



**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ**

MARCIO BOLIVAR ZAPPAROLI GARCIA

**SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO DE BAIXA DISCREPÂNCIA
APLICADA A ANÁLISE DE INVESTIMENTOS**

Guaratinguetá

2016

MARCIO BOLIVAR ZAPPAROLI GARCIA

**SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO DE BAIXA DISCREPÂNCIA
APLICADA A ANÁLISE DE INVESTIMENTOS**

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Graduação em Engenharia Mecânica da Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Engenharia Mecânica.

Orientador:

Prof. Dr. Francisco Alexandre de Oliveira

Guaratinguetá - SP

2016

Garcia, Marcio BolivarZapparoli
G216s Simulação de Monte Carlo de baixa discrepância aplicada a análise de
investimentos / Marcio B. M. Garcia – Guaratinguetá, 2016.
37f : il.
Bibliografia: f. 35-37

Trabalho de Graduação em Engenharia Mecânica – Universidade
Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2016.
Orientador: Prof. Dr. Francisco Alexandre de Oliveira

Monte Carlo, método de. 2. Métodos de Simulação.
3. Investimentos, Análise de. I. Título

CDU 519.245

MARCIO BOLIVARZAPPAROLI GARCIA

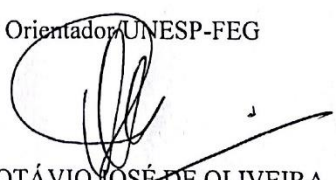
ESTE TRABALHO DE GRADUAÇÃO FOI JULGADO ADEQUADO COMO
PARTE DO REQUISITO PARA A OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE
"GRADUADO EM ENGENHARIA MECÂNICA"

APROVADO EM SUA FORMA FINAL PELO CONSELHO DE CURSO DE
GRADUAÇÃO EM NOME DO CURSO

BANCA EXAMINADORA:


Prof. Dr. FRANCISCO ALEXANDRE DE OLIVEIRA

Orientador UNESP-FEG


Prof. Dr. OTÁVIO JOSÉ DE OLIVEIRA

UNESP-FEG


Prof. Dra. MARCELA A. G. DE FREITAS

UNESP-FEG

Maio de 2016

DADOS CURRICULARES

MARCIO BOLIVAR ZAPPAROLI GARCIA

NASCIMENTO 05.04.1988 – Araraquara / SP

FILIAÇÃO VinicioBolivar Garcia Cueto
Vera Lúcia Zapparoli de Garcia

2009/2016 Formação acadêmica em Engenharia Mecânica na Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá da Universidade Estadual Paulista.

dedico este trabalho

de modo especial, à minha família

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar agradeço a Deus, fonte da vida e da graça. Agradeço pela minha vida, minha inteligência, minha família e meus amigos,

Ao meu orientador, *Prof. Dr. Francisco Alexandre Oliveira* que jamais deixou de me incentivar. Sem a sua orientação, dedicação e auxílio, o estudo aqui apresentado seria praticamente impossível.

Aos meus pais *Vinício Bolívar García Cueto e Vera Lucia Zapparoli de García* que apesar de todas as dificuldades, sempre lutaram por mim e meus irmãos, sempre colocando nossa felicidade acima de seu próprio bem estar.

Aos meus irmãos *Marissol Zapparoli García e Vinicius Zapparoli García*, que juntamente com meus pais são a minha maior fonte de inspiração, me ensinando e construindo a base para me tornar o homem que sou hoje, sempre com muito amor e dedicação, me mostrando os caminhos corretos a seguir.

Minha família é a minha base.

Agradeço também a minha doce namorada *Ana Francisca Portugal Guimarães*, que com seu jeito cativante e muito carinhoso, demonstrou muita paciência e um incansável amor, me apoiando a todo momento.

Quero agradecer também ao meu grande amigo *Heitor Augusto Alcantara Pabon* pela sua amizade e as noites de estudos enfrentadas, me mostrando o verdadeiro significado da palavra amizade.

Aos funcionários da Faculdade de Engenharia do Campos de Guaratinguetá pela dedicação e alegria no atendimento.

“Odiei cada minuto de treinamento, mas eu disse:
não desista. Sofra agora e viva o resto da sua vida
como um campeão”.

Muhammad Ali

RESUMO

Realizar a análise comparativa do método de Monte Carlo tradicional, com a Simulação de Monte Carlo de baixa discrepância, tomando como base os dados de Hildebrand(2013). Para isso, foi utilizada a Simulação de Monte Carlo com séries de baixa discrepância como Halton, amostragem de hipercubo Latino e decomposição de Cholesky para facilitar os cálculos e evitar propagação de erro na matriz de correlação. Desta forma, verificar mais a fundo as correlações do projeto, levando-se em conta também, índices como o Valor Presente Líquido. Isto será feito através da aplicação das variáveis em um instrumento de simulação computacional, Hipercubo Latino, com o apoio do software Crystal Ball e da planilha eletrônica Excel.

PALAVRAS-CHAVE: Baixa discrepância. Cholesky. Hipercubo Latino. Simulação de Monte Carlo.

ABSTRACT

Perform comparative analysis between the Monte Carlo traditional method, and Monte Carlo Low discrepancy simulation, based on data from Hildebrand (2013). To achieve that, it was used Monte Carlo Simulation with low discrepancy series as Halton, Latin Hypercube sampling and Cholesky decomposition to facilitate the calculations and avoid error propagation in the correlation matrix. This way we will check deeply the correlations of the project, considering also indexes such as the NPV. This will be done applying the variables in a computer simulation tool, Latin Hypercube, with the support of the Crystal Ball software and Excel spreadsheet.

KEYWORDS: Low discrepancy. Cholesky. Hypercube Latin. Monte Carlo Simulation

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURA 1 – CLASSIFICAÇÃO DA PESQUISA	16
FIGURA 2 – DETALHAMENTO DE ETAPAS	17
FIGURA 3 – ESQUEMA DA SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO	19
FIGURA 4 – NÚMEROS ALEATÓRIOS E QUASI-ALEATÓRIOS	20
FIGURA 5– VPL OBTIDO PELA SIMULAÇÃO NO CRYSTALL BALL	31
FIGURA 6 – DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE PEÇA CILINDRO	32
FIGURA 7 – DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE PEÇA CINZENTO	32
FIGURA 8 – DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE PEÇA CILINDRO GGG 60	33
FIGURA 9 – DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE PEÇA NODULAR	33
FIGURA 10 – DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE PRODUÇÃO CINZENTO	33
FIGURA 11 – DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE PRODUÇÃO GGG 60	34
FIGURA 12 – DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE PRODUÇÃO CILINDRO	34
FIGURA 13 – DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE PRODUÇÃO NODULAR	34

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – RESUMO DOS DADOS DO PROJETO	28
TABELA 2 – DISTRIBUIÇÃO NUMÉRICA VPL	31

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AHL	Amostragem por Hipercubo Latino
FoFo	Ferro Fundido
QMC	Quasi-Monte Carlo
SMC	Simulação de Monte Carlo
TIR	Taxa Interna de Retorno
TMA	Taxa Mínima de Atratividade
VPL	Valor Presente Líquido

SUMÁRIO

1INTRODUÇÃO	15
1.1 OBJETIVO	15
1.2 JUSTIFICATIVA	15
1.3 METODOLOGIA DE PESQUISA	16
2REFERENCIAL TEÓRICO	18
2.1SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO	18
2.2 SIMULAÇÃO DE QUASI-MONTE CARLO E SEUS AVANÇOS EM RELAÇÃO À SMC.....	19
2.3 DISCREPÂNCIA	21
2.3.1 Sequência numérica de Halton	21
2.3.2 Séries de Sobol e Faure	22
2.4 CORRELAÇÃO ENTRE VARIÁVEIS: A DECOMPOSIÇÃO DE CHOLESKY	23
2.5 AMOSTRAGEM POR HIPERCUBO LATINO	25
2.6VALOR PRESENTE LIQUIDO - VPL	26
2.7TAXA MÍNIMA DE ATRATIVIDADE (TMA).....	27
3APLICAÇÃO DA SMC DE BAIXA DISCREPÂNCIA	28
3.1 DEFINIÇÃO DO INVESTIMENTO	28
3.2 COLETA DE DADOS.	28
3.3 MODELAGEM DA CORRELAÇÃO ENTRE VARIÁVEIS	29
3.3.1 Modelagem da variável dependente.....	29
3.3.2 Modelagem das variáveis independentes.....	29

3.4 APLICAÇÃO DA SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO QUASE ALEATÓRIO	30
4ANÁLISE DOS RESULTADOS	31
5CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	34
6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	35

1. INTRODUÇÃO

Os artigos publicados apresentam a análise de investimentos, com a aplicação da Simulação de Monte Carlo para modelar estocasticidade. Dependendo do mercado (competição perfeita ou monopólio), a interação entre variáveis deve ser considerada Decomposição Cholesky. Com um número elevado de variáveis a abordagem pela Simulação de Monte Carlo pode demorar a convergir, no entanto com a abordagem de baixa discrepância este processo se torna mais rápido.

1.1 OBJETIVO

1.1.2 Geral

O objetivo principal do estudo é aplicar o método de Simulação de Monte Carlo baseado na amostragem de baixa discrepância para avaliação da viabilidade de investimentos, tomando como base de dados o estudo de Hildebrand (2013), onde analisou-se a viabilidade de ampliação de uma indústria metalúrgica (implementação de uma fundição), visando diminuir a dependência dos fornecedores com custos de logística, maior controle na qualidade dos produtos e maior eficiência dos processos, diminuindo os prazos de entrega e otimizando recursos.

1.1.3 Específico

- Realizar análise da viabilidade, fazendo uso da aplicação do método de Simulação de Quasi-Monte Carlo (QMC), baseado na amostragem de baixa discrepância (Quasi-Monte Carlo – Halton), com amostragem de Hipercubo Latino.
- Obter métricas que considerem os custos do projeto, utilizando o Valor Presente Líquido.
- Utilizar a Transformada de Cholesky para se obter as distribuições de custos agregados.

1.2 JUSTIFICATIVA

Tradicionalmente, a avaliação da viabilidade de investimentos é realizada por critérios que desconsideram a volatilidade de seus parâmetros. (Ex: Taxa de juros constante para todo período de estudo), o que muitas vezes produzem modelos pouco plausíveis.

A proposta deste trabalho é desenvolver modelos que consideram a volatilidade de parâmetros pela aplicação de abordagens probabilísticas e simulatórias para avaliar a viabilidade de projeto para ampliação de uma indústria metalúrgica (implementação de uma fundição).

Para a empresa, o investimento na construção de uma fundição tratará problemas enfrentados na linha produtiva, devido à excessiva dependência de fornecedores, tais como:

- Custo com logística;
- Maior controle na qualidade;
- Mais eficiência dos processos, diminuindo os prazos de entrega e otimização de recursos;

1.3 MÉTODO DE PESQUISA

O estudo em questão é classificado de acordo com sua natureza, objetivo, abordagem e método.

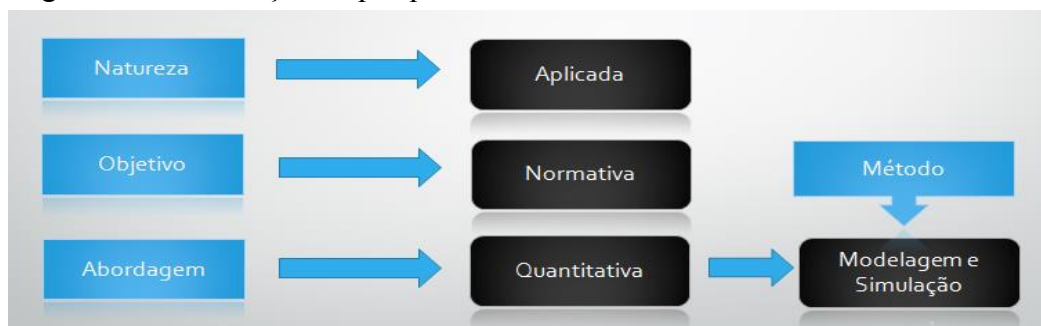
A Natureza da pesquisa é aplicada, pois tem o objetivo de gerar conhecimentos para aplicações práticas, dirigidos à solução de problemas específicos.

O Objetivo é normativo, porque a avaliação da prática será de acordo com os padrões teóricos do que se consideram ideais, sendo portanto, baseados em conceitos.

A Abordagem realizada é quantitativa, pois traduz em números opiniões e informações, as quais serão classificadas e analisadas.

De forma resumida, a classificação desta pesquisa é feita de acordo com a figura 1.

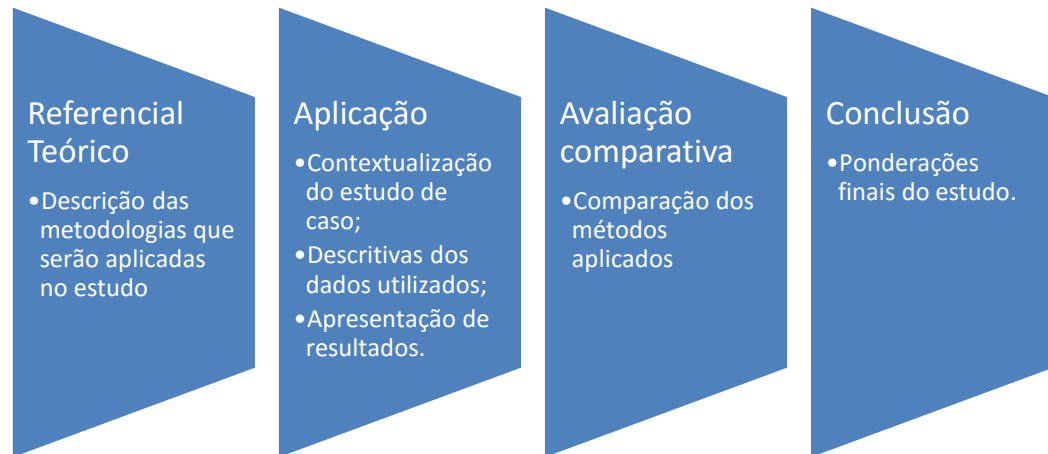
Figura 1- Classificação da pesquisa



Fonte: Produção do Próprio autor

Para a descrição do método de pesquisa didaticamente apresenta-se um fluxo com o detalhamento das etapas percorridas, conforme figura 2.

Figura 2- Detalhamento das etapas



Fonte: Produção do Próprio autor

2. REFERENCIAL TEÓRICO

2.1. SIMULAÇÃO DEMONTE CARLO

A Simulação de Monte Carlo foi desenvolvida durante a segunda guerra mundial, sendo utilizada no projeto da primeira bomba nuclear e teve seu desenvolvimento no laboratório de Los Alamos, sendo aplicada para analisar o comportamento da difusão de nêutrons, que possuía cálculos complexos de integrais múltiplas. Os pais desse método são Von Neumann e Ulman.

O método recebe o nome de Monte Carlo em homenagem aos cassinos do famoso principado. Como o método foi desenvolvido em operação secreta durante a segunda guerra mundial, era necessário sigilo.

Quando surgiu a técnica em questão, os recursos computacionais estavam começando a se tornar realidade, o que gerou grandes limitações do método, implicando em baixa precisão nos resultados da simulação.

Hoje a técnica da Simulação de Monte Carlo é vastamente utilizada para viabilização de investimentos. A simulação consiste em calcular o valor esperado e o desvio padrão (dispersão) de uma variável, como por exemplo fluxo de caixa, considerando a distribuição de probabilidades de um determinado conjunto com parâmetros incertos e a faixa de variação. Com intuito de criar diversos eventos possíveis, a referida simulação gera aleatoriamente e continuamente números. A geração desses números se dá de modo randômico; isso isenta a simulação de tendências pessimistas ou otimistas de geração das projeções, conforme Soares (2012) cita em seu trabalho.

Santos (2015) define que a Simulação de Monte Carlos consiste na geração de números aleatórios, que são tomados como parâmetros de entrada para se obter valores de uma variável qualquer, como receitas, investimentos. Assim, cada geração representa as probabilidades de acontecer, obtendo-se uma distribuição de probabilidade, sendo possível perceber a possibilidade de ocorrência de cada evento, através de ferramentas da estatística descritiva (média, desvio padrão, etc.).

É possível em uma projeção identificar as variáveis geradas de modo aleatório, onde essas variáveis apresentam seus valores dentro de uma faixa com valor máximo e mínimo conforme (Vargas, Koppe, & Pérez, 2014) relatam em seus estudos.

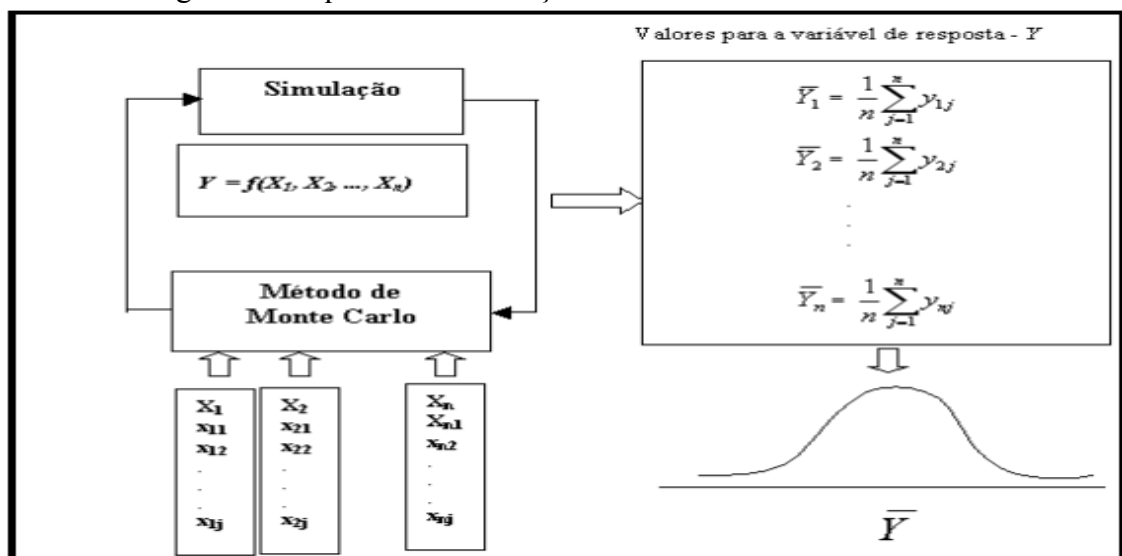
No referido método, podem existir outras variáveis que serão ou não classificadas como dependentes das variáveis obtidas de forma aleatória. Onde definiu-se uma relação de

proporcionalidade das variáveis em questão com as variáveis independentes, garantindo assim, a cada geração de modo aleatório um valor para as variáveis dependentes.

Após caracterizar as variáveis do problema, chega a hora da geração de números aleatórios, levando-se em conta as faixas para as variáveis independentes. Essa geração pode ser feita por geração computacional ou através de tabelas.

Devido aos grandes avanços computacionais da atualidade, softwares como o Crystal Ball facilitam o cálculo do referido método, que é aplicado vastamente em projeções financeiras. Os valores das variáveis dependentes são gerados automaticamente pelos valores gerados das variáveis independentes, através da relação encontrada entre as variáveis em questão.

Figura 3 - Esquema da Simulação de Monte Carlo.



Fonte: Hildebrand (2013).

2.2 SIMULAÇÃO DE QUASI-MONTE CARLO E SEUS AVANÇOS EM RELAÇÃO À SMC

Novas abordagens para os problemas da Simulação de Monte Carlo foram feitas recebendo o nome de Quasi Monte Carlo, que se baseia no uso das sequências de baixa discrepância (ou quasi-aleatórias), que podem ser divididas em três tipos que são Halton, Faure e Sobol que será discutido mais adiante.

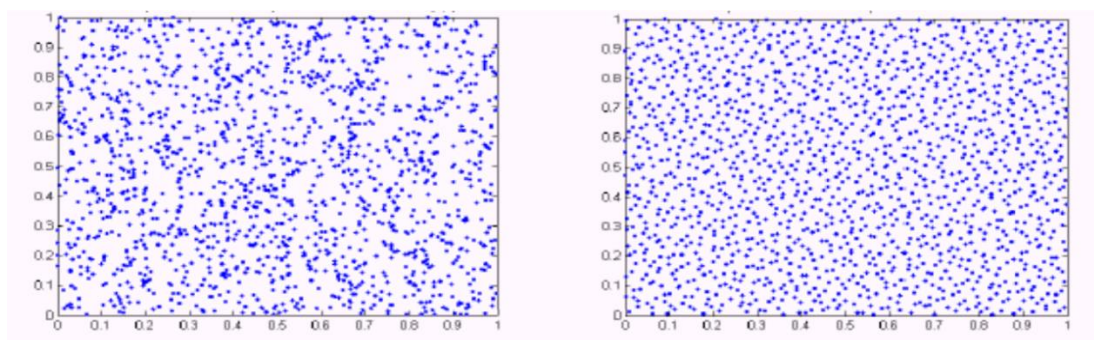
Segundo Silva & Assis & Pinto & Gomes(2012) o objetivo do método Quasi-MonteCarlo, para integrais numéricas é construir conjuntos de nós que se comportem significativamente melhor em média, ou seja, que sejam determinísticos de tal forma que o limite do erro também seja determinístico. Em outras palavras, o método QMC poder ser

definido como um método de sequências quase aleatórias ou como a versão determinística do método de Monte Carlo.

O Quasi Monte Carlo (QMC) é um método de amostragem que busca selecionar pontos de maneira mais uniforme, em vez de sortear aleatoriamente Mello(2008). Assim, um dos principais objetivos no estudo do QMC é definir estratégias de seleção que encontrem um conjunto de pontos com a menor discrepância possível, em que a discrepância quantifica a diferença entre a distribuição dos pontos selecionados e a distribuição uniforme.

Ela é utilizada quando se deseja-se acelerar a velocidade de convergência da simulação, devido à necessidade de um menor número de simulações, afim de atingir a precisão adequada. Esse método de acordo com Matos (2012), garante uma maior uniformidade dos valores gerados em determinado intervalo, que pode ser denominado como quasi-aleatórios, sendo esta a diferença para o método de Monte Carlo, que utiliza gerados pseudo aleatórios. A sua vantagem principal reside na certeza de que a distribuição de entrada do modelo será mais eficiente, porém as sequências de baixa discrepância quando apresenta um aumento da dimensão do modelo em questão, resultam em uma diminuição da uniformidade de acordo (Frota, 2003) e (Souza & Samanez, 2009). A melhor performance do método de Quase Monte Carlo sobre Monte Carlo, pode ser explicada na figura 4, que demonstra a plotagem das sequências geradas pelos métodos em questão, onde mostra os números aleatórios e quase-aleatórios. Na primeira plotagem verifica-se que existem regiões vagas, enquanto a distribuição quase aleatória demonstra um maior preenchimento da área, exibindo melhor uniformidade, evitando os vazios.

Figura 4: Números Aleatórios e números quasi-aleatórios, respectivamente:



Fonte: Frota (2003)

2.3 DISCREPÂNCIAS

Discrepâncias de séries são funções que procuram medir a uniformidade da sequência. A discrepância seria uma espécie de medida de desvio (distanciamento) da uniformidade.

A discrepância não depende unicamente da sequência a ser analisada, mas também de sub-regiões estabelecidas de um cubo unitário, portanto, ela acaba sendo uma medida relativa. Sua principal função é demonstrar a homogeneidade dos pontos gerados, mas também possibilitou descobrir as falhas existentes na geração de pontos pseudo-aleatórios e aleatórios, e as discrepâncias permitiram quantificar a aleatoriedade, que impulsionou a pesquisa por sequências que fornecem distribuições mais perfeitas.

A uniformidade nas distribuições é o principal ponto da amostragem em questão, isso implica que se usar séries com maior uniformidade, possibilitará a obtenção de um melhor resultado. Encontrou-se tal uniformidade nas distribuições de sequências como Halton, Sobol e Faure, que podem ser chamadas também de sequências de baixa discrepância.

2.3.1 Sequência numérica de Halton

Em seu trabalho, Saliby (2001) relata que Caflisch e Morokoff, pesquisadores que desenvolveram o método de Quasi-Monte Carlo, realizaram experimentos, comparando amostragem e os efeitos das sequências de Sobol, Faure e Halton e viram os seus efeitos em algumas propriedades, como a dimensão, variância e suavidade da função, verificando as convergências desses parâmetros. Nos experimentos realizados por Morokoff e Caflisch, verificou-se a superioridade do método de Quasi-Monte Carlo com o Monte Carlo de amostragem aleatória. Porém, essa superioridade se perde para dimensões elevadas. Frota (2003) relata que a sequência de Halton apresenta uma boa precisão até 8 dimensões.

Halton consiste em realizar a decomposição de grandes números nas bases primas escolhidas, o que requer muito esforço e atenção. Por esse motivo, surgiu o método de Halton modificado, onde verifica-se a existência de subconjuntos consecutivos com a quantidade prima p de valores, tendo um espaçamento de $1/p$, com seu início sempre em zero, para gerar os primeiros termos dos subconjuntos homogêneos pela sua construção, ficando dentro de um intervalo unitário de zero a um.

Os passos do método simplificado estão apresentados a seguir, com o cálculo dos dez primeiros termos de Halton para o número primo $p=5$.

1º. passo: o primeiro subconjunto inicia por 0 (zero);

$$h_1=0$$

2º. passo: o primeiro subconjunto possui p elementos espaçados de $1/p$;

$$h_2=h_1+(1/p)=0+1/5=1/5$$

$$h_3=h_2+(1/p)=1/5+1/5=2/5$$

$$h_4=h_3+(1/p)=2/5+1/5=3/5$$

$$h_5=h_4+(1/p)=3/5+1/5=4/5$$

3º. passo: o próximo subconjunto inicia pelo segundo termo da série (já calculado), dividido pelo número primo p ;

$$h_6=h_2/p=(1/5)/5=1/25$$

4º. passo: os demais elementos deste subconjunto são espaçados de $1/p$, como no subconjunto anterior;

$$h_7=h_6+(1/p)=1/25+1/5=6/25$$

$$h_8=h_7+(1/p)=6/25+1/5=11/25$$

$$h_9=h_8+(1/p)=11/25+1/5=16/25$$

$$h_{10}=h_9+(1/p)=16/25+1/5=21/25$$

5º. passo: se houvesse mais termos a serem calculados, o primeiro elemento do próximo subconjunto seria o terceiro elemento da série dividido pelo primo p ; e assim, sucessivamente.

2.3.2 Séries de Sobol e Faure

Tanto as sequências de Halton, Sobol e Faure apresentam muitas semelhanças em seus métodos. Abaixo serão explicadas de forma sucinta as séries de Sobol e Faure, comparando-as com a Halton, que será a série utilizada neste trabalho.

Começando pela série de Sobol, em que se baseia no mesmo algoritmo ao usado em Halton, a diferença entre as duas reside nos números primos, pois Halton utiliza números primos diferentes em cada variável de entrada; já Sobol utiliza o mesmo em todas as dimensões, variáveis de entrada que seria o número primo 2. Existem algumas técnicas de permutação para garantir a aleatoriedade da série.

Como foi citado anteriormente, Halton, Sobol e Faure apresentam semelhanças que residem no seu algoritmo. Portanto Faure é obtido pelo mesmo algoritmo de Halton e Sobol, mas a diferença está no número primo, onde o número primo utilizado é de acordo com o tamanho da amostra em cada variável de entrada e o mesmo número primo é o mesmo utilizado em todo o processo, assim como Sobol.

2.4 CORRELAÇÃO ENTRE VARIÁVEIS: A TRANSFORMADA DE CHOLSKY

A decomposição de Cholesky originalmente, é utilizada para resoluções de sistemas lineares, que consiste em uma matriz simétrica positiva. (Saliby 2001) relata que 1982 Conover e Iman aprimoraram o método em questão, para conseguir induzir a matriz de correlação em simulações especialmente, a Simulação de Monte Carlo, para conseguir de forma eficiente, encontrar a variância do método. Antigamente, os estudos assumiam apenas as variáveis de entrada como independentes entre si.

A metodologia mais utilizada para agregar dependência entre as variáveis são por meio de combinações lineares das variáveis, tendo o objetivo obter uma estrutura com as devidas correlações.

Longerstaeye Spencer (1996, p. 151-152) e Jorion (1998, p. 231) associam a Simulação Monte Carlo à Decomposição de Cholesky como forma de geração de conjuntos de retornos aleatórios, para múltiplas variáveis, preservando as correlações existentes entre as mesmas. Os autores definem este modelo como Simulação Monte Carlo Estruturada.

De acordo com Neto (2013), o método da Decomposição de Cholesky sobre a matriz de correlações consiste em encontrar uma matriz S e tal que $S = A \cdot A^t$, onde A^t é a transposta conjugada de A , e A é uma matriz diagonal inferior onde os elementos da diagonal são reais e positivos. Esta fatoração sempre existe desde que a matriz A seja positiva definida. E a matriz de covariâncias será positiva definida desde que o vetor de retornos usados para calcular as covariâncias seja maior que n , onde n é a dimensão da matriz (Neto 2013). Após aplicada a fatoração de Cholesky, multiplica-se o vetor de variáveis independentes pela matriz, obtendo-se o vetor de variáveis correlacionadas.

Para exemplificar, será demonstrada a transformada de Cholesky para 3 (três) dimensões, para produzir através das variáveis independentes os vetores correlacionados.

Desta forma:

- $\Sigma \Rightarrow$ é a matriz de correlação para a variável de entrada;
- $A \Rightarrow$ é a matriz triangular superior;
- $A^t \Rightarrow$ é a matriz transposta de A .

$$\Sigma = A^t \cdot A \quad (1)$$

$$\Sigma = \begin{pmatrix} S11 & S12 & S13 \\ S21 & S22 & S23 \\ S31 & S32 & S33 \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} A11 & A12 & A13 \\ 0 & A22 & A23 \\ 0 & 0 & A33 \end{pmatrix} A^t = \begin{pmatrix} A11 & 0 & 0 \\ A12 & A22 & 0 \\ S13 & S23 & S33 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} S11 & S12 & S13 \\ S21 & S22 & S23 \\ S31 & S32 & S33 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A11 & 0 & 0 \\ A12 & A22 & 0 \\ S13 & S23 & S33 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} A11 & A12 & A13 \\ 0 & A22 & A23 \\ 0 & 0 & A33 \end{pmatrix}$$

Desta forma, para o sistema:

$$A11 = \sqrt{S11} \quad (2)$$

$$A12 = S21/A11 \quad (3)$$

$$A13 = S31/A11 \quad (4)$$

$$A22 = \sqrt{S22 - A12^2} \quad (5)$$

$$A23 = (1/A22) \cdot (S32 - A13 \cdot A12) \quad (6)$$

$$A33 = \sqrt{S33 - A13^2 - A23^2} \quad (7)$$

Logo, pode-se generalizar a resolução para vetores multidimensionais da seguinte forma:

$$A_{ii} = \sqrt{S_{ii} - \sum_{k=1}^{i-1} A_{ik}^2} \quad (8)$$

$$A_{ij} = \frac{1}{A_{ii}} \cdot (S_{ij} - \sum_{k=1}^{i-1} A_{ik} \cdot A_{jk}), \text{ com } j = i+1, i+2, \dots, N \quad (9)$$

O algoritmo da Transformada de Cholesky, para os casos em que a matriz de correlação dos vetores de entrada é diferente da matriz identidade, Saliby(2001)relata o seguinte ajuste no método.

Sejam:

T $\Rightarrow$ a verdadeira matriz de correlação da variável de entrada;

Q $\Rightarrow$ matriz triangular inferior;

Σ $\Rightarrow$ matriz de correlação desejada para a variável de entrada;

S $\Rightarrow$ uma matriz auxiliar

Assim:

$$T = Q \cdot Q^t \quad (10)$$

$$\Sigma = S \cdot T \cdot S^t \quad (11)$$

Logo:

$$\Sigma = S \cdot Q \cdot Q^t \cdot S^t = A^t \cdot A \quad (12)$$

Então, pode-se ter as seguintes soluções:

$$S \cdot Q = A^t \quad \text{ou} \quad S = A^t \cdot Q^{-1} \quad (13)$$

Onde a matriz Q é determinada pela aplicação do algoritmo de Cholesky à matriz T, e

S é dado pelo produto entre $A^t \cdot Q^{-1}$.

Considerar-se-á a matriz S^t como a nova matriz de transformação ajustada. A matriz S^t deve ser multiplicada à direita pelo vetor de entrada para obter o novo vetor transformado que, desse modo, possuirá matriz de correlação idêntica à matriz desejada (Σ).

Admitindo-se a normalidade dos retornos das variáveis de um projeto, Pinheiro (2009), relata que através de um processo, é possível definir a trajetória de valores que assume cada variável ao longo do tempo. Para cada conjunto de trajetórias será calculado o VPL correspondente ao cenário gerado. Assim, a possibilidade de simular diversas variáveis através do modelo de Monte Carlo em questão, resulta na possibilidade de evoluir a construção de cenários complexos, que afetam as variáveis de forma.

2.5 AMOSTRAGEM POR HIPERCUBO LATINO

A Amostragem por hipercubo latino pode ser considerada como uma amostragem básica, sendo classificada como uma amostragem estratificada, pois trabalha com faixas de valores e pode ser utilizada em casos de diversas dimensões.

Conforme (Lopes 2009) a AHL é uma maneira de selecionar aleatoriamente n pontos de uma amostra estratificada, preservando em parte, a regularidade da estratificação.

A referida amostragem consegue fornecer a independência dos números gerados para cada variável de entrada, tal fato ocorre pela permutação aleatória dos valores gerados,

Uma característica fundamental da AHL é a possibilidade de garantir que cada parte da distribuição de probabilidades estará presente na amostra, o que leva a amostragem a uma rápida convergência e segurança na precisão dos resultados.

De acordo com (Faria & Melo & Souza & Saliby, 2000) a geração de valores amostrais com a AHL é feita de forma independente para cada variável aleatória de entrada. Abaixo seguem os passos para a geração da amostragem.

- a) definição do tamanho da amostra a ser gerada (n);
- b) estratificação da distribuição acumulada em n estratos equiprováveis;
- c) seleção, utilizando amostragem aleatória sem reposição, de um dos estratos definidos no item b;
- d) geração aleatória de um valor amostral para o estrato selecionado. O método da transformação inversa é utilizado para este fim:

$$X_i = F^{-1}[(i - 1 + R_i) / n] \text{ onde } R_i \sim U(0,1), i = 1, \dots, n; \quad (14)$$

e) repetição dos itens c e d até se completar o número de valores a serem gerados, ou seja, n observações.

A vantagem da amostragem por hipercubo latino em relação a outros métodos de amostragem de acordo com Merlin (2006) reside no fato do número de processamentos (simulações) que pode ser reduzido, obtendo a precisão desejada.

2.6 VALOR PRESENTE LÍQUIDO - VPL

O método do VPL é um método muito utilizado para análise de projetos para verificar a lucratividade do capital, tendo como base o fluxo de caixa. Segundo NETO(2009), este método nada mais é do que a diferença entre o valor presente dos benefícios ou pagamentos previstos de caixa e o valor presente do fluxo de caixa inicial, (valor do investimento, do empréstimo ou do financiamento).

Logo, define-se de acordo com Kanu (2013) a função VPL:

$$VPL = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{E(X_t - I_t)}{[1 + E(R)]^t} \quad (15)$$

onde :

VPL $\Rightarrow$ é o valor presente líquido

$E(X_t)$ $\Rightarrow$ é o fluxo de caixa esperado no período

$E(X_t - I_t)$ $\Rightarrow$ é o fluxo de caixa líquido esperado para o período

$E(R)$ $\Rightarrow$ é a taxa de retorno requerida

Segundo Awomwewe & Ogundele (2008) e Sobral (2012), quanto maior o valor obtido para o VPL, mais rentável e atrativo é o investimento, assim, a decisão se resume basicamente na seguinte análise:

$VPL \leq 0 \Rightarrow$ Rejeitar projeto

$VPL > 0 \Rightarrow$ Aceitar Projeto

O VPL tem a vantagem de considerar o valor do dinheiro no tempo com a taxa requerida, que inclui o risco de projeto. Porém, este método fornece comparações distorcidas sobre projetos de tamanhos diferentes; outra limitação, de acordo com Lapponi (2007), reside no fato de ser uma medida absoluta e não relativa, além da necessidade de se determinar a priori a taxa requerida do projeto. Mas, mesmo assim, Palmeira (2012) relata em seu trabalho que o VPL é o método mais recomendado para a análise econômica de projetos, pois é considerado o método de maior consistência para quantificar a lucratividade.

2.7 TAXA MÍNIMA DE ATRATIVIDADE

TMA é taxa de juros, que demonstra e quantifica o retorno mínimo previsto de um investimento, assim, o investidor espera um retorno pelo menos igual a esta taxa. A referida taxa leva em conta fatores como o custo de oportunidade. O risco do negócio traz a liquidez do projeto. Hildebrand (2013) define a TMA pela seguinte equação:

$$k_j = R_f + [b_j \times (k_m - R_f)] \quad (16)$$

Onde:

k_j $\Rightarrow$ é o retorno exigido pelo ativo j (TMA),

R_f $\Rightarrow$ é a taxa de retorno livre de risco,

b_j $\Rightarrow$ é o coeficiente beta do ativo j (grau de sensibilidade do retorno de um ativo)

k_m $\Rightarrow$ é a taxa de retorno da carteira de ativos do mercado.

Para análise da viabilidade do projeto, de acordo Oliveira, M & Boschi, C. G (2014), quando a rentabilidade estimada for menor que a TMA, o projeto deverá ser rejeitado, pois isso implicará na redução potencial de ganhos da empresa, podendo acarretar um custo de oportunidade.

A TMA deve incorporar o custo de capital do negócio, ou seja, levar em consideração a taxa de risco associado ao projeto, o custo de financiamento ou das fontes de recursos a serem empregadas no projeto; assim também, como o custo de oportunidade, neste caso, o valor que a organização ou empresa deixará de receber, caso opte por outros investimentos em detrimento do projeto em estudo. Moura (2006) define o custo de oportunidade como sendo equivalente à perda que o capital investido sofre por estar aplicado ao projeto e não estar aplicado em outras modalidades de investimentos, como caderneta de poupança, renda fixa ou ações.

3. APLICAÇÃO DA SMC DE BAIXA DISCREPÂNCIA

3.1 DEFINIÇÃO DO INVESTIMENTO

De acordo com Hildebrand (2013), a implementação do setor fundição da siderurgia estudada, necessita de R\$1.481.563,00.

O estudo foi feito com base em quatro tipos diferentes de ferro fundido oferecidos pelo portfólio da empresa. Sendo assim, buscando tornar-se independente de seus fornecedores, o projeto desenvolvido neste trabalho engloba maquinário com a sua devida depreciação, matéria prima, insumos básicos, mão de obra, custo de construção, aquisição da área, financiamento do BNDES com os juros praticados para o tempo de 84 meses de acordo com o setor produtivo e a região de localização da indústria.

3.2 COLETA DE DADOS

Conforme citado anteriormente, os dados têm sua base em Hildebrand (2013), onde verificam-se as vendas do período de 84 meses, de quatro tipos de FoFo. Desta forma, retiram-se os valores médios da produção mensal e o preço por kg para cada tipo de FoFo oferecidos pela empresa. Foram considerados os valores calculados através do Ms Excel neste trabalho base, onde verificou-se as despesas fixas, despesas variáveis, custo fixo, custo variável, depreciação do maquinário com a referida taxa de depreciação adotada, resultando na tabela 1.

Tabela 1: Resumo dos dados do projeto

Produção mensal Cinzento:	529,21	kg/mês
Preço Cinzento:	R\$ 8,65	/kg
Produção mensal Nodular:	1211,99	kg/mês
Preço Nodular:	R\$ 9,82	/kg
Produção mensal GGG-60:	109,73	kg/mês
Preço GGG-60:	R\$ 12,60	/kg
Produção mensal Cilindro:	9,11	kg/mês
Preço Cilindro:	R\$ 9,27	/kg
Custo var. de Prod.:	R\$ 3,09	/kg

Custo fixo de Prod.:	R\$ 5.400,00	/mês
Despesas Variáveis:	R\$ 0,05	/kg
Despesas fixas:	R\$ 5.150,00	/mês
Investimento fixo:	\$1.386.541,00	
Capital de giro:	R\$ 95.022,00	
Taxa de depreciação:	2%	
Valor inicial do maquinário	R\$ 430.460,00	
Valor de venda inv. Fixo:	R\$ 623.943,45	
Vida útil	84	Meses
Investimento Total	\$1.481.563,00	
Financiamento	100%	
Juros do Financiamento	0,3%	a.m.c.m
Primeiro Ano:		da capacidade
ICMS, IPI, PIS, COFINS, etc.:	17%	
IRPJ/CSL:	35%	
TMA:	0,95%	a.m.c.m

Fonte: Hildebrand (2013).

3.3 MODELAGEM DA CORRELAÇÃO ENTRE VARIÁVEIS

3.3.1 Modelagem da variável dependente

Neste trabalho serão consideradas as variáveis dependentes de forma análoga a Hildebrand (2013). Sendo assim, a variável dependente é o VPL, que se baseia no fluxo de caixa com desconto de taxas de juros.

3.3.2 Modelagem das variáveis independentes

Em uma modelagem o objetivo é desenvolver um modelo que possa ser flexível e abranger as necessidades. Uma grande vantagem em utilizar o Método de Monte Carlo Clássico ou de Quasi-Monte Carlo, está no tratamento dos dados de entrada, que podem ser vistos como uma distribuição de valores, respeitando a distribuição de probabilidade, o que torna essa ferramenta tão poderosa.

Sabendo disso, definir a distribuição mais adequada, pode ocorrer através do teste de hipótese e verificar se os dados estão coerentes com a distribuição dos dados das curvas, o que permite selecionar a melhor distribuição.

Assumiu-se as variáveis independentes como sendo o preço e a quantidade, assim como Hildebrand (2013). Pelo teste de hipótese, chegou-se à conclusão que as variáveis de preço obedecem a uma distribuição normal. Entretanto, para as variáveis de quantidade (produção), optou-se por utilizar a distribuição triangular, pois para defini-la seria necessário apenas do valor mínimo, máximo e mais provável, valores estes que possuem um grau de certeza razoável à análise, possibilitando gerar uma distribuição para cada variável modelada.

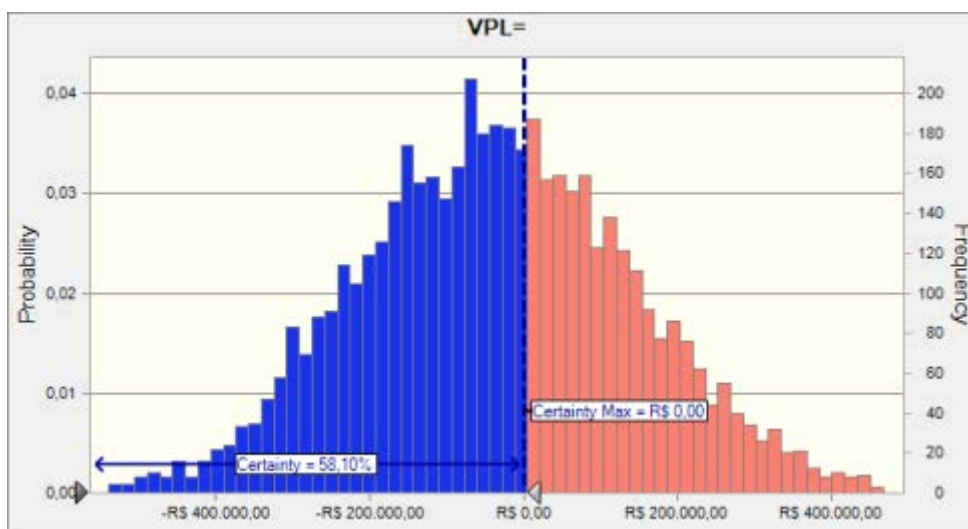
3.4 APLICAÇÃO DA SIMULAÇÃO DE QUASI MONTE CARLO (QMC)

A simulação de QMC, assim como SMC consiste na geração de cenários, utilizando procedimentos de amostragem e a forma de geração das variáveis de entrada, que implicam de acordo com a escolha em uma maior precisão e velocidade de convergência, no caso deste trabalho para maior controle e uniformidade, utilizou-se a amostragem por hipercubo latino, trabalhando com faixas de valores gerados de forma quasi-aleatória, respeitando a sequência de baixa discrepância, característica fundamental do QMC. Portanto, neste método a permutação da sequência básica de números quase aleatórios, implica na geração de novas sequências independentes para cada dimensão. Trabalhou-se na simulação, para facilitar os cálculos, com a transformada de Cholesky, que de acordo com Moreira (2001) apresenta uma boa precisão e facilita a execução dos cálculos. Como utilizou-se o Software Crystal Ball nesta pesquisa, definiu-se a amostragem por hipercubo latino de forma direta, seguido do uso da série de baixa discrepância de Halton, onde definiu-se o uso da transformada de Cholesky para a solução do sistema linear da matriz de correlação, efetuando desta forma a simulação menos sujeita a erros. O QMC deve ser implementado simultaneamente com a decomposição de Cholesky. Os resultados da simulação encontram-se no item a seguir.

4. ANÁLISE DOS RESULTADOS

A simulação realizada pelo software Crystal Ball com 5.000 iterações, apresentou a seguinte curva VPL:

Figura5- VPL obtido pela simulação no Crystal Ball



Fonte: Criação do Próprio Autor

Para as simulações foi considerado um intervalo de confiabilidade de 95%, o que significa 95% de chances de estar dentro do intervalo determinado, obtendo-se resultados com o nível de rejeição de 58,10%. O intervalo de 95% de confiança representa valores entre -R\$ 708.916,52 e R\$ 589.231,04, sendo os destaques da distribuição apresentados acima.

Desta forma, de acordo com Awommewe&Ogundele (2008) e Sobral (2012), quando o VPL apresentar valores maiores que zero, o projeto deve ser aceito. Pelo diagrama obtido, nota-se que a viabilização do projeto para valores de VPL acima de 58,3%, representa um alto risco para investimento. Desta forma, se a empresa, mesmo estando ciente dos riscos, decidir investir, deverá trabalhar com a estratégia de hedge. Entretanto, inicialmente a melhor alternativa é a rejeição do projeto. A tabela 2 demonstra numericamente esta viabilidade:

Tabela 2 - Distribuição Numérica VPL

Percentiles:	Forecast values
0%	-R\$ 708.916,52
10%	-R\$ 264.413,16
20%	-R\$ 188.425,17
30%	-R\$ 133.435,16
40%	-R\$ 81.004,11
50%	-R\$ 38.316,53
60%	R\$ 7.981,16
70%	R\$ 58.655,66
80%	R\$ 115.913,05
90%	R\$ 198.050,20
100%	R\$ 589.231,04

Fonte: Produção do Próprio Autor

Durante a simulação trabalhou-se com as variáveis independentes, preço e quantidade, para cada um dos tipos de FoFo, obtendo-se as seguintes distribuições empíricas:

Para o preço do Cilindro :

Figura 6 - Distribuição Probabilidade Preço Cilindro



Distribuição Normal

Média: R\$ 9,18

Desvio Padrão: R\$ 1,93

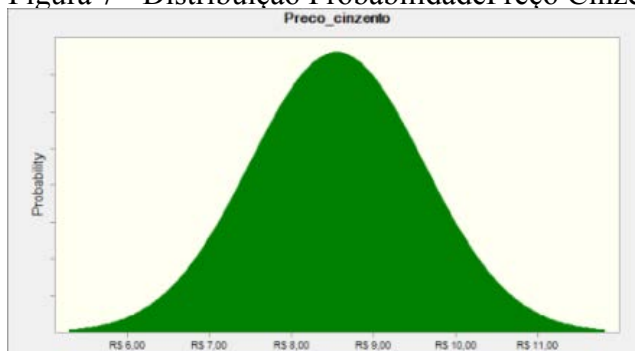
Obs.:

Fonte: Produção do Próprio autor

Verificou-se que o desvio padrão representa 20% do valor médio

Para o preço do Cinzento:

Figura 7 - Distribuição Probabilidade Preço Cinzento



Distribuição Normal

Média: R\$ 8,55

Desvio Padrão: R\$ 1,06

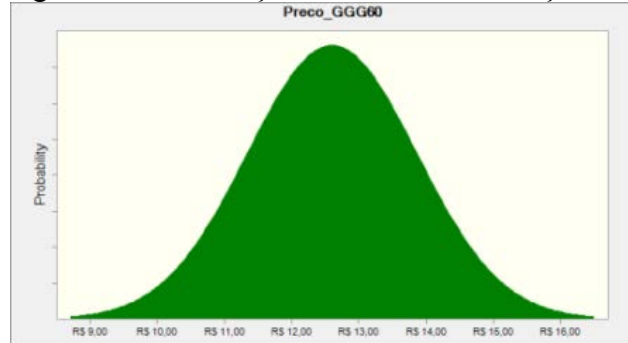
Obs.:

Fonte: Produção do Próprio autor

Verificou-se que o desvio padrão representa 12,3% do valor médio

Para o preço do GGG-60 :

Figura 8 - Distribuição Probabilidade Preço GGG 60



Distribuição Normal

Média: R\$ 12,60

Desvio Padrão: R\$ 1,26

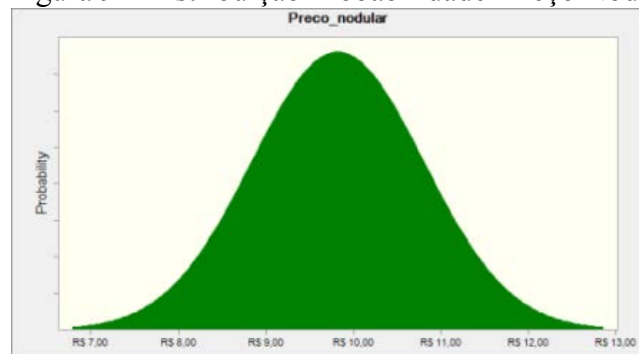
Obs.:

Fonte: Produção do Próprio autor

Verificou-se que o desvio padrão representa 10% do valor médio

Para o preço do Nodular :

Figura 9 - Distribuição Probabilidade Preço Nodular



Distribuição Normal

Média: R\$ 9,82

Desvio Padrão: R\$ 0,98

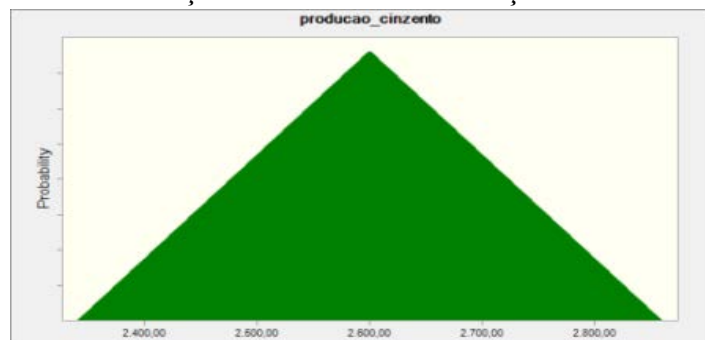
Obs.:

Fonte: Produção do Próprio autor

Verificou-se que o desvio padrão representa 10,02% do valor médio.

Como dito anteriormente na definição da modelagem, para as variáveis quantidade de produção, optou-se por utilizar a distribuição triangular, pois para defini-la seria necessário apenas do valor mínimo, máximo e mais provável, valores estes que se considerou poder estimar com um grau de certeza razoável a análise, possibilitando gerar uma distribuição para cada variável modelada.

Para o preço do Cinzento : Figura 10- Distribuição Probabilidade Produção Cinzento



Distribuição Triangular

Máximo: 2860

Mínimo: 2340

Provável: 2600

Fonte: Produção do Próprio autor

Para o preço do GGG-60 :

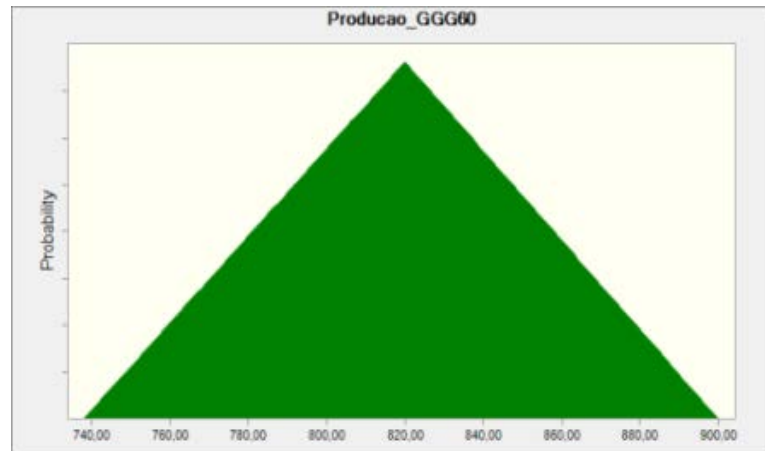
Distribuição Triangular

Máximo: 900

Mínimo: 738

Provável: 820

Figura 11: Distribuição Probabilidade Produção GGG-60



Fonte: Produção do Próprio autor

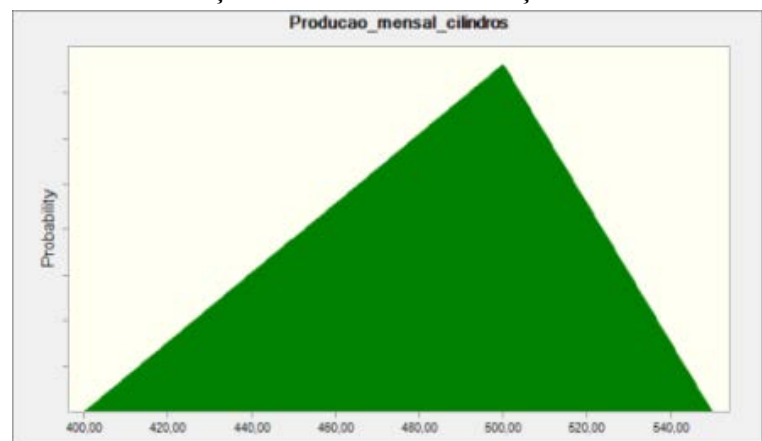
Para o preço do Cilindro: Figura 12- Distribuição Probabilidade Produção Cilindro

Distribuição Triangular

Máximo: 550

Mínimo: 400

Provável: 500



Fonte: Produção do Próprio autor

Para o preço do Nodular :

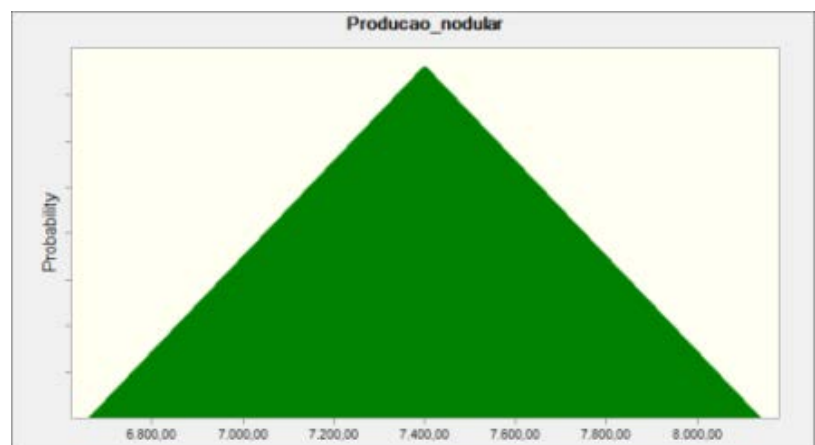
Distribuição Triangular

Máximo: 8140

Mínimo: 6660

Provável: 7400

Figura 13- Distribuição Probabilidade Produção Nodular



Fonte: Produção do Próprio autor

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

No intuito de tentar minimizar este problema, os métodos estudados tentam, através de uma série de simulações de resultados possíveis, encontrar uma probabilidade para a viabilidade do investimento. As variáveis escolhidas têm suas funções de densidade de probabilidade definida e verifica-se o impacto na variável de saída, no caso o VPL.

Um modelo probabilístico pode auxiliar na análise das interações entre variáveis incertas, representadas por uma faixa de valores possíveis, distribuídos em uma função densidade de probabilidade. Neste trabalho, procurou-se utilizar o Método de Quasi-Monte Carlo com Hipercubo Latino, como uma ferramenta adicional ao processo de tomada de decisão, referente a um investimento.

As probabilidades encontradas no estudo, bem como as análises de sensibilidade da variável de saída (VPL), mostram que o investimento possui um risco de 58%. A aceitação do investimento proposto só deve ser feita se a empresa estiver disposta a assumir este nível de risco com uma determinada estratégia de *hedge* (possuir em caixa o valor correspondente a perda do projeto).

Para tornar o modelo ainda mais eficiente é interessante que mais variáveis sejam geradas de forma quasi-aleatória.

A própria análise pelo VPL, mesmo utilizado de forma estocástica, não é capaz de responder a algumas questões interessantes para o investidor: qual a situação de mercado que seria boa a expansão e quando deve continuar ou abandonar a expansão – análise pela Teoria das Opções Reais (TOR).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

MATOS, A. J. **Theoretical foundations of corporate finance**. Princeton: Princeton University Press, 2001.

ARUNRAJ, N.S. MANDAL, S.; MAITI, J. Modelling uncertainty in risk assessment: an integrated approach with fuzzy set theory and Monte Carlo simulation. **Accident Analysis and Prevention**, New York, v. 55, pp. 242 – 255, 2013.

NETO, A. A. **Matemática financeira e suas aplicações**. 11.ed. São Paulo: Atlas, 2009. 278p.

AWOMMEWE, A. F. OGUNDELE, O. O. **The importance of the payback method in the capital budgeting decision**. 64p. Dissertação de Mestrado - Institute Blekinge of Technology, Karlskrona, 2008.

ESGUÍCERO, F. J. **Análise econômica e ambiental na implantação de uma usina de reciclagem de resíduos da construção e demolição: Estudo de caso no Município de Lençóis Paulista**. 2010. 129p. Dissertação do Programa de Mestrado em Engenharia de Produção - Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Bauru, 2010.

FROTA, A. F. **Avaliação de opções americanas tradicionais e complexas**. 2003, 143p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Industrial, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2003.

FARIA, H. B., SOUZA, S. M. & SALIBY, E. Análise de risco: uma comparação de diferentes métodos de amostragem. In: ENCONTRO NACIONAL DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ADMINISTRAÇÃO – ENANPAD, 23, 2000, Foz do Iguaçu. **Anais...**, Rio de Janeiro: ANPAD, 2000.

FERNANDES, C. A. ; **Gerenciamento de riscos em projetos: Como utilizar o Microsoft Excel para realizar simulação Monte Carlo**, 2005. Disponível em: <<http://www.bbbrothers.com.br/scripts/Artigos/MonteCarloExcel.pdf>>. Acesso em: 10 mar. 2016.

HILDEBRAND, F. P. **A simulação de Monte Carlo como instrumento fundamental para a análise de viabilidade econômica: A implementação de uma fundição de ferro em uma**

empresa metalúrgica. 2013. 81p. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia de Produção Mecânica) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2013.

JUNIOR, C. G. **Adjusted present value (APV):** Avaliação de negócios com taxas de desconto diferenciadas. 2003. 165p. Dissertação (Mestrado)- Universidade Federal de Itajubá, UNIFEI, Itajubá, 2003.

KANU, D. R. ; **Assessing manufacturing capital investments in the global market.** 2013. In: ASEE ANNUAL CONFERENCE, 2013, Atlanta. **Proceedings...** Atlanta: ASEE Annual Conference, 2013. p.328- 343.

LAPPONI, J. C. **Projetos de investimento na empresa.** Rio de Janeiro: Elsevier, 2007.

LONGERSTAEY, J. SPENCER, M. **Riskmetrics™:** Technical document. New York: J.P. Morgan/Reuters, 1996.

MATOS, V. L. **Um modelo para o planejamento anual da operação energética considerando técnicas avançadas de otimização estocástica.** 2012. 162p. Tese de Doutorado em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2012.

MELLO, T. Quasi-Monte Carlo strategies for stochastic optimization. In: CONFERENCE ON WINTER SIMULATION, 38., 2006, California. **Proceedings...** California: Winter Simulation Conference, 2006. p.774- 782.

MERLIN, A. J. **Análise probabilística do comportamento ao longo do tempo de elementos parcialmente pré-moldados com ênfase em flechas de lajes com armação treliçada.** 2006. 320p. Tese de Doutorado em Engenharia de Estruturas - Universidade de São Paulo, São Carlos, 2006.

MOREIRA, F. F. P. **Estudo comparativo dos métodos de quasi-monte carlo, amostragem descritiva, hipercubo latino e monte carlo clássico na análise de risco.** 2001. 155p. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPEAD, 2001.

MOURA, L. A. **A Economia ambiental: Gestão de custo e investimentos**. 3. ed. São Paulo: Juarez de Oliveira, 2006.

OLIVEIRA, M; BOSCHI, C. G. Análise de viabilidade econômica para aquisição de ativo imobilizado em uma empresa de pequeno. In: IX SEMINÁRIO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA CURSO DE CIÊNCIAS CONTÁBEIS DA FSG. 2014, Caxias do Sul. **Anais...** Caxias do Sul: Seminário de iniciação científica curso de ciências contábeis da FSG V.5, N.2 (2014) , 2014. p.42-64

PALMEIRA, Camilla Behrens. **Teoria das opções reais: sua aplicação na avaliação econômica de um projeto florestal**. 2012. 53 f. Monografia (Bacharelado em Engenharia Florestal)—Universidade de Brasília, Brasília, 2012.

PAMPLONA, E. D. Uma aplicação do modelo adjusted present value (APV) integrado a simulação de Monte Carlo na avaliação de investimentos. **Pesquisa e Desenvolvimento Engenharia de Produção**, Itajubá. n.4. p.17-38. 2005.

PINHEIRO, F. A. P. A avaliação de projetos em ambientes de incertezas: Modelos de simulação aplicados à teoria de operações reais. In: XII SEMEAD, 2009, São Paulo **Anais...** São Paulo: XII SEMEAD, 2009.

SANTOS, L. F. ; **Aplicação do adjusted present value (APV) para avaliação do fluxo de caixa de uma empresa do setor automotivo no sistema inovar auto**. 2015. 48f. Trabalho de graduação (Graduação em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2015.

SOARES, M. **Modelagem matemática aplicada a precificação de opções**. 2012. 43f. Trabalho de Graduação (Licenciatura em Matemática) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2012.

SOBRAL, Ricardo Franklin Cavalcanti Sobral. **Viabilidade econômica de usina de reciclagem de resíduos da construção civil**. 2012. 14f. Dissertação de Mestrado, UFPB, João Pessoa-PB, 2012.

VARGAS, P.J., KOPPE, J.C., PÉREZ, S., Tunnelling and Underground Space Technology. **Accident Analysis and Prevention**. v. 40, pp. 203 – 209, Elsevier Science, 2014.