

JOÃO PAULO MAGNA JÚNIOR

**MODELAGEM DE DISTORÇÕES ENTRE
REALIZAÇÕES DE REFERENCIAIS
GEODÉSICOS**

**Presidente Prudente
2007**



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

CAMPUS DE PRESIDENTE PRUDENTE

FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA

Programa de Pós-Graduação em Ciências Cartográficas

JOÃO PAULO MAGNA JÚNIOR

**MODELAGEM DE DISTORÇÕES ENTRE
REALIZAÇÕES DE REFERENCIAIS
GEODÉSICOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciências Cartográficas da Universidade Estadual Paulista – Campus de Presidente Prudente, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ciências Cartográficas.

**Orientadores: Prof. Dr. Paulo de Oliveira
Camargo.
Prof. Dr. Maurício Galo**

**Presidente Prudente
2007**

DEDICATÓRIA

*Este trabalho é dedicado aos meus pais
João Paulo e Roseli, minha irmã Michele,
minha namorada Regina e meu primo
Eberlei Alves (in memoriam).*

AGRADECIMENTOS

A realização desta pesquisa teve a colaboração direta e indireta de diversas pessoas às quais expresso meus sinceros agradecimentos e em particular:

Aos meus orientadores Profs. Doutores Paulo de Oliveira Camargo e Maurício Galo, pelas contribuições que possibilitaram a evolução da pesquisa e do pesquisador.

Aos companheiros do Grupo de Estudos em Geodésia Espacial (GEGE), em especial ao Prof. Dr. João Francisco Galera Monico (coordenador), pelas discussões, sugestões e aprendizado no campo das Ciências Geodésicas.

Aos membros da banca examinadora: Prof. Dr. Leonardo Castro de Oliveira e Prof. Dr. João Carlos Chaves, pela disponibilidade e valiosas sugestões.

Aos professores do Departamento de Cartografia, Matemática e demais, pelo ensino e formação acadêmica.

Aos companheiros do Núcleo de Educação Corporativa (NEC), em especial aos professores Klaus Schünzen, Elisa Tomoe e Milton Shimabukuro pelas orientações, incentivo e amizade.

Aos amigos da sala de permanência da Pós-Graduação em Ciências Cartográficas, pelo apoio, debates e companheirismo.

Aos amigos de república Luís Henrique e Luiz Fernando Dalbelo parceiros de todas as horas e de muitos anos de convivência e a todos aqueles que de alguma maneira contribuíram para um crescimento intelectual e moral.

Aos funcionários da FCT/UNESP, bem como ao Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação da FCT/UNESP, pelos auxílios prestados no decorrer desta pesquisa e na elaboração desta dissertação.

À CAPES pela concessão da bolsa durante o desenvolvimento dessa pesquisa.

À Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) pelos dados fornecidos para o desenvolvimento dessa pesquisa.

E, sobretudo à Deus, pelo Dom da vida e da sabedoria e pela graça e força para atingir meus objetivos.

EPÍGRAFE

“Mire veja: o mais importante e bonito, do mundo, é isto: que as pessoas não estão sempre iguais, ainda não foram terminadas – mas que elas vão sempre mudando. Afinam ou desafinam. Verdade maior. É o que a vida me ensinou.”

João Guimarães Rosa

RESUMO

Os avanços tecnológicos nos métodos de posicionamento, sobretudo os sistemas de posicionamento por satélite, fizeram com que diversos países atualizassem e/ou revisassem suas estruturas geodésicas fundamentais. Na busca de explorar a total potencialidade das novas tecnologias, as principais mudanças convergiram para a adoção de referenciais geocêntricos, de caráter global e cuja origem coincide com o centro de massa da Terra. A atualização de uma rede geodésica implica na mudança de coordenadas e, conseqüentemente, alteração da geometria da rede, evidenciando as distorções nela existentes. Para manter a integridade e topologia da rede geodésica é necessário que se proceda a uma modelagem das distorções. Neste contexto, este trabalho apresenta uma metodologia de modelagem de distorções entre realizações de sistemas de referência geodésicos, baseada na utilização de grades regulares. Amplamente utilizada, a modelagem baseada em grades é uma forma padronizada de se realizar a conversão entre referenciais sem a necessidade de aplicação de modelos complexos por parte dos usuários. Nessa dissertação, foram geradas grades de distorção com diferentes espaçamentos, cobrindo todo o território brasileiro, para a modelagem das distorções entre as redes SAD 69 (realização de 1996) e SIRGAS 2000. A geração e aplicação das grades esta pautada no desenvolvimento de aplicativos computacionais com utilização do método de Shepard na geração da grade e da função bilinear na interpolação das distorções a partir dos pontos da grade. A metodologia foi avaliada através de estações de teste, onde os resultados mostraram-se promissores. Nos melhores casos, houve redução de aproximadamente 50% no erro médio quadrático das coordenadas após a modelagem com um indicador médio de precisão de 0,179m.

Palavras chave: Sistemas de referência, redes geodésicas, modelagem de distorções, grades de distorção.

ABSTRACT

The technological advances in the positioning methods, mainly in the satellite positioning systems conducted several countries to update and review their fundamental geodetic networks. In order to explore the full potential of these new technologies, the main changes converged to the adoption of geocentric reference systems, that are global and whose origin coincides with the Earth mass center. The geodetic network update implies in coordinate changes and, consequently, the network geometry changes, evidencing the existent distortions. To preserve the data set integrity and topology it is required a modeling of the distortions. In this context, this work presents a distortion modeling methodology between reference frames based on regular grids. Widely used, the modeling based on grids is a standardized and less complex way to accomplish the conversion between frames without the necessity to apply rigorous models by the user. In this research, distortion grids were generated with different sizes and covering all Brazilian's territory to model the distortion between the SAD 69 (1996) and SIRGAS 2000 frames. The grid generation and application are based on computational software development by the use of the Shepard's method in the grid generation and the bilinear function in the distortion interpolation from the grid points. The methodology was evaluated through test stations where the results were promising. In the best cases, the root mean squared error in the coordinates was reduced 50% after the modeling with an average precision indicator of 0,179m.

Keywords: Reference Systems, geodetic network, distortion modeling, distortion grids.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Origem e orientação dos eixos do WGS84	26
Figura 2 - Distribuição das estações da campanha SIRGAS 2000.....	28
Figura 3 - Distorção devido ao adensamento da rede geodésica.....	34
Figura 4 - Transformação baseada em grades.	37
Figura 5 - Exemplo de densidade da rede no ponto de predição.....	41
Figura 6 - Interpolação do nó da grade a partir de pontos vizinhos	43
Figura 7 - Procedimento de busca de pontos vizinhos a) ampliação; b) redução do raio de busca (r').....	50
Figura 8 - Comportamento da função de ponderação pela distância.....	51
Figura 9 - Procedimento de cálculo das distorções	57
Figura 10 - Trecho do arquivo DATUM1.txt.....	60
Figura 11 - Trecho do arquivo DATUM2.txt.....	60
Figura 12 - Trecho do arquivo PARAMETROS.txt	60
Figura 13 - Trecho do arquivo DISTORCOES.txt.	61
Figura 14 - Interpolação das distorções através da interpolação bilinear.	63
Figura 15 - Representação vetorial das distorções resultantes entre SAD 69 realização de 1996 e SIRGAS 2000.	66
Figura 16 - Comportamento das distorções a) no Rio Grande do Sul e b) no Tocantins	67
Figura 17 - Intensidade das distorções em a) latitude, b) longitude e c) resultante das coordenadas.	68
Figura 18 - Indicador de precisão das distorções em a) latitude e b) longitude para a grade de 5°.....	71
Figura 19 - Indicador de precisão das distorções em a) latitude e b) longitude para a grade de 1°.....	71
Figura 20 - Número de pontos vizinhos utilizados na interpolação das grades de 5° e 1°.	72

Figura 21 - Distribuição das estações de teste.....	73
Figura 22 - Diferenças em latitude antes e após a modelagem das distorções com a grade de 5°.....	74
Figura 23 - Diferenças em longitude antes e após a modelagem das distorções com a grade de 5°.....	75
Figura 24 - Estações com aumento das distorções após a modelagem a) em latitude e b) longitude.....	75
Figura 25 - Distorções nas estações de teste antes e após a modelagem com a grade de 5° ..	77
Figura 26 - Indicador de precisão associado às coordenadas na modelagem em a) latitude e b) longitude para a grade de 5° ..	77
Figura 27 - Diferenças em latitude antes e após a modelagem das distorções com a grade de 1°.....	78
Figura 28 - Diferenças em longitude antes e após a modelagem das distorções com a grade de 1°.....	79
Figura 29 - Distorções nas estações de teste antes e após a modelagem com a grade de 1° ..	81
Figura 30 - Indicador de precisão associado às coordenadas na modelagem em a) latitude e b) longitude	81
Figura 31 - Comparação do EMQ nas coordenadas transformadas e modeladas	82

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Observações utilizadas nos ajustamentos SAD 69.....	32
Tabela 2 - Parâmetros de transformação entre SAD 69 e SIRGAS 2000.....	53
Tabela 3 - Parâmetros de Transformação entre SIRGAS 2000 e SAD 69.....	53
Tabela 4 - Estatísticas das distorções.....	67
Tabela 5 - Estatísticas das grades de distorção de 1° e 5°.....	70
Tabela 6 - Distribuição das estações de teste por região.....	73
Tabela 7 - Estatísticas das melhorias nas diferenças entre coordenadas antes e após a modelagem.....	75
Tabela 8 - Estatísticas das melhorias nas diferenças entre coordenadas antes e após a modelagem com a grade de distorção de 1°.....	80
Tabela 9 - Comparação entre a grade gerada para teste e a grade final com 1° de espaçamento.....	83
Tabela 10 - Estatísticas da análise da modelagem com o total de estações conhecidas.....	84
Tabela A1 - Grade de distorção com espaçamento de 5°.....	93
Tabela A2 - Trecho da grade de distorção com espaçamento de 1°.....	95
Tabela B1 - Diferenças entre as coordenadas SIRGAS conhecidas e as calculas através dos parâmetros de transformação.....	98
Tabela B2 - Diferenças entre as coordenadas SIRGAS conhecidas e as modeladas com a grade de 5°.....	101
Tabela B3 - Diferenças entre as coordenadas SIRGAS conhecidas e as modeladas com a grade de 1°.....	103
Tabela B4 - Comparação entre as diferenças das coordenadas antes e após a modelagem com a grade de 5°.....	105
Tabela B5 - Comparação entre as diferenças das coordenadas antes a após a modelagem com a grade de 1°.....	107

LISTA DE SIGLAS

AFN	<i>Australian Fiducial Network</i> – Rede Fiducial Australiana
AGD 84	<i>Australian Geodetic Datum of 1984</i> – Datum Geodésico Australiano de 1984
ANS	<i>Australian National Spheroid</i> – Esferóide Nacional Australiano
ASCII	<i>American Standard Code for Information Interchange</i> – Código Padrão Americano para Intercâmbio de Informações
BIH	<i>Bureau International de l'Heure</i> – Escritório Internacional do Tempo
BKG	<i>Bundesamt für Kartographie und Geodäsie</i> – Associação de Cartografia e Geodésia
CA	Córrego Alegre
CIDA	<i>Canadian International Development Agency</i> – Agência Canadense para Desenvolvimento Internacional
CTP	<i>Conventional Terrestrial Pole</i> – Pólo Terrestre Convencional
CTRS	<i>Conventional Terrestrial Reference System</i> – Sistema de Referência Terrestre Convencional
DGFI	<i>Deutsche Geodätische Forschungsinstitut</i> – Instituto Alemão de Pesquisas Geodésicas
DORIS	<i>Doppler Orbitography and Radio Positioning Integrated by Satellite</i> – Orbitografia Doppler e Radioposicionamento Integrado por Satélite
ED 50	<i>European Datum 1950</i> – Datum Europeu 1950
ETRS 89	<i>European Terrestrial Reference System 1989</i> – Sistema de Referência Terrestre Europeu 1989
GD	Grade de Distorção
GDA 94	<i>Geocentric Datum of Australia 1994</i> - Datum Geocêntrico Australiano 1984
GHOST	<i>Geodetic Adjustment Using Helmert Blocking of Spacing and Terrestrial Data</i> – Ajustamento Geodésico de Dados Espaciais e Terrestres usando Blocos de Helmert
GNSS	<i>Global Navigation Satellite System</i> – Sistema Global de Navegação por Satélite
GPS	<i>Global Positioning System</i> – Sistema de Posicionamento Global

GRS80	<i>Geodetic Reference System of 1980</i> – Sistema Geodésico de Referência de 1980
GT	Grupo de Trabalho
IAG	<i>International Association of Geodesy</i> – Associação Internacional de Geodésia
IAU	<i>International Astronomic Union</i> – União Astronômica Internacional
IBGE	Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
ICSM	<i>Intergovernmental Committee on Surveying & Mapping</i> – Comitê Intergovernamental em Levantamento e Mapeamento
IDS	<i>International DORIS Service</i> – Serviço Internacional DORIS
IERS	<i>International Earth Rotation and Reference Systems Service</i> – Serviço Internacional de Rotação da Terra e Sistemas de Referência
IGS	<i>International GNSS Service</i> – Serviço Internacional GNSS
ILRS	<i>International Laser Ranging Service</i> – Serviço Internacional <i>Laser Ranging</i>
ITRF	<i>International Terrestrial Reference Frame</i> – Rede de Referência Terrestre Internacional
ITRS	<i>International Terrestrial Reference System</i> – Sistema de Referência Terrestre Internacional
IUGG	<i>International Union of Geodesy and Geophysics</i> – União Internacional de Geodésia e Geofísica
IVS	<i>International VLBI Service</i> – Serviço Internacional VLBI
LLR	<i>Lunar Laser Range</i> – Medidas Lunares por Laser
NAD 27	<i>North American Datum 1927</i> – Datum Norte-Americano 1927
NAD 83	<i>North American Datum 1983</i> – Datum Norte-Americano 1983
NADCON	<i>North American Datum Conversion</i> – Conversão do Datum Norte-Americano
NAVSTAR	<i>Navigation Satellite with Time and Ranging</i> – Satélite de Navegação com Tempo e Distância
NGA	<i>National Geospatial - Intelligence Agency</i> – Agencia Nacional de Inteligência Geoespacial
NIMA	<i>National Imagery and Mapping Agency</i> – Agencia Nacional de Mapas e Imagens
NOAA	<i>National Oceanic and Atmospheric Administration</i> – Administração Nacional de Oceano e Atmosfera
NTv2	<i>National Transformation version 2</i> – Transformação Nacional versão 2
PIGN	Projeto de Infra-Estrutura Geoespacial Nacional
PMRG	Projeto Mudança de Referencial Geodésico

RBMC	Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo
SAD 69	<i>South American Datum of 1969</i> – Datum Sul-Americano de 1969
SCN	Sistema Cartográfico Nacional
SGB	Sistema Geodésico Brasileiro
SIRGAS	Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas
SLR	<i>Satellite Laser Range</i> – Medida Laser por Satélite
TCG	Tempo Coordenado Geocêntrico
TGAG	Transformação Geométrica Afim Geral
TM	Transversa de Mercator
UNB	<i>University of New Brunswick</i> – Universidade de New Brunswick
VLBI	<i>Very Long Baseline Interferometry</i> – Interferometria de Bases Muito Longas
WGS 84	<i>World Geodetic System of 1984</i> – Sistema Geodésico Mundial

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	16
1.1 Considerações Iniciais.....	16
1.2 Objetivos.....	20
1.3 Justificativa.....	20
2 SISTEMAS GEODÉSICOS DE REFERÊNCIA.....	22
2.1 Aspectos Conceituais	22
2.2 Referenciais Terrestres e suas Materializações	23
2.2.1 <i>International Terrestrial Reference System (ITRS)</i>	23
2.2.2 <i>World Geodetic System 1984 (WGS84)</i>	26
2.2.3 Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas (SIRGAS).....	27
2.3 Transformação de Coordenadas entre Redes Geodésicas	28
2.4 Sistema Geodésico Brasileiro	30
2.4.1 Córrego Alegre (CA).....	31
2.4.2 SAD 69 e suas realizações.....	31
3 DISTORÇÕES EM REDES GEODÉSICAS.....	33
3.1 Conceituação.....	33
3.2 Transformação de Coordenadas Aliada à Modelagem de Distorções	34
3.2.1 Abordagem cartesiana clássica	35
3.2.2 Grades de transformação e distorção	36
3.3 Experiências Internacionais na Transformação de Coordenadas e Modelagem das Distorções.....	38
3.3.1 Caso Canadense	38
3.3.2 Caso Australiano	42
3.3.3 Caso Americano.....	45
4 O MÉTODO DE INTERPOLAÇÃO DE SHEPARD.....	47
4.1 Introdução.....	47
4.2 Seleção dos Pontos Vizinhos	47
4.3 Definição dos Fatores de Peso e Função de Interpolação	50

5 MODELAGEM DAS DISTORÇÕES EM REDES GEODÉSICAS.....	53
5.1 Introdução.....	53
5.2 Transformação de Coordenadas.....	53
5.3 Diretrizes Principais da Metodologia Proposta	56
5.3.1 Cálculo das distorções.....	58
5.3.2 Geração da grade de distorções.....	58
5.3.3 Interpolação das distorções em pontos de interesse via grade de distorção	59
5.4 Implementação da Metodologia de Modelagem.....	59
5.4.1 Geração da grade de distorção pelo aplicativo MDGRADE.....	60
5.4.2 Interpolação das distorções pelo aplicativo INTERPOLA.....	62
6 EXPERIMENTOS E RESULTADOS.....	65
6.1 Introdução.....	65
6.2 Considerações e Pré-Análise dos Dados	65
6.3 Geração e Análise das Grades de Distorção.....	69
6.4 Modelagem das Distorções nas Estações de Teste	72
6.4.1 Resultados e análises da modelagem nas estações teste para a grade de 5°	73
6.4.2 Resultados e análises da modelagem nas estações teste para a grade de 1°	78
6.4.3 Análise comparativa entre as grades de espaçamento 5° e 1°	82
6.5 Geração da Grade de Distorções Completa.....	82
7 CONSIDERAÇÕES, CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES.....	85
7.1 Considerações e Conclusões.....	85
7.2 Recomendações	86
REFERÊNCIAS.....	88
BIBLIOGRAFIA	92
APÊNDICE A - GRADES DE DISTORÇÕES GERADAS PELO APLICATIVO MDGRADE.....	93
APÊNDICE B - DIFERENÇAS ENTRE AS COORDENADAS ANTES E APÓS A MODELAGEM DAS DISTORÇÕES NAS ESTAÇÕES DE TESTE	98

1 INTRODUÇÃO

1.1 Considerações Iniciais

Uma Rede Geodésica Nacional se caracteriza como a estrutura fundamental de suporte aos levantamentos geodésicos. É através dessa rede, materializada por pontos com coordenadas conhecidas, que se vinculam os levantamentos geodésicos ao sistema de referência adotado oficialmente em um país. No Brasil, a Rede Geodésica Nacional é de responsabilidade da Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) e compõe o Sistema Geodésico Brasileiro (SGB).

Com a modernização nas técnicas de posicionamento, sobretudo com o avanço dos sistemas de posicionamento globais, adequações nas redes geodésicas fizeram-se necessárias de forma a proporcionarem acurácia condizente com estas novas tecnologias. Esforços nesse sentido ocorreram em diversos países, que passaram a revisar, redefinir ou adensar suas estruturas geodésicas fundamentais. Destacam-se nesse processo as mudanças ocorridas na Austrália, Canadá, Espanha e Estados Unidos.

No Brasil, o SGB vem se adequando ao longo dos anos, procurando acompanhar as tendências mundiais e a evolução tecnológica nos métodos de posicionamento. Suas mais recentes e significantes alterações foram: o reajustamento da componente planimétrica em 1996, resultando no SAD 69 (*South American Datum 1969*) realização de 1996 e a alteração do referencial geodésico oficial em 2005 (IBGE, 2005b), passando a adotar o SIRGAS 2000 (Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas).

Os procedimentos de densificação e ajustamento da rede geodésica brasileira contribuíram para o acúmulo significativo de distorções na rede. Os procedimentos utilizados no primeiro ajustamento e densificação do SAD 69, ocorrido na década de 60, foram um dos principais fatores causadores de acúmulo das distorções. Na época, devido às grandes cadeias de triangulação e a limitações computacionais, fez-se necessário a divisão do ajustamento em áreas, optando-se pelo método de ajustamento denominado *piece-meal*, ao invés de um ajuste simultâneo. As coordenadas das estações adjacentes aos blocos de ajustamento foram mantidas fixas no processamento, de modo a associar um único par de coordenadas a cada estação da rede. Outros fatores contribuíram com o acúmulo de distorções, tais como: a

reutilização do processamento em blocos na densificação da rede planimétrica após a conclusão do primeiro ajustamento em SAD 69; a não redução de observações geodésicas da rede ao elipsóide ou a utilização, em alguns trechos desta, de mapas geoidais pouco precisos; a variedade de instrumentos e métodos utilizados no estabelecimento da rede, dificultando a análise da precisão das coordenadas das estações, dentre outros fatores (COSTA, 1999).

A principal vertente na modernização das redes geodésicas está relacionada com a adoção de um sistema de referência geocêntrico para as coordenadas, mais consistente com as técnicas de posicionamento modernas (globais). Diversos países migraram de referenciais não-geocêntricos, com origem não coincidente ao centro de massa terrestre, para referenciais geocêntricos com origem no centro de massa da Terra. No Brasil, a adoção do SIRGAS se justapõe às tendências mundiais.

Costa (1999) identifica que as implicações do SGB, como parte integrante do SIRGAS, são: a introdução de um novo referencial definido e o reajustamento das observações geodésicas. Este processo acarreta a mudança nas coordenadas das estações da rede geodésica, como resultado combinado de dois efeitos (COLLIER et al., 1998¹ apud COSTA, 1999):

- o impacto da mudança do referencial definido. Este é um efeito que não altera a forma da rede e pode ser estimado através de uma transformação geométrica como a de 3 parâmetros ou a de similaridade. A escolha da transformação a ser utilizada depende da definição dos sistemas envolvidos;
- o impacto da inclusão de observações e nova metodologia de ajustamento, alterando a geometria (forma) da rede. Esta mudança na forma é denominada “distorção da rede” e deve ser modelada no processo de transformação de coordenadas.

A mudança no referencial geodésico implica, necessariamente, em proporcionar aos usuários suporte a nível de programas e procedimentos para a conversão de coordenadas entre os referenciais antigos e o novo. Neste contexto, foi desenvolvido o Projeto Mudança de Referencial Geodésico (PMRG), coordenado pelo IBGE, tendo por objetivo promover a adoção do SIRGAS como novo referencial brasileiro. O PMRG foi estruturado em seis Grupos de Trabalho (GTs) com a função de desenvolver pesquisas e estudos para subsidiar a

¹ COLLIER, P. A.; ARGESSEANU, V.S.; LEAHY, F.J. Distortion Modeling and the Transition to GDA94. **The Australian Surveyor**, vol. 43, n. 1, 1998.

adoção do novo referencial. Os GTs são compostos por representantes do IBGE, instituições de ensino e pesquisa, empresas públicas e privadas (IBGE, 2003).

Em dezembro de 2004, foi iniciado o Projeto da Infra-estrutura Geoespacial Nacional (PIGN), se somando ao PMRG e tendo por objetivo colaborar nos esforços brasileiros para a adoção de um sistema de coordenadas geocêntrico (SIRGAS). Este projeto tem a coordenação do IBGE e da Universidade de New Brunswick (UNB) e patrocínio da Agência Canadense para o Desenvolvimento Internacional (CIDA). Suas atividades técnicas envolvem a integração da rede clássica com o SIRGAS 2000, a modelagem das distorções das redes clássica com respeito ao SIRGAS 2000 e a criação dos modelos de transformação do referencial que levam em consideração estas distorções (PIGN, 2006).

O GT 3 é um Grupo de Trabalho ligado ao PMRG e ao PIGN para estudar e analisar a proposta de mudança do referencial geodésico, tratando especificamente da conversão de referenciais. Suas diretrizes básicas são avaliar parâmetros e metodologias de conversão entre referenciais, bem como desenvolver e disponibilizar programas computacionais com esta finalidade. No contexto deste grupo, se insere a modelagem das distorções na conversão entre realizações de sistemas de referência geodésicos. Alternativas vêm sendo propostas por diversas instituições no sentido de auxiliar na seleção de metodologias e no desenvolvimento de aplicativos que possibilitem aos usuários do SGB praticidade e confiabilidade na conversão de suas coordenadas.

A mudança no referencial geodésico implica em impactos não apenas matemáticos, mas também de natureza operacional e legislativa. Segundo Pinto (2006), em alguns casos a mudança do referencial geodésico, além de gerar impactos, também é impactada em função da legislação que descreve os limites municipais, que datam mais de 60 anos. Novos municípios, criados a partir do desmembramento ou fusão de outros, utilizam como base essa legislação. Tais fatores reforçam a necessidade de um relacionamento consistente das coordenadas entre os sistemas de referência oficiais.

Uma maneira eficaz e amplamente utilizada de promover a conversão de coordenadas entre realizações de referenciais geodésicos é a utilização de grades (*grids*) regulares de transformação ou de distorção. A geração das grades é feita através das diferenças das coordenadas (*shifts*) entre estações comuns às realizações, ou, especificamente, pelo cálculo das distorções relativas. No primeiro caso, os valores de *shift* agregam a modelagem conjunta dos parâmetros de transformação e distorções entre as realizações e à grade gerada por esses valores dá-se o nome de grade de transformação. A aplicação dessa grade nas coordenadas do sistema de origem promove a migração direta ao novo sistema. No segundo caso, são

calculados somente valores de distorção entre os sistemas e a grade gerada por esses valores é denominada grade de distorção. A aplicação da grade de distorção proporciona somente a modelagem da distorção nos pontos de interesse. O mapeamento completo das coordenadas entre as realizações é efetuado através da aplicação da grade de distorção em coordenadas transformadas por meio dos parâmetros de transformação.

Analisando ambos os casos em termos de praticidade, seria conveniente afirmar que as grades de transformação são mais convenientes, uma vez que proporciona a conversão entre redes geodésicas em uma única etapa. Entretanto, um aspecto importante no estudo da conversão entre redes geodésicas é justamente o monitoramento de suas distorções e isso não se torna possível através das grades de transformação. As grades de distorção são, dessa forma, uma alternativa mais apropriada.

Ao longo dos últimos anos, estudos vêm sendo desenvolvidos no sentido de estabelecer procedimentos e aplicativos computacionais apropriados à conversão de coordenadas, sendo a modelagem das distorções foco importante nesse desenvolvimento. Das experiências desenvolvidas em âmbito nacional destacam-se: Oliveira (1998), que utiliza a transformação geométrica afim geral no espaço tridimensional para a determinação de parâmetros de transformação e modelagem dos resíduos (distorção) entre a realização inicial do SAD 69 e o SAD 69 (realização de 1996), aliada à Triangulação de Delaunay para regionalizações do SGB; Costa (1999), que apresenta um modelo polinomial e a estimativa de sete parâmetros pela transformação isogonal (similaridade); e Costa (2003), que utiliza a Colocação por Mínimos Quadrados aliada à transformação de similaridade no espaço tridimensional. No contexto internacional, algumas soluções merecem destaque, tais como: Junkins e Farley (1995), que apresentam o NTv2 (*National Transformation version 2*), programa e procedimento utilizado para a transformação entre o NAD27 (*North American Datum 1927*) e o NAD83 (*North American Datum 1983*) no Canadá; Collier (2002), que descreve a experiência Australiana na conversão entre o AGD84 (*Australian Geodetic Datum 1984*) e GDA94 (*Geocentric Datum of Austrália 1994*); e González-Matesanz et al. (2002), que relatam a transição ocorrida da Espanha entre o ED50 (*European Datum 1950*) e o ETRS89 (*European Terrestrial Reference System 1989*).

Considerando os aspectos abordados anteriormente, verifica-se que o problema da conversão entre realizações de referenciais é complexo e atual, exigindo estudos constantes e adequações, caso a caso, para ser solucionado da maneira mais adequada. A modelagem das distorções tem importância fundamental nesse processo, garantindo o relacionamento entre os referenciais envolvidos. Neste trabalho, a metodologia utilizada para conversão entre as

realizações do SGB se baseia na transformação através dos parâmetros oficiais e na aplicação de grades de distorção geradas através do método de interpolação de Shepard. Para tanto, serão apresentados conceitos preliminares necessários ao entendimento do tema em questão, a metodologia utilizada e sua aplicação e por fim as análises e conclusões acerca dos resultados obtidos.

1.2 Objetivos

Esta pesquisa tem por objetivo principal implementar e avaliar uma metodologia de modelagem de distorções entre realizações de sistemas de referência adotados no Brasil, especificamente entre o SAD 69 (realização de 1996) e o SIRGAS (realização de 2000), procurando preservar o relacionamento entre os referenciais envolvidos no processo de conversão de coordenadas e colaborar com o processo de transição entre referenciais do SGB.

Neste contexto, pretende-se alcançar os seguintes objetivos específicos:

- desenvolver uma metodologia de modelagem de distorções capaz de garantir o relacionamento entre os referenciais envolvidos no processo de conversão; e
- dentro deste escopo, garantir aos usuários a concordância dos seus produtos georreferenciados em diferentes sistemas de referência ao Sistema Geodésico Brasileiro.

1.3 Justificativa

Diversas são as áreas do conhecimento que necessitam de informações georreferenciadas, tais como geodésia, cartografia, cadastro, transportes, geologia, monitoramento ambiental, meteorologia, sensoriamento remoto, dentre outras. Muitas das aplicações tomam por referência o SGB, e por consequência, seu referencial geodésico oficial definido e materializado. Fatores como a falta de legislação específica de cada área ou os próprios processos de modernização do SGB, fizeram com que muitos produtos estivessem referidos a diferentes sistemas de referência. A transição para um referencial moderno e compatível com as técnicas de posicionamento modernas acarreta impactos imediatos, tanto devido à própria mudança das coordenadas quanto às vantagens em explorar as

potencialidades oferecidas. Assim, procedimentos de conversão e a familiarização com o novo sistema devem ser adotados buscando a consistência e homogeneidade dos dados para um melhor aproveitamento de recursos. Isso evidencia a importância de um período de transição para migração definitiva ao novo referencial, como ocorreu em alguns países e vêm ocorrendo no Brasil a partir da adoção oficial do SIRGAS.

Com relação aos impactos advindos das atualizações das redes geodésicas, algumas áreas são mais diretamente atingidas que outras. Dentre as mais impactadas pode-se citar o Cadastro e a Cartografia. O Cadastro é, por definição, composto por uma parte cartográfica e uma parte descritiva. Com relação à parte cartográfica, uma base cartográfica é a estrutura básica de apoio a diversas outras informações. A necessidade de amarração dos levantamentos cadastrais a um referencial geodésico único e consistente fundamenta-se em algumas características, tais como: a singularidade na determinação dos limites das propriedades com uma precisão definida; representação cartográfica uniforme da superfície territorial; geração do cadastro de propósito multifinalitário para tomada de decisões; dentre outras características. A falta de legislação no cadastro, principalmente urbano, possibilitou a utilização de diferentes sistemas de referência para os levantamentos. Dessa maneira, uma integração de levantamentos cadastrais para melhor aproveitamento de recursos e tomada de decisões implica, necessariamente, em procedimentos eficientes de conversão de coordenadas.

Na Cartografia, a questão reside no grande volume de dados analógicos e digitais disponíveis e também referenciados a diferentes sistemas de referência. Novamente, a questão da atualização cartográfica implica em preservar o relacionamento entre as diferentes realizações de sistemas de referência por meio de procedimentos adequados de conversão de coordenadas.

Diante do exposto, fica evidente a necessidade de desenvolvimento de pesquisas como suporte ao processo de conversão de coordenadas para garantir aproveitamento de recursos e homogeneidade de informações.

2 SISTEMAS GEODÉSICOS DE REFERÊNCIA

2.1 Aspectos Conceituais

Nas atividades que envolvem posicionamento geodésico ou, de modo geral, informações georreferenciadas, são imprescindíveis a definição e realização de sistemas de referência para as coordenadas. Um sistema de referência é conceitualmente definido por convenção e posteriormente materializado. Alguns conceitos são importantes e devem ser destacados quando se trata de sistemas de referência. A Resolução de São Paulo (IBGE, 2003), que trata de resoluções do GT2 – Grupo de Trabalho Definição e Estratégias para Materialização do Sistema de Referência Geodésico – do Projeto de Mudança do Referencial Geodésico, apresenta algumas definições visando a uniformização das terminologias utilizadas pelos profissionais:

- Sistema de Referência Terrestre: defini-se um sistema de referência terrestre a partir do conjunto de parâmetros e constantes que caracteriza, conceitualmente, de forma abstrata e ideal, um objeto matemático no qual a posições de pontos serão expressas;
- Realização ou materialização: a realização de um sistema geodésico traduz de forma prática a definição desse sistema com vistas a permitir seu uso. Desta forma, usa-se o termo realização ou materialização para denominar um conjunto de estações geodésicas e suas respectivas coordenadas de referência e velocidades; e
- Estrutura básica: conjunto de estações, suas coordenadas e velocidades, e respectivas estimativas de precisão, correspondente à realização.

O ITRF (*International Terrestrial Reference Frame*) é um exemplo de materialização de sistema de referência. A cargo do escritório geral do IERS, o ITRF consiste na realização do ITRS (*International Terrestrial Reference System*). Esta realização é efetuada pelo ajustamento de um conjunto de estações obtidas a partir de várias tecnologias apropriadas ao posicionamento espacial (MONICO, 2000).

Segundo Monico (2005), a acurácia do sistema realizado deve ser compatível com a da tecnologia de posicionamento adotada; caso contrário, a qualidade dos resultados se deteriora. Devido aos avanços constantes nos métodos de levantamento, nos modelos e algoritmos, é necessário em determinado momento a adoção de referenciais mais modernos ou novas realizações dos referenciais já existentes, a fim de acompanhar os desenvolvimentos tecnológicos. Entretanto, tais procedimentos implicam na coexistência de diferentes realizações de um mesmo referencial ou de referenciais distintos e na necessidade de um suporte aos usuários para conversão entre essas realizações.

Na sequência serão apresentados alguns dos principais sistemas de referência adotados mundialmente e os especificamente adotados no Brasil: o ITRS (*International Terrestrial Reference System*) e o WGS84 (*World Geodetic System 1984*) utilizados em âmbito global; o SIRGAS (Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas), o SAD69 (*South American Datum of 1969*) e o Sistema Córrego Alegre como referenciais do SGB. Alguns modelos de transformação entre referenciais e uma caracterização do SGB também serão abordados.

2.2 Referenciais Terrestres e suas Materializações

A definição e as realizações de alguns sistemas de referência importantes no contexto dessa pesquisa são apresentadas a seguir.

2.2.1 *International Terrestrial Reference System (ITRS)*

O ITRS é um Sistema de Referência Terrestre Convencional (*Conventional Terrestrial Reference System - CTRS*) que rotaciona com a Terra em seu movimento no espaço. Sua definição, materialização e promoção é responsabilidade do IERS, conforme definido pela IUGG (*International Union of Geodesy and Geophysics*) em sua resolução n°2 (ITRF, 2006).

As definições do ITRS seguem as seguintes condições (MCCARTHY; PETIT, 2004):

- é geocêntrico, e o centro de massa sendo definido para a Terra como um todo, incluindo oceanos e atmosfera;
- a unidade de comprimento é metros (Sistema Internacional de Unidades - SI). A escala é consistente com o TCG (Tempo Coordenado Geocêntrico) para um referencial geocêntrico local, de acordo com resoluções IAU (*International Astronomic Union*) e IUGG. É obtida por modelos relativistas apropriados;

- sua orientação foi inicialmente dada pelo BIH (*Bureau International de l'Heure*) na época 1984,0;
- a evolução temporal da orientação é assegurada pelo uso da condição *no-net-rotation* (rede sem rotação) com respeito ao movimento tectônico horizontal sobre toda a Terra.

Cada realização do ITRS deve, de preferência, ser especificada em coordenadas cartesianas X, Y e Z, onde o eixo Z aponta na direção do CTP (*Conventional Terrestrial Pole* – Pólo terrestre convencional), o eixo X aponta para a direção média do meridiano de Greenwich e o eixo Y torna o sistema dextrogiro (MONICO, 2005).

As realizações do ITRS são produzidas pelo IERS-PC (*IERS ITRS Product Center*) e são denominadas ITRF. São compostas por um conjunto de estações IERS com suas velocidades e respectiva matriz variância-covariância, obtidas por centros de análises do IERS utilizando observações de técnicas de geodésia espacial, tais como: VLBI (*Very Long Baseline Interferometry*); LLR (*Lunar Laser Range*); SLR (*Satellite Laser Range*); GPS; e DORIS (*Doppler Orbitography and Radio Positioning Integrated by Satellite*). As soluções ITRF são publicadas pelo IERS-PC e são designadas por ITRFyy, onde yy são números que especificam o último ano de dados utilizados na solução. A solução inicial do ITRF foi denominada ITRF0 e as sucessivas realizações são: ITRF88, ITRF89, ITRF90,..., ITRF94, ITRF96, ITRF97, ITRF2000 e ITRF2005.

Uma estação ITRF é caracterizada pelas coordenadas cartesianas geocêntricas (X, Y, Z) com as respectivas velocidades ($\dot{X}, \dot{Y}, \dot{Z}$) numa determinada época de referência (t_0). Utilizando a representação vetorial tem-se $\vec{X} = (X, Y, Z)$ e $\vec{V} = (\dot{X}, \dot{Y}, \dot{Z})$ e a posição de um ponto sobre a superfície terrestre, num instante t , é expressa na forma (MONICO, 2005):

$$\vec{X}(t) = \vec{X}_0 + \vec{V}_0(t - t_0) + \sum_i \Delta \vec{X}_i, \quad (1)$$

onde $\Delta \vec{X}_i$ são as correções à vários efeitos que alteram com o tempo e $\vec{X}_0$ e $\vec{V}_0$ são, respectivamente, os vetores de posição e velocidade na época de referência t_0 .

A precisão das coordenadas pode ser obtida aplicando-se a propagação de erros e desprezando-se as covariâncias obtêm-se:

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma_{0i}^2 + \sigma_{vi}^2 \times (\Delta t)^2}, \quad (2)$$

onde σ_{0i}^2 é a variância da coordenada na época de referência (t_0) e σ_{vi}^2 a variância da velocidade nas componentes $i = X, Y$ e Z .

O ITRF2000, que precedeu o ITRF 2005, foi composto por aproximadamente 800 estações distribuídas em cerca de 500 locais com melhor distribuição global comparada às versões anteriores do ITRF, embora com maior concentração de estações na Europa e América do Norte. Aproximadamente 50% das estações apresentavam precisão melhor que 1 cm e aproximadamente 100 locais tiveram suas velocidades estimadas com precisão igual ou melhor que 1 mm/ano (ALTAMIMI; SILLARD; BOUCHER, 2002). A origem foi definida pelo centro de massa da Terra estabelecido por técnicas SLR e sua escala por SLR e VLBI. A orientação foi definida pelo ITRF97 na época 1997,0 e a evolução temporal seguiu convencionalmente o modelo NNR-NUVEL1A.

A mais atual solução do ITRS é o ITRF2005. Diferentemente das versões anteriores, o ITRF2005 é constituído por dados de entrada sob a forma de séries temporais das estações e parâmetros de orientação da Terra. Essas séries temporais são disponibilizadas em amostras semanais pelos Serviços Internacionais IAG (*International Association of Geodesy*) de métodos de posicionamento por satélite: o *International GNSS Service* (IGS); o *International Laser Ranging Service* (ILRS) e o *International DORIS Service* (IDS); e em amostras diárias (VLBI *session-wise*) pelo *International VLBI Service* (IVS) (ITRF, 2006).

O ITRF2005 surgiu da necessidade de contemplar algumas mudanças e segmentos não contemplados pelo ITRF2000. Algumas das mudanças ocorridas desde a solução ITRF2000 apontadas pelo IERS (ITRF, 2006) são:

- alguns anos de dados adicionais tornaram-se disponíveis;
- novas estações foram incorporadas à rede global;
- a estratégia de processamento de técnicas individuais tem melhorado constantemente;
- as velocidades de alguns locais não estavam disponíveis ou foram determinadas com baixa precisão no ITRF2000;
- algumas estações já não são mais válidas devido à ocorrência de eventos como terremotos, mudança de equipamentos, etc.

2.2.2 World Geodetic System 1984 (WGS84)

O sistema de coordenadas WGS84 é um CTRS (NIMA, 2000). Portanto, a definição deste sistema segue os mesmos critérios estabelecidos ao CTRS e, por conseguinte, ao ITRS quanto a origem (geocêntrico), escala (proveniente de modelos relativistas), orientação (BIH na época 1984,0) e evolução temporal (sem rotação residual global).

O WGS84 é um sistema dextrogiro fixo à Terra, onde a origem e orientação dos eixos é definida pelo NGA (*National Geoespacial - Intelligence Agency*) como segue:

- Origem: centro de massa da Terra;
- Eixo Z: corresponde a direção do BIH CTP na época 1984,0;
- Eixo X: intersecção do meridiano origem (BIH, época 1984,0) com o plano que passa pela origem normal ao eixo Z;
- Eixo Y: completa o sistema dextrogiro.

A Figura 1 apresenta uma representação geométrica da origem e orientação dos eixos do WGS84.

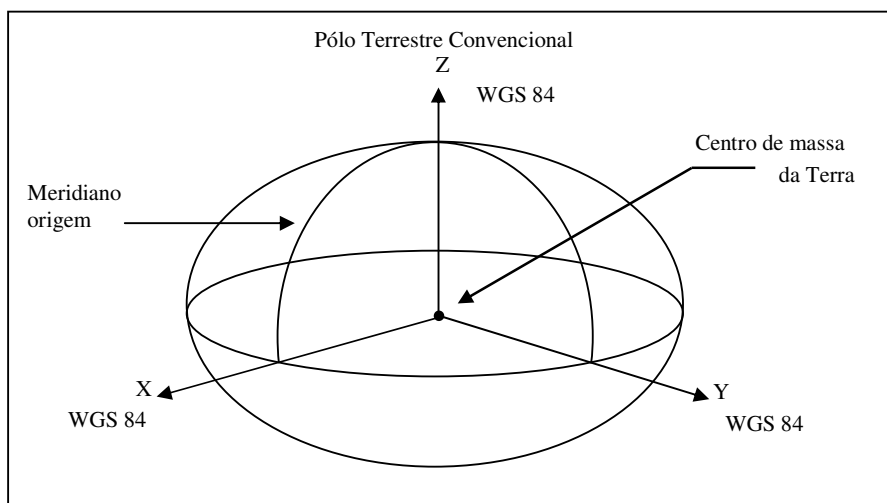


Figura 1 - Origem e orientação dos eixos do WGS84
(Fonte: Adaptada de NIMA, 2000).

A primeira realização do WGS84 ocorreu em 1987, onde foram utilizadas observações Doppler do sistema TRANSIT, atingindo uma precisão da ordem de 1 a 2 m (MONICO, 2000). Novas realizações foram determinadas através de refinamentos com observações GPS das estações monitoras e outras estações do NIMA (*National Imagery and Mapping Agency*), atualmente denominado NGA (*National Geoespatial-Intelligence Agency*). Essas novas realizações foram denominadas WGS84 (G730), WGS84 (G873) e WGS84 (G1150), onde a

letra 'G' indica que as coordenadas foram obtidas através de técnicas GPS e os números que seguem indicam a semana GPS em que as coordenadas foram utilizadas no processo de estimação.

Na mais recente realização do WGS84 (G1150), 49 estações IGS foram selecionadas como estações de controle. As coordenadas ITRF 2000 dessas estações foram injuncionadas durante a estimação na época de referência 1997,0, portanto, tais coordenadas foram propagadas no tempo através das velocidades das estações fornecidas pelo ITRF 2000 até a época de coleta dos dados.

Os dados adicionais e o aperfeiçoamento de metodologias resultaram numa significativa melhora na acurácia posicional das estações e no alinhamento do WGS84 (G1150) com o ITRF. A acurácia estimada do WGS84 (G1150) é da ordem de 1 cm em cada componente das coordenadas, enquanto para as realizações anteriores (G730 e G873) era de 10 e 5 cm respectivamente (NGA, 2002).

2.2.3 Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas (SIRGAS)

A rede SIRGAS 2000, constitui uma densificação do ITRF na América do Sul através de estações GPS. O projeto SIRGAS se desenvolveu com a motivação de adoção no continente Sul-Americano de uma rede de referência de precisão compatível com as técnicas atuais de posicionamento, notadamente as associadas ao GPS (IBGE, 1997).

Criado em 1993 e originalmente denominado Sistema de Referência Geocêntrico para a América do Sul, por dispor em sua primeira realização (SIRGAS 1995) somente de estações localizadas no continente Sul-Americano, em sua segunda e mais recente realização (SIRGAS 2000) foram incorporadas estações da América Central, do Norte e Caribe.

A primeira campanha SIRGAS ocorreu no período de 26 de maio a 04 de junho de 1995. Foram utilizados dados de 58 estações principais e 9 excêntricas distribuídas em 11 países na América do Sul. As coordenadas finais desta realização estão referidas ao ITRF 94, época 1995,4 (IBGE, 1997).

A segunda campanha ocorreu no período de 10 a 19 de maio de 2000. Foram utilizadas 184 estações distribuídas em todo o continente Americano. O processamento dos dados foi realizado por três centros de processamento SIRGAS: o IBGE no Brasil; o DGFI (*Deutsche Geodätische Forschungsinstitut*) e o BKG (*Bundesamt für Kartographie und Geodäsie*) na Alemanha. A precisão final das coordenadas, baseada na repetibilidade dos resultados, é da ordem de 4 a 6 mm (MONICO, 2005). As coordenadas finais desta realização

estão referidas ao ITRF 2000 época 2000,4. A Figura 2 mostra a distribuição das estações utilizadas na campanha SIRGAS 2000.

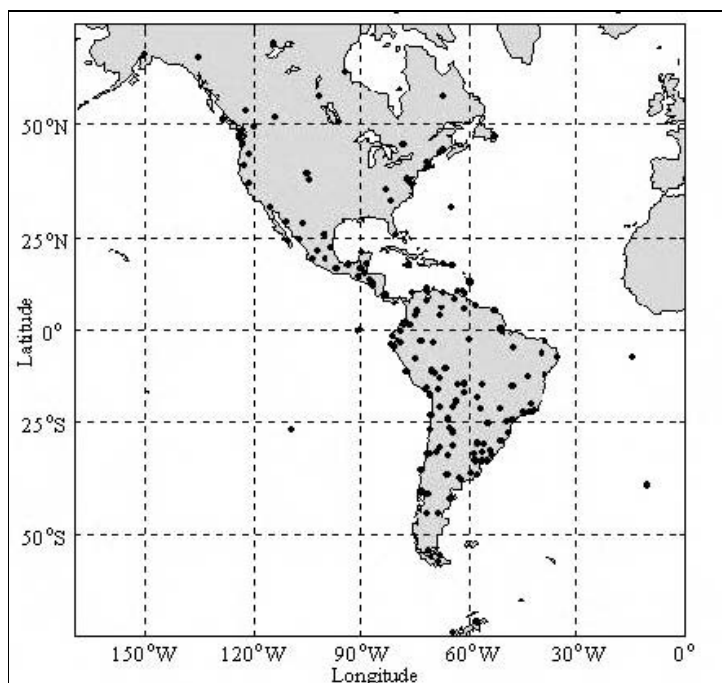


Figura 2 - Distribuição das estações da campanha SIRGAS 2000.
(Fonte: IBGE, 2005a)

2.3 Transformação de Coordenadas entre Redes Geodésicas

A coexistência de diferentes sistemas de referência geodésicos implica na definição de metodologias que possibilitem a conversão entre estes diferentes referenciais. A questão existente na conversão entre referenciais consiste em encontrar a posição de estações conhecidas em determinada rede geodésica numa outra rede de interesse.

Analisando o problema no espaço abstrato, uma função matemática seria suficiente para esta transformação. Entretanto, o problema se torna mais complexo devido à existência de erros, distorções e outras influências nas realizações dos sistemas, causados principalmente por equipamentos de coleta de dados e integração de dados de diferentes técnicas de levantamento.

Constam, na bibliografia, diversos modelos aplicados à transformação de coordenadas geodésicas. Oliveira (1998) classifica tais modelos em cinco categorias:

1. Equações cartesianas: também conhecidos como transformações geométricas, são modelos desenvolvidos a partir de coordenadas retilíneas, em que são consideradas as grandezas translação, rotação e escala. Exemplo: transformação de similaridade de Bursa, Molodenski - Badekas, Veis e Vaniček – Weells;
2. Equações diferenciais: são desenvolvidos considerando o efeito causado pelas diferenças referentes às dimensões (forma e tamanho) dos elipsóides associados aos sistemas de interesse, bem como às diferenças posicionais dos elipsóides com relação à superfície terrestre. Estes modelos são aplicáveis à coordenadas retilíneas e curvilíneas;
3. Regressões: também denominados de Equações de Regressão Múltiplas, Polinômios Conformes e Transformações Projetivas. Empregam coordenadas curvilíneas ou retilíneas, e estabelecem um modelo polinomial, de ordem variável, para efetuar a transformação;
4. Modelagem analítica: emprega métodos analíticos para geração de modelos ou processos matemáticos adequados à transformação. Se baseia nas diferenças de coordenadas retilíneas ou curvilíneas de pontos comuns nos dois sistemas;
5. Mapas de interpolação: consiste na geração de mapas de isolinhas ou malhas (reticulado ou grade) regulares, digitais ou não, referentes aos valores que permitem a transformação de coordenadas por meio de interpolações simples (por exemplo, bilineares).

As duas primeiras categorias envolvem modelos clássicos ainda adotados, embora limitados quanto à modelagem de alguns efeitos como as distorções nos sistemas. As demais abordagens apresentam melhor capacidade de modelagem das distorções, sendo desta forma, alternativas interessantes no estudo da transição entre referenciais. Experiências internacionais na transição de referenciais comprovam a maior eficácia destes modelos como será abordado mais adiante.

Para o caso do SGB, os modelos desenvolvidos baseiam-se em sua maioria nas equações cartesianas ou diferenciais (categorias 1 e 2). Oliveira (1998) salienta que as soluções para o problema de transformação entre sistemas geodésicos para o caso nacional pressupõem caráter geral e simultâneo para o todo o SGB, sem modelagem das eventuais

distorções não absorvidas nos modelos empregados. Nos últimos anos, modelos vêm sendo adequados e/ou propostos com o intuito de melhor assimilar os impactos decorrentes da mudança de referenciais geodésicos, tais como o efeito das distorções.

2.4 Sistema Geodésico Brasileiro

O Sistema Geodésico Brasileiro (SGB) é definido a partir do conjunto de pontos geodésicos implantados na porção da superfície terrestre delimitadas pelas fronteiras do país, pontos estes que são determinados por procedimentos operacionais e coordenadas calculadas, segundo modelos geodésicos de precisão compatível com as finalidades a que se destinam (IBGE, 1983).

Na caracterização do IBGE sobre o SGB, o termo “definido” é empregado se contrapondo aos conceitos fundamentados anteriormente. Nesse caso, o termo mais adequado com os conceitos estudados seria “realizado” ou “materializado”, uma vez que se trata da rede geodésica implantada na superfície terrestre.

A implantação do SGB se deu de forma sistematizada a partir de maio de 1944, através do IBGE, com a medida da primeira base geodésica nas proximidades de Goiânia. Entretanto, as atividades de levantamento geodésico iniciaram-se pioneiramente em outubro de 1939 pelo antigo Conselho Nacional de Geografia. Segundo IBGE (2007), o desenvolvimento do SGB pode ser classificado em duas fases distintas: uma anterior e outra posterior ao advento dos sistemas de posicionamento por satélite. A utilização dessa tecnologia possibilitou a expansão das redes geodésicas em áreas não antes contempladas, como a região amazônica. A utilização de satélites artificiais para fins de posicionamento no SGB se deu a partir da década de 70 com o sistema TRANSIT. No final da década de 80, iniciou-se o uso do NAVSTAR/GPS (*Navigation Satellite with Time and Ranging*) de forma a modernizar o posicionamento geodésico.

Desde sua criação, o SGB vem sofrendo alterações, principalmente em sua componente planimétrica, de forma a acompanhar o estado da arte das ciências geodésicas. Diferentes metodologias foram empregadas em seu estabelecimento, assim como diferentes sistemas de referência. Dentre os sistemas associados ao SGB estão: o Sistema Córrego Alegre; o Astro Datum Chuá; o SAD 69 (*South American Datum* de 1969); e atualmente o SIRGAS 2000.

O SIRGAS foi adotado oficialmente através da resolução 01/2005 da presidência do IBGE de 25 de fevereiro de 2005. Entretanto, durante um período de transição, não superior a dez anos, o SIRGAS pode ser utilizado em concomitância com o SAD 69 para o SGB, e para o SCN (Sistema Cartográfico Nacional) pode incluir além do SAD 69 também o sistema Córrego Alegre (IBGE 2005 b).

2.4.1 Córrego Alegre (CA)

O primeiro ajuste da rede planimétrica do SGB foi realizado na década de 40 pelo método das equações de observação, adotando-se o Sistema Geodésico de Córrego Alegre como referência (COSTA, 1999).

A superfície de referência adotada no sistema CA é o Elipsóide Internacional de Hayford de 1924. É um sistema de orientação topocêntrica tendo como ponto origem o vértice de triangulação Córrego Alegre posicionado astronomicamente

2.4.2 SAD 69 e suas realizações

O SAD 69 é um sistema geodésico regional, de concepção clássica, que foi concebido com o objetivo de unificação do referencial para trabalhos geodésicos e cartográficos no continente Sul-Americano (COSTA, 2000). Foi adotado oficialmente em 1977 como sistema de referência para trabalhos geodésicos e cartográficos em território nacional em substituição ao sistema CA.

Um sistema regional ou não-geocêntrico se caracteriza pelo deslocamento do centro do elipsóide de referência com relação ao centro de massa da Terra, face a melhor adaptação do elipsóide à área de interesse, no caso do SAD 69 a América do Sul. O sistema SAD 69 é também dito clássico, pois sua materialização se deu por meio de métodos de posicionamento terrestres denominados clássicos ou convencionais, destacando-se as cadeias de triangulação, poligonação e observações astronômicas.

A figura geométrica da Terra adotada para o SAD 69 é o Elipsóide de Referência de 1967 o qual tem orientação topocêntrica estabelecida através das coordenadas geodésicas do vértice CHUÁ. A ondulação geoidal nesse vértice é considerada nula, enquanto as componentes meridiana e primeiro vertical do desvio da vertical são dadas respectivamente por $\varepsilon = -0,31''$ e $\eta = 3,52''$ (IBGE, 1996).

A rede planimétrica continental SAD 69 foi ajustada pela primeira vez na década de 60. Devido às longas redes de triangulação, trilateração e poligonação estendidas pelo continente Sul-Americano e às limitações computacionais da época, optou-se pelo

ajustamento em blocos ou áreas. O método de ajustamento adotado foi o *piece-meal*, no qual uma vez ajustada uma determinada área, as estações das áreas adjacentes comuns à ajustada são mantidas fixas, de modo que cada estação da rede só tenha um par de coordenadas associado. Segundo Costa (1999), esta metodologia foi uma das principais causas de acúmulo significativo de distorções geométricas (escala e orientação) na rede planimétrica. Outro fator que contribuiu com o acúmulo de distorções foi a não redução de observações geodésicas ao elipsóide e a aplicação destas em alguns trechos da rede com a utilização de mapas geoidais poucos precisos.

Com a evolução nos métodos de posicionamento, novos conjuntos de dados foram incorporados à rede, como os advindo de técnicas de posicionamento por satélites (GNSS). Estes dados, de melhor qualidade, foram utilizados como estrutura base para controle da rede clássica.

Os problemas ainda remanescentes e o maior conjunto de dados culminaram na necessidade de um novo ajustamento da rede planimétrica SAD 69. Porém, um requisito a ser cumprido seria a utilização de todas as observações disponíveis de forma simultânea. Para este novo ajustamento foi utilizado o sistema GHOST (*Geodetic adjustment using Helmert blocking Of Spacing and Terrestrial data*), o qual realiza o ajustamento de redes tridimensionais mediante sua decomposição em blocos de Helmert. Participaram deste ajustamento 4.759 estações, computadas estações GPS e da rede clássica. A ligação entre as duas estruturas (GPS e clássica) foi feita através de 49 estações da rede clássica observadas por GPS (COSTA, 1999). A Tabela 1 apresenta uma comparação entre as observações utilizadas no ajustamento das duas realizações do SAD 69.

Tabela 1 - Observações utilizadas nos ajustamentos SAD 69.

Observações	SAD69 realização original	SAD69 realização 1996
Estação fixa	1 (Chuá)	1 (Chuá)
n° de linhas de base	144	257 (triangulação) 1270 (poligonação)
n° de estações astronômicas	144	389
n° de direções horizontais	6865	16907
n° de linhas de base GPS	-	1182
n° de posições injuncionadas (DOPPLER)	-	179

Fonte: COSTA; FORTES, 2000.

3 DISTORÇÕES EM REDES GEODÉSICAS

3.1 Conceituação

A coexistência de diferentes sistemas geodésicos em suas diferentes realizações é uma realidade e implica na atribuição de diferentes coordenadas a um mesmo ponto na superfície terrestre. Dessa forma, há a necessidade de equações de transformação para relacionar os valores de uma realização à outra, referidas à um mesmo referencial ou não, de forma mais confiável possível e modelando as distorções existentes.

Segundo Oliveira (1998), as distorções existentes nas realizações de sistemas de coordenadas são originadas por erros aleatórios, sistemáticos e até mesmo grosseiros. As causadas pelos erros aleatórios são inevitáveis, pois não podem ser eliminadas. Porém, a magnitude e os efeitos destes erros devem estar em níveis aceitáveis aos objetivos a serem satisfeitos pela rede. Já as distorções causadas pelos erros sistemáticos e grosseiros podem atingir magnitudes que comprometem os propósitos da rede, se os erros sistemáticos não forem satisfatoriamente minimizados e os erros grosseiros eliminados.

Para compreender o conceito de distorções, o seguinte exemplo, adaptado de Collier (2002), é apresentado, onde se tem o levantamento de uma rede secundária referenciada a dois vértices de uma rede primária (Figura 3a). As coordenadas dos pontos da rede secundária resultam do ajustamento das observações com relação à estrutura materializada pelos pontos de controle. A Figura 3b mostra a mesma rede adensada por mais alguns pontos, sendo incluídas novas observações e mais um ponto de controle. Um novo ajustamento da rede resulta em novas coordenadas para os pontos mostrados na Figura 3a. Os vetores deslocamento na Figura 3b representam o resultado da mudança de coordenadas. Estas diferenças de coordenadas representam as distorções da antiga estrutura com relação à nova.

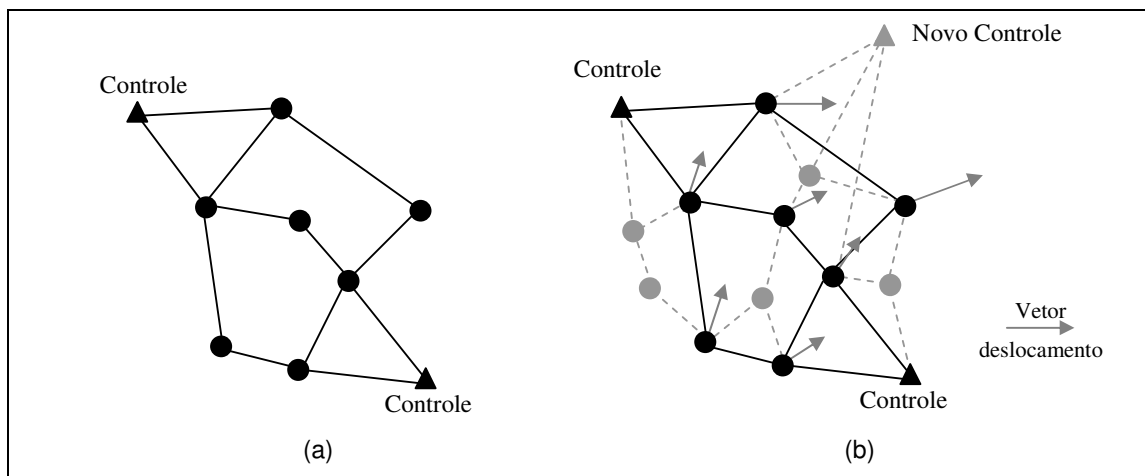


Figura 3 - Distorção devido ao adensamento da rede geodésica
(Fonte: Adaptado de COLLIER, 2002).

Neste exemplo, a distorção ocorre devido à própria atualização e adensamento da rede, o que sugere que a existência da distorção é independente da mudança de referencial, já que a rede apresentada no exemplo foi adensada através de novos pontos de controle referidos ao mesmo sistema de referência. Para que as coordenadas dos pontos da Figura 3a correspondam às suas reais posições após o reajustamento, um modelo de distorção deve ser utilizado.

Dentre os principais fatores causadores das distorções nas realizações de sistemas de referência, pode-se citar: injunções absolutas no ajustamento com qualidade não apropriada para a finalidade; utilização de diferentes técnicas de medida; estratégias de cálculo e ajustamento, etc.

3.2 Transformação de Coordenadas Aliada à Modelagem de Distorções

O procedimento de transformação de coordenadas é apenas uma aproximação para aquelas coordenadas que deveriam ter sido ajustadas no novo referencial (COSTA, 2000). Por este procedimento ser um processo não tão adequado quanto a um novo ajustamento, por exemplo, a modelagem entre as diferenças de materializações (distorções) é requerida. Dessa forma, o processo de modelagem das distorções está relacionado com o processo de transformação de coordenadas entre realizações de sistemas de referência. Collier et al. (1998) apud Collier (2002) identificam quatro critérios que um modelo de transformação deve satisfazer:

- simplicidade: para facilitar o entendimento e adoção do modelo pelos usuários;
- eficiência: para minimizar o tempo e demanda computacional na modelagem;
- unicidade: para assegurar a existência de uma solução única; e
- rigor: para prover o melhor resultado possível para a transformação.

Diversos modelos para transformação de coordenadas são apresentados na literatura, tais como: modelos polinomiais complexos e reais; transformações geométricas de similaridade (também denominada isogonal, conforme ou de Helmert), ortogonal, afim e projetiva; modelos baseados em grades de transformação, dentre outros. Entre os mais utilizados destacam-se a transformação de similaridade com 7 parâmetros e aqueles baseados em grades de transformação.

3.2.1 Abordagem cartesiana clássica

A abordagem cartesiana clássica se baseia em modelos fundamentados em transformações geométricas, que incluem parâmetros de translação, rotação e escala.

O modelo de transformação geométrica a ser aplicado na transformação de coordenadas deve estar fundamentado na definição dos sistemas geodésicos. Dessa forma, ao admitir-se que dois sistemas são paralelos entre si, uma transformação com 3 parâmetros composta por translações entre os eixos cartesianos (ΔX , ΔY , ΔZ) seria suficiente para relacionar os dois sistemas. Entretanto, devido à existência de distorções nas redes que materializam os sistemas, uma modelagem se faz necessária para a correção desses efeitos.

A equação matricial para o modelo de 3 parâmetros pode ser representada da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix}, \quad (3)$$

sendo:

X_2, Y_2, Z_2 - coordenadas geodésicas cartesianas no sistema de destino (sistema 2);

X_1, Y_1, Z_1 - coordenadas geodésicas cartesianas no sistema de origem (sistema 1); e

$\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ - translações entre os sistemas 1 e 2.

Uma alternativa é o modelo de 7 parâmetros, também conhecido por transformação de Similaridade, Isogonal, Conforme ou de Helmert. Sua formulação para a transformação entre

dois sistemas cartesianos (X_1, Y_1, Z_1) e (X_2, Y_2, Z_2) é apresentada (SOLER; HOTHEM, 1988):

$$\begin{bmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} + (1 + \delta s) \begin{bmatrix} 1 & \delta\omega & -\delta\psi \\ -\delta\omega & 1 & \delta\varepsilon \\ \delta\psi & -\delta\varepsilon & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

sendo:

$\delta\varepsilon$, $\delta\psi$, $\delta\omega$ - rotações diferenciais, respectivamente, em torno dos eixos (X_1, Y_1, Z_1) para estabelecer paralelismo com o sistema (X_2, Y_2, Z_2) ; e

δs - mudança diferencial de escala.

A outra transformação que pode ser aplicada na abordagem cartesiana clássica é a Transformação Geométrica Afim Geral no Espaço (TGAG). Segundo Oliveira (1998), esta transformação geométrica é capaz de modelar as relações geométricas entre conjuntos coordenados. Sua expressão matricial é dada da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ a_4 & a_5 & a_6 \\ a_7 & a_8 & a_9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix}, \quad (5)$$

onde, $a_1, a_2, \dots, a_9$ são parâmetros de transformação função das rotações, fatores de escala e orientação dos eixos coordenados.

3.2.2 Grades de transformação e distorção

As grades (*grids*) regulares são amplamente aplicadas na conversão entre realizações de sistemas de referência. Trata-se de uma maneira padronizada de transformação, que possibilita uma conversão das coordenadas sem a necessidade de aplicação direta de modelos complexos por parte dos usuários.

Duas alternativas são possíveis quando se utiliza grades regulares. A primeira alternativa é modelar somente as distorções entre os sistemas. Neste caso, a grade é denominada de grade de distorção (GD) e é composta por valores das componentes da distorção $(\delta\phi, \delta\lambda)$. A conversão das coordenadas se dá mediante a aplicação de parâmetros de transformação e a posterior interpolação das correções na grade de distorção. Essa alternativa

é interessante, quando se pretende acompanhar o histórico das distorções na rede, já que as distorções são modeladas isoladamente nas grades de distorção.

A segunda alternativa é a geração de grades contendo transformação completa das diferenças (*shift*) entre as realizações. Neste caso, a grade é denominada de grade de transformação (GT) e os valores interpolados nesta grade proporcionam a transformação entre as realizações incorporada à modelagem das distorções. As alternativas possíveis da modelagem baseada em grades são ilustradas na Figura 4.

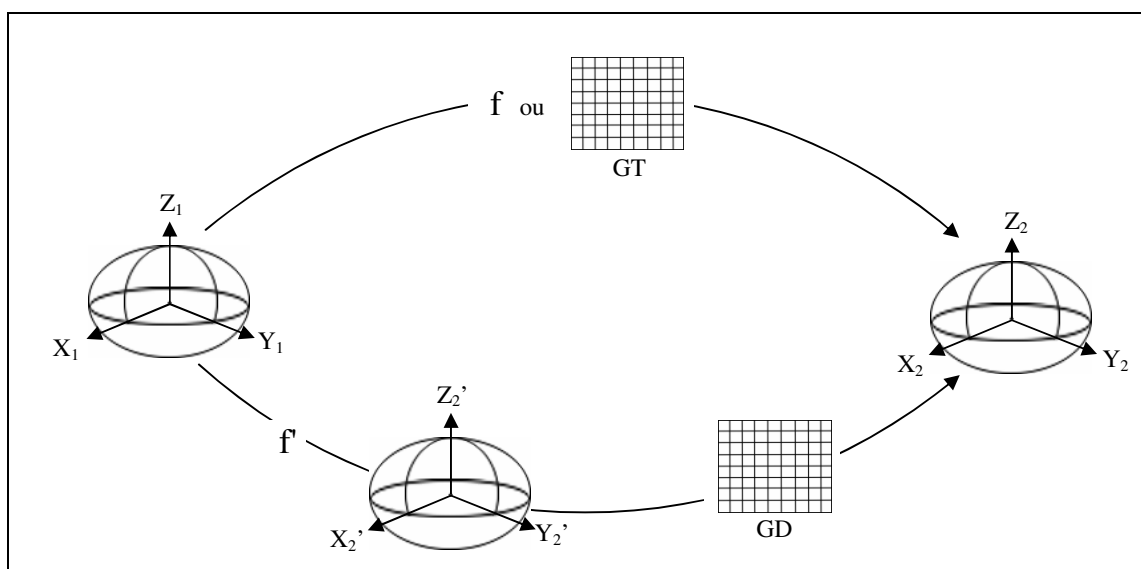


Figura 4 - Transformação baseada em grades.

Como a distorção não é normalmente homogênea por toda a rede, dificilmente uma transformação de 3, 7 ou 12 parâmetros é suficiente na sua modelagem, sendo as grades de transformação uma maneira alternativa. A transformação f' pode ser executada através das equações de 3, 7 ou 12 parâmetros sobre as coordenadas na realização de origem, gerando coordenadas calculadas na realização de destino. Essas coordenadas são posteriormente corrigidas das distorções através de grades de distorção.

As informações contidas nos nós da grade (GT e GD) são geradas a partir de dados de estações em ambas as realizações. Mediante consultas e procedimentos computacionais apropriados, são usadas estações mais próximas de cada nó ou mesmo todas as estações disponíveis, para o cálculo da grade. Com a grade gerada, interpolações como a bilinear são realizadas para se obter as distorções ou diferenças de coordenadas em pontos de interesse.

Além das distorções, a transformação baseada em grades regulares possibilita o cálculo de um indicador de precisão para os nós da grade. Esta informação pode ser utilizada

na estimativa da precisão da transformação em um ponto interpolado com utilização da grade (COLLIER, 2002).

3.3 Experiências Internacionais na Transformação de Coordenadas e Modelagem das Distorções

A atualização e/ou revisão das redes geodésicas fundamentais de diversos países convergiram para a adoção de referências geocêntricas, os quais melhor se ajustam às técnicas de posicionamento modernas baseadas em satélites artificiais.

Como consequência das alterações na estrutura geodésica, métodos para a transição entre referenciais novos e antigos foram desenvolvidos e estudados. A transformação de coordenadas de forma mais confiável possível passou a fazer parte das pesquisas de órgãos nacionais responsáveis pelos sistemas geodésicos. Nesse processo de transformação, a modelagem das distorções é uma fase essencial para a conformidade das soluções.

A seguir, serão apresentadas as soluções aplicadas, em alguns países, no processo de transformação de coordenadas e modelagem de distorções. Objetiva-se, com isso, contextualizar as soluções encontradas em alguns países no processo de conversão entre referenciais.

3.3.1 Caso Canadense

No Canadá foi desenvolvido pela *Geodetic Survey Division of Geomatics Canada* o aplicativo denominado *National Transformation Version 2* (NTv2). O *software* e pacote de dados incluído no NTv2 foram utilizados para promover um padrão nacional de transformação de coordenadas entre os sistemas de referência NAD27 e NAD83. O NTv2 inclui um pacote de aplicativos com as seguintes funcionalidades:

- geração de um modelo de distorção;
- procedimento para modelagem de distorção;
- especificação de grade de transformação.

O pacote de aplicativos NTv2 é composto por três módulos principais: INTGRID, INTTAB e READDA (JUNKINS; FARLEY, 1995).

O módulo INTGRID (*INTERpolate GRID*) é usado para transformar coordenadas geográficas (latitude e longitude) ou coordenadas na projeção Transversa de Mercator (TM)

de um sistema de referência para outro. Para realizar esta conversão é consultado um arquivo no formato de grade contendo as diferenças (*shifts*) entre os dois sistemas para pontos em intervalos regulares de latitude e longitude. Após determinar em qual célula o ponto a ser determinado está contido, o programa verifica os *shifts* nos quatro cantos da célula e utiliza a interpolação bi-linear para estimar as correções do ponto de interesse.

O módulo INTTAB (*INTerpolation TABLE*) propicia uma visão tabular do arquivo de *shifts* no formato de grade. Para uma área contida em uma janela especificada pelo usuário, é formada uma tabela de diferenças de coordenadas nos nós da grade. A tabela é utilizada para a análise da magnitude, comportamento e acurácia dos *shifts* em pequenas áreas de interesse, além de avaliar os desvios em casos onde a forma automatizada do NTV2 não contempla.

O módulo READDA (*READ Direct Access File*) foi originalmente concebido com o objetivo de checar o conteúdo do arquivo de *shifts* (grade). O READDA possibilita a conversão do arquivo do formato binário de acesso direto para o formato ASCII (*American Standard Code for Information Interchange*). Suas principais funções são essencialmente um processamento em lote, a partir de um menu iterativo que possibilita controle operacional de todos os itens necessários para especificar os arquivos e funções a serem executadas.

O modelo de distorção total no NTV2 é composto por um modelo global e um modelo local. Assim, a distorção total predita ($\hat{\delta}$) é a soma das distorções global e local preditas:

$$\hat{\delta} = \hat{\delta}^G + \hat{\delta}^L, \quad (6)$$

sendo $\hat{\delta}^G$ a distorção global predita e $\hat{\delta}^L$ a distorção local predita.

A distorção global predita é obtida através de um polinômio complexo no qual são modeladas simultaneamente as distorções em latitude e longitude ($\hat{\delta}\varphi^G, \hat{\delta}\lambda^G$):

$$\hat{\delta}^G = \{\hat{\delta}\varphi^G, \hat{\delta}\lambda^G\}. \quad (7)$$

O polinômio complexo de grau n aplicado na modelagem global é representado por:

$$\hat{\delta}z = c_0 + c_1 z + c_2 z^2 + \dots + c_n z^n, \quad (8)$$

onde z e $\hat{\delta}z$ são números complexos definidos como:

$$z = \varphi + i\lambda, \quad (9)$$

e

$$\hat{\delta\lambda} = \hat{\delta\varphi}^G + i\hat{\delta\lambda}^G. \quad (10)$$

Os coeficientes $c_0, c_1, c_2, \dots, c_n$ podem ser estimados em um ajustamento pelos mínimos quadrados:

$${}_i A_{n \cdot n} X_1 = {}_i L_1 \text{ ou } \begin{bmatrix} 1 & z_1 & z_1^2 & \dots & z_1^n \\ 1 & z_2 & z_2^2 & \dots & z_2^n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & z_i & z_i^2 & \dots & z_i^n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta z_1 \\ \delta z_2 \\ \delta z_3 \\ \vdots \\ \delta z_i \end{bmatrix}, \quad (11)$$

sendo:

${}_i A_n$ - matriz das derivadas parciais (ou matriz dos coeficientes) de dimensão $i \times n$ (n° de pontos de controle $\times$ grau do polinômio), formada pelas coordenadas antigas dos pontos de controle (z_i);

${}_n X_1$ - vetor incógnito dos parâmetros a serem determinados, formado pelos coeficientes $c_0, c_1, c_2, \dots, c_n$; e

${}_i L_1$ - vetor das observações formado pela distorção total dos pontos de controle (δz_i).

Já o modelo local do NTV2 trata individualmente a modelagem das componentes latitude e longitude ($\hat{\delta\varphi}^L, \hat{\delta\lambda}^L$) em função de suas distorções residuais globais ($\delta\varphi_i^R, \delta\lambda_i^R$), através da seguinte formulação:

$$\hat{\delta\varphi}^L = \frac{\sum w_i \cdot \delta\varphi_i^R}{\sum w_i}, \quad (12)$$

$$\hat{\delta\lambda}^L = \frac{\sum w_i \cdot \delta\lambda_i^R}{\sum w_i}, \quad (13)$$

onde $\delta\varphi_i^R, \delta\lambda_i^R$ são dados por:

$$\delta\varphi_i^R = \delta\varphi_i - \hat{\delta\varphi}_i^G, \quad (14)$$

$$\delta\lambda_i^R = \delta\lambda_i - \hat{\delta\lambda}_i^G, \quad (15)$$

e w_i é o peso atribuído a um ponto de controle i obtido por:

$$w_i = e^{-\left(\frac{d_i}{r}\right)^2}, \quad (16)$$

sendo:

d - distância entre o ponto de predição $\vec{P}$ e o i -ésimo ponto de controle $\vec{C}$; e
 r - densidade da rede no ponto de predição.

A escolha do valor de r é feita a partir da seguinte condição:

$$r = \begin{cases} R_i, & \text{se } \exists i / d_i < R_i \\ \min d_i & \text{caso contrário} \end{cases}, \quad (17)$$

onde R é o raio de vizinhança exclusiva de um ponto de controle. Seu valor é calculado por:

$$R_i = \frac{D_i}{2}, \quad (18)$$

sendo que o valor D_i representa a distância do ponto de predição i do seu ponto de controle vizinho mais próximo.

A Figura 5 ilustra o procedimento de seleção do valor de densidade da rede (r) no ponto de predição:

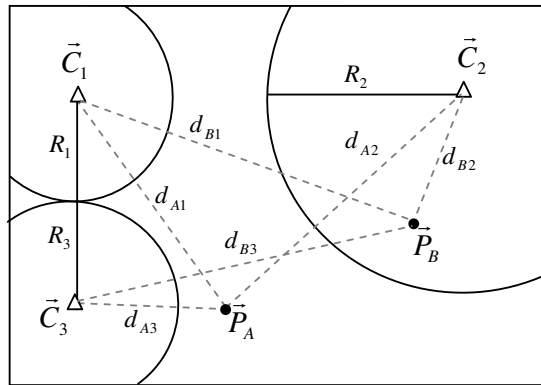


Figura 5 - Exemplo de densidade da rede no ponto de predição
(Fonte: Adaptada de NIEVINSKI et al., 2006).

No cálculo das distâncias um mapa de projeção simplificado é utilizado, onde as longitudes são escaladas pelo co-seno da latitude correspondente. As latitudes e longitudes são, dessa forma, normalizadas com origem em 0 e variação entre -1 e 1. A distância entre os pontos é calculada pela diferença de suas coordenadas cartesianas normalizadas ($\Delta X, \Delta Y$):

$$d = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2}. \quad (19)$$

A incerteza da distorção predita é calculada através do modelo proposto por Junkins e Erickson (1996):

$$\hat{S}_\delta = \sqrt{\frac{\sum w_i^2}{(\sum w_i)^2} \cdot \frac{\sum (\delta_i - \hat{\delta})^2}{(n-1)}}, \quad (20)$$

onde:

$\hat{\delta}$ - distorção predita no nó da grade para latitude e longitude

δ_i - distorção para cada ponto de controle (i) em latitude e longitude;

w_i - peso para cada ponto de controle; e

n - número de pontos de controle.

O processo de modelagem de distorções do NTV2 consiste na execução de algumas etapas, onde uma série de procedimentos são tomados de forma a obter um resultado condizente com a realidade. As etapas para o procedimento de modelagem podem ser divididas em: 1) pré-análise; 2) definição do modelo de distorção; 3) produção de uma grade base; 4) densificação da grade; 5) pós-análise; e 6) validação.

A aplicação de cada uma das etapas depende dos objetivos dos usuários, tais como, análises, densificação da grade para áreas específicas, dentre outros objetivos. Porém, pode-se tomar estas etapas como uma abordagem geral na realização da modelagem de distorções utilizando quaisquer metodologias.

3.3.2 Caso Australiano

Como em outros países, a Austrália passou por um processo de transição de sistema geodésico. A partir de setembro de 1995, adotou-se oficialmente como sistema geodésico australiano o GDA (*Geocentric Datum of Australia*) em substituição ao AGD (*Australian Geodetic Datum*).

O AGD foi adotado como sistema de referência australiano em outubro de 1966. Sua definição se baseia nos parâmetros do elipsóide conhecido como ANS (*Australian National Spheroid*) e na posição de seu ponto origem denominado *Johnson Geodetic Station*. O centro geométrico do ANS não coincide com o centro de massa da Terra, o que caracteriza um sistema não-geocêntrico. A primeira materialização do AGD foi realizada em 1966 e foi denominada de AGD66. Em 1982 um novo ajustamento foi realizado, incluindo os dados da primeira materialização e observações mais recentes, além de um modelo geoidal. Esse último ajustamento foi aceito em 1984 e denominado AGD84 (ICSM, 1999).

O GDA é realizado por um conjunto de coordenadas de estações geodésicas da Rede Fiducial Australiana (AFN – *Australian Fiducial Network*), referenciadas ao GRS80 (*Geodetic Reference System 1980*), que faz parte do ITRF92 na época 1994,0. A acurácia posicional absoluta das coordenadas da AFN é estimada em aproximadamente 2 cm ao nível de confiança de 95% (ICSM, 1999).

Segundo Collier (2002), o modelo de transformação necessário para a Austrália deveria objetivar a manutenção da acurácia e integridade dos dados originais. Este objetivo poderia ser atingido com a utilização de uma transformação conforme, como a de similaridade de 7 parâmetros.

Com relação à distorção, existe uma alta correlação entre pontos próximos. Dessa forma, a correlação espacial pode ser utilizada no desenvolvimento de um modelo de distorção. A colocação por mínimos quadrados, ou mais particularmente a interpolação linear por mínimos quadrados, foi a técnica utilizada para gerar a grade de distorções utilizada para a transformação de coordenadas entre o AGD e o GDA. Segundo Collier (2002), essa técnica possibilita que a contribuição de pontos vizinhos no cálculo das distorções seja ponderada na proporção de suas distâncias ao ponto de interpolação. No desenvolvimento da grade de distorção australiana, o objetivo era utilizar dados de distorção de pontos distribuídos aleatoriamente para estimar as componentes da distorção ($\delta\phi$, $\delta\lambda$) em cada nó da grade. A Figura 6 ilustra a interpolação da distorção em um nó da grade a partir de 6 pontos vizinhos cujas componentes da distorção são conhecidas ou calculadas.

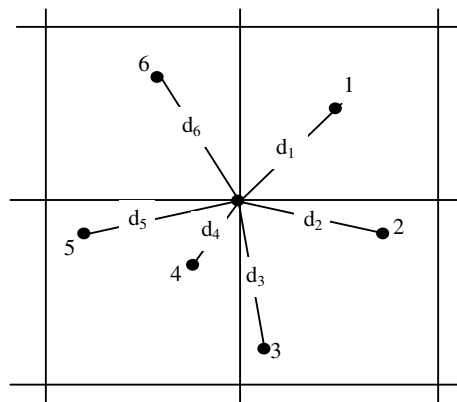


Figura 6 - Interpolação do nó da grade a partir de pontos vizinhos
(Fonte: Adaptada de COLLIER, 2002).

A seguinte sequência de etapas foi realizada no processo de modelagem de distorções e na geração da grade de transformação no caso australiano (COLLIER, 2002):

1. aplicação da transformação de similaridade de 7 parâmetros para transformação das coordenadas AGD para o GDA;
2. comparação das coordenadas transformadas com coordenadas GDA94 conhecidas para determinar a distorção;
3. identificação ou rejeição de pontos não conformes, isto é, pontos nos quais a distorção é substancialmente diferente do padrão gerado pela distorção nos pontos vizinhos;
4. agrupamento dos pontos dados para produzir uma distribuição mais homogênea para a interpolação;
5. cálculo da função de covariância empírica para as componentes da distorção;
6. ajuste da função de covariância de *Reilly* para os dados de covariância empírica;
7. uso da colocação por mínimos quadrados, dados ajustados e derivados das funções de covariância analíticas para cálculo das componentes da distorção em cada nó da grade;
8. cálculo das componentes da transformação conforme (latitude e longitude) em cada nó da grade e adição das componentes da distorção;
9. cálculo da acurácia da transformação em cada nó da grade;
10. teste de desempenho da grade.

A função de covariância expressa o comportamento espacial da distorção em função da distância. Na prática, a função de covariância é gerada empiricamente pelos dados utilizados. Um modelo analítico é então ajustado para os pontos empíricos, sendo este de fundamental importância para a determinação de termos de covariância relevantes entre os pontos dados e os pontos de interpolação. A função analítica indicada para o modelo de covariância empírico utilizada no caso australiano foi a função analítica proposta por *Reilly* (REILLY, 1979 apud COLLIER, 2002)². Essa função é baseada em elementos derivados da função de covariância analítica utilizando a distância entre os pontos dados e os pontos de interpolação.

² REILLY, W. I *Mapping the Local Geometry of the Earth's Gravity Field*. Report n° 143, Geophysics Division, Department of Scientific and Industrial Research, New Zealand, 1979, 56 p.

A confiabilidade esperada através da metodologia desenvolvida variou entorno de 0,10 m, em casos de alta confiabilidade na determinação do modelo de distorção, até cerca de 1,50 m, nos casos extremos de menor confiabilidade do modelo.

3.3.3 Caso Americano

O NAD 83, adotado em 1993, foi o terceiro sistema geodésico de referência dos Estados Unidos da América (EUA), em substituição ao NAD 27. Assim como ocorreu em diversos países, houve a necessidade dos EUA, em adotar um sistema de referência mais compatível com as técnicas de posicionamento modernas.

O NAD 27 era um sistema de referência com característica regional. Sua superfície geodésica de referência era o elipsóide de Clarke de 1866. Já o NAD 83 tem como imagem geométrica terrestre o elipsóide GRS 80, de característica global, com origem no centro de massa da Terra (geocêntrico).

Como rotineiramente ocorre no processo de transição entre referenciais, modelos para transformação de coordenadas e de distorções foram estudados de forma a promover de modo mais confiável a transição. Com base na necessidade de prover uma metodologia que pudesse ser acessível à todos os níveis de usuários e que resultasse em soluções consistentes, foi desenvolvido um aplicativo denominado NADCON (*North American Datum Conversion*). De maneira genérica, a transformação de coordenadas entre o NAD 27 e o NAD 83 pode ser representada da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\varphi_{NAD83} &= \varphi_{NAD27} + \delta\varphi \\ \lambda_{NAD83} &= \lambda_{NAD27} + \delta\lambda\end{aligned}\quad (21)$$

sendo:

φ_{NAD83} , λ_{NAD83} - latitude e longitude no sistema NAD 83;

φ_{NAD27} , λ_{NAD27} - latitude e longitude no sistema NAD 27; e

$\delta\varphi$, $\delta\lambda$ - diferenças das coordenadas entre as materializações.

Dessa forma, através do conhecimento ou da estimação dos valores de $\delta\varphi$ e $\delta\lambda$, se torna possível a transformação de coordenadas entre o NAD 27 e o NAD 83. O NADCON se baseia em duas etapas para o processo de transformação das coordenadas (NOAA, 1990):

1. geração de uma grade de transformação contendo os valores das diferenças entre as materializações dos dois referenciais para os nós da grade;
2. interpolação dos valores das diferenças de coordenadas em pontos à se determinar.

A geração da grade de transformação se fundamenta na técnica conhecida como curvatura mínima. Esta técnica trata de uma abordagem matemática que minimiza a curvatura total ou razão de curvatura, associada à uma suavização de superfícies, sendo capaz de descrever os valores das diferenças entre os referenciais realizados (NOAA, 1990). Assim, duas superfícies matemáticas são geradas para se realizar a transformação de coordenadas, sendo cada uma dessas superfícies associada a uma componente das coordenadas (ϕ , λ).

Na interpolação das diferenças de coordenadas, um polinômio de ajuste local equivalente à interpolação bilinear é utilizado. A interpolação é feita pelo ajuste de uma superfície a quatro pontos nodais vizinhos ao ponto de interpolação. Em geral, a precisão alcançada com a utilização do NADCON foi de cerca de 0,15 m.

4 O MÉTODO DE INTERPOLAÇÃO DE SHEPARD

4.1 Introdução

Em muitas atividades se utilizam pontos localizados no espaço associados à atributos medidos direta ou indiretamente. Esses pontos podem representar altitudes de pontos na superfície terrestre, profundidade num levantamento batimétrico, dentre outras possibilidades. Tais pontos com atributos associados constituem em geral uma estrutura irregularmente espaçada. Para que as informações possam ser analisadas de forma comparativa com outro conjunto de dados é extremamente importante definir uma função contínua que se ajuste exatamente sobre os valores relativos à cada ponto. Dessa forma, os valores podem ser interpolados em uma estrutura regular como, por exemplo, uma grade regular. Existem diversas técnicas de interpolação citadas na literatura, tais como: a linear; a bilinear; a quádrupla; a multiquádrupla; o inverso da distância ponderada; a Krigagem, dentre outras.

Nesta pesquisa, foi adotado o método de interpolação desenvolvido por Shepard (1968) para interpolação das distorções nos nós da grade de distorção. A razão principal de escolha desse método está nas suas vantagens com relação à outros métodos comumente utilizados, tais como a seleção de pontos vizinhos através de um raio de busca variável e a ponderação dos valores a serem interpolados pela distância e direção. Mais detalhes sobre as características do método de Shepard serão apresentados na sequência.

4.2 Seleção dos Pontos Vizinhos

Uma função de interpolação deve considerar significativa somente a influência de pontos mais próximos ao ponto de interpolação, uma vez que, os pontos mais próximos tendem a apresentar comportamento semelhante. Dessa forma, os pontos mais distantes podem ser excluídos no processo de interpolação, dispensando, assim, esforço computacional desnecessário. Para selecionar os n pontos mais próximos do ponto de interpolação (P), dois critérios podem ser empregados:

1. um critério de distância arbitrário, como por exemplo, todos os n pontos contidos num raio r do ponto P ; e
2. um critério numérico arbitrário, como por exemplo, os n pontos mais próximos de P .

O primeiro critério, embora computacionalmente fácil de implementar, pode acarretar problemas como a inexistência ou a existência de uma quantidade muito grande de pontos contido no raio de busca arbitrário. O segundo critério requer uma busca mais detalhada e procedimentos de ordenação para os pontos, além do pressuposto de que um simples número de pontos de interpolação seja suficiente, não levando em consideração suas posições relativas e nem espaçamentos. Uma combinação dos dois critérios reuni as vantagens de ambos. O critério adotado pelo método de Shepard utiliza essa estratégia. Assim, a seleção dos vizinhos funciona da seguinte maneira (SHEPARD, 1968):

- inicialmente, é selecionado um número mínimo (n_{min}) e um número máximo (n_{max}) de pontos que serão utilizados para a interpolação. A definição desses valores é necessária para que não ocorra o risco de não haver pontos suficientes na interpolação, ou, que haja um número muito grande de pontos, exigindo um esforço computacional dispendioso;
- um raio de busca inicial (r) é selecionado baseado na densidade dos pontos disponíveis. Se N é o número total de pontos e A é a área da região que contém os pontos, r é definido de forma que um valor médio de pontos ($\bar{n}$) estejam contidos no círculo de raio r . O valor $\bar{n}$ pode ser definido como um valor médio entre o mínimo e o máximo de pontos estabelecido a priori. Assim, r pode ser calculado por:

$$r = \sqrt{\frac{\bar{n}A}{N\pi}}. \quad (22)$$

- um conjunto C' de pontos vizinhos de P_i e um raio de busca final (r') devem ser estabelecidos. Antes de mais nada um conjunto inicial C de pontos (D_i) contidos no raio de busca inicial r é selecionado de acordo com suas distâncias (d_i) à P_i : $C_{P_i} = \{D_i / d_i \leq r\}$; e $n(C_{P_i})$ é o número de elementos em C_{P_i} . Em seguida, realiza-se um ordenamento dos pontos vizinhos por ordem crescente de suas distâncias à

P . Assim: $0 \leq d_{i,1} \leq d_{i,2} \leq \dots \leq d_{i,N}$. O conjunto dos pontos organizados pode ser representado como:

$$C_P^n = \{D_{i,1}, D_{i,2}, \dots, D_{i,n}\} \quad (n \leq N). \quad (23)$$

O novo raio de busca (r') é dado pela distância do vizinho mais próximo de P não contido no conjunto C_P^n :

$$r'(C_P^n) = \min\{d_{i,j} / D_{i,j} \notin C_P^n\} = d_{i,n+1}. \quad (24)$$

Finalmente, tem-se o conjunto dos vizinhos de P e o raio de busca finais:

$$C_P' = \begin{cases} C_P^{n_{\min}} & \text{se } n_{\min} \leq n(C_P) \leq n_{\max} \\ C_P & \text{se } n_{\min} < n(C_P) \leq n_{\max} \\ C_P^{n_{\max}} & \text{se } n_{\max} < n(C_P) \end{cases}, \quad (25)$$

e

$$r_P' = \begin{cases} r'(C_P^{n_{\min}}) & \text{se } n(C) \leq n_{\min} \\ r & \text{se } n_{\min} < n(C) \leq n_{\max} \\ r'(C_P^{n_{\max}}) & \text{se } n_{\max} < n(C_P) \end{cases}. \quad (26)$$

Um dos aspectos importantes da busca pelos vizinhos no método de Shepard é o raio de busca variável. No caso do raio de busca inicial (r) não englobar o mínimo estabelecido de pontos para a interpolação, o raio de busca vai se ampliando para a dimensão da distância ao ponto vizinho mais próximo externo ao conjunto de pontos já selecionado, até que se tenha no círculo de raio r' o número mínimo de pontos estabelecidos. Por outro lado, se o raio de busca inicial englobar mais pontos que o máximo estabelecido para a interpolação, o raio de busca é reduzido de forma que contenha o máximo estabelecido de pontos. A Figura 7 exemplifica o procedimento de busca considerando um valor mínimo de 4 pontos e máximo de 7 pontos.

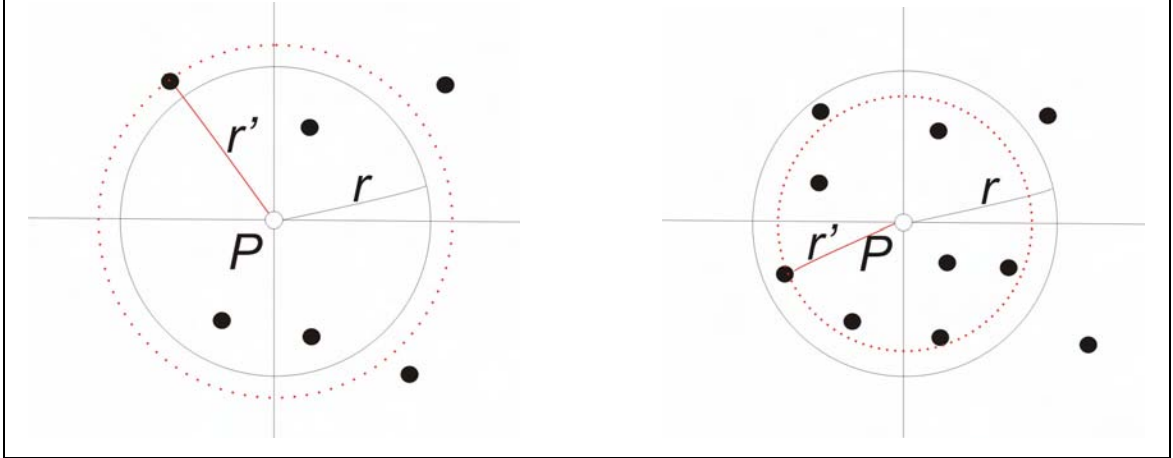


Figura 7 - Procedimento de busca de pontos vizinhos a) ampliação; b) redução do raio de busca (r').

Com essa flexibilidade do raio de busca, o método de Shepard consegue contornar os problemas citados dos critérios de busca convencionais.

4.3 Definição dos Fatores de Peso e Função de Interpolação

O método de Shepard utiliza dois critérios de peso para a interpolação: distância e direção. A ponderação pela distância leva em consideração a maior correlação entre pontos mais próximos ao ponto de interpolação. Os pesos são maiores nos pontos mais próximos e vão diminuindo na medida em que a distância ao ponto de interpolação aumenta. A ponderação pela direção tem a intenção de representar o “sombreamento” da influência de um vizinho de P por outro vizinho na mesma direção. A formulação para o estabelecimento dos pesos em função da distância e direção é apresentada a seguir.

a) Definição do peso em função da distância

Com o conjunto de pontos vizinhos definidos, bem como as suas distâncias relativas ao ponto P , a seguinte função de ponderação $s_i = s(d_i)$ pode ser definida (SHEPARD, 1968):

$$s(d) = \begin{cases} \frac{1}{d} & \text{se } 0 < d \leq \frac{r'}{3} \\ \frac{27}{4r'} \left(\frac{d}{r'} - 1 \right)^2 & \text{se } \frac{r'}{3} < d \leq r' \\ 0 & \text{se } r' < d \end{cases} \quad (27)$$

Essa função de ponderação é definida como sendo continuamente diferenciável em todo $d > 0$ tal que $s(d) = 0$ para $d \geq r'$. Assim, C' é definido de forma que $d_i \leq r'$ para todo $D_i \in C'$. Os pontos externos a C' tem peso 0 e podem ser excluídos. A Figura 8 mostra o comportamento da função de ponderação pela distância, considerando um raio de busca final de 1 ($r'=1$).

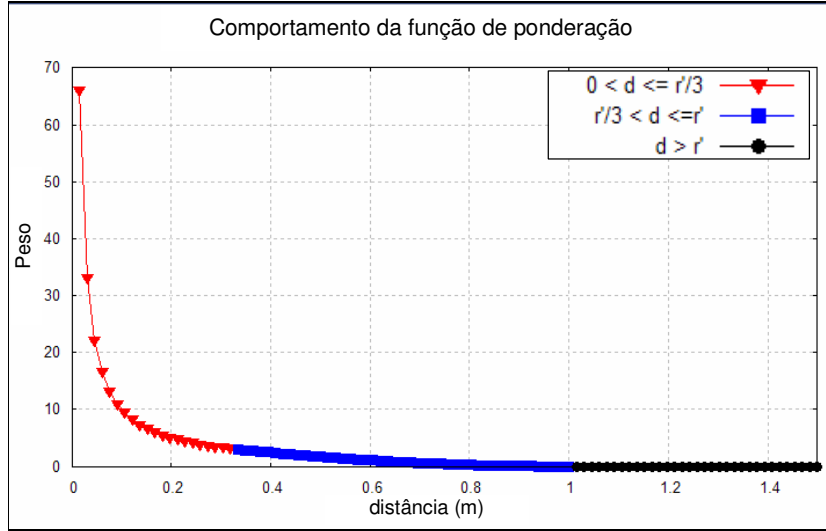


Figura 8 - Comportamento da função de ponderação pela distância.

A função de interpolação para o ponto P fica definida como:

$$f(P) = \begin{cases} \frac{\sum_{D_i \in C'} (s_i)^2 z_i}{\sum_{D_i \in C'} (s_i)^2} & \text{se } d_i \neq 0 \text{ para todo } D_i \\ z_i & \text{se } d_i = 0 \text{ para algum } D_i \end{cases}, \quad (28)$$

onde z_i é o valor a ser interpolado que, para efeito dessa pesquisa trata-se dos valores de distorção em latitude e longitude ($\delta\phi$, $\delta\lambda$).

b) Definição do peso em função da direção

O termo de ponderação direcional para cada ponto D_i próximo de P é definido como (SHEPARD, 1968):

$$t_i = \frac{\sum_{D_j \in C'} s_j [1 - \cos(D_i P D_j)]}{\sum_{D_j \in C'} s_j}. \quad (29)$$

O ângulo D_iPD_j pode ser calculado através da diferença entre os azimutes de P à j ($Az_{(P,j)}$) e de P à i ($Az_{(P,i)}$). Para todo ângulo $D_iPD_j = \theta$, $-1 \leq \cos(\theta) \leq 1$, logo $0 \leq t_i < 2$. Se outro ponto D_j estiver aproximadamente na mesma direção de P que D_i , então o fator $(1 - \cos(\theta))$ tende a se anular e, conseqüentemente, t_i tende também a 0. Por outro lado, se o ponto D_j está na direção oposta a D_i , então $(1 - \cos(\theta))$ e t_i tendem a 2.

c) Função peso combinada

O fator de ponderação pela distância s_j é incluído no numerador e denominador da equação da ponderação pela direção. Isso se deve aos pontos mais próximos de P serem mais importantes no “sombreamento” do que os pontos mais distantes. Incluindo o fator direcional, uma nova função de ponderação pode ser definida:

$$w_i = S_i^2 (1 + t_i). \quad (30)$$

A função de interpolação definitiva, proposta por Shepard (1968), incluindo a ponderação pela distância e direcional também é atualizada:

$$f(P) = \begin{cases} \frac{\sum_{D_i \in C'} w_i z_i}{\sum_{D_i \in C'} w_i} & \text{se } d_i \neq 0 \text{ para todo } D_i \\ z_i & \text{se } d_i = 0 \text{ para algum } D_i \end{cases}. \quad (31)$$

5 MODELAGEM DAS DISTORÇÕES EM REDES GEODÉSICAS

5.1 Introdução

O presente capítulo aborda os preceitos básicos da metodologia utilizada e implementada para a modelagem de distorções entre redes geodésicas. Serão abordados os aspectos conceituais da transformação de coordenadas e modelagem de distorções, tanto os teórico-investigativos quanto os de implementação, contemplando o desenvolvimento dos aplicativos de modelagem e interpolação.

5.2 Transformação de Coordenadas

Diversos são os modelos que podem ser aplicados para a transformação de coordenadas entre redes geodésicas, conforme já apresentado no Capítulo 2. No contexto dessa pesquisa, o procedimento de transformação será baseado na aplicação de parâmetros de transformação para as coordenadas. Em âmbito nacional, tais parâmetros são oficialmente disponibilizados pelo IBGE, que é a instituição responsável pelo SGB.

A resolução do IBGE n° 01/2005, que altera a caracterização do SGB, define parâmetros para transformação de coordenadas entre os sistemas SAD 69 e o SIRGAS 2000, bem como os parâmetros geométricos das superfícies de referência desses sistemas: achatamento (f) e semi-eixo maior (a). Os valores oficiais são (IBGE, 2005b):

Tabela 2 - Parâmetros de transformação entre SAD 69 e SIRGAS 2000.

SAD 69 para SIRGAS 2000						
a_1 (m)	f_1	a_2 (m)	f_2	ΔX (m)	ΔY (m)	ΔZ (m)
6.378.160	1/298,25	6.378.137	1/298,257222101	-67,35	3,88	-38,22

Tabela 3 - Parâmetros de Transformação entre SIRGAS 2000 e SAD 69.

SIRGAS 2000 para SAD 69						
a_1 (m)	f_1	a_2 (m)	f_2	ΔX (m)	ΔY (m)	ΔZ (m)
6.378.137	1/298,257222101	6.378.160	1/298,25	67,35	-3,88	38,22

onde:

a_1, f_1 - parâmetros geométricos do elipsóide do sistema de origem;

a_2, f_2 - parâmetros geométricos do elipsóide do sistema de destino; e

$\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ - parâmetros de transformação entre os sistemas (translações).

A equação de transformação de coordenadas entre SAD 69 e SIRGAS 2000 utilizando os parâmetros de transformação e coordenadas cartesianas pode ser escrita como:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{SIRGAS'} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{SAD69} + \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix}_{SAD \rightarrow SIRGAS} . \quad (32)$$

As coordenadas resultantes desse processo de transformação serão aqui denominadas de SIRGAS', pois ainda são coordenadas provisórias, sem a modelagem das distorções.

Os usuários em geral utilizam as coordenadas curvilíneas em seus trabalhos. Entretanto, como os parâmetros oficiais são dados em termos de coordenadas cartesianas, transformações entre coordenadas cartesianas e curvilíneas, bem como o processo inverso, se tornam necessárias. Dessa forma, a disponibilização das coordenadas finais também deve ser feita no formato mais familiar ao usuário. Assim, as coordenadas finais em SIRGAS 2000 no formato geodésico curvilíneo e corrigidas das distorções são dadas por:

$$\begin{bmatrix} \varphi \\ \lambda \end{bmatrix}_{SIRGAS} = \begin{bmatrix} \varphi \\ \lambda \end{bmatrix}_{SIRGAS'} + \begin{bmatrix} \delta\varphi \\ \delta\lambda \end{bmatrix}, \quad (33)$$

onde $(\varphi, \lambda)_{SIRGAS'}$ são as coordenadas curvilíneas calculadas através dos parâmetros de transformação e $(\delta\varphi, \delta\lambda)$ são as componentes da distorção, respectivamente, em latitude e longitude.

Em se tratando da transformação de coordenadas curvilíneas em cartesianas são utilizadas as equações apresentadas por (VANÍČEK; KRAKIWSKY, 1986):

$$\begin{aligned} X &= (N + h) \cos \varphi \cdot \cos \lambda \\ Y &= (N + h) \cos \varphi \cdot \sin \lambda \\ Z &= [N \cdot (1 - e^2) + h] \cdot \sin \varphi \end{aligned} \quad (34)$$

onde:

X, Y, Z - coordenadas geodésicas cartesianas;
 φ, λ, h - coordenadas geodésicas curvilíneas e altura geométrica;
 N - raio de curvatura da seção primeiro vertical; e
 e - primeira excentricidade.

Os valores de N e e^2 são dados por:

$$N = \frac{a}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{1/2}} ; \quad (35)$$

$$e^2 = 2f - f^2 . \quad (36)$$

O processo inverso, ou seja, a transformação das coordenadas cartesianas em curvilíneas pode ser encontrada em Monico (2000) e segue os seguintes passos para a solução:

Calcula-se:

$$1. \quad \rho = \sqrt{X^2 + Y^2} . \quad (37)$$

2. a latitude aproximada:

$$\varphi_0 = \arctan \left\{ \left(\frac{Z}{\rho} \right) (1 - e^2)^{-1} \right\} . \quad (38)$$

3. Um valor aproximado para a grande normal:

$$\bar{N}_0 = \frac{a}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi_0)^{1/2}} . \quad (39)$$

4. A altura geométrica:

$$h = \frac{\rho}{\cos \varphi_0 - \bar{N}_0} . \quad (40)$$

5. Um valor melhorado para a latitude:

$$\varphi = \arctan \left\{ \left(\frac{Z}{\rho} \right) \left(1 - e^2 \frac{\bar{N}_0}{\bar{N}_0 + h} \right)^{-1} \right\} . \quad (41)$$

6. Verifica-se a necessidade de outra iteração. Se $\varphi = \varphi_0$, o cálculo está concluído, caso contrário, retorna-se ao passo 3 utilizando-se o valor melhorado obtido no passo 5.

A longitude pode ser calculada diretamente a partir da Equação 42:

$$\lambda = \arctan(Y / X) . \quad (42)$$

Esse cálculo segue um processo iterativo. Entretanto, aparecem na literatura outras formas de proceder a transformação de coordenadas cartesianas em curvilíneas.

5.3 Diretrizes Principais da Metodologia Proposta

A metodologia proposta para a conversão de coordenadas entre redes geodésicas se fundamenta em 3 fases fundamentais:

1. cálculo das distorções entre as redes geodésicas através de estações com coordenadas conhecidas em ambas as realizações;
2. geração de uma grade regular de espaçamento definido abrangendo todo o território nacional, contendo em seus nós os valores das distorções entre as realizações; e
3. interpolação das distorções via grade de distorção para pontos de interesse, através das coordenadas conhecidas no sistema de origem, para conversão de suas coordenadas ao sistema de destino.

Cada uma dessas fases se constitui de etapas específicas que serão detalhadas ao longo desse texto e representadas no Fluxograma da Figura 9.

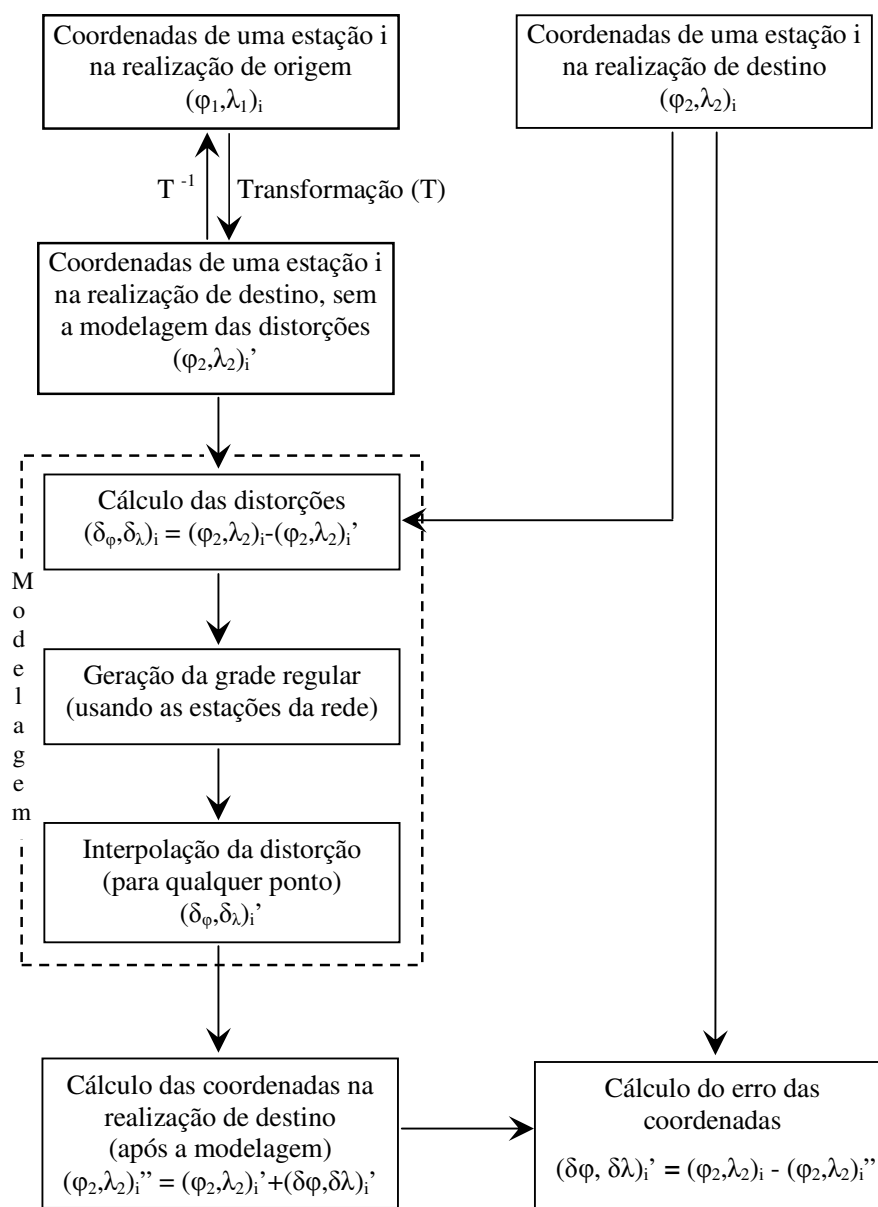


Figura 9 - Procedimento de cálculo das distorções.

Os valores $(\delta\phi, \delta\lambda)_i'$ representam as diferenças entre as coordenadas conhecidas na realização de destino e as coordenadas transformadas para essa realização a partir dos parâmetros de transformação e correção das distorções obtidas através da modelagem. O cálculo dessas diferenças só é efetuado para efeito de testes do procedimento de modelagem, já que para calculá-los devem ser conhecidas as coordenadas das estações transformadas na realização de destino.

5.3.1 Cálculo das distorções

Esta fase é de fundamental importância para o processo de modelagem, já que é através das distorções calculadas nas estações conhecidas que será gerada a grade de distorção. Além disso, a análise das distorções possibilita uma pré-análise dos dados para correção de eventuais erros grosseiros e garantia da integridade do processo de modelagem.

As distorções podem ser caracterizadas pelas diferenças entre as coordenadas conhecidas (determinadas no processo de ajustamento da rede) e calculadas (mediante a aplicação de parâmetros de transformação) na realização de destino em que se deseja transformar os dados. Dessa forma, as distorções podem ser determinadas para cada componente como segue:

$$\delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_2', \quad (43)$$

$$\delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_2', \quad (44)$$

onde:

φ_2, λ_2 - latitude e longitude geodésicas conhecidas na realização de destino;

φ_2', λ_2' - latitude e longitude transformadas para a realização de destino; e

$\delta\varphi, \delta\lambda$ - distorções, respectivamente, em latitude e longitude.

5.3.2 Geração da grade de distorções

Com as distorções calculadas para cada estação é gerada a grade de distorções. Uma grade ou malha regular de distorção é uma estrutura onde as coordenadas são arranjadas em uma matriz de linhas e colunas e os elementos dessa matriz são os valores de distorção.

A geração da grade de distorção consiste em encontrar os valores de distorção nos nós da grade, através das distorções conhecidas nas estações de controle. Essa etapa é a mais complexa do processo de modelagem devido à dificuldade na busca e interpolação dos valores de distorção dos pontos vizinhos nos nós da grade. O método utilizado nessa pesquisa para gerar a grade de distorção foi o proposto por Shepard (1968), apresentado no Capítulo 4.

Mais que apenas proceder com a interpolação, é importante saber o quão confiável essa interpolação é, por meio de um indicador de precisão associado ao ponto interpolado. Essa informação pode ser utilizada para estimar o indicador de precisão dos pontos interpolados através dessa grade. Na modelagem apresentada para os casos australiano e canadense, foram utilizados os termos acurácia e incerteza para quantificar a grandeza associada à qualidade da transformação. Entretanto, para efeito dessa pesquisa, será

considerado o termo indicador de precisão para expressar esse valor, já que a equação utilizada para o cálculo dessa grandeza (Equação 45) se baseia numa estimativa do desvio padrão da média ponderada, nesse caso, desvio padrão da distorção calculada no nó da grade.

O cálculo do indicador de precisão nos nós da grade pode ser realizado com base na mesma equação adotada nos casos americano e canadense e proposta por Junkins e Erickson (1996):

$$P = \sqrt{\frac{\sum w_i^2}{(\sum w_i)^2} \cdot \frac{\sum (\delta_i - \bar{\delta})^2}{n-1}}, \quad (45)$$

onde:

P - o indicador de precisão associado à modelagem para cada nó da grade;

$\bar{\delta}$ - distorção calculada para o nó da grade em latitude e longitude;

δ_i - distorção de um ponto vizinho i para latitude e longitude;

w_i - peso atribuído ao ponto i ; e

n - número de pontos utilizados para a interpolação.

5.3.3 Interpolação das distorções em pontos de interesse via grade de distorção

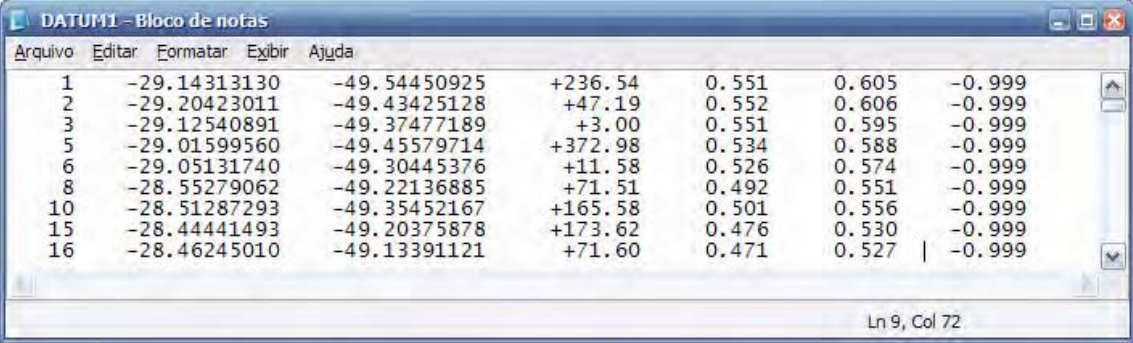
Esta fase é a final no processo de conversão, onde as coordenadas de estações fornecidas na rede de origem são convertidas para a rede de destino mediante aplicação de parâmetros de transformação e incorporação da modelagem das distorções por meio da grade de distorção. Para cada ponto fornecido é identificada na grade de distorção a célula correspondente formada por quatro nós na qual este ponto está contido. Com esses quatro pontos é aplicada a interpolação bilinear para encontrar as distorções e o indicador de precisão da transformação no ponto de interesse.

5.4 Implementação da Metodologia de Modelagem

Para validação da metodologia de modelagem de distorções proposta foram implementados dois aplicativos. O primeiro deles, denominado MDGRADE (Modelagem de Distorções Baseado em Grade), foi desenvolvido especificamente para o cálculo e geração de grades de distorções. O segundo aplicativo, denominado INTERPOLA, tem por objetivo a interpolação das distorções nos pontos de interesse via grade de distorção.

5.4.1 Geração da grade de distorção pelo aplicativo MDGRADE

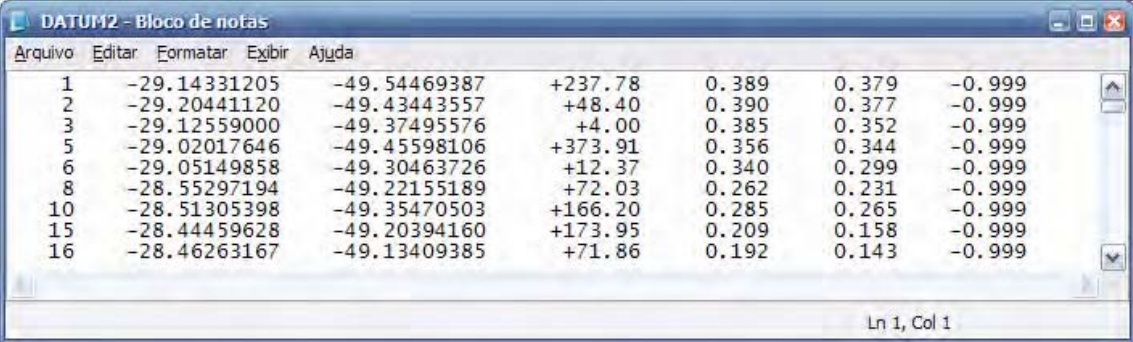
O MDGRADE é composto de uma série de procedimentos para geração da grade de distorção através de dados de entrada. Estes dados são constituídos por três arquivos: DATUM1.txt, DATUM2.txt e PARAMETROS.txt. Os trechos desses três arquivos são apresentados nas Figuras 10, 11 e 12.



Arquivo	Editar	Formatar	Exibir	Ajuda				
1	-29.14313130	-49.54450925	+236.54	0.551	0.605	-0.999		
2	-29.20423011	-49.43425128	+47.19	0.552	0.606	-0.999		
3	-29.12540891	-49.37477189	+3.00	0.551	0.595	-0.999		
5	-29.01599560	-49.45579714	+372.98	0.534	0.588	-0.999		
6	-29.05131740	-49.30445376	+11.58	0.526	0.574	-0.999		
8	-28.55279062	-49.22136885	+71.51	0.492	0.551	-0.999		
10	-28.51287293	-49.35452167	+165.58	0.501	0.556	-0.999		
15	-28.44441493	-49.20375878	+173.62	0.476	0.530	-0.999		
16	-28.46245010	-49.13391121	+71.60	0.471	0.527	-0.999		

Ln 9, Col 72

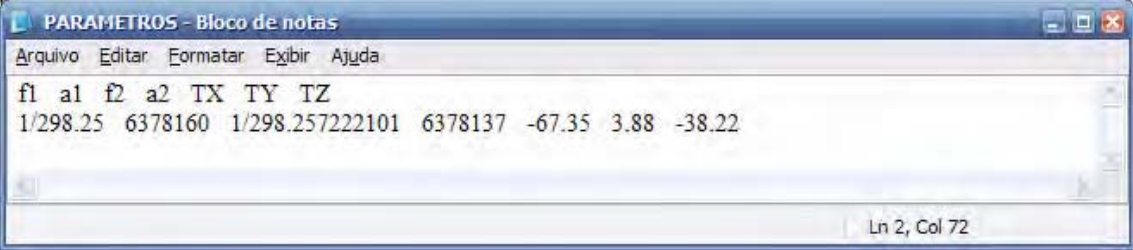
Figura 10 - Trecho do arquivo DATUM1.txt.



Arquivo	Editar	Formatar	Exibir	Ajuda				
1	-29.14331205	-49.54469387	+237.78	0.389	0.379	-0.999		
2	-29.20441120	-49.43443557	+48.40	0.390	0.377	-0.999		
3	-29.12559000	-49.37495576	+4.00	0.385	0.352	-0.999		
5	-29.02017646	-49.45598106	+373.91	0.356	0.344	-0.999		
6	-29.05149858	-49.30463726	+12.37	0.340	0.299	-0.999		
8	-28.55297194	-49.22155189	+72.03	0.262	0.231	-0.999		
10	-28.51305398	-49.35470503	+166.20	0.285	0.265	-0.999		
15	-28.44459628	-49.20394160	+173.95	0.209	0.158	-0.999		
16	-28.46263167	-49.13409385	+71.86	0.192	0.143	-0.999		

Ln 1, Col 1

Figura 11 - Trecho do arquivo DATUM2.txt.



Arquivo	Editar	Formatar	Exibir	Ajuda				
f1	a1	f2	a2	TX	TY	IZ		
1/298.25	6378160	1/298.257222101	6378137	-67.35	3.88	-38.22		

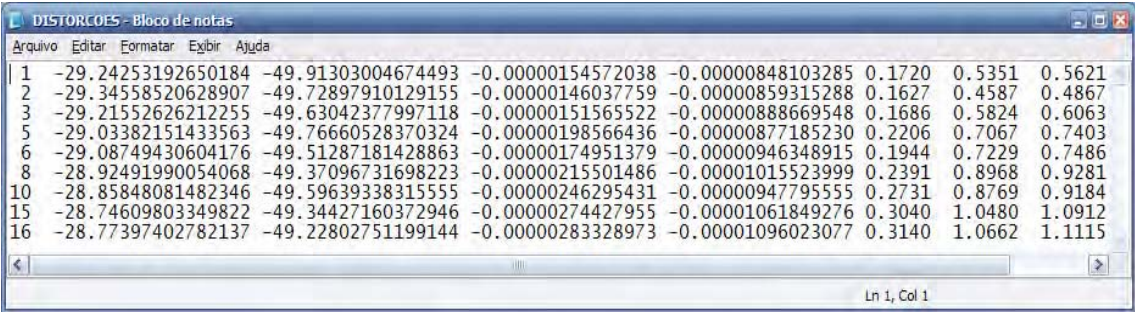
Ln 2, Col 72

Figura 12 - Trecho do arquivo PARAMETROS.txt.

Os arquivos DATUM1.txt e DATUM2.txt contém coordenadas de estações referenciadas respectivamente às realizações de origem e de destino. Na primeira coluna estão os identificadores numéricos das estações, seguido pelas suas coordenadas geodésicas curvilíneas em graus, minutos e segundos (ex: -gg.mmsssss), altura geométrica e precisão

das coordenadas. O arquivo PARAMETROS.txt contém em suas quatro primeiras colunas os parâmetros geométricos definidores dos elipsóides dos referenciais envolvidos (semi-eixo maior e achatamento) e nas três colunas seguintes os parâmetros de transformação (ΔX , ΔY e ΔZ) entre as realizações.

Através desses três arquivos de entrada (DATUM1.txt, DATUM2.txt e PARAMETROS.txt) são verificadas as estações comuns entre as realizações e calculadas suas respectivas distorções. É gerado um arquivo de saída denominado DISTORCOES.txt (Figura 13) contendo o identificador numérico da estação, as coordenadas geodésicas curvilíneas calculadas (em graus decimais) através dos parâmetros de transformação, as distorções em graus decimais para cada componente e as distorções em metros e para a resultante das coordenadas em metros.



Estação	Longitude (graus decimais)	Latitude (graus decimais)	Distorção X (graus decimais)	Distorção Y (graus decimais)	Distorção Z (graus decimais)	Distorção X (metros)	Distorção Y (metros)	Distorção Z (metros)	Distorção Resultante (metros)
1	-29.24253192650184	-49.91303004674493	-0.00000154572038	-0.00000848103285	0.1720	0.5351	0.5621		
2	-29.34558520628907	-49.72897910129155	-0.00000146037759	-0.00000859315288	0.1627	0.4587	0.4867		
3	-29.21552626212255	-49.63042377997118	-0.00000151565522	-0.00000888669548	0.1686	0.5824	0.6063		
5	-29.03382151433563	-49.76660528370324	-0.00000198566436	-0.00000877185230	0.2206	0.7067	0.7403		
6	-29.08749430604176	-49.51287181428863	-0.00000174951379	-0.00000946348915	0.1944	0.7229	0.7486		
8	-28.92491990054068	-49.37096731698223	-0.00000215501486	-0.00001015523999	0.2391	0.8968	0.9281		
10	-28.85848081482346	-49.59639338315555	-0.00000246295431	-0.00000947795555	0.2731	0.8769	0.9184		
15	-28.74609803349822	-49.34427160372946	-0.00000274427955	-0.00001061849276	0.3040	1.0480	1.0912		
16	-28.77397402782137	-49.22802751199144	-0.00000283328973	-0.00001096023077	0.3140	1.0662	1.1115		

Figura 13 - Trecho do arquivo DISTORCOES.txt.

Calculadas as distorções, o próximo passo da implementação é gerar a grade base. Essa grade nada mais é do que um arquivo contendo as coordenadas dos nós da grade que terão os valores de distorção interpolados posteriormente, gerando a grade de distorção propriamente dita. O MDGRADE possui um módulo que possibilita gerar a grade base mediante a definição de seus limites e espaçamento. Os limites são caracterizados por valores mínimos e máximos de latitude e longitude. São entendidos por latitude e longitude mínimas aqueles valores de coordenadas respectivamente mais ao sul do Equador e a oeste do meridiano de Greenwich. Conseqüentemente, latitude e longitude máximas são os valores de coordenadas mais ao norte e leste das mesmas referências. Além disso, através de um arquivo contendo um contorno aproximado do Brasil para cada valor inteiro de latitude, são verificados os nós que estão contidos no território brasileiro. Dessa forma, não são calculadas as distorções para pontos externos ao território, eliminando cálculos desnecessários. No final do processo é gerado um arquivo contendo a grade base de acordo com um nome especificado pelo operador.

A etapa seguinte consiste em gerar a grade de distorção, ou seja, interpolar os valores das distorções em latitude e longitude nos nós da grade base. Como já mencionado, optou-se por utilizar o método de interpolação proposto por Shepard (1968), por ser um método apropriado à interpolação de dados irregularmente espaçados. Algumas considerações importantes devem ser ressaltadas quanto à implementação do método, como segue:

A busca pelos vizinhos mais próximos

Devido ao grande volume de dados e cálculos envolvidos na interpolação (transformações de coordenadas, cálculos de distância e azimuth geodésicos, etc.) uma estratégia foi tomada para diminuir o esforço computacional e, conseqüentemente o tempo de processamento. Para tanto, realizou-se um ordenamento nos dados por ordem crescente de latitude nas estações de controle. Mediante esse ordenamento, pode-se limitar a busca por estações em um intervalo pré-definido em latitude. Dessa forma, buscam-se apenas as estações nesse intervalo definido, sem a necessidade de percorrer todo o arquivo de estações de controle.

As estações selecionadas têm suas distâncias geodésicas com relação ao ponto de interpolação calculadas e são novamente ordenadas em ordem crescente dessas distâncias. Dessa forma, pode-se proceder à interpolação de Shepard para cada nó da grade.

A interpolação das distorções nos nós da grade

O primeiro passo na interpolação de Shepard é o cálculo da densidade da rede (Equação 22), que possibilita a definição do raio de busca final. Para tanto é necessário saber a área na qual estão contidos os pontos disponíveis, a quantidade total de pontos e os valores mínimo e máximo de pontos para a interpolação. Com o raio de busca inicial definido prossegue-se as etapas do processo de interpolação. No final do processo é gerado o arquivo GRADE_DIST.txt contendo as coordenadas dos nós da grade, suas distorções (latitude e longitude) interpoladas com respectivos indicadores de precisão, o raio de busca final e o número de pontos vizinhos utilizados na interpolação.

5.4.2 Interpolação das distorções pelo aplicativo INTERPOLA

O aplicativo INTERPOLA utiliza a grade de distorção gerada pelo aplicativo MDGRADE para calcular os valores de distorção em pontos de interesse fornecidos. Três arquivos de entrada são utilizados para efetuar suas operações: os arquivos GRADE_DIST.txt, PARAMETROS.txt e o arquivo com os pontos para interpolação. O

arquivo de parâmetros é o mesmo utilizado pelo MDGRADE. O arquivo de pontos para interpolação é composto pelo identificador e as coordenadas geodésicas em graus, minutos e segundos de pontos na realização de origem.

Os pontos de interpolação fornecidos na realização de origem têm suas coordenadas calculadas na realização de destino através dos parâmetros de transformação. Com estas coordenadas calculadas são localizados quatro pontos que formam uma célula na grade de distorção e aplica-se a interpolação bilinear para calcular as distorções e os indicadores de precisão associados ao ponto de interesse.

O princípio da interpolação bilinear é aplicar interpolações lineares em duas direções. A Figura 14 ilustra como se procede à interpolação bilinear para se determinar as distorções em um ponto P a partir dos nós da grade.

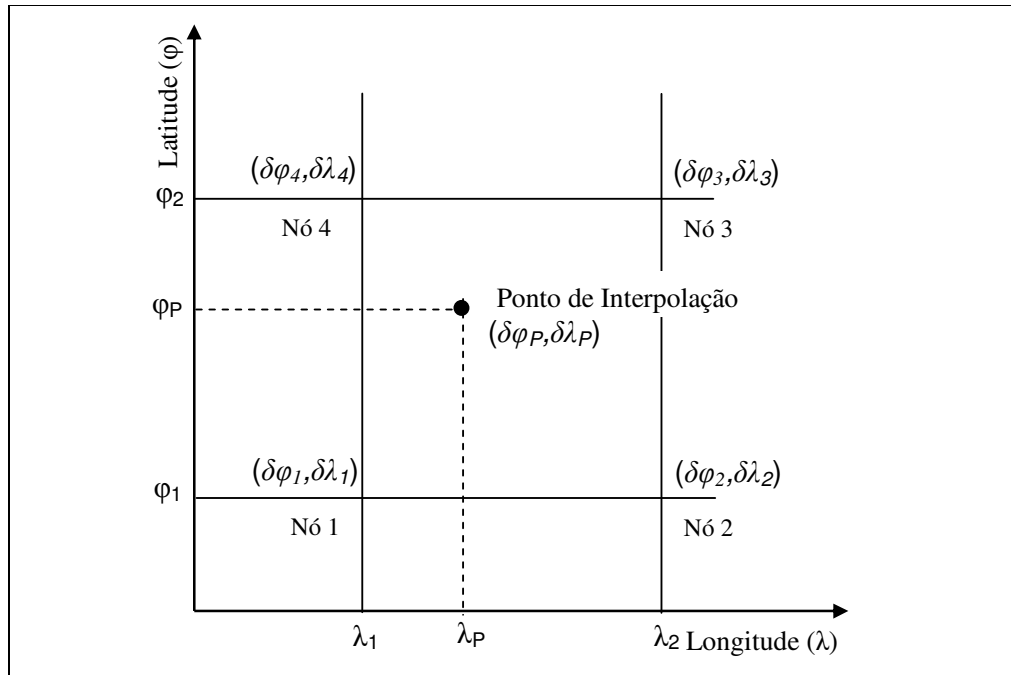


Figura 14 - Interpolação das distorções através da interpolação bilinear.
(Fonte: Adaptada de COLLIER, 2002)

A função de interpolação bilinear pode ser escrita conforme Collier (2002):

$$\delta\varphi_P = a_0 + a_1X + a_2Y + a_3XY \quad , \quad (46)$$

onde:

$$a_0 = \delta\varphi_1, \quad (47)$$

$$a_1 = \delta\varphi_2 - \delta\varphi_1, \quad (48)$$

$$a_2 = \delta\varphi_4 - \delta\varphi_1, \quad (49)$$

$$a_3 = \delta\varphi_1 + \delta\varphi_3 - \delta\varphi_2 - \delta\varphi_4, \quad (50)$$

$$X = (\lambda_p - \lambda_1)/(\lambda_2 - \lambda_1), \quad (51)$$

$$Y = (\phi_p - \phi_1)/(\phi_2 - \phi_1). \quad (52)$$

Procedimento análogo deve ser realizado para obter a distorção em longitude ($\delta\lambda_p$) no ponto P . Realizada a interpolação dos pontos a partir da grade de distorção, é gerado pelo aplicativo INTERPOLA um arquivo de saída denominado PONTOS_MOD. ITP contendo o identificador numérico da estação, as coordenadas calculadas (parâmetros de transformação), as distorções com respectivos indicadores de precisão e as coordenadas obtidas na realização de destino.

6 EXPERIMENTOS E RESULTADOS

6.1 Introdução

Neste capítulo são descritos os experimentos realizados, bem como os resultados obtidos na modelagem das distorções entre o SAD 69 realização de 1996 e o SIRGAS 2000. Os experimentos foram realizados utilizando os aplicativos desenvolvidos com base na conceituação teórica e modelos apresentados nos capítulos anteriores.

6.2 Considerações e Pré-Análise dos Dados

O conjunto de dados utilizados nesta pesquisa é de propriedade do IBGE e foi cedido aos integrantes do GT3 com o intuito de subsidiar estudos referentes à conversão entre referenciais, especificamente entre o SIRGAS e demais referenciais oficiais do SGB. Por serem os mais recentes referenciais oficiais, tendo então a necessidade mais imediata de conversão de suas coordenadas, as análises se concentrarão na conversão de coordenadas entre o SAD 69 (realização de 1996) e o SIRGAS 2000. Dessa forma, serão utilizados os dados de estações referentes às realizações destes dois referenciais, ressaltando que a metodologia proposta não se limita à modelagem de distorções somente entre realizações desses referenciais, mas entre quaisquer realizações distintas desde que as informações necessárias à modelagem estejam disponíveis (coordenadas de estações nas duas realizações e parâmetros de transformação).

Os arquivos com estações SAD 69 (realização de 1996) e SIRGAS 2000 continham igualmente 7297 estações cada um. Estas estações eram correspondentes nas duas realizações, portanto, não havendo a necessidade de um procedimento de verificação de estações correspondentes. Entretanto, para efeito de precaução ou de possível utilização de outros arquivos que não contenham somente estações correspondentes, o MDGRADE realiza essa análise e procede nas estações correspondentes o cálculo das distorções.

Com as distorções calculadas, foi realizada uma pré-análise para depuração dos dados. Trinta estações foram eliminadas do processamento, 26 delas por não possuírem valores de

latitude em SIRGAS e 4 por apresentarem prováveis erros grosseiros. Outras 98 estações (cerca de 1,3%) foram selecionadas como estações de teste para análise da metodologia desenvolvida. As distorções resultantes nas estações utilizadas são representadas vetorialmente pela Figura 15.

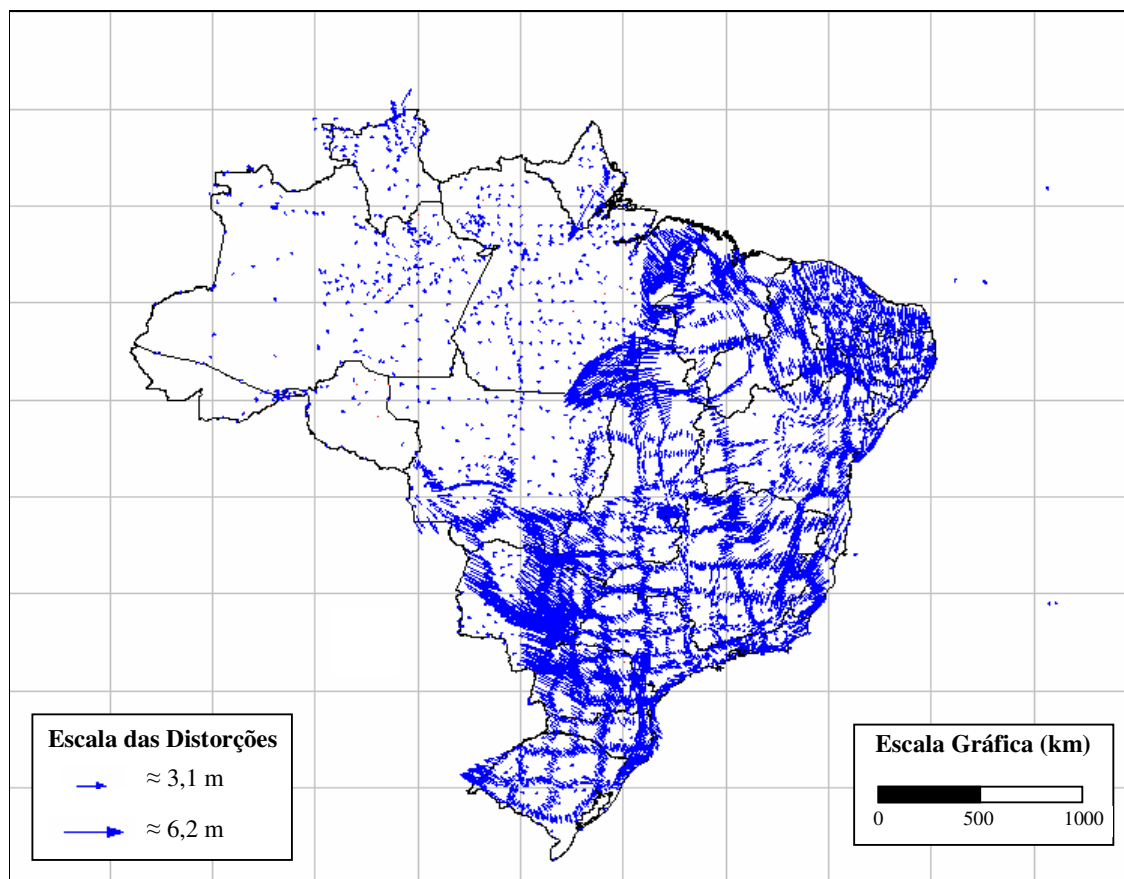


Figura 15 - Representação vetorial das distorções resultantes entre SAD 69 realização de 1996 e SIRGAS 2000.

Conforme se observa na Figura 15, o comportamento das distorções ao longo do território nacional não segue uma tendência sistemática em toda a sua extensão. Existem regiões com comportamento não homogêneo, por exemplo, no Tocantins (Figura 16b), em contraposição com regiões como o Rio Grande do Sul (Figura 16a), razoavelmente bem comportada. Esse comportamento não homogêneo dificulta a modelagem das distorções, já que um requisito importante para uma modelagem eficiente é o comportamento sistemático aliado à uma boa densidade de estações. Dessa forma, a Região Norte sofre os efeitos da baixa densidade de estações em seu território, o que implica em espaçamento maior entre estações e na utilização de pontos mais distantes para a modelagem.

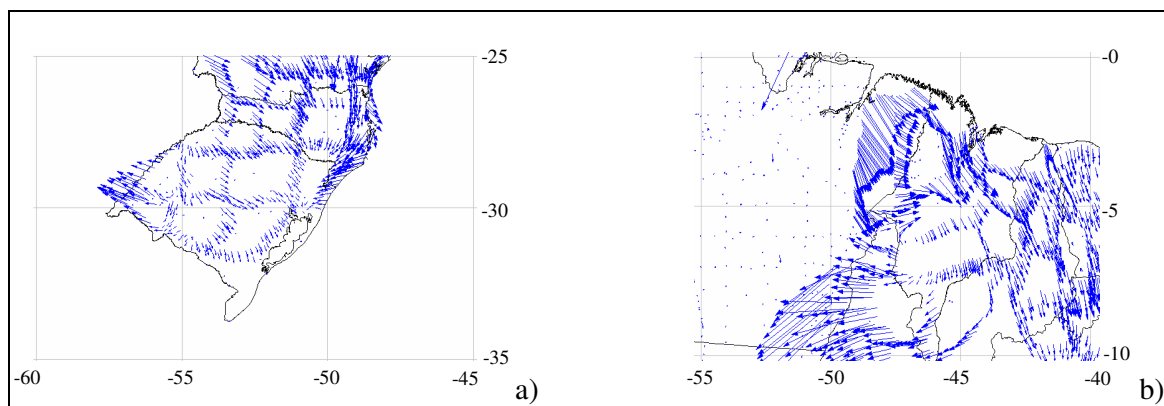


Figura 16 - Comportamento das distorções a) no Rio Grande do Sul e b) no Tocantins.

Em regiões onde as distorções não seguem um padrão sistemático, como mostrado na Figura 16b, tem-se resultados que podem não ser consistentes o bastante, inclusive acompanhados de baixa precisão na modelagem, devendo-se avaliar os procedimentos a serem tomados nestes casos.

Algumas estatísticas sobre as distorções calculadas entre SAD 69 realização de 1996 e SIRGAS 2000 com os dados utilizados são apresentadas na Tabela 4.

Tabela 4 – Estatísticas das distorções.

Distorção	Latitude (m)	Longitude (m)
Mínima	-5,661	-3,676
Máxima	5,338	3,696
Média	-0,437	0,011
Desvio	0,627	0,532
EMQ^(*)	0,764	0,032

(*) Erro Médio Quadrático

O Erro Médio Quadrático é um indicador de acurácia e foi calculado em função das discrepâncias entre as coordenadas conhecidas e transformadas, conforme a seguinte equação:

$$EMQ = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\text{Discrepâncias}_i)^2}{n^{\circ} \text{ estações}}} \quad (53)$$

Nota-se pelos valores apresentados na Tabela 4 uma variação maior das distorções em latitude, sugerindo um efeito maior da distorção nessa componente. Esse efeito pode ser decorrência da existência de erros sistemáticos associados a essa componente, no qual a análise fica fora do escopo desse trabalho.

Para uma melhor avaliação da distribuição espacial das distorções, foram gerados mapas de intensidade das distorções em latitude (Figura 17a), longitude (Figura 17b) e na resultante das coordenadas (Figura 17c).

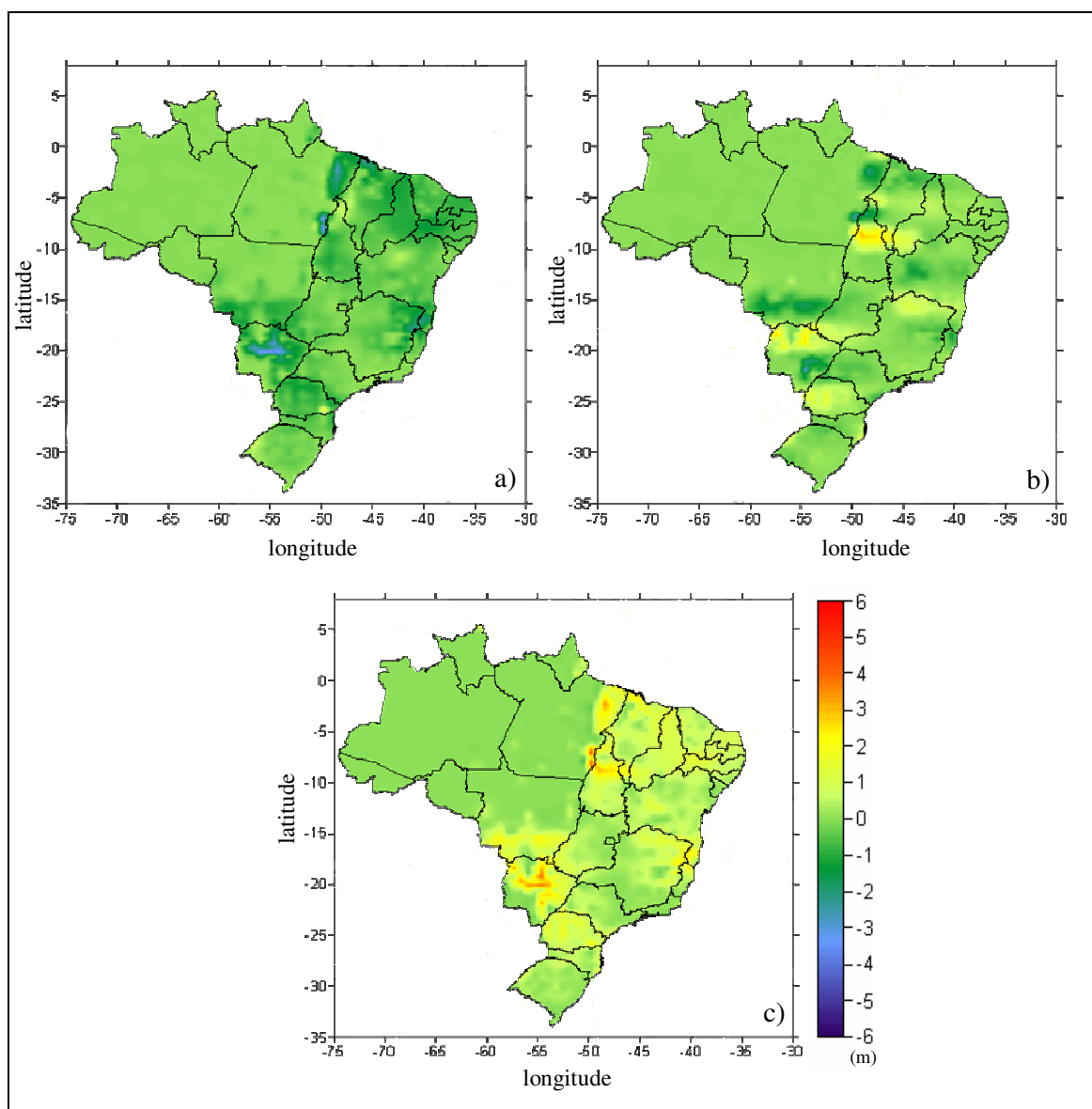


Figura 17 - Intensidade das distorções em a) latitude, b) longitude e c) resultante das coordenadas.

Através da Figura 17 são verificadas algumas tendências sobre o comportamento das distorções no território nacional. Na Figura 17a ocorrem altos valores de distorção negativos,

o que evidencia uma predominância das distorções no sentido norte-sul, já que as distorções são calculadas pela diferença entre as coordenadas ajustadas e calculadas nas estações de controle. O oposto ocorre na Figura 17b, onde as distorções são na sua maioria positivas, evidenciando distorções no sentido oeste-leste. São detectadas também, regiões com maior intensidade de distorções tanto em latitude, quanto em longitude e, conseqüentemente, na resultante das coordenadas. É o caso de grande parte do Estado de Mato Grosso do Sul, norte do Estado do Tocantins e na fronteira dos Estados do Pará, Maranhão e Tocantins.

Esta análise preliminar dos dados é importante para verificar características intrínsecas dos dados, auxiliando diagnósticos posteriores quanto à transformação das coordenadas e principalmente na modelagem das distorções.

6.3 Geração e Análise das Grades de Distorção

Para realizar a modelagem de distorções entre o SAD 69 (realização de 1996) e o SIRGAS 2000, foram geradas grades de distorção com espaçamentos de 5° e 1° compreendendo os limites territoriais brasileiros. Optou-se por esses espaçamentos para as grades por serem valores já utilizados em outros casos de modelagem baseado em grades, como por exemplo, nos procedimentos de modelagem na Austrália (COLLIER, 2002).

Com relação aos valores iniciais necessários para a interpolação através do método de Shepard, estipulou-se em 4 o número mínimo de pontos utilizados na interpolação e em 10 o número máximo. Acredita-se que esses valores sejam suficientes para delinear uma vizinhança local representativa para a interpolação das distorções nos nós da grade. Uma outra configuração de pontos mínimo e máximo foi analisada, objetivando verificar se o aumento no número de pontos na interpolação melhora os resultados finais. Nessa nova configuração, estipulou-se um mínimo de 10 pontos e um máximo de 20 pontos vizinhos para a interpolação. Analisando as grades nas duas configurações, constatou-se que o aumento no número de pontos através da segunda configuração não proporcionou melhorias relevantes na grade de espaçamento 1° quando comparada com a mesma gerada na primeira configuração. Os resultados mostraram-se similares em ambos os casos. Já na grade de 5° os resultados foram piores com a utilização da segunda configuração, já que o aumento no número de pontos vizinhos implica, conseqüentemente, na utilização de pontos mais distantes na interpolação, menos correlacionados em função das distâncias. Adotou-se, então, a

configuração inicialmente proposta para a elaboração das grades utilizadas e analisadas doravante.

Quanto ao raio de busca inicial seu cálculo se dá pela definição da densidade da rede, conforme já mencionado (Equação 22). A região que contém os pontos da rede é tomada como sendo todo o território brasileiro, com extensão de 8.514.876,599 km² de acordo com o IBGE. O número de estações utilizadas na geração da grade foi de 7169 (7297 no total subtraídas 30 por erros grosseiros e 98 para teste). O número médio de pontos contidos no raio de busca inicial foi definido em 7, ou seja, o valor médio entre o mínimo (4) e máximo (10) de pontos estabelecidos a priori, obtendo-se assim, um raio de busca inicial de aproximadamente 60 km.

Algumas estatísticas sobre as grades de distorção geradas são mostradas na Tabela 5. A grade de distorção de 5° e um trecho do arquivo da grade de 1° geradas pelo MDGRADE são apresentados no Apêndice A.

Tabela 5 - Estatísticas das grades de distorção de 1° e 5°.

		GRADE 5°	GRADE 1°
Distorção Latitude (m)	Mínima	-2,134	-2,721
	Máxima	0,890	2,258
	Média	-0,144	-0,247
Distorção Longitude (m)	Mínima	-0,397	-2,696
	Máxima	1,385	2,622
	Média	0,052	0,028
Distorção Resultante (m)	Máxima	2,343	3,562
	Média	0,231	0,360
Indicador de Precisão Latitude (m)	Máxima	0,977	2,409
	Média	0,149	0,158
Indicador de Precisão Longitude (m)	Máxima	0,850	1,678
	Média	0,090	0,099
Indicador de Precisão Resultante (m)	Máxima	1,295	2,936
	Média	0,174	0,199
	n° de nós	100	2024

Como suporte adicional a análise da qualidade da modelagem através das grades geradas, são mostradas as Figura 18 e 19. Nelas são apresentados os indicadores de precisão associados às distorções em latitude e longitude para as grades de 5° e 1° respectivamente.

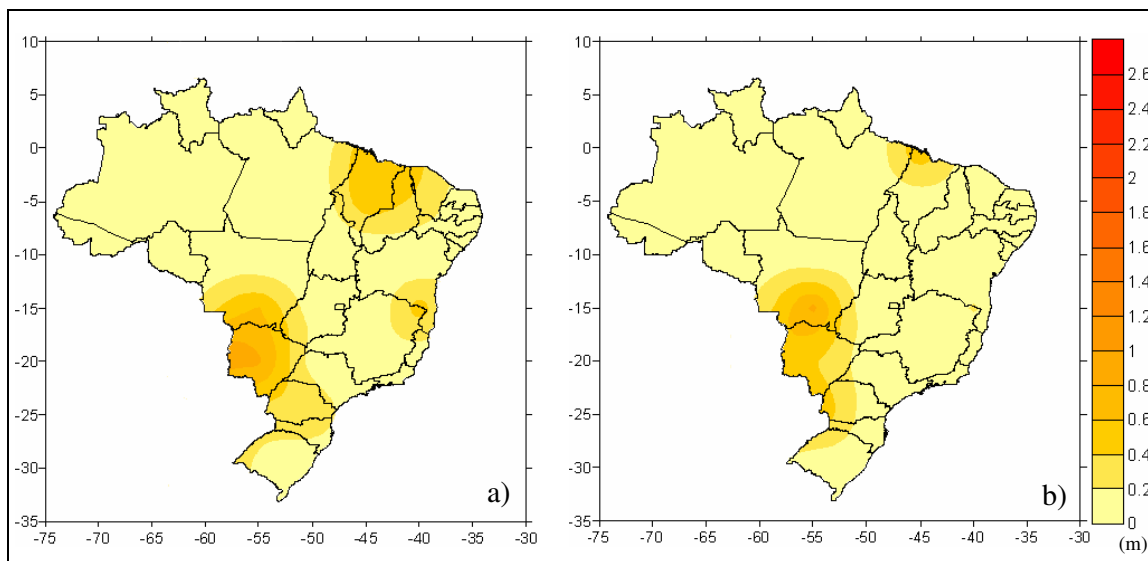


Figura 18 – Indicador de precisão das distorções em a) latitude e b) longitude para a grade de 5°.

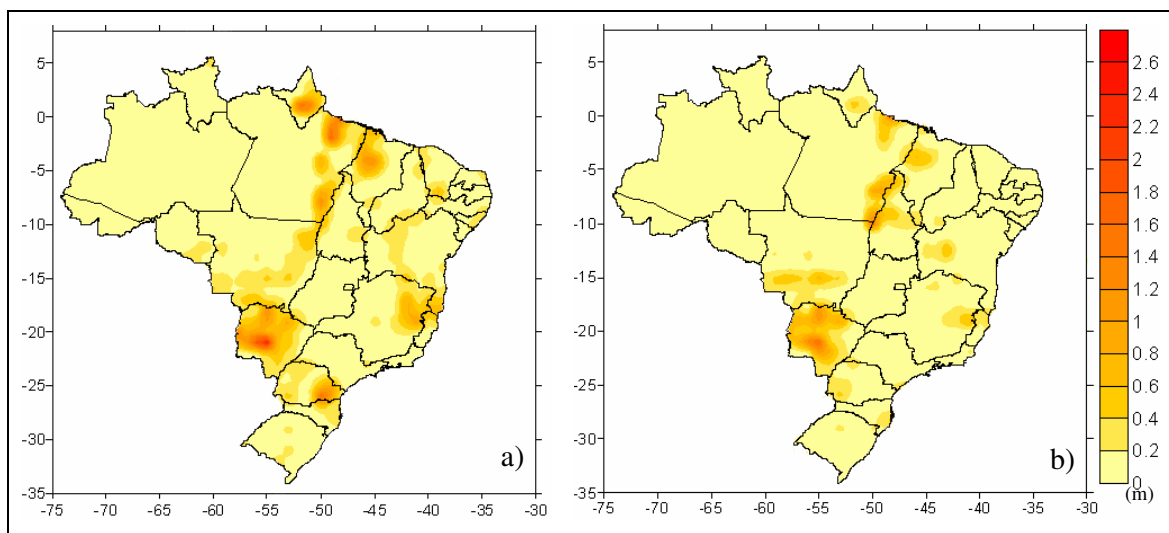


Figura 19 – Indicador de precisão das distorções em a) latitude e b) longitude para a grade de 1°.

Conforme se observa nas Figura 18 e 19, a precisão associada às distorções nos nós das grades estão diretamente relacionadas com o comportamento das distorções nas estações de controle utilizadas na interpolação. Isso já era esperado uma vez que regiões com comportamento não homogêneo tendem a proporcionar menor precisão. Com relação ao espaçamento, a grade de 1° aparenta uma melhor capacidade de detectar variações pontuais no cálculo do indicador de qualidade enquanto que a grade de 5° detecta variações apenas em grandes regiões não homogêneas.

Quanto ao número de estações utilizadas para a interpolação dos nós da grade, utilizou-se uma média de 5 pontos para a grade de 5° e de 6 pontos para a grade de 1°. Uma

representação do número de pontos utilizados por nó nas grades de 5° e 1° é apresentada na Figura 20:

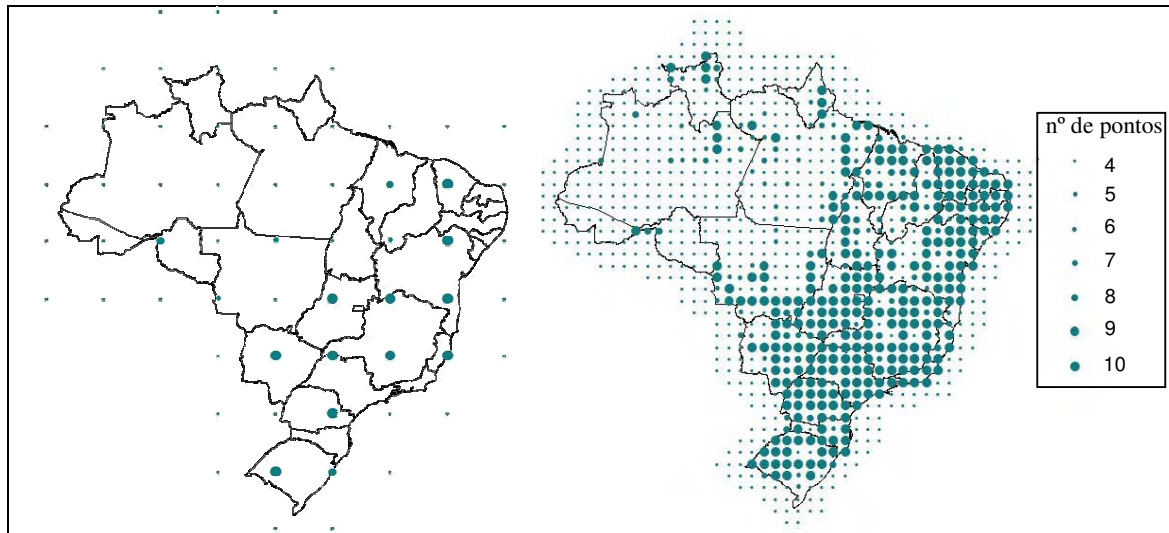


Figura 20 - Número de pontos vizinhos utilizados na interpolação das grades de 5° e 1°.

O número de pontos utilizados foi maior nas regiões com boa densidade de estações e menor nas regiões com baixa densidade. Isso era evidente, uma vez que uma maior densidade de estações implica também em um menor espaçamento entre elas e, conseqüentemente, um maior número de estações abrangidas pelo raio de busca.

Quanto à distância entre os pontos de interpolação e os pontos vizinhos os valores mínimos e máximos foram de 36,261 km e 862,922 km para a grade de 5°, e 24,524 km e 695,787 km para a grade de 1°. A distância dos pontos vizinhos ao ponto de interpolação é um aspecto que contribui para a qualidade da modelagem e, conseqüentemente, para a avaliação da precisão da grade.

6.4 Modelagem das Distorções nas Estações de Teste

As estações de teste foram selecionadas de acordo com suas posições geográficas, cobrindo todo o território nacional e com uma distribuição relativamente proporcional nas regiões brasileiras. A distribuição das 98 estações de teste por região do país é apresentada na Tabela 6.

Tabela 6 - Distribuição das estações de teste por região.

Região	Nº. de Estações
Centro-Oeste	19
Nordeste	20
Norte	21
Sudeste	20
Sul	18
Total	98

A Figura 21 mostra a distribuição das estações de teste ao longo do território brasileiro. Verifica-se uma distribuição homogênea das estações contemplando todas as regiões brasileiras.



Figura 21 - Distribuição das estações de teste.

Na modelagem de distorções entre dois conjuntos de coordenadas, as diferenças remanescentes após a aplicação do modelo possibilitam verificar seu desempenho. Tais diferenças podem ser verificadas comparando as coordenadas conhecidas (ajustadas) com as coordenadas obtidas após a aplicação da modelagem ($\delta\phi$, $\delta\lambda$). Já as diferenças resultantes da transformação das coordenadas são as próprias distorções, ou seja, as diferenças entre as coordenadas ajustadas e as calculadas pelos parâmetros de transformação ($\delta\phi$, $\delta\lambda$). A diferença das coordenadas antes e após a modelagem proporciona um indicador de qualidade da modelagem realizada.

6.4.1 Resultados e análises da modelagem nas estações teste para a grade de 5°

Os resultados e análises apresentados a seguir referem-se à modelagem das distorções nas estações de teste com utilização da grade de distorção de espaçamento 5°. Os gráficos das

Figuras 22 e 23 apresentam as diferenças de coordenadas em latitude e longitude antes e após a aplicação da grade de distorção. Para facilitar a análise dos resultados, as estações foram organizadas por região. Os valores completos das distorções e das diferenças de coordenadas para as 98 estações de teste constam no Apêndice B.

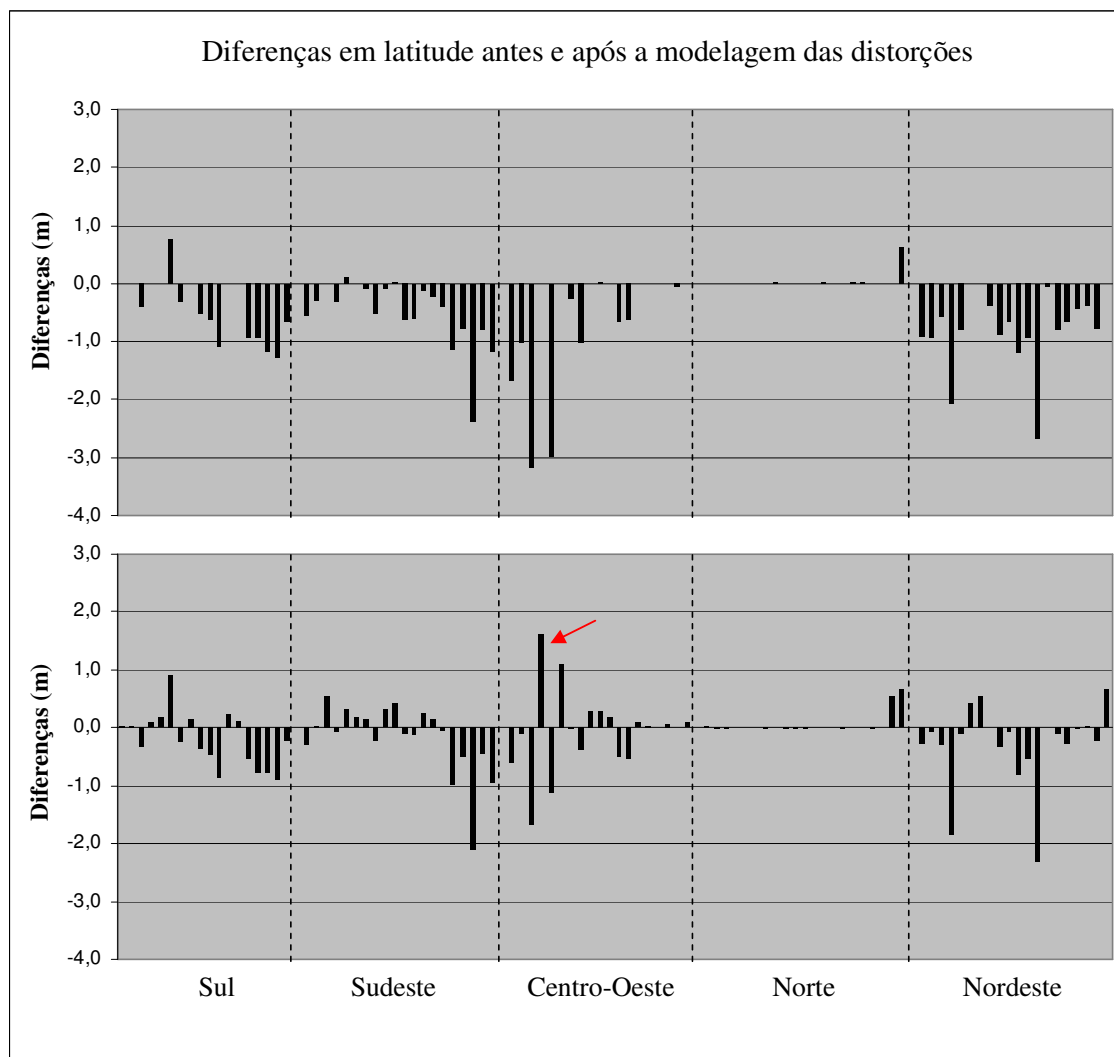


Figura 22 - Diferenças em latitude antes e após a modelagem das distorções com a grade de 5°.

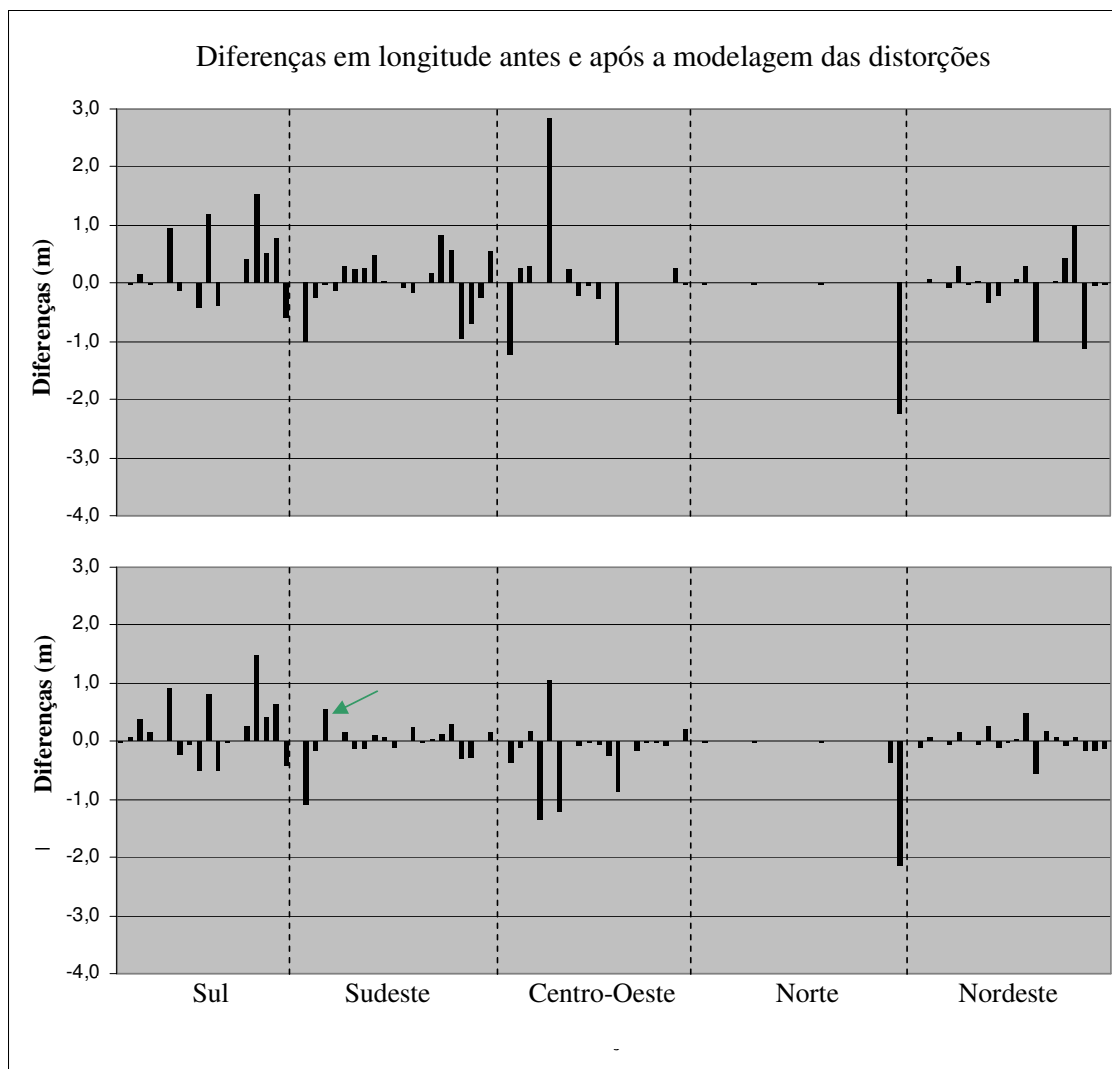


Figura 23 - Diferenças em longitude antes e após a modelagem das distorções com a grade de 5°.

A Tabela 7 apresenta algumas estatísticas com relação à melhoria das diferenças das coordenadas antes e após a modelagem das distorções.

Tabela 7 - Estatísticas das melhorias nas diferenças entre coordenadas antes e após a modelagem.

Região Brasileira	Latitude		Longitude	
	Estações	Percentual	Estações	Percentual
Sul	10/18	55%	07/18	39%
Sudeste	13/20	65%	13/20	65%
Centro-Oeste	09/19	47%	11/19	58%
Norte	07/21	33%	10/21	48%
Nordeste	17/20	85%	13/20	65%
Total	56/98	57%	54/98	55%

Verifica-se pelas Figuras 22 e 23 e pela Tabela 7 que, de um modo geral, ocorreram melhoras na transformação das coordenadas para SIRGAS 2000 após a aplicação da grade de distorção. Entretanto, em algumas regiões, como Centro-Oeste e Sul, a modelagem não proporcionou melhorias significativas nas estações de teste, ocorrendo inclusive, aumento das distorções ou inversão de sentido em alguns casos. Nestas regiões existem áreas com padrão não homogêneo das distorções, o que pode ter dificultado a modelagem e conduzido à tais resultados. As Figuras 24a e 24b mostram duas regiões que contém as estações apontadas nas Figuras 22 e 23, respectivamente, e que tiveram inversão no sentido das distorções, devido ao comportamento não homogêneo das distorções nas estações vizinhas.

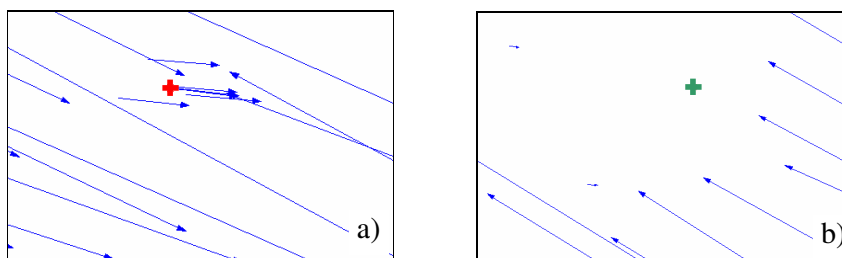


Figura 24 – Estações com aumento das distorções após a modelagem a) em latitude e b) longitude.

Na Região Norte também não ocorreram melhorias nas diferenças de coordenadas em grande parte das estações. Esse fato pode ser sido influenciado pelos baixos valores de distorção, não havendo, portanto, muitas correções a serem feitas nas coordenadas calculadas.

As regiões Nordeste e Sudeste foram as que tiveram maior número de estações com resíduos de menor valor, que são justamente regiões com alta densidade de estações e com comportamento homogêneo das distorções. No Apêndice B são apresentados os valores completos dos resíduos antes e após a modelagem das distorções nas estações de teste. O erro médio quadrático foi de 0,579 m e 0,4290 m, respectivamente em latitude e longitude para as coordenadas após a modelagem e de 0,809 m e 0,539 m para as coordenadas calculadas. A redução do erro médio quadrático está associada a uma melhora na estimativa das coordenadas após a modelagem das distorções.

Os vetores das diferenças na resultante das coordenadas das estações de teste, antes e após a modelagem das distorções, são mostrados na Figura 25.

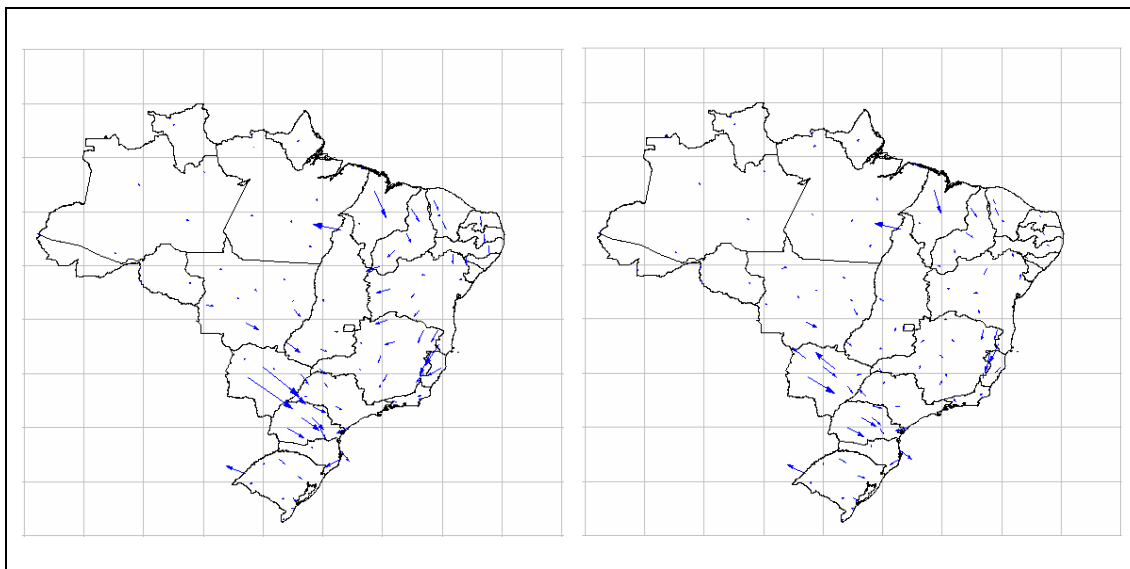


Figura 25 - Distorções nas estações de teste antes e após a modelagem com a grade de 5°.

É possível visualizar a redução dos vetores da distorção após a modelagem, caracterizando a melhoria na estimativa das coordenadas na rede SIRGAS 2000.

Quanto aos indicadores de precisão associados à modelagem, a Figura 26 apresenta seu comportamento para cada componente geodésica.

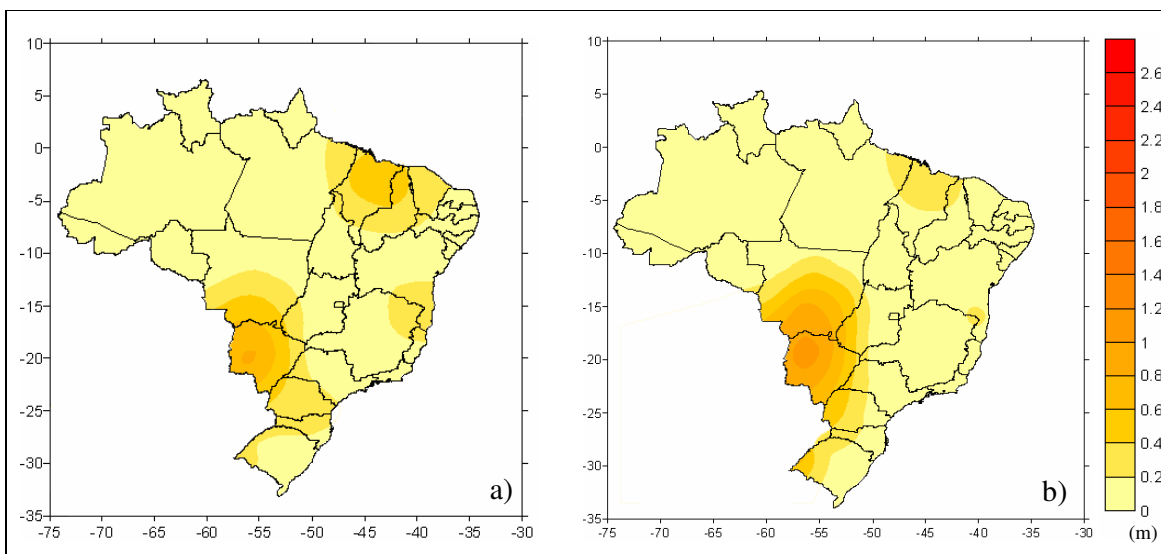


Figura 26 – Indicador de precisão associado às coordenadas na modelagem em a) latitude e b) longitude para a grade de 5°.

Novamente, verifica-se uma menor precisão em regiões de comportamento não homogêneo de distorções.

6.4.2 Resultados e análises da modelagem nas estações teste para a grade de 1°

Os mesmos experimentos e análises realizados para a grade com espaçamento de 5° serão agora apresentados para a grade com espaçamento de 1°. Os gráficos das Figuras 27 e 28 apresentam as diferenças de coordenadas em latitude e longitude antes e após a aplicação da grade de distorção. Os valores completos das distorções e das diferenças de coordenadas para as 98 estações de teste constam no Apêndice B.

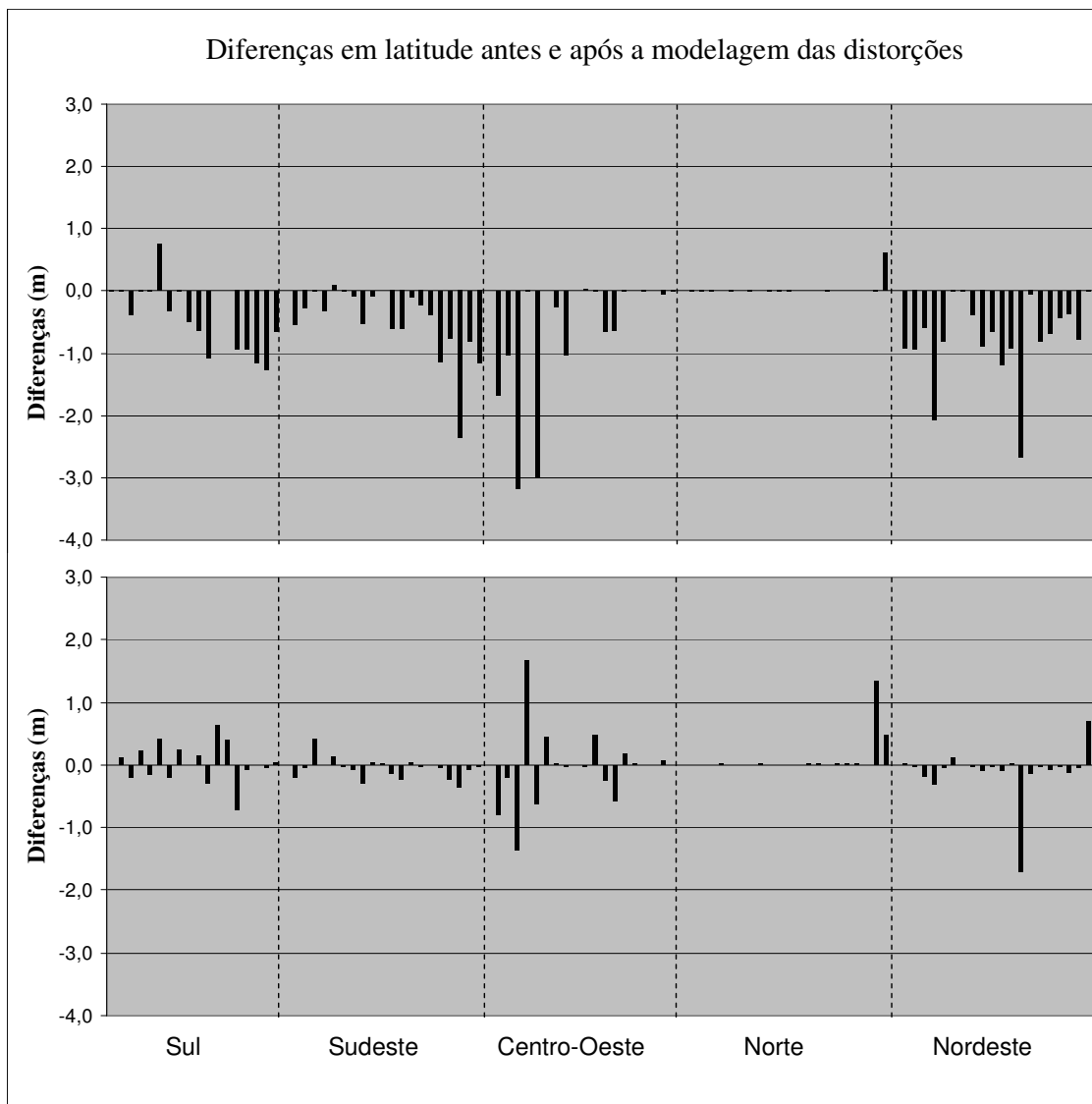


Figura 27 - Diferenças em latitude antes e após a modelagem das distorções com a grade de 1°.

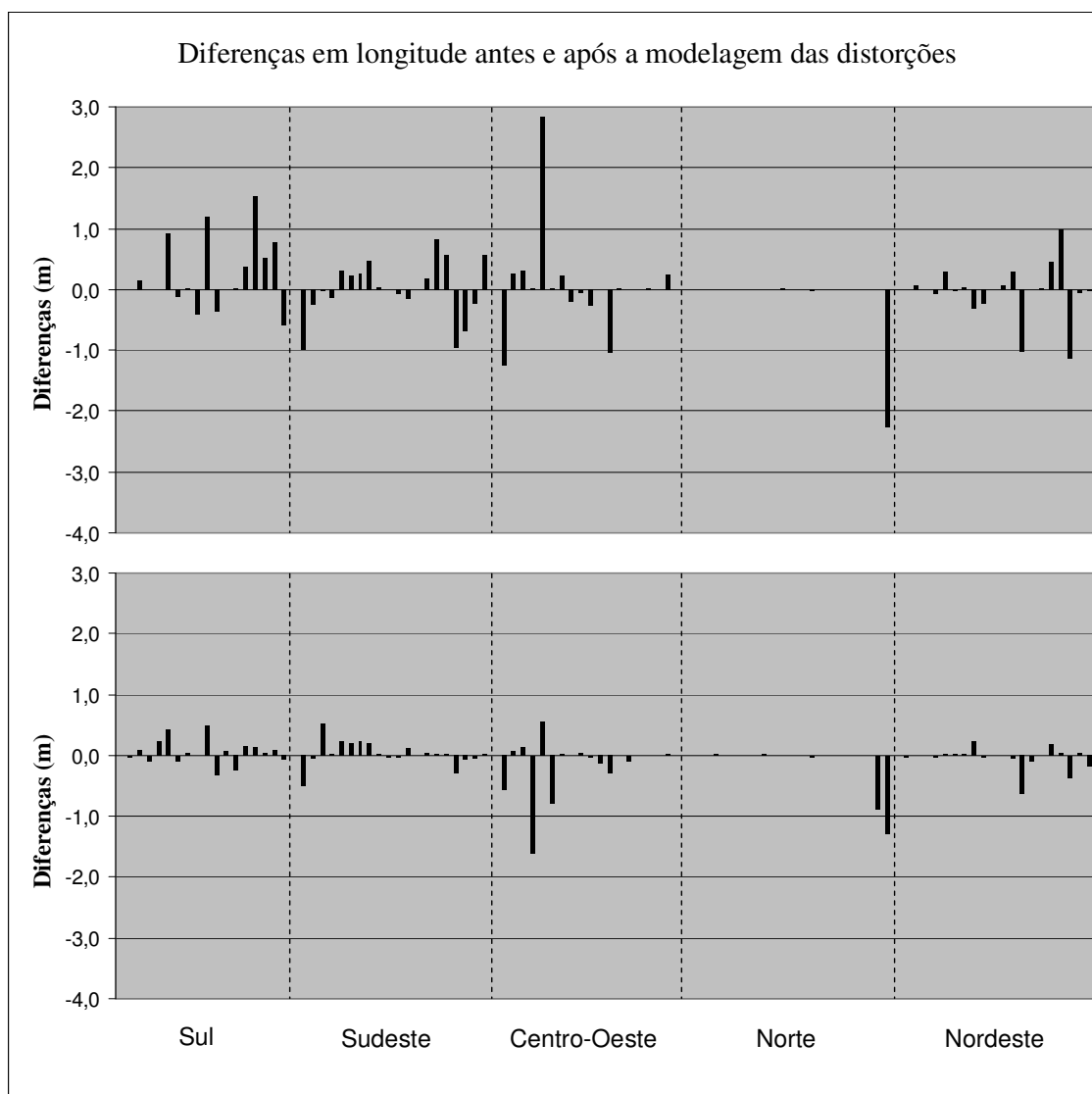


Figura 28 - Diferenças em longitude antes e após a modelagem das distorções com a grade de 1°.

Algumas estatísticas quanto à melhoria nas diferenças das coordenadas antes e após a modelagem das distorções com a grade de 1° são apresentadas na Tabela 8.

Tabela 8 – Estatísticas das melhorias nas diferenças entre coordenadas antes e após a modelagem com a grade de distorção de 1°

Região Brasileira	Latitude		Longitude	
	Estações	Percentual	Estações	Percentual
Sul	12/18	67%	12/18	67%
Sudeste	15/20	75%	17/20	85%
Centro-Oeste	13/19	68%	11/19	58%
Norte	10/21	48%	12/21	57%
Nordeste	18/20	90%	17/20	85%
Total	68/98	69%	69/98	70%

Verifica-se pelas Figuras 27 e 28, e pela Tabela 8, que ocorreram melhoras na estimação das coordenadas SIRGAS após a aplicação da grade de distorção de 1° quando comparadas com os resultados da grade de 5°. O erro médio quadrático em longitude e latitude foi de 0,809 m e 0,539 m para as coordenadas calculadas sem a modelagem das distorções. Esse valor reduziu para 0,383 m e 0,297 m, respectivamente em latitude e longitude, para as coordenadas após a modelagem, evidenciando a melhoria na estimativa das coordenadas após a modelagem.

Com exceção da componente latitude na região Norte, em todas as outras regiões grande parte das estações tiveram as diferenças entre as coordenadas reduzidas. São válidas as mesmas considerações feitas para a grade de 5° com relação às estações que não tiveram as diferenças reduzidas, ou seja, os valores foram influenciados pelo comportamento não homogêneo das distorções.

Quanto à região Norte, os baixos valores de distorção podem ter contribuído para que não tenham ocorrido melhoras em grande parte das estações. Novamente as regiões Sudeste e Nordeste foram aquelas onde a modelagem proporcionou melhoras na maior parte das estações. Das estações que tiveram redução das diferenças entre coordenadas antes e após a modelagem a melhora média foi de 71% e 74%, respectivamente, em latitude e longitude. Isso indica uma boa melhoria no relacionamento das coordenadas entre as realizações após a modelagem nas estações. No Apêndice B são apresentados os valores completos dos resíduos antes e após a modelagem das distorções nas estações de teste.

Os vetores das diferenças na resultante das coordenadas nas estações de teste antes e após a modelagem das distorções são mostrados na Figura 29.

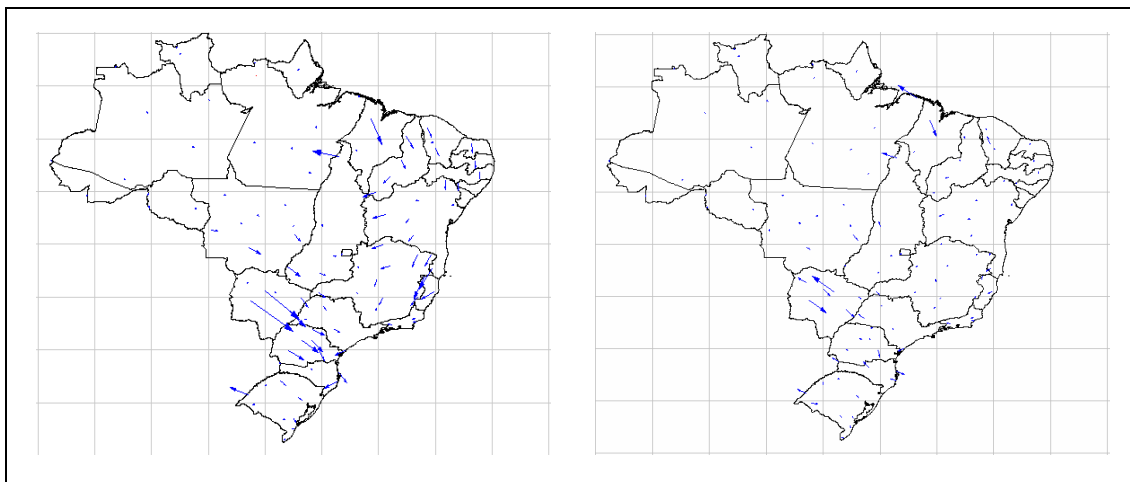


Figura 29 - Distorções nas estações de teste antes e após a modelagem com a grade de 1°.

Verifica-se a redução significativa dos vetores distorção após a modelagem das distorções. Quanto aos indicadores de precisão da modelagem, a Figura 30 apresenta seu comportamento para cada componente geodésica.

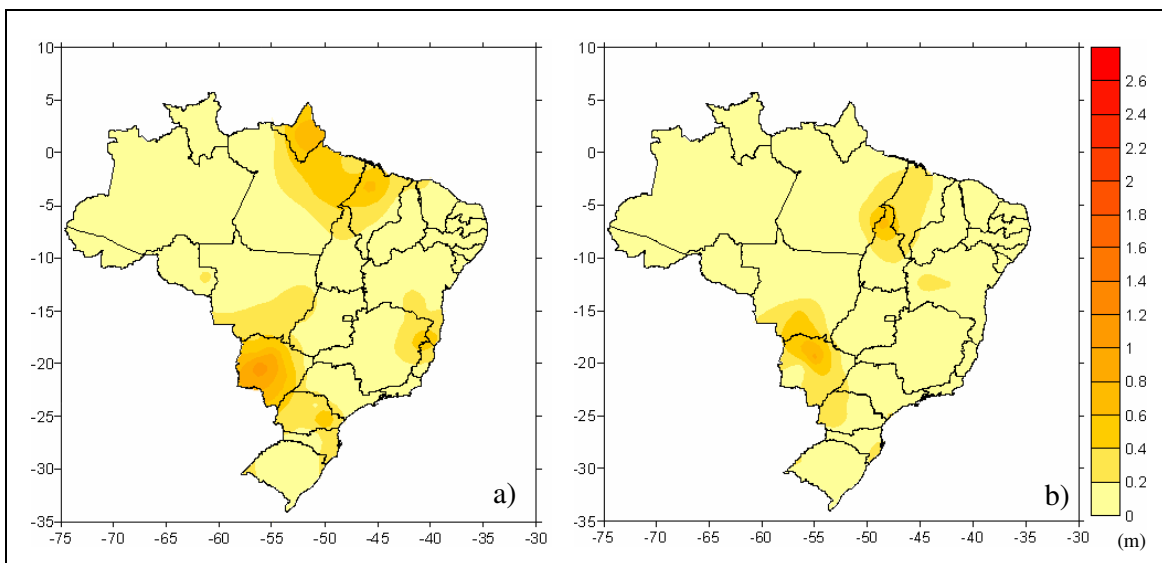


Figura 30 – Indicador de precisão associado às coordenadas na modelagem em a) latitude e b) longitude para a grade de 1°.

Nota-se que há pior precisão associada nas regiões onde não ocorreram melhorias das diferenças de coordenadas após a modelagem. Entretanto, comparando os indicadores de precisão das grades de 5° e 1° conclui-se que a grade de 1° possui melhor capacidade de verificar a precisão em regiões mais pontuais, mostrando-se ser mais realista na representação dos resultados que a grade de 5°.

6.4.3 Análise comparativa entre as grades de espaçamento 5° e 1°

Conforme apresentado anteriormente, a grade de espaçamento de 1° proporcionou melhores resultados na modelagem que a grade de espaçamento de 5°. O principal parâmetro de análise dessas grades é o erro médio quadrático associado a suas componentes. Na Figura 31 é apresentada uma comparação dos valores de EMQ associados às coordenadas transformadas (sem modelagem das distorções), modeladas com a grade de 5° e 1° de espaçamento.

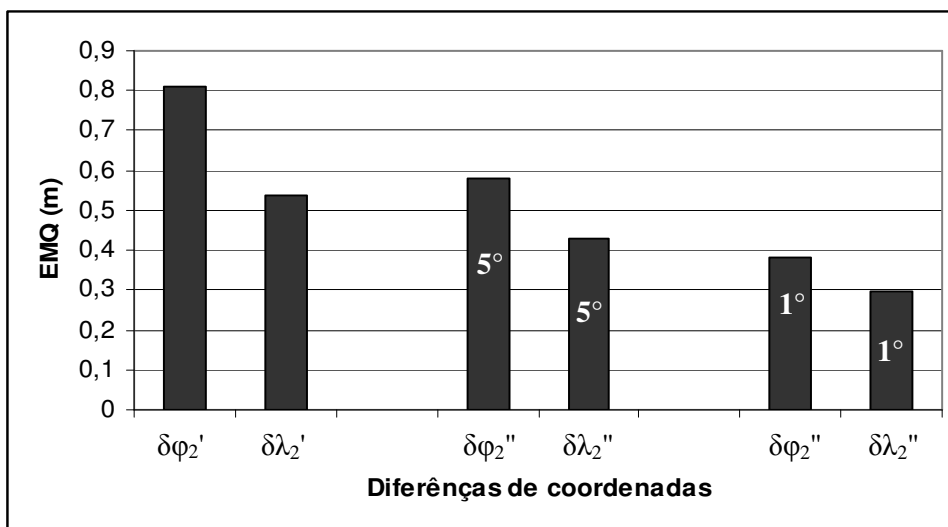


Figura 31 - Comparação do EMQ nas coordenadas transformadas, modeladas com grade de 5° e 1°.

Nota-se uma melhora significativa na estimação das coordenadas SIRGAS com a modelagem, principalmente utilizando a grade de 1°. Houve um melhora média de 35% na estimação das coordenadas através da grade de 1° comparada com a de 5°. Portanto, o menor espaçamento de grade nesse caso específico se mostrou mais adequado.

6.5 Geração da Grade de Distorções Completa

Conforme visto nos experimentos com as estações de teste, a grade de distorções com espaçamento de 1° foi a que proporcionou melhores resultados na modelagem. Entretanto, as grades geradas nos experimentos não continham a totalidade de estações fornecidas pelo IBGE. Além das estações excluídas pelos problemas de distorções muito fora da média, as 98 estações de teste também não participaram do processamento dessas grades. Já que o produto

final desta pesquisa se constitui em essência na grade de distorção é importante que esta seja gerada através de todas as estações disponíveis. Assim, foram incorporadas as 98 estações de teste e gerada a grade final de distorções com espaçamento de 1°. Uma análise comparativa entre a grade gerada sem as estações de teste e com essas estações é apresentada na Tabela 9.

Tabela 9 - Comparação entre a grade gerada para teste e a final com 1° de espaçamento.

		Grade 1° para teste	Grade 1° final
Distorção Latitude (m)	Mínima	-2,721	-2,697
	Máxima	2,258	2,258
	Média	-0,247	-0,255
Distorção Longitude (m)	Mínima	-2,696	-2,007
	Máxima	2,622	2,500
	Média	0,028	0,027
Distorção Resultante (m)	Máxima	3,562	3,240
	Média	0,360	0,368
Indicador de Precisão Latitude (m)	Máxima	2,409	2,044
	Média	0,158	0,141
Indicador de Precisão Longitude (m)	Máxima	1,678	1,761
	Média	0,099	0,090
Indicador de Precisão Resultante (m)	Máxima	2,936	2,470
	Média	0,199	0,179
	n° de nós	2024	

Verifica-se que os valores na grade de distorção sofreram influência dos pontos de teste. Destacam-se a redução dos valores de distorção e a melhora na precisão nas resultantes.

Uma análise importante para validação dos resultados proporcionados pela grade de distorção e conseqüentemente da metodologia proposta, pode ser realizada mediante a aplicação da modelagem não apenas nas estações de teste, mas em todas as estações que participaram do processamento para geração da grade de distorções. O cálculo das discrepâncias entre as coordenadas resultantes da modelagem e as conhecidas em SIRGAS 2000 para estas estações, proporcionam um indicador da qualidade da modelagem das distorções. Na Tabela 10 são apresentadas algumas estatísticas dessa análise envolvendo todas as estações conhecidas em SAD 69 realização de 1996.

Tabela 10 - Estatísticas da análise da modelagem com o total de estações conhecidas.

	Latitude	Longitude
Média (m)	0,001	-0,002
EMQ (m)	0,151	0,095

Conforme se verifica pela Tabela 10, os valores do EMQ obtido neste experimento foram inferiores aos valores do indicador de precisão nas estações de teste (Tabela 9) em cada componente das coordenadas. Isso é um indicador favorável com relação à modelagem através da metodologia apresentada.

7 CONSIDERAÇÕES, CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

7.1 Considerações e Conclusões

O problema da conversão entre referenciais é uma necessidade latente e atinge diretamente os usuários do SGB que necessitam de informações georreferenciadas nas mais diversas áreas do conhecimento, tais como Cadastro, Geodésia, Cartografia, Aplicações Ambientais, Geofísica, Ciências Atmosféricas, dentre outras. Implica, principalmente, no aproveitamento de documentos cartográficos para atualização e reconstrução, tanto de mapas analógicos quanto digitais, que constituem grande volume de informações já existente.

Procurou-se, com este trabalho, colaborar de forma que usuários do SGB pudessem ter suas coordenadas transformadas de forma consistente entre as realizações de referenciais oficiais. Deve ser ressaltado que a transformação de coordenadas aliada à modelagem das distorções não melhora a precisão das coordenadas, mas sim o relacionamento entre as realizações dos sistemas de referência. A precisão por sua vez depende dos equipamentos de coleta de dados e métodos de ajustamento.

Com relação às distorções, os valores médios encontrados foram de -0,437 m em latitude e 0,011 m em longitude. Esses valores indicam um maior efeito da distorção em latitude ou a influência de erros sistemáticos.

Quanto às grades geradas nos testes, as distorções médias foram de 0,230 m para a grade de 5° e 0,360 m para a grade de 1° e os valores médios do indicador de precisão foram de 0,174 m e de 0,199 m, respectivamente. Apesar de uma melhor precisão média associada à grade de 5°, a grade de 1° proporciona resultados mais realistas identificando regiões pontuais de menor precisão associada.

O número de pontos vizinhos utilizados, considerando a configuração adotada para a interpolação de Shepard foi em média de 5 pontos para a grade de 5° e 6 pontos para a grade de 1°. Os raios de busca finais variaram de 36,261 km à 862,922 km para a grade de 5° e de 24,524 km à 695,787 km para a grade de 1°.

Os experimentos com as estações de teste foram essenciais para analisar a qualidade da modelagem. Evidenciou-se, através desses experimentos, a melhoria na estimação das coordenadas através da modelagem proposta na maior parte das estações (média de 56% das

estações para a grade de 5° e de 70% para a grade de 1°). O espaçamento da grade de distorção é um fator que contribui também para a eficiência do método. Grades com espaçamentos menores dispensam um maior número de processamentos. No entanto, podem ser mais eficientes na modelagem em contexto local, conforme comprovado pelos experimentos. Conseqüentemente, grades com espaçamentos maiores terão maiores regiões de menor precisão associada na modelagem.

Como conclusão final, constata-se que os objetivos propostos nessa pesquisa foram atingidos no que se refere à melhoria no relacionamento das coordenadas entre redes geodésicas do SGB. De um modo geral, a metodologia de modelagem baseada em grades mostrou-se uma alternativa interessante para o SGB na conversão de coordenadas entre realizações de sistemas de referência. Quanto aos critérios mencionados anteriormente que uma modelagem deve satisfazer, a metodologia desenvolvida nessa pesquisa atende ao de simplicidade, na medida em que é de fácil aplicação pelos usuários; eficiência, já que não demanda esforço computacional demasiado; unicidade, pois assegura uma solução única aos resultados; bastando apenas verificar o critério rigor, o qual só pode ser verificado quando comparados os resultados obtidos com de outras metodologias desenvolvidas com o mesmo propósito e com os mesmos dados.

Para a conclusão da pesquisa, foi elaborada uma grade envolvendo todas as estações disponíveis da rede geodésica, de forma a avaliar a precisão final na modelagem via grade de distorção. Um indicador médio de precisão de 0,179 m foi obtido para a modelagem através dessa grade final. O valor inferior do indicador de precisão da grade final com relação ao indicador da grade utilizada nos testes pode ser um indicativo de que, o aumento no número de estações envolvidas na geração da grade melhora a precisão resultante na modelagem.

7.2 Recomendações

Em face à metodologia e resultados obtidos recomenda-se para trabalhos futuros:

- a realização de estudos utilizando estações com coordenadas referenciadas à outros sistemas de referência oficiais. Dessa forma, pode-se verificar a adaptação da modelagem proposta, já que conceitualmente a metodologia pode ser utilizada para a modelagem de distorções entre diferentes referenciais, desde que se tenham

disponíveis parâmetros de transformação e as coordenadas das estações comuns referenciadas aos dois sistemas de referência envolvidos;

- verificar a influência no relacionamento das coordenadas ao se considerar uma modelagem tridimensional das distorções;
- implementar e testar outros interpoladores para construção das grades de distorção que considerem aspectos além dos considerados, distância e direção, ou que os tratem de maneira distinta. Um aspecto a ser verificado é o sentido das distorções nos pontos utilizados para interpolação;
- verificar a possibilidade de utilização de grades com espaçamento definido de acordo com a qualidade requerida à modelagem e ao comportamento das distorções ou densidade de estações em caráter regional.

REFERÊNCIAS

ALTAMIMI, Z.; SILLARD, P.; BOUCHER, C. ITRF2000: a new release of the International Terrestrial Reference Frame of earth science applications. **Journal of Geophysical Research**, Washington, D.C., v. 107, n. 10, p. 2214, out. 2002.

COLLIER, P. **Development of Australia's national GDA94 transformation GRIDS:** consultant's report to the Intergovernmental Committee on Surveying and Mapping. Department of Geomatics, The University of Melbourne, Melbourne, 2002.

COSTA, M. F. **Modelagem da função covariância para transformação de referenciais geodésicos por colocação.** 2003. 112 p. Tese (Doutorado em Ciências Geodésicas) – Universidade Federal do Paraná, Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Curitiba, PR.

COSTA, S. M. A. **Integração da rede geodésica brasileira aos sistemas de referência terrestres.** 1999. 170 p. Tese (Doutorado em Ciências Geodésicas) – Universidade Federal do Paraná, Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Curitiba, PR.

COSTA, S. M. A. Evolução do sistema geodésico brasileiro: razões e impactos com a mudança do referencial. In: SEMINÁRIO SOBRE REFERENCIAL GEOCÊNTRICO NO BRASIL, 1., 2000, Rio de Janeiro. **Anais eletrônicos...** Rio de Janeiro (cidade): IBGE, 2000. Disponível em: <http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/default_artigos.shtm>. Acesso em: 25 ago. 2006.

COSTA, S. M. A.; FORTES, L. P. S. Nova hierarquia da rede planimétrica do sistema geodésico brasileiro. In: SEMINÁRIO SOBRE REFERENCIAL GEOCÊNTRICO NO BRASIL, 1., 2000, Rio de Janeiro (cidade). **Anais eletrônicos...** Disponível em: <ftp://geoftp.ibge.gov.br/documentos/geodesia/artigos/2000-Nova_hierarquia_da_Rede_Planimetrica_do_SGB.pdf>. Acesso em: 25 ago. 2006.

GONZÁLEZ-MATESANZ, J. et al. **ED50 – ETRS89 Transition models for the spanish geodetic network.** In: GENERAL IBÁÑEZ IBERO, 3., Madrid: Instituto Geográfico Nacional, 2002.

IBGE. Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. **Especificações e normas gerais para levantamentos geodésicos.** Rio de Janeiro (cidade), 1983.

IBGE. Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. **Ajustamento da rede planimétrica do sistema geodésico brasileiro - relatório**. Rio de Janeiro (cidade), 1996.

IBGE. Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. **SIRGAS – relatório final, grupo de trabalho I e II**. Rio de Janeiro (cidade), 1997. 100 p.

IBGE. Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. Projeto mudança de referencial geodésico. Rio de Janeiro (cidade), 2003. Disponível em: <http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/pmrg/Apresentacao_em_eventos/2003/XXI_Congresso_Brasileiro_de_Cartografia/CBC_2003_PMRG_A.pdf>. Acesso em: 8 jul. 2006.

IBGE. Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. **Sistema de referencia geocêntrico para las Américas – SIRGAS**. Boletim Informativo nº 8, 2005a. 251 p.

IBGE. Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. Resolução PR nº 1 de 25 de fevereiro de 2005. Altera a caracterização do sistema geodésico brasileiro, Rio de Janeiro (cidade), 2005b. Disponível em: <http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/pmrg/legislacao/RPR_01_25fev2005.pdf>. Acesso em: 12 mar. 2006.

IBGE. Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. Apresenta informações sobre o sistema geodésico brasileiro. Disponível em <http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/default_sgb_int.shtm>. Acesso em: 22 jan. 2007.

ICSM. Intergovernmental Committee on Surveying & Mapping. **Geocentric datum of Australia, technical manual**. Canberra, v. 2, 1999.

ITRF. International Terrestrial Reference Frame. Muenchen: ITRF website, 2006. Apresenta informações sobre as soluções ITRF. Disponível em <<http://itrf.ensg.ign.fr/>>. Acesso em: 18 jul. 2006.

JUNKINS, D. R.; FARLEY, S. A. **NTv2 national transformation version 2: user's guide**. Canadá: Geodetic Survey Division – Geomatics Canadá, 1995. 57 p.

JUNKINS, D.; ERICKSON, C. **Version 2 of the national transformation between NAD27 and NAD83 and its importance for GPS positioning in Canada**. Draft Report, Geodetic Survey Division, Geomatics Canada, 1996.

MCCARTHY, D. D.; PETIT, G. **IERS conventions (2003)**. IERS Technical Note nº 32. Frankfurt, Alemanha, 2004. Disponível em: <<http://www.iers.org/iers/publications/tn/tn32/>>. Acesso em: 07 jul. 2006.

MONICO, J. F. G. **Posicionamento pelo NAVSTAR-GPS: descrição, fundamentos e aplicações.** São Paulo: Editora Unesp, 2000. 287p.

MONICO, J. F. G. **Ajustamento das observáveis GPS no contexto de posicionamento geodésico.** 2005. 275 p. Tese (Livre-docência) – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual Paulista, Departamento de Cartografia, Presidente Prudente.

NIEVINSKI, F. et al. **NTv2 and the new Brazilian Frame:** an alternative for distortion modeling. Universidade de New Brunswick, Fredericton, 2006.

NIMA. National Imagery and Mapping Agency. **Department of Defense World Geodetic System 1984:** its definition and relationships with local geodetic systems – Technical Report. Washington, D.C., 3rd ed. 2000. Disponível em: <<http://earth-info.nga.mil/GandG/publications>>. Acesso em: 18 jul. 2006.

NGA. National Geospatial-Intelligence Agency. **Implementation of the World Geodetic System 1984 (WGS 84) Reference Frame G1150** – Addendum to NIMA TR 8350.2. NGA, 2002. Disponível em: <<http://earth-info.nga.mil/GandG/publications>>. Acesso em: 19 jul. 2006.

NOAA. National Oceanic and Atmospheric Administration **The application of Minimum-Curvature-Derived Surfaces in the transformation of positional data from the North American Datum of 1927 to the North American Datum of 1983.** NOAA Technical Memorandum NOS NGS-50. Rockville, 1990.

OLIVEIRA, L. C. **Realizações do sistema geodésico brasileiro associadas ao SAD 69:** uma proposta metodológica de transformação. 1998. 197 p. Tese (Doutorado em Engenharia) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo (cidade), SP.

PIGN. Projeto da Infra-Estrutura Geoespecial Nacional. Disponível em: <http://www.pign.org/Brazil_P/index.htm>. Acesso em: 12 jul. 2006.

PINTO, F. S. **Impactos da mudança de referencial geodésico no mapeamento municipal.** 2006. 174p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Cartográfica) – Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, RJ.

SHEPARD, D. A two-dimensional interpolation function for irregularly-spaced data. In: ACM National Conference, 23., 1968, Nova York, EUA. **Proceedings...** 1968, p. 517-524.

SOLER, T.; HOTHEM, L. D. Coordinate Systems used in Geodesy: basic definitions and concepts. **Journal of Surveying Engineering**, v. 114, n. 2, p. 84 – 97, mai. 1988.

VANÍČEK, P.; KRAKIWSKY, E. J. **Geodesy**: the concepts. 2nd ed. rev. Amsterdam: North-Holland, 1986. 697 p.

BIBLIOGRAFIA

DALAZOANA, R.; FREITAS, S. R. C. Efeitos na cartografia devido a evolução do sistema geodésico brasileiro e adoção de um referencial geocêntrico. **Revista Brasileira de Cartografia**, Rio de Janeiro, n. 54, p. 42-57, dez. 2002.

JEKELI, C. **Geometric reference systems in geodesy**. Ohio: Ohio State University, 2002. 174 p.

OSG. Office of Surveyor-General. **A proposal for geodetic datum development**. OSG TR2.1, 1998. Disponível em: <<http://www.linz.govt.nz/docs/miscellaneous/osgtech2-0.pdf>>. Acesso em: 12 jul. 2006.

SEEBER, G. **Satellite geodesy**: fundaments, methods, and applications. 2nd ed. rev. Berlin: Walter de Gruyter, 2003. 589p.

TORGE, W. **Geodesy**. 3rd ed. rev. aum. New York: Walter de Gruyter, 2001. 416 p.

APÊNDICE A

GRADES DE DISTORÇÕES GERADAS PELO APLICATIVO MDGRADE

Neste apêndice é apresentada a grade de distorção gerada pelo aplicativo MDGRADE com espaçamento de 5° (Tabela A1) e parte da grade de 1° (Tabela A2). As grades são compostas pelas coordenadas geodésicas curvilíneas dos nós (LAT, LON), respectivas distorções ($\delta\phi$, $\delta\lambda$) e indicadores de precisão ($P(\delta\phi)$, $P(\delta\lambda)$) em metros, distância geodésica máxima do raio de busca (S) em metros e número de estações utilizadas na interpolação (N).

Tabela A1 - Grade de distorção com espaçamento de 5°

LAT	LON	$\delta\phi$	$\delta\lambda$	$P(\delta\phi)$	$P(\delta\lambda)$	S	N
10	-65	-0,0003	-0,0134	0,0013	0,0013	696597	4
10	-60	0,0910	-0,0504	0,7949	0,3213	548353	4
10	-55	0,8898	-0,3652	0,7279	0,2936	860101	4
5	-70	0,0064	0,0029	0,0087	0,0017	403583	4
5	-65	-0,0021	0,0027	0,0016	0,0014	129890	4
5	-60	0,0078	-0,0020	0,0037	0,0036	85021	4
5	-55	0,0019	-0,0017	0,0060	0,0030	435595	4
5	-50	0,0037	0,0009	0,0015	0,0021	280789	4
0	-75	-0,0013	0,0023	0,0082	0,0075	629803	4
0	-70	0,0105	-0,0069	0,0114	0,0082	112015	4
0	-65	-0,0062	0,0024	0,0021	0,0024	118003	4
0	-60	-0,0006	-0,0007	0,0050	0,0046	110219	4
0	-55	0,0168	0,0168	0,0225	0,0231	106545	4
0	-50	-0,0118	0,0089	0,0125	0,0068	109033	4
0	-45	-1,0576	1,3850	0,5273	0,5825	239167	4
0	-40	-0,2932	0,0039	0,4382	0,0494	337181	4
0	-35	-0,1378	0,0091	0,1033	0,2019	513232	4
0	-30	-0,1777	0,0727	0,0657	0,1351	502263	4
-5	-75	-0,0107	-0,0006	0,0109	0,0020	569351	4
-5	-70	-0,0081	0,0013	0,0119	0,0015	87392	4
-5	-65	0,0070	-0,0017	0,0168	0,0020	150114	4
-5	-60	0,0096	-0,0032	0,0104	0,0039	105465	4
-5	-55	0,0105	0,0033	0,0130	0,0031	103757	4
-5	-50	0,0019	0,0022	0,0019	0,0020	101453	4
-5	-45	-0,0273	0,0081	0,5434	0,0903	60000	8
-5	-40	-0,7035	0,0695	0,3476	0,0348	32375	10
-5	-35	-1,0217	-0,0341	0,0067	0,0046	81177	4

-5	-30	-0,2470	0,0604	0,0042	0,0008	298771	4
-10	-75	0,0036	-0,0063	0,0109	0,0070	592030	4
-10	-70	-0,0034	-0,0072	0,0060	0,0090	181609	4
-10	-65	0,0017	0,0060	0,0093	0,0083	60000	8
-10	-60	0,0116	-0,0004	0,0185	0,0099	77188	4
-10	-55	-0,0085	-0,0128	0,0025	0,0102	60000	5
-10	-50	-0,0112	0,0027	0,0131	0,0123	88574	4
-10	-45	-0,4409	1,0771	0,0124	0,0099	60000	5
-10	-40	-0,6926	0,1803	0,0166	0,0146	46727	10
-10	-35	-0,2723	0,0287	0,1940	0,0108	99790	4
-15	-75	-0,0033	-0,0065	0,0057	0,0082	862922	4
-15	-70	-0,0010	-0,0071	0,0045	0,0070	509266	4
-15	-65	-0,0095	-0,0004	0,0044	0,0067	470409	4
-15	-60	-0,1969	-0,1310	0,2797	0,2602	60000	5
-15	-55	-0,0239	-0,0501	0,6080	0,8496	80118	4
-15	-50	-0,2490	-0,3974	0,0940	0,0650	60000	9
-15	-45	-0,3781	0,7420	0,0148	0,0215	54814	10
-15	-40	-0,1109	0,0692	0,4917	0,2216	55678	10
-15	-35	-0,0159	0,0167	0,0058	0,0034	427313	4
-20	-60	0,0074	0,0039	0,9775	0,5465	258492	4
-20	-55	-2,1338	0,9675	0,8277	0,4074	43600	10
-20	-50	-0,2154	0,1595	0,0993	0,0494	58598	10
-20	-45	-0,5373	-0,0964	0,1042	0,0237	59099	10
-20	-40	-0,2790	-0,3753	0,0639	0,0264	36261	10
-20	-35	0,0621	0,0629	0,0026	0,0039	533739	4
-25	-60	-0,0062	0,0046	0,0066	0,0144	450345	4
-25	-55	0,0186	0,0088	0,2936	0,6343	77866	4
-25	-50	-0,4374	0,1408	0,3046	0,1145	38775	10
-25	-45	0,0195	-0,0020	0,1170	0,0315	166301	4
-25	-40	0,0091	-0,0049	0,0020	0,0608	333757	4
-30	-60	0,0022	-0,0044	0,8681	0,3216	303278	4
-30	-55	-0,2200	-0,0111	0,1028	0,0057	41200	10
-30	-50	0,0503	-0,0789	0,0765	0,0252	60000	8
-30	-45	-0,3536	-0,2203	0,0495	0,0051	408559	4
-35	-55	-0,0071	0,0113	0,0041	0,0022	402286	4
-35	-50	-0,0052	0,0088	0,0046	0,0055	417155	4

Tabela A2 - Trecho da grade de distorção com espaçamento de 1°.

LAT	LON	$\delta\phi$	$\delta\lambda$	$P(\delta\phi)$	$P(\delta\lambda)$	S	N
8	-62	-0,0002	-0,0024	0,0012	-0,0002	340523	4
8	-61	-0,0004	-0,0024	0,8787	-0,0616	315739	4
8	-60	0,5303	-0,0396	0,6569	-0,0465	332135	4
8	-59	1,4202	-0,1013	1,1617	-0,0820	384424	4
7	-62	-0,0003	0,0121	0,0013	0,0011	234959	4
7	-61	-0,0005	0,0121	0,8716	0,3166	203026	4
7	-60	1,5811	0,5855	1,3953	0,5104	231025	4
7	-59	0,9326	0,3447	0,6906	0,2565	303635	4
7	-58	0,2366	0,0817	0,5956	0,2219	373369	4
6	-63	-0,0033	0,0097	0,0056	0,0055	222335	4
6	-62	-0,0003	0,0153	0,0013	0,0015	142202	4
6	-61	-0,0004	0,0153	0,0013	0,0015	93015	4
6	-60	0,9774	0,4601	0,7233	0,3358	150220	4
6	-59	0,0589	0,0184	0,7806	0,3718	220080	4
6	-58	0,0059	-0,0066	0,0069	0,0060	309838	4
5	-59	0,0030	-0,0012	0,0068	0,0017	159575	4
5	-58	0,0113	-0,0028	0,0127	0,0039	244819	4
5	-57	0,0102	-0,0022	0,0106	0,0031	354819	4
...	...	...	...	...	...	...	...
0	-54	0,0085	0,0155	0,0089	0,0098	146081	4
0	-53	0,0033	-0,0036	0,0080	0,0129	111192	4
0	-52	0,0088	0,0039	0,0132	0,0042	78135	4
0	-51	-0,0263	0,2510	0,0169	0,1147	27865	10
0	-50	-0,0118	0,0089	0,0125	0,0068	109033	4
0	-49	-0,0104	-0,0009	0,0040	0,0095	119967	4
0	-48	-0,0103	-0,0050	1,9528	1,5651	142789	4
0	-47	-1,0767	1,4143	0,4342	0,5864	122894	4
0	-46	-1,0635	1,3959	0,4448	0,6009	160208	4
0	-45	-1,0576	1,3850	0,5273	0,5825	239167	4
0	-44	-0,1326	0,0446	0,0112	0,0274	262650	4
-1	-72	0,0006	-0,0015	0,0060	0,0029	333613	4
-1	-71	-0,0021	-0,0045	0,0067	0,0029	264802	4
-1	-70	-0,0070	-0,0061	0,0113	0,0066	199570	4
-1	-69	-0,0077	-0,0058	0,0161	0,0071	179651	4
-1	-68	0,0035	0,0030	0,0086	0,0052	159848	4
-1	-67	-0,0080	0,0019	0,0007	0,0059	100637	4
-1	-66	-0,0082	0,0027	0,0007	0,0003	131455	4
-1	-65	-0,0067	0,0017	0,0021	0,0013	136704	4
-1	-64	-0,0078	0,0036	0,0083	0,0033	120272	4
-1	-63	-0,0129	0,0065	0,0056	0,0017	60000	6
-1	-62	-0,0063	0,0040	0,0110	0,0036	60148	4
-1	-61	-0,0140	-0,0003	0,0168	0,0041	72976	4
-1	-60	0,0018	0,0046	0,0056	0,0024	60000	9
-1	-59	-0,0111	0,0004	0,0148	0,0069	80772	4
-1	-58	-0,0067	0,0000	0,0096	0,0045	60000	5
-1	-57	-0,0031	-0,0014	0,0046	0,0028	45174	10
-1	-56	-0,0109	0,0023	0,0101	0,0019	66614	4
-1	-55	0,0084	0,0011	0,0157	0,0040	100573	4
-1	-54	0,0000	0,0097	0,0041	0,0047	100650	4
-1	-53	0,0090	0,0070	0,0125	0,0027	62779	4

-1	-52	-0,0076	0,0040	0,0107	0,0015	60000	5
-1	-51	0,0087	-0,0068	0,0091	0,0051	60000	7
-1	-50	-0,0174	0,0070	0,0191	0,0071	60000	5
-1	-49	-0,0105	-0,0057	0,0070	0,0105	62845	4
-1	-48	-1,8473	0,8746	0,4798	0,2128	60000	9
-1	-47	-1,3612	0,9972	0,2004	0,1469	60000	10
-1	-46	-1,0894	0,7587	0,5134	0,3088	96257	4
-1	-45	-2,0145	0,9188	0,8609	0,3907	162481	4
-1	-44	-0,1337	0,0243	0,0112	0,0148	156064	4
-1	-43	-0,1339	0,0243	0,0111	0,0146	217067	4
-2	-72	-0,0049	0,0035	0,0055	-0,0009	337584	4
-2	-71	-0,0020	0,0044	0,0044	-0,0031	274488	4
-2	-70	-0,0040	0,0045	0,0076	-0,0033	247561	4
-2	-69	-0,0048	0,0039	0,0102	-0,0052	242431	4
-2	-68	0,0077	-0,0048	0,0091	-0,0048	212827	4
-2	-67	-0,0051	-0,0030	0,0090	-0,0015	206339	4
-2	-66	-0,0160	-0,0040	0,0098	-0,0017	197528	4
-2	-65	-0,0145	-0,0036	0,0132	-0,0031	176527	4
-2	-64	-0,0027	0,0056	0,0099	-0,0070	166011	4
-2	-63	-0,0096	0,0056	0,0060	-0,0069	114061	4
-2	-62	-0,0168	0,0003	0,0087	-0,0030	72618	4
-2	-61	-0,0162	-0,0056	0,0157	-0,0024	69377	4
-2	-60	-0,0108	-0,0004	0,0078	-0,0024	57555	10
...	...	...	...	...	...	...	...
-4	-65	-0,0155	-0,0050	0,0155	-0,0049	86033	4
-4	-64	-0,0015	-0,0065	0,0071	-0,0033	60000	7
-4	-63	-0,0065	-0,0017	0,0063	-0,0038	60000	5
-4	-62	-0,0092	-0,0020	0,0079	-0,0052	60000	5
-4	-61	0,0057	-0,0035	0,0086	-0,0044	60000	7
-4	-60	-0,0073	0,0032	0,0134	-0,0054	63007	4
-4	-59	-0,0141	0,0024	0,0097	-0,0047	60000	5
-4	-58	-0,0039	0,0044	0,0077	-0,0031	76046	4
-4	-57	-0,0149	-0,0003	0,0198	-0,0073	97779	4
-4	-56	-0,1206	-0,0072	0,1340	-0,0155	60000	7
-4	-55	-0,0102	-0,0087	0,0141	-0,0096	60000	5
-4	-54	0,0090	0,0008	0,0028	-0,0035	70143	4
-4	-53	-0,0018	0,0086	0,0078	-0,0101	60000	5
-4	-52	-0,0071	-0,0040	0,3099	-0,0158	104022	4
-4	-51	-0,0088	-0,0018	0,0084	-0,0054	93185	4
-4	-50	-0,0025	0,0064	0,0058	-0,0063	97038	4
-4	-49	-1,8643	-0,3962	0,0290	-0,0204	39910	10
-4	-48	-0,2290	-0,7739	0,0390	-0,0396	60000	6
-4	-47	-0,0298	-0,0243	0,0850	-0,4070	60000	7
-4	-46	-0,1862	-0,1233	0,9604	-0,6968	57031	10
-4	-45	-0,0314	-0,0188	1,3522	-0,7117	58059	10
...	...	...	...	...	...	...	...
-14	-52	-0,0457	0,0064	0,4531	0,0425	46589	10
-14	-51	-0,0010	0,0005	0,0073	0,0015	60000	5
-14	-50	-0,0944	0,0130	0,1856	0,0264	90026	4
-14	-49	-0,2664	0,0382	0,0955	0,0097	60000	10
-14	-48	-0,2931	0,0030	0,1317	0,0021	36591	10
-14	-47	-0,3757	-0,0404	0,0204	0,0122	60000	9

-14	-46	-0,2066	-0,0475	0,1107	0,0267	57101	10
-14	-45	-0,1045	-0,0403	0,2368	0,0776	60633	4
-14	-44	-0,1303	-0,0471	0,2387	0,0784	61434	4
-14	-43	0,0030	-0,0015	0,1578	0,0240	60000	7
-14	-42	-0,5285	-0,0580	0,3538	0,0383	37668	10
-14	-41	-0,6523	-0,0560	0,0159	0,0016	60000	9
-14	-40	-0,2935	-0,0306	0,2032	0,0185	42583	10
-14	-39	-0,5373	-0,0624	0,0841	0,0114	55514	10
-14	-38	-0,5419	-0,0616	0,4027	0,0548	121897	4
...	...	...	...	...	...	...	...
-21	-46	-0,1805	0,0655	0,0994	-0,0538	60000	7
-21	-45	0,0209	-0,0042	0,0021	-0,0009	25526	10
-21	-44	-0,3093	0,0840	0,0735	-0,0266	39783	10
-21	-43	0,0046	0,0063	0,0154	-0,0088	41478	10
-21	-42	-0,0374	0,0273	0,1671	-0,0715	44451	10
-21	-41	-0,0447	0,2777	0,0180	-0,0647	27046	10
-21	-40	-0,0597	0,4204	0,0088	-0,0126	65538	4
-21	-39	-0,0661	0,4246	0,0566	-0,0201	153814	4
-22	-60	-0,0054	-0,0061	0,0050	-0,0110	245328	4
-22	-59	-0,0051	-0,0065	0,0046	-0,0102	156031	4
-22	-58	-0,0062	-0,0046	0,0066	-0,0146	100334	4
-22	-57	-0,0072	-0,0284	0,0099	-0,0119	97014	4
-22	-56	-0,0027	-0,0320	0,0057	-0,0099	60000	5
-22	-55	-1,1021	-2,8525	0,5170	-1,2557	50635	10
-22	-54	-0,1547	-0,2335	0,8593	-1,2581	60000	8
-22	-53	-1,4619	-1,6053	0,4087	-0,4305	41150	10
-22	-52	-0,3312	-0,4585	0,0968	-0,1379	52073	10
-22	-51	-0,4012	-0,4695	0,0212	-0,0291	26771	10

APÊNDICE B

DIFERENÇAS ENTRE AS COORDENADAS ANTES E APÓS A MODELAGEM DAS DISTORÇÕES NAS ESTAÇÕES DE TESTE

Neste apêndice, são mostradas as diferenças entre as coordenadas SIRGAS conhecidas e as calculadas (Tabela B1), as diferenças entre as coordenadas conhecidas e as modeladas através das grades de 5° (Tabela B2) e 1° (Tabela B3) e a comparação entre as diferenças de coordenadas antes e após a modelagem com as grades de 5° (Tabela B4) e 1° (Tabela B5). Para facilitar a interpretação dos resultados, as Tabelas B4 e B5 contém um índice (razão entre as diferenças de coordenadas sem e com a modelagem das distorções), que representa os resultados proporcionados pela modelagem. Um valor alto desse índice representa uma boa modelagem no ponto, em contrapartida, um valor baixo representa que a modelagem não proporcionou bons resultados e, um valor próximo a 1, indica que praticamente não ocorreu modelagem das distorções no ponto.

Tabela B1 - Diferenças entre as coordenadas SIRGAS conhecidas e as calculadas através dos parâmetros de transformação.

Estação	ϕ	λ	ϕ'	λ'	$\delta\phi$ (m)	$\delta\lambda$ (m)
164	-23,08004489	-48,89186053	-23,08004239	-48,89186531	-0,2787	-0,2471
291	-19,59457589	-46,90653436	-19,59457508	-46,90653488	-0,0901	0,0424
315	-20,14132036	-44,65407469	-20,14131483	-44,65407211	-0,6177	-0,0792
354	-20,05288411	-41,56863003	-20,05287684	-41,56862409	-0,8105	-0,2379
402	-25,13724078	-50,15759147	-25,13723223	-50,15759500	-0,9459	0,3905
649	-20,34683794	-56,22438092	-20,34680942	-56,22441771	-3,1859	0,3018
732	-20,90771511	-49,86990036	-20,90771219	-49,86990299	-0,3257	-0,1374
799	-16,04349989	-41,53404544	-16,04348934	-41,53404017	-1,1681	0,5511
930	-8,96000058	-39,10930753	-8,95999232	-39,10930756	-0,9158	-0,0030
1161	-24,08366600	-50,89733278	-24,08365552	-50,89734208	-1,1672	0,5164
1301	-27,90867767	-53,60961322	-27,90867314	-53,60961726	-0,5017	-0,4175
1461	-5,47731731	-36,79956919	-5,47730883	-36,79956992	-0,9425	0,0557
1547	-18,39934389	-45,15473567	-18,39933839	-45,15473400	-0,6092	-0,1667
1626	-17,16298025	-46,77398731	-17,16297925	-46,77398759	-0,1115	-0,0036
1799	-14,14290592	-41,90772089	-14,14290071	-41,90771680	-0,5818	0,0026
1828	-17,05754644	-44,01687869	-17,05754431	-44,01687127	-0,2377	0,1817
1865	-18,05765528	-41,00823817	-18,05763395	-41,00822932	-2,3708	-0,6906
1887	-19,52641800	-40,15203942	-19,52641118	-40,15202841	-0,7572	-0,9528
1975	-15,98577269	-40,36119839	-15,98576239	-40,36119310	-1,1403	0,5634

2024	-17,33501272	-40,27755472	-17,33499422	-40,27754316	-2,0662	-0,0726
2069	-25,02464708	-47,92518486	-25,02464220	-47,92517572	-0,5396	-1,0055
2172	-24,06473481	-51,77535947	-24,06472329	-51,77537397	-1,2841	0,7786
2196	-19,37332801	-54,95695242	-19,37330116	-54,95698197	-2,9756	2,8370
2273	-15,29351058	-56,44628167	-15,29350467	-56,44629204	-0,6550	-1,0512
2491	-17,72825639	-50,13506892	-17,72825403	-50,13507346	-0,2627	0,2200
2552	-19,57801433	-50,28224653	-19,57800964	-50,28225228	-0,5210	0,4768
2666	-15,03244161	-44,64201000	-15,03243804	-44,64200045	-0,3961	0,8276
3072	-29,48152083	-52,06637728	-29,48151801	-52,06638029	-0,3141	-0,1196
3135	-31,48456922	-52,44775153	-31,48456572	-52,44775301	-0,3873	0,1621
4051	-22,64305883	-43,84307947	-22,64305977	-43,84307602	0,1048	0,3042
8028	-5,91196736	-39,94119214	-5,91196012	-39,94119487	-0,8020	0,2814
8143	-11,27336475	-38,45870539	-11,27336460	-38,45870470	-0,0173	-0,0210
8198	-10,83287828	-41,46215664	-10,83287821	-41,46215408	-0,0083	0,0462
8234	-12,60551392	-42,30205289	-12,60551048	-42,30204994	-0,3799	-0,3256
8379	-22,04055614	-41,77942300	-22,04055545	-41,77942065	-0,0760	0,2599
9032	-4,02851108	-40,67107647	-4,02850303	-40,67107974	-0,8958	-0,2297
9250	-8,19973325	-36,10738278	-8,19972740	-36,10738285	-0,6527	-0,0029
9332	-4,80521533	-42,56223069	-4,80520469	-42,56223676	-1,1885	0,0628
9358	-7,01254381	-42,99160617	-7,01253543	-42,99160968	-0,9299	0,2905
9757	-15,94940269	-48,20844406	-15,94940270	-48,20844443	0,0014	-0,0393
10165	-3,14238122	-45,62931156	-3,14235700	-45,62932077	-2,6778	-1,0193
10233	-6,73314958	-48,50984225	-6,73315510	-48,50981963	0,6116	-2,2567
10282	-6,14037161	-46,96600539	-6,14037102	-46,96600546	-0,0655	0,0075
10454	-7,09104756	-36,50235442	-7,09104031	-36,50235472	-0,8050	0,0236
10544	-8,60964892	-43,99791464	-8,60964290	-43,99790880	-0,6690	0,4451
10550	-10,11137228	-45,24510506	-10,11136838	-45,24509342	-0,4331	0,9996
10672	-14,11886417	-52,35724731	-14,11885843	-52,35725170	-0,6406	0,0090
10745	-12,20221236	-44,41800594	-12,20220904	-44,41799503	-0,3672	-1,1291
10886	-17,11201619	-53,04731478	-17,11200691	-53,04732648	-1,0371	-0,2169
10918	-21,26409156	-52,96403606	-21,26407650	-52,96405099	-1,6716	-1,2394
10945	-23,04111753	-50,80957561	-23,04111171	-50,80958619	-0,6489	-0,5864
10955	-20,06921758	-51,86008983	-20,06920838	-51,86009672	-1,0270	0,2643
11058	-27,16276717	-48,53397833	-27,16275753	-48,53398592	-1,0743	-0,3750
11093	-28,02019594	-48,63595550	-28,02019028	-48,63594436	-0,6265	1,1929
12520	-9,21152794	-38,00910342	-9,21152087	-38,00910396	-0,7831	-0,0591
24007	-29,26215764	-56,53067061	-29,26216457	-56,53065542	0,7721	0,9312
90003	-11,52189056	-65,21218444	-11,52189046	-65,21218447	-0,0108	0,0016
90010	-11,68180778	-61,18456417	-11,68180770	-61,18456408	-0,0092	-0,0061
90013	-13,67830431	-59,72929047	-13,67830386	-59,72929565	-0,0497	0,2557
90030	-13,31937472	-52,53419778	-13,31937466	-52,53419772	-0,0071	-0,0045
90132	-16,12316606	-48,98788664	-16,12316631	-48,98788929	0,0277	-0,2688
90140	-8,83318056	-67,30973333	-8,83318060	-67,30973346	0,0054	-0,0119
90161	-26,24807389	-53,64519528	-26,24807393	-53,64519545	0,0051	0,0084
90164	-12,32313444	-55,58355361	-12,32313435	-55,58355369	-0,0099	0,0088
90186	-1,35977917	-59,87203222	-1,35977910	-59,87203232	-0,0071	0,0022
90199	2,22419972	-55,94914583	2,22419968	-55,94914573	0,0051	0,0067
90218	-11,19777194	-53,23398139	-11,19777201	-53,23398136	0,0079	-0,0007
90222	0,93173500	-55,75336778	0,93173499	-55,75336779	0,0010	0,0006
90284	-5,40145306	-55,88381639	-5,40145297	-55,88381653	-0,0098	0,0099
90297	-5,80981361	-61,27915806	-5,80981355	-61,27915813	-0,0064	0,0075
90320	-8,22023083	-51,00413306	-8,22023086	-51,00413318	0,0035	-0,0049

90332	-3,85713444	-50,45446083	-3,85713454	-50,45446090	0,0103	-0,0059
90336	-12,94975333	-57,09019306	-12,94975340	-57,09019305	0,0078	-0,0008
90610	-1,04502083	-46,78322250	-1,04502069	-46,78322239	-0,0159	-0,0059
90635	2,93718333	-62,47383778	2,93718334	-62,47383776	-0,0007	0,0017
90648	3,67537750	-62,75343722	3,67537732	-62,75343744	0,0199	-0,0208
90671	-5,98488028	-52,60202472	-5,98488020	-52,60202475	-0,0087	0,0036
90726	-2,44386472	-65,39611556	-2,44386482	-65,39611550	0,0112	0,0051
90812	-25,09021217	-52,95336044	-25,09020356	-52,95337440	-0,9517	1,5418
90937	-13,28091500	-49,95404833	-13,28091498	-49,95404832	-0,0027	-0,0012
90992	-22,31975733	-41,73330917	-22,31975717	-41,73330704	-0,0178	0,2234
91003	-7,11734306	-73,79518028	-7,11734296	-73,79518038	-0,0110	0,0073
91071	1,56152667	-52,03228444	1,56152654	-52,03228458	0,0137	0,0001
91099	-10,32929972	-65,34362083	-10,32929959	-65,34362074	-0,0151	0,0066
91223	-10,31315347	-58,49618425	-10,31315341	-58,49618444	-0,0067	-0,0130
91559	-22,11990475	-51,40853394	-22,11990468	-51,40853423	-0,0074	-0,0312
91811	-21,08781100	-45,17805325	-21,08781118	-45,17805331	0,0198	-0,0038
91862	-26,81912342	-50,98570406	-26,81912341	-50,98570398	-0,0008	0,0010
91940	-30,17790675	-56,05474114	-30,17790672	-56,05474105	-0,0036	-0,0034
91981	-31,57429967	-53,38843856	-31,57429964	-53,38843849	-0,0037	-0,0080
91990	-28,39866853	-54,98574128	-28,39866847	-54,98574118	-0,0070	0,0110
92011	-32,49311192	-52,57996872	-32,49311185	-52,57996857	-0,0073	-0,0080
92014	-33,50310425	-53,34583636	-33,50310419	-53,34583623	-0,0065	0,0074
92377	-5,39063928	-40,30236050	-5,39063924	-40,30236025	-0,0039	-0,0173
92707	-18,64141178	-56,47486681	-18,64141180	-56,47486696	0,0025	0,0167
93561	-19,56115744	-54,03993989	-19,56115740	-54,03994013	-0,0043	0,0204
97001	-10,36151110	-70,61650083	-10,36151114	-70,61650086	0,0040	-0,0019
97004	1,72775194	-68,16399750	1,72775200	-68,16399750	-0,0064	0,0000

Tabela B2 - Diferenças entre as coordenadas SIRGAS conhecidas e as modeladas com a grade de 5°.

Estação	φ	λ	φ''	λ''	$\delta\varphi'$ (m)	$\delta\lambda'$ (m)
164	-23,08004489	-48,89186053	-23,0800452483	-48,8918638316	0,0400	-0,1706
291	-19,59457589	-46,90653436	-19,5945787347	-46,9065351513	0,3161	0,0645
315	-20,14132036	-44,65407469	-20,1413193478	-44,6540745849	-0,1130	-0,0032
354	-20,05288411	-41,56863003	-20,0528800382	-41,5686303497	-0,4543	0,0129
402	-25,13724078	-50,15759147	-25,1372359348	-50,1575939121	-0,5358	0,2700
649	-20,34683794	-56,22438092	-20,3468228432	-56,2244027453	-1,6866	0,1791
732	-20,90771511	-49,86990036	-20,9077145287	-49,8699000162	-0,0648	0,0179
799	-16,04349989	-41,53404544	-16,0434913811	-41,5340440860	-0,9418	0,1419
930	-8,960000583	-39,10930753	-8,9599981460	-39,1093085299	-0,2700	-0,0990
1161	-24,08366600	-50,89733278	-24,0836590698	-50,8973399806	-0,7721	0,3998
1301	-27,90867767	-53,60961322	-27,9086743026	-53,6096180934	-0,3728	-0,5039
1461	-5,477317305	-36,79956919	-5,4773165428	-36,7995699114	-0,0847	0,0552
1547	-18,39934389	-45,15473567	-18,3993426851	-45,1547380023	-0,1335	0,2326
1626	-17,16298025	-46,77398731	-17,1629825909	-46,7739899123	0,2614	-0,0336
1799	-14,14290592	-41,90772089	-14,1429032179	-41,9077209633	-0,3015	0,0000
1828	-17,05754644	-44,01687869	-17,0575478313	-44,0168768935	0,1553	0,0440
1865	-18,05765528	-41,00823817	-18,0576363379	-41,0082345524	-2,1050	-0,2822
1887	-19,526418	-40,15203942	-19,5264136093	-40,1520358047	-0,4874	-0,3126
1975	-15,98577269	-40,36119839	-15,9857638524	-40,3611957554	-0,9779	0,2804
2024	-17,33501272	-40,27755472	-17,3349960522	-40,2775475302	-1,8616	-0,0451
2069	-25,02464708	-47,92518486	-25,0246444377	-47,9251750152	-0,2925	-1,0825
2172	-24,06473481	-51,77535947	-24,0647268158	-51,7753714393	-0,8908	0,6427
2196	-19,37332801	-54,95695242	-19,3733177938	-54,9569634294	-1,1314	1,0571
2273	-15,29351058	-56,44628167	-15,2935060926	-56,4462903273	-0,4973	-0,8780
2491	-17,72825639	-50,13506892	-17,7282563354	-50,1350691979	-0,0061	0,0135
2552	-19,57801433	-50,28224653	-19,5780124765	-50,2822477772	-0,2059	0,1034
2666	-15,03244161	-44,64201	-15,0324412849	-44,6420086346	-0,0362	0,1183
3072	-29,48152083	-52,06637728	-29,4815187405	-52,0663828582	-0,2331	-0,2213
3135	-31,48456922	-52,44775153	-31,4845662526	-52,4477548915	-0,3284	0,3711
4051	-22,64305883	-43,84307947	-22,6430617112	-43,8430777020	0,3198	0,1560
8028	-5,911967361	-39,94119214	-5,9119664300	-39,9411934532	-0,1031	0,1355
8143	-11,27336475	-38,45870539	-11,2733685664	-38,4587059343	0,4259	0,0167
8198	-10,83287828	-41,46215664	-10,8328831407	-41,4621585736	0,5428	-0,0350
8234	-12,60551392	-42,30205289	-12,6055140721	-42,3020553373	0,0168	0,2704
8379	-22,04055614	-41,779423	-22,0405573731	-41,7794242516	0,1365	-0,1382
9032	-4,028511083	-40,67107647	-4,0285081492	-40,6710778460	-0,3264	-0,0967
9250	-8,1997332501	-36,10738278	-8,1997325770	-36,1073834103	-0,0751	-0,0239
9332	-4,805215333	-42,56223069	-4,8052080065	-42,5622353523	-0,8183	0,0482
9358	-7,012543806	-42,99160617	-7,0125390011	-42,9916121607	-0,5337	0,4961
9757	-15,94940269	-48,20844406	-15,9494054198	-48,2084442475	0,3020	-0,0201
10165	-3,142381222	-45,62931156	-3,1423602486	-45,6293165561	-2,3191	-0,5529
10233	-6,733149583	-48,50984225	-6,7331555790	-48,5098207490	0,6643	-2,1449
10282	-6,140371611	-46,96600539	-6,1403716869	-46,9660069202	0,0084	0,1676
10454	-7,091047555	-36,50235442	-7,0910466433	-36,5023551131	-0,1013	0,0535
10544	-8,609648917	-43,99791464	-8,6096465034	-43,9979155836	-0,2683	-0,0719
10550	-10,11137228	-45,24510506	-10,1113721532	-45,2451043601	-0,0139	0,0598
10672	-14,11886417	-52,35724731	-14,1188595077	-52,3572494075	-0,5204	0,0043
10745	-12,20221236	-44,41800594	-12,2022127932	-44,4180043445	0,0479	-0,1655
10886	-17,11201619	-53,04731478	-17,1120127326	-53,0473191583	-0,3865	-0,0812
10918	-21,26409156	-52,96403606	-21,2640859499	-52,9640403630	-0,6225	-0,3574

10945	-23,04111753	-50,80957561	-23,0411155534	-50,8095830251	-0,2202	-0,4111
10955	-20,06921758	-51,86008983	-20,0692166277	-51,8600867375	-0,1066	-0,1188
11058	-27,16276717	-48,53397833	-27,1627593499	-48,5339884340	-0,8714	-0,4991
11093	-28,02019594	-48,6359555	-28,0201917249	-48,6359481145	-0,4668	0,7909
12520	-9,211527944	-38,00910342	-9,2115260277	-38,0091049089	-0,2120	-0,1613
24007	-29,26215764	-56,53067061	-29,2621657185	-56,5306558542	0,8997	0,9046
90003	-11,52189056	-65,21218444	-11,5218904796	-65,2121845075	-0,0090	0,0038
90010	-11,68180778	-61,18456417	-11,6818081040	-61,1845636920	0,0360	-0,0337
90013	-13,67830431	-59,72929047	-13,6783050812	-59,7292945412	0,0860	0,2010
90030	-13,31937472	-52,53419778	-13,3193754944	-52,5341959614	0,0858	-0,1473
90132	-16,12316606	-48,98788664	-16,1231687916	-48,9878872263	0,3031	-0,0595
90140	-8,833180556	-67,30973333	-8,8331806092	-67,3097334605	0,0059	-0,0120
90161	-26,24807389	-53,64519528	-26,2480749747	-53,6451955696	0,1210	0,0143
90164	-12,32313444	-55,58355361	-12,3231345686	-55,5835532995	0,0138	-0,0335
90186	-1,359779167	-59,87203222	-1,3597790814	-59,8720323435	-0,0096	0,0028
90199	2,224199722	-55,94914583	2,2241997558	-55,9491456915	-0,0038	0,0096
90218	-11,19777194	-53,23398139	-11,1977723023	-53,2339808070	0,0400	-0,0130
90222	0,931735	-55,75336778	0,9317351001	-55,7533676949	-0,0111	-0,0057
90284	-5,401453056	-55,88381639	-5,4014528863	-55,8838164588	-0,0189	0,0049
90297	-5,809813611	-61,27915806	-5,8098134732	-61,2791582097	-0,0153	0,0152
90320	-8,220230833	-51,00413306	-8,2202309143	-51,0041331480	0,0091	-0,0037
90332	-3,857134444	-50,45446083	-3,8571345366	-50,4544608263	0,0103	0,0006
90336	-12,94975333	-57,09019306	-12,9497539122	-57,0901924320	0,0645	-0,0645
90610	-1,045020833	-46,7832225	-1,0450256188	-46,7832159575	0,5332	-0,3658
90635	2,937183333	-62,47383778	2,9371833419	-62,4738377548	-0,0010	0,0027
90648	3,6753775	-62,75343722	3,6753773270	-62,7534374234	0,0192	-0,0192
90671	-5,984880278	-52,60202472	-5,9848801708	-52,6020246721	-0,0119	-0,0051
90726	-2,443864722	-65,39611556	-2,4438648194	-65,3961155152	0,0108	0,0038
90812	-25,09021217	-52,95336044	-25,0902050696	-52,9533738775	-0,7848	1,4841
90937	-13,280915	-49,95404833	-13,2809165013	-49,9540453521	0,1667	-0,2498
90992	-22,31975733	-41,73330917	-22,3197588871	-41,7333103366	0,1724	-0,1222
91003	-7,117343056	-73,79518028	-7,1173430018	-73,7951803500	-0,0060	0,0052
91071	1,561526667	-52,03228444	1,5615265513	-52,0322845074	0,0129	0,0001
91099	-10,32929972	-65,34362083	-10,3292995803	-65,3436207876	-0,0158	0,0031
91223	-10,31315347	-58,49618425	-10,3131534466	-58,4961843143	-0,0028	-0,0045
91559	-22,11990475	-51,40853394	-22,1199097716	-51,4085289268	0,5554	0,5503
91811	-21,087811	-45,17805325	-21,0878148613	-45,1780548001	0,4296	-0,1068
91862	-26,81912342	-50,98570406	-26,8191254217	-50,9857047027	0,2236	-0,0083
91940	-30,17790675	-56,05474114	-30,1779082151	-56,0547415858	0,1635	0,0163
91981	-31,57429967	-53,38843856	-31,5743004702	-53,3884398278	0,0885	0,1385
91990	-28,39866853	-54,98574128	-28,3986697515	-54,9857415941	0,1351	-0,0345
92011	-32,49311192	-52,57996872	-32,4931122800	-52,5799698987	0,0405	0,0621
92014	-33,50310425	-53,34583636	-33,5031045826	-53,3458368801	0,0371	-0,0286
92377	-5,390639278	-40,3023605	-5,3906451933	-40,3023585330	0,6581	-0,1373
92707	-18,64141178	-56,47486681	-18,6414217974	-56,4748557906	1,1081	-1,1927
93561	-19,56115744	-54,03993989	-19,5611718969	-54,0399237255	1,6054	-1,3594
97001	-10,3615111	-70,61650083	-10,3615111583	-70,6165007826	0,0065	0,0031
97004	1,727751944	-68,1639975	1,7277520369	-68,1639974893	-0,0104	0,0002

Tabela B3 - Diferenças entre as coordenadas SIRGAS conhecidas e as modeladas com a grade de 1°.

Estação	φ	λ	φ''	λ''	$\delta\varphi'$ (m)	$\delta\lambda'$ (m)
164	-23,08004489	-48,89186053	-23,0800444303	-48,8918614517	-0,0511	-0,0477
291	-19,59457589	-46,90653436	-19,5945762517	-46,9065346568	0,0403	0,0242
315	-20,14132036	-44,65407469	-20,1413191898	-44,6540738239	-0,1306	-0,0266
354	-20,05288411	-41,56863003	-20,0528835578	-41,5686290984	-0,0617	-0,0373
402	-25,13724078	-50,15759147	-25,1372332633	-50,1575928804	-0,8311	0,1560
649	-20,34683794	-56,22438092	-20,3468261759	-56,2243951552	-1,3144	0,1168
732	-20,90771511	-49,86990036	-20,9077150877	-49,8699000928	-0,0025	0,0139
799	-16,04349989	-41,53404544	-16,0434997836	-41,5340453389	-0,0117	0,0110
930	-8,960000583	-39,10930753	-8,9600006865	-39,1093078340	0,0115	-0,0301
1161	-24,08366600	-50,89733278	-24,0836660354	-50,8973332614	0,0039	0,0267
1301	-27,90867767	-53,60961322	-27,9086775878	-53,6096132640	-0,0091	-0,0045
1461	-5,477317305	-36,79956919	-5,4773170038	-36,7995691922	-0,0335	-0,0001
1547	-18,39934389	-45,15473567	-18,3993419346	-45,1547371637	-0,2166	0,1490
1626	-17,16298025	-46,77398731	-17,1629806020	-46,7739878443	0,0393	-0,0069
1799	-14,14290592	-41,90772089	-14,1429049436	-41,9077201319	-0,1087	0,0005
1828	-17,05754644	-44,01687869	-17,0575464656	-44,0168779129	0,0029	0,0190
1865	-18,05765528	-41,00823817	-18,0576539556	-41,0082381448	-0,1470	-0,0017
1887	-19,526418	-40,15203942	-19,5264161889	-40,1520363071	-0,2011	-0,2691
1975	-15,98577269	-40,36119839	-15,9857725234	-40,3611982798	-0,0184	0,0117
2024	-17,33501272	-40,27755472	-17,3350106426	-40,2775514160	-0,2320	-0,0207
2069	-25,02464708	-47,92518486	-25,0246451925	-47,9251801989	-0,2091	-0,5126
2172	-24,06473481	-51,77535947	-24,0647344816	-51,7753609240	-0,0366	0,0781
2196	-19,37332801	-54,95695242	-19,3733218320	-54,9569590912	-0,6837	0,6407
2273	-15,29351058	-56,44628167	-15,2935088372	-56,4462839479	-0,1934	-0,2312
2491	-17,72825639	-50,13506892	-17,7282565679	-50,1350692100	0,0198	0,0140
2552	-19,57801433	-50,28224653	-19,5780111024	-50,2822493020	-0,3585	0,2297
2666	-15,03244161	-44,64201	-15,0324415370	-44,6420097482	-0,0082	0,0218
3072	-29,48152083	-52,06637728	-29,4815189281	-52,0663793988	-0,2122	-0,0841
3135	-31,48456922	-52,44775153	-31,4845674418	-52,4477522937	-0,1969	0,0845
4051	-22,64305883	-43,84307947	-22,6430600669	-43,8430768558	0,1373	0,2306
8028	-5,911967361	-39,94119214	-5,9119672087	-39,9411923483	-0,0169	0,0215
8143	-11,27336475	-38,45870539	-11,2733658101	-38,4587062520	0,1183	0,0264
8198	-10,83287828	-41,46215664	-10,8328782801	-41,4621552343	0,0000	0,0254
8234	-12,60551392	-42,30205289	-12,6055138892	-42,3020553196	-0,0034	0,2685
8379	-22,04055614	-41,779423	-22,0405554122	-41,7794209598	-0,0804	0,2253
9032	-4,028511083	-40,67107647	-4,0285112504	-40,6710764069	0,0186	0,0044
9250	-8,1997332501	-36,10738278	-8,1997330783	-36,1073827415	-0,0192	0,0014
9332	-4,805215333	-42,56223069	-4,8052145774	-42,5622308787	-0,0844	0,0019
9358	-7,012543806	-42,99160617	-7,0125439367	-42,9916056736	0,0145	-0,0411
9757	-15,94940269	-48,20844406	-15,9494026893	-48,2084435489	-0,0001	0,0549
10165	-3,142381222	-45,62931156	-3,1423634253	-45,6293181383	-1,9679	-0,7278
10233	-6,733149583	-48,50984225	-6,7331538968	-48,5098292367	0,4779	-1,2982
10282	-6,140371611	-46,96600539	-6,1403711138	-46,9660054382	-0,0550	0,0054
10454	-7,091047555	-36,50235442	-7,0910474833	-36,5023543315	-0,0080	-0,0066
10544	-8,609648917	-43,99791464	-8,6096486199	-43,9979123248	-0,0330	0,1765
10550	-10,11137228	-45,24510506	-10,1113720852	-45,2451046051	-0,0214	0,0387
10672	-14,11886417	-52,35724731	-14,1188588662	-52,3572512692	-0,5921	0,0081
10745	-12,20221236	-44,41800594	-12,2022114132	-44,4180024682	-0,1049	-0,3596
10886	-17,11201619	-53,04731478	-17,1120159732	-53,0473148858	-0,0247	-0,0020
10918	-21,26409156	-52,96403606	-21,2640847861	-52,9640424858	-0,7518	-0,5336

10945	-23,04111753	-50,80957561	-23,0411178761	-50,8095770114	0,0386	-0,0777
10955	-20,06921758	-51,86008983	-20,0692163767	-51,8600909393	-0,1346	0,0425
11058	-27,16276717	-48,53397833	-27,1627650095	-48,5339838727	-0,2405	-0,2737
11093	-28,02019594	-48,6359555	-28,0201976119	-48,6359510858	0,1845	0,4727
12520	-9,211527944	-38,00910342	-9,2115276455	-38,0091030142	-0,0330	0,0435
24007	-29,26215764	-56,53067061	-29,2621614027	-56,5306635542	0,4191	0,4326
90003	-11,52189056	-65,21218444	-11,5218905074	-65,2121843559	-0,0059	-0,0047
90010	-11,68180778	-61,18456417	-11,6818077302	-61,1845640805	-0,0055	-0,0063
90013	-13,67830431	-59,72929047	-13,6783048509	-59,7292904733	0,0603	0,0002
90030	-13,31937472	-52,53419778	-13,3193763104	-52,5341966977	0,1765	-0,0876
90132	-16,12316606	-48,98788664	-16,1231658750	-48,9878866039	-0,0199	0,0036
90140	-8,833180556	-67,30973333	-8,8331805931	-67,3097334461	0,0041	-0,0107
90161	-26,24807389	-53,64519528	-26,2480771396	-53,6451906896	0,3624	-0,2250
90164	-12,32313444	-55,58355361	-12,3231343884	-55,5835535149	-0,0061	-0,0103
90186	-1,359779167	-59,87203222	-1,3597791405	-59,8720322729	-0,0030	0,0012
90199	2,224199722	-55,94914583	2,2241996457	-55,9491457548	0,0085	0,0053
90218	-11,19777194	-53,23398139	-11,1977720413	-53,2339812639	0,0109	-0,0028
90222	0,931735	-55,75336778	0,9317349137	-55,7533678424	0,0096	0,0041
90284	-5,401453056	-55,88381639	-5,4014529441	-55,8838164895	-0,0125	0,0070
90297	-5,809813611	-61,27915806	-5,8098135879	-61,2791581270	-0,0026	0,0070
90320	-8,220230833	-51,00413306	-8,2202309523	-51,0041331185	0,0133	-0,0025
90332	-3,857134444	-50,45446083	-3,8571345836	-50,4544609429	0,0155	-0,0092
90336	-12,94975333	-57,09019306	-12,9497533733	-57,0901930246	0,0048	-0,0036
90610	-1,045020833	-46,7832225	-1,0450325807	-46,7832066744	1,3088	-0,8849
90635	2,937183333	-62,47383778	2,9371833538	-62,4738377271	-0,0023	0,0057
90648	3,6753775	-62,75343722	3,6753773379	-62,7534374150	0,0180	-0,0184
90671	-5,984880278	-52,60202472	-5,9848802040	-52,6020246357	-0,0082	-0,0089
90726	-2,443864722	-65,39611556	-2,4438649180	-65,3961154390	0,0218	0,0103
90812	-25,09021217	-52,95336044	-25,0902115972	-52,9533616765	-0,0630	0,1362
90937	-13,280915	-49,95404833	-13,2809194162	-49,9540469310	0,4904	-0,1174
90992	-22,31975733	-41,73330917	-22,3197571157	-41,7333072837	-0,0237	0,1976
91003	-7,117343056	-73,79518028	-7,1173429332	-73,7951803154	-0,0137	0,0026
91071	1,561526667	-52,03228444	1,5615265381	-52,0322845274	0,0144	0,0001
91099	-10,32929972	-65,34362083	-10,3292996018	-65,3436206879	-0,0134	0,0100
91223	-10,31315347	-58,49618425	-10,3131534849	-58,4961843003	0,0014	-0,0035
91559	-22,11990475	-51,40853394	-22,1199085047	-51,4085292537	0,4152	0,5144
91811	-21,087811	-45,17805325	-21,0878113218	-45,1780536136	0,0358	-0,0250
91862	-26,81912342	-50,98570406	-26,8191292441	-50,9856994903	0,6504	0,0589
91940	-30,17790675	-56,05474114	-30,1779056835	-56,0547472699	-0,1190	0,2235
91981	-31,57429967	-53,38843856	-31,5743015810	-53,3884376890	0,2114	-0,0951
91990	-28,39866853	-54,98574128	-28,3986708251	-54,9857408489	0,2538	0,0473
92011	-32,49311192	-52,57996872	-32,4931129512	-52,5799683024	0,1153	-0,0222
92014	-33,50310425	-53,34583636	-33,5031042485	-53,3458363477	-0,0002	0,0007
92377	-5,390639278	-40,3023605	-5,3906461686	-40,3023576531	0,7666	-0,1987
92707	-18,64141178	-56,47486681	-18,6414163590	-56,4748582701	0,5065	-0,9243
93561	-19,56115744	-54,03993989	-19,5611725442	-54,0399206717	1,6773	-1,6162
97001	-10,3615111	-70,61650083	-10,3615111770	-70,6165007921	0,0086	0,0025
97004	1,727751944	-68,1639975	1,7277519973	-68,1639974305	-0,0060	0,0012

Tabela B4 - Comparação entre as diferenças das coordenadas antes e após a modelagem com a grade de 5°.

Região	Estação	LATITUDE		LONGITUDE		ÍNDICE	
		Discrepâncias s/ Modelagem (m)	Discrepâncias c/ Modelagem (m)	Discrepâncias s/ Modelagem (m)	Discrepâncias c/ Modelagem (m)	Latitude	Longitude
SUL	92014	-0,0065	0,0371	0,0074	0,0008	0,1752	9,2500
	92011	-0,0073	0,0405	-0,008	-0,0219	0,1802	0,3653
	3135	-0,3873	-0,3284	0,1621	0,0836	1,1794	1,9390
	91981	-0,0037	0,0885	-0,008	-0,0968	0,0418	0,0826
	91940	-0,0036	0,1635	-0,0034	0,2139	0,0220	0,0159
	24007	0,7721	0,8997	0,9312	0,4371	0,8582	2,1304
	3072	-0,3141	-0,2331	-0,1196	-0,0842	1,3475	1,4204
	91990	-0,007	0,1351	0,011	0,0437	0,0518	0,2517
	1301	-0,5017	-0,3728	-0,4175	-0,0075	1,3458	55,6667
	11093	-0,6265	-0,4668	1,1929	0,4989	1,3421	2,3911
	11058	-1,0743	-0,8714	-0,375	-0,3267	1,2328	1,1478
	91862	-0,0008	0,2236	0,001	0,0584	0,0036	0,0171
	90161	0,0051	0,121	0,0084	-0,2517	0,0421	0,0334
	402	-0,9459	-0,5358	0,3905	0,1451	1,7654	2,6912
	90812	-0,9517	-0,7848	1,5418	0,1375	1,2127	11,2131
	1161	-1,1672	-0,7721	0,5164	0,0313	1,5117	16,4984
	2172	-1,2841	-0,8908	0,7786	0,0832	1,4415	9,3582
	10945	-0,6489	-0,2202	-0,5864	-0,0812	2,9469	7,2217
SUDESTE	2069	-0,5396	-0,2925	-1,0055	-0,5046	1,8448	1,9927
	164	-0,2787	0,04	-0,2471	-0,0481	6,9675	5,1372
	91559	-0,0074	0,5554	-0,0312	0,5072	0,0133	0,0615
	732	-0,3257	-0,0648	-0,1374	0,0127	5,0262	10,8189
	4051	0,1048	0,3198	0,3042	0,2273	0,3277	1,3383
	90992	-0,0178	0,1724	0,2234	0,1897	0,1032	1,1776
	8379	-0,076	0,1365	0,2599	0,2153	0,5568	1,2072
	2552	-0,521	-0,2059	0,4768	0,1918	2,5304	2,4859
	291	-0,0901	0,3161	0,0424	0,0239	0,2850	1,7741
	91811	0,0198	0,4296	-0,0038	-0,0219	0,0461	0,1735
	315	-0,6177	-0,113	-0,0792	-0,0265	5,4664	2,9887
	1547	-0,6092	-0,1335	-0,1667	0,1074	4,5633	1,5521
	1626	-0,1115	0,2614	-0,0036	-0,0068	0,4265	0,5294
	1828	-0,2377	0,1553	0,1817	0,0307	1,5306	5,9186
	2666	-0,3961	-0,0362	0,8276	0,0266	10,9420	31,1128
	1975	-1,1403	-0,9779	0,5634	0,0279	1,1661	20,1935
	1887	-0,7572	-0,4874	-0,9528	-0,2944	1,5535	3,2364
	1865	-2,3708	-2,105	-0,6906	-0,0599	1,1263	11,5292
	354	-0,8105	-0,4543	-0,2379	-0,04	1,7841	5,9475
CENTRO-OESTE	799	-1,1681	-0,9418	0,5511	0,0173	1,2403	31,8555
	10918	-1,6716	-0,6225	-1,2394	-0,5621	2,6853	2,2049
	10955	-1,027	-0,1066	0,2643	0,0709	9,6341	3,7278
	649	-3,1859	-1,6866	0,3018	0,1221	1,8889	2,4717
	93561	-0,0043	1,6054	0,0204	-1,6032	0,0027	0,0127
	2196	-2,9756	-1,1314	2,837	0,5637	2,6300	5,0328
	92707	0,0025	1,1081	0,0167	-0,804	0,0023	0,0208
	2491	-0,2627	-0,0061	0,22	0,0178	43,0656	12,3596
	10886	-1,0371	-0,3865	-0,2169	-0,0029	2,6833	74,7931
	9757	0,0014	0,302	-0,0393	0,0465	0,0046	0,8452
	90132	0,0277	0,3031	-0,2688	-0,0299	0,0914	8,9900
	90937	-0,0027	0,1667	-0,0012	-0,1289	0,0162	0,0093

NORTE	2273	-0,655	-0,4973	-1,0512	-0,3058	1,3171	3,4375
	10672	-0,6406	-0,5204	0,009	0,008	1,2310	1,1250
	90030	-0,0071	0,0858	-0,0045	-0,09	0,0828	0,0500
	90218	0,0079	0,04	-0,0007	-0,002	0,1975	0,3500
	90164	-0,0099	0,0138	0,0088	-0,012	0,7174	0,7333
	90336	0,0078	0,0645	-0,0008	-0,0046	0,1209	0,1739
	91223	-0,0497	-0,0028	0,2557	0,0209	17,7500	12,2344
	90013	-0,0067	0,086	-0,013	-0,0044	0,0779	2,9545
	90010	-0,0092	0,036	-0,0061	-0,0084	0,2556	0,7262
	90003	-0,0108	-0,009	0,0016	-0,0031	1,2000	0,5161
	91099	-0,0151	-0,0158	0,0066	0,0099	0,9557	0,6667
	97001	0,004	0,0065	-0,0019	0,0023	0,6154	0,8261
	91003	-0,011	-0,006	0,0073	0,0034	1,8333	2,1471
	90140	0,0054	0,0059	-0,0119	-0,0115	0,9153	1,0348
	90297	-0,0064	-0,0153	0,0075	0,0069	0,4183	1,0870
	90726	0,0112	0,0108	0,0051	0,0094	1,0370	0,5426
	97004	-0,0064	-0,0104	0	0,0012	0,6154	0,0000
	90284	-0,0098	-0,0189	0,0099	0,007	0,5185	1,4143
	90186	-0,0071	-0,0096	0,0022	0,0012	0,7396	1,8333
	90635	-0,0007	-0,001	0,0017	0,0059	0,7000	0,2881
	90648	0,0199	0,0192	-0,0208	-0,0159	1,0365	1,3082
NORDESTE	90320	0,0035	0,0091	-0,0049	-0,0026	0,3846	1,8846
	90671	-0,0087	-0,0119	0,0036	-0,0088	0,7311	0,4091
	90332	0,0103	0,0103	-0,0059	-0,009	1,0000	0,6556
	91071	0,0137	0,0129	0,0001	0,0001	1,0620	1,0000
	90222	0,001	-0,0111	0,0006	0,0041	0,0901	0,1463
	90199	0,0051	-0,0038	0,0067	0,006	1,3421	1,1167
	90610	-0,0159	0,5332	-0,0059	-0,8935	0,0298	0,0066
	10233	0,6116	0,6643	-2,2567	-1,292	0,9207	1,7467
	930	-0,9158	-0,27	-0,003	-0,0274	3,3919	0,1095
	1461	-0,9425	-0,0847	0,0557	-0,0016	11,1275	34,8125
	1799	-0,5818	-0,3015	0,0026	0,0008	1,9297	3,2500
	2024	-2,0662	-1,8616	-0,0726	-0,0232	1,1099	3,1293
	8028	-0,802	-0,1031	0,2814	0,0296	7,7789	9,5068
	8143	-0,0173	0,4259	-0,021	0,027	0,0406	0,7778
	8198	-0,0083	0,5428	0,0462	0,026	0,0153	1,7769
	8234	-0,3799	0,0168	-0,3256	0,2184	22,6131	1,4908
	9032	-0,8958	-0,3264	-0,2297	-0,0244	2,7445	9,4139
	9250	-0,6527	-0,0751	-0,0029	0,0021	8,6911	1,3810
	9332	-1,1885	-0,8183	0,0628	0,0021	1,4524	29,9048
	9358	-0,9299	-0,5337	0,2905	-0,0388	1,7424	7,4871
	10165	-2,6778	-2,3191	-1,0193	-0,638	1,1547	1,5976
	10282	-0,0655	0,0084	0,0075	-0,0834	7,7976	0,0899
	10454	-0,805	-0,1013	0,0236	-0,0063	7,9467	3,7460
	10544	-0,669	-0,2683	0,4451	0,1822	2,4935	2,4429
	10550	-0,4331	-0,0139	0,9996	0,0516	31,1583	19,3721
	10745	-0,3672	0,0479	-1,1291	-0,3729	7,6660	3,0279
	12520	-0,7831	-0,212	-0,0591	0,0425	3,6939	1,3906
	92377	-0,0039	0,6581	-0,0173	-0,1846	0,0059	0,0937

Tabela B5 - Comparação entre as diferenças das coordenadas antes a após a modelagem com a grade de 1°.

Região	Estação	LATITUDE		LONGITUDE		ÍNDICE	
		Discrepâncias s/ Modelagem (m)	Discrepâncias c/ Modelagem (m)	Discrepâncias s/ Modelagem (m)	Discrepâncias c/ Modelagem (m)	Latitude	Longitude
SUL	92014	-0,0065	-0,0002	0,0074	0,0008	32,5000	9,2500
	92011	-0,0073	0,1105	-0,008	-0,0219	0,0661	0,3653
	3135	-0,3873	-0,1942	0,1621	0,0836	1,9943	1,9390
	91981	-0,0037	0,2163	-0,008	-0,0968	0,0171	0,0826
	91940	-0,0036	-0,1588	-0,0034	0,2139	0,0227	0,0159
	24007	0,7721	0,4157	0,9312	0,4371	1,8573	2,1304
	3072	-0,3141	-0,2125	-0,1196	-0,0842	1,4781	1,4204
	91990	-0,007	0,2482	0,011	0,0437	0,0282	0,2517
	1301	-0,5017	-0,0088	-0,4175	-0,0075	57,0114	55,6667
	11093	-0,6265	0,1589	1,1929	0,4989	3,9427	2,3911
	11058	-1,0743	-0,2951	-0,375	-0,3267	3,6405	1,1478
	91862	-0,0008	0,6481	0,001	0,0584	0,0012	0,0171
	90161	0,0051	0,4032	0,0084	-0,2517	0,0126	0,0334
	402	-0,9459	-0,7144	0,3905	0,1451	1,3240	2,6912
	90812	-0,9517	-0,0628	1,5418	0,1375	15,1545	11,2131
	1161	-1,1672	-0,0135	0,5164	0,0313	86,4593	16,4984
	2172	-1,2841	-0,0493	0,7786	0,0832	26,0467	9,3582
	10945	-0,6489	0,0437	-0,5864	-0,0812	14,8490	7,2217
SUDESTE	2069	-0,5396	-0,2016	-1,0055	-0,5046	2,6766	1,9927
	164	-0,2787	-0,0503	-0,2471	-0,0481	5,5408	5,1372
	91559	-0,0074	0,4129	-0,0312	0,5072	0,0179	0,0615
	732	-0,3257	-0,0056	-0,1374	0,0127	58,1607	10,8189
	4051	0,1048	0,133	0,3042	0,2273	0,7880	1,3383
	90992	-0,0178	-0,0215	0,2234	0,1897	0,8279	1,1776
	8379	-0,076	-0,0773	0,2599	0,2153	0,9832	1,2072
	2552	-0,521	-0,2933	0,4768	0,1918	1,7763	2,4859
	291	-0,0901	0,0402	0,0424	0,0239	2,2413	1,7741
	91811	0,0198	0,029	-0,0038	-0,0219	0,6828	0,1735
	315	-0,6177	-0,1296	-0,0792	-0,0265	4,7662	2,9887
	1547	-0,6092	-0,2183	-0,1667	0,1074	2,7907	1,5521
	1626	-0,1115	0,0418	-0,0036	-0,0068	2,6675	0,5294
	1828	-0,2377	-0,015	0,1817	0,0307	15,8467	5,9186
	2666	-0,3961	-0,0127	0,8276	0,0266	31,1890	31,1128
	1975	-1,1403	-0,0485	0,5634	0,0279	23,5113	20,1935
	1887	-0,7572	-0,2194	-0,9528	-0,2944	3,4512	3,2364
	1865	-2,3708	-0,36	-0,6906	-0,0599	6,5856	11,5292
	354	-0,8105	-0,0749	-0,2379	-0,04	10,8211	5,9475
CENTRO-OESTE	799	-1,1681	-0,0264	0,5511	0,0173	44,2462	31,8555
	10918	-1,6716	-0,7912	-1,2394	-0,5621	2,1127	2,2049
	10955	-1,027	-0,2028	0,2643	0,0709	5,0641	3,7278
	649	-3,1859	-1,3581	0,3018	0,1221	2,3459	2,4717
	93561	-0,0043	1,6696	0,0204	-1,6032	0,0026	0,0127
	2196	-2,9756	-0,6235	2,837	0,5637	4,7724	5,0328
	92707	0,0025	0,4397	0,0167	-0,804	0,0057	0,0208
	2491	-0,2627	0,0144	0,22	0,0178	18,2431	12,3596
	10886	-1,0371	-0,0306	-0,2169	-0,0029	33,8922	74,7931
	9757	0,0014	-0,0032	-0,0393	0,0465	0,4375	0,8452
	90132	0,0277	-0,0164	-0,2688	-0,0299	1,6890	8,9900
	90937	-0,0027	0,4772	-0,0012	-0,1289	0,0057	0,0093

NORTE	2273	-0,655	-0,2437	-1,0512	-0,3058	2,6877	3,4375
	10672	-0,6406	-0,5851	0,009	0,008	1,0949	1,1250
	90030	-0,0071	0,182	-0,0045	-0,09	0,0390	0,0500
	90218	0,0079	0,011	-0,0007	-0,002	0,7182	0,3500
	90164	-0,0099	-0,0041	0,0088	-0,012	2,4146	0,7333
	90336	0,0078	0,0066	-0,0008	-0,0046	1,1818	0,1739
	91223	-0,0497	0,0606	0,2557	0,0209	0,8201	12,2344
	90013	-0,0067	0,0017	-0,013	-0,0044	3,9412	2,9545
	90010	-0,0092	0,0008	-0,0061	-0,0084	11,5000	0,7262
	90003	-0,0108	-0,0054	0,0016	-0,0031	2,0000	0,5161
	91099	-0,0151	-0,0104	0,0066	0,0099	1,4519	0,6667
	97001	0,004	0,0089	-0,0019	0,0023	0,4494	0,8261
	91003	-0,011	-0,0118	0,0073	0,0034	0,9322	2,1471
	90140	0,0054	0,0063	-0,0119	-0,0115	0,8571	1,0348
	90297	-0,0064	-0,0032	0,0075	0,0069	2,0000	1,0870
	90726	0,0112	0,0197	0,0051	0,0094	0,5685	0,5426
	97004	-0,0064	-0,0059	0	0,0012	1,0847	0,0000
	90284	-0,0098	-0,012	0,0099	0,007	0,8167	1,4143
	90186	-0,0071	-0,0027	0,0022	0,0012	2,6296	1,8333
	90635	-0,0007	-0,0011	0,0017	0,0059	0,6364	0,2881
	90648	0,0199	0,0182	-0,0208	-0,0159	1,0934	1,3082
	90320	0,0035	0,0132	-0,0049	-0,0026	0,2652	1,8846
	90671	-0,0087	-0,005	0,0036	-0,0088	1,7400	0,4091
	90332	0,0103	0,0157	-0,0059	-0,009	0,6561	0,6556
	91071	0,0137	0,0144	0,0001	0,0001	0,9514	1,0000
	90222	0,001	0,0092	0,0006	0,0041	0,1087	0,1463
	90199	0,0051	0,0075	0,0067	0,006	0,6800	1,1167
	90610	-0,0159	1,3395	-0,0059	-0,8935	0,0119	0,0066
NORDESTE	10233	0,6116	0,4841	-2,2567	-1,292	1,2634	1,7467
	930	-0,9158	0,012	-0,003	-0,0274	76,3167	0,1095
	1461	-0,9425	-0,0361	0,0557	-0,0016	26,1080	34,8125
	1799	-0,5818	-0,1731	0,0026	0,0008	3,3611	3,2500
	2024	-2,0662	-0,3163	-0,0726	-0,0232	6,5324	3,1293
	8028	-0,802	-0,0424	0,2814	0,0296	18,9151	9,5068
	8143	-0,0173	0,1181	-0,021	0,027	0,1465	0,7778
	8198	-0,0083	-0,0078	0,0462	0,026	1,0641	1,7769
	8234	-0,3799	-0,028	-0,3256	0,2184	13,5679	1,4908
	9032	-0,8958	-0,0807	-0,2297	-0,0244	11,1004	9,4139
	9250	-0,6527	-0,0174	-0,0029	0,0021	37,5115	1,3810
	9332	-1,1885	-0,0845	0,0628	0,0021	14,0651	29,9048
	9358	-0,9299	0,0145	0,2905	-0,0388	64,1310	7,4871
	10165	-2,6778	-1,7091	-1,0193	-0,638	1,5668	1,5976
	10282	-0,0655	-0,1405	0,0075	-0,0834	0,4662	0,0899
	10454	-0,805	-0,0144	0,0236	-0,0063	55,9028	3,7460
	10544	-0,669	-0,0788	0,4451	0,1822	8,4898	2,4429
	10550	-0,4331	-0,0223	0,9996	0,0516	19,4215	19,3721
	10745	-0,3672	-0,1116	-1,1291	-0,3729	3,2903	3,0279
	12520	-0,7831	-0,0377	-0,0591	0,0425	20,7719	1,3906
	92377	-0,0039	0,6975	-0,0173	-0,1846	0,0056	0,0937