

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JÚLIO DE MESQUITA
FILHO"
FACULDADE DE ENGENHARIA
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA**

GABRIELA CARVALHO DE ALMEIDA

**SIMULAÇÃO DO ESCOAMENTO AO REDOR DOS CORPOS DE
AHMED EM SEQUÊNCIA UTILIZANDO OPENFOAM V2106**

**ILHA SOLTEIRA
2023**

GABRIELA CARVALHO DE ALMEIDA

**SIMULAÇÃO DO ESCOAMENTO AO REDOR DOS CORPOS DE
AHMED EM SEQUÊNCIA UTILIZANDO OPENFOAM V2106**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira-Unesp, como
parte dos requisitos para a obtenção do título de Bacharel
em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Aluisio Viais Pantaleão
FEIS/UNESP

Coorientador: Henrique Matos Campos
FEIS/UNESP

ILHA SOLTEIRA
2023

FICHA CATALOGRÁFICA
Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

A447s Almeida, Gabriela Carvalho de.
Simulação do escoamento ao redor dos corpos de Ahmed em sequência utilizando OpenFOAM v2106 / Gabriela Carvalho de Almeida. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2023
55 f. : il.

Trabalho de conclusão de curso (Graduação em engenharia mecânica) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, 2023

Orientador: Aluisio Viais Pantaleão
Coorientador: Henrique Matos Campos
Inclui bibliografia

1. CFD. 2. OpenFOAM. 3. Corpo de Ahmed. 4. Túnel hidrodinâmico.

Raiane da Silva Santos
Raiane da Silva Santos

ANEXO 02
MODELO DE ATA DE DEFESA

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
FACULDADE DE ENGENHARIA – CÂMPUS DE ILHA SOLTEIRA

CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

ATA DA DEFESA – TRABALHO DE GRADUAÇÃO

TÍTULO: SIMULAÇÃO DE ESCOAMENTO AO REDOR DOS CORPOS DE

AHMED EM SEQUÊNCIA UTILIZANDO OPENFOAM V2106

ALUNO: GABRIELA CARVALHO DE ALMEIDA RA: 171050461

Orientador: prof. Dr. ALUISIO VIAIS PANTALEÃO

Aprovado (x) – Reprovado () pela Comissão Examinadora

Nota obtida: 9,0

Comissão Examinadora:

Prof. ALUISIO VIAIS PANTALEÃO 
Presidente (Orientador)

Prof. LAIS STOCCO BANDINI 

Prof. PEDRO VINÍCIUS SOUZA COIMBRA 



Assinatura do Aluno

Ilha Solteira (SP) 06 de JULHO de 2023.

AGRADECIMENTOS

Queria agradecer à minha família, amigos e ao meu companheiro por todo o apoio e incentivo para me dedicar ao meu futuro. Tenho imensa gratidão por todos os momentos vividos durante este percurso.

Um agradecimento ao meu coorientador Henrique Matos Campos por toda a ajuda e conhecimento compartilhado por todo esse tempo. Queria agradecer meu amigo Pedro Vinícius Souza Coimbra pela paciência, sabedoria e motivação.

Gostaria de agradecer ao meu orientador Aluisio Viais Pantaleão pelas oportunidades que me foram dadas. Um agradecimento a todos os funcionários e professores da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, da Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira e do Departamento de Engenharia Mecânica.

RESUMO

O estudo do escoamento tridimensional ao redor de um veículo terrestre tornou-se assunto de grande relevância na indústria automobilística, tendo em vista que o consumo de combustível está diretamente relacionado ao arrasto aerodinâmico. Para um veículo real seria muito difícil modelar ou realizar análises experimentais, no entanto, com a simplificação da geometria de um carro é possível analisar os fenômenos físicos que ocorrem ao redor da geometria. O corpo de Ahmed é um modelo simplificado de um veículo terrestre utilizado para estudar a influência da topologia no escoamento. O software livre de Fluido Dinâmica Computacional (Computational Fluid Dynamics) OpenFOAM v2106 foi utilizado para a solução do problema proposto, juntamente com a comparação dos resultados coletados pelo grupo de trabalho do túnel hidrodinâmico horizontal. As simulações tiveram a finalidade de obter características e dados do escoamento devido às geometrias do corpo estabelecidas e a configuração em comboio adotada. A partir dos resultados obtidos, conclui-se que os vórtices perderam intensidade conforme o ângulo de inclinação traseira aumentava e que a menor distância considerada foi a mais vantajosa na redução do arrasto.

Palavras-chave CFD, corpo de Ahmed, OpenFOAM, túnel hidrodinâmico, comboio.

ABSTRACT

The study of three-dimensional flow around a ground vehicle has become a matter of great relevance in the automotive industry, considering that fuel consumption is directly related to aerodynamic drag. Modeling or performing experimental analyses for a real vehicle would be very challenging. However, by simplifying the geometry of a car, it is possible to analyze the physical phenomena occurring around the geometry. The Ahmed body is a simplified model of a ground vehicle used to study the influence of topology on flow. The open-source Computational Fluid Dynamics (CFD) software OpenFOAM v2106 was used to solve the proposed problem, along with the comparison of results collected by the horizontal hydrodynamic tunnel working group. The simulations aimed to obtain flow characteristics and data due to the established body geometries and the adopted convoy configuration. Based on the obtained results, it can be concluded that the vortices decreased in intensity as the rear slant angle increased and that the shortest distance considered was the most advantageous in reducing drag.

Keywords: CFD, Ahmed body, OpenFOAM, hydrodynamic tunnel, convoy.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Corpo de Ahmed.	2
Figura 2 – Esquema experimental	4
Figura 3 – Representação esquemática do fluxo do corpo de Ahmed com inclinação de 30°.	5
Figura 4 – Curva de coeficiente de arrasto em função da inclinação do corpo de Ahmed	5
Figura 5 – Malha refinada do corpo de Ahmed 25°.	6
Figura 6 – Resultados numéricos obtido por Keating, Shock e Chen (2008) comparados com os dados experimentais de Ahmed, Ramm e Faltinn (1984).	6
Figura 7 – Linhas de corrente para o corpo de Ahmed com inclinação de 30° com razão de bloqueio de 6%.	7
Figura 8 – Malha utilizada no trabalho de Saha et al. (2020)	8
Figura 9 – Perfil de velocidade para a malha mais refinada.	8
Figura 11 – Dimensões das geometrias	9
Figura 10 – Malha utilizada no trabalho de Gutierrez et al. (2020).	9
Figura 12 – Esquema experimental com posição dos corpos de Ahmed e sistema PIV.	10
Figura 13 – Processo de discretização.	15
Figura 14 – Elemento discreto.	22
Figura 15 – Esquema de diferenças centrais.	25
Figura 16 – Esquema "Upwind".	26
Figura 17 – Malha do túnel com as geometrias.	32
Figura 18 – Malha das geometrias.	32
Figura 19 – Visualização do escoamento para $g/h = 0,5$ e $A = 10^\circ$	33
Figura 20 – Visualização do escoamento para $g/h = 0,5$ e $A = 20^\circ$	34
Figura 21 – Visualização do escoamento para $g/h = 0,5$ e $A = 30^\circ$	35
Figura 22 – Visualização do escoamento para $g/h = 0,5$ e $A = 35^\circ$	36
Figura 23 – Visualização do escoamento para $g/h = 1,0$ e $A = 10^\circ$	37
Figura 24 – Visualização do escoamento para $g/h = 1,0$ e $A = 20^\circ$	38
Figura 25 – Visualização do escoamento para $g/h = 1,0$ e $A = 30^\circ$	39
Figura 26 – Visualização do escoamento para $g/h = 1,0$ e $A = 35^\circ$	40
Figura 27 – Visualização do escoamento para $g/h = 1,5$ e $A = 10^\circ$	41
Figura 28 – Visualização do escoamento para $g/h = 1,5$ e $A = 20^\circ$	42
Figura 29 – Visualização do escoamento para $g/h = 1,5$ e $A = 30^\circ$	43
Figura 30 – Visualização do escoamento para $g/h = 1,5$ e $A = 35^\circ$	44

Figura 31 – Coeficientes de arrasto da primeira geometria sem aplicação do modelo de turbulência	45
Figura 32 – Coeficientes de arrasto da primeira geometria com modelo de turbulência.	46
Figura 33 – Coeficientes de arrasto da segunda geometria sem aplicação do modelo de turbulência	47
Figura 34 – Coeficientes de arrasto da segunda geometria com modelo de turbulência.	47

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Constantes empíricas empregadas no modelo de turbulência $k - \omega$ SST.	20
Tabela 2 – Número de elementos de malha dos casos laminares	33
Tabela 3 – Número de elementos de malha dos casos com modelo de turbulência	33
Tabela 4 – Valores dos coeficientes de arrasto da primeira geometria dos casos laminares.	45
Tabela 5 – Valores dos coeficientes de arrasto da primeira geometria com modelo de turbulência.	45
Tabela 6 – Valores dos coeficientes de arrasto da segunda geometria dos casos laminares.	46
Tabela 7 – Valores dos coeficientes de arrasto da segunda geometria com modelo de turbulência.	46
Tabela 8 – Valores das forças de arrasto do conjunto dos casos laminares. . .	47
Tabela 9 – Valores das forças de arrasto do conjunto com modelo de turbulência.	48

LISTA DE SÍMBOLOS

x	Posição (m)
v	Velocidade (m/s)
a	Aceleração (m/s^2)
t	Tempo (s)
ϕ	Propriedade intensiva qualquer
m	Massa (Kg)
\dot{m}	Taxa mássica (kg/s)
ρ	Massa específica (kg/m^3)
p	Pressão (Pa)
V	Volume (m^3)
V_c	Volume de controle
T	Temperatura (K)
τ	Tensor de tensão (Pa)
f	Força total (N)
f_s	Força externa de superfície (N)
f_b	Força de corpo (N)
λ	Viscosidade cinemática (m^2/s)
μ	Viscosidade dinâmica ($N \cdot s/m^2$)
g	Aceleração da gravidade (m/s^2)
Ma	Número de Mach
c	Velocidade local do som (m/s)
e	Energia (J)
\dot{q}_s	Taxa de transferência de calor pela superfície por unidade de área (W/m^2)

\dot{q}_v	Taxa de calor da fonte ou sumidouro (W)
\dot{q}^R	Fluxo térmico turbulento (W)
C_p	Calor específico (J/kg · K)
Q	Termo fonte
$\mathbf{J}^{\phi,C}$	Termo convectivo
$\mathbf{J}^{\phi,D}$	Termo difusivo
\mathbf{J}^{ϕ}	Soma dos fluxos convectivos e difusivos
Γ^{ϕ}	Coeficiente de difusão
k	Energia cinética turbulenta (J/kg)
ϵ	Taxa de dissipação de energia cinética turbulenta (W/kg)
ω	Taxa específica de dissipação (1/s)
μ_t	Viscosidade cinemática turbulenta
S	Módulo do tensor médio de deformação
d	Distância mais próxima da parede (m)
S_c	Parcela constante do termo fonte
S_p	Parcela não-linear do termo fonte
N	Número de elementos
h	Tamanho do elemento
r	Razão de refinamento
Re	Número de Reynolds
Re_x	Número de Reynolds na direção x
C_f	Coeficiente de fricção
τ_w	Tensão cisalhante na parede (Pa)
U_L	Velocidade do escoamento livre (m/s)
u^*	Velocidade de fricção (m/s)
δ	Espessura da camada limite (m)
R	Razão de crescimento

SUMÁRIO

1 – INTRODUÇÃO	1
1.1 Motivações	1
1.2 Objetivos	3
2 – METODOLOGIA	4
2.1 Revisão Bibliográfica	4
2.2 Fundamentação Teórica	11
2.2.1 Conservação de massa	12
2.2.2 Conservação da Quantidade de Movimento	12
2.2.3 Forças de superfície	13
2.2.4 Forças de corpo	13
2.2.5 Equação da Quantidade de Movimento para Fluidos Newtonianos	14
2.2.6 Equação Geral de Conservação	14
2.2.7 Processo de Discretização	15
2.3 Modelagem da turbulência	16
2.3.1 Modelo de turbulência $k - \omega$ SST	18
2.4 Método dos Volumes Finitos	21
2.4.1 Malha estruturada e não-estruturada	21
2.4.2 Equação Semi-Discretizada	21
2.4.3 Esquema de Diferenças Centrais	24
2.4.4 Esquema "Upwind"	26
2.4.5 Discretização do termo fonte	27
2.5 Procedimentos	29
2.5.1 Geração da malha	29
3 – RESULTADOS E DISCUSSÃO	32
4 – CONCLUSÃO	49
5 – APÊNDICE - Diretórios empregados nas simulações	50
Referências	54

1 INTRODUÇÃO

1.1 Motivações

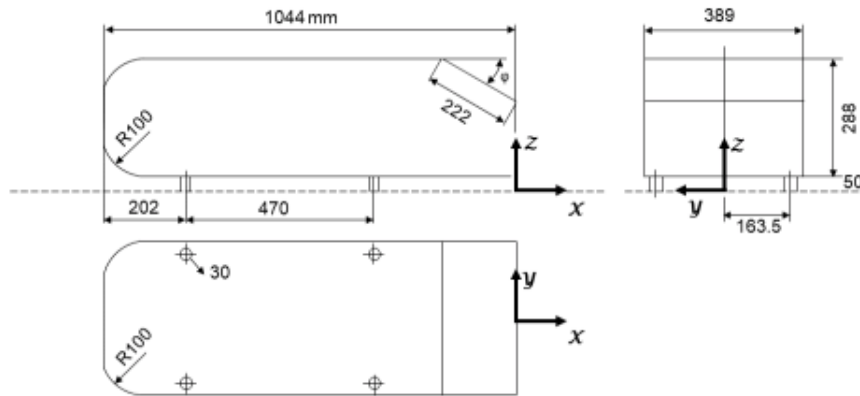
Os estudos dos fenômenos físicos tem como principal objetivo compreender o comportamento de uma determinada propriedade através de equações governantes. O método analítico surgiu como solução para esta análise, no entanto, as simplificações na geometria, nas hipóteses e nas condições de contorno adotadas dependendo da complexidade do problema, não permite a modelagem de problemas complexos. Assim, devido a grande dificuldade na resolução destas equações por meio dos métodos analíticos, a resposta surgiu mediante ao método numérico.

Com o avanço da tecnologia, os computadores ganharam destaque na solução de problemas físicos complexos por conta de sua capacidade de armazenamento e alta velocidade de processamento. Estes parâmetros são fundamentais na criação de algoritmos para a solução de equações diferenciais. De acordo com Moukalled et al. (2016) a dinâmica dos fluidos computacional (CFD - "*Computational Fluid Dynamics*") é um instrumento para o avanço da ciência. Apesar de ter sido inicialmente desenvolvida para a indústria aeronáutica e aeroespacial, as simulações de CFD se tornaram cruciais para o desenvolvimento de outras áreas, como a indústria automobilística.

O estudo do escoamento tridimensional ao redor de um veículo terrestre tornou-se um assunto de grande relevância na indústria automobilística, pois uma maneira de reduzir o consumo de combustível é reduzir o arrasto aerodinâmico alterando o formato do corpo (GUILMINEAU, 2008). Assim, entende-se que as forças de arrasto afetam o consumo de combustível e o desempenho do veículo. O consumo de combustível vem se tornando um fator importante para a indústria devido ao impacto ambiental proveniente das fontes não-renováveis e dos gases poluentes emitidos pela queima de combustíveis fósseis.

Para um veículo real seria muito difícil modelar ou realizar análises experimentais, no entanto, com a simplificação da geometria de um carro é possível estudar a região em que ocorre separação do escoamento e esteira turbulenta que, de acordo com Gheysens (2016), esta é a região que mais contribui para o aumento do arrasto. O corpo de Ahmed é um modelo simplificado de um veículo terrestre utilizado para estudar a influência da topologia no escoamento. A Figura 1 apresenta a geometria do corpo de Ahmed com suas dimensões.

Figura 1 – Corpo de Ahmed.



Fonte: Ahmed, Ramm e Faltin (1984).

Apesar da otimização de tempo e redução de custo que as simulações em CFD proporcionam, a experimentação permanece com um papel importante para a validação dos resultados, como White (1988) descreve que os métodos numéricos contém erros e incertezas, sendo necessário a comparação entre o resultado numérico e o experimental para verificar a acurácia da solução.

1.2 Objetivos

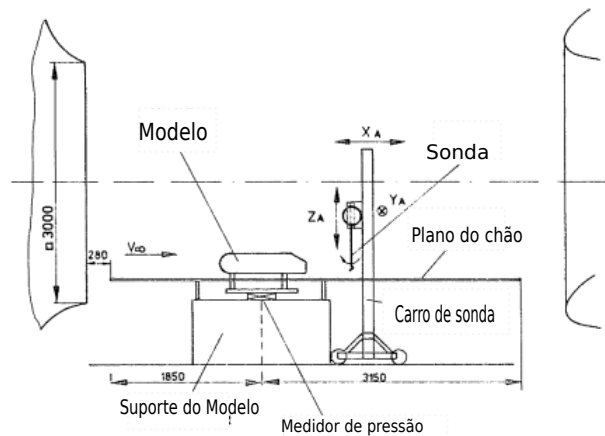
Neste trabalho desenvolveu-se uma metodologia de simulação numérica, empregando o software OpenFOAM v2106, para avaliar o escoamento ao redor de corpos de Ahmed em uma configuração de comboio, considerando o efeito do ângulo de inclinação e da razão de lacuna sobre o escoamento, sendo também realizada uma análise qualitativa dos resultados obtidos com os apresentados em Xavier Gustavo. Aranda (2022).

2 METODOLOGIA

2.1 Revisão Bibliográfica

O primeiro estudo efetuado sobre o corpo de Ahmed foi feito por Ahmed, Ramm e Faltin (1984) servindo de base para pesquisas futuras. Este trabalho consiste na análise experimental de veículos com variação de inclinação na região traseira entre 0° e 40° , inseridos em túneis de vento subsônicos DFVLR de 5 metros de comprimento e secção quadrada 3x3 metros, incluindo a presença de uma sonda de coleta de dados localizada na frente do corpo. A Figura 2 representa o esquema experimental utilizado por Ahmed, Ramm e Faltin (1984).

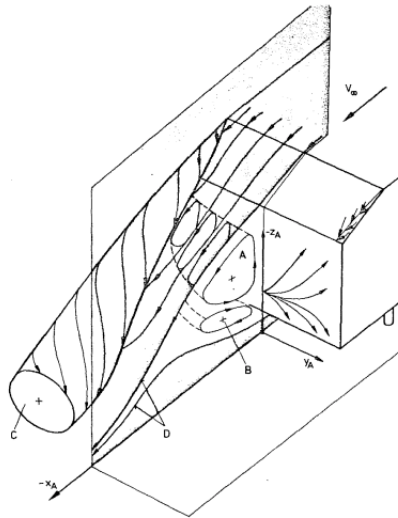
Figura 2 – Esquema experimental



Fonte: Ahmed, Ramm e Faltin (1984).

A velocidade de escoamento dos túneis, descrito por V_∞ pela Figura 2 foi de 60 m/s , correspondendo ao número de Reynold de $4,29 \times 10^6$. Os experimentos foram realizados em Braunschweig, na Alemanha, para medição de pressão e visualização de escoamento, e na cidade de Gottingen, também na Alemanha, para medição das forças e estudo da esteira. Para melhor interpretação do escoamento, Ahmed, Ramm e Faltin (1984) dividiu o veículo em três principais regiões, sendo elas a região frontal arredondada, a secção central retangular e a extremidade traseira inclinada, com destaque a parte traseira e frontal onde foram efetuados os cálculos para o coeficiente de arrasto. Foram distribuídos medidores de pressão por todo o corpo. Esperava-se que este modelo apresentasse um forte fluxo de deslocamento na esteira, um fluxo uniforme no meio e uma grande esteira na parte traseira, como demonstrado na Figura 3.

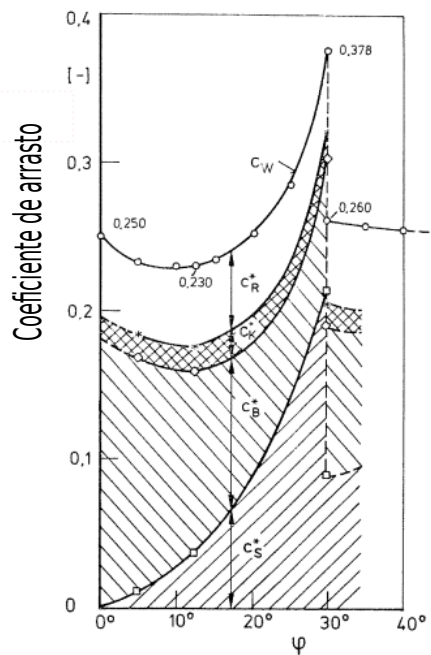
Figura 3 – Representação esquemática do fluxo do corpo de Ahmed com inclinação de 30°.



Fonte: Ahmed, Ramm e Faltin (1984).

A Figura 4 representa os resultados dos coeficientes de arrasto medidos em Ahmed, Ramm e Faltin (1984) para todas as geometrias.

Figura 4 – Curva de coeficiente de arrasto em função da inclinação do corpo de Ahmed

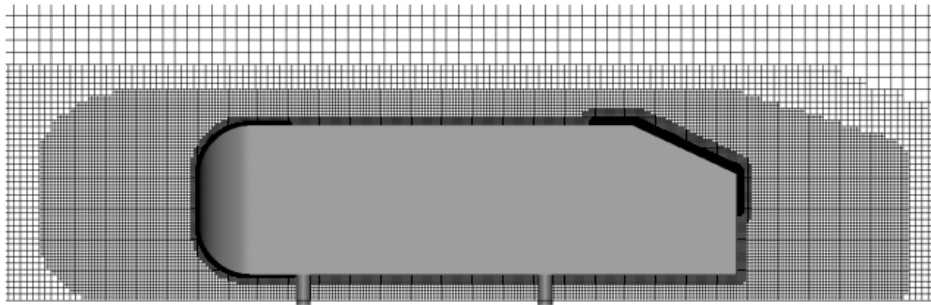


Fonte: Ahmed, Ramm e Faltin (1984).

Uma pesquisa desenvolvida com base nos estudos de Ahmed, Ramm e Faltin (1984) foi o trabalho de Keating, Shock e Chen (2008) utilizando o software comercial

PowerFlow 4.0[®] com o método numérico lattice Boltzman não-estacionário. O número de elementos em cada malha foi de 30 milhões, sendo distribuídos de maneira que os elementos mais refinados ficassem localizados na parte frontal arredondada e na região traseira como mostrado na Figura 5.

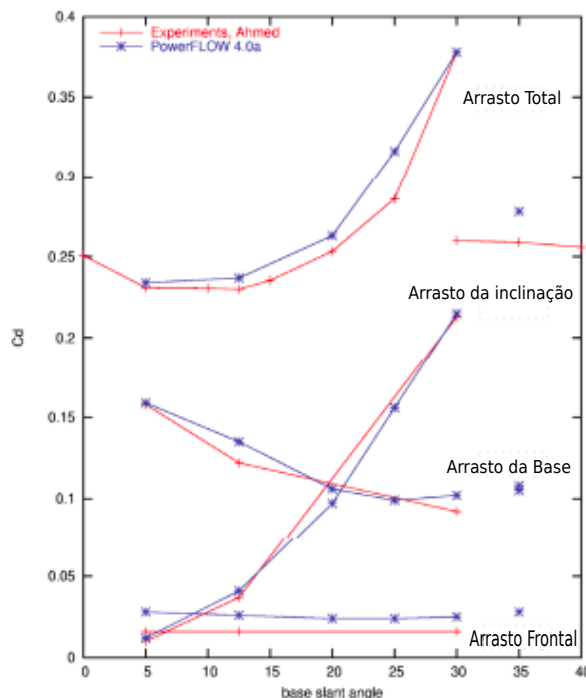
Figura 5 – Malha refinada do corpo de Ahmed 25° .



Fonte: Keating, Shock e Chen (2008).

O tempo das simulações foi da ordem de 1500-2000 horas de CPU em processadores AMD Opteron de 2,6 GHz funcionando de 10 a 15 horas em 128 processadores. As condições de corrente livre foram as mesmas utilizadas pelo Ahmed, Ramm e Faltin (1984) com velocidade de $4,29 \times 10^6$. Os resultados numéricos de Keating, Shock e Chen (2008) estão dispostos na figura 6 abaixo.

Figura 6 – Resultados numéricos obtido por Keating, Shock e Chen (2008) comparados com os dados experimentais de Ahmed, Ramm e Faltinn (1984).

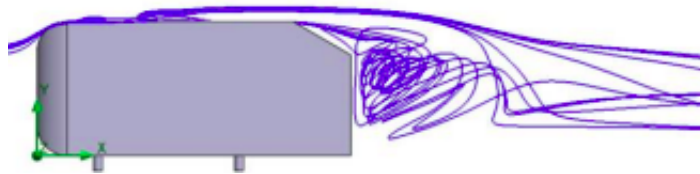


Fonte: Keating, Shock e Chen (2008) e Ahmed, Ramm e Faltinn (1984).

Com a análise da Figura 4, observa-se que os resultados de Keating, Shock e Chen (2008) acompanharam os fenômenos físicos do escoamento. No entanto, apesar da boa concordância com os dados experimentais, os valores foram superestimados possivelmente devido a diferença no desenvolvimento da camada limite. Além disso, houve um custo computacional elevado devido ao tempo e a estrutura do computador utilizado na pesquisa, o que tornaria inviável em uma aplicação industrial.

Outra investigação realizada com o corpo de Ahmed foi o trabalho desenvolvido por Almeida (2022) com intuito de validar as simulações realizadas para as geometrias com 25° e 30° de inclinação no software OpenFOAM e Solidworks Flow[®], com os dados qualitativos retirados do túnel hidrodinâmico horizontal. Nesta pesquisa foi utilizado o método de convergência de malha (GCI), para selecionar a malha mais adequada com 643744 elementos para a simulação no OpenFOAM. Os erros entre os valores do coeficiente de arrasto obtidos pelo OpenFOAM e pelo Solidworks Flow[®] permaneceram entre 5% e 8%, sendo que os maiores erros foram encontrados nos resultados das simulações feitas empregando o Solidworks Flow[®]. A Figura 7 apresenta os resultados do corpo de Ahmed com ângulação de 30° para uma razão de bloqueio de 6%, sendo a razão de bloqueio definida como a relação entre o comprimento característico do corpo e a seção de teste.

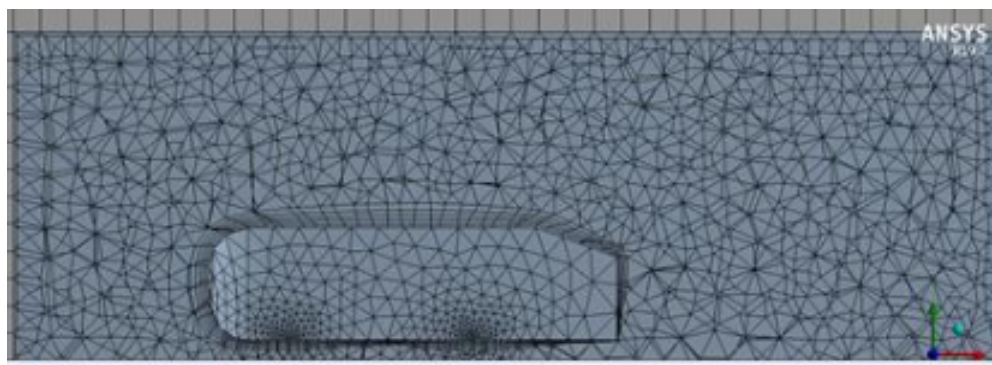
Figura 7 – Linhas de corrente para o corpo de Ahmed com inclinação de 30° com razão de bloqueio de 6%.



Fonte:Almeida (2022).

O trabalho realizado por Saha et al. (2020) tem uma abordagem puramente numérica utilizando a ferramenta comercial *Ansys Fluent*[®]. No trabalho, foi utilizada três malhas hexaédricas cada vez mais refinadas. As simulações primeiramente foram executadas no estado estacionário seguido pelo estado transitório. O modelo de turbulência empregado para os casos foi o $k - \epsilon$. O fluido analisado foi o ar com velocidade de corrente livre de $25m/s$. A Figura 8 apresenta a malha utilizada nas simulações.

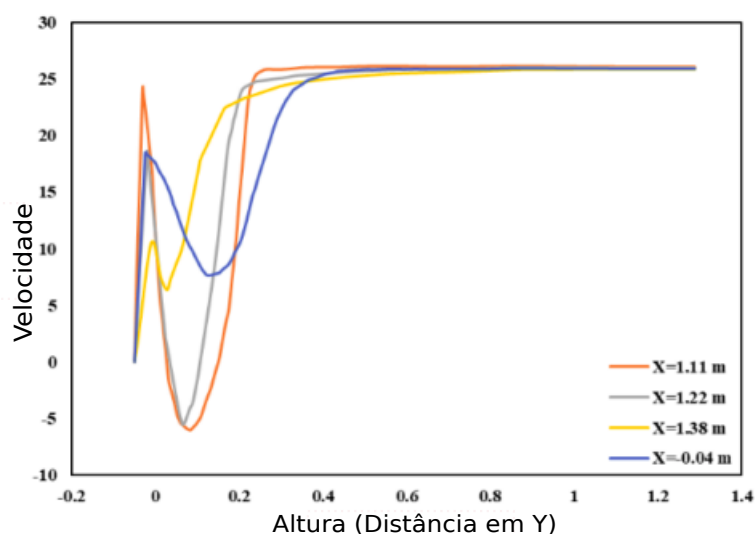
Figura 8 – Malha utilizada no trabalho de Saha et al. (2020)



Fonte:Saha et al. (2020).

A partir dos resultados, Saha et al. (2020) concluiu que o modelo de turbulência aplicado não foi o mais adequado e que o aumento do refinamento nas malhas proporcionou uma maior proximidade dos resultados com os valores experimentais. Além disto, observou-se que o refinamento de malha proporcionou um perfil de velocidade mais suave, como pode-se observar na Figura 9.

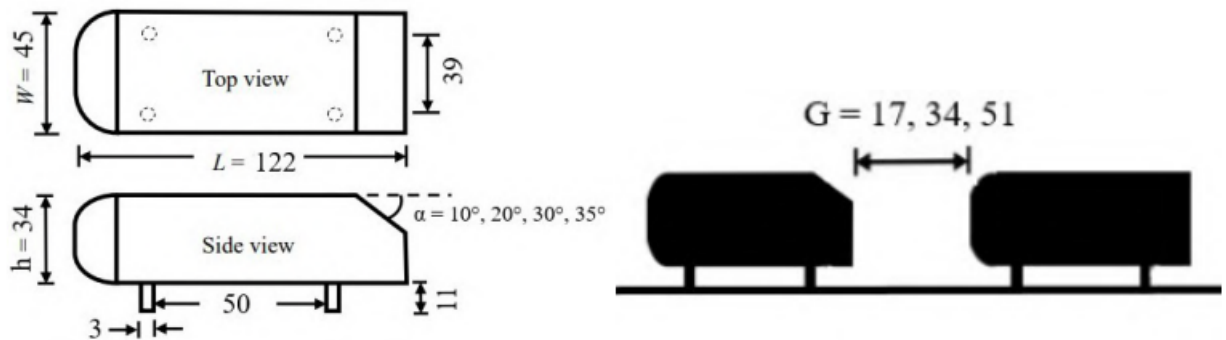
Figura 9 – Perfil de velocidade para a malha mais refinada.



Fonte:Saha et al. (2020).

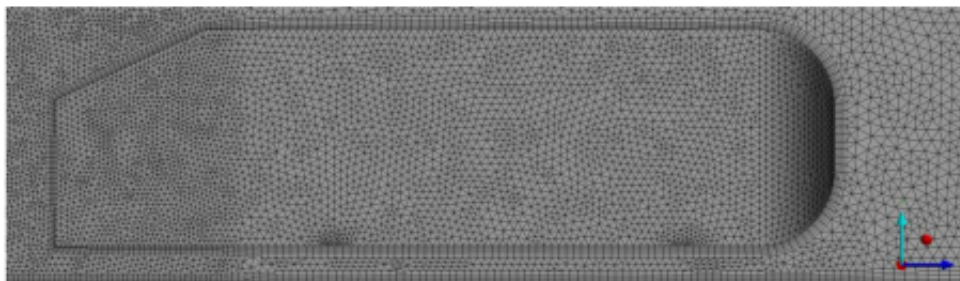
O estudo de Gutierrez et al. (2020) se baseia em uma análise numérica para estudar o escoamento ao redor corpo de Ahmed com ângulo de 25° . O objetivo principal desta pesquisa era avaliar os vórtices e o fluxo de ar gerados no corpo de Ahmed. Para isso, foi gerada uma malha híbrida com elementos hexaédricos e tetragonais, e foram utilizados quatro diferentes modelos de turbulência no software *Ansys Fluent*®. A Figura 10 apresenta a malha utilizada na pesquisa.

Figura 11 – Dimensões das geometrias



Fonte: Xavier Gustavo. Aranda (2022).

Figura 10 – Malha utilizada no trabalho de Gutierrez et al. (2020).



Fonte:Gutierrez et al. (2020).

Gutierrez et al. (2020) observou que o modelo $k - \epsilon$ *Realizable* foi o melhor modelo para resolver a viscosidade turbulenta com diferença de 3,9% dos valores experimentais, enquanto o modelo Reynolds Stress Model (RSM) foi o modelo que mais se aproximou do valor de sustentação calculado experimentalmente com uma diferença de apenas 2,8%. Ainda neste trabalho, verificou-se que os vórtices gerados nas laterais e na parte frontal dependem da inclinação da região traseira e que a recirculação na inclinação é gerada pela separação do escoamento.

No estudo de Xavier Gustavo. Aranda (2022) realizado nas dependências do laboratório de visualização de escoamento da UNESP de Ilha Solteira, os corpos de Ahmed com inclinação traseira de 10° , 20° , 30° e 35° foram posicionados em configuração de comboio a fim de verificar as estruturas de fluxo na zona de esteira. O líquido utilizado no túnel hidrodinâmico foi água, devido a fácil visualização do escoamento. As geometrias foram feitas no software Salome e obtidas a partir da impressora 3D MarketBot Replicator Plus. Os corpos foram colocados em sequência a partir do ângulo de 10° até 35° , considerando três valores da razão de lacuna como 0.5, 1.0 e 1.5. Esta razão é dada por g/h , onde g é a distância entre os corpos e h a altura do modelo. A Figura 11 apresenta as dimensões da geometria, em *cm*, e exemplifica a distância (g) entre os modelos.

As seções entre estes corpos foram registradas por uma câmera que registrou

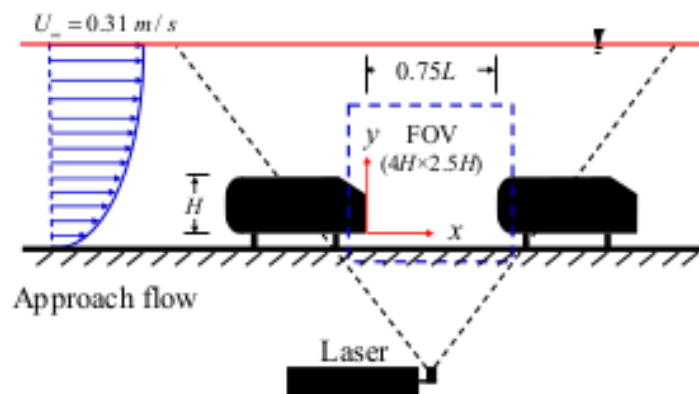
o escoamento nesta região. O número de Reynolds para todos os casos foi de $2,06 \times 10^3$, a temperatura foi de $25^\circ C$ e a vazão foi de $2,18 m^3/h$.

Considerando a lacuna de 0.5, observou-se que para as geometrias de 20° e 35° houve a formação de um vórtice transversal entre os corpos, enquanto que para o corpo de 30° não foi possível visualizar este vórtice. Para a inclinação com 10° não há zona de esteira visível. Considerando a lacuna de 1, notou-se uma zona de recirculação maior para o corpo com inclinação de 35° do que para a inclinação 20° . A geometria com 30° foi a única com formação significativa de vórtice. O último caso estudado aplicou uma lacuna de 1.5, sendo possível observar a formação de um vórtice próximo ao corpo seguidor na geometria de 10° . O comportamento para os corpos de 20° e 35° foram similares, enquanto a geometria de 30° apresentou vórtice entre os corpos.

Portanto Xavier Gustavo. Aranda (2022) concluiu que o corpo com inclinação de 30° apresenta uma zona de esteira significativamente maior, como reportado por Ahmed, Ramm e Faltinn (1984). De forma geral, os corpos demonstraram comportamento semelhante ao estudo de Ahmed, Ramm e Faltinn (1984), onde a zona de recirculação aumentou gradativamente até a geometria de 30° e obteve uma queda para inclinação de 35° . Sendo assim, a melhor configuração definida por Xavier Gustavo. Aranda (2022) é para a inclinação de 10° com distância entre os corpos de 0.5, onde foi possível observar menor energia de dissipação e gradiente de pressão mais favorável, resultando em baixo coeficiente de arrasto.

O estudo de Essel, Das e Balachandar (2020) analisou a interação entre dois corpos de Ahmed alinhados a partir do escoamento na zona de esteira entre as duas geometrias para avaliar o transporte de poluentes do ar para dentro dos veículos. O experimento foi conduzido em um túnel hidrodinâmico com sistema planar PIV (*Particle Image Velocimetry*), considerando o número de Reynolds fixo de $1,7 \times 10^4$, razão espacial (g/h) de 0,75 e variando o ângulo de inclinação de 0° , 25° e 35° . A Figura 12 apresenta o esquema experimental do trabalho de Essel, Das e Balachandar (2020).

Figura 12 – Esquema experimental com posição dos corpos de Ahmed e sistema PIV.



Fonte: Essel, Das e Balachandar (2020).

A conclusão obtida por Essel, Das e Balachandar (2020) foi que a presença do seguidor atrás do corpo de Ahmed aumentou o comprimento da região de fluxo reverso. No entanto, o aumento do ângulo de inclinação do modelo líder reduziu o comprimento da região de fluxo reverso para os ângulos de 25° e 35°. Além disso, observou-se que a característica do escoamento foi influenciada por dois motivos principais: um fluxo descendente do escoamento separado próximo à borda traseira superior do corpo líder e um fluxo ascendente semelhante a um jato próximo à borda traseira inferior. A partir da análise dos vórtices, notou-se que o aumento no ângulo da inclinação traseira modifica a estrutura do vórtice na região de esteira e a presença do seguidor restringe a propagação das estruturas do vórtice, mantendo-o apenas no espaço entre os corpos.

2.2 Fundamentação Teórica

Em Fox, McDonald e Pritchard (2001) o fluido é definido como uma substância que se deforma continuamente sob aplicação de uma tensão de cisalhamento. Para o estudo de fenômenos físicos é necessário realizar uma análise macroscópica, além de assumir que o fluido é contínuo para definir suas propriedades físicas e de fluxo.

Segundo Moukalled et al. (2016), o fluido pode ser caracterizado como Newtoniano e Não-Newtoniano. A primeira definição trata-se da relação linear entre a tensão cisalhante e taxa de cisalhamento com a viscosidade molecular, que mede a capacidade do fluido de resistir a deformação com a aplicação de uma tensão, sendo representada pela inclinação da função linear. Já na relação dos fluidos não-Newtonianos a tensão de cisalhamento não é proporcional à taxa de deformação.

O escoamento pode ser definido como, unidimensional, bidimensional ou tridimensional em função dos números de coordenadas espaciais necessárias para especificar o campo de velocidade. Os regimes dos escoamentos podem ser classificados como laminar, turbulento e de transição. No regime laminar a estrutura do escoamento é caracterizada pelo movimento em camadas, enquanto o regime turbulento é caracterizado por movimentos aleatórios de partículas fluidas. O escoamento de transição refere-se a fase de transição entre o escoamento laminar e turbulento.

O escoamento em que as variações na massa específica (ρ) são desprezíveis é denominado incompressível, e quando as variações não são desprezíveis, o escoamento é classificado como compressível.

Outra classificação de um fluido é feita a partir do número de Reynolds (Re) dado pela Equação 1.

$$Re = \frac{\rho v L}{\mu} \quad (1)$$

Onde ρ é a massa específica, v é a velocidade do escoamento, L é o comprimento característico e μ é a viscosidade cinemática. A natureza do escoamento

é definida pelo número de Reynolds, caracterizando-o como laminar, transiente e turbulento.

Segundo Moukalled et al. (2016), O número de Mach (M) é definido como a razão entre a velocidade de um objeto em movimento através de um fluido e a velocidade local do som, como descrito matematicamente pela Equação 2.

$$M = \frac{|\vec{v}|}{a} \quad (2)$$

Sendo $|\vec{v}|$ a magnitude local da velocidade do fluido relativa ao meio em que está fluindo, e a a velocidade do som. Para valores de $M < 1$, o escoamento é nomeado como subsônico, para $M = 1$ é sônico, se $1 < M < 5$ o escoamento é identificado como supersônico e se $M > 5$ o escoamento é hipersônico.

2.2.1 Conservação de massa

O princípio da conservação de massa enuncia que na ausência de fontes e sumidouros de massa, uma região conservará sua massa em nível local (Moukalled et al. (2016)). Considerando um volume de controle de massa (m), massa específica (ρ) e velocidade (\mathbf{v}), a equação diferencial da conservação de massa é dada pela Equação 3.

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \vec{v} = 0 \quad (3)$$

A Equação 3 ainda pode ser descrita na forma de fluxo.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla [\rho \cdot \vec{v}] = 0 \quad (4)$$

Para escoamentos incompressíveis, considera-se que ρ não se altera com o fluxo, sendo $D\rho/Dt=0$, assim, a partir da Equação 4 encontra-se a equação de conservação da massa para um escoamento incompressível, apresentada na Equação 5.

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0 \quad (5)$$

2.2.2 Conservação da Quantidade de Movimento

O princípio da conservação de quantidade de movimento indica que na ausência de uma força externa agindo sobre o corpo, este retém sua quantidade de momento total (Moukalled et al. (2016)). Por se tratar de um vetor, suas componentes em qualquer direção são conservadas. A forma não-conservativa da conservação de quantidade de movimento é dada pela Equação 6.

$$\rho \left[\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right] = \mathbf{f} \quad (6)$$

A forma conservativa da equação da conservação da quantidade de movimento é dada pela Equação 7.

$$\frac{\partial}{\partial t}[\rho \mathbf{v}] + \nabla \cdot \rho \mathbf{v} \mathbf{v} = \mathbf{f} \quad (7)$$

A forma completa da equação de quantidade de movimento é obtida a partir das forças externa de superfície (\mathbf{f}_s) e de corpo (\mathbf{f}_b) agindo sobre o volume de controle como representado na Equação 8.

$$\mathbf{f} = \mathbf{f}_s + \mathbf{f}_b \quad (8)$$

2.2.3 Forças de superfície

Em um volume de controle, as forças agindo na superfície são devido a pressão e tensões viscosas, podendo ser expressas em termos do tensor de tensões Σ . Os componentes da diagonal principal são compostos pelas tensões normais, enquanto os elementos fora da diagonal principal correspondem as tensões cisalhantes.

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \Sigma_{xx} & \Sigma_{xy} & \Sigma_{xz} \\ \Sigma_{yx} & \Sigma_{yy} & \Sigma_{yz} \\ \Sigma_{zx} & \Sigma_{zy} & \Sigma_{zz} \end{pmatrix} \quad (9)$$

O tensor pode ser dividido em dois termos.

$$\Sigma = - \begin{pmatrix} p & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & p \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \tau_{zz} \end{pmatrix} = -p\mathbf{I} + \tau \quad (10)$$

Sendo I a matriz identidade, p a pressão e τ o tensor de tensão viscosa, com $\tau_{ij} = \Sigma_{ij} + p$ para $i = j$. A pressão é o negativo da média das tensões normais, como indicado na Equação 11.

$$p = -\frac{1}{3}(\Sigma_{xx} + \Sigma_{yy} + \Sigma_{zz}) \quad (11)$$

Assim, a equação para representar as forças de superfície é definida pela Equação 12.

$$\mathbf{f}_s = [\nabla \cdot \Sigma] = -\nabla p + [\nabla \cdot \tau] \quad (12)$$

2.2.4 Forças de corpo

As forças de corpo são apresentadas por unidade de volume e podem surgir de diversas fontes. A força gravitacional é a força mais relevante para o escoamento estudado e é definida como uma força de corpo que representa o peso de um volume

material quando está submetido a um campo gravitacional, matematicamente expressa através da Equação 13.

$$\mathbf{f}_b = \rho \mathbf{g} \quad (13)$$

2.2.5 Equação da Quantidade de Movimento para Fluidos Newtonianos

Para fluidos Newtonianos, o tensor de tensão é uma função linear da taxa de deformação, como apresentado na Equação 14.

$$\boldsymbol{\tau} = \mu \{ \nabla \mathbf{v} + (\nabla \mathbf{v})^T \} + \lambda (\nabla \cdot \mathbf{v}) \mathbf{I} \quad (14)$$

Sendo μ o coeficiente de viscosidade dinâmica, λ o coeficiente da viscosidade cinemática que usualmente é definido como $\lambda = -(2/3)\mu$. O tensor expandido para o sistema cartesiano tridimensional é representado pela Equação 15.

$$\boldsymbol{\tau} = \begin{bmatrix} 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \lambda \nabla \cdot \mathbf{v} & \mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) & \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ \mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) & 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} + \lambda \nabla \cdot \mathbf{v} & \mu \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \\ \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) & \mu \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) & 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} + \lambda \nabla \cdot \mathbf{v} \end{bmatrix} \quad (15)$$

A divergência do tensor de tensão pode ser expressa como:

$$[\nabla \cdot \boldsymbol{\tau}] = \nabla \cdot [\mu (\nabla \mathbf{v} + (\nabla \mathbf{v})^T)] + \nabla (\lambda \nabla \cdot \mathbf{v}) \quad (16)$$

Assim, adicionando os termos das forças de corpo e de superfície à Equação 7 da quantidade de movimento para fluidos Newtonianos obtém-se na Equação 17.

$$\frac{\partial}{\partial t} [\rho \mathbf{v}] + \nabla \cdot \{ \rho \mathbf{v} \mathbf{v} \} = -\nabla p + \nabla \cdot \{ \mu [\nabla \mathbf{v} + (\nabla \mathbf{v})^T] \} + \nabla (\lambda \nabla \cdot \mathbf{v}) + \rho \mathbf{g} \quad (17)$$

Para escoamento incompressível à Equação 17 se reduz a Equação 18:

$$\frac{\partial}{\partial t} [\rho \mathbf{v}] + \nabla \cdot \{ \rho \mathbf{v} \mathbf{v} \} = -\nabla p + \nabla \cdot \{ \mu [\nabla \mathbf{v} + (\nabla \mathbf{v})^T] \} + \rho \mathbf{g} \quad (18)$$

2.2.6 Equação Geral de Conservação

Considerando qualquer propriedade intensiva ϕ , tal como, a massa específica (ρ) ou a velocidade (v), é possível chegar a uma equação geral de conservação, como descrita na Equação 19.

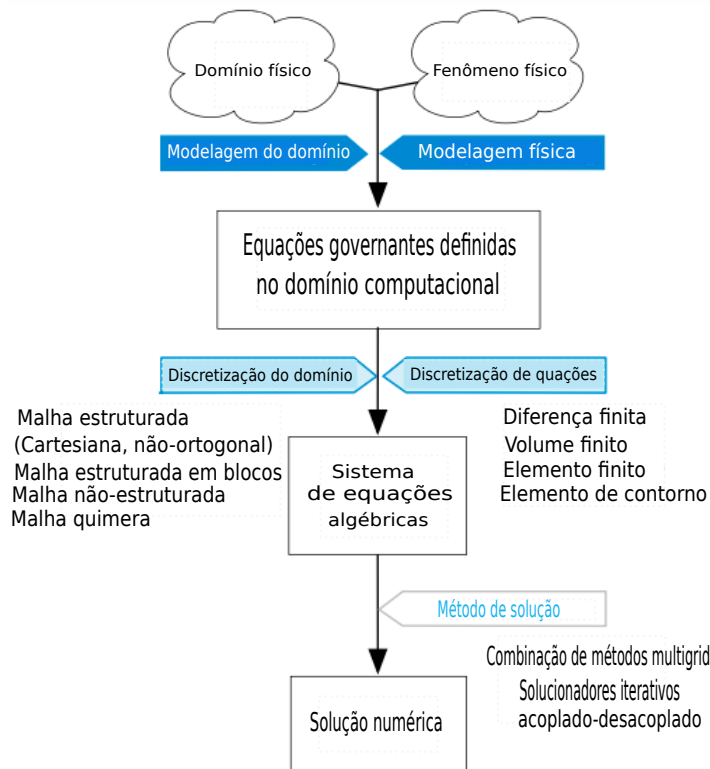
$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t} (\rho \phi)}_{\text{termo não estacionário}} + \underbrace{\nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \phi)}_{\text{termo convectivo}} = \underbrace{\nabla \cdot (\Gamma^\phi \nabla \phi)}_{\text{termo difusivo}} + \underbrace{Q^\phi}_{\text{termo fonte}} \quad (19)$$

O termo não estacionário representa a variação da propriedade intensiva ϕ no tempo. O termo convectivo expressa as variações que ocorrem através da superfície do volume de controle. O termo difusivo representa o fluxo de entrada e saída de ϕ . Por fim, o termo fonte apresenta a geração ou destruição de ϕ dentro do volume de controle.

2.2.7 Processo de Discretização

Para encontrar a solução numérica de equações diferenciais é necessário obter o valor da variável ϕ em cada ponto do domínio em análise. A Figura 13 apresenta uma representação esquemática do processo de discretização.

Figura 13 – Processo de discretização.



Fonte: Moukalled et al. (2016).

De acordo com Moukalled et al. (2016), a discretização do domínio físico representa a subdivisão em células (ou elementos) não-sobrepostas que formam a malha. Esta estrutura é composta por elementos definidos por um conjunto de vértices limitados por faces, podendo ser de forma estruturada ou não-estrutura, dependendo da geometria destes elementos. As equações diferenciais parciais são integradas sobre cada elemento, resultando em um conjunto de equações algébricas que conecta o valor de cada elementos com os valores de sua vizinhança. Estas equações algébricas são organizadas em sistemas de equações com índices correspondentes aos seus elementos, como demonstrado na Equação 20.

$$\mathbf{A}[\phi] = \mathbf{b} \quad (20)$$

Sendo \mathbf{A} a matriz de coeficientes, ϕ o vetor de variáveis desconhecidas e \mathbf{b} o vetor com valores numéricos. Conforme o número de elementos aumenta, a tendência é que o valor se aproxime da solução exata. Assim, aplica-se um método de solução de sistema algébricos para obter a solução do problema. As técnicas aplicadas na resolução do sistema de equações independem do método de discretização.

2.3 Modelagem da turbulência

Segundo Kolmogorov (1941), a turbulência é composta por vórtices de diferentes tamanhos que possuem certa energia que é proporcional à sua dimensão. Os vórtices maiores se desfazem transferindo energia para os menores em um processo de cadeia no qual os menores se desfazem em um processo similar, transferindo sua energia para vórtices menores ainda (MOUKALLED et al., 2016). O menor vórtice é caracterizado por Kolmogorov (1941) com micro comprimento η e tempo t_η .

$$\eta = \left(\frac{v^3}{\varepsilon} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (21)$$

$$t_\eta = \left(\frac{v}{\varepsilon} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (22)$$

Sendo ν a viscosidade cinemática molecular e ε a taxa média de dissipação de energia cinética turbulenta. De acordo com a teoria de Kolmogorov (1941) da transferência de energia entre vórtices ocorre em forma de cascata, a solução numérica direta das equações de Navier-Stokes para escoamentos turbulentos necessita de um passo no tempo muito pequeno, com número de Courant abaixo de 1, e uma malha bem refinada, sendo este método conhecido como DNS (*"Direct Numerical Simulation"*). No entanto, devido ao seu alto custo computacional, este método não foi muito aceito na indústria. Por conta disto, foi desenvolvida uma técnica estatística para analisar e aproximar as flutuações aleatórias, o que originou o método LES (*"Large Eddy Simulation"*). Este método aplica uma função filtro que retém os valores de velocidade acima de um determinado valor. Os maiores vórtices são resolvidos diretamente, enquanto os menores vórtices são modelados.

O método mais popular na indústria para resolver problemas de escoamento turbulento é o RANS (*"Reynolds Averaged Navier-Stokes"*), onde a média estatística não é baseada no espaço, mas sim no tempo. As variáveis do fluxo são decompostas em um valor médio e uma flutuação, sendo substituída nas equações originais, e com isso a média do tempo é calculada. Nesta abordagem, o refinamento da malha não é tão restritivo quanto no DNS e no LES. Considerando uma variável ϕ em um

tempo t e em uma posição x , o valor instantâneo da variável é expressa em função do componente médio ($\bar{\phi}$) e o componente de flutuação (ϕ') conforme a equação 23.

$$\phi(\mathbf{x}, t) = \bar{\phi}(\mathbf{x}, t) + \phi'(\mathbf{x}, t) \quad (23)$$

A média temporal é calculada em um intervalo de tempo suficientemente pequeno para capturar o fenômeno físico, como apresentado na Equação 24.

$$\bar{\phi}(\mathbf{x}) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \phi(\mathbf{x}, t) dt \quad (24)$$

Para o caso em que $\bar{\phi}$ varia lentamente se comparado com a escala de tempo das flutuações, a Equação 24 pode ser reescrita como apresentado na Equação 25:

$$\bar{\phi}(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \phi(\mathbf{x}, t) dt \quad (25)$$

A média espacial representa a média da quantidade em um intervalo de espaço ou de um volume V , como apresentado na Equação 26.

$$\bar{\phi}(t) = \lim_{V \rightarrow \infty} \frac{1}{V} \int_V \phi(\mathbf{x}, t) dV \quad (26)$$

A velocidade, pressão e temperatura podem ser decompostas nos termos médios e suas flutuações, como demonstrado na Equação 27.

$$\begin{aligned} \mathbf{v} &= \bar{\mathbf{v}} + \mathbf{v}' \\ p &= \bar{p} + p' \\ T &= \bar{T} + T' \end{aligned} \quad (27)$$

Sendo $\bar{\mathbf{v}}$ e \mathbf{v}' na Equação 27 determinados conforme a Equação 28

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{v}} &= \bar{u}\mathbf{i} + \bar{v}\mathbf{j} + \bar{w}\mathbf{k} \\ \mathbf{v}' &= u'\mathbf{i} + v'\mathbf{j} + w'\mathbf{k} \end{aligned} \quad (28)$$

Como o escoamento ao redor do corpo de Ahmed trata-se de um escoamento incompressível, não há variação temporal da massa específica (ρ), por isso não está presente entre as variáveis apresentadas na Equação 27. Substituindo a Equação 27 nas equações incompressíveis da continuidade e quantidade de movimento, obtém-se:

$$\overline{\nabla \cdot [\rho(\bar{\mathbf{v}} + \mathbf{v}')] = 0} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \overline{\frac{\partial}{\partial t} [\rho(\bar{\mathbf{v}} + \mathbf{v}')] + \nabla \cdot \{\rho(\bar{\mathbf{v}} + \mathbf{v}')(\bar{\mathbf{v}} + \mathbf{v}')\}} &= -\nabla(\bar{p} + p') \\ + \overline{\nabla \cdot \left\{ \mu \left[\nabla(\bar{\mathbf{v}} + \mathbf{v}') + (\nabla(\bar{\mathbf{v}} + \mathbf{v}'))^T \right] \right\}} &+ \mathbf{f}_b \end{aligned} \quad (30)$$

A média das equações 29 e 30 apresentada, respectivamente, pelas equações 31 e 32:

$$\nabla \cdot [\rho \bar{\mathbf{v}}] = 0 \quad (31)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} [\rho \bar{\mathbf{v}}] + \nabla \cdot \{\rho \overline{\mathbf{v}\mathbf{v}}\} = -\nabla p + [\nabla \cdot (\bar{\boldsymbol{\tau}} - \rho \overline{\mathbf{v}'\mathbf{v}'})] + \bar{\mathbf{f}}_b \quad (32)$$

Devido as flutuações, surgem os termos não-lineares adicionais nas equações médias, levando ao aparecimento de 6 incógnitas na equação de momento, por conta das componentes do tensor $-\rho \overline{\mathbf{v}'\mathbf{v}'}$. O tensor de tensão de Reynolds é determinado conforme a Equação 33:

$$\boldsymbol{\tau}^R = -\rho \begin{pmatrix} \overline{u'u'} & \overline{u'v'} & \overline{u'w'} \\ \overline{u'v'} & \overline{v'v'} & \overline{v'w'} \\ \overline{u'w'} & \overline{v'w'} & \overline{w'w'} \end{pmatrix} \quad (33)$$

Para resolver as equações do RANS é necessário trabalhar com as incógnitas desconhecidas do tensor de tensão, este tensor é proveniente dos termos não-lineares da convecção. Percebe-se assim, que a turbulência é efeito de fenômenos não-lineares. Na modelagem direta do tensor de tensão de Reynolds, assumindo válida a hipótese de Boussinesq, o tensor assume uma função linear dos gradientes de velocidade média.

$$\boldsymbol{\tau}^R = -\rho \overline{\mathbf{v}'\mathbf{v}'} = \mu_t \{ \nabla \mathbf{v} + (\nabla \mathbf{v})^T \} - \frac{2}{3} [\rho k + \mu_t (\nabla \cdot \mathbf{v})] \mathbf{I} \quad (34)$$

Para escoamento incompressíveis a Equação 34 pode ser reescrita conforme apresentado na Equação 35.

$$\boldsymbol{\tau}^R = -\rho \overline{\mathbf{v}'\mathbf{v}'} = \mu_t \{ \nabla \mathbf{v} + (\nabla \mathbf{v})^T \} - \frac{2}{3} \rho k \mathbf{I} \quad (35)$$

Com $k = \frac{1}{2} \overline{\mathbf{v}' \cdot \mathbf{v}'}$ sendo a energia cinética turbulenta.

2.3.1 Modelo de turbulência $k - \omega$ SST

O modelo de turbulência $k - \omega$ SST é amplamente utilizado para prever escoamentos turbulentos, sendo formado pela combinação dos modelos $k - \omega$ e do "Standard" $k - \epsilon$, normalmente utilizado para escoamentos com separação de camada limite. O "Standard" $k - \epsilon$ foi o primeiro modelo a ser criado, porém, suas funções de amortecimento próximos à parede não eram confiáveis quando aplicadas à uma variedade de fluxos diferente do original. Por conta disso, desenvolveu-se o $k - \omega$, que fornece melhores resultados em regiões próximas à parede e que não requer funções de amortecimento. No entanto, o $k - \omega$ era muito sensível aos valores de fluxo livre de turbulência aplicados na entrada. Quando comparado com dados experimentais,

verificou-se que para o modelo $k-\omega$ o fluxo não era separado corretamente da superfície lisa do corpo de prova devido a alta tensão cisalhante deste modelo (MENTER, 1994).

Então, para solucionar estes problemas criou-se o modelo $k-\omega$ SST que utiliza um equacionamento similar ao do modelo $k-\omega$ para regiões próximas a parede e um equacionamento similar ao do modelo "Standard" $k-\epsilon$ para regiões distantes da camada limite para obter melhor análise da separação do escoamento.

Desta maneira, o modelo "Standard" $k-\epsilon$ é modificado em termos da taxa específica de dissipação ω . A Equação 36 refere-se ao transporte da energia cinética turbulenta k e a Equação 37 representa o transporte da dissipação de turbulência ϵ .

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} k) = \nabla \cdot \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right) + P_k - \rho \epsilon \quad (36)$$

$$\frac{\partial(\rho \epsilon)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \epsilon) = \nabla \cdot \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla \epsilon \right) + C_{1\epsilon} P_k \frac{\epsilon}{k} - C_{2\epsilon} \rho \frac{\epsilon^2}{k} \quad (37)$$

Sabendo que $\epsilon = C_\mu k \omega$ e substituindo na Equação 37, tem-se a Equação 38.

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \omega) = \nabla \cdot \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla \omega \right) + \frac{\gamma}{\nu_t} P_k - \beta \rho \omega^2 \\ + 2 \frac{\rho \sigma_{\omega^2}}{\omega} \nabla k : \nabla \omega \end{aligned} \quad (38)$$

O modelo padrão $k-\omega$ é expresso pela Equações 39.

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \omega) = \nabla \cdot \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla \omega \right) + \frac{\gamma}{\nu_t} P_k - \beta \rho \omega^2 \quad (39)$$

Comparando os dois modelos, percebe-se que há um termo adicional no modelo na Equação 38, representado pela Equação 40.

$$\frac{\rho \sigma_{\omega^2}}{\omega} \nabla k : \nabla \omega \quad (40)$$

Se o termo adicional for multiplicado por $(1 - F_1)$ é possível obter a combinação entre os modelos.

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \omega) = \nabla \cdot \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla \omega \right) + \frac{\gamma}{\nu_t} P_k - \beta \rho \omega^2 \\ + 2(1 - F_1) \frac{\rho \sigma_{\omega^2}}{\omega} \nabla k : \nabla \omega \end{aligned} \quad (41)$$

Para $F_1 = 1$, o termo adicional será nulo, assim, o modelo aplicado é similar $k-\omega$, ou seja, em regiões próximas à parede. Para $F_1 = 0$, o termo adicional permanece e o modelo aplicado será similar ao $k-\epsilon$, sendo utilizado em regiões distantes da parede, sendo a função de combinação F_1 determinada através da Equação 42.

$$F_1 = \tanh(\arg_1^4) \quad (42)$$

A função F_1 realiza a combinação das constantes empíricas, como demonstrada na Equação 43.

$$\phi = F_1\phi_\omega + (1 - F_1)\phi_\epsilon \quad (43)$$

Onde ϕ_ω é a constante do modelo $k - \omega$ e ϕ_ϵ é a constante do modelo $k - \epsilon$. As constantes empíricas utilizadas pelo modelo $k - \omega$ SST estão ilustradas na Tabela 1.

Tabela 1 – Constantes empíricas empregadas no modelo de turbulência $k - \omega$ SST.

Constante	ϕ_ω	ϕ_ϵ
β	0,0750	0,0828
β^*	0,09	0,09
σ_k	0,5	1,0
σ_ω	0,5	0,856
σ_D	0,856	0,856
α	5/9	0,44

Fonte: Menter (1994).

A tangente hiperbólica presente na Equação 42 fornece uma transição suave entre o $k - \epsilon$ e o $k - \omega$. Sendo o termo arg_1 , apresentado na Equação 42, determinado através da Equação 44.

$$arg_1 = \min \left[\max \left(\frac{\sqrt{k}}{\beta^*\omega d}, \frac{500\nu}{d^2\omega} \right), \frac{4\rho\sigma_\omega k}{CD_{k\omega}d^2} \right] \quad (44)$$

Pela Equação 44 percebe-se que o argumento depende da distância d da parede, que varia com cada elemento da malha. O termo $CD_{k\omega}$ refere-se a parte positiva da difusão cruzada, sendo determinado pela Equação 45.

$$CD_{k\omega} = \max \left(2\rho\sigma_D \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}; 10^{-10} \right) \quad (45)$$

Onde τ_D é uma constante empírica.

Sendo S o módulo do tensor médio de deformação. Para elevados valores de S e F_2 , a viscosidade será limitada, ou seja, seria reduzida próximo à parede, pois nesta região encontra-se uma tensão de cisalhamento muito alta, porém, com a viscosidade reduzida, a tensão cisalhante decresce rapidamente, obtendo assim a separação do escoamento. Para pequenos valores de S e F_2 , a Equação 45 retorna a equação de viscosidade original, o que indica que o fluxo analisado encontra-se distante da parede. A função F_2 também utiliza a tangente hiperbólica para uma transição suave entre a viscosidade original e a viscosidade limitada. Novamente, o argumento depende da distância d em relação à parede.

$$F_2 = \tanh(\arg_2^2) \quad (46)$$

$$\arg_2 = \max\left(\frac{2\sqrt{k}}{\beta^*\omega d}, \frac{500\nu}{\omega d^2}\right) \quad (47)$$

Quanto menor o valor de d , maior será o valor do argumento, levando ao aumento de F_2 e limitando a viscosidade.

2.4 Método dos Volumes Finitos

2.4.1 Malha estruturada e não-estruturada

Segundo Moukalled et al. (2016) para uma malha estruturada cada elemento do interior do domínio é conectado ao mesmo número de elementos vizinhos, sendo estes identificados utilizando índices i, j e k de acordo com as coordenadas x, y e z , respectivamente. Esta indicação permite reduzir o uso de memória, pois é possível identificar a célula a partir de uma expressão matemática. O número de elementos da malha é dado pela multiplicação do número de elementos em cada direção.

Em uma malha não-estruturada os elementos são numerados em sequência escolhendo-se as entidades geométricas utilizadas, tais como, faces ou nós. Desta forma, não há uma regra para conectar essas entidades em um conjunto com índices, como ocorre na malha estruturada. Assim, a conexão deve se iniciar escolhendo a entidade geométrica para um elemento particular. Este tipo de malha oferece uma maior flexibilidade por conta da escolha do elemento e sua localização, porém, apresenta maior complexidade e maior custo computacional quando comparadas malhas estruturadas de mesma dimensão.

2.4.2 Equação Semi-Discretizada

No processo de discretização a equação governante é integrada sobre o volume de controle no domínio subdividido. Integrando a Equação 19 sobre o centro de um elemento, representado na Figura 14 obtém-se:

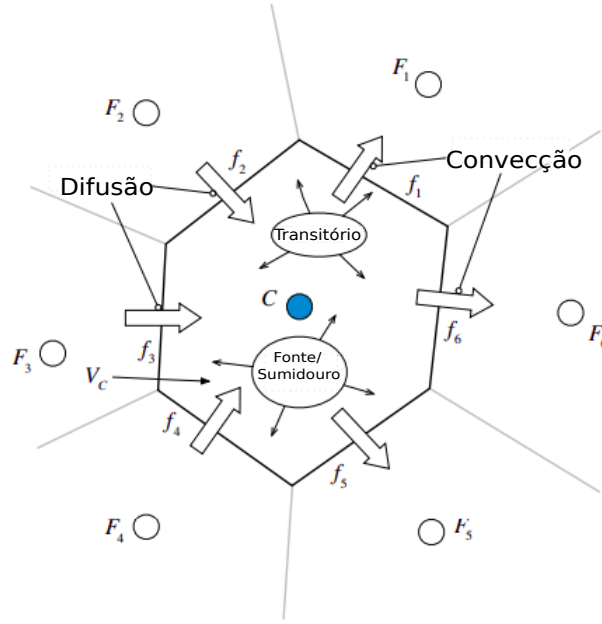
$$\int_{V_C} \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \phi) dV = \int_{V_C} \nabla \cdot (\Gamma^\phi \nabla \phi) dV + \int_{V_C} Q^\phi dV \quad (48)$$

Então, aplicando o teorema de Gauss na Equação 19, transforma-se as integrais de volume em integrais de superfície.

$$\oint_{\partial V_C} (\rho \mathbf{v} \phi) \cdot d\mathbf{S} = \oint_{\partial V_C} (\Gamma^\phi \nabla \phi) \cdot d\mathbf{S} + \int_{V_C} Q^\phi dV \quad (49)$$

Para simplificar a Equação 49, denota-se os termos convectivos e difusivos, respectivamente, como $\mathbf{J}^{\phi,C}$ e $\mathbf{J}^{\phi,D}$.

Figura 14 – Elemento discreto.



Fonte: Moukalled et al. (2016).

$$\mathbf{J}^{\phi,C} = \rho \mathbf{v} \phi \quad (50)$$

$$\mathbf{J}^{\phi,D} = -\Gamma^{\phi} \nabla \phi \quad (51)$$

Considerando que o fluxo total é soma dos fluxos convectivos e difusivos, obtém-se a Equação 52.

$$\mathbf{J}^{\phi} = \mathbf{J}^{\phi,C} + \mathbf{J}^{\phi,D} \quad (52)$$

Assim, substituindo as integrais de superfície sobre o volume de controle pela somatória dos termos de fluxo nas faces do elemento, tem-se as Equações 53, 54 e 55.

$$\oint_{\partial V_C} \mathbf{J}^{\phi,C} \cdot d\mathbf{S} = \sum_{f \sim \text{faces}(V_C)} \left(\int_f (\rho \mathbf{v} \phi) \cdot d\mathbf{S} \right) \quad (53)$$

$$\oint_{\partial V_C} \mathbf{J}^{\phi,D} \cdot d\mathbf{S} = \sum_{f \sim \text{faces}(V_C)} \left(\int_f (\Gamma^{\phi} \nabla \phi) \cdot d\mathbf{S} \right) \quad (54)$$

$$\oint_{\partial V_C} \mathbf{J}^{\phi} \cdot d\mathbf{S} = \sum_{f \sim \text{faces}(V_C)} \left(\int_f \mathbf{J}_f^{\phi} \cdot d\mathbf{S} \right) \quad (55)$$

Considerando apenas um ponto de integração na face, a equação de conservação discretizada é determinada através da Equação 56.

$$\sum_{f \sim nb(C)} (\rho \mathbf{v} \phi - \Gamma^{\phi} \nabla \phi)_f \cdot \mathbf{S}_f = Q_C^{\phi} V_C \quad (56)$$

O fluxo de ϕ pode ser representado por uma parte não-linear e por outra linear, como apresentado na Equação 57 retirada de Moukalled et al. (2016).

$$\mathbf{J}f^\phi \cdot \mathbf{S}f = \underbrace{FluxT_f}_{\text{fluxo total para face f}} = \underbrace{FluxC_f}_{\text{coeficiente de linearização do fluxo para C}} \phi_C + \underbrace{FluxF_f}_{\text{coeficiente de linearização do fluxo para F}} \phi_F + \underbrace{FluxV_f}_{\text{parte não-linearizada}}$$
(57)

Substituindo a Equação 57 na Equação 56, obtém-se o fluxo linearizado, determinado pela Equação 58.

$$\begin{aligned} \sum_{f \sim nb(C)} (\mathbf{J}f^\phi \cdot \mathbf{S}f) &= \sum_{f \sim nb(C)} (FluxT_f) \\ &= \sum_{f \sim nb(C)} (FluxC_f \phi_C + FluxF_f \phi_F + FluxV_f) \end{aligned}$$
(58)

Já a linearização do termo fonte é determinada conforme apresentado na Equação 59.

$$\begin{aligned} Q_C^\phi V_C &= FluxT \\ &= FluxC \phi_C + FluxV \end{aligned}$$
(59)

A partir das equações 57, 58 e 59, obtém-se a Equação 60.

$$a_C \phi_C + \sum_{F \sim NB(C)} (a_F \phi_F) = b_C$$
(60)

Onde a_C , a_F e b_C são dados de acordo com a Equação 61

$$\begin{aligned} a_C &= \sum_{f \sim nb(C)} FluxC_f - FluxC \\ a_F &= FluxF_f \\ b_C &= - \sum_{f \sim nb(C)} FluxV_f + FluxV \end{aligned}$$
(61)

Para a discretização do termo difusivo, considera-se somente a parte difusiva na Equação 49. Aplicando o teorema de Gauss, a integral de volume é convertida para integral de superfície, como demonstrado na Equação 62.

$$\oint_{\partial V_C} (\Gamma^\phi \nabla \phi) \cdot d\mathbf{S} = \sum_{f \sim nb(C)} \int_f (-\Gamma^\phi \nabla \phi)_f \cdot d\mathbf{S}$$
(62)

Aproximando a integral da Equação 62 por meio da regra do ponto médio, obtém-se a equação discretizada do termo convectivo, como demonstrado na Equação 63.

$$\sum_{f \sim nb(C)} \mathbf{S}_f \cdot (\overline{\Gamma \phi \nabla \phi})_f = \sum_{f \sim nb(C)} \mathbf{S}_f \cdot (\Gamma \phi \nabla \phi)_f \quad (63)$$

Para a discretização do termo convectivo, considera-se a parcela correspondente a este termo da Equação 49. Aplicando o teorema de Gauss, a integral de volume é convertida para integral de superfície, como demonstrado na Equação 64.

$$\oint_{\partial V_c} (\rho \mathbf{v} \phi) \cdot d\mathbf{S} = \sum_{f \sim nb(C)} \int_{V_c} (\rho \mathbf{v} \phi)_f \cdot d\mathbf{S} \quad (64)$$

Aproximando a integral da Equação 64 por meio da regra do ponto médio, obtém-se a equação discretizada do termo convectivo, como demonstrado na Equação 65.

$$\sum_{f \sim nb(C)} \mathbf{S}_f \cdot (\overline{\rho \mathbf{v} \phi})_f = \sum_{f \sim nb(C)} \mathbf{S}_f \cdot (\rho \mathbf{v} \phi)_f \quad (65)$$

Para o termo fonte, considera-se que Q^ϕ é constante ou varia linearmente dentro do volume de controle para obter a aproximação exata descrita na Equação 66.

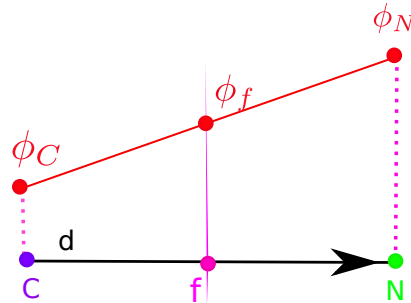
$$\int_{V_C} Q^\phi dV = S_c Q_c + S_p Q_c \phi_c \quad (66)$$

Onde S_c corresponde a parte constante do termo fonte e S_p representa a parte não-linear.

2.4.3 Esquema de Diferenças Centrais

No esquema de diferenças centrais considera-se que a variação ϕ assume um perfil linear, como apresentado na Figura 15 adaptada de Guerrero e Bargiacchi (2014), sendo o valor da variável na face f obtido através da Equação 67.

Figura 15 – Esquema de diferenças centrais.



Fonte: Elaborado pela autora.

$$\phi_f = f_x \phi_c + (1 - f_x) \phi_N \quad (67)$$

Sendo f_x dado pela Equação 68:

$$f_x = \frac{|x_f| - |x_N|}{|d|} \quad (68)$$

O processo de difusão é igualmente afetado pelas condições a montante e a jusante, enquanto a convecção é um processo direcional, que transporta a propriedade apenas na direção do fluxo. Como a relação linear considera iguais a contribuição a jusante e a montante, o esquema de diferenças centrais melhor se aplica à difusão (MOUKALLED et al., 2016).

O número de Peclet, apresentado na Equação 69, pode ser utilizado para saber o limite do esquema de diferenças centrais.

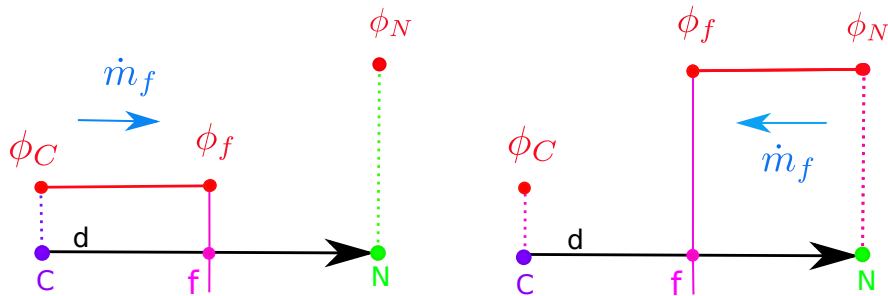
$$Pe = \frac{\rho u \delta x}{\Gamma \phi} \quad (69)$$

De acordo Moukalled et al. (2016), para $Pe > 2$ o processo de discretização por diferenças centrais se torna inconsistente. Assim, para um escoamento com alta velocidade, os elementos de malha devem ser menores, o que leva ao aumento do custo computacional devido à utilização do esquema de diferença central em problemas convectivos dominantes.

2.4.4 Esquema "Upwind"

O esquema "Upwind" é indicado para processos convectivos, pois ele torna o valor da célula dependente do valor nodal a montante, ou seja, depende da direção do fluxo. Esta formulação considera apenas a discretização do termo convectivo. Os valores das faces das células, mostradas na Figura 16 adaptada de Guerrero e Bargiacchi (2014), são dados pela Equação 70.

Figura 16 – Esquema "Upwind".



Fonte: Elaborado pela autora.

$$\phi_f = \begin{cases} \phi_C & \text{se } \dot{m}_f > 0 \\ \phi_N & \text{se } \dot{m}_f < 0 \end{cases} \quad (70)$$

Sendo,

$$\dot{m}_f = (\rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{S})_f = (\rho u S)_f \quad (71)$$

Onde S_f corresponde ao vetor normal da superfície da face f .

Segundo Moukalled et al. (2016), para baixos valores de Pe o esquema de "Upwind" não é tão preciso quanto o esquema de diferença central, devido ao fato de apresentar precisão de primeira ordem, enquanto o esquema de diferenças centrais possui precisão de segunda ordem. Como previamente exposto, para altos valores de Pe , o esquema de diferença central torna-se instável. Mesmo com acurácia de primeira ordem, o esquema de "Upwind" é fisicamente mais correto.

2.4.5 Discretização do termo fonte

O termo fonte esta presente nas equações governantes e nas equações de transporte de propriedades turbulentas. Este termo não afeta apenas a física do problema, mas também a estabilidade computacional. A recomendação é que os valores negativos do sumidouro sejam tratados de forma implícita, enquanto os valores positivos de fonte sejam tratados de forma explícita (Moukalled et al. (2016)).

O termo fonte pode ser representado como uma função da variável dependente ϕ para um elemento C .

$$Q_C^\phi = Q(\phi_C) \quad (72)$$

Desta maneira o termo fonte pode ser calculado explicitamente baseado nos valores de ϕ das iterações anteriores. Quanto maior a influência do termo fonte nas equações governantes, maior será a interferência negativa sobre a taxa de convergência. Utilizando uma expansão similar à expansão da série de Taylor, obtém-se a Equação 73.

$$\begin{aligned} Q(\phi_C) &= Q(\phi_C^{t-\Delta t}) + \left(\frac{\partial Q}{\partial \phi_C}\right)^{t-\Delta t} (\phi_C - \phi_C^{t-\Delta t}) \\ &= \left(\frac{\partial Q}{\partial \phi_C}\right)^{t-\Delta t} \phi_C + Q(\phi_C^{t-\Delta t}) - \left(\frac{\partial Q}{\partial \phi_C}\right)^{t-\Delta t} \phi_C^{t-\Delta t} \end{aligned} \quad (73)$$

Sendo o primeiro termo da Equação 73 referente à parte implícita, enquanto os demais termos representam a parte explícita. Considerando a forma discreta da equação de conservação geral, o termo fonte pode ser apresentado como descrito na Equação 74.

$$a_C \phi_C + \sum_{F \sim NB(C)} a_F \phi_F = Q_C^\phi V_C \quad (74)$$

Substituindo a Equação 73 na 74, obtém-se a Equação 75.

$$\begin{aligned} Q_C^\phi V_C &= \iint_{V_C} Q^\phi dV \\ &= \iint_{V_C} \left(\frac{\partial Q_C^{t-\Delta t}}{\partial \phi_C} \phi_C\right) dV + \iint_{V_C} \left(Q_C^{t-\Delta t} - \frac{\partial Q_C^{t-\Delta t}}{\partial \phi_C} \phi_C^{t-\Delta t}\right) dV \\ &= \left(\frac{\partial Q_C^{t-\Delta t}}{\partial \phi_C} V_C\right) \phi_C + \left(Q_C^{t-\Delta t} - \frac{\partial Q_C^{t-\Delta t}}{\partial \phi_C} \phi_C^{t-\Delta t}\right) V_C \\ &= F_C C_C \phi_C + \text{Flux}_C \end{aligned} \quad (75)$$

Portanto, obtém-se a Equação 76.

$$[a_C - FluxC_C] \phi_C + \sum_{F \sim NB(C)} a_F \phi_F = FluxV_C \quad (76)$$

2.5 Procedimentos

2.5.1 Geração da malha

O software utilizado para as simulações e geração de malha foi o OpenFOAM v2106. O OpenFOAM é um programa escrito em C++ para a análise de pré e pós-processamento de Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD), com o código aberto licenciado sobre a *GNU (General Public License)* e com gerenciamento realizado pela OpenCFD.

Para a geração da malha empregou-se o gerador snappyHexMesh do OpenFOAM v2106. Esta ferramenta gera malhas tridimensionais com hexaedros e split-hexaedros a partir da superfície da geometria. A malha se adapta à superfície e é refinada iterativamente.

Para o cálculo dos parâmetros a velocidade do escoamento livre v_L foi de $0,0151m/s$. A temperatura considerada foi de $25^\circ C$, chegando a uma massa específica da água de $997 kg/m^3$ e viscosidade dinâmica de $8,90 \times 10^{-4} N \cdot s/m^2$ de acordo com o Fox, McDonald e Pritchard (2001). O número de Reynolds utilizado foi de $2,06 \times 10^3$, assim como no trabalho de (XAVIER GUSTAVO. ARANDA, 2022). O escoamento analisado neste trabalho está classificado como subsônico. O coeficiente de fricção (C_f) para número de Reynolds abaixo de 10^9 é dado pela Equação 77 obtida em (FÖRSTE, 1980).

$$C_f = [2\log_{10}(R_{ex} - 0.65)]^{-2.3} \quad (77)$$

A partir do coeficiente, calcula-se a tensão de cisalhamento na parede (τ_W), como indicado na Equação 78:

$$\tau_W = C_f \frac{1}{2} \rho v^2 \quad (78)$$

Assim, pode-se determinar a velocidade de fricção (u_*) conforme apresentado na Equação 79.

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau_W}{\rho}} \quad (79)$$

Sendo o valor do y^+ a distância adimensional da parede, definido a partir do modelo de turbulência, que para o caso do modelo $k - \omega SST$ o valor é 1. Então, a altura do primeiro elemento em relação à parede é dada pela Equação 80.

$$y = \frac{y^+ \mu}{\rho u_*} \quad (80)$$

Para este caso, a espessura da camada limite pode ser calculada pela Equação 81 para escoamento turbulento.

$$\frac{\delta}{x} = \frac{0,382}{Re_x^{1/5}} \quad (81)$$

Utilizando a soma de progressão geométrica com razão de crescimento (R) igual a 1,2 a partir do primeiro elemento, sendo esta soma limitada pela Equação 82

$$\sum_{i=0}^n y_i \geq \delta \quad (82)$$

Tem-se que a soma dos elementos da progressão geométrica não deve ultrapassar o valor da espessura da camada limite, possibilitando assim determinar o número de camadas da camada limite conforme a Equação 83.

$$n \geq \log_R \left(\frac{\delta(R-1)}{\phi} + 1 \right) \quad (83)$$

Considerando os parâmetros citados acima e utilizando as equações de 77 até 83, o número de camadas necessárias para construir a camada limite é 8.

O solucionador utilizado para resolver as equações foi o `simpleFoam`. Este é um solucionador estacionário para escoamento incompressível utilizando o algoritmo SIMPLE (*Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations*) que aplica o método semi-implícito para equações ligadas à pressão.

O `fvSolution` é um dicionário que contém instruções de como resolver o sistema de equações discretizadas, nestes são adicionados informações sobre métodos empregados para a solução e critérios de convergência, como máximo de interações e tolerância. O código do `fvSolution` utilizado está apresentado no Apêndice A.

Para resolver a pressão p , o método utilizado foi o GAMG (*Generalized Geometric Algebraic Multigrid*) com amortecedor `GaussSeidel`, tolerância absoluta de $1 \cdot 10^{-7}$ e tolerância relativa de 0,01. Este método requer uma matriz diagonal predominante e positiva. Há configurações de amortecimento, tais como `nPreSweeps` e `nPostSweeps`. A aglomeração dos elementos é feito pelo método `faceAreaPair` com estratégia de aglomeração específica `cacheAgglomeration` ativada. O tamanho aproximado da malha com pior nível em termos de elementos (`nCellsInCoarsestLevel`) é de 1000, com velocidade de execução do refinamento (`mergeLevels`) de 1.

Tanto para a resolução da velocidade (U), quanto para a energia cinética turbulenta (k) e sua taxa de dissipação (ω), o método aplicado é o `smoothSolver GaussSeidel` com tolerância absoluta de $1 \cdot 10^{-8}$ e tolerância relativa igual a 0.1.

No `fvSolutions` há três subdicionários adicionais, sendo eles o do `simpleFoam`, `potentialFlow` e do `relaxationFactors`. O subdicionário SIMPLE corresponde ao algoritmo utilizado para realizar o acoplamento pressão-velocidade, sendo no caso usado o algoritmo SIMPLE proposto por Patankar (1980). No apêndice A tem-se o código empregado no diretório `fvSolution`.

O `fvSchemes` é um dicionário que define os esquemas de discretização dos termos diferenciais das equações governantes. Este arquivo oferece uma gama de esquemas para que os parâmetros sejam adequados a cada problema, onde o usuário tem a liberdade de fazer as alterações necessárias. Estas configurações podem ser alteradas durante a simulação. O código do `fvSchemes` utilizado está apresentado no Apêndice A.

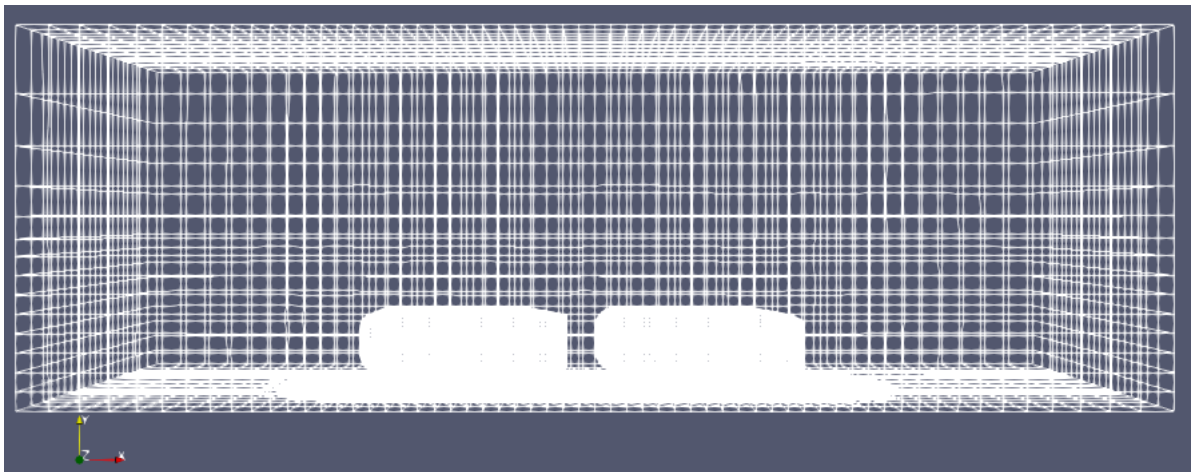
Neste trabalho o caso foi modelado considerando regime permanente, então o esquema de discretização temporal (`ddtSchemes`) é o `steadyState`. Para a discretização dos gradientes (`gradSchemes`) o método utilizado foi `Gauss linear`. Já para a discretização do termo convectivo (`divSchemes`) diferentes esquemas foram aplicados para cada variável. Na discretização do Laplaciano (`laplacianSchemes`) o método empregado foi *Gauss linear corrected*. Foi aplicado o esquema de interpolação linear para o `interpolationSchemes`. Para o gradiente normal de superfície (`snGradSchemes`) o esquema empregado foi o `corrected`, onde é aplicado o esquema de diferenças centrais com correção não-ortogonal. Este dicionário possui o método de calcular a distância do patch mais próximo (`wallDist`), que neste caso trata-se do `meshWave`, sendo um método topológico aplicado em todas as células.

A malha foi gerada com dois dicionários do `snappyHexMesh`. O primeiro dicionário consta a etapa do `castellatedMesh`. Este subdicionário é responsável pelo refinamento da malha próximo das junções e superfícies de geometrias para reduzir a distorção da malha.

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

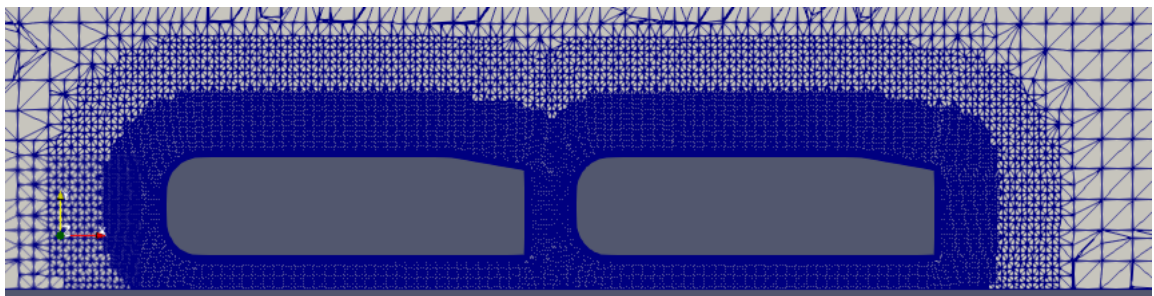
Com a finalidade de realizar a análise numérica do trabalho de Xavier Gustavo. Aranda (2022), a malha do túnel foi gerada com a mesma seção quadrada de 0,2X0,2 metros do túnel hidrodinâmico do laboratório de visualização do escoamento. Os corpos de Ahmed também respeitaram as dimensões da geometria do trabalho de Xavier Gustavo. Aranda (2022). Foram consideradas as distâncias de 17 mm, 34 mm e 51 mm para a relação g/h , onde g é a distância entre os corpos e h a altura do modelo. As figuras 17 e 18 apresentam a malha do túnel e da geometria de 10° .

Figura 17 – Malha do túnel com as geometrias.



Fonte: Elaborado pela autora.

Figura 18 – Malha das geometrias.



Fonte: Elaborado pela autora.

As Tabelas 2 e 3 apresentam os números de elementos para cada uma das malhas geradas para os casos considerados.

Tabela 2 – Número de elementos de malha dos casos laminares

	10°	20°	30°	35°
$g/h=0,5$	1255819	1243698	1241852	1241698
$g/h=1,0$	1300919	1286652	1275778	1281526
$g/h=1,5$	1307750	1296301	1289333	1285593

Fonte: Elaborado pela autora.

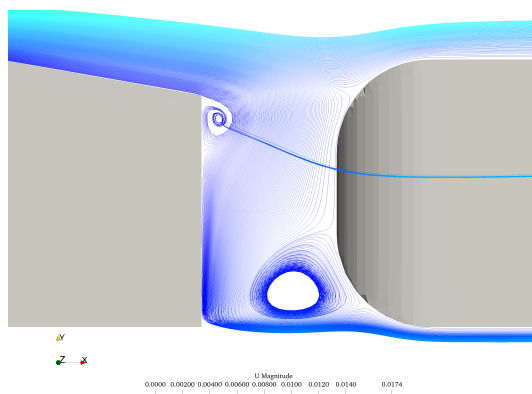
Tabela 3 – Número de elementos de malha dos casos com modelo de turbulência

	10°	20°	30°	35°
$g/h=0,5$	1255819	1243698	1233846	1234722
$g/h=1,0$	1300786	1286652	1275778	1281526
$g/h=1,5$	1310898	1296301	1289333	1285451

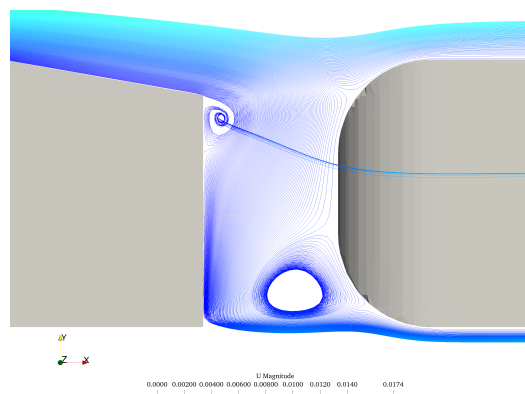
Fonte: Elaborado pela autora.

As figuras 19(a) e 19(b) apresentam os resultados do corpo de Ahmed com inclinação de 10° com $g/h = 0,5$ considerando o escoamento laminar e aplicando o modelo de turbulência $k - \omega SST$, respectivamente.

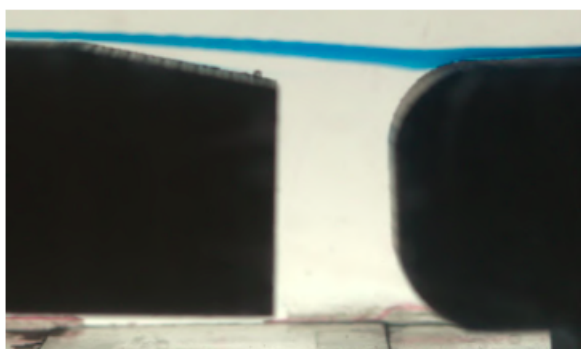
Figura 19 – Visualização do escoamento para $g/h = 0,5$ e $A = 10^\circ$



(a) Resultado numérico do caso laminar (Elaborado pela autora).



(b) Resultado numérico do caso com modelo de turbulência (Elaborado pela autora).

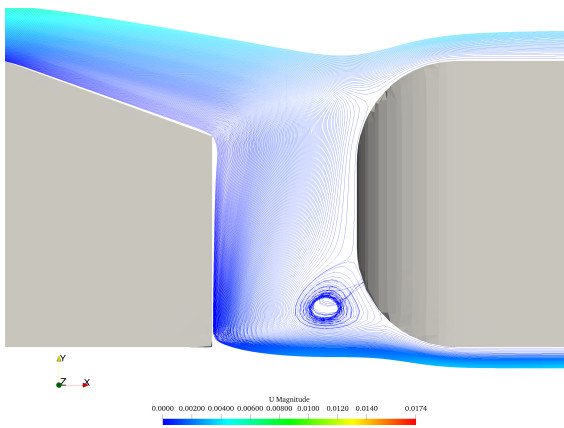


(c) Resultado experimental (Elaborado por Xavier Gustavo. Aranda (2022))

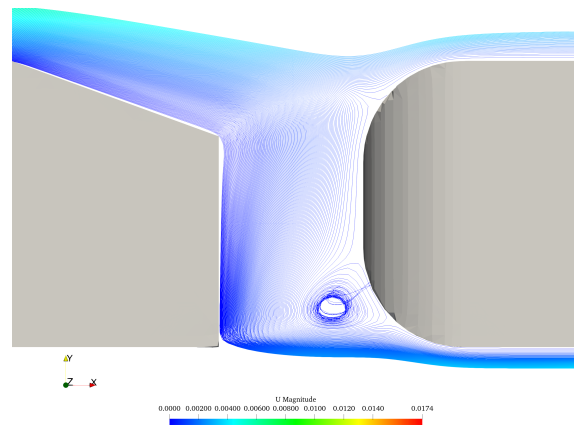
Nas Figuras 19(a) e 19(b) foi possível observar que em ambos os casos numéricos há formação de uma recirculação na saída da inclinação do primeiro corpo e um vórtice na região inferior entre as duas geometrias. Porém, na aplicação do modelo de turbulência, os vórtices aparecem com mais intensidade do que na situação laminar. Nota-se na Figura 19(c) do resultado experimental que o escoamento descola no início da superfície inclinada, enquanto em ambos resultados numéricos, o fluxo acompanha a superfície até a saída.

Os resultados numéricos para o ângulo de inclinação de 20° estão representados na Figura 20(a) e 20(b), enquanto o escoamento experimental está apresentado na Figura 20(c).

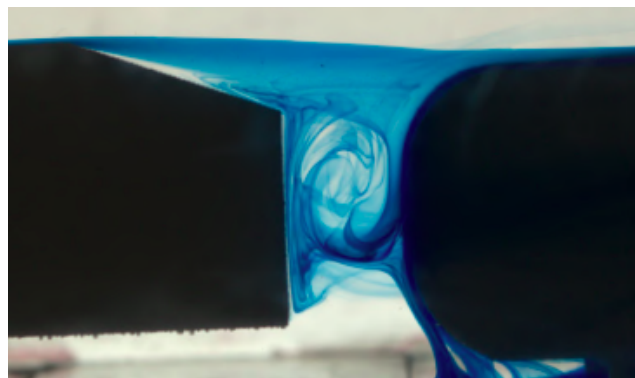
Figura 20 – Visualização do escoamento para $g/h = 0,5$ e $A = 20^\circ$



(a) Resultado numérico do caso laminar (Elaborado pela autora).



(b) Resultado numérico do caso com modelo de turbulência (Elaborado pela autora).



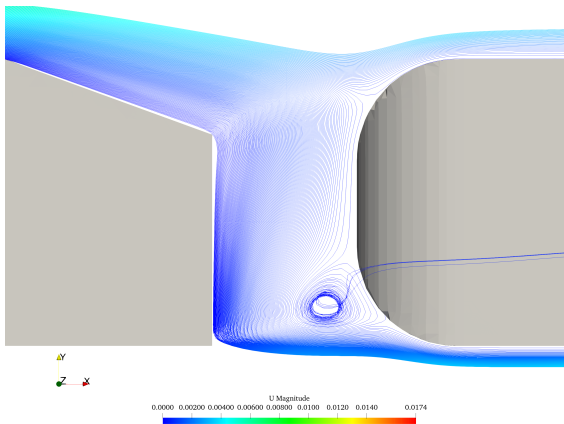
(c) Resultado experimental (Elaborado por Xavier Gustavo Aranda (2022)).

A partir da visualização do escoamento nas Figuras 20(a) e 20(b), pode-se observar a formação de vórtice, assim como na Figura 20(c), porém ambos estão deslocados para a região inferior. Novamente, a intensidade do vórtice no caso turbulento é maior do que o resultado laminar. Tanto na situação laminar e turbulenta, o escoamento acompanhou a geometria, diferentemente do fluxo experimental onde

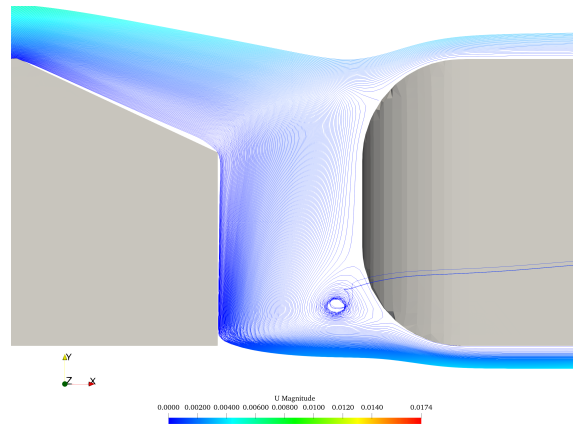
ocorreu o descolamento logo no início da inclinação.

As figuras 21(a), 21(b) e 21(c) abaixo representam o escoamento para a geometria de 30° .

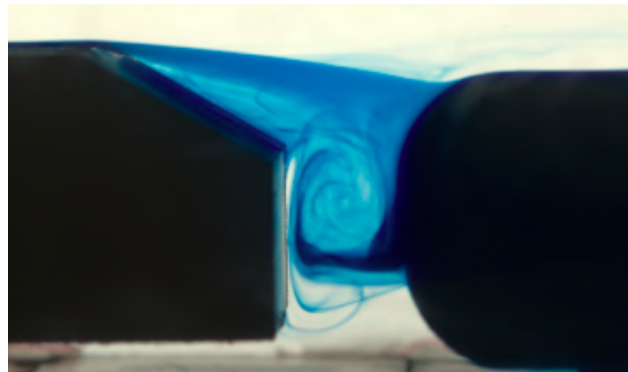
Figura 21 – Visualização do escoamento para $g/h = 0,5$ e $A = 30^\circ$



(a) Resultado numérico do caso laminar (Elaborado pela autora).



(b) Resultado numérico do caso com modelo de turbulência (Elaborado pela autora).

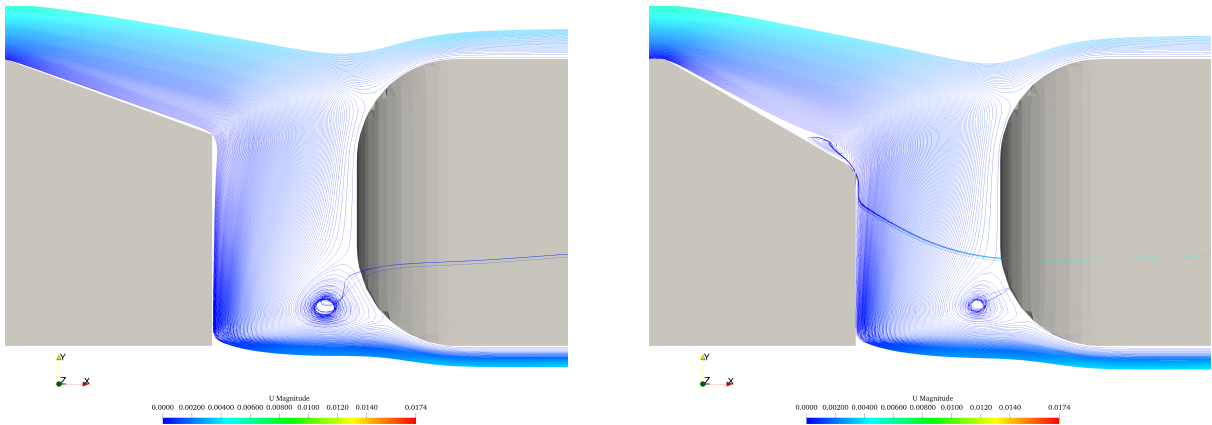


(c) Resultado experimental (Elaborado por Xavier Gustavo. Aranda (2022)).

Nota-se a formação de um vórtice, tal como na Figura 21(c), porém deslocado. Comparando os resultados numéricos obtidos para o caso de inclinação de 20° , observa-se que os vórtices perderam intensidade tanto para a situação laminar quanto para a turbulenta. Ainda nesta análise, o fluido descola mais na região inclinada para o corpo de 30° do que na geometria de 20° .

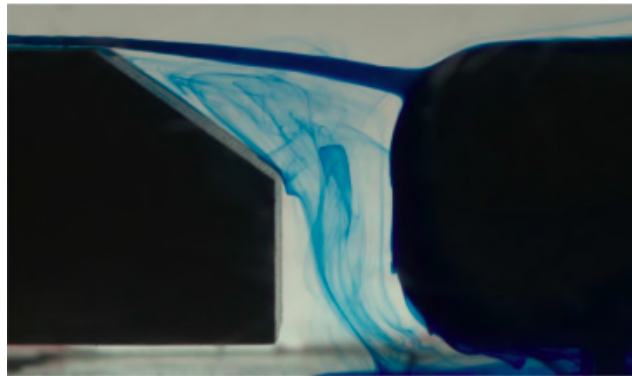
Os resultados obtidos para o caso com inclinação de 35° ainda com $g/h = 0,5$ estão apresentados na Figura 22(a), 22(b) e 22(c).

Figura 22 – Visualização do escoamento para $g/h = 0,5$ e $A = 35^\circ$



(a) Resultado numérico do caso laminar (Elaborado pela autora).

(b) Resultado numérico do caso com modelo de turbulência (Elaborado pela autora).

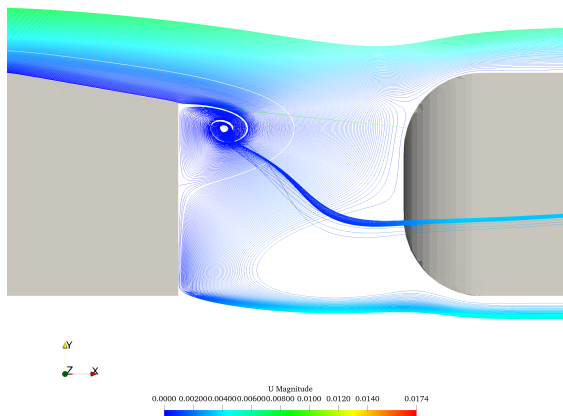


(c) Resultado experimental (Elaborado por Xavier Gustavo. Aranda (2022)).

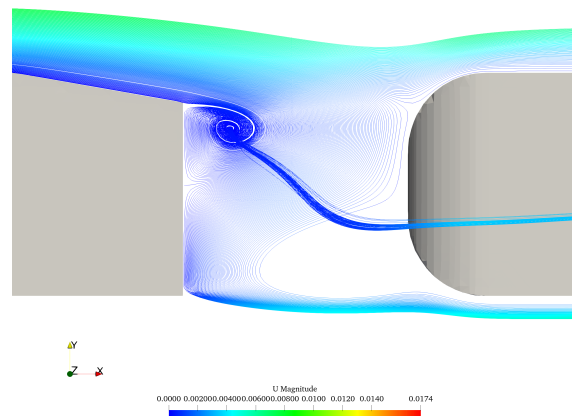
A partir dos resultados obtidos, verifica-se que houve a formação do vórtice para a situação laminar e turbulenta na parte inferior da segunda geometria, porém, com menor intensidade no caso turbulento. Além disso, constata-se uma recirculação na região inclinada por conta da mudança abrupta da geometria. Assim, o caso turbulento representou melhor o escoamento do que o laminar nesta situação. Na Figura 22(c) verifica-se que o corante é encaminhado diretamente para o segundo corpo. É possível observar o mesmo comportamento para o resultado numérico, onde as linhas de corrente seguem sem desvio a geometria posterior.

As simulações seguintes foram elaboradas com relação $g/h = 1,0$. As Figuras 23(a), 23(b) e 23(c) abaixo mostram as linhas de correntes para a geometria com inclinação de 10° .

Figura 23 – Visualização do escoamento para $g/h = 1,0$ e $A = 10^\circ$



(a) Resultado numérico do caso laminar (Elaborado pela autora).



(b) Resultado numérico do caso com modelo de turbulência (Elaborado pela autora).

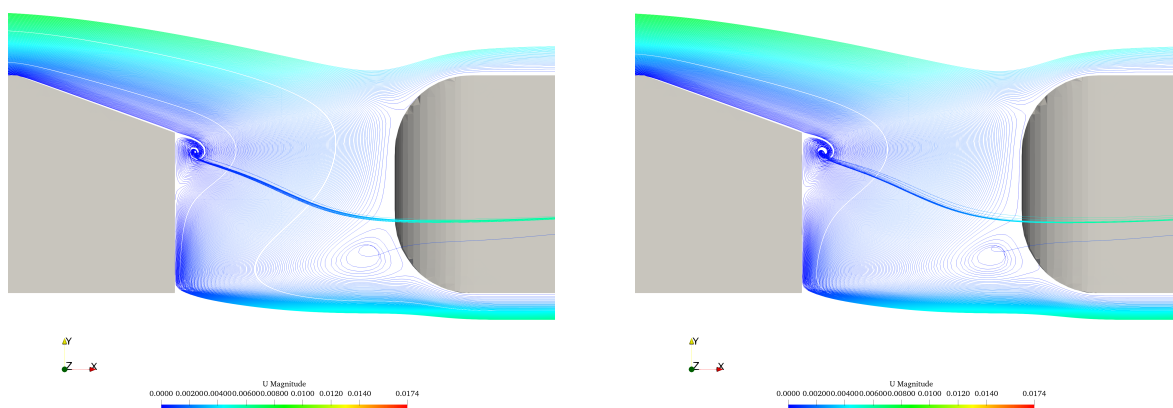


(c) Resultado experimental (Elaborado por Xavier Gustavo. Aranda (2022)).

Ao analisar as Figuras 23(a) e 23(b) observa-se a formação de vórtices similares na saída do ângulo de inclinação para o caso laminar e turbulento. Apesar do escoamento acompanhar a superfície nas duas situações, assim como no resultado experimental da Figura 23(c), o fluido se desprende da superfície logo após a inclinação, o que não ocorreu no experimental.

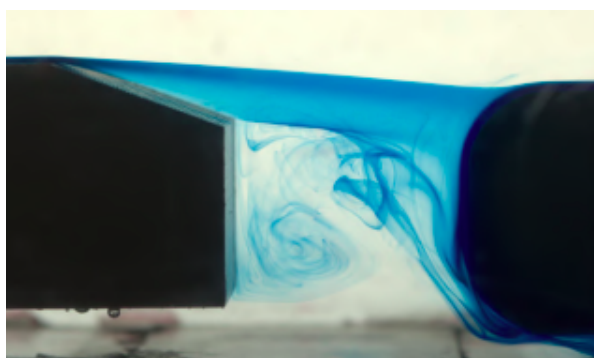
Os resultados do corpo com ângulo de inclinação de 20° estão apresentados nas Figuras 24(a), 24(b) e 24(c).

Figura 24 – Visualização do escoamento para $g/h = 1,0$ e $A = 20^\circ$



(a) Resultado numérico do caso laminar (Elaborado pela autora).

(b) Resultado numérico do caso com modelo de turbulência (Elaborado pela autora).

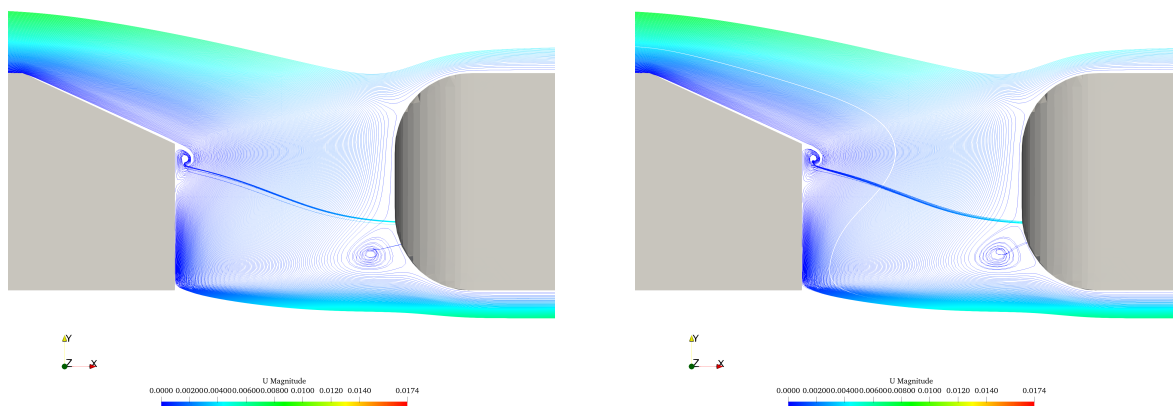


(c) Resultado experimental (Elaborado por Xavier Gustavo. Aranda (2022)).

Nota-se a formação de um vórtice na saída da inclinação e outro na entrada na segunda geometria para ambos os casos. Todavia, no caso com turbulência, o vórtice de saída aparece com maior intensidade do que no laminar. Já o vórtice de entrada se apresenta mais intenso no caso laminar do que na simulação com modelo de turbulência. Observa-se pela Figura 24(c) a formação de apenas um vórtice entre as geometrias que perturba o escoamento nesta região. As linhas de correntes da simulação numérica acompanham a superfície oblíqua.

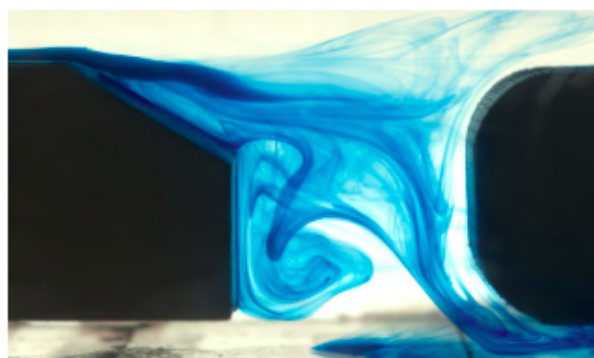
As Figuras 25(a), 25(b) e 25(c) mostram o escoamento para a geometria com $A = 30^\circ$.

Figura 25 – Visualização do escoamento para $g/h = 1,0$ e $A = 30^\circ$



(a) Resultado numérico do caso laminar (Elaborado pela autora).

(b) Resultado numérico do caso com modelo de turbulência (Elaborado pela autora).

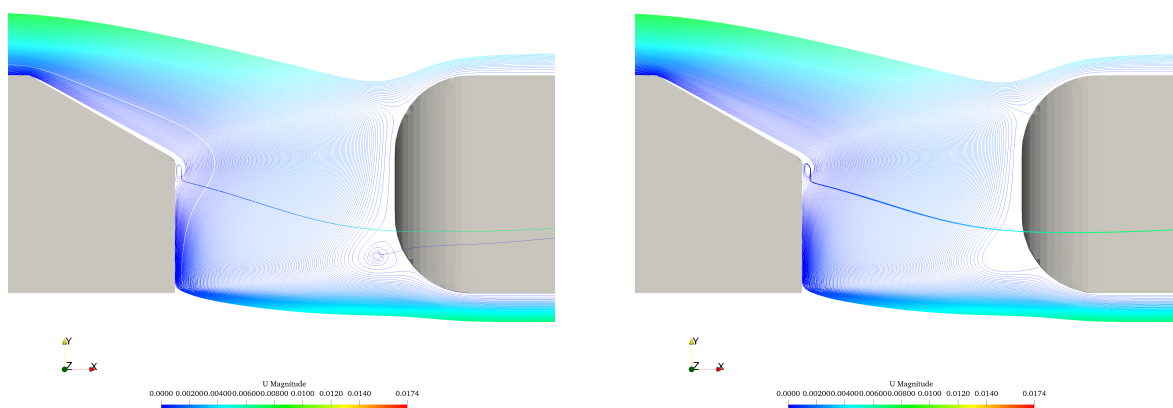


(c) Resultado experimental (Elaborado por Xavier Gustavo. Aranda (2022)).

É possível observar o mesmo comportamento nos resultados com o ângulo de inclinação de 20° para as situações laminares e turbulentas. Porém, para a inclinação de 30° os vórtices de saída e entrada apresentam menor intensidade e uma antecipação do descolamento de fluido na região inclinada.

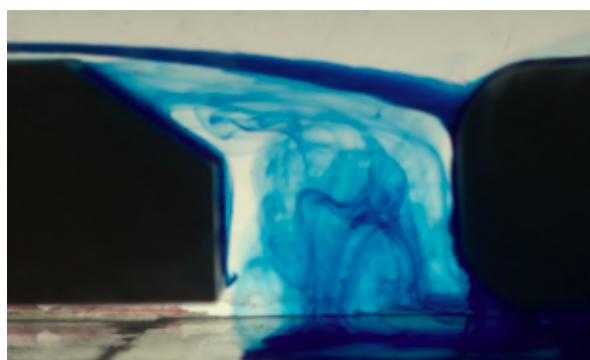
Nas Figuras 26(a), 26(b) e 26(c) estão os resultados da simulação e do experimento da geometria com inclinação de 35° .

Figura 26 – Visualização do escoamento para $g/h = 1,0$ e $A = 35^\circ$



(a) Resultado numérico do caso laminar (Elaborado pela autora).

(b) Resultado numérico do caso com modelo de turbulência (Elaborado pela autora).

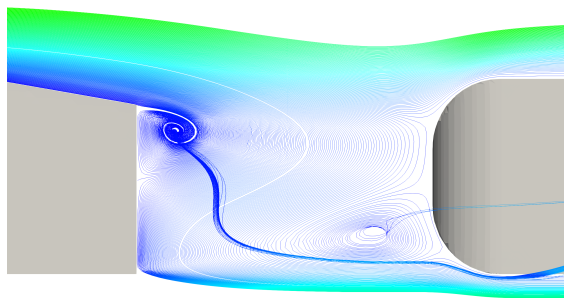


(c) Resultado experimental (Elaborado por Xavier Gustavo. Aranda (2022)).

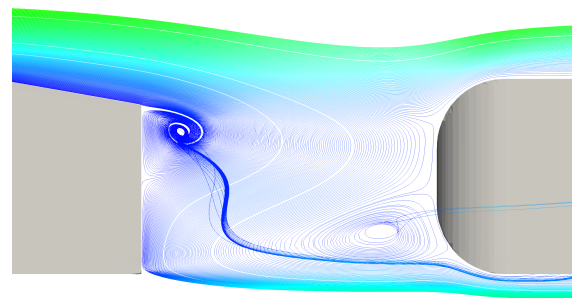
Com a análise das Figuras 26(a) e 26(b) percebe-se que o fluido se despreendeu em ambas. Os vórtices de saída e entrada perderam intensidade se comparado com os casos anteriores, em especial o vórtice de entrada do caso turbulento que se tornou praticamente inexistente. No resultado experimental da Figura 26(c) nota-se que boa parte do fluido é direcionado diretamente para o corpo posterior, tal como descrito na Figura 26(b), onde há linhas de correntes diretas na parte superior da segunda geometria.

A última análise realizada considerou $g/h = 1,5$. Nas Figuras 27(a), 27(b) e 27(c) estão demonstrados os resultados obtidos para o corpo com ângulo de inclinação de 10° .

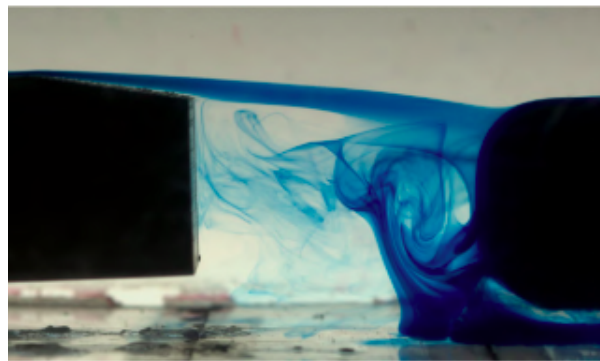
Figura 27 – Visualização do escoamento para $g/h = 1,5$ e $A = 10^\circ$



(a) Resultado numérico do caso laminar (Elaborado pela autora).



(b) Resultado numérico do caso com modelo de turbulência (Elaborado pela autora).

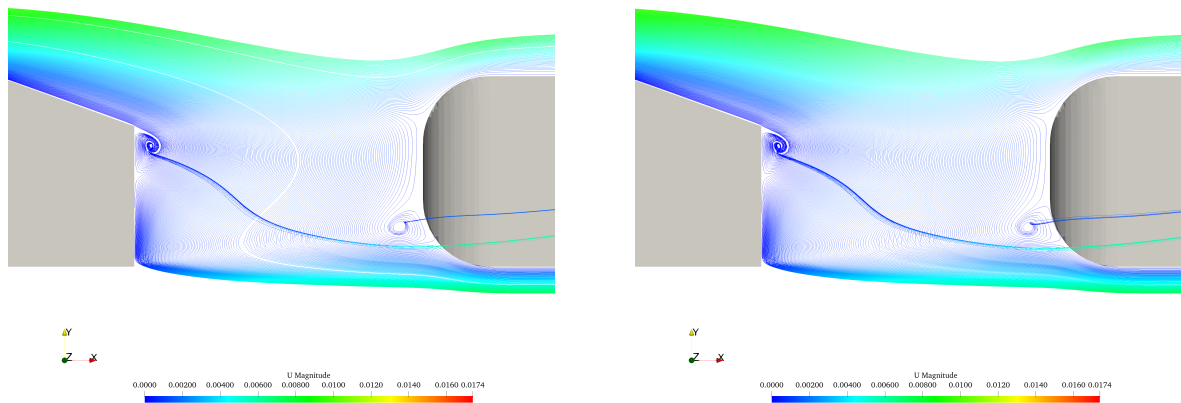


(c) Resultado experimental (Elaborado por Xavier Gustavo. Aranda (2022)).

A partir da visualização do escoamento nas Figuras 27(a) e 27(b), nota-se que nas representações dos casos, o vórtice na saída da inclinação e na entrada inferior da segunda geometria foram similares. O resultado experimental da Figura 27(c) apresenta um vórtice de entrada maior e deslocado, se comparado ao numérico. As linhas de correntes acompanharam bem a região inclinada nos casos numéricos. Nesta situação com a inclinação de 10° , o caso laminar se aproximou muito do caso com modelo de turbulência.

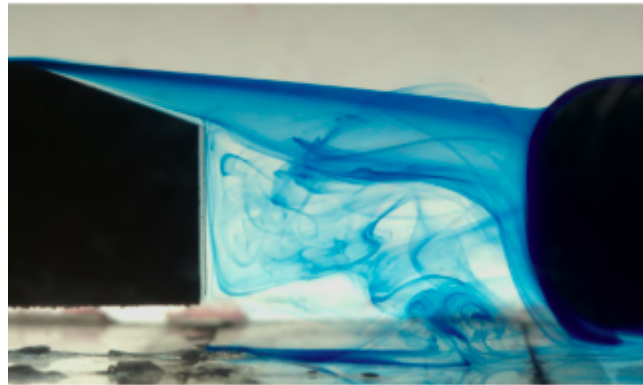
As Figuras 28(a), 28(b) e 28(c) mostram o escoamento obtido para o corpo de Ahmed com 20° .

Figura 28 – Visualização do escoamento para $g/h = 1,5$ e $A = 20^\circ$



(a) Resultado numérico do caso laminar (Elaborado pela autora).

(b) Resultado numérico do caso com modelo de turbulência (Elaborado pela autora).

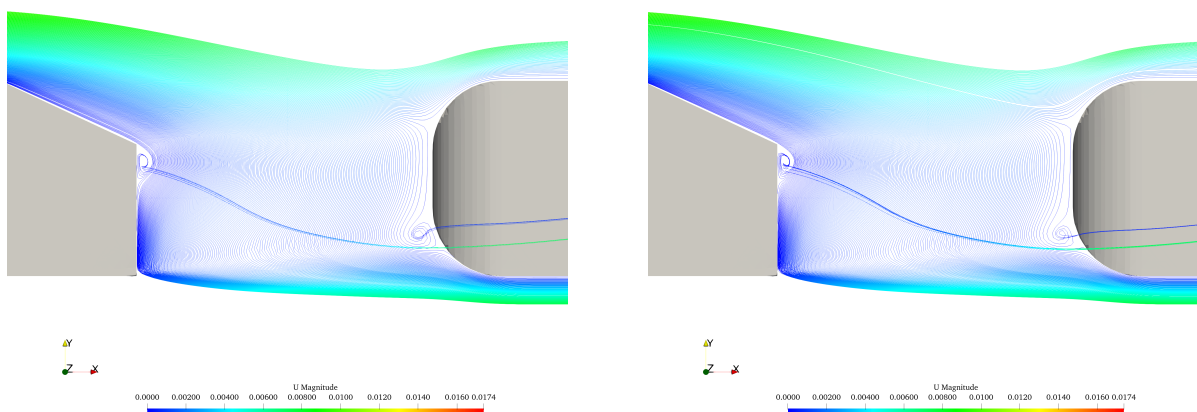


(c) Resultado experimental (Elaborado por Xavier Gustavo. Aranda (2022)).

Novamente os resultados obtidos nas simulações considerando escoamento laminar e com modelo de turbulência foram semelhantes, ambos apresentando o vórtice de saída e entrada bem definidos. Nota-se que ambos os vórtices perderam intensidade se comparados com o caso anterior. Também é possível observar uma zona de recirculação entre as geometrias na Figura 28(c) do experimental.

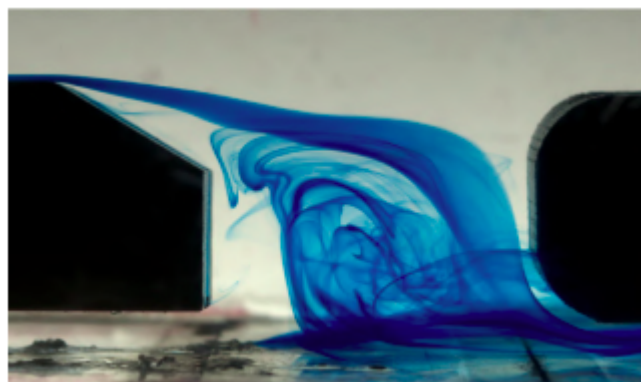
As Figuras 29(a), 29(b) e 29(c) mostram o escoamento para a geometria com inclinação de 30° .

Figura 29 – Visualização do escoamento para $g/h = 1,5$ e $A = 30^\circ$



(a) Resultado numérico do caso laminar (Elaborado pela autora).

(b) Resultado numérico do caso com modelo de turbulência (Elaborado pela autora).

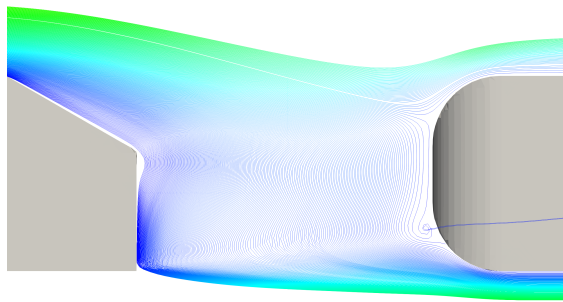


(c) Resultado experimental (Elaborado por Xavier Gustavo. Aranda (2022)).

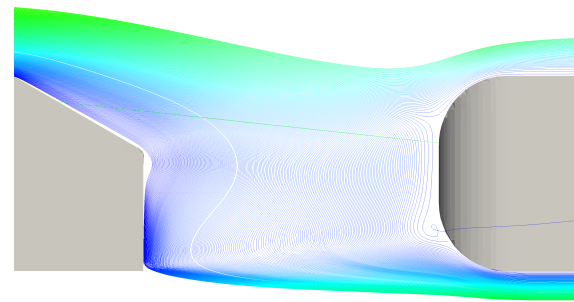
A partir dos resultados das Figuras 29(a) e 29(b), verifica-se novamente grande similaridade entre os casos laminar e com modelo de turbulência. Neste escoamento há duas recirculações. Já no resultado experimental, o vórtice formado está posicionado exatamente no centro entre as duas geometrias. Percebe-se que tanto no resultado numérico e experimental o fluxo foi desviado da segunda geometria devido à formação dos vórtices.

Na última situação analisada foi utilizada a geometria com 35° de inclinação. As Figuras 30(a), 30(b) e 30(c) apresentam os resultados obtidos.

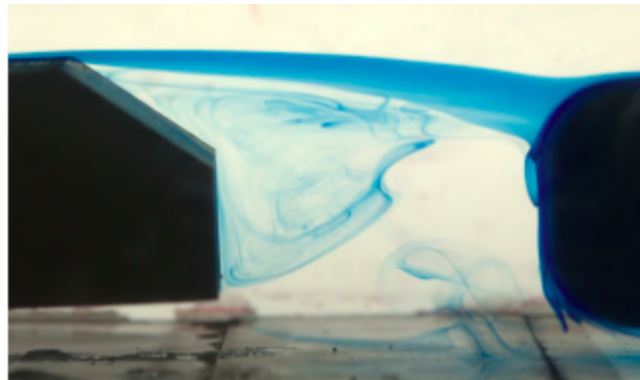
Figura 30 – Visualização do escoamento para $g/h = 1,5$ e $A = 35^\circ$



(a) Resultado numérico do caso laminar (Elaborado pela autora).



(b) Resultado numérico do caso com modelo de turbulência (Elaborado pela autora).



(c) Resultado experimental (Elaborado por Xavier Gustavo. Aranda (2022)).

Nota-se que nesta situação que a segunda geometria não influi no escoamento, tanto no resultado experimental quanto no resultado numérico, ocorrendo apenas um vórtice iminente na saída do ângulo no numérico. Além disso, as linhas de correntes são direcionadas diretamente para o segundo corpo, tal como o experimental. Percebe-se que em todos os casos com relação de $g/h = 1,5$, o fluido da superfície inclinada descolou conforme o ângulo aumentava, porém, para a última situação este fenômeno ficou mais evidente.

A fim de melhorar a compreensão dos efeitos dos vórtices, as Tabelas 31 e 32 apresentam os coeficientes de arrasto obtidos para a primeira geometria dos casos laminares e dos casos com modelo de turbulência.

Tabela 4 – Valores dos coeficientes de arrasto da primeira geometria dos casos laminares.

	10°	20°	30°	35°
g/h=0,5	0,3925	0,3891	0,3881	0,3878
g/h=1,0	0,3962	0,3928	0,3919	0,3916
g/h=1,5	0,3891	0,3971	0,3962	0,3950

Fonte: Elaborada pela autora.

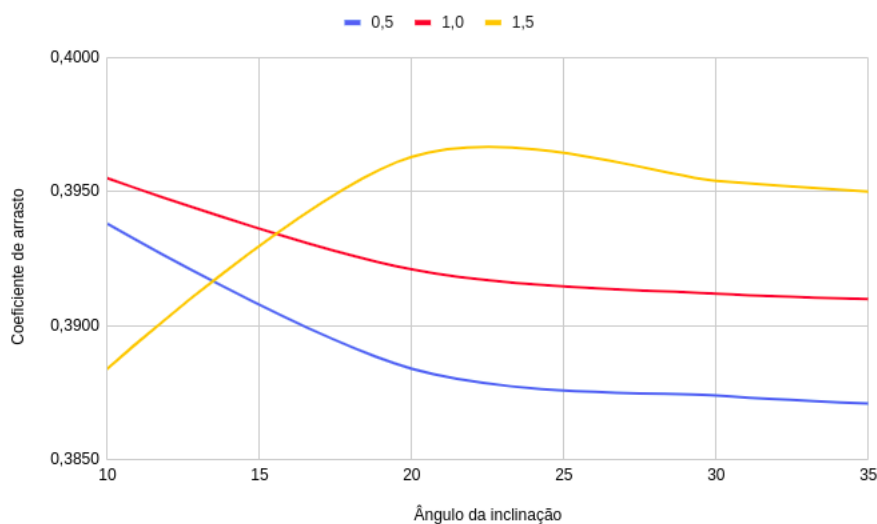
Tabela 5 – Valores dos coeficientes de arrasto da primeira geometria com modelo de turbulência.

	10°	20°	30°	35°
g/h=0,5	0,3938	0,3884	0,3874	0,3871
g/h=1,0	0,3955	0,3921	0,3912	0,3910
g/h=1,5	0,3884	0,3963	0,3954	0,3971

Fonte: Elaborado pela autora.

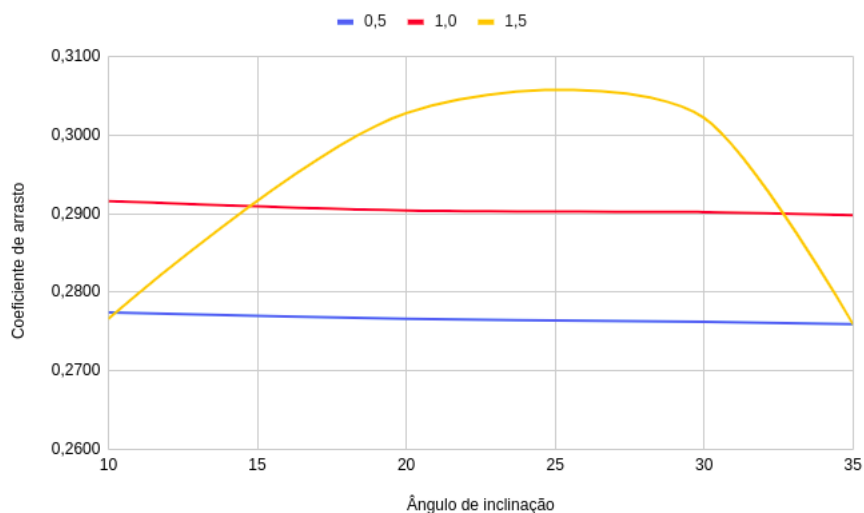
Para melhor ilustração dos resultados, as Figuras 31 e 32 apresentam os coeficientes de arrasto do primeiro corpo em relação ao ângulo de inclinação.

Figura 31 – Coeficientes de arrasto da primeira geometria sem aplicação do modelo de turbulência



Fonte: Elaborado pela autora.

Figura 32 – Coeficientes de arrasto da primeira geometria com modelo de turbulência.



Fonte: Elaborado pela autora.

As Tabelas 33 e 34 apresentam os coeficientes de arrasto obtidos para a segunda geometria dos casos laminares e dos casos com modelo de turbulência.

Tabela 6 – Valores dos coeficientes de arrasto da segunda geometria dos casos laminares.

	10°	20°	30°	35°
g/h=0,5	0,2774	0,2766	0,2762	0,2759
g/h=1,0	0,2916	0,2904	0,2902	0,2898
g/h=1,5	0,2766	0,3028	0,3022	0,3014

Fonte: Elaborado pela autora.

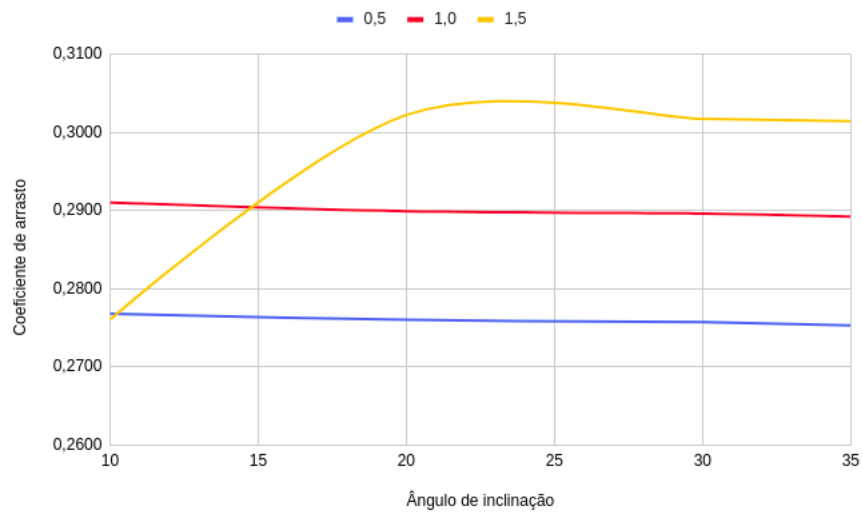
Tabela 7 – Valores dos coeficientes de arrasto da segunda geometria com modelo de turbulência.

	10°	20°	30°	35°
g/h=0,5	0,2768	0,2760	0,2757	0,2753
g/h=1,0	0,2910	0,2899	0,2896	0,2892
g/h=1,5	0,2760	0,3022	0,3017	0,3019

Fonte: Elaborado pela autora.

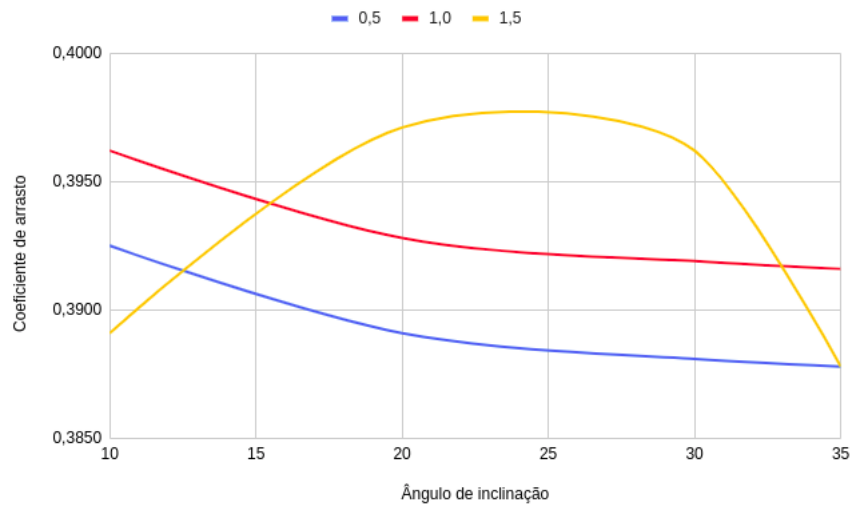
As Figuras 33 e 34 apresentam os coeficientes de arrasto do segundo corpo em relação ao ângulo de inclinação.

Figura 33 – Coeficientes de arrasto da segunda geometria sem aplicação do modelo de turbulência



Fonte: Elaborado pela autora.

Figura 34 – Coeficientes de arrasto da segunda geometria com modelo de turbulência.



Fonte: Elaborado pela autora.

A Tabela 8 apresenta as forças de arrasto do conjunto dos casos laminares.

Tabela 8 – Valores das forças de arrasto do conjunto dos casos laminares.

	10º	20º	30º	35º
g/h=0,5	$1,18 \times 10^{-3}$	$1,18 \times 10^{-3}$	$1,17 \times 10^{-3}$	$1,17 \times 10^{-3}$
g/h=1,0	$1,22 \times 10^{-3}$	$1,21 \times 10^{-3}$	$1,20 \times 10^{-3}$	$1,21 \times 10^{-3}$
g/h=1,5	$1,25 \times 10^{-3}$	$1,24 \times 10^{-3}$	$1,24 \times 10^{-3}$	$1,24 \times 10^{-3}$

Fonte: Elaborado pela autora.

A Tabela 9 apresenta as forças de arrasto do conjunto dos casos com modelo de turbulência.

Tabela 9 – Valores das forças de arrasto do conjunto com modelo de turbulência.

	10º	20º	30º	35º
g/h=0,5	$1,18 \times 10^{-3}$	$1,17 \times 10^{-3}$	$1,17 \times 10^{-3}$	$1,17 \times 10^{-3}$
g/h=1,0	$1,21 \times 10^{-3}$	$1,21 \times 10^{-3}$	$1,21 \times 10^{-3}$	$1,21 \times 10^{-3}$
g/h=1,5	$1,24 \times 10^{-3}$	$1,24 \times 10^{-3}$	$1,34 \times 10^{-3}$	$1,24 \times 10^{-3}$

Fonte: Elaborado pela autora.

Para os casos com modelo de turbulência e laminares das relações $g/h = 0,5$ e $g/h = 1,0$, foi possível analisar que os coeficientes de arrasto reduzem conforme o ângulo de inclinação. Esta tendência também foi notada com a visualização do escoamento, onde os vórtices foram perdendo intensidade com o crescimento da inclinação. Observa-se que apesar do coeficiente de arrasto ser maior nas simulações com modelo de turbulência, por representar melhor o escoamento, a discrepância para os casos laminares é mínima, obtendo uma diferença de ordem de grandeza de 10^3 .

Nota-se que o coeficiente de arrasto para a relação de $g/h = 1,5$ é maior. Isto se deve ao fato do vórtice ser formado na zona de esteira, tendo influência diretamente na segunda geometria, o que não ocorre nas demais relações, onde o vórtice forma-se mais próximo da primeira geometria, reduzindo o impacto no segundo corpo. Além disso, percebe-se que boa parte do escoamento incide diretamente na segunda geometria, justificando o maior arrasto para esta relação. A força de arrasto obtida refere-se ao conjunto dos dois corpos, portanto, se houver aumento do arrasto em qualquer uma das geometrias, a força também aumenta, como foi observado nos resultados. Assim, observa-se que o caso com maior força de arrasto pertence a relação $g/h = 1,5$.

4 CONCLUSÃO

Neste trabalho foi utilizado o software OpenFOAM v2106 para a geração de malha e simulação numérica de corpos de Ahmeds em comboio, respectivamente feito através do snappyHexMesh e simpleFoam.

Com a visualização do escoamento observou-se que os vórtices perderam intensidade conforme a inclinação da saída do primeiro corpo aumentava. Além disso, percebeu-se que tanto nos resultados experimentais apresentados por Xavier Gustavo. Aranda (2022), quanto nos resultados numéricos obtidos neste trabalho, o descolamento foi antecipado de acordo com o crescimento do ângulo da geometria.

Considerando os efeitos da razão de lacuna sobre o arrasto causado no corpo, pode-se observar que a relação de $g/h = 0,5$ é a mais vantajosa para a associação dos corpos em comboio do ponto de vista aerodinâmico, pois apresentou menor coeficiente de arrasto.

Os resultados obtidos nos escoamentos laminares foram similares aos obtidos com aplicação do modelo de turbulência em todas as situações. Tendo em vista que o custo computacional e tempo são mais elevados com o modelo de turbulência, considerar o caso laminar se torna mais viável, pois houve grande semelhança entre os resultados.

Foi possível verificar que o escoamento foi bem representado na região superior para todos os casos, acompanhando os resultados descritos no trabalho de Xavier Gustavo. Aranda (2022). Isto ocorre devido ao bom desenvolvimento da camada limite na geometria, que torna possível captar o comportamento do escoamento.

Diante da dificuldade dos solucionadores estacionários em modelar turbulência em larga escala, uma opção seria utilizar um solucionador não-estacionário para modelar melhor a separação do escoamento e obter maior acurácia em turbulência de larga escala.

A proposta para trabalhos futuros seria adquirir os coeficientes de arrasto e pressão de maneira experimental para aprimorar a validação dos resultados. Seguindo o objetivo de empregar ferramentas de código aberto, é possível realizar a etapa de geração de malha com outros geradores para aumentar o refinamento da malha.

5 APÊNDICE - Diretórios empregados nas simulações

```

1 /*-----C++ -----*\
2 | ===== | |
3 | \\      /  F ield      | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox |
4 | \\      /  O peration  | Version: v2112 |
5 |  \\    /   A nd        | Website: www.openfoam.com |
6 |   \\  /    M anipulation | |
7 /*-----*\
8 FoamFile
9 {
10     version      2.0;
11     format       ascii;
12     class        dictionary;
13     object       fvSchemes;
14 }
15 // * * * * *
16
17 ddtSchemes
18 {
19     default      steadyState;
20 }
21
22 gradSchemes
23 {
24     default      Gauss linear;
25     grad(U)      cellLimited Gauss linear 1;
26 }
27
28 divSchemes
29 {
30     default      none;
31
32     div(phi,U)   bounded Gauss linearUpwindV grad(U);
33
34     turbulence   bounded Gauss upwind;
35     div(phi,k)   $turbulence;
36     div(phi,omega) $turbulence;
37
38     div((nuEff*dev2(T(grad(U)))) Gauss linear;
39 }
40
41 laplacianSchemes
42 {
43     default      Gauss linear corrected;

```

```

44 }
45
46 interpolationSchemes
47 {
48     default          linear;
49 }
50
51 snGradSchemes
52 {
53     default          corrected;
54 }
55
56 wallDist
57 {
58     method           meshWave;
59 }
60
61
62 // ***** //

1 /*-----* C++ *-----*\
2 | ===== |
3 | \\      / F i e l d | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox |
4 | \\      / O p e r a t i o n | Version: v2112 |
5 |  \\    /  A n d | Website: www.openfoam.com |
6 |   \\/   M a n i p u l a t i o n | |
7 \*-----*/
8 FoamFile
9 {
10     version          2.0;
11     format            ascii;
12     class             dictionary;
13     object            fvSolution;
14 }
15 // ***** //
16
17 solvers
18 {
19     p
20     {
21         solver        GAMG;
22         smoother      GaussSeidel;
23         tolerance     1e-7;
24         relTol        0.01;
25     }
26
27     Phi
28     {

```

```

29     $p;
30 }
31
32 U
33 {
34     solver          smoothSolver;
35     smoother        GaussSeidel;
36     tolerance       1e-8;
37     relTol          0.1;
38     nSweeps         1;
39 }
40
41 k
42 {
43     solver          smoothSolver;
44     smoother        GaussSeidel;
45     tolerance       1e-8;
46     relTol          0.1;
47     nSweeps         1;
48 }
49
50 omega
51 {
52     solver          smoothSolver;
53     smoother        GaussSeidel;
54     tolerance       1e-8;
55     relTol          0.1;
56     nSweeps         1;
57 }
58 }
59
60 SIMPLE
61 {
62     nNonOrthogonalCorrectors 0;
63     consistent yes;
64 }
65
66 potentialFlow
67 {
68     nNonOrthogonalCorrectors 10;
69 }
70
71 relaxationFactors
72 {
73     equations
74     {
75         U          0.9;

```

```
76     k                0.7;
77     omega            0.7;
78   }
79 }
80
81 cache
82 {
83   grad(U);
84 }
85 // *****//
```

Referências

AHMED, S. R.; RAMM, G.; FALTIN, G. Some salient features of the time-averaged ground vehicle wake. **SAE Transactions**, JSTOR, p. 473–503, 1984. Citado 4 vezes nas páginas 2, 4, 5 e 6.

AHMED, S. R.; RAMM, G.; FALTINN, G. Some salient features of the time-average ground vehicle wake. **SAE Technical paper 840300**, 1984. Citado 3 vezes nas páginas , 6 e 10.

ALMEIDA, E. N. A. d. Simulações de escoamento ao redor do corpo de ahmed via cfd código aberto e comercial. Universidade Estadual Paulista (Unesp), 2022. Citado na página 7.

ESSEL, E.; DAS, S.; BALACHANDAR, R. Effects of rear angle on the turbulent wake flow between two in-line ahmed bodies. **Atmosphere**, MDPI, v. 11, n. 4, p. 328, 2020. Citado 2 vezes nas páginas 10 e 11.

FÖRSTE, J. **Schlichting, H., Boundary-Layer Theory. Transl. by J. Kestin. McGraw-Hill Series in Mechanical Engineering. New York-St. Louis-San Francisco-Auckland-Bogotá-Düsseldorf-Johannesburg-London-Madrid-Mexico-Montreal-New Delhi-Panama-Paris-São Paulo-Singapore-Sydney-Tokyo-Toronto, McGraw-Hill Book Company 1979. XXII, 817 S., 429 Abb., 3 Tab.,£ 9.23. ISBN 0-07-055334-3.** [S.l.]: Wiley Online Library, 1980. Citado na página 29.

FOX, R. W.; MCDONALD, A. T.; PRITCHARD, P. Introdução à mecânica dos fluidos, 5ª edição. **Rio de Janeiro: LTC**, 2001. Citado 2 vezes nas páginas 11 e 29.

GHEYSSSENS, T. **Aerodynamic analysis of a platoon of bluff bodies subjected to cross wind, a numerical investigation on the effect of drag reduction devices.** Tese (Doutorado) — Delft University of Technology, 2016. Citado na página 1.

GUERRERO, J.; BARGIACCHI, M. Introductory openfoam course. **Università degli Studi di Genova**, 2014. Citado 2 vezes nas páginas 24 e 26.

GUILMINEAU, E. Computational study of flow around a simplified car body. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, 2008. Citado na página 1.

GUTIERREZ, J. E. C. et al. Enc-2020-0060 the ahmed body's external aerodynamics at 25° slant angle rear surface: A numerical analysis using cfd. 2020. Citado 3 vezes nas páginas , 8 e 9.

KEATING, A.; SHOCK, R.; CHEN, H. **Lattice Boltzmann Simulations of the Unsteady Flow Behind the Ahmed Body.** [S.l.], 2008. Citado 4 vezes nas páginas , 5, 6 e 7.

KOLMOGOROV, A. N. The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large reynolds numbers. **Cr Acad. Sci. URSS**, v. 30, p. 301–305, 1941. Citado na página 16.

MENTER, F. R. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. **AIAA journal**, v. 32, n. 8, p. 1598–1605, 1994. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 20.

MOUKALLED, F. et al. **The finite volume method in computational fluid dynamics**. [S.l.]: Springer, 2016. v. 113. Citado 11 vezes nas páginas 1, 11, 12, 15, 16, 21, 22, 23, 25, 26 e 27.

PATANKAR, S. **Numerical heat transfer and fluid flow**. [S.l.]: Taylor & Francis, 1980. Citado na página 30.

SAHA, I. et al. Aerodynamic study of an ahmed body with the help of cfd simulation. Preprints, 2020. Citado 3 vezes nas páginas , 7 e 8.

WHITE, F. M. **Mecânica dos fluidos**. [S.l.]: McGraw Hill Brasil, 1988. Citado na página 2.

XAVIER GUSTAVO. ARANDA, G. Experimental analysis of the flow around ahmed bodies in tandem position. Universidade Estadual Paulista (Unesp), 2022. Citado 18 vezes nas páginas 3, 9, 10, 29, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44 e 49.