**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA**
**"JULIO DE MESQUITA FILHO"**
FACULDADE DE ENGENHARIA
CÂMPUS DE ILHA SOLTEIRA

NORBERTO ABRANTE MARTINEZ

# TÉCNICAS DE ANÁLISE ESPAÇO-TEMPORAL APLICADAS AO PLANEJAMENTO DE BATERIAS NO SISTEMA DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

Ilha Solteira – SP
2026

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA**
**"JULIO DE MESQUITA FILHO"**
FACULDADE DE ENGENHARIA
CÂMPUS DE ILHA SOLTEIRA

NORBERTO ABRANTE MARTINEZ

# TÉCNICAS DE ANÁLISE ESPAÇO-TEMPORAL APLICADAS AO PLANEJAMENTO DE BATERIAS NO SISTEMA DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

Tese apresentada à Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade de Engenharia, Ilha Solteira, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Área de Conhecimento: Automação.

Orientador: Prof. Dr. John Fredy Franco Baquero

Ilha Solteira – SP

2026

FICHA CATALOGRÁFICA
Desenvolvida pela Diretoria Técnica de Biblioteca e Documentação

M385t

Martinez, Norberto Abrante.
Técnicas de análise espaço-temporal aplicadas ao planejamento de baterias no sistema de distribuição de energia elétrica / Norberto Abrante Martinez. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2026
91 f. : il.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Automação, 2026

Orientador: John Fredy Franco Baquero
Inclui bibliografia

1. Alocação e dimensionamento de baterias. 2. Equidade distributiva. 3. Indicadores socioeconômicos. 4. Programação linear inteira mista. 5. Sistemas de distribuição de energia elétrica. 6. Vulnerabilidade energética.

Elaborada por Raiane da Silva Santos - CRB-8/9999

## IMPACTO POTENCIAL DESTA PESQUISA

Esta pesquisa dá a planejadores e reguladores uma forma de medir quanto custa proteger quem mais precisa de energia: o custo da equidade, em $/kW, comparável ao valor da energia não suprida. Assim, uma decisão normativa passa a ser informada, e pode orientar investimentos em baterias e a priorização de áreas vulneráveis.

## POTENTIAL IMPACT OF THIS RESEARCH

This research gives planners and regulators a way to measure what it costs to protect those who most need electricity: the cost of equity, in $/kW, comparable to the value of unserved energy. A normative choice becomes an informed one, guiding battery investments and the prioritisation of vulnerable areas.

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

**Câmpus de Ilha Solteira**

## CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO DA TESE: Técnicas de análise espaço-temporal aplicadas ao planejamento de baterias no sistema de distribuição de energia elétrica

AUTOR: NORBERTO ABRANTE MARTINEZ
ORIENTADOR: JOHN FREDY FRANCO BAQUERO

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Doutor em Engenharia Elétrica, área: Automação pela Comissão Examinadora:

gov.br Documento assinado digitalmente
JOHN FREDY FRANCO BAQUERO
Data: 29/10/2026 15:57:58-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dr. JOHN FREDY FRANCO BAQUERO (Participaçao Virtual)
Departamento de Engenharia Elétrica / UNESP / Câmpus de Ilha Solteira - FEIS

gov.br Documento assinado digitalmente
LUCAS TELES DE FARIA
Data: 29/10/2026 23:05:06-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dr. LUCAS TELES DE FARIA (Participaçao Virtual)
Departamento de Engenharia / UNESP / Câmpus de Rosana - FEC

gov.br Documento assinado digitalmente
LUCAS DO CARMO YAMAGUTI
Data: 03/11/2026 08:23:41-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Dr. LUCAS DO CARMO YAMAGUTI (Participaçao Virtual)
Departamento de Engenharia Elétrica / UNESP / Câmpus de Ilha Solteira - FEIS

gov.br Documento assinado digitalmente
JOEL DAVID MELO TRUJILLO
Data: 03/11/2026 12:52:12-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dr. JOEL DAVID MELO TRUJILLO (Participaçao Virtual)
Centro de Engenharia, Modelagem e Ciências Sociais / UFABC / Universidade Federal do ABC

gov.br Documento assinado digitalmente
MARINA LAVORATO DE OLIVEIRA
Data: 03/11/2026 17:07:51-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dr. MARINA LAVORATO DE OLIVEIRA (Participaçao Virtual)
Departamento de Sitemas e Energia / UNICAMP / Universidade Estadual de Campinas

Ilha Solteira, 31 de agosto de 2026.

## AGRADECIMENTOS

A mim, por acreditar em mim e continuar até o fim para conseguir esse título.

Aos meus pais, Edilberto e Ivonete, pelo amor incondicional e minha irmã Janaína pela motivação.

À minha namorada Jéssica Nayara Mendonça, por todo o carinho e compreensão no fim dessa jornada.

Ao meu orientador John Fredy Franco, pela paciência e por acreditar na minha capacidade. À Pedro Vergara, por me acolher em Delft e proporcionar uma experiência de pesquisa no exterior assim como bons concelhos.

Aos amigos que diariamente me acompanharam, apoiaram e aturaram nessa jornada: Matheus Holzbach, Enielma Cunha, Elis Trindade, Gabriel Puerta, Cleberton Reiz, Cindy Guzman, Farhad Zandrazavi, Rafael Piscinatti e Jesus Esteves.

Aos amigos que fiz em Delft: Nan Lin, Stavros Orfanoudakis, Rodrigo Iscuissati, Nanda Kishor, Maria Crastillion, Shuyi Gao, Weijie Xia, Neda Vahabzad, Shengren Hou, Benjamin Hajib (*in memorian*) Julie van Nauta, e Victoria Tsalapati; espero um dia revê-los. Também, à associação de dança SoSalsa, por ter sido minha segunda casa no meu tempo em Delft.

Aos servidores da UNESP de Ilha Solteira, imprescindíveis na manutenção do ambiente para que seja possível o desenvolvimento de toda pesquisa.

A Coordenação de Aperfeiçoamento de Nível Superior (CAPES) no processo 0001 e a Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) pelos processos 2021/06251-1 e 2023/02389-4.

# RESUMO

A dificuldade de consumidores socialmente vulneráveis ao acesso de energia e de sustentar o consumo adequado às suas necessidades compromete o cumprimento dos Objetivos de Desenvolvimento Sustentável da Organização das Nações Unidas voltados à redução das desigualdades e ao desenvolvimento de cidades e comunidades sustentáveis. Modelos de planejamento de baterias em redes de distribuição, tratam a demanda não atendida como grandeza homogênea, otimizando custo, perdas técnicas e confiabilidade sem qualquer diferenciação de quem é afetado; mesmo trabalhos que incorporam algum critério social o fazem por meio de restrições de acessibilidade tarifária, sem quantificar o custo econômico associado. Esta Tese propõe um modelo de programação linear inteira mista estocástica para a alocação e o dimensionamento de baterias que minimiza a demanda não atendida ponderada pela vulnerabilidade social, tratada como termo de política na função objetivo. A formulação integra quatro mecanismos: i) um índice de necessidade social construído a partir de indicadores socioeconômicos; ii) projeção temporal do crescimento da demanda e da penetração de geração fotovoltaica distribuída; iii) um operador de suavização espacial que propaga a caracterização social entre nós próximos e modula o crescimento projetado; e iv) a elasticidade da demanda em relação ao preço da energia, diferenciada por faixa de renda. A operação é representada por quatro cenários diários de forma a incluir incertezas sobre a geração fotovoltaica e o perfil de demanda. O modelo foi implementado em AMPL e com o *solver* CPLEX foram encontradas soluções com o sistema IEEE de 33 nós e de 134 nós. Os resultados mostram que o planejamento conduzido segundo critérios exclusivamente técnico-econômicos não é distributivamente neutro. A alocação de baterias, contudo, responde à topologia da rede e não à vulnerabilidade: as áreas vulneráveis, são protegidas de forma indireta, pelo reforço dos trechos terminais que restringem a capacidade agregada de atendimento. A fronteira de compromisso entre custo e equidade revela ainda que o mecanismo opera em duas fases, uma inicial, de realocação do corte entre nós, obtida sem investimentos, e outra investindo em baterias cuja transição delimita a faixa de melhoria distributiva alcançável sem dispêndio.



**Palavras-chave:** alocação e dimensionamento de baterias; equidade distributiva; indicadores socioeconômicos; programação linear inteira mista; sistemas de distribuição; vulnerabilidade energética.

## ABSTRACT

The difficulty socially vulnerable consumers face in accessing energy and sustaining consumption adequate to their needs compromises the achievement of the United Nations Sustainable Development Goals aimed at reducing inequalities and developing sustainable cities and communities. Battery planning models in distribution networks treat unserved demand as a homogeneous quantity, optimising cost, technical losses, and reliability without any differentiation regarding who is affected; even studies incorporating social criteria do so through tariff affordability constraints without quantifying the associated economic cost. This Thesis proposes a stochastic mixed-integer linear programming model for battery allocation and sizing that minimises unserved demand weighted by social vulnerability, treated as a policy term in the objective function. The formulation integrates four mechanisms: i) a social need index constructed from socioeconomic indicators; ii) temporal projection of demand growth and distributed photovoltaic generation penetration; iii) a spatial smoothing operator that propagates social characterisation between nearby nodes and modulates projected growth; and iv) price elasticity of demand with respect to energy price, differentiated by income bracket. Operation is represented by four daily scenarios to incorporate uncertainties regarding photovoltaic generation and the demand profile. The model was implemented in AMPL, and solutions were obtained using the CPLEX solver for the IEEE 33-node and a 134-node systems. The results show that planning conducted under exclusively techno-economic criteria is not distributive neutral. Battery allocation, however, responds to network topology rather than vulnerability: vulnerable areas are protected indirectly through the reinforcement of terminal sections that constrain aggregate serving capacity. The trade-off frontier between cost and equity further reveals that the mechanism operates in two phases: an initial phase of load shedding reallocation between nodes, achieved without investment, and another involving investment in batteries, whose transition defines the range of distributive improvement achievable without expenditure.



**Keywords:** distribution systems; distributional equity; energy storage siting and sizing; energy vulnerability; mixed-integer linear programming; socio-economic indicators.

## LISTA DE SIGLAS

| | |
|---|---|
| CH | Capacidade de hospedagem. |
| FV | Geração fotovoltaica. |
| PLIM | Programação inteira mista. |
| PNLIM | Programação não-linear inteira mista. |
| RED | Recurso energético distribuído. |
| SDEE | Sistema de distribuição de energia elétrica. |

# LISTA DE SÍMBOLOS

## ÍNDICES

| | |
|---|---|
| $m, n$ | Índice de nós do sistema. |
| $mn$ | Índice de circuitos. |
| $s$ | Índice de cenários estocásticos de geração e demanda. |
| $t$ | Índice para representação de períodos de um dia de 24 horas. |
| $y$ | Índice de anos. |

## PARÂMETROS

| | |
|---|---|
| $\beta$ | Taxa de autodescarga da bateria. |
| $\delta_{s,t}^{d}$ | Perfil típico (curva) de consumo no período $t$. |
| $\delta_{s,t}^{fv}$ | Coeficiente/perfil de irradiação solar do cenário s no período $t$. |
| $\eta_m$ | Coeficiente de elasticidade preço-demanda no nó $m$. |
| $\eta^+$ | Eficiência de carga do sistema de baterias. |
| $\eta^-$ | Eficiência de descarga do sistema de baterias. |
| $\kappa_m^d$ | Taxa de crescimento da demanda no nó $m$. |
| $\kappa_m^{pv}$ | Taxa de crescimento da penetração FV no nó $m$. |
| $\overline{\Lambda}_{mn}^{S}$ | Limite de fluxo de potência aparente correspondente a um segmento (bloco) de linearização no circuito $mn$. |
| $\xi_m$ | Índice de necessidade social (vulnerabilidade socioeconômica) do nó $m$. |
| $\pi_s$ | Probabilidade associada ao acontecimento do cenário $s$. |
| $\varsigma^b$ | Custo unitário de cada módulo de bateria. |
| $\tau$ | Duração de cada período $t$. |
| $\Omega^{hh}$ | Conjunto de fatores socioeconômicos de polaridade direta (maior valor = maior vulnerabilidade). |
| $\Omega^{lh}$ | Conjunto de fatores socioeconômicos de polaridade inversa (menor valor = maior vulnerabilidade). |
| $c^{e,ref}$ | Tarifa de referência da energia elétrica, usado no cálculo da elasticidade preço-demanda. |
| $c_f$ | Limite do bloco $f$ na discretização linear por partes da tarifa média de energia. |

| | |
|---|---|
| $c_f^{med}$ | Valor médio da tarifa de energia dentro do bloco $f$ de linearização do custo de energia no sistema. |
| $c^g$ | Tarifa unitária de geração pela subestação/fonte externa. |
| $c^{pv}$ | Tarifa unitária de geração FV. |
| $\overline{c}$ | Custo de geração mais caro presente no sistema. |
| $d_{m,\mathrm{n}}$ | Distância euclidiana entre os nós $m$ e $n$. |
| $\overline{d}$ | Largura de banda (bandwidth) espacial do GWR; raio de influência espacial. |
| $\overline{E}, \underline{E}$ | Limites máximo e mínimo de energia armazenável por módulo de bateria. |
| $F$ | Número total de blocos na discretização linear por partes do custo médio de energia. |
| $\overline{I}_{mn}$ | Limite de corrente em um circuito. |
| $M$ | Parâmetro do método big-M. |
| $m_{mn,w}^s$ | Inclinação do segmento $w$ usado na linearização da potência. |
| $\overline{P}^b$ | Potência máxima de carga/descarga admitida por inversor do sistema de baterias. |
| $P_{m,0}^d$ | Demanda de potência ativa inicial (ano base) no nó $m$. |
| $\overline{P}_m^d$ | Limite máximo (de saturação) da demanda de potência no nó Digite a equação aqui.. |
| $\overline{P}_m^{pv}$ | Limite máximo (de saturação) da penetração FV no nó $m$. |
| $R_{mn}$ | Resistência elétrica do circuito $mn$. |
| $U$ | Parâmetro escalar de sensibilidade social (intensidade da justiça distributiva na função objetivo). |
| $u_h$ | Peso de importância do fator socioeconômico $h$. |
| $\tilde{V}_{,y,s,t}^{sqr}$ | Valor estimado/discretizado da tensão ao quadrado no nó $m$. |
| $\overline{V}, \underline{V}$ | Limite máximo e mínimo de tensão nodal. |
| $W^l$ | Número total de blocos na discretização para linearização do cálculo da corrente. |
| $W_m$ | Matriz diagonal de pesos espaciais associada ao nó $n$. |
| $w_{m,\mathrm{n}}$ | Peso de influência espacial entre quaisquer nós $m$ e $n$. |
| $X_{mn}$ | Reatância elétrica do circuito $mn$. |
| $x_{m,h}$ | Valor bruto observado do indicador socioeconômico $h$ no nó $n$. |
| $x_{,h}^n$ | Valor normalizado do indicador socioeconômico $h$ no nó $n$. |
| $Z_{mn}$ | Impedância do circuito $mn$. |

VARIÁVEIS

$\Delta_{m,y}^{d}$ Crescimento total (final) da demanda no nó $m$.

$\Delta_{m,s}^{d,el}$ Parcela de demanda que varia em resposta ao preço da energia.

$\Delta_{m,y}^{d,c}$ Corte de demanda – parcela da demanda não atendida.

$\Delta_{m,y}^{d,s}$ Correção espacial do crescimento da demanda.

$\Delta_{m,y}^{d,t}$ Crescimento temporal incremental da demanda no nó $m$.

$\Delta_{m,y}^{fv}$ Crescimento total (final) da penetração FV no nó $m$.

$\Delta_{m,y}^{fv,c}$ Penetração FV cortada.

$\Delta_{m,y}^{fv,s}$ Correção espacial do crescimento da penetração FV.

$\Delta_{m,y}^{fv,t}$ Crescimento temporal incremental da penetração FV no nó $m$.

$\Lambda_{mn,w,y,s,t}^{P}$ Variável auxiliar de linearização associada ao fluxo de potência ativa no bloco $w$ do circuito $mn$.

$\Lambda_{mn,w,y,s,t}^{Q}$ Variável auxiliar de linearização associada ao fluxo de potência reativa no bloco $w$ do circuito $mn$.

$\mu_{y,s,f}$ Variável binária que indica qual bloco $f$ do custo médio de energia está ativo no cenário $s$.

$\varphi_m$ Variável que representa o número de módulos instalado no nó $m$.

$\omega_m$ Variável binária que indica se um sistema de bateria é instalado no nó $m$.

$C_s$ Custo total de operação do sistema no cenário $s$.

$c_s^{e,sys}$ Custo médio da energia para todo o sistema no cenário $s$.

$E_{m,y,s,t}$ Estado de carga do sistema de baterias no nó $m$.

$G_s$ Energia total gerada no sistema no cenário $s$.

$I_{mn,y,s,t}^{sqr}$ Quadrado da corrente no circuito $mn$.

$P_{mn,y,s,t}$ Fluxo de potência ativa no circuito $mn$.

$P_{mn,y,s,t}^{+}$ Parcela positiva do fluxo de potência ativa no circuito $mn$.

$P_{mn,y,s,t}^{-}$ Parcela negativa do fluxo de potência ativa no circuito $mn$.

$P_{m,y,s,t}^{b+}$ Potência ativa absorvida pelo sistema de bateria no nó $m$.

$P_{m,y,s,t}^{b-}$ Potência ativa injetada pelo sistema de bateria no nó $m$.

$P_{m,y,s,t}^{d}$ Demanda de potência ativa efetiva no nó $m$.

$P_{m,0}^{fv}$ Potência FV instalada inicial (ano base) no nó $m$.

$P_{m,y,s,t}^{fv}$ Potência ativa injetada pela geração FV no nó $m$.

$P_{m,y,s,t}^{g}$ Potência ativa injetada pela subestação (fonte externa) no nó $n$.

$P_{m,y,t,s}^{gd}$ Potência ativa injetada por geração distribuída (usada no cálculo do custo do sistema).

$Q_{mn,y,s,t}$ Fluxo de potência reativa no circuito $mn$.

$Q_{mn,y,s,t}^{+}$ Parcela positiva do fluxo de potência reativa no circuito $mn$ (variável auxiliar).

$Q_{mn,y,s,t}^{-}$ Parcela negativa do fluxo de potência reativa no circuito $mn$ (variável auxiliar).

$Q_{m,y,s,t}^{d}$ Demanda de potência reativa no nó $m$.

$Q_{m,y,s,t}^{fv}$ Potência reativa injetada pela geração FV no nó $m$.

$Q_{m,y,s,t}^{g}$ Potência reativa injetada pela subestação no nó $m$.

$V_{m,y,s,t}^{sqr}$ Quadrado da tensão no nó $m$.

# LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Exemplo dos estágios da curva de crescimento em S ..... 33
Figura 2 – Relação entre as grandezas do fluxo de potência no sistema de distribuição de energia elétrica ..... 44
Figura 3 – Topologia do sistema IEEE de 33 nós ..... 50
Figura 4 – Topologia do sistema de 134 nós ..... 51
Figura 5 – Apresentação dos dados sociais distribuídos no sistema: a) Renda média domiciliar; b) Moradores por domicílio; c) Número de domicílios; d) Consumo médio por domicílio ..... 55
Figura 6 – Curvas representativas dos níveis de demanda ..... 56
Figura 7 – Curvas representativas para os níveis de geração FV ..... 57
Figura 8 – Diagrama do delineamento experimental ..... 58
Figura 9 – Demanda latente por nó em A0 e A4, ordenadas por índice de necessidade social crescente ..... 63
Figura 10 – Comparação dos casos A: custo total, investimento em baterias e demanda latente ..... 64
Figura 11 – Solução de alocação com a indicação do índice de necessidade social ..... 66
Figura 12 – (a) efeito na demanda contra o fator de elasticidade; (b) inversores instalados contra o efeito na demanda ..... 68
Figura 13 – Painel (a): discretização do domínio, mostrando a razão real e a aproximação em degraus. Painel (b): variação da demanda por faixa ativa ..... 69
Figura 14 – Fronteira de Pareto: a) fronteira de compromisso; b) custo marginal da equidade ..... 69
Figura 15 – Comparação entre demanda latente e decisão ..... 70
Figura 16 – Resultados do bloco de testes C ..... 72
Figura 18 – Fases da fronteira ..... 78

# LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Comparativo dos métodos da literatura e o proposto ..... 27
Tabela 2 – Classificação social dos nós do sistema teste e sensibilidade da demanda à tarifa de energia ..... 52
Tabela 3 – Parâmetros do sistema de armazenamento de Li-Ion LFP ..... 56
Tabela 4 – Configurações do bloco de experimentos A ..... 57
Tabela 5 – Resumo dos resultados para o bloco de experimentos A ..... 61
Tabela 6 – Distribuição por quintil da vulnerabilidade social ..... 62
Tabela 7 – Resumo das decisões de alocação ..... 65
Tabela 8 – Resumo dos resultados de análise de sensibilidade ..... 71
Tabela 9 – Resumo dos resultados para o bloco de experimentos A para o sistema de 134 nós ..... 74
Tabela 10 – Resultados do Bloco B no sistema de 134 barras ..... 76

# Sumário

**1 INTRODUÇÃO ..... 16**
1.1 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA ..... 17
**1.1.1 Planejamento de Baterias em Redes de Distribuição ..... 18**
**1.1.2 Capacidade de Hospedagem e Distribuição Espacial dos Limites da Rede .. 19**
**1.1.3 Projeção Espacial da Demanda e Corte de Demanda ..... 20**
**1.1.4 Justiça Energética e Equidade no Planejamento de Sistemas Elétricos ..... 22**
**1.1.5 Tabela Comparativa e Posicionamento da Tese ..... 26**
1.2 OBJETIVOS ..... 29
**1.2.1 Objetivos específicos ..... 30**
1.3 ORGANIZAÇÃO DO DOCUMENTO ..... 31
**2 MÉTODO PARA O DIMENSIONAMENTO DE BATERIAS ..... 32**
2.1 MODELO ESPACIAL E TEMPORAL ..... 32
**2.1.1 Função de Crescimento Logístico ..... 33**
**2.1.2 Modelo Espacial ..... 34**
**2.1.3 Conformação da Estimação do Crescimento ..... 36**
2.2 ELASTICIDADE ENTRE DEMANDA E TARIFA DE ENERGIA ..... 37
2.3 EQUIDADE SOCIAL NO ACESSO À ENERGIA ..... 39
**2.3.1 Normalização Multivariada e Polaridade dos Indicadores ..... 41**
**2.3.2 Síntese do Índice de Necessidade Social ..... 41**
2.4 FUNÇÃO OBJETIVO ..... 42
2.5 FLUXO DE POTÊNCIA ..... 44
**2.5.1 Operação das Baterias ..... 46**
**2.5.2 Geração Distribuída Renovável ..... 47**
**2.5.3 Acoplamento da Injeção de Potência da Subestação ..... 48**
2.6 MODELO DE OTIMIZAÇÃO ..... 49
**3 TESTES E RESULTADOS ..... 50**
3.1 DADOS DE ENTRADA ..... 50
**3.1.1 Dados Socioeconômicos ..... 51**
**3.1.2 Dados Técnicos ..... 55**
3.2 ESTRUTURA DOS EXPERIMENTOS ..... 57
**3.2.1 Métricas de Avaliação Distributiva ..... 58**
**3.2.2 Validação Numérica ..... 60**
3.3 RESULTADOS PARA O SISTEMA DE 33 NÓS ..... 60

**3.3.1 Bloco A de Resultados ..... 61**
**3.3.2 Caso de Estudo B: Fronteira de Pareto ..... 69**
**3.3.3 Análise de Sensibilidade ..... 71**
3.4 RESULTADOS PARA O SISTEMA DE 134 BARRAS ..... 73
**3.4.1 Resultados do Bloco A ..... 74**
**3.4.2 Resultados do Bloco B ..... 76**
3.5 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS DOS SISTEMAS DE 33 E 134 NÓS ... 78
**4 CONCLUSÕES ..... 81**
**REFERÊNCIAS ..... 86**

# 1 INTRODUÇÃO

Os sistemas de distribuição de energia elétrica (SDEE) enfrentam atualmente um crescimento rápido e progressivamente mais complexo da demanda de potência, acompanhado da difusão de novas tecnologias de uso final e da introdução de geração distribuída não despachável. Esse fenômeno é impulsionado sobretudo pela urbanização acelerada, pela eletrificação dos transportes e pela adoção generalizada de tecnologias domésticas voltadas ao conforto residencial (Gonçalves; Miguel; Santo, 2025). Tais transformações exercem pressão substancial sobre as redes elétricas e sobre seus operadores, aos quais cabe assegurar fornecimento estável, eficiente e acessível. Simultaneamente, a natureza incerta e não linear do crescimento da demanda impõe desafios significativos ao planejamento conduzido por métodos tradicionais (Vahidinasab *et al.*, 2020), o que motiva o desenvolvimento de modelos capazes de representar com maior fidelidade a dinâmica real de evolução do consumo e da adoção tecnológica.

A distribuidora tem a obrigação regulatória de atender aos pedidos de conexão e de manter os níveis de operação adequados, de modo que a insuficiência de capacidade não é uma decisão de não suprir, mas sim três outras possibilidades: degradação da qualidade do serviço, com subtensões violando os limites regulatórios; redução da confiabilidade do fornecimento. Uma das medidas para evitar estes problemas que independem de investimentos é o corte de carga ou adiar novas conexões até que a rede esteja devidamente reforçada.

Consumidores de áreas do SDEE que sofrem cortes podem deixar de usufruir de benefícios tecnológicos e econômicos quando deles necessita, o que restringe o bem-estar e dificulta o desenvolvimento socioeconômico das regiões afetadas, porém essa restrição, contudo, não se distribui uniformemente. Áreas de maior vulnerabilidade social são frequentemente atendidas por infraestrutura deficitária, caracterizada por limitada capacidade para conexão de nova demanda ou geração distribuída. Nessas condições, as limitações técnicas deixam de constituir meras variáveis operacionais e passam a atuar como barreiras sistêmicas à inclusão energética: o risco de violação dos limites de tensão ou da capacidade térmica dos condutores impede tanto a expansão do consumo quanto a adoção de geração própria pelos residentes dessas regiões. Configura-se um cenário no qual a infraestrutura elétrica, que deveria operar como vetor de desenvolvimento,

aprofunda desigualdades preexistentes por meio de exclusão tecnológica, restringindo a transição energética às áreas servidas por redes mais modernas e resilientes.

O tratamento dessa assimetria remete ao conceito de equidade social, que se refere à distribuição justa e proporcional de recursos, reconhecendo que grupos distintos podem requerer aportes distintos para alcançar resultados comparáveis. Diferentemente da igualdade, que prescreve distribuição uniforme independentemente das condições de partida, a equidade admite tratamento desigual a grupos desiguais, na proporção de sua disparidade. No âmbito energético, essa formulação encontra correspondência no Objetivo de Desenvolvimento Sustentável 7 da Organização Nações Unidas, que estabelece como meta o acesso universal a serviços de energia confiáveis, sustentáveis, modernos e a preços acessíveis (Affairs, 2025). A literatura relacionada com justiça energética *(energy justice)* e pobreza energética consolidou, nas últimas décadas, arcabouços analíticos voltados especificamente à dimensão distributiva do acesso à energia (Friedman *et al.*, 2022; Novaes, 2025). Cabe, portanto, aos planejadores e gestores do setor incorporar critérios de justiça social ao planejamento da infraestrutura.

Nesse contexto, os recursos energéticos distribuídos (REDs), em particular baterias, desempenham papel relevante na mitigação dos desafios descritos (Caballero-Peña *et al.*, 2022; Rao *et al.*, 2023). Ao deslocar energia no tempo (por meio de carga e descarga controlada) e prover suporte de tensão, esses recursos reduzem perdas técnicas, ampliam a CH de geração distribuída e permitem postergar ou evitar reforços convencionais da rede. Os critérios usualmente empregados para localizar e dimensionar REDs, entretanto, são de natureza estritamente técnico-econômica: minimização de perdas, de custo de investimento ou do corte de demanda.

## 1.1 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Esta revisão responde a uma pergunta: o que a literatura já sabe sobre planejar baterias em redes de distribuição, e o que ainda não sabe sobre fazê-lo com critério de equidade? A resposta tem duas partes: de um lado, há muitos modelos de otimização para alocar baterias, expandir redes e integrar REDs. Eles evoluíram de formulações determinísticas, com um único objetivo, para modelos estocásticos, robustos e multiobjetivo. De outro lado, há estudos de justiça energética, que documentam

desigualdades de confiabilidade, de acesso e de custo da energia. Esses dois conjuntos de trabalhos raramente se encontram: só recentemente a equidade começou a virar variável ou restrição nos modelos de planejamento.

### 1.1.1 Planejamento de Baterias em Redes de Distribuição

Nos últimos dez anos, o planejamento de baterias em redes de distribuição deixou de minimizar apenas custo ou perdas. Passou a usar modelos estocásticos, robustos e multiobjetivo, capazes de lidar com a incerteza da geração renovável, da demanda e dos preços. Essa evolução, porém, ficou dentro de um mesmo paradigma: a bateria é avaliada pelos serviços que presta à rede ou ao seu dono, e não por quem recebe esses serviços. A seguir, a literatura é apresentada em quatro grupos.

O primeiro grupo mede o valor da bateria pela redução de custos e de perdas. Melgar Dominguez *et al*. (2017) alocaram e dimensionaram ao mesmo tempo fontes renováveis, armazenamento e suporte de reativos em um sistema de média tensão de 135 nós, com um modelo linear inteiro misto (PLIM) que soma o custo da energia na subestação e os custos de investimento, operação e manutenção. Salazar Vanegas *et al.* (2025) usaram um PLIM multiperíodo para integrar baterias e geração distribuída nos sistemas de 33, 69 e 136 barras, reduzindo perdas, pico de demanda e custo anual de energia. Nesses modelos, toda a demanda projetada é atendida por hipótese, e a questão é apenas a que custo. A demanda é um parâmetro, e não um resultado do plano.

O segundo grupo acrescenta incerteza. Nick, Cherkaoui e Paolone (2018) formularam o armazenamento em redes ativas como fluxo de potência ótimo convexo estocástico, com reconfiguração da rede e penalidades para desvio de tensão e congestionamento. Bozorgavari *et al.* (2019) combinaram as abordagens estocástica e robusta, em dois estágios, para coordenar baterias distribuídas e gestão flexível de energia. Chowdhury, Pilo e Pisano (2020) usaram um fluxo de potência ótimo AC convexo, robusto e multiperíodo, com penalidades por corte de geração renovável. O ganho desse grupo é metodológico: o plano resiste a cenários desfavoráveis. Mas a incerteza é sempre física ou de mercado. Onde a demanda vai crescer, e quem será afetado se a rede não acompanhar, não faz parte dos cenários.

O terceiro grupo parte da ideia de que a bateria só se paga quando soma várias receitas. Jannesar *et al.* (2018) alocaram, dimensionaram e despacharam baterias em redes de baixa tensão com muita geração fotovoltaica (FV), combinando arbitragem de energia, emissões, perdas e custos de capital em uma análise custo-benefício de ciclo de vida. Os autores reduzem a sobretensão e o fluxo reverso e maximizam o lucro. O termo "acessível" aparece como resultado econômico, e não como critério de otimização. Khajeh *et al.* (2023) foram um passo além: um modelo estocástico em dois estágios garante primeiro o suprimento local confiável, que define a capacidade mínima, e depois dimensiona a bateria para vender reserva de frequência. É um dos poucos casos em que a confiabilidade local entra no dimensionamento, mas como necessidade agregada, sem distinguir consumidores.

O quarto grupo é o que mais se aproxima desta tese, porque coloca a bateria em um horizonte de crescimento. Mejia *et al.* (2020, 2024) inseriram baterias no planejamento da expansão de redes ativas, e Tévar-Bartolomé *et al.* (2021) e Martinez *et al.* (2024) complementaram as perspectivas econômica e operacional. Wang *et al.* (2023) trataram o desequilíbrio trifásico como objetivo da alocação e modelaram a instalação futura de FV como incerteza, sendo um dos poucos trabalhos com dimensão espacial e temporal da penetração futura.

### 1.1.2 Capacidade de Hospedagem e Distribuição Espacial dos Limites da Rede

A conexão de REDs e o crescimento da carga esbarram em um limite: a rede existente só absorve certa quantidade de geração ou de consumo antes de violar seus padrões de operação. Esse limite é formalizado pela capacidade de hospedagem (CH), definida por Bollen e Hassan (2011) como o nível máximo de penetração de REDs acima do qual o desempenho do sistema se torna inaceitável, segundo critérios técnicos como tensão nodal e limite térmico. A grande vantagem do conceito é ser mensurável.

Mulenga, Bollen e Etherden (2020) fazem a revisão de referência sobre métodos de cálculo da CH para geração FV em baixa tensão, classificados pelo tratamento da incerteza: determinísticos, estocásticos e baseados em séries temporais. As abordagens baseadas em fluxo de potência ótimo, incluindo as multitemporais (Grover-Silva; Girard; Kariniotakis, 2016), calculam o limite sob controle ativo da rede, isto é, supondo que o

operador pode atuar em variáveis de controle para acomodar mais penetração. Isso importa para esta tese, porque a bateria é um desses controles. A pergunta deixa de ser "quanto a rede comporta" e passa a ser "quanto a rede comporta se o planejador investir em armazenamento". Munikoti et al. (2022) acrescentaram a dimensão espacial, com uma análise probabilística da sensibilidade de tensão que explora as incertezas espaciais e temporais das injeções FV, validada nos sistemas IEEE de 37 e 123 nós.

Para esta tese, mais importante que o valor da CH é a sua distribuição no espaço. A CH não é uniforme ao longo de um alimentador, porque depende da distância elétrica à subestação, da bitola dos condutores e do histórico de investimento. Áreas com infraestrutura menos reforçada têm menos capacidade de acomodar tanto o crescimento da carga quanto a geração própria. Quando o histórico de investimento se correlaciona com o perfil socioeconômico das áreas, o limite técnico passa a funcionar como mecanismo de exclusão: quem mora onde a CH é menor tem mais dificuldade para ampliar o consumo e para aderir à geração distribuída, mesmo tendo interesse e recursos.

Cuenca, Daly e Hayes (2023) tornaram essa ligação explícita ao tratar o compartilhamento da capacidade da rede como condição para o acesso equitativo à geração de pequena escala. A ideia central é que a CH é um recurso escasso e que a regra de alocação desse recurso define quem consegue se conectar. Isso desloca a CH da categoria de parâmetro técnico para a de bem a ser distribuído, e é exatamente esse deslocamento que esta tese faz com a capacidade de atender ao crescimento da demanda.

### 1.1.3 Projeção Espacial da Demanda e Corte de Demanda

A maior parte dos modelos de planejamento ainda se apoia em representações estáticas ou determinísticas do crescimento da demanda, que ignoram sua variação no espaço e no tempo e sua natureza não linear (Mejia *et al.*, 2020). Esta seção discute essa limitação e apresenta o conceito de corte de demanda, que liga a falta de capacidade da rede à falta de acesso à energia.

O crescimento da carga em uma área de concessão não é uniforme. Ele se concentra onde há adensamento urbano, mudança de renda, novos equipamentos ou adoção de tecnologias como ar-condicionado e veículos elétricos, e tende a ser mais rápido em áreas próximas entre si, porque esses fatores têm correlação espacial. Mesmo os estudos que

usam análise geográfica costumam prever os impactos de tecnologias emergentes, sem examinar como os REDs podem alterar a evolução de longo prazo do consumo (Martinez *et al.*, 2024; Tévar-Bartolomé *et al.*, 2021). Wang *et al.* (2023) estão entre os poucos que modelam a instalação futura de FV como incerteza com componente espacial. Do lado da carga, Saxena e Bhakar (2019) mostraram que tarifas baseadas em custo incremental de longo prazo podem redirecionar o crescimento da demanda para barras subutilizadas, adiando investimentos. O resultado é relevante porque trata a distribuição espacial do crescimento como algo que interage com a rede, e não como dado externo.

Poucos modelos consideram o papel direto que os REDs podem ter no alívio ou na prevenção do corte de demanda, conceito que se refere às necessidades energéticas não atendidas por restrições de infraestrutura ou econômicas (Godfrey; Quarshie; Robiou, 1996). Essa omissão é crítica: sem a ligação entre o desenvolvimento da infraestrutura e o acesso efetivo à energia, não é possível avaliar por completo os benefícios sociais desses investimentos.

O corte de demanda não é o mesmo que dois conceitos mais comuns na literatura, ambos operacionais e ligados a eventos no tempo. Energia não suprida em confiabilidade é a energia que deixa de ser entregue durante interrupções, causadas por faltas, eventos climáticos ou indisponibilidade de equipamentos; é o objeto dos estudos de VoLL e de resiliência, como Pamshetti *et al.* (2023) e Mu *et al.* (2025). Corte de carga (*load shedding*) é o desligamento deliberado de cargas pelo operador para preservar o equilíbrio do sistema.

O corte de demanda desta tese é uma grandeza de planejamento: a parcela da demanda projetada que a rede, tal como planejada, não consegue acomodar no horizonte de estudo; não é um evento, mas uma condição estrutural. O conceito se aproxima do que Bordón-Lesme *et al.* (2022) chamam de necessidades represadas, ao observar que domicílios de menor renda no Paraguai usam ganhos de eficiência para obter conforto térmico antes inacessível, com efeito rebote direto de 20% a 40%. Há demanda que existe, mas não aparece no consumo medido, porque alguma restrição a impede.

Nock, Levin e Baker (2020) trazem a evidência de planejamento mais próxima dessa ideia; em modelos de eletrificação de países em desenvolvimento, uma preferência maior por igualdade amplia o acesso e a extensão da rede de transmissão em 300 a 750 km, mas reduz o consumo agregado sob orçamento limitado. O compromisso entre acesso e consumo total é, em escala nacional, o mesmo que esta tese estuda em escala de

alimentador: atender a demanda de quem não é atendido custa mais do que atender a de quem já é.

### 1.1.4 Justiça Energética e Equidade no Planejamento de Sistemas Elétricos

As limitações técnicas vistas até aqui ganham outra dimensão quando se reconhece que redes de distribuição não são apenas sistemas físicos de entrega de energia. São infraestruturas sociais, cuja configuração determina quem acessa a energia, em que condições e a que custo. A literatura de justiça energética questiona a neutralidade distributiva dos modelos tradicionais de otimização, e seu argumento é que a equidade não deve ser avaliada depois da decisão, como externalidade, mas incluída como objetivo do planejamento; caso contrário, o planejamento reproduz as desigualdades que a infraestrutura já tem.

Sovacool *et al.* (2024) examinaram, com a lente da justiça energética de sistemas totais, as iniquidades da rede elétrica norte-americana, em quatro dimensões: demográfica (exposição desigual a interrupções por raça e renda), espacial (riscos concentrados em áreas rurais e periféricas), interespécies (danos a ecossistemas) e temporal (transferência de riscos e resíduos a gerações futuras). Documentaram doze casos, entre eles a maior probabilidade de comunidades minoritárias sofrerem interrupções longas em eventos climáticos extremos, e atribuíram esse padrão a décadas de planejamento agnóstico em relação à equidade. Em trabalho complementar, Sovacool *et al.* (2024) propuseram uma taxonomia aplicada ao planejamento da rede, com quatro pilares: acessibilidade tarifária, confiabilidade e resiliência equitativas, mitigação de encargos ambientais e participação pública. Argumentam que o critério de menor custo, dominante historicamente, deixou um legado de assimetria: circuitos robustos e subterrâneos em bairros de maior renda e redes aéreas mais vulneráveis nas periferias.

Esse argumento descreve o mecanismo pelo qual a desigualdade se reproduz sem que ninguém a deseje: o planejador que minimiza custo não discrimina de propósito; ele investe onde o retorno técnico é maior. Se esse retorno é maior em áreas já bem atendidas, decisões individualmente racionais produzem uma rede cada vez mais desigual.

Uma segunda vertente documenta que a desigualdade existe e tem padrão socioeconômico. Talebpour *et al.* (2024) encontraram, com dados históricos de Nova

York, associação estatisticamente significativa entre a renda e a composição racial dos bairros e a frequência de interrupções. Coleman *et al.* (2023) chegaram a disparidades sociais e espaciais semelhantes na duração das interrupções nos Estados Unidos, e Bhattacharyya e Hastak (2023) propuseram uma abordagem baseada em dados para quantificá-las por setor censitário. No Brasil, Sermarini *et al.* (2024) propuseram uma política pública para levar REDs a comunidades de baixa renda.

Rodriguez-Garcia *et al.* (2025) foram além da documentação ao ligar o planejamento de REDs (FV e baterias) ao risco de superaquecimento durante interrupções em ondas de calor. O resultado principal é que o planejamento baseado apenas em custo tende a concentrar investimentos em áreas de alto consumo e agrava a disparidade de risco, enquanto o planejamento orientado pela equidade redireciona recursos para onde há mais residências vulneráveis e reduz essa disparidade. É o resultado empírico mais próximo do que esta tese procura demonstrar, embora se refira a interrupções, e não à capacidade de atender o crescimento.

A literatura usa três formas de levar a equidade para a análise quantitativa. Elas diferem em quando a equidade entra:

- Métrica a posteriori: O plano é feito por critérios técnico-econômicos e a equidade é medida depois, por indicadores como duração de interrupções, SAIDI e SAIFI desagregados, curva de Lorenz e índice de Gini (Bhattacharyya; Hastak, 2023; Coleman *et al.*, 2023; Sasse; Trutnevyte, 2019). Diagnostica, mas não decide.
- Restrição: O modelo exige que um indicador de equidade fique acima de um limite, como um teto para o comprometimento da renda com energia (Jiang *et al.*, 2026; Li *et al.*, 2024a). A equidade passa a condicionar a decisão, mas só no nível fixado pelo planejador.
- Objetivo ou ponderação: O modelo atribui valor à equidade na função objetivo e a negocia continuamente com o custo (Ashraf *et al.*, 2025; Nock; Levin; Baker, 2020). É a abordagem desta tese.

Duas revisões ajudam a situar esse quadro. Goforth *et al.* (2025) analisaram 99 artigos sobre justiça energética em modelos de sistemas de potência, identificaram dez aspectos do sistema com impacto potencial sobre a equidade (entre eles confiabilidade distribucional, tarifas e REDs) e constataram que a grande maioria dos modelos trata esses objetivos de forma exógena ou os ignora. Sugerem aumentar a resolução espacial dos

modelos e incorporar dados demográficos que capturem o impacto sobre comunidades desfavorecidas, dois pontos que esta tese enfrenta diretamente. Vågerö e Zeyringer (2023) revisaram como a justiça social é tratada em modelos de otimização de sistemas de energia e notaram que a justiça distributiva costuma ser operacionalizada pelo princípio da igualdade, isto é, pela distribuição igualitária de custos e benefícios.

Essa observação ajuda a situar a escolha da tese. A ponderação pelo índice de necessidade social não busca igualar o corte de demanda entre barras, mas dar prioridade a quem mais precisa.

Três trabalhos incorporam a equidade a modelos de otimização de redes de distribuição e são os mais próximos desta tese. Li *et al.* (2024) propuseram um modelo binível estocástico para alocar e dimensionar geração distribuída considerando a equidade energética, medida pelo comprometimento da renda com energia (*energy burden*) de comunidades de baixa renda; a equidade entra como restrição, e os autores mostram que ela compete com as escolhas de investimento. Jiang *et al.* (2026) aplicaram a mesma lógica ao armazenamento: um modelo robusto binível aloca e dimensiona baterias com restrições de acessibilidade tarifária para cargas de baixa renda, nos sistemas de 33 e 123 barras. É o único trabalho do levantamento para esta revisão bibliográfica sobre baterias em distribuição que diferencia os consumidores afetados pelo plano.

Esses trabalhos mostram que é possível e computacionalmente viável incorporar a equidade ao planejamento da distribuição. Mas deixam três pontos em aberto, que definem o espaço desta tese.

- O objeto da equidade Li *et al.* (2024) e Jiang *et al.* (2026) tratam da acessibilidade tarifária, porém nenhum trata da capacidade da rede de acompanhar o crescimento da demanda, isto é, de quanto a família consegue consumir.
- A forma de incorporação é através de restrições. Uma restrição revela o custo da equidade só no limite escolhido pelo planejador. Não mostra como esse custo varia quando a exigência aumenta, nem se há um ponto a partir do qual exigir mais não traz ganho.
- A caracterização da vulnerabilidade. Os três usam essencialmente a renda, em geral como classificação binária (baixa renda ou não).

Os poucos trabalhos que quantificam o custo da equidade encontraram valores bem diferentes, o que reflete a diversidade de contextos e de métricas. Sasse e Trutnevyte

(2019) mostraram, para a alocação regional de geração renovável descentralizada em 2.258 municípios suíços, que aumentar em 50% a equidade regional, medida pelo índice de Gini, eleva em 18% o custo de geração até 2035. Nock, Levin e Baker (2020) encontraram aumento de 72% a 87% no indicador de igualdade, com 300 a 750 km a mais de transmissão e menor consumo agregado. Ashraf *et al.* (2025), no planejamento multissetorial de Gana, mostraram que a equidade pode melhorar sem mais emissões ou investimento em alguns portfólios, mas, com pouco investimento renovável, vem acompanhada de mais emissões e corte de eletricidade.

O que esses números têm em comum é serem pontos isolados: o custo da equidade em um nível de exigência, ou a diferença entre dois portfólios. Nenhum trabalho encontrado traça, para o planejamento de baterias em distribuição, a curva completa entre custo e equidade, com o custo marginal ao longo dela e com a decomposição do custo entre investimento e energia.

Incorporar a equidade a um modelo de otimização exige decidir quem é vulnerável e em que grau. A literatura converge sobre o núcleo dessa caracterização, a renda, mas diverge sobre o que acrescentar a ela e sobre como combinar vários indicadores em uma única medida.

Em quase todos os estudos revisados, a vulnerabilidade é caracterizada primeiro pela renda ou pelo comprometimento da renda com energia; é o caso dos estudos de desigualdade em interrupções nos Estados Unidos (Bhattacharyya; Hastak, 2023; Coleman *et al.*, 2023) e dos modelos de otimização com equidade (Jiang *et al.*, 2026; Li *et al.*, 2024b). Sobre esse núcleo, a literatura acrescenta duas camadas, a primeira é demográfica: raça e etnia, idade, deficiência, presença de crianças e gênero (Coleman *et al.*, 2023; Simcock *et al.*, 2021); a segunda é sociotécnica: posse do imóvel, sistema de aquecimento ou refrigeração, eficiência da edificação, ruralidade e infraestrutura existente (Bode, 2022; Robinson; Mattioli, 2020).

O levantamento não encontrou, na literatura de sistemas elétricos, trabalhos que discutam como construir um índice composto de vulnerabilidade para uso em planejamento: como normalizar os indicadores, como ponderá-los e como testar a sensibilidade do resultado a essas escolhas. Os modelos com equidade revisados usam, em geral, um único indicador e uma classificação binária. Essa lacuna é preenchida por literatura de outras áreas. O manual da OCDE e do Centro Comum de Investigação da Comissão Europeia sobre indicadores compostos (OECD; European Union; Joint

Research Centre - European Commission, 2008) sistematiza as etapas de construção (seleção, normalização, ponderação, agregação e análise de robustez) e os métodos usuais de ponderação: pesos iguais, métodos estatísticos como a entropia e a análise de componentes principais, e métodos participativos.

### 1.1.5 Tabela Comparativa e Posicionamento da Tese

A Tabela 1 consolida a revisão cruzando os trabalhos mais próximos desta tese com os oito elementos que compõem o modelo proposto: a bateria como variável de decisão, a representação do fluxo de potência, a demanda não atendida como variável, a diferenciação por vulnerabilidade, o índice composto contínuo, a projeção espacial do crescimento, o preço endógeno com elasticidade e a curva entre custo e equidade com custo marginal. Baterias como decisão e fluxo de potência são padrão; a diferenciação por vulnerabilidade aparece nos trabalhos mais recentes; a elasticidade aparece no planejamento da expansão. O que não aparece em nenhum trabalho é a combinação desses elementos, e três deles aparecem, no máximo, de forma parcial: o índice composto contínuo, que não aparece em nenhum trabalho; a projeção espacial do crescimento da demanda, que só aparece como incerteza sobre a FV futura; e a curva completa entre custo e equidade com custo marginal, que só aparece como fronteira entre custo e emissões ou como faixa de custo. São esses três elementos, somados à integração, que definem a contribuição original da tese.

Tabela 1 – Comparativo dos métodos da literatura e o proposto

| Trabalho | Bateria como decisão | Fluxo de potência | Demanda não atendida como variável | Diferenciação por vulnerabilidade | Índice composto contínuo | Projeção espacial do crescimento | Preço endógeno e elasticidade | Curva custo–equidade com custo marginal |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Jannesar et al. (2018) | ✓ | ✓ | X | X | X | X | X | X |
| Nick, et al. (2018) | ✓ | ✓ | X | X | X | X | X | X |
| Asensio et al. (2017) | X | ✓ | X | X | X | X | Parcial (preço de mercado) | X |
| Gholizadeh-Roshanagh e Zare (2019) | X | ✓ | X | X | X | X | Parcial (tarifa por posto) | X |
| De Lima et al. (2021) | X | ✓ | X | X | X | X | X | Parcial (Pareto custo–emissões) |
| Wang et al. (2023a) | ✓ | X | X | X | X | Parcial (FV futura incerta) | X | X |
| Khajeh et al. (2023) | ✓ | X | Parcial (agregada) | X | X | X | X | X |
| Pamshetti et al. (2023) | Parcial (REDs) | ✓ | Parcial (valor uniforme) | X | X | X | X | X |
| Li et al. (2024) | X | X | X | ✓ (binária) | X | X | Parcial (fatura) | X |
| Rodriguez-Garcia et al. (2025) | ✓ | X | Parcial (interrupções) | ✓ | X | X | X | X |
| Li et al. (2025a) | X | X | ✓ (eventos extremos) | ✓ | X | X | X | Parcial (faixa de custo) |
| Jiang et al. (2026) | ✓ | X | X | ✓ (binária) | X | X | Parcial (tarifa) | X |
| **Esta tese** | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ |

A leitura da Tabela 1 mostra que cada elemento do modelo, isoladamente, já aparece na literatura: baterias como decisão e fluxo de potência são padrão; a diferenciação por vulnerabilidade aparece nos trabalhos mais recentes; a elasticidade aparece no planejamento da expansão. O que não aparece em nenhum trabalho é a combinação desses elementos, e três deles aparecem, no máximo, de forma parcial: o índice composto contínuo, que não aparece em nenhum trabalho; a projeção espacial do crescimento da demanda, que só aparece como incerteza sobre a FV futura; e a curva completa entre custo e equidade com custo marginal, que só aparece como fronteira entre custo e emissões ou como faixa de custo. São esses três elementos, somados à integração, que definem a contribuição original da tese.

A literatura de baterias sabe otimizar onde e quanto instalar, sob incerteza e com várias fontes de receita. Mas parte de duas premissas que esta tese questiona: a demanda projetada é sempre atendida, e todo consumidor vale o mesmo.

A literatura de CH oferece o conceito e os métodos para medir o limite físico da rede, e indica que esse limite tem consequências distributivas. Falta a passagem do diagnóstico para a decisão de investimento: um modelo que, sabendo onde o limite é mais apertado e quem mora ali, decida onde investir para relaxá-lo.

As abordagens atuais não capturam a interação entre o crescimento da demanda, sua distribuição espacial e a função social da rede. Faltam três elementos, que esta tese incorpora: uma projeção do crescimento com estrutura espacial; uma variável de decisão que represente a demanda que a rede deixa de atender, em vez de supor que toda a demanda projetada é atendida; e uma forma de valorar essa demanda que dependa de quem a sofre.

O planejamento de redes de distribuição enfrenta uma dupla insuficiência: de um lado, há modelos técnicos sofisticados que ignoram a dimensão social dos investimentos; de outro, há marcos conceituais de equidade sem operacionalização quantitativa nas ferramentas de otimização consolidadas. Os poucos trabalhos que fazem a integração tratam do custo da energia ou de interrupções, por restrições e com vulnerabilidade binária.

A literatura de vulnerabilidade fornece o vocabulário e os indicadores, mas raramente os conecta ao planejamento da rede. Os modelos com equidade usam uma

caracterização pobre, e os estudos com caracterização rica não chegam à decisão de investimento.

## 1.2 OBJETIVOS

A partir da lacuna apresentada na revisão bibliográfica, decorre a pergunta que orienta esta Tese: é possível incorporar critérios de equidade distributiva ao planejamento de baterias em sistemas de distribuição com geração fotovoltaica distribuída e, em caso afirmativo, a que custo econômico?

A formulação da pergunta nesses termos responde a duas lacunas da literatura. A literatura de justiça energética estabeleceu de maneira consistente que o planejamento convencional produz resultados distributivamente desiguais, mas raramente ultrapassa o diagnóstico: as métricas propostas por Baker *et al.* (2023) e os aspectos sistematizados por Goforth *et al.* (2025) permanecem, em sua maioria, exógenos aos modelos de otimização. Em sentido inverso, a literatura de alocação de baterias e de REDs desenvolveu formulações multiobjetivo sofisticadas, capazes de tratar incerteza e múltiplas fontes de receita, mas supõe que toda a demanda projetada é atendida e atribui o mesmo valor a todos os consumidores. Os poucos trabalhos que incorporam equidade o fazem por restrições, com caracterização binária da vulnerabilidade, e não tratam da capacidade da rede de acompanhar o crescimento da demanda.

A segunda parte da pergunta, relativa ao custo, é igualmente deliberada. Enquanto o custo da equidade permanecer desconhecido, ela tende a ser tratada como restrição a ser satisfeita ou como objetivo cuja intensidade se arbitra, e não como escolha a ser avaliada. Expressar esse custo em uma unidade interpretável, como reais por kW de corte de demanda evitado, permite ao planejador compará-lo com o valor de referência atribuído à energia não suprida, convertendo uma decisão normativa em uma decisão informada.

Responder à pergunta exige três desenvolvimentos. Primeiro, converter a caracterização socioeconômica do território em um parâmetro utilizável por um modelo de otimização, o que requer definir quais indicadores considerar, como normalizá-los e como sintetizá-los sem que o resultado dependa arbitrariamente dessas escolhas. Segundo, projetar a evolução da demanda e da geração distribuída de modo sensível à

heterogeneidade socioespacial, reconhecendo que a relação entre condição socioeconômica e crescimento do consumo não é espacialmente estacionária. Terceiro, formular a função objetivo de maneira que o compromisso entre eficiência econômica e equidade seja explícito e parametrizável, permitindo ao planejador percorrê-lo em vez de fixá-lo a priori.

### 1.2.1 Objetivos específicos

a) Modelar a evolução da demanda de potência e da capacidade instalada de geração FV distribuída por meio de funções de crescimento logístico.
b) Incorporar a heterogeneidade espacial dos fatores socioeconômicos mediante o estimador de Nadaraya-Watson sobre a topologia da rede, permitindo que a influência das vizinhanças sobre o crescimento local varie com a posição.
c) Desenvolver um procedimento para a construção do índice de necessidade social a partir de indicadores socioeconômicos nodais, compreendendo normalização com ajuste de polaridade segundo o sentido de cada indicador e síntese ponderada com faixa de variação fixa e independente do número de indicadores adotados.
d) Formular a determinação do custo médio da energia no sistema. Incorporar a resposta da demanda ao preço com elasticidade diferenciada por faixa de renda, representando a menor margem de ajuste dos domicílios situados próximos ao nível de consumo de subsistência.
e) Formular a função objetivo compreendendo o investimento anualizado em baterias, o custo de operação do sistema e o corte de demanda ponderada pelo índice de necessidade social.
f) Avaliar a contribuição individual e conjunta dos mecanismos propostos mediante delineamento experimental que os ative isoladamente e em combinação, quantificando seus efeitos sobre a alocação de baterias e sobre a distribuição do corte de carga.
g) Determinar a fronteira de Pareto entre custo total e o corte de demanda, quantificando o custo marginal da equidade distributiva e identificando eventuais limites físicos.

## 1.3 ORGANIZAÇÃO DO DOCUMENTO

O restante deste documento organiza-se como segue. O Capítulo 2 apresenta a formulação do modelo proposto, detalhando os quatro mecanismos e as técnicas de linearização empregadas. O Capítulo 3 descreve o caso de estudo, o cenário socioeconômico construído e os resultados de experimentos. O Capítulo 4 apresenta as conclusões.

# 2 MÉTODO PARA O DIMENSIONAMENTO DE BATERIAS

Este capítulo apresenta o modelo de programação matemática desenvolvido. A formulação proposta articula três dimensões interdependentes: a evolução espaço-temporal da demanda e da geração FV, a equidade social no acesso à infraestrutura energética e a elasticidade técnica do sistema à alocação de baterias. A integração dessas dimensões em um único modelo de PLIM estocástica de dois estágios constitui a contribuição metodológica central deste trabalho.

Inicialmente, apresenta-se o modelo espaço-temporal de crescimento, que combina funções logísticas de evolução temporal com o estimador não paramétrico de Nadaraya-Watson, empregado para capturar a heterogeneidade espacial dos fatores socioeconômicos e modular as trajetórias projetadas segundo a caracterização de nós vizinhos.

A segunda componente trata da quantificação da vulnerabilidade social: o procedimento de normalização dos indicadores com ajuste de polaridade é detalhado, os esquemas de ponderação e a síntese do índice de necessidade social, construído de modo que sua faixa de variação seja invariante ao número de indicadores adotados.

A terceira componente formula a determinação endógena da tarifa média da energia no sistema e a correspondente resposta da demanda ao preço. Descreve-se a linearização da razão entre custo de operação e geração total mediante discretização em faixas, e a incorporação da elasticidade-preço.

Por fim, é apresentado o modelo de fluxo de potência linearizado, as restrições de operação das baterias e a função objetivo, que minimiza o corte de demanda ponderado pelo índice de vulnerabilidade social, promovendo simultaneamente eficiência técnica e justiça distributiva.

## 2.1 MODELO ESPACIAL E TEMPORAL

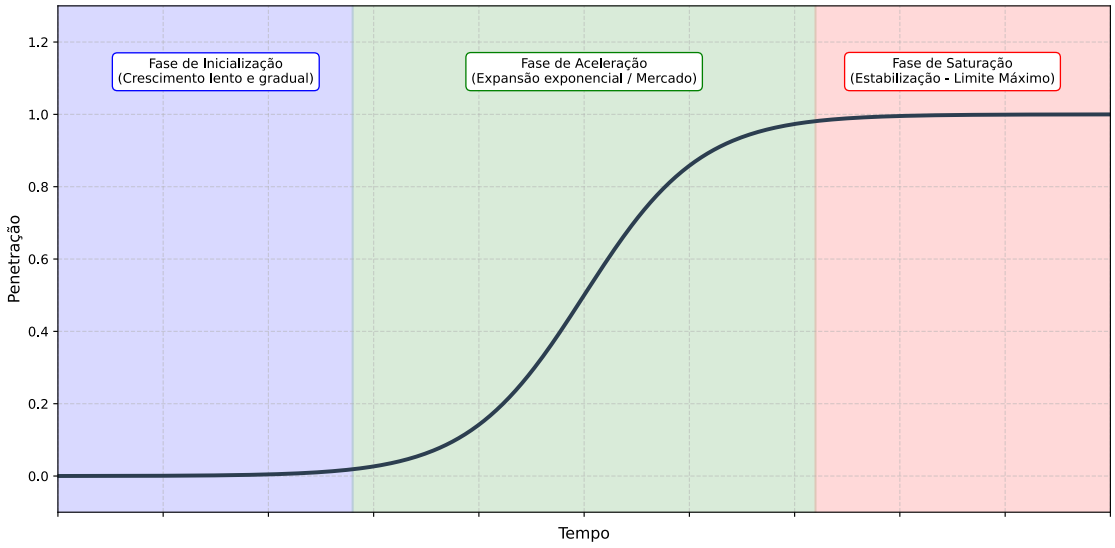
A estimação da penetração de geração FV e o crescimento da demanda de energia no SDEE é estruturada em duas etapas complementares. Primeiramente, formula-se o modelo de evolução temporal baseado numa função de crescimento logístico,

posteriormente, integra-se a interação espacial por meio de uma técnica de suavização geográfica, permitindo que o modelo quantifique o efeito de vizinhança nas variáveis estudadas.

### 2.1.1 Função de Crescimento Logístico

A função logística é reconhecida por sua capacidade de descrever variáveis que apresentam um padrão de crescimento em curvas de formato “S”. Segundo Nong e Du (2011), esse modelo pressupõe que a evolução de um fenômeno (seja a adoção de uma tecnologia ou o aumento de consumo) ocorre em três fases distintas: fase de inicialização caracterizada por um crescimento lento e gradual; fase de aceleração onde ocorre uma expansão exponencial impulsionada por tendências de mercado; fase de saturação o estágio em que o crescimento desacelera à medida que se aproxima de um limite máximo de maturidade, resultando na estabilização da variável. Essas fazes são ilustradas na Figura 1.

Figura 1 – Exemplo dos estágios da curva de crescimento em S




Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Nesta Tese, a função logística é parametrizada com base em três pilares essenciais: o estado inicial da variável, a taxa de crescimento derivada de dados históricos e o limite superior de saturação.

Tanto o crescimento da penetração de geração FV quanto o aumento da demanda de potência são estimados de forma independente para cada um dos nós do sistema e para cada período anual $y$. As variáveis $\Delta_{m,y}^{fv,t}$ e $\Delta_{m,y}^{d,t}$ representam o crescimento incremental e são definidas pelas equações (1) e (2):

$$\Delta_{m,y}^{d,t} = \frac{\overline{P}_m^d}{1 + \left(\frac{\overline{P}_m^{pd}}{P_{m,0}^d} - 1\right) \cdot e^{(-y \cdot \kappa_m^d)}}; \ \forall \ m, y \tag{1}$$

$$\Delta_{m,y}^{fv,t} = \frac{\overline{P}_m^{fv}}{1 + \left(\frac{\overline{P}_m^{fv}}{P_{m,0}^{pv}} - 1\right) \cdot e^{\left(-y \cdot \kappa_m^{fv}\right)}}; \ \forall \ m, y \tag{2}$$

onde $\overline{P}_m^{fv}$ e $\overline{P}_m^d$ representam os limites de penetração FV e demanda, respectivamente; $P_{m,0}^{fv}$ e $P_{m,0}^d$ são as potências instaladas e demandas iniciais no ano base; $\kappa_m^{fv}$ e $\kappa_m^d$ são as taxas de crescimento calibradas com o momento histórico da região.

### 2.1.2 Modelo Espacial

A influência dos fatores socioeconômicos sobre o crescimento da demanda e da penetração FV não é homogênea no território. Áreas urbanas apresentam não estacionariedade espacial: a relação entre uma variável e seus determinantes varia com a localização, de modo que estimativas globais mascaram padrões locais relevantes. Adicionalmente, indicadores socioeconômicos exibem autocorrelação espacial: nós próximos tendem a apresentar perfis semelhantes, em decorrência do processo de segregação socioespacial urbana.

Para capturar essa estrutura, emprega-se o estimador não paramétrico de Nadaraya-Watson (Nadaraya, 1965; Watson, 1964), que estima o valor local de uma variável como média dos valores observados na vizinhança, ponderada por uma função de decaimento com a distância. Diferentemente de métodos paramétricos, o estimador não impõe forma funcional à relação entre localização e valor, e não requer série histórica de crescimento observado: requisito que a regressão geograficamente ponderada imporia e que não se verifica no presente caso, em que o crescimento é projetado e não observado.

A cada par de nós $(m, n)$, associa-se um peso obtido por kernel gaussiano sobre a distância $d_{m,n}$, conforme a equação (3).

$$w_{m,n} = \exp\left(-\frac{d_{m,n}^2}{\overline{d}^2}\right); \forall m, n \in \{1, \dots, N\}. \quad (3)$$

A distância $d_{m,n}$ é medida em número de circuitos no caminho mais curto entre os nós $m$ e $n$ na configuração radial do alimentador. A proximidade elétrica é adotada como distância pois ramais de um mesmo alimentador geralmente atendem áreas próximas.

O parâmetro $\overline{d}$, conhecido como largura de banda (*bandwidth*) na literatura, é determinante para o comportamento do estimador. Valores muito pequenos produzem estimativas excessivamente locais, amplificando ruídos pontuais e aproximando o modelo de uma interpolação dos dados observados; valores muito grandes aproximam o modelo de uma regressão global, eliminando a heterogeneidade espacial que se deseja capturar.

Para cada nó $m$ e indicador $h$, o valor local suavizado resulta da média ponderada dos indicadores normalizados dos demais nós, segundo a equação (4).

$$\tilde{x}_{m,h} = \alpha \cdot \frac{\sum_{j \in \mathcal{N}} w_{mj} \cdot \hat{x}_{j,h}}{\sum_{j \in \mathcal{N}} w_{mj}}; \forall m \quad (4)$$

em que $\hat{x}_{m,h} \in [0,1]$ é o indicador $h$ normalizado com ajuste de polaridade de modo que valores próximos da unidade correspondam sempre a maior necessidade social, independentemente do sentido original do indicador e $\alpha$ é o coeficiente de escala da influência socioeconômica sobre o crescimento. A normalização do denominador assegura que $\tilde{x}_{m,h}/\alpha \in [0,1]$, preservando a interpretação do indicador suavizado na mesma escala do original.

A componente espacial do crescimento resulta da aplicação do indicador suavizado sobre a tendência temporal de referência, ponderada pelos pesos $\gamma_h$ dos indicadores, segundo as equações (5) e (6).

$$\Delta_{m,y}^{d,s} = \Delta_{m,y}^{d,t} \sum_{h \in \mathcal{H}} \gamma_h \cdot \tilde{x}_{m,h}\,; \forall m, y \quad (5)$$

$$\Delta_{m,y}^{fv,s} = \Delta_{m,y}^{fv,t} \sum_{h \in \mathcal{H}} \gamma_h \cdot \tilde{x}_{m,h}\,; \forall m, y \quad (6)$$

A tendência temporal $\Delta_{m,y}^{t}$ estabelece a trajetória de base, ao passo que o somatório atua como multiplicador local, amplificando o crescimento nos nós cuja vizinhança apresenta maior necessidade social. Como $\sum_h \omega_h = 1$ e $\tilde{x}_{m,h}/\alpha \in [0,1]$, o multiplicador está contido em $[0, \alpha]$, de modo que $\alpha$ estabelece o acréscimo máximo de crescimento atribuível à caracterização socioeconômica.

A interpretação subjacente é a do corte de demanda: áreas de maior vulnerabilidade socioeconômica tendem a apresentar consumo aquém de suas necessidades, de modo que a remoção de restrições de infraestrutura nessas áreas libera crescimento superior ao de áreas já plenamente atendidas. A mesma correção aplica-se ao crescimento da penetração FV, ainda que o mecanismo subjacente seja distinto.

### 2.1.3 Conformação da Estimação do Crescimento

O crescimento final da demanda e da penetração FV resulta da combinação das tendências temporais e das correções espaciais, conforme as equações (7) e (8):

$$\Delta_{m,y}^{d} = \Delta_{m,y}^{d,t} + \Delta_{m,y}^{d,s} - \Delta_{m,y}^{d,c}; \forall m, y \tag{7}$$

$$\Delta_{m,y}^{fv} = \Delta_{m,y}^{fv,t} + \Delta_{m,y}^{fv,s} - \Delta_{m,y}^{fv,c}; \forall m, y \tag{8}$$

Essa estrutura reflete uma concepção hierárquica do crescimento: a tendência temporal estabelece a trajetória macroeconômica de base, a correção espacial redistribui essa pressão de forma geograficamente heterogênea, amplificando-a nas regiões onde os coeficientes locais indicam maior sensibilidade da demanda aos fatores socioeconômicos, e o corte de demanda atua como mecanismo de salvaguarda, reconhecendo que nem toda pressão de crescimento latente pode se materializar sem que a infraestrutura existente seja previamente reforçada.

Do ponto de vista matemático, $\Delta_{m,y}^{d,c}$ e $\Delta_{m,y}^{fv,c}$ atuam como variáveis de folga, cuja função primordial no processo de otimização é garantir a viabilidade do modelo. Fisicamente, representam a parcela da demanda e penetração FV que poderiam existir devido ao crescimento socioeconômico, mas que não podem ser realizadas sem violar os limites de tensão nodal ou a capacidade térmica dos condutores.

O corte de demanda acumulada $\sum_{m,y} \xi_m \cdot \Delta_{m,y}^{d,c}$ integra a função objetivo como termo de penalidade, forçando o planejador a priorizar investimentos que removam os gargalos técnicos que impedem o atendimento pleno evitando o corte de demanda. Essa formulação confere ao modelo dupla coerência: física, ao respeitar os limites operacionais da rede; e social, ao incorporar as assimetrias territoriais como variáveis endógenas ao processo de planejamento, orientando os investimentos para as regiões onde a ausência de infraestrutura adequada perpetua desigualdades de acesso à energia.

Após a definição do crescimento incremental, os valores são consolidados para representar a carga e a geração efetivas em cada nó, considerando diferentes cenários e perfis de carga. O cálculo da potência FV e da demanda total para cada nó $m$, ano $y$, cenário $s$ e período $t$ é realizado conforme (9) e (10):

$$P_{m,y,s,t}^{fv} = \left(P_{m,0}^{fv} + \Delta_{m,y}^{fv}\right) \cdot \delta_{t,s}^{fv}, \forall m, y, s, t \quad (9)$$

$$P_{m,y,s,t}^{d} = \left(P_{m,0}^{d} + \Delta_{m,y}^{d}\right) \cdot \delta_{t,s}^{d}, \forall m, y, s, t \quad (10)$$

Nesta etapa, o modelo integra as variabilidades físicas do sistema através dos coeficientes $\delta_{t,s}^{fv}$ (irradiação solar conforme o cenário estocástico) e $\delta_{t,s}^{d}$ (perfil típico de consumo). Essa estrutura garante que o planejamento final considere não apenas a evolução demográfica e tecnológica de longo prazo, mas também as variações operacionais instantâneas da rede elétrica.

## 2.2 ELASTICIDADE ENTRE DEMANDA E TARIFA DE ENERGIA

Uma das propostas do modelo é incluir a resposta da demanda à tarifa média da energia no sistema, incorporando assim o conceito de elasticidade da demanda em relação à tarifa da energia. O intuito é representar o comportamento dos usuários em que dado uma tarifa da energia baixo, espera-se que o consumo de energia aumente; de forma similar, quando a tarifa é alta o consumo diminui.

Essa relação é incorporada ao modelo na variável $P_{m,y,s,t}^{d,f}$ que representa a demanda final que varia em resposta à tarifa. Ela é definida de acordo com (11), onde $\eta_m$ é o coeficiente de elasticidade e $c_{y,s}^{e,sys}$ é a variável que representa a tarifa da energia para todo o sistema e $c^{e,ref}$ é a tarifa de referência.

$$P^{d,f}_{m,y,s,t} = P^{d}_{m,y,s,t}\left(1 + \eta_m \frac{c^{e,sys}_{y,s} - c^{e,ref}}{c^{e,ref}}\right); \forall m, y, s, t \tag{11}$$

Inicialmente, a tarifa $c^{e,sys}_{y,s}$ é definido em (12), enquanto $C_{y,s}$ é definida em (13) como a soma de todos os custos de geração e $G_{y,s}$ é a energia total gerada, descrita por (14). Em (12)–(14), $P^{g}_{m,y,t,s}$ representa a potência injetada no sistema por fontes externas e $P^{fv}_{m,y,t,s}$ representa a potência injetada pela geração FV; respectivamente, $c^{g}$ e $c^{pv}$ representam as tarifas de cada uma dessas fontes. Também, $\tau$ representa a duração de cada período $t$.

$$c^{e,sys}_{y,s} = \frac{C_{y,s}}{G_{y,s}}, \forall y, s \tag{12}$$

$$C_{y,s} = \tau \cdot \sum_{m,t}\left(c^{g} \cdot P^{g}_{m,y,t,s} + c^{pv} \cdot P^{pv}_{m,y,t,s}\right), \forall y, s \tag{13}$$

$$G_{y,s} = \tau \cdot \sum_{m,t}\left(P^{g}_{m,y,t,s} + P^{pv}_{m,y,t,s}\right), \forall y, s \tag{14}$$

Como o objetivo do trabalho é manter o modelo formulado como um problema de PLIM, a não linearidade da razão em (12) precisa ser reformulada. Essa não-linearidade é contornada por uma linearização de aproximação por partes discretizando o domínio de valores possíveis para a tarifa média da energia.

Inicialmente, são definidos os limites da tarifa média da energia no sistema, sendo que o mínimo pode ser zero e o máximo definido pelo gerador mais caro presente no sistema. Portanto, em (15) e (16) o intervalo entre a tarifa mínima e máxima é dividido em $F$ blocos sendo que para cada bloco $f \in \{1,2,\dots,F\}$ são definidos os limites dos blocos $c_f$ além do valor médio $c^{med}_f$, onde $\overline{c}$ é a maior tarifa de geração do sistema e $\underline{c}$ a menor.

$$c_f = \underline{c} + \frac{f\left(\overline{c} - \underline{c}\right)}{F}, \forall f \in \{1,2,\dots,F\} \tag{15}$$

$$c^{med}_f = \frac{c_{f-1} + c_f}{2}, \forall f \in \{1,2,\dots,F\} \tag{16}$$

Para indicar qual bloco $f$ está ativo é utilizada uma variável binária representada por $\mu_{y,s,f}$ e definida em (17), e (18) garante que apenas uma faixa esteja ativa. Portanto,

é considerado que a tarifa média se aproxima do ponto médio da faixa ativa, como definido em (19).

$$\mu_{y,s,f} \in \{0,1\}, \forall y, s, f \in \{1,2,\dots,F\} \tag{17}$$

$$\sum_{f=1}^{F} \mu_{y,s,f} = 1, \forall y, s \tag{18}$$

$$c_{y,s}^{e,sys} = \sum_{f=1}^{F} c_f^{med} \cdot \mu_{y,s,f}\,, \forall y, s \tag{19}$$

A fim de vincular a variável $\mu_{y,s,f}$ à razão real entre a tarifa e a geração em si, é utilizado o método *big-M*. Então, quando a variável assume valor 1 para um determinado bloco $f$ deve ser satisfeita a condição (20).

$$\frac{C_{y,s}}{G_{y,s}} \in \left[c_{f-1}, c_f\right] \tag{20}$$

que é representada por (21) e (22), onde $M$ é um parâmetro tido como o produto do máximo custo possível e a máxima capacidade de geração do sistema.

$$C_{y,s} - c_f \cdot G_{y,s} \leq M \cdot \left(1 - \mu_{y,s,f}\right); \forall y, s, f \tag{21}$$

$$c_{f-1} \cdot G_{y,s} - C_{y,s} \leq M \cdot \left(1 - \mu_{y,s,f}\right); \forall y, s, f \tag{22}$$

## 2.3 EQUIDADE SOCIAL NO ACESSO À ENERGIA

A equidade social no contexto energético fundamenta-se na premissa de que o acesso a recursos e serviços elétricos deve ocorrer de forma justa e imparcial em todos os estratos da sociedade. Conforme estabelecido pelo Objetivo de Desenvolvimento Sustentável 7 (ODS 7) das Nações Unidas (Affairs, 2025) , a energia é um pré-requisito essencial para o bem-estar e a dignidade humana, visando-se garantir o acesso universal a serviços confiáveis, sustentáveis, modernos e a preços acessíveis até 2030. Portanto, mitigar disparidades no acesso energético é imprescindível para o desenvolvimento socioeconômico, cabendo aos planejadores e gestores do setor elétrico integrar critérios de justiça social ao planejamento da infraestrutura.

A aplicação desses conceitos assume papel crítico no planejamento dos SDEE, cujo principal desafio reside em conciliar a redução da estratificação socioeconômica com as restrições físicas da rede. Frequentemente, áreas de maior vulnerabilidade social são atendidas por infraestruturas historicamente negligenciadas ou envelhecidas, caracterizadas por uma reduzida CH. Sob essa ótica, as limitações técnicas deixam de ser meras variáveis operacionais e passam a atuar como barreiras sistêmicas à inclusão energética: o risco de violações de tensão ou de limites térmicos impede que residentes dessas regiões adotem REDs, como sistemas FVs. Cria-se, assim, um cenário no qual a infraestrutura elétrica, que deveria atuar como vetor de desenvolvimento, aprofunda as desigualdades existentes por meio de uma exclusão tecnológica, restringindo a transição energética a regiões com redes mais modernas e resilientes.

Para superar esse entrave, decisões de planejamento socialmente equitativas devem viabilizar a expansão do consumo e a adoção de REDs sem degradar a qualidade da energia ou a operação do sistema. Com esse intuito, apresenta-se a seguir o método proposto para quantificar a necessidade social-energética e integrá-la às decisões de investimento do SDEE.

Para integrar efetivamente os princípios de equidade social ao planejamento dos SDEE, estabelece-se um parâmetro quantitativo denominado índice de necessidade social ($\xi_m$). Na função objetivo do modelo de otimização proposto, $\xi_m$ atua como um fator de priorização que pondera o corte de demanda em cada nó $m$ da rede, convertendo a vulnerabilidade socioeconômica em um custo social explícito para o otimizador.

O cálculo prévio de $\xi_m$ estrutura-se em um *framework* para converter dados socioeconômicos brutos em pesos matemáticos objetivos de acordo com os seguintes passos:

1. Normalização Multivariada: Adequação dos fatores sociais a uma escala comum $0{,}1$.
2. Determinação dos Pesos de Impacto: Atribuição de relevância relativa a cada atributo social com base em sua força de correlação.
3. Construção do Índice de Vulnerabilidade: Consolidação do indicador $\xi_n$ para incorporação ao modelo matemático.

### 2.3.1 Normalização Multivariada e Polaridade dos Indicadores

Adota-se o método de Normalização Min-Max devido à sua simplicidade, ampla aceitação na literatura e capacidade de mapear dados no intervalo [0, 1] preservando a proporcionalidade linear original. A aplicação dessa técnica exige a identificação prévia da polaridade (ou direcionalidade) de cada fator socioeconômico $h$, uma vez que o impacto na vulnerabilidade pode decorrer da abundância ou da carência do indicador:

- Fatores de Polaridade Direta ($\Omega^{hh}$): Fatores em que a vulnerabilidade é diretamente proporcional à magnitude do dado (ex.: densidade populacional ou taxa de desemprego). A transformação descrita em (23) preserva a ordem original para que áreas com maiores valores recebam pontuações mais elevadas de urgência:

$$x_{m,h}^{n} = \frac{x_{m,h} - \min_{h}\{x_{m,h}\}}{\max_{h}\{x_{m,h}\} - \min_{h}\{x_{m,h}\}}, \forall m, h \in \Omega^{hh} \tag{23}$$

- Fatores de Polaridade Inversa ($\Omega^{lh}$): Fatores em que a vulnerabilidade decorre da escassez do recurso (ex.: renda *per capita*). Para garantir que o valor 1 represente a máxima vulnerabilidade (menor renda da amostra), aplica-se a inversão escalar (24).

$$x_{m,h}^{n} = \frac{\max_{h}\{x_{m,h}\} - x_{m,h}}{\max_{h}\{x_{m,h}\} - \min_{h}\{x_{m,h}\}}, \forall m, h \in \Omega^{lh} \tag{24}$$

### 2.3.2 Síntese do Índice de Necessidade Social

A etapa final consiste na consolidação das variáveis processadas no índice $\xi_m$, formulado segundo (25), em que $\mathrm{x}_{m,h}^{n} \in [0,1]$ é o indicador $h$ normalizado com polaridade ajustada, $u_h$ o peso atribuído a esse indicador, sendo que $\sum_h u_h = 1$ e $U$ o peso atribuído à necessidade social.

$$\xi_m = 1 + U \cdot \sum_{h} x_{m,h}^{n} \cdot u_h \,; \forall m \tag{25}$$

A combinação de $\sum_h u_h = 1$ com $x_{m,h}^{n} \in [0,1]$ assegura $\xi_m \in [1, U]$, independentemente do número de indicadores adotados. Essa propriedade é essencial para a comparabilidade entre configurações: sem ela, a faixa de variação de $\xi_n$ dependeria

de $|\mathcal{H}|$, e o peso atribuído à equidade na função objetivo teria significado distinto a cada alteração no conjunto de indicadores. A razão máxima entre o custo social de uma unidade de demanda latente no nó mais vulnerável e menos vulnerável é, portanto, de $U$:1.

O controle do compromisso entre eficiência econômica e equidade distributiva não é exercido pelo índice, mas pelo parâmetro $w^{eq}$ que pondera o termo de equidade na função objetivo. Para $w^{eq} = 0$, o corte de demanda não é penalizado e o planejamento segue lógica estritamente econômica e técnica; valores crescentes de $w^{eq}$ ampliam a prioridade atribuída aos nós de maior necessidade social, ainda que o retorno econômico direto seja inferior

Adotou-se ponderação uniforme onde $u_h = 1/|\mathcal{H}|$, como especificação principal. A escolha justifica-se pela ausência de base teórica que sustente hierarquia entre os indicadores considerados e pela transparência do procedimento, que não depende de propriedades amostrais do conjunto de dados.

Entretanto, devem ser avaliado dois esquemas alternativos. O primeiro pondera cada indicador pela magnitude de sua correlação com a demanda instalada; o segundo, pela entropia de Shannon de sua distribuição, atribuindo maior peso aos indicadores de maior dispersão.

Cabe mencionar uma limitação do primeiro esquema. Ponderar um indicador de vulnerabilidade social pela sua correlação com a demanda equivale a atribuir maior relevância aos indicadores que melhor predizem o consumo, critério de relevância de carga, e não de vulnerabilidade.

## 2.4 FUNÇÃO OBJETIVO

O planejamento é formulado como um problema de PLIM estocástica de dois estágios. As decisões de localização e dimensionamento da bateria são determinadas pela variável binária $\omega_m$ que indica se no nó $m$ há uma bateria e pela variável inteira $\phi_n$ que indica o tamanho da bateria.

A função objetivo (26) é composta por três parcelas: o investimento anualizado, o custo da energia importada na subestação, o custo associado à exportação e o termo de equidade distributiva. Na função objetivo $\varsigma^{inst}$ é o custo fixo de instalação por nó, $\varsigma^{b}$ é o

custo de um módulo de bateria e $c^{ene}$ é o custo da energia importada; $d_y$ representa o número de dias de um período $y$, $VoLL$ é o valor atribuído ao corte de demanda e $\pi_s$ a probabilidade de acontecimentos dos cenários $s$; $\xi_m$é o índice de necessidade social do nó $m$; e $\Delta_{m,y}^{d,c}$ é o corte de demanda. Também os termos que representam a energia importada e a equidade são trazidos ao valor presente por $(1+r)^y$, onde $r$ representa a taxa de juros.

$$\min \underbrace{\sum_{n} \left( \varsigma^{inst} \cdot \omega_n + \varsigma^{b} \cdot \phi_n \right)}_{investimento} + \underbrace{c^{ene} \cdot \sum_{m,y,s,t} \frac{\pi_s \cdot d_y \cdot \Delta t \cdot P_{m,y,s,t}^{g}}{(1+r)^y}}_{energia\ importada} + \underbrace{w^{eq} \cdot VoLL \cdot \sum_{m,y} \frac{d_y \cdot \xi_m \cdot \Delta_{m,y}^{d,l}}{(1+r)^y}}_{equidade} \tag{26}$$

O custo da energia é representado por um par de variáveis não negativas cuja diferença iguala o gasto líquido na subestação. Como ambas entram na função objetivo com sinal positivo, a minimização assegura que apenas uma seja não nula, de modo que eventual exportação líquida seja penalizada e não remunerada; hipótese de que a distribuidora não receba pela injeção no sistema de transmissão.

A inclusão explícita do termo de investimento estabelece o compromisso econômico que caracteriza o problema de planejamento: cada conjunto adicional eleva o custo de primeiro estágio, mas reduz o corte da demanda esperada no segundo. Sem essa parcela, nenhum mecanismo desincentivaria o sobredimensionamento de baterias, e a solução ótima consistiria trivialmente em instalar a capacidade máxima admitida pelas restrições.

Cabe destacar a natureza do corte da demanda nesta formulação; a variável $\Delta_{m,y}^{d,c}$ não representa uma falha de suprimento exógena, mas uma variável de decisão de segundo estágio, cujo custo é ponderado pelo índice de necessidade social $\xi_m$. A ponderação faz o modelo distinguir entre unidades de corte de carga conforme a caracterização socioeconômica da área afetada, buscando a combinação de investimento que minimize simultaneamente o dispêndio de capital e o corte de carga nas zonas de maior vulnerabilidade.

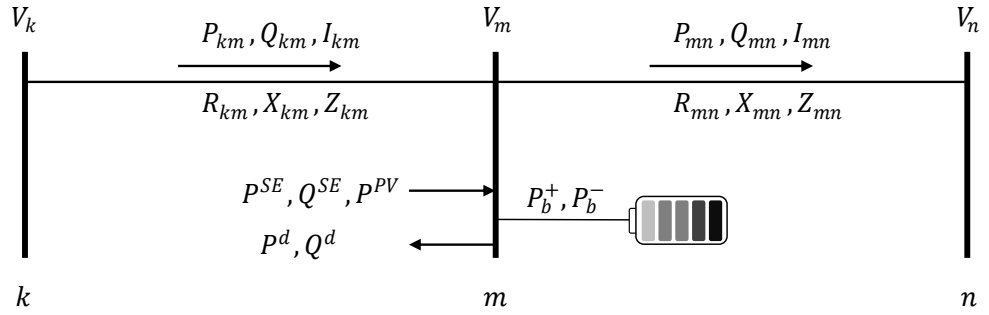
## 2.5 FLUXO DE POTÊNCIA

A representação da operação do SDEE é baseada no trabalho de Farivar e Low (2013), com modificações para representar a operação do ESS, a presença de geração FV, os períodos diários $t$, períodos anuais $y$ e cenários de irradiação solar $s$. O balanço de potência ativa e reativa, definido em (27) e (28), estabelece a relação entre a potência injetada no SDEE pela subestação ($P^{g}_{m,y,s,t}$), a potência injetada pelos sistemas FV dos consumidores ($P^{pv}_{m,y,s,t}$), a potência absorvida ou injetada pela bateria ($P^{b+}_{m,y,s,t}$ e $P^{b-}_{m,y,s,t}$), os fluxos de potência ativa e reativa ($P_{mn,y,s,t}$ e $Q_{mn,y,s,t}$), as perdas de potência (no produto da corrente ao quadrado $I^{sqr}_{mn,y,s,t}$ com $R_{mn}$ e $X_{mn}$) e a demanda de potência ($P^{d}_{m,y,s,t}$). A relação entre as grandezas apresentadas é ilustrada na Figura 2.

$$\sum_{km} P_{km,y,s,t} - \sum_{mn}\left(P_{mn,y,s,t} + R_{mn}\cdot I^{sqr}_{mn,y,s,t}\right) + P^{g}_{m,y,s,t} + P^{fv}_{m,y,s,t} + P^{b-}_{m,y,s,t} - P^{b+}_{m,y,s,t} = P^{d,f}_{m,y,s,t}; \forall\, m,y,s,t \quad (27)$$

$$\sum_{km} Q_{km,y,s,t} - \sum_{mn}\left(Q_{mn,y,s,t} + X_{mn}\cdot I^{sqr}_{mn,y,s,t}\right) + Q^{g}_{m,y,s,t} + Q^{fv}_{m,y,s,t} = Q^{d}_{m,y,s,t}; \forall m,y,s,t \quad (28)$$

Figura 2 – Relação entre as grandezas do fluxo de potência no sistema de distribuição de energia elétrica




Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

A equação (29) impõe a queda de tensão que ocorre no circuito $mn$, relacionando a diferença entre as tensões no nó $m$ e $n$ com as perdas de energia no circuito $mn$, onde $V^{sqr}_{m,y,s,t}$ representa a tensão ao quadrado no nó $m$ e $Z^{2}_{mn}$ é a impedância do circuito $mn$. A

corrente no circuito $mn$ é relacionada à tensão no nó $m$ e ao fluxo de potência ativa e reativa em (30). Além disso, os limites operacionais do SDEE são definidos em (31) e (32), onde as tensões nos nós são limitadas pelos parâmetros $\underline{V}$ e $\overline{V}$, e as correntes em cada circuito $mn$ são limitadas pela corrente máxima $\overline{I}$.

$$V_{m,y,s,t}^{sqr} - V_{n,y,s,t}^{sqr} = 2 \cdot \left(R_{mn} \cdot P_{mn,y,s,t} + X_{mn} \cdot Q_{mn,y,s,t}\right) + Z_{mn}^2 \cdot I_{mn,y,s,t}^{sqr} \quad \forall mn, y, s, t \quad (29)$$

$$V_{n,y,s,t}^{sqr} \cdot I_{mn,y,s,t}^{sqr} = P_{mn,y,s,t}^2 + Q_{mn,y,s,t}^2;\ \forall\ mn, y, s, t \quad (30)$$

$$\underline{V}^2 \leq V_{m,y,s,t}^{sqr} \leq \overline{V}^2;\ \forall\ m, y, s, t \quad (31)$$

$$0 \leq I_{mn,y,s,t}^{sqr} \leq \overline{I}^2;\ \forall\ mn, y, s, t \quad (32)$$

A equação (30) calcula a corrente nos circuitos $mn$ com base nos fluxos de potência e nas tensões nodais. Devido à sua não linearidade, a busca por uma solução ótima é um desafio para *solvers* lineares, além da incerteza de encontrar a solução ótima global. Portanto, um conjunto de equações lineares substituirá (30), garantindo que uma solução ótima global possa ser encontrada (Rueda-Medina *et al.*, 2013).

A linearização, apresentada em (33)–(41), envolve discretizar a variável $V_{n,y,s,t}^{sqr}$ em $W$ blocos (onde um número maior aumenta a precisão) e substituir $V_{n,y,s,t}^{sqr}$ pelo parâmetro $\tilde{V}_{n,y,s,t}^{sqr}$, que representa o valor estimado da tensão ao quadrado. Conforme estabelecido em (33), o produto de $\tilde{V}_{n,y,s,t}^{sqr}$ com a corrente no circuito $mn$ ($I_{mn,y,s,t}^{sqr}$) deve ser igual à soma do produto das variáveis auxiliares $\Lambda_{mn,w,y,s,t}^{P}$ e $\Lambda_{mn,w,y,s,t}^{Q}$ pelo parâmetro $m_{mn,w,y,s,t}^{s}$; cada um desses produtos representa consecutivamente as variáveis $P_{mn,y,s,t}$ e $Q_{mn,y,s,t}$.

$$\tilde{V}_{n,y,s,t}^{sqr} \cdot I_{mn,y,s,t}^{sqr} = \sum_{w=1}^{W} m_{mn,w}^{s} \cdot \left(\Lambda_{mn,w,y,s,t}^{P} + \Lambda_{mn,w,y,s,t}^{Q}\right);\ \forall mn, w, y, s, t \quad (33)$$

Além disso, o parâmetro $m_{mn,w}^{s}$ é calculado conforme (34), onde $\overline{\Lambda}_{mn}^{S}$ representa um segmento de linha do $w$-ésimo bloco do limite máximo de fluxo de potência aparente no circuito $mn$; calculado conforme (35).

$$m_{mn,w}^{s} = (2 \cdot w - 1) \cdot \overline{\Lambda}_{mn}^{S};\ \forall\ mn, w \quad (34)$$

$$\overline{\Lambda}_{mn}^{S} = \overline{V} \cdot \overline{I}_{mn}/W. \quad (35)$$

Para relacionar o produto de $\Lambda_{mn,w,y,s,t}^{P}$ e $\Lambda_{mn,w,y,s,t}^{Q}$ com $m_{mn,w,y,s,t}^{s}$ e às variáveis de fluxo de potência ativa e reativa nos circuitos, as somas de $\Lambda_{mn,w,y,s,t}^{P}$ e $\Lambda_{mn,w,y,s,t}^{Q}$ são relacionadas em (36) e (37) às variáveis auxiliares $P_{mn,y,s,t}^{+}$, $P_{mn,y,s,t}^{-}$, $Q_{mn,y,s,t}^{+}$ e $Q_{mn,y,s,t}^{-}$. Por outro lado, essas variáveis auxiliares são relacionadas com o valor absoluto de $P_{mn,y,s,t}$ e $Q_{mn,y,s,t}$ em (38) e (39). Finalmente, as variáveis $\Lambda_{mn,w,y,s,t}^{P}$ e $\Lambda_{mn,w,y,s,t}^{Q}$ são limitadas pelo parâmetro $\overline{\Lambda}_{mn}^{S}$, como mostrado em (40). As variáveis auxiliares do fluxo de potência são definidas em (41) como não negativas.

$$P_{mn,y,s,t}^{+} + P_{mn,y,s,t}^{-} = \sum_{w=1}^{W} \Lambda_{mn,w,y,s,t}^{P}\ ;\ \forall\ mn, w, y, s, t \quad (36)$$

$$Q_{mn,y,s,t}^{+} + Q_{mn,y,s,t}^{-} = \sum_{w=1}^{W} \Lambda_{mn,w,y,s,t}^{Q}\ ;\ \forall\ mn, w, y, s, t \quad (37)$$

$$P_{mn,y,s,t} = P_{mn,y,s,t}^{+} - P_{mn,y,s,t}^{-};\ \forall\ mn, y, s, t \quad (38)$$

$$Q_{mn,y,s,t} = Q_{mn,y,s,t}^{+} - Q_{mn,y,s,t}^{-};\ \forall\ mn, y, s, t \quad (39)$$

$$0 \leq \Lambda_{mn,w,y,s,t}^{P}, \Lambda_{mn,w,y,s,t}^{Q} \leq \overline{\Lambda}_{mn}^{S};\ \forall\ mn, w, y, s, t \quad (40)$$

$$P_{mn,y,s,t}^{+}, P_{mn,y,s,t}^{-}, Q_{mn,y,s,t}^{+}, Q_{mn,y,s,t}^{-} \geq 0;\ \forall\ mn, y, s, t \quad (41)$$

### 2.5.1 Operação das Baterias

As variáveis de decisão representam o nó onde a bateria deve ser instalada, o número de módulos de armazenamento e o número de inversores. A variável binária $\omega_m$ indica em qual nó do SDEE uma bateria deve ser instalada (quando assume o valor 1). A variável $\phi_m$ representa e determina a capacidade do inversor e tamanho do módulo de armazenamento, e associada a $\omega_m$ em (42) com o parâmetro $M$, que é um número suficientemente grande que possibilita essa relação. Além disso, $\omega_m$ é definida como binária conforme (43) e $\phi_m$ é uma variável inteira positiva conforme (44).

$$\phi_n \leq M \cdot \omega_m; \forall\ \mathrm{m} \quad (42)$$

$$\omega_m \in [0,1]; \forall \text{ m} \tag{43}$$

$$\phi_m \in \mathbb{Z}^+; \forall \text{ m} \tag{44}$$

As potências de carga e descarga da bateria são representadas pelas variáveis $P^{b+}_{m,y,t,s}$ e $P^{b-}_{m,y,t,s}$, sendo limitadas pela potência máxima do inversor, representada pelo parâmetro $\overline{P}^b$ e pela variável $\phi_m$, de acordo com (45) para o limite de carga e (46) para o limite de descarga.

$$0 \leq P^{b+}_{m,y,s,t} \leq \overline{P}^b \cdot \phi_m;\ \forall\ m, y, s, t \tag{45}$$

$$0 \leq P^{b-}_{m,y,s,t} \leq \overline{P}^b \cdot \phi_m;\ \forall\ m, y, s, t \tag{46}$$

O estado de carga, representado pela variável $E_{m,y,s,t}$, dos módulos da bateria é atualizado de acordo com (47)–(50). onde (47) é válida para $t = 1$, onde o estado inicial da bateria (representado por $E^{ini}_{m,y,s}$) já que não há valores para $E_{m,y,s,t-1}$ quando $t = 1$, e (48) para os demais períodos. As potências de carga e descarga estão relacionadas às eficiências de armazenamento $\eta^+$ e $\eta^-$, e $\tau$, que representa a duração de cada período $t$.

O estado de carga inicial é atrelado ao estado de carga do último período, como definido em (49). Em (50), o estado de carga como um todo é limitado de acordo com a decisão $\phi_m$, que determinará os limites máximo e mínimo junto com os limites de cada módulo de armazenamento $\underline{E}$ e $\overline{E}$ que respectivamente representam o estado mínimo e o máximo.

$$E_{m,y,s,t} = E^{ini}_{m,y,s} + \tau\left(P^{b+}_{m,y,s,t} \cdot \eta^+ - \frac{P^{b-}_{m,y,s,t}}{\eta^-}\right) - E_{m,y,s,t} \cdot \beta;\ \forall\ m, y, s, t = 1 \tag{47}$$

$$E_{m,y,s,t} = E_{m,y,s,t-1} + \tau\left(P^{b+}_{m,y,s,t} \cdot \eta^+ - \frac{P^{b-}_{m,y,s,t}}{\eta^-}\right) - E_{m,y,s,t} \cdot \beta;\ \forall\ m, y, s, t > 1 \tag{48}$$

$$E_{m,y,s,t^f} = E^{ini}_{m,y,s}\ ;\ \forall\ m, y, s | t^f = \max(t) \tag{49}$$

$$\underline{E} \cdot \phi_m \leq E_{m,y,s,t} \leq \overline{E} \cdot \phi_m;\ \forall\ m, y, s, t \tag{50}$$

### 2.5.2 Geração Distribuída Renovável

As unidades de geração distribuída FV são modeladas considerando restrições operacionais impostas por sua capacidade nominal e pelo fator de potência fixo, denotado pelo parâmetro $\theta_m$. A potência ativa gerada pela unidade $m$ no intervalo $t$ do ano $y$,

representada pela variável $P^{pv}_{m,y,s,t}$, é limitada em (51) pela capacidade inicial $P^{pv}_{m,0}$ somado ao acréscimo do modelo espaço-temporal pelo fator de potência ($\theta_m$) e pelo perfil de disponibilidade do recurso renovável ($\delta^{pv}_{m,t}$). Adicionalmente, a potência reativa $Q^{pv}_{m,y,s,t}$ é acoplada à geração ativa $P^{pv}_{m,y,s,t}$ por meio do ângulo do fator de potência, definindo a região de operação permitida em (52).

$$P^{fv}_{m,y,s,t} \leq \left(P^{fv}_{m,0} + \Delta^{fv}_{m,y}\right) \cdot \theta \cdot \delta^{fv}_{s,t};\ \forall\, m, y, s, t \tag{51}$$

$$-P^{fv}_{m,y,s,t} \cdot \tan(\cos^{-1}\theta) \leq Q^{fv}_{m,y,s,t} \leq P^{fv}_{m,y,s,t} \cdot \tan(\cos^{-1}\theta);\ \forall m, y, s, t \tag{52}$$

### 2.5.3 Acoplamento da Injeção de Potência da Subestação

A técnica de linearização por blocos apresentada nas equações (34)–(41) para o cálculo da corrente nos circuitos é estendida à geração com o objetivo análogo de preservar o acoplamento entre as componentes ativa e reativa da injeção de potência no ponto de conexão com a rede de transmissão. Nesse contexto, a restrição não linear de capacidade aparente da subestação ($P^2 + Q^2 \leq S^2$) é substituída por um conjunto linear equivalente, seguindo a mesma estrutura adotada por Rueda-Medina *et al.* (2013).

O segmento de cada bloco $w$ da discretização é definido como demonstrado em (53) e o parâmetro de inclinação do $w$-ésimo bloco assume valores conforme (54).

$$\overline{\Lambda}^{g} = \frac{\overline{V} \cdot \overline{I}^{g}}{W^{g}} \tag{53}$$

$$m^{g}_{w} = (2 \cdot w - 1) \cdot \overline{\Lambda}^{\mathrm{g}};\ \forall\, w \tag{54}$$

As variáveis $\Lambda^{pg}_{m,w,y,s,t}$ e $\Lambda^{qg}_{m,w,y,s,t}$ representam os valores segmentados das componentes ativa e reativa da injeção. As potências $P^{g}_{m,y,s,t}$ e $Q^{g}_{m,y,s,t}$ são decompostas em partes positiva e negativa por meio das variáveis auxiliares $P^{g+}_{m,n,y,s,t}$, $P^{g-}_{m,n,y,s,t}$, $Q^{g+}_{m,n,y,s,t}$ e $Q^{g-}_{m,n,y,s,t}$ como em (55) e (56). A soma das variáveis $\Lambda^{pg}_{m,w,y,s,t}$ e $\Lambda^{qg}_{m,w,y,s,t}$ são relacionadas às respectivas partes positivas e negativas das variáveis auxiliares, como em (57) e (58). Por fim, a potência aparente é limitada pela capacidade da subestação em (59).

$$P^{g}_{n,y,s,t} = P^{g+}_{n,y,s,t} - P^{g-}_{n,y,s,t};\ \forall\, m, y, s, t \tag{55}$$

$$Q^{g}_{m,y,s,t} = Q^{g+}_{m,y,s,t} - Q^{g-}_{m,y,s,t};\ \forall\, m, y, s, t \tag{56}$$

$$P^{g+}_{m,y,s,t} - P^{g-}_{m,y,s,t} = \sum_{w} \Lambda^{pg}_{m,w,y,s,t}\ ;\ \forall\, m, y, s, t \tag{57}$$

$$Q^{g+}_{m,y,s,t} - Q^{g-}_{m,y,s,t} = \sum_{w} \Lambda^{qg}_{n,w,y,s,t}\ ;\ \forall\, m, y, s, t \tag{58}$$

$$\sum_{w=1}^{W^{g}} m^{s}_{m,w} \cdot (\Lambda^{pg}_{m,w,y,s,t} + \Lambda^{qg}_{m,w,y,s,t}) \leq \overline{S}^{g}_{m};\ \forall\, m, y, s, t \tag{59}$$

A precisão da aproximação é diretamente controlada pelo número de blocos $W_{SE}$: valores maiores reduzem o erro de linearização ao custo de variáveis adicionais no modelo de PLIM.

## 2.6 MODELO DE OTIMIZAÇÃO

A partir das equações apresentadas é possível definir o modelo de programação a ser computacionalmente implementado. Sendo assim, o modelo é definido como:

| | |
|---|---|
| min | (26) |
| sujeito a: | (7)–(11), (13), (14), (17)–(19), (21), (22), (27)–(29), (31)–(33), (36)–(52) e (55)–(59). |

Enquanto as equações (1)–(6), (15), (16), (23)–(25), (34)–(35), (53) e (54) são responsáveis pelo cálculo de parâmetros do modelo.

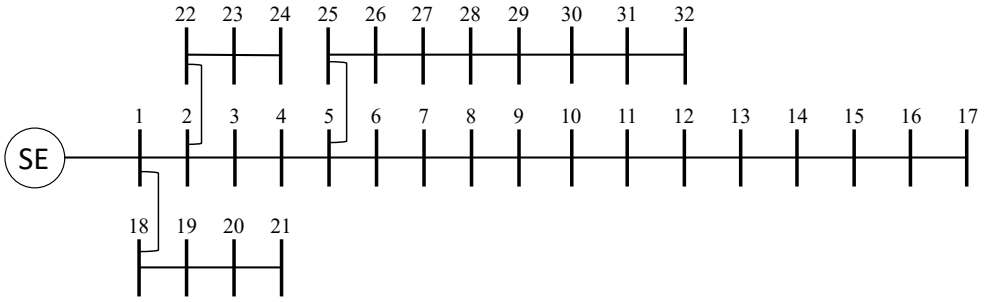
# 3 TESTES E RESULTADOS

Neste capítulo são apresentados os dados de entrada para os testes, e resultados obtidos. O modelo matemático proposto foi implementado em AMPL (Fourer; Gay; Kernighan, 2003) versão 20250811 e foi utilizado o solver linear CPLEX (IBM, 2009) versão 22.2.0.

## 3.1 DADOS DE ENTRADA

Inicialmente o sistema de distribuição escolhido foi o sistema IEEE de 33 nós (Baran; Wu, 1989) com tensão nominal de 12,6 kV e a subestação é conectada ao nó 1, conforme mostrado na Figura 3: sua especificação compreende topologia, impedâncias de ramo e demandas nodais, sem qualquer atributo populacional ou socioeconômico associado aos nós. A aplicação do índice de necessidade social $\xi_m$ anteriormente formulado requer, portanto, a construção de um cenário socioeconômico sintético.

Figura 3 – Topologia do sistema IEEE de 33 nós




Fonte: elaborado pelo autor baseado em Baran e Wu, (1989).

Cabe distinguir esta construção de uma limitação metodológica imposta pela indisponibilidade de dados. A adoção de um cenário sintético constitui uma escolha de delineamento experimental, motivada por três razões.

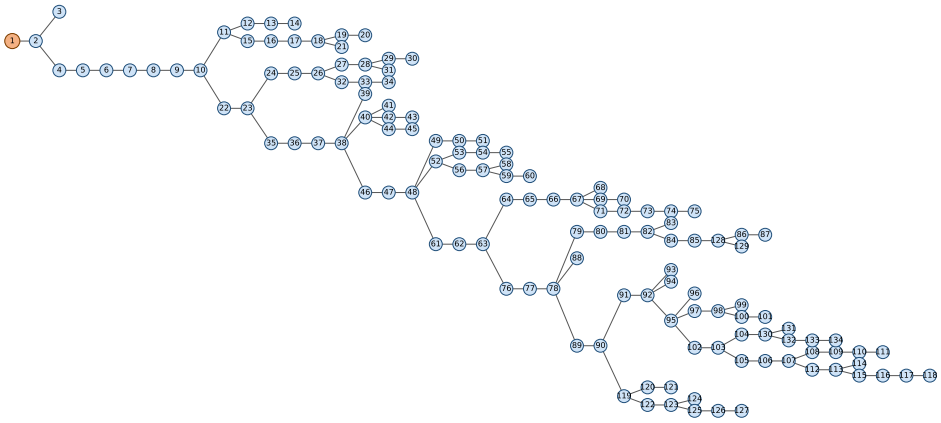
A primeira é o controle sobre a estrutura espacial. O modelo proposto incorpora um mecanismo de suavização espacial dos indicadores socioeconômicos, cuja contribuição só pode ser avaliada em cenários nos quais a intensidade da autocorrelação espacial seja conhecida. Um conjunto de dados reais constitui uma realização particular dessa estrutura, não permitindo isolar seu efeito.

A segunda razão é o controle sobre a associação entre vulnerabilidade e posição elétrica. A eficácia da bateria distribuída como instrumento de equidade depende criticamente de onde a população vulnerável se situa em relação à subestação. Um cenário sintético permite tratar essa associação como variável experimental.

A terceira razão corresponde à reprodutibilidade e comparabilidade. Cenários sintéticos gerados a partir de semente aleatória documentada podem ser reproduzidos integralmente por terceiros, o que não ocorre com bases de dados sujeitas a sigilo estatístico ou a restrições de licenciamento.

O sistema de 134 também foi utilizado para gerar resultados, e este sistema tem a tensão nominal de 13,8 kV a subestação é conectada ao nó 1 como mostrado na Figura 4.

Figura 4 – Topologia do sistema de 134 nós



Fonte: elaborado pelo autor (Martinez, 2026).

### 3.1.1 Dados Socioeconômicos

Os dois sistemas tiveram seus nós agrupados em três regiões socioeconômicas caracterizadas por perfis distintos de renda, densidade domiciliar e capacidade de geração distribuída instalada. Essa divisão é apresentada na Tabela 2 para o caso do sistema de 33 nós, para o de 134, os dados estão disponíveis no repositório de Martinez (2026).

Tabela 2 – Classificação social dos nós do sistema teste e sensibilidade da demanda à tarifa de energia

| Classificação | Nós | $\eta_n$ |
|---|---|---|
| Baixa renda | 1, 2, 11–21, 25–27 | -0,3 |
| Alta renda | 3–10 | -0,18 |
| Industrial | 22–24, 28–32 | -0,08 |

Fonte: elaborado pelo próprio autor.

O critério de contiguidade reproduz o padrão observado em sistemas reais, nos quais ramais distintos de um mesmo alimentador atendem áreas urbanas internamente homogêneas e mutuamente distintas. Esta partição reproduz o padrão observado em sistemas reais, nos quais ramais distintos de um mesmo alimentador atendem áreas urbanas com perfis socioeconômicos homogêneos internamente e distintos entre si, em decorrência do processo de segregação socioespacial urbana.

A cada nó $m$ associam-se quatro fatores: renda média domiciliar $x_{m,1}$, número médio de moradores por domicílio $x_{m,2}$, número de domicílios $x_{m,3}$ e consumo médio mensal por domicílio $x_{m,4}$. O procedimento organiza-se em torno de uma cadeia causal explícita, na qual a renda é a variável primitiva e o número de domicílios é a variável derivada:

$$renda \longrightarrow consumo\ por\ domicílio \longrightarrow número\ de\ domicílios$$

Define-se sobre a rede um campo aleatório gaussiano $\zeta$ com estrutura de covariância exponencial, segundo (60) onde $d_{mn}$ é a distância topológica em número de saltos na configuração radial e $l = 3$ saltos é o comprimento de correlação. O campo é padronizado dentro de cada classe, de modo que as medianas calibradas sejam respeitadas e a variação espacial intraclasse preservada; a estrutura intraclasse decorre da própria contiguidade das classes.

$$\mathrm{Cov}(\zeta_m, \zeta_n) = \exp(-d_{mn}/\ell) \tag{60}$$

A renda média domiciliar é uma distribuição log-normal centrada na mediana da classe, conforme descrito por (61), onde $\tilde{y}_{c(m)}$ é a renda mediana da classe $c(m)$ à qual a o nó $m$ pertence, $\sigma_{c(m)}$ é o desvio-padrão do logaritmo da renda nessa classe, e $\zeta_m^y$é a realização, no nó $m$, de um campo aleatório gaussiano padronizado.

$$x_{m,1} = \tilde{y}_{c(m)} \cdot \exp\left(\sigma_{c(m)} \cdot \zeta_m^y\right), \forall m \tag{61}$$

O número de moradores por domicílio é definido segundo (62), em que $\bar{s}_{c(m)}$ é o tamanho domiciliar médio da classe, $\gamma$ é o parâmetro de dispersão e $\zeta_m^s$ é um segundo campo aleatório, correlacionado a $\zeta_m^y$ por meio de um fator latente comum. Essa correlação reproduz a associação inversa entre renda e tamanho domiciliar observada em dados censitários, sem torná-los mutuamente determinísticos.

$$x_{m,2} = \bar{s}_{c(m)} + \gamma\, \zeta_m^s, \forall m \tag{62}$$

O consumo médio mensal por domicílio decorre da renda, do tamanho domiciliar e um termo idiossincrático (termo que captura fatores que afetam o resultado mas que o modelo não consegue sistematizar), segundo (63), em que $\bar{q}$ é o consumo de referência, observado nos valores de referência $y_{\text{ref}}$ de renda e $s_{\text{ref}}$ de tamanho domiciliar; $\alpha$ é a sensibilidade do consumo residencial de eletricidade; $\beta$ é a sensibilidade ao tamanho domiciliar; $\sigma_q$ é a dispersão do termo idiossincrático; e $\zeta_m^q$ é um terceiro campo aleatório espacialmente correlacionado.

$$x_{m,4} = \bar{q}\left(\frac{x_{m,1}}{y_{ref}}\right)^{\alpha}\left(\frac{x_{m,2}}{s_{ref}}\right)^{\beta} \cdot \exp\left(\sigma_q \cdot \zeta_m^q\right), \forall m \tag{63}$$

O termo $\exp\left(\sigma_q \zeta_m^q\right)$ representa a parcela de variação do consumo não explicada pela renda nem pelo tamanho domiciliar. Sua inclusão é necessária por duas razões: a primeira é de independência estatística, pois na ausência desse termo, o consumo se tornaria em transformação determinística da renda e do tamanho domiciliar; a segunda é de estrutura espacial, pois os fatores representados variam por vizinhança, e não por domicílio isolado, de modo que sua representação por ruído independente entre barras eliminaria a autocorrelação espacial do indicador.

O número de domicílios é obtido pela relação (64), em que $f_c$ é o fator de carga que converte demanda instalada em energia mensal. A relação é fisicamente consistente, dado o consumo por domicílio, a energia do nó determina quantos domicílios ele atende sem ser circular, pois $x_{m,4}$ foi gerado independentemente da demanda.

$$x_{m,3} = \left\lceil \frac{P_{0,m}^d\, f_c \cdot 730}{x_{m,4}} \right\rceil \tag{64}$$

Para os nós industriais há um tratamento diferente. Nesses nós a carga não é atribuída a domicílios. Os fatores intensivos ($x_{m,1}$, $x_{m,2}$, $x_{m,4}$) permanecem os da vizinhança residencial em que a instalação se insere; o que as distingue é a exposição: o

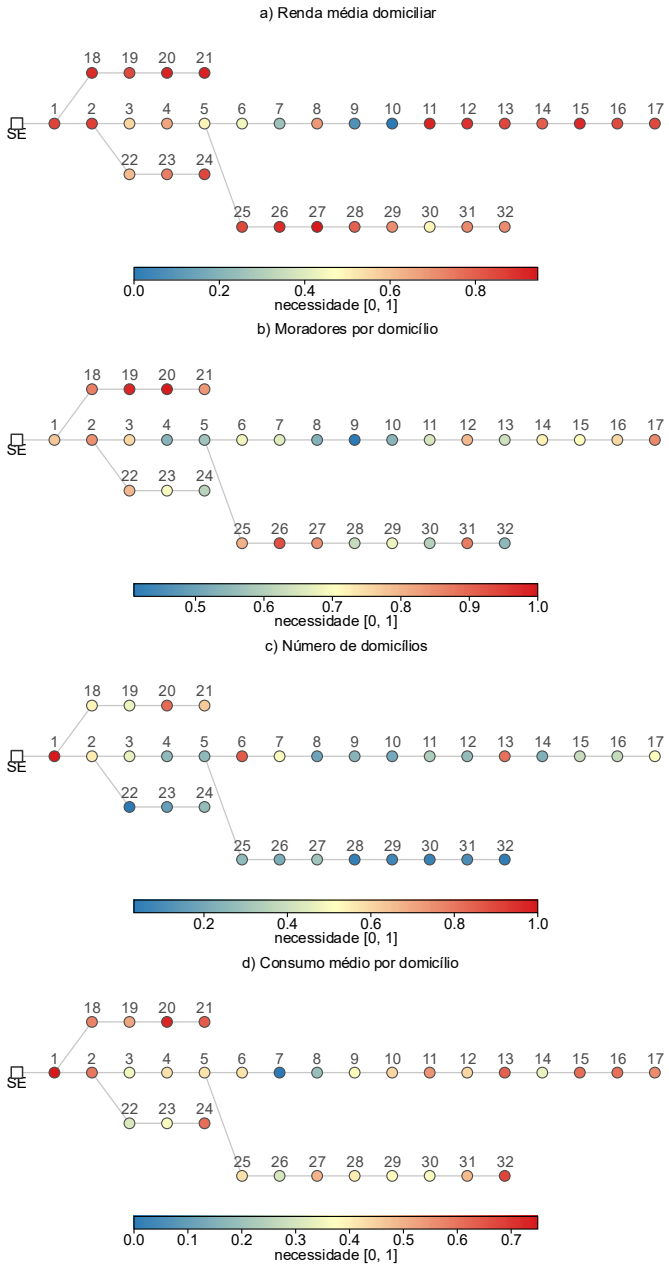
número de domicílios corresponde apenas à fração residencial residual da carga, parametrizada por $\phi = 0{,}10$.

O cenário gerado foi submetido a quatro verificações.

a) Independência em relação à demanda instalada: A correlação de Pearson entre cada fator e $P_{0,m}^{d}$ situa-se entre $-0{,}075$ e $+0{,}112$, indicando que os fatores socioeconômicos constituem informação independente do porte da carga.
b) Estrutura de dependência entre fatores: Os fatores exibem associação moderada entre si, compatível com o observado em dados censitários e sem redundância: $r = -0{,}619$ entre renda e moradores por domicílio; $+0{,}520$ entre renda e consumo; $-0{,}453$ entre número de domicílios e consumo. Nenhum par apresenta associação que caracterize colinearidade.
c) Autocorrelação espacial: O índice global de Moran, calculado sobre a matriz de ponderação gaussiana com largura de banda de 2,353 saltos, é positivo para os quatro fatores: $+0{,}319$ renda, $+0{,}332$ moradores, $+0{,}257$ domicílios e $+0{,}261$ consumo. O agrupamento espacial dos atributos é, portanto, propriedade verificada do cenário, e não hipótese assumida.
d) Largura de banda do kernel espacial: A largura de banda foi calibrada de modo que o nó retenha 25% do peso em sua própria média ponderada. Especificações que atribuem peso próprio muito elevado tornam o operador de suavização aproximadamente idêntico à identidade, esvaziando o mecanismo espacial.

Adotou-se ponderação uniforme entre os indicadores, $w_h = 1/|H|$, por transparência e por ausência de base teórica que sustente hierarquia entre eles. A partir do método apresentado, dados sintéticos foram gerados e são apresentados na Figura 5.

Figura 5 – Apresentação dos dados sociais distribuídos no sistema:
a) Renda média domiciliar; b) Moradores por domicílio; c) Número de domicílios;
d) Consumo médio por domicílio




Fonte: elaborado pelo próprio autor.

### 3.1.2 Dados Técnicos

O sistema de baterias é modelado como um conjunto modular composto por módulos de armazenamento e inversores bidirecionais, dimensionados de forma inteira em cada nó candidato conforme o modelo matemático apresentado. Adota-se a tecnologia de íon-lítio com cátodo de fosfato de ferro (Li-Ion LFP), predominante em aplicações

estacionárias de distribuição por sua vida cíclica elevada e estabilidade térmica. Os parâmetros são apresentados na Tabela 3 (IRENA 2017).

Tabela 3 – Parâmetros do sistema de armazenamento de Li-Ion LFP

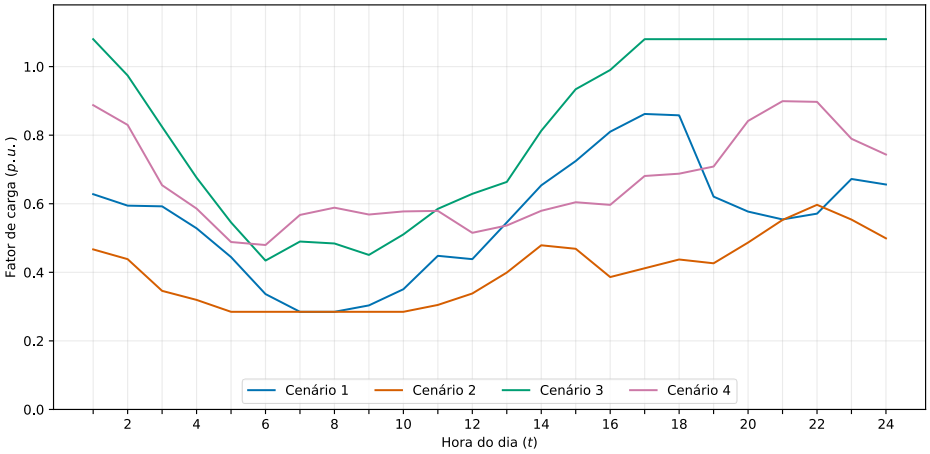
| **Parâmetro** | **Valor** |
|---|---|
| Capacidade do módulo ($\overline{E}$) | 50 kWh |
| Potência do inversor ($\overline{P}$) | 25 kW |
| Profundidade de descarga ($DoD$) | 90% |
| Rendimento ($\eta^+$ e $\eta^-$) | 93.7% |
| Taxa de autodescarga ($\beta$) | 0,1% ao dia |
| Custo unitário ($\varsigma^b$) | 284,10 $/kWh |
| Custo de instalação ($\varsigma^{ins}$) | 3.000 $/nó |

Fonte: IRENA (2017).

A razão entre energia e potência do conjunto é de 2,0 h, uma vez que módulo e inversor são dimensionados pela mesma variável inteira. A energia útil por módulo, descontada a profundidade de descarga, é de 45,0 kWh.

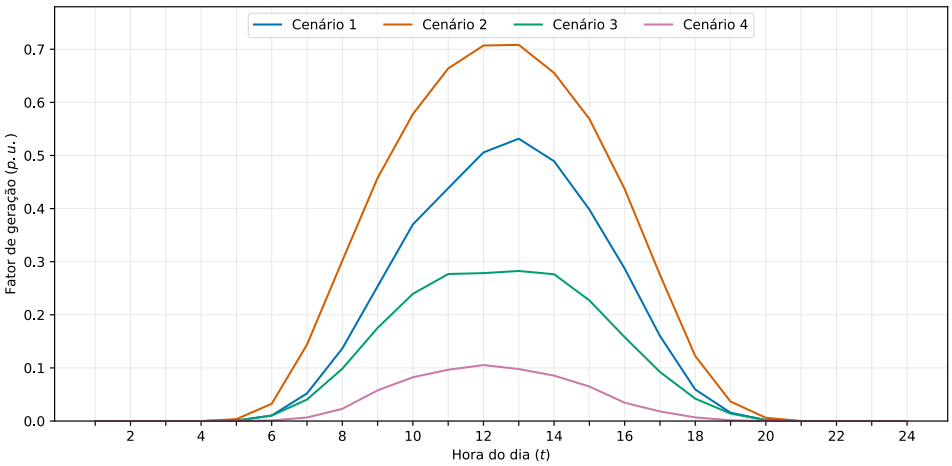
A representação da operação emprega quatro cenários diários de 24 períodos horários. As quatro curvas para demanda e potencial de geração FV são apresentadas na Figura 6 e na Figura 7.

Figura 6 – Curvas representativas dos níveis de demanda




Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Figura 7 – Curvas representativas para os níveis de geração FV




Fonte: elaborado pelo próprio autor.

## 3.2 ESTRUTURA DOS EXPERIMENTOS

A avaliação do modelo organiza-se em três blocos de experimentos: A, B e C. O primeiro compara configurações do modelo entre si, de modo a isolar a contribuição individual de cada mecanismo proposto. O segundo traça a fronteira de compromisso entre custo total e equidade distributiva. O último examina a sensibilidade dos resultados às escolhas metodológicas envolvidas na construção do índice de necessidade social e do operador de suavização espacial.

O Bloco A compreende cinco configurações, apresentadas na Tabela 4.

Tabela 4 – Configurações do bloco de experimentos A

| Caso | Equidade | Espacialidade | Elasticidade | Mecanismo isolado |
|---|---|---|---|---|
| A0 | ✗ | ✗ | ✗ | referência econômica |
| A1 | ✓ | ✗ | ✗ | termo de equidade |
| A2 | ✓ | ✓ | ✗ | correção espacial |
| A3 | ✓ | ✓ | ✓ | resposta ao preço |
| A4 | ✗ | ✓ | ✗ | controle |

Fonte: elaborado pelo próprio autor.

A inclusão do caso A4 merece uma justificativa. A ativação da correlação espacial produz dois efeitos distintos e simultâneos: altera a projeção de demanda por meio do termo $\Delta_{n,y}^{d,s}$ ampliada nos nós cuja vizinhança apresenta maior necessidade social, uma alteração no problema a ser resolvido. Portanto A2 difere de A0 tanto pela ativação do

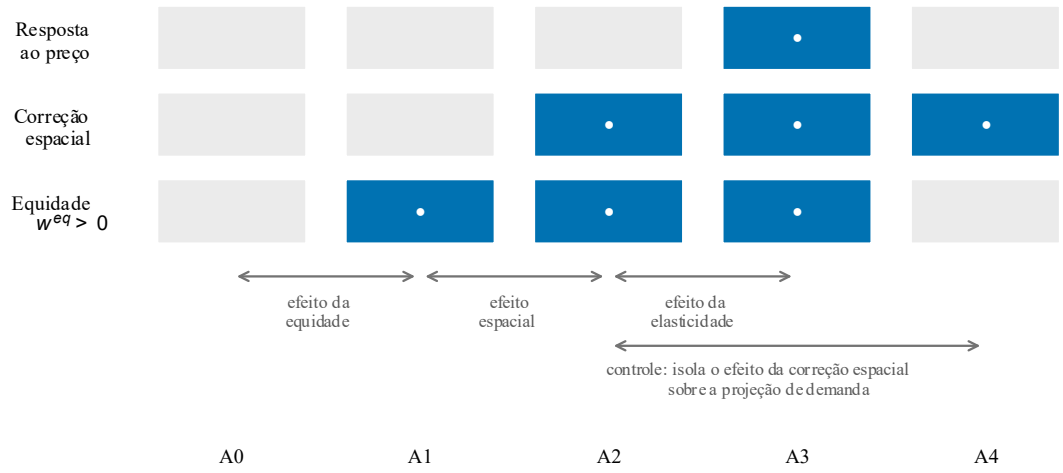
termo de equidade quanto a partir de uma projeção de demanda distinta. A comparação direta entre A2 e A0 confunde os dois efeitos. O caso A4, que ativa a espacialidade mantendo $w^{eq} = 0$ e isola o primeiro efeito, de modo que a diferença entre A2 e A4 corresponde ao efeito atribuível exclusivamente à ponderação social.

O Bloco B varre o peso $w^{eq}$ ao longo de [0, $2^{-2}$, $2^{-1}$, ..., $2^{5}$, $2^{6}$] construindo a fronteira de Pareto entre custo total anualizado e corte ponderado por vulnerabilidade.

O Bloco C subdivide-se em quatro análises de sensibilidade: esquema de ponderação dos indicadores (C1), largura de banda do kernel espacial (C2), exclusão individual de cada indicador (C3) e valor atribuído à energia não suprida (C4).

Todos os casos empregam o mesmo cenário socioeconômico, a mesma topologia e os mesmos parâmetros operacionais descritos anteriormente, de modo que as diferenças observadas são atribuíveis unicamente às configurações da Tabela 4. A Figura 8 sumariza as configurações.

Figura 8 – Diagrama do delineamento experimental




Fonte: elaborado pelo próprio autor.

### 3.2.1 Métricas de Avaliação Distributiva

O termo de equidade incorporado à função objetivo é uma soma ponderada e, como tal, informa a magnitude agregada do corte, mas não a sua distribuição entre os nós. Duas soluções com o mesmo valor de equidade podem corresponder a distribuições muito distintas. Avaliam-se, portanto, quatro métricas complementares.

A primeira métrica é o corte total de carga por nó, definida como $p_m^{c,t}$ anual do nó $m$, como definido em (65).

$$p_m^{c,t} = \sum_y d_y \cdot \Delta_{n,y}^{d,c}; \forall m \tag{65}$$

A segunda métrica é o índice de Gini do corte ($gi$) definido em (66) que mede a concentração do corte entre os nós, isto é, o quanto o total de corte se distribui de forma desigual entre os nós ao invés de se distribuir uniformemente. Em sua definição, $n_{max}$ representa o número total de nós do sistema com carga e $p_m^{c,m}$ é o valor médio do corte da demanda no sistema; convenciona-se $gi = 0$ quando $p_m^{c,t} = 0, \forall m$, caso em que o índice fica indefinido pela ausência de demanda a distribuir.

$$gi = \frac{\sum_{m,n} \left| p_m^{c,t} - p_n^{c,t} \right|}{2 \cdot n_{max}^2 \cdot p_m^{c,m}} \tag{66}$$

Em aplicações usuais, um índice de Gini elevado indica distribuição indesejavelmente concentrada. Aqui a leitura é inversa: como o objetivo é justamente concentrar o corte de demanda nos nós de menor necessidade social, um Gini elevado é desejável, desde que acompanhado de correlação negativa entre $\xi_m$ e $p_m^{c,t}$. Por essa razão, o Gini não será reportado isoladamente.

A terceira métrica será a razão entre quintis extremos. Seja $\overline{q}$ o conjunto de nós cujo índice $\xi_m$ situa-se no quintil superior e seja $\underline{q}$ o do quintil inferior. Reporta-se a diferença absoluta entre os cortes médios, $p_{\underline{q}}^{c,m} - p_{\overline{q}}^{c,m}$, além da razão. A diferença é preferível quando o corte no quintil superior se anula, situação em que a razão perde poder de discriminação.

A quarta métrica é a correlação entre necessidade social e corte. O coeficiente de Pearson entre $\xi_m$ e $p_m^{c,t}$ resume, em um único número, se o corte está sendo deslocado na direção pretendida. Valores negativos indicam que nós de maior necessidade social sofrem menos corte.

Por fim, a concentração espacial de baterias é a última métrica. Reporta-se a fração dos nós com baterias alocadas que pertencem ao quintil superior de $\xi_m$.

A posição elétrica de um nó (sua distância até a subestação) é determinante no custo de atendê-lo, independentemente de sua caracterização social. Reporta-se, portanto,

também a correlação entre $p_m^{c,t}$ e a profundidade topológica do nó, de modo a distinguir o efeito atribuível ao mecanismo de equidade daquele decorrente da topologia da rede.

### 3.2.2 Validação Numérica

O modelo emprega linearização por partes da magnitude de corrente, com atualização iterativa da estimativa de tensão $\widetilde{V}_{m,y,s,t}^{sqr}$. Cada caso é resolvido em duas iterações: a primeira parte de perfil de tensão plano, enquanto a segunda utiliza o perfil obtido na primeira.

Reportam-se três indicadores de validação. O primeiro é o erro da linearização de corrente, definido como a diferença relativa entre as perdas calculadas pela expressão linearizada e pela expressão quadrática. O segundo indicador é a variação relativa da função objetivo entre as duas iterações, que indica se o procedimento convergiu; considera-se convergido quando a variação entre duas iterações consecutivas for menor que 0,1%. O terceiro indicador são os limites operativos alcançados: tensão mínima e máxima em relação à faixa adequada do PRODIST e carregamento máximo das linhas em relação à capacidade térmica. Reporta-se ainda o *gap* de otimalidade efetivamente alcançado em cada caso, bem como o número de nós explorados na enumeração.

Adicionalmente, o problema resultante é um programa de PLIM. Para o sistema IEEE de 33 nós, com um estágio, quatro cenários estocásticos operativos e 24 períodos horários, o modelo compreende 97.338 restrições, 212.754 variáveis, das quais 72 são binárias e 32 inteiras. Todos os testes foram resolvidos com CPLEX 22.1.2, com tolerância de otimalidade relativa de 0,1% num computador com processador Ryzen 7 5700G e 32 GB de memória.

## 3.3 RESULTADOS PARA O SISTEMA DE 33 NÓS

O procedimento iterativo de atualização da estimativa de tensão apresentou variação relativa da função objetivo de 0,037% em média, sendo que o critério de parada foi alcançado em média após 3 buscas pela solução ótima (as tensões atualizadas duas vezes).

### 3.3.1 Bloco A de Resultados

A Tabela 5 apresenta os resultados para os cinco casos do Bloco A.

Tabela 5 – Resumo dos resultados para o bloco de experimentos A

| Caso | $w^{eq}$ | Custo total ($) | Investimento ($) | Corte de demanda (MW) | Nós com baterias | Número de módulos |
|---|---|---|---|---|---|---|
| A0 | 0 | 11.637.620 | 0 | 93,46 | 0 | 0 |
| A1 | 4 | 12.362.631 | 53.890 | 1,20 | 1 | 4 |
| A2 | 4 | 13.479.314 | 526.900 | 0 | 6 | 40 |
| A3 | 4 | 13.626.502 | 577.790 | 0 | 6 | 44 |
| A4 | 0 | 11.599.831 | 0 | 237,03 | 0 | 0 |

Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Na ausência do termo de equidade, o modelo não aloca baterias: os casos A0 e A4 apresentam investimento nulo, e o corte de demanda resultante é de 93,468 MW e 237,039 MW, respectivamente. A diferença entre ambos decorre da correção espacial, que amplia a projeção de demanda e, por consequência, o corte necessário para acomodá-la dentro dos limites operativos da rede.

A introdução do termo de equidade altera qualitativamente a solução. No caso A1, sem correção espacial, um investimento de $ 53.890, quatro módulos em um único nó, reduz o corte de demanda de 93,468 MW para 1,209 MW, redução de 98,7%. Com a correção espacial ativa, o caso A2 requer investimento de $ 526.900, distribuído em seis nós e quarenta módulos, o que elimina integralmente o corte.

O custo econômico dessa transformação é de $7,85/MW de corte evitado no par A1–A0, e de $7,93/MW no par A2–A4. A convergência entre as duas estimativas, obtidas sob configurações espaciais distintas, indica que o custo marginal da equidade é robusto a essa escolha de modelagem.

A distribuição do corte de carga entre os nós revela o mecanismo pelo qual a equidade opera. Nos casos sem o termo de equidade, o corte acompanha predominantemente a magnitude da carga: a correlação entre o corte por nó e a demanda instalada é de +0,797 em A0 e +0,962 em A4. A correlação com o índice de necessidade social é de apenas +0,279 e +0,099, e resulta majoritariamente da associação entre as duas grandezas, e não de priorização.

Em termos de quintis de necessidade social, o caso A0 apresenta corte médio de 2,414 MW no quintil menos vulnerável contra 3,334 MW no mais vulnerável, ou seja, os

nós socialmente mais vulneráveis sofrem 38% mais corte que as menos vulneráveis. Em A4 a diferença é de 5,577 MW contra 7,926 MW, ou 42%.

Com o termo de equidade ativo, o corte de demanda no quintil mais vulnerável é reduzido a zero em A1, A2 e A3.

#### 3.3.1.1 Comportamento do Modelo sem o Termo de Equidade

Nos casos A0 e A4 o modelo não aloca baterias. O resultado é coerente com a estrutura do problema: na ausência do termo de equidade, o corte não possui custo na função objetivo, ao passo que o investimento possui. A solução ótima consiste, portanto, em absorver integralmente a pressão de crescimento por meio do corte de carga.

A diferença entre A0 e A4 quantifica o efeito da correção espacial sobre a projeção de demanda: a demanda latente eleva-se de 93,468 MW para 237,039 MW, acréscimo de 154%. A correção espacial amplifica o crescimento projetado nos nós cuja vizinhança apresenta maior necessidade social; essa demanda adicional não pode ser acomodada pela rede em sua configuração atual. De forma a entender como essa demanda latente se distribui, a Tabela 6 apresenta a distribuição por quintil do índice de vulnerabilidade social.

Tabela 6 – Distribuição por quintil da vulnerabilidade social

| **Quintil de $\xi_n$** | **Número de Barras** | **A0: corte médio (MW)** | **A4: corte médio (MW)** |
|---|---|---|---|
| Q1 (menos vulnerável) | 4 | 2.414 | 5.577 |
| Q2 | 8 | 2.514 | 8.263 |
| Q3 | 9 | 3.043 | 7.765 |
| Q4 | 8 | 3.289 | 6.872 |
| Q5 (mais vulnerável) | 3 | 3.334 | 7.926 |

Fonte: elaborado pelo próprio autor.

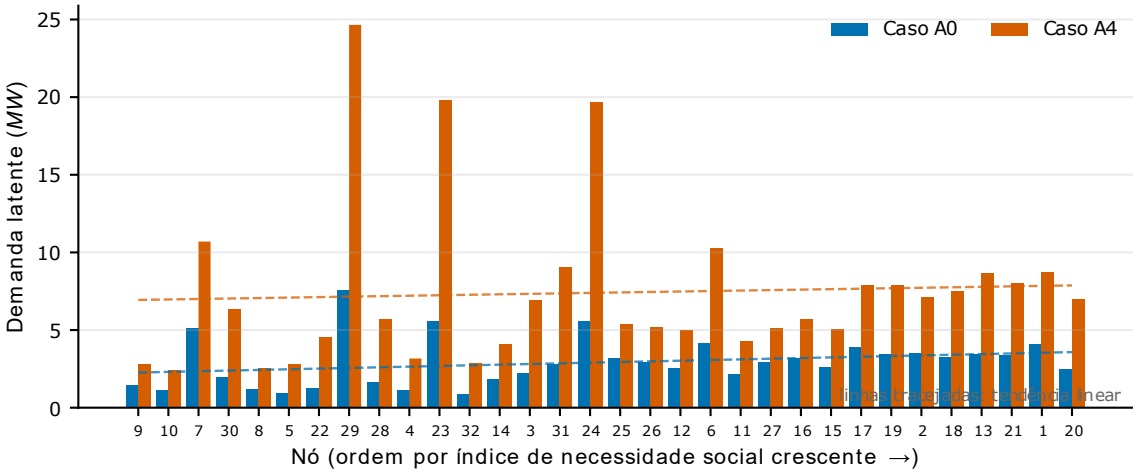
Observa-se que, na ausência do critério de equidade, o corte de carga é 38% maior no quintil mais vulnerável que no menos vulnerável em A0 (3,334 MW contra 2,414 MW), e 42% maior em A4 (7,926 MW contra 5,577 MW).

A origem desse padrão merece exame cuidadoso, pois não provém de qualquer priorização adversa por parte do modelo. A correlação entre o corte de demanda por nó e a demanda instalada é de 0,797 em A0 e +0,962 em A4: a solução do modelo escolhe não

atender preferencialmente os nós de maior carga, pois é onde a redução de demanda alivia mais eficientemente as restrições de tensão e capacidade térmica. Trata-se de critério estritamente técnico-econômico.

A correlação entre o corte de demanda e o índice de necessidade social é bem menor, +0,279 em A0 e +0,099 em A4, um resultado indireto da associação entre as grandezas envolvidas. Ainda assim, o sinal é positivo, o que significa que o planejamento conduzido segundo critérios exclusivamente econômicos não é distributivamente neutro: ele produz, como subproduto um corte de demanda ligeiramente concentrado nas áreas de maior vulnerabilidade socioeconômica. Isso é ilustrado na Figura 9.

Figura 9 – Demanda latente por nó em A0 e A4, ordenadas por índice de necessidade social crescente




Fonte: elaborado pelo próprio autor.

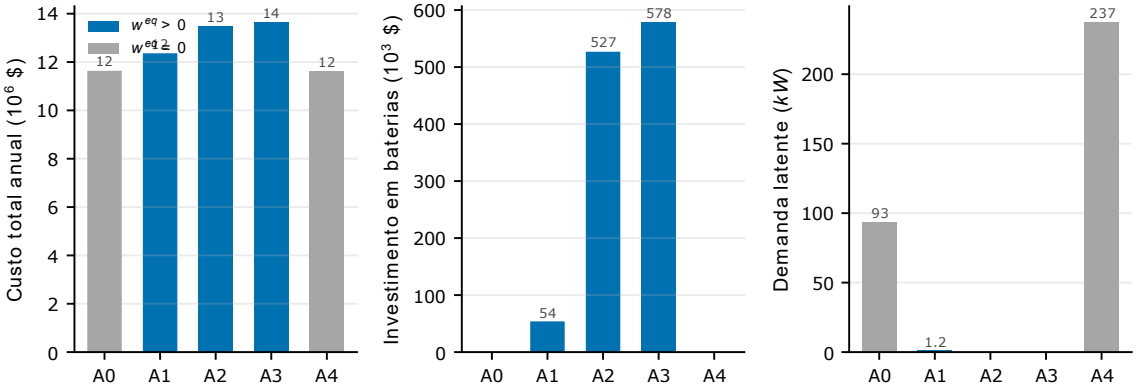
Esse achado é relevante para a motivação do trabalho. Não se trata de que o planejamento convencional discrimine deliberadamente áreas vulneráveis, mas de que a ausência de critério distributivo explícito permite que a otimização técnica produza resultados socialmente regressivos.

### 3.3.1.2 Efeito do Termo de Equidade

A introdução do termo de equidade altera qualitativamente a solução; um resumo dessa mudança pode ser observado na Figura 10. No caso A1, com um investimento de $ 53.890, quatro módulos de baterias aparecem concentrados em um único nó, reduzindo o corte de demanda de 93,468 MW para 1,209 MW, redução de 98,7%. No caso A2, com

a correção espacial ativa, o investimento de $ 526.900 em seis nós e quarenta módulos de baterias elimina integralmente o corte.

Figura 10 – Comparação dos casos A: custo total, investimento em baterias e demanda latente




Fonte: elaborado pelo próprio autor.

O custo econômico da transformação é notavelmente consistente entre as duas comparações: $7,86/MW e $7,93/MW de corte de demanda. A convergência, obtida sob configurações espaciais distintas, indica que a estimativa não depende dessa escolha de modelagem.

Convertendo para energia não suprida, o valor corresponde a aproximadamente $0,57/kWh, cerca de um sétimo do custo social de $4,00/kWh adotado na formulação. A diferença entre ambos constitui o argumento econômico central do trabalho: proteger áreas socialmente vulneráveis do corte custa substancialmente menos do que o valor que a literatura atribui à energia que deixaria de ser suprida. Sob essa perspectiva, a equidade distributiva no planejamento não representa um custo a ser suportado em nome de um objetivo social, mas um investimento economicamente justificado sob a valoração usual da confiabilidade.

### 3.3.1.3 Efeito do Mecanismo Espacial

A ativação da suavização espacial (caso A2 em relação ao A1) amplia a projeção de demanda e, por consequência, o dimensionamento do sistema: o número de nós com baterias passa de 9 para 14 e o de módulos de baterias de 65 para 110, com aumento de 3,0% no custo total. O corte total eleva-se de 250,4 MW para 379,1 MW, refletindo a maior demanda projetada.

O efeito distributivo do mecanismo espacial, entretanto, é modesto: a correlação entre índice social e corte varia de −0,390 para −0,398, e o corte no quintil mais vulnerável permanece nulo em ambos os casos. A contribuição da análise espacial neste sistema de teste manifesta-se, portanto, principalmente no dimensionamento, e não na distribuição do corte.

#### 3.3.1.4 Localização das Baterias

A Tabela 7 apresenta os nós selecionados para receber baterias, enquanto na Figura 11 é apresentada a alocação em comparação com o índice de necessidade.

Tabela 7 – Resumo das decisões de alocação

| Caso | Nós com alocação | Módulos por nó |
|---|---|---|
| A1 | 17 | 4 |
| A2 | 13, 14, 15, 16, 17, 32 | 5, 8, 8, 8, 8, 3 |
| A3 | 13, 14, 15, 16, 17, 32 | 7, 8, 8, 8, 8, 5 |

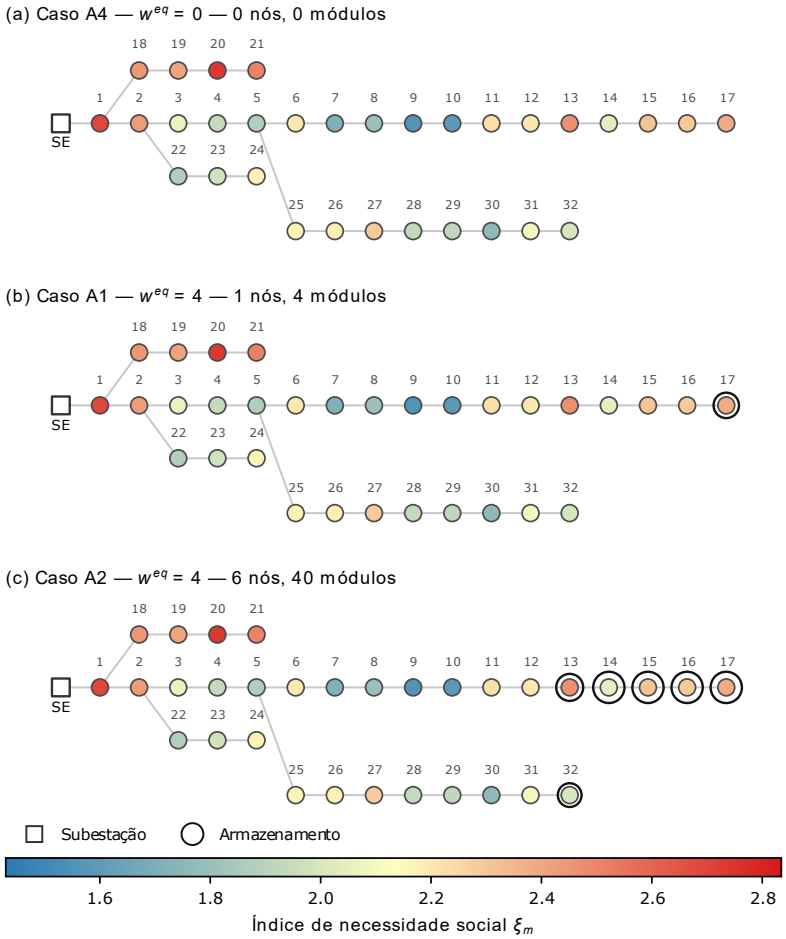
Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Todos os nós selecionados situam-se nos extremos dos ramais mais longos do alimentador. A distribuição do número de módulos é igualmente reveladora: os nós de 14 a 17 recebem oito módulos cada, o máximo admitido por nó, enquanto os nós 13 e 32 recebem quantidades menores. A solução, portanto, satura a capacidade instalável nos pontos de maior profundidade antes de expandir para nós adjacentes.

Os nós com maior índice de necessidade social não recebem baterias em nenhum dos casos. Situadas próximas à subestação, elas apresentam tensão adequada e margem de capacidade suficiente, sendo atendidas sem necessidade de baterias locais.

O mecanismo de equidade é indireto, e opera em três etapas. Primeiro, a restrição de tensão nos nós terminais do alimentador limita a demanda total que o sistema pode atender. Segundo essa limitação é distribuída entre todos os nós na forma de corte de demanda, uma vez que a variável $\Delta_{m,y}^{d,c}$ não é indexada em tempo nem em cenário e a redução de demanda em qualquer nó alivia o carregamento de todos os trechos à montante. Terceiro, ao instalar baterias nos nós terminais, o modelo eleva o limite de demanda que pode ser atendida pelo sistema como um todo, o que permite reduzir, e no caso A2, eliminar a demanda latente inclusive nos nós próximos à subestação.

Figura 11 – Solução de alocação com a indicação do índice de necessidade social




Fonte: elaborado pelo próprio autor.

A implicação para a formulação de políticas públicas é contraintuitiva e merece destaque. Os resultados mostram que o critério de equidade e o critério técnico desempenham papéis distintos e complementares no plano: o primeiro determina quanto investir e qual demanda deve ser atendida primeiro; o segundo determina onde o investimento deve ser feito para que esse atendimento seja fisicamente possível. Sem o critério de equidade, o planejamento de menor custo é regressivo: no plano puramente econômico, não há investimento em armazenamento, e o corte de demanda recai mais sobre as áreas de maior necessidade social. É a incorporação da equidade à função objetivo que faz o investimento acontecer e que reordena o atendimento em favor dessas áreas. A localização do investimento, porém, não coincide necessariamente com as áreas que se pretende beneficiar. Em ambos os sistemas estudados, as baterias foram instaladas nos pontos eletricamente críticos da rede, onde aliviam a restrição de tensão que limita o atendimento de todo o alimentador, e essa localização permaneceu a mesma para qualquer peso de equidade. Assim, a equidade distributiva no atendimento não depende de

concentrar o investimento fisicamente nas áreas vulneráveis, mas de remover as restrições de rede que impedem que a demanda dessas áreas seja atendida. Programas de investimento orientados por equidade que exijam a aplicação dos recursos exclusivamente nas áreas-alvo podem, por isso, ser menos eficazes do que programas que definam o objetivo distributivo e deixem a localização ser determinada por critérios técnicos. A conclusão não é que a equidade possa ser dispensada, mas que ela deve entrar no planejamento como objetivo da decisão, e não como restrição sobre onde o recurso pode ser aplicado

#### 3.3.1.5 Efeito da Resposta da Demanda ao Preço

A comparação entre A3 e A2, que diferem exclusivamente pela ativação da resposta ao preço, resulta em acréscimo de quatro módulos de baterias, de 40 para 44, e de $ 50.890 no investimento, elevação de 1,1% no custo total. O corte permanece nulo em ambos os testes.

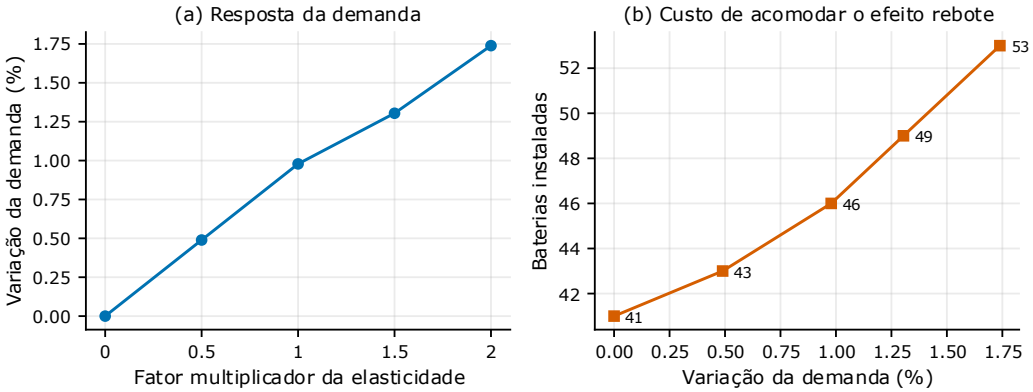
A tarifa média da energia no sistema é determinada pela razão entre custo total de operação e geração total. Como se atribui custo marginal nulo à geração FV distribuída, a tarifa média é sempre inferior à tarifa de importação, e tanto mais quanto maior a participação FV. Adotando-se a tarifa de importação como referência, a diferença $(c^{e,sys} - c^{e,ref})$ é sistematicamente negativa, e com elasticidade negativa a resposta resultante é de elevação do consumo.

O consumo aumenta 0,98% em A3 relativamente à projeção sem resposta ao preço, e esse acréscimo exige capacidade adicional de baterias para ser acomodado.

Trata-se, portanto, de um efeito rebote: a penetração de geração FV distribuída reduz a tarifa média da energia e induz consumo adicional, ampliando, e não reduzindo, a necessidade de reforço da rede. O resultado é coerente com a literatura sobre efeitos rebote em eficiência energética, e tem implicação prática relevante: políticas de incentivo à geração distribuída, ao baratearem a energia, podem gerar demanda incremental que anula parte do alívio de rede pretendido.

O Bloco C5 confirma a proporcionalidade do mecanismo. Variando a magnitude da elasticidade por um fator de 0 a 2, o acréscimo de consumo evolui linearmente de 0% a 1,74%, e o investimento de 41 para 53 módulos de baterias, como mostrado na Figura 12.

Figura 12 – (a) efeito na demanda contra o fator de elasticidade; (b) inversores instalados contra o efeito na demanda




Fonte: elaborado pelo próprio autor.

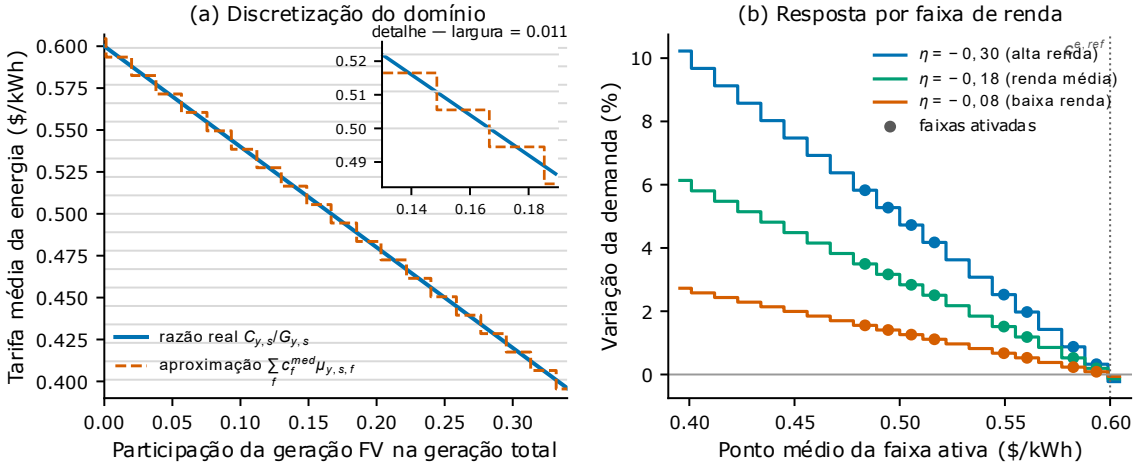
### 3.3.1.6 Tarifa Média da Energia

A tarifa média da energia foi discretizado em vinte faixas no intervalo [0,39; 0,61] $/kWh, com largura de $0,011/kWh por faixa. Ao longo dos 43 casos, oito faixas distintas foram ativadas, com a tarifa variando de $0,4835/kWh a $0,5935/kWh, amplitude de 22,8%. A Figura 13 apresenta a discretização e a variação da demanda de acordo com cada faixa ativa.

A distribuição entre cenários de operação evidencia o mecanismo econômico. Os cenários de menor carga e maior geração solar apresentam tarifas mais baixas, uma vez que a maior participação FV reduz a parcela de energia importada; os cenários de carga elevada e recurso reduzido permanecem nas faixas superiores. A cadeia causal, penetração FV, tarifa média, resposta da demanda, é, portanto, verificável nos resultados.

Registre-se uma observação metodológica pertinente à interpretação dos resultados. A tarifa média ponderada entre cenários apresenta amplitude de apenas 0,9% entre os casos, por compensar variações de sentido oposto entre cenários. Essa grandeza não reflete a variação percebida pelo mecanismo de elasticidade, o qual opera sobre o custo de cada cenário individualmente. A avaliação do mecanismo deve, portanto, basear-se na amplitude por cenário, e não na média ponderada.

Figura 13 – Painel (a): discretização do domínio, mostrando a razão real e a aproximação em degraus. Painel (b): variação da demanda por faixa ativa

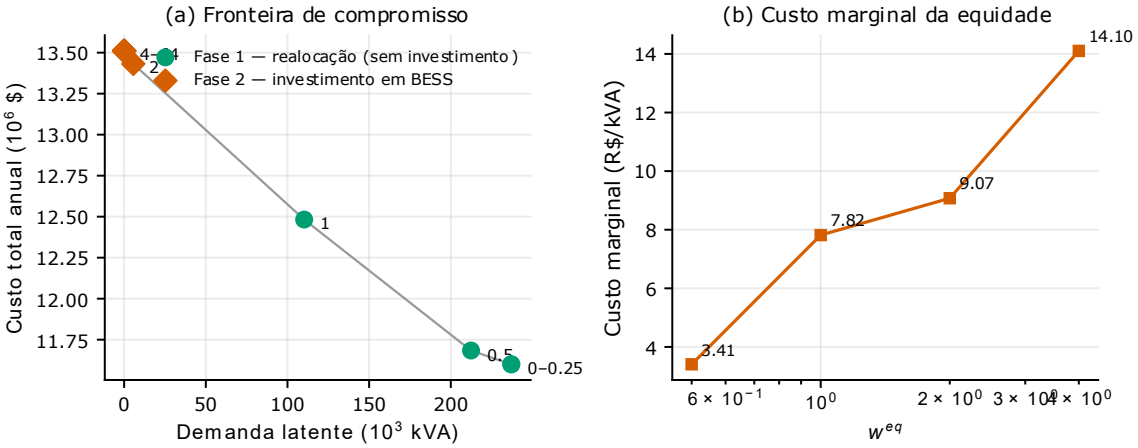



Fonte: elaborado pelo próprio autor.

### 3.3.2 Caso de Estudo B: Fronteira de Pareto

A fronteira apresenta três regimes distintos. Até $w^{eq} = 0{,}25$ a solução permanece invariante, uma vez que o termo de equidade é insuficiente para alterar a decisão ótima. Entre 0,5 e 4 ocorre a transição. A partir de $w^{eq} = 4$ a solução estabiliza-se e permanece idêntica até $w^{eq} = 64$, variação do peso por um fator de dezesseis sem qualquer alteração na decisão de investimento, uma vez que o corte foi evitado e não há benefício adicional a obter. A Figura 14 ilustra os as diferentes soluções encontradas.

Figura 14 – Fronteira de Pareto: a) fronteira de compromisso; b) custo marginal da equidade




Fonte: elaborado pelo próprio autor.

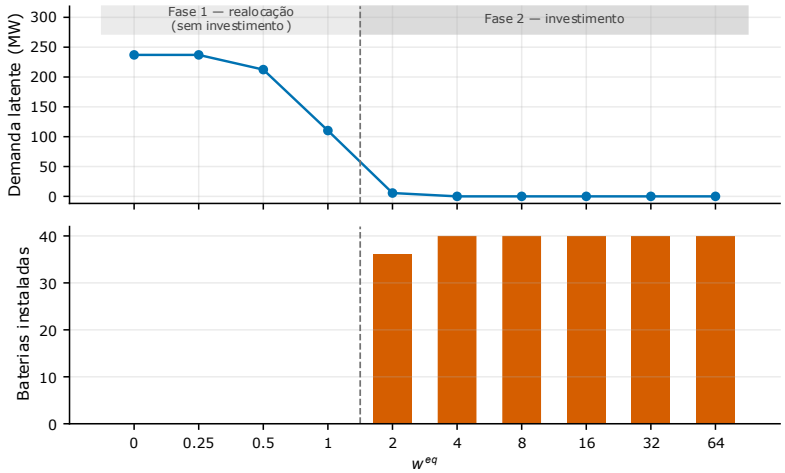
Cada aumento de $w_{eq}$ leva o modelo a uma nova solução, com custo total maior e corte de carga menor. A razão entre essas duas variações define o custo marginal: quanto se gasta, a mais, por unidade adicional de demanda viabilizada. Esse custo cresce monotonicamente ao longo da fronteira. O crescimento indica que o modelo esgota primeiro as alternativas mais baratas, inicialmente redistribuindo o desatendimento entre barras, sem investimento, e só depois recorrendo à instalação de baterias.

O achado mais relevante da fronteira, contudo, é a existência de duas fases distintas no mecanismo de equidade. Nos três primeiros segmentos, de $w^{eq} = 0$ a 1, o corte de demanda reduz-se de 237,039 MW para 110,231 MW sem qualquer investimento em baterias. A redução decorre exclusivamente da realocação do corte entre os nós: como o termo de equidade pondera cada unidade de corte pelo índice $\xi_n$ do nó onde ocorre, o modelo desloca o corte para nós de menor índice, reduzindo o termo ponderado sem que o corte agregado caia na mesma proporção.

O investimento em baterias surge apenas a partir de $w^{eq} = 2$, quando as possibilidades de realocação se esgotam, isto é, quando o corte de demanda já está concentrado nos nós de menor necessidade social e qualquer redução adicional exige elevar a capacidade de atendimento do sistema.

Essa estrutura em duas fases tem interpretação direta em termos de política energética: existe uma faixa possível de melhoria distributiva sem custo de capital, mediante apenas a reorientação dos critérios de corte; superada essa faixa, avanços adicionais exigem investimento em infraestrutura. A identificação do ponto de transição no presente caso, $w^{eq} \approx 2$, é evidenciado na Figura 15.

Figura 15 – Comparação entre demanda latente e decisão




Fonte: elaborado pelo próprio autor.

### 3.3.3 Análise de Sensibilidade

Um resumo dos resultados obtidos para o bloco de casos C está apresentado na Tabela 8.

Tabela 8 – Resumo dos resultados de análise de sensibilidade

| Caso | Parâmetro variado | Variação na FO | Efeito na decisão |
|---|---|---|---|
| C1 | ponderação no termo de equidade | 2,62% | nenhum |
| C2 | largura de banda do componente espacial | 0,13% | nenhum |
| C3 | exclusão de indicador social | 2,57% | nenhum |
| C4 | custo social (VoLL) | 11,07% | 0 → 41 módulos |
| C5 | teto de crescimento FV | 1,04% | 41 → 42 módulos |

Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Inicialmente, para a ponderação dos indicadores (caso C1). Os três esquemas avaliados, uniforme, por entropia e por correlação com a demanda, geram um corte entre 96,509 MW e 115.480 MW, amplitude de 19,7%, sem qualquer alteração na decisão de investimento. O índice mostra-se robusto a essa escolha no que concerne ao planejamento, ainda que a distribuição fina do corte seja afetada.

A largura de banda do operador espacial (caso C2), quando variava de 0,5 a 8 trechos, a função objetivo varia apenas 0,13%, e o corte cresce monotonicamente de 108,22 MW para 111,71 MW. A tendência é coerente com o comportamento esperado do estimador: larguras maiores homogeneízam o índice entre os nós, reduzindo seu poder discriminante e, por consequência, a eficácia da realocação do corte. Este resultado constitui verificação de que o operador espacial atua no sentido previsto.

Para o caso C3, nenhuma exclusão altera a decisão de investimento. O corte de demanda varia de 93,150 MW, com a exclusão do consumo médio por domicílio, a 113,856 MW com a exclusão da renda média domiciliar, amplitude de 22,2%. A ordenação é informativa: a exclusão da renda produz o maior corte, o que indica ser este o indicador de maior conteúdo discriminante. Ainda assim, o índice não depende criticamente de nenhum indicador isolado.

A variação do custo social da energia não suprida (caso C4), é o parâmetro de maior influência sobre os resultados. Para \$1,00/kWh e \$2,00 /kWh a solução aproxima-se da configuração sem equidade, com corte superior a 237,000 MW e investimento nulo. A partir de \$4,00/kWh o corte cai para 113,734 MW; com \$8,00/kWh as baterias tornam-se

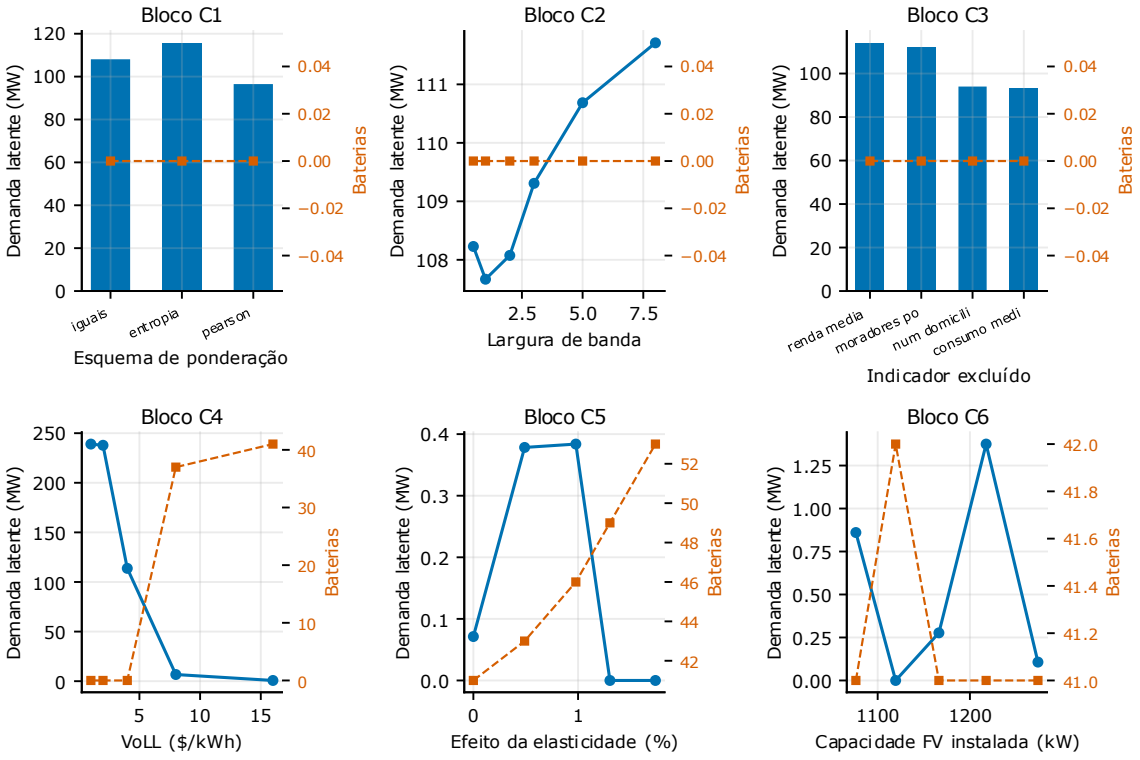
economicamente justificadas, com 37 módulos; com \$16,00/kWh, com 41 módulos, a o corte residual é de apenas 0,724 MW.

Cabe declarar que o valor adotado, \$4,00/kWh, situa-se próximo ao limiar de ativação do mecanismo, o que constitui limitação a ser considerada na interpretação: os resultados principais dependem de o custo social da energia não suprida exceder \$2,00/kWh. Vale salientar ainda que, como o termo de equidade é proporcional ao produto $w^{eq} \cdot$ VoLL, ambos os parâmetros não são separadamente identificáveis, de modo que os Blocos B e C4 percorrem a mesma grandeza em escalas distintas.

Por fim, para a variação do teto de crescimento da geração FV (caso C5), a capacidade instalada varia de 1,076 MW para 1,274 MW sem alteração substantiva no investimento em baterias, entre 41 e 42 módulos. A tarifa média da energia decresce de \$0,5687/kWh para \$0,5616/kWh, confirmando o efeito da penetração FV sobre o preço.

Todos esses resultados são resumidos na Figura 16.

Figura 16 – Resultados do bloco de testes C




Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Não se observou excesso de geração em nenhum dos 43 casos. Esse resultado é significativo, pois indica que a rede absorve integralmente a geração FV disponível, e que baterias são dimensionadas para elevar a capacidade de atendimento da demanda, e não

para acomodar excedentes de geração. A conclusão reforça o mecanismo anteriormente mencionado, baterias atuam sobre a restrição de rede, não sobre o balanço energético.

## 3.4 RESULTADOS PARA O SISTEMA DE 134 BARRAS

O sistema de 134 nós confirma os três principais resultados obtidos no sistema de 33 nós. A ponderação pela necessidade social desloca o corte de demanda para longe das barras mais vulneráveis, a localização das baterias é determinada pela topologia da rede e a elasticidade-preço da demanda tem efeito pequeno sobre o plano. Entretanto, ao mesmo tempo, o sistema maior revela um mecanismo que o sistema de 33 nós não permitia observar: no plano puramente econômico, a rede não é a restrição que limita o atendimento, e a fronteira entre custo e equidade deixa de ter a forma de um degrau para assumir uma forma gradual, em duas fases bem definidas. Os 17 casos dos Blocos A e B foram resolvidos para o sistema de 134 nós.

O sistema tem 134 nós, onde 100 delas são nós de carga, a demanda ativa inicial é de 6.500 kW e a potência fotovoltaica instalada é de 1.228 kW. A subestação é conectada ao nó 1, e a rede é radial, com um tronco principal longo do qual derivam ramais. O ramal mais carregado, que alimenta as barras 109 a 118, é o ponto mais frágil da rede: é nele que a tensão atinge os menores valores em todos os casos estudados. Os perfis de demanda e geração fotovoltaica utilizados são os mesmos usados anteriormente apresentados na Figura 6 e na Figura 7.

Há duas diferenças de configuração separam esta campanha da campanha anterior, e elas precisam ser lembradas sempre que os dois sistemas forem comparados, porque parte das diferenças nos resultados decorre delas, e não do tamanho da rede. Primeiro é a tensão de operação, que para este SDEE o mínimo é considerado 0,9 p.u.; segundo as baterias só podem ser instaladas nas 34 barras sem carga, medida essa tomada para reduzir o espaço de busca.

### 3.4.1 Resultados do Bloco A

O Bloco A combina dois fatores, a projeção espacial do crescimento e o peso da equidade, para separar o efeito de cada um. O caso A0 não tem nem projeção espacial nem equidade. O caso A1 tem equidade sem projeção espacial. O caso A4 tem projeção espacial sem equidade, e o caso A2 tem os dois. O caso A3 acrescenta ao A2 a resposta da demanda ao preço. A Tabela 9 reúne os resultados.

Tabela 9 – Resumo dos resultados para o bloco de experimentos A para o sistema de 134 nós

| Caso | $w^{eq}$ | Custo total ($) | Investimento ($) | Corte de demanda (MW) | Nós com baterias | Número de módulos |
|---|---|---|---|---|---|---|
| A0 | 0 | 17.478.521 | 0 | 0,00 | 0 | 0 |
| A1 | 4 | 19.413.138 | 53.890 | 0,00 | 0 | 0 |
| A4 | 0 | 17.384.369 | 526.900 | 288,89 | 3 | 22 |
| A2 | 4 | 21.504.258 | 577.790 | 276,17 | 3 | 21 |
| A3 | 4 | 21.830.327 | 0 | 0,00 | 0 | 0 |

Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Como é possível observar, o planejamento puramente econômico não limita o atendimento, nos casos A0 e A4, em que w = 0, a tensão mínima é de 0,9115 p.u., acima do limite estabelecido, e nenhuma bateria é instalada. A rede teria, portanto, folga para atender mais demanda, mesmo assim, o a solução encontrada deixa parte da demanda sem atendimento. A razão é econômica: atender um kW durante um dia custa cerca de $ 7,70, entre a energia comprada na subestação ao longo da curva de carga e as perdas na rede, enquanto deixar de atendê-lo custa apenas a penalidade de $ 4. Esse custo de atendimento foi obtido dos próprios resultados, dividindo o aumento do custo de rede pela redução do corte entre casos sucessivos do Bloco B, e se mantém entre $ 7,4 e $ 7,7 por kW enquanto não há baterias.

Como a penalidade é menor que o custo de atendimento em todas as barras, a solução econômica é extrema: o modelo rejeita todo o crescimento projetado e atende apenas a demanda existente, que o piso da demanda final o obriga a atender. No caso A4, o corte de 504,148 MW corresponde exatamente ao crescimento projetado de 1,381 MW multiplicado por 365 dias. Isso tem uma consequência importante para a interpretação do modelo. Neste sistema, o corte de demanda do plano econômico não é imposto pelo limite físico da rede, mas é uma escolha econômica, determinada pela relação entre o VoLL e o custo da energia. Se o VoLL fosse maior que o custo de atendimento, o mesmo plano atenderia parte do crescimento sem qualquer ponderação social. O piso da demanda final

define, por sua vez, quanto pode ser cortado: como apenas o crescimento pode ser rejeitado, o corte máximo é o próprio crescimento.

Com a consideração da projeão espacial o corte de demanda dobra, passando de 253,61 MW no caso A0 para 504,15 no caso A4, um aumento de 99%. A diferença entre os dois casos está apenas na projeção: no A4, o crescimento de cada nó é modulado pela suavização espacial dos indicadores socioeconômicos, o que eleva o crescimento nas áreas de maior necessidade e nas suas vizinhas. O efeito tem a mesma ordem de grandeza observada no sistema de 33 nós, em que a projeção espacial também dobrava o corte. O resultado reforça o argumento de que uma projeção uniforme subestima o problema justamente onde ele é maior. O corte ponderado cresce na mesma proporção, de 571.319 para 1.127.929, o que mostra que o crescimento adicional captado pela projeção espacial não está concentrado nas barras menos vulneráveis.

A projeção espacial também muda o que a equidade exige da rede. Sem a projeção espacial (A1), a ponderação elimina todo o corte sem nenhuma bateria, o modelo apenas compra mais energia, e a tensão mínima cai de 0,9115 para 0,9015 p.u.. O custo de rede sobe $ 1,93 milhão, ou $ 7,63 por kW de corte evitado, praticamente o custo de atendimento estimado acima. Com projeção espacial (A2), o crescimento maior leva a tensão ao limite de 0,90 p.u.no ramal dos nós 109 a 118, e passam a ser necessárias baterias em três nós, com 22 inversores. O custo de rede sobe $ 4,12 milhões em relação ao A4. Em outras palavras, a necessidade de armazenamento só aparece quando o crescimento da demanda é projetado com a sua estrutura espacial. Um planejador que usasse uma projeção uniforme concluiria que a equidade pode ser alcançada apenas com compra de energia, e subdimensionaria o investimento necessário.

A elasticidade tem efeito pequeno; como mostrado no caso A3, a resposta da demanda ao preço eleva o corte de 137 para 250 kW e o preço médio de 0,547 para 0,552 $/kWh, com variação de 1,1% na demanda. A localização das baterias não muda, e o número de inversores passa de 22 para 21. Como no sistema de 33 barras, a magnitude das elasticidades residenciais brasileiras, entre −0,08 e −0,30, é pequena demais para alterar o plano de forma relevante.

### 3.4.2 Resultados do Bloco B

O Bloco B mantém a projeção espacial ativa e varia o peso da equidade $w^{eq}$ de 0 a 4. A grade de valores foi concentrada entre 0,25 e 1, porque é nessa faixa que o plano muda, e como mostra a Tabela 10.

Tabela 10 – Resultados do Bloco B no sistema de 134 barras

| $w^{eq}$ | Corte de demanda (kW) | Corte no Q1 (kW) | Corte no Q5 (kW) | Baterias (nós/módulos) | Custo da rede ($M) | Custo marginal ($/kW) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 e 0,25 | 504.148 | 82.045 | 134.045 | - | 17,38 | — |
| 0,35 | 385.656 | 82.045 | 30.579 | - | 18,29 | 7,71 |
| 0,45 | 260.034 | 82.045 | 0 | - | 19,26 | 7,66 |
| 0,55 | 214.165 | 77.692 | 5.152 | - | 19,59 | 7,35 |
| 0,65 | 129.457 | 63.057 | 2.487 | 1 / 7 | 20,32 | 8,59 |
| 0,75 | 66.158 | 28.856 | 0 | 2 / 12 | 20,86 | 8,58 |
| 0,85 | 24.454 | 21.213 | 0 | 3 / 17 | 21,25 | 9,27 |
| 1 | 18.364 | 16.105 | 0 | 3 / 18 | 21,31 | 9,77 |
| 2 e 4 | 137 | 0 | 0 | 3 / 22 | 21,50 | 10,40 |

Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Aqui, mais uma vez fica claro que o plano econômico é regressivo; com $w^{eq} = 0$, o quintil mais vulnerável (Q5) tem 134.045 kW de corte, 1,6 vez o corte do quintil menos vulnerável (Q1), que é de 82.045. Essa desigualdade não resulta de uma escolha do modelo contra os nós vulneráveis. Como o plano econômico rejeita todo o crescimento, de todas as barras, a distribuição do corte reproduz a distribuição do crescimento, e o crescimento projetado é maior onde a necessidade social é maior. É o mecanismo descrito por Sovacool et al. (2024): o critério de menor custo não discrimina de propósito, mas, ao tratar todos os consumidores da mesma forma, concentra o ônus onde a demanda cresce mais, que é também onde estão as famílias que mais precisam de energia.

A ponderação atende primeiro quem mais precisa. À medida que $w^{eq}$ aumenta, o corte desaparece dos quintis mais vulneráveis antes de desaparecer dos demais. O Q5 cai de 134.045 para 30.579 kW em $w^{eq} = 0{,}35$ e chega a zero quando $w^{eq} = 0{,}45$. O Q4 é atendido em seguida, e, em $w^{eq} = 1$, o corte remanescente de 18.364 kW está quase todo no Q1, com 16.105. O corte ponderado cai mais depressa que o corte total: em w = 0,45, o corte total foi reduzido em 48%, e o corte ponderado, em 57%. A pequena retomada do Q5 em $w^{eq} = 0{,}55$ e $w^{eq} = 0{,}65$ (5.152 e 2.487 kW) ocorre quando a tensão já atingiu o limite, e o modelo precisa escolher quais nós atender considerando também a sua posição no sistema, e não só a sua penalidade.

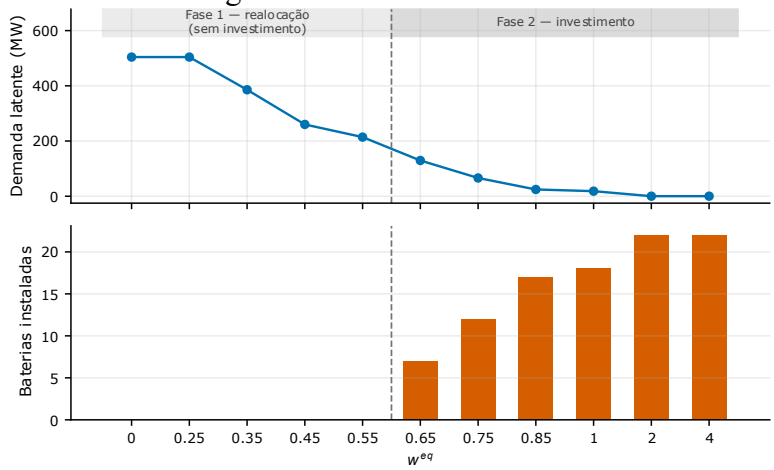
A ordem de atendimento segue um limiar simples: um nó passa a ser atendido quando a sua penalidade, $Voll \cdot (1 + w^{eq} \cdot \xi_m)$, supera o custo de atendê-la, de cerca de $ 7,7 por kW. Isso equivale a dizer que a barra é atendida quando $w^{eq} \cdot \xi_m$ supera cerca de 0,92. Como $\xi_m$ varia de 1,23 a 2,96, o limiar define uma faixa de $w^{eq}$ em que a decisão muda, e essa faixa explica a forma da Tabela 10.

- Quando $w^{eq}$ está abaixo de 0,31, nada muda: mesmo o nó mais vulnerável tem, em $w^{eq}$ = 0,25, penalidade de aproximadamente $ 7,0, inferior ao custo de atendimento. Por isso os casos $w^{eq}$ = 0 e $w^{eq}$ = 0,25 têm a mesma solução.
- Quando $w^{eq}$ está entre 0,31 e 0,75, os nós são atendidos em ordem decrescente de $\xi_m$. Em $w^{eq}$ = 0,35, só os nós com $\xi_m$ acima de cerca de 2,6 superam o limiar; em $w^{eq}$ = 0,45, os nós com $\xi_m$ acima de cerca de 2,0; em $w^{eq}$ = 0,55, os nós com $\xi_m$ acima de cerca de 1,7.
- A partir de w ≈ 0,75, o corte remanescente é imposto pela rede. Nesse valor, a condição de atendimento vale para todos os nós. O preço, sozinho, justificaria atender toda a demanda, e o que ainda resta de corte decorre do limite de tensão no fim do alimentador.

Esse limiar é a tradução operacional do princípio de prioridade anteriormente discutido; a ponderação pelo índice de equidade não iguala o corte entre os nós; ela define uma ordem de atendimento em que os nós de maior necessidade social vêm primeiro, e o peso $w^{eq}$ controla até onde essa ordem avança.

A fronteira tem duas fases, que são ilustradas na Figura 17. Na primeira fase, até $w^{eq}$ = 0,55, a equidade é obtida apenas com compra de energia. Nenhuma bateria é instalada, o corte cai 58% e a tensão mínima desce de 0,9115 p.u. até o limite de 0,90 p.u. Nessa fase, a equidade custa o mesmo que atender qualquer demanda: o custo marginal fica entre 7,35 e 7,71 $/kW, praticamente o custo da energia. Na segunda fase, a partir de $w^{eq}$ = 0,65, a tensão torna-se a restrição ativa, e atender mais demanda exige sustentar a tensão no fim do alimentador. É aí que as baterias entram. A primeira é instalada no nó 113, com 7 inversores; em seguida, no nó 114; e, a partir de $w^{eq}$ = 0,85, também na 108, até o total de 22 inversores em $w^{eq}$ = 2. Os três nós estão no caminho que alimenta o ramal dos nós 109 a 118, exatamente onde a tensão atinge o limite. O número de inversores cresce com $w^{eq}$, mas a localização não muda, o que confirma, no sistema maior, que a equidade define quanto armazenamento instalar, e a topologia define onde.

Figura 17 – Fases da fronteira




Fonte: elaborado pelo autor.

O custo marginal da equidade cresce de forma suave, ele passa de cerca de 7,4 a 7,7 $/kW na fase sem baterias para 8,6 $/kW quando as primeiras baterias são instaladas e chega a cerca de 10 $/kW no fim da fronteira. O último trecho, entre $w^{eq} = 1$ e $w^{eq} = 2$, custa 10,40 $/kW, porque o corte que resta está nas barras eletricamente mais difíceis de atender. Eliminar todo o corte custa $ 4,12 milhões a mais que o plano econômico, uma média de 8,2 $/kW de corte evitado. Quase todo esse custo é energia: o investimento anualizado em baterias é de, no máximo, 0,25 milhão de reais por ano, cerca de 6% do custo adicional.

Para o planejador, esse resultado tem duas implicações: a primeira é que, nesta rede, a maior parte do ganho de equidade não depende de investimento, basta que a demanda das áreas vulneráveis seja valorada acima do custo da energia para que ela passe a ser atendida; a segunda é que o armazenamento tem papel específico e localizado, ele não é o instrumento principal da equidade, mas é o que permite completar o atendimento quando a rede chega ao limite de tensão, e o custo médio por kW evitado na fase com baterias é de $ 8,9, cerca de 17% acima dos $ 7,6 da fase sem baterias.

## 3.5 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS DOS SISTEMAS DE 33 E 134 NÓS

Os dois sistemas concordam nos resultados qualitativos centrais da tese, o que é o principal ganho de repetir a análise em uma rede maior.

- A projeção espacial dobra o corte de demanda nos dois sistemas: no sistema de 33 nós, o corte passava de 56.147 para 111.242 kW; no de 134 nós, passa de 253.610 para 504.148. O efeito, portanto, não é uma particularidade de uma rede pequena.
- A ponderação reordena o corte segundo a necessidade social: nos dois sistemas, o plano econômico distribui o corte sem relação com $\xi_m$, e a ponderação retira o corte primeiro das barras de maior necessidade.
- A localização das baterias é determinada pela topologia: no sistema de 33 nós, as baterias ficavam nos nós 16, 17, 31 e 32, no fim dos dois ramais mais longos. No de 134 barras, ficam nos nós 108, 113 e 114, junto ao ramal mais carregado. Em ambos, a equidade altera a quantidade de armazenamento, mas não a sua localização.
- A elasticidade tem efeito pequeno. Nos dois sistemas, a resposta da demanda ao preço altera o consumo em 1% a 2% e não muda o plano de baterias.

Os sistemas diferem, por outro lado, na forma da fronteira, no seu custo e na composição desse custo.

- **Forma da fronteira.** No sistema de 33 nós, o limite de tensão já estava ativo no plano econômico, portanto, toda a redução de corte obtenível com armazenamento ocorria até $w^{eq} = 0{,}25$, e, a partir daí, aumentar o peso não produzia ganho: a fronteira era um degrau. No sistema de 134 nós, o plano econômico tem folga de tensão, e a fronteira é gradual. A equidade é obtida primeiro com compra de energia, enquanto essa folga existe, e só depois com armazenamento, quando a folga se esgota. A diferença mostra que a forma da fronteira depende de a rede estar ou não no limite no plano de menor custo, e não é uma propriedade do modelo.
- **Resíduo.** No sistema de 33 nós, cerca de 82 MW de corte não podiam ser eliminados com armazenamento, qualquer que fosse o peso, porque dependeriam de reforço da rede. No de 134 nós, o corte cai para 137 kW, concentrado em um único nó. A faixa de tensão mais ampla, que dá à rede maior margem antes de o limite ser atingido, explica boa parte dessa diferença.
- **Custo e composição.** O custo médio da equidade é de cerca de 8,2 $/kW no sistema de 134 nós, contra cerca de 10 $/kW no de 33 nós. A composição também muda. No sistema de 33 nós, o capital respondia por cerca de um terço do custo da equidade, porque cada kW adicional atendido exigia armazenamento. No de 134 nós, o investimento em baterias responde por cerca de 6% do custo adicional, e o restante é

energia. Nos dois sistemas, a conclusão comum é que a equidade custa, por kW, uma quantia da ordem do próprio custo de atender a demanda, e não um múltiplo dele.

Parte dessas diferenças decorre das mudanças de configuração como a faixa de tensão mais ampla, o piso de demanda igual à demanda atual, a seleção de barras candidatas e o VoLL menor (4 $/kW, contra 10 no Bloco B do sistema de 33 barras). Por isso, a comparação deve ser lida como o estudo de duas redes em condições operativas diferentes, e não como o efeito isolado do tamanho do sistema. O que a comparação permite afirmar com segurança é que os mecanismos do modelo se mantêm, e que a intensidade de cada um depende de quanto a rede está próxima do seu limite no plano de menor custo.

# 4 CONCLUSÕES

Esta Tese propôs um modelo de programação linear inteira mista estocástica para o planejamento da alocação e do dimensionamento de sistemas de armazenamento em redes de distribuição, em que o corte de demanda é ponderado pela necessidade social das áreas afetadas. A formulação integra três mecanismos que, em conjunto, constituem sua contribuição: um índice composto de necessidade social construído a partir de indicadores socioeconômicos nodais; um operador de suavização espacial que propaga a caracterização social entre barras eletricamente próximas e modula a projeção do crescimento da demanda; e a resposta da demanda ao custo médio da energia, diferenciada por faixa de renda e representada por uma reformulação linear exata.

O modelo foi avaliado em dois sistemas de distribuição: o sistema IEEE de 33 nós e um sistema de 134 nós, com cenários operativos diários e caracterização dos nós construída sinteticamente. No sistema de 33 nós, os experimentos foram organizados em blocos destinados a isolar a contribuição de cada mecanismo, traçar a fronteira entre custo e equidade e avaliar a sensibilidade dos resultados às escolhas metodológicas. No sistema de 134 nós, a análise concentrou-se no isolamento dos mecanismos e na fronteira entre custo e equidade, com o objetivo de verificar se os resultados se mantêm em uma rede de maior porte.

O primeiro resultado diz respeito ao comportamento do modelo na ausência do critério de equidade. Nos dois sistemas, o plano de menor custo não aloca baterias e absorve a pressão de crescimento por meio de corte de demanda. No sistema de 33 nós, o corte atinge 93,468 MW sem a correção espacial e 237,039 MW com ela. No sistema de 134 nós, o modelo rejeita todo o crescimento projetado e atende apenas a demanda existente, o que resulta em 504.148 kW de corte. Nesse sistema, o corte não é imposto pelo limite da rede, já que a tensão mínima permanece em 0,9115 p.u., acima do limite de 0,90 p.u.. Ele decorre do fato de que atender a demanda custa mais do que o valor atribuído ao corte na função objetivo.

Nos dois sistemas, esse plano é socialmente regressivo. No sistema de 33 nós, o modelo corta preferencialmente os nós de maior carga, onde a redução da demanda alivia de forma mais eficiente as restrições de tensão e de capacidade dos condutores: a correlação entre o corte por nó e a demanda instalada é de +0,797 e +0,962 nas duas configurações. Como consequência indireta, o quintil de maior necessidade social sofre

um corte 38% maior que o de menor necessidade. No sistema de 134 nós, como todo o crescimento é rejeitado, a distribuição do corte reproduz a distribuição do crescimento, que é maior onde a necessidade social é maior: o quintil mais vulnerável sofre 1,6 vez o corte do menos vulnerável. Verifica-se, portanto, que o planejamento conduzido segundo critérios exclusivamente técnico-econômicos não é distributivamente neutro. Não se trata de discriminação deliberada, mas da ausência de um critério distributivo explícito, que permite à otimização técnica produzir resultados regressivos por mecanismos diferentes em cada rede. Esse achado, observado de forma independente nos dois sistemas, justifica empiricamente a proposta do trabalho.

O segundo resultado refere-se à projeção espacial do crescimento. Nos dois sistemas, considerar a estrutura espacial da demanda praticamente dobra o corte projetado: de 93,468 para 237,039 MW no sistema de 33 nós e de 253.610 para 504.148 kW no de 134 nós. Uma projeção uniforme subestima o problema justamente onde ele é mais grave. No sistema de 134 nós, a projeção espacial também determina se o armazenamento é necessário. Sem ela, a ponderação pela necessidade social elimina todo o corte apenas com compra adicional de energia, sem baterias. Com ela, o crescimento maior leva a tensão ao limite no ramal mais carregado, e passam a ser necessárias baterias em três barras, com 22 inversores. Um planejador que usasse uma projeção uniforme concluiria que a equidade dispensa investimento e subdimensionaria o armazenamento necessário.

O terceiro resultado é que a introdução do termo de equidade altera qualitativamente a solução. No sistema de 33 nós, sem a correção espacial, um investimento de $ 53.890, que aloca quatro módulos de armazenamento em um único nó, reduz o corte em 98,7%; com a correção espacial ativa, um investimento de $ 526.900, distribuído em seis barras e quarenta módulos, elimina integralmente o corte de demanda. No sistema de 134 nós, a ponderação reduz o corte de 504.148 para 137 kW e atende os nós em ordem decrescente de necessidade social: o quintil mais vulnerável deixa de ter corte já com peso 0,45, e o corte remanescente concentra-se no quintil menos vulnerável.

O quarto resultado é a quantificação do custo da equidade. No sistema de 33 nós, o custo da transformação é de 7,86 $/kW de corte evitado na configuração sem correção espacial e de $ 7,93 na configuração com correção espacial, e a proximidade entre as duas estimativas indica a robustez do valor. No sistema de 134 nós, eliminar todo o corte custa $ 4,12 milhões por ano a mais que o plano econômico, o equivalente a cerca de 8,2 $/kW

de corte evitado. Quase todo esse custo corresponde à energia adicional comprada para atender a demanda antes cortada; o investimento anualizado em baterias responde por cerca de 6% do total. Nos dois sistemas, o custo da equidade é da mesma ordem do custo de atender a própria demanda, e não um múltiplo dele. Em outras palavras, proteger as áreas socialmente vulneráveis do corte custa, essencialmente, o que custa fornecer a energia que essas áreas deixariam de receber.

O quinto resultado é que o armazenamento não é alocado em função da necessidade social, mas da topologia da rede. No sistema de 33 nós, a correlação entre o número de inversores e a profundidade elétrica da barra é de +0,729, contra +0,206 com o índice de necessidade social, e todas as barras selecionadas situam-se nos extremos dos ramais mais longos. No sistema de 134 nós, as baterias são instaladas sempre nas mesmas três barras, junto ao ramal em que a tensão atinge o limite, para qualquer peso de equidade. Nos dois casos, a equidade determina quanto armazenamento instalar e qual demanda deve ser atendida primeiro, enquanto a topologia determina onde o armazenamento deve ficar.

O sexto resultado é que a fronteira entre custo e equidade se desenvolve em duas fases, embora o mecanismo da primeira fase dependa da condição da rede. No sistema de 33 nós, em que a restrição de tensão já está ativa no plano econômico, a primeira fase, com pesos entre 0 e 1, reduz o corte de 237,039 para 110,231 MW sem investimento em armazenamento, pela realocação do corte entre os nós: o modelo desloca o corte para os nós de menor necessidade social. No sistema de 134 nós, em que o plano econômico tem folga de tensão, a primeira fase, até o peso 0,55, reduz o corte em 58% pela compra de mais energia, sem nenhuma bateria, até que a tensão atinja o limite. Nos dois sistemas, a segunda fase começa quando essas possibilidades se esgotam: qualquer redução adicional exige elevar a capacidade de atendimento da rede, e o armazenamento passa a ser necessário. O custo marginal cresce ao longo da fronteira: no sistema de 33 nós, passa de $ 3,41 por kW na transição inicial para $ 7,82, $ 9,07 e $ 14,10 nos segmentos seguintes; no de 134 nós, passa de cerca de $ 7,4 a 7,7 por kW na fase sem baterias para cerca de $ 10 no fim da fronteira.

A interpretação em termos de política energética tem duas partes: A primeira é que existe uma faixa de melhoria distributiva obtenível sem custo de capital, seja pela reorientação dos critérios de racionamento, seja pela valoração adequada da demanda das áreas vulneráveis (superada essa faixa, avanços adicionais exigem investimento em infraestrutura, e a identificação do ponto de transição é informação diretamente utilizável

pelo planejador); a segunda é que o critério de equidade e o critério técnico desempenham papéis complementares, pois a equidade precisa estar incorporada à decisão, porque, sem ela, o plano de menor custo é regressivo e não investe, e a localização do investimento, porém, deve ser determinada pelos pontos em que a rede limita o atendimento, que nem sempre coincidem com as áreas que se pretende beneficiar. Programas que exijam a aplicação dos recursos exclusivamente nas áreas-alvo podem, por isso, ser menos eficazes do que programas que definam o objetivo distributivo e deixem a localização ser determinada pela rede.

Os resultados mostraram-se robustos às principais escolhas metodológicas envolvidas na construção do índice de necessidade social, avaliadas no sistema de 33 nós. A decisão de investimento permaneceu idêntica sob três esquemas distintos de ponderação dos indicadores, embora os pesos resultantes se diferenciassem substancialmente; apenas a distribuição do corte foi afetada, com amplitude de 17,8%. A alocação foi também invariante à largura de banda do operador espacial, variada em uma ordem de grandeza, e à exclusão individual de cada um dos quatro indicadores. A elasticidade-preço da demanda, nas magnitudes estimadas para o consumo residencial brasileiro, alterou o consumo em 1% a 2% e não modificou o plano de baterias em nenhum dos dois sistemas.

Por fim, em ambos os sistemas, a restrição de tensão foi a que determinou o dimensionamento do armazenamento, enquanto o limite orçamentário permaneceu folgado. No sistema de 33 nós, a tensão esteve no limite em 34 dos 43 casos. No de 134 nós, ela passou a limitar o atendimento a partir do peso 0,55, e o maior investimento observado, de $ 288.895, ficou bem abaixo do orçamento de $ 500.000. O armazenamento é, portanto, dimensionado pela necessidade de manter a tensão dentro dos limites operativos, e não pela disponibilidade de recursos.

Este trabalho tem limitações que orientam pesquisas futuras. A caracterização socioeconômica das barras foi construída sinteticamente, e a aplicação a dados reais de setores censitários associados a uma rede de distribuição brasileira é o próximo passo natural. Não há estimativas de valor da energia não suprida residencial para o Brasil, de modo que o valor adotado precisa ser tratado como parâmetro de sensibilidade. O procedimento iterativo de atualização da tensão apresentou, nos casos com baterias do sistema de 134 nós, variações de 1,5% a 3,5% na função objetivo entre as últimas iterações, o que recomenda critérios de convergência mais estritos. A análise de

sensibilidade completa também pode ser estendida ao sistema de 134 nós, assim como a representação de outras alternativas de investimento, como o reforço de condutores.

# REFERÊNCIAS

AFFAIRS, Department of Economic and Social. **The Sustainable Development Goals Report 2025**. 1st ed. Bloomfield: United Nations Research Institute for Social Development, 2025. 1 p. (The Sustainable Development Goals Report).

ASHRAF, Adil; BASHEER, Mohammed; GONZALEZ, Jose M.; MARTÍNEZ CESEÑA, Eduardo A.; ETICHIA, Mikiyas; OBUOBIE, Emmanuel; BOTTACIN-BUSOLIN, Andrea; ADAMOWSKI, Jan; PANTELI, Mathaios; HAROU, Julien J. Delivering equity in low-carbon multisector infrastructure planning. **Nature Communications**, Manchester, vol. 16, no. 1, p. 5320, 19 June 2025. Available at: https://doi.org/10.1038/s41467-025-59738-7.

BAKER, Erin; CARLEY, Sanya; CASTELLANOS, Sergio; NOCK, Destenie; BOZEMAN, Joe F.; KONISKY, David; MONYEI, Chukwuka G.; SHAH, Monisha; SOVACOOL, Benjamin. Metrics for decision-making in energy justice. **Annual Review of Environment and Resources**, vol. 48, no. 1, pp. 737–760, Nov. 2023. Available at: https://doi.org/10.1146/annurev-environ-112621-063400.

BARAN, M. E.; WU, F. F. Network reconfiguration in distribution systems for loss reduction and load balancing. **IEEE Transactions on Power Delivery**, vol. 4, no. 2, pp. 1401–1407, Apr. 1989.

BHATTACHARYYA, Arkaprabha; HASTAK, Makarand. A data-driven approach to quantify disparities in power outages. **Scientific Reports**, vol. 13, no. 1, p. 7247, 4 May 2023. Available at: https://doi.org/10.1038/s41598-023-34186-9.

BODE, Annika. To what extent can community energy mitigate energy poverty in Germany? **Frontiers in Sustainable Cities**, vol. 4, p. 1005065, 25 Nov. 2022. Available at: https://doi.org/10.3389/frsc.2022.1005065.

BOLLEN, Math H. J. **Integration of distributed generation in the power system**. Hoboken, N.J: Wiley-IEEE Press, 2011. (IEEE Press series on power engineering).

BORDÓN-LESME, Martín; FREIRE-GONZÁLEZ, Jaume. The direct rebound effect for two income groups: The case of Paraguay. **Energy for Sustainable Development**, 2022. Available at: https://doi.org/10.1016/j.esd.2022.08.002.

BOZORGAVARI, Seyed Aboozar; AGHAEI, Jamshid; PIROUZI, Sasan; VAHIDINASAB, Vahid; FARAHMAND, Hossein; KORPÅS, Magnus. Two-stage hybrid stochastic/robust optimal coordination of distributed battery storage planning and flexible energy management in smart distribution network. **Journal of Energy Storage**, vol. 26, p. 100970, Dec. 2019. Available at: https://doi.org/10.1016/j.est.2019.100970.

CABALLERO-PEÑA, Juan; CADENA-ZARATE, Cristian; PARRADO-DUQUE, Alejandro; OSMA-PINTO, German. Distributed energy resources on distribution networks: A systematic review of modelling, simulation, metrics, and impacts. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, vol. 138, p. 107900, June 2022. Available at: https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2021.107900.

CHOWDHURY, Nayeem; PILO, Fabrizio; PISANO, Giuditta. Optimal Energy Storage System Positioning and Sizing with Robust Optimization. **Energies**, vol. 13, no. 3, p. 512, 21 Jan. 2020. Available at: https://doi.org/10.3390/en13030512.

COLEMAN, Natalie; ESMALIAN, Amir; LEE, Cheng-Chun; GONZALES, Eulises; KOIRALA, Pranik; MOSTAFAVI, Ali. Energy inequality in climate hazards: Empirical evidence of social and spatial disparities in managed and hazard-induced power outages. **Sustainable Cities and Society**, vol. 92, p. 104491, May 2023. Available at: https://doi.org/10.1016/j.scs.2023.104491.

CUENCA, Juan J.; DALY, Hannah E.; HAYES, Barry P. Sharing the grid: The key to equitable access for small-scale energy generation. **Applied Energy**, vol. 349, p. 121641, Nov. 2023. Available at: https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2023.121641.

DOMINGUEZ, Ozy D Melgar; POURAKBARI-KASMAEI, Mahdi; MANTOVANI, Jose Roberto Sanches; LAVORATO, Marina. Environmentally committed short-term planning of electrical distribution systems considering renewable based DG siting and sizing. 2017. **2017 IEEE International Conference on Environment and Electrical Engineering and 2017 IEEE Industrial and Commercial Power Systems Europe (EEEIC/I&CPS Europe)**. [*N.p.*]: IEEE, 2017. pp. 1–6.

FARIVAR, Masoud; LOW, Steven H. Branch Flow Model: Relaxations and Convexification—Part II. **IEEE Transactions on Power Systems**, vol. 28, no. 3, pp. 2565–2572, Aug. 2013. Available at: https://doi.org/10.1109/TPWRS.2013.2255318.

FOURER, Robert; GAY, David M.; KERNIGHAN, Brian W. **AMPL: A Modeling Language for Mathematical Programming**. 2nd edn. Canada: Duxbury Pr, 2003.

FRIEDMAN, Rachel S.; WILSON, Kerrie A.; RHODES, Jonathan R.; LAW, Elizabeth A. What does equitable distribution mean in community forests? **World Development**, vol. 157, p. 105954, Sept. 2022. Available at: https://doi.org/10.1016/j.worlddev.2022.105954.

GODFREY, M.; QUARSHIE, E.; ROBIOU, M.P. Suppressed demand-causes, measurement and cures. *In*: IEEE. AFRICON '96. 1996. **Proceedings of IEEE. AFRICON '96**. Stellenbosch, South Africa: IEEE, 1996. vol. 2, pp. 962–967. DOI: https://doi.org/10.1109/AFRCON.1996.563025. Available at: http://ieeexplore.ieee.org/document/563025/. Accessed: 17 June 2026.

GOFORTH, Teagan; LEVIN, Todd; NOCK, Destenie. Incorporating energy justice and equity objectives in power system models. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, vol. 210, p. 115155, Mar. 2025. Available at: https://doi.org/10.1016/j.rser.2024.115155.

GONÇALVES, José; MIGUEL, Pedro; SANTO, Bruno E. The distribution electricity grid: new challenges and risks. **IET Conference Proceedings**, vol. 2024, no. 5, pp. 637–641, Jan. 2025. Available at: https://doi.org/https://doi.org/10.1049/icp.2024.2119.

GROVER-SILVA, Etta; GIRARD, Robin; KARINIOTAKIS, George. Multi-temporal optimal power flow for assessing the renewable generation hosting capacity of an active distribution system. *In*: 2016 IEEE/PES TRANSMISSION AND DISTRIBUTION CONFERENCE AND EXPOSITION (T&D). May 2016. **2016 IEEE/PES**

**Transmission and Distribution Conference and Exposition (T&D)**. Dallas, TX, USA: IEEE, May 2016. pp. 1–5. DOI: https://doi.org/10.1109/TDC.2016.7520043. Available at: http://ieeexplore.ieee.org/document/7520043/. Accessed: 16 June 2026.

IBM. IBM ILOG CPLEX Users' Manual for CPLEX. **[online]**. 2009. Available at: https://www.ibm.com/br-pt/products/ilog-cplex-optimization-studio. Accessed: 2 Dec. 2020.

IRENA. **Electricity storage and renewables: Costs and markets to 2030**. Abu Dhabi: International Renewable Energy Agency, 2017.

JANNESAR, Mohammad Rasol; SEDIGHI, Alireza; SAVAGHEBI, Mehdi; GUERRERO, Josep M. Optimal placement, sizing, and daily charge/discharge of battery energy storage in low voltage distribution network with high photovoltaic penetration. **Applied Energy**, vol. 226, no. June, pp. 957–966, 2018. Available at: https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2018.06.036.

JIANG, Sufan; LI, Fangxing; LI, Chenchen; LIU, Jingzi; WANG, Xiaofei; LIU, Xiaobing; WEN, Yan. A Bi-Level Robust Energy Storage Siting and Sizing Model of Distribution System With Energy Affordability Enforced. **IEEE Transactions on Sustainable Energy**, vol. 17, no. 2, pp. 1561–1574, Apr. 2026. Available at: https://doi.org/10.1109/TSTE.2025.3624036.

KHAJEH, Hosna; PARTHASARATHY, Chethan; DOROUDCHI, Elahe; LAAKSONEN, Hannu. Optimized siting and sizing of distribution-network-connected battery energy storage system providing flexibility services for system operators. **Energy**, vol. 285, p. 129490, Dec. 2023. Available at: https://doi.org/10.1016/j.energy.2023.129490.

LI, Chenchen; LI, Fangxing; JIANG, Sufan; WANG, Xiaofei; WANG, Jinning. Siting and Sizing of DG Units Considering Energy Equity: Model, Solution, and Guidelines. **IEEE Transactions on Smart Grid**, vol. 15, no. 4, pp. 3681–3693, July 2024a. Available at: https://doi.org/10.1109/TSG.2024.3350914.

LI, Chenchen; LI, Fangxing; JIANG, Sufan; WANG, Xiaofei; WANG, Jinning. Siting and Sizing of DG Units Considering Energy Equity: Model, Solution, and Guidelines. **IEEE Transactions on Smart Grid**, vol. 15, no. 4, pp. 3681–3693, July 2024b. Available at: https://doi.org/10.1109/TSG.2024.3350914.

MARTINEZ, Norberto A. Repositório de pesquisa. **github**. 2026. Available at: https://github.com/Norberto-A-Martinez. Accessed: 1 Sept. 2026.

MARTINEZ, Norberto A.; ORFANOUDAKIS, Stavros; VERGARA, Pedro P.; FRANCO, John F. Energy storage systems planning in the electric distribution system considering the grow of PV penetration. *In*: 2024 IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON ENVIRONMENT AND ELECTRICAL ENGINEERING AND 2024 IEEE INDUSTRIAL AND COMMERCIAL POWER SYSTEMS EUROPE (EEEIC / I&CPS EUROPE). 17 June 2024. **2024 IEEE International Conference on Environment and Electrical Engineering and 2024 IEEE Industrial and Commercial Power Systems Europe (EEEIC / I&CPS Europe)**. Rome, Italy: IEEE, 17 June 2024. pp. 1–6. DOI:

https://doi.org/10.1109/eeeic/icpseurope61470.2024.10751415. Available at: https://ieeexplore.ieee.org/document/10751415/. Accessed: 8 July 2025.

MEJIA, Mario A.; MACEDO, Leonardo H.; PINTO, Tiago; FRANCO, John F. Spatiotemporal estimation of the potential adoption of photovoltaic systems on urban residential roofs. **Electronics**, vol. 13, no. 24, p. 4939, 14 Dec. 2024. Available at: https://doi.org/10.3390/electronics13244939.

MEJIA, Mario A.; MELO, Joel D.; ZAMBRANO-ASANZA, Sergio; PADILHA-FELTRIN, Antonio. Spatial-temporal growth model to estimate the adoption of new end-use electric technologies encouraged by energy-efficiency programs. **Energy**, vol. 191, p. 116531, Jan. 2020. Available at: https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.energy.2019.116531.

MU, Yu; LIANG, Dong; SONG, Yidi. MILP-Based Allocation of Remote-Controlled Switches for Reliability Enhancement of Distribution Networks. **Sustainability**, 2025. Available at: https://doi.org/10.3390/su17135972.

MULENGA, Enock; BOLLEN, Math H.J.; ETHERDEN, Nicholas. A review of hosting capacity quantification methods for photovoltaics in low-voltage distribution grids. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, vol. 115, p. 105445, Feb. 2020. Available at: https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2019.105445.

MUNIKOTI, Sai; ABUJUBBEH, Mohammad; JHALA, Kumarsinh; NATARAJAN, Balasubramaniam. A novel framework for hosting capacity analysis with spatio-temporal probabilistic voltage sensitivity analysis. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, vol. 134, p. 107426, Jan. 2022. Available at: https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2021.107426.

NADARAYA, É. A. On non-parametric estimates of density functions and regression curves. **Theory of Probability & Its Applications**, vol. 10, no. 1, pp. 186–190, Jan. 1965. Available at: https://doi.org/10.1137/1110024.

NICK, Mostafa; CHERKAOUI, Rachid; PAOLONE, Mario. Optimal Planning of Distributed Energy Storage Systems in Active Distribution Networks Embedding Grid Reconfiguration. **IEEE Transactions on Power Systems**, vol. 33, no. 2, pp. 1577–1590, Mar. 2018. Available at: https://doi.org/10.1109/TPWRS.2017.2734942.

NOCK, Destenie; LEVIN, Todd; BAKER, Erin. Changing the policy paradigm: A benefit maximization approach to electricity planning in developing countries. **Applied Energy**, vol. 264, p. 114583, Apr. 2020. Available at: https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2020.114583.

NONG, Yu; DU, Qingyun. Urban growth pattern modeling using logistic regression. **Geo-spatial Information Science**, vol. 14, no. 1, pp. 62–67, Jan. 2011. Available at: https://doi.org/10.1007/s11806-011-0427-x.

NOVAES, Juliana. Assessing equity in adult social care: An empirical analysis of resource allocation and ethnic disparities in Bradford. **International Journal of Population Data Science**, vol. 10, no. 4, 28 Aug. 2025. DOI: https://doi.org/10.23889/ijpds.v10i4.3219. Available at: https://ijpds.org/article/view/3219. Accessed: 6 Jan. 2026.

OECD; EUROPEAN UNION; JOINT RESEARCH CENTRE - EUROPEAN COMMISSION. **Handbook on Constructing Composite Indicators: Methodology and User Guide**. [*N.p.*]: OECD, 22 Aug. 2008. DOI: https://doi.org/10.1787/9789264043466-en. Available at: https://www.oecd.org/en/publications/handbook-on-constructing-composite-indicators-methodology-and-user-guide_9789264043466-en.html. Accessed: 15 Oct. 2026.

PAMSHETTI, Vijay Babu; SINGH, Shailendra; THAKUR, A K; SINGH, S P; BABU, T Sudhakar; PATNAIK, Nishant; KRISHNA, G Hari. Cooperative operational planning model for distributed energy resources with soft open point in active distribution network. **IEEE Transactions on Industry Applications**, vol. 59, no. 2, pp. 2140–2151, Mar. 2023. Available at: https://doi.org/10.1109/TIA.2022.3223339.

RAO, Yunjie; CUI, Xue; ZOU, Xuyue; YING, Liming; TONG, Pingzheng; LI, Junlin. Research on distributed energy storage planning-scheduling strategy of regional power grid considering demand response. **Sustainability**, vol. 15, no. 19, p. 14540, 7 Oct. 2023. Available at: https://doi.org/10.3390/su151914540.

ROBINSON, Caitlin; MATTIOLI, Giulio. Double energy vulnerability: Spatial intersections of domestic and transport energy poverty in England. **Energy Research & Social Science**, vol. 70, p. 101699, Dec. 2020. Available at: https://doi.org/10.1016/j.erss.2020.101699.

RODRIGUEZ-GARCIA, Luis; HELENO, Miguel; PARVANIA, Masood. Power Distribution System Planning for Mitigating Overheating Risk Inequity. **IEEE Transactions on Power Systems**, vol. 40, no. 1, pp. 920–932, Jan. 2025. Available at: https://doi.org/10.1109/TPWRS.2024.3418651.

RUEDA-MEDINA, Augusto C.; FRANCO, John F.; RIDER, Marcos J.; PADILHA-FELTRIN, Antonio; ROMERO, Rubén. A mixed-integer linear programming approach for optimal type, size and allocation of distributed generation in radial distribution systems. **Electric Power Systems Research**, vol. 97, pp. 133–143, Apr. 2013. Available at: https://doi.org/10.1016/j.epsr.2012.12.009.

SALAZAR VANEGAS, Carlos E.; GALLEGO PAREJA, Luis A.; GÓMEZ CARMONA, Oscar. A multi-period MILP model for optimal integration of battery energy storage systems and distributed generation in power distribution systems. **Results in Engineering**, vol. 27, p. 106806, Sept. 2025. Available at: https://doi.org/10.1016/j.rineng.2025.106806.

SASSE, Jan-Philipp; TRUTNEVYTE, Evelina. Distributional trade-offs between regionally equitable and cost-efficient allocation of renewable electricity generation. **Applied Energy**, vol. 254, p. 113724, Nov. 2019. Available at: https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2019.113724.

SAXENA, K.; BHAKAR, R. Impact of LRIC pricing and demand response on generation and transmission expansion planning. **IET Generation, Transmission & Distribution**, 2019. Available at: https://doi.org/10.1049/iet-gtd.2018.5328.

SERMARINI, Anna Carolina De Paula; AZEVEDO, João Henrique Paulino; ALBUQUERQUE, Vanessa Cardoso De; CALILI, Rodrigo Flora; GONÇALVES,

Felipe; JANNUZZI, Gilberto. Distributed energy resources in low-income communities: A public policy proposal for Brazil. **Energy Policy**, vol. 187, p. 114030, Apr. 2024. Available at: https://doi.org/10.1016/j.enpol.2024.114030.

SIMCOCK, Neil; JENKINS, Kirsten E.H.; LACEY-BARNACLE, Max; MARTISKAINEN, Mari; MATTIOLI, Giulio; HOPKINS, Debbie. Identifying double energy vulnerability: A systematic and narrative review of groups at-risk of energy and transport poverty in the global north. **Energy Research & Social Science**, vol. 82, p. 102351, Dec. 2021. Available at: https://doi.org/10.1016/j.erss.2021.102351.

SOVACOOL, Benjamin K.; CARLEY, Sanya; KIESLING, Lynne; HELENO, Miguel. Energy justice and equity: Applying a critical perspective to the electrical power grid for a more just transition in the United States. **IEEE Power and Energy Magazine**, vol. 22, no. 4, pp. 18–25, July 2024. Available at: https://doi.org/10.1109/MPE.2024.3393942.

TALEBPOUR, Niousha; ILBEIGI, Mohammad; KORFIATIS, George; POWELL, Martin. Distributed energy systems: A potential solution for equitable electricity access. **Urban Resilience and Sustainability**, vol. 2, no. 3, pp. 289–306, 2024. Available at: https://doi.org/10.3934/urs.2024015.

TÉVAR-BARTOLOMÉ, Gabriel; GÓMEZ-EXPÓSITO, Antonio; ARCOS-VARGAS, Angel; RODRÍGUEZ-MONTAÑÉS, Manuel. Network impact of increasing distributed PV hosting: A utility-scale case study. **Solar Energy**, vol. 217, pp. 173–186, Mar. 2021. Available at: https://doi.org/10.1016/j.solener.2021.01.066.

VAGERO, Oskar; ZEYRINGER, Marianne. Can we optimise for justice? Reviewing the inclusion of energy justice in energy system optimisation models. **Energy Research & Social Science**, vol. 95, p. 102913, Jan. 2023. Available at: https://doi.org/10.1016/j.erss.2022.102913.

VAHIDINASAB, Vahid; TABARZADI, Mahdi; ARASTEH, Hamidreza; ALIZADEH, Mohammad Iman; MOHAMMAD BEIGI, Mohammad; SHEIKHZADEH, Hamid Reza; MEHRAN, Kamyar; SEPASIAN, Mohammad Sadegh. Overview of electric energy distribution networks expansion planning. **IEEE Access**, vol. 8, pp. 34750–34769, 2020. Available at: https://doi.org/10.1109/access.2020.2973455.

WANG, Xiaofei; LI, Fangxing; ZHANG, Qiwei; SHI, Qingxin; WANG, Jinning. Profit-oriented BESS siting and sizing in deregulated distribution systems. **IEEE Transactions on Smart Grid**, vol. 14, no. 2, pp. 1528–1540, Mar. 2023. Available at: https://doi.org/10.1109/TSG.2022.3150768.

WATSON, Geoffrey S. Smooth regression analysis. **Sankhyā: The Indian Journal of Statistics, Series A (1961-2002)**, vol. 26, no. 4, pp. 359–372, 1964.