

EVERTON COELHO DE MEDEIROS

**ANÁLISE DINÂMICA DE UM ROTOR: MODELAGEM ANALÍTICA,
ELEMENTOS FINITOS E AVALIAÇÃO EXPERIMENTAL**

Guaratinguetá - SP

2016

EVERTON COELHO DE MEDEIROS

**ANÁLISE DINÂMICA DE UM ROTOR: MODELAGEM ANALÍTICA,
ELEMENTOS FINITOS E AVALIAÇÃO EXPERIMENTAL**

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Graduação em Engenharia Mecânica da Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Mauro Hugo Mathias

Guaratinguetá - SP

2016

M488a	Medeiros, Everton Coelho de Análise dinâmica de um rotor : modelagem analítica, elementos finitos e avaliação experimental / Everton Coelho de Medeiros. – Guaratinguetá, 2016. 66 f : il. Bibliografia: f. 57 Trabalho de Graduação em Engenharia de Mecânica – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2016. Orientador: Prof. Dr. Mauro Hugo Mathias 1. Rotores - Dinâmica 2. Planejamento experimental 3. Método dos elementos finitos I. Título CDU 621.67
-------	---

EVERTON COELHO DE MEDEIROS

ESTE TRABALHO DE GRADUAÇÃO FOI JULGADO ADEQUADO COMO
PARTE DO REQUISITO PARA A OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE
"GRADUADO EM ENGENHARIA MECÂNICA"

APROVADO EM SUA FORMA FINAL PELO CONSELHO DE CURSO
DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

Prof. Dr. MARCELO SAMPAIO MARTINS
Coordenador

BANCA EXAMINADORA:


Prof. Dr. MAURO HUGO MATHIAS
Orientador/UNESP-FEG


Prof. Dr. JOSÉ ELIAS TOMAZINI
UNESP-FEG


Msc. Eng^o THIAGO TAZZINAZO MAZER

Outubro de 2016

de modo especial, aos meus pais, pelos incentivos e apoios
imensuráveis que conseguiram me ajudar e me deram forças para
completar o curso de graduação.

AGRADECIMENTOS

a Deus, que através das preces à Ele, pode sempre estar ao meu lado, me dando forças e garra para nunca desistir, mesmo se sentindo cansado e desanimado nesse caminho longo até o fim do curso.

ao meu orientador, e grande amigo, *Prof. Dr. Mauro Hugo Mathias*, que desde meu ingresso na universidade pode me apoiar de perto e me ajudar em todas as atividades desenvolvidas, seus ensinamentos sem dúvida foram únicos e me fizeram chegar aqui graças a ele.

à minha família, que sempre me apoiou durante o curso e em momentos de maior dificuldades me forneceram meios para que eu me mantivesse na universidade e não desistisse do meu sonho.

a todos meus colegas de trabalho da Oficina Mecânica do Colégio Técnico, em especial ao meu chefe e amigo *Prof. Cesar Renato Faria Ribeiro (Chocolate)*, que sempre me apoiou e deu espaço para que a realização desse e outros trabalhos que foram finalizados com sucesso.

ao apoio financeiro da Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis (ANP), da Financiadora de Estudos e Projetos (FINEP) e do Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovação (MCTI), por meio do Programa de Recursos Humanos da ANP para o setor de Petróleo e Gás PRH-ANP/MCTI nº 48 (PRH48).

" Esteja entre os melhores sempre, e seja uma exceção."

Tio Fernando Coelho

MEDEIROS, E. C. Análise dinâmica de um rotor: modelagem analítica, elementos finitos e avaliação experimental. 2016. 66 p. Trabalho de Graduação – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2016.

RESUMO

O estudo de dinâmica de rotores é fundamental no projeto de máquinas rotativas. A modelagem dinâmica de rotores objetiva estimar a condição de operação de máquinas rotativas através da avaliação dos parâmetros relacionados à velocidade crítica e de respostas ao desbalanceamento. A aplicação de banco de ensaios em escala reduzida e o desenvolvimento de procedimentos experimentais dedicados são importantes para a fundamentação de fenômenos complexos do comportamento de máquinas rotativas de alta potência. O desenvolvimento de procedimentos experimentais com base na implantação de sistemas de instrumentação e ferramentas computacionais aplicadas ao tratamento e monitoramento das grandezas dinâmicas que descrevem o comportamento de máquinas em condições operacionais é de importância fundamental aos setores de aplicação de máquinas rotativas. A avaliação experimental é também importante na validação de modelos teóricos, como os obtidos através de modelos analíticos e numéricos. O presente trabalho tem como objetivo a descrição da adequação de uma bancada experimental para que depois fosse o objeto de estudo a ser modelado: utilizando de métodos analíticos, numéricos e experimentais. E assim posteriormente com todos esses resultados, é feita uma avaliação comparativa das modelagens e validação do equipamento.

PALAVRAS-CHAVE: Dinâmica de Rotores; Bancada Experimental; Avaliação Comparativa.

MEDEIROS, E. C. **Dynamic analysis of a rotor: analytic model, finite elements and experimental evaluation**. 2016. 66 p. Trabalho de Graduação – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2016.

ABSTRACT

The rotor dynamics study is critical in the design of rotating machinery. The dynamic modeling of rotors aims to estimate the operating condition of rotating machinery through the evaluation of parameters related to the critical velocity and responses to unbalance. The application of small-scale test bench and the development of dedicated experimental procedures are important for the grounding of complex rotating high power machines behavior phenomena. The development of experimental procedures based on the deployment of instrumentation systems and computational tools applied to the treatment and monitoring of dynamic quantities that describe machines behavior in operational conditions have a fundamental importance to the application of rotating machinery sectors. The experimental evaluation is also important validation of theoretical models, such as those obtained by analytical and numerical models. This work aims the description of the adequacy of an experimental test bench, and later were the object of study to be modeled: using analytical, numerical and experimental methods. Later, with all these results, there is a comparative assessment of the modeling and validation of equipment.

KEYWORDS: Rotor Dynamics; Test Bench; Comparative Assessment.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Modelo do rotor proposto por Jeffcott	17
Figura 2 - Modelo de rotor flexível com mancais rígidos	18
Figura 3 - Sistema de coordenadas usado para análise do rotor	19
Figura 4 - Diagrama de corpo-livre para um rotor rígido em mancais flexíveis	19
Figura 5 - Diagrama de Campbell para rotores	26
Figura 6 - Modos de vibração à uma rotação de 6400 rpm	27
Figura 7 - Diagrama de Campbell para o rotor de mancal isotrópico	28
Figura 8 - Órbita do eixo para rotação de 6400 rpm	29
Figura 9 - Variação da órbita em um rotor com mancal hidrodinâmico	30
Figura 10 - Diagrama de Bodé para uma excitação por desbalanceamento	31
Figura 11 - Representação da FRF em função da excitação por martelo modal	32
Figura 12 - Análise do <i>coast-down</i> realizado em um rotor com mancal de bronze	33
Figura 13 - Transdutores utilizados para análise experimental	35
Figura 14 - Sistema de instrumentação virtual aplicado a uma bancada de testes	35
Figura 15 - Projeto da bancada em software de desenho SolidWorks	36
Figura 16 - Base da bancada.....	37
Figura 17 - Detalhe da construção do mancal do rotor.....	38
Figura 18 - Discos e detalhe da fixação entre disco e eixos	39
Figura 19 - Montagem final da bancada.....	39
Figura 20 - Montagem do rotor com disco centrado	41
Figura 21 - <i>Datasheet</i> do mancal de rolamento UC206-19.....	42
Figura 22 - Modelo do rotor feito em elementos finitos.....	45
Figura 23 - Diagrama de Campbell para o rotor.....	45
Figura 24 - Modos de vibração e órbitas do eixo na rotação de 6800 rpm	47
Figura 25 - Resposta harmônica do rotor com desbalanceamento de 20 g.mm	48
Figura 26 - Instrumentação aplicada para ensaio estático na bancada	50
Figura 27 - Resultado do ensaio estático na bancada	50
Figura 28 - Resultado da FRF para o ensaio estático na bancada	51

Figura 29 - Instrumentação aplicada para ensaio dinâmico na bancada.....	52
Figura 30 - Resultado do ensaio dinâmico <i>run-up</i> da bancada.....	53
Figura 31 - Resultado do ensaio dinâmico <i>coast-down</i> da bancada	53

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Comparativo entre resultados dos valores das frequências naturais, variando as condições do rotor e mancais.....	23
Tabela 2 - Dados do rotor.....	40
Tabela 3 - Resultados modelagem analítica.....	43
Tabela 4 - Frequências obtidas do diagrama de Campbell.....	46
Tabela 5 - Comparativo resultados das modelagens	54

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

A/D	Analógico/Digital
BW	Backward Whirl
FW	Forward Whirl
LA	Lado Acoplado
LNA	Lado Não-Acoplado
RMS	Root Mean Square
FFT	Fast Fourier Transform
FRF	Função de Resposta em Frequência

LISTA DE SÍMBOLOS

C	Coeficiente de amortecimento
I_d	Momento de Inércia Diametral
I_p	Momento de Inércia Polar
K	Rigidez do Rotor e/ou Mancais
M	Massa do Rotor
U	Coordenada de translação na direção Ox
V	Coordenada de translação na direção Oy
Θ	Coordenada de rotação em torno de Ox
Ψ	Coordenada de rotação em torno de Oy
Ω	Frequência natural do sistema
Ω	Rotação da máquina em torno do eixo Oz

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	14
1.1 OBJETIVOS.....	15
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	16
2.1 EVOLUÇÃO NO ESTUDO DA DINÂMICA DE ROTORES.....	16
2.2 MODELAGEM ANALÍTICA DE ROTORES.....	17
2.2.1 Modelagem de um Rotor flexível e Mancais rígidos	18
2.2.2 Modelagem de um Rotor rígido e Mancais flexíveis	19
2.2.3 Modelagem de um Rotor flexível e Mancais flexíveis	22
2.3 MODELAGEM NUMÉRICA DE ROTORES	23
2.4 RESULTADOS DAS MODELAGENS.....	24
2.4.1 Diagrama de Campbell	25
2.4.2 Formas Modais	27
2.4.3 Órbita do Eixo.....	28
2.4.4 Resposta Harmônica.....	30
2.5 MODELAGEM EXPERIMENTAL DE ROTORES.....	31
2.5.1 Instrumentação para Análise Experimental	34
3 A BANCADA EXPERIMENTAL.....	36
4 AVALIAÇÃO COMPARATIVA MODELAGEM E EXPERIMENTAL.....	40
4.1 CONDIÇÕES INICIAIS E DADOS DO ROTOR.....	40
4.1.1 Cálculo da Rigidez do Mancal de Rolamento	41
4.2 RESULTADOS DA MODELAGEM ANALÍTICA.....	43
4.3 RESULTADOS DA MODELAGEM NUMÉRICA	44
4.4 RESULTADOS DA MODELAGEM EXPERIMENTAL.....	48
4.5 COMPARATIVO ENTRE MODELAGENS	54
5 CONCLUSÃO.....	56
REFERÊNCIAS	57
APÊNDICE A	59
APÊNDICE B.....	62

1 INTRODUÇÃO

O monitoramento do estado e o diagnóstico de falhas incipientes em sistemas mecânicos vêm apresentando grande interesse devido a sua aplicação render um aumento da confiabilidade dos sistemas produtivos (JARDINE, *et al.*, 2006; LEI, *et al.*, 2013). O aumento de potência e de velocidade de operação das máquinas para atender a demanda de elevados níveis de produtividade das plantas industriais trouxe como consequência cargas dinâmicas mais elevadas nos equipamentos e instalações industriais. Maior produtividade nos processos industriais também significa uma tendência de aumento da incidência de falhas, exigindo com isto, o uso de ferramentas avançadas para o monitoramento da condição de máquinas para manter a função dos equipamentos disponível e reduzir os riscos de paradas não planejadas (KARDEC; NASCIF, 1999).

Dentre as máquinas encontradas, as máquinas rotativas são amplamente utilizadas nos setores da indústria, estando em aplicações nas áreas de óleo e gás, geração de energia, indústria aeronáutica, indústria automotiva e indústria pesada. Portanto, a avaliação do comportamento dinâmico de rotores é de importância fundamental no projeto e comissionamento de máquinas (MAZER, 2016).

Segundo definição da ISO 1925 (2001), um rotor é um corpo suportado por mancais que é capaz de girar em torno de um eixo fixo no espaço. Eixos de transmissão, partes de máquinas alternativas, que possuem apenas movimento de rotação, são alguns exemplos de rotores (GENTA, 1998).

A análise dinâmica envolve modelos analíticos, numéricos, avaliação experimental ou combinação de ambos. Os modelos matemáticos têm sido ferramentas importantes para o estudo do comportamento dinâmico de rotores, principalmente nos casos em que há dificuldades de se praticar uma análise experimental apurada. O estudo e a definição de parâmetros de dinâmica de rotores, como as velocidades críticas, sua resposta a forças de desbalanceamento e a influência do amortecimento no mancal são itens vitais no projeto de máquinas rotativas. Para validação experimental destes sistemas é usual a utilização de modelos em escala (MAZER, 2016). Dentre os procedimentos experimentais, Shakya *et al.* (2016) apresentam a aplicação de diferentes tipos sensores para monitorar a condição da máquina de modo a aumentar a confiabilidade do seu diagnóstico.

1.1 OBJETIVOS

Este trabalho tem como o objetivo a descrição da concepção de uma bancada de testes utilizada para a análise experimental do comportamento dinâmico de rotores. Esta bancada de testes possui elementos que se relacionam aos principais subsistemas de máquinas rotativas de grande porte. Foram realizados testes na bancada, validando-a como um modelo adequado para o estudo experimental. Posteriormente, a bancada também foi verificada com modelagem analítica e por elementos finitos, comprovando que os resultados experimentais obedecem as teorias encontradas em literatura.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 EVOLUÇÃO NO ESTUDO DA DINÂMICA DE ROTORES

Os estudos em dinâmica de rotores começaram com Rankine em 1869, onde o sistema proposto é um sistema massa-mola. O modelo considera a força elástica devido à rigidez do eixo como a força restauradora, que mantém a posição do disco maciço ao redor de sua órbita descrita em torno da linha de centro dos mancais. Rankine concluiu que a velocidade máxima no qual o eixo pode descrever um movimento orbital estável, desconsiderando as forças de amortecimento e as forças de Coriolis, é definida por:

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \quad (1)$$

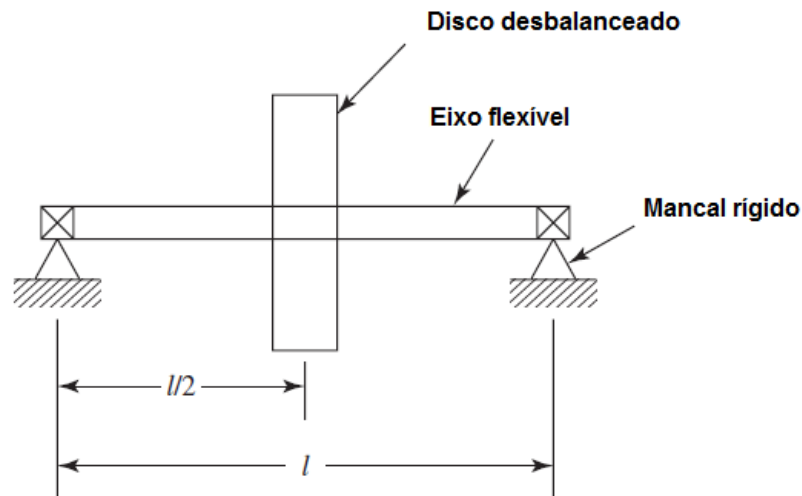
Onde ω é a velocidade crítica do eixo rotativo.

Em 1894, Dunkerley analisou um rotor com apoios simples rígidos e o eixo como um corpo elástico e demonstrou que o problema de precessão poderia ser substituído por um modelo de vibração lateral de vigas. Ele detectou que um rotor com qualquer nível de desbalanceamento irá excitar as suas frequências naturais e portanto gerar altos níveis de vibração.

Já em 1895, o modelo apresentado por De Laval, composto por um eixo fino e flexível, mancais rígidos e um disco desbalanceado localizado no meio do comprimento do eixo mostrou que a operação do rotor acima da primeira velocidade crítica é possível, não necessitando assim a existência de rotores muito rígidos e elevado balanceamento, conforme propunha Dunkerley.

O rotor de Jeffcott em 1919, composto basicamente da mesma forma do rotor De Laval com a presença de amortecimento no sistema (Figura 1), foi o que mais contribuiu para o entendimento dos fenômenos de dinâmica de rotores, com ele foi possível explicar a precessão do eixo em torno da linha de centro dos mancais e a operação estável acima da primeira velocidade crítica.

Figura 1: Modelo do rotor proposto por Jeffcott



Fonte: Adaptado de VANCE *et al.* (2010), p. 77.

2.2 MODELAGEM ANALÍTICA DE ROTORES

Na modelagem analítica e numérica é necessário uma série de considerações antes de se começar a resolver os problemas de dinâmica de rotores. Os rotores podem ser divididos principalmente em três tipos, de acordo com as características dinâmicas do seu rotor e mancais: rotor flexível e mancal rígido; rotor rígido e mancal flexível; rotor flexível e mancal flexível. Cada uma das considerações, irá levar a uma dada solução, podendo ser ou não a mais coerente para o rotor a ser estudado.

Sudhakar e Sekhar (2011) dividem que o objetivo da avaliação do comportamento dinâmico é para:

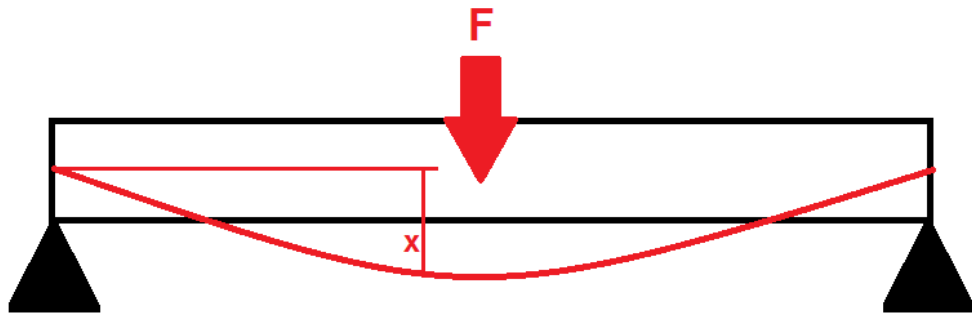
- I- Identificar as velocidades críticas de máquinas relacionadas às frequências de ressonâncias;
- II- Identificar como as frequências naturais das máquinas mudam com a variação da velocidade de rotação de rotores;
- III- Avaliar os modos de vibrar das máquinas em condição de ressonância;
- IV- Avaliar o efeito da condição de operação nos mancais das máquinas.

2.2.1 Modelagem de um Rotor flexível e Mancais rígidos

A modelagem de um rotor como sendo flexível apoiado sobre mancais rígidos é a modelagem mais clássica e bem difundida em livros de resistência dos materiais (BEER *et al.*, 2015; HIBBELER, 2010) , mas para vigas estáticas, onde é calculado a linha elástica, a deflexão máxima com a carga e portanto obter a rigidez resultante do elemento (

Figura 2). Com base nos valores de rigidez encontrado, aplica-se a equação (2) em (3) e é obtido os valores das frequências naturais para o rotor.

Figura 2: Modelo de rotor flexível com mancais rígidos



Fonte: Autoria própria.

A rigidez da viga/eixo então é dada por:

$$k_T = \frac{48EI}{L^3} \quad k_R = \frac{12EI}{L} \quad (2)$$

E as frequências naturais são expressas da forma:

$$\omega_1 = \omega_2 = \sqrt{\frac{k_T}{m}} \quad \omega_3 = \omega_4 = \sqrt{\frac{k_R}{I_d}} \quad (3)$$

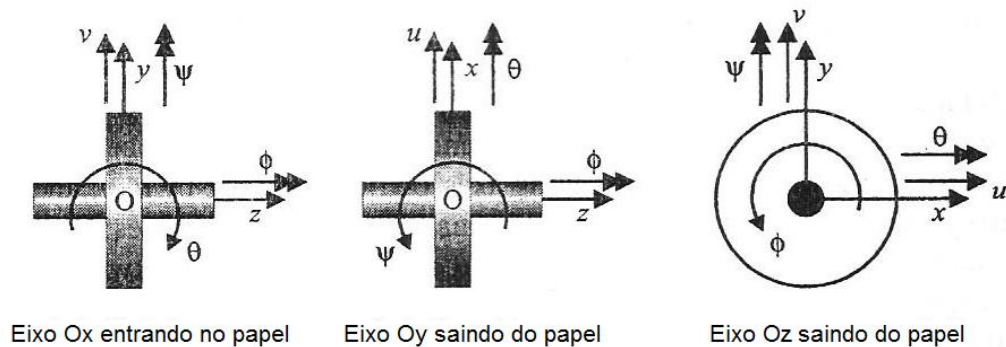
Onde E é o módulo de elasticidade, I o momento de inércia diametral do eixo e L o comprimento do eixo.

Este tipo de modelagem leva a encontrar frequências altas como sendo as respostas das frequências naturais, devido aos elevados valores de rigidez inseridos na equação (3).

2.2.2 Modelagem de um Rotor rígido e Mancais flexíveis

Friswell *et al.* (2010) em seu livro propõem uma modelagem para um rotor com eixo rígido e mancais flexíveis, usando uma formulação através das Leis de Newton. Esse tipo de formulação é simples, ajudando bem no entendimento do comportamento do rotor ao se incluir ou retirar algumas condições de contorno, tais como, o efeito giroscópico e comportamento das rigidez no sistema. O autor considera o seguinte sistema de coordenadas (Figura 3) para o rotor:

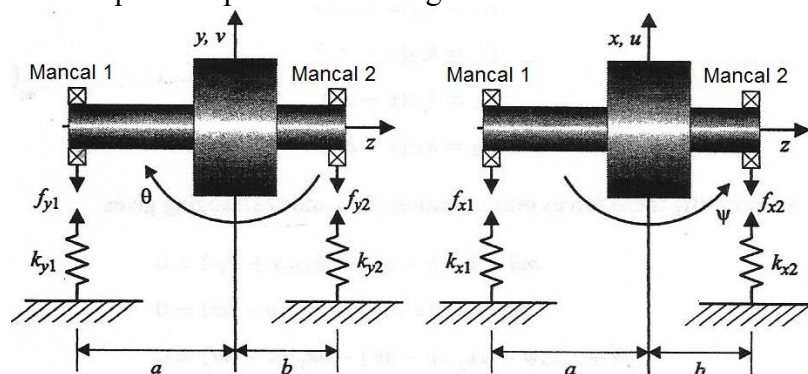
Figura 3: Sistema de coordenadas usado para análise do rotor



Fonte: Adaptado de FRISWELL *et al.* (2010), p. 78

Considerando que o rotor seja uniforme e girando a uma rotação constante Ω sobre o eixo Oz, são formuladas as equações de movimento levando em consideração o caso mais geral: um rotor com disco não centrado no eixo (Figura 4), mancais de rigidez distintas e inclusão do efeito giroscópico.

Figura 4: Diagrama de corpo-livre para um rotor rígido em mancais flexíveis



Fonte: Adaptado de FRISWELL *et al.* (2010), p. 81.

Aplicando a segunda Lei de Newton para o rotor livre de excitação externa, é obtido:

$$\begin{aligned}
 \sum F_x &\Rightarrow -f_{x1} - f_{x2} = m\ddot{u} \\
 \sum F_y &\Rightarrow -f_{y1} - f_{y2} = m\ddot{v} \\
 \sum M_\theta &\Rightarrow -af_{y1} + bf_{y2} = I_d\ddot{\theta} + I_p\Omega\dot{\psi} \\
 \sum M_\psi &\Rightarrow af_{x1} - bf_{x2} = I_d\ddot{\psi} + I_p\Omega\dot{\theta}
 \end{aligned} \tag{4}$$

Assumindo que os valores das forças obedecem a Lei de Hooke, onde em cada direção terá um valor de rigidez k , as equações de movimento para o rotor rígido serão:

$$\begin{aligned}
 m\ddot{u} + (k_{x1} + k_{x2})u + (-ak_{x1} + bk_{x2})\psi &= 0 \\
 m\ddot{v} + (k_{y1} + k_{y2})v + (ak_{y1} - bk_{y2})\theta &= 0 \\
 I_d\ddot{\theta} + I_p\Omega\dot{\psi} + (ak_{y1} - bk_{y2})v + (a^2k_{y1} + b^2k_{y2})\theta &= 0 \\
 I_d\ddot{\psi} - I_p\Omega\dot{\theta} + (-ak_{x1} + bk_{x2})u + (a^2k_{x1} + b^2k_{x2})\psi &= 0
 \end{aligned} \tag{5}$$

Agrupando os valores de rigidez como sendo apenas translacional, acoplada e rotacional, simplifica-se para:

$$\begin{aligned}
 k_{xT} &= k_{x1} + k_{x2} & k_{yT} &= k_{y1} + k_{y2} \\
 k_{xC} &= -ak_{x1} + bk_{x2} & k_{yC} &= -ak_{y1} + bk_{y2} \\
 k_{xR} &= a^2k_{x1} + b^2k_{x2} & k_{yR} &= a^2k_{y1} + b^2k_{y2}
 \end{aligned} \tag{6}$$

Portanto as equações de movimento geral ficam escritas mais concisamente ao se substituir (6) em (5):

$$\begin{aligned}
 m\ddot{u} + k_{xT}u + k_{xC}\psi &= 0 \\
 m\ddot{v} + k_{yT}v - k_{yC}\theta &= 0 \\
 I_d\ddot{\theta} + I_p\Omega\dot{\psi} - k_{yC}v + k_{yR}\theta &= 0 \\
 I_d\ddot{\psi} - I_p\Omega\dot{\theta} + k_{xC}u + k_{xR}\psi &= 0
 \end{aligned} \tag{7}$$

Esse sistema de equações de movimento descreve a condição mais geral para um rotor rígido de mancais flexíveis, nela é possível ver que há o efeito de acoplamento elástico entre as primeira e quarta equações, assim como na segunda e terceira equação, esse acoplamento existe devido ao disco estar descentralizado em relação ao comprimento do eixo. Além disso, a influência do efeito giroscópio também introduz o acoplamento entre a terceira e quarta equações. Portanto, todas as equações estão acopladas.

A partir da equação (7), Friswell *et al.* (2010) em seu livro demonstra que ao se variar as condições de contorno, tais como: a consideração dos mancais serem isotrópicos ou anisotrópicos; desprezando ou considerando os efeitos de efeito giroscópio e acoplamento

elástico. O sistema de equações pode ser simplificado em diversas formas, gerando os resultados ideais para o tipo de problema a ser estudado.

No caso da consideração de mancais anisotrópicos, ou seja, um mancal com comportamento de rigidez diferente em direções diferentes, a equação (7) pode ser escrita da seguinte forma matricial:

$$M\ddot{q} + \Omega G\dot{q} + Kq = 0 \quad (8)$$

Onde:

$$M = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_d \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_p \\ 0 & 0 & -I_p & 0 \end{bmatrix}, \quad K = \begin{bmatrix} k_{xT} & 0 & 0 & k_{xC} \\ 0 & k_{yT} & -k_{yC} & 0 \\ 0 & -k_{yC} & k_{yR} & 0 \\ k_{xC} & 0 & 0 & k_{xR} \end{bmatrix} \quad (9)$$

Que são matrizes de massa, rigidez e efeito giroscópio, onde apenas a de massa e rigidez são simétricas. A solução da equação (8) gera um problema de autovalores (8x8) que pode ser resolvido numericamente, apresentando 4 soluções reais e 4 complexas. A cada par de solução real e complexa, forma um autovetor, correspondendo a seu modo de vibração do rotor.

Ao se solucionar os problemas considerando o efeito giroscópio e anisotropia nos mancais, a determinação da órbita de movimento do eixo não é tão simples, pois devido às diferenças nas propriedades na direção x e y, a órbita possui uma forma elíptica. Além disso, em rotores com mancais anisotrópicos, a precessão do eixo passa a ter dois comportamentos: precessão direta e inversa. A precessão direta é o movimento oriundo da vibração lateral do eixo acompanhando o mesmo sentido da rotação, enquanto que a precessão inversa acontece no sentido oposto.

Um estudo feito por Lee *et al.* (1999), demonstra por meio de análises modal real e modal complexa que em rotores com mancais isotrópicos não há velocidade crítica em precessão inversa e a anisotropia do sistema rotativo desempenha papel fundamental para que a velocidade crítica em precessão inversa se manifeste.

2.2.3 Modelagem de um Rotor flexível e Mancais flexíveis

Friswell *et al.* (2010) utiliza com uma primeira abordagem para o problema de um rotor flexível apoiado sobre mancais flexíveis, como sendo um problema semelhante ao apresentado no item 2.2.1.

As rigidez dos mancais consideram os movimentos angulares, e portanto assim a modelagem do sistema consegue obter resultados mais próximos de um rotor real e complexo.

Para um rotor semelhante ao apresentado da Figura 4 e considerando os mancais como sendo isotrópicos, os valores da rigidez são:

$$\begin{matrix} k_{uu}, k_{vv} \\ k_{\psi u}, -k_{\phi v} \\ k_{\psi\psi}, k_{\phi\phi} \\ D_6 \end{matrix} \begin{cases} \frac{3EI}{D_6} \{3EI(k_1 + k_2) + (a^3 + b^3)k_1k_2\} \\ \frac{3EI}{D_6} \{3EI(-ak_1 + bk_2) + ab(a^2 + b^2)k_1k_2\} \\ \frac{3EI}{D_6} \{3EI(a^2k_1 + b^2k_2) + a^2b^2(a + b)k_1k_2\} \\ (3EI + a^3k_1)(3EI + b^3k_2) \end{cases} \quad (10)$$

Onde k_1 é a rigidez no mancal 1, k_2 é a rigidez no mancal 2, a e b são as distâncias entre o disco e o mancal 1 e 2 respectivamente.

Esses valores de rigidez calculados são então aplicados nas equações (3) para obter os valores das frequências naturais. Os resultados obtidos com o uso desses valores de rigidez conseguem dar melhores resultados para os valores de frequência natural de pequenas e também para grande ordens. Um exemplo é demonstrado na Tabela 1 a seguir.

Tabela 1: Comparativo entre resultados dos valores das frequências naturais, variando as condições do rotor e mancais

Rigidez mancal	Modelo rotor flexível, mancal rígido		Modelo rotor rígido, mancal flexível		Modelo rotor flexível, mancal flexível	
	1ª Freq. Natural	2ª Freq. Natural	1ª Freq. Natural	2ª Freq. Natural	1ª Freq. Natural	2ª Freq. Natural
50 kN/m	72,17 Hz	190,92 Hz	13,45 Hz	35,60 Hz	13,23 Hz	35,00 Hz
1 MN/m	72,17 Hz	190,92 Hz	60,19 Hz	159,24 Hz	46,22 Hz	122,31 Hz
100 MN/m	72,17 Hz	190,92 Hz	601,91 Hz	1592,36 Hz	71,66 Hz	189,60 Hz

Fonte: Autoria própria.

A partir da tabela é possível perceber na situação em que a rigidez do mancal se eleva, o modelo com rotor e mancais flexíveis consegue apresentar resultados que são próximos ao caso de rotor flexível e mancal rígido. Já para mancais de menor rigidez, o modelo apresenta resultados próximos ao caso de rotor rígido com mancal flexível.

2.3 MODELAGEM NUMÉRICA DE ROTORES

A medida que o problema vai tomando maior complexidade, e mais considerações devem ser feitas, como por exemplo: a existência de amortecimento nos mancais e presença de forças externas ao sistema, como o desbalanceamento. O caminho da modelagem analítica acaba sendo inviável, pois devido ao número de incógnitas a serem encontradas e a dificuldade da solução dos sistemas matriciais, torna esses modelos analíticos limitados a solução de problemas com rotores mais simples. Friswell *et al.* (2010) ainda apresenta uma última forma para um rotor mais completo, utilizando a mesma base da obtida na equação (7) e (8), mas considerando os efeitos de amortecimento, e efeitos de força e momento devido ao desbalanceamento no disco:

$$\begin{aligned}
m\ddot{u} + c_{xT}\dot{u} + c_{xC}\dot{\psi} + k_{xT}u + k_{xC}\psi &= m\epsilon\Omega^2 \cos(\Omega t + \delta) \\
m\ddot{v} + c_{yT}\dot{v} - c_{yC}\dot{\theta} + k_{yT}v - k_{yC}\theta &= m\epsilon\Omega^2 \sin(\Omega t + \delta) \\
I_d\ddot{\theta} + I_p\Omega\dot{\psi} - c_{yC}\dot{v} + c_{yR}\dot{\theta} - k_{yC}v + k_{yR}\theta &= -(I_d - I_p)\beta\Omega^2 \sin(\Omega t + \gamma) \\
I_d\ddot{\psi} - I_p\Omega\dot{\theta} + c_{xC}\dot{u} + c_{xR}\dot{\psi} + k_{xC}u + k_{xR}\psi &= (I_d - I_p)\beta\Omega^2 \cos(\Omega t + \gamma)
\end{aligned} \tag{11}$$

No entanto, é necessário o uso de um processamento numérico para a solução de modelos como o do sistema de equação (11). Para isso, o desenvolvimento de modelos matemáticos através de diversos métodos, tais como, o método por múltiplo corpos, matrizes de transferência e elementos finitos (CALDIRON, 2004) acaba tornando possível a solução de problemas complexos da dinâmica de rotores.

Mazer (2016) descreve a modelagem de uma linha de eixo de uma turbina hidráulica, nessa modelagem, devido à complexa montagem e consideração de elementos, foi necessário o uso do método por elementos finitos, com o uso do software ANSYS. Em seu trabalho ele pode concluir a localização das velocidades críticas, a influência da fundação sobre o apoio dos mancais e a resposta ao efeito de desbalanceamento nos discos.

Além dele, vários outros pesquisadores realizaram o estudo do comportamento dinâmico de máquinas rotativas através do uso de elementos finitos: em turbinas a gás (THIERY, 2010), turbinas hidráulicas (GUSTAVSSON, 2008; NASSELQVIST, 2009) e turbinas a jato (SRIKRISHNANIVAS, 2012).

2.4 RESULTADOS DAS MODELAGENS

Quando definido o tipo do rotor a ser analisado, os resultados normalmente não são apenas encontrados como um único valor, são necessários gráficos e diagramas que apresentam a evolução do comportamento dinâmico do rotor. Dentre as ferramentas para essa análise estão: diagrama de Campbell, acompanhamento das formas modais de vibração, órbita do eixo e resposta harmônica a uma dada excitação.

No entanto, a apresentação dos resultados deve ser analisada com cautela, pois os resultados mostram os valores das frequências naturais e velocidades críticas para o sistema, mas os conceitos entre frequência natural e velocidade crítica são muitas vezes confundido.

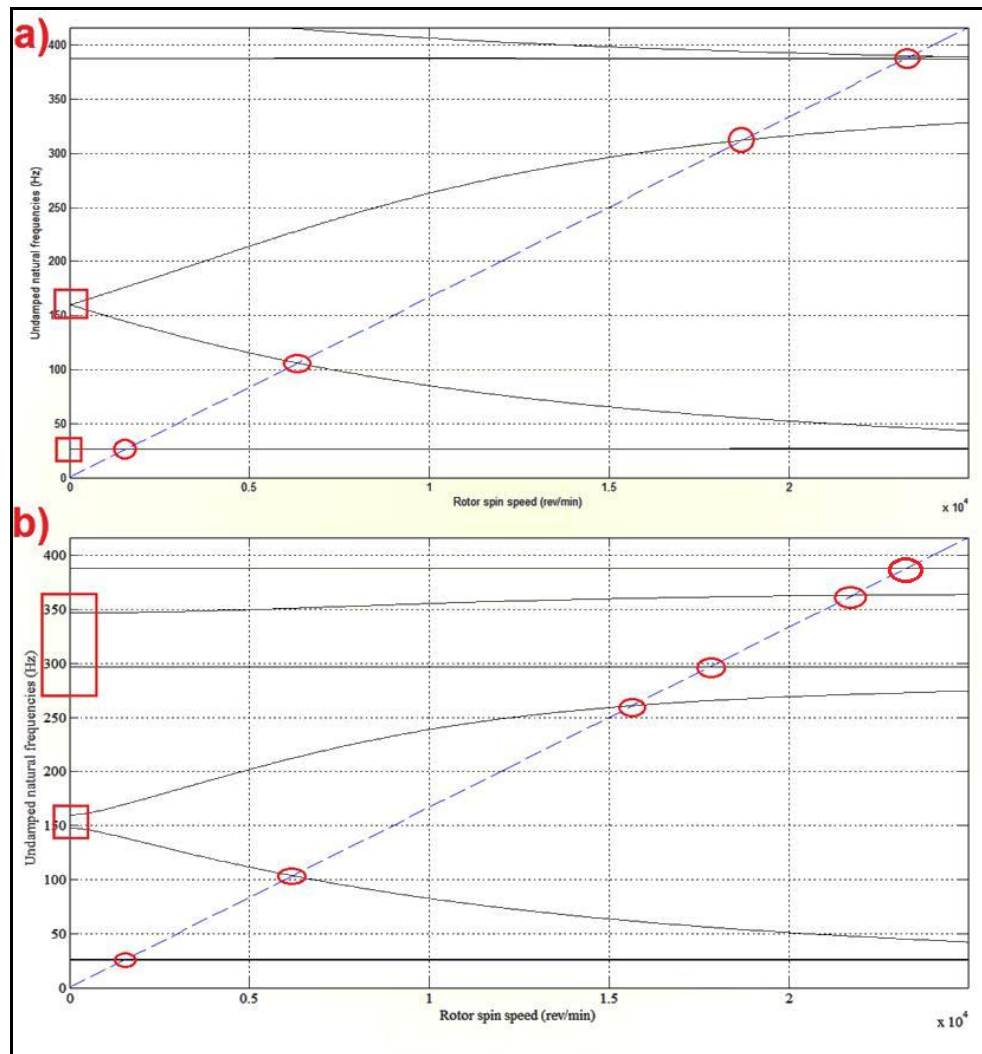
Rao (1995) define a frequência natural como sendo a frequência que um dado sistema oscila livremente sem forças externas, após dado um distúrbio inicial. Na norma API 684¹ (2005, *apud* VANCE; ZEIDAN; MURPHY, 2010, p. 84), define a velocidade crítica como sendo quando a frequência síncrona do giro iguala à frequência natural de um rotor, e assim o sistema opera em estado de ressonância, amplificando a resposta do rotor, em caso de não amortecimento crítico. Assim sendo, nem toda frequência natural é uma velocidade crítica, mas toda velocidade crítica é uma frequência natural.

2.4.1 Diagrama de Campbell

Devido a influência do efeito giroscópio no sistema, ao se calcular as raízes das equações de movimento, ou seja, encontrar os autovalores que correspondem às frequências naturais, percebe-se que esses valores mudam em função da rotação Ω do eixo do rotor. Por isso, é conveniente a ilustração desses resultados em uma forma gráfica, esse tipo de gráfico ou diagrama é o mapa de frequências naturais, ou então mais conhecido como diagrama de Campbell (Figura 5). Dumitru *et al.* (2009) considera o diagrama de Campbell como sendo uma das ferramentas mais importantes para o entendimento do comportamento dinâmico de máquinas rotativas, e verifica essa hipótese com o desenvolvimento de alguns diagramas sobre algumas máquinas mono-rotoras, tais como compressores e turbinas.

¹ API 684. **API Standard Paragraphs Rotordynamic Tutorial: Lateral Critical Speeds, Unbalance Response, Stability, Train Tortionals, and Rotor Balancing.** August 20, 2005 *apud* VANCE, J. M.; ZEIDAN, F.; MURPHY, B. **Machinery Vibration and Rotordynamics.** John Wiley&Sons, 2010.

Figura 5: Diagrama de Campbell para rotores com mancais: a) isotrópicos e b) anisotrópicos



Fonte: Autoria própria.

A Figura 5 ilustra em duas condições os diagramas de Campbell para um rotor com disco centrado. A condição a) é um rotor apoiado sobre mancais isotrópicos, ou seja, com mesma rigidez nas direções x e y , é possível notar (marcação retangular) que os pares das frequências naturais (*Backward* e *Forward Whirl*) partem de um mesmo ponto quando a rotação do eixo é nula, e após com o aumento da rotação, o efeito giroscópico passa a atuar e as frequências passam a se separar, no 1º modo a separação é quase imperceptível, pois o disco na posição central não se inclina com relação aos eixos ortogonais ao eixo de rotação. Já no 2º modo essa separação é bem nítida. Na condição b), se trata de um rotor apoiado sobre mancais anisotrópicos, ou seja, com rigidezes diferentes nas duas direções (x e y), nesse caso é possível perceber que os modos não partem de uma mesma posição (marcação retangular)

quando a rotação é nula, e há um aumento dessa separação a medida que os modos vão aumentando.

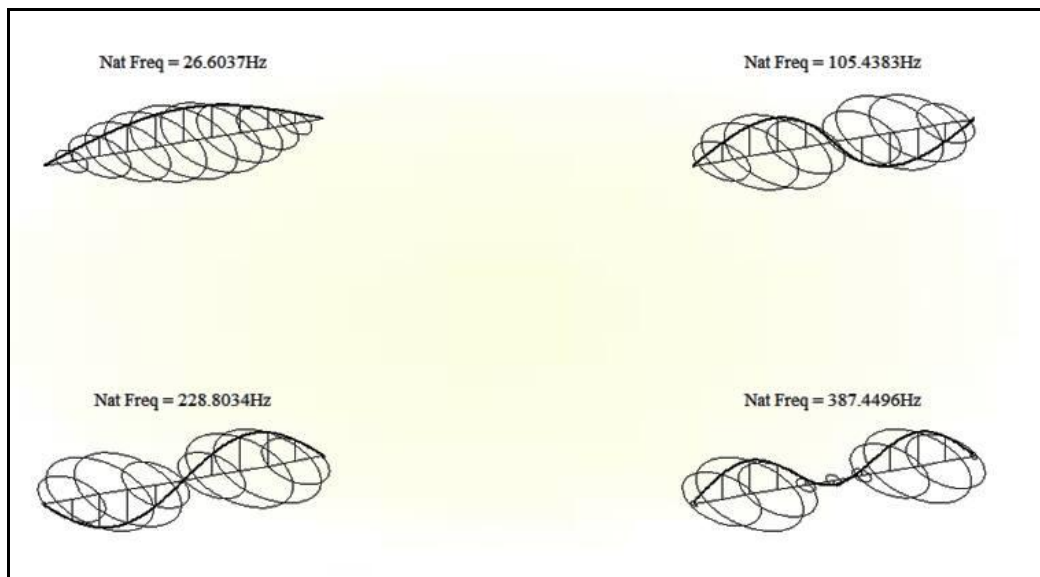
A linha tracejada no diagrama de Campbell corresponde a excitação de 1 vez a rotação da máquina, e quando coincide (marcação circular) com alguma das curvas das frequências naturais é então identificada como sendo uma das possíveis velocidades críticas do sistema.

O diagrama de Campbell é uma ferramenta importante para uma primeira aproximação de como o comportamento dinâmico do rotor será. No entanto, mais adiante será possível perceber que nem todos os valores de frequência natural indicados no diagrama de Campbell são de fato velocidades críticas do sistema.

2.4.2 Formas Modais

Os modos de vibrar são tão importantes quanto às frequências naturais de um rotor (FRISWELL *et al.*, 2010). Esses modos são obtidos através da substituição dos autovalores encontrados na equação característica do sistema, essa substituição gera os auto-vetores que são os modos de vibração (Figura 6).

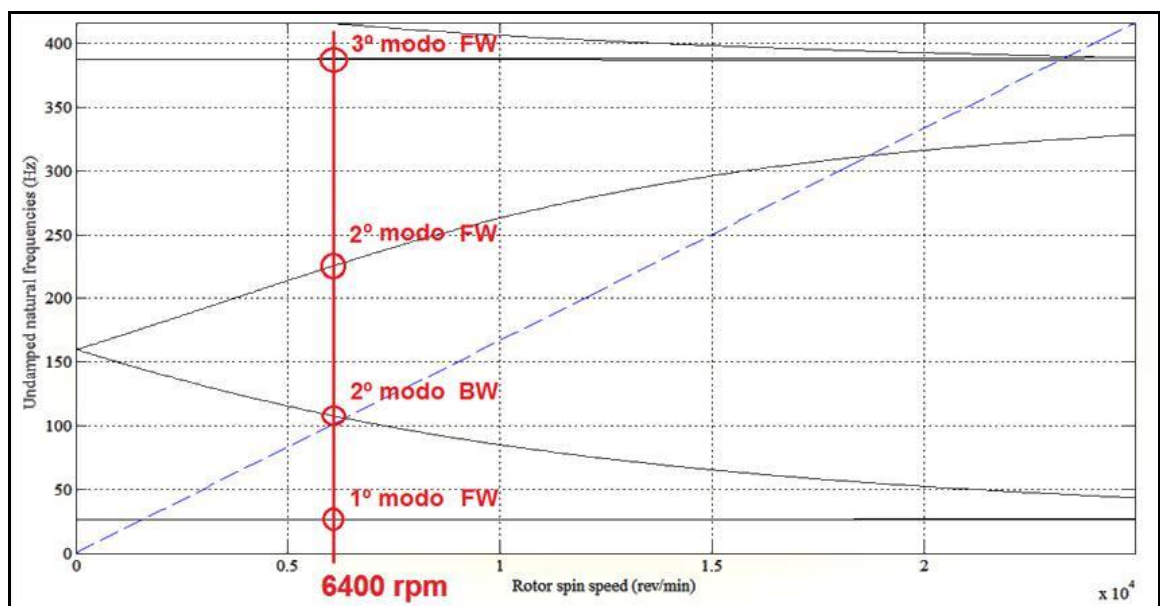
Figura 6 - Modos de vibração à uma rotação de 6400 rpm



Fonte: Autoria própria.

Para o cálculo dos modos de vibrar é necessário fixar uma rotação de operação do rotor, pois assim é calculado a influência do efeito giroscópio e assim obter os modos corretamente. No caso da Figura 6 o rotor está sendo analisado a uma rotação de 6400 rpm, os 4 primeiros modos são ilustrados e acompanhados das frequências naturais responsáveis. Se caso voltarmos a olhar o diagrama de Campbell apenas para esse rotor isotrópico (Figura 7), fixando no eixo de coordenadas a rotação de 6400 rpm e traçando uma reta vertical, os pontos de coincidência são os mesmos autovalores utilizados para o cálculo dos modos de vibração.

Figura 7: Diagrama de Campbell para o rotor de mancal isotrópico



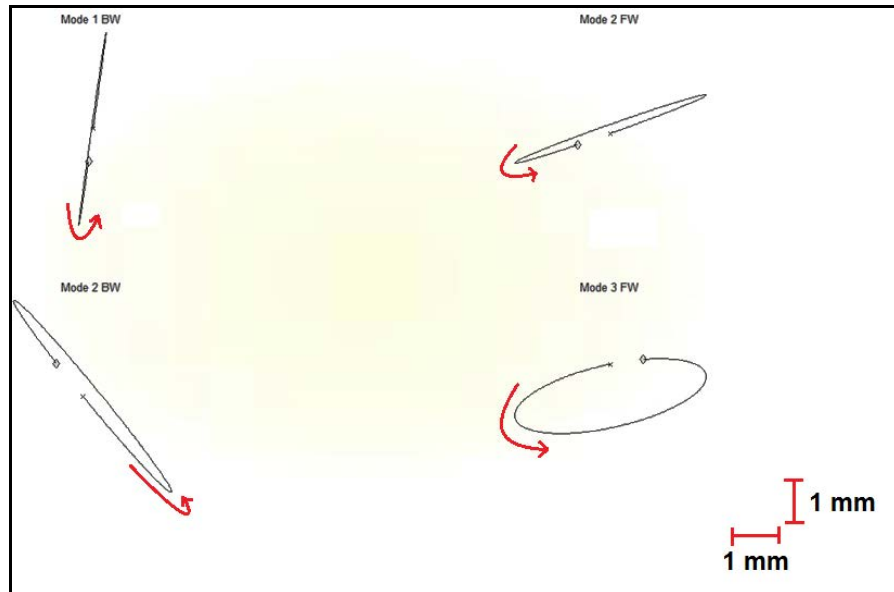
Fonte: Autoria própria.

2.4.3 Órbita do Eixo

Os sinais de vibração lateral de um rotor indicam os movimentos de oscilação do eixo apenas em uma direção. Quando se adiciona um sensor, posicionado perpendicularmente ao outro, é possível acompanhar o movimento bidimensional de sua vibração. Observando agora o caminho que o centro do rotor se move. Esse movimento em um plano é conhecido como a órbita do movimento de um rotor (BENTLY; HATCH, 2002).

A órbita de um rotor representa o caminho da linha de centro de um dado eixo relativo a um par de sensores perpendiculares instalados nele. Além da órbita obtida experimentalmente, a modelagem numérica permite a visualização dessas órbitas a uma dada rotação e posição do rotor (Figura 8), assim como acontece com os modos de vibração.

Figura 8: Órbita do eixo para rotação de 6400 rpm



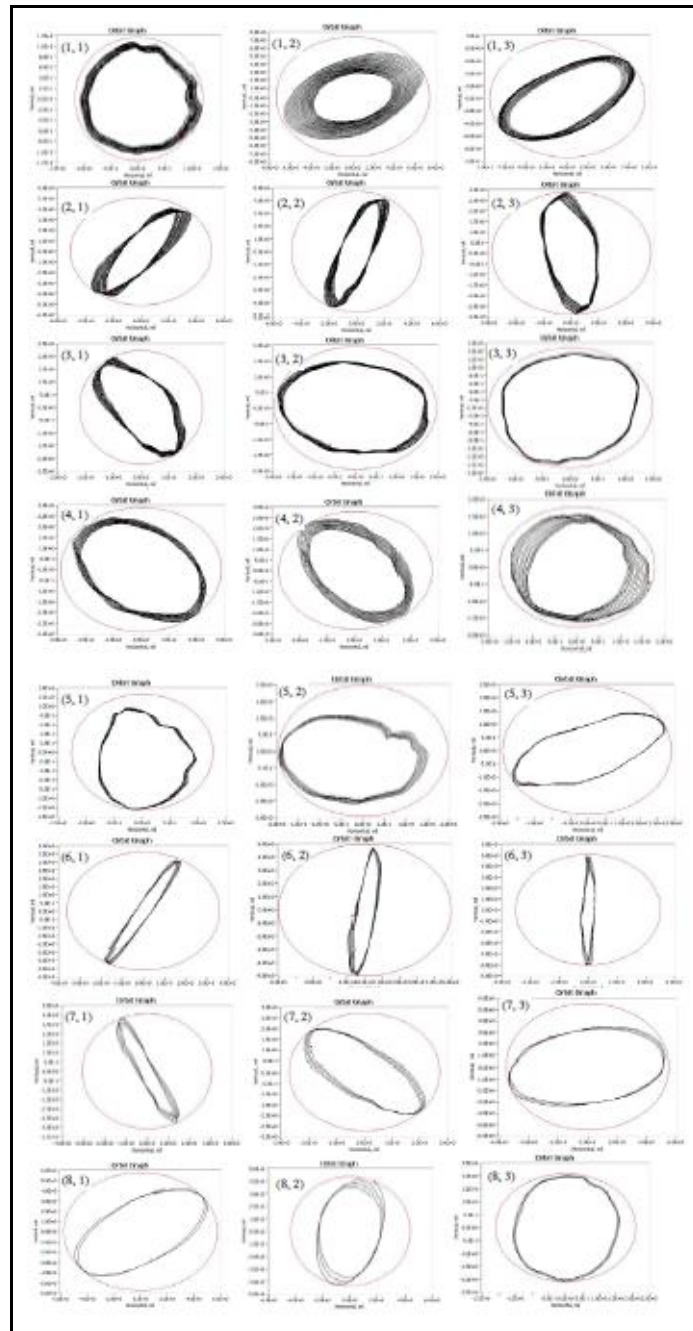
Fonte: Autoria própria.

A Figura 8 apresenta as órbitas do movimento do eixo na posição do disco para a rotação de operação em 6400 rpm. Na imagem, a marcação com um X indica o início da órbita e o losango o fim dela, essa marcação auxilia na orientação da direção de precessão do eixo, note que mesmo apresentando o 2º modo BW, o eixo ainda indica precessão no mesmo sentido dos outros modos FW, isso se deve ao mancal ter comportamento isotrópico.

O acompanhamento do movimento da órbita do eixo é também importante para saber quando o sistema ultrapassou uma velocidade crítica. O indicador que define essa mudança se dá em uma mudança repentina do sentido da órbita do eixo, devido a inversão de fase nos sinais de vibração que compõem a órbita.

Em um artigo técnico, SpectraQuest (2005) demonstra em um experimento, a mudança de sentido de giro da órbita em uma bancada experimental apoiada em mancais hidrodinâmicos, apontando assim duas regiões de transição, sendo assim duas velocidades críticas no sistema (Figura 9).

Figura 9: Variação da órbita em um rotor com mancal hidrodinâmico



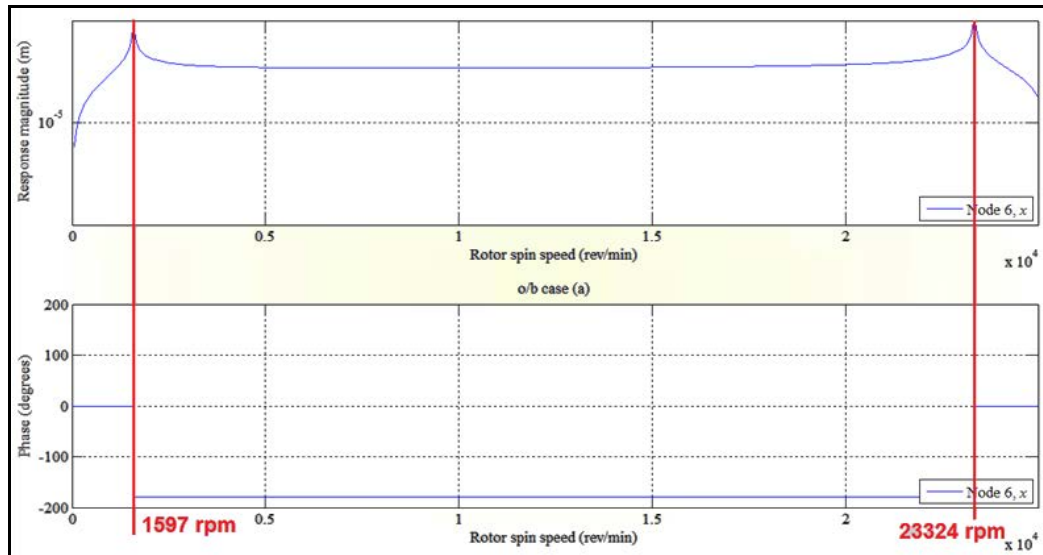
Fonte: SPECTRAQUEST INC, (2005), p. 5-6

2.4.4 Resposta Harmônica

Conforme exposto por Lee *et al.* (1999), o diagrama de Campbell possui limitações na identificação de velocidades críticas em condições de precessão inversa, principalmente quando o rotor é tratado como um sistema com apoio sobre mancais isotrópicos. Por isso, através do uso da resposta harmônica de um sistema rotativo, é possível a identificação das

velocidades críticas por meio do diagrama de Bode (AL YAHYAI; MBA, 2014). O diagrama de Bode consiste de dois gráficos: um apresentando magnitude da resposta em relação à frequência de giro de rotação e outro com a variação de fase (Figura 10).

Figura 10: Diagrama de Bode para uma excitação por desbalanceamento



Fonte: Autoria própria.

O diagrama apresentado na Figura 10 mostra o comportamento da amplitude e mudança de fase na posição do disco, quando montado em posição centrada e apoiado sobre mancais isotrópicos. Sobre esse rotor, foi incluído uma excitação externa no valor de 20 g.mm de desbalanceamento sobre o disco. Nesse diagrama é possível perceber a presença de dois picos na magnitude, em conjunto da variação de fase acontecendo na mesma frequência indicada no eixo das coordenadas. Os picos estão condizentes com o 1º modo FW e o 3º modo FW, justificando assim que o uso apenas do diagrama de Campbell não garante o acerto total das velocidades críticas do rotor.

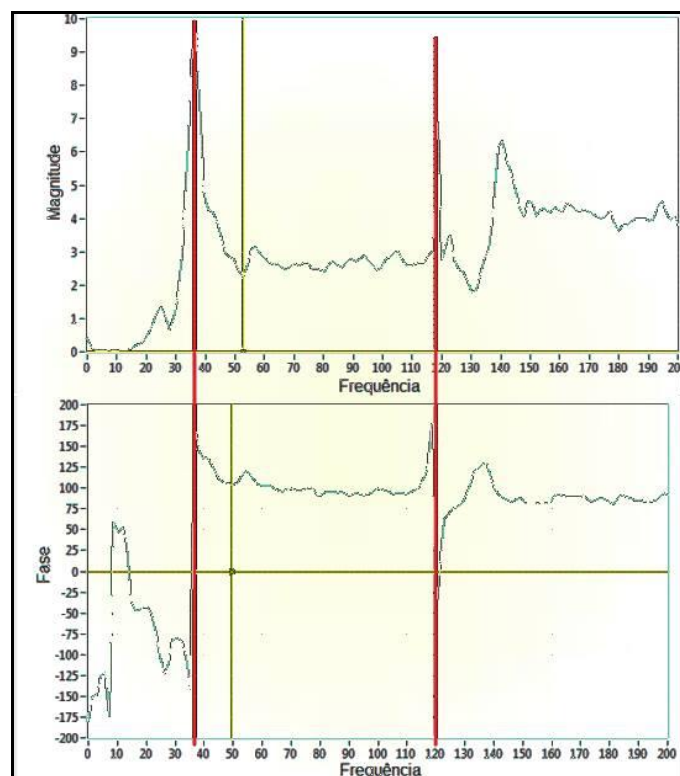
2.5 MODELAGEM EXPERIMENTAL DE ROTORES

Vance *et al.* (1967) apresenta em um trabalho o estudo comparativo entre as previsões do comportamento dinâmico feito através de análise computacional e resultados experimentais obtidos em bancadas reais. Nesse estudo, dividido em duas fases, a 1ª sendo com o rotor em condição livre-livre para análise modal e a 2ª com o rotor apoiado em

mancais, foram feitas diversas considerações em cima da modelagem feita pelo método de elementos finitos para melhor aproximação dos resultados experimentais e assim validar o modelo. Portanto, a utilização de experimentos para a validação de modelos teóricos e numéricos é uma ferramenta importante para o estudo do comportamento dinâmico de máquinas rotativas. Dentre as modalidades de avaliação experimental, a análise do rotor em posição estática e do rotor em movimento, geram informações interessantes sobre os parâmetros dinâmicos da máquina.

A análise estática, realizada de forma similar à análise modal, onde é fixado um sensor acelerômetro em uma posição do rotor e em um ponto é posicionado o equipamento de excitação, podendo ser um *shaker* ou martelo modal. Ao realizar o sinal de entrada, por exemplo um impulso dado pelo martelo modal, o acelerômetro irá retirar a resposta do sistema. A relação entre o sinal de saída pelo de entrada, gera uma função transferência (FRF), essa função ao ser apresentada em um diagrama de Bodé, mostra as regiões onde há frequência natural e mudanças de fase (Figura 11).

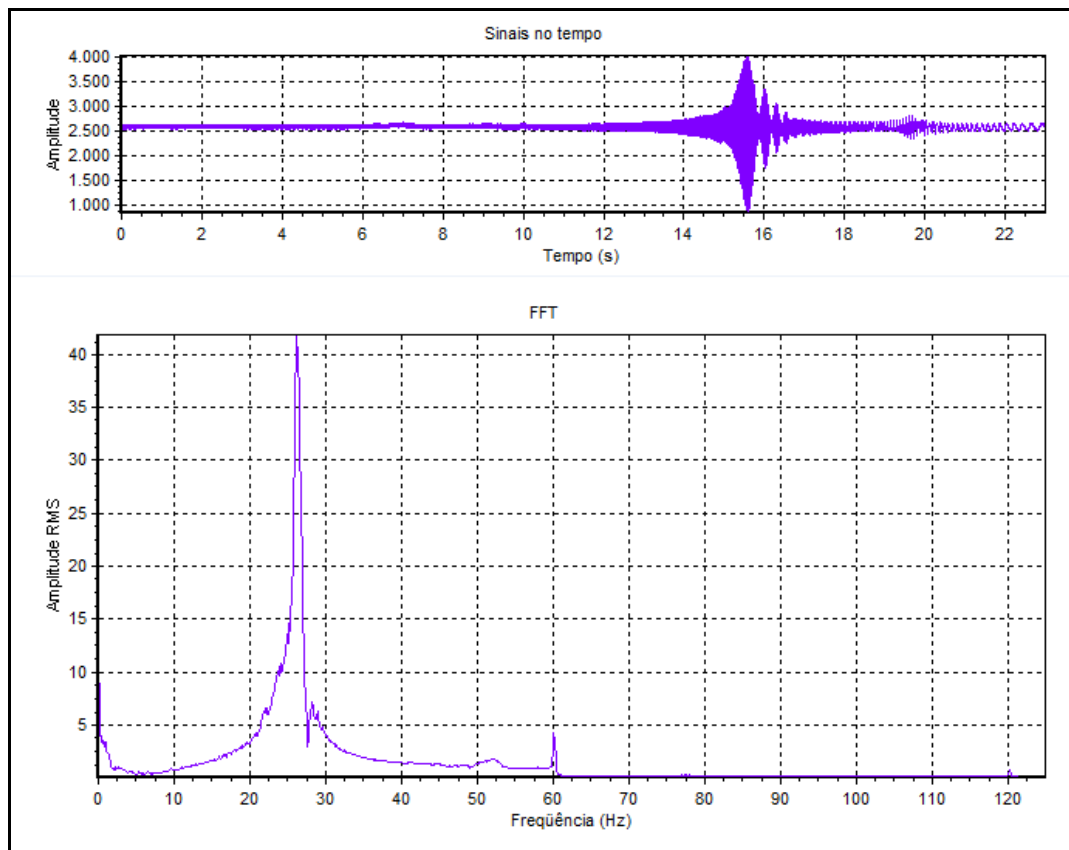
Figura 11: Representação da FRF em função da excitação por martelo modal



Fonte: Autoria própria.

A análise dinâmica (Figura 12), ou seja, com o rotor em movimento, consiste da operação da máquina em condições de regime transiente e permanente. O regime transiente de uma máquina acontece na sua partida ou desligamento, onde ao passar por toda a gama de rotação, alguma delas excita uma frequência natural e portanto é identificada como velocidade crítica, esse tipo de operação é conhecido como *run-up* e *coast-down*. No regime permanente, a observação passa a ser na forma em que o rotor está vibrando, podendo obter a órbita do movimento do centro do eixo, ou então uma análise dos parâmetros globais (tais como valor de pico, pico-a-pico e RMS) para o monitoramento da ocorrência de algum mecanismo de falha.

Figura 12: Análise do *coast-down* realizado em um rotor com mancal de deslizamento



Fonte: Autoria própria.

Ambas as análise estática e dinâmica, o foco sempre é encontrar a velocidade crítica do sistema. No entanto, como demanda de uma máquina real para ser ensaiada, a prática da elaboração de um protótipo feito em escala, ou mesmo de uma bancada experimental universal para validação dos resultados, é uma ferramenta ideal para estimar qual o comportamento do rotor em condições reais.

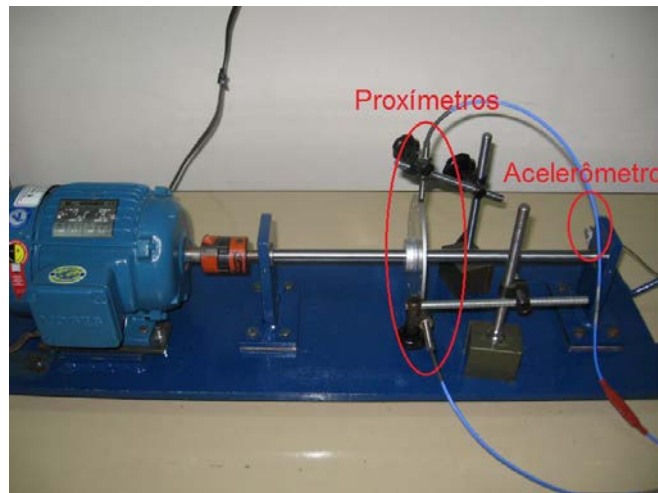
2.5.1 Instrumentação para Análise Experimental

Na análise experimental de um rotor, são necessários diversos tipos de equipamentos (Figura 13) para a implementação como instrumentação do sistema. Dentre esses equipamentos, os transdutores do tipo de deslocamento, conhecido como *probes* ou então proxímetros, são instrumentos de medida de vibração relativa (ISO 7919-1, 1996), ou seja, ao serem instalados em um suporte próximo ao eixo ou disco que está oscilando, o suporte está vibrando junto à uma amplitude diferente e fase diferente. A medição então passa a ser de uma vibração relativa entre o eixo e o suporte do sensor. Bentley e Hatch (2002) e Muszynska (2005) demonstram que há técnicas para compensação dessa variação e medição de vibração absoluta da oscilação do eixo. Com o uso de um proxímetro ou então um par montado ortogonalmente, é possível a obtenção das órbitas do eixo e medição em diferentes pontos para saber o modo em que o eixo está vibrando, bem como seu sentido de precessão.

Os transdutores do tipo de aceleração, conhecido como acelerômetros, também são muito utilizados na verificação experimental de um rotor. São transdutores de medição de vibração absoluta, e geralmente são fixados em pontos fixos e rígidos da máquina, como em mancais e fundação. Em conjunto de *shakers* e martelos modais, é possível realizar um ensaio de análise modal em uma estrutura, além de verificar a existência de vibrações em altos níveis de frequência.

O uso de sensores indutivos, capacitivos ou mesmo um proxímetro, pode ser necessário como marcador de fase. Esse sensor é importante por ser um sinal de referência, e assim ser possível uma sincronização dos resultados ou então ser um "*trigger*" ou disparo do momento de aquisição dos sinais. Também é utilizado para medição de rotação do rotor.

Figura 13: Transdutores utilizados para análise experimental

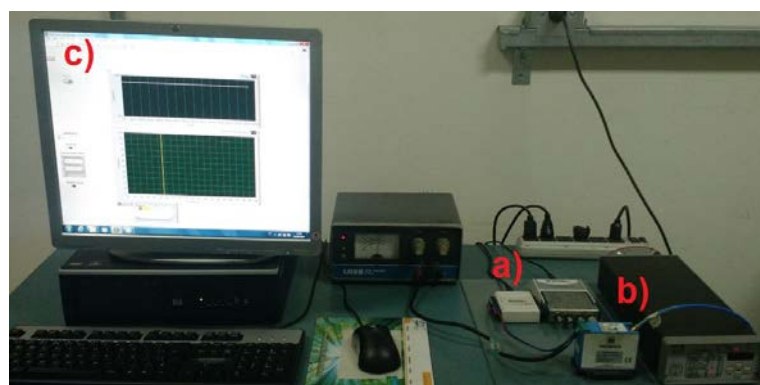


Fonte: Autoria própria.

Além do uso de sensores e transdutores para a realização das medições, é necessário um conjunto de equipamento de transmissão e apresentação desses dados para verificação dos resultados e possíveis pós-processamentos.

O uso de condicionadores de sinais para transdutores como acelerômetros e proximetros são responsáveis pela adequação da transformação entre a resposta do sinal físico em um sinal de tensão. Após esse condicionamento, o sinal de tensão, que é na forma contínua, ou seja, analógica, é então enviado diretamente à um osciloscópio ou então à um analisador dinâmico de sinais. Esse sinal analógico pode ser enviado também a uma placa de aquisição de sinais que a converte para sinal digital (A/D) e assim ser possível o envio para um sistema computacional de instrumentação virtual (Figura 14).

Figura 14: Sistema de instrumentação aplicado a bancada de testes: a) Placas A/D para aquisição dos sinais; b) Condicionadores de sinais para proximetro e acelerômetro; c) Instrumento virtual programado em LabVIEW



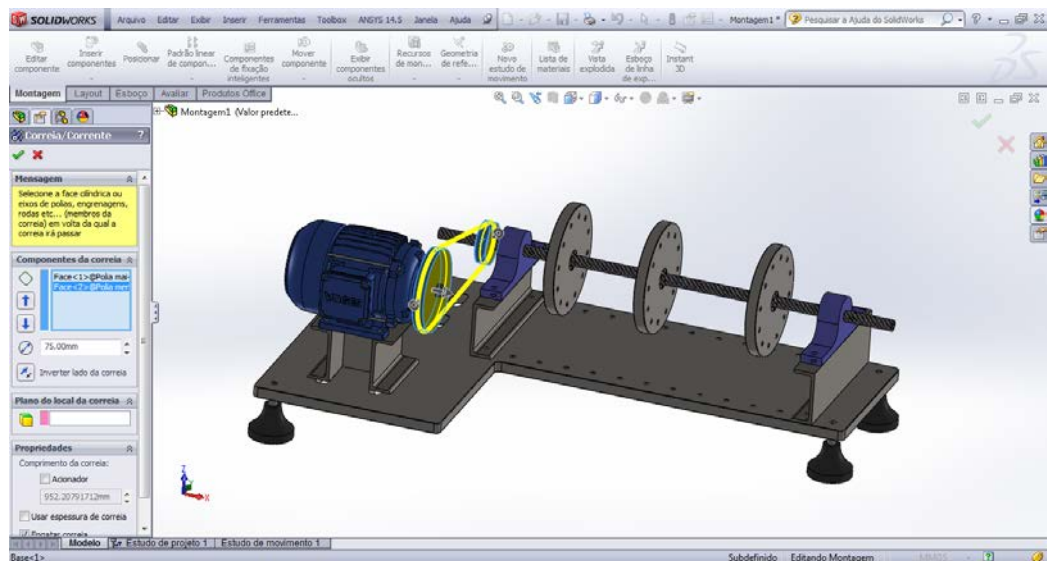
Fonte: Autoria própria.

3 A BANCADA EXPERIMENTAL

O modelo de uma bancada para o estudo da análise de vibrações e do seu comportamento dinâmico deve ser projetado em analogia aos equipamentos utilizados no meio industrial (MAZER, 2016).

Portanto, a bancada experimental desse trabalho deve representar uma combinação de máquinas rotativas que são encontradas em aplicações industriais, dentre as máquinas, podem ser: compressores, turbo-compressores, turbinas, bombas centrífugas entre outros equipamentos. O que varia de equipamento para equipamento são o número de elementos que constituem o rotor, como por exemplo, o número de mancais; número de impelidores (simulados através de discos); mudanças no tipo de fundação e geometria do sistema. O projeto da bancada foi realizado utilizando software de desenho 3D SolidWorks (Figura 15) para concepção dos elementos e elaboração dos desenhos de fabricação.

Figura 15: Projeto da bancada em software de desenho SolidWorks

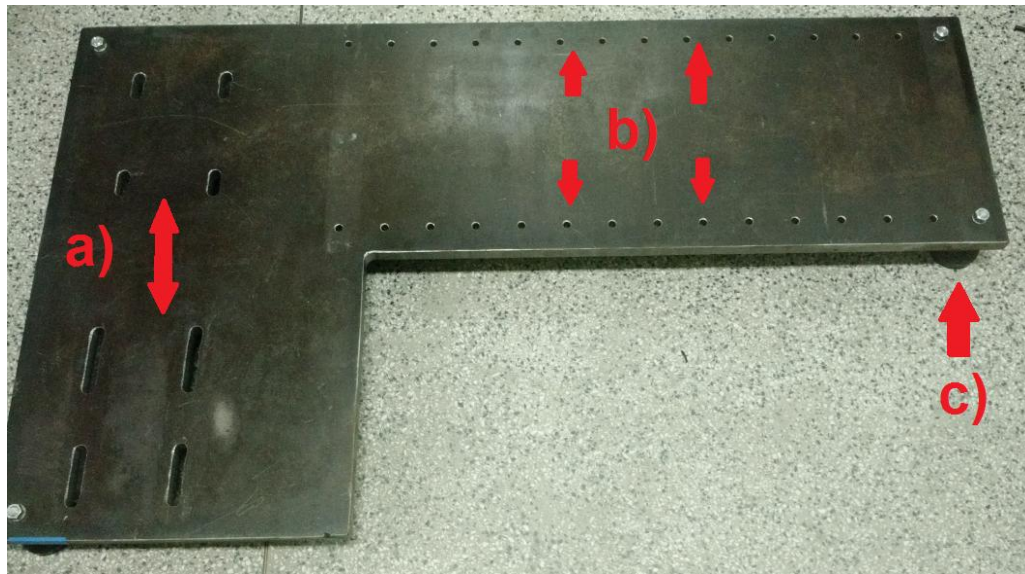


Fonte: Autoria própria.

A bancada desenvolvida consiste de uma base (Figura 16) feita de chapa de aço de 1 polegada de espessura, com dimensão 600 x 1000 mm, essa chapa é apoiada sobre suportes do tipo *vibra-stop*, garantindo assim uma base de inércia com aproximadamente 90 kg, suficiente para apoio do rotor e não gerar influências da fundação sobre o restante do equipamento. A bancada possui furos equidistantes para variação da posição dos mancais, e também rasgos

oblongos para fixação do motor de acionamento trifásico de 2 cv. O rasgo oblongo serve como recurso para tensionar a correia e garantir a transmissão por meio de polias entre o eixo do motor e eixo do rotor. Essa transmissão é com relação 1:2, ou seja, promove a amplificação da rotação, garantindo assim uma rotação nominal máxima da máquina em 7200 rpm, sem considerar efeitos de escorregamento das polias e correia.

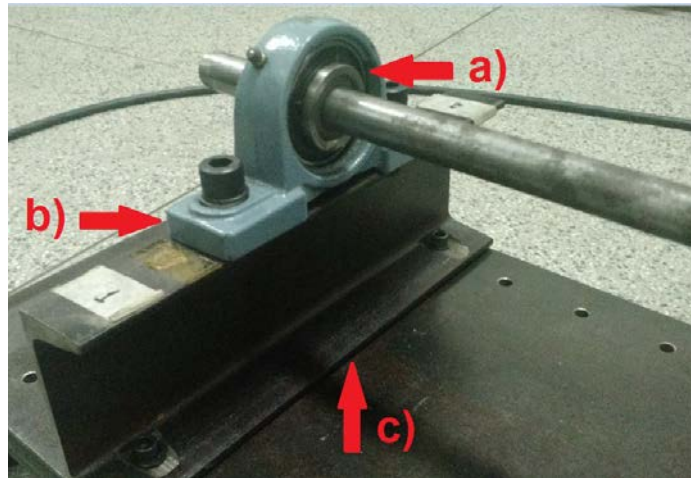
Figura 16: Base da bancada: a) Rasgos oblongos para motores; b) Furação para mancais; c) Amortecedores *vibra-stop*



Fonte: Autoria própria.

Os mancais são do tipo rolamento auto-compensador de uma carreira de esferas, de código UC206-19 (Figura 17), montados em uma caixa de rolamento própria de material ferro fundido. Para que o rotor tivesse espaço para acomodação dos discos, o mancal teve de ser elevado por meio de montagem sobre uma outra estrutura feita de viga de perfil U. Essa estrutura possui furações na parte inferior para fixação na base de inércia, e furação na parte superior para fixação da caixa de rolamento. A caixa de rolamento possui um rasgo oblongo para ajuste de alinhamento entre os mancais.

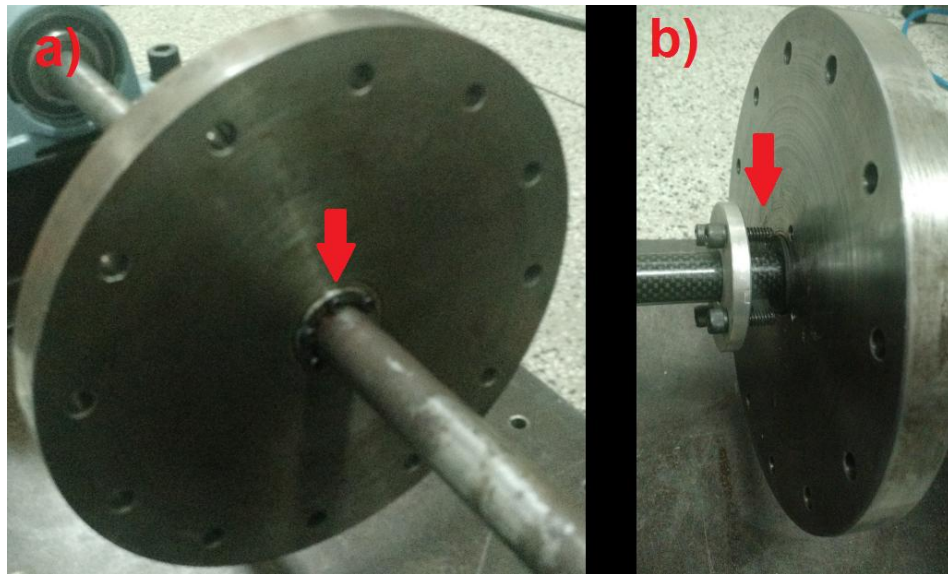
Figura 17: Detalhe da construção do mancal do rotor: a) Mancal de rolamento UC-206; b) Caixa de rolamento; c) base para compensação de altura



Fonte: Autoria própria.

O eixo principal é de material aço SAE 1020 trefilado de diâmetro 20 mm, além desse eixo, há outros eixos de diferentes materiais, entre eles compósito de fibra carbono para análise do comportamento dinâmico como rotor. A bancada possui 3 discos de aço (Figura 18) SAE 1020 de diâmetro 200 mm e espessura 19 mm, com furações equidistantes para posicionamento de massas para desbalanceamento. No processo de usinagem foram tomados cuidados especiais para o obter o menor grau de desbalanceamento residual inicial entre os discos, tais como, a usinagem de todos os discos juntos no mesmo mandril e furação simultânea para distribuição igual de massa. A fixação entre os discos e o eixo se deu por meio da utilização de buchas de fixação expansível da marca IMETEX para eixo de aço. E para o uso em eixo de compósito, devido à flexibilidade ao se tentar apertar algo contra ele, foi desenvolvido um sistema por flanges que apertam uma borracha interna ao disco, comprimindo-a em direção do eixo e do disco, fixando-os um ao outro.

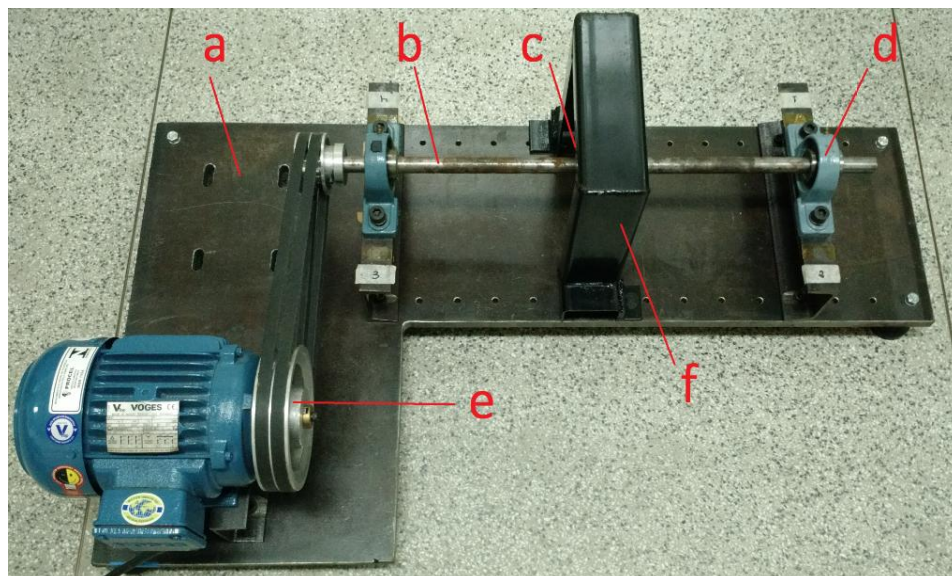
Figura 18: Discos e detalhe da fixação entre disco e eixos: a) fixação por bucha expansível; b) fixação por flange e borracha



Fonte: Autoria própria.

A montagem ainda conta com uma proteção a ser fixada em volta do disco (Figura 19) para prevenir qualquer acidente quando máquina passa sobre alguma velocidade crítica.

Figura 19: Montagem final da bancada: a) Base; b) Eixo; c) Disco; d) Mancal; e) Sistema de acionamento do eixo; f) Proteção para o disco



Fonte: Autoria própria.

4 AVALIAÇÃO COMPARATIVA ENTRE MODELAGENS E EXPERIMENTAL

A fim de confirmar o desempenho da bancada desenvolvida, uma avaliação experimental foi realizada para ser confrontada com os modelos analítico e numérico do mesmo equipamento. Com essa análise comparativa, pode-se desenvolver uma validação do sistema, analisando a divergência dos resultados e assim dando o parecer final se a máquina pode ser ou não utilizada para fins de estudo do tópico da dinâmica de rotores.

4.1 CONDIÇÕES INICIAIS E DADOS DO ROTOR

Antes de iniciar qualquer modelagem ou então experimento, a bancada real teve de ser montada a uma única condição, onde por meio dos seus valores geométricos e parâmetros dinâmicos, poderia alimentar os modelos computacionais e validar de forma sistemática o equipamento.

A bancada de testes foi montada com um disco centrado, utilizando eixo de aço. Esse tipo de montagem é semelhante ao modelo de rotor proposto por Jeffcott, ilustrado na Figura 1. A Tabela 2 considera todas as dimensões e características do rotor a serem utilizados nas modelagens dos itens 4.2 e 4.3.

Tabela 2: Dados do rotor.

	E [GPa]	ρ [kg/m ³]	ϕ Ext. [mm]	ϕ Int. [mm]	Comp. [mm]	I_p [kg.m ²]	I_d [kg.m ²]
Eixo	200	7810,0	20,00	0,00	500	$6,1 \times 10^{-5}$	0,0256
Disco	200	7810,0	200,00	20,00	19,00	0,0236	0,0118

Fonte: Autoria própria.

O rotor foi posicionado como disco centrado (Figura 20:), portanto $a=b=250$ mm. Assim, não há efeitos de rigidez acoplada k_c sobre o sistema, mas os efeito giroscópio foi considerado em todas as modelagens.

Figura 20: Montagem do rotor com disco centrado



Fonte: Autoria própria.

Os valores dimensionais dos diâmetros e comprimentos foram obtidos através de medições com uso de paquímetro digital e escala graduada para a medição do eixo mais longo. Quaisquer aproximações feitas foram consideradas na resolução de uma casa decimal na unidade de milímetros.

4.1.1 Cálculo da Rigidez do Mancal de Rolamento

Para a obtenção dos parâmetros dinâmicos dos mancais de rolamento, os valores de rigidez não são possíveis de se obter diretamente por meio de catálogos. Mas através de Kramer² (1993, *apud* FRISWELL, et al., 2010, p. 183), foi possível formular a equação (12), que gera a rigidez vertical k_{vv} , através de experimentos anteriores determinando o grau de deflexão δ ao se comprimir um rolamento de uma carreira de esferas.

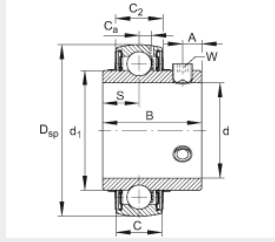
$$k_{vv} = \kappa_b n_b^{2/3} d^{1/3} f_s^{1/3} \cos^{5/3} \alpha \quad (12)$$

Nesta equação, $\kappa_b = 13 \times 10^6 \text{ N}^{2/3} \text{ m}^{-4/3}$, n_b é o número de esferas do rolamento, d é o diâmetro da pista interna, f_s é a carga estática radial agindo no rolamento e α o ângulo de

² KRAMER, E. **Dynamics of Rotors and Foundations** (Springler-Verlag, Berlin, Germany), 1993 *apud* FRISWELL, M. I. et al. **Dynamics of Rotating Machines** 1st ed. New York: Cambridge University Press, 2010.

contato. Kramer ainda diz que para a obtenção da rigidez radial horizontal k_{uu} , deve-se seguir uma relação para mancal de rolamento: $k_{uu} / k_{vv} = 0.46, 0.64, 0.73$ para 8, 12 e 16 esferas respectivamente.

Figura 21: *Datasheet* do mancal de rolamento UC206-19

Mancal tensor UC206-19	
anel externo esférico, fixação mediante pinos roscados, vedação RSR de ambos os lados	
	
d	30,163 mm
d	1 3/16 inch
D _{SP}	62 mm
B	38,1 mm
A	5 mm
C	19 mm
C ₂	19,6 mm
C _a	5 mm
d ₁	40,2 mm
S	15,9 mm
W	1/8 inch
m	0,31 kg Massa
C _r	20700 N capacidade de carga dinâmica, radial
C _{0r}	11300 N capacidade de carga estática, radial
C _{ur}	570 N carga limite de fadiga, radial
f ₀	13,8 Fator de cálculo

Fonte: Catálogo SHAEFFLER.

A partir do *datasheet* do mancal de rolamento UC206-19 (

Figura 21), a abertura da blindagem do rolamento para se ter informação do número de esferas e um breve cálculo da influência estática do peso do rotor sobre os mancais, para conhecer a carga radial aplicada sobre o rolamento. Os dados do rolamento a serem usados na equação (12) são:

- $n_b = 10$ esferas;
- $d = 40,2$ mm;
- $f_s = 29,43$ N;
- $\alpha = 0$ graus.

Portanto, os valores para as rigidez do mancal de rolamento são:

$$k_{vv} = 6,38 \times 10^7 \text{ N/m}$$

$$k_{uu} = 3,19 \times 10^7 \text{ N/m} \text{ (adotando um valor de 0,5 para a relação } k_{uu} / k_{vv} \text{)}$$

Tanto os valores de rigidez no sentido vertical e no sentido horizontal, são valores de alta grandeza, podendo assim esperar um comportamento muito similar ao de um eixo apoiado sobre mancais isotrópicos. Além da rigidez calculada, para as modelagens, é desconsiderado qualquer existência de amortecimento nos mancais.

4.2 RESULTADO MODELAGEM ANALÍTICA

A modelagem analítica levou em consideração as condições mencionadas no item 4.1 mais a hipótese do rotor estar apoiado em mancais isotrópicos. Assim, a rigidez a ser utilizada foi apenas a $k_{vv} = 64 \text{ MN/m}$. Os cálculos foram resolvidos com o auxílio de uma rotina em MATLAB disponibilizada por Friswell *et al.* (2010) para a solução e obtenção das duas primeiras frequências naturais.

Como não é conhecido a princípio qual o melhor tipo de modelagem do rotor, foram realizados os três tipos de considerações sobre as características dinâmicas do rotor e mancais. Os resultados para a modelagem analítica estão apresentados na Tabela , onde nela estão sendo ilustrados os resultados das três considerações possíveis para um rotor.

Tabela 3: Resultados modelagem analítica

Rigidez mancal	Modelo rotor flexível, mancal rígido		Modelo rotor rígido, mancal flexível		Modelo rotor flexível, mancal flexível	
	1ª Freq. Natural	2ª Freq. Natural	1ª Freq. Natural	2ª Freq. Natural	1ª Freq. Natural	2ª Freq. Natural
64 MN/m	57,25 Hz	93,70 Hz	833,96 Hz	1364,90 Hz	57,11 Hz	93,48 Hz

Fonte: Autoria própria.

É possível perceber que dada a rigidez do mancal ser muito elevada, o comportamento dinâmico do rotor se assemelha ao de um rotor flexível apoiado em mancais rígidos, podendo assim, ambos os modelos serem adequados para a solução do problema.

4.3 RESULTADO MODELAGEM NUMÉRICA

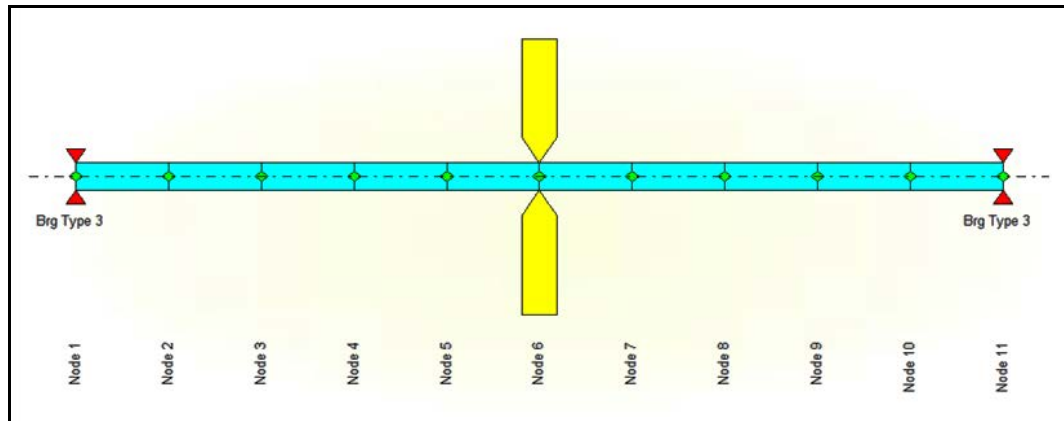
Seguindo as mesmas hipóteses e características informadas no item 4.1, a modelagem numérica foi feita com o uso de outras rotinas e baseadas no software MATLAB disponibilizadas por Friswell *et al.* (2010). Essas rotinas de solução numérica são baseadas através do método por elementos finitos, mais detalhes sobre o programa estão descritos no Apêndice B. Como o programa permite a simulação do rotor em condições de apoio sobre mancais isotrópicos e anisotrópicos, foram feitas as análises nas duas condições para comparação dos resultados.

A apresentação dos resultados a seguir inclui as duas condições nos mancais, para que sejam mais fáceis as comparações. O modelo em elementos finitos possui as seguintes considerações:

- Discretização do rotor em 11 nós;
- Divisão do eixo em 10 elementos do tipo Timoshenko;
- O disco foi modelado como uma massa centrada, considerando os efeitos giroscópio;
- Mancais flexíveis sem a inclusão de rigidez cruzada, apoiados em cada extremidade do eixo.

A utilização do elemento de eixo do tipo Timoshenko, segundo Friswell *et al.* (2010), é o mais ideal para a realização de simulações complexas, pois considera os efeitos de inércia de rotação, efeitos de cisalhamento e efeito giroscópio. O uso dos mancais como sendo do tipo flexíveis, ao invés do tipo curto e simplesmente apoiado, permite a inserção do efeito tanto de isotropia ou anisotropia. Portanto, o modelo do rotor em elementos finitos é ilustrado na Figura 22:.

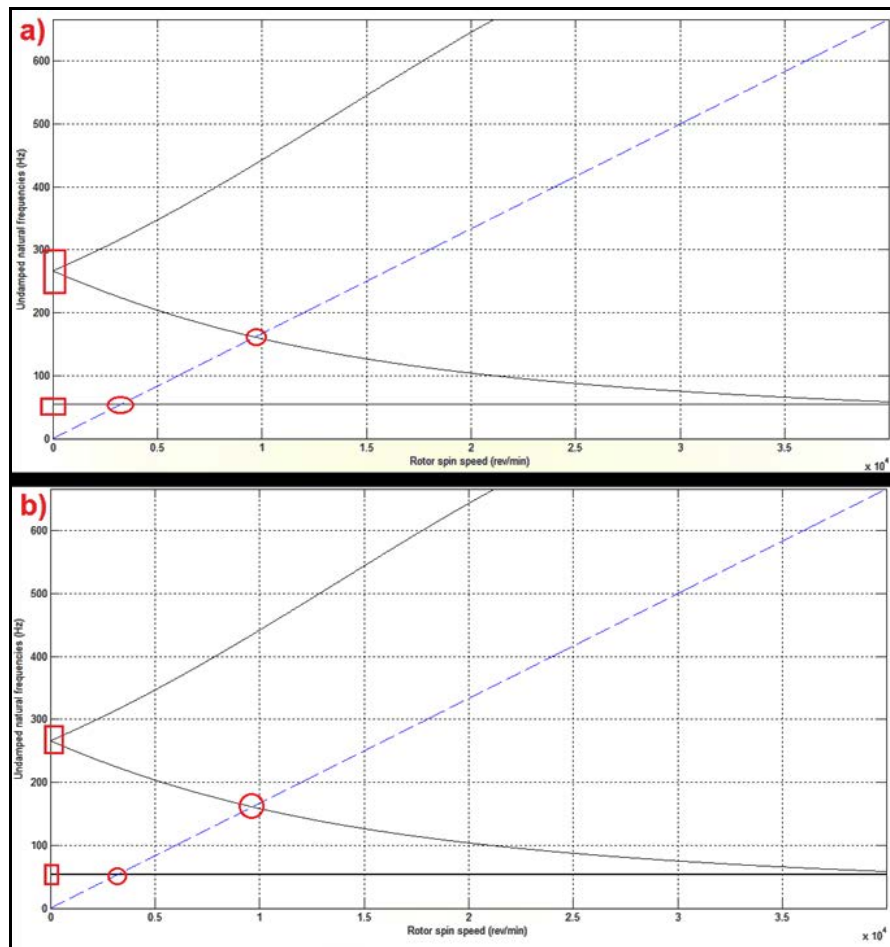
Figura 22: Modelo do rotor feito em elementos finitos



Fonte: Autoria própria.

A partir da modelagem feita por elementos finitos, foram obtidas as respostas do rotor com as mesmas características do rotor real. A Figura 23 apresenta os diagramas de Campbell para o rotor, considerando o efeito de isotropia (a) e anisotropia (b).

Figura 23: Diagrama de Campbell para o rotor: a) Mancais isotrópicos; b) Mancais anisotrópicos



Fonte: Autoria própria.

Na Figura 23 é difícil de notar alguma diferença entre os diagramas de Campbell considerando isotropia ou anisotropia, não é percebido o deslocamento das frequências naturais quando a rotação de giro do rotor é nula, e também o formato do gráfico é semelhante. No entanto, ao analisar a linha tracejada de excitação 1X, pode-se perceber uma pequena mudança nos pontos de intersecção que indicam as velocidades críticas. A

Tabela 4: indica as velocidades críticas obtidas nas diferentes condições:

Tabela 4: Frequências obtidas do diagrama de Campbell

	Mancais isotrópicos	Mancais anisotrópicos
1ª BW	3242 rpm	3234 rpm
1ª FW	3243 rpm	3242 rpm
2ª BW	9669 rpm	9656 rpm

Fonte: Autoria própria.

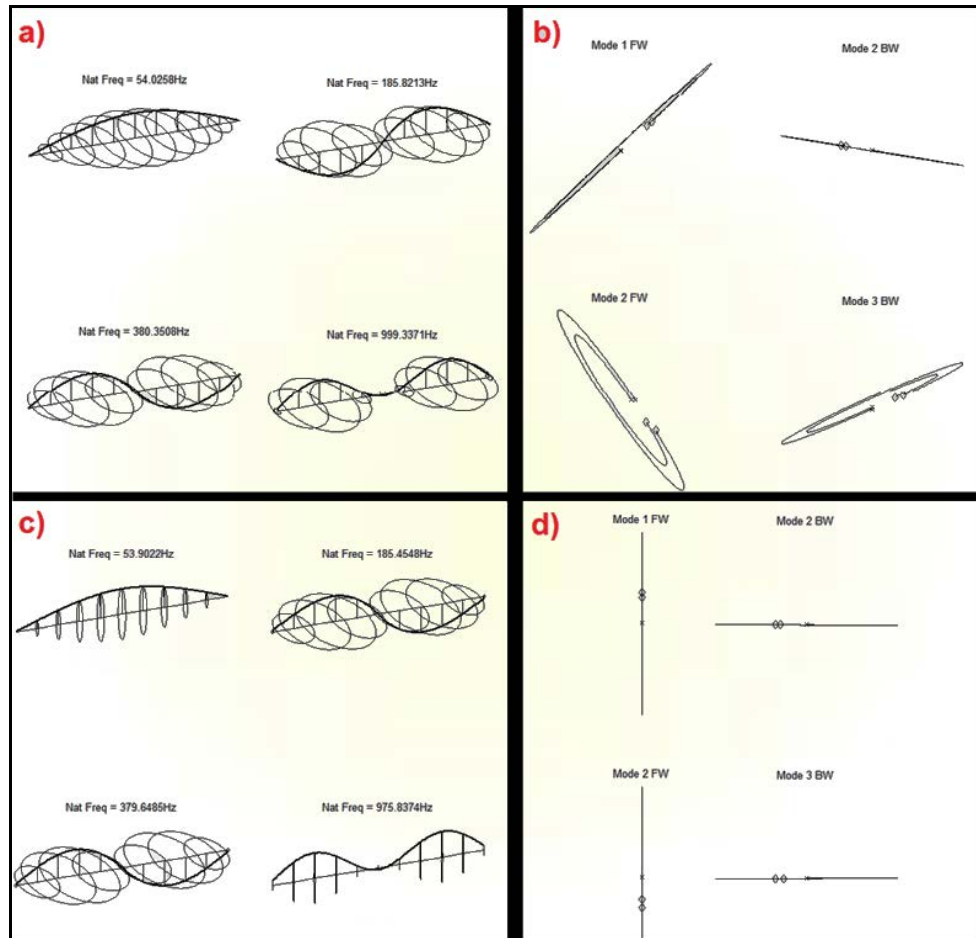
Para a condição de mancais isotrópicos, praticamente a 1ª BW e 1ª FW estão na mesma linha, pois não são afetadas o suficiente pelo efeito giroscópio devido o disco estar na posição central em relação ao comprimento do eixo. Ao se observar a coluna com os mancais anisotrópicos, pode-se perceber que a 1ª BW é menor (apesar da insignificante diferença) do que a 1ª FW.

A 2ª BW da condição anisotrópica em comparação com a isotrópica, mostra um valor menor devido a anisotropia em combinação com o efeito giroscópio gerarem uma diferença maior.

Na Figura 24 são ilustradas as diferenças das formas modais e órbitas (nos nós 4 e 5) para o rotor operando a uma rotação de 6800 rpm. Essa é a maior rotação real da máquina, medida através de um tacômetro digital de contato. A variação entre a maior rotação nominal de 7200 rpm e a real de 6800 rpm é devida à perdas relacionadas aos efeitos de escorregamento das correias sobre as polias.

É possível perceber, além das frequências naturais serem diferentes, os modos e órbitas apresentados são também diferentes, devido a diferença da rigidez no sentido horizontal e vertical do mancal.

Figura 24: Modos de vibração e órbitas do eixo na rotação de 6800 rpm: a) e b) Mancais isotrópicos; c) e d) Mancais anisotrópicos



Fonte: Autoria própria.

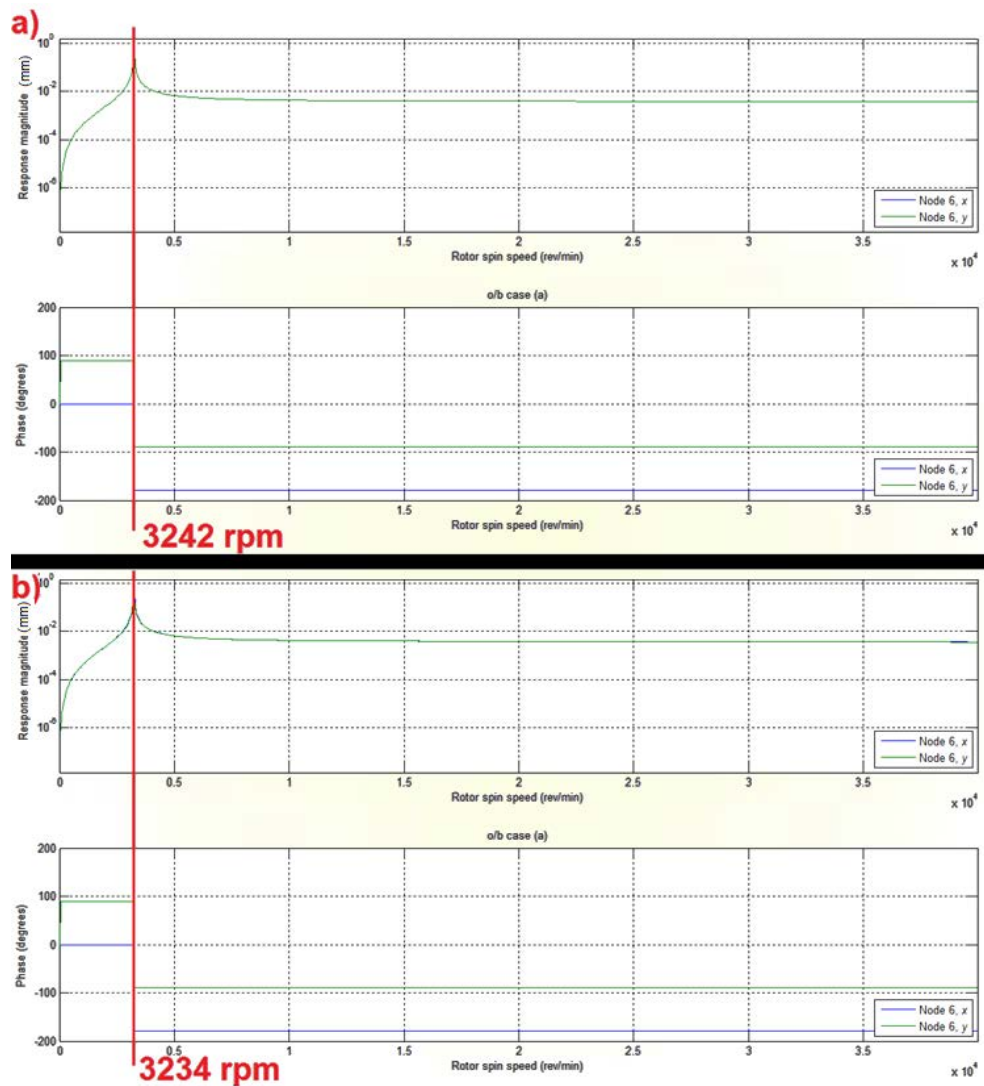
Essa análise é interessante para se conhecer a existência de modos mistos, ou seja, em uma parte do rotor a precessão é direta e em outra parte é indireta, por isso a apresentação das órbitas em dois nós diferentes. Nesse caso, devido à simetria e simplicidade do problema, não há a existência desse tipo de fenômeno.

A Figura 25 apresenta os gráficos de resposta harmônica para o rotor, sendo excitado pelo desbalanceamento no valor de excentricidade 20 g.mm no disco, localizado no nó 6.

Na Figura 25 são também apresentados gráficos para as diferentes condições dos mancais. No caso (a), é possível perceber que no nó 6, tanto na direção x quanto em y , as respostas são da mesma amplitude e se sobrepõem no restante do gráfico. Vale ressaltar que esse gráfico confirma de novo que para mancais isotrópicos não é possível a manifestação de modos de precessão inversa. No caso (b), há uma pequena diferença da frequência onde há a mudança de fase e maior resposta do sistema, além disso, ao se observar as direções x e y , não

há coincidência nos valores de resposta entre elas, indicando assim o efeito de anisotropia nos sentidos x (azul) e y (verde). No caso (b) pode-se perceber também que a 2ª BW não é de fato uma velocidade crítica, e sim apenas uma frequência natural do sistema.

Figura 25: Resposta harmônica do rotor com desbalanceamento de 20 g.mm: a) Mancais isotrópicos; b) Mancais anisotrópicos



Fonte: Autoria própria.

4.4 RESULTADO MODELAGEM EXPERIMENTAL

A realização de experimentos na bancada foi dividida em duas condições de estado do rotor: uma com o rotor estático e outra com o rotor em movimento. A medição, independentemente do estado que fosse, foi feita com a bancada instalada em uma única

configuração, que é com o eixo centrado e distância entre mancais com o valor de 500 mm, assim como já foi mostrado na Figura 20:.

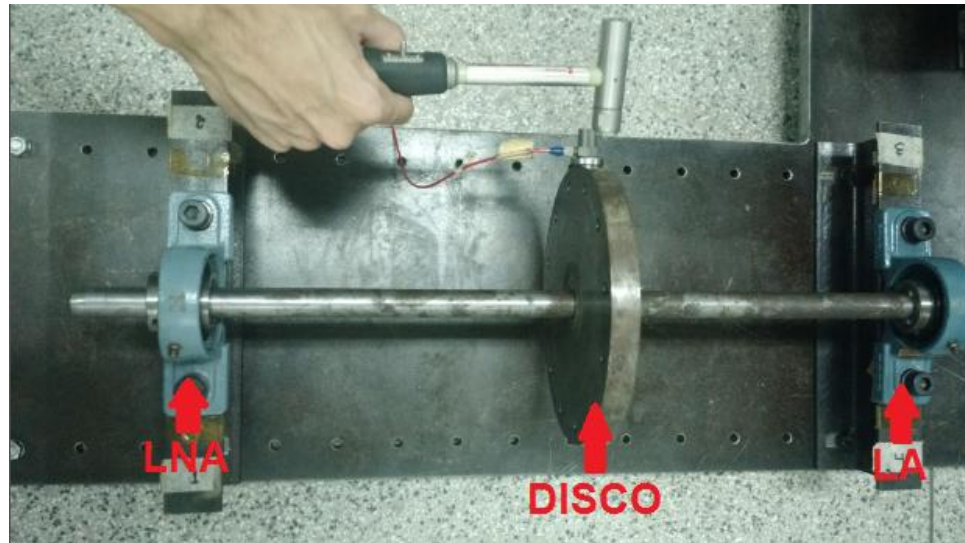
O processamento e a apresentação dos sinais foi feita através do software LabVIEW, utilizando um programa anterior feito por Medeiros *et al.* (2013). Este programa realiza a aquisição dos sinais por meio de placas A/D da National Instruments NI USB-6008 para os dados do proxímetro e NI 9234 para os dados do acelerômetro e martelo modal. Após a aquisição, os sinais são processados para a apresentação na forma de domínio do tempo e frequência, a transformação para o domínio da frequência é feita através de transformada FFT do sinal.

Serão apresentados adiante alguns dos resultados obtidos, em algumas posições e sentidos, os demais ensaios nas outras direções e pontos, estão incluídos em um apêndice no final desse trabalho.

Os equipamentos utilizados (Figura 26) para análise estática foram: martelo modal da marca ENDEVCO modelo 28981; acelerômetro de carga marca B&K tipo 4371 com sensibilidade de 9,77 pC/g; e condicionador de sinais marca ENDEVCO para o acelerômetro.

A análise estática consistiu do posicionamento do acelerômetro no disco e excitação com martelo modal feita no mesmo elemento. Foram realizadas medições no sentido vertical, horizontal e axial do disco, além de medições no sentido horizontal dos mancais do lado mais próximo das polias e do lado mais distante. Para que não houvesse dúvidas de qual mancal estava sendo observado, as posições nos mancais foram definidas como mancal lado acoplado (LA), quando fosse o mancal mais próximo do sistema de acionamento, e lado não-acoplado (LNA) quando fosse o mais distante (Figura 26). O posicionamento do acelerômetro e sentido do impacto do martelo modal foram os mesmos, conforme mudavam as posições.

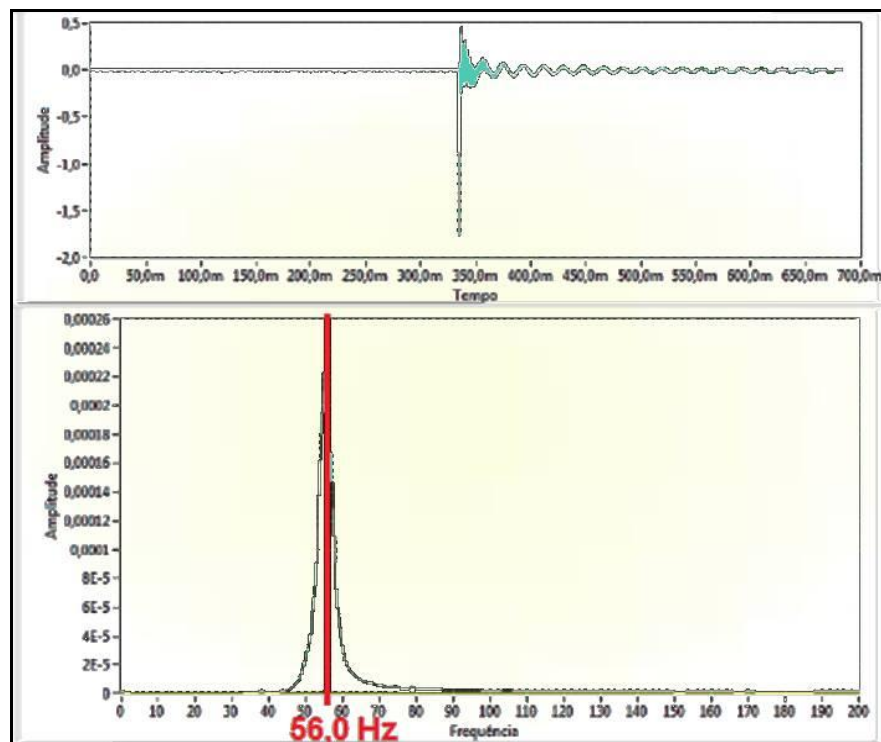
Figura 26: Instrumentação aplicada para ensaio estático na bancada



Fonte: Autoria própria.

A seguir na Figura 27: está apresentado o resultado da medição do ensaio estático feito no disco no sentido vertical. Nele é notado a presença da frequência dominante no valor de 56,0 Hz.

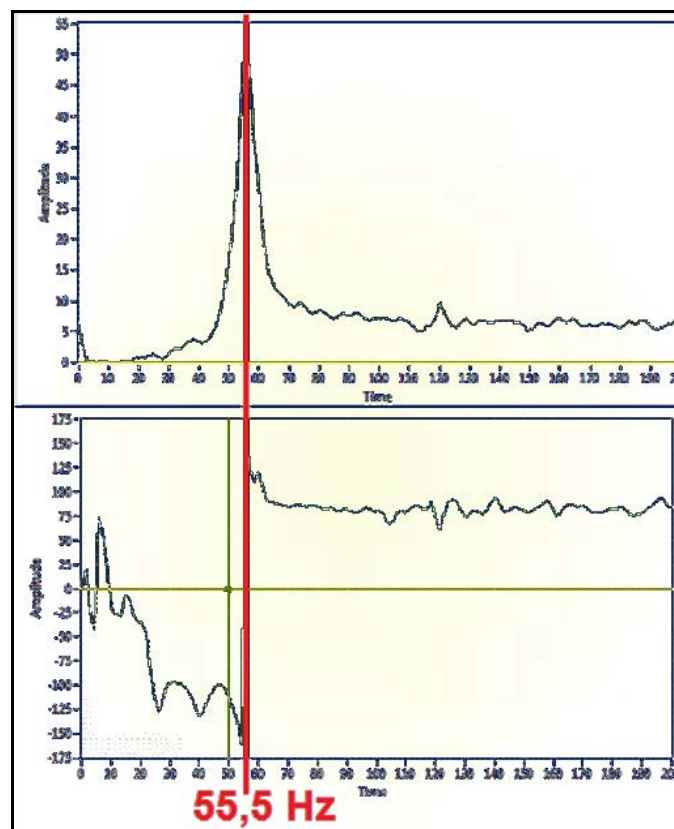
Figura 27: Resultado do ensaio estático na bancada



Fonte: Autoria própria.

Além da realização da excitação do martelo modal e ver a resposta do sistema no domínio da frequência após o FFT, também foram analisadas algumas FRF sobre a excitação e resposta do sistema. A Figura 28 indica a FRF da análise modal realizada no disco na direção vertical, pode-se perceber a presença de um pico e juntamente a mudança de fase de -180° para 180° no valor de 55,5 Hz, essa mudança indica que essa frequência pode ser uma velocidade crítica do sistema.

Figura 28: Resultado da FRF para o ensaio estático na bancada



Fonte: Autoria própria.

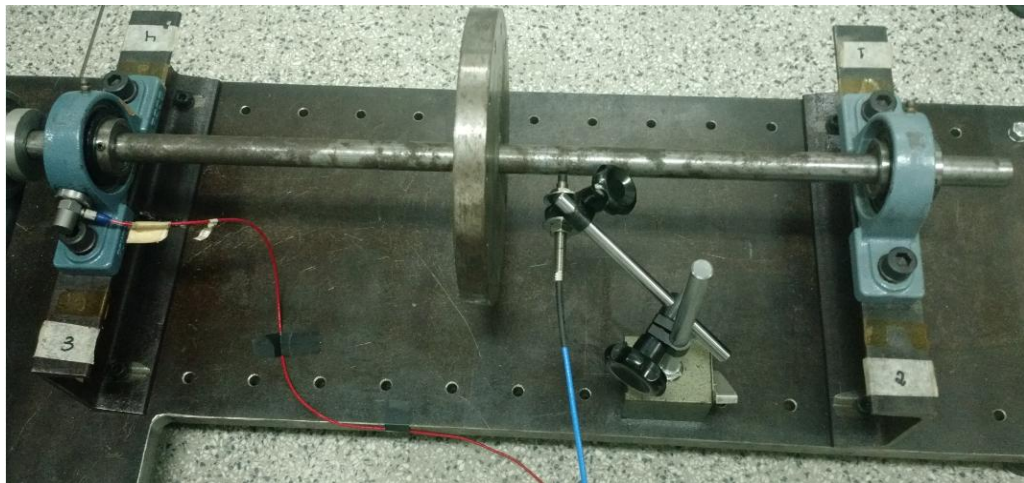
Os equipamentos utilizados para análise dinâmica foram: acelerômetro de carga marca B&K tipo 4371 com sensibilidade de 9,77 pC/g; condicionador de sinais marca ENDEVCO para o acelerômetro; um sensor proximetro com condicionador de sinais marca Provibtech TM0105 com 2mm de faixa sensora; e sensor indutivo da marca Sense PS 2-8GI50-E2, que através de um parafuso sobressalente na polia do eixo, realiza a medição de rotação do rotor.

A análise dinâmica foi dividida em dois procedimentos, um que consiste da partida do rotor estático até sua rotação máxima de operação, e outro que consiste do desligamento da

máquina até parada total sobre os efeitos da inércia do sistema, esses procedimentos são conhecidos respectivamente por *run-up* e *coast-down*.

No ensaio dinâmico, foram utilizados dados obtidos através de dois sensores que trabalham com princípios diferentes, o acelerômetro foi instalado no mancal na posição LA no sentido horizontal, enquanto que o proximímetro foi instalado na direção do eixo próximo ao disco, conforme Figura 29:.

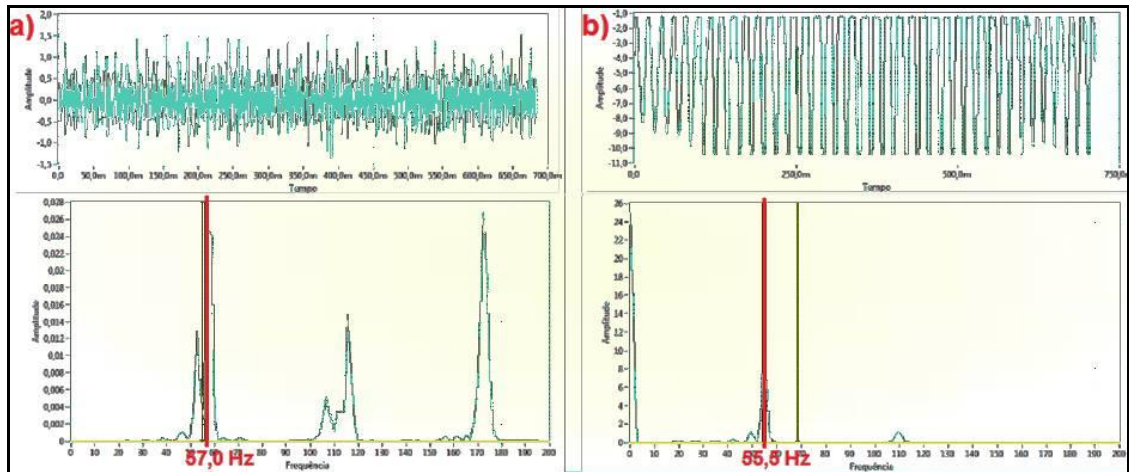
Figura 29: Instrumentação aplicada para ensaio dinâmico na bancada



Fonte: Autoria própria.

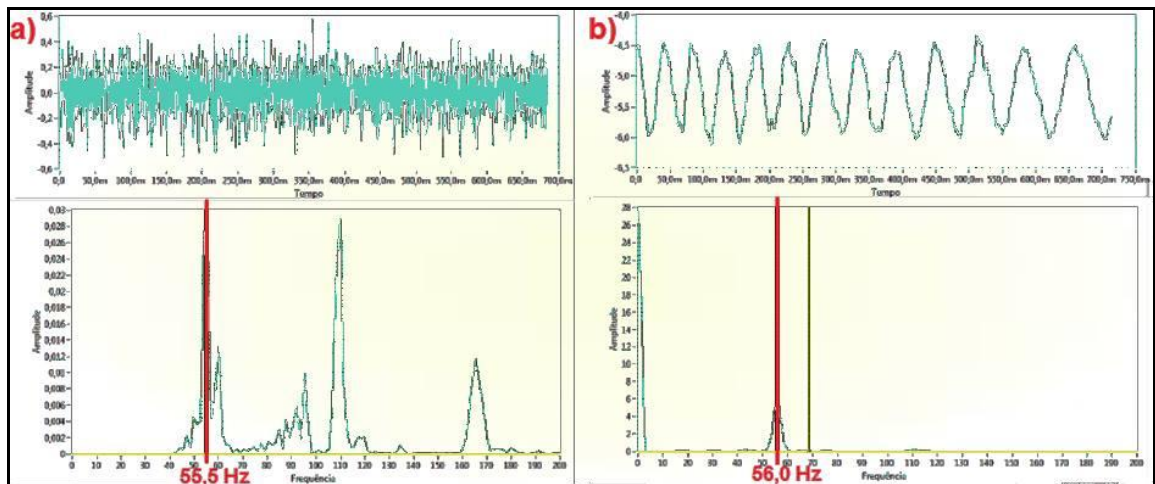
As Figura 30e Figura 31 ilustram os resultados para *run-up* e *coast-down* para os dois transdutores respectivamente, pode-se perceber uma coerência no primeiro valor dominante no sinal do acelerômetro com o único valor predominante obtido pelo proximímetro. Isso acontece, pois o sinal nos mancais estão mais sujeitos a terem mais ruídos, além do assentamento do sensor sobre o mancal não ser muito eficiente, visto que o acelerômetro foi posicionado com a utilização de base com imã. O proximímetro apresenta um sinal mais limpo e livre de ruídos, uma maneira de diminuir ainda mais outros ruídos, é sugerido por Bently e Hatch (2002) com a utilização de técnicas de compensação de *slow-roll* ou subtração vetorial, mas esse trabalho não irá abranger isso.

Figura 30: Resultado do ensaio dinâmico *run-up* da bancada: a) acelerômetro; b) proximetro



Fonte: Autoria própria.

Figura 31: Resultado do ensaio dinâmico *coast-down* da bancada: a) acelerômetro; b) proximetro



Fonte: Autoria própria.

Os dados de destaque indicam um valor em comum, para o *run-up* (Figura 30): 57,0 Hz para o sinal do acelerômetro e 55,5 Hz para o proximetro. Para o *coast-down* (Figura 31): 55,5 Hz para o sinal do acelerômetro e 56,0 Hz para o proximetro.

Demais resultados obtidos em outras posições estão apresentados no Apêndice A, no fim deste trabalho.

4.5 COMPARATIVO ENTRE MODELAGENS

Após a conclusão dos modelos e realização de todos os ensaios experimentais, as diferentes frequências naturais obtidas estão apresentadas na Tabela 5 a seguir, todos os resultados tiveram as unidades convertidas para Hz.

Tabela 5 - Comparativo resultado das modelagens

Analítica		Numérica		Experimental			
Modos	M.R+R.F/ M.F+R.F		Isotrópico	Anisotrópico		Impacto	FRF
1º	57,25 / 57,11	1º BW	54,03	53,90	Estático	56,0	55,5
2º	93,70 / 93,48	1º FW	54,05	54,03	Dinâmico	Run-up	Coast-down
		2º BW	161,15	160,93	Acelerômetro	57,0	55,5
Legenda: M.R + R.F = Mancal rígido e Rotor flexível					Proxímetro	55,5	56,0
M.F + R.F = Mancal flexível e Rotor flexível							

Fonte: Autoria própria.

Analisando as primeiras frequências naturais para a modelagem analítica, é percebido muito pouca diferença entre os valores calculados, pois, devido a elevada rigidez do mancal, o rotor pode ser considerado tanto pela consideração de mancal rígido ou mancal flexível com rigidez muito alta.

Ao analisar a modelagem numérica, no primeiro modo, ao se considerar a presença da anisotropia no mancal o valor calculado é muito semelhante ao isotrópico, com uma diferença pequena de 0,24% para o modo BW e 0,04% para o modo FW.

E por fim ao analisar os resultados experimentais, entre as frequências obtidas através do método estático e dinâmico, pode-se perceber que os sinais oriundos do sensor proximetro ilustram uma melhor visão do comportamento dinâmico da máquina, e portanto ao levar em comparação o resultado dinâmico com o estático há uma diferença máxima de 0,89% entre os valores de impacto e FRF, e *run-up* e *coast-down*.

5 CONCLUSÃO

O uso da bancada de ensaios para a validação de modelos analíticos e numéricos é uma ferramenta muito importante para a análise e projeto de um rotor. A presença de modelos em escala permite observar de forma segura e eficaz o comportamento dinâmico que a máquina terá em sua condição de operação. A bancada executada permite a validação de diversos modelos, além de ser uma ferramenta didática importante para consolidação de conceitos sobre o tópico da dinâmica de rotores. O projeto da bancada com os elementos descritos, demonstra que sua aplicação é bem ampla devido à grande variedade de dispositivos, tais como o uso de eixos de materiais diferentes, projeto e aplicação de mancais diversos e alternativas de fixação ou estabelecimento de condições iniciais.

Para a situação estudada, um rotor com disco centrado, foi possível obter as conclusões de que:

- A partir dos valores de rigidez calculados para o mancal de rolamento, e observando a sua ordem de grandeza, conclui-se que a bancada possui a configuração de um modelo de rotor flexível apoiado sobre mancais rígidos.
- Também após o cálculo dos valores de rigidez e obtendo valores diferentes em direções diferentes, o mancal pode ser pensado como anisotrópico, no entanto, essa hipótese também pode ser descartada, pois também em função da ordem de grandeza dos valores de rigidez, a consideração de isotropia pode ser válida.
- Os sinais oriundos do sensor proximetro são mais claros e isentos de ruídos do que os sinais dos acelerômetros. Isso se deve pelo ponto de aquisição, e pelo princípio de medição de vibração ser diferente entre os sensores.

Com a execução de avaliação experimental juntamente da modelagem analítica e numérica do rotor, para a análise e validação das suas velocidades críticas esperadas, é possível ver a confiabilidade de que a bancada de teste possui e pode ser considerado um equipamento adequado para a execução de experimentos e objeto de estudo ideal para o campo da dinâmica de rotores.

REFERÊNCIAS

- AL YAHYAI, M; MBA, D. *Rotor dynamic response of a centrifugal compressor due to liquid carry over: A case study*. Engineering Failure Analysis, v. 45, pp 436-448, 2014.
- BEER, F. P. et al. *Mecânica dos materiais*. 7ª Ed., Porto Alegre: Editora AMGH, 2015.
- BENTLY, D. E.; HATCH, C. T. *Fundamentals of Rotating Machinery Diagnostics*. 1st ed. Canada: Bently Pressurized Bearing Company, 2002.
- CALDIRON, L. *Estimação de rigidezes de mancais de rotores por análise de sensibilidade*. Dissertação de mestrado - UNESP, Ilha Solteira/SP. 100p. 2004.
- DUMITRU, N. et al. *Study of Rotor-Bearing Systems Using Campbell Diagram*. Proceedings of the 1st International Conference on Manufacturing Engineering, Quality and Production Systems, v. 2, pp. 393-396, 2009.
- FRISWELL, M. I. et al. *Dynamics of Rotating Machines*. 1st ed. New York: Cambridge University Press, 2010.
- GENTA, G. *Vibration of structures and machines*. 3rd Ed., New York: Springer – Verlag, 1998.
- GUSTAVSSON, R. *Rotor Dynamical Modelling and Analysis of Hydropower Units*. Ph.D. thesis, Luleå University of Technology, Luleå, 2008.
- HIBBELER, R. C. *Resistência dos Materiais*. 7ª Ed., São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.
- ISO 1925. *Balancing Vocabulary*. International Organization for Standardization, 2001.
- ISO 7919-1. *Mechanical vibration of non-reciprocating machines - Measurements on rotating shafts and evaluation criteria - Part 1: General guidelines*. International Organization for Standardization, 1996.
- JARDINE, A. K. S., LIN, D., BANJEVIC, D. *A review on machinery diagnostics and prognostics implementing condition-based maintenance*. Mechanical Systems and Signal Processing, v. 20 (7), pp. 1483-1510, 2006.
- KARDEC, A., NASCIF, J. *Manutenção: Função Estratégica*. Rio de Janeiro: Qualitymark, 1999.
- LEE, S. U. et al. *Backward whirl investigations in isotropic and anisotropic systems with gyroscopic effects*. Proceedings of the International Modal Analysis Conference, v. 2, pp 1692-1698, 1999.
- LEI, Y., LIN, J., HE, Z., ZUO, M. J. *A review on empirical mode decomposition in fault diagnosis of rotating machinery*. Mechanical Systems and Signal Processing, v. 35, pp. 108-126, 2013.

MAZER, T. T. *Cálculo em elementos finitos das frequências naturais dos modos de flexão de uma linha de eixo de unidade geradora hidráulica em escala*. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá-UNESP, Guaratinguetá, 2016.

MEDEIROS, E. C.; MATHIAS, M. H.; GONÇALVES, V. D. *Sistema de Monitoramento Remoto de Vibrações Aplicado à uma Bancada de Ensaio*. XX Congresso de Iniciação Científica da UFSCar. 2013

MUSZYNSKA, A. *Rotordynamics*. Taylor & Francis Group, LLC. 2005.

NASSELQVIST, M. *Simulation and Characterization of Rotordynamic Properties for Hydropower Units*. Licentiate thesis, Luleå University of Technology, Luleå, 2009.

RAO, S. *Mechanical Vibrations*. 3rd. ed., Addison-Wesley, 1995.

SHAEFFLER. *Catálogo de Rolamentos on-line*. Acessado em 11/07/2016 às 20:33.

SHAKYA, P., DARPE, A. K., KULKAMI, M. S. *Bearing Diagnosis Using Proximity Probe and Accelerometer*. Measurement, v. 80, pp. 190-200, 2016.

SPECTRAQUEST INC. *Dynamic Behaviors of Rotor with Fluid Film Journal and Rolling Element Bearing*. 2005.

SRIKRISHNANIVAS, D. *Rotor Dynamic Analysis of RM12 Jet Engine Rotor using ANSYS*. Master's degree thesis, Blekinge Institute of Technology, Karlskrona, 2012.

SUDHAKAR, G. N. D. S.; SEKHAR, A. S. *Identification of unbalance in rotor bearing system*. Journal of Sound and Vibration, v. 330, n. 10, pp. 2299-2313, 2011.

THIERY, F. *Evaluation of 3D Rotordynamics Capabilities within NX Nastran*. Master's degree thesis, Luleå University of Technology, Luleå, 2010.

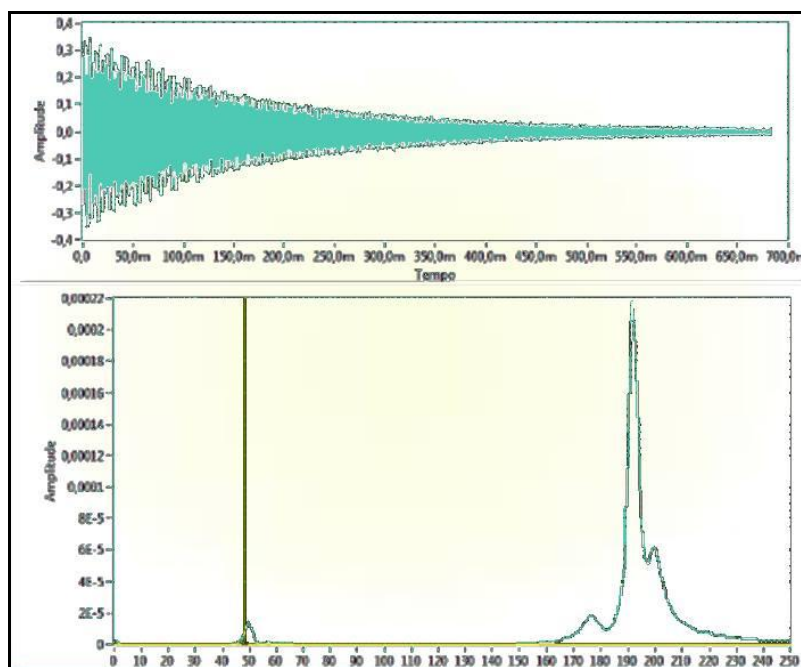
VANCE, J. M.; MURPHY, B. T.; TRIPP, H. A. *Critical Speeds of Turbomachinery Computer Predictions vs. Experimental Measurements*. Proceedings of the thirteenth turbomachinery symposium, pp. 105-130, 1967.

VANCE, J. M.; ZEIDAN, F.; MURPHY, B. *Machinery Vibration and Rotordynamics*. John Wiley&Sons, 2010.

APÊNDICE A

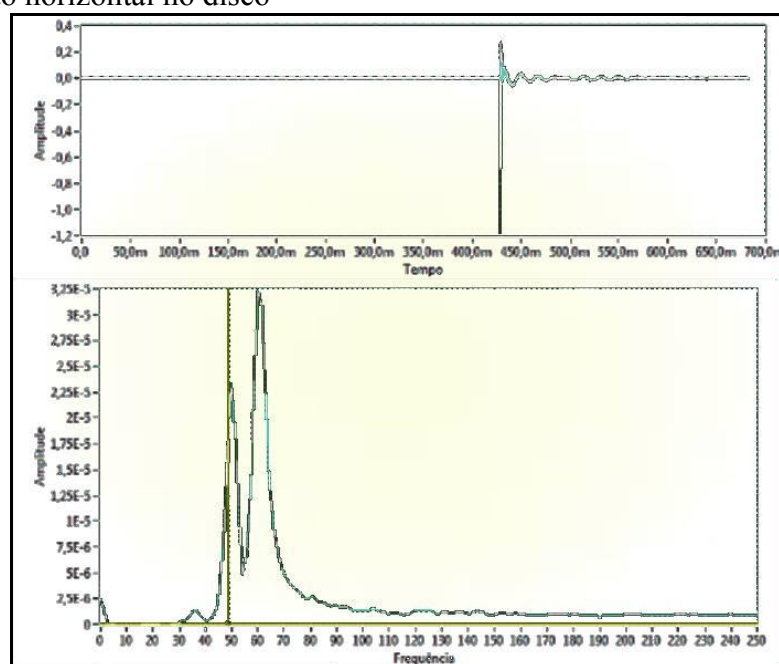
Resultados experimentais dos demais pontos na condição estática:

Figura 1: Posição axial no disco



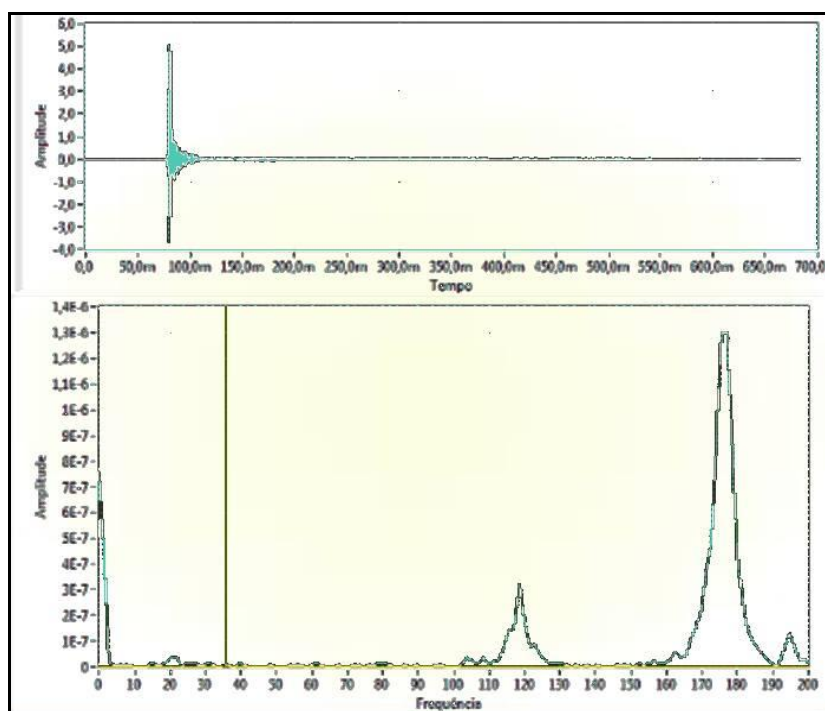
Fonte: Autoria própria.

Figura 2: Posição horizontal no disco



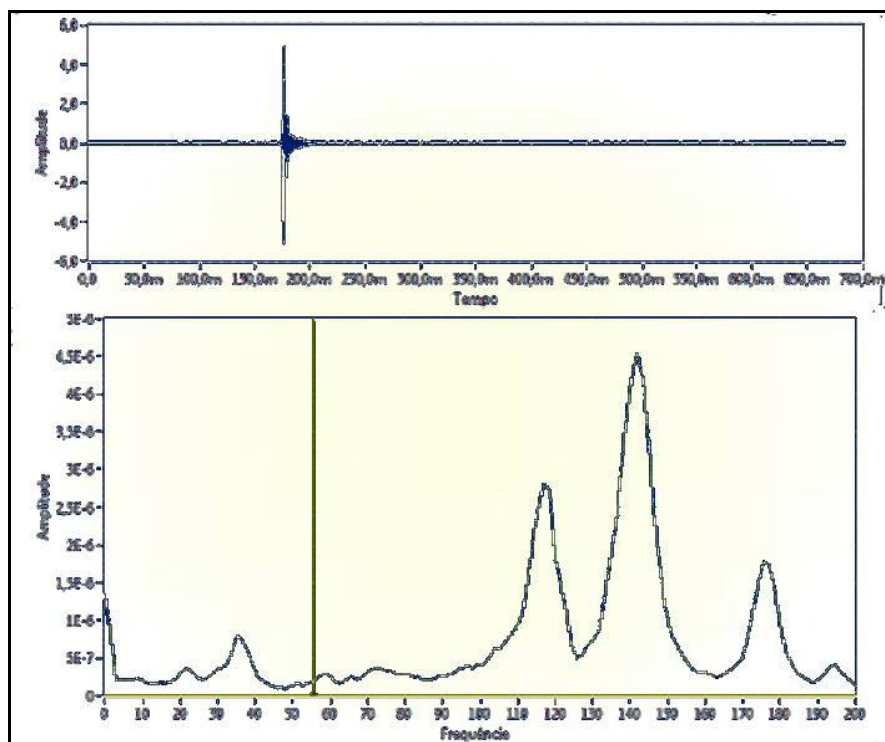
Fonte: Autoria própria.

Figura 3: Posição horizontal no mancal LA



Fonte: Autoria própria.

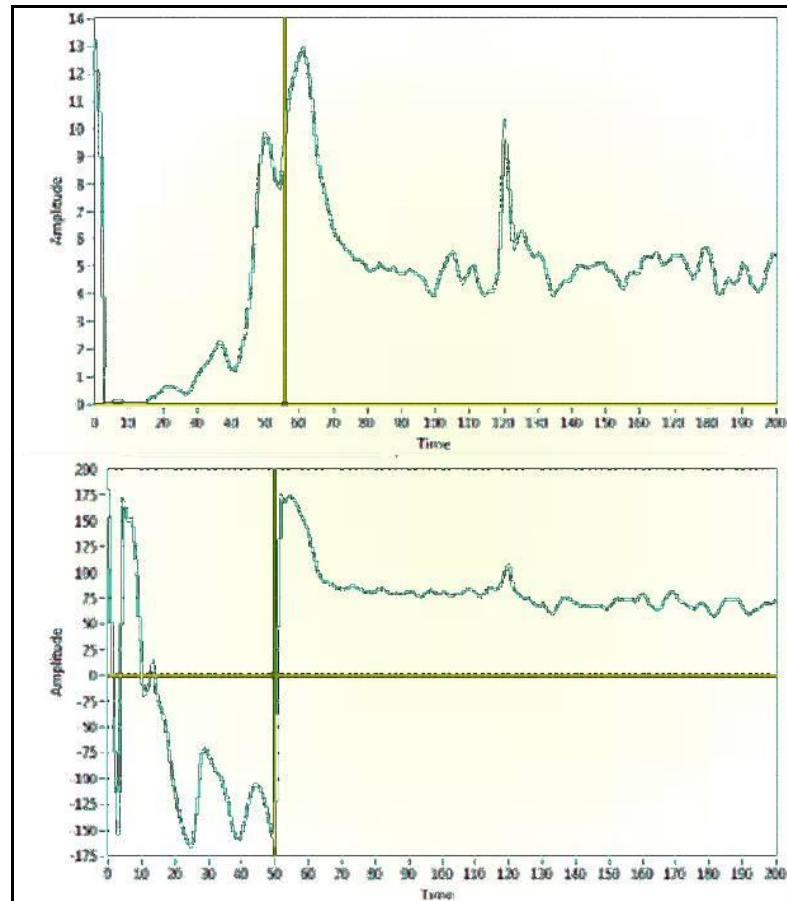
Figura 4: Posição horizontal no mancal LNA



Fonte: Autoria própria.

Resultado experimental do gráfico de Bode da FRF no ensaio estático:

Figura 5: Posição horizontal no disco



Fonte: Autoria própria.

APÊNDICE B

Descrição da rotina utilizada para cálculo da modelagem em elementos finitos da bancada de estudo.

A rotina de cálculo feita em programa MATLAB é dividida em duas partes: um programa principal e um programa secundário.

O programa principal executa todas as funções, tais como: a discretização do modelo em um número de elementos desejados, nós, posicionamento dos elementos e a inserção das propriedades do sistema. Além disso, executa as etapas de processamentos incluindo: a geração do diagrama de Campbell, os modos de vibração à uma dada frequência de giro de operação, as órbitas nessa mesma frequência, e a resposta harmônica a um desbalanceamento ou a outra força externa.

A programa principal é descrito pelo script em MATLAB a seguir:

```
clear
close all

%Dados máquina e operação
E = 2e11;
nu = 0.27;
rho = 7800;
G=E/(2*(1+nu));
rpm = 3200;
ds = 0.020; % diâmetro do eixo
dd = 0.200; % diâmetro do disco
dh = 0.019; % espessura do disco
L = 0.4;    % comprimento do eixo entre mancais

%Modelagem EF Rotor
p1 = 1:11;
p2 = 0:L/10:L;
example.node = [p1' p2'];

p3 = 1:10;
p4 = 2:11;
p5 = 2*ones(1,10);
p6 = ones(1,10);
example.shaft = [p5.' p3.' p4.' p6.*[ds 0 rho E 0]];

example.bearing = [1 1 3.19e7 6.38e7 0 0;
                  1 11 3.19e7 6.38e7 0 0];

example.disc = [1 6 rho dh dd ds];
```

```

figure(1), picrotor(example)

%Calculo dos autovalores na rotação de opera o
[eigenvalues,eigenvectors] = chr_root(example,rpm*2*pi/60);
Roots0 = eigenvalues(1:2:9);

%Modos de vibra o
figure(2)
subplot(2,2,1),
plotmode(example,eigenvectors(:,1),eigenvalues(1))
subplot(2,2,2),
plotmode(example,eigenvectors(:,6),eigenvalues(6))
subplot(2,2,3),
plotmode(example,eigenvectors(:,7),eigenvalues(7))
subplot(2,2,4),
plotmode(example,eigenvectors(:,9),eigenvalues(9))

%Velocidade críticas
[crit_speed, mode_crit] = crit_spd(example,1,1,4);
crit_speed_rpm = crit_speed*60/2/pi;
fprintf('First four critical speeds %6.0f %6.0f %6.0f %6.0f
rev/min\n', crit_speed_rpm)
disp('  ')

%Diagrama de campbell
speed_vector = 0:5:40000*2*pi/60;
[eigenvalues,eigenvectors] = chr_root(example,speed_vector);
figure(3); plotcamp(speed_vector,eigenvalues,1,0);

%Gera o  rbitas
figure(4);
outputnode = [2 5];
subplot(2,2,1);
plotorbit(eigenvectors(:,1),outputnode,'Mode 1
FW',eigenvalues(1));
subplot(2,2,2);
plotorbit(eigenvectors(:,3),outputnode,'Mode 2
BW',eigenvalues(3));
subplot(2,2,3);
plotorbit(eigenvectors(:,5),outputnode,'Mode 2
FW',eigenvalues(5));
subplot(2,2,4);
plotorbit(eigenvectors(:,7),outputnode,'Mode 3
BW',eigenvalues(7));

% Desbalanceamento
example.force = [1 4 20e-3 0];
response = freq_rsp(example, speed_vector);
figure(5); plotresp(speed_vector, response, [4.1 4.2])
title('o/b case (a)')

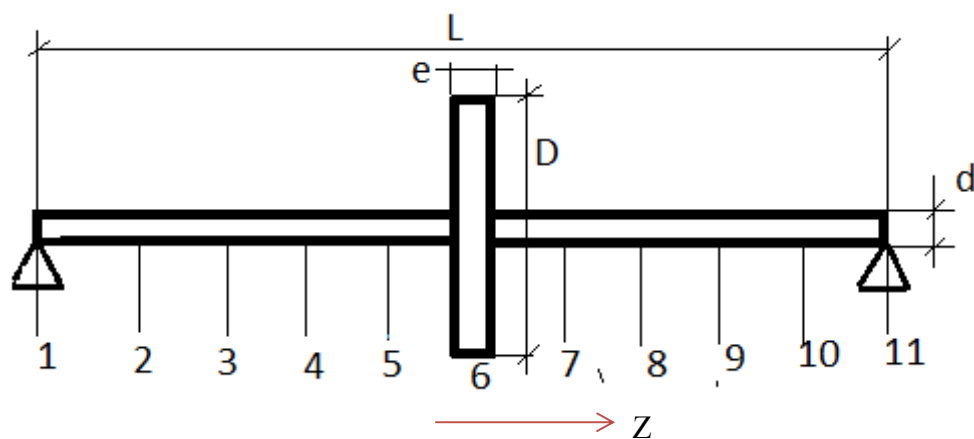
```

O programa secundário executa as sub-funções de processamento presentes no programa principal. Essas sub-funções estão parametrizadas e definidas em um Software chamado de "*Rotor Software*", criado em ambiente MATLAB e disponibilizado por Friswell *et al.* (2010).

Um breve tutorial de como utilizar o programa principal e alterar as suas propriedades é apresentado a seguir:

Roteiro para seleção dos elementos para o modelo em elementos finitos

Figura 1: Esquema do modelo a ser gerado



Fonte: Autoria própria.

Descrição dos elementos:

1) Geração dos nós

Modelo.nós = [nó 1, Z_1;nó 2, Z_2.....]

2) Geração elemento eixo

Modelo.eixo = [eixo tipo, iniciar nó, finalizar nó, diâmetro externo, diâmetro interno, rho, E, G, fator de Amortecimento, força axial, torque;...]

Tipos de eixos

Tipo 1 - Euler - Berman (E.G.)

Tipo 2 - Timoshenko (E + IR + E.G.)

Tipo 5 - Rayleigh (IR + E.G.)

Tabela 1: Relação entre tipos de eixo e os efeitos incluídos

Simétrico Tipo de Eixo	Efeitos Incluídos		
	Cortante	Inércia de Rotação	Giroscópio
1			X
2	X	X	X
3	X	X	
4	X		X
5		X	X
6	X		
7		X	
8			

Fonte: Autoria própria.

3) Geração de elemento disco

[disco tipo, nó, Rho, Espessura, $\emptyset_{ext}$, $\emptyset_{int}$]

Tipo de Disco

Tipo 1 - Considera Rho, geometria, E.G.

Tipo 2 - Considera Massa, Id, Ip, E.G.

Tipo 3 - Considera Rho, geometria, não considera E.G.

Tipo 4 - Considera Massa, Id, Ip, não considera E.G.

4) Geração de elemento mancal

Tipo 1: Curto rígido, apoiado, Rotor curto = $(I_p/I_d) > 1$

Modelo do mancal = [1 nó,]

Tipo 2 : Longo Rígido engastado (Rigidez e Amortecimento constante)

Modelo do mancal = [2 nó,.....]

Tipo 3: Translacional e não rotacional

Modelo do mancal = [3 Nó kxx kyy Cxx Cyy,....]

Tipo 4: Translacional com rotação

Modelo do mancal = [4 Nó kxx kyy $k_{\theta\theta}$ $k_{\psi\psi}$,.....]

Tipo 5: Translacional cruzado

Modelo do mancal = [5 Nó kxx kxy kyx kyy ;....]

Tipo 7: Hidrodinâmica

Modelo do mancal = [7 Nó F D L c eta;.....]

Onde: F = carga estática no mancal (N)

D = diâmetro do mancal.

L = largura do mancal

c = folga radial do mancal

eta = viscosidade do óleo (Ns/m²)

5) Geração da força de excitação

Tipo 1 e 2: Desbalanceamento e Desbalanceamento acoplado

Modelo.força = [1 ou 2 nó Mag. Desb. Fase Desb.,....]

Tipo 3: Eixo empenado

Modelo.força = [3,.....]

Tipo 4: Excitação na fundação (Frequência)

Modelo.força = [4 Amp_x_1 Amp_y_1 Amp_y_1 Amp_y_2,....]

Tipo 5: Excitação na fundação (Pulso)

Modelo.força = [5 Amp_x_1 Amp_y_1 duração do pulso]

Tipo 7: Excitação por mancal auxiliar

Modelo.força = [7 nó força em X força em Y,....]