



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”

Câmpus de Ilha Solteira - SP

TAINÁ FERNANDA GARBELIM PASCOALATO

**UMA PROPOSTA DE REPRESENTAÇÃO DE LINHAS DE
TRANSMISSÃO TRIFÁSICAS COM PLANO DE
SIMETRIA VERTICAL DIRETAMENTE NO DOMÍNIO
DO TEMPO, CONSIDERANDO APLICAÇÕES EM
SIMULAÇÕES DE TRANSITÓRIOS
ELETROMAGNÉTICOS**

Ilha Solteira

2020



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
Câmpus de Ilha Solteira - SP

TAINÁ FERNANDA GARBELIM PASCOALATO

**UMA PROPOSTA DE REPRESENTAÇÃO DE LINHAS DE
TRANSMISSÃO TRIFÁSICAS COM PLANO DE
SIMETRIA VERTICAL DIRETAMENTE NO DOMÍNIO
DO TEMPO, CONSIDERANDO APLICAÇÕES EM
SIMULAÇÕES DE TRANSITÓRIOS
ELETROMAGNÉTICOS**

Dissertação apresentada no Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Estadual Paulista - UNESP - Câmpus de Ilha Solteira, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica. Área do Conhecimento: Automação

PROF. Dr. SÉRGIO KUROKAWA
Orientador
Dr. PABLO TORREZ CABALLERO
Co-orientador

Ilha Solteira
2020

FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

P281p Pascoalato, Tainá Fernanda Garbelim.
Uma proposta de representação de linhas de transmissão trifásicas com plano de simetria vertical diretamente no domínio do tempo, considerando aplicações em simulações de transitórios eletromagnéticos / Tainá Fernanda Garbelim Pascoalato. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2020
96 f. : il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Automação, 2020

Orientador: Sérgio Kurokawa
Coorientador: Pablo Torrez Caballero
Inclui bibliografia

1. Transitórios eletromagnéticos. 2. Linhas de transmissão. 3. Domínio da frequência. 4. Domínio do tempo. 5. Parâmetros concentrados. 6. Matriz de transformação modal de Clarke.


Raiane da Silva Santos

Supervisora Técnica de Seção

Seção Técnica de Referência, Atendimento ao usuário e Documentação
Diretoria Técnica de Biblioteca e Documentação
CRB/8 - 9999

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO: Uma Proposta de Representação de Linhas de Transmissão Trifásicas com Plano de Simetria Vertical Diretamente no Domínio do tempo, Considerando Aplicações em Simulações de Transitórios Eletromagnéticos.

AUTORA: TAINÁ FERNANDA GARBELIM PASCOALATO

ORIENTADOR: SERGIO KUROKAWA

COORIENTADOR: PABLO TORREZ CABALLERO

Aprovada como parte das exigências para obtenção do Título de Mestra em ENGENHARIA ELÉTRICA, área: Automação pela Comissão Examinadora:


Prof. Dr. SERGIO KUROKAWA
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP

Prof. Dr. AILTON AKIRA SHINODA
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP

Prof. Dr. RODRIGO CLEBER DA SILVA
Campus de Votuporanga / Instituto Federal de Ensino, Ciência e Tecnologia de São Paulo - IFSP

Ilha Solteira, 21 de agosto de 2020

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por me dar forças nessa longa caminhada. Agradeço a minha família, em especial a minha mãe Maria Sueli por todo o amor e preocupação comigo.

Aos meus primos Cleuza e Braz, pela recepção em Ilha Solteira, pelo apoio e os maravilhosos almoços nesses anos.

Ao meu namorado Wellington, por todo o amor, paciência, suporte, conforto, atenção, carinho, preocupação e incentivo em todos os momentos.

A minha sogra Neusa, por ser como uma mãe para mim e sempre querer o meu bem.

As minhas amigas de moradia, Patrícia e Érika, pelas conversas e pelos momentos de descontração, principalmente ao meu amigo irmão Gabriel, que esteve comigo em absolutamente todos os momentos, me apoiando e sendo meu braço direito.

Agradeço aos meus amigos: Douglas, Thainara, Carol, Juliana, Júlia, Amanda e Brenda, por todas as conversas, intenso incentivo e principalmente amor e carinho.

Aos membros do Grupo de Análise em Transitórios Eletromagnéticos (GATE) pelo apoio e disposição em ajudar, principalmente aos amigos Jaimis e Júlio pela companhia diária e ao meu querido amigo Anderson Ricardo que sempre fez tudo o que pode para me apoiar e incentivar.

Ao meu co-orientador Pablo Torrez Caballero pelos diversos ensinamentos.

Ao meu orientador Sérgio Kurokawa pelo acolhimento, aprendizado e exemplo de dedicação durante a orientação.

Agradeço aos funcionários da UNESP, por todos os serviços prestados, especialmente a querida Sandra por todo o carinho e preocupação.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pela oportunidade e apoio financeiro. À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001, e a Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) pelo suporte através do Auxílio a pesquisa nº. 2019/14807-0.

Aos membros da banca Prof. Dr. Ailton Akira Shinoda e Prof. Dr. Rodrigo Cleber da Silva pela disponibilidade e pela correção deste trabalho.

RESUMO

Este trabalho descreve um modelo alternativo para representar linhas de transmissão (LTs) trifásicas, com a análise podendo ser realizada diretamente no domínio do tempo ou no domínio da frequência. Neste modelo, uma LT trifásica com plano de simetria vertical e não idealmente transposta é decomposta em dois modos acoplados e um modo desacoplado usando a matriz de Clarke. O modo desacoplado é considerado como uma LT monofásica, enquanto os modos acoplados são considerados como uma LT bifásica sem plano de simetria vertical. Ambas as LTs são representadas pelo modelo a parâmetros concentrados composto por uma cascata de circuitos L . Uma vez que as LTs são adequadamente representadas, são calculadas correntes e tensões modais ao longo de cada linha. O processo de transformação para o domínio das fases é feito empregando novamente a matriz de Clarke. As correntes e tensões obtidas usando o modelo proposto são comparadas com as obtidas por um modelo encontrado na literatura denominado de clássico modal. Os resultados apresentados demonstram um excelente desempenho entre as respostas transitórias calculadas pelo modelo clássico e pelo modelo proposto. Baseado nos resultados, o modelo proposto mostra-se preciso e é uma eficiente e válida ferramenta para análise de transitórios eletromagnéticos para LT trifásicas com plano de simetria vertical.

Palavras-chave: Transitórios eletromagnéticos. Linhas de transmissão. Domínio da frequência. Domínio do tempo. Parâmetros concentrados. Matriz de transformação modal de Clarke.

ABSTRACT

This paper describes an alternative model to represent three-phase transmission lines (TL), which the electromagnetic transient analysis can be performed directly in the time or in the frequency domain. In this model, it is considered that a three-phase TL with a vertical symmetry plane and not ideally transposed is represented by its propagation modes obtained by Clarke's matrix. Applying this transformation, the three-phase TL is decomposed into a two-phase TL, without vertical symmetry plane, and a single-phase TL. Both TLs are represented by the lumped parameter line model which is composed of a large number of L -circuits connected in cascade. Once the TLs are properly represented, modal currents and voltages along the length are obtained for each line. The conversion process to return to the phase domain is carried out by employing the inverse Clarke transformation matrix. The currents and voltages obtained with the proposed model are compared with those obtained with a traditional model in the literature, named classical modal. The results show an excellent agreement between the transient responses from the classical and proposed model. Based on the results, the proposed model is developed correctly and it is an efficient and valid tool to analyze the electromagnetic transients for three-phase TLs with vertical symmetry plane in power systems.

Keywords: Electromagnetic transients. Transmission lines. Frequency domain. Time domain. Lumped parameters. Clarke's matrix.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Condutores i e k , sobre o solo (considerado ideal), com suas imagens i' e k'	20
Figura 2	Capacitâncias em um sistema de n condutores.	28
Figura 3	LT bifásica genérica.	31
Figura 4	LT bifásica representada por uma cascata de pares de circuitos L acoplados (análise no domínio do tempo).	32
Figura 5	LT bifásica representada por um par de circuito L acoplado (análise no domínio do tempo).	34
Figura 6	LT bifásica representada por uma cascata de pares de circuitos L acoplados (análise no domínio da frequência).	42
Figura 7	LT bifásica representada por um único par de circuito L acoplado (análise no domínio da frequência).	44
Figura 8	LT bifásica sem plano de simetria vertical.	47
Figura 9	Representação modal de uma LT bifásica utilizando matrizes de transformação exatas.	49
Figura 10	LT bifásica com os terminais receptores em aberto.	50
Figura 11	Tensão no terminal receptor da fase 1 (análise no domínio do tempo).	50
Figura 12	Tensão no terminal receptor da fase 2 (análise no domínio do tempo).	51
Figura 13	Módulo e ângulo da tensão no terminal receptor da fase 1 (análise no domínio da frequência).	52
Figura 14	Módulo e ângulo da tensão no terminal receptor da fase 2 (análise no domínio da frequência).	52
Figura 15	Decomposição modal exata de uma LT trifásica.	56
Figura 16	LT trifásica com plano de simetria vertical não idealmente transposta.	56

Figura 17	Decomposição modal utilizando a matriz de Clarke de uma LT trifásica simétrica.	58
Figura 18	Decomposição modal em uma LT monofásica e uma LT bifásica. . . .	58
Figura 19	LT monofásica e LT bifásica sem plano de simetria vertical.	59
Figura 20	Processo realizado após a decomposição da LT trifásica.	61
Figura 21	Descrição do modelo proposto.	61
Figura 22	Silhueta de uma LT trifásica de 440 kV.	62
Figura 23	Respostas transitórias obtidas para 5, 50, 100 e 150 circuitos do modelo proposto e comparação com modelo clássico modal.	64
Figura 24	LT trifásica com os terminais receptores em aberto.	65
Figura 25	LT trifásica com os terminais receptores em curto (fase-terra).	66
Figura 26	Tensão no terminal receptor da fase 1 (análise no domínio do tempo). . .	66
Figura 27	Tensão no terminal receptor das fases 2 e 3 (análise no domínio do tempo).	67
Figura 28	Corrente no terminal receptor da fase 1 (análise no domínio do tempo). .	67
Figura 29	Corrente no terminal receptor das fases 2 e 3 (análise no domínio do tempo).	68
Figura 30	Módulo e ângulo da tensão no terminal receptor da fase 1 (análise no domínio da frequência).	68
Figura 31	Módulo e ângulo da tensão no terminal receptor das fases 2 e 3 (análise no domínio da frequência).	69
Figura 32	Módulo e ângulo da corrente no terminal receptor da fase 1 (análise no domínio da frequência).	69
Figura 33	Módulo e ângulo da corrente no terminal receptor das fases 2 e 3 (análise no domínio da frequência).	70
Figura 34	Silhueta da LT trifásica.	79
Figura 35	Comportamento da impedância externa em diferentes valores de frequência.	80

Figura 36	Comportamento da resistência interna em diferentes valores de frequência.	80
Figura 37	Comportamento da indutância interna em diferentes valores de frequência.	81
Figura 38	Comportamento da resistência do solo em diferentes valores de frequência.	82
Figura 39	Comportamento da indutância do solo em diferentes valores de frequência.	82
Figura 40	Comportamento da resistência total em diferentes valores de frequência.	84
Figura 41	Comportamento da indutância total em diferentes valores de frequência.	84
Figura 42	LT polifásica decomposta em seus n modos de propagação.	85
Figura 43	LT monofásica representada por dois circuitos L conectados em cascata (análise no domínio do tempo).	91
Figura 44	LT monofásica representada por dois circuitos L conectados em cascata (análise no domínio da frequência).	94

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Parâmetros longitudinais e transversais por unidade de comprimento. . .	48
Tabela 2	Resistências e indutâncias longitudinais e capacitâncias transversais por unidade de comprimento.	63
Tabela 3	Impedâncias longitudinais e admitâncias transversais por unidade de comprimento.	63
Tabela 4	Valores da indutância externa (próprias e mútuas).	79
Tabela 5	Valores da capacitância (próprias e mútuas).	83

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
2	PARÂMETROS DAS LINHAS DE TRANSMISSÃO	18
2.1	Introdução	18
2.2	Parâmetros longitudinais	18
2.2.1	Indutância externa	19
2.2.2	Resistência e indutância interna	21
2.2.3	Resistência e indutância do solo	23
2.3	Parâmetros transversais	25
2.3.1	Capacitância	26
2.4	Considerações	29
3	MODELO A PARÂMETROS CONCENTRADOS: REPRESENTAÇÃO DE LINHAS DE TRANSMISSÃO BIFÁSICAS ANALISADAS NO DOMÍNIO DO TEMPO E DA FREQUÊNCIA	30
3.1	Introdução	30
3.2	Representação de LTs bifásicas através de circuitos L analisadas no domínio do tempo	30
3.3	Equacionamento das tensões e correntes da LT empregando variáveis de estado	33
3.4	Equacionamento para uma LT bifásica representada por meio de uma cascata de pares de circuitos L acoplados: Análise no domínio do tempo	34
3.5	Representação de LTs bifásicas através de pares de circuitos L acoplados: Análise no domínio da frequência	41

3.6	Aplicação do equacionamento na LT bifásica representada por meio de uma cascata de pares de circuitos L acoplados: Análise no domínio da frequência	43
3.7	Análise do desempenho do modelo a parâmetros concentrados no domínio do tempo e da frequência	46
3.8	Simulações e resultados utilizando a regra de formação do modelo a parâmetros concentrados com análise no domínio do tempo	49
3.9	Simulações e resultados utilizando a regra de formação do modelo a parâmetros concentrados com análise no domínio da frequência	51
3.10	Considerações	53
4	MODELO ALTERNATIVO PARA REPRESENTAR LINHAS DE TRANSMISSÃO TRIFÁSICAS SIMÉTRICAS	54
4.1	Introdução	54
4.2	Representação modal de LTs trifásicas	54
4.3	Representação modal de LTs trifásicas com plano de simetria vertical	56
4.4	Desenvolvimento do modelo proposto	59
4.5	Validação do modelo proposto	62
4.6	Considerações	70
5	CONCLUSÕES	72
5.1	Sugestões para trabalhos futuros	73
5.2	Trabalhos submetidos em revistas / anais de congressos	73
	REFERÊNCIAS	75
	APÊNDICE A - CÁLCULO DOS PARÂMETROS DA LT TRIFÁSICA COM PLANO DE SIMETRIA VERTICAL	78

A.1	Introdução	78
A.2	Simulações para os parâmetros da LT trifásica	78
A.3	Considerações	84
	APÊNDICE B - DECOMPOSIÇÃO MODAL DE LINHAS DE TRANSMISSÃO POLIFÁSICAS	85
B.1	Introdução	85
B.2	Decomposição modal de linhas de transmissão	85
B.3	Considerações	89
	APÊNDICE C - REPRESENTAÇÃO DE LINHAS DE TRANSMISSÃO MONOFÁSICAS UTILIZANDO PARÂMETROS CONCENTRADOS (ANÁLISE NO DOMÍNIO DO TEMPO E DA FREQUÊNCIA)	90
C.1	Introdução	90
C.2	Representação de LTs monofásicas através de circuitos L: Análise no domínio do tempo	90
C.3	Representação de LTs monofásicas através de circuitos L: Análise no domínio da frequência	94
C.4	Considerações	96

1 INTRODUÇÃO

O sistema de energia elétrica está dividido em três grandes setores: geração, transmissão e distribuição. A geração é responsável pela transformação da energia primária (água, energia solar, energia dos ventos, fóssil, nuclear, etc.) em energia elétrica. A transmissão tem como função a condução da grande quantidade de energia proveniente da geração, através de LTs de alta tensão até os centros consumidores. Por sua vez, a distribuição transporta a energia elétrica por redes elétricas, para que seja finalmente entregue aos consumidores finais que podem ser de médio ou pequeno porte.

No setor da transmissão, existem as LTs, que constituem-se como o elemento do sistema elétrico de potência considerado de maior importância. São nessas LTs que ocorrem as descargas atmosféricas, as operações de manobras e os chaveamentos que resultam nos transitórios eletromagnéticos.

Na literatura científica encontram-se inúmeros modelos para simular transitórios eletromagnéticos nas LTs. A maioria desses modelos está categorizada no que se refere à técnica de simulação empregada, à representação utilizada e aos parâmetros considerados, sendo que cada um desses também é separado em dois grupos.

Para a técnica de simulação empregada, os modelos são divididos entre os no domínio da frequência e os no domínio do tempo (FARIA *et al.*, 2002). Já para a representação utilizada, tem-se que podem estar no domínio das fases ou no domínio modal (FARIA *et al.*, 2002). Quanto aos parâmetros considerados podem ser variáveis em relação a frequência ou constantes.

Os modelos que são desenvolvidos no domínio da frequência não são amplamente utilizados em sistemas de energia, devido ao fato de que tais modelos dificultam a inclusão de elementos não lineares (tais como pára-raios, chaves e disjuntores) no sistema (CHRYSOCHOS *et al.*, 2015). Um outro detalhe nesses modelos é que as respostas são obtidas no domínio da frequência, sendo que é necessária a utilização de transformadas inversas de Fourier e/ou Laplace para obter a resposta no domínio do tempo.

Essas desvantagens encontradas ao se trabalhar com modelos desenvolvidos no domínio da frequência, não ocorre com os modelos desenvolvidos diretamente no domínio do tempo, e por conta disso, acabam sendo optados mais usualmente (MARTI, 1988). Além disso, os mais reconhecidos softwares de simulações de transitórios eletromagnéticos (Electromagnetic Transients Program (EMTP) e o Alternative Transients Programs (ATP)), são desenvolvidos diretamente no domínio do tempo.

Os modelos no domínio das fases podem ser usados para representar a linha em situações em que a dissociação das fases é inadequada (SOUZA *et al.*, 2013). São modelos precisos quando aplicados em LTs genéricas, sem restrições quanto à natureza ou configuração geométrica. São modelos que não necessitam de matrizes de transformação.

Nos modelos desenvolvidos no domínio modal o acoplamento existente entre as fases da LT é eliminado, o que faz com que a obtenção das correntes e tensões seja mais simples. Desta maneira, uma LT polifásica pode ser decomposta em seus n modos de propagação, ou seja, n linhas monofásicas matematicamente desacopladas. Isso é possível a partir do procedimento de decomposição modal realizado com matrizes de transformação modal.

Modelos que representam com maior precisão o fenômeno físico da propagação de ondas são os com os parâmetros variáveis em relação a frequência. Isso porque, consideram o efeito da frequência sobre os parâmetros, além de serem calculados para uma extensa faixa de frequência.

Para a análise de transitórios eletromagnéticos, onde a energização e faltas em LTs são usualmente fenômenos em que as frequências envolvidas são relativamente baixas, os parâmetros utilizados podem ser considerados invariáveis em relação a frequência, por consequência, os modelos utilizados são os com parâmetros constantes. (MACIAS *et al.*, 2005).

Alguns trabalhos que dispõem desses modelos e que contribuem para o atual estado da arte foram publicados ao longo do tempo.

Um deles, foi o escrito por Dommel (1969) que constitui em associar o modelo de Bergeron (também denominado método das características) com o método numérico de integração trapezoidal. Essa associação decorreu em um algoritmo que consegue simular transitórios eletromagnéticos em LTs cujos parâmetros são distribuídos ou concentrados. Hoje em dia esse algoritmo é conhecido por *Eletromagnetic Transients Program* - EMTP (DOMMEL, 1996).

No ano de 1970, Budner (1970) propôs em seu trabalho, desacoplar uma LT bifásica em seus dois modos de propagação (duas LTs monofásicas independentes) empregando uma transformação modal. Utilizando quadripólos para representar cada LT monofásica, são resultadas as correntes e tensões no domínio da frequência. O processo de conversão para o domínio do tempo é realizado através de transformadas inversas de Fourier e do cálculo das integrais de convolução resultantes.

No final dos anos 1990, especificamente em 1999, Morched *et al.* (1999) desenvolveram um modelo conhecido como *Universal Line Model* - ULM. Este modelo representa a LT por meio de seus parâmetros longitudinais e transversais distribuídos uniformemente ao longo de seu comprimento. Para obter as correntes e tensões ao longo da linha são usadas as equações

diferenciais parciais no domínio do tempo. Porém, essas equações são convertidas para o domínio da frequência aplicando a Transformada de Laplace, por serem de difícil resolução. A partir do momento em que as soluções são encontradas no domínio da frequência, é empregada a Transformada Inversa de Laplace para obter a solução final no domínio do tempo.

Também no ano de 1999, Tavares *et al.* (1999) apresentaram um modelo que desacopla uma LT trifásica com plano de simetria vertical (com e sem transposição) utilizando uma matriz de transformação com os elementos reais e constantes conhecida como matriz de transformação de Clarke, em seus modos e/ou quase-modos. Em análise de transitórios com frequências relativamente baixas, é usual desconsiderar o acoplamento entre os quase-modos e considerar que a matriz de Clarke desacopla a linha em seus modos exatos. Desta maneira, cada modo foi representado por uma cascata de circuitos π , obtendo as correntes e tensões diretamente no domínio do tempo. Retornando ao domínio das fases por meio da matriz inversa de Clarke.

Outro modelo encontrado na literatura é o modelo a parâmetros concentrados, proposto em trabalhos por diversos autores, tais como: Mamis (2003), Mamis e Meral (2005), Macias *et al.* (2005). Este modelo representa uma LT monofásica por meio de uma cascata de circuitos π (MACIAS *et al.*, 2005) ou por circuitos L diretamente no domínio do tempo (MAMIS, 2003; MAMIS; MERAL, 2005). As equações obtidas para as correntes e tensões ao longo da linha são escritas sobre a forma de variáveis de estado, que podem ser resolvidas utilizando métodos numéricos de integração.

Seguindo o mesmo tema que Tavares *et al.* (1999), Kurokawa *et al.* (2006, 2007) propôs um modelo alternativo de decomposição modal para linhas de transmissão trifásicas simétricas. O modelo utiliza duas matrizes para decompor a LT. A primeira matriz utilizada é a matriz de Clarke, a mesma usada por Tavares *et al.* (1999), que decompõem a LT em um modo exato e em dois quase-modos. O modo exato é representado como uma LT monofásica e os quase-modos por uma LT bifásica sem plano de simetria vertical. Em seguida esta LT bifásica é decomposta a partir de uma matriz de decomposição modal adequada de ordem 2 em seus modos exatos. As correntes e tensões modais foram calculadas através das soluções analíticas das equações diferenciais (BUDNER, 1970) no domínio da frequência. Sendo posteriormente convertidas para o domínio das fases utilizando primeiramente a matriz de decomposição de ordem 2 e depois a matriz de transformação de Clarke.

Em 2008, Moreno e Ramirez (2008) desenvolveram um algoritmo que faz a transformação do domínio da frequência para o domínio do tempo, empregando a transformada inversa de Laplace. Este algoritmo evita as integrais de convolução apresentadas por Budner, para o cálculo das correntes e tensões. Além de dar soluções para os erros causados pelas oscilações de Gibbs,

pelos erros por *aliasing*, e pelo truncamento do intervalo de integração.

A representação proposta por Kurokawa *et al.* (2006, 2007) de que com o uso da matriz de transformação de Clarke, uma LT trifásica simétrica pode ser decomposta em uma LT monofásica e uma LT bifásica sem plano de simetria vertical, apesar de validada, não foi utilizada para representar a linha não idealmente transposta diretamente no domínio do tempo.

Desse modo, nesse estudo é utilizada essa mesma proposta, porém considerando que a LT bifásica não é novamente desacoplada, e sim, utilizada como uma linha de duas fases, tendo como objetivo simular os transitórios eletromagnéticos em uma LT trifásica com plano de simetria vertical e sem transposição, e ainda retirar a dependência de matrizes de transformação modal com elementos dependentes da frequência.

Para isso, o modelo proposto utiliza a matriz de Clarke empregada por Tavares *et al.* (1999) e Kurokawa *et al.* (2006, 2007) para decompor a LT trifásica em uma LT monofásica e em uma LT bifásica sem plano de simetria vertical. A LT monofásica é representada pelo modelo a parâmetros concentrados proposto por Mamis (2003), Mamis e Meral (2005) por meio de uma cascata de circuitos L . A LT bifásica, por sua vez, é representada por meio de uma cascata de pares de circuitos L acoplados que é apresentado no Capítulo 3 que foi aprimorado para LTs bifásicas sem plano de simetria vertical. A análise de ambas é dada tanto no domínio do tempo, quanto no da frequência.

A validação acontece com simulações realizadas no domínio do tempo e da frequência que mostram as correntes e tensões ao longo da linha em condições transitórias, comparando os resultados adquiridos pelo modelo proposto com os obtidos pelo modelo clássico da literatura de decomposição modal.

A dissertação foi desenvolvida na forma de cinco capítulos e três apêndices.

O capítulo 2 faz uma abordagem referente aos parâmetros de LT, mostrando como calculá-los, a fim de entender como a frequência e a geometria da linha interfere em cada um.

No capítulo 3 é mostrado um modelo a parâmetros concentrados que representa LT bifásicas por meio de uma cascata de pares de circuitos L acoplados, podendo ser analisado diretamente no domínio do tempo ou da frequência. Esse modelo obtém regras de formação de fácil implementação para ambos os domínios, mostrando sua eficiência quando comparado ao modelo clássico modal encontrado na literatura. Esse modelo será usado posteriormente no modelo proposto.

No capítulo 4 apresenta-se o desenvolvimento do modelo proposto, que consiste em representar uma LT trifásica simétrica e não idealmente transposta por meio de uma LT bifásica sem

plano de simetria vertical e em uma LT monofásica através da decomposição modal, utilizando apenas a matriz de Clarke para isso. A LT bifásica é representada pelo modelo a parâmetros concentrados, mostrado no Capítulo 3, e a LT monofásica é representada pelo modelo a parâmetros concentrados estudado extensivamente na literatura que será apresentado no Apêndice C. São realizadas simulações para a validação do modelo proposto, comparando-o ao clássico modal.

O capítulo 5 apresenta as conclusões sobre o modelo proposto e são oferecidas sugestões para continuidade do trabalho que teve início nesta dissertação, seguido dos trabalhos submetidos para anais de congressos e revistas. Posteriormente são apresentadas as referências bibliográficas.

No apêndice A são apresentadas simulações realizadas com os resultados de cada parâmetro da LT trifásica simétrica e não idealmente transposta.

O desenvolvimento para se obter as equações que desacoplam uma LT polifásica em seus n modos de propagação é apresentado no apêndice B.

O apêndice C faz a representação de linhas de transmissão monofásicas utilizando parâmetros concentrados com a análise no domínio do tempo e da frequência por meio de cascata de circuitos L . A partir da sua análise são resultadas equações de correntes e tensões que escritas sob a forma de variáveis de estado compõem uma regra de formação.

2 PARÂMETROS DAS LINHAS DE TRANSMISSÃO

2.1 Introdução

Neste capítulo serão mostrados os quatro parâmetros que influenciam o comportamento de uma LT, sendo eles divididos em longitudinais: resistência e indutância, e transversais: capacitância e condutância. Esses parâmetros estão distribuídos uniformemente por todo o comprimento de linha.

2.2 Parâmetros longitudinais

Os parâmetros longitudinais de uma LT são a resistência longitudinal e a indutância longitudinal.

A resistência longitudinal é composta por duas resistências:

- Resistência interna ($R_{int}(\omega)$): Resistência do condutor (devido ao efeito pelicular).
- Resistência do solo ($R_{solo}(\omega)$): Uma vez que o solo não é um condutor ideal, há correntes circulando no mesmo e perdas de energia. Estas perdas são representadas por uma resistência no condutor metálico.

A soma dessas resistências resulta na resistência longitudinal como mostra (1).

$$R_{long}(\omega) = R_{int}(\omega) + R_{solo}(\omega) [\Omega/km] \quad (1)$$

A indutância longitudinal é constituída por três tipos de indutâncias diferentes:

- Indutância externa (L_{ext}): Devido ao efeito do campo magnético externo ao condutor.
- Indutância interna ($L_{int}(\omega)$): Devido ao efeito do campo magnético interno ao condutor (efeito pelicular).
- Indutância do solo ($L_{solo}(\omega)$): O fato do solo não ser um condutor ideal é representado por uma indutância no condutor metálico.

A indutância longitudinal resulta da adição dessas três indutâncias como sendo:

$$L_{long}(\omega) = L_{ext} + L_{int}(\omega) + L_{solo}(\omega) [H/km] \quad (2)$$

A partir da resistência e indutância longitudinal consegue-se calcular a impedância longitudinal pela equação (3). As impedâncias de uma LT são escritas de acordo com as propriedades físicas do sistema (ar, condutor e solo) e da frequência (HOFMANN, 2003).

$$Z_{long}(\omega) = R_{long}(\omega) + j\omega L_{long}(\omega) [\Omega/km] \quad (3)$$

A impedância longitudinal é constituída por três componentes:

- $Z_{ext}(\omega)$: Impedância externa.
- $Z_{int}(\omega)$: Impedância interna, devido ao efeito pelicular.
- $Z_{solo}(\omega)$: Impedância do solo, devido ao retorno da corrente através do solo.

A soma das três resulta na matriz de impedâncias longitudinais que pode ser escrita como sendo:

$$[Z_{long}(\omega)] = [Z_{ext}(\omega)] + [Z_{int}(\omega)] + [Z_{solo}(\omega)] [\Omega/km] \quad (4)$$

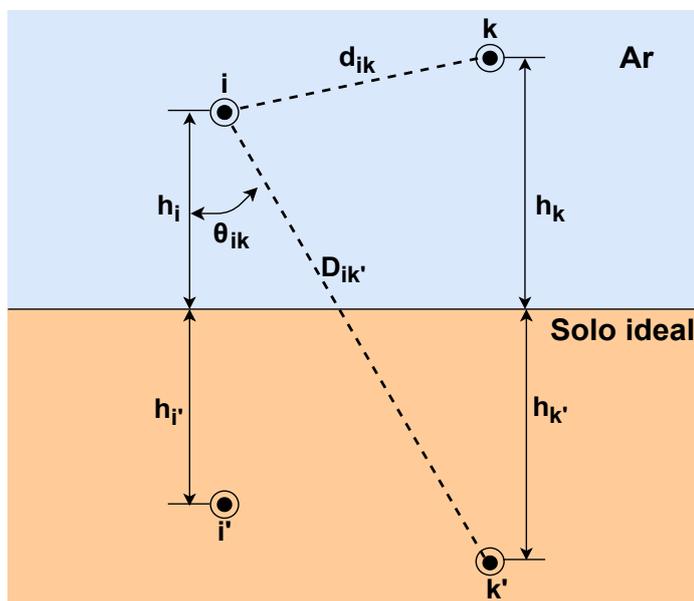
$$[Z_{long}(\omega)] = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1n} \\ Z_{21} & Z_{22} & \cdots & Z_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{n1} & Z_{n2} & \cdots & Z_{nn} \end{bmatrix} [\Omega/km] \quad (5)$$

Cada elemento da matriz (5) é uma impedância composta por uma resistência longitudinal juntamente com uma indutância longitudinal. As resistências e indutâncias externa, interna e do solo são apresentadas a seguir.

2.2.1 Indutância externa

Em uma LT o campo magnético é produzido pelas correntes que a percorrem longitudinalmente. O campo magnético gerado por um dado condutor está concatenado com os condutores vizinhos.

A indutância externa é calculada utilizando-se o método das imagens e considerando o solo com condutividade infinita, solo ideal ($R_{ext} = 0$). Para tal, considere dois condutores genéricos i e k e as suas imagens i' e k' como mostrado na Figura 1.

Figura 1 - Condutores i e k , sobre o solo (considerado ideal), com suas imagens i' e k' .

Fonte: Elaboração da própria autora.

As indutâncias externas próprias dos condutores i e k são escritas por:

$$L_{ext_{ii}} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \left(\frac{2h_i}{r_i} \right) [H/km] \quad (6)$$

$$L_{ext_{kk}} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \left(\frac{2h_k}{r_k} \right) [H/km] \quad (7)$$

E as indutâncias externas mútuas entre os condutores i e k são expressas por:

$$L_{ext_{ik}} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \left(\frac{D_{ik'}}{d_{ik}} \right) [H/km] \quad (8)$$

Nas equações (6), (7) e (8) r_i e r_k são os raios dos condutores i e k [m], h_i e h_k a altura dos condutores i e k em relação ao solo [m], d_{ik} a distância do condutor i ao condutor k [m] e $D_{ik'}$ a distância do condutor i a imagem do condutor k [m], respectivamente. A permeabilidade magnética do ar é considerada igual à permeabilidade magnética do vácuo ($\mu = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-4} H/km$). Assim, matricialmente a indutância externa em uma LT de n fases é representada como mostra (9) e (10).

$$[L_{ext}] = \frac{\mu_0}{2\pi} \begin{bmatrix} \ln \frac{2h_1}{r_1} & \ln \frac{D_{12'}}{d_{12}} & \dots & \ln \frac{D_{1n'}}{d_{1n}} \\ \ln \frac{D_{21'}}{d_{21}} & \ln \frac{2h_2}{r_2} & \dots & \ln \frac{D_{2n'}}{d_{2n}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \ln \frac{D_{n1'}}{d_{n1}} & \ln \frac{D_{n2'}}{d_{n2}} & \dots & \ln \frac{2h_n}{r_n} \end{bmatrix} [H/km] \quad (9)$$

$$[L_{ext}] = \begin{bmatrix} L_{ext_{11}} & L_{ext_{12}} & \cdots & L_{ext_{1n}} \\ L_{ext_{21}} & L_{ext_{22}} & \cdots & L_{ext_{2n}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{ext_{n1}} & L_{ext_{n2}} & \cdots & L_{ext_{nn}} \end{bmatrix} [H/km] \quad (10)$$

A partir da indutância externa consegue-se calcular a impedância externa própria e mútua entre os condutores i e k como sendo:

$$Z_{ext_{ii}}(\omega) = j\omega L_{ext_{ii}} [\Omega/km] \quad (11)$$

$$Z_{ext_{kk}}(\omega) = j\omega L_{ext_{kk}} [\Omega/km] \quad (12)$$

$$Z_{ext_{ik}}(\omega) = j\omega L_{ext_{ik}} [\Omega/km] \quad (13)$$

Sendo que, $\omega = 2\pi f$ é a frequência angular em [rad/s] e f é a frequência da corrente alternada em [Hz]. De (11), (12) e (13) é possível descrever a impedância externa matricialmente em (14).

$$[Z_{ext}(\omega)] = j\omega \begin{bmatrix} L_{ext_{11}} & L_{ext_{12}} & \cdots & L_{ext_{1n}} \\ L_{ext_{21}} & L_{ext_{22}} & \cdots & L_{ext_{2n}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{ext_{n1}} & L_{ext_{n2}} & \cdots & L_{ext_{nn}} \end{bmatrix} [\Omega/km] \quad (14)$$

2.2.2 Resistência e indutância interna

A impedância interna está relacionada com a densidade superficial da corrente elétrica que percorre longitudinalmente um condutor metálico. Em baixas frequências, essa densidade é constante sobre toda a área transversal do condutor. Entretanto, à medida que a frequência de excitação aumenta e devido ao campo magnético variável, a densidade de corrente no centro do condutor diminui enquanto que há uma concentração dessa grandeza em uma dada espessura na borda (periferia) do condutor, caracterizando-se uma redução na área efetiva da corrente. Esse efeito é denominado de efeito pelicular ou *Efeito Skin*, e conseqüentemente, leva ao aumento da resistência efetiva e à diminuição da indutância interna do condutor (MINGLI; YU, 2004).

A resistência efetiva juntamente com a indutância interna resulta na impedância interna, também denominada impedância devido ao efeito pelicular. Essa impedância interna possui

somente termos próprios e para seu cálculo com um condutor sólido e cilíndrico pode-se utilizar as funções de Bessel de primeira ordem ou funções modificadas de Bessel. Dessa maneira, deve-se considerar que a impedância interna é obtida como a razão entre a queda de tensão ao longo da superfície e a corrente total em um circuito fechado. Assim, a impedância interna pode ser calculada como (FUCHS, 1979; GATOUS, 2005):

$$Z_{int}(\omega) = j \frac{\omega\mu}{2\pi r} \left[\frac{ber(u) + jbei(u)}{(\frac{\sqrt{2}}{m})ber'(u) + jbei'(u)} \right] \cdot 10^3 [\Omega/km] \quad (15)$$

Sendo:

$$m = \sqrt{\frac{2\rho}{\omega\mu}} [m]; \quad u = \frac{r\sqrt{2}}{m} [m] \quad (16)$$

Onde, ρ é a resistividade do condutor [$\Omega.m$], r é o raio do condutor [m], μ é a permeabilidade do condutor, $\mu = \mu_r\mu_0$; para um condutor não ferromagnético $\mu = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} H/m$ e a variável m é a profundidade de penetração nominal.

As funções modificadas de Bessel $ber(u)$ e $bei(u)$ e as suas derivadas $ber'(u)$ e $bei'(u)$ são usualmente definidas como sendo:

$$ber(u) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(m/2)^{2k}}{k!\Gamma(k+1)} \cos\left(\frac{2k\pi}{4}\right) \quad (17)$$

$$bei(u) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(m/2)^{2k}}{k!\Gamma(k+1)} \sin\left(\frac{2k\pi}{4}\right) \quad (18)$$

$$ber'(u) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{2k(m/2)^{2k-1}}{k!\Gamma(k+1)} \cos\left(\frac{2k\pi}{4}\right) \quad (19)$$

$$bei'(u) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{2k(m/2)^{2k-1}}{k!\Gamma(k+1)} \sin\left(\frac{2k\pi}{4}\right) \quad (20)$$

Onde:

$$\Gamma(k) = (k-1)! \quad (21)$$

Portanto pode-se escrever a matriz de impedâncias internas $[Z_{int}(\omega)]$ para uma linha de n

fases, considerando que cada fase é constituída de um único condutor como:

$$[Z_{int}(\omega)] = j\omega \begin{bmatrix} Z_{int11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & Z_{int22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & Z_{intnn} \end{bmatrix} [\Omega/km] \quad (22)$$

Diante da impedância interna obtém-se a resistência e indutância interna matricialmente, como mostra (23), (24) e (25).

$$[Z_{int}(\omega)] = [R_{int}(\omega)] + j\omega[L_{int}(\omega)][\Omega/km] \quad (23)$$

$$[R_{int}(\omega)] = \begin{bmatrix} R_{int11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & R_{int22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & R_{intnn} \end{bmatrix} [\Omega/km] \quad (24)$$

$$[L_{int}(\omega)] = \begin{bmatrix} L_{int11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & L_{int22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & L_{intnn} \end{bmatrix} [H/km] \quad (25)$$

2.2.3 Resistência e indutância do solo

Por meio das equações de Carson e de Pollaczek, os efeitos do retorno da corrente através do solo sobre os parâmetros longitudinais de uma LT podem ser calculados (DOMMEL, 1996; KUROKAWA *et al.*, 2008).

Carson (1926) definiu a resistividade do solo como uniforme e com extensão infinita e considerou que os condutores estão em paralelo com o solo. Adicionalmente, considerou que as impedâncias próprias e mútuas de circuitos com retorno pelo solo são iguais às impedâncias próprias e mútuas para um circuito que envolve um solo ideal, acrescida de um fator de correção aplicável para as impedâncias (FUCHS, 1979). O termo de correção de Carson foi denominado impedância do solo. Por consequência deste efeito as impedâncias próprias e mútuas são representadas como sendo:

$$Z_{solo}(\omega) = \Delta R_{solo}(\omega) + j\Delta X_{solo}(\omega) \quad (26)$$

Onde, $\Delta R_{solo}(\omega)$ é o fator de correção dos termos da resistência considerando o efeito do solo e $\Delta X_{solo}(\omega)$ é o fator de correção dos termos da indutância considerando o efeito do solo.

Os termos de correção $\Delta R_{solo}(\omega)$ e $\Delta X_{solo}(\omega)$ são funções de um ângulo θ ($\theta = 0$ para impedâncias próprias, e $\theta = \theta_{ik}$ para impedâncias mútuas) como mostra Figura 1 e também de um parâmetro α definido por (DOMMEL, 1996) como:

$$\alpha(\omega) = 4\pi\sqrt{5}.10^{-4}D\sqrt{\frac{\omega}{2\pi\rho}} \quad (27)$$

Na equação (27), ρ é a resistividade do solo ($\Omega.m$), $D = D_{ik} = D_{ki}$ (m) para impedâncias mútuas Z_{ik} e Z_{ki} , $D = 2h_i$ (m) para a impedância própria Z_{ii} e $D = 2h_k$ (m) para a impedância própria Z_{kk} .

Para $\alpha \leq 5$, os termos de correção de Carson podem ser escritos como (DOMMEL, 1996):

$$\Delta R_{solo}(\omega) = 4\omega.10^{-4} \left\{ \frac{\pi}{8} - b_1\alpha \cos \theta + b_2[(c_2 - \ln \alpha)\alpha^2 \cos 2\theta + \theta\alpha^2 \sin 2\theta] + b_3\alpha^3 \cos 3\theta - d_4\alpha^4 \cos 4\theta - b_5\alpha^5 \cos 5\theta + b_6[(c_6 - \ln \alpha)\alpha^6 \cos 6\theta + \theta\alpha^6 \sin 6\theta] + b_7\alpha^7 \cos 7\theta - \dots \right\} \quad (28)$$

$$\Delta X_{solo}(\omega) = 4\omega.10^{-4} \left\{ \frac{1}{2}(0.6159315 - \ln \alpha) + b_1\alpha \cos \theta - d_2\alpha^2 \cos 2\theta + b_3\alpha^3 \cos 3\theta - b_4(c_4 - \ln \alpha)\alpha^4 \cos 4\theta + \theta\alpha^4 \sin 4\theta + b_5\alpha^5 \cos 5\theta - d_6\alpha^6 \cos 6\theta + b_7\alpha^7 \cos 7\theta - b_8[(c_8 - \ln \alpha)\alpha^8 \cos 8\theta + \theta\alpha^8 \sin 8\theta] + \dots \right\} \quad (29)$$

Os coeficientes b_i , c_i e d_i das equações (28) e (29) são valores constantes que são obtidos utilizando as seguintes expressões:

$$b_i = |b_{i-2}| \frac{\text{sign}}{i(i+2)}; \quad c_i = c_{i-2} + \frac{1}{i} + \frac{1}{i+2}; \quad d_i = \frac{\pi}{4} b_i \quad (30)$$

Os valores de início para as equações em (30) são $b_1 = \sqrt{\frac{2}{6}}$, $b_2 = \frac{1}{16}$ e $c_2 = 1,3659315$.

A função *sign* da equação (30) alterna de valor após quatro termos sucessivos (*sign* = +1 para $i = 1, 2, 3, 4$; *sign* = -1 para $i = 5, 6, 7, 8$, etc).

Para $\alpha > 5$, os termos de correção de Carson podem ser escritos como (DOMMEL, 1996):

$$\Delta R_{solo}(\omega) = \frac{4\omega.10^{-4}}{\sqrt{2}} \left(\frac{\cos \theta}{\alpha} - \frac{\sqrt{2} \cos 2\theta}{\alpha^2} + \frac{\cos 3\theta}{\alpha^3} + \frac{3 \cos 5\theta}{\alpha^5} + \frac{5 \cos 7\theta}{\alpha^7} \right) \quad (31)$$

$$\Delta X_{solo}(\omega) = \frac{4\omega \cdot 10^{-4}}{\sqrt{2}} \left(\frac{\cos \theta}{\alpha} - \frac{\cos 3\theta}{\alpha^3} + \frac{3 \cos 5\theta}{\alpha^5} + \frac{5 \cos 7\theta}{\alpha^7} \right) \quad (32)$$

Baseado nos cálculos de Carson, a matriz para impedância do solo de uma LT representada por n fases é dada por:

$$[Z_{solo}(\omega)] = \begin{bmatrix} Z_{solo11} & Z_{solo12} & \cdots & Z_{solo1n} \\ Z_{solo21} & Z_{solo22} & \cdots & Z_{solo2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{solon1} & Z_{solon2} & \cdots & Z_{solonm} \end{bmatrix} [\Omega/km] \quad (33)$$

A partir das impedâncias do solo consegue-se obter as resistências e indutâncias do solo matricialmente, como mostra (34), (35) e (36).

$$[Z_{solo}(\omega)] = [R_{solo}(\omega)] + j\omega[L_{solo}(\omega)] [\Omega/km] \quad (34)$$

$$[R_{solo}(\omega)] = \begin{bmatrix} R_{solo11} & R_{solo12} & \cdots & R_{solo1n} \\ R_{solo21} & R_{solo22} & \cdots & R_{solo2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{solon1} & R_{solon2} & \cdots & R_{solonm} \end{bmatrix} [\Omega/km] \quad (35)$$

$$[L_{solo}(\omega)] = \begin{bmatrix} L_{solo11} & L_{solo12} & \cdots & L_{solo1n} \\ L_{solo21} & L_{solo22} & \cdots & L_{solo2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{solon1} & L_{solon2} & \cdots & L_{solonm} \end{bmatrix} [H/km] \quad (36)$$

2.3 Parâmetros transversais

A admitância de uma LT aérea é constituída de uma condutância (G) entre os condutores e o solo que é chamada de condutância de dispersão (STEVENSON, 1974), e por uma capacitância (C). Decorrente da junção desses dois parâmetros obtém-se a admitância transversal (Y) de um único condutor paralelo ao solo como:

$$Y(\omega) = G + j\omega C \quad (37)$$

Na forma matricial, considerando a definição de que em linhas aéreas de transmissão, a condutância transversal é muito pequena, portanto, o seu efeito é desprezado (MARTINEZ *et*

al., 2005), tem-se que a admitância é dada por:

$$[Y(\omega)] = j\omega[C][S/km] \quad (38)$$

Onde $[Y(\omega)]$ e $[C]$ são matrizes para n condutores paralelos ao solo.

2.3.1 Capacitância

A capacitância entre dois condutores de uma LT é definida pela quantidade de carga nos condutores por unidade de diferença de potencial entre eles. A distância de separação entre eles, e entre cada um deles e o solo, é do que esta diferença de potencial depende (STEVENSON, 1974). A capacitância é dada pela equação (39).

$$C = \frac{Q}{V} \quad (39)$$

Onde V é a diferença de potencial entre o solo e o condutor e Q a carga.

Tendo em conta a estrutura da Figura 1 considera-se que os condutores i e k e seus condutores imagens i' e k' possuem cargas Q_i , Q_k , $-Q_i$ e $-Q_k$, respectivamente. A diferença de potencial dos condutores i e k em relação ao solo são descritos como (FUCHS, 1979):

$$V_i = \frac{Q_i}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{2h_i}{r_i} + \frac{Q_k}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{D_{ik'}}{d_{ik}} \quad (40)$$

$$V_k = \frac{Q_k}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{2h_k}{r_k} + \frac{Q_i}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{D_{ik'}}{d_{ik}} \quad (41)$$

Sendo, ϵ_0 a permissividade elétrica do vácuo ($\epsilon_0 = 8,8542 \cdot 10^{-9} F/km$), r_i e r_k os raios dos condutores i e k .

Para uma LT genérica de n condutores, a diferença de potencial entre eles com relação ao solo é dada por:

$$V_1 = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left(Q_1 \ln \frac{2h_1}{r_1} + Q_2 \ln \frac{D_{12'}}{d_{12}} + \dots + Q_n \ln \frac{D_{1n'}}{d_{1n}} \right) \quad (42)$$

$$V_2 = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left(Q_1 \ln \frac{D_{12'}}{d_{12}} + Q_2 \ln \frac{2h_2}{r_2} + \dots + Q_n \ln \frac{D_{2n'}}{d_{2n}} \right) \quad (43)$$

$$V_n = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left(Q_1 \ln \frac{D_{1n'}}{d_{1n}} + Q_2 \ln \frac{D_{2n'}}{d_{2n}} + \dots + Q_n \ln \frac{2h_n}{r_n} \right) \quad (44)$$

Onde, Q_1, Q_2, \dots, Q_n são as cargas dos condutores 1, 2, ..., n . As equações (42)-(44) são escritas na forma matricial, considerando que as características geométricas $D_{ik'} = D_{ki'}$ da Figura 1 são válidas.

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \begin{bmatrix} \ln \frac{2h_1}{r_1} & \ln \frac{D_{12'}}{d_{12}} & \cdots & \ln \frac{D_{1n'}}{d_{1n}} \\ \ln \frac{D_{21'}}{d_{21}} & \ln \frac{2h_2}{r_2} & \cdots & \ln \frac{D_{2n'}}{d_{2n}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \ln \frac{D_{n1'}}{d_{n1}} & \ln \frac{D_{n2'}}{d_{n2}} & \cdots & \ln \frac{2h_n}{r_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_n \end{bmatrix} \quad [H/km] \quad (45)$$

A equação matricial (45) é escrita como sendo:

$$[V] = [E][Q] \quad (46)$$

Sendo, $[V]$ o vetor com o potencial de cada condutor em relação ao solo, $[Q]$ o vetor de carga dos condutores e $[E]$ a matriz de coeficientes de potencial (ou matriz de coeficientes de campo elétrico).

A partir da definição de capacitância na forma matricial, define-se que:

$$[Q] = [C][V] \quad (47)$$

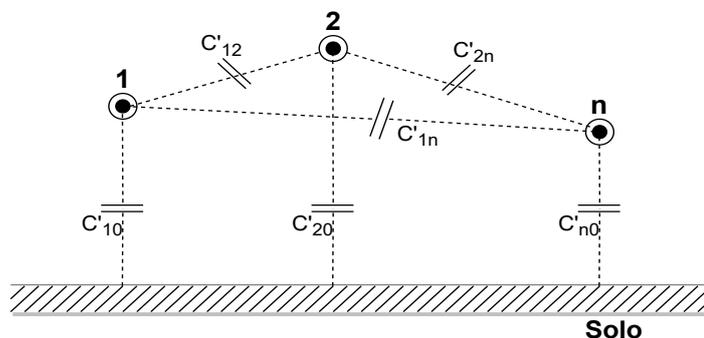
Na equação (47), $[C]$ é a matriz de capacitâncias aparentes da LT de n condutores. Dessa forma, a partir das equações (46) e (47) obtém-se em (48) a relação matricial.

$$[C] = [E]^{-1} \quad (48)$$

Onde a matriz $[C]$ é determinada como:

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \cdots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & \cdots & C_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} & \cdots & C_{nn} \end{bmatrix} \quad (49)$$

Para se compreender o significado das capacitâncias mostradas na equação matricial (49), considera-se um sistema de n condutores com suas respectivas capacitâncias (capacitâncias entre os condutores e entre cada um deles e o solo) conforme Figura 2.

Figura 2 - Capacitâncias em um sistema de n condutores.

Fonte: Elaboração da própria autora.

Considerando que os condutores da Figura 2 possuem potenciais V_1, V_2, \dots e V_n com relação ao solo, as cargas elétricas armazenadas em cada um dos respectivos condutores são descritas como (FUCHS, 1979):

$$Q_1 = C'_{10}V_1 + C'_{12}(V_1 - V_2) + C'_{13}(V_1 - V_3) + \dots + C'_{1n}(V_1 - V_n) \quad (50a)$$

$$Q_2 = C'_{20}V_2 + C'_{21}(V_2 - V_1) + C'_{23}(V_2 - V_3) + \dots + C'_{2n}(V_2 - V_n) \quad (50b)$$

$$Q_n = C'_{n0}V_n + C'_{n1}(V_n - V_1) + C'_{n2}(V_n - V_2) + \dots + C'_{n(n-1)}(V_n - V_{n-1}) \quad (50c)$$

Escreve-se a equação (50) na forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (C'_{10} + \dots + C'_{1n}) & -C'_{12} & \dots & -C'_{1n} \\ -C'_{12} & (C'_{20} + \dots + C'_{2n}) & \dots & -C'_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -C'_{1n} & -C'_{2n} & \dots & (C'_{n0} + \dots + C'_{n(n-1)}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} \quad (51)$$

De onde:

$$[C] = \begin{bmatrix} (C'_{10} + \dots + C'_{1n}) & -C'_{12} & \dots & -C'_{1n} \\ -C'_{12} & (C'_{20} + \dots + C'_{2n}) & \dots & -C'_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -C'_{1n} & -C'_{2n} & \dots & (C'_{n0} + \dots + C'_{n(n-1)}) \end{bmatrix} \quad (52)$$

Relacionando (51) e (52) têm-se que o elemento C_{ii} corresponde à soma das capacitâncias entre o i -ésimo condutor e o solo, além das capacitâncias entre o i -ésimo condutor e os demais condutores. O elemento com C_{ij} , corresponde à capacitância $-C'_{ij}$, formada pelos condutores i e j .

São realizadas simulações resultantes do desenvolvimento do cálculo de cada parâmetro mostrado nesse capítulo, para uma LT trifásica com plano de simetria vertical e não idealmente transposta no Apêndice A, com a finalidade de apresentar o comportamento de cada um em relação a frequência.

2.4 Considerações

Neste capítulo, foram apresentados os parâmetros longitudinais e transversais de uma LT juntamente com o desenvolvimento de como calculá-los. Verificou-se então, que os parâmetros longitudinais são os parâmetros que variam em relação à frequência, enquanto que os parâmetros transversais dependem apenas das características geométricas da linha.

De posse de como obter os parâmetros da linha, é possível calcular as suas tensões e correntes, como será apresentado nos capítulos seguintes.

3 MODELO A PARÂMETROS CONCENTRADOS: REPRESENTAÇÃO DE LINHAS DE TRANSMISSÃO BIFÁSICAS ANALISADAS NO DOMÍNIO DO TEMPO E DA FREQUÊNCIA

3.1 Introdução

A proposta desse trabalho é obter um modelo de linha trifásica com plano de simetria vertical diretamente no domínio do tempo a partir da decomposição da LT em uma LT monofásica e em uma LT bifásica assimétrica. Portanto, será necessário representar a LT bifásica sem utilização de matrizes de decomposição modal. Para isso, as LTs monofásica e bifásica serão representadas por parâmetros concentrados.

A representação de LTs monofásicas a parâmetros concentrados é um tema que já foi estudado extensivamente na literatura científica por diversos autores, dentre eles Nelms *et al.* (1989), Mamis e Meral (2005) e Macias *et al.* (2005). Da mesma maneira, já existem formulações para se determinar as correntes e tensões ao longo da LT por meio de variáveis de estado. A mesma representação pode ser implementada para as LTs bifásicas, com base nas mesmas hipóteses que são utilizadas quando se representa uma LT monofásica por meio de parâmetros concentrados, permitindo obter as equações de estado das tensões e correntes. Essa análise já foi realizada em estudos, entretanto as matrizes de estado apresentaram uma regra de formação complexa e complicada.

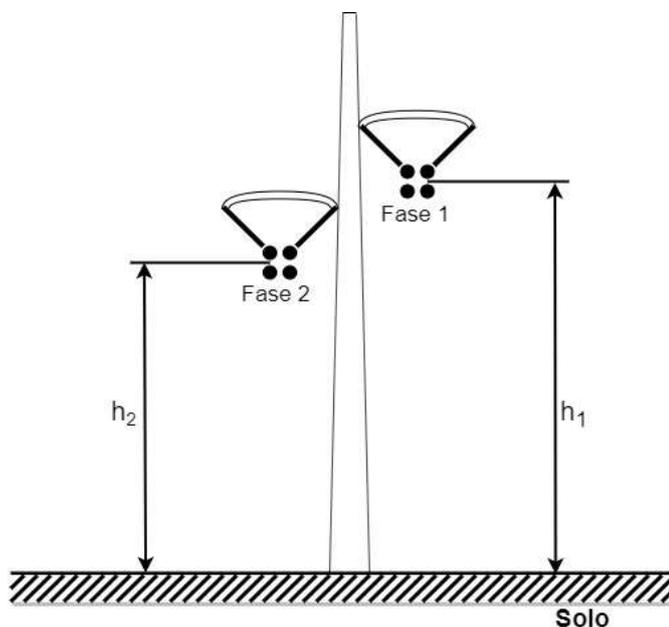
Dessa maneira, visando-se além da representação da LT bifásica por parâmetros concentrados, desenvolver também uma regra de formação mais simples para LTs bifásicas de qualquer disposição geométrica, neste capítulo será demonstrado o equacionamento utilizado para essa representação. A análise será realizada tanto no domínio do tempo, quanto no domínio da frequência, apresentando as regras de formação das matrizes obtidas para cada domínio e as correntes e tensões resultantes do modelo.

3.2 Representação de LTs bifásicas através de circuitos L analisadas no domínio do tempo

A Figura 3 mostra a representação de uma LT bifásica genérica, onde as fases 1 e 2 da linha possuem alturas h_1 e h_2 , respectivamente, em relação ao solo.

Em situações para análise de transitórios eletromagnéticos resultantes de operações de manobras e chaveamentos, em que as frequências envolvidas são relativamente baixas, pode-se considerar que os parâmetros da LT são constantes.

Figura 3 - LT bifásica genérica.



Fonte: Elaboração da própria autora.

Dessa forma, na Figura 3 os parâmetros da LT são escritos matricialmente por unidade de comprimento, como:

$$[R'] = \begin{bmatrix} R'_1 & R'_{12} \\ R'_{12} & R'_2 \end{bmatrix} [\Omega/km] \quad (53)$$

$$[L'] = \begin{bmatrix} L'_1 & L'_{12} \\ L'_{12} & L'_2 \end{bmatrix} [H/km] \quad (54)$$

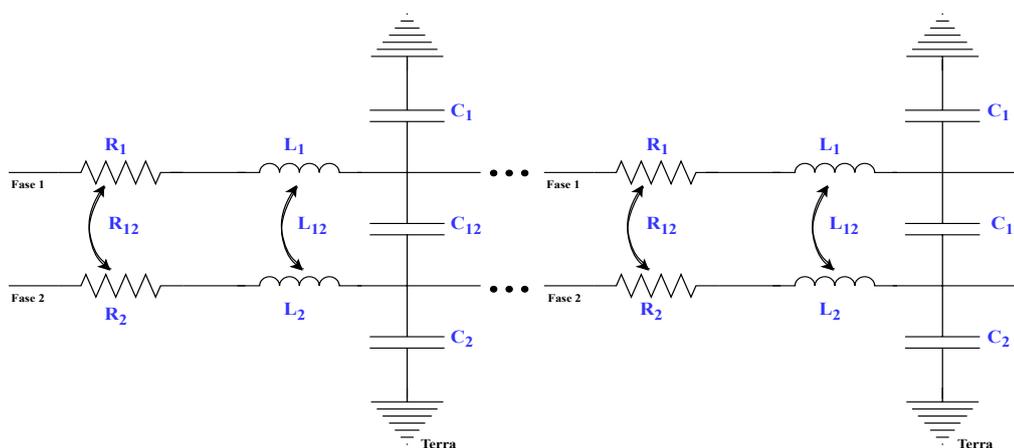
$$[C'] = \begin{bmatrix} C'_1 + C'_{12} & -C'_{12} \\ -C'_{12} & C'_2 + C'_{12} \end{bmatrix} [F/km] \quad (55)$$

Sendo R'_1 , R'_2 e R'_{12} a resistência na fase 1, na fase 2 e nas mútuas por unidade de comprimento, L'_1 , L'_2 e L'_{12} a indutância na fase 1, na fase 2 e nas mútuas por unidade de comprimento, C'_1 , C'_2 e C'_{12} a capacitância na fase 1, na fase 2 e nas mútuas por unidade de comprimento, respectivamente.

Uma LT de comprimento d pode ser representada, de maneira aproximada e obedecendo a uma série de restrições, como sendo uma cascata de n circuitos L (MAMIS; MERAL, 2005). Dessa maneira, um pequeno segmento de uma linha bifásica é representado por um circuito constituído pelas resistências e indutâncias longitudinais próprias e mútuas e pelas capacitâncias entre cada uma das fases e o solo e entre as fases. Sendo assim, considera-se que a LT bifásica

mostrada na Figura 3, é representada por meio de uma cascata de pares de circuitos L , levando em consideração o acoplamento entre as fases, como é visto na Figura 4.

Figura 4 - LT bifásica representada por uma cascata de pares de circuitos L acoplados (análise no domínio do tempo).



Fonte: Elaboração da própria autora.

Na Figura 4 são mostrados os parâmetros longitudinais (R_1 , R_2 , R_{12} , L_1 , L_2 e L_{12}) e os parâmetros transversais (C_1 , C_2 e C_{12}) de cada pequeno segmento de linha representado por um único par de circuito L acoplado. Em linhas aéreas de transmissão, a condutância transversal é muito pequena, portanto o seu efeito é desprezado (MARTINEZ *et al.*, 2005). Tais parâmetros são descritos como sendo:

$$R_1 = R'_1 \frac{d}{n}; \quad R_2 = R'_2 \frac{d}{n}; \quad R_{12} = R'_{12} \frac{d}{n} \quad (56)$$

$$L_1 = L'_1 \frac{d}{n}; \quad L_2 = L'_2 \frac{d}{n}; \quad L_{12} = L'_{12} \frac{d}{n} \quad (57)$$

$$C_1 = C'_1 \frac{d}{n}; \quad C_2 = C'_2 \frac{d}{n}; \quad C_{12} = C'_{12} \frac{d}{n} \quad (58)$$

Onde d é o comprimento da linha e n o número de segmentos (pares de circuitos L acoplados).

O acoplamento entre os condutores é representado pelos elementos de circuito R_{12} e L_{12} (SCHULZE *et al.*, 2011). R_{12} e L_{12} representam, respectivamente, os componentes reais e imaginários da impedância mútua, sendo que a parte real é nomeada por diversos autores da literatura como "resistência mútua". L_{12} atua como um indutor acoplado, e R_{12} atua como um

resistor acoplado que causa uma queda de tensão, escrita como:

$$\Delta_{v1}(t) = R_{12}i_2(t); \quad \Delta_{v2}(t) = R_{12}i_1(t) \quad (59)$$

Onde $\Delta_{v1}(t)$ é a queda de tensão na fase 1 devido à corrente no condutor 2 e $\Delta_{v2}(t)$ é a queda de tensão na fase 2 devido à corrente no condutor 1.

Com a aplicação deste modelo de representação, permite-se que as correntes e tensões ao longo da LT sejam calculadas diretamente no domínio do tempo, sem o uso de integrais de convolução, tendo como uma das possibilidades de resolução escrevê-las por meio de variáveis de estado e utilizar algum método de integração numérico para solucioná-las.

As variáveis de estado podem ser empregadas em alguns tipos de estudos, um deles é o desenvolvido nesse trabalho, que se trata da simulação de transitórios eletromagnéticos em LTs que tenham elementos não lineares.

3.3 Equacionamento das tensões e correntes da LT empregando variáveis de estado

A LT bifásica apresentada na Figura 4 pode ser representada utilizando variáveis de estado. Dessa maneira, as equações de correntes e tensões de estado ao longo da linha são escritas como:

$$\frac{\partial}{\partial t}[x] = [A][x] + [B][u] \quad (60a)$$

$$[y] = [C][x] + [D][u] \quad (60b)$$

Na equação (60), $[A]$, $[B]$, $[C]$ e $[D]$ são as matrizes de estado da LT. O vetor de estados constituído das correntes longitudinais e das tensões transversais de cada circuito conectado em cascata é o $[x]$. $[u]$ são as tensões aplicadas nos terminais emissores da linha. $[y]$ é o vetor constituído pelas tensões e correntes de saída.

Decorrente desse sistema são resultadas equações diferenciais, cuja solução pode ser encontrada com o uso de métodos de integração numérica. Neste trabalho, o método adotado foi a regra trapezoidal implícita, pois o sistema de equações de estado em (60) é linear.

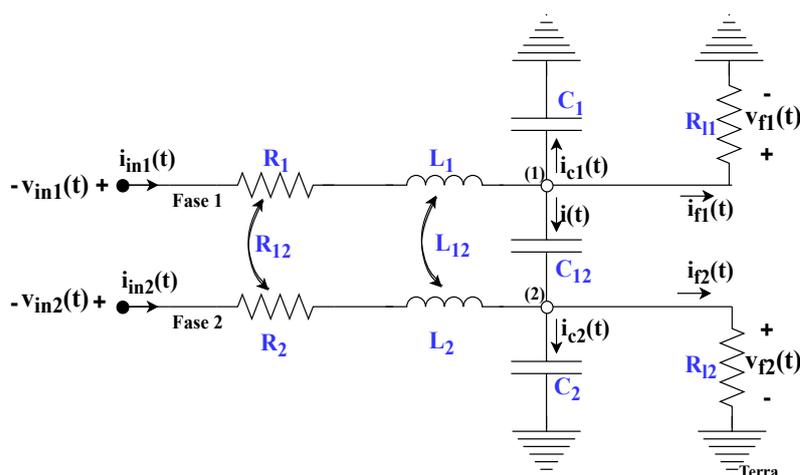
Portanto, na seção 3.4 será desenvolvido o equacionamento para a montagem do sistema, considerando que a LT bifásica possui cargas R_{11} e R_{12} em seus terminais receptores.

3.4 Equacionamento para uma LT bifásica representada por meio de uma cascata de pares de circuitos L acoplados: Análise no domínio do tempo

Considerando uma LT bifásica com os terminais receptores com cargas R_{11} e R_{12} , analisada diretamente no domínio do tempo, representada por uma quantidade genérica de pares de circuitos L acoplados, será realizado o desenvolvimento das equações de estado. Esse equacionamento será feito para um par de circuito L acoplado, e depois generalizado para n pares de circuitos L acoplados em cascata. Visando-se montar as matrizes de estado por inspeção e como resultado obter as correntes e tensões ao longo da linha.

A Figura 5 apresenta uma LT bifásica com os terminais receptores com cargas R_{11} e R_{12} , operando com um par de circuito L acoplado.

Figura 5 - LT bifásica representada por um par de circuito L acoplado (análise no domínio do tempo).



Fonte: Elaboração da própria autora.

As tensões nos terminais emissores e receptores das fases 1 e 2 mostradas na Figura 5 são $v_{in1}(t)$, $v_{in2}(t)$, $v_{f1}(t)$ e $v_{f2}(t)$, respectivamente. As correntes nos terminais emissores das fases 1 e 2 são $i_{in1}(t)$ e $i_{in2}(t)$ e as correntes nos terminais receptores das fases 1 e 2 são $i_{f1}(t)$ e $i_{f2}(t)$.

Operando com a segunda lei de Kirchhoff na Figura 5, consegue-se escrever as seguintes equações:

Para a malha superior:

$$v_{in1}(t) - R_1 i_{in1}(t) - L_1 \frac{\partial i_{in1}(t)}{\partial t} - R_{12} i_{in2}(t) - L_{12} \frac{\partial i_{in2}(t)}{\partial t} - v_{f1}(t) = 0 \quad (61)$$

Para a malha inferior:

$$v_{in2}(t) - R_{12}i_{in1}(t) - L_{12}\frac{\partial i_{in1}(t)}{\partial t} - R_2i_{in2}(t) - L_2\frac{\partial i_{in2}(t)}{\partial t} - v_{f2}(t) = 0 \quad (62)$$

Isola-se $\frac{\partial i_{in2}(t)}{\partial t}$ das equações (61) e (62):

$$\frac{\partial i_{in2}(t)}{\partial t} = -\frac{R_1}{L_{12}}i_{in1}(t) - \frac{R_{12}}{L_{12}}i_{in2}(t) - \frac{L_1}{L_{12}}\frac{\partial i_{in1}(t)}{\partial t} - \frac{1}{L_{12}}v_{f1}(t) + \frac{1}{L_{12}}v_{in1}(t) \quad (63)$$

$$\frac{\partial i_{in2}(t)}{\partial t} = -\frac{R_{12}}{L_2}i_{in1}(t) - \frac{R_2}{L_2}i_{in2}(t) - \frac{L_{12}}{L_2}\frac{\partial i_{in1}(t)}{\partial t} - \frac{1}{L_2}v_{f2}(t) + \frac{1}{L_2}v_{in2}(t) \quad (64)$$

Relacionando as equações (63) e (64), obtém-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial i_{in1}(t)}{\partial t} = & -\left(\frac{L_2R_1 - L_{12}R_{12}}{L_1L_2 - (L_{12}^2)}\right)i_{in1}(t) - \left(\frac{L_2R_{12} - L_{12}R_2}{L_1L_2 - (L_{12}^2)}\right)i_{in2}(t) - \left(\frac{L_2}{L_1L_2 - (L_{12}^2)}\right)v_{f1}(t) + \\ & \left(\frac{L_{12}}{L_1L_2 - (L_{12}^2)}\right)v_{f2}(t) + \left(\frac{L_2}{L_1L_2 - (L_{12}^2)}\right)v_{in1}(t) - \left(\frac{L_{12}}{L_1L_2 - (L_{12}^2)}\right)v_{in2}(t) \end{aligned} \quad (65)$$

A partir de (65), emprega-se as seguintes definições:

$$\begin{aligned} E = \left(\frac{L_2R_1 - L_{12}R_{12}}{L_1L_2 - (L_{12}^2)}\right); F = \left(\frac{L_2R_{12} - L_{12}R_2}{L_1L_2 - (L_{12}^2)}\right); H = \left(\frac{L_2}{L_1L_2 - (L_{12}^2)}\right); \\ M = \left(\frac{L_{12}}{L_1L_2 - (L_{12}^2)}\right) \end{aligned} \quad (66)$$

Realiza-se a substituição das definições contidas em (66) na equação (65) determinando-se a equação final da corrente na primeira fase para um par de circuito L acoplado em (67):

$$\frac{\partial i_{in1}(t)}{\partial t} = -Ei_{in1}(t) - Fi_{in2}(t) - Hv_{f1}(t) + Mv_{f2}(t) + Hv_{in1}(t) - Mv_{in2}(t) \quad (67)$$

Isola-se $\frac{\partial i_{in1}(t)}{\partial t}$ das equações (61) e (62):

$$\frac{\partial i_{in1}(t)}{\partial t} = -\frac{R_1}{L_1}i_{in1}(t) - \frac{R_{12}}{L_1}i_{in2}(t) - \frac{L_{12}}{L_1}\frac{\partial i_{in2}(t)}{\partial t} - \frac{1}{L_1}v_{f1}(t) + \frac{1}{L_1}v_{in1}(t) \quad (68)$$

$$\frac{\partial i_{in1}(t)}{\partial t} = -\frac{R_{12}}{L_{12}}i_{in1}(t) - \frac{R_2}{L_{12}}i_{in2}(t) - \frac{L_2}{L_{12}}\frac{\partial i_{in2}(t)}{\partial t} - \frac{1}{L_{12}}v_{f2}(t) + \frac{1}{L_{12}}v_{in2}(t) \quad (69)$$

Associando as equações (68) e (69), obtém-se a seguinte relação:

$$\begin{aligned} \frac{\partial i_{in2}(t)}{\partial t} = & - \left(\frac{L_1 R_{12} - L_{12} R_1}{L_1 L_2 - (L_{12}^2)} \right) i_{in1}(t) - \left(\frac{L_1 R_2 - L_{12} R_{12}}{L_1 L_2 - (L_{12}^2)} \right) i_{in2}(t) + \left(\frac{L_{12}}{L_1 L_2 - (L_{12}^2)} \right) v_{f1}(t) - \\ & \left(\frac{L_1}{L_1 L_2 - (L_{12}^2)} \right) v_{f2}(t) - \left(\frac{L_{12}}{L_{12} L_2 - (L_{12}^2)} \right) v_{in1}(t) + \left(\frac{L_1}{L_1 L_2 - (L_{12}^2)} \right) v_{in2}(t) \end{aligned} \quad (70)$$

Da equação (70), define-se E' , F' , H' e M' :

$$\begin{aligned} E' = \left(\frac{L_1 R_{12} - L_{12} R_1}{L_1 L_2 - (L_{12}^2)} \right); F' = \left(\frac{L_1 R_2 - L_{12} R_{12}}{L_1 L_2 - (L_{12}^2)} \right); H' = \left(\frac{L_{12}}{L_1 L_2 - (L_{12}^2)} \right); \\ M' = \left(\frac{L_1}{L_1 L_2 - (L_{12}^2)} \right) \end{aligned} \quad (71)$$

Portanto, com a substituição das definições de (71) na equação (70), a equação da corrente na segunda fase para um par de circuito L acoplado resulta em:

$$\frac{\partial i_{in2}(t)}{\partial t} = -E' i_{in1}(t) - F' i_{in2}(t) + H' v_{f1}(t) - M' v_{f2}(t) - H' v_{in1}(t) + M' v_{in2}(t) \quad (72)$$

Aplicando a primeira lei de Kirchoff na Figura 5, começando pelo nó (1) e posteriormente indo para o nó (2), define-se que:

Nó (1):

$$i_{in1}(t) = i_{c1}(t) + i(t) + i_{f1}(t) \quad (73a)$$

$$i_{in1}(t) = (C_1 + C_{12}) \frac{\partial v_{f1}(t)}{\partial t} - C_{12} \frac{\partial v_{f2}(t)}{\partial t} + \frac{v_{f1}(t)}{R_{l1}} \quad (73b)$$

Nó (2):

$$i_{in2}(t) + i(t) = i_{c2}(t) + i_{f2}(t) \quad (74a)$$

$$i_{in2}(t) = (C_2 + C_{12}) \frac{\partial v_{f2}(t)}{\partial t} - C_{12} \frac{\partial v_{f1}(t)}{\partial t} + \frac{v_{f2}(t)}{R_{l2}} \quad (74b)$$

Isola-se $\frac{\partial v_{f2}(t)}{\partial t}$ de (73) e (74):

$$\frac{\partial v_{f2}(t)}{\partial t} = \left(\frac{C_1 + C_{12}}{C_{12}} \right) \frac{\partial v_{f1}(t)}{\partial t} - \frac{1}{C_{12}} i_{in1}(t) + \frac{v_{f1}(t)}{R_{l1} C_{12}} \quad (75)$$

$$\frac{\partial v_{f2}(t)}{\partial t} = \left(\frac{C_{12}}{C_2 + C_{12}} \right) \frac{\partial v_{f1}(t)}{\partial t} + \frac{1}{C_2 + C_{12}} i_{in2}(t) - \frac{v_{f2}(t)}{R_{l2} (C_2 + C_{12})} \quad (76)$$

Relacionando a equação (75) com a equação (76), obtém-se:

$$\frac{\partial v_{f1}(t)}{\partial t} = \left(\frac{C_2 + C_{12}}{C_1 C_2 + (C_1 + C_2) C_{12}} \right) i_{in1}(t) + \left(\frac{C_{12}}{C_1 C_2 + (C_1 + C_2) C_{12}} \right) i_{in2}(t) - \frac{1}{R_{l1}} \left(\frac{C_2 + C_{12}}{C_1 C_2 + (C_1 + C_2) C_{12}} \right) v_{f1}(t) - \frac{1}{R_{l2}} \left(\frac{C_{12}}{C_1 C_2 + (C_1 + C_2) C_{12}} \right) v_{f2}(t) \quad (77)$$

Da equação (77), considera-se:

$$P = \left(\frac{C_2 + C_{12}}{C_1 C_2 + (C_1 + C_2) C_{12}} \right); T = \left(\frac{C_{12}}{C_1 C_2 + (C_1 + C_2) C_{12}} \right) \quad (78)$$

Substituem-se as definições contidas em (78) na equação (77) e obtém-se a equação da tensão na primeira fase para um par de circuito L acoplado:

$$\frac{\partial v_{f1}(t)}{\partial t} = P i_{in1}(t) + T i_{in2}(t) - \frac{1}{R_{l1}} P v_{f1}(t) - \frac{1}{R_{l2}} T v_{f2}(t) \quad (79)$$

Isola-se $\frac{\partial v_{f1}(t)}{\partial t}$ de (73) e (74):

$$\frac{\partial v_{f1}(t)}{\partial t} = \left(\frac{C_{12}}{C_1 + C_{12}} \right) \frac{\partial v_{f2}(t)}{\partial t} + \frac{1}{C_1 + C_{12}} i_{in1}(t) - \frac{v_{f1}(t)}{R_{l1}(C_1 + C_{12})} \quad (80)$$

$$\frac{\partial v_{f1}(t)}{\partial t} = \left(\frac{C_2 + C_{12}}{C_{12}} \right) \frac{\partial v_{f2}(t)}{\partial t} - \frac{1}{C_{12}} i_{in2}(t) + \frac{v_{f2}(t)}{R_{l2} C_{12}} \quad (81)$$

Relaciona-se a equação (80) com a (81):

$$\frac{\partial v_{f2}(t)}{\partial t} = \left(\frac{C_{12}}{C_1 C_2 + (C_1 + C_2) C_{12}} \right) i_{in1}(t) + \left(\frac{C_1 + C_{12}}{C_1 C_2 + (C_1 + C_2) C_{12}} \right) i_{in2}(t) - \frac{1}{R_{l1}} \left(\frac{C_{12}}{C_1 C_2 + (C_1 + C_2) C_{12}} \right) v_{f1}(t) - \frac{1}{R_{l2}} \left(\frac{C_1 + C_{12}}{C_1 C_2 + (C_1 + C_2) C_{12}} \right) v_{f2}(t) \quad (82)$$

Define-se P' e T' a partir da equação (82):

$$P' = \left(\frac{C_{12}}{C_1 C_2 + (C_1 + C_2) C_{12}} \right); T' = \left(\frac{C_1 + C_{12}}{C_1 C_2 + (C_1 + C_2) C_{12}} \right) \quad (83)$$

Com a substituição das definições (83) na equação (82) determina-se a equação final da tensão na segunda fase para um par de circuito L acoplado em (84):

$$\frac{\partial v_{f2}(t)}{\partial t} = P' i_{in1}(t) + T' i_{in2}(t) - \frac{1}{R_{l1}} P' v_{f1}(t) - \frac{1}{R_{l2}} T' v_{f2}(t) \quad (84)$$

Emprega-se nas equações finais para um par circuito L acoplado (67), (72), (79) e (84) a

notação para a derivada, e descrevem-se as mesmas como:

$$\dot{i}_{in1}(t) = -Ei_{in1}(t) - Fi_{in2}(t) - Hv_{f1}(t) + Mv_{f2}(t) + Hv_{in1}(t) - Mv_{in2}(t) \quad (85)$$

$$\dot{i}_{in2}(t) = -E'i_{in1}(t) - F'i_{in2}(t) + H'v_{f1}(t) - M'v_{f2}(t) - H'v_{in1}(t) + M'v_{in2}(t) \quad (86)$$

$$v_{f1}(t) = Pi_{in1}(t) + Ti_{in2}(t) - \frac{1}{R_{l1}}Pv_{f1}(t) - \frac{1}{R_{l2}}Tv_{f2}(t) \quad (87)$$

$$v_{f2}(t) = P'i_{in1}(t) + T'i_{in2}(t) - \frac{1}{R_{l1}}P'v_{f1}(t) - \frac{1}{R_{l2}}T'v_{f2}(t) \quad (88)$$

Escreve-se as equações (85) - (88) na forma de equação de estado:

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{in1}(t) \\ \dot{i}_{in2}(t) \\ v_{f1}(t) \\ v_{f2}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -E & -F & -H & M \\ -E' & -F' & H' & -M' \\ P & T & -(1/R_{l1})P & -(1/R_{l2})T \\ P' & T' & -(1/R_{l1})P' & -(1/R_{l2})T' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{in1}(t) \\ i_{in2}(t) \\ v_{f1}(t) \\ v_{f2}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} H & -M \\ -H' & M' \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{in1}(t) \\ v_{in2}(t) \end{bmatrix} \quad (89a)$$

$$\begin{bmatrix} i_{in1}(t) \\ i_{in2}(t) \\ v_{f1}(t) \\ v_{f2}(t) \\ i_{f1}(t) \\ i_{f2}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1/R_{l1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/R_{l2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{in1}(t) \\ i_{in2}(t) \\ v_{f1}(t) \\ v_{f2}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{in1}(t) \\ v_{in2}(t) \end{bmatrix} \quad (89b)$$

Diante das equações matriciais contidas em (89) resultantes do desenvolvimento para um par de circuito L acoplado para representar uma LT bifásica com os terminais receptores com cargas R_{l1} e R_{l2} , é possível generalizar essa representação para n pares de circuitos L acoplados conectados em cascata. Dessa forma, uma regra de formação é obtida onde as matrizes $[A]$, $[B]$, $[C]$ e $[D]$ são montadas por inspeção e os vetores $[x]$, $[u]$ e $[y]$ são descritos como:

$$[x]^T = \begin{bmatrix} i_{in1} & i_{12} & \dots & i_{1n} & i_{in2} & i_{22} & \dots & i_{2n} & v_{11} & v_{12} \\ \dots & v_{f1} & v_{21} & v_{22} & \dots & v_{f2} & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \quad (90)$$

$$[u] = \begin{bmatrix} v_{in1} \\ v_{in2} \end{bmatrix} \quad (91)$$

$$[y]^T = \begin{bmatrix} i_{in1} & i_{in2} & v_{f1} & v_{f2} & i_{f1} & i_{f2} \end{bmatrix} \quad (92)$$

O vetor de variáveis de estado $[x]$ em (90) é $4n \times 1$, constituído primeiramente por todas as correntes da fase um de cada par de circuito L acoplado, depois todas as correntes da fase dois de cada par de circuito L acoplado, posteriormente todas as tensões da fase um de cada par de circuito L acoplado e por último todas as tensões na fase dois de cada par de circuito L acoplado. O vetor de entrada $[u]$ em (91) é 2×1 e contém as fontes de tensão aplicadas nos terminais emissores das fases 1 e 2. O vetor de saída $[y]$ é 6×1 em (92) e contém as correntes de entrada e saída e as tensões de saída da LT. n é a quantidade de pares de circuitos L em cascata.

A matriz $[A]$ é $4n \times 4n$ e é constituída por 16 submatrizes quadradas com dimensões $n \times n$. A matriz $[B]$ é $4n \times 2$ e é constituída por 4 submatrizes cujas dimensões são $n \times 2$. A matriz $[C]$ é $6 \times 4n$ e possui 12 submatrizes com dimensões de $2 \times n$. A matriz $[D]$ é 6×2 e é nula, pois $[y]$ não depende de $[u]$. As matrizes estão dadas por:

$$[A] = \begin{bmatrix} [A_1] & \cdots & [A_4] \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ [A_{13}] & \cdots & [A_{16}] \end{bmatrix}; [B] = \begin{bmatrix} [B_1] \\ \vdots \\ [B_4] \end{bmatrix}; [C] = \begin{bmatrix} [C_1] & \cdots & [C_4] \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ [C_9] & \cdots & [C_{12}] \end{bmatrix}; [D] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (93)$$

sendo

$$[A_1] = \text{diag}\{-E\}; [A_2] = \text{diag}\{-F\}; \quad (94)$$

$$[A_3] = \begin{bmatrix} -H & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ H & -H & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & H & -H & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & H & -H \end{bmatrix}; [A_4] = \begin{bmatrix} M & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ -M & M & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & -M & M & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & -M & M \end{bmatrix}; \quad (95)$$

$$[A_5] = \text{diag}\{-E'\}; [A_6] = \text{diag}\{-F'\}; \quad (96)$$

$$[A_7] = \begin{bmatrix} H' & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -H' & H' & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -H' & H' & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & -H' & H' \end{bmatrix}; [A_8] = \begin{bmatrix} -M' & 0 & 0 & \dots & 0 \\ M' & -M' & 0 & \dots & 0 \\ 0 & M' & -M' & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & M' & -M' \end{bmatrix}; \quad (97)$$

$$[A_9] = \begin{bmatrix} P & -P & 0 & \dots & 0 \\ 0 & P & -P & \dots & 0 \\ 0 & 0 & P & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & -P \\ 0 & 0 & 0 & \dots & P \end{bmatrix}; [A_{10}] = \begin{bmatrix} T & -T & 0 & \dots & 0 \\ 0 & T & -T & \dots & 0 \\ 0 & 0 & T & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & -T \\ 0 & 0 & 0 & \dots & T \end{bmatrix}; \quad (98)$$

$$[A_{11}] = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & -\frac{1}{R_{l1}}P \end{bmatrix}; [A_{12}] = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & -\frac{1}{R_{l2}}T \end{bmatrix}; \quad (99)$$

$$[A_{13}] = \begin{bmatrix} P' & -P' & 0 & \dots & 0 \\ 0 & P' & -P' & \dots & 0 \\ 0 & 0 & P' & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & -P' \\ 0 & 0 & 0 & \dots & P' \end{bmatrix}; [A_{14}] = \begin{bmatrix} T' & -T' & 0 & \dots & 0 \\ 0 & T' & -T' & \dots & 0 \\ 0 & 0 & T' & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & -T' \\ 0 & 0 & 0 & \dots & T' \end{bmatrix}; \quad (100)$$

$$[A_{15}] = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & -\frac{1}{R_{l1}}P' \end{bmatrix}; [A_{16}] = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & -\frac{1}{R_{l2}}T' \end{bmatrix}; \quad (101)$$

$$[B_1] = \begin{bmatrix} H & -M \\ 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; [B_2] = \begin{bmatrix} -H' & M' \\ 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad (102)$$

As submatrizes $[B_3]$ e $[B_4]$ são nulas.

$$[C_1] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}; [C_2] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}; \quad (103)$$

$$[C_7] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}; [C_8] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}; \quad (104)$$

$$[C_{11}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 1/R_{l1} \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}; [C_{12}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 1/R_{l2} \end{bmatrix}; \quad (105)$$

R_{l1} e R_{l2} são as cargas resistivas conectadas aos terminais receptores da LT. As submatrizes $[C_3]$, $[C_4]$, $[C_5]$, $[C_6]$, $[C_9]$ e $[C_{10}]$ são nulas.

Portanto, as equações (90) - (105) constituem uma regra de formação para LTs bifásicas sob a forma de variáveis de estado. Tendo em conta esta regra de formação, é possível representar uma LT bifásica diretamente no domínio do tempo usando uma quantidade genérica de circuitos L . Decorrente do sistema de equações de estado, são resultadas equações diferenciais, cuja solução pode ser encontrada com o uso de métodos de integração numérica. Nesse trabalho o método adotado foi a regra trapezoidal implícita.

3.5 Representação de LTs bifásicas através de pares de circuitos L acoplados: Análise no domínio da frequência

Quando uma LT bifásica sem plano de simetria vertical é decomposta, suas matrizes de transformação são matrizes que possuem elementos complexos que são variáveis em relação à frequência.

Desse modo, assim como na seção anterior onde a análise da LT bifásica pode ser realizada diretamente no domínio do tempo, nessa seção a análise será feita no domínio da frequência, onde a linha mostrada na Figura 3 será representada por meio de impedâncias longitudinais e de admitâncias transversais, escritas matricialmente como:

$$[Z'] = \begin{bmatrix} Z'_{11} & Z'_{12} \\ Z'_{12} & Z'_{22} \end{bmatrix} [\Omega/km] \quad (106)$$

$$[Y'] = \begin{bmatrix} Y'_{11} + Y'_{12} & -Y'_{12} \\ -Y'_{12} & Y'_{22} + Y'_{12} \end{bmatrix} [S/km] \quad (107)$$

Onde:

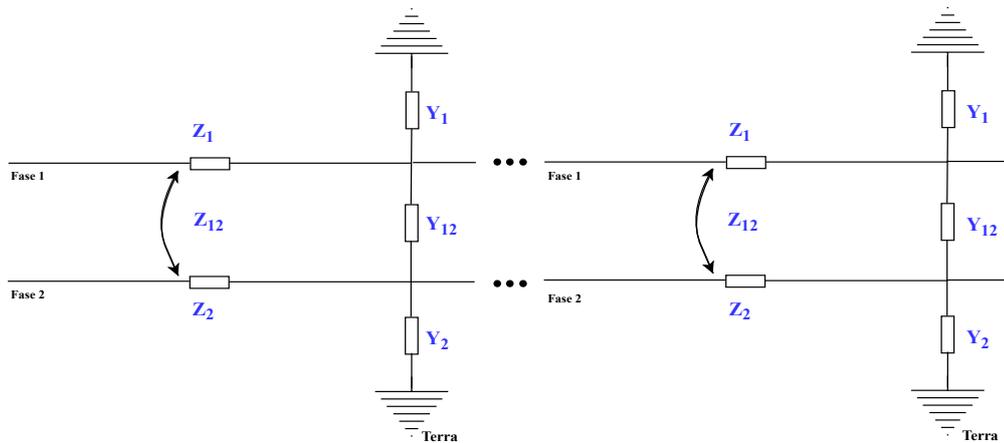
$$Z'_1 = R'_1 + j\omega L'_1; \quad Z'_2 = R'_2 + j\omega L'_2; \quad Z'_{12} = R'_{12} + j\omega L'_{12} \quad (108)$$

$$Y'_1 = j\omega C'_1; \quad Y'_2 = j\omega C'_2; \quad Y'_{12} = j\omega C'_{12} \quad (109)$$

Das equações (106) - (109) têm-se respectivamente que, Z'_1 , Z'_2 e Z'_{12} são a impedância na fase 1, na fase 2 e nas mútuas por unidade de comprimento. Y'_1 , Y'_2 e Y'_{12} são a admitância na fase 1, na fase 2 e nas mútuas por unidade de comprimento. j é a variável imaginária. $\omega = 2\pi f$, sendo f a frequência.

Na Figura 6 encontra-se a representação da LT bifásica formada por n pares de circuitos L acoplados conectados em cascata, no qual, a análise é realizada no domínio da frequência.

Figura 6 - LT bifásica representada por uma cascata de pares de circuitos L acoplados (análise no domínio da frequência).



Fonte: Elaboração da própria autora.

As matrizes (110) e (111) contêm os parâmetros longitudinais (Z_1 , Z_2 e Z_{12}) e transversais (Y_1 , Y_2 e Y_{12}) de cada segmento de linha representado por um par de circuito L acoplado mostrado na Figura 6.

$$[Z] = \begin{bmatrix} Z_1 & Z_{12} \\ Z_{12} & Z_2 \end{bmatrix} [\Omega/km] \quad (110)$$

$$[Y] = \begin{bmatrix} Y_1 + Y_{12} & -Y_{12} \\ -Y_{12} & Y_2 + Y_{12} \end{bmatrix} [F/km] \quad (111)$$

As impedâncias e as admitâncias contidas nessas matrizes são descritas como:

$$Z_1 = Z'_1 \frac{d}{n}; \quad Z_2 = Z'_2 \frac{d}{n}; \quad Z_{12} = Z'_{12} \frac{d}{n} \quad (112)$$

$$Y_1 = Y'_1 \frac{d}{n}; \quad Y_2 = Y'_2 \frac{d}{n}; \quad Y_{12} = Y'_{12} \frac{d}{n} \quad (113)$$

As equações de corrente e de tensão obtidas por meio do estudo da LT bifásica representada por uma cascata de pares de circuitos L acoplados (análise no domínio da frequência) são escritas sob a forma matricial de um sistema linear, como mostrado em (114).

$$[A][x] = [B] \quad (114)$$

Na equação (114), $[A]$, $[x]$ e $[B]$ são matrizes, em que $[A]$ é composta por coeficientes, a matriz $[x]$ pelas incógnitas, que são as correntes e tensões que devem ser calculadas ao longo da LT e na matriz $[B]$ estão presentes os termos independentes da equação linear, compostos pelas tensões de entrada. Como o que se quer calcular são as tensões e correntes ao longo da LT bifásica, coloca-se a matriz $[x]$ da equação (114) em evidência, resultando em:

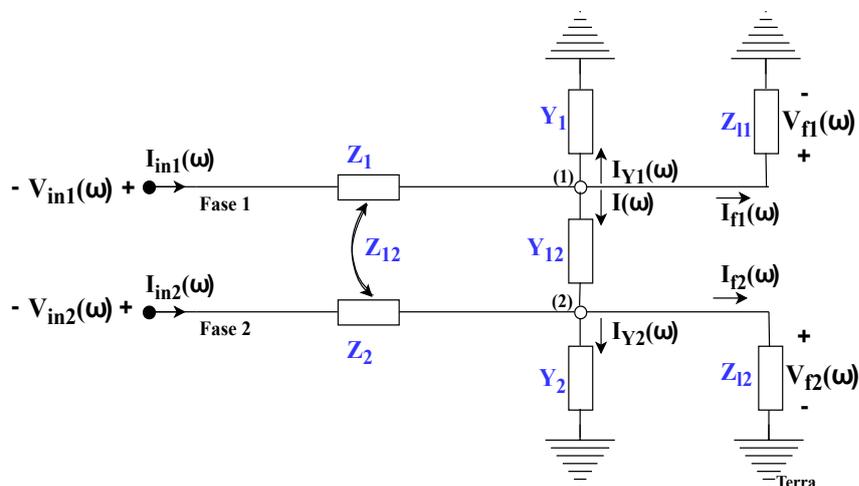
$$[x] = [A]^{-1}[B] \quad (115)$$

Desta forma, na seção 3.6 será realizado o desenvolvimento das equações para a montagem do sistema linear, considerando que a LT bifásica está com os terminais receptores com cargas Z_{l1} e Z_{l2} . Visando além da solução do sistema, apresentar uma regra de formação (dessa vez com a análise no domínio da frequência).

3.6 Aplicação do equacionamento na LT bifásica representada por meio de uma cascata de pares de circuitos L acoplados: Análise no domínio da frequência

Analogamente a LT bifásica analisada no domínio do tempo apresentada na seção 3.4, porém agora com a LT sendo analisada no domínio da frequência, será elaborado o equacionamento considerando que a LT será representada por um par de circuito L acoplado, e depois generalizado para n pares de circuitos L acoplados em cascata. Isso é feito para que seja possível montar as matrizes $[A]$ e $[B]$ por inspeção, tendo em vista a obtenção das correntes e tensões ao longo da LT. A Figura 7 apresenta uma LT com os terminais receptores com cargas Z_{l1} e Z_{l2} representada utilizando um único par de circuito L acoplado.

Figura 7 - LT bifásica representada por um único par de circuito L acoplado (análise no domínio da frequência).



Fonte: Elaboração da própria autora.

As tensões nos terminais emissores das fases 1 e 2 são representadas por $V_{in1}(\omega)$ e $V_{in2}(\omega)$ e nos terminais receptores das fases 1 e 2 por $V_{f1}(\omega)$ e $V_{f2}(\omega)$. As correntes nos terminais emissores e receptores das fases 1 e 2 são respectivamente $I_{in1}(\omega)$, $I_{in2}(\omega)$, $I_{f1}(\omega)$ e $I_{f2}(\omega)$.

Empregando a segunda lei de Kirchhoff (lei das tensões) primeiro na malha superior e depois na malha inferior do circuito da Figura 7, obtém-se:

Para a malha superior:

$$V_{in1}(\omega) - Z_1 I_{in1}(\omega) - Z_{12} I_{in2}(\omega) - V_{f1}(\omega) = 0 \quad (116)$$

Para a malha inferior:

$$V_{in2}(\omega) - Z_{12} I_{in1}(\omega) - Z_2 I_{in2}(\omega) - V_{f2}(\omega) = 0 \quad (117)$$

Da equação (116), isola-se $V_{in1}(\omega)$ e da (117), isola-se $V_{in2}(\omega)$, resultando em:

$$Z_1 I_{in1}(\omega) + Z_{12} I_{in2}(\omega) + V_{f1}(\omega) = V_{in1}(\omega) \quad (118)$$

$$Z_{12} I_{in1}(\omega) + Z_2 I_{in2}(\omega) + V_{f2}(\omega) = V_{in2}(\omega) \quad (119)$$

Aplicando a primeira lei de Kirchhoff (lei das correntes) na Figura 7, começando pelo nó (1) e posteriormente indo para o nó (2), têm-se que:

Nó (1):

$$I_{in1}(\omega) = I_{Y1}(\omega) + I(\omega) + I_{f1}(\omega) \quad (120a)$$

$$-I_{in1}(\omega) + \left((Y_1 + Y_{12}) + \frac{1}{Z_{l1}} \right) V_{f1}(\omega) - Y_{12} V_{f2}(\omega) = 0 \quad (120b)$$

Nó (2):

$$I_{in2}(\omega) + I(\omega) = I_{Y2}(\omega) + I_{f2}(\omega) \quad (121a)$$

$$-I_{in2}(\omega) - Y_{12} V_{f1}(\omega) + \left((Y_2 + Y_{12}) + \frac{1}{Z_{l2}} \right) V_{f2}(\omega) = 0 \quad (121b)$$

Escreve-se as equações (118), (119), (120) e (121) na forma matricial de $[x] = [A]^{-1}[B]$:

$$\begin{bmatrix} I_{in1}(\omega) \\ I_{in2}(\omega) \\ V_{f1}(\omega) \\ V_{f2}(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_1 & Z_{12} & 1 & 0 \\ Z_{12} & Z_2 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & \left((Y_1 + Y_{12}) + \frac{1}{Z_{l1}} \right) & -Y_{12} \\ 0 & -1 & -Y_{12} & \left((Y_2 + Y_{12}) + \frac{1}{Z_{l2}} \right) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} V_{in1}(\omega) \\ V_{in2}(\omega) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (122)$$

Com base na representação da LT bifásica utilizando um par de circuito L acoplado em (122), pode-se generalizar essa representação para uma LT bifásica de comprimento d representada por meio de n pares de circuitos L acoplados conectados em cascata. Desse modo, uma regra de formação é obtida e é escrita como:

$$[x]^T = \begin{bmatrix} I_{in1} & I_{12} & \dots & I_{1n} & I_{in2} & I_{22} & \dots & I_{2n} & V_{11} & V_{12} \\ \dots & V_{f1} & V_{21} & V_{22} & \dots & V_{f2} & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \quad (123)$$

Em (123), o vetor $[x]$ tem dimensão $4n \times 1$, cujos elementos são as correntes nas fases 1 e 2 de cada circuito L e as tensões nas fases 1 e 2 de cada circuito L ao longo da LT. Dessa forma, os elementos $I_{1n}(\omega)$, $I_{2n}(\omega)$ correspondem às correntes nas fases 1 e 2 no n -ésimo par de circuito L acoplado, respectivamente. n é a quantidade de pares de circuitos L em cascata.

A matriz $[A]$ é $4n \times 4n$ e é constituída por 16 submatrizes quadradas com dimensões $n \times n$. A matriz $[B]$ é $4n \times 1$ e é constituída por 4 submatrizes cujas dimensões são $n \times 1$. As matrizes são escritas como:

$$[A] = \begin{bmatrix} [A_1] & \dots & [A_4] \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ [A_{13}] & \dots & [A_{16}] \end{bmatrix}; [B] = \begin{bmatrix} [B_1] \\ \vdots \\ [B_4] \end{bmatrix}, \quad (124)$$

sendo

$$[A_1] = \text{diag}\{Z_1\}; [A_6] = \text{diag}\{Z_2\}; \quad (125)$$

$$[A_2] = [A_5] = \text{diag}\{Z_{12}\}; \quad (126)$$

$$[A_3] = [A_8] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ -1 & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & -1 & 1 \end{bmatrix}; [A_9] = [A_{14}] = \begin{bmatrix} -1 & 1 & \cdots & 0 \\ 0 & -1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 1 \\ 0 & \cdots & 0 & -1 \end{bmatrix}; \quad (127)$$

$$[A_{12}] = [A_{15}] = \text{diag} - \{Y_{12}\}; \quad (128)$$

$$[A_{11}] = \begin{bmatrix} Y_1 + Y_{12} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \left((Y_1 + Y_{12}) + \frac{1}{Z_{11}} \right) \end{bmatrix}; \quad (129)$$

$$[A_{16}] = \begin{bmatrix} Y_2 + Y_{12} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \left((Y_2 + Y_{12}) + \frac{1}{Z_{12}} \right) \end{bmatrix}; \quad (130)$$

As submatrizes $[A_4]$, $[A_7]$, $[A_{10}]$ e $[A_{13}]$ são nulas.

$$[B_1] = \begin{bmatrix} V_{in1} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}; [B_2] = \begin{bmatrix} V_{in2} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (131)$$

As submatrizes $[B_3]$ e $[B_4]$ são nulas.

As equações (123) - (131) constituem uma regra de formação. Levando em consideração esta regra de formação, é factível representar uma LT bifásica, analisada no domínio da frequência usando uma quantidade genérica de pares de circuitos L acoplados.

3.7 Análise do desempenho do modelo a parâmetros concentrados no domínio do tempo e da frequência

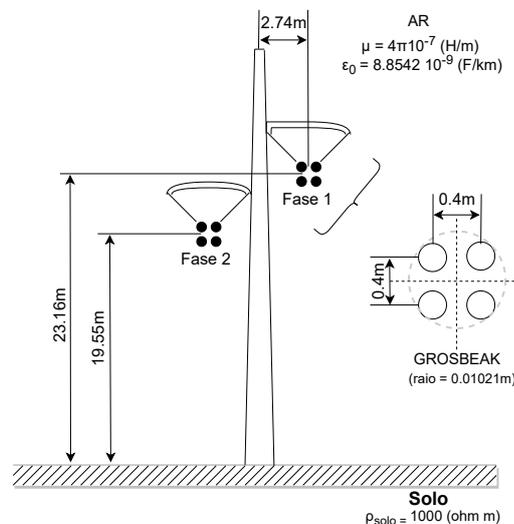
Nas seções 3.4 e 3.6, foram apresentados os desenvolvimentos do modelo a parâmetros concentrados para uma LT bifásica, analisado tanto no domínio do tempo, como no domínio da

frequência. Esse modelo é utilizado para calcular as tensões e correntes ao longo de uma LT bifásica.

Para verificar o desempenho desse modelo no domínio do tempo e no da frequência, são realizadas simulações considerando uma LT bifásica sem plano de simetria vertical, com o comprimento total igual a 100 km, conforme Figura 8. Cada fase contém 4 condutores do tipo *grosbeak*.

Considerando-se que a quantidade de um circuito π por unidade de comprimento é uma boa abordagem para representar os transitórios eletromagnéticos na LT (ARAUJO *et al.*, 2014a), que a LT que está sendo utilizada possui o comprimento de 100 km, e que assim como pode-se representar uma LT por circuitos π , também pode-se representar por circuitos em L , a LT bifásica da Figura 8 será representada pela quantidade de 100 pares de circuitos L acoplados conectados em cascata.

Figura 8 - LT bifásica sem plano de simetria vertical.



Fonte: Elaboração da própria autora.

Os parâmetros longitudinais e transversais são calculados a uma frequência fixa de 60 Hz e levam em conta o efeito do solo e o efeito pelicular (MARTI, 1983). Considerou-se que a condutância da LT é nula e os elementos da matriz de capacitância constantes (MARTINEZ *et al.*, 2005). Esses parâmetros são apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 - Parâmetros longitudinais e transversais por unidade de comprimento.

Resistência (Ω/km)	Indutância (mH/km)	Capacitância ($\eta F/km$)
R_1 0,0784	L_1 1,9441	C_1 7,6946
R_{12} 0,0582	L_{12} 1,2058	C_{12} 3,9228
R_2 0,0786	L_2 1,9435	C_2 7,7179

Fonte: Elaboração da própria autora.

Como a verificação do desempenho é realizada para o modelo tanto analisado no domínio do tempo como no da frequência, é necessário calcular também as impedâncias longitudinais e as admitâncias transversais.

Sendo assim, a matriz de impedâncias para a LT bifásica é dada por:

$$[Z] = \begin{bmatrix} R_1 + j\omega L_1 & R_{12} + j\omega L_{12} \\ R_{12} + j\omega L_{12} & R_2 + j\omega L_2 \end{bmatrix} [\Omega/km] \quad (132)$$

$$[Z] = \begin{bmatrix} 0,0784 + j2\pi f 1,9441 \cdot 10^{-3} & 0,0582 + j2\pi f 1,2058 \cdot 10^{-3} \\ 0,0582 + j2\pi f 1,2058 \cdot 10^{-3} & 0,0786 + j2\pi f 1,9435 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix} [\Omega/km] \quad (133)$$

E a matriz de admitâncias por:

$$[Y] = \begin{bmatrix} j\omega(C_1 + C_{12}) & -j\omega C_{12} \\ -j\omega C_{12} & j\omega(C_2 + C_{12}) \end{bmatrix} [S/km] \quad (134)$$

$$[Y] = \begin{bmatrix} j2\pi f(7,6946 \cdot 10^{-9} + 3,9228 \cdot 10^{-9}) & -j2\pi f 3,9228 \cdot 10^{-9} \\ -j2\pi f 3,9228 \cdot 10^{-9} & j2\pi f(7,7179 \cdot 10^{-9} + 3,9228 \cdot 10^{-9}) \end{bmatrix} [S/km] \quad (135)$$

Onde f é a faixa de frequências que vai de 10^{-1} Hz a $2 \cdot 10^3$ Hz, pois os transitórios eletromagnéticos que ocorrem na LT estão dentro desta faixa.

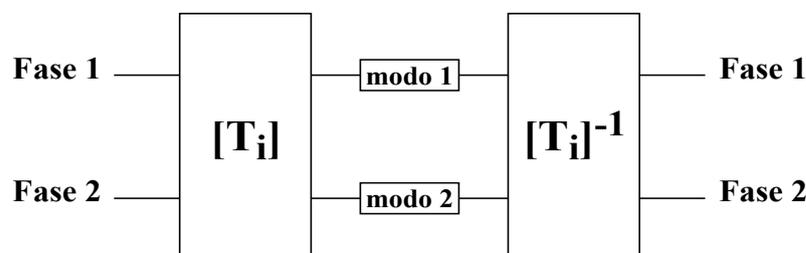
Os resultados obtidos pelo modelo a parâmetros concentrados (analisado na frequência e no tempo) são comparados com os resultados obtidos por meio do modelo que é chamado de clássico modal.

O modelo clássico modal consiste em decompor a LT bifásica em seus dois modos de pro-

pagação (Apêndice B) com o uso de uma matriz de decomposição modal de ordem 2, obtida a partir do método de Newton-Raphson, os quais se comportam como duas LTs monofásicas desacopladas (Apêndice B). Cada LT monofásica é representada por uma cascata de 100 circuitos L . As correntes e tensões de cada LT monofásica são calculadas e convertidas para o domínio das fases utilizando matrizes de transformação modal adequadas ($[T_i]$) (WEDEPOHL *et al.*, 1996). Essas matrizes de transformação modal possuem seus elementos dependentes da frequência, dessa forma as correntes e tensões são calculadas no domínio da frequência, e em seguida, convertidas para o domínio do tempo utilizando a transformada numérica discreta inversa de Laplace (IDNLT) (MORENO; RAMIREZ, 2008). A Figura 9 mostra a representação esquemática do processo de decomposição do modelo clássico modal.

Já o modelo a parâmetros concentrados (analisado na frequência e no tempo), consistem em representar a LT bifásica por meio de uma cascata de pares de circuitos L acoplados com a análise diretamente no domínio das fases, sem utilização de matrizes de transformação. A partir dessa representação são obtidas as correntes e tensões ao longo da LT bifásica. Estes modelos foram implementados computacionalmente.

Figura 9 - Representação modal de uma LT bifásica utilizando matrizes de transformação exatas.

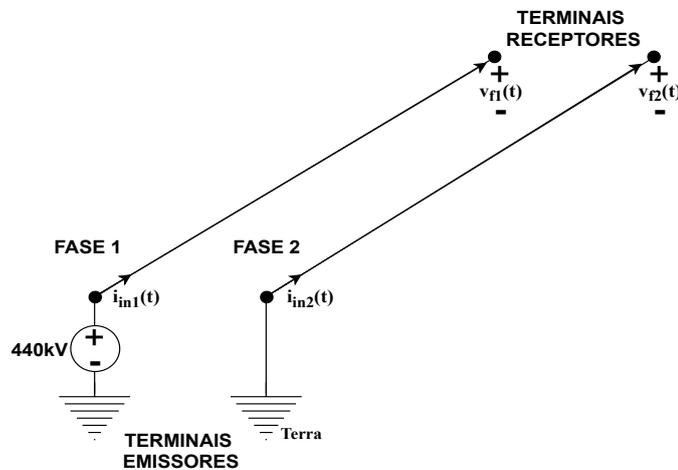


Fonte: Elaboração da própria autora.

3.8 Simulações e resultados utilizando a regra de formação do modelo a parâmetros concentrados com análise no domínio do tempo

Para analisar o comportamento das correntes e tensões ao longo da LT bifásica, considerou-se a estrutura da Figura 10. O terminal emissor da fase 1 da LT é conectado no instante $t = 0$ por uma fonte CC de 440 kV. Enquanto o terminal emissor da fase 2 está aterrado. Os terminais receptores estão em aberto.

Figura 10 - LT bifásica com os terminais receptores em aberto.

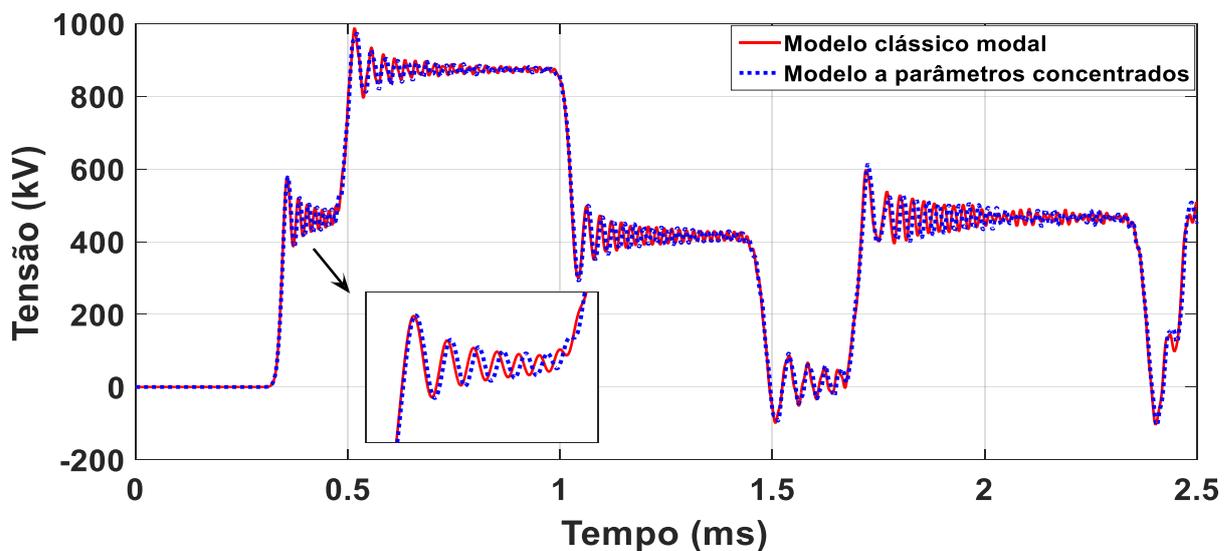


Fonte: Elaboração da própria autora.

Nessa seção, as simulações são realizadas com a LT bifásica representada por uma cascata de pares de circuitos L acoplados analisada no domínio do tempo.

O comportamento da tensão nos terminais receptores das fases 1 e 2 para a estrutura da LT da Figura 10 durante condições transitórias é mostrado na Figura 11 e na Figura 12, respectivamente. As curvas vermelhas e azuis mostram os resultados obtidos com o modelo clássico modal nas fases 1 e 2 e com o modelo a parâmetros concentrados nas fases 1 e 2, respectivamente.

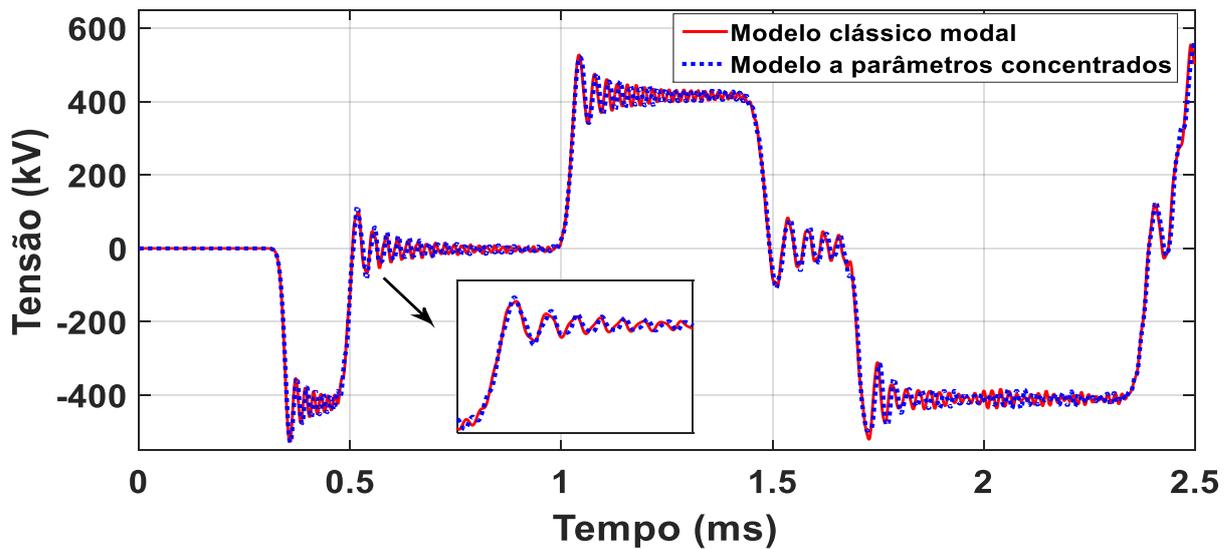
Figura 11 - Tensão no terminal receptor da fase 1 (análise no domínio do tempo).



Fonte: Elaboração da própria autora.

As curvas das Figuras 11 e 12, apontam que os dois modelos possuem o mesmo com-

Figura 12 - Tensão no terminal receptor da fase 2 (análise no domínio do tempo).



Fonte: Elaboração da própria autora.

portamento, ou seja, ambos possuem a mesma resposta transitória. O modelo a parâmetros concentrados e o modelo clássico modal possuem oscilações espúrias. Isso ocorre devido ao método a parâmetros concentrados que está sendo utilizado.

Portanto, pode-se concluir que as considerações feitas durante a implementação do modelo a parâmetros concentrados, analisado diretamente no domínio do tempo mostram que o modelo foi desenvolvido corretamente.

3.9 Simulações e resultados utilizando a regra de formação do modelo a parâmetros concentrados com análise no domínio da frequência

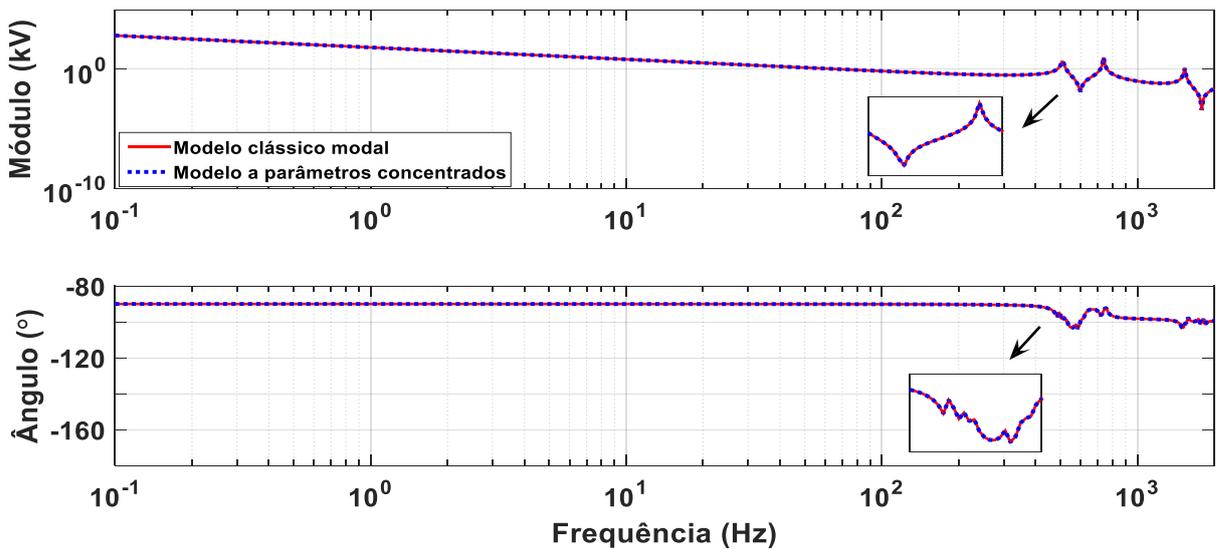
Para as simulações com o modelo a parâmetros concentrados analisado no domínio da frequência, considera-se que a estrutura da LT é a mesma utilizada na análise no domínio do tempo.

Os resultados são obtidos considerando que a LT bifásica é representada por uma cascata de pares de circuitos L acoplados analisada no domínio da frequência. Esses resultados são comparados ao modelo clássico modal descrito na seção 3.7, porém com um passo a menos. Como a análise é no domínio da frequência, não é necessário utilizar a transformada numérica discreta inversa de Laplace.

As Figuras 13 e 14 apresentam, respectivamente, o comportamento da tensão (módulo e ângulo) nos terminais receptores das fases 1 e 2 durante condições transitórias. As curvas vermelhas mostram os resultados obtidos com o modelo clássico modal e as curvas azuis mostram

os resultados obtidos com o modelo a parâmetros concentrados, ambos analisados no domínio da frequência.

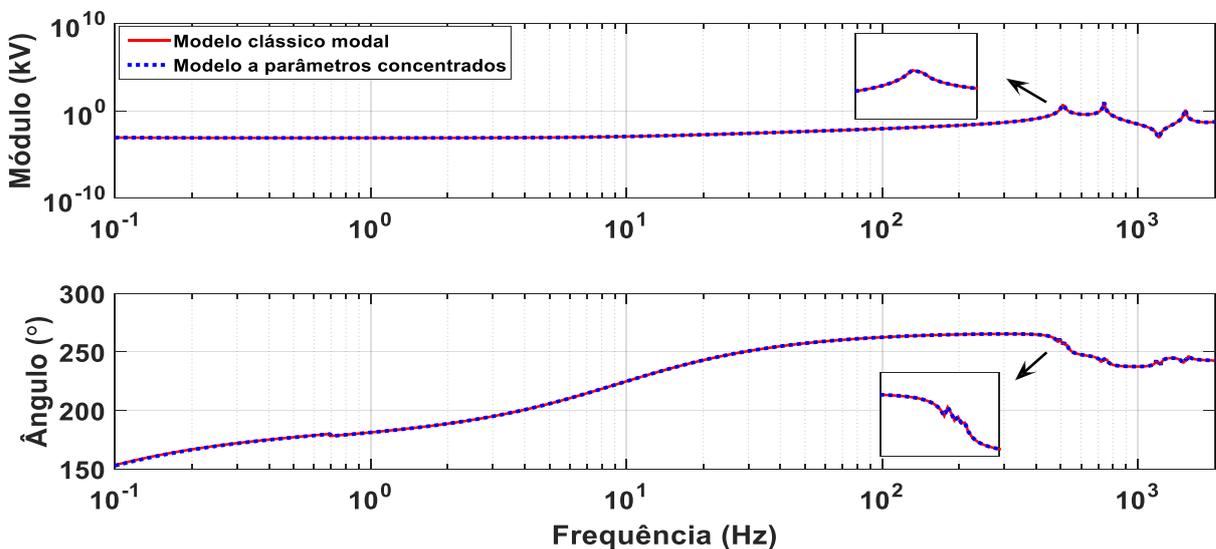
Figura 13 - Módulo e ângulo da tensão no terminal receptor da fase 1 (análise no domínio da frequência).



Fonte: Elaboração da própria autora.

As Figuras 13 e 14 mostram que os dois modelos, assim como no domínio do tempo, possuem a mesma resposta transitória. Dessa maneira, pode-se concluir que os resultados obtidos durante o desenvolvimento e implementação do modelo a parâmetros concentrados, analisado no domínio da frequência mostram um excelente desempenho.

Figura 14 - Módulo e ângulo da tensão no terminal receptor da fase 2 (análise no domínio da frequência).



Fonte: Elaboração da própria autora.

3.10 Considerações

Neste capítulo, foi mostrado um modelo para LT bifásica com simetria genérica a parâmetros concentrados representada através de uma cascata de pares de circuitos L acoplados analisada no domínio do tempo e no da frequência. As equações obtidas no domínio do tempo e no da frequência são escritas respectivamente na forma de equação de estado e de sistemas lineares, permitindo dessa forma a montagem de ambas através de matrizes, de onde foi possível encontrar uma regra de formação generalizada para cada uma e ainda obter as correntes e tensões ao longo da linha.

Foram apresentadas as simulações realizadas para o modelo para LT bifásica a parâmetros concentrados no domínio do tempo e no da frequência que determina as correntes e tensões ao longo da LT. Para validar sua performance, seus resultados foram comparados ao modelo clássico modal. Para isso, foi considerada uma LT bifásica sem plano de simetria vertical com os terminais receptores em aberto.

Com isso, verificou-se que o desempenho do modelo a parâmetros concentrados, desenvolvido e aplicado em uma LT bifásica assimétrica representada por uma cascata de pares de circuitos L acoplados analisada no domínio da frequência e no domínio do tempo, mostrou-se eficiente, pois os resultados obtidos possuem o mesmo comportamento dos obtidos com o modelo já existente na literatura, confirmando assim que o modelo foi desenvolvido corretamente.

4 MODELO ALTERNATIVO PARA REPRESENTAR LINHAS DE TRANSMISSÃO TRIFÁSICAS SIMÉTRICAS

4.1 Introdução

A partir do modelo proposto por Kurokawa *et al.* (2006, 2007) que tem como processo inicial desacoplar uma LT trifásica em uma LT monofásica e uma LT bifásica sem plano de simetria utilizando apenas a matriz de transformação de Clarke, foi desenvolvido o modelo proposto.

No modelo proposto o mesmo processo inicial é realizado, porém diferente de Kurokawa *et al.* (2006, 2007) que posteriormente desacopla a LT bifásica em duas LTs monofásicas, validando seu modelo, porém não utilizando de fato a LT bifásica, o proposto usa o modelo a parâmetros concentrados mostrado e desenvolvido no Capítulo 3 para representar a LT bifásica. Juntamente com o modelo a parâmetros concentrados para linhas monofásicas já estudado extensivamente na literatura e mostrado no Apêndice C a representação para a LT trifásica e consequentemente o modelo proposto são desenvolvidos.

Decorrente dessas representações as correntes e tensões são obtidas no domínio modal para cada uma das LTs analisadas tanto no domínio do tempo quanto no da frequência, sendo que, para voltar ao domínio das fases, e assim resultar nas correntes e tensões para a LT trifásica é necessário empregar novamente a matriz de Clarke.

A validação do modelo proposto será feita comparando seus resultados com os de um modelo já existente na literatura, denominado clássico modal.

4.2 Representação modal de LTs trifásicas

A matriz de impedâncias longitudinais e admitâncias transversais de uma LT trifásica pode ser representada como mostra (136).

$$[Z] = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} \end{bmatrix}; \quad [Y] = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \end{bmatrix} \quad (136)$$

Sabe-se que uma LT trifásica pode ser decomposta em seus 3 modos de propagação, ou seja, 3 linhas monofásicas totalmente desacopladas. Isso é possível a partir do procedimento de decomposição modal realizado com matrizes de transformação modal $[T_V]$ e $[T_I]$ (Apêndice B).

As matrizes $[T_V]$ e $[T_I]$ possuem elementos complexos e variáveis em relação à frequência,

tornando o desenvolvimento e a implementação das mesmas mais complicados, além de que necessitam de um método numérico para serem obtidas, um dos mais utilizados é o conhecido como método numérico de Newton-Raphson.

As equações usadas para decompor a LT trifásica em seus 3 modos de propagação exatos como apresentado no Apêndice B são dadas por:

$$[Z_m] = [T_V]^{-1}[Z][T_I] \quad (137)$$

$$[Y_m] = [T_I]^{-1}[Y][T_V] \quad (138)$$

$$[V_m] = [T_V]^{-1}[V] \quad (139)$$

$$[I_m] = [T_I]^{-1}[I] \quad (140)$$

Sendo que, $[Z]$ e $[Y]$ são as matrizes de impedâncias e admitâncias da linha mostradas na equação (136), $[V]$ e $[I]$ são as matrizes com as tensões e correntes e $[T_V]$ e $[T_I]$ as matrizes de transformação modal.

Resultantes da decomposição modal são obtidos a matriz de impedância modal ($[Z_m]$), a matriz de admitância modal ($[Y_m]$) e as matrizes de tensão e corrente modais ($[V_m]$ e $[I_m]$) conforme equações (141) e (142).

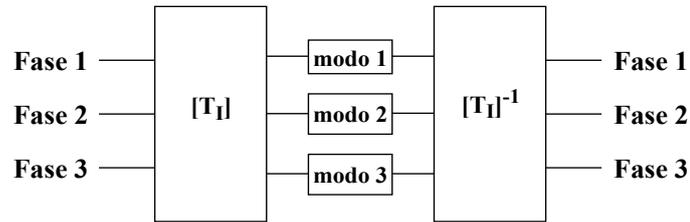
$$[Z_m] = \begin{bmatrix} Z_{m1} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{m2} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{m3} \end{bmatrix}; \quad [Y_m] = \begin{bmatrix} Y_{m1} & 0 & 0 \\ 0 & Y_{m2} & 0 \\ 0 & 0 & Y_{m3} \end{bmatrix}; \quad (141)$$

$$[V_m] = \begin{bmatrix} V_{m1} \\ V_{m2} \\ V_{m3} \end{bmatrix}; \quad [I_m] = \begin{bmatrix} I_{m1} \\ I_{m2} \\ I_{m3} \end{bmatrix} \quad (142)$$

Como pode ser visto na equação (141), $[Z_m]$ e $[Y_m]$ são matrizes diagonais (WEDEPOHL *et al.*, 1996), afirmando que a LT trifásica está realmente decomposta em seus modos exatos.

Cada modo exato comporta-se como uma LT monofásica, de onde são calculadas as tensões e correntes de cada uma, convertendo-os posteriormente para o domínio das fases. A Figura 15 apresenta a decomposição de uma LT trifásica em seus 3 modos exatos.

Figura 15 - Decomposição modal exata de uma LT trifásica.

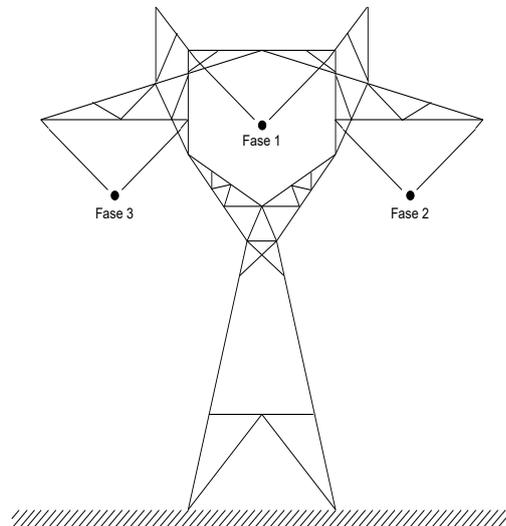


Fonte: Elaboração da própria autora.

4.3 Representação modal de LTs trifásicas com plano de simetria vertical

Para uma LT trifásica com plano de simetria vertical e não idealmente transposta como mostra a Figura 16, Tavares *et al.* (1999) e Kurokawa *et al.* (2006, 2007) propuseram que sua decomposição fosse realizada por meio de uma matriz de transformação modal com seus elementos reais e constantes, denominada como matriz de transformação de Clarke. Nestas condições obtém-se a linha decomposta em seus modos e/ou quase-modos.

Figura 16 - LT trifásica com plano de simetria vertical não idealmente transposta.



Fonte: Elaboração da própria autora.

A matriz de Clarke é dada por:

$$[T_{Clarke}] = \begin{bmatrix} 2/\sqrt{6} & 0 & 1/\sqrt{3} \\ -1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{3} \\ -1/\sqrt{6} & -1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{3} \end{bmatrix} \quad (143)$$

Como se trata de uma linha simétrica sem transposição, as matrizes de impedâncias e ad-

mitâncias apresentam a seguinte configuração:

$$[Z] = \begin{bmatrix} Z_A & Z_{AB} & Z_{AB} \\ Z_{AB} & Z_B & Z_{BB} \\ Z_{AB} & Z_{BB} & Z_B \end{bmatrix}; [Y] = \begin{bmatrix} Y_A & Y_{AB} & Y_{AB} \\ Y_{AB} & Y_B & Y_{BB} \\ Y_{AB} & Y_{BB} & Y_B \end{bmatrix} \quad (144)$$

As equações utilizadas para decompor a LT trifásica em seus modos/quase-modos empregando a matriz de transformação de Clarke são as mesmas que decompõem a LT em seus modos exatos, ou seja, as equações (137)- (140), porém substituindo a matriz $[T]$ pela matriz de Clarke (TAVARES *et al.*, 1999; KUROKAWA *et al.*, 2006), resultando em:

$$[Z_{\alpha\beta 0}] = [T_{Clarke}]^T [Z] [T_{Clarke}] \quad (145)$$

$$[Y_{\alpha\beta 0}] = [T_{Clarke}]^{-1} [Y] [T_{Clarke}]^{-T} \quad (146)$$

$$[V_{\alpha\beta 0}] = [T_{Clarke}]^T [V] \quad (147)$$

$$[I_{\alpha\beta 0}] = [T_{Clarke}]^{-1} [I] \quad (148)$$

Desenvolvendo as equações (145) - (148) obtém-se (TAVARES *et al.*, 1999; KUROKAWA *et al.*, 2006):

$$[Z_{\alpha\beta 0}] = \begin{bmatrix} Z_{\alpha} & 0 & Z_{\alpha 0} \\ 0 & Z_{\beta} & 0 \\ Z_{\alpha 0} & 0 & Z_0 \end{bmatrix}; [Y_{\alpha\beta 0}] = \begin{bmatrix} Y_{\alpha} & 0 & Y_{\alpha 0} \\ 0 & Y_{\beta} & 0 \\ Y_{\alpha 0} & 0 & Y_0 \end{bmatrix} \quad (149)$$

$$[V_{\alpha\beta 0}] = \begin{bmatrix} V_{\alpha} \\ V_{\beta} \\ V_0 \end{bmatrix}; [I_{\alpha\beta 0}] = \begin{bmatrix} I_{\alpha} \\ I_{\beta} \\ I_0 \end{bmatrix} \quad (150)$$

Onde:

$$Z_{\alpha} = \frac{1}{3}(2Z_A + Z_B - 4Z_{AB} + Z_{BB}) \quad (151)$$

$$Z_{\beta} = Z_B - Z_{BB} \quad (152)$$

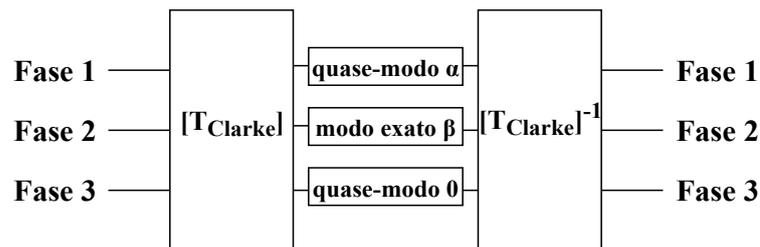
$$Z_0 = \frac{1}{3}(Z_A + 2Z_B + 4Z_{AB} + 2Z_{BB}) \quad (153)$$

$$Z_{\alpha 0} = \frac{\sqrt{2}}{3}(Z_A - Z_B + Z_{AB} - Z_{BB}) \quad (154)$$

Os elementos da matriz de admitâncias $[Y_{\alpha\beta 0}]$ tem a mesma estrutura mostrada em (151) - (154).

Nas equações (151)- (154), a componente β é um modo exato da linha, por não ter acoplamento com as demais componentes. Já as componentes α e 0, são os quase-modos da linha por conta do acoplamento mútuo (TAVARES *et al.*, 1999; KUROKAWA *et al.*, 2006, 2007). A Figura 17 apresenta a representação esquemática da decomposição modal utilizando a matriz de Clarke.

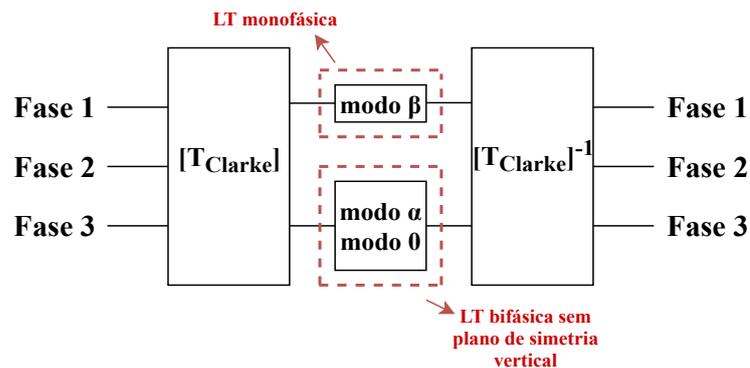
Figura 17 - Decomposição modal utilizando a matriz de Clarke de uma LT trifásica simétrica.



Fonte: Elaboração da própria autora.

A componente β (modo exato) é representada como sendo uma LT monofásica e as componentes α e 0 (quase-modos) são representadas como sendo uma LT bifásica sem plano de simetria vertical (KUROKAWA *et al.*, 2006, 2007) como apresenta a Figura 18.

Figura 18 - Decomposição modal em uma LT monofásica e uma LT bifásica.



Fonte: Elaboração da própria autora.

Diversos autores (ARAÚJO *et al.*, 2014b; TAVARES *et al.*, 1999) desconsideram o efeito das componentes α e 0 em alguns casos específicos. Nesses casos, as matrizes em (149) são escritas como uma aproximação por:

$$[Z_{\alpha\beta 0}] \approx \begin{bmatrix} Z_{\alpha} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{\beta} & 0 \\ 0 & 0 & Z_0 \end{bmatrix}; \quad [Y_{\alpha\beta 0}] \approx \begin{bmatrix} Y_{\alpha} & 0 & 0 \\ 0 & Y_{\beta} & 0 \\ 0 & 0 & Y_0 \end{bmatrix} \quad (155)$$

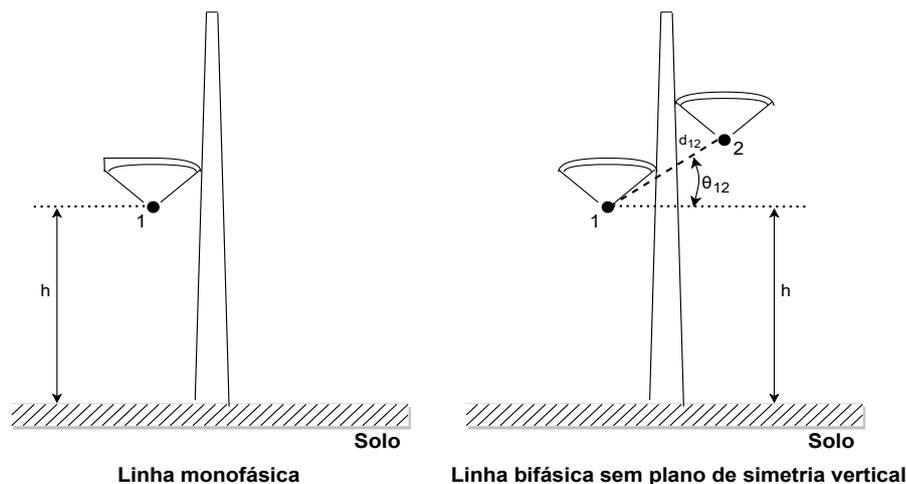
4.4 Desenvolvimento do modelo proposto

Como mostrado na seção 4.3, Kurokawa *et al.* (2006, 2007) afirma que uma LT decomposta a partir do uso da matriz de transformação de Clarke pode ser representada através de uma LT monofásica (modo exato da linha) e de uma LT bifásica sem plano de simetria vertical (quase-modos da linha) conforme Figura 19.

Partindo dessa afirmação, utilizando o mesmo procedimento para decompor a LT trifásica simétrica, é desenvolvido o modelo proposto.

Para a LT bifásica sem plano de simetria da Figura 19 as componentes α e 0 são representadas pelos condutores 1 e 2, da mesma forma que o acoplamento entre α e 0 é representado pelo acoplamento entre 1 e 2. O condutor 1 encontra-se a uma altura genérica h , d_{12} é a distância genérica entre os condutores 1 e 2 e θ_{12} pode assumir quaisquer valores desde que $\theta_{12} \neq \pi$ e $\theta_{12} \neq 0$.

Figura 19 - LT monofásica e LT bifásica sem plano de simetria vertical.



Depois da decomposição da LT trifásica, o modelo proposto considera que a LT bifásica e a LT monofásica podem ser analisadas diretamente no domínio do tempo e dos modos, ou no domínio da frequência e dos modos.

Considerando-se a representação do modelo proposto para a análise no domínio da frequência, as matrizes de impedância, de admitância, de tensão, e de corrente no domínio modal para a LT bifásica sem plano de simetria da Figura 19 são dadas, respectivamente, por:

$$[Z] = \begin{bmatrix} Z_\alpha & Z_{\alpha 0} \\ Z_{\alpha 0} & Z_0 \end{bmatrix}; \quad [Y] = \begin{bmatrix} Y_\alpha & Y_{\alpha 0} \\ Y_{\alpha 0} & Y_0 \end{bmatrix}; \quad [V] = \begin{bmatrix} V_\alpha \\ V_0 \end{bmatrix}; \quad [I] = \begin{bmatrix} I_\alpha \\ I_0 \end{bmatrix} \quad (156)$$

E para a linha monofásica da Figura 19 são dadas por:

$$Z = Z_\beta; \quad Y = Y_\beta; \quad V = V_\beta; \quad I = I_\beta \quad (157)$$

Já para a análise realizada diretamente no domínio do tempo, as matrizes de resistência, indutância e capacitância no domínio modal para a LT bifásica sem plano de simetria e para a LT monofásica da Figura 19 são dadas por:

$$[R] = \begin{bmatrix} R_\alpha & R_{\alpha 0} \\ R_{\alpha 0} & R_0 \end{bmatrix}; \quad [L] = \begin{bmatrix} L_\alpha & L_{\alpha 0} \\ L_{\alpha 0} & L_0 \end{bmatrix}; \quad [C] = \begin{bmatrix} C_\alpha & C_{\alpha 0} \\ C_{\alpha 0} & C_0 \end{bmatrix} \quad (158)$$

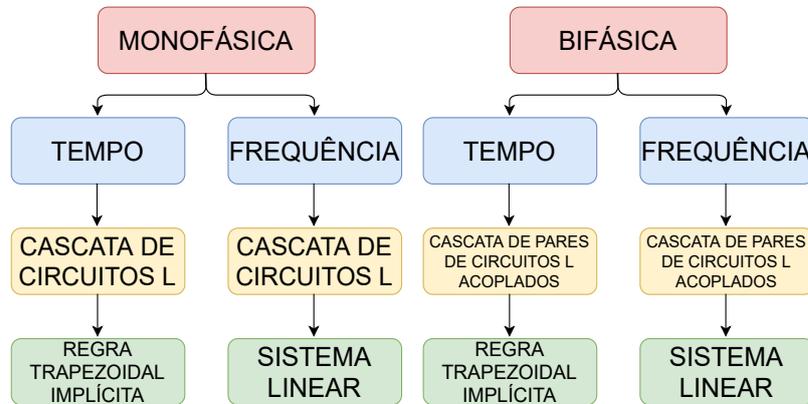
$$R = R_\beta; \quad L = L_\beta; \quad C = C_\beta. \quad (159)$$

A LT bifásica (tanto no domínio do tempo como no da frequência) é representada por uma cascata de pares de circuitos L acoplados como apresentado no Capítulo 3 e a LT monofásica (tanto no domínio do tempo como no da frequência) é representada por uma cascata de circuitos L (Apêndice C). Depois de serem representadas por meio de uma cascata de circuitos L , para a obtenção das tensões e correntes ao longo da LT, a análise no domínio do tempo utiliza a regra trapezoidal implícita e a análise no domínio da frequência utiliza a forma de sistema linear ($[x] = [A]^{-1}[B]$), conforme mostra o esquema da Figura 20.

As tensões e correntes obtidas ao longo de ambas as LTs estão no domínio dos modos, para passar para o domínio das fases utiliza-se novamente a matriz de Clarke, substituindo-a na equação (179) como mostrado a seguir:

$$[V] = [T_{Clarke}]^{-T} \begin{bmatrix} V_\alpha \\ V_\beta \\ V_0 \end{bmatrix}; \quad [I] = [T_{Clarke}] \begin{bmatrix} I_\alpha \\ I_\beta \\ I_0 \end{bmatrix} \quad (160)$$

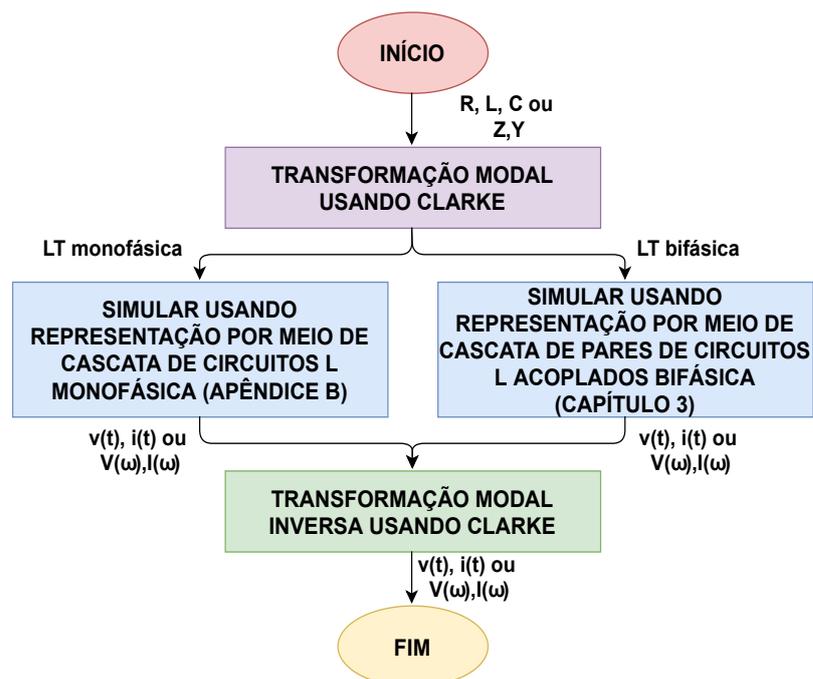
Figura 20 - Processo realizado após a decomposição da LT trifásica.



Fonte: Elaboração da própria autora.

Portanto, se as componentes α e 0 da LT mostrada na Figura 16 forem representadas como sendo uma LT bifásica sem plano de simetria vertical, e a componente β como sendo uma LT monofásica, a LT trifásica com plano de simetria vertical pode ser desacoplada a partir do uso apenas da matriz de Clarke, não utilizando matrizes cujos elementos são dependentes da frequência e métodos numéricos (como o de Newton-Raphson), ou seja, apenas matrizes cujos elementos são reais e constantes. A Figura 21 apresenta a descrição do modelo proposto.

Figura 21 - Descrição do modelo proposto.



Fonte: Elaboração da própria autora.

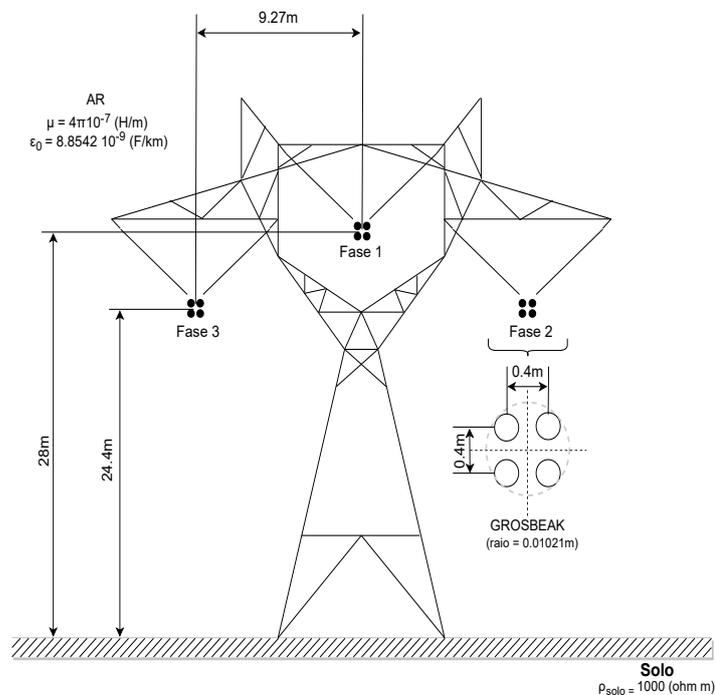
É possível notar que com o modelo proposto, as tensões e correntes podem ser obtidas diretamente no domínio do tempo, ou no domínio da frequência, sem a utilização de transformadas inversas de Fourier ou Laplace. Além disso, nesse modelo utiliza-se apenas uma matriz de transformação com elementos reais e constantes, sem a dependência de matrizes com elementos variáveis em relação à frequência. E ainda, utiliza as representações por meio de cascata de circuitos L , que possuem regras de formação de fácil implementação, tanto para a análise no domínio do tempo, quanto para a análise no domínio da frequência.

Na seção 4.5 será realizada a validação do modelo proposto apresentado nesta seção.

4.5 Validação do modelo proposto

Na seção 4.4 foi desenvolvido um modelo alternativo a parâmetros concentrados para calcular as correntes e tensões de uma LT trifásica com plano de simetria vertical, não idealmente transposta. Para a obtenção dos resultados e, assim, a validação do modelo proposto, é considerada uma LT trifásica de 440 kV que possui plano de simetria vertical, cujo comprimento total é igual a 100 km, conforme mostra a Figura 22.

Figura 22 - Silhueta de uma LT trifásica de 440 kV.



Fonte: Elaboração da própria autora.

A validação do modelo é feita com a análise tanto no domínio do tempo como no domínio da frequência. Dessa maneira, para a análise no domínio do tempo são calculados as resis-

tências e indutâncias longitudinais e as capacitâncias transversais a 60Hz, considerando que a condutância transversal é nula. Esses parâmetros são mostrados na Tabela 2. Já para a análise no domínio da frequência são calculadas as impedâncias longitudinais e as admitâncias transversais mostradas na Tabela 3.

Tabela 2 - Resistências e indutâncias longitudinais e capacitâncias transversais por unidade de comprimento.

Resistência (Ω/km)	Indutância (mH/km)	Capacitância ($\eta F/km$)
$R_1 = 0,07826$	$L_1 = 1,94483$	$C_1 = 5,60723$
$R_{12} = R_{21} = 0,05799$	$L_{12} = L_{21} = 1,12341$	$C_{12} = C_{21} = 2,83043$
$R_{13} = R_{31} = 0,05799$	$L_{13} = L_{31} = 1,12341$	$C_{13} = C_{31} = 2,83043$
$R_2 = R_3 = 0,07842$	$L_2 = L_3 = 1,94437$	$C_2 = C_3 = 6,92299$
$R_{23} = R_{32} = 0,05806$	$L_{23} = L_{32} = 0,99860$	$C_{23} = C_{32} = 1,16114$

Fonte: Elaboração da própria autora.

Tabela 3 - Impedâncias longitudinais e admitâncias transversais por unidade de comprimento.

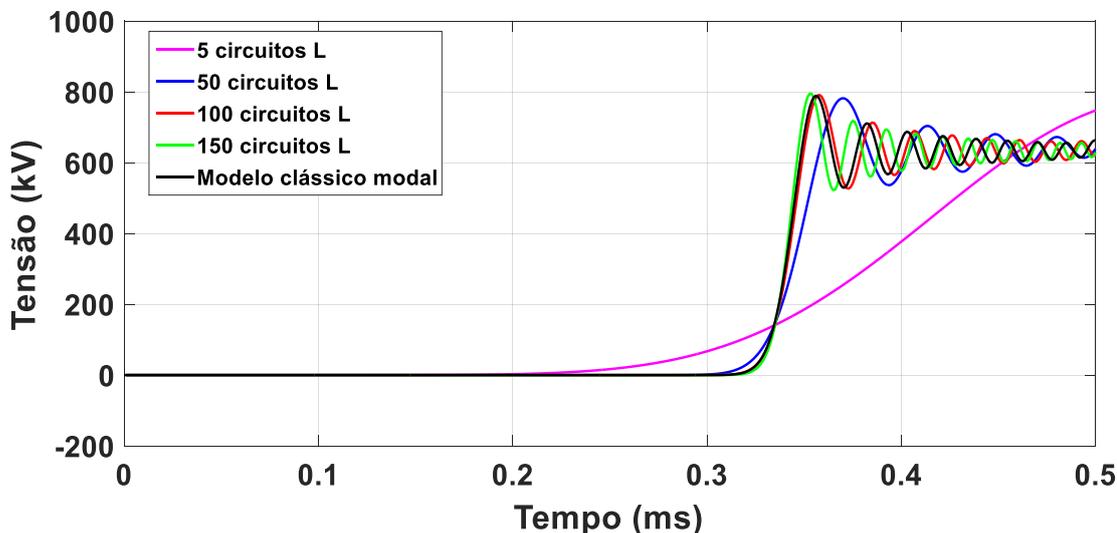
Impedância (Ω/km)	Admitância (S/km)
$Z_1 = 0,07826 + j2\pi f 1,94483 \cdot 10^{-3}$	$Y_1 = j2\pi f 5,60723 \cdot 10^{-9}$
$Z_{12} = Z_{21} = 0,05799 + j2\pi f 1,12341 \cdot 10^{-3}$	$Y_{12} = Y_{21} = j2\pi f 2,83043 \cdot 10^{-9}$
$Z_{13} = Z_{31} = 0,05799 + j2\pi f 1,12341 \cdot 10^{-3}$	$Y_{13} = Y_{31} = j2\pi f 2,83043 \cdot 10^{-9}$
$Z_2 = Z_3 = 0,07842 + j2\pi f 1,94437 \cdot 10^{-3}$	$Y_2 = Y_3 = j2\pi f 6,92299 \cdot 10^{-9}$
$Z_{23} = Z_{32} = 0,05806 + j2\pi f 0,99860 \cdot 10^{-3}$	$Y_{23} = Y_{32} = j2\pi f 1,16114 \cdot 10^{-9}$

Fonte: Elaboração da própria autora.

Como o modelo proposto é utilizado para simular transitórios eletromagnéticos, a faixa de frequência (f) contida na Tabela 3 vai de 10^{-1} Hz a $2 \cdot 10^3$ Hz.

A LT trifásica considerando a estrutura da Figura 24 foi representada por 5, 50, 100 e 150 circuitos do modelo proposto comparados com o modelo clássico modal conforme Figura 23. Isso foi realizado para verificar qual a melhor quantidade de circuitos L em cascata utilizados para representar a configuração da Figura 22.

Figura 23 - Respostas transitórias obtidas para 5, 50, 100 e 150 circuitos do modelo proposto e comparação com modelo clássico modal.



Fonte: Elaboração da própria autora.

Na Figura 23 pode-se observar que as curvas com quantidades de 5 e 50 circuitos do modelo proposto (curvas rosa e azul) em comparação com o modelo clássico modal (curva preta) tem uma diferença, resultando em uma baixa eficiência diante das outras curvas. Já as curvas com as quantidades de 100 e 150 circuitos do modelo proposto (curvas vermelha e verde) tem o comportamento com o modelo de comparação clássico modal (curva preta) igualmente satisfatório, sendo que, a simulação com 150 circuitos (curva verde) leva um tempo computacional maior. Portanto, considerar uma quantidade de 1 circuito por unidade de comprimento é uma boa abordagem para representar os transitórios na LT trifásica (ARAUJO *et al.*, 2014a).

Os resultados são obtidos e comparados utilizando os seguintes modelos:

Modelo proposto: A LT trifásica é decomposta em uma LT monofásica e em uma LT bifásica sem plano de simetria vertical com o uso da matriz de transformação de Clarke como foi desenvolvido na seção 4.3. A LT monofásica é representada por uma cascata de 100 circuitos L (Apêndice C). E a LT bifásica é representada por meio de uma cascata de 100 pares de circuitos L acoplados como foi mostrado no capítulo 3. As correntes e tensões são calculadas para ambas as linhas no domínio modal e convertidas para o domínio das fases utilizando a inversa da matriz de Clarke.

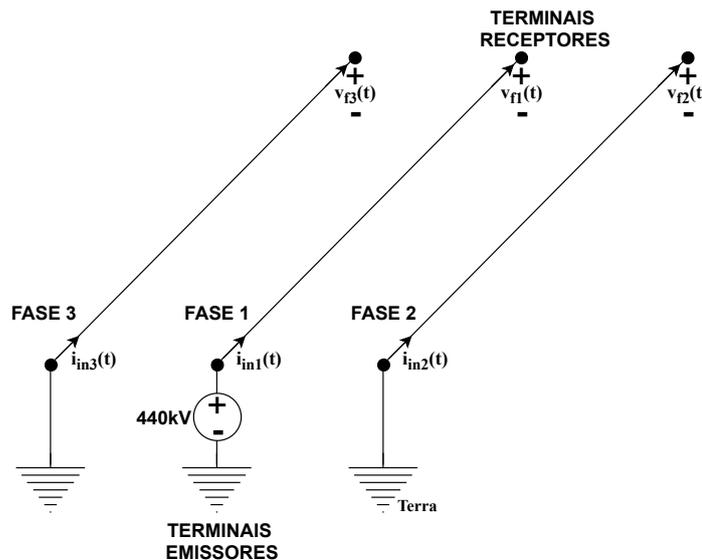
Modelo clássico modal: Modelo encontrado na literatura, onde a LT trifásica é decomposta em seus três modos exatos de propagação usando uma matriz de decomposição modal (Apêndice B) de ordem 3, obtida a partir do método de Newton-Raphson. Os três modos exatos se

comportam como três linhas monofásicas desacopladas (Apêndice B). Cada linha monofásica é representada por uma cascata de 100 circuitos L . As correntes e tensões de cada linha monofásica são calculadas e convertidas para o domínio das fases utilizando matrizes de transformação modal adequadas (WEDEPOHL *et al.*, 1996). Essas matrizes de transformação modal dependem da frequência, dessa forma, as correntes e tensões são calculadas no domínio da frequência. Para obtenção dos resultados no domínio da frequência, é realizado até esse passo. Já para a análise no domínio do tempo é necessário que em seguida, as correntes e tensões sejam convertidas para o domínio do tempo utilizando a transformada numérica discreta inversa de Laplace (IDNLT) (MORENO; RAMIREZ, 2008). Esse modelo é o mesmo que foi utilizado para a linha bifásica no capítulo 3, sendo assim, também será chamado de clássico modal, porém agora é para a LT trifásica da Figura 22.

Para analisar o comportamento das correntes e tensões da LT trifásica, considerou-se dois casos. O primeiro caso é para uma LT com o terminal emissor da fase 1 energizado no instante $t = 0$ por uma fonte CC de 440 kV e com os terminais emissores das fases 2 e 3 aterrados. Os terminais receptores estão em aberto, conforme Figura 24.

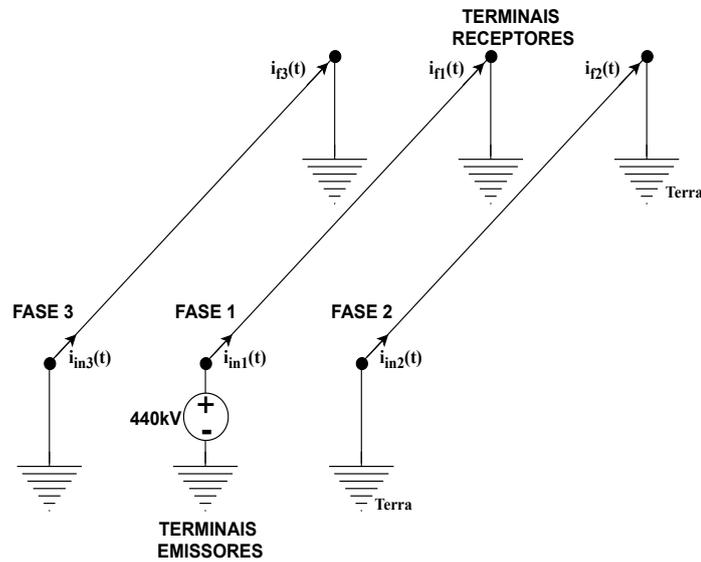
Para o segundo caso, os terminais emissores são energizados como no caso 1, mas os terminais receptores encontram-se em curto (fase-terra), conforme Figura 25.

Figura 24 - LT trifásica com os terminais receptores em aberto.



Fonte: Elaboração da própria autora.

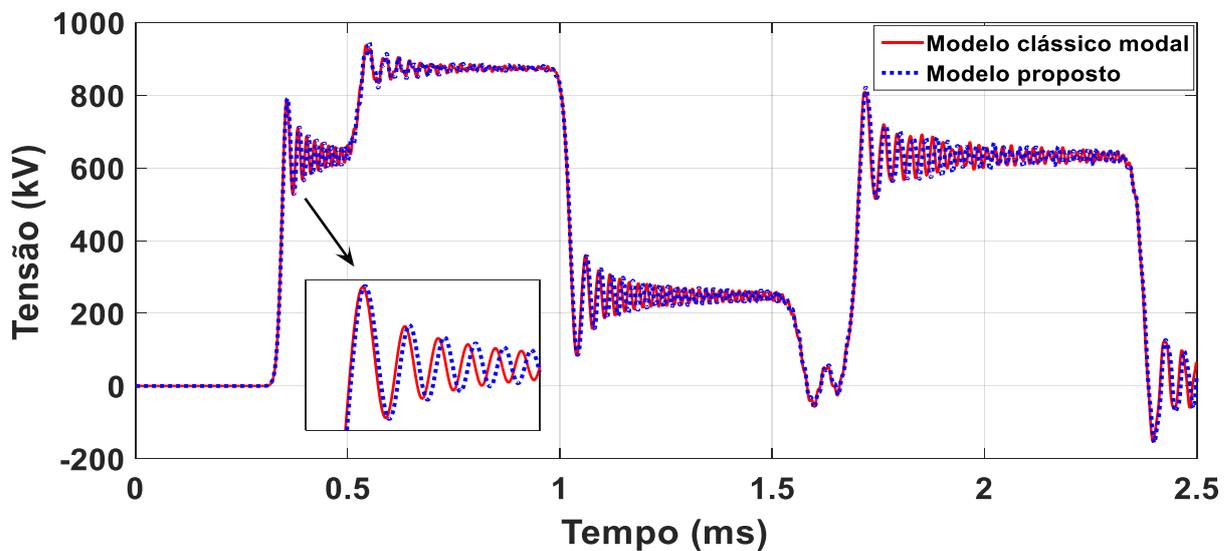
Figura 25 - LT trifásica com os terminais receptores em curto (fase-terra).



Fonte: Elaboração da própria autora.

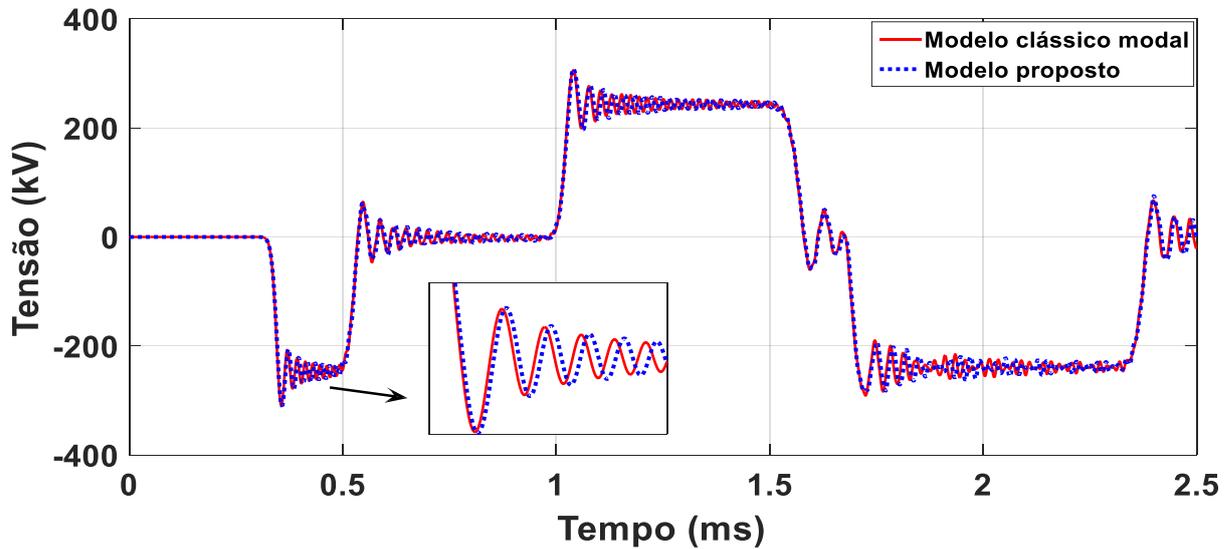
Para a estrutura da Figura 24 são resultadas tensões durante condições transitórias. Essas tensões são as obtidas nos terminais receptores das fases 1, 2 e 3 e são mostrados nas Figuras 26 e 27. As curvas vermelhas mostram os resultados obtidos com o modelo clássico modal e as curvas azuis mostram os resultados obtidos com o modelo proposto, analisados no domínio do tempo.

Figura 26 - Tensão no terminal receptor da fase 1 (análise no domínio do tempo).



Fonte: Elaboração da própria autora.

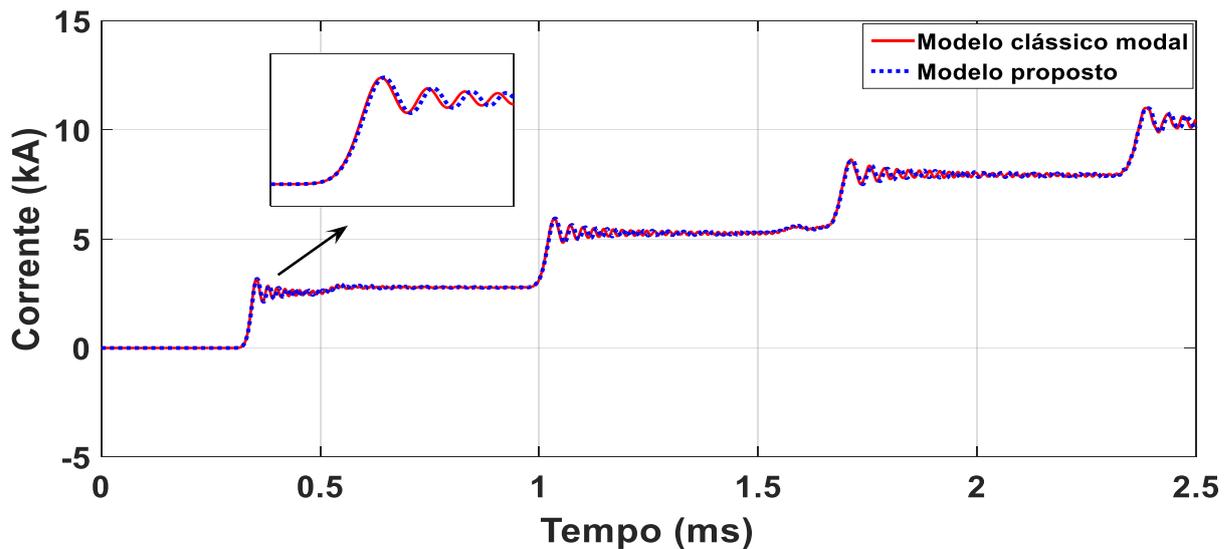
Figura 27 - Tensão no terminal receptor das fases 2 e 3 (análise no domínio do tempo).



Fonte: Elaboração da própria autora.

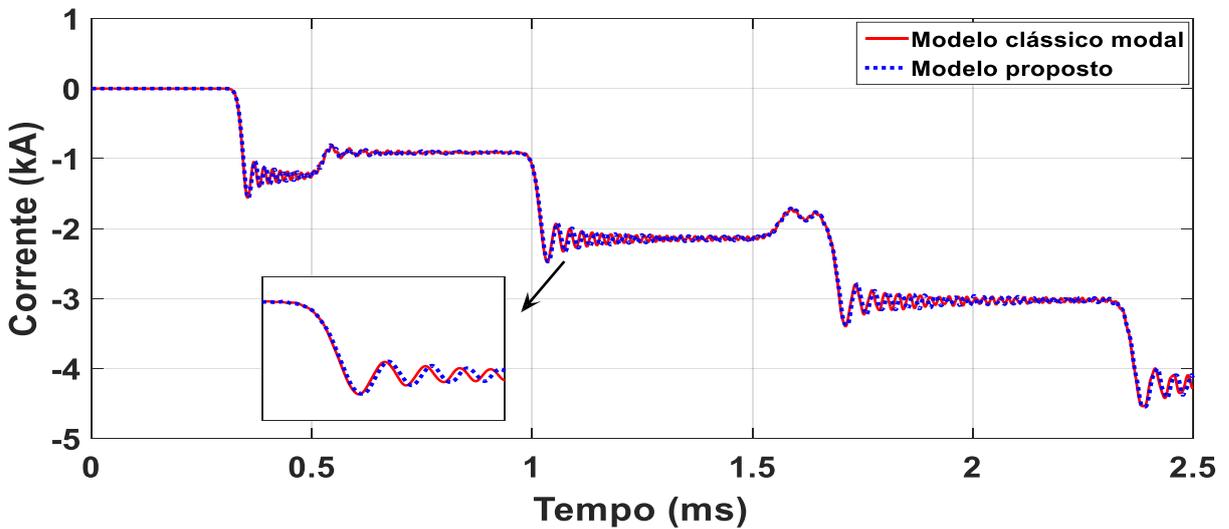
As correntes em condições transitórias dos terminais receptores das fases 1, 2 e 3 para a estrutura da Figura 25 são apresentadas nas figuras 28 e 29. As curvas vermelhas mostram os resultados obtidos com o modelo clássico modal e as curvas azuis mostram os resultados obtidos com o modelo proposto, ambos analisados no domínio do tempo.

Figura 28 - Corrente no terminal receptor da fase 1 (análise no domínio do tempo).



Fonte: Elaboração da própria autora.

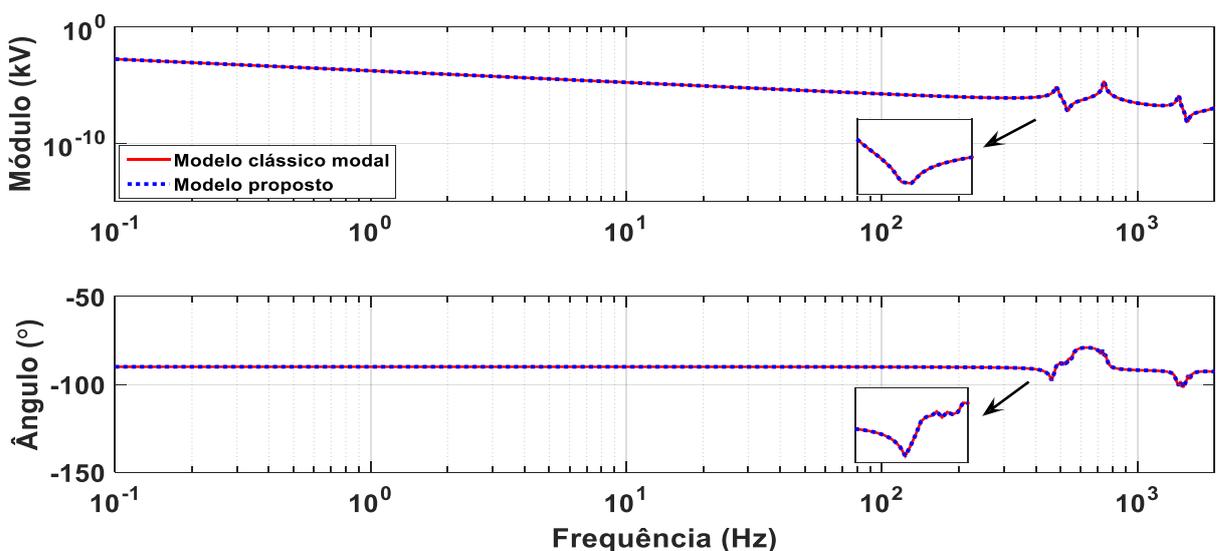
Figura 29 - Corrente no terminal receptor das fases 2 e 3 (análise no domínio do tempo).



Fonte: Elaboração da própria autora.

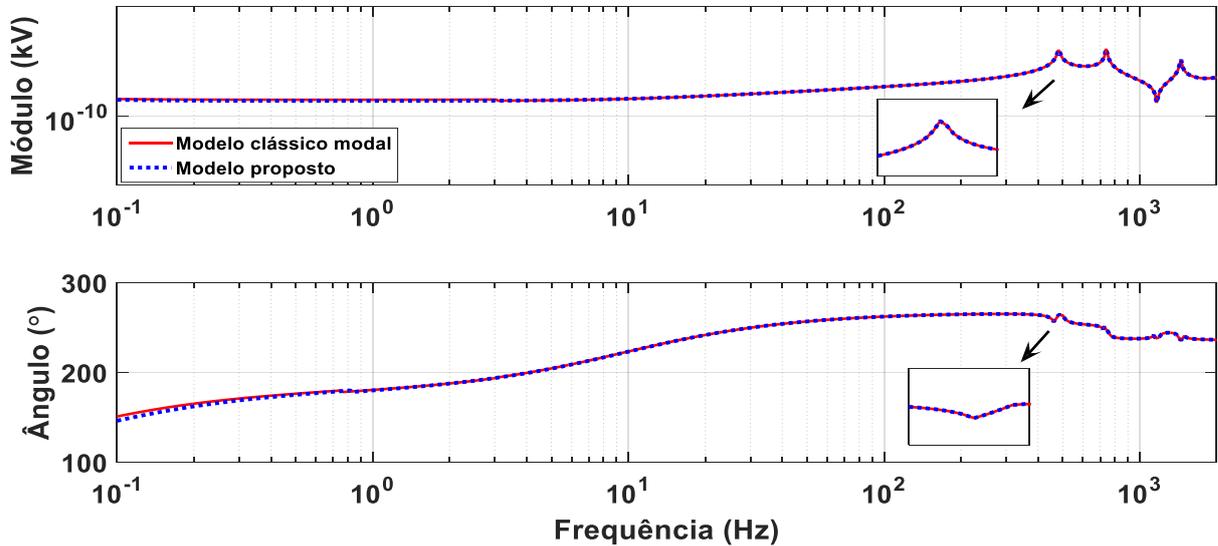
O módulo e ângulo das tensões nos terminais receptores das fases 1, 2 e 3 para a estrutura da Figura 24 são mostrados nas Figuras 30 e 31. As curvas vermelhas mostram os resultados obtidos com o modelo clássico modal e as curvas azuis mostram os resultados obtidos com o modelo proposto, ambos analisados no domínio da frequência.

Figura 30 - Módulo e ângulo da tensão no terminal receptor da fase 1 (análise no domínio da frequência).



Fonte: Elaboração da própria autora.

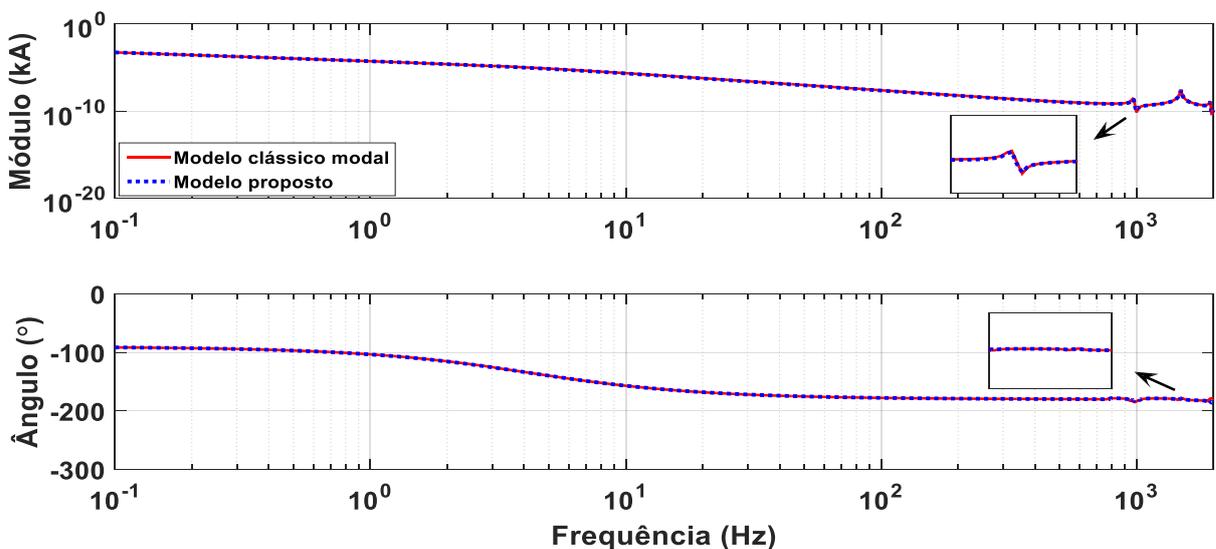
Figura 31 - Módulo e ângulo da tensão no terminal receptor das fases 2 e 3 (análise no domínio da frequência).



Fonte: Elaboração da própria autora.

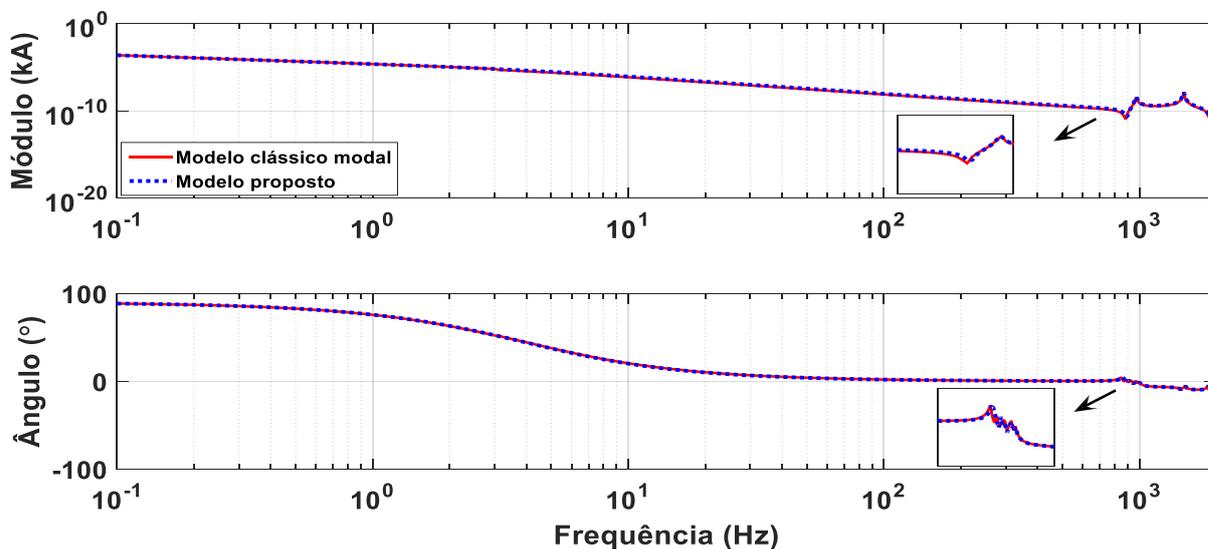
As Figuras 32 e 33 apresentam o módulo e ângulo da corrente para a estrutura da Figura 25 nos terminais receptores das fases 1, 2 e 3 durante condições transitórias. As curvas vermelhas mostram os resultados obtidos com o modelo clássico modal e as curvas azuis os resultados obtidos com o modelo proposto, ambos analisados no domínio da frequência.

Figura 32 - Módulo e ângulo da corrente no terminal receptor da fase 1 (análise no domínio da frequência).



Fonte: Elaboração da própria autora.

Figura 33 - Módulo e ângulo da corrente no terminal receptor das fases 2 e 3 (análise no domínio da frequência).



Fonte: Elaboração da própria autora.

Para todos os casos, independente do domínio que estão sendo analisadas (tempo ou frequência), as curvas adquiridas mostram que o modelo proposto e o modelo clássico modal possuem a mesma resposta transitória, tanto para a tensão, quanto para a corrente.

Portanto, decorrente dessa análise pode-se concluir que o desenvolvimento e implementação do modelo proposto analisado tanto no domínio do tempo, quanto no domínio da frequência estão corretos, e que os resultados obtidos mostraram um ótimo desempenho, podendo dessa forma, ser validado.

4.6 Considerações

Neste capítulo, foi apresentado o desenvolvimento do modelo proposto com a análise podendo ser feita tanto no domínio do tempo, quanto no da frequência, juntamente com as simulações realizadas para a sua validação com os dois modelos.

Para o desenvolvimento do modelo proposto, foi considerada uma LT trifásica com plano de simetria vertical e não idealmente transposta. Essa LT foi decomposta com a utilização apenas da matriz de transformação de Clarke, em uma LT monofásica e uma LT bifásica sem plano de simetria vertical no domínio dos modos como descrito por Kurokawa *et al.* (2006, 2007). A LT monofásica foi representada por uma cascata de circuitos L (Apêndice C). Já a LT bifásica foi representada por uma cascata de pares de circuitos L acoplados (Capítulo 3). As correntes e tensões para cada LT foram obtidas por meio da regra trapezoidal implícita (análise no tempo)

e do sistema linear (análise na frequência). Voltando para o domínio das fases, e assim para a resposta da LT trifásica, usando-se novamente apenas a matriz de Clarke.

Foram mostradas simulações feitas durante condições transitórias para o modelo proposto, a fim de realizar a sua validação. Essas simulações foram executadas com a análise no domínio do tempo e da frequência, determinando as correntes e tensões ao longo da LT trifásica simétrica. Foram considerados dois casos, um em que a LT está com os terminais receptores em aberto e em uma que está com os terminais receptores em curto (fase-terra). Os resultados obtidos foram comparados com um modelo já existente na literatura, que foi chamado de clássico modal. Dessa maneira, com a comparação entre os resultados, verificou-se que o modelo proposto tem o mesmo comportamento que o modelo clássico modal. Portanto, pode-se afirmar que o modelo proposto é eficiente e pode ser utilizado como um modelo alternativo no cálculo das correntes e tensões para uma LT trifásica com plano de simetria vertical.

5 CONCLUSÕES

Neste trabalho foi apresentado um modelo alternativo para representar linhas de transmissão trifásicas com plano de simetria vertical e não idealmente transpostas, com a análise podendo ser realizada diretamente no domínio do tempo ou no domínio da frequência.

Primeiramente foram apresentados os parâmetros que são encontrados em uma LT, com os cálculos de cada parâmetro para entender como a frequência e a geometria da linha interfere em cada um.

Para a obtenção do modelo proposto foi mostrado, inicialmente, um modelo a parâmetros concentrados que representa LTs bifásicas genéricas (com ou sem plano de simetria vertical), sendo analisadas no domínio do tempo ou no da frequência. Esse modelo representa a LT bifásica por uma cascata de pares de circuitos L acoplados, em que as respectivas equações de corrente e de tensão foram escritas na forma de equações de estado para a análise no tempo e em forma de um sistema linear para a análise na frequência. A partir dessas equações obteve-se regras de formação de fácil implementação para ambos os domínios. Nas soluções apresentadas verificou-se que os resultados obtidos através desse modelo possuíam o mesmo comportamento que os resultados obtidos por um modelo clássico encontrado na literatura, confirmando sua eficiência.

Esse modelo para LTs bifásicas foi desenvolvido devido ao fato de sua representação poder ser usada no processo do modelo proposto por Kurokawa *et al.* (2006, 2007), no qual uma LT trifásica é decomposta por meio da matriz de transformação de Clarke em uma LT monofásica e uma bifásica sem plano de simetria vertical. Com base nesse processo de decomposição foi desenvolvido o modelo proposto.

No modelo proposto após ser realizada a decomposição da LT trifásica através do modelo de Kurokawa *et al.* (2006, 2007), a LT bifásica é representada pelo modelo mostrado anteriormente e encontrado no Capítulo 3, e a LT monofásica pelo modelo já estudado extensivamente na literatura, encontrado no Apêndice C. Obtidas as correntes e tensões modais das LTs bifásica e monofásica, o próximo passo foi convertê-las para o domínio das fases. O processo de conversão foi realizado empregando novamente apenas a matriz de transformação modal de Clarke, resultando nas correntes e tensões ao longo da LT trifásica.

A validação do modelo proposto foi feita para a análise no domínio da frequência e do tempo, por meio de comparações de resultados de simulações durante condições transitórias entre o modelo proposto e o modelo clássico.

A partir das simulações é possível concluir que uma solução satisfatória foi obtida, isto é, todos os resultados obtidos com o modelo proposto e o clássico possuem o mesmo comportamento, ou seja, são coincidentes.

Assim, o modelo proposto mostrou-se eficiente no cálculo das correntes e tensões ao longo da LT, podendo ser utilizado como um modelo alternativo na representação de uma LT trifásica com plano de simetria vertical e não idealmente transposta.

As principais vantagens obtidas através do desenvolvimento do modelo proposto estão listadas a seguir.

- esse modelo pode ser desenvolvido com sua análise diretamente no domínio do tempo ou diretamente no domínio da frequência, implicando em, além de não ter a dependência de transformadas inversas de Fourier ou Laplace, ainda consegue-se obter as correntes e tensões ao longo da linha nos dois domínios (tempo e frequência).
- é utilizada apenas uma matriz de transformação modal em todo o processo, a matriz de Clarke, que além de ter seus elementos reais e constantes, não necessita de métodos numéricos para sua obtenção implicando que não seja variável em relação à frequência.
- utiliza as representações por meio de cascata de circuitos L para a LT bifásica e para a LT monofásica, que possuem regras de formação de fácil implementação.

5.1 Sugestões para trabalhos futuros

- incluir o efeito da frequência sobre os parâmetros longitudinais para calcular as correntes e tensões ao longo da LT trifásica.
- desenvolver um equacionamento onde a matriz de transformação de Clarke seja introduzida nas matrizes de estado $[A]$, $[B]$, $[C]$ e $[D]$.

5.2 Trabalhos submetidos em revistas / anais de congressos

- PASCOALATO, T. F. G.; CABALLERO, P. T.; KUROKAWA, S. "*Modelo a parâmetros concentrados diretamente no domínio do tempo: Aplicação na representação de linhas de transmissão bifásicas.*" No: VIII Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos - SBSE, 2020. Artigo aceito e apresentado.

- PASCOALATO, T. F. G.; CABALLERO, P. T.; KUROKAWA, S. "*Modelo de linhas de transmissão a parâmetros concentrados: Decomposição de linha trifásica em uma linha monofásica e uma linha bifásica.*"No: XXIII Congresso Brasileiro de Automática - CBA, 2020. Artigo aceito.
- COLQUI, J. S. L.; PASCOALATO, T. F. G.; KUROKAWA, S.; ARAÚJO, A. R. J. "*Aperfeiçoamento dos modelos a parâmetros concentrados utilizados para representar linhas de transmissão em análises de transitórios eletromagnéticos.*"No: XXIII Congresso Brasileiro de Automática - CBA, 2020. Artigo aceito.
- PASCOALATO, T. F. G.; COLQUI, J. S. L.; ARAÚJO, A. R. J.; KUROKAWA, S. "*An Analysis on the Frequency-Dependent Soil Models: Influence on the Transient Responses.*"No: V Workshop on Communication Networks and Power Systems – WCNPS, 2020.
- COLQUI, J. S. L.; PASCOALATO, T. F. G.; ARAÚJO, A. R. J.; KUROKAWA, S. "*Transient Responses of Transmission Lines on Real Soils Based on Fitting Methods.*"No: V Workshop on Communication Networks and Power Systems – WCNPS, 2020.
- PASCOALATO, T. F. G.; CABALLERO, P. T.; KUROKAWA, S. "*Lumped Parameter Transmission Line Model: Representation of a three-phase Transmission lines with vertical symmetry by a single-phase transmission line and a two-phase transmission line.*"No: IEEE Transactions on Power Delivery, julho 2020.

REFERÊNCIAS

- ARAUJO, A.; SILVA, R.; KUROKAWA, S. Comparing lumped and distributed parameters models in transmission lines during transient conditions. In: IEEE/PES TRANSMISSION AND DISTRIBUTION CONFERENCE AND EXPOSITION, 2014, Chicago. **Proceedings**[...]. New York: IEEE, 2014. p. 1–5.
- ARAUJO, A. R. J. de; SILVA, R. C. da; KUROKAWA, S. Using universal line model (ulm) for simulating electromagnetic transients in three-phase transmission lines. *IEEE Latin America Transactions*, Piscataway, v. 12, n. 2, p. 190–196, 2014.
- BUDNER, A. Introduction of frequency-dependent line parameters into an electromagnetic transients program. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Piscataway, v. PAS-89, n. 1, p. 88–97, 1970.
- CARSON, J. R. Wave propagation in overhead wires with ground return. *The Bell System Technical Journal*, New York, v. 5, n. 4, p. 539–554, 1926.
- CHEN, C. *Linear System Theory and Design*. New York: Oxford University Press, 1999. 386 p.
- CHRYSOCHOS, A. I.; PAPADOPOULOS, T. A.; PAPAGIANNIS, G. K. Enhancing the frequency-domain calculation of transients in multiconductor power transmission lines. *Electric Power Systems Research*, Lausanne, v. 122, p. 56–64, 2015.
- DOMMEL, H. W. Digital computer solution of electromagnetic transients in single-and multiphase networks. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Piscataway, v. PAS-88, n. 4, p. 388–399, 1969.
- DOMMEL, H. W. *EMTP theory book*. Vancouver: Microtran Power System Analysis Corporation, 1996.
- FARIA, A.; WASHINGTON, L.; ANTÔNIO, C. Modelos de linhas de transmissão no domínio das fases: estado da arte. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA, 14, 2002, Natal. **Anais**[...]. Natal: SBA, 2002. p. 801–806.
- FUCHS, R. D. *Transmissão de energia elétrica: linhas aéreas, teorias das linhas em regime permanente*. 2.ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1979. 281-448 p.
- GATOUS, O. M. O. *Uma nova implementação do efeito skin no modelo da linhas de transmissão*. 2005. 121 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) — Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP, Campinas, 2005.
- HOFMANN, L. Series expansions for line series impedances considering different specific resistances, magnetic permeabilities, and dielectric permittivities of conductors, air, and ground. *IEEE Transactions on Power Delivery*, Piscataway, v. 18, n. 2, p. 564–570, 2003.
- KUROKAWA, S. *Parâmetros longitudinais e transversais de linhas de transmissão calculados a partir das correntes e tensões de fase*. 2003. 151 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica)

— Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP, Campinas, 2003.

KUROKAWA, S.; DALVIN, R. S.; PRADO, A. J.; BOVOLATO, L. F.; PISSOLATO, J. An alternative procedure to decrease the dimension of the frequency dependent modal transformation matrices: application in three-phase transmission lines with a vertical symmetry plane. In: IEEE/PES TRANSMISSION AND DISTRIBUTION CONFERENCE AND EXPOSITION, 2006, Caracas. **Proceedings**[...]. New York: IEEE, 2006. p. 1–6.

KUROKAWA, S.; DALVIN, R. S.; PRADO, A. J.; PISSOLATO, J. An alternative modal representation of a symmetrical non-transposed three-phase transmission line. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 22, n. 1, p. 500–501, 2007.

KUROKAWA, S.; YAMANAKA, F.; PRADO, A. J.; PISSOLATO, J. Using state-space techniques to represent frequency dependent single-phase lines directly in time domain. In: IEEE/PES TRANSMISSION AND DISTRIBUTION CONFERENCE AND EXPOSITION, 2008, Bogotá. **Proceedings**[...]. New York: IEEE, 2008. p. 312–316.

MACIAS, J. A. R.; EXPOSITO, A. G.; SOLER, A. B. A comparison of techniques for state-space transient analysis of transmission lines. *IEEE Transactions on Power Delivery*, Piscataway, v. 20, n. 2, p. 894–903, 2005.

MAMIS, M. Computation of electromagnetic transients on transmission lines with nonlinear components. *IEE Proceedings-Generation, Transmission and Distribution*, Stevenage, v. 150, n. 2, p. 200–203, 2003.

MAMIS, M. S.; MERAL, M. E. State-space modeling and analysis of fault arcs. *Electric Power Systems Research*, Lausanne, v. 76, n. 1-3, p. 46–51, 2005.

MARTI, L. Low-order approximation of transmission line parameters for frequency-dependent models. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Piscataway, v. PAS-102, n. 11, p. 3582–3589, 1983.

MARTI, L. Simulation of transients in underground cables with frequency-dependent modal transformation matrices. *IEEE Transactions on Power Delivery*, Piscataway, v. 3, n. 3, p. 1099–1110, 1988.

MARTINEZ, J.; GUSTAVSEN, B.; DURBAK, D. Parameter determination for modeling system transients-part i: Overhead lines. *IEEE Transactions on Power Delivery*, Piscataway, v. 20, n. 3, p. 2038–2044, 2005.

MINGLI, W.; YU, F. Numerical calculations of internal impedance of solid and tubular cylindrical conductors under large parameters. *IEE Proceedings-Generation, Transmission and Distribution*, Stevenage, v. 151, n. 1, p. 67–72, 2004.

MORCHED, A.; GUSTAVSEN, B.; TARTIBI, M. A universal model for accurate calculation of electromagnetic transients on overhead lines and underground cables. *IEEE Transactions on Power Delivery*, Piscataway, v. 14, n. 3, p. 1032–1038, 1999.

MORENO, P.; RAMIREZ, A. Implementation of the numerical laplace transform: A review task force on frequency domain methods for emt studies, working group on modeling and

- analysis of system transients using digital simulation, general systems subcommittee, IEEE Power Engineering Society. *IEEE Transactions on Power Delivery*, Piscataway, v. 23, n. 4, p. 2599–2609, 2008.
- NELMS, R.; SHEBLE, G.; NEWTON, S. R.; GRIGSBY, L. Using a personal computer to teach power system transients. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 4, n. 3, p. 1293–1294, 1989.
- OGATA, K. *Discrete-time control systems*. Universidade de Michigan: Prentice Hall Englewood Cliffs, NJ, 1987. 994 p.
- SCHULZE, R.; SCHEGNER, P.; ZIVANOVIC, R. Parameter identification of unsymmetrical transmission lines using fault records obtained from protective relays. *IEEE Transactions on Power Delivery*, Piscataway, v. 26, n. 2, p. 1265–1272, 2011.
- SOUZA, N. V.; CARVALHO, C. G.; KUROKAWA, S.; PISSOLATO, J. A distributed-parameters transmission line model developed directly in the phase domain. *Electric Power Components and Systems*, United Kingdom, v. 41, n. 11, p. 1100–1113, 2013.
- STEVENSON, W. D. J. *Elementos de análise de sistemas de potência*. São Paulo: McGraw-Hill Book do Brasil, 1974. 348 p.
- TAVARES, M. C.; FILHO, J. P.; PORTELA, C. M. Quasi-modes multiphase transmission line model. *Electric Power Systems Research*, Lausanne, v. 49, n. 3, p. 159–167, 1999.
- WEDEPOHL, L.; NGUYEN, H.; IRWIN, G. Frequency-dependent transformation matrices for untransposed transmission lines using Newton-Raphson method. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 11, n. 3, p. 1538–1546, 1996.

APÊNDICE A - CÁLCULO DOS PARÂMETROS DA LT TRIFÁSICA COM PLANO DE SIMETRIA VERTICAL

A.1 Introdução

No Capítulo 2 foram apresentados os parâmetros que compõem uma LT e o desenvolvimento de como calcular cada um.

Diante dos parâmetros apresentados e os equacionamentos de como calculá-los vistos no Capítulo 2, neste apêndice são desenvolvidas simulações para cada parâmetro separadamente a fim de entender a influência de cada um na LT e como a frequência e a geometria da linha interferem nisto.

A.2 Simulações para os parâmetros da LT trifásica

Para obtenção dos resultados das simulações será considerada a LT com plano de simetria vertical e não idealmente transposta da Figura 34, que é a mesma LT utilizada para o modelo proposto no Capítulo 4.

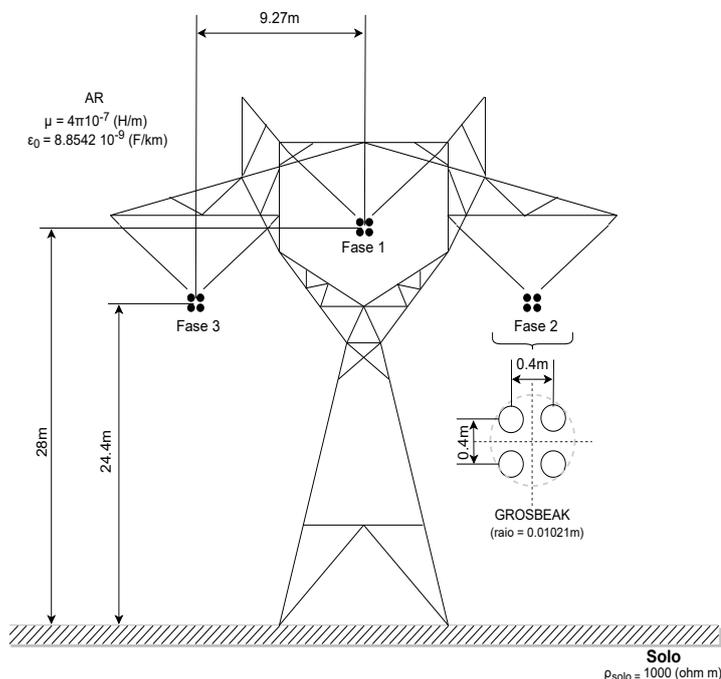
Considera-se a LT trifásica da Figura 34 de 440kV, onde cada uma das fases da LT é constituída de condutores múltiplos, cujos subcondutores são do tipo *grosbeak* com 0,01021 m de raio. A condutividade do material do condutor é igual a $3,82 \cdot 10^7 \Omega m^{-1}$.

As simulações são feitas em uma faixa de frequência compreendida entre 10^{-1} e 10^5 Hz, frequência em que ocorrem os transitórios eletromagnéticos.

As primeiras simulações a serem realizadas são com a indutância e impedância externa. Como a resistência externa é considerada nula (pelo solo ser considerado ideal), essa não é simulada.

As indutâncias externas da LT tanto próprias quanto mútuas não variam com a frequência e dependem somente da geometria da LT e do meio onde os condutores estão imersos. Dessa maneira, os valores de cada elemento da indutância externa para a LT da Figura 34 calculados conforme equação (9) são apresentados na Tabela 4.

Figura 34 - Silhueta da LT trifásica.



Fonte: Elaboração da própria autora.

Tabela 4 - Valores da indutância externa (próprias e mútuas).

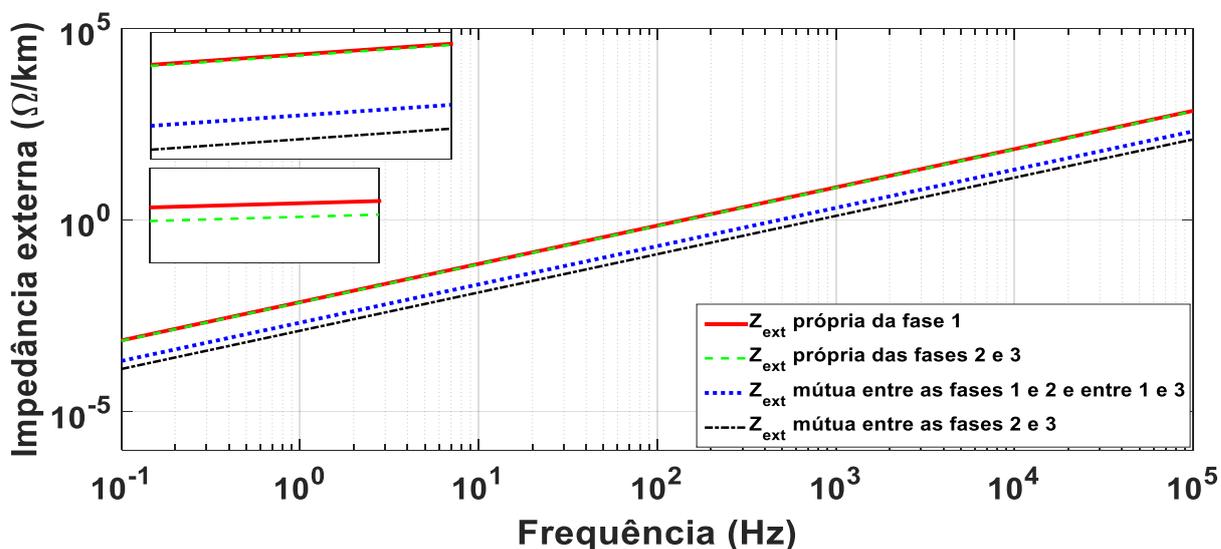
Indutância externa (mH/km)
$L_{11} = 1,1544$
$L_{12} = L_{21} = 0,3354$
$L_{13} = L_{31} = 0,3354$
$L_{22} = L_{33} = 1,1284$
$L_{23} = L_{32} = 0,2070$

Fonte: Elaboração da própria autora.

As impedâncias externas da LT da Figura 34 são calculadas como mostrado na equação (14), e o comportamento de cada uma é apresentado na Figura 35.

A partir da Figura 35 visualiza-se que as impedâncias externas tanto próprias quanto mútuas crescem conforme a frequência vai aumentando. As impedâncias próprias das fases 2 e 3 são iguais. Das mútuas entre as fases 1 e 2 e entre 1 e 3 também são iguais. E das mútuas entre as fases 2 e 3 também. Isso ocorre devido ao fato da LT possuir plano de simetria vertical.

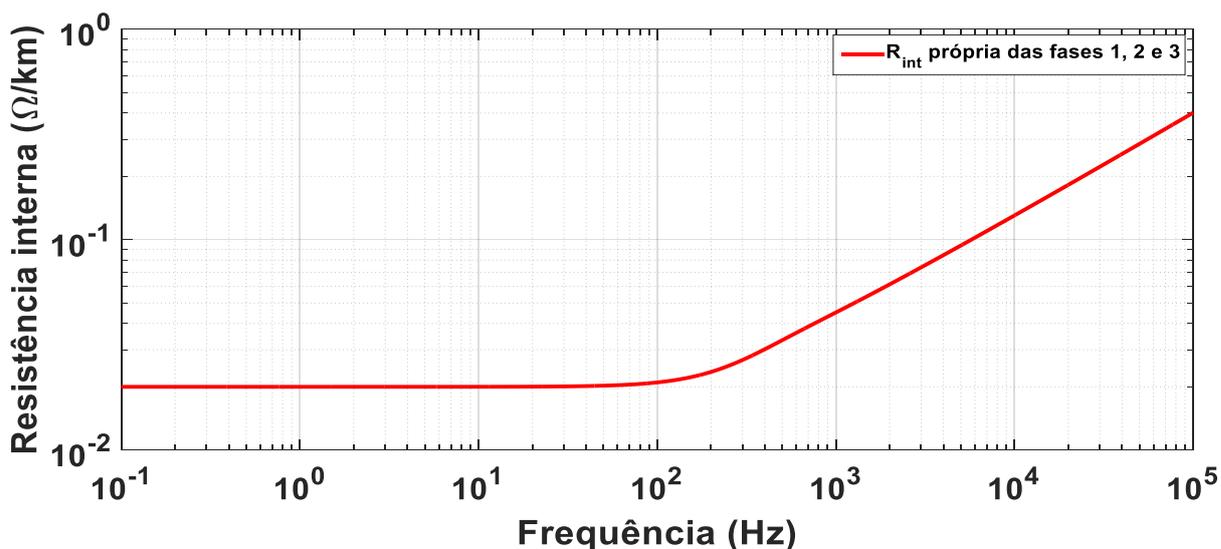
Figura 35 - Comportamento da impedância externa em diferentes valores de frequência.



Fonte: Elaboração da própria autora.

As seguintes simulações são realizadas com a resistência interna calculada pelas equações (23) e (24) e mostrada na Figura 36 e com a indutância interna calculada pelas equações (23) e (25) e apresentada na Figura 37.

Figura 36 - Comportamento da resistência interna em diferentes valores de frequência.



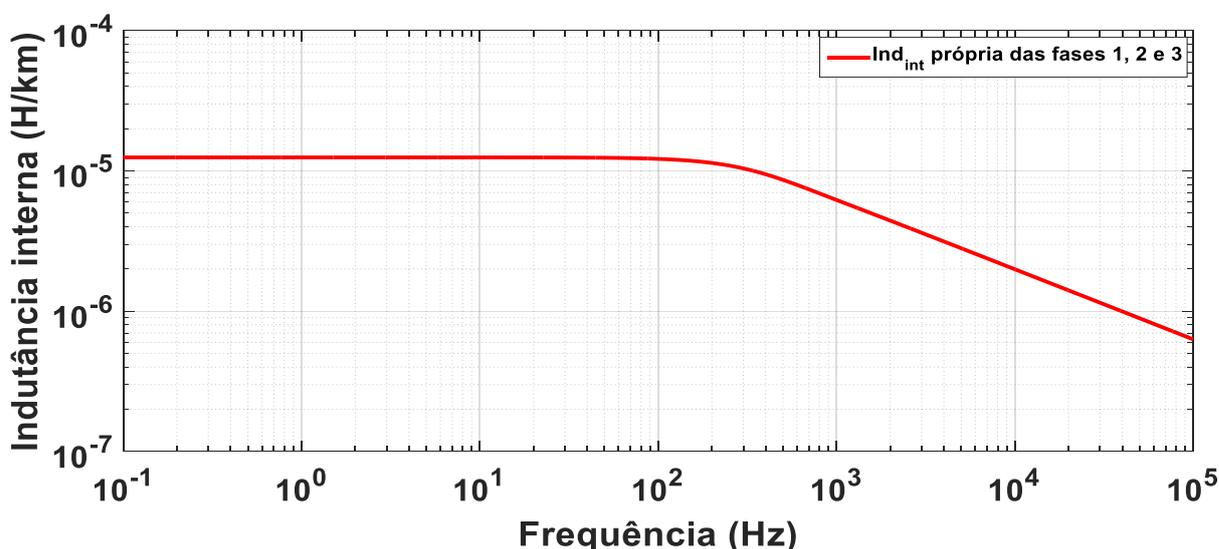
Fonte: Elaboração da própria autora.

Observando a Figura 36 verifica-se que a resistência interna tem valor de $0,02 \Omega/km$ fixo até a frequência de 10^2 Hz, depois disso tende a aumentar significativamente. Já na Figura 37, nota-se que acontece o oposto com a indutância interna, para valores de frequência maiores que

10^2 Hz diminui tendendo a zero e antes disso seu valor era fixo em $1,25 \cdot 10^{-5}$ H/km.

Para as duas Figuras 36 e 37, o valor de resistência e indutância interna é fixo até 10^2 Hz, depois disso a resistência tende a aumentar e a indutância tende a diminuir. Esse comportamento ocorre devido ao efeito pelicular, já que para altas frequências a densidade de corrente no centro do condutor diminui enquanto que há uma concentração dessa grandeza em uma dada espessura na borda do condutor, caracterizando-se uma redução na área efetiva da corrente. A variável que depende diretamente da frequência na equação da impedância interna é a profundidade pelicular de penetração (m) mostrada na equação (16).

Figura 37 - Comportamento da indutância interna em diferentes valores de frequência.



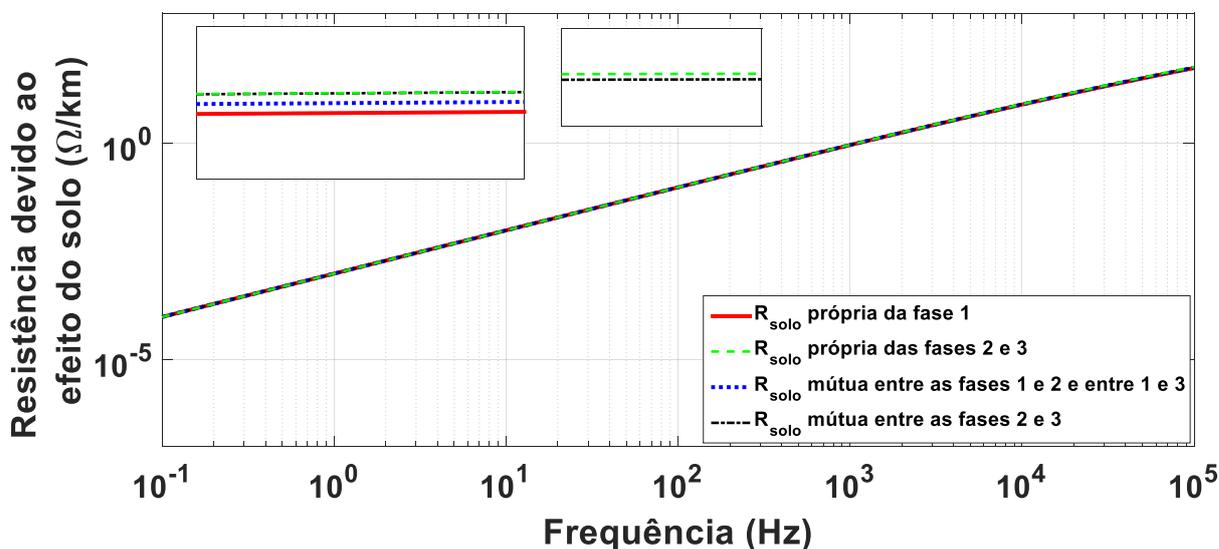
Fonte: Elaboração da própria autora.

Conclui-se também, que a resistência e indutância interna possuem somente termos próprios com valores iguais para as três fases, e que ambas dependem somente da frequência, desde que sejam conhecidos a condutividade $(\Omega \text{ m})^{-1}$ do material do condutor, o raio (m) do condutor, e a sua permeabilidade magnética (H/m).

As Figuras 38 e 39 apresentam o resultado das simulações para a resistência e indutância do solo utilizando as equações (34 - 36).

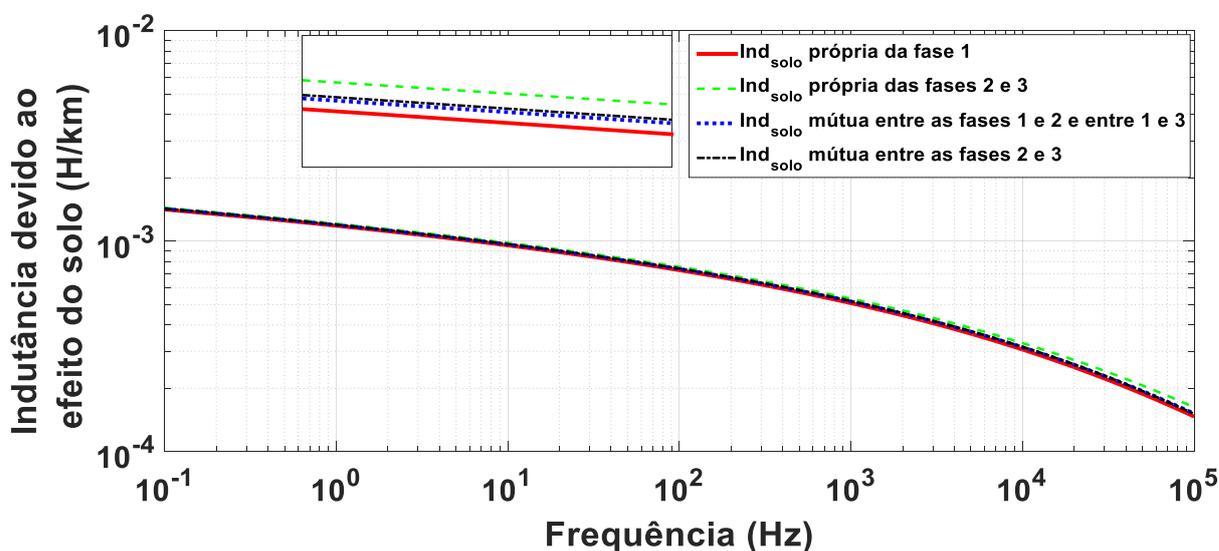
A Figura 38 mostra que as resistências do solo tendem a aumentar igualmente conforme a frequência aumenta. Os valores entre as resistências próprias e mútuas são tão próximos que parecem ser iguais olhando apenas a curva original, mas a partir das ampliadas, percebe-se que são diferentes.

Figura 38 - Comportamento da resistência do solo em diferentes valores de frequência.



Fonte: Elaboração da própria autora.

Figura 39 - Comportamento da indutância do solo em diferentes valores de frequência.



Fonte: Elaboração da própria autora.

Na Figura 39, observa-se que a indutância do solo tende a diminuir igualmente. E assim como a resistência, essa indutância também tem valores próprios e mútuos bem próximos.

A partir das Figuras 38 e 39, verifica-se ainda que a resistência e indutância do solo dependem da geometria da LT e da resistividade do solo que são valores fixos e da frequência que é o valor variante.

Na simulação da capacitância da mesma forma que para a indutância externa, verifica-

se que a capacitância da LT tanto própria quanto mútua dependem somente do meio onde os condutores estão imersos e da geometria da linha e também não variam com a frequência. Desse modo, são apresentados na Tabela 5, os valores de cada elemento da capacitância calculados a partir das equações (45 - 52) para a LT da Figura 34.

Tabela 5 - Valores da capacitância (próprias e mútuas).

Capacitância ($\eta F/km$)
$C_{11} = 5,60723$
$C_{12} = C_{21} = 2,83043$
$C_{13} = C_{31} = 2,83043$
$C_{22} = C_{33} = 6,92299$
$C_{23} = C_{32} = 1,16114$

Fonte: Elaboração da própria autora.

Por fim, são realizadas simulações apresentando o comportamento da resistência total (Figura 40) e da indutância total (Figura 41).

A resistência total (longitudinal) é obtida a partir da soma da resistência interna e da resistência do solo, como mostra (161):

$$[R_{total}(\omega)] = [R_{int}(\omega)] + [R_{solo}(\omega)] \quad (161)$$

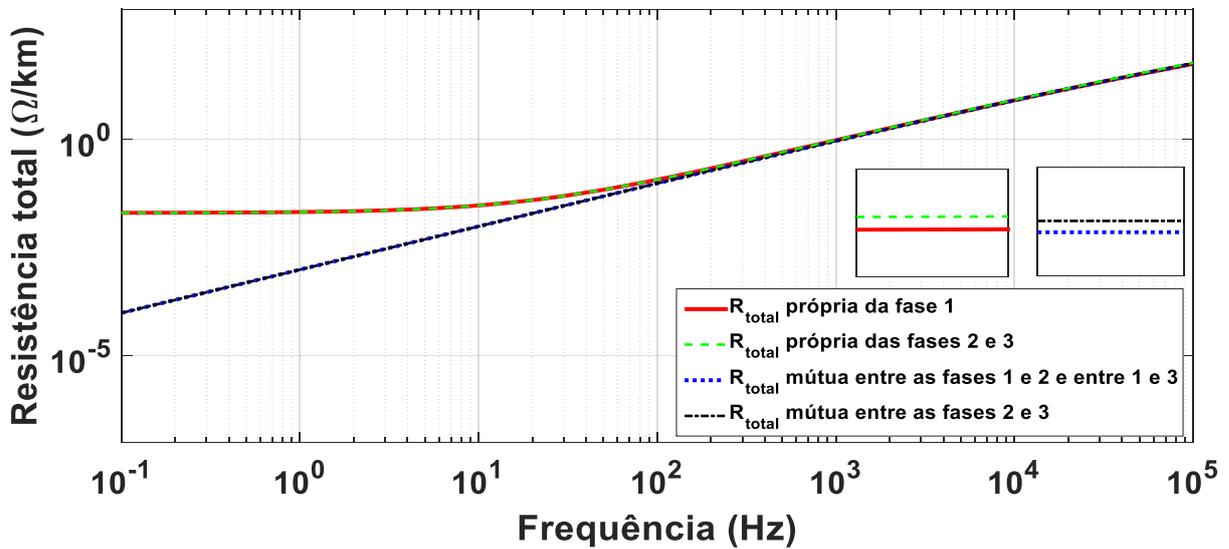
Nota-se na Figura 40 que conforme a frequência aumenta, a resistência total também tende a aumentar, sendo que esse aumento para as resistências totais mútuas cresce conforme a frequência aumenta e para as resistências totais próprias o aumento se torna mais significativo a partir de aproximadamente 10^1 Hz.

A obtenção da indutância total (longitudinal) é feita a partir da soma da indutância interna, da indutância externa e da indutância do solo, como em (162):

$$[L_{total}(\omega)] = [L_{int}(\omega)] + [L_{ext}] + [L_{solo}(\omega)] \quad (162)$$

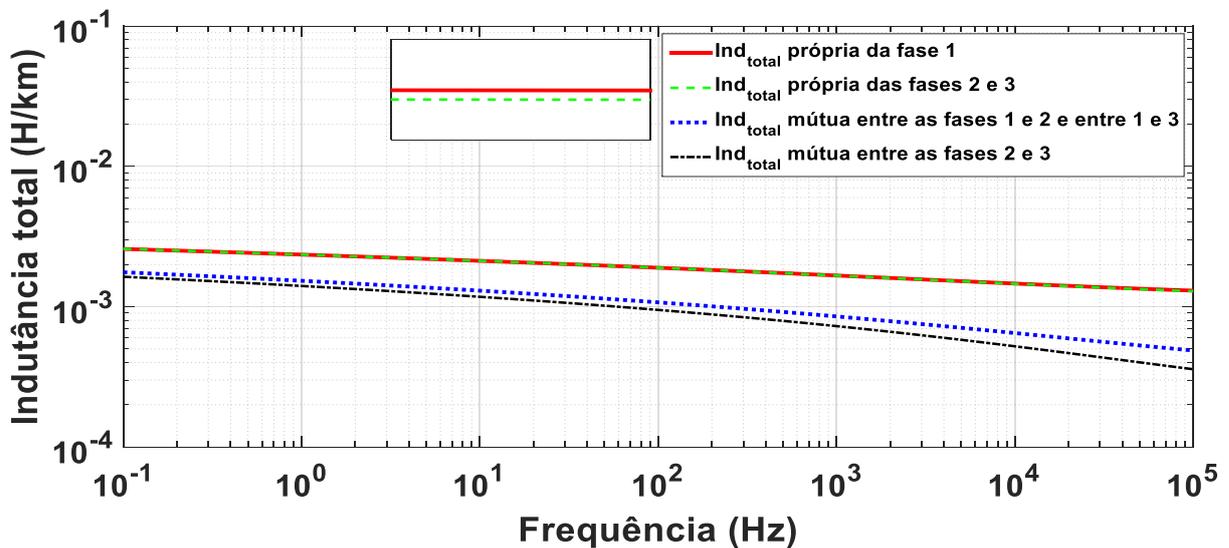
Observa-se na Figura 41, que a indutância total tende a diminuir enquanto a frequência aumenta. Para as indutâncias totais mútuas essa diminuição é mais significativa do que para as indutâncias totais próprias.

Figura 40 - Comportamento da resistência total em diferentes valores de frequência.



Fonte: Elaboração da própria autora.

Figura 41 - Comportamento da indutância total em diferentes valores de frequência.



Fonte: Elaboração da própria autora.

A.3 Considerações

Neste apêndice, foram apresentadas as simulações dos parâmetros longitudinais e dos transversais de uma LT trifásica com plano de simetria vertical e não idealmente transposta, a fim de estudar sua influência sobre a linha e também obter os valores de cada parâmetro para uma faixa de frequência.

APÊNDICE B - DECOMPOSIÇÃO MODAL DE LINHAS DE TRANSMISSÃO POLIFÁSICAS

B.1 Introdução

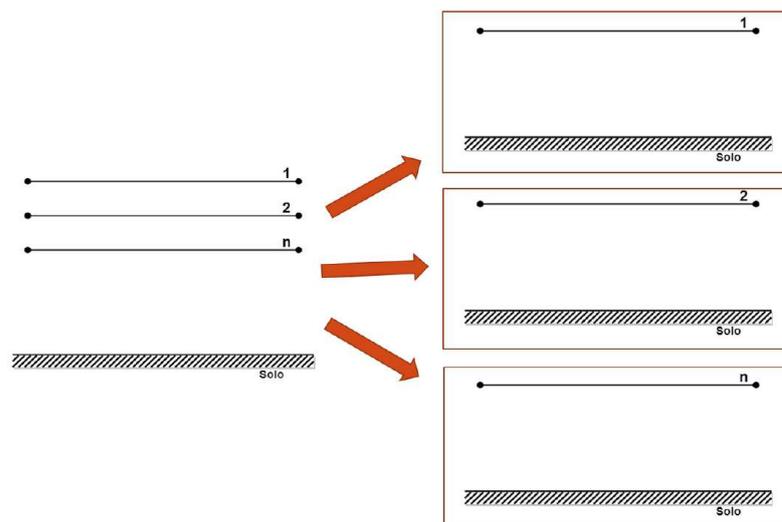
No Capítulo 3 e no 4 para a validação do modelo a parâmetros concentrados para LTs bifásicas e para o modelo proposto, respectivamente, foram necessários modelos de comparação. O modelo utilizado para comparação foi o chamado de clássico modal. Esse modelo desacopla a linha em seus modos de propagação exatos, os quais comportam-se como linhas monofásicas matematicamente desacopladas. Para isso, são necessárias equações e definições.

Dessa forma, neste apêndice será mostrado o desenvolvimento para se obter as equações e definições que permitem desacoplar uma LT polifásica em seus n modos de propagação.

B.2 Decomposição modal de linhas de transmissão

Uma LT polifásica pode ser decomposta em seus n modos de propagação, ou seja, em n linhas monofásicas totalmente desacopladas como mostra a Figura 42. Isso é possível a partir do uso de matrizes de transformação modal, conhecidas por $[T_V]$ e $[T_I]$. Tais matrizes são obtidas por meio de métodos numéricos.

Figura 42 - LT polifásica decomposta em seus n modos de propagação.



Fonte: Elaboração da própria autora.

Para uma LT polifásica (n fases), as equações diferenciais de primeira ordem escritas no domínio da frequência são dadas por (BUDNER, 1970; WEDEPOHL *et al.*, 1996):

$$\frac{\partial[V(x, \omega)]}{\partial x} = -[Z(\omega)][I(x, \omega)] \quad (163)$$

$$\frac{\partial [I(x, \omega)]}{\partial x} = -[Y(\omega)][V(x, \omega)] \quad (164)$$

E as de segunda ordem são (BUDNER, 1970; WEDEPOHL *et al.*, 1996):

$$\frac{\partial^2 [V(x, \omega)]}{\partial x^2} = [Z(\omega)][Y(\omega)][V(x, \omega)] \quad (165)$$

$$\frac{\partial^2 [I(x, \omega)]}{\partial x^2} = [Y(\omega)][Z(\omega)][I(x, \omega)] \quad (166)$$

Em (163) - (166), as matrizes de impedâncias longitudinais e de admitâncias transversais por unidade de comprimento da linha são dadas pelos elementos $[Z(\omega)]$ e $[Y(\omega)]$. Já os vetores de tensões e correntes de fase são os elementos $[V(x, \omega)]$ e $[I(x, \omega)]$. A matriz $[Z(\omega)]$ leva em conta os efeitos pelicular e do solo (MARTI, 1983).

A frequência angular corresponde à variável ω . E as matrizes e os vetores que são variáveis em relação à frequência são a de impedância longitudinal por unidade de comprimento, a de admitância transversal por unidade de comprimento, a de corrente e a de tensão.

Pelo fato dos produtos matriciais $[Z][Y]$ e $[Y][Z]$ contidos em (165) e (166) serem distintos, acabam dificultando a resolução dessas equações. Contudo, com o emprego da transformada de similaridade (CHEN, 1999), os produtos $[Z][Y]$ e $[Y][Z]$ podem ser transformados em matrizes diagonais, cujo elementos são os autovalores desses produtos.

As matrizes $[\lambda_V]$ e $[\lambda_I]$, que são as matrizes com os autovalores de $[Z][Y]$ e $[Y][Z]$, respectivamente, são calculadas por (WEDEPOHL *et al.*, 1996):

$$[\lambda_V] = [T_V]^{-1}[Z][Y][T_V] \quad (167)$$

$$[\lambda_I] = [T_I]^{-1}[Y][Z][T_I] \quad (168)$$

Em (167), $[T_V]$ é a matriz cujas colunas são os autovetores do produto $[Z][Y]$ e em (168), $[T_I]$ é a matriz cujas colunas são os autovetores do produto $[Y][Z]$.

Mesmo os produtos matriciais $[Z][Y]$ e $[Y][Z]$ sendo distintos e as matrizes $[T_V]$ e $[T_I]$ sendo diferentes, os seus determinantes e, de modo consequente, seus autovalores $[\lambda_V]$ e $[\lambda_I]$ são iguais (OGATA, 1987), como mostrado a seguir:

$$[\lambda_V] = [\lambda_I] \quad (169)$$

Nomeando de $[\lambda_m]$ a matriz cujos elementos são os autovalores dos produtos $[Z][Y]$ e $[Y][Z]$, tem-se que:

$$[\lambda_m] = [\lambda_V] = [\lambda_I] \quad (170)$$

Realizando algumas manipulações matemáticas na substituição da equação (170) em (167) e (168), obtêm-se:

$$[\lambda_m] = [T_V]^{-1}[Z][Y][T_V] \quad (171)$$

$$[\lambda_m] = [T_I]^{-1}[Y][Z][T_I] \quad (172)$$

Manipulando algebricamente, e substituindo essa manipulação nas equações (165) e (166), têm-se que:

$$\frac{\partial^2[V]}{\partial x^2} = [T_V][\lambda_m][T_V]^{-1}[V] \quad (173)$$

$$\frac{\partial^2[I]}{\partial x^2} = [T_I][\lambda_m][T_I]^{-1}[I] \quad (174)$$

Pré-multiplicando por $[T_V]^{-1}$ e $[T_I]^{-1}$ as equações (173) e (174) obtêm-se as seguintes relações:

$$\frac{\partial^2[T_V]^{-1}[V]}{\partial x^2} = [\lambda_m][T_V]^{-1}[V] \quad (175)$$

$$\frac{\partial^2[T_I]^{-1}[I]}{\partial x^2} = [\lambda_m][T_I]^{-1}[I] \quad (176)$$

A partir de (175) e (176), determina-se que as tensões modais e as correntes modais são dadas pelos vetores das equações a seguir:

$$[V_m] = [T_V]^{-1}[V] \quad (177)$$

$$[I_m] = [T_I]^{-1}[I] \quad (178)$$

Com a manipulação algébrica das equações (177) e (178) resulta-se em:

$$[V] = [T_V][V_m]; \quad [I] = [T_I][I_m] \quad (179)$$

Os vetores constituídos pelas tensões e correntes modais da linha, são $[V_m]$ e $[I_m]$, respecti-

vamente.

Substituindo $[V]$ e $[I]$ da equação (179) nas equações (175) e (176), respectivamente, obtêm-se:

$$\frac{\partial^2 [V_m]}{\partial x^2} = [\lambda_m][V_m] \quad (180)$$

$$\frac{\partial^2 [I_m]}{\partial x^2} = [\lambda_m][I_m] \quad (181)$$

Sendo assim, as equações diferenciais modais da linha encontram-se nas equações (180) e (181). Como $[\lambda_m]$ é uma matriz diagonal, afirma-se que a LT polifásica foi decomposta em seus n modos de propagação.

Realiza-se a substituição dos vetores $[V]$ e $[I]$ contidos nas relações (179) e (??) em (163) e (164), respectivamente, obtendo-se:

$$\frac{\partial [T_V][V_m]}{\partial x} = -[Z][T_I][I_m] \quad (182)$$

$$\frac{\partial [T_I][I_m]}{\partial x} = -[Y][T_V][V_m] \quad (183)$$

Multiplicando as matrizes $[T_V]^{-1}$ e $[T_I]^{-1}$ pelas equações (182) e (183), respectivamente, e manipulando-as, têm-se que:

$$\frac{\partial [V_m]}{\partial x} = -[Z_m][I_m] \quad (184)$$

$$\frac{\partial [I_m]}{\partial x} = -[Y_m][V_m] \quad (185)$$

Onde:

$$[Z_m] = [T_V]^{-1}[Z][T_I] \quad (186)$$

$$[Y_m] = [T_I]^{-1}[Y][T_V] \quad (187)$$

Sendo que $[Z_m]$ e $[Y_m]$ são, respectivamente, as matrizes de impedâncias longitudinais e de admitâncias transversais modais exatas da linha.

Relaciona-se as matrizes $[Z_m]$ e $[Y_m]$, concluindo-se que as mesmas são matrizes diagonais,

por conta das seguintes relações (KUROKAWA, 2003):

$$[Z_m][Y_m] = [\lambda_m] \quad (188)$$

$$[Y_m][Z_m] = [\lambda_m] \quad (189)$$

E relacionando-se as matrizes $[T_V]$ e $[T_I]$, obtém-se a seguinte afirmação (KUROKAWA, 2003):

$$[T_V]^{-1} = [T_I]^T \quad (190)$$

Substituindo as equações (188) e (189) nas equações (180) e (181) obtêm-se:

$$\frac{\partial^2 [V_m]}{\partial x^2} = [Z_m][Y_m][V_m] \quad (191)$$

$$\frac{\partial^2 [I_m]}{\partial x^2} = [Z_m][Y_m][I_m] \quad (192)$$

As equações diferenciais modais da linha são dadas pelas equações (191) e (192).

Dado que $[Z_m]$ e $[Y_m]$ são matrizes diagonais, as equações (191) e (192) retratam n LTs monofásicas desacopladas.

B.3 Considerações

Este apêndice mostrou o processo de decomposição de uma LT polifásica em seus n modos de propagação por meio de equações diferenciais modais da linha, resultando em matrizes $[Z_m]$ e $[Y_m]$ diagonais.

Dessa maneira, é possível utilizar essa decomposição no modelo usado para comparação (modelo clássico modal) nos capítulos 3 e 4.

APÊNDICE C - REPRESENTAÇÃO DE LINHAS DE TRANSMISSÃO MONOFÁSICAS UTILIZANDO PARÂMETROS CONCENTRADOS (ANÁLISE NO DOMÍNIO DO TEMPO E DA FREQUÊNCIA)

C.1 Introdução

No Capítulo 3 foi apresentado um modelo que representa uma LT bifásica sem plano de simetria vertical por meio de uma cascata de circuitos L , tanto no domínio do tempo, quanto no domínio da frequência. A partir dessa representação é possível calcular os valores de tensão e corrente ao longo da LT bifásica. No entanto, para que esse modelo seja considerado válido é necessário comparar seus resultados com o de um modelo clássico.

O modelo clássico modal decompõe a LT bifásica em dois modos de propagação (duas linhas monofásicas desacopladas). Cada LT monofásica é então representada por meio de uma cascata de n circuitos L , analisados no domínio da frequência.

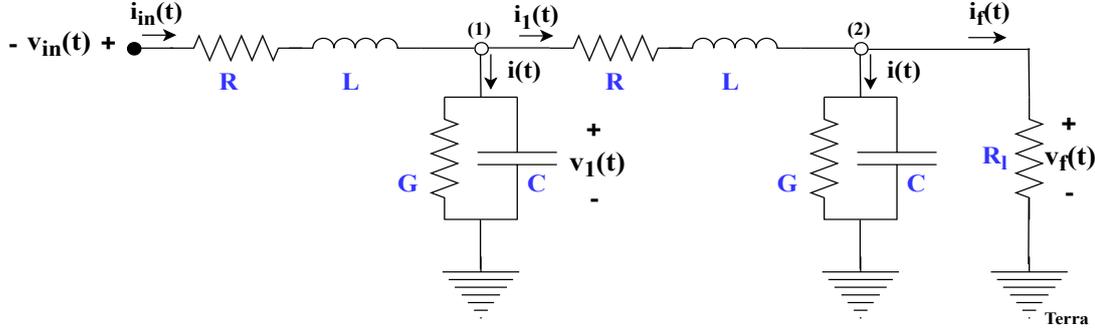
Já no Capítulo 4, foi desenvolvido o modelo proposto nesse trabalho, onde uma LT trifásica é decomposta em uma LT bifásica sem plano de simetria vertical e em uma LT monofásica desacoplada com a utilização da matriz de transformação de Clarke. A LT bifásica é representada por meio de uma cascata de pares de circuitos L acoplados como foi mostrado no capítulo 3. E a LT monofásica é representada por uma cascata de n circuitos L analisados no domínio do tempo e da frequência.

Desse modo, neste apêndice será apresentado o desenvolvimento de uma LT monofásica representada utilizando parâmetros concentrados (MAMIS, 2003; MAMIS; MERAL, 2005), analisada no domínio do tempo e no da frequência.

C.2 Representação de LTs monofásicas através de circuitos L : Análise no domínio do tempo

A Figura 43 apresenta uma LT monofásica representada por dois circuitos L conectados em cascata, com sua análise sendo realizada no domínio do tempo.

Figura 43 - LT monofásica representada por dois circuitos L conectados em cascata (análise no domínio do tempo).



Fonte: Elaboração da própria autora.

Os elementos $v_{in}(t)$, $v_f(t)$, $i_{in}(t)$ e $i_f(t)$ da Figura 43, são respectivamente, a tensão no terminal emissor da linha, a tensão no terminal receptor da linha, a corrente no terminal emissor da linha e a corrente no terminal receptor da linha. Cujo terminal receptor, encontra-se com uma carga resistiva $R_l(t)$

Aplicando as leis das tensões e das correntes de Kirchhoff nas malhas e nos nós da Figura 43 obtêm-se:

Primeira malha:

$$v_{in}(t) - Ri_{in}(t) - L\frac{di_{in}(t)}{dt} - v_1(t) = 0 \quad (193)$$

Segunda malha:

$$v_1(t) - Ri_1(t) - L\frac{di_1(t)}{dt} - v_f(t) = 0 \quad (194)$$

Da equação (193) isola-se $\frac{di_{in}(t)}{dt}$ e da equação (194) isola-se $\frac{di_1(t)}{dt}$.

$$\frac{di_{in}(t)}{dt} = -\frac{R}{L}i_{in}(t) + \frac{1}{L}v_{in}(t) - \frac{1}{L}v_1(t) \quad (195)$$

$$\frac{di_1(t)}{dt} = -\frac{R}{L}i_1(t) + \frac{1}{L}v_1(t) - \frac{1}{L}v_f(t) \quad (196)$$

Nó (1):

$$i_{in}(t) - i(t) - i_1(t) = 0 \quad (197a)$$

$$i_{in}(t) - Gv_1(t) - C\frac{dv_1(t)}{dt} - i_1(t) = 0 \quad (197b)$$

Nó (2):

$$i_1(t) - i(t) - i_f(t) = 0 \quad (198a)$$

$$i_1(t) - Gv_f(t) - C \frac{dv_f(t)}{dt} - \frac{v_f(t)}{R_l} = 0 \quad (198b)$$

Da equação (197) isola-se $\frac{dv_1(t)}{dt}$ e da equação (198) isola-se $\frac{dv_f(t)}{dt}$.

$$\frac{dv_1(t)}{dt} = -\frac{G}{C}v_1(t) + \frac{1}{C}i_{in}(t) - \frac{1}{C}i_1(t) \quad (199)$$

$$\frac{dv_f(t)}{dt} = \frac{1}{C}i_1(t) - \frac{GR_l + 1}{CR_l}v_f(t) \quad (200)$$

Escreve-se as equações (195), (196), (199) e (200) na forma de equações de estados (MAMIS, 2003; MAMIS; MERAL, 2005), resultando em:

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{in}(t) \\ \dot{i}_1(t) \\ \dot{v}_1(t) \\ \dot{v}_f(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R/L & 0 & -1/L & 0 \\ 0 & -R/L & 1/L & -1/L \\ 1/C & -1/C & -G/C & 0 \\ 0 & 1/C & 0 & -\left(\frac{GR_l+1}{CR_l}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{in}(t) \\ i_1(t) \\ v_1(t) \\ v_f(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/L \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [v_{in}(t)] \quad (201a)$$

$$\begin{bmatrix} i_{in}(t) \\ v_f(t) \\ i_f(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1/R_l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{in}(t) \\ i_1(t) \\ v_1(t) \\ v_f(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [v_{in}(t)] \quad (201b)$$

A partir das equações matriciais da equação (201) é possível generalizar essa representação para n circuitos L conectados em cascata. Sendo obtida uma regra de formação, onde as matrizes $[A]$, $[B]$, $[C]$ e $[D]$ são montadas por inspeção e os vetores $[x]$, $[u]$ e $[y]$ são descritos como:

$$[x]^T = [i_{in} \ i_1 \ \dots \ i_n \ v_1 \ v_2 \ \dots \ v_f] \quad (202)$$

$$[u] = [v_{in}] \quad (203)$$

$$[y]^T = [i_{in} \ v_f \ i_f] \quad (204)$$

O vetor $[x]$ em (202) é $2n \times 1$, constituído primeiramente por todas as correntes, posteriormente todas as tensões. O vetor $[u]$ em (203) é 1×1 e contém a fonte de tensão aplicada no terminal emissor. O vetor $[y]$ é 3×1 em (204) e contém as correntes e tensões de entrada e saída da LT. n é a quantidade de circuitos L em cascata.

A matriz $[A]$ é $2n \times 2n$ e é constituída por 4 submatrizes quadradas com dimensões $n \times n$. A matriz $[B]$ é $2n \times 1$. A matriz $[C]$ é $3 \times 2n$ e possui 6 submatrizes com dimensões de $1 \times n$. A matriz $[D]$ é 3×1 e é nula, pois $[y]$ não depende de $[u]$. As matrizes são escritas como:

$$[A] = \begin{bmatrix} [A_1] & [A_2] \\ [A_3] & [A_4] \end{bmatrix}; [B] = \begin{bmatrix} 1/L \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}; [C] = \begin{bmatrix} [C_1] & [C_2] \\ [C_3] & [C_4] \\ [C_5] & [C_6] \end{bmatrix}; [D] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (205)$$

sendo

$$[A_1] = \text{diag}\{-R/L\}; [A_2] = \begin{bmatrix} -1/L & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 1/L & -1/L & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1/L & -1/L & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 1/L & -1/L \end{bmatrix}; \quad (206)$$

$$[A_3] = \begin{bmatrix} 1/C & -1/C & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1/C & -1/C & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1/C & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & -1/C \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1/C \end{bmatrix}; [A_4] = \begin{bmatrix} -G/C & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & -G/C & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & -\left(\frac{GR_l+1}{CR_l}\right) \end{bmatrix}; \quad (207)$$

$$[C_1] = [1 \ 0 \ \cdots \ 0]; [C_4] = [0 \ 0 \ \cdots \ 1]; [C_6] = [0 \ 0 \ \cdots \ 1/R_l] \quad (208)$$

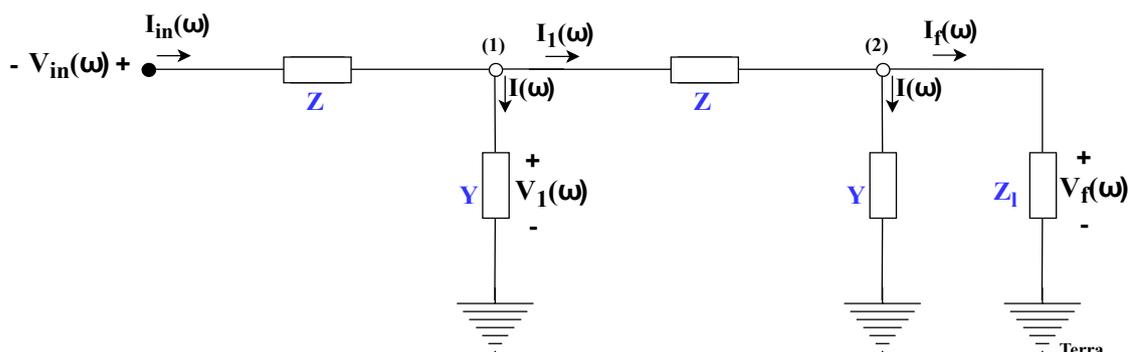
R_l é a carga resistiva conectada ao terminal receptor da LT. As submatrizes $[C_2]$, $[C_3]$ e $[C_5]$ são matrizes nulas.

Dessa maneira, é possível representar uma LT monofásica diretamente no domínio do tempo usando uma quantidade genérica de circuitos L . A partir do sistema de equações de estado, são resultadas equações diferenciais, cuja solução pode ser encontrada com o uso de métodos de integração numérica, o utilizado nesse trabalho é a regra trapezoidal implícita.

C.3 Representação de LTs monofásicas através de circuitos L : Análise no domínio da frequência

A Figura 44 apresenta uma LT monofásica analisada no domínio da frequência, representada por dois circuitos L conectados em cascata.

Figura 44 - LT monofásica representada por dois circuitos L conectados em cascata (análise no domínio da frequência).



Fonte: Elaboração da própria autora.

Na Figura 44, $V_{in}(\omega)$ é a tensão no terminal emissor da linha, $V_f(\omega)$ é a tensão no terminal receptor da linha, $I_{in}(\omega)$ é a corrente no terminal emissor da linha e $I_f(\omega)$ é a corrente no terminal receptor da linha.

Empregando a primeira e segunda lei de Kirchhoff nas malhas e nos nós da Figura 44 têm-se que:

Primeira malha:

$$V_{in}(\omega) - ZI_{in}(\omega) - V_1(\omega) = 0 \quad (209)$$

Segunda malha:

$$V_1(\omega) - ZI_1(\omega) - V_f(\omega) = 0 \quad (210)$$

Da equação (209) isola-se $V_{in}(\omega)$ e a equação (210) multiplica-se por -1 .

$$ZI_{in}(\omega) + V_1(\omega) = V_{in}(\omega) \quad (211)$$

$$ZI_1(\omega) - V_1(\omega) + V_f(\omega) = 0 \quad (212)$$

Nó (1):

$$I_{in}(\omega) = I(\omega) + I_1(\omega) \quad (213a)$$

$$-I_{in}(\omega) + YV_1(\omega) + I_1(\omega) = 0 \quad (213b)$$

Nó (2):

$$I_1(\omega) = I(\omega) + I_f(\omega) \quad (214a)$$

$$-I_1(\omega) + \left(Y + \frac{1}{Z_l}\right) V_f(\omega) = 0 \quad (214b)$$

Escreve-se as equações (211), (212), (213) e (214) na forma matricial de $[x] = [A]^{-1}[B]$:

$$\begin{bmatrix} I_{in}(\omega) \\ I_1(\omega) \\ V_1(\omega) \\ V_f(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z & 0 & 1 & 0 \\ 0 & Z & -1 & 1 \\ -1 & 1 & Y & 0 \\ 0 & -1 & 0 & \left(Y + \frac{1}{Z_l}\right) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} V_{in}(\omega) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (215)$$

Baseado na equação (215) representada por dois circuitos L em cascata, nota-se que uma regra de formação começa a ser desenvolvida. Consequentemente, pode-se generalizar essa representação para n circuitos L em cascata para a obtenção da regra de formação final. Dessa forma, o vetor $[x]$ é dado por:

$$[x]^T = [i_{in} \quad i_1 \quad \dots \quad i_n \quad v_1 \quad v_2 \quad \dots \quad v_f] \quad (216)$$

Em (216), o vetor $[x]$ é constituído por todas as correntes e depois todas as tensões. É um vetor de tamanho $2n \times 1$, sendo n a quantidade de circuitos L em cascata.

As matrizes $[A]$ e $[B]$ são $2n \times 2n$ e $2n \times 1$, respectivamente. $[A]$ é constituída por 4 submatrizes quadradas com dimensões $n \times n$. Essas matrizes são descritas como:

$$[A] = \begin{bmatrix} [A_1] & [A_2] \\ [A_3] & [A_4] \end{bmatrix}; [B] = \begin{bmatrix} V_{in}(\omega) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}; \quad (217)$$

sendo

$$[A_1] = \text{diag}\{Z\}; \quad [A_2] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -1 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}; \quad (218)$$

$$[A_3] = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & -1 & 1 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & -1 & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 \end{bmatrix}; \quad [A_4] = \begin{bmatrix} Y & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & Y & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \left(Y + \frac{1}{Z_l}\right) \end{bmatrix} \quad (219)$$

Z_l é a carga conectada ao terminal receptor da LT.

Desse modo, tem-se a regra de formação para uma LT monofásica com o terminal receptor com carga analisada no domínio da frequência. Do sistema são resultadas equações, cuja solução é obtida com a utilização da forma de sistema linear ($[x] = [A]^{-1}[B]$).

C.4 Considerações

Este apêndice apresentou o desenvolvimento de uma LT monofásica representada utilizando parâmetros concentrados, analisada no domínio do tempo e no da frequência.

Verificou-se que ambas as análises possuem uma regra de formação, assim como as LT bifásicas. Portanto, uma vez que essas regras de formação são conhecidas o modelo proposto pode ser aplicado na LT trifásica.