Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho"
Faculdade de Engenharia – Campus de Ilha Solteira
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Estimação dos Parâmetros de Linha de Transmissão a Partir de um Segmento de Linha Discretizado

Mariza Akiko Utida

Orientador: Profº Dr. Sérgio Kurokawa

Dissertação submetida à Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira – UNESP - como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Ilha Solteira – SP, abril de 2007.

A **Deus** e a **minha família** sem os quais
não seria possível chegar até aqui.

Agradecimentos

Em primeiro lugar a Deus por ter me abençoado com os dons necessários para buscar e lutar por aquilo em que acredito e, juntamente, com Nossa Senhora da Aparecida por terem me iluminado nos momentos de dificuldade que encontrei e por terem me dado força para superá-los.

A meus pais Mituo Utida e Akie Utida e a meus irmãos Keilla e Rubens pelo apoio, ajuda e incentivo que sempre me deram.

Ao meu namorado Pedro Brandini pela compreensão, força, companhia e incentivo que me deu durante todo o mestrado, principalmente durante os períodos difíceis em que passei.

Ao professor orientador Sérgio Kurokawa a quem sou muito grata por toda ajuda, apoio e confiança que me proporcionou durante o período em que estive realizando o mestrado aqui em Ilha Solteira.

Aos professores Afonso José do Prado, Dalgerti Lelis Milanese pelas sugestões e disposição para participar da banca.

A todos os docentes, funcionários e estagiários do Departamento de Engenharia Elétrica, em especial ao Deoclécio Mitsuiti Kosaka e a Maria Cristina de Sales.

Aos meus colegas e amigos de trabalho da pós-graduação (Fabi, Dri, Oda, Lú, Mara, Elizete, Edilton, Luis, Rodrigo, Canossa, Tad, Tiago) e de republica (Jussara, Márcia, Edlene, Paty e Yasmin) pelo apoio, descontração e amizade.

"Tentar e falhar é, pelo menos, aprender.
Não chegar a tentar é sofrer a inestimável
perda do que poderia ter sido".

Geraldo Eustáquio

RESUMO

Neste trabalho é proposta uma metodologia para obter parâmetros de linha de transmissão a partir da corrente e da tensão de fase obtida em dois pontos consecutivos da linha. O cálculo dos parâmetros da linha de transmissão consiste em determinar as correntes e tensões no domínio de fase e obter a impedância e admitância no domínio de fase. Propõe-se para esse cálculo a utilização do método de decomposição modal, que desacopla uma linha polifásica de n fases em n modos. A vantagem do uso da decomposição modal está na redução da quantidade de elementos complexos da matriz de transformação. Para a solução da decomposição modal foram utilizados a matriz de transformação modal $[T_I]$, sendo obtida através do método de Newton-Raphson, e a matriz de Clarke para calcular a impedância longitudinal e admitância transversal da linha em um circuito π. Foi utilizada uma linha trifásica não transposta com plano de simetria vertical de 440 kV e freqüências compreendidas entre 10 Hz e 1 MHz. Desse modo, é feita uma comparação entre os resultados obtidos com a metodologia desenvolvida, calculados a partir das correntes e tensões de fase da linha transmissão de um circuito π utilizando a matriz de Clarke, e a metodologia clássica, que utiliza as equações de Carson e Bessel, as quais levam em consideração o efeito do solo e o efeito pelicular.

ABSTRACT

In this paper, it is proposed a methodology to obtain parameters of transmission lines from phase currents and voltages obtained in two consecutives points of the lines. The estimation of the parameters of transmissions lines aims to determine the current and voltage in phase domain, as well as, to determine the impedance and admittance in phase domain. It proposes the utilization of the modal decomposition method that decouples a n-phase line of in n modes. The advantage of using modal decomposition is the reduction of the amount of the complex elements in the transformation matrix. To obtain the solution of modal decomposition, it was used a modal transformation matrix $[T_I]$ obtained through of Newton-Raphson method and Clarke's matrix that estimates longitudinal impedance and transversal admittance of a line on a π circuit arrangement. It was used an untransposed three-phase line with a vertical symmetry plane of 440 kV and frequencies between 10 Hz and 1 MHz. It is done a comparison between the results obtained with the developed methodology estimated from current and voltage of a transmission line of a π circuit using Clarke's matrix, and calculated by classic methodology that uses Carson and Bessel equations which consider ground and skin effects.

Lista de Figuras

Figura 2.1 – Linha de transmissão monofásica de comprimento d. 19

Figura 2.2 – Circuito equivalente para um elemento infinitesimal da linha. 20

Figura 3.1 – Linha de transmissão monofásica de comprimento d. 26

Figura 3.2 – Correntes de tensões em uma linha de n fases. 28

Figura 4.1 – Correntes de tensões para uma linha de n fases. 30

Figura 4.2 (a)- Representação do modo 1 de uma linha de n fases. 39

Figura 4.2 (b)- Representação do modo 2 de uma linha de n fases. 39

Figura 4.2 (c)- Representação do modo n de uma linha de n fases. 39

Figura 6.1 – Cálculo dos parâmetros da linha de transmissão. 49

Figura 6.2 - Segmento de *n* fase da linha em uma linha de transmissão de *n* fase. 51

Figura 6.3 – Fases 1, 2 e 3 de uma linha trifásica 53

Figura 6.4 – Representação dos *n* modos do segmento da linha para um circuito π 56

Figura 6.5 – Linha de transmissão trifásica 58

Figura 7.1 – Resistência própria da fase 1: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz $[T_I]$ (curva II). 61

Figura 7.2 – Resistência mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz [T_I] (curva II). 62

Figura 7.3 – Indutância própria da fase 1: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz [T_I] (curva II). 63

Figura 7.4 – Indutância mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz [T_I] (curva II). 63

Figura 7.5 – Capacitância própria da fase 1: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz [T_I] (curva II). 64

Figura 7.6 – Capacitância mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz [T_I] (curva II). 65

Figura 7.7 – Resistência própria da fase 1: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz [T_I] (curva II). 66

Figura 7.8 – Resistência mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz [T_I] (curva II). 66

Figura 7.9 – Indutância própria da fase 1: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz [T_I] (curva II). 67

Figura 7.10 – Indutância mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz [T_I] (curva II). 68

Figura 7.11 – Capacitância própria da fase 1: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz [T_I] (curva II). 68

Figura 7.12 – Capacitância mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz [T_I] (curva II). 69

Figura 7.13 – Resistência própria da fase 1: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz [T_I] (curva II). 70

Figura 7.14 – Resistência mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz [T_I] (curva II). 70

Figura 7.15 – Indutância própria da fase 1: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz [T_I] (curva II). 71

Figura 7.16 – Indutância mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz [T_I] (curva II). 72

Figura 7.17 – Indutância própria da fase 1: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz [T_I] (curva II). 73

Figura 7.18 – Indutância mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz [T_I] (curva II). 73

Figura 7.19 – Resistência própria da fase 1: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz [T_I] (curva II). 74

Figura 7.20 – Resistência própria da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz [T_I] (curva II). 75

Figura 7.21 – Indutância própria da fase 1: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz [T_I] (curva II). 76

Figura 7.22 – Indutância mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz [T_I] (curva II). 76

Figura 7.23 – Capacitância própria da fase 1: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz [T_I] (curva II). 77

Figura 7.24 – Capacitância mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz [T_I] (curva II). 78

Figura 7.25 – Metodologia desenvolvida com a matriz [T_I] mostra o erro existente na resistência própria da fase 1 (curva I), indutância própria da fase 1 (curva II) e capacitância própria da fase 1 (curva III). 79

Figura 7.26 – Metodologia desenvolvida com a matriz [T_I] mostra o erro existente na resistência própria da fase 1 (curva I), indutância própria da fase 1 (curva II) e capacitância própria da fase 1 (curva III). 80

Figura 7.27 – Metodologia desenvolvida com a matriz [T_I] mostra o erro existente na resistência própria da fase 1 (curva I), indutância própria da fase 1 (curva II) e capacitância própria da fase 1 (curva III). 81

Figura 7.28 – Metodologia desenvolvida com a matriz [T_I] mostra o erro existente na resistência própria da fase 1 (curva I), indutância própria da fase 1 (curva II) e capacitância própria da fase 1 (curva III). 82

Figura 7.29 – Resistência própria da fase 1: metodologia clássica (curva I), metodologia proposta com a matriz [T_I] utilizando segmento de 100 m (curva II) e metodologia proposta com a matriz [T_I] utilizando segmento de 10 km (curva III). 83

Figura 7.30 – Resistência mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I), metodologia proposta com a matriz [T_I] utilizando segmento de 100 m (curva II) e metodologia proposta com a matriz [T_I] utilizando segmento de 10 km (curva III). 84

Figura 7.31 – Indutância própria da fase 1: metodologia clássica (curva I), metodologia proposta com a matriz [T_I] utilizando segmento de 100 m (curva II) e metodologia proposta com a matriz [T_I] utilizando segmento de 10 km (curva III). 85

Figura 7.32 – Indutância mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I), metodologia proposta com a matriz [T_I] utilizando segmento de 100 m (curva II) e metodologia proposta com a matriz [T_I] utilizando segmento de 10 km (curva III). 85

Figura 7.33 – Capacitância própria da fase 1: metodologia clássica (curva I), metodologia proposta com a matriz [T_I] utilizando segmento de 100 m (curva II) e metodologia proposta com a matriz [T_I] utilizando segmento de 10 km (curva III). 86

Figura 7.34 – Capacitância mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I), metodologia proposta com a matriz [T_I] utilizando segmento de 100 m (curva II) e metodologia proposta com a matriz [T_I] utilizando segmento de 10 km (curva III). 87

Figura 7.35 – Metodologia desenvolvida com a matriz [T_I] mostra o erro existente na resistência própria da fase 1: segmento de 100 metros (curva I) e segmento de 10 km (curva II). 88

Figura 8.1 – Resistência própria da fase 1: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke (curva II). 90

Figura 8.2 – Resistência mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke (curva II). 91

Figura 8.3 – Indutância própria da fase 1: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke (curva II). 92

Figura 8.4 – Indutância mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke (curva II). 92

Figura 8.5 – Capacitância própria da fase 1: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke (curva II). 93

Figura 8.6 – Capacitância mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke (curva II). 94

Figura 8.7 – Resistência própria da fase 1: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke (curva II). 95

Figura 8.8 – Resistência mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke (curva II). 95

Figura 8.9 – Indutância própria da fase 1: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke (curva II). 96

Figura 8.10 – Indutância mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke (curva II). 97

Figura 8.11 – Capacitância própria da fase 1: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke (curva II). 97

Figura 8.12 – Capacitância mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke (curva II). 98

Figura 8.13 – Resistência própria da fase 1: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke (curva II). 99

Figura 8.14 – Resistência própria da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke (curva II). 99

Figura 8.15 – Indutância própria da fase 1: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke (curva II). 100

Figura 8.16 – Indutância mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke (curva II). 101

Figura 8.17 – Capacitância própria da fase 1: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke (curva II). 102

Figura 8.18 – Capacitância mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke (curva II). 102

Figura 8.19 – Resistência própria da fase 1: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke (curva II). 103

Figura 8.20 – Resistência própria da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke (curva II). 104

Figura 8.21 – Indutância própria da fase 1: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke (curva II). 105

Figura 8.22 – Indutância mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke (curva II). 105

Figura 8.23 – Capacitância própria da fase 1: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke (curva II). 106

Figura 8.24 – Capacitância mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke (curva II). 107

Figura 8.25 – Metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke mostrando o erro existente na resistência própria da fase 1 (curva I), indutância própria da fase 1 (curva II) e capacitância própria da fase 1 (curva III). 108

Figura 8.26 – Metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke mostrando o erro existente na resistência própria da fase 1 (curva I), indutância própria da fase 1 (curva II) e capacitância própria da fase 1 (curva III). 109

Figura 8.27 – Metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke mostrando o erro existente na resistência própria da fase 1 (curva I), indutância própria da fase 1 (curva II) e capacitância própria da fase 1 (curva III). 110

Figura 8.28 – Metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke mostrando o erro existente na resistência própria da fase 1 (curva I), indutância própria da fase 1 (curva II) e capacitância própria da fase 1 (curva III). 111

Figura 8.29 – Resistência própria da fase 1: metodologia clássica (curva I), metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 100 m (curva II) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 3 km (curva III). 112

Figura 8.30 – Resistência mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I), metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 100 m (curva II) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 3 km (curva III). 113

Figura 8.31 – Indutância própria da fase 1: metodologia clássica (curva I), metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 100 m (curva II) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 3 km (curva III). 114

Figura 8.32 – Indutância mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I), metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 100 m (curva II) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 3 km (curva III). 114

Figura 8.33 – Capacitância própria da fase 1: metodologia clássica (curva I), metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 100 m (curva II) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 3 km (curva III). 115

Figura 8.34 – Capacitância mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I), metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 100 m (curva II) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 3 km (curva III). 116

Figura 8.35 – Resistência própria da fase 1: metodologia clássica (curva I), metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 100 m (curva II) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 6 km (curva III). 117

Figura 8.36 – Resistência mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I), metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 100 m (curva II) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 6 km (curva III). 117

Figura 8.37 – Indutância própria da fase 1: metodologia clássica (curva I), metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 100 m (curva II) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 6 km (curva III). 118

Figura 8.38 – Indutância mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I), metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 100 m (curva II) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 6 km (curva III). 119

Figura 8.39 – Capacitância própria da fase 1: metodologia clássica (curva I), metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 100 m (curva II) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 6 km (curva III). 120

Figura 8.40 – Capacitância mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I), metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 100 m (curva II) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 6 km (curva III). 120

Figura 8.41 – Resistência própria da fase 1: metodologia clássica (curva I), metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 100 m (curva II) e metodologia utilizando desenvolvida com a matriz de Clarke segmento de 10 km (curva III). 121

Figura 8.42 – Resistência mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I), metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 100 m (curva II) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 10 km (curva III). 122

Figura 8.43 – Indutância própria da fase 1: metodologia clássica (curva I), metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 100 m (curva II) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 10 km (curva III). 123

Figura 8.44 – Indutância mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I), metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 100 m (curva II) e

metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 10 km (curva III). 123

Figura 8.45 – Capacitância própria da fase 1: metodologia clássica (curva I), metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 100 m (curva II) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 10 km (curva III). 124

Figura 8.46 – Capacitância mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I), metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 100 m (curva II) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 10 km (curva III). 125

Figura 8.47 – Metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke mostrando o erro existente na resistência própria da fase 1: segmento de 100 metros (curva I) e segmento de 3 km (curva II) 126

Figura 8.48 – Metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke mostrando o erro existente na resistência própria da fase 1: segmento de 100 metros (curva I) e segmento de 6 km (curva II) 127

Figura 8.49 – Metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke mostrando o erro existente na resistência própria da fase 1: segmento de 100 metros (curva I) e segmento de 10 km (curva II) 128

SUMÁRIO

RESUMO ..... **V**

ABSTRACT ..... **VI**

1 - INTRODUÇÃO **21**

1.1 – EVOLUÇÃO HISTÓRICA DAS LINHAS DE TRANSMISSÃO 21
1.2 – MODELOS DE LINHAS DE TRANSMISSÃO 23
1.3 – CONSIDERAÇÕES SOBRE A METODOLOGIA DESENVOLVIDA 24

2 - EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DA LINHA DE TRANSMISSÃO **25**

2.1 – INTRODUÇÃO 25
2.2 – DESENVOLVIMENTO DAS EQUAÇÕES DIFERENCIAS 25
2.3 – CONSIDERAÇÕES SOBRE O MODELO OBTIDO 29
2.4 – CONCLUSÕES 29

3 - SOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DA LINHA DE TRANSMISSÃO NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA **30**

3.1 – INTRODUÇÃO 30
3.2 – SOLUÇÃO PARA LINHAS DE TRANSMISSÃO MONOFÁSICAS 30
3.3 – SOLUÇÃO PARA LINHAS DE TRANSMISSÃO POLIFÁSICAS 33
3.4 – CONCLUSÕES 35

4 - REPRESENTAÇÃO DE LINHAS POLIFÁSICAS NO DOMINIO MODAL **36**

4.1 – INTRODUÇÃO 36
4.2 – DECOMPOSIÇÃO MODAL DE UMA LINHA POLIFÁSICA 36
4.3 – MATRIZES DE IMPEDÂNCIAS E DE ADMITÂNCIAS EXATAS NO DOMÍNIO MODAL 40
4.5 – RELAÇÕES ENTRE AS MATRIZES $[\lambda_M]$, $[Z_M]$ E $[Y_M]$ 44
4.6 - QUASE-MODOS DE UMA LINHA DE TRANSMISSÃO TRIFÁSICA 46
4.7 – CONCLUSÕES 49

5 - OBTENÇÃO DA MATRIZ DE TRANSFORMAÇÃO MODAL DE UMA LINHA POLIFÁSICA 50

5.1 – INTRODUÇÃO 50
5.2 – MATRIZ DE TRANSFORMAÇÃO MODAL OBTIDA PELO MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON 50
5.3 – CONCLUSÕES 53

6 - CÁLCULO DOS PARÂMETROS DA LINHA DE TRANSMISSÃO A PARTIR DA CORRENTE E DA TENSÃO DE FASE 54

6.1 – INTRODUÇÃO 54
6.2 – METODOLOGIA CLÁSSICA 55
6.3 – METODOLOGIA DESENVOLVIDA 56
6.4 – APLICAÇÕES NA LINHA DE TRANSMISSÃO TRIFÁSICA 63
6.5 – CONCLUSÃO 65

7 - RESULTADOS E ANÁLISE COM A MATRIZ $[T_I]$ DOS PARÂMETROS DA LINHA DE TRANSMISSÃO CALCULADOS A PARTIR DAS CORRENTES E DAS TENSÕES DE FASE 66

7.1 – INTRODUÇÃO 66
7.2 – INFLUÊNCIA DO COMPRIMENTO DA LINHA 66
7.2.1 – COMPRIMENTO DA LINHA DE 5 KM E SEGMENTO DE LINHA DE 1 KM 66
7.2.2 – COMPRIMENTO DA LINHA DE 10 KM E SEGMENTO DE LINHA DE 1 KM 71
7.2.3 – COMPRIMENTO DA LINHA DE 50 KM E SEGMENTO DE LINHA DE 1 KM 75
7.2.4 – COMPRIMENTO DA LINHA DE 100 KM E SEGMENTO DE LINHA DE 1 KM 80
7.3 – ANÁLISE DO ERRO 84
7.3.1 – COMPRIMENTO DA LINHA DE 5 KM E SEGMENTO DE LINHA DE 1 KM 84
7.3.2 – COMPRIMENTO DA LINHA DE 10 KM E SEGMENTO DE LINHA DE 1 KM 85
7.3.4 – LINHA DE 100 KM E SEGMENTO DE LINHA DE 1 KM 87
7.4 – INFLUÊNCIA DO COMPRIMENTO DO SEGMENTO DA LINHA 88
7.4.1 – LINHA DE 100 KM E SEGMENTO DE LINHA DE 100 METROS E 10 KM 88
7.5 – ANÁLISE DO ERRO 93
7.5.1 – LINHA DE 100 KM E SEGMENTO DE LINHA DE 100 METROS E 10 KM 93

8 - RESULTADOS E ANÁLISE COM A MATRIZ DE CLARKE DOS PARÂMETROS DA LINHA DE TRANSMISSÃO CALCULADOS A PARTIR DAS CORRENTES E DAS TENSÕES DE FASE 95

8.1 – INTRODUÇÃO 95

8.2 – INFLUÊNCIA DO COMPRIMENTO DA LINHA 95
8.2.1 – COMPRIMENTO DA LINHA DE 5 KM E SEGMENTO DE LINHA DE 1 KM 95
8.2.2 – COMPRIMENTO DA LINHA DE 10 KM E SEGMENTO DE LINHA DE 1 KM 100
8.2.3 – COMPRIMENTO DA LINHA DE 50 KM E SEGMENTO DE LINHA DE 1 KM 104
8.2.4 – LINHA DE 100 KM E SEGMENTO DE LINHA DE 1 KM 109
8.3 – ANÁLISE DO ERRO 113
8.3.1 – LINHA DE 5 KM E SEGMENTO DE LINHA DE 1 KM 113
8.3.2 – LINHA DE 10 KM E SEGMENTO DE LINHA DE 1 KM 114
8.3.3 – LINHA DE 50 KM E SEGMENTO DE LINHA DE 1 KM 115
8.3.4 – LINHA DE 100 KM E SEGMENTO DE LINHA DE 1 KM 116
8.4 – INFLUÊNCIA DO COMPRIMENTO DO SEGMENTO DA LINHA 117
8.4.1 – LINHA DE 5 KM E SEGMENTO DE LINHA DE 100 METROS E 3 KM 118
8.4.2 – LINHA DE 10 KM E SEGMENTO DE LINHA DE 100 METROS E 6 KM 122
8.4.3 – LINHA DE 100 KM E SEGMENTO DE LINHA DE 100 METROS E 10 KM 127
8.5 – ANÁLISE DO ERRO 131
8.5.1 – LINHA DE 5 KM E SEGMENTO DE LINHA DE 100 METROS E 3 KM 131
8.5.2 – LINHA DE 10 KM E SEGMENTO DE LINHA DE 100 METROS E 6 KM 132
8.5.3 – LINHA DE 100 KM E SEGMENTO DE LINHA DE 100 METROS E 10 KM 133

9 - CONCLUSÃO 135

1 - INTRODUÇÃO

1.1 – Evolução Histórica das Linhas de Transmissão (CHIPMAM, 1976; FUCHS, 1979)

A transmissão de energia elétrica é uma importante contribuição que a engenharia ofereceu à civilização moderna. Entre suas visíveis manifestações, as mais expressivas são as linhas de transmissão de alta tensão sobre elevadas torres de aço que cruzam o país em todas as direções. Transportando milhares de megawatts de energia, estas linhas interligam as estações geradoras distantes com os centros urbanos de carga ou unem, em sistemas cooperativos, as instalações de produção de energia de grandes áreas geográficas.

No entanto, somente no final do século XIX, é que foi possível, graças aos trabalhos de cientistas como Siemens, Gramme e Pacinotti, a obtenção de energia elétrica em quantidades razoáveis a partir da energia mecânica. Somente em 1879-1880, com a invenção da lâmpada incandescente por Thomas A. Edison, é que a energia elétrica teve seu grande impulso. A partir de 1882, quando foi inaugurada a central elétrica de Pearl, pelo mesmo Edison, fornecendo iluminação pública e energia para motores em parte da cidade de Nova York, começaram a surgir os primeiros sistemas comerciais de eletricidade em diversos países do mundo. Com eles também tiveram início problemas com o transporte e a distribuição de energia elétrica, então gerada e consumida em tensão contínua. A expansão dos sistemas incipientes e o uso da energia hidráulica eram limitados devido à queda de tensão e ao efeito Joule. Para evitar a utilização de condutores de seções maiores, as centrais elétricas eram construídas relativamente próximas umas das outras. O grande potencial hidroelétrico ficava fora de alcance, pois a energia era consumida na tensão em que era produzida, não havendo solução imediata à vista para os problemas de corrente contínua.

Por volta de 1884, foi inventado o transformador, que permitia elevar e abaixar a tensão alternada com alto grau de rendimento. Nessas condições, o problema de transmissão em tensões mais elevadas, e com menores perdas de energia, estava resolvido.

Destacam-se, nesse período, duas realizações que podem ser consideradas notáveis para a época: em 1886, foi construída na Itália uma linha monofásica com 29,5 km, conduzindo 2700 HP para Roma e, em 1888, foi construída uma linha trifásica de 11 kV e 180 km na Alemanha.

A invenção, entre 1885 e 1888, dos motores a indução, devida a Ferraris e Tesla, deu novo impulso aos sistemas de tensão alternada em detrimento dos sistemas de tensão contínua, que foram, pouco a pouco sendo substituídos. Mais e mais energia elétrica passou a ser utilizada, crescendo continuamente as potências das centrais elétricas. Os novos locais que favoreciam aproveitamentos hidroelétricos tornavam-se cada vez mais remotos, exigindo tensões sempre mais elevadas e linhas mais longas, avolumando-se os problemas. Assim é que, por volta de 1903, a tensão de 60 kV era atingida. Em 1910, 150 kV. Por volta de 1922, entrou em operação a primeira linha de 230 kV. Em 1936, uma linha de 287 kV. Essa linha somente foi suplantada em 1950, com a entrada em serviço de uma linha de cerca de 1000 km de comprimento e tensão de 400 kV na Suécia. Por volta de 1955, nos Estado Unidos, foram construídas as primeiras linhas em 345 kV, dando início a estudos e experiências visando à implantação de linhas de 500 kV. Entre 1964 e 1967, no Canadá, foram projetadas e construídas as primeiras linhas de 735 kV.

A primeira linha de transmissão de que se tem registro no Brasil foi construída por volta de 1883 na cidade de Diamantina, Minas Gerais. Esta linha transportava energia gerada em uma usina hidroelétrica, constituída de duas rodas d'água e dois dínamos Gramme, a uma distância de 2 km, aproximadamente. A energia transmitida através desta linha acionava bombas hidráulicas em uma mina de diamantes. Consta que era a linha mais longa do mundo, na época. Em 1901, com a entrada em serviço da Central Hidroelétrica de Santana do Parnaíba, a então The San Paulo Tramway Light and Power Co. Ltd. construiu as primeiras linhas de seus sistemas de 40 kV. Em 1914, com a entrada em serviço da Usina Hidroelétrica de Utupararanga, a mesma empresa introduziu o padrão 88 kV. Esse padrão de tensão foi, em seguida, adotado pela Companhia Paulista de Estradas de Ferro, pela Estrada de Ferro Sorocabana e, através desta, pela USELPA, que futuramente viria a integrar o sistema CESP. Entre 1945 e 1947, construiu-se a primeira linha de 230 kV no Brasil, com um comprimento aproximado de 330 km. Essa linha, destinada a interligar os sistemas Rio Light e São Paulo Light, operava inicialmente em 170 kV, passando, em

1950, a operar com 230 kV. Foi também a primeira interligação de dois sistemas importantes realizadas no Brasil. Vieram, a partir daí, em rápida sucessão, as linhas de 230 kV do sistema da Cia. Hidroelétrica de São Francisco; 161 e 345 kV da CEMIG e FURNAS; 460 kV da CESP; as linhas de 500 kV de FURNAS e 800 kV do sistema Itaipu (FUCHS, 1977).

1.2 – Modelos de Linhas de Transmissão

Na literatura, existem diversas representações para as linhas de transmissão. Quanto à técnica de simulação utilizada, os modelos podem ser classificados em dois grandes grupos: os modelos descritos no domínio do tempo e os modelos descritos no domínio da freqüência (MARTÍ, 1988).

Nos modelos do primeiro grupo, a solução é obtida diretamente em função do tempo sem o uso de transformadas inversas (de Fourier ou de Laplace), enquanto que no segundo grupo, a solução é primeiramente obtida no domínio da freqüência e, em seguida, convertida para o domínio do tempo através de transformadas inversas. Os modelos escritos no domínio da freqüência são limitados quanto à sua capacidade de representar corretamente alterações na configuração do sistema (tais como faltas e manobras) e apresentam dificuldades quanto à representação de elementos não lineares.

Os modelos de linhas de transmissão também podem ser classificados quanto à natureza de seus parâmetros em modelos a parâmetros concentrados e modelos a parâmetros distribuídos. Os modelos a parâmetros concentrados são de fácil utilização (MARTÍ, 1983), mas não podem representar adequadamente a linha em toda a faixa de freqüências que estão presentes em fenômenos de natureza transitória. Na maior parte dos casos estes modelos aumentam a amplitude das harmônicas de ordem elevada, distorcendo as formas de ondas e produzindo picos exagerados (MARTÍ, 1982). Os modelos com parâmetros distribuídos dependentes da freqüência são considerados mais precisos que os modelos que consideram os parâmetros constantes (AMETANI, 1976). Atualmente, nos modelos com parâmetros concentrados, a dependência da freqüência é representada através da associação série e paralela de elementos R e L.

As linhas de transmissão polifásicas podem ainda ser representadas no domínio modal ou no domínio das fases. Os modelos que representam linhas polifásicas no domínio

modal requerem o cálculo de autovetores e autovalores das matrizes [Z] e [Y] da linha. A linha polifásica com *n* fases é então convertida em *n* linhas monofásicas independentes e matematicamente equivalentes ao sistema polifásico original.

1.3 – **Considerações sobre a Metodologia Desenvolvida**

Os parâmetros da linha de transmissão são calculados levando em consideração o comprimento da linha e os parâmetros dependentes da freqüência.

O calculo dos parâmetros da linha de transmissão são variáveis em função da freqüência e utilizam a função de Bessel e Carson, considerando o efeito solo e o efeito pelicular (skin).

O efeito skin pode ser calculado com boa precisão através das formulas baseado nas funções de Bessel dos parâmetros geométricos. Já os parâmetros da linha de transmissão com retorno do solo são dependentes da freqüência, calculadas através das formulas de Carson e Pollaczek (KUROKAWA, 2006).

O objetivo deste trabalho é mostrar uma metodologia para calcular os parâmetros de linha de um pequeno segmento de linha de transmissão. Obtendo inicialmente a corrente e tensão de fase dos extremos desse pequeno segmento, considerando a representação por uma cascata de circuito π dependente da freqüência. Supondo que a corrente e a tensão dos extremos do segmento são conhecidos é possível obter a impedância e admitância da linha. O procedimento foi aplicado para calcular os parâmetros longitudinais e transversais de um pequeno segmento de uma linha já construída.

2 - EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DA LINHA DE TRANSMISSÃO

2.1 – Introdução

As linhas de transmissão são caracterizadas por sua capacidade de conduzir campos eletromagnéticos, limitando tal condução à proximidade da própria linha de transmissão. Uma análise rigorosa desse problema exigiria uma aplicação das equações de Maxwell nos problemas de campo. Entretanto, um exame das equações de Maxwell pode demonstrar que em certas condições pode ser usada uma aproximação muito mais simples, conforme será mostrado neste capítulo.

2.2 – Desenvolvimento das Equações Diferencias (HEDMAN, 1983; FUCHS, 1979)

Considera-se que uma linha de transmissão é constituída de dois condutores metálicos, retilíneos e completamente isolados. Pela necessidade da existência de um circuito fechado, pode-se considerar o próprio solo como sendo o segundo condutor, que funciona como sendo um condutor de retorno. A figura 2.1 mostra uma representação de uma linha de transmissão monofásica de comprimento d.

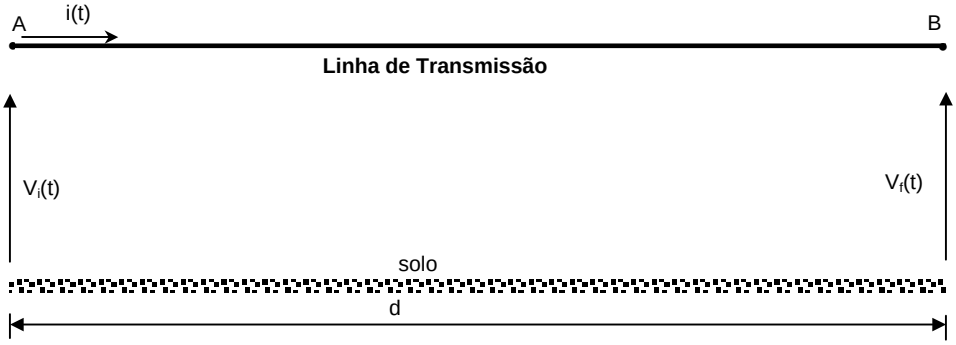


Figura 2.1 – Linha de transmissão monofásica de comprimento d.

Para a linha mostrada na figura 2.1, considera-se que a mesma possui ao longo de seu comprimento uma indutância e uma resistência conectadas em série e distribuídas uniformemente ao longo do comprimento. Esses são os parâmetros longitudinais da linha.

Também se considera que existe uma capacitância e uma condutância, conectadas em paralelo, entre o condutor e o solo. Esses são os parâmetros transversais da linha e estão uniformemente distribuídos ao longo do comprimento da mesma.

Desse modo, podemos considerar que um elemento infinitesimal da linha mostrada na figura 2.1 será representado conforme mostra a figura 2.2.

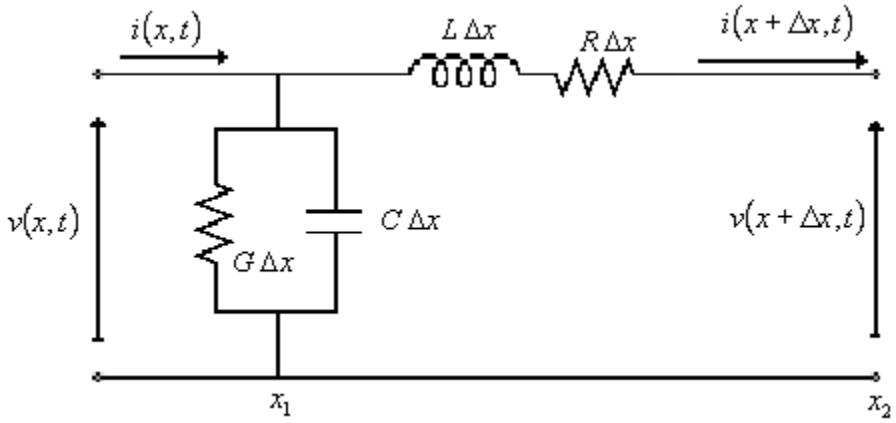


Figura 2.2 – Circuito equivalente para um elemento infinitesimal da linha.

Na figura 2.2, é mostrada uma linha de transmissão de comprimento infinitesimal Δx. Os parâmetros unitários longitudinais são a resistência R e a indutância L, enquanto que os parâmetros unitários transversais são a capacitância C e a condutância G que estão uniformemente distribuídos ao longo do comprimento da linha.

As equações de corrente e de tensão para este circuito são, então:

$$i(x+\Delta x,t) = i(x,t) - G\Delta x \cdot v(x,t) - C\Delta x \cdot \frac{\partial v(x,t)}{\partial t} \tag{2.1}$$

$$v(x+\Delta x,t) = v(x,t) - L\Delta x \cdot \frac{\partial i(x+\Delta x,t)}{\partial t} - R\Delta x \cdot i(x+\Delta x,t) \tag{2.2}$$

A corrente e a tensão, bem como suas respectivas derivadas parciais, podem ser expandidas por séries de Taylor como (SWOKOWSKI, 1994):

$$i(x+\Delta x,t) \approx i(x,t) + \frac{\partial i(x,t)}{\partial x}\Delta x + \cdots \tag{2.3}$$

$$v(x+\Delta x,t) \approx v(x,t) + \frac{\partial v(x,t)}{\partial x}\Delta x + \cdots \tag{2.4}$$

$$\frac{\partial i(x+\Delta x,t)}{\partial t} \approx \frac{\partial i(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial^2 i(x,t)}{\partial x \partial t}\Delta x + \cdots \tag{2.5}$$

$$\frac{\partial v(x+\Delta x,t)}{\partial t} \approx \frac{\partial v(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x \partial t}\Delta x + \cdots \tag{2.6}$$

Considerando apenas os dois primeiros termos e substituindo as séries nas equações 2.1 e 2.2, obtêm-se:

$$i(x+\Delta x,t) - i(x,t) =$$
$$-C\Delta x \cdot \frac{\partial v(x+\Delta x,t)}{\partial t} - G\Delta x \cdot v(x+\Delta x,t) + C\Delta x^2 \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x \partial t} + G\Delta x^2 \frac{\partial v(x,t)}{\partial x} \tag{2.7}$$

$$v(x+\Delta x,t) - v(x,t) =$$
$$-L\Delta x \cdot \frac{\partial i(x,t)}{\partial t} - R\Delta x \cdot i(x,t) - L\Delta x^2 \frac{\partial^2 i(x,t)}{\partial x \partial t} - R\Delta x^2 \frac{\partial i(x,t)}{\partial x} \tag{2.8}$$

Aplicando a definição de derivada (SWOKOWSKI, 1994), mostra-se que:

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{i(x+\Delta x,t) - i(x,t)}{\Delta x} = \frac{\partial i(x,t)}{\partial x} \tag{2.9}$$

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{v(x+\Delta x,t)-v(x,t)}{\Delta x} = \frac{\partial v(x,t)}{\partial x} \tag{2.10}$$

Logo:

$$-\frac{\partial i(x,t)}{\partial x} = G \cdot v(x,t) + C \cdot \frac{\partial v(x,t)}{\partial t} \tag{2.11}$$

$$-\frac{\partial v(x,t)}{\partial x} = R \cdot i(x,t) + L \cdot \frac{\partial i(x,t)}{\partial t} \tag{2.12}$$

As equações 2.11 e 2.12 mostram que a variação diferencial da corrente ao longo da linha resulta da corrente em derivação condutiva e da corrente de carga capacitiva. A taxa diferencial da variação da tensão ao longo da linha resulta de uma queda resistiva e indutiva de tensão ao longo da linha.

Derivando as equações 2.11 e 2.12 em função de x, têm-se:

$$-\frac{\partial^2 i(x,t)}{\partial x^2} = G \cdot \frac{\partial v(x,t)}{\partial x} + C \cdot \frac{\partial v(x,t)}{\partial t \partial x} \tag{2.13}$$

$$-\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} = R \cdot \frac{\partial i(x,t)}{\partial x} + L \cdot \frac{\partial i(x,t)}{\partial t \partial x} \tag{2.14}$$

Substituindo a equação 2.11 em 2.14 e a equação 2.12 em 2.13, obtêm-se:

$$\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} = R \cdot G \cdot v(x,t) + \left(R \cdot C + L \cdot G\right) \cdot \frac{\partial v(x,t)}{\partial t} + L \cdot C \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2} \tag{2.15}$$

$$\frac{\partial^2 i(x,t)}{\partial x^2} = R \cdot G \cdot i(x,t) + \left(R \cdot C + L \cdot G\right) \cdot \frac{\partial i(x,t)}{\partial t} + L \cdot C \frac{\partial^2 i(x,t)}{\partial t^2} \tag{2.16}$$

As equações 2.15 e 2.16 são denominadas equações diferenciais da linha de transmissão, mas as soluções dessas equações são muito complexas e são raramente usadas

na análise de problemas de sistemas de potência. Uma situação particular, na qual é possível obter uma solução analítica para as equações 2.15 e 2.16, é considerar a linha sem perdas. Ou seja, quando R e G são nulos. Nas demais situações, deve-se procurar outras técnicas para resolver as equações 2.15 e 2.16.

2.3 – Considerações Sobre o Modelo Obtido

Como já mencionado as equações gerais (equações 2.15 e 2.16) são de difícil solução, sendo que a mesma somente é conhecida para casos específicos onde à linha é considerada sem perdas e os parâmetros são considerados constantes.

Todos os parâmetros da linha de transmissão (resistência, indutância, condutância e capacitância) utilizados no desenvolvimento foram tratados como constantes. Mas, esses coeficientes não são constantes em todas as condições de análise dos fenômenos de propagação de ondas eletromagnéticas em linhas de transmissão, pois se deve considerar que os mesmos são variáveis em função da freqüência, sendo que esta dependência da freqüência é devida aos efeitos solo e pelicular (MARTÍ, 1983).

Os efeitos capacitivos nas linhas de transmissão são pouco influenciados pela freqüência, pois o campo de ar onde está imerso o condutor não é influenciado pela freqüência. Tais efeitos, quando não lineares, estão relacionados com o efeito corona, que é caracterizado por um campo elétrico se rompendo e excedendo o isolamento de ar, resultando em cargas no espaço nas proximidades dos condutores (GUILLIER; RIOUAL, 1995).

2.4 – Conclusões

Neste capítulo, foram deduzidas as equações diferencias que representam uma linha de transmissão cujos parâmetros são uniformemente distribuídos ao longo da linha e independentes da freqüência.

As equações diferenciais obtidas são de difícil solução no domínio do tempo, sendo que esta solução somente é conhecida para alguns casos específicos.

3 - SOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DA LINHA DE TRANSMISSÃO NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

3.1 – Introdução

A solução das equações diferenciais de uma linha de transmissão no domínio da freqüência pode ser obtida com o uso da transformada de Laplace ou de Fourier (BUDNER, 1970). Assim, pode-se considerar o efeito da freqüência sobre os parâmetros da linha.

Para obter as equações da linha no domínio da freqüência, tal linha é descrita como um quadripolo, em que as correntes e tensões no receptor da linha são definidas em função da carga que está conectada na mesma.

Esse modelo pode ser aplicado diretamente em linhas monofásicas e, com o uso de transformações modais (WEDEPOHL; et. al, 1996), pode ser também aplicado em linhas polifásicas.

3.2 – Solução para Linhas de Transmissão Monofásicas

Das equações (2.11) e (2.12) tem-se:

$$-\frac{\partial v(x,t)}{\partial x} = R \cdot i(x,t) + L \cdot \frac{\partial i(x,t)}{\partial t} \tag{3.1}$$

$$-\frac{\partial i(x,t)}{\partial x} = G \cdot v(x,t) + C \cdot \frac{\partial v(x,t)}{\partial t} \tag{3.2}$$

Considerando que os parâmetros R, L, G e C são constantes, as equações (3.1) e (3.2) podem ser escritas no domínio da freqüência como sendo:

$$-\frac{dv(s)}{dx} = R \cdot i(s) + s \cdot L \cdot i(s) \tag{3.3}$$

$$-\frac{di(s)}{dx} = G \cdot v(s) + s \cdot C \cdot v(s) \tag{3.4}$$

Esse conjunto de equações simultâneas pode ser transformado em equações diferenciais de segunda ordem. Portanto, derivando as equações (3.3) e (3.4) em relação a x:

$$-\frac{d^2v(s)}{dx^2} = (R + s \cdot L)\frac{di(s)}{dx} \tag{3.5}$$

$$-\frac{d^2i(s)}{dx^2} = (G + s \cdot C)\frac{dv(s)}{dx} \tag{3.6}$$

Substituindo a equação (3.4) na equação (3.5) e a equação (3.3) na equação (3.6), tem-se:

$$-\frac{d^2i(s)}{dx^2} = (G + s \cdot C) \cdot (R + s \cdot L) \cdot i(s) \tag{3.7}$$

$$-\frac{d^2v(s)}{dx^2} = (R + s \cdot L) \cdot (G + s \cdot C) \cdot v(s) \tag{3.8}$$

As equações (3.7) e (3.8) podem ser escritas como sendo:

$$\frac{d^2v(s)}{dx^2} = z \cdot y \cdot v(s) \tag{3.9}$$

$$\frac{d^2i(s)}{dx^2} = y \cdot z \cdot i(s) \tag{3.10}$$

Nas equações (3.9) e (3.10), os termos z e y são definidos como sendo:

$$z = R + s \cdot L \tag{3.11}$$

$$y = G + s \cdot C \tag{3.12}$$

sendo: $s = j\omega$

Nas equações (3.11) e (3.12), os termos z e y são, respectivamente, a impedância longitudinal e a admitância transversal, por unidade de comprimento da linha.

Sabe-se que a solução do conjunto de equações diferenciais definidas nas expressões (3.9) e (3.10) é dada por (BUDNER, 1970) :

$$v_A(\omega) = v_B(\omega)\cosh(\gamma \cdot d) - i_B(\omega) z_c \operatorname{senh}(\gamma \cdot d) \tag{3.13}$$

$$i_A(\omega) = -i_B(\omega)\cosh(\gamma \cdot d) + \frac{v_B(\omega)}{z_c}\operatorname{senh}(\gamma \cdot d) \tag{3.14}$$

onde: $\gamma = \sqrt{z.y}$ e $z_c = \sqrt{\frac{z}{y}}$ são, respectivamente, a função de propagação e a impedância característica da linha (KUROKAWA, 2006).

Nas equações (3.13) e (3.14), v_A e v_B são, respectivamente, as tensões nos terminais A e B da linha, enquanto que i_A e i_B são as correntes nesses terminais, conforme mostra a figura 3.1.

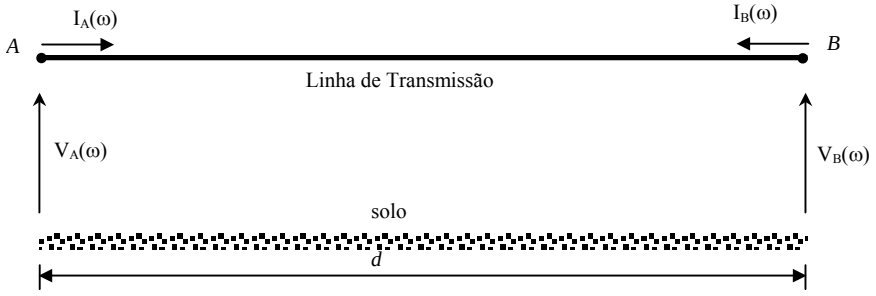


Figura 3.1 – Linha de transmissão monofásica de comprimento d.

As equações (3.13) e (3.14) podem ser empregadas na linha mostrada na figura 3.1, de modo a obter as correntes e tensões nos terminais da mesma considerando qualquer tipo de carga.

3.3 – Solução para Linhas de Transmissão Polifásicas

Um conjunto semelhante de equações pode ser desenvolvido para a linha de transmissão polifásica.

Foi visto no item anterior que uma linha monofásica pode ser caracterizada pela impedância longitudinal z e pela admitância transversal y, sendo:

$$z = R + j\omega L \tag{3.15}$$

$$y = G + j\omega C \tag{3.16}$$

Para o caso de uma linha de n fases, têm-se as matrizes de impedância longitudinal [Z] e de admitância transversal [Y] que são escritas como sendo:

$$[Z] = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & z_{13} & \cdots & z_{1n} \\ z_{21} & z_{22} & z_{23} & \cdots & z_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{n1} & z_{n2} & z_{n3} & \cdots & z_{nn} \end{bmatrix} \tag{3.17}$$

$$[Y] = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & y_{13} & \cdots & y_{1n} \\ y_{21} & y_{22} & y_{23} & \cdots & y_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{n1} & y_{n2} & y_{n3} & \cdots & y_{nn} \end{bmatrix} \tag{3.18}$$

onde:

$z_{ii} = R_{ii} + j\omega L_{ii}$ - Impedância própria da fase i;

$z_{ij} = R_{ij} + j\omega L_{ij}$ - Impedância mútua entre as fases i e j;

$y_{ii} = G_{ii} + j\omega e_{ii}$ - Admitância própria da fase i;

$y_{ij} = G_{ij} + j\omega e_{ij}$ - Admitância mútua entre as fases i e j;

$z_{ij} = z_{ji}$

$y_{ij} = y_{ji}$

Logo, para uma linha de n fases as tensões e correntes podem ser escritas na seguinte forma:

$$[V(\omega)] = \begin{bmatrix} v_1(\omega) \\ v_2(\omega) \\ \vdots \\ v_n(\omega) \end{bmatrix} \tag{3.19}$$

$$[I(\omega)] = \begin{bmatrix} i_1(\omega) \\ i_2(\omega) \\ \vdots \\ i_n(\omega) \end{bmatrix} \tag{3.20}$$

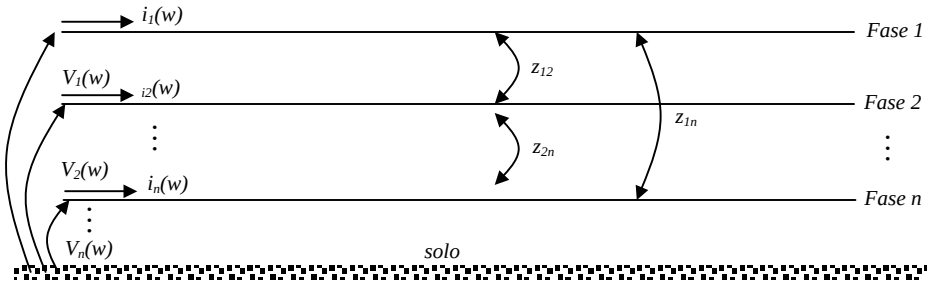


Figura 3.2 – Correntes de tensões em uma linha de n fases.

Substituindo as equações (3.17)-(3.20) nas equações (3.9) e (3.10), obtêm-se:

$$\frac{d^2[V(\omega)]}{dx^2} = [Z][Y][V(\omega)] \tag{3.21}$$

$$\frac{d^2[I(\omega)]}{dx^2} = [Y][Z][I(\omega)] \tag{3.22}$$

As equações (3.21) e (3.22) são equações diferenciais de uma linha com n fases, onde geralmente os produtos [Z][Y] e [Y][Z] são diferentes.

As soluções das equações (3.21) e (3.22) não podem ser facilmente obtidas, devido ao acoplamento mútuo e a diferença entre os produtos [Z][Y] e [Y][Z]. No entanto, conforme será mostrado no próximo capítulo, pode-se utilizar uma transformação de similaridade (CHEN, 1984) para desacoplar as equações (3.21) e (3.22).

3.4 – Conclusões

Foram estudadas as soluções das equações diferencias que representam uma linha de transmissão monofásica e polifásica no domínio da freqüência. Esses conceitos são importantes na aplicação das técnicas de resposta em freqüência que caracterizam o sistema em termos de seu comportamento.

Nas equações diferenciais monofásicas, foi mostrado que podem ser escritas como expressões da corrente e da tensão, em dois pontos consecutivos da linha de transmissão. Quando se considera uma linha polifásica a solução das equações diferenciais torna-se mais complicada, embora o procedimento seja o mesmo usado para linha monofásica.

4 - REPRESENTAÇÃO DE LINHAS POLIFÁSICAS NO DOMINIO MODAL

4.1 – Introdução

As equações diferenciais de uma linha de n fases, conforme foi mostrado no capitulo anterior, são de difícil solução, uma vez que as mesmas são acopladas. Uma técnica bastante utilizada para simplificar o processo de obtenção das mesmas consiste em desacoplar estas equações a partir do uso de uma transformação de similaridade (CHEN, 1984). Esta transformação equivale a transformar uma linha de n fases em n linhas monofásicas desacopladas, sendo que cada linha monofásica é denominada modo de propagação, cujas equações no domínio da freqüência são conhecidas.

Neste capítulo, será feito um estudo referente ao processo de decomposição modal de uma linha de transmissão de n fases.

4.2 – Decomposição Modal de uma Linha Polifásica

Considere uma linha de transmissão de n fases, conforme mostra a figura 4.1.

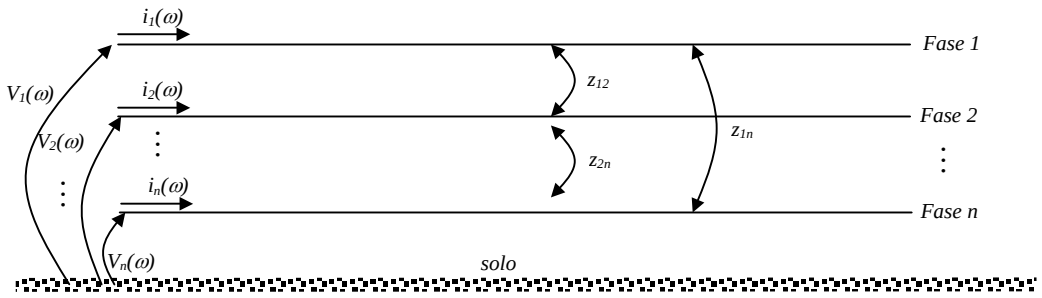


Figura 4.1 – Correntes de tensões para uma linha de n fases.

Sabe-se que a linha de transmissão mostrada na figura 4.1 pode ser descrita através de suas equações diferencias. Ou seja:

$$\frac{\partial^2[V]}{\partial x^2} = [Z][Y][V] \tag{4.1}$$

$$\frac{\partial^2[I]}{\partial x^2} = [Z][Y][I] \tag{4.2}$$

Nas expressões (4.1) e (4.2), as matrizes [Z] e [Y] são escritas como sendo:

$$[Z] = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & z_{13} & \cdots & z_{1n} \\ z_{21} & z_{22} & z_{23} & \cdots & z_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{n1} & z_{n2} & z_{n3} & \cdots & z_{nn} \end{bmatrix} \tag{4.3}$$

$$[Y] = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & y_{13} & \cdots & y_{1n} \\ y_{21} & y_{22} & y_{23} & \cdots & y_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{n1} & y_{n2} & y_{n3} & \cdots & y_{nn} \end{bmatrix} \tag{4.4}$$

Nas equações (4.1) e (4.2), os produtos matriciais [Z][Y] e [Y][Z] são, de maneira genérica, distintos (as matrizes [Z] e [Y] não são matrizes diagonais). No entanto tais produtos podem ser transformados em matrizes diagonais a partir da utilização de uma transformação de similaridade. Nesse caso, os produtos matriciais [Z][Y] e [Y][Z] serão representados através de matrizes diagonais $[\lambda_V]$ e $[\lambda_I]$ cujos elementos são os autovalores dos produtos matriciais [Z][Y] e [Y][Z].

A matriz $[\lambda_V]$, que é a matriz com os autovalores do produto matricial [Z][Y], é calculada através da seguinte relação:

$$[\lambda_V] = [T_V]^{-1}[Z][Y][T_V] \tag{4.5}$$

E os autovalores $[\lambda_I]$ do produto matricial [Y][Z] são:

$$[\lambda_I] = [T_I]^{-1}[Y][Z][T_I] \tag{4.6}$$

Nas equações (4.5) e (4.6), as matrizes $[T_V]$ e $[T_I]$ são, respectivamente, as matrizes cujas colunas são os autovetores associados às matrizes [Z][Y] e [Y][Z].

As matrizes $[T_V]$ e $[T_I]$ são diferentes, pois os produtos matriciais [Z][Y] e [Y][Z], de maneira genérica, são distintos. Essas matrizes são iguais somente quando as matrizes [Z] e [Y] são funções da mesma matriz, o que ocorre somente quando o sistema é totalmente transposto. No entanto, mesmo sendo [Z][Y] e [Y][Z] matrizes distintas seus determinantes e, conseqüentemente seus autovalores $[\lambda_V]$ e $[\lambda_I]$, são iguais. Ou seja:

$$[\lambda_V] = [\lambda_I] \tag{4.7}$$

Denominando os autovalores dos produtos [Z][Y] e [Y][Z] de $[\lambda_m]$, obtêm-se:

$$[\lambda_m] = [\lambda_V] \tag{4.8}$$

$$[\lambda_m] = [\lambda_I] \tag{4.9}$$

Substituindo as equações (4.8) e (4.9) nas equações (4.5) e (4.6), respectivamente, fica:

$$[\lambda_m] = [T_V]^{-1}[Z][Y][T_V] \tag{4.10}$$

$$[\lambda_m] = [T_I]^{-1}[Y][Z][T_I] \tag{4.11}$$

Fazendo a pré-multiplicação das equações (4.10) e (4.11) por $[T_V]$ e $[T_I]$, respectivamente, obtêm-se:

$$[T_V][\lambda_m] = [Z][Y][T_V] \tag{4.12}$$

$$[T_I][\lambda_m] = [Y][Z][T_I] \tag{4.13}$$

Multiplicando as equações (4.12) e (4.13) por $[T_V]^{-1}$ e $[T_I]^{-1}$ respectivamente, obtêm-se:

$$[Z][Y] = [T_V][\lambda_m][T_V]^{-1} \tag{4.14}$$

$$[Y][Z] = [T_I][\lambda_m][T_I]^{-1} \tag{4.15}$$

Substituindo as equações (4.14) e (4.15) nas equações (4.1) e (4.2), respectivamente, têm-se:

$$\frac{d^2[V]}{dx^2} = [T_V][\lambda_m][T_V]^{-1}[V] \tag{4.16}$$

$$\frac{d^2[I]}{dx^2} = [T_I][\lambda_m][T_I]^{-1}[I] \tag{4.17}$$

Pré multiplicando as equações (4.16) e (4.17) por $[T_V]^{-1}$ e $[T_I]^{-1}$, respectivamente, obtêm-se:

$$\frac{d^2[T_V]^{-1}[V]}{dx^2} = [\lambda_m][T_V]^{-1}[V] \tag{4.18}$$

$$\frac{d^2[T_I]^{-1}[I]}{dx^2} = [\lambda_m][T_I]^{-1}[I] \tag{4.19}$$

Nas equações (4.18) e (4.19), pode-se definir as correntes e tensões no domínio modal como sendo:

$$[V_m] = [T_V]^{-1}[V] \tag{4.20}$$

$$[I_m] = [T_I]^{-1}[I] \tag{4.21}$$

Manipulando as equações (4.20) e (4.21), obtêm-se:

$$[V] = [T_V][V_m] \tag{4.22}$$

$$[I] = [T_I][I_m] \tag{4.23}$$

onde $[V_m]$ e $[I_m]$ são, respectivamente, os vetores com as tensões e as correntes modais da linha.

Substitui-se [V] e [I] das equações (4.22) e (4.23) nas equações (4.18) e (4.19), respectivamente. Têm-se as equações da linha no domínio modal:

$$\frac{d^2[V_m]}{dx^2} = [\lambda_m][V_m] \tag{4.24}$$

$$\frac{d^2[I_m]}{dx^2} = [\lambda_m][I_m] \tag{4.25}$$

As equações (4.24) e (4.25) são as equações diferenciais dos modos exatos da linha. Devido ao fato de que $[\lambda_m]$ é uma matriz diagonal, não existe acoplamento entre as expressões (4.24) e (4.25). Fisicamente, podemos dizer que a linha de n fases acopladas foi transformada em n linhas monofásicas desacopladas, cujas equações de corrente e tensão no domínio da freqüência foram desenvolvidas no capítulo 3. Cada uma das linhas monofásicas é denominada de modo exato da linha (TAVARES; et. al, 1999).

4.3 – Matrizes de Impedâncias e de Admitâncias Exatas no Domínio Modal (KUROKAWA, 2003)

Substituindo os vetores [V] e [I] das equações (4.22) e (4.23) nas equações (4.1) e (4.2), obtêm-se:

$$\frac{d[T_V][V_m]}{dx} = -[Z][T_I][I_m] \tag{4.26}$$

$$\frac{d[T_I][I_m]}{dx} = -[Y][T_V][V_m] \tag{4.27}$$

Pré multiplicando as equações (4.26) e (4.27) por $[T_V]^{-1}$ e $[T_I]^{-1}$, respectivamente, obtêm-se:

$$\frac{d[V_m]}{dx} = -[T_V]^{-1}[Z][T_I][I_m] \tag{4.28}$$

$$\frac{d[I_m]}{dx} = -[T_I]^{-1}[Y][T_V][V_m] \tag{4.29}$$

Das equações (4.28) e (4.29), têm-se:

$$[Z_m] = [T_V]^{-1}[Z][T_I] \tag{4.30}$$

$$[Y_m] = [T_I]^{-1}[Y][T_V] \tag{4.31}$$

Logo, as equações (4.28) e (4.29) podem ser escritas como sendo:

$$\frac{d[V_m]}{dx} = -[Z_m][I_m] \tag{4.32}$$

$$\frac{d[I_m]}{dx} = -[Y_m][V_m] \tag{4.33}$$

Nas equações (4.32) e (4.33), tem-se $[Z_m]$ e $[Y_m]$ que são as matrizes de impedâncias longitudinais e de admitâncias transversais exatas da linha, respectivamente, no domínio dos modos. Sendo escritas como:

$$[Z_m] = [T_V]^{-1}[Z][T_I] \tag{4.34}$$

$$[Y_m] = [T_I]^{-1}[Y][T_V] \tag{4.35}$$

4.4 – Relações entre as Matrizes [T_V] e [T_I]

Considerando na linha polifásica que a impedância mútua entre as fases *i* e *j* é idêntica à impedância mútua entre as fases *j* e *i*, pode-se afirmar que:

$$[Z] = [Z]^T \tag{4.36}$$

$$[Y] = [Y]^T \tag{4.37}$$

Nas equações (4.36) e (4.37), as matrizes $[Z]^T$ e $[Y]^T$ são, respectivamente, as matrizes transpostas de [Z] e [Y].

Substituindo as equações (4.36) e (4.37) na equação (4.10), obtém-se:

$$[\lambda_m] = [T_V]^{-1}[Z]^T[Y]^T[T_V] \tag{4.38}$$

Utilizando propriedades matriciais, pode-se escrever:

$$[Z]^T[Y]^T = ([Y][Z])^T \tag{4.39}$$

Substituindo a equação (4.39) na equação (4.38), fica:

$$[\lambda_m] = [T_V]^{-1}([Y][Z])^T[T_V] \tag{4.40}$$

Transpondo os dois lados da equação (4.11), obtém-se:

$$[\lambda_m]^T = ([T_I]^{-1}[Y][Z][T_I])^T \tag{4.41}$$

Re-agrupando o lado direito da equação (4.41), têm-se:

$$[\lambda_m]^T = \left(([T_I]^{-1}[Y])([Z][T_I])\right)^T \tag{4.42}$$

A equação (4.42) pode ser rescrita como:

$$[\lambda_m]^T = ([Z][T_I])^T ([T_I]^{-1}[Y])^T \tag{4.43}$$

Desenvolvendo o lado direito da equação (4.43) a partir do mesmo desenvolvimento feito na equação (4.42), obtém-se:

$$[\lambda_m]^T = [T_I]^T [Z]^T [Y]^T ([T_I]^{-1})^T \tag{4.44}$$

Considerando que $[\lambda_m]$ é uma matriz diagonal, pode-se afirmar que:

$$[\lambda_m] = [\lambda_m]^T \tag{4.45}$$

Com base na equação (4.45), pode-se afirmar que as equações (4.41) e (4.45) são idênticas. Portanto, tem-se:

$$[T_V]^{-1}([Y][Z])^T [T_V] = [T_I]^T [Z]^T [Y]^T ([T_I]^{-1})^T \tag{4.46}$$

Desenvolvendo o termo $([Y][Z])^T$ no lado esquerdo da equação (4.46), tem-se:

$$[T_V]^{-1}[Z]^T [Y]^T [T_V] = [T_I]^T [Z]^T [Y]^T ([T_I]^{-1})^T \tag{4.47}$$

Observando a expressão (4.47), pode-se concluir que:

$$[T_V]^{-1} = [T_I]^T \tag{4.48}$$

A expressão (4.48) mostra que existe uma relação entre as matrizes $[T_V]$ e $[T_I]$. Portanto, basta calcular uma das matrizes e, obter a outra matriz através de (4.48).

4.5 – Relações entre as Matrizes $[\lambda_m]$, $[Z_m]$ e $[Y_m]$

Multiplicando as equações (4.34) e (4.35), têm-se:

$$[Z_m][Y_m] = [T_V]^{-1}[Z][T_I][T_I]^{-1}[Y][T_V] \tag{4.49}$$

A equação (4.49) resulta em:

$$[Z_m][Y_m] = [T_V]^{-1}[Z][Y][T_V] \tag{4.50}$$

Comparando as equações (4.10) e (4.50), pode-se afirmar que a matriz $[\lambda_m]$ pode ser escrita como:

$$[\lambda_m] = [Z_m][Y_m] \tag{4.51}$$

Fazendo o produto das equações (4.35) e (4.34), obtêm-se:

$$[Y_m][Z_m] = [T_I]^{-1}[Y][T_V][T_V]^{-1}[Z][T_I] \tag{4.52}$$

Desenvolvendo a equação (4.52), têm-se:

$$[Y_m][Z_m] = [T_I]^{-1}[Y][Z][T_I] \tag{4.53}$$

Comparando as equações (4.11) e (4.53), obtêm-se:

$$[\lambda_m] = [Y_m][Z_m] \tag{4.54}$$

As equações (4.51) e (4.54) mostram que os produtos $[Z_m][Y_m]$ e $[Y_m][Z_m]$ são idênticos. Portanto, as matrizes $[Z_m]$ e $[Y_m]$ são matrizes diagonais.

Substituindo as equações (4.51) e (4.54) nas equações (4.24) e (4.25), obtêm-se:

$$\frac{d^2[V_m]}{dx^2} = [Z_m][Y_m][V_m] \tag{4.55}$$

$$\frac{d^2[I_m]}{dx^2} = [Y_m][Z_m][I_m] \tag{4.56}$$

As equações (4.55) e (4.56) são as equações diferenciais modais da linha. Uma vez que as matrizes $[Z_m]$ e $[Y_m]$ são diagonais, não há acoplamento entre os modos da linha. Logo, as equações (4.55) e (4.56) estão desacopladas e suas soluções são conhecidas.

A figura 4.2 mostra os n modos de propagação de uma linha de n fases.

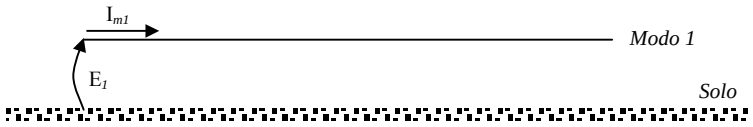


Figura 4.2 (a)- Representação do modo 1 de uma linha de n fases.

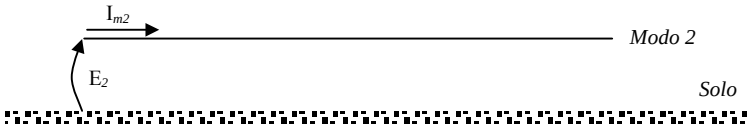


Figura 4.2 (b)- Representação do modo 2 de uma linha de n fases.

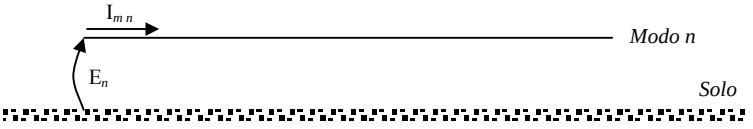


Figura 4.2 (c)- Representação do modo n de uma linha de n fases.

A solução das equações diferenciais da linha polifásica no domínio da freqüência é de difícil solução devida às fases serem acopladas. Para resolver esse problema

decompõem-se uma linha de n fases em n modos desacoplados. Uma linha de n fases é representada através de seus n modos de propagação, sendo que cada modo comporta-se como sendo uma linha monofásica. Uma alternativa muito usada para decompor uma linha de transmissão trifásica é a matriz de Clarke, que é real, constante e independente da freqüência.

4.6 - Quase-Modos de uma Linha de Transmissão Trifásica (KUROKAWA, 2003; TAVARES; et. al, 1999)

Uma linha de transmissão trifásica idealmente transposta pode ser decomposta em seus modos exatos a partir do uso da matriz de Clarke como sendo a matriz de transformação modal. Em situações em que uma linha trifásica não pode ser considerada idealmente transposta, mas possui um plano de simetria vertical, a matriz de Clarke decompõe a mesma em um modo exato (modo β) e em dois termos que são mutuamente acoplados (quase-modos α e zero). Em algumas situações pode-se desprezar o acoplamento entre os quase-modos α e zero e dizer que a matriz de Clarke pode ser utilizada para decompor uma linha trifásica que possui plano de simetria vertical em seus modos exatos.

Portanto, considerando a linha trifásica não transposta, mas com um plano de simetria vertical, os modos exatos 1, 2 e 3 podem ser considerados equivalentes aos quase-modos α, β e zero, respectivamente.

Substituindo a matriz $[T_I]$ pela matriz de Clarke, obtêm-se:

$$[T_I] = [T_{clarke}] \tag{4.57}$$

Substituindo a equação (4.57) na equação (4.48), têm-se:

$$[T_V]^{-1} = [T_{clarke}]^T \tag{4.58}$$

Nas equações (4.57) e (4.58), $[T_{clarke}]$ é a matriz de Clarke, que é expressa como:

$$[T_{clarke}] = \begin{bmatrix} \frac{2}{\sqrt{6}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \tag{4.59}$$

Substituindo as equações (4.57) e (4.58) nas equações (4.34) e (4.35), obtêm-se as impedâncias e as admitâncias dos quase-modos da linha, respectivamente, expressas através de:

$$[Z_{qm}] = [T_{clarke}]^T [Z][T_{clarke}] \tag{4.60}$$

$$[Y_{qm}] = [T_{clarke}]^{-1}[Y]([T_{clarke}]^T)^{-1} \tag{4.61}$$

Nas equações (4.60) e (4.61), $[Z_{qm}]$ e $[Y_{qm}]$ são as matrizes de impedância longitudinal e de admitância transversal, respectivamente, dos quase-modos da linha.

Se a linha de transmissão é idealmente transposta, as matrizes $[Z_{qm}]$ e $[Y_{qm}]$ são idênticas às matrizes $[Z_m]$ e $[Y_m]$. Ou seja, nessas condições a matriz de Clarke decompõe a linha em seus modos exatos.

Caso a linha possua um plano de simetria vertical, mas não possa ser considerada idealmente transposta, as matrizes $[Z_{qm}]$ e $[Y_{qm}]$ são escritas como:

$$[Z_{qm}] = \begin{bmatrix} Z_\alpha & 0 & Z_{\alpha 0} \\ 0 & Z_\beta & 0 \\ Z_{0\alpha} & 0 & Z_0 \end{bmatrix} \tag{4.62}$$

$$[Y_{qm}] = \begin{bmatrix} Y_\alpha & 0 & Y_{\alpha 0} \\ 0 & Y_\beta & 0 \\ Y_{0\alpha} & 0 & Y_0 \end{bmatrix} \tag{4.63}$$

As equações (4.62) e (4.63) mostram que quando a linha não é idealmente transposta, existe acoplamento entre os quase-modos α e zero. No entanto, em determinadas situações, o acoplamento entre os modos α e zero pode ser desconsiderado. Nessas condições, as matrizes $[Z_{qm}]$ e $[Y_{qm}]$ tornam-se:

$$[Z_{qm}] \cong \begin{bmatrix} Z_\alpha & 0 & 0 \\ 0 & Z_\beta & 0 \\ 0 & 0 & Z_0 \end{bmatrix} \tag{4.64}$$

$$[Y_{qm}] \cong \begin{bmatrix} Y_\alpha & 0 & 0 \\ 0 & Y_\beta & 0 \\ 0 & 0 & Y_0 \end{bmatrix} \tag{4.65}$$

As correntes e tensões dos quase-modos são obtidas a partir da substituição das equações (4.57) e (4.58) nas equações (4.22) e (4.23). Ou seja:

$$[V_{qm}] = [T_{clarke}]^T [V] \tag{4.66}$$

$$[I_{qm}] = [T_{clarke}]^{-1} [I] \tag{4.67}$$

Substituindo as grandezas modais $[V_m]$, $[I_m]$, $[Z_m]$ e $[Y_m]$ pelas correspondentes grandezas dos quase-modos $[V_{qm}]$, $[I_{qm}]$, $[Z_{qm}]$ e $[Y_{qm}]$ nas equações (4.24) e (4.25), obtêm-se as equações diferenciais dos quase-modos da linha:

$$\frac{d^2[V_{qm}]}{dx^2} = [Z_{qm}][Y_{qm}[V_{qm}] \tag{4.68}$$

$$\frac{d^2[I_{qm}]}{dx^2} = [Y_{qm}][Z_{qm}][I_{qm}] \tag{4.69}$$

4.7 – Conclusões

Nesse capítulo foi estudado o processo de decomposição modal de uma linha polifásica e os quase-modos de uma linha de transmissão trifásica.

A solução das equações diferenciais da linha no domínio da freqüência é de difícil solução devido ao fato das fases serem acopladas. Para contornar as dificuldades de resolução costuma-se decompor uma linha de n fases em n modos desacoplados.

De maneira genérica, os autovetores associados ao produto [Z][Y] constituem a matriz de transformação da linha. No entanto, em se tratando de linhas trifásicas idealmente transpostas pode–se utilizar como matriz de transformação, diversas outras matrizes, como a matriz de Karrembauer e a matriz de Fortescue.

Uma matriz de transformação muito usada para decompor uma linha de transmissão trifásica é a matriz de Clarke. Se a linha é idealmente transposta, a matriz de Clarke decompõe a linha em seus modos exatos. Para o caso em que a linha não pode ser considerada idealmente transposta, mas possui um plano de simetria vertical, a matriz de Clarke decompõe esta linha em seus quase-modos que, em algumas situações podem ser considerados como sendo os modos exatos da linha.

A vantagem em se utilizar a matriz de Clarke como sendo a matriz de transformação modal de uma linha trifásica é que esta matriz é real, constante e independente da freqüência.

5 - OBTENÇÃO DA MATRIZ DE TRANSFORMAÇÃO MODAL DE UMA LINHA POLIFÁSICA

5.1 – Introdução

Neste capítulo, será abordado um método numérico, baseado no algoritmo de Newton-Raphson para obter uma matriz de decomposição modal de uma linha de n fases.

5.2 – Matriz de Transformação Modal Obtida pelo Método de Newton-Raphson

Uma maneira para se obter a matriz de transformação modal de uma linha de transmissão consiste em utilizar o método de Newton-Raphson. Esse método possibilita a obtenção de autovalores que sejam contínuos e não apresentem variações bruscas em relação à freqüência (WEDEPOHL; et. al, 1996).

Considere uma linha polifásica de n fases, representada pelas matrizes [Y] e [Z]. Para essa linha, pode-se escrever:

$$[Z][Y][T_I] = [T_I][\lambda] \tag{5.1}$$

onde: $[T_I]$ é a matriz de transformação modal.

A equação (5.1) pode ser escrita como:

$$(S - \lambda_{kk} \cdot I)[T_{Ikk}] = 0 \tag{5.2}$$

Na equação (5.2), o termo S corresponde ao produto [Y][Z] para a linha mencionada, T_{ikk} é a coluna k da matriz $[T_I]$, λ_{kk} é o autovalor associado ao autovetor T_{ikk} e [I] é a matriz identidade.

A equação (5.1) representa um sistema homogêneo com n equações e (n+1) incógnitas. Para que o sistema possua uma única solução deve-se definir mais uma outra equação. Uma equação utilizada é a que define que o módulo de qualquer um dos autovetores é unitário (BUDNER, 1970).

Dessa forma, obtém-se um sistema de n equações com n incógnitas que pode ser resolvido através do método de Newton-Raphson.(WEDEPOHL; et. al, 1996)

Para o caso de uma linha trifásica, as matrizes [S]; [T_I] e [λ] são do tipo:

$$[S] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{bmatrix} \tag{5.3}$$

$$[\lambda] = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{33} \end{bmatrix} \tag{5.4}$$

$$[T_I] = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{bmatrix} \tag{5.5}$$

Na matriz [T_I] cada coluna é um autovetor do produto matricial [Y][Z].

Para obter-se o primeiro autovetor desta linha, deve-se substituir as equações (5.3) e (5.4) e a primeira coluna da matriz [T_I] (equação 5.5.) na equação (5.1). Dessa maneira, obtêm-se:

$$\left(\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \lambda_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{33} \end{bmatrix} \right) . \begin{bmatrix} T_{11} \\ T_{21} \\ T_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{5.6}$$

Desenvolvendo a equação (5.6), têm-se:

$$(S_{11}-\lambda_{11})T_{I11}+S_{12}T_{I21}+S_{13}T_{I31}=0 \tag{5.7}$$

$$S_{21}T_{I11}+(S_{22}-\lambda_{11})T_{I21}+S_{23}T_{I31}=0 \tag{5.8}$$

$$S_{31}T_{I11}+S_{32}T_{I21}+(S_{33}-\lambda_{11})T_{I31}=0 \tag{5.9}$$

Considerando-se que o módulo do autovetor é unitário, obtêm-se:

$$T_{I11}^2+T_{I21}^2+T_{I11}^2-1=0 \tag{5.10}$$

As equações (5.7)-(5.9) e (5.10) constituem um sistema cujo número de equações é igual ao número de incógnitas. Agrupando as equações (5.7)-(5.9) e (5.10) obtêm-se:

$$F_1=(S_{11}-\lambda_{11})T_{I11}+S_{12}T_{I21}+S_{13}T_{I31}=0 \tag{5.11}$$

$$F_2=S_{21}T_{I11}+(S_{22}-\lambda_{11})T_{I21}+S_{23}T_{I31}=0 \tag{5.12}$$

$$F_3=S_{31}T_{I11}+S_{32}T_{I21}+(S_{33}-\lambda_{11})T_{I31}=0 \tag{5.13}$$

$$F_4=T_{I11}^2+T_{I21}^2+T_{I11}^2-1=0 \tag{5.14}$$

No sistema de equações (5.11)-(5.14), as incógnitas são o autovetor λ_{11} e a primeira coluna da matriz $[T_I]$, isto é T_{11}, T_{21} e T_{31}. Portanto, pode-se definir os vetores [F][x] como:

$$[F]=\begin{bmatrix}F_1\\F_2\\F_3\\F_4\end{bmatrix} \tag{5.15}$$

$$[x] = \begin{bmatrix} T_{11} \\ T_{21} \\ T_{31} \\ \lambda_{11} \end{bmatrix} \tag{5.16}$$

Pode-se obter a solução para o vetor [x] do sistema de equações definido através das equações (5.11) - (5.14) através do método de Newton-Raphson. Desse modo, a n-ésima iteração do método de Newton-Raphson é escrita sob a forma (WEDEPOHL, 1996):

$$[x]^{(n)} = [x]^{(n-1)} - (J([x]^{(n-1)})^{-1}[F([x]^{(n-1)})] \tag{5.17}$$

Na equação (5.17), $[x]^{(n)}$ é o vetor [x] na n-ésima iteração. Os termos $(J[x]^{(n-1)})$ e $[F[x]]^{(n-1)}$ são, respectivamente o Jacobiano de [F[x]] e [F[x]] calculados na iteração anterior.

O método de Newton-Raphson geralmente converge rapidamente desde que os valores de x e $J(x)^{-1}$ sejam conhecidos.

Dado um erro admitido, o algoritmo de Newton-Raphson se repetirá até a convergência e o processo será encerrado quando o erro for menor do que o admitido, obtendo-se desta forma o primeiro autovetor λ_{11} e a primeira coluna da matriz $[T_I]$. Isto é $T_{11}, T_{21}...T_{n1}$. O procedimento mostrado deve-se repetir para determinar-se λ_{22} e a segunda coluna da matriz $[T_I]$, λ_{33} e a terceira coluna da matriz $[T_I]$. Obtêm-se, então, (5.4) e (5.5).

5.3 – Conclusões

Neste capítulo, estudou-se um método numérico para obtenção de uma matriz de transformação modal de uma linha de transmissão. O método estudado é o método de Newton-Raphson. Os elementos da matriz de decomposição modal, obtidos através do método de Newton-Raphson, são utilizados para determinar os parâmetros modais da linha de transmissão.

6 - Cálculo dos Parâmetros da Linha de Transmissão a Partir da Corrente e da Tensão de Fase

6.1 – Introdução

Os parâmetros de uma linha de transmissão aérea dependente da freqüência são calculados, geralmente, levando em consideração as correntes e as tensões de fase da linha de transmissão.

Para calcular os parâmetros da linha de transmissão através da metodologia já conhecida devem ser levados em consideração o efeito do solo e o efeito pelicular (skin effect). Sendo que os resultados do campo eletromagnético do efeito pelicular dentro do condutor podem ser calculados com muita precisão utilizando a função de Bessel.

O objetivo deste trabalho é mostrar uma metodologia alternativa para calcular os parâmetros longitudinais e transversais de um pequeno segmento da linha de transmissão. Com essa metodologia pode-se, inicialmente, obter a corrente e a tensão de fase em dois pontos consecutivos da linha. Considerando que o comprimento do segmento da linha mencionado é bastante curto, pode-se representá-lo com um circuito π (KUROKAWA; et. al, 2006).

A figura 6.1 mostra um diagrama de blocos que descreve todo o processo de cálculo dos parâmetros da linha de transmissão a partir das correntes e das tensões de fase, considerando o uso da matriz de transformação $[T_I]$ e da matriz de Clarke.

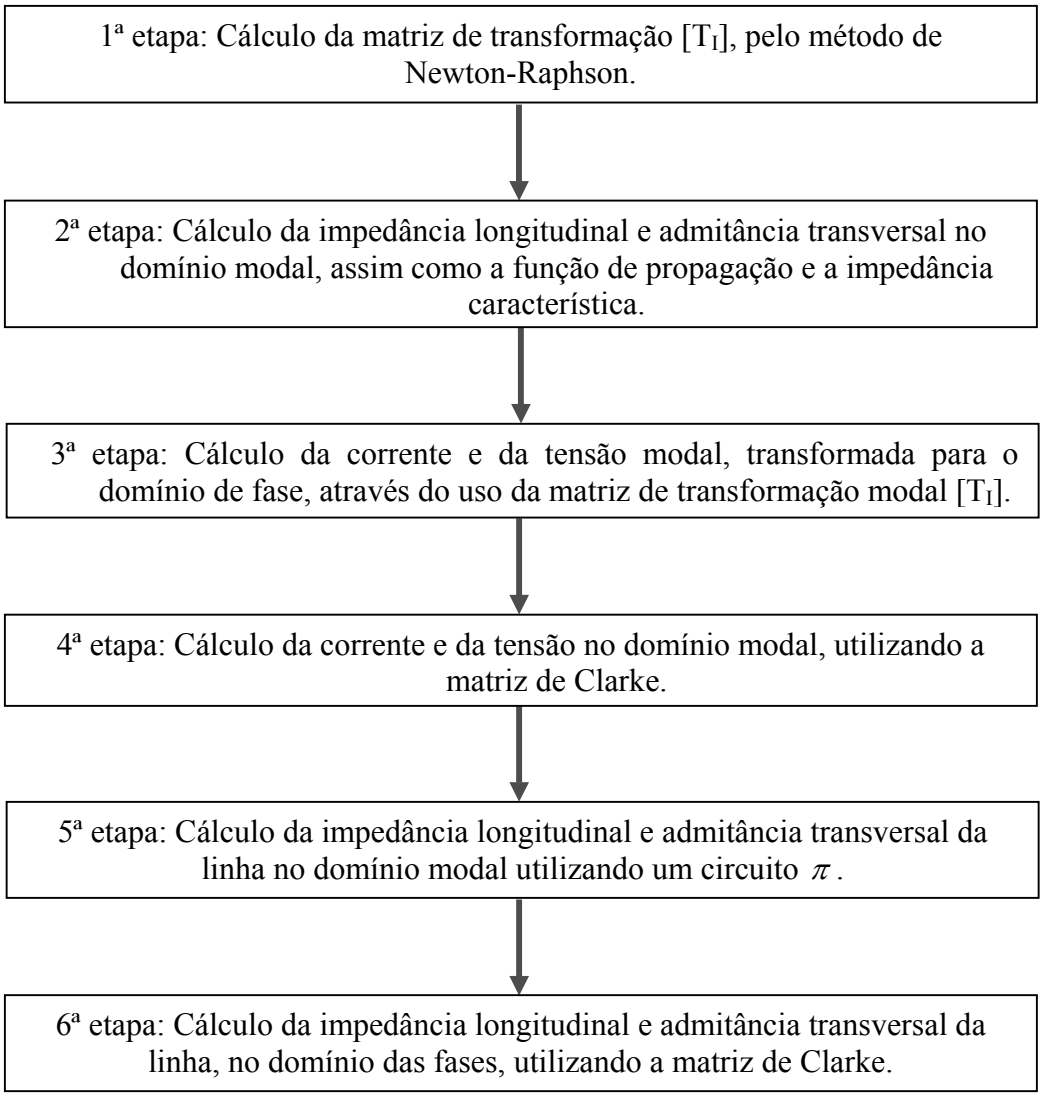


Figura 6.1 – Cálculo dos parâmetros da linha de transmissão.

As etapas 1 e 2 do diagrama de blocos, mostradas na figura 6.1, foram desenvolvidas nos capítulos 4 e 5 enquanto que as etapas 3, 4, 5 e 6 serão desenvolvidas neste capítulo.

6.2 – Metodologia Clássica

Um aspecto importante na representação da linha de transmissão consiste em considerar que os parâmetros da linha variem em função da freqüência.

Carson e Pollaczek desenvolveram modelos matemáticos que representam o efeito do solo, formando os parâmetros da linha com retorno do solo dependente da freqüência. Ambos parecem dar resultados idênticos para linhas aéreas, mas a fórmula de Pollaczek é mais geral visto que pode ser também usada para condutores subterrâneos.

As impedâncias mútuas e próprias inclusas nas equações de linha de transmissão no domínio da freqüência podem ser derivadas pela solução das equações de Maxwell, levando em consideração a presença do solo, do condutor e do ar.

A impedância longitudinal interna é associada com o campo eletromagnético dentro do condutor. Dentro das considerações previamente mencionadas, um campo eletromagnético não afeta os elementos mútuos, mas sim os elementos próprios da diagonal da matriz de impedância longitudinal. Em geral, a impedância interna pode ser interpretada como uma resistência e uma indutância, ambas dependentes da freqüência. A impedância interna pode ser calculada, com boa precisão, baseada nas fórmulas da função de Bessel dos parâmetros do condutor geométrico ou com formulas simplificadas dependendo da faixa de freqüência.

A impedância longitudinal externa é associada com o campo eletromagnético fora do condutor. Assumindo um solo sem perdas (condutividade elétrica infinita), a impedância longitudinal externa pode ser interpretada como uma matriz de indutância, independente da freqüência.

Para um solo com perdas (condutividade elétrica finita), é possível considerar o efeito, na matriz de impedância longitudinal, do campo eletromagnético por meio de parcelas adicionais da impedância longitudinal externa, com os elementos próprios e mútuos não nulos dependentes da freqüência (KUROKAWA; et al., 2006).

Uma análise similar foi aplicada também para a matriz de admitância transversal [Y], assumindo um condutor e um solo ideal (condutividade elétrica infinita).

6.3 – Metodologia Desenvolvida

O desenvolvimento para calcular os parâmetros longitudinais e transversais da linha requer que a corrente e a tensão de fase, nos pontos A e B, referentes à figura 6.2, sejam conhecidos.

Usando o procedimento proposto para calcular os parâmetros da linha, têm-se seis passos a serem seguidos.

i. Calcular a matriz de transformação modal [T_I] por meio do método de Newton-Raphson;
ii. Transformar os parâmetros da linha de transmissão para o domínio modal, utilizando a matriz de transformação modal [T_I];
iii. Medir a corrente e a tensão de fase no extremo inicial e final do segmento da linha, sendo nesse caso representados pelos pontos A e B da figura 6.3;
iv. Transformar a corrente e a tensão no domínio de fase para o domínio modal, utilizando a matriz de Clarke;
v. Representar o segmento da linha, no domínio modal, quando se tem um circuito π. Obter a impedância longitudinal e a admitância transversal de cada modo do segmento da linha como função da corrente e da tensão modal;
vi. Converter a impedância longitudinal e a admitância transversal do domínio modal para o domínio de fase, utilizando a matriz de Clarke.

A figura 6.2 mostra uma linha de transmissão de comprimento *d* e de segmento Δx de *n* fases, definida como sendo os pontos A e B, em função da corrente e da tensão.

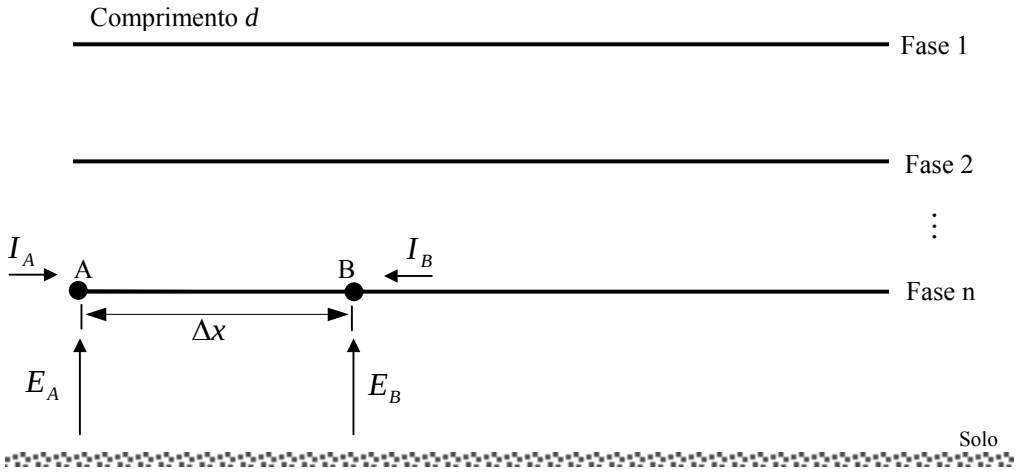


Figura 6.2 - Segmento de *n* fase da linha em uma linha de transmissão de *n* fases.

O segmento da linha mostrado na figura 6.2 caracteriza perfeitamente as matrizes [Z] e [Y] que são matrizes de impedância longitudinal e de admitância transversal, respectivamente, no domínio da fase. Este segmento pode ser desacoplado em *n* modos e estes *n* modos podem ser obtidos através do uso da matriz de transformação modal [T_I], trazendo o produto matricial de [Y][Z] para a forma diagonal (KUROKAWA; et. al., 2006):

$$[T_I]^{-1}[Y][Z][T_I] = [\lambda] \tag{6.1}$$

onde: $[\lambda]$ é a matriz diagonal de autovalor.

A matriz de transformação modal [T_I] de uma linha de *n* fases foi obtida baseada no método de Newton-Raphson, apresentado no capítulo 5. O objetivo desse método numérico foi gerar uma matriz de transformação modal que permita transformar a impedância longitudinal e a admitância transversal para o domínio modal, por meio de:

$$[Z_m] = [T_I]^T [Z][T_I] \tag{6.2}$$

$$[Y_m] = [T_I]^{-1}[Y][T_I]^{-T} \tag{6.3}$$

As matrizes $[Z]$ e $[Y]$ são, respectivamente, matrizes de impedância longitudinal e de admitância transversal no domínio de fase da linha de transmissão.

A função de propagação $\gamma_m = \sqrt{z_m . y_m}$ e a impedância característica $z_{cm} = \sqrt{\frac{z_m}{y_m}}$, ambas no domínio modal, são necessárias para a obtenção das correntes e das tensões de fase nos pontos A e B do segmento da linha de transmissão.

Considere agora uma linha trifásica já construída com o receptor em aberto e uma tensão inicial nas fases 1 e 2.

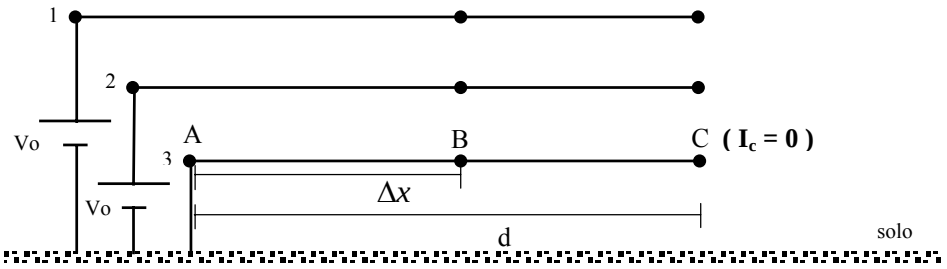


Figura 6.3 – Fases 1, 2 e 3 de uma linha trifásica

Sendo os pontos A e B os extremos do segmento da linha.

Como o ponto C da linha está em aberto, as correntes de fase no extremo C são nulas. Portanto a corrente no ponto C é zero, ou seja:

$$[I_C] = [0] \tag{6.4}$$

Utilizando a solução das equações diferenciais (3.13) e (3.14) mostradas no capítulo 3, pode-se escrever as correntes e as tensões da linha trifásica para os pontos A e B mostradas na figura 6.4, como sendo:

$$V_A = V_B \cosh(\gamma.\Delta x) - I_B.Z_C \operatorname{senh}(\gamma.\Delta x) \tag{6.5}$$

$$I_A = -I_B \cosh(\gamma.\Delta x) + \frac{V_B}{Z_C} \operatorname{senh}(\gamma.\Delta x) \tag{6.6}$$

E para os pontos B e C da linha trifásica, considerando que a linha está em aberto, tem-se que:

$$V_{B'} = V_C \cosh[\gamma(d - \Delta x)] \tag{6.7}$$

$$I_{B'} = \frac{V_C}{Z_C} \operatorname{senh}[\gamma(d - \Delta x)] \tag{6.8}$$

As equações (6.7) e (6.8) descrevem as correntes e as tensões modais nos extremos B e C de uma linha de transmissão de comprimento *d*.

Considerando que a corrente $I_B = -I_{B'}$ e a tensão $V_B = V_{B'}$, têm-se no domínio dos modos, as correntes e as tensões no extremo A da linha de transmissão quando o extremo C está aberto. Desta forma, substituindo a equação (6.7) e (6.8) na equação (6.5), tem-se que:

$$V_A = V_C \cosh[\gamma(d - .\Delta x)]\cosh(\gamma.\Delta x) + V_C .\operatorname{senh}[\gamma(d - .\Delta x)]\operatorname{senh}(\gamma.\Delta x) \tag{6.9}$$

Manipulando a equação (6.9), tem-se que a tensão no ponto C em função da tensão no ponto A é dada por:

$$V_C = \frac{V_A}{\cosh[\gamma(d - .\Delta x)]\cosh(\gamma.\Delta x) + \operatorname{senh}[\gamma(d - .\Delta x)]\operatorname{senh}(\gamma.\Delta x)} \tag{6.10}$$

Substituindo a equação (6.10) nas equações (6.7) e (6.8), obtêm-se:

$$V_B = \frac{V_A \cosh[\gamma(d - \Delta x)]}{\cosh[\gamma(d - \Delta x)]\cosh(\gamma.\Delta x) + \operatorname{senh}[\gamma(d - \Delta x)]\operatorname{senh}(\gamma.\Delta x)} \tag{6.11}$$

$$I_B = \frac{V_A \operatorname{senh}[\gamma(d - \Delta x)]}{Z_C(\cosh[\gamma(d - \Delta x)]\cosh(\gamma.\Delta x) + \operatorname{senh}[\gamma(d - \Delta x)]\operatorname{senh}(\gamma.\Delta x))} \tag{6.12}$$

$$I_A = -I_B \cosh(\gamma.\Delta x) + \frac{V_B}{Z_C}\operatorname{senh}(\gamma.\Delta x) \tag{6.13}$$

As equações (6.11), (6.12) e (6.13) representam no domínio modal, respectivamente, a tensão no ponto B, e as correntes nos pontos A e B do segmento da linha de transmissão em função da tensão no ponto A. Uma vez obtidas as correntes e tensões no domínio modal, pode-se converter tais grandezas para o domínio das fases.

Visto que a medição das correntes e tensões nos extremos A e B do segmento da linha de transmissão tem que ser no domínio de fase, manipula-se a relação da transformação entre os modos e as fases e obtêm-se:

$$[V_f] = [T_i]^{-T}[V_m] \tag{6.14}$$

$$[I_f] = [T_I][I_m] \tag{6.15}$$

Nas equações (6.14) e (6.15), os vetores $[V_m]$ e $[I_m]$ são, respectivamente, a tensão e a corrente da linha no domínio modal. As matrizes $[T_v]$ e $[T_I]$ são as matrizes que diagonalizam os produtos $[Z][Y]$ e $[Y][Z]$, respectivamente.

Com a corrente e a tensão de fase nos pontos A e B da linha de transmissão conhecida, utiliza-se a matriz de Clarke em substituição a matriz de transformação modal $[T_I]$, para transformar a corrente e a tensão no domínio de fase para o domínio modal. Dessa forma, é possível representar o segmento da linha de transmissão por um circuito π e calcular os parâmetros longitudinais e transversais da linha de transmissão.

A matriz de Clarke (4.59) é real e independente da freqüência e pode ser aplicada para obter os parâmetros da linha de transmissão trifásica.

$$[T_{clarke}] = \begin{bmatrix} \frac{2}{\sqrt{6}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \tag{6.16}$$

A seguir é apresentada a relação da transformação da tensão e da corrente no domínio de fase para o domínio modal, utilizando a matriz de Clarke:

$$[V_m] = [T_{clarke}]^T[V_{ph}] \tag{6.17}$$

$$[I_m] = [T_{clarke}]^{-T}[I_{ph}] \tag{6.18}$$

Nas equações (6.17) e (6.18), os vetores $[V_{ph}]$ e $[I_{ph}]$ são, respectivamente, a tensão e a corrente da linha no domínio de fase.

A figura 6.4 apresenta o segmento, nos pontos A e B da linha, nos *n* modos representados por um circuito π.

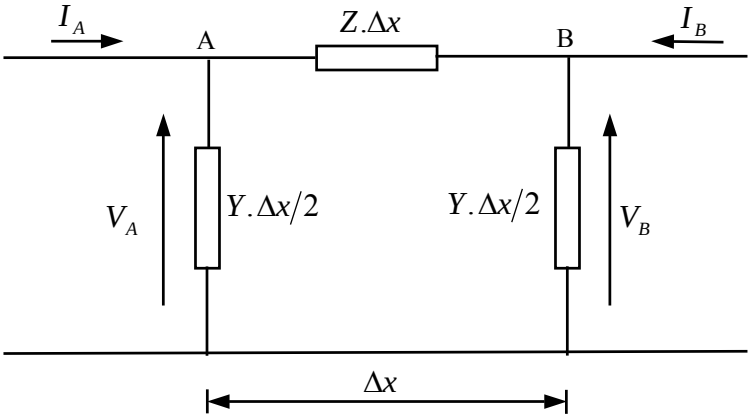


Figura 6.4 – Representação dos *n* modos do segmento da linha para um circuito π

Na figura 6.4 [Z] e [Y] são, respectivamente as matrizes de impedância longitudinal e admitância transversal dos *n* modos e Δx é o comprimento do segmento da linha. Dessa forma, é possível escrever [Z] e [Y] em função das correntes e das tensões nos pontos A e B, conforme é apresentado a seguir:

$$[Z] = \left(\frac{1}{\Delta x}\right)\left(\frac{(V_B)^2 - (V_A)^2}{V_A I_B - V_B I_A}\right) \tag{6.19}$$

$$[Y] = \left(\frac{2}{\Delta x}\right)\left(\frac{I_A + I_B}{V_A + V_B}\right) \tag{6.20}$$

Nas equações (6.19) e (6.20), é conhecido que os valores de Z e Y dos *n* modos da linha são escritos como:

$$[Z] = R(\omega) + j\omega L(\omega) \tag{6.21}$$

$$[Y] = G(\omega) + j\omega C(\omega) \tag{6.22}$$

Sendo que $[R(\omega)]$ e $[L(\omega)]$ representam, respectivamente, a resistência e a indutância longitudinal por unidade de comprimento dos *n* modos, e que $[G(\omega)]$ e $[C(\omega)]$ são, respectivamente, a condutância e capacitância transversal por unidade de comprimento.

Determinados os valores de [Z] e [Y] através de (6.19) e (6.20), pode-se utilizar as equações (6.14) e (6.15) para obter os parâmetros dos *n* modos do comprimento do segmento da linha, como função da corrente e da tensão modal de uma linha transmissão.

Desse modo, obtêm-se os parâmetros longitudinais e transversais do segmento da linha, convertendo a impedância longitudinal e admitância transversal do domínio modal para o domínio de fase por meio das seguintes equações:

$$[Z] = \left([T_{clarke}]^T\right)^{-1}[Z_m][T_{clarke}]^{-1} \tag{6.23}$$

$$[Y] = [T_{clarke}][Y_m][T_{clarke}]^T \tag{6.24}$$

Sendo que $[Z_m]$ representa a matriz de impedância longitudinal e $[Y_m]$ a matriz de admitância transversal, ambas no domínio modal.

6.4 – Aplicações na Linha de Transmissão Trifásica

Na análise da metodologia, usou-se uma linha de transmissão trifásica não transposta com plano de simetria vertical, cujos parâmetros longitudinais e transversais são previamente conhecidos. Depois, foram comparados os parâmetros conhecidos com os parâmetros calculados.

Foram considerados que a linha de transmissão aérea sobre solo não ideal com condutividade finita e que os cabos não são condutores perfeitos. Nessa situação, os parâmetros próprios e mútuos são dependentes da freqüência e são calculados considerando o retorno do solo e o efeito pelicular.

Neste trabalho, foi utilizada uma linha de transmissão trifásica de 440 kV, conforme é apresentado na figura 6.5.

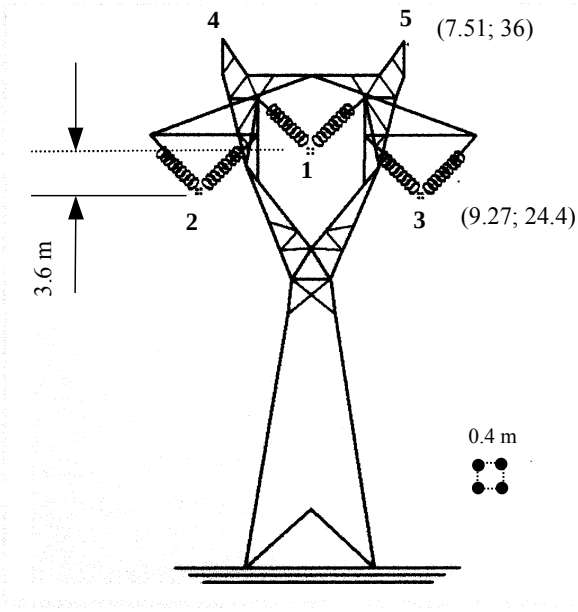


Figura 6.5 – Linha de transmissão trifásica

Na linha mostrada na figura 6.5, as fases 1, 2 e 3 são constituídas de 4 subcondutores do tipo *Grosbeak*, sendo os cabos pára-raios representados pelos condutores 4 e 5. A resistividade do solo foi considerada como sendo igual a 1000 Ω.m.

Essa linha foi decomposta em seus *n* modos. A decomposição da linha em seus *n* modos foi feita a partir da matriz de transformação modal $[T_I]$ que foi obtida através do método de Newton-Raphson (BUDNER, 1970), e através da matriz de Clarke em substituição a matriz de transformação modal $[T_I]$.

Os parâmetros longitudinais e transversais dessa linha são previamente conhecidos em freqüências compreendidas entre 10 Hz e 1 MHz. Os parâmetros longitudinais foram calculados levando em conta o efeito solo e o efeito pelicular, os quais foram determinados a partir das equações de Carson e de Bessel, respectivamente.

Uma vez conhecidos todos os parâmetros da linha de transmissão, foram obtidas as matrizes [Z] e [Y] da mesma.

No procedimento proposto foram usados os parâmetros longitudinais e transversais de um pequeno segmento da linha mostrada na Figura 6.6, considerando que este pequeno segmento seja dado por Δx e o comprimento da linha *d*.

A corrente e a tensão dos pontos iniciais e finais do segmento da linha foram calculados no domínio da freqüência, no intervalo de 10 Hz – 10 kHz, usando a solução das equações diferenciais da linha.

6.5 – Conclusão

O procedimento proposto foi baseado na utilização da matriz de transformação modal [T_I], na matriz de Clarke e na amplitude da corrente e da tensão no ponto inicial A e final B do segmento da linha.

Neste capítulo foi mostrado um procedimento para calcular os parâmetros de um segmento da linha de transmissão trifásica idealmente transposta de 440 kV. Este procedimento escolhido leva em consideração que o segmento da linha pode ser aproximado para um circuito π.

Uma das dificuldades relacionada com a implementação do método proposto, para a determinação dos parâmetros da linha de transmissão foi com relação ao fato de que a matriz de transformação modal precisa ser conhecida na literatura, para dessa maneira, poder se determinar os parâmetros longitudinais e transversais da linha de transmissão.

7 - RESULTADOS E ANÁLISE COM A MATRIZ [T_I] DOS PARÂMETROS DA LINHA DE TRANSMISSÃO CALCULADOS A PARTIR DAS CORRENTES E DAS TENSÕES DE FASE

7.1 – Introdução

Foram comparados os resultados da impedância e da admitância no domínio de fase da metodologia desenvolvida utilizando a matriz de transformação [T_I] obtidas a partir da medição da corrente e da tensão de fase e utilizando um circuito π, com a metodologia clássica que utiliza as equações de Carson e Bessel, levando em consideração o efeito do solo e o efeito pelicular. O método de cálculo dos parâmetros da linha de transmissão a partir das correntes e das tensões de fase foi apresentado no capítulo 6. A linha de transmissão trabalhada é uma linha trifásica com plano de simetria vertical e 440 kV. A matriz de transformação modal [T_I] foi utilizada como matriz de transformação no cálculo os parâmetros da linha de transmissão com um circuito π.

7.2 – Influência do Comprimento da Linha

Será analisada a influência do comprimento da linha na metodologia desenvolvida utilizando a matriz de transformação [T_I], sendo comparada com a metodologia clássica. Foi considerado o comprimento da linha d como sendo de 5 km, 10 km, 50 km e 100 km e o segmento da linha fixo em 1 km.

7.2.1 – Comprimento da Linha de 5 km e Segmento de Linha de 1 km

Considerando o comprimento da linha d igual a 5 km e o segmento fixo da linha Δx nos pontos A e B, como sendo de 1km. Apresentam-se os resultados com a matriz de

transformação [T_I], dos parâmetros longitudinais e transversais da linha de transmissão trifásica.

As Figuras 7.1 e 7.2 mostram a parte real dos parâmetros longitudinais, obtidas pelo método clássico e por meio da matriz de transformação modal [T_I].

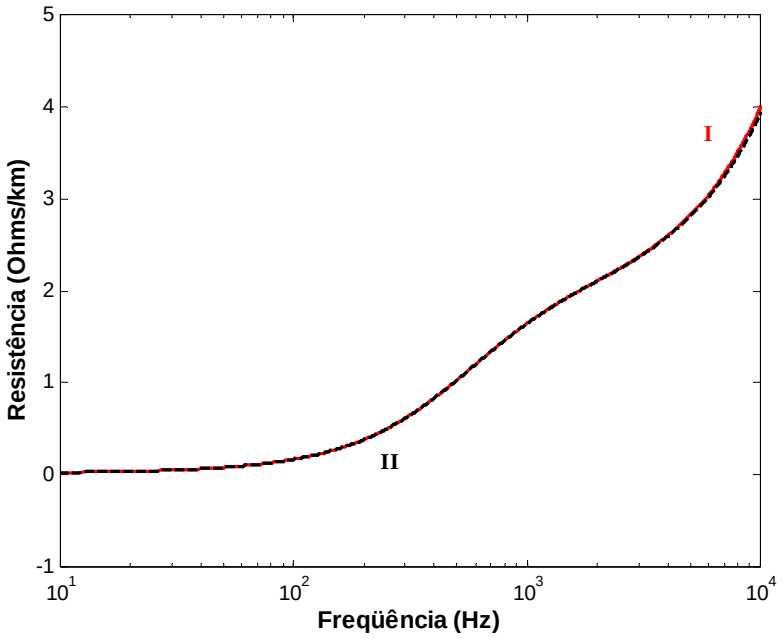


Figura 7.1 – Resistência própria da fase 1: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz [T_I] (curva II).

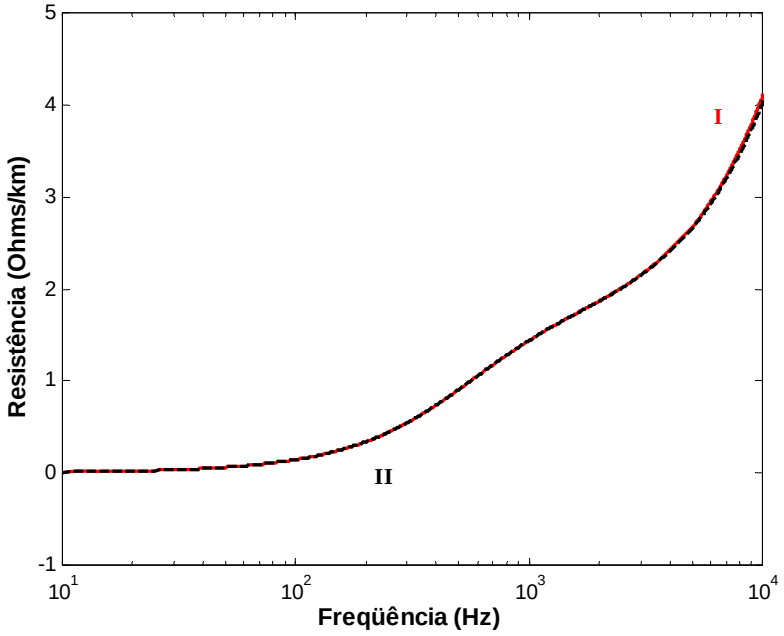


Figura 7.2 – Resistência mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz $[T_I]$ (curva II).

Considerando uma linha curta. As Figuras 7.1 e 7.2 mostram que a metodologia em que se utiliza a matriz $[T_I]$ apresenta o mesmo comportamento da metodologia clássica.

As Figuras 7.3 e 7.4 mostram a parte imaginária dos parâmetros longitudinais obtidas pelo método clássico e pelo método desenvolvido em que utiliza a matriz de transformação modal $[T_I]$.

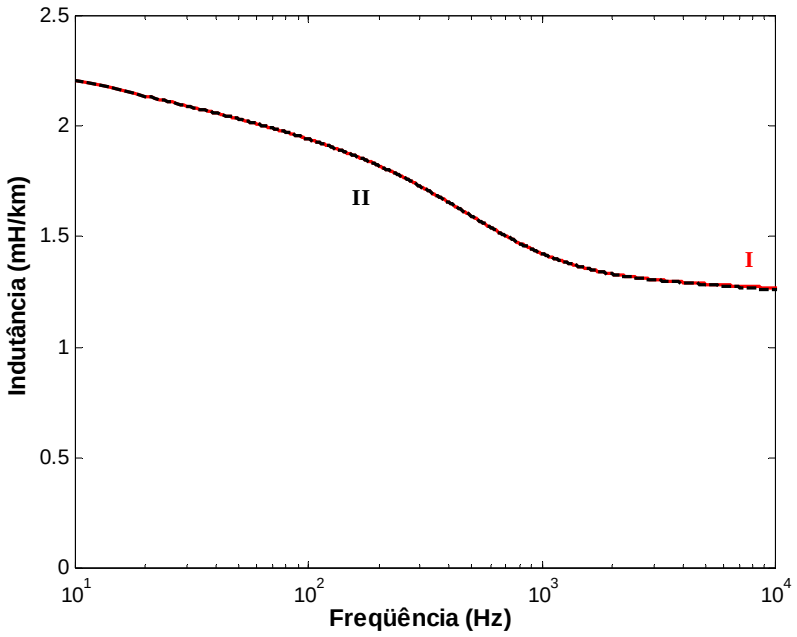


Figura 7.3 – Indutância própria da fase 1: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz $[T_I]$ (curva II).

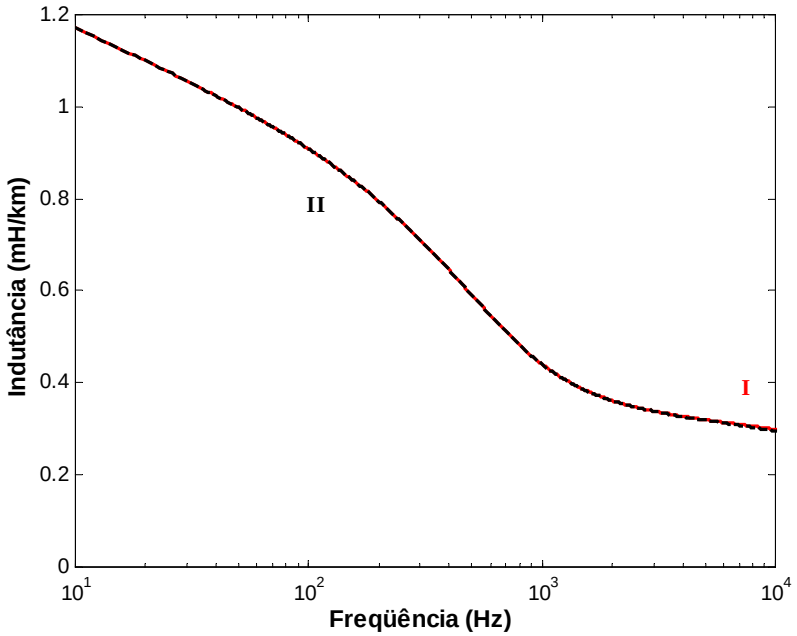


Figura 7.4 – Indutância mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz $[T_I]$ (curva II).

As Figuras 7.3 e 7.4 mostram que a metodologia que utiliza a matriz $[T_I]$ é idêntica a metodologia clássica.

As Figuras 7.5 e 7.6 mostram a parte imaginária dos parâmetros transversais obtidas pelo método clássico e por meio da matriz de transformação modal $[T_I]$.

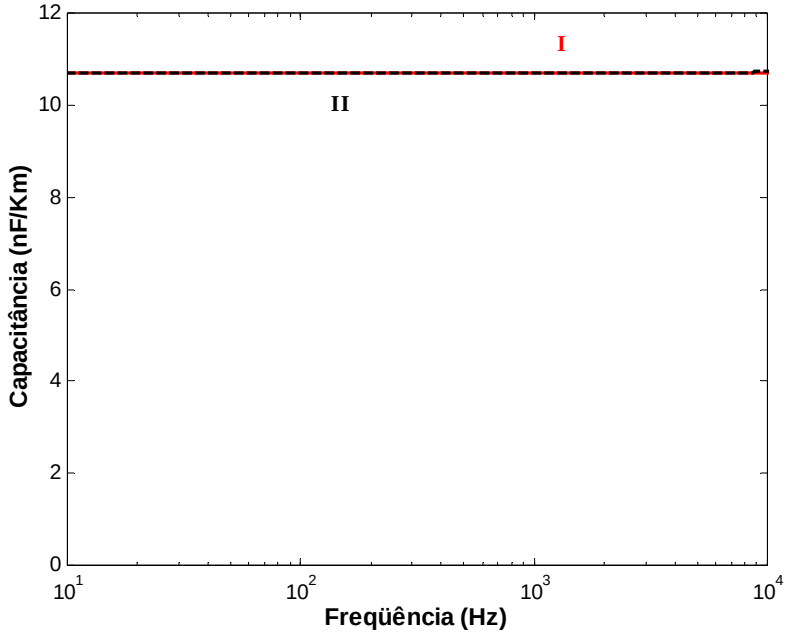


Figura 7.5 – Capacitância própria da fase 1: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz $[T_I]$ (curva II).

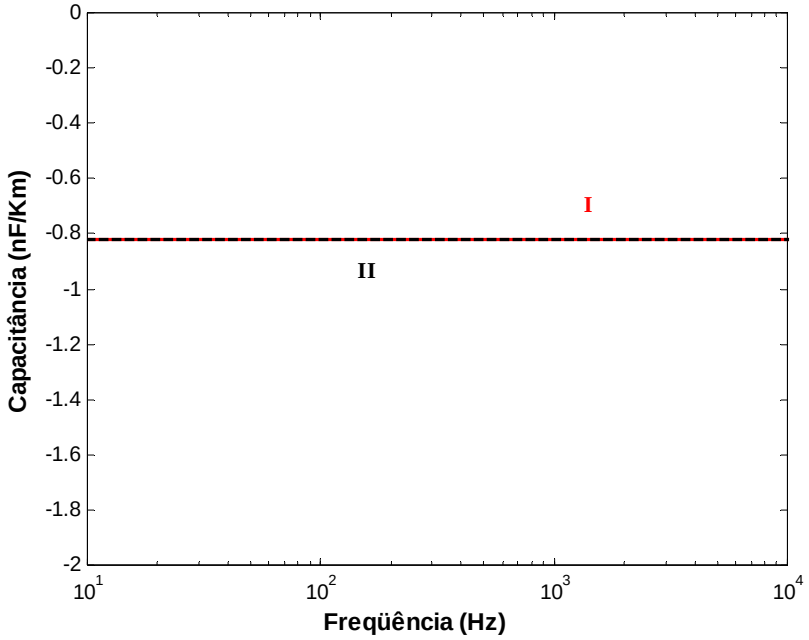


Figura 7.6 – Capacitância mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz $[T_I]$ (curva II).

As Figuras 7.5 e 7.6 mostram que a metodologia em que utiliza a matriz $[T_I]$ é idêntica à metodologia clássica.

7.2.2 – Comprimento da Linha de 10 km e Segmento de Linha de 1 km

Considerando o comprimento da linha d igual a 10 km e o segmento da linha Δx nos pontos A e B, como sendo de 1 km. Apresentam-se os parâmetros longitudinais e transversais da linha.

As Figuras 7.7 e 7.8 mostram a resistência própria e mútua da linha, obtidas pelo método clássico e pelo método desenvolvido em que utiliza matriz de transformação modal $[T_I]$.

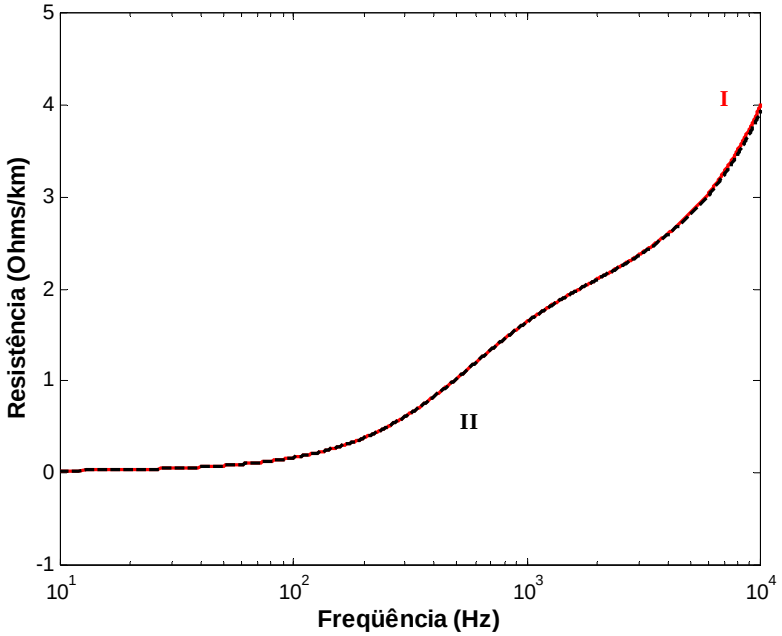


Figura 7.7 – Resistência própria da fase 1: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz $[T_I]$ (curva II).

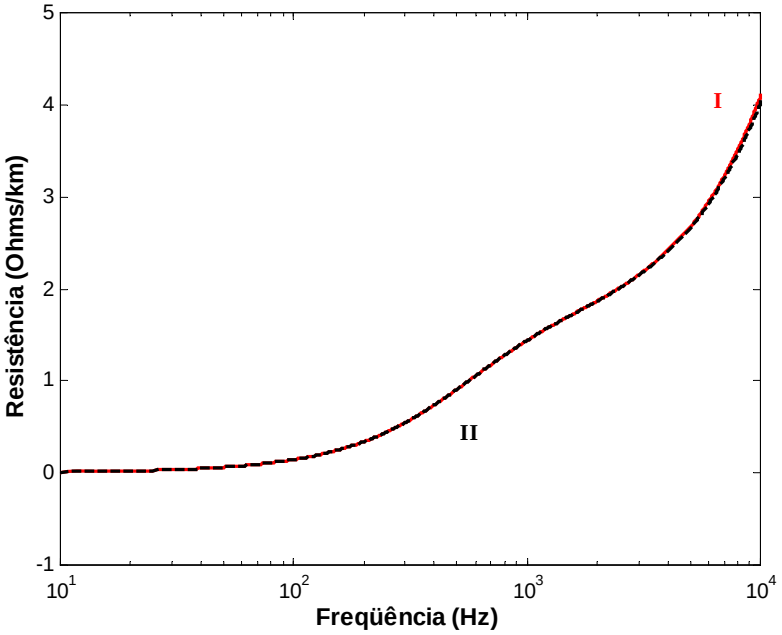


Figura 7.8 – Resistência mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz $[T_I]$ (curva II).

As Figuras 7.7 e 7.8 mostram que a metodologia em que se utiliza a matriz $[T_I]$ apresenta o mesmo comportamento da metodologia clássica.

As Figuras 7.9 e 7.10 mostram a indutância própria e mútua da linha, destacando que a metodologia desenvolvida é idêntica da metodologia clássica.

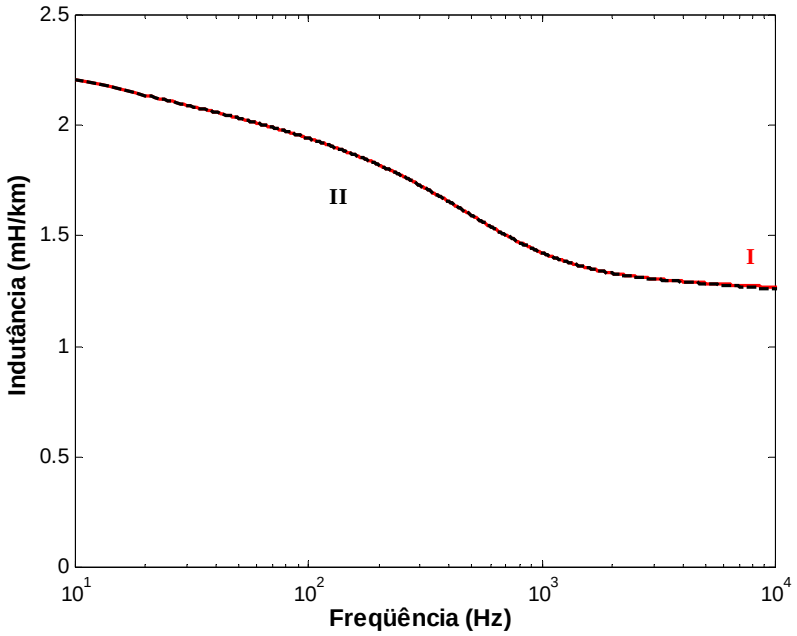


Figura 7.9 – Indutância própria da fase 1: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz $[T_I]$ (curva II).

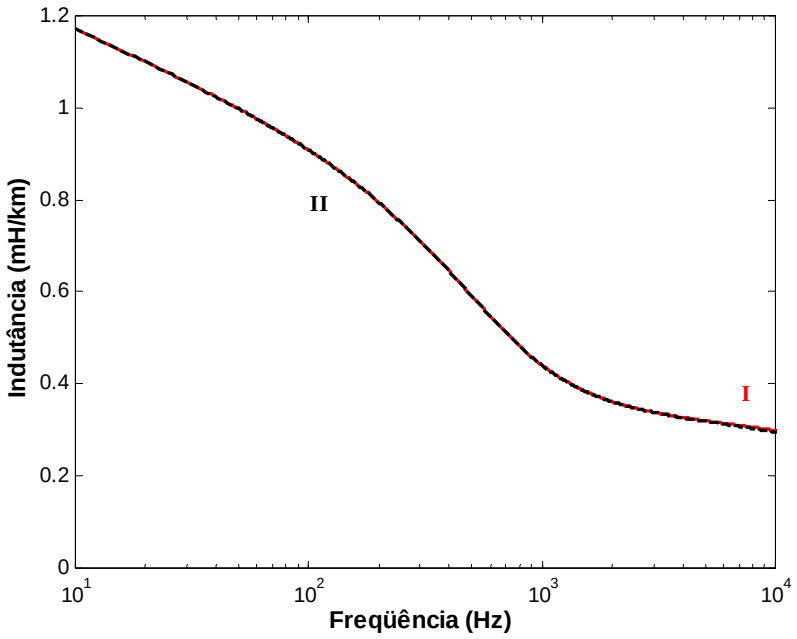


Figura 7.10 – Indutância mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz $[T_I]$ (curva II).

As Figuras 7.11 e 7.12 mostram a capacitância própria e mútua do segmento da linha pelo método clássico e por meio da matriz de transformação modal $[T_I]$.

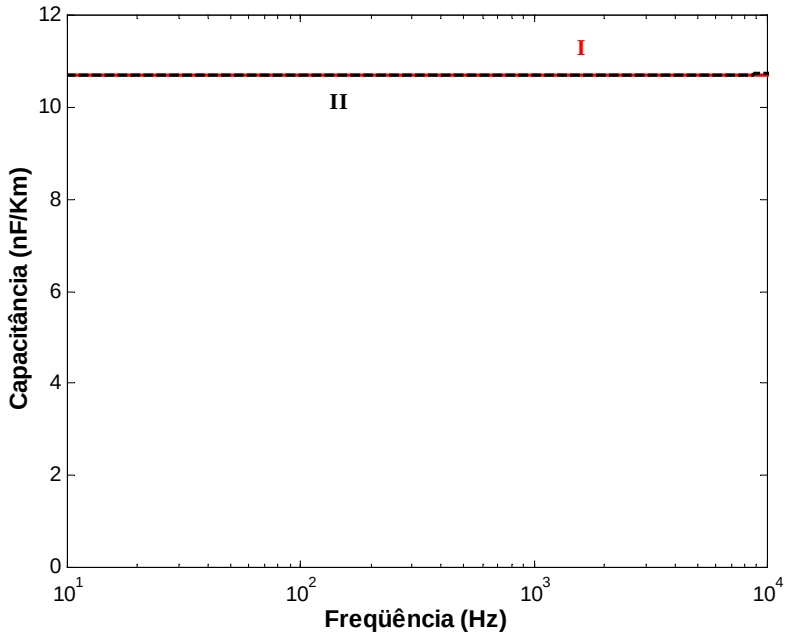


Figura 7.11 – Capacitância própria da fase 1: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz $[T_I]$ (curva II).

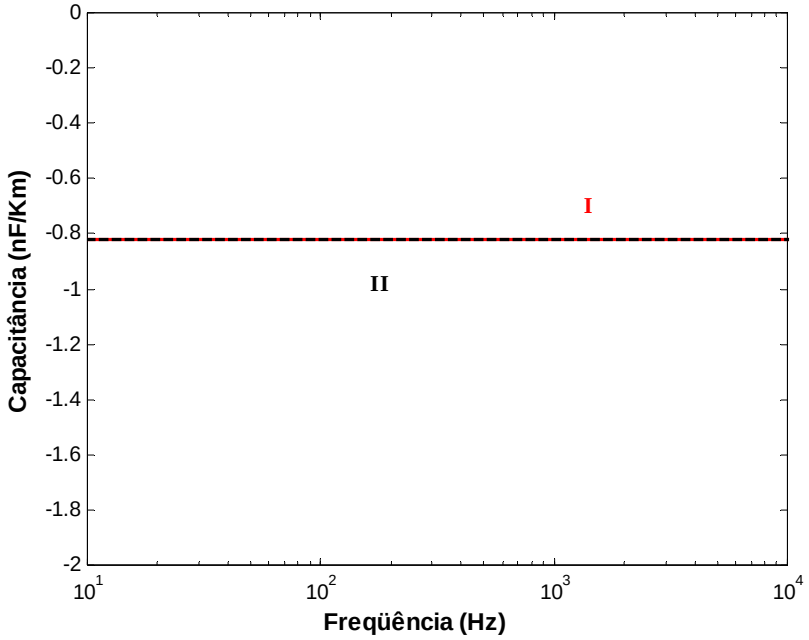


Figura 7.12 – Capacitância mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz $[T_I]$ (curva II).

As figuras 7.11 e 7.12 mostram a capacitância que foi obtida pela metodologia clássica (curva I) e pela metodologia em que utiliza a matriz de transformação modal $[T_I]$ (curva II). Apresentando o mesmo comportamento, em ambos os métodos, em toda faixa de freqüência.

7.2.3 – Comprimento da Linha de 50 km e Segmento de Linha de 1 km

Considerando o comprimento da linha d igual a 50 km e o segmento da linha Δx nos pontos A e B, como sendo de 1 km. Apresentando bons resultados dos parâmetros longitudinais e transversais da linha de transmissão.

As Figuras 7.13 e 7.14 apresentam a parte real dos parâmetros longitudinais do segmento da linha pelo método clássico e por meio da matriz de transformação modal $[T_I]$.

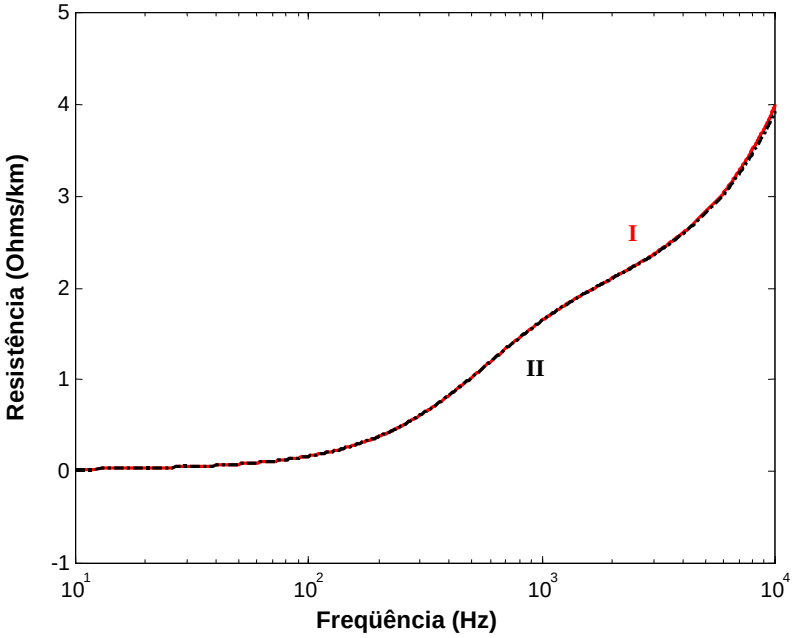


Figura 7.13 – Resistência própria da fase 1: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz $[T_I]$ (curva II).

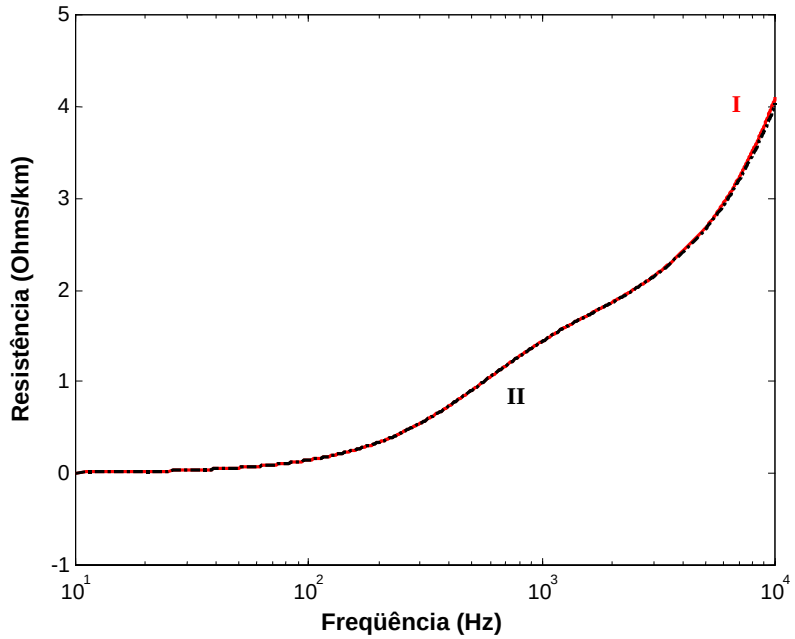


Figura 7.14 – Resistência própria da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz $[T_I]$ (curva II).

As Figuras 7.13 e 7.14 mostram que a metodologia em que se utiliza a matriz de transformação $[T_I]$ tem comportamento idêntico da metodologia clássica.

As Figuras 7.15 e 7.16 mostram a indutância própria e mútua do segmento da linha de transmissão obtidas pelo método clássico e pelo método desenvolvido em que utiliza matriz de transformação modal $[T_I]$.

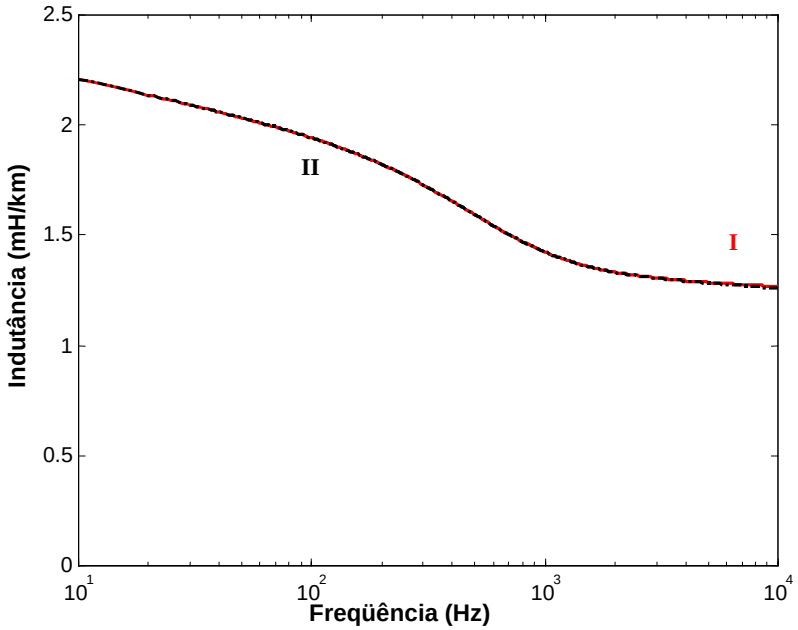


Figura 7.15 – Indutância própria da fase 1: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz $[T_I]$ (curva II).

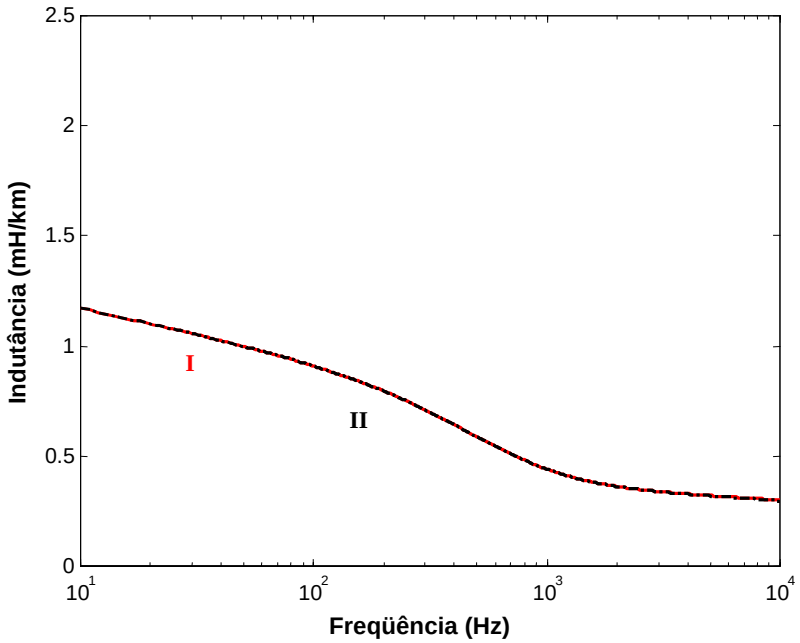


Figura 7.16 – Indutância mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz $[T_I]$ (curva II).

As Figuras 7.15 e 7.16 mostram que a metodologia utilizando a matriz de transformação $[T_I]$ é idêntica ao comportamento da metodologia clássica.

As Figuras 7.17 e 7.18 mostram a capacitância própria e mútua do segmento da linha, obtido pelo método clássico e por meio da matriz de transformação modal $[T_I]$.

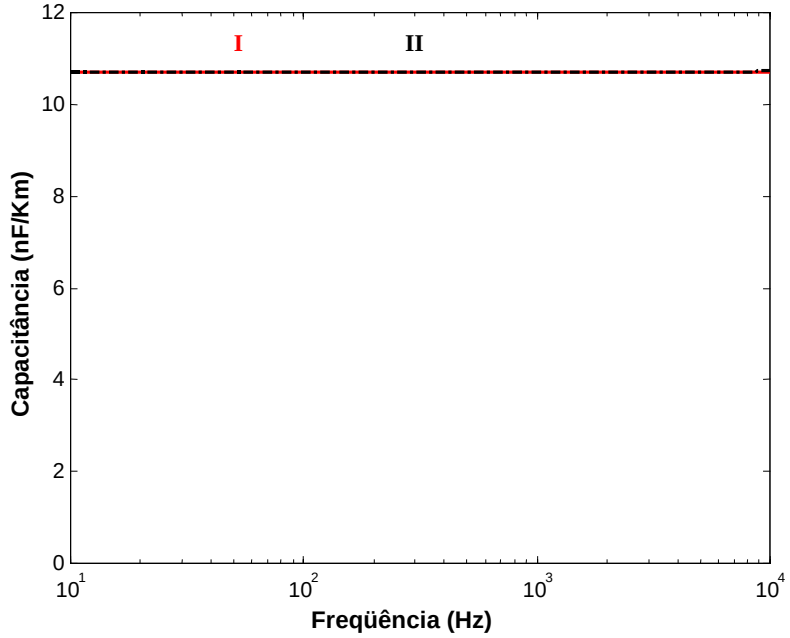


Figura 7.17 – Capacitância própria da fase 1: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz $[T_I]$ (curva II).

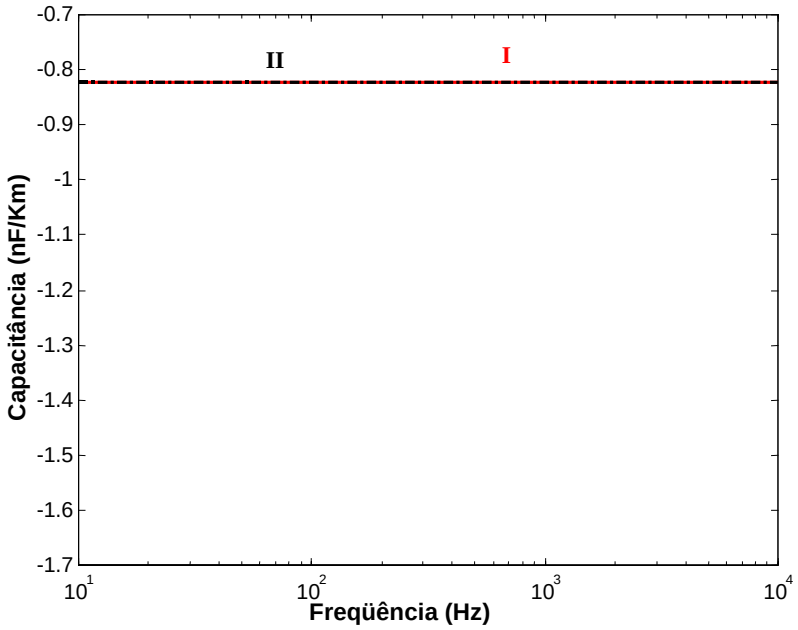


Figura 7.18 – Capacitância mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz $[T_I]$ (curva II).

As Figuras 7.17 e 7.18 mostram a capacitância própria e a capacitância mútua, obtida pelo método em que utiliza a matriz de transformação $[T_I]$ apresentando comportamento idêntico para a faixa de freqüência até 10 KHz, em relação ao método clássico.

7.2.4 – Comprimento da Linha de 100 km e Segmento de Linha de 1 km

Considerando o comprimento da linha d igual a 100 km e o segmento da linha Δx nos pontos A e B, como sendo de 1 km Apresentam-se os parâmetros longitudinais e transversais da linha de transmissão, quando utiliza a matriz de transformação $[T_I]$ e compara ao método clássico.

As Figuras 7.19 e 7.20 mostram a resistência própria e mútua da linha de transmissão, obtidas a partir da metodologia clássica e a partir da metodologia desenvolvida utilizando a matriz de transformação $[T_I]$.

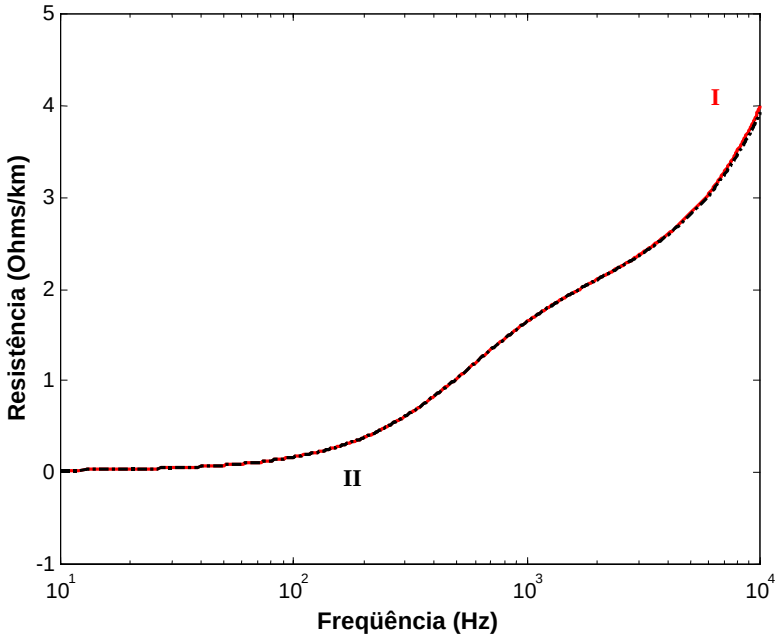


Figura 7.19 – Resistência própria da fase 1: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz $[T_I]$ (curva II).

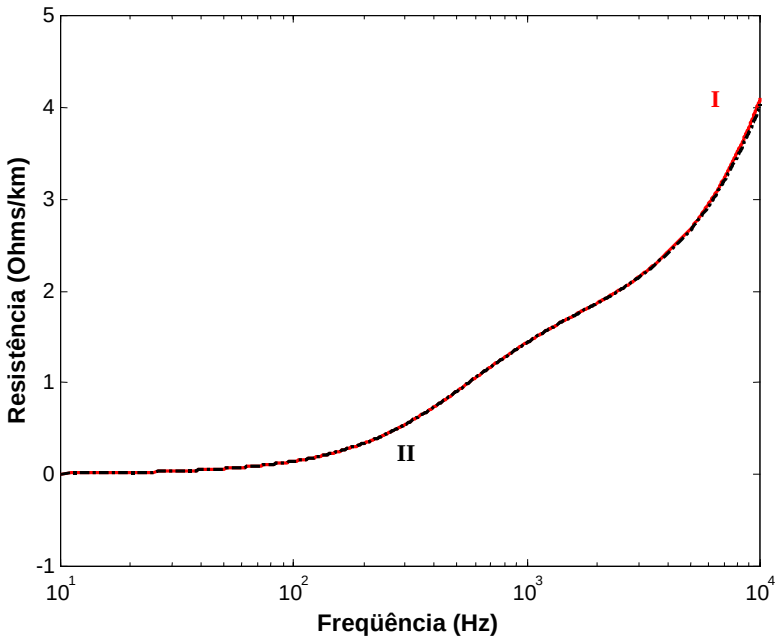


Figura 7.20 – Resistência própria da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz $[T_I]$ (curva II).

As Figuras 7.19 e 7.20 mostram que a metodologia desenvolvida utilizando a matriz de transformação $[T_I]$, apresenta o mesmo comportamento da metodologia clássica.

As Figuras 7.21 e 7.22 mostram a parte imaginária dos parâmetros longitudinais do segmento da linha, obtidas a partir da metodologia clássica e a partir da metodologia desenvolvida utilizando a matriz $[T_I]$.

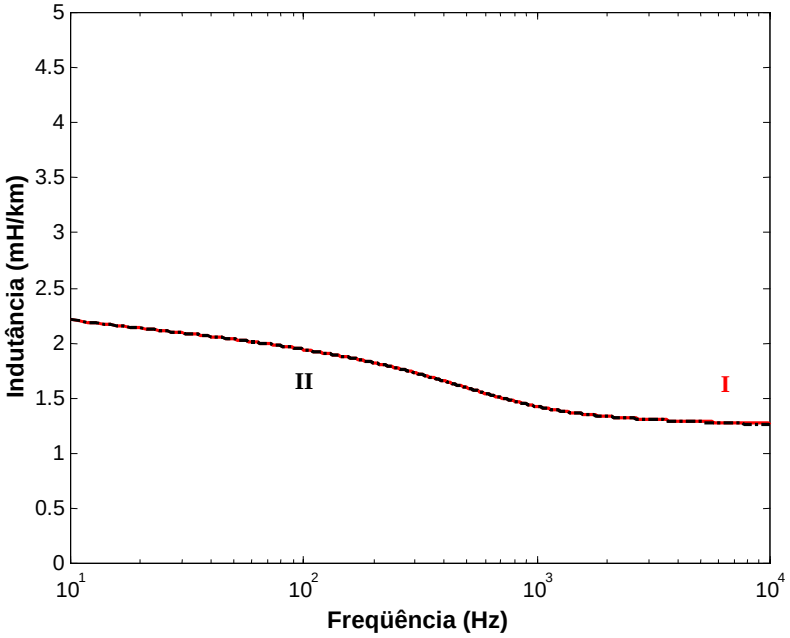


Figura 7.21 – Indutância própria da fase 1: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz $[T_I]$ (curva II).

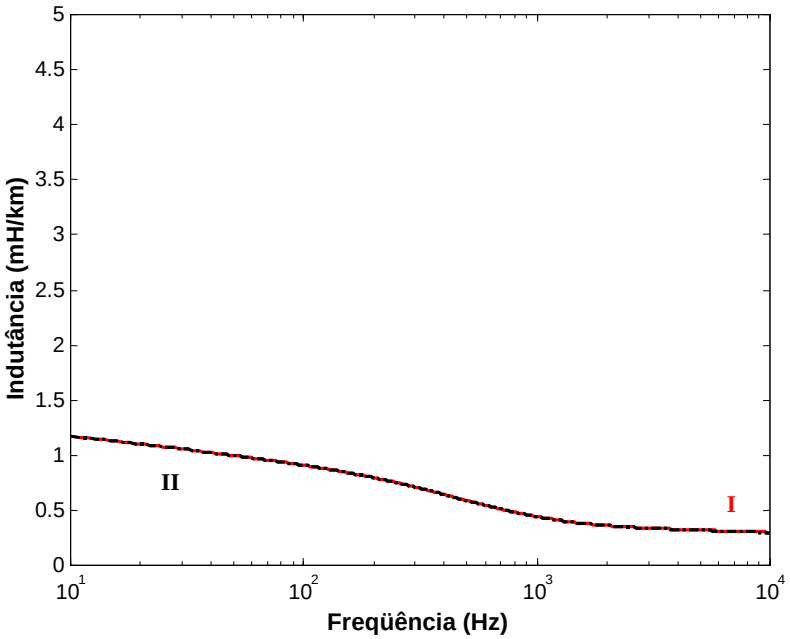


Figura 7.22 – Indutância mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz $[T_I]$ (curva II).

As Figuras 7.21 e 7.22 mostram a comparação entre a metodologia clássica (curva I) e a metodologia desenvolvida em que se utiliza a matriz de transformação $[T_I]$ (curva II).

As Figuras 7.23 e 7.24 mostram a parte imaginária dos parâmetros transversais do segmento da linha, obtidas a partir da metodologia clássica e a partir da metodologia desenvolvida com a matriz de transformação $[T_I]$.

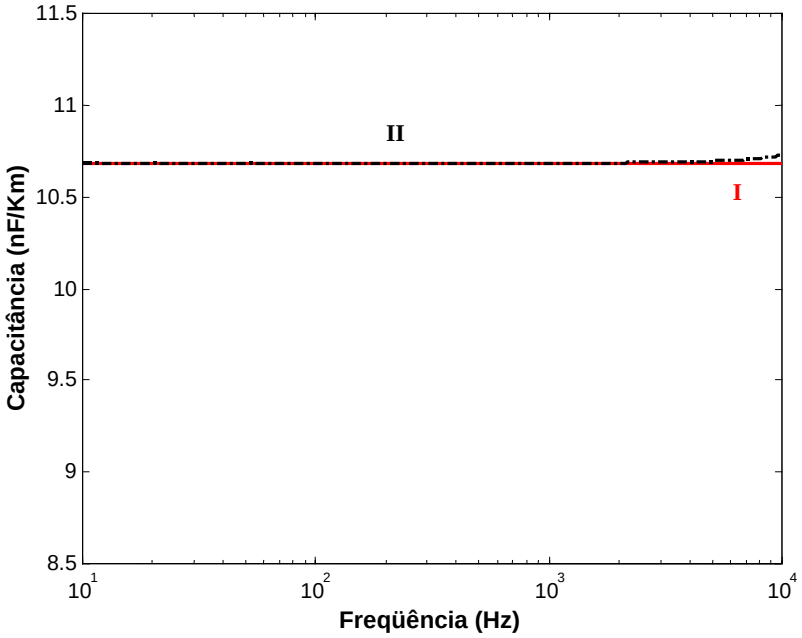


Figura 7.23 – Capacitância própria da fase 1: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz $[T_I]$ (curva II).

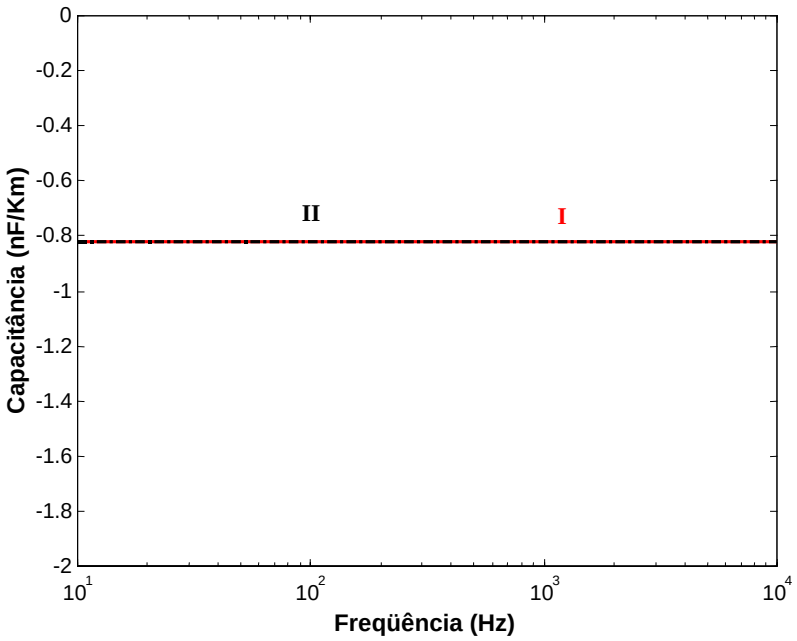


Figura 7.24 – Capacitância mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz $[T_I]$ (curva II).

As Figuras 7.23 e 7.24 mostram quando se utiliza a metodologia desenvolvida utilizando a matriz de transformação $[T_I]$, apresenta comportamento coincidente em relação à metodologia clássica. A Figura 7.23 mostra uma pequena diferença entre as duas metodologias para a faixa de freqüência acima de 5 KHz.

7.3 – Análise do Erro

7.3.1 – Comprimento da Linha de 5 km e Segmento de Linha de 1 km

Será mostrado o erro relativo que é cometido quando utiliza a matriz de transformação $[T_I]$, para calcular os parâmetros da linha de transmissão.

A figura 7.25 mostra o erro existente na resistência própria da fase 1, considerando o comprimento da linha d igual a 5 km e o segmento da linha Δx como sendo 1 Km.

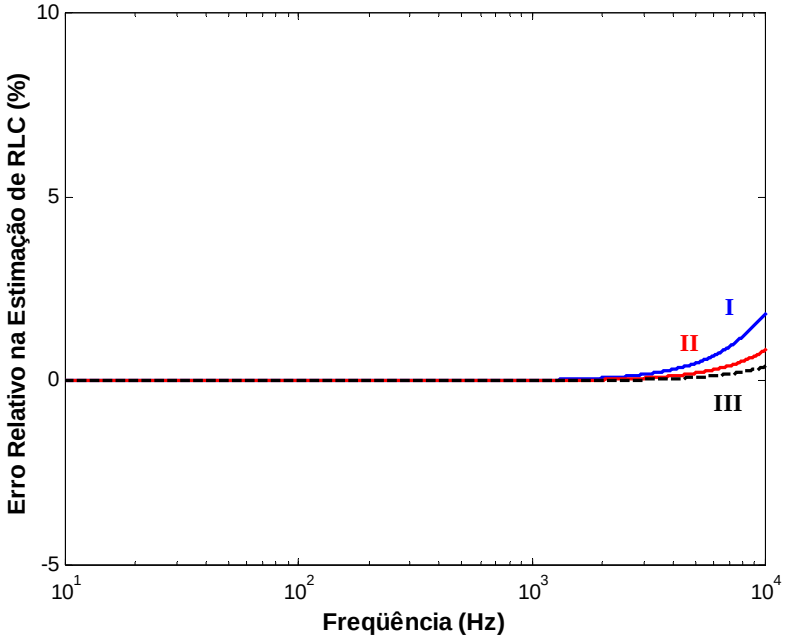


Figura 7.25 – Metodologia desenvolvida com a matriz [T_I] mostra o erro existente na resistência própria da fase 1 (curva I), indutância própria da fase 1 (curva II) e capacitância própria da fase 1 (curva III).

A figura 7.25 mostra que o erro existente na resistência própria é relativamente pequeno na metodologia desenvolvida em que utiliza a matriz de transformação [T_I], considerando o comprimento da linha d igual a 5 km e os segmentos da linha como sendo de 1 Km. O mesmo acontece com o erro existente na indutância e capacitância própria e mutua da linha de transmissão. O valor do erro é menor que 5%.

7.3.2 – Comprimento da Linha de 10 km e Segmento de Linha de 1 km

A figura 7.26 mostra o erro existente na resistência própria da fase 1, quando tem-se o comprimento da linha d igual a 10 km, o segmento da linha Δx igual a 1 Km e quando se utiliza a matriz de transformação modal [T_I].

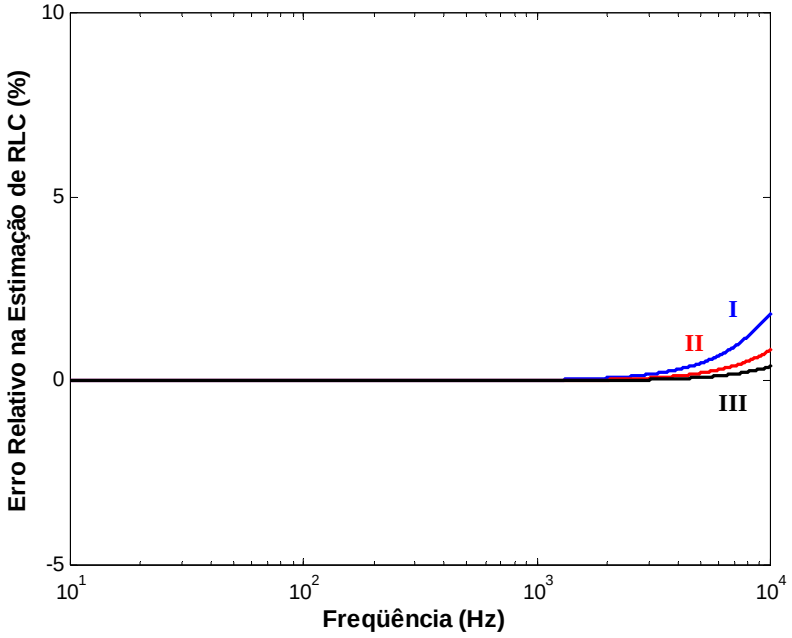


Figura 7.26 – Metodologia desenvolvida com a matriz [T_I] mostra o erro existente na resistência própria da fase 1 (curva I), indutância própria da fase 1 (curva II) e capacitância própria da fase 1 (curva III).

A figura 7.26 mostra que o erro existente na resistência própria é relativamente pequeno, considerando o comprimento da linha d igual a 10 km, o segmento da linha como sendo de 1 km e quando se utiliza a matriz [T_I]. O mesmo acontece com o erro existente na indutância e capacitância própria e mutua da linha de transmissão. O valor do erro é menor que 5% considerando a faixa de freqüência de 10 Hz até 10 KHz.

7.3.3 – Linha de 50 km e Segmento de Linha de 1 km

A figura 7.27 mostra o erro relativo existente na resistência própria da fase 1, considerando o comprimento da linha d igual a 50 km e o segmento da linha Δx igual a 1 km.

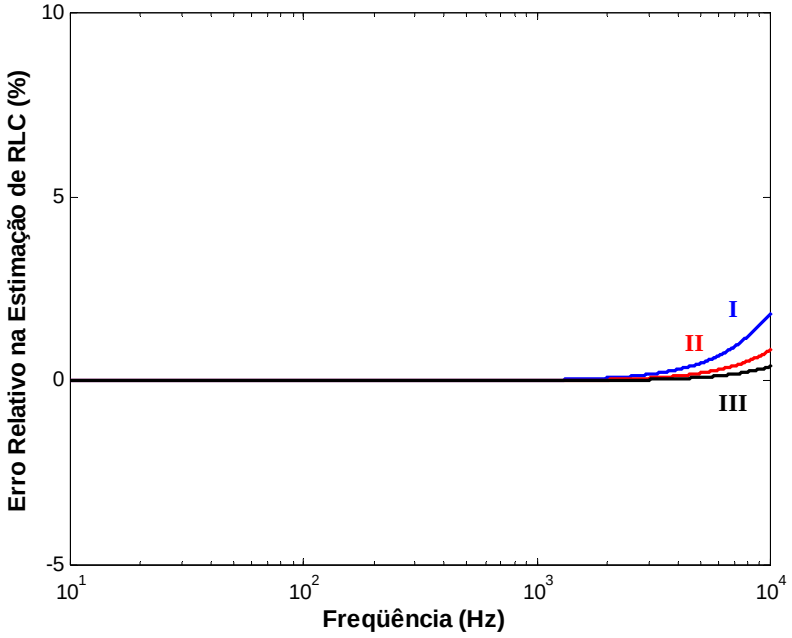


Figura 7.27 – Metodologia desenvolvida com a matriz [T_I] mostra o erro existente na resistência própria da fase 1 (curva I), indutância própria da fase 1 (curva II) e capacitância própria da fase 1 (curva III).

Considerando o comprimento da linha d igual a 50 km e o segmento da linha como sendo de 1 km. A figura 7.27 mostra que o erro existente na resistência própria é relativamente pequeno, sendo inferior a 5%, para a metodologia desenvolvida utilizando a matriz de transformação [T_I]. O mesmo acontece com o erro existente na indutância e capacitância própria e mútua da linha de transmissão. O valor do erro é menor que 5% considerando a faixa de freqüência de 10 Hz até 10 KHz.

7.3.4 – Linha de 100 km e Segmento de Linha de 1 km

A figura 7.28 mostra o erro existente na resistência própria da fase 1, considerando o comprimento da linha d igual a 100 km e o segmento da linha Δx como sendo 1 km.

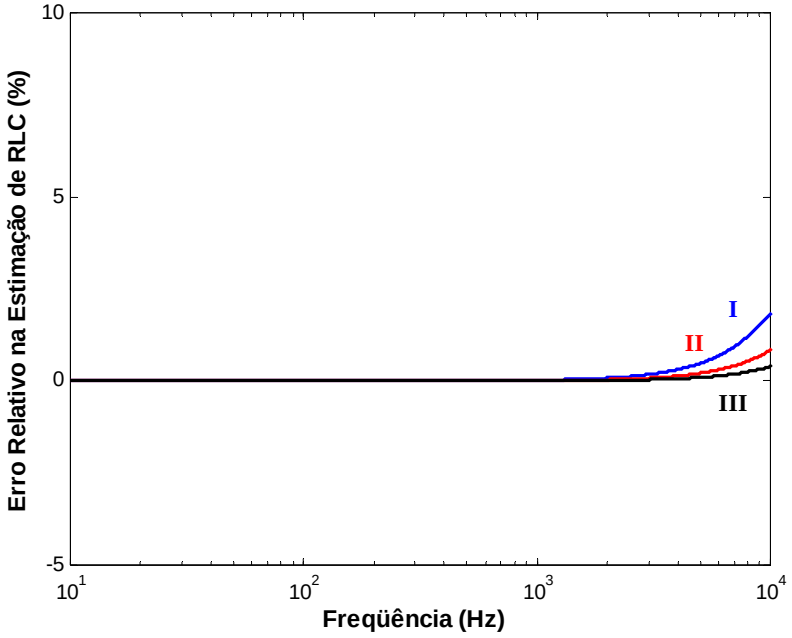


Figura 7.28 – Metodologia desenvolvida com a matriz [T_I] mostra o erro existente na resistência própria da fase 1 (curva I), indutância própria da fase 1 (curva II) e capacitância própria da fase 1 (curva III).

A figura 7.28 mostra que o erro existente na resistência própria quando utiliza a matriz de transformação [T_I] o erro apresentado é menor que 5%. Considerando também que o comprimento da linha d é igual a 100 km e o segmento da linha como sendo de 1 km.

O mesmo acontece com o erro existente na indutância e capacitância própria e mutua da linha de transmissão quando se utiliza a matriz de transformação modal [T_I], mostrando que o valor do erro é menor que 5% para a freqüência até 10 KHz.

7.4 – Influência do Comprimento do Segmento da Linha

Será analisada a influência do comprimento do segmento da linha na metodologia desenvolvida utilizando a matriz exata [T_I]. Considerando o comprimento da linha como sendo de 100 km e o segmento Δx da linha como sendo de 100 metros e 10 km.

7.4.1 – Linha de 100 km e Segmento de Linha de 100 metros e 10 km

Considerando o comprimento da linha d igual a 100 km e o segmento da linha Δx nos pontos A e B, como sendo de 100 metros e 10 km. Será mostrado os parâmetros longitudinais e transversais da linha de transmissão quando utiliza a matriz de transformação modal $[T_I]$.

As Figuras 7.29 e 7.30 mostram a parte real dos parâmetros longitudinais, obtidas através do método clássico e por meio da matriz de transformação modal $[T_I]$.

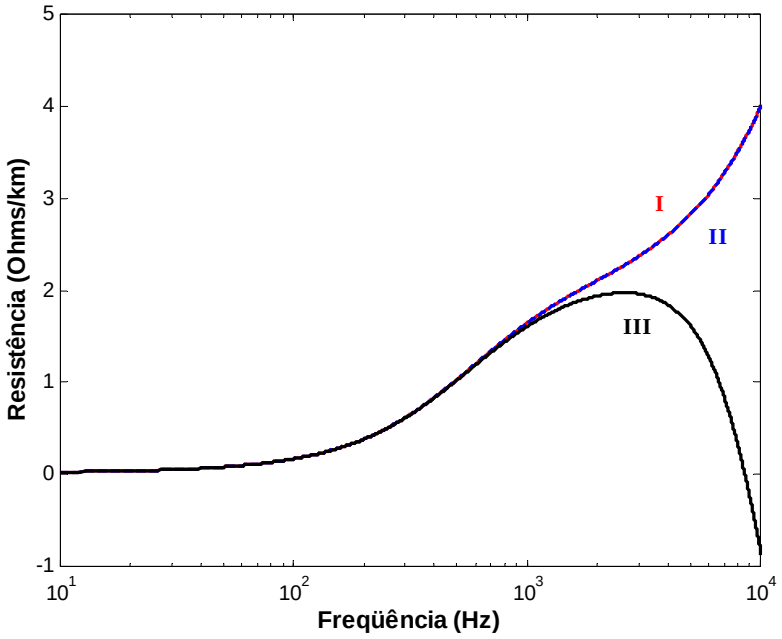


Figura 7.29 – Resistência própria da fase 1: metodologia clássica (curva I), metodologia proposta com a matriz $[T_I]$ utilizando segmento de 100 m (curva II) e metodologia proposta com a matriz $[T_I]$ utilizando segmento de 10 km (curva III).

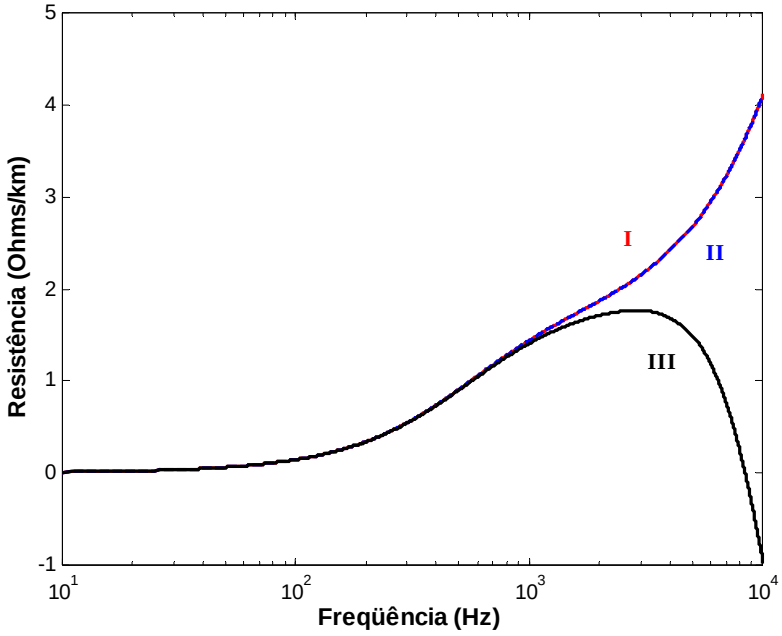


Figura 7.30 – Resistência mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I), metodologia proposta com a matriz $[T_I]$ utilizando segmento de 100 m (curva II) e metodologia proposta com a matriz $[T_I]$ utilizando segmento de 10 km (curva III).

As Figuras 7.29 e 7.30 mostram que a metodologia desenvolvida em que se utiliza a matriz $[T_I]$ apresenta o mesmo comportamento da metodologia clássica. Mostrando também que quanto maior o segmento da linha, maior será a diferença entre a metodologia desenvolvida e a metodologia clássica.

As Figuras 7.31 e 7.32 apresentam a indutância própria e mútua da linha, mostrando a faixa de freqüência em que fica evidente que a metodologia desenvolvida utilizando a matriz de transformação $[T_I]$ tem o mesmo comportamento da metodologia clássica. Mostrando também que para um segmento curto o comportamento é idêntico em toda faixa de freqüência, já para um segmento longo apresenta uma diferença entre a metodologia desenvolvida e a metodologia clássica, para freqüência acima de 1 KHz.

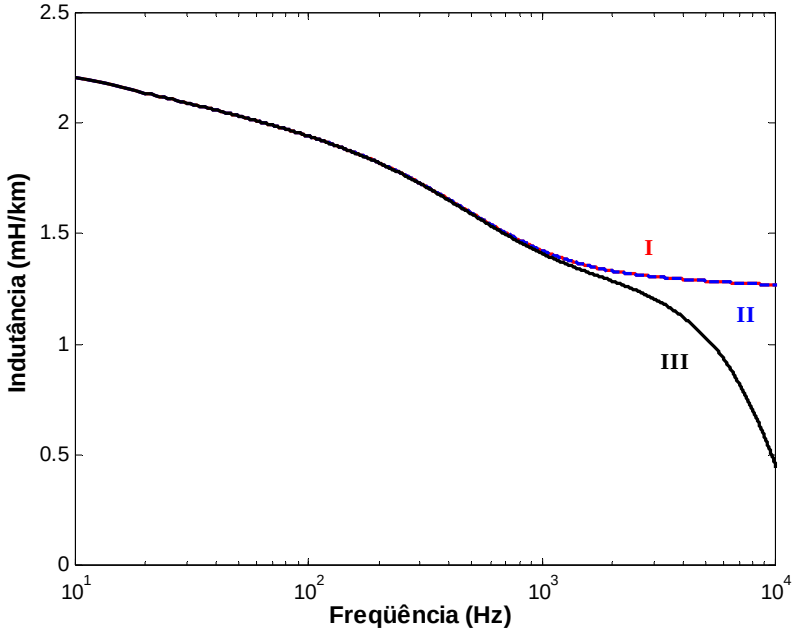


Figura 7.31 – Indutância própria da fase 1: metodologia clássica (curva I), metodologia proposta com a matriz $[T_I]$ utilizando segmento de 100 m (curva II) e metodologia proposta com a matriz $[T_I]$ utilizando segmento de 10 km (curva III).

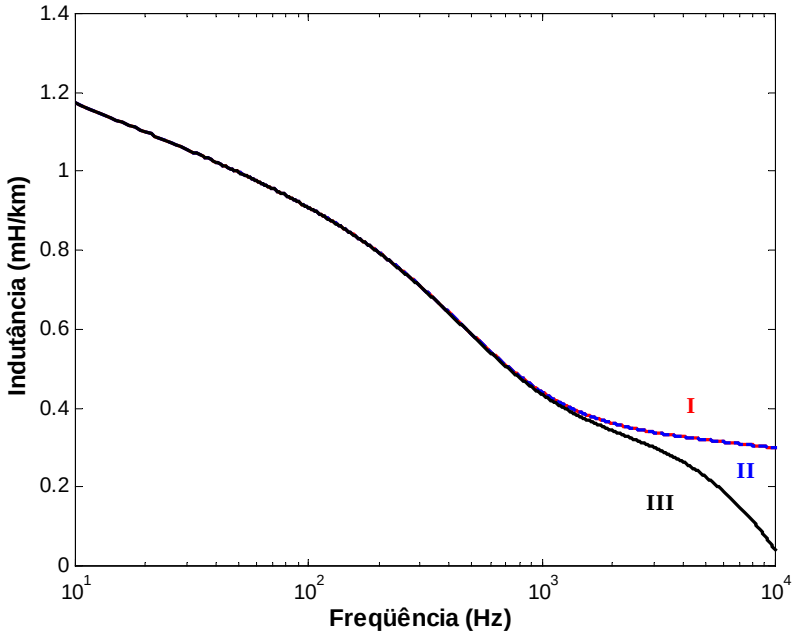


Figura 7.32 – Indutância mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I), metodologia proposta com a matriz $[T_I]$ utilizando segmento de 100 m (curva II) e metodologia proposta com a matriz $[T_I]$ utilizando segmento de 10 km (curva III).

As Figuras 7.33 e 7.34 mostram a parte imaginária dos parâmetros transversais do segmento de 100 metros e um segmento de 10 km da linha, obtidas através da metodologia clássica e pela metodologia desenvolvida com a matriz de transformação modal [T_I].

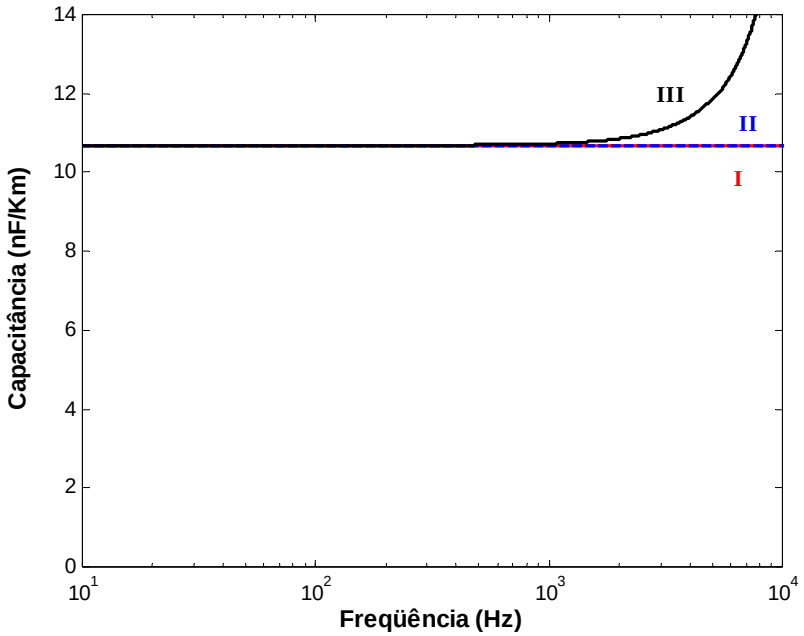


Figura 7.33 – Capacitância própria da fase 1: metodologia clássica (curva I), metodologia proposta com a matriz [T_I] utilizando segmento de 100 m (curva II) e metodologia proposta com a matriz [T_I] utilizando segmento de 10 km (curva III).

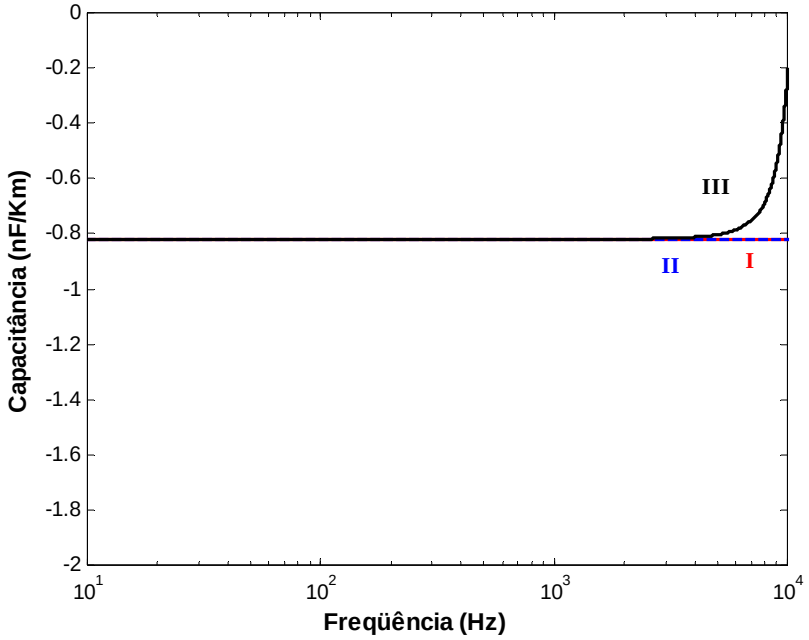


Figura 7.34 – Capacitância mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I), metodologia proposta com a matriz $[T_I]$ utilizando segmento de 100 m (curva II) e metodologia proposta com a matriz $[T_I]$ utilizando segmento de 10 km (curva III).

As figuras 7.33 e 7.34 mostram que para um segmento curto a metodologia desenvolvida com a matriz $[T_I]$ (curva II) apresenta comportamento idêntico à metodologia clássica (curva I). Já para um segmento longo a metodologia desenvolvida (curva III) apresenta diferença em determina freqüência quando comparada com a metodologia clássica (curva I).

7.5 – Análise do Erro

7.5.1 – Linha de 100 km e Segmento de Linha de 100 metros e 10 km

Será mostrado o erro relativo que é cometido quando a matriz de transformação $[T_I]$. Apresentando valores relativamente pequenos para os parâmetros longitudinais e transversais da linha de transmissão.

A figura 7.35 mostra o erro existente na resistência própria da fase 1, considerando o comprimento da linha d igual a 100 km e o segmento da linha Δx como sendo 100 metros e 10 km.

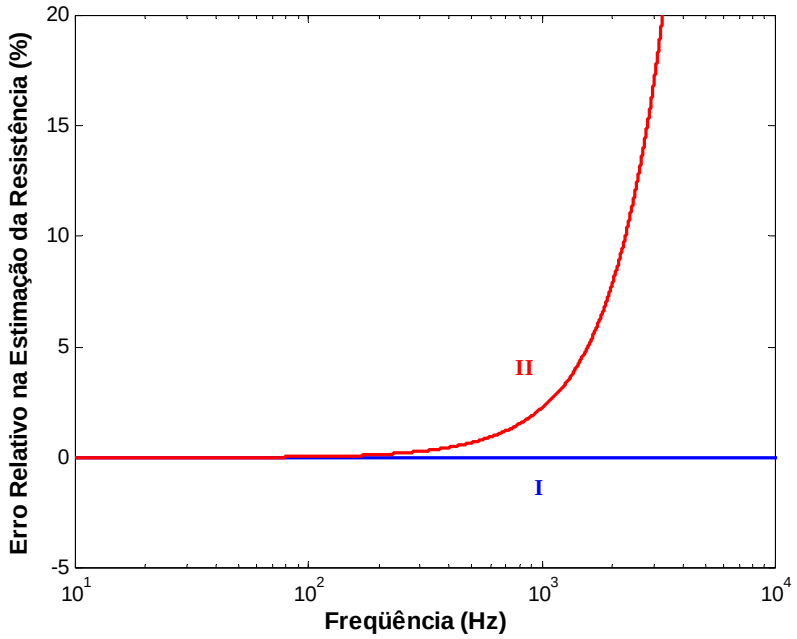


Figura 7.35 – Metodologia desenvolvida com a matriz $[T_I]$ mostra o erro existente na resistência própria da fase 1: segmento de 100 metros (curva I) e segmento de 10 km (curva II).

A figura 7.35 mostra que o erro existente na resistência própria quando utiliza a matriz de transformação $[T_I]$ é menor que 5%. Considerando que o comprimento da linha d é igual a 100 km e o segmento da linha como sendo de 100 metros, tem-se que o erro relativo é muito pequeno para a toda a faixa de freqüência até 10 KHz. Já considerando o segmento da linha como sendo de 10 km, tem-se que o erro e´menor que 5%, para freqüência até 1 KHz.

8 - RESULTADOS E ANÁLISE COM A MATRIZ DE CLARKE DOS PARÂMETROS DA LINHA DE TRANSMISSÃO CALCULADOS A PARTIR DAS CORRENTES E DAS TENSÕES DE FASE

8.1 – Introdução

Foram comparados os resultados da impedância e da admitância no domínio de fase da metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke, calculados a partir da corrente e da tensão de fase e com um circuito π, com a metodologia clássica que utiliza as equações de Carson e Bessel. O método de cálculo dos parâmetros da linha de transmissão a partir das correntes e das tensões de fase foi apresentado no capítulo 6. A linha de transmissão trabalhada é uma linha trifásica com plano de simetria vertical e 440 kV. A matriz de transformação modal $[T_I]$ foi substituída pela matriz de Clarke. Ou seja, a matriz de Clarke é utilizada como a matriz de transformação no cálculo os parâmetros da linha no domínio das fases para um circuito π.

8.2 – Influência do Comprimento da Linha

Será analisada a influência do comprimento da linha na metodologia desenvolvida utilizando a matriz de Clarke, sendo comparada com a metodologia clássica. Considerando o comprimento da linha d como sendo de 5 km, 10 km, 50 km e 100 km e fixado o segmento da linha em 1 km.

8.2.1 – Comprimento da Linha de 5 km e Segmento de Linha de 1 km

Considerando o comprimento da linha d igual a 5 km e o segmento da linha Δx nos pontos A e B, como sendo de 1km. Mostram-se os resultados dos parâmetros da linha

de transmissão curta, sendo comparadas à metodologia em que utiliza a matriz de Clarke e a metodologia clássica.

As Figuras 8.1 e 8.2 mostram a resistência própria e mútua da linha, obtida por meio da matriz de Clarke e pelo método clássico.

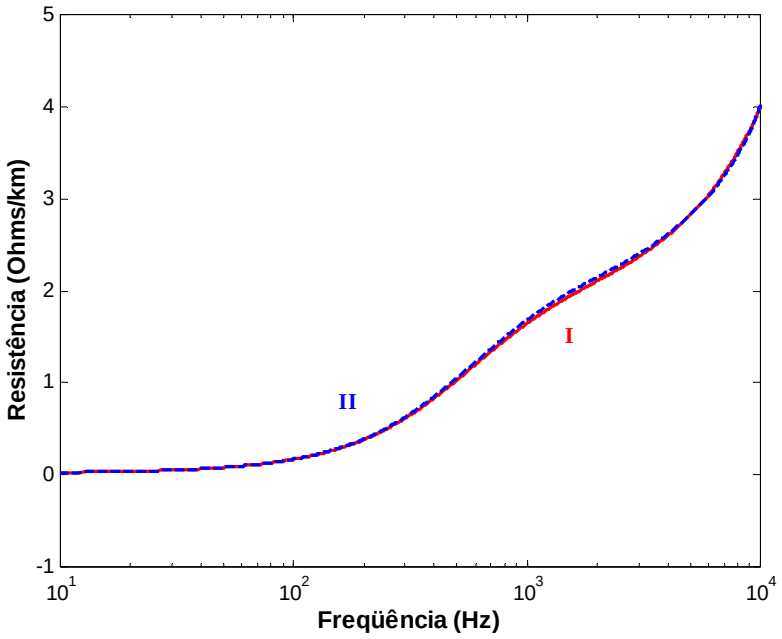


Figura 8.1 – Resistência própria da fase 1: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke (curva II).

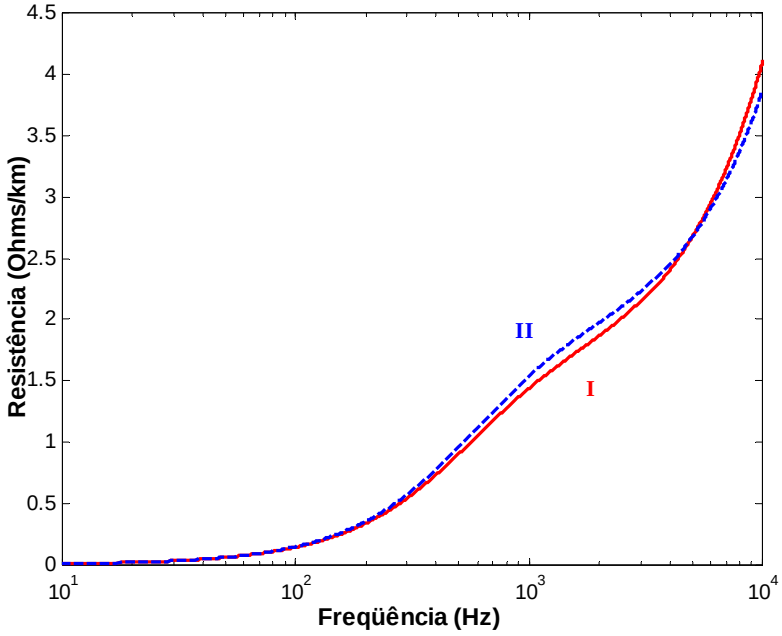


Figura 8.2 – Resistência mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke (curva II).

Considerando uma linha curta. As Figuras 8.1 e 8.2 mostram que a metodologia desenvolvida em que se utiliza a matriz de Clarke apresenta o mesmo comportamento da metodologia clássica, tanto a resistência própria quanto à mútua.

As Figuras 8.3 e 8.4 mostram a indutância própria e mútua da linha, obtida por meio da matriz de Clarke e pelo método clássico.

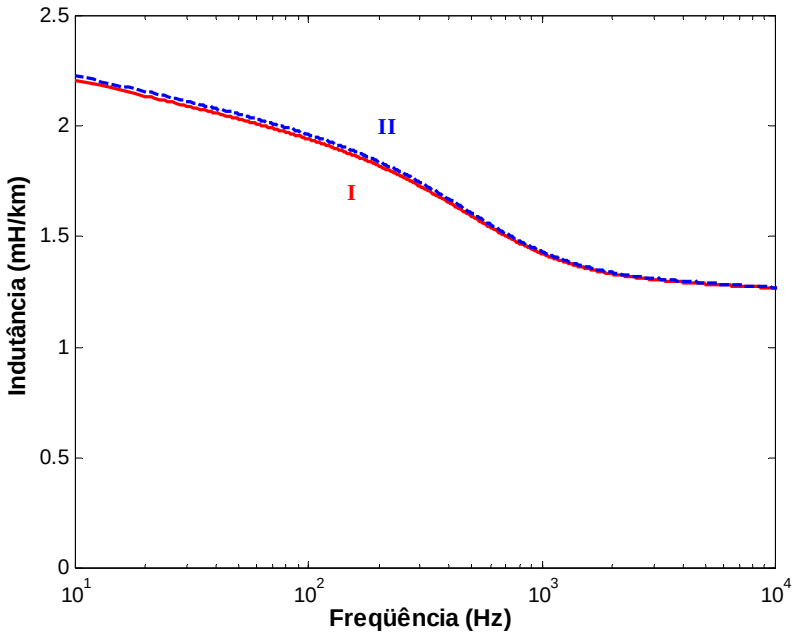


Figura 8.3 – Indutância própria da fase 1: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke (curva II).

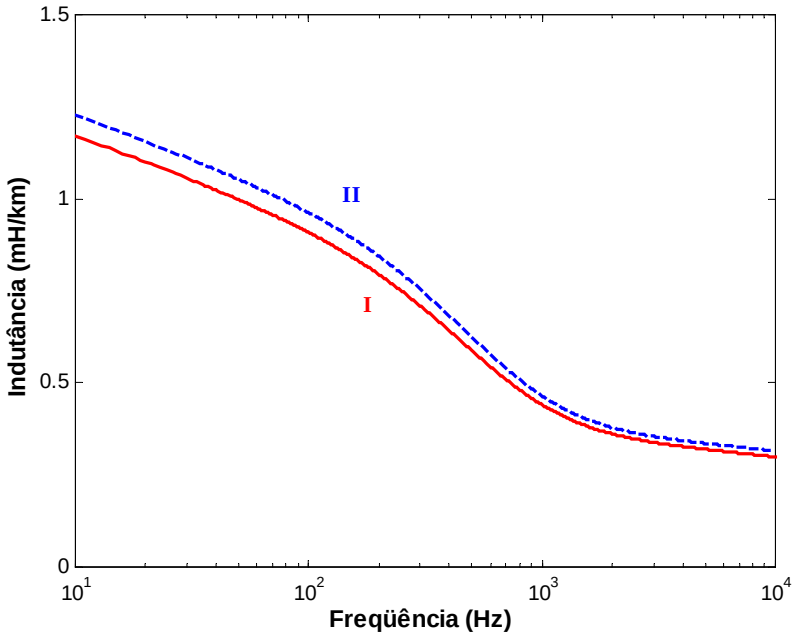


Figura 8.4 – Indutância mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke (curva II).

As Figuras 8.3 e 8.4 mostram que apesar da diferença existente entre os dois métodos, a metodologia em que se utiliza a matriz de Clarke apresenta o mesmo comportamento da metodologia clássica.

As Figuras 8.5 e 8.6 mostram a capacitância própria e mútua, obtida através do uso da matriz de Clarke e comparada com o método clássico.

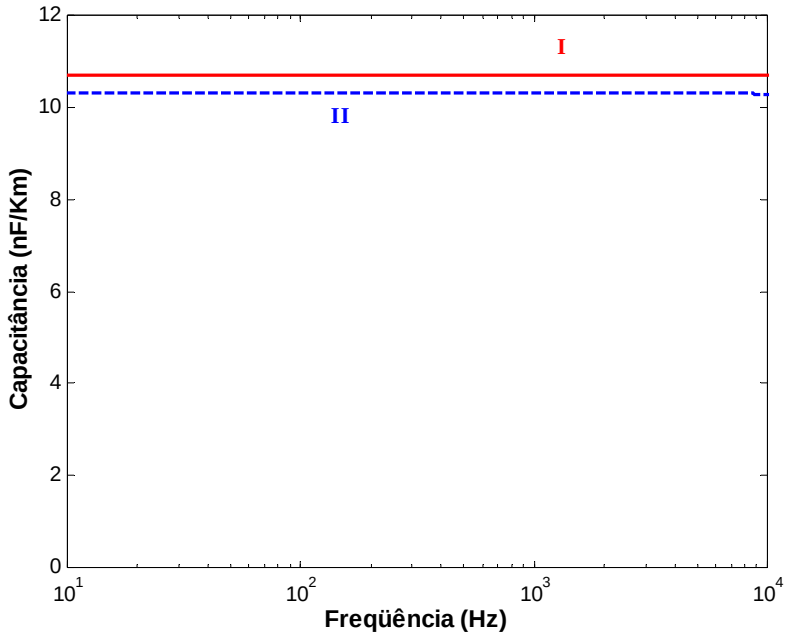


Figura 8.5 – Capacitância própria da fase 1: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke (curva II).

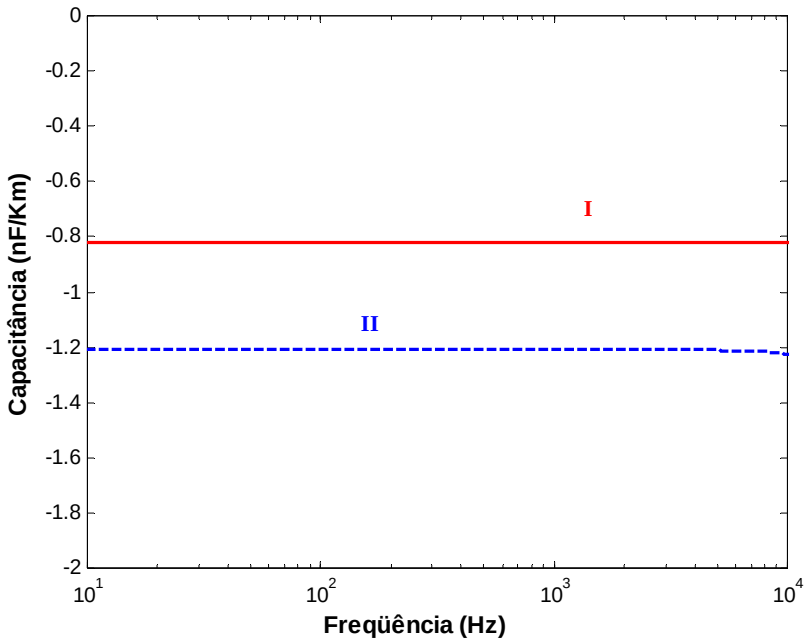


Figura 8.6 – Capacitância mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke (curva II).

As Figuras 8.5 e 8.6 mostram que a capacitância da metodologia em que utiliza a matriz de Clarke apresenta diferença quando comparada com a metodologia clássica. Porém a metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke apresenta o mesmo comportamento da metodologia clássica.

8.2.2 – Comprimento da Linha de 10 km e Segmento de Linha de 1 km

Considerando o comprimento da linha d igual a 10 km e o segmento da linha Δx nos pontos A e B, como sendo de 1 km. Mostram-se os parâmetros longitudinais e transversais da linha de transmissão, sendo comparados a metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke e a metodologia clássica.

As Figuras 8.7 e 8.8 mostram a resistência própria e mútua da linha, obtida por meio da matriz de Clarke e pelo método clássico.

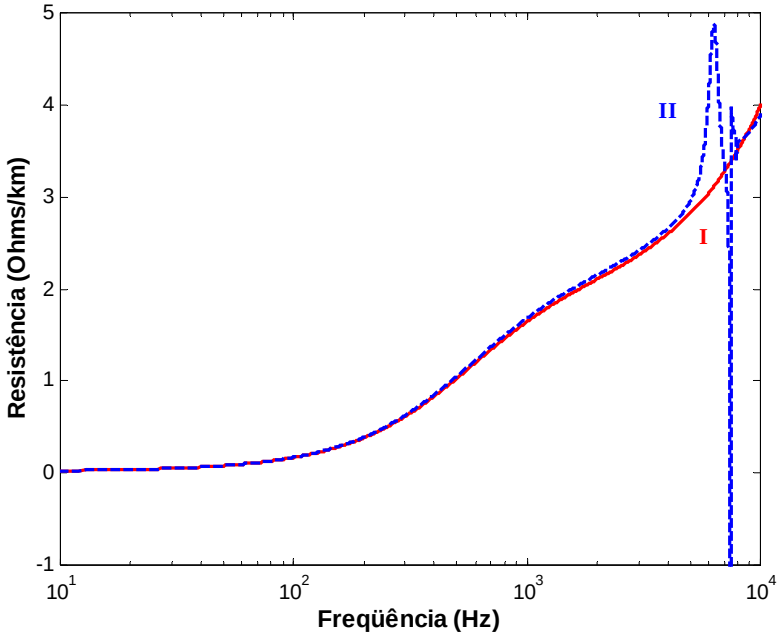


Figura 8.7 – Resistência própria da fase 1: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke (curva II).

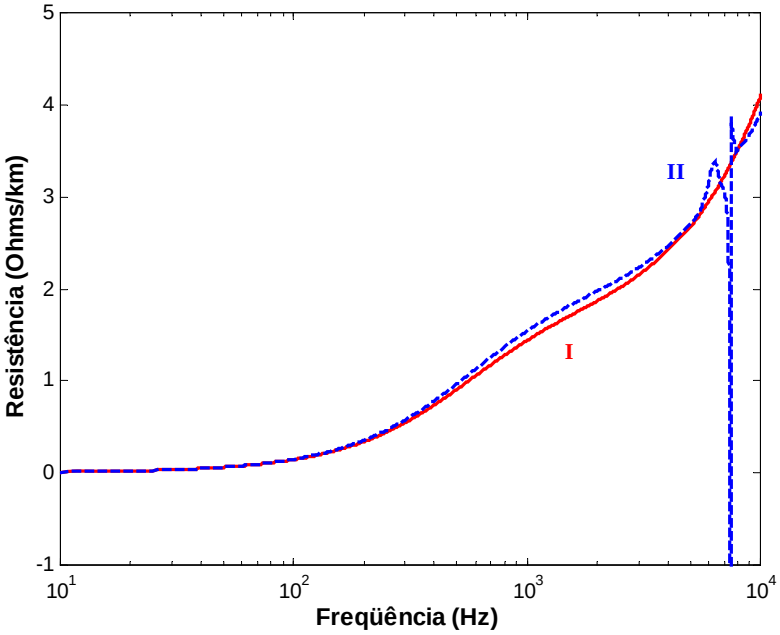


Figura 8.8 – Resistência mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke (curva II).

As Figuras 8.7 e 8.8 mostram que a metodologia em que se utiliza a matriz de Clarke, apesar de apresentar diferença em determinada faixa de freqüência em relação ao método clássico, apresenta o mesmo comportamento da metodologia clássica. E para a freqüência acima de 5 KHz a metodologia desenvolvida (curva II) tem variações bruscas.

As Figuras 8.9 e 8.10 mostram a indutância própria e mútua da linha, apresentando a faixa de freqüência em que fica evidente que a metodologia desenvolvida utilizando a matriz de Clarke tem o mesmo comportamento da metodologia clássica. E para a faixa de freqüência acima de 4 KHz apresenta variações bruscas com relação a freqüência.

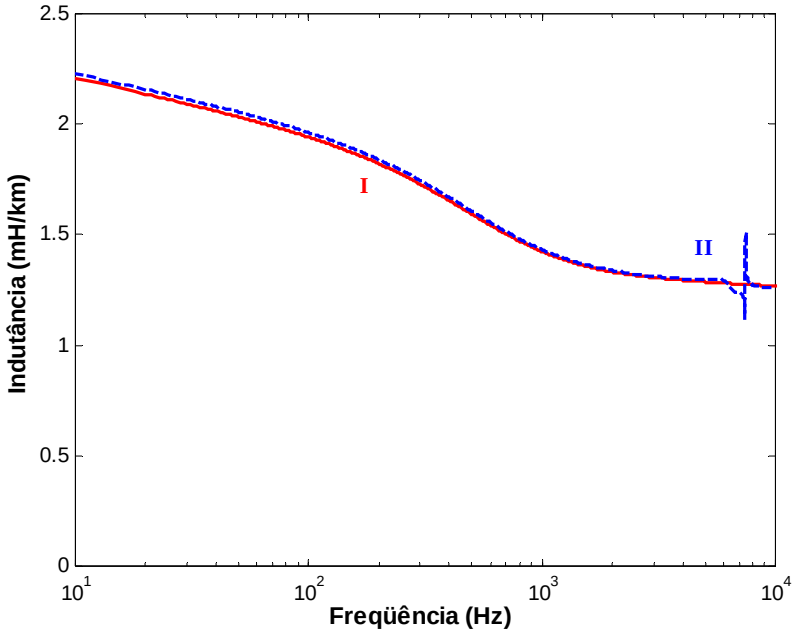


Figura 8.9 – Indutância própria da fase 1: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke (curva II).

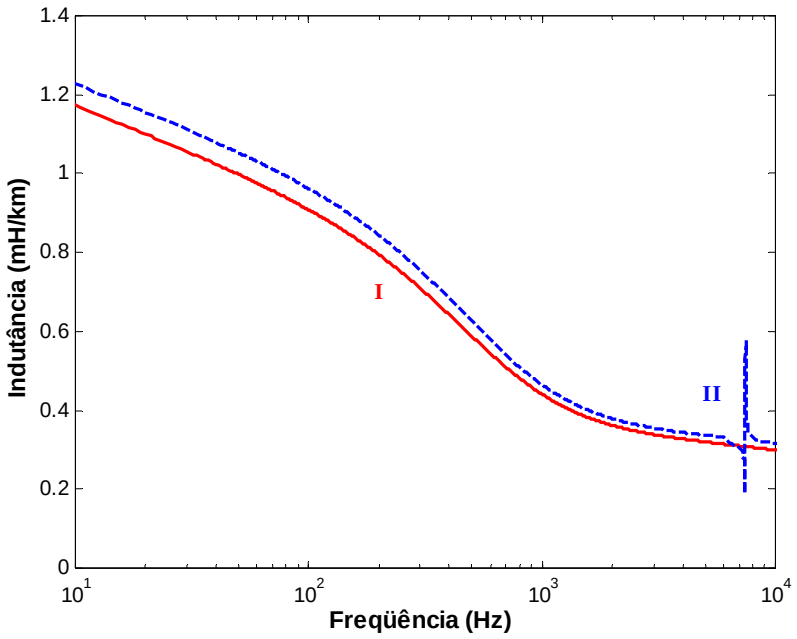


Figura 8.10 – Indutância mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke (curva II).

As Figuras 8.11 e 8.12 mostram a parte imaginária dos parâmetros transversais do segmento da linha, obtidas por meio da matriz de Clarke e pelo método clássico.

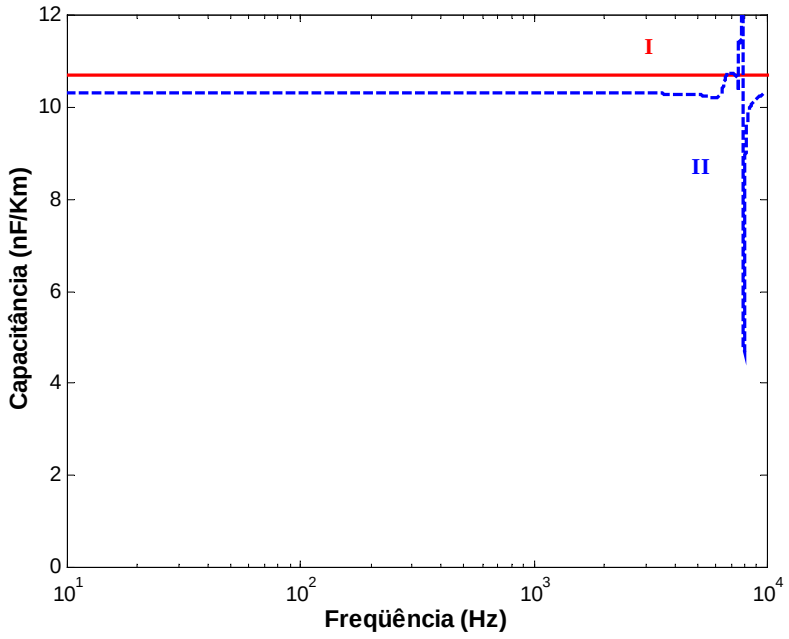


Figura 8.11 – Capacitância própria da fase 1: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke (curva II).

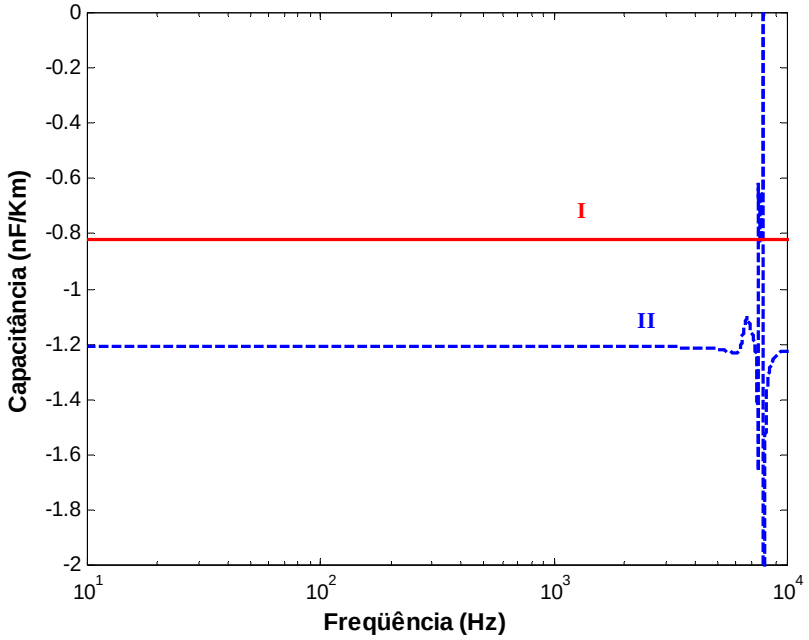


Figura 8.12 – Capacitância mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke (curva II).

As figuras 8.11 e 8.12 mostram a capacitância que foi obtida por meio da matriz de Clarke (curva I), apresentando diferença entre as duas metodologias e variações bruscas em relação à freqüência, quando comparada pelo método clássico (curva II).

8.2.3 – Comprimento da Linha de 50 km e Segmento de Linha de 1 km

Considerando o comprimento da linha d igual a 50 km e o segmento da linha Δx nos pontos A e B, como sendo de 1 km. Mostrando a resistência, indutância e a capacitância própria e mútua da linha de transmissão.

As Figuras 8.13 e 8.14 mostram a parte real dos parâmetros longitudinais do segmento da linha, obtidas por meio da matriz de Clarke e pelo método clássico.

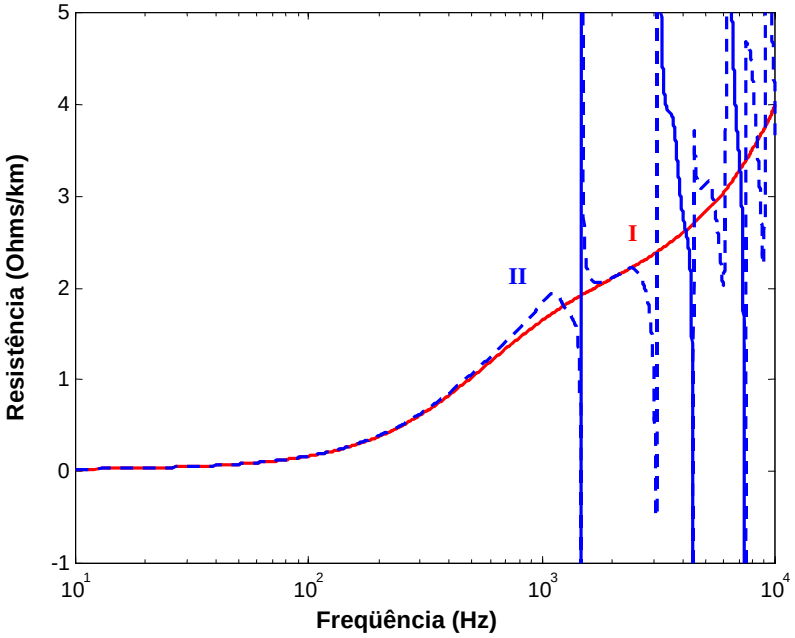


Figura 8.13 – Resistência própria da fase 1: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke (curva II).

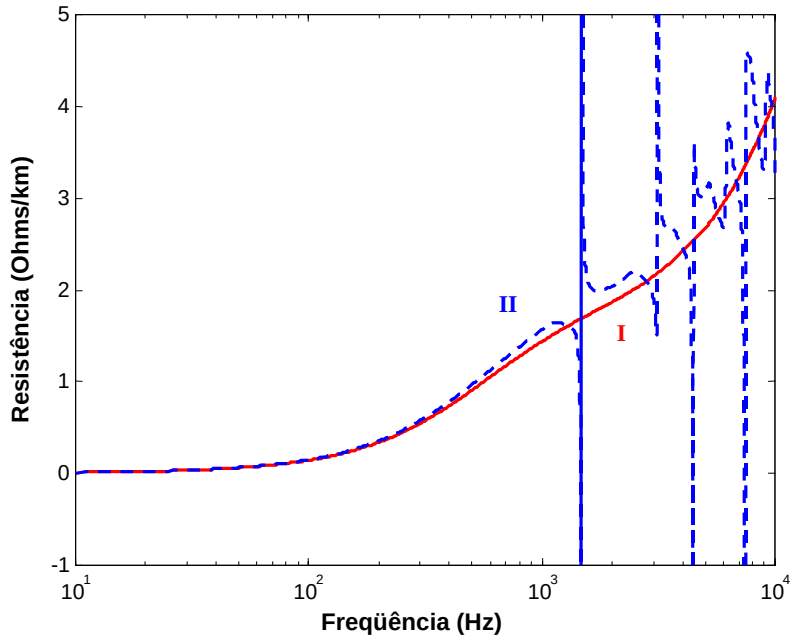


Figura 8.14 – Resistência própria da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke (curva II).

As Figuras 8.13 e 8.14 mostram que a metodologia em que se utiliza a matriz de Clarke apresenta o mesmo comportamento da metodologia clássica, para a faixa de freqüência até 1 KHz. E para freqüência acima de 1 KHz a metodologia desenvolvida apresenta variações bruscas em relação a freqüência.

As Figuras 8.15 e 8.16 mostram a parte imaginária dos parâmetros longitudinais do segmento da linha, obtidas pela metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke e pela metodologia clássica.

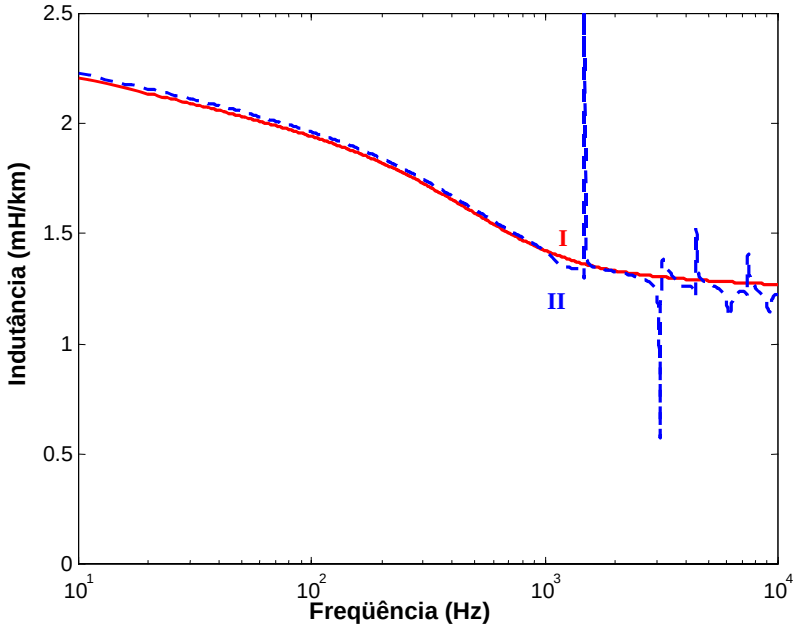


Figura 8.15 – Indutância própria da fase 1: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke (curva II).

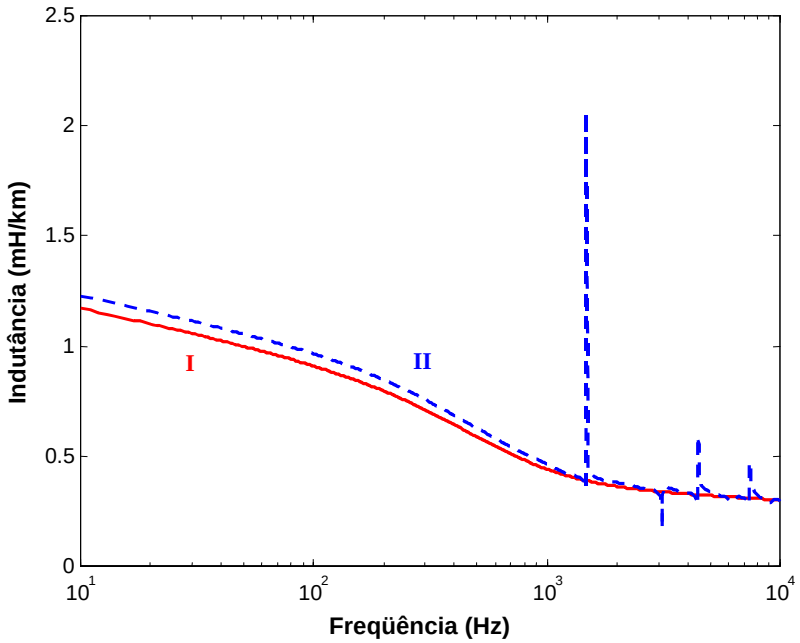


Figura 8.16 – Indutância mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke (curva II).

As Figuras 8.15 e 8.16 mostram que apesar da diferença entre os dois métodos, a metodologia em que se utiliza a matriz de Clarke apresenta o mesmo comportamento da metodologia clássica, para uma faixa de freqüência de até 1 KHz. E para freqüência acima de 1 KHz o método em que utiliza a matriz de Clarke tem variações bruscas em relação a freqüência.

As Figuras 8.17 e 8.18 mostram a parte imaginária dos parâmetros transversais do segmento da linha, obtidas por meio da matriz de Clarke e pelo método clássico.

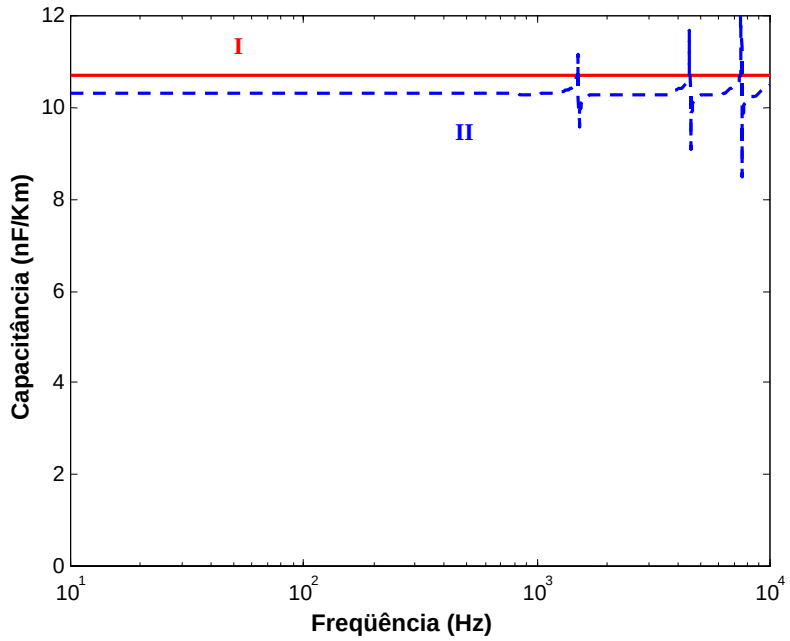


Figura 8.17 – Capacitância própria da fase 1: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke (curva II).

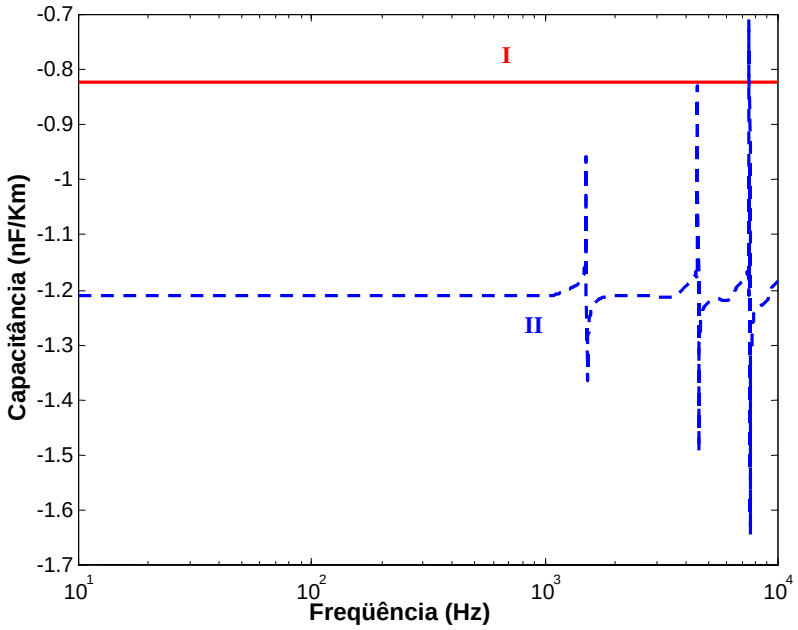


Figura 8.18 – Capacitância mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke (curva II).

As Figuras 8.17 e 8.18 mostram a capacitância própria e mútua da linha sendo mostrado que apesar da diferença existente entre as duas metodologias, o método proposto em que utiliza a matriz de Clarke, apresenta o mesmo comportamento para a faixa de freqüência até 1 KHz, quando comparada ao método clássico.

8.2.4 – Linha de 100 km e Segmento de Linha de 1 km

Será mostrado o parâmetro longitudinal e transversal da linha de transmissão. Considerando o comprimento da linha d igual a 100 km e o segmento fixo da linha Δx nos pontos A e B, como sendo de 1 Km. Foram comparadas a metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke e a metodologia clássica.

As Figuras 8.19 e 8.20 mostram a resistência própria e mútua do segmento da linha, obtidas a partir da metodologia clássica e a partir da metodologia desenvolvida utilizando a matriz de Clarke.

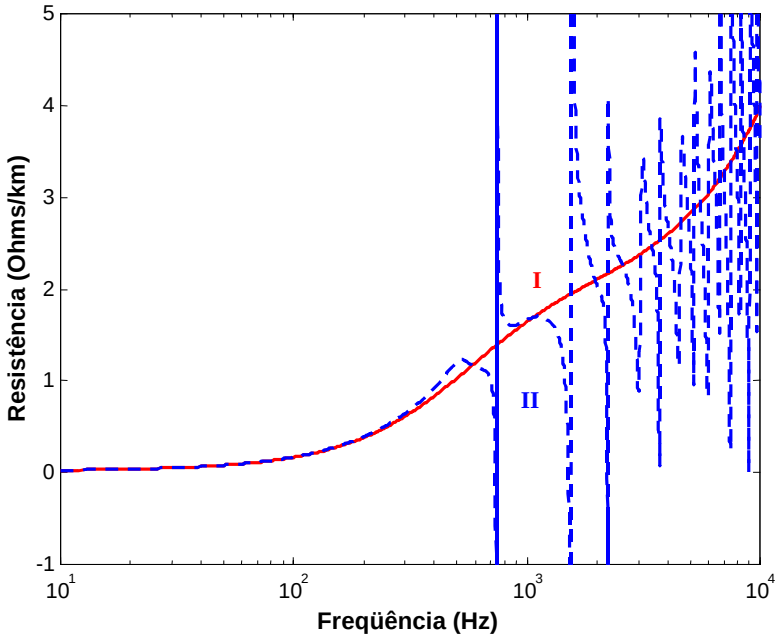


Figura 8.19 – Resistência própria da fase 1: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke (curva II).

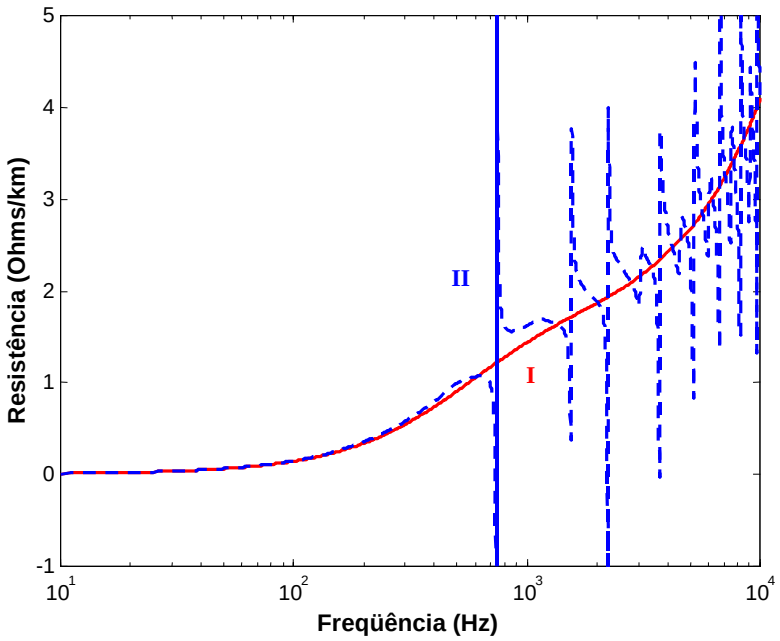


Figura 8.20 – Resistência própria da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke (curva II).

As Figuras 8.19 e 8.20 mostram que a metodologia desenvolvida utilizando a matriz de Clarke apresenta variações bruscas em relação à freqüência e que para a faixa de freqüência até 400 Hz, apresenta mesmo comportamento quando comparada com a metodologia clássica.

As Figuras 8.21 – 8.22 mostram a indutância própria e mútua do segmento da linha, obtidas a partir da metodologia clássica e a partir da metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke.

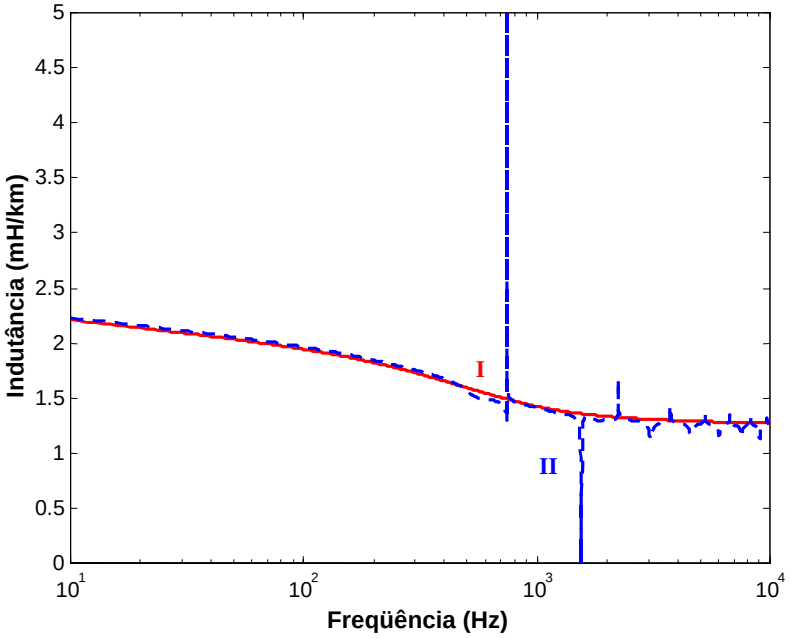


Figura 8.21 – Indutância própria da fase 1: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke (curva II).

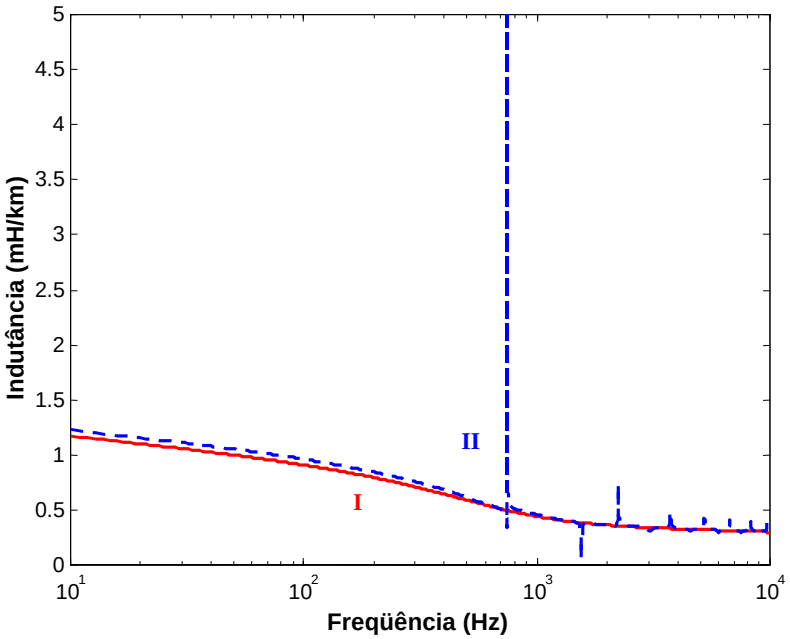


Figura 8.22 – Indutância mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke (curva II).

As Figuras 8.21 e 8.22 mostram a comparação da indutância entre a metodologia clássica (curva I) e a metodologia desenvolvida em que utiliza a matriz de Clarke (curva II).

As Figuras 8.23 e 8.24 mostram a capacitância própria e mútua do segmento da linha, obtidas a partir da metodologia clássica e a partir da metodologia desenvolvida.

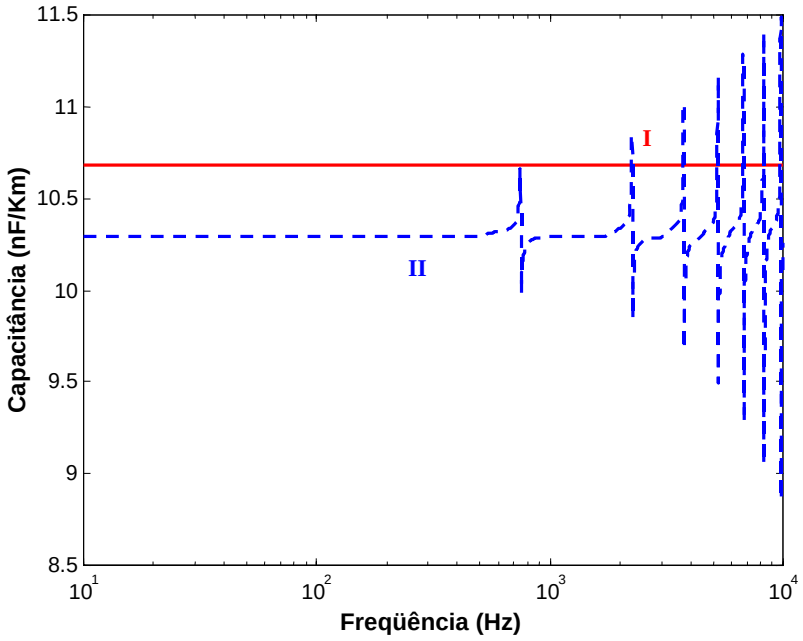


Figura 8.23 – Capacitância própria da fase 1: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke (curva II).

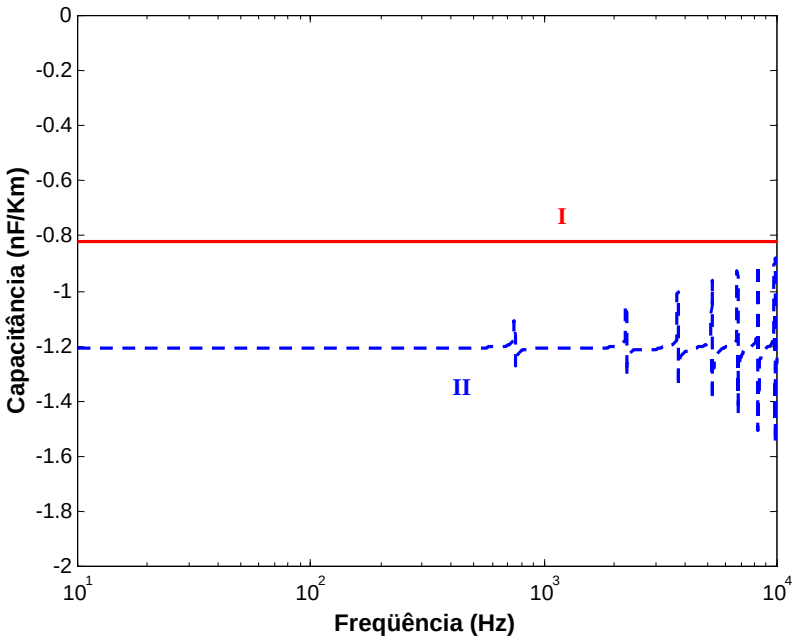


Figura 8.24 – Capacitância mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke (curva II).

As Figuras 8.23 e 8.24 mostram quando se utiliza a metodologia desenvolvida em que utiliza a matriz de Clarke à capacitância apresenta o mesmo comportamento em relação à metodologia clássica, até a faixa de freqüência 500 Hz. A metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke apresenta também variações bruscas em relação a freqüência e diferença em relação à metodologia clássica.

8.3 – Análise do Erro

8.3.1 – Linha de 5 km e Segmento de Linha de 1 km

Será mostrado o erro relativo quando utiliza a matriz de Clarke. A metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke apresenta erros abaixo de 5%.

A figura 8.25 mostra o erro existente na resistência própria da fase 1, considerando o comprimento da linha d igual a 5 km e o segmento da linha Δx como sendo 1 Km.

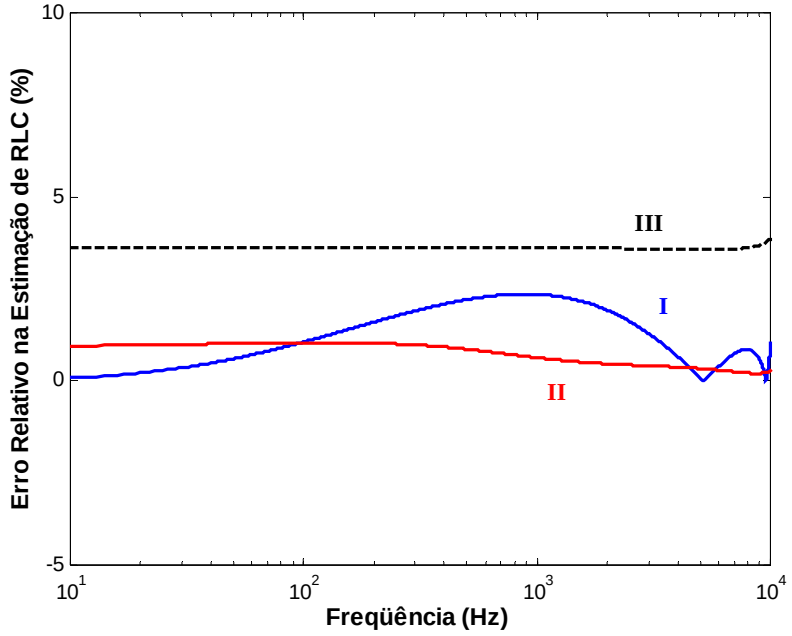


Figura 8.25 – Metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke mostrando o erro existente na resistência própria da fase 1 (curva I), indutância própria da fase 1 (curva II) e capacitância própria da fase 1 (curva III).

A figura 8.25 mostra que o erro existente na resistência própria é relativamente pequeno na metodologia em que utiliza a matriz de Clarke, considerando o comprimento da linha d igual a 5 km e os segmentos da linha como sendo de 1 Km. O mesmo acontece com o erro existente na indutância e capacitância própria e mútua da linha de transmissão, apresentando erro menor que 5%.

8.3.2 – Linha de 10 km e Segmento de Linha de 1 km

A figura 8.26 mostra o erro existente na resistência própria da fase 1, considerando o comprimento da linha d igual a 10 km e o segmento da linha Δx como sendo 1 Km.

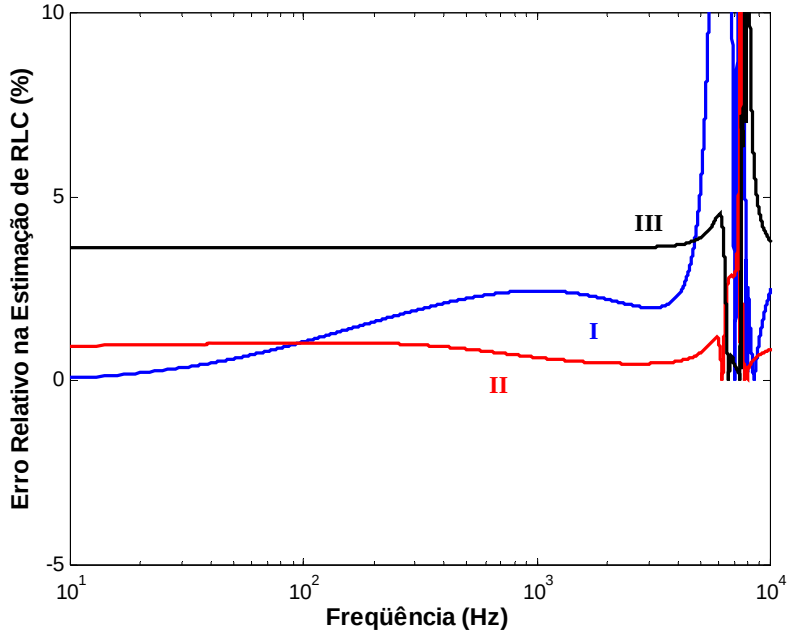


Figura 8.26 – Metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke mostrando o erro existente na resistência própria da fase 1 (curva I), indutância própria da fase 1 (curva II) e capacitância própria da fase 1 (curva III).

A figura 8.26 mostra que o erro existente na resistência própria é relativamente pequeno, considerando o comprimento da linha d igual a 10 km e o segmento da linha como sendo de 1 km. O mesmo acontece com o erro existente na indutância e capacitância própria e mútua da linha de transmissão, apresentando erro menor que 5% considerando a faixa de freqüência de 10 Hz até 3 KHz.

8.3.3 – Linha de 50 km e Segmento de Linha de 1 km

A figura 8.27 mostra o erro existente na resistência própria da fase 1, considerando o comprimento da linha d igual a 50 km e o segmento da linha Δx como sendo 1 km.

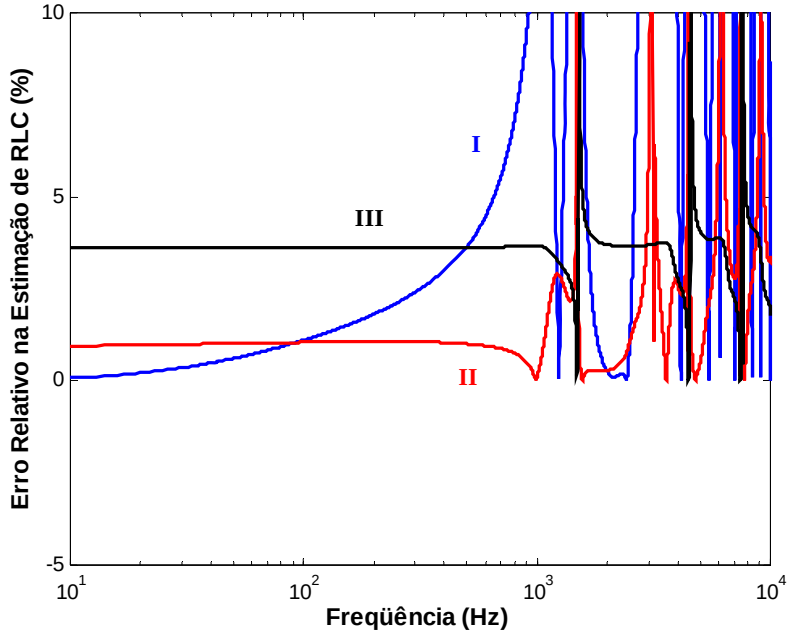


Figura 8.27 – Metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke mostrando o erro existente na resistência própria da fase 1 (curva I), indutância própria da fase 1 (curva II) e capacitância própria da fase 1 (curva III).

Considerando o comprimento da linha d igual a 50 km e o segmento da linha como sendo de 1 km. A figura 8.27 mostra que o erro existente na resistência própria é relativamente pequeno para a metodologia em que utiliza a matriz de Clarke, para uma determinada faixa de freqüência, no caso até 400 Hz. O mesmo acontece com o erro existente na indutância e na capacitância própria e mutua da linha de transmissão, apresentando erro menor que 5% e considerando a faixa de freqüência de 10 Hz até 400 Hz.

8.3.4 – Linha de 100 km e Segmento de Linha de 1 km

A figura 8.28 mostra o erro existente na resistência própria da fase 1, considerando o comprimento da linha d igual a 100 km e o segmento da linha Δx como sendo 1 km.

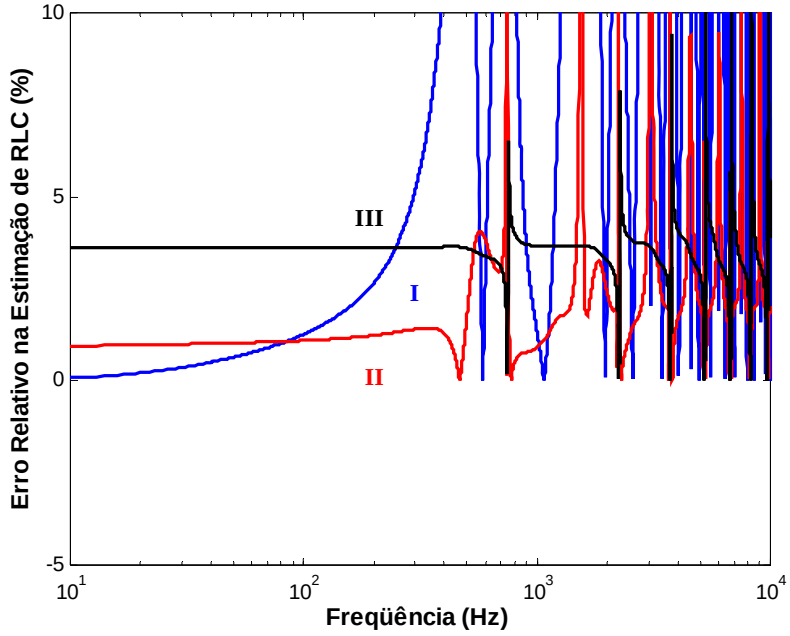


Figura 8.28 – Metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke mostrando o erro existente na resistência própria da fase 1 (curva I), indutância própria da fase 1 (curva II) e capacitância própria da fase 1 (curva III)..

A figuras 8.28 mostra que o erro existente na resistência própria quando se utiliza a matriz de Clarke é relativamente pequeno para freqüência até 200 Hz. Considerando também que o comprimento da linha d é igual a 100 km e o segmento da linha como sendo de 1 km. O mesmo acontece com o erro existente na indutância e na capacitância própria e mutua da linha de transmissão, apresentando erro menor que 5% para a freqüência até 200 Hz.

8.4 – Influência do Comprimento do Segmento da Linha

Será analisada a influencia do comprimento do segmento da linha na metodologia desenvolvida quando utiliza a matriz de Clarke. Considerando o comprimento da linha como sendo de 5 km e o segmento da linha como sendo de 100 metros e 3 km, comprimento da linha 10 km e os segmentos de 100 metros e 6 km, comprimento de 50 km e os segmentos de 100 metros.

8.4.1 – Linha de 5 km e Segmento de Linha de 100 metros e 3 km

Considerando o comprimento da linha d igual a 5 km e o segmento da linha Δx nos pontos A e B, como sendo de 100 metros e 3 km. Apresenta-se a influência que o segmento da linha tem para uma linha curta.

As Figuras 8.29 e 8.30 mostram a parte real dos parâmetros longitudinais da linha, obtidas através da metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke e a metodologia clássica.

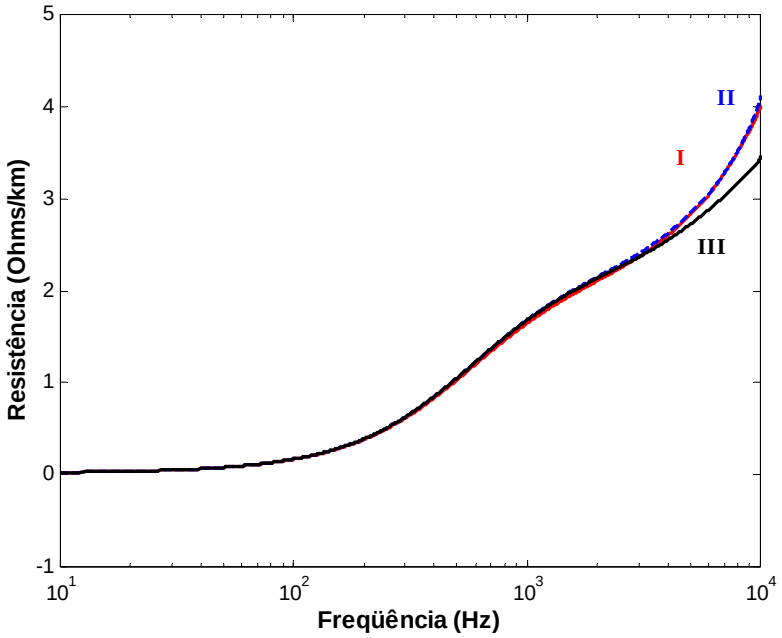


Figura 8.29 – Resistência própria da fase 1: metodologia clássica (curva I), metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 100 m (curva II) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 3 km (curva III).

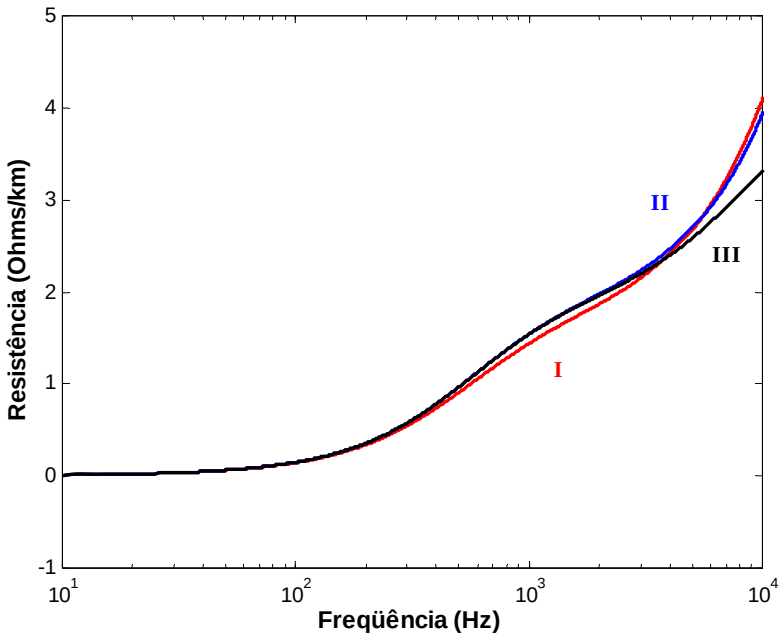


Figura 8.30 – Resistência mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I), metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 100 m (curva II) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 3 km (curva III).

As Figuras 8.29 e 8.30 mostram a metodologia em que se utiliza a matriz de Clarke apresenta o mesmo comportamento da metodologia clássica. Quando se utiliza um segmento de 100 metros o resultado é mais próximo ao da metodologia clássica para freqüência acima de 4 Khz.

As Figuras 8.31 e 8.32 mostram a indutância própria e mútua da linha, apresentando que a metodologia desenvolvida tem o mesmo comportamento da metodologia clássica. Mostrando também que a metodologia desenvolvida para um segmento longo apresenta comportamento decrescente em determinadas freqüências quando comparada à metodologia clássica.

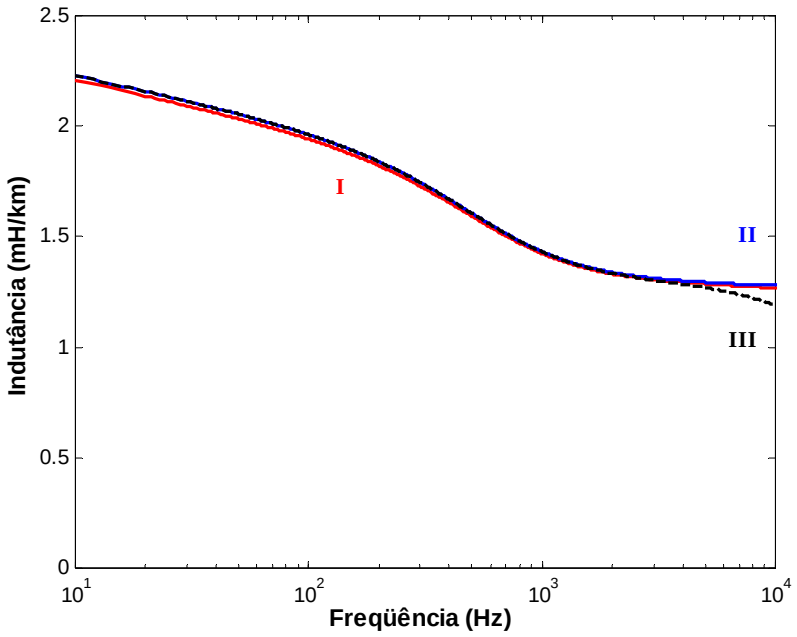


Figura 8.31 – Indutância própria da fase 1: metodologia clássica (curva I), metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 100 m (curva II) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 3 km (curva III).

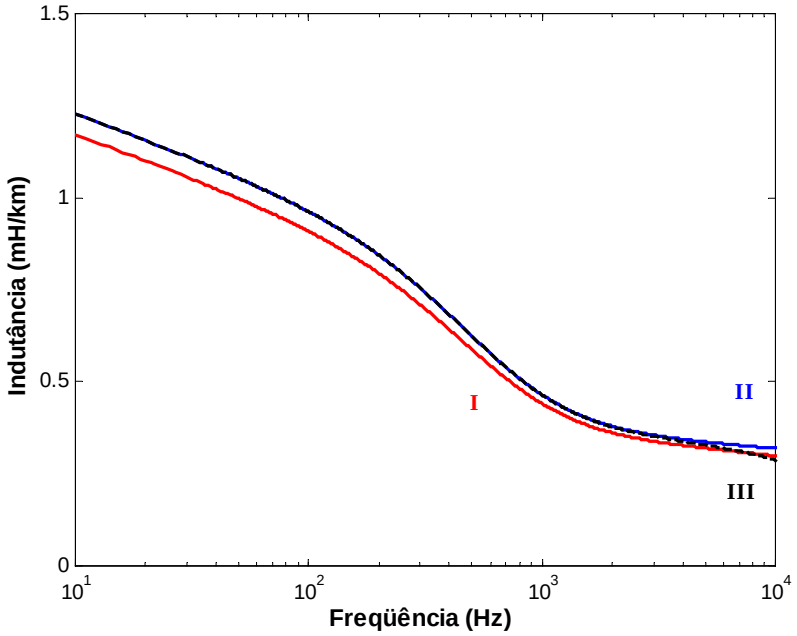


Figura 8.32 – Indutância mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I), metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 100 m (curva II) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 3 km (curva III).

As Figuras 8.31 e 8.32 mostram que a metodologia em que se utiliza a matriz de Clarke tem o mesmo comportamento em relação à metodologia clássica. Mostrando também que para segmento curto a metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke, tem o mesmo comportamento em toda a faixa de freqüência. A metodologia desenvolvida apresenta, na indutância mútua, valor menor que à metodologia clássica.

As Figuras 8.33 e 8.34 mostram a parte imaginária dos parâmetros transversais do segmento da linha, por meio por meio da matriz de Clarke e pelo método clássico.

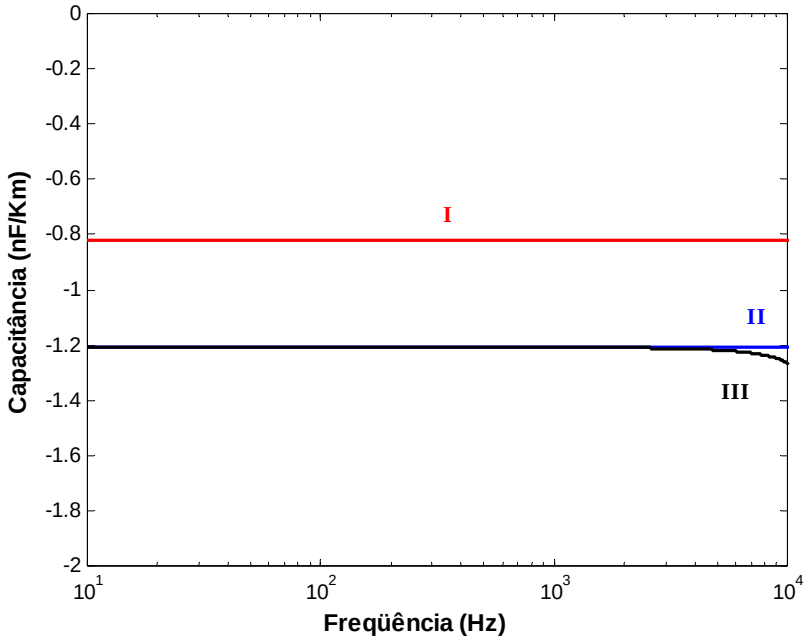


Figura 8.33 – Capacitância própria da fase 1: metodologia clássica (curva I), metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 100 m (curva II) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 3 km (curva III).

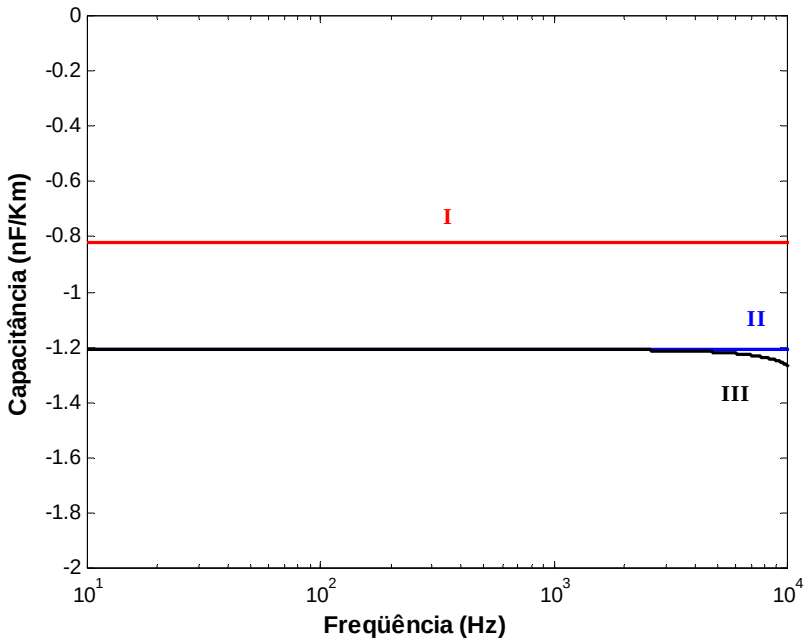


Figura 8.34 – Capacitância mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I), metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 100 m (curva II) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 3 km (curva III).

As figuras 8.33 e 8.34 mostram a capacitância que foi obtida pelo método clássico (curva I), por meio da matriz de Clarke e um segmento de 100 metros (curva II) e por meio da matriz de Clarke e um segmento de 3 km (curva III).

8.4.2 – Linha de 10 km e Segmento de Linha de 100 metros e 6 km

Considerando o comprimento da linha d igual a 10 km e o segmento da linha Δx nos pontos A e B, como sendo de 100 metros e 6 km. Apresentam-se os parâmetros longitudinais e transversais da linha de transmissão.

As Figuras 8.35 e 8.36 mostram a resistência própria e mútua, obtidas por meio da matriz de Clarke e pelo método clássico.

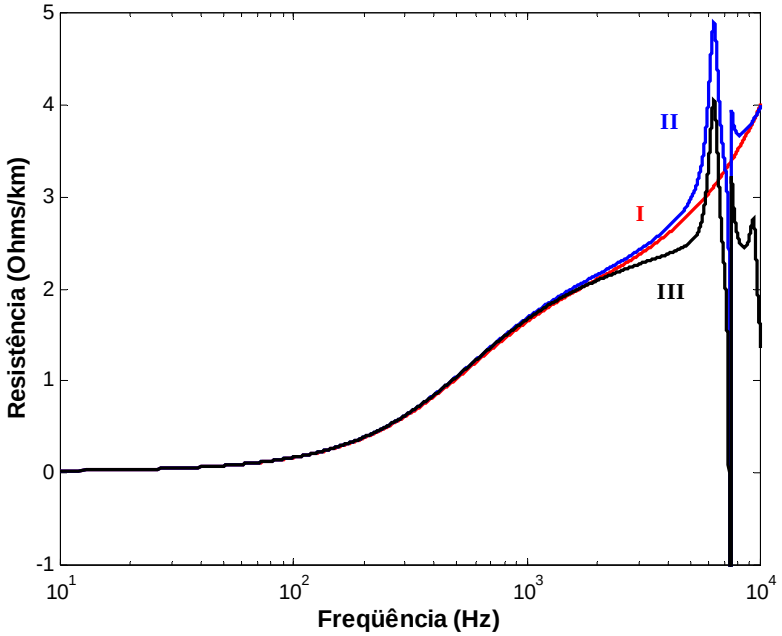


Figura 8.35 – Resistência própria da fase 1: metodologia clássica (curva I), metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 100 m (curva II) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 6 km (curva III).

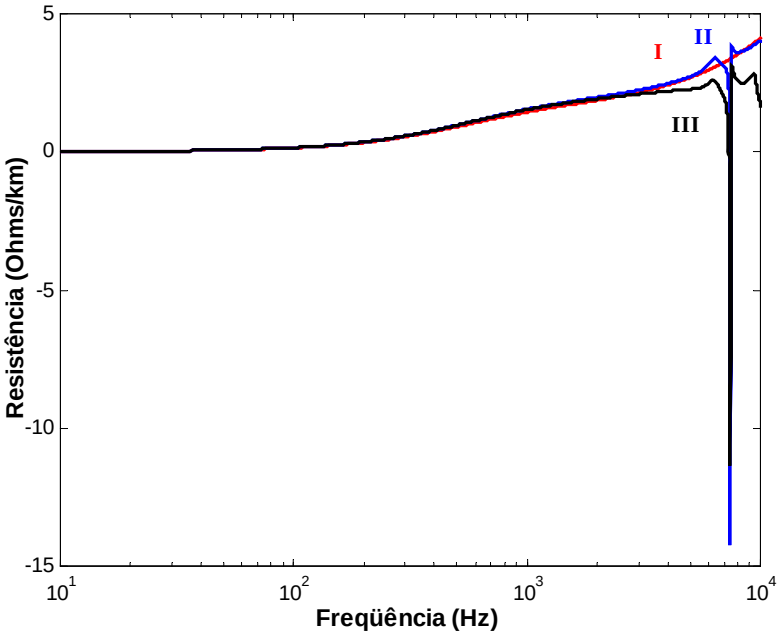


Figura 8.36 – Resistência mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I), metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 100 m (curva II) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 6 km (curva III).

As Figuras 8.35 e 8.36 mostram a metodologia em que se utiliza a matriz de Clarke e um segmento de 100 metros e 6 km apresenta o mesmo comportamento da metodologia clássica. Sendo que para o segmento de 6 km há um decrescimento a partir da faixa de freqüência de 4 KHz.

As Figuras 8.37 e 8.38 mostram a indutância própria e mútua da linha, apresentando a faixa de freqüência em que fica evidente que a metodologia desenvolvida tem o mesmo comportamento da metodologia clássica.

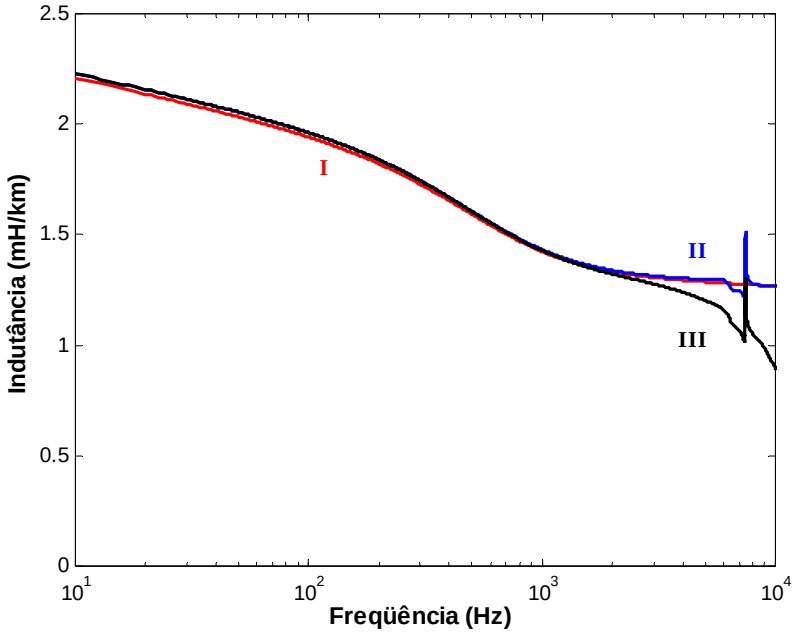


Figura 8.37 – Indutância própria da fase 1: metodologia clássica (curva I), metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 100 m (curva II) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 6 km (curva III).

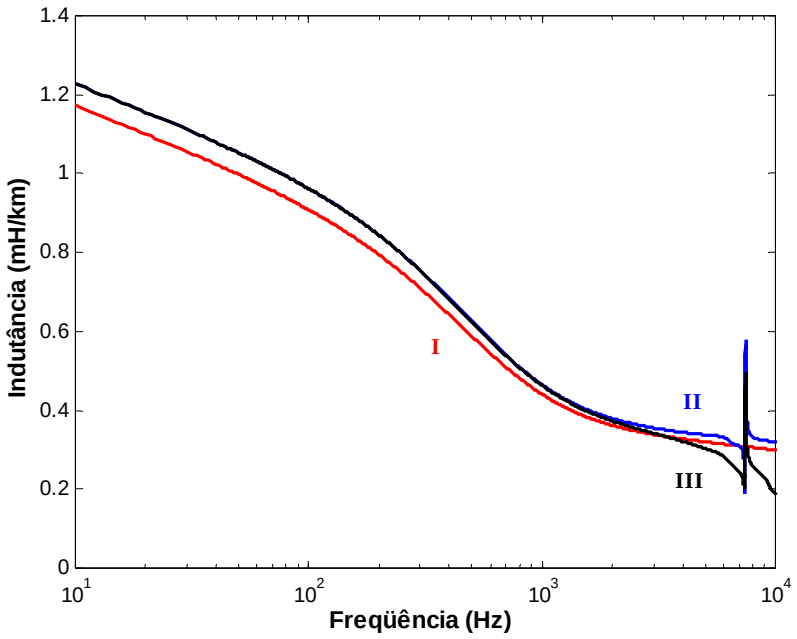


Figura 8.38 – Indutância mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I), metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 100 m (curva II) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 6 km (curva III).

As Figuras 8.37 e 8.38 mostram que a metodologia em que se utiliza a matriz de Clarke e o segmento de 6 km tem o mesmo comportamento, com um decrescimento para freqüência acima de 3 KHz quando comparada a metodologia clássica.

As Figuras 8.39 e 8.40 mostram a parte imaginária dos parâmetros transversais do segmento da linha, por meio por meio da matriz de Clarke e pelo método clássico.

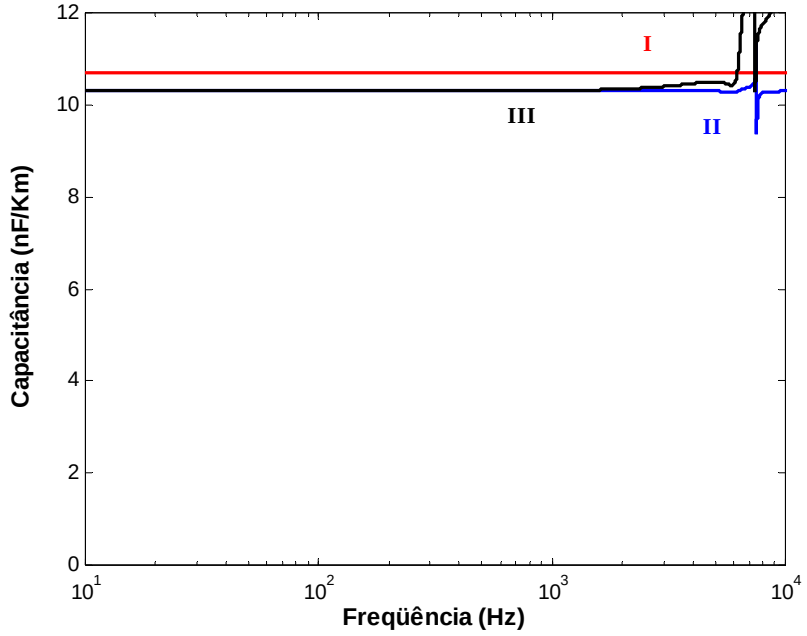


Figura 8.39 – Capacitância própria da fase 1: metodologia clássica (curva I), metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 100 m (curva II) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 6 km (curva III).

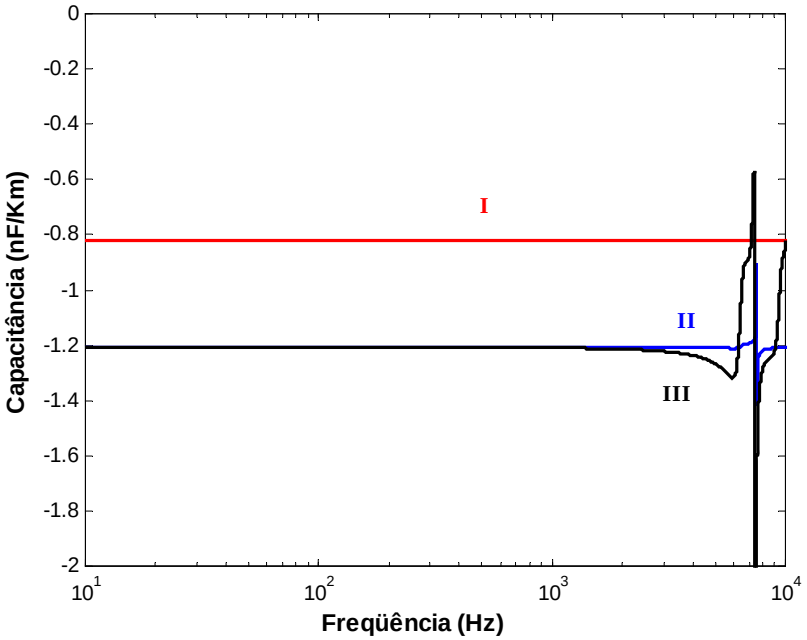


Figura 8.40 – Capacitância mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I), metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 100 m (curva II) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 6 km (curva III).

As figuras 8.39 e 8.40 mostram a capacitância obtida através da metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke, apresentando os resultados para um segmento de 100 metros e 6 km, e sendo comparadas com a metodologia clássica. Mostrando que na capacitância mútua a metodologia desenvolvida tem valor de -1.2 ηF e a metodologia clássica tem valor abaixo de -0.8 ηF .

8.4.3 – Linha de 100 km e Segmento de Linha de 100 metros e 10 km

Considerando o comprimento da linha d igual a 100 km e o segmento da linha Δx nos pontos A e B, como sendo de 100 metros e 10 km. Apresentam-se os parâmetros longitudinais e transversais da linha de transmissão.

As Figuras 8.41 e 8.42 mostram a resistência própria e mútua da linha, obtida por meio da matriz de Clarke e pelo método clássico.

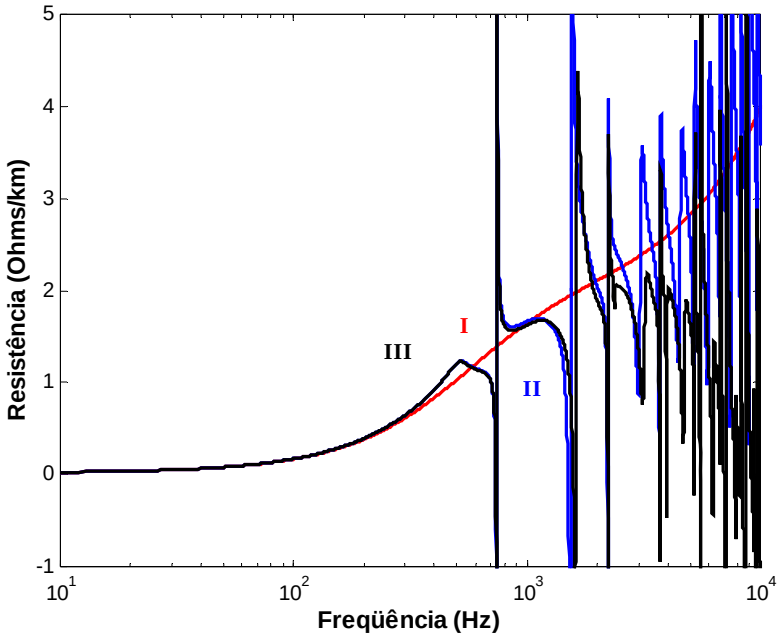


Figura 8.41 – Resistência própria da fase 1: metodologia clássica (curva I), metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 100 m (curva II) e metodologia utilizando desenvolvida com a matriz de Clarke segmento de 10 km (curva III).

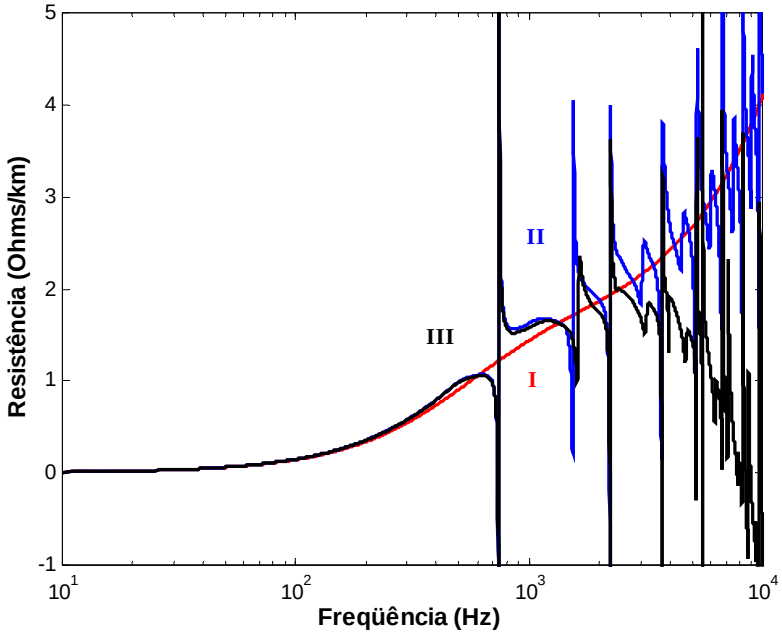


Figura 8.42 – Resistência mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I), metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 100 m (curva II) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 10 km (curva III).

As Figuras 8.41 e 8.42 mostram a metodologia em que se utiliza a matriz de Clarke apresenta o mesmo comportamento da metodologia clássica, para a faixa de freqüência até 500 Hz. Apresentando também que para segmento curto de 100 metros, a metodologia desenvolvida tem mesmo comportamento da metodologia, mesmo com as variações bruscas. Já para um segmento mais longo de 10 km, a metodologia desenvolvida tem valores decrescentes em determinadas freqüências.

As Figuras 8.43 e 8.44 mostram a indutância própria e mútua da linha, apresentando a faixa de freqüência em que fica evidente que a metodologia desenvolvida tem o mesmo comportamento da metodologia clássica.

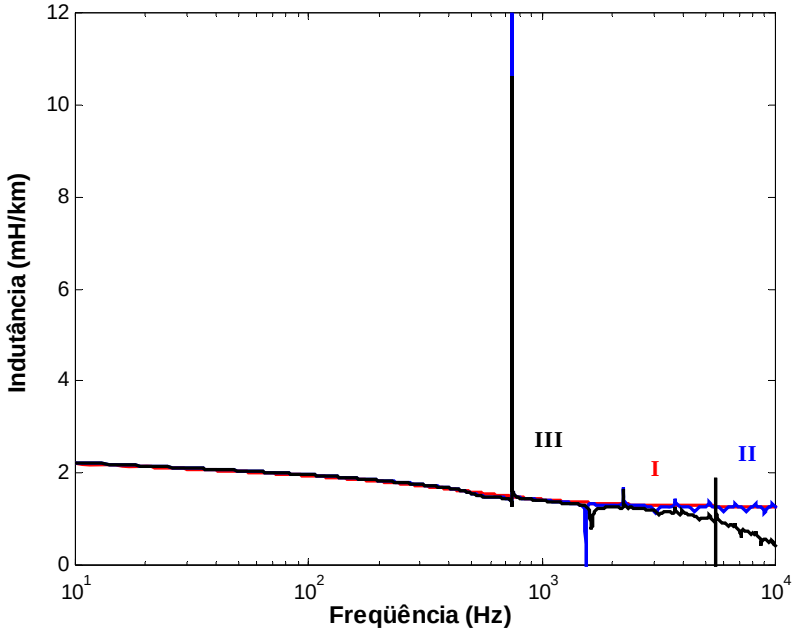


Figura 8.43 – Indutância própria da fase 1: metodologia clássica (curva I), metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 100 m (curva II) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 10 km (curva III).

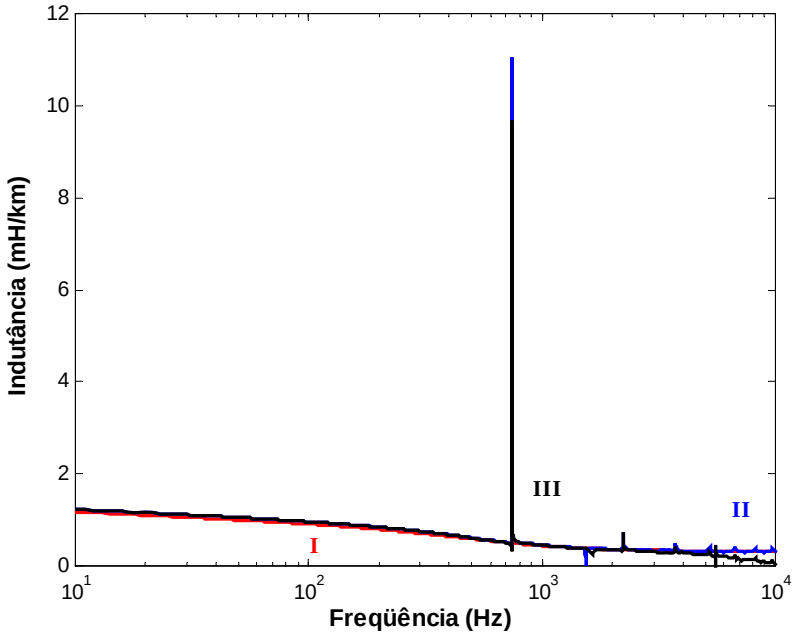


Figura 8.44 – Indutância mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I), metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 100 m (curva II) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 10 km (curva III).

As Figuras 8.43 e 8.44 mostram que a metodologia em que se utiliza a matriz de Clarke tem o mesmo comportamento em relação à metodologia clássica, para ambos os segmentos.

As Figuras 8.45 e 8.46 mostram a parte imaginária dos parâmetros transversais do segmento da linha, obtidas por meio da matriz de clarke, pelo método clássico e por meio da matriz de transformação modal [T_I].

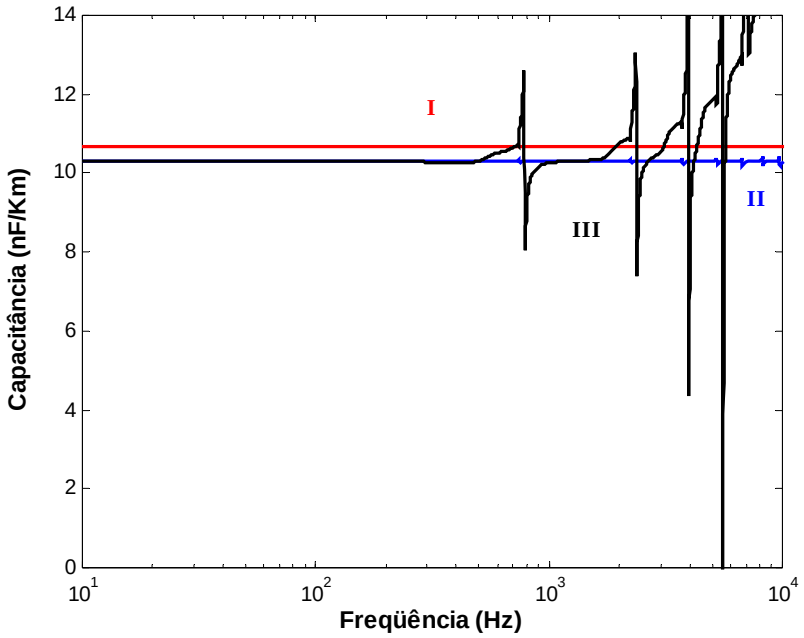


Figura 8.45 – Capacitância própria da fase 1: metodologia clássica (curva I), metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 100 m (curva II) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 10 km (curva III).

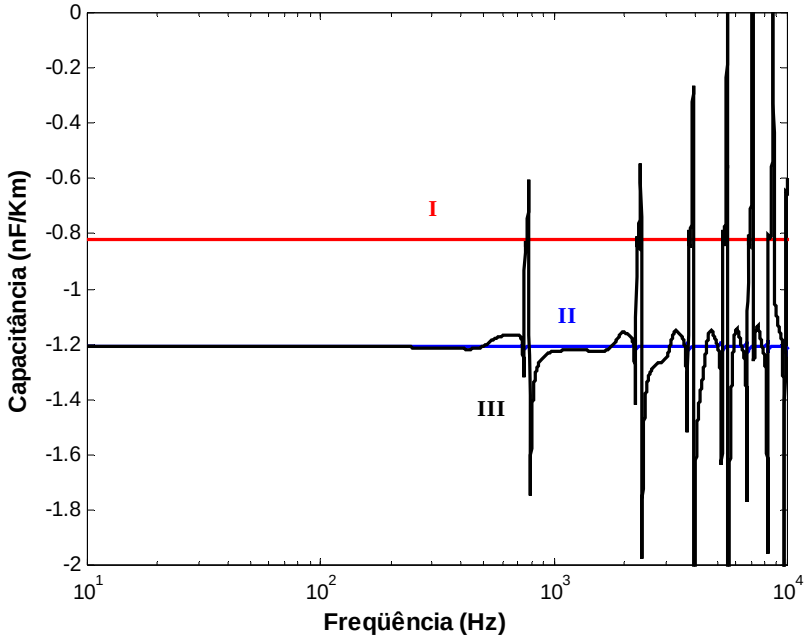


Figura 8.46 – Capacitância mútua da fase 2 e 3: metodologia clássica (curva I), metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 100 m (curva II) e metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke utilizando segmento de 10 km (curva III).

As figuras 8.45 e 8.46 mostram à capacitância própria e mútua obtida por meio da matriz de Clarke utilizando um segmento de 100 metros e um segmento de 10 km, apresentando valor igual a $-1.2\,\eta F$ enquanto que a metodologia clássica apresenta valor abaixo de $-0.8\,\eta F$. E para a metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke têm-se variações bruscas em relação à freqüência.

8.5 – Análise do Erro

8.5.1 – Linha de 5 km e Segmento de Linha de 100 metros e 3 km

Será mostrado o erro relativo da metodologia desenvolvida quando se utiliza a matriz de Clarke. Mostrando a influência do comprimento do segmento da linha, apresentando os resultados para uma linha de 5 km, 10 km, 50 km e 100 km e para segmentos Δx curtos e longos.

A figura 8.47 mostra o erro relativo existente na resistência própria, considerando o comprimento da linha d igual a 5 km e o segmento da linha Δx como sendo 100 metros e 3 Km.

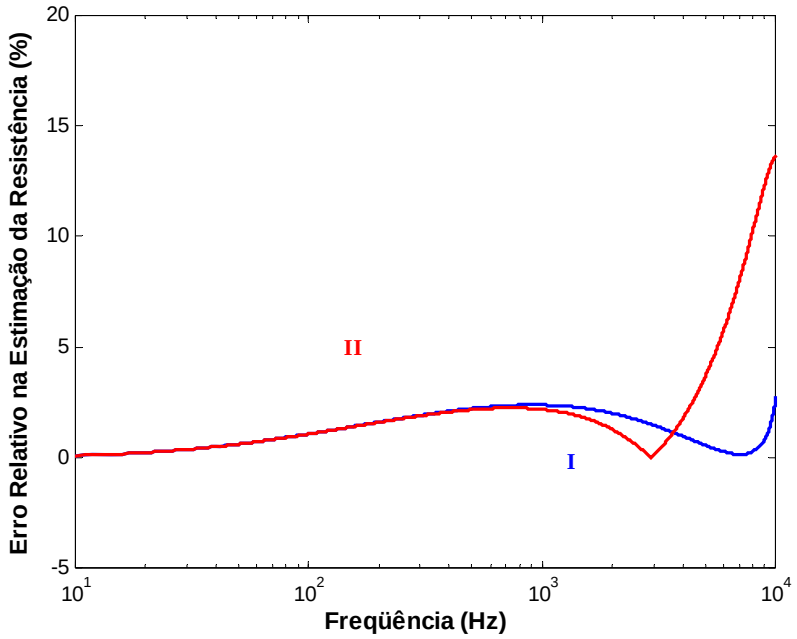


Figura 8.47 – Metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke mostrando o erro existente na resistência própria da fase 1: segmento de 100 metros (curva I) e segmento de 3 km (curva II)

A figuras 8.47 mostra que o erro existente na resistência própria é relativamente pequeno, apresentando erro menor que 5%, para a faixa de freqüência de 10 HZ até 1 KHz. O mesmo acontece com o erro existente na indutância e capacitância própria e mútua da linha de transmissão, o valor do erro é menor que 5% considerando a faixa de freqüência de 10 Hz até 1 KHz.

8.5.2 – Linha de 10 km e Segmento de Linha de 100 metros e 6 km

A figura 8.48 mostra o erro existente na resistência própria da fase 1, considerando o comprimento da linha d igual a 10 km e o segmento da linha Δx como sendo 100 metros e 6 Km.

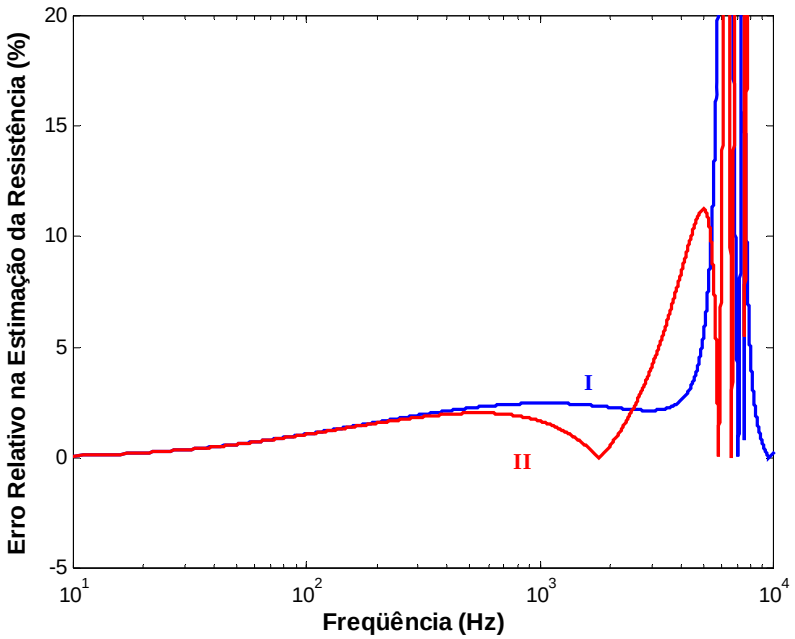


Figura 8.48 – Metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke mostrando o erro existente na resistência própria da fase 1: segmento de 100 metros (curva I) e segmento de 6 km (curva II)

A figura 8.48 mostra que o erro relativo existente na resistência própria é relativamente pequeno, menor que 5%, para freqüência até 1 KHz. O mesmo acontece com o erro existente na indutância e capacitância própria e mútua da linha de transmissão, foram obtidos erros menores que 5% para a freqüência até 1 KHz.

8.5.3 – Linha de 100 km e Segmento de Linha de 100 metros e 10 km

Para uma linha longa, será mostrado o erro relativo cometido quando se utiliza a matriz de Clarke em substituição a matriz de transformação modal $[T_I]$.

A figura 8.49 mostra o erro existente na resistência própria da fase 1, considerando o comprimento da linha d igual a 100 km e o segmento da linha Δx como sendo 100 metros e 10 Km.

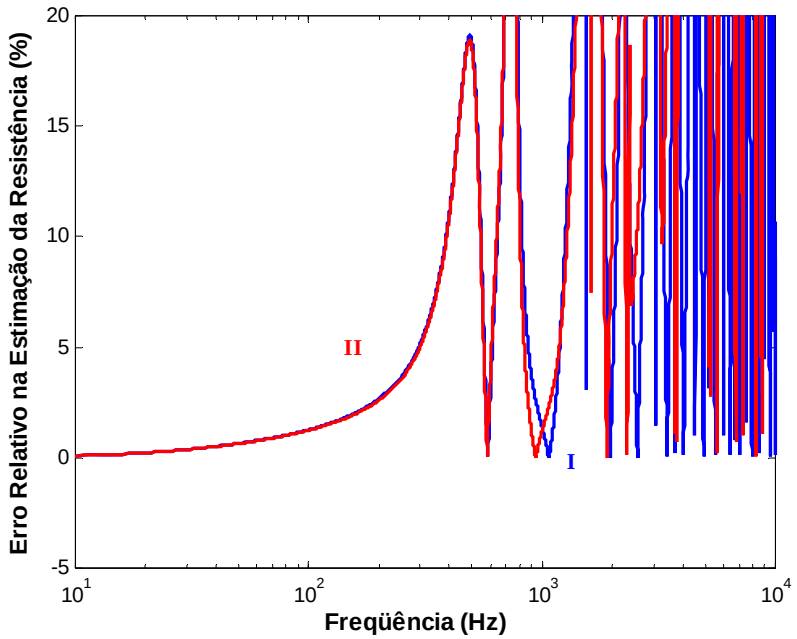


Figura 8.49 – Metodologia desenvolvida com a matriz de Clarke mostrando o erro existente na resistência própria da fase 1: segmento de 100 metros (curva I) e segmento de 10 km (curva II)

A figura 8.49 mostra que o erro existente na resistência própria é relativamente pequeno, menor que 5% para a faixa de freqüência de 10 Hz até 200 Hz. O mesmo acontece com o erro existente na indutância e capacitância própria e mútua da linha de transmissão. O valor do erro é menor que 5% considerando a faixa de freqüência de 10 Hz até 200 Hz. Já para a faixa acima de 200 Hz a metodologia desenvolvida apresenta variações bruscas.

9 - CONCLUSÃO

Neste trabalho foi apresentada uma metodologia para estimar os parâmetros longitudinais e transversais de uma linha de transmissão, a partir das correntes e tensões medidas nas fases. Tal metodologia foi comparada com uma metodologia já conhecida. O método apresentado para o calculo dos parâmetros da linha foi simulado utilizando a matriz de transformação $[T_I]$ e a matriz de Clarke.

Foi analisada a influência do comprimento da linha na metodologia desenvolvida utilizando a matriz de transformação $[T_I]$ e utilizando a matriz de Clarke, sendo comparada com a metodologia clássica. E também foi analisada a influência do segmento da linha na metodologia desenvolvida utilizando a matriz exata $[T_I]$ e utilizando a matriz de Clarke.

O trabalho apresentou resultados coerentes para uma determinada faixa de freqüência da comparação entre os parâmetros longitudinais e transversais calculados a partir das correntes e das tensões de fase da linha, utilizando a matriz de Clarke e a matriz de transformação $[T_I]$, quando comparados com os parâmetros da metodologia conhecida, que utiliza as equações de Carson e Bessel, as quais consideram o efeito do solo e o efeito pelicular.

Os resultados obtidos mostram que para uma linha, considerando comprimentos de 5 km, 10 Km, 50 Km e 100 Km, é possível estimar os parâmetros longitudinais e transversais. Para determinadas faixas de freqüência, o erro relativo não ultrapassou 5% tanto na utilização da matriz de transformação $[T_I]$ como na matriz de Clarke. Foi mostrado também que para a metodologia em que se utiliza a matriz de Clarke há variações bruscas em determinadas faixas de freqüências, sendo possível a estimação dos parâmetros para um pequeno comprimento de linha.

No capítulo 2 as equações de corrente e tensão estão no domínio do tempo, sendo a problema de difícil solução. Desse modo, estendemos a solução das equações diferenciais da linha de transmissão no domínio do tempo para o domínio da freqüência, a qual é

apresentada no capítulo 3, onde foi analisada para uma linha de transmissão monofásica e polifásica.

No capítulo 4, foi mostrada uma técnica bastante utilizada para simplificar o processo de obtenção da solução das equações da linha de transmissão para *n* fases, que consiste em desacoplar estas linhas de *n* fases em *n* linhas monofásicas desacopladas. Para isso, foi necessário obter a matriz de transformação modal $[T_I]$, abordada no capítulo 5, através do método numérico baseado no algoritmo de Newton-Raphson, para determinar os parâmetros modais da linha de transmissão.

Foi utilizada uma linha de transmissão trifásica de 440 kV, não idealmente transposta e que possui um plano de simetria vertical, apresentado no capítulo 6. Também, nesse capítulo, foi apresentada uma metodologia para calcular os parâmetros da linha de transmissão por meio da corrente e da tensão de fase da linha, utilizando um circuito π, a matriz de transformação $[T_I]$ e a matriz de Clarke. Nesse último caso a matriz de Clarke substitui a matriz $[T_I]$.

No capítulo 7 e 8 foi apresentado às analises e os resultados obtidos com a matriz de transformação modal $[T_I]$ e a matriz de Clarke, mostrando a influência do comprimento da linha e a influência do comprimento do segmento da linha tem sobre a metodologia desenvolvida com as duas matrizes.

Como sugestão para continuidade do trabalho, de modo a se obter melhorias dos resultados apresentados neste trabalho, analisar e implementar a matriz **Fortescue** e a matriz de **Karrembauer** entre outras matrizes existentes na literatura. Estender a análise dos parâmetros da linha de transmissão desenvolvida a relação do tamanho do π e o tamanho da linha.

Referências Bibliográficas

Budner, A., "Introduction of Frequency-Dependent Line Parameters into na Electromagnetic Transients Program" IEEE Transactions on Power Apparatus and systems, Vol. PAS-89, nº 1, January 1970, pags: 89-95.

Chen, C. T., "Linear System Theory and Design", Edição: CBS College Publishing, 1984, pags: 33-45.

Chipman, R.A., "Teoria e Problemas de Linhas de Transmissão", Editora MC Graw – Hill do Brasil Ltda, São Paulo, S.P., 1976.

Daltin, R. S., Kurokawa, S., Pissolato, J., Prado, A. J., Bovolato, L. F., "Representação de Linhas de Transmissão no Domínio Modal Através de duas Matrizes de Transformação: Aplicação em Linhas não Transpostas com Plano de Simetria Vertical", Sixth Latin – American Congress on Electricity Generation and Transmission, Mar Del Plata, Argentina – 2005, A-131.

Faria, J. A. B., Briceno, J. H., " On the Modal Analysis of Asymmetrical Three-Phase Transmission Lines Using Standard Transformation Matrices, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol 12, october, 1997, pags: 1760-1765

Fuchs, R. D., "Transmissão de Energia Elétrica: Linha Aéreas; teoria das Linhas em Regime Permanente", 2ª edição, Editora livros Técnicos e Científicos, Rio de Janeiro, R.J., 1979.

Guillier, J. F., Rioual, M., “Damping Model of Traveling Waves by Corona Effect Along Extra high Voltage Three Phase Lines”, IEEE Trans on Power Delivery, vol. 10, nº 4, out/1995, pags. 1851-1857.

Hedman, D. E., “Teorias das linhas de transmissão-II”, Vol. 2 e 3, 2ª Edição, Edições UFSM, Santa Maria-RS,1983.

Kurokawa, S., Pissolato, J., Tavares, M. C., Portela, C. M., Prado, A. J., "A New Procedure to Derive Transmission-Line Parameters: Applications and Restrictions", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol 21, jan, 2006, pags: 492-498

Kurokawa, S., Pissolato, J., Prado, A. J., "A Procedure to Estimate Parameters of a Line Segment Taking Into Account its Representation Through π Circuits: Theoretical Development", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, **June 2006**

Kurokawa, S, “Parâmetros Longitudinais e Transversais de Linhas de Transmissão Calculados a Partir das Correntes e Tensões de Fase”, tese de doutorado, Unicamp, Campinas 2003.

Kurokawa, S., Pissolato, J., Prado, A. J., "Some Considerations About a New Procedure to Derive Transmission Line Parameters Concerning Three-phase Lines", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, June 2006

Marti, J. R. “Accurate Modeling of Frequency-Dependent Transmission Lines in Electromagnetic Transients Simulations”, IEEE Transactions. On Power Apparatus And Systems, Vol. PAS-101, Nº 1, janeiro 1982, págs: 147-155.

Marti, L., “Low-Order approximation of Transmission Line Parameters for Frequency-Dependent Models”, IEEE Transactions. On Power App. And Systems, Vol. PAS-102, Nº 11, novembro. 1983, págs: 3582-3589.

Martí, L., "Simulation of Transients in Underground Cables with Frequency-Dependent Modal Transformation Matrices", IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 3, nº 3, julho/1988, págs. 1099-1110.

Morched, A., (SM), L.Martí (M), J. Ottevangers, "A High Frequency Transformer Model for the EMTP", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol 8, nº 3, july 1993, Ontario Hydro, Canada, pags: 1616-1618

Naidu, S. R., "Transitórios Eletromagnéticos em Sistemas de Potência", Co-edição Eletrobrás – UFPb, Editora – Grafset.

Snelson, J. K., "Propagation of Travelling wales on Transmission Lines – Frequency Dependent Parameters", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol PAS-91, jan/fev, 1972, pags: 85-91.

Swokowski, E. W., "Cálculo com Geometria Analítica", Vol. 1 e 2, 2ª Edição, Makron Books, São Paulo-SP, 1994.

Tavares, M. C., Pissolato, J., Portela, C. M., "Mode Domain Multiphase Transmission Line Model – use in Transient Studies", IEEE Trans on Pwer Delivery, vol. 14, 1999, pags. 1533-1544.

Wedepohl, L. M., Nguyen, H. V., Irwin, G. D., "Frequency-Dependent Transformation Matrices for Untransposed Transmission Lines using Newton-Raphson Method", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 11, nº 3, august 1996, pags: 1538-1544.