**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA – UNESP**

**Faculdade de Engenharia e Ciências - Campus de Guaratinguetá**

**JOSÉ ALBERTO MACEDO VALE DIAS**

# ANÁLISE MODAL EM PÁ DE HÉLICE DE HELICÓPTERO COM FIBER BRAGG GRATING (FBG) E EXTENSOMETRIA

Guaratinguetá

2024

**JOSÉ ALBERTO MACEDO VALE DIAS**

# ANÁLISE MODAL EM PÁ DE HÉLICE DE HELICÓPTERO COM FIBER BRAGG GRATING (FBG) E EXTENSOMETRIA

Trabalho de Graduação apresentada à Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade de Engenharia, Campus de Guaratinguetá, para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Orientador(a): Prof. Dr. Marcelo Sampaio Martins

Coorientador(a): Prof. Me. Carlos Edilson Chiaradia

Guaratinguetá

2024

Dias, José Alberto Macedo Vale
D541a Análise modal em pá de hélice de helicóptero com *Fiber Bragg Grating* (FBG) e extensometria / José Alberto Macedo Vale Dias - Guaratinguetá, 2024.
45 f : il.
Bibliografia: f. 42-45

Trabalho de Graduação em Engenharia Mecânica – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia e Ciências de Guaratinguetá, 2025.

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Sampaio Martins
Coorientador: Prof. Dr. Carlos Edilson Chiaradia

1. Análise modal. 2. Vibração. 3. Helicópteros. I. Título.

CDU 534.1

Luciana Máximo
Bibliotecária/CRB-8 3595

**JOSÉ ALBERTO MACEDO VALE DIAS**

**ANÁLISE MODAL EM PÁ DE HÉLICE DE HELICÓPTERO COM FIBER BRAGG GRATING (FBG) E EXTENSOMETRIA**

Trabalho de conclusão de curso apresentado à Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade de Engenharia e Ciências do Campus de Guaratinguetá, para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Data da defesa: 12 / 11 / 2024

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Marcelo Sampaio Martins
UNESP - Faculdade de Engenharia e Ciências do Campus de Guaratinguetá

Profa. Dra. Thais Santos Castro
UNESP - Faculdade de Engenharia e Ciências do Campus de Guaratinguetá

Prof. Dr. Antonio dos Reis de Faria Neto
UNESP - Faculdade de Engenharia e Ciências do Campus de Guaratinguetá

## AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer a Deus por ter me tornado capaz de trilhar todo o caminho até aqui. E agradeço também a toda a minha família por sempre me apoiar e me incentivar a realizar meus sonhos. E em especial minha mãe, Rosana, que através de esforços diários fez com que eu pudesse levar essa fase da minha vida da melhor forma possível; e minha namorada, Rafaella, que sempre esteve ao meu lado em todos os momentos, me inspirando e me ajudando a me tornar um melhor profissional. Ao professor Marcelo Sampaio, por ter me orientado neste trabalho. Ao professor Paulo Paupitz e seus alunos, da FEB, que contribuíram com conhecimentos teóricos e práticos valiosos que agregaram muito para este trabalho. Além dos amigos e experiências que vou levar para a vida toda.

## RESUMO

A análise de deformação em estruturas que sofrem efeito de cargas estáticas e/ou dinâmicas é de suma importância para garantir segurança e confiabilidade na construção de máquinas, equipamentos e estruturas propriamente ditas. Aliado a isto, há sensores no mercado que fornecem dados quantitativos destas deformações, dentre eles: o extensômetro convencional e o Fiber Bragg Grating (FBG). O objetivo deste trabalho é analisar os modos de vibração de uma pá de hélice de helicóptero de geometria já definida, equipada de um extensômetro convencional e de um FBG, através de uma análise modal experimental, que foi realizada em parceria com a Faculdade de Engenharia de Bauru (FEB) – UNESP com uso de acelerômetro e martelo modal, para obter as frequências naturais de oscilação. Além da análise modal numérica, utilizando o software da ANSYS Mechanical® para comparar e analisar as frequências naturais obtidas por cada uma delas. E, também, foi obtida a primeira frequência natural por método analítico da equação de Euler-Bernoulli para efeito de comparação. Os resultados convergiram e foram satisfatórios, apresentando desvios percentuais de no máximo 16%.



**Palavras-chave:** Vibrações; Análise modal; Deformação.

## ABSTRACT

The analysis of deformation in structures subjected to static and/or dynamic loads is of utmost importance to ensure safety and reliability in the construction of machines, equipment and structures themselves. In addition, there are sensors on the market that provide quantitative data on these deformations, including: the conventional strain gauge and the Fiber Bragg Grating (FBG). The objective of this work is to analyze the vibration modes of a helicopter propeller blade with a predefined geometry, equipped with a conventional strain gauge and a FBG, through an experimental modal analysis, which was carried out in partnership with the Bauru School of Engineering (FEB) - UNESP using an accelerometer and modal impact hammer, to obtain the natural frequencies of oscillation. In addition to the numerical modal analysis, using ANSYS Mechanical® software to compare and analyze the natural frequencies obtained by each of them. And, also, the first natural frequency was obtained by analytic method from Euler-Bernoulli equation for comparison purposes. The results converged and were overwhelming, presenting percentage deviations of no more than 16%.



**Keywords:** Vibrations; Modal Analysis; Deformation.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Componentes do rotor de um helicóptero .....16
Figura 2 – Ilustração da deflexão da pá da hélice do helicóptero.....16
Figura 3 – Forças atuantes em um elemento infinitesimal da pá de hélice de helicóptero durante a deflexão .....16
Figura 4 – Formas modais da pá rotativa e não rotativa .....20
Figura 5 - Aplicação da Equação de Euler-Bernoulli para vigas.....21
Figura 6 – Fonte óptica de banda larga incide no núcleo da fibra, parte do espectro é refletido e outra parte transmitido, em torno do comprimento de onda Bragg.....23
Figura 7 – Um esquema de uma máscara de fase utilizada na inscrição de redes de Bragg de fibra.....24
Figura 8 - Configurações de extensômetros.....27
Figura 9 – Circuito em ponte de Wheatstone .....28
Figura 10 – Sistema de medição de deformação através de extensômetro.....28
Figura 11 – Hélice utilizada no trabalho .....29
Figura 12 – Modelo de hélice feita no Autodesk Inventor®. .....29
Figura 13 – Modelo da hélice aplicado na análise modal do ANSYS® .....30
Figura 14 – Acelerômetro e martelo modal .....30
Figura 15 – Realização do ensaio de vibração na hélice, utilizando martelo modal e acelerômetro .....31
Figura 16 – Aquisição de dados no software da Wedesoft®.....31
Figura 17 – Obtenção das curvas de amplitude e fase da hélice como FRF .....33
Figura 18 – Primeiro modo de vibração da hélice no ANSYS®.....34
Figura 19 – Segundo modo de vibração da hélice no ANSYS®.....34
Figura 20 – Terceiro modo de vibração da hélice no ANSYS®.....34
Figura 21 – Quarto modo de vibração da hélice no ANSYS®.....34
Figura 22 – Quinto modo de vibração da hélice no ANSYS® .....35
Figura 23 – Sexto modo de vibração da hélice no ANSYS®.....35
Figura 24 – Sétimo modo de vibração da hélice no ANSYS®.....35
Figura 25 – Primeiro modo de vibração da hélice no Wedesoft®.....36
Figura 26 – Segundo modo de vibração da hélice no Wedesoft®.....36
Figura 27 – Terceiro modo de vibração da hélice no Wedesoft®.....37

Figura 28 – Quarto modo de vibração da hélice no Wedesoft®.....37
Figura 29 – Quinto modo de vibração da hélice no Wedesoft® .....38
Figura 30 – Sexto modo de vibração da hélice no Wedesoft®.....38
Figura 31 – Sétimo modo de vibração da hélice no Wedesoft®.....39

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Propriedades físicas e mecânicas das fibras ópticas 25

Tabela 2 – Frequências Naturais da Hélice obtidas teoricamente e experimentalmente 39

# LISTA DE SÍMBOLOS

| | |
|---|---|
| $\Omega$ | Velocidade angular da pá |
| $\psi$ | Parte imaginária do potencial de velocidade |
| $\boldsymbol{\lambda}$ | Frequência de flexão da aba rotativa em termos de Ω |
| $K$ | Constante estrutural da pá |
| $G$ | Tensão Centrífuga |
| $M$ | Momento fletor |
| $S$ | Força centrífuga na pá |
| $E$ | Módulo de Elasticidade ou de Young |
| $I$ | Momento de Inércia |
| $m$ | Massa da pá |
| $R$ | Raio do rotor |
| $w(x,t)$ | Deflexão da viga |
| $\boldsymbol{\rho}$ | Massa específica do componente |
| $L$ | Comprimento da viga |

**SUMÁRIO**


**1 INTRODUÇÃO ..... 11**

1.1 OBJETIVO ..... 12

1.2 JUSTIFICATIVA ..... 12

**2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA ..... 13**

2.1 VIBRAÇÕES MECÂNICAS ..... 13

2.2 ANÁLISE MODAL ..... 14

**2.2.1 Análise modal experimental** ..... 15

2.3 HÉLICES DE HELICÓPTERO ..... 15

2.4 DETERMINAÇÃO ANALÍTICA DA FREQUÊNCIA NATURAL DE VIGAS ..... 20

2.5 FIBER BRAGG GRATING (FBG) ..... 21

**2.5.1 Teoria principal de funcionamento** ..... 23

**2.5.2 Inscrição da rede de Bragg** ..... 24

**2.5.3 Propriedades físicas da fibra com FBG** ..... 25

2.6 EXTENSOMETRIA ELÉTRICA E RESISTÊNCIA ..... 26

**3 METODOLOGIA ..... 29**

**4 RESULTADOS E DISCUSSÕES ..... 32**

**5 CONCLUSÃO ..... 41**

**REFERÊNCIAS ..... 42**

# 1 INTRODUÇÃO

Na engenharia, é imprescindível conhecer o funcionamento e prever condições de comportamento de estruturas, sejam estáticas e/ou dinâmicas para um dimensionamento mais confiável e seguro (WEBER, 2021). A análise de deformações é especialmente importante no projeto das hélices de veículos aéreos como helicópteros e aeronaves de decolagem e aterrissagem vertical elétrica (EVTOL - *Electric Vertical Take-Off and Landing*), uma vez que são os componentes mais críticos tratando-se de segurança, sendo suscetíveis à fadiga, impacto e absorção de umidade (JAMES, 2022) e consequentemente, um dimensionamento inadequado das hélices pode comprometer toda a estrutura, o que inclui uma baixa eficiência aerodinâmica, causando um mal desempenho durante o voo (ZHANG, 2023), além de poder ocasionar falhas que coloquem em risco a vida e segurança de pessoas.

O objetivo da análise de deformação nesta situação é propiciar um dimensionamento mais preciso e aplicado para situações reais de voo, o que pode ser realizado por meio da extensometria convencional, com *strain gages*, empregando o *Fiber Bragg Grating* (FBG) ou, ainda, uma análise modal com utilização de acelerômetros. O FBG, por sua vez, é caracterizado como um sensor multifuncional que utiliza fibras ópticas para medir deformações, além de apresentar maior resistência à corrosão, pequeno volume, maior sensibilidade, alta capacidade de transmissão (com baixas perdas), alta confiabilidade e susceptibilidade ou imunidade eletromagnética (ZHANG, 2023).

Para a realização deste trabalho, foi utilizada uma pá de hélice de geometria já definida, composta de fibra de carbono, contendo *strain gages* oriundos da extensometria convencional e FBG implantados na hélice. Para a obtenção dos dados, foi utilizada a análise modal, que tem como função determinar o comportamento dinâmico e a resposta em domínio do tempo e/ou da frequência do componente frente a forças externas, como em uma situação real.

Além disso, foi elaborado um modelo 3D da pá de hélice utilizando Autodesk Inventor®, para simular teoricamente seu comportamento utilizando a análise modal no ANSYS® e comparar com os dados da Análise Modal Experimental (*Experimental Modal Analysis* – EMA).

## 1.1 OBJETIVO

O objetivo deste trabalho é realizar uma análise modal de uma pá de hélice de helicóptero de geometria já definida, através de métodos numéricos e experimentais, para determinar e analisar seus modos de vibração.

## 1.2 JUSTIFICATIVA

Estudar e analisar o comportamento dinâmico de estruturas é fundamental para um melhor entendimento das possibilidades de aplicações tecnológicas e permite um dimensionamento mais confiável e seguro, melhorando também seu desempenho.

# 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

## 2.1 VIBRAÇÕES MECÂNICAS

Segundo RAO (2018), o estudo das vibrações evoluiu de uma compreensão teórica dos fenômenos naturais para aplicações práticas em engenharia. As vibrações em máquinas e estruturas são frequentemente causadas por desequilíbrios, levando a uma série de problemas, incluindo desgaste acelerado, falhas mecânicas e deterioração da qualidade dos processos industriais. A compreensão da causa desses efeitos é essencial para mitigar os aspectos negativos e contribuir para a durabilidade e eficiência dos sistemas de engenharia.

De acordo com INMAN (2014), as propriedades vibratórias dos dispositivos de engenharia frequentemente são fatores limitantes para o seu desempenho. Quando prejudicial, a vibração deve ser evitada, mas ela também pode ser extremamente útil. Portanto, é necessário e vantajoso saber como analisá-la, medi-la e controlá-la.

Segundo RAO (2018), as vibrações são classificadas a seguir:

- Vibração livre: O sistema, após uma perturbação inicial, continua a vibrar por conta própria, nenhuma força externa agindo sobre ele;
- Vibração forçada: O sistema está sujeito a uma força externa repetitiva; Se a frequência da força externa coincidir com uma das frequências naturais do sistema, ocorre uma condição chama de ressonância, e o sistema sofre um aumento das amplitudes de vibração, que pode ocasionar em falhas catastróficas.
- Vibração não amortecida: o sistema não sofre de perda ou dissipação de energia por atrito ou resistência ao movimento durante a oscilação
- Vibração amortecida: a energia do sistema é perdida ou dissipada durante o movimento do sistema
- Vibração linear: ocorre quando o comportamento do sistema pode ser previsto linearmente com equações diferenciais lineares. Muitas vezes aproximações são feitas para sistemas serem tratados como lineares para simplificarem os cálculos
- Vibração determinística: É conhecido o valor da amplitude do sistema a qualquer dado instante

- Vibração aleatória: O valor da amplitude não é previsto em alguns momentos – ou em todo momento - da oscilação.

É com o auxílio dos conhecimentos de vibração que é possível aplicar, conhecendo as distinções entre seus tipos, ferramentas como a análise modal que fornecem dados que podem ser utilizados a fim de se ter um dimensionamento mais seguro, prevendo condições de comportamento de estruturas dinâmicas (WEBER, 2021).

## 2.2 ANÁLISE MODAL

A análise modal é uma ferramenta que visa determinar o comportamento dinâmico de estruturas mecânicas ou máquinas quando sujeitas a carregamentos externos ao longo de sua vida útil, a fim de especificar seus parâmetros, como frequências naturais, modos de vibração e fatores de amortecimento, sendo fundamental para demonstração dos efeitos da força externa que é aplicada a esta estrutura.

De acordo com INMAN (2014), a equação (1) para um sistema discreto pode ser expressa como:

$$[M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = 0 \tag{1}$$

Onde [M] é a matriz de massa e [K] é a matriz de rigidez.

Os autovalores e autovetores obtidos resolvendo essa equação determinam as frequências naturais e modos de vibração do sistema.

Segundo LIMA (2006), existem dois processos em que a análise modal pode ser realizada: a análise modal teórica e a experimental. A primeira consiste na formulação de um modelo matemático do componente ou estrutura em análise, utilizando o método dos Elementos Finitos, a partir do qual se pode obter as matrizes de massa e rigidez da estrutura. Esta abordagem caracteriza o modelo modal teórico, sendo suficiente para obter respostas da estrutura ou componentes sob carregamentos conhecidos.

### 2.2.1 Análise modal experimental

Já na análise modal experimental, são utilizados dados experimentais para determinar a frequência natural, fatores de amortecimento modais e modos de vibração, podendo ser empregada para a validação de um modelo teórico de uma determinada estrutura. Os dados obtidos por meio da realização de ensaios experimentais permitem identificar as características de resposta do sistema. Essas características podem ser expressas por meio de Funções de Resposta em Frequência (FRFs) ou de resposta impulsiva. Em essência, essa análise está relacionada a um conjunto de técnicas que possibilitam a obtenção de modelos matemáticos precisos para uma determinada estrutura, com base nos dados experimentais coletados.

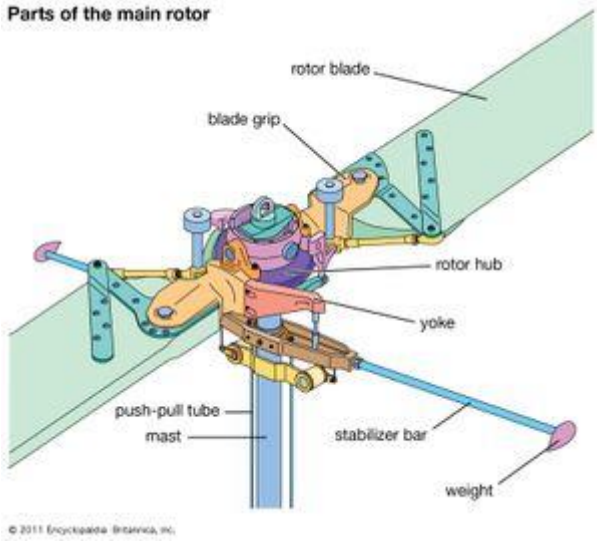
## 2.3 HÉLICES DE HELICÓPTERO

Segundo (Bramwell, 1976), uma pá de rotor é bastante flexível, e isso gera diversos problemas que requerem a análise dos efeitos dessa flexibilidade no movimento da pá. É necessário analisar se o movimento da pá afeta significativamente seu desempenho e o carregamento sobre o rotor; quais tensões ocorrem na pá deformada; e se as frequências do movimento da pá coincidem com as frequências das cargas aerodinâmicas aplicadas.

O problema da flexibilidade das pás é muito complexo, pois a pá possui diversos graus de liberdade e o carregamento aerodinâmico depende fortemente do formato da pá. Para simplificar, será considerado separadamente os movimentos de flap (movimento no plano de rotação), torção (deformação em torno do eixo longitudinal) e lag (movimento de arrasto, ou atraso) em vibração livre, ou seja, a pá não está fixa a nenhum ponto, o que poderia significantemente alterar os resultados.

A flexão da aba da pá é definida como deflexões da pá perpendiculares ao plano do cubo da pá (*rotor hub*).

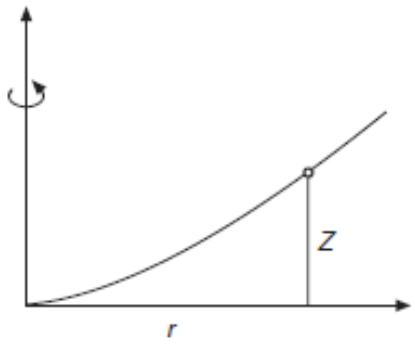
Figura 1 – Componentes do rotor de um helicóptero




Fonte: BRITANNICA

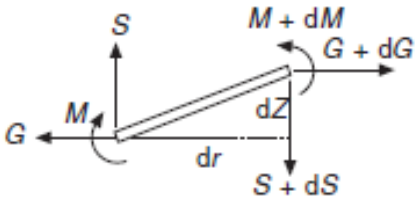
Considerando **Z** como o deslocamento da pá ao longo de seu plano de oscilação paralelo a base da pá e **r** sendo a distância do eixo de rotação de um elemento infinitesimal, ilustrado na figura 2 e as forças atuantes na figura 3.

Figura 2 – Ilustração da deflexão da pá da hélice do helicóptero




Fonte: Bramwell, 1976

Figura 3 – Forças atuantes em um elemento infinitesimal da pá de hélice de helicóptero durante a deflexão




Fonte: Bramwell, 1976

O equilíbrio do elemento da pá exige as equações (2), (3) e (4):

$$dG + m\Omega^2 r\, dr = 0 \tag{2}$$

$$dS + m\, dr\, \frac{\partial^2 Z}{\partial t^2} = 0 \tag{3}$$

$$G\, dZ + S\, dr - dM = 0 \tag{4}$$

Integrando a equação (2), é obtida na forma a seguir:

$$G = \int_r^R m\Omega^2 r\, dr \tag{5}$$

Que é utilizada para calcular a tensão centrífuga atuante na pá.

Derivando as equações (3) e (4) em relação a **r**, obtêm-se as equações (6) e (7):

$$\frac{\partial S}{\partial r} = -m\frac{\partial^2 Z}{\partial t^2} \tag{6}$$

$$\frac{\partial M}{\partial r} = G\frac{\partial Z}{\partial r} + S \tag{7}$$

Derivando a equação (7) e substituindo a equação (6) em (7), resulta na equação (8):

$$\frac{\partial^2 M}{\partial r^2} = \frac{\partial}{\partial r}\left(G\frac{\partial Z}{\partial r}\right) + \frac{\partial S}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r}\left(G\frac{\partial Z}{\partial r}\right) - m\frac{\partial^2 Z}{\partial t^2} \tag{8}$$

A equação da linha elástica é dada por:

$$M = EI\frac{\partial^2 Z}{\partial r^2} \tag{9}$$

Logo, substituindo a equação (9) na equação (8), obtém-se a equação (10):

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2}\left(EI\frac{\partial^2 Z}{\partial t^2}\right) - \frac{\partial}{\partial r}\left(G\frac{\partial Z}{\partial r}\right) + m\frac{\partial^2 Z}{\partial t^2} = 0 \tag{10}$$

Essa é a equação do movimento da pá sem restrições no vácuo.

Tratando-se de uma equação diferencial de segunda ordem, sua solução tem o formato da equação (11):

$$Z = S(r)\phi(t) \tag{11}$$

Substituindo a equação (11) na equação (10), obtemos a equação (12):

$$\frac{\frac{d^2}{dr^2}(EI\frac{d^2S}{dr^2})-\frac{d}{dr}(G\frac{dS}{dr})}{mS(r)} = \frac{\frac{d^2\phi}{dt^2}}{\phi(t)} \tag{12}$$

Como ambos lados da equação necessitam ter a mesma unidade, eles serão multiplicados por uma constante que tem dimensão de $T^{-2}$ , e pode ser convenientemente reescrita como $\lambda^2\Omega^2$.
Portanto, obtém-se a equação (13):

$$\frac{d^2}{dr^2}\left(EI\frac{d^2Z}{dr^2}\right) - \frac{d}{dr}\left(G\frac{dS}{\partial r}\right) - \ m\lambda^2\Omega^2 S = 0 \tag{13}$$

$$\frac{d^2\phi}{dt^2} = \lambda^2\Omega^2\phi \tag{14}$$

Reescrevendo z = Z/R; x = r/R; ψ = Ωt, resulta nas equações (15) e (16),

$$\frac{d^2}{dx^2}\left(EI\frac{d^2S}{dx^2}\right) - R^2\frac{d}{dx}\left(G\frac{dS}{\partial x}\right) - \ m\lambda^2\Omega^2R^4S = 0 \tag{15}$$

As soluções da equação (15) representam os modos normais da pá ($S_n(x)$) em suas diferentes frequências associadas $\boldsymbol{\lambda n}\ \Omega$**.**

$$\frac{d^2\phi}{d\psi^2} - \lambda^2\phi = 0 \tag{16}$$

A equação (16) trata-se do Movimento Harmônico Simples (MHS), e infinitos valores de $\lambda$ determinam as frequências de acordo com cada modo de vibração correspondente. Portanto, **λn** é a razão entre a frequência natural da pá **ωn** e a frequência de rotação do eixo **Ω** para a **n-ésima** forma do modo.

Por se tratar de uma pá sem articulação, as condições de contorno são:
Em x = 0:

$$S = 0 \qquad\qquad \frac{dS}{dx} = 0$$

Em x = 1:

$$\frac{d^2S}{dx^2} = 0 \qquad \frac{d^3S}{dx^3} = 0$$

Para resolver a equação (15) e obter os modos de vibração da pá e suas frequências naturais, enfrentamos a complexidade da variação da rigidez elástica e da distribuição de massa ao longo do comprimento radial da pá. Essas variações são quase constantes na maior parte da pá, mas perto do suporte de fixação ocorrem mudanças estruturais significativas.

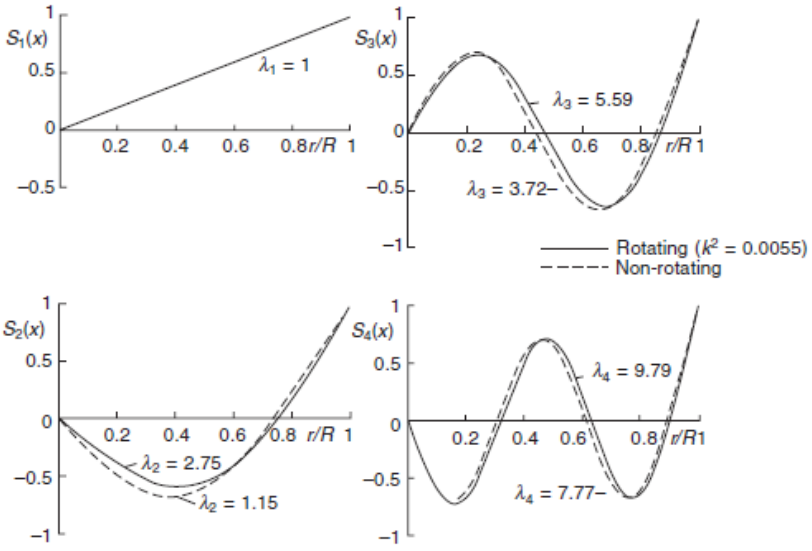
Embora existam soluções exatas para vigas não rotativas e uniformes, não há uma solução fechada conhecida para vigas rotativas, nem mesmo no caso simplificado de massa e rigidez constantes. Isso torna a resolução analítica da equação de flexão inviável para sistemas rotativos, como as pás de helicóptero. Trata-se da equação (17):

$$k^2 \frac{d^4z}{dx^4} - \frac{1}{2}\frac{d}{dx}\left[(1-x^2)\frac{dz}{dx}\right] - \lambda n^2 z = 0 \tag{17}$$

$Onde\ k^2 = \frac{EI}{m\Omega^4}$ é $constante$.

As formas de modo e frequências de uma pá uniforme rotativa para $k^2 = 0{,}0055$ foram calculadas e são mostradas na Figura 4. As linhas tracejadas mostram os modos de vibração e frequências para uma pá não rotativa da mesma espessura (resultados padrão para uma viga uniforme vibrante). Nota-se que o efeito da rotação é bastante pequeno, o que sugere que as formas modais da pá não rotativa podem ser aproximações úteis no cálculo dos modos rotativos.

Figura 4 – Formas modais da pá rotativa e não rotativa




Fonte: Bramwell, 1976

## 2.4 DETERMINAÇÃO ANALÍTICA DA FREQUÊNCIA NATURAL DE VIGAS

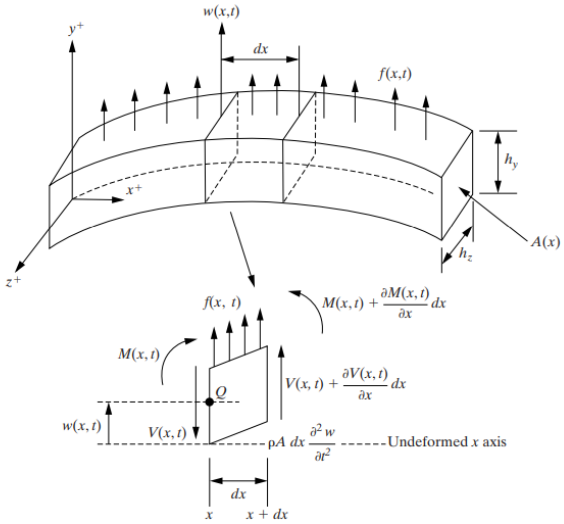
Segundo INMAN (2014), a determinação da frequência natural de vigas é obtida através da equação de Euler-Bernoulli, (18). A ilustração referente a condição da viga é mostrada na figura 5.

$$M(x,t) = EI(x)\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \tag{18}$$

Onde sua solução para calcular diretamente a frequência natural, em Hz, é dada pela equação (19):

$$fn = \frac{\beta n^2}{2\pi}\sqrt{\frac{EI}{\rho AL^4}} \tag{19}$$

Figura 5 - Aplicação da Equação de Euler-Bernoulli para vigas




Fonte: INMAN, 2014

## 2.5 FIBER BRAGG GRATING (FBG)

Originalmente, o estudo das fibras ópticas foi voltado para aplicações em comunicações. Com o rápido desenvolvimento nas técnicas de fabricação, as grades de fibra óptica se destacaram como componentes passivos promissores, sendo amplamente utilizadas tanto em comunicações ópticas quanto em tecnologias de sensores ópticos. Assim como os elétrons podem ser controlados em nanoestruturas de materiais semicondutores, o movimento dos fótons pode ser manipulado por meio do design de estruturas de fibra em escala nanométrica (DONG, 2011).

O avanço tecnológico nas fibras ópticas se deu principalmente após a descoberta da fotossensibilidade em 1978 no Canadian Communications Research Centre (CRC), em Ottawa, Canadá. Nesse contexto, Hill *et al*. foram os primeiros a demonstrar a formação de grades permanentes em fibras ópticas (HILL e MELTZ, 1997).

Os sensores de fibra óptica possuem características intrínsecas que oferecem vantagens sobre sensores eletrônicos convencionais (UDD e SPILLMAN, 2011), como:

- Imunidade a interferências eletromagnéticas;
- Estruturas passivas, compostas por materiais dielétricos;
- Resistência a altas temperaturas, pressões elevadas e corrosão;
- Alta sensibilidade e grande largura de banda;
- Pequeno tamanho e baixo peso;

- Capacidade de operar a longas distâncias;
- Resistência a vibrações.

A descoberta da fotossensibilidade em fibras ópticas por Hill *et al*. foi um marco que impulsionou o avanço dessa tecnologia em escala global. No experimento, uma forte radiação laser de íons de argônio foi aplicada a uma fibra óptica dopada com germânio. Observou-se que, após alguns minutos, a intensidade da luz refletida aumentou gradualmente, até que quase toda a luz foi refletida pela fibra (HILL e MELTZ, 1997).

Durante o teste, o laser foi introduzido no núcleo da fibra, onde interagia com o feixe de luz refletido na extremidade, conhecido como reflexão de Fresnel. Esse fenômeno resultou na formação de uma onda estacionária na fibra, onde as regiões de maior intensidade provocaram uma alteração permanente no índice de refração do núcleo, criando uma variação espacial periódica no índice de refração (HILL *et al*., 1978).

Essa descoberta levou à criação das "grades de Hill", e os pesquisadores, por meio de medições espectrais, observaram a formação de um filtro de rede de Bragg com uma banda espectral extremamente estreita ao longo de um metro de fibra. (HILL; MELTZ, 1997).

Com o crescente interesse tecnológico, houve a necessidade de aprimorar a fotossensibilidade das fibras ópticas. O objetivo era aumentar a eficiência na gravação de redes de Bragg sem o uso de alta potência óptica e longos tempos de exposição, possibilitando o uso de lasers mais econômicos e melhorando a eficiência do processo de fabricação.

Para aumentar a fotossensibilidade das fibras ópticas, Lemaire, Atkins, Mizrahi e Reed desenvolveram uma técnica inovadora que consiste em armazenar as fibras em uma atmosfera de alta pressão de hidrogênio (20 a 750 atm) e temperatura controlada (20 ºC a 75 ºC). Alternativamente, Williams e Ainlie utilizaram dopantes como boro, além de incorporarem hidrogênio na estrutura da fibra para melhorar ainda mais a fotossensibilidade.

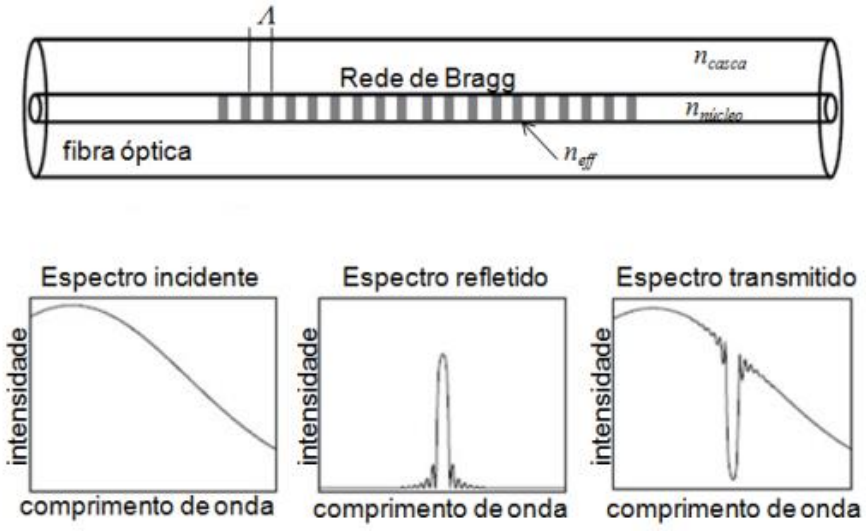
### 2.5.1 Teoria principal de funcionamento

As redes de Bragg são formadas pela modulação controlada do índice de refração no núcleo da fibra, com espaçamentos na ordem de centenas de nanômetros. Essas estruturas permitem a reflexão de um comprimento de onda específico, conhecido como comprimento de onda de Bragg (λB), conforme a equação (20):

$$\lambda_B = 2\Lambda n_{eff} \tag{20}$$

onde Λ é o período da grade e neff é o índice de refração efetivo. O espectro de reflexão de uma rede de Bragg complementa seu espectro de transmissão, refletindo uma banda estreita centrada em λB .

Figura 6 – Fonte óptica de banda larga incide no núcleo da fibra, parte do espectro é refletido e outra parte transmitido, em torno do comprimento de onda Bragg




Fonte: Adaptado de (OTHONOS E KALLI, 1999).

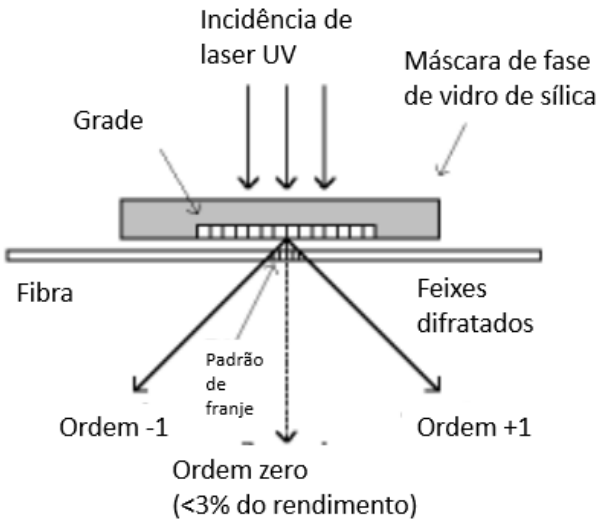
O funcionamento das redes de Bragg se baseia no fenômeno de reflexão de Fresnel, onde a luz que incide sobre uma interface entre dois meios com diferentes índices de refração é parcialmente refletida. Esse processo gera reflexões sincronizadas em fase, permitindo uma reflexão total. Para uma análise detalhada, utiliza-se a teoria dos modos acoplados, que analisa a interação entre modos de propagação quando há

perturbações periódicas na fibra, como variações na constante dielétrica. (OKAMOTO, 2006), (NOGUEIRA, 2006).

### 2.5.2 Inscrição da rede de Bragg

Uma das técnicas mais eficazes para inscrever redes de Bragg no núcleo das fibras é a máscara de fase (SUCHAT e YUPAPIN, 2003). Esse método utiliza uma placa de sílica com um padrão periódico, exposta à luz ultravioleta, gerando uma modulação do índice de refração na fibra (HILL e MELTZ, 1997). A interferência entre as ordens de difração +1 e -1 resulta em um padrão periódico, que define a grade da fibra óptica, ilustrado na figura 7.

Figura 7 – Um esquema de uma máscara de fase utilizada na inscrição de redes de Bragg de fibra




Fonte: Adaptado de (SUCHAT e YUPAPIN,2003).

O processo de fotossensibilização por hidrogenação é utilizado para intensificar o índice de refração, aumentando a potência da luz refletida pela rede de Bragg. Contudo, este método exige um tempo relativamente longo para completar o ciclo de fotossensibilização (KASHYAP, 2009).

### 2.5.3 Propriedades físicas da fibra com FBG

As fibras ópticas monomodo possuem um diâmetro típico de 125 µm e uma constante de Hooke de 884 kN/m, resultando em um alongamento de aproximadamente 1%. O coeficiente de expansão térmica é baixo ($5x10^{-7}$ 1/°C), minimizando a sensibilidade às variações de temperatura. No entanto, as redes de Bragg são pontos de fragilidade na fibra, aumentando a probabilidade de falha ao contato com a seção desprotegida. (INAUDI, 1997).

Tabela 1 – Propriedades físicas e mecânicas das fibras ópticas

| Propriedade | Sílica | Ferro | Concreto (aprox.) |
|---|---|---|---|
| Composição Química | $SiO_2$ | $Fe_{0.99}C_{0.01}$ | - |
| Densidade [$10^3$ kg/m$^3$] | 2,2 | 7,9 | 2,7 |
| Tensão de ruptura [kN/mm$^2$] | 5 | 0,46 | 0,003 |
| Módulo de Young [kN/mm$^2$] | 72 | 210 | 30 |
| Coeficiente de Poisson | 0,17 | 0,3 | 0,17 - 0,2 |
| Alongamento máximo [%] | 2-8 | 5-25 | 0,3 |
| Coeficiente de dilatação térmica [$10^{-6}$/ºC] | 0,5 | 12 | 10 |
| Ponto de fusão [ºC] | 1665 | 1535 | - |
| Índice de refração | 1,46 | - | - |
| Atenuação típica [dB/km] | 0,3 | - | - |
| Dipersão típica para λ = 1550 nm [ps/(km nm)] | 20 | - | - |

Fonte: Adaptado de (INAUDI, 1997).

## 2.6 EXTENSOMETRIA ELÉTRICA E RESISTÊNCIA

Projetos estruturais e suas análises utilizam métodos de cálculo para avaliar a resistência dos materiais frente às cargas aplicadas, que muitas vezes são estimadas. Dessa forma, erros na avaliação das forças presentes ou na escolha dos parâmetros de projeto podem resultar em falhas por sobrecarga ou desgaste ao longo da vida útil das peças.

As análises de esforço em uma estrutura baseiam-se na Lei de Hooke, formulada por Robert Hooke em 1678, que estabelece uma relação linear entre a tensão aplicada e a deformação gerada no material (GRANTE, 2004). Com o avanço da eletroeletrônica, Charles Wheatstone (1843) percebeu que a variação na resistência de um condutor devido a uma tensão mecânica poderia ser utilizada para medições. Mais tarde, Eduard E. Simons e Artur Claude Ruge desenvolveram os primeiros extensômetros de resistência elétrica (GRANTE, 2004).

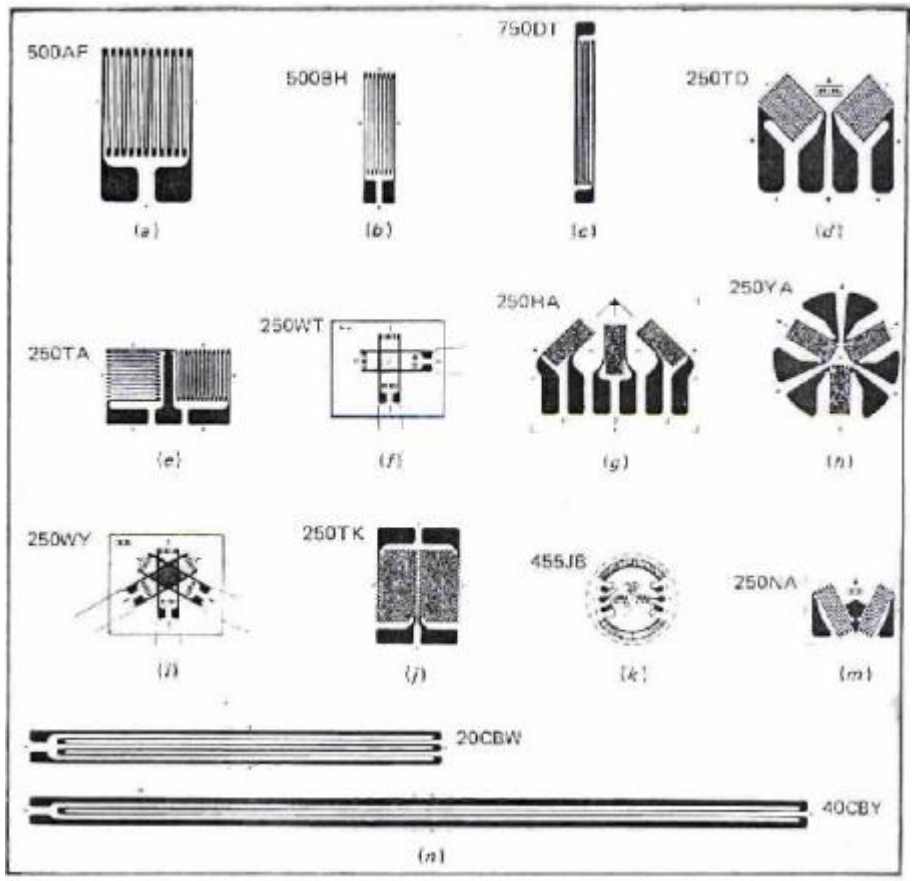
Os extensômetros são responsáveis por medir deformações em diferentes configurações, sendo fixados nas estruturas para converter a deformação em um sinal elétrico (tensão). Esse sinal é então amplificado e pode ser lido remotamente, permitindo medir variações em diferentes pontos de uma estrutura durante sua operação, sem comprometer sua integridade. Isso possibilita uma análise quantitativa das deformações em condições reais (ANDOLFATO, 2004).

A invenção dos extensômetros elétricos teve um grande impacto nas medições de força, peso e pressão, e ainda hoje são amplamente utilizados. O princípio de funcionamento baseia-se na resposta do material a forças externas, que geram tensões e deformações internas. Essas mudanças alteram a capacitância, indutância ou resistência do sensor, diretamente ligadas à deformação do material. Quando um fio é submetido a uma tensão, ele se alonga e sua área transversal diminui, resultando em uma alteração na resistência. A variação na resistência ôhmica do sensor é medida por dispositivos especiais, permitindo determinar a magnitude da deformação (SELLI, 2015).

Diversas configurações de extensômetros resistivos foram desenvolvidas para atender diferentes necessidades e tipos de estruturas, ilustradas na figura 7, onde: a)b)c) extensômetros de elemento único; d)e)f) de dois elementos; g)h)i) de três

elementos; j) de cisalhamento; k) de diafragma; m) de tensão; n) elemento único para concreto

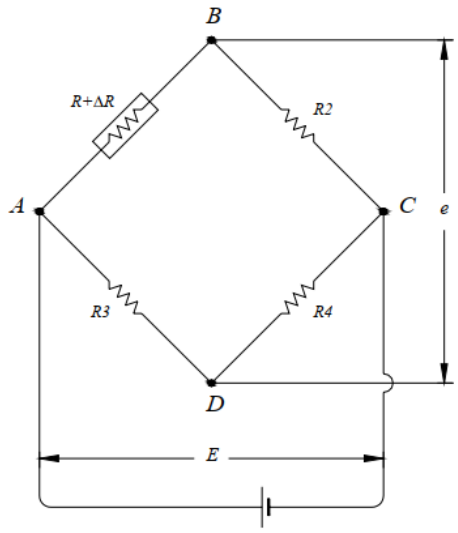
Figura 8 - Configurações de extensômetros




Fonte: Gallina (2003).

Para utilizar um extensômetro, é necessário conectá-lo a um circuito elétrico. O primeiro elemento desse circuito é o próprio extensômetro, responsável por converter a deformação mecânica em uma variação de resistência elétrica. O segundo componente geralmente é uma ponte de Wheatstone, como ilustrado na Figura 8. Este circuito de medição utiliza o extensômetro como uma das resistências em sua configuração. Ambos os elementos mencionados são passivos, ou seja, são percorridos por uma corrente elétrica que gera um sinal. Quando a resistência do extensômetro varia devido a uma deformação, o equilíbrio da ponte de Wheatstone é perturbado, fazendo com que o circuito se torne assimétrico. A tensão resultante da ponte é diretamente proporcional ao grau de desequilíbrio apresentado (SELLI, 2015).

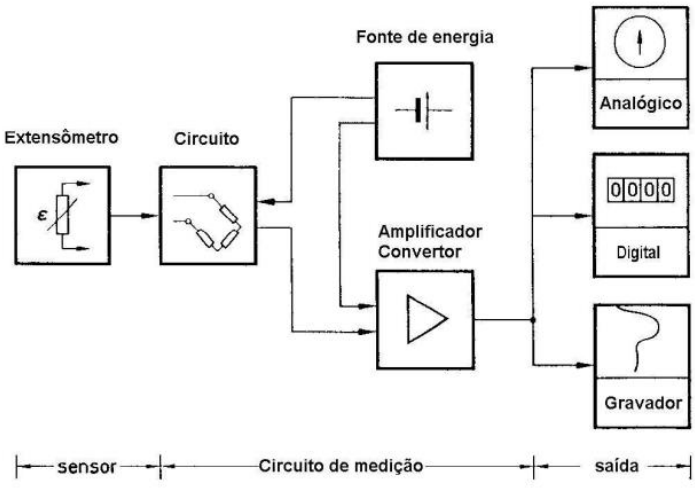
Figura 9 – Circuito em ponte de Wheatstone




Fonte: Andolfato, Camacho e Brito (2004).

O terceiro componente é um amplificador, servindo para amplificar a tensão de saída da ponte a um nível que os instrumentos de indicação possam captar. O circuito final é mostrado na Figura 9.

Figura 10 – Sistema de medição de deformação através de extensômetro




Fonte: GRANTE (2004).

Na figura 9, é mostrado a ordem dos componentes na montagem final para realização das medições.

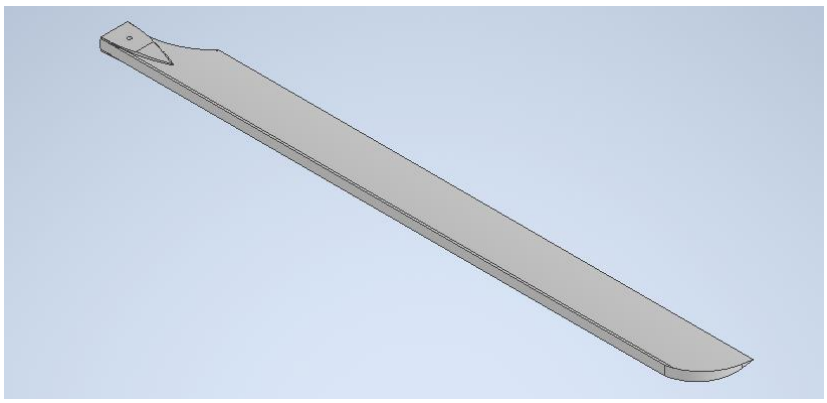
## 3 METODOLOGIA

A primeira etapa para execução do projeto foi fazer a pesquisa tátil-visual na hélice utilizada na análise e efetuar as medições para posteriormente desenhar seu modelo em software de Desenho Assistido por Computador (DAC) no **Autodesk Inventor®**. A hélice real consta na figura 10 e a hélice desenhada no software, na figura 11.

Figura 11 – Hélice utilizada no trabalho

Fonte: Autoria própria

Figura 12 – Modelo de hélice feita no Autodesk Inventor®.

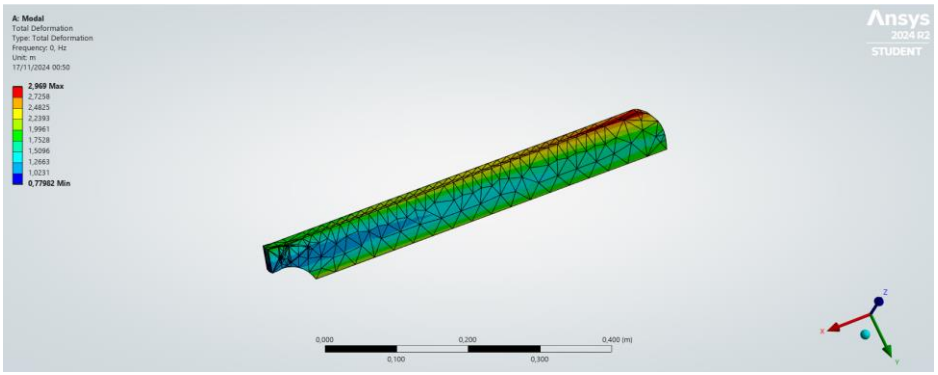


Fonte: Autoria própria

Após a finalização da etapa de desenho, o modelo foi utilizado no software ANSYS® para a realização da análise modal teórica, para obtenção dos modos de

vibração da pá em frequências de até 2000 Hz. A malha utilizada no software apresentou 52151 nós e 36267 elementos. Além disso, para a Fibra de Carbono, foi utilizado o Módulo de Elasticidade (E) e massa específica ($\boldsymbol{\rho}$) proveniente da biblioteca do ANSYS®, iguais a 290 GPa e 1800 kg/m$^3$. Com isso, foi possível realizar a análise modal numérica.

Figura 13 – Modelo da hélice aplicado na análise modal do ANSYS®




Fonte: Autoria própria

Agora para a análise modal experimental, foi utilizado um acelerômetro próximo a base de fixação da hélice e, dividindo a área superficial em 26 pontos próximos à extremidade da aresta da pá, foi utilizado um martelo modal conforme a figura 13 para provocar as oscilações no corpo do material, além de uma espuma como base para posicionar a hélice, que tem como função proporcionar a vibração livre do componente sem a interferência externa, conforme a figura 14.

Figura 14 – Acelerômetro e martelo modal

Fonte: Autoria própria

Figura 15 – Realização do ensaio de vibração na hélice, utilizando martelo modal e acelerômetro

Fonte: Autoria própria

Em cada ponto, foi feita a média de 3 oscilações, totalizando 78 perturbações provocadas na hélice que foram bem-sucedidas no final do ensaio. Todos os dados do ensaio foram registrados no software Wedesoft®, conforme figura 15 para posteriormente serem exportados para devida análise.

Figura 16 – Aquisição de dados no software da Wedesoft®

Fonte: Autoria Própria

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

A frequência natural analítica foi calculada através da equação (19) e os parâmetros e propriedades necessários para este cálculo foram retirados da biblioteca do ANSYS®, como o módulo de elasticidade e massa específica da Fibra de Carbono (290 GPa e 1800 kg/m$^3$). O Momento de Inércia da seção transversal da viga foi obtido como uma aproximação para um retângulo de medidas 9,5 mm x 55 mm, medidas estas que foram concluídas por medição direta na hélice, sendo definidas como a espessura e largura, respectivamente. Além do comprimento de 0,6173 m.

$\beta_1$ é a constante para a primeira frequência natural, que tem como valor 1,875.

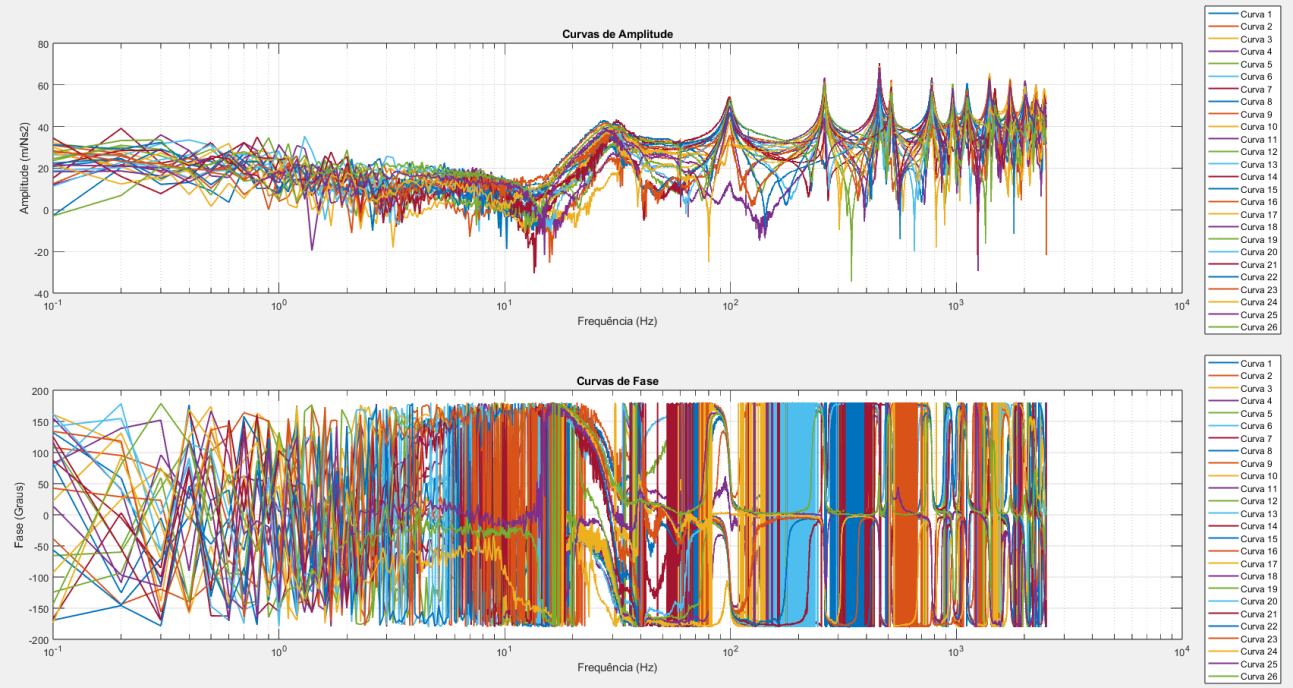
Portanto, para o cálculo da primeira frequência natural:

$$fn = \frac{\beta n^2}{2\pi}\sqrt{\frac{EI}{\rho A L^4}} = \frac{1{,}875^2}{2\pi}\sqrt{\frac{290\ x\ 10^9\ x\ (\frac{0{,}0095 x (0{,}055)^3}{12})}{1800\ x\ (9{,}5\ x\ 55)\ x\ 10^{-6}\ x\ 0{,}6173^4}} = 295{,}91\ Hz$$

Indicando a primeira frequência natural de vibração livre da hélice, com as devidas propriedades. Este resultado pode ser afetado pelo Momento de Inércia I, pois como foi utilizada uma aproximação de uma seção retangular, distanciou-se um pouco do modelo real.

Ao extrair os dados do software **Wedesoft**®, foi possível obter a Função Resposta em Frequência (FRF) de cada ponto da hélice. Dados como a amplitude da oscilação e fase foram plotadas em função da frequência com o auxílio do MATLAB® para gerar os gráficos da figura 17:

Figura 17 – Obtenção das curvas de amplitude e fase da hélice como FRF

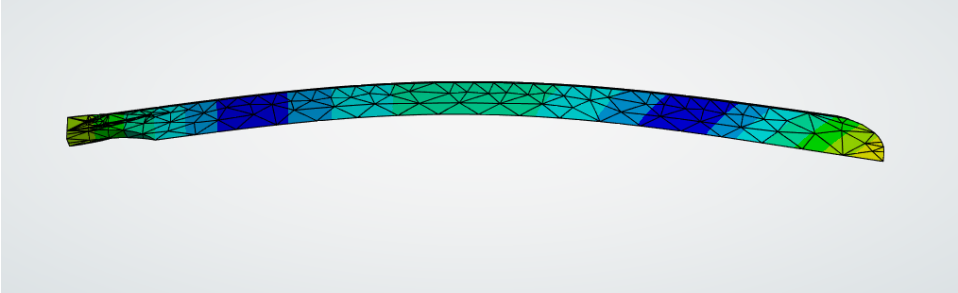



Fonte: Autoria própria

Na figura 17 pode-se observar o comportamento da hélice durante os testes de vibração. Nos picos de amplitude vistos no gráfico superior, são denominadas frequências naturais do sistema, momento que há um elevado ganho entre a saída e entrada do sistema para uma determinada frequência, e o componente tende a vibrar com mais intensidade. São nessas frequências que devem ser evitadas o uso do componente, e devem ser dimensionadas para evitar vibrações nessa faixa, para não ocorrer o fenômeno de ressonância e ocasionar falhas catastróficas no componente e, por se tratar de um componente de um veículo aéreo, vidas humanas são levadas em consideração também no coeficiente de segurança.

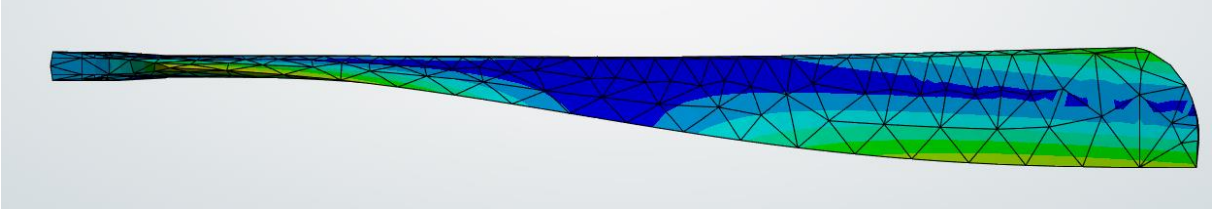
A análise modal no ANSYS® retornou os modos de vibração vistos abaixo nas figuras 18 a 24, selecionando o material como Fibra de Carbono com módulo de Elasticidade igual a 290 GPa e importando o modelo desenhado no Autodesk Inventor®.

Figura 18 – Primeiro modo de vibração da hélice no ANSYS®



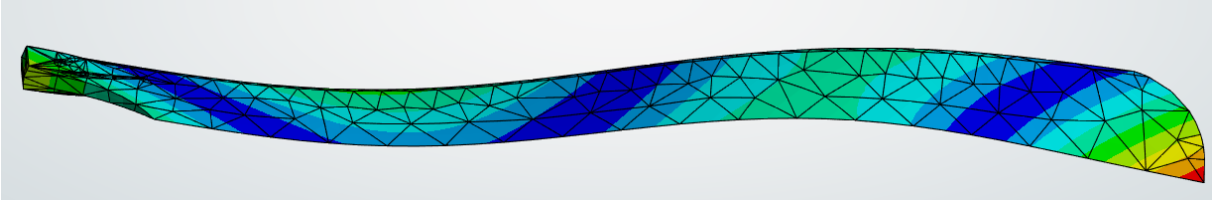
Fonte: Autoria própria

Figura 19 – Segundo modo de vibração da hélice no ANSYS®



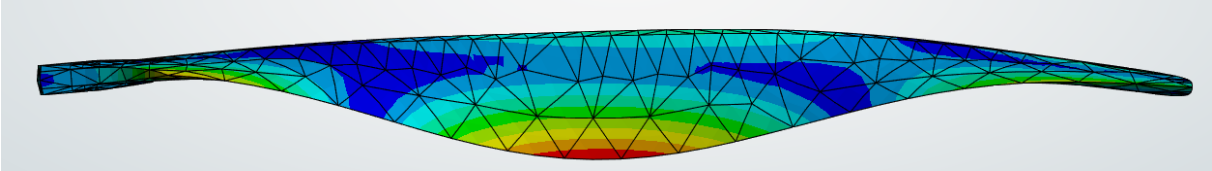
Fonte: Autoria própria

Figura 20 – Terceiro modo de vibração da hélice no ANSYS®



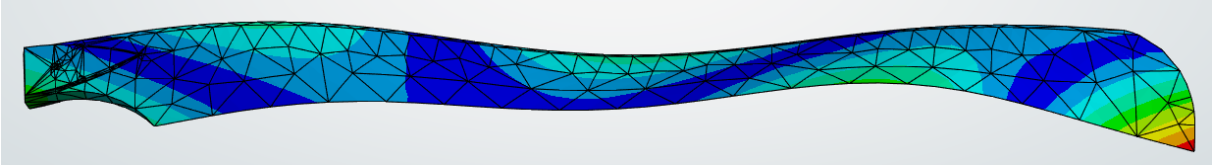
Fonte: Autoria própria

Figura 21 – Quarto modo de vibração da hélice no ANSYS®



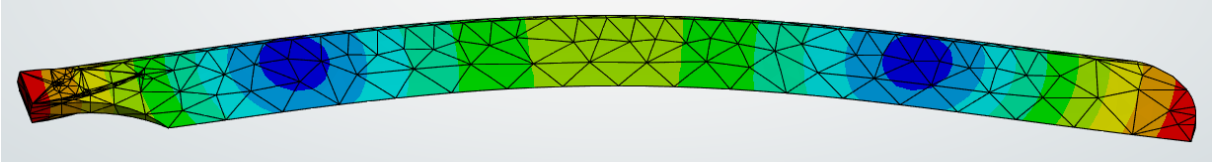
Fonte: Autoria própria

Figura 22 – Quinto modo de vibração da hélice no ANSYS®



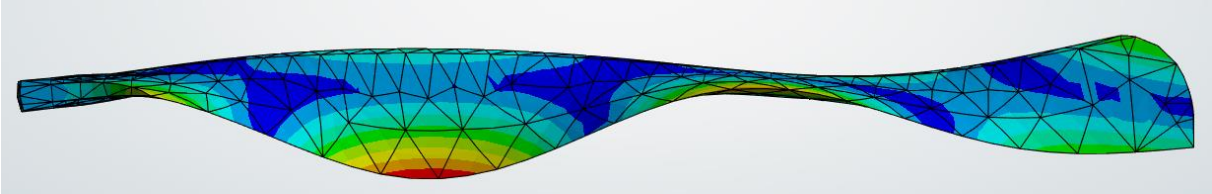
Fonte: Autoria própria

Figura 23 – Sexto modo de vibração da hélice no ANSYS®



Fonte: Autoria própria

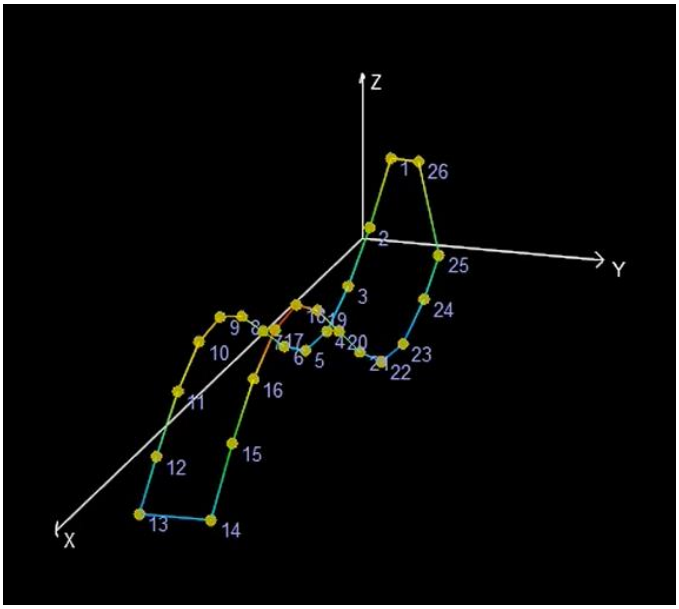
Figura 24 – Sétimo modo de vibração da hélice no ANSYS®



Fonte: Autoria própria

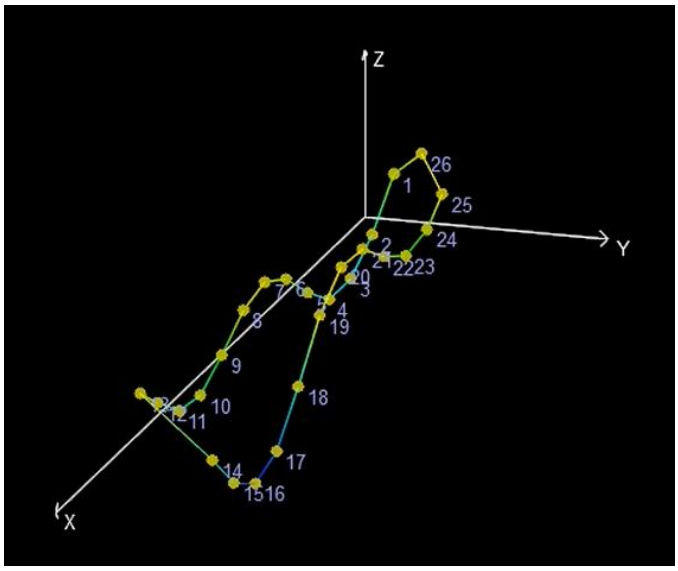
Além disso, foram extraídas figuras oriundas das animações dos modos de vibração extraídos da análise modal experimental, com suas respectivas frequências naturais, compostas das figuras 25 a 31.

Figura 25 – Primeiro modo de vibração da hélice no Wedesoft®



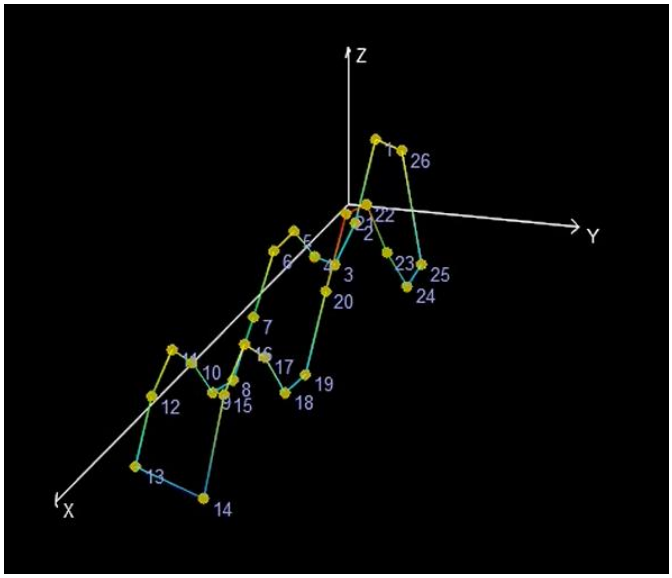

Fonte: Autoria própria

Figura 26 – Segundo modo de vibração da hélice no Wedesoft®



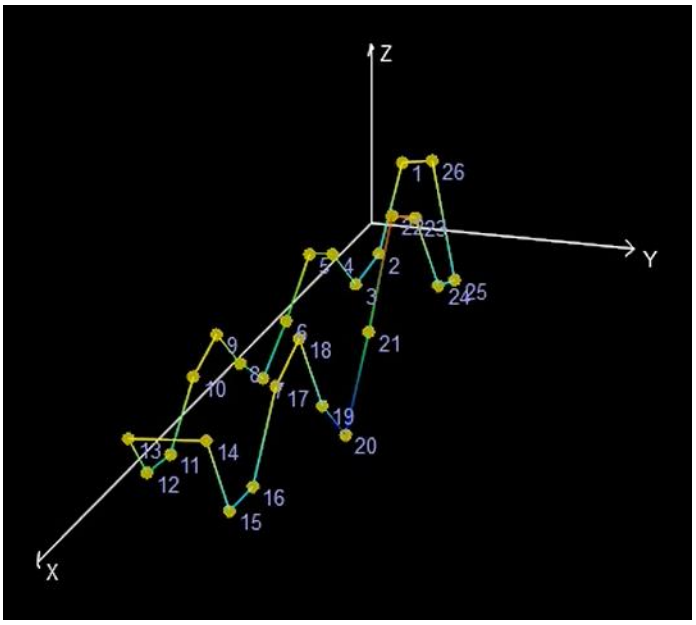

Fonte: Autoria própria

Figura 27 − Terceiro modo de vibração da hélice



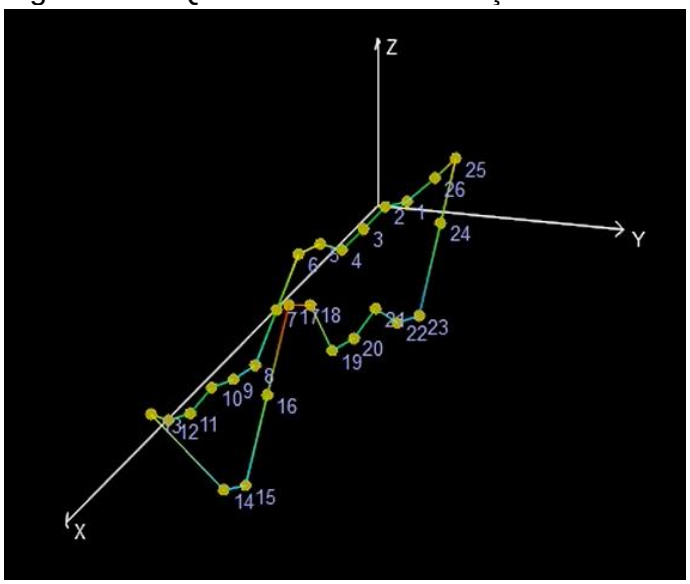

Fonte: Autoria própria

Figura 28 – Quarto modo de vibração da hélice no Wedesoft®



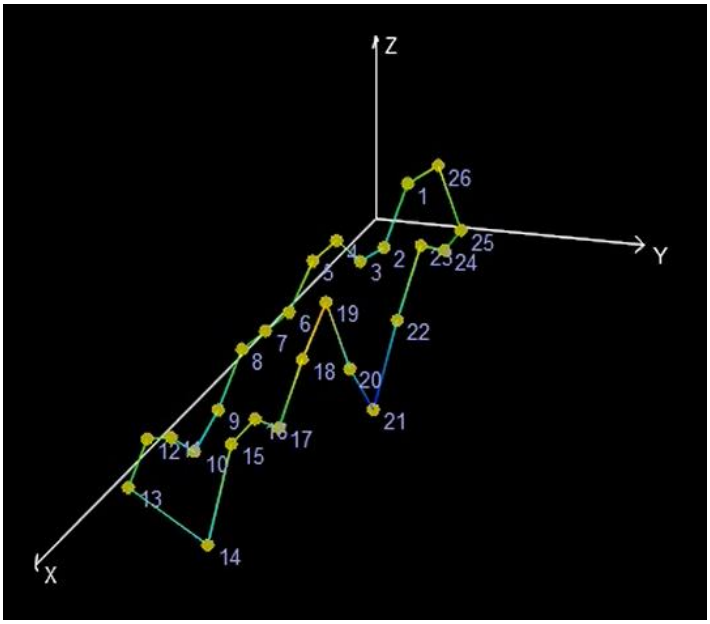

Fonte: Autoria própria

Figura 29 – Quinto modo de vibração da hélice no



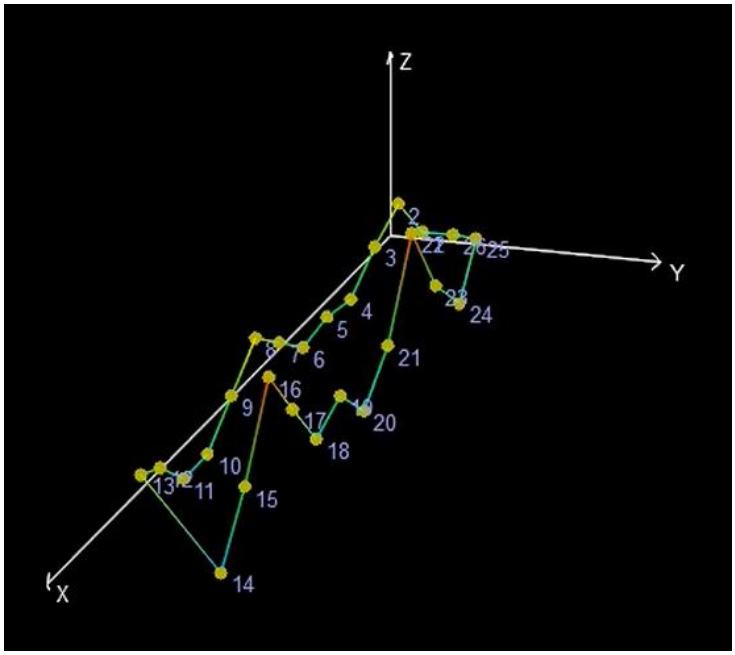

Fonte: Autoria própria

Figura 30 – Sexto modo de vibração da hélice no Wedesoft®




Fonte: Autoria própria

Figura 31 – Sétimo modo de vibração da hélice no Wedesoft®




Fonte: Autoria própria

As frequências naturais, tanto da análise modal experimental quanto da análise modal numérica, foram dispostas na Tabela 2 e comparadas quanto a sua diferença percentual.

Tabela 2 – Frequências Naturais da Hélice obtidas teoricamente e experimentalmente

| **Modo de Vibração** | **Frequência Natural Experimental [Hz]** | **Frequência Natural Numérica [Hz]** | **Diferença Percentual** |
|---|---|---|---|
| 1º | 260,3 | 280,09 | 7,07% |
| 2º | 514,5 | 617,78 | 16,72% |
| 3º | 777,6 | 764,98 | 1,62% |
| 4º | 1116 | 1263,2 | 11,65% |
| 5º | 1400 | 1470,5 | 4,79% |
| 6º | 1482 | 1491,1 | 0,61% |
| 7º | 1842 | 1996,5 | 7,74% |

Fonte: Autoria própria

Como pode-se observar na tabela 2, as frequências naturais obtidas teoricamente e experimentalmente têm valores próximos, com os desvios mais significativos no segundo e no quarto modo de vibração, com 16,72 e 11,65% de diferença. Isto se deve a uma causa multifatorial, pois engloba diferenças entre o ensaio e a análise numérica, como escolha da malha da hélice; diferenças geométricas entre o modelo 3D da hélice e a hélice real; não foi determinado experimentalmente o Módulo de Elasticidade (E) da hélice, então foi utilizado o valor disponível na biblioteca do ANSYS®, e isso pode gerar discrepâncias consideráveis nos resultados; tanto na análise modal experimental quanto na determinação analítica da frequência natural, foi considerada uma hélice com espessura constante para facilitar a inserção de dados no Wedesoft®, porém o perfil real da hélice não é dessa forma em sua construção real, além de desvios experimentais decorrentes de ação manual. Porém, visto todos os fatores que podem influenciar no desvio entre a teoria e a prática, os resultados são satisfatórios, pois podem nortear o projetista/engenheiro em um bom dimensionamento da hélice ao evitar seu regime de trabalho em tais faixas de frequência.

Observa-se que os valores entre o primeiro modo de vibração obtido pela equação (16) está condizente com os resultados obtidos experimental e numericamente, apresentando diferenças percentuais de 12,8% e 5,1%, respectivamente. Isso demonstra que todos os métodos de obtenção das frequências naturais convergiram adequadamente.

## 5 CONCLUSÃO

Visto que na Engenharia é fundamental conhecer e prever condições de funcionamento de componentes e máquinas, uma vez que o crescente uso da tecnologia está exigindo um dimensionamento mais preciso, otimizado, com alto desempenho e de concordância com o meio ambiente, a análise de deformação é uma aliada no estudo de estruturas dinâmicas, pois é possível obter dados experimentais através da presença de ferramentas como extensômetro convencional, Fiber Bragg Grating (FBG), que podem ser utilizados em campo e obter informações essenciais durante a operação para uma melhoria contínua de processos e de dimensionamento; análise modal para utilizar conhecimentos estabelecidos na área de Vibrações que podem contribuir muito com a previsão comportamental de estruturas frente a forças externas.

O objeto de estudo foi uma hélice de helicóptero composta de fibra de carbono e implantada nela um extensômetro convencional e um FBG, e que foi realizada uma análise modal, tanto numérica (computacional – utilizando elementos finitos) quanto experimental, utilizando acelerômetro e martelo modal para obter as frequências naturais da estrutura.

Ao exportar todos os dados numéricos e experimentais e tratá-los com o auxílio de ferramentas matemáticas e de elementos finitos, foi possível obter os resultados esperados com a análise, porém apresentando um desvio maior do que a expectativa. Esta causa é multifatorial, pois pode variar de acordo com procedimentos experimentais, como o valor real do Módulo de Elasticidade e o valor utilizado na simulação numérica, além de diferenças geométricas do modelo 3D desenhado e a hélice real, que afeta o Momento de Inércia da hélice. Porém, visto todos esses fatores, os resultados foram satisfatórios e foi possível obter uma coerência entre a teoria e a prática.

Sugere-se, para trabalhos futuros, a determinação experimental do Módulo de Elasticidade (E) do material da hélice para que seja utilizado um valor mais fiel possível à realidade, para que próximas análises tenham mais convergência entre os resultados.

## REFERÊNCIAS


ARATO JR., A. **Manutenção preditiva usando análise de vibrações**. Barueri: Manole, 2004.

AVITABILE, P.. Experimental modal analysis. **Sound and vibration**, Massachusetts v. 35, n. 1, p. 20-31, 2001.

BENEDETTI, J. A. **Manutenção centrada em confiabilidade e análise de vibração**. 2002.Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre/RS, 2002.

BRAMWELL, A. R. S.; BALMFORD, D.; DONE, G. **Bramwell's helicopter dynamics**. United Kingdom: Butterworth-Heinemann, 1976.

CUNHA, R. C. **Análise do estado de conservação de um redutor de velocidade através da técnica de partículas de desgaste no óleo lubrificante auxiliada pela análise de vibrações**. 2005. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira/SP, 2005.

DONG, X. *et al*. Tilted fiber Bragg gratings**:** principle and sensing applications. **Photonic Sens**, China, v. 1, p. 6–30, 2011.

DYER, D.; STEWART, R. M. Detection of rolling element bearing damage by statistical vibration analysis. **Journal of Mechanical Design**, v. 100, n. 2, p. 229–235, 1978.

GALLINA, R. **Os extensômetros elétricos resistivos:** evolução, aplicações e tendências. 2003. Monografia (Pós-graduação Lato Sensu em Mecatrônica) - Universidade São Judas Tadeu, São Paulo/SP, 2003.

GARCIA, M. S. **Análise de defeitos em sistemas mecânicos rotativos a partir da monitoração de vibrações**. 2005. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro/RJ, 2005.

GLYNIADAKIS, S.; MARTINS, M.S. Dispositivo didático para medições de tensões e deformações principais. *In*: CONGRESSO BRASILEIRO DE EDUCAÇÃO EM ENGENHARIA , 45., 2017. **Anais** [...], Campinas: PUC, 2017.

HILL, K. O.; MELTZ, G. Fiber Bragg grating technology fundamentals and overview. **Journal of Lightwave Technology**, Canada, v. 15, n. 8, p. 1263-1276, 1997.

HILL, K. *et al*. Photosensitivity in optical fibers waveguides: application to reflection fiber fabrication. **Applied Physics Letters**, Canada, v. 32, p. 647-649, 1978.

HOWARD, I. A review of rolling element bearing vibration: detection, diagnosis, and prognosis. **Defence Science and Technology Organization**, Canberra, 1994.

INAUDI, D. **Fiber optic sensor network for the monitoring of civil engineering structures**. Thesis (Doctor) - École Polytechnique Fédérale de Lausanne, França, 1997.

INMAN, D. J. **Engineering Vibrations**. 4th ed. Pearson, 2014.

JAMES, S. W. Fibre-optic measurement of strain and shape on a helicopter rotor blade during a ground run: 1. Measurement of strain. **Smart Mater**, United Kingdom, 2022.

KASHYAP, R. **Fiber bragg gratings**. 2th ed. San Diego, USA: Academic Press, Nov, 2009.

KATINIĆ, M.; LJUBIČIĆ, M. Numerical and experimental vibration analysis of a steam turbine rotor blade. **Tehnički glasnik**, Croatia, v. 15, n. 4, p. 462-466, 2021.

KIM, K.; LEE, J. Min; HWANG, Yoha. Determination of engineering strain distribution in a rotor blade with fibre Bragg grating array and a rotary optic coupler. **Optics and Lasers in Engineering**, Korea, v. 46, n. 10, p. 758-762, 2008.

LAM, D. K.; GARSIDE, B. K. Characterization of single-mode optical fiber filters. **Appl Opt**, Canada, v. 20, n. 3, p. 440-445, 1981.

LEDYANKIN, M. A. *et al*. Implementation of the radiophotonic method for measuring blade deformations of a helicopter main rotor model. **Russian Aeronautics**, Russia, v. 63, p. 767-770, 2020.

LEMAIRE, P. J. *et al*. High pressure $H_2$ loading as a technique for achieving ultrahigh sensitivity in $GeO_2$ doped optical fibres. **Electronics Letters**, v. 29, n. 13, 1993.

LI, Shili *et al*. Frequency response optimization of optical fiber acceleration sensor based on compliant cylinder. **Optical Fiber Technology**, China, v. 84, p. 103709, 2024.

LIMA, M. N. A. **Testes modais utilizando martelo instrumentado em estruturas de baixas frequências naturais**. 2006. (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2016.

MARQUES SANTOS, F. L.; PEETERS, B. On the use of strain sensor technologies for strain modal analysis. **Review of Scientific Instruments**, Belgium, v. 87, n. 10, 2016.

MARTINS, M. S. *et al*. Analysis of fatigue fracture with scanning electron microscopy of valve spring steel. **Journal of Mechanics Engineering and Automation**, v. 4, p. 422-426, 2014.

MARTINS, M. S.; FERREIRA, B. A. R.; TOME, M. A. Aproximação entre universidade e indústria através da resolução de estudos de caso de estudantes de engenharia mecânica da UNESP / FEG. **Brazilian Journal of Development**, Paraná, v. 6, p. 28078-28082, 2020.

MARTINS, M. S. *et al.* Dispositivo didático para medição de tensão e tensão principais por cargas externas Transversais. **Brazilian Journal of Development**, Paraná, v. 6, p. 28083-28094, 2020.

MATTOS, V. O. *et al.* Insertion of 3d prototyping in the academic and social spheres. **Brazilian Journal of Development**, Curitiba, v. 7, p. 39070-39077, 2021.

MATTOS, V. O. *et al.* Utilização da reengenharia, aliada a prototipagem, na manutenção de equipamentos laboratoriais da Unesp - Campus de Guaratinguetá. **Revista Foco**, v. 16, 2023.

MIELOSZYK, M.. Fatigue crack propagation monitoring using fibre Bragg grating sensors. **Vibration**, Poland, v. 4, n. 3, p. 700-721, 2021.

MOTTA, L.F.B; MARTINS, M.S. Finite element and experimental analysis of the torsional stiffness of a chassis of a Baja SAE prototype, **SAE Technical Paper** 2016-36-0124, 2016.

NISHIYAMA, M. *et al*. Long-gauge FBGs interrogated by DTR3 for dynamic distributed strain measurement of helicopter blade model. *In*: INTERNATIONAL CONFERENCE ON OPTICAL FIBRE SENSORS, 23., 2014. Spain. **Proceedings of SPIE**. [S.l.]: Curran Associates, 2014.

NOGUEIRA, R. N. *et al*. Spatial characterization of fiber Bragg grating structures using transversal pressure. **Optics Communications**, Portugal, v. 259, n. 1, p. 110-114, 2006.

OKAMOTO, K. **Fundamentals of optical waveguides**. 2nd ed. Sao Paulo: Academic Press, 2006.

OTHONOS, A. Fiber bragg gratings. **Review of Scientific Instruments**, New York, v. 68, n. 12, 1997.

OTHONOS, A.; KALLI, K. **Fiber bragg gratings**: fundamentals and applications.Norwood,: Artech House, 1999.

PEETERS, B.; SANTOS, F. L. M.; PEREIRA, A. On the use of optical fiber Bragg grating (FBG) sensor technology for strain modal analysis. **AIP Conference Proceedings**,Italy, v. 1600, n. 1, 2014.

RAO, S. S. **Mechanical vibrations**. 6th ed. [*S.l.*]: Pearson, 2018.

RUSSEL, P. J.; ARCHAMBAULT, J.; REEKIE, L. Fibre gratings. **Physics World**, United Kingdom, 1993, v. 6, n. 10, p. 41.

SARI, Gözde *et al*. Experimental and numerical modal analysis of a bladed rotor. **Dicle Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Mühendislik Dergisi,** Turkey, v. 13, n. 1, p. 57-63, 2022.

SILVA, E. A. *et al.* Analysis of the springback effect with respect to resilience in high-strength steels applied to the automotive industry. *In*: INTERNATIONAL CONGRESS OF MECHANICAL ENGINEERING, Ribeirão Preto, 22., p. 5654-5661, 2013.

SILVA, R. A. R. *et al*. Connecting rod with enhanced performance through fast and precise bolted joint design methodology. **SAE Technical Paper**, Warrendale, 2016.

SOUALHI, A.; RAZIK, H. **Electrical systems 1**: from diagnosis to prognosis. Bognor Regis: John Wiley, 2020.

SUCHAT, S.; YUPAPIN, P. A phase mask fiber grating and sensing applications. **Songklanakarin Journal of Science and Technology**, Thailand, v. 25, n. 5, 2003.

THEODOSIOU, A.; KOMODROMOS, M. Carbon cantilever beam health inspection using a polymer fiber Bragg grating array. **Journal of Lightwave Technology**, Cyprus, v. 36, n. 4, p. 986-992, 2018.

TOMIMOTO, S. *et al*. Aerodynamic performance of the electric vertical take-off and landing (eVTOL). *In*: **Active and Passive Smart Structures and Integrated Systems XVIII**. SPIE, USA, 2024. p. 357-360.

UDD, E.; SPILLMAN, W. B. **Fiber optic sensors**: an introduction for Engineers and Scientists. 2nd ed. Wiley, USA, 2011.

WANG, H.; WILLIAMS, K. The vibrational analysis and experimental verification of a plane electrical machine stator model. **Mechanical Systems**, Canada, 1995.

WEBER, S. *et al*. Application of fibre optic sensing systems to measure rotor blade structural dynamics. **Mechanical Systems and Signal Processing**, United Kingdom, v. 158, p. 107758, 2021.

WILLIAMS, D. L. *et al*. Enhanced UV photosensitivity in boron codoped germanosilicate fibres. **Electronics Letters**, v. 29, n. 1, p. 45-47, 1993.

YIN, S.; YU, F. T. S. **Fiber optic sensors**. Pennsylvania: CRC Press, 2002.

ZHANG, H. *et al*. Measurement technique and result analysis of helicopter rotor blade structural vibration load. **Shock and Vibration**, China, v. 2023, n. 1, p. 6234753, 2023.