UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO

EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

ÁREA DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA

MATEMÁTICA E SEUS FUNDAMENTOS FILOSÓFICO-CIENTÍFICOS

A PROBABILIDADE NOS DOCUMENTOS CURRICULARES DE BRASIL, ARGENTINA, COLÔMBIA E MÉXICO: UMA ANÁLISE COMPARADA

HERON MIGUEZ GONZALEZ GOMES

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS

RIO CLARO - SP
2023

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"Júlio de Mesquita Filho"
Instituto de Geociências e Ciências Exatas
Câmpus de Rio Claro

Heron Miguez Gonzalez Gomes

A probabilidade nos documentos curriculares de Brasil, Argentina, Colômbia e México: uma análise comparada

Dissertação de Mestrado apresentada ao Instituto de Geociências e Ciências Exatas do Câmpus de Rio Claro, da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Antonio Carlos de Souza

Rio Claro - SP
2023

G633p

Gomes, Heron Miguez Gonzalez
A probabilidade nos documentos curriculares de Brasil, Argentina, Colômbia e México : uma análise comparada / Heron Miguez Gonzalez Gomes. -- Rio Claro, 2023
100 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista (Unesp), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro
Orientador: Antonio Carlos de Souza

1. Educação Estatística. 2. Análise Comparada. 3. Currículo na América Latina. 4. Letramento Probabilístico. 5. Educação Matemática. I. Título.

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Biblioteca do Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro. Dados fornecidos pelo autor(a).

Essa ficha não pode ser modificada.

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"Júlio de Mesquita Filho"
Instituto de Geociências e Ciências Exatas
Câmpus de Rio Claro

Heron Miguez Gonzalez Gomes

A probabilidade nos documentos curriculares de Brasil, Argentina, Colômbia e México: uma análise comparada

Dissertação de Mestrado apresentada ao Instituto de Geociências e Ciências Exatas do Câmpus de Rio Claro, da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Comissão Examinadora

Prof. Dr. ANTONIO CARLOS DE SOUZA
FEG/UNESP/GUARATINGUETÁ (SP)

Profª. Drª. CELI ESPASANDIN LOPES
PUC/Campinas (SP)

Profª. Drª. ROSA MONTEIRO PAULO
FEG/UNESP/GUARATINGUETÁ (SP)

Conceito: Aprovado.

Rio Claro (SP), 31 de outubro de 2023.

À Ana Rosa (*im memoriam)*, cuja breve presença física iluminou a escrita deste trabalho e cuja memória ilumina minha vida.

Agradecimentos

Agradeço à minha esposa, Maria, por todo o apoio e inspiração durante a escrita desta dissertação, bem como a toda minha família.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Antonio Carlos pela orientação compreensiva e parceira durante o processo do mestrado e pela amizade que valorizo muito.

Aos colegas e professores do PPGEM que me ensinaram muito dentro e fora de disciplinas e eventos.

A todos os colegas professores da Educação Básica e alunos que cruzaram minha vida durantes esses anos, que constantemente colocavam meus pés no chão e me lembravam o que de fato a Educação significa.

Resumo

O objetivo desta pesquisa é realizar uma análise comparada sobre como se mostra o ensino de Probabilidade em documentos curriculares nacionais de alguns países latino-americanos. Para tanto, elegemos, a partir de um estudo de publicações da área em eventos internacionais, analisar os currículos de Brasil, Argentina, Colômbia e México. Optamos por uma metodologia de pesquisa qualitativa comparada que nos permitiu analisar lado a lado, de maneira contextualizada, os quatro documentos em busca de convergências, peculiaridades e possibilidades do que se mostra para o ensino de Probabilidade no âmbito específico dessas políticas públicas curriculares nacionais. A pergunta que orientou nossa análise foi: “Como o ensino de Probabilidade se mostra em documentos curriculares de países da América Latina?”. Realizamos levantamentos teóricos quanto a interpretações de probabilidade, letramento probabilístico, bem como sobre teorias de currículo e elaboração curricular. Organizamos um panorama dos 4 países para situar nosso processo de análise comparada, com observações sobre suas histórias, aspectos socioeconômicos e educacionais. A análise dos dados se deu em dois momentos, o primeiro sobre a organização geral e específica da Probabilidade nos textos iniciais dos documentos. O segundo se deu com as orientações de aprendizagens prescritivas esperadas pelos currículos a partir de alguns aspectos considerados como as interpretações de probabilidade e os elementos do letramento probabilístico. Consideramos, por fim, que há a necessidade quantitativa da presença da Probabilidade em mais anos de ensino, mas principalmente a necessidade qualitativa de uma boa organização e aprofundamento de todos os aspectos considerados na pesquisa, como as interpretações e os elementos do letramento. Ao final, trazemos algumas considerações e propostas de maneira geral e específica a cada documento.

Palavras-chave: Educação Estatística. Análise Comparada. Currículo na América Latina. Letramento Probabilístico. Educação Matemática.

Abstract

The objective of this research is to carry out a comparative analysis on how the teaching of Probability is shown in national curricular documents of some Latin American countries. To this end, we chose, based on a study of publications in the area at international events, to analyze the curricula of Brazil, Argentina, Colombia and Mexico. We opted for a comparative qualitative research methodology that allowed us to analyze side by side, in a contextualized way, the four documents in search of convergences, peculiarities and possibilities of what is shown for the teaching of Probability in the specific scope of these national public curricular policies. The question that guided our analysis was: “How does the teaching of Probability appear in curricular documents in Latin American countries?” We carry out theoretical surveys regarding interpretations of probability, probabilistic literacy, as well as curriculum theories and curriculum development. We organized an overview of the 4 countries to situate our comparative analysis process, with observations about their histories, socioeconomic and educational aspects. Data analysis took place in two moments, the first on the general and specific organization of Probability in the initial texts of the documents. The second occurred with the prescriptive learning guidelines expected by the curricula based on some aspects considered such as probability interpretations and the elements of probabilistic literacy. Finally, we consider that there is a quantitative need for the presence of Probability in more years of teaching, but mainly the qualitative need for a good organization and deepening of all aspects considered in the research, such as interpretations and literacy elements. At the end, we bring some general and specific considerations and proposals to each document.

Keywords: Statistics Education. Comparative Analysis. Curriculum in Latin America. Probability Literacy. Mathematics Education.

Sumário

1. Introdução.....10
2. Metodologia de Pesquisa 12
2.1 Pesquisa qualitativa e Educação 12
2.2 Uma abordagem qualitativa comparada 14
2.3 Nossos caminhos na comparação: delineamento dos procedimentos da pesquisa 18
3. Probabilidade 21
3.1 Da Antiguidade à Probabilidade Clássica 23
3.2 Perspectivas subjetivas 26
3.3 Perspectivas objetivas 29
3.4 Pluralidade de concepções de Probabilidade 31
3.5 Algumas reflexões sobre ensino e aprendizagem de probabilidade 33
4. Currículo 38
4.1 Textos curriculares em âmbito nacional 41
4.1.1 Modelos tecnológicos/racionais/tecnicistas 42
4.1.2 Modelos processuais/racionais práticos 44
5. Os 4 países em contexto: história, sociedade, educação e probabilidade....46
5.1 Um retrato geral de alguns dados demográficos 48
5.2 Aspectos gerais dos sistemas educacionais 49
5.3 Os processos de mudança curricular mais recentes 53
5.4 Algumas pesquisas em ensino de Probabilidade 55
5.5 Algumas considerações e consequências para a análise dos dados 57
6. O que os documentos dizem sobre Probabilidade 59
6.1 Fase descritiva e interpretativa 59
6.1.1 Brasil 59
6.1.2 Argentina 61
6.1.3 Colômbia 62
6.1.4 México 64
6.2 Fase de justaposição 66
6.3 Fase comparativa 68
6.3.1 Organização geral do currículo 68
6.3.2 Organização específica da Probabilidade 69
6.3.3 O que é Probabilidade para os currículos 69

6.3.4 Por que se ensinar Probabilidade 70
6.4 Algumas considerações 70
7. O que os documentos prescrevem sobre Probabilidade 71
7.1 Fases descritiva e interpretativa 71
7.1.1 Brasil 72
7.1.2 Argentina 76
7.1.3 Colômbia 79
7.1.4 México 83
7.2 Fase de justaposição 86
7.3 Fase comparativa 89
7.3.1 Interpretações de probabilidade 89
7.3.2 Elementos do letramento probabilístico 90
8. Algumas considerações 94
Referências Bibliográficas 97

1. Introdução

Em minha recente jornada pela Educação Básica como aluno, passei por 8 instituições de ensino público e privado e só tive contato com a Probabilidade no 2° ano do Ensino Médio, como se fosse um conhecimento muito avançado para os níveis anteriores de ensino. Essa experiência se restringiu a situações de jogos de azar ou que envolviam espaços amostrais equiprováveis, em que todos os eventos têm a mesma chance de ocorrer.

Ao longo da graduação, tive experiências com projetos em escolas públicas com o ensino de Probabilidade e percebi como crianças do 6° e 7° anos do Ensino Fundamental eram plenamente capazes de lidar com esse conceito, inclusive com outras interpretações para além da clássica, especialmente a frequentista, com a qual nunca tivera contato até então.

Como professor recém-formado atuante em escolas públicas de anos finais do Ensino Fundamental, ao longo de 2 anos de escrita desta dissertação, até então, não encontrei nenhum colega desenvolvendo aulas que envolvam uma dessas outras interpretações e, pasme, nem eu tive a oportunidade de trazer isso para minha sala de aula, seja pelas limitações que a pandemia de COVID-19 trouxe, seja por desenho curricular, seja talvez pela minha própria noção inconsciente de que esse conhecimento seria menos relevante que Álgebra ou Geometria.

Surgiu, então, uma inquietação em compreender a fundo quais outras interpretações de probabilidade existem, em quais situações se mostram, como elas foram desenvolvidas numa história surpreendentemente recente. Nesse sentido, também me questionava sobre as diferentes situações e contextos para que cada nova visão expandiria os horizontes.

Junto a isso, houve uma indagação quanto à questão curricular brasileira, recentemente reformada através da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) – BRASIL, 2018 – que orienta a elaboração de todos os currículos brasileiros, incluindo os que praticamos em sala de aula. Esse documento, em uma leitura inicial, parecia expandir o ensino de Probabilidade para mais anos e contextos do que os currículos brasileiros anteriores.

Com os estudos que se desenvolvem nos capítulos desta dissertação, encontramos outras questões importantes para se olhar para o ensino e para a aprendizagem de probabilidade, o panorama do letramento probabilístico de Gal

(2005), grandes ideias, contexto, pensamento crítico, a compreensão da probabilidade como um conhecimento fundamental para uma pessoa analisar diversos fenômenos em nosso mundo, crescimento econômico, tomadas de decisão, previsão do tempo, a compreensão dos estudos das ciências do clima e das mudanças climáticas, para além dos dados, cartas e demais jogos de azar.

Com o contato com a metodologia da Educação Comparada, que usamos nesta pesquisa, percebemos uma visão bastante cara ao estudo de documentos curriculares nacionais como a BNCC, considerando todas as suas peculiaridades como política pública elaborada a partir de uma série de processos políticos e disputas de poder e de interesse. Ao invés de analisar apenas a BNCC, a comparação nos possibilitou analisar juntos, lado a lado, alguns documentos curriculares latino-americanos.

O objetivo desta pesquisa é realizar uma análise comparada sobre o ensino de Probabilidade em documentos curriculares nacionais de países latino-americanos e, após uma seleção baseada em publicações na área em eventos internacionais relevantes a essa área de pesquisa, optamos por analisar os currículos de Brasil, Argentina, Colômbia e México.

Exploramos em específico questões como a organização curricular geral e particular da Probabilidade, como esses documentos justificam a presença da Probabilidade, quais interpretações estão presentes, quais elementos do letramento probabilístico podem ser encontrados e como eles se apresentam nas orientações curriculares, dentre outros aspectos considerados.

Para situar a análise comparada, trazemos no trabalho um breve contexto situando a realidade geral da América Latina e de cada país, histórica, econômica e educacionalmente, que levamos em conta ao longo de toda a análise dos dados obtidos a partir dos documentos. Também realizamos revisões de literatura quanto à Probabilidade, suas interpretações e ensino, e sobre currículo, suas definições, complexidades e elaboração.

2. Metodologia de Pesquisa

Por metodologia de pesquisa, entendemos aqui um processo, que vai desde o delineamento do tema e de uma pergunta de pesquisa até a análise dos dados em busca de respondê-la, engloba um conjunto de técnicas, métodos, procedimentos para produzir novos conhecimentos a partir da realidade humana (OLIVEIRA, 2016).

Nesse sentido, nossa pergunta de pesquisa é:

“Como o ensino de Probabilidade se mostra em documentos curriculares de países da América Latina?”

Nossa pesquisa segue caminhos qualitativos, Bicudo (2012) discute a prevalência da pesquisa qualitativa na Educação Matemática, e considera-a como um modo de se pesquisar que permite um foco no sujeito e no processo, contextualizado social e culturalmente. Consideramos esse aspecto da pesquisa qualitativa fundamental ao estudo de fenômenos educacionais, inclusive o caso dos documentos curriculares, que são documentos permeados por contextos e história, especialmente na multiculturalidade latino-americana com que lidamos neste trabalho.

Esta pesquisa se propõe a olhar para o que documentos nacionais curriculares orientam quanto ao ensino de probabilidade ao longo da Educação Básica em alguns países latino-americanos. Para isso, escolhemos a comparação como abordagem metodológica, por nos permitir olhar para a realidade de diferentes países ao mesmo tempo e ir conhecendo-os e analisando-os juntos, com critérios justos e assentados na realidade desse aspecto do desenho curricular.

2.1 Pesquisa qualitativa e Educação

Nossos objetos de pesquisa, os documentos curriculares nacionais latino-americanos foram escritos por pessoas, a partir de processos políticos complexos, com uma série de disputas e interesses envolvidos, são, no mínimo, textos, que por definição são repletos de significados, polissemias e interpretações possíveis.

A partir disso, optamos por investigá-los através de uma pesquisa qualitativa, de forma a possibilitar a análise desses vários significados envolvidos de maneira cuidadosa, sistemática e organizada a fim de compreender o que é possível interpretar nesses textos quanto ao currículo prescrito para a probabilidade pelos Estados latino-americanos não pela mera quantidade relativa ou absoluta de habilidades, mas pela

qualidade, pelo todo que se observa ao longo da Educação Básica, se há coesão e sentido no que é proposto.

De Garnica (2001), temos algumas das características fundamentais de uma pesquisa qualitativa, os dados predominantemente descritivos, a importância do processo para além do produto, a análise indutiva e a participação do pesquisador como instrumento de pesquisa assumindo uma grande responsabilidade.

Esse autor destaca a importância da pesquisa não se desprender do contexto da realidade, é impossível isolar os documentos curriculares, por exemplo, da realidade socioeconômica e histórica em que foram concebidos, do sistema educacional a que eles atendem.

Nesse sentido, Garnica (2001) destaca a importância de uma pesquisa de regulações e não regulamentos, em que não se considere o mundo como algo pronto a ser categorizado *a priori*. Ao longo do processo de pesquisa, o pesquisador estabelece critérios claros, uma pergunta de pesquisa que é fundamental a todo trabalho nesse âmbito, mas deve evitar transferir para uma fórmula, um regulamento a responsabilidade que é do próprio pesquisador.

Consideramos nesse sentido a importância de uma pesquisa que, como afirma Bicudo (2012), não considere as qualidades inerentes ao investigado, mas sim, em que a qualidade é mostrada no contexto da percepção do sujeito que interage com ela. Desta forma, a descrição, fundamental nessa maneira de se pesquisar, mostra-se através da linguagem em que a percepção é expressa e “uma vez expressado e comunicado, o percebido já não é do sujeito, mas está apresentado (dado) à comunidade, solicitando, então, procedimentos de análise e interpretação” (BICUDO, 2012, p. 18).

Bicudo (2016) ressalta algumas das limitações e forças da pesquisa qualitativa: ao trabalhar com fenômenos situados/contextualizados, exploram-se as peculiaridades de como se mostram, de maneira que sua generalização e transferibilidade para outros contextos não são viáveis, pois não fazem sentido. Mas ao permitirem a compreensão aprofundada de características do investigado, abrem-se possibilidades para a interrogação do fenômeno em outros contextos.

Nesse sentido, independente de métodos, procedimentos e regulações que procuraremos ao longo deste trabalho, é fundamental estabelecermos um problema, ou pergunta de pesquisa coesa que traga de maneira objetiva o que queremos com este trabalho, Bicudo (2016) prefere o termo interrogação, que, segundo a autora vem

da perplexidade do pesquisador perante o mundo, expressando o constante questionar que problematiza respostas simples, e possibilita a pesquisa atingir, através de um processo aprofundado de investigação, resultados relevantes e abrangentes, mas nunca universais.

Nesse sentido, ao *interrogarmos como o ensino de Probabilidade se mostra em documentos curriculares nacionais latino-americanos*, vimos na comparação uma abordagem metodológica que estabelece critérios, procedimentos que permitirão dar sentidos para uma pesquisa que envolve vários países, contextos, culturas.

2.2 Uma abordagem qualitativa comparada

No amplo universo das abordagens de pesquisa qualitativa, buscamos uma que:

1) Possibilite-nos a exploração ampla, contextualizada e aprofundada de nossa pergunta de pesquisa.
2) Dê conta de analisar documentos curriculares nacionais, nosso objeto de pesquisa, dentro de suas especificidades como frutos de processos sociais e políticos.
3) Traga um leque amplo de possíveis procedimentos versáteis e capazes de lidar com nossa pergunta de pesquisa.

Encontramos na comparação uma abordagem de pesquisa que atendeu a essas demandas. Segundo García Garrido (1997), trata-se de uma abordagem metodológica que favorece investigações em Educação de caráter regional, nacional, internacional ou supranacional, dado o atual contexto de globalização e acesso à informação, de maneira contextualizada e com uma base de procedimentos metodológicos extensíveis aos documentos curriculares nacionais.

Ressaltamos que alguns dos autores que trouxemos neste capítulo também discutem a Educação Comparada para além de abordagem metodológica, mas como uma disciplina, contudo, neste trabalho, estamos recorrendo a ela apenas como abordagem de pesquisa que nos dá base procedimental para a análise dos dados, e, considerando nossas bases teóricas de pesquisa qualitativa, constituímos neste processo nossa maneira de pesquisa comparada.

Egido Gálvez e Martínez-Usarralde (2019) consideram que comparar é uma das formas fundamentais de pensamento que utilizamos para compreender o mundo.

Esses autores vão além e defendem que apenas comparando podemos defender posições em algumas situações em que é necessário realizar juízos.

Caballero et al. (2016) definem que a comparação, num contexto científico como o da pesquisa em Educação, ultrapassa o sentido cotidiano do estabelecimento de semelhanças e diferenças e envolve o estudo de fenômenos ou fatos educacionais em diferentes contextos com a finalidade de discuti-los, problematizá-los, estabelecer propostas, de maneira global.

Schriewer (2019) critica a perspectiva positivista de Durkheim da comparação nas ciências sociais, que propunha que a um mesmo efeito, corresponderia uma mesma causa, ou seja, em duas realidades diferentes, as mesmas ações causariam consequências semelhantes. Em contraposição a isso, Schriwer (2019) afirma que "os testemunhos empíricos que a investigação comparada traz levam, em geral, menos à confirmação de uma suposta regularidade de relações macrossociais do que à necessidade de sua revisão" (SCHRIEWER, 2019, p. 151).

Braga (2016) considera que uma perspectiva qualitativa de análise comparada deve se ater a diversas relações causais que provocam resultados únicos em diferentes realidades.

Logo, a análise comparada nas ciências, inclusive na Educação, compreende a complexidade da rede de causas e consequências que é a realidade, sem a pretensão de chegar a uma resposta universal que explique os fenômenos educacionais, mas sim com o objetivo de conhecê-los lado a lado, em contexto, tendo em vista a natureza das sociedades humanas.

Para explicar sua perspectiva de comparação, Schriewer (2019) traz a ideia de equivalência funcional, aqui, o termo função não está no sentido de cumprimento de um papel, que denota uma relação de causa e efeito simples, mas sim parecida com o sentido matemático, como uma relação de dependência entre variáveis.

Essa compreensão de função de Schriewer (2019) possibilita uma perspectiva de comparação que leve em conta a complexidade de cada realidade sem buscar necessariamente traçar relações de causa e consequência simples. Uma solução que se aplica a um objeto não pode ser transposta para outra realidade de imediato, mas podemos investigar nessas relações presentes em cada objeto possibilidades que podem ajudar a compreensão do todo e de todos.

Quanto à necessidade de contexto para a comparação, surge a inquietação da dificuldade em se conhecer de maneira aprofundada cada realidade estudada,

Schriewer (2019) propõe uma perspectiva que denomina de funcional-configurativa, partindo do problema estudado na comparação, dos recursos de realização disponíveis e das margens de decisão limitadoras em cada sociedade. A ideia de configuração, para o autor, pressupõe que condições prévias já estão postas em sistemas históricos concretos a partir de outras decisões tomadas em outros momentos, campos ou sistemas sociais. Desta maneira, o comparatista não precisa necessariamente reconstituir as condições relevantes para seu problema de maneira específica, mas pode recorrer a tipologias historicamente saturadas, como trajetórias históricas de desenvolvimento, processos de formação dos Estados, momentos de rupturas institucionais e as tradições que diferentes povos compartilham (SCHRIEWER, 2019).

Braga (2016) considera que uma perspectiva qualitativa de comparação se foca em descrições profundas, na busca por uma análise minuciosa em busca da explicação de resultados mais específicos. Nessa abordagem, os pesquisadores

> buscam compreender como um conjunto de causas (ou variáveis independentes), postas pela teoria que o pesquisador utiliza, gera o comportamento ou o efeito sobre a variável dependente. E, obviamente, como o contexto e as condições específicas de produção do fenômeno a ser estudado incidem sobre a produção da causalidade (BRAGA, 2016, p. 155).

Caballero et al. (2016) considera que, em uma pesquisa comparada, ao mesmo tempo em que existam ao menos 2 casos em análise, há a necessidade de que eles sejam homogêneos, no sentido de possuírem mesma natureza, ao mesmo tempo em que sejam heterogêneos, possuam diferenças e particularidades para que sua comparação faça sentido.

A perspectiva de Sheila Jasanoff trazida por Braga (2016) segue em direção semelhante, a comparação “pode vir a funcionar melhor quando as entidades a serem comparadas são suficientemente diferentes para apresentar contrastes interessantes, mas suficientemente semelhantes para que as variáveis sejam disciplinadas” (BRAGA, 2016, p. 165).

Ao discutir as perspectivas qualitativas de análise comparada, Braga (2016) considera que, ao contrário de perspectivas quantitativas, uma grande quantidade de casos e variáveis observados diminui a profundidade e a abrangência explicativa da análise. Para a autora, “os desenhos de pesquisa devem priorizar amostras reduzidas,

análises histórico-comparadas, instituições e a produção da ação e do comportamento político".

Nesse sentido, como um critério para escolher uma amostra reduzida da América Latina, recorremos à análise de publicações sobre ensino de probabilidade em eventos internacionais, conforme descrito a seguir.

Silva, Cazorla e Kataoka (2015) escrevem sobre as características da produção científica brasileira em Educação Estatística, mais especificamente do GT-12 (Grupo de Trabalho 12) da SBEM (Sociedade Brasileira de Educação Matemática). Nesse estudo, as autoras apontam os três eventos internacionais que consideram relevantes para essa área de pesquisa, são eles: o ICOTS (Intrenational Conference on Teaching Statistics), organizado pela IASE (International Association fot Statistics Education), o CIAEM (Conferência Interamericana de Educação Matemática), organizado pelo Comitê Interamericano de Educação Matemática, e, por fim, o ICME (International Conference on Mathematics Education), evento organizado pela ICMI (International Comission on Mathematics Instruction). Todos os três eventos ocorrem a cada 4 anos.

A partir disso, delimitamos um período de 10 anos, entre 2010 e 2019 e buscamos as edições desses eventos que ocorreram neste intervalo de tempo e possuem anais já disponíveis publicamente na internet. Foram três edições do evento CIAEM: a XIII, a XIV e a XV; duas do ICOTS: 9 e 10; e duas edições do ICME: 12 e 13. Realizamos a leitura dos resumos de todos os trabalhos em categorias de Educação Estatística ou ensino de probabilidade e encontramos entre os países latino-americanos: 21 trabalhos brasileiros, 12 mexicanos, 6 colombianos, 4 argentinos, 2 peruanos, 1 chileno e 1 venezuelano.

Escolhemos, portanto, os quatro países com mais publicações: Brasil, México, Colômbia e Argentina. Encontramos seus currículos nacionais nos respectivos sites de seus ministérios da educação ou órgãos equivalentes e nos debruçamos a analisá-los na perspectiva da Educação Comparada para explorar nossa pergunta de pesquisa.

Acreditamos que os documentos escolhidos atendem aos aspectos descritos por Caballero et al. (2016), pois estão disponíveis publicamente, temos quantidade reduzida de casos em análise, embora sejam ao mesmo tempo diversos e possuem orientações curriculares expressas de maneiras análogas e comparáveis.

2.3 Nossos caminhos na comparação: delineamento dos procedimentos da pesquisa

Caballero et al. (2016) trazem um delineamento sobre os procedimentos de uma pesquisa realizada com a Educação Comparada, os autores estabelecem algumas fases, são elas:

- Fase descritiva: momento em que se apresentam os dados acerca das unidades de análise definidas pela pesquisa segundo uma ordem e critérios bem definidos e deve ser realizada na mesma estrutura para cada realidade estudada.
- Fase interpretativa: fase em que se organizam os dados e fazem-se inferências a partir de correlações e convergências observadas nos dados, amparadas pelas revisões de literatura e pelo contexto de cada realidade estudada.
- Fase de justaposição: Fase chave da Educação Comparada, em que são colocados lado a lado o que foi reunido de cada país dentro de cada unidade de análise para que possam ser analisados de maneira conjunta.
- Fase explicativa: Momento de se investigar convergências, divergências e tendências no universo observado na justaposição emitindo conclusões e comentários sobre a realidade estudada como um todo.
- Fase prospectiva: Momento de reflexão crítica em que se pode pensar no futuro, delinear perspectivas ou propostas de mudanças reunindo tudo o que foi investigado nas fases anteriores.

Para a realização da análise comparada nessas fases, trazemos a seguir um quadro com a estrutura de nossas unidades de análise, em que seguimos uma organização inspirada por González Villarón (2015) exposta por Egido Gálvez e Martínez-Usarralde (2019), organizada em dimensões e os aspectos considerados dentro de cada dimensão que podem se ramificar em outras unidades quando necessário no decorrer da análise.

Quadro 1 – Organização para a análise comparada

Dimensões	**Aspectos considerados**
	O que aproxima os países: a América Latina • História geral da região • Colonização e exploração desde as invasões europeias até a atualidade

Realidade latino-americana	Alguns aspectos dos sistemas de ensino: • Leis gerais de educação • Objetivos da Educação Básica • Estrutura da Educação Básica • Diretrizes previstas para o planejamento curricular • Processo de elaboração dos documentos curriculares • Pesquisas locais em ensino de probabilidade
O que dizem os currículos sobre probabilidade	Organização geral dos currículos • Estruturação • Separação em níveis de ensino
	Organização curricular da probabilidade • Ano escolar de início • Associação com estatística Estruturação dos indicadores
	O que é Probabilidade para os currículos • Interpretações de Probabilidade • Exemplos de fenômenos probabilísticos
	Por que se ensinar Probabilidade?
O que prescrevem os currículos sobre probabilidade	Interpretações de probabilidade • Clássica • Frequentista • Subjetiva
	Elementos do letramento probabilístico • *Grandes ideias* • *Encontrar probabilidades* • *Linguagem* • *Contexto* • *Questões críticas*

Fonte: produção nossa

A fim de trazer recursos teóricos para a realização da análise comparada dos currículos, inicialmente, no capítulo 3, apresentamos o estudo sobre probabilidade, para dar um panorama geral de alguns aspectos filosóficos de um conceito de definições complexas e contraditórias. Também trouxemos algumas pesquisas de referência sobre a probabilidade no âmbito da Educação Estatística não só para defender sua relevância, mas para já apontar caminhos de como pode estar presente na Educação Básica.

Em seguida, no capítulo 4, trazemos um estudo sobre currículo, com as diferenças entre currículo e documento curricular nacional, o papel desses documentos, suas limitações e algumas discussões sobre currículos de probabilidade da literatura científica recente.

Para a análise dos dados, seguindo os princípios de uma boa comparação, escrevemos no capítulo 5 um contexto geral para situar cada um dos países que estamos investigando, trazendo algumas proximidades e algumas diferenças, sempre atentos à relevância de cada indicador ao real objetivo de nossa pesquisa que se restringe a uma fração do currículo prescrito. Focamo-nos, portanto, em aspectos do sistema educacional como: os anos de escolaridade, quando começam e terminam; prevalência do sistema público ou privado; objetivos da Educação Básica, dentre outros.

No capítulo 6 trazemos uma análise comparada a partir do que dizem os documentos curriculares nacionais sobre a probabilidade, o porquê de discuti-la na Educação Básica, em que ano de escolaridade começa seu estudo, quais fenômenos podem ser estudados a partir dela, dentre outros aspectos.

No capítulo 7 analisamos o que de fato é, nos documentos, prescrito para cada ano de escolaridade, considerando alguns parâmetros como quais interpretações de probabilidade são propostas, quais das grandes ideias que a cercam estão presentes, dentre outros.

Por fim, no capítulo 8, encerramos nossa análise na fase prospectiva, em que discutimos o que foi analisado e trazendo nossa perspectiva crítica e de mudanças para os currículos latino-americanos de Probabilidade.

3. Probabilidade

O trecho a seguir do livro “O dia em que voltamos de Marte” – ROQUE, 2021 – mostra como se dá a linguagem do último relatório do IPCC (Painel Intergovernamental sobre Mudanças Climáticas):

> O relatório mais recente do IPCC traz afirmações como as seguintes: a precipitação global média na superfície da Terra *provavelmente* aumentou desde 1950, em taxas mais rápidas desde 1980 (*confiança média)*; é *provável* que a influência humana tenha contribuído para as mudanças nos padrões de precipitação observados desde meados do século 20; a influência humana é *muito provavelmente* o principal impulsionador do recuo global das geleiras desde os anos 1990; é *virtualmente certo* que a camada superior dos oceanos tenha aquecido globalmente desde os anos 1970 e é *extremamente provável* que a influência humana seja o principal impulsionador disso (ROQUE, 2021, p. 255).

Todas as afirmações são dadas acompanhadas de advérbios probabilísticos (provavelmente, muito provavelmente, provável etc.). Segundo a autora, isso se dá porque o planeta Terra é um sistema complexo demais para ser descrito através de modelos matemáticos, faz-se necessário construir modelos estatísticos que se aproximam da realidade e tem algum poder de previsão, sempre acompanhado de medidas de incerteza. A boa comunicação desses dados deve, portanto, ser calibrada nessa linguagem probabilística, pois a incerteza faz parte dos modelos.

Esse exemplo mostra a relevância da Educação Estatística em geral, compreendendo o trio Estatística, Probabilidade e Combinatória e, em específico, do desenvolvimento de um raciocínio probabilístico ao longo da Educação Básica.

A boa compreensão da ciência que baseia o que conhecemos sobre o meio ambiente, uma das questões sociais, econômicas e políticas mais urgentes da atualidade só é possível com conhecimentos em probabilidade. A falta desse conhecimento pode estar relacionada à facilidade com que discursos negacionistas climáticos prosperam pelo mundo de acordo com Roque (2021).

Gal (2005) considera que a atenção a demandas do mundo real não devem ser o único fator que oriente currículos e professores, mas deve ser parte fundamental das considerações que guiam o ensino de probabilidade.

Antes de discutirmos mais a fundo sobre o ensino de probabilidade, as demandas, habilidades e competências associadas à sua compreensão, debruçamo-nos sobre a questão “O que é probabilidade?”, que não temos intenção de respondê-

la, ou esgotá-la, mas sim de mostrar através dela as várias facetas, interpretações, significados que rondam esse conceito e as possíveis influências disso para a análise de diferentes fenômenos probabilísticos e para o ensino de Probabilidade.

Borovcnik (2021) argumenta sobre a importância de estudarmos teorias específicas de probabilidade para uma melhor compreensão de um conceito geral.

> As inter-relações entre conceitos singulares e uma teoria, na qual esses conceitos estão incorporados, são mútuas. Por um lado, um conceito obtém seu próprio significado pelas relações dos teoremas dentro dessa teoria. Por outro lado, se alguém busca um significado específico de um conceito, então uma maneira comum é desenvolver uma teoria em torno dessa interpretação e ver o quão abrangente tal teoria é. Assim, as relações mútuas entre uma teoria e conceitos específicos também esclarecem o conceito. Isso também se aplica ao conceito de probabilidade (BOROVCNIK, 2021, p. 43, tradução nossa).

Esses aspectos filosóficos vêm sendo citados em pesquisas na área, (COUTINHO, 1994, LOPES; SOUZA, 2016) como pontos fundamentais para o desenvolvimento de um raciocínio probabilístico pelos estudantes.

Gal (2005) considera, no contexto da Educação Estatística, a probabilidade como parte tanto da Matemática quanto da Estatística, e, a partir disso, como uma noção importante para a interpretação de fenômenos aleatórios em diversas áreas de conhecimento.

Gillies (2000), no contexto da Filosofia da Probabilidade, considera que a Probabilidade tem um aspecto matemático e um aspecto filosófico. Em geral, há certo consenso entre os estudiosos da área quanto ao aspecto matemático, que corresponde a propriedades como a soma das probabilidades em um espaço amostral ser igual a 1, soma de probabilidades, condicionalidade, dentre outras, presentes de alguma maneira ao longo de várias concepções filosóficas.

Contudo, sobre o aspecto filosófico há profundas divergências, ele corresponde à forma de se obter uma probabilidade e por consequência à sua própria definição. Nesse sentido, a pergunta “o que é probabilidade?” tem várias respostas, algumas inclusive contraditórias entre si (BOROVCNIK, 2021).

Segundo Batanero, Henry e Parzysz (2005), o conceito de probabilidade recebeu diferentes interpretações de acordo com o componente metafísico da relação das pessoas com a realidade, por isso, o desenvolvimento dessa área de conhecimento estaria ligado a vários paradoxos, que mostram a distância entre intuição e desenvolvimento matemático formal.

São muitos os fenômenos aleatórios que podem ser estudados com a probabilidade, logo, é fundamental refletir sobre contexto e a natureza de cada um deles. Um modo de se calcular chances relacionadas à economia provavelmente não é tão efetivo na Física Quântica ou na Estatística, há situações em que calcular a razão entre eventos favoráveis e eventos possíveis funciona, outras em que suas limitações ficam evidentes e precisamos ir além.

Logo, para uma melhor compreensão sobre a natureza do conhecimento probabilístico, nos propusemos a estudar sobre algumas de suas principais interpretações filosóficas. Para organizar esse processo, recorremos à Borovcknik (2021), que reúne diferentes maneiras com que autores da área classificam os significados de Probabilidade.

Observamos que as classificações consensuais presentes na maioria dos autores trazidos por Borovcknik (2021) são: clássica, frequentista e subjetiva. Levando em conta ainda a organização proposta por Gillies (2000), optamos por estabelecer três categorias abrangentes para trazer esses significados contextualizados historicamente: clássica, subjetiva e objetiva.

Na primeira discutimos a presença da Probabilidade na antiguidade e seus primeiros estudos formais que levam à concepção clássica; na segunda, sobre as correntes subjetivas, trazemos a interpretação lógica e a subjetiva; na terceira, olhamos para as correntes objetivas, da probabilidade frequentista. Discutimos também sobre a possibilidade de uma visão pluralista de probabilidade.

Por fim, trazemos algumas considerações sobre pesquisas contemporâneas sobre o ensino de probabilidade, com foco no letramento probabilístico de Gal (2005).

3.1 Da Antiguidade à Probabilidade Clássica

Coutinho (2007) afirma que civilizações da antiguidade como a Mesopotâmia e o Egito Antigo conviviam com a ideia do acaso através da associação a intervenções divinas ou sobrenaturais, mesmo os jogos de azar, que já existiam nesses momentos históricos, tinham uma dimensão mística para além do lazer.

Lopes e Souza (2016) citando Cabria (1992) consideram que a compreensão dos fenômenos da natureza sempre foi parte do imaginário da humanidade, prever o tempo, tomar decisões, mesmo em tempos antigos, as pessoas certamente ponderavam chances e riscos em suas mentes antes de fazer escolhas.

Lopes e Souza (2016) e Lopes e Mendonça (2016) consideram que seria esperado dos gregos algum desenvolvimento matemático sobre probabilidades, devido seu entusiasmo pelos jogos, e estudos em Matemática e principalmente em Geometria. A hipótese do porquê isso não teria acontecido envolve a forte presença do destino nas crenças gregas, as moiras já teriam tecido em seus fios tudo o que aconteceu e iria acontecer no futuro, os oráculos eram consultados para tomar decisões.

Gillies (2000) traz outro fator a ser considerado, para o autor o dado de 6 faces equiprováveis foi fundamental para o início da sistematização matemática da probabilidade. Os gregos e outros povos antigos utilizavam como objetos de sorte os astrálagos, pequenos ossos irregulares com gravuras de funcionamento similar a um dado, contudo sem a propriedade da equiprobabilidade.

Além disso, o sistema numérico dos gregos e o grande foco de sua Matemática na Geometria podem ter dificultado o desenvolvimento de uma teoria de medidas de probabilidade na antiguidade (GILLIES, 2000; LOPES, MENDONÇA, 2016).

Apesar do não desenvolvimento de uma teoria matemática, Batanero, Henry e Parzysz (2005) discutem as visões de alguns filósofos gregos sobre a ideia de acaso; para Demócrito, tudo na terra seria uma combinação de acaso e necessidade; já para Aristóteles, resultados da coincidência improvável de dois ou mais eventos independentes se deveriam a tantos fatores que o resultado seria puro acaso. Segundo os autores, o pensamento aristotélico influenciou a Idade Média europeia, em que magia e superstições eram mais comuns nas mentes das pessoas.

Os primeiros registros de problemas de probabilidade são de Girolamo Cardano (1501-1576). Segundo Coutinho (2007), sua principal obra teria sido escrita no século XVI, mas publicada postumamente em 1665. O autor era jogador e seu livro tratava de como tomar boas decisões em jogos de azar. Segundo Batanero, Henry e Parzysz (2005), Cardano teria sido o primeiro a abordar esse tipo de problema listando os eventos possíveis, o que chamamos de espaço amostral.

Registros de uma transição de uma visão intuitiva de probabilidade para uma descrição teórica mais aprofundada associada à análise dos casos possíveis estão em uma troca de cartas entre Pascal (1623-1662) e Fermat (1601-1665), em que os matemáticos discutiam sobre um problema relacionado a apostas. Pascal teria utilizado o termo geometria do acaso para o que foi observado. Contudo, não houve ainda uma generalização ou teorização para além deste contexto (COUTINHO, 2007).

Chamamos de Probabilidade Clássica a primeira organização formal teórica do conceito, feita por Laplace (1749-1827) apenas no século XIX, Almeida e Farias (2019) trazem alguns dos princípios que o matemático estabeleceu para sua teoria de probabilidade:

> O princípio nº 1 refere-se à definição de Probabilidade como a relação entre o número de casos favoráveis e número de todos os casos possíveis. O princípio nº 2 complementa o primeiro, estabelecendo, para casos que não sejam igualmente possíveis, que a Probabilidade seja calculada a partir das somas das possibilidades de cada caso favorável. O princípio nº 3 assevera que, se os eventos são independentes uns dos outros, a Probabilidade da existência de seu conjunto é o produto de suas Probabilidades individuais. O princípio nº 4 afiança que: quando dois eventos dependem um do outro, a Probabilidade do evento composto é o produto da probabilidade do primeiro evento pela Probabilidade de que, tendo ocorrido o primeiro, o outro ocorrerá (ALMEIDA; FARIAS, 2019, p. 110).

Segundo Gillies (2000), com o desenvolvimento da mecânica newtoniana e os avanços em sua época, Laplace acreditava em um determinismo universal, que eventualmente tudo poderia ser previsto através das leis de Newton, o matemático, curiosamente, não acreditava em acaso, para ele, a probabilidade seria a medida da ignorância humana sobre determinado fenômeno. Segundo Almeida e Farias (2019),

> Laplace discute seus princípios levantando vantagens quanto à análise de Probabilidades na investigação das leis dos fenômenos naturais, cujas causas são desconhecidas, e ainda propõe que sejam aplicados às ciências morais, tratando de Probabilidades em julgamentos, testemunhos etc (ALMEIDA; FARIAS, 2019, p. 110).

A realidade se imporia sobre a visão do matemático mais de 100 anos depois quando a mecânica quântica mostrou limitações nas leis de Newton e ainda como a probabilidade e o acaso seriam essenciais para compreendermos as partículas que compõem o universo.

Gillies (2000) aponta ainda a importância da equiprobabilidade na interpretação clássica de Laplace, em que a probabilidade era a razão entre o evento escolhido e a totalidade dos eventos possíveis. Contudo, como apontam Araújo e Igliori (2013), essa concepção gera um problema lógico, afinal, a definição de probabilidade demanda eventos equiprováveis, cuja existência depende de definirmos o que é probabilidade, logo, haveria uma tautologia.

Portanto, a Probabilidade Clássica é o nome que damos a esse desenvolvimento inicial de uma sistematização matemática do conceito, e, apesar de seus paradoxos limitarem-na a certos problemas bastante específicos, é importante,

refletirmos sobre como a humanidade primeiro concebeu a ideia de medir o acaso e como surgiram maneiras diferentes de pensar probabilisticamente com o tempo. Coutinho (1994) relaciona esse processo histórico com as dificuldades que enfrentamos em sala de aula:

> Se os matemáticos que contribuíram com a criação e o desenvolvimento da teoria tiveram certa dificuldade de ver claramente, podemos presumir, sem grande risco de erro, que acontecerá o mesmo com alunos e professores. No entanto, a análise retrospectiva destas dificuldades podem nos ajudar a definir uma forma de ensino que leve isso em conta (COUTINHO, 1994, p. 28).

Ao longo dos séculos XVIII e XIX, vários outros matemáticos, como Bernoulli e Bayes, deixaram vestígios de outras concepções probabilísticas diferentes das de Laplace e Pascal, nas seções seguintes discutiremos seus caminhos nas disputas filosóficas sobre Probabilidade que permearam o século XX.

3.2 Perspectivas subjetivas

Segundo Coutinho (1994), Thomas Bayes (1702-1761) introduziu uma concepção de probabilidade que influenciou o surgimento das probabilidades subjetivas e está expressa no famoso teorema que leva o nome do matemático, segundo a autora:

> Os métodos bayesianos têm sua origem na idéia de atribuir uma probabilidade às causas de um evento observado a partir de um valor tomado "a priori" e recalculado em função dessa observação, de onde a classificação de "subjetiva" (COUTINHO, 1994, p. 18).

As interpretações que agrupamos nesta seção e chamamos de subjetivas seguem este princípio, em que a probabilidade já existe antes e pode estar associada de alguma maneira às concepções do sujeito.

A teoria lógica de probabilidade, que, segundo Gillies (2000), foi proposta inicialmente por John Keynes, economista britânico trouxe um caminho inicial para a formalização dessa perspectiva, é importante destacar que ela não é de fato uma probabilidade subjetiva, contudo, a agrupamos nesta seção por ser bastante influente para o seu surgimento.

Em sua tentativa de preencher as lacunas da teoria clássica de Laplace, publicou um livro intitulado *Treatise on Probability* em 1921, em que trazia uma definição de probabilidade associada à lógica proposicional, que valorizou seus

aspectos qualitativos, possibilitou a análise de novos fenômenos, ao mesmo tempo em que surgiram novas inconsistências e lacunas (GILLIES, 2000).

Keynes estudou no *King's College* de Cambridge, lá teve contato com matemáticos e filósofos como Bertrand Russel e George Edward Moore que buscavam trazer bases lógicas para a Matemática através de axiomas e sistemas de lógica dedutiva que permitiriam que teoremas fossem consequências lógicas auto evidentes (GILLIES, 2000)

Se Russel buscava uma solução aos paradoxos observados na Matemática, Keynes trouxe essa visão para a probabilidade, tendo em vista o paradoxo lógico da equiprobabilidade da teoria clássica de Laplace (GILLIES, 2000).

A lógica dedutiva com a qual Russel buscava organizar a Matemática se baseia em implicações lógicas evidentes a partir de uma hipótese, por exemplo: se todos os corvos são pretos e George é um corvo, então, George é preto. Não há outra possibilidade, a cor de George ser preto é uma certeza (GILLIES, 2000).

Keynes define a probabilidade a partir da lógica indutiva, seguindo o exemplo dos corvos: observamos uma quantidade considerável de corvos e todos eram pretos, logo, todos os corvos são pretos. Nesse caso, a hipótese é que uma certa quantidade de corvos é preta, o que implicaria em todos os corvos serem pretos. Esse tipo de lógica não nos permite ter certeza dessa implicação lógica, já que é impossível observar todos os corvos que existem, logo, Keynes propõe que se atribua um grau de certeza a implicações indutivas (GILLIES, 2000).

Em citações de Keynes (1921) em Gillies (2000), podemos observar alguns avanços da teoria lógica aos estudos de probabilidade, a possibilidade de termos chances não mensuráveis em alguns casos, o 1 representaria a certeza, o 0 a impossibilidade, mas Keynes propõe que as probabilidades A, B, C, D, E... entre 0 e 1 poderiam ao menos ser comparadas entre si e ordenadas.

Lopes e Souza (2016) consideram este tratamento qualitativo da probabilidade um dos principais méritos da teoria lógica. Vamos além e consideramos este aspecto que permeia as perspectivas subjetivas importantes no desenvolvimento de um raciocínio probabilístico desde os primeiros anos escolares.

Apesar disso, a teoria lógica foi bastante criticada, principalmente por Karl Popper devido a uma série de paradoxos. Por exemplo, Keynes define a probabilidade como grau de uma implicação lógica, mas estende isso para uma ideia de grau de crença racional, para o autor, seria evidente e universal a todos os seres racionais

uma certa probabilidade a partir das mesmas hipóteses iniciais, o que Gillies (2000) considera um platonismo.

Em suma, a probabilidade lógica traz um tratamento mais qualitativo da probabilidade, expande para além dos jogos de azar os problemas aleatórios que podem ser analisados, contudo, assim como a teoria clássica, incorre em paradoxos e incoerências internas, o que é especialmente grave a uma teoria que se baseia na lógica.

A Probabilidade Subjetiva surge para lidar com esses novos problemas aleatórios que a teoria lógica se propunha solucionar, mas em uma tentativa de escapar de suas incongruências.

Segundo Gillies (2000), a Probabilidade Subjetiva, assim como tantas outras teorias matemáticas, foi descrita e axiomatizada simultaneamente de maneira independente por duas pessoas: Bruno de Finetti (1906-1985) na Itália e Frank Ramsey (1903-1930) na Inglaterra.

Ramsey partiu de críticas à teoria lógica de Keynes, que se deram principalmente à ideia de que a partir de um conjunto de hipóteses iniciais, os sujeitos perceberiam a probabilidade de maneira semelhante, para o autor, essa intuição lógica não é confiável, pois dependeria de seus conhecimentos prévios (GILLIES, 2000).

Logo, uma probabilidade baseada no grau de crença racional das pessoas não poderia ser universal como propôs Keynes, mas sim variar de sujeito para sujeito, daí surge a necessidade de uma Probabilidade Subjetiva.

Mas afinal, como medir algo como a crença racional de um sujeito? Se na época de Ramsey e de Finetti não existia um aparelho capaz disso, 90 anos de evolução tecnológica ainda não nos proporcionaram medir nossas crenças com valores matemáticos precisos. Segundo Gillies (2000), a resposta dos teóricos para este problema envolvia um regime de apostas. Bruno de Finetti partiu da seguinte situação para definir as bases de sua teoria:

> Uma pessoa A (uma psicóloga) quer medir o grau de crença racional de uma pessoa B. Para isso, B concorda em apostar com A sobre determinado fenômeno E a partir das seguintes condições: B teria que escolher um número de aposta *q* (quociente de aposta em E) e A então escolhe uma quantia S. E deve pagar a multiplicação *q*S à A em troca de S, caso E ocorra. O ponto mais importante dessa definição é que S pode ser um valor positivo ou negativo e |S| deve ser menor que o patrimônio de B (GILLIES, 2000, p. 55, tradução nossa).

A partir dessas definições, com o valor S podendo ser negativo ou positivo, se B soubesse que S é positivo, seria estimulado a dar um valor baixo para *q*, pois assim, trocaria uma quantia menor *q*S por esse S positivo, o inverso ocorreria se soubesse que S é negativo, apostaria um valor alto para evitar um grande prejuízo. Mas como B não sabe se S é positivo ou negativo, sua melhor alternativa é fornecer um quociente *q* ajustado à sua real crença racional em E (GILLIES, 2000).

Esse complexo esquema é a base para o teorema Ramsey-De Finetti, que diz: “um conjunto de quocientes de apostas é coerente se, e somente se, satisfazem os axiomas da probabilidade” (Gillies, 2000, p. 59). Os axiomas em questão são: as probabilidades de cada evento devem estar entre 0 e 1; a soma de todas deve ser igual a 1; a lei da adição; e a lei da multiplicação de probabilidades.

Seria possível, então, melhorar essa probabilidade inicial quando novos dados surgissem através do teorema de Bayes, que, através de iterações a partir de novas informações, possibilita alterar probabilidades *a priori* a partir delas e obter probabilidades *a posteriori*, o que se relaciona muito bem com o processo do grau de crença racional da probabilidade subjetiva sendo modificado a partir de novas descobertas (GILLIES, 2000).

Segundo Gillies (2000), a teoria subjetiva, é bastante adequada para prever o tempo do dia seguinte, a probabilidade de certo candidato ganhar uma eleição ou de uma corrida de cavalos. Outras situações mais objetivas como a probabilidade de um isótopo de urânio se desintegrar em um ano são menos adequadas a esse modelo teórico.

Gillies (2000) propõe sua própria interpretação de probabilidade, a Intersubjetiva, em que a probabilidade não é o grau de crença individual, mas sim de um grupo social, que, por sua vez, influencia a crença do indivíduo. Essa teoria é baseada na filosofia da ciência de Thomas Kuhn e sua ideia de paradigma.

3.3 Perspectivas objetivas

Coutinho (1994) afirma que um dos primeiros matemáticos que introduziu uma perspectiva objetiva de probabilidade foi Jacques Bernoulli (1654-1705), que propunha a observação *a posteriori* de um grande número de situações semelhantes na estimação de probabilidade de morte, por exemplo, em que não seria possível a obtenção através da interpretação clássica.

Nesse sentido, segundo Gillies (2000), a teoria frequentista de probabilidade foi proposta de maneira sistematizada por Richard Von Mises (1883-1953), matemático austríaco, inicialmente em um artigo de 1919, mas principalmente no livro *Probability, Statistics and Truth*, em 1928.

Em contraste com a interpretação lógica de Keynes, que propunha a probabilidade como uma extensão da lógica, e da subjetiva, que a associa ao grau de crença de indivíduos, a interpretação frequentista de Mises trata a Probabilidade como ciência matemática, como a Mecânica ou a Geometria, em que não haveria influência do indivíduo que afere a probabilidade em seu valor, logo, uma probabilidade objetiva (GILLIES, 2000)

O objetivo do estudo da probabilidade, para o matemático, seria lidar com problemas em que os mesmos eventos se repetem sucessivamente, ou em que um grande número de elementos uniformes esteja envolvido ao mesmo tempo. Em geral, são exemplos os jogos de azar, vários eventos estudados pela Física, como nas moléculas de uma amostra de um gás, e na obtenção de dados como a expectativa de vida de uma população, propensão a acidentes de carro e problemas de saúde, dados essenciais a companhias de seguro (GILLIES, 2000).

A teoria frequentista, no limite, funciona para diversas situações a que se propõe estudar, seu princípio é que com um número suficiente de observações desses eventos sucessivos, as frequências relativas de seus atributos se estabilizam em um valor que se aproxima cada vez mais de sua probabilidade (GILLIES, 2000).

Para isso, Mises introduziu o que hoje chamamos de espaço amostral com o nome “espaço de atributos”, como o conjunto de todos os atributos elementares de um fenômeno individualizado, Gillies (2000) faz uma crítica ao nome atual, tendo em vista a pouca relação do conceito original, tendo em vista que uma amostra pode envolver mais de um evento simultaneamente e podemos em várias amostras não envolver todos os atributos possíveis da situação investigada.

Outro conceito fundamental de Mises é o coletivo, termo originalmente das sequências matemáticas, mas que, na probabilidade, designam uma sequência uniforme de eventos que diferem por alguns atributos observáveis objetivamente. Esse é um ponto sensível da teoria frequentista, pois trouxe-se um conceito associado a sequências matemáticas infinitas para lidar com sequências empíricas extensas, mas finitas por natureza. Além disso, as sequências matemáticas seriam ordenadas

por definição, enquanto as empíricas não possuem necessariamente uma ordem definida previamente, o que poderia afetar os cálculos probabilísticos (GILLIES, 2000).

Em resposta a questionamentos de colegas como Bruno de Finetti, da teoria subjetiva, Mises defende-se das inconsistências teóricas do frequentismo com seu bom funcionamento na prática, seguindo sua comparação com as ciências físicas, De Finetti argumentou por outro lado que a comparação não seria adequada já que nas ciências, existe uma teoria que prediz com certeza o que aconteceria se o modelo teórico fosse completamente exato, já na probabilidade frequentista, nunca podemos verificar a relação entre o modelo, incerto por natureza, e a realidade (GILLIES, 2000).

Segundo Borovcnik (2021), Kolmogorov (1903-1987) axiomatizou as propostas de Mises em 1933, e a teoria frequentista junto a outras interpretações objetivas de probabilidade dominaram o mundo da Física e outras ciências exatas, prevalecendo sobre as outras visões, mesmo com suas limitações.

A interpretação da Probabilidade como Propensão de Karl Popper (1902-1994) lida com as limitações da teoria frequentista para eventos únicos ou de difícil repetição, o autor considera a probabilidade como uma propriedade física do objeto e não da sequência de repetições, assim, seria possível a partir do estudo das características físicas de um objeto encontrar uma probabilidade objetiva, esta interpretação não dispensava as repetições e a frequência relativa, que ainda também poderiam ser utilizadas.

3.4 Pluralidade de concepções de Probabilidade

Uma das principais aplicações do conceito de probabilidade se manifesta na sua relação próxima com a inferência estatística, ao mesmo tempo em que a definição de inferência pressupõe a probabilidade. Ao tentarmos descrever um fenômeno aleatório, precisamos da inferência para verificar se um modelo probabilístico faz sentido, temos aqui mais uma definição um tanto circular.

Gillies (2000) descreve um exemplo em que podemos observar a dificuldade de concepções ingênuas tanto da interpretação frequentista quanto da subjetiva em explicar determinado fenômeno aleatório: no jogo do vermelho ou azul, temos uma luz que varia entre vermelho ou azul determinada por uma variável s que no início vale 0, a que somamos 1 se uma moeda dá cara e subtraímos 1 se dá coroa, se $s<0$, a luz é vermelha, se $s \geq 0$, a luz é azul. Dessa maneira, apesar dos lançamentos de moedas

serem eventos independentes, a cor da luz é um evento altamente dependente da anterior e tende a variar muito menos.

Consideremos que há uma sequência de 700 azuis seguidos de 2 vermelhos, é natural se assumir tanto por uma perspectiva frequentista quanto por uma subjetiva que a chance da próxima luz ser azul é muito superior, porém, conhecendo-se a regra, se *s* acaba de atingir -1, na verdade a chance é meio a meio. Nesse sentido, uma articulação da probabilidade e da estatística inferencial seria necessária; a partir do estudo de mais eventos e de testes estatísticos, poder-se-ia concluir a dependência dos eventos e a necessidade de procurar um modelo probabilístico que se adequasse melhor à situação.

Borovcnik (2021) discute duas perspectivas de inferência, a inferência estatística, associada com uma postura frequentista e a inferência bayesiana, associada aos subjetivistas.

Esse autor discute principalmente os percalços lógicos da inferência estatística em determinar uma teoria de aderência para hipóteses probabilísticas. Se lançamos uma moeda 12 vezes e dessas, 9 dão em cara, há uma maior aderência a hipótese de uma moeda viciada do que uma justa. Calcular essa aderência dos modelos de inferência estatística gerou, porém, muitos questionamentos ao longo do século XX.

Borovcnik (2021) aponta os problemas dos testes estatísticos tradicionais como os de Neyman e Pearson, em que a existência do grau de significância de um modelo frequentista, também sendo uma probabilidade frequentista, faria necessária a possibilidade que se repetissem os testes de várias modelagens para se determinar essa probabilidade de o modelo representar a realidade, o que não é viável. Outras explicações como o conceito de verossimilhança de Hacking e Stegmüller são mencionados, solucionam parte dos problemas lógicos, porém ainda não fecham logicamente a teoria da inferência estatística.

Em contraposição, a condicionalização a partir do teorema de Bayes forma uma lógica indutiva completa, contudo, há um preço alto, é difícil utilizar probabilidades obtidas de maneira objetiva para isso, o que é um empecilho para muitas ciências que prezam pela objetividade empírica (BOROVCNIK, 2021).

Gillies (2000) discute como boa parte dos teóricos que discutimos neste capítulo afirmavam que suas visões de probabilidade se estendiam a todas as situações, tanto Keynes, Bruno de Finetti e até Mises, que apesar de admitir que sua

teoria não funcionava para situações qualitativas, não considerava que esse tipo de fenômeno pertencia à probabilidade.

Gillies (2000) dialoga com Frank Ramsey, que, apesar de ser subjetivista, já propunha a convivência das duas correntes de pensamento, nesse sentido, exemplifica-se com a comparação do estudo dos gases, na Física, e a modelagem de uma economia capitalista, na Economia, em ambos os casos temos pequenas unidades (moléculas e pessoas) que agem de maneira caótica e aleatória.

Só é possível assegurar independência na Física, seja das moléculas, ou dos experimentos que se realizam com elas, e, portanto, utilizar o frequentismo para analisar esse fenômeno. Na Economia, uma série de fatores interferem na tomada de decisão das pessoas, e não é possível tomar uma série de inúmeros experimentos sociais dessa magnitude, a partir das informações que se tem, é possível tomar a probabilidade como grau de crença racional dessa população, e analisar esse fenômeno aleatório através de inferências bayesianas (GILLIES, 2000).

Na prática, ambas as inferências funcionam e são utilizadas ao lidar com situações reais de diferentes naturezas, nesse sentido, Borovcnik (2021) e Gillies (2000) defendem uma noção de probabilidade plural, que parta do princípio que nenhuma interpretação é suficiente para explicar a totalidade dos fenômenos, daí a importância em conhecermos sobre essas diferentes concepções para discutir o ensino de probabilidade nessa perspectiva complementar e definir a medida da incerteza também com certo grau de incerteza e um “espaço amostral” amplo de interpretações e possibilidades.

3.5 Algumas reflexões sobre ensino e aprendizagem de probabilidade

Segundo Batanero, Henry e Parzysz (2005), mesmo em problemas probabilísticos mais iniciais, já é possível se deparar com resultados bastante contraintuitivos, enquanto em outras áreas da Matemática esse tipo de resultado só ocorre em altos níveis de abstração, o que ajuda a explicar dificuldades e intuições errôneas em todos os níveis de ensino quanto à probabilidade.

Jones e Thornton (2005) traçam um panorama histórico de pesquisas em ensino de probabilidade que teria tido seu início com pesquisas de Piaget e Inhelder que tentavam associar a aprendizagem de probabilidade às teorias psicológicas de Piaget. Concluíram disso que apenas alunos no estágio operatório formal, com idades

a partir de 11 ou 12 anos, já com entendimento de proporções e raciocínio combinatório seriam capazes de lidar com probabilidades. Segundo Jones e Thornton (2005), esse teria sido um poderoso fator para limitar o estudo da probabilidade ao ensino médio e às universidades de exatas por mais de três décadas.

Jones e Thornton (2005) continuam e destacam as pesquisas de Fishbein, que propõe que os alunos desde cedo já possuem intuições primárias em probabilidade, aquelas que eles já trazem de suas experiências, essas intuições poderiam se reestruturar em secundárias a partir de uma instrução sistemática. Essa possibilidade desde mais cedo associada a diversas pesquisas com alunos, agora com um foco maior no ensino, possibilitaram que mais significados de probabilidade fossem explorados e desde mais cedo do que Piaget propunha.

Segundo Jones e Thornton (2005), essas pesquisas desencadeadas por Fishbein nesse segundo momento teriam influenciado diversos currículos pelo mundo na década de 90, que, por sua vez, também impulsionaram ainda mais pesquisas em probabilidade na Educação.

Acreditamos ser possível relacionar isso com o movimento brasileiro. Segundo Cazorla, Kataoka e Silva (2010), a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) – BRASIL, 1997 – expandiu a probabilidade e a estatística a mais anos de escolaridade na Educação Básica e criou demanda para o movimento da Educação Estatística. É marcante também que a primeira dissertação defendida na área seja a de Coutinho (1994), sobre probabilidade que já propunha essa expansão para mais anos de escolaridade e a introdução da visão frequentista.

Nessa terceira fase, chamada de contemporânea por Jones e Thornton (2005), temos uma consolidação da probabilidade e da estatística como linhas de pesquisa em educação, e uma expansão das possibilidades, mais pesquisas com olhar direto para a sala de aula, introdução de tecnologias, pesquisas em currículo, discussões mais aprofundadas sobre as várias interpretações de probabilidade e a proposição, para além do raciocínio, de um letramento probabilístico.

Gal (2005) discute a ideia de um letramento probabilístico condensando em sua teoria uma epistemológica abrangente de probabilidade, como um conhecimento para todos os cidadãos. Devido às características da Probabilidade que transita entre a Matemática e a Estatística e envolve situações reais, tomadas de decisão individuais e coletivas, mais complexas e diversas que os jogos de sorte, Gal considera que existe

a necessidade de se estabelecer conhecimentos e competências essenciais para que estudantes sejam capazes de interpretar fenômenos aleatórios.

Nesse sentido, seu modelo de letramento probabilístico traz elementos de conhecimento, necessários para que o estudante seja capaz de interpretar essas situações aleatórias e elementos de disposição, associados às intuições prévias, aspectos pessoais do indivíduo, que variam de contexto para contexto. A seguir, trazemos uma tradução do quadro de Gal (2005) com esses elementos:

Quadro 2 – Letramento estatístico de Gal (2005)

Elementos de conhecimento
1. *Grandes Ideias*: Variabilidade, Aleatoriedade, Independência, Predictabilidade/ Incerteza.
2. *Encontrar probabilidades*: Maneiras de encontrar ou estimar a probabilidade de eventos.
3. *Linguagem*: Os termos e métodos usados para comunicar probabilidades.
4. *Contexto:* Entendimento do papel e das implicações de problemas de probabilidade e mensagens em contextos diversos e no discurso pessoal e público.
5. *Questões críticas*: Questões a se refletir ao lidar com probabilidades.
Elementos de disposição
1. *Postura crítica*
2. Crenças e atitudes
3. Sentimentos pessoais quanto à incerteza e ao risco

Fonte: Gal (2005), p. 46

Segundo Gal (2005), as *Grandes Ideias* envolvem conceitos como Variabilidade, Aleatoriedade, Independência, Predictabilidade e Incerteza e são fundamentais para que uma pessoa possa compreender uma afirmação em linguagem probabilística. O autor afirma também que, apesar de algumas dessas noções possuírem descrições em linguagem simbólica matemática, o entendimento dessas ideias tão abstratas deve se dar de maneira intuitiva. São adjetivadas como grandes porque, para além de serem abstratas e complexas, cada uma pode se desmembrar em diversas outras.

Lopes e Mendonça (2016) em algumas frases trazem várias dessas ideias juntas e nos permitem refletir sobre elas em contexto:

> Diante disso, está posta uma intersecção com a estatística, que, como ciência de análise de dados, toma a variabilidade como centro de seus estudos. A incerteza sobre os dados analisados no processo estatístico marca sua presença, porém é a probabilidade que estuda a influência da aleatoriedade. Esse movimento faz com que

> probabilidade e estatística sejam conhecimentos enredados (LOPES; MENDONÇA, 2016, p. 298)

É possível perceber neste trecho como todas essas ideias têm definições conectadas, Batanero, Henry e Parzizs (2005) consideram difícil determinar uma definição precisa e única para ideias como Aleatoriedade.

Vemos que a Variabilidade envolve a variação em um experimento, expressa na diferença entre o que se espera e o que acontece. A Aleatoriedade é a característica daquilo que é incerto. A Incerteza envolve fenômenos não previsíveis, a Predictabilidade diz respeito à previsibilidade de um fenômeno aleatório.

Encontrar probabilidades é a uma ação que os estudantes devem ser capazes de realizar, certamente é o elemento que está na maioria dos currículos que incluem a probabilidade. Contudo, Gal (2005) pontua que a maioria desses currículos e materiais didáticos privilegiam a interpretação clássica de probabilidade, a limitação a apenas uma concepção filosófica do conceito diminui drasticamente o rol de fenômenos que podem ser analisados. Para que o aluno consiga aplicar esse conhecimento em situações de seu cotidiano, em tomadas de decisão, é importante que seja capaz de calcular, estimar e estabelecer por comparação probabilidades de diversas maneiras, podem ser importantes também conceitos como distribuições de probabilidade e probabilidade condicional.

A *Linguagem* é outro aspecto fundamental do letramento probabilístico, entende-se aqui que palavras como aleatório, certeza, incerteza, independência, dentre muitas outras, carregam significados, é possível através dessa linguagem estabelecer comparações e julgamentos quanto à chance de algum evento ocorrer, temos nisso um aspecto que não necessariamente envolve cálculos e resultados numéricos. Logo, o estudante não deve apenas aprender essa linguagem, ele deve ser capaz de se expressar através dela, argumentar e defender posições coerentes (GAL, 2005).

Santos (2015) mostra que em diversas pesquisas com alunos da Educação Básica, a linguagem é um elemento de dificuldade e limitação, há consenso sobre eventos certos e impossíveis, mas concepções conflitantes sobre expressões que indicam incerteza. A autora ainda aponta a linguagem como um dos principais desafios na resolução de problemas de probabilidade.

Para além de conhecer sobre a linguagem, o cálculo de probabilidades, as grandes ideias que rondam o conceito, é fundamental compreender sobre o *Contexto*

em que utilizamos a probabilidade, as diversas situações, as características de fenômenos aleatórios como, por exemplo: ambientais, tecnológicos, do comportamento humano, econômicos, relacionados a políticas públicas, em jogos de azar, dentre outros (GAL, 2005).

Por fim, as *Questões Críticas* se relacionam com as perguntas que uma pessoa deve ser capaz de fazer ao se deparar com alguma afirmação ou dado probabilístico, vindas da mídia, de pessoas em posição de poder, questionar métodos, termos, escolhas, vieses, sempre conectada com o seu conhecimento de mundo (GAL, 2005).

Iniciamos este capítulo com uma discussão sobre mudanças climáticas e colocamos o ensino de probabilidade como um elemento essencial para a compreensão crítica do mundo. Consideramos, como Lopes (2008), que não há uma Educação Estatística Crítica, mas que a criticidade, como Gal (2005) a propõe, é um elemento fundamental para a efetivação de um letramento probabilístico.

Acreditamos que a perspectiva de Gal (2005) para o letramento probabilístico é bastante importante por deslocar o foco das tarefas que envolvem cálculos para um panorama amplo do que é pensar com a probabilidade, por expandir as possibilidades de situações que podem ser analisadas, as maneiras de analisar e permitir que se compreenda o contexto e, com isso, questionem-se criticamente essas situações, as formas com que elas são comunicadas e julgadas por diferentes atores da sociedade.

Pudemos observar ao longo deste capítulo perspectivas diversas sobre a Probabilidade, desde sua concepção filosófica até como ensiná-la. Acreditamos que o conjunto formado tanto pelas interpretações, quanto pelos elementos do letramento de Gal (2005), constitui uma base teórica importante para a análise dos currículos em busca de presenças, mas também por ausências de alguns desses aspectos. No capítulo a seguir, discutiremos algumas das características gerais de currículo e dos textos curriculares que analisaremos.

4. Currículo

Sacristán (2013) e Lopes e Macedo (2011) concordam quanto à complexidade em se definir currículo que, em Educação, relaciona-se com a organização, prévia ou não de conteúdos, situações, experiências em um processo cujo objetivo seria organizar a transmissão da cultura para novas gerações.

Segundo Sacristán (2013), esse processo de organização é paradoxal, pois ao mesmo tempo em que unifica fragmentos e segmentos de conhecimento, os separa em grupos de fronteiras rígidas, como as disciplinas, por exemplo. Para além disso, os currículos organizam o próprio tempo em que os alunos estudarão cada conteúdo através de organizações como cursos (como Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio), graus (1º ano, 2º ano, etc), e dos métodos específicos utilizados pelo professor em sala de aula levando em conta o contexto de seus estudantes, a acessibilidade do conhecimento prescrito, dentre vários fatores.

Por tratar em última instância de cultura humana, inúmeros agentes da sociedade interferem, mediam e constroem esse processo que é parte da própria noção de currículo. Os professores e os materiais didáticos são fundamentais, sem eles, um documento de ordem nacional não chega à sala de aula e com eles, vai tomando outros sentidos, muitas vezes diferentes do que os elaboradores planejaram (SACRISTÁN, 2013).

Diante da vastidão cultural humana, é certamente um desafio construir um currículo, dada a impossibilidade de incluir todos esses conhecimentos, que estão em constante crescimento. Dessa forma, faz parte de sua definição a escolha. Não existe, portanto, currículo neutro, uma postura crítica deve sempre refletir sobre as ideologias que perpassam essas escolhas sobre o que vai compor os currículos em suas mais diversas formas, aspectos e momentos.

Sacristán (2013) considera que uma definição mais crítica de currículo deve considerá-lo para além de conteúdos ou fragmentos de conhecimento. Alguns dos elementos associados discutidos pelo autor são: ampliar as possibilidades dos indivíduos e expandir suas visões de mundo; transformar os alunos em cidadãos, reconhecendo-os como tais inclusive durante o processo escolar; fomentar neles posturas de tolerância; consolidar princípios de racionalidade na percepção do mundo; torna-los conscientes da complexidade e da diversidade do mundo; e capacitá-los para a tomada democrática de decisões.

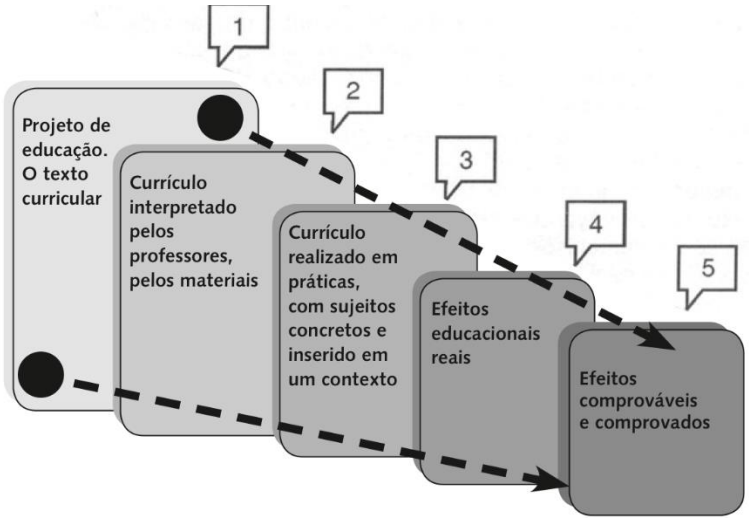
Segundo Lopes e Macedo (2011), dentre as correntes críticas aos currículos tradicionais tecnicistas a que se destaca no Brasil é a freireana, que propõe uma visão ativa do currículo, que parte da ideia de integrar as necessidades e experiências das pessoas às decisões curriculares. Trata-se de uma perspectiva emancipadora em que as contradições vivenciadas por professor e aluno em situações concretas são o centro da construção do currículo. Assim como outras concepções críticas, e por partir da ideia de temas geradores surgidos de realidades locais, essa concepção demanda uma descentralização curricular, é impossível que um documento elaborado em âmbito nacional, estadual ou até municipal dê conta de todas as realidades escolares.

Lopes e Macedo (2011) também trazem uma perspectiva fenomenológica do currículo como *currere* de William Pinar que também expande a noção de currículo; segundo as autoras:

> O currículo é uma conversa complicada de cada indivíduo com o mundo e consigo mesmo. Considerando que a experiência educacional dos sujeitos é parte de sua situação biográfica, o currículo deve proporcionar ao sujeito entender a natureza dessa experiência. É através dela, e não apenas dela, que o sujeito se move biograficamente de forma multidimensional (LOPES; MACEDO, 2011, p. 35)

Essa perspectiva mostra como o currículo é uma experiência individual a cada pessoa, sendo impossível que um texto determine a aprendizagem de milhões, milhares, ou mesmo dezenas de pessoas. Trata-se de um processo em que “o conhecimento altera o sujeito ao mesmo tempo em que é por ele alterado, significado” (LOPES; MACEDO, 2011, p. 36). Nessa perspectiva do currículo como um processo complexo, Sacristán (2013) organiza-o em seus vários aspectos conforme o esquema a seguir:

Figura 1 – Esquema de concepção do currículo como processo



Fonte: Sacristán (2013, p. 26)

O primeiro elemento seria o próprio texto curricular que, quando elaborado de forma democrática, conectada com a realidade e com as demandas da sociedade, propõe um verdadeiro projeto de educação. O currículo deixa de ser apenas um plano ao ser interpretado por seus mediadores, não só os professores, como também os materiais didáticos. Pode-se considerar, a partir da atuação desses agentes, que o currículo é realizado quando posto em prática em situações reais através de sujeitos e contextos específicos. A partir disso, Sacristán (2013) diz que se constituem efeitos reais na sala de aula através da aprendizagem dos estudantes. Por fim, há de se discutir como se analisar de que maneira esse processo curricular se expressa na realidade, para tanto é necessário que isso seja avaliado através das mais diversas práticas de avaliação, o autor menciona inclusive a importância de se levar em conta experiências de aprendizagem não avaliáveis.

Sacristán (2013) conclui que o currículo real é composto por todas essas etapas, desde a concepção de um plano, de um projeto de educação até a avaliação dos efeitos que todo o processo causou na aprendizagem dos sujeitos que o currículo objetivava atingir.

Nesse sentido, Linuesa (2013) caracteriza o projeto curricular como um espaço de reflexão sobre o porquê de decisões serem tomadas e práticas adotadas para além do planejamento técnico. Reflexão tanto sobre as intenções, quanto sobre a realidade em que o currículo atuará. Por isso, essa autora defende que num mundo humano,

cheio de incertezas, o currículo deve ser um projeto não rígido, mas flexível, “mais próximo do mundo artístico, necessariamente aberto a certa dose de improvisação tanto ou mais que de técnica” (LINUESA, 2013, p. 227).

Apesar de não ser possível a transposição completa do plano para a realidade e talvez nem mesmo desejável, levando em conta a importância de todo o processo na adequação curricular aos contextos diferentes, Sacristán (2013) discute com ressalvas a relevância do texto curricular:

> O texto curricular não é a realidade dos efeitos convertidos em significados aprendidos, mas é importante, à medida que difunde os códigos sobre o que deve ser a cultura nas escolas, tornando-os públicos. Esse princípio é válido quando o texto que é proposto é inovador, apesar de termos de controlar as expectativas infundadas para que se produza uma mudança real a partir da publicidade do sentido do texto; o mesmo é verdade quando o texto é regressivo e involutivo. Toda proposta de texto é traduzida pelos leitores (SACRISTÁN, 2013, p. 27).

Nesse sentido, percebemos que, como toda política pública, o texto curricular não é capaz sozinho de revolucionar a Educação de uma sociedade, porém, ele pode atrapalhar, pode atrasar mudanças, é um aspecto importante em um longo processo que determina qual cultura queremos para nossos novos cidadãos em formação. O espaço das políticas públicas e dos currículos, inclusive em âmbito nacional, deve ser ocupado de forma a garantir a elaboração de verdadeiros projetos para a educação do país na forma desses documentos.

4.1 Textos curriculares em âmbito nacional

Lopes e Macedo (2011) afirmam que o planejamento curricular muitas vezes se confunde com a própria ideia de currículo, logo, as teorias curriculares focam em elaborar métodos de planejamento curricular acima da discussão do próprio conteúdo desses documentos.

Segundo Linuesa (2013), a elaboração de um currículo, especialmente no âmbito das políticas públicas, é uma atividade recente que se iniciou na metade do século passado. Para a autora, a organização do processo de ensino surge com objetivo de tornar a Educação eficiente tratando-a de maneira empresarial. Essa maneira objetivista e tecnicista foi como surgiram os primeiros documentos curriculares nacionais e ainda está presente em maior ou menor grau nos currículos

atuais de diversos países. A autora contrapõe ao longo de seu texto essas concepções com outras baseadas em processos, na relação constante com a realidade prática.

4.1.1 Modelos tecnológicos/racionais/tecnicistas

Linuesa (2013) caracteriza esses modelos tecnicistas ou tecnológicos como aqueles em que se objetiva garantir a eficácia do processo de ensino através de uma racionalidade proporcionada por um processo ordenado e formalizado. Para a autora, esse caminho separa as teorias que sustentam o currículo e seu projeto educacional.

Esse modelo se baseia na prescrição de objetivos, que orientam planejamento, tomadas de decisão, seleção de meios de aprendizagem e sua avaliação. Linuesa (2013) se baseia na perspectiva de Tyler (1973), segundo o qual, para a escolha desses objetivos, é necessário analisar: as bases psicológicas, sociais, os conteúdos e as disciplinas escolares. Logo, trata-se de uma abordagem que não exclui totalmente particularidades, aspectos humanos e vai além da organização fria de conhecimentos prescritos.

A partir dessas bases, a filosofia e a psicologia da aprendizagem agiriam como filtros para a seleção dos valores mais caros à escola e à organização dos objetivos de maneira a otimizar a aprendizagem dada a realidade dos alunos. Sempre é reforçada também a avaliação como forma de comprovar se esses objetivos foram atingidos (LINUESA, 2013).

Lopes e Macedo (2011) concordam que a teoria tyleriana era complexa e dava certo espaço ao professor, o autor assumia que cada experiência de aprendizagem possuía potencial diverso de resultados e caberia ao docente selecionar e readaptar essas atividades, bem como a organização tanto vertical, quanto horizontal das experiências, propunha-se aí certa unidade curricular, aspecto importante de um bom desenvolvimento curricular. Outro aspecto em destaque é a vinculação direta entre a qualidade do currículo e o sucesso dos alunos em avaliações.

Linuesa (2013) afirma que essa corrente se dividiu em duas posições, uma crítica que viria a de desassociar do tecnicismo para uma abordagem associada à prática e outra, que viria a se popularizar nos currículos formais, que simplificou o modelo de Tyler no que ficou conhecido como pedagogia por objetivos e eventualmente se transformou na atual pedagogia por competências.

Segundo Lopes e Macedo (2011), a perspectiva tyleriana e principalmente suas vertentes simplificadas viriam a dominar as propostas brasileiras pelo menos até a década de 1980, bem como os textos norte-americanos que os inspiravam e, certamente, influenciavam diversos outros documentos pelo mundo.

Em uma dessas vertentes simplificadas, a pedagogia dos objetivos, o planejamento consiste na prescrição de objetivos formalizados e o projeto curricular se dá se os objetivos forem cumpridos conforme o que foi previamente proposto. Outra característica desse modelo é a taxonomia de objetivos, que os caracterizam em tipos de aprendizagem (LINUESA, 2013).

Linuesa (2013) critica essa postura:

> Em todo caso, é necessário ressaltar que toda essa corrente tão psicologista, no fundo, partia da ideia questionável de que a educação deve proporcionar aos alunos, sobretudo, destrezas e habilidades, considerando que os conteúdos das disciplinas são algo efêmero e intranscedente e que o mais importante é criar nos sujeitos estratégias para pensar, adquirir informação, manejar informação, etc. Trata-se de uma meia verdade que tem levado algumas pessoas a pensar que se pode educar à margem da cultura, dos conteúdos que preenchem e configuram o conhecimento acumulado como uma herança de saberes que, em grande medida, nos faz ser o que somos (LINUESA, 2013, p. 232)

Segundo Lopes e Macedo (2011), outro autor muito influente quanto à pedagogia das competências, outra iteração desse modelo, é Bloom, por meio de sua taxonomia, que hierarquiza dentro de competências, conjuntos de comportamentos chamados de habilidades, deslocando-se o ensino de objetivos fragmentados para as competências, num certo sentido de unidade curricular. A avaliação, nesse modelo busca apenas identificar as competências, uma diferenciação importante do modelo de Tyler de acordo com as autoras.

Outra perspectiva que surge na tentativa de afastar as competências de um comportamentalismo é uma noção cognitivo-construtivista piagetiana de maneira que ter competência não significaria que o sujeito seja capaz de aplicar conhecimento em situações, mas cada situação é diferente e não é possível treinar o aluno de maneira uniforme, pois cada um tem diferentes maneiras de acomodar essas habilidades e conhecimentos (LOPES; MACEDO, 2011).

Contudo, mesmo que os documentos curriculares do Brasil e de outros países adotem essa outra perspectiva de competência, ainda prevalece a racionalidade tyleriana no momento em que a competência é condicional para o desempenho do

aluno, segue essa normatização rígida para propor e avaliar a aprendizagem de grandes populações (LOPES; MACEDO, 2011).

Esse modelo de currículo tão influente e que está nas diretrizes propostas pelo PISA (Programa Internacional de Avaliação de Estudantes) e na própria BNCC, dentre outros documentos pelo mundo, tenta se esquivar das dificuldades de se selecionar a cultura a ser transmitida que discutem Sacristán (2013) e Lopes e Macedo (2011), ao trazer o foco para a psicologia, para as habilidades, nessa suposta racionalização, nessa suposta cientificidade, há uma ideologia, potencialmente excludente e limitadora dos processos de ensino e aprendizagem.

4.1.2 Modelos processuais/racionais práticos

Surgidos de vertentes críticas ao modelo racional de Tyler, alguns modelos de planejamento curricular se voltaram para uma maior conexão entre esse processo e a prática de sala de aula, as experiências de professores e alunos nos mais diversos contextos (LINUESA, 2013).

Lopes e Macedo (2011) descrevem um exemplo de teoria sob essa perspectiva, a de Cesar Coll, que se associa ao construtivismo vygotskyano e à aprendizagem significativa de Ausubel. Para esse autor, um projeto curricular teria três níveis de concretização. No primeiro nível está a definição de objetivos finais e conteúdos de cada ciclo e orientações didáticas, associa-se ao próprio desenho central de uma escolarização obrigatória. Os objetivos são relacionados a verbos do que é esperado ao final de cada ciclo e os conteúdos dos mais diversos tipos podem ou não estar vinculados a esses objetivos diretamente.

No segundo nível de concretização, realizado em âmbito local (estadual ou municipal, por exemplo), os conteúdos devem ser analisados e organizados ao longo de ciclos a partir de critérios como do mais geral ao detalhado, do mais simples ao complexo, tudo isso orientando-se pelas características da regionalidade e suas peculiaridades (LOPES; MACEDO, 2011).

No terceiro nível, a escola é responsável por adequar o projeto curricular às suas especificidades, aqui, os conteúdos e objetivos são temporalizados e sequencializados de maneira a atender às necessidades dos alunos a partir da avaliação da realidade escolar (LOPES; MACEDO, 2011).

Linuesa (2013) discute modelos nesse sentido que defendem que o planejamento curricular se dê associado e dentro de onde ele se faz realizado, tendo os professores como fontes para esse processo também. Isso com o objetivo de ir além da prescrição de comportamentos, mas na perspectiva que o conhecimento não pode ser objetivo e que “a cultura configura o conhecimento mais coerente com seus valores e mais proveitoso socialmente” (LINUESA, 2013, p. 238).

É importante observar que diversos currículos nacionais adotam também aspectos desses modelos processuais, bem como de outras teorias diversas que aqui não conseguiremos discutir, contudo, é importante analisar qual viés prevalece, especialmente através da observação da realidade, do currículo real descrito por Sacristán (2013), bem como qual o objetivo desses documentos, qual o discurso presente desde seu processo de elaboração, até a sua utilização, os materiais que o acompanham e as avaliações, especialmente as externas, que são propostas para avaliar seus resultados.

Em suma, a ideia de currículo é abrangente e diversa, trata-se de um ambiente de disputa política da sociedade e ao olharmos para os currículos nacionais, que são apenas uma parte deste processo, é essencial considerarmos outros aspectos que caracterizam sua elaboração, implantação e realização. Nesse sentido, no próximo capítulo, situaremos esses aspectos para cada um dos países cujos currículos de probabilidade compõe o objeto de nossa pesquisa.

5. **Os 4 países em contexto**: história, sociedade, educação e probabilidade

Ao nos debruçarmos na comparação de documentos curriculares nacionais latino-americanos, nosso objetivo não envolve apenas conhecer sobre o que se prescreve para a probabilidade no Brasil, na Argentina, na Colômbia e no México, escolhemos esses países dentro de um corpo maior, a própria América Latina, uma região de características bastante únicas no planeta e que dentro de uma grande diversidade, unem essas nações nos mais diversos aspectos históricos, sociais, econômicos e educacionais.

Portanto, para estabelecer um contexto das realidades que iremos comparar e evitar anacronismos, falsas transposições e juízos injustos, é importante trazer primeiro o fato de que são realidades com muitas semelhanças.

Eduardo Galeano escreveu na década de 1970 o livro “As veias abertas da América Latina” – GALEANO, 2021 – uma obra que discute de maneira crítica a história de exploração que a região vive desde as primeiras invasões europeias, mostrando como esse processo ainda se dava em 1970 através de outros mecanismos e, certamente, ainda se dá 50 anos depois através de mais algumas novas estratégias.

O autor conta, em pequenos capítulos, histórias dessa exploração, avançando pelo tempo de maneira não linear. É surpreendente como, em um mesmo capítulo, Galeano consegue passar por Brasil, Argentina, México, Colômbia, dentre outros países ou regiões latino-americanas. Temos, em geral, uma colonização que, inicialmente, voltou os olhos para as riquezas minerais, a prata de Potosí da Colômbia na América espanhola, o ouro de Minas Gerais no Brasil, a demanda por corpos a realizarem essa exploração, enquanto também eram explorados, daí a escravidão de indígenas e africanos.

Após drenarem as riquezas que financiavam de maneira indireta a própria revolução industrial europeia, vem a exploração da riqueza de nossos solos e subsolos tropicais, a cana, o café, o tabaco, o algodão, a borracha, o cobre, o estanho e mais à frente o petróleo; no futuro a própria água de nossos subsolos se torna um recurso cada vez mais valioso e, além disso, muitos corpos foram e serão explorados em cada novo ciclo.

A segunda parte do livro é intitulada “O desenvolvimento é uma viagem com mais náufragos do que navegantes”. Nela, Galeano questiona como tantos povos,

com tanta riqueza e diversidade, não chegaram ao pleno desenvolvimento das nações europeias ou norte-americanas. A resposta: graças ao imperialismo, as novas relações de dependência menos explícitas, o racismo que não acaba com o fim da escravidão, as ditaduras militares que diversos países viviam na época em que o autor escrevia.

Não queremos, com isso, reduzir as diferenças que a diversidade proporciona a esses 4 países. Se no Brasil há uma grande variedade regional entre quem mora na região Sul e Nordeste, por exemplo, bem como quem mora em diferentes estados ou até mesmo em cidades próximas, o mesmo ocorre na Argentina, na Colômbia e no México.

O que queremos apontar é a relevância e a viabilidade em se comparar aspectos educacionais como o currículo prescrito de probabilidade, considerando que esses países compartilham histórias de exploração e, portanto, muitas das mesmas limitações, dificuldades e pressões externas em se construir um documento curricular nacional.

Krawczyk e Vieira (2010) discutem as reformas educacionais que ocorreram nesse ambiente de dependência externa que é a América Latina. Em virtude de grandes crises econômicas ao final da década de 1980, instituições como o Banco Mundial e o Banco Interamericano de Desenvolvimento demandavam reformas para a concessão de empréstimos aos Estados. Essas reformas não eram apenas de natureza econômica, a Educação também deveria ser “aprimorada” a luz dos dogmas das grandes potências.

Era uma época de negação à participação do Estado no desenvolvimento, liberalização e desestatização, o chamado neoliberalismo. Tais reformas, segundo Krawczyk e Vieira (2010), impuseram certa uniformidade nas políticas educacionais da região, apesar disso, em cada país, havia peculiaridades.

Contudo, Krawczyk e Vieira (2010) consideram que, mesmo aspectos das reformas a princípio positivos, como a descentralização, a autonomia escolar e a gestão participativa, foram adotados de maneira conservadora pelos países da região, que se manifesta na manutenção da lógica de formulação de políticas públicas – o currículo, por exemplo – em que se privilegiam alguns setores da sociedade em sua elaboração, atribuindo-se um poder milagroso para a Educação, ainda que impalpável e distante em virtude da falta de estrutura das políticas públicas.

5.1 Um retrato geral de alguns dados demográficos

Na tabela a seguir, trazemos uma seleção de dados que nos ajudam a ter uma ideia geral de algumas características econômicas, sociais e educacionais dos países considerados nesta pesquisa. As informações provêm de bancos de dados do Fundo Monetário Internacional (FMI), do Banco Mundial e da Organização das Nações Unidas (ONU).

Tabela 1 – Dados demográficos dos países

	Brasil	Argentina	Colômbia	México
População[1]	213.911.000	46.300.000	51.609.000	130.118.000
Produto Interno Bruto (PIB) - Paridade de poder de compra em dólares)[1]	3.782.763.000.000	1.207.228.000.000	964.743.000.000	2.919.875.000.000
PIB per capita - Paridade de poder de compra em dólares)[1]	17.683	26.073	18.693	22.440
Índice GINI (mede desigualdade)[2]	53,9	41,3	50,4	46,7
Índice de Desenvolvimento Humano (IDH)[3]	0,754	0,842	0,752	0,758
IDH ajustado à Desigualdade (IDHAD)[3]	0,576	0,720	0,589	0,621
Porcentagem do PIB destinada à Educação[4]	6,3	5,5	4,5	4,5
Porcentagem de adultos alfabetizados[4]	93	99	95	95

Fontes: FMI, BANCO MUNDIAL, ONU.

[1] https://www.imf.org/en/Publications/WEO/weo-database/2022/October/weo-report?c=213,223,233,273,&s=PPPGDP,PPPPC,TM_RPCH,TX_RPCH,LUR,LP,GGXWDN_NGDP,&sy=2022&ey=2022&ssm=0&scsm=1&scc=0&ssd=1&ssc=0&sic=0&sort=country&ds=.&br=1

[2] https://data.worldbank.org/indicator/SI.POV.GINI?end=2020&locations=MX-BR-CO-AR&start=2004

[3] UNDP (United Nations Development Programme). 2022. Human Development Report 2021-22: Uncertain Times, Unsettled Lives: Shaping our Future in a Transforming World. New York. https://hdr.undp.org/system/files/documents/global-report-document/hdr2021-22overviewpt1pdf.pdf

[4] https://datatopics.worldbank.org/education/country/colombia

Os dados populacionais indicam que os 4 países analisados são de nível de grandeza semelhante, com dezenas de milhões de habitantes cada um, os PIB também são relativamente próximos na ordem dos trilhões de dólares; o PIB per capita reforça essa semelhança ao relacionar os dois dados anteriores, variando entre 17000 e 26000, caracterizando esses países como de renda média, nem tão desenvolvidos, nem tão pouco desenvolvidos, ao menos nesse aspecto.

Contudo, uma média aritmética sozinha não diz tanto sobre a renda e o bem-estar dos cidadãos, o índice GINI lida com desigualdade social e mostra uma diferença relevante entre o mais desigual (Brasil) e o menos desigual (Argentina), que é corroborada ao olharmos para o IDH, que associa vários indicadores sociais, de saúde, meio ambiente, educação e econômicos, e identifica situações semelhantes entre Brasil, Colômbia e México e um índice mais alto na Argentina. Uma outra modalidade do IDH, ajustada à desigualdade, mostra o México um pouco acima do que no outro índice.

Quanto à Educação, temos a porcentagem do PIB investida em média para Educação no ano de 2018, em que o Brasil e Argentina possuem fatias maiores para a área. O último dado, referente à alfabetização de adultos, mostra uma situação positiva na Argentina, de quase erradicação do analfabetismo, mas ainda aquém nos demais países.

5.2 Aspectos gerais dos sistemas educacionais

Krawczyk e Vieira (2010) afirmam que parte das reformas educacionais dos anos 1990 na América Latina foi a criação de leis gerais de educação em vários dos países latino-americanos. Analisaremos ao longo desta seção alguns aspectos gerais das leis dos quatro países cujos currículos são nossos objetos de pesquisa para entender características de seus sistemas educacionais, objetivos da educação e o papel e a organização dos currículos.

- Legislação brasileira

Dentre os princípios listados para a Educação Básica brasileira na Lei 9.394 de 1996 – BRASIL, 1996 – destacam-se as ideias de liberdade, pluralismo de concepções, gratuidade do ensino público, gestão democrática, além de importantes adições mais recentes à lei como a consideração da diversidade étnico-racial, a

garantia do direito à educação de jovens e adultos e a preocupação com as pessoas surdas.

A legislação estabelece que a Educação Básica é obrigatória e gratuita no país dos 4 aos 17 anos, na seguinte divisão: Educação Infantil até os 5 anos, 9 anos de Ensino Fundamental e 3 anos de Ensino Médio (BRASIL, 1996).

O sistema de ensino se dá de maneira descentralizada em regime de colaboração entre União, estados, Distrito Federal e municípios, em que os municípios devem priorizar a Educação Infantil e o Ensino Fundamental, já os estados e o Distrito Federal devem se focar no Ensino Fundamental e no Ensino Médio, enquanto a União se ocupa da coordenação e do Ensino Superior (BRASIL, 1996).

Quanto ao currículo, a referida lei afirma que deve existir uma base nacional comum em todo o território brasileiro e seja complementada com uma parte diversificada nos sistemas de ensino estaduais e municipais e nas próprias instituições de ensino tendo em vista as características locais. Citamos a seguir o artigo 27 que estabelece as diretrizes para os conteúdos curriculares.

> Art. 27. Os conteúdos curriculares da educação básica observarão, ainda, as seguintes diretrizes:
> I – a difusão de valores fundamentais ao interesse social, aos direitos e deveres dos cidadãos, de respeito ao bem comum e à ordem democrática
> II – consideração das condições de escolaridade dos alunos em cada estabelecimento
> III – orientação para o trabalho
> IV – promoção do desporto educacional e apoio às práticas desportivas não-formais (BRASIL, 1996).

Destacamos o terceiro item, a orientação para o trabalho, não por sua inclusão, mas pela exclusão de outras orientações possíveis para a escolha de conteúdos curriculares. Destacamos, também, que no artigo 36 menciona-se que no Ensino Médio há itinerários formativos que deverão ser propostos e organizados de acordo com os contextos locais e as possibilidades de cada sistema de ensino.

- Legislação argentina

A lei geral de Educação na Argentina é a de número 26.206 de 2006 – ARGENTINA, 2006. Quanto aos fins e objetivos do sistema educacional destacam-se: defende-se uma educação integral, que desenvolva todas as dimensões da pessoa e que seja voltada para a atuação social, no trabalho e para o acesso ao

ensino superior; há menção à integração regional latino-americana para além da identidade nacional; menciona-se o combate à desigualdade de gênero; a participação democrática de alunos, pais e docentes; o desenvolvimento de competências associadas às novas tecnologias de informação; discute-se a questão dos povos indígenas, a sexualidade, o combate às drogas e a eliminação de todas as formas de discriminação.

A Educação Básica divide-se em 3 níveis: a Educação Inicial, a Educação Primária e a Educação Secundária, garante-se o ensino obrigatório a partir dos 5 anos até a conclusão da Educação Secundária. A Educação secundária se dá em dois ciclos, um ciclo básico comum a todas as orientações e um ciclo orientado de caráter diversificado mais voltado a alguma área de conhecimento (ARGENTINA, 2006).

A duração prevista para a Educação básica é de 12 anos em duas variações: 7 anos de primária e 5 de secundária, ou 6 de primária e 6 de secundária a depender da região, havendo equivalência curricular entre o 7° ano da educação primária na primeira possibilidade e do 1° ano da educação secundária do segundo caso (ARGENTINA, 2006).

Quanto ao currículo, a lei atribui ao Conselho Federal de Educação, a atualização constante da estrutura curricular e o estabelecimento dos núcleos de aprendizagem prioritários a nível nacional. É previsto, inclusive, um conselho de atualização curricular para a renovação periódica desses núcleos (ARGENTINA, 2006).

Dá-se, ainda, o poder para as províncias e a Cidade Autônoma de Buenos Aires estabelecerem conteúdos curriculares de acordo com suas realidades sociais, culturais e produtivas, bem como promover projetos institucionais para incentivar que instituições de ensino façam seus próprios currículos levando em conta os marcos legais previstos na própria lei.

- Legislação colombiana

A lei geral de educação da Colômbia é a de número 115 de 1994 – COLÔMBIA, 1994. Os objetivos gerais da Educação Básica expressos na lei envolvem: responsabilidade e autonomia sobre direitos e deveres; formação sobre direitos humanos; desenvolvimento da sexualidade, considerando a igualdade de gênero; a chamada consciência de solidariedade internacional; uma consciência para o esforço e para o trabalho; o respeito à identidade cultural dos grupos étnicos de maneira geral.

A lei chama a Educação que se realiza nas instituições escolares de Educação Formal e compreende três níveis: O Pré-escolar, com um ano obrigatório no mínimo; a Educação Básica, obrigatória, com duração de 9 anos, sendo 5 anos da primária e 4 anos da secundária; ao fim, a Educação Média, com duração de 2 anos, que não é obrigatória (COLÔMBIA, 1994).

A lei afirma que a Educação Básica obrigatória deverá se estruturar em torno de um currículo comum denominado lineamentos curriculares nacionais. Define-se, também, o que é currículo, conforme a citação a seguir:

> ARTIGO 76. Conceito de currículo. Currículo é o conjunto de critérios, planos de estudos, programas, metodologias e processos que contribuem para a formação integral e para a construção da identidade cultural nacional, regional e local, incluindo também os recursos humanos, acadêmicos e físicos para colocar em prática as políticas e realizar o projeto educacional institucional (COLÔMBIA, 1994, tradução nossa).

Trata-se de uma concepção bastante ampla de currículo, considera-o como processo para além da prescrição de conteúdos, cita-se a ideia de formação integral e a importância das realidades culturais, regionais e locais, o que entra em consonância com o que é determinado em outros pontos da lei.

Tendo em vista que a Colômbia é um Estado Unitário, não federativo, a lei dá às instituições de educação formal autonomia para organizar as áreas de conhecimento e introduzir conteúdos optativos a partir dos lineamentos curriculares nacionais, menciona-se ainda a adaptação a características regionais, bem como a existência de diferentes métodos de ensino. Mudanças significativas devem ser apresentadas às secretarias de educação locais para verificação de cumprimento dos requisitos da lei (COLÔMBIA, 1994).

- Legislação mexicana

A Educação mexicana atualmente é regida pela Lei Geral de Educação – MÉXICO, 2019 – sancionada em 30/09/2019, portanto, de reforma bastante recente. Os objetivos gerais da Educação na lei envolvem: uma formação voltada ao pensamento crítico, transformação e solidariedade social; diálogo entre áreas de conhecimento; fortalecimento do tecido social para evitar a corrupção; combate à violência e discriminação, em especial contra as mulheres; respeito aos direitos humanos; identidade pluricultural e plurilíngue; cuidado ao meio ambiente e sustentabilidade.

A Educação Básica obrigatória mexicana é composta pelos níveis inicial, pré-escolar, dos 3 a 5 anos, educação primária, dos 6 a 11 anos e educação secundária, dos 12 a 14 anos. Há ainda, a educação média superior, de 3 anos, com características profissionalizantes, denominado pelo termo em espanhol *bachillerato* (MÉXICO, 2019).

Quanto à estrutura curricular, a lei estabelece os denominados planos e programas de estudos, dá-se destaque às peculiaridades regionais e locais, pessoais, culturais e econômicas dos alunos. Dá-se caráter democrático à elaboração dessas diretrizes curriculares, com consultas a estados e municípios, bem como a possibilidade de proposições dos professores e dos próprios estudantes e de uma Comissão para a Melhora da Educação a ser estabelecida. Reforça-se que estados e municípios podem pedir alterações e adaptações para voltar o currículo às suas realidades locais (MÉXICO, 2019).

5.3 Os processos de mudança curricular mais recentes

No contexto dessas reformas nos sistemas educacionais e da criação de legislações gerais específicas à Educação, também ocorreram grandes mudanças ou o estabelecimento inicial de documentos curriculares nacionais no Brasil, Argentina, Colômbia e México. Nesta seção, traremos um breve contexto sobre esses processos de reforma, aspectos políticos, sociais e históricos.

No contexto brasileiro, a BNCC surge como mecanismo de centralização curricular, em um processo de radicalização de um projeto já iniciado com os PCN na década de 90. Segundo Cássio (2018), o referencial anterior já contava com características como o adesismo a tendências estrangeiras, a exclusão de professores, universidades e sistemas de ensino do processo de elaboração e homogeneização curricular em contraposição à grande diversidade de sistemas de ensino no país. A novidade da BNCC, segundo Cássio (2018), foi a concretização da centralização curricular, com menos espaço para mudanças em currículos regionais e locais.

O contexto de elaboração do documento foi conturbado; entre a publicação de suas três versões houve o *impeachment* da presidente Dilma Roussef e uma grande mudança política no governo federal; contudo, isso está longe de explicar as influências que moldaram a BNCC.

Cássio (2018) destaca o papel que organizações privadas de propriedade de grandes empresas e bilionários tiveram e ainda têm nos processos de tomada de decisão e implantação de políticas públicas educacionais. Essas fundações foram grandes responsáveis pela divulgação de propagandas digitais, cursos, editoriais para os professores brasileiros e para a sociedade civil sobre a Base.

Um outro aspecto político que Cássio (2018) destaca é que a publicação da Base e da Reforma do Ensino Médio marca uma mudança de rumo de prioridade nas políticas públicas, com a redução da relevância política do Plano Nacional de Educação que prevê uma série de metas para um período de 10 anos entre 2014 e 2024 que envolvem investimentos pesados em infraestrutura, formação de professores, valorização da carreira docente.

Dessa maneira, Cássio (2018) considera a BNCC uma política educacional antidemocrática por seu sentido centralizador e sua elaboração sem participação dos professores, alunos e da sociedade de forma ampla.

Cubas e Sarmiento (2017) traçam um cenário semelhante na reforma curricular mexicana, que ocorreu de maneira simultânea à brasileira. Envolveu um processo que se iniciou na década de 90, se intensificando em 2012; assumiu correntes internacionalmente dominantes como a pedagogia das competências e a padronização por um documento nacional. As influências principais em seu processo de elaboração foram de partidos políticos, empresários e organizações educacionais privadas, com baixa participação dos professores.

A reforma curricular mais recente da Argentina, expressa pelos Núcleos de Aprendizagem Prioritária de 2006, deu-se de maneira diferente. Segundo Feldman (2006), o país vivia uma tendência centralizadora em termos curriculares na década de 1960, lógica que as reformas educacionais dos anos 90 inverteram. O sistema educacional se descentralizou nas províncias argentinas, contudo, as orientações curriculares nacionais se complexificaram e geraram uma série de contradições dada a nova natureza do sistema.

Quanto às influências, Feldman (2006) observa uma grande participação da academia no ministério da educação com correntes diversas sem um alinhamento claro, associado a um embate com atores políticos que se orientam pela necessidade de mudança e de mostrar respostas à sociedade, deixando os critérios técnicos em segundo plano.

Cobo (2022) destaca que o processo de mudanças curriculares na Colômbia se iniciou com as reformas da década de 1970, quando da universalização da Educação Básica e uma maior organização de um sistema educacional que incluiu políticas curriculares. Uma nova reforma na década de 90 instituiu bases que orientaram a elaboração dos documentos curriculares atualmente em vigor.

Tellez (2018), também sobre as mudanças colombianas, destaca o papel de organismos internacionais como UNESCO, Banco Mundial e OCDE na realização de reformas, estimulando os atores políticos inclusive pelas vias de condicionalidades de financiamento estrangeiro. Outro fator associado são as avaliações de larga escala, tanto internas quanto externas, especialmente o PISA.

Assim como a reforma argentina, houve uma maior descentralização do sistema educacional associado a uma certa padronização curricular. Tellez (2018) destaca que a descentralização pode ter acentuado diferenças regionais históricas que dificultam a implementação desse tipo de sistema curricular.

Alguns aspectos que podem ser observados em todos os países é a grande variedade de atores envolvidos nos processos de mudança curricular, bem como professores e alunos sendo muitas vezes preteridos em favor de políticos, mas, principalmente, de fundações privadas, empresários e instituições internacionais.

Outro destaque é a tendência de centralização em alguns lugares e descentralização em outros, que parecem seguir o processo descrito por Tellez (2018) de mudar por mudar, que é corroborado pelo relato de Cássio (2018), acerca da reforma curricular como política pública educacional prioritária em detrimento de outras talvez até mais urgentes.

5.4 Algumas pesquisas em ensino de Probabilidade

Na seção 2.3 desta pesquisa, explicitamos o processo utilizado para a escolha dos países cujos currículos constituem nosso objeto de pesquisa, através da contagem de artigos sobre ensino de Probabilidade em alguns eventos internacionais.

Nessa seção, traremos um panorama geral dessas pesquisas encontradas para cada país e verificar o que os pesquisadores de cada país fizeram chegar a esses eventos, algumas das tendências mais presentes em cada realidade e se há pesquisas sobre os currículos nacionais.

Para isso, realizamos a leitura dos resumos de todos os trabalhos em categorias de Educação Estatística ou ensino de probabilidade, sendo 21 trabalhos brasileiros, 12 mexicanos, 6 colombianos, 4 argentinos.

Nos trabalhos brasileiros, encontramos 15 trabalhos relativos à Educação Básica e os 6 restantes relacionados à formação inicial e continuada de professores de Matemática. Destaca-se a presença de 3 trabalhos voltados aos anos iniciais do Ensino Fundamental.

As abordagens e temas são diversificadas, a Probabilidade é assumida com interpretações diversas e é conectada com a Estatística, inclusive através do uso do termo Estocástica em alguns trabalhos. Os jogos de sorte são utilizados em alguns trabalhos, outros envolvem sequências didáticas ou experimentos aleatórios. Os textos sobre formação de professores, trazem propostas que se conectam com a prática docente.

Dentre os trabalhos argentinos, temos três trabalhos voltados ao ensino de Probabilidade no nível superior, sendo dois com futuros professores de matemática e um com engenheiros em formação. Destacou-se um trabalho que aborda o ensino de Probabilidade para pessoas idosas.

Nos artigos colombianos, temos 3 que envolveram pesquisas em salas de aula da Educação Básica e 3 com professores de matemática atuantes ou em formação. Há pesquisas que envolvem interpretações de probabilidade, noções como amostra, intervalos de confiança e variáveis aleatórias que aproximam a Probabilidade da Estatística.

Nas pesquisas do México, temos 6 trabalhos que envolveram tarefas em sala de aula e 6 com alunos de universidade ou professores, desses a maioria com professores de matemática e uma com alunos do curso de Ciências Sociais. Há uma grande variedade temática com trabalhos envolvendo as interpretações de probabilidade, Variabilidade, conhecimentos básicos de professores, variáveis aleatórias, mas o aspecto mais presente é o raciocínio probabilístico.

De maneira geral, as pesquisas se distribuem de maneira bastante variada, com relação ao público, há pesquisas com alunos da Educação Básica, professores em formação, professores atuantes e universitários de outras áreas de conhecimento. Encontramos apenas uma pesquisa teórica, isto é, que não envolveu de alguma maneira a sala de aula. Observamos uma prevalência de pesquisas com anos finais

do Ensino Fundamental e Ensino Médio; encontramos pesquisas com anos iniciais apenas entre os trabalhos brasileiros e nenhuma com a Educação Infantil.

Observamos uma gama ampla de interpretações de probabilidade discutidas, bem como um certo afastamento de jogos de sorte na maioria dos trabalhos em privilégio de experimentos, relações com a Estatística, resolução de problemas e raciocínio probabilístico.

Nas pesquisas com formação de professores há certa variedade, mas se destaca a presença de trabalhos que objetivam verificar conhecimentos de probabilidade de professores em formação ou atuantes; há, também, algumas propostas que envolveram cursos de formação continuada ou oficinas pedagógicas.

Por fim, nota-se a ausência de pesquisas em currículo de probabilidade; nenhum dos 43 trabalhos analisados abordou esse tema em seus variados significados e aspectos.

5.5 Algumas considerações e consequências para a análise dos dados

Observamos com esse breve panorama das sociedades brasileira, argentina, colombiana e mexicana aproximações no contexto histórico, na questão econômica. Será interessante observar ainda se os objetivos presentes nas leis, bem como suas concepções e critérios de elaboração e organização curricular se fazem presentes nos currículos nacionais que analisaremos.

Vimos que o processo de elaboração dos currículos nacionais envolve influências diversas, em geral, com baixa participação de professores. Observamos em pesquisas na área de ensino de probabilidade uma grande diversidade de focos e abordagens, aspecto que deve ser levado em conta ao olharmos para os documentos.

Uma semelhança observada foi a estruturação em níveis de ensino. Apesar de nomear de formas diferentes, os 4 países estruturam sua educação básica em três etapas análogas ao que, no Brasil, seriam os anos iniciais do Ensino Fundamental, anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio. As chamaremos de maneira genérica de nível 1, nível 2 e nível 3 para fins de classificação.

As estruturas educacionais, apesar de diferentes, comportam a comparação. As informações que trouxemos poderão nortear discussões na análise comparada dos currículos, destacando-se a diferença em anos de escolaridade obrigatória, que vai

de 9 anos, na Colômbia, a 12 no Brasil, bem como algumas variações quanto a flexibilidade curricular no último nível em alguns dos países.

Ressalvamos aqui, que, apesar de alguns países considerarem a Educação infantil, inicial, e/ou pré-escolar como parte da educação obrigatória, não encontramos material suficiente para análise em nenhum documento voltado à essas etapas, focaremos as demais etapas da Educação Básica que, de forma geral, constituem o ensino de 11 ou 12 anos em todos os países, mesmo no caso colombiano, em que existe um terceiro nível ainda não obrigatório, mas disponível amplamente no sistema público de ensino.

6. O que os documentos dizem sobre Probabilidade

Neste capítulo, daremos atenção aos textos que precedem os elementos mais objetivos desses documentos curriculares, sejam eles habilidades, objetivos, conteúdos, normalmente dispostos em formato de tópicos ou quadros. Nesses textos buscaremos compreender lado a lado como cada país lida com a organização desses elementos tanto de maneira geral, quanto específica, bem como buscar trechos em que discutem de alguma maneira a probabilidade, sejam motivos para ensiná-la, metodologias, exemplos, definições etc.

6.1 Fase descritiva e interpretativa

Nessa etapa da análise dos dados, traremos a descrição dos dados obtidos a partir dos 4 documentos curriculares, além disso, também realizaremos a organização inicial desses dados a partir dos aspectos considerados na tabela abaixo:

Quadro 3 – Análise comparada do capítulo 6

Dimensões	**Aspectos considerados**
O que dizem os currículos sobre probabilidade	Organização do documento • Organização geral • Organização específica da Probabilidade
	Textos sobre a probabilidade nos documentos • O que é Probabilidade para os currículos • Por que se ensinar Probabilidade

Fonte: produção nossa

6.1.1 Brasil

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) – BRASIL, 2018 – é o documento curricular nacional do Brasil, teve sua versão final homologada em 2018 e se propõe a trazer as aprendizagens essenciais que devem ser complementadas por uma parte diversificada em cada rede ou sistema de ensino.

- Organização da BNCC

A BNCC se fundamenta no desenvolvimento de competências, justifica-se a partir de experiências internas e externas e cita as avaliações externas da Organização para a Cooperação para o Desenvolvimento Econômico (OCDE), que coordena o PISA. Segundo o documento, nesse enfoque, prevalece o “saber fazer” sobre o “saber” (BRASIL, 2018).

Quanto à estrutura, para o Ensino Fundamental, que corresponde aos níveis 1 e 2 de escolaridade que estabelecemos no capítulo anterior, o documento estabelece competências gerais a todos os componentes curriculares, bem como específicas a cada um. Dentro de cada componente, de maneira anual, existem as habilidades, aprendizagens essenciais que devem ser asseguradas aos alunos, que são agrupadas nos objetos de conhecimento, tópicos de conteúdos curriculares agrupados em unidades temáticas (BRASIL, 2018).

Já no Ensino Médio, o nível 3, há uma maior conexão entre competências e habilidades, que são apresentadas de maneira não anualizada. Além disso, a Base define que os sistemas e redes de ensino estabelecerão, de maneira descentralizada, os itinerários formativos, organizados a partir de áreas de conhecimento que agrupam os componentes curriculares; através desses itinerários, os estudantes podem se aprofundar em alguma das áreas de conhecimento para além da formação básica prescrita no documento (BRASIL, 2018).

Quanto ao lugar da probabilidade nessa organização, ela se encontra no componente curricular da Matemática na unidade temática “Probabilidade e Estatística”, com habilidades desde o primeiro ano de escolaridade até o Ensino Médio. O componente da Matemática cita metodologias de ensino como a resolução de problemas, a investigação matemática, a modelagem e os projetos, também são citados o letramento matemático e o desenvolvimento de capacidades como a argumentação (BRASIL, 2018).

- Textos sobre o ensino de Probabilidade na BNCC

A BNCC traz alguns textos referentes à unidade temática “Probabilidade e Estatística”, especialmente para o Ensino Fundamental. Como o nome dá a entender, essa unidade temática agrupa principalmente habilidades relacionadas à

Probabilidade e à Estatística, não há menções explícitas à combinatória nesses textos analisados (BRASIL, 2018).

De maneira geral, a Base justifica o estudo da Probabilidade e da Estatística com situações da vida cotidiana, da ciência e da tecnologia, com o tratamento de dados em contextos variados e na tomada de decisões, São destacadas as tecnologias de informação com exemplos voltados apenas à Estatística (BRASIL, 2018).

Quanto à probabilidade, o documento afirma que a finalidade de seu estudo é a compreensão de que nem todos os fenômenos são determinísticos, citam-se para os anos iniciais do Ensino Fundamental ideias como aleatoriedade, expressões de linguagem como eventos certos, impossíveis e prováveis e espaço amostral. Quanto aos anos finais, dá-se destaque à probabilidade frequentista obtida por meio de experimentos que seria comparada com a probabilidade teórica e menciona-se a complexificação de espaços amostrais através de problemas de contagem (BRASIL, 2018).

6.1.2 Argentina

Os Núcleos de Aprendizagem Prioritária (NAP) – ARGENTINA, 2006 – compõem os documentos curriculares nacionais da Argentina, foram publicados em 2006 junto à nova lei de educação e se propuseram a unificar um sistema fragmentado e trazer mais igualdade de oportunidades ao sistema educacional argentino.

Esses núcleos de aprendizagem são definidos como um conjunto de saberes centrais, relevantes e significativos que possam construir e ampliar possibilidades dos alunos quando incorporados como objetos de ensino, de forma a promover um encontro com a cultura em uma experiência pessoal e social (ARGENTINA, 2006).

- Organização dos NAP

Os NAP são documentos bastante concisos, há pouquíssimos textos dedicados a explicar e justificar o que é prescrito; na verdade, um mesmo texto aparece para todos os níveis de ensino, com explicações acerca do que são os Núcleos, ideias gerais sobre a educação argentina e ressalvas quanto à necessidade de expansão descentralizada da base que está no documento (ARGENTINA, 2006).

O documento é anualizado, separado em áreas de conhecimento que, também, se dividem em eixos temáticos. Nesses eixos, estão as aprendizagens esperadas dos alunos, algumas delas desenvolvidas em ações demandadas para que essas aprendizagens ocorram. No início de cada área de conhecimento são listados alguns objetivos gerais para direcionar essas aprendizagens prescritas (ARGENTINA, 2006).

A probabilidade está inserida na área da Matemática, no eixo temático "Probabilidade e Estatística", há alguns objetivos gerais que dizem respeito à probabilidade especificamente. Destacamos que não há nenhum indicador desse eixo no ensino primário (nível 1), mas apenas nos ciclos básico e orientado do ensino secundário (níveis 2 e 3).

- Textos sobre o ensino de probabilidade nos NAP

Dentre os objetivos gerais para a Matemática apresentados antes das aprendizagens prescritas, há dois que se referem especificamente à Probabilidade, um no ensino secundário básico (nível 2) e outro no secundário orientado (nível 3) (ARGENTINA, 2006).

O primeiro envolve o reconhecimento e o uso de noções de probabilidade para quantificar a incerteza e argumentar na tomada de decisões. O segundo objetivo propõe a justificação de decisões em situações de certeza ou incerteza, a partir de noções matemáticas adequadas (ARGENTINA, 2006).

Enxergamos nesses pequenos fragmentos duas características que o documento atribui à Probabilidade: algo que deve ser calculado e determinado de maneira quantitativa; a Probabilidade relacionada a contextos de tomada de decisão.

6.1.3 Colômbia

O *Estândares básicos de competências* – COLOMBIA, 2006 – é o documento curricular nacional colombiano. Trata-se de um documento baseado em competências, concebido com o objetivo de melhorar a qualidade da educação no país através do estabelecimento de padrões mínimos em busca da universalização do ensino no país.

- Organização dos Estândares Básicos de Competências

Os estândares básicos de competências constituem um dos parâmetros do que crianças e jovens devem saber e saber fazer para atingir o nível de qualidade esperado para sua idade pelo sistema educacional. O documento colombiano frisa a importância dos instrumentos avaliativos internos e externos associados a planos de melhora para conduzir esses processos (COLOMBIA, 2006).

O documento define os estândares básicos como guias para a elaboração de currículos, planos de estudos, projetos escolares, para a produção de materiais didáticos, para o desenho de práticas avaliativas e para avaliações externas (COLOMBIA, 2006).

A noção de competência utilizada no documento vem do contexto do trabalho, mas ganha novos significados no campo da Educação, sendo entendida como o saber fazer em situações concretas que demandam criatividade, flexibilidade e responsabilidade com conhecimentos, habilidades e atitudes. Apesar da ênfase em competências, o documento ressalva que as competências se associam também aos conteúdos temáticos (COLOMBIA, 2006).

Segundo os Estândares, sua organização se dá de forma espiral, em que as competências vão se desenvolvendo ao longo da Educação Básica (níveis 1 e 2) e da Educação Média (nível 3) em níveis crescentes de complexidade e não podem ser entendidas como acúmulos de conhecimentos ou habilidades. Sua organização se dá em ciclos de dois a três anos (COLOMBIA, 2006).

Na área da Matemática, o documento destaca a associação entre contextos, conceitos e procedimentos matemáticos e processos gerais. Esses processos gerais são cinco: formular e resolver problemas; modelar processos e fenômenos da realidade; comunicar; raciocinar; formular, comparar e exercitar procedimentos e algoritmos (COLOMBIA, 2006).

A prescrição se dá através de uma lista de estândares, escritos em primeira pessoa do singular, agrupados por tipos de pensamento matemático. A Probabilidade está incluída no “pensamento aleatório e sistemas de dados”, presente desde o primeiro ciclo, do 1° ao 3° ano do nível 1 de ensino (COLOMBIA, 2006).

- Textos sobre o ensino de probabilidade nos Estândares Básicos de Competências

Os textos sobre probabilidade presentes nos Estândares de Competências colombianos estão dentro da seção “pensamento aleatório e os sistemas de dados”. O documento considera sinônimos pensamento aleatório, probabilístico e estocástico, sendo seu objetivo ajudar a tomar decisões em situações de incerteza, azar, risco ou de ambiguidade por falta de informação confiável (COLOMBIA, 2006).

Coloca-se a relação desse pensamento com a teoria de probabilidades, a estatística e a combinatória no contexto da resolução de problema e da investigação através da construção de modelos físicos, sociais ou de jogos de azar. O currículo se preocupa em ampliar para além dos jogos de cartas e lançamento de moedas, através de exemplos de fenômenos como: desastres naturais, acidentes, falhas mecânicas, epidemias, eleições, dentre outros (COLOMBIA, 2006).

Discute-se a progressão das experiências do estudante, desde a intuição inicial da probabilidade não necessariamente numérica, até a contagem sistemática de combinações possíveis em espaços equiprováveis, menciona-se a diferenciação entre situações determinísticas e não determinísticas e relações com a estatística mais à frente (COLOMBIA, 2006).

6.1.4 México

O currículo nacional mexicano divide-se em dois documentos: as Aprendizagens Chave para a Educação Integral – MÉXICO, 2017a – que abrange os níveis primário e secundário (níveis 1 e 2) e os Planos de Estudo de Referência do Marco Curricular Comum da Educação Média Superior – MÉXICO, 2017b – que abrange a Educação Média Superior (nível 3).

Trata-se de documentos de publicação recente, a partir de uma reforma educacional que envolveu também a lei geral de educação. Os documentos se afirmam constantemente nesse sentido, destacando a participação popular em sua elaboração, as diferentes propostas que circularam e, em cada âmbito de conhecimento, há um quadro de antes e depois com as principais mudanças nesse novo currículo (MÉXICO, 2017a; MÉXICO, 2017b).

- Organização do currículo nacional mexicano

O documento mexicano se estrutura em três componentes: o primeiro com foco na formação acadêmica, o segundo direcionado ao desenvolvimento pessoal dos alunos, especialmente suas habilidades socioemocionais, o terceiro componente refere-se à autonomia escolar, em que cada instituição ou sistema de ensino possa complementar as aprendizagens chaves propostas. Destacamos que o documento dedica um capítulo a detalhar os âmbitos em que esse componente deve se fazer presente (MÉXICO, 2017a).

De maneira geral, o currículo propõe 11 âmbitos transversais para o perfil esperado do aluno egresso de cada etapa da Educação Básica mexicana, alguns deles: pensamento matemático, pensamento crítico e resolução de problemas, habilidades digitais, cuidado com o meio ambiente, entre outros. Para cada âmbito, são enunciadas aprendizagens esperadas (MÉXICO, 2017a).

Em “Pensamento matemático”, para os níveis de ensino 1 e 2, há propósitos gerais e propósitos específicos a cada nível educacional, já as aprendizagens chaves prescritas estão separadas anualmente por eixos temáticos, que se dividem em temas, um deles é o de “Análise de dados”, que se divide nos temas "Probabilidade” e “Estatística” (MÉXICO, 2017a).

Já na Educação Média Superior (nível 3), a organização se dá por meio de competências gerais, competências disciplinares de caráter propedêutico e competências disciplinares voltadas ao mundo do trabalho. Também temos eixos, agora a probabilidade se encontra no eixo “Do manejo da informação ao pensamento estocástico”. Esses eixos se dividem em componentes e, para cada um são descritos conteúdos curriculares, para cada conteúdo, há aprendizagens esperadas (MÉXICO, 2017b).

Há várias modalidades para a Educação Média Superior, há o *Bachillerato geral* e outros focados por áreas de conhecimento, como o *Bachillerato tecnológico*. O documento diferencia o currículo de Matemática para essas duas modalidades, sendo o tecnológico mais aprofundado. Em ambos, a Matemática é dividida em disciplinas, no geral: matemática I, II, III, IV, cálculo integral e probabilidade e estatística I e II; já no tecnológico: Álgebra, Geometria e trigonometria, Geometria analítica, Cálculo, Cálculo Integral e Probabilidade e Estatística (MÉXICO, 2017b).

No contexto de nosso trabalho, focamos em analisar apenas o que é prescrito para o currículo básico mexicano deste nível, aquilo que o país considera que todos precisam aprender para serem cidadãos.

- Textos sobre ensino de probabilidade no currículo nacional mexicano

Dentre os propósitos para a Educação Primária (nível 1), há um específico à probabilidade, que propõe que o aluno reconheça experimentos aleatórios e desenvolva uma ideia intuitiva de espaço amostral, já na Educação Secundária (nível 2), espera-se que o estudante saiba calcular a probabilidade clássica e a frequentista de eventos simples e mutuamente excludentes em experimentos aleatórios (MÉXICO, 2017a).

Já para a Educação Média Superior, são listadas algumas intenções de mudança da reforma curricular como: a unificação da Probabilidade e da Estatística, considerando a sua importância na vida profissional do jovem; o trabalho apenas com os enfoques com a probabilidade, deixando as distribuições para o Ensino Superior. Entre as competências específicas da Matemática, há uma referente à probabilidade, que pede que o aluno escolha um enfoque determinista ou aleatório para o estudo de um fenômeno (MÉXICO, 2017b).

Há também um texto discutindo o propósito para a presença da Probabilidade e da Estatística no documento dos níveis 1 e 2 – MÉXICO, 2017a. O propósito de ambas seria promover pensamentos estatístico e probabilístico para a análise e compreensão da informação, a probabilidade também é mencionada em uma de 4 ideias fundamentais como um método para lidar com a incerteza, o restante do texto discute apenas a Estatística.

6.2 Fase de justaposição

No quadro a seguir, trazemos a justaposição do que foi reunido e organizado nas seções anteriores, realizamos o cruzamento de cada aspecto considerado por cada país em um quadro, em que, a partir da análise lado a lado, realizamos a análise comparada.

Quadro 4 – Justaposição do estudo dos textos preliminares dos documentos

Aspectos	Brasil	Argentina	Colômbia	México
Organização geral do currículo	Competências, objetos de conhecimento e habilidades anualizadas	Demandas gerais, aprendizagens esperadas e ações específicas para que as aprendizagens ocorram	Competências agrupadas por tipos de pensamento	Organiza-se em eixos, temas e aprendizagens esperadas. Nos níveis 1 e 2 há propósitos para cada disciplina e no Ensino Médio, há Competências gerais e específicas
Organização específica da Probabilidade	Na Matemática, no componente "Probabilidade e Estatística", presente em todos os anos de escolaridade	Dentro da Matemática, no componente "Probabilidade e Estatística", presente apenas nos níveis 2 e 3	Dentro da Matemática, no componente "Pensamento aleatório e sistemas de dados", presente em todos os ciclos de escolaridade	Dentro do eixo temático "Análise de dados", presente ao final do nível 1 e no nível 2; no nível 3, no eixo "Do manejo da informação ao pensamento estocástico"
O que é probabilidade para os currículos	Está presente em noções intuitivas de aleatoriedade, a partir da construção do espaço amostral, em experimentos aleatórios e na relação entre probabilidade teórica e frequentista	Calculada para medir a incerteza em situações de tomada de decisão	Pode estudar uma variedade de fenômenos para além dos jogos de azar, está presente de maneira intuitiva inicialmente, depois associada à construção de espaços amostrais equiprováveis e na modelagem associada à estatística	Método para lidar com a incerteza; reconhecimento de experimentos aleatórios; estudar fenômenos com probabilidade clássica e frequentista
Por que que se ensinar probabilidade	Para trabalhar com situações não determinísticas do	Para poder argumentar em situações	Ajuda na tomada de decisão em situações de incerteza	Compreender a informação que rodeia o aluno; diferenciar

	cotidiano, da ciência e da tecnologia	de tomada de decisão		determinístico de aleatório

Fonte: produção nossa

6.3 Fase comparativa

Ao longo dessa fase da análise, buscaremos encontrar convergências a partir do observado na justaposição dos dados obtidos dos 4 países latino-americanos, considerando tudo o que foi discutido nos capítulos anteriores como base teórica.

6.3.1 Organização geral do currículo

A maneira como se dá a organização geral dos currículos pode ter relação com o momento de sua publicação, tendo em vista as tendências internacionais de elaboração curricular que discutimos com Linuesa (2013) e Lopes e Macedo (2011), passamos de uma pedagogia por objetivos das décadas de 1980 e 1990 para as de competências a partir dos anos 2000.

Os currículos argentino e colombiano foram publicados em 2006, enquanto o primeiro não menciona a ideia de competência, o segundo a utiliza, traz definições bastante próximas com o que Linuesa (2013) discute, contudo, em termos organizacionais, as competências são expostas como se fossem objetivos específicos de cada disciplina.

Já nos currículos mexicano, de 2017 e brasileiro, de 2018, temos bastante semelhança na ideia de competências gerais e competências específicas a cada disciplina; no caso do currículo mexicano isso ocorre predominantemente no nível 3, os níveis 1 e 2, apesar de terem sido publicados também em 2017, aproximam-se mais do currículo argentino com seus objetivos gerais e específicos em comparação com o brasileiro.

Quanto ao terceiro nível de ensino, em todos os países, há uma diferenciação curricular, uma maior flexibilidade, possibilidade de aprofundamento em alguma área específica ou cursos técnicos e profissionalizantes. Em geral, esses outros percursos são estabelecidos de maneira descentralizada desses documentos nacionais, apenas o currículo mexicano traz diretrizes claras para cada currículo aprofundado.

Outro aspecto interessante é o da linguagem com que os indicadores de aprendizagem são expressos. No brasileiro, as habilidades são expressas com verbos no infinitivo, como calcular, cujo o objetivo de direcionar a ação ao aluno; no currículo colombiano utiliza-se a primeira pessoa do singular, calculo, com o mesmo objetivo; no currículo mexicano, utiliza-se a terceira pessoa do singular, calcula, enquanto que no currículo argentino, alguns anos de ensino possuem uma listagem com essas ações vinculadas a tópicos de conteúdos e, em outros anos, são apresentados apenas os conteúdos curriculares.

6.3.2 Organização específica da Probabilidade

Em todos os documentos curriculares, a Probabilidade se encontra na disciplina de Matemática em uma subárea temática junto à Estatística. No caso de Brasil e Argentina, o nome é Probabilidade e Estatística; na Colômbia, Pensamento Aleatório e Sistemas de dados e, no México, Análise de Dados.

Na maioria dos casos essas subáreas são divididas explicita ou implicitamente em Probabilidade e Estatística, com indicadores separados para cada área. Contudo, no terceiro nível de ensino, no Brasil e, principalmente, no México, há um maior entrelaçamento das áreas nos indicadores, que são incluídos juntos em diversas categorias no caso do México.

Quanto à presença ao longo dos anos, nos currículos colombiano e brasileiro a Probabilidade está em todos os anos ou ciclos, já no currículo mexicano, apenas no último ano do nível 1, e no currículo argentino, no primeiro ano do nível 2.

6.3.3 O que é Probabilidade para os currículos

Nos currículos brasileiro e colombiano, há a intenção de um percurso semelhante de progressiva complexidade para a Probabilidade, definida inicialmente de forma intuitiva, através da diferenciação entre eventos certos, incertos e improváveis, por exemplo, com a inserção pouco a pouco de valores numéricos e de espaços amostrais para o cálculo da Probabilidade através de razões. Já nos currículos argentino e mexicano, a Probabilidade é um método para lidar com a incerteza; no caso argentino é vinculada explicitamente aos cálculos.

Acreditamos que essa preocupação com a progressão do simples e intuitivo às noções que envolvem cálculo e razões talvez esteja relacionada à inclusão de indicadores para a Probabilidade desde os primeiros anos nos currículos brasileiro e colombiano. Por outro lado, os currículos argentino e mexicano trazem uma concepção de probabilidade relacionada à método e medida, que demanda conhecimentos de frações, razões e proporção, o que talvez contribua para uma introdução mais tardia da Probabilidade nesses países.

Outro ponto a ser destacado é a preocupação já nesses textos introdutórios com o estabelecimento de relações ou comparações entre resultados obtidos através de probabilidades clássicas e frequentistas, presente nos documentos mexicano e brasileiro, envolvendo o nível 2 de ensino.

6.3.4 Por que se ensinar Probabilidade

É natural que, para se justificar a presença de algum conhecimento na seleção cultural que compõe o currículo, se utilize da aplicabilidade em situações cotidianas. Nesse sentido, os currículos argentino e colombiano consideram que a Probabilidade participa da tomada de decisões em situações de incerteza, enquanto o currículo brasileiro as chama de situações não determinísticas e especifica-as no contexto da ciência e da tecnologia, ao mesmo tempo em que o documento colombiano cita uma série de exemplos de fenômenos aleatórios com o objetivo de afastar a Probabilidade do predomínio dos jogos de azar. Já o currículo mexicano vincula essa motivação à da Estatística, como um meio de compreender informações de maneira organizada.

6.4 Algumas considerações

Em uma realidade de homogeneização curricular e influências externas semelhantes, observamos diferenças: no momento de introdução curricular da Probabilidade; na ênfase em sua relação com a Estatística; nas justificativas para sua presença nos currículos; nas interpretações mencionadas; nos exemplos trazidos.

Nesse sentido, acreditamos ser importante refletir sobre o que é dito nos textos que analisamos para compreender o direcionamento dado na elaboração e na leitura dos indicadores prescritivos que discutiremos no próximo capítulo.

7. O que os documentos prescrevem sobre Probabilidade

Ao longo deste capítulo, analisaremos através da comparação, os quadros ou listas de tópicos em que são dispostos elementos curriculares como habilidades, competências, objetivos, conteúdos, dentre outras nomenclaturas e classificações. Nessas estruturas organizacionais são descritas expectativas de ensino e aprendizagem de maneira cronológica, os aspectos que irão orientar essa análise são: as interpretações de probabilidade e os elementos do letramento probabilístico de Gal (2005).

A seguir, um quadro com os aspectos considerados para a dimensão comparada que analisaremos ao longo deste capítulo:

Quadro 5 – Análise comparada do capítulo 7

Dimensões	**Aspectos considerados**
O que prescrevem os currículos sobre probabilidade	Interpretações de probabilidade • Clássica • Frequentista • Subjetiva
	Elementos do letramento probabilístico • Grandes ideias • Encontrar probabilidades • Linguagem • Contexto • Questões críticas

Fonte: produção nossa

7.1 Fases descritiva e interpretativa

Ao longo dessa fase, apresentaremos em quadros os indicadores prescritos de cada documento curricular, organizaremos desses dados em relação a cada aspecto considerado na análise conforme o quadro 5, levando em conta outros indicadores relevantes a cada um deles.

Utilizaremos um código para designar cada indicador no formato “Pn.x”, a letra P diz do país, o número n que a acompanha é o nível de ensino e o número x após o ponto representa a ordem em que os indicadores são apresentados.

7.1.1 Brasil

Nos três quadros a seguir, estão os indicadores prescritos para a Probabilidade nos níveis de ensino 1, 2 e 3 do documento curricular nacional brasileiro.

Quadro 6 – Objetos de conhecimento e habilidades do nível 1 do currículo brasileiro

Ano	Objetos de conhecimento	Habilidades
1º Ano	Noção de acaso	(B1.1) Classificar eventos envolvendo o acaso, tais como "acontecerá com certeza", "talvez aconteça" e "é impossível acontecer", em situações do cotidiano.
2º Ano	Análise da ideia de aleatório em situações do cotidiano	(B1.2) Classificar resultados de eventos cotidianos aleatórios como "pouco prováveis", "muito prováveis", "improváveis" e "impossíveis".
3º Ano	Análise da ideia de aleatório em situações do cotidiano: espaço amostral	(B1.3) Identificar, em eventos familiares aleatórios, todos os resultados possíveis, estimando os que têm maiores ou menores chances de ocorrência.
4º Ano	Análise de chances de eventos aleatórios	(B1.4) Identificar, entre eventos aleatórios cotidianos, aqueles que têm maior chance de ocorrência, reconhecendo características de resultados mais prováveis, sem utilizar frações
5º Ano	Espaço amostral: análise de chances de eventos aleatórios	(B1.5) Apresentar todos os possíveis resultados de um experimento aleatório, estimando se esses resultados são igualmente prováveis ou não.
	Cálculo de probabilidade de eventos equiprováveis	(B1.6) Determinar a probabilidade de ocorrência de um resultado em eventos aleatórios, quando todos os resultados possíveis têm a mesma chance de ocorrer (equiprováveis)

Fonte: Brasil (2018)

Quadro 7 – Objetos de conhecimento e habilidades do nível 2 do currículo brasileiro

Ano	Objetos de conhecimento	Habilidades
6º Ano	Cálculo de probabilidade como: a razão entre o número de resultados favoráveis e o total de resultados possíveis em um espaço amostral	(B2.1) Calcular a probabilidade de um evento aleatório, expressando-a por número racional (forma fracionária, decimal e percentual) e comparar esse

	equiprovável; por meio de muitas repetições de um experimento	número com a probabilidade obtida por meio de experimentos sucessivos.
7º Ano	Experimentos aleatórios: espaço amostral e estimativa de probabilidade por meio de frequência de ocorrências	(B2.2) Planejar e realizar experimentos aleatórios ou simulações que envolvem cálculo de probabilidades ou estimativas por meio de frequência de ocorrências
8º Ano	Princípio multiplicativo da contagem/Soma das probabilidades de todos os elementos de um espaço amostral	(B2.3) Calcular a probabilidade de eventos, com base na construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo, e reconhecer que a soma das probabilidades de todos os elementos do espaço amostral é igual a 1.
9º Ano	Análise de probabilidade de eventos aleatórios: eventos dependentes e independentes	(B2.4) Reconhecer, em experimentos aleatórios, eventos independentes e dependentes e calcular a probabilidade de sua ocorrência, nos dois casos.

Fonte: Brasil (2018)

Quadro 8 – Habilidades do nível 3 do currículo brasileiro

Habilidades
(B3.1) Identificar e descrever o espaço amostral de eventos aleatórios, realizando contagem das possibilidades, para resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade.
(B3.2) Identificar situações da vida cotidiana nas quais seja necessário fazer escolhas levando-se em conta os riscos probabilísticos (usar este ou aquele método contraceptivo, optar por um tratamento médico em detrimento de outro etc.).
(B3.3) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de probabilidade de eventos em experimentos aleatórios sucessivos
(B3.4) Reconhecer a existência de diferentes tipos de espaços amostrais, discretos ou não, e de eventos, equiprováveis ou não, e investigar implicações no cálculo de probabilidades

Fonte: Brasil (2018)

- Interpretações de probabilidade na BNCC

Os indicadores B1.1, B1.2, B1.3 e B1.4 revelam que o documento propõe que os estudantes inicialmente classifiquem eventos e depois os identifiquem em

situações cotidianas através de uma abordagem totalmente qualitativa, por meio de comparações expressas através de uma linguagem probabilística.

Essa abordagem intuitiva de Probabilidade, em que não se exige a determinação de um espaço amostral ou a realização de experimentos sucessivos, parece-nos próxima a noção de Probabilidade como um grau de crença racional dos indivíduos, que caracteriza uma interpretação subjetiva de Probabilidade.

Os indicadores B1.5 e B1.6, ambos do 5° ano de escolaridade, trazem o conceito de espaço amostral e a noção numérica atrelada a termos como “estimando” e “Determinar a probabilidade” e no caso do B1.6, explicita-se a natureza equiprovável do espaço amostral, aqui, acreditamos que o documento se aproxima da interpretação clássica de Probabilidade.

A intenção do documento ao longo desse nível parece ser utilizar uma noção bastante intuitiva e inicial da Probabilidade Subjetiva como meio para introduzir a existência do aleatório, ancorada no cotidiano, para em seguida, trazer a discussão para a análise teórica de experimentos aleatórios de eventos equiprováveis através da Probabilidade Clássica.

As habilidades B2.1 e B2.2 apontam que, na Educação Básica, será introduzida de maneira explícita a interpretação frequentista de Probabilidade. Inicialmente, em B2.1, formaliza-se a interpretação clássica e sua representação através de números racionais e propõe-se que esse valor seja comparado com o obtido em experimentos sucessivos sem nenhuma especificação de como se obtém esse segundo valor. Já na B2.2, há o planejamento e realização de experimentos ou simulações e o cálculo de probabilidade através de frequência relativa.

As habilidades B2.3 e B2.4 trazem duas propriedades fundamentais da Probabilidade que são gerais a todas as interpretações, a de que a soma das probabilidades de todos os elementos do espaço amostral é 1 e o reconhecimento da dependência de eventos e respectivo cálculo probabilístico. Contudo, cabe destacar que, como já discutimos no capítulo 3, a noção de independência não é utilizada pela Probabilidade subjetiva, portanto, o uso desses termos sugere que a habilidade está voltada para o estudo de situações através de concepções mais objetivas como a clássica adaptada de alguma maneira ou a frequentista.

A partir da identificação e descrição *a priori* de espaço amostral e da contagem de possibilidades, a habilidade B3.1 parece estar próxima de uma retomada da Probabilidade Clássica já discutida em anos anteriores. A habilidade B3.3 realiza o

mesmo papel para a Frequentista, associando-a, desta vez, com a resolução de problemas.

A habilidade B3.2 traz de volta os eventos cotidianos para o estudo de probabilidades, com os exemplos de situações envolvendo métodos contraceptivos e tratamentos médicos, e a noção de risco probabilístico. Aqui, temos uma forte associação com a tomada de decisão em situações reais, que, na maioria dos casos, envolve uma interpretação subjetiva. Por mais que alguns dados apresentados nessas situações sejam obtidos através do frequentismo, a interpretação deles no dia a dia se faz a partir de novas informações e julgamentos pessoais.

Por fim, o indicador B3.4 demanda o estudo das características de espaços amostrais, quanto a serem discretos ou contínuos e equiprováveis ou não, o que introduz uma maior complexidade no estudo de probabilidades e pode implicar em várias interpretações, especialmente, na visão de que a clássica é insuficiente para espaços amostrais não equiprováveis.

- Elementos do letramento probabilístico na BNCC

As *grandes ideias,* conforme proposto por Gal (2005), que discutimos no capítulo 3 se mostram nos objetos de conhecimento referentes às habilidades B1.2 e B1.3, há a expressão “Análise da ideia de aleatório”, mas limitam-se à Aleatoriedade. O *encontrar probabilidades* está presente inicialmente através da comparação qualitativa nas habilidades B1.3 e B1.4, e nas B1.5 e B1.6 já através da comparação numérica na análise de espaços amostrais.

As habilidades B1.1 e B1.2 iniciam o currículo com o elemento da *linguagem* bastante presente, com expressões como “talvez aconteça”, “acontecerá com certeza”, “pouco prováveis”, “muito prováveis”, dentre outras. A *linguagem* se faz presente como uma maneira inicial de se expressar probabilidades sem o uso de números.

Já o *contexto* é destaque até a habilidade B1.4, em que se demanda que os fenômenos discutidos sejam do cotidiano dos alunos, sem exemplos ou explicações maiores. As *questões críticas* não são tratadas neste nível de ensino.

No nível 2, limitam-se à noção de Independência, presente na habilidade B2.4 do último ano do nível, a Variabilidade, noção fundamental no estudo atento de situações frequentistas, bastante presentes neste nível, não é abordada, nos

experimentos aleatórios nem sempre os resultados são conforme esperados devido à quantidade de repetições insuficientes e à imprevisibilidade do processo.

O *encontrar probabilidades* ocorre de três maneiras diferentes neste nível, há a clássica expressa por número racional, a frequentista, por frequência relativa em experimentos sucessivos e a condicional, apresentada de maneira geral sem associação a interpretações ou contextos.

A *linguagem* não é discutida de maneira explícita, os termos dependente e independente são introduzidos sem discussão sobre seu significado. O *contexto* limita-se a experimentos aleatórios e simulações, logo, não há conexão clara a situações reais para além do que é possível se realizar em sala de aula. As *questões críticas* novamente não são abordadas.

No nível 3 são discutidas as mesmas *grandes ideias* que nos demais níveis, a Aleatoriedade e a Independência de forma explícita, a Variabilidade não discutida na Probabilidade Frequentista, mas há na habilidade B3.2 o termo risco probabilístico, que se associa à ideia de Predictabilidade segundo Gal (2005).

O *encontrar probabilidades* aparece por meio de três interpretações: a clássica, na B3.1, a frequentista na B3.3 e a subjetiva na B3.2, mas sem menções a probabilidade condicional. A *Linguagem* não é uma preocupação neste nível de ensino. O *contexto* é explorado na habilidade B3.2 que pede a discussão probabilística de situações cotidianas e as exemplifica. As *questões críticas* seguem sem menção alguma também neste nível de ensino.

7.1.2 Argentina

Nos três quadros abaixo, estão as aprendizagens prioritárias previstas para os três níveis de ensino do currículo nacional argentino.

Quadro 9 – Situações de ensino do nível 1 do currículo argentino

Ano	Aprendizagens prioritárias	Ações esperadas
1º	Não há	Não há
2º	Não há	Não há
3º	Não há	Não há
4º	Não há	Não há
5º	Não há	Não há

6º	Não há	Não há

Fonte: Argentina, 2006

Quadro 10 – Aprendizagens prioritárias do nível 2 do currículo argentino

Ano	Aprendizagens prioritárias	Ações esperadas
1°	O reconhecimento e uso da probabilidade como um modo de quantificar a incerteza em situações problemáticas que a requeiram	(A2.1) Comparar as probabilidades de diferentes eventos, incluindo certos e impossíveis, para espaços amostrais finitos.
2º	O reconhecimento e uso da probabilidade como um modo de quantificar a incerteza em situações problemáticas que a requeiram	(A2.2) Comparar as probabilidades de diferentes eventos incluindo casos que envolvem uma contagem ordenada sem necessidade de usar fórmulas.
3º	O reconhecimento e uso da probabilidade como um modo de quantificar a incerteza em situações problemáticas que a requeiram	(A2.3) Determinar a frequência relativa de um evento mediante experimentação real ou simulada e compará-la com a probabilidade teórica.

Fonte: Argentina, 2006

Quadro 11 – Situações de ensino do nível 3 do currículo argentino

Ano	Aprendizagens prioritárias
4º	(A3.1) A análise da situação em estudo para determinar a conveniência de calcular a probabilidade de um evento mediante a fórmula de Laplace, e em caso de não ser possível, empiricamente. (A3.2) A determinação da probabilidade de eventos em contextos variados recorrendo a fórmulas para a contagem dos casos favoráveis e dos casos possíveis, se for conveniente.
5º	(A3.3) A caracterização de diferentes eventos (exclusivos, não exclusivos, independentes, dependentes), e a escolha da estratégia mais pertinente para determinar suas probabilidades. (A3.4) A análise de fenômenos que envolvem a elaboração de fórmulas para calcular probabilidades condicionadas, totais e de experimentos sucessivos, levando em conta as características dos eventos em estudo.
6º	(A3.5) A avaliação da probabilidade de um evento para a tomada de decisões ao analisar o funcionamento de situações extra matemáticas.

Fonte: Argentina, 2006

- Interpretações de probabilidade nos NAP

Não há aprendizagens prioritárias relacionadas à Probabilidade no primeiro nível de ensino que compreende os primeiros 6 anos de escolaridade argentinos.

As aprendizagens A2.1 e A2.2 iniciam o estudo da Probabilidade através da comparação, com destaque para eventos certos e impossíveis na primeira e à contagem ordenada de elementos do espaço amostral na segunda. Apesar do viés comparativo, o direcionamento dado no conjunto indica que o cálculo seja feito pela contagem de casos favoráveis em espaços amostrais simples, caracterizando uma concepção clássica.

Já a aprendizagem A2.3, pede que se compare a frequência relativa a partir de uma experimentação real à probabilidade teórica, aqui sinônimo para a clássica, como uma forma de introduzir a interpretação frequentista.

A aprendizagem A3.1 propõe que se calcule a probabilidade de um evento através da fórmula de Laplace, característica da interpretação clássica, ressaltando que nos casos em que isso não seja possível, seja utilizada a interpretação frequentista. Contudo na aprendizagem seguinte, do mesmo ano de escolaridade, a A3.2, reforça-se a preferência pela concepção clássica, associando-a à análise combinatória por fórmulas.

As aprendizagens A3.3 e A3.4 indicam o estudo de eventos também não independentes e do cálculo da probabilidade condicional, vale destacar que o currículo se preocupa que essa ideia seja aplicada tanto à interpretação clássica, quanto à frequentista.

Por fim, a aprendizagem A3.5 propõe, ao invés do cálculo ou da determinação, a avaliação da probabilidade na tomada de decisão em situações de fora da Matemática, uma provável alusão à interpretação subjetiva.

- Elementos do letramento probabilístico nos NAP

Não há aprendizagens prioritárias relacionadas à Probabilidade no primeiro nível de ensino que compreende os primeiros 6 anos de escolaridade argentinos.

Quanto às *grandes ideias*, o nível 2 do currículo argentino inicia discutindo implicitamente sobre a Incerteza e a Aleatoriedade na comparação de chances de eventos acontecerem, incluindo certos e impossíveis, e, apesar de a aprendizagem A2.3 trazer a experimentação real da probabilidade frequentista, não é proposto nada quanto à Variabilidade.

O *encontrar probabilidades* se faz inicialmente através da comparação entre a quantidade de eventos favoráveis no espaço amostral, tendendo a uma perspectiva

clássica, a ser contraposta à perspectiva frequentista através da experimentação real ou simulada.

A *linguagem* não é explicitamente presente no currículo, apesar do uso de expressões como evento certo e impossível na primeira aprendizagem. O *contexto* não é discutido, salvo pelas experimentações reais ou simuladas da aprendizagem A2.3, que também não contribuem para expandir o panorama de fenômenos probabilísticos estudados. Por fim, as *questões críticas* não estão presentes.

As *grandes ideias* presentes nesse nível são a Aleatoriedade, de maneira implícita, e a Independência no estudo das probabilidades condicionais na aprendizagem A3.3. O *encontrar probabilidades* se faz, predominantemente, através da concepção clássica, com citação inclusive da fórmula de Laplace; a frequentista é colocada como um recurso para situações em que a outra maneira não funciona. Há também, o cálculo de probabilidade condicional e, ao fim, a sugestão de situações que demandem probabilidades subjetivas.

A *linguagem* não é discutida, apenas mencionam-se termos como excludente e não excludente, independente e não independente, mas sem preocupação específica com esse elemento. Os *contextos* são expandidos, inicialmente em relação à fenômenos que podem ou não ter sua Probabilidade Clássica aferida e, ao final, a situações de fora da Matemática. As *questões críticas* não são discutidas.

7.1.3 Colômbia

Nos três quadros a seguir, estão os estândares de competências previstos para os três níveis de ensino no currículo nacional colombiano.

Quadro 12 – Estândares currículo colombiano nível 1

Ciclos	Estândares de competências
1º ao 3º	(C1.1) Explico – a partir da minha experiência – a possibilidade ou impossibilidade de ocorrência de eventos cotidianos (C1.2) Prevejo se a possibilidade de ocorrência de um evento é maior que a de outro
4º ao 5º	(C1.3) Conjecturo e ponho a prova previsões acerca da probabilidade de ocorrência de eventos

Fonte: Colômbia, 2006

Quadro 13 – Estândares currículo colombiano nível 2

Ciclos	Estândares de competências
6º ao 7º	(C2.1) Uso modelos (diagramas de árvore, por exemplo) para discutir e prever a probabilidade de ocorrência de um evento (C2.2) Conjecturo acerca do resultado de um experimento aleatório usando proporcionalidade e noções básicas de probabilidade de ocorrência de eventos
8º ao 9º	(C2.3) Comparo resultados de experimentos aleatórios com os resultados previstos por um modelo matemático probabilístico (C2.4) Calculo probabilidade de eventos simples usando métodos diversos (listagens, diagramas de árvore, técnicas de contagem) (C2.5) Uso conceitos básicos de probabilidade (espaço amostral, evento, independência, etc)

Fonte: Colômbia, 2006

Quadro 14 – Estândares currículo colombiano nível 3

Ciclos	Estândares de competências
10º ao 11º	(C3.1) Desenho experimentos aleatórios (das ciências físicas, naturais ou sociais) para estudar um problema ou pergunta (C3.2) Interpreto conceitos de probabilidade condicional e independência de eventos (C3.3) Resolvo e elaboro problemas usando conceitos básicos de contagem e probabilidade (combinações, permutações, espaço amostral, amostra com reposição) (C3.4) Proponho inferências a partir do estudo de amostra probabilísticas

Fonte: Colômbia, 2006

- Interpretações de probabilidade nos Estândares Básicos de Competências

A competência C1.1 do currículo colombiano deixa bastante claro que a possibilidade ou impossibilidade de eventos sejam obtidas a partir da experiência pessoal, o que indica uma interpretação subjetiva. O indicador C1.2, do mesmo ciclo, propõe a previsão de probabilidades por comparação, dando continuidade ao aspecto qualitativo da concepção subjetiva.

Já a competência C1.3, pede que o aluno conjecture e ponha a prova previsões probabilísticas; este “pôr a prova” sugere a contraposição da interpretação subjetiva discutida anteriormente à interpretação frequentista.

A competência C2.1 pede que, através da introdução de técnicas iniciais de análise combinatória como, diagramas de árvore, o aluno obtenha a probabilidade através da comparação de quantidade de casos favoráveis no espaço amostral. Na

competência C2.2, pede-se que seja determinada a razão entre casos favoráveis e casos possíveis. Essa progressão indica a presença forte da interpretação clássica nessas duas competências.

A competência C2.3 pede a comparação de resultados de experimentos com os previstos por um modelo probabilístico, apesar da escrita ambígua, acreditamos que o objetivo seja comparar a probabilidade clássica com a frequentista. Na competência C2.4 retoma-se a relação com a combinatória na interpretação clássica.

A competência C3.1 pede que o estudante desenhe experimentos aleatórios das ciências naturais, físicas e sociais, apesar de não mencionar nenhuma interpretação, pela variedade de contextos, todas as concepções probabilísticas podem ser demandadas. A relação com a combinatória na competência C3.3 pode indicar uma retomada da interpretação clássica, agora com mais recursos para a determinação de espaços amostrais.

Por fim, a competência C3.4 pede inferências com o estudo de amostras, o que, na conexão com a estatística, provavelmente envolve, de alguma maneira, distribuições de probabilidade de natureza objetiva da interpretação frequentista.

- Elementos do letramento probabilístico nos Estândares Básicos de Competências

Quanto às *grandes* ideias, a escrita das primeiras competências do currículo colombiano só parece discutir a ideia de Certeza, não há discussão clara sobre acaso e Aleatoriedade e a Variabilidade que a experimentação convida não se faz presente. O verbo conjecturo pode indicar alguma discussão sobre a ideia de Predictabilidade, devido à dificuldade em se prever o aleatório possibilitar apenas uma conjectura nesse momento.

O *encontrar probabilidades* se dá de maneiras diversas, de início por meio da percepção pessoal da interpretação subjetiva, em seguida, por comparação qualitativa, maneiras que são contrapostas e testadas pela experimentação real, o início da maneira frequentista.

A *linguagem*, apesar de não ter presença explícita, é sugerida através do verbo “explico” na competência C1.1, também pelo termo “conjecturo” da C1.3, que, diante da ausência de determinações numéricas, demanda uma linguagem probabilística do estudante.

O *contexto* se faz presente na competência C1.1 pela perspectiva da experiência pessoal do aluno, que demanda contextos externos e internos à sala de aula e à Matemática, bem como a citação a eventos do cotidiano. As *questões críticas* não são abordadas nesse nível de ensino.

A *grande ideia* da Predictabilidade está presente nas competências do segundo nível do currículo colombiano, a presença da conjectura, comparação do real com modelo indicam alguma discussão implícita sobre o quão e como fenômenos aleatórios podem ser previstos. Há menção à ideia de Independência, porém de maneira rasa, que não deixa clara de que maneira, e em que situações deve ser trabalhada.

O *encontrar probabilidades* se faz, a partir do que fora discutido no nível anterior, o subjetivo contraposto às frequências de experimentos reais, que agora são sucedidos pela interpretação clássica com técnicas iniciais da análise combinatória como listagens e diagramas de árvore. Essa nova maneira é novamente comparada à maneira empírica da Probabilidade Frequentista na competência C2.3.

A *linguagem* aparece novamente subentendida em alguns verbos como o discutir probabilidades, que demandam alguma linguagem probabilística, mas não há nada em específico sobre esse elemento.

O *contexto* se limita a experimentos aleatórios previsíveis de alguma maneira pela Probabilidade Clássica, portanto, uma pequena variedade de situações. As *questões críticas* não são discutidas.

A *grande ideia* da Predictabilidade é explícita na competência C3.4, que demanda inferências a partir de amostras aleatórias, bem como a Independência, cujos conceitos devem ser interpretados segundo a competência C3.2.

O *encontrar probabilidades* se faz pela probabilidade condicional na competência C3.2, pela clássica com técnicas mais complexas de combinatória na C3.3, bem como em uma variedade de todas as outras interpretações que a C3.1 deixa em aberto com a amplitude de contextos diferentes. Há ainda na competência C3.4 uma relação entre probabilidade e estatística na ideia de amostra e inferência.

A *linguagem* talvez seja demandada de alguma maneira na competência C3.4, em que se pede que o estudante proponha inferências a partir de amostras, ação que demandará conhecimento razoável de linguagem probabilística.

O *contexto* é bastante ampliado em relação aos níveis anteriores, a competência C3.1 deixa claro que devem envolver não somente ciências físicas e

biológicas, mas também as sociais, a C3.4 também expande os contextos ao lidar com inferências e amostras que convidam a presença da Estatística. As *questões críticas* não são discutidas.

7.1.4 México

Nos três quadros a seguir, estão as aprendizagens esperadas para os três níveis de ensino no currículo nacional mexicano.

Quadro 15 – Aprendizagens esperadas no nível 1 do currículo mexicano

Ano	Aprendizagens esperadas
1º	Não há
2º	Não há
3º	Não há
4º	Não há
5º	(M1.1) Identifica jogos em que o azar interfere ou não
	(M1.2) Registra resultados de experimentos aleatórios em tabelas de frequência (frequência relativa, frequência absoluta)
6º	(M1.3) Determina os resultados possíveis de um experimento aleatório

Fonte: México, 2017a

Quadro 16 – Aprendizagens esperadas no nível 2 do currículo mexicano

Ano	Aprendizagens esperadas
1º	(M2.1) Realiza experimentos aleatórios e registra os resultados através da abordagem da probabilidade frequentista
2º	(M2.2) Determina a probabilidade teórica de um evento em um experimento aleatório
3º	(M2.3) Calcula a probabilidade de ocorrência de eventos mutuamente exclusivos

Fonte: México, 2017a

Quadro 17 – Aprendizagens esperadas no nível 3 do currículo mexicano

Conteúdos específicos	Aprendizagens esperadas
Noções e conceitos básicos de estatística e probabilidade Enfoques de probabilidade	(M3.1) Usa uma linguagem própria para situações que necessitem do estudo com elementos de estatística e probabilidade
O que significa cada enfoque de probabilidade?	(M3.2) Usa técnicas de contagem ou agrupamento na determinação de probabilidades

Técnicas de contagem e agrupamento em classes para a determinação de probabilidade	(M3.3) Organiza a informação como parte da estatística para o estudo da probabilidade
	(M3.4) Estuda o complemento que a estatística oferece à probabilidade
O que é risco? Qual o papel da probabilidade e da estatística no estudo do risco?	(M3.5) Reconhece a diversidade de situações que precisam da incerteza e do tratamento do risco
Uso da estatística e da probabilidade em situações dadas	(M3.6) Modela com estatística e probabilidade o estudo da informação
Noções de incerteza, azar e aleatoriedade Tipos de eventos no estudo da probabilidade	(M3.7) Constrói fórmulas de probabilidade

Fonte: México, 2017b

- Interpretações de probabilidade no currículo nacional mexicano

As aprendizagens M1.2 e M1.3 do currículo mexicano mobilizam a interpretação frequentista para o estudo de experimentos aleatórios, de maneira inicial, através do recurso da tabela de frequências, contudo, a aprendizagem apenas menciona o registro dessas frequências, sem outros verbos como analisar, interpretar, ou qualquer indicativo do que deve ser feito com essas tabelas.

Na aprendizagem M2.1 formaliza-se o que se estuda de maneira inicial no nível 1, a Probabilidade Frequentista em experimentos aleatórios. A aprendizagem M2.2 pede que se determine a probabilidade teórica, termo que, em geral, associa-se à interpretação clássica. A aprendizagem 2.3, um tanto redundante, envolve o cálculo de probabilidades de eventos mutuamente exclusivos.

Os conteúdos específicos, citados junto às aprendizagens apenas neste nível de ensino, trazem dois tópicos relacionados aos enfoques de probabilidade, inclusive com a pergunta “o que significa cada enfoque de probabilidade?”. Essa preocupação, talvez, justifique a não especificação de interpretações nas aprendizagens.

Contudo, há indícios da interpretação clássica na M3.2, junto às técnicas de contagem, e para as demais na aprendizagem M3.5 que discute a variedade de situações que envolvem risco e incerteza, bem como uma demanda por interpretações além da clássica na relação com a Estatística frisada em diversos indicadores.

- Elementos do letramento probabilístico no currículo nacional mexicano

Através do termo azar, a *grande ideia* discutida no nível 1 é a Aleatoriedade, em especial na aprendizagem M1.1, em que o aluno deve identificar esse aspecto em jogos. O *encontrar probabilidades* se inicia pela maneira frequentista através do registro de experimentos aleatórios em tabelas de frequência relativa.

A *linguagem* não é explorada de maneira explícita, os verbos das aprendizagens não a consideram como uma maneira de expressar probabilidades. Os *contextos* abordados são experimentos aleatórios e os jogos de azar. As *questões críticas* não são discutidas.

Entre as *grandes ideias*, apenas a Aleatoriedade é implícita neste nível, na noção de experimento aleatório, porém sem muitas discussões, bem como a ideia de Independência, que existe nos eventos mutuamente exclusivos da aprendizagem M2.3, mas a dependência e a probabilidade condicional não são nem mencionadas.

O *encontrar probabilidades* se faz através da interpretação frequentista na aprendizagem M2.1, em continuidade ao nível anterior, e novamente o verbo de destaque é o registrar. Há nas aprendizagens M2.2 e M2.3 o cálculo de probabilidades clássicas em situações de independência.

A *linguagem* segue pouco demandada dada a prevalência dos cálculos e registros numéricos. Os *contextos* se limitam aos experimentos aleatórios em que há independência entre eventos. As *questões críticas* não são discutidas.

Dentre as g*randes ideias,* a Predictabilidade associada ao risco é discutida na aprendizagem M3.5; além disso, noções de incerteza, azar e aleatoriedade são um dos conteúdos curriculares citados em associação às aprendizagens. A Independência, assim como nos demais níveis, não está presente.

O *encontrar probabilidades* tem variedade prevista pelos conteúdos, que mencionam as interpretações como enfoques de probabilidade, nas aprendizagens estão previstas a interpretação clássica na M3.2 e as outras podem estar subentendidas em aprendizagens que aproximam a Probabilidade da Estatística. A aprendizagem M3.7 propõe a construção de fórmulas de probabilidade, uma enunciação bastante aberta e pouco clara que envolve esse elemento.

A *linguagem* é citada nominalmente na aprendizagem M3.1 como elemento necessário no estudo de situações que envolvam Estatística e Probabilidade. Os *contextos* são mencionados na aprendizagem M3.5 em que se requer que o estudante reconheça a diversidade de situações que envolvem o estudo da incerteza e do risco. As *questões críticas* não são discutidas.

7.2 Fase de justaposição

Nessa fase, reunimos em quadro uma síntese do que foi descrito e interpretado ao longo das fases anteriores lado a lado, país a país, para a organização de nossa análise comparativa, sendo um quadro para cada aspecto considerado no processo.

Quadro 18 – Justaposição das interpretações de probabilidade

Níveis de ensino	**Brasil**	**Argentina**	**Colômbia**	**México**
Nível 1	Introdução de ideias intuitivas através da Probabilidade Subjetiva e do cálculo de Probabilidades através da Clássica	Não há indicadores sobre Probabilidade nesse nível de ensino	Introdução através da interpretação subjetiva cujos resultados são comparados e testados através da frequentista	Visão inicial da interpretação frequentista através de tabelas de frequência
Nível 2	Representação de Probabilidade Clássica através de números racionais em comparação a frequências de experimentos sucessivos; estudo de Probabilidade Frequentista; Propriedades gerais a todas as interpretações com um direcionamento às objetivas	Probabilidade Clássica por comparação numérica de casos favoráveis no espaço amostral; contraposição à Frequentista em experimentos reais ou simulados	Interpretação clássica através da comparação numérica de casos favoráveis e depois através de proporcionalidade; comparação dessa noção teórica com o obtido em experimentos (frequentista)	Formalização da interpretação frequentista; Probabilidade clássica especificamente para eventos mutuamente exclusivos
Nível 3	Retomada do estudo isolado da Probabilidade Clássica e da Frequentista;	Probabilidade Frequentista como alternativa para quando a Clássica não pode ser	Estudo de situações de diversas áreas que demandam todas as interpretações;	As interpretações são mencionadas no geral com o nome enfoques, há indícios da

	estudo de probabilidades subjetivas em situações cotidianas; consequências de espaços amostrais complexos	calculada. Probabilidade subjetiva em situações extra matemáticas	retomada da Probabilidade Clássica associada à análise combinatória; Probabilidade frequentista associada a amostras probabilísticas	interpretação clássica e da frequentista, mas também há espaço para a subjetiva

Fonte: produção nossa

Quadro 19 – Justaposição dos elementos do letramento probabilístico

Níveis de ensino	**Elementos do letramento**	**Brasil**	**Argentina**	**Colômbia**	**México**
Nível 1	*Grandes ideias*	Aleatoriedade, ideia de acaso	Não há indicadores sobre Probabilidade nesse nível de ensino	Certeza e Predictabilidade	Aleatoriedade, azar
	Encontrar probabilidades	Comparação qualitativa e na contagem de elementos do espaço amostral		Subjetiva, comparação qualitativa, contraposição à testes empíricos	Frequentista através do registro em tabelas
	Linguagem	Maneira inicial de se expressar probabilidades, com adição progressiva de expressões probabilísticas		Demandada por explicação e conjecturas de probabilidades sem números	Pouco demandada
	Contexto	Situações do cotidiano		Experiências pessoais e situações do cotidiano	Experimentos aleatórios e jogos de azar
	Questões críticas	Não discutidas		Não discutidas	Não discutidas
Nível 2	*Grandes ideias*	Aleatoriedade, Incerteza e Independência	Aleatoriedade e Incerteza	Predictabilidade, menção à Independência	Aleatoriedade

	Encontrar probabilidades	Interpretação clássica contraposta à frequentista; cálculo de probabilidades condicionais	Comparação de quantidade de elementos em espaço amostral; frequência relativa em experimentos	Interpretação clássica através de técnicas iniciais de combinatória contraposta à interpretação frequentista	Frequentista através do registro de frequências e clássica em situações de independência
	Linguagem	Pouco discutida	Pouco discutida	Sugerida pelo verbo discutir	Pouco discutida
	Contexto	Limitado a experimentos e simulações	Limitado a experimentos e simulações	Limitado a experimentos aleatórios	Experimentos aleatórios
	Questões críticas	Não discutidas	Não discutidas	Não discutidas	Não discutidas
Nível 3	*Grandes ideias*	Aleatoriedade, Independência e risco	Aleatoriedade, Independência	Predictabilidade, Independência	Predictabilidade, Incerteza, Aleatoriedade, azar
	Encontrar probabilidades	Clássica, frequentista e subjetiva	Clássica, frequentista e subjetiva	Clássica, e possivelmente frequentista e subjetiva	Menção a enfoques de probabilidade, e aplicação a uma diversidade de situações
	Linguagem	Não discutida	Não discutida	Linguagem na proposição de inferências estatísticas	Menção nominal a uma linguagem própria da Probabilidade
	Contexto	Situações do cotidiano que envolvem risco como métodos contraceptivos e tratamentos médicos	Contextos variados envolvendo diferentes maneiras de se encontrar a probabilidade; situações extra-matemáticas	Contextos das ciências físicas, naturais e sociais, bem como da relação entre Probabilidade e Estatística	Uma diversidade de situações que envolvem incerteza e tratamento do risco

	Questões críticas	Não discutidas	Não discutidas	Não discutidas	Não discutidas

7.3 Fase comparativa

De maneira geral, os aspectos que consideramos na análise dos indicadores de aprendizagem prescritos pelos quatro currículos escolhidos, mostram várias proximidades, convergências, diferenças, indicadores únicos de cada país. Apesar de todo contexto comum da região, das pressões externas semelhantes, das proximidades sociais, econômicas e históricas, acreditamos ter encontrado um cenário de suficiente heterogeneidade para uma análise comparada, que será desenvolvida nas seções a seguir para cada um dos dois aspectos considerados.

7.3.1 Interpretações de probabilidade

De maneira geral, observamos uma maior variedade de interpretações de probabilidade no nível 3 de ensino, em que, na maioria dos currículos, há tanto a clássica, quanto a frequentista e a subjetiva, associadas a uma maior variedade de situações estudadas. O nível 2, por outro lado, tem pouca variedade de situações e uma preocupação maior com cálculo e determinação de probabilidades através das interpretações clássica e, por vezes, da frequentista.

Tão relevante quanto à variedade de concepções de Probabilidade no contexto curricular, é a ordem em que são distribuídas ao longo da Educação Básica. Nesse sentido, temos, no momento de sua introdução inicial, quatro abordagens diferentes nos currículos analisados:

- A argentina, que não traz nenhum indicador relacionado à Probabilidade no nível 1, no nível 2 inicia os estudos através do foco nos cálculos e determinação de valores numéricos através da probabilidade clássica, que depois é comparada com a interpretação frequentista.
- A abordagem do México se inicia pela interpretação frequentista, em que o aluno pode, a partir de experimentos aleatórios intuir sobre a chance de ocorrência a partir da comparação de frequências de ocorrência, essa abordagem está próxima ao que pensa Coutinho (1994; 2007).

- No currículo brasileiro, o início da exploração da Probabilidade se dá por intuições iniciais que podem ser relacionadas ao enfoque subjetivo, e a percepção de probabilidades se dá por expressões de linguagem como: certo, incerto, provável, pouco provável etc. Disso, há uma passagem para a interpretação clássica através da construção intuitiva de espaços amostrais e da comparação numérica de casos favoráveis.
- No currículo colombiano, em que se inicia por concepções subjetivas, relacionadas ao cotidiano da criança através da comparação qualitativa de probabilidades, perspectiva que é contraposta já neste nível à verificação de frequências em experimentos aleatórios, uma concepção frequentista.

Essas perspectivas mostram que os currículos que priorizam as interpretações subjetiva e frequentista as trazem antes (Brasil, Colômbia e México) do que o que inicia pela clássica (Argentina). Talvez isso se explique pelas possibilidades qualitativas e experimentais dessas interpretações, que não demandam necessariamente o cálculo de razões.

Vemos ainda várias maneiras diferentes de se utilizar interpretações combinadas neste início, apenas a frequentista no caso mexicano, a junção de subjetiva e frequentista na Colômbia, a passagem da subjetiva para a clássica no caso brasileiro e da clássica para frequentista na Colômbia.

Nesse sentido, um aspecto observado no ordenamento do estudo dos diferentes enfoques, principalmente no nível 2 foi a presença de indicadores que introduzem novas interpretações de probabilidade através da comparação com outras já estudadas. No Brasil e na Argentina, isso ocorre entre a clássica e a frequentista, na Colômbia acontece duas vezes: entre a subjetiva e a frequentista e entre a frequentista e a clássica. De uma maneira diferente, temos, no nível 3 argentino, a sugestão de que a interpretação frequentista seja uma alternativa quando a clássica não for adequada.

No nível 3, observa-se, em geral, uma retomada das interpretações já estudadas e uma tentativa de ampliação de contextos que pedem por uma maior diversidade de interpretações. Apenas neste nível, há nos documentos indicadores que relacionam Probabilidade e Estatística.

7.3.2 Elementos do letramento probabilístico

- *Grandes ideias*

A Aleatoriedade de alguma maneira está presente em todos os currículos que, em geral, mencionam em algum momento como em experimentos aleatórios, fenômenos aleatórios, ideia de acaso, contudo, a discussão aprofundada sobre o que é aleatório não se mostra em nenhum dos documentos analisados.

A Variabilidade é uma ideia fundamental ao estudo de probabilidades, especialmente no lidar com experimentos aleatórios através da interpretação frequentista, contudo, não encontramos nenhuma menção explícita a essa ideia, sendo essa visão de probabilidade presente em todos os documentos analisados de alguma maneira. A importância dessa ideia se dá na incerteza enorme desse tipo de experimento, em que não se sabe quantas vezes serão necessárias para se chegar à probabilidade procurada, em geral os currículos em algum momento propõem a comparação da interpretação frequentista com uma outra obtida *a priori*, sem a discussão sobre a Variabilidade, esses experimentos podem ser frustrantes para os alunos e para os professores.

A Predictabilidade está presente em mais de um momento no currículo colombiano e no nível 3 do currículo mexicano. Observamos em sua presença uma forma de articular Probabilidade e Estatística, através de noções como risco, intervalos de confiança, medidas de incerteza. Os currículos que não discutem essa ideia não se aprofundam ou não trazem essa importante relação.

A Independência está presente nos currículos brasileiro, argentino e colombiano, geralmente, associada à caracterização, interpretação ou diferenciação de eventos dependentes e independentes seguidos do cálculo de probabilidades condicionais. O documento colombiano, porém, se limita ao uso e interpretação de conceitos, cujos indicadores são apresentados de maneira vaga. O currículo mexicano não discute de maneira explícita a independência.

- *Encontrar probabilidades*

Já discutimos amplamente na seção anterior a presença de diferentes interpretações de probabilidade nos currículos em análise, queremos discutir aqui, então, a presença e a variedade de diferentes maneiras de se expressar, obter, determinar ou calcular probabilidades.

Damos destaque ao uso da linguagem como forma de expressar probabilidades cotidianas nos primeiros anos do currículo brasileiro; ao uso da estimativa e da conjectura no mesmo período pelo currículo colombiano, através das interpretações subjetiva e frequentista; ao uso da comparação, tanto qualitativa quanto quantitativa, para a percepção de tamanho de uma probabilidade.

Um elemento que se mostrou bastante inconstante nos currículos em análise foi a associação entre probabilidade e combinatória, que possui poucas menções à exceção do currículo colombiano. A combinatória é importante para o cálculo de probabilidades, especialmente em situações de probabilidades clássicas, mas também na construção de espaços amostrais que podem participar do estudo dentro de outros enfoques.

- *Linguagem*

A *linguagem*, em geral, é um elemento pouco discutido ao longo de todos os níveis de ensino dos 4 países estudados. No currículo brasileiro, aparece de maneira explícita como maneira inicial de se expressar probabilidades através de expressões linguísticas e, no caso mexicano, é mencionada como “linguagem própria da probabilidade”, nos conteúdos curriculares do nível 3.

Destacamos outra maneira como esse elemento se manifesta, através dos verbos discutir, conjecturar, explicar e propor, presentes no currículo colombiano, que demandam, ao longo de todos os níveis de ensino, algum uso de uma linguagem probabilística.

Percebemos este elemento presente predominantemente no nível 1, como uma maneira inicial de se comunicar probabilidades, e no nível 3 de maneira genérica. No nível 2, em que há mais habilidades relacionadas à determinação numérica, a linguagem tem presença menor.

- *Contexto*

Elemento *contexto* do letramento probabilístico pouco presente, em especial no nível 2 de ensino, em que se discute a Probabilidade Frequentista somente no contexto de experimentos aleatórios ou sucessivos, sendo que essa interpretação está presente em uma variedade de fenômenos físicos e naturais possíveis de serem

discutidos neste nível de ensino. O contexto das Ciências Sociais, só explorado explicitamente pelo currículo colombiano, é pouco associado à Probabilidade e merece destaque como mais um caminho para a exploração, principalmente, da interpretação subjetiva de Probabilidade em níveis mais altos de complexidade.

Dada a relevância desses documentos para o direcionamento dos currículos do país, sentimos falta do letramento, da exemplificação. O nível 1 do currículo brasileiro traz várias vezes o termo “situações cotidianas” sem exemplos, bem como no documento mexicano, em que são mencionadas no nível 3, situações extra matemáticas sem maior detalhamento.

- *Questões críticas*

Ao longo de nossa análise dos indicadores dos quatro currículos, não encontramos nenhum que trouxesse questões críticas como as abordadas por Gal (2005).

Alguns currículos apenas no nível 3, mencionam fenômenos que talvez abrissem espaço para o trabalho com situações que demandem criticidade dos alunos, como fenômenos das ciências sociais, situações extra matemáticas, dentre outras proposições genéricas.

Conforme sustentado por Gal (2005), esse aspecto do letramento probabilístico é fundamental pois requer que o estudante faça perguntas quando se depara com alguma afirmação probabilística na realidade. Trata-se de um ponto fundamental para relacionar um conceito tão associado a jogos de cartas, dados e moedas com a vida real de cada um, questões cotidianas e as questões fundamentais da humanidade como a própria crise climática.

Sem esse aspecto, o letramento probabilístico se mostra incompleto, uma vez que o aluno precisa conhecer algumas grandes ideias abstratas, aprender a encontrar probabilidades de maneiras variadas e em diversos contextos, comunicá-las e compreender sua linguagem, porém não precisa conectar isso com situações reais que demandem esse conhecimento para fazer as perguntas certas e desmontar argumentos ruins dos mais variados atores na sociedade.

8. Algumas considerações

Analisamos os documentos curriculares nacionais de Brasil, Argentina, Colômbia e México e questionamos sobre como o ensino de Probabilidade se mostra neles, investigamos a diversidade de interpretações epistemológicas presentes em cada um deles e os elementos do letramento probabilístico de Gal (2005).

Observamos que a organização dos documentos e suas concepções de Probabilidade e motivações para incluí-la no currículo é importante e pode estar relacionada à sua presença ou não desde os primeiros anos da Educação Básica, fator que percebemos como fundamental, mas não suficiente, para o bom desenvolvimento de um percurso curricular em uma área de tamanha complexidade.

A comparação entre o par de currículos de Brasil e Colômbia, que possuem indicadores relativos à Probabilidade em todos os anos, em relação a Argentina e México deixa isso claro; alguns assuntos como a probabilidade condicional e a ideia de independência, no caso mexicano, não são discutidos, enquanto no caso argentino, há uma concentração muito grande de aprendizagens novas no nível 3.

Contudo, não basta a presença da Probabilidade em todos os anos, se ela não for diversa, envolver concepções diferentes ao longo de todos os níveis de ensino, diferentes fenômenos e situações estudadas na Matemática, mas também em várias outras áreas de conhecimento, bem como as *questões críticas*, virtualmente inexistentes nos 4 currículos analisados.

Reforçamos que o trio: Contexto-Linguagem-Questões críticas se mostrou sem diversidade, quando não ausente, nos documentos analisados, e enxergamos neste ponto algo fundamental na aparente dificuldade dos elaboradores em organizar de forma coesa os indicadores e principalmente na incompletude de um letramento probabilístico em todos eles.

Associado a isso, temos uma baixa presença da interpretação subjetiva de probabilidade em todos os documentos, o que acreditamos estar relacionado à pouca variedade de fenômenos probabilísticos que os documentos direcionam ao ensino.

É fundamental perceber como isso se relaciona. Cada um dos 5 elementos do letramento probabilístico demanda todos os outros para funcionar. Isso mostra como o letramento só pode acontecer se em um texto curricular estiver presente de maneira completa, com todos os seus elementos presentes em suas complexidades, o que não aconteceu em nenhum dos currículos que analisamos.

A ausência deste aspecto crítico do letramento probabilístico é conveniente ao contexto da perpetuação da história de exploração e não independência dos sistemas educacionais dos países latino-americanos de influências diversas externas à Educação.

Nesse sentido, temos algumas considerações individuais e coletivas aos currículos analisados:

- Argentina: incluir indicadores relacionados à Probabilidade desde o primeiro nível de ensino, através de interpretações de probabilidade que não demandem necessariamente o cálculo de razões, mas através da comparação, de uma linguagem probabilística, da experimentação e da relação com fenômenos do cotidiano do aluno.
- Brasil: aumentar a variedade de contextos; trazer a linguagem para além do nível 1 através de verbos que a demandem; articular em mais momentos Probabilidade e Estatística; organizar as habilidades de maneira progressiva e conectada entre os níveis 2 e 3.
- Colômbia: aprofundar indicadores abrangentes ou que usam expressões como “use o conceito” ou “interpreto conceitos”.
- México: incluir indicadores relacionados à Probabilidade desde o primeiro ano de ensino; incluir a ideia de independência e dependência de eventos e o cálculo de probabilidades condicionais;
- A todos: Trazer probabilidade aos currículos da Educação Infantil/pré-escolar/inicial; trazer uma maior diversidade de *contextos* a todos os níveis de ensino, inclusive de fora das ciências exatas e naturais; aprofundar articulações e a presença da Combinatória; apresentar por comparação novas maneiras de se encontrar probabilidades; incluir as *questões críticas*, apontadas por Gal (2005) como um dos principais elementos do letramento probabilístico.

Como professor da Educação Básica, percebo constantemente a distância entre o currículo prescrito nesses documentos nacionais e a sala de aula. Não só isso, os livros e materiais didáticos com que tive contato, que agem como “pontes” entre documento curricular e professor, exploram a Probabilidade ainda menos.

Portanto, é evidente que, assim como não reduzimos o currículo a apenas essa prescrição de alguns assuntos, competências, habilidades, aprendizagens, objetivos, não podemos esperar que apenas uma reforma curricular seja capaz de incluir a

Probabilidade em sala de aula; é necessário formar professores, produzir livros e materiais didáticos, financiar pesquisas em Educação Estatística, dentre outras políticas públicas, para que o currículo de Probabilidade se faça realmente como um processo.

Referências Bibliográficas

ALMEIDA, C. M. C.; FARIAS, L. M. S. Estudo histórico e epistemológico sobre o conceito de probabilidade: algumas considerações. **Caminhos da Educação Matemática em Revista/Online**, v. 9, n. 2, p. 102-120, 2019. Disponível em: http://funes.uniandes.edu.co/28581/1/Almeida2019ESTUDO.pdf. Acesso em: 07 jul. 2022.

ARAUJO, P. C.; IGLIORI, S. B. C. O problema epistemológico da probabilidade. **Caderno de física da UEFS**, v. 11, p. 57-75, 2013. Disponível em: http://dfisweb.uefs.br/caderno/vol11n12/Artigo05PericlesProbabilidade.pdf. Acesso em 09 set. 2021.

ARGENTINA. Consejo Federal de Educación. Nucleos de aprendizaje prioritários. Buenos Aires, 2006.

ARGENTINA. Ley de Educación Nacional. 26.206/2006.

BICUDO, M. A. V. A pesquisa em educação matemática: a prevalência da abordagem qualitativa. **Revista Brasileira de Ensino em Ciência e Tecnologia**, v. 5, n. 2, 2012. Disponível em: https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect/article/view/1185. Acesso em: 18 jul. 2020.

BICUDO, M. A. V. Apresentação. In: BICUDO, M. A. V. (org.). **Pesquisa qualitativa**: segundo a visão fenomenológica. São Paulo: Cortez, 2011. p. 7-10.

BRAGA, P. B. A. Pesquisa qualitativa em debate: entre especificidades e “novas” concepções nos estudos comparativos. **Teoria e Pesquisa**, v. 25, n. 3, p. 150-173 2016.

BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**, LDB. 9394/1996.

"BRASIL, Ministério da Educação, (1997). **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília, MEC/SEF

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

BOROVCNIK, M. The meaning of probability from a foundational perspective. **ReviSeM**, n. 3, p. 42-76, 2021.

BATANERO, C.; HENRY, M; PARZYSZ, B. The nature of chance and probability. In: JONES, G. A. (Org.), **Exploring probability in school**: Challenges for teaching and learning, New York: Springer, 2005, p. 15-38.

BURRIL, G; LAPPAN, G.; GONULATES, F. Curriculum and the role of research: report of the ICME 12 survey team. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 28, n. 49, p. 682-700, ago. 2014. Disponível em: https://www.scielo.br/j/bolema/a/YSYVWjzqjzs48SdS5K6Ybdj/abstract/?lang=en. Acesso em 17 jun. 2021.

CÁSSIO, F. L. Base Nacional Comum Curricular: ponto de saturação e retrocesso na educação. **Revista Retratos na Escola**, v. 12, n. 23, p. 239-253, 2018.

CAZORLA, I. M.; KATAOKA, V. Y.; SILVA, C. B. da. Trajetória e perspectivas da Educação Estatística no Brasil: um olhar a partir do GT12. In: LOPES, C. E.; COUTINHO, C. Q. S.; ALMOLOUD, S. A. (Org.). **Estudos e reflexões em Educação Estatística**. Campinas: Mercado de Letras, 2010. p. 19-44.

CABALLERO, A. et al. Investigación en Educación Comparada: Pistas para investigadores noveles. **Revista Latinoamericana de Educación Comparada**, v. 7, n. 9, 2016. Disponível em: https://saece.com.ar/relec/revistas/9/art3.pdf. Acesso em 13 mai 2021.

COBO, O. M. El currículo oficial en las dos últimas reformas educativas en Colombia. **Revista Educación, Política e Sociedad**, v. 7, n. 1, p. 9-30, 2022.

COLOMBIA. Ley General de Educación. 115/1994.

COLOMBIA. Ministerio de Educación Nacional. Estándares Básicos de Competenicias. 2006

COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva. **Introdução ao conceito de Probabilidade por uma visão frequentista**: estudo epistemológico e didático. 1994. 151f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologias. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo.

COUTINHO, C. Q. S. Conceitos probabilísticos: quais contextos a história nos aponta?. **REVEMAT**, v. 2, n. 3, p. 50-67, 2007.

CUBAS, J. C.; SARMIENTO, M. Z. El currículo de la educación básica en tempos de transformaciones: Los casos de México e Perú. **Revista Mexicana de Investigación Educativa**, v. 22, n. 72, p. 109-134, 2017.

EGIDO GÁLVEZ, I.; MARTÍNEZ-USARRALDE, M. J. **La educacíon comparada, hoy**. 2019. E-book.

FELDMAN, D. Notas sobre a política de currículo na Argentina. **Currículo sem Fronteiras**, v. 6, n. 2, p. 82-97, 2006.

GILLIES, D. **Philosophical theories of probability**. 1. Ed. Londres: Routledge, 2000.

GAL, I. Towards “probability literacy” for all citizens: Building blocks and instructional dilemmas. In: JONES, G. A. (Org.), **Exploring probability in school**: Challenges for teaching and learning, New York: Springer, 2005, p. 39-63.

GALEANO, E. H. **As veias abertas da América Latina**. 1. Ed. Porto Alegre: L&PM, 2021.

GARCÍA GARRIDO, J. L. G. La educación comparada en una sociedad global. **Revista Española De Educación Comparada**, v. 3, p. 61–82, 1997. Disponível em: https://revistas.uned.es/index.php/REEC/article/view/7232. Acesso em 10 ago. 2022.

GARNICA, A. V. M. Pesquisa qualitativa e educação (Matemática): de regulações, regulamentos, tempos e depoimentos. **Mimesis**, Bauru, v. 22, n. 1, p. 35-48, 2001. Disponível em: http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Artigo_Vicente8.pdf. Acesso em: 10 mai. 2020.

JONES, G. A.; THORNTON, C. An overview of research into the teaching and learning of probability. In: JONES, G. A. (Org.), **Exploring probability in school**: Challenges for teaching and learning, New York: Springer, 2005, p. 65-94.

KRAWCZYK, N. R.; VIEIRA, V. L. A reforma educacional na América Latina nos anos 90. Uma perspectiva histórico-sociológica. **Relec**, v. 1, n. 1, p. 10-17, 2010.

LINUESA, M. C. Elaborar o currículo: prever e representar a ação. In: SACRISTÁN, J. G. (Org.). **Saberes e incertezas sobre o currículo**. Porto Alegre: Penso, 2013, p. 226-247.

LOPES, A. C.; MACEDO, E. **Teorias de Currículo**. 1. Ed. São Paulo: Cortez, 2011.

LOPES, C. E. O ensino da estatística e da probabilidade na educação básica e a formação dos professores. **Cad. Cedes**, Campinas, vol. 28, n. 74, p. 57-73, jan./abr. 2008

LOPES, C. E.; MENDONÇA, L. de O. Prospectivas para o estudo da probabilidade e da estatística no ensino fundamental. **VIDYA**, Santa Maria, v. 36, n. 2, p. 293-314. 2016. Disponível em: https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/VIDYA/article/view/1814/0. Acesso em 20 jun. 2020.

LOPES, C. E.; SOUZA, L. O. Aspectos filosóficos e políticos no estudo da probabilidade e da estatística na Educação Básica. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v.18, n.3, p. 1465-1489, 2016. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/31494. Acesso em: 10 jun. 2020.

MÉXICO. Ley General de Educación. 2019.

MÉXICO. Secretaria de Educación Pública. Aprendizajes Claves para la Educación Integral. 2017a.

MÉXICO. Secretaria de Educación Pública. Planes de Estudio de Referencia del Marco Curricular Comúm de la Educación Media Superior. 2017b.

OLIVEIRA, M. **Como fazer pesquisa qualitativa**. 7. Ed. Petropolis: Vozes, 2016.

ROQUE, T. **O dia em que voltamos de marte**. 1. Ed. Rio de Janeiro: Crítica, 2021.

SANTOS, J. A. F. L. **A produção de significações sobre combinatória e probabilidade numa sala de aula do 6° ano do Ensino Fundamental a partir de uma prática problematizadora**. 2015. 191 p. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação da Universidade São Francisco, Itatiba, 2015.

SACRISTÁN, J. G. O que significa o currículo?. In: SACRISTÁN, J. G. (Org.). **Saberes e incertezas sobre o currículo**. Porto Alegre: Penso, 2013, p. 16-37.

SCHRIEWER, J. La reconciliación entre la Historia y la Comparación. **Revista Española de Educación Comparada**, n. 34, p. 148-162, 2019.

SILVA, C. B.; CAZORLA, I. M.; KATAOKA, V. Y. Trajetória e perspectiva da Educação Estatística no Brasil, 2010-2014: um olhar a partir do GT-12. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 17, p. 578-596, 2015.

TÉLLEZ, G. M. El Currículo Escolar em Colombia: um campo en conflicto y construcción permanente. **Ensino Em Re-Vista**, v. 25, n. Especial, p. 892-916, 2018.