UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
FACULDADE DE CIÊNCIAS – CAMPUS DE BAURU
DEPARTAMENTO DE EDUCAÇÃO
CURSO DE LICENCIATURA EM PEDAGOGIA

Naiany Lourenço

Os limites e as possibilidades de uma sequência didática: o conceito de proporcionalidade e a aprendizagem de alunos do 5º ano do Ensino Fundamental

BAURU
2015

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
FACULDADE DE CIÊNCIAS – CAMPUS DE BAURU
DEPARTAMENTO DE EDUCAÇÃO
CURSO DE LICENCIATURA EM PEDAGOGIA

Naiany Lourenço

Os limites e as possibilidades de uma sequência didática: o conceito de proporcionalidade e a aprendizagem de alunos do 5º ano do Ensino Fundamental

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Educação da Faculdade de Ciências – UNESP – Bauru, como parte dos requisitos para obtenção do título de Licenciada em Pedagogia, sob orientação do Prof. Me. Richael Silva Caetano

BAURU
2015

Lourenço, Naiany
Os limites e as possibilidades de uma sequência didática: o conceito de proporcionalidade e a aprendizagem de alunos do 5º ano do Ensino Fundamental / Naiany Lourenço. - Bauru, SP: Faculdade de Ciências - UNESP, 2015.
120 f. : il.

Orientador: Prof. Me. Richael Silva Caetano

Monografia (Graduação)- Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Ciências, Bauru, 2015.

1.Estruturas multiplicativas e aditivas. 2.Sequência didática. 3. Proporcionalidade. 4. Ensino de conteúdos matemáticos.

Naiany Lourenço

Os limites e as possibilidades de uma sequência didática: o conceito de proporcionalidade e a aprendizagem de alunos do 5º ano do Ensino Fundamental

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Educação da Faculdade de Ciências – UNESP – Bauru, como parte dos requisitos para obtenção do título de Licenciatura em Pedagogia, sob orientação do Prof. Me. Richael Silva Caetano.

Banca Examinadora:

Prof. Me. Richael Silva Caetano (Orientador)

Prof. Adj. Nelson Antonio Pirola

Prof.ª Ma. Mabi Katien Batista de Paula

Dedico esse trabalho:

Aos meus pais, **Américo e Romeli**, que sempre deram tudo de si para que eu chegasse até aqui e ao meu irmão, **Nathan**, que me deu exemplo de força e amor para continuar.

AGRADECIMENTOS

Ao principal merecedor de todas as minhas conquistas, aquele que me deu forças, aquele que me presenteia com o dom da vida, a quem direciono todos os meus agradecimentos, Deus.

Aos meus pais e irmão por sempre permanecerem ao meu lado me animando em todos os momentos, me motivando a dar o meu melhor e me mostrando que o essencial para se seguir, está dentro de nós.

Aos meus familiares e amigos mais próximos que me acompanharam em toda essa etapa e sempre se preocuparam comigo.

Aos queridos: Juliana, Laura, Thiago, Duany, Gabriela, Eliana e Cláudia, que compartilharam comigo os mais diversos momentos, bons e ruins, de alegria e de desespero e dividiram comigo esse misto de sentimentos.

Ao meu orientador professor Me. Richael Silva Caetano, por toda dedicação e atenção que me ofertou, por todo apoio e incentivo, transmitindo calma, paciência e serenidade para que conseguisse concluir esse trabalho.

Aos professores do curso de Pedagogia que ofertaram cada um da sua forma, o que tinham de melhor, possibilitando novos conhecimentos e descobertas.

E a todos que contribuíram de uma forma ou outra e que possuem um lugar no meu coração, os meus mais sinceros agradecimentos!

“Bons alunos aprendem a matemática numérica, alunos fascinantes vão além, aprendem a matemática da emoção, que não tem conta exata e que rompe a regra da lógica. Nessa matemática você só aprende a multiplicar quando aprende a dividir, só consegue ganhar quando aprende a perder, só consegue receber, quando aprende a se doar.”

(Augusto Cury)

RESUMO

A presente pesquisa teve como objetivo analisar os limites e as possibilidades de uma sequência didática, abordando o conceito de proporcionalidade, à aprendizagem de alunos do 5.º ano do Ensino Fundamental. A partir dos resultados da Avaliação Diagnóstica Inicial aplicada aos alunos de uma turma do 5.º ano do Ensino Fundamental, foram selecionados 8 (oito) estudantes que participaram das atividades constituintes da referida sequência didática. Para a elaboração de tal sequência foram utilizados elementos teóricos da Epistemologia Genética (PIAGET, 1990), da teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1996) e a definição de sequência didática proposta por Zabala (1998). Por fim, decorrido 20 dias da aplicação das referidas atividades, foi realizada a Avaliação Diagnóstica Final que visou verificar quais conceitos relacionados à proporcionalidade foram construídos pelos alunos participantes. Mediante a análise dos dados coletados, pode-se concluir o seguinte a respeito das possibilidades da sequência didática: 1) os alunos que, na Avaliação Diagnostica Inicial utilizavam o algoritmo da multiplicação, mas, ainda, não indicavam a comparação entre grandezas agora estão realizando; 2) os alunos que, na Avaliação Diagnóstica Inicial, utilizavam o algoritmo da adição, agora, gradativamente, estão utilizando o algoritmo da multiplicação; 3) os alunos que, na Avaliação Diagnóstica Inicial, não conseguiam resolver problemas envolvendo a ideia de proporcionalidade, agora estão resolvendo, no entanto, ainda utilizam, em grande parte, a operação de adição como estratégia para esse pensar proporcional. Já, em relação aos limites da sequência, observamos: 1) o tempo insuficiente à proposição de um maior número de situações problema a serem realizadas pelos alunos, que pode ter sido um desencadeador da ainda não construção do pensamento proporcional por meio da multiplicação; 2) a proposição de situações “distantes” dos esquemas de assimilação (interpretação) dos alunos, fato que pode ter causado certo "desequilíbrio" nos mesmos, impedindo-os de pensar sobre a situação problema; 3) a passagem rápida de problemas do cotidiano para problemas mais hipotéticos dificultou, inclusive, a generalização do pensamento da adição, de modo a permitir aos alunos a substituição da adição pela multiplicação.

Palavras chave: Estruturas multiplicativas e aditivas. Sequência didática. Proporcionalidade. Ensino de conteúdos matemáticos.

ABSTRACT

This study aimed to analyze the limits and possibilities of a didactic sequence, addressing the concept of proportionality in the learning of students in 5th year of elementary school. From the results of the Diagnostic Assessment Initial applied to students in a class of 5th grade of elementary school, we selected eight (8) students who participated in the constituent activities of that instructional sequence. For the development of this sequence were used theoretical elements of Genetic Epistemology (Piaget, 1990), the theory of fields of Conceptual Vergnaud (1996) and the definition of instructional sequence proposed by Zabala (1998). Finally, after 20 days of application of these activities, we applied the Diagnostic Assessment Final aimed at investigating which concepts related to proportionality were built by the participating students. By analyzing the collected data, it can be concluded the following about the possibilities of teaching sequence: 1) students who, in Diagnostica Home Assessment used the multiplication algorithm, but also did not indicate the comparison between quantities are now performing ; 2) students who, in the Diagnostic Assessment Initial, used the addition algorithm, now gradually are using the multiplication algorithm; 3) students who, in the Diagnostic Assessment Initial, could not solve problems involving the idea of proportionality, are now resolving, however, still use, in large part, the addition operation as a strategy for this proportional thinking. Now, in relation to the limits of the sequence noted: 1) time sufficient to propose a higher number of problem conditions to be carried by students who may have been a trigger of construction have not thought through the proportional multiplication; 2) the "distant" proposition situations of assimilation schemes (interpretation) of the students, which may have caused certain "imbalance" in them, preventing them from thinking about the problem situation; 3) the rapid passage of everyday problems for more hypothetical problems hindered even the generalization of the thought of adding, to allow students to replace the addition by multiplying.

Keywords: Multiplicative and additive structures. Instructional sequence. Proportionality. Teaching of mathematical content.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

A Matemática sempre foi tida como uma disciplina difícil que, segundo Ponte (1992), lida com objetos e teorias abstratas. Porém, juntamente com as outras ciências, o seu aprendizado é importante e fundamental para a constituição do raciocínio lógico formal. É necessário analisar a Matemática como uma ciência que exige a compreensão, construção e desenvolvimento de saberes importantes para transformar o meio em que vivem. Ela está presente em todas as áreas científicas e tecnológicas e, por meio dos conhecimentos matemáticos construídos, o homem possui meios mais eficazes para organizar as ideias.

Enquanto aluna da Educação Básica, a Matemática sempre foi uma área que despertou interesse e curiosidade, dedicação e empenho para compreender e resolver os problemas que me eram apresentados, por isso, houve o desejo de realizar essa pesquisa, buscando também compreender melhor como se dá construção de determinados conteúdos matemáticos pelas crianças, como, por exemplo, o de proporcionalidade.

Neste sentido, a presente investigação pretende contribuir com as pesquisas realizadas na área da Educação Matemática, fato relevante para o âmbito acadêmico. E, como contribuição profissional, a pesquisa apresenta também uma proposta, através de uma sequência didática, que pode vir a ser utilizada pelos professores dos anos iniciais, possibilitando uma melhoria do ensino de Matemática neste nível de ensino. Dessa forma, escolhi um conceito, dentre os muitos da Matemática, para poder pesquisar e verificar a aprendizagem dos alunos referente ao mesmo.

Logo, o objetivo da referida pesquisa é analisar quais são os limites e as possibilidades de uma sequência didática à aprendizagem do conceito de proporcionalidade pelos alunos do 5.º ano do Ensino Fundamental.

A aprendizagem do conceito de proporcionalidade torna-se necessária para a formação da criança, desde os anos iniciais até os anos posteriores, pois, de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997), auxilia na compreensão de funções, ampliação e redução de figuras, conteúdos de Física, Química e outras disciplinas, no estabelecimento de relações entre grandezas, etc., ou seja, apresenta várias aplicações na realidade cotidiana e tem sua importância destacada tanto no ensino da Matemática, como em outras áreas das Ciências, necessários também para aprendizagens futuras.

Para tanto, logo abaixo, serão apresentados os objetivos desse trabalho seguidos dos embasamentos teóricos que o nortearam. Na sequência, seguirão as informações sobre a metodologia que foi utilizada para a realização da pesquisa, bem como os dados sobre os participantes, os instrumentos de pesquisa e procedimentos de análise dos dados. Além desses tópicos, será apresentada uma possível sequência didática abordando o conceito de proporcionalidade, elaborada exclusivamente para essa pesquisa, seguida da análise e discussão dos dados, considerações finais e as implicações desse estudo.

1.1. Objetivo geral

Analisar os limites e as possibilidades de uma sequência didática visando o ensino de proporcionalidade aos alunos do 5.º ano do Ensino Fundamental.

1.2. Objetivos específicos

- Identificar os conhecimentos prévios acerca de proporcionalidade já aprendidos pelos alunos do 5.º ano do Ensino Fundamental.

- Identificar os conhecimentos acerca de proporcionalidade aprendidos pelos alunos do 5.º ano do Ensino Fundamental durante a aplicação da sequência didática.

- Identificar os conhecimentos acerca de proporcionalidade aprendidos pelos alunos do 5.º ano do Ensino Fundamental após 20 dias da finalização da sequência didática.

2. EPISTEMOLOGIA GENÉTICA: UMA BREVE DISCUSSÃO

Segundo a Epistemologia Genética, teoria desenvolvida por Piaget (1990) e colaboradores, o conhecimento é gerado através de uma interação do sujeito com seu meio, a partir de um mecanismo já existente no sujeito constituído pelas funções invariantes de assimilação e acomodação, que serão detalhadas posteriormente. É necessário lembrar que Piaget era contrário às teorias epistemológicas existentes na época: o empirismo[1] e o inatismo[2]. Dessa forma, a aquisição de conhecimentos depende tanto das estruturas cognitivas do sujeito como de sua relação com os objetos.

Piaget (1990) estudou o desenvolvimento cognitivo da criança e, para ele, a inteligência constrói-se progressivamente ao longo do tempo, por estádios ou etapas constantes através da ação do sujeito. Segundo este autor o desenvolvimento cognitivo é um processo de sucessivas mudanças qualitativas e quantitativas das estruturas cognitivas derivando cada estrutura de estruturas precedentes. Ou seja, o indivíduo constrói e reconstrói continuadamente as estruturas que o tornam cada vez mais apto ao equilíbrio.

Durante o estudo do desenvolvimento cognitivo, Piaget observou que seria possível enquadrar tal desenvolvimento em estádios (períodos sucessivos), cujo cada estádio apresenta um determinado conjunto de condutas que permite ao sujeito resolver determinados problemas advindos da interação com o meio. Ao definir tais estádios, Piaget salienta que o importante não são as faixas etárias delimitadas para cada período, mas, sim, a ordem invariável na qual os sujeitos os perpassam.

Observe, sucintamente, as características de cada um:

1) Período Sensório-Motor: o recém nascido e o bebê (0 a 2 anos, aproximadamente).

Esse é o estádio da inteligência prática, no qual a inteligência se adapta ao meio exclusivamente através de esquemas sensório-motores (percepção e atos motores).

As respostas do bebê, inicialmente, são essencialmente de reflexos, ou seja, automáticas. Progressivamente o comportamento vai-se tornando menos repetitivo e surge o

---

[1] O empirismo consiste em uma teoria epistemológica que indica que todo o conhecimento é fruto da experiência e, por isso, uma consequência dos sentidos. A experiência estabelece o valor, a origem, e os limites do conhecimento. Segundo o empirismo, a mente humana é uma "folha em branco" ou uma "tábula rasa", onde são gravadas impressões externas.

[2] As pessoas nascem com saberes adormecidos que precisam ser organizados para se tornarem conhecimentos verdadeiros. O professor só auxilia o aluno a acessar tais conhecimentos. Essa perspectiva sustenta que as pessoas naturalmente carregam certas aptidões, habilidades, conceitos, conhecimentos em sua bagagem hereditária.

comportamento experimental: adaptação do comportamento a situações específicas de forma intencional e mediante o método de "ensaio e erro".

A ‘grande’ aquisição do estádio sensório-motor é o conceito de permanência do objeto, ou seja, a capacidade de assimilar que objetos continuam a existir mesmo quando não estão no campo visual da criança ou quando não podem ser manipulados por ela. É nesse momento que a inteligência prática dá lugar, progressivamente, à inteligência representativa (capacidade de representar mentalmente problemas e de usar a linguagem), iniciando-se o estádio pré-operatório.

2) Período Pré-Operatório: a primeira infância que vai dos 2 aos 7 anos, aproximadamente.

Nesse período inicia-se o surgimento da linguagem, da imitação, do desenho etc. É a fase em que as crianças começam a reprodução de imagens mentais. A substituição da ação prática pelo pensamento, que possibilita a criança reviver a ação experienciada por meio das imagens mentais, é possível graças à função simbólica. Tal estádio é conhecido como o da inteligência simbólica, sendo subdividido em:

- O pensamento pré-conceitual: imagens mentais sem conceitos. Nesta fase (dos 2 aos 4 anos, aproximadamente) o pensamento é dominado pela imaginação e pela fantasia.
- O pensamento intuitivo: centrado na percepção e não na imaginação, logo é menos egocêntrico, mas pouco flexível (dos 4 aos 7 anos).

No entanto, por ainda ser egocêntrica, a criança não consegue se colocar no ponto de vista do outro de modo a diferenciar/comparar/analisar pontos de vista de outros sujeitos.

3) Período Operatório Concreto: a infância dos 7 aos 12 anos, aproximadamente.

Progressivamente, nesse estádio, a criança começa a desenvolver a capacidade de se colocar no ponto de vista do outro. Nesta fase deixa de existir monólogos passando a haver diálogo interno. Para Piaget (1990) é neste estádio que se reorganiza o pensamento. O pensamento é cada vez mais estruturado devido ao desenvolvimento da linguagem e da interiorização das ações.

É neste estádio que a criança constitui a capacidade de realizar operações, ou seja, ações mentais (interiorizadas) que possuem a reversibilidade. Como exemplo, podemos citar a operação de classificação, onde, primeiramente, a criança tem que agrupar os objetos pelas suas características (semelhanças ou diferenças) e, depois, classificá-las em classes de acordo com tais características. A criança consegue realizar operações, porém, precisa de realidade concreta como apoio para tal realização.

Ao longo deste período já não tem dificuldade em distinguir o mundo real da fantasia. A criança já interiorizou algumas regras sociais e morais e, por isso, as cumpre deliberadamente para se proteger.

4) Período Operatório Abstrato: a adolescência, dos 12 anos em diante.

A transição para o estádio das operações formais é bastante evidente. São notáveis as diferenças que surgem nas características do pensamento. É no estádio operatório formal que o sujeito realiza raciocínios abstratos, sem a necessidade de recorrência ao real. É nesta fase que desenvolve a sua própria identidade, podendo haver, neste período, problemas existenciais e dúvidas entre o certo e o errado.

A elaboração de hipóteses pelo adolescente, desvinculadas de uma realidade prática, característica essa do atual estádio (operatório formal), dá ao adolescente uma ideia de que o mesmo é autossuficiente, como se pudesse salvar o mundo a partir de suas teorias revolucionárias. Desse modo, podemos dizer que, em muitos casos, observamos no adolescente aspectos do egocentrismo cognitivo, ou seja, a incapacidade do adolescente dialogar e colocar-se no ponto de vista do outro, achando não ser necessária tal discussão.

Após discorrer brevemente sobre as principais características observadas na conduta dos sujeitos de acordo com o estádio em que se encontram, é importante nos questionarmos qual mecanismo que possibilita tal progressivo desenvolvimento. Conforme Piaget (1990), o progressivo desenvolvimento do sujeito pode ser explicado mediante a ideia de equilíbrio observada entre duas invariantes funcionais: a assimilação e a acomodação.

A assimilação é o processo pelo qual o indivíduo percebe (interpreta) o ambiente e o organiza possibilitando, assim, a ampliação de seus esquemas. Há situações em que, mesmo com os esquemas necessários para interpretar o meio/objeto, o sujeito encontra várias dificuldades postas pelas características do objeto a assimilar, não lhe permitindo, imediatamente, a ampliação de seus esquemas.

Na assimilação o indivíduo utiliza as estruturas que já construiu. É importante deixar evidenciado que nascemos com o esquema hereditário reflexo da sucção, esquema esse intrinsecamente ligado à subsistência biológica. A partir dessa, por meios de tentativas e erros do bebê ao explorar diferentes modos de sugar o alimento, é que os demais esquemas vão sendo construídos. Piaget (1990) observou, por exemplo, que o modo de mamar do recém-nascido na 1.ª semana se alterou quando comparado ao ato de mamar deste mesmo bebê na 4.ª semana. Tal fato, portanto, evidencia a construção de um novo esquema, “uma nova maneira de mamar", representando, assim, um tipo de aprendizagem prática (e sem ainda significado e consciência por parte do bebê).

Dessa forma o indivíduo utiliza de esquemas já construídos para dar sentido aos novos acontecimentos e experiências. Há assimilação quando um novo objeto ou situação suscita uma atividade que já fez parte do nosso repertório. Por exemplo, os bebês usam o esquema de sucção não só para se alimentarem como também para sugar o dedo.

A acomodação é a modificação de um esquema ou de uma estrutura em função das particularidades do objeto a ser assimilado. A acomodação pode ser de duas formas, visto que pode haver duas alternativas: criar um novo esquema no qual se possa adequar o novo objeto (e suas propriedades), ou modificar um já existente de modo que tal objeto possa ser incluído nele. Por exemplo, a criança que aprendeu a agarrar diferentes objetos de pequeno tamanho com uma mão bem cedo percebe que os outros objetos só podem ser agarrados e erguidos com as duas mãos e que muitos outros não podem ser levantados.

Sintetizando, vê-se que a construção do conhecimento pelo sujeito se dá a partir da interação que ocorre entre o sujeito e o meio ao qual está inserido. Para a ocorrência dessa interação são necessárias as funções invariantes, sendo elas a assimilação e a acomodação. A primeira diz respeito à capacidade de incorporar, de interpretar elementos da realidade. E, a segunda, trata da modificação de esquemas ou estruturas já construídas por esse sujeito, de modo a lhe permitir uma "maior" compreensão do mundo ao seu redor. Em suma, a concepção epistemológica que subsidiará a elaboração da sequência didática será a denotada neste presente tópico, ou seja, da imprescindibilidade da ação do sujeito, no caso, do aluno, sobre o objeto matemático (as situações problema) de modo a possibilitar a construção gradativa do conhecimento matemático referente à ideia de proporcionalidade.

3. OUTROS ELEMENTOS UTILIZADOS NA ELABORAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Nesse tópico traremos a definição da teoria dos Campos Conceituais, abordando os conceitos de campo conceitual, de esquema, de situação e a própria concepção de conceito. Além disso, apresentaremos uma possível definição de sequência didática e, também, uma breve discussão acerca do conceito de proporcionalidade, bem como sua importância na área da Educação Matemática. Vale ressaltar que tais elementos teóricos serão utilizados na elaboração/execução/análise da sequência didática proposta nesta investigação.

3.1. A teoria dos Campos Conceituais

A teoria dos Campos Conceituais visa oferecer um referencial ao estudo do desenvolvimento cognitivo e da aprendizagem de competências complexas levando em conta os próprios conteúdos do conhecimento e a análise conceitual de seu domínio. Os conceitos-chave da teoria dos campos conceituais são, além do próprio conceito de campo conceitual, os conceitos de esquema, situação e a sua concepção de conceito. Essa teoria apoia-se na ideia de que um bom desempenho didático baseia-se no conhecimento das dificuldades envolvidas nas tarefas, nos obstáculos enfrentados, nos diferentes procedimentos que o aluno utiliza e nas suas possibilidades de representação. Conforme Vergnaud (1996):

> A teoria dos campos conceptuais é uma teoria cognitivista que visa fornecer um quadro coerente e alguns princípios de base para o estudo do desenvolvimento e da aprendizagem das competências complexas, nomeadamente daquelas que revelam das ciências e das técnicas. (p. 155)

Inicialmente, para melhor compreensão desse tópico, é necessário definirmos o significado de campo conceitual. Vergnaud (1996) define campo conceitual como sendo um conjunto de problemas e situações cujo tratamento requer conceitos, procedimentos e representações de tipos diferentes, mas intimamente relacionados.

> Consideremos, antes de mais, um campo conceptual como um conjunto de situações. Por exemplo, para o campo conceptual das estruturas aditivas, o conjunto das situações que exigem uma adição, uma subtracção ou uma combinação destas duas operações e, para as estruturas multiplicativas, o conjunto das situações que exigem uma multiplicação, uma divisão ou uma combinação destas duas operações. A

> primeira vantagem desta abordagem pelas situações é permitir gerar uma classificação que assenta na análise das tarefas cognitivas e dos procedimentos que podem ser postos em jogo em cada uma delas. (p. 167)

Como exemplo de campo conceitual, Vergnaud (1996) sugere o trabalho conjunto com os problemas aditivos e subtrativos, pois fazem parte da mesma área conceitual, denominada de estruturas aditivas. Da mesma forma, os problemas de multiplicação e divisão, que compõe a estrutura multiplicativa, devem ser trabalhados de forma conjunta.

A principal finalidade desta teoria é oferecer um referencial teórico que permita compreender as filiações e rupturas entre conhecimentos. De acordo com Vergnaud (1996) é através de situações e de problemas a resolver que um conceito adquire sentido para a criança. Um conceito não se forma dentro de um só tipo de situação, bem como uma situação não se analisa com um só conceito. A construção e apropriação de todas as propriedades de um conceito ou todos os aspectos de uma situação é um processo longo.

Em relação ao conceito de esquema, Vergnaud (1996) o denomina como sendo a organização invariante do comportamento para uma determinada classe de situações. É o conceito introduzido por Piaget para dar conta das formas de organização tanto das habilidades sensório-motoras como das habilidades intelectuais. Um esquema gera ações e deve conter regras, mas não é um estereótipo porque a sequência de ações depende dos parâmetros da situação. Segundo Vergnaud (1996), o conceito de esquema pode conduzir a análise dos conhecimentos-em-ação do sujeito. Uma das maneiras de se verificar tais conhecimentos é por meio do acompanhamento dos diversos momentos em que os estudantes são chamados a dar respostas aos problemas. É possível que se verifique, por meio da análise das estratégias utilizadas na resolução de um problema, os esquemas que um determinado sujeito possui, bem como os modelos mentais construídos frente a novas situações.

> Chamemos <<esquema>> à *organização invariante da conducta para uma dada classe de situações*. É nos esquemas que se tem de procurar os conhecimentos-em-acto do sujeito, ou seja, os elementos cognitivos que permitem à acção do sujeito ser operatória. (VERGNAUD, 1996, p. 157, grifos do autor)

Por exemplo, em situações nas quais o aluno precisa ordenar um conjunto de objetos, independentemente do contexto, observa-se uma mesma conduta ‘invariante’ de ações. A esse conjunto, dá-se o nome de esquema de ordenação.

Sendo o esquema, portanto, uma organização invariante da conduta para uma determinada classe de situações, então, o que constitui (significa/representa) uma situação? Segundo Vergnaud (1996), o conceito de situação:

> ... não tem, aqui, o sentido de situação didáctica, mas antes o sentido de tarefa; a ideia é que qualquer situação complexa pode ser analisada como uma combinação de tarefas, cuja natureza e dificuldade próprias é importante conhecer. A dificuldade de uma tarefa não é, nem a soma, nem o produto das dificuldades das diferentes subtarefas, mas é claro que o fracasso numa subtarefa implica o fracasso global. (VERGNAUD, 1996, p. 167)

Assim, segundo Vergnaud (1996) uma situação é analisada como uma combinação de tarefas e, a mesma não se analisa com um só conceito, o que implica na necessidade de uma visão integradora do conhecimento.

Já em relação à concepção de conceito, Vergnaud (1996) alerta que a operacionalidade de um conceito deve ser testada através de situações variadas e o pesquisador deve analisar uma grande variedade de condutas e esquemas para compreender em que consiste, do ponto de vista cognitivo, um determinado conceito. Uma “aproximação” psicológica e didática da formação dos conceitos matemáticos conduz a considerar um conceito como um conjunto de invariantes que podem ser usados na ação. Entretanto, a ação operatória não é de modo algum a conceitualização do real. Não se identifica os aspectos do real aos quais é preciso prestar atenção sem a ajuda de palavras, enunciados, símbolos e signos. O uso de significantes explícitos é indispensável à conceitualização.

Assim, para Vergnaud (1996), o conceito (C) é formado por três conjuntos:

$$C = (S, I, \mathbf{S})$$

, sendo S o conjunto das situações que dão sentido ao conceito. A entrada em um campo conceitual se dá pelas situações, que são responsáveis pelo sentido que é atribuído ao conceito, ou seja, um conceito torna-se significativo através de uma variedade de situações. Essa postulação de Vergnaud se inscreve no essencial de sua teoria, uma vez que o foco de análise é o sujeito em ação. O conjunto das situações é reconhecido como o referente do conceito.

I representa os invariantes sobre os quais repousa a operacionalidade dos conceitos. Esses invariantes representam aquilo que se preserva nos conceitos e que permite que sejam reconhecidos como tais nas situações. Os invariantes representam o significado do conceito. Por exemplo, em situações nas quais é necessária a utilização do conceito de ordenação, há um conjunto de invariantes, ou seja, um conjunto de características que constituem e qualificam o esquema de ordenar.

S significam as representações simbólicas que podem ser utilizadas para indicar e representar os invariantes e, portanto, representar as situações e procedimentos para lidar com elas. É identificado como o significante do conceito. Por exemplo, uma maneira de representar a ação de ordenar elementos, em Matemática, é feita através dos símbolos > (maior que) e < (menor que), etc.

3.2. Uma possível definição de sequência didática

Para que pudéssemos elaborar as atividades que comporiam nossa sequência didática, tomamos como base a definição de sequência didática proposta por Zabala (1998). Para o autor, sequências didáticas são um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos.

Dessa forma, apresentamos os elementos que, para Zabala (1998, p.56), devem ser constituintes de uma sequência didática, cujos quais utilizamos como norteadores para a elaboração da sequência didática dessa pesquisa:

1 - *Apresentação por parte do professor de uma situação problemática.*

O professor expõe aos alunos uma situação conflitante que pode ser solucionada por meios matemáticos.

2 - *Busca de soluções.*

O professor pede aos alunos que exponham diferentes formas de resolver o problema ou a situação.

3 - *Exposição do conceito e o algoritmo.*

O professor aproveita as propostas dos alunos para elaborar o novo conceito e ensinar o modelo de algoritmo, o problema ou a situação.

4 - *Generalização.*

O professor demonstra a função do modelo conceitual e o algoritmo em todas aquelas situações que cumprem determinadas condições.

5 - *Aplicação.*

Os alunos, individualmente, aplicam o modelo a diversas situações.

6 - *Exercitação.*

Os alunos realizam exercícios do uso do algoritmo.

7 - *Prova ou exame.*

Em classe, todos os alunos respondem às perguntas e fazem os exercícios do exame durante um determinado tempo.

8 - *Avaliação.*

O professor comunica aos alunos os resultados obtidos.

De acordo com Zabala (1998), os tipos de atividades e, sobretudo, sua maneira de se articular, são um dos traços diferenciais que determinam a especificidade de muitas propostas didáticas. Para tanto, deve-se levar em conta a importância da intenção educacional na definição dos conteúdos de aprendizagem. Esse modelo de sequência didática serve como instrumento que permite introduzir nas diferentes formas de intervenção, atividades que possibilitem uma melhor atuação em sala de aula. Desse modo, o professor dos anos iniciais do Ensino Fundamental poderá utilizar esse modelo de sequência didática como uma metodologia possível para o ensino da Matemática, a fim de melhorar o ensino nessa área.

3.3. A ideia de proporcionalidade

O conceito de proporcionalidade é fundamental para a interpretação dos fenômenos do mundo e facilita a busca por soluções de situações cotidianas. No processo de ensino-aprendizagem, a compreensão e a apropriação do conceito de proporcionalidade servem de base para muitas disciplinas: Geometria, Geografia, Física, Química, etc.

Na Geografia, o estudo da proporcionalidade é centrado nas análises de densidade demográfica e das escalas de mapas. Em Física e Química, pode-se estudar a velocidade, a pulsação, a densidade. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997) esse conceito é utilizado cotidianamente e deveria estar presente no ensino de Matemática desde as séries iniciais do Ensino Fundamental, justamente por tratar-se de um conteúdo matemático de extrema importância. Apesar de estar incluído em diversos referenciais que dizem respeito ao ensino da Matemática, o conceito de proporcionalidade nem sempre é abordado e trabalhado nas escolas, ou seja, é um conteúdo pouco explorado no ensino da Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

A apropriação do conceito de proporcionalidade torna possível compreender outros conceitos matemáticos (frações, porcentagem, velocidade e escalas). Por isso é necessário refletir sobre a metodologia adequada para ensinar este conteúdo. Rever os planos de aula propostos, analisando a forma como é ensinado nas escolas, extrair as melhores opções, para posteriormente inovar com relação às metodologias de ensino (MELO, 2009).

A proporcionalidade é uma das relações que o indivíduo constrói lentamente ao longo de sua vida, vivenciando fatos correlatos tanto no seu dia-a-dia como nos conteúdos escolares de Matemática e de outras disciplinas. Pode-se demonstrar sua aplicabilidade e a necessidade do estudo de proporcionalidade. Em termos matemáticos duas grandezas são diretamente proporcionais quando existe uma relação de correspondência, co-variação de modo que, se uma grandeza aumenta, a outra também aumentará correspondentemente; se uma grandeza duplicar ou triplicar o seu valor, a outra deverá duplicar ou triplicar seu valor. Exemplificando, quando abastecemos um veículo, pagamos determinado valor pelo litro do combustível. Conforme aumentamos a quantidade de litros do combustível para abastecer o veículo, aumentaremos também, proporcionalmente, o valor a ser pago pelo mesmo.

É necessário destacar que duas grandezas podem variar de forma direta ou indiretamente proporcionais. Na presente investigação, optamos por abordar apenas as grandezas diretamente proporcionais por decorrência do tempo curto para envolvermos também as grandezas inversamente proporcionais. Portanto, para apenas exemplificar as grandezas que variam indiretamente, podemos pensar: quando um carro está andando em determinada velocidade, ele utiliza um determinado tempo para percorrer um trajeto. Conforme aumentamos a velocidade do veículo, o tempo que o carro utilizará para percorrer esse mesmo trajeto diminuirá.

Em suma, a elaboração das atividades, bem como a dinâmica utilizada durante a aplicação da sequência didática, adotou como referencial os elementos da Epistemologia Genética e os discutidos neste capítulo. Adiante, tais elementos serão explicitados no capítulo que descreverá a sequência didática.

4. METODOLOGIA DA PESQUISA

4.1. Tipo de pesquisa

Essa pesquisa, do tipo qualitativa, tem no pesquisador o responsável pela coleta de dados no ambiente natural no qual ocorre o fenômeno a ser investigado. É caracterizada, também, como uma pesquisa de campo, do tipo intervencionista. De acordo com Lüdke e André (1986), as abordagens qualitativas preocupam-se com a investigação e análise de unidades sociais específicas, onde dá-se mais ênfase ao processo do que ao produto. Diferentemente das abordagens quantitativas nas quais os métodos encontram-se de certa forma já padronizados, nas qualitativas os métodos 'modelam-se' de acordo com o problema de pesquisa a ser investigado. Os dados coletados são predominantemente descritivos e a análise de dados tende a seguir um processo indutivo.

Optamos pela pesquisa de caráter qualitativo, pois visamos investigar, para cada aluno, em particular, como se dava a evolução/construção do conceito matemático de proporcionalidade direta.

Assim, o presente trabalho investigou os limites e as possibilidades de uma sequência didática, abordando o conceito de proporcionalidade, à aprendizagem de alunos do 5º ano do Ensino Fundamental. Para tanto a pesquisa de campo ocorreu em uma escola da rede municipal de ensino de Bauru.

Os demais detalhes metodológicos serão apresentados nos tópicos a seguir.

4.2. Participantes

A escola e a turma do 5.º ano, que fizeram parte dessa pesquisa, foram escolhidas por conveniência. Após a aplicação da Avaliação Diagnóstica Inicial, foram selecionados 2 alunos que apresentarem as menores notas, 3 alunos que apresentarem notas medianas e 3 alunos que apresentarem as maiores notas, totalizando 8 alunos que participaram da aplicação das atividades da sequência didática, não importando o gênero do participante (masculino ou feminino).

4.3. Instrumentos para a coleta dos dados

4.3.1. Avaliação Diagnóstica Inicial e entrevista inicial

Essa avaliação visou identificar os conhecimentos prévios dos alunos do 5.º ano do Ensino Fundamental sobre o conceito relacionado a estruturas multiplicativas e aditivas, bem como caracterizou os alunos escolhidos para participar da aplicação das atividades da sequência didática.

A entrevista serviu para 'esclarecer' alguns pontos 'obscuros' da referida avaliação. Optou-se por realizar também a entrevista pela forma direta que ela atinge os entrevistados, podendo alcançar algumas informações que podem passar despercebidas pelo método da avaliação.

4.3.2. Atividades da sequência didática

Foram aplicadas algumas atividades que compuseram a sequência didática elaborada de acordo com as necessidades, dificuldades e conhecimentos prévios dos alunos, identificados na Avaliação Diagnóstica Inicial e entrevista inicial.

As atividades que constituíram a sequência foram elaboradas a partir do modelo citado no referencial teórico dessa pesquisa, de Zabala (1998), sendo utilizado para orientar, nortear e exemplificar quais as etapas a serem seguidas. Além disso, tomamos como base os estudos de Piaget (1990) e Vergnaud (1996), apresentados nos capítulos anteriores.

4.3.3. Avaliação Diagnóstica Final e entrevista final

A Avaliação Diagnóstica Final, com situações problema diferentes da Avaliação Diagnóstica Inicial[3], foi aplicada após 20 dias do término das atividades e serviu para observar os possíveis avanços ou não a respeito da aprendizagem do conceito de proporcionalidade, acompanhada da entrevista final com a finalidade de esclarecer alguns pontos 'obscuros' de tal avaliação.

4.4. Procedimentos de análise dos dados

[3] Embora diferentes, a Avaliação Diagnóstica Final visou identificar quais conhecimentos envolvendo a ideia de proporcionalidade os alunos haviam construído mediante a aplicação da sequência didática.

A análise de dados consistiu na verificação das soluções dos problemas propostos, sendo eles presentes na Avaliação Diagnóstica Inicial, nas atividades da sequência didática e na Avaliação Diagnóstica Final. Juntamente com a análise das entrevistas realizadas, foi possível observar os possíveis avanços ou não de cada aluno participante.

5. UMA POSSÍVEL SEQUÊNCIA DIDÁTICA ABORDANDO O CONCEITO DE PROPORCIONALIDADE

Como já citado, um dos referenciais utilizados para elaborar tal proposta foi a definição de sequência didática denotada por Zabala (1998). Relembrando que, para o autor, sequências didáticas são um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos. Desse modo, desde o início da sequência, os alunos foram informados qual seria o objetivo educacional da mesma, ou seja, possibilitar a aprendizagem da ideia de proporcionalidade. Além disso, para elaborar a sequência, também tomamos como base a Epistemologia Genética de Jean Piaget (1990) e a teoria dos Campos Conceituais de Gerard Vergnaud (1996). Da teoria de Piaget, destaco os seguintes elementos que embasaram a sequência didática:

1) As situações problemas iniciais tiveram como contexto a realidade próxima dos alunos, facilitando o agir dos mesmos sobre os problemas tendo em vista a aproximação dos esquemas de assimilação já construídos pelos alunos.

2) Para a resolução das situações problemas, ou melhor, para o pensar sobre as situações problemas os alunos puderam utilizar materiais concretos enquanto apoio a tal pensamento. Isso vem de encontro ao denotado no estádio das operações concretas, conforme observado anteriormente.

3) Ao discutir a solução com os alunos é possibilitado aos mesmos que pensem da maneira que o outro pensou. Tal fato contribui ao colocar-se no ponto de vista do outro, colaborando à reversibilidade do pensamento (ir e vir mental). Reversibilidade essa necessária à constituição da operação.

Da teoria de Vergnaud (1996), por exemplo, tomamos como referência a necessidade de apresentar aos alunos uma diversidade de situações problema relacionadas ao conceito de proporcionalidade, tendo em vista que esse autor defende a importância do aluno vivenciar diversas situações para a construção de determinado conceito.

Para iniciar a sequência didática, durante todos os dias de aplicação, realizei a apresentação para os alunos de cada situação problema que poderia ser solucionada por meios matemáticos. Após, solicitei aos mesmos que buscassem diferentes maneiras para resolver a situação que lhes era apresentada. Decorrido um determinado tempo para que os alunos, em dupla ou individualmente, pensassem sobre as situações problema, aproveitava as respostas dadas por eles para que conversássemos sobre as ideias envolvendo a comparação entre grandezas. Neste momento, portanto, contemplava a 3ª etapa da sequência didática proposta por Zabala (1998) referente à exposição do conceito e o algoritmo.

Em continuidade às etapas, instruí os alunos para que, individualmente (ou em duplas), aplicassem o algoritmo que havíamos discutido. É importante ressaltar que essa discussão realizada com os alunos sobre o conceito e o algoritmo não foi condição determinante (suficiente) para que os mesmos construíssem o conceito (e do algoritmo) rapidamente. Isso, pois, ambas as teorias cognitivistas utilizadas (as de Piaget e Vergnaud) denotam que a aprendizagem conceitual demanda um longo tempo de elaboração (inúmeras assimilações/acomodações), mediada por constantes idas e voltas, dúvidas, questionamentos. Além disso, considerando a perspectiva construtivista, minha intervenção enquanto expositora visou auxiliar os alunos no processo de ação sobre a situação problema, ou seja, sobre o objeto matemático. De acordo com Piaget (1990), é na ação do sujeito que devemos buscar a explicação à construção do conhecimento, que vai evoluindo para estádios cada vez mais complexos.

No decorrer de alguns dias, retomei as atividades já realizadas e solicitei aos alunos que realizassem mais problemas com o uso do algoritmo. Após 20 dias do término das atividades, apliquei uma avaliação com os alunos a fim de perceber seus possíveis avanços ou não, a partir da sequência didática trabalhada. Além disso, retornei para comunicar aos alunos os resultados obtidos.

Uma vez esclarecidas as etapas da sequência e considerando a perspectiva adotada por Zabala (1998), é necessário, então, citar dia-a-dia, como foram as realizações das atividades em questão. Abaixo segue uma breve descrição.

No primeiro dia (07/11/2014), apresentei aos alunos a seguinte situação problema:

1) Na escola de Marcos existem 22 salas de aula e em cada uma existem 25 cadeiras. Quantas cadeiras existem na escola de Marcos?

Os mesmos resolveram a situação em um tempo médio de 15 minutos. Nesse dia, para iniciar, solicitei que eles resolvessem a atividade em duplas. Pude observar que os alunos A7[4] e A8 (que apresentaram o menor desempenho na Avaliação Diagnóstica Inicial) esperavam o colega resolver para tentar entender o problema, ou simplesmente deixavam apenas o outro resolver, "apoiando-se" nele. Aqui é necessário citar que, considerando o estádio de

[4] Os termos: A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7 e A8 indicam os alunos participantes da pesquisa.

desenvolvimento dos alunos, no caso o operatório concreto, a situação problema em questão, por referir-se ao contexto do cotidiano do aluno, foi mais "facilmente" assimilada pela maior parte dos participantes. Além disso, como a sala de aula é um espaço vivenciado pelos alunos, podendo ser explorado pelos mesmos, é possível buscar apoio nesse espaço de modo a possibilitar ao aluno pensar sobre a situação problema.

No segundo dia (10/11/2014), antes de iniciar a apresentação das novas situações problema, retomei com os alunos a atividade realizada anteriormente. Lembrei-os sobre as dicas, discussões e explicações realizadas para que pudesse auxiliá-los na compreensão da nova situação. Nesse dia, solicitei que a atividade fosse realizada individualmente. As situações problemas apresentadas foram:

1) Durante um passeio ao Jardim Botânico de Bauru, Fábio tirou muitas fotos com sua câmera. Quando retornou do passeio, resolveu revelar todas as fotos tiradas no Jardim Botânico. Em seguida, Fábio colocou todas as fotos em um álbum preenchendo-o completamente. Sabendo que esse álbum possui 25 páginas e que em cada página é possível colocar 12 fotos, qual é a quantidade de fotos que Fábio tirou na sua ida ao Jardim Botânico?

2) Na hora do recreio, 15 alunos consomem uma quantidade aproximada de 3 quilos de maçã. Sabendo que cada um quilo é equivalente a 14 unidades de maçã, quantas unidades de maçã foram consumidas por esses alunos?

Mais uma vez retomamos que, de acordo com Piaget (1990), essas situações problema são próximas aos esquemas de assimilação dos alunos, uma vez que se aproximam da realidade em que vivem, sendo essa realidade, de acordo com a situação problema, a vivência durante o intervalo e a oferta de frutas para esse momento. Além disso, apresentar diferentes situações envolvendo um mesmo conceito auxilia na construção do mesmo, conforme aponta Vergnaud (1996).

O terceiro dia (12/11/2014) foi o de maior dificuldade aos alunos, no qual os mesmos levaram um tempo maior para a resolução dos problemas, levando cerca de uma hora. Para que fosse possível a compreensão das situações problemas apresentadas, busquei explicá-las de diversas formas, por muitas vezes, ou seja, busquei atingir os esquemas de assimilação dos alunos de modo a lhes permitir pensar sobre o problema em questão. Por conta do tempo que os alunos utilizaram para resolver os problemas, não foi possível fazer a discussão ao final nesse dia, como de costume. Então, deixamos para retomar no próximo dia em que a sequência continuaria sendo aplicada. As situações propostas no terceiro dia foram as seguintes:

1) Para fazer uma salada de frutas para os alunos no período do intervalo, dona Vilma usou: 9 kg de banana do tipo prata, 8 kg de maçã do tipo gala e 8 kg de pera do tipo portuguesa. Sabe-se que, aproximadamente, 1 quilo de banana prata equivale a 8 unidades de banana, 1 quilo de maçã gala equivale a 7 unidades de maçã e 1 quilo de pera portuguesa equivale a 5 unidades de pera. Quantas bananas foram utilizadas nessa salada de frutas? E quantas maçãs? E quantas peras?

2) A mãe de Natália tem 57 anos de idade. Sabe-se que a diferença de idade entre Natália e sua mãe é de 44 anos. Qual é a idade de Natália?[5]

3) Em uma determinada loja, o preço de 3 mochilas iguais é de R$ 73,00. Quanto seria o preço de 9 mochilas iguais às anteriores a ser pago nessa loja? E de 12 mochilas? E de 24?

4) A tabela seguinte mostra a quantidade de quilômetros percorridos por um determinado veículo a cada 30 litros de combustível consumidos:

Tabela: Relação entre combustível consumido e quilometragem percorrida.

Quilômetros percorridos	Litros
300	30
	60
	120

Fonte: Arquivo pessoal.

Complete a tabela acima considerando a relação entre combustível consumido e quilometragem percorrida.

Mais uma vez é importante fazer referência a teoria de Vergnaud (1996), indicando a diversidade de situações que utilizamos com o intuito de colaborar na construção do conceito de proporcionalidade pelos alunos.

Por fim, no quarto e último dia de aplicação da sequência (13/11/2014), retomamos as atividades do dia anterior e fizemos a discussão sobre as mesmas, devido a não possibilidade de concluir as atividades propostas. Ao permitir aos alunos que discutam entre si as soluções

[5] Inseri este problema nas atividades da sequência, mesmo não estando relacionado à operação de multiplicação envolvendo a ideia de proporcionalidade, pois notei que havia a possibilidade de os alunos estarem resolvendo as atividades “mecanicamente”, uma vez que haviam percebido que, toda vez que eu estava em sala com eles, levava problemas relacionados à operação de multiplicação. Para tanto, foi apenas uma maneira de verificar tal fato.

feitas, espera-se ter contemplado a possibilidade dos mesmos colocarem-se no ponto de vista do outro, fator esse que colabora à reversibilidade do pensamento. Como já citado, a reversibilidade é essencial à operação, sendo, portanto, necessária à construção dos conceitos matemáticos. Nesse dia busquei auxiliar os alunos a compreender a comparação entre duas grandezas. Também apresentei e solicitei a realização de dois problemas desvinculados de suas realidades, visando à proposição de problemas com maior nível de dificuldade. Assim, o aluno poderia pensar sobre os mesmos e ir "refinando" seu pensamento matemático em torno da ideia de proporcionalidade. Foi um momento bastante produtivo para discussões e entendimento dos alunos. Ao final do dia, a professora responsável pela sala de aula reconheceu todo o trabalho realizado e disse que era notável a evolução e maior interesse dos alunos. De acordo com Piaget (1990), o interesse está relacionado à possibilidade do sujeito agir sobre os problemas apresentados, ou seja, representa situações nas quais o sujeito está capacitado para agir sobre o objeto do conhecimento. Em seguida, exponho as situações problema apresentadas aos alunos no último dia.

1) A tabela seguinte indica o valor pago por uma determinada quantidade de mangueira de água.

Tabela: Relação entre a quantidade de água e o valor.

Mangueira de água (comprimento – metro)	Valor (R$)
20	15,00
	60,00
120	

Fonte: Arquivo pessoal.

Complete a tabela acima considerando essa relação.

2) A cada 7 latas de tinta concentrada um pintor mistura 4 latas de água, para preparar uma tinta. Quantas latas de água seriam necessárias para dissolver 35 latas de tinta? E 77 latas de tinta concentrada?

6. ANÁLISE DOS DADOS

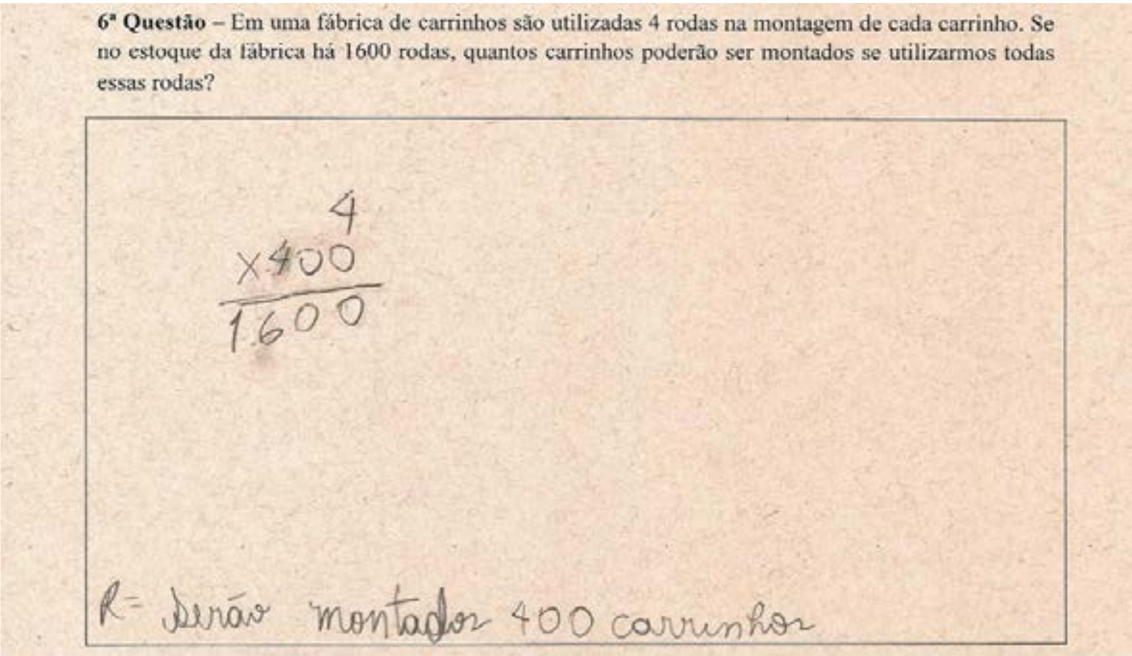
No presente tópico traremos, inicialmente, a análise referente aos conhecimentos prévios acerca da ideia de proporcionalidade apresentados pelos alunos na Avaliação Diagnóstica Inicial. Em seguida, abordaremos a análise dos conhecimentos construídos pelos alunos durante a aplicação da sequência didática e, por fim, apresentaremos a análise dos conhecimentos construídos pelos alunos após a aplicação da sequência didática.

Para analisarmos os dados e possíveis estratégias utilizadas pelos alunos, buscamos nomeá-las de modo que facilitasse a sua identificação e classificação. Assim, utilizamos o termo algoritmo convencional para indicar a estratégia convencional utilizada pelo aluno na resolução do problema, sendo tal algoritmo já determinado de etapas estabelecidas pela comunidade matemática. Diferentemente, para as demais estratégias utilizaremos o termo estratégias não convencionais.

6.1. Conhecimentos prévios acerca da ideia de proporcionalidade

De acordo com a análise da Avaliação Diagnóstica Inicial e entrevista inicial foi possível perceber que o aluno A1 utiliza como estratégia o algoritmo convencional da operação de multiplicação para resolver problemas envolvendo a operação de divisão, o que pode ser indício de preferir a primeira operação (multiplicação).

Figura 1 – Resolução apresentada por A1 na 6.ª questão da Avaliação Diagnóstica Inicial.


6ª Questão – Em uma fábrica de carrinhos são utilizadas 4 rodas na montagem de cada carrinho. Se no estoque da fábrica há 1600 rodas, quantos carrinhos poderão ser montados se utilizarmos todas essas rodas?

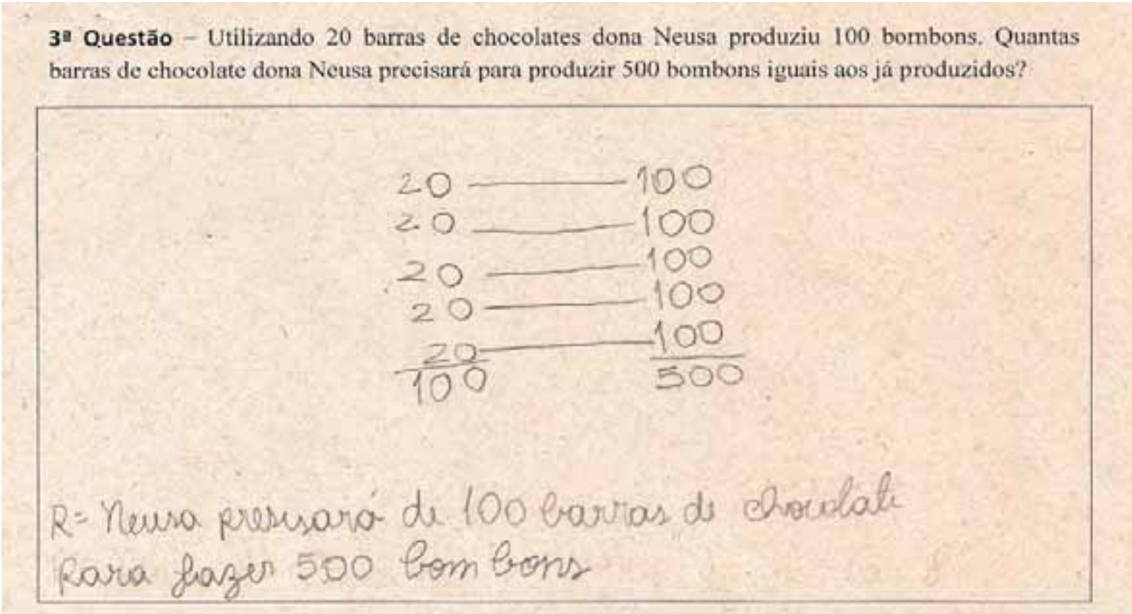
4
x 400
1.600

R= serão montados 400 carrinhos

Fonte: Arquivo pessoal (2014).

Na resolução seguinte, vê-se que esse aluno, mesmo não utilizando o algoritmo da multiplicação, mas sim uma estratégia não convencional, indica a comparação entre as grandezas ao registrar duas colunas, uma para a barra de chocolate e outra para os bombons. Tal aluno possivelmente já sabe traduzir as informações do enunciado da situação problema, transformando a linguagem materna em linguagem matemática.

Figura 2 – Resolução apresentada por A1 na 3.ª questão da Avaliação Diagnóstica Inicial.



3ª Questão – Utilizando 20 barras de chocolates dona Neusa produziu 100 bombons. Quantas barras de chocolate dona Neusa precisará para produzir 500 bombons iguais aos já produzidos?

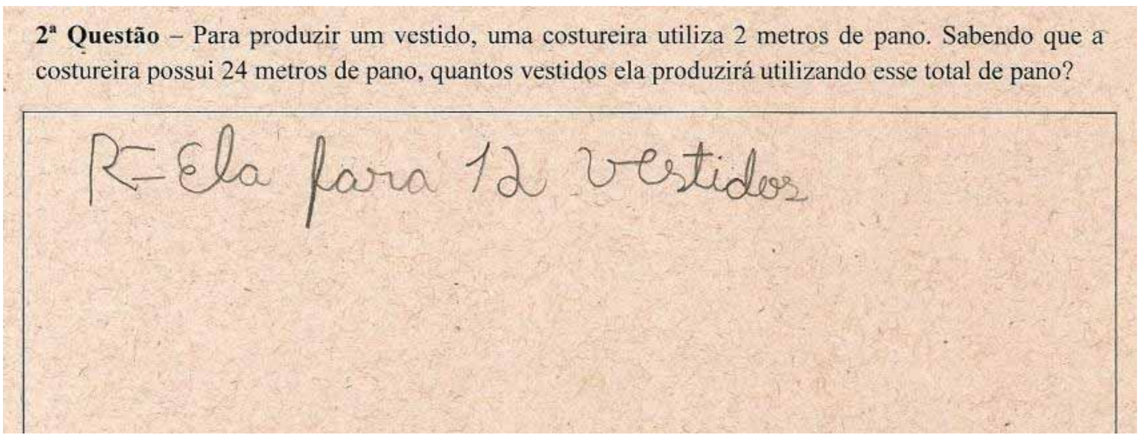
20 — 100
20 — 100
20 — 100
20 — 100
20 — 100
100   500

R= Neusa presisará de 100 barras de chocolat
para fazer 500 bom bons

Fonte: Arquivo pessoal (2014).

Já o aluno A2 utiliza estratégia não convencional para resolver alguns problemas e também o algoritmo convencional. Pelas suas respostas na entrevista inicial, é possível perceber que o aluno compreende os problemas que resolve, por exemplo, quando diz: "*Fui fazendo de 2 em 2, até chegar no 24. Ah, é que é o jeito que eu acho mais fácil de fazer",* para explicar a resolução da questão abaixo. No entanto, seria interessante o aluno registrar tal pensamento, ou seja, buscar registrar no papel as operações que ele diz fazer de cabeça: "P: E porque você resolveu "de cabeça"? (...) *A2: Ah, porque eu achei mais fácil assim. Foi mais rápido.*".

Figura 3 – Resolução apresentada por A2 na 2.ª questão da Avaliação Diagnóstica Inicial.



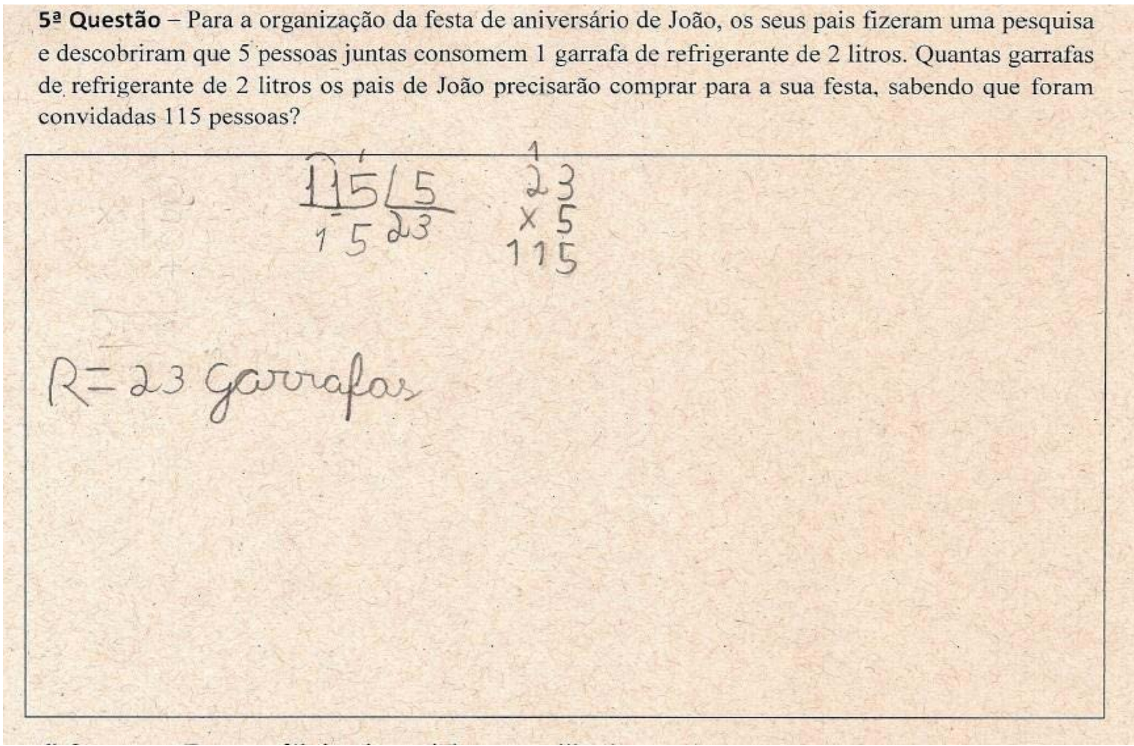
2ª Questão – Para produzir um vestido, uma costureira utiliza 2 metros de pano. Sabendo que a costureira possui 24 metros de pano, quantos vestidos ela produzirá utilizando esse total de pano?

R= Ela fara 12 vestidos

Fonte: Arquivo pessoal (2014).

Observe, abaixo, uma estratégia convencional utilizada pelo referido aluno:

Figura 4 – Resolução apresentada por A2 na 5.ª questão da Avaliação Diagnóstica Inicial.



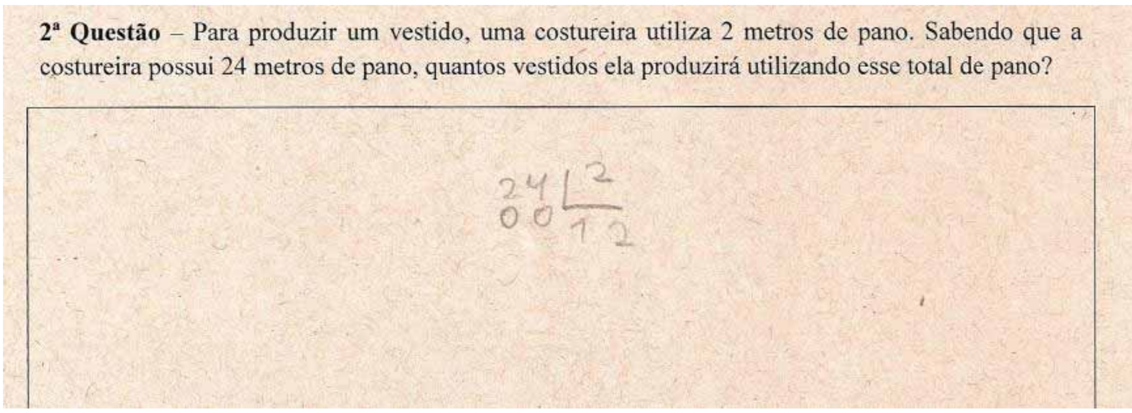
5ª Questão – Para a organização da festa de aniversário de João, os seus pais fizeram uma pesquisa e descobriram que 5 pessoas juntas consomem 1 garrafa de refrigerante de 2 litros. Quantas garrafas de refrigerante de 2 litros os pais de João precisarão comprar para a sua festa, sabendo que foram convidadas 115 pessoas?

R= 23 garrafas

Fonte: Arquivo pessoal (2014).

O aluno A3 parece saber utilizar os algoritmos convencionais da divisão e da multiplicação, conforme exemplificado abaixo:

Figura 5 – Resolução apresentada por A3 na 2.ª questão da Avaliação Diagnóstica Inicial.

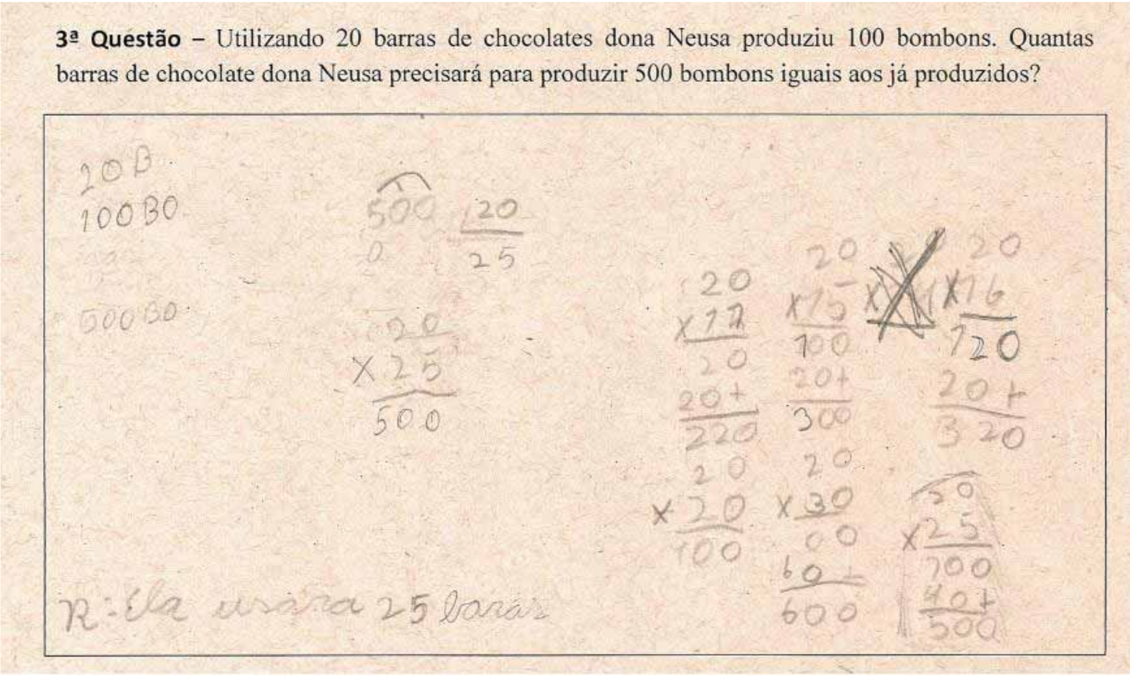


2ª Questão – Para produzir um vestido, uma costureira utiliza 2 metros de pano. Sabendo que a costureira possui 24 metros de pano, quantos vestidos ela produzirá utilizando esse total de pano?

Fonte: Arquivo pessoal (2014).

A partir da explicação da resolução da questão 3, retirada da entrevista inicial, onde o aluno diz: "*...eu dividi 20 vezes o número, pra eu pelo menos chegar perto de 500. Que daí deu 20 vezes 25, que deu 500",* é possível perceber que o aluno ainda não sabe resolver problemas envolvendo a comparação entre grandezas, o que indica o início da ideia de proporcionalidade. Observe a tentativa do aluno em resolver tal problema:

Figura 6 – Resolução apresentada por A3 na 3.ª questão da Avaliação Diagnóstica Inicial.



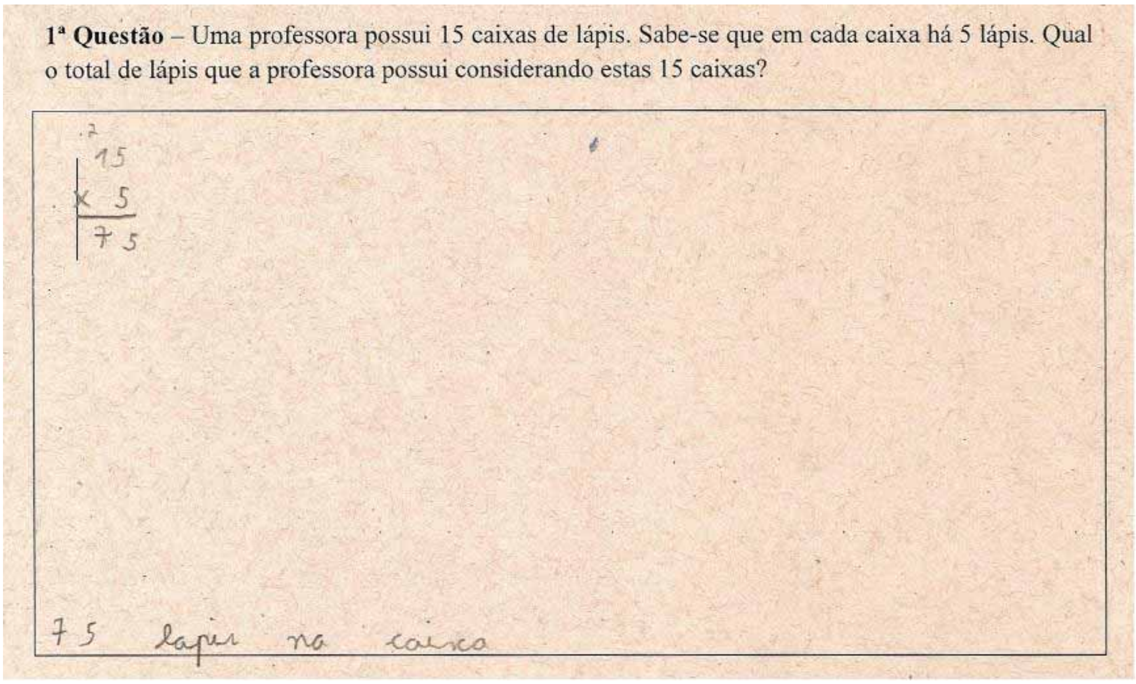
3ª Questão – Utilizando 20 barras de chocolates dona Neusa produziu 100 bombons. Quantas barras de chocolate dona Neusa precisará para produzir 500 bombons iguais aos já produzidos?

R: Ela usará 25 barras

Fonte: Arquivo pessoal (2014).

O aluno A4 indicou compreender o significado das operações de multiplicação e divisão, sabendo utilizar corretamente o algoritmo convencional, como exemplificado na fala para explicar a resolução seguinte: "*...se cada caixa tem 5 lápis e tem 15 caixas, é só pegar o 15 e fazer vezes 5 pra dar o resultado"*.

Figura 7 – Resolução apresentada por A4 na 1.ª questão da Avaliação Diagnóstica Inicial.


1ª Questão – Uma professora possui 15 caixas de lápis. Sabe-se que em cada caixa há 5 lápis. Qual o total de lápis que a professora possui considerando estas 15 caixas?

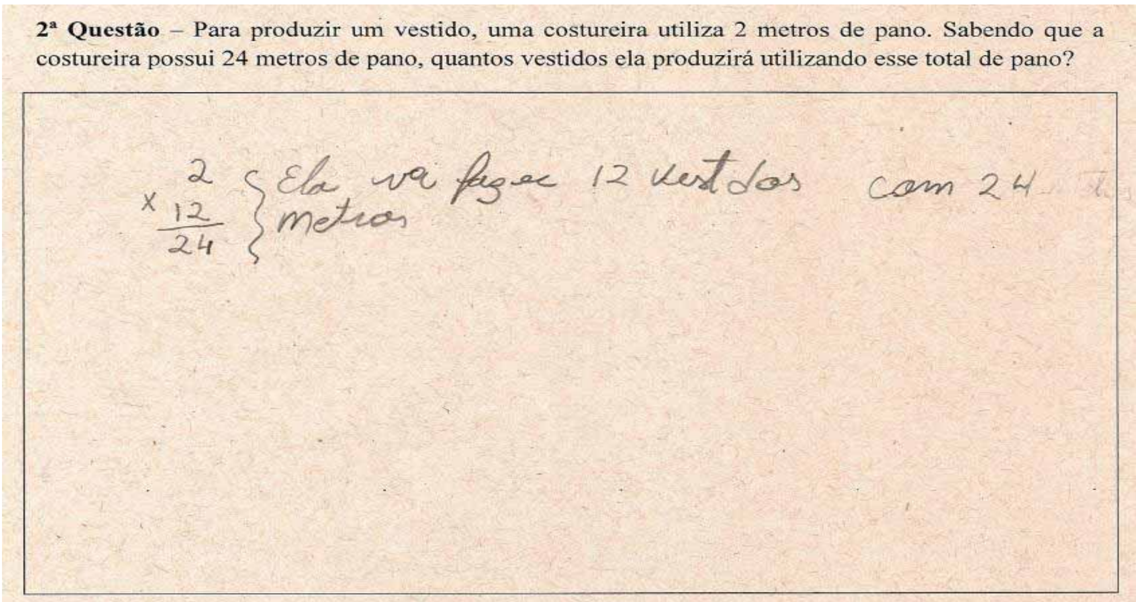
$$\begin{array}{r} 15 \\ \times\ 5 \\ \hline 75 \end{array}$$

75 lapis na caixa

Fonte: Arquivo pessoal (2014).

O aluno A5 utiliza a operação de multiplicação, por meio da tabuada, para resolver problemas envolvendo a operação de divisão, como nos mostra o exemplo de uma resolução feita por ele:

Figura 8 – Resolução apresentada por A5 na 2.ª questão da Avaliação Diagnóstica Inicial.


2ª Questão – Para produzir um vestido, uma costureira utiliza 2 metros de pano. Sabendo que a costureira possui 24 metros de pano, quantos vestidos ela produzirá utilizando esse total de pano?

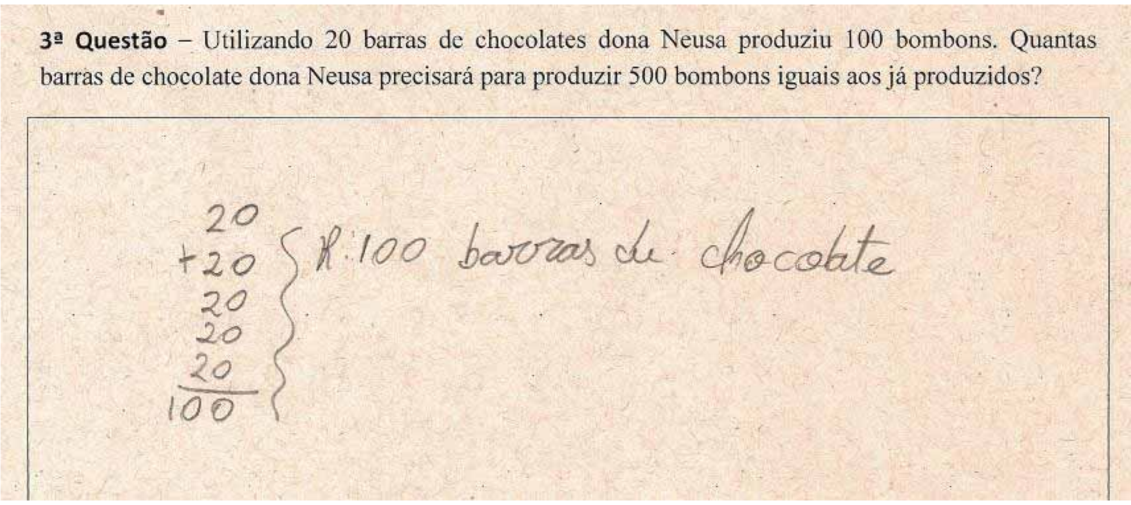
$$\begin{array}{r} 2 \\ \times\ 12 \\ \hline 24 \end{array}$$

Ela vai fazer 12 vestidos com 24 metros

Fonte: Arquivo pessoal (2014).

Além disso, através da entrevista inicial, pela fala *"... eu pensei que a cada 20 barras, são 100 bombons. Daí era 100, 200, 300, 400 e 500. Porque a conta de multiplicação não deu muito certo. Aí, como o contrário é a adição, eu fiz de adição",* o aluno dá indícios de que a operação inversa da multiplicação é a adição, o que está incorreto.

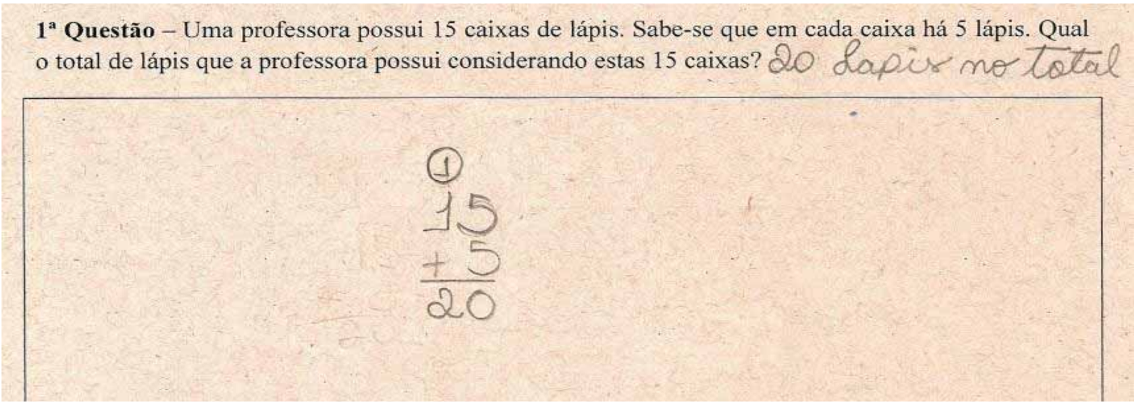
Figura 9 – Resolução apresentada por A5 na 2.ª questão da Avaliação Diagnóstica Inicial.



Fonte: Arquivo pessoal (2014).

O aluno A6 mostra que talvez ainda não tenha compreendido o significado das operações de multiplicação e divisão pela fala: "*Ah, eu usei o "mais" pra dar o resultado mais certo. Eu pensei bastante, aí eu usei o 15 aqui, coloquei o 5 embaixo, somei e deu 20",* embora saiba mecanicamente resolver algumas etapas dos algoritmos convencionais. Para esse fato, Vergnaud (1996) alerta sobre a utilização apressada de algoritmos sem a construção, pelo aluno, dos significados das operações em diversas situações. Em seguida, o exemplo da resolução:

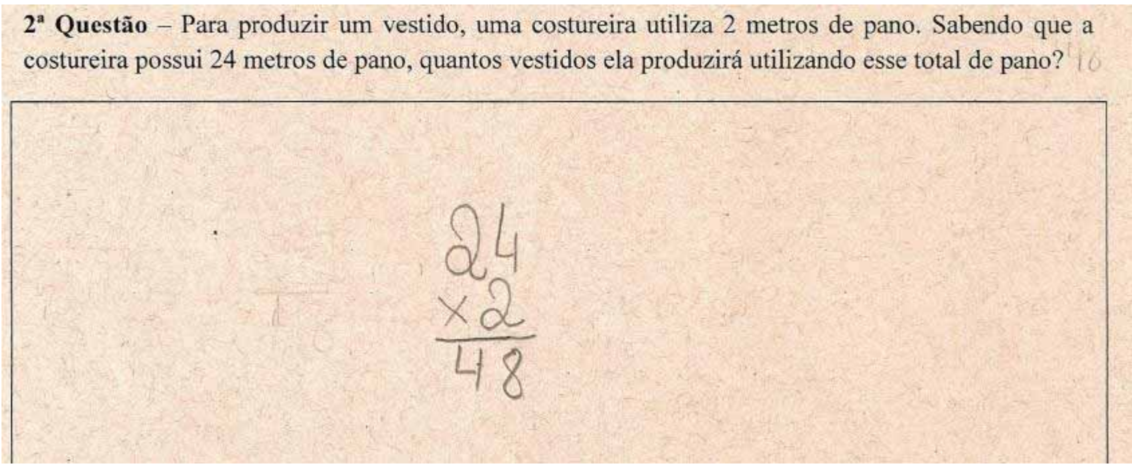
Figura 10 – Resolução apresentada por A6 na 1.ª questão da Avaliação Diagnóstica Inicial.



Fonte: Arquivo pessoal (2014).

Abaixo, outra resolução feita pelo aluno A6, onde ele explica o procedimento utilizado: "*eu usei o vezes pra multiplicar o número, aí eu contei e cheguei nesse resultado, que é o 48".* Ao multiplicar 24 por 2 tal aluno dá indício de utilizar a operação de multiplicação indiscriminadamente, ou seja, sem saber o porquê. Além disso, esse fato mostra a ainda não construção da ideia de proporcionalidade, pois, se assim o fosse, teria pensado outra estratégia para tentar resolver esse problema.

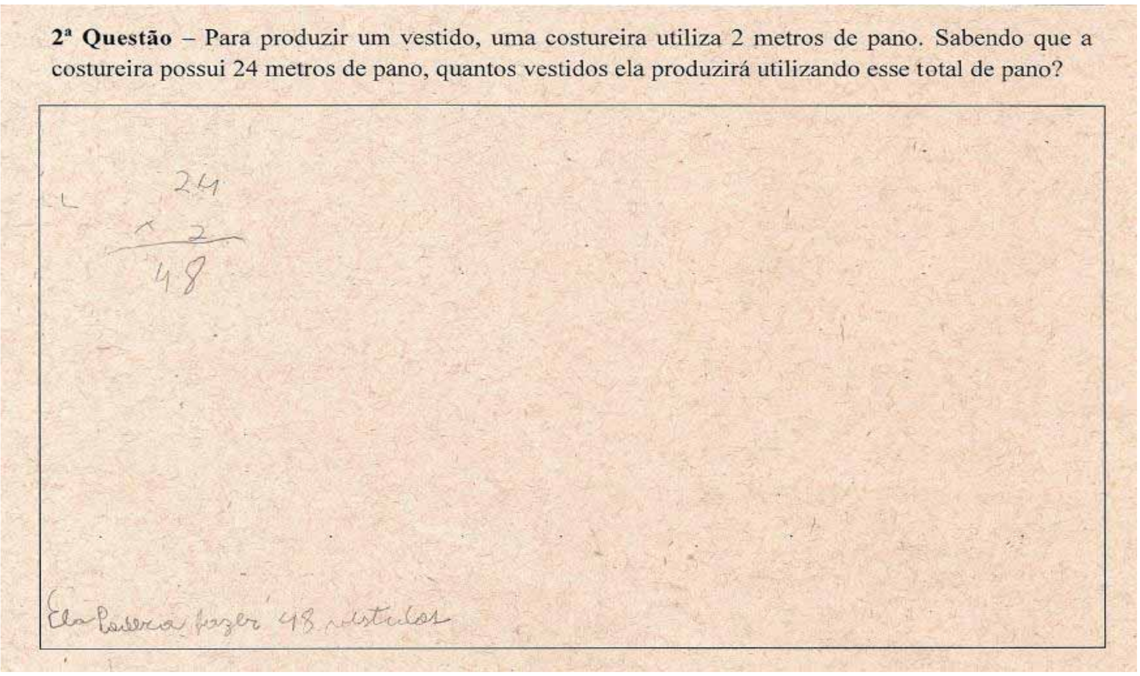
Figura 11 – Resolução apresentada por A6 na 2.ª questão da Avaliação Diagnóstica Inicial.



Fonte: Arquivo pessoal (2014).

O aluno A7, aparentemente, através da entrevista, mostrou que sabe alguns significados das operações de multiplicação e divisão, embora no dia tenha realizado alguns problemas de modo incorreto. Como exemplo, trazemos a fala da aluna e, em seguida a resolução da 2.ª questão. "*Ai, essa eu errei. (...) Seria 24 dividido por 2, que ia dar 12. É que* *na hora eu pensei que era de vezes, mas depois eu lembrei que era de dividir. Porque se ela tem esse tanto de pano, o resultado não pode dar mais que esse.”*.

Figura 12 – Resolução apresentada por A7 na 2.ª questão da Avaliação Diagnóstica Inicial.



2ª Questão – Para produzir um vestido, uma costureira utiliza 2 metros de pano. Sabendo que a costureira possui 24 metros de pano, quantos vestidos ela produzirá utilizando esse total de pano?

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times\ 2 \\ \hline 48 \end{array}$$

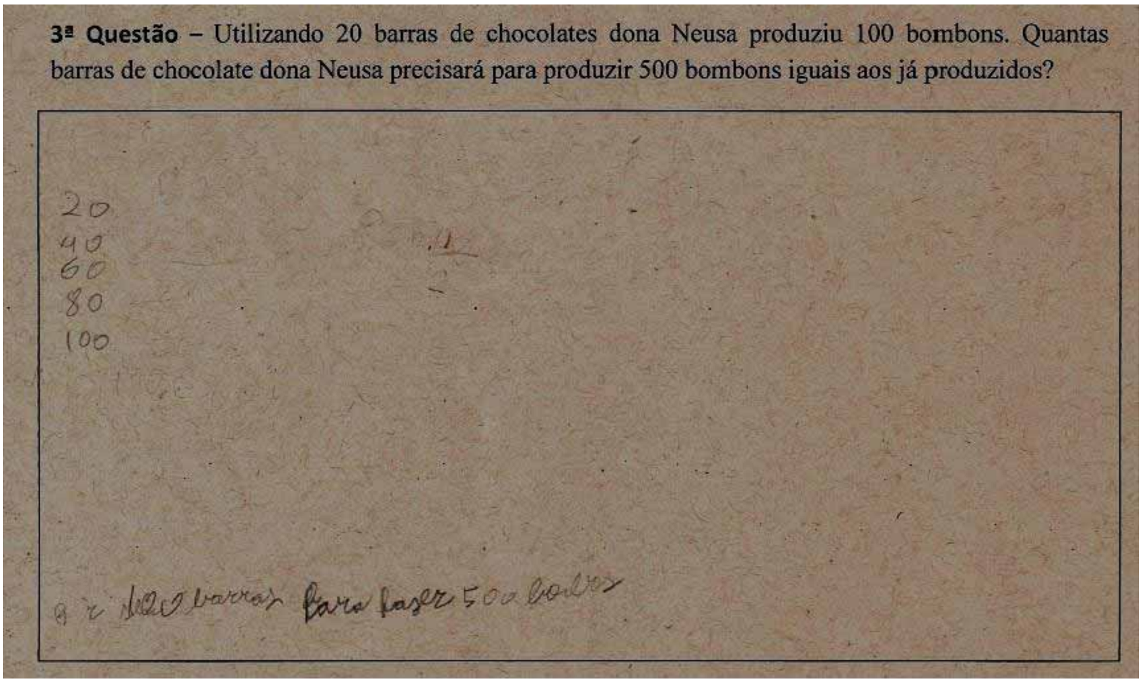
Ela Poderia fazer 48 vestidos

Fonte: Arquivo pessoal (2014).

Também é possível verificar o uso de estratégias convencionais utilizando a adição para resolver problemas que envolvem a multiplicação e a divisão, como mostra o exemplo a seguir. Porém, é possível perceber que, ao lado de cada número (20, 40...) o aluno A7 desenhou um traço[6], que talvez tenha sido utilizado para ir indicando a quantidade de bombons a ser produzida a partir da quantidade de barra de chocolate. Mesmo que não tenha realizado a multiplicação para resolver esse problema, mas, sim, a adição, o aluno dá indício de ter pensado de modo simultâneo, ou seja, comparando as grandezas nas colunas construídas.

[6] O aluno fez esse traçado e apagou-o em seguida.

Figura 13 – Resolução apresentada por A7 na 3.ª questão da Avaliação Diagnóstica Inicial.

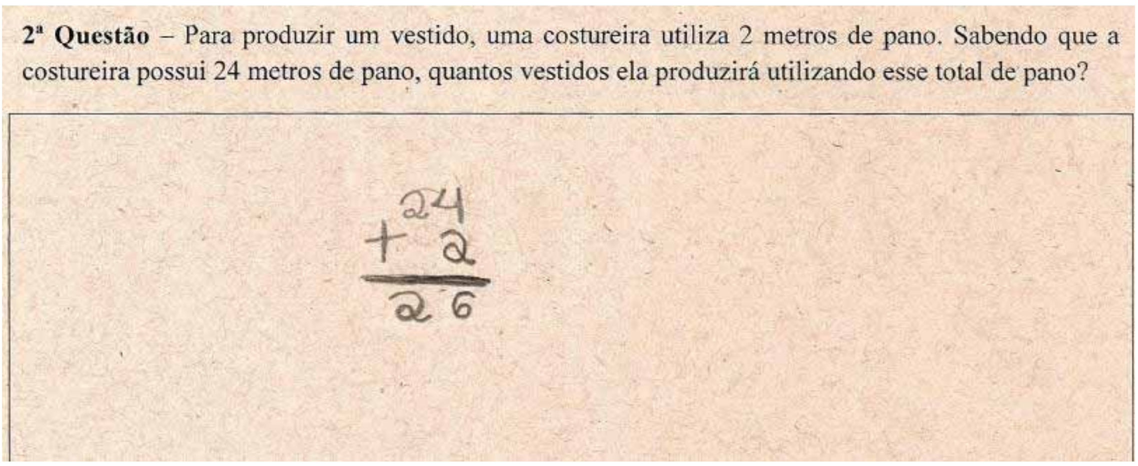

3ª Questão – Utilizando 20 barras de chocolates dona Neusa produziu 100 bombons. Quantas barras de chocolate dona Neusa precisará para produzir 500 bombons iguais aos já produzidos?

20
40
60
80
100

Fonte: Arquivo pessoal (2014).

O aluno A8, embora cite a ajuda do pai na entrevista, apresenta dificuldades na resolução dos problemas. A utilização da unidade de medida metro parece ter sido um dificultador para a compreensão do problema 2. Apesar de saber utilizar o algoritmo convencional da adição, o aluno A8 mostrou não compreender o enunciado da situação e traduzi-lo para a linguagem matemática.

Figura 14 – Resolução apresentada por A8 na 2.ª questão da Avaliação Diagnóstica Inicial.


2ª Questão – Para produzir um vestido, uma costureira utiliza 2 metros de pano. Sabendo que a costureira possui 24 metros de pano, quantos vestidos ela produzirá utilizando esse total de pano?

$$\begin{array}{r} 24 \\ +\ 2 \\ \hline 26 \end{array}$$

Fonte: Arquivo pessoal (2014).

Para finalizar a análise dos conhecimentos prévios dos alunos, apresentados por meio da Avaliação Diagnóstica Inicial e da entrevista inicial, elaboramos uma tabela indicando os conceitos atingidos pelos alunos nesse primeiro momento. Além disso, construímos um quadro síntese para indicar quais conhecimentos prévios os alunos possuem em relação à resolução de problemas envolvendo a ideia de proporcionalidade. Ambos seguem abaixo:

Tabela 1 – Desempenho dos alunos na Avaliação Diagnóstica Inicial[7].

Alunos	Nota
A1	10,0
A2	10,0
A3	6,5
A4	10,0
A5	6,5
A6	0,5
A7	5,5
A8	1,5

Fonte: Arquivo pessoal (2014).

Quadro 1 – Síntese acerca dos conhecimentos prévios dos alunos.

Aluno	Conhecimentos prévios
A1	Esse aluno utiliza como estratégia o algoritmo convencional da operação de multiplicação para resolver problemas envolvendo a operação de divisão. Além disso, tal aluno já sabe traduzir as informações do enunciado da situação problema, transformando a linguagem materna em linguagem matemática. Durante as resoluções dos problemas, o aluno indica que ainda não construiu da ideia de proporcionalidade.
A2	Esse aluno utiliza estratégias não convencionais para resolver alguns problemas e também a convencional. Foi possível perceber que o aluno compreende os problemas que resolve, mas ainda necessita encontrar maneiras de registrar tal pensamento. O aluno indica que ainda não construiu

[7] A avaliação diagnóstica inicial possuiu peso 10,0 sendo o valor das questões 1, 2, 3, 5 e 6 de 1,5 e a questão 4 de valor 2,5.

	a ideia de proporcionalidade.
A3	Esse aluno sabe utilizar os algoritmos convencionais da divisão e da multiplicação. É possível perceber que o aluno ainda não sabe resolver problemas envolvendo a comparação entre grandezas, o que representa o início da ideia de proporcionalidade.
A4	Esse aluno indicou compreender o significado das operações de multiplicação e divisão, sabendo utilizar corretamente o algoritmo convencional das mesmas. O aluno indica que ainda não construiu da ideia de proporcionalidade.
A5	Esse aluno prefere utilizar a operação de multiplicação, por meio da tabuada, para resolver problemas envolvendo a operação de divisão. Além disso, dá indícios de que a operação inversa da multiplicação é a adição, o que está incorreto. O aluno indica que ainda não construiu a ideia de proporcionalidade.
A6	Esse aluno mostra que talvez ainda não compreendeu o significado das operações de multiplicação e divisão. O aluno indica, também, que ainda não construiu da ideia de proporcionalidade.
A7	Esse aluno mostrou que sabe alguns significados das operações de multiplicação e divisão. Além disso, ele dá indício de ter pensado de modo simultâneo, ou seja, comparando as grandezas. É possível verificar o uso de estratégias não convencionais utilizando a adição para resolver problemas que envolvem a multiplicação e a divisão.
A8	Esse aluno apresenta dificuldades na resolução dos problemas. Ele mostrou dificuldades em compreender e em traduzir a linguagem materna para a linguagem matemática. O aluno indica que ainda não construiu da ideia de proporcionalidade.

Fonte: Arquivo pessoal (2014).

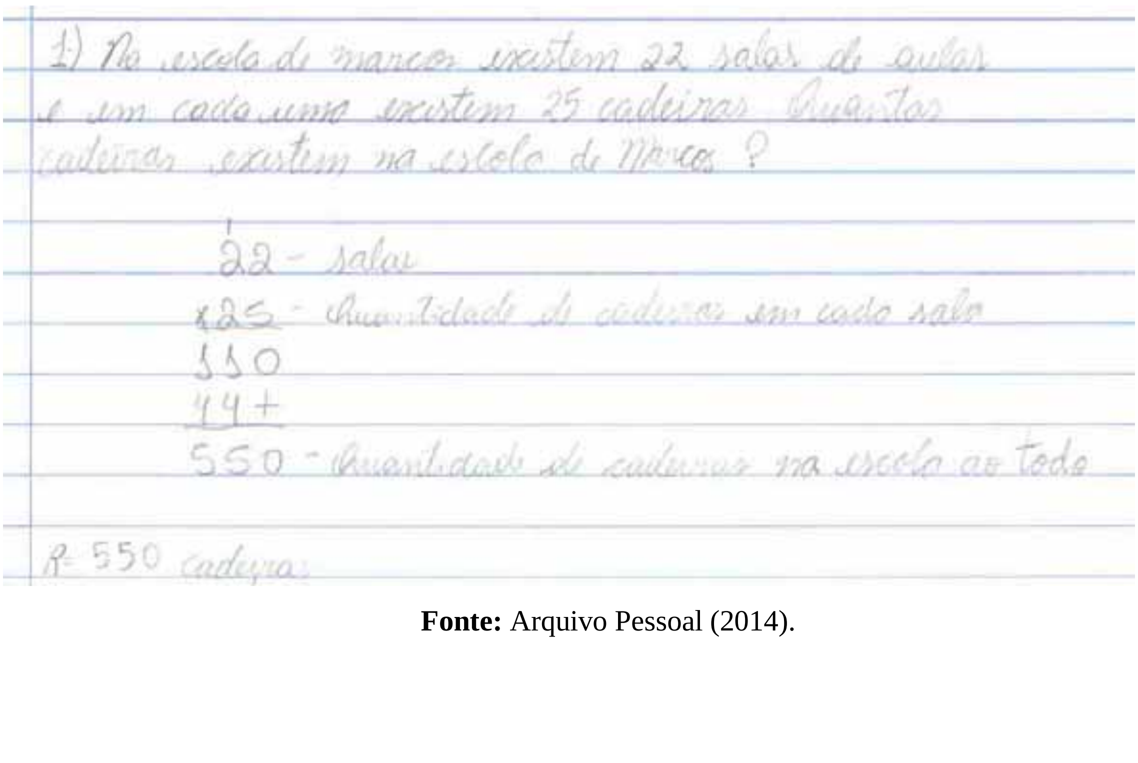
6.2. Os possíveis conhecimentos, envolvendo a ideia de proporcionalidade, construídos ao decorrer da sequência didática

No presente tópico serão apresentadas as resoluções realizadas pelos alunos participantes referentes às situações problema que compuseram a sequência didática.

Na primeira atividade apresentada, no primeiro dia de aplicação da sequência, foi possível perceber que a maioria dos alunos resolveu o problema pelo algoritmo convencional da multiplicação. Durante a discussão das atividades, quando questionados sobre o porquê da utilização do algoritmo, nenhum aluno soube justificar tal escolha, apenas afirmaram que deveriam usar a "conta de vezes". Tal afirmação, segundo Vergnaud (1996), pode indicar uma utilização apressada do algoritmo sem a ainda compreensão do mesmo. Observaram o “espaço” da sala de aula, apoiando-se em algo concreto para buscar a compreensão para o enunciado do problema e de que forma poderiam resolvê-lo. Esse fato corrobora a teoria de Piaget (1990) referente à necessidade do apoio no concreto para pensar sobre as situações problemas apresentadas. Nesse dia o aluno A6 faltou. Por esse motivo, a resolução desse aluno para a situação problema em questão, não consta.

Abaixo apresento alguns exemplos de resoluções dessa situação problema. Essa primeira resolução é um exemplo de como foi realizada por três alunos de maneira igual, sendo eles A1, A2 e A8.

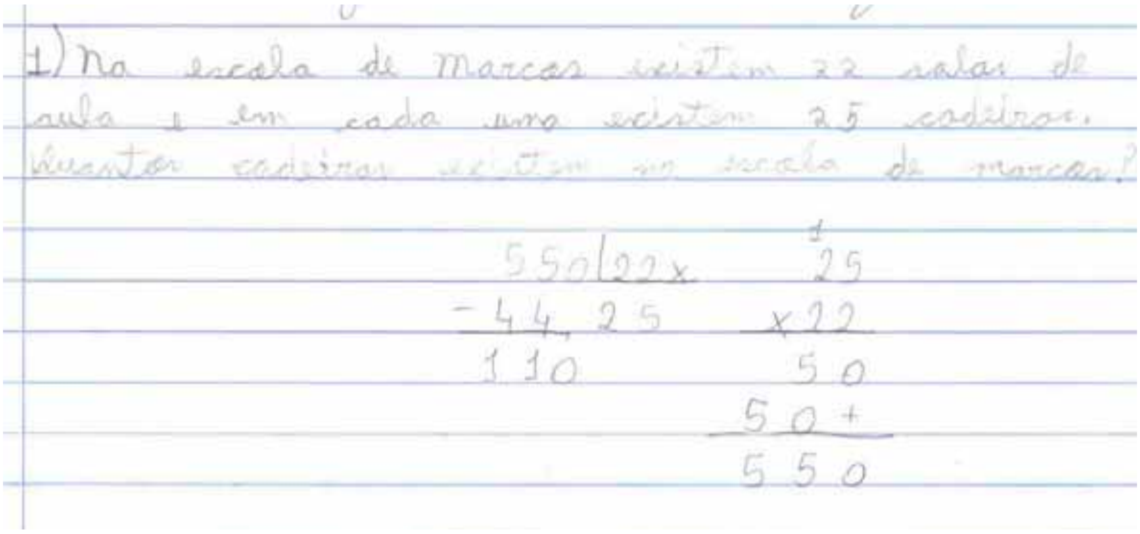
Figura 15: Resolução da 1.ª questão da sequência didática feita por A1 (07/11)



Fonte: Arquivo Pessoal (2014).

Já a resolução seguinte, foi feita por um número maior de alunos, sendo eles A3, A4, A5 e A7. Os mesmos fizeram a “prova real”, indicando outra maneira de verificar o resultado da situação problema. Nessa resolução, os alunos citados realizaram primeiro a operação de multiplicação obtendo um resultado. Em seguida, realizaram a operação de divisão, onde obtiveram a confirmação do resultado da operação anterior. Do ponto de vista procedimental, esses alunos sabem que as operações de multiplicação e divisão são inversas.

Figura 16: Resolução da 1.ª questão da sequência didática feita por A4 (07/11).



Fonte: Arquivo Pessoal (2014).

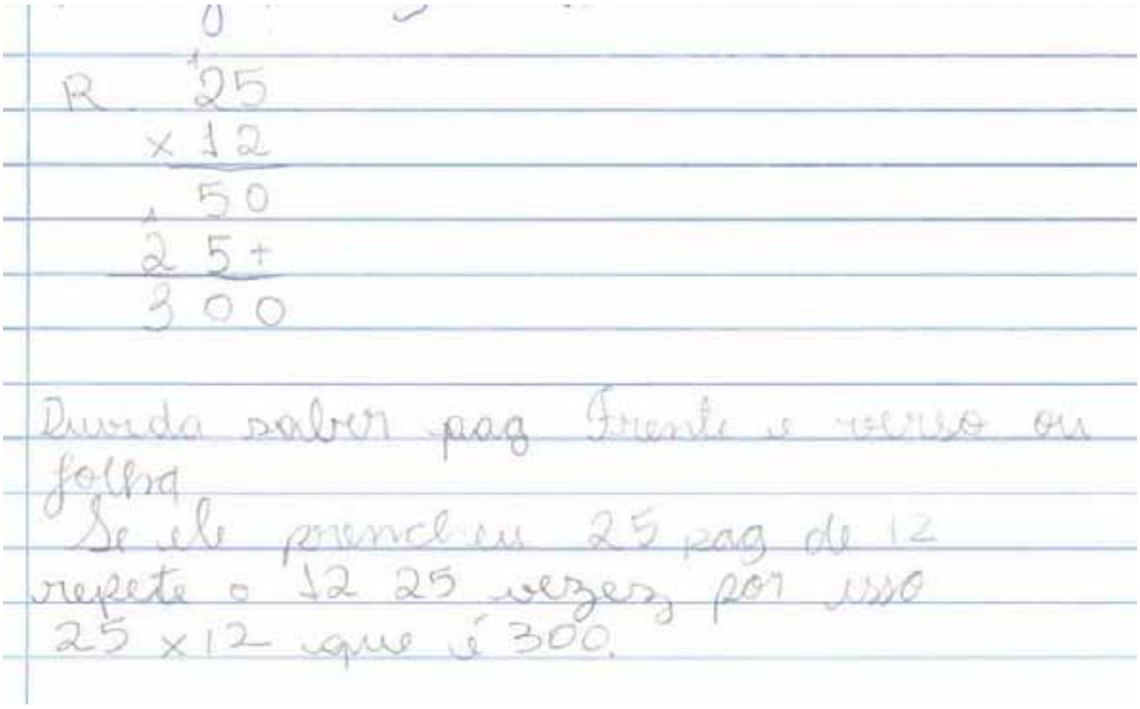
Observando ambas as resoluções apresentadas anteriormente e considerando as resoluções feitas por todos os alunos, nota-se a inserção de um símbolo da adição na ordem das unidades na quarta linha no algoritmo da multiplicação. Esse fato pode ser mais um indício da utilização do algoritmo sem a real compreensão, pois, considerando a multiplicação em questão (25 × 22), nesta ordem deveria ser colocado o número zero obtido da multiplicação das 2 dezenas (do número 22) pelas 5 unidades (do número 25), resultando em 100.

Prosseguindo com as situações problema apresentadas aos alunos, denoto exemplos de algumas resoluções feitas no segundo dia. A atividade proposta foi a seguinte:

1) Durante um passeio ao Jardim Botânico de Bauru, Fábio tirou muitas fotos com sua câmera. Quando retornou do passeio, resolveu revelar todas as fotos tiradas no Jardim Botânico. Em seguida, Fábio colocou todas as fotos em um álbum preenchendo-o completamente. Sabendo que esse álbum possui 25 páginas e que em cada página é possível colocar 12 fotos, qual é a quantidade de fotos que Fábio tirou na sua ida ao Jardim Botânico?

De acordo com a primeira resolução a ser apresentada abaixo e comentário do aluno A1 ao final, nota-se que, aparentemente, o aluno mostrou compreender o uso do algoritmo. Esse foi o único aluno a apresentar esse comentário.

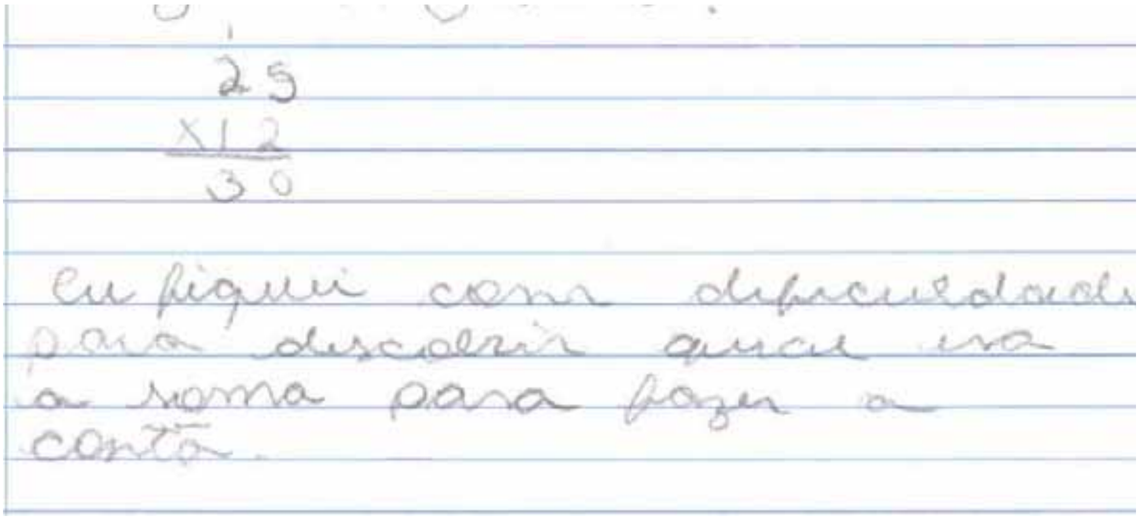
Figura 17: Resolução da 1.ª questão da sequência didática feita por A1 (10/11).



Fonte: Arquivo Pessoal (2014).

Já a resolução a seguir, referente à mesma situação problema, sugere uma confusão feita pelo aluno A6 em como fazer o algoritmo da multiplicação, indicando a não compreensão do mesmo, ou seja, o seu significado. Isso mostra o “perigo”, de acordo com Vergnaud (1996), de/em apresentar “cedo de mais” o algoritmo sem a devida compreensão do significado da operação em questão.

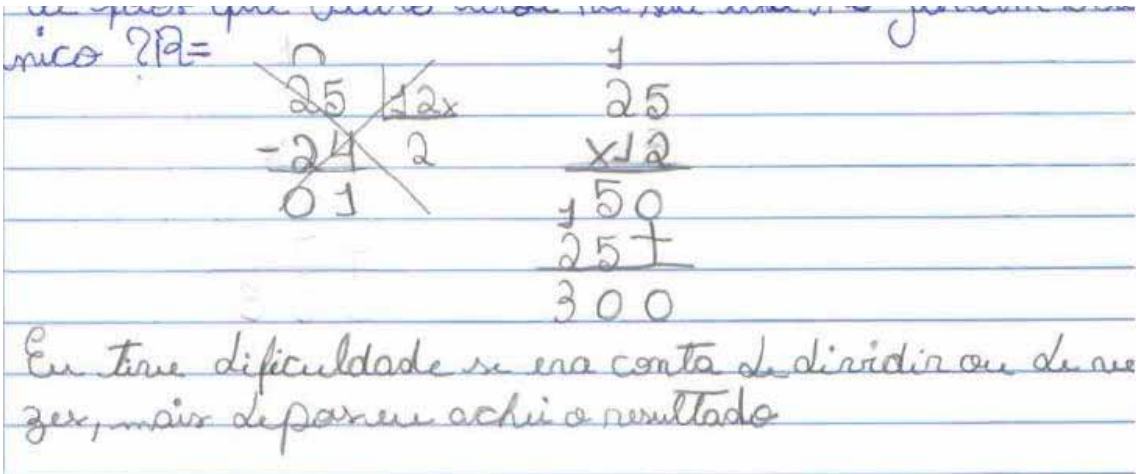
Figura 18: Resolução da 1.ª questão da sequência didática feita por A6 (10/11).



Fonte: Arquivo Pessoal (2014).

Ainda nessa mesma situação problema, o aluno A8 realizou primeiramente a operação de divisão para resolver o problema em questão. Somente após uma nova explicação sobre a atividade, o aluno conseguiu realizar a resolução de uma forma diferente.

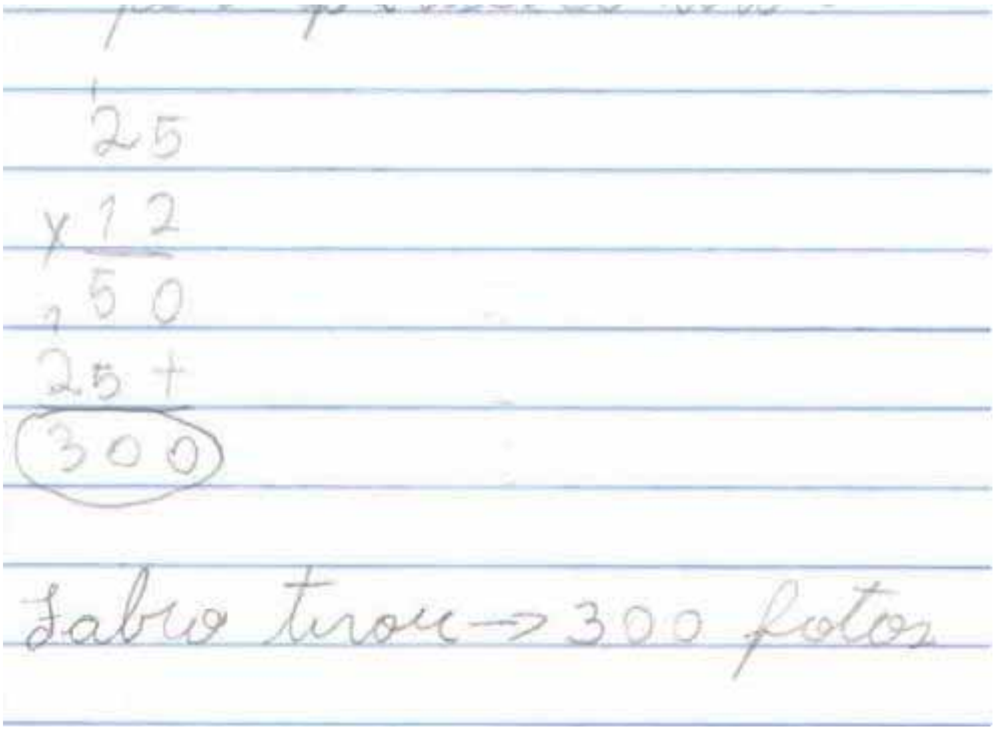
Figura 19: Resolução da 1.ª questão da sequência didática feita por A8 (10/11).



Fonte: Arquivo Pessoal (2014).

Por fim, os alunos A2, A3, A4, A5 e A7 realizaram a resolução da situação problema através do algoritmo convencional como mostra o exemplo a seguir.

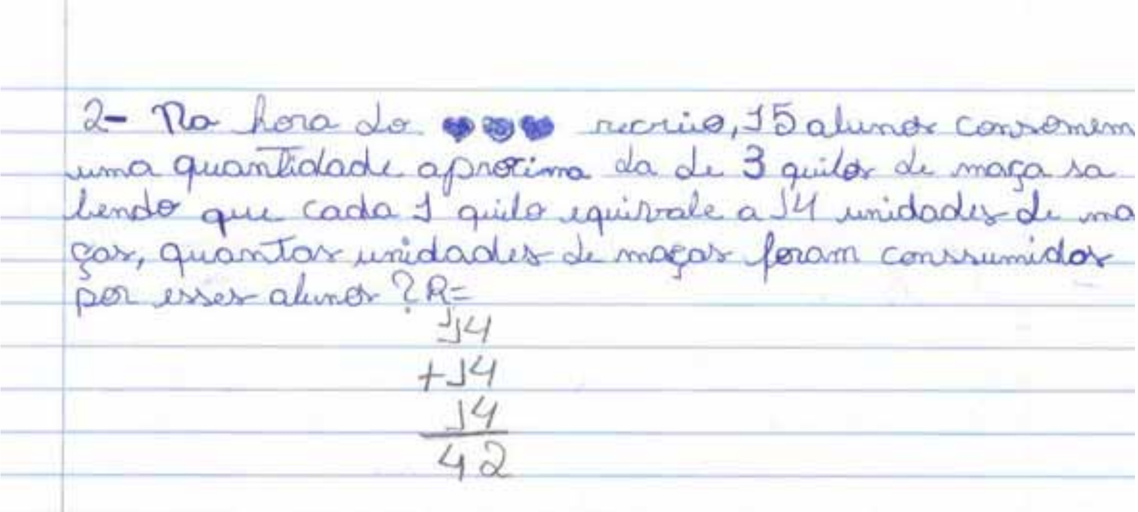
Figura 20: Resolução da 1.ª questão da sequência didática feita por A8 (10/11).



Fonte: Arquivo Pessoal (2014).

Na segunda situação problema apresentada, nesse mesmo dia, os alunos A6 e A8 buscaram resolver o problema através da adição, como mostra o exemplo a seguir. Ao somar 14 + 14 + 14, é possível que, implicitamente, o aluno esteja atribuindo para cada quilo de maçã a correspondente quantidade (valor total de maçãs). Talvez isso represente uma ideia de comparação entre duas grandezas diretamente proporcionais, quando construímos colunas que aumentam proporcionalmente, ou seja, à medida que uma grandeza (coluna) aumenta, a outra (coluna) deve aumentar proporcionalmente.

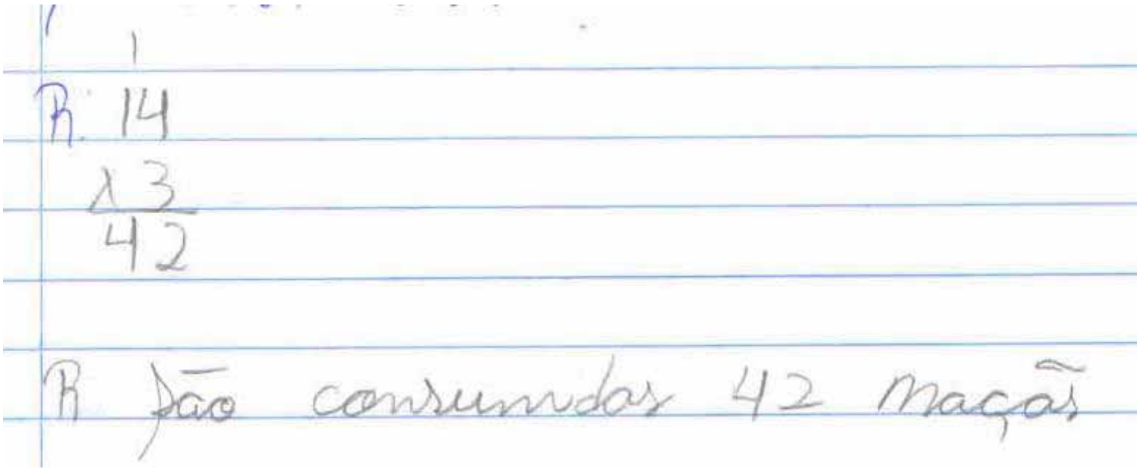
Figura 21: Resolução da 2.ª questão da sequência didática feita por A8 (10/11).



Fonte: Arquivo Pessoal (2014).

Já os outros alunos, A1, A2, A3, A4, A5 e A7 resolveram o mesmo problema utilizando o algoritmo convencional de multiplicação, conforme indica o exemplo abaixo:

Figura 22: Resolução da 2.ª questão da sequência didática feita por A5 (10/11).



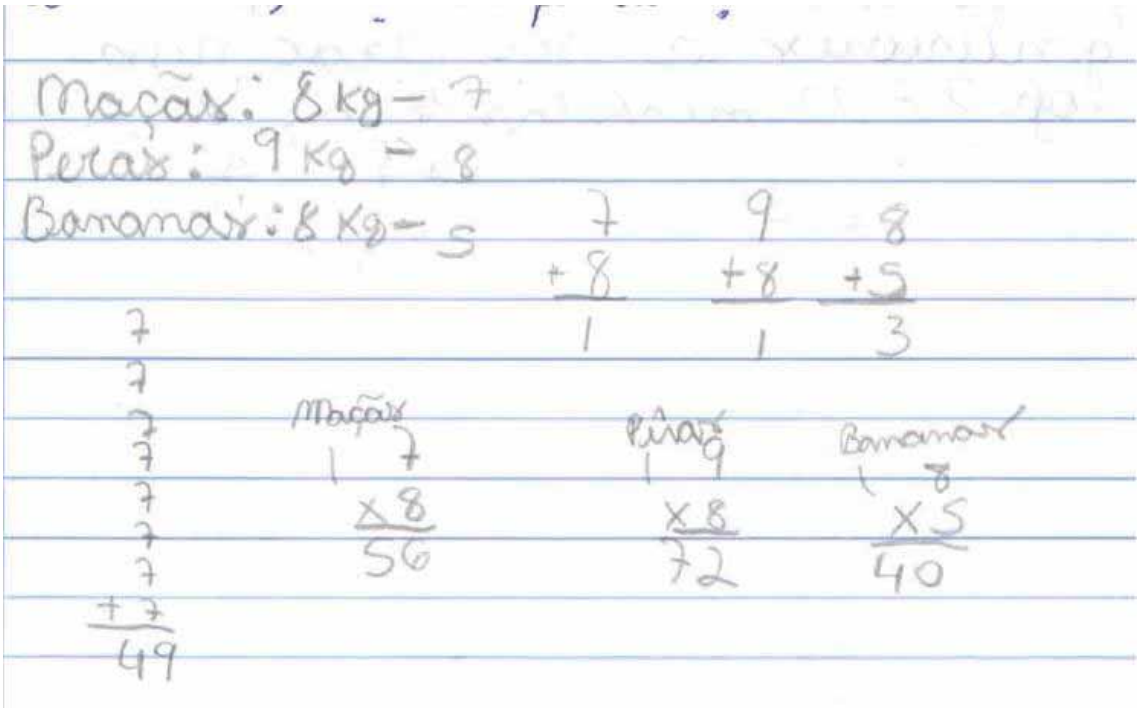
Fonte: Arquivo Pessoal (2014).

No terceiro dia da sequência didática, ampliamos a quantidade das atividades a serem realizadas pelos alunos. A primeira atividade foi a seguinte:

1) Para fazer uma salada de frutas para os alunos no período do intervalo, dona Vilma usou: 9 kg de banana do tipo prata, 8 kg de maçã do tipo gala e 8 kg de pera do tipo portuguesa. Sabe-se que, aproximadamente, 1 quilo de banana prata equivale a 8 unidades de banana, 1 quilo de maçã gala equivale a 7 unidades de maçã e 1 quilo de pera portuguesa equivale a 5 unidades de pera. Quantas bananas foram utilizadas nessa salada de frutas? E quantas maçãs? E quantas peras?

Nessa situação problema, a primeira operação que o aluno A6 havia feito foi a de adição. Somente após retomada de algumas ideias já explicadas anteriormente e novas explicações do problema, o aluno realizou as seguintes anotações:

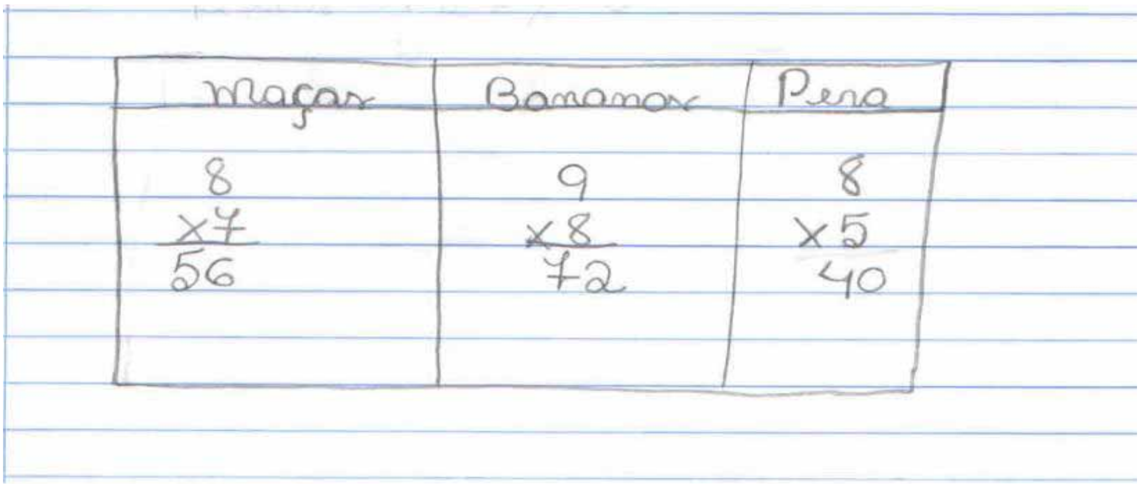
Figura 23: Resolução da 1.ª questão da sequência didática feita por A6 (12/11).



Fonte: Arquivo Pessoal (2014).

O restante dos alunos, A1, A2, A3, A4, A5, A7 e A8, resolveram essa situação problema através do algoritmo convencional da multiplicação, como mostra a resolução a seguir:

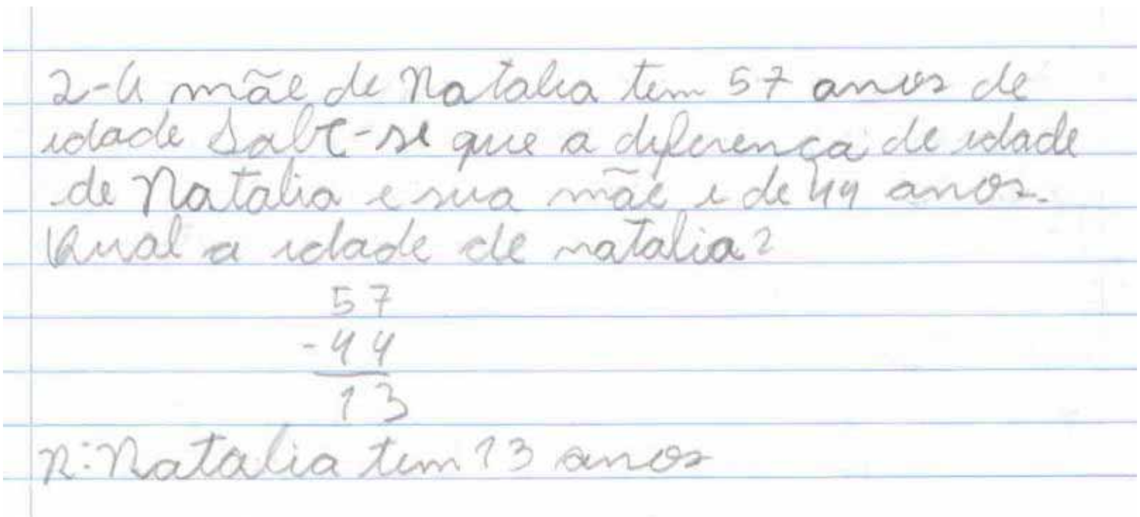
Figura 24: Resolução da 1.ª questão da sequência didática feita por A8 (12/11).



Fonte: Arquivo Pessoal (2014).

Nesse ponto da aplicação da sequência didática, tive dúvida a respeito do entendimento dos alunos. Pensei que eles poderiam estar resolvendo as situações de modo “automático”, ou seja, nos dias em que eu estava indo para a sala de aula eles já sabiam que eu estava trabalhando com problemas relacionados à multiplicação. Dessa forma, imaginei que eles pudessem estar utilizando o algoritmo convencional da multiplicação “obrigatoriamente”, pelo fato de eu estar trabalhando com isso em sala de aula. Por isso, vi a necessidade de apresentar a eles a situação problema trazida a seguir. E, a resolução de todos os alunos, sem exceção, mostrou-me que eles estavam atentos ao que pedia cada enunciado das atividades.

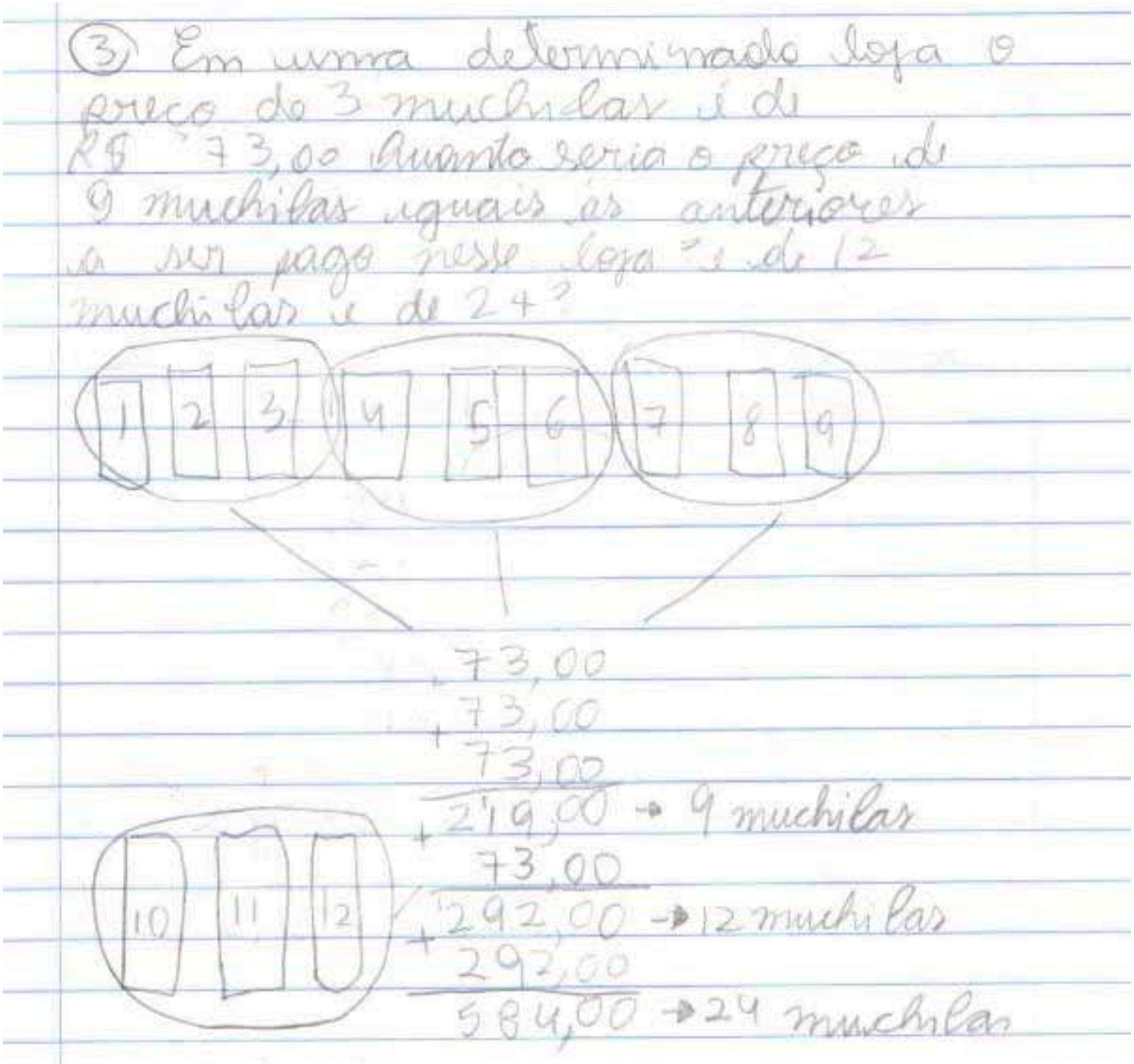
Figura 25: Resolução da 2.ª questão da sequência didática feita por A3 (12/11).



Fonte: Arquivo Pessoal (2014).

A terceira atividade desse dia causou grande confusão entre os alunos. Eles buscaram, entre os algoritmos convencionais, diversas formas de tentar solucionar o problema. O aluno A1 resolveu o problema por meio de uma estratégia não convencional como mostra a resolução abaixo:

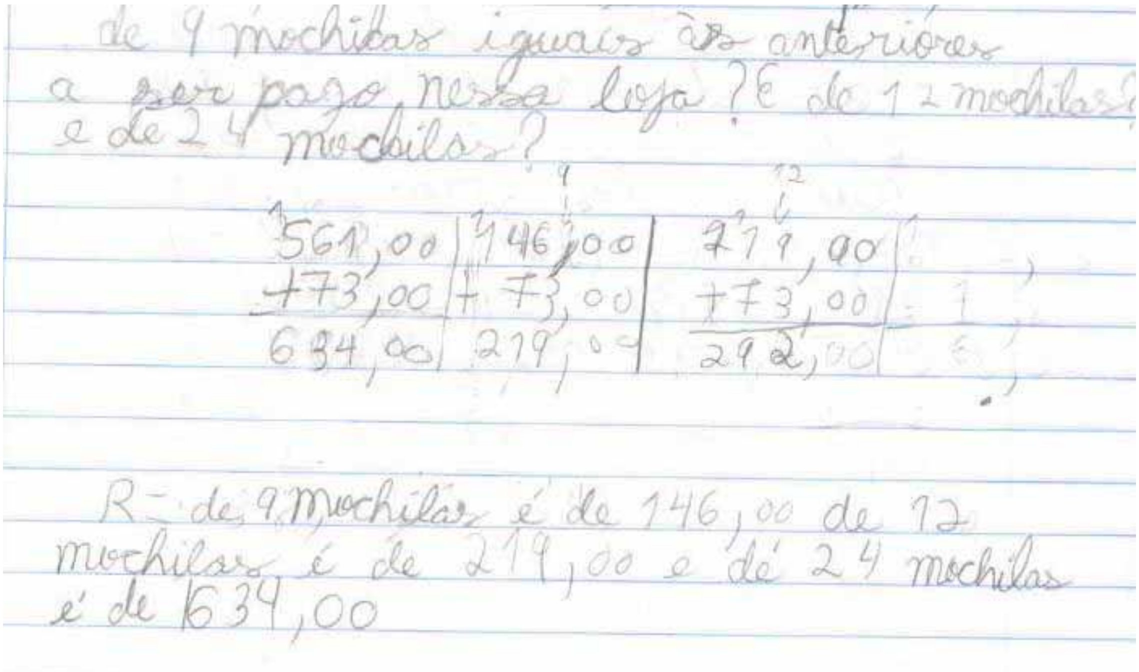
Figura 26: Resolução da 3.ª questão da sequência didática feita por A1 (12/11).



Fonte: Arquivo Pessoal (2014).

Já os alunos A2 e A6, buscaram resolver a situação por meio da adição, pois foi a maneira que tentaram compreender o problema, considerando R$ 73,00 como preço por unidade da mochila. Os mesmos resolveram o problema incorretamente. A seguir, um exemplo da resolução de um dos alunos:

Figura 27: Resolução da 3.ª questão da sequência didática feita por A2 (12/11).


de 9 mochilas iguais às anteriores
a ser pago nessa loja? E de 12 mochilas?
e de 24 mochilas?

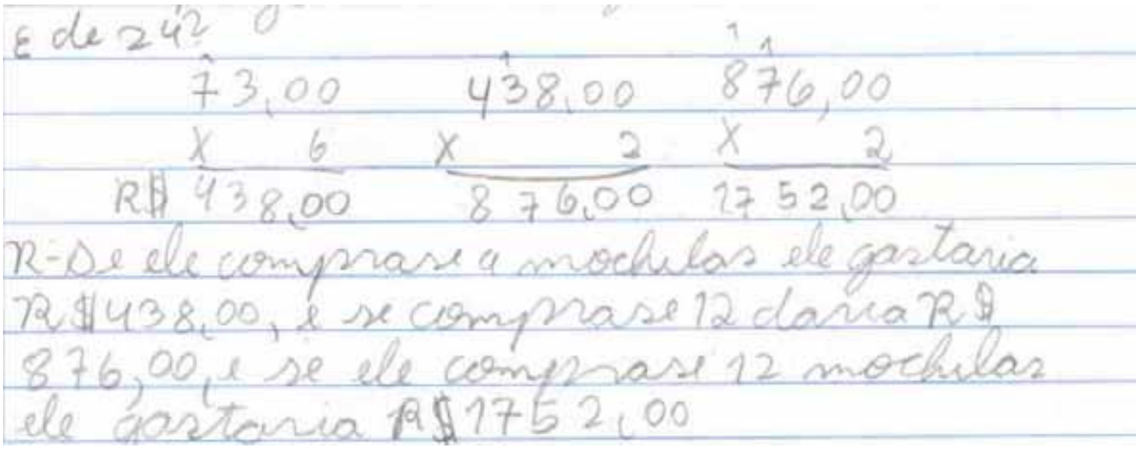
561,00 | 146,00 | 219,00
+73,00 | + 73,00 | +73,00
634,00 | 219,00 | 292,00

R= de 9 mochilas é de 146,00 de 12
mochilas é de 219,00 e de 24 mochilas
é de 634,00

Fonte: Arquivo Pessoal (2014).

Os alunos A3 e A5 buscaram resolver a situação problema por meio do algoritmo convencional da multiplicação. Porém, o resolveram de forma incorreta como mostra o exemplo de resolução de um deles:

Figura 28: Resolução da 3.ª questão da sequência didática feita por A3 (12/11).


E de 24?

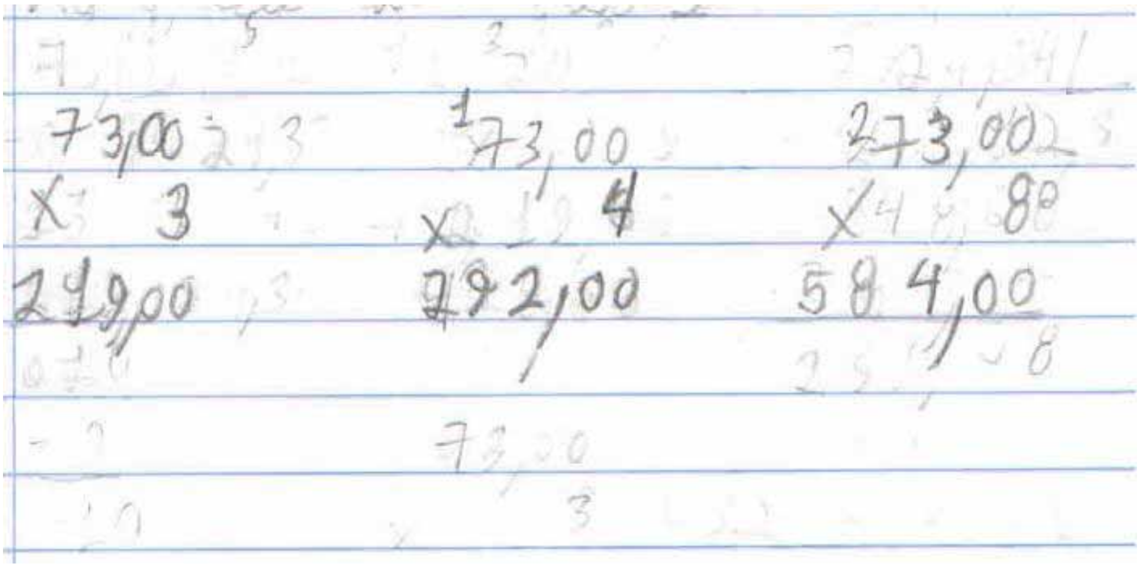
73,00 | 438,00 | 876,00
x 6 | x 2 | x 2
R$ 438,00 | 876,00 | 1752,00

R- Se ele comprase 9 mochilas ele gastaria
R$438,00, e se comprase 12 daria R$
876,00, e se ele comprase 12 mochilas
ele gastaria R$1752,00

Fonte: Arquivo Pessoal (2014).

O aluno A4 apresentou a resolução para a situação problema utilizando também o algoritmo convencional da multiplicação. Porém, demonstrou que fez a multiplicação da forma correta, considerando a comparação entre as grandezas. Levou em consideração que o valor apresentado equivalia a três mochilas e, utilizando desse dado, calculou proporcionalmente para encontrar os demais valores solicitados, como mostra o exemplo abaixo:

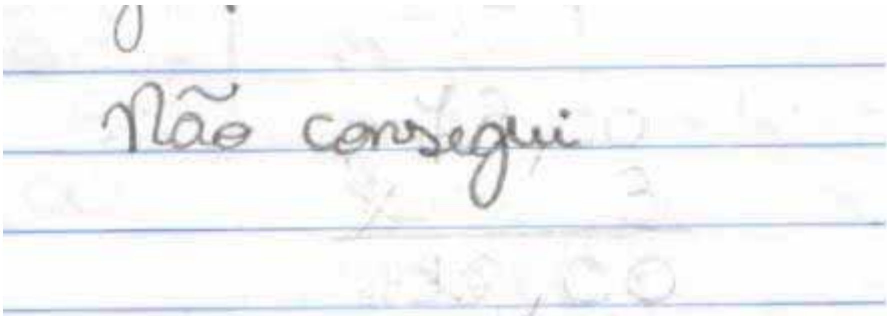
Figura 29: Resolução da 3.ª questão da sequência didática feita por A4 (12/11).



Fonte: Arquivo Pessoal (2014).

Por fim, os alunos A7 e A8 não apresentaram resoluções para o problema escrevendo que não conseguiram fazer:

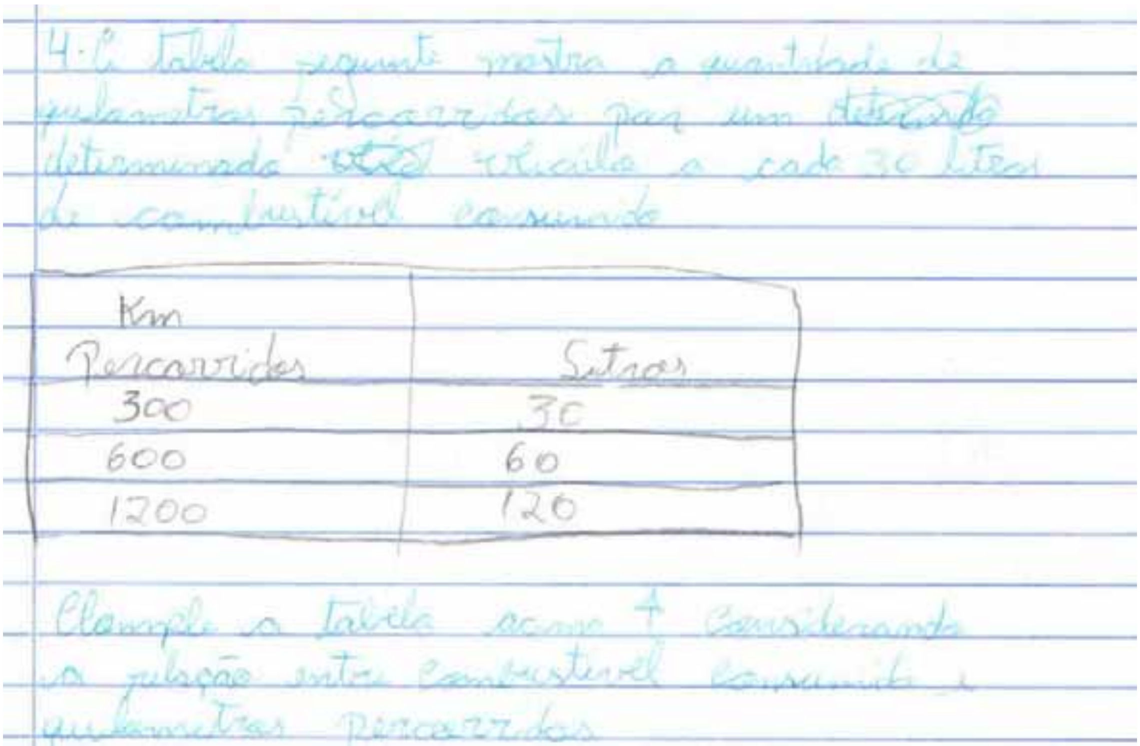
Figura 30: Resolução da 3.ª questão da sequência didática feita por A8 (12/11).



Fonte: Arquivo Pessoal (2014).

Ainda no terceiro dia, apresentei a última situação problema. Nessa atividade os alunos encontraram um meio de resolvê-la com muita facilidade, porém de modo “automático” como apresento no exemplo a seguir:

Figura 31: Resolução da 4.ª questão da sequência didática feita por A5 (12/11).



Fonte: Arquivo Pessoal (2014).

A tabela apresentada para eles estava da seguinte maneira:

Tabela: Relação entre combustível consumido e quilometragem percorrida.

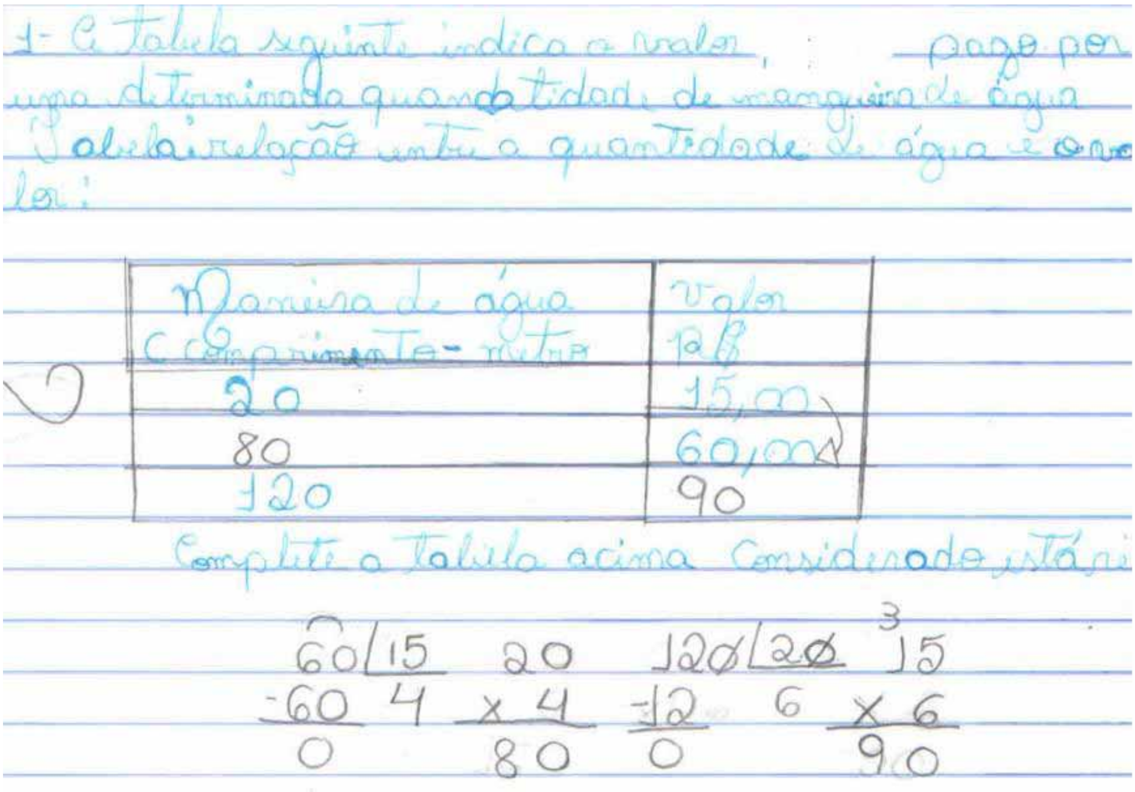
Quilômetros percorridos	**Litros**
300	30
	60
	120

Fonte: Arquivo pessoal.

Portanto, para resolver a situação, todos os alunos apenas completaram a tabela inserindo um “0” nos valores que indicariam a quilometragem percorrida pelo veículo.

No quarto e último dia de aplicação da sequência didática vários alunos faltaram, sendo eles A2, A3, A4, A6 e A7. Em vista da facilidade que os alunos encontraram para resolver a última questão do dia anterior, elaborei uma situação problema parecida com a mesma, porém alterando os valores a fim de dificultar a resolução para os alunos. Antes disso, retomei com os alunos presentes a situação em questão, para que pudessem compreender de fato o problema e o que deveria ser feito. A partir dessa discussão, os alunos A1, A5 e A8 conseguiram realizar a nova situação problema, como mostra o exemplo abaixo:

Figura 32: Resolução da 1.ª questão da sequência didática feita por A8 (13/11).

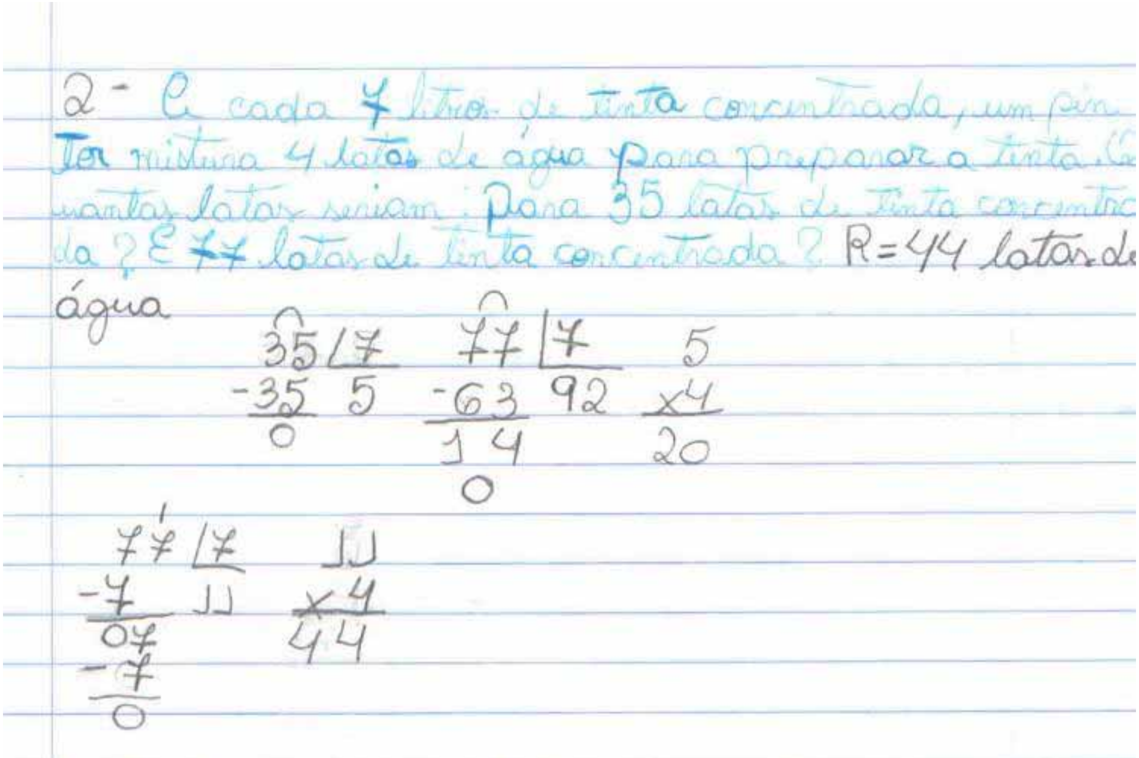


Fonte: Arquivo Pessoal (2014).

É possível notar ao lado da tabela feita pelo aluno uma seta. Pode-se dizer que o aluno simbolizou dessa forma para demonstrar que, conforme um valor aumenta para um lado, o outro aumenta proporcionalmente do outro. Isso é um indício de que o aluno possa estar compreendendo a comparação entre grandezas.

Por fim, a última atividade de toda a sequência didática apresentou grande dificuldade aos três alunos. Após várias explicações, discussões e exemplificações os alunos resolveram o problema das seguintes formas:

Figura 33: Resolução da 2.ª questão da sequência didática feita por A8 (13/11).



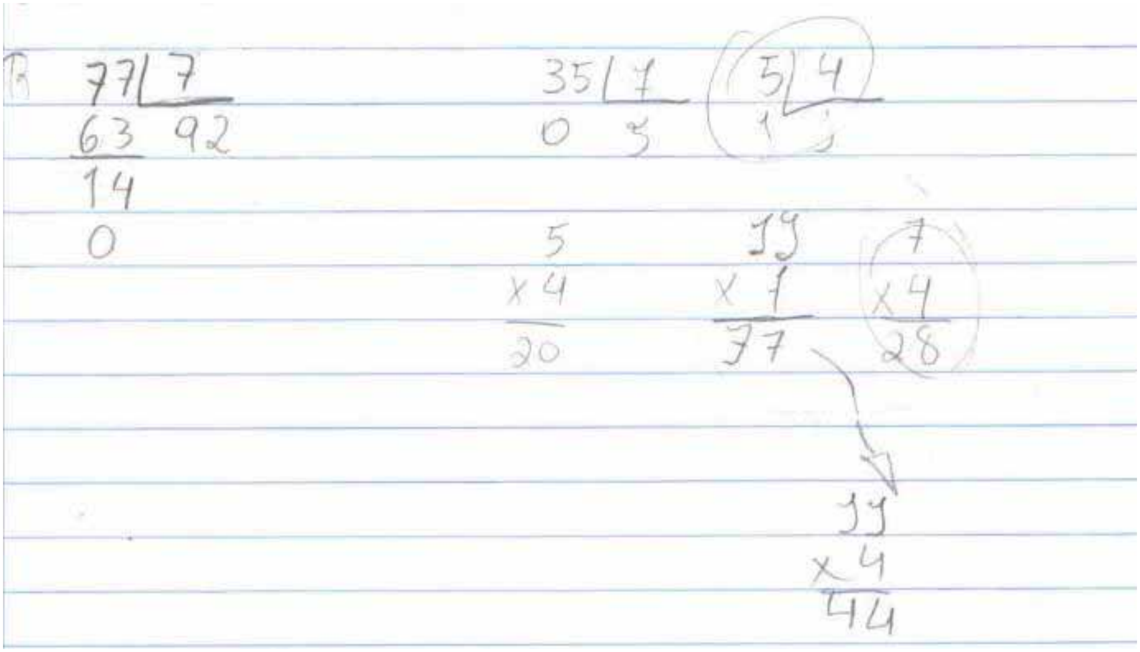
Fonte: Arquivo Pessoal (2014).

Nessa primeira resolução, nota-se que houve certa confusão por parte do aluno. Mesmo realizando o algoritmo convencional da divisão, ele teve um erro ao resolver a operação. Somente após nova explicação da situação problema, ele conseguiu encontrar um dos resultados solicitados.

Nesse problema os alunos deveriam pensar proporcionalmente, estabelecendo uma comparação entre grandezas. Para resolver, os alunos deveriam compreender que, se a cada 7 latas de tintas eram necessárias 4 latas de água para prepará-la, eles deveriam comparar as grandezas e resolver o problema de modo que, conforme o número de latas de tinta iria aumentando, o número das latas de água deveriam aumentar proporcionalmente. Os mesmos demonstraram dificuldades ainda, já que parecem estar habituados a resolver o problema utilizando apenas o algoritmo convencional, e não realizando tal comparação entre as grandezas envolvidas.

A seguir denotamos a resolução feita por A5. Embora tenha iniciado a resolução do problema da mesma forma que o aluno citado anteriormente, é possível notar que, durante a realização do algoritmo da multiplicação, é provável que o aluno possa ter pensado proporcionalmente, buscando estabelecer uma comparação entre as grandezas, de modo a tentar descobrir “quantas vezes” o número estava aumentando na situação problema.

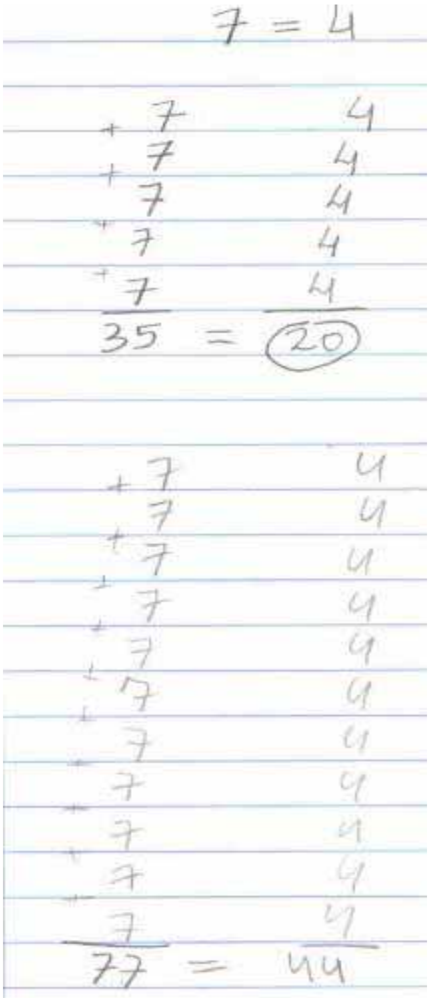
Figura 34: Resolução da 2.ª questão da sequência didática feita por A5 (13/11).



Fonte: Arquivo Pessoal (2014).

Já o aluno A1, buscou resolver o problema de uma maneira diferente. A resolução trazida a seguir sugere que, através do algoritmo da adição e da disposição dos dados em colunas, ele procurou estabelecer uma relação entre as grandezas para conseguir encontrar o resultado para o problema.

Figura 35: Resolução da 2.ª questão da sequência didática feita por A1 (13/11).



Fonte: Arquivo Pessoal (2014).

Para concluir este tópico, iremos sintetizar como se deu a evolução dos alunos mediante a análise das resoluções ao decorrer das atividades propostas na sequência didática.

Os alunos A1, A2, A6 e A8 que, no início da sequência didática, utilizavam a operação de adição, passaram a utilizar a operação de multiplicação para resolver este tipo de problema. Os mesmos passaram, também, a compreender melhor o porquê da utilização desse algoritmo.

Em algumas situações, os alunos A1, A4, A5, A6 e A8 indicaram estar pensando de forma a estabelecer uma comparação entre grandezas, sugerindo um indício da ideia de proporcionalidade.

Os alunos A6 e A8, de menor desempenho na Avaliação Diagnóstica Inicial, mesmo com um pequeno avanço, obtiveram melhora no que concerne à resolução deste tipo de problemas, demonstrando melhor compreensão e início do uso do algoritmo da adição para resolver problemas de proporcionalidade quem envolvem comparação entre grandezas.

As situações problemas próximas à realidade de todos os alunos foram as que apresentaram maior facilidade para a resolução, corroborando com o exposto por Piaget (1990) acerca da necessidade dos alunos agirem, inicialmente, em problemas das quais os seus esquemas de assimilação já são conhecidos. Além disso, a possibilidade de pensar as situações problema sobre um meio concreto, portanto, vivenciado, facilitou o pensar dos mesmos sobre as relações matemáticas.

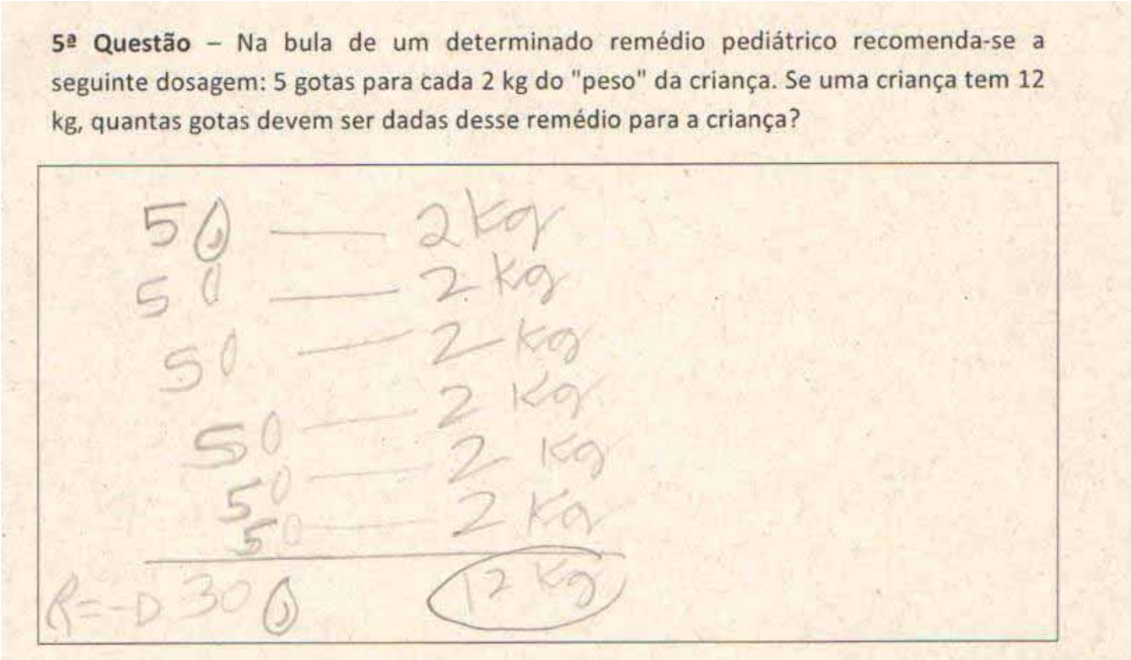
Por fim, ao oportunizar, gradativamente, diferentes situações problema visando o trabalho com a ideia de proporcionalidade, notou-se em todos os alunos uma gradativa compreensão do conceito de proporcionalidade direta, conforme exposto por Vergnaud (1996).

6.3. Os possíveis conhecimentos envolvendo a ideia de proporcionalidade construídos após a aplicação da sequência didática

Nesse tópico abordarei os possíveis conhecimentos construídos pelos alunos envolvendo a ideia de proporcionalidade direta após a aplicação da sequência didática. Para isso, analisamos os dados coletados na Avaliação Diagnóstica Final e entrevista final, realizadas 20 dias após o término da aplicação da sequência didática.

De acordo com a análise da Avaliação Diagnóstica Final, foi possível perceber que o aluno A1 utilizou uma estratégia não convencional, indicando a comparação entre grandezas ao registrar duas colunas. Nessas colunas o aluno representou as grandezas que apareciam no enunciado do problema, comparando-as umas com as outras de modo que os valores aumentassem proporcionalmente. Para tanto, utilizou da adição para resolver o problema. Mesmo com tal evolução, ainda é necessário que o aluno compreenda a possibilidade de utilizar as operações de divisão e multiplicação para resolver mais rapidamente tal problema. Ele realizou a resolução por esse método em três situações problemas da avaliação, sendo elas a 1.ª, 3.ª e 5.ª questões. Abaixo temos um exemplo:

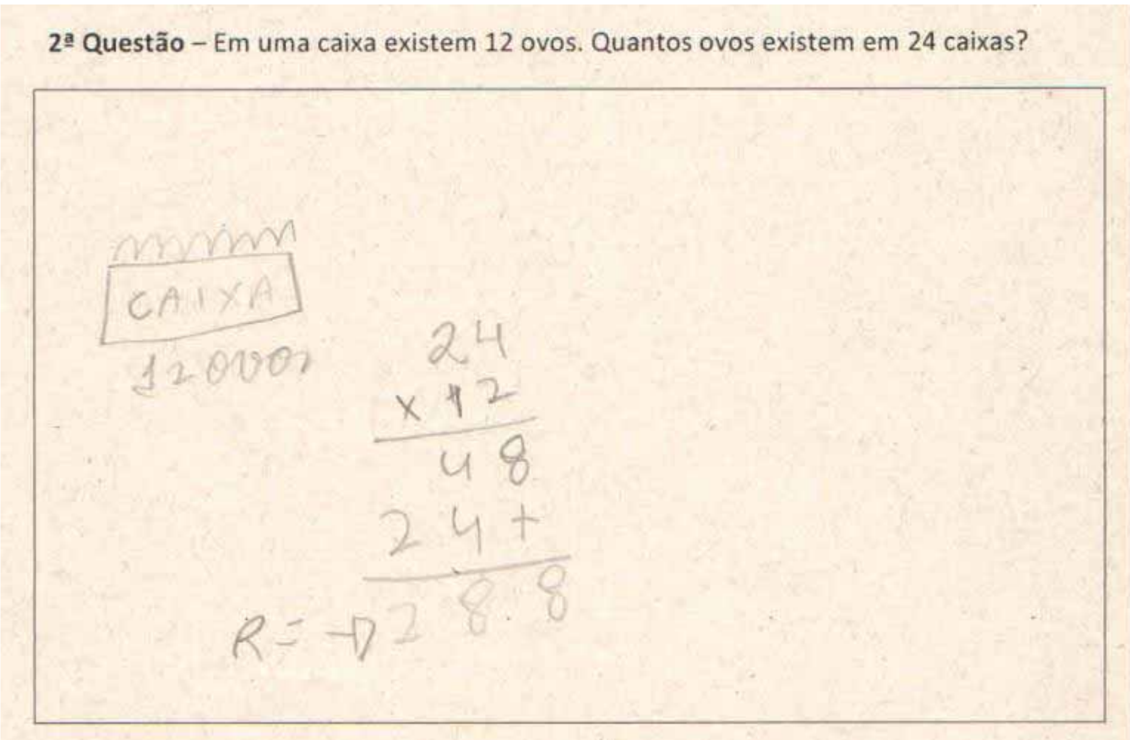
Figura 36 – Resolução apresentada por A1 na 5.ª questão da Avaliação Diagnóstica Final.



Fonte: Arquivo pessoal (2014).

Prosseguindo com a análise desse mesmo aluno, vê-se que, em outra situação problema, o aluno utilizou o algoritmo convencional da multiplicação:

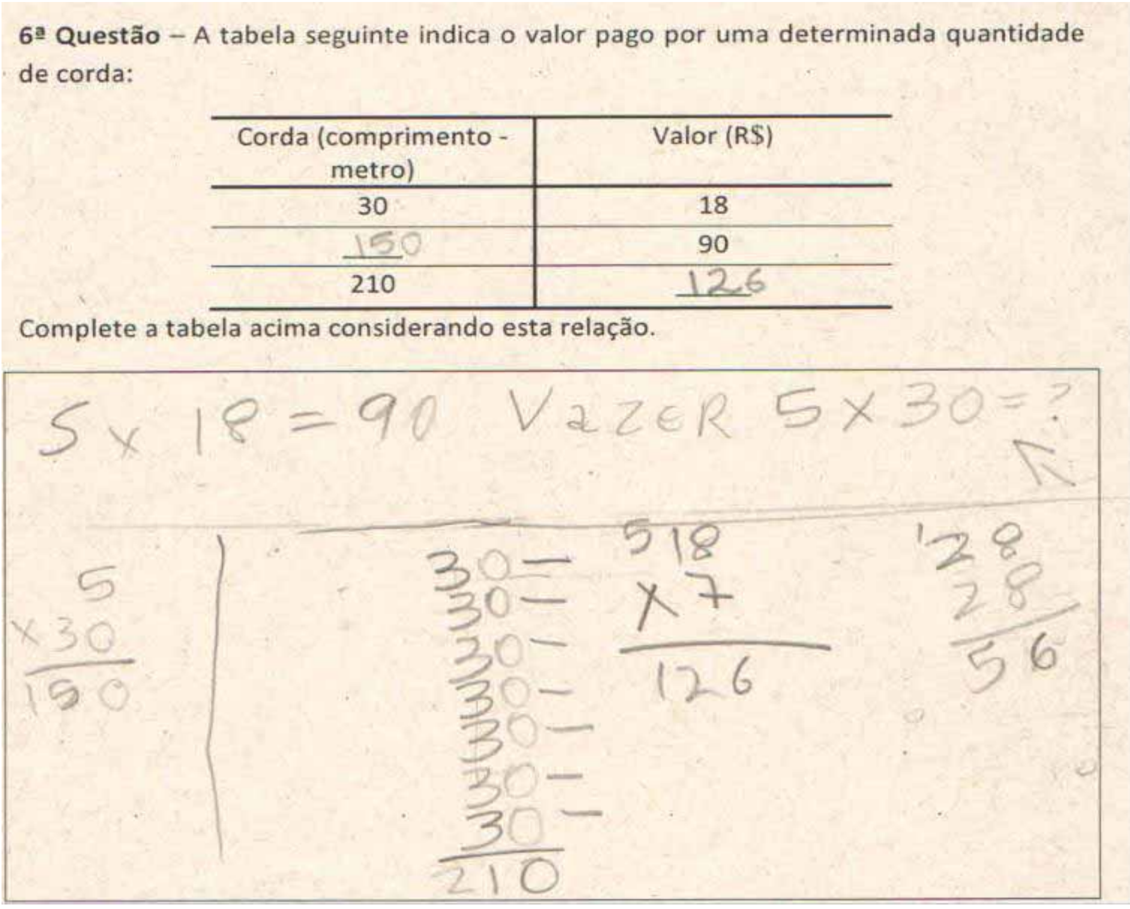
Figura 37 – Resolução apresentada por A1 na 2.ª questão da Avaliação Diagnóstica Final.



Fonte: Arquivo pessoal (2014).

Ainda na análise do aluno A1, é possível perceber que, nas duas situações problemas restantes, 4.ª e 6.ª questões, o aluno buscou resolvê-las por meio de estratégia não convencional e também por meio da utilização do algoritmo convencional. Na resolução seguinte veremos que o aluno dá indícios de pensar proporcionalmente. Nessa situação, apesar do aluno realizar uma operação por meio da adição, ele realiza as demais por meio do algoritmo convencional da multiplicação, ou seja, compreendeu que esse algoritmo facilitaria o processo. Ele realiza a multiplicação para descobrir quantas vezes a grandeza citada aumentou, para relacioná-la proporcionalmente.

Figura 38 – Resolução apresentada por A1 na 6.ª questão da Avaliação Diagnóstica Final.



6ª Questão – A tabela seguinte indica o valor pago por uma determinada quantidade de corda:

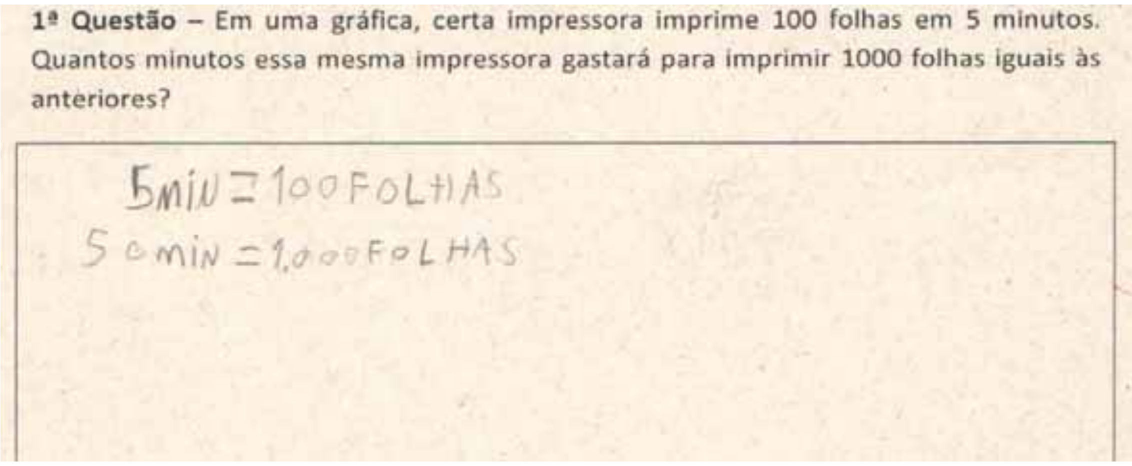
Corda (comprimento - metro)	Valor (R$)
30	18
150	90
210	126

Complete a tabela acima considerando esta relação.

Fonte: Arquivo pessoal (2014).

Partindo para a análise do aluno A2, já no início da Avaliação Diagnóstica Final, nota-se que o aluno utilizou estratégias não convencionais para resolver o problema: "*Ah, eu pensei, se em 5 minutos ele faz 100 folhas então em 50 minutos ele vai fazer 1000*". Além disso, o aluno não encontrou um meio de explicar como havia resolvido o problema: "*Eu simplesmente pensei nisso. Eu fiz de cabeça, achei bem fácil essa.*". Essa resposta pode indicar que o aluno soube fazer, mas não explicar, evidenciando uma das teses piagetianas de que a ação antecede a conceituação.

Figura 39 – Resolução apresentada por A2 na 1.ª questão da Avaliação Diagnóstica Final.

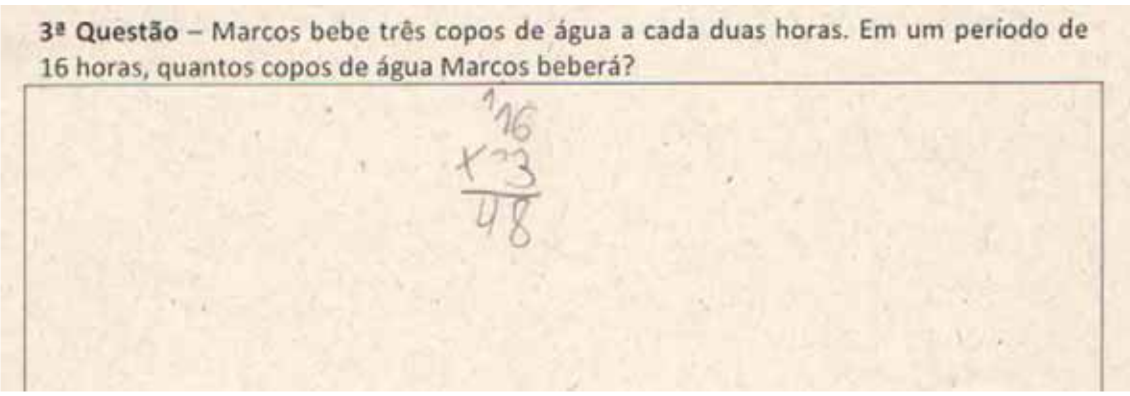

1ª Questão – Em uma gráfica, certa impressora imprime 100 folhas em 5 minutos. Quantos minutos essa mesma impressora gastará para imprimir 1000 folhas iguais às anteriores?

5MIN = 100 FOLHAS
50MIN = 1.000 FOLHAS

Fonte: Arquivo pessoal (2014).

Nas resoluções das questões 2, 3 e 5, o aluno utilizou o algoritmo convencional de multiplicação, porém, em apenas uma delas, como mostra o exemplo seguinte, utilizou as grandezas de modo incorreto. Isso indica que o aluno não considerou a relação 3 copos para cada 2 horas, mas sim, pensou ser 3 copos para cada 1 hora: "*ele tem 3 copos de água, se ele bebe 3 copos de água em duas horas, então em 16 ele bebe 48. Aí eu só multipliquei o 3 por 16.*".

Figura 40 – Resolução apresentada por A2 na 3.ª questão da Avaliação Diagnóstica Final.

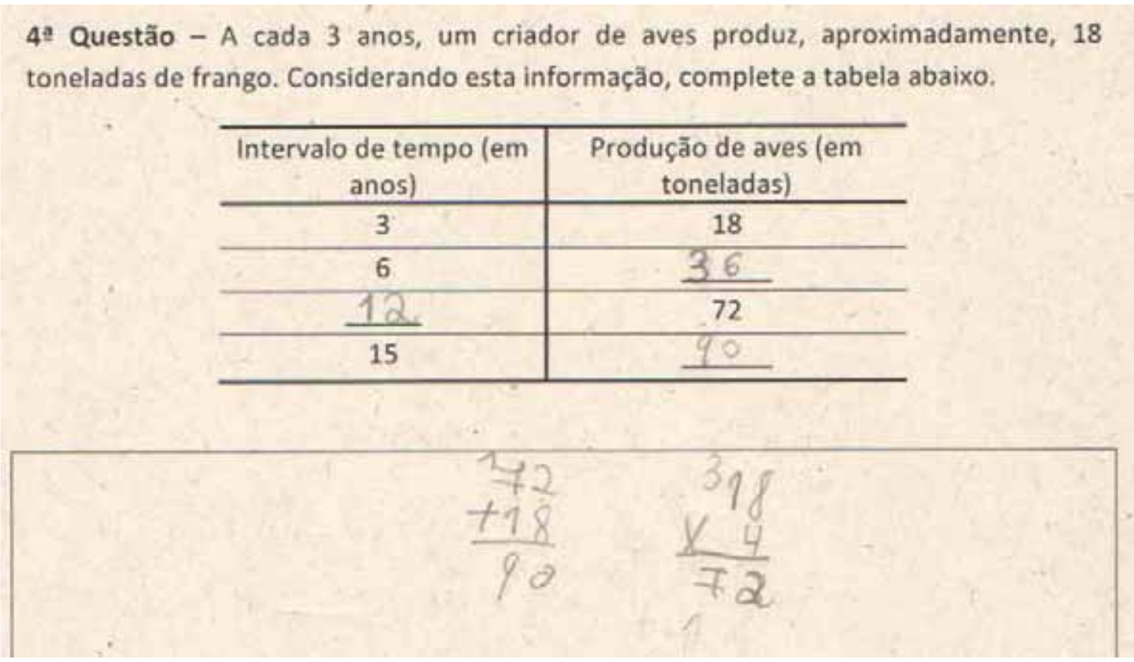

3ª Questão – Marcos bebe três copos de água a cada duas horas. Em um período de 16 horas, quantos copos de água Marcos beberá?

$$\begin{array}{r} \overset{1}{1}6 \\ \times\ 3 \\ \hline 48 \end{array}$$

Fonte: Arquivo pessoal (2014).

Ainda, há indícios de que esse aluno, ao observar a resolução da 4.ª e 6.ª questões da avaliação, inicie um pensamento de comparação entre as grandezas, pensando proporcionalmente. Por meio da resolução, e das duas operações realizadas após a tabela, é possível supor que o aluno tenha pensado proporcionalmente. Ao somar (72 + 18), podemos supor que o aluno o tenha feito pois, se na coluna ao lado (representando o intervalo), aumentou de 12 para 15, portanto, 3 anos, e como a cada 3 anos a produção de aves aumenta em 18 toneladas, então, para obter o valor 90 realizou-se tal adição. Já, para descobrir que número estava faltando na coluna do intervalo (12), o aluno observou a coluna ao lado e verificou que, do 18 para o 72 aumentou 4 vezes. Portanto, para descobrir o referido número, ele multiplicou o 3 por 4, como nos mostra a resolução abaixo:

Figura 41 – Resolução apresentada por A2 na 4.ª questão da Avaliação Diagnóstica Final.



4ª Questão – A cada 3 anos, um criador de aves produz, aproximadamente, 18 toneladas de frango. Considerando esta informação, complete a tabela abaixo.

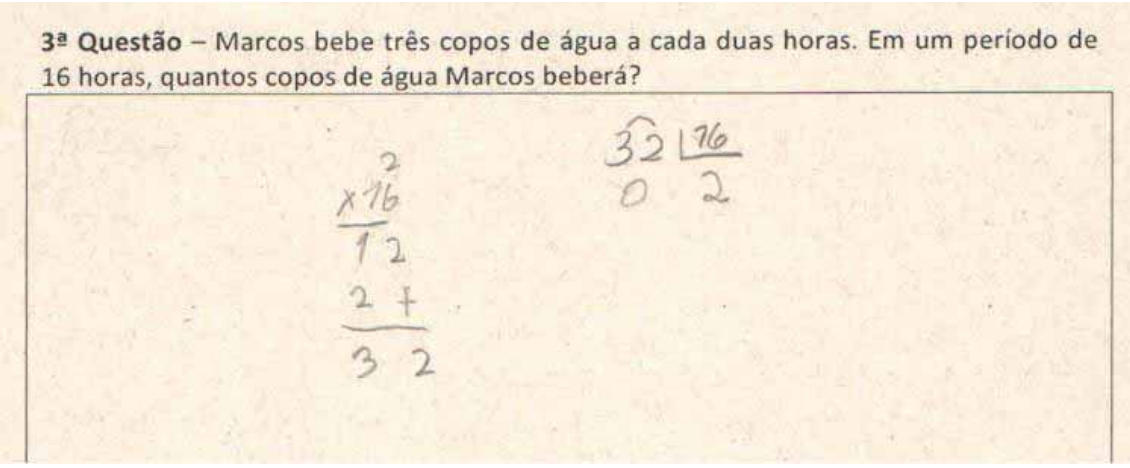
Intervalo de tempo (em anos)	Produção de aves (em toneladas)
3	18
6	36
12	72
15	90

$72 + 18 = 90$ $18 \times 4 = 72$

Fonte: Arquivo pessoal (2014).

O aluno A3 resolveu as questões 1, 2 e 3 por meio do algoritmo convencional. Na 1.ª situação, por exemplo, o aluno evidenciou na resposta o estabelecimento simultâneo de comparação entre as grandezas envolvidas no problema: "*se 5 minutos demora pra imprimir 100 folhas, é como se fosse uma tabuada, 100, 200, 300... até 1000. E nisso, a cada 5 minutos, ele faz 100 folhas, então seria como se eu estivesse na tabuada do 5. Como 10 vezes 100 é igual a 1000. 5 vezes 10 é igual a 50. Então ela ia levar 50 minutos pra imprimir as 1000 folhas.*". Porém, na situação 3, o mesmo utilizou uma das grandezas do problema de modo incorreto, como mostra a resolução abaixo:

Figura 42 – Resolução apresentada por A3 na 3.ª questão da Avaliação Diagnóstica Final.

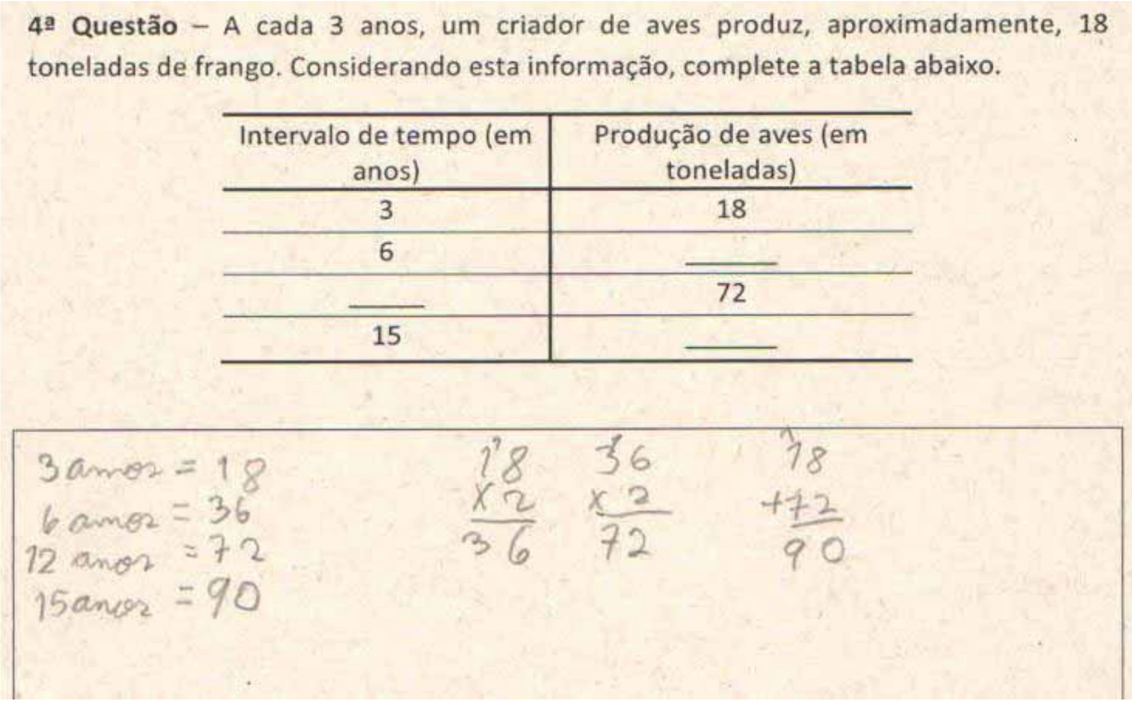


Fonte: Arquivo pessoal (2014).

Ainda, a respeito da resolução anterior, observa-se o sinal de adição na ordem das unidades na 4ª linha do algoritmo da multiplicação. Mesmo tendo utilizado corretamente os algoritmos convencionais da multiplicação e da divisão, o aluno não interpretou o problema corretamente, não estabelecendo a comparação entre as grandezas denotadas na situação problema.

Já em outra situação problema, o aluno dá indícios de pensar proporcionalmente comparando as grandezas apresentadas, uma vez que considerou “quantas vezes” as grandezas estavam aumentando, utilizando desse dado para ambas as grandezas apresentadas, de acordo com a resolução seguinte. Talvez a apresentação dos dados por meio de tabelas seja um facilitador no momento da comparação entre grandezas a ser realizada pelo aluno.

Figura 43 – Resolução apresentada por A3 na 4.ª questão da Avaliação Diagnóstica Final.



4ª Questão – A cada 3 anos, um criador de aves produz, aproximadamente, 18 toneladas de frango. Considerando esta informação, complete a tabela abaixo.

Intervalo de tempo (em anos)	Produção de aves (em toneladas)
3	18
6	______
______	72
15	______

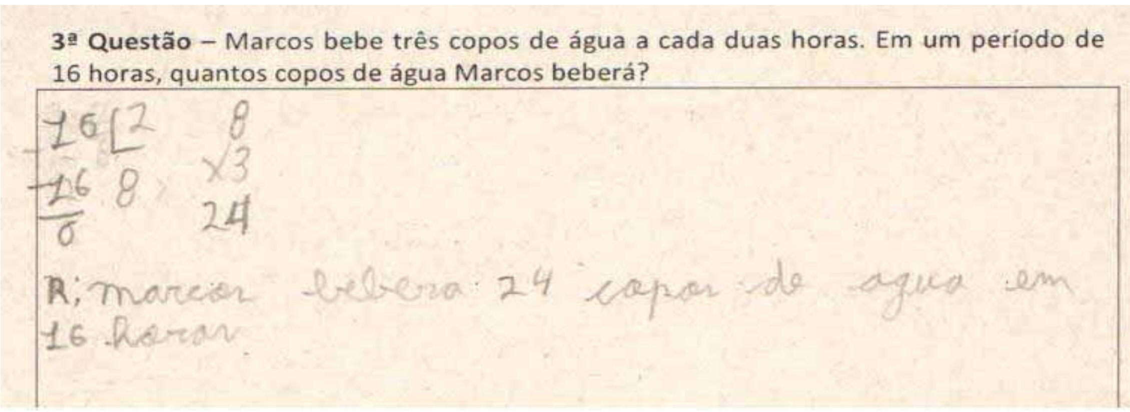
3 anos = 18
6 anos = 36
12 anos = 72
15 anos = 90

18 x 2 = 36
36 x 2 = 72
18 + 72 = 90

Fonte: Arquivo pessoal (2014).

O aluno A4 resolveu as situações problemas 1, 2 e 3 através do uso do algoritmo convencional da multiplicação, obtendo respostas corretas em todas elas, de acordo com a resolução seguinte:

Figura 44 – Resolução apresentada por A4 na 3.ª questão da Avaliação Diagnóstica Final.



3ª Questão – Marcos bebe três copos de água a cada duas horas. Em um período de 16 horas, quantos copos de água Marcos beberá?

16 | 2
-16 8
0

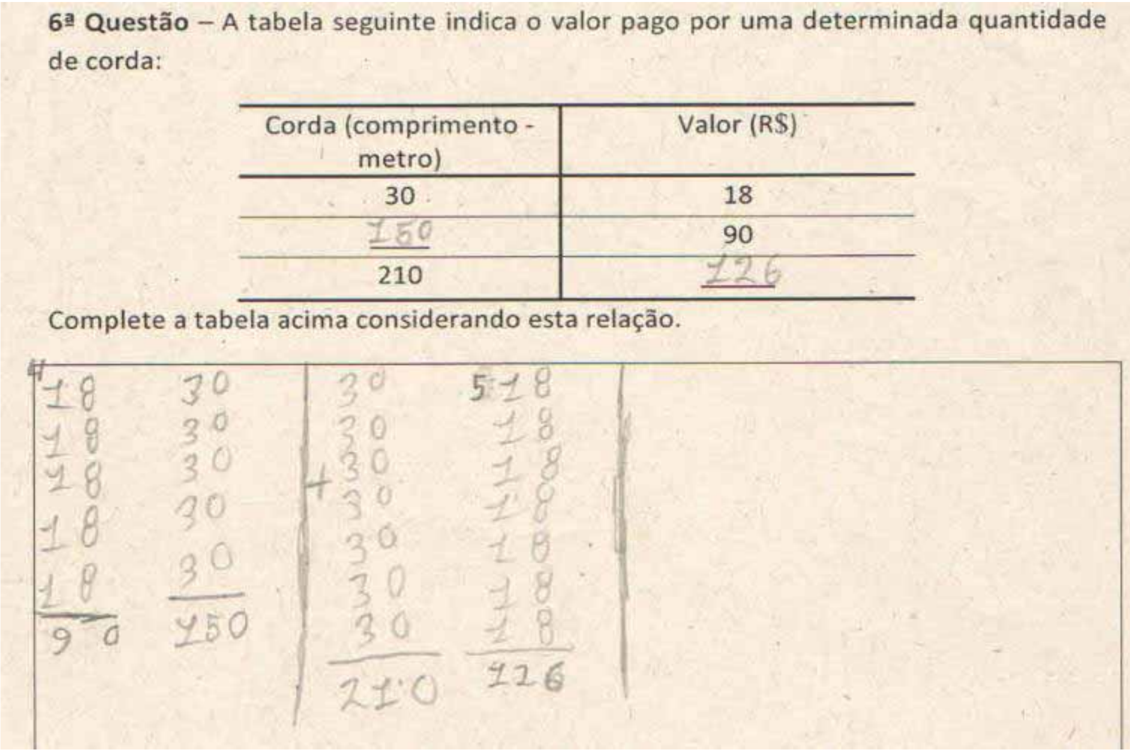
8
x3
24

R; marcos bebera 24 copos de agua em 16 horas

Fonte: Arquivo pessoal (2014).

Já nas situações 4, 5 e 6, o aluno buscou estratégias não convencionais a fim de resolver os problemas. O mesmo disponibilizou os dados por meio de colunas a fim de indicar as grandezas e a possível comparação entre elas, o que sugere a ideia de proporcionalidade. A partir da resolução seguinte, vê-se a utilização da adição para verificar quantas vezes o 18 é somado a ele mesmo para que resulte em 90 e que, então, o número 30 deverá, proporcionalmente, ser adicionado a ele mesmo 5 vezes. O mesmo raciocínio foi utilizado para os números 210 e 126:

Figura 45 – Resolução apresentada por A4 na 6.ª questão da Avaliação Diagnóstica Final.


6ª Questão – A tabela seguinte indica o valor pago por uma determinada quantidade de corda:

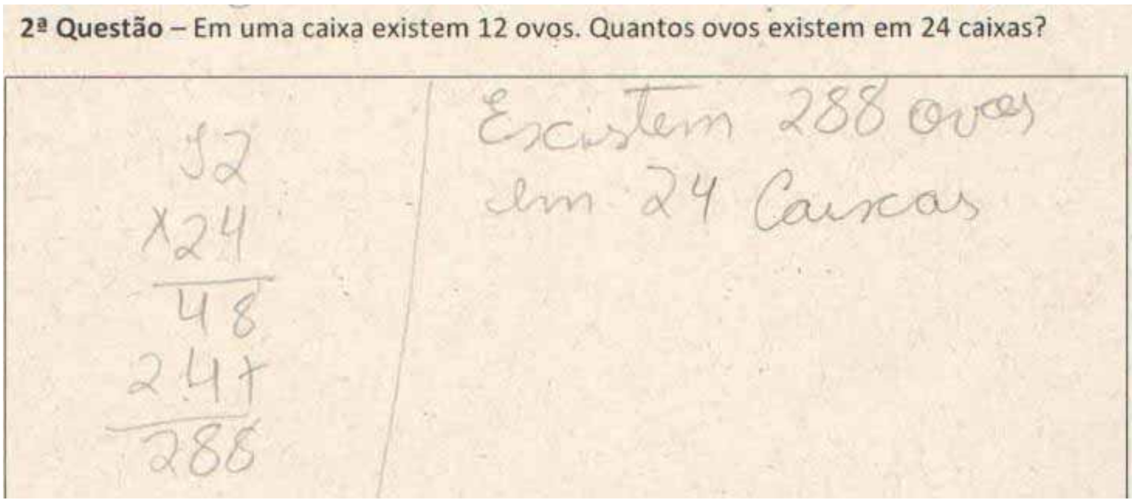
Corda (comprimento - metro)	Valor (R$)
30	18
150	90
210	126

Complete a tabela acima considerando esta relação.

Fonte: Arquivo pessoal (2014).

O aluno A5 resolveu o problema 2 por meio do uso do algoritmo convencional, como mostra a resolução seguinte:

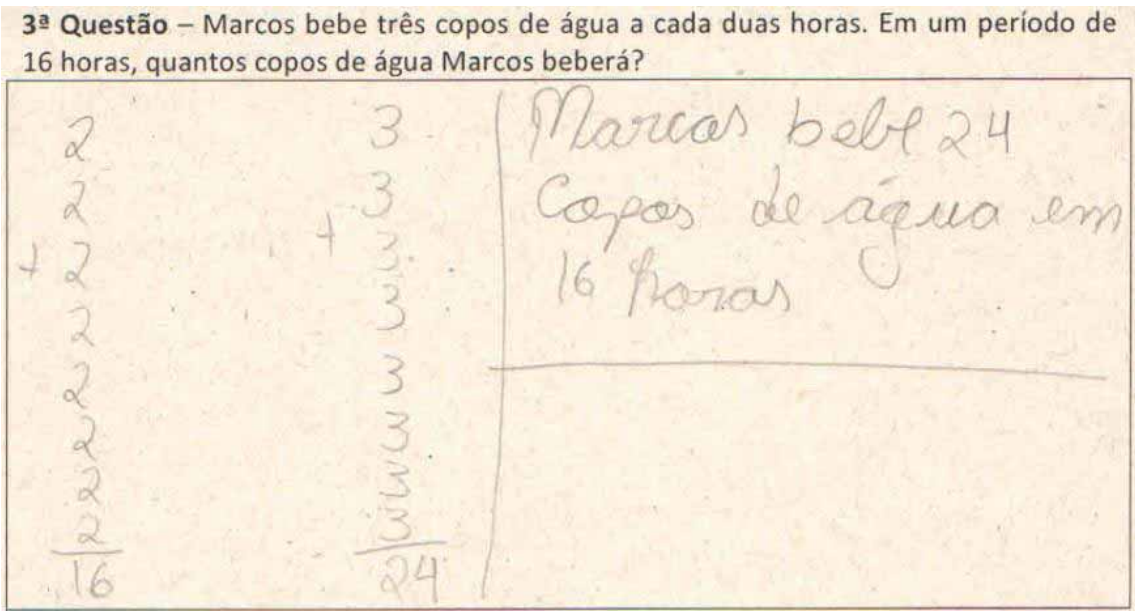
Figura 46 – Resolução apresentada por A5 na 2.ª questão da Avaliação Diagnóstica Final.



Fonte: Arquivo pessoal (2014).

Em todas as demais situações problema, o aluno organizou as grandezas por meio de colunas, e mesmo utilizando o algoritmo da adição nessas situações, esse fato nos sugere o início do pensamento relacionado à proporcionalidade. Apenas na situação 6, o aluno cometeu um erro ao registrar o número 136 na tabela.

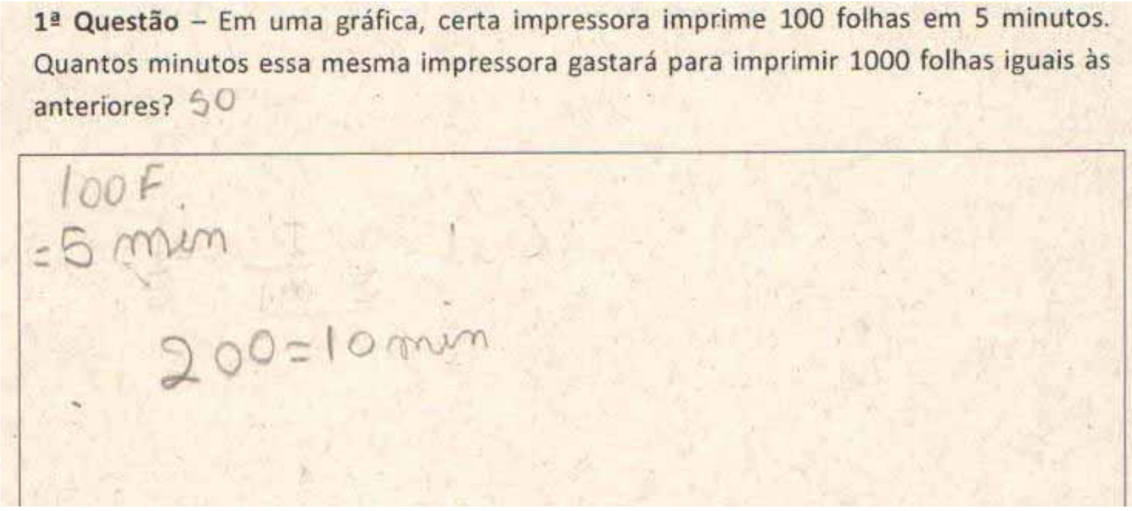
Figura 47 – Resolução apresentada por A5 na 3.ª questão da Avaliação Diagnóstica Final.



Fonte: Arquivo pessoal (2014).

De acordo com a resolução da primeira situação problema, o aluno A6 indicou possuir dificuldade em operar com números de maior grandeza, pois não resolveu o problema até o fim, como denota sua fala na entrevista final: "*Aí eu não sabia mais como continuar.*". No entanto, nota-se em sua resposta obtida na entrevista final, uma possível ideia inicial de proporcionalidade, quando ele diz: "*Então, eu li de novo que 100 folhas fazia em 5 minutos. Aí o 200 é o dobro de 100 folhas, então seria 10 minutos*.".

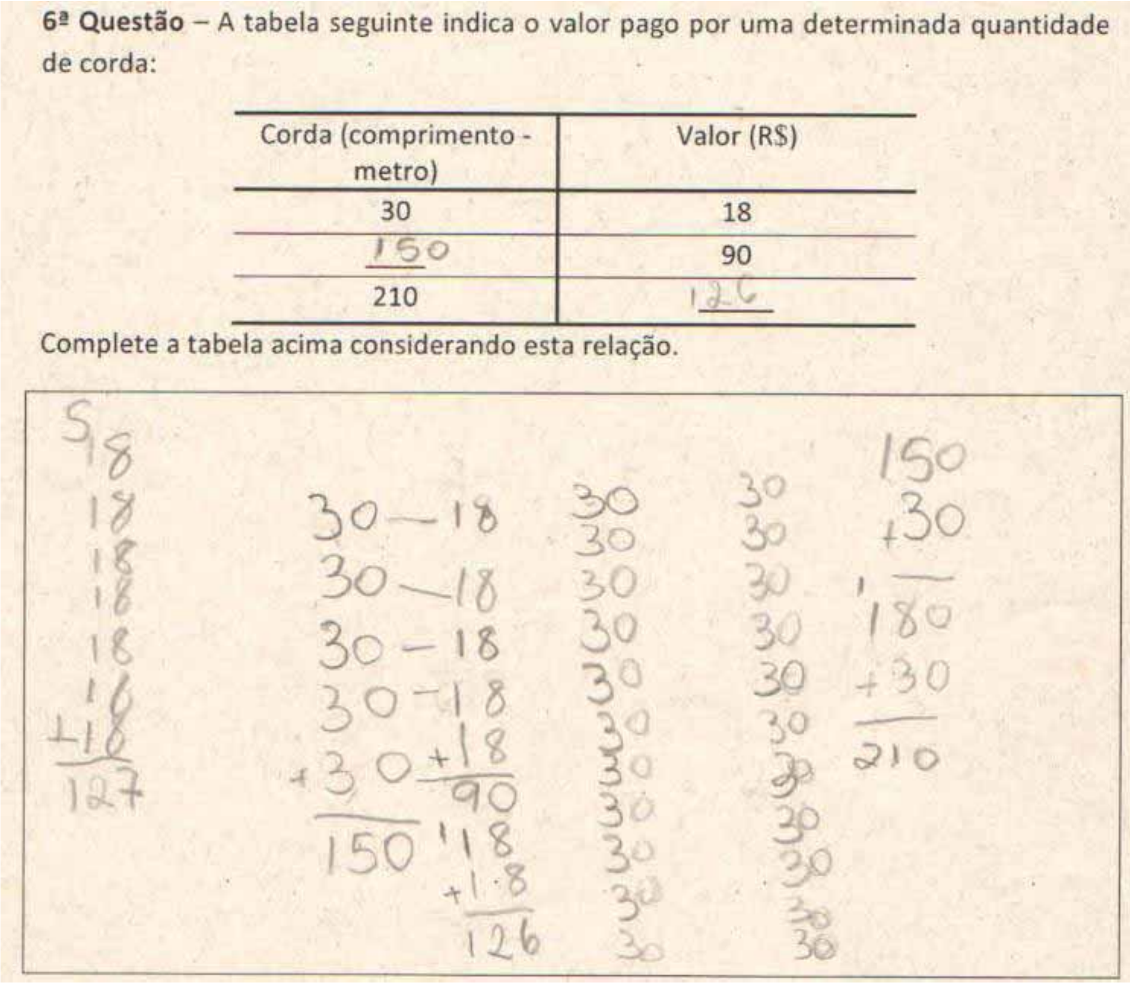
Figura 48 – Resolução apresentada por A6 na 1.ª questão da Avaliação Diagnóstica Final.



Fonte: Arquivo pessoal (2014).

O mesmo aluno resolveu as situações problema 3, 4, 5 e 6 por meio de estratégia não convencional, da disposição dos dados em colunas. O aluno apresentou dificuldade em pensar, simultaneamente, na comparação entre as duas grandezas apresentadas na tabela a seguir. Porém, é possível perceber o quanto esse aluno avançou, mesmo que ainda não consiga resolver problemas envolvendo grandezas maiores e dispostas em tabelas.

Figura 49 – Resolução apresentada por A6 na 6.ª questão da Avaliação Diagnóstica Final.



6ª Questão – A tabela seguinte indica o valor pago por uma determinada quantidade de corda:

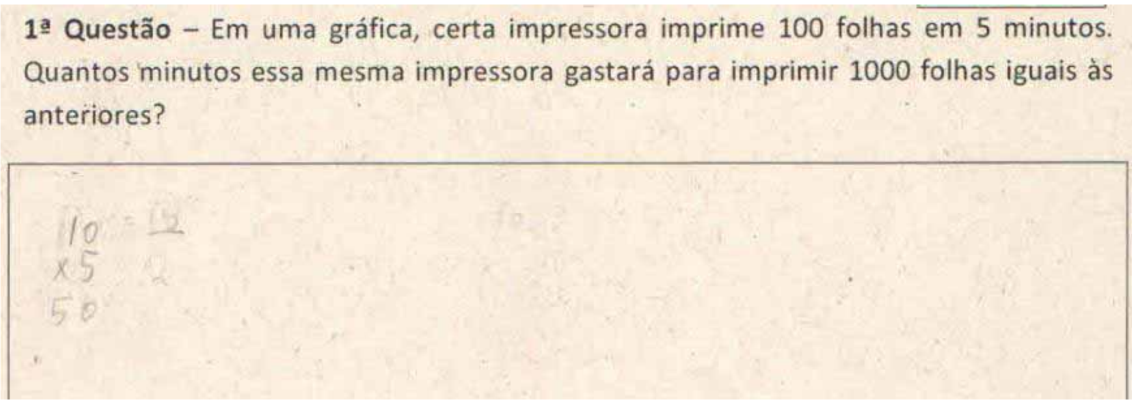
Corda (comprimento - metro)	Valor (R$)
30	18
150	90
210	126

Complete a tabela acima considerando esta relação.

Fonte: Arquivo pessoal (2014).

Já nas primeiras falas analisadas do aluno A7, durante a entrevista final, nota-se um forte indício da comparação entre grandezas: "*Porque esse tem que ser igual esse.*", quando o aluno resolve o 1.º problema por meio da utilização do algoritmo convencional, denotando que o número de folhas deve aumentar juntamente com o tempo.

Figura 50 – Resolução apresentada por A7 na 1.ª questão da Avaliação Diagnóstica Final.



1ª Questão – Em uma gráfica, certa impressora imprime 100 folhas em 5 minutos. Quantos minutos essa mesma impressora gastará para imprimir 1000 folhas iguais às anteriores?

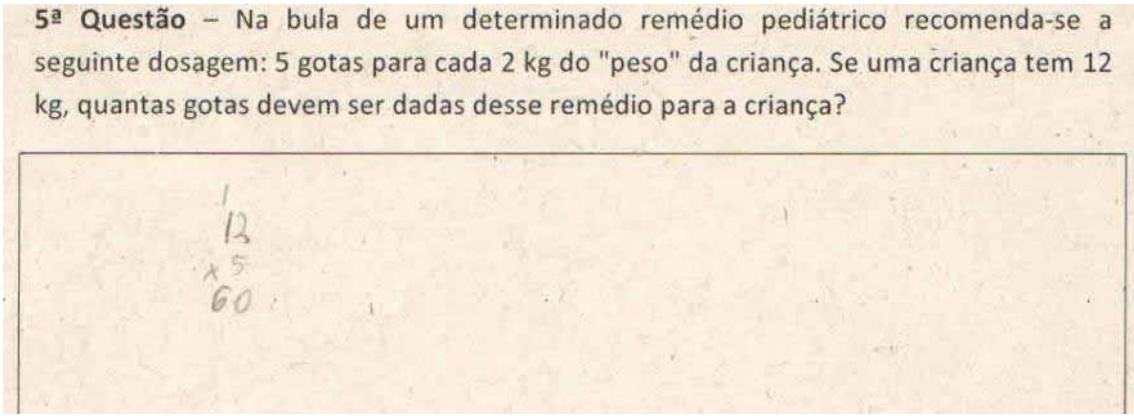
10
x5
50

Fonte: Arquivo pessoal (2014).

Nas resoluções 2, 3 e 4, o aluno resolveu as situações de forma correta utilizando o algoritmo convencional da multiplicação. Na situação 6, o aluno não soube como concluir a resolução, quando diz na entrevista: “*eu desisti! Tava muito grande e eu não ia conseguir fazer o resultado da última.*”.

Em outra resolução feita por A7, vê-se que ele não realizou corretamente a comparação entre grandezas, pois não compreendeu que a cada 2 kg a dosagem do remédio é de 5 gotas, como mostra a resolução seguinte:

Figura 51 – Resolução apresentada por A7 na 5.ª questão da Avaliação Diagnóstica Final.



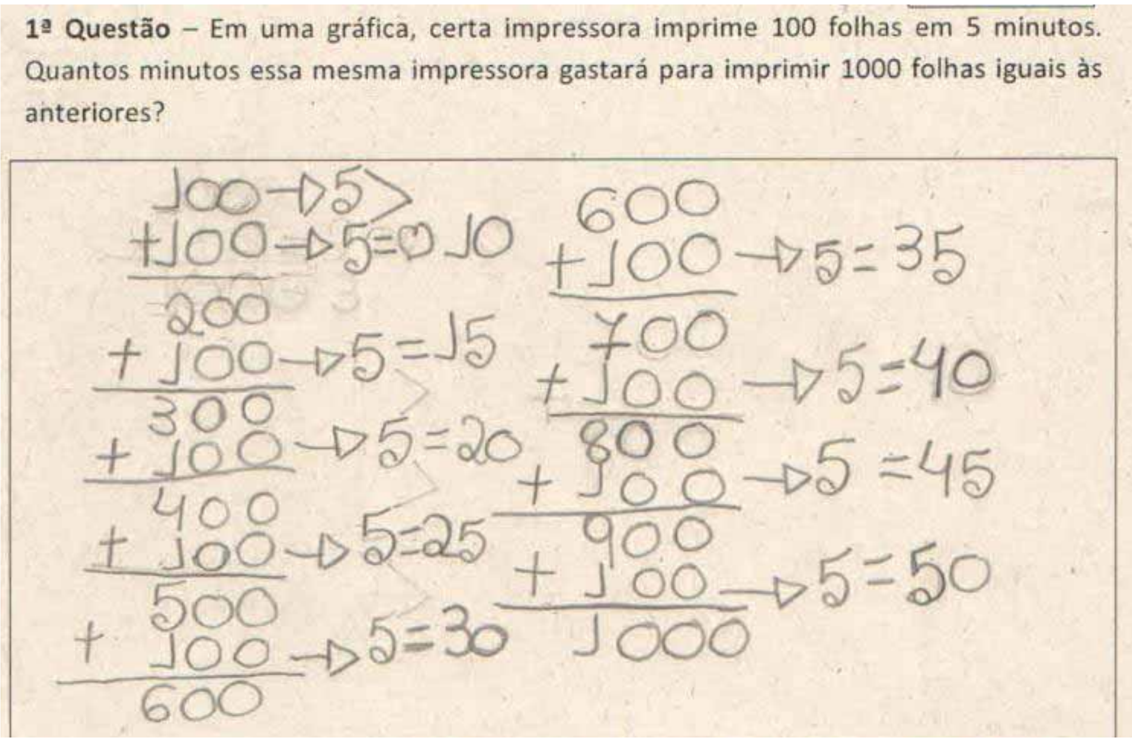
5ª Questão – Na bula de um determinado remédio pediátrico recomenda-se a seguinte dosagem: 5 gotas para cada 2 kg do "peso" da criança. Se uma criança tem 12 kg, quantas gotas devem ser dadas desse remédio para a criança?

12
x5
60

Fonte: Arquivo pessoal (2014).

Partindo para a análise do aluno A8 é possível observar que o mesmo utilizou a ideia de proporcionalidade, empregando a operação de adição, e não de multiplicação para resolver as situações 1 e 3. Isso pode indicar que o pensamento está em um momento de transição da adição para a multiplicação. Tal fato representa um considerável avanço na construção do pensamento referente à comparação entre duas grandezas. Entretanto, o aluno ainda precisa percorrer o caminho até a construção do conceito de multiplicação e do algoritmo convencional de modo a facilitar a resolução.

Figura 52 – Resolução apresentada por A8 na 1.ª questão da Avaliação Diagnóstica Final.

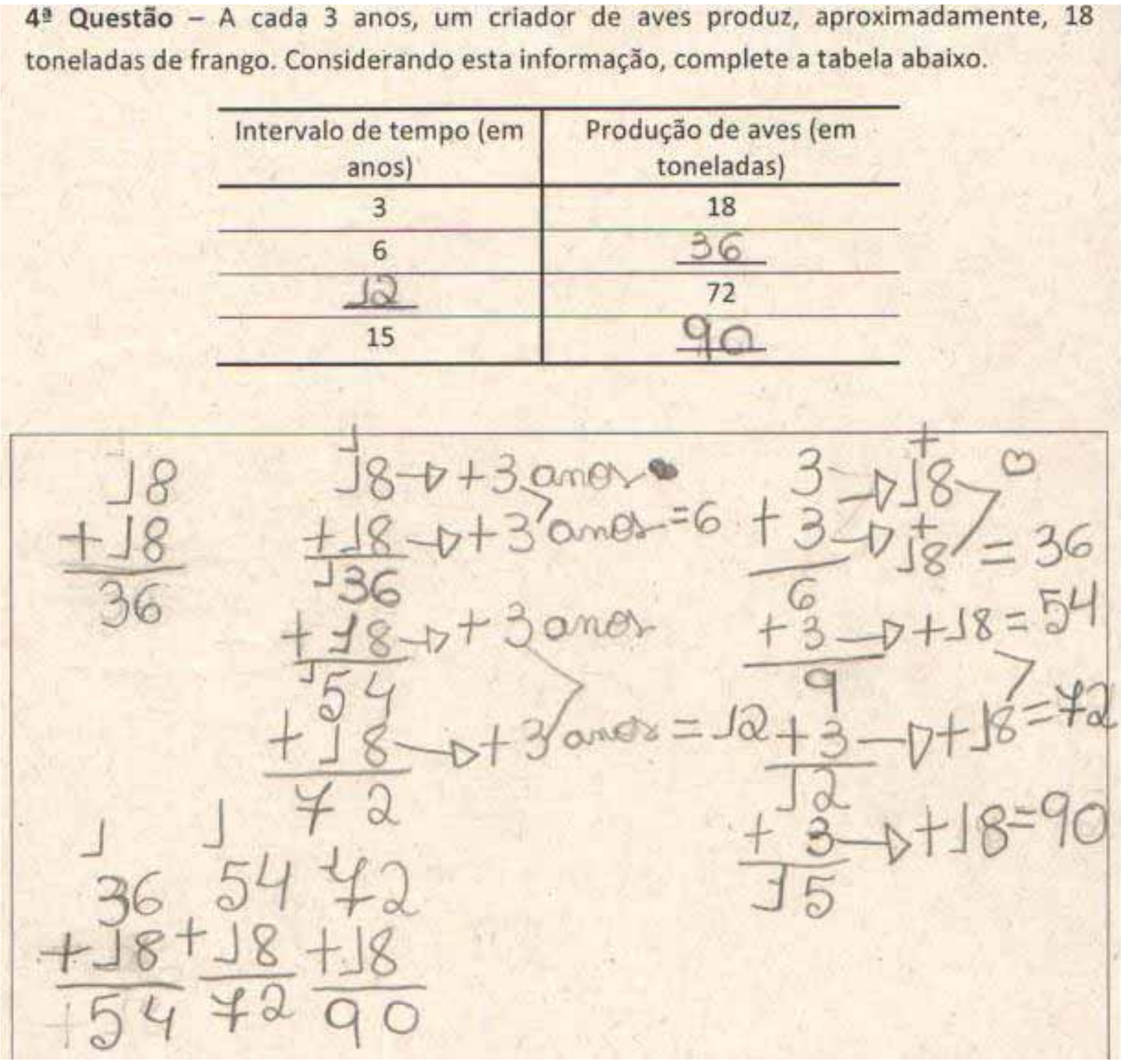


Fonte: Arquivo pessoal (2014).

Na situação 2, o aluno resolveu o problema através da utilização do algoritmo convencional da multiplicação, chegando ao resultado correto. Já na situação 5, o mesmo não resolveu o problema pois afirmou que "esqueceu de fazer". Porém, quando indagado sobre como poderia resolver esse problema, o aluno respondeu na entrevista o seguinte: "*Tem que ser assim. Colocar o 2 mais 2 mais 2... até chegar no 12. E daí ver quanto dava pra ver quantas gotas iam ser. Que seria assim ó: (2 mais 2 mais 2...), que dá 1, 2, 3, 4, 5, 6 vezes, pra chegar no 12. E aí fazer as 5 gotas vezes o 6. (...) Que dá 30 gotas!*". Através desse pensamento o aluno denotou indícios de estar pensando proporcionalmente.

Segue outra resolução do referido aluno, onde o mesmo realizou a comparação entre as duas grandezas denotadas na tabela. Nessa resolução o aluno foi realizando a adição de parcelas repetidas e comparando, ao mesmo tempo, com a outra grandeza apresentada. Ou seja, a cada 3 anos, havia uma produção de 18 toneladas de aves. Então, para resolver essa situação, o aluno representou por meio de estratégia não convencional para saber quantas vezes a grandeza correspondente teria aumentado proporcionalmente.

Figura 53 – Resolução apresentada por A8 na 4.ª questão da Avaliação Diagnóstica Final.



4ª Questão – A cada 3 anos, um criador de aves produz, aproximadamente, 18 toneladas de frango. Considerando esta informação, complete a tabela abaixo.

Intervalo de tempo (em anos)	Produção de aves (em toneladas)
3	18
6	36
12	72
15	90

Fonte: Arquivo pessoal (2014).

Para finalizar a análise dos conhecimentos construídos após a aplicação da sequência didática, elaboramos uma tabela indicando os conceitos obtidos pelos alunos ao final de todo esse processo. Ainda, elaboramos um gráfico a fim de comparar os conceitos atingidos pelos alunos na Avaliação Diagnóstica Inicial com os conceitos atingidos na Avaliação Diagnóstica Final. Além disso, apresentamos um quadro síntese para indicar os possíveis conhecimentos construídos pelos alunos a partir da sequência didática envolvendo a ideia de proporcionalidade direta. Observe-os a seguir:

Tabela 2 – Desempenho dos alunos na Avaliação Diagnóstica Final[8].

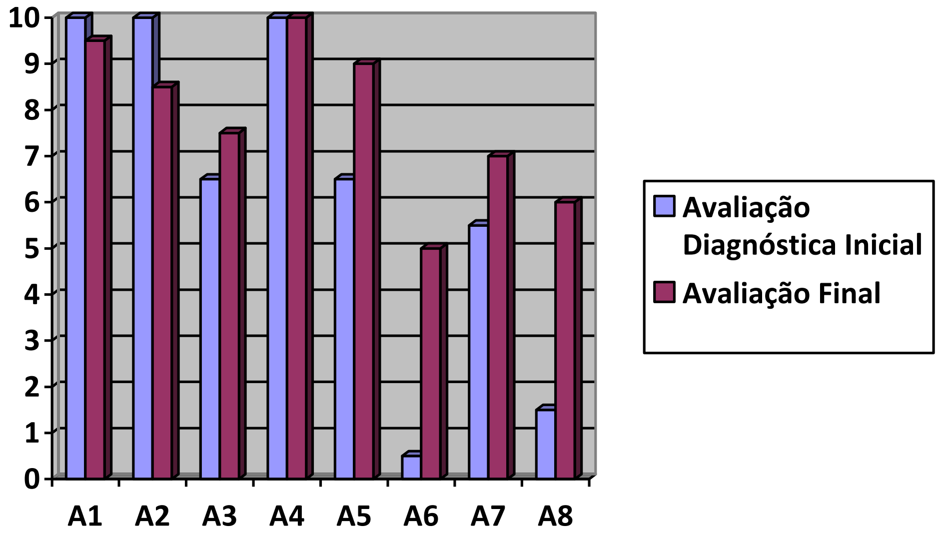
Alunos	**Nota**
A1	10,0
A2	8,5
A3	8,5
A4	10,0
A5	9
A6	5
A7	7
A8	6

Fonte: Arquivo pessoal (2014).

Através da observação do gráfico seguinte pode-se observar que, os alunos A1 e A2 tiveram sua nota um pouco diminuída em relação à Avaliação Diagnóstica Inicial, porém, ainda assim avançaram, pois começaram a dar indícios do pensamento envolvendo a ideia de proporcionalidade. Todos os outros indicaram, através das notas na Avaliação Diagnóstica Final, certa evolução. Os alunos A1, A4, A5 e A6 indicaram que conseguem resolver problemas de proporcionalidade utilizando a representação em colunas e utilizando a adição. Ainda, os alunos A1, A2, A3, A4 e A7 demonstraram conseguir resolver problemas de proporcionalidade utilizando apenas o algoritmo convencional da multiplicação. Por fim, o aluno A8 indica que está em transição do pensamento aditivo para o multiplicativo, mas, mesmo assim, dá indícios de ideia proporcional, resolvendo as situações por meio da adição ou disposição das grandezas através de tabelas.

[8] A avaliação final possuiu peso 10,0 sendo o valor das questões 1, 2, 3, 4 e 5 de 1,5 e a questão 6 de valor 2,5.

Gráfico 1 – Comparação entre as notas obtidas na Avaliação Diagnóstica Inicial e Final.



Fonte: Arquivo pessoal (2014).

Quadro 2 – Conhecimentos construídos a partir da sequência didática envolvendo a ideia de proporcionalidade.

Aluno	Conhecimentos construídos envolvendo a ideia de proporcionalidade
A1	Durante as resoluções dos problemas na Avaliação Diagnóstica Inicial, o aluno indicou que ainda não havia construído a ideia de proporcionalidade. Após a sequência didática, esse aluno indica que consegue resolver problemas de proporcionalidade utilizando a representação em colunas e utilizando a adição. Além disso, em outras situações demonstrou conseguir resolver problemas de proporcionalidade utilizando apenas o algoritmo convencional da multiplicação.
A2	Através da análise da Avaliação Diagnóstica Inicial, esse aluno indicou que ainda não havia construído a ideia de proporcionalidade. Também mostrou que utilizava de estratégias não convencionais para resolver alguns problemas e também a convencional. Após as atividades realizadas, esse aluno indica que consegue resolver problemas de proporcionalidade utilizando apenas o algoritmo convencional da multiplicação.
A3	De acordo com a Avaliação Diagnóstica Inicial foi possível perceber que o aluno sabia resolver problemas envolvendo a comparação entre grandezas, o

	que representa o início da ideia de proporcionalidade. Após as atividades realizadas, o aluno mantém esses indícios de pensar proporcionalmente. Além disso, por algumas vezes, consegue resolver problemas de proporcionalidade utilizando apenas o algoritmo convencional da multiplicação.
A4	Em relação à Avaliação Diagnóstica Inicial o aluno indicou que não havia construído a ideia de proporcionalidade. Ao final dessa última análise, esse aluno consegue resolver problemas de proporcionalidade utilizando a representação em colunas e utilizando a adição. Além disso, em outras situações demonstrou conseguir resolver problemas de proporcionalidade utilizando apenas o algoritmo convencional da multiplicação.
A5	Esse aluno indicou por meio da análise da Avaliação Diagnóstica Inicial que ainda não havia construído a ideia de proporcionalidade, e, apresentava indícios de que a operação inversa da multiplicação é a adição, o que está incorreto. Após as atividades realizadas, o mesmo demonstrou que consegue resolver problemas de proporcionalidade utilizando a representação em colunas e utilizando a adição.
A6	Esse aluno, através da análise da Avaliação Diagnóstica Inicial, mostrou que não compreendia o significado das operações de multiplicação e divisão. Além disso, indicou que ainda não havia construído a ideia de proporcionalidade. Após a análise da Avaliação Diagnóstica Final, o aluno consegue resolver problemas de proporcionalidade utilizando a representação em colunas e utilizando a adição.
A7	Durante as primeiras análises, foi possível verificar o uso de estratégias pessoais utilizando a adição para resolver problemas que envolviam a multiplicação e a divisão. Após as atividades realizadas, esse aluno indicou conseguir resolver problemas de proporcionalidade utilizando apenas o algoritmo convencional da multiplicação.
A8	Esse aluno apresentou dificuldades na resolução dos problemas da Avaliação Diagnóstica Inicial. Também mostrou dificuldades em compreender e em traduzir a linguagem materna para a linguagem matemática. Ainda, indicou não ter construído a ideia de proporcionalidade. Ao final das análises, considerando a Avaliação Diagnóstica Final, esse aluno demonstra que está

	em transição do pensamento aditivo para o multiplicativo, mas, mesmo assim, dá indícios de ideia proporcional, resolvendo as situações por meio da adição ou disposição das grandezas através de tabelas.

Fonte: Arquivo pessoal (2014).

7. CONCLUSÕES

Conforme já denotado, a presente pesquisa investigou os limites e as possibilidades de uma sequência didática, abordando o conceito de proporcionalidade, à aprendizagem de alunos do 5.º ano do Ensino Fundamental. Para que fosse possível verificar esses limites e possibilidades, utilizamos como instrumentos: a aplicação de uma Avaliação Diagnóstica Inicial e uma entrevista inicial; a aplicação de algumas atividades que compuseram uma sequência didática elaborada de acordo com as necessidades, dificuldades e conhecimentos prévios dos alunos, identificados na Avaliação Diagnóstica Inicial e entrevista inicial; e a aplicação de uma Avaliação Diagnóstica Final e uma entrevista final, após 20 dias do término das atividades, servindo para identificar os possíveis avanços ou não a respeito da aprendizagem do conceito de proporcionalidade.

Através das análises dos dados provenientes dos referidos instrumentos, pudemos observar que, de modo geral, os alunos começaram a dar indícios do pensamento envolvendo a ideia de proporcionalidade, ou seja, demonstraram certo avanço. Alguns deles, como vimos em capítulos anteriores, indicaram que conseguem resolver problemas de proporcionalidade utilizando a representação em colunas e utilizando a adição. Outros demonstraram conseguir resolver problemas de proporcionalidade utilizando apenas o algoritmo convencional da multiplicação.

Tendo em vista esses resultados podemos evidenciar como possibilidades da sequência didática realizada:

1) os alunos que, na Avaliação Diagnostica Inicial utilizavam o algoritmo da multiplicação, mas, ainda, não indicavam a comparação entre grandezas agora o estão fazendo;

2) os alunos que, na Avaliação Diagnóstica Inicial, utilizavam o algoritmo da adição, agora, gradativamente, estão utilizando o algoritmo da multiplicação;

3) os alunos que, na Avaliação Diagnóstica Inicial, não conseguiam resolver problemas envolvendo a ideia de proporcionalidade, agora estão resolvendo, no entanto, ainda utilizam, em grande parte, a operação de adição como estratégia para esse pensar proporcional.

E, como limites destacamos:

1) o tempo insuficiente à proposição de um maior número de situações problema a serem realizadas pelos alunos, que pode ter sido um desencadeador da ainda não construção do pensamento proporcional por meio da multiplicação;

2) a proposição de situações “distantes” do esquema de assimilação (interpretação) dos alunos, fato que pode ter causado certo "desequilíbrio" nos alunos, impedindo-os de pensar sobre a situação problema;

3) a passagem rápida de problemas do cotidiano para problemas mais hipotéticos dificultou, inclusive, a generalização do pensamento da adição, de modo a permitir aos alunos a substituição da adição pela multiplicação.

De posse dos dados analisados, acreditamos ser possível supor que, de modo geral, os alunos percorreram um caminho semelhante até sistematizarem a ideia de proporcionalidade, sendo esse “caminho”: Utilização da adição; → Utilização da adição e começo da comparação entre grandezas; → Transição da adição para a multiplicação; → Utilização da multiplicação indicando compreensão da comparação entre grandezas.

No entanto, a confirmação ou não desse suposto “caminho” demanda outras pesquisas, envolvendo um número maior de sujeitos de diversos meios sociais, como o fez Piaget e colaboradores.

Como elementos que embasaram o referencial teórico da pesquisa, citamos a teoria de Piaget (1990), acerca do estádio operatório concreto, no qual os alunos, pertencentes a esse estádio de desenvolvimento, possuem a necessidade de apoiarem o pensamento no concreto, além da necessidade de situações iniciais mais próximas da realidade tendo em vista os esquemas de assimilação já construídos. Já a respeito da teoria de Vergnaud (1996), citamos a necessidade de uma variedade de situações visando à abordagem de um conceito, bem como, denotamos a importância de utilizarmos os elementos que compõem uma possível sequência didática conforme apontado por Zabala (1998). Assim, com os avanços observados nos alunos, então, é possível concluir sobre a pertinência desse referencial na proposição de sequências didáticas visando o ensino de determinado conceito matemático.

Como contribuição, do ponto de vista profissional, conclui-se que a proposta de sequência didática apresentada na pesquisa, pode vir a ser utilizada pelos professores dos anos iniciais, como sendo uma proposta metodológica possibilitando uma melhoria do ensino de Matemática nessa etapa da Educação Básica.

Podemos inferir que, em pesquisas no campo da Educação Matemática, referente à aprendizagem de conceitos, a proposição de sequências didáticas análogas as nossas, ou seja, que utilizem de nosso referencial teórico podem vir a contribuir na construção do conceito matemático pelo aluno.

Mediante o exposto, e visando a continuidade de futuras pesquisas, faz-se interessante alguns questionamentos: Se tivéssemos oportunizado aos alunos um maior tempo e uma maior diversidade de situações problema envolvendo o conceito de proporcionalidade, todos os alunos não teriam construído a ideia relacionada à operação de multiplicação? Se as situações problemas iniciais, cujo contexto era mais próximo aos esquemas de assimilação dos alunos, tivessem sido trabalhadas em um maior número, não teria auxiliado os alunos a superarem o método da adição pelo o da multiplicação mais eficazmente?

Por fim, espera-se que a presente investigação tenha servido, em partes, para o pensar sobre o ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

REFERÊNCIAS

BRASIL (SEF). **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** Brasília, DF: MEC, 1997. 142 p.

BRASIL (SEF). **Parâmetros Curriculares Nacionais: Terceiro e Quarto Ciclos do Ensino Fundamental: Matemática.** Brasília, DF: MEC, 1998. 148 p.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em Educação: Abordagens Qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

PIAGET, Jean. **Seis estudos de psicologia.** Lisboa. 10ª edição: Outubro de 1990.

PONTE, J. P. da. Concepções dos professores de Matemática e processos de formação. **Educação Matemática: Temas de Investigação.** Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, p. 185-239. 1992.

SPINILLO, A. (1994). **Proporções nas séries iniciais do primeiro grau**. In: Schiemann (et al.) (org.). Estudos em Psicologia da Educação Matemática. Recife, PE: UFPE, p. 40-61.

VERGNAUD, G. A teoria dos campos conceituais. In: BRUN, J. **Didática das Matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, 1996, p.155-192.

ZABALA, A. **A prática educativa: como ensinar**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

APÊNDICE A

Avaliação Diagnóstica Inicial - 25/04/2014

Nome:____ **Identificação**

1.ª Questão – Uma professora possui 15 caixas de lápis. Sabe-se que em cada caixa há 5 lápis. Qual o total de lápis que a professora possui considerando estas 15 caixas?

2.ª Questão – Para produzir um vestido, uma costureira utiliza 2 metros de pano. Sabendo que a costureira possui 24 metros de pano, quantos vestidos ela produzirá utilizando esse total de pano?

3.ª Questão – Utilizando 20 barras de chocolates dona Neusa produziu 100 bombons. Quantas barras de chocolate dona Neusa precisará para produzir 500 bombons iguais aos já produzidos?

4.ª Questão – Sabe-se que 20 caixas de alimentos pesam 60 kg. Quanto pesa 30 caixas? E 50? E 110?

Tabela: Relação entre quantidade de caixas e peso.

Quantidade de caixas	Peso (kg)
20	60
30	
50	
110	

Fonte: Arquivo pessoal.

5.ª Questão – Para a organização da festa de aniversário de João, os seus pais fizeram uma pesquisa e descobriram que 5 pessoas juntas consomem 1 garrafa de refrigerante de 2 litros. Quantas garrafas de refrigerante de 2 litros os pais de João precisarão comprar para a sua festa, sabendo que foram convidadas 115 pessoas?

6.ª Questão – Em uma fábrica de carrinhos são utilizadas 4 rodas na montagem de cada carrinho. Se no estoque da fábrica há 1600 rodas, quantos carrinhos poderão ser montados se utilizarmos todas essas rodas?

APÊNDICE B

Dados Coletados – Aluno A1

Entrevista Inicial

P: Você se lembra dessa primeira pergunta?

A1: Lembro sim.

P: Porque você fez essa conta nessa pergunta? Porque resolveu desse jeito?

A1: Porque tem 15 caixas e são 5 lápis em cada caixa, então eu fiz 15 vezes o 5. 15 é o total de caixas e 5 é o total de lápis que vai em cada caixa.

P: Entendi. Você achou difícil resolver essa questão?

A1: Não.

P: E porque você usou essa conta de vezes (multiplicação)?

A1: Ah, porque eu achei que era mais fácil fazer assim.

P: Então tá bom. Vamos para a segunda pergunta. E essa? Porque você fez desse jeito?

A1: Nessa eu fiz 2 vezes, porque é o tanto de metro que ela tinha de pano e aí eu fui chutando os números, fui fazendo as contas e anotando até chegar no 24, aí deu 12.

P: Você teve dificuldade nessa?

A1: Nesse não. É, um pouquinho. Eu acertei de terceira.

P: Mas dificuldade porque você demorou pra achar o número?

A1: Isso.

P: E porque você usou a multiplicação pra resolver esse?

A1: Ah, porque eu achei mais fácil também. Porque a de "mais" ia demorar mais pra resolver.

P: Legal. Vamos pra terceira então. Você lembra dessa?

A1: Lembro.

P: E aí? Porque você resolveu desse jeito? O que você pensou?

A1: Eu pensei: 20 barras dar 100, então 5 barras de 20 vai dar 100 e aí o 100, vai dar 500. É, acho que é isso. Essa aí eu não entendi muito bem, eu chutei.

P: Essa você achou difícil então?

A1: Eu achei.

P: E porque você fez desse jeito?

A1: É que eu não achei outra conta pra fazer, aí eu me identifico com esse jeito de conta.

P: Você foi relacionando, é isso?

A1: Isso.

P: 20 barras pra 100, depois mais 20 pra mais 100. E aqui no final, você fez o que?

A1: Aí eu somei.

P: Ah tá, entendi. E essa próxima pergunta aqui. Você quase nem fez conta nessa. Porque você fez assim? O que você pensou?

A1: Eu tive que descobrir que 10 é igual a 30, então 20 é igual a 60. Aí ficou mais fácil de resolver o resto das operações.

P: Entendi. Então você achou o valor de quanto pesavam 10 caixas pra depois conseguir fazer o peso das outras, é isso?

A1: É, daí ia aumentando o peso de 10 em 10 caixas. Por isso que eu quase nem fiz conta.

P: Achou difícil essa?

A1: Não.

P: Certo. Vamos para a próxima então. Lembra dessa?

A1: Lembro sim.

P: E aí? O que você pensou pra resolver essa?

A1: É, essa aí eu também fui chutando. Eu fui escrevendo o número e anotando. Até que eu cheguei no resultado de 23.

P: E você teve dificuldade?

A1: Não também.

P: Também não?

A1: É, um pouquinho na hora de ir chutando os números até eu achar o certo.

P: E a última pergunta? Lembra?

A1: Ai, acho que essa eu não lembro muito bem.

P: Deixa eu tentar te fazer lembrar. No estoque da fábrica tinham 1600 rodinhas e, cada carrinho, usa 4 rodinhas. Quantos carrinhos daria pra fazer usando essas rodinhas que estavam no estoque?

A1: Ah é. Lembrei. Eu coloquei 4 aqui. E eu sabia que 4 vezes 10 é 40. Aí eu fui aumentando, aumentando, até que deu 4 vezes 400 pra chegar no 1600. Eu fui chutando também.

P: Entendi. E você pensou se poderia ter outra forma de resolver?

A1: Não. AH, na verdade não foi chute. É que eu sabia que 4 vezes 10 ia dar 40, e fui aumentando o 4. Aí eu coloquei o zero, 400, 4000. Aí deu 400. No 400 eu já achei o resultado.

P: Ah, entendi. E, por exemplo, você acha que usando uma conta de divisão, teria como você encaixar aqui? Como você faria?

A1: Nossa, teria mesmo. Eu colocaria 1600 dividido por 4.

P: E aí se você dividisse 1600 por 4 ia dar quanto? E porque você dividiria o 1600 por 4.

A1: Ia dar 400, porque eu dividiria a quantidade de rodinhas que ele tinha no estoque, que é 1600 por 4 que é quantas rodinhas cada carrinho usa. E aí ia dar 400 carrinhos que dava pra fazer.

P: Daria pra fazer de outro jeito então?

A1: É, daria. Porque ia dar o mesmo resultado.

P: Isso aí. E, me conte, você achou difíceis as perguntas? Você gosta de fazer esse tipo de conta? Tem dificuldade?

A1: Ah, eu gosto. Gosto de vezes e de dividir. De vezes eu tenho um pouquinho mais de dificuldade, porque eu não decoro muito bem, aí tenho que contar nos dedos. Mas eu gosto de fazer.

P: Legal. Muito obrigada pela sua explicação e parabéns.

Entrevista Final

P: Porque você resolveu dessa forma a primeira questão?

A1: Eu "desenhei" os números 100 e na frente dos números 100 os "5 minutos" e fui fazendo 100, 100, 100 até dar 1000; e 5, 5, 5, até dar esse resultado.

P: E você achou que seria mais fácil resolver assim?

A1: É, assim é mais fácil. Se não, também tem que descobrir quantas vezes o 100 cabe dentro do 1000 que é 10 e aí fazer o 10 vezes 5.

P: Achou difícil essa questão?

A1: Não.

P: E a segunda? Porque você resolveu dessa forma?

A1: Eu pensei, se em uma caixa tem 12 ovos, aí eu queria saber quantas tem em 24 caixas, eu tinha que multiplicar 24 caixas, que é quantas caixas ele fala aqui, por 12 que é o número de ovos em cada caixa.

P: E essa você achou difícil?

A1: Não também.

P: E essa aqui, a terceira. O que você pensou?

A1: Eu fui ilustrando os copos e as horas na frente. Aí eu fui fazendo a mesma coisa que eu fiz na primeira, fui contando até dar 16 horas e quantos copos deu. Aí deu 8 vezes. Depois eu fiz 8 vezes 3 e deu 24.

P: Ok. Você pensou em alguma outra forma?

A1: Não, acho que assim era o mais fácil.

P: E a quarta questão?

A1: Ai, essa eu achei difícil. Primeiro eu peguei 3 pra saber quantas vezes o 3 cabe dentro do 6 que é duas. Aí eu fiz 2 vezes o 18 que é 36. Aí depois eu vi quantas vezes tinha o 3 dentro do 24 e o resultado que deu... não... não... desculpa. Ah! Eu dividi aqui ó, o 72 por 3 e deu 24, é isso. O número que tinha que colocar aqui.

P: E porque você dividiu 72 por 3?

A1: Pra saber quantas vezes tinha o 3 dentro do 72, aí era o resultado que eu ia colocar. Que deu 24.

P: E depois? O que você fez?

A1: Depois eu sabia que 15 é igual a 5 vezes 3. Aí eu fiz mais 18, até dar 90 que foi o tanto que deu aqui.

P: Ok. E essa aqui, a número 5, como você pensou pra fazer?

A1: Eu também fiz ilustrando. Eu coloquei os números 5 que é a quantidade de gotas e na frente 2 kg, aí eu fiz somando até dar 12 kg, que é o peso da criança e deu 6. Aí eu fiz 5 mais 5 mais 5 por seis vezes, até dar 30, que é quantas gotas a criança tem que tomar.

P: E você acha que teria uma outra forma de você resolver isso?

A1: Aham. Que é 5 vezes 6. Porque ao invés de fazer 5 mais 5 mais 5 por seis vezes, é mais fácil fazer 5 vezes 6.

P: Certo. E a última?

A1: A última eu tive muita dificuldade. Eu pensei em quantas vezes o 18 cabia dentro do 90 e... nossa! Essa eu nem sei como explicar.

P: Vou te ajudar então. Você falou aqui que tentou descobrir quantas vezes o 18 cabia dentro do 90 e descobriu aqui, certo?

A1: Sim

P: E aqui, o que você fez? Você pegou o número 5 e?

A1: E fiz vezes o 30. Ah é! Como eu descobri o número do 18, aí eu fiz 5 vezes 30 pra saber o número que eu ia colocar aqui, que deu 150.

P: E depois?

A1: Aí depois eu peguei o 30 pra ver quantas vezes ele cabia dentro do 210, que deu 7. Aí eu fiz 18 vezes 7 que deu 126.

P: Certo. Obrigada!

APÊNDICE C

Dados coletados - Aluno A2

Entrevista Inicial

P: Lembra dessa primeira pergunta, das caixas de lápis?

A2: Lembro.

P: Conte pra mim o que você pensou, que não tem nenhuma conta aqui. Como você resolveu isso?

A2: É que eu fui contando de 5 em 5, por 15 vezes.

P: E você achou difícil?

A2: Não.

P: E porque você resolveu "de cabeça"? Porque você não pensou em fazer de outro jeito?

A2: Ah, porque eu achei mais fácil assim. Foi mais rápido.

P: Hm, entendi. Vamos para a segunda pergunta então. Lembra dessa, né?

A2: Lembro sim.

P: E o que você pensou pra resolver?

A2: Essa acho que fiz igual a primeira. Fui fazendo de 2 em 2, até chegar no 24. Ah, é que é o jeito que eu acho mais fácil de fazer.

P: E você teve dificuldade nessa?

A2: Não. Acho que em quase nenhuma eu tive dificuldade.

P: Ah, que bom. E essa pergunta aqui, você lembra? Que você também não fez nenhuma conta.

A2: É, quase nenhuma eu fiz conta.

P: E aí? O que você pensou pra fazer essa? Como você chegou no resultado?

A2: Essa, se eu não me engano, acho que eu fiz a conta no caderno e esqueci de passar aqui.

P: E você lembra como foi essa conta? Como você fez?

A2: Acho que foi 20 vezes 100, ou dividido. Eu não lembro. É que eu sou meio esquecido.

P: Ah, não tem problema. Vamos pra próxima aqui então. Como você resolveu essa?

A2: To tentando lembrar. Acho que fui fazendo 60 vezes 3, 90 vezes 3 e aí eu fui colocando e fazendo a conta.

P: Achou difícil?

A2: Não, essa não.

P: E a anterior?

A2: Ah, a de antes foi um pouco difícil. Mais difícil que essa.

P: Entendi. E essa agora? Porque você fez desse jeito?

A2: Eu peguei as pessoas, dividi por 5, aí deu 23. Aí pra garantir, eu fiz a prova real, e peguei o 23 e fiz vezes 5, aí deu pra ter certeza.

P: Mas, o que você pensou? Porque você dividiu o 115 por 5?

A2: Na verdade, aqui tá meio apagado, mas eu fiz conta de vezes também. Aí eu cheguei à conclusão que era de dividir a conta certa.

P: Ah tá. E você achou difícil?

A2: Não muito.

P: E agora, a última pergunta. O que você pensou nessa?

A2: Essa aí eu também fiz de dividir depois fiz de vezes. Igual essa de antes.

P: E porque você dividiu o 1600 por 4?

A2: Porque cada carrinho usa 4 rodas, e tem 1600 rodas, eu dividi pra ver qual número dava e deu 400. Daí, pra ter certeza, eu peguei o 400, fiz vezes 4 e deu 1600. Aí eu tive certeza.

P: E essa? Você achou fácil ou difícil?

A2: Mais ou menos.

P: E as perguntas no geral? O que você achou? Teve muita dificuldade?

A2: Um pouquinho.

P: E você gosta desse tipo de pergunta, de contas?

A2: Gosto.

P: Você acha difícil de resolver, de entender?

A2: Um pouco. Em algumas eu tenho mais dificuldade, mais na de vezes, pra entender, mas é só.

P: Entendi. Então tá bom. Muito obrigada!

Entrevista Final

P: Vamos começar! O que você pensou pra fazer a primeira?

A2: Ah, eu pensei, se em 5 minutos ele faz 100 folhas então em 50 minutos ele vai fazer 1000.

P: E porque você não fez nenhuma conta pra resolver essa?

A2: Porque não veio nenhuma conta na minha cabeça. Eu simplesmente pensei nisso. Eu fiz de cabeça, achei bem fácil essa.

P: Certo então. E a segunda?

A2: A segunda eu peguei o 24 que é o número de caixas e multipliquei pelo 12 que é o número de ovos e deu 48 aqui, daí eu continuei a conta e deu 288. Esse foi o jeito mais fácil de resolver. Não pensei em outro.

P: Ok. E essa aqui, a terceira. O que você pensou?

A2: Eu pensei: se o Marcos bebe 3 copos de água a cada 2 horas, então em 16 horas ele bebe 48.

P: Porque você fez essa conta?

A2: Por causa que 16... é... ele tem 3 copos de água, se ele bebe 3 copos de água em duas horas, então em 16 ele bebe 48. Aí eu só multipliquei o 3 por 16.

P: Tem alguma outra forma de você resolver isso?

A2: Ah, acho que não. Só assim que eu consigo explicar.

P: Certo. E a questão 4?

A2: Ah, nessa eu tive um pouco de dificuldade. A primeira aqui, que eu tinha que saber aqui, eu pensei: se em 3 anos a produção é de 18 toneladas, então em 6 anos é 18 mais 18. Aí, aqui embaixo eu fiz de 9, só que não deu, aí eu fiz de 12 e deu. A do 15, eu só peguei a do 12, que deu 72 e só coloquei mais 18. E deu certo.

P: Ok. E a número 5? O que você pensou pra resolver?

A2: A primeira conta que eu fiz foi de 5 vezes 12, mas aí eu pensei: Não pode ser, porque o número de gotas vai ser muito grande. Aí eu peguei a metade do 12, que é 6 e fiz vezes 5, que deu 30.

P: E a última? Aliás, nessa aqui, na questão 5. Porque você pegou metade do número 12?

A2: Porque a cada 2 kg é 5 gotas, então eu fiz assim. Porque na primeira vez eu tinha feito como se fosse 5 gotas pra cada 1kg. Por isso eu peguei metade do 12 depois.

P: Certo. Agora sim, vamos para a última.

A2: Ah, essa aqui era igual a quarta. Só aumentou os números. Nem precisa explicar. Porque eu fiz do mesmo jeito daquela. Eu pensei da mesma forma pra resolver.

P: Então está bom. Obrigada!

APÊNDICE D

Dados coletados - Aluno A3

Entrevista Inicial

P: Vamos começar então. Lembra dessa primeira pergunta?

A3: Acho que sim.

P: Porque você fez desse jeito? O que você pensou?

A3: Como em cada caixa tinha 5 lápis e tinha 15 caixas, então eu resolvi fazer de vezes. Fiz 15 vezes 5, que deu 75.

P: E você achou difícil?

A3: Não, até achei bem fácil.

P: Foi você que quando estava resolvendo as contas perguntou se poderia resolver de cabeça, não foi?

A3: É, fui eu.

P: Você tem facilidade em resolver as operações dessa forma?

A3: Sim. Algumas eu faço bem rápido de cabeça.

P: É? Que legal! E essa segunda pergunta aqui? Você lembra dela? O que você pensou? *Porque você fez dessa forma?*

A3: Essa aí eu fiz a conta de dividir, porque ela ia usar 2 metros de pano pra fazer um vestido e ela tinha um total de 24 metros. Daí eu dividi 24 por 2, que deu 12 vestidos que ela ia fazer. E é o que eu acho. Pra mim também essa foi fácil.

P: Ok então. Vamos ver a outra aqui.

A3: Essa aí eu acho que fiz alguma coisa errada.

P: Por quê? O que você pensou resolvendo esse problema?

A3: É que eu dividi 20 vezes o número, pra eu pelo menos chegar perto de 500. Que daí deu 20 vezes 25, que deu 500. E eu fiz a prova real, deu certo. Essa foi um pouquinho difícil.

P: Então aqui você foi fazendo o que?

A3: Aqui eu fui fazendo os testes pra ver qual chegaria mais próximo do 500.

P: Entendi. Vamos para essa aqui agora. Lembra dessa?

A3: Lembro. Essa também foi fácil, porque, eu não fiz aqui, mas eu dividi o número aqui né, daí deu 30, que era o peso de 10 caixas. Daí aqui eram 20 caixas, daí subiu mais 30. E daí no

50, eu peguei os dois e somei, que deu esse daqui. E daí no último eu somei todos. E daí o último, eu fiz desse jeito, eu peguei 10, daí dois de 50, e deu o resultado.

P: Entendi. E você achou difícil essa?

A3: Ah, não muito.

P: Vamos para a próxima então. O que você pensou aqui? Porque você fez desse jeito?

A3: Esse aí eu dividi o 115 por 5, que deu 23. E, essa daqui, eu não lembro o que eu fiz. Ah é, eu coloquei 50 vezes 11 no primeiro deu 50. Aí 50 mais 50, deu 550, que já é o outro que eu não sei porque eu fiz aqui, mas tudo bem. Sei lá. Não lembro muito bem. E, a da fábrica... Posso ir pro próximo?

P: Pode sim. Quer me contar? Você achou difícil essa pergunta da festa?

A3: Não muito. Então, aqui na pergunta número 6, eu achei a mais fácil de todas. Porque, como tinha 1600 rodas e cada carrinho precisava de 4, eu dividi o 1600 por 4 e deu 400 carrinhos.

P: Certo. E das perguntas no geral, o que você achou? Você gosta de fazer esse tipo de operação? Tem facilidade?

A3: É, eu gosto de fazer qualquer conta. O que der pra fazer, eu faço, porque desde criança eu sempre gostei muito de matemática. E, pra mim, as questões estão muito bem elaboradas.

P: Ah, que bom. Muito obrigada! Então você não tem dificuldade pra fazê-las?

A3: Ah não. Não muito. Até onde eu sei, não muito.

P: Então tá bom. Muito obrigada.

Entrevista Final

P: Vamos começar. Porque você resolveu dessa forma a primeira questão?

A3: Por causa que se 5 minutos demora pra imprimir 100 folhas, é como se fosse uma tabuada, 100, 200,300... até 1000. E nisso, a cada 5 minutos, ele faz 100 folhas, então seria como se eu estivesse na tabuada do 5. Como 10 vezes 100 é igual a 1000. 5 vezes 10 é igual a 50. Então ela ia levar 50 minutos pra imprimir as 1000 folhas.

P: Certo. E a segunda questão?

A3: A segunda, como em 12 caixas, não, perdão. Como em 1 caixa de ovo há 12 ovos. E em 24? Eu poderia fazer 24 vezes o 12. Assim: 12 mais 12 mais 12...ou eu fazia usando a tabuada que é 12 vezes 24, que seria a mesma coisa. E foi assim que eu fiz. E deu 288.

P: Ok. Vamos para a próxima então. O que você fez aqui?

A3: Nessa aqui é... como Marcos bebe 3 copos de água a cada 2 horas, e quer saber quantos copos de água ele beberá em 16 horas, eu usei 2 vezes 16, que deu 32. E 32 eu dividi por 16. porque aqui seria os copos e pra eu poder me certificar eu fiz a prova real. Que é 32 dividido por 16. Então é isso que ele bebe de copos de água.

P: Ok. E a número 4? Como você resolveu?

A3: Essa eu fiz... já que a cada 3 anos ele faz 18 toneladas de aves, em 6 anos, seria o dobro. Então é só fazer 18 vezes 2. E depois como era 72 e o que ele tinha conseguido era 36, eu também fiz o dobro que deu 72. Então em12 anos ele conseguiu 72 toneladas. E em 15 anos eu também fiz... é... eu fiz uma... ah, como em 3 anos dava 18 toneladas e em 15 anos, aqui em cima dava 12, aí era a cada 3 anos a conta. Então eu fiz 12 mais 3, 15. Certo? E fiz 72 mais 18, que deu 90.

P: Certo. E a próxima questão? Como você fez para resolver?

A3: Essa eu achei fácil. Já que era 5 gotas pra uma criança de 12 kg. Então eu fiz 5 vezes 12, que dá 60 e depois eu dividi esse resultado por 2, que deu 30. Então, se a criança tiver 12 kg. Ela tem que tomar 30 gotas do remédio.

P: E porque você dividiu aqui?

A3: Porque a cada 2 kg, ela toma 5 gotas. Então do jeito que eu tinha feito de multiplicação, era como se fosse a cada 1 kg e dava muitas gotas. Daí eu dividi por 2.

P: Ok. E a última? O que você pensou pra resolver?

A3: A última eu demorei um pouquinho mais pra fazer, mas deu certo. E já que o comprimento, quer dizer, se eu for comprar 30 metros de corda, vai dar um valor de 18 reias e 90 reais? Eu optei por fazer 30 mais 30 mais 30... que eu também poderia fazer 5 vezes 18 e 5 vezes 30 que ia dar o mesmo resultado. Então se eu comprar uma corda e pagar 90 reais, quer dizer que eu comprei 150 metros de corda. E se eu comprasse 210 metros, eu gastaria 756 reais. Não achei difícil.

P: Ok então. Obrigada!

APÊNDICE E

Dados coletados - Aluno A4

Entrevista Inicial

P: Você lembra dessa primeira pergunta, né?

A4: Lembro sim.

P: Então, o que você pensou pra responder? Porque você resolveu o problema desse jeito?

A4: Ah, é que você faz 5 lápis vezes 15, aí dá o resultado.

P: E porque você achou que era de vezes aqui?

A4: Ah...

P: Pode falar, do jeito que você quiser, ou conseguir me explicar.

A4: É porque se cada caixa tem 5 lápis e tem 15 caixas, é só pegar o 15 e fazer vezes 5 pra dar o resultado.

P: Entendi. E você achou difícil?

A4: Não. Eu consegui entender bem.

P: Vamos para a segunda então. E nessa? O que você pensou?

A4: Ah, se ela tinha 24 metros e ela ia usar 2 é a mesma coisa que tirar um monte de vezes, tirar 12 vezes 2 de 24.

P: Hm. E porque você fez essa conta aqui? Teria outra forma talvez de você resolver isso?

A4: Sim.

P: Qual?

A4: Colocar 2 mais 2 mais 2 ... até dar 24 e depois contar.

P: Achou difícil essa?

A4: Não.

P: A próxima. Porque você fez assim?

A4: Eu fiz 100 vezes 5 que dá... não. É. É que ela tinha feito 100 bombons. Daí, pra fazer 500, aumentou 5 vezes. Por isso que eu fiz 100 vezes 5. E daí eu multipliquei o 20 por 5 pra dar esse resultado aqui, pra saber quantas barras ela ia precisar.

P: Entendi. E você achou difícil?

A4: É, achei um pouco.

P: Vamos para a pergunta número 4 então. O que você pensou pra resolver essa?

A4: Esse eu achei primeiro o peso de 10 caixas, que era 30. Aí eu peguei 60 mais 30, que deu 90, que era o peso de 20 caixas. Aí 90 mais 60, que deu 150, que era o peso de 50 caixas. E 110 vezes 3, que deu 330.

P: E porque você fez 110 vezes 3?

A4: Ah, eu esqueci porque eu fiz assim.

P: Não tem problema. Você achou difícil?

A4: Essa eu achei.

P: E essa aqui agora, a número 5. Porque você resolveu assim essa?

A4: Se 115 pessoas foram convidadas, e 5 pessoas juntas consomem uma garrafa de refrigerante de 2 litros, eu fiz 115 dividido por 5, deu o tanto de garrafa que ia precisar pra todo mundo, que deu 23 garrafas.

P: Certo. E você achou difícil?

A4: Essa não.

P: Que bom. Vamos pra última então. O que você pensou?

A4: Eu fiz 1600 dividido por 4. Porque eu peguei o total e dividi pelas rodinhas que cada carrinho ia usar, e aí deu 400 carrinhos.

P: Ok. E achou difícil essa?

A4: Um pouco

P: E as outras perguntas, de modo geral, o que você achou?

A4: Ah, achei fácil até. Eu gosto de fazer conta de vezes e de dividir.

P: Ah, que bom. É isso então. Muito obrigada.

Entrevista Final

P: Vamos lá. Conte-me porque você resolveu dessa forma a questão número 1.

A4: Primeiro eu fui fazendo 100 mais 100 mais 100... até dar 1000 aí eu contei quantos deram. Aí, deram 10. Aí eu coloquei 5 mais 5 mais 5... por 10 vezes. Aí eu pensei: Eu vou tentar de outra forma que seja "mais pequena". Aí eu peguei 1000 dividido por 100 e fiz a conta que deu o resultado. Aí eu peguei 10 vezes 5 que deu 50.

P: Certo. E você achou difícil essa?

A4: Não.

P: E a segunda? Como você fez?

A4: Se cada caixa tem 12 ovos é a mesma coisa que contar 12 mais 12 mais 12... aí eu fiz 24 vezes 12, porque é mais fácil.

P: Ok. Vamos pra próxima?

A4: Sim.

P: O que você pensou aqui na terceira?

A4: Aqui, primeiro eu tinha feito 2 mais 2 mais 2... até dar 16, aí eu contei quantas vezes dava esses números 2, aí deu 8. Aí eu coloquei o 3 por 8 vezes. Aí eu também pensei: Deve ter um jeito menor de fazer. Aí eu tentei 16 dividido por 2, que deu 8. Aí eu peguei o 8 vezes o 3 e deu 24. Não achei difícil essa.

P: Certo. E a quarta questão? Como você resolveu essa?

A4: Aqui eu fiz 3 mais 3 que são os anos e deu 6. Aí se 3 anos dá 18, mais 3 anos, dá 6 aqui, então quer dizer que aqui é mais 18. Então eu fiz 18 mais 18 e deu 36.

P: E depois?

A4: Depois, aqui já tinha o 72 que era pra descobrir quantos anos ia demorar. Aí eu fiz 18 mais 18 mais 18... até dar esse resultado. Contei quantas vezes eu somei o 18 e deu 4. Aí eu peguei e fiz 4 vezes o número 3, que deu 12. Aí a última aqui, já tem o intervalo de anos, aí eu fiz de 3 em 3 em 3... peguei o tanto de 3 que dava, que deu 5 e fiz por 18. Coloquei o 18 vezes 5, que deu 90.

P: E se você fosse fazer de outra forma, teria como?

A4: Teria! Eu poderia fazer 3 mais 3 que dá 6... não! Eu poderia fazer 18 vezes 2, porque o 3 repete duas vezes. Aqui, eu poderia fazer... deixa eu ver... 18 mais 18 mais 18... que dava 72 aí fazia 3 vezes 4. E na última eu fazia 3 mais 3 mais 3... contava quantos 3 deu, pegava o 18 e fazia a multiplicação.

P: Achou difícil?

A4: Não.

P: E a número 5? Como você fez?

A4: Se a cada 2 quilogramas do peso da criança são 5 gotas e a criança tem 12 quilogramas, eu peguei 2 mais 2 mais 2... até dar 12 e contei quantos 2 dá. Aí esse tanto de 2 eu coloquei mais 5 mais 5 mais 5... e deu o resultado.

P: E outra forma pra fazer esse?

A4: Eu poderia fazer 12 dividido por 2 que dava o resultado e pra ver o total de gotas fazia 5 vezes esse resultado, que era 6 né.

P: Certo. E a última? O que você pensou nessa? Porque você fez dessa forma?

A4: Aqui eu fiz 18 mais 18 até dar 90, aí eu contei quantos 18 dava. Deu 5. Aí eu peguei o 30 que é o valor do comprimento da corda e coloquei vezes 5. 5 vezes o 30. Aí o outro eu fiz 30 *mais 30 até dar 210, contei quantas vezes dava. Peguei o 18 e coloquei 18 vezes o tanto que deu, no 30.*

P: Ok. Obrigada!

APÊNDICE F

Dados coletados - Aluno A5

Entrevista Inicial

P: Vamos lá então. O que você pensou pra resolver essa pergunta? Porque você fez a conta desse jeito?

A5: Porque ao invés de fazer 15 mais mais mais mais ... eu fiz de multiplicação pra ficar mais fácil.

P: E você achou difícil essa? Teve dificuldade pra entender?

A5: Não. Achei fácil.

P: E essa pergunta, você lembro dela?

A5: Lembro.

P: O que você pensou e porque você fez desse jeito?

A5: A mesma coisa que a primeira, pra não ficar conta de mais muito grande e pra ficar mais fácil, eu fiz a conta de multiplicação.

P: Mas e de onde você tirou o 12 aqui pra fazer a multiplicação?

A5: É que eu fui pensando qual chegava mais perto do 24. Aí eu fui na tabuada do 2 e vi que 2 vezes 12 dá 24.

P: Entendi. Você achou difícil?

A5: Não.

P: Vamos para a terceira então. Como vc pensou nessa aqui pra resolver?

A5: Essa eu fiz de "mais", porque quando eu fiz de vezes, não deu muito certo.

P: E aí como vc achou que era essa quantidade aqui?

A5: É que 20 mais 20, são 40, mais 20 são 60. Pera aí. (Conta nos dedos: 40, 50, 60). Mais 20 são 80 e mais 20, são 100. Então, ela precisaria de 100 barras de chocolate.

P: É? E porque você colocou aqui 5 vezes o número 20?

A5: É que eu pensei que a cada 20 barras, são 100 bombons. Daí era 100, 200, 300, 400 e 500. Porque a conta de multiplicação não deu muito certo. Aí, como o contrário é a adição, eu fiz de adição.

P: Entendi. Difícil essa?

A5: Mais ou menos.

P: Certo. Vamos para a próxima então. Porque você resolveu dessa forma?

A5: Eu sei que tá errada. Eu pensei em achar o peso de 10 pra ficar mais fácil, aí eu fiz 60 mais 30 que dá 90. Fiz 90 mais 30 que dá 120. E 120 mais 30 que dá 150. Essa eu achei bem difícil.

P: É? Teve dificuldade pra entender aqui?

A5: Tive, bastante.

P: Ta. Vamos pra essa aqui agora. Como você pensou pra resolver essa?

A5: Essa eu consegui fazer de multiplicação. Eu fiz 23 vezes 5 que é igual a 115. E então eles vão precisar de 23 garrafas.

P: E esse 23? De onde você tirou?

A5: É que 5 vezes alguma coisa, tinha que dar 115, aí eu achei o 23. É que eu fui aproximando, até chegar perto do 115. Essa eu achei fácil.

P: Certo. E a última agora. O que você pensou?

A5: Essa tá errada também. Eu fiz de multiplicação, mas tá errado.

P: Está? E se você fosse fazer agora, por exemplo, que conta você faria?

A5: De divisão. Eu ia dividir 1600 por 4.

P: Quer tentar fazer?

A5: Quero!

P: E porque você dividiria o 1600 por 4.

A5: Porque aí eu ia descobrir quantos carrinhos ia dar pra fazer. Ia dividir as rodas que tinha no estoque, por 4 rodas, que é de cada carrinho.

P: E aí? Qual foi o resultado da sua conta?

A5: Deu 400. Que vai poder fazer 400 carrinhos.

P: E o que você achou? Achou difícil?

A5: Não. É que na hora eu tive um pouquinho de dificuldade pra entender.

P: Ok então. Muito obrigada.

Entrevista Final

P: Vamos lá. Porque você fez dessa forma a primeira?

A5: Ah, porque era o jeito mais fácil de fazer. Eu coloquei o 100 aqui né, até dar 1000. Depois eu contei quantas vezes deu e multipliquei por 5. Então eu fiz 10 vezes 5 e deu 50. Ou seja, ela fazia 1000 folhas em 50 minutos.

P: E a segunda questão? O que você pensou?

A5: Se em 24 caixas, cada uma tem 12 ovos, eu multipliquei. Era o jeito mais fácil de fazer também.

P: Vamos para a terceira então. Por que você resolveu dessa forma?

A5: Eu fiz também do jeito mais fácil de adição. Mas teria outro jeito de fazer, que é o de multiplicação. Aí eu multiplicaria o 3 vezes 8 e 2 vezes acho que 8, ou 7, não sei.

P: E porque 3 vezes 8?

A5: Porque a multiplicação é o jeito mais curto. E a adição é mais longo, só que é mais fácil.

P: E de onde você tirou o 8?

A5: Marcos bebe 3 copos de água a cada duas horas. Se quer saber de 16, então 2 vezes 8 é 16. Daí que eu tirei o 8.

P: Certo. E a quarta?

A5: Ah, nessa eu tive um pouquinho de dificuldade, porque eu não tava entendendo. Aí, eu pensei: se a cada 3 anos, são 18 toneladas, de 6 anos é só fazer 18 mais 18. E se eu tenho 72 toneladas, eu fiz uma conta de mais 18, 18, 18... até dar 72. Ah! A última eu só tinha o tempo e eu fiz 18 mais 18 mais 18... até dar 90.

P: Ok. E na quinta questão? O que você pensou?

A5: Ah, essa foi fácil. Se 2 kg até dar 12 são 6, que é 2 vezes 6 e deu 12. Aí eu fiz 5 vezes 6 e deu 30. Então quer dizer que a criança tem que tomar 30 gotas de remédio.

P: E na última? Por que você fez dessa forma?

A5: Nessa eu tive dificuldade. É a mesma coisa da 4. Se eu tenho 30 metros de corda e o valor é 18 e eu só tenho o valor, 90. Eu fiz 18 mais 18 mais 18... até dar 90. E se eu só tenho do 10 metros, eu fiz 30 mais 30 mais 30... e deu 210, que é aqui. E pra descobrir quanto deu eu fiz 18 mais 18 mais 18... e deu 134. E fim!

P: Ok. Obrigada!

APÊNDICE G

Dados coletados - Aluno A6

Entrevista Inicial

P: Vamos começar então. O que você pensou pra responder essa primeira pergunta?

A6: Eu vi que... Ah, eu usei o "mais" pra dar o resultado mais certo. Eu pensei bastante, aí eu usei o 15 aqui, coloquei o 5 embaixo, somei e deu 20.

P: E você achou difícil?

A6: Não, não achei.

P: E a número 2? O que você pensou nessa?

A6: Eu vi aí que deu 48, aqui na minha conta e eu usei o vezes pra multiplicar o número, aí eu contei e cheguei nesse resultado, que é o 48.

P: Achou difícil?

A6: Não, também não.

P: E a próxima aqui, você fez e depois apagou?

A6: É. Ah, essa era muito difícil.

P: Mas o que você tava pensando aqui, quando tentou fazer?

A6: Ah, eu fiz o 20 mais o 500, mas aí eu não consegui pensar muito. Não consegui chegar no resultado certo.Daí eu tentei várias vezes, já tinha tentado antes, não deu certo, aí eu apaguei.

P: E essa aqui? Você nem fez conta, só completou os dados. O que você pensou pra resolver?

A6: Aqui eu pensei que cada hora aumentava o peso e aí eu fui colocando aqui. E aí eu pensei... ah, é só isso mesmo.

P: É? Achou difícil essa?

A6: Essa eu achei.

P: Vamos para a próxima então. Como você fez essa?

A6: Nessa daí eu cheguei no resultado que deu 570. Eu fiz o 115 divido por 2, aí na tabuado do 2 eu achei que 2 vezes 5, dá 10, que é mais perto do 11. Daí sobra um e desce o 5. Daí, 2 vezes 7, dá 14, que é mais perto do 15. Aí sobrou 1, e eu coloquei o zero aqui. E aí deu 570.

P: E essa, você achou difícil?

A6: Ah, mais ou menos.

P: E a última?

A6: Eu achei bem difícil.

P: E porque você fez desse jeito?

A6: Ah, aqui eu peguei o 1600 dividido pelo 4, e aí na tabuada do 4, é 4 vezes 4 que deu 16 e aí abaixa o zero aqui, e então deu 4. Acho que é isso.

P: E as perguntas no geral, o que você achou? Fáceis? Difíceis?

A6: Ah, algumas fáceis, outras difíceis.

P: E você gosta desse tipo de operação? Tem facilidade?

A6: Ah, de vez em quando eu vou bem. Gosto mais ou menos.

P: Entendi. Então é isso. Muito obrigada.

Entrevista Final

P: Vamos lá. Conte-me o que você pensou nessa primeira?

A6: Eu pensei que primeiro eu teria que fazer divisão. O 5 dividido por 1000. Mas aí eu achei que tava errado. Então, eu li de novo que 100 folhas fazia em 5 minutos. Aí o 200 é o dobro de 100 folhas, então seria 10 minutos.

P: Mas aí você não chegou nas 1000 folhas. Por que você parou?

A6: Aí eu não sabia mais como continuar.

P: Ok. E a segunda questão?

A6: Ah, a segunda eu não achei difícil. Eu só coloquei esse número aqui, o 244.

P: E como você chegou nesse resultado? Que conta você fez?

A6: Eu fiz de... é... ah, na verdade eu não fiz conta! Mas eu coloquei aqui, por causa que eu tinha feito a conta antes. Eu peguei as 24 caixas e fiz de vezes com o 12. E aí deu isso.

P: Vamos para a próxima então. E nessa? Porque você resolveu dessa forma?

A6: Nessa eu fiz 3 vezes 16, porque eu pensei que, como ele tomava 3 copos de água, e ele queria saber de 16 horas, eu fiz assim. Achei que era mais fácil.

P: Ok. Quer me contar dessa agora? **[quarta-questão]** Como você resolveu?

A6: Ah, essa aqui eu prestei mais atenção quando você tava explicando lá. Aí eu entendi melhor, eu acho. Então eu fiz 18 mais 18, porque aqui aumentava o 3 mais uma vez. Então o 18 também aumentava mais uma vez. Aí aqui deu 36. Só que aqui eu aumentei o 3 mais uma vez, e deu 9. E aqui embaixo eu fiz o 72 mais o 36 que tava ali em cima, e deu esse resultado. Acho que eu fiz certo. Não sei.

P: E a questão 5?

A6: Aqui eu vi que tava errado, aí eu fiz assim, porque você foi ajudando também. Coloquei o 5, 5. 5... tudo aqui embaixo. E o 2 também. Até dar 12 e até dar 30. Que era o resultado. Eu achei muito, muito difícil.

P: E a última? O que você pensou nessa?

A6: A última? Nossa! Foi mais difícil ainda. Eu pensei que tinha que fazer mais ainda pra poder achar o resultado. Só que aí eu lembrei do que você tinha me ajudado nas outras e fiz assim... 30..30..30.. aí depois do 150 até o 210 e aí acho que eu consegui achar o resultado. Ah, não sei mais falar dessa.

P: Ok! Obrigada.

APÊNDICE H

Dados coletados - Aluno A7

Entrevista Inicial

P: Vamos começar então. O que você pensou pra responder essa questão?

A7: Eu fiz 15 vezes 5, porque ela tinha 15 caixas e 5 em cada uma. Então eu fiz 15 vezes 5 que deu 75.

P: E porque você resolveu dessa forma?

A7: Porque é um pouco mais fácil. Eu ia fazer de dividir, mas aí eu vi que era de vezes a conta certa.

P: E você teve dificuldade pra fazer ou pra entender?

A7: Não, essa eu achei "facinho".

P: Então tá bom. E a segunda aqui?

A7: Ai, essa eu errei.

P: Errou? E como você acha que seria? O que você pensou?

A7: Seria 24 dividido por 2, que ia dar 12. É que na hora eu pensei que era de vezes, mas depois eu lembrei que era de dividir. Porque se ela tem esse tanto de pano, o resultado não pode dar mais que esse.

P: Hm, entendi. E você achou difícil?

A7: Um pouquinho. É que na hora eu pensei errado.

P: Vamos para a próxima então.

A7: Ah, essa eu achei difícil.

P: E o que você pensou pra fazer essa?

A7: Não sei, porque eu não sei fazer a conta dessa aí.

P: E você colocou isso aqui, por quê?

A7: Pera aí. Ah, agora eu vi aqui a minha resposta e eu vi que eu fiz assim porque ela precisa de 20 barras pra produzir 100 bombons, né? Aí eu fui colocando aqui até chegar no 500. 100, 200, 300, 400 e 500. E aí chegou no total de 100 barras que ela ia precisar. É que eu achei mais fácil de fazer assim, porque eu não sabia que conta era pra fazer.

P: Certo. E essa aqui?

A7: Nossa, essa foi a mais difícil de todas.

P: Ah é? E o que você pensou pra resolver essa?

A7: Então, eu tava fazendo de 30 em 30. Aí foi dando os resultados.

P: Porque de 30 em 30?

A7: É que 20 caixas, dava 60, só que eu não ia saber fazer com 20. Aí eu vi o de 10, que deu 30. Aí eu fiz aqui, 60 mais 30, e nesse debaixo eu coloquei 90. Aí aqui no 50 eu fiz 90 mais 60. Porque eu juntei dois 30 e deu 60. Então eu somei 90 mais 60, que deu 150. E no último eu coloquei 6 de 30, e somei. Aí deu 330.

P: Certo. E essa você achou a mais difícil então?

A7: É. Achei super difícil de fazer.

P: Entendi. Vamos para a próxima aqui então. O que você pensou nessa?

A7: Aqui eu fiz 115 vezes 2, só que eu não sei se tá certo.

P: Porque você fez desse jeito?

A7: É que se eu colocasse vezes 5, ia dar muito mais que 115. Porque ia ficar...é, deixa eu ver. 5 vezes 5, dá 25, 5 vezes 1, dá 5 mais 2, dá 7 e 5 vezes 1 é 5, daí ia ficar 575. Só que aí eu achei que era muito.

P: E você achou difícil essa?

A7: Não, só que não sei se eu fiz certo né?

P: Ah tá. E essa aqui?

A7: Essa eu também não achei difícil. Essa aqui eu pensei assim... Ai, espera. Acho que tá errada também.

P: Porque você acha que está errada?

A7: Porque a resposta deu mais que o total aqui. É que eu ia fazer normal, achei que era de vezes mesmo. Mas é de dividir. Eu achei que era 4 vezes. Mas é 1600 dividido por 4.

P: Entendi. E no geral, o que você achou das perguntas?

A7: Ah, eu não achei tão difícil. Eu tive mais dificuldade na 3 e na 4 só. E eu gosto de fazer também.

P: Certo então. Acho que é isso. Muito obrigada.

Entrevista Final

P: Vamos começar então. Nessa primeira, o que você pensou para resolver?

A7: Eu pensei em fazer 10 vezes 5, porque 5... não! Porque 10 vezes o 100 é 1000, aí se eu fizesse 10 vezes 5 ia dar o resultado de quantos minutos ia demorar. Porque esse tem que ser igual esse. Então se aqui foi vezes 10, aqui também tem que ser.

P: Ok. Vamos para a segunda. Porque você resolveu assim?

A7: Porque como em cada caixa tem 12 ovos e era 24 caixas, aí eu fiz 12 vezes 24, ou 24 vezes 12. E aí deu o resultado de 288, que era quantos ovos tinha em todas essas caixas.

P: Certo. E a terceira? Porque você fez assim?

A7: A terceira eu fiz assim porque, como ele bebia 3 copos de água a cada 2 horas, eu coloquei 2, 4, 6, 8, 10... até o 16, que era 16 horas e na frente eu coloquei de 3 em 3, aí o resultado que deu foi 24 copos de água que ele bebeu, em 16 horas.

P: E teria outra forma de você resolver essa?

A7: Hm. De vezes?

P: E o que você iria multiplicar?

A7: É... Eu faria 16 vezes 3. É isso? Espera... Ah não! 16 vezes 3 não dá certo! Porque aí ia ser muito grande o número. Então tem que ser primeiro 16 dividido por 2, que dá... 8! E aí fazer 8 vezes 3, que dá 24 copos que ele bebe.

P: Certo. E a questão 4? Como você resolveu?

A7: Essa eu fui colocando de 18 mais 18... e essa aqui, eu não lembro muito bem como eu resolvi. Mas eu acho que fui colocando de 3 em 3. E aqui no final, eu fiz 18 vezes 15. Porque era os números que tinha e aí eu usei pra fazer essa conta. Mas eu achei bem difícil. Acho que eu errei.

P: Ok. E a número 5? Como você resolveu?

A7: Essa eu achei fácil. Eu fiz 12 vezes 5, porque ele tinha 12 kg. Aí era 2 kg, era 5 gotas, aí deu 60. Eu multipliquei os dois. Só que eu não sei se tá certo.

P: Ok. E a última?

A7: Nossa, essa eu achei muito difícil mesmo e não consegui resolver.

P: Mas o que você pensou pra pelo menos tentar resolver?

A7: Ali eu coloquei o 150, porque eu fiz um negócio gigante aqui. Mas eu apaguei porque ficou feio. Mas eu coloquei 30, 60... até o 210 primeiro. Aí eu parei e fui colocando o 18 aqui na frente, de 18 em 18.

P: E porque você apagou e parou de fazer?

A7: Ah, porque eu desisti! Tava muito grande e eu não ia conseguir fazer o resultado da última. E tava muito feio também.

P: Ok então. Obrigada!

APÊNDICE I

Dados coletados - Aluno A8

Entrevista Inicial

P: Vamos lá então. Me conte o que você pensou aqui. Porque você resolveu dessa forma?

A8: Porque ela tinha 15 caixas e sabe-se que em cada caixa tinha 5 lápis e, meu pai me ensinou que esse tipo de conta sempre faz de dividir. Aí eu lembrei e fiz assim.

P: E você achou difícil essa?

A8: Não. Porque meu pai já tinha me explicado.

P: Entendi. E nessa aqui, o que você pensou?

A8: Nessa eu tive um pouquinho de dificuldade. Porque era de metros, pano, sei lá. E aí eu pensei que era de "mais", porque esse tipo de pergunta eu fui analisar e meu pai também tinha me explicado um pouquinho.

P: E você teve dificuldade em que aqui?

A8: Ah, pra entender. Porque tinha esse negócio de metros aqui também.

P: Certo. Vamos para a próxima então. O que você pensou nessa? E porque você fez dessa forma?

A8: Porque como ela tinha 20 barras e ela produziu 100 e aí quanto que ela ia precisar pra 500, aí eu fiz a conta de "mais", que era pra somar 100, que é o número maior, e o número maior sempre fica aqui, e o 20 aqui. Aí eu somei e deu 120.

P: E você achou difícil?

A8: Não.

P: E nessa aqui? O que você pensou? Porque você representou dessa forma?

A8: É que essa aí eu achei um pouquinho mais difícil. Porque é 20... aí eu olhei na tabuada pra falar a verdade. Aí eu fui fazendo 60 menos 10, 50. Aí 51 ...

P: E aqui você tirou 10, por quê? Do 60...

A8: Porque ... pra falar a verdade foram meus amigos que me falaram, porque eu pedi ajuda. Aí eu fui fazendo, e deu esse resultado. Daí foi o que eu coloquei aqui.

P: Entendi. E porque você colocou aqui, 69 e 80?

A8: Porque eu contei... 20! Até quanto vai chegar até o 30? E 30 até quanto vai chegar no 50. Aí 50, até quanto vai chegar no 110.

P: Hm. E essa você achou um pouquinho mais difícil então?

A8: É.

P: Vamos ver a próxima. O que você pensou nessa?

A8: Essa aí eu pensei em colocar de "mais". Que 5 pessoas mais a garrafa de 2 litros e mais 2. Aí veio mais uma garrafa né, que era pra convidar 115 pessoas, aí eu fiz de "mais". E essa eu também não achei difícil.

P: Certo. Vamos para a última então. O que você pensou nessa aqui? Porque você fez dessa forma?

A8: É que essa aí foi fácil. Porque 1600 rodas é... aqui ó... em uma fábrica de carrinhos são utilizadas 4 rodas na montagem de um carrinho. Aí eu pensei, 4 aqui e 1600 rodas. Aí eu pensei em dividir. Pra achar 400 rodas.

P: E você achou difícil essa?

A8: Não.

P: E de todas as perguntas, o que você achou?

A8: Pra falar a verdade, eu achei fácil. Só algumas eu tive um pouquinho de dificuldade.

P: E com esse tipo de conta, você tem dificuldade?

A8: Não. De vezes, de mais e de dividir não. Só a de dividir de dois números que eu tenho um pouco mais de dificuldade. Mas é só.

P: Então tá bom. Muito obrigada!

Entrevista Final

P: Vamos lá! Me explique o que você fez nessa primeira. Porque você resolveu dessa forma?

A8: Nessa primeira eu estava com um pouquinho de dificuldade. Mas aí eu lembrei das outras atividades que a gente fez e eu fiz aqui 100 mais 100 mais 100... aí deu o resultado. Aí eu puxei uma setinha e como era 5 minutos, que era 100 folhas em 5 minutos, aí eu coloquei 5 aqui e vai dar 10 minutos, mais 5, 15, mais 5, 20, mais 5, 25, mais 5, 30, mais 5, 35, mais 5, 40, mais 5, 45, e mais 5, 50. E aí deu 50 minutos.

P: Ok. E a segunda questão?

A8: A segunda foi assim, quando eu olhei pra ela eu já achei que era fácil. Só que aí eu li e vi que não era tão fácil. Aí eu resolvi multiplicar o 24 por 12 e aí deu 290.

P: Porque você multiplicou o 24 por 12?

A8: Ah, porque já que fala de 12 ovos e quantos ovos existem nas caixas, aí eu resolvi multiplicar pra ver qual resultado daria. Ao invés de ficar fazendo de mais... mais... mais.

P: E a terceira questão? O que você pensou pra resolver?

A8: Essa eu achei muito difícil. Assim, pra mim né. É porque tem vários tipos de conta. Tem umas que são mais fáceis e outras que são mais difíceis. Mas aí eu resolvi fazer igual aquela outra. Eu peguei 2 mais 2 mais 2... aí o resultado deu 16. Aí eu multipliquei 8 por 3 que deu 24. Aí eu não sei mais explicar.

P: Certo. E a questão 4? Porque você resolveu assim?

A8: A 4 também teve várias contas que eu fiz. Aí eu fiz assim: 18 mais 18 aí eu fui fazendo, aí o resultado deu 72. Aí era 3 anos né? Era 18 de 3 em 3 anos. Aí eu fui fazendo 3, que significava 3 anos, mais 3 mais 3 mais 3...aí deu o resultado de 12. E no outro a mesma coisa. E aqui eu fiz o rascunho das contas.

P: E a questão 5? Porque você não fez?

A8: Ah, eu esqueci de fazer!

P: Quer tentar resolver agora?

A8: Quero!

P: Vamos lá então. “Na bula de um determinado remédio pediátrico recomenda-se a seguinte dosagem: 5 gotas para cada 2 kg do “peso” da criança. Se a criança tem 12 kg, quantas gotas devem ser dadas desse remédio para a criança?” Como será que poderíamos pensar numa forma de resolver esse probleminha?

A8: Pra falar a verdade eu to achando que seria de vezes.

P: E você multiplicaria o que?

A8: Eu ia multiplicar as 5 gotas pelo quilo da criança.

P: Será que essa quantidade iria estar correta? Vamos rever aqui olha, ele diz que para cada 2 kg da criança nós temos que dar 5 gotas do remédio...

A8: Ahhhh é... Não! Não pode ser assim. Porque seria muitas gotas. Tem que ser assim. Colocar o 2 mais 2 mais 2... até chegar no 12. E daí ver quanto dava pra ver quantas gotas iam ser. Que seria assim ó: (2 mais 2 mais 2...), que dá 1, 2, 3, 4, 5, 6 vezes, pra chegar no 12. E aí fazer as 5 gotas vezes o 6. Que dá... espera aí. Que dá 30 gotas! É! Acho que agora não é muito!

P: Certo. É isso aí. Vamos para a última?

A8: Vamos.

P: O que você pensou nessa?

A8: Ah nessa, eu só fiz uma continha aqui, mas foi difícil de achar ela. Porque antes eu fiz várias. Ai eu fiz que nem a outra. Aí eu fiz 18 mais 18 mais 18... só que aí eu pensei num jeito *mais fácil que é a multiplicação. Aí eu fiz 30 vezes 5 e deu 150. E, nossa! Essa foi muito difícil.*

P: Ok então. Obrigada!

APÊNDICE J

Atividades utilizadas na sequência didática

1.º dia (07/11/2014)

1) Na escola de Marcos existem 22 salas de aula e em cada uma existem 25 cadeiras. Quantas cadeiras existem na escola de Marcos?

2.º dia (10/11/2014)

1) Durante um passeio ao Jardim Botânico de Bauru, Fábio tirou muitas fotos com sua câmera. Quando retornou do passeio, resolveu revelar todas as fotos tiradas no Jardim Botânico. Em seguida, Fábio colocou todas as fotos em um álbum preenchendo-o completamente. Sabendo que esse álbum possui 25 páginas e que em cada página é possível colocar 12 fotos, qual é a quantidade de fotos que Fábio tirou na sua ida ao Jardim Botânico?

2) Na hora do recreio, 15 alunos consomem uma quantidade aproximada de 3 quilos de maçã. Sabendo que cada um quilo é equivalente a 14 unidades de maçã, quantas unidades de maçã foram consumidas por esses alunos?

3.º dia (12/11/2014)

1) Para fazer uma salada de frutas para os alunos no período do intervalo, dona Vilma usou: 9 kg de banana do tipo prata, 8 kg de maçã do tipo gala e 8 kg de pera do tipo portuguesa. Sabe-se que, aproximadamente, 1 quilo de banana prata equivale a 8 unidades de banana, 1 quilo de maçã gala equivale a 7 unidades de maçã e 1 quilo de pera portuguesa equivale a 5 unidades de pera. Quantas bananas foram utilizadas nessa salada de frutas? E quantas maçãs? E quantas peras?

2) A mãe de Natália tem 57 anos de idade. Sabe-se que a diferença de idade entre Natália e sua mãe é de 44 anos. Qual é a idade de Natália?

3) Em uma determinada loja, o preço de 3 mochilas iguais é de R$ 73,00. Quanto seria o preço de 9 mochilas iguais às anteriores a ser pago nessa loja? E de 12 mochilas? E de 24?

4) A tabela seguinte mostra a quantidade de quilômetros percorridos por um determinado veículo a cada 30 litros de combustível consumidos:

Tabela: Relação entre combustível consumido e quilometragem percorrida.

Quilômetros percorridos	Litros
300	30
	60
	120

Fonte: Arquivo pessoal.

Complete a tabela acima considerando a relação entre combustível consumido e quilometragem percorrida.

4.º dia (13/11/2014)

1) A tabela seguinte indica o valor pago por uma determinada quantidade de mangueira de água.

Tabela: Relação entre a quantidade de água e o valor.

Mangueira de água (comprimento – metro)	Valor (R$)
20	15,00
	60,00
120	

Fonte: Arquivo pessoal.

Complete a tabela acima considerando essa relação.

2) A cada 7 latas de tinta concentrada um pintor mistura 4 latas de água, para preparar uma tinta. Quantas latas de água seriam necessárias para dissolver 35 latas de tinta? E 77 latas de tinta concentrada?

APÊNDICE K

Avaliação Diagnóstica Final - 02/12/2014

Nome:____ **Identificação**

1.ª Questão – Em uma gráfica, certa impressora imprime 100 folhas em 5 minutos. Quantos minutos essa mesma impressora gastará para imprimir 1000 folhas iguais às anteriores?

2.ª Questão – Em uma caixa existem 12 ovos. Quantos ovos existem em 24 caixas?

3.ª Questão – Marcos bebe três copos de água a cada duas horas. Em um período de 16 horas, quantos copos de água Marcos beberá?

4.ª Questão – A cada 3 anos, um criador de aves produz, aproximadamente, 18 toneladas de frango. Considerando esta informação, complete a tabela abaixo.

Tabela: Relação entre intervalo de tempo (anos) e produção de aves (toneladas).

Intervalo de tempo (em anos)	Produção de aves (em toneladas)
3	18
6	______
______	72
15	______

Fonte: Arquivo pessoal.

5.ª Questão – Na bula de um determinado remédio pediátrico recomenda-se a seguinte dosagem: 5 gotas para cada 2 kg do "peso" da criança. Se uma criança tem 12 kg, quantas gotas devem ser dadas desse remédio para a criança?

6.ª Questão – A tabela seguinte indica o valor pago por uma determinada quantidade de corda:

Tabela: Relação entre comprimento de corda e o valor.

Corda (comprimento - metro)	Valor (R$)
30	18
____	90
210	_____

Fonte: Arquivo pessoal.

Complete a tabela acima considerando esta relação.