crescimento de fissuras por fadiga sob carregamento de amplitude variável, especialmente no contexto das limitações do MEF. Além disso, destaca a necessidade de novas abordagens para aprimorar a precisão e a eficiência de ambos os métodos.

MODELOS DE CAMPO DE FASE (*Phase-field Method* - *PFM*)

O *PFM* captura a abertura e propagação de fissuras por transições suaves entre fases intactas e degradadas. Wu *et al.* (2020) revisaram modelos de *PFMs* aplicados à simulação de fraturas em materiais frágeis e quase-frágeis, destacando sua importância na previsão de falhas estruturais, um dos modos mais comuns de falha em materiais e estruturas. Avaliaram a capacidade desses modelos de representar a abertura, propagação e ramificação de fissuras em duas dimensões e, em três dimensões, mencionaram brevemente extensões para grandes deformações, elementos estruturais como placas e cascas, problemas multifísicos, energias superficiais anisotrópicas, fratura de materiais em camadas e fadiga. Baseados na teoria de Griffith, que equilibra a energia superficial para a propagação da fissura e a energia elástica armazenada no material, os *PFMs* foram apresentados como ferramentas promissoras para a análise de fraturas complexas, aplicáveis a problemas quase-estáticos e dinâmicos. O estudo abordou aspectos teóricos, exemplos numéricos e limitações, sugerindo melhorias na modelagem de fissuras coesivas e nos efeitos de fechamento e reabertura.

Yang, Yang e Zheng (2021) propuseram um modelo que combina o *PFM* com o *Numerical Manifold Method* (*NMM*), denominado *PFNMM*, para simulação da propagação de fissuras em materiais frágeis, integrando as vantagens de ambos os métodos. O *NMM* permite tratar problemas de continuidade e descontinuidade de forma unificada, capturando fissuras pré-existentes de maneira natural. Comparado com o MEF, o *NMM* tem a vantagem de não exigir o alinhamento das malhas físicas, como as associadas a fissuras, vazios ou interfaces materiais, simplificando a modelagem. Inicialmente, aplicaram o *PFNMM* em um teste de tração simétrica com entalhes duplos, investigando os fatores que influenciam a convergência do método, como o tamanho da malha e o passo de carga. Em seguida, utilizaram o método para analisar o comportamento de fissuras em uma viga com um entalhe central na região tracionada, submetida a um ensaio de flexão em três pontos. Em ambas as simulações, as regiões ao redor dos entalhes foram discretizadas de forma refinada, e o caminho de propagação da fissura foi simulado. Os resultados obtidos mostraram boa concordância com dados experimentais e com outros modelos da literatura.

ELEMENTO DE INTERFACE COM ESPESSURA NULA (*zero-thickness interface element*)

Este modelo representa descontinuidades explicitamente, permitindo análises detalhadas de fissuras. Segura e Carol (2010) propuseram uma formulação hidromecânica para simular fissuras no concreto sob pressão de fluido, validada em ensaios de cisalhamento em cunhas de concreto. Durante os testes, a pressão do fluido foi aplicada ao longo da fissura, e a continuidade de crescimento da fissura (*Crack Mouth Opening Displacement - CMOD*) foi monitorada. A formulação numérica foi comparada com os resultados experimentais, mostrando boa concordância em parâmetros como resistência ao cisalhamento, frente da fissura e distribuição de pressão. A validação do modelo foi realizada por meio da reprodução de ensaios da literatura, utilizando elementos de interface com espessura nula para representar o comportamento do entalhe e a propagação da fissura.

Caggiano *et al.* (2017) apresentaram uma teoria constitutiva que associa plasticidade e dano para interfaces com espessura nula, com o objetivo de prever fenômenos de auto-cura dependentes do tempo no concreto. O modelo de material é fundamentado nos conceitos de energia de fratura e leva em consideração a evolução temporal da porosidade do concreto induzida pelo mecanismo de auto-cura. A precisão e consistência do modelo de interface foram demonstradas por meio de comparações entre as previsões do modelo e os resultados experimentais de ensaios de flexão em vigas submetidas a três pontos. Os ensaios foram realizados da abertura da fissura até a falha, tanto antes quanto após a exposição a diferentes condições. Uma ampla gama de testes experimentais foi considerada neste trabalho, tanto para calibração quanto para validação do modelo de interface proposto.

ELEMENTO DE INTERFACE COM ELEVADA RAZÃO DE ASPECTO (*High Aspect Ratio Interface Element - HAR-IE*)

Ainda, na mecânica do contínuo, a TFM, proposta por Sánchez, Manzoli e Guimarães (2014), tem sido amplamente utilizada para modelar fissuras em materiais quase frágeis, sendo aplicada a diversos tipos de concreto, como o convencional, reciclado e de alto desempenho

(RODRIGUES *et al.*, 2016; GIMENES *et al.*, 2020; RODRIGUES *et al.*, 2021). Essa técnica insere elementos de interface com alta razão de aspecto entre os elementos da malha regular, governados por um modelo de dano apropriado. A principal vantagem dessa abordagem é a eliminação da necessidade de algoritmos de *tracking* durante a análise, o que permite simular de forma precisa a formação e propagação de fissuras, especialmente no modo I, tanto em concreto quanto em materiais como solos e rochas (MANZOLI *et al.*, 2016; ZHAN; MESCHKE, 2017; MANZOLI *et al.*, 2018; CLETO *et al.*, 2020). Gimenes *et al.* (2023) propuseram uma extensão da TFM utilizando *condensed HAR-IEs*, o que possibilitou não apenas a propagação de fissuras no modo I, mas também no modo II. As principais vantagens dessa abordagem são:

- Simulação da formação e propagação de múltiplas fissuras sem a necessidade de algoritmos de *tracking*;
- Modelos constitutivos de dano (tração e cisalhamento) simples e independentes, garantindo a dissipação correta de energia associada a cada modo de falha;
- Requerimento de parâmetros físicos do material, comumente obtidos em ensaios de laboratório, para representar o comportamento não linear em tração e compressão.

Portanto, ferramentas numéricas são indispensáveis para a validação de métodos aplicados ao projeto e à análise de estruturas, contribuindo para um entendimento mais aprofundado da formação, propagação e interação de fissuras, além dos mecanismos de falha (SAATCI; VECCHIO, 2009; WU *et al.*, 2020).

1.3 JUSTIFICATIVA

O estudo do comportamento e das falhas em vigas de CA é essencial devido à sua ampla aplicação na Engenharia Civil, particularmente em estruturas que requerem alta confiabilidade e durabilidade. A interação entre a armadura e o concreto, somada à dificuldade de modelar modos de falha com precisão, incluindo mecanismos como cisalhamento-compressão e cisalhamento-tração, e à necessidade de identificar padrões de fissuras detalhados, evidencia a importância de novas abordagens (SAATCI; VECCHIO, 2009; ARAVIND; NAGAJOTHI;

ELAVENIL, 2021; REGE; LEMU, 2017; WU *et al.*, 2020; MARZEC; TEJCHMAN, 2022; CORRADO; VENTURA; CARPINTERI, 2022). Este trabalho avalia uma nova estratégia no âmbito do MEF, visando não apenas compreender e modelar diferentes modos de falha, mas também validar uma ferramenta capaz de identificar fissuras com maior precisão, o que abre possibilidades para futuras aplicações na otimização de projetos estruturais.

A pesquisa contribui diretamente à comunidade científica ao estudar uma nova abordagem para modelagem e simulação de CA, que combina: (i) *condensed HAR-IEs*, (ii) TFM e (iii) EFAs. Essa abordagem destaca-se por sua versatilidade, sendo aplicável a diferentes tipos de concreto tratados como materiais homogêneos em escala macroscópica e bidimensional, bem como a diversas condições estruturais. A análise abrange fatores determinantes dos modos de falha, como a alta taxa de armadura e a relação entre o vão de cisalhamento e a altura efetiva. Além disso, o trabalho explora transições entre falhas por flexão, cisalhamento e esmagamento, considerando variações na taxa de armadura em vigas com as mesmas geometrias e o efeito escala com ρ_l e λ constantes.

A capacidade da técnica de prever com precisão diferentes modos de falha, identificando as condições em que cada um ocorre, aprimora a confiabilidade das análises numéricas. Assim, o estudo não apenas pode preencher lacunas na literatura, mas também impulsiona o desenvolvimento técnico, oferecendo uma base sólida para futuras pesquisas na Engenharia de Estruturas.

As principais contribuições deste trabalho incluem:

- A modelagem realista de modos de falha, como compressão, tração e cisalhamento;
- A visualização detalhada de padrões de fissuras, fundamentais para a compreensão e previsão do desempenho estrutural;
- A integração de modelos constitutivos simples, utilizando parâmetros materiais obtidos facilmente por ensaios experimentais;
- Uma análise eficiente e de baixo custo computacional, contribuindo significativamente para o MEF.

1.4 OBJETIVOS

O objetivo principal deste trabalho é avaliar a aplicabilidade de uma nova modelagem pelo Método dos Elementos Finitos previamente implementado pelo grupo de pesquisa, em escala macroscópica e bidimensional, para representar adequadamente o processo de fissuração do concreto e a interação entre o reforço de aço e o concreto com base nos EFAs.

Dessa forma, a principal contribuição deste estudo consiste na análise da eficácia do modelo em prever o comportamento estrutural de vigas de CA sob diferentes condições de carregamento, geometrias e disposições de armaduras. Os objetivos específicos incluem:

- Avaliar a capacidade de predição do comportamento mecânico de vigas de CA com base em dados experimentais, considerando diferentes geometrias e configurações estruturais;
- Analisar o efeito do tamanho dos elementos finitos na malha, buscando otimizar a precisão e a estabilidade dos resultados numéricos;
- Aprofundar a compreensão sobre o processo de fissuração e os modos de falha em vigas de CA;
- Examinar a interação entre os modos de falha e os fatores que os influenciam;
- Avaliar a capacidade de predição no efeito escala, especificamente em falhas por compressão, dada como a mais complexa, seja por esmagamento do concreto ou cisalhamento-compressão;
- Explorar a correspondência entre os modos de falha, a quantidade de fissuras e o espaçamento entre elas em comparação aos ensaios experimentais da literatura;
- Avaliar a capacidade preditiva do modelo em ensaios de compressão uniaxial na macro-escala.

1.5 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

A dissertação está organizada em quatro capítulos principais. O primeiro, Capítulo 1, trata da contextualização, da relevância do estudo, da revisão bibliográfica e da definição dos objeti-

vos.

No Capítulo 2, são apresentados os componentes essenciais da abordagem de modelagem proposta. Este capítulo detalha a modelagem da matriz de concreto e das armaduras, abordando a formulação por MEF, os modelos constitutivos e a compatibilização entre as malhas não conformes de aço e concreto, considerando as formulações dos EFAs para aderência perfeita e acoplamento não rígido. A metodologia é resumida em um fluxograma para facilitar a compreensão do processo.

No Capítulo 3, são apresentados exemplos numéricos e suas análises. Inicialmente, simulam-se testes de compressão uniaxial para calibrar os parâmetros especificamente do modelo de dano friccional ao cisalhamento, alinhando as resistências à compressão do concreto de alto desempenho (CAD) e convencional aos valores da literatura. Esses parâmetros são aplicados para analisar vigas com diferentes geometrias e taxas de armadura em ensaios de flexão, focando na relação entre o vão de cisalhamento e altura efetiva e seus efeitos nas curvas força vs. deslocamento, padrões de fissuras e modos de falha, como esmagamento do concreto e cisalhamento-compressão. Além disso, com base no Esquema Global dos Modos de Falha, são investigados a influência da taxa de armadura e o efeito escala nas transições entre modos de falha (flexão-cisalhamento-esmagamento). A validação é realizada com dados experimentais de Marzec e Tejchman (2022) sobre α/D e de Corrado, Ventura e Carpinteri (2022) sobre as transições do Esquema Global dos Modos de Falha, garantindo consistência entre resultados numéricos e experimentais.

No Capítulo 4, apresentam-se as conclusões gerais do trabalho, com destaque para a eficácia da estratégia de modelagem proposta na predição dos diferentes modos de falha em vigas de CA. Também são incluídos os trabalhos publicados e os estudos futuros.

Por fim, os Apêndices A e B, apresentam simulações complementares. No Apêndice A, é realizado um comparativo entre os parâmetros de tensão de aderência fornecidos por dois códigos de projeto (*CEB-FIP*, 1993; *CEB-FIB*, 2013). Já o Apêndice B traz um estudo comparativo entre modelos constitutivos: um baseado na teoria da plasticidade e outro em um modelo de dano isotrópico aplicados às barras de aço.

CAPÍTULO 2

MODELAGEM DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO

A modelagem de vigas de concreto armado visa representar o comportamento estrutural sob diferentes condições de carregamento. Para alcançar este objetivo, é necessário considerar as interações entre os materiais constituintes, como o concreto e o aço, e suas respectivas contribuições ao desempenho global da estrutura. O concreto, com sua capacidade de resistir à compressão, e o aço, devido à sua elevada resistência à tração e ductilidade, desempenham papéis complementares que precisam ser devidamente modelados.

Neste contexto, o MEF é uma ferramenta significativamente relevante, pois permite a discretização do domínio contínuo da estrutura em elementos menores para viabilizar a solução numérica das equações diferenciais que governam o comportamento mecânico do sistema. Dessa maneira, o método proporciona uma análise detalhada das tensões, deformações e outros parâmetros estruturais, sendo particularmente eficaz para resolver sistemas complexos. Então, em aplicações como vigas de CA, o MEF divide o domínio de interesse em subdomínios menores, conhecidos como elementos finitos, nos quais os modelos que descrevem o comportamento do material são resolvidos de forma aproximada. Sua formulação baseia-se na interpolação das variáveis de solução através de funções de forma, permitindo a integração eficiente das equações (FISH; BELYTSCHKO, 2007).

A estratégia numérica aqui apresentada avalia uma nova abordagem para a modelagem de

vigas de CA, integrando aspectos que possibilitam não apenas a análise do comportamento estrutural global, mas também a avaliação detalhada dos modos de falha e representação dos padrões de fissuras ao longo da história de carregamento destes elementos estruturais.

Adicionalmente, a modelagem emprega técnicas avançadas de representação do dano no concreto, nas barras e na interação mútua entre esses elementos, incluindo o modelo que relaciona a lei de tensão de aderência vs. deslizamento propostas por *CEB-FIP* (1993). Utilizam-se modelos constitutivos simplificados que consideram tanto a tração quanto o efeito friccional no cisalhamento (GIMENES *et al.*, 2023). Esta abordagem é particularmente eficaz na análise da propagação de fissuras e dos mecanismos que levam à ruptura estrutural. O objetivo é proporcionar uma representação precisa dos fenômenos envolvidos, ao mesmo tempo em que se busca a redução do custo computacional, adotando uma formulação simplificada que trata o concreto como um material homogêneo.

Este capítulo, portanto, detalha os principais componentes da estratégia numérica proposta, além de descrever os passos necessários para a análise e resolução do problema investigado, estabelecendo uma base sólida para a avaliação do comportamento estrutural das vigas modeladas.

2.1 MODELAGEM DO CONCRETO

Nesta seção, são apresentados os componentes de modelagem do concreto utilizados para avaliar a estratégia numérica adotada, com foco em uma abordagem homogênea e bidimensional. A Tabela 2.1 resume as principais técnicas e ferramentas, divididas em duas etapas: a formulação por elementos finitos para o comportamento elástico linear e a análise não linear do concreto associada ao processo de fissuração.

Tabela 2.1: Descrição das técnicas e ferramentas utilizadas para modelagem do concreto.

Formulação por Elementos Finitos (Seção 2.1.1)

Elementos finitos triangulares de três nós convencionais (regulares) para representar o comportamento elástico linear do concreto.

Processo de Fissuração do Concreto (Seções 2.1.2 à 2.1.7)

Técnica de Fragmentação de Malha (TFM): Insere elementos de interface condensados com elevada razão de aspecto (*condensed HAR-IE*), retangulares de quatro nós, entre os elementos regulares.

Elemento de Interface com Elevada Razão de Aspecto (*HAR-IE*): Elementos finitos sólidos triangulares que modelam descontinuidades no campo de deslocamento e representam o comportamento não linear do concreto.

Modelos Constitutivos de Dano:

- *Modo I*: Abertura (dano à tração).
- *Modo II*: Deslizamento (dano friccional ao cisalhamento).

Esquema implícito-explícito (IMPL-EX): Integra simultaneamente os modelos constitutivos de dano.

Condensação Estática: O processo agrupa internamente os *HAR-IEs* em pares triangulares governados pelos modelos constitutivos de dano, originando os *condensed HAR-IEs*.

2.1.1 FORMULAÇÃO POR ELEMENTOS FINITOS

Considere um problema mecânico definido por um domínio Ω que contém uma região contínua e uma região descontínua. A região do domínio Γ é composta por duas partes: a região Γ_u , onde são aplicados deslocamentos prescritos ($\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}}$), e a região Γ_t , onde são aplicadas tensões prescritas ($\bar{\mathbf{t}} = \boldsymbol{\sigma}\mathbf{n}$), sendo $\boldsymbol{\sigma}$ o vetor de tensões e $\mathbf{n}$ o vetor unitário normal orientado para o sentido externo de Γ . O vetor de tensões $\boldsymbol{\sigma}$ é então relacionado às deformações infinitesimais $\boldsymbol{\varepsilon}$, conforme o comportamento constitutivo das regiões do domínio (FISH; BELYTSCHKO, 2007).

Para descrever o campo de deslocamentos no regime bidimensional, a aproximação mais comum é dada pela seguinte relação:

$$\mathbf{u}(\mathbf{X}) \approx \mathbf{N}(\mathbf{X})\mathbf{U} \quad (2.1)$$

onde $\mathbf{u} = [u_x \ u_y]^\top$ é o vetor de deslocamentos no ponto $\mathbf{X} = (x, y)$, $\mathbf{U}$ é o vetor coluna dos deslocamentos nodais e $\mathbf{N}(\mathbf{X})$ é a matriz das funções de forma interpoladoras, dada por:

$$\mathbf{N}(\mathbf{X}) = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & \cdots & N_n & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & \cdots & 0 & N_n \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

onde n representa o número de nós.

A deformação infinitesimal $\boldsymbol{\varepsilon}$ é expressa como:

$$\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{X}) \approx \mathbf{B}(\mathbf{X})\mathbf{U} \quad (2.3)$$

onde as componentes de deformação são organizadas no vetor $\boldsymbol{\varepsilon} = [\varepsilon_{xx} \ \varepsilon_{yy} \ \gamma_{xy}]^\top$, que está relacionado ao vetor de deslocamentos nodais por meio da matriz $\mathbf{B}$, composta pelas derivadas espaciais das funções de forma. Esta matriz é expressa como:

$$\mathbf{B}(\mathbf{X}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & \cdots & \frac{\partial N_n}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial y} & \cdots & 0 & \frac{\partial N_n}{\partial y} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_1}{\partial x} & \cdots & \frac{\partial N_n}{\partial y} & \frac{\partial N_n}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

A relação constitutiva linear elástica entre tensões e deformações, no estado plano de tensões, é expressa por:

$$\boldsymbol{\Sigma} = \mathbb{C}\boldsymbol{\varepsilon} \quad (2.5)$$

onde $\boldsymbol{\Sigma} = [\sigma_{xx} \ \sigma_{yy} \ \tau_{xy}]^\top$ representa o vetor de tensões, e $\mathbb{C}$ é a matriz constitutiva do material,

dada por:

$$\mathbb{C} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

onde E é o módulo de elasticidade longitudinal do material, e ν é o coeficiente de Poisson.

A formulação do problema é baseada na aproximação de Galerkin, onde as funções de forma utilizadas para interpolar os deslocamentos são adotadas como funções ponderadoras. A equação de equilíbrio resultante é dada por:

$$\int_{\Omega} \mathbf{B}^T \boldsymbol{\Sigma} d\Omega = \mathbf{F}^{\text{ext}} \quad (2.7)$$

Substituindo as expressões para as tensões (Equação 2.5) e deformações (Equação 2.3), a equação de equilíbrio assume a forma:

$$\int_{\Omega} \mathbf{B}^T \mathbb{C} \mathbf{B} \mathbf{U} d\Omega = \mathbf{F}^{\text{ext}} \quad (2.8)$$

onde o termo à esquerda define a matriz de rigidez elementar:

$$\mathbf{K}^e = \int_{\Omega^e} \mathbf{B}^T \mathbb{C} \mathbf{B} d\Omega \quad (2.9)$$

Após a montagem global, obtém-se o sistema de equações do problema:

$$\mathbf{K} \mathbf{U} = \mathbf{F}^{\text{ext}} \quad (2.10)$$

onde o vetor de forças externas $\mathbf{F}^{\text{ext}}$ do sistema global resulta da contribuição dos carregamentos distribuídos aplicados no contorno com tração prescrita, sendo calculado por:

$$\mathbf{F}^{\text{ext}} = \int_{\Gamma_t} \mathbf{N}^T \bar{\mathbf{t}} d\Gamma \quad (2.11)$$

Por fim, as tensões $\boldsymbol{\Sigma}(\boldsymbol{\varepsilon})$ são, até aqui, descritas por um modelo elástico linear (Equação

2.7). As extensões para os modelos de dano, por tração e friccional ao cisalhamento, serão abordadas nas próximas seções.

2.1.2 TÉCNICA DE FRAGMENTAÇÃO DE MALHA (TFM)

A TFM, proposta por Sánchez, Manzoli e Guimarães (2014), define potenciais trajetórias de fratura em um meio contínuo, mediante a incorporação dos *HAR-IEs* (detalhes na Seção 2.1.3) entre os elementos regulares do concreto na malha de elementos finitos. Equipados com relações constitutivas baseadas na teoria de dano, esses elementos capturam descontinuidades, com sua cinemática alinhada à teoria de aproximação contínua de descontinuidades fortes (*Continuum Strong Discontinuity Approach - CSDA*) (OLIVER; HUESPE; SÁNCHEZ, 2006).

Nesta investigação, foi adotada uma versão estendida da TFM, conforme proposta por Gimenes *et al.* (2023), para representar o comportamento complexo do concreto sob compressão, onde a utilização do *condensed HAR-IE* (agrupamento interno em dois pares de *HAR-IEs*, cada qual governado por um modelo constitutivo de dano, de tração e friccional ao cisalhamento) foi feita pela primeira vez.

A Figura 2.1 ilustra o processo da TFM, iniciado a partir de uma malha regular de elementos finitos de concreto não estruturada. Essa malha é fragmentada, com os elementos regulares sendo ligeiramente reduzidos para acomodar os elementos de interface (Figura 2.1(a)), considerando a espessura do elemento de interface, correspondente à menor dimensão do *HAR-IE*. Em seguida, os elementos de interface condensados bidimensionais retangulares de quatro nós (*condensed HAR-IEs*) são inseridos no modelo (Figura 2.1(b)), permitindo sua subdivisão interna em duas camadas formadas por dois pares agrupados de elementos triangulares com elevada razão de aspecto (*HAR-IEs*), responsáveis pela análise não linear e pelo processo de fissuração do concreto (Figura 2.1(c)), resultando na configuração final da malha de concreto (Figura 2.2).

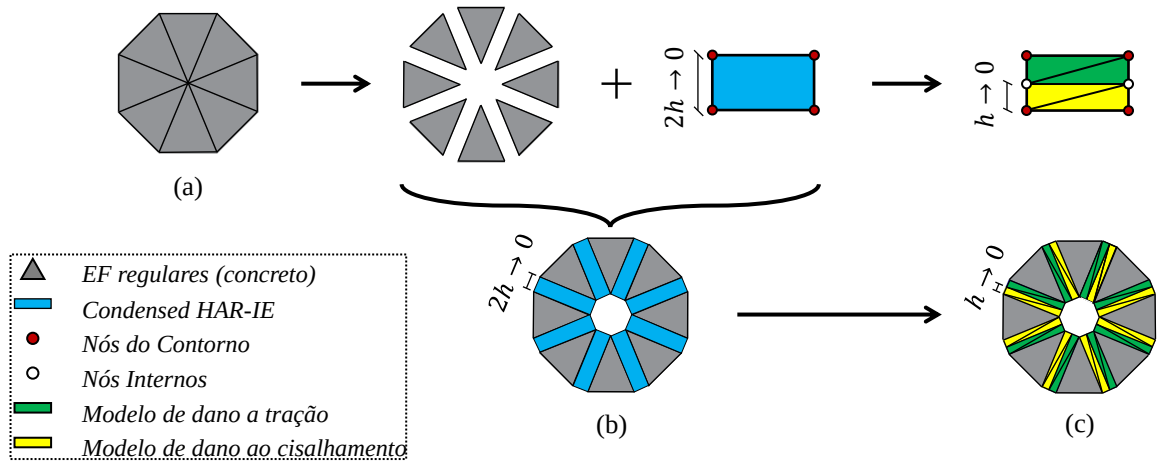


Figura 2.1: Etapas da TFM: (a) redução no tamanho do elemento regular; (b) inserção do *condensed HAR-IE*; (c) subdivisão em duas camadas (adaptado de Gimenes *et al.* (2023)).

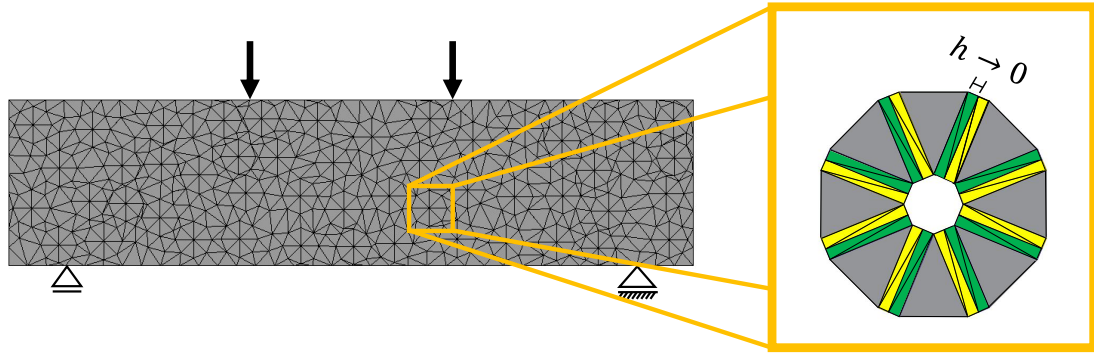


Figura 2.2: Detalhe final da malha regular do concreto fragmentada (TFM).

Conforme ilustrado na Figura 2.6, cada camada é descrita por um modelo constitutivo de dano independente: tração (Seção 2.1.4) e friccional ao cisalhamento (Seção 2.1.5). Esses modelos são integrados por meio do esquema implícito-explicito (IMPL-EX), conforme descrito na Seção 2.1.6. O elemento de interface retangular, denominado *condensed HAR-IE*, é obtido pela aplicação da condensação estática nos nós internos, permitindo que apenas os nós de contorno contribuam para a montagem das matrizes globais (Seção 2.1.7). Esse processo viabiliza a simulação de comportamentos complexos, como falhas por compressão, utilizando modelos simples de dano isotrópico nas interfaces. Além disso, o uso de modelos de dano independentes em cada camada assegura a dissipação precisa de energia associada a cada modo de falha. O comportamento do concreto modelado pelos elementos finitos regulares é descrito por uma lei

constitutiva linear elástica. Portanto, todo processo dissipativo ocorre somente nos elementos de interface.

A principal vantagem da TFM está na sua capacidade de modelar explicitamente tanto a formação quanto a propagação de múltiplas fissuras, além de fissuras curvas arbitrárias, sem a necessidade de algoritmos de *tracking* (CLETO *et al.*, 2020; CLETO *et al.*, 2023; GIMENES *et al.*, 2024).

2.1.3 ELEMENTO DE INTERFACE COM ELEVADA RAZÃO DE ASPECTO (*HAR-IE*)

Considere um sistema de coordenadas (n, s) , onde um elemento finito é representado por um triângulo de base b e altura h , com $b \gg h$, conforme ilustrado na Figura 2.3. Considere também que $h \rightarrow 0$ e, dessa maneira, tal elemento assume uma elevada razão de aspecto dada pela relação b/h (MANZOLI *et al.*, 2012). Portanto, no contexto desse trabalho, o *HAR-IE* será responsável por descrever o comportamento não linear associado ao concreto.

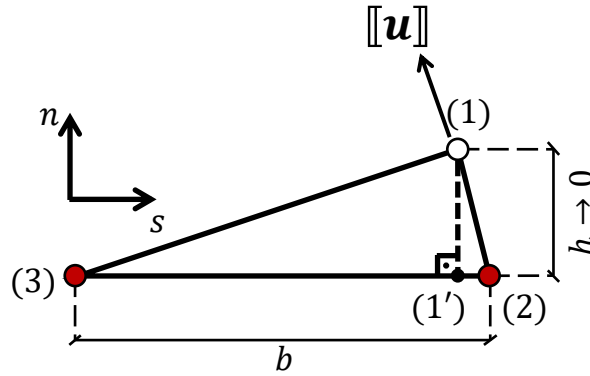


Figura 2.3: Elemento de Interface com Elevada Razão de Aspecto (adaptado Cleto *et al.* (2020)).

A formulação do *HAR-IE*, considera a decomposição do tensor de deformação total ε em duas partes: uma contínua ($\tilde{\varepsilon}$) e uma descontínua ($\hat{\varepsilon}$):

$$\varepsilon = \tilde{\varepsilon} + \hat{\varepsilon} \quad (2.12)$$

A parte contínua, $\tilde{\varepsilon}$, é definida como:

$$\tilde{\varepsilon} = \frac{1}{b} \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2}(u_n^{(3)} - u_n^{(2)}) & 0 \\ \frac{1}{2}(u_n^{(3)} - u_n^{(2)}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Enquanto a parte descontínua, $\hat{\varepsilon}$, é expressa como:

$$\hat{\varepsilon} = \frac{1}{h} \begin{bmatrix} \llbracket u \rrbracket_n & \frac{1}{2}\llbracket u \rrbracket_s & 0 \\ \frac{1}{2}\llbracket u \rrbracket_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

O termo $\llbracket \mathbf{u} \rrbracket$ representa o salto de deslocamento ao longo da interface, com componentes normal $\llbracket u \rrbracket_n = u_n^{(1)} - u_n^{(1')}$ e tangencial $\llbracket u \rrbracket_s = u_s^{(1)} - u_s^{(1')}$, correspondendo ao deslocamento relativo entre o nó 1 e sua projeção na base do elemento 1' (Figura 2.3).

O tensor de deformações geral da parte descontínua ($\hat{\varepsilon}$) é dado por:

$$\hat{\varepsilon} = \frac{1}{h} (\mathbf{n} \otimes \llbracket \mathbf{u} \rrbracket)^s \quad (2.15)$$

onde $\otimes$ é o produto diádico entre a direção normal $\mathbf{n}$ e o salto de deslocamento $\llbracket \mathbf{u} \rrbracket$, e s indica a parte simétrica. Essa formulação permite representar adequadamente as discontinuidades no campo de deslocamento (CSDA) (OLIVER; HUESPE; SÁNCHEZ, 2006).

2.1.4 MODELO DE DANO À TRAÇÃO

Acerca dos modelos constitutivos de dano, o modelo de dano à tração (representado na Figura 2.4) é utilizado para descrever a propagação de fissuras em Modo-I em materiais quase frágeis, como o concreto.

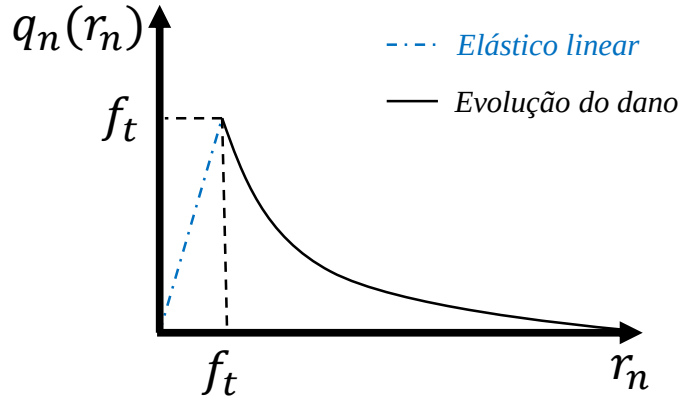


Figura 2.4: Representação do modelo de dano à tração (adaptado Gimenes *et al.* (2023)).

Este modelo emprega um escalar de dano $d_n \in [0, 1]$, que degrada os componentes do vetor de tensões efetivas $\bar{\sigma}$, resultando no vetor de tensões nominais σ .

A formulação baseia-se na tensão efetiva, que representa o estado de tensão no material intacto sem influência de dano. Na região danificada, as tensões nominais são definidas por uma relação que depende do estado de tração ou compressão. Assim, o modelo é expresso pela seguinte equação:

$$\Sigma(\varepsilon) = \begin{cases} \bar{\sigma}, & \text{se } \bar{\sigma}_{nn} \leq 0 \\ (1 - d_n)\bar{\sigma}, & \text{se } \bar{\sigma}_{nn} > 0 \end{cases} \quad (2.16)$$

onde $\bar{\sigma}_{nn}$ representa a componente normal da tensão efetiva. Para estados de compressão ($\bar{\sigma}_{nn} \leq 0$), não há degradação, e o material permanece intacto. Já para estados de tração ($\bar{\sigma}_{nn} > 0$), a degradação é controlada pelo fator $(1 - d_n)$, que reduz a rigidez do material proporcionalmente à variável escalar de dano d_n .

Assume-se o princípio da equivalência de deformações, de modo que a deformação no material danificado seja equivalente à do material intacto. A relação constitutiva para o material danificado é dada por $\sigma = (1 - d_n)\bar{\sigma}$, onde d_n varia de 0 (material intacto) a 1 (totalmente danificado).

O critério de degradação do material avalia o estado atual da tensão efetiva em relação à resistência do material. Esse critério é expresso por $\bar{\phi}_n = \bar{\sigma}_{nn} - r_n \leq 0$, em que $\bar{\sigma}_{nn}$ é o

componente normal da tensão efetiva e r_n é uma variável interna que registra o maior valor atingido por $\bar{\sigma}_{nn}$ durante o carregamento, iniciando com $r_n = f_t$, onde f_t é a resistência à tração do material.

A evolução do dano é governada por uma lei de abrandamento exponencial que descreve a degradação do material ao longo do tempo. A variável d_n é dada por:

$$d_n(r_n) = 1 - \frac{q_n(r_n)}{r_n} \quad (2.17)$$

onde a variável interna do tipo deformação pode ser expressa:

$$q_n(r_n) = f_t e^{\mathcal{A}h\left(1 - \frac{r_n}{f_t}\right)} \quad (2.18)$$

onde $\mathcal{A}$ é o parâmetro de abrandamento relacionado à energia da fratura G_f , definido como $\mathcal{A} = f_t^2 / (EG_f)$, sendo E o módulo de elasticidade do concreto e h a espessura do elemento.

As equações principais do modelo de dano à tração são resumidas na Tabela 2.2.

Tabela 2.2: Equações principais do modelo de dano à tração

Descrição	Equação
Relação constitutiva	$\boldsymbol{\sigma} = (1 - d_n) \bar{\boldsymbol{\sigma}}$
Tensão efetiva	$\bar{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbb{C} \boldsymbol{\varepsilon}$
Critério de dano	$\bar{\phi}_n = \bar{\sigma}_{nn} - r_n \leq 0$
Variável interna de deformação	$r_n = \max[\bar{\sigma}_{nn}, f_t]$
Variável interna de tensão	$q_n(r_n) = f_t e^{\mathcal{A}h\left(1 - \frac{r_n}{f_t}\right)}$
Evolução do dano	$d_n(r_n) = 1 - \frac{q_n(r_n)}{r_n}$

O dano é iniciado quando $\bar{\sigma}_{nn}$ atinge o valor f_t . Durante o carregamento, o valor de d_n aumenta progressivamente, até que o material atinja a condição de completa degradação, representada por $d_n = 1$. O comportamento de abrandamento exponencial, associado à dissipação de energia durante o crescimento das fissuras, é apresentado na Figura 2.4, mencionada anteriormente para melhor visualização.

Para facilitar tanto a implementação computacional quanto a interpretação física do modelo

de dano à tração (modo I), utiliza-se a notação de Voigt para o estado plano de tensões. Adota-se, ainda, o sistema de coordenadas locais (n, s) , normal e tangencial à interface, conforme ilustrado na Figura 2.3. Ao expandir as componentes da relação constitutiva (incluindo a definição de tensão efetiva) apresentadas na Tabela 2.2, e assumindo que a degradação afeta todas as componentes de tensão, obtém-se a seguinte relação entre as tensões reais e as tensões efetivas:

$$\begin{pmatrix} \sigma_{nn} \\ \sigma_{ss} \\ \sigma_{ns} \end{pmatrix} = (1 - d_n) \begin{pmatrix} \bar{\sigma}_{nn} \\ \bar{\sigma}_{ss} \\ \bar{\sigma}_{ns} \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

onde d_n é a variável escalar de dano, e σ_{nn} , σ_{ss} , σ_{ns} representam as componentes reais de tensão na interface. Note-se que, nesse modelo, todas as componentes de rigidez são degradadas pela mesma variável d_n , representando a perda de resistência do material sob tração normal. O comportamento no modo II, associado ao cisalhamento tangencial, será tratado na próxima seção.

A tensão efetiva, por sua vez, está relacionada à deformação por meio da matriz constitutiva $\mathbb{C}$:

$$\begin{pmatrix} \bar{\sigma}_{nn} \\ \bar{\sigma}_{ss} \\ \bar{\sigma}_{ns} \end{pmatrix} = \mathbb{C} \begin{pmatrix} \varepsilon_{nn} \\ \varepsilon_{ss} \\ \gamma_{ns} \end{pmatrix} \quad (2.20)$$

sendo ε_{nn} , ε_{ss} e γ_{ns} os componentes da deformação na interface, em notação de Voigt. A matriz $\mathbb{C}$ corresponde ao estado plano de tensões já apresentada na Equação 2.6.

2.1.5 MODELO DE DANO FRICCIONAL AO CISALHAMENTO

O modelo de dano isotrópico do tipo Coulomb é utilizado para descrever o comportamento de deslizamento nas interfaces, representando o processo de falha no Modo II. Esse modelo considera o dano como uma degradação progressiva das componentes de cisalhamento (direção s , conforme indicado na Figura 2.3) do vetor de tensões efetivas, e é apresentado na Figura 2.5. A degradação é controlada por uma variável escalar de dano $d_s \in [0, 1]$, associada exclusivamente

às componentes de cisalhamento.

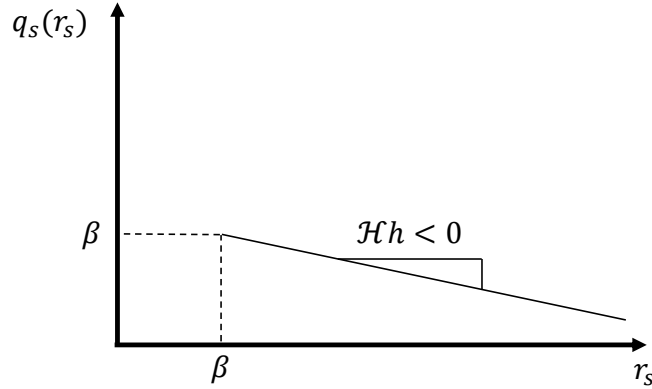


Figura 2.5: Representação do modelo de dano friccional ao cisalhamento (adpatado de Gimenes *et al.* (2023)).

A relação constitutiva é representada em notação vetorial de Voigt, assumindo que a degradação do material ocorre apenas na direção tangencial (modo II). Dessa forma, as componentes normais permanecem inalteradas, e apenas a componente de cisalhamento é afetada pela variável escalar de dano d_s , resultando na seguinte expressão:

$$\begin{pmatrix} \sigma_{nn} \\ \sigma_{ss} \\ \sigma_{ns} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{\sigma}_{nn} \\ \bar{\sigma}_{ss} \\ 0 \end{pmatrix} + (1 - d_s) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \bar{\sigma}_{ns} \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

onde σ_{nn} e σ_{ss} são as componentes normais da tensão real na interface, σ_{ns} é a componente tangencial (cisalhamento), e $\bar{\sigma}_{nn}$, $\bar{\sigma}_{ss}$, $\bar{\sigma}_{ns}$ são as respectivas componentes das tensões efetivas. A variável d_s representa o dano tangencial e degrada apenas a rigidez na direção de cisalhamento.

A variável interna do tipo deformação, r_s , é definida por:

$$r_s = \max [\|\bar{\sigma}_{ns}\| + \theta \bar{\sigma}_{nn}(k), \beta] \quad (2.22)$$

onde $\bar{\sigma}_{ns}$ é a componente de cisalhamento, $\bar{\sigma}_{nn}(k)$ é a tensão normal na iteração k , θ é o parâmetro de atrito que regula a influência da tensão normal $\sigma_{nn} \leq 0$, dependente do ângulo ϕ , e β é o valor inicial da coesão do material. A variável r_s corresponde ao valor máximo entre a soma

das tensões de cisalhamento e normal, garantindo que o material sofra dano apenas ao atingir o valor crítico β .

A variável $q_s(r_s)$, do tipo tensão, é dada por:

$$q_s(r_s) = \beta + \mathcal{H}h(r_s - \beta) \quad (2.23)$$

onde $\mathcal{H} < 0$ é o parâmetro intrínseco da lei de abrandamento linear, controlando a taxa de *softening* do material. A variável h é uma regularização baseada na espessura do elemento de interface, podendo se relacionar à dissipação de energia no Modo II. A variável $q_s(r_s)$ representa uma evolução da tensão interna ao longo do processo de carregamento.

A evolução do dano $d_s(r_s)$ é expressa por:

$$d_s(r_s) = 1 - \frac{q_s(r_s)}{r_s} \quad (2.24)$$

onde o dano se desenvolve com base na variável r_s , relacionada à evolução da deformação. Quando $q_s(r_s)$ atinge o valor de r_s , o dano atinge seu valor máximo ($d_s = 1$).

A formulação do modelo de dano ao cisalhamento é resumida na Tabela 2.3 representando de forma precisa a evolução do dano por cisalhamento nas interfaces.

Tabela 2.3: Equações principais do modelo de dano friccional ao cisalhamento

Descrição	Equação
Relação constitutiva	$\begin{Bmatrix} \sigma_{nn} \\ \sigma_{ss} \\ \sigma_{ns} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{\sigma}_{nn} \\ \bar{\sigma}_{ss} \\ 0 \end{Bmatrix} + (1 - d_s) \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \bar{\sigma}_{ns} \end{Bmatrix}$
Tensão efetiva	$\bar{\sigma} = \mathbb{C}\epsilon$
Critério de dano	$\bar{\phi}_s = \ \bar{\sigma}_{ns}\ + \theta\bar{\sigma}_{nn} - r_s \leq 0$
Variável interna do tipo deformação	$r_s = \max [\ \bar{\sigma}_{ns}\ + \theta\bar{\sigma}_{nn}(k), \beta]$
Variável interna do tipo tensão	$q_s(r_s) = \beta + \mathcal{H}h(r_s - \beta)$
Evolução do dano	$d_s(r_s) = 1 - \frac{q_s(r_s)}{r_s}$

2.1.6 ALGORITMO DE INTEGRAÇÃO IMPLÍCITO-EXPLÍCITO (IMPL-EX)

Os modelos constitutivos de dano utilizam o esquema de integração implícito-explicito (IMPL-EX), proposto por Oliver, Huespe e Cante (2008) e Prazeres *et al.* (2016), que atualiza explicitamente o vetor de tensões nominais a cada passo de pseudotempo, aumentando a robustez e precisão do modelo.

A principal vantagem deste algoritmo é sua capacidade de garantir convergência em uma única iteração, o que resulta em uma redução significativa do custo computacional em comparação com o esquema implícito tradicional. A seguir, detalham-se as etapas do esquema IMPL-EX (Tabela 2.4), conforme as formulações dos critérios de dano à tração propostos por Manzoli *et al.* (2019) e adaptados para o modelo de dano friccional ao cisalhamento de Gimenes *et al.* (2023).

Acerca da Tabela 2.4, as deformações no passo $(n + 1)$ são calculadas, e o vetor de tensões efetivas $\bar{\sigma}_{nn(n+1)}$ é determinado no item 2. A variável interna $r_{(n+1)}$ é atualizada conforme o critério de carregamento/descarregamento no item 4. A partir da extrapolação linear explícita (item 5), é calculado $\tilde{r}_{(n+1)}$, o que possibilita o cálculo das variáveis de dano $\tilde{d}_{t(n+1)}$ (para tração) e $\tilde{d}_{s(n+1)}$ (para cisalhamento), conforme o item 6. A evolução do dano é tratada com base nas leis exponenciais e lineares para tração e cisalhamento, respectivamente. Finalmente, o vetor de tensões efetivas $\sigma_{(n+1)}$ e o operador tangente algorítmico $\tilde{\mathbb{C}}_{(n+1)}^{\text{tan}}$ são atualizados nos itens 7 e 8, com a degradação sendo aplicada separadamente às componentes normais e de cisalhamento do vetor de tensões.

2.1.7 ELEMENTO DE INTERFACE CONDENSADO COM ELEVADA RAZÃO DE ASPECTO (*condensed HAR-IE*)

A condensação estática é uma técnica utilizada para reduzir os graus de liberdade antes da montagem das matrizes de rigidez nos elementos finitos (FISH; BELYTSCHKO, 2007). Neste estudo, os *HAR-IEs*, inicialmente formulados com um único par de elementos internos ($h \rightarrow 0$) (CLETO *et al.*, 2020), foram estendidos para dois pares ($2h \rightarrow 0$), resultando nos *condensed HAR-IEs*, conforme proposto por Gimenes *et al.* (2023).

Tabela 2.4: Descrição das etapas do algoritmo de integração IMPL-EX para os modelos de dano à tração e friccional ao cisalhamento

Entrada	$\varepsilon_{(n+1)}, r_{(n-1)}, r_{(n)}, \mathbb{C}, \alpha, \beta, \mathcal{A}, \mathcal{H}$
1	Transformar o vetor de tensões aparentes: Obter suas componentes segundo o sistema de coordenadas locais (n, s) .
2	Cálculo das tensões efetivas: $\bar{\sigma}_{(n+1)} = \mathbb{C} \varepsilon_{(n+1)}$
3	Cálculo da tensão equivalente: <i>Tração:</i> $\bar{\sigma}_{eq(n+1)} = \bar{\sigma}_{nn(n+1)}$ <i>Cisalhamento:</i> $\bar{\sigma}_{eq(n+1)} = \ \bar{\sigma}_{ns(n+1)}\ + \theta \bar{\sigma}_{nn(n+1)}$
4	Cálculo da variável interna: $\varphi(\bar{\sigma}_{(n+1)}) = \bar{\sigma}_{eq(n+1)} - r_{(n)}$ Se $\bar{\sigma}_{eq(n+1)} \leq r_{(n)} \Rightarrow r_{(n+1)} = r_{(n)}$ Se $\bar{\sigma}_{eq(n+1)} > r_{(n)} \Rightarrow r_{(n+1)} = \bar{\sigma}_{eq(n+1)}$
5	Extrapolação da Variável Interna: $\Delta r_n = r_{(n)} - r_{(n-1)}$ $\tilde{r}_{(n+1)} = r_{(n)} + \frac{\Delta r_n}{\Delta t_n} \Delta t_{(n+1)}$
6	Atualização da Variável de Dano: <i>Lei Exponencial (Tração):</i> $\tilde{q}_{(n+1)} = q_{(n)} e^{\mathcal{A} \left(1 - \frac{\tilde{r}_{(n+1)}}{q_{(n)}}\right)}$ <i>Dano Atualizado (Tração):</i> $\tilde{d}_{(n+1)} = 1 - \frac{\tilde{q}_{(n+1)}}{\tilde{r}_{(n+1)}}$ <i>Lei Linear (Cisalhamento):</i> $\tilde{q}_{\sigma_{ns}}(\tilde{r}_{(n+1)}) = \beta + \mathcal{H}h(\tilde{r}_{(n+1)} - \beta)$ <i>Dano Atualizado (Cisalhamento):</i> $\tilde{d}_{\sigma_{ns}}(\tilde{r}_{(n+1)}) = \frac{\tilde{r}_{(n+1)} - \tilde{q}_{\sigma_{ns}}}{\tilde{r}_{(n+1)} - \theta \bar{\sigma}_{nn}}$
7	Cálculo do Vetor de Tensões Atual: $\tilde{\sigma}_{(n+1)} = (1 - \tilde{d}_{(n+1)}) \mathbb{C} \varepsilon_{(n+1)}$
8	Cálculo da Matriz Constitutiva Tangente: $\tilde{\mathbb{C}}_{(n+1)}^{\text{tang}} = \frac{\partial \tilde{\sigma}_{(n+1)}}{\partial \varepsilon_{n+1}} = (1 - \tilde{d}) \mathbb{C}$
Saída	$r_{(n+1)}, \tilde{\sigma}_{(n+1)}, \tilde{\mathbb{C}}_{(n+1)}^{\text{tang}}$

Essa nova formulação foi desenvolvida para capturar com precisão os processos de falha em concreto armado, especialmente sob compressão, ao integrar modelos constitutivos de dano à tração e friccional ao cisalhamento. Os mecanismos de fratura são representados de forma detalhada, abrangendo tanto a propagação de fissuras no modo-I (abertura) quanto o modo-II (deslizamento), promovendo uma análise mais eficiente do comportamento não linear do concreto.

A Figura 2.6 ilustra a descrição completa do *condensed HAR-IE*. A técnica de condensação foi aplicada a elementos de interface retangulares de quatro nós (Figura 2.6(a)), subdivididos internamente em dois pares agrupados de elementos triangulares, cada um governado pelos modelos de dano independentes referenciados (Figura 2.6(b)).

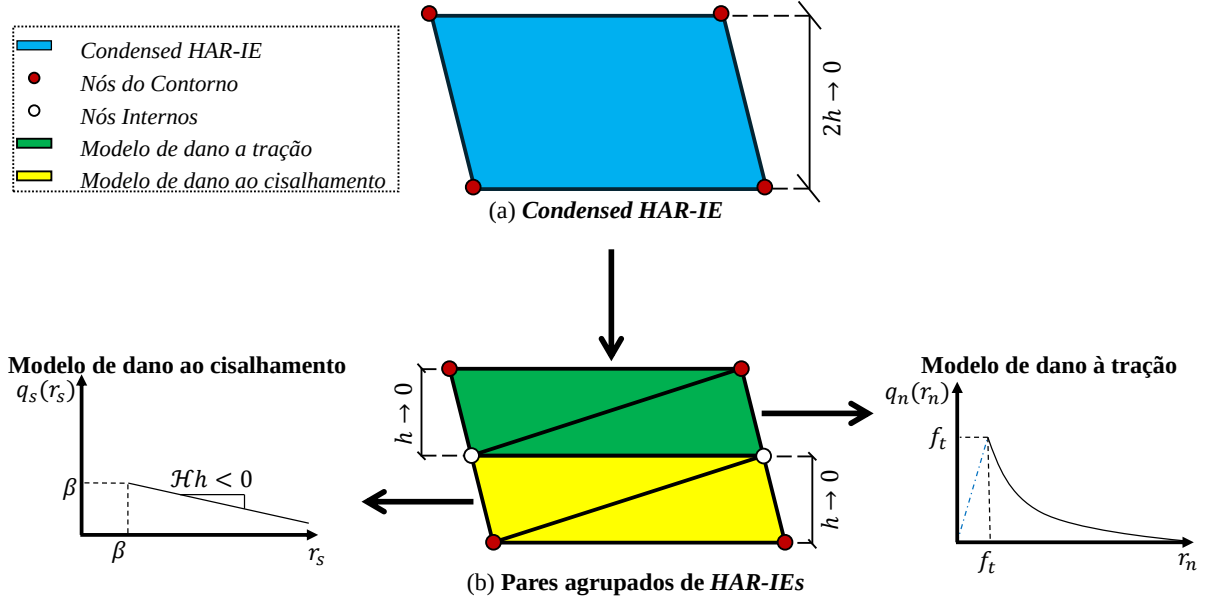


Figura 2.6: Representação do (a) *condensed HAR-IE* (b) subdivididos internamente em dois pares triangulares de *HAR-IEs* governados por modelos de dano à tração e ao cisalhamento (adaptado de Gimenes *et al.* (2023)).

Assim, o vetor de forças internas referentes ao elemento de interface condensado é definido como:

$$\mathbf{f}_{\text{int}}^{CE}(\mathbf{u}^{CE}) = \bigwedge_{e=1}^{n_{CE}} \int_{\Omega_e} \mathbf{B}^{e\top} \boldsymbol{\Sigma}(\mathbf{B}^e \mathbf{u}^e) d\Omega_e \quad (2.25)$$

onde n_{CE} é a quantidade de elementos internos que compõem o elemento de interface conden-

sado, sendo $n_{CE} = 4$ para o caso bidimensional. A matriz $\mathbf{B}^{e\top}$ representa as derivadas das funções de forma, transposta, utilizada para relacionar os deslocamentos nodais do elemento interno ao vetor de deformações no domínio Ω_e . Já $\Sigma(\mathbf{B}^e \mathbf{u}^e)$ representa o tensor de tensões, calculado de acordo com o modelo constitutivo aplicado ao elemento interno, considerando dano por tração ou cisalhamento. Por fim, o operador $\bigwedge_{e=1}^{n_{CE}}$ indica a soma das contribuições integradas de todos os elementos internos.

No contexto da condensação estática, ocorre a partição do vetor de forças internas conforme:

$$\mathbf{f}_{\text{int}}^{CE} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_{\text{int}(b)}^{CE}(\mathbf{u}_b, \mathbf{u}_i) \\ \mathbf{f}_{\text{int}(i)}^{CE}(\mathbf{u}_b, \mathbf{u}_i) \end{Bmatrix} \quad (2.26)$$

sendo que a condição de equilíbrio interno garante que:

$$\mathbf{f}_{\text{int}(i)}^{CE}(\mathbf{u}_b, \mathbf{u}_i) = 0 \quad (2.27)$$

Para satisfazer essa condição, os deslocamentos internos $\mathbf{u}_i$ são determinados utilizando um procedimento iterativo, como o método de Newton-Raphson, assegurando a convergência da solução.

A forma em taxa da Equação (2.26) pode ser escrita matricialmente como:

$$\begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{f}}_{\text{int}(b)} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{bb} & \mathbf{K}_{bi} \\ \mathbf{K}_{ib} & \mathbf{K}_{ii} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{u}}_b \\ \dot{\mathbf{u}}_i \end{Bmatrix} \quad (2.28)$$

onde $\mathbf{K}_{bb}$, $\mathbf{K}_{bi}$, $\mathbf{K}_{ib}$ e $\mathbf{K}_{ii}$ são submatrizes da matriz de rigidez completa, particionadas em relação aos graus de liberdade dos nós do contorno (b) e internos (i) (ver Figura 2.6).

Eliminando os graus de liberdade internos por condensação estática, a matriz de rigidez equivalente do elemento condensado é obtida como:

$$\tilde{\mathbf{K}} = \mathbf{K}_{bb} - \mathbf{K}_{bi} \mathbf{K}_{ii}^{-1} \mathbf{K}_{ib} \quad (2.29)$$

Substituindo na Equação (2.28), o vetor de forças internas é reduzido para:

$$\dot{\mathbf{f}}_{\text{int}(b)} = \tilde{\mathbf{K}} \dot{\mathbf{u}}_b \quad (2.30)$$

Esse procedimento elimina os graus de liberdade internos, mantendo apenas os nós do contorno na formulação final. A condensação estática apresenta vantagens, como a simplificação computacional na etapa de montagem de matrizes, garantindo maior eficiência na simulação de fenômenos de fratura em concreto. Além disso, o método de Newton-Raphson localmente aplicado assegura a consistência na integração das leis constitutivas, permitindo a análise precisa de processos de falha complexos.

2.2 MODELAGEM DAS ARMADURAS

As armaduras de aço são representadas por elementos de treliça (*truss elements*) conforme a Figura 2.7, considerando um modelo elastoplástico perfeito para simplificar a análise numérica.

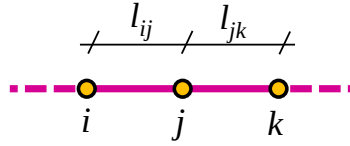


Figura 2.7: Elementos finitos de barras de aço.

2.2.1 MODELO CONSTITUTIVO ELASTOPLÁSTICO

O modelo elastoplástico perfeito com encruamento isotrópico linear é amplamente utilizado em análises numéricas devido à sua simplicidade e eficácia na representação do comportamento das barras de aço em estruturas de concreto armado. As barras são modeladas como elementos uniaxiais, com propriedades definidas pelo módulo de elasticidade E_s e pela tensão de escoamento σ_y . Assumindo plasticidade perfeita, o módulo de encruamento do aço $\mathcal{K}$ é nulo ($\mathcal{K} = 0$), resultando em uma tensão constante $\sigma = \sigma_y$ após o escoamento como ilustrado na Figura 2.8 (CHEN; HAN, 2007).

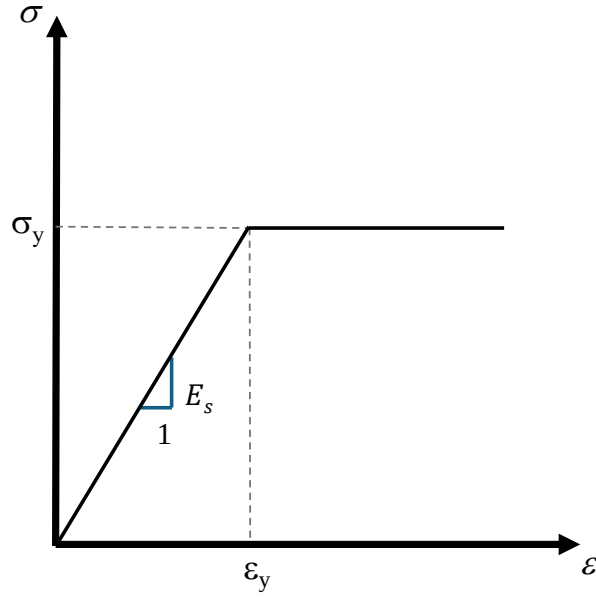


Figura 2.8: Modelo elastoplástico assumindo plasticidade perfeita (adaptado de Chen e Han (2007)).

A relação tensão-deformação no regime plástico é dada por:

$$\sigma = \sigma_y + \mathcal{K} \varepsilon_p \quad (2.31)$$

onde σ é a tensão, σ_y é a tensão de escoamento, $\mathcal{K}$ é o módulo de encruamento, e ε_p é a deformação plástica acumulada. Para $\mathcal{K} > 0$, ocorre endurecimento (*hardening*), e para $\mathcal{K} < 0$, amolecimento (*softening*), com aumento ou diminuição da tensão, respectivamente.

No regime elástico, a relação tensão-deformação é linear, dada por:

$$\sigma = E_s \varepsilon, \quad \text{para } |\sigma| < \sigma_y \quad (2.32)$$

onde σ é a tensão axial, E_s é o módulo de elasticidade e ε é a deformação axial. Nesse regime, a tensão aumenta linearmente com a deformação, conforme a lei de Hooke.

2.3 INTERAÇÃO ENTRE A ARMADURA E O CONCRETO

A interação aço-concreto é fundamental na análise de estruturas de concreto armado, especialmente para prever com precisão o comportamento global dos elementos estruturais. A relação tensão de aderência vs. deslizamento (*CEB-FIP*, 1993) afeta diretamente a transferência de esforços entre as barras de aço e o concreto, impactando a rigidez e a deformação das estruturas. Estudos demonstram que a inclusão dessa relação no modelo numérico melhora significativamente a capacidade preditiva, especialmente em estruturas sujeitas a esforços elevados ou próximas da ruptura (NABILAH *et al.*, 2020).

Neste trabalho, a análise de vigas de CA adota a hipótese de aderência perfeita para as armaduras de cisalhamento e o modelo que relaciona as tensões de aderência vs. deslizamento, com base nas premissas do código de projeto (*Model Code*, MC-90), conforme estabelecido por *CEB-FIP* (1993), para as armaduras longitudinais (acoplamento não rígido).

Assim, a inclusão do modelo de tensão de aderência vs. deslizamento com base nas leis propostas pelo *CEB-FIP* (1993) em simulações numéricas contribui para análises mais realistas, impactando diretamente o dimensionamento e a otimização das estruturas, ao evitar superestimação da rigidez e subestimação das deformações, como destacado por Nabilah *et al.* (2020). Esses avanços possibilitam o estudo do comportamento de diferentes configurações estruturais, levando à proposição de soluções mais eficientes e seguras.

2.3.1 ELEMENTO FINITO DE ACOPLAMENTO (EFA)

A compatibilização de malhas não conformes por meio de EFAs foi proposto por Bitencourt *et al.* (2015). Desde então, o EFA tem sido aplicado no acoplamento de estruturas geológicas e meios porosos (MANZOLI *et al.*, 2021; CAMARGO *et al.*, 2022), no acoplamento entre concreto e armaduras de aço (BITENCOURT *et al.*, 2018; SIQUEIRA *et al.*, 2023), e na modelagem de problemas de contato friccional (MANZOLI *et al.*, 2022), entre outros.

Neste estudo, utilizam-se EFAs triangulares de quatro nós para acoplar os elementos finitos regulares de concreto aos seus respectivos elementos finitos de armadura, descritos por malhas independentes. A Figura 2.9 ilustra o esquema de acoplamento em uma malha 2D, composta por elementos triangulares de concreto e elementos lineares de armadura (treliças), visualizados

por meio da sobreposição entre as duas malhas. Nessa abordagem, para cada nó de armadura é considerado um nó acoplado C_{node} . Na Figura 2.9, o nó j é posteriormente integrado ao EFA correspondente, posicionado sobre o elemento de concreto subjacente. O C_{node} exibe uma força de interação aço-concreto resultante de uma tensão de aderência (cisalhamento) τ na área da interface da barra de armadura próxima. Essa área de influência ($A_{C_{node}}$) é determinada pelo comprimento de influência l_j , que é a média das distâncias entre o nó j e seus nós adjacentes do elemento de armadura linear, $l_j = (l_{ij} + l_{jk})/2$. Assim, $A_{C_{node}}$ é dado por $A_{C_{node}} = Pl_j$, onde P é o perímetro da barra de armadura.

Este processo de acoplamento é realizado para todos os nós de armadura, representando adequadamente a interação entre o concreto e o aço, garantindo a compatibilidade entre seus campos de deslocamento. Além disso, a adição dos EFAs não introduz graus de liberdade adicionais, sendo possível modelar tanto uma situação de aderência perfeita quanto acoplamento não rígido (BITENCOURT *et al.*, 2015).

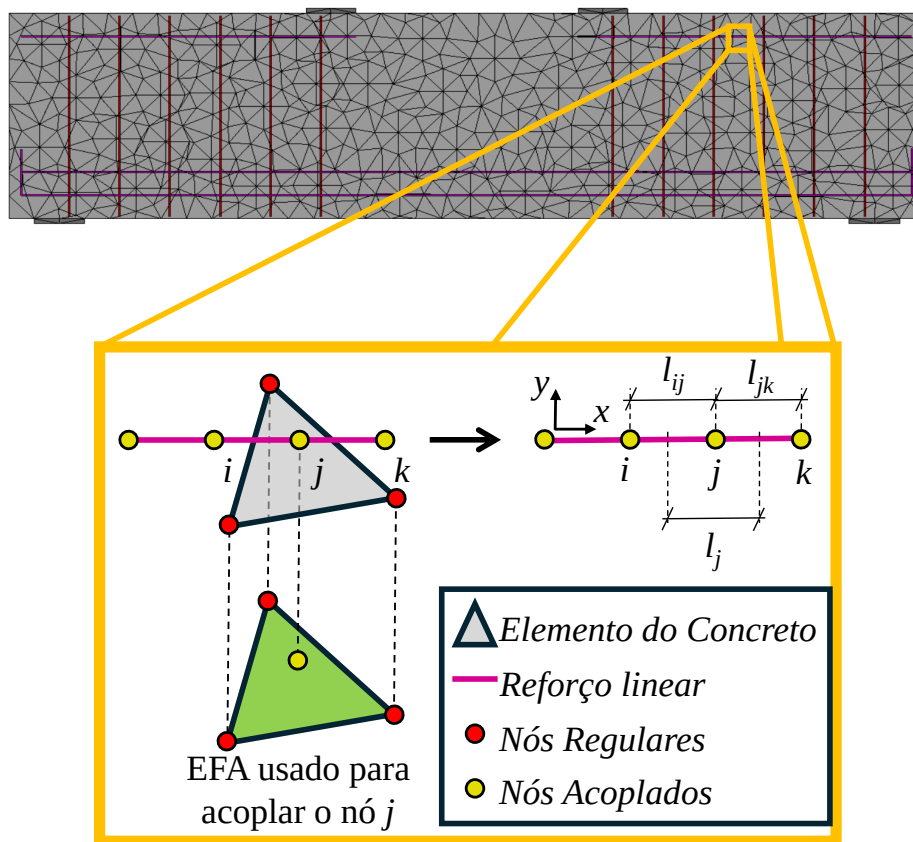


Figura 2.9: Acoplamento de um elemento de armadura linear (*truss*) ao respectivo elemento de concreto 2D por meio do EFA (adaptado de Bitencourt *et al.* (2015)).

A contribuição estimada de cada componente pode ser adicionada ao vetor global de forças internas F_{int} e à matriz de rigidez K , conforme mostrado nas Equações 2.33 e 2.34:

$$F^{int} = A_{e=1}^{nel\Omega^C} F_{e,\Omega^C}^{int} + A_{e=1}^{nel\Omega^B} F_{e,\Omega^B}^{int} + A_{e=1}^{nel\Omega^{CFE}} F_{e,\Omega^{CFE}}^{int} \quad (2.33)$$

$$K = A_{e=1}^{nel\Omega^C} K_{e,\Omega^C} + A_{e=1}^{nel\Omega^B} K_{e,\Omega^B} + A_{e=1}^{nel\Omega^{CFE}} K_{e,\Omega^{CFE}} \quad (2.34)$$

Em ambas as equações, A é o operador padrão de montagem de elementos finitos, enquanto Ω^C , Ω^B e Ω^{CFE} correspondem ao concreto, barras de armadura e EFAs, respectivamente.

A Figura 2.10(a) apresenta as leis que relacionam tensão de aderência vs. deslizamento, enquanto a Figura 2.10(b) ilustra os acoplamentos rígido e não rígido na interação aço-concreto. No caso de aderência perfeita, assume-se uma relação elástica linear entre a força de reação e o deslocamento relativo. A aderência perfeita pode então ser abordada por meio de um método de penalidade, atribuindo-se altos valores à constante elástica $\tilde{C}$.

No cenário de acoplamento não rígido, o fenômeno complexo de deslizamento entre as armaduras longitudinais e o concreto é modelado por um modelo constitutivo de dano adequado, formulado para fornecer a curva de tensão de aderência vs. deslizamento descrita por *CEB-FIP* (1993), relacionando a tensão de aderência τ e o deslizamento s ao deslocamento relativo entre a armadura de aço e o concreto (Figura 2.10). Os parâmetros τ_{bu} , τ_{br} , s_1 , s_2 e γ do *CEB-FIP* (1993) dependem da condição de confinamento do concreto, do tipo de barra de aço (lisa ou nervurada), das condições de aderência dessas barras e também da resistência à compressão f'_c do concreto.

Para simplificação, assume-se que a armadura transversal está perfeitamente aderida, enquanto a interação da armadura longitudinal com o concreto é regida pela lei de tensão de aderência-deslizamento.

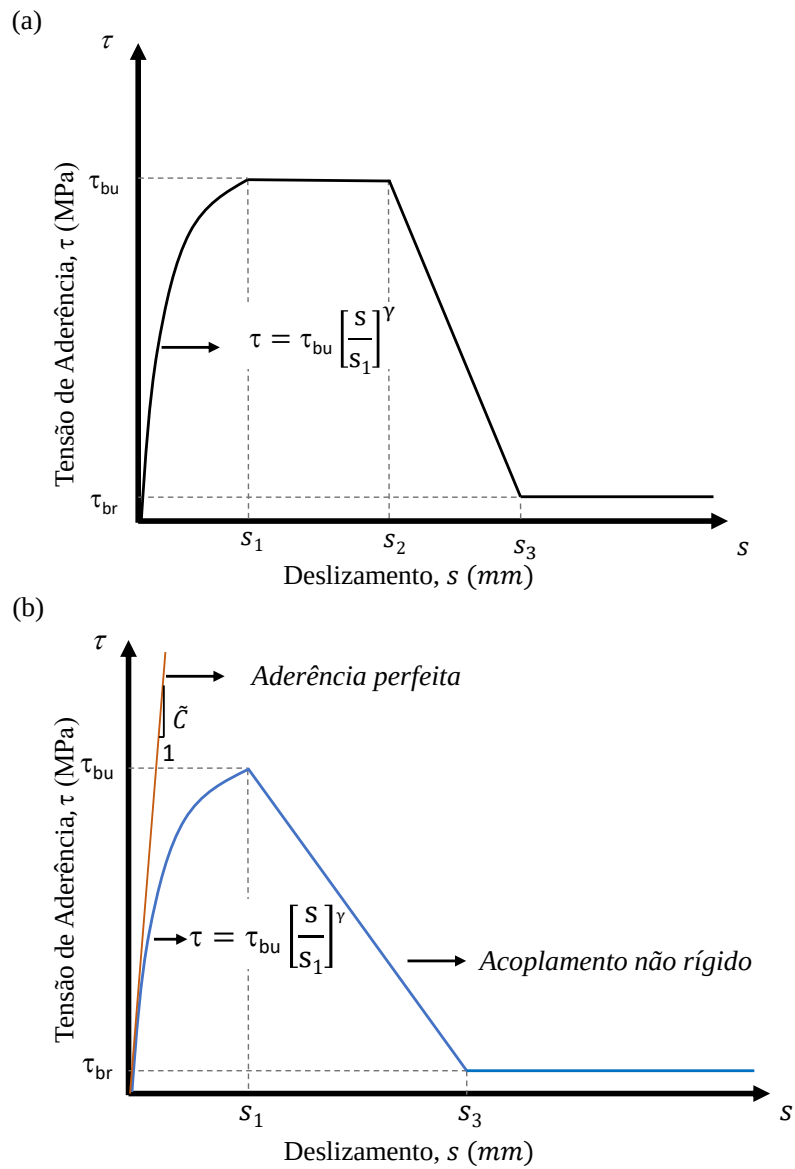


Figura 2.10: (a) Curva tensão de aderência vs. deslizamento (adaptado de *CEB-FIP* (1993)) e (b) representação da aderência perfeita (armadura transversal) e do acoplamento não rígido (armadura longitudinal).

2.3.2 ADERÊNCIA PERFEITA

As formulações apresentadas dos EFAs são baseadas nos trabalhos de Bitencourt *et al.* (2015) e Trindade *et al.* (2020).

A aderência perfeita da armadura transversal e do concreto pode ser representada por uma

relação elástica linear entre a força de reação, $\mathbf{F}$, e o deslocamento relativo, $[\![\mathbf{U}]\!]$:

$$\mathbf{F} = \mathbb{C}_{\text{int}}[\![\mathbf{U}]\!] \quad (2.35)$$

onde $\mathbb{C}_{\text{int}}$ é a matriz de constantes elásticas da interface armadura-concreto. A aderência perfeita é obtida por meio do método de penalização, assumindo valores elevados para os coeficientes da matriz $\mathbb{C}_{\text{int}}$.

$$\mathbb{C}_{\text{int}} = \begin{bmatrix} \tilde{C} & 0 \\ 0 & \tilde{C} \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

O deslocamento relativo $[\![\mathbf{U}]\!]$ é tomado como a diferença entre o deslocamento do nó acoplado ($\mathbf{D}_{nn+1}$) e o deslocamento do ponto material $\mathbf{X}_C$, que é calculado por meio das funções de forma $\bar{\mathbf{N}}_i$ ($i = 1 : nn$) do elemento finito de concreto, como segue:

$$\mathbf{F}([\![\mathbf{U}]\!]) = \mathbb{C}_{\text{int}}[\![\mathbf{U}]\!] = \mathbb{C}_{\text{int}}(\mathbf{D}_{nn+1} - \sum_i^{nn} \bar{\mathbf{N}}_i(\mathbf{X}_C) \mathbf{D}_i) \quad (2.37)$$

A Eq. 2.37 é reescrita como:

$$\mathbf{F}([\![\mathbf{U}]\!]) = \mathbb{C}_{\text{int}} \mathbf{B}_e \mathbf{D}_e \quad (2.38)$$

onde $\mathbf{B}_e = [-\bar{\mathbf{N}}_1(\mathbf{X}_C) \quad -\bar{\mathbf{N}}_2(\mathbf{X}_C) \quad \dots \quad -\bar{\mathbf{N}}_{nn}(\mathbf{X}_C) \quad \mathbf{I}]$ e $\mathbf{I}$ é a matriz identidade.

Assim, o vetor de forças internas $\mathbf{F}_{e,\Omega^{CFE}}^{\text{int}}$ (apresentado na Eq. 2.33) e a matriz de rigidez $\mathbf{K}_{e,\Omega^{CFE}}$ (apresentada na Eq. 2.34) do EFA são escritos como:

$$\mathbf{F}_{e,\Omega^{CFE}}^{\text{int}} = \mathbf{B}_e^T \mathbf{F}([\![\mathbf{U}]\!]) = \mathbf{B}_e^T \mathbb{C}_{\text{int}} \mathbf{B}_e \mathbf{D}_e \quad (2.39)$$

$$\mathbf{K}_{e,\Omega^{CFE}} = \frac{\partial \mathbf{F}_{e,\Omega^{CFE}}^{\text{int}}}{\partial \mathbf{D}_e} = \mathbf{B}_e^T \mathbb{C}_{\text{int}} \mathbf{B}_e \quad (2.40)$$

2.3.3 ACOPLAMENTO NÃO RÍGIDO

Para o acoplamento não rígido considerado nas armaduras longitudinais, a Equação 2.35 passa a ser governada por um modelo de dano para descrever o comportamento relacionado à tensão de aderência vs. deslizamento, o qual relaciona as forças de interação, $\mathbf{f}$, e os deslocamentos relativos, $\llbracket \mathbf{u} \rrbracket$, de acordo com um sistema de coordenadas local (x, y) , no qual x corresponde à direção longitudinal, conforme mostrado na Figura 2.9, de modo que $\mathbf{f} = \mathbf{R}\mathbf{F}$ e $\llbracket \mathbf{u} \rrbracket = \mathbf{R}\llbracket \mathbf{U} \rrbracket$, onde $\mathbf{R}$ corresponde à matriz de rotação ortogonal entre os sistemas de referência global (X, Y) e local (x, y) .

2.3.4 RELAÇÃO ENTRE TENSÃO DE ADERÊNCIA-DESLIZAMENTO

A força de interação f_{xj} no nó acoplado j (Figura 2.9) na direção longitudinal x é dada por:

$$f_{xj} = \tau(\llbracket u_{xj} \rrbracket) A_{C_{node}} \quad (2.41)$$

onde, $A_{C_{node}} = Pl_j$, P é o perímetro da barra longitudinal, l_j é a influência do comprimento do nó acoplado, $\llbracket u_{xj} \rrbracket$ é o deslocamento relativo relacionado ao deslizamento longitudinal e $\tau(\llbracket u_{xj} \rrbracket)$ é a tensão de aderência (cisalhamento) fornecida pelo modelo de dano de aderência-deslizamento.

O deslocamento relativo transversal, $\llbracket u_{yj} \rrbracket$, permanece impedido pelo método de penalização. Portanto, a força de interação f_{yj} na direção transversal y é expressa como:

$$f_{yj} = \tilde{C} \llbracket u_{yj} \rrbracket A_{C_{node}} \quad (2.42)$$

2.3.5 MODELO DE DANO DE TENSÃO DE ADERÊNCIA-DESLIZAMENTO

As principais equações do modelo de dano usadas para descrever o comportamento que relaciona a tensão de aderência vs. deslizamento estão apresentadas na Tabela 2.5.

Tabela 2.5: Principais equações para o modelo de dano de tensão de aderência-deslizamento

Relação constitutiva	$\tau = (1 - d)\bar{\tau}$
Tensão efetiva	$\bar{\tau} = k \llbracket u_x \rrbracket$
Critério de dano	$\bar{\phi} = \ \bar{\tau}\ - r \leq 0$
Variável interna tipo deformação	$r = \max[\bar{\tau}]$
Evolução do dano	$d(r) = 1 - \frac{q(r)}{r}$

Na Tabela 2.5, k é a rigidez elástica e $d \in [0, 1]$ é a variável escalar de dano. Para descrever o comportamento de aderência-deslizamento da Figura 2.10, a variável interna tipo tensão q está relacionada à variável interna tipo deformação r , de acordo com a seguinte lei de endurecimento/abrandamento:

$$q(r) = \begin{cases} \tau_{max} \left(\frac{r/c_x}{s_1} \right)^\gamma & \text{se } 0 \leq r/k \leq s_1 \\ \tau_{max} - \frac{(\tau_{max} - \tau_f)(r/c_x - s_1)}{s_2 - s_1} & \text{se } s_1 \leq r/k \leq s_2 \\ \tau_f & \text{se } r/k > s_2 \end{cases} \quad (2.43)$$

2.4 FLUXOGRAMA DA METODOLOGIA

A estratégia avaliada para a análise numérica das vigas de CA por meio do MEF é ilustrada no fluxograma da Figura 2.11, que segmenta o processo em três etapas principais:

1. Pré-processamento:

- Concepção da malha de elementos finitos (EF) regulares do concreto com definição das condições de contorno;
- (*) TFM para inserção dos *condensed HAR-IE* entre os EF regulares do concreto;
- De forma independente, geração da malha de EF de barras (armaduras);
- (*) Compatibilidade entre malhas não conformes dos EF de barras de aço com os EF regulares de concreto por meio dos EFAs;

2. Análise não linear em EF;

3. Pós-processamento:

- Visualização dos modos de falha, padrões de fissuras e representação de danos por tração e friccional ao cisalhamento nas vigas simuladas.

A Figura 2.11 apresenta as etapas do processo, desde o pré-processamento até o pós-processamento, destacando o fluxo de trabalho. Os passos 1(*) e 2 utilizam códigos internos implementados no MATLAB[®], enquanto os demais itens do passo 1 e o passo 3 são realizados no programa comercial GiD[®].

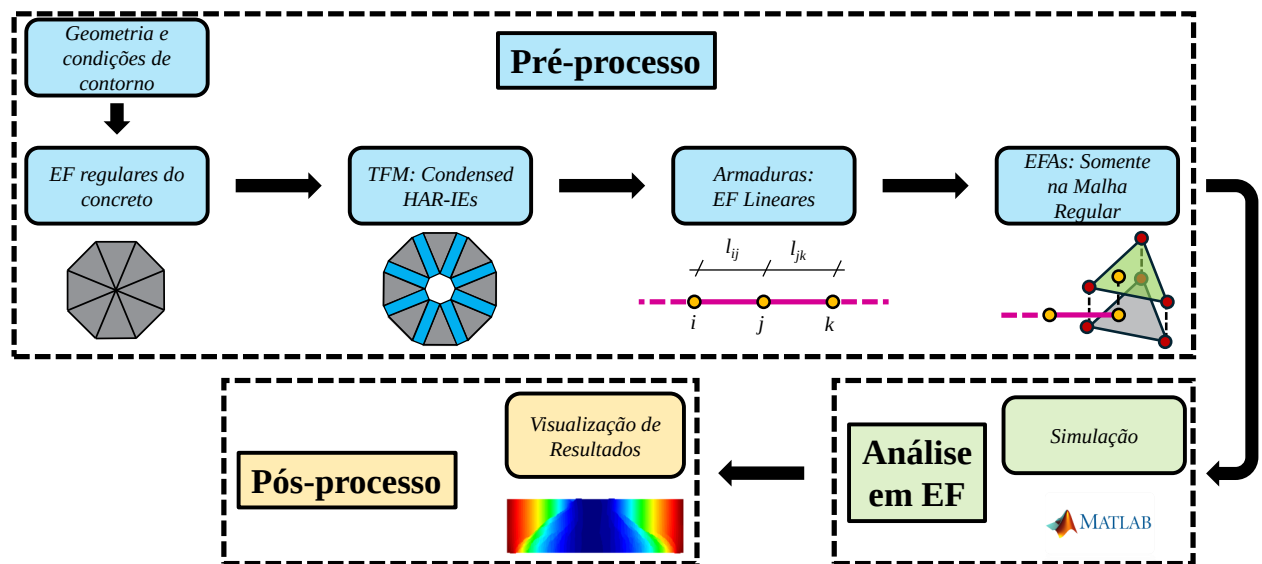


Figura 2.11: Segmentação para análise em MEF da nova estratégia numérica proposta, do pré-processamento ao pós-processamento.

CAPÍTULO 3

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Inicialmente, a calibração dos modelos de dano requer a determinação prévia dos parâmetros do concreto, especialmente aqueles relacionados ao cisalhamento (Seção 3.1). Para isso, a metodologia utiliza ensaios de compressão uniaxial para a calibração desses parâmetros, utilizando CAD para as vigas com altas taxas de armadura longitudinal (Seção 3.2) e concreto convencional para vigas com baixas taxas (Seção 3.3).

Na Seção 3.2, são realizadas simulações numéricas em vigas com ρ_l alto, que apresentam modos de falha complexos, caracterizados por múltiplas fissuras de tração e mecanismos complexos de esmagamento, influenciados pela relação entre o vão de cisalhamento e a altura efetiva (MARZEC; TEJCHMAN, 2022).

Na Seção 3.3, são apresentados dois cenários em vigas com baixos valores de ρ_l , com base no Esquema Global dos Modos de Falha (Seção 1.1.2). Na Seção 3.3.1, analisa-se o impacto do aumento da taxa de armadura nos modos de falha para uma geometria constante, destacando a transição de flexão com escoamento da armadura para falha por cisalhamento, representada pela seta azul na Figura 1.10. De forma semelhante, a Seção 3.3.2 aborda a transição entre os modos de falha flexão-cisalhamento-esmagamento, considerando o efeito escala para uma ρ_l constante, indicada pela seta amarela na Figura 1.10 (CORRADO; VENTURA; CARPINTERI, 2022).

3.1 TESTE DE COMPRESSÃO UNIAXIAL EM CORPO DE PROVA CÚBICO

Os modelos numéricos foram calibrados com os parâmetros do concreto fornecidos experimentalmente por Marzec e Tejchman (2022) e Corrado, Ventura e Carpinteri (2022). As simulações numéricas 2D foram realizadas utilizando amostras cúbicas, por simplificação e em conformidade com a literatura, de $100 \times 100 \times 100 \text{ mm}^3$ e $150 \times 150 \times 150 \text{ mm}^3$, com o objetivo de determinar os parâmetros ϕ (ângulo de atrito), β (coesão) e $\mathcal{H}$ (abrandamento) do modelo friccional ao cisalhamento. A resistência à compressão f_c foi calculada a partir da resistência cúbica f_{cub} pela relação $f_c \approx 0,8 f_{\text{cub}}$ (RINCON *et al.*, 2022) ou $f_c \approx 0,85 f_{\text{cub}}$ (CORRADO; VENTURA; CARPINTERI, 2022).

Para as vigas com CAD e alta taxa de armadura longitudinal (Seção 3.2), os ensaios de compressão uniaxial em corpos de prova cilíndricos de 100 mm de diâmetro forneceram os seguintes parâmetros experimentais: coeficiente de Poisson $\nu = 0,2$, módulo de elasticidade $E = 34 \text{ GPa}$, resistência à compressão $f_c = 58 \text{ MPa}$, resistência à tração $f_t = 3,00 \text{ MPa}$ e energia de fratura à tração $G_f = 100 \text{ N/m}$ (MARZEC; TEJCHMAN, 2022).

Para as vigas com concreto convencional e baixa taxa de armadura (Seção 3.3), os parâmetros experimentais foram obtidos a partir de ensaios de compressão uniaxial em corpos de prova cúbicos de $150 \times 150 \times 150 \text{ mm}^3$. Esses parâmetros incluem: coeficiente de Poisson $\nu = 0,2$, módulo de elasticidade $E = 29,60 \text{ GPa}$, resistência à compressão $f_c = 47 \text{ MPa}$, resistência à tração $f_t = 3,50 \text{ MPa}$ e energia de fratura à tração $G_f = 173,00 \text{ N/m}$ (CORRADO; VENTURA; CARPINTERI, 2022).

A resistência cúbica do concreto f_{cub} foi determinada por simulação numérica como 72 MPa para as vigas com alta taxa de armadura e 47 MPa para as com baixa taxa de armadura. Os principais parâmetros utilizados nas simulações para os diferentes tipos de concreto estão detalhados na Tabela 3.1.

Tabela 3.1: Parâmetros numéricos do concreto utilizados no modelo

Parâmetros	$f_{\text{cubic}} = 72 \text{ MPa}$	$f_{\text{cubic}} = 47 \text{ MPa}$
Resistência à tração f_t (MPa)	3,00	3,50
Módulo de elasticidade E (GPa)	34,00	29,60
Energia de fratura à tração G_f (N/m)	100,00	173,00
$\mathcal{H}$ (mm^{-1})	-0,003	-0,004
Coesão β (MPa)	14,00	9,00
Ângulo de atrito ϕ ($^\circ$)	35	31
Coeficiente de Poisson ν	0,2	0,2
Resistência à compressão f_c (MPa)	58,00	40,00
Corpo de Prova (mm^3)	$100 \times 100 \times 100$	$150 \times 150 \times 150$

A Figura 3.1 ilustra a geometria e as curvas associadas ao corpo de prova cúbico com dimensões de $100 \times 100 \times 100 \text{ mm}^3$. Assume-se um modelo 2D com tensão plana, discretizado por uma malha não estruturada de elementos finitos com tamanho de elemento de 3 mm. Os elementos azuis representam chapas de aço, enquanto os elementos cinzas representam a matriz de concreto (Figura 3.1(a)). Condições de baixo atrito foram aplicadas nas interfaces entre as chapas de aço e o concreto para reproduzir as condições experimentais (VLIET; MIER, 1996; ZHOU *et al.*, 2020; GIMENES *et al.*, 2023).

A Figura 3.1(b) mostra a amostra deformada com fissuras bem definidas e o modo de falha, ampliada por um fator de 10. Já a Figura 3.1(c) apresenta os deslocamentos na direção x , nos quais os valores obtidos no canto superior esquerdo e inferior direito da amostra são semelhantes, cerca de 1,10 mm. Apesar da ausência de um parâmetro explícito de dilatação local para descrever a variação de volume sob deformações de cisalhamento, esse comportamento é evidente na resposta macroscópica devido à combinação dos modelos de dano.

Para comparação, a Figura 3.1(d) apresenta a curva numérica de tensão vs. deformação junto com as curvas experimental (ZHOU *et al.*, 2020) e teórica (WEE; CHIN; MANSUR, 1996). As curvas numérica e teórica (WEE; CHIN; MANSUR, 1996) são significativamente semelhantes, atingindo o objetivo que é a resistência à compressão $f_{\text{cubic}} = 72 \text{ MPa}$, e ficando entre as curvas experimentais CAD-II (67 MPa) e CAD-III (88 MPa) de Zhou *et al.* (2020).

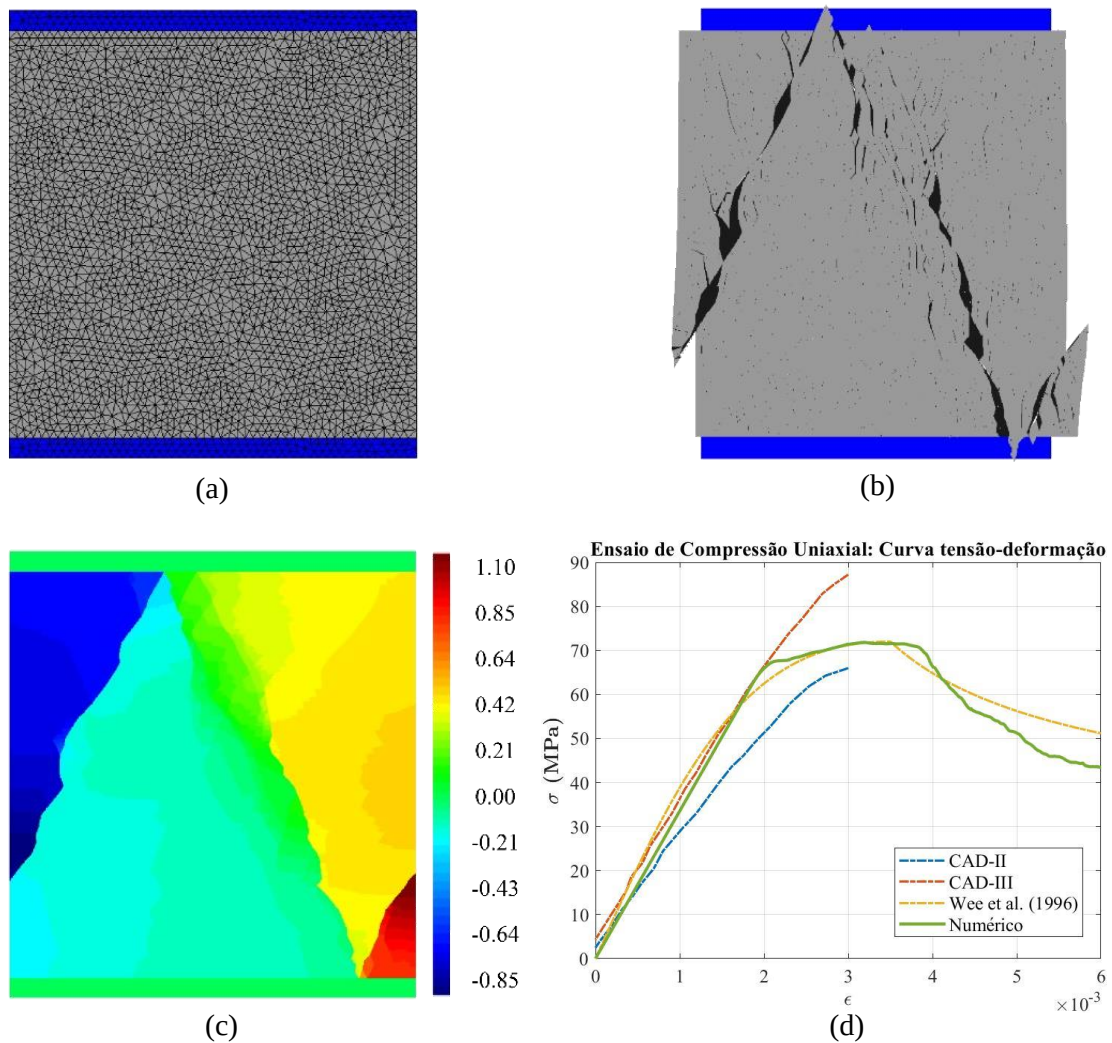


Figura 3.1: Ensaio de compressão uniaxial para concreto de alto desempenho (CAD) utilizando um corpo de prova cúbico ($100 \times 100 \times 100 \text{ mm}^3$): (a) malha não estruturada não deformada com tamanho de 3 mm, (b) malha deformada (fator 10x) no pós-pico, (c) deslocamentos na direção x em mm, e (d) curvas numéricas, experimentais e teóricas de tensão vs. deformação.

Da mesma maneira, a simulação numérica do corpo de prova cúbico $150 \times 150 \times 150 \text{ mm}^3$ é apresentada na Figura 3.1, mostrando: (a) a malha não estruturada no estado inicial, (b) a malha deformada no estado pós-pico, (c) o campo de deslocamentos na direção x , e (d) a curva tensão vs. deformação, que indica uma resistência à compressão de $f_{\text{cubic}} = 47 \text{ MPa}$, próxima ao valor teórico reportado por Wee, Chin e Mansur (1996), além de apresentar trajetória semelhante.

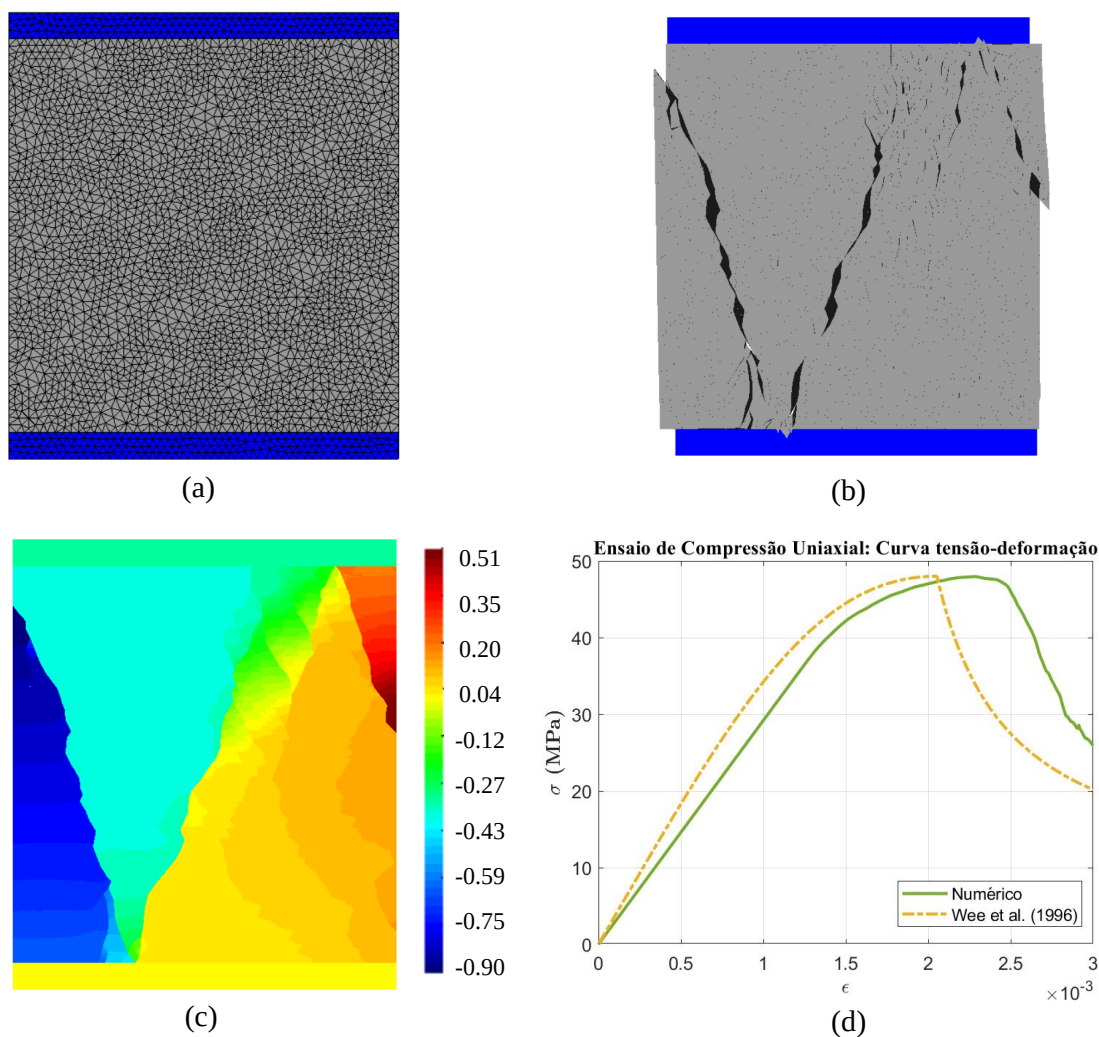


Figura 3.2: Ensaio de compressão uniaxial para concreto convencional utilizando um corpo de prova cúbico ($150 \times 150 \times 150 \text{ mm}^3$): (a) malha não estruturada não deformada com tamanho de 3 mm, (b) malha deformada (fator 10x) no pós-pico, (c) deslocamentos na direção x em mm, e (d) curva numérica tensão vs. deformação.

3.2 INFLUÊNCIA DA RELAÇÃO ENTRE O VÃO DE CISALHAMENTO E A ALTURA EFETIVA

Após a caracterização da curva tensão-deformação do concreto, foi realizada a simulação de uma série de vigas com alta taxa de armadura testadas experimentalmente por Marzec e Tejchman (2022). As vigas foram divididas em dois grupos: Série 3 e Série 4 (as características geométricas e os detalhes das armaduras estão descritos nas Seções 3.2.1, que também inclui

a análise de convergência de malha, e 3.2.2, respectivamente). O primeiro grupo estuda a influência do vão de cisalhamento α (Figura 3.5), enquanto o segundo avalia a influência da altura efetiva D (Figura 3.20), analisando o impacto da relação α/D nos modos de falha das vigas.

O ensaio de compressão uniaxial em corpos de prova cúbicos (Seção 3.1) foi realizado para determinar os parâmetros que resultam em uma curva tensão vs. deformação semelhante à de referência (com carga de pico $f_c = 58$ MPa) (WEE; CHIN; MANSUR, 1996; ÖZTEKIN; PUL; HÜSEM, 2016; MARZEC; TEJCHMAN, 2022; ZHOU *et al.*, 2020). Esses parâmetros foram aplicados nas simulações numéricas das vigas de concreto armado testadas experimentalmente por Marzec e Tejchman (2022).

As simulações foram realizadas em escala macroscópica e bidimensional sob a hipótese de estado plano de tensões, utilizando malhas não estruturadas para o concreto. As cargas foram aplicadas sob controle de deslocamento, com incrementos de 0,02 mm (análise de deslocamento na Seção 3.2.1) no nó correspondente ao ponto de deflexão das vigas. A Figura 3.3 apresenta as malhas não estruturadas utilizadas nas vigas da Série 3.

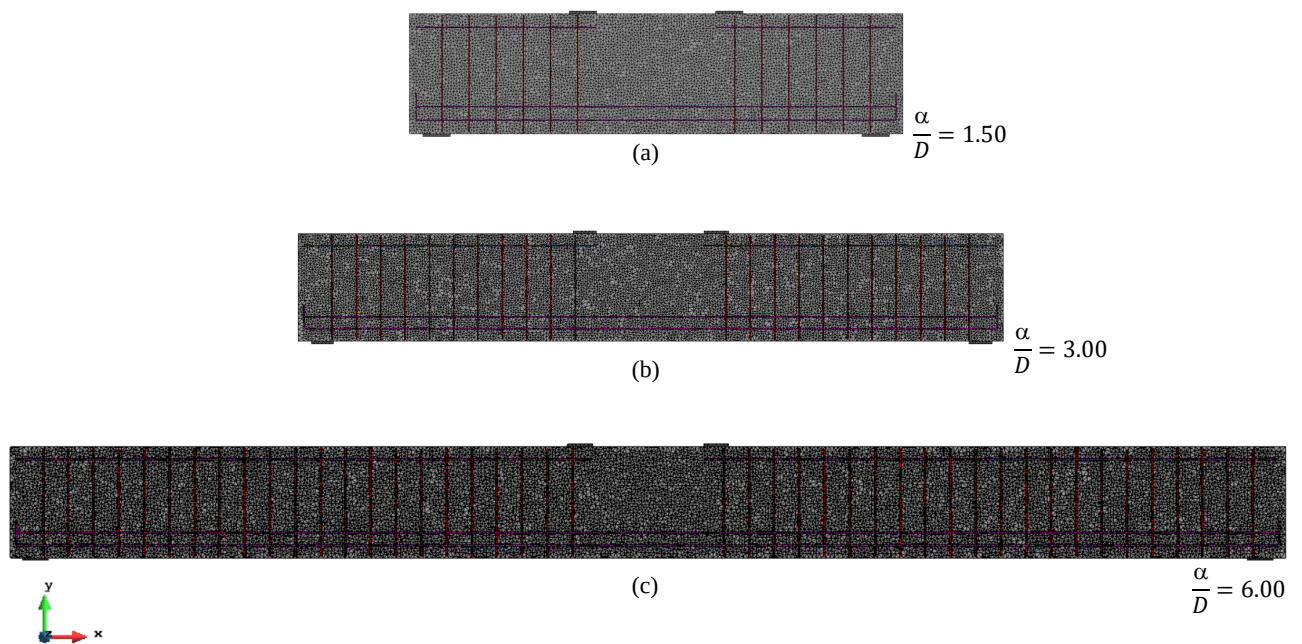


Figura 3.3: Malhas não estruturadas de concreto com tamanho médio dos elementos de 12,5 mm para as vigas da Série 3: (a) S3D36A54 ($\alpha/D = 1,50$), (b) S3D36A108 ($\alpha/D = 3,00$) e (c) S3D36A216 ($\alpha/D = 6,00$).

A Figura 3.4 apresenta as malhas não estruturadas de concreto para as vigas da Série 4.

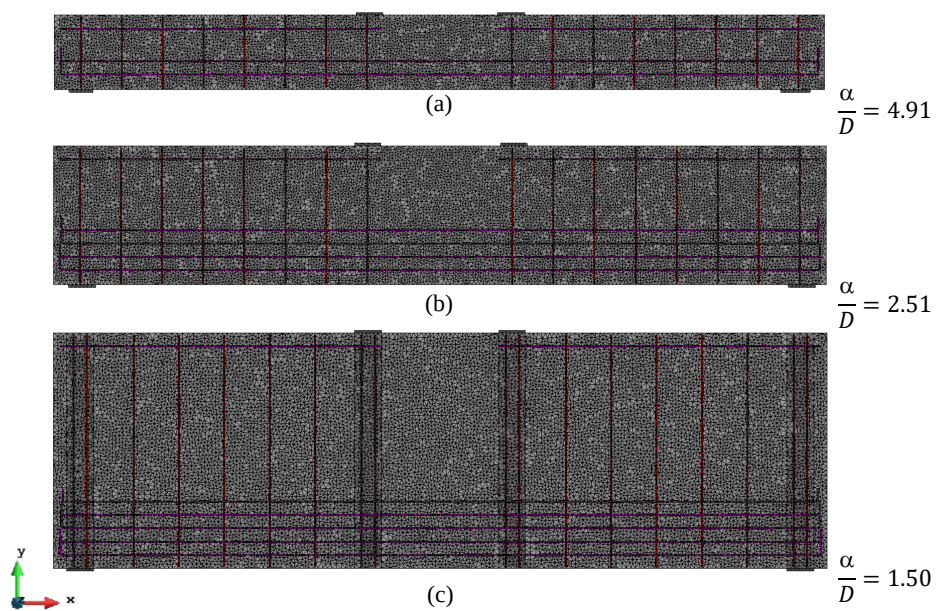


Figura 3.4: Malhas não estruturadas de concreto com tamanho médio dos elementos de 12,5 mm para as vigas da Série 4: (a) S4D22A108 ($\alpha/D = 4,91$), (b) S4D43A108 ($\alpha/D = 2,51$) e (c) S4D72A108 ($\alpha/D = 1,50$).

As características das malhas para as vigas das Séries 3 e 4 estão apresentadas nas Tabelas 3.2 e 3.3, respectivamente.

Tabela 3.2: Características das malhas de concreto das vigas de concreto armado da Série 3

Viga	S3D36A54	S3D36A108	S3D36A216
Relação (α/D)	1,50	3,00	6,00
Elementos Triangulares	13497	19628	25332
EFAs	1628	2824	5360
Elementos Retangulares	20001	29173	37625
Elementos Lineares	814	1412	2680
Total de Nós	41201	60228	78628
Total de Elementos	35940	53037	70997

Tabela 3.3: Características das malhas de concreto das vigas de concreto armado da Série 4

Viga	S4D22A108	S4D43A108	S4D72A108
Relação (α/D)	4,91	2,51	1,50
Elementos Triangulares	12307	23200	28864
EFA's	2000	3580	5256
Elementos Retangulares	18206	34533	43031
Elementos Lineares	1000	1790	2628
Total de Nós	37843	71316	89145
Total de Elementos	33513	63103	79779

3.2.1 INFLUÊNCIA DO VÃO DE CISALHAMENTO

Marzec e Teichman (2022) realizaram ensaios de flexão em quatro pontos em vigas de CA com alta taxa de armadura, utilizando concreto de alto desempenho para avaliar o impacto da relação α/D nos modos de falha, como esmagamento do concreto e cisalhamento-compressão. As vigas de CA eram simétricas, e devido ao momento fletor constante e à ausência de cisalhamento na região central, foi utilizado apenas a armadura longitudinal nesta região. Nesta seção, é avaliada a influência de α nos modos de falha, enquanto a Seção 3.2.2 aborda a influência da altura efetiva.

A Figura 3.5 apresenta as vistas longitudinal e transversal do grupo denominado Série 3, composto pelas vigas de concreto armado S3D36A54 (Figura 3.5(a)), S3D36A108 (Figura 3.5(b)) e S3D36A216 (Figura 3.5(c)). Todas as vigas dessa série têm a mesma seção transversal (Figura 3.5(d)). A nomenclatura indica que a altura efetiva $D = 36$ cm é constante para

todas as vigas, e a distância entre o apoio e o ponto de aplicação da carga (vão de cisalhamento) é de 54, 108 e 216 cm. A taxa de armadura é constante, com $\rho_l = 4,3\%$ para armadura longitudinal e $\rho_s = 0,4\%$ para armadura de cisalhamento. A configuração das vigas apresenta descontinuidade na armadura longitudinal na região comprimida e ausência de estribos no vão de flexão b , entre os pontos de aplicação de carga. As chapas de aço nos apoios/carregamentos têm dimensões de $100 \times 250 \text{ mm}^2$ (Série 3).

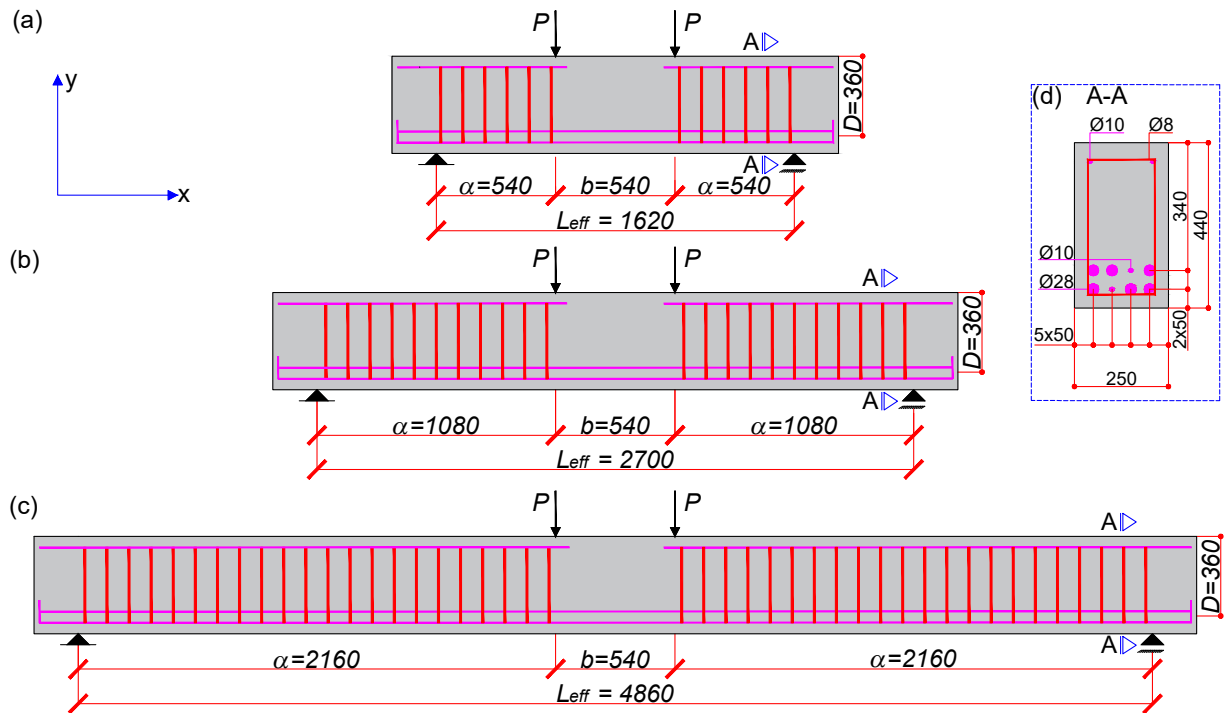


Figura 3.5: Geometria e detalhamento das armaduras para as vigas da Série 3: (a) S3D36A54 ($\alpha/D = 1,50$), (b) S3D36A108 ($\alpha/D = 3,00$), (c) S3D36A216 ($\alpha/D = 6,00$) e (d) seção transversal (adaptada de Marzec e Tejchman (2022)).

Os parâmetros das armaduras de aço utilizadas no modelo proposto estão detalhados na Tabela 3.4. O detalhamento das armaduras é mostrado na Figura 3.5.

A armadura transversal foi modelada com acoplamento rígido ($\tilde{C} = 10^6 \text{ N/mm}$), enquanto a armadura longitudinal foi modelada com acoplamento não rígido ($k = 10^3 \text{ MPa/mm}$), utilizando EFAs com parâmetros obtidos através das leis que relacionam tensão de aderência vs. deslizamento definidos pelo *CEB-FIP* (1993) para concreto não confinado e barras de aço

nervuradas, considerando o fenômeno de fendilhamento (*splitting*). O fendilhamento ocorre quando os esforços de tração geram fissuras longitudinais ao redor das barras, propagando-se em direção às bordas do concreto (MARTINOLA *et al.*, 2010). À medida que as fissuras progridem, a aderência é reduzida, culminando na ruptura, que ocorre quando as fissuras alcançam a superfície externa e rompem o cobrimento. Esse processo pode levar a modos de falha, como o cisalhamento-tração (BRESLER; MACGREGOR, 1967).

A falha por fendilhamento é abrupta e ocorre sem aviso, especialmente em armaduras não confinadas. Para mitigar esse problema, foi adotado um confinamento adequado da armadura, com cobrimentos superiores ao mínimo de $c = 1 \times \varnothing_{barra}$, visando melhorar a aderência e reduzir falhas. As tensões de aderência última (τ_{bu}) e residual (τ_{br}) foram determinadas com base na resistência à compressão do concreto, sendo $2,00\sqrt{f_c}$ e $0,30\sqrt{f_c}$, respectivamente, conforme mostrado na Tabela 3.4. As barras de aço foram modeladas com $E_s = 200$ GPa e $\sigma_y = 560$ MPa.

Tabela 3.4: Parâmetros relacionados à tensão de aderência vs. deslizamento da armadura longitudinal para vigas com alta taxa de armadura

s_1 (mm)	s_2 (mm)	s_3 (mm)	γ	τ_{bu} (MPa)	τ_{br} (MPa)
0,6	0,6	1,0	0,4	15,00	2,00

Antes das simulações numéricas para ambos os conjuntos de vigas, foi realizada uma análise de convergência de malha com a viga de concreto armado S3D36A54 ($\alpha/D = 1,50$) utilizando quatro discretizações de malha: 10 mm (M10), 12,5 mm (M12,5), 25 mm (M25) e 50 mm (M50), com base nos comprimentos médios dos lados dos elementos triangulares. A Figura 3.6 ilustra a análise de convergência de malha para esta viga. A Figura 3.6(a) mostra as curvas força vs. deslocamento, enquanto as Figuras 3.6(b) a 3.6(e) mostram as vigas deformadas no final do pós-pico para cada tamanho de malha: 10 mm, 12,5 mm, 25 mm e 50 mm, respectivamente. O modo de falha por cisalhamento-compressão observado nas vigas S3D36A54 (MARZEC; TEJCHMAN, 2022) foi atingido para todos os tamanhos de malha.

É importante destacar que a representação dos danos por tração e cisalhamento (Figura

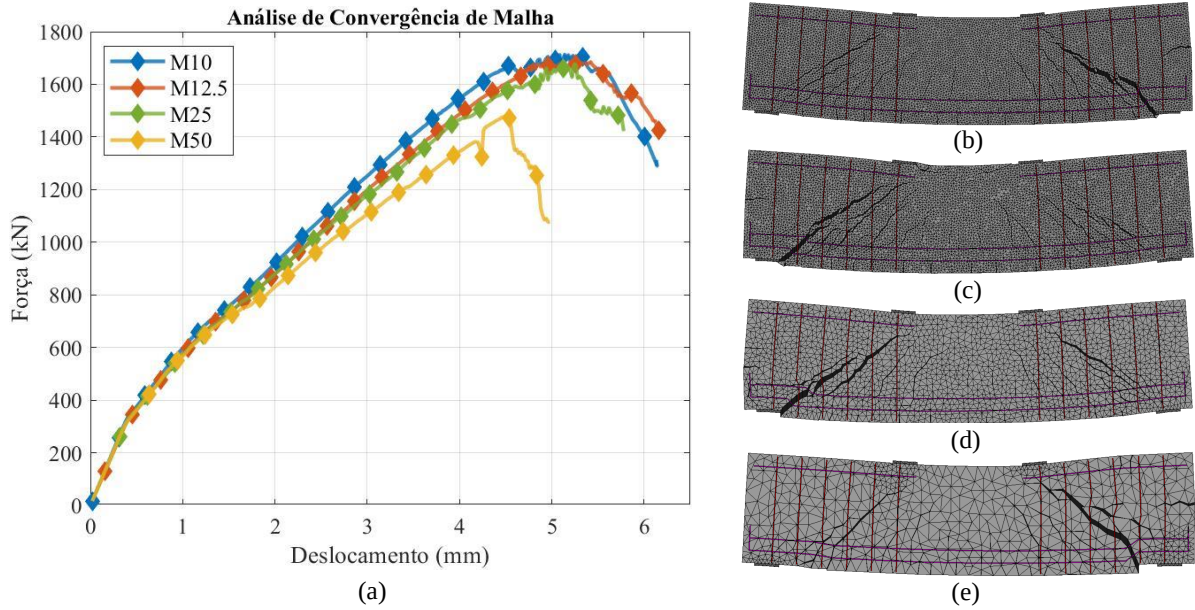


Figura 3.6: Curvas força vs. deslocamento e vigas deformadas (com um fator de ampliação de 10x) para malhas de concreto não estruturadas com quatro discretizações para a viga S3D36A54 ($\alpha/D = 1,50$): (a) Curva força vs. deslocamento para diferentes tamanhos de malha, (b) 10 mm (M10), (c) 12,5 mm (M12,5), (d) 25 mm (M25) e (e) 50 mm (M50).

3.7) é particularmente relevante para a interpretação dos modos de falha nas vigas de transição (S3D36A108 com $\alpha/D = 3,00$ e S4D43A108 com $\alpha/D = 2,51$), como é representado na Seção 1.1.1 pelo Vale de Kani (KANI, 1964). No entanto, para a malha selecionada, essa representação é qualitativamente melhor do que para malhas com tamanhos de elementos maiores (25 mm e 50 mm).

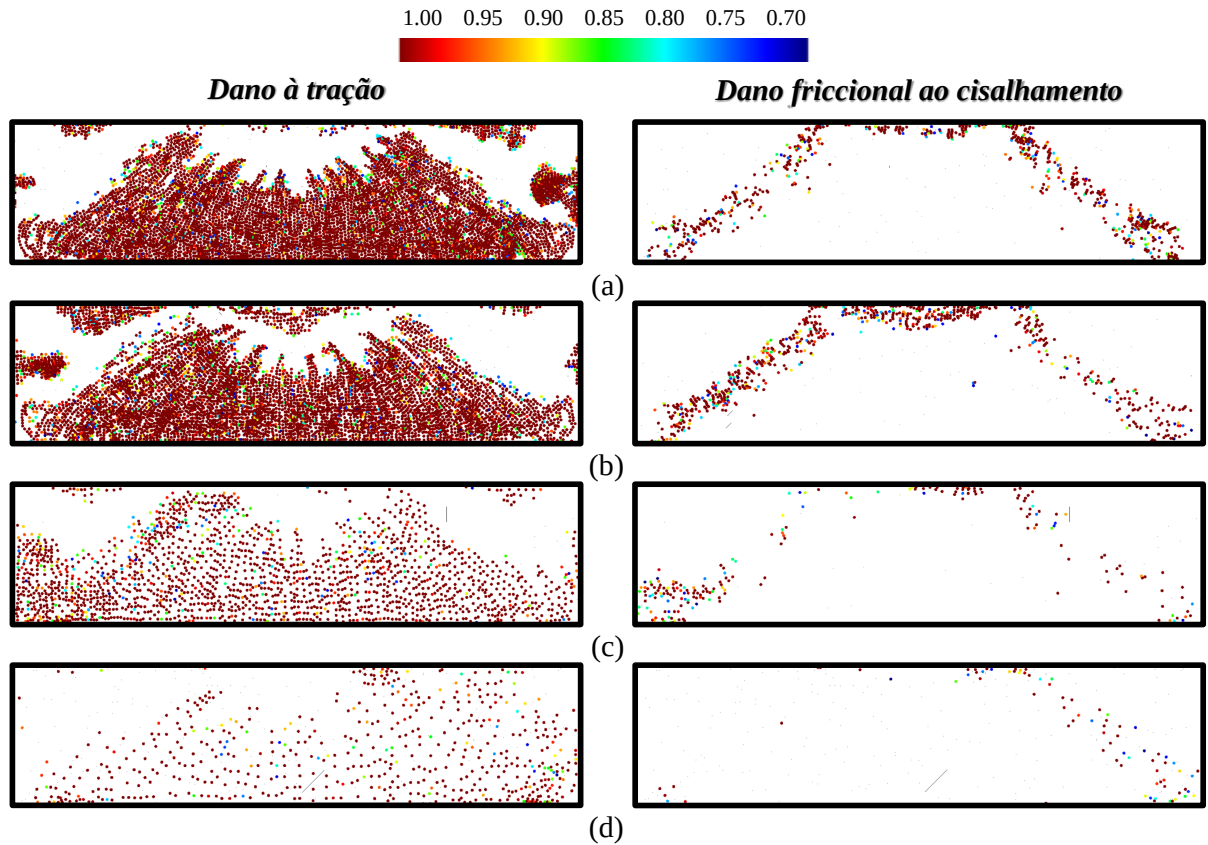


Figura 3.7: Representação dos modelos de dano por tração (à esquerda) e cisalhamento (à direita) para a viga S3D36A54 ($\alpha/D = 1, 50$) para diferentes tamanhos de malha: (a) 10 mm, (b) 12,5 mm, (c) 25 mm e (d) 50 mm.

Todas as simulações realizadas neste trabalho foram executadas em um *laptop* com as seguintes especificações: (i) Processador Intel Core™ i5-10300H CPU @ 2,50 GHz; (ii) RAM instalada: 24,0 GB (utilizável: 23,8 GB). A Tabela 3.5 apresenta os tempos de simulação no MATLAB® para quatro discretizações de malha da viga de concreto armado S3D36A54 ($\alpha/D = 1, 50$) ao longo de 300 passos. O tamanho de malha de 12,5 mm, selecionado pelo seu equilíbrio entre precisão e eficiência computacional, foi utilizado para todas as vigas nesta seção.

Tabela 3.5: Tempo de simulação para análise de convergência de malha da viga de concreto armado S3D36A54

Tamanho da malha (mm)	10	12.5	25	50
Nós	47964	41201	10844	3732
Elementos	41996	35940	9829	3500
Tempo total (min)	107,8	89,6	22,9	7.8

Após a definição da malha com elementos de tamanho médio de 12,5 mm, foram aplicados incrementos de deslocamento de 0,02 mm, controlados no nó central do vão, correspondente à maior deflexão da viga S3D36A216 ($\alpha/D = 6,00$). Para essa viga, foram avaliados três tamanhos de incremento: 0,01 mm, 0,02 mm e 0,04 mm, conforme mostrado na Figura 3.10. A escolha do tamanho do incremento foi baseada em uma análise de deslocamento, visando otimizar o custo computacional, já que não houve diferença na carga de pico entre os incrementos de 0,01 mm e 0,02 mm.

As Figuras 3.8, 3.9, 3.11 e 3.12 apresentam as curvas força vs. deslocamento obtidas nos testes numéricos e experimentais (Exp-1, Exp-2 e Exp-3) para as vigas da Série 3. Os efeitos de escala são avaliados à medida que a relação α/D aumenta com o vão de cisalhamento α para as vigas de concreto armado: (a) S3D36A54 ($\alpha/D = 1,50$); (b) S3D36A108 ($\alpha/D = 3,00$); e (c) S3D36A216 ($\alpha/D = 6,00$).

Em termos de carga de pico, a curva numérica para a viga S3D36A54 (Figura 3.8) apresentou uma carga de pico maior e com maior rigidez em comparação com os resultados experimentais (MARZEC; TEJCHMAN, 2022), correspondendo a uma dissipação de energia reduzida. A viga S3D36A108 (Figura 3.9) exibiu comportamento semelhante à curva experimental intermediária (Exp-1), enquanto a viga S3D36A216 (Figura 3.11) apresentou boa concordância com a resposta experimental, superando a carga de pico da Exp-3. Todas as vigas simuladas numericamente mostraram comportamento frágil pós-pico, consistente com vigas com altas taxas de armadura (MARZEC; TEJCHMAN, 2022; LIU *et al.*, 2024), mas mais frágeis que as experimentais. A Figura 3.12 apresenta as curvas força vs. deslocamento numéricas para as vigas da Série 3. A influência da relação α/D pode ser observada, mostrando que a deflexão aumenta e a carga de pico diminui com o aumento da relação.

As curvas numéricas apresentaram maior rigidez nas vigas com maiores capacidades de carga ($\alpha/D \leq 3,00$) em comparação com os resultados experimentais. Essas diferenças podem estar relacionadas à abordagem simplificada utilizada nas simulações numéricas, como a não consideração de processos dissipativos nos elementos regulares, limitando-os a *HAR-IEs* e EFAs. As condições de contorno nos apoios e a deformação localizada do concreto nas regiões de contato não são modeladas. Essa omissão pode influenciar a rigidez das curvas força vs. deslocamento obtidas numericamente.

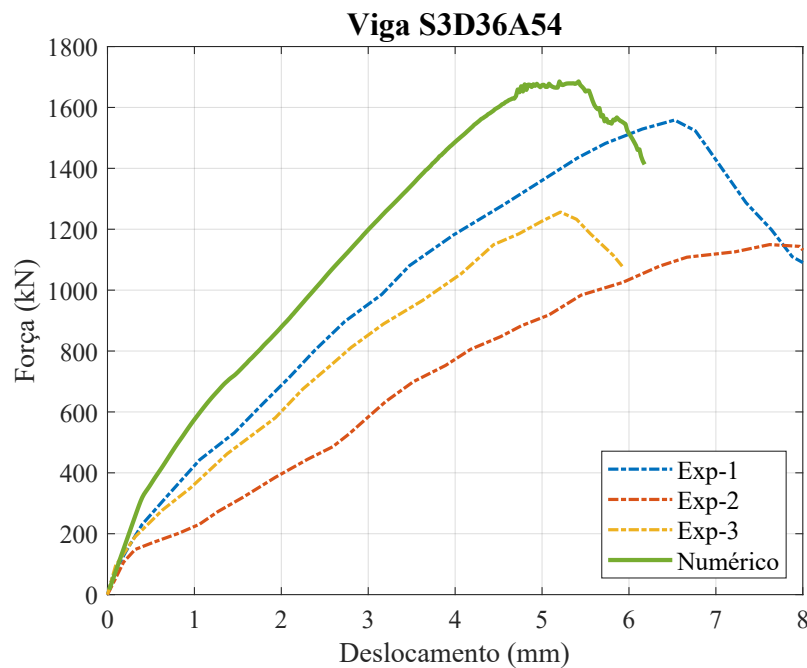


Figura 3.8: Curvas força vs. deslocamento para três realizações do teste experimental (MARZEC; TEJCHMAN, 2022) e simulação numérica para a Viga S3D36A54 ($\alpha/D = 1,50$).

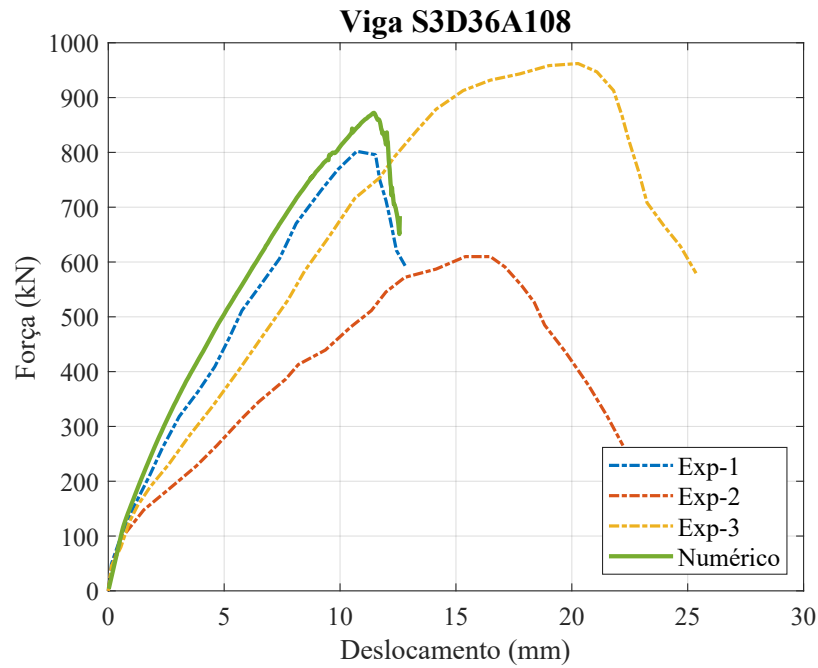


Figura 3.9: Curvas força vs. deslocamento para três realizações do teste experimental (MARZEC; TEJCHMAN, 2022) e simulação numérica para a Viga S3D36A108 ($\alpha/D = 3,00$).

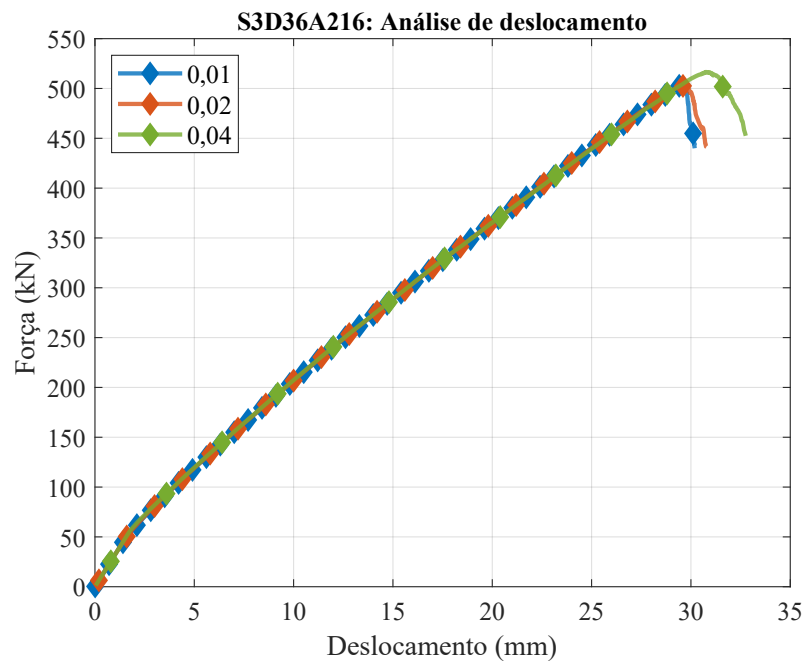


Figura 3.10: Curvas numéricas força vs. deslocamento para a viga S3D36A216 ($\alpha/D = 6,00$), considerando incrementos de deslocamento em mm: 0,01, 0,02 e 0,04.

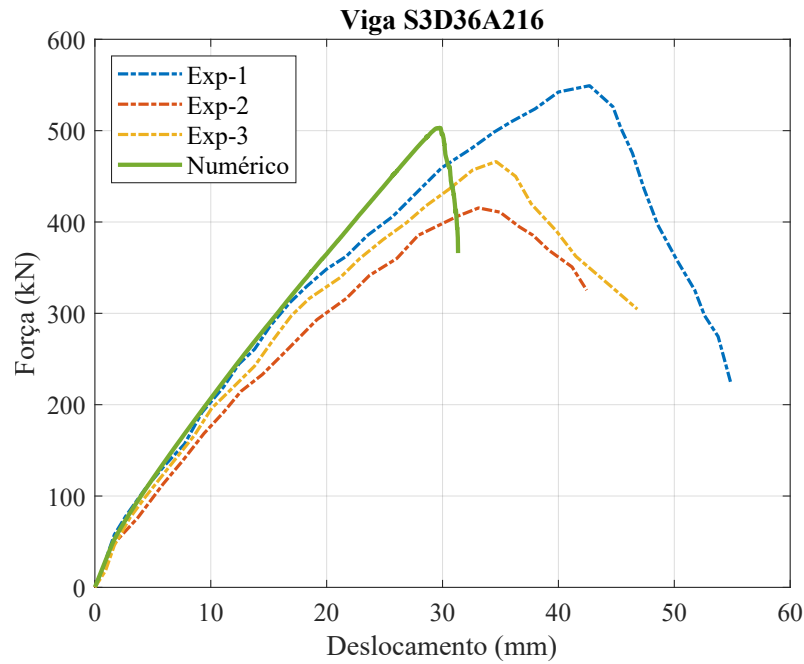


Figura 3.11: Curvas força vs. deslocamento para três realizações do teste experimental (MARZEC; TEJCHMAN, 2022) e simulação numérica para a Viga S3D36A216 ($\alpha/D = 6,00$).

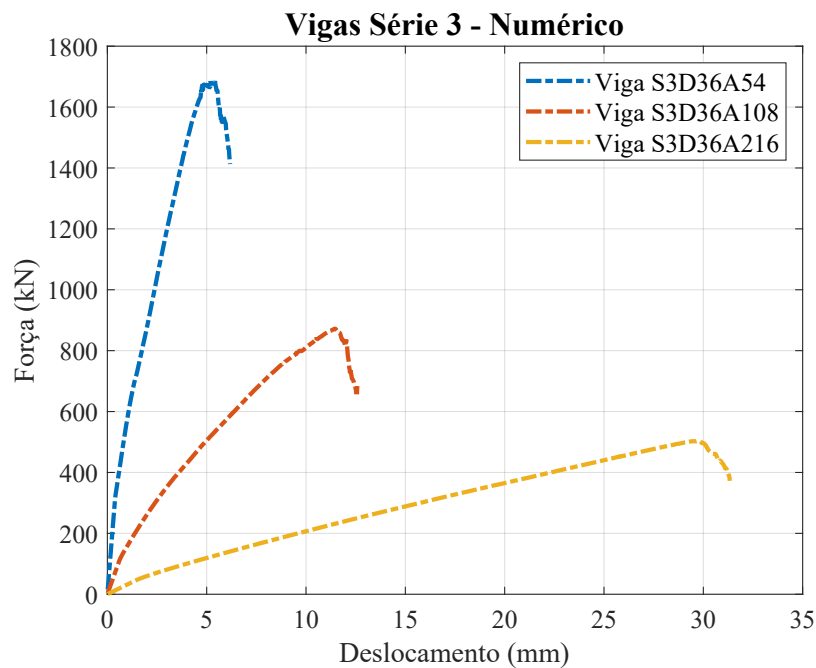


Figura 3.12: Curvas força vs. deslocamento para as simulações numéricas das três vigas (S3D36A54 ($\alpha/D = 1,50$), S3D36A108 ($\alpha/D = 3,00$) e S3D36A54 ($\alpha/D = 6,00$)) pertencentes à Série 3.

A Figura 3.13 apresenta os padrões de fissuras numérico e experimental para a viga S3D36A54

($\alpha/D = 1.50$). A Figura 3.13(a) ilustra a deformação final com um fator de ampliação de 10x, onde o modo de falha é caracterizado por cisalhamento-compressão (CC) com uma fissura diagonal severa (CHOI *et al.*, 2012; YANG *et al.*, 2024), acompanhada de uma ruptura próxima ao ponto de aplicação da carga na região comprimida, induzindo um comportamento de arco-atirantado (MAK; LEES, 2023). O mesmo modo de falha por cisalhamento-compressão foi observado experimentalmente (MARZEC; TEJCHMAN, 2022), conforme mostrado na Figura 3.13(b).

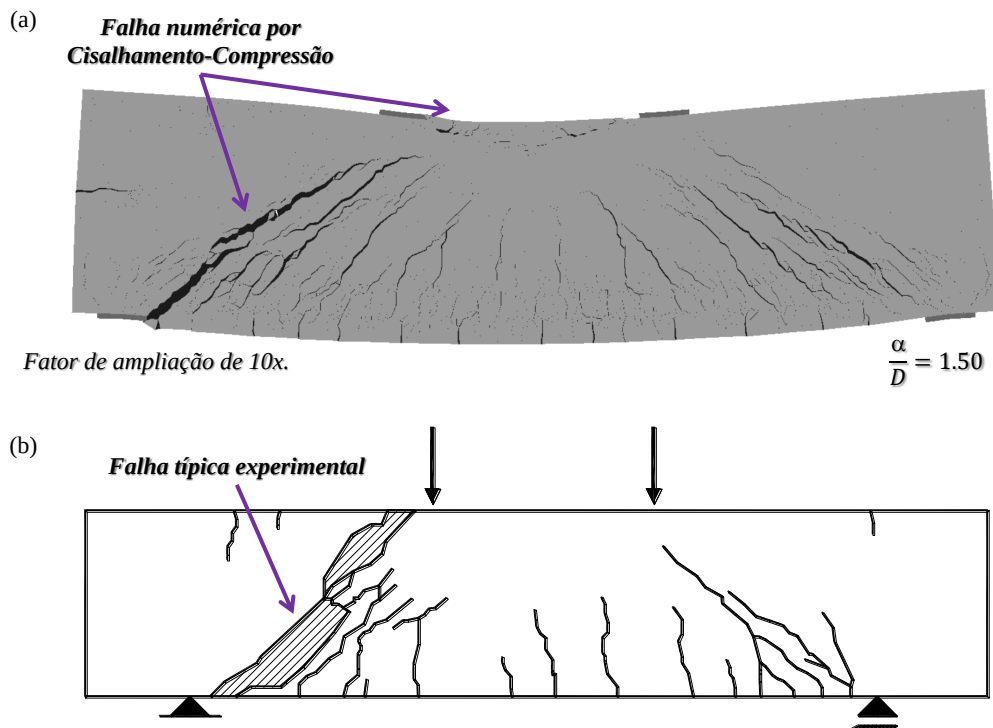


Figura 3.13: Padrões de fissuras para a viga S3D36A54 ($\alpha/D = 1, 50$): (a) padrão numérico e (b) falha típica experimental (adaptada de Marzec e Tejchman (2022)).

A Figura 3.14 apresenta a distribuição dos danos por tração (a) e por cisalhamento (b). O dano por tração se distribui por toda a região tracionada, enquanto o dano por cisalhamento se concentra na região diagonal, levando à falha por compressão da biela, caracterizando a falha por cisalhamento-compressão. Destaca-se que, conforme ilustrado na Figura 3.14(b), a transferência de cisalhamento na biela de compressão é influenciada pela ação de arco, como observado na Figura 1.8(b) na Seção 1.1.1.

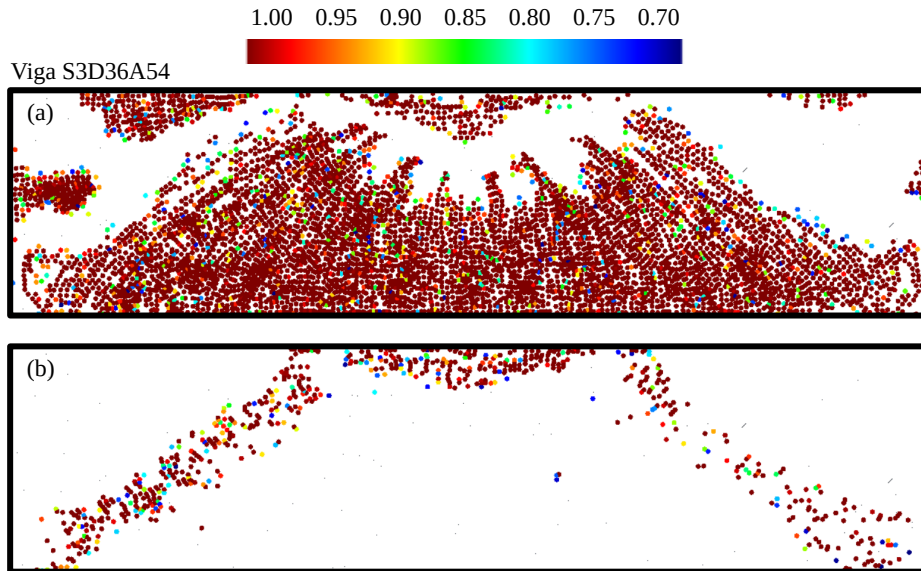


Figura 3.14: Representação dos modelos de dano em (a) tração e (b) cisalhamento para a viga S3D36A54 ($\alpha/D = 1, 50$).

O vão de cisalhamento foi aumentado, mantendo-se a disposição das armaduras de aço e seus respectivos diâmetros nas duas vigas subsequentes da Série 3, para avaliar a interferência do vão de cisalhamento em diferentes modos de falha. A Figura 3.15 mostra os padrões de fissuras numéricas e experimentais para a viga S3D36A108 ($\alpha/D = 3, 00$), correspondendo à transição observada no vale de Kani (KANI, 1964). A Figura 3.15(a) mostra a viga deformada (fator de ampliação de 10x) ao final da análise. Observa-se o esmagamento do concreto na região comprimida no centro da viga (detalhes na Figura 3.15(a)). Essa resposta mostra que o aumento do vão de cisalhamento influencia o modo de ruptura em relação ao da viga anterior ($\alpha/D = 1, 50$). Na série experimental de testes, os autores (MARZEC; TEJCHMAN, 2022) relataram que ambos os tipos de ruptura, cisalhamento-compressão e/ou esmagamento do concreto (Figura 3.15(b)), ocorreram para a configuração apresentada.

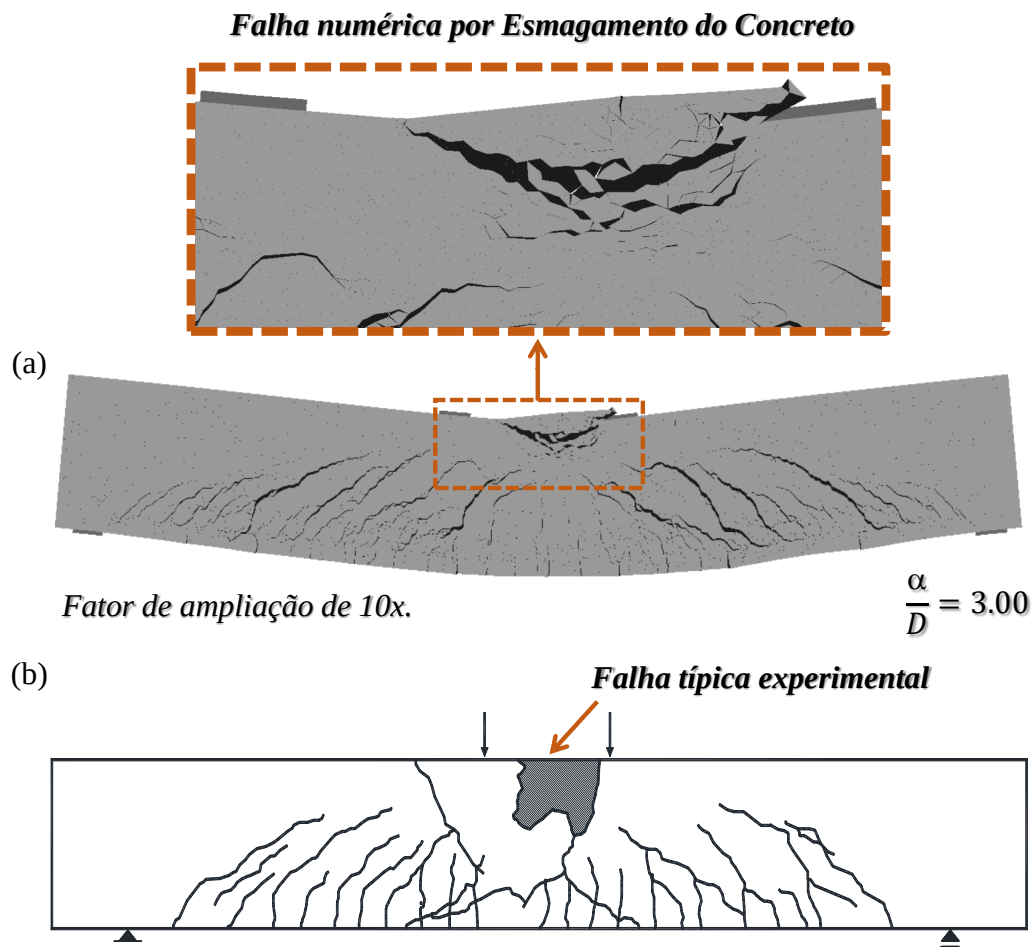


Figura 3.15: Padrões de fissuras para a viga S3D36A108 ($\alpha/D = 3,00$): (a) padrão numérico, com detalhes do esmagamento do concreto, e (b) falha típica experimental para esta viga (adaptada de Marzec e Tejchman (2022)).

A Figura 3.16 apresenta a distribuição do dano por tração (Figura 3.16(a)) e dano por cisalhamento (Figura 3.16(b)) para a viga S3D36A108, indicando o modo de ruptura por esmagamento. Note a redução do dano por cisalhamento nas diagonais na Figura 3.16(b) em comparação com a Figura 3.14(b).

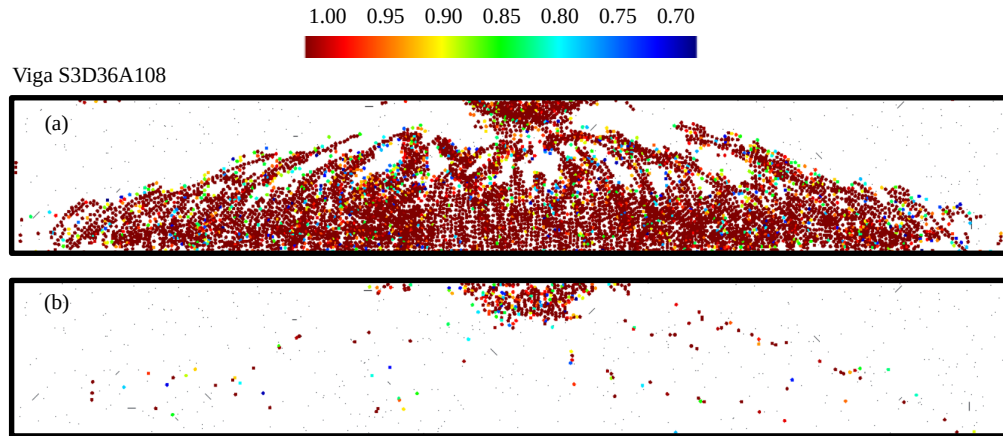


Figura 3.16: Representação dos modelos de dano em (a) tração e (b) cisalhamento para a viga S3D36A108 ($\alpha/D = 3,00$).

A Figura 3.17 apresenta os padrões de fissuras para a viga S3D36A216 ($\alpha/D = 6,00$). A Figura 3.17(a) ilustra a configuração deformada (fator de ampliação de 10x) da última viga da Série 3 ao final da curva pós-pico. A ruptura ocorre por esmagamento do concreto na região comprimida central da viga (detalhes na Figura 3.17(a)), após atingir a capacidade máxima de flexão (Figura 1.9 na Seção 1.1.1). Esse modo de falha é consistente com os resultados experimentais (Figura 3.17(b)) e com o comportamento típico de vigas com alta ρ_l , conforme descrito por Liu *et al.* (2024).

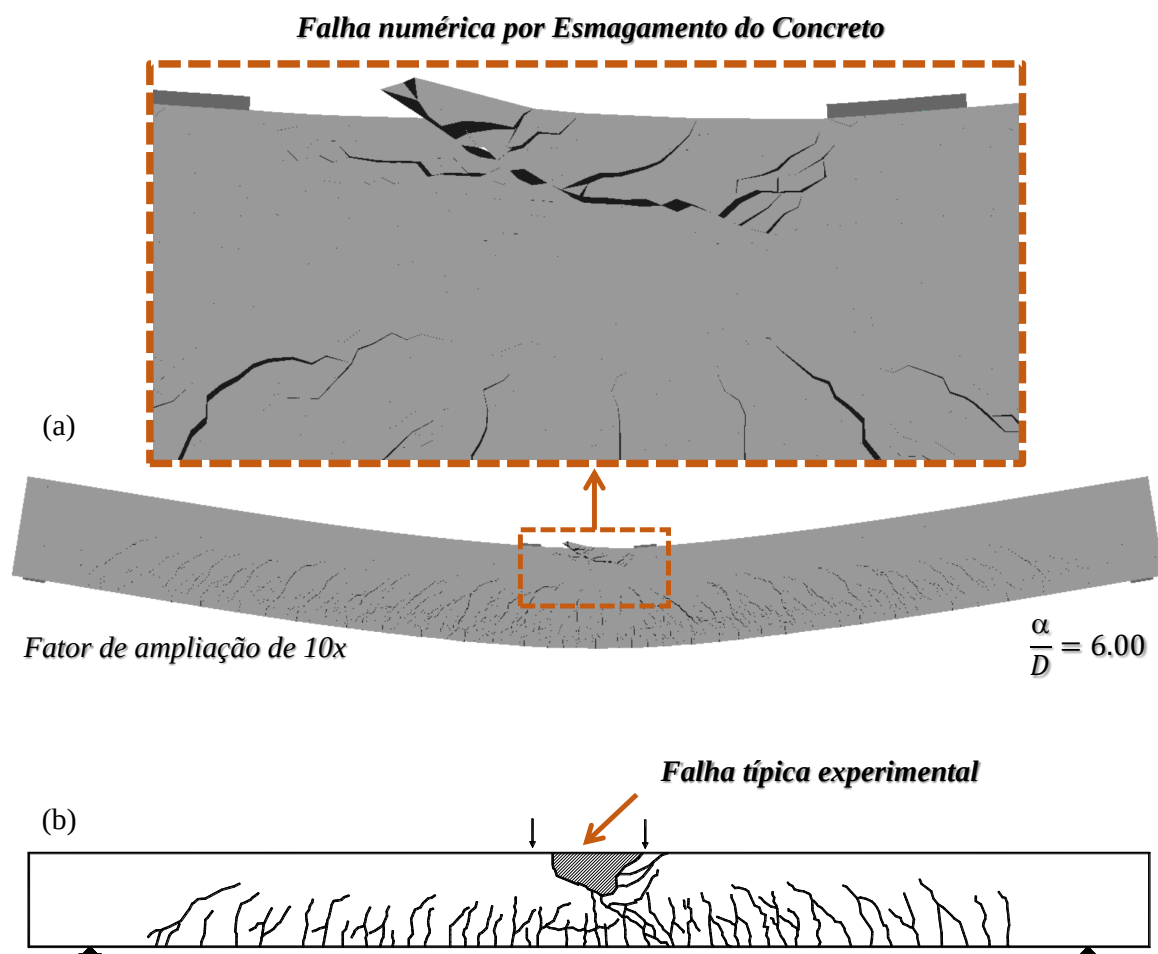


Figura 3.17: Padrões de fissuras para a viga S3D36A216 ($\alpha/D = 6,00$): (a) numérico, com detalhe do esmagamento do concreto, e (b) falha típica experimental (adaptada de Marzec e Tejchman (2022)).

A Figura 3.18 mostra a distribuição de danos em tração (Figura 3.18(a)) e cisalhamento (Figura 3.18(b)). Observa-se uma distribuição significativa de dano tanto nas regiões tracionadas quanto nas comprimidas (centrais) para a viga S3D36A216, descrevendo o esmagamento do concreto.

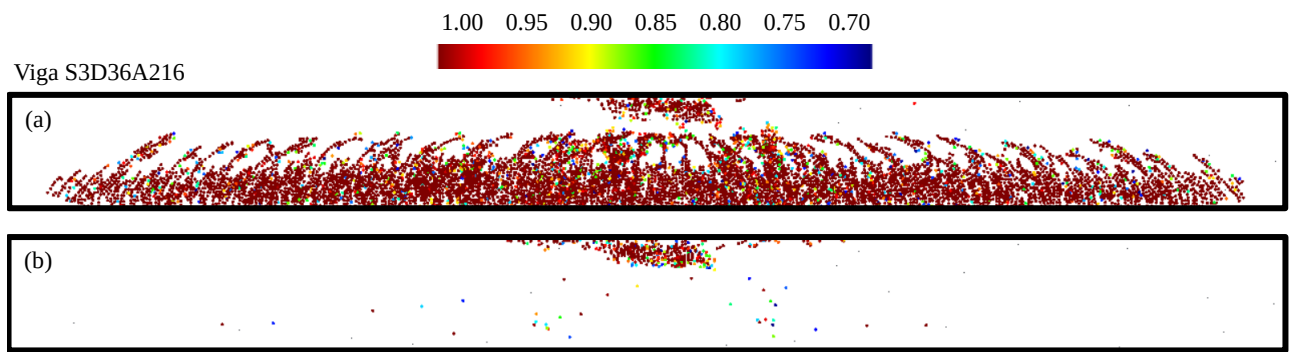


Figura 3.18: Representação dos modelos de dano em (a) tração e (b) cisalhamento para a viga S3D36A216 ($\alpha/D = 6,00$).

A Figura 3.19 ilustra os padrões de fissuras numéricas para os ensaios de flexão em quatro pontos das vigas da Série 3. Note que, à medida que a relação (α/D) aumenta, a ruptura por esmagamento do concreto torna-se cada vez mais evidente.

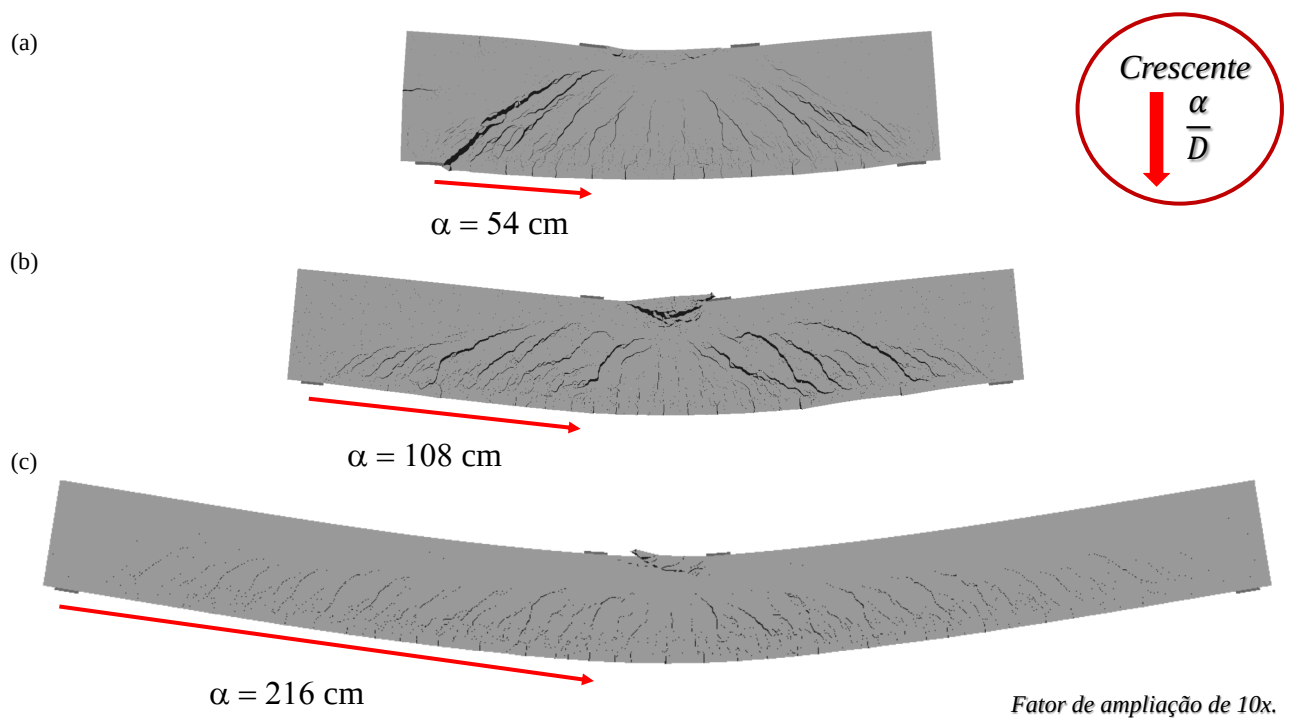


Figura 3.19: Padrões de fissuras das simulações numéricas para as vigas da Série 3: (a) S3D36A54 ($\alpha/D = 1,50$), (b) S3D36A108 ($\alpha/D = 3,00$) e (c) S3D36A216 ($\alpha/D = 6,00$).

3.2.2 INFLUÊNCIA DA ALTURA EFETIVA

O mesmo tipo de análise variando a relação α/D é realizada para estudar a influência da altura efetiva D . A Figura 3.20 apresenta as vistas longitudinal e transversal das vigas da Série 4, consistindo nas vigas de concreto armado S4D22A108 (Figura 3.20(a)), S4D43A108 (Figura 3.20(b)) e S4D72A108 (Figura 3.20(c)).

A nomenclatura indica que o vão de cisalhamento $\alpha = 108$ cm permanece inalterada para as três vigas, enquanto a altura efetiva D é aumentada para 22, 43 e 72 cm respectivamente. A taxa de armadura longitudinal para a viga S4D72A108 foi $\rho_l = 4,3\%$, enquanto as vigas S4D22A108 e S4D43A108 tiveram $\rho_l = 3,5\%$. A redução na taxa de armadura não afetou o modo de falha experimental esperado, pois permaneceu suficiente para evitar o escoamento do aço (MARZEC; TEJCHMAN, 2022). A taxa de armadura de cisalhamento foi $\rho_s = 0,4\%$, conforme observado na Série 3. Há uma descontinuidade na armadura longitudinal na região comprimida e a ausência de estribos no vão b entre os pontos de aplicação da carga. As chapas de aço nos apoios/cargas apresentam dimensões de 100×150 mm².

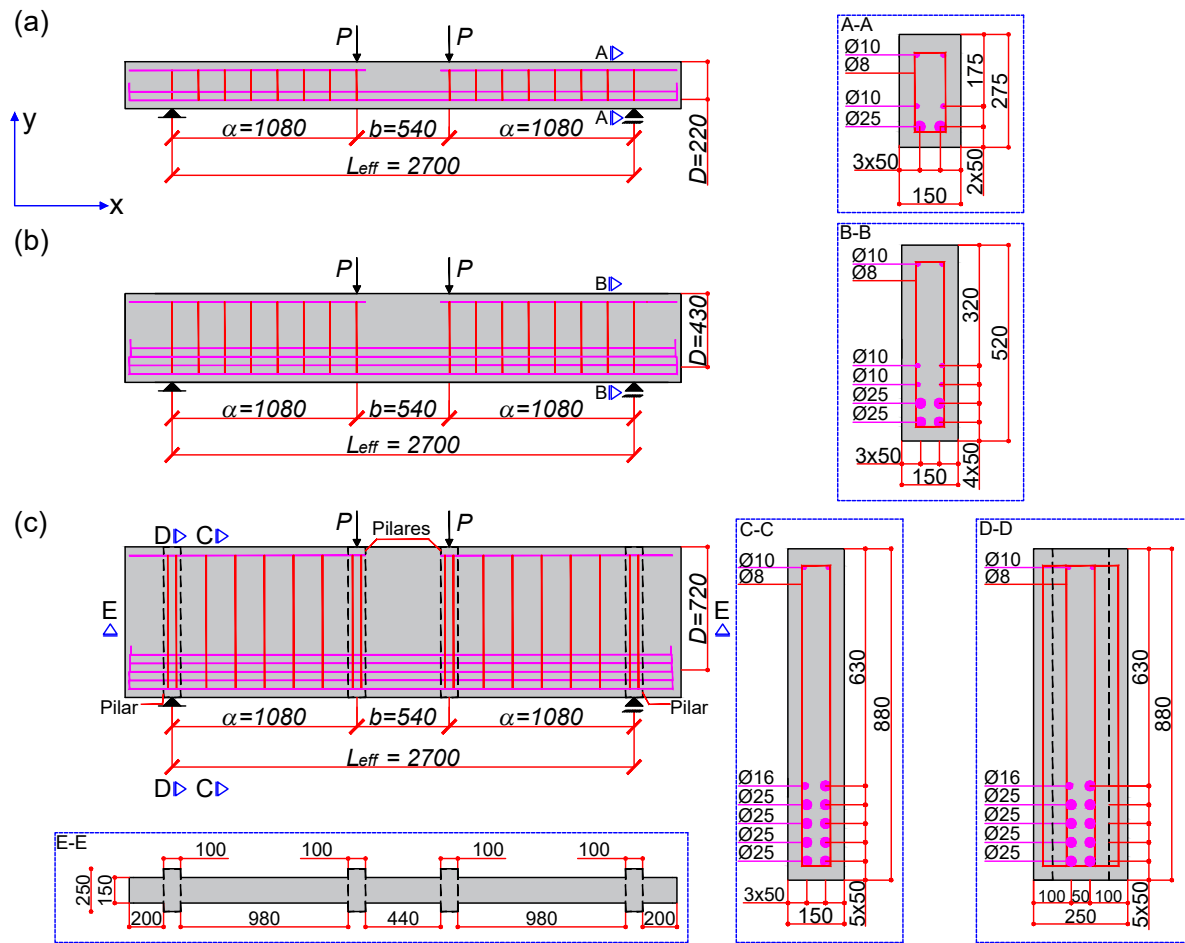


Figura 3.20: Geometria, seção transversal e detalhamento das armaduras para as vigas da Série 4: (a) S4D22A108 ($\alpha/D = 4,91$), (b) S4D43A108 ($\alpha/D = 2,51$) e (c) S4D72A108 ($\alpha/D = 1,50$) (adaptada de Marzec e Tejchman (2022)).

As Figuras 3.21, 3.22, 3.23 e 3.24 ilustram as curvas força vs. deslocamento para todas as vigas da Série 4, comparando as numéricas com os resultados experimentais (Exp-1, Exp-2 e Exp-3). O efeito escala é avaliado à medida que a altura efetiva D aumenta, diminuindo a relação α/D .

Na Figura 3.21, a curva numérica da viga S4D22A108 (α/D) exibiu comportamento semelhante ao das curvas experimentais, com a carga de pico próxima à de Exp-3.

As vigas com $\alpha/D \leq 3,00$ (Figuras 3.22 e 3.23) também exibem maior rigidez e carga de pico. No entanto, na Figura 3.22, para a viga S4D43A108 ($\alpha/D = 2,51$), a carga de pico se

aproxima da Exp-1. O aumento mais pronunciado na rigidez e na carga de pico é observado na S4D72A108 ($\alpha/D = 1,50$) (Figura 3.23). A explicação possível para tal comportamento foi discutida na Seção 3.2.1.

Na Figura 3.24, observa-se que, à medida que as relações α/D diminuem, as vigas apresentam maior capacidade de carga e menores deflexões.

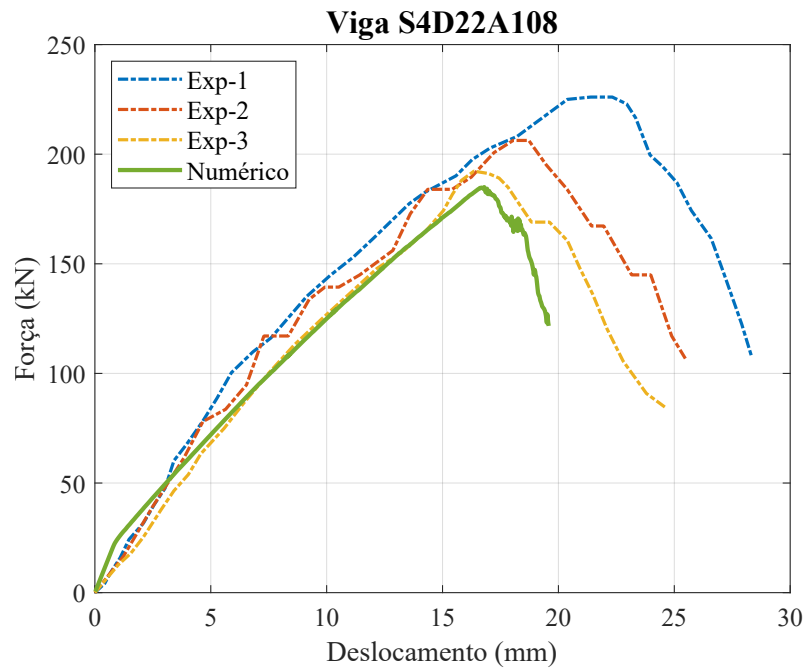


Figura 3.21: Curvas força vs. deslocamento para três realizações do teste experimental (MARZEC; TEJCHMAN, 2022) e simulação numérica para a Viga S4D22A108 ($\alpha/D = 4,91$).

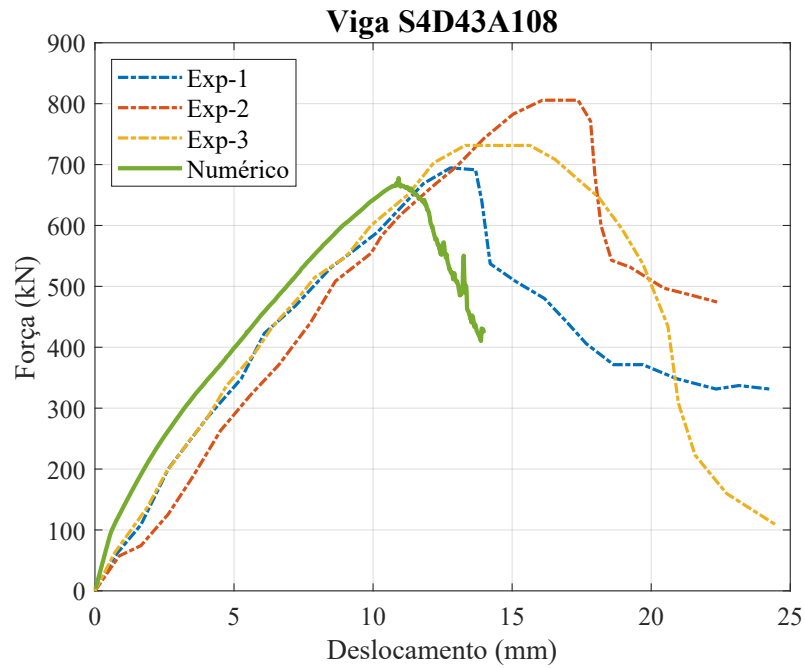


Figura 3.22: Curvas força vs. deslocamento para três realizações do teste experimental (MARZEC; TEJCHMAN, 2022) e simulação numérica para a Viga S4D43A108 ($\alpha/D = 2, 51$).

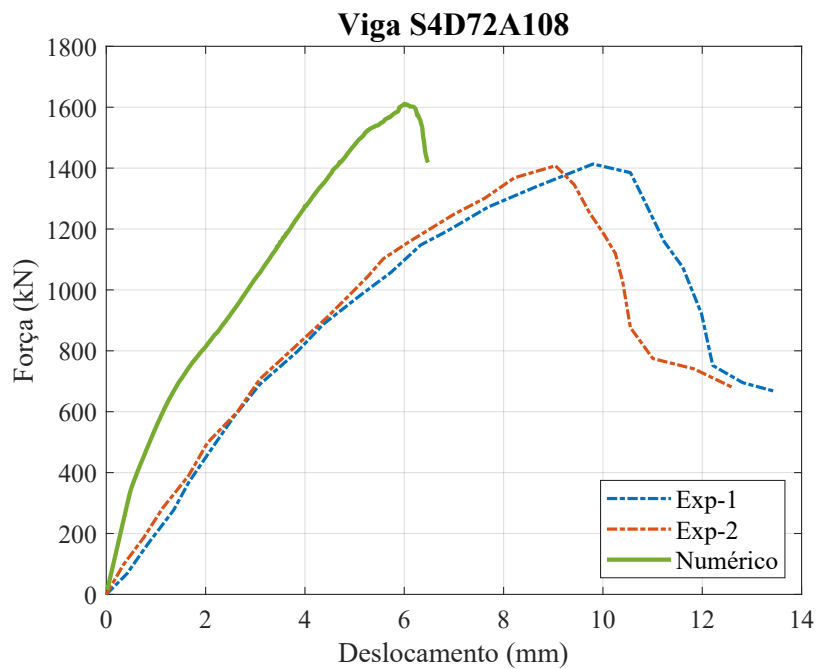


Figura 3.23: Curvas força vs. deslocamento para três realizações do teste experimental (MARZEC; TEJCHMAN, 2022) e simulação numérica para a Viga S4D72A108 ($\alpha/D = 1, 50$).

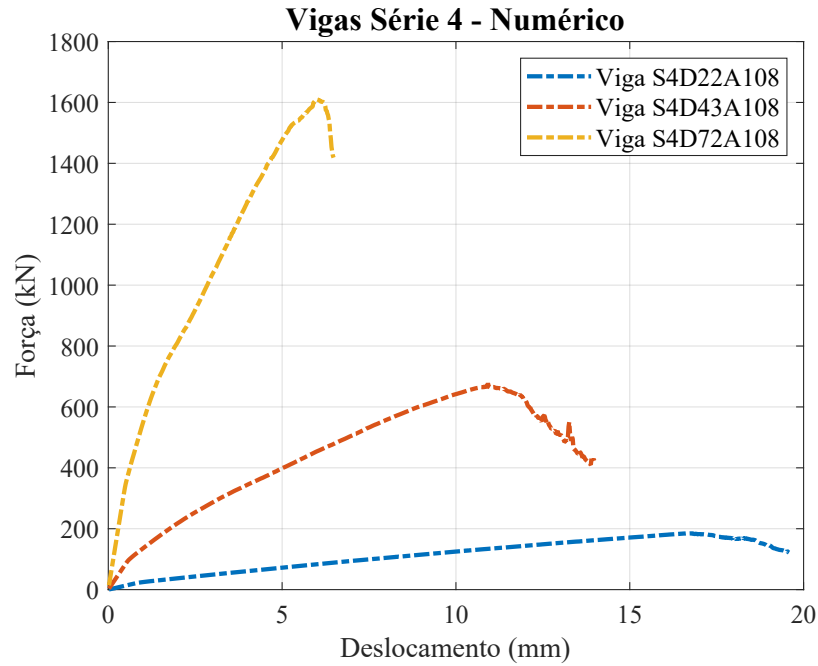


Figura 3.24: Curvas força vs. deslocamento para a simulação numérica das três vigas (S4D22A108 ($\alpha/D = 4,91$), S4D43A108 ($\alpha/D = 2,51$) e S4D72A108 ($\alpha/D = 1,50$)) pertencentes à Série 4.

A Figura 3.25 apresenta os padrões de fissuras, tanto numéricos quanto experimentais, para a viga S4D22A108 ($\alpha/D = 4,91$). Na simulação numérica, a falha ocorre devido ao esmagamento do concreto (vista ampliada na Figura 3.25(a)), na região comprimida central da viga. Este modo de falha é consistente com o observado nos testes experimentais, conforme ilustrado na Figura 3.25(b).

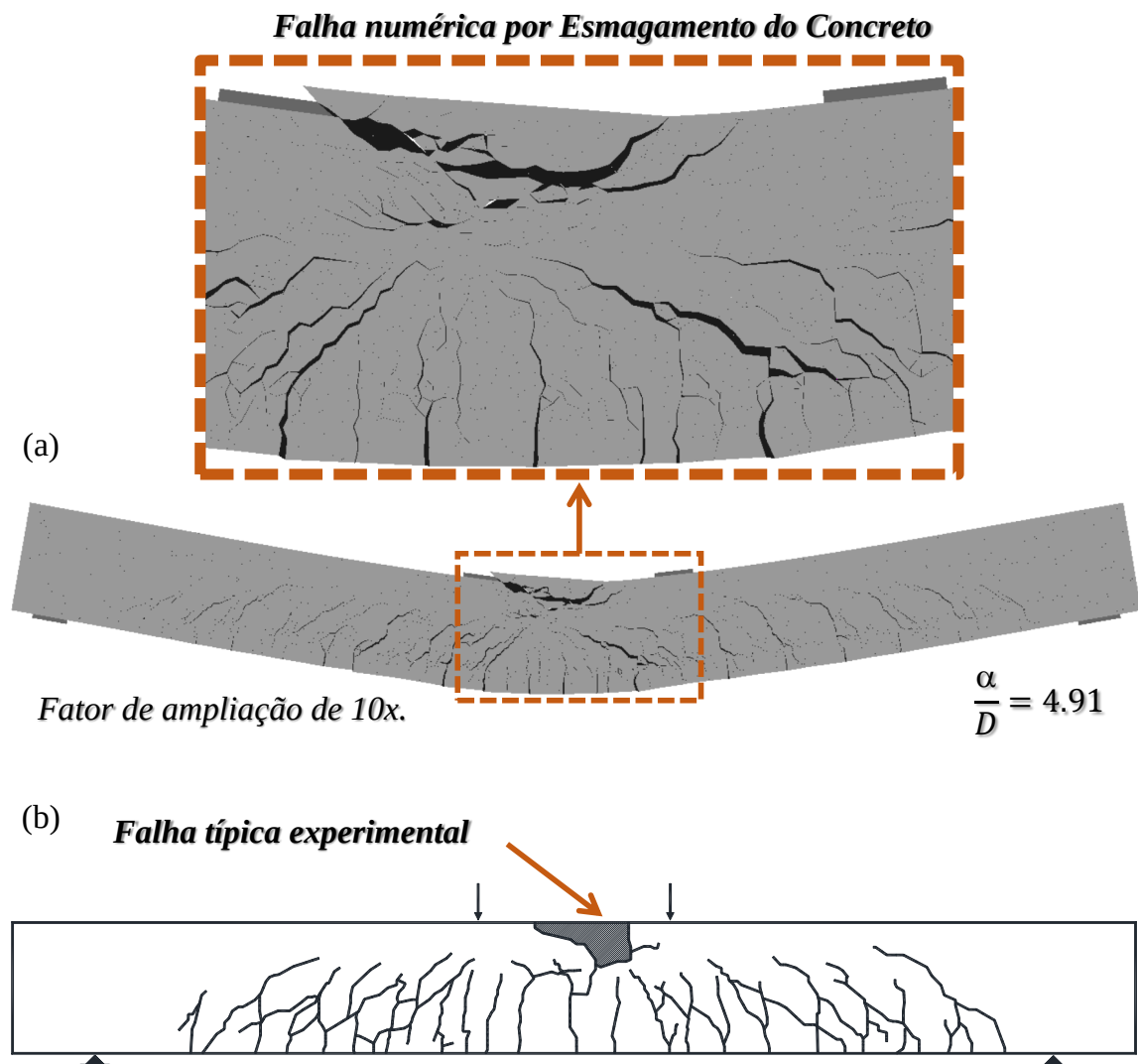


Figura 3.25: Padrões de fissuras para a viga S4D22A108 ($\alpha/D = 4,91$): (a) numérico, com vista ampliada do esmagamento do concreto e (b) uma falha típica experimental (adaptada de Marzec e Tejchman (2022)).

A Figura 3.26 apresenta as distribuições de danos por tração (Figura 3.26(a)) e por cisalhamento (Figura 3.26(b)) na viga de concreto armado S4D22A108. O dano é observado tanto nas regiões de tração quanto na região comprimida central, assemelhando-se à distribuição de danos da viga S3D36A216 (Figura 3.18) da Série 3, com relação $\alpha/D = 6,00$, o que indica esmagamento do concreto.

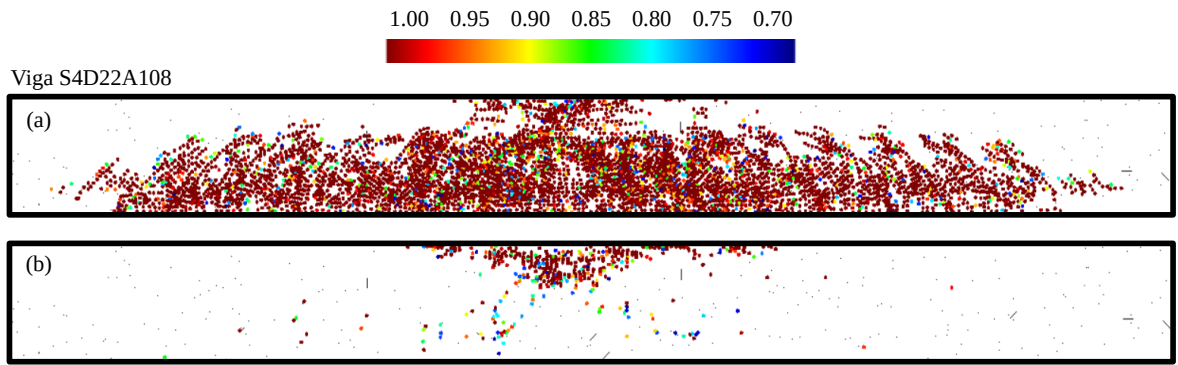


Figura 3.26: Distribuição dos danos (a) por tração e (b) por cisalhamento para a viga S4D22A108 ($\alpha/D = 4,91$).

Para as próximas duas vigas da Série 4, o aumento da altura efetiva D resultou na redução das relações (α/D). A Figura 3.27(a) apresenta os padrões de fissuras da viga S4D43A108, com relação $\alpha/D = 2,51$. A falha predominante foi o esmagamento do concreto, evidenciando que o aumento da altura efetiva alterou os padrões de fissuras, tornando-os mais pronunciados e inclinados em comparação com a viga anterior ($\alpha/D = 4,91$). Os padrões de fissuras observados são semelhantes aos experimentais mostrados na Figura 3.15(b), nos quais os autores (MARZEC; TEJCHMAN, 2022) indicam que tanto o esmagamento do concreto quanto falhas de cisalhamento-compressão podem ocorrer.

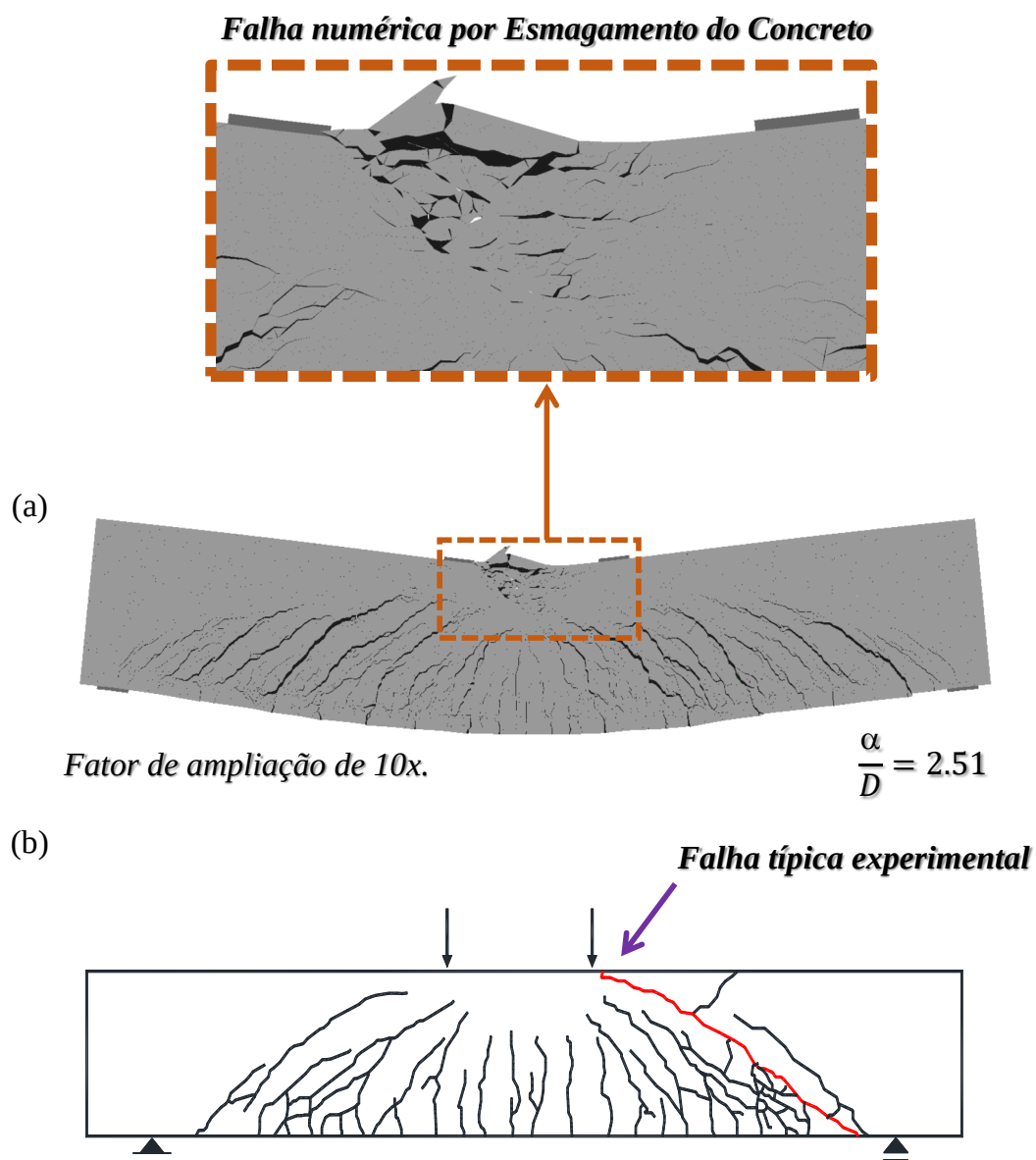


Figura 3.27: Padrões de fissuras para a viga S4D43A108 ($\alpha/D = 2,51$): (a) numérico, onde a falha pode ser classificada como esmagamento do concreto, e (b) experimental (adaptada de Marzec e Tejchman (2022)).

A Figura 3.28 mostra a distribuição dos danos (a) de tração e (b) de cisalhamento. Observa-se uma distribuição mais intensa de danos por tração na região da viga. Ao diminuir a relação entre o vão de cisalhamento e a altura efetiva, o dano por cisalhamento é mais pronunciado na região central comprimida e ligeiramente maior nas diagonais, em comparação com a Figura 3.26(b), no entanto ainda indica uma falha predominante por esmagamento do concreto.

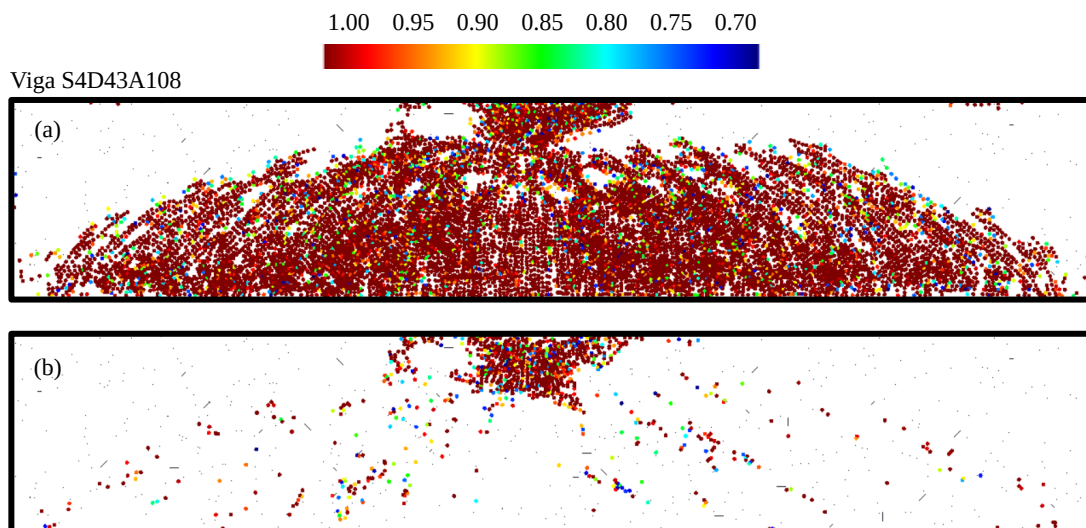
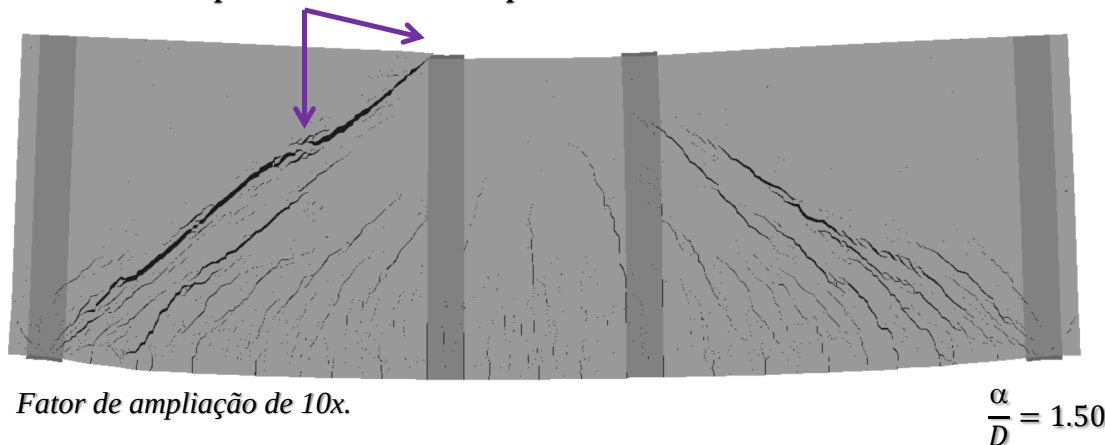


Figura 3.28: Distribuição dos danos (a) de tração e (b) de cisalhamento para a viga S4D43A108 ($\alpha/D = 2, 51$).

A Figura 3.29 ilustra os padrões de fissuras da viga S4D72A108 ($\alpha/D = 1, 50$). Os elementos finitos de concreto e *HAR-IEs* correspondentes aos pilares nos pontos de aplicação de carga e apoios apresentaram uma espessura fora do plano de 250 mm, consistente com o experimento. Neste caso, o modo de falha é claramente caracterizado por cisalhamento-compressão (CC), com uma fissura diagonal severa (CHOI *et al.*, 2012; YANG *et al.*, 2024). O mesmo modo de falha por cisalhamento-compressão foi observado experimentalmente por Marzec e Teichman (2022), como ilustrado na Figura 3.29(b).

(a) **Falha numérica por Cisalhamento-Compressão**



(b)

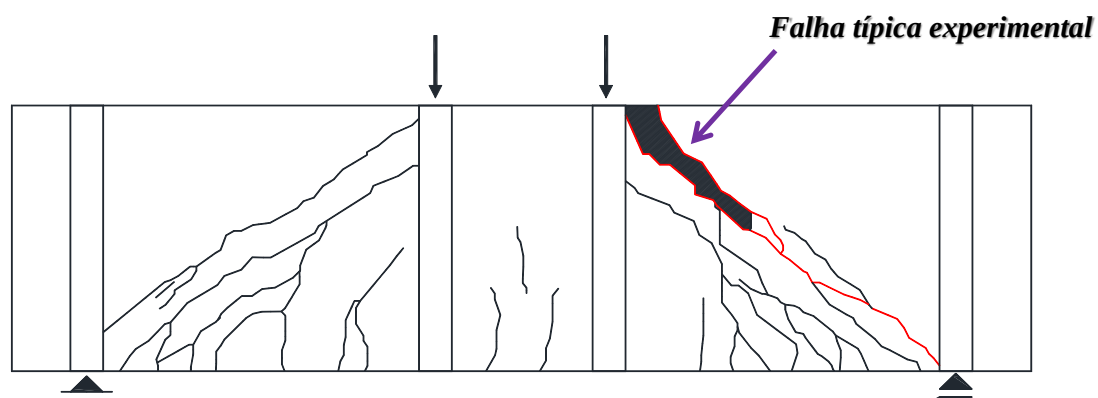


Figura 3.29: Padrões de fissuras por cisalhamento-compressão para a viga S4D72A108 ($\alpha/D = 1,50$): (a) numérico e (b) uma falha experimental típica (adaptada de Marzec e Teichman (2022)).

A Figura 3.30 mostra a distribuição de danos, indicando que o dano por tração está distribuído por toda a região de tração, enquanto o dano por cisalhamento é mais pronunciado e concentrado na diagonal da viga S4D72A108, similar à viga S3D36A54 (Figura 3.14) da Série 3, mas com dano inferior na região comprimida no centro da viga.

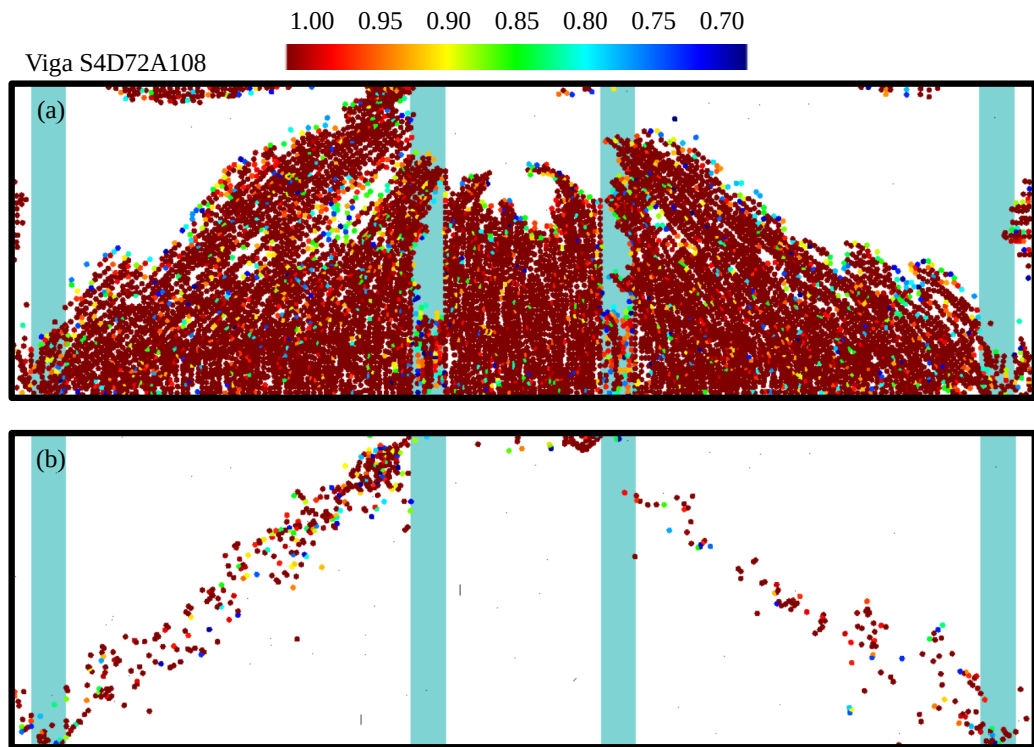


Figura 3.30: Distribuição dos danos (a) de tração e (b) de cisalhamento para a viga S4D72A108 ($\alpha/D = 1, 50$).

A Figura 3.31 ilustra os padrões de fissuras das simulações numéricas para as vigas da Série 4: S4D22A108 (Figura 3.31(a)) e S4D43A108 (Figura 3.31(b)) com falha por esmagamento do concreto, e S4D72A108 (Figura 3.31(c)) com modo de falha por cisalhamento-compressão. À medida que a relação (α/D) diminui, o modo de falha altera de esmagamento do concreto para cisalhamento-compressão.

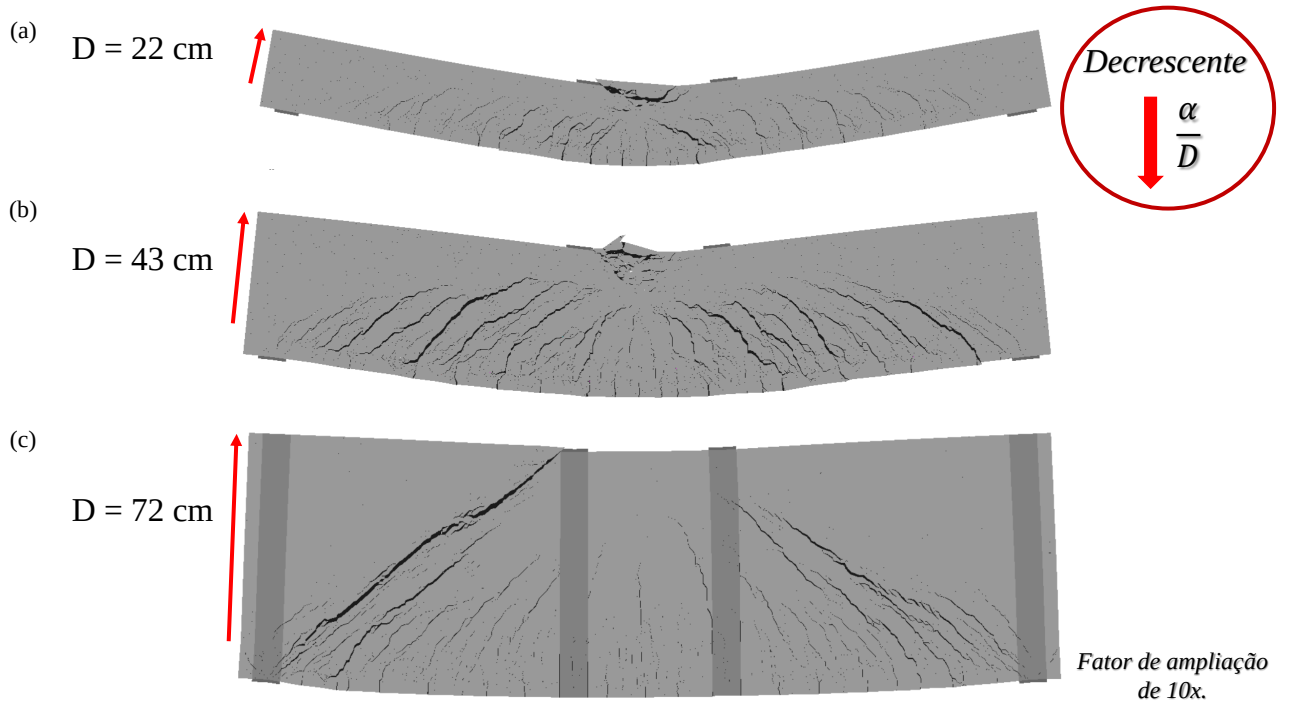


Figura 3.31: Padrões de fissuras previstos para as vigas da Série 4: (a) S4D22A108 ($\alpha/D = 4, 91$), (b) S4D43A108 ($\alpha/D = 2, 51$), (c) S4D72A108 ($\alpha/D = 1, 50$).

As Tabelas 3.6 e 3.7 apresentam uma visão geral dos resultados experimentais (Exp-1, Exp-2 e Exp-3 (MARZEC; TEJCHMAN, 2022)) e os do modelo numérico proposto para vigas de CA pertencentes aos grupos das Séries 3 e 4, respectivamente. As tabelas apresentam as relações α/D , cargas de pico (kN) e modos de falha das vigas: cisalhamento-compressão (CC) e/ou esmagamento do concreto (EC). É nítido que, as respostas numéricas apresentaram comportamentos semelhantes aos das respostas experimentais. Em todos os casos analisados, as vigas com menores relações α/D apresentaram modos de falha CC bem definidos, enquanto aquelas com relações α/D mais altas exibiram modos de falha EC bem definidos.

Tabela 3.6: Cargas de pico e modos de falha dos ensaios experimental e numérico das vigas da Série 3

Viga	S3D36A54	S3D36A108	S3D36A216
Relação (α/D)	1,50	3,00	6,00
Exp-1	1574 (CC)	802 (CC)	544 (EC)
Exp-2	1165 (CC)	601 (EC)	411 (EC)
Exp-3	1271 (CC)	954 (EC)	469 (EC)
Numérico	1670 (CC)	868 (EC)	503 (EC)

Tabela 3.7: Cargas de pico e modos de falha dos ensaios experimental e numérico das vigas da Série 4

Viga	S4D22A108	S4D43A108	S4D72A108
Relação (α/D)	4,91	2,51	1,50
Exp-1	227	694	1420
	(EC)	(CC)	(CC)
Exp-2	204	808	1416
	(EC)	(CC)	(CC)
Exp-3	191	732	1423
	(EC)	(EC)	(CC)
Numérico	185	670	1390
	(EC)	(EC)	(CC)

A Tabela 3.8 apresenta uma comparação entre as cargas de pico médias previstas numericamente e experimentais (Exp-1, Exp-2 e Exp-3 (MARZEC; TEJCHMAN, 2022)) para cada viga de CA. Note que a variação é baixa para todas as análises; no entanto, as vigas S3D36A54 (Exp-2) e S3D36A108 (Exp-2) foram excluídas da média experimental das cargas de pico devido ao uso de uma resistência à compressão inferior para o concreto ($f_c = 39$ MPa) (MARZEC; TEJCHMAN, 2022).

Tabela 3.8: Comparação entre as cargas de pico numéricas e experimentais

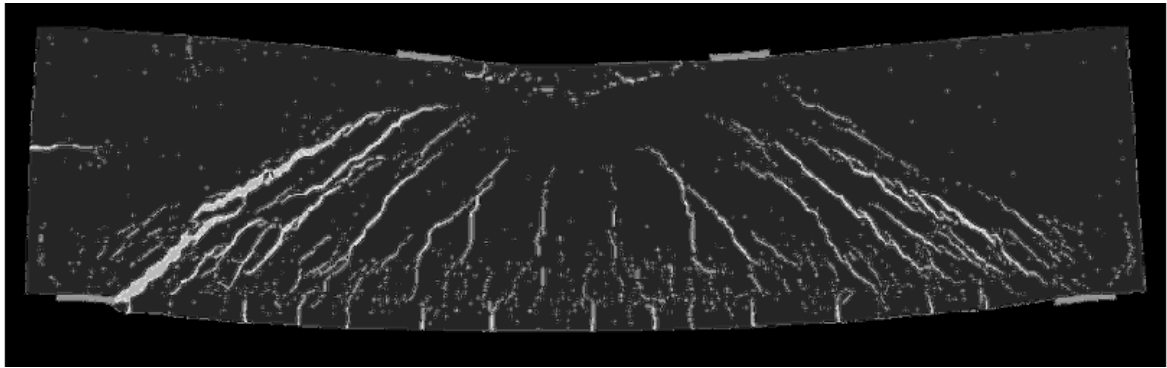
Viga	Relação (α/D)	Média experimental	Diferença entre a média
		carga de pico (kN)	experimental e simulação numérica (%)
S3D36A54	1,50	1423,00	+17,36
S3D36A108	3,00	878,00	+1,15
S3D36A216	6,00	474,70	+5,96
S4D22A108	4,91	207,30	-10,76
S4D43A108	2,51	744,70	-10,03
S4D72A108	1,50	1419,70	+13,40

O desenvolvimento de ferramentas computacionais para a predição de modos de falha em vigas de concreto armado, como a detecção de fissuras, é um dos principais desafios na construção civil, conforme discutido anteriormente. Uma das abordagens exploradas nesta estratégia numérica é a utilização de algoritmos de detecção de contornos, como o filtro de Sobel disponível no MATLAB®. Esse filtro realça as bordas das imagens, incluindo as fissuras, ao aplicar uma operação que destaca as mudanças de intensidade (ARAVIND; NAGAJOTHI; ELAVENIL, 2021). A aplicação do filtro de Sobel na viga S3D36A54 ($\alpha/D = 1,50$), com a segmentação no MATLAB® conforme apresentado na Tabela 3.9 e ilustrado na Figura 3.32, exemplifica o procedimento utilizado.

Tabela 3.9: Código MATLAB para detecção de fissuras utilizando o filtro de Sobel

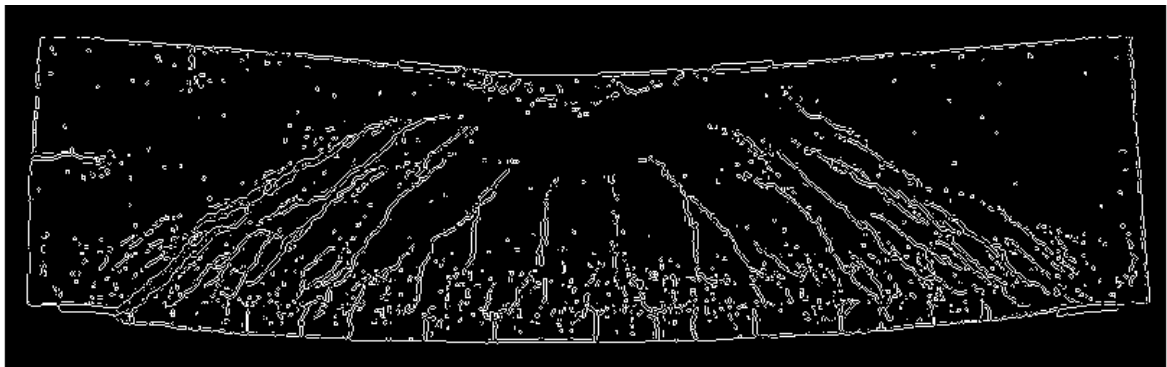
Etapa	Código e Descrição
Leitura da Imagem	<pre>clc, clear all, img = imread('C:/Users/andre/OneDrive/Área de Trabalho/Docs Paper/Fissuras/S3D36A54.png');</pre> clc limpa a janela de comando e clear all apaga as variáveis. O código carrega a imagem com imread.
Conversão para Escala de Cinza	<pre>grayImg = im2gray(img);</pre> Converte a imagem para escala de cinza com im2gray.
Filtro de Sobel	<pre>sobelEdges = edge(grayImg, 'Sobel');</pre> Aplica o filtro de Sobel para detectar bordas (fissuras) na imagem.
Remoção de Ruídos	<pre>minSize = 170;</pre> O valor 170 é usado para filtrar objetos pequenos (ruídos) que não são fissuras reais (valor obtido de forma empírica).
Limpeza das Bordas	<pre>cleanedEdges = bwareaopen(sobelEdges, minSize);</pre> A função bwareaopen remove objetos conectados menores que minSize.
Contagem de Fissuras	<pre>[labeledFissures, fissureCount] = bwlabel(cleanedEdges);</pre> A função bwlabel rotula as regiões conectadas e conta o número de fissuras.
Exibição dos Resultados	<pre>imshow(cleanedEdges);</pre> Exibe a imagem com as fissuras detectadas após remoção dos ruídos.

Imagem original



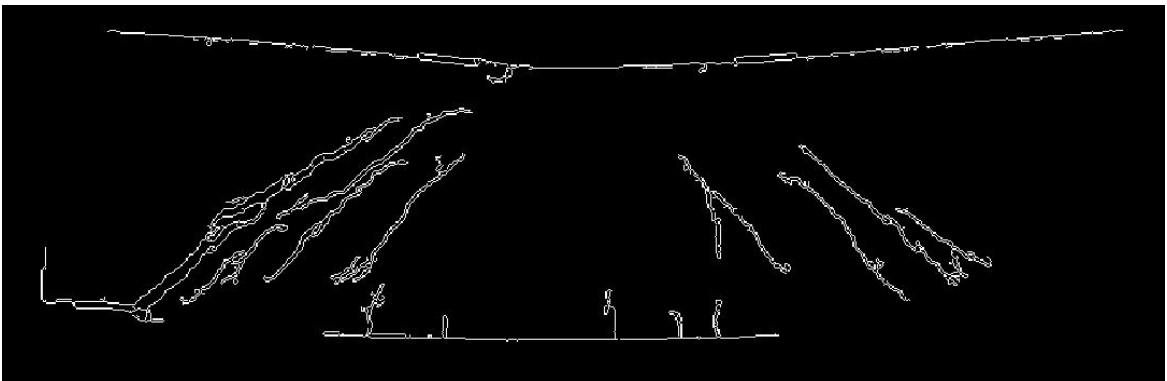
(a)

Bordas detectadas com Sobel



(b)

Fissuras detectadas: 16



(c)

Figura 3.32: Detecção de fissuras na viga S3D36A54 ($\alpha/D = 1,50$): (a) Imagem original da viga, (b) bordas detectadas com o filtro de Sobel, e (c) fissuras detectadas e destacadas após o processamento da imagem.

Esse procedimento foi adotado para as demais vigas. A Tabela 3.10 compara o espaçamento

médio entre as fissuras (CALDENTEY *et al.*, 2013), obtidas em testes experimentais (MARZEC; TEJCHMAN, 2022), com as simulações numéricas realizadas para as vigas das Séries 3 e 4, utilizando a estratégia numérica avaliada. A nova abordagem demonstrou similaridade tanto no espaçamento quanto na quantidade de fissuras detectadas.

Tabela 3.10: Comparação do espaçamento das fissuras entre a simulação numérica e os experimentos

Viga	Relação (α/D)	Espaçamento médio experimental (mm)	Espaçamento numérico (mm)
S3D36A54	1,50	110	101
S3D36A108	3,00	114	117
S3D36A216	6,00	98	93
S4D22A108	4,91	79	60
S4D43A108	2,51	118	117
S4D72A108	1,50	124	113

A Tabela 3.11 mostra o tempo total de simulação e o número de passos de carregamento para cada viga de CA.

Tabela 3.11: Tempo de Simulação para as malhas de concreto (12,5 mm) nas vigas de concreto armado: Séries 3 e 4

Viga	Total de passos	Tempo total (min)
S3D36A54	300	89,6
S3D36A108	630	273,4
S3D36A216	1540	939,2
S4D22A108	980	252,8
S4D43A108	700	347,1
S4D72A108	320	233,7

3.3 INFLUÊNCIA DA TAXA DE ARMADURA E DO EFEITO ESCALA

O caso anterior analisou falhas em vigas de concreto com altos valores de ρ_l , destacando o esmagamento do concreto e o modo de cisalhamento-compressão. Com base no Esquema Global dos Modos de Falha apresentado na Seção 1.1.2, dois novos conjuntos de vigas ensaiados experimentalmente por Corrado, Ventura e Carpinteri (2022) foram avaliados (nas Seções 3.3.1 e 3.3.2). Esse autor conduziu ensaios de flexão em três pontos em vigas de CA sem armadura de cisalhamento.

Na Seção 3.3.1, é apresentado um conjunto de vigas de mesma geometria em que o aumento da taxa de armadura provoca uma transição no modo de falha, passando de flexão (durante o escoamento do aço) para cisalhamento no concreto (antes do escoamento da armadura). Três dessas vigas foram avaliadas neste estudo utilizando a metodologia avaliada, com o objetivo de verificar sua aplicabilidade em casos com baixas taxas de armadura e modos de falha específicos.

Na Seção 3.3.2, as simulações realizadas neste estudo reproduzem os ensaios experimentais de cinco vigas de concreto armado com taxa de armadura longitudinal constante, com o objetivo

de analisar a transição entre os modos de falha flexão-cisalhamento-esmagamento considerando o efeito escala.

3.3.1 INFLUÊNCIA DO AUMENTO DA TAXA DE ARMADURA LONGITUDINAL

Este teste avaliou o impacto da taxa de armadura longitudinal no modo de falha das vigas de concreto. A nomenclatura utilizada para as vigas é $H20_{\rho_{lxx}}L_{eff}120$, onde 20 representa a altura da viga H em cm, ρ_{lxx} representa a taxa de armadura longitudinal em %, e L_{eff} é o comprimento efetivo em cm. A geometria e as seções transversais dessas vigas estão apresentadas na Figura 3.33, onde as taxas de armadura longitudinal são 0,25% (Figura 3.33(a)), 0,50% (Figura 3.33(b)) e 1,13% (Figura 3.33(c)).

Com o aumento de ρ_l , observou-se uma transição no tipo de falha apresentada pelas vigas ensaiadas experimentalmente por Corrado, Ventura e Carpinteri (2022). A viga $H20_{\rho_l 0,25}L_{eff}120$, com $\rho_l = 0,25\%$, apresentou falha predominante por flexão, ocorrendo durante o escoamento da armadura. Quando ρ_l foi aumentado para 0,50% (viga $H20_{\rho_l 0,50}L_{eff}120$), a falha passou a ser caracterizada por dois modos distintos: flexão, durante o escoamento da armadura, e cisalhamento, antes do escoamento. Ao aumentar ρ_l para 1,13% (viga $H20_{\rho_l 1,13}L_{eff}120$), com a geometria ainda constante, a falha predominante passou a ser por cisalhamento em todos os três ensaios, ocorrendo antes do escoamento da armadura. Isso demonstra a influência do aumento da taxa de armadura longitudinal nas vigas de CA com geometria constante.

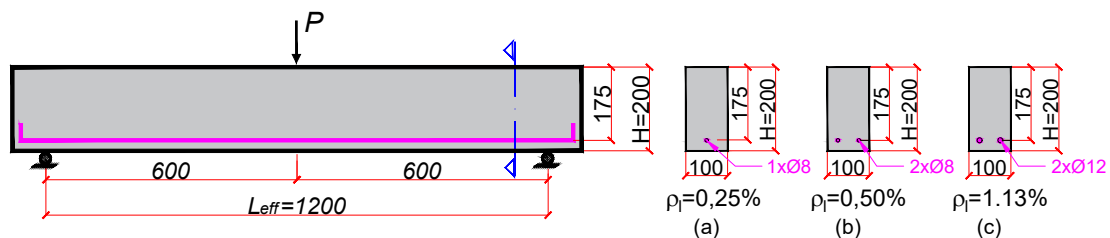


Figura 3.33: Geometria e seções transversais das vigas $H20_{\rho_{lxx}}L_{eff}120$ com taxas de armadura longitudinal de (a) $\rho_l = 0,25\%$, (b) $\rho_l = 0,50\%$ e (c) $\rho_l = 1,13\%$ (adaptada de Corrado, Ventura e Carpinteri (2022)).

Em relação às vigas das Séries 3 e 4 analisadas anteriormente, os parâmetros de aderência

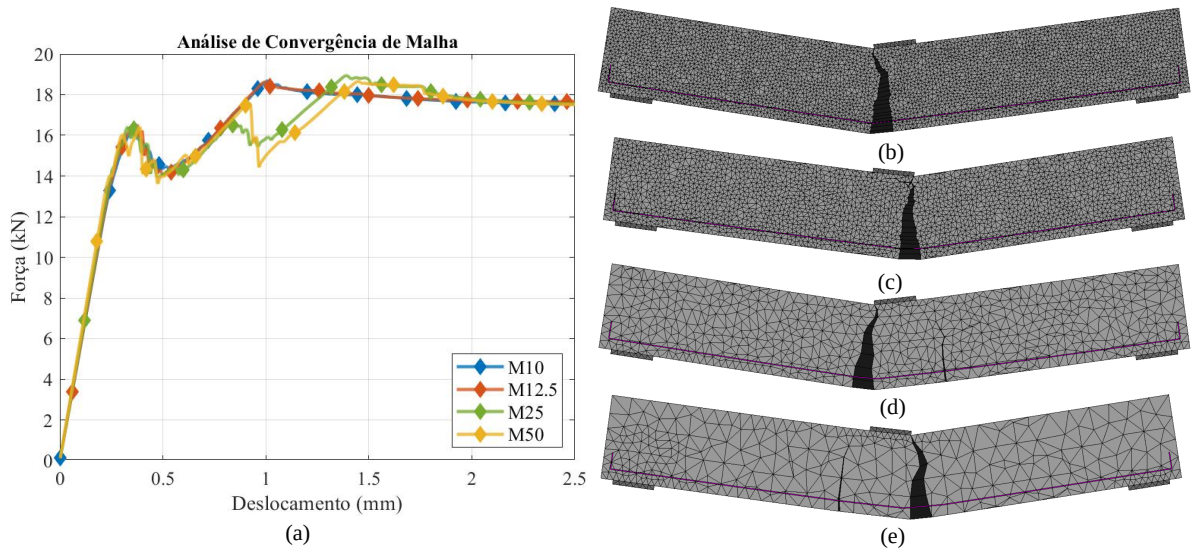


Figura 3.34: Curvas força vs. deslocamento e vigas deformadas (com um fator de ampliação de 10x) para malhas de concreto não estruturadas com quatro discretizações para a viga H20_ρ_l0,50_Leff120: (a) Curva força vs. deslocamento para diferentes tamanhos de malha, (b) 10 mm (M10), (c) 12,5 mm (M12,5), (d) 25 mm (M25) e (e) 50 mm (M50).

foram reavaliados. As tensões de aderência foram ajustadas para $\tau_{bu} = 13,00$ MPa e $\tau_{br} = 2,00$ MPa no modelo de tensão de aderência vs. deslizamento (CEB-FIP, 1993)), com base na resistência à compressão $f_c = 40$ MPa (CORRADO; VENTURA; CARPINTERI, 2022) (Seção 3.1). As barras de aço foram modeladas considerando tensões de escoamento de $\sigma_y = 502$ MPa (barras Ø8 mm) e $\sigma_y = 513$ MPa (barras Ø12 mm), além de um módulo de elasticidade $E_s = 210$ GPa (CORRADO; VENTURA; CARPINTERI, 2022). Todos os demais parâmetros permaneceram consistentes com os apresentados na Tabela 3.4, com $k = 10^3$ MPa/mm.

De forma semelhante à Seção 3.2.1, foi realizada uma análise de convergência de malha para essas vigas (H20_ρ_l0,25_Leff120) conforme a Figura 3.34.

A Tabela 3.12 apresenta os tempos de simulação no MATLAB® para quatro discretizações de malha da viga de concreto armado H20_ρ_l0,25_Leff120 ao longo de 4000 passos.

Tabela 3.12: Tempo de simulação para análise de convergência de malha da viga de concreto armado H20_ρ_l0,25_Leff120

Tamanho da malha (mm)	10	12,5	25	50
Nós	21729	14021	3881	1751
Elementos	18289	11829	3422	1484
Tempo total (min)	813,3	611,5	107,7	54,7

Após a análise de convergência de malha, foi realizada também uma análise para o tamanho do incremento de deslocamento, com incrementos de 0,002 mm, devido às deflexões menores em relação às vigas anteriores. Esse controle foi realizado no nó central do vão, na superfície da região comprimida. Para a viga de menor deflexão (H20_ρ_l0,25_Leff120), foram avaliados três tamanhos de incremento: 0,001 mm, 0,002 mm e 0,004 mm, conforme mostrado na Figura 3.35. A escolha do incremento de 0,002 mm foi baseada na otimização do custo computacional, pois a diferença na carga de pico entre este incremento e o de 0,001 mm é inferior a 1 kN.

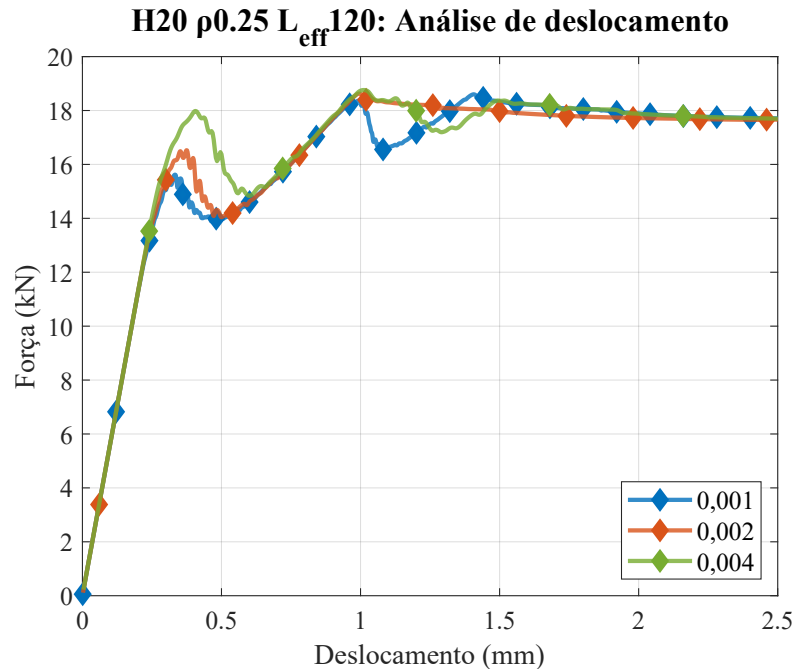


Figura 3.35: Curvas numéricas força vs. deslocamento para a viga H20_ρ_l0,25_Leff120, considerando incrementos de deslocamento de 0,001 mm, 0,002 mm e 0,004 mm.

A Figura 3.36 apresenta a malha não estruturada utilizada, com uma discretização de 12,5 mm, para a análise da viga H20_ρ_{lxx}_Leff120. Como apenas a taxa de armadura longitudinal

foi variada ($\rho_l = 0,25\%$ e $\rho_l = 0,50\%$), a mesma geometria da viga foi adotada em ambas as simulações, totalizando 4000 passos em cada análise. Para a viga com $\rho_l = 1,13\%$, uma abordagem distinta foi empregada, conforme descrito na sequência.

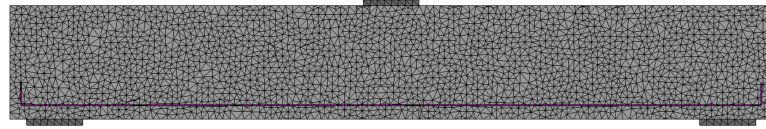


Figura 3.36: Malha não estruturada para as simulações das vigas H20_ ρ_{lxx} - L_{eff} 120 com uma discretização de 12,5 mm.

As características da malha para as vigas H20_ ρ_l 0,25- L_{eff} 120 e H20_ ρ_l 0,50- L_{eff} 120 são apresentadas na Tabela 3.13.

Tabela 3.13: Características das malhas das vigas H20_ ρ_{lxx} - L_{eff} 120

Elementos Triangulares	4666
EFAs	224
Elementos Retangulares	6827
Elementos Lineares	112
Total de Nós	14021
Total de Elementos	11829

As Figuras 3.37, 3.38, 3.39 e 3.40 apresentam as curvas força vs. deslocamento experimentais (Exp-1, Exp-2 e Exp-3) e numéricas das vigas H20_ ρ_{lxx} - L_{eff} 120. As cargas de pico obtidas nas simulações numéricas mostraram boa concordância com os valores observados experimentalmente (CORRADO; VENTURA; CARPINTERI, 2022). Nas análises numéricas, considerou-se o deslocamento relativo entre o ponto de aplicação da carga e os apoios, o que pode ter influenciado as diferenças de rigidez observadas, além das causas discutidas na Seção 3.2.1. Vale ressaltar que, durante os ensaios, foram utilizados extensômetros do tipo transformador diferencial variável linear (*Linear Variable Differential Transformer - LVDT*), os quais podem apresentar deslizamentos, especialmente em pontos distantes dos apoios sob altos carregamentos. Esses deslizamentos podem também influenciar a rigidez, como discutido por Paschalis, Lampropoulos e Tsioulou (2018).

O aumento da taxa de armadura de 0,25% para 0,50% e, posteriormente, para 1,13% resultou em acréscimos na carga de pico, passando de aproximadamente 16 kN (Figura 3.37) para 34 kN (Figura 3.38) e, finalmente, para 54 kN (Figura 3.39).

A Figura 3.40 apresenta a compilação das curvas força vs. deslocamento numéricas das três vigas. Verifica-se que o aumento da taxa de armadura elevou tanto a carga de pico quanto a deflexão. Para a variação de 0,25% para 0,50%, a armadura revelou-se insuficiente, com a carga de pico associada ao escoamento do aço. Com o aumento para 1,13%, não houve escoamento da armadura, e a falha pós-pico apresentou uma queda abrupta comportamento típico de ruptura frágil do concreto (CORRADO; VENTURA; CARPINTERI, 2022).

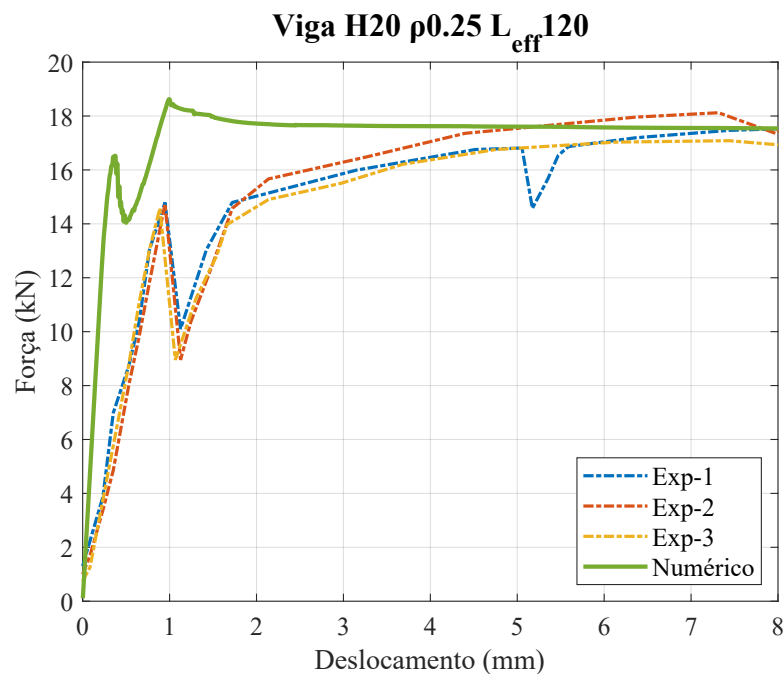


Figura 3.37: Curvas força vs. deslocamento para três realizações dos testes experimentais (CORRADO; VENTURA; CARPINTERI, 2022) e simulações numéricas da viga H20- $\rho_{t0,25} L_{eff}120$.

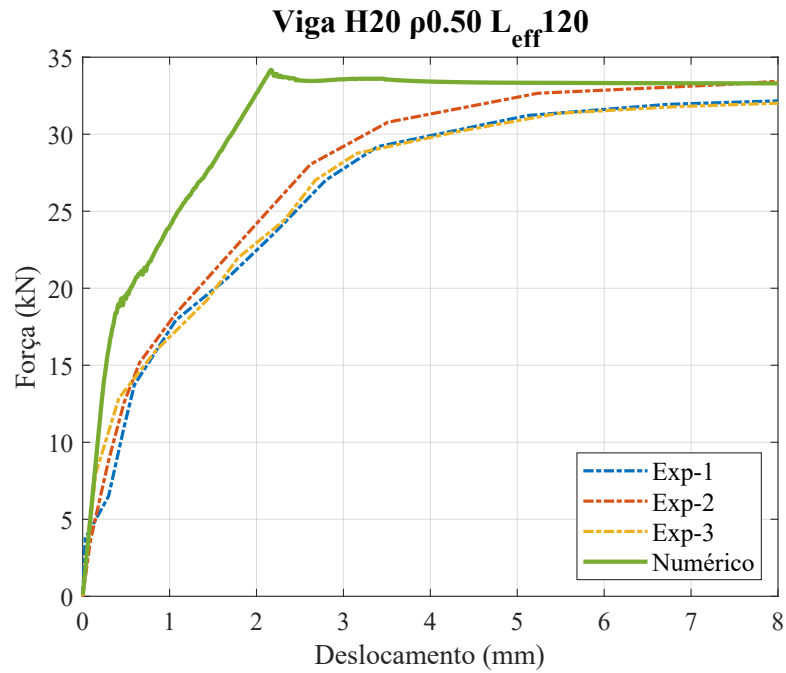


Figura 3.38: Curvas força vs. deslocamento para três realizações dos testes experimentais (CORRADO; VENTURA; CARPINTERI, 2022) e simulações numéricas da viga $H20_{\rho_{l0,50}L_{eff}^{120}}$.

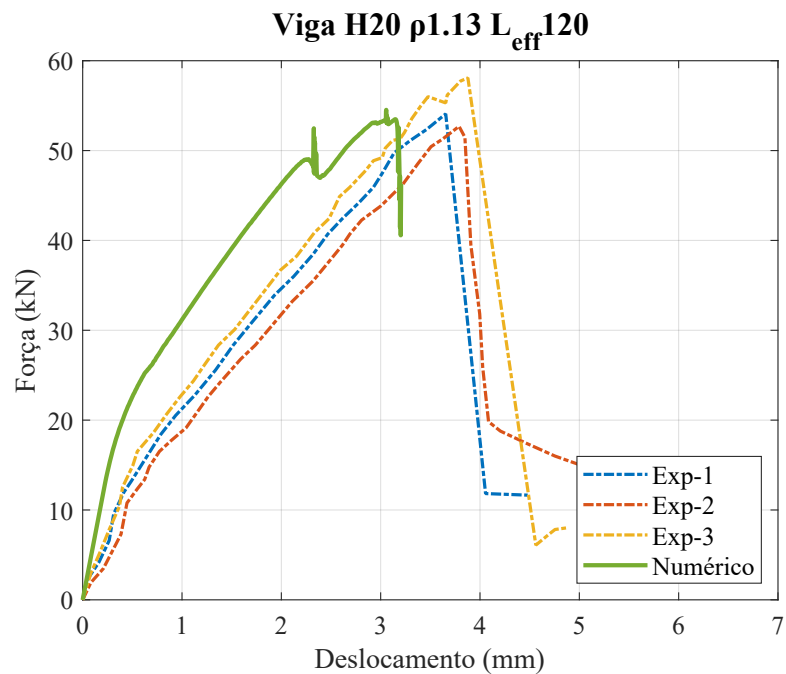


Figura 3.39: Curvas força vs. deslocamento para três realizações dos testes experimentais (CORRADO; VENTURA; CARPINTERI, 2022) e simulações numéricas da viga $H20_{\rho_{l1,13}L_{eff}^{120}}$.

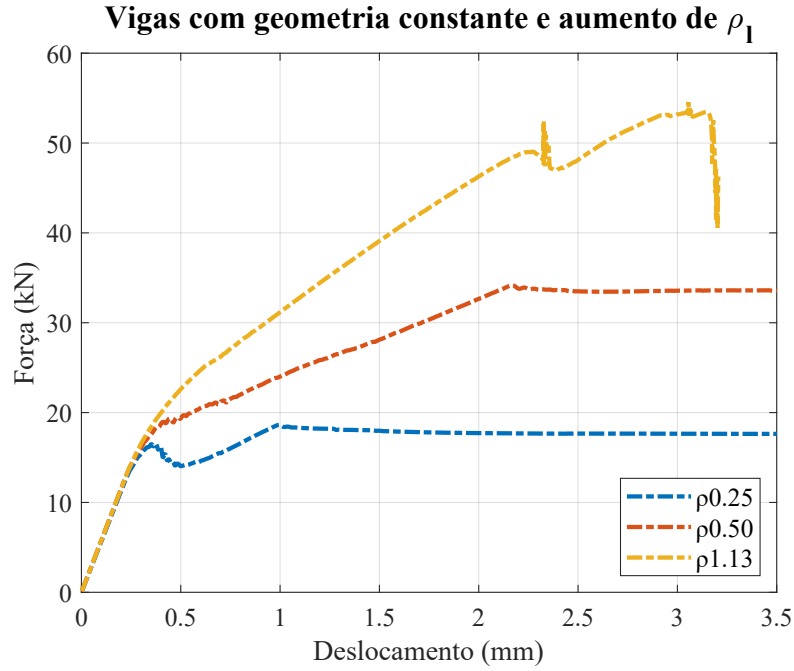


Figura 3.40: Compilação numérica das curvas força vs. deslocamento das vigas H20- ρ_{lxx} - L_{eff} 120 com taxas de armadura longitudinal de: $\rho_l = 0,25\%$, $\rho_l = 0,50\%$ e $\rho_l = 1,13\%$.

As Figuras 3.41 e a Figura 3.42 apresentam os padrões de fissuras numéricos (Figuras 3.41(a) e 3.42(a)) e os padrões de fissuras experimentais (CORRADO; VENTURA; CARPINTERI, 2022) (Figuras 3.41(b) e 3.42(b)) para as vigas H20- ρ_l 0,25- L_{eff} 120 e H20- ρ_l 0,50- L_{eff} 120, respectivamente. O modelo numérico capturou com precisão os modos de falha por flexão durante o escoamento da armadura. O aumento da taxa de armadura longitudinal de 0,25% para 0,50% resultou em mais fissuras, o que é consistente com os resultados experimentais. Os modos de falha por flexão previstos numericamente, marcados pela propagação de uma fissura crítica próxima ao centro da seção transversal na região tracionada, são semelhantes aos observados por Corrado, Ventura e Carpinteri (2022).

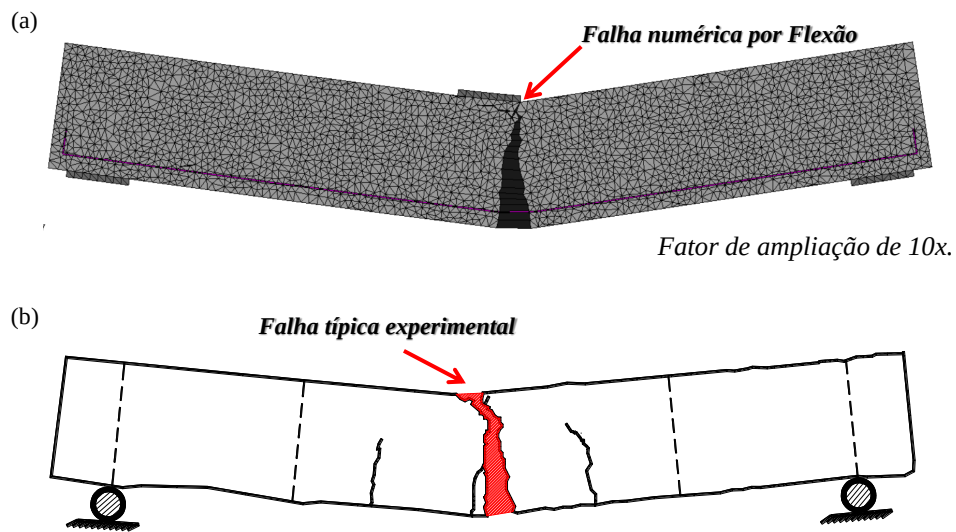


Figura 3.41: Padrões de fissuras para a viga H20_ρl0, 25_Leff120: (a) numérico com falha por flexão, e (b) uma falha experimental típica (adaptada de Corrado, Ventura e Carpinteri (2022)).

Para a viga H20_ρl0, 50_Leff120, com uma taxa de armadura aumentada (Figura 3.42(a)), observa-se um aumento no número de fissuras verticais: uma à esquerda da fissura crítica, duas maiores à direita e uma fissura menor.

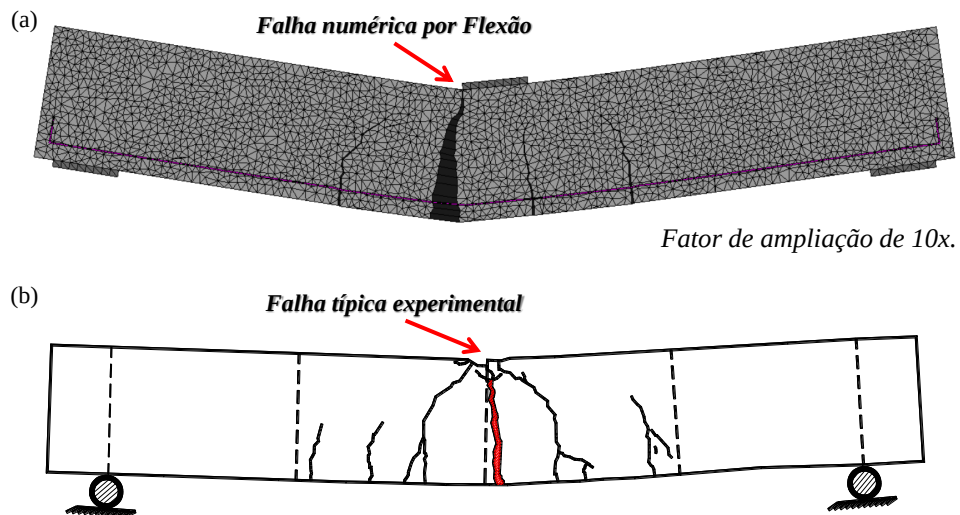


Figura 3.42: Padrões de fissuras para a viga H20_ρl0, 50_Leff120: (a) numérico com falha por flexão, e (b) uma falha experimental típica (adaptada de (CORRADO; VENTURA; CARPINTERI, 2022)).

Para a viga com $\rho_l = 1,13\%$, adotou-se uma malha mais refinada, com elementos finitos triangulares de 5 mm de tamanho médio, totalizando 67847 nós e 56328 elementos. As condições de contorno no apoio foram aplicadas diretamente nos nós, ao contrário dos dois casos anteriores, sem afetar a qualidade da resposta. O tempo de simulação foi de aproximadamente 781,3 minutos para 1600 passos.

A Figura 3.43(a) apresenta os padrões de fissuras da simulação numérica da viga H20_ $\rho_l 1,13$ _ $L_{eff} 120$, com boa similaridade em relação aos resultados experimentais mostrados na Figura 3.43(b). A falha ocorreu devido a uma fissura crítica no concreto, na diagonal, caracterizada por cisalhamento, iniciando na região tracionada da viga e separando o elemento em dois blocos conectados pela armadura longitudinal, conforme observado experimentalmente por Corrado, Ventura e Carpinteri (2022).

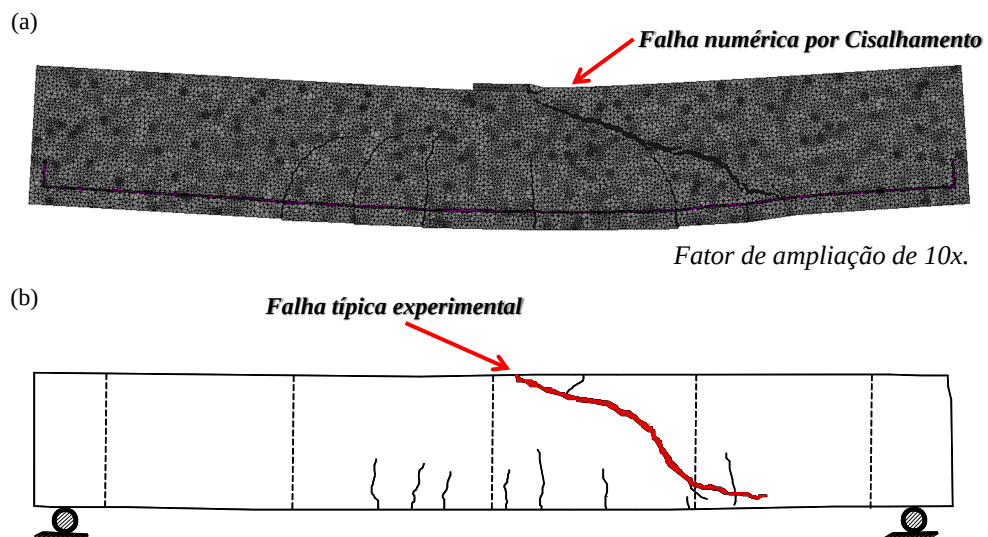


Figura 3.43: Padrões de fissuras para a viga H20_ $\rho_l 1,13$ _ $L_{eff} 120$: (a) numérico com falha por cisalhamento, e (b) uma falha típica experimental (adaptada de (CORRADO; VENTURA; CARPINTERI, 2022)).

A Figura 3.44 ilustra a transição dos modos de falha nas simulações numéricas das vigas H20_ $\rho_l 0,25$ _ $L_{eff} 120$ (Figura 3.44(a)), H20_ $\rho_l 0,50$ _ $L_{eff} 120$ (Figura 3.44(b)) e H20_ $\rho_l 1,13$ _ $L_{eff} 120$ (Figura 3.44(c)). Observa-se que, com o aumento de ρ_l , as vigas apresentam uma transição de um modo de falha por insuficiência de ρ_l (flexão) para uma falha crítica no concreto (cisalhamento).

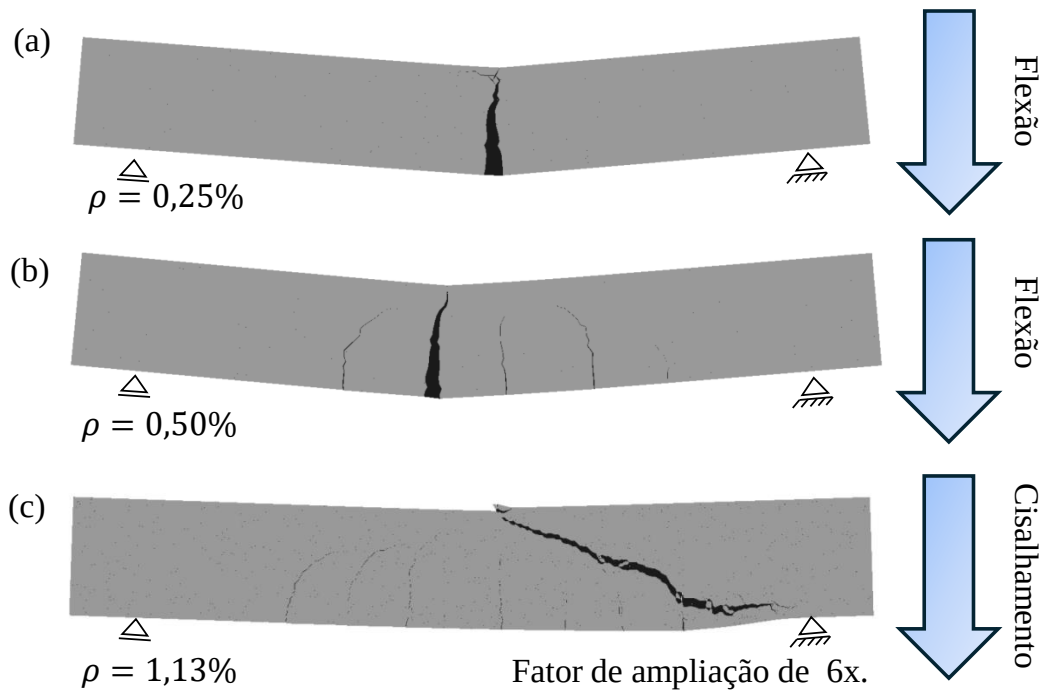


Figura 3.44: Transição dos modos de falha de flexão para cisalhamento com o aumento de ρ_l nas simulações numéricas das vigas de CA: (a) H20_ρ_l0,25_Leff120; (b) H20_ρ_l0,50_Leff120; (c) H20_ρ_l1,13_Leff120.

3.3.2 INFLUÊNCIA DO EFEITO ESCALA

A Figura 3.45 apresenta a geometria das vigas, o detalhamento das armaduras e os cortes das seções transversais dos ensaios que investigaram o impacto da escala nos modos de falha (CORRADO; VENTURA; CARPINTERI, 2022). Mantiveram-se constantes a taxa de armadura (ρ_l) e o índice de esbeltez (λ), enquanto os comprimentos efetivos (L_{eff}) e as alturas (H) variaram proporcionalmente. A taxa de armadura apresentou variações mínimas, sendo 1,01 para a primeira viga (Figura 3.45(a)) e 1,13 para as demais (Figuras 3.45(b)–3.45(e)).

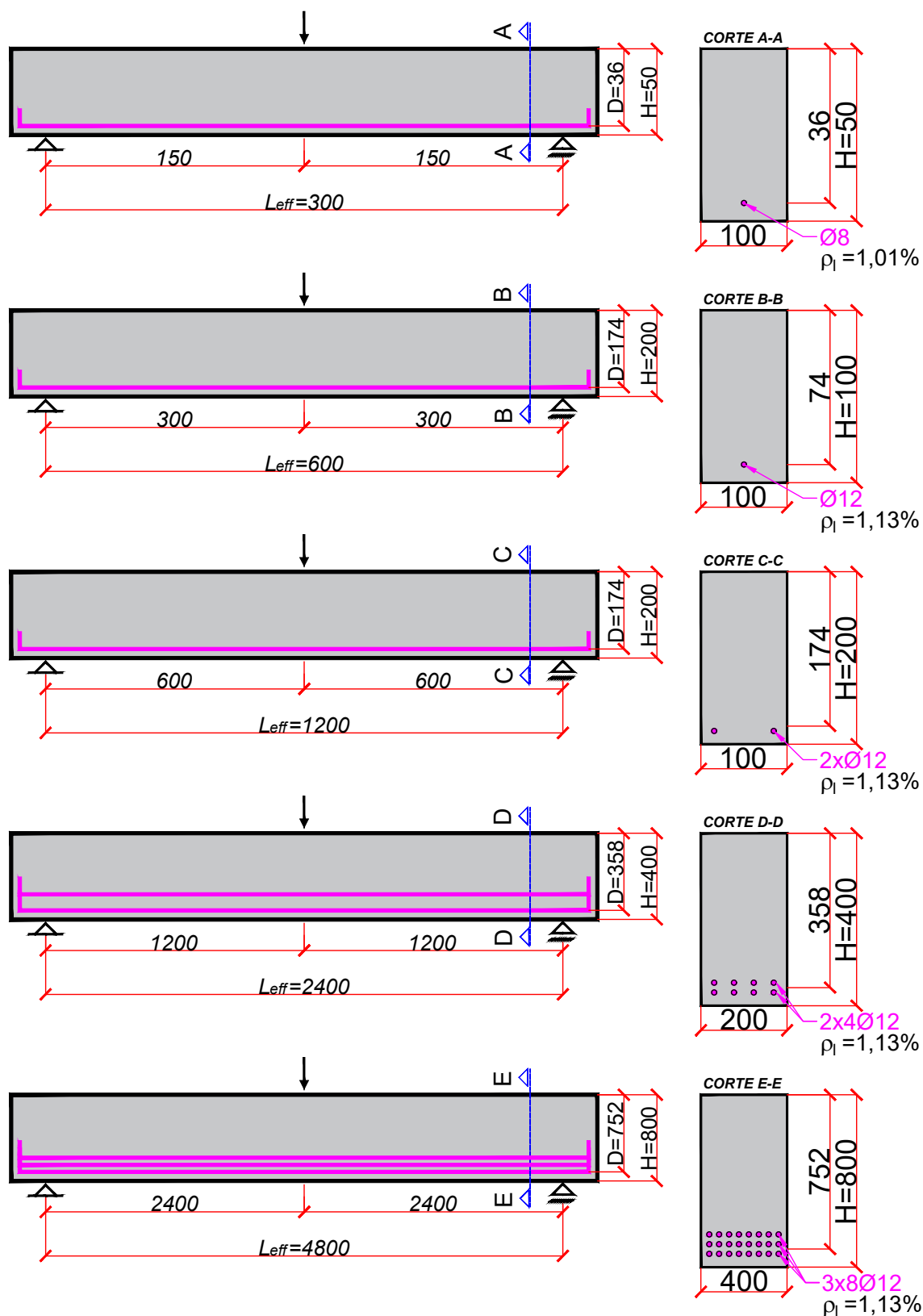


Figura 3.45: Representação de vigas de concreto armado com ρ constante e $\lambda = 3,00$, com os cortes das respectivas seções transversais: (a) H05_ ρ_l 1,01_ L_{eff} 030; (b) H10_ ρ_l 1,13_ L_{eff} 060; (c) H20_ ρ_l 1,13_ L_{eff} 120; (d) H40_ ρ_l 1,13_ L_{eff} 240; e (e) H80_ ρ_l 1,13_ L_{eff} 480. Dimensões em milímetros e desenhos fora de escala.

As Figuras 3.39, 3.46, 3.47, 3.48, 3.49 e 3.50 apresentam as curvas experimentais (Exp-1, Exp-2, Exp-3) e as numéricas de força vs. deslocamento para cada viga estudada, considerando a análise de deslocamento no nó central da região comprimida.

Observe que as curvas numéricas apresentam boa similaridade com as experimentais em termos de cargas de pico. As vigas H05_ ρ_l 1, 01_ L_{eff} 030 e H10_ ρ_l 1, 13_ L_{eff} 060 (Figuras 3.46 e 3.47, respectivamente) exibiram cargas de pico ligeiramente inferiores às de Exp-1, mas com coerência nas trajetórias de carga. Além disso, à medida que as dimensões das vigas e a taxa de armadura aumentam, verifica-se um ganho de resistência, refletido no aumento das cargas de pico.

Este ganho resultou em um aumento de rigidez nas respostas numéricas em comparação aos ensaios experimentais, como observado nas vigas H20_ ρ_l 1, 13_ L_{eff} 120 (a terceira viga do grupo analisado na Seção 3.3.1) e H40_ ρ_l 1, 13_ L_{eff} 240 (Figuras 3.39 e 3.48, respectivamente). A viga H80_ ρ_l 1, 13_ L_{eff} 480 (Figura 3.49) exibiu uma rigidez e uma carga de pico superiores às demais respostas experimentais. As possíveis causas dessa rigidez foram discutidas nas Seções 3.2.1 e 3.3.1.

A Figura 3.50 ilustra o aumento gradativo na deflexão e na carga de pico com o crescimento do tamanho das vigas, agrupando todas as curvas numéricas de força vs. deslocamento. Essa análise demonstra uma certa congruência com os resultados experimentais, evidenciando o ganho de resistência à medida que a altura das vigas aumenta.

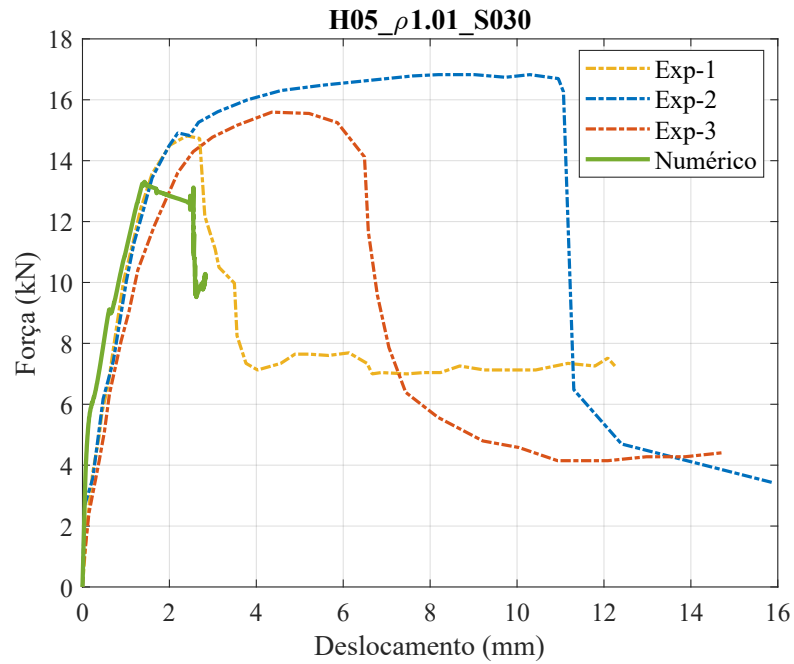


Figura 3.46: Curvas força vs. deslocamento para três realizações dos testes experimentais (CORRADO; VENTURA; CARPINTERI, 2022) e simulações numéricas da viga H05_ρ_l1,01_Leff030.

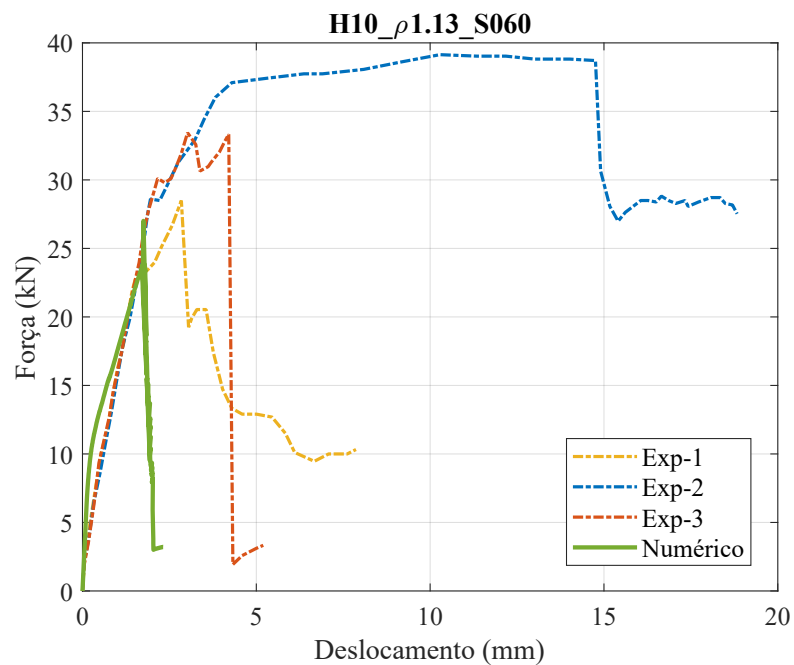


Figura 3.47: Curvas força vs. deslocamento para três realizações dos testes experimentais (CORRADO; VENTURA; CARPINTERI, 2022) e simulações numéricas da viga H10_ρ_l1,13_Leff060.

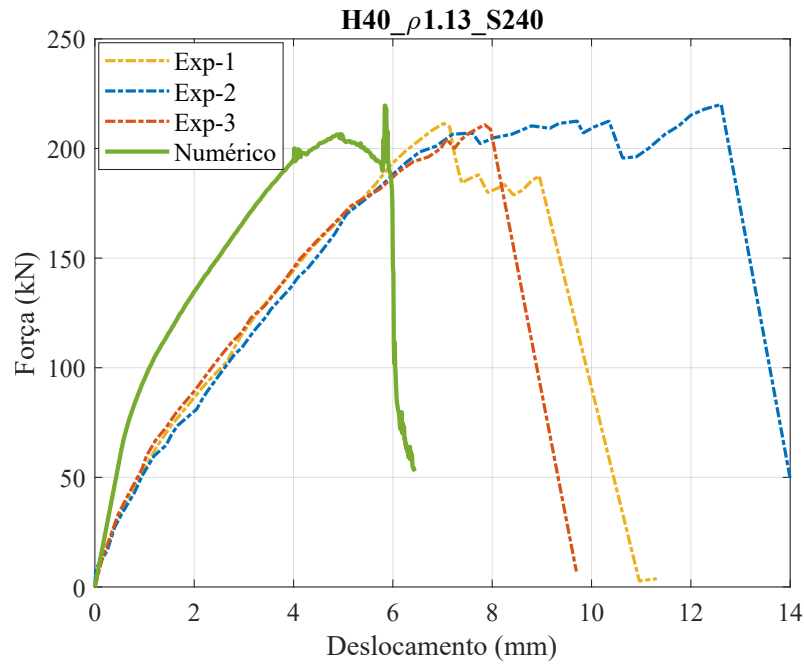


Figura 3.48: Curvas força vs. deslocamento para três realizações dos testes experimentais (CORRADO; VENTURA; CARPINTERI, 2022) e simulações numéricas da viga H40_ρ_l1,13_Leff240.

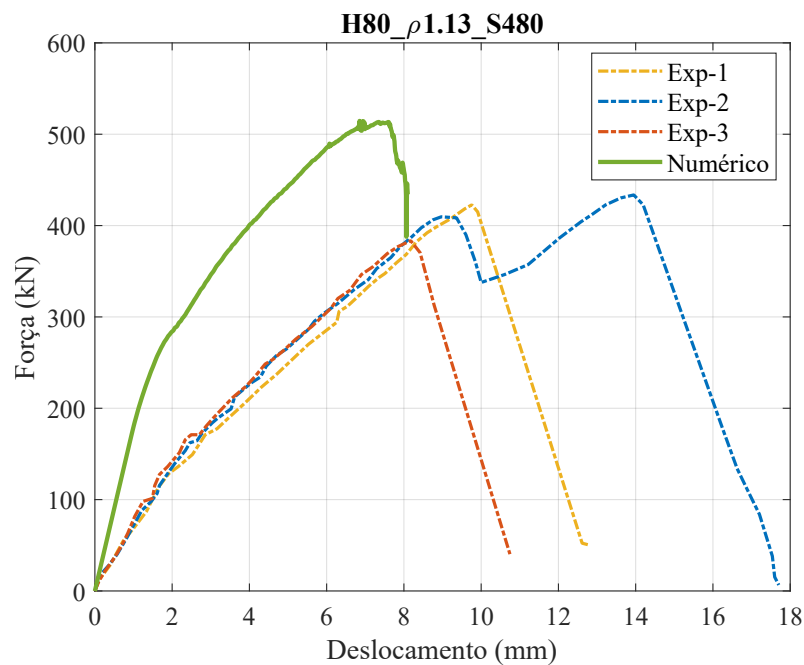


Figura 3.49: Curvas força vs. deslocamento para três realizações dos testes experimentais (CORRADO; VENTURA; CARPINTERI, 2022) e simulações numéricas da viga H80_ρ_l1,13_Leff480.

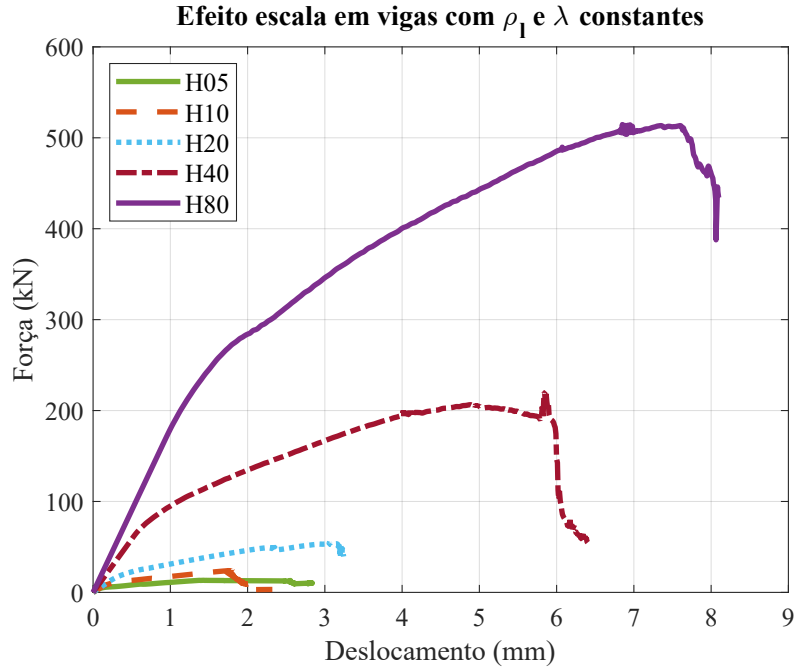
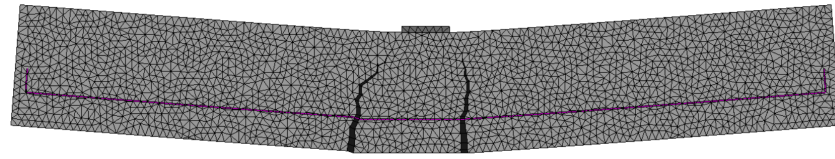


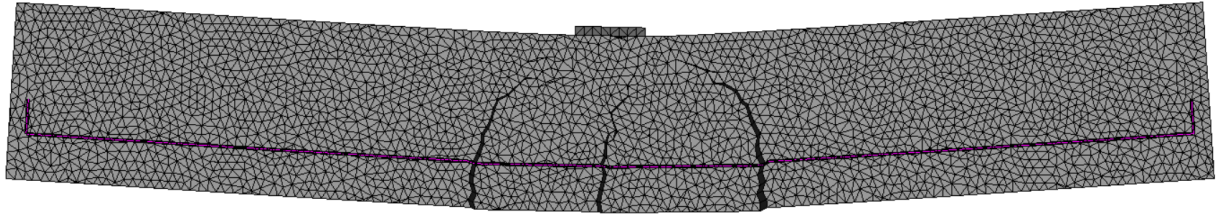
Figura 3.50: Compilação numérica das curvas força vs. deslocamento das vigas considerando o efeito escala: H05_ ρ_l 1,01_ L_{eff} 030, H10_ ρ_l 1,13_ L_{eff} 060, H20_ ρ_l 1,13_ L_{eff} 120, H40_ ρ_l 1,13_ L_{eff} 240 e H80_ ρ_l 1,13_ L_{eff} 480.

Para as vigas, os pós-processos são apresentados com um fator de ampliação de 6x e 10x no final do pós-pico de carga. Nas vigas H05_ ρ_l 1,01_ L_{eff} 030 e H10_ ρ_l 1,13_ L_{eff} 060 (Figura 3.51(a) e Figura 3.51(b), respectivamente), pode-se observar seus respectivos padrões de fissuras. Nessas análises, as falhas ocorreram por flexão, consistente com o que foi observado experimentalmente por Corrado, Ventura e Carpinteri (2022) (os modos de falha das vigas não foram apresentados pelo autor, apenas registrados). Na viga H10_ ρ_l 1,13_ L_{eff} 060, houve mais fissuras evoluindo próximas ao centro do vão se propagando na região tracionada e com maiores inclinações em relação à viga H05_ ρ_l 1,01_ L_{eff} 030.

A Figura 3.43(a) mostra a viga H20_ ρ_l 1,13_ L_{eff} 120, cujas dimensões são o dobro da viga apresentada na Figura 3.51(b), incluindo a largura da seção transversal. Observa-se um modo de falha numérico bem definido por cisalhamento, além da presença de outras fissuras menores. Experimentalmente, um comportamento muito similar foi identificado na mesma viga, conforme ilustrado na Figura 3.43(b), com o modo de falha adaptado de Corrado, Ventura e Carpinteri (2022).



(a) H05_ ρ_l 1.01_S030: Falha numérica por flexão.



(b) H10_ ρ_l 1.13_S060: Falha numérica por flexão.

Fator de ampliação de 10x.

Figura 3.51: Padrões de fissuras numéricas para as vigas: (a) H05_ ρ_l 1.01_ L_{eff} 030 e (b) H10_ ρ_l 1.13_ L_{eff} 060.

Nas Figuras 3.52(a) e 3.53(a), são apresentados os padrões de fissuras numéricas para as vigas H40_ ρ_l 1,13_ L_{eff} 240 e H80_ ρ_l 1,13_ L_{eff} 480, respectivamente. Ambas as vigas exibiram formação de uma cunha leve devido ao esmagamento e falha severa por cisalhamento. Na viga da Figura 3.52(a), identificou-se uma fissura horizontal crítica causada por tensões combinadas de tração e cisalhamento, que se propagou ao longo da biela inclinada, com maior concentração de danos próximo à aplicação da carga. Esse comportamento caracterizou o modo de falha por cisalhamento-compressão. Na Figura 3.53(a), observou-se padrão similar, exceto pela ausência da fissura horizontal crítica. Ambas as vigas apresentaram mudança na direção das fissuras ao longo da propagação.

Modos de falha semelhantes, incluindo o cisalhamento-compressão, foram relatados por outros autores (MARZEC; TEJCHMAN, 2022; YANG *et al.*, 2024), apresentando boa concordância com os padrões experimentais e o modelo numérico avaliado. Conforme discutido na Seção 3.2, em vigas com armaduras de cisalhamento, o esmagamento foi predominante devido ao confinamento efetivo do concreto (MARZEC; TEJCHMAN, 2022; CORRADO; VENTURA; CARPINTERI, 2022) e à maior taxa de armadura longitudinal (ρ_l).

Os padrões de fissuras experimentais das mesmas vigas são mostrados nas Figuras 3.52(b) e 3.53(b). Segundo Corrado, Ventura e Carpinteri (2022), as vigas H40_ ρ_l 1,13_ L_{eff} 240 e

H80_ρ_l1,13_ L_{eff}480 apresentaram, respectivamente, falhas por cisalhamento associadas a esmagamento e somente esmagamento. Com o aumento das dimensões das vigas e de sua capacidade de carga em relação à viga com dimensões inferiores (Figura 3.43), ocorreram mudanças nos modos de falha. As fissuras formaram uma cunha na região comprimida próxima ao centro das vigas, acompanhada de falhas severas nas diagonais, como ilustrado nas Figuras 3.52(b) e 3.53(b) (adaptado de Corrado, Ventura e Carpinteri (2022)).

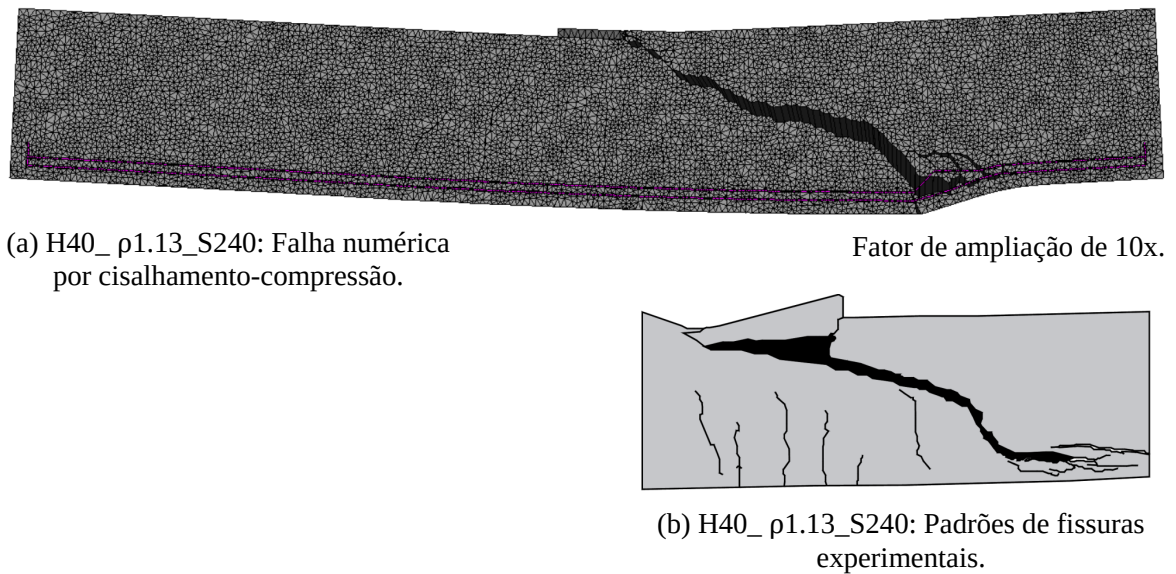
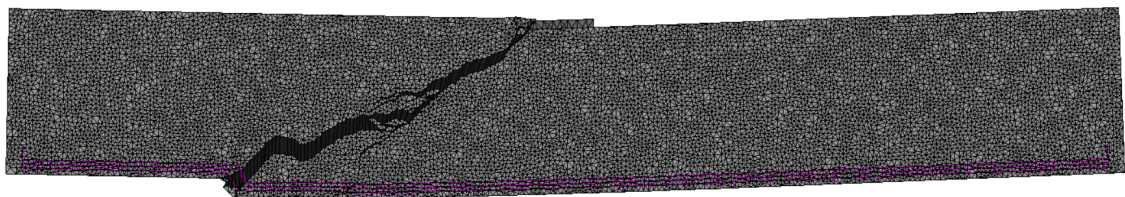
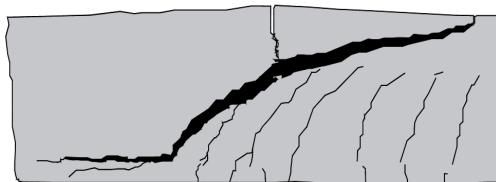


Figura 3.52: Padrões de fissuras para a viga H40_ρ_l1,13_ L_{eff}240: (a) numérico com falha por cisalhamento-compressão, e (b) uma falha típica experimental (adaptada de (CORRADO; VENTURA; CARPINTERI, 2022)).



(a) Viga H80_ $\rho_{l1,13}$ _S480: Falha numérica por cisalhamento-compressão.

Fator de ampliação de 10x.



(b) Viga H80_ $\rho_{l1,13}$ _S480: Padrões de fissuras experimentais.

Figura 3.53: Padrões de fissuras para a viga H80_ $\rho_{l1,13}$ _L_{eff}480: (a) numérico com falha por cisalhamento-compressão, e (b) uma falha típica experimental (adaptada de (CORRADO; VENTURA; CARPINTERI, 2022)).

Um resumo dos ensaios experimentais e numéricos é apresentado na Tabela 3.14. Esta tabela inclui a carga de pico dos ensaios numéricos, a média dos três ensaios experimentais, a diferença percentual entre os valores e os respectivos modos de falha observados. Os modos de falha são identificados pelas seguintes siglas: F - Flexão, C - Cisalhamento, CC - Cisalhamento-compressão e EC - Esmagamento de Concreto.

Tabela 3.14: Resumo das análises experimentais e numéricas das vigas considerando o efeito escala e a taxa de armadura constante (ρ_l)

Viga	Numérico (kN)	Exp. (kN)	Diferença (%)
H05_ρ1.01_Leff030	13 (F)	16 (F)	-19,00
H10_ρ1.13_Leff060	24 (F)	34 (F / C)	-29,00
H20_ρ1.13_Leff120	53 (C)	55 (C)	-4,00
H40_ρ1.13_Leff240	206 (CC)	214 (C / EC)	-4,00
H80_ρ1.13_Leff480	512 (CC)	415 (EC)	+23,00

Os resultados apresentados evidenciam uma boa concordância entre os valores numéricos e experimentais, com variações mais significativas observadas nas cargas de pico das vigas H10_ρ1,13_Leff060 e H80_ρ1,13_Leff480. Verifica-se que, com o aumento das dimensões dos elementos estruturais, as capacidades resistentes também cresceram, acompanhadas por mudanças nos modos de falha. Essas mudanças incluem uma transição de falha por flexão para modos predominantemente associados ao cisalhamento ou esmagamento, dependendo da configuração geométrica.

Esse comportamento está alinhado ao esperado para o aumento da geometria das vigas. Mantendo constantes a taxa de armadura e a esbeltez, a resistência ao momento fletor aumenta com o crescimento da seção transversal, enquanto o comportamento global é influenciado pela interação entre as forças internas e os mecanismos de ruptura. A Figura 3.54 destaca a transição dos modos de falha nas simulações numéricas (flexão, cisalhamento e cisalhamento-compressão), evidenciando o efeito escala descrito no Esquema Global dos Modos de Falha na Seção 1.1.2.

Tais resultados reforçam a influência das dimensões no comportamento estrutural, evidenciando a transição entre os mecanismos de ruptura com o aumento da geometria. Especificamente, observa-se que, para vigas maiores, a falha ocorre por cisalhamento ou cisalhamento-compressão, acompanhada de uma leve cunha próxima à aplicação da carga, enquanto em vigas menores, a flexão é mais comum como modo de colapso.

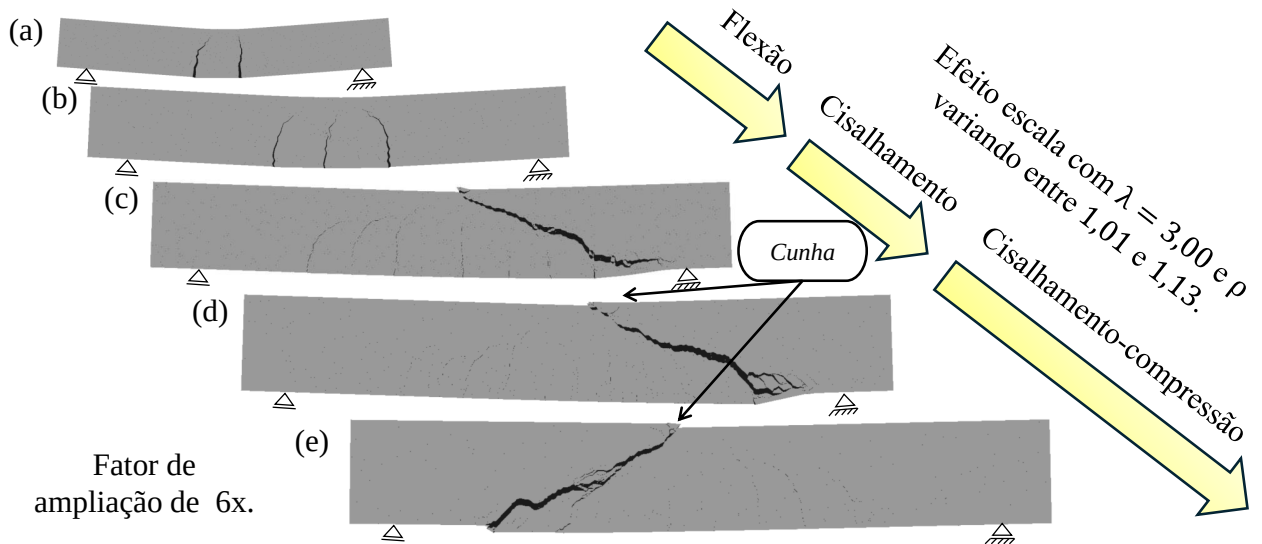


Figura 3.54: Transição entre os modos de falha flexão, cisalhamento e cisalhamento-compressão nas simulações numéricas das vigas submetidas ao efeito escala, com ρ_l e λ constantes: (a) H05_ ρ_l 1,01_Leff030, (b) H10_ ρ_l 1,13_Leff060, (c) H20_ ρ_l 1,13_Leff120, (d) H40_ ρ_l 1,13_Leff240 e (e) H80_ ρ_l 1,13_Leff480.

No Tabela 3.15, são apresentados os dados relativos às análises numéricas das vigas, com foco na quantidade de elementos, nós, passos de carga e tempo total de simulação. As malhas utilizadas nas simulações foram configuradas com tamanhos médios de elementos de 5 mm para as vigas H05_ ρ_l 1,01_Leff030, H10_ ρ_l 1,13_S060 e H20_ ρ_l 1,13_Leff120, enquanto as demais vigas foram modeladas com tamanho médio de elementos de 12,5 mm.

Tabela 3.15: Tempo de simulação de vigas considerando o efeito escala e com ρ_l constante

Viga	Elementos	Nós	Passos	Tempo total (min)
H05_ ρ 1,01_ L_{eff} 030	10195	12081	2960	336,7
H10_ ρ 1,13_ L_{eff} 060	13668	16215	2200	267,6
H20_ ρ 1,13_ L_{eff} 120	56328	67847	1600	781,3
H40_ ρ 1,13_ L_{eff} 240	39162	46966	620	220,1
H80_ ρ 1,13_ L_{eff} 480	53875	64083	810	398,3

CAPÍTULO 4

CONCLUSÕES

Avaliou-se uma nova metodologia para modelar diferentes padrões de fissuras e modos de falha em vigas de CA, combinando modelos de dano por tração e friccional ao cisalhamento com elementos finitos de acoplamento para malhas não conformes de aço e concreto, considerando as leis de tensão de aderência vs. deslizamento. O comportamento não linear do concreto é representado por elementos de interface condensados com elevada razão de aspecto (*condensed HAR-IEs*) retangulares de quatro nós, inseridos entre os elementos regulares da malha por meio da TFM. Esses elementos são agrupados internamente em dois pares de elementos triangulares, sendo que cada um deles é governado por um modelo constitutivo relativamente simples: tração (modo I) e friccional ao cisalhamento (modo II). A abordagem proporciona uma representação realista das aberturas de fissuras, além de permitir a previsão do esmagamento do concreto utilizando, em sua maioria, parâmetros materiais com significado físico. A utilização dos *condensed HAR-IEs* têm demonstrado eficácia na representação em meso escala de concretos convencionais e de alto desempenho.

Para estudar elementos estruturais, como vigas de CA, essa abordagem foi combinada com elementos finitos de acoplamento, a fim de compatibilizar os campos de deslocamento de malhas não conformes (concreto e aço) com base em uma lei que relaciona a tensão de aderência vs. deslizamento.

Os parâmetros do modelo foram calibrados com base em ensaios de compressão uniaxial realizados em concretos convencionais e de alto desempenho (CAD) em escala macroscópica e bidimensional. A comparação entre as curvas tensão vs. deformação numéricas, geradas com

os parâmetros do modelo, e as curvas experimentais demonstrou boa consistência, atingindo as tensões de pico esperadas ($\sigma_{\text{peak}} \approx 72 \text{ MPa}$ e $\sigma_{\text{peak}} \approx 47 \text{ MPa}$) tal como os padrões de fissuras observados. Após a calibração dos parâmetros para as classes de concreto, diversos ensaios de flexão em quatro e três pontos foram realizados em vigas de CA, focando inicialmente nos modos de falha por cisalhamento-compressão (CC) e esmagamento do concreto (EC), com análise da influência da relação α/D . Posteriormente, foram analisadas transições entre os modos de falha, partindo de um esquema global para representar as transições entre flexão-cisalhamento (vigas com geometrias constantes e ρ_l crescente), e flexão-cisalhamento-esmagamento em vigas com ρ_l e λ constantes, considerando o efeito escala.

Na Seção 3.2, os resultados numéricos apresentaram boa concordância com os experimentais, destacando que a falha por EC se tornava mais pronunciada à medida que a relação α/D aumentava (atingindo a capacidade de flexão). Em contraste, à medida que essa relação diminuía, a falha por CC se intensificava, representada por fissuras diagonais mais críticas. A abertura dessas fissuras e os modos de falha característicos foram acentuados pela formação de um arco de compressão (biela comprimida), até o colapso na linha desse arco. Para as vigas com alta taxa de armadura, observou-se um comportamento pós-pico mais frágil nas curvas de força vs. deslocamento, em comparação com os dados experimentais. As vigas de CA com maior capacidade de carga apresentaram maior rigidez em relação aos resultados experimentais, sugerindo a necessidade de investigações futuras. Contudo, o modelo proposto mostrou-se consistente com os dados experimentais, especialmente no que diz respeito às cargas de pico, ao espaçamento das fissuras e aos modos de falha.

A metodologia foi igualmente aplicada a um conjunto de vigas com baixa taxa de armadura, conforme descrito na Seção 3.3. Inicialmente, os padrões de fissuras numéricas observados coincidiram com os experimentais, destacando a fissura principal crítica devido à falha por flexão na região de tração, propagando-se próxima ao centro do vão e resultando no escoamento da armadura. À medida que ρ_l aumentava, os padrões de fissuras e os modos de falha alteraram-se conforme esperado, com falha por cisalhamento no concreto. Para o conjunto de cinco vigas, ao analisar o efeito escala com ρ_l e λ constantes, os modos de falha evoluíram de flexão para cisalhamento e, em seguida, para cisalhamento-compressão, com a formação de uma cunha leve

próxima à aplicação da carga, confirmando o comportamento esperado no esquema global dos modos de falha para ambas as situações. No entanto, o esmagamento foi mais evidente nas vigas com altas taxas de armadura e estribos, possivelmente devido ao maior confinamento.

A nova estratégia numérica se demonstrou eficaz na previsão de uma ampla gama de modos de falha, incluindo a previsão precisa dos fatores que influenciam esses mecanismos de ruptura.

A representação do dano por meio de dois modelos independentes foi útil para identificar o modo de falha em cada configuração de viga, especialmente nas vigas de transição $2 \leq \alpha/D \leq 3$. Como observado experimentalmente, nos casos de falha por EC, o dano estava mais concentrado nas regiões comprimidas e tracionadas das vigas, particularmente no centro das mesmas. Nos casos de falha por CC, o dano por cisalhamento se concentrou nas faixas diagonais e na região comprimida.

A abordagem proposta previu padrões de fissuras consistentes com os experimentais, mesmo utilizando uma malha relativamente grosseira. As análises de convergência indicam que resultados confiáveis podem ser obtidos sem malhas excessivamente refinadas, destacando a eficiência computacional da metodologia. O estudo comprovou a adequação da abordagem para modelar vigas de CA, representando o concreto de forma macroscópica. A metodologia foi capaz de prever de forma robusta os diferentes modos de falha e padrões de fissuras, independentemente das condições de armadura e geometria, o que abre possibilidades para futuras investigações. Em comparação com outros métodos de elementos finitos, a abordagem atual conseguiu prever a abertura de múltiplas fissuras discretas tanto em regiões de tração quanto de compressão, comuns em vigas de CA, sem a necessidade de algoritmos de *tracking* ou modelos constitutivos complexos.

4.1 TRABALHOS PUBLICADOS

Esta seção apresenta as publicações realizadas em periódicos e os trabalhos apresentados em congressos científicos, com foco nos resultados relacionados à modelagem numérica e análise experimental de vigas de CA.

4.1.1 PERIÓDICOS

- VILLA DOS SANTOS, A. F.; GIMENES, M.; CLETO, P. R.; RODRIGUES, E. A.; MANZOLI, O. L. Modeling different modes of failure in reinforced concrete beams combining tensile and shear-frictional damage models and bond-slip coupling for non-matching reinforcement and fragmented concrete meshes. *Engineering Structures*, v. 323, p. 119265, 2025.

4.1.2 CONGRESSOS

- VILLA DOS SANTOS, A. F.; GIMENES, M.; CLETO, P. R.; RODRIGUES, E. A.; MANZOLI, O. L. Modelagem numérica de diferentes modos de falha em vigas de concreto armado. In: *65º Congresso Brasileiro do Concreto*, 22-25 out. 2024, Maceió. Anais [...]. São Paulo: IBRACON, 2024.
- GIMENES, M.; VILLA DOS SANTOS, A. F.; SOUZA, I. F.; MANZOLI, O. L. Parametric study of combined tensile and shear-frictional damage models on the simulation of mesoscopic compressive failure in concrete. In: *XLV Congresso Ibero-Latino-Americano de Métodos Computacionais em Engenharia*, 11-14 nov. 2024, Maceió. Anais [...]. São Paulo: ABMEC, 2024.
- GIMENES, M.; VILLA DOS SANTOS, A. F.; RODRIGUES, E. A.; BITTENCOURT, T. N.; BITENCOURT JR, L. A. G.; MANZOLI, O. L. Advancements in modeling compressive fracture in concrete using condensed high aspect ratio interface elements. In: *12th International Conference on Fracture Mechanics for Concrete and Concrete Structures*, abr. 2025. Anais [...]. DOI: 10.21012/FC12.1266.

4.2 ESTUDOS FUTUROS

Como continuação deste trabalho, sugerem-se as seguintes direções de pesquisa, com o intuito de aprimorar o modelo numérico avaliado e superar algumas limitações identificadas, especialmente em vigas com elevada demanda ao cisalhamento:

1. Avaliar a predição do modelo em 3D por meio da incorporação dos *condensed HAR-IEs* em forma de prismas triangulares, subdivididos em duas camadas de elementos tetraédricos;
2. Realizar análises paramétricas para investigar a sensibilidade dos resultados em relação a cada parâmetro do modelo, tanto nas curvas estruturais quanto nas respostas pós-processadas;
3. Estabelecer uma correlação entre os parâmetros de coesão e ângulo de atrito do modelo friccional ao cisalhamento com a resistência à compressão do concreto, considerando diferentes geometrias de corpos de prova, visando aprimorar a calibração e a capacidade preditiva do modelo;
4. Comparar os resultados obtidos com prescrições normativas relevantes, com o objetivo de fortalecer a validação do modelo proposto;
5. Investigar estratégias de otimização de malha que permitam balancear a fragmentação local do concreto e o custo computacional, de modo a manter a precisão das simulações sem comprometer o tempo de processamento, mesmo com o uso de recursos computacionais mais acessíveis.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABDELBASET, H.; ZHU, Z. Behavior and fatigue life assessment of orthotropic steel decks: A state-of-the-art-review. *Structures*, v. 60, p. 105957, 2024. ISSN 2352-0124. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2352012424001097>>.

ALNAGGAR, M.; PELESSONE, D.; CUSATIS, G. Lattice Discrete Particle Modeling of Reinforced Concrete Flexural Behavior. *Journal of Structural Engineering*, v. 145, n. 1, p. 04018231, 2019. Disponível em: <<https://ascelibrary.org/doi/abs/10.1061/%28ASCE%29ST.1943-541X.0002230>>.

ARAVIND, N.; NAGAJOTHI, S.; ELAVENIL, S. Machine learning model for predicting the crack detection and pattern recognition of geopolymers concrete beams. *Construction and Building Materials*, v. 297, p. 123785, 2021. ISSN 0950-0618. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0950061821015452>>.

AUGUSTINO, D. S.; KABUBO, C.; KANALI, C.; ONCHIRI, R. O. The orientation effect of opening and internal strengthening on shear performance of deep concrete beam using recycled tyre steel fibres. *Results in Engineering*, v. 15, p. 100561, 2022. ISSN 2590-1230. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2590123022002316>>.

BAZANT, Z. P.; PLANAS, J. *Fracture and size effect in concrete and other quasibrittle materials*. [S.l.]: Routledge, 2019.

BITENCOURT, L. A.; MANZOLI, O. L.; PRAZERES, P. G.; RODRIGUES, E. A.; BITTENCOURT, T. N. A coupling technique for non-matching finite element meshes. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 290, p. 19–44, 2015. ISSN 0045-7825. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045782515000870>>.

BITENCOURT, L. A.; MANZOLI, O. L.; TRINDADE, Y. T.; RODRIGUES, E. A.; COSTA, D. D. da. Modeling reinforced concrete structures using coupling finite elements for discrete representation of reinforcements. *Finite Elements in Analysis and Design*, v. 149, p. 32–44, 2018. ISSN 0168-874X. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0168874X18301082>>.

BOLANDER, J. E.; ELIÁŠ, J.; CUSATIS, G.; NAGAI, K. Discrete mechanical models of concrete fracture. *Engineering Fracture Mechanics*, v. 257, p. 108030, 2021. ISSN 0013-7944. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0013794421004501>>.

BRESLER, B.; MACGREGOR, J. G. Review of concrete beams failing in shear. *Journal of the Structural Division*, American Society of Civil Engineers, v. 93, n. 1, p. 343–372, 1967.

CAGGIANO, A.; ETSE, G.; FERRARA, L.; KRELANI, V. Zero-thickness interface constitutive theory for concrete self-healing effects. *Computers & Structures*, v. 186, p. 22–34, 2017. ISSN 0045-7949. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045794916312883>>.

CALDENTEY, A. P.; PEIRETTI, H. C.; IRIBARREN, J. P.; SOTO, A. G. Cracking of RC members revisited: influence of cover, ϕ/ρ_s , e_f and stirrup spacing—an experimental and theoretical study. *Structural Concrete*, v. 14, n. 1, p. 69–78, 2013. Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/suco.201200016>>.

CAMARGO, M.; CLETO, P. R.; MAEDO, M. A.; RODRIGUES, E. A.; BITENCOURT, L. A.; MANZOLI, O. L. Modeling the hydrodynamic behavior of fractures and barriers in porous media using coupling finite elements. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, v. 208, p. 109700, 2022. ISSN 0920-4105. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0920410521013280>>.

CAROL, I.; PRAT, P. C.; BAŽANT, Z. P. New explicit microplane model for concrete: Theoretical aspects and numerical implementation. *International Journal of Solids and Structures*, v. 29, n. 9, p. 1173–1191, 1992. ISSN 0020-7683. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/002076839290141F>>.

CARPINTERI, A.; CARMONA, J. R.; VENTURA, G. Failure mode transitions in reinforced concrete beams—part 2: Experimental tests. *ACI Structural Journal*, v. 108, n. 3, 2011.

CARPINTERI, A.; VENTURA, G.; CARMONA, J. *et al.* Flexural to shear and crushing failure transitions in rc beams by the bridged crack model. *Fracture mechanics of concrete structures, Proc. of FraMCoS-6*, v. 2, p. 677–684, 2007.

CEB-FIB. *CEB-FIB Model Code 2010 for concrete structures 2010*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2013.

CEB-FIP. *CEB-FIP Model Code 90 for concrete structures 1993*. [S.l.]: Thomas Telford Ltd., London, 1993.

CERVENKA, J.; JENDELE, L. Finite element modelling of reinforcement with bond. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 84, p. 1780–1791, 2006.

CERVERA, M.; OLIVER, J.; MANZOLI, O. A rate-dependent isotropic damage model for the seismic analysis of concrete dams. *Earthquake engineering & structural dynamics*, Wiley Online Library, v. 25, n. 9, p. 987–1010, 1996. ISSN 1096-9845. Disponível em: <[http://dx.doi.org/10.1002/\(SICI\)1096-9845\(199609\)25:9<987::AID-EQE599>3.0.CO;2-X](http://dx.doi.org/10.1002/(SICI)1096-9845(199609)25:9<987::AID-EQE599>3.0.CO;2-X)>.

CERVERA, M.; OLIVER, J.; MANZOLI, O. A rate-dependent isotropic damage model for the seismic analysis of concrete dams. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, v. 25, n. 9, p. 987–1010, 1996. Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/%28SICI%291096-9845%28199609%2925%3A9%3C987%3A%3AAID-EQE599%3E3.0.CO%3B2-X>>.

CHAVES, A. P.; PEIXOTO, R. G.; SILVA, R. P. Boundary element method: cells with embedded discontinuity modeling the fracture process zone in 3d failure analysis. *International Journal of Fracture*, v. 247, p. 107–132, 2024. ISSN 1573-2673. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s10704-024-00785-4>>.

- CHEN, W.-F.; HAN, D.-J. *Plasticity for Structural Engineers*. [S.l.]: J. Ross Publishing, 2007.
- CHOI, Y.; LEE, H.-K.; CHU, S.; CHEONG, S.; JUNG, W. Shear behavior and performance of deep beams made with self-compacting concrete. *International Journal of Concrete Structures and Materials*, v. 6, p. 65–78, 2012.
- CLETO, P. R.; CAMARGO, M.; MAEDO, M. A.; RODRIGUES, E. A.; MANZOLI, O. L. Three-dimensional high aspect ratio interface elements for simulating 3d hydraulic fracturing in deformable porous media. *Computers & Structures*, v. 283, p. 107057, 2023. ISSN 0045-7949. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045794923000871>>.
- CLETO, P. R.; MANZOLI, O. L.; SÁNCHEZ, M.; MAEDO, M. A.; BESERRA, L. B.; GUIMARÃES, L. J. Hydro-mechanical coupled modeling of hydraulic fracturing using the mesh fragmentation technique. *Computers and Geotechnics*, v. 124, p. 103591, 2020. ISSN 0266-352X. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0266352X20301543>>.
- CORRADO, M.; VENTURA, G.; CARPINTERI, A. Experimental evidences of flexural to shear to crushing failure mode transition in reinforced concrete beams without stirrups. *Engineering Structures*, v. 271, p. 114848, 2022. ISSN 0141-0296. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0141029622009282>>.
- DU, X.; JIN, L.; MA, G. Numerical modeling tensile failure behavior of concrete at mesoscale using extended finite element method. *International Journal of Damage Mechanics*, v. 23, n. 7, p. 872–898, 2014. Disponível em: <<https://doi.org/10.1177/1056789513516028>>.
- FALEIRO, J.; OLLER, S.; BARBAT, A. Plastic–damage seismic model for reinforced concrete frames. *Computers & Structures*, v. 86, n. 7, p. 581–597, 2008. ISSN 0045-7949. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045794907002659>>.
- FISH, J.; BELYTSCHKO, T. *A first course in finite elements*. [S.l.]: John Wiley & Sons Limited, 2007. v. 1.
- FRANCIOSI, M.; SAVINO, V.; LANZONI, L.; TARANTINO, A.; VIVIANI, M. Structural design of reinforced earthcrete (rec) beams. *Engineering Structures*, v. 306, p. 117739, 2024. ISSN 0141-0296. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0141029624003018>>.
- GEDIK, Y. H.; NAKAMURA, H.; YAMAMOTO, Y.; KUNIEDA, M. Evaluation of three-dimensional effects in short deep beams using a rigid-body-spring-model. *Cement and Concrete Composites*, v. 33, n. 9, p. 978–991, 2011. ISSN 0958-9465. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0958946511001065>>.
- GIMENES, M.; CLETO, P. R.; RODRIGUES, E. A.; LLOBERAS-VALLS, O.; MANZOLI, O. L. Modeling the effect of material heterogeneity on the thermo-mechanical behavior of concrete using mesoscale and stochastic field approaches. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, v. 133, p. 104622, 2024. ISSN 0167-8442. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0167844224003720>>.
- GIMENES, M.; RODRIGUES, E. A.; BITENCOURT, L. A.; MANZOLI, O. L. 2D mesoscale modeling of compressive fracture in concrete using a mesh fragmentation technique. *International Journal of Solids and Structures*, v. 260-261, p. 112031, 2023. ISSN 0020-7683. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S002076832200484X>>.

GIMENES, M.; RODRIGUES, E. A.; MAEDO, M. A.; BITENCOURT, L. A. G.; MANZOLI, O. L. 2D crack propagation in high-strength concrete using multiscale modeling. *Multiscale Science and Engineering*, v. 2, n. 2, p. 169–188, 2020. ISSN 2524-4523. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s42493-020-00049-y>>.

GRASSL, P.; JIRÁSEK, M. Damage-plastic model for concrete failure. *International Journal of Solids and Structures*, v. 43, n. 22, p. 7166–7196, 2006. ISSN 0020-7683. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S002076830600240X>>.

GU, D.; MUSTAFA, S.; PAN, J.; LUKOVIĆ, M. Reinforcement-concrete bond in discrete modeling of structural concrete. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, v. 38, n. 10, p. 1324–1345, 2023. Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/mice.12937>>.

HIPPOLA, H.; WIJESUNDARA, K.; NASCIMBENE, R. Response of shear critical reinforced concrete frames and walls under monotonic loading. *Engineering Structures*, v. 251, p. 113483, 2022. ISSN 0141-0296. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0141029621015868>>.

HSIEH, S.; TING, E.; CHEN, W. A plastic-fracture model for concrete. *International Journal of Solids and Structures*, v. 18, n. 3, p. 181–197, 1982. ISSN 0020-7683. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0020768382900014>>.

HUBER, P.; HUBER, T.; KOLLEGER, J. Influence of loading conditions on the shear capacity of post-tensioned beams with low shear reinforcement ratios. *Engineering Structures*, v. 170, p. 91–102, 2018. ISSN 0141-0296. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0141029618305479>>.

JENDELE, L.; CERVENKA, J. Finite element modelling of reinforcement with bond. *Computers & Structures*, v. 84, n. 28, p. 1780–1791, 2006. ISSN 0045-7949. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045794906001945>>.

JIN, C.; BURATTI, N.; STACCHINI, M.; SAVOIA, M.; CUSATIS, G. Lattice discrete particle modeling of fiber reinforced concrete: Experiments and simulations. *European Journal of Mechanics - A/Solids*, v. 57, p. 85–107, 2016. ISSN 0997-7538. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0997753815001643>>.

KANI, G. The riddle of shear failure and its solution. In: *Journal Proceedings*. [S.l.: s.n.], 1964. v. 61, n. 4, p. 441–468.

KARIHALOO, B.; ABDALLA, H.; XIAO, Q. Deterministic size effect in the strength of cracked concrete structures. *Cement and Concrete Research*, v. 36, n. 1, p. 171–188, 2006. ISSN 0008-8846. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0008884605001080>>.

KE, X. jun; TANG, Z. kai; YANG, C. hui. Shear bearing capacity of steel-reinforced recycled aggregate concrete short beams based on modified compression field theory. *Structures*, v. 45, p. 645–658, 2022. ISSN 2352-0124. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2352012422008219>>.

KISHI, N.; MIKAMI, H.; MATSUOKA, K.; ANDO, T. Impact behavior of shear-failure-type RC beams without shear rebar. *International Journal of Impact Engineering*, v. 27, n. 9, p. 955–968, 2002. ISSN 0734-743X. Seventh International Symposium on Structural Failure and Plasticity. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0734743X0100149X>>.

KOTTARI, A.; MAVROS, M.; MURCIA-DELISO, J.; SHING, P. B. Interface model for bond-slip and dowel-action behavior. *ACI Structural Journal*, v. 114, n. 4, p. 1043–1053, 2017.

KRÄTZIG, W. B.; PÖLLING, R. An elasto-plastic damage model for reinforced concrete with minimum number of material parameters. *Computers & Structures*, v. 82, n. 15, p. 1201–1215, 2004. ISSN 0045-7949. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045794904000665>>.

KUO, W.; CHENG, T.; HWANG, S. Force transfer mechanism and shear strength of reinforced concrete beams. *Engineering Structures*, v. 32, n. 6, p. 1537–1546, 2010. ISSN 0141-0296. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0141029610000441>>.

LI, B.-b.; XIONG, H.-b.; JIANG, J.-f. End-friction effect on concrete cubes with passive confinement. *Journal of Materials in Civil Engineering*, American Society of Civil Engineers, v. 30, n. 8, p. 04018194, 2018.

LIU, C.; NIE, X.; WANG, J.; FAN, J.; TAO, M. State-of-the-art of macroscopic constitutive models of concrete. *Jianzhu Jiegou Xuebao/Journal of Building Structures*, 2022.

LIU, C.; YANG, Y.; WANG, J.-J.; FAN, J.-S.; TAO, M.-X.; MO, Y. Biaxial reinforced concrete constitutive models for implicit and explicit solvers with reduced mesh sensitivity. *Engineering Structures*, v. 219, p. 110880, 2020. ISSN 0141-0296. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0141029620310592>>.

LIU, L.; WAN, S.; YAN, C.; ZHENG, X.; ZHAO, J.; DONG, X.; GONG, Y.; LIU, J.; LI, J.; SONG, Z.; ZHANG, S.; LI, Q. Flexural behavior of ECC reinforced RC beams under secondary load: Experimental, numerical simulation and theoretical analysis. *Case Studies in Construction Materials*, v. 20, p. e03340, 2024. ISSN 2214-5095. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2214509524004911>>.

MAK, M. W. T.; LEES, J. M. Arch action in reinforced concrete subjected to shear. *Engineering Structures*, v. 274, p. 115096, 2023. ISSN 0141-0296. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0141029622011725>>.

MANZOLI, O.; GAMINO, A.; RODRIGUES, E.; CLARO, G. Modeling of interfaces in two-dimensional problems using solid finite elements with high aspect ratio. *Computers and Structures*, v. 94-95, n. 0, p. 70–82, 2012. ISSN 0045-7949. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045794911002938>>.

MANZOLI, O.; SÁNCHEZ, M.; MAEDO, M.; HAJJAT, J.; GUIMARÃES, L. J. N. An orthotropic interface damage model for simulating drying processes in soils. *Acta Geotechnica*, v. 13, n. 5, p. 1171–1186, 2018. ISSN 1861-1133. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s11440-017-0608-3>>.

MANZOLI, O. L. *Un Modelo analítico y numérico para la simulación de discontinuidad fuertes en la mecánica de sólidos*. Tese (Doutorado), 1998.

MANZOLI, O. L.; BORGES, L. F.; RODRIGUES, E. A.; CLETO, P. R.; MAEDO, M. A.; BITENCOURT, L. A. A new discrete fracture approach based on the use of coupling finite elements for modeling fluid transport in naturally fractured porous media. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 386, p. 114112, 2021. ISSN 0045-7825. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045782521004436>>.

MANZOLI, O. L.; CLETO, P. R.; SÁNCHEZ, M.; GUIMARÃES, L. J.; MAEDO, M. A. On the use of high aspect ratio finite elements to model hydraulic fracturing in deformable porous media. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 350, p. 57–80, 2019. ISSN 0045-7825. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045782519301355>>.

MANZOLI, O. L.; MAEDO, M. A.; BITENCOURT, L. A.; RODRIGUES, E. A. On the use of finite elements with a high aspect ratio for modeling cracks in quasi-brittle materials. *Engineering Fracture Mechanics*, v. 153, p. 151–170, 2016. ISSN 0013-7944. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S001379441500702X>>.

MANZOLI, O. L.; TOSATI, M.; RODRIGUES, E. A.; BITENCOURT, L. A. Computational modeling of 2D frictional contact problems based on the use of coupling finite elements and combined contact/friction damage constitutive model. *Finite Elements in Analysis and Design*, v. 199, p. 103658, 2022. ISSN 0168-874X. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0168874X21001372>>.

MARKESSET, G.; HILLERBORG, A. Softening of concrete in compression — localization and size effects. *Cement and Concrete Research*, v. 25, n. 4, p. 702–708, 1995. ISSN 0008-8846. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/000888469500059L>>.

MARTINOLA, G.; MEDA, A.; PLIZZARI, G. A.; RINALDI, Z. Strengthening and repair of RC beams with fiber reinforced concrete. *Cement and Concrete Composites*, v. 32, n. 9, p. 731–739, 2010. ISSN 0958-9465. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0958946510000879>>.

MARZEC, I.; TEJCHMAN, J. Experimental and numerical investigations on RC beams with stirrups scaled along height or length. *Engineering Structures*, v. 252, p. 113621, 2022. ISSN 0141-0296. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0141029621017120>>.

MAULUDIN, L. M.; OUCIF, C. Computational modeling of fracture in concrete: A review. *Frontiers of Structural and Civil Engineering*, Springer, v. 14, p. 586–598, 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s11709-020-0573-z>>.

MAZARS, J. A description of micro- and macroscale damage of concrete structures. *Engineering Fracture Mechanics*, v. 25, n. 5, p. 729–737, 1986. ISSN 0013-7944. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0013794486900366>>.

NABILAH, A. B.; KOH, C. G.; IZIAN, A. K.; AZIZ, F. N. A. A. Development of finite element analysis for intermediate length coupling beams considering bond-slip interface. *International Journal of Concrete Structures and Materials*, Springer, v. 14, p. 1–10, 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.1186/s40069-020-00409-w>>.

NGUYEN, T. K.; NGUYEN, N. T. Finite element investigation of the shear performance of corroded rc deep beams without shear reinforcement. *Case Studies in Construction Materials*, v. 15, p. e00757, 2021. ISSN 2214-5095. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2214509521002722>>.

OLIVER, J.; CERVERA, M.; MANZOLI, O. Strong discontinuities and continuum plasticity models: the strong discontinuity approach. *International Journal of Plasticity*, v. 15, n. 3, p. 319–351, 1999. ISSN 0749-6419. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0749641998000734>>.

OLIVER, J.; HUESPE, A.; CANTE, J. An implicit/explicit integration scheme to increase computability of non-linear material and contact/friction problems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 197, n. 21, p. 1865–1889, 2008. ISSN 0045-7825. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045782507004756>>.

OLIVER, J.; HUESPE, A. E.; SÁNCHEZ, P. J. A comparative study on finite elements for capturing strong discontinuities: E-FEM vs X-FEM. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, Elsevier, v. 195, n. 37-40, p. 4732–4752, 2006. ISSN 0045-7825. John H. Argyris Memorial Issue. Part I. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045782505005049>>.

OŽBOLT, J.; LI, Y.; KOŽAR, I. Microplane model for concrete with relaxed kinematic constraint. *International Journal of Solids and Structures*, v. 38, n. 16, p. 2683–2711, 2001. ISSN 0020-7683. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0020768300001773>>.

PARK, R.; PAULAY, T. *Reinforced Concrete Structures*. John Wiley & Sons, Ltd, 1975. ISBN 9780471659174. Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/book/10.1002/9780470172834>>.

PASCHALIS, S. A.; LAMPROPOULOS, A. P.; TSIIOULOU, O. Experimental and numerical study of the performance of ultra high performance fiber reinforced concrete for the flexural strengthening of full scale reinforced concrete members. *Construction and Building Materials*, v. 186, p. 351–366, 2018. ISSN 0950-0618. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0950061818317951>>.

PEDRINI, R. A. A. *Análise de propagação arbitrária de descontinuidades fortes em sólidos bidimensionais pelo método dos elementos de contorno*. Dissertação (Dissertação (Mestrado em Estruturas)) — Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2008. Acesso em: 2025-05-01. Disponível em: <<https://doi.org/10.11606/D.18.2008.tde-25062008-111140>>.

PIJAUDIER-CABOT, G.; MAZARS, J. Damage Models for Concrete. In: LEMAITRE, J. (Ed.). *Handbook of Materials Behavior Models*. Elsevier, 2001, (Failures of materials, v. 2). p. 500–512. Disponível em: <<https://hal.science/hal-01572309>>.

PRAZERES, P. G.; BITENCOURT, L. A.; BITTENCOURT, T. N.; MANZOLI, O. L. A modified implicit–explicit integration scheme: an application to elastoplasticity problems. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, Springer, v. 38, p. 151–161, 2016. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s40430-015-0343-3>>.

- RABI, M.; CASHELL, K.; SHAMASS, R. Ultimate behaviour and serviceability analysis of stainless steel reinforced concrete beams. *Engineering Structures*, v. 248, p. 113259, 2021. ISSN 0141-0296. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0141029621013821>>.
- REGE, K.; LEMU, H. G. A review of fatigue crack propagation modelling techniques using FEM and XFEM. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, IOP Publishing, v. 276, n. 1, p. 012027, dec 2017. Disponível em: <<https://dx.doi.org/10.1088/1757-899X/276/1/012027>>.
- REN, X.; YANG, W.; ZHOU, Y.; LI, J. Behavior of high-performance concrete under uniaxial and biaxial loading. *ACI materials journal*, American Concrete Institute, v. 105, n. 6, p. 548, 2008.
- RINCON, F.; ABID, K.; ARBAD, N.; TEODORIU, C. A comprehensive analysis of class H cement Unconfined Compressive Strength using cubical and cylindrical samples. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, v. 215, p. 110692, 2022. ISSN 0920-4105. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0920410522005605>>.
- RODRIGUES, E. A.; GIMENES, M.; Bitencourt Jr., L. A.; MANZOLI, O. L. A concurrent multiscale approach for modeling recycled aggregate concrete. *Construction and Building Materials*, v. 267, p. 121040, 2021. ISSN 0950-0618. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0950061820330440>>.
- RODRIGUES, E. A.; MANZOLI, O. L.; Bitencourt Jr., L. A.; BITTENCOURT, T. N. 2D mesoscale model for concrete based on the use of interface element with a high aspect ratio. *International Journal of Solids and Structures*, v. 94-95, p. 112–124, 2016. ISSN 0020-7683. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0020768316300749>>.
- SAATCI, S.; VECCHIO, F. J. Effects of shear mechanisms on impact behavior of reinforced concrete beams. *ACI structural Journal*, American Concrete Institute, v. 106, n. 1, p. 78, 2009.
- SEGURA, J.; CAROL, I. Numerical modelling of pressurized fracture evolution in concrete using zero-thickness interface elements. *Engineering Fracture Mechanics*, v. 77, n. 9, p. 1386–1399, 2010. ISSN 0013-7944. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0013794410001414>>.
- SIQUEIRA, A. H. C.; GIMENES, M.; MANZOLI, O. L.; RODRIGUES, E. A. Numerical simulation of punching shear failure in recycled aggregate concrete slabs with steel fiber reinforcement. *Revista IBRACON de Estruturas e Materiais*, SciELO Brasil, v. 16, n. 3, p. e16310, 2023.
- SUCHORZEWSKI, J.; KOROL, E.; TEJCHMAN, J.; MRÓZ, Z. Experimental study of shear strength and failure mechanisms in RC beams scaled along height or length. *Engineering Structures*, v. 157, p. 203–223, 2018. ISSN 0141-0296. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0141029617308428>>.
- SYROKA-KOROL, E.; TEJCHMAN, J. Experimental investigations of size effect in reinforced concrete beams failing by shear. *Engineering Structures*, v. 58, p. 63–78, 2014. ISSN 0141-0296. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0141029613004720>>.

SYROKA-KOROL, E.; TEJCHMAN, J.; MRÓZ, Z. FE analysis of size effects in reinforced concrete beams without shear reinforcement based on stochastic elasto-plasticity with non-local softening. *Finite Elements in Analysis and Design*, v. 88, p. 25–41, 2014. ISSN 0168-874X. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0168874X14000882>>.

SÁNCHEZ, M.; MANZOLI, O. L.; GUIMARÃES, L. J. Modeling 3-d desiccation soil crack networks using a mesh fragmentation technique. *Computers and Geotechnics*, v. 62, p. 27–39, 2014. ISSN 0266-352X. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0266352X14001177>>.

TAHENNI, T.; BOUZIADI, F.; BOULEKBACHE, B.; AMZIANE, S. Experimental and nonlinear finite element analysis of shear behaviour of reinforced concrete beams. *Structures*, v. 29, p. 1582–1596, 2021. ISSN 2352-0124. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2352012420307633>>.

TALAAT, A.; EMAD, A.; TAREK, A.; MASBOUBA, M.; ESSAM, A.; KOHAIL, M. Factors affecting the results of concrete compression testing: A review. *Ain Shams Engineering Journal*, Elsevier, v. 12, n. 1, p. 205–221, 2021.

TRINDADE, Y. T.; Bitencourt Jr., L. A.; MONTE, R.; de Figueiredo, A. D.; MANZOLI, O. L. Design of SFRC members aided by a multiscale model: Part i – predicting the post-cracking parameters. *Composite Structures*, v. 241, p. 112078, 2020. ISSN 0263-8223. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0263822319325334>>.

VECCHIO, F.; SHIM, W. Experimental and analytical reexamination of classic concrete beam tests. *Journal of Structural Engineering*, American Society of Civil Engineers, v. 130, n. 3, p. 460–469, 2004. Disponível em: <[https://ascelibrary.org/doi/abs/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(2004\)130:3\(460\)](https://ascelibrary.org/doi/abs/10.1061/(ASCE)0733-9445(2004)130:3(460))>.

VECCHIO, F. J. Disturbed stress field model for reinforced concrete: formulation. *Journal of structural engineering*, American Society of Civil Engineers, v. 126, n. 9, p. 1070–1077, 2000. Disponível em: <<https://ascelibrary.org/doi/abs/10.1061/%28ASCE%290733-9445%282000%29126%3A9%281070%29>>.

VECCHIO, F. J.; COLLINS, M. P. The modified compression-field theory for reinforced concrete elements subjected to shear. *ACI J.*, v. 83, n. 2, p. 219–231, 1986.

VLIET, M. A. van; MIER, J. M. van. Experimental investigation of concrete fracture under uniaxial compression. *Mechanics of Cohesive-frictional Materials: An International Journal on Experiments, Modelling and Computation of Materials and Structures*, Wiley Online Library, v. 1, n. 1, p. 115–127, 1996.

WEE, T. H.; CHIN, M. S.; MANSUR, M. A. Stress-Strain Relationship of High-Strength Concrete in Compression. *Journal of Materials in Civil Engineering*, v. 8, n. 2, p. 70–76, 1996. Disponível em: <<https://ascelibrary.org/doi/abs/10.1061/%28ASCE%290899-1561%281996%298%3A2%2870%29>>.

WU, J.-Y.; NGUYEN, V. P.; NGUYEN, C. T.; SUTULA, D.; SINAIE, S.; BORDAS, S. P. Chapter One - Phase-field modeling of fracture. In: BORDAS, S. P.; BALINT, D. S. (Ed.). *Advances in Applied Mechanics*. Elsevier, 2020. v. 53, p. 1–183. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0065215619300134>>.

YANG, L.; YANG, Y.; ZHENG, H. A phase field numerical manifold method for crack propagation in quasi-brittle materials. *Engineering Fracture Mechanics*, v. 241, p. 107427, 2021. ISSN 0013-7944. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0013794420310006>>.

YANG, Y.; YANG, H.; FAN, Z.; MU, Z. Crack propagation law of reinforced concrete beams. *Applied Sciences*, MDPI, v. 14, n. 1, p. 409, 2024.

ZHAN, Y.; MESCHKE, G. Adaptive crack modeling with interface solid elements for plain and fiber reinforced concrete structures. *Materials*, MDPI, v. 10, n. 7, p. 771, 2017.

ZHOU, J.; PAN, J.; ZHANG, L.; ZHAO, J.; LI, Z. Experimental study on mechanical behavior of high-strength high-performance concrete under biaxial loading. *Construction and Building Materials*, v. 258, p. 119681, 2020. ISSN 0950-0618. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S095006182031686X>>.

ÖZTEKIN, E.; PUL, S.; HÜSEM, M. Experimental determination of Drucker-Prager yield criterion parameters for normal and high strength concretes under triaxial compression. *Construction and Building Materials*, v. 112, p. 725–732, 2016. ISSN 0950-0618. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0950061816301866>>.

APÊNDICE A

SIMULAÇÃO UTILIZANDO PARÂMETROS DO *CEB-fib MC2010*

Este anexo apresenta a simulação da viga S3D36A216 ($\alpha/D = 6,00$), discutida no Capítulo 3.2.1, utilizando os parâmetros do código de projeto mais recente que relaciona a tensão de aderência e o deslizamento. Os parâmetros adotados, comuns às versões anterior e atual do código, consideram boa aderência, ruptura por fendilhamento e barras nervuradas sem plastificação.

De acordo com o *CEB-fib Model Code 2010* (*CEB-FIB*, 2013), o valor de τ_{bu} pode ser estimado conforme a Equação A.1:

$$\tau_{u,split} = 7 \times \left(\frac{f_c}{20} \right)^{0,25} \quad (A.1)$$

onde f_c é a resistência à compressão do concreto (em MPa).

A Tabela A.1 apresenta os valores adotados de tensão de aderência e deslizamento para as armaduras longitudinais, com base na Tabela 6.1-1 do *CEB-fib MC2010*. Para as armaduras transversais, considerou-se aderência perfeita na simulação da viga analisada.

Tabela A.1: Parâmetros adotados para o modelo de aderência–deslizamento segundo o *CEB-fib MC2010*.

Parâmetro	s_1	s_2	s_3	γ	τ_{bu}	τ_{br}
Valor adotado	$s(\tau_{bu})$	s_1	$1,2 \cdot s_1$	0,40	$\tau_{u,split}$	0

Em comparação à simulação baseada nos parâmetros do *CEB-FIP Model Code 1990*, (MC 1990), observa-se na Figura A.1 que as curvas força vs. deslocamento obtidas com os parâmetros do MC2010 exibem comportamento praticamente coincidente ao longo de todo o carregamento. A principal diferença está na fase pós-pico, influenciada pela redução das tensões de aderência no MC2010, que considera uma tensão máxima menor (τ_{bu} : 9,10 MPa vs. 15,00 MPa) e elimina completamente a tensão residual ($\tau_{br} = 0,00$ MPa, ante 2,00 MPa no MC1990). Como consequência, a carga máxima foi ligeiramente reduzida, passando de 503,119 kN (MC1990) para 503,091 kN (MC2010).

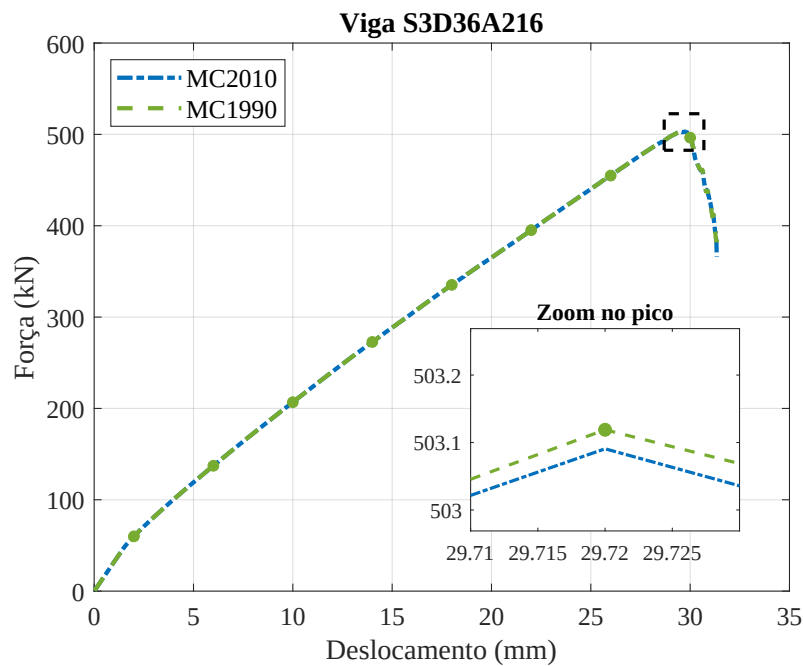


Figura A.1: Curvas força vs. deslocamento obtidas nas simulações numéricas da viga S3D36A216 ($\alpha/D = 6,00$), considerando os parâmetros de aderência do MC1990 e MC2010.

A Figura A.2 apresenta o erro relativo entre as curvas. Observa-se que as respostas são

muito semelhantes, com diferenças mais significativas apenas na fase descendente, onde o erro atinge cerca de 5%. Esse comportamento pode estar relacionado à ausência de tensão de aderência residual no MC2010, a qual tende a reduzir a capacidade de dissipação de energia após o pico. Conclui-se, portanto, que as diferenças entre os parâmetros de aderência adotados nos dois códigos exercem influência mínima sobre a resposta estrutural global, permitindo o uso de ambos os modelos. Recomenda-se, contudo, a adoção dos parâmetros atualizados do código, sempre que compatível com os objetivos da análise, por incorporarem avanços experimentais e premissas normativas mais recentes. Ainda assim, os parâmetros do MC1990 seguem tecnicamente válidos e foram adotados neste trabalho de forma consistente com o escopo proposto. Resultados semelhantes foram observados por Franciosi *et al.* (2024), que também identificou maior divergência na fase pós-pico, reforçando a interpretação aqui sugerida.

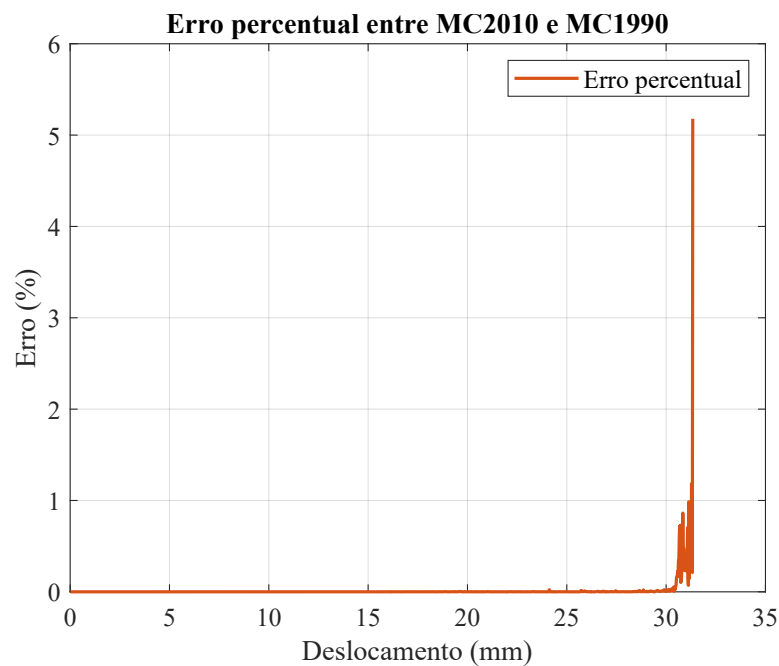


Figura A.2: Erro relativo entre as curvas força vs. deslocamento obtidas com os parâmetros do MC2010 e do MC1990 nas simulações da viga S3D36A216 ($\alpha/D = 6,00$).

APÊNDICE B

SIMULAÇÃO COM MODELO DE DANO ISOTRÓPICO PARA AS BARRAS DE AÇO

Realizou-se uma simulação da viga H20_ρ_l0,25_Leff120, apresentada no Capítulo 3.3, cujo modo de falha ocorre com o escoamento da armadura longitudinal. O objetivo é comparar a resposta estrutural obtida com a formulação baseada na teoria da plasticidade perfeita com aquela fornecida por um modelo de dano isotrópico unidimensional aplicado ao aço.

Neste modelo alternativo, a rigidez da armadura é degradada com base na mecânica do dano contínuo, considerando um processo irreversível ($\dot{d} \geq 0$), governado pela deformação total e pelo maior valor já atingido da tensão efetiva, em conformidade com os princípios da termodinâmica.

Adota-se que o aço não apresenta encruamento, ou seja, o módulo $\mathcal{K}$ é nulo, implicando rigidez residual nula após a ativação do dano. A evolução do dano pode ser descrita por uma lei linear em função da variável interna r , associada à tensão efetiva, e por uma lei de abrandamento exponencial baseada na energia de fratura do material (CERVERA; OLIVER; MANZOLI, 1996; MANZOLI, 1998).

A Figura B.1 ilustra a influência do módulo de encruamento $\mathcal{K}$ na resposta do material após o limite de escoamento. São apresentados os casos de comportamento elastodegradável perfeito (a), encruamento (*hardening*) (b), amolecimento (*softening*) (c) e abrandamento exponencial (d). Nos casos (a), (b) e (c), considera-se $\mathcal{K}$ constante (PEDRINI, 2008).

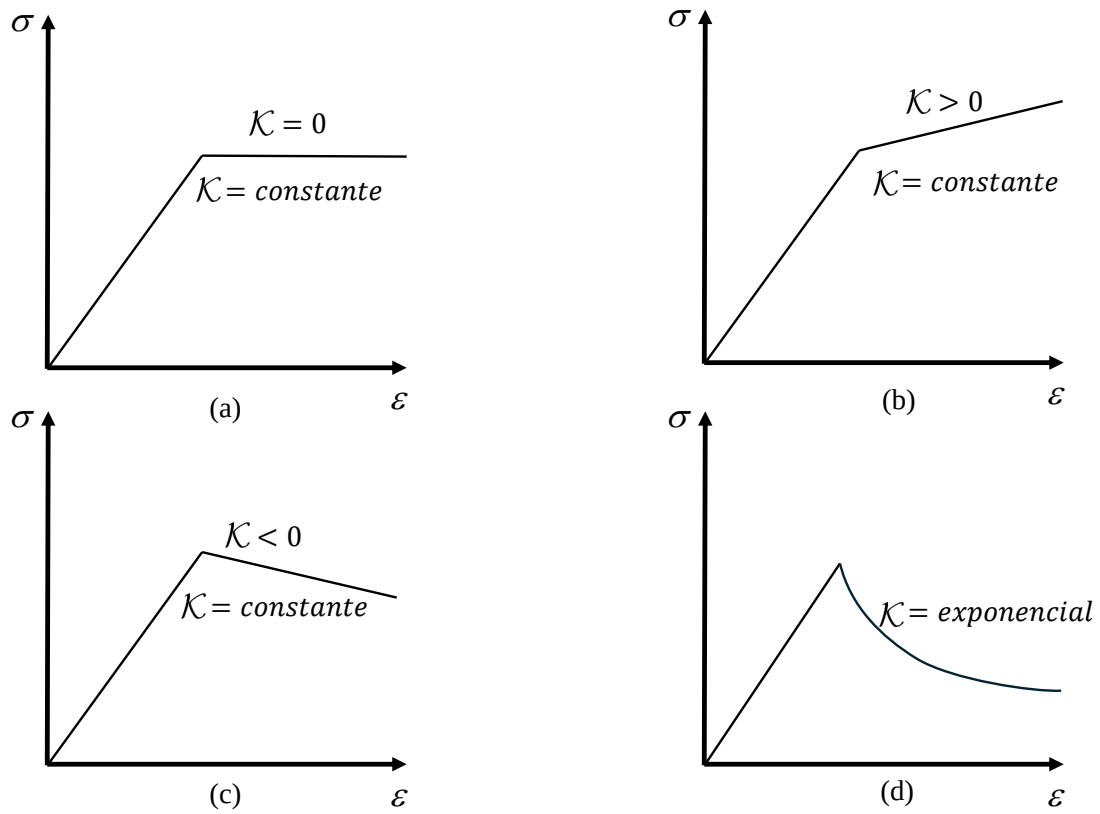


Figura B.1: Influência do módulo de encruamento K na resposta após o limite de escoamento das barras de aço: (a) elastodegradável perfeito; (b) *hardening*; (c) *softening*; (d) abrandamento exponencial. Adaptado de Pedrini (2008).

Além do algoritmo de integração aplicado aos modelos de dano à tração e ao cisalhamento (Seção 2.1.6), também se adota uma estratégia implícita-explícita (IMP-LEX) para o modelo de dano isotrópico unidimensional (CERVERA; OLIVER; MANZOLI, 1996). Nesse contexto, o procedimento visa representar o comportamento degradado de barras de aço sob deformação uniaxial, por meio de uma formulação escalar e irreversível de dano. Os parâmetros E_s e σ_y correspondem, respectivamente, ao módulo de elasticidade e à tensão de escoamento do aço. A Tabela B.1 apresenta as etapas do algoritmo de integração específico para o modelo de dano do aço, não relacionado ao IMP-LEX, desde o cálculo da tensão efetiva até a atualização da tensão nominal e das variáveis internas, considerando o acúmulo de dano.

Tabela B.1: Algoritmo de integração do modelo de dano unidimensional para barras de aço

Entradas: Deformação total ε^{n+1} , variável interna r^n

Parâmetros do material: $E_s, \sigma_y, \mathcal{K}, r_0$

1	Cálculo da tensão efetiva	$\tilde{\sigma}^{n+1} = E_s \cdot \varepsilon^{n+1}$
2	Cálculo da tensão equivalente	$\sigma_{eq}^{n+1} = \ \tilde{\sigma}^{n+1}\ $
3	Atualização da variável interna	$r^{n+1} = \max(\sigma_{eq}^{n+1}, r^n)$
4	Verificação da função de carregamento	$f = \sigma_{eq}^{n+1} - r^n > 0$
5	Cálculo do parâmetro de dano	$d^{n+1} = \frac{r^{n+1} - r_0}{r^{n+1}(1 + \mathcal{K})}$, com $r_0 = \sigma_y$
6	Cálculo da tensão com dano	$\sigma^{n+1} = (1 - d^{n+1}) \cdot \tilde{\sigma}^{n+1}$

Saídas: Tensão nominal σ^{n+1} , dano d^{n+1} , variável interna atualizada r^{n+1}

Para a análise comparativa entre os modelos, as Figuras B.2 e B.3 apresentam, respectivamente, as curvas força vs. deslocamento obtidas com os modelos constitutivos de plasticidade e de dano isotrópico, e o erro relativo entre essas curvas para a viga H20_ρl0,25_Leff120.

Para destacar a região de maior diferença entre os modelos, situada em torno do deslocamento de 0,41 mm, com erro relativo de aproximadamente 5,50%, os limites dos eixos da Figura B.2 foram ajustados em relação à Figura 3.37. Essa diferença ocorre pouco antes do escoamento da armadura de aço, após a carga de pico de cerca de 16 kN. O ajuste tem como objetivo facilitar a visualização desse comportamento.

Dada a boa concordância entre os modelos, especificamente para a viga que apresentou colapso por flexão durante o escoamento do aço, conclui-se que ambos fornecem resultados semelhantes. Isso permite a adoção de qualquer um deles nas simulações. Vale destacar que a implementação do modelo utilizando a teoria de plasticidade, por se tratar de um modelo mais simplificado, pode apresentar um custo computacional reduzido em comparação ao modelo de dano isotrópico.

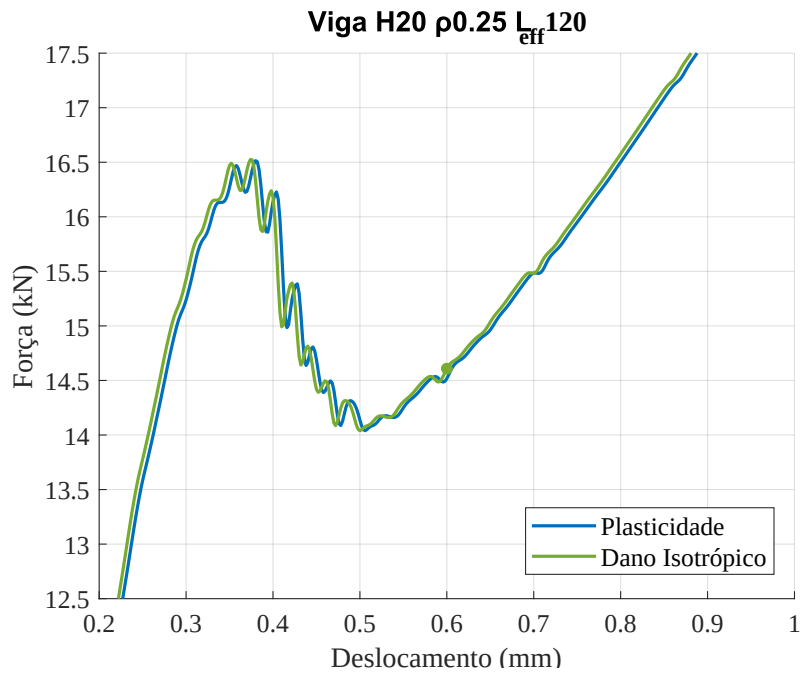


Figura B.2: Comparação das curvas força vs. deslocamento obtidas com os modelos de plasticidade e dano isotrópico para as barras de aço na viga H20_ $\rho_{l0,25} L_{eff} 120$.

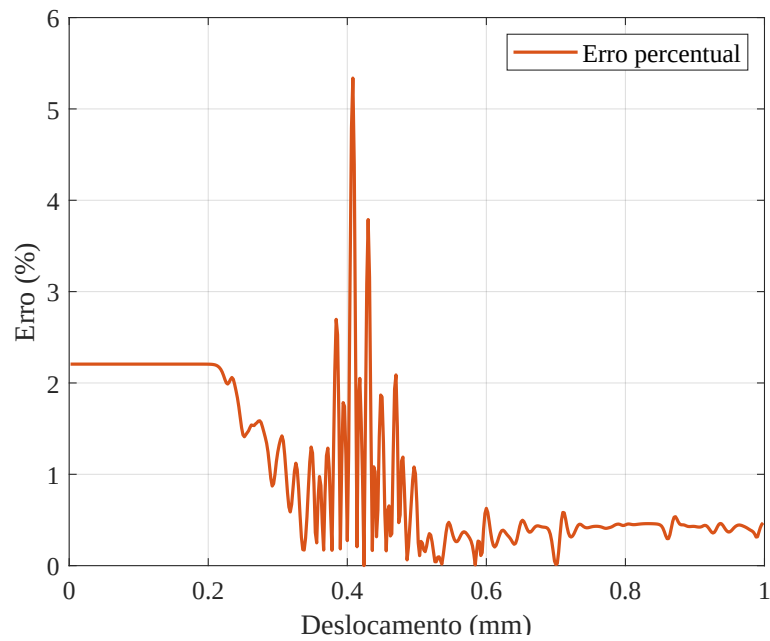


Figura B.3: Erro relativo entre as curvas força vs. deslocamento simuladas com os modelos de plasticidade e de dano isotrópico para a viga H20_ $\rho_{l0,25} L_{eff} 120$.