



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
“JÚLIO MESQUITA FILHO”
Campus de Ilha Solteira

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Controle com Estrutura Variável e Modos Deslizantes Aplicado em Sistema de Suspensão Ativa

UESLEI BARBOSA FERNANDES

Orientador: Prof. Dr. José Paulo Fernandes Garcia

Ilha Solteira
2013



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
“JÚLIO MESQUITA FILHO”
Campus de Ilha Solteira

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**Controle com Estrutura Variável e Modos Deslizantes
Aplicado em Sistema de Suspensão Ativa**

UESLEI BARBOSA FERNANDES

Orientador: Prof. Dr. José Paulo Fernandes Garcia

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Estadual Paulista - UNESP - Campus de Ilha Solteira, como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica. Área de Concentração: Controle e Automação.

Ilha Solteira - SP

2013

FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

- F363c Fernandes, Ueslei Barbosa.
 Controle com estrutura variável e modos deslizantes aplicado em sistema de
 suspensão ativa / Ueslei Barbosa Fernandes. – Ilha Solteira: [s.n.], 2013
 78 f. : il.
- Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de
 Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Controle e Automação,
 2013
- Orientador: Prof. Dr. José Paulo Fernandes Garcia
 Inclui bibliografia
1. Controle com estrutura variável. 2. Modos deslizantes. 3. Atraso de
 aquisição de dados. 4. Suspensão ativa.



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO: Controle com Estrutura Variável e Modos Deslizantes Aplicado em Sistema de Suspensão Ativa.

AUTOR: UESLEI BARBOSA FERNANDES

ORIENTADOR: Prof. Dr. JOSE PAULO FERNANDES GARCIA

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica ,
Área: AUTOMAÇÃO, pela Comissão Examinadora:


Prof. Dr. JOSE PAULO FERNANDES GARCIA

Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Prof. Dr. MARCELO CARVALHO M TEIXEIRA

Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Prof. Dr. ALFREDO DEL SOLE LORDELO

Centro de Engenharia, Modelagem e Ciências Sociais Aplicadas / Universidade Federal do ABC

Data da realização: 25 de março de 2013.

Aos meus pais Daniel e Cleuza e irmã Aline, a minha namorada Kelly, por toda oração, apoio incondicional, suporte, incentivo, compreensão, paciência, que foram fundamentais nessa fase de aperfeiçoamento.

DEDICO

AGRADECIMENTOS

A **DEUS**, pois tudo o que tenho e que sou vem d'Ele, minha vida a Ele pertence, o único capaz de desenhar o meu caminho. Obrigado **DEUS**, por mais essa oportunidade.

Aos meus pais, **Daniel** e **Cleuza** que me dão força em tudo que me proponho a realizar e por serem exemplos de amor, Cristianismo, determinação (como dito em casa, “teimosia santa”), sabedoria, humildade e fé. Amo muito vocês.

A minha irmã **Aline**, pelas orações, amizade, força e carinho. Amo você.

A minha Linda namorada **Kelly**, pelo amor, carinho, compreensão em meus vários momentos de stress, força e pelas ótimas conversas que me deram ânimo para continuar lutando. Te Amo.

Ao meu orientador Prof. Dr. **José Paulo Fernandes Garcia**, pela amizade, confiança, atenção, compreensão, dedicação e conselhos que contribuíram para o meu aprendizado e amadurecimento. DEUS abençoe a sua vida e sua família.

Aos grandes amigos que fiz durante a minha temporada em Ilha Solteira, que abençoaram a minha vida e me proporcionaram vários momentos de descontração.

A FAPESP (processo número 2011/17610-0) pela aquisição do sistema de suspensão ativa.

A Capes pelo auxílio financeiro que possibilitou a minha dedicação exclusiva ao desenvolvimento deste trabalho.

“Talvez não tenha conseguido fazer o meu melhor, mas lutei para que o melhor fosse feito. Não sou o que deveria ser; não sou o que irei ser. Mas, graças a DEUS não sou o que era antes!”

Martin Luther King Jr.

RESUMO

Utilizando as técnicas de Controle com Estrutura Variável e Modos Deslizantes (CEV/MD) é proposta aqui uma aplicação das mesmas em um sistema que representa 1/4 do modelo de Suspensão Ativa de um veículo. Teoria e projeto de preditores contínuo são apresentados com o intuito de obter bom desempenho na presença de atrasos no controle ou atrasos na aquisição de dados do sistema. Com a finalidade de verificar a robustez do CEV/MD é feita uma comparação com o controle LQR (*Linear Quadratic Regulator*) apresentando os resultados de simulações e implementações em bancada para algumas condições de operação, levando em consideração a presença de incertezas no sistema.

Palavras-chave: Controle com estrutura variável. Modos deslizantes. Suspensão ativa.

ABSTRACT

Using the techniques of Control with Variable Structure and Sliding Mode (VSC/SM) is proposed here an implementation in a system that represents 1/4 of the model of an Active Suspension of a vehicle. Theory and design of continuous predictors are presented in order to obtain good performance in the presence of control delays or delays in the data acquisition system. In order to verify the robustness of the VSC/SM a comparison with the LQR control (*Linear Quadratic Regulator*) in presented good results of simulations and implementations for some operating conditions, taking into account the presence of uncertainties in the system, illustrated the proposed method.

Keywords: Variable structure control. Sliding mode. Active suspension.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
2	CONTROLE COM ESTRUTURA VARIÁVEL E MODOS DESLIZANTES	14
2.1	Modelo do Sistema	15
2.1.1	Superfície de Deslizamento	15
2.1.2	Modos Deslizantes	16
2.1.3	Condições para existência de um Modo Deslizante	17
2.2	O Método do Controle Equivalente	19
2.3	Forma Regular e Dinâmica de Ordem Reduzida	20
2.4	Projeto do Controlador	22
2.5	Condições de Invariância no Deslizamento	24
2.6	Trepidação	27
2.7	Comentários	29
3	CONTROLE COM ESTRUTURA VARIÁVEL E MODOS DESLIZANTES EM SISTEMAS INCERTOS COM ATRASO NO CONTROLE	30
3.1	Introdução	30
3.2	Projeto CEV/MD para Sistemas com Atraso no Controle	31
3.2.1	Descrição do Sistema	31
3.2.2	Projeto da Superfície de Deslizamento a partir dos Estados Preditivos	32
3.2.3	Projeto do Controlador	33
3.2.4	Dinâmica do Sistema no Deslizamento	34
3.3	Comentários	35
4	CONTROLE COM ESTRUTURA VARIÁVEL E MODOS DESLIZANTES EM SISTEMAS INCERTOS COM ATRASO NA AQUISIÇÃO DE DADOS	36
4.1	Introdução	36
4.2	Projeto CEV/MD para Sistemas com Atraso na Aquisição de Dados	37

4.2.1	Estados Preditivos e Superfície de Deslizamento	37
4.2.2	Projeto do Controlador	38
4.3	Comentários	39
5	SISTEMA DE APLICAÇÃO – SUSPENSÃO ATIVA	40
5.1	Introdução	40
5.2	Modelo do Sistema	41
5.2.1	Representação em Espaços de Estados	44
5.3	Comentários	45
6	CONTROLADORES	46
6.1	Controle Linear Quadrático - LQR	46
6.1.1	LQR na suspensão ativa	48
6.2	Projeto CEV/MD para o Sistema de Suspensão Ativa	49
6.2.1	Projeto da lei de controle	49
6.2.2	Projeto da lei de controle considerando atraso na aquisição de dados	56
6.3	LQR versus CEV/MD Considerando Atraso na Aquisição de Dados	58
6.4	Comentários	59
7	RESULTADOS E SIMULAÇÕES	60
7.1	Proposta de Simulação e Verificação	60
7.2	Resultados da Simulação	61
7.2.1	Valores Numéricos e Condições Adotadas	61
7.2.2	Resultados da simulação sem Perturbação	64
7.2.3	Resultados da simulação com Perturbação	66
7.3	Resultados Experimentais	69
7.3.1	Resultado Experimental sem Perturbação	70
7.3.2	Resultado Experimental com Perturbação	72
7.4	Comentários	74
8	CONCLUSÕES	75

1 INTRODUÇÃO

A suspensão de um veículo é utilizada com o intuito de absorver a sensação de vibração que é transmitida ao passageiro quando se dirige por estradas de superfícies irregulares, sendo a mesma também, necessária para manter o contato dos pneus com o chão e, as rodas em posição adequada na estrada (DU, 2009).

A suspensão é normalmente dividida nas seguintes categorias, dependendo do princípio de funcionamento:

- Suspensão Passiva: consiste em molas e amortecedores;
- Suspensão Semi-Ativa: suspensão utilizando amortecedor variável;
- Suspensão Ativa: utiliza ar, sistemas hidráulicos ou atuador elétrico no sistema de suspensão.

A suspensão passiva é a mais simples de projetar e a mais vantajosa economicamente. A sua principal desvantagem é o seu limite em suprimir a vibração que ocorre devido a irregularidades na superfície da estrada. A suspensão semi-ativa dá liberdade para variar as características de amortecimento juntamente com a estrada. Em comparação com a suspensão semi-ativa, a suspensão ativa tem a vantagem adicional de amortecimento negativo e maior gama de força que podem ser gerados a baixas velocidades. A vantagem da suspensão ativa em relação à suspensão passiva é que esta oferece compensação dinâmica e a possibilidade de aplicação de diferentes técnicas que podem ser usadas em seu projeto de controle (KALLEMULAAH, 2011).

Quando se projeta um controlador para sistema de suspensão ativa, o principal objetivo é trazer o maior conforto e segurança aos passageiros do veículo, sendo estes relacionados com o movimento sentido no interior do veículo. Vários trabalhos surgiram nos últimos anos propondo sistemas de controle com o intuito de aprimorar os parâmetros relatados (BELTRÁN, et al., 2003; LIU, et al., 2006). Em (KALLEMULAAH, 2011), por exemplo, apresenta-se uma comparação entre o sistema de suspensão passiva com três técnicas de controle utilizadas em sistema de suspensão ativa, sendo elas: Controle Robusto H_∞ , Fuzzy e LQR.

A suspensão ativa mostrou melhores resultados em todas as simulações. Entre os controladores, o controle robusto H_∞ apresentou menor tempo de estabilização e melhor desempenho em relação à viagem da suspensão. O Controle Fuzzy precisou de uma força de controle muito menor em comparação aos outros e o LQR apresentou melhor desempenho em termos de conforto ao passageiro do veículo com menor aceleração vertical.

O objetivo aqui é fazer uma comparação entre o controle LQR e o controle proposto no decorrer deste trabalho, utilizando técnicas de Controle com Estrutura Variável e Modos Deslizantes (CEV/MD) sujeitos a perturbações na entrada de controle que representarão as incertezas do sistema para um modelo que simula um quarto do sistema de suspensão ativa de um veículo.

Desde os anos 60, o CEV/MD tem sido estudado por Utkin entre outros (UTKIN, 1978, 1992) e atualmente, com a evolução dos computadores, os mesmos têm sido aplicados em sistemas práticos (KOSHKOU EI, ZINOBER, 1996; FURUTA, 1990; GARCIA et al., 2005). Sabe-se que o CEV/MD em sistema contínuo no tempo é robusto para uma classe de incertezas na planta (SPURGEON, DAVIES, 1993). Sob o enfoque de verificar a robustez do controle proposto são feitas várias simulações em comparação ao controle LQR desenvolvido pelo fabricante do sistema de suspensão ativa (QUANSER, 2010).

Sendo assim, a estrutura deste trabalho apresenta no Capítulo 2, um resumo da teoria de Controle com Estrutura Variável e Modos Deslizantes contínuos no tempo.

No Capítulo 3, são mostradas as particularidades de sistemas incertos contendo atraso no controle, cuja lei é imposta através de Estrutura Variável e Modos Deslizantes (EV/MD), em plantas cujo acesso aos estados é pleno.

No Capítulo 4, é apresentado outro tipo de atraso que foi encontrado na planta controlada por este trabalho, que é o atraso na aquisição de dados. As formulações apresentadas têm como objetivo eliminar este tipo de atraso através do uso de um preditor contínuo para sistemas incertos utilizando o CEV/MD.

Já no Capítulo 5, é equacionado o sistema de suspensão ativa, mostrando suas características e definições. Todas as equações referentes ao sistema controlado são encontradas nesta seção.

Um resumo do projeto do controle LQR elaborado pelo fabricante e as etapas de projeto do CEV/MD para o sistema de suspensão ativa, considerando o atraso na aquisição de dados, é mostrado no Capítulo 6. A estratégia de controle proposta por esse trabalho usada nas simulações é parte fundamental do desenvolvimento feito nesta etapa.

O Capítulo 7 apresenta todas as simulações e implementações em bancada feitas neste trabalho, comparando os controles apresentados e relatando os diversos fatores que surgiram durante a execução do trabalho.

Por fim, no Capítulo 8, estão todas as conclusões relativas ao trabalho desenvolvido.

2 **CONTROLE COM ESTRUTURA VARIÁVEL E MODOS DESLIZANTES**

Neste capítulo, será feito um resumo sobre o Controle com Estrutura Variável e Modos Deslizantes (CEV/MD) abordando suas características e definições. O presente capítulo é baseado em (DECARLO, et al., 1988).

O sistema de Controle com Estrutura Variável e Modos Deslizantes (DECARLO, et al., 1988) (UTKIN, 1978) é um controle realimentado com alta velocidade de chaveamento, sendo que o chaveamento ocorre quando o estado do sistema cruza certas superfícies contínuas no espaço de estados. Esta estrutura de controle fornece um meio robusto de controlar plantas não lineares.

A característica principal do CEV/MD é utilizar uma lei de controle chaveada para levar a trajetória dos estados da planta em direção a uma superfície específica (chamada superfície de chaveamento ou superfície de deslizamento) no espaço de estados, e manter a trajetória dos estados nesta superfície durante o tempo subsequente. A superfície em questão é determinada pelo projetista conforme a necessidade do projeto. O comportamento em que a trajetória de estados atinge a superfície de deslizamento e nela permanece, é chamado *Modo Deslizante*. Quando o sistema está no modo deslizante, o mesmo sofre menor influência por parte de alterações paramétrica ou de distúrbios externos, o que dá robustez ao sistema controlado.

A existência de um modo deslizante requer a convergência da trajetória de estado para a superfície de deslizamento. Uma lei de controle chaveada deve então ser projetada para assegurar que a trajetória de estados se dirija à superfície de deslizamento (alcançabilidade) e nela permaneça durante todo o tempo subsequente (atratividade) (SPURGEON; EDWARDS, 1998) e (UTKIN, 1992).

Para se projetar CEV/MD é necessário assegurar a existência de um modo deslizante na superfície de deslizamento. Assim, podemos dividir o projeto em duas etapas:

- (i) Escolher uma superfície de deslizamento, de tal maneira que a dinâmica da planta, quando em deslizamento, tenha o comportamento desejado;
- (ii) Desenvolver uma lei de controle que satisfaça as condições de existência e alcançabilidade ao modo deslizante.

O sistema com CEV/MD é caracterizado por ser insensível a certas perturbações que ocorrem nos canais de entrada do sistema, ditas perturbações casadas (DRAZENOVIC, 1969).

2.1 Modelo do Sistema

Considera-se uma classe de sistemas não lineares no vetor de estado $x(t)$ e linear no vetor controle $u(t)$, da forma:

$$\dot{x}(t) = f(t, x) + B(t, x)u(t) \quad (1)$$

sendo o vetor de estados $x \in \mathbb{R}^n$, o vetor de controle $u \in \mathbb{R}^m$, $f(t, x) \in \mathbb{R}^n$ e $B(t, x) \in \mathbb{R}^{n \times m}$. Além disso, cada elemento de $f(t, x)$ e $B(t, x)$ são supostos contínuos, com derivadas contínuas e limitadas com respeito à x .

2.1.1 Superfície de Deslizamento

A superfície de deslizamento $\sigma(x(t)) = 0$ é um espaço fechado de dimensão $(n - m)$ em $\mathbb{R}^n$, determinado pela intersecção de superfícies de deslizamento de dimensão $(n - m)$. As superfícies de deslizamento são projetadas tal que o sistema, restrito à superfície $\sigma(x(t)) = 0$, tenha comportamento desejado.

Seja a superfície de deslizamento definida por:

$$\{x(t) | \sigma(x(t)) = 0\} \quad (2)$$

Cada entrada $u_i(t)$ do controle chaveado $u(t) \in \mathbb{R}^m$ tem a forma:

$$u_i(t, x) = \begin{cases} u_i^+(t, x) \text{ com } \sigma_i(x(t)) > 0 \\ u_i^-(t, x) \text{ com } \sigma_i(x(t)) < 0 \end{cases}, i = 1, \dots, m \quad (3)$$

sendo $\{x(t) | \sigma_i(x(t)) = 0\}$ a i -ésima superfície de deslizamento associada com a superfície de deslizamento (2) de dimensão $(n - m)$. As superfícies de deslizamento são projetadas tal que a resposta do sistema restrito à $\{x(t) | \sigma(x(t)) = 0\}$ tenha o comportamento desejado com respeito à estabilidade, linearidade ou rastreamento.

Por clareza e conveniência, considera-se neste trabalho, a superfície de deslizamento linear da forma:

$$\{x(t) | \sigma(x(t)) = Sx(t) = 0\} \quad (4)$$

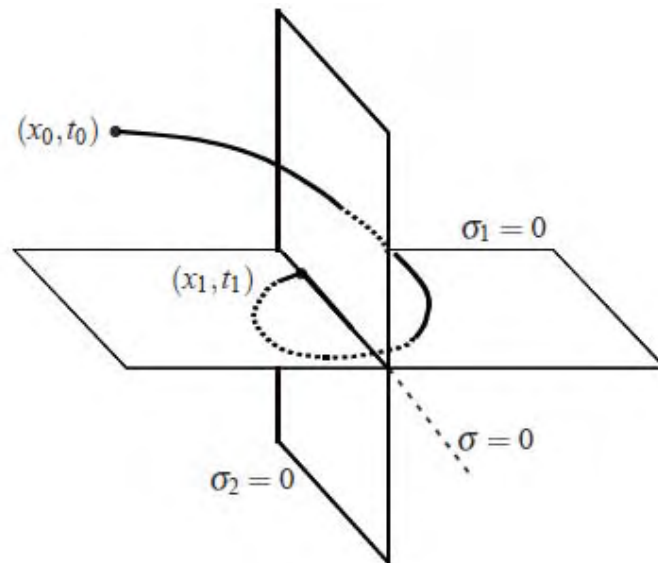
Em que S é chamada matriz da superfície de deslizamento, sendo $S \in \mathbb{R}^{m \times n}$. Por simplicidade, a notação utilizada para designar a superfície de deslizamento será:

$$\sigma(x(t)) = Sx(t) = 0 \quad (5)$$

2.1.2 Modos Deslizantes

Depois de projetar a superfície de deslizamento adequada, o próximo passo essencial no CEV/MD é garantir a existência de um modo deslizante. Um modo deslizante existe se na vizinhança da superfície de deslizamento, a tangente ou vetor velocidade da trajetória de estado sempre está direcionado para a superfície de deslizamento. Assim, se a trajetória do estado intercepta a superfície de deslizamento, o valor da trajetória de estado ou “ponto representativo” se mantém dentro de uma vizinhança de $\{x(t) | \sigma(x(t)) = 0\}$. Se o modo deslizante existe em $\sigma(x(t)) = 0$, então $\sigma(x(t))$ é chamado superfície de deslizamento. Como visto na Figura 1, o modo deslizante não pode existir na i -ésima superfície deslizante separadamente, mas somente na intersecção de todas as superfícies.

Figura 1 – Situação de existência de deslizamento somente na intersecção entre as duas superfícies.



Fonte: Baseado em DECARLO (1988).

Um modo deslizante ideal existe somente quando a trajetória de estado $x(t)$ da planta controlada satisfaz $\sigma(x(t)) = 0$ para todo $t \geq t_0$, para algum t_0 . Isto requer chaveamentos infinitamente rápidos. Em sistemas reais isto é praticamente impossível, pois todas as funções com controle chaveado têm imperfeições tais como retardamento, histereses, etc., que forçam os deslizamentos ocorrerem em uma frequência finita. A trajetória de estado então oscila em certa vizinhança da superfície de deslizamento. Esta oscilação é chamada de *trepidação*. Portanto, o modo deslizante real não ocorre sobre as superfícies contínuas, mas dentro de uma camada limite (UTKIN, 1978; UTKIN, 1992). Este assunto será abordado no final deste capítulo.

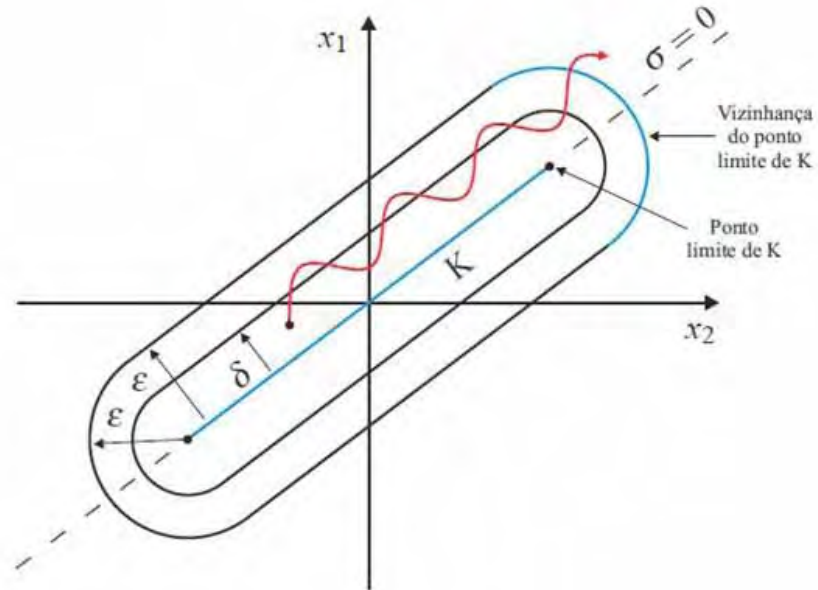
2.1.3 Condições para existência de um Modo Deslizante

A existência de um modo deslizante requer a convergência da trajetória para a superfície de deslizamento $\sigma(x(t)) = 0$, ou no mínimo para uma vizinhança desta, ou seja, os estados devem aproximar-se da superfície assintoticamente. A maior vizinhança é chamada a região de atração. Geometricamente, o vetor tangente ou derivada no tempo do vetor de estado, deverá apontar para a superfície de deslizamento, na região de atração.

O problema de existência assemelha-se a um problema de estabilidade generalizada, então o segundo método de Lyapunov fornece um conjunto natural para a análise. Assim, a estabilidade para a superfície de deslizamento requer a seleção de uma função de Lyapunov generalizada $V(t, x)$ que é definida positiva e tem uma derivada negativa definida em relação ao tempo, na região de atração (DECARLO, et al., 1988). Formalmente tem-se:

Definição 1: Um domínio K no espaço fechado $\sigma = 0$ é um domínio de modo deslizante se para cada $\varepsilon > 0$, existe $\delta > 0$, tal que qualquer movimento iniciado dentro de uma vizinhança δ de dimensão n de K pode deixar a vizinhança ε de dimensão n de K somente através da vizinhança ε de dimensão n da fronteira de K , conforme representado na Figura 2.

Figura 2 – Ilustração bidimensional do domínio do modo deslizante.



Fonte: Baseado em DECARLO (1988).

Teorema 1: Para o domínio K , de dimensão $(n - m)$ ser o domínio de um modo deslizante, é suficiente que, para $\Omega \supset K$, de dimensão n , exista uma função $V(t, x, \sigma)$ diferenciável com respeito a todos os seus argumentos, satisfazendo as seguintes condições:

(a) $V(t, x, \sigma)$ é definida positiva em relação à σ , isto é, $V(t, x, \sigma) > 0$ com $\sigma \neq 0$ e t, x arbitrários, $V(t, x, 0) = 0$; e na esfera $\|\sigma\| = \rho$ para todo $x \in \Omega$ e algum t , tem-se:

$$\inf_{\|\sigma\|=\rho} V(t, x, \sigma) = h_p \quad h_p > 0 \quad (6)$$

$$\sup_{\|\sigma\|=\rho} V(t, x, \sigma) = H_p \quad H_p > 0 \quad (7)$$

onde h_p e H_p depende de ρ ($h_p \neq 0$ se $\rho \neq 0$).

(b) A derivada em relação ao tempo de $V(t, x, \sigma)$ para o sistema (1) tem um supremo negativo para todo $x \in \Omega$, exceto para x na superfície de deslizamento onde o controle na entrada não está definido, e por isso a derivada de $V(t, x, \sigma)$ não existe (DECARLO, et al., 1988).

Um modo deslizante é dito globalmente alcançável se o domínio de atração é todo o espaço de estado.

2.2 O Método do Controle Equivalente

O método de controle equivalente (DECARLO, et al., 1988) é um meio utilizado para determinar o movimento do sistema restrito à superfície de deslizamento $\sigma(x(t)) = 0$. Supondo que em t_0 , a trajetória da planta intercepta a superfície de deslizamento e um modo deslizante existe para $t \geq t_0$. A existência de um modo deslizante implica que $\dot{\sigma}(x(t)) = 0$ e $\sigma(x(t)) = 0$ para todo $t \geq t_0$.

Pela regra da cadeia tem-se que $\left[\frac{\partial \sigma}{\partial x}\right] \dot{x} = 0$, substituindo $\dot{x}$ por (1), tem-se:

$$\left[\frac{\partial \sigma}{\partial x}\right] \dot{x} = \left[\frac{\partial \sigma}{\partial x}\right] [f(t, x) + B(t, x)u_{eq}] = 0 \quad (8)$$

sendo u_{eq} chamado de controle equivalente e que resolve esta equação.

Substituindo este u_{eq} em (1), a equação resultante descreve o comportamento do sistema restrito a superfície de deslizamento, desde que a condição inicial $x(t_0)$ satisfaz $\sigma(x(t_0)) = 0$.

Então para se obter u_{eq} assume-se que o produto da matriz $\left[\frac{\partial \sigma}{\partial x}\right] B(t, x)$ é não singular para todo t e x . Desta forma, tem-se:

$$u_{eq} = - \left[\left(\frac{\partial \sigma}{\partial x} \right) B(t, x) \right]^{-1} \frac{\partial \sigma}{\partial x} f(t, x) \quad (9)$$

Logo, dado $\sigma(x(t_0)) = 0$, a dinâmica do sistema sobre a superfície de deslizamento para $t \geq t_0$ é dada por:

$$\dot{x} = \left[I - B(t, x) \left[\frac{\partial \sigma}{\partial x} B(t, x) \right]^{-1} \frac{\partial \sigma}{\partial x} \right] f(t, x) \quad (10)$$

Supondo uma superfície de deslizamento linear $\sigma(x(t)) = Sx(t) = 0$, sendo que $\frac{\partial \sigma}{\partial x} = S$, então a equação acima se reduz para:

$$\dot{x} = [I - B(t, x)[SB(t, x)]^{-1}S]f(t, x) \quad (11)$$

É possível verificar que em (10) juntamente com a restrição $\sigma(x(t)) = 0$ determina-se o movimento do sistema sobre a superfície deslizamento. Então, o movimento do sistema (1), restrito a superfície de deslizamento, será governado por um conjunto de equações de ordem reduzida devido à restrição $\sigma(x(t)) = 0$.

2.3 Forma Regular e Dinâmica de Ordem Reduzida

Foi definido que será estudado o caso em que a superfície de deslizamento é linear, $\sigma(x(t)) = Sx(t) = 0$. Como mencionado anteriormente em um modo deslizante, o sistema equivalente deve satisfazer não somente a dinâmica de estado de dimensão n , mas também as m equações algébricas, $\sigma(x(t)) = 0$. Estas restrições reduzem a dinâmica do sistema de um modelo de n -ésima ordem para um modelo de ordem $(n - m)$.

Suponha que o sistema não linear (1) é restrito à superfície de deslizamento (4), com o sistema dinâmico dado por (11). Então, é possível resolver m variáveis de estado, em termos das $(n - m)$ variáveis de estado, se o posto de $[S] = m$. O posto $[S] = m$, implica que $\left(\frac{\partial \sigma}{\partial x}\right) B(t, x)$ é não singular para todo t e x .

Para obter a solução, resolve-se para as m variáveis de $(x_{n-m+1}, \dots, x_n)$ em termos das $(n - m)$ variáveis de estado restantes. Substituindo estas relações nas $(n - m)$ equações de (11) e nas equações correspondendo a m variáveis de estado, o sistema resultante de ordem $(n - m)$ descreve o sistema equivalente com condição inicial satisfazendo $\sigma(x(t)) = 0$. A resolução de sistemas que estão nesta forma frequentemente exige uma transformação para uma forma mais geral denominada *forma regular*.

A forma regular da dinâmica da planta (1) é dada por:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= f_1(t, x) \\ \dot{x}_2(t) &= f_2(t, x) + B_2(t, x)u(t)\end{aligned}\tag{12}$$

tendo $\dot{x}_1 \in \mathbb{R}^{n-m}$ e $\dot{x}_2 \in \mathbb{R}^m$. Um sistema nesta forma tem dinâmica equivalente de ordem reduzida de cálculo simplificado. Assim, assume-se que $B_2(t, x)$ é uma função matricial $(m \times m)$ não singular.

Para o cálculo da dinâmica de ordem reduzida, refere-se uma superfície de deslizamento linear da forma:

$$\sigma(x) = [S_1 \quad S_2] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (13)$$

Considera-se que S_2 é não singular. Assim, no modo deslizante:

$$x_2 = -S_2^{-1}S_1x_1 \quad (14)$$

e

$$\dot{x}_1 = f_1(t, x) = f_1(t, x_1, -S_2^{-1}S_1x_1) \quad (15)$$

que representa a dinâmica de ordem reduzida do sistema.

Nota-se que se f_1 tem uma estrutura linear do tipo $\dot{x}_1 = f_1(t, x) = A_{11}x_1 + A_{12}x_2$, sendo assim, a dinâmica de ordem reduzida fica:

$$\dot{x}_1 = [A_{11} - A_{12}S_2^{-1}S_1]x_1 \quad (16)$$

que tem uma estrutura de realimentação “ $A_{11} + A_{12}F$ ”, com $F = -S_2^{-1}S_1$ desempenhando a função de matriz de entrada. Se o par (A_{11}, A_{12}) é controlável, então é possível calcular F tal que $A_{11} + A_{12}F$ tenha o comportamento desejado. Determinando F , pode-se calcular $[S_1 \quad S_2]$ tal que $F = -S_2^{-1}S_1$, completando assim o projeto da superfície de deslizamento.

Sendo assim, a questão que precisa ser respondida é como transformar o sistema dinâmico (1) para a forma regular (12). Para responder tal questão, considera-se o caso de uma superfície de deslizamento linear (13) e uma transformação invariante no tempo, linear e não singular $z = Tx$. Derivando z em relação à t , tem-se:

$$\dot{z} = T\dot{x} = Tf(t, x) + TB(t, x)u \quad (17)$$

se

$$TB = \begin{bmatrix} 0 \\ \hat{B}_2 \end{bmatrix} \quad (18)$$

então, na nova coordenada, a dinâmica da planta (1) torna-se:

$$\begin{aligned}\dot{z}_1 &= \hat{f}_1(t, z) \\ \dot{z}_2 &= \hat{f}_2(t, z) + \hat{B}_2(t, z)u\end{aligned}\tag{19}$$

Logo, em um modo deslizando a dinâmica de ordem reduzida é dada por:

$$\dot{z}_1 = \hat{f}_1(t, z_1, -\hat{S}_2^{-1}\hat{S}_1 z_1)\tag{20}$$

sendo que $[\hat{S}_1 \quad \hat{S}_2] = [S_1 \quad S_2]T^{-1}$.

2.4 Projeto do Controlador

Supondo que a superfície de deslizamento já tenha sido projetada o próximo passo no projeto de CEV/MD é obter uma lei de controle com o objetivo de determinar os ganhos de realimentação chaveados que levarão a trajetória de estados da planta à superfície de deslizamento e que manterão a condição de modo deslizando, ou seja, a lei de controle deverá garantir a condição de existência e alcançabilidade ao modo deslizando.

De forma geral, o controle é um vetor $u(t)$ de dimensão m que tem a estrutura como segue:

$$u_i(t, x) = \begin{cases} u_i^+(t, x) & \text{com } \sigma_i(x(t)) > 0 \\ u_i^-(t, x) & \text{com } \sigma_i(x(t)) < 0 \end{cases}\tag{21}$$

sendo que $\sigma(x) = [\sigma_1(x), \dots, \sigma_m(x)]^T = 0$.

Existe uma grande variedade de estratégias de controle da forma (21) tais como, método de diagonalização, método de controle hierárquico (DECARLO, et al., 1988), porém uma estrutura alternativa para o controle na forma (21) é:

$$u_i = u_{ieq} + u_{iN}\tag{22}$$

sendo u_{ieq} a i -ésima componente do controle equivalente (contínuo) e u_{iN} a parte chaveada ou descontínua. Para os controladores tendo a estrutura (22), tem-se:

$$\begin{aligned}
\dot{\sigma}(x(t)) &= \frac{\partial \sigma}{\partial x} \dot{x}(t) = \frac{\partial \sigma}{\partial x} [f(t, x) + B(t, x)(u_{eq} + u_N)] \\
&= \frac{\partial \sigma}{\partial x} [f(t, x) + B(t, x)u_{eq}] + \frac{\partial \sigma}{\partial x} B(t, x)u_N \\
&= \frac{\partial \sigma}{\partial x} B(t, x)u_N
\end{aligned}$$

Sem perda de generalidade, considera-se que $(\partial \sigma / \partial x)B(t, x) = I$, sendo assim, $\dot{\sigma}(x(t)) = u_N$. Esta condição permite uma simples verificação das condições de suficiência para a existência e alcançabilidade de um modo deslizante, isto é, o mesmo que dizer que $\sigma_i \dot{\sigma}_i < 0$ quando $\sigma_i(x(t)) \neq 0$. A seguir estão algumas possibilidades de estrutura com controle descontínuo u_N entre as várias existentes:

1) *Função Sinal com ganhos constantes*

$$u_{iN} = \begin{cases} \alpha_i \operatorname{sgn}(\sigma_i(x)), & \sigma_i(x) \neq 0, \alpha_i < 0 \\ 0, & \sigma_i(x) = 0 \end{cases} \quad (23)$$

A condição para a existência de um modo deslizante é:

$$\sigma_i \dot{\sigma}_i = \alpha_i \sigma_i(x) \operatorname{sgn}(\sigma_i(x)) < 0, \quad \text{se } \sigma_i(x) \neq 0$$

2) *Função Sinal com ganhos dependente dos estados*

$$u_{iN} = \begin{cases} \alpha_i(x) \operatorname{sgn}(\sigma_i(x)), & \sigma_i(x) \neq 0, \alpha_i(x) < 0 \\ 0, & \sigma_i(x) = 0 \end{cases} \quad (24)$$

Observe que a condição suficiente para existência de um modo deslizante é novamente simples de verificar:

$$\sigma_i \dot{\sigma}_i = \alpha_i \sigma_i(x) \operatorname{sgn}(\sigma_i(x)) < 0, \quad \text{se } \sigma_i(x) \neq 0$$

3) *Realimentação Linear com ganhos chaveados*

$$u_{iN}(x) = \psi x; \quad \psi = [\psi_{ij}], \quad \psi_{ij} = \begin{cases} \alpha_{ij}, & \sigma_i x_j > 0 \\ \beta_{ij}, & \sigma_i x_j < 0 \end{cases} \quad (25)$$

com $\alpha_{ij} < 0$ e $\beta_{ij} > 0$. Tem-se novamente:

$$\sigma_i \dot{\sigma}_i = \alpha_i (\psi_{i1}x_1 + \psi_{i2}x_2 + \dots + \psi_{in}x_n) < 0$$

4) *Realimentação Linear contínua*

$$u_{iN}(x) = \alpha_i \sigma_i(x) \quad e \quad \alpha_i < 0 \quad (26)$$

A condição para a existência de um modo deslizante é:

$$\sigma_i \dot{\sigma}_i = \alpha_i \sigma_i^2(x) < 0$$

5) *Vetor Unitário não linear com fator de escala*

$$u_N(x) = \frac{\sigma(x)}{\|\sigma(x)\|} \rho, \quad \rho < 0 \quad (27)$$

As condições de existência são:

$$\sigma^T(x) \dot{\sigma}(x) = \|\sigma(x)\| \rho < 0 \quad se \quad \sigma(x) \neq 0$$

2.5 Condições de Invariância no Deslizamento

A representação matemática quando se tratando de sistemas reais na maioria das vezes não é fiel, podendo ter assim incertezas paramétricas e até mesmo incertezas na própria modelagem do sistema. Em muitas aplicações práticas o comportamento do sistema deve ser insensível a perturbações paramétricas e/ou externas.

Sendo assim, é mostrado aqui, que o Controle com Estrutura variável é insensível a determinados tipos de perturbações, quando o sistema se encontra em deslizamento.

Para representar as incertezas da planta considere a seguinte dinâmica de estado:

$$\dot{x}(t) = [f(t, x) + \Delta f(t, x, r)] + [(B(t, x) + \Delta B(t, x, r))u(t) \quad (28)$$

sendo Δf e ΔB parâmetros incertos da planta e $r(t)$ uma função vetorial de parâmetros incertos cujos valores pertencem a algum conjunto fechado e limitado.

Nota 2.1: Um sistema é chamado robusto se a propriedade de interesse do sistema permanece em uma região limitada em face de uma classe de perturbações limitadas (UTKIN, 1978).

Definição 2.1: Quando as incertezas da planta Δf e ΔB (surgindo de $r(t)$) estão na imagem de $B(t, x)$ para todos os valores de t e x , diz-se que são *incertezas casadas* (DECARLO, et al., 1988).

Satisfeita a condição de *incerteza casada*, é possível reunir o total de incertezas da planta em um vetor único $e(t, x, r, u)$ e representar as incertezas do sistema como:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Dp \quad (29)$$

sendo $Dp = B(t, x)e(t, x, r, u)$ a matriz de incertezas casadas do sistema. Sabe-se que a existência de um modo deslizante implica que $\dot{\sigma}(x(t)) = 0$ para todo $t \geq t_0$. Logo se tem:

$$S\dot{x}(t) = 0 \quad (30)$$

Substituindo $\dot{x}$ por (29) e fazendo analogia ao método de controle equivalente, o resultado fica (DRAZENOVIC, 1969):

$$SAx + SBu_{eq} + SDp = 0 \quad (31)$$

Substituindo este u_{eq} em (29), a equação resultante descreve o comportamento do sistema restrito a superfície de deslizamento. Então para se obter u_{eq} considerando-se que o produto da matriz SB é não singular para todo t e x . Desta forma, tem-se:

$$u_{eq} = -(SB)^{-1}S(Ax + Dp) \quad (32)$$

O comportamento restrito a superfície de deslizamento fica:

$$\dot{x} = [I - B(SB)^{-1}S](Ax + Dp) \quad (33)$$

em que I é a matriz identidade.

Nota-se por (33) que as incertezas Dp , geralmente atuam nas equações de movimento do modo deslizante. Os parâmetros da matriz Dp irão desaparecer no deslizamento se a seguinte equação for satisfeita:

$$[I - B(SB)^{-1}S]Dp = 0 \quad (34)$$

A trajetória do movimento dependerá somente dos valores de perturbações até o início do modo deslizante, já que em (34) a segunda parte da equação (33) iguala-se a zero.

Se a parte preliminar do movimento é reduzida por uma escolha adequada da função de controle, o tempo de influência da perturbação pode ser notavelmente reduzido, de modo que todo o sistema exibe uma baixa sensibilidade às perturbações. A equação (34) será satisfeita para todos os valores presentes em Dp , se todas as colunas de D são combinações lineares das colunas de B , que podem ser verificadas através da equação abaixo:

$$\text{rank}[B, D] = \text{rank}[B] \quad (35)$$

em que $[B, D]$ é a matriz composta de todas as colunas de D e B .

Pode-se observar que a condição de invariância no modo deslizante depende somente das matrizes que definem os pontos nos quais os distúrbios e controles entram no sistema.

Exemplo 2.1: (DECARLO, et al., 1988) Para melhor compreensão do que foi detalhado aqui, considere o sistema $\dot{x}(t) = A(t, x)x(t) + Bu(t)$ em que,

$$A(t, x) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ a_{11}(t, x) & a_{12}(t, x) & a_{13}(t, x) & a_{14}(t, x) & a_{15}(t, x) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ a_{21}(t, x) & a_{22}(t, x) & a_{23}(t, x) & a_{24}(t, x) & a_{25}(t, x) \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (36)$$

Assume-se que a terceira e quinta linhas de $A(t, x)$ são incertezas paramétricas variantes no tempo e limitadas.

O método de controle equivalente leva ao seguinte sistema:

$$\dot{x} = [I - B(SB)^{-1}S]A(t, x)x(t) \quad (37)$$

com $\sigma(x(t)) = 0$ para qualquer t_0 .

Se os parâmetros da superfície de deslizamento linear são dados por:

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{15} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} & S_{25} \end{bmatrix} \quad (38)$$

então,

$$SB = \begin{bmatrix} S_{13} & S_{15} \\ S_{23} & S_{25} \end{bmatrix} \quad (39)$$

Com o intuito de simplificar o exemplo, escolhe-se $S_{13}S_{25} - S_{15}S_{23} = 1$. Especificamente, tem-se $S_{13} = 2, S_{15} = S_{23} = S_{25} = 1$. Assim,

$$(SB)^{-1} = \frac{\begin{bmatrix} S_{25} & -S_{15} \\ -S_{23} & S_{13} \end{bmatrix}}{S_{13}S_{25} - S_{15}S_{23}} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \quad (40)$$

Pela equação (37) chega-se ao seguinte resultado:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & S_{21} - S_{11} & S_{22} - S_{12} & 0 & S_{24} - S_{14} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & S_{11} - 2S_{21} & S_{12} - 2S_{22} & 0 & S_{14} - 2S_{24} \end{bmatrix} x(t) \quad (41)$$

Observa-se em (41) que utilizando o CEV/MD a influência dos parâmetros incertos da planta quando o sistema está sobre a superfície de deslizamento foi eliminada, lembrando que isto é válido desde que as incertezas estejam casadas.

2.6 Trepidação

Os controladores de estrutura variável desenvolvidos garantem o comportamento desejado do sistema em malha fechada. Estes controladores, porém, exigem um mecanismo de chaveamento infinitamente rápido (no caso ideal) o que não é possível no caso real. Devido ao chaveamento finito, a trajetória do sistema sobre a superfície de deslizamento oscila, produzindo um fenômeno denominado trepidação (*chattering*). As componentes de alta frequência da trepidação são indesejáveis, pois podem excitar dinâmicas de alta frequência não modeladas da planta, resultando em instabilidades não previsíveis (CAUN, 2007).

Uma solução para esse problema consiste em introduzir no controlador uma *Camada Limite*, ou seja, permitir que a trajetória do sistema permaneça sobre uma região ao redor da superfície de deslizamento e não restritamente sobre essa superfície.

Define-se o conjunto:

$$\{x | \|\sigma(x)\| \leq \varepsilon, \quad \varepsilon > 0\}$$

com a chamada *Camada Limite* de espessura 2ε . Considere a lei de controle:

$$u = \begin{cases} u_{eq} - \frac{B^T \left[\frac{\partial \sigma}{\partial x}(t, x) \right]^T \sigma(t, x)}{\left\| B^T \left[\frac{\partial \sigma}{\partial x}(t, x) \right]^T \sigma(t, x) \right\|_2} \hat{\rho}, & se \quad \|\sigma\| \geq \varepsilon \\ u_{eq} + p, & se \quad \|\sigma\| < \varepsilon \end{cases} \quad (42)$$

onde u_{eq} é dado por

$$u_{eq} = - \left[\frac{\partial \sigma}{\partial x} B \right]^{-1} \left[\frac{\partial \sigma}{\partial t} + \frac{\partial \sigma}{\partial x} f \right] \quad (43)$$

e sendo $p = p(t, x)$ qualquer função continua tal que:

$$p(t, x) = - \frac{B^T \left[\frac{\partial \sigma}{\partial x}(t, x) \right]^T \sigma(t, x)}{\left\| B^T \left[\frac{\partial \sigma}{\partial x}(t, x) \right]^T \sigma(t, x) \right\|_2} \hat{\rho}$$

toda vez que $\|\sigma(x)\| = \varepsilon$ e $\|p\| = \hat{\rho}$. Este controle garante atratividade para a camada limite e no interior da camada limite, oferece uma aproximação contínua para a ação de controle descontínuo de:

$$u(t, x) = u_{eq} + u_N = u_{eq} - \frac{B^T(t, x) \left[\frac{\partial \sigma}{\partial x}(t, x) \right]^T \sigma(t, x)}{\left\| B^T(t, x) \left[\frac{\partial \sigma}{\partial x}(t, x) \right]^T \sigma(t, x) \right\|_2} \hat{\rho}(t, x)$$

Outra opção para a lei de controle com camada limite é dada em (BAG, et al., 1997):

$$u(t, x) = u_{eq} + u_N = u_{eq} - \hat{\rho}(t, x) \frac{\sigma}{\|\sigma\| + \varepsilon} \quad (44)$$

2.7 Comentários

Neste capítulo um resumo dos principais aspectos de CEV/MD foi apresentado. Toda a teoria abordada está focada em sistemas contínuos no tempo. A robustez do CEV/MD diante das incertezas do sistema foi verificada através de um exemplo.

Utilizando as técnicas de projeto de CEV/MD é possível projetar observadores de estados robustos, conservando as características do controlador mesmo quando se necessita estimar os estados do sistema.

Na maioria dos sistemas reais, existem atrasos. Sob o ponto de vista de controle, a presença destes atrasos pode influenciar negativamente no que diz respeito ao desempenho do sistema, caso não sejam levados em consideração no projeto de controle. Esta particularidade será vista no próximo capítulo onde se abordará o CEV/MD com a presença de atrasos no controle.

3 **CONTROLE COM ESTRUTURA VARIÁVEL E MODOS DESLIZANTES EM SISTEMAS INCERTOS COM ATRASO NO CONTROLE**

Tendo como referência (GARCIA, 2002), serão abordadas aqui as principais características de sistemas utilizando CEV/MD em sistemas incertos com atraso no controle, procurando contribuir para estabelecer ferramentas de análise e projeto. As formulações apresentadas levam em consideração plantas cujo acesso aos estados é pleno.

3.1 **Introdução**

Pode-se considerar que existem dois tipos de atrasos em processos: *atrasos de transferência* e *atrasos de transporte*. Em termos práticos, o *atraso de transferência* é consequência dos efeitos combinados, devido à propriedade que têm partes de um processo em armazenar energia ou material, e à propriedade de partes que têm em resistir à transferência de energia ou material. O *atraso de transporte* é o intervalo de tempo relacionado com o transporte de massa ou energia de um ponto a outro do processo e durante o qual a perturbação ainda não chegou ao ponto observado (GARCIA, 1997).

Estes atrasos de transporte, também chamados tempo morto (*dead time*), atraso puro (*time delay*), ocorrem quando há um fenômeno de transporte de material ou energia, ou há, por exemplo, um cálculo matemático no dispositivo de controle que ocasiona um atraso na resposta.

No caso de um sistema com uma entrada e uma saída, se este contiver atraso de transporte puro, a equação que o descreve é dada por:

$$y(t) = u(t - \tau) \tag{45}$$

sendo $y(t)$ sua saída $u(t)$ o sinal de entrada e τ é o tempo de atraso.

Em termos de sistemas descritos no espaço de estados, podem-se ter atrasos nos estados e/ou no controle. Sua descrição é, genericamente, dada por (PRADO, 2000; HALE 1977),

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^p A_i x_i(t - r_i) + \sum_{j=1}^q B_j u(t - r_j) \quad (46)$$

onde r_i e r_j são atrasos fixos, para $1 \leq i \leq p$, $1 \leq j \leq q$, $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^m$, A_i e B_j de dimensões apropriadas.

Sistemas com uma entrada e atraso no controle, na notação (46), ficam:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t - h) \quad (47)$$

Atrasos aparecem em quase todos os processos, como por exemplo: processos químicos, sistemas teleguiados, sistemas pneumáticos, hidráulicos, biológicos e econômicos. A presença de atrasos nos sistemas tem como consequência, maior dificuldade no projeto dos controladores sob o ponto de vista de se obter robustez e estabilidade.

3.2 Projeto CEV/MD para Sistemas com Atraso no Controle

Nesta etapa, considera-se que o sistema possui atraso no controle e acesso pleno a todos os estados. Procura-se minimizar o efeito do atraso, através da utilização de um preditor e compõe-se a superfície de deslizamento através dos estados preditivos, conforme (ROH, 1999a; ROH, 1999b; ROH, 2000).

3.2.1 Descrição do Sistema

Considera-se o sistema incerto com atraso na entrada, descrito por:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t - h) + f(t, x(t)) \\ x(0) &= x_0, u_t(\theta) = u(t + \theta), u_0 = \Psi(\theta), -h \leq \theta \leq 0 \end{aligned} \quad (48)$$

sendo que $x \in \mathbb{R}^n$ é o vetor de estado, $u \in \mathbb{R}^m$ a entrada e $0 \leq h < h_1$ é o atraso conhecido, com $h_1 \in \mathbb{R}_+^*$, $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ e $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ são matrizes constantes. A função $f(t, x(t))$ representa as incertezas e não linearidades do sistema; $\Psi(\theta) \in C([-h, 0], \mathbb{R}^m)$, isto é, $\Psi(\theta)$ pertence ao espaço das funções contínuas de $[-h, 0]$ em $\mathbb{R}^m$. Assume-se que (A, B) é controlável e que os estados estão disponíveis para realimentação.

3.2.2 Projeto da Superfície de Deslizamento a partir dos Estados Preditivos

Considere a superfície de deslizamento dada por:

$$\sigma(t) = Sx_p(t) \quad (49)$$

sendo $S \in \mathbb{R}^{m \times n}$ e $x_p(t)$ o preditor de $x(t)$, definido a seguir.

Supoe-se que SB é não singular e S é de posto pleno. A matriz S é escolhida tal que a dinâmica do sistema na condição de deslizamento tem o comportamento desejado, independentemente do atraso na entrada.

O preditor (FURUKAWA, 1983) de $x(t)$ é dado por:

$$x_p(t) = e^{Ah}x(t) + \int_{-h}^0 e^{-A\theta} Bu(t + \theta) d\theta \quad (50)$$

A ideia para o uso da equação (50) vem da observação de que o comportamento do sistema incerto (48), com atraso na entrada, é determinado não somente pelo estado corrente, mas também pelas ações de controle passadas.

Observação 3.1: O sistema (48), com $f(t, x(t)) = 0$ pode ser escrito como

$$x(t + h) = e^{Ah}x(t) + \int_t^{t+h} e^{A(t+h-\tau)} Bu(\tau - h) d\tau$$

Fazendo a mudança de variável $\theta = \tau - t - h$, tem-se

$$x(t + h) = e^{Ah}x(t) + \int_{-h}^0 e^{-A\theta} Bu(t + \theta) d\theta$$

Logo, $x_p(t) = x(t + h)$, quando $f(t, x(t)) = 0$.

Proposição 3.1: Seja o sistema (48) com $f(\cdot, \cdot): \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$, satisfazendo a condição casada

$$f(t, x(t)) = B\xi(t, x(t))$$

com $\xi(\cdot, \cdot): \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$, $\|\xi\| \leq \rho$ e $\rho > 0$. Seja também $x_p(t)$ dado por (50). Então, o sistema na dinâmica do preditor será:

$$\dot{x}_p(t) = Ax_p(t) + Bu(t) + e^{Ah}B\xi(t, x(t)) \quad (51)$$

Nota 3.1: Observa-se que na proposição 3.1, se $e^{Ah}B \neq Be^{Ah}$, as incertezas que eram casadas em (48), tornam-se não casadas no sistema incerto (51) e que o sistema (51) é livre de atraso. Assim, as incertezas continuam influenciando a dinâmica do sistema (48) mesmo na condição de deslizamento.

3.2.3 Projeto do Controlador

Considere o controle da forma:

$$u(t) = u_L(t) + u_{NL}(t) \quad (52)$$

em que $u_L(t)$ é o controle equivalente para o sistema nominal de (51) e $u_{NL}(t)$ é o controle chaveado.

Para encontrar $u_L(t)$, deriva-se $\sigma = 0$ em relação à t . Assim,

$$\dot{\sigma} = 0 \quad (53)$$

Substituindo o sistema nominal, ou seja, o sistema (51) sem incertezas, em (53), então:

$$\dot{\sigma}(t) = S\dot{x}_p(t) = S[Ax_p(t) + Bu_L(t)] = 0$$

Então, o controle equivalente é obtido por:

$$u_L(t) = -[SB]^{-1}SAx_p(t) \quad (54)$$

O controle chaveado $u_{NL}(t)$ é escolhido como

$$u_N(t) = \frac{\sigma(t)}{\|\sigma(t)\| + \delta} \rho, \quad \rho < 0, \quad \delta \rightarrow 0^+ \quad (55)$$

Teorema 3.1: Seja a lei de controle (52), com $u_L(t)$, $u_{NL}(t)$ e a superfície de deslizamento dadas por (54), (55) e (49), respectivamente. Então o sistema (51) alcançará a superfície de deslizamento e nela permanecerá para todo tempo subsequente.

3.2.4 Dinâmica do Sistema no Deslizamento

Considere o sistema (51), sujeito às leis de controle (52), (54) e (55), tendo as condições $\sigma = 0$ e $\dot{\sigma} = 0$. Considere também a transformação linear, não singular $T \in \mathbb{R}^{n \times n}$ tal que

$$z = Tx_p = \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} x_p = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} \quad (56)$$

com

$$TB = \begin{bmatrix} 0 \\ B_2 \end{bmatrix}$$

sendo $B_2 \in \mathbb{R}^{m \times m}$, $z_1 \in \mathbb{R}^{n-m}$, $z_2 \in \mathbb{R}^m$ e T_1, T_2 de dimensões compatíveis.

Logo, a dinâmica de ordem reduzida no modo deslizante é

$$\dot{z}_1(t) = A_{11}z_1(t) + A_{12}z_2(t) + \tilde{f}(t, z_1(t), z_2(t)) \quad (57)$$

onde

$$\begin{aligned} TAT^{-1} &= \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \\ \tilde{f}(t, z_1(t), z_2(t)) &= T_1 e^{A_h B} \xi \end{aligned} \quad (58)$$

A superfície de deslizamento é descrita como

$$\{z | \sigma = \bar{S}z = 0\}$$

onde

$$\bar{S} = ST^{-1} = [\bar{S}_1 \quad \bar{S}_2]$$

para $\bar{S}_1 \in \mathbb{R}^{m \times (n-m)}$ e $\bar{S}_2 \in \mathbb{R}^{m \times m}$.

Então,

$$\sigma(x) = \bar{S}z = [\bar{S}_1 \quad \bar{S}_2] \cdot \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix}$$

e $z_2 = -Kz_1$ com $K = \bar{S}_2^{-1}\bar{S}_1$, onde $\bar{S}_2$ é escolhida não singular e,

$$\begin{aligned}\dot{z}_1(t) &= A_{11}z_1(t) - A_{12}\bar{S}_2^{-1}\bar{S}_1z_1(t) + \tilde{f}(t, z_1(t), z_2(t)) \\ \dot{z}_1(t) &= (A_{11} - A_{12}K)z_1(t) + \tilde{f}(t, z_1(t), z_2(t))\end{aligned}\tag{59}$$

é a dinâmica de ordem reduzida no deslizamento.

Nota 3.2: O atraso faz com que a parcela de incertezas originalmente casadas ($B\xi$) no sistema (48), tornem-se não casadas no sistema transformado (51), de modo que elas continuam influenciando na dinâmica, mesmo na condição de deslizamento, como pode ser notado pela equação (59).

Nota 3.3: Suponha que exista um controlador que estabiliza o sistema (48), sendo assim, o sistema (51) também será estabilizado. Analogamente, se existe um controlador que estabiliza o sistema (51), então o sistema (48) também será estabilizado.

3.3 Comentários

No projeto de controle por modos deslizantes, são feitas várias considerações para determinar o controlador com Estrutura Variável tal que minimize a influencia das incertezas e perturbações. Com estas incertezas e perturbações limitadas, a lei de controle normalmente consegue conduzir o sistema à estabilidade, desde que este não apresente atraso no controle. No entanto, um “pequeno” atraso no controle poderá implicar em instabilidade do sistema, quando este atraso não for levado em consideração no projeto CEV/MD.

No próximo capítulo será abordado outro tipo de atraso que também influencia na estabilidade do sistema utilizando CEV/MD. Este tipo de atraso é iniciado no instante de aquisição dos dados processados. As definições e características desse tipo de atraso, como também a forma de eliminação no sistema utilizando CEV/MD, são relatadas neste próximo capítulo.

4 CONTROLE COM ESTRUTURA VARIÁVEL E MODOS DESLIZANTES EM SISTEMAS INCERTOS COM ATRASO NA AQUISIÇÃO DE DADOS

Fazendo analogia ao capítulo anterior é feito aqui uma análise para sistemas com atraso na aquisição de dados. Toda teoria desenvolvida toma como base as formulações desenvolvidas no Capítulo 3. As etapas de projeto do CEV/MD em sistemas incertos com atraso na aquisição de dados são desenvolvidas e detalhadas, sendo as mesmas, umas das principais contribuições deste trabalho. Novamente, considera-se acesso pleno aos estados da planta.

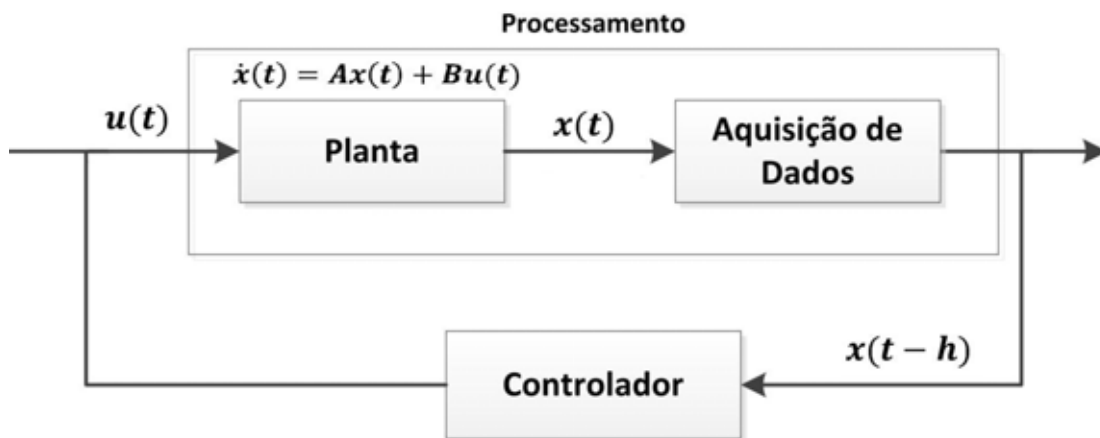
4.1 Introdução

Dado o sistema abaixo:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (60)$$

Considera-se que, *Sistemas com Atraso na Aquisição de Dados* são sistemas livres de qualquer tipo de atraso como (60) até o momento que se necessita adquirir os sinais calculados no processamento do sistema. Na Figura 3, pode-se ter uma noção clara desta situação.

Figura 3 – Diagrama de bloco - Representação de Atraso na Aquisição de Dados.



Fonte: Arquivo Pessoal.

Após a entrada ser processada, os estados a serem usados na realimentação passam por uma etapa denominada *Aquisição de Dados* que tem a finalidade de obter os estados calculados. O tempo necessário para aquisição dos estados estimados insere um atraso no sistema. Nota-se que a etapa de aquisição de dados faz parte do processamento.

O sistema com atraso pode acarretar outros problemas se for passado adiante, como por exemplo, atraso no controle. Sendo assim, torna-se necessário a eliminação deste atraso após a etapa de processamento.

Na Figura 3, é mostrado um atraso nos estados, porém é importante deixar claro que o sistema não tem atraso de estados simplesmente, pois na presença do atraso na aquisição de dados o sistema como um todo está em um tempo h de amostragem atrás da amostragem atual corrente. Desta forma, a representação fiel do sistema é melhor representada pela equação abaixo:

$$\dot{x}(t - h) = Ax(t - h) + Bu(t - h) \quad (61)$$

Devido ao atraso na aquisição, o sistema foi todo reformulado, ficando nítida a presença do atraso na formulação.

4.2 Projeto CEV/MD para Sistemas com Atraso na Aquisição de Dados

Sob o enfoque do CEV/MD, a eliminação do atraso na aquisição de dados torna-se fundamental, pois o mesmo é muito sensível a qualquer tipo de atraso. Sendo assim será feito aqui o projeto do CEV/MD levando em consideração o atraso na aquisição de dados.

4.2.1 Estados Preditivos e Superfície de Deslizamento

Com o intuito de colocar o sistema em seu estado atual, torna-se necessário o projeto de um preditor análogo ao feito no capítulo 3, sendo assim, dado um sistema incerto considerando (61) tem-se:

$$\dot{x}(t - h) = Ax(t - h) + Bu(t - h) + f(t, x(t)) \quad (62)$$

Com $f(t, x(t)) = 0$, o preditor para (62) é dado da seguinte forma:

$$\bar{\bar{x}}_p(t) = x[(t-h)+h] = e^{Ah}x(t-h) + \int_t^{t+h} e^{A(t+h-\tau)}Bu(\tau-h)d\tau$$

Fazendo a mudança de variável $\theta = \tau - t - h$, tem-se:

$$\bar{\bar{x}}_p(t) = x[(t-h)+h] = e^{Ah}x(t-h) + \int_{-h}^0 e^{-A\theta}Bu(t+\theta)d\theta \quad (63)$$

Nota-se que:

$$\bar{\bar{x}}_p = x_p(t-h) = x[(t-h)+h] = x(t) \quad (64)$$

sendo $x(t)$ o estado atual. Assim, $\bar{\bar{x}}_p(t) = x(t)$ quando $f(t, x(t)) = 0$.

Agora sendo o sistema (62) com $f(\cdot, \cdot): \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$, satisfazendo a condição casada

$$f(t, x(t)) = B\xi(t, x(t))$$

com $\xi(\cdot, \cdot): \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$, $\|\xi\| \leq \rho$ e $\rho > 0$. Seja também $\bar{\bar{x}}_p(t)$ dado por (63). Então, o sistema livre de atraso para o sistema com incertezas será:

$$\frac{d\bar{\bar{x}}_p(t)}{dt} = A\bar{\bar{x}}_p(t) + Bu(t) + e^{Ah}B\xi(t, x(t)) \quad (65)$$

Com isso tem-se que a superfície de deslizamento será dada por:

$$\sigma(t) = S\bar{\bar{x}}_p(t) \quad (66)$$

sendo $S \in \mathbb{R}^{m \times n}$ e $\bar{\bar{x}}_p(t)$ o preditor de $x(t)$, definido anteriormente.

Assume-se que SB é não singular e S é de posto pleno. A matriz S é escolhida tal que a dinâmica do sistema na condição de deslizamento tem o comportamento desejado.

4.2.2 Projeto do Controlador

Considerando o controle definido em (52), tem-se que o controle equivalente para o sistema (62) sem incertezas será:

$$u_L(t) = -[SB]^{-1}SA\bar{\bar{x}}_p(t) \quad (67)$$

E o controle chaveado escolhido como:

$$u_N(t) = \frac{\sigma(t)}{\|\sigma(t)\| + \delta} \rho, \quad \rho < 0, \quad \delta \rightarrow 0^+ \quad (68)$$

Desta forma, tem-se o projeto do CEV/MD eliminando a problemática do atraso na aquisição de dados.

4.3 Comentários

Foi demonstrado aqui, as etapas de projeto de um sistema com atraso na aquisição de dados, demonstrando que o sistema sem o uso do preditor pode acarretar em problemas em todo o sistema, prejudicando o seu funcionamento.

O preditor aqui proposto é de fundamental importância para o correto funcionamento do sistema com CEV/MD quando se tem a inserção de um atraso na aquisição de dados, assim sendo, o projeto deste preditor aqui feito torna-se uma das principais contribuições deste trabalho.

Adiante, no Capítulo 6 será feita a aplicação do CEV/MD no sistema de suspensão ativa demonstrando como o atraso na aquisição de dados afeta a aplicação em bancada, enfatizando a importância do capítulo aqui apresentado.

Já na próxima etapa é mostrada toda formulação para o sistema de Suspensão Ativa relatando as equações dinâmicas do sistema.

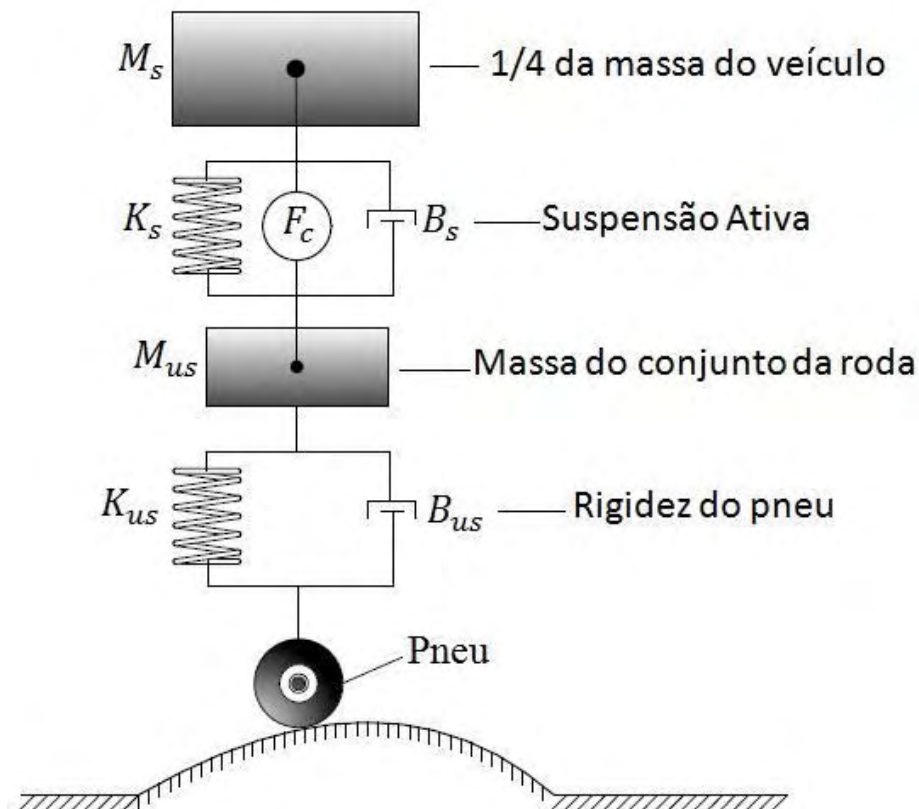
5 SISTEMA DE APLICAÇÃO – SUSPENSÃO ATIVA

Aqui será feita uma abordagem geral sobre o sistema de *Suspensão Ativa* mostrando suas características e formulações. A referência (QUANSER, 2010) foi tomada como base para a formulação matemática, na qual também é possível ter acesso a alguns exemplos de aplicações. O propósito do experimento de suspensão ativa é possibilitar o projeto e aplicação de controles para um modelo que representa 1/4 da suspensão de um veículo.

5.1 Introdução

O sistema de suspensão ativa consiste de duas massas, cada qual suportada por uma mola e um amortecedor conforme pode ser visto na Figura 4.

Figura 4 – Sistema de Suspensão Ativa.



Fonte: Adaptado de (SILVA 2012).

A massa M_s representa 1/4 da massa do corpo do veículo enquanto que a massa M_{us} representa a massa do conjunto da roda de um quarto do modelo da suspensão ativa. Nota-se que este sistema é de quarta ordem pelo fato de ter quatro elementos independentes de

armazenamento de energia, duas molas e dois amortecedores. A mola K_s e o amortecedor B_s suporta o peso do carro sobre o pneu, e a mola K_{us} e o amortecedor B_{us} representa o modelo de rigidez do pneu em contato com a estrada. Já F_c é a força de atuação do controle.

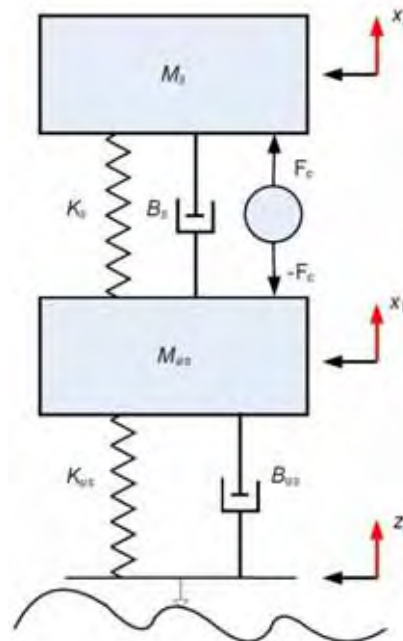
Quando se projeta um controle para o sistema de suspensão ativa, o desempenho de algumas características devem ser observadas para a formulação do modelo matemático como:

- *Conforto do passageiro*: Está relacionado com o movimento do veículo sentido pelo passageiro. A mensuração deste fator pode ser observada pelo movimento da massa M_s ;
- *Viagem da suspensão*: Refere-se ao deslocamento relativo entre o corpo do veículo e o pneu constrangido dentro de um espaço de trabalho permitido. No modelo em questão o deslocamento relativo entre a massa M_s e a massa M_{us} representa a *viagem da suspensão*;
- *Comportamento da estrada*: Este fator está associado com as forças de contato entre a superfície da estrada e o pneu do veículo. Estas forças provêm da fricção necessária entre a estrada e o pneu. As forças de contato entre a estrada e o pneu dependem da *deflexão do pneu*. No modelo aqui trabalhado, o deslocamento relativo entre a massa M_{us} e a estrada representa a *deflexão do pneu*.

5.2 Modelo do Sistema

O sistema de suspensão ativa pode ser modelado como um duplo sistema massa-mola-amortecedor. Com esta aproximação é possível ver pela Figura 5 que as duas entradas do sistema serão o comando de controle F_c e a superfície da estrada $z_r(t)$.

Figura 5 – Duplo sistema massa-mola-amortecedor usado na modelagem do sistema de suspensão ativa.



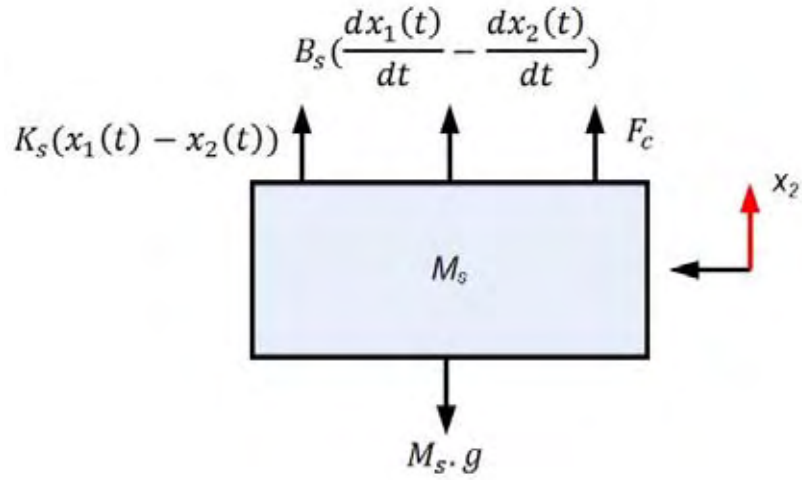
Fonte: QUANSER (2010).

Além disso, a Figura 5 é usada como referência na escolha das coordenadas generalizadas, isto é, $x_1(t)$ e $x_2(t)$. A coordenada $x_1(t)$ representa o deslocamento do pneu com a massa M_{us} e a coordenada $x_2(t)$ representa o deslocamento do corpo do veículo com a massa M_s , todas relacionadas com o movimento imposto pelo respectivo terreno da estrada (z_r).

As equações de movimento do sistema são obtidas utilizando o método de “diagrama de corpo livre”. Na Figura 5, observa-se duas massas e, portanto têm-se duas equações de movimento. A força aplicada em cada massa pode ser separada em dois diagramas diferentes considerando que todas as condições iniciais são zero.

A análise para a massa M_s é mostrada na Figura 6:

Figura 6 – Análise através de diagrama de corpo livre para massa M_s .



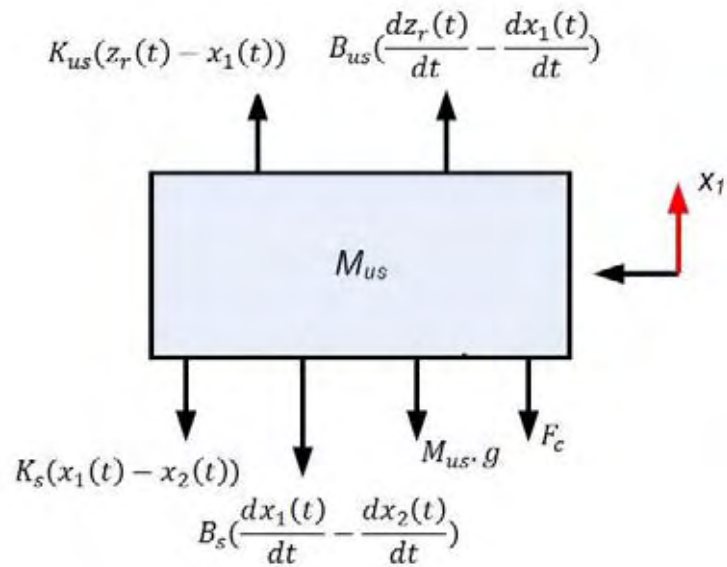
Fonte: QUANSER (2010).

A equação do movimento para o diagrama apresentado na Figura 6 é:

$$\frac{d^2}{dt^2} x_2(t) = -g + \frac{F_c}{M_s} + \frac{B_s \left(\frac{d}{dt} x_1(t) \right)}{M_s} - \frac{B_s \left(\frac{d}{dt} x_2(t) \right)}{M_s} + \frac{K_s x_1(t)}{M_s} - \frac{K_s x_2(t)}{M_s} \quad (69)$$

Na Figura 7 têm-se o diagrama de análise feita para a massa M_{us} :

Figura 7 – Análise através de diagrama de corpo livre para massa M_{us} .



Fonte: QUANSER (2010).

A equação do movimento para a massa M_{us} fica:

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dt^2} x_1(t) = & -g + \frac{F_c}{M_{us}} + \frac{(-B_s - B_{us}) \left(\frac{d}{dt} x_1(t) \right)}{M_{us}} + \frac{B_s \left(\frac{d}{dt} x_2(t) \right)}{M_{us}} \\ & + \frac{B_{us} \left(\frac{d}{dt} z_r(t) \right)}{M_{us}} + \frac{(-K_{us} - K_s) x_1(t)}{M_{us}} - \frac{K_s x_2(t)}{M_{us}} + \frac{K_{us} z_r(t)}{M_{us}} \end{aligned} \quad (70)$$

5.2.1 Representação em Espaços de Estados

De modo a projetar e implementar controles de realimentação de estados, para o sistema de suspensão ativa, a representação em espaços de estados do sistema precisa ser formulado. É importante lembrar que as matrizes espaços de estados, por definição, representam um conjunto de equações diferenciais lineares que descrevem a dinâmica do sistema.

As duas equações do movimento da suspensão ativa podem ser representadas em espaço de estado desde que elas sejam lineares e invariantes no tempo, sendo assim tem-se:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A x(t) + B_1 u_1(t) + B_2 u_2(t) \\ y(t) &= C x(t) + D u(t) \end{aligned} \quad (71)$$

sendo B_1 a matriz relacionada com a superfície da estrada (z_r) especificada pelo projetista do controle. Já B_2 é a matriz correlacionada com a força de controle F_c .

As equações em espaços de estados é um meio conveniente de modelagem de uma quarta parte de um modelo de suspensão com múltiplas entradas e saídas. Com esta representação os estados refletem os parâmetros do sistema que o projetista deseja melhorar.

Devido à existência de quatro elementos de armazenamento de energia, os quatro estados, entradas e saídas do sistema são definidas a seguir:

$$x = \begin{bmatrix} z_s(t) - z_{us}(t) \\ \dot{z}_s(t) \\ z_{us}(t) - z_r(t) \\ \dot{z}_{us}(t) \end{bmatrix}, \quad u_1 = |\dot{z}_r(t)| \quad u_2 = |F_c|, \quad y = \begin{bmatrix} z_s(t) - z_{us}(t) \\ \ddot{z}_s(t) \end{bmatrix} \quad (72)$$

sendo $z_r(t)$ o sinal da superfície da estrada, $z_{us}(t)$ o deslocamento do pneu e $z_s(t)$ o deslocamento do corpo do veículo.

O primeiro estado representa a deflexão ou viagem da suspensão. O segundo estado representa a velocidade vertical do corpo do veículo. Já o terceiro estado é a deflexão do pneu que é uma mensuração do comportamento da estrada, sendo o quarto estado a velocidade vertical do conjunto da roda.

A primeira entrada do sistema u_1 é a velocidade da superfície da estrada. A segunda entrada u_2 é a ação de controle. A primeira saída obtida é a viagem da suspensão do sistema, tendo a segunda saída como a aceleração vertical do veículo.

As matrizes A, B, C, D para a representação em espaços de estados do sistema suspensão ativa será (QUANSER, 2010):

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ -\frac{K_s}{M_s} & -\frac{B_s}{M_s} & 0 & \frac{B_s}{M_s} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{K_s}{M_{us}} & \frac{B_s}{M_{us}} & -\frac{K_{us}}{M_{us}} & -\frac{B_s + B_{us}}{M_{us}} \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ \frac{B_{us}}{M_{us}} \end{bmatrix} \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M_s} \\ 0 \\ -\frac{1}{M_{us}} \end{bmatrix} \quad (73)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{K_s}{M_s} & -\frac{B_s}{M_s} & 0 & \frac{B_s}{M_s} \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{M_s} \end{bmatrix}$$

5.3 Comentários

O sistema apresentado pode ser formulado também como um sistema massa-mola comum, para isso, basta eliminar a força da gravidade das equações de movimento. Desta forma, é possível provar matematicamente que a força da gravidade muda somente o ponto de equilíbrio do sistema de suspensão ativa e, sendo assim, não afeta a dinâmica do sistema.

Na próxima seção serão mostradas as estratégias de controle utilizadas com as suas particularidades, demonstrando os problemas encontrados em suas formulações.

6 CONTROLADORES

A ideia principal do trabalho é fazer a comparação entre o controle desenvolvido pelo fabricante (QUANSER, 2010) e CEV/MD em determinadas aplicações. Para isso será feito um breve comentário a respeito do Regulador Quadrático Linear (do inglês: *Linear Quadratic Regulator - LQR*) utilizado pelo fabricante com o intuito de controlar a planta.

As etapas de projeto do CEV/MD para o sistema de suspensão ativa serão mostradas aqui levando em consideração os conceitos já apresentados.

6.1 Controle Linear Quadrático - LQR

Considerando o sistema já definido:

$$\dot{x}(t) = A x(t) + B u(t) \quad (74)$$

Ao se projetar um sistema de controle, procura-se escolher $u(t)$ tal que, um dado índice de desempenho seja minimizado (OGATA, 1993). Pode-se provar que um índice de desempenho quadrático, tendo os limites de integração de 0 à ∞ , tal como:

$$J = \int_0^{\infty} L(x, u) dt \quad (75)$$

em que $L(x, u)$ uma função quadrática, conduz à leis de controles lineares,

$$u(t) = -Kx(t) \quad (76)$$

sendo K uma matriz de ganhos.

Partindo do pressuposto que o sistema projetado seja estável o LQR se reduz a determinação dos elementos da matriz K .

Considere, a seguir, o problema de determinar $u(t)$ da equação (74) e o índice de desempenho dado por (OGATA, 1993):

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (77)$$

sendo Q uma matriz real simétrica e definida positiva (ou semidefinida positiva), R é uma matriz real simétrica e definida positiva e u não tem restrições. O LQR tem a finalidade de minimizar o índice de desempenho. Dentre as várias abordagens para a solução deste problema será utilizado aqui o segundo método de Lyapunov.

Considere o sistema,

$$\dot{x}(t) = A x$$

em que A é uma matriz estável (todos os autovalores possuem parte real negativa) admitindo que a mesma envolve diversos parâmetros ajustáveis. Deseja-se minimizar o seguinte índice de desempenho:

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x) dt$$

Assim, o problema torna-se o de determinar os valores dos parâmetros ajustáveis de modo a minimizar o índice de desempenho. Utilizando a função de Lyapunov é possível resolver este impasse. Admita-se que:

$$x^T Q x = -\frac{d}{dt}(x^T P x)$$

sendo P uma matriz simétrica real, definida positiva. Tem-se então,

$$x^T Q x = -x^T P \dot{x} - x^T P \dot{x} = x^T A^T P x - x^T P A x = -x^T (A^T P + P A) x$$

Recorrendo ao segundo método de Lyapunov tem-se que para cada matriz Q existe P , se A for estável, tal que,

$$A^T P + P A = -Q \quad (78)$$

desta forma é possível calcular P .

O índice de desempenho J pode ser calculado como,

$$J = \int_0^{\infty} \dot{x}^T Q x dt = -x^T(\infty) P x(\infty) + x^T(0) P x(0)$$

Como todos os autovalores de A têm parte real negativa, $x(\infty) \rightarrow 0$. Portanto,

$$J = x^T(0)Px(0) \quad (79)$$

O índice de desempenho J pode ser obtido em termos da condição inicial $x(0)$ e de P que se relaciona com A e Q pela equação (78).

6.1.1 LQR na suspensão ativa

O processo de otimização de um controlador LQR consiste na determinação da entrada de controle que minimizará o índice de desempenho. No caso da suspensão, a entrada de controle é F_c , tendo o seguinte índice de desempenho (QUANSER, 2010):

$$J = \int_0^{\infty} (x(t)^T Q x(t) + F_c^2 R) dt \quad (80)$$

no qual $x(t)$ contém os estados atuais do sistema. O desempenho do índice J penaliza os estados do sistema, isto é, a viagem da suspensão e a deflexão do pneu como as duas medidas de desempenho, bem como a velocidade do corpo do veículo e a velocidade do pneu através da ponderação feita pela matriz Q . Isto também reflete na limitação de controle pela penalização da entrada de controle através da ponderação do ganho R . A entrada de controle que solucionará o problema de minimização do índice será:

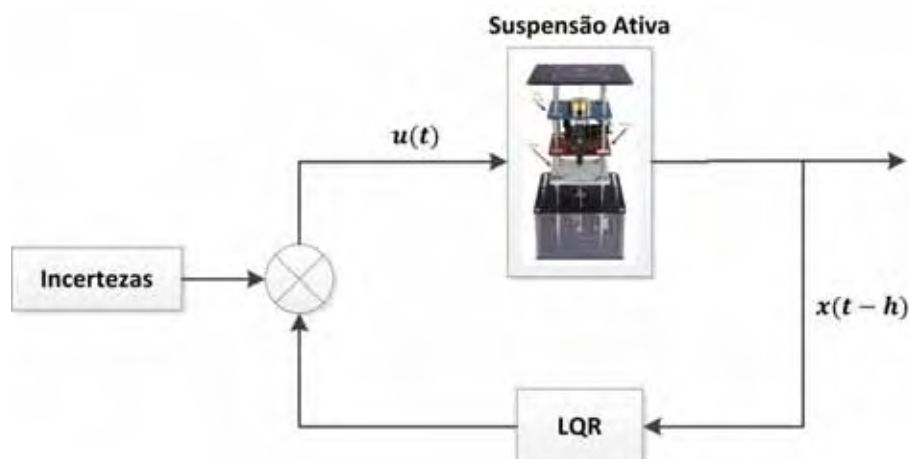
$$F_c = -Kx(t) \quad (81)$$

sendo K a matriz de ganho na realimentação de estados.

Desta forma, os ganhos obtidos na realimentação de estados melhoram o desempenho do sistema. Os ajustes desses ganhos, buscando um melhor índice de desempenho é o grande desafio deste controle.

A representação em diagrama de blocos da estratégia de controle utilizando LQR é mostrada na Figura 8.

Figura 8 – Diagrama de bloco – Estratégia LQR proposta.



Fonte: Arquivo Pessoal.

As incertezas foram inseridas no sistema com a finalidade de verificar a robustez do controle LQR perante o controlador a ser projetado utilizando CEV/MD. O estado a ser realimentando aparece no diagrama com um atraso de um período de amostragem h , no qual a sua presença será melhor justificada no projeto de controle do próximo tópico.

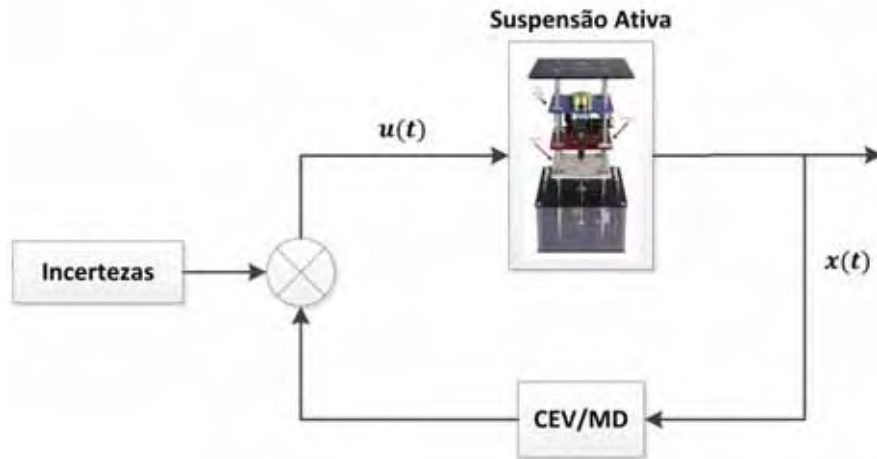
6.2 Projeto CEV/MD para o Sistema de Suspensão Ativa

Nesta etapa, será feito o projeto de CEV/MD para o sistema de Suspensão Ativa, tendo como principal objetivo verificar a rastreabilidade e a robustez do controlador na presença de incertezas no sistema de aplicação. Sendo assim, os principais parâmetros que serão observados são a viagem da suspensão e o movimento do corpo do veículo.

6.2.1 Projeto da lei de controle

No início do projeto, a estratégia de controle proposita utilizando o CEV/MD foi à mostrada no diagrama de bloco da Figura 9.

Figura 9 – Diagrama de bloco – Estratégia CEV/MD proposta.



Fonte: Arquivo Pessoal.

O propósito do CEV/MD é encontrar uma lei de controle que garanta a existência do modo deslizante. A lei de controle escolhida para esta aplicação é formada por uma parte contínua e outra descontínua, conforme equação:

$$u(t) = u_{eq}(t) + u_N(t) \quad (82)$$

sendo $u_{eq}(t)$ o controle equivalente e $u_N(t)$ o controle descontínuo.

Sabe-se que o sistema sobre a superfície de deslizamento implica em $\sigma(t, x) = 0$ e $\dot{\sigma}(t, x) = 0$ para todo $t \geq t_0$. Como definido anteriormente em (5) a superfície de deslizamento é designada da seguinte forma:

$$\sigma(t) = Sx(t) = 0$$

Logo,

$$\dot{\sigma}(t) = S\dot{x}(t) = 0 \quad (83)$$

Pelo *Método do Controle Equivalente* estudado na Seção 2.2 pode-se determinar o movimento sobre a superfície $\sigma(t, x) = 0$. Sendo assim, o sistema de controle resulta em,

$$\dot{x}(t) = A x(t) + B u_{eq}(t) \quad (84)$$

Utilizando (84) e (83) o resultado será:

$$\begin{aligned}
S\dot{x}(t) &= 0 = SAx(t) + Bu_{eq}(t) \\
u_{eq}(t) &= -(SB)^{-1}(SA)x(t)
\end{aligned} \tag{85}$$

Portanto, a dinâmica do sistema suspensão ativa no deslizamento será:

$$\dot{x}(t) = [A - B(SB)^{-1}(SA)]x(t) \tag{86}$$

Em (85) tem-se $u_{eq}(t)$ logo, falta encontrar $u_N(t)$. Para encontrar $u_N(t)$ deve-se lembrar da condição de existência do modo deslizante, para isso então, recorre-se ao teorema de Lyapunov, assim tem-se:

$$\begin{aligned}
V &= \frac{1}{2} \sigma^T(t)\sigma(t) \geq 0 \\
\dot{V} &= \sigma^T(t)\dot{\sigma}(t) < 0
\end{aligned} \tag{87}$$

Sendo assim, tomando (83) tem-se:

$$\dot{\sigma}(t) = S[Ax(t) + B(u_{eq}(t) + u_N(t))] \tag{88}$$

Inserindo (85) em (88) tem-se:

$$\dot{\sigma}(t) = SAx(t) - SB(SB)^{-1}(SA)x(t) + SBu_N(t) \tag{89}$$

Portanto,

$$\dot{\sigma}(t) = (SB)u_N(t) \tag{90}$$

Fazendo $(SB) = I$ tem-se:

$$\dot{\sigma}(t) = u_N(t) \tag{91}$$

Logo a equação de Lyapunov (87) fica:

$$\dot{V} = \sigma^T(t)u_N(t) < 0 \tag{92}$$

Para satisfazer esta condição pode-se definir,

$$u_N(t) = \frac{\sigma(t)}{\|\sigma(t)\|} \rho, \quad \rho < 0 \quad (93)$$

A equação (93) representa uma das possibilidades de estrutura para o controle descontínuo $u_N(t)$ definidas na Seção 2.4.

Com o intuito de evitar a trepidação utiliza-se a seguinte expressão:

$$u_N(t) = \frac{\sigma(t)}{\|\sigma(t)\| + \delta} \rho, \quad \rho < 0, \quad \delta \rightarrow 0^+ \quad (94)$$

que representa a *Camada Limite*, permitindo que a trajetória do sistema permaneça sobre uma região ao redor da superfície de deslizamento.

O controlador completo fica da seguinte forma:

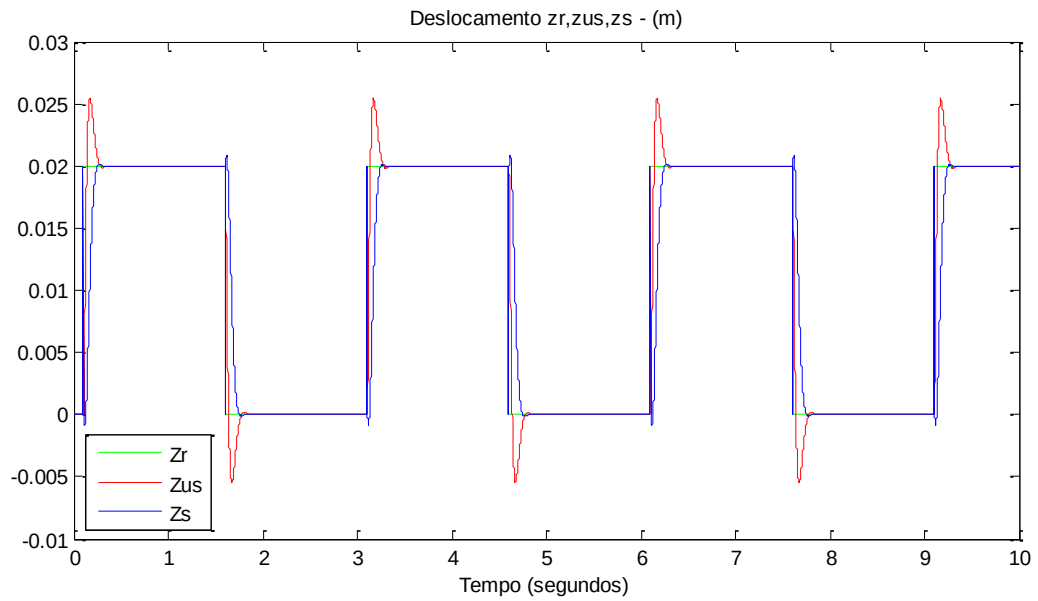
$$u(t) = \underbrace{-(SB)^{-1}(SA)x(t)}_{u_{eq}} + \underbrace{\rho \frac{\sigma(t)}{\|\sigma(t)\| + \delta}}_{u_N}, \quad \rho < 0, \quad \delta \rightarrow 0^+ \quad (95)$$

É importante notar que o projeto do CEV/MD para a suspensão foi realizado supondo acesso a todas as variáveis de estado do sistema de suspensão ativa.

Essa teoria de controle foi aplicada nos esquemas de simulação e obteve-se resultados satisfatórios como pode ser visto na Figura 10, onde os parâmetros a serem verificados nas simulações serão detalhados no próximo capítulo.

De antemão, para o entendimento prévio das considerações aqui feitas, tem-se que, o sinal verde representa o deslocamento da estrada (z_r), o sinal vermelho o deslocamento do conjunto da roda (z_{us}) e o azul o deslocamento do veículo (z_s). Neste primeiro momento não foi inserido nenhuma perturbação nas simulações.

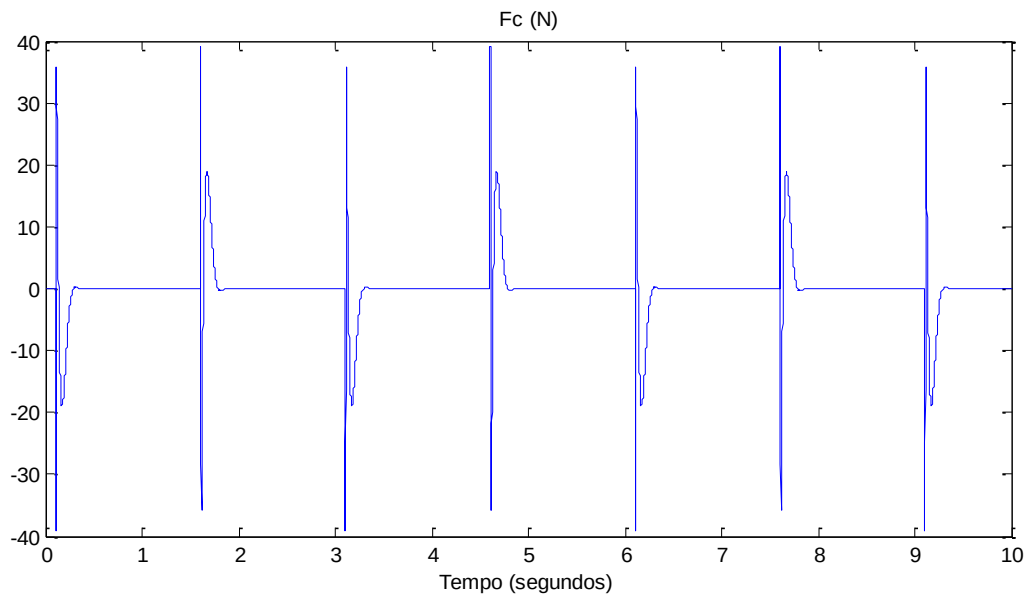
Figura 10 – Simulação utilizando teoria CEV/MD.



Fonte: Arquivo Pessoal.

O sinal de controle (F_c) para essa situação está demonstrado na Figura 11. Tanto nas simulações quanto nas implementações em bancada o valor de F_c é saturado em 39,2N devido à tensão máxima suportada pelo motor que atua no controle do sistema real.

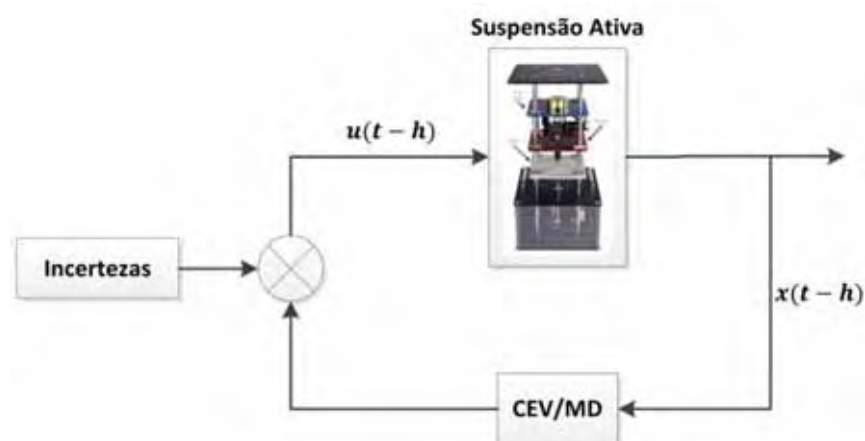
Figura 11 – Sinal de controle utilizando teoria CEV/MD.



Fonte: Arquivo Pessoal.

Quando a mesma estratégia de controle foi aplicada no sistema real, não conseguiu ter nenhum tipo de resultado, pois o sistema não funcionou adequadamente. Foi então que se verificou que nas simulações do fabricante tinha a inserção de um atraso no sinal de realimentação, com o intuito de representar fielmente o sistema real, que apresenta na sua dinâmica, um atraso na *aquisição de dados*. Desta forma, inserindo um atraso de amostragem pequeno de 1 *ms*, obteve-se o seguinte diagrama de bloco mostrado na Figura 12.

Figura 12 – Diagrama de bloco – Estratégia CEV/MD proposta considerando atraso.

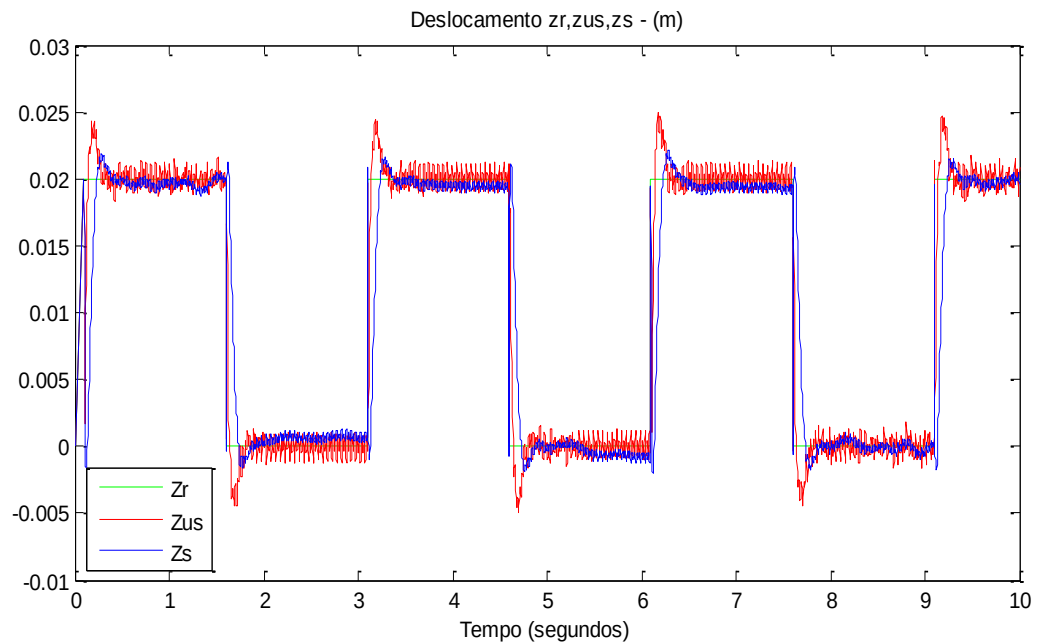


Fonte: Arquivo Pessoal.

Nota-se que na Figura 12, que a presença do atraso de aquisição de dados afeta a entrada de controle do sistema, ocasionando no decorrer da aplicação um acúmulo de atrasos.

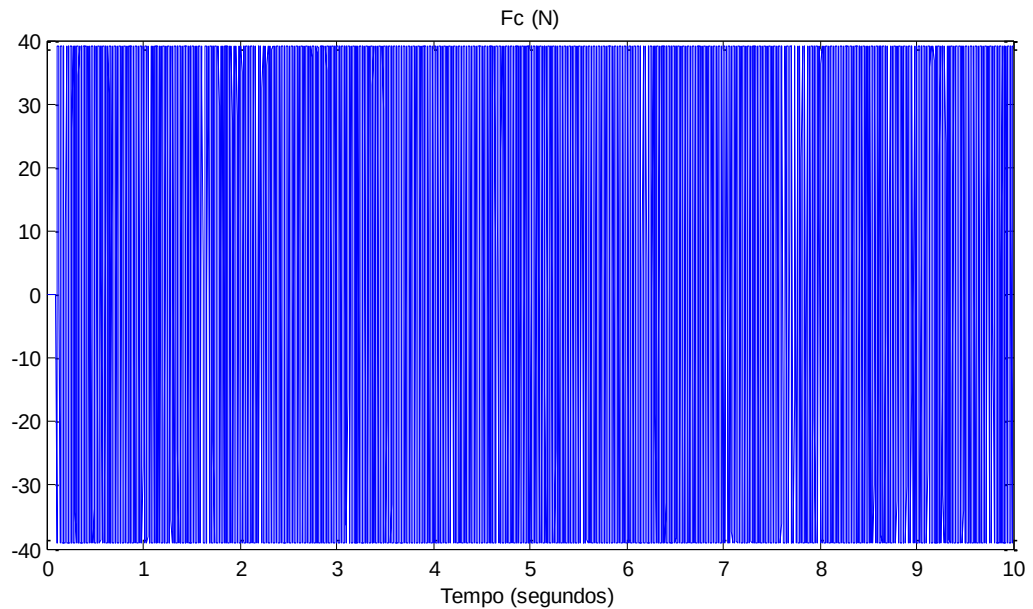
Fazendo as mesmas simulações das Figuras 10 e 11, mas agora inserindo um atraso conforme o fabricante do sistema efetuou e, deixando o sistema conforme o diagrama da Figura 12 obteve-se os resultados apresentados nas Figuras 13 e 14.

Figura 13 – Simulação utilizando teoria CEV/MD considerando atraso.



Fonte: Arquivo Pessoal.

Figura 14 – Sinal de controle utilizando teoria CEV/MD considerando atraso.



Fonte: Arquivo Pessoal.

Como pode ser visto com o atraso, o CEV/MD não conseguiu manter a resposta para os parâmetros abordados, apresentando um esforço de controle inapropriado para o funcionamento do sistema, sempre atingindo o valor de saturação.

Para solucionar o problema, a lei de controle foi reformulada, considerando desta vez, o atraso na aquisição de dados, sendo o projeto detalhado no próximo item.

6.2.2 Projeto da lei de controle considerando atraso na aquisição de dados

O projeto do controlador considerando atraso na aquisição de dados foi detalhado no Capítulo 4 com previsão do estado $\bar{\bar{x}}_p \in \mathbb{R}^n$, como:

$$\bar{\bar{x}}_p(t) = e^{Ah}x(t-h) + \int_{-h}^0 e^{-\theta}Bu(t+\theta)d\theta$$

Tendo superfície de deslizamento designada da seguinte forma:

$$\sigma(t) = S\bar{\bar{x}}_p(t) = 0$$

Logo,

$$\dot{\sigma}(t) = S\dot{\bar{\bar{x}}}_p(t) = 0$$

A superfície de deslizamento inclui o estado estimado pelo preditor para compensar o atraso na aquisição de dados. Desta forma, a dinâmica do sistema suspensão ativa no deslizamento com previsão dos estados fica:

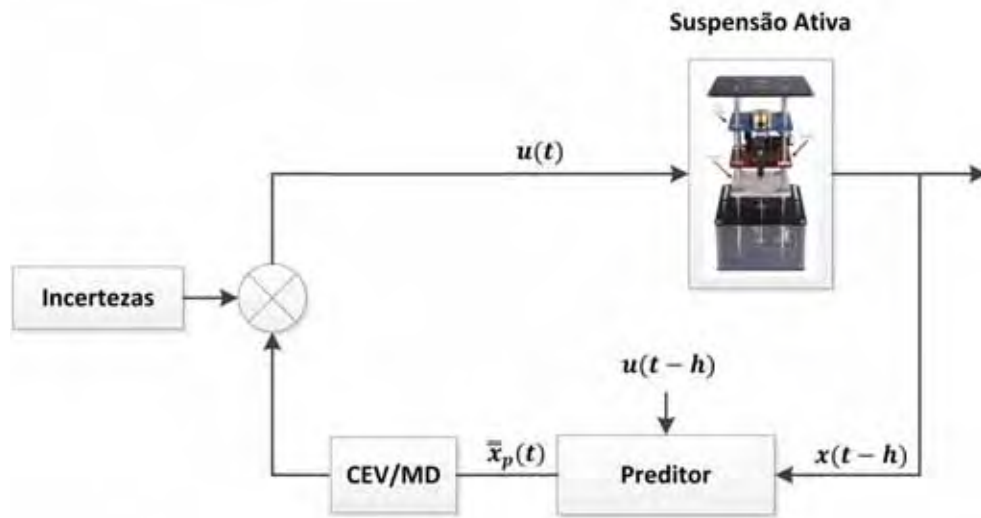
$$\frac{d\bar{\bar{x}}_p(t)}{dt} = [A - B(SB)^{-1}(SA)]\bar{\bar{x}}_p(t) \quad (96)$$

E seguindo a mesma lógica feita anteriormente, tem-se que o controlador fica:

$$u(t) = \underbrace{-(SB)^{-1}(SA)\bar{\bar{x}}_p(t)}_{u_{eq}} + \underbrace{\rho \frac{\sigma(t)}{\|\sigma(t)\| + \delta}}_{u_N}, \quad \rho < 0, \quad \delta \rightarrow 0^+ \quad (97)$$

A estratégia de controle prosposta utilizando o CEV/MD considerando o atraso, sendo o mesmo utilizado em todas as simulações estão detalhadas no diagrama de bloco da Figura 15.

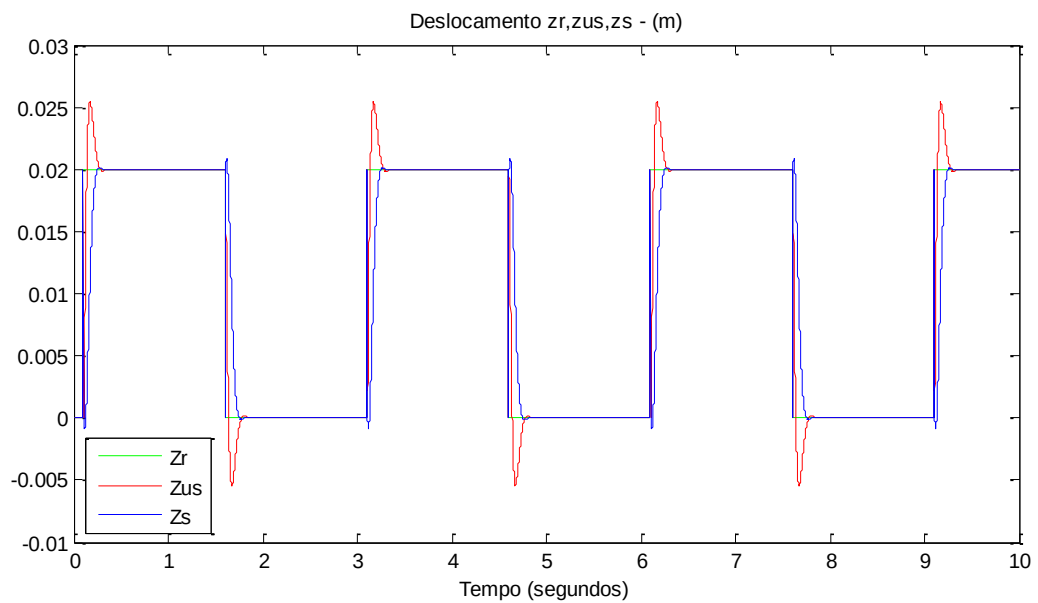
Figura 15 – Diagrama de bloco – Estratégia CEV/MD proposta considerando o atraso na aquisição de dados.



Fonte: Arquivo Pessoal.

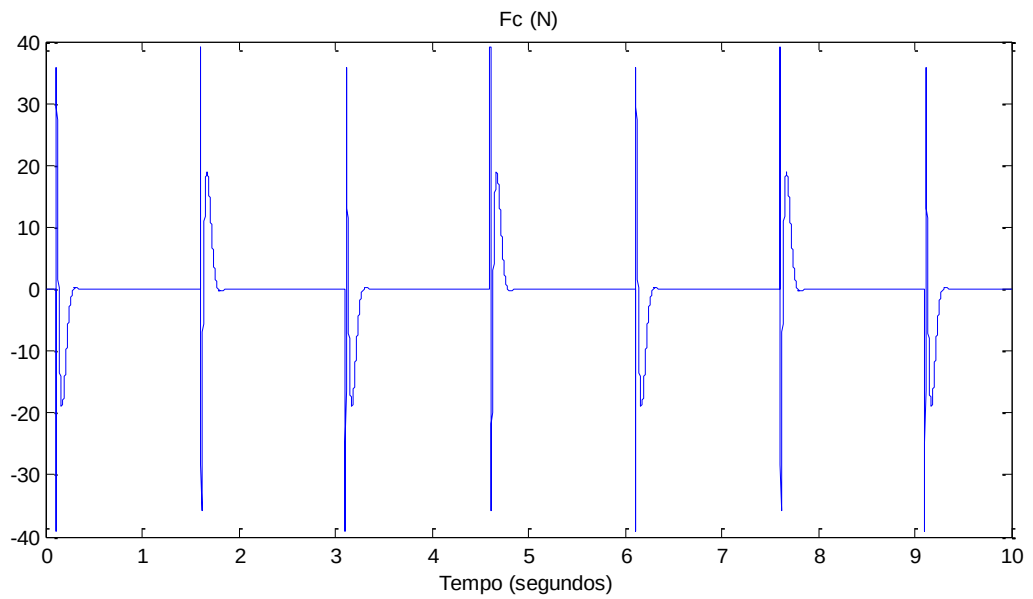
Com esta configuração o CEV/MD não sofreu mais com o atraso, como pode ser visto nas Figuras 16 e 17. No diagrama da Figura 15 é representada a inserção de atraso no controle. Esta inserção é feita internamente ao preditor para que a equação (61) seja verdadeira.

Figura 16 – Simulação utilizando teoria CEV/MD com Preditor.



Fonte: Arquivo Pessoal.

Figura 17 – Sinal de controle utilizando teoria CEV/MD com Preditor.

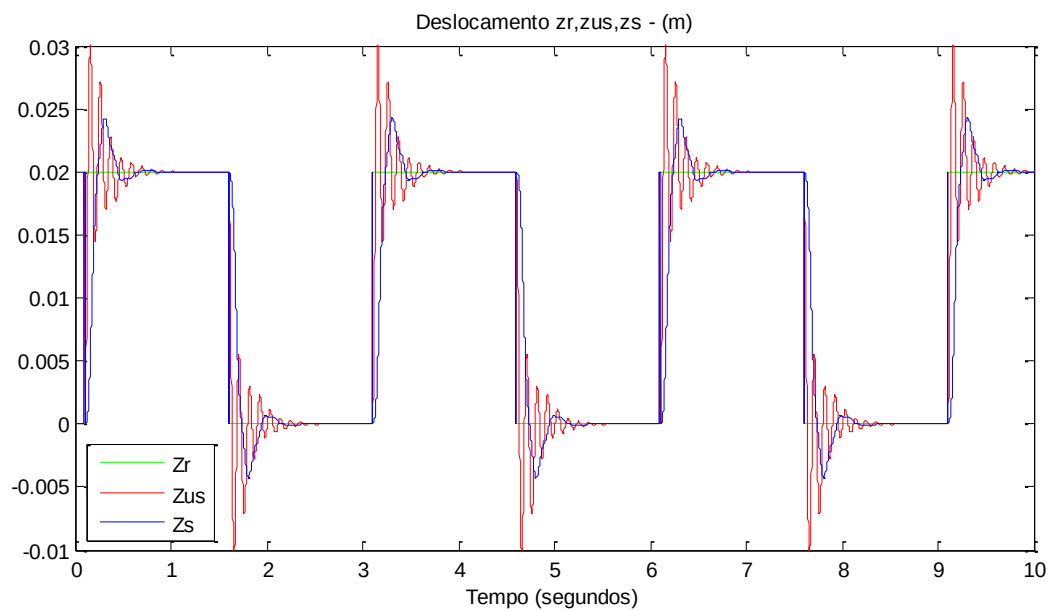


Fonte: Arquivo Pessoal.

6.3 LQR versus CEV/MD Considerando Atraso na Aquisição de Dados

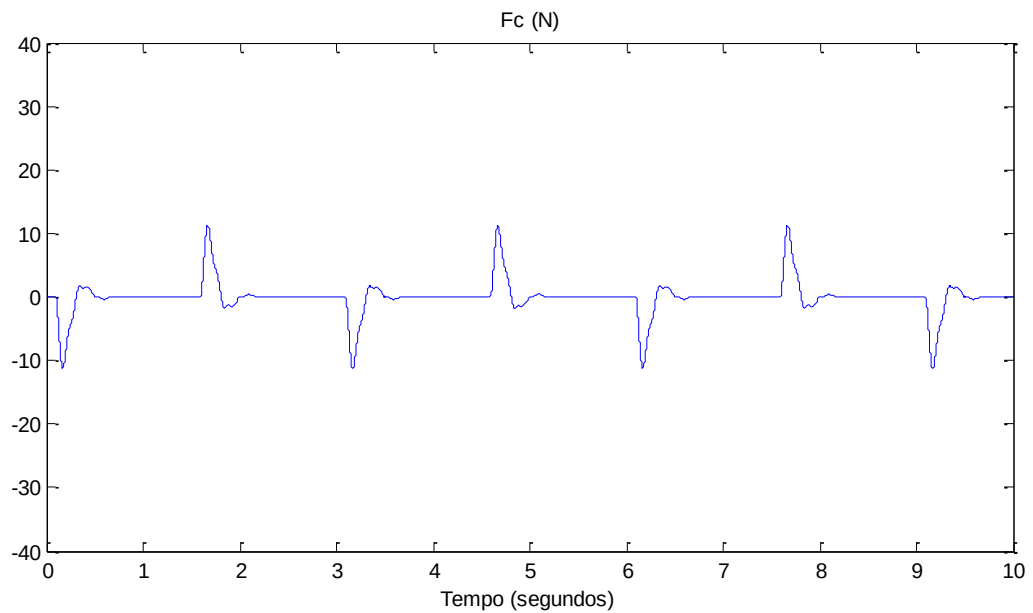
Efetuada a mesma análise feita na Seção 6.2 para o controle LQR obtiveram-se os seguintes resultados apresentados nas Figuras 18 e 19.

Figura 18 – Simulação utilizando teoria LQR considerando atraso.



Fonte: Arquivo Pessoal.

Figura 19 – Sinal de controle utilizando teoria LQR considerando atraso.



Fonte: Arquivo Pessoal.

Em comparação aos resultados obtidos pelo CEV/MD, nota-se que o LQR é mais robusto em relação à presença de atrasos, não sendo necessária a inserção de um preditor no sistema, porém como poderá ser visto nas simulações, o mesmo não admite a presença de incertezas no sistema.

Com a inserção do preditor na estratégia de controle do CEV/MD, este torna-se robusto tanto na presença de atraso quanto na presença de incertezas.

6.4 Comentários

Neste capítulo foram relatadas as etapas e particularidades do projeto de um controlador LQR e para o controle proposto neste trabalho (CEV/MD).

Na próxima etapa todos os conceitos apresentados serão verificados através de simulações e implementações em bancada, comparando assim os dois controladores projetados.

7 RESULTADOS E SIMULAÇÕES

Os resultados das simulações e implementações em bancada do sistema de suspensão ativa para os controles LQR e CEV/MD são apresentados nesta seção. Como dito anteriormente, o principal objetivo das simulações é verificar a robustez dos controladores na presença de incertezas e atraso na aquisição de dados.

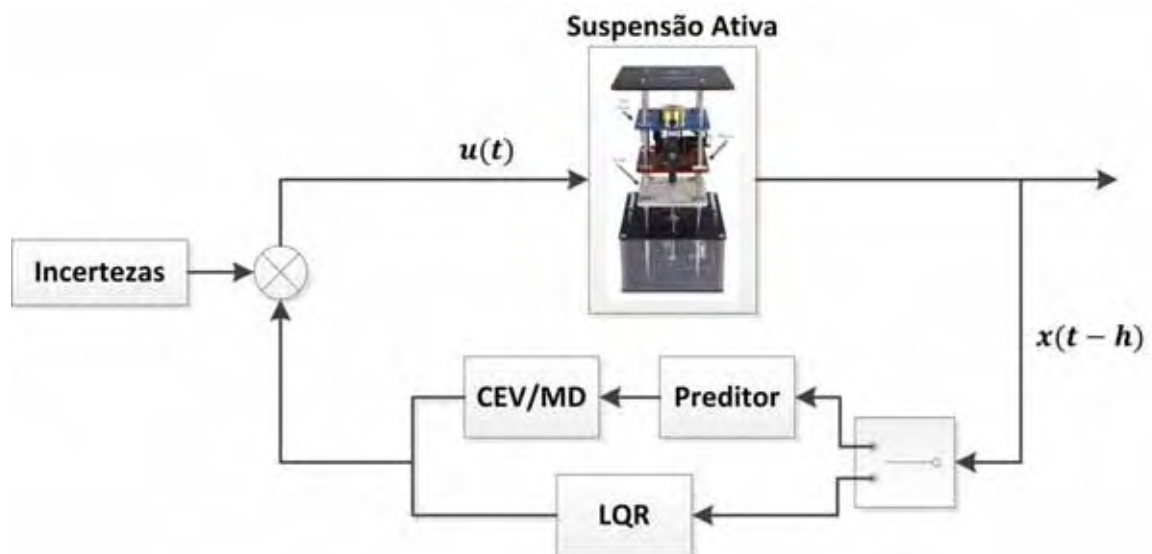
A proposta de simulação para comparação de robustez entre os controladores é ilustrada aqui. Nesta proposta haverá a escolha por um dos controladores (LQR ou CEV/MD), com a inserção ou não de incertezas no sistema.

7.1 Proposta de Simulação e Verificação

Como meio de verificação da robustez entre o LQR do fabricante (QUANSER, 2010) e o CEV/MD desenvolvido neste trabalho, propõe-se que o sistema de suspensão ativa esteja sujeito a uma perturbação inserida no motor c.c. que atua no controle da suspensão (F_c). Esta perturbação tem o papel de representar o conjunto de incertezas e não linearidades presentes no sistema.

Desta forma, a estratégia de comparação entre os controladores proposta por este trabalho está detalhada no diagrama de blocos da Figura 20.

Figura 20 – Diagrama de bloco - Estratégia de Simulação Proposta.



Fonte: Arquivo Pessoal.

Lembrando que, quando se opta pelo CEV/MD o mesmo sofre com o atraso de aquisição de dados sendo necessária a inserção do preditor antes da atuação do controlador. O atraso h que foi inserido representa um período de amostragem, que neste caso é de 1ms.

Esta etapa terá duas partes, uma envolvendo os resultados de simulações e outra apresentando os resultados práticos, ou seja, no sistema real. As simulações foram realizadas em um computador digital através do MATLAB/SIMULINK. Já para as implementações em bancada do sistema de suspensão ativa, além do MATLAB/SIMULINK foi utilizado o *software* QUARC versão 2.2.1 disponibilizado pelo fabricante, sendo o mesmo responsável pela aquisição dos parâmetros reais do sistema através da placa de aquisição, comunicação e adequação com o *software* MATLAB/SIMULINK.

Para a verificação de todos os parâmetros desenvolvidos anteriormente, as simulações seguirão a sequência especificada abaixo:

- LQR sem perturbação;
- CEV/MD sem perturbação;
- LQR com perturbação;
- CEV/MD com perturbação.

7.2 Resultados da Simulação

7.2.1 Valores Numéricos e Condições Adotadas

Nas simulações, os parâmetros das matrizes A, B, C, D (73), que representam o sistema de suspensão ativa em espaços de estados, terão os seguintes valores numéricos especificados na Tabela 1.

Tabela 1 – Parâmetros Físicos do Sistema de Suspensão Ativa.

Descrição	Símbolo	Valor	Unidade
Constante de Rigidez da Mola (Massa M_s)	K_s	900	N/m
Constante de Amortecimento (Massa M_s)	B_s	7.5	$[N/m].s$
Massa Suspensa	M_s	2.45	Kg
Constante de Rigidez da Mola (Massa M_{us})	K_{us}	2500	N/m
Constante de Amortecimento (Massa M_{us})	B_{us}	5	$[N/m].s$
Massa Não Suspensa	M_{us}	1	Kg

Fonte: QUANSER (2010)

Sendo assim, as matrizes ficam:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ -367.3 & -3.1 & 0 & 3.1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 900 & 7.5 & -2500 & -12.5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0.4082 \\ -1 & 0 \\ 5 & -1 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -367.3 & -3.0612 & 0 & 3.0612 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0.4082 \end{bmatrix}$$

Foi assumido que todos os estados da planta estão disponíveis, sendo assim, no controle LQR a matriz de realimentação de estados tem os seguintes valores:

$$K = [24.6621 \quad 48.8733 \quad -0.4720 \quad 3.6846]$$

Já no CEV/ MD tem-se que a matriz S da superfície de deslizamento calculada é:

$$S = [27.3055 \quad 2.2188 \quad -28.2237 \quad -0.0944]$$

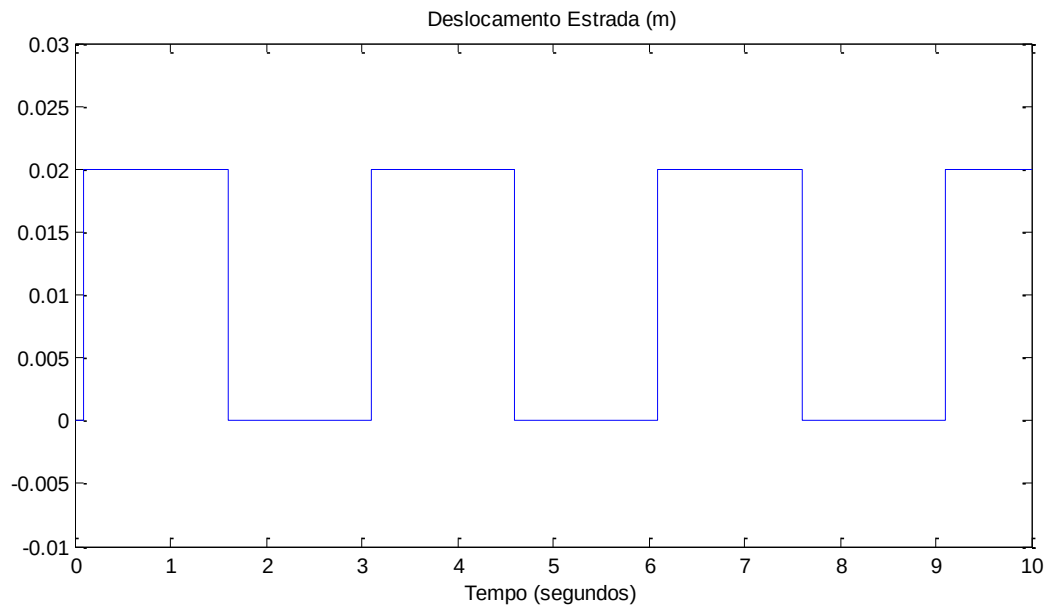
com $\rho = 30$ e $\delta = 0.05$.

O valor de ρ foi escolhido com o intuito de ser usado tanto na presença ou ausência de incertezas. Já o δ tem a finalidade de minimizar a trepidação da superfície de deslizamento.

A entrada que representa o movimento imposto da estrada (z_r) e que serve também como sinal de referência para verificar a viagem da suspensão foi definida como uma onda quadrada, conforme a Figura 21.

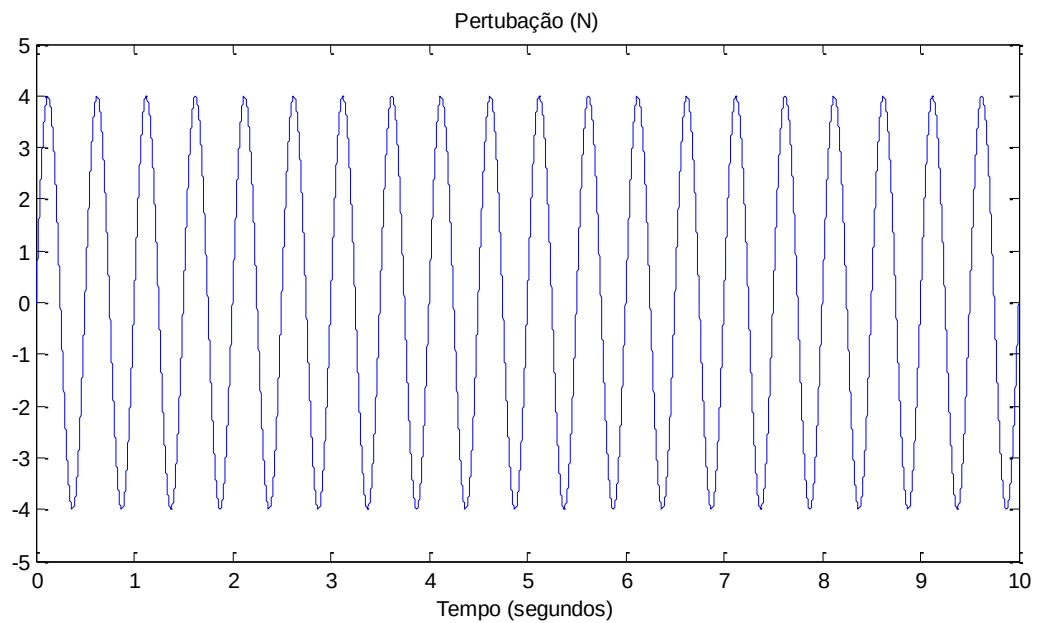
Já a perturbação que é inserida no controle tem a forma de onda mostrada na Figura 22. Esta perturbação representa uma parcela das incertezas paramétricas e até mesmo incertezas da própria modelagem do sistema denominada *incertezas casadas*.

Figura 21 – Deslocamento da Estrada (z_r)



Fonte: Arquivo Pessoal.

Figura 22 – Sinal de Perturbação - Incertezas



Fonte: Arquivo Pessoal.

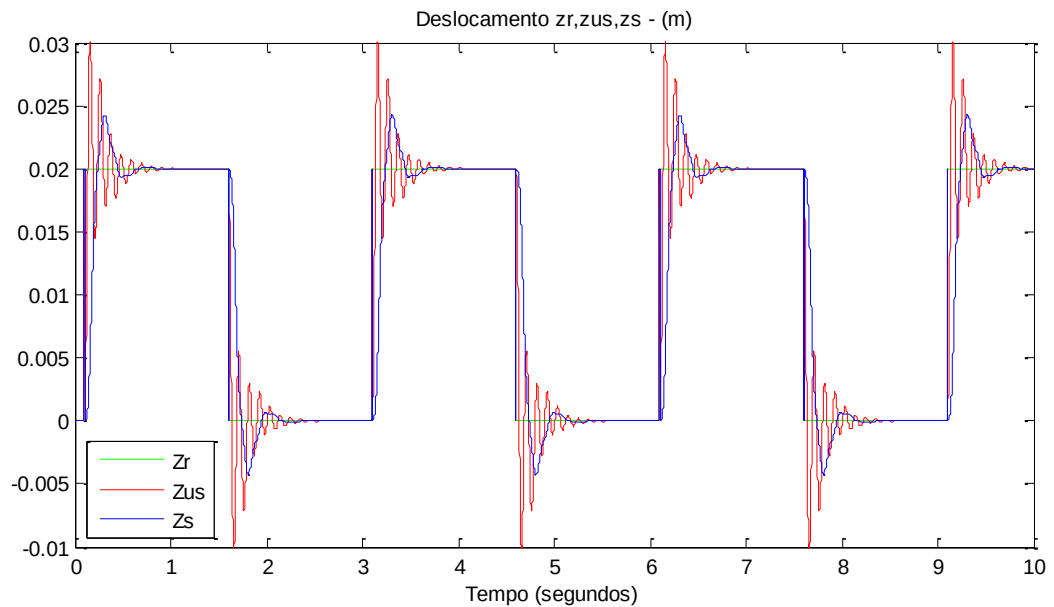
O tempo adotado para todas as simulações foi de 10 segundos, com tamanho de passo fixo de 1 ms.

7.2.2 Resultados da simulação sem Perturbação

Será mostrado o deslocamento do conjunto da roda (z_{us}) e o deslocamento do corpo do veículo ou simplesmente *deslocamento do veículo* (z_s) em relação ao *deslocamento da estrada* (z_r) que já foi mostrada na Figura 21.

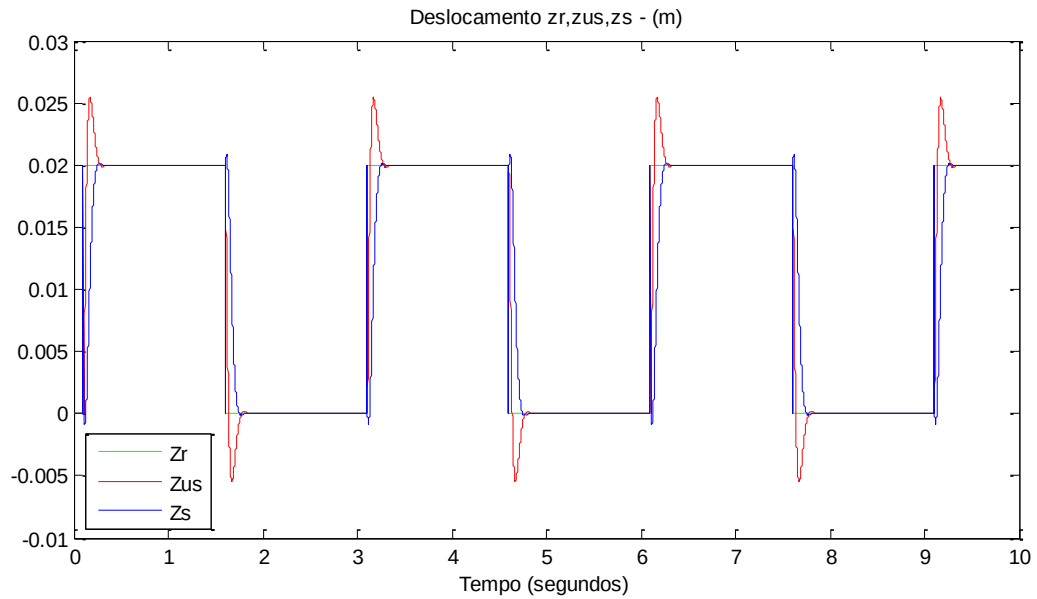
Nas Figuras 23 e 24 têm-se as respostas dos controladores LQR e CEV/MD, respectivamente, para esses parâmetros, onde o sinal verde representa o deslocamento da estrada, o sinal vermelho o deslocamento da roda e o azul o deslocamento do veículo.

Figura 23 – Deslocamento (z_r, z_{us}, z_s) - LQR sem Perturbação – Simulação.



Fonte: Arquivo Pessoal.

Figura 24 – Deslocamento (z_r, z_{us}, z_s) – CEV/MD sem Perturbação - Simulação.

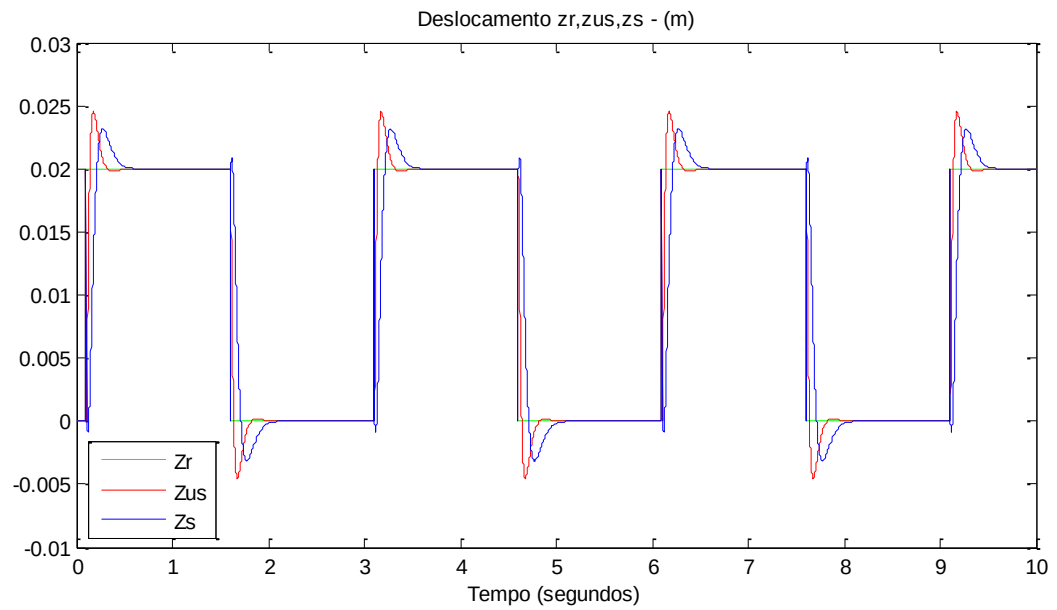


Fonte: Arquivo Pessoal.

É possível notar a diferença que ocorre nos tempos de amortecimento dos parâmetros aqui verificados, ficando evidente a rápida resposta e eficiência do CEV/MD.

Com os pólos da superfície definido como $P_1 = -23.0114$, $P_2 = -24.0955 + j25.1044$ e $P_3 = -24.095 - j25.1044$ teve-se um rastreamento melhor utilizando o CEV/MD. Alterando as partes reais dos polos, mudou-se a amplitude da resposta transitória. Já mudando a parte imaginaria modificou-se o tempo de entrada em regime permanente, como pode ser visto na Figura 25, utilizando os polos $P_1 = -19.0114$, $P_2 = -20.0955 + j8.1044$ e $P_3 = -20.095 - j8.1044$.

Figura 25 – Deslocamento (z_r, z_{us}, z_s) – CEV/MD sem Perturbação – alterando os polos - Simulação.



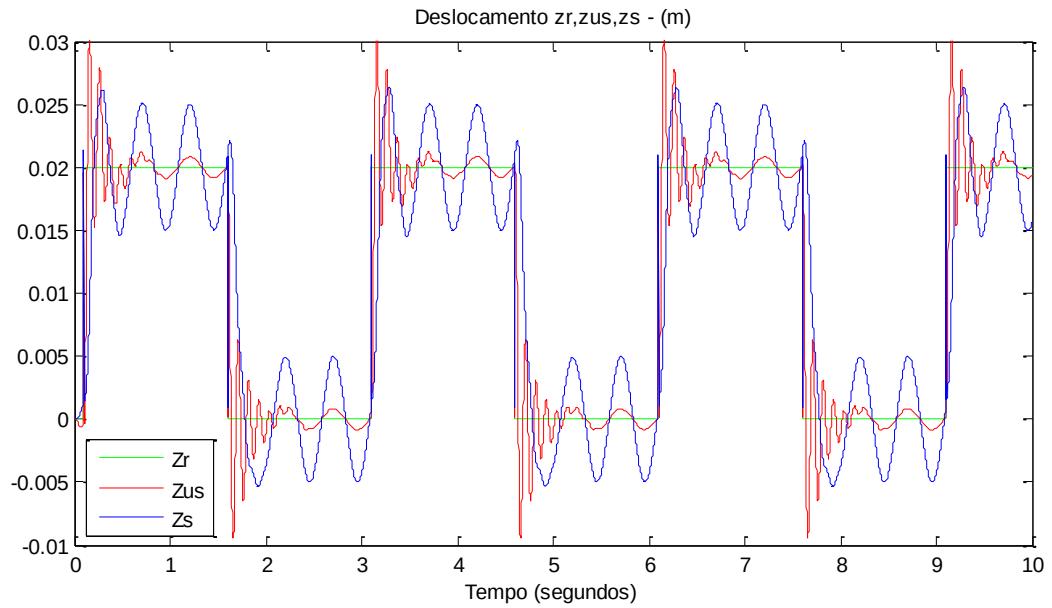
Fonte: Arquivo Pessoal.

Com o fim de verificar a rastreabilidade do CEV/MD os pólos da Figura 24 foram mantidos, contudo se o objetivo do trabalho fosse o de trazer, melhor conforto ao passageiro, a alteração dos pólos para um tempo de amortecimento mais brando e com amplitudes de transitórios menores torna-se fundamental.

7.2.3 Resultados da simulação com Perturbação

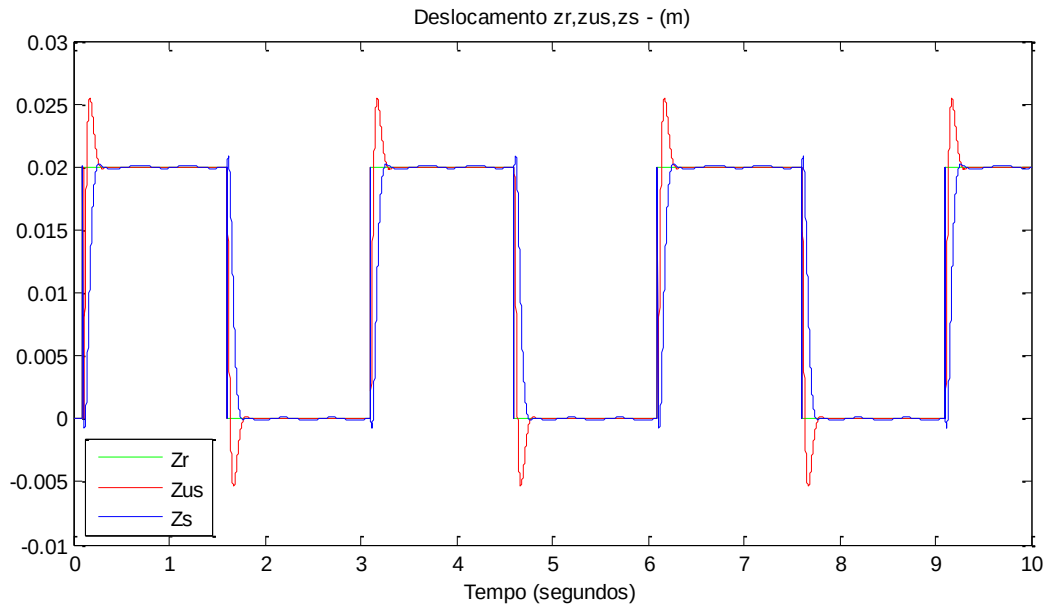
Considerando agora a inserção de uma perturbação mostrada na Figura 22, juntamente com a entrada de controle F_c , simulando a entrada de controle com a presença de incertezas, têm-se as respostas mostradas nas Figuras 26 e 27.

Figura 26 – Deslocamento (z_r , z_{us} , z_s) – LQR com Perturbação - Simulação.



Fonte: Arquivo Pessoal.

Figura 27 – Deslocamento (z_r , z_{us} , z_s) – CEV/MD com Perturbação - Simulação.

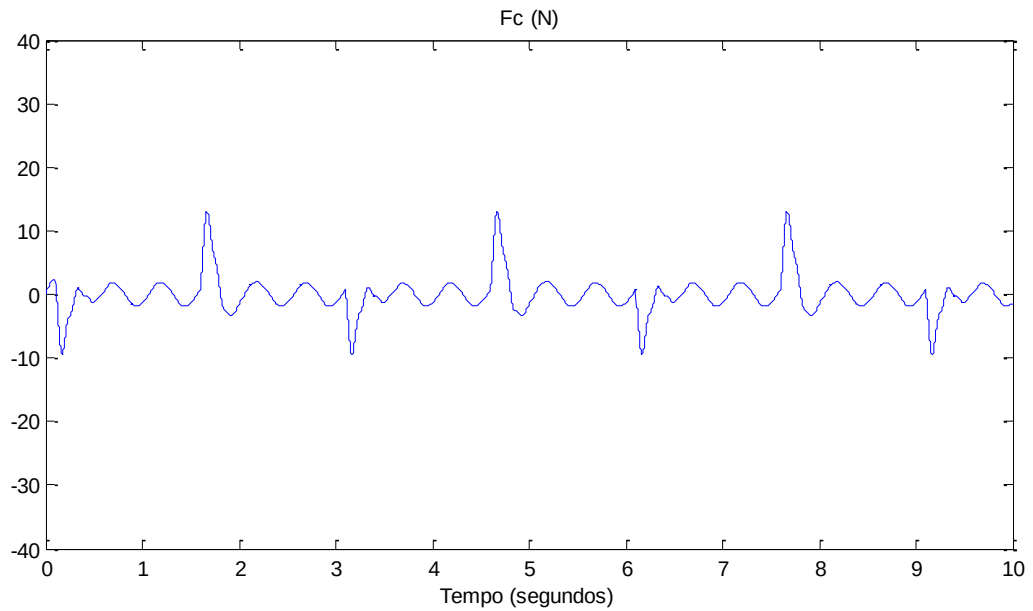


Fonte: Arquivo Pessoal.

Comparando as duas curvas, verifica-se a robustez do CEV/MD, pois mesmo com a inserção de uma perturbação na entrada de controle manteve o sistema operando quase que igual ao sistema sem perturbação, tendo apenas uma pequena oscilação quase que imperceptível. Já o controle LQR resultou em sistema oscilatório, o que pode ocasionar no sistema real desconforto ao passageiro do veículo.

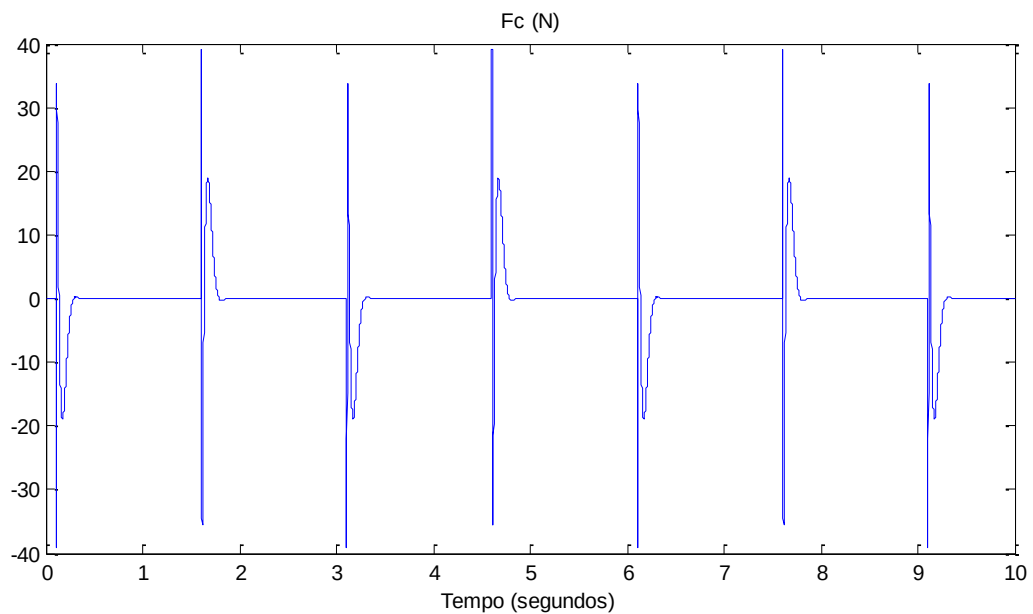
Analisando os esforços de controle para ambos os casos na presença da perturbação tem-se as Figuras 28 e 29.

Figura 28 – Sinal de Controle - LQR com Perturbação - Simulação.



Fonte: Arquivo Pessoal.

Figura 29 – Sinal de Controle – CEV/MD com Perturbação - Simulação.



Fonte: Arquivo Pessoal.

O esforço de controle no LQR apresenta amplitudes menores, porém fica oscilando. No CEV/MD o valor da força de controle F_c aplicado para se obter o resultado satisfatório atinge

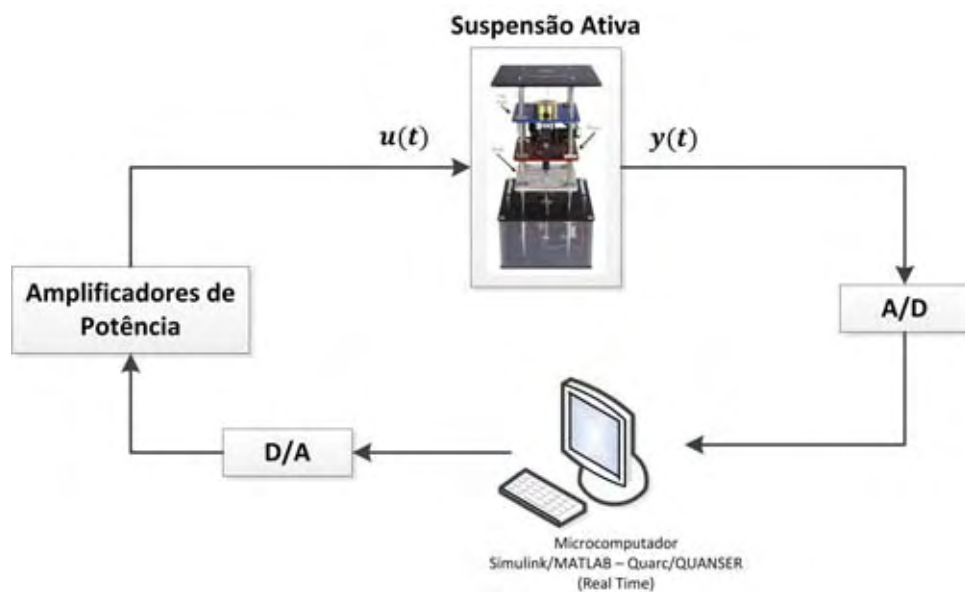
a saturação nas descidas da referência, que representa o deslocamento da estrada, mas mantém o motor parado quando a referência esta com valor contínuo.

7.3 Resultados Experimentais

Os resultados experimentais do equipamento de bancada foram obtidos considerando as mesmas condições de operação mostradas nas simulações, sendo que o atraso na aquisição de dados nas simulações do sistema real não necessita ser inserido artificialmente, pois o mesmo ocorre na execução da planta. O valor para o atraso h utilizado nas simulações foi o mesmo encontrado no sistema de bancada, ou seja, 1ms.

O controle da planta real é feito usando-se o *software* MATLAB/ SIMULINK e o *software* QUANSER/QUARC. Com o QUARC inserido no SIMULINK é possível fazer a comunicação com o equipamento através de uma placa de comunicação em tempo real, podendo assim obter as leituras dos encoders e enviar sinais de controle conforme Figura 30.

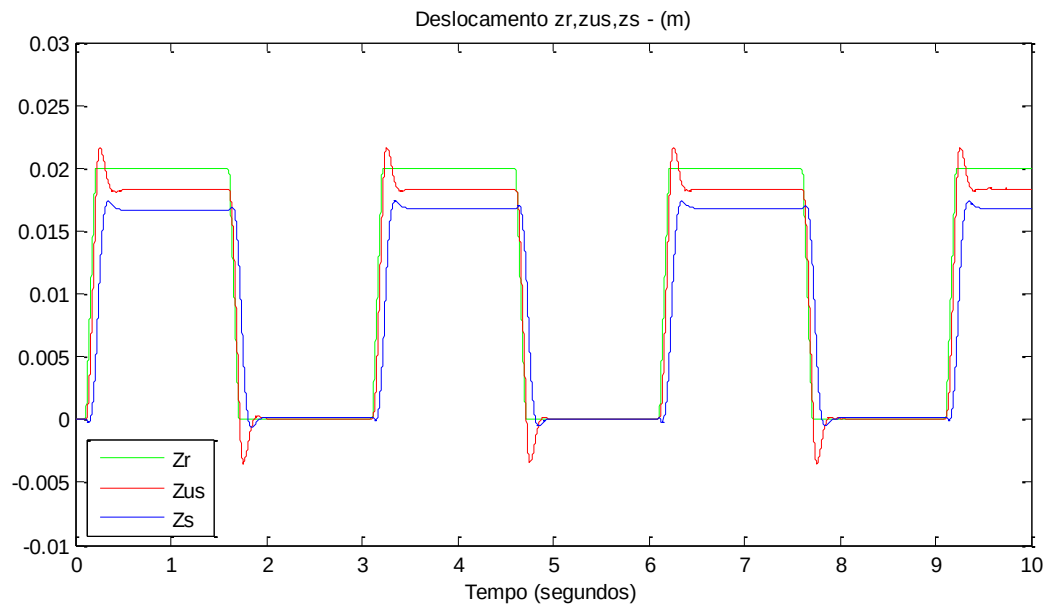
Figura 30 – Esquema de Controle Suspensão Ativa



Fonte: Arquivo Pessoal.

Na implementação prática, os resultados experimentais apresentaram erro de regime permanente para z_{us} e z_s como, por exemplo, pode ser visto na Figura 31 usando o CEV/MD sem Pertubação.

Figura 31 – Erro de Regime - Deslocamento (z_r , z_{us} , z_s) – CEV/MD sem Perturbação – Aplicação Real.



Fonte: Arquivo Pessoal.

Foi verificado que esses erros de regime foram produzidos devido ao erro de calibração dos encoders que medem a posição do sistema. Esses erros poderiam ser corrigidos de duas formas:

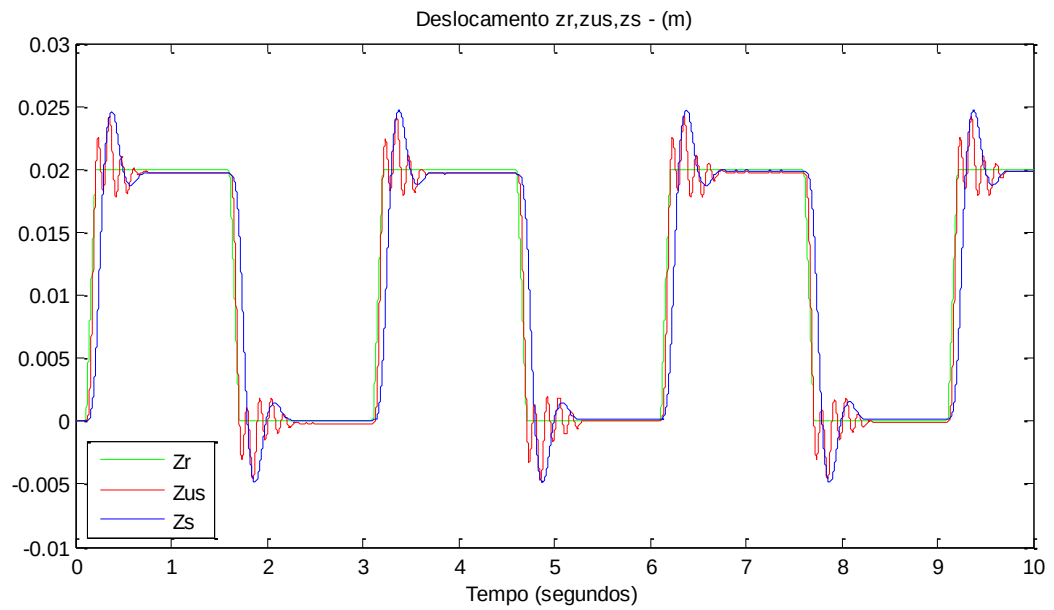
- Compensação no sinal ou,
- Calibração dos sensores.

Por se tratar de um equipamento novo, optou-se por fazer a correção no sinal que é recebido da planta real. Os ganhos inseridos no *software* MATLAB/SIMILINK foram 1.0840 para o sinal de z_{us} e 1.1217 para o sinal de z_s .

7.3.1 Resultado Experimental sem Perturbação

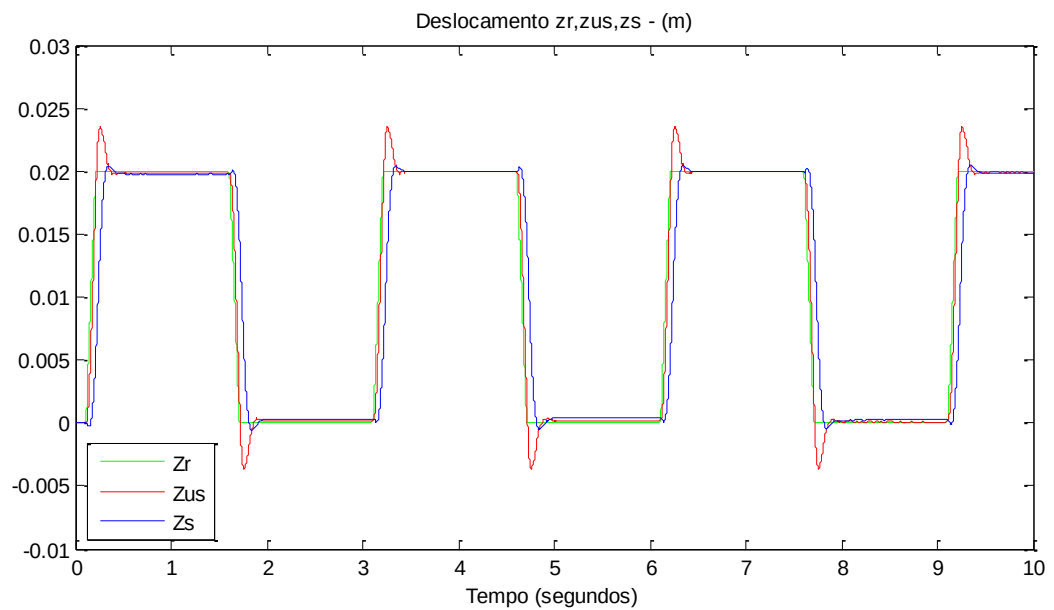
Mantendo as mesmas especificações das simulações tem-se a resposta no sistema real conforme as Figuras 32 e 33.

Figura 32 – Deslocamento (z_r, z_{us}, z_s) - LQR sem Perturbação – Resultado Experimental.



Fonte: Arquivo Pessoal.

Figura 33 – Deslocamento (z_r, z_{us}, z_s) – CEV/MD sem Perturbação – Resultado Experimental.



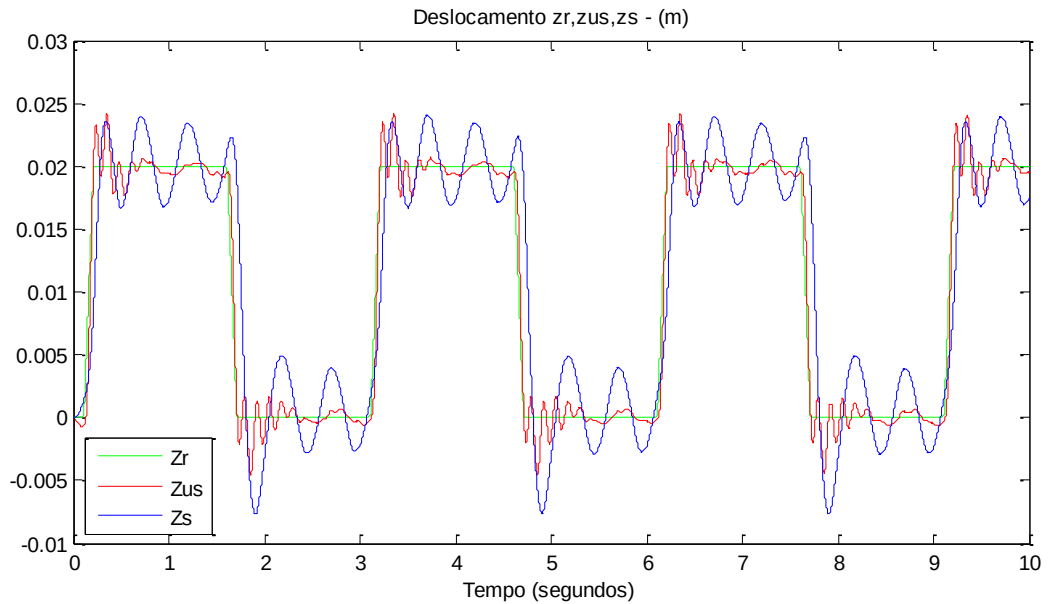
Fonte: Arquivo Pessoal.

Os resultados experimentais mostram uma boa semelhança com os resultados das simulações comprovando a eficiência dos controles nas aplicações em bancada.

7.3.2 Resultado Experimental com Perturbação

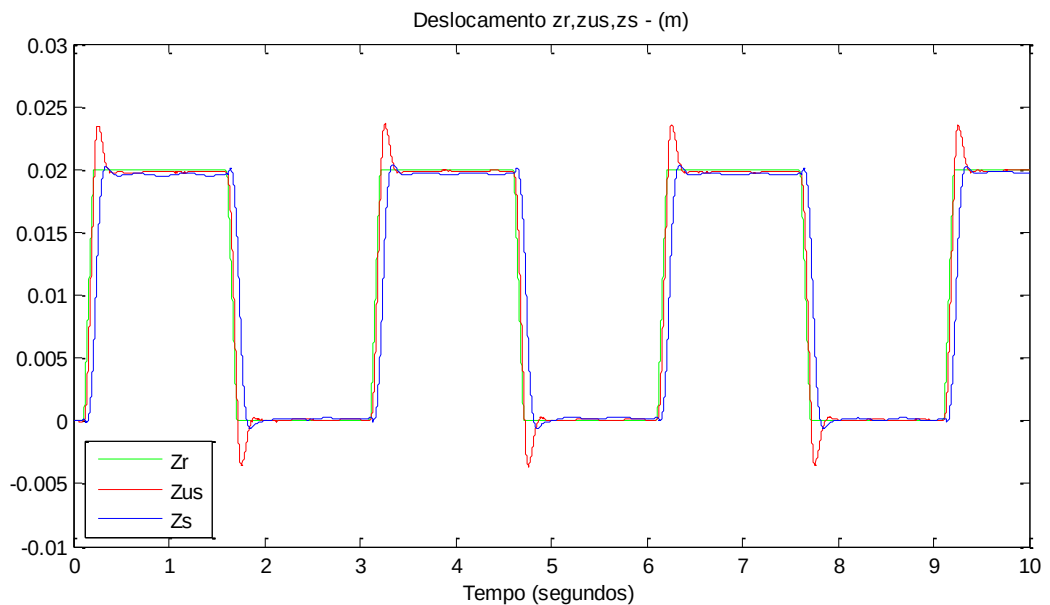
Com a inserção da perturbação mostrada na Figura 22, obtiveram-se os seguintes resultados da planta utilizando o controle LQR - Figura 34 e o CEV/MD na Figura 35.

Figura 34 – Deslocamento (z_r, z_{us}, z_s) - LQR com Perturbação – Resultado Experimental.



Fonte: Arquivo Pessoal.

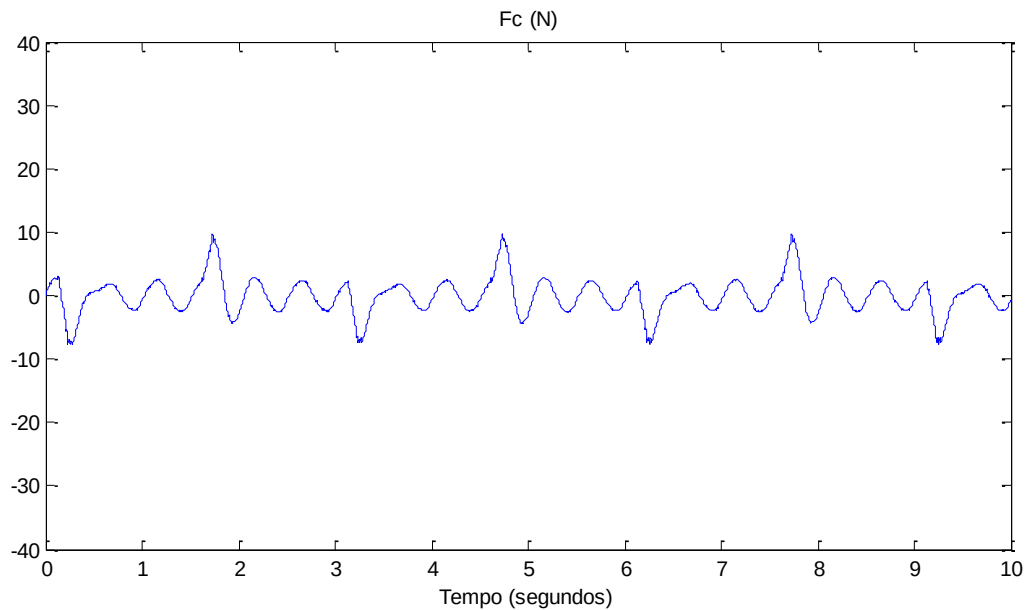
Figura 35 – Deslocamento (z_r, z_{us}, z_s) – CEV/MD com Perturbação – Resultado Experimental.



Fonte: Arquivo Pessoal.

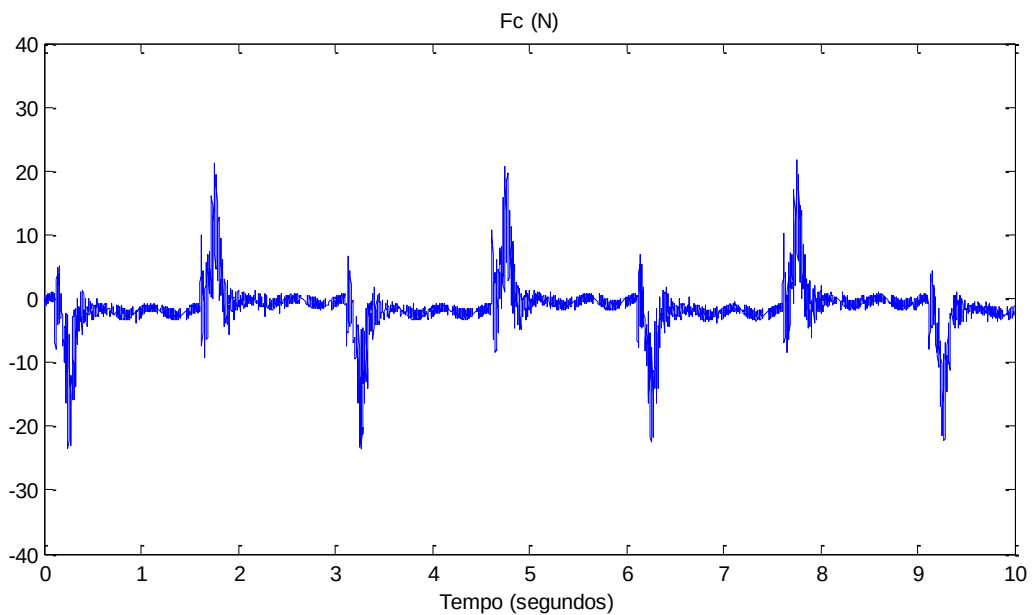
Aqui, claramente é mostrada a grande robustez do sistema para esse tipo de perturbação. O CEV/MD apresentou ótima resposta tanto nas simulações quanto na aplicação do sistema real. Em comparação com o controle LQR, o CEV/MD mostrou-se mais eficiente e insensível à perturbação que representa as incertezas do sistema, evidenciando o bom desempenho da proposta de controle mostrada neste trabalho. Olhando novamente os esforços de controle para esta situação, observa-se nas Figuras 36 e 37 os resultados para o LQR e CEV/MD.

Figura 36 – Sinal de Controle - LQR com Perturbação - Resultado Experimental.



Fonte: Arquivo Pessoal.

Figura 37 – Sinal de Controle – CEV/MD com Perturbação - Resultado Experimental.



Fonte: Arquivo Pessoal.

Os esforços de controle tiveram respostas um pouco diferentes em comparação as simulações. Este resultado pode ser justificado por diversos fatores que não são considerados nas simulações tais como inércia e velocidade de resposta do sistema. Os resultados das simulações podem se aproximar mais da realidade se for adicionado um “ruído branco” no sinal de controle das simulações.

7.4 Comentários

O CEV/MD em questão de rastreabilidade apresentou-se muito eficiente, porém sob o ponto de vista do conforto do passageiro este tipo de resposta pode ser melhor ajustada com alteração dos pólos do sistema.

8 CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou uma aplicação de Controle com Estrutura Variável em um sistema que representa 1/4 suspensão ativa de um veículo. O CEV/MD foi comparado com o controlador LQR desenvolvido pelo fabricante do sistema de aplicação (QUANSER, 2010). Toda teoria que envolveu a aplicação foi apresentada, destacando os pontos mais relevantes e os principais problemas encontrados.

As simulações e aplicações em bancada foram realizadas com o intuito de verificar a robustez do controle proposto em comparação ao controle do fabricante (LQR) para o sistema de suspensão ativa. Para a implementação do CEV/MD, foi projetado um preditor inserido na estrutura de controle com a finalidade de compensar o atraso presente após o processamento do sistema, denominado “*atraso na aquisição de dados*”.

O LQR se mostrou insensível à presença do atraso, tendo ótimos resultados nas simulações, porém quando se inseriu a perturbação no sistema, o mesmo apresentou deterioramento em seu desempenho, isso porque, o LQR não tem a capacidade de eliminar o efeito de incertezas e não linearidades que podem estar presentes no sistema de aplicação adotado.

Já o CEV/MD apresentou excelentes resultados, matendo uma resposta satisfatória na presença de incertezas. O mesmo apresentou rápido amortecimento, comprovando a sua eficiente rastreabilidade.

Com os resultados obtidos através das simulações demonstradas no Capítulo 7 pôde-se comprovar a eficiência e a robustez do controle com estrutura variavel na presença de incertezas. As aplicações em bancadas comprovaram os resultados obtidos em simulações enfatizando o bom desempenho e eficiência do CEV/MD referente à adequação da perturbação no sistema em operação.

Nas simulações e implementações em bancada, foi utilizado $1ms$ como tempo de atraso na aquisição de dados, porém, tem-se que para **Trabalhos Futuros** o estudo de preditores que possam eliminar os efeitos de atraso maiores do que um período de amostragem.

REFERÊNCIAS

BAG, S. K.; SPURGEON, S. K.; EDWARDS, C. *Output feedback sliding mode design for linear uncertain systems. Proceedings of IEEE Control and Theory Applications*, Stevenage, v. 144, n. 3, p. 209-216, 1997.

BELTRÁN, C. F.; SILVA, N. G.; SIRA, R. H. *Active vibration absorbers using generalized π and sliding-mode control techniques*. In: IEEE AMERICAN CONTROL CONFERENCE, 39, 2003, Denver. *Proceedings of the...* Denver. IEEE, 2003. p. 791-796.

CAUN, A. P. *Modos deslizantes discretos em sistemas incertos de natureza instável com atraso na computação do sinal de controle*. 2007. 94 f. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2007.

DECARLO, R. A.; ZAK, S. H.; MATTHEWS, G. P. Variable structure control of nonlinear and multivariable systems: a tutorial. *Proceedings of IEEE. Institute of Electrical and Electronics Engineers*, New York, v. 76, n. 3, p. 212-232, 1988. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=4400>> Acesso em: 15 dez. 2011.

DRAZENOVIC, B. The invariance conditions in variable structure systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, London, v. 46, n. 3, p. 460-464, 1969.

DU, H.; N. ZHANG. Robust controller design for vehicle semi-active suspensions with electrorheological dampers. In: IEE CONFERENCE ON DECISION AND CONTROL HELD JOINTLY WITH, 48, Chinese Control Conference, CDC/CCC, 28, 2009, Shanghai. *Proceedings of the...* Shanghai: Institute of Electrical and Electronics Engineers, 2009. p. 7639-7644. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=5399504>>. Acesso em: 15 dez. 2012

FURUKAWA, T.; SHIMEMURA, E. Predictive control for systems with time delay. *International Journal of Control*, London, v. 37, n. 2, p. 399-412, 1983.

FURUTA, K. Sliding mode control of a discrete system. *Systems & Control Letters*, Amsterdam, v. 14, p. 145-152, 1990.

GARCIA, C. *Modelagem e simulação de sistemas*. São Paulo: Edusp, 1997. 457 p.

GARCIA, J. P. F.; RIBEIRO, J. M. S.; SILVA, J. J. F.; MARTINS, E. S. Continuous-time and discrete-time sliding mode control accomplished by a computer. *IEE Proceedings-Control Theory and Applications*, Stevenage, v. 152, n. 2, p. 220-228, 2005.

GARCIA, L. M. C. F. *Controle com estrutura variável e modos deslizantes em sistemas incertos com atraso no controle*. 2002. 92 f. Tese (Doutorado) — Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2002.

HALE, J. *Theory of functional differential equations*. New York: Springer-Verlag, 1977. 365 p.

KALLEMULA AH, M.; FARIS W. F.; HASBULLAH F. Robust design of robust H_{∞} , fuzzy and LQR controller for active suspension of a quarter car model. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON MECHATRONICS, ICOM, 4, 2011, Kuala Lumpur. *Proceedings of the...* Kuala Lumpur: IEEE, 2011. p. 1-6.

KOSHKOU EI, A. J.; ZINOBER, A. S. I. Discrete-time sliding mode control design. In: PROCEEDINGS OF THE IFAC WORLD CONGRESS, 13, 1996, San Francisco. *Proceedings of the...* California: S.n., 1996. p. 481-486.

LIU, Z.; LUO, C.; HU, D. Active suspension control design using a combination of LQR and Backstepping. In: IEEE CHINESE CONTROL CONFERENCE, 25, 2006, Harbin. *Proceedings of the...* Harbin: IEEE, 2006. p. 123-125. Disponível em: < <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=4060278>>. Acesso em: 20 set. 2012.

OGATA, K. *Engenharia de controle moderno*. 3. ed. Rio de Janeiro: Prentice Hall do Brasil, 1993.

PRADO, M. L. M. *Controle Multivárivel Aplicado a Sistemas com Atraso*. 2000. 122 p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, 2000.

QUANSER INNOVATE EDUCATE. *Active suspension control laboratory – instructor manual*. Revision 2.0. Quanser Innovate Educate 48 p. 2010. (Document Number, 845).

ROH, Y. H.; OH, J. H. Robust stabilization of uncertain input-delay systems by sliding mode control with delay compensation. *Automatica*, Campinas, v. 35, p. 1861-1865, 1999a.

ROH, Y. H.; OH, J. H. Sliding mode control with delay compensation for uncertain input-delay systems. In: PROCEEDINGS OF THE AMERICAN CONTROL CONFERENCE, 1999, San Diego. *Conference of the...* San Diego: IEEE, 1999. p. 309-313, 1999b. Disponível em: < <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=782790>>. Acesso em: 20 dez. 2012.

ROH, Y. H.; OH, J. H. Sliding mode control with uncertainty adaptation for uncertain input-delay systems. *International Journal of Control*, London, v. 73, n. 13, p. 1255-1260, 2000.

SILVA, E. R. P.; ASSUNÇÃO, E.; TEIXEIRA, M. C. M., BUZACHERO, L. F. S. Condições robustas para a D-estabilização de sistemas lineares politópicos usando a realimentação derivativa. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA, 19, 2012, Campina Grande. *Anais...* Campina Grande: CBA, 2012.

SPURGEON, S. K.; DAVIES, R. A nonlinear control strategy for robust sliding mode performance in the presence of unmatched uncertainty. *International Journal of Control*, London, v. 57, n. 5, p. 1107-1123, 1993.

SPURGEON, S. K.; EDWARDS, C. *Sliding mode control: theory and applications*. Padstow: Taylor & Francis, 1998.

UTKIN, V. I. *Sliding modes and their applications in variable structure systems*. Moscow: MIR Publishers, 1978. 257 p.

UTKIN, V. I. *Sliding modes in control and optimization*. Berlin: Springer-Verlag, 1992. 284 p.