UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA - UNESP
CAMPUS DE RIO CLARO

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS

O Raciocínio Lógico-Matemático:
sua estrutura neurofisiológica
e aplicações à Educação Matemática.

Waldemar De Maio

Orientador: Prof. Dr. Geraldo Perez.

Tese de Doutorado apresentada à Comissão de Pós-graduação da UNESP- Rio Claro.

RIO CLARO- SP
2002

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA - UNESP
CAMPUS DE RIO CLARO

Curso de Pós-graduação em Educação Matemática.

Área de Concentração em Ensino e Aprendizagem da Matemática e seus Fundamentos Filosóficos - Científicos.

O Raciocínio Lógico-Matemático:
sua estrutura neurofisiológica e aplicações à Educação Matemática.

Waldemar De Maio

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS.

Rio Claro - SP
2002

OFERECIMENTO:

À minha esposa Fátima, companheira amorosa e leal nesta jornada de vida que, mesmo lutando com todas as suas forças contra uma doença terrível e invasiva durante o período da elaboração da tese, sempre encontrou palavras de entusiasmo e incentivo para que eu não desistisse do empreendimento e juntos pudéssemos colher este fruto.

Ao Luiz Fernando, Carlos Eduardo e Silvia Cristina pela alegria de tê-los como filhos, e por todo apoio e carinho que sempre nos dedicaram.

AGRADECIMENTOS:

--- Ao meu companheiro de pesquisa, Prof. Walter Paulette, pois sem a sua presença contínua nas viagens, nos congressos, na biblioteca, nas pesquisas e nas demais atividades e amparando-nos nas más horas, talvez não chegássemos até aqui.

--- Ao Professor Dr. Geraldo Perez, que agora acredito poder chamar de o amigo "mais velho" que, por sua ampla visão de educador, no nosso primeiro curso em Rio Claro, gerou-nos um entusiasmo muito grande para pesquisas na área de Educação Matemática, que era nossa desconhecida.

O prof. Geraldo, como orientador, deu-nos as linhas mestras do trabalho, todo amparo nas dificuldades, críticas corretas e o que julgo mais importante, deu-nos liberdade para criar e realmente buscar coisas novas, que é o objetivo de toda pesquisa de doutorado.

--- Ao corpo docente do Curso de Pós-graduação em Educação Matemática da Unesp/ Rio Claro pelo seu alto nível, que nos permitiu adquirir um volume muito grande de conhecimentos nessa área e ao pessoal técnico administrativo e da Secretaria que sempre gentilmente e profissionalmente colaboraram para a conclusão do trabalho.

--- A todos os colegas da pós-graduação que diuturnamente mostravam, com seu comportamento, que existem pessoas realmente interessadas no ensino de Matemática e com os destinos da Educação no Brasil. Eles nos dão a esperança que, num futuro não muito distante, teremos um ensino da Matemática à altura das necessidades do nosso país. Um abraço ao Luiz, Fred, Rodolfo, Silvio,....

--- Aos todos os colegas da UNIP, que com o seu interesse, sempre nós animaram a continuar as pesquisas em especial aos professores: Annibal, Boanerges, Bógus , Pedro e ...

--- Aos colegas do curso de Licenciatura : Ayrton, Ana, Luiz Adolfo, Marcos, Diva, Santo, que se interessaram pela nossa pesquisa discutiram os seus aspéctos práticos e aplicaram em seus alunos muitos dos resultados da mesma validando-os.

--- A todos os alunos de nossas turmas que sempre compartilharam de maneira consciente e participativa da pesquisa pois a mesma era feita "com eles", pois nunca fizemos pesquisas teóricas.

RESUMO

A partir da década de 90, com o advento de aparelhos que permitem o estudo do cérebro humano "in vivo", começamos a determinar **experimentalmente** as regiões do cérebro, quais suas funções, como e onde as memórias são arquivadas, quais as suas estruturas básicas e como tudo isso se interliga.

As interações com o meio, onde o ser se situa, são feitas pelos receptores sensoriais, os órgãos dos sentidos e **todas** são transformadas em impulsos bioelétricos e registros bioquímicos, gerando **sinapses** entre os neurônios e as memórias de primeira e segunda ordem.

A função das **sinapses**, nas interações internas, é determinada, sendo fundamental na e para a aquisição do conhecimento, a ponto de dizermos hoje: **"há sinapse, há conhecimento".**

As representações simbólicas das linguagens, dos códigos das ciências e sociais, são associações feitas pelo cérebro através de suas interações com o meio ambiente e com as estruturas sociais.

Estes conhecimentos neurofisiológicos, entre outros, mudaram a visão do **Homem**, que deixa de ser **Cartesiana** e passa a ser **Sistêmica**.

A análise feita no texto incorpora esta visão numa interdisciplinariedade com as demais ciências.

O Homem passa a fazer parte do Universo e deve estar sujeito às suas leis, inclusive o seu cérebro.

A pesquisa relata as estruturas básicas que fundamentam as ciências ditas da Física, analisa os últimos resultados obtidos pela Neurofisiologia, integrando-os com as estruturas matemáticas.

O papel importantíssimo das sinapses no aprendizado é enfatizado.

Mostramos num primeiro momento que o cérebro possui, **em si,** a capacidade de formar classes a partir de registros sensórios, memórias de primeira ordem, gerando as memórias de segunda ordem, que ficam ligados, entre si, por **sinapses**, de maneira análoga à geração de grupos quocientes e das estruturas Físicas do nosso Universo.

Numa segunda fase, mostramos que o cérebro possue uma região que é chamada de **centro lógico**, e que possue a capacidade de gerar uma estrutura fundamental que é equivalente à estrutura de **grupo** da Matemática.

Esta região não possui "memórias" é uma **estrutura**, podemos dizer que é um centro operacional e o que é importante, é análoga às estruturas do nosso Universo, e é o cerne da pesquisa.

Relacionamos estas propriedades biogenéticas do cérebro com a formação das memórias, com a geração do raciocínio Lógico-Matemático e suas simbologias e como isso gera a Matemática, pelo menos, as suas estruturas básicas.

A partir destes conhecimentos podemos elaborar novos conteúdos programáticos e novas abordagens metodológicas de ensino que seriam "naturais", isto é, usam o conhecimento de como o cérebro funciona e aprende.

No final são apresentados modelos e exercícios aplicáveis no cotidiano escolar.

ABSTRACT

From the decade of 90, with the advent of devices that permit the study of the human brain "in alive", we begin determine experimentally the regions of the brain, which theirs functions, as and where the memories are filed, which theirs basic structures and as everything that themselves link.

The interactions with the environment, where the self situates, is done by the sensorial receivers, the sensorial organs and all are transformed in bioelectrical impulses and biochemical records, generating synapses between the neurons and the memories of first and second order.

To function of the synapses, in the internal interactions, is determined, being fundamental in the and for the acquisition of the knowledge, to such point that we will say today: "there is synapse, there is knowledge".

The symbolic representations of the languages, of the codes of the sciences and social, associations deeds by the brain thru his interactions with the environment and with the social structures.

These neurofisiological knowledge, among others, they changed the vision of the Man, no more being Cartesian, but rather being Systemic

The analysis made in the text incorporates this vision in an interdisciplinary besides the other sciences.

The Man passes be part of it the Universe and should be subject to its laws, including his brain.

The research relates the basic structures that substantiate the sciences said the Physical ones, analyzes the last results obtained by the neurofisiology, integrating them with the mathematical structures.

The very important role of the synapses in the learning is emphasized.

We show in a first moment that the brain possesses "in itself" the capacity to form classes from records sensorial, memories of first order, generating the Second order memories, that stayed connected, between themselves, by synapses, in an analogous way to the quotient groups generation and of the structures Physics in our Universe.

In a second phase, we show that the brain possesses a region that is called Logical center, and that it possesses to capacity of generate a fundamental structure that is equivalent to the structure of group from the Mathematical one.

This region did not possess "memories", it is a structure, we are able to say that is an operational center and, what is important thing, is analogous to the structures of our Universe, and is the main goal of the research.

We relate these biogenetic properties of the brain with the formation of the memories, with the generation of logical-mathematical reasoning and its symbologies, and how it generates the Mathematics, at least its basic structures.

From these knowledge we are able to elaborate new programmatic contents and new methodological approaches for education that they would be "natural", that is, they use the knowledge of how brain works and learns.

At the end are presented models and applicable exercises in school day-by-day.

RESUMÈ

Dés la décade de 90, avec la apparison d'appareils qui permetent l'étude du cerveau humain "vivant", nous commençons à déterminer expérimentalement les régions du cerveau, ses fonctions, comme et où les mémoires sont classées, leur structures fondamentales et comme tout ça est relieé.

Les interactions avec l'environnement, où le ‘’êtrê’’ est situé, est fait par le recepterus sensorial, les organes des senses, et tout est transformé dans des impulses bioelectricals et enregistrements biochimiques, gerent synapses entre le neurons et les mémoires de premier et seconde ordre.

La fonction des synapses, dans les interactions internes, est déterminé, étant fondamental dans le et pour l'acquisition de la connaissance, à tel point que nous dirons aujourd'hui: "il y a synapse, il y a la connaissance".

Les représentations symboliques des langues, des codes des sciences et social, sont associations faites par le cerveau à traver de ses interactions avec l'environnement et avec les structures sociales.

Ces connaissances neurofisiologicales, entre autres, ont changé la vision de l'Homme, non plus étant Cartesian, mais plutôt étant Systémic.

L'analyse faite dans le texte incorpore cette vision dans un interdisciplinarité en plus les autres sciences.

L'Homme est une partie de l'Univers et doit être sous régime de ses lois, y compris son cerveau.

La recherche relate les structures fondamentales qui justifient les sciences dittes Physiques, analyse les derniers résultats obtenus par le neurofisiologie, et fait la integration avec les structures mathématiques.

Le rôle très important des synapses dans l'apprentissage est souligné.

Nous montrons dans un premier moment que le cerveau possède "dans lui-même" la capacité pour former des classes de enregistrements sensoriales, les mémoires de premier ordre, engendrer les mémoires de deuxièmes d'ordre, qui restent connectés, par synapses, dans une façon analogue à la génération de groupes quotient et des structures de la Physique dans notre Univers.

Dans une deuxième phase, nous montrons que le cerveau possède une région qui est appelée le centre Logique, et qu'il possède à plein rendement d'engendre une structure fondamentale qui est équivalent à la structure de groupe de la Mathématique.

Cette région n'a pas possédé de "mémoire", c'est une structure, nous pouvons dire que cela est un centre opérationnel et, quel est la chose importante, est analogue aux structures de notre Univers, et ça est le but principal de la recherche.

Nous relations ces proprietés biogenetiques du cerveau avec la formation des mémoires, avec la génération du raisonnement logique-mathématique et son symbologies, et comment il engendre les Mathématiques, au moins son fondamental structures.

De ces connaissance nous pouuvons élaborer des nouveaux contenus programmatiques et des nouveaux methodologies pour l’éducation qui serait "naturel", c'est-à-dire ils utilise la connaissance du comment le cerveau fonctionne et apprend.

A le fin sont présentés modèles et exercices applicables dans le cotidiénne d’une école.

ÍNDICE

página

Índice de Figuras:

Tabelas:

0. INTRODUÇÃO

0.1 A escolha do tema da tese.

0.2 O problema central e a metodologia de pesquisa.

0.3 Os objetivos de cada capítulo.

0. Introdução.

0.1- A escolha do tema da tese:

A escolha e a elaboração de uma tese dá-se, para a maioria das pessoas, logo após a graduação, quando os bons alunos são incentivados, por seus mestres, e por estarem desejosos de continuar na Universidade, pois a vida acadêmica é altamente estimulante e gratificante para as pessoas que desejam uma vida intelectualizada e, em alguns casos, o campo de trabalho fora das mesmas não é dos mais promissores.

A nossa pesquisa, que gerou esta tese, surge após décadas de vivência escolar onde tivemos contato e interagimos com todos os níveis de ensino, demos aula no ensino fundamental, médio, continuamos na graduação e finalmente na pós-graduação.

As conclusões não são fruto de experimentos eventuais em algumas salas de aula, são décadas de magistério e estudos pedagógicos efetivos, além de uma vivência muito grande nas áreas administrativas em todos os níveis.

A pesquisa envolve conhecimentos das áreas da Educação Matemática, da Física, Biologia (principalmente da neurofisiologia) , da Informática, da Lógica Clássica e da Matemática. Por ser uma tese multidisciplinar, procuramos facilitar o entendimento para todas as disciplinas, pois nem sempre o Neurologista conhece Matemática e vice-versa, e o mesmo pode-se dizer das outras relações interdisciplinares.

Às vezes, o rigor acadêmico foi deixado de lado para que a maioria das pessoas das diversas ciências pudesse interpretar melhor o texto, pois na própria tese enfatizamos o problemas das representações distintas de cada ciência que, as vezes, impede a análise do conhecimento que está sendo exposto.

Necessário se faz caminharmos juntos revendo as paisagens vistas desde o início, para podermos ver que o trabalho interdisciplinar só pode ser feito em virtude de termos uma formação desse tipo e termos interagido profissionalmente com as várias disciplinas.

Somos Bacharel e Licenciado em Matemática pela Universidade Mackenzie em 1962, onde tivemos uma formação de físico-matemático, pois os cursos de Física e Matemática possuiam um núcleo comum, e cursei várias disciplinas optativas na área de Física.

No final da graduação, e durante a mesma, a influência do grupo Bourbaki era muito grande, tanto que formamos um grupo para estudar os resultados obtidos por eles, e foi nesse período que o GEEM (Grupo de Estudos do Ensino da Matemática) foi gestado e começou a dar cursos de capacitação docente, usando os resultados do grupo Bourbaki. Participamos de alguns desses cursos.

A partir das influências do período, a Matemática sofreu uma grande revolução e um acentuado formalismo simbólico e algebrização tomou conta da mesma, sendo deixadas de lado as estruturas tradicionais.

O que gerou grandes dificuldades e problemas, na aplicação da Matemática Moderna e seus exageros, foi o despreparo dos docentes , e os poucos cursos de capacitação não conseguiram sanar essas falhas, problemas estes que encontramos até hoje.

A maior perda foi deixarmos de lado a Aritmética tradicional, pois agora sabemos que ela desenvolvia o raciocínio lógico-matemático de uma forma eficiente e de acordo com as estruturas do cérebro, agora conhecidas. Há vários e bons textos que discutem a oportunidade ou não deste enfoque da Matemática e por isso não o discutiremos aqui.

No período citado, os professores de Matemática tiveram que procurar metodologias novas para ensinar dentro dos novos padrões da época, e metodologias foi o que não faltou no período. A nossa grande preocupação era: qual ou quais as abordagens metodológicas seria ou seriam as mais adequadas para a nova Matemática?

As metodologias que surgiram com vigor envolveram, principalmente as de Skinner, com a instrução programada linear e ramificada, a de Montessuori, que procurava dar um ensino baseado na criatividade , experimentação e liberdade do aluno, Piaget e seus colaboradores, procurando dar fundamentação científica às suas idéias, entre outras. Surgiu a escola experimental de "Summer Hill", na Inglaterra que dava total liberdade aos alunos, eles não precisavam assistir às aulas se não quisessem.

Nesse período tivemos contato intenso com todas as metodologias por força de nossas atividades profissionais, pois todas elas diziam-se baseadas nos experimentos e conhecimentos científicos da época.

A discussão sobre as novas pedagogias era acirrada, gerando vários grupos, cada um defendendo uma delas, e foram criadas escolas baseadas nessas "filosofias educacionais", como era dito no período, e tínhamos escolas Montessuorianas, Piagetianas, entre outras, algumas existentes até hoje.

Como nessa época éramos o Diretor Pedagógico de uma escola de 1º e 2º graus e de cursos profissionalizantes, discutimos com todo o corpo docente, qual seria a melhor metodologia a ser utilizada na escola, e chegamos à conclusão, já naquela época, de que todas tinham qualidades e defeitos.

A metodologia usada na pré-escola e nas primeiras séries do ensino não funcionava quando a aplicávamos nas últimas séries ou no colégio e os resultados eram catastróficos no ensino profissionalizante, principalmente nos de Informática e Ciências Contábeis.

Chegamos à conclusão, após um período de experimentos feitos em sala de aula, que deveríamos usar a metodologia que melhor se adaptasse ao conteúdo programático a ser estudado, e ao nível do alunado, pois Montessuori funcionava bem na pré-escola mas era um desastre no colégio e nos cursos técnicos, nestes as técnicas de Skinner funcionavam bem melhor.

Estes fatos são citados pois têm íntima relação com o desenvolvimento da nossa pesquisa, pois até a década de 80 trabalhamos com todas as metodologias, preparamos material didático, demos aula e fizemos avaliações em todas as abordagens relativas ao ensino fundamental e médio.

A necessidade de adaptação aos conteúdos e aos níveis de ensino está bem fundamentada agora, com os novos conhecimentos obtidos pela neurofisiologia, e desenvolvida na tese.

Devemos lembrar que nesse período ocorreu a revolução de 1964 que gerou sérios transtornos no sistema de ensino nacional, que não serão analisados aqui, mas que culminaram com a reforma do ensino superior em 1968 e com a Lei 5692 de 1971 que alterou profundamente o ensino fundamental e médio.

No período de 1971 a 1973 como membro do Laboratório de Currículos para o Segundo Grau da Secretaria de Educação do Estado de São Paulo, participamos da criação do curso de Técnico em Processamento de Dados em nivel nacional e colaboramos com o Colégio de Aplicação de São Paulo (Brooklin/Capital) na criação de material didático e avaliações, e até o final da década nos dedicamos à direção pedagógica do Liceu Santa Cruz e à implantação da nova lei.

A próxima década, a de 80, dedicamos, quase que totalmente a assuntos de Universidade, inclusive administrativos, pois fomos responsáveis pela implantação do campus de São Paulo da USF (Universidade São Francisco) de 1982 a 1989, como assistente da Direção, quando implantamos e coordenamos vários curso e chefiamos o departamento de Ciências Exatas.

Neste período obtivemos o título de Mestre em Matemática (1984) na PUC/SP com a dissertação sobre Geometrias Simpléticas que, por coincidência ou não, levou-nos novamente para contatos com a Física. A partir de 1988 começamos a trabalhar na UNIP (Universidade Paulista), onde colaboramos para sua implantação e assumindo a coordenação do Curso de Matemática.

No início da década de 90, como coordenador do curso de Matemática, juntamente com o corpo docente, tivemos que reestruturar o currículo pleno do curso para adequá-lo às necessidades do mercado da época que procurava profissionais na área de informática. Criamos, então, os curso de Bacharelado e Licenciatura Plena em Matemática com ênfase em Informática.

Ao elaborarmos o projeto pedagógico dos cursos levamos em conta dois fatos básicos, entre outros, o nível do aluno ingressante e o dos formandos, que deveria ser de alto padrão para atender ao mercado de trabalho da época. O aluno ingressante era e ainda é portador de sérias lacunas culturais, sociais e com problemas econômicos, fatos pela massificação do ensino a partir da década de 60 e a péssima qualificação docente.

Em relação ao aluno ingressante não podíamos fazer quase nada pois em virtude da desvalorização da carreira do magistério, feita pelo do aviltamento salarial dos docentes, o interesse pelos curso de licenciatura diminuiram, havendo, na maioria dos casos, mais vagas que candidatos, e o vestibular, que era um elemento selecionador, deixou de ter essa função.

O senso do IBGE/2000 analisa bem esta questão e é muito útil uma análise dos seus resultados sobre as licenciaturas no Brasil.

Atualmente, o problema, que era restrito às licenciaturas e a alguns outros cursos tornou-se generalizado, pois, pelo número de Universidades, Centro Universitários e Faculdades existentes hoje, o número de vagas é muito grande e não está havendo seleção adequada no ingresso às mesmas, fato que não seria grave se não tivéssemos tantas falhas nos ensinos fundamental e médio.

Baseando-nos nessas variáveis elaboramos um projeto pedagógico para os curso de Matemática que chamamos de "espinha dorsal", e organizamos um conteúdo programático que seria a estrutura básica e comum para todas as disciplinas e que, paralelamente, pudesse preencher as lacunas dos estudos anteriores.

Ao ter de procurar o que havia de comum entre os conteúdos programáticos das diversas disciplinas ou as estruturas básicas, começamos a notar que, em várias áreas da Matemática, da Lógica, da Física e da Informática, existem "**coisas básicas"** que são simplesmente representadas de maneira diferente, simbolicamente, e este fato é evidente ao compararmos representações da Física com as da Matemática.

Ao representarmos as "**mesmas coisas"** com signos diferentes, criamos grandes dificuldades de aprendizagem, criamos o que os franceses chamam de um **obstáculo** às novas aprendizagens. Veremos durante a tese que esses obstáculos são determinados pelas **sinápses** que são geradas no cérebro.

As estruturas básicas escolhidas na época foram as da Álgebra e foi elaborado um projeto completo para o curso, e um fator importante foi a unificação da simbologia da notação, **todas** as disciplinas usavam e usam a **mesma** simbologia para cada "ente" estudado.

COMEÇAVA AQUI A NOSSA PESQUISA, SEM AINDA O SABERMOS.

A escolha das estruturas algébricas como básicas foi muito feliz, pois na nossa pesquisa mostramos que elas são a base das estruturas do cérebro humano, manifestando-se nas ligações neurônicas.

O que relatamos a seguir foi fundamental para o desenvolvimento de nossa pesquisa, pois o trabalho de pesquisa-ação, desenvolvido nesse período, serviu de esteio para a mesma, e sem termos ainda a fundamentação neuro-fisiológica para o nosso trabalho, na época, os resultados de campo foram altamente promissores.

Como resultado da aplicação do projeto podemos citar alguns fatos importantes: os alunos formados obtêm bons empregos, nas mais variadas áreas, são aceitos em cursos de pós-graduação, e até 1998 tínhamos cadastrados 17 professores universitários formados pelos cursos, e um fato importante é que os cursos obtiveram conceitos acima da média nacional nos provões de 1998/99/00.

No ano de 1995 fizemos uma avaliação global dos cursos de Matemática por meio da análise do conjunto de avaliações feitas pelo corpo docente e ao analisarmos os resultados, verificamos que a distribuição dos alunos era altamente heterogênea no início do curso, característica esperada dos ingressantes, mas era evidente, no decorrer do ano e das séries, que os grupos eram homogeneizados e que a média das avaliações das disciplinas era crescente, o que levava a um índice de aproveitamento e aprovação elevados.

A conclusão, na época, foi que o projeto dos cursos de Matemática era e é, pelo menos, eficaz.

Mostramos os resultados aos demais coordenadores e à direção do nosso Instituto, e todos ficaram muito interessados, e a partir de 1997 , começou a nossa interação com a área de informática, pois fomos convidados para ministrar a disciplina de Lógica-Matemática para o segundo ano do curso de Engenharia de Computação e aplicar o nosso projeto, isto é, integrar a disciplina às demais e reestruturar o conteúdo programático da mesma.

Conversamos com o coordenador e com os colegas do curso para sabermos qual o "papel" da disciplina no curso e chegamos à conclusão de que os alunos necessitavam de conceitos lógicos-matemáticos e das estruturas lógicas e não necessitavam da parte formal da lógica clássica.

Propomos então que se aplicasse o que era e é feito no curso de Matemática, estudar a Lógica-Matemática, a Álgebra Booleana (binária) , os Circuitos Lógicos, baseados nas portas lógicas, pelas das estruturas do anel Z/2 , que é básica para todos, mostrando a correlação entre as diferentes simbologias utilizadas. Ao estudarmos a Lógica-Matemática por meio da simbologia da Álgebra e das portas lógicas obtivemos bons resultados.

Este projeto, em 1998, foi aplicado na disciplina Álgebra e Grafos do terceiro ano de Engenharia de Computação com bons resultados e em 1999 as duas disciplinas passaram a ser ministradas conjuntamente com o nome de Matemática Discreta usando a estrutura já definida.

Também em 1999 aplicamos o projeto nas primeiras séries dos cursos de Ciência da Computação, na disciplina de Álgebra, e estamos obtendo os mesmos resultados dos demais cursos, e para todos a estrutura usada é a mesma baseada nas estruturas algébricas de grupo, mudamos somente a simbologia para cada curso.

Paralelamente às atividades na Universidade, iniciamos um doutoramento em Física no IFT/UNESP onde obtivemos a visão de que as duas ciências, Física e Matemática, possuem estruturas básicas idênticas para a análise dos fenômenos, diferenciando-se principalmente pelas representações. Esta visão talvez seja motivada pelo fato da Física utilizar-se de modelos matemáticos para interpretar o nosso Universo, e a estrutura básica utilizada é a de **grupo,** como veremos em detalhes no desenvolver da tese.

A nossa interação mais íntima com a Física foi de 1995 a 1997 e o curso de doutorado teve sua matrícula trancada por motivos pessoais, e, nesse mesmo período participamos do grupo de pesquisa do IF/USP, na área de fissão nuclear onde desenvolvemos aplicações da Teoria Caos-Fractais em problemas de estrutura nuclear que era o centro de nossa pesquisa no doutorado.

O conhecimento adquirido no estudo da estrutura do núcleo atômico e das leis da Física foram de grande valia para a compreensão das leis ou **estruturas neurológicas** do nosso cérebro, pois é com estas estruturas que o ser humano **interpreta** o nosso Universo.

Também em 1998, fomos convidados a ministrar a disciplina, Raciocínio Lógico-Matemático em curso de Pós-graduação em Psicopedagogia, cuja direção solicitou-nos que não usássemos o formalismo Matemático para não assustar as alunas, pois a totalidade era provenientes de cursos da área de humanas.

A estrutura da disciplina foi a mesma que aplicamos nos demais cursos, alteramos somente a simbologia e exemplos para a linguagem própria desses cursos.

Por uma coincidência incrível, em fins de 97 e início de 98 procuramos o grupo de Educação Matemática da UNESP/RIO CLARO para viabilizar um projeto de capacitação docente em conjunto com a nossa Universidade (UNIP), mas o projeto não foi possível por razões administrativas e eu e colegas resolvemos fazer uma disciplina nessa área que era nova para nós.

Ao cursarmos em 1998 a disciplina Conteúdos e Metodologias do Ensino da Matemática, ministrada pelo Prof. Dr. Geraldo Perez, ficamos entusiasmados com a visão abrangente de Educação que tivemos, pois no ensino superior estes conhecimentos são relegados a segundo plano.

Este entusiasmo levou-nos a cursar várias disciplinas e a pensar num projeto de doutoramento nessa área, para tal conversamos com o Prof. Geraldo e ele nos disse que seria interessante aproveitar toda a experiência docente e todo material acumulado ao fazer um projeto.

Por outro lado, desde o início da montagem de uma **estrutura básica** para o curso de Matemática, começamos a nos preocupar em saber se estas estruturas básicas não seriam as **estruturas do cérebro humano**, ou seja inerentes ao homem racional.

Começamos então a estudar e arquivar um grande número de artigos sobre a neurofisiologia do cérebro e de como ele funciona, mas somente no final do século 20 e início do 21 é que os resultados obtidos com os novos aparelhos (PET, Tomografia e outros), começaram a mostrar o funcionamento interno do cérebro **in vivo**, sendo que os resultados obtidos eram e são excelentes para a compreensão do funcionamento das memórias e das estruturas do cérebro.

O Prof. Dr. Geraldo Perez, é membro do Programa de Pós-Graduação, em Educação Matemática do IGCE/UNESP, Campus de Rio Claro.

Tornamo-nos assinante da revista *Neuroscience, da Nature* e a lermos todo tipo de artigos e livros da área, completando assim uma visão interdisciplinar entre: Física, Matemática, Informática e Biologia (neurofisiologia).

Surgiram então várias perguntas:

Será que a estrutura básica é neurológica, é do cérebro humano? as representações formais dessa estrutura, pelas ciências é que são distintas?

As diferenças são devidas às próprias culturas, linguagens e signos?

O conhecimento humano do nosso Universo é um processo genético, no sentido de ser uma realização coletiva da humanidade?

Será que esta estrutura é natural do nosso Universo?

Os elétrons, os átomos e moléculas, assim como as teorias da Física, que possuem a estrutura de grupo como básica, será que essa estrutura também existe no nosso cérebro?

Ao fazer estas perguntas lembramo-nos das crianças de tenra idade que interagem com os computadores por meio dos jogos, sem necessidade de ler os manuais, muitas interagem sem saber ler.

0.2 O problema central e a metodologia de pesquisa.

O problema central:

Para responder às indagações, vimos que o nosso problema central era determinar se o nosso cérebro, sendo parte do nosso Universo, possuía, em si, estruturas lógicas matemáticas, que estruturas seriam estas, e como elas se manifestariam em termos neurológicos.

Devíamos determinar se essas estruturas são inerentes ao ser humano e mostrar que as diversas áreas do conhecimento, que se desenvolveram como ciências independentes possuem, na maioria das vezes, como fator de distinção, somente a simbologia formal de suas representações.

Elaboramos um projeto de tese e fomos aceitos no programa de Doutoramento com a turma de 2000 e, felizmente, o Prof. Geraldo Perez, tornou-se nosso orientador, o que nos deixou muito honrados pela sua cultura e competência como Educador.

Após dois anos de árduo trabalho, podemos dizer que conseguimos atingir o problema central, conseguimos determinar a relação entre as várias regiões do cérebro; as estruturas básicas de pertinência e inclusão, de como o nosso cérebro forma as memórias, que chamamos de primeira e de segunda ordem, e que a região do cérebro, chamada de centro lógico pelos neurologistas, que permite o raciocínio Lógico-Matemático e a Lógica Clássica, possui uma estrutura básica que é a de **grupo**.

Podemos dizer que o ser humano usa essa estrutura para **interpretar** o nosso Universo, ou melhor, **é por meio dela** que mantemos **conexões** com o nosso **Universo**.

A metodologia da pesquisa:

Foram aplicadas as adequadas a cada parte da pesquisa, e procuramos dar ênfase à pesquisa qualitativa.

A pesquisa foi feita em duas áreas:

1) BANCO DE DADOS:

Foi feita uma análise documental bibliográfica e a coleta de dados foi feita utilizando:

a) revistas de ponta tais como: *Nature, Neuroscience, Science* e outras, sendo que todos os artigos relacionados à pesquisa estão xerocados e catalogados, vide bibliografia.

Procuramos dar ênfase aos materiais obtidos por meio da ressonância magnética e do PET, pois são feitos "in vivo".

b) pesquisas em livros, com o objetivo de verificar onde os pedagogos, psicólogos, biólogos, físicos, nas suas afirmações, referendam, mesmo não experimentalmente, os resultados de nossa pesquisa.
c) revisão de todo material didático que elaboramos (apostilas), desde o ensino fundamental até a pós-graduação, procurando verificar onde intuitivamente aplicamos os resultados da tese.

2) Nas atividades de magistério:

Desde 1999, estamos elaborando exercícios, modelos e jogos, que possuam um conteúdo ideativo único, estrutura única, baseados nos primeiros resultados da pesquisa, mas adequando-os a cada turma (simbologia) e analisando os resultados.

Estamos "trocando" as avaliações entre as turmas dos diversos cursos para avaliar o quanto da estrutura é mantida e o quanto as expressões simbólicas são obstáculos para a aprendizagem. Estamos conversando com os colegas e trocando informações.

No ano de 2000 elaboramos conteúdos programáticos e metodologias baseados nas primeiras conclusões da pesquisa e os aplicamos nas turmas em que lecionamos e verificamos que os resultados eram condizentes com a pesquisa.

O projeto foi aplicado nas turmas:

a) primeiras séries de Matemática e Ciência da Computação.
b) terceira série do Curso de Engenharia de Computação.
c) Nas turmas de Psico-pedagogia.

A partir de 2001, elaboramos projetos completos para todas as turmas em que lecionamos baseados nas conclusões da pesquisa, isto é, usamos uma estrutura única e alteramos somente a simbologia para torná-la adequada a cada grupo e, em todos os casos, mostramos aos alunos todas as simbologias associadas aos conhecimentos transmitidos, para que os mesmos pudessem utilizá-los nas demais disciplinas.

Em todos os curso, a partir de 2001, foi apresentado aos alunos um capítulo inicial de neurofisiologia mostrando os resultados obtidos na pesquisa e fundamentados na tese. Os alunos tornaram-se mais participativos ao compreenderem o processo da aprendizagem .

O índice de homogenização das turmas, a aprendizagem e aprovação nas disciplinas é muito maior que nas turmas anteriores.

Para os alunos do Curso de Matemática, de todas as séries, que já lecionam na rede do estado ou do município, planejamos vários projetos pilotos de aplicação dos resultados da pesquisa. Para aqueles que trabalham com alunos de turmas de recuperação e para estes analisamos em conjunto qual a melhor forma de adequar os projetos à comunidade, pois temos alunos com projetos de pré-escola e outros de educação de adultos.

O que nos tem dado mais problema é a educação de adultos, dos que não tiveram estimulada a região do raciocínio lógico-matemático na época correta, ou seja até os oito anos de idade, como veremos na tese. Em todos esses casos os resultados têm sido excelentes.

A relação ensino-aprendizagem tem se tornado cada vez mais natural.

Como projetos futuros temos:

a) Preparar um conteúdo programático de 3º grau, que esteja fundamentado nos resultados da pesquisa, de modo a permitir que o mesmo possa ser utilizado por todos os professores que se utilizam do raciocínio lógico-matemático.

b) Rever juntamente com professores do ensino fundamental e médio os conteúdos programáticos desse nível e introduzir os resultados de nossa pesquisa de modo a tornar o ensino mais natural.

c) Preparar um curso de capacitação docente.

0.3 Os objetivos de cada capítulo:

Capítulo I: procuramos relacionar cada abordagem metodológica de ensino aos conhecimentos científicos da época em que elas surgiram, e mostrar que estas estão fundamentadas nos mesmos. As "metodologias" de ensino surgem sempre "a posteriori" do conhecimento científico, e como estamos vendo o aparecimento de novos conhecimentos científicos é provável que no futuro tenhamos o aparecimento de novas metodologias.

Capítulo II: Analisamos os avanços do conhecimento científico no final do século XX e início do XXI, ou seja de 1990 à atualidade, principalmente na área de Biologia e particularmente na área de neurofisiologia.

Foi neste período que o cérebro começou a ser estudado "in vivo" com o aparecimento da tecnologia da tomografia e da ressonância magnética.

Analisamos os conhecimentos obtidos sobre o cérebro, principalmente sobre as sinápses e redes de sinápses (regiões do cérebro) que desempenham papel fundamental para a memória, para o conhecimento e portanto para a aprendizagem.

Capítulo III: Analisamos como são geradas no nosso cérebro as memórias de primeira e segunda ordem e como elas se relacionam dando as primeiras leis básicas da Matemática, ou seja as relações de incidência (pertinência) e de inclusão.

Mostramos a importância da construção de sinápses corretas para a formação das memórias e do conhecimento e também que sinápses geradas de maneira errada são obstáculos para a aprendizagem e para o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático.

Capítulo IV: Analisamos o centro lógico, região do cérebro, que gera o raciocínio lógico-matemático e é o cerne da pesquisa.

Inicialmente vemos que a estrutura de **grupo** é uma estrutura que vemos sempre em nosso Universo e que ela desempenha papel fundamental no centro lógico.

Mostramos que as representações algébricas, as tabelas verdades da lógica, as portas lógicas dos circuitos digitais e parte da linguagem são representações simbólicas dessa estrutura básica das ligações sinápticas do centro lógico.

Capítulo V: É composto de modelos e aplicações destas estruturas no ensino da Matemática nos diversos níveis, e analisamos como introduzir as novas descobertas e manter os conteúdos que os professores aplicam, pois o maior problema é o da capacitação docente.

1. CAPÍTULO I

Análise histórica:

1.1. As abordagens metodológicas: uma visão geral.

1.2. O pensamento científico: de 1850 a 1930.

1.3. O pensamento científico: de 1930 a 1960.

1.4. O pensamento científico: de 1960 a 1980.

1.5. O pensamento científico: de 1980 a 1995.

1.1- As abordagens metodológicas : uma visão geral.

O estudo das diferentes linhas ou abordagens metodológicas, pedagógicas, deve ser feito e interpretado no contexto histórico em que foram elaboradas.

É necessário conhecer o desenvolvimento e o pensamento científico de cada época e ter uma visão clara de como o ser humano era visto pelas estruturas sociais.

Numa visão geral das principais abordagens, procuraremos identificar o pensamento científico e social das diversas épocas do passado e estabelecer conexões, correlações, entre este e aquelas.

Para cada grande descoberta, às vezes atribuída a um único pensador, sabemos que existe todo um processo coletivo da humanidade que lhe deu suporte.

No estudo das diferentes abordagens, citaremos somente os seus expoentes ou os mais aceitos em termos educacionais, mas sabemos que existe um número muito grande de pesquisadores, tão capazes ou mais até, cujos nomes não aparecem na mídia.

Não daremos ênfase às pessoas ou a uma metodologia, pois iremos focar nossa atenção nos conhecimentos científicos, ou não, de cada época e suas conexões com a mesma.

Iremos procurar em qual conhecimento científico, social, político, religioso, elas baseavam-se para gerar as suas afirmações.

Não propomos novas metodologias, ou que esta ou aquela seja a mais adequada ao ensino, pois todas, como já foi dito, devem ser analisadas no seu contexto histórico e devem ter seus méritos, pois senão não chegaríamos até aqui.

Em virtude de a Humanidade, principalmente os neurofisiologistas estarem obtendo, na atualidade, por meio de novas tecnologias, tais como a ressonância magnética e das tomografias (P.E.T.) , aplicáveis ao estudo do cérebro humano, novas informações, dados ou conhecimentos, de como ele, o cérebro, funciona "in vivo", devemos ter, a posteriori, metodologias baseadas nestes conhecimentos, que poderão reforçar as já conhecidas ou alterá-las totalmente.

Estamos começando a saber como o cérebro gera as memórias, de primeira e segunda ordem, como são as suas estruturas, como as suas regiões se conectam, como são suas conexões internas e como isso leva a relações comportamentais com a comunidade em que vive.

Resumindo, ao alterarmos os conhecimentos, as tecnologias e as estruturas sociais, teremos alterações nas metodologias.

Devemos, também, levar em conta que a educação, num sentido lato, incluindo a relação ensino-aprendizagem, nos dias atuais, já não é feita somente nas escolas, pois a mídia, incluindo a T.V., o rádio, os jornais, a Internet, filmes, e outras estruturas sociais, possuem, às vezes, uma influência maior que a família, a comunidade e a própria escola.

As linhas ou tendências pedagógicas, abordagens, podem ser reunidas em cinco grandes grupos: a Tradicional, a Comportamentalista (Skynner), a Humanista (Roger, Neil), a Cognitivista (Piaget e colaboradores, Bruner) e a Sócio-cultural (Vygotsky, Paulo Freire). Vejamo-las em separado (Mizukami, 1986):

Abordagens:

1) Tradicional:

A abordagem tradicional é caracterizada pela concepção de educação como um produto, em que os modelos a serem alcançados são pré-estabelecidos, resultando na ausência de ênfase no processo.

O adulto é considerado como um homem cujo desenvolvimento biológico terminou e o seu cérebro está pronto para executar as tarefas cotidianas e pode ter ou não adquirido habilidades e conhecimentos.

As crianças e, por conseguinte, os alunos, são considerados como adultos em miniatura que precisam desenvolver-se, o seu cérebro é considerado como uma "tábua rasa".

O Homem está inserido num mundo no qual o conhecimento, que ele irá adquirir e transmitir às futuras gerações, já está construido e selecionado.

"Comumente, pois, subordina-se a educação à instrução, considerando a aprendizagem do aluno como um fim em si mesmo: os conteúdos e as informações têm de ser adquiridos, os modelos, automatizados" (Mizukami- 1986).

A Sociedade elabora os experimentos, seleciona-os e transforma-os em conteúdos programáticos bem definidos. A seleção é feita à maneira da seleção natural de Darwin.

As diferenças individuais não são levadas em conta e ensina-se sempre da mesma maneira, indiferentemente da classe ou nível do alunado. Tal conteúdo deve ser ensinado e aprendido desta maneira e no futuro ensinado de maneira idêntica.

O aluno, que está aprendendo, deve memorizar definições, enunciados, demonstrações e reproduzir de maneira idêntica e, em virtude disso, a avaliação e reprovação do aluno passa a ser importante pois, eles, os alunos, devem ir atingindo patamares cada vez mais elevados e é necessário ter aprendido os anteriores.

As escolas representam, nesta visão educacional, somente os locais onde essa transmissão de conhecimentos é feita, ou onde os alunos são instruídos e ensinados pelo professor, que representa o poder dominador, e devem apenas obedecer.

2) Abordagem: Comportamentalista:

Na abordagem comportamentalista, como o próprio nome já a define, a estrutura básica do processo ensino-aprendizagem é o comportamento, ou seja, baseada na relação entre o indivíduo e a sociedade, ou no grupo em que ele está inserido. Isto faz com que a relação ensino-aprendizagem leve em conta o indivíduo.

O papel do professor nessa abordagem não se refere, portanto, nem ao aluno, nem ao conteúdo a ser ensinado, mas sim à relação entre ambos.

O Homem é considerado um ser constituído de "duas partes", uma genética e outra que é o "meio", que evolui da interação entre ambas, e, como geneticamente os seres são distintos, o ensino deve ajustar-se à capacidade da aprendizagem de cada um. Nestes casos, as máquinas de ensinar são úteis e necessárias.

Nessa abordagem, teremos descobertas por parte dos alunos, porém com estas já se fazendo presentes na realidade exterior, que é um fenômeno objetivo, já construído.

Os comportamentalistas consideram a experimentação planejada como a base do conhecimento; o comportamento humano é modelado e reforçado.

O sistema educacional tem como finalidade básica promover mudanças nos indivíduos, e estas são obtidas por meio de novos conhecimentos que gerarão novos conhecimentos.

Aqui, ensinar consiste no processo em que o professor deve assegurar ao aluno a aquisição de comportamentos, fazendo uso de reforços como elogios, graus, notas, prêmios, prestígio.

A eficiência na elaboração e utilização dos sistemas e modelos de ensino depende das habilidades do professor. É nessa hora que se tem a melhor maneira de se processar a relação professor/aluno.

Não há preocupação em se saber como o aluno aprende, ou como o seu cérebro "funciona", mas sim em fornecer uma tecnologia que seja capaz de explicar como fazer o aluno estudar e que produza mudanças comportamentais.

Nessa abordagem, como devemos respeitar a capacidade de aprendizagem de cada aluno, a avaliação consiste em verificar se este aprendeu e atingiu os objetivos propostos, após a programação ter sido conduzida de forma adequada.

O comportamento do indivíduo é moldado a partir de estímulos exteriores e ele participa das decisões sobre os conteúdos ou currículos, sendo estes estabelecidos pelo grupo dominante.

A escola, nesta abordagem, procura manter e em parte modificar os padrões de comportamento aceitos como úteis e desejáveis num contexto social.

3) **Abordagem: Humanista:**

Na abordagem humanista, o processo ensino-aprendizagem, é centrado no aluno, pois considera que o homem tem como objetivo a auto-realização,. Não é o professor que ensina, e sim o aluno que aprende, pois o ser humano naturalmente procura o conhecimento. O desejo de aprender é considerado inato, quase genético, e este aprendizado pessoal é que gera as mudanças de comportamento.

O professor não transmite conteúdo, mas é um facilitador da aprendizagem. O conteúdo surge das próprias experiências dos alunos, ao interagirem com o meio, que deverá ter significado para os alunos, e a sua escolha discutida e analisada em conjunto com os professores.

Não existem, portanto, modelos prontos a seguir, mas um processo contínuo de vir-a-ser.

A avaliação, então, deve ser do próprio indivíduo, auto-avaliação, pois este o deve saber se está caminhando de acordo com suas necessidades.

Educar será, portanto, criar condições nas quais o aluno poderá tornar-se um ser social, mas sem deixar de ser indivíduo.

A escola decorrente de tal posicionamento será aquela que respeite a criança tal qual ela é, e ofereça condições para que esta possa desenvolver-se, o que significa criar-se um ambiente de liberdade, em sala de aula, favorável à aprendizagem.

O professor é um indivíduo único, que aprendeu a "usar-se" eficientemente para a realização de seus próprios propósitos, assim como os da sociedade, na educação dos outros, sendo então impossível querer ensinar a esse professor várias estratégias de ensino.

4) **Abordagem: Cognitivista:**

O termo cognitivista refere-se a: "psicólogos que investigam os denominados processos centrais do indivíduo, dificilmente observáveis, tais como: organização do conhecimento, processamento de informação, estilos de pensamentos ou estilos cognitivos, comportamentos relativos à tomada de decisões etc. " (Mizukami-1986).

Cognição, nos dicionários é igual a conhecimento.

A ênfase, nessa abordagem, é procurar conhecer a capacidade do aluno de integrar informações e processá-las. Procura-se dar uma fundamentação científica, no caso biológica, de como o ser humano processa, no seu cérebro, os estímulos derivados do meio e como ele, como um todo, gera comportamentos nas relações sociais.

Embora as relações com o meio sejam importantes, o foco da atenção é o ser biológico e suas capacidades, para a interação ou conexão.

O ser humano, a estrutura social e o meio ambiental, em que ele está inserido, são analisados conjuntamente, gerando conhecimentos e comportamentos. O conhecimento é um processo de elaboração contínua pelo indivíduo frente aos estímulos "externos".

Como o ser humano possui **fases** de desenvolvimento biológico, a aquisição de conhecimentos e interações são analisadas também em fases, por exemplo, na pré-escola, o indivíduo atingiu certa fase de maturação biológica e o seu cérebro um certo nível de estruturação e, portanto, pode ou tem a capacidade de adquirir este ou aquele conhecimento ou treinamento.

Em virtude do indivíduo, ou o aluno, ter fases para aprender certos conhecimentos, os conteúdos do ensino devem ser adequados a cada fase.

Nessa abordagem, não temos um começo, pois toda nova assimilação é feita a partir do que já foi assimilado, gerando um novo patamar de interações, conexões e assim continuamente.

É necessário, portanto, que, nessa visão, o aluno construa seu conhecimento e comportamento a partir de conexões com o meio, e a escola deve ensinar o aluno a observar e produzir o seu próprio conhecimento, não devem existir, pois, estruturas pré-definidas.

A autonomia intelectual será asseguradas pelo desenvolvimento da personalidade e pela aquisição de instrumental Lógico-Racional, e a educação e a escola deverão visar que cada aluno chegue a essa autonomia.

Cabe ao professor criar ambiente e situações propícias para que isso se realize. A avaliação nessa abordagem deve permitir, ao professor, observar que nível de novas estruturações mentais o aluno atingiu.

A abordagem cognitivista procura estudar cientificamente a aprendizagem como sendo mais que um produto do ambiente, das pessoas ou de fatores que são externos ao aluno, existe ênfase nos processos cognitivos e na investigação científica, separada dos problemas sociais contemporâneos, e as emoções são consideradas em suas relações com o conhecimento.

5) **Abordagem: Sócio-Cultural:**

A abordagem socio-cultural enfatiza os aspectos socio-político e culturais da aprendizagem. Os seres humanos estão inseridos e são **produto do seu contexto histórico.**

No setor educacional deve-se procurar dar oportunidades aos alunos para agirem criticamente, conscientizando-os de que são importantes e necessários à comunidade em que vivem, buscando sempre um processo de transformação pessoal e da comunidade conjuntamente.

A ação educativa deverá dar condições de promover o indivíduo e não apenas ajustá-lo à sociedade, e sua maior preocupação é permitir que o aluno atinja a sua auto-realização.

O professor, na relação ensino-aprendizagem, deverá partir da realidade social, econômica e política de seus alunos, para conseguir o envolvimento dos mesmos no processo de ensino. Não deverá ministrar conteúdos que sejam distanciados da realidade do educando, pois assim agindo não teremos interconexões, o que determina que a relação professor-aluno seja horizontal, nada deve ser imposto, o professor deve ser parte integrante do processo.

"Não há receitas ou modelos de respostas, mas tantas respostas quantos forem os desafios, sendo igualmente possivel encontrar respostas diferentes para um mesmo desafio. A resposta que o homem dá a cada desafio não só modifica a realidade em que está inserido, como também modifica a si próprio, cada vez mais e de maneira sempre diferente" (Mizukami-1986).

A avaliação nessa abordagem não será feita por meio de provas, exames ou níveis, mas deverá ser contínua, inerente ao processo.

Podemos dizer que a educação, nessa abordagem, sempre é um ato político, no sentido amplo do termo.

1.2 - O pensamento científico: de 1850 a 1930:

Inicialmente devemos dizer que a divisão em períodos é meramente didática pois o fluxo da História é contínuo.

Nesse período da humanidade houve um imenso surto de conhecimentos em todas as áreas, e esses conhecimentos transformaram-se em tecnologias que, ao serem introduzidas na sociedade, modificaram por completo a vida do Homem no planeta.

O avanço tecnológico permitiu que a aquisição e transferência de novos conhecimentos se ocorresse em rítmos nunca dantes vistos. A maioria destas descobertas deram-se na área das ciências ditas básicas e são elas que geram tecnologias.

A Física, que já havia dado um grande salto com Newton e que havia gerado uma revolução nas estruturas vigentes do conhecimento, não era mais suficiente para explicar os fenômenos que passaram a ser estudados com o advento das novas tecnologias.

O segundo grande salto, talvez o maior de todos, ocorreu no início do século XX, com as teorias da relatividade , do eletromagnetismo e da mecânica quântica.

Qual foi a mola, a base, o fato, o alicerce, que permitiu às ciências, principalmente à Física, dar esse salto imenso?

A grande mudança deveu-se às **alterações nos paradígmas científicos.**

As ciências, nesse período, já se haviam libertado bastante dos preconceitos religiosos e de seus dogmas, e a pesquisa passou a ser feita somente pela pesquisa, sem necessidade de ser referendada por dogmas. A visão do nosso Universo passou a ser obtida pela da experiência pela realidade física.

Um dos paradígmas, que era pilar básico para as ciências, era que o nosso Universo é Euclidiano. **Isso foi desmentido pelas experiências.**

O nosso Universo não é Euclidiano!

O paradigma de aceitar o nosso Universo como Euclidiano e de sua métrica intrínseca, que é o Teorema de Pitágoras, manteve a humanidade presa, durante vinte e seis ou mais séculos, à proposição 47 do livro I de Euclides.

" O quadrado da medida do lado maior de um triângulo retângulo é igual à soma dos quadrados das medidas dos outros lados".

Infelizmente, apesar de já se haver passado mais de um século desses fatos, na nossa vida cotidiana e nas nossas escolas, ainda estamos presos a esses dogmas.

Quando os Físicos perceberam que a **experiências e os fatos** não eram explicados pela Física Newtoniana, nem pela Geometria Euclidiana que a fundamenta, já encontraram pronto, um bom número de outras geometrias, para fundamentar suas teorias e experimentos.

A quebra do paradígma Euclidiano, curiosamente ocorreu bem antes, quando os matemáticos do final do século XVIII e começo do
xix estavam procurando formalizar a geometria de Euclides e analisaram, com grande atenção, os seus postulados.

No estudo do quinto postulado, o das paralelas, é que se deu o grande racha, pois ele é independente dos demais e sua substituição , na parte axiomática, deu origem às novas geometrias, que foram muitas, e receberam o nome de geometrias imaginárias pois a de Euclides seria a real.

Entre os grandes geômetras desse período podemos destacar: Riemann, Hilbert, Lobatchevsky, Boyai, Minkowsky e outros.

Nesse período, as ciências, além de se separarem dos princípios religiosos, também se separaram entre si, cada uma com paradígmas e metodologias próprias.

A separação e fragmentação, não ocorreu apenas nas ciências básicas, pois vimos o aparecimento e desenvolvimento de novas filosofias sociológicas, que geraram novos modelos políticos de gestão do Estado.

As idéias de Kant, Hegel, Marx, Engels, Bertrand, Descartes entre outros, algumas delas antagônicas, passaram a influenciar os modelos políticos e econômicos da época, sendo que as descobertas científicas também influenciaram as estruturas sociais.

Como exemplo, temos que os novos conhecimentos antropológicos da época geraram o Arianismo, que influenciou alguns modelos políticos, gerando problemas raciais e entre os povos.

Apesar de todo desenvolvimento que a humanidade obteve, um paradígma manteve-se intácto e ficou assim até quase o final do século XX : o **paradígma Cartesiano.**

A visão Cartesiana do nosso Universo divide-o em duas partes: a mente ou "res-cogitans", a "coisa pensante", e a da matéria ou "res-extensa", a "coisa extensa".

Esta visão gerou o método analítico do estudo da natureza, responsavel pela fragmentação das ciências.

A visão, o paradígma Cartesiano, coloca o Homem como algo à parte do Universo e deu uma fundamentação científica para as religiões e igrejas da época, pois a coisa pensante nada mais é do que a alma ou o espírito das religiões.

O nosso Universo e o corpo humano, que faziam parte do "res-extensa" eram olhados como um conjunto de **pedaços interligados**.

Analogamente, o cérebro humano também era olhado como um conjunto de partes reunidas numa massa dita encefálica, pois já se conheciam certas regiões do cérebro e suas funções em virtude das doenças que o vitimavam, mas o **cérebro** era ainda uma caixa preta, fechada.

A Mente, a "res-cogitans" era a que conhecia, a que detinha o conhecimento, a **que aprendia.**

O cérebro, "res-extensa" era somente o seu instrumento, **um meio.**

É evidente que as pedagogias, filosofias, abordagens, metodologias de ensino e as estruturas escolares deveriam estar inseridas neste contexto, e é olhando para ele que devemos analisá-las. A abordagem metodológica da época era a que chamamos, agora, de **tradicional.**

O professor, ou melhor, a sua **mente** é que detinha o **conhecimento** e este conhecimento deveria ser **transferido**, ensinado aos alunos, por intermédio de seus sentidos, até atingir a sua **mente.**

O conjunto de professores, das diversas disciplinas, detinha o conhecimento da sociedade a ser transferido para a população jovem.

O cérebro era simplesmente um meio para o ensino.

Nesta visão, o ensino estava centrado no professor.

1.3 - O pensamento científico: de 1930 a 1960:

Este período foi um dos mais conturbados do século XX, pois todas as transformações ocorridas no início do século geraram também novos modelos políticos de gestão de Estado e novas estruturas econômicas e sociais.

A fragmentação que ocorreu nas ciências, também se deu nas estruturas do Estado dando posturas antagônicas, o que resultou na Segunda Grande Guerra (1939 - 1945).

A partir daí, o mundo se divide em dois grandes blocos: o Capitalismo (ocidental) e o Comunismo (oriental), ou Leste/Oeste.

As guerras e o equilíbrio entre as partes conflitantes no pós-guerra propiciou um desenvolvimento muito significativo nas áreas de pesquisa de base e de tecnologia, pois cada parte queria vencer a outra.

Infelizmente, pela dicotomia existente entre as grandes potências, grandes blocos, as pesquisas científicas e as tecnologias resultantes ficaram restritas a seus países.

O medo de que a outra parte descobrisse segredos tornou-se vital.

Entre as tecnologias desse período temos o que chamamos hoje de mídia eletrônica (rádio, televisão, telefonia) e as ditas audio-visuais (projetores, filmes, slides, gravadores) e, como um caso à parte, os **computadores**.

Como não podia deixar de ser, esses conhecimentos e tecnologias foram introduzidos no ensino.

A primeira máquina de ensinar surgiu em 1926 com Sidney Pressey. Os primeiros testes de inteligência foram elaborados por Burt e o próprio Piaget trabalhou na padronização dos mesmos, entre 1919 e 1921.

Os testes de Stanford-Binet iniciaram-se em 1916 e tiveram uma grande reformulação em 1937, quando puderam ser aplicados em grande escala. Uma terceira reformulação foi feita em 1960.

No conjunto desse processo caótico de elaboração de conhecimentos, alguns fatos tornaram-se marcantes, independentemente do tipo de Estado, pois não eram políticos, por causa da mídia, que se desenvolveu bastante nessa época.

Na Biologia, duas experiências tornaram-se os pilares de um sem número de outras e com implicações diretas nas abordagens de ensino.

A experiência bem antiga de Galvani com a rã, em que se provou, de maneira irrefutável, que é a **corrente elétrica que movimenta os músculos.**

Este fato foi o marco do estudo do sistema nervoso como **condutor** de impulsos bioelétricos, e as experiências de Pavlov, com cães, gerando **aprendizagem animal** a partir do processo estímulo-resposta-prêmio (reforço).

Estas experiências trouxeram um desenvolvimento, nunca visto, para a Psicologia e para as teorias do comportamento, quando os seus resultados foram transferidos para a aprendizagem escolar, dando, no futuro, o ensino programado, cujo expoente foi Skynner.

Uma diferença significativa entre aprendizagem animal e a humana é que para os animais usava-se reforço positivo (prêmio) e para os alunos existia o reforço negativo , o castigo escolar.

Um outro fato importante foi a aplicação de testes de inteligência feitos, em larga escala, pelo exército Americano, para a seleção de seus soldados. O sucesso dos testes, na seleção de indivíduos, deu à Psicologia e Pedagogia, da época, uma grande arma e um grande avanço nas suas aplicações sociais e educacionais.

Esses testes mediam o tão famoso QI (quociente de inteligência) e determinavam a capacidade que os indivíduos tinham de aprender.

A Psicologia e a Pedagogia tornaram-se as vedetes do final do período.

Os seres humanos foram divididos em três grandes grupos: a) os normais, que tinham o QI numa certa faixa, b) os superdotados e gênios com QI acima de certo valor e c) os débeis, os imbecís e idiotas, na outra ponta da escala.

A partir daí todas as ciências e todas as abordagens educacionais passaram a aceitar que a aprendizagem tem um componente genético e que o mesmo é determinante para a aquisição de conhecimentos.

Por causa disso era necessário que o ensino levasse em conta a **diferenças individuais,** o que é enfatizado até hoje nos vários documentos e nas várias políticas educacionais oficiais tais como: Diretrizes Curriculares e Parâmetros Curriculares Nacionais.

Num parêntese, temos que Piaget escreveu: *A Linguagem e o Raciocínio da Criança,* em 1923, e a grande crítica, feita ao mesmo, é que havia usado, como técnica, só o interrogatório verbal.

Também devemos relembrar as experiências feitas com cobaias, que deram início ao conhecimento de que era o cérebro e não a mente, que detinha de alguma forma a memória de fatos aprendidos.

Um caso é digno de se relatar:

Numa mesma ninhada de cobaias, foram escolhidos dois grupos idênticos, o primeiro foi treinado a andar num labirinto e o segundo não.

Após o aprendizado, as cobaias foram mortas e seus cérebros masserados e injetados nas cobaias do outro grupo.

Esperado o tempo necessário para a absorção das células, os ratos do novo grupo, ao serem colocados no labirinto, demonstraram que já sabiam o caminho.

Este tipo de experiência foi bastante repetido na época, confirmando cabalmente o resultado.

Destas e de outras experiências concluiu-se que, de alguma forma o conhecimento ou algum tipo dele estava no cérebro, era biofísico e não no eu, na mente, na "res-extensa".

Além de ficar bem patente que o conhecimento e o QI tinham componentes genéticos, físicos, verificou-se que os indivíduos sofriam influências sociais, econômicas e políticas no aprendizado, ou seja, o meio também interfere no aprendizado.

Lamentavelmente, em virtude dos testes de QI, os indivíduos com baixo escore ou não adaptados aos mesmos, eram segregados do sistema escolar, pois não tinham condições de aprender.

Atualmente, os ditos Mongolóides e Autistas e outros tipos são inseridos no sistema escolar de modo natural e já adquirimos técnicas de ensino apropriadas aos mesmos, não eram eles que não tinham condições de aprender, éramos nós, os educadores, que não sabíamos como ensiná-los.

A maioria desses resultados, obtidos por meio das experiências, não puderam ser bem interpretados, ou interpretados de maneira objetiva.

As filosofias dos Estados, dominantes em cada região do planeta, impunham uma interpretação à sua maneira, e algumas ficavam restritas ao seu grupo, e as abordagens de ensino deviam seguir as orientações dos mesmos (Estados).

Muitos desses resultados foram reelaborados a partir da década de 60 como veremos adiante.

Alguns exemplos são dígnos de nota:

--- O livro; *O Admirável Mundo Novo* , de Aldoux Huxley teve sua primeira edição em 1931, mas só foi publicado no Brasil em 1969 e temos agora uma nova edição mundial em 2000.

--- Os livros de Piaget : *As Origens da Inteligência*, *A Construção da Realidade pela Criança*, e *Jogo, Sonhos e Imitação*, foram escritos no fim dos anos 30, mas só foram revistos e traduzidos para o Inglês vinte anos depois.

Nesses livros, observamos que Piaget não faz referência às partes do cérebro.

Como toda análise da aprendizagem era feita por meio de testes e de mudanças de comportamento (de respostas), as abordagens de ensino começaram a aceitar que o indivíduo só aprendia se houvesse modificações no comportamento (externas) e mensuráveis.

Não tínhamos acesso ao interior do cérebro.

Uma das correntes da época era a dos associacionistas, em que a formação de associações é o processo básico, a modificação do comportamento é condicionada à experiência e a comportamentos anteriormente ocorridos, isolados ou repetidos.

Entre os associacionistas podemos citar, entre outros, Hilgard, Guthrie, Kurt Lewin, Melton.

Lewin dizia que temos quatro tipos de aprender:

a) aprender como estrutura cognitiva (saber).
b) aprender como modificação de motivação.
c) aprender como modificação de integração de uma idéia a outra.
d) aprender no sentido de controle do corpo.

Já H.C. Warren (1921) elaborou uma lista com as leis da associação:

1- Quanto mais demoradamente nos ocupamos com objetos, tanto mais perfeitamente deles nós poderemos recordar no futuro.
2- Os elos de uma cadeia de associações parecerão tão mais estreitos e firmemente ligados entre si, quanto mais vividas houverem sido as sensações originais.
3- As partes de uma seqüência associativa serão mais renovadas na medida em que forem respeitadas as seqüências.
4- Ocorrências, cuja impressão date apenas de poucas horas, serão recordadas; ao passo que acontecimentos ocorridos há alguns dias podem ser completamente esquecidos.
5- Uma canção que sempre ouvimos cantada por uma mesma pessoa, dificilmente será ouvida sem que nos lembremos dessa pessoa.
6- Diferenças constitucionais emprestam a algumas tendências associativas uma importância sempre maior que outras.
7- Existem variantes associativas intra-individuais que dependem das diversas emoções que a cada momento dominem.

Todas as afirmações acima são válidas, mesmo com os conhecimentos atuais. Somente temos que eles (os pesquisadores) não sabiam como isso ocorria no cérebro e qual a maneira correta de fazer com que os indivíduos aprendessem com o menor esforço possivel. **Hoje sabemos que as associações são feitas pelas sinápses.**

O próprio Thorndike dizia : " evite sempre que puder, que se aprenda qualquer coisa errada", que na atualidade corresponde à teoria do obstáculo.

Hoje ele diria : **Nunca aprenda qualquer coisa errada**.

Skinner também dizia, que aprender é uma moldagem paulatina de comportamentos; os tipos de reforço é que mudam, não é só estímulo/reforço, o simples reconhecimento de aprender é reforço.

A visão de que o Homem é um ser constituído de duas partes interdependentes mas distinta, a genética (somática) e a social (meio), deram origem a duas abordagens educacionais:

- Uma capitalista, em que o indivíduo é a base da sociedade, e o pensamento infantil é original e autístico deixando o meio como segundo plano. O representante máximo, neste caso, é Piaget.

- Outra, comunista em que o meio (social) é mais importante que o indivíduo, e o seu representante é Vygotsky, que recebeu influências de Marx e Engels.

A visão capitalista (ocidental) considera que a experiência, ou a experimentação planejada, é a base para o conhecimento.

O conhecimento é o resultado direto da experiência; o ser humano aprende por meio de estímulos, é uma consequência de sua genética e das influências das forças existentes no meio ambiente.

A realidade, por exemplo, para Skinner, é um fenômeno objetivo, o mundo já é construído e o homem é o produto do meio.

A visão comunista diz que a mente humana é social e culturalmente construída.

A teoria sócio-histórica da psicologia de Vygotsky, na época em que foi elaborada, era chamada de psicologia marxista, materialista.

A escola participa na formação e consolidação das ordens sociais; devem-se estudar as formas mais complexas de consciência que são influenciadas pelo materialismo dialético, e são social, cultural e historicamente determinadas.

O processo de desenvolvimento do pensamento infantil assume uma direção que vai do social para o individual.

Esta visão tem como adeptos, no Brasil, os professores Ubiratam D'Ambrósio e Paulo Freire.

Vejamos mais um exemplo:

Piaget, propõe relação de interdependência entre o sujeito que conhece e o objeto a conhecer. O objeto existe independentemente do sujeito, mas só é conhecido mediante a atividade do sujeito.

É enfatizado mais o papel ativo do sujeito nas trocas com o meio e menos o papel do meio.

Vygotsky, também acentuou o papel ativo do sujeito, mas as funções mentais se desenvolvem na interação social

A aprendizagem é resultado da interação sujeito/objeto, mas a ação do sujeito sobre o objeto é socialmente mediada.

Conclusão:

Neste período, a abordagem metodológica de ensino era a comportamentalista.

O papel do professor nesta abordagem não se refere, portanto, nem ao aluno, nem à matéria a ser ensinada, mas sim à relação entre ambos.

Temos agora duas abordagens : a tradicional e a comportamentalista, que convivem até hoje com outras que foram criadas.

No primeiro caso, o aluno fica parado no seu lugar ouvindo o que lhe seja comunicado; no segundo, põe-se a caminhar sob a orientação do professor, mas é o aluno que aprende.

Na segunda abordagem, são propostas as máquinas de ensinar para satisfazer às necessidades individuais e ao ritmo de cada aluno.

Já neste período encontramos problemas na prática escolar, na capacitação docente e nas condições das escolas, problemas estes que continuam até hoje.

As máquinas de ensinar possuem substitutos na atualidade e entre eles podemos citar: os programas de ajuda dos computadores, os programas de educação a distância, os vídeos educativos, os videogames, os cursos dados pela TV.

Crítica final:

Nos dois casos, tanto no mundo ocidental (capitalista), quanto no oriental (comunista), quer tenhamos povos com religião ou materialistas, a visão cartesiana manteve-se, existindo:

a) o ser que conhece (com ou sem alma) . "Res-cogitans".
b) a matéria a ser conhecida . "Res-extensa".

A abordagem muda conforme a interpretação que cada grupo dava às experiências que eram feitas.

Veremos nos capítulos seguintes que, dependendo do conteúdo programático a ser aprendido e da região do cérebro, ou estrutura a ser ativada, as duas visões tinham suas razões de ser, e se bem adaptadas serão bem úteis ao ensino.

1.4 - O pensamento científico: de 1960 a 1980:

Este período é talvez o mais difícil de ser analisado, em virtude do grande número de acontecimentos e descoberta, variáveis, que apareceram na época.

O conhecimento e o desenvolvimento tecnológico sofreram uma grande explosão, principalmente com a introdução da tecnologia da informática**.**

A divulgação de todos os fatos e pesquisas, pela mídia eletrônica, permitiu uma grande troca de informações em termos planetários.

Nas décadas de 60/70, tivemos uma grande quantidade de movimentos sociais que alteraram completamente as suas estruturas.

Estes movimentos possuiam uma característica comum que é a preocupação crescente com a ecologia e com o holismo.

Em virtude das viagens espaciais, fomos à Lua no início do período.

O Homem toma consciência de que a **Terra é limitada e que fazemos parte do Universo**.

Com os novos telescópios, o tamanho do nosso Universo se expande consideravelmente e passa a ser visto como algo inseparável, em eterno movimento, vivo, orgânico, espiritual e material ao mesmo tempo.

Os conceitos religiosos tiveram que sofrer grandes adaptações para se ajustarem à nova realidade.

Com a fragmentação dos regimes comunistas, termina a bipolarização política e o mundo procura, agora, soluções econômicas, sociais e políticas globalizadas, e chegamos, em 2002, a ter uma Europa unida e com moeda única, coisa inimaginável na década de 50.

Neste período, o desenvolvimento industrial, comercial e de serviços começou a levar a uma migração crescente do campo para as cidades.

O Homem transforma-se num ser citadino.

O crescimento desordenado das cidades gerou uma série de problemas, tais como: de habitação, poluição, trânsito e a criação de bolsões de pobreza no mundo todo, e no Brasil em particular.

Os sistemas educacionais, que antes eram voltados para as elites dominantes, tiveram que se adaptar às novas condições.

O mesmo ocorreu no Brasil, houve a criação de grandes quantidades de escolas públicas e o nosso ensino deixa de ser elitisante e passa a ser um ensino de massa.

Em virtude do Brasil ser um país com poucos recursos e com uma visão educacional voltada unicamente para as classes dominantes, a criação de grande número de escolas agravou ainda mais a situação.

Este fato criou um problema, que continua até hoje, não havia e não há, no período professores habilitados para atender à demanda da rede escolar, e a partir dessa época foram autorizados a lecionar outros profissionais, não capacitados e habilitados para tal, resultando num péssimo ensino tanto em conteúdo quanto em qualidade.

Nas áreas das ciências básicas, a situação tornou-se, e ainda é ,crítica.

Nessa época os professores vinham de classes dominantes, possuíam bom embasamento sócio-cultural, e usavam conhecimentos e linguagens próprias dessas classes e por isso a escola propiciava que apenas estudantes já familiarizados com esse tipo de cultura tivessem êxito.

Estes fatos geraram, no Brasil e também em muitos outros países, uma dicotomia entre os corpos docente e discentes.

Hoje, segundo o senso do IBGE/2000, os professores vêm de classes menos favorecidas e devem ter o problema inverso.

As viagens espaciais, a nova visão do nosso Universo, a construção de aceleradores lineares para a pesquisa da estrutura atômica, alteraram conceitos básicos da Física, e, em virtude da mídia, tornaram-se aceitos naturalmente pela população em geral, e Também, é verdade, existiam pessoas que diziam que o Homem nunca viajou ao espaço e que a mídia os estava enganando.

Alguns conceitos admitidos, começaram a reforçar a idéia de holismo. Entre eles temos:

--- As propriedades de qualquer objeto atômico, ou melhor, da matéria em geral, só podem ser compreendidos em termos de interação do objeto com o observador, ou seja pelas suas **interconexões**.

Esta interação gera o principio de incerteza de Heisemberg, pois quando interagimos (observador) com uma faceta do observado, perdemos a conexão com uma ou outras facetas.

A Física quântica passa a ser aceita facilmente.

--- As partículas não devem ser representadas como objetos tridimensionais estáticos, mas como entidades quadridimensionais no espaço-tempo.

A Física relativística entra no linguajar corrente.

Surgem as primeiras idéias de que sendo o ser humano e seu cérebro constituídos por partículas, as afirmações anteriores também devem ser válidas para ele

Atualmente, já estamos discutindo se a Mente é quântica!

A partição cartesiana entre o eu e o mundo, começa a ser deixada de lado.

Por exemplo, para C. Rogers, a percepção é realidade, no que se refere ao indivíduo, e ele próprio admite não saber se existe uma realidade objetiva.

Mesmo com a visão holística do nosso Universo, podemos notar que nenhum dos pesquisadores considera o cérebro como um órgão distinto dos demais e com propriedades próprias.

Nos compêndios, vemos sempre sentenças assim: a criança, o adolescente, o homem aprendem.

Temos sempre sujeitos.

Vamos, agora, ater-nos à área da educação e observar como as novas descobertas a influenciaram.

O desenvolvimento mental, na cultura ocidental, era aceito como constituído de fases; a cada período cronológico da criança era associada uma fase.

É bom observar que as fases possuem grandes relações com as fases escolares da época, pois quase todas as experimentações foram feitas com escolares do período, muitas delas feitas com familiares e na realidade representavam o desenvolvimento desses alunos, que eram oriundos das elites de então.

As fases aceitas de uma maneira geral são:

a) até 2 anos : pensamento proposicional, formal,
b) de 2 a 7 anos: aquisição de invariantes perceptuais,
c) de 7 a 11 anos: pensamento pré-operacional intuitivo,
d) de 11 em diante: pensamento operacional concreto.

Mesmo assim, já tínhamos vozes discordantes:

"A maneira pela qual a criança aprende gramática de sua língua é pouco conhecida, a maioria dos pesquisadores considera que a criança passa por fases até atingir o pensamento adulto.

Algumas pesquisas americanas e britânicas sugeriram que embora as fases estejam corretas quanto à seqüência, o aprendizado e o desenvolvimento mental das crianças pode ser acelerado com ensinamento específico" (Carrol, John B. -1964).

Carrol dá um exemplo:

Mostrando-se a uma criança, menor de 2 anos, duas fileiras de contas, cada uma das quais contém 4 contas, sendo estas mais espaçadas numa fileira, a criança agirá sistematicamente, nesta fase, como se a fileira mais espaçada tivesse mais contas.

A criança não adquiriu ainda uma noção de conservação de número ou quantidade.

Obs: Na época, sabia-se que a criança criava o conceito de número, mas não se sabia nem como, nem onde, isto ocorria no cérebro.

"Os primeiros conceitos formados pela criança pequena são as invariantes perceptuais de objetos, sensações, sons, são eles representações internas de classes ou categorias da experiência.

Um conceito pode ser construído arbitrariamente pela combinação de outros conceitos" (Carrol-1964).

Obs: Já na época, fazia-se distinção entre memórias de primeira ordem e memórias de segunda ordem (classes de primeira ordem), mas também não sabíamos como e onde isso era feito.

Na área da educação temos como expoentes: C. Rogers, A. Neil, Piaget, Montessuori e muitos outros, visto que a explosão científica e tecnológica apontava vários caminhos a seguir em termos de conhecimento do nosso Universo e do Homem.

Sempre falamos dos expoentes, mas todos sabemos que existem incontáveis de pesquisadores tão capazes ou mais, cujos nomes não aparecem na mídia, o conhecimento é um processo coletivo.

Em virtude de ter vivenciado todo o período e de ter interagido com a maioria dos pesquisadores da época, daremos um enfoque maior às conclusões de Piaget, pois de alguma maneira elas representam o pensamento da época, que foi muito fértil em experiências e conclusões, e indagações sobre as mesmas; sendo que algumas conclusões foram comprovadas na atualidade e outras estavam totalmente equivocadas.

Eles, na época, não podiam ver (abrir) o cérebro e olhar o interior ,"in vivo", como é feito hoje. Agiram como se fossem explicar o funcionamento de um relógio sem abri-lo. As pesquisa de Piaget, seus colaboradores e outros pesquisadores são muito valiosas, pois a maioria de suas conclusões são válidas, pena que na sua época não existiam os equipamentos de hoje e eles tiveram que fazer muitas suposições.

Vejamos algumas citações, conclusões da época, para termos uma idéia da situação:

"Tanto a Lógica quanto a Matemática se apresentam como prováveis representantes de uma espécie de saber que não está aberto à falsificação empírica, isso quer dizer que a razão é uma **faculdade peculiar dos seres humanos** imune, de certo modo, a todas as outras espécies de saber e também independente da experiência" (Erik A. Lunzer, 1976).

"Muitos matemáticos acreditam que a Matemática não é apenas uma linguagem voltada para a descrição da natureza, mas sim, ela é **inerente** à própria natureza" (Capra , 1975). "A extensão do conhecimento é uma acumulação gradativa de novos bits de informação ou resulta da coordenação sucessiva de tal sorte que a aquisição de qualquer conhecimento novo é simplesmente impossível sem um quadro de referência em que ele será significativo" (Erik A. Lunzer , 1976). Obs: os grifos são nossos.

"O ser humano tem dois tipos de conhecimento: o conhecimento físico e o conhecimento lógico-matemático. O conhecimento físico deriva dos objetos e o lógico-matemático deriva dos atos físicos e/ou mentais executados nos objetos" (Piaget).

"As idades críticas, **fases,** são 5/8 anos e 11/16 anos e o enfoque dos problemas pelas crianças difere do enfoque do mesmo problema pelo adulto.

As operações concretas permitem relações de **primeira ordem**, mas o pensamento hipotético dedutivo necessita de relações de **segunda ordem**. Há provas de que familiariedade com conceitos de primeira ordem e sua capacidade de manipulá-los influi na capacidade de elaborar conceitos de segunda ordem" (Erik A. Lunzer-1968). Obs: os grifos são nossos.

"O papel da linguagem na elaboração do pensamento lógico presentemente (1970) ainda não foi bem compreendido. A linguagem é um importante veículo simbólico portador do pensamento" (K. Lovell -1976).

É interessante analisar algumas conclusões de K. Lovell e K.F. Collis - 1976/Cultrix:

Até os 5 anos temos:

--- quando uma criança vê um coelho no campo não o vê como exemplo de uma classe, mas diz coelho sugerindo uma noção entre o exemplo indicado e uma **classe** de exemplos.

- antes dos 3 anos, a criança média percebe que homens e mulheres são **gente** e que maçãs e batatas são comida. Perto dos 5 ocorre um crescimento de hierárquicos: ela compreende : maçã --fruta -- comida.

- --- o indivíduo nunca se esquece de que se A > B e B>C então A>C (transitividade de impulsos bioelétricos).

Dos 7/8 anos:

--- A criança entra no domínio das **classes e relações**.

--- pode executar operações reversíveis, reconhecendo que para cada operação há uma operação oposta que a cancela (**propriedade do elemento inverso**).

Vejamos quatro exemplos, casos, que são bem sugestivos de que, Piaget e seus colaboradores, perceberam que o nosso cérebro possui as propriedades da **estrutura de grupo,** como demostramos no capítulo quatro.

Em virtude da maioria dos pesquisadores da época serem da área da Biologia, Psicologia e Pedagogia a as estruturas algébricas só se tornaram de uso cotidiano no final do período, eles não perceberam essas estruturas. Como não conheciam as **ligações sinápticas e as regiões do cérebro** não podiam concluir que estas propriedades eram neurológicas. Consideravam que eram propriedades do cérebro como um todo.

1º CASO: Ao somarem mais de um número, as crianças de 7/9 anos procedem conforme o esquema abaixo:

$$\left.\begin{array}{lll} & 2 + 3 + 4 & \text{1º passo} \\ = & (2 + 3) + 4 & \text{2º passo} \\ = & 5 + 4 & \text{3º passo} \\ = & (5 + 4) & \text{4º passo} \\ = & 9 & \text{5º passo} \end{array}\right]$$ (**propriedade Associativa**.)

2º CASO: se lhes pedir, por exemplo, que encontrem o valor de y em y + 4 = 7, consideram o y como um único número ao qual 4 foi adicionado; acontece que a subtração de 4 **destrói** o efeito da adição original. Obs.: o que temos, na realidade, é a **propriedade do elemento inverso**, que ajusta-se ao conceito de **desfazer** uma operação.

3º CASO: para a fase dos 16 anos , o raciocínio pode ser registrado da seguinte maneira:

$$\left.\begin{array}{r} y + 4 = 7 \\ y + 4 - 4 = 7 - 4 \end{array}\right]$$ negando a operação adição **(elemento inverso**).

$y + (4 - 4) = 3 + (4 - 4)$; subst. 7 por uma expressão conveniente e reassociando, usando o inverso.

$$\left.\begin{array}{r} y + 0 = 3 + 0 \\ y = 3 \end{array}\right]$$ axioma da identidade (**elemento neutro**).

Esta demonstração é quase idêntica às utilizadas atualmente para solucionarmos equações usando a estrutura de grupo, o que não se sabia é que estas propriedades são inerentes à estrutura biológica do ser humano, como veremos adiante.

4º CASO: num nivel mais elevado as crianças conseguem entender:

(p o r) o q = (a o b) o q então (p o r) = (a o b).

A expressão acima é a lei do cancelamento dos grupos. (Os grifos são nossos).

Conclusão: Do exposto podemos concluir que a abordagem educacional, dessa época, baseados nos fatos citados, era do tipo **humanista**.

--- O ensino é centrado no aluno, o que aprende.

--- O Homem é considerado como uma pessoa situada no mundo.

--- O Homem interage com o mundo.

--- O professor não ensina, cria condições para que os alunos aprendam.

Temos que até este período as abordagens: t**radicional, comportamentalista e humanista.**

Veremos, no decorrer desta tese, que, dependendo do conteúdo programático e das regiões do cérebro que iremos ativar, isto é, gerar sinápses, todas as abordagens podem ser utilizadas.

1.5 - O pensamento científico: de 1980 a 1995:

Nesse período, o Homem, ser humano, todos os seres vivos, e a Terra, planeta, com todas as suas partes, são incluídos de vez como elementos constituintes do nosso Universo e sujeitos a todas as leis que o regem.

Na área das ciências, ocorreram mudanças fundamentais em vários aspectos: na Física clássica, as variáveis ocultas e suas interações, conexões, são mecanismos locais e assim estudados; e nas Físicas Relativistas e Quântica, eles são não locais, são conexões instantâneas com o Universo como um todo. Para explicar, cada um dos fenômenos, precisamos entender todos os demais, o que é obviamente impossível.

Podemos citar, como exemplo, o estudo dos fenômenos climáticos, que estão ligados à Teoria do Caos e à geometria dos fractais, ou ainda o modelo feito para explicar como um bater de asas de uma borboleta, numa determinada região, gera como conseqüência a queda da bolsa de valores de Tókio.

O que torna a ciência bem sucedida é que ela faz aproximações, e deixa de ser determinística e passa a ser probabilística.

Num certo sentido podemos dizer que começamos a trocar a Lógica Clássica, pelas Lógicas Probabilísticas (Fuzzi, Nebulosa, Paraconsistente..).

Noutro aspecto, os Físicos, Biólogos, Sociólogos, Antropólogos e os demais cientistas mudaram a sua atitude, quanto às inferências feitas a partir das experiências, pois aperceberam-se do fato de que as suas interações, as suas percepções, interagiam e interferiam nas mesmas, e que as teorias e as leis que as descrevem, as experiências, são resultantes dessas conexões.

São propriedades do nosso mapa conceitual da realidade, ou seja, são interconexões do nosso cérebro e/ou mente com a realidade.

Nos capítulos 3 e 4 mostraremos que o nosso cérebro possui leis e estruturas internas para essas conexões e que elas são **a régua com a qual medimos a realidade exterior.**

O Homem deixa de ser visto como um "ser especial", à parte, e passa a ser integrante do nosso Universo, como "um" elemento do mesmo, com conexões com todos os demais, e sujeito às suas leis.

É nessa década que, na área da Biologia e Psicologia, os animais começaram a ser estudados não mais em gaiolas ou zoológicos, mas, sim, em seus hábitates.

As experiências anteriores foram, na sua maioria, contestadas e alteradas pois correspondiam a tirar conclusões sobre a humanidade e o comportamento humano fazendo uma análise deles nas prisões humanas.

Por exemplo, no caso dos animais, temos as conclusões do psicólogo americano Marc Hauser em seu livro, *Mentes Selvagens*, após muitas experiências, nessa década, com macacos, ratos, papagaios, pombos, hienas, etc..:

" Nós compartilhamos o planeta com animais pensantes."

"Os defeitos do dualismo são bem conhecidos, principalmente porque ele não consegue explicar como uma mente separada, não material, interage com um corpo material" (Goswami- 1993).

Mudamos da visão fragmentada, de partes, para a visão ecológica, holística, do todo, alterando os paradigmas usados pela humanidade.

É neste período que as imagens obtidas por tomografias computadorizadas permitem, aos pesquisadores, interagirem com o cérebro "in vivo", e estas pesquisas irão "explodir" no final do século XX e início do XXI com os novos aparelhos de investigação do cérebro.

A neurobiologia começou a obter resultados sobre o funcionamento do cérebro " in vivo " e a facilitar o conhecimento de como o ser humano "conhece" o mundo exterior, isto é, como interage com o mesmo e como o cérebro "funciona" internamente.

" Não quero com isso dizer que a neurobiologia possa salvar o mundo, mas apenas que o aumento gradual de conhecimentos sobre os seres humanos pode ajudar a encontrar formas de gerir coisas humanas" (Damásio- 1994).

Para podermos compreender o que começou a ocorrer neste período vamos fazer uma analogia:

Tomemos dois relógios com o mesmo tipo analógico de mostrador de horas. Vamos supor que os dois relógios possuam maquinismos internos distintos, um usando o processo antigo de cordas e engrenagens e o outro um relógio com maquinismo a quartzo.

Se quisermos explicar como os relógios funcionam, sem abri-los, observando somente o mostrador, ou as reações externas, dos mesmos, é bem provável que iremos obter uma teoria para a explicação de como eles funcionam. Esta teoria (ou teorias) só seria confirmada com a abertura dos relógios.

Temos somente uma certeza, para **um** dos relógios, ela seria totalmente **FALSA.**

A partir da década de 90, com a ressonância magnética, abrimos o relógio (cérebro) e estamos "vendo" como ele funciona.

" Antes do aparecimento da humanidade, os seres já eram seres; num dado ponto da evolução surgiu uma consciência elementar.

Com essa consciência elementar apareceu uma mente simples; com uma maior complexidade da mente veio a possibilidade de pensar e, mais tarde ainda, de usar linguagens para comunicar e melhor organizar os pensamentos.

Para nós portanto, no princípio foi a existência e só mais tarde chegaram os pensamentos.

Existimos e depois pensamos e só pensamos na medida em que existimos, visto que o pensamento ser, na verdade, causado por estruturas e operações do ser" (Damásio- 1994).

Essa postura, de investigação científica, também repercutiu na área educacional, pois o estudo da natureza do conhecimento humano não deve ser feito por meio de especulação e debates verbais, mas sim com a pesquisa científica.

"Temos que estudar sua origem e evolução na história, se quisermos compreender o conhecimento humano" (Piaget- 67/76 e Piaget e Garcia - 83/89).

O desenvolvimento científico e as mudanças sociais, econômicas e políticas ocorridas nesse período, em boa parte, devem-se ao grande avanço da área da informática e dos meios de comunicação, incluindo as redes de Internet, que permitem rápidas interconexões entre todos, e na área científica, cada novo experimento tem seus resultados avaliados, confirmados ou contestados quase que instantaneamente pela comunidade científica.

O avanço tecnológico na área de informática que nos deu computadores cada vez menores, alguns portáteis, com grandes capacidades de memórias e elevadas velocidades de processamento, permitiu a elaboração de experiências nunca dantes imaginadas, sendo a neuro- computação, com seus aparelhos que permitem o estudo do cérebro "in vivo", a que mais nos interessa e será analisada com detalhes no próximo capítulo.

Quanto à neuro-computação, que "explode" nesse período, cabe aqui um parêntese para uma breve análise de seu desenvolvimento.

O esquema da máquina analítica de Charles Babbage, no século 19, e a célebre abstração conhecida como a máquina de Turing, representam descrições mecanicistas das manifestações mais evidentes, e, talvez, as mais complexas do cérebro humano: as capacidades de raciocínio lógico, ou não, e a computação simbólica.

Alan Turing, matemático inglês , em 1936, apresentou o conceito de uma máquina de funcionamento extremamente simples que permitia a definição de um número computável.

Essa máquina consistia de uma memória, que armazenava uma variável chamada de estado interno, e de uma unidade leitora de fita, que utilizava o sistema binário. É interessante uma leitura dos textos da época.

Em princípio, a operação de qualquer computador digital, executando qualquer programa, pode ser reduzida a uma máquina de Turing.

John Von Newman e Stephen Kleene na década de 40, geraram uma formalização mais manipulável da máquina de Turing, definindo-a como um autômato não finito. Os autômatos finitos, como os computadores digitais, resultam como casos particulares dessa definição.

A neuro-computação, podemos dizer, que se inicia em 1943 com Warren McCulloch e Pitts que sugerem, em livros e artigos, a construção de máquinas baseadas no cérebro humano, e durante essa década, houve muitos estudos e publicações, mas nada de prático, acreditamos que o desenvolvimento tecnológico da época não permitia.

Em 1949, Donald Hebb propõe uma lei de aprendizagem apropriada para as sinápses dos neurônios baseadas no princípio: a conexão sináptica só é reforçada e criadas, se as células pós e pré-sinápticas estiverem excitadas.

Mas ainda não era, conhecido o processo da geração das sinápses e de seu funcionamento, que só foi possivel no final do século.

Mavin Minsky, em 1951, construiu, talvez, o primeiro neuro-computador, denominado Snark, que obteve sucesso em processamentos técnicos, mas não executava, na realidade, processamento de informações.

Em 1957/58, Frank Rosemblatt, Charles Wightman e outros, criaram o Mark I Percepton, que foi o primeiro a ter algumas aplicações práticas , pois reconhecia padrões.

O Percepton teve sua validade provada no modelo beckpropagation, que possibilitou a implementação da terceira camada necessária para o aprendizado da porta XOR.

Observação: A porta XOR é de suma importância, pois corresponde à adição binária e tem **estrutura de grupo**, e iremos ver, no capítulo 4, que a estrutura de grupo representa parte das **ligações e estruturas sinápticas** que geram o raciocínio lógico-matemático.

Nesse período, Bernard Windrow cria um novo processador de redes neurais chamado de Adaline e Madaline, com leis de **aprendizado**, que está em uso até hoje.

Apesar dos sucessos iniciais, o desenvolvimento da neuro-computação ficou sem grandes novidades até a década de 80, talvez pela falta de tecnologia para sua implementação, mas acredito que mais pela falta de conhecimento de como as ligações sinápticas funcionam e como são estruturadas no cérebro.

Em 1978, Zsolt L.Kovács cria a disciplina de pós-graduação : Sistemas sensórios e motores neurais, na Poli-USP, dando início à construção de equipamentos, nessa área, em São Paulo.

A pesquisa teve um surto de desenvolvimento a partir de 1986 com o livro Parallel Distributed Processing (Processamento Distribuido Paralelo) de David Rumelhart e James McClelland, e em 1987 ocorreu, em São Francisco a primeira conferência de redes neurais, a *International Conference on Neural Networks*, sendo criada a *International Neural Networks Society* e desde essa época várias Universidades começaram a formação de Institutos de pesquisa e programas de educação em neuro-computação, e em São Paulo a Unicamp se destaca nessa área.

As redes neurais de hoje são constituídas de camadas com re-alimentação, procurando imitar as do cérebro, e com isso obter "aprendizado".

Por trabalharem com sistemas binários, anéis binários, próprios das estruturas dos computadores atuais, usam basicamente as portas digitais: **XOR** (diferença simétrica, adição binária), **ou** (união ou soma) e **e** (intersecção, produto binário) que são parte das estruturas neurológicas do nosso cérebro.

Veremos, nos capítulos seguintes as correlações existentes entre as estruturas neurológicas, o raciocínio Lógico-Matemático e como as redes neurais procuram imitar essas estruturas.

Paralelamente, e dentro da mesma visão, tem início a globalização social, política e econômica do planeta e em virtude do desenvolvimento científico, das tecnologias e da globalização, duas abordagens educacionais se desenvolvem e são as mais aceitas: a cognitivista (construtivismo) e a sócio-cultural.

A abordagem cognitivista procura estudar a aprendizagem com ênfase nos processos cognitivos e na investigação científica e a sócio-cultural enfatiza os aspectos culturais da aprendizagem, pois considera que os homens estão inseridos e são produto de seu contexto histórico.

Conclusões do capítulo:

Desde o século passado e início deste, temos as, abordagens educacionais: tradicional, comportamentalista, humanista, cognitivista e socio-cultural como grandes linhas.

Vimos, nesse capítulo, que todas estão intimamente ligadas e/ou derivam dos conhecimentos científicos de cada época, e nos próximos capítulos veremos que temos novos conhecimentos científicos, que possivelmente ou certamente gerarão novas abordagens educacionais ou, talvez, uma fusão ou interligação entre as mesmas.

Fazendo uma analogia: quando vamos construir uma casa simples, usamos a Física Newtoniana e não a relativística ou quântica, quando estudamos as galáxias temos que usar a relatividade e a Física Newtoniana não serve, e quando vamos estudar as partículas dos átomos, temos que usar a Física Quântica, as demais não servem, mas os Físicos procuram a teoria da Grande Unificação que englobaria todas as teorias.

Em termos educacionais podemos dizer que quando queremos que o aluno decore uma tabuada ou o enunciado de um teorema, devemos usar um tipo de metodologia, se queremos que ele compreenda fatos políticos, outra, e se queremos que ele use o raciocínio lógico-matemático, devemos ativar a região cerebral correspondente usando outra metodologia e de maneira análoga nos cursos de pós-graduação e tecnológicos.

As metodologias educacionais devem ser distintas quando trabalhamos na pré-escola, no ensino médio, no profissionalizante, na educação a distância ou na pós-graduação.

Veremos no decorrer do trabalho que, dependendo da área ou região ou ainda regiões do cérebro que queremos ativar, poderemos nos utilizar de todas as metodologias conjuntamente.

Observação: para a análise das abordagens feitas neste capítulo usamos como embasamento cultural o curso: Aprendizagem Matemática, ministrado pelo Prof. Dr. Geraldo Perez, em 1999, na UNESP-RIO CLARO, o que facilitou bastante o nosso trabalho.

2. CAPÍTULO II:

A atualidade: a década de 90 e início do século XXI

2.1 Considerações iniciais: As visões das teorias do conhecimento.

2.2 Os novos equipamentos para o estudo do corpo humano.

2.2.1 Imagens computadorizadas do cérebro.

2.3 O sistema nervoso do ser humano.

2.4 Os receptores sensoriais do corpo humano.

2.5 As memórias de primeira e segunda ordem.

2.6 As regiões do cérebro.

2.7 Conclusões.

2. CAPÍTULO II:

A atualidade: a década de 90 e início do século XXI

2.1 Considerações iniciais: As “visões” das teorias do conhecimento:

O final do século XX foi o período que mais apresentou resultados na área do conhecimento científico, no desenvolvimento tecnológico e nas estruturas sociais e políticas. Estes resultados foram, na realidade, **gestados** desde a década de 60, como foi visto no capítulo I.

Foi neste período que a visão cartesiana do Universo, em que ele, Descartes, a dividia fundamentalmente em duas partes: a “mente” ou “res-cogitans”, a “coisa pensante” e a da “matéria” ou “res-extensa”, a “coisa extensa” foi, definitivamente, substituída pela visão “holística”, “monista” ou “ecológica” do Universo, aliás, do nosso Universo, pois hoje é facilmente aceita a teoria de vários Universos, com leis próprias, provavelmente distintas das nossas.

A visão Cartesiana, que gerou o método analítico do estudo da natureza, gerou também uma fragmentação nas ciências que a estudam, e, na procura do conhecimento. Esta visão coloca o homem como algo à parte no Universo e que serviu de base às religiões e igrejas da época.

O estudo da Natureza (sem o Homem) passou a ser feito por Ciências (fragmentadas) e gerou: a Física, a Química, a Matemática, a Filosofia, com áreas (partes) de estudos bem definidas.

A Física só estuda a matéria, a Química suas transformações e assim por diante.

O estudo do Homem também, dentro desta visão, foi fragmentado e apareceram as ciências: sociologia, psicologia e outras. Analogamente a Medicina deu origem ao Cardiologista, ao Ginecologista, ao Neurologista, ao Psiquiatra e......

O Universo e o homem passaram a ser olhados como um conjunto de pedaços ou conjunto de partes**,** interligados.

O Homem é constituído por um conjunto de órgãos com funções bem definidas que, reunidos, geram os sistemas (nervoso, ósseo..). Estes órgãos e sistemas são olhados separadamente em suas funções.

Finalmente, o cérebro humano, é tido como um conjunto de partes..., aqui fica a região da visão, aqui a da fala, aqui a da audição; e assim por diante.

O conhecimento do cérebro humano sempre foi obtido a partir de doenças que o vitimavam, ou seja, se um tumor, em certa região, gerava a perda da fala, então ali ficava o centro da fala. O ser humano possuía dons.

Alguns possuíam o dom da música, outros da Matemática, enquanto outros possuíam a veia artística e, na maioria das vezes, esses dons eram, e são, atribuídos a forças não materiais, com bastante cunho religioso.

Uma séria conseqüência dessa visão fragmentada é que, quando duas ciências observam um mesmo fenômeno, fato, objeto, cada uma olha o problema com seus métodos**,** teorias e estruturas simbólicas de representação que, na maioria das vezes, geravam dois fenômenos distintos, duas teorias distintas, duas representações independentes de um mesmo fato.

Um grande problema encontrado nesse período, e ainda o temos, é que muitas vezes dois cientistas, de uma mesma área, usavam representações simbólicas tão diferentes, para a análise de um fenômeno, que tínhamos a impressão de termos **dois** fenômenos diferentes ou o que é pior, que uma das análises era errada, quando, na realidade, só temos **representações distintas**.

<u>A visão holística:</u>

A visão holística, monista, ecológica, sistêmica, atual do nosso Universo, pela sua própria estrutura, inclui o Homem como elemento do Universo.

Ele, o Homem, não é mais considerado como algo distinto do Universo, mas sim parte integrante do mesmo e sujeito a todas as suas leis**.** O corpo humano passa a ser visto não como um conjunto de partes (órgãos), mas como um todo integrado**.**

Esta visão já está sendo aplicada pela nova Medicina. O Homem deve ser analisado no seu todo, incluindo relações sociais.

O cérebro humano passa a ficar sujeito a todas as leis da Natureza.

Esta nova visão considera tudo, e todos, como constituídos de energia que se apresenta nas mais diversas formas, desde a luz até o ser humano, indo às estruturas sociais. e todo relacionamento, interação, que ocorre, entre as formas, nada mais é que a transformação de uma forma de energia em outra.

Hoje sabemos que: o todo é maior que a reunião de suas partes.

Estamos agora analisando como essas leis se manifestam, se materializam ou se estruturam no cérebro.

Um dos objetivos de nossa pesquisa é estudar a relação dessas leis com a aquisição de conhecimentos, com a formação das **memórias, do Raciocínio Lógico,** e ,finalmente, **como isto gera o raciocínio Lógico-Matemático.**

Outro objetivo é como, conhecendo estas estruturas, podemos elaborar metodologias de ensino que seriam naturais, isto é, elas usariam o conhecimento de como o cérebro funciona.

A análise que fazemos procura incorporar esta nova visão sistêmica e, por isso, iremos associar os conhecimentos das outras ciências, numa interdisciplinariedade.

Nesse período, final do século XX, o desenvolvimento, na área da informática, com equipamentos cada vez mais potentes, melhores e amigáveis, e com a Internet, interligando todos os centros de pesquisas, permitiu uma troca de informações num volume e rapidez nunca antes conseguida.

Este desenvolvimento levou a Humanidade a um avanço até então inimaginável, pois todo pesquisador está, instantaneamente, ligado a tudo o que ocorre no mundo. **A pesquisa científica tornou-se coletiva, sistêmica.**

O relacionamento da Física com a Matemática é bem conhecido desde o final do século XIX, principalmente pela relação entre as novas geometrias e as novas teorias da Física.(já visto no capítulo I).

A teoria da grande unificação, a dos grupos de cordas e de tranças, o estudo dos processos caóticos, e dos fractais, estão interligando cada vez mais essas ciências.

Por outro lado, a Matemática e a Informática estão de braços dados com a Biologia por meio das redes neurais.

A Matemática funde-se com a Física, que fundamenta a Química, que explica a Biologia, que justifica os comportamentos e é base para as análises sociais.

Este estudo inicial é absolutamente necessário, pois veremos, mais adiante que as leis da Física e da Neuro-fisiologia irão fundamentar, numa visão sistêmica, o que ocorre no cérebro quanto à formação de memórias e de aquisição de conhecimentos, e como funciona o raciocínio lógico-matemático.

Por exemplo:há evidências de que tudo no Universo, incluindo o homem, obedece a uma lei geral que é:

Elementos com propriedades comuns geram um novo elemento que representa essa propriedade.

Temos que: o fóton é um pacote de ondas, e as partículas subatômicas também; um conjunto dessas partículas forma o próton (3 quarks, 3 gluons, 1 pósitron); os prótons e elétrons formam os vários tipos de elementos químicos; estes agrupando-se formam as moléculas, estas, os aminoácidos e os vírus, e assim até chegarmos ao Homem e depois às estruturas sociais.

Veremos adiante, (nos capítulos III/IV) que, no cérebro, elementos com propriedades comuns geram elementos (entes) novos: as **classes**, os **conjuntos**, as **categorias**, e que a relação, entre eles, gera as relações matemáticas.

Vejamos algumas visões da Física:

--- Para Niels Bohr: "as partículas materiais isoladas são abstrações, e suas propriedades são definíveis e observáveis somente através de sua interação com outros sistemas.

As partículas subatômicas não são coisas, mas interconexões entre coisas e, essas coisas, por sua vez, são interconexões entre outras coisas e assim por diante".

Esta visão de Niels Bohr para partículas materiais mostra de maneira bem clara que quem gera o conceito, ou a idéia da nova coisa (interconexões de coisas) é o nosso cérebro, pois estas coisas não existem na realidade. Veremos mais adiante, após o estudo da parte de neurofisiologia, como isso é gerado em nosso cérebro.

As interconexões de coisas são geradas com a criação das classes, conjuntos, categorias, pelo nosso cérebro, criando o que iremos chamar de memórias de segunda ordem. Essas memórias de segunda ordem existem, fisicamente, em nosso cérebro e ele trabalha com elas.

Temos então:

"Conjunto (classe, categoria) = interconexões de coisas"

Também devemos observar o que disse Heisemberg,

"O mundo apresenta-se, pois, como um complicado tecido de eventos, no qual conexões de diferentes espécies se alternam, se sobrepõem ou se combinam e, desse modo, determinam a contextura do todo.

O Universo é, portanto, um todo unificado que pode, até certo ponto, ser dividido em partes separadas".

Ao estudarmos o universo é mais fácil olhar as partes mas não devemos esquecer que ela é parte da contextura do mesmo.

Analogamente podemos considerar o que disse Fridjorf. Capra, em : *O Ponto de Mutação*

"O elemento chave da nova teoria "boodstrap", sistêmica, das partículas subatômicas, é a noção de ordem, como um novo e importante aspécto da física das partículas, ordem, neste contexto, significa ordem no estado de interligações dos processos subatômicos.

Como os eventos subatômicos podem interligar-se de várias maneiras, é possível definir várias categorias de ordem.

A linguagem da topologia é usada para classificar essas categorias de ordem."

Este conceito de ordem, ordenações, relações de ordem é, conjuntamente com o conceito de relação de equivalência, classes, uma das estruturas básicas do cérebro humano e da Matemática como veremos nos capítulos III e IV.

Não devemos esquecer, que o cérebro humano trabalha com impulsos nervosos, íons, que são, na realidade, partículas físicas, principalmente os neurotransmissores.

É interessante, ficarmos conhecendo o que diz David Bohm em: *"A Totalidade e a Ordem Implicada".*

O ponto de partida de Bohm é a noção de totalidade ininterrupta ou ordem implicada ou envolvida, descrevendo-a, por analogia, como um holograma em que cada parte, num certo sentido, contém o todo. Seria mais correto dizer um fractal no lugar de holograma. Na opinião de Bohm, o mundo real está estruturado de acordo com os mesmos princípios gerais, estando o todo envolvido em cada uma de suas partes.

Dentro desta visão sistêmica do Universo, para entender como adquirimos conhecimento e como ele é estruturado em nosso ser, nosso cérebro, é necessário agora analisarmos o nosso cérebro e como ele interage com o Universo.

O Universo é "assim", realmente, e o nosso cérebro o analisa como ele é, ou será que o "nosso cérebro é assim" e vemos o Universo desse jeito.

Não será melhor considerar que o Universo, e o nosso cérebro obedecem a leis gerais? Em virtude de que todas as informações, interconexões, que temos com o Universo e que , são intermediadas pelo nosso cérebro, o mais provável é que ele, o nosso cérebro, **seja a régua com a qual medimos o Universo**.

A década de 90 foi considerada a década do cérebro, pelo volume de conhecimentos e pelo número de cientistas envolvidos no seu estudo.

Veremos os novos conhecimentos neurológicos, suas implicações no estudo da estrutura do cérebro, procuraremos correlacionar as estruturas do Universo, as estruturas biológicas do cérebro e as estruturas da Matemática, num único todo.

A visão da neurofisiologia será vista no decorrer da análise do sistema nervoso humano, e este grande avanço só foi possível pelo aparecimento de novos equipamentos de estudos do cérebro e do corpo humano.

Todos esses equipamentos contam com um aliado fabuloso que são as imagens computadorizadas e coloridas, e isso só foi possível pelo grande avanço, nas memórias dos computadores e na sua diminuição de tamanho, a tal ponto que hoje levamos nossos computadores conosco e estamos ligados a uma rede impressionante, que nos permite entrar em contato com a maioria das pessoas instantaneamente e em qualquer lugar do mundo.

As vídeo-conferências e as tele-conferências permitem, hoje, aos cientistas dialogarem ao vivo e estão se tornando um instrumento muito importante na área de educação a distância e na educação de um modo geral.

Esses novos meios, plataformas, vias de comunicação, que estão à disposição do professor, no processo ensino-aprendizagem, devem ser levados em conta nas novas metodologias de ensino, como ficou demonstrado no *IX Congresso Internacional de Ensino a Distância*, ocorrido em São Paulo no início de setembro de 2002.

O próprio MEC já está disponibilizando toda uma nova legislação sobre este tipo de ensino, que irá introduzir, na relação docente/discente, um número de pessoas, não da área de ensino, que serão responsáveis para que essa relação se efetue.

O ensino, ou melhor a relação ensino-aprendizagem, está saindo da sala de aula e não está mais restrita à relação professor/aluno.

2.2 - Os novos equipamentos para o estudo do corpo humano:

Nesse período, o desenvolvimento tecnológico permitiu o aparecimento de novos equipamentos para o estudo do corpo humano em geral e, particularmente, para o estudo do cérebro humano.

Esses aparelhos permitiram o início do estudo do cérebro humano e, dos demais seres, em funcionamento "in vivo", isto é, o trabalho, as interações internas, as localizações das memórias, as falhas, as regiões com funções bem definidas, são vistas e estudadas com os seres praticando suas funções cotidianas.

Antes, o conhecimento que tínhamos do cérebro humano, e dos outros seres, era sempre obtido por vias indiretas.

Por exemplo, se havia um tumor numa certa região do cérebro ou outra disfunção, e isto inibia uma certa função motora, ou cognitiva, então sabíamos que, de alguma maneira, qual parte do cérebro,estava ligada ou envolvida com a função inibida, assim foi descoberta da região de Broca, responsável pela fala.

Com os novos equipamentos, estamos olhando o interior do relógio, o cérebro, e vendo como ele funciona, sem interferências externas.

Hoje existem muitos aparelhos altamente especializados, mas os de uso mais cotidiano, são os de ressonância magnética, eletro-encefalograma em três dimensões e tomografia por emissão de pósitrons, PET.

Um aparelho que fornece boas imagens é o fMRI, que gera imagens de ressonância magnética funcionais, medindo o consumo de oxigênio pela região do cérebro ativada e outros que medem o consumo de glicose. Para relacionar áreas do cérebro usa-se o iEEG, ou seja, o eletrodo eletro-encefalografico intracortical.

As figuras abaixo são: figura 1 = PET , figura 2 = imagem de EEG e figura 3 é a representação espacial do EEG feita por computador.

Figura 1

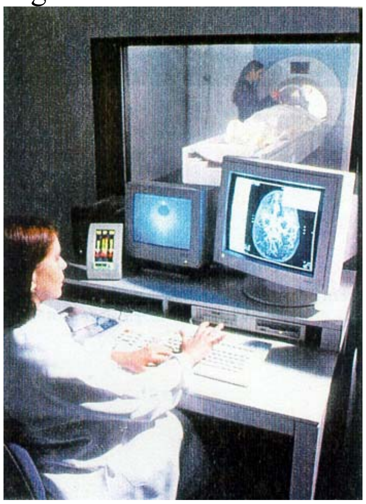


Figura 2

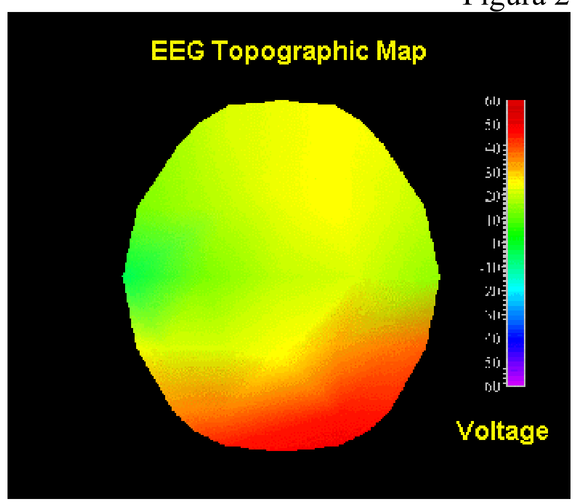
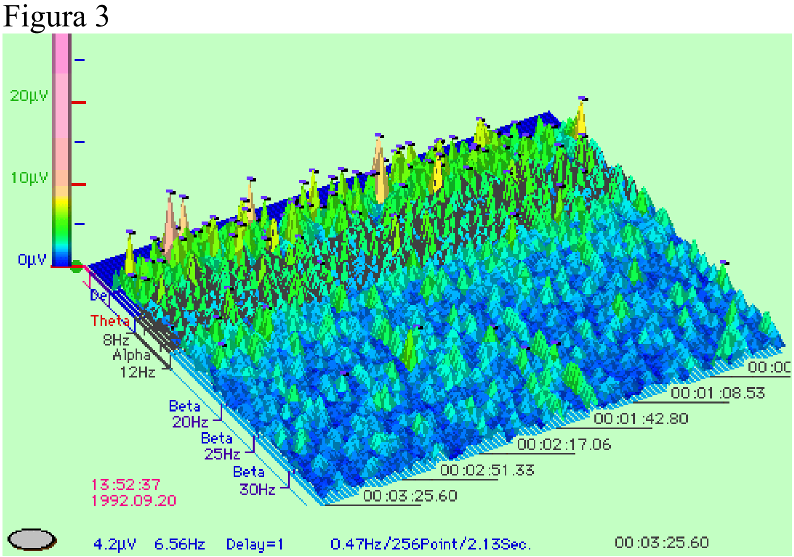


Figura 3



2.2.1 Imagens computadorizadas do cérebro

A experiência mostra as áreas do cálculo exato e aproximado do cérebro.

As imagens mostram, de maneira evidente, que os cálculos exatos e os cálculos aproximados são efetuados em regiões distintas do cérebro: A área em azul mostra a região que efetua os cálculos exatos. A área em amarelo mostra a região que efetua os cálculos aproximados. A máxima diferença a favor do cálculo aproximado foi obtida no lóbulo parietal bilateral inferior, a ativação também pode ser vista no cerebelo e nos córtex pré-central e pré-frontal dorso lateral. Analogamente, a máxima diferença a favor do cálculo exato foi obtida no córtex pré-frontal inferior esquerdo, com pequeno foco no giro angular esquerdo.

Figura 4:

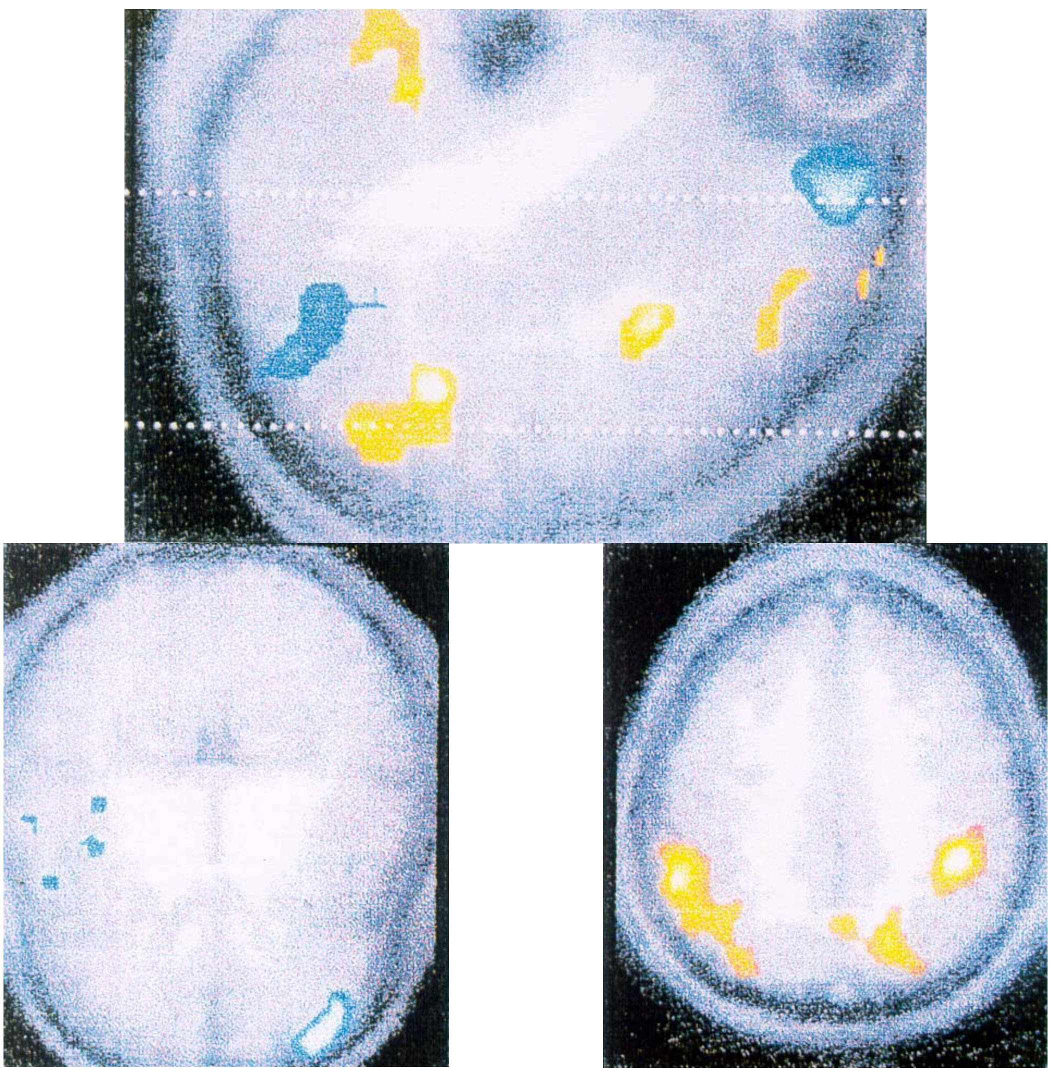
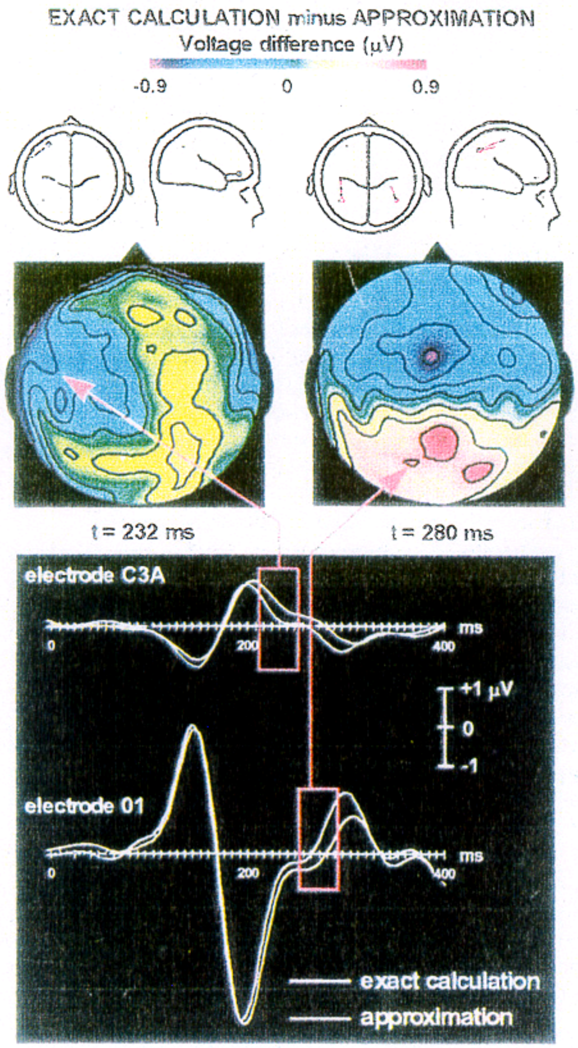


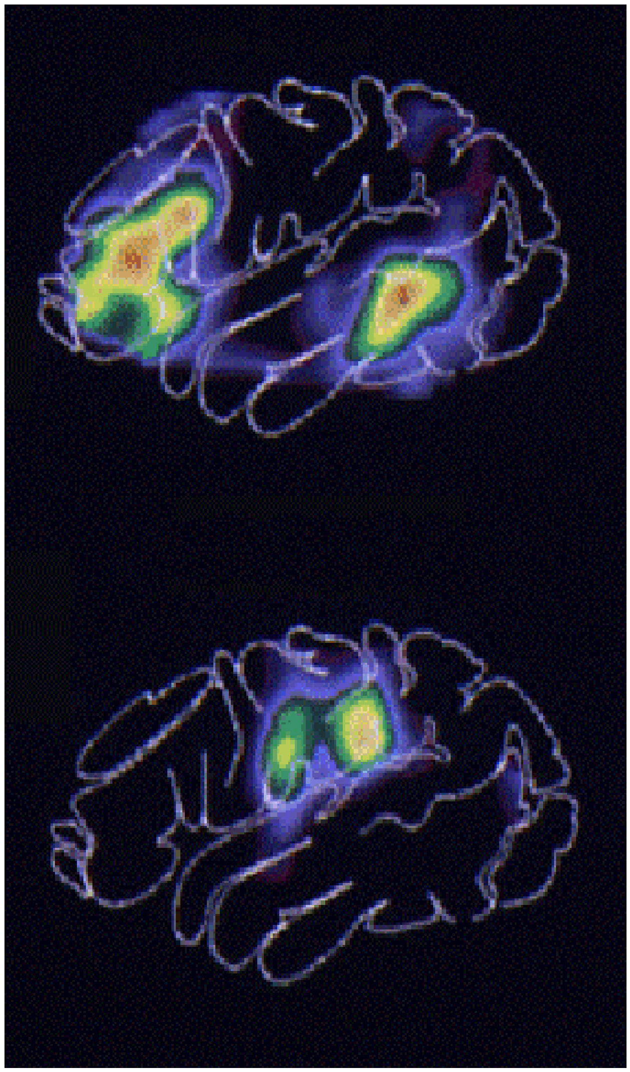
Figura 4 (continuação):



Comentários: a região do cálculo exato corresponde à que é denominada, pelos neurologistas em geral, como a região do raciocínio lógico-matemático e temos várias imagens, no texto, que mostram que esse tipo de raciocínio se desenvolve nessa área. Veremos também que ela não é uma área de memórias, e sim que trabalha como uma estrutura. As imagens foram publicadas na revista *Science* de 7/5/1999.

Imagens computadorizadas do cérebro:

Figura 5 : A primeira imagem é a de um indivíduo ouvindo um texto. Mostra duas regiões ativadas: as da percepção auditiva e do entendimento da linguagem no **cortex pré-frontal.** A segunda é do mesmo indivíduo: aprendeu a tarefa e a está enunciando, ativando a área de Broca.



Comentário: a área do entendimento da linguagem e do cálculo exato, do raciocínio lógico-matemático são muito próximas e interligadas: o cortex pré-frontal. A alfabetização, na época correta, é um grande aliado no desenvolvimento e estruturação do raciocínio lógico-matemático.

Imagens computadorizadas do cérebro

Figura 6: A **experiência do Fusca.**

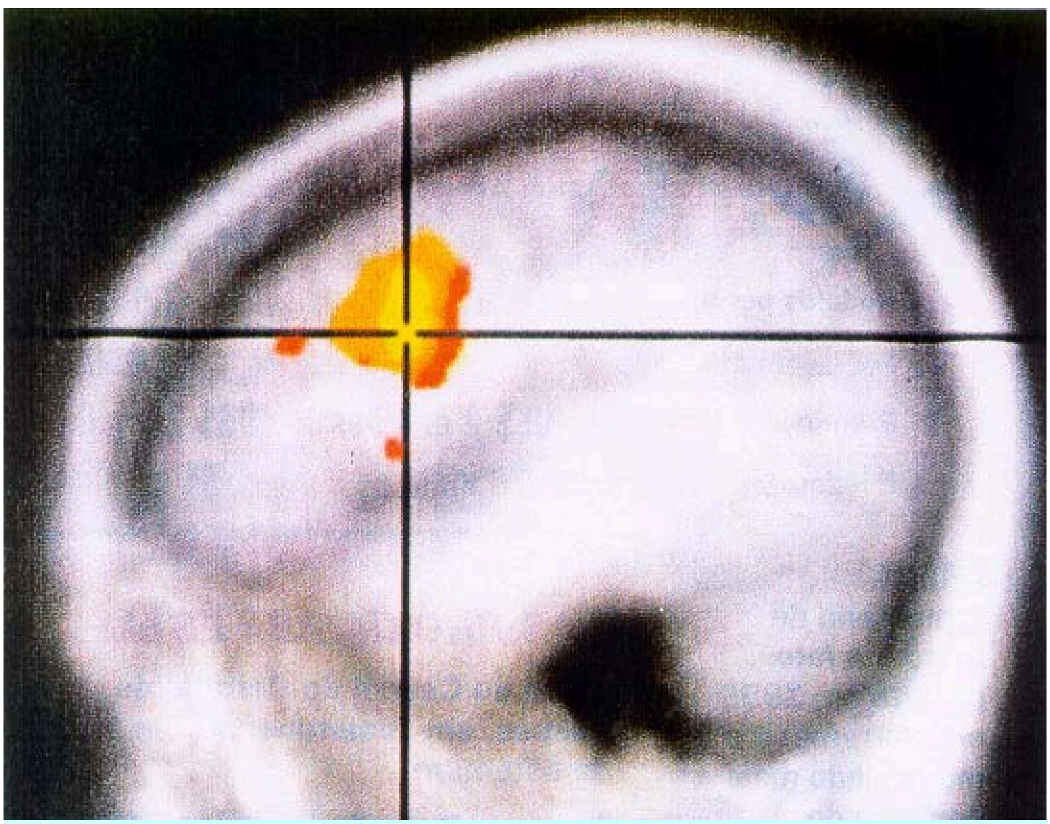
A Dra. Lúcia Willadino Braga, do Hospital Sarah Kubtschek, de Brasília, elaborou uma experiência para verificar se havia diferenças no raciocínio de pessoas alfabetizadas e das não alfabetizadas. A pergunta feita às pessoas que participaram do teste foi:

" Dez pessoas é muito, pouco, ou o bastante para entrar num fusca?"

Os dois grupos responderam: é muito.

Foram analisadas, "a posteriori", as imagens obtidas e temos :

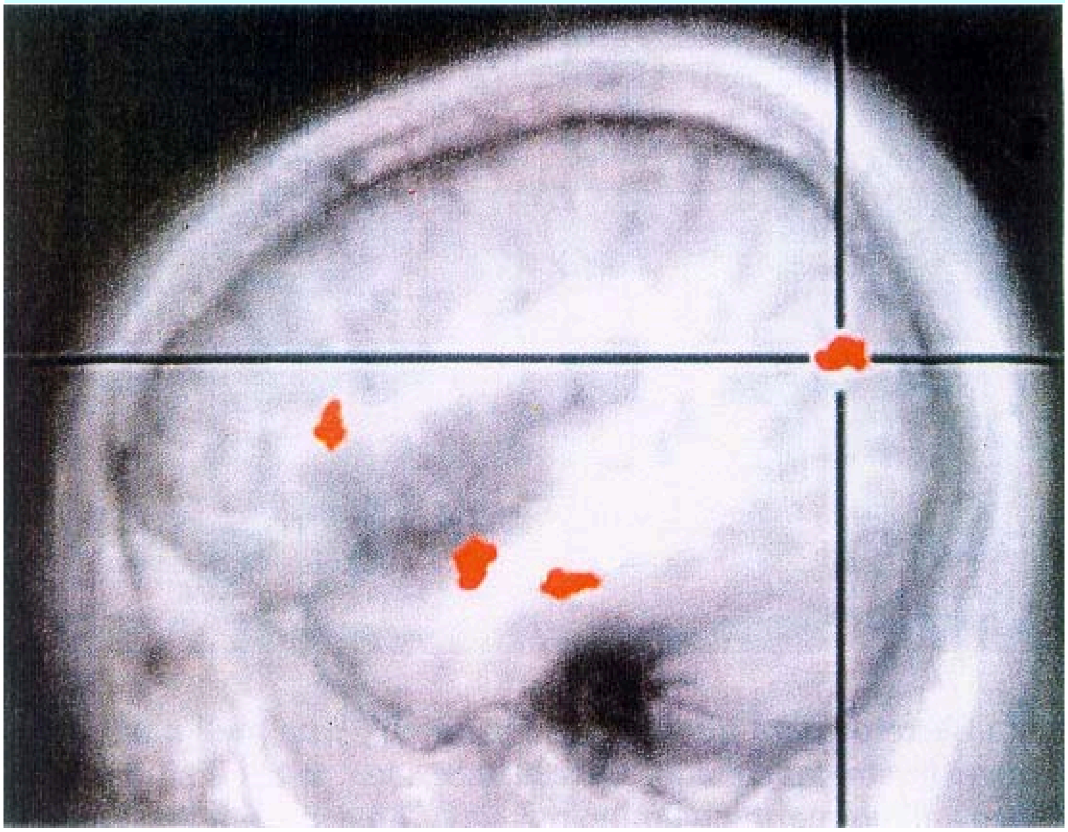
Imagem do alfabetizado:



Alfabetizado A imagem registrada pelo equipamento de ressonância magnética indica que uma considerável região do lado esquerdo do cérebro foi acionada para responder a uma pergunta considerada simples.

Imagem do analfabeto:

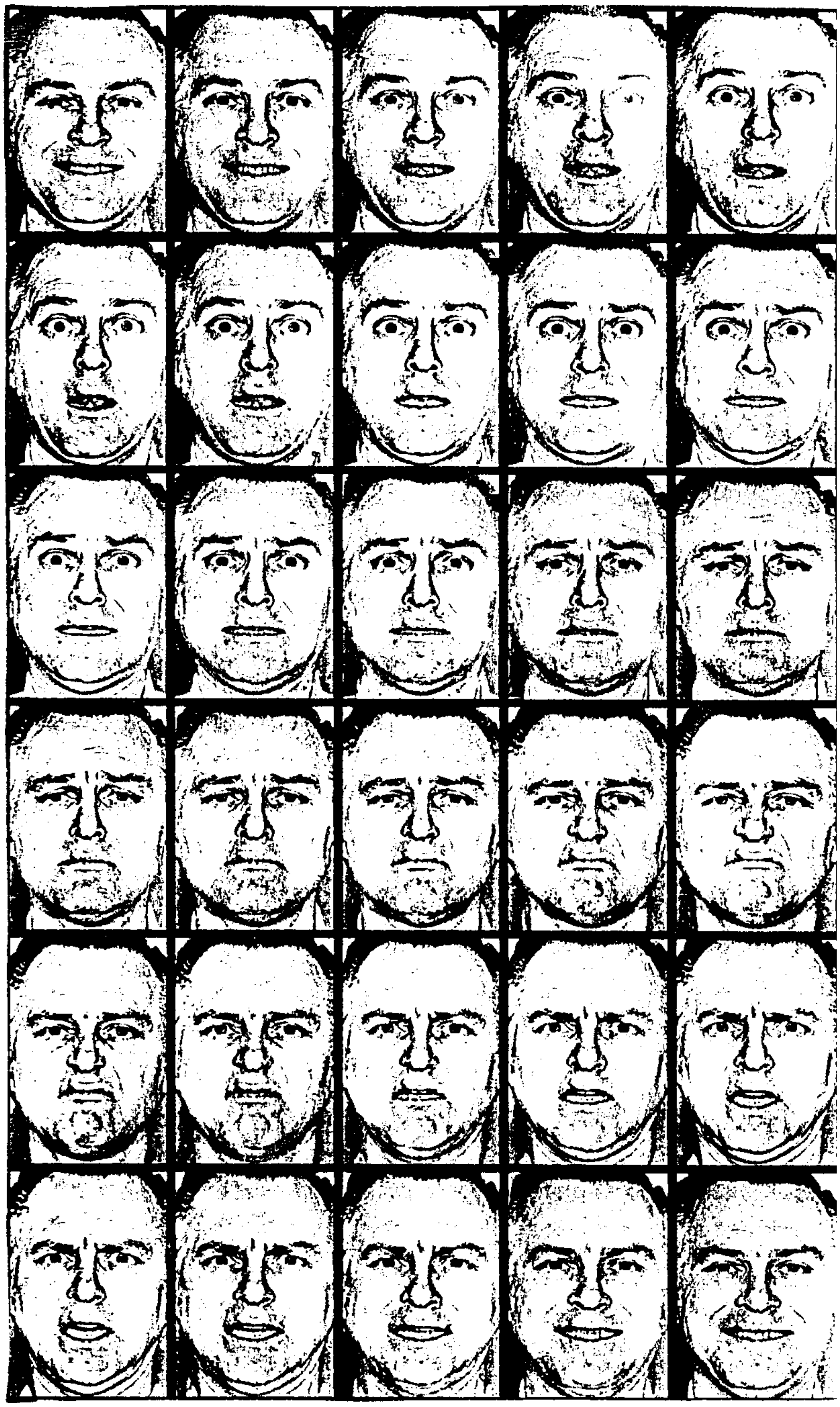
Analfabeto O cérebro dos que não aprenderam a ler teve várias regiões ativadas. Eles utilizaram o núcleo responsável pela visualização. Não conseguiram fazer abstrações na solução do problema.



(Comentário: a análise desta experiência e suas implicações para a nossa pesquisa é feita no presente texto, mais adiante.)

Imagens computadorizadas do cérebro

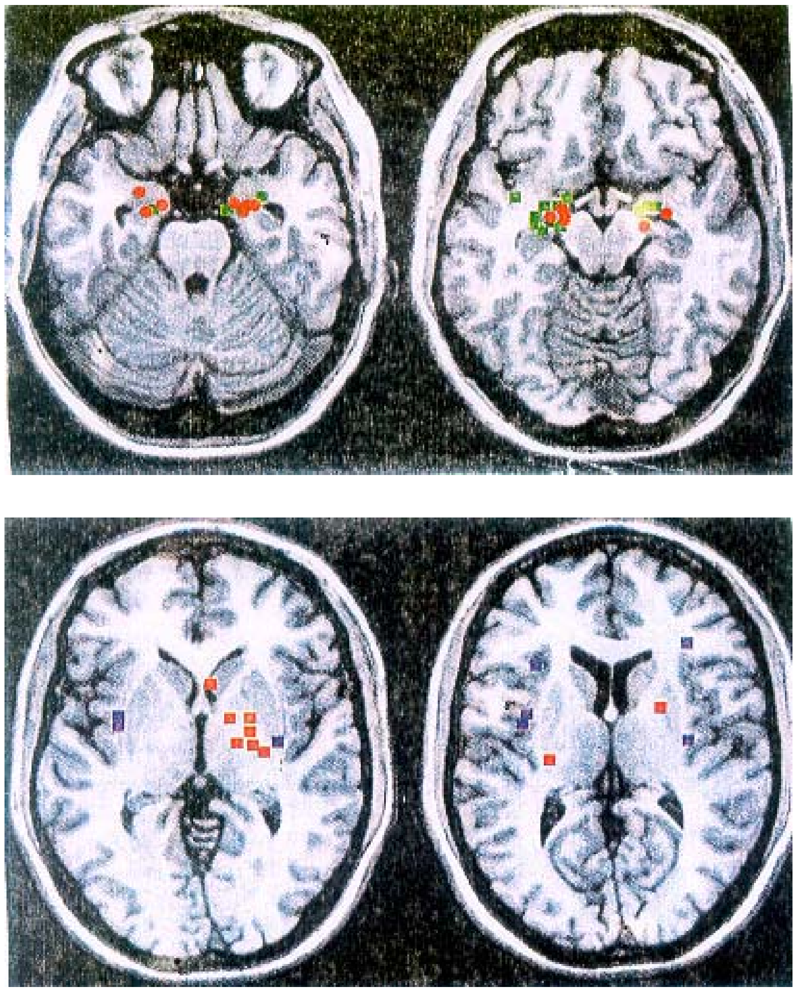
Figura 7 : Reconhecimento de imagens: faces apresentadas:



Fonte: Neuroscience Reviews, maio/01, p. : 355/359

Imagens computadorizadas do cérebro

Figura 8: Reconhecimento das faces apresentadas na figura 7:

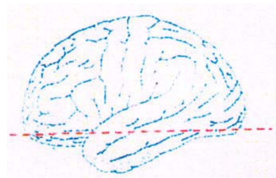


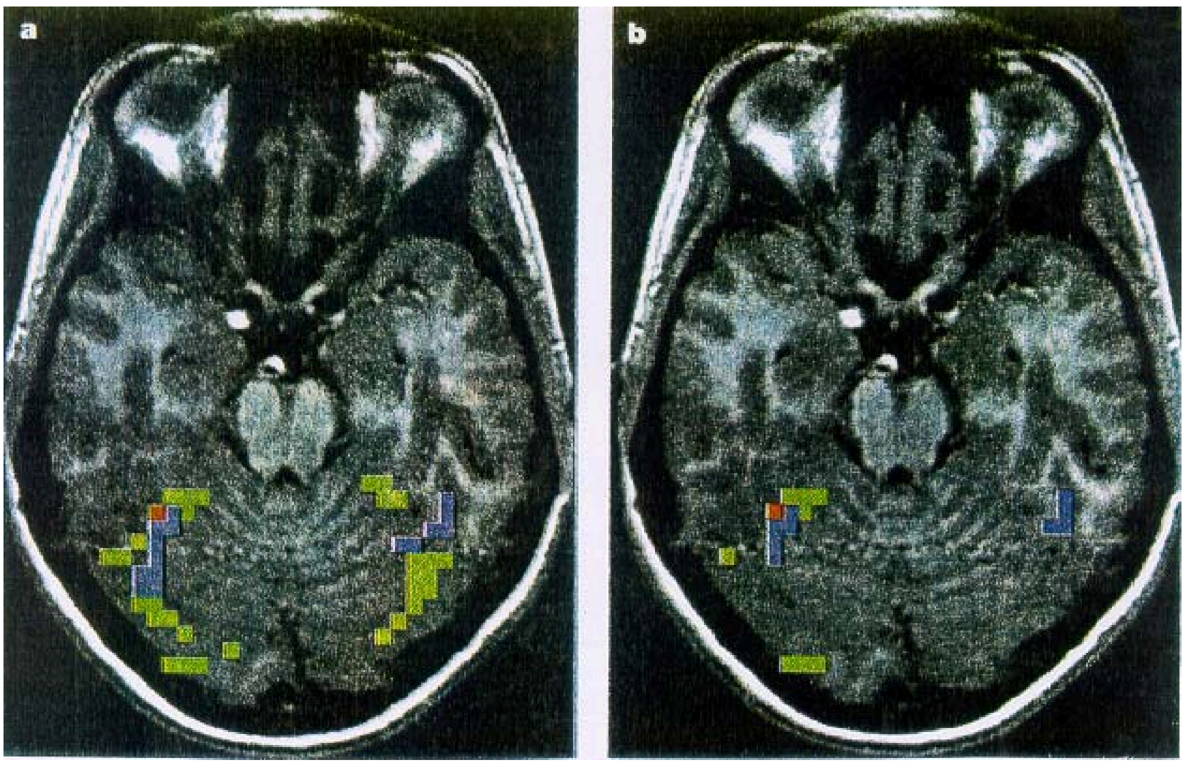
Imagens computadorizadas do cérebro

Figura 9: Arquivo de imagens: a imagem mostra que o cérebro humano registra, arquiva, as imagens dos objetos por categorias e em regiões diferentes.

Na imagem temos:

- A área verde = casas.
- A área azul = cadeira.
- A área vermelha = faces.





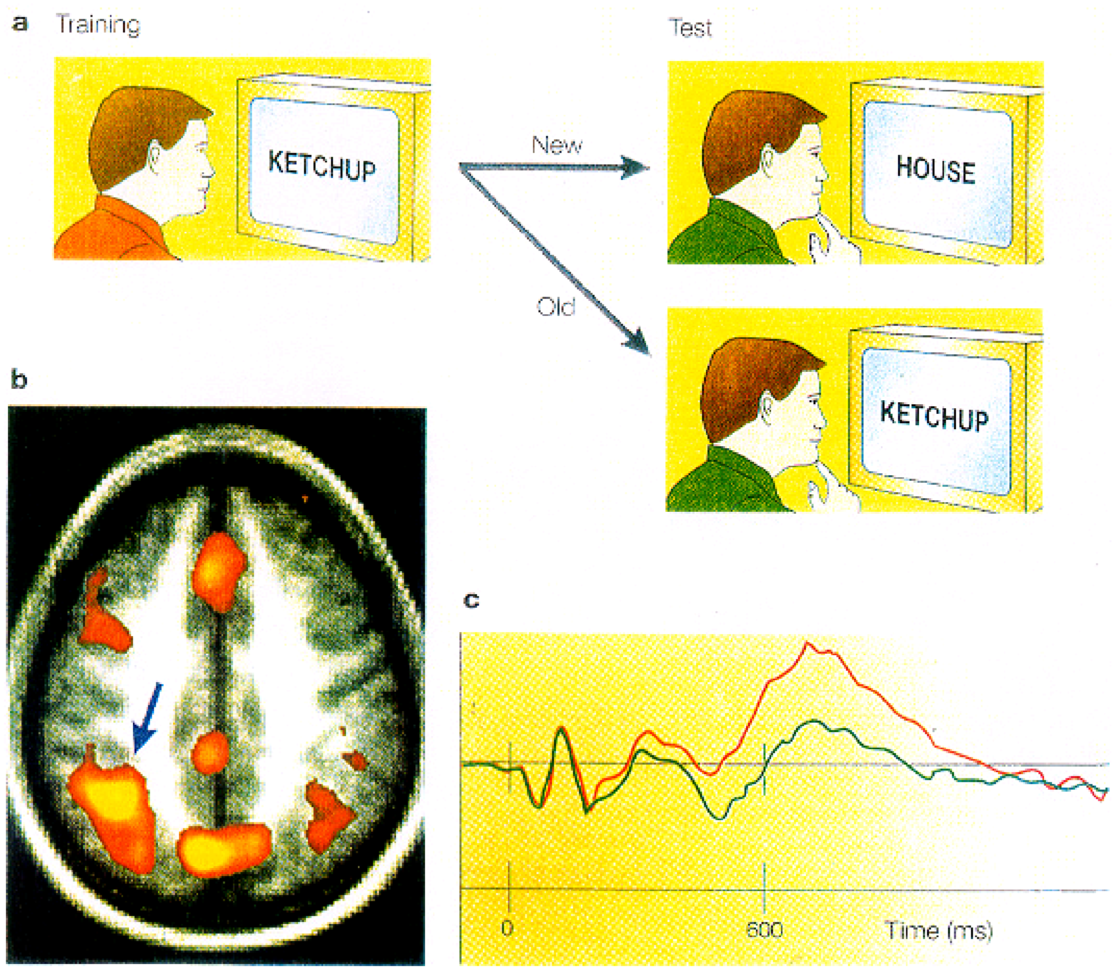
Fonte: *Neuroscience Reviews* - jan./02, p. :46

Comentário: uma das características da estrutura do cérebro humano é que ele organiza as imagens sensórias em classes (**memórias de segunda ordem)** e as arquiva em regiões bem definidas.

Imagens computadorizadas do cérebro

Figura 10: Arquivo de palavras.

A imagem mostra a correlação entre os arquivos de palavras já conhecidas e de palavras novas. Quando o indivíduo reconhece a palavra, no caso Ketchup, a área correspondente ao arquivo da mesma é mais ativada que as demais.



Fonte: *Neuroscience Reviews* , set. /01, p. 627

2.3 - O sistema nervoso do ser humano:

2.3.1- O sistema nervoso:

O ser humano divide-se fundamentalmente em diversos sistemas, interconexões e ordenamento de células. O sistema nervoso é o que nos interessa pois não é objetivo, desta pesquisa, o estudo do corpo humano no seu todo.

Daremos especial atenção a:

a) as células nervosas e suas ligações ou sinapses,

b) aos receptores, órgãos sensórios, que permitem, ao homem, relacionar-se com as demais partes do Universo.

c) o cérebro, ou melhor, a estrutura do cérebro, suas memórias e seus centros.

O tecido nervoso acha-se distribuído pelo organismo, interligando-se e formando uma rede de comunicação que constitui o sistema nervoso.

A rede de comunicação possui uma estrutura definida pelas ligações, **sinapses**, de suas partes, os **neurônios**, e regiões, (que mostraremos) e tem íntima ligação com as estruturas da Matemática.

Anatomicamente, este sistema é dividido em: sistema nervoso central, formado pelo encéfalo, cérebro e medula espinhal, e o sistema nervoso periférico.

O tecido nervoso é constituído basicamente pelos neurônios e vários tipos de células de glia, que dão sustentação aos mesmos.

Os neurônios são células ditas excitáveis e reagem prontamente aos estímulos e a modificações do potencial, e podem restringir-se ao local do estímulo ou propagar-se ao restante da célula através da membrana.

Esta propagação constitui o que se denomina impulso nervoso, cuja função é transmitir informações a outros neurônios, a músculos ou glândulas.

Estudaremos, detalhadamente, o funcionamento do neurônio e como ele transmite suas informações, através de **sinapses** aos outros neurônios.

Quanto aos órgãos sensórios, estudaremos em detalhes o olho e o ouvido, que são os mais importantes para a área da educação.

Veremos como os estímulos energéticos (formas de energia) são transformados em correntes bioquímicas (elétricas) e como os neurônios e o cérebro trabalham com isso.

Quanto ao cérebro (encéfalo), nós o olharemos, analisaremos, em si, sua estrutura interna, e como as ciências transformam essas estruturas em formas de **representação**, dando origem às teorias do conhecimento.

A Matemática desponta como a representação formal da região racional do cérebro dos homens.

2.3.2 - Os neurônios: as células nervosas:

Os neurônios são células especiais, mas com todos os componentes e funções iguais às demais células. De uma maneira geral podemos dizer que os neurônios, através de seus prolongamentos, os axônios, formam circuitos, de maneira análoga aos circuitos elétricos e eletrônicos.

Os circuitos neuronais são combinações específicas de elementos que constituem sistemas de diversos tamanhos e complexidades. Na maioria das vezes trata-se da combinação de dois, ou mais circuitos, que interagem para executar uma função.

Muitos circuitos elementares comunicam-se em grau crescente de complexidade para executar funções mais intrincadas. Eles, os neurônios, se especializaram em receber, armazenar e transmitir impulsos nervosos e de se ligarem entre si formando redes.

Grupos de neurônios especializaram-se em transformar os diversos tipos de energia, que se relacionam com o corpo humano, transformando-as em impulsos nervosos, estes fazem parte dos órgãos sensoriais do corpo humano que serão estudados à parte.

Veremos, nesta seção, o neurônio em si e suas ligações, **sinapses**, que ocorrem no cérebro.

O cérebro humano possui cerca de 20 bilhões de neurônios (Homem = 20/23 bilhões e Mulher = 18/20 bilhões) e **cada um** pode ligar-se, através de **sinapses** até a 10.000 outros neurônios, gerando uma rede impressionante.

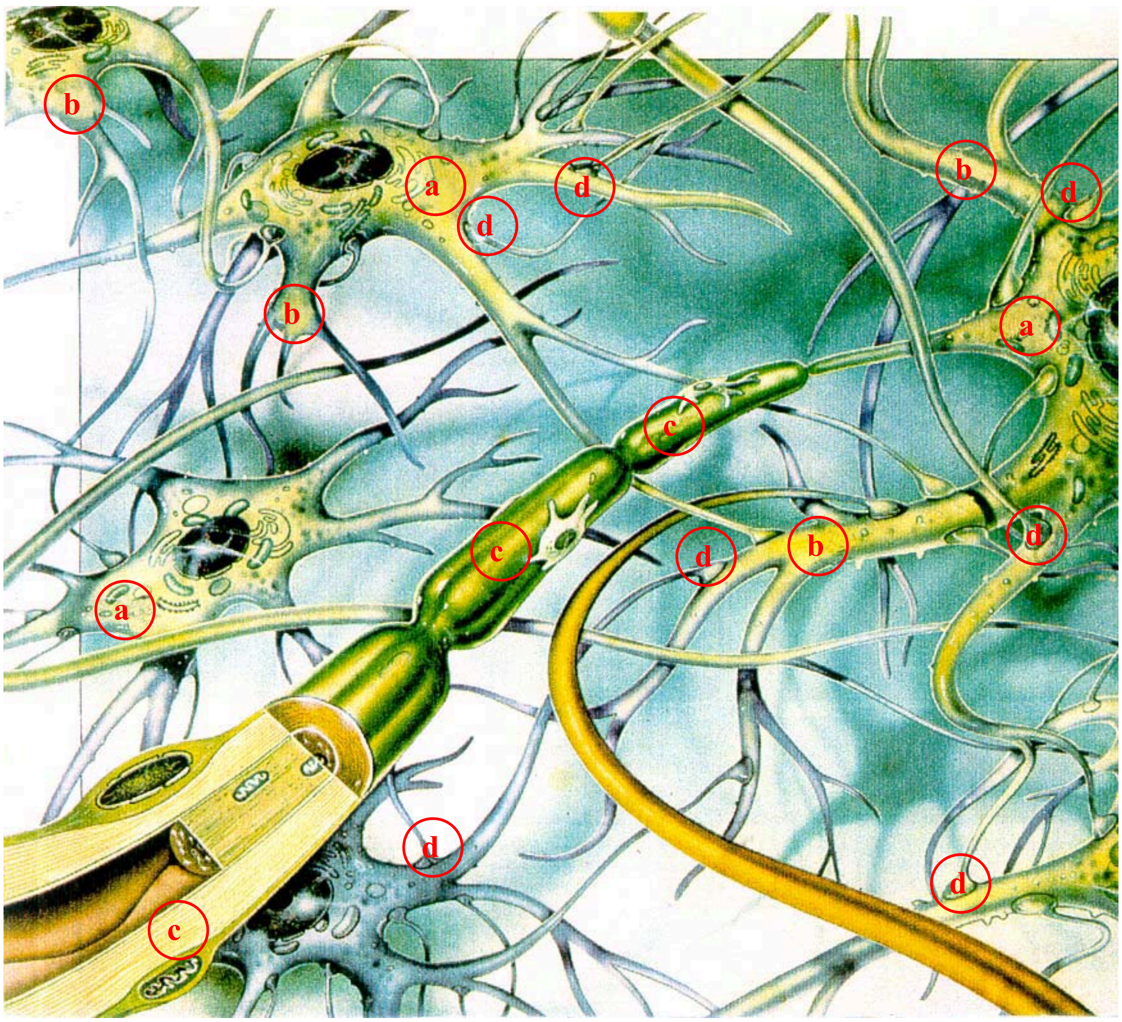
Por operar em paralelo, ou seja várias funções ao mesmo tempo, o cérebro humano pode acionar cerca de **10 quatrilhões** de interconexões por segundo.

Na organização dos neurônios observamos que a lei geral de formar grupos, classes de elementos, "entes",(que geram um novo elemento), "ente", também ocorre pois os neurônios reunem-se em grupos para executar uma função, e várias funções são agrupadas em regiões ou áreas do cérebro. Cada uma delas funcionando como um "ente" individual.

As figuras seguintes, sobre os neurônios, são da *Revista Cérebro e Mente*, do Núcleo de Informática Biomédica da UNICAMP, e se o leitor desejar mais detalhes use o site: www.epul.org.br.

Figura 11: Representação esquemática dos neurônios e suas ligações:

Os neurônios possuem 4 regiões bem distintas: a) corpo celular b) dendritos c) axônio d) terminais pré-sinápticos.

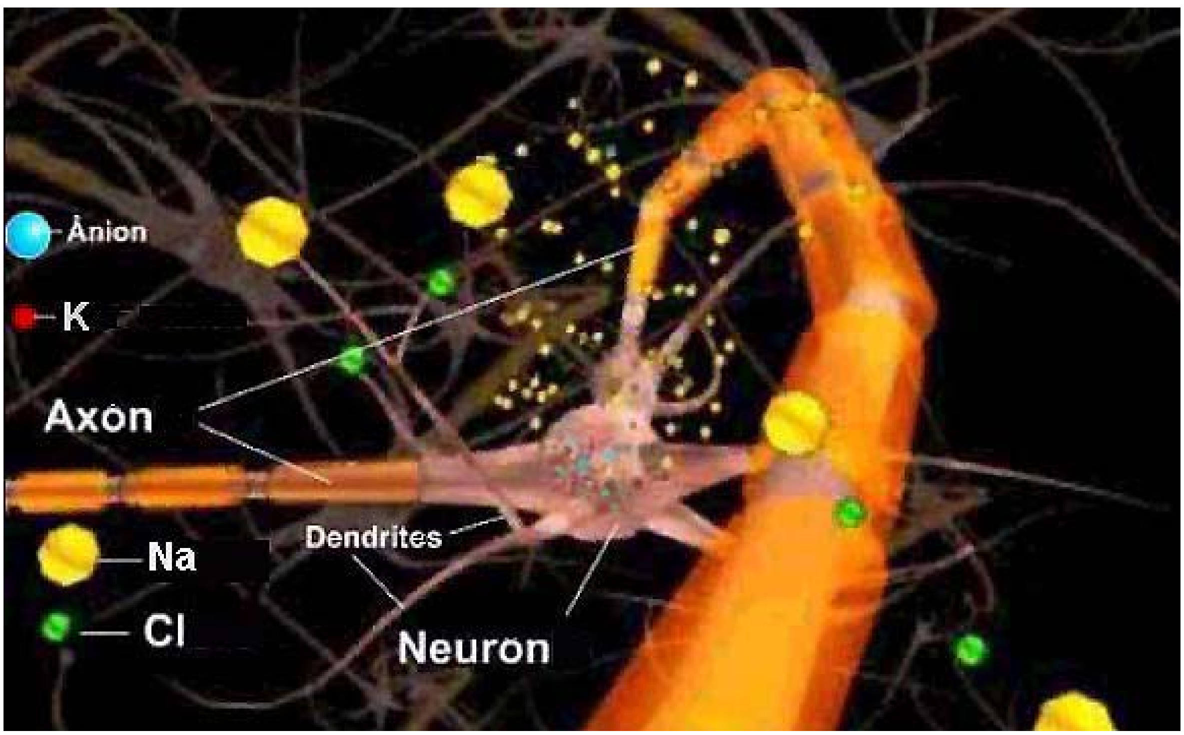


a) **O corpo celular** exerce as funções normais das células e armazena aminoácidos que podem ser a representação biológica das informações (estímulos**)** que o neurônio recebe. (Vide figuras 11/12.)

Sabemos, desde meados do século XX, que as memórias **são bioquímicas** e que as células nervosas podem transferir essas informações a outras células através das **sinapses**. Elas, as memórias, também podem ser transferidas de um ser para outro conforme inúmeras experiências feitas com ratos, desde meados do século XX, por biólogos e psicólogos.

b) **Os dendritos** são prolongamentos do corpo celular, parecidos com uma árvore, que se ligam aos outros neurônios, através das **sinapses**, com o axônio. (Vide figuras 11/12.)

Figura 12: Ligação entre um dendrito e um neurônio.



c) **O axônio** recebe os sinais, através dos dendritos, impulsos elétricos e os conduz aos outros neurônios. Temos axônios de poucos centímetros, até alguns bem longos da medula espinhal.

A corrente elétrica, bioquímica, caminha pelo axônio a uma velocidade média de $25^{m}/s$. Esta corrente é composta de ions sódio, cloro e potássio.

Os neurônios possuem uma camada de células gliais, chamada de bainha de mielina, cuja função é isolar os processos eletroquímicos que ocorrem no axônio.

A direção normal do impulso elétrico é do corpo celular para o axônio.

Essa corrente bioquímica é produzida pelo potencial de ação que é gerado pelos estímulos recebidos pelo axônio

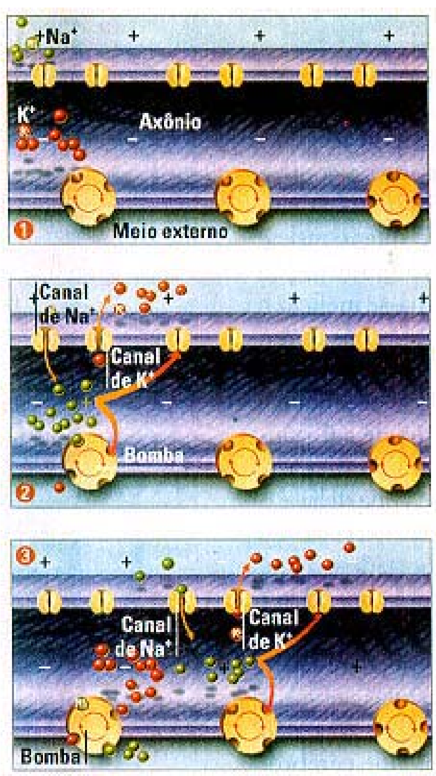
Se o potencial de ação atingir um certo valor, que é denominado de **Potencial Liminar**, não há volta, o processo **não pode** ser interrompido, e ocorre uma rápida inversão de polarização da membrana, ocorre o **impulso bioquímico**.

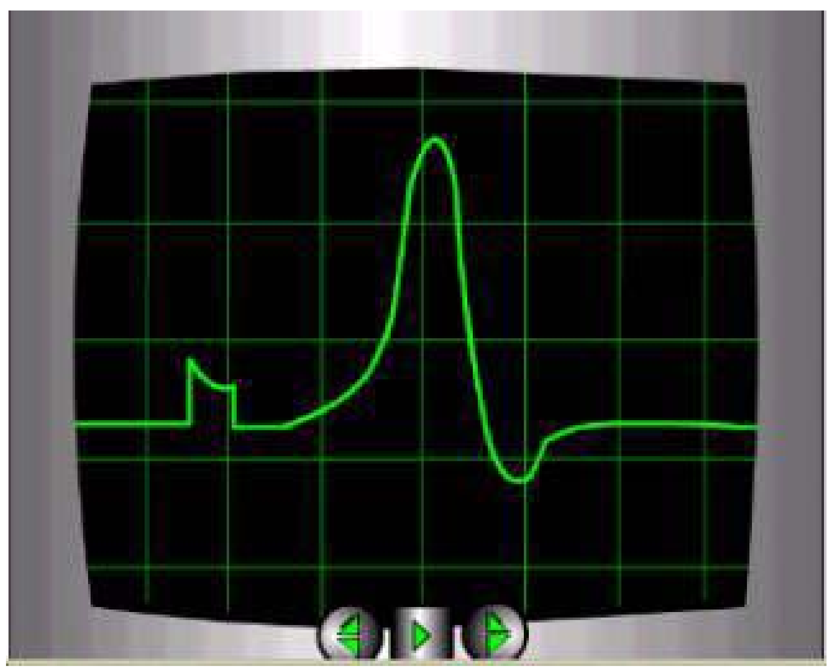
O potencial de ação segue o esquema:

repouso: - 70mv ↗ 0mv ↗ 30mv ↘ -70mv

O tempo em que ocorre a descarga elétrica é de um milissegundo = 1ms.

Figura 13/14 : O impulso bioelétrico e o potencial de ação num osciloscópio.





Este impulso é do tipo “ou tudo ou nada", ou “passa corrente” ou “não passa corrente**”.**

Este fato é de suma importância para o nosso trabalho, pois podemos relacioná-lo com:

a) ao pertence ($\in$), não pertence ($\notin$) das relações de pertinência.

b) ao **0, 1** das álgebras binárias.

c) ao verdadeiro (**V**), falso **(F**) das proposições da lógica matemática.

d) aos conectivos (conjunções) **e**, **ou**, da linguagem.

e) ao, **ligado**, **desligado** dos circuitos elétricos.

f) às **portas lógicas** dos circuitos digitais.

Mostraremos, nos capítulos seguintes, que esta propriedade dos neurônios é que gera várias relações na Matemática, na Informática e na Lógica.

2.3.3. As sinapses:

As transmissões, ligações entre dois neurônios, são feitas entre os dendritos e os axônios, através das **sinapses.**

Em média cada neurônio apresenta 1.000 terminações sinápticas chegando até 10.000 em alguns casos.

As sinapses ocorrem por meio de uma corrente química pelos neurotransmissores, as terminações das células pré-sinápticas são geralmente alargadas, formando os botões sinápticos.

Sua aparência dá a impressão de que a transmissão é feita em forma de uma matriz.

Os neurotransmissores são de dois tipos:

a) excitatórios:	**dopamina, acetilcolina, serotomina e outros**
b) inibitórios:	**ácido gama-aminobutírico e outros**

O estudo das **sinapses** é de suma importância para o nosso trabalho, pois elas estão intimamente associadas à formação das **memórias** e ao **aprendizado**, conhecimentos.

Os cientistas Arvid Carlson (Suécia), Paul Greengard e Erik Kendel dos EUA receberam o prêmio Nobel de Medicina de 2000 pela descoberta de que a dopamina é um neurotransmissor responsável pela comunicação entre as células e pela **formação das memórias de curto e longo prazo**.

Do exposto podemos dizer:

OCORRE SINAPSE ⟶ TEM CONHECIMENTO

NÃO OCORRE SINAPSE ⟶ NÃO TEM CONHECIMENTO

Figura 15: Desenho esquemático de uma sinapse:

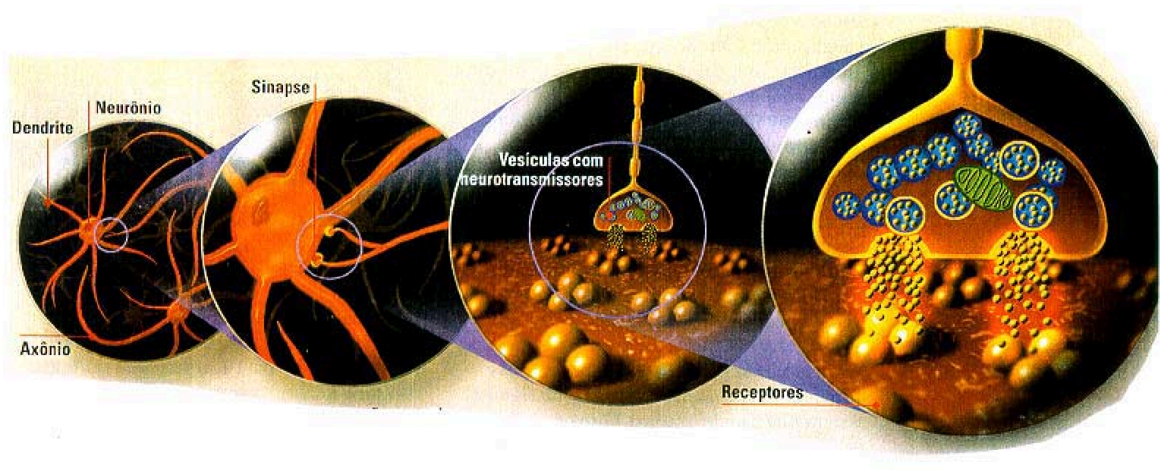
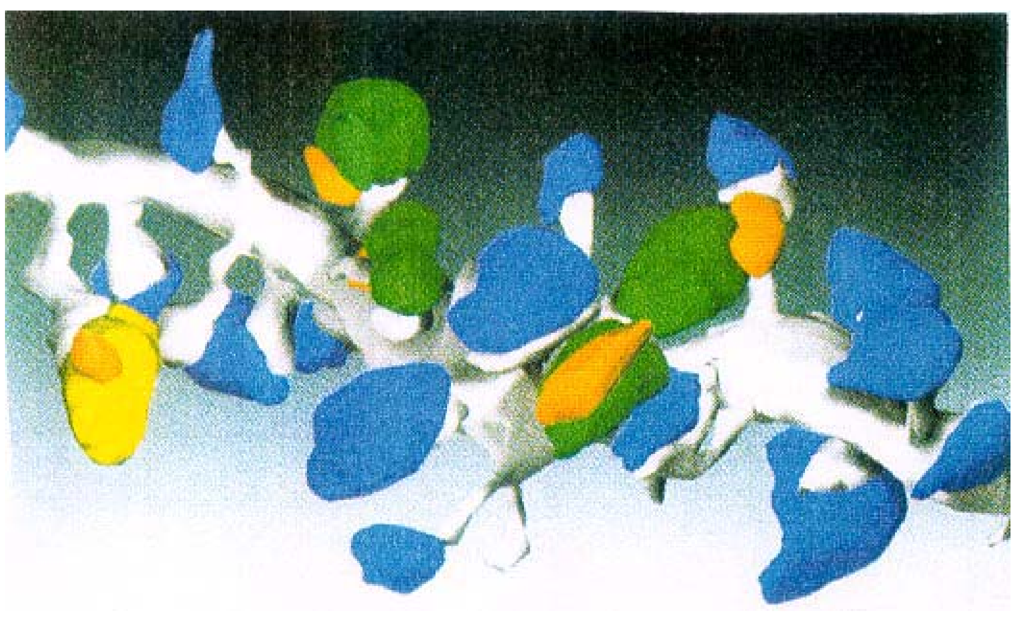


Figura 16: Reconstrução em 3D de um axônio com sinapses : as ligações em azul são excitatórias, e as em verde são inibitórias.(Foto da Neuroscience de 05/2001)



Veremos agora uma série de artigos bem atuais sobre **sinapses**.

Na *Nature –Neurosciênce* de março de 2000 (p. 205), o neurofisiologista Joé Tsien, da Universidade de Princeton (EUA), mostrou que com um **aumento de estímulos**, o hipocampo consegue formar **mais sinapses**, gerando ratos com melhores desempenho nos testes de **memória** e **aprendizado.**

Da mesma forma cientistas da Universidade de Northwestern inseriram um gene, **GAP-43,** a mais em ratos. Este gene comanda a produção da proteína que estimula a formação das **sinapses**.

Mostrando que as sinapses estão associadas, de alguma forma, ao aprendizado e às memórias

Observe o desenho abaixo:

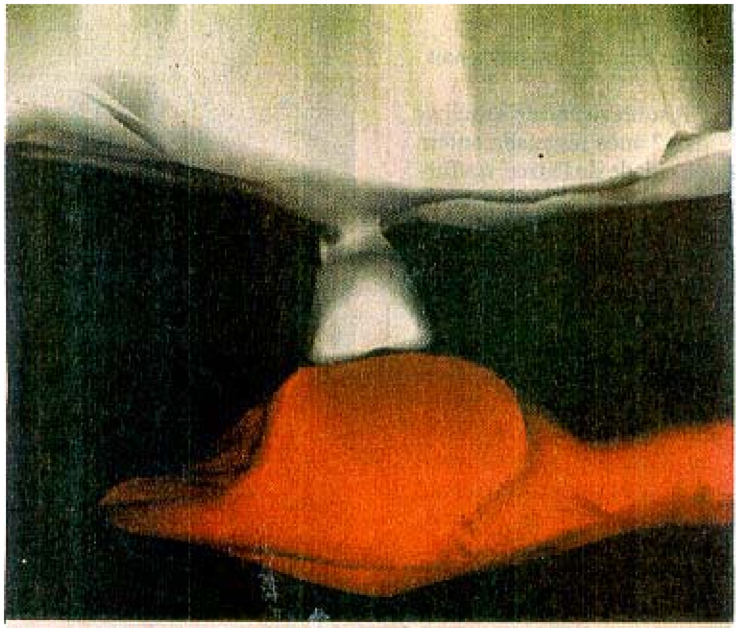
Figura 17: Relação entre gene e conexões entre neurônios:

Fonte: proceedings of the *National Academy of Science*, 20 jun./ 00

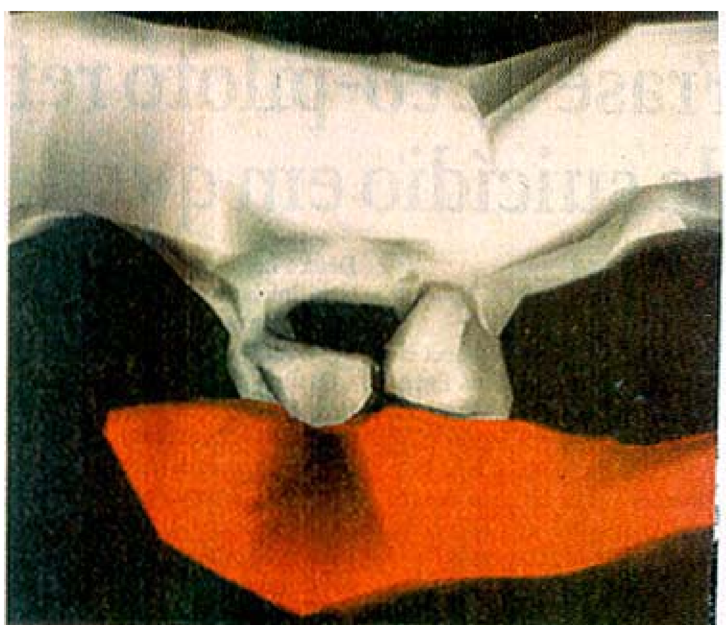
A Dra. Dominique Miller, da Universidade de Genebra, apresentou, num trabalho inédito, publicado na *Nature* de 25/11/99, a **criação** de sinapses entre **dois neurônios** mediante estímulos apropriados.

A figura abaixo é uma ampliação da do artigo.

Figura 18: Criação de sinapses:



Duas terminações de células nervosas, com só uma conexão,...



...são estimuladas e desenvolvem um outro ponto de contato

A neurofisiologista Eleanor Maguire, da College University de Londres, em artigo publicado na Folha de São Paulo, de 15/03/00 mostrou que os taxistas de Londres apresentam um aumento de **sinápses** na região do hipocampo com o passar do tempo na profissão.

Segundo Maguire, o cérebro varia fisicamente em função de como ele é usado.
Obs: Cada milímetro cúbico do córtex cerebral possui cerca de 10^5 (100.000) neurônios e 10^9 (1.000.000.000) conexões sinápticas.

"No nascimento o cérebro funciona com um número de **sinápses** relativamente pequeno; por volta dos 3 anos**,** o crescimento dos dendritos atinge o auge transformando o cérebro numa "selva" densa de conexões.

Esse é o ápice da capacidade infantil de aprendizado.

À medida que a criança cresce, para diminuir o esforço de manutenção, o cérebro passa a eliminar as conexões que não são utilizadas.

As **conexões representam aprendizado, conhecimento e são representadas pelas sinapses.**

A base neurológica para a Matemática e Lógica forma-se até os quatro anos de idade**.**

O maior potencial de aprendizado das crianças ocorre dos 2 aos 10 anos de idade, mas a mentalidade nas escolas é que até os 6 anos elas devem brincar." (Chugani-1998). (O grifo é nosso).

Isso é um desperdício, afirma Harry Chugani neurologista da Universidade de Michigan, que defende que as pré-escolas e escolas fundamentais revejam todo o seu currículo.

Concordamos plenamente com Chugani e esperamos que a nossa pesquisa sirva de base para novos conteúdos programáticos e estruturas escolares.

Uma grande preocupação que temos é:

Sendo a aquisição de conhecimentos e habilidades dependente da formação ou não das sinapses que irão gerar os diversos tipos de memórias e de estruturas do cérebro, a formação de sinapses através de estímulos errados, informações erradas, aprendizado errado, ou incompletos, irá gerar um obstáculo, físico, para o aprendizado correto. É muito difícil desfazer as sinápses erradas.

Nesses casos, devemos ter o conhecimento de como foi feita a ligação errada, para criar uma nova, correta, paralela à já existente e estimular o cérebro a usar o novo caminho. Os franceses têm uma frase que representa bem este problema:

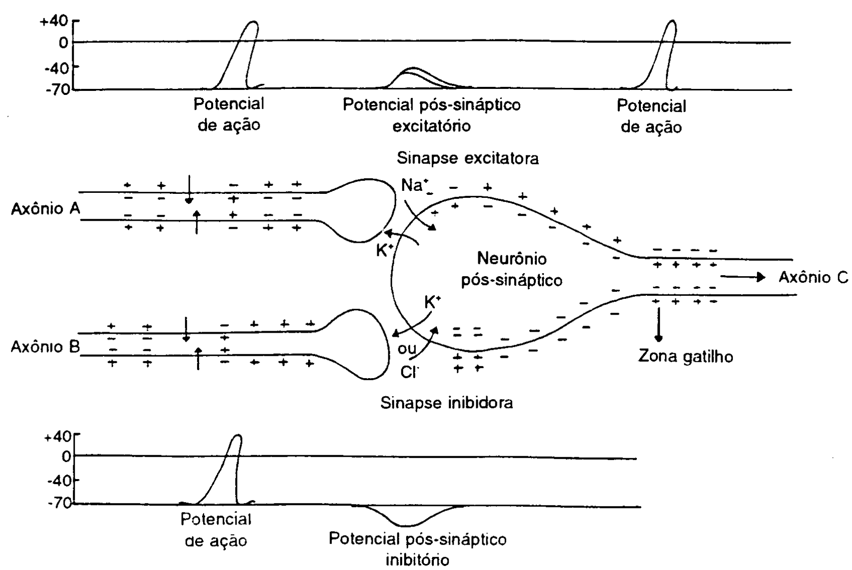
"O conhecimento é um obstáculo ao conhecimento"

Um dos objetivos de nosso trabalho é dar subsídios para os mestres que, sabendo como o cérebro humano funciona, poderão ter uma relação ensino-aprendizagem mais natural, usando as leis que regem o funcionamento do cérebro.

2.3.4. Relação entre neurônios:

Os neurônios recebem "estímulos" dos outros neurônios através dos dendritos. Os estímulos dos outros neurônios são sempre correntes bioquímicas de neurotransmissores (excitatórios e/ou inibitórios) como já visto anteriormente, que são transferidos através das **sinapses**.

Figura 19: Relação entre neurônios:



Os estímulos recebidos irão gerar um aumento ou diminuição do potencial de ação e determinar se o neurônio atinge o potencial liminar e disparar a sua corrente bioquímica.

O que devemos observar é que em cada sinapse sempre temos duas opções, ou há estímulo ou não há estímulo.

Temos dois tipos de estímulos:

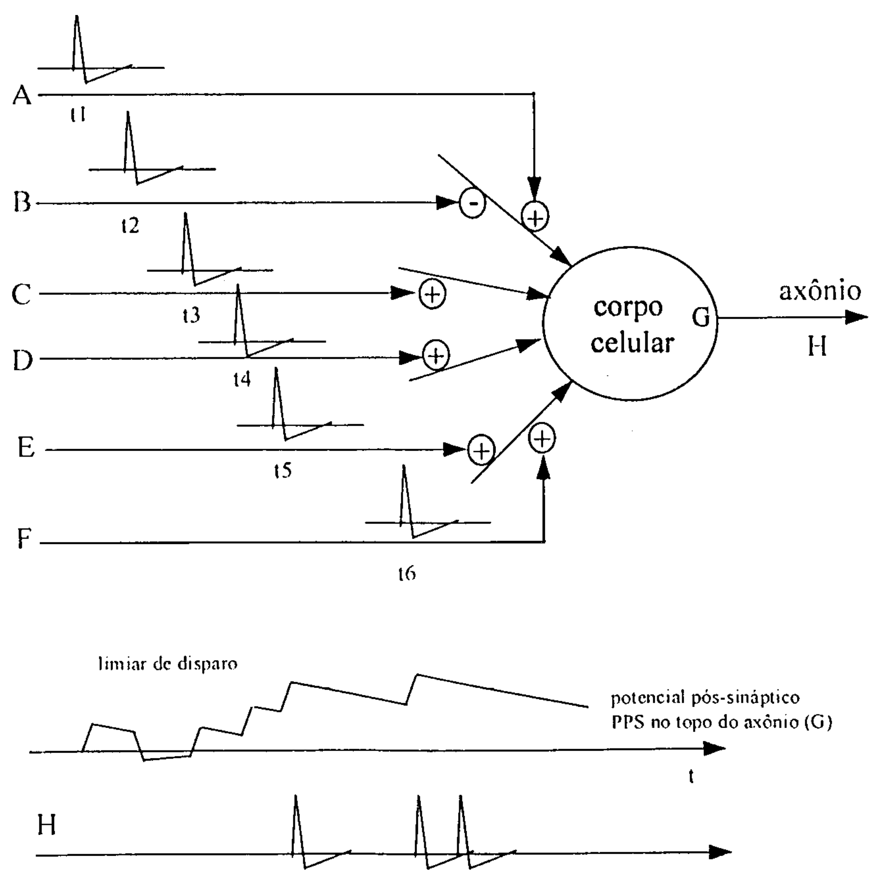
a) **soma espacial**: quando existem dois potenciais próximos fisicamente. Neste caso ocorre **soma** de amplitudes.

b) **soma temporal:** quando existem dois potenciais que ocorrem num mesmo ponto, separados **temporalmente** (instantes distintos). Neste caso pode ocorrer soma ou subtração dos estímulos.

O conjunto de sinapses, (espacial, temporal) que ocorre num neurônio é chamado de integração espacial-temporal e é semelhante a um código de barras e é esse código que irá determinar se o neurônio dispara ou não.

Cada neurônio faz uma somatória de todos os estímulos.

Figura 20 : Esquema de ligação de vários neurônios com um neurônio,



Se houver repetições dos estímulos **(** Skinner -1976**)** as sinapses tornam-se mais eficientes, ficam mais **ligadas** e a **quantidade** de neurotransmissores aumentará.

Não havendo estímulos, as sinapses se enfraquecem e, na maioria dos casos, são eliminadas. Neste caso as informações associadas às mesmas se perderão, não existirão.

O alunado chama isto de "deu branco".

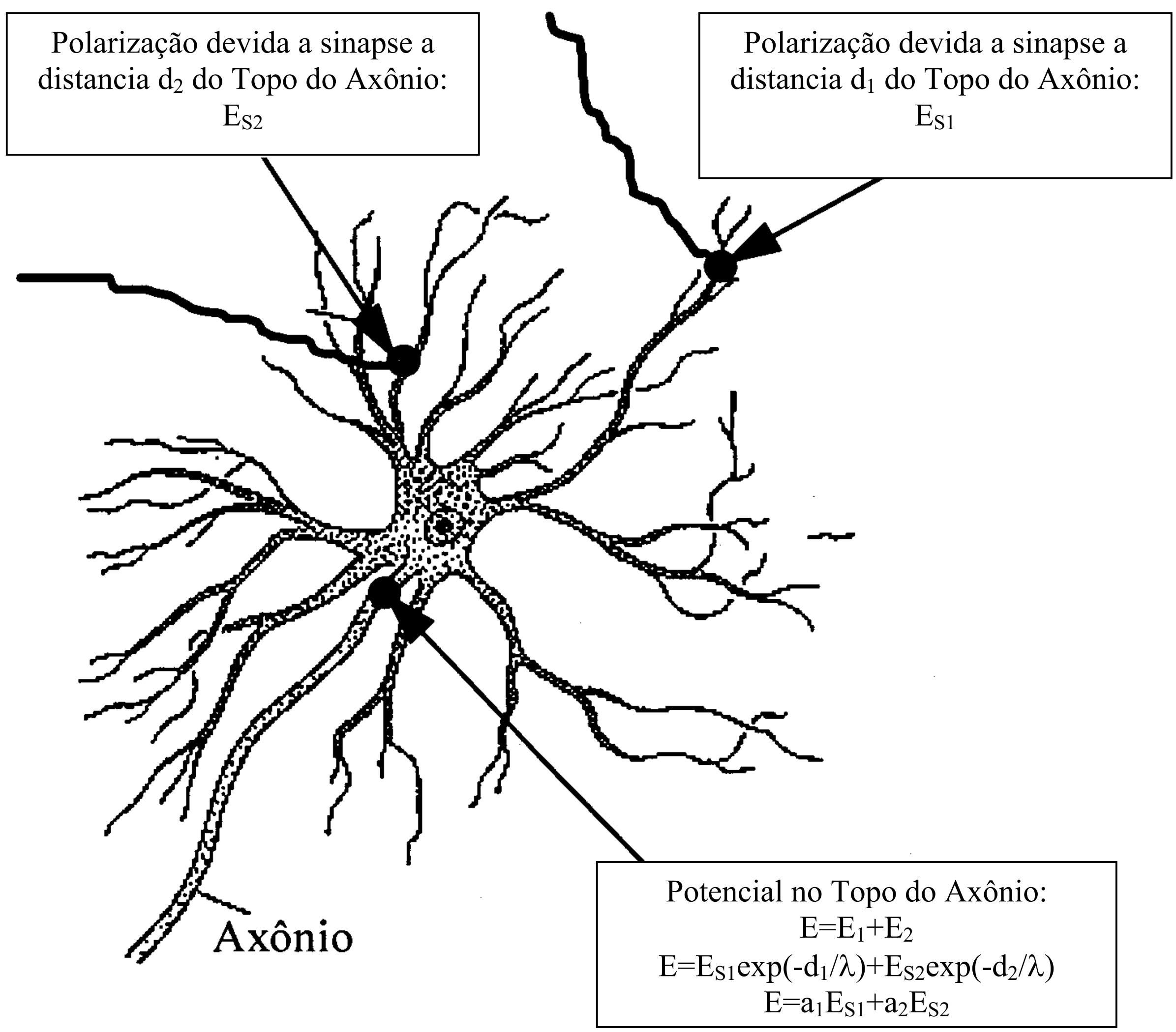
Por exemplo, vamos imaginar que uma **sinapse** de uma criança coordene o evento "**2+2=4"** e outra **"2+2=5".**

Toda vez que houver sucesso no "2+2=4", a **sinapse** que executa essa conjunção se reforçará e a que coordena "2+2=5" se enfraquecerá e desaparecerá.

"O cérebro categoriza os estímulos de acordo com a experiência passada e com as necessidades e desejos atuais". (Rosenfield, Israel –1994).

Vejamos um modelo de Kovács-1995 :

Figura 21: Integração espacial de estímulos:



Se tivermos n sinapses ligadas e gerando estímulos, teríamos:

$$E = \sum_{i=1}^{n} E_i$$

O princípio de integração temporal está baseado no fenômeno de armazenamento de carga, pela capacitância elétrica C da membrana pós-sináptica, sempre que a sinapse é ativada por um pulso nervoso.

Após a extinção do pulso, a carga armazenada é descarregada pela condutância transversal g da membrana, com uma constante de tempo:

$$\Im = \frac{c}{g}$$

A capacitância C da membrana é da ordem de 1 microfarad/cm^2.

A variação do potencial da membrana V(x,t) = E(x,t) − E_0 (E potencial da membrana), satisfaz a equação:

$$\frac{1}{R_1} \cdot \frac{d^2V}{dx^2}(x,t) = C.\frac{dV}{dt}(x,t) + V(x,t).(g_{na}(E) + g_k(E))$$

Resumindo as somas espaciais e temporais numa mesma expressão temos:

$f_T = g\ (\ \int_T \sum_i w_i\ (t)\ x_i\ (t)\ dt\ )$ onde

a) ft = freqüência total, b) g(v) = função de ativação do neurônio

c) w_i (t) = ganhos sinápticos d) x_i (t) = entrada de neurônios

“Embora neurônios singelos não tenham a capacidade de implementar todas as funções binárias (booleanas) **sempre existirá** alguma rede de múltiplos neurônios que implementará qualquer função binária.

Isto pode ser facilmente estabelecido observando-se que a função binária: f (x_1,x_2,...,x_n) de n variáveis pode ser escrita como sendo:

$$F(x_1, x_2, ..., x_n) = \bigcup_{k=1}^{2^n} \alpha k(\prod_{i=1}^{n} (\beta_i x_i \cup (1 - \beta_i) x_i^c)$$

onde:

$\bigcup$: representa a soma (união) binária.

$\prod$: representa o produto (intersecção) das 2^n combinações possíveis dos x_i e seus complementos x_i^c (Kovács-97)". (grifo nosso).

O que podemos inferir, de todo o estudo sobre as ligações entre neurônios, é que as interconexões estão num nível muito acima das relações binárias, sendo estas um caso particular e básico daquelas.

O sistema geral não é binário (0/1 ou V/F) e sim ternário, sendo **1** para estímulo excitatório, **-1** para o estímulo inibitório e **<u>0</u>** para o não estímulo, dependendo do neurotransmissor.

O sistema binário está associado às somas espaciais e, se tivermos uma estrutura somente com conexões deste tipo, teremos uma estrutura que estará intimamente ligada às estruturas do raciocínio lógico-matemático.

A soma binária corresponde à União de Conjuntos, ao conectivo e conjunção **<u>ou</u>** da lógica e linguagem, ao circuito digital (porta lógica) **<u>ou</u>** e a uma ligação elétrica em paralelo.

O produto binário corresponde à Intersecção de conjuntos, ao conectivo e conjunção **<u>e</u>** da lógica e linguagem, ao circuito digital (porta lógica) **e** , e a uma ligação elétrica em série.

O **"ou"** exclusivo, da lógica e da linguagem, é a diferença simétrica dos conjuntos e representa a adição do grupo $\mathbf{Z_2}$ e pode ser representado analogamente por 3 neurônios.

Desde a década de 50, Rosemblat, da Universidade de Cornell, já dizia: para casos simples como a implementação das funções **"e"** ou **"ou"** de duas variáveis **é** relativamente trivial escolher os ganhos **sinapticos** e o valor dos limiares.

Vemos então que pelos estímulos corretos ou estímulos do tipo lógico-matemático podemos gerar conexões, **sinapses** deste tipo, pois como já vimos o nosso cérebro pode ser estimulado nesse sentido.

Usando exercícios deste tipo poderemos aumentar a capacidade do raciocínio Lógico-Matemático e a velocidade das respostas lógicas, pois estaremos criando sinapses que chamaremos de lógicas.

Por outro lado, sabemos que as estruturas do raciocínio lógico e da linguagem são parte da capacidade total do cérebro humano, e que todo ser humano (normal) já nasce com condições de desenvolver essa capacidade.

O Homem é um ser biologicamente estruturado para ser racional, ou seja, possui capacidade biológica para desenvolver o raciocínio lógico-matemático e para produzir Matemática.

(J.P.C.) "A existência da **realidade** matemática está ligada ao pensamento do homem, ele mesmo produto da evolução das espécies".

(A.C) "A Matemática constitui uma **linguagem** e existem várias linguagens elementares ..... Talvez a Matemática constitui a "síntese apurada" de todas essas linguagens, uma espécie de linguagem universal" .

(J.P.C.) "Se os **objetos matemáticos** existissem no Universo de maneira intemporal, como imaginaram Pitágoras e Platão, deveríamos poder encontrá-los a todo momento.

Ora, a Matemática **evolui**, tanto em seu conteúdo, quanto na escrita e em sua simbologia.

Se fossem universais e tão independentes de nosso cérebro, por que evoluiriam?"

Os parágrafos anteriores são diálogos entre Alain Connes e Jean Pierre Changeaux no livro *Matéria e Pensamento*.(grifo nosso).

"A maioria dos matemáticos atuais, há várias gerações moldados pelo **formalismo**, acha-se em estado de bloqueio mental que lhes dificulta dispor de uma visão objetiva da Matemática, a tal ponto que chegam a considerar o construtivismo, um câncer que destruiria a matemática".(Calder,-1986). (grifo nosso).

Procuraremos mostrar, nos capítulos seguintes, que a álgebra binária (0,1), a lógica das proposições (V/F), a álgebra dos conjuntos ($\cup$, $\cap$), a álgebra dos circuitos digitais (portas lógicas) e a estrutura da linguagem são representações formais da estrutura lógica do cérebro.

São representações pictóricas do cérebro racional funcionando.

Se desde cedo (3 anos), ao interagirmos com nossas crianças, o fizermos estimulando o uso dessas estruturas de maneira correta e mostrando que podemos representá-las de várias maneiras, estaremos dando condições para que o aprendizado e o desenvolvimento do conhecimento da Matemática se faça em níveis nunca dantes alcançado. Basta gerar as sinápses corretas.

O nosso estudo ficará restrito às estruturas do raciocínio lógico matemático e a suas relações com as estruturas das memórias do cérebro e suas aplicações no ensino, principalmente no da Matemática.

Sabemos que o cérebro humano possui outras estruturas, tais como: o centro límbico, o centro ético, o centro da consciência, todos formando um todo, e que o conhecimento dessas interconexões ainda é incipiente e sua análise necessita de mais dados experimentais, para uma interpretação correta.

2.4 Os receptores sensoriais do corpo humano.

As interconexões do ser humano com o ambiente (meio em que vive), são feitas por meio dos chamados receptores sensitivos (sensórios), ou como usualmente são chamados de órgãos dos sentidos.

Estes receptores são tradutores, transformadores, que convertem as diversas formas de energia, com as quais o homem interage, em potenciais de ação, energia eletroquímica, nos neurônios, e cada ser vivo tem seus receptores adaptados ao meio em que vivem e, naturalmente, o homem segue a lei geral.

Os nossos receptores estão adaptados às interconexões que temos com o meio, caso tivéssemos receptores diferentes, a maneira de interagirmos com o meio seria diferente.

Se nossos olhos captassem a faixa do infravermelho, o "mundo visível" seria completamente diferente para nós.

Na realidade não conhecemos o universo, mas sim as interconexões que nós temos com ele.

O estudo dos receptores é importante porque eles transformam as diversas formas de energia com as quais o homem interage, em energia eletroquímica e esta é que, através das **sinapses** com as células do encéfalo, irá gerar os estímulos que serão transformados ou não em **memórias**, **informação**, **conhecimento.**

Os receptores sensórios é que geram as **memórias de curta duração** que são a base das memórias sensórias de longa duração, que chamaremos de **memórias de 1ª ordem** ou de **registros sensórios**, e estas são a base das informações ou conhecimento.

De uma maneira geral, os receptores são divididos em grupos, dependendo das energias que transformam. Entre eles temos:

Fotoceptores: são transformadores de luz; no homem, transformam luz na faixa de 400 mμ a 700 mμ de comprimento de onda, ou seja no espectro do vermelho ao violeta.

Estes fotoceptores, no homem, são responsáveis pela visão, seus órgãos específicos são os olhos e estão localizados na retina.

Mecanoceptores: são transformadores ativados por pressão ou variação de pressão; são divididos em três grandes grupos: os do tato (localizados na pele), os da audição e os vestibulares (equilíbrio).

Os mecanoceptores da audição são as células ciliadas e localizam-se no órgão de Corti, no ouvido. Destes o que mais nos interessará, é o da audição.

Quimioceptores: são os transformadores, que são ativados por reações químicas e são divididos em:

a) **olfato:** cujos receptores são as células olfativas localizadas no bulbo olfativo, na parte interna do nariz.

b) **gustação:** os receptores da gustação são os brotamentos gustativos e situam-se na língua.

c) **PO2 arterial:** são receptores estimulados pela pressão arterial e localizam-se nos corpos carotídeos e aortivos.

Termoceptores: medem a temperatura ambiente. Temos dois tipos de termoceptores os que reagem ao frio e os que reagem ao calor, e estão localizados na pele.

N**ociceptores:** são estimulados por extremos de pressão, que geram dor, e extremos de temperatura, estão localizados na pele.

Concluindo o ser humano interrelaciona-se com o meio por meio de receptores e todos transformam as energias, com as quais têm conexões, em correntes eletroquímicas através dos axônios (nervos) que irão gerar registros bioquímicos nas células nervosas do cérebro. Para **cada** receptor sensório temos, no cérebro humano, **uma região** que recebe os estímulos gerados por esses receptores.

Estas regiões são chamadas de centros de memórias sensórias de curta duração.

Eles são chamados assim porque, na realidade, as memórias são temporárias ou de transferência.

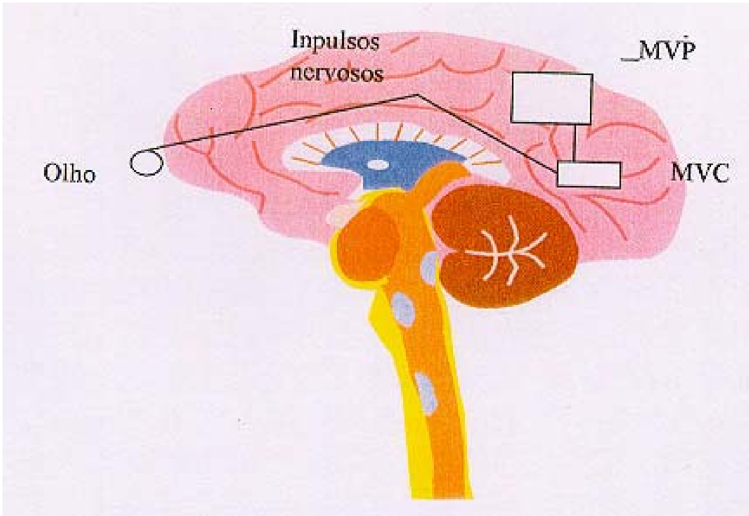
De todos os receptores, iremos ver com atenção e detalhes os receptores da visão e da audição, que são os mais importantes para o processo ensino-aprendizagem.

Como a estrutura de funcionamento dos receptores é idêntica, o que falarmos para a visão e audição servirão, por analogia, aos demais receptores.

2.4.1 - A visão:

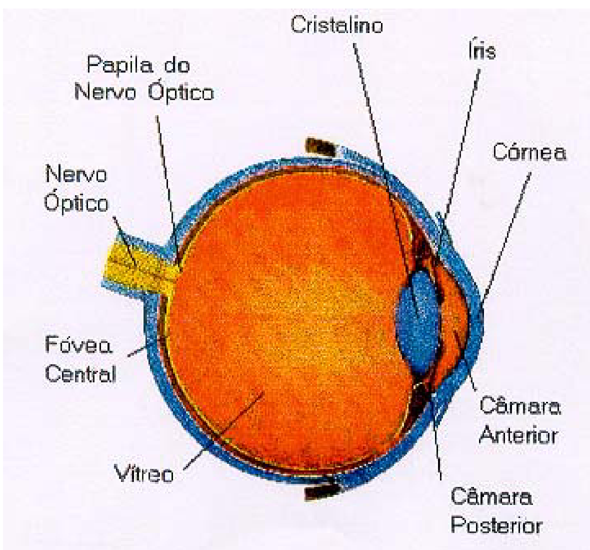
A visão é um sistema receptor sensório do organismo humano, composto substancialmente por : olho, nervo óptico, memória visual de curto prazo ou duração e memória visual de longo prazo ou permanente.

Figura 22 : Estrutura da visão.



O órgão responsável pela transformação da energia luminosa em impulsos nervosos é o olho. A transformação é feita na retina por fotoceptores chamados de cones e bastonetes, um só fóton pode ativar um bastonete, enquanto várias centenas de fótons são necessários para ativar um cone. Nos bastonetes temos a rodopsina e nos cones a iodopsina que são proteínas dotadas de um grupamento cromatóforo.

Figura 23 : O globo ocular



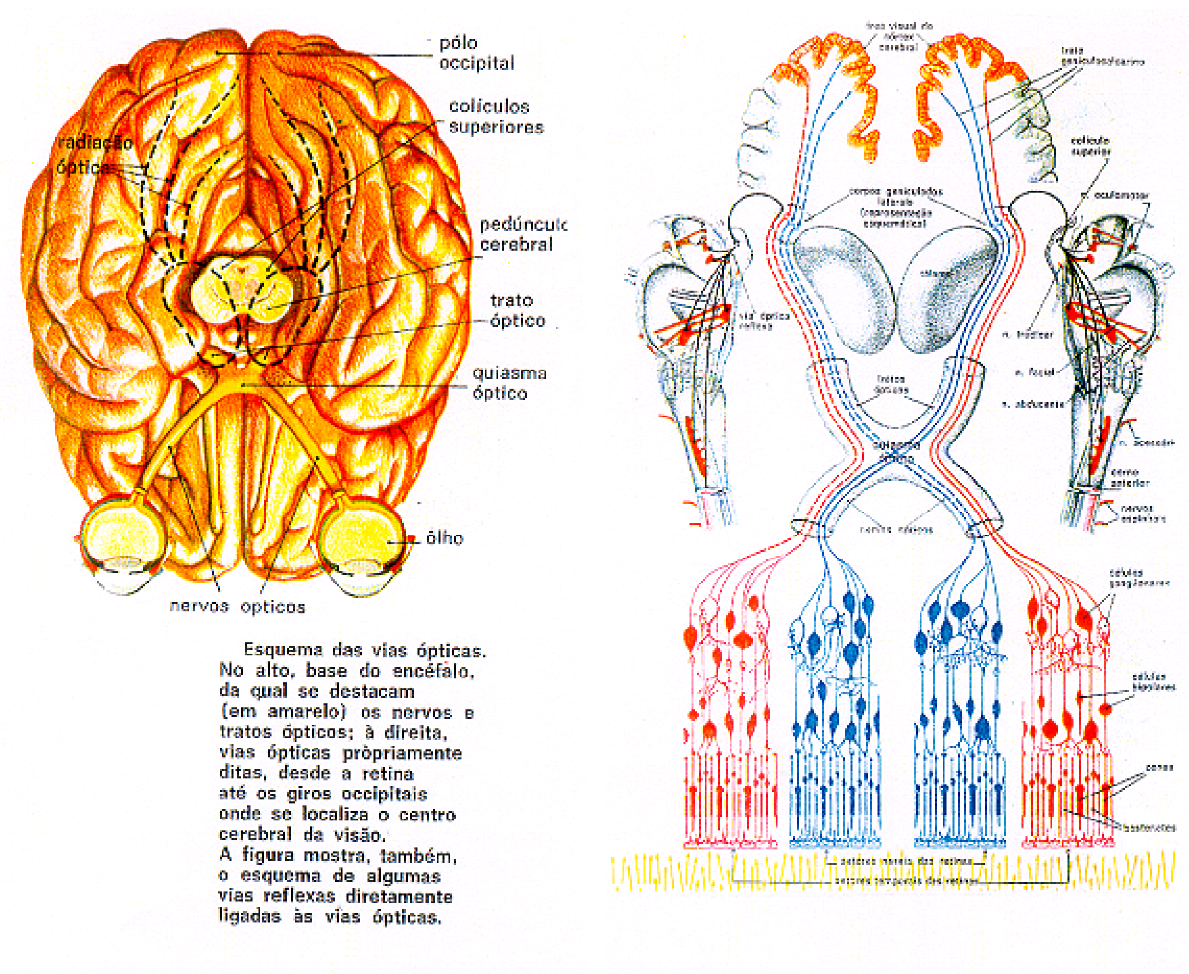
Estimuladas pela luz, essas substâncias desencadeiam um complexo de reações químicas que culminará com a despolarização da célula receptora, a ativação das células bipolares e ganglionares e o aparecimento de uma informação, no nervo óptico, sob a forma de **impulso nervoso**.

O nervo óptico é um tronco constituído de cerca de um milhão de axônios originários das células ganglionares da retina.

"A retina do olho humano, e de certos animais, é capaz de prever a trajetória de objetos em movimento, antecipando suas posições futuras e enviados ao cérebro antes que o objeto atinja determinada posição" (Nature-25/03/00).

A discriminação das cores, pelo olho, é feita em virtude de existirem três tipos de cones sensíveis aos comprimentos de luz azul, verde e vermelha, que combinados dão todo o espectro luminoso.

Figura 24: A foto-recepção do olho.



Em função da disposição das vias ópticas, a atividade resultante vai para o mesmo hemisfério cerebral, onde a superposição de campos visuais permite ao cérebro uma interpretação estereoscópica, com percepção de altura, largura e profundidade (3D).

Os registros visuais vão para uma região definida no córtex cerebral, chamada de centro visual de curta duração, e podem durar de alguns milissegundos até alguns minutos e automaticamente são desmanchados.

Se o estímulo visual despertar nossa atenção, interesse, ou for constantemente repetido, será transferido para outra região do cérebro chamada de centro visual de longa duração, e gerará, nessa região, um **registro biofísico** a que chamamos de **memória sensória visual de primeira ordem.**

Em função das próprias características fisiológicas, genéticas e de posição espacial do sistema visual, temos que cada **registro visual é único e individual.**

Por exemplo: duas pessoas olhando a mesma cadeira ou um elemento qualquer, terão percepções distintas, mas dirão que estão vendo uma cadeira.

O objeto ou elemento é único, mas as percepções serão duas e diferentes.

Devemos observar que estamos falando sempre de pessoas consideradas normais, pois caso contrário o problema é muito maior.

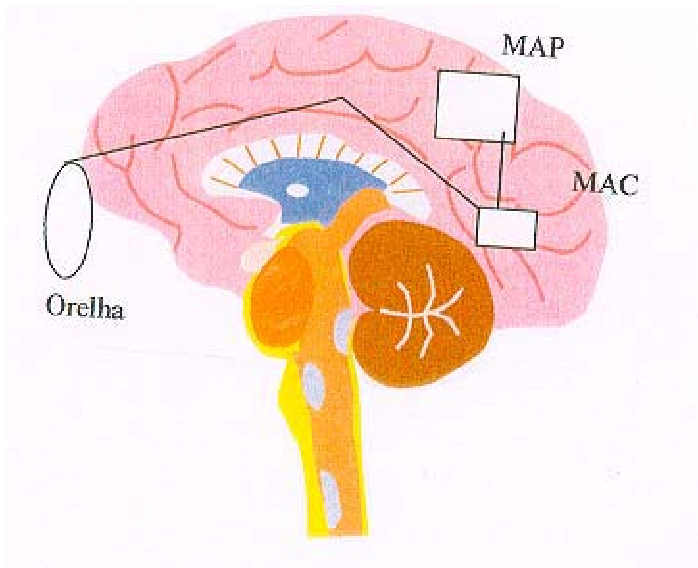
Quando a pessoa é alfabetizada, o problema começa a tomar dimensões enormes, pois cada país, por causa de sua língua e cada região, por suas características sociais e econômicas irão associar a estes registros sensórios símbolos bastante distintos, o que dificultará a comunicação entre elas.

Este fato e todos os demais, que associam símbolos a registros sensórios, devem ser os primeiros a serem levados em conta nos processos de ensino-aprendizagem.

2.4.2 - A Audição

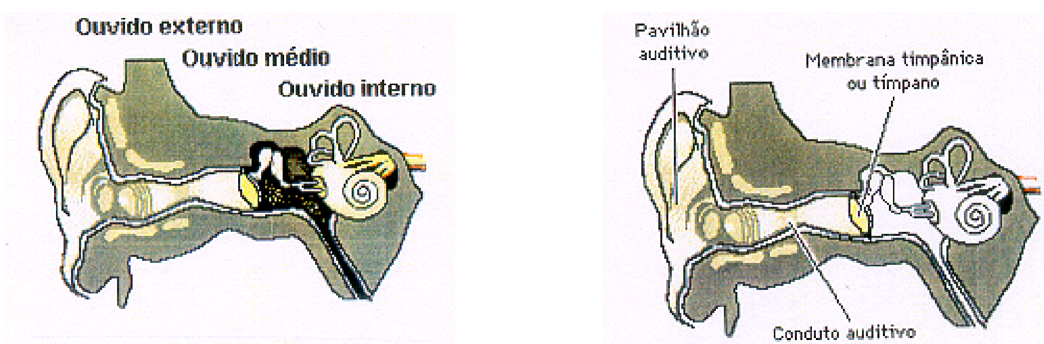
A audição é um sistema receptor sensório do organismo humano composto substancialmente por: ouvido (externo, médio e interno), nervo auditivo, região da memória sensória de curta duração e região da memória sensória de longa duração.

Figura 25: Estrutura geral da audição:



É o sistema responsável pela transformação da energia sonora em impulsos nervosos. O ouvido externo é composto pelo pavilhão auditivo, o conduto auditivo externo e o tímpano. É o, órgão receptor das ondas sonoras, que fazem o tímpano vibrar.

Figura 26 : Partes do ouvido



O ouvido médio é constituido pelos ossos ligados ao tímpano: martelo, bigorna e estribo, que é ligado à janela oval. A vibração desses minúsculos ossos, fixados à parede da cavidade auditiva por meio de pequenos ligamentos, reduz a amplitude das ondas sonoras que os atinge, ao mesmo tempo que lhes amplificam a intensidade.

Esse sistema é fundamental para que as ondas que se propagam nesse meio aéreo possam passar ao meio líquido do ouvido interno.

O ouvido interno , também chamado de labirinto, consta basicamente de um conjunto de cavidades, as quais se encontram cheias de um líquido chamado perilinfa, e de um grupo de membranas internas, em cujo interior flui a endolinfa.

É nessas minúsculas estruturas que se localizam as células responsáveis pelo equilíbrio.

Figura 27 : Partes do ouvido

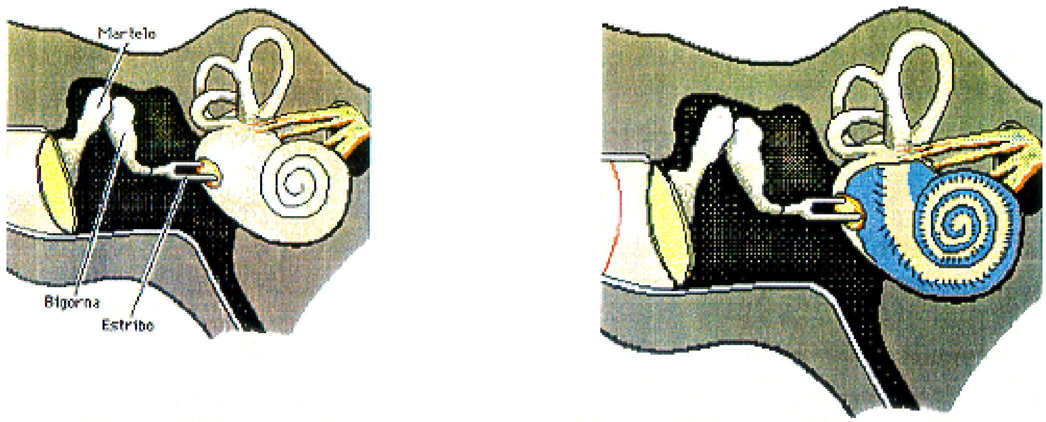
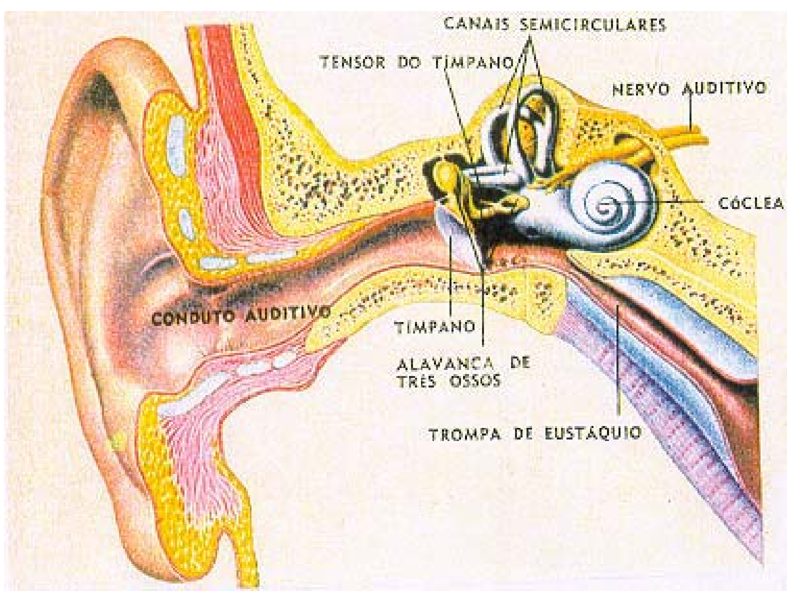


Figura 28: O ouvido



Na cóclea óssea está situado o canal coclear, sede do órgão de Corti. Este é o sistema terminal acústico e compreende os bastonetes de Corti, as células auditivas e seus correspondentes elementos de apoio.

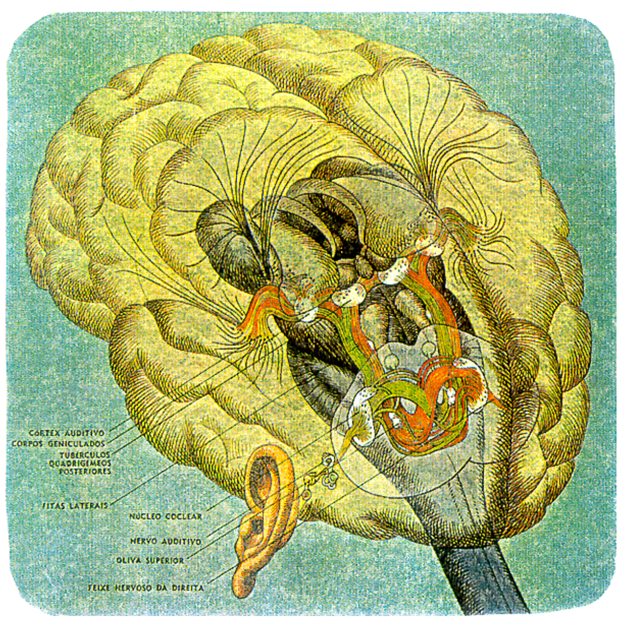
O órgão de Corti não tem mais do que uma fração de polegada, somente 14 mil células receptoras geram as 32 mil fibras nervosas que deixam a cóclea e seguem em direção ao cérebro. Em seu interior realiza-se a transformação das vibrações sonoras em impulsos nervosos, de maneira análoga à da visão. Estes impulsos nervosos, registros auditivos, também ativam uma região definida no córtex cerebral, chamada de centro auditivo de curta duração, cuja duração é equivalente à da visão.

Analogamente, se o estímulo auditivo despertar nossa atenção, interesse ou for constantemente repetido, será transferido para outra região do cérebro chamada de centro sensório auditivo de longa duração ou de primeira ordem.

Também aqui cada registro auditivo é único e individual.

Devemos observar que todos os receptores sensoriais do corpo humano são órgãos que transformam as energias com as quais interagem em impulsos nervosos, que geram registros físicos, em nosso cérebro, que chamamos de **memórias sensórias de primeira ordem.** Dois registros que ocorram simultaneamente e repetidos são "ligados", "associados", pelo cérebro por meio de **sinapses**, e isto gera uma rede de ligações impressionante**.**

Figura 29: Interconexões; ouvido/centro auditivo:



2.5 As memórias : de primeira e segunda ordem.

Desde que acordamos até o instante de dormirmos, os nossos olhos e os nossos ouvidos registram continuamente tudo o que vemos e ouvimos. Estes registros, na memória de curta duração, podem durar alguns milissegundos até alguns minutos e automaticamente são desmanchados.

Por exemplo: ao dirigirmos um auto ou descansando em casa, ouvimos várias músicas todos os dias, a maioria em inglês e nem por isso aprendemos a língua.

Somente aqueles registros, estímulos, que despertam a nossa atenção, ou nosso interesse ou por repetição, são transferidos para outras regiões do cérebro chamadas de memórias sensórias de longa duração.

Estes registros ficam dias, meses e anos arquivados**.**

Estas memórias, registros, se forem reestimuladas e utilizadas continuamente passarão a ter uma duração muito grande, algumas para o resto da vida, chamadas de **memórias permanentes.**

Nestes casos, o cérebro **reforça as sinapses** e coloca, a disposição da região, uma quantidade maior de neurotransmissores, normalmente de **dopamina**.

Este fato é muito importante para a área do ensino, pois somente se o aluno tiver interesse, ou atenção, ou por contínua repetição, é que as informações, que ele deveria obter na interconexão ensino-aprendizagem (aluno/meio/professor), são registradas na memória de longa duração, e criadas as sinapses com os registros anteriores, se houver conexão com os mesmos.

Senão "DÁ BRANCO", e é verdade. "NÃO HÁ REGISTRO" (sinápse).

A grande maioria dos alunos transfere, de imediato, as informações das aulas para o caderno, não as registrando em suas memórias de longo prazo.

"Não há aprendizado".

Durante o sono, principalmente no sono RAM (movimento rápido dos olhos), estas memórias de curta duração são todas eliminadas juntamente com outras da região de longa duração que não são de interesse do indivíduo ou que foram registradas (gravadas) fragmentadas e não têm conexões com as já gravadas. As que possuem relação com as já gravadas são associadas às mesmas por sinapses.

Grande parte dos sonhos é resultado desse desmanche de registros.

Para uma análise mais detalhada, é interessante ler a entrevista concedida à *RAN* (revista argentina de Neurociência) pelo Professor Ivan Izquierdo sobre as memórias (email: streji@satlink.com).A entrevista foi traduzida e adaptada pelo Prof. Renato M.E. Sabbatini e pode ser encontrada na revista *Cérebro e Mente,* da Unicamp.

Se houver algum problema nas **conexões** entre os órgãos sensórios e as regiões de memórias de curto prazo (e de longo prazo) teremos grandes embaraços.

Como são casos patológicos não os estudaremos aqui, se houver interesse do leitor basta consultar compêndios de Neuro-Fisiologia.

Um artigo a ser lido é do grupo de cientistas do Departamento de Psicologia da Universidade de Waterloo, publicado na *Nature,* de agosto de 2000, sobre indivíduos que possuem **FOTISMO,** ou seja eles associam, por meio de sinapses, **números a cores** e trabalham com os dois sem errar.

O título do artigo é: 5+2 = amarelo.

Outro caso bastante interessante é dos indivíduos que possuem **DISCALCULIA,** ou seja, possuem dificuldades em realizar operações matemáticas, mesmo as mais simples.

É o caso do Físico A.A., de 47 anos, que ao ter um tumor no **lobo temporal, onde são realizados os cálculos exatos,** não conseguia mais realizar operações simples de aritmética, errando até 3 menos 1.

Mesmo lembrando a frase “3 vezes 9 são 27” (gravada noutra região), deixou de compreender o seu significado.

Este caso é relatado em detalhes por Stanilas Dehaene – Diretor do Instituto Nacional de Saúde e Pesquisas Médicas (INSEM) – França na *Nature* de 01/10/00.

Do exposto podemos fazer um esquema:

I)

Meio $\xrightarrow{\text{(conexões)}}$ Receptores $\xrightarrow{\text{(conexões)}}$ Correntes bioquímicas

$\Longrightarrow$ (conexões) Memórias sensórias de curto prazo

II)

Memórias sensórias de curto prazo

$\Downarrow$ interesse, atenção, repetição, desejo

Memórias sensórias de longo prazo

$\Downarrow$ sono , geração de sinapses.

Memórias Permanentes
informação
conhecimento

Veremos, mais adiante, como o cérebro cria, gera, outros tipos de memórias, que não são sensórias, que chamaremos de **memórias de segunda ordem.**

Um artigo de Dominique Müller, da Universidade de Genebra, publicado na *Nature* ,de 25/11/99, comprovou por imagens,(vide figura 18), a criação de **sinapses** após estímulos adequados.

Nas fotos da figura 18 temos:

a) na 1ª foto vemos uma protuberância branca que é uma sinapse entre dois neurônios.

b) houve repetidas estimulações, chamadas de potencialização de longo prazo (L.T.P.) que cria percursos preferenciais.

c) a 2ª foto mostra que se formou uma ligação extra, após a L.T.P.

Este mecanismo comprova que as **sinapses** são fundamentais, base, para a **memória e para o aprendizado.**

Repetindo:

OCORRE SINAPSE $\longrightarrow$ **HÁ REGISTRO NO CÉREBRO.**

Consideraremos as memórias sensórias de longa duração como os registros básicos, eles correspondem ao que é denominado de substantivos na linguagem, o **banco de dados.**

São as memórias de 1ª ordem.

É na construção destas memórias que a estrutura social e as condições econômicas dos indivíduos interferem de maneira decisiva na aprendizagem.

Estes registros básicos geram classes de equivalência, isto é, um novo registro que representa registros sensórios com uma propriedade comum.

As classes, ou melhor, os novos registros, serão chamados de conjuntos**,** classe, categoria, idéia de, e possuem existência somente no cérebro e sem equivalência na realidade física.

Correspondem aos substantivos coletivos da linguagem, ou aos substantivos abstratos.

Eles correspondem também à idéia de átomo que não tem realidade física, como já vimos.

E**stes registros, classes, serão chamados de memórias de 2ª ordem.**

Estes novos registros, memórias de 2ª ordem, também formam novas classes, categorias, conjunto de conjuntos.

Para exemplificar temos: indivíduos (que **existem** na realidade) matriculam-se numa escola qualquer, eles são agrupados, formam uma classe, um conjunto, uma série e temos a 1ª série, a 2ª série, a 3ª série e assim por diante.

As séries não têm existência física, podem até ser representadas por um diário de classe.

Analogamente, agrupamos as séries em cursos e teremos o curso básico, o ensino médio, o curso de Engenharia, que são grupos de grupos.

A construção desta estrutura será vista no capítulo III, e veremos como a Matemática**,** por meio do Raciocínio Lógico, trabalha com esses registros, memórias.

Vejamos alguns exemplos do que foi dito:

"Cada uma das informações sobre a pessoa, o rosto, o nome, a voz, a profissão e assim por diante, é processada (gravada) em uma região diferente do cérebro".(Schacter-1999).

Os dados, registros bioquímicos, são ligados entre si por neurônios através de **sinapses.**

"Cada informação que chega ao cérebro, uma imagem, um som, uma idéia é "guardada" num ponto determinado.

A imagem fica no mesmo lugar onde é processada ao chegar pelo nervo óptico, o som é guardado no mesmo espaço onde é decodificado e assim por diante.

Em geral encontramos os **verbos** no lobo frontal, os **nomes próprios** parecem preferir o lobo temporal ou melhor sua extremidade frontal.

Os conceitos de cor e os relacionados a ferramentas costumam ser encontrados na parte posterior do lobo temporal esquerdo" (Calvin - 1998).

2.5.1 - Um Caso Especial

O Caso da Médica Veterinária: Karem Jorf
(caso verídico)

A Srta. Karem Jorf, ao retornar de suas aulas na UNIP (Univ. Paulista) onde cursava o 3º ano de Medicina Veterinária, bateu o seu auto contra um poste após derrapagem em água.

Ao bater no poste sua cabeça chocou-se violentamente contra o interior de seu veículo, não sofrendo traumatismo craniano, nem derrames cerebrais, mas seu cérebro inflou, ou melhor "inchou", "desligando" as sinapses.

Ao visitá-la com minha esposa Fátima, que é sua tia, logo após a liberação para visitas, ouvimos a seguinte pergunta dela:

Você deve ser uma de minhas tias, eu tenho a tia Nair, a tia Hermínia, a tia Fátima e a tia Sara.

Qual delas você é?

Sou sua tia Fátima, --disse minha esposa.

Deixe-me olhá-la bem para regravar a imagem.

Este fato comprova o que já dissemos várias vezes, neste capítulo, que o cérebro gera classes de equivalência. No caso presente a Karem tem em seu cérebro **a "classe das tias"** à qual estão "**ligadas", por sinapses, as imagens e os nomes das mesmas.**

Conversando com a Karem, pude observar que ela possuía as classes: a dos professores, a dos colegas, a das primas e assim por diante.

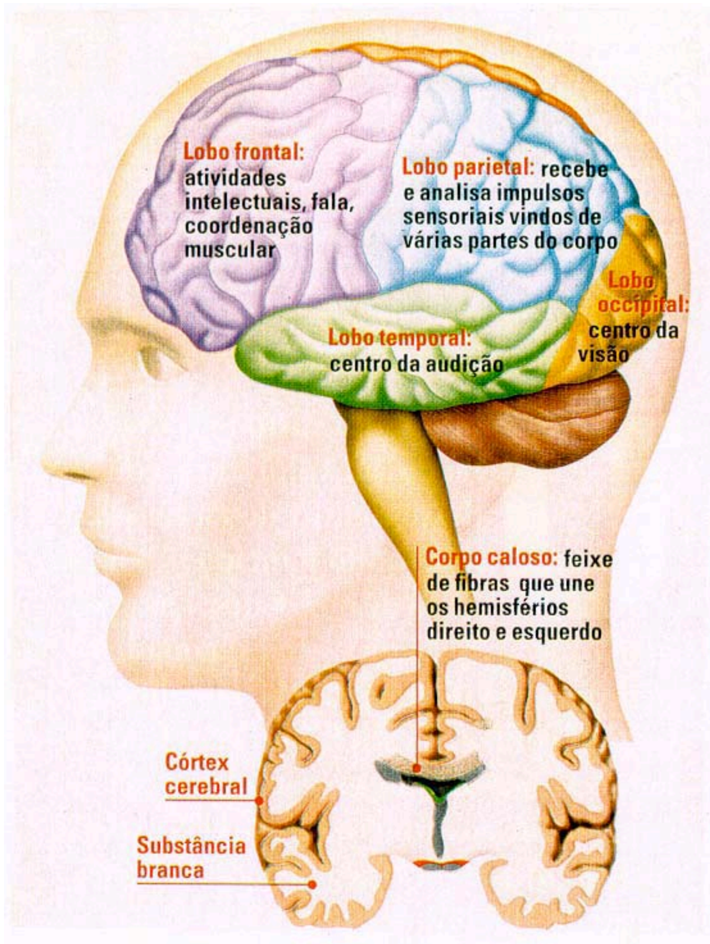
No meu caso, eu estava ligado à minha esposa, era o "marido de".

Hoje a Karem está formada, recuperou-se muito bem, ou seja, refez quase todas as suas **sinapses** e trabalha como Médica Veterinária normalmente.

2.6 - As regiões do cérebro.

O córtex cerebral é dividido em regiões chamadas de lobos,(ver figura abaixo).

Figura 30: Regiões do cérebro:



Os lobos do córtex são:

- **Frontal**: localizado a partir do sulco central para frente
- **Parietal**: localizado a partir do sulco central para trás
- **Temporal**: abaixo da fissura lateral
- **Occipital:** se forma na linha imaginária do final do lobo temporal e parietal.
- **Límbico:** ao redor da junção do hemisfério cerebral e tronco encefálico

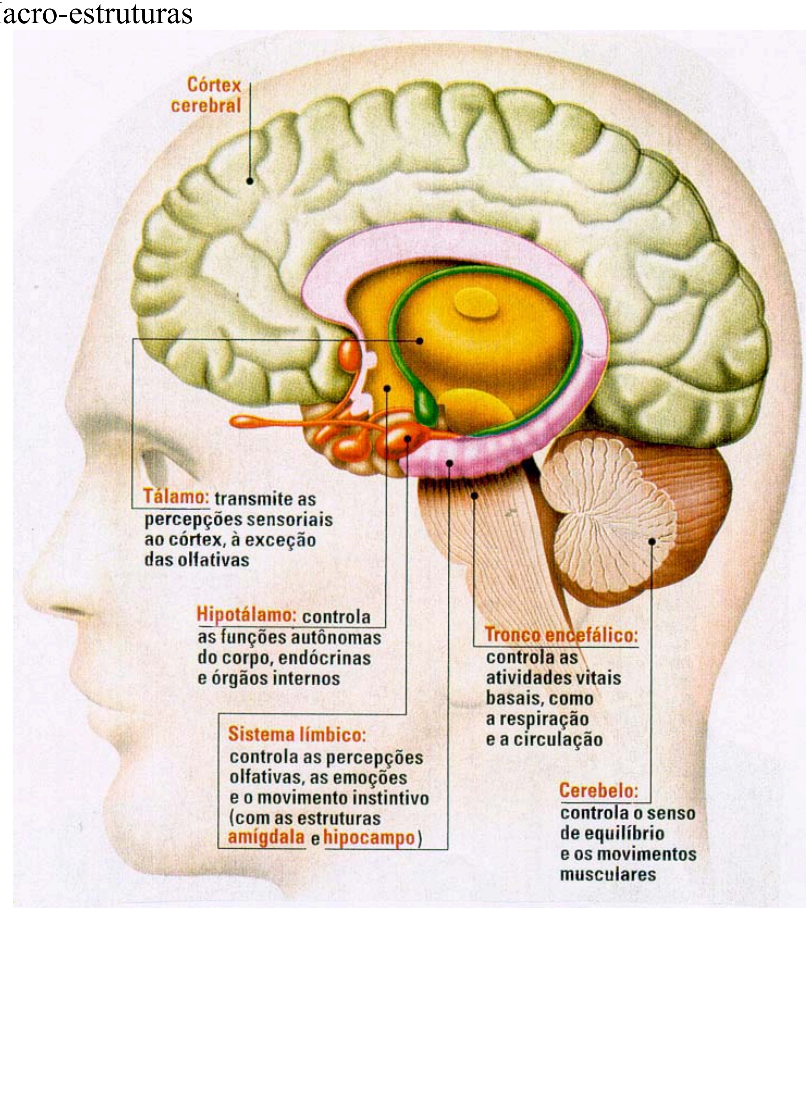
Esta separação, e outras do córtex cerebral, pode ser encontrada, em detalhes, em qualquer livro de neuroanatomia. Denominamos as regiões para que o leitor possa acompanhar os artigos e textos.

Relacionadas com estas regiões, na maioria das vezes com partes das mesmas, temos as estruturas que geram as capacidades que o ser humano possui para interagir com o meio. Algumas destas regiões ou estruturas, grupos de regiões, são bem conhecidas tais como: a do **raciocínio lógico**, a da emoção, da percepção espacial, da música, do conceito ético e moral, da consciência.

Estas estruturas e macro-estruturas são implementadas como redes ternárias de registros sensórios e/ou de regiões; são formadas mantendo a lei geral: formar classes, grupos e ordenar.

Das regiões do cérebro, o objeto de nossa pesquisa é a região do **raciocínio lógico** que é muito próxima, talvez a mesma, da área da linguagem, e que está intimamente ligada à Matemática. A região da emoção, por exemplo, ou o sistema límbico coordena várias estruturas e é uma macro-estrutura . Envolve pelo menos quatro estruturas básicas interconectadas por feixes nervosos, sinápses: o hipotálamo, o núcleo anterior do tálamo, o giro cingulado e o hipocampo.

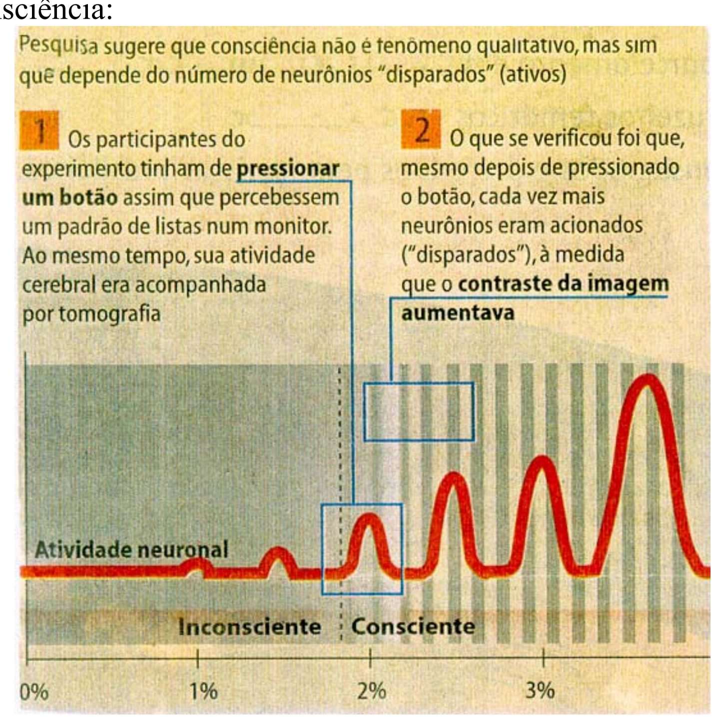
Figura 31: Macro-estruturas



Analogamente, "A **consciência,** altamente discutida até agora e ainda por um bom tempo, pode ser considerada como uma **super-macro-estrutura** pois ela funciona, ou o indivíduo tem consciência, somente quando são ativadas diversas outras estruturas" (Menon - 2000).

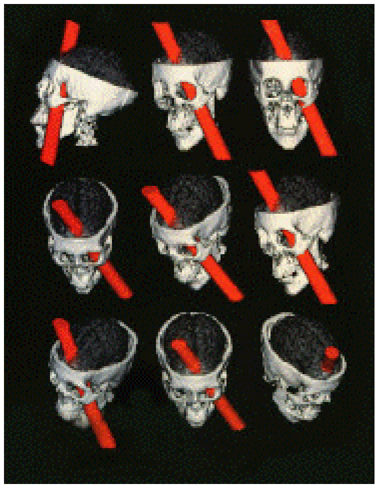
A pesquisa acima foi publicada no *New Scientist*, em 12 de agosto de 2000, e a figura 32 mostra um esquema representativo da experiência:

Figura 32: A consciência:



"Lesões no córtex pré-frontal ventromedial (logo acima dos olhos) impedem o aprendizado de regras morais e éticas" (Damásio-1999).

Figura 33: Caso Phineas Gage, famoso na literatura.



Da mesma maneira Temple Grandin, **autista** e **PHD** em Medicina Veterinária diz que seu cérebro é organizado de maneira diferente dos demais:

- "não entendo emoções (não tenho essa estrutura)
- penso de forma visual: todos os meus pensamentos são **fotos** guardadas ma minha cabeça".(Grandin- 1997).
- "O cérebro escolhe as palavras como se pesquisasse assuntos em volumes diferentes de uma enciclopédia e todos esses livros ficam numa mesma estante o lado esquerdo do cérebro. O cérebro guarda de maneira diferente os **conceitos** (classes-conjuntos) e os nomes das coisas (registro de 1ª ordem), isto é, a pessoa com um certo tipo de lesão cerebral pode descrever algo como: instrumento que serve para cortar mas não se recordará do nome faca." (Damásio, Hanna e Antonio-1996).

Existem três sistemas distintos no cérebro, formas de criar classes:

Um representa o sentido das palavras (não o nome); Um representa os elementos fonológicos (sons das palavras), e Um relaciona os dois e dá os nomes das coisas.

Todas essa relações são feitas através de **sinapses**. Se as sinapses são criadas, a informação existe e temos o conhecimento do fato.

"Por exemplo: os nomes são gravados na parte superior do lobo temporal esquerdo e os nomes de animais, na parte inferior do lobo temporal esquerdo.

Quando a memória grava o conceito de mesa (gera uma classe), o formato da mesa, sua cor e seu material são armazenadas em partes diferentes".(Silva - 1999).

Corroborando com estas afirmações temos:

"Diferentes partes do cérebro desempenham diferentes funções, o cérebro armazena informações sobre o uso e funções dos objetos separadamente das informações de seu formado" (Marr -2000).

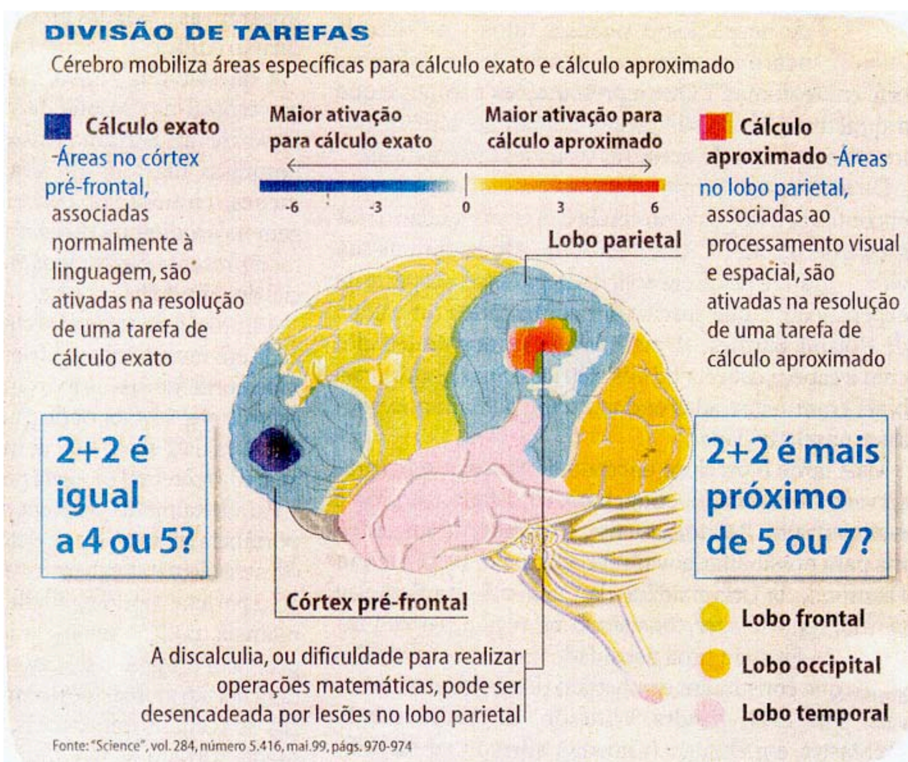
" Pesquisa mapeia matemática no cérebro e mostra que:

a) à pergunta 2+2 é igual a 4 ou 5 (cálculo exato) estimulava uma área próxima da linguagem.

b) à pergunta 2+2 é mais próxima de 5 ou 7 (cálculo aproximado) estimulava a área visual **e** espacial "(Spelk / Stalinas - 1999).

Obs: os resultados obtidos por Stanilas e Spelk comprovam as regiões em que são feitos os cálculos exatos e os aproximados. É interessante ler os artigos na íntegra.

Figura 34 : Cálculos exatos a aproximados



Stanilas também diz no seu artigo que:

"A matemática já foi vista como construtor cultural fundamentado na invenção de símbolos e regras formais, ou ainda, como linguagem universal para descrever a estrutura do cérebro.

Mas essa linguagem só assume sentido porque nosso cérebro é dotado, desde o nascimento, de circuitos neuronais capazes de aprender essa estrutura.

Se a matemática de alto nível se constrói graças à linguagem e à educação, suas bases mais elementares – conceito de número, de espaço, de tempo, de operação – devem ser buscadas na própria organização do cérebro".

Já em 1992, em artigo publicado na *Nature* (Grã – Bretanha) de 28/08/92, sob o título: Bebês de 5 meses sabem somar, a Psicóloga Karem Wyan, da Universidade do Arizona, aplicando testes em bebês, concluiu que a capacidade do raciocínio Lógico-Matemático se estabelece desde cedo no cérebro humano.

"A linguagem é inata e instintiva como a fome e o sexo, baseia-se numa estrutura genética independentemente da raça, cor ou educação e é válida para os surdos-mudos.

Como a matemática e a linguagem desenvolvem-se na mesma região do cérebro ...., os cegos aprendem Matemática" (Pinker - 1997).

"A estrutura mental para a Matemática e a linguagem é a mesma, só a espécie humana pode construir estruturas de Linguagem e criar Matemática.

Se você tem um cérebro que entende construções gramaticais então você tem um cérebro que pode entender Matemática."(Devlin - 1999).

Muitos observadores suspeitam que o grande progresso da inteligência durante a evolução hominídia foi promovido por essas estruturas lógicas necessárias a uma linguagem gramatical.

"A inteligência é um processo **(estrutura),** não uma localização **(memória)** **(** Calvin - 1998").(grifo nosso).

Vejamos o que diz Duncan:

" Testes de habilidades espaciais e verbais ativaram uma mesma área do cérebro, o cortex pré-frontal lateral.

Testes visuais e espaciais exigiram a ativação de área nos dois hemisférios do cérebro; os verbais apenas o lado esquerdo.

Testes que exigiam raciocínio, uma área específica era ativada, localiza-se no cortex pré-frontal lateral, esta área é chamada de centro da inteligência. A grande preocupação do grupo é estudar as subdivisões da área." (Duncan - 2000).

"O vocabulário em potencial de um adulto é determinado a partir das palavras filtradas pelo seu cérebro até os 3 anos de idade, a Matemática e a Lógica têm sua localização no lobo frontal e o seu desenvolvimento se dá de 1 a 4 anos " (*The New and Observer* - 1998).

Nos capítulos III e IV, ao analisarmos como a Matemática simboliza estas estruturas, mostramos como, numa interdisciplinariedade com a língua e com as demais disciplinas, poderemos desenvolver mais rapidamente e melhor essas estruturas.

2.7. Conclusões

É evidente que nos próximos anos ou décadas, quando pudermos olhar o cérebro **funcionando "a nível" de sinápses** poderemos ser surpreendidos com explicações mais gerais e exatas do que as que apresentamos agora, isto é natural, no estudo das ciências.

Mas mesmo estes novos resultados não invalidarão as nossas conclusões da mesma maneira que não foram invalidados as conclusões e os trabalhos dos cientistas e pedagogos anteriores.

As conclusões de Skinner, Montessouri, Piaget ... e outros, são válidas no contexto de suas visões e conhecimentos da época e podem, ainda hoje, ser aplicadas.

A Física Newtoniana, considerada ultrapassada desde o começo do século XX, serve normalmente para a nossa vida cotidiana e é ainda ensinada em nossas Universidades.

Continuamos a construir casas, estradas e aviões utilizando-a, só não serve para um passeio ao núcleo atômico ou a uma viagem à galáxia mais próxima.

Não devemos esquecer que no Brasil e em outras partes do mundo, temos escolas e professores dos mais variados perfis, capacidades, conhecimentos e recursos materiais, e além do mais, não devemos esquecer das políticas educacionais dos governos.

É possível recuperar os alunos que não tiveram uma escolaridade na época correta e não desenvolveram estas estruturas, ou seja, não criaram as sinapses necessárias para um desenvolvimento natural para o aprendizado da Matemática e do raciocínio-lógico, desde que utilizemos as metodologias adequadas a cada grupo de alunos e conhecendo bem a estrutura sócio-econômica em que ele está inserido.

Devemos notar os constantes fracassos das políticas de alfabetização de adultos feitas até agora, pois elas são feitas em tecnologias de massa, isto é, para grandes grupos, não respeitando as diferenças individuais.

Conseguimos obter analfabetos funcionais, eles são capazes de ler os símbolos, mas não entendem o significado dos mesmos.

Na maioria dos métodos temos que os mesmos utilizam-se das áreas de memórias não desenvolvendo as estruturas, principalmente a do raciocínio lógico-matemático.

Acreditamos que, se utilizarmos novas metodologias, ou um conjunto delas, elaboradas especialmente para estes casos, poderemos obter bons resultados.

O que não podemos fazer é usar os mesmos processos utilizados na escolarização infantil para a escolarização, recuperação dos adultos e atrasados, pois estes s possuem um banco de dados, memórias e **sinapses** diferentes das crianças, e é necessário conhecê-las para melhorá-las e as utilizarmos no processo do aprendizado.

Conhecendo as estruturas, e como elas funcionam, saberemos como ativá-las.

Os últimos resultados das pesquisas mostram que o cérebro é capaz de se recuperar e reativar áreas não utilizadas. Descobrimos que os neurônios quando bem estimulados, se reproduzem e geram novas sinapses, ou conhecimento (aprendizagem).

Às vezes leva um tempo maior, pois o cérebro funciona como um músculo e são necessários muitos exercícios apropriados para desenvolvê-lo.

Este procedimento é apresentado no artigo de Joe Tsien da Universidade de Princeton (EUA) publicado na *Nature Neuroscience,* vol 3, nº 3, de 03/03/00, p. 205.

As imagens da pesquisa estão na figura 35.

Nesse artigo, Joe mostra que é possível recuperar desvantagens iniciais de aprendizado aumentando os estímulos.

Estímulos bem dirigidos são capazes de recuperar e aumentar as sinapses.

Figura 35 : Aumento de estímulo, aumento de sinapses.

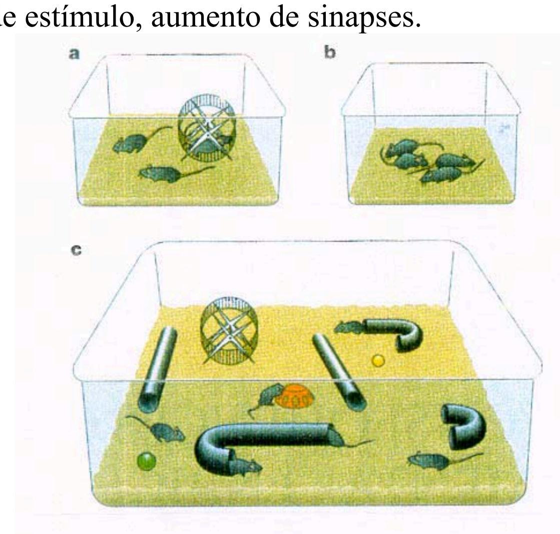
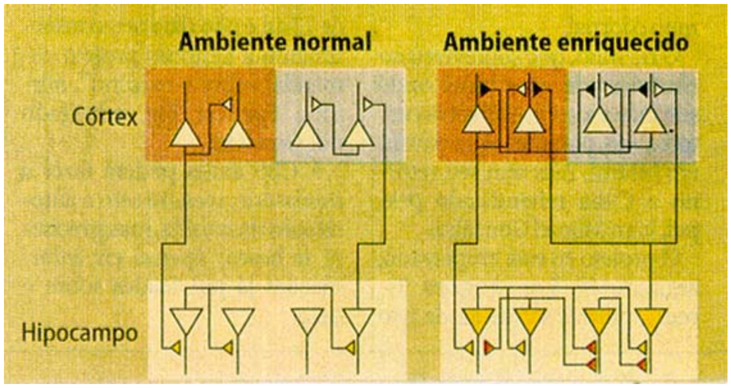


Figura 36: Maiores estímulos, mais sinapses



Uma outra pesquisa, chamada do caso do Fusca, analisa procedimentos cerebrais efetuados por pessoas alfabetizadas e analfabetos**. (**Vide figura 6).

Um resumo do artigo é: foi perguntado a um indivíduo alfabetizado e a um analfabeto se dez pessoas caberiam num fusca.

A resposta dos dois foi que não.

Ao serem analisados os resultados das imagens feitas por ressonância magnética, foi constatado que diferentes regiões do cérebro eram ativadas.

O alfabetizado tinha o centro lógico ativado e o analfabeto o centro visual.

Perguntado como eles pensaram o problema, responderam:

a)Alfabetizado: num fusca cabem 5 pessoas, e 10 é maior que 5 logo 10 pessoas não cabem no fusca (**usou um raciocínio lógico ⇒ a região foi estimulada)**

b)Analfabeto: imaginei 10 pessoas tentando entrar no carro e vi que elas não caberiam. (**usou somente o centro da visão, o centro racional ficou apagado).**

Finalizando este capítulo, podemos dizer que o cérebro humano segue a estrutura:

I) Memórias: registros bioquímicos

Estímulos sensórios $\xrightarrow{\textbf{conexões}}$ receptores $\longrightarrow$ corrente bioquímica

$\longrightarrow$ registros nas memórias de curto prazo $\longrightarrow$ atenção/interesse

$\longrightarrow$ registros bioquímicos nas memórias de longo prazo (1ª ordem)

$\longrightarrow$ interconexão entre registros $\longrightarrow$ sinápses(informação)

$\longrightarrow$ interconexão entre registros de 1ª ordem $\longrightarrow$ registro de 2ª ordem,

memórias de longo prazo (conhecimento, informação) $\longrightarrow$ interconexão entre elas (informação, conhecimento).

II)Estruturas:

Reúnem grupos de memórias pelas propriedades, tipos de ligações **sinápticas**, não são memórias, não possuem registros: são **processadores**.

Uma das estruturas básicas é a de **grupo** que é fundamental para o raciocínio Lógico-Matemático e será vista no capítulo IV.

III) Macro-estruturas:

Reúnem grupos de estruturas.

<u>Exemplos</u>: sistema límbico, a consciência, a estrutura moral/ética entre outras.

Todas as estruturas utilizam-se das memórias e estão interligadas por feixes nervosos: **sinapses**.

Usam as memórias como um Banco de Dados.

A Lei Geral é seguida: <u>FORMAR CLASSES E ORDENAR.</u>

3. CAPÍTULO III

As Estruturas básicas da Matemática: suas relações com as regiões e estruturas do cérebro.

3. Capítulo III

3.1 Introdução

Vimos, no capítulo anterior, que o cérebro possui regiões bem definidas para armazenar informações, estímulos e também que o raciocínio Lógico-Matemático e a Linguagem são elaborados, trabalhados, processados, na mesma região do cérebro ou bem próximas.

Mostraremos, neste capítulo, que a Matemática, principalmente a Álgebra, a Linguagem, a Lógica Clássica e, atualmente, a Informática, elaboram seus símbolos de representação, ou de formalização, utilizando-se das estruturas biológicas destas regiões e de suas relações com as regiões das memórias. Isto significa que os seus símbolos formais, na realidade, são **representações da mesma estrutura do cérebro**.

Um exemplo: as pessoas, ao nascerem, estão aptas a aprenderem qualquer língua, mas, quando adultas, duas pessoas educadas em países distantes, Brasil e China, por exemplo, são incapazes de se comunicar, pois as expressões simbólicas, lingüísticas, são totalmente diferentes.

Elas, as pessoas, possuem a mesma estrutura cerebral só que, a simbologia, os signos, são diferentes.

Num certo sentido podemos dizer que a Matemática seria, ou é, uma linguagem universal**,** pois todos os povos procuram utilizar-se de sua simbologia.

Inicialmente iremos mostrar como o cérebro elabora e trabalha com as memórias que chamaremos de 1ª e 2ª ordens.

Este processo é o mais básico, pois é fundamentado numa estrutura eminentemente biológica e que repete as leis que regem o nosso Universo**.**

Veremos as relações entre essas memórias e como isto é simbolizado de maneira diferente pelas diversas ciências.

Por exemplo, a Matemática utiliza a expressão $\mathbf{y = ax^2 + bx + c}$ para analisar a função quadrática que, ao mesmo tempo, é utilizada pela Física para o estudo do Movimento Retilíneo Uniformemente Variado (M.R.U.V.), só que esta utiliza-se da expressão simbólica : $\mathbf{s = s_0 + v_0 . t + 1/2 . a . t^2}$ e a chama de função horária do movimento.

O professor que ministrou aulas no ensino médio sabe da dificuldade dos alunos perceberem que podem utilizar-se de todo conhecimento obtido na 8ª série em Matemática e aplicá-lo à Física.

Os símbolos são diferentes.

No capítulo IV veremos o centro lógico, sua estrutura, e como ele trabalha com as memórias. Numa interdisciplinariedade, é possivel desenvolver de maneira eficiente e duradoura estas regiões do cérebro, criando sinapses corretas.

Ao fazermos isso, é possível tornar o aprendizado escolar, ou não, da Matemática, e de outras disciplinas, mais natural, ou seja mais de acordo com as regras do cérebro na elaboração das informações.

É necessário desenvolvermos a estrutura do raciocínio lógico desde cedo e não utilizarmos somente as memórias.

Se assim o fizermos, o alunado não irá aprender uma quantidade imensa de regrinhas pensando que isso é Matemática, pois elas desenvolvem somente as memórias.

Devemos desenvolver, desde tenra idade, a capacidade lógica de pensar do ser humano, que está biologicamente capacitado para isso.

3.2 - As memória sensórias ou de primeira ordem.

Vimos, no capítulo II, que o nosso cérebro possui entre outras áreas, algumas bem definidas, a das memórias sensórias, perceptuais, ou registros diretos obtidos pelos órgãos sensoriais e outras regiões, geradas por propriedades comuns das memórias sensórias. Nesse capítulo a visão era biológica ou física, analisaremos agora, como estes registros são obtidos dentro de uma visão educacional.

Chamaremos de memórias de primeira ordem as constituídas pelos registros sensórios de longa duração.

Estes registros foram, são e serão, obtidos através dos órgãos sensórios: a visão, a audição, o tato, o olfato e a gustação.

Estes registros sensórios são físicos, existem nas células nervosas e podem ser: proteínas, registros bioquímicos, do tipo de código de barras dos axônios, ou registros tensoriais, definidos pelas tensões eletrolítica das células, ou ainda registros matriciais, do tipo daqueles criados nas sinapses.

Não importa qual seja a natureza do registro mas o importante é que o mesmo é físico, bioquímico e tem existência real.

Eles existem em nosso cérebro.

Podemos chamar os registros sensórios de informação, dado, conhecimento.

Os registros sensórios que, de início, são independentes, ligam-se entre si quando são estimulados, simultaneamente, pelas **sinapses**.

Este fato é o mais importante para o processo ensino-aprendizagem, pois não devemos esquecer que as sinápse*s* são ligações biofísicas e estão intimamente ligadas ao aprendizado, como a neurofisiologia tem mostrado na atualidade.

Vejamos um exemplo: qualquer criança, ao ver um gato, animal físico, pela primeira vez, terá o registro sensório visual do mesmo e se ao mesmo tempo o gato miar, voz do gato, a criança terá um registro sensório auditivo que, ao ser repetido, gerará uma **ligação sináptica** entre os dois registros.

Se alguém enunciar à criança o nome gato, na sua língua, a criança gerará um registro auditivo noutra região, e se posteriormente ensinarmos à criança a palavra gato, escrita simbolicamente, ela criará outro registro, na região dos símbolos e o ligará aos demais, pelas **sinapses.**

Devemos observar que cada grupo social, ou povo, cria os seus próprios símbolos. Isso significa que os registros visuais e sonoros são **iguais** para todos e os sociais ou **não**.

Num esquema teríamos:

GATO FÍSICO -conexão→ VISÃO -conexão→ --- R_1 (animal)

SOM (MIAU) - conexão→ AUDIÇÃO -conexão→ --- R_2 (som do gato)

GATO (som da palavra) - conexão→ AUDIÇÃO -conexão→ ---R_3 (som do nome)

GATO(símbolo)- conexão→ VISÃO - conexão→ ---R_4 (símbolo)

→ TODOS ESSES REGISTROS SÃO LIGADOS POR SINÁPSES

Não devemos esquecer que cada neurônio pode ligar-se até a **10.000** outros neurônios.

Esta estrutura de ligações entre registros é bem conhecida e bastante utilizada pela Psicologia e Psiquiatria na análise dos comportamentos de seus pacientes, temos a frase altamente utilizada:

Quando falo FOGO, qual a palavra ou imagem que a você associa?

Para cada grupo social existem palavras, conceitos, crenças, informações, registros associados aos mais diversos sentidos, haja vista as gírias dos adolescentes e os regionalismos lingüísticos.

A expressão CARA: pode ser: face, coisa que custa muito, pessoa, nome de revista ou ainda face de uma moeda.

Devemos verificar com nossos alunos quais as palavras do seu cotidiano que estão ligadas entre si.

Segundo Piaget : "um fato é lido diferente da realidade por crianças em níveis diferentes de desenvolvimento, pois cada criança interpreta assimilando-o dentro do conhecimento que já construiu".

O processo ensino-aprendizagem, suas técnicas e metodologias devem estar adaptadas aos grupos sociais em que serão empregadas.

É importante, diria que absolutamente necessário, não suficiente, que o professor deva conhecer bem as suas classes e os alunos individualmente, se possível.

Cada classe é uma e a interação, conexão entre os alunos, o professor e o conhecimento a ser ensinado, elaborado, deve ser planejado para cada uma delas.

Cada grupo possui as suas memórias sensórias de primeira ordem ou o seu Banco de Dados.

"Analisar o que as crianças, jovens e adultos já sabem, sem saber o como elas aprenderam ou elaboraram o conhecimento não é significativo para a análise de como o cérebro funciona" (Piaget).

Para cada caso uma metodologia, se possível a mais adequada ao grupo e ao tipo de conhecimento envolvido no processo ensino-aprendizagem.

Se quisermos que o aluno decore simplesmente o resultado de uma operação ou uma regra simples basta usar o processo de estímulo/resposta, até criar as **sinapses** desejadas.

Todo processo de ensino-aprendizagem, que procura fazer com que o aluno decore algo, não necessita de grandes esforços, haja vista os professores de cursinho que até criam músicas para que seus alunos decorem regras.

Este processo não desenvolve o raciocínio lógico-matemático, como veremos adiante, mas simplesmente usa as memórias de primeira ordem.

Estas memórias, na maioria das vezes, são deletadas, apagadas, pelo cérebro devido ao pouco uso posterior.

Nestes casos, os alunos ficam como se não tivessem aprendido nada. Quem ministra aulas em Universidades verifica que os seus alunos, das primeiras séries, possuem grandes lacunas de conhecimento e muito pouco raciocínio lógico-matemático.

Vejamos um exemplo associado ao conceito do número zero que dá muito trabalho aos professores.

Se o aluno tem o conceito de zero ligado fisicamente, por sinapse, ao conceito de, "não tem nada", ou tem como registro memorizado a frase: não existe, então tem o zero, ficará difícil, ao professor, explicar que o zero é um número igual aos outros.

Ao colocarmos a expressão: $\underline{2.x + 3}$ na lousa, o aluno automaticamente escreve: $\underline{2.x + 3 = 0}$ e resolve a equação, pois não tendo nada, tem o zero!

Comentando este fato com alunos da 1ª série do Curso de Matemática de 2001 e mostrando a importância da criação do zero de maneira correta, uma aluna disse que foi substituir uma professora de pré-escola e começou a contar a seqüência dos inteiros a partir do zero.

Uma criança retrucou: está errado professora pois os números começam pelo um como está no "varal" colocado na parede da sala:

O zero só serve para criar o dez.

É evidente que esta criança e todas as suas colegas terão problemas no futuro.

Vejamos outro caso, estava eu e minha esposa num Shopping e subíamos uma pequena escada; descendo estava uma moça com uma criança, com mais ou menos um ano e, segurando-a pelo braço, dizia : 1,2,3.. para contar os degraus.

O conceito de número estava sendo introduzido como uma seqüência, ou relação de ordem, e esta criança estava, naquele momento, criando sinapses em seu cérebro e registrando os sons de um, dois...com uma seqüência ou uma ordenação e a grande maioria terá problemas no futuro, ao aprenderem o conceito de número inteiro como uma classe.

Devemos observar que raramente as mães, e as pessoas em geral, começam as contagens pelo número zero, pois mesmo nos aniversários, contamos a partir do um e as crianças associam os dedinhos levantados com a seqüência de aniversários que ela teve.

Vejamos um outro caso importante:

Se a professora, das séries iniciais, introduz o conceito de fração, número racional, quebrando um chocolate, ela na realidade está quebrando o número um em partes.

Sabemos que isto não é verdade!

O número um é registro sensório, existente no cérebro, e portanto não pode ser dividido no sentido material do termo.

Analogamente, não podemos cortar uma nota de um real em duas partes para obtermos 50 centavos.

Veremos no capítulo V um procedimento para introduzir o conceito de número racional a partir de relações entre os mesmos pedaços de chocolate, sem quebrar o número um.

Se dissermos às crianças que aprender Matemática é aprender continhas e regrinhas teremos muitos problemas pela frente.

Cansei de ouvir de interlocutores: você é Matemático, então é "bom de contas". Sempre respondi: você está enganado, ser Matemático não é fazer contas, cálculos, e sim raciocinar logicamente.

As contas nós deixamos para as máquinas que criamos.

Desde cedo devemos criar as memórias básicas de maneira correta nas nossas crianças e procurar desenvolver o centro lógico, ou do raciocínio lógico-matemático, que será visto no capítulo IV.

Caso contrário ela irá trabalhar somente com as memórias, e erradas, e pensará que aprender Matemática é decorar regrinhas e perguntará:

Professora, para resolver este problema, que conta devo usar? De mais ou de menos**?**

Talvez seja por isso que as crianças, ao se iniciarem em Matemática, gostem dela e com o passar dos anos ficam cada vez mais temerosas.

Há algum erro, e grande, no meio desse processo.

Um ser, capacitado biologicamente para ser racional, deveria gostar de Matemática!

Será que não trocamos o desenvolvimento do raciocínio Lógico-Matemático pela manipulação simbólica, simplesmente?

Finalizando: as memórias sensórias básicas são fundamentais, tijolos básicos, o Banco de Dados, com os quais iremos trabalhar.

Estas memórias sensórias estão altamente impregnadas pelos conceitos sociais, pelo tipo de comunidade em que a criança vive, pelas crendices familiares, por sua interação com os meios de comunicação, pelo tipo de alimentação que ela tenha, pela situação econômica de sua família e comunidade, pelas condições de higiene , enfim, elas refletem o meio em que o indivíduo vive.

A estrutura educacional deve ter sempre estes fatos em mente, analisá-los com atenção e ter o maior cuidado ao introduzir os conceitos da educação formal que serão necessários para tornar, os alunos, cidadãos conscientes, úteis a si e à sociedade.

Este cuidado deve ser tomado, com nossas crianças desde tenra idade , pois como já dissemos, é difícil eliminar sinapses erradas.

Observação: Toda a nossa análise basear-se-á em casos de **normalidade** biológica, pois não consideraremos os casos patológicos como a discalculia e outros.

3.3. MEMÓRIAS DE SEGUNDA ORDEM.

O nosso cérebro, seguindo a lei geral do nosso Universo que é formar grupos e ordenar a partir dos registros sensórios, memórias de primeira ordem, forma grupos de elementos com propriedades comuns e gera, cria, um novo registro que chamaremos de conjunto, a classe de, a categoria de, o grupo de .

Esses registros correspondem às classes de equivalência das relações binárias da Matemática.

Chamaremos estes novos registros de memórias de segunda ordem.

Estes novos registros correspondem aos substantivos coletivos, ou abstratos.

Usamos o termo boiada para representar um grupo de bois; ela, a boiada não existe fisicamente, o que existe fisicamente são os bois, individualmente, lembre-se do átomo.

Vejamos em alguns exemplos, como o nosso cérebro gera, cria, esses registros, ou informação, ou conhecimento.

Exemplo um:

Desde criança, vemos vários tipos de gatos, reais, que geram, em nosso cérebro, registros sensoriais de primeira ordem de cada um deles, e podemos reconhecer o gatinho da família e os demais.

Todos esses registros sensoriais de primeira ordem possuem uma propriedade em comum: são gatos.

O nosso cérebro, a partir dessa propriedade comum ou conjunto de características comuns, gera um novo registro que é chamado de : **o gato**, **idéia de gato**, **conceito de gato**, **classe dos gatos**, **categoria dos gatos,** ou **conjunto de gatos**.

Conjunto dos gatos é uma memória de segunda ordem!

A maneira de simbolizar , quer por palavras, pela escrita, ou outro processo, este novo registro, depende da ciência que estuda o fato.

Em Matemática, os registros sensórios de segunda ordem, ou as memórias de segunda ordem , são chamados de:

Conjunto dos gatos = G

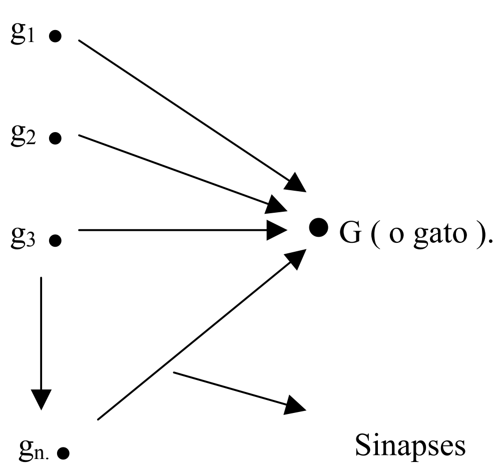
Usamos letras maiúsculas, símbolos, para isso, os conjuntos, e letras minúsculas, símbolos, para os registros de primeira ordem que são chamados de elementos.

Este novo registro, o conjunto dos gatos G, fica ligado pelas **sinapses** aos registros anteriores, memórias de primeira ordem.

O mais importante é que existe fisicamente no nosso cérebro.

O Gato, ou o conjunto dos gatos, G, ou a classe dos gatos, que tem existência física em nosso cérebro, é um registro ou memória de segunda ordem, e o cérebro trabalha, com ele, como faz com os demais registros sensórios, são memórias e fazem parte do nosso Banco de Dados.

Num esquema temos:



Exemplo dois:

Ao entrarmos numa sala de aula, com alunos, vemos os alunos, pessoas físicas ou seja, vemos o Pedro, a Maria, a Ana, e os alunos físicos geram em nossas memórias sensórias de primeira ordem, os registros de cada um.

Podemos reconhecer cada aluno.

Estes registros geram em nosso cérebro, noutra região, a das memórias de segunda ordem, um novo registro que é gerado pela propriedade comum: são alunos.

A este novo registro damos o nome de : **Conjunto de alunos**, ou ainda a **"1ª série de tal curso"**, ou a **"classe tal".**

A classe tal, a 1ª série do curso ou o conjunto de alunos pode ser representado fisicamente por um Diário de Classe.

Às vezes usamos o termo categoria e no caso da propriedade comum ser uma profissão ou grupo de pessoas com características comuns temos a: categoria dos metroviários, ou o conjunto dos metroviários, por exemplo.

O cérebro, a partir destas memórias, reúne as que possuem características comuns e gera um novo registro: o conjunto de conjuntos que continuaremos a chamar de memória de segunda ordem.

Por exemplo, reunindo as séries teremos : o Curso.

Curso de Matemática é o conjunto de suas séries.

Analogamente, nas universidades reunimos os cursos em Centros ou Institutos, novas classes, e estes formam a Universidade, um novo registro.

O cérebro segue a lei geral: formar grupos, classes de equivalência e ordenar.

Exemplo três :

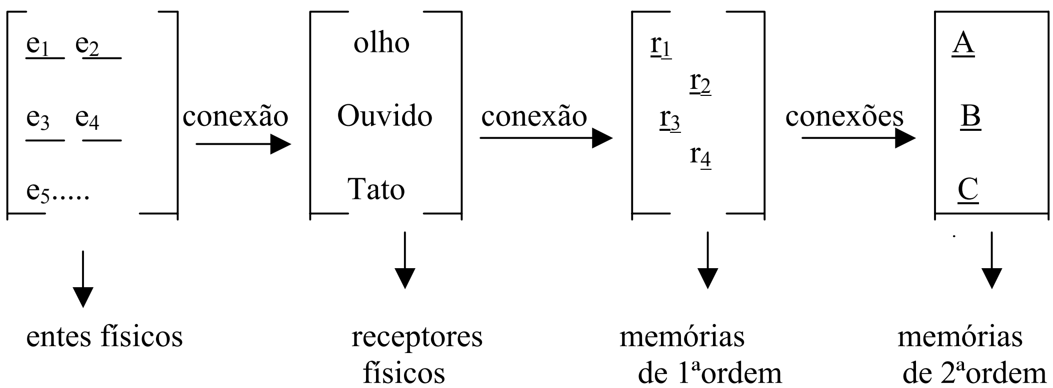
Ao olharmos um aquário com peixes vemos os peixes, ou seja, os peixes existem dentro do aquário, eles geram registros sensórios, memórias de primeira ordem e estas geram um novo registro que chamamos de : O Conjunto dos Peixes .

Os peixes, elementos físicos existem dentro do aquário e o conjunto de peixes, memória de segunda ordem, existe em nosso cérebro.

Os peixes não estão dentro do conjunto e sim no aquário.

Recorde o caso da Dra. Karen, no capítulo anterior, ela possuía, e possui, o Conjunto das Tias , como um registro, memória de segunda ordem.

Num esquema teríamos:



Vejamos algumas observações necessárias:

1) O fato das idéias existirem, independentemente dos registros sensórios, é algo parecido com as fotos e vídeos feitos de pessoas ou lugares.

São independentes das pessoas ou lugares.

2) Analogamente podemos falar dos hologramas e dos jogos de realidade virtual. O nosso cérebro gera as imagens e trabalha com elas. Os nossos sonhos são um exemplo típico da existência desses registros.

3) Uma outra propriedade de nosso cérebro é que ele é capaz de produzir idéias, conceitos, novos registros ou novas sinapses a partir de registros já conhecidos. É assim que pensamos e evoluímos.

O cérebro é capaz de gerar idéias, registros, a partir de idéias, registros.

Ele cria sinápses sózinho.

Basta pensar, criar mentalmente, gerar uma memória de segunda ordem, que ela passa a existir em nosso cérebro.

É por isso que podemos falar no Conjunto dos mamutes, sem que os mamutes existam.

Estas observações são importantes na construção do conhecimento, pois se ensinarmos às crianças de tenra idade, ou não, conceitos errados ou incompletos, iremos gerar, em seus cérebros, registros físicos que são difíceis de retirar ou trocar.

O nosso cérebro cria sinapses por associação.

É muito difícil retirar, desligar sinapses, basta observar os problemas com as lavagens cerebrais, feitas em períodos de convulsão social, mas gerar **sinapses** é mais fácil, basta lembrar a máxima: uma mentira contada muitas vezes, acaba virando verdade.

Podemos também observar os enredos de novelas e de programas de TV, os personagens e a estrutura delas são quase sempre os mesmos.

É uma repetição constante que faz com que o expectador não tenha que fazer grandes esforço para acompanhá-las e pode até perder alguns capítulos.

Da mesma maneira devemos observar as propagandas de todo tipo de produtos, aprenderíamos bastante com os marqueteiros.

Vamos analisar um caso de criação de memória de segunda ordem, bastante importante para a Matemática: posso pensar que aviões comerciais estão passeando por uma sala de aula, não são os aviõezinhos dos alunos.

O Conjunto dos aviões passeando pela sala, como idéia, memória de segunda ordem, existe em nosso cérebro, mas não existem os aviões físicos que seriam seus elementos.

A idéia é a mesma de pensarmos no conjunto dos números pares e ímpares ao mesmo tempo.

Poderíamos dar vários exemplos de conjuntos deste tipo.

Conjuntos que não possuem elementos .

Reforçando: o conjunto existe, o que não existe são os registros sensórios, os elementos, as memórias de primeira ordem.

Estes conjuntos irão gerar a idéia, memória de segunda ordem, de conjunto vazio que, é bom frisar, existe em nosso cérebro, como um registro, memória de segunda ordem.

Este conceito deve ser bem trabalhado pelos professores, que devem enfatizar a existência do conjunto vazio, como tendo as mesmas propriedades dos demais.

O conjunto vazio está intimamente ligado ao conceito do número zero e outros conceitos como veremos adiante. **V**eremos com mais atenção, este fato ao analisarmos a geração do conceito de número nas crianças.

Os professores desde a pré-escola, de todas as disciplinas, devem trabalhar associados, numa interdisciplinariedade, a formação correta destas memórias e de suas ligações**, as sinápses.**

Devem enfatizar que os registros de segunda ordem existem em seus cérebros:

- Para o professor de Matemática: os peixes, os elementos, são físicos, existem no aquário e o conjunto de peixes, no nosso cérebro.
- Para o professor de Português: os bois, existem no pasto, são físicos e a boiada, substantivo coletivo, existe no nosso cérebro.
- Para o professor de Geografia: o rio A, o rio B, o rio C, existem em tal região, mas o conjunto de afluentes de um rio existe no nosso cérebro.

Poderíamos dar dezenas de exemplos, mas deixamos aos professores dessa faixa que, com a sua experiência e o conhecimento de cada classe, cada grupo, escolherão os melhores exemplos.

Na vida prática, no cotidiano, as pessoas trabalham naturalmente com o que foi explanado, elas sempre formam classes de equivalência e ordenam.

Toda relação do tipo: isto tem a mesma propriedade que aquilo, gera uma classe que podemos dizer é de equivalência.

As pessoas, ao arrumarem o seu guarda-roupas e separando as peças por função, estão criando classes: temos a classe das camisas, das meias e assim por diante.

Não há preocupação em formalizar ou representar simbolicamente estas relações, as pessoas sabem que as meias devem ser guardadas na gaveta, classe, das meias.

O problema, repetimos, está na **simbolização**!

É um problema idêntico ao aprendizado de uma nova língua. Observe a dificuldade que tem os adultos brasileiros em aprender o chinês ou o inglês, que são línguas com estruturas e símbolos distintos das latinas.

3.4 Relação de Pertinência, conexão ou incidência

A relação de pertinência é a primeira relação básica da Matemática que estudaremos e que está associada às relações entre as memórias de primeira e segunda ordem.

Veremos também o problema das representações.

Quando existe uma ligação sináptica entre um elemento **a**, registro sensório de primeira ordem ou registro de segunda ordem, e um Conjunto **A**, Categoria **A** , Classe **A** , registros de segunda ordem, dizemos que temos uma relação de pertinência, ou de incidência, ou uma conexão entre **a** e **A** .

$$\mathbf{a} \bullet \xrightarrow[\textbf{sinapse}]{} \bullet \mathbf{A}$$

Poderíamos ou deveríamos usar os termos : ligação de incidência, ligação de pertinência ou simplesmente conexão.

A palavra pertence, no cotidiano, está associada a: ter dono, está sujeito a, dizemos: este carro é meu, me pertence. Não está ligado ao conceito de elemento de um conjunto.

Deveríamos usar mais : é elemento de, no lugar do termo : pertence a .

Esta relação, ligação sináptica, é representada de várias maneiras, tanto em Matemática, principalmente na Álgebra, quanto em Linguagem, Filosofia, Lógica Clássica e em outras ciências.

Por ser uma relação básica do cérebro, deve ser conhecida e usada de maneira conjunta pelos professores, desde a pré-escola.

Procuraremos mostrar que a Matemática é a expressão formal da rede de ligações sinápticas do raciocínio lógico do Homem.

Esta rede lógica é o que distingue o ser humano dos demais seres.

Um dos grandes problemas, senão o maior, é o de usarmos símbolos verbais ou escritos para representar esses fatos, pois os símbolos verbais ou escritos são representações sociais e são distintos para cada grupo ou povo.

Eles geram as diversas linguagens, inclusive a da Matemática, mas as ligações sinápticas são as mesmas para todos os seres.

O problema está na decodificação dos símbolos. Quando interagimos, temos conexões com os alunos, principalmente se os símbolos estão divorciados das realidade, do cotidiano, dos alunos.

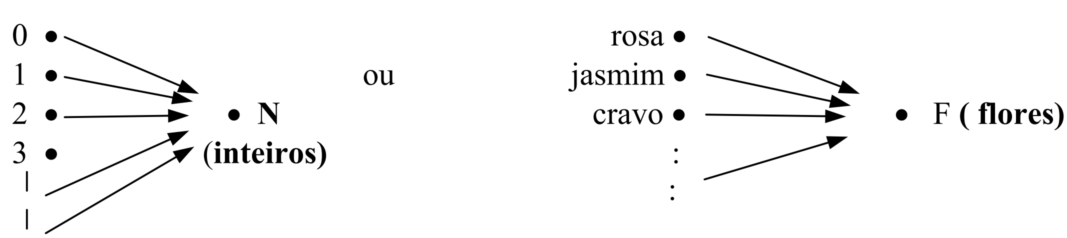
Um exemplo do problema das representações, surge quando representamos os conjuntos por diagramas de Venn, assim:

Este tipo de representação é altamente perigosa, pois dá a idéia, ao aluno, de que o elemento está dentro do conjunto, contido nele, e isto não representa a realidade das ligações sinápticas nem da ligação de pertinência,, como veremos adiante.

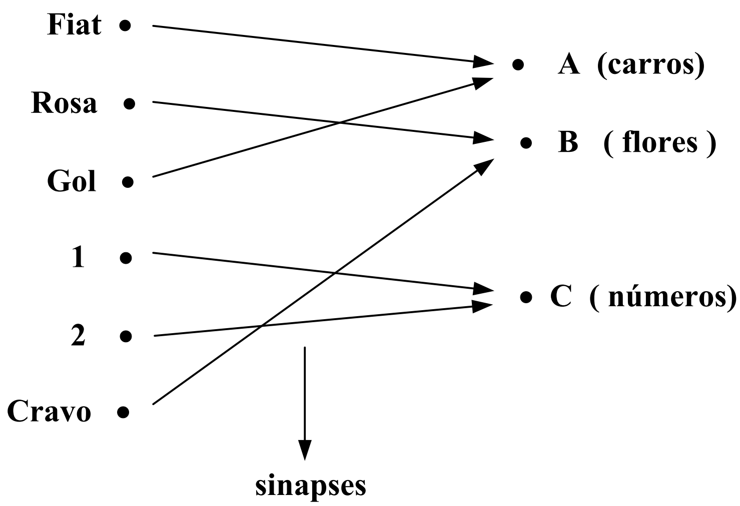
Este tipo de representação simbólica gera enormes problemas, ao alunado, principalmente ao termos de simbolizar as relações entre memórias de segunda ordem, as relações de inclusão.

O aluno, por causa da representação, confunde os conceitos de pertinência, incidência, com o de inclusão, parte de.

Creio que seria mais proveitoso representarmos a relação de incidência, conexão , entre os elementos e seus conjuntos, assim:

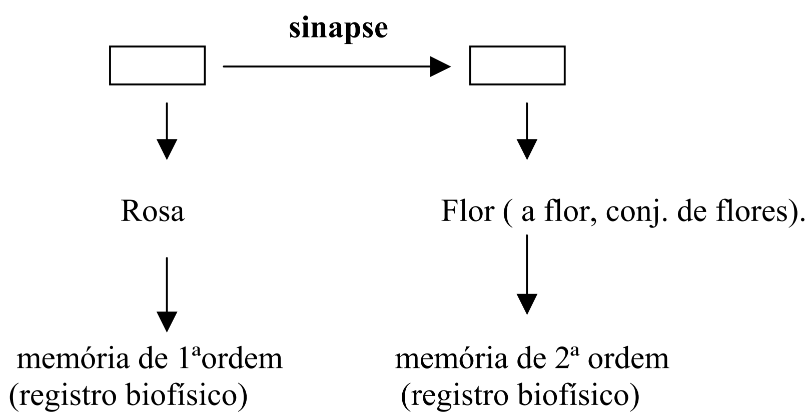


ou ainda:



Vejamos alguns exemplos para analisarmos os problemas simbólicos.

Seja a ligação sináptica, conexão, abaixo:



A ligação, conexão, existe fisicamente e é única, mas ela é representada simbolicamente de várias maneiras, entre elas temos:

---- a rosa é uma flor. (do cotidiano).

---- a rosa é elemento do conjunto das flores. (da Matemática).

---- a sentença p : a rosa é uma flor é verdadeira, V (da Lógica).

---- a rosa pertence ao conjunto das flores. (da Matemática).

As expressões acima são do cotidiano do aluno, mas, em Matemática ela é representada simbolicamente por:

$r \in F$ onde
- r = rosa , $\in$ = pertence
- F = conjunto das flores

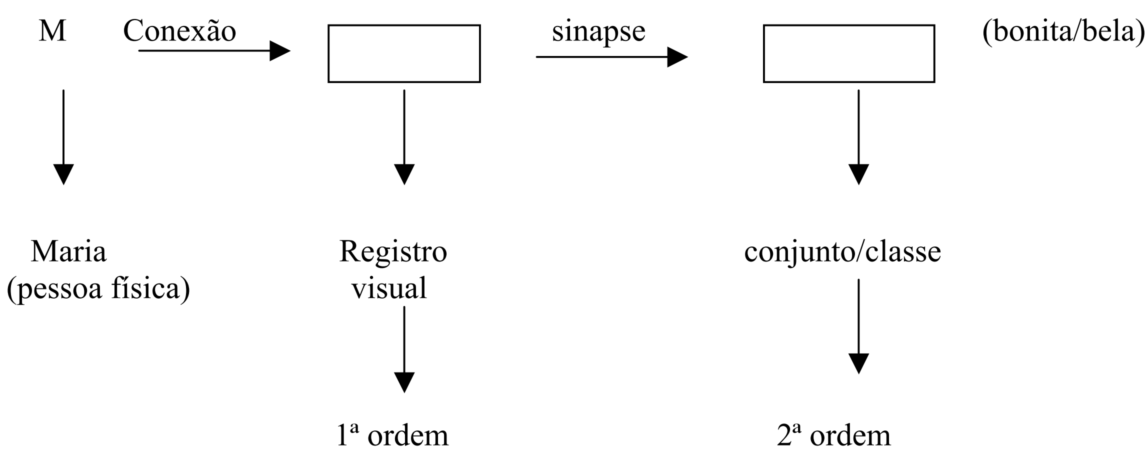
Num resumo temos:

a • [é elemento / pertence a / é / $\in$] • A

Observe que há íntima ligação entre o símbolo $\in$ (pertence**)** da Matemática e o **é** do verbo ser , da linguagem. O verbo ser segundo o Aurélio: **liga** o atributo ao sujeito.

<u>Exemplo 2</u>

Observe o esquema abaixo:



Logo temos:

Maria é bonita, ou Maria é elemento do conjunto das pessoas bonitas, ou Maria pertence ao conjunto das pessoas bonitas, ou ainda: Se Maria é realmente bonita a sentença p acima é verdadeira.

Devemos observar que : **é** , **é elemento de** , **pertence** são expressões simbólicas para representar a relação sináptica entre o **ente** e o **Conjunto**, classe, por aquele gerado .

Também devemos atentar para o fato de que as expressões acima estão simbolizadas em Português, e se estivéssemos em outros países teríamos expressões equivalentes, mas com outros símbolos.

A Matemática, como uma linguagem universal, própria, e utilizada por todos os povos, representa assim:

$m \in B$, onde m = Maria e B = Conjunto das pessoas bonitas.

Cada povo tem os seus símbolos para representar as suas informações, conhecimentos e relações entre eles.

A Matemática procura representar de uma maneira única estas representações e relações.

Não devemos esquecer que as estruturas e ligações sinápticas no cérebro são inerentes ao ser humano enquanto ser biológico.

Observação: A negação : não é , não é elemento de, não pertence a , a sentença é falsa ou $\notin$ significa:

Não há sinapse.

Os professores devem mostrar estas formas de representar as relações de incidências , conexões, e permitir ao aluno escolher a que mais se adapta a ele.

Estamos aplicando estes tipos de representações nas turmas em que lecionamos, já há três anos, e os resultados têm sido excelentes.

Permitimos aos alunos escolherem a forma de representação e consideramos correta qualquer uma delas, ou qualquer outra que represente a conexão, inclusive as setinhas.

Nas avaliações, os resultados correspondem a acertos de 90 a 95% dos casos.

Nestes últimos anos temos conversado com os alunos sobre o uso dos símbolos e obtivemos os seguintes resultados:

-- As alunas do curso de Pós-graduação em Psicopedagogia, na sua maioria, usam as expressões : é ou é elemento de , raramente usam o símbolo matemático.

-- Os alunos de Engenharia de Computação e Ciência da Computação usam, na sua maioria, as expressões : é elemento de , as setas e os termos: está incluso, dentro de, no lugar de pertence, mas com o mesmo significado.

Nos dois casos raramente usam o símbolo $\in$, que também foi ensinado.

Perguntamos a muitos alunos por que eles não usavam o símbolo. A maioria no curso de Psicopedagogia respondeu que não sabia escrevê-lo corretamente, assim como outros símbolos, e portanto não o usavam: Era outra linguagem.

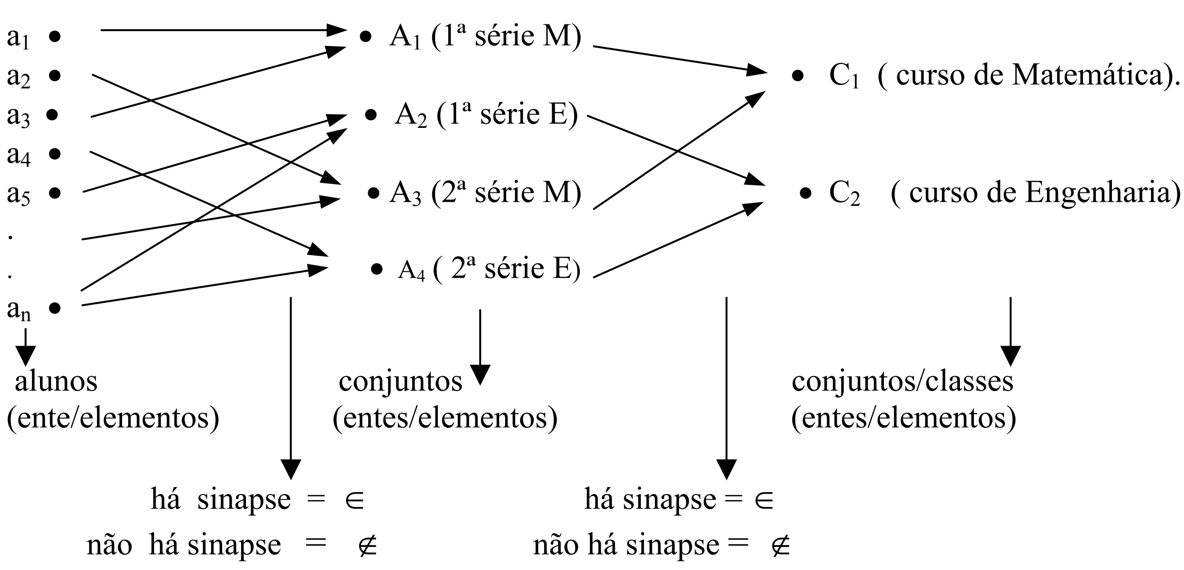
-- Os alunos de informática disseram que o símbolo $\in$ não faz parte do teclado e escrevê-lo dá trabalho, a restrição também é feita aos demais símbolos da Matemática.

Para os alunos do Curso de Matemática, a porcentagem dos que escreviam o símbolo $\in$ é de 50%, que julgamos pequena.

Em uma pesquisa com os alunos obtivemos o seguinte:

Os que não usavam o símbolo tinham justificativas idênticas aos demais, e os que usavam, diziam que já estavam acostumados de séries anteriores e/ou porque os professores das demais disciplinas do curso também usavam.

Vejamos um modelo que utilizamos para facilitar a compreensão da relação:



Relação com as demais ciências:

A relação de incidência, conexão, é uma estrutura do cérebro, as ciências é que a representam de maneira diferente e, observando somente as representações simbólicas, parece que são coisa distintas.

Já vimos que entre a linguagem corrente, do cotidiano, e a Matemática os símbolos que usamos são quase os mesmos, talvez seja porque a região do cérebro que comanda os dois é a mesma.

Temos : **é** em Linguagem e , **é elemento de** , $\in$, em Matemática.

A Lógica Clássica trabalha com proposições que, na sua estrutura de verdadeiro/falso, na realidade estão simbolizando, de maneira diferente, o **tem sinápse** = **V** ou **não tem sinápse** = **F**.

As proposições são sentenças simples afirmativas com as propriedades:

a) só podem ser verdadeiras ou falsas, não podem ser verdadeiras e falsas ao mesmo tempo.
b) Se a sentença for verdadeira, sua negação deve ser falsa.

Usualmente as sentenças são representadas por "p" e dizemos que possuem dois valores V ou F.

A negação é representada por $\neg$ p (não p).

$$p \nearrow \textbf{V (é)} \qquad p \searrow \textbf{F (} \text{não é).}$$

Exemplo:

A proposição , p = João é bonito, será verdadeira, V, se existe uma **sinápse** entre o registro de primeira ordem, João, e a memória de segunda ordem, bonito, que é uma classe ou o conjunto das pessoas bonitas.

Dizemos p é V.

Se não há sinapse, isto é, João na realidade não é bonito, a proposição será falsa e dizemos: p é F.

Temos: $r_1 \bullet \xrightarrow{\text{sinapse}} \bullet\, B$

$$\begin{array}{ccc} r_1 & \xrightarrow{\text{sinapse}} & B \\ \downarrow & & \downarrow \\ (\text{ João }) & & (\text{ bonito, conj. das pessoas bonitas.}) \end{array}$$

logo dizer **p é V** significa que: João é elemento do conjunto das pessoas bonitas , ou $r_1 \in$ **B**.

Por enquanto temos o esquema:

a) é $\longrightarrow$ **V** $\longrightarrow$ $\in$ $\longrightarrow$ **há sinapse.**

b) não é $\longrightarrow$ **F** $\longrightarrow$ $\notin$ $\longrightarrow$ **não há sinapse .**

Analogamente, a Álgebra Binária, Booleana, e a área da Informática representam esta estrutura usando outros símbolos.

A simbologia, nestas áreas, já foi padronizada da seguinte maneira:

Seja um fio condutor de eletricidade ou uma fibra ótica, se passa corrente ou um impulso ótico dizemos que o condutor está ligado, se não, desligado.

Se o condutor estiver ligado, associaremos o número um, **1**, caso contrário o zero, **0**.

A representação por **0 e 1** corresponde à relação básica de incidência , ou seja

1= há sinapse ; **0** = não há sinapse.

A associação das operações binárias com as portas lógicas dos circuitos digitais e com as tabelas verdades da lógica tem gerado excelentes resultados, pois podemos aproveitar os resultados de uma delas nas demais.

Tanto faz usar pertence, V, ligado , 1, tem sinapse.

Estamos integrando as disciplinas: Matemática Discreta (Álgebra e Lógica), Circuitos Digitais e Sistemas digitais do Curso de Engenharia da Computação da UNIP.

Estamos usando os mesmos símbolos em todas as disciplinas.

No capítulo referente às operações como representações de estruturas do cérebro, veremos em detalhes estas interrelações.

O que procuramos mostrar, neste texto, é que todas essas associações e representações são distintas apenas simbolicamente e pelas regras operacionais inerentes a cada ciência.

O que existe realmente são as ligações sinápticas entre as memórias.

Nem poderia ser de outra forma, pois não tem sentido dizer que o cérebro cria coisas que não estão nele.

O nosso objetivo é mostrar que podemos estimular os nossos alunos (jovens), desde tenra idade, a se utilizarem com eficácia de uma estrutura que é sua, biologicamente**!.**

Podemos, numa interdisciplinariedade, estimular os nossos alunos a criarem sinapses corretas e suas representações desde o ensino fundamental.

Este mesmo processo pode ser aplicado na educação de pessoas já adultas ou que estejam fora de sua idade escolar.

É necessário somente determinar as sinapses já criadas e adaptarmos os estímulos corretos a cada grupo.

RESUMO:

A primeira estrutura básica é :

Registros sensórios, ou não, são "entes", elementos, que, com propriedades comuns, **geram um novo registro** (conjunto, classe, categoria, grupo) que **representa** a propriedade comum.

Estes novos registros tornam-se **novos entes** que possuindo também propriedades comuns (novas) , **geram** outros registros.

O importante é que todos esses "entes" estão ligados entre si por sinapses.

3.5 - Relação de inclusão:

A segunda relação básica: o todo e suas partes.

ou

As relações de ordem.

Já vimos que os registros sensórios, memórias de primeira ordem ou os elementos, geram os registros ou memórias de segunda ordem ou os conjuntos, as classes, as categorias.

Que a conexão entre os elementos e os conjuntos define a primeira relação básica, a relação de pertinência, e que isso são representações de **sinapses.**

Sabemos que as memórias de segunda ordem, os conjuntos, geram novos registros, que também são memórias de segunda ordem e se transformam em elementos destes.

A primeira relação básica trabalha com as relações de equivalência, gera classes, que é uma lei do nosso Universo.

Os elementos, sensórios ou não, por possuírem várias propriedades ou características particulares, estão associados, ou melhor possuem conexões, pertencem a mais de um conjunto, formando uma rede espetacular com um número de conexões muito grande.

Devemos observar que esta rede é tridimensional e isto gera dificuldades de representação, pois usamos o plano, o papel, para isto.

Lembre-se de que um neurônio pode ligar-se por meio de sinapses a até 10.000 outros neurônios, vide figuras do capítulo II.

Este fato, a rede, gera relações entre as memórias de segunda ordem ou entre os conjuntos, de um tipo diferente do já estudado.

Temos:

Elemento / ente → Propriedade/característica

Camisa → Cor, tamanho, preço, modelo ...

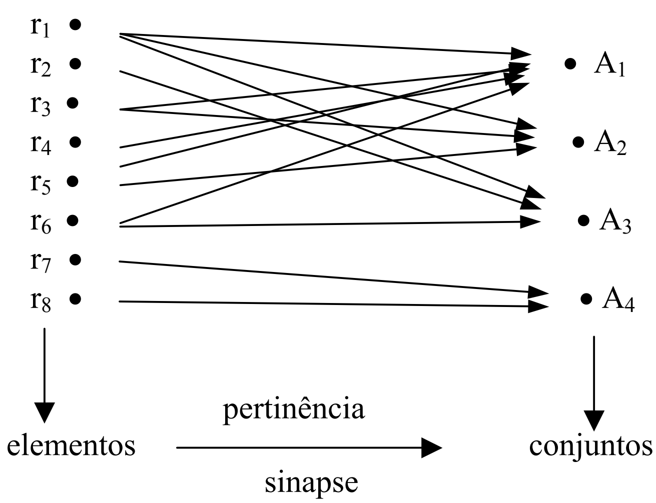
Numero → Par, inteiro, divisor de, raiz de ...

Homem → Sexo, cor, estado civil, religião, profissão...

Estas relações são muito utilizadas no cotidiano, mesmo entre pessoas não escolarizadas, o que mostra que são inerentes ao ser humano, racional, como veremos em exemplos, mais adiante.

De uma maneira geral elas são espaços topológicos discretos e possuem todas as propriedades destes, mesmo que as pessoas não as representem simbolicamente.

Vejamos um modelo, bem simples, desta rede, para uma análise inicial.



Temos os conjuntos:

$A_1 = \{r_1, r_3, r_4, r_5, r_6\}$; $A_2 = \{r_1, r_3, r_5\}$

$A_3 = \{r_1, r_2, r_6\}$; $A_4 = \{r_7, r_8,\}$

Comparando os conjuntos temos:

- A_2 e A_1 : todos os elementos de A_2 são também elementos de A_1.
- A_3 e A_1 : nem todos os elementos de A_3 são elementos de A_1, mas existem elementos comuns.
- A_4 e A_1 : não há elementos comuns, ou melhor não há relação entre A_1 e A_4.

As relações possíveis entre os conjuntos são sempre do tipo das citadas anteriormente.

Podemos observar que não há sinapses ligando A_1 a qualquer dos outros conjuntos. A relação é feita por meio de seus elementos, via generalização, como veremos adiante.

A relação, conexão entre os conjuntos, nestes casos, não pode ser de pertinência.

De uma maneira geral, as relações são de dois tipos:

-- As que chamamos de **operacionais**, tais como a União, a Intersecção, a Diferença entre Conjuntos que estão intimamente associadas às tabelas verdade da lógica, à álgebra binária e aos circuitos lógicos da informática, localizam-se no centro lógico e serão analisadas no capítulo IV.

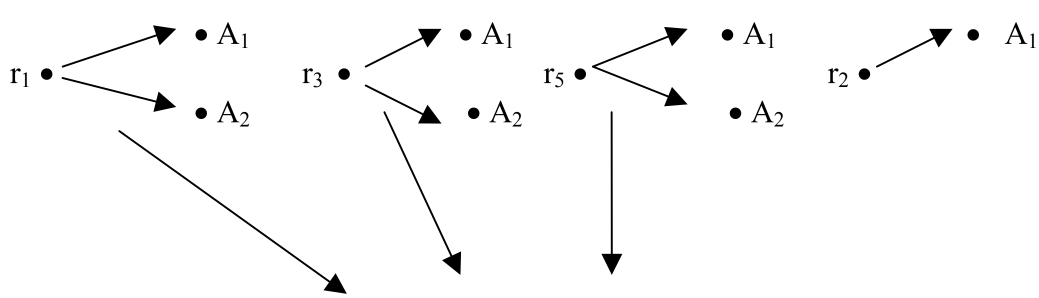
-- As que chamamos de **topológicas** que são as relações entre um conjunto e outros conjuntos cujos elementos são elementos do próprio conjunto, mas que possuem propriedades específicas, particulares, que serão as suas partes.

Estas últimas são também chamadas de relações de inclusão, ou de relação do todo com suas partes, ou de: topologia discreta do conjunto, ou de espaço topológico do conjunto, ou, na área de Informática, de booleano do conjunto.

Fundamentalmente elas representam a segunda lei geral do Universo: a da ordenação, elas são relações de ordem.

Repetindo, elas possuem íntima relação com o cotidiano, com a lógica e com as demais ciências.

Vamos voltar ao modelo e olhar com atenção para a relação entre os conjuntos A_2 e A_1:



Temos que: Todo elemento de A_2 é elemento de A_1.

Uma propriedade comum aos elementos de A_2 é pertencerem ao conjunto A_1.

Esta propriedade comum gera então uma nova classe, de outro tipo, que representa uma generalização das propriedades de pertinência, de cada elemento associado, com conexão, a dois conjuntos distintos.

É uma propriedade comum, classe, de uma ordem superior às já estudadas.

Esta nova relação, que é de ordem, é chamada de relação de inclusão entre A_2 e A_1, ou dizemos que A_2 é parte de A_1.

Falar que A_2 é parte de A_1, para conjuntos, talvez seja impróprio, mas é uma maneira de falar que vem das ligações com a Linguagem, como veremos adiante.

Antes de continuarmos a análise deste tópico necessário se faz alguns comentários sobre o equipamento, instrumento, ferramenta, meio que estamos utilizando para isso.

Para analisarmos os ossos do corpo humano utilizamo-nos dos raios X, que são bloqueados pelos ossos, cuja imagem aparece na chapa.

Mas os raios X não são úteis para a análise de corpos ditos moles, como o coração, fígado, etc, pois aqueles, passam por estes sem os ver, detectar; para estes casos usamos a tomografia computadorizada.

Para o estudo do funcionamento do cérebro, usamos inicialmente o eletroencefalograma que mede os campos eletromagnéticos gerados pelo cérebro, ao ser estimulado, mas não nos dá informações de como os impulsos bioelétricos percorrem as células nervosas e como as regiões estão associadas.

O aparecimento do P.E.T.(Tomografia por Emissão de Pósitrons) e da ressonância estão possibilitando a análise de como os impulsos nervosos percorrem as células nervosas e quais as regiões que estão associadas. (vide figuras do capítulo II).

Ainda não conseguimos ver detalhes de um pequeno grupo de células ou da relação entre duas células ou registros.

Acreditamos que num futuro não muito distante, obteremos essas informações de maneira precisa e que irão comprovar algumas inferências feitas agora ou, dar outras explicações às mesmas.

O centro lógico sempre foi visto, até agora, no seu conjunto, como área, ou, em alguns casos como parte dessa área e ainda não podemos ver ligações isoladas do mesmo e assim temos que fazer inferências a partir de dados indiretos.

Um problema que surge, sério e de grande importância, e que gera algumas ou muitas distorções é que temos de usar o nosso raciocínio lógico para a análise do mesmo.

O ideal seria podermos usar outros centros mais elevados para essa análise..

Iremos analisar vários exemplos do cotidiano para mostrar como as pessoas trabalham com estas estruturas.

Exemplos do cotidiano:

1) Do guarda-roupas:

É comum vermos as pessoas, ao arrumarem o seu guarda-roupas (conjunto geral = roupas), separarem as peças de seu vestiário usando propriedade específicas dos mesmos.

Elas separam as camisas, calças, malhas, as roupas íntimas etc.

Quanto mais organizada, mais ordeira, mais racional é a pessoa mais separação ela faz, ela cria partes.

O próprio guarda-roupas já é, fisicamente, uma partição.

2) Da contagem de moedas:

Se pedirmos para qualquer pessoa, alfabetizada, ou não, para contar um pacote de moedas, conjunto real, veremos que todas irão separar as moedas em classes, grupos, de mesmo valor, e depois contar os pacotes colocados em ordem.

3) Jogos:

Os jogos de recortes e de montagem, os quebra-cabeças também são exemplos do cotidiano em que a estrutura de partição aparece.

Analogamente usamos na linguagem corrente uma série de expressões que representam a relação entre a parte e o todo.

Iremos analisar algumas e mostrar que existe uma estrutura básica em todas elas.

Mais tarde veremos como relacionar essas expressões com as expressões usada na Matemática. Vejamos alguns exemplos, sejam as sentenças:

“As vogais fazem parte do alfabeto”, significa:

“Todas as vogais são letras do alfabeto”, ou

“Toda vogal é letra do alfabeto”, ou

“Todos os elementos do conjunto das vogais são elementos do conjunto das letras do alfabeto”.

“As rosas são flores”, significa:

“Toda rosa é flor”, ou

“Todos os elementos do conjunto das rosas, são elementos do conjunto das flores”, ou

“Cada rosa é uma flor”.

“**Todo homem é mortal”,** significa:

“Os homens são mortais”

“Todos os elementos do conjunto dos homens são elementos do conjunto dos entes mortais”.

Poderíamos dar uma quantidade muito grande de exemplos de situações, jogos e de expressões usadas no cotidiano, que são representações da estrutura da relação de inclusão. Estas expressões são facilmente entendidas pelas pessoas mesmo aquelas não alfabetizadas (desde que sejam normais e só estamos analisando estes casos).

Qualquer criança entende expressões do tipo:

“Todo Corintiano é fanático”.

“Todo menino (a) é _________”.

“Todo jogo é ___________”.

A estrutura básica é:

Todo $\boxed{\qquad\qquad}$ é $\boxed{\qquad\qquad}$

Obs.: Um problema que encontramos nas nossas observações com alunos e na vida prática é que em muitos casos a palavra todo não é usada no seu sentido “lato”, ela é usada às vezes no lugar de: a maioria de.

Vejamos um exemplo:

Se perguntarmos aos alunos: “Você fez todos os exercícios?”

Grande parte deles responderá: Sim, só está faltando o 5°.

Este fato e muitos outros deste tipo atrapalham a formação do conceito de inclusão.

Os professores, desde a pré-escola devem, estimular os seus alunos a usarem o conceito de todo e parte de, de maneira correta.

Quando falamos dos professores não estamos falando somente dos professores de Matemática, mas sim de todos eles.

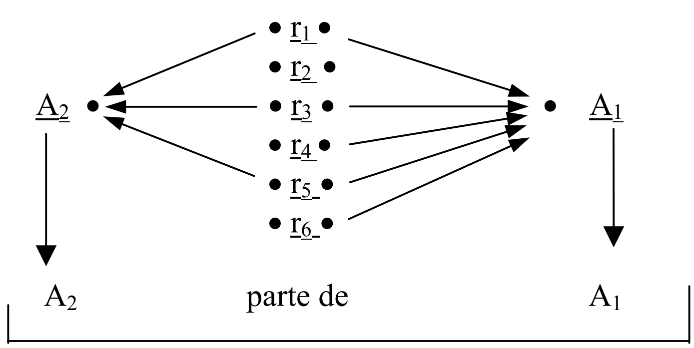
Do exposto, vimos que a relação de inclusão é inerente ao ser humano e que se expressa em quase todas as ações do cotidiano.

Podemos observar que a estrutura é estimulada a se formar usando dois caminhos

Primeiro caminho:

Escolhem-se dois conjuntos e comparam-se pela relação de pertinência os seus elementos.

Como exemplo vamos voltar ao modelo já dado, olhando a relação entre os conjuntos A_1 e A_2.



Memória de Segunda Ordem

Este caminho gera a relação de inclusão entre conjuntos, que iremos analisar em detalhes.

Segundo caminho:

Escolhe-se um conjunto e observando os seus elementos procuramos propriedades inerente a parte destes, ou simplesmente verificamos quais as partes que ele possui.

Este procedimento pode ser feito por meio de jogos com os alunos ou pela partição de folhas.

Vejamos alguns exemplos:

1) Seja o conjunto: $A = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i\}$

Observando o conjunto A, podemos escolher, o conjunto:

$V = \{a, e, i\}$ das vogais ou $C = \{b, c, d, f, g, h\}$ das consoantes ou

$B = \{a, b, c, d, e\}$ das cinco primeiras letras.

Ao analisar, com o aluno, podemos deixá-los escolher qualquer conjunto.

2) Seja o conjunto

$B = \{\odot_{b1}, \odot_{b2}, \odot_{v1}, \odot_{v2}, \odot_{b2}, \odot_{b4}, \odot_{a1}, \odot_{a2}\}$ de bolas coloridas.

Podemos pedir aos alunos para formarem os conjuntos de bolas da mesma cor:

A_1 = {bolas brancas} = { }

A_2 = {bolas vermelhas} = { }

A_3 = (bolas azuis} = { }

Podemos (devemos) pedir para eles formarem o conjunto das bolas verdes.

Os alunos constatarão que não existem bolas verdes, mas que pode ser pedido o conjunto, e que o mesmo não terá elementos e será o conjunto $\varnothing$.

Recorde o capítulo II sobre a importância do conceito do conjunto vazio ser introduzido de maneira correta desde terna idade.

Este caminho gera o que chamamos de conjunto de partes de um conjunto ou de uma topologia discreta, que analisaremos neste capítulo.

Procuraremos mostrar como os professores, desde a pré-escola, podem exercitar esta estrutura tornando-a parte integrante de sua vida.

A relação de inclusão: propriedades:

Cabe aqui um parêntese de advertência: "todo ser humano normal possui um cérebro que se prepara, gerando sinapses antecipadas, desde os três anos de idade e a partir dos nove anos começa a desligar as estruturas e ligações que não são utilizadas.

Isto significa que devemos criar as estruturas, já vistas, na época correta, por meio de estímulos e impulsos corretos, pois se o fizermos de maneira errada será difícil consertar depois".

Vejamos agora como a Matemática define e simboliza esta estrutura.

Definição:

Dados dois conjuntos A e B, se todos os elementos de A, são também elementos de B, dizemos que:

"A está contido em B" ou

"A é subconjunto de B" ou

"A é parte de B" ou

"Todo "a" é "b" sendo $a \in A$, $b \in B$" ou

"A está incluso em B".

e indicamos por: $\mathbf{A \subset B}$

Obs.: Os problemas encontrados no aprendizado são de dois tipo, o uso de palavras que não são do cotidiano e o uso de símbolos.

As expressões: está contido, subconjunto, incluso, não são do cotidiano do aluno e devem ser introduzidas a partir de outras expressões.

Como no cérebro os **símbolos** são arquivados em regiões distintas da linguagem corrente,(vide capítulo II) , o aprendizado simbólico corresponde a uma nova linguagem para ao aluno e que deverá estar ligada, **por sinapses,** às expressões que ele já possui.

Se isto não ocorrer, não haverá aprendizado o aluno só decora símbolos ou regras (memórias).

A expressão:

$$\mathbf{A \subset B \quad \Leftrightarrow \quad \forall x \in A \quad \Rightarrow \quad x \in B}$$

que simbolicamente representa a relação de inclusão, se não estiver associada, por **sinapses,** às que o aluno possui, será, para ele, simplesmente um desenho sem significado. Ele poderá decorá-la como decora as letras das músicas em inglês sem saber o que está falando.

Ao ensinarmos estes conceitos nas séries iniciais e nas demais, é aconselhável não usarmos os símbolos, e o conceito deverá ser trabalhado por todos os professores numa interdisciplinariedade, principalmente entre Matemática e a Língua.

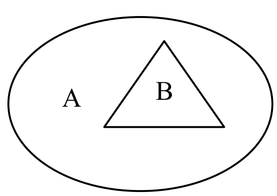
É mais fácil a criança entender:

Todo “a” é “b”, pois está mais próximo do seu linguajar do cotidiano, do que o uso de símbolos, que deverão ser introduzidos “a posteriori”.

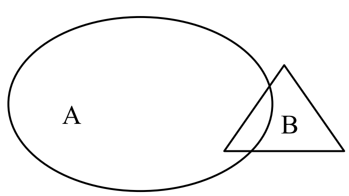
A negação, ou seja, quando nem todo elemento de A é elemento de B, dizemos que A não está contido em B ou que A não é parte de B e indicamos por $A \not\subset B$.

Veremos adiante uma maneira prática de analisarmos a não inclusão e que possui aplicações práticas importantes.

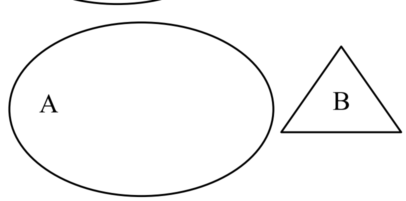
Além da representação simbólica, já vista, a relação de inclusão é representada por diagramas de Venn, como nos exemplos abaixo:



1) $B \subset A$ (todo "b" é "a")



2) $B \not\subset A$ (existe "b" que não é "a").,



3) $B \not\subset A$ (nenhum "b" é "a").

Os diagramas de Venn são úteis pois representam, de uma maneira objetiva, concreta, o conceito de “parte de” da vida cotidiana, o que facilita, para o aluno, a transferência do conceito para a representação simbólica.

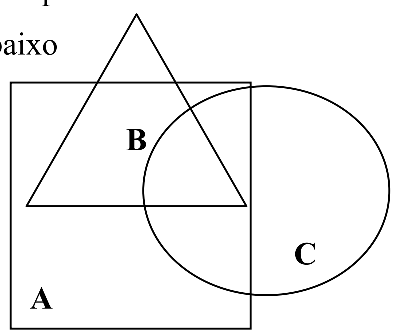
No caso da relação de pertinência, acreditamos que os diagramas de Venn são prejudiciais.

Para fixarmos o conceito de inclusão é importante utilizarmos exercícios e representações adequados.

A primeira sugestão é usarmos representações distintas para os conjuntos, nos diagramas de Venn. Devemos usar quadrados, círculos, triângulos, para representar os conjuntos e não somente por círculos, pois os conjunto são diferentes, logo a sua representação também deve ser.

Vejamos um exemplo:

Seja a figura abaixo



Chamaremos os elementos do conjunto A de “a”, de “b” os elementos do conjunto B, e de “c” os de C.

Também podemos dizer que os elementos de A são quadrados, de B triângulos e C de círculos.

Poderíamos também colocar objetos nos conjuntos com propriedade tais como: cor, formato, tamanho etc, ou ainda:

A é o conjunto das pessoas com olhos azuis

B é o conjunto das pessoas que torcem para o clube _________

C é o conjunto das pessoas com peso entre X_1 e X_2

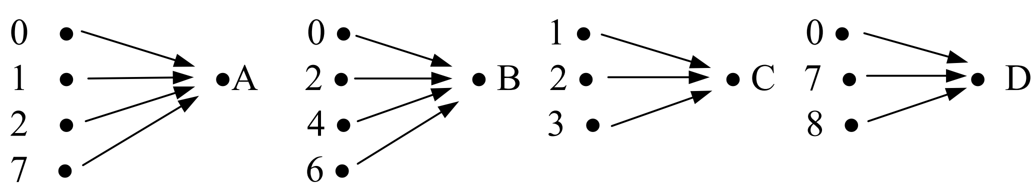
Acreditamos que devemos deixar os professores adequarem os exemplos às suas classes, eles são os mais capacitados para isso.

Não devemos dar receitas de bolo.

Observando a figura anterior podemos fazer uma série de perguntas para fixar, gerar sinapses, os conceitos:

- assinale os elementos de A, ou assinale os “a”.
- assinale os “a” que não são “b”.
- assinale os elementos de A que são elementos de B e C e assim, por diante.
- todo quadrado é triângulo?
- todo elemento triângulo é também elemento do quadrado?

Vejamos outra maneira de apresentar o mesmo problema:



e fazer as perguntas

- todo “a” é “b”? ______________ logo A _____B
- todo “c” é “a”? ______________ logo C _____A
- existe “d” que não é “b”? _____ logo D _____B

Vamos agora analisar a relação:

Quando um conjunto não está contido noutro?

Já sabemos que a resposta é: quando nem todos os elementos de um conjunto são elementos do outro.

Vamos trocar a expressão: “nem todos” por uma outra equivalente mas que facilitará o estudo das propriedades da inclusão e da partição, e a análise lógica de sentenças.

Para introduzir a nova expressão usamos sempre uma história para nossos alunos. Cada professor deve escolher a mais conveniente para o seu contexto.

"Maria usualmente vai à escola com um saco de balas, e costuma comer todas durante o trajeto".

Perguntamos aos alunos:

Quantas balas, no mínimo, Maria deve deixar no saco para dizer que não comeu todas?

A resposta da maioria é**:** " Basta deixar uma bala".

Após vários exemplos podemos concluir que um conjunto não está contido noutro, se possuir pelo menos um elemento que não é elemento do outro.

ou A não é parte de B se existe "a" que não é "b".

simbolicamente temos:

$$\mathbf{A \not\subset B \Leftrightarrow \exists\ x \in A\ /\ x \notin B}$$

Este conceito de não inclusão é a negação para o conceito de todo, podemos dizer que a negação do todo é: existe um que não é.

Observação:

Analogamente à relação de pertinência que é binária, ou seja, "a pertence a A", ou "a não pertence A" ($\in, \notin$), a relação de inclusão também é binária ou seja, "A está contido em B" ou "A não está contido em B", ou $\subset$ e $\not\subset$..

Vejamos alguns exemplos:

1) S = Todo número par é um número inteiro ($A \subset B$)

a negação da sentença é:

$\rceil$S = Existe número par que não é inteiro ($A \not\subset B$).

onde: A = conjunto do números inteiros. B = conjunto dos números pares.

2) S = Todos os homens são mortais ($A \subset B$)

a negação é:

$\rceil$S = Existe homem que não é mortal ($A \not\subset B$).

3) S = Todo número primo é impar ($A \subset B$)

a negação é:

$\rceil$S = Existe número primo que não é impar ($A \not\subset B$).

Se usarmos a negação de “todo é” como “existe um que não é”, estaremos capacitando o alunado a entender o que significa demonstrar um teorema, e o que é um contra-exemplo.

Sabemos que ao enunciarmos um teorema dizemos que a propriedade que os elementos possuem é comum a todos os elementos, gera uma classe de ordem superior.

Quando dizemos que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180°, estamos afirmando que esta propriedade é válida, é comum, para todos os triângulos.

Para a demonstração da afirmação deveríamos verificar se cada triângulo possui essa propriedade.

Como existem infinitos triângulos não podemos verificar que a propriedade é válida para todos e por isso a demonstração deve ser feita para um triângulo geral que representa todos os triângulos.

É usando este argumento que podemos explicar aos alunos que as “provas” **com casos particulares não são válidas.**

Para provar que um teorema não é válido, não é verdadeiro, basta dar exemplo de um elemento que não possui a propriedade geral.

Neste caso dizemos que temos um contra-exemplo.

Vejamos um caso:

Teorema: “Todo número primo é impar”.

Para provar o teorema teríamos que mostrar que todos os primos são ímpares, e para provar que o teorema não é válido basta **um** exemplo, não válido.

No caso temos o número 2, que é primo, e não é impar.

Logo: O teorema não é válido!

Uma das aplicações do fato da relação de inclusão ser binária, isto é, ou $A \subset B$ ou $A \not\subset B$ é a demonstração da afirmação (teorema).

“O conjunto vazio está contido em todos os conjuntos” ou “simbolicamente”.

$$(\forall A) \Rightarrow \varnothing \subset A$$

Para a inclusão só temos duas 0pções: “está contido”, $\subset$, ou não está contido, $\not\subset$. Iremos mostrar que a afirmação: “não está contido”, leva a um absurdo, o que acarreta que a afirmação “está contido” é verdadeira.

Dem.: Se o conjunto vazio não está contido em A, significa que deve existir um elemento do conjunto vazio que não é elemento de A.

Como o conjunto vazio não possui elementos, a afirmação é um absurdo (falsa, não correta).

Logo: O conjunto vazio está contido em todo conjunto.

ou $\boldsymbol{\varnothing \subset A, (\forall A)}$

Outra conclusão importante, e os alunos a compreendem perfeitamente, é quando dizemos as sentenças:

“**Todo “a” é “a”** ou **“Toda rosa é rosa” ou “Todo avião é avião”**

Elas são sempre verdadeiras, logo podemos dizer:

A está contido em A ou $A \subset A$. Esta propriedade é chamada de idempotência.

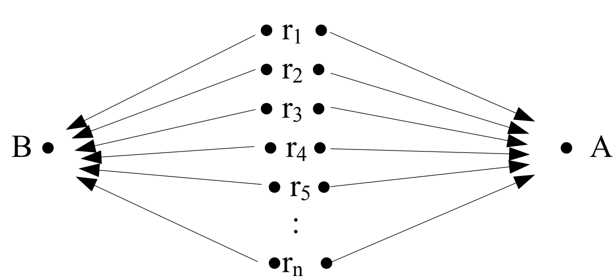
Quando analisamos a frase anterior com os alunos, as respostas são:

É evidente, professor! Mas, isso está na cara!

O que demonstra que estas propriedade, para eles, são naturais.

Uma das aplicações práticas da relação de inclusão é na verificação de conjuntos que são representados por A e B, são dois conjuntos distintos ou, se o conjunto é único, e está representado por dois símbolos.

É evidente que dois conjuntos “são iguais” quando são “gerados” pelos mesmos elementos, ou



temos A = B

Observando temos:

a) Todo elemento de A é elemento de B logo, $A \subset B$.

b) Todo elemento de B é elemento de A logo, $B \subset A$.

Do exposto concluímos:

$A = B$ o que equivale a : $A \subset B$ e $B \subset A$.

Observação: Esta propriedade às vezes é utilizada para a "definição" de igualdade; ou

Se $A \subset B$ e $B \subset A$ dizemos que $A = B$.

Esta maneira de encarar igualdade permitirá, ao aluno, entender as demonstrações de teoremas sobre unicidade e teoremas com condições necessárias e suficientes (equivalentes).

No capítulo IV, ao analisarmos as operações binárias e suas equivalências nas tabelas-verdades, ficará bem claro a utilidade da criação da estrutura de inclusão de maneira correta.

Vejamos mais exemplos e aplicações para reforçarmos a importância desta estrutura:

Teorema: O conjunto vazio é único.

A técnica de demonstração da unicidade é supor que existam dois, ou mais, elementos que satisfazem a relação.

Demonstração: Vamos supor que existam **dois** conjuntos vazios : ϕ_1 e ϕ_2 logo podemos escrever:

$$\underbrace{\phi_1}_{\text{conj. vazio}} \subset \phi_2 \quad \text{e} \quad \underbrace{\phi_2}_{\text{conj. vazio}} \subset \phi_1 \quad \textbf{então} \quad \phi_1 = \phi_2 \quad \textbf{(da definição de igualdade)}$$

Este teorema é importante pois equivale a afirmar que o **conjunto vazio,** memória, registro de 2ª ordem, possui um registro único no nosso cérebro.

Observação: como associaremos o registro do número zero ao conceito, classe, de vazio, podemos concluir que o número zero é único, ou melhor, tem representação, memória de 2ª ordem, **única** em nosso cérebro.

Outra propriedade valiosa da inclusão é a transitividade.

A propriedade transitiva é característica das relações de ordem e básica da estrutura do cérebro, natural .

Ela deve ser estimulada, para que a estrutura de ordenação se torne efetiva e com aplicações em toda a vida do aluno, por todas as disciplinas, ou melhor, por todos os professores.

Entre as relações de ordem que podem ajudar a estimular a estrutura podemos citar:

--**Menor que**: que pode ser aplicada quando os alunos fazem fila.

O professor deve mostrar a transitividade, não precisa citar o nome nem simbolizá-la da seguinte maneira: João é menor que Pedro, Pedro é menor que Maria, logo João e menor que Maria.

Pode mostrar a relação na fila:

João **Pedro** **Maria**

-- **precede a :** pode ser aplicada quando o professor organiza, coloca em ordem, o alfabeto, da seguinte maneira:

a precede b , b precede c , logo, a precede c.

Se o professor quiser pode, ou deve, usar os termos "vem antes de" , ou "vem depois de".

--- colocar os nomes dos alunos em ordem alfabética ou por idade.

Existe um grande número de exemplos que, acredito, os professores do ensino fundamental sabem melhor que nós, e mais adequados.

O importante é estimular as ligações sinápticas!

A transitividade é uma propriedade natural das ligações sinápticas.

Neurônio 1 $\longrightarrow$ Neurônio 2 $\longrightarrow$ Neurônio3

A transitividade na inclusão pode ser expressa assim:

$$\left.\begin{array}{l}\text{--Todo "a" é "b"}\\ \text{--Todo "b" é "c"}\end{array}\right] \Rightarrow \text{ ou logo : Todo "a" é "c".}$$

ou simbolicamente:

$$\left.\begin{array}{l} A \subset B \\ B \subset C \end{array}\right] \Rightarrow A \subset C$$

Não iremos representar por ligações sinápticas pois elas ficam entrelaçadas e se tornam difíceis de representar.

Devemos lembrar que as ligações sinápticas em nosso cérebro são tridimensionais, (vide figuras do capítulo II), e mesmo em filmes animados a sua representação é difícil.

Torna-se mais difícil no nosso caso, que só temos o papel plano, duas dimensões, para a representação.

Vejamos alguns exemplos:

$$\left.\begin{array}{l}\text{Toda rosa é uma flor}\\ \\ \text{Toda flor é um vegetal}\end{array}\right\} \Rightarrow \text{Toda rosa é um vegetal}$$

$$\left.\begin{array}{l}\text{Todo quadrado é um retângulo}\\ \\ \text{Todo retângulo é quadrilátero}\end{array}\right\} \Rightarrow \text{Todo quadrado é um quadrilátero}$$

Uma outra aplicação surge quando associamos uma relação de inclusão com uma de pertinência, do tipo dos exemplos abaixo.

A aplicação é uma conclusão natural, sináptica, da estrutura de inclusão e das ligações sinápticas de pertinência.

Exemplo 1:

$$\left.\begin{array}{l}\text{Toda rosa é uma flor}\\ \\ \text{x é rosa}\end{array}\right\} \Rightarrow \text{x é flor}$$

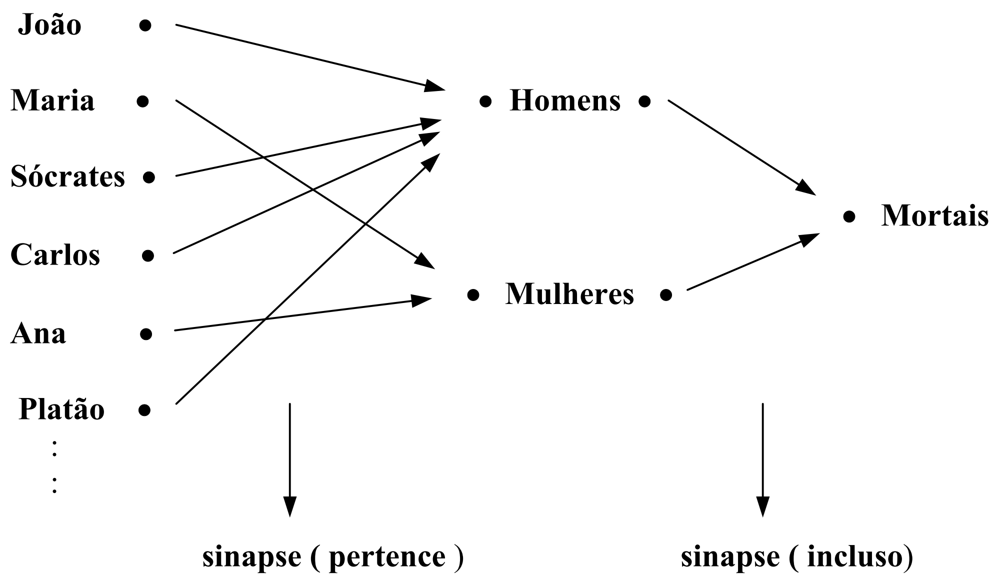
Exemplo 2:

$$\left.\begin{array}{l}\text{Todo Homem é mortal}\\ \\ \text{Sócrates é Homem}\end{array}\right\} \Rightarrow \text{Sócrates é mortal}$$

Exemplo 3:

$$\left.\begin{array}{l}\text{Todo "a" é "b"}\\ \\ \text{Lalau é "a"}\end{array}\right\} \Rightarrow \text{Lalau é "b".}$$

Veja o gráfico abaixo:



Observamos que temos novamente a transitividade de ligações sinápticas, estímulos nervosos ou impulsos bioelétricos.

Matematicamente temos uma representação simbólica:

$$\left.\begin{array}{l} \mathbf{A} \subset \mathbf{B} \\ \\ \mathbf{x} \in \mathbf{A} \end{array}\right] \Rightarrow \mathbf{x} \in \mathbf{B}.$$

Observação importante: A relação de inclusão, por ser uma relação de ordem, é uma estrutura das ligações sinápticas e não analisa a veracidade ou falsidade das conclusões nem a sua ligação com a realidade.

Vejamos exemplos:

1) $\left.\begin{array}{l} \text{Todo tartalo é azul} \\ \\ \text{terito é tartalo} \end{array}\right] \Rightarrow$ terito é azul.

2) $\left.\begin{array}{l} \text{Todo } \square \text{ é } \bigcirc \\ \\ \text{Lico é } \square \end{array}\right] \Rightarrow$ Lico é $\bigcirc$

O estudo da veracidade ou falsidade das conclusões a partir da veracidade ou falsidade das sentenças, será feito no capítulo IV.

Neste ponto, o importante é capacitar e por que não dizer treinar os alunos no uso da estrutura e torná-la altamente eficiente.

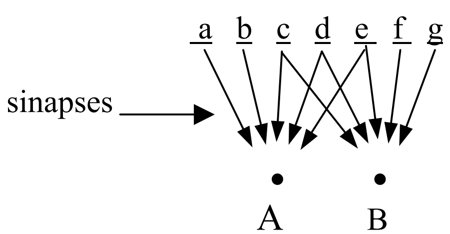
Sabemos que o nosso cérebro comporta-se como um músculo, quanto mais "ativado", estimulado, mais eficientes se tornam as sinapses e o seu número aumenta.

Exemplos destes casos encontramos no dia-a-dia na recuperação de pacientes que tiveram seu cérebro danificado.

Diferença de conjuntos, complementar.

No contexto que estamos estudando, comparar dois conjuntos, podemos introduzir outros conceitos, um deles é o de diferença de conjuntos.

Vamos analisar, comparar, os conjuntos abaixo:



para facilitar: A= {a,b,c,d,e} , B={c,d,e,f,g}

Neste caso o uso do diagrama de Venn é bastante útil, mas ficaremos com as representações sinápticas.

Observando as relações de pertinência, sinapses, temos:

- há elementos com conexão somente com A e não com B, no caso: **a** e **b** .
- há elementos com conexão com A e ao mesmo tempo com B (comuns), no caso: **c** , **d** e **e**.
- há elementos com conexão somente com B e não com A, no caso: **f** e **g.**

O conjunto formado com os elementos do primeiro caso, ou seja elementos de A e não de B, é chamado de diferença entre A e B, ou também podemos dizer: A menos o B.

Numa linguagem mais coloquial, ou mais simples a diferença entre A e B é " tirar" os elementos de B do conjunto A.

Simbolicamente temos : $A - B = \{ x \,/\, x \in A \text{ e } x \notin B \}$.

Observações:

1) Se o professor das séries iniciais escrever os elementos de cada conjunto em folhas de papel transparente ou em "pedaços de cartolina", exercitar a diferença de conjuntos é altamente estimulante para os alunos.

2) Um problema que encontramos em 2001, e nunca antes, foi com o conceito de menos em exercícios deste tipo. Um aluno respondeu:

$\{ 1, 2, 3 \} - \{ 1, 4, 5 \} = \{ 0, -2, -2 \}$.

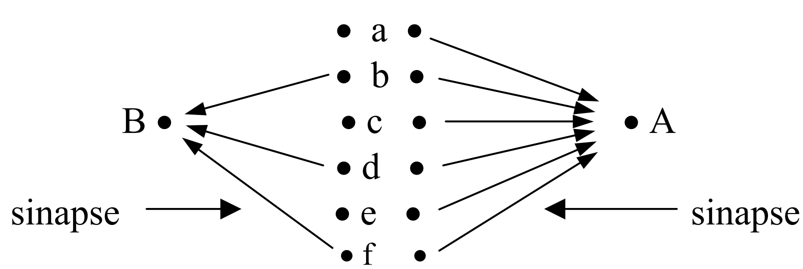
Perguntamos o porquê da resposta e ele disse-nos : tirei um número do outro.

A partir desse fato, estamos pensando em como substituir o sinal de menos, em conjuntos, para evitar esses problemas.

Um outro conceito que podemos discutir com o alunado é diferença de conjuntos aliada à com a relação de inclusão.

Obteremos o conceito de complemento de um conjunto com várias aplicações.

Sejam os conjuntos A e B tais que $A \subset B$ conforme o quadro de conexão abaixo:



Chamamos de complemento de B relativo a A à diferença A - B; às vezes dizemos, complementar de B relativo a A, no caso $(A - B) = \{ a, c, e \}$.

3.6 - A Topologia Discreta : O Conjunto de Partes

Neste item iremos mostrar como é gerado o conjunto de partes e como ele funciona.

Para isso seguiremos um caminho diferente do seguido até aqui, partiremos de exemplos do cotidiano e iremos chegar à estrutura e sua simbologia.

Na prática, na vida cotidiana, é comum escolhermos um conjunto e trabalharmos somente com os seus elementos e com conjuntos gerados por eles.

Isto significa que trabalhamos as relações de um conjunto com as suas partes ou seus subconjuntos.

Vejamos alguns exemplos de como isso ocorre no cotidiano.

--- Em linguagem, trabalhamos com as letras do conjunto das letras do alfabeto.

--- As empresas, conjuntos, também possuem as suas partes, ou departamentos, subconjuntos: temos o departamento de Recursos Humanos, o Financeiro....

--- Compramos um baralho, conjunto de cartas, e com elas formamos subconjuntos, gerando os jogos, relações entre subconjuntos.

--- Numa família, num clã, trabalhamos com os subconjuntos: o dos casados, solteiros, os primos.....

---- Na Geometria, temos um Conjunto de Pontos iniciais e estabelecemos relações entre os seus subconjuntos: temos os axiomas e postulados.

Vejamos agora um modelo que pode ser aplicado até nas séries iniciais.

A professora pode pegar uma folha de caderno e escrever, por exemplo, quatro letras na folha e pedir aos alunos que recortem a folha de todos os modos possíveis de forma que cada pedaço , parte, subconjunto, contenha letras, de acordoa figura seguinte:

A	B
C	D

Usualmente os alunos recortarão a folha das seguintes maneiras:

A B C D A B A C A D B C B D C D

A B C A C D B C D A B D ABCD

Não nesta ordem, usualmente a ordem será aleatória, cabe ao professor organizar, ordenar com os seus alunos.

Normalmente eles esquecem, por não verem, os seguintes pedaços:

a) não pegar nenhum pedaço. " Não quero brincar disso" pode dizer um aluno.

Devemos mostrar, ao aluno que, neste caso, apesar da **opção existir,** não teremos nenhuma letra, o que corresponderá ao conjunto vazio.

Observação: vemos que o conceito de vazio aparece nos problemas, mas não estamos habituados a considerá-lo e nem em representá-lo.

b) pegar a folha toda. Às vezes este fato ocorre pois há alunos que querem tudo para si.

O professor, após analisar todos os casos com os alunos, pode sugerir representar as partes no caderno da seguinte maneira:

A = { a, b, c, d } , corresponde à folha com as letras, e as partes seriam:

ϕ :	não foi escolhida nenhuma letra.
{ a } , { b} , { c } , { d } :	foi escolhida uma letra.
{ a, b }, { a , c} , { a, d}, {b, c} , {b, d}, { c, d}:	escolhidas duas letras.
{ a, b, c }, {a, b, d} , {a, c, d} , {b, c, d} :	escolhidas três letras.
{ a, b, c, d} :	escolhida a folha inteira.

Este exemplo, com quatro elementos foi escolhido pois o usaremos mais adiante.

Discutindo com nossos alunos do curso de Licenciatura, este exemplo, verificamos que a maioria já escolhia os subconjuntos de maneira ordenada.

Os que escolhiam os subconjuntos de maneira aleatória eram os alunos com maior dificuldade de aprendizado. O mesmo ocorreu nos demais cursos em que lecionamos.

O professor pode, agora , falar naturalmente no conjunto de todas as partes, que será naturalmente o conjunto de partes de A. Simbolicamente escreverá:

$$P(A) = \{ X \mid X \subset A \} \text{ ou } P(A) = \{ \text{partes de } A \}.$$

Deve-se enfatizar que o conjunto vazio e o próprio conjunto são elementos naturais do conjunto de partes, pois para todo conjunto temos:

$\phi \subset A$ e $A \subset A$. É bom rever a relação de inclusão.

O conjunto de partes de A é chamado de família do conjunto A, e também o, na área de Informática, de Booleano do conjunto A e o conjunto vazio é dito o zero (**0**) do Booleano e o conjunto A de unidade (**1**) do Booleano.

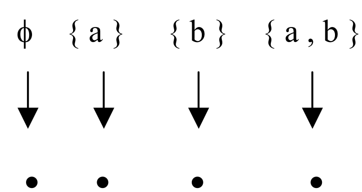
O conjunto de partes está associado à estrutura da rede de neurônios.

Se consideramos os subconjuntos que são elementos, entes, do conjunto de partes, como pontos geométricos e estabelecemos as relações entre eles, que são de inclusão, por meio de setas ou segmentos, teremos uma pálida idéia de como é a rede de neurônios do conjunto de partes ou do espaço topológico associado.

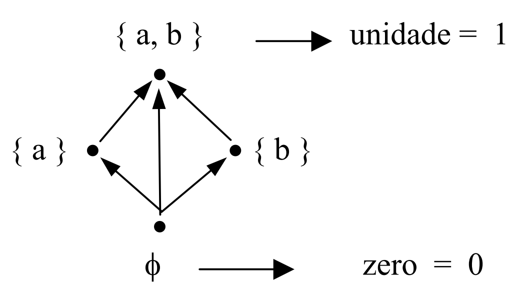
A figura resultante é usualmente chamada de **grafo** .

Vejamos dois exemplos destes casos:

1) Seja $A = \{ a , b \}$, os seus subconjuntos, partes, são:



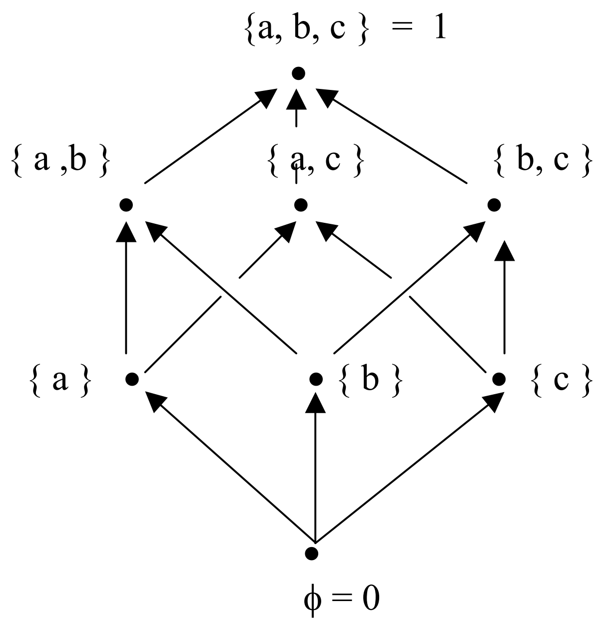
podemos associar a figura:



A figura é o Booleano ou família de A ou o grafo orientado da inclusão em A.

Observação: olhando a figura anterior e se considerarmos cada ponto como um registro biológico e cada seta como uma ligação sináptica entre neurônios, podemos ter uma idéia de como é essa estrutura no nosso cérebro.

2) Seja $A = \{ a, b, c \}$, teremos o Booleano de A representado por:



Na figura foram omitidas as linhas, conexões, que podem ser substituídas pela propriedade transitiva. A representação acima também é chamada de retículo.

Temos um caso que deve ser olhado com atenção: o conjunto de partes do conjunto vazio, que é o conjunto:

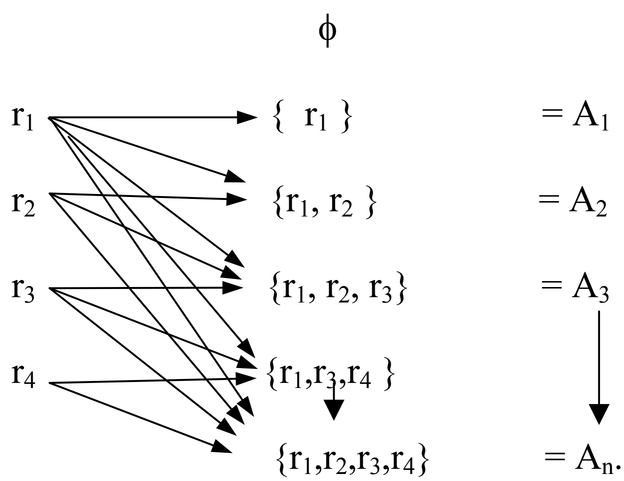
$$P(\phi) = \{ \phi , \{ \phi \} \}$$

Considerando: $\phi = 0$ e $\{ \phi \} = 1$ teremos o conjunto , $\{ 0 , 1 \}$, que é básico para a área da informática ,para a Álgebra Binária e, se considerarmos, ou associarmos :

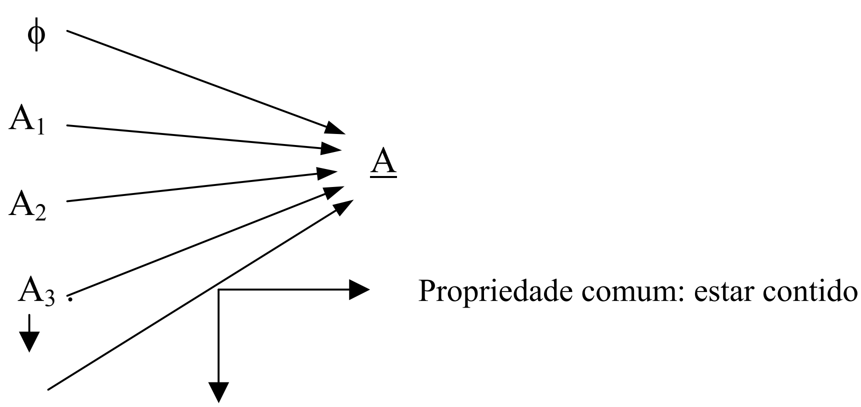
$0 \longrightarrow F$ e $1 \longrightarrow V$ teremos aplicações na lógica.

Vamos agora voltar ao esquema de representações sinápticas.

Seja o conjunto $A = \{ r_1 , r_2, r_3, r_4\}$, temos a representação:



Os elementos, entes, geram o conjunto A, memória de segunda ordem, e também os seus subconjuntos : ϕ, A_1, A_2, ...An , memórias de segunda ordem, formando uma rede, os subconjuntos relacionam-se com o conjunto A pela relação de inclusão, Observe o gráfico abaixo:



NOVO ENTE = P (A) , conjunto de partes.

Ao relacionarmos cada conjunto com o conjunto A, observamos que eles possuem uma propriedade comum, estar contido em A.

Esta propriedade comum gera um novo ente, que segue a lei geral, uma classe, que chamamos de conjunto de partes de A ou P (A).

Este novo ente, ou propriedade comum entre relações de subconjuntos e o conjunto dado, é uma lei geral. As leis gerais também são chamadas de teoremas, princípios, regras.

As representações formais, quer por meio de linguagem, quer por meios simbólicos, devem ser ensinadas ou expressas somente após a estrutura ter sido criada..

Por exemplo, dizemos:

Teorema: A soma dos ângulos internos de um triângulo é 180°.

Isto pode tornar-se um conhecimento ou simplesmente uma frase decorada, pura memória mas, uma certeza temos, esses estímulos e as respostas são todas efetuadas por sinapses.

No capítulo IV, ao analisarmos as operações, veremos como podemos fazer uma relação entre as ligações sinápticas e as estruturas das operações.

Quando trabalhamos com o conjunto de partes de um conjunto com poucos elementos é fácil determinar seus elementos, os conjuntos, e calcular o número deles.

O número de elementos do conjunto de partes de um conjunto A, com n elementos é:

$$n(\,P(A)\,) = 2^n$$

Podemos também determinar o número de subconjuntos com um número determinado de elementos.

O número de subconjuntos com p elementos de um conjunto com n elementos é :

$$C_n^{\,p} = \binom{n}{p}.$$

Vejamos um exemplo: se $n(A) = 10$ teremos: $nP(A)= 2^{10}$ e teríamos 210 subconjuntos com quatro elementos.

O leitor deve estar perguntando o porquê destes cálculos. Vamos explicar,

No capítulo II, vimos que uma célula nervosa, neurônio, pode criar sinapses com até **10.000** outras células, neste caso o seu conjunto de partes, "espaço topológico", possuirá:

$$\mathbf{2^{10.000}\ \text{elementos.}}$$

Num exemplo: uma célula que possua 20 sinápses, possui um conjunto de partes de: $2^{20} = 1.048.576$ elementos, subconjuntos.

Caso consideremos cada um desses elementos como um registro ou uma informação, ou ainda um conhecimento, uma célula ligada a vinte outras poderia guardar o número de informações acima.

Recorde o número de células do cérebro e, sabendo que todas se ligam umas às outras, você verá que o número de ligações possíveis é assombroso.

Se olharmos com atenção a formação da estrutura dos espaços topológicos discretos, podemos inferir, ou melhor, veremos que muitas das suas leis (teoremas) são inerentes à estrutura.

Quando exprimimos ou demonstramos que certas leis, fórmulas, são válidas por meio de símbolos, só estamos escrevendo, representando de uma outra maneira, uma lei inerente à estrutura da realidade biológica. O mesmo ocorre com as fórmulas da Física.

Analogamente podemos fazer correlações entre as ligações de células com as geometrias finitas , afim, projetiva..., e seus modelos.

Vejamos um caso importante:

A partir do conjunto ϕ e do conceito de conjunto de partes podemos obter os conjuntos:

$$\phi\ ,\ \{\phi\}\ ,\ \{\phi, \{\phi\}\}\ ,\ \{\phi, \{\phi\}, \{\phi, \{\phi\}\}\} \ldots\ldots$$

a seqüência é formada da seguinte maneira: os elementos de um conjunto são os conjuntos anteriores. Cada conjunto está contido e pertence ao seguinte.

A partir desta estrutura podemos fazer uma correspondência com os Postulados de Peano para a construção dos inteiros fazendo:

$$\begin{array}{ccc} \phi & \longrightarrow & 0 \\ \{\phi\} & \longrightarrow & 1 \\ \{\phi, \{\phi\}\} & \longrightarrow & 2 \\ \downarrow & & \downarrow \end{array}$$

No capítulo V iremos analisar como são criados os conceitos de números em nosso cérebro.

Repetindo. Se conseguirmos nas séries iniciais, desenvolver a estrutura da relação de inclusão, estaremos capacitando o alunado com uma ferramenta natural, que lhe permitirá usá-la em toda a sua vida escolar e no cotidiano.

Desenvolvida a estrutura, todas as suas propriedades já são inerentes à mesma, mesmo que a pessoa não as represente simbolicamente.

Esta **estrutura** permitirá ao aluno associar símbolos e trabalhar com as sentenças de uso cotidiano de uma maneira natural.

Caso isto não ocorra na época biológica correta, até aproximadamente os 9/10 anos, o cérebro irá desativar as sinapses que permitiriam a criação da estrutura.

O desenvolvimento dessa estrutura em idades mais avançadas é possível, mas muito trabalhosa e com uso de técnicas e metodologias especiais.

Na maioria destes casos, o que ocorre é uma mecanização, por meio das memórias, de expressões da linguagem ou expressões simbólicas da Matemática.

Torna-se um "jogo" de palavras ou de símbolos, sem significado.

Devemos observar que todas as campanhas de alfabetização, feitas de uma maneira generalizada, fracassaram, gerando analfabetos funcionais, ou seja, pessoas que "sabem ler" os símbolos, mas não sabem o seu significado.

Conclusão do capítulo:

Das análises feitas, podemos concluir que o cérebro humano possui dois tipos de memória.

As memórias perceptuais, de curta e longa duração, representam os registros das interconexões que cada indivíduo teve com o mundo exterior.

Por mundo exterior é entendido o meio físico, o meio familiar, as condições de habitabilidade, as condições sociais e econômicas, as condições de saúde, ou seja, tudo o que se relaciona com o indivíduo.

Estas memórias são definidas a partir de condições genéticas e dependem do que chamamos de genótipo do indivíduo, e como a nossa pesquisa é na área educacional, não aprofundamos a análise dos casos patológicos, ficamos com a dos casos dentro da normalidade, pois são estes que são atendidos pelas escolas em geral.

Os casos especiais, tais como, dos indivíduos portadores de Mongolismo, Autismo, Debilidade, devem ser analisados como tais.

As memórias de curta e longa duração são **registros biofísicos**, ou seja, existem fisicamente no nosso cérebro, e a sua fixação, no mesmo, se dá por meio de criação, pelo cérebro, de **sinapses** que ligam estes registros entre si e os órgãos sensoriais.

É por meio das sinapses que esses registros que chamamos de informação, conhecimento, habilidades, são constatados; sem as sinapses, esses registros, ou não existiriam, ou não poderiam ser contactados.

Como as sinapses são ligações entre neurônios e como elas são difícies de serem eliminadas, é absolutamente necessário e importante, sempre gerar sinapses que relacionem registros corretos.

A essas memórias denominamos de **memórias de primeira ordem** e podemos dizer que são o **Banco de Dados** de cada indivíduo.

As memórias de **segunda ordem**: o nosso cérebro, a partir de propriedades comuns das memórias de primeira ordem, perceptuais, gera um novo registro biofísico, que representa a propriedade geral e que fica ligado, por sinapses, a todos os registros que o geraram.

Esse novo registro, a que chamamos de memória de segunda ordem é um registro, é bom frisar, é biofísico, ou seja existe fisicamente em nosso cérebro.

Vimos também que o nosso cérebro "guarda" esses registros, memórias de segunda ordem, em locais bem definidos, para a maioria dos indivíduos.

Os registro biofísicos, memórias de segunda ordem, são chamados de Conjuntos, Categorias, Classes, Grupo, dependendo da ciência que os estuda.

As relações entre os registros de primeira e segunda ordem geram o que chamamos de relações de pertinência entre os elementos, registros de primeira ordem, e o seu Conjunto, registro de segunda ordem, e possuem todas as propriedades destas, independentemente das representações utilizadas.

As relações entre os registros de segunda ordem geram o que chamamos de relações de inclusão, ou as relações entre as partes e o todo, possuindo todas as propriedades destas, inclusive as topológicas, e é a utilização destas propriedades, conjuntamente com as memórias de primeira ordem, que permitem à maioria das pessoas, se relacionarem em sociedade.

Resumindo: as relações entre as memórias de primeira e segunda ordem e entre si, são feitas por meio de **sinapses**, redes de ligações, e possuem leis bem definidas, biológicas, para as suas **sinapses,** e são biofísicas, existem fisicamente em nosso cérebro.

4. CAPÍTULO IV

A estrutura do raciocínio lógico-matemático ou do centro lógico.

4.1 Considerações iniciais: A estrutura de grupo como estrutura inerente ao nosso Universo.

4.2 Os circuitos elétricos e as portas lógicas.

4.3 A Tabela Verdade da Lógica Clássica.

4.4 O que é uma estrutura de grupo.

4.5 Relações entre as propriedades gerais das operações e os fenômenos físicos e biológicos.

4.6 As representações simbólicas.

4.7 O grupo: estrutura básica do centro lógico ou do raciocínio lógico-matemático. Representações.

4.8 Conclusões do capítulo IV e Final.

4.1 - Considerações iniciais

Neste capítulo, o leitor observará que aparentemente estaremos repetindo o assunto mas com simbologias diferentes.

Isto se deve ao fato de que, neste capítulo, iremos mostrar que o nosso cérebro possui uma estrutura neurofisiológica, natural, numa região determinada, e que as representações são símbolos distintos que as diversas ciências usam para representar essa estrutura.

A estrutura a que estamos nos referindo é a de **grupo.**

Esta estrutura é a que usamos em nossas interconexões com o nosso Universo e veremos que, desde as partículas atômica, os átomos, as moléculas e outras combinações físicas, são representadas por grupos e estudadas por meio de suas leis.

Veremos que o nosso cérebro possui essa estrutura e que é ela que gera o raciocínio Lógico-Matemático.

Este Raciocínio é representado, na Lógica por meio de suas tabelas, na Álgebra por meio de suas estruturas, e na Informática por suas portas lógicas e seus circuitos digitais.

Esta maneira de encarar o problema só foi possível graças à mudança de paradigmas, pois a partir do final do século XX e início do XXI o ser humano e o seu cérebro passaram a ser vistos como parte do nosso Universo num todo integrado.

Acreditamos que em vez de diminuirmos o ser humano, estamos colocando-o numa visão maior, com dimensões antes inimagináveis, o ser humano passa a Ter, no mínimo, 10 "dimensões" de maneira idêntica à do nosso Universo, mas isto é um problema ontológico que foge aos objetivos de nossa pesquisa.

Deixemos aos filósofos modernos fazerem novas abordagens ou explicações levando em conta estes novos conhecimentos.

A estrutura de grupo como uma estrutura que nos permite interpretar o nosso Universo.

Neste item iremos observar e analisar o papel da estrutura de grupo nos fenômenos físicos, incluso os biológicos, de nosso Universo, ela é que define as relações entre as partículas, as moléculas, e determinam as teorias da Física.

Os **grupos** estão associados a modelos geométricos e geram as visões, teorias da Física, como já foi visto no capítulo I, e que foram determinantes para a grande evolução do século XX.

--"A **Mecânica Newtoniana** estuda os movimentos dos pontos materiais no espaço Euclidiano tridimensional.

O **grupo** hexadimensional de movimentos do espaço atua no espaço Euclidiano.

Os conceitos e teoremas básicos da mecânica Newtoniana são invariantes em relação a este **grupo.** Há sistemas de Coordenadas ditas inerciais.

--A **Mecânica Lagrangeana** é determinada por uma variedade e uma função no fibrado tangente da primeira.

Cada um dos **grupos** uniparamétricos de difeomorfismos do espaço configuracional que mantém a função de Lagrange imutável determina uma lei de conservação.

--A **Mecânica Hamiltoniana** é a geometria no espaço de fase. O espaço de fase tem a estrutura de **variedade simplética**. Numa variedade simplética age um **grupo** de difeomorfismos.

Os principais conceitos e teoremas da mecânica hamiltoniana são invariantes em relação a este **grupo.**

O conjunto de todas as transformações simpléticas em R(2n) chama-se **grupo** simplético e designa-se por Sp(2n)." (Arnold - 1979).

"Mostra-se que os operadores tensoriais são os geradores do **grupo** SO(3) e é feita uma análise dos coeficientes de Clebsch-Gordon e de Racah.

Este estudo inicial é feito para aplicações em:

Num sistema quântico de duas partículas.

Nas transformações arbitrárias do Oscilador Harmônico.

Num sistema de vários Fermions em segunda quantização.

Os modelos atômicos de camadas são determinados por **grupos** especiais, entre estes modelos podemos citar:

A configuração atômica pN é determinada pelo **grupo** U(3)XU(2).

A configuração atômica (sp)N é determinada pelo **grupo** U(4)XU(2).

A configuração atômica (op)N tem **grupo** associado U(12).

A configuração atômica (osop)N tem o **grupo** U(16) como associado.

Sabemos também que as interações quadropolo/quadropolo estão associadas ao **grupo** U(3) com os operadores de Casimir

O **grupo simétrico** S(N) é um método para a análise de um sistema de vários fermions no modelo de camadas aproximado". (Chacon- 1976).

Quanto às aplicações dos grupos em moléculas podemos citar o livro: *La Theorie des Grupes et sus applications em Physique* de F. Reuse e H. Beck no Troisieme Cycle de La Physique en Suisse Romande, onde vemos que:

Os **grupos pontuais:** Gp intervêm como **grupos de simetria** de moléculas e de cristais.

Os **grupos pontuais cristalográficos** : Gp descrevem as simetrias das moléculas dos cristais

Nas páginas 215/217 encontramos tabelas completas dos **grupos cristalográficos** e também uma lista dos **grupos de Lie** conexos e não conexos com aplicações em Física.

Os **grupos de Lie** conexos são : GLn(C) ; SLn(C) ; U(n), SU(n); SLn(R) e SOn(R) e os não conexos são: GLn(R) e On(R).

Podemos observar que o **grupo** SOn(R) deixa invariantes as formas bilineares que definem as **métricas** e estas **as geometrias**.

O **grupo** O(n-s,s), pseudo ortogonal, deixa **invariantes** as formas quadráticas, o caso particular SO(3,1) é o **grupo homogêneo** de Lorentz.

Vejamos o que diz J.S. Birman no *Mathematical Intelligencer*:

" Os **grupos de trança e nós**, têm despertado grande interesse entre os Físicos e Matemáticos pela importância de seus aspectos algébricos e topológicos em muitos fenômenos físicos. As geometrias não comutativas associadas a estas álgebras são chamadas de **grupos quânticos**.

As equações de Yang-Baxter estão diretamente relacionadas a estes **grupos".**

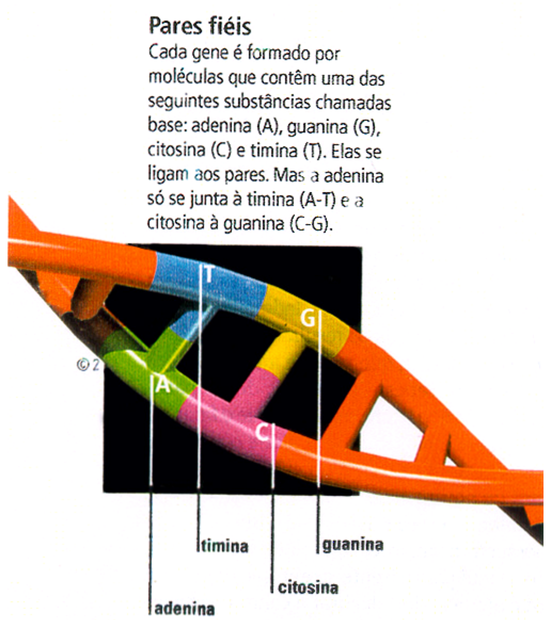
Temos também a teoria das super-cordas baseadas nos **grupos** acima que é a última fronteira da Física atual e é bem apresentada por Brian Greene no seu livro, O *Universo Elegante* da Companhia de Letras, em que temos uma boa visão de um Universo de **onze dimensões.**

Vimos, até agora, como a estrutura de **grupo** é utilizada nas representações das teorias da Física e que estão associadas às conexões das partículas até às relações macro do Universo. As estruturas de **grupo** aparecem em outros tipos de relações físicas e as mais significativas para o nosso estudo são as ligações entre fios elétricos, as chamadas portas lógicas da informática, da Álgebra binária e da Lógica Clássica.

De uma maneira ainda insipiente podemos olhar para o cromossomo, ou os gens que são a estrutura básica do ser humano também como uma estrutura binária.

Os aminoácidos básicos: Adenina, Guanina, Citosina e Timina se combinam formando **dois únicos pares** que se repetem na cadeia dos cromossomos. Não sabemos ainda se esta formação obedece a alguma estrutura de maneira análoga ao que ocorre com os cristais.

Figura 37: Pares fiéis no código genético



4.2 As ligações de circuitos elétricos em paralelo e em série e as portas lógicas

Os circuitos eletro-eletrônicos, por serem constituídos por componentes físicos, estão baseados nas propriedades físicas desses elementos.

O fio elétrico, a fibra óptica, os circuitos impressos, os "chips" têm a propriedade física de permitirem, ou não, a passagem de corrente elétrica e /ou pulsos de luz, feixes luminosos.

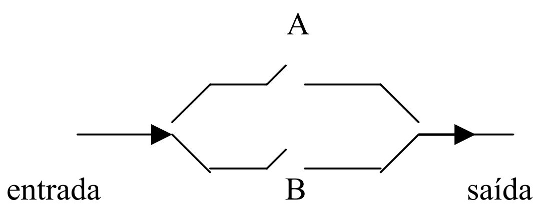
Esta propriedade é importante na nossa análise pois é equivalente à do axônio, por onde passam, ou não, estímulos nervosos, (como visto no capítulo II) .

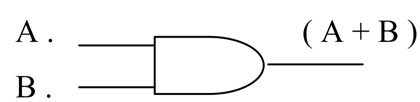
Os circuitos elétricos são gerados pela combinação de três tipos básicos : as ligações em série, as ligações em paralelo e a chave inversora .

Os circuitos digitais são gerados também pela combinação de três tipos básicos equivalentes aos da parte elétrica, mas chamamo-los de portas lógicas: temos a porta **ou** (or), a porta **e** (and) e a porta inversora .

Circuito / Portas

O circuito em paralelo e a porta <u>ou</u> : observe as figuras abaixo:





Esses circuitos , que são equivalentes , possuem as propriedades :

. Se as duas chaves estão ligadas : passa corrente , pulso , estímulo
. Se só uma delas está ligada : passa corrente , pulso , estímulo
. Se as duas estão desligadas : não passa corrente

Se associarmos o símbolo : **<u>O</u>** para não passa corrente, e **<u>1</u>** para passa corrente , podemos montar uma tabela que serve para o circuito em paralelo ou para a porta digital .

Tabela :

//	0	1
0	0	1
1	1	0

Esses circuitos também são equivalentes à tabela de incidência , de pertinência da união de conjuntos.

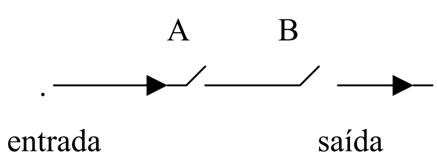
Na área da Informática, este circuito é representado pelo símbolo +, e (A + B) indica uma operação com a porta lógica **<u>ou</u>.**

Exemplo : **0 +1 = 1 + 0 = 1 ; 1+1 = 0**

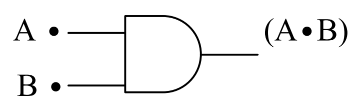
Obs: com transistores bipolares e Mosfets , constroem-se estas e outras portas.

O circuito em série ou a porta lógica : <u>e</u> (and) :

Observe nas figuras abaixo :



ou



Estes circuitos, que são equivalentes, possuem a propriedade:

Só passa corrente, pulso, impulso, se as duas chaves estão ligadas ou estimuladas .

Procedendo de maneira análoga ao circuito anterior teremos a tabela :

Série	0.	1
0	0	0
1	0	1

Eles correspondem, são equivalentes**,** à tabela de incidência ou de pertinência da intersecção de conjuntos.

Na área da informática é representado por : • (vezes) .

Exemplos : **$0 \bullet 1 = 0 = 0 \bullet 0$; $1 \bullet 1 = 1$.**

Obs : com diodos constroem-se portas **e** (and).

O circuito inversor ou negação :

É um circuito que tem a seguinte propriedade: se "entra" corrente, ele desliga o circuito e se não tem "corrente ", estímulo , ele liga o circuito.

Logo ele converte <u>0 em 1</u> e <u>1 em 0</u> e é indicado por $\bar{A}$.

Ele corresponde ao complemento de um conjunto, (vide capítulo III).

O circuito: 'ou exclusivo":

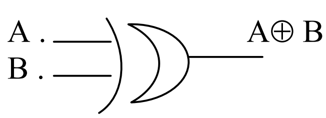
Significa, que só passa corrente se uma das chaves está ligada e não passa corrente nos demais casos .

É um circuito que corresponde à diferença simétrica de conjuntos e ao **<u>ou,</u>** exclusivo da linguagem, como, por exemplo, na sentença :"**CHUPO CANA OU ASSOBIO "**

Procedendo de maneira análoga temos a tabela :

∇	0	1
0	0	1
1	1	0

Na área da informática este circuito é representado pela porta **XOR** :



temos: $1 + 1 = 0$
$1 + 0 = 0 + 1 = 1$
$0 + 0 = 0$

O circuito **" ou exclusivo "** também é representado como uma combinação dos demais circuitos:

$A \oplus B = (A.\bar{B}) + (\bar{A} . B)$.

Esse circuito é equivalente ao **grupo binário**, observe a sua tabela, que é chamada de **adição binária** .

Esse grupo também possui uma representação multiplicativa , fazendo $0 \rightarrow 1$ e $1 \rightarrow -1$ e assim temos a tabela :

$\oplus$	1	-1
1	1	-1
-1	-1	1

Dessa maneira, vemos que a **estrutura de grupo** está na base dos circuitos elétricos e dos circuitos digitais.

Os circuitos de adição binária , $\oplus$, e os em série $\bullet$, com a propriedade distributiva geram os chamados **anéis binários**, ou **booleanos,** ou de característica dois.

Eles são a estrutura básica dos hardwares dos equipamentos de Informática e com grande aplicações em redes neurais e inteligência artificial.

4.3 A tabela verdade da lógica clássica para duas proposições

Como já vimos no capítulo III, a Lógica Clássica trabalha com proposições, sentenças , que possuem a característica de serem verdadeiras V ou (exclusivas) falsas F.

Veremos, por enquanto, apenas as tabelas verdade que são equivalentes aos circuitos e portas já estudadas .

Consideremos duas proposições : p e q e as tabelas para os conectivos lógicos V (ou inclusivos) $\wedge$ (e) , $\rceil$ (não) e $\underline{v}$ (ou exclusivo)

Temos a tabela :

p	**q**	**p v q**	**p $\wedge$ q**	**$\rceil$P**	**p $\underline{v}$ q**
V	**V**	**V**	**V**	**F**	**F**
V	**F**	**V**	**F**	**F**	**V**
F	**V**	**V**	**F**	**V**	**V**
F	**F**	**F**	**F**	**V**	**F**

Ou representados de outra maneira :

$\vee$	F	V
F	F	V
V	V	V

$\wedge$	F	V
F	F	F
V	F	V

$\underline{\vee}$	F	V
F	F	V
V	F	V

P	$\neg$P
V	F
F	V

Observando estas tabelas e as anteriores , basta substituir F por O e V por 1 que teremos as **MESMAS TABELAS.**

" Vemos assim um aspecto muito importante em lógica: ela pode receber diversas abordagens .

Uma pessoa que esteja estudando lógica está estudando uma estrutura basilar da Matemática, os anéis, também o aluno que estuda teoria dos anéis, sem saber está estudando Lógica . Isso nos mostra uma faceta mágica da Matemática e da Lógica:

A unidade que subjaz essas disciplinas "(Costa ,1955).(grifo nosso)

Temos então as seguintes equivalências :

- (**pvq**) ; soma binária + ; circuito em paralelo; porta **ou**; e também a tabela de incidência da união de conjuntos , **são equivalentes** .
- (**p∧q**) ; produto binário • ; circuito em série ; porta **e** ; e também a tabela de incidência da interseção de conjuntos, **são equivalentes** .
- .(**p$\underline{\vee}$q**); a adição binária ⊕ ; a diferença simétrica ∇ ; a porta **XOR** e o grupo binário **são equivalentes** .
- ¬**p** ; o circuito inversor, o complemento de um conjunto, são **equivalentes .**

A expressão equivalentes significa que elas são representações formais ou simbólicas de uma mesma estrutura física ou biológica.

A Lógica Clássica analisa as sentenças que são combinações de proposição usando os conectivos lógicos que correspondem, são equivalentes, às conjunções da linguagem .

Ela permite fazermos uma equivalência entre os circuitos já estudados e as suas representações na linguagem, isto quer dizer, podemos **substituir** as expressões da Lógica Clássica por Circuitos Lógicos.

No capítulo II, vimos que as ligações por **sinapses,** entre os neurônios, possuem essa estrutura básica, principalmente nas ligações do tipo soma espacial .

É bom rever.

Mais adiante faremos uma correlação entre estas equivalências e o Centro Lógico do nosso cérebro.

Ao dizermos que estamos fazendo um raciocínio lógico, ou correlacionando proposições, estamos simplesmente representando verbalmente, ou por símbolos, ou por escrita , um circuito que possui íntima ligação com as **sinapses** dos neurônios, ou com as **redes** de neurônios que compõem o Centro Lógico .

No final do capítulo veremos algumas considerações sobre outros tipos de Lógicas, que estão associadas, processadas, a outras regiões do cérebro, com ligações sinápticas apropriadas às mesmas .

São lógicas associadas à expressões do tipo : "Acho que " , " É possível " , " É provável", "Tem 60 % de chance de ocorrer ", "A probabilidade é de 20 % " , " Existem alguns casos " , "João comeu muitas balas "...

Essas sentenças não podem ser substituídas por **V ou F** ou **0 e 1** da Lógica Clássica .

4.4 O que é uma estrutura de grupo.

Neste item veremos a **estrutura de grupo** do ponto de vista simbólico da Matemática, para, em seguida, relacionarmos esta estrutura com os itens físicos e biológicos, precedentes.

Mostramos que o formalismo Matemático é uma representação simbólica dessas estruturas e que elas possuem estruturas correspondentes, nas ligações do Centro Lógico do cérebro, e que são elas que geram a base do raciocínio Lógico-Matemático .

No final do capítulo veremos que existem outras estruturas neurológicas que nos permitem gerar outros tipos de pensamentos e de Lógicas.

1) OPERAÇÃO BINÁRIA INTERNA

Definição :

Dado um conjunto A, diferente do vazio, chamamos de operação binária em A, a toda função de A^2 em A.

As operações binárias internas associam por meio de uma lei, regra, função, um par de elementos de um conjunto com um elemento do mesmo conjunto .

O objetivo de estudarmos as operações internas é motivado pelo fato de que em nosso cérebro, mesmo possuindo um número ainda muito grande de neurônios, e um número ainda maior de **sinapses**, as suas relações, operações, são todas **internas** .

Vejamos alguns exemplos de operações internas usualmente conhecidas :

- Adição de números : Naturais, Relativos, Reais, Complexos ;
- Multiplicação dos mesmos números;
- Adição das horas de um relógio, que geram os grupos cíclicos, e todos os fenômenos cíclicos ;
- A adição de vetores físicos ou não ;
- A composição de funções e o produto de tensores;
- A adição e produto de matrizes, entre outros .

A maioria das operações citadas anteriormente têm estruturas de **grupo** .

Representação das operações internas:

Se $A = \{ a_1, a_2, \text{-------} a_n \ldots\ldots \}$ as operações internas são representadas assim :

a) $\begin{bmatrix} (a_1,a_2) \\ \\ (a_2,a_3) \\ (a_1,a_5) \\ \\ \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} a_1 \\ \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix}$

$A^2 \longrightarrow A$

b) $\mathbf{f (a_i,a_j) = a_h}$

c) $\mathbf{a_i \ f \ a_j = a_h}$

Apesar das operações serem funções, na prática são utilizadas outras simbologias: no lugar de f, g , h , usamos **$*$, 0 , +, •, ∇ ......, e notamos :**

$$\mathbf{a_i * a_j = a_h \ ; \quad a_i \ o \ a_j = a_h \ ; \quad a_i + a_j = a_h} .$$

As operações internas costumam ser representadas por tabelas , como por exemplo , se $A =\{ a_1, a_2, a_3, a_4 \}$, seria representada assim :

$*$	a_1	a_2	a_3	a_4
a_1		:	:	
a_2	--------	:---	a_1	
a_3		:		
a_4	-------	a_3		

$\longrightarrow$ só elementos de A.

Da tabela temos que o número de operações de um conjunto com **n** elementos é $n (o) = n^{n2}$.

Um conjunto com dois elementos possui 16 operações internas, são as geradas pela tabela verdade para duas proposições, se tivermos três elementos teremos: 19683 operações e se tivermos um conjunto com 4 elementos teremos 4^{16} operações.

Do exposto podemos imaginar o número de operações internas que o nosso cérebro pode realizar!

Propriedades gerais das operações :

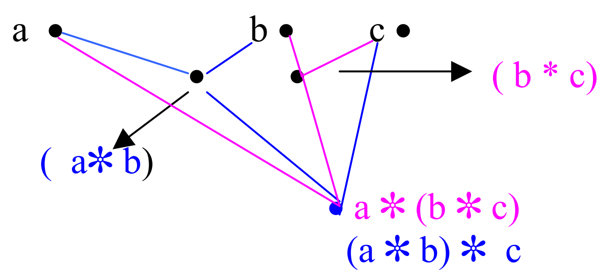
a) Propriedade Associativa :

Dizemos que uma operação ✻, em A, possui a propriedade associativa se para todos <u>a , b , c</u> pertencentes a A é válida a relação :

$$\mathbf{a \ast (b \ast c) = (a \ast b) \ast c}$$

A propriedade associativa nos diz que podemos mudar o parênteses (faça isto primeiro) de lugar e não juntar, associar, elementos como é ensinado no ensino fundamental .

Num esquema ou gráfico podemos representar a propriedade associativa assim :



O resultado obtido em ambos os membros da igualdade deve ser o mesmo, único , mas devemos observar que o **processo** é distinto nos dois casos .

Podemos ver isso num exemplo bem simples e prático :

(2+ 3) + 4 = 2 + (3 + 4) temos
÷● + 4 = 2 + ÷●
5 + 4 = 2 + 7
÷● ÷●
9 = 9

Os resultados nos dois membros são iguais , mas no primeiro membro estamos somando 5 com 4 e no segundo 2 com 7 que **não é** a mesma coisa .

Veremos nas aplicações que esta propriedade é muito utilizada pelas pessoas, que sejam alfabetizadas ou não, ao fazerem cálculos no seu cotidiano .

Teremos inúmeros exemplos e modelos de aplicação, no capítulo V, desta propriedade .

b) Propriedade do Elemento Neutro :

Uma operação binária, em A, (✻; A ² T A) possui a propriedade do elemento neutro, se existir um elemento de A, dito neutro, e indicado por **$\underline{e_n}$,** que é "indiferente" à operação para todos os elementos de A, ou simbolicamente :

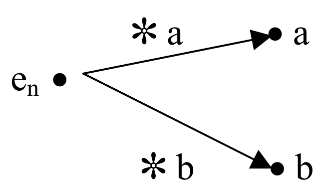
$$\mathbf{(\forall a \in A) \quad (\exists e_n \in A) \ / \quad a * e_n = e_n * a = a}$$

Exemplos :

- O elemento neutro da adição dos naturais é o zero : 0
- O elemento neutro da multiplicação dos naturais é o um : 1
- O elemento neutro da adição das matrizes 2 x 2, é a matriz $0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$
-

O elemento neutro é muito importante no estudo das estruturas, quer físicas, biológicas ou algébricas, e veremos adiante como ele aparece nessas estruturas.

Num esquema podemos representar :



Obs : De uma maneira geral, quando trabalhamos com grupo, usamos duas notações : uma dita aditiva, e usamos o símbolo **+**, e outra dita multiplicativa, e usamos o símbolo •

Estes símbolos não significam a adição e multiplicação usuais.

Na notação aditiva o elemento neutro é representado por **0** e nas multiplicativa por **1 .**

c) Propriedade do elemento inverso:

Uma operação binária, em A, ($*$: $A^2 \rightarrow A$), possui a propriedade do elemento inverso se, para **cada** elemento de A, existir um elemento também de A, chamado de inverso de a, e representado por $\mathbf{e_{ia}}$ com a propriedade :

$$\mathbf{a * e_{ia} = e_{ia} * a = e_n} \textbf{ (elemento neutro) .}$$

Essa propriedade é fundamental para a estrutura de grupo e as representações do elemento inverso geram regras práticas.

Podemos observar que a propriedade do elemento inverso **só** existe se existir a do elemento neutro .

Notação ou representação**:**

Para facilitar a simbologia e evitar confusões, quando trabalhamos com mais de uma operação, o elemento inverso é representado assim :

Por **(- a)** , lê-se **menos a,** quando trabalhamos com operações que usam a notação aditiva e, neste caso, o elemento inverso é chamado de simétrico ou oposto.

Por causa desta notação é comum escrevermos a propriedade do elemento inverso assim :

$$\mathbf{a + (-a) = (-a) + a = 0}$$

Por $\mathbf{a^{-1}}$ ou $\mathbf{1/a}$, lê-se **"a, a menos 1"**, quando trabalhamos com operações que usam a notação multiplicativa, e neste caso, o elemento inverso é chamado de inverso multiplicativo ou simplesmente **inverso** se não houver possibilidade de confundi-lo com o inverso aditivo .

Em virtude desta notação é comum escrevermos :

$$\mathbf{a^{-1} . a = 1 \quad \text{ou} \quad a . 1/a = 1/a . a = 1}$$

Exemplo : Seja A = { a, b, c, d } ou A = {0,1,2,3, } e a operação $*$ ou $\oplus$ dada pelas tabelas:

*	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	c	d	a
c	c	d	a	b
d	d	a	b	c

ou

⊕	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	2	3	0
2	2	3	0	1
3	3	0	1	2

Observando as tabelas temos :

- O elemento neutro é **<u>a</u>** ou **<u>0</u>** .
- O elemento inverso de **b** é **d**, pois **b * d = a (en)**
- O elemento inverso de **1** é **3,** pois **1 + 3 = 0 (en)**

Mostraremos no capítulo V como obter todas as regrinhas de sinais e de cálculos inerentes à estrutura de grupo, a partir dessas tabelas.

Não devemos esquecer que os símbolos são puras representações .

d) Propriedade comutativa:

Uma operação binária, em A, ou $* : A^2 \rightarrow A$ possui a propriedade comutativa se é válida a relação :

$$\mathbf{a * b = b * a} \quad \textbf{para todos a e b de A}$$

Observe que os pares (a , b) e (b , a) são distintos e que a função associa o mesmo elemento ou **$*$ (a , b) = $*$ (b ,a) .**

ou ainda $$\mathbf{f(a_i, a_j) = f(a_j, a_i)}$$

$\downarrow \qquad \downarrow$

$$x_{ij} \quad = \quad x_{ji}$$ **(obs.;** definição de matriz simétrica).

Neste caso , dizemos , que a ordem dos elementos é indiferente para a operação. A comutatividade gera simetrias e isto é visivel nas tabelas que as possuem .

e) Propriedade distributiva:

A propriedade distributiva é uma espécie de relação que liga duas operações .

Definição: Dadas duas operações internas em A, $* \; A^2 \to A$ e $\blacktriangle : A^2 \; \zeta \; A$, dizemos que vale a propriedade distributiva de ▲ em relação á * se forem válidas as relações :

a) $a \blacktriangle (b * c) = (a \blacktriangle b) * (a \blacktriangle c)$ distributiva à esquerda e

b) $(a * b) \blacktriangle c = (a \blacktriangle c) * (b \blacktriangle c)$ distributiva à direita.

O exemplo mais conhecido é a distributividade da multiplicação em relação à adição, ou seja :

$$\mathbf{a \bullet (b + c) = (a \bullet b) + (a \bullet c)}$$ **distributiva à esquerda**

$$\mathbf{(a + b) \bullet c = (a \bullet c) + (b \bullet c)}$$ **distributiva à direita.**

4.5 Relação entre as propriedades gerais das operações e os fenômenos físicos e biológicos

Começamos a relacionar as estruturas algébricas, as portas lógicas, as tabelas verdade com as estruturas existentes no centro lógico do cérebro e mostramos que essas estruturas são biológicas**,** isto é, o cérebro as possui**,** ou melhor que o cérebro possui a capacidade de construí-las e que as ciências simplesmente as representam de maneira simbólica diferente.

A construção da estrutura biológica do centro lógico dos seres humanos deve começar desde tenra idade pois o cérebro, como já dissemos, está preparado para tal a partir dos 3 anos de idade.

a) **Associatividade** :

Vamos partir de uma pergunta que sempre fazemos aos nossos alunos do curso de Matemática, de Ciências da Computação e, principalmente, para os alunos de Engenharia da Computação :

"Como as calculadoras, os computadores, sabem que se você apertar os botões **2 , +, 3 , + 4** e depois apertar o botão **3, +, 4 , + 2** , ela deve dar o **mesmo resultado** ? "

Já vimos que os processos são distintos e que os registros internos das máquinas são operados diferentemente.

Eles arregalam os olhos e ficam nos olhando, alguns arriscam:

"Existe um programa que faz isto , mas não sei qual é".

Nesse caso respondemos : "As calculadoras só possuem um circuito impresso e não têm programas" .

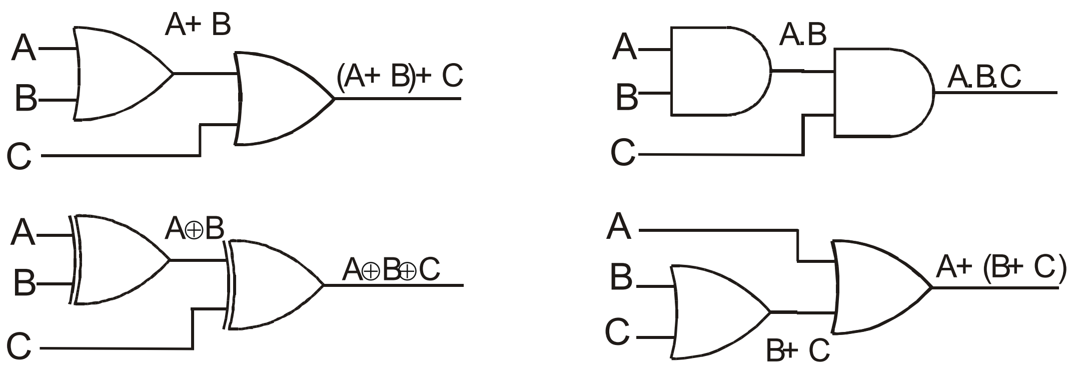
"O processador matemático nos computadores é que faz isto !" diz outro.

Respondemos novamente : "o coprocessador é um **circuito impresso** ".

Após um "bom papo" concordamos que a **associatividade** deve estar na maneira de como os **circuitos são ligados** .

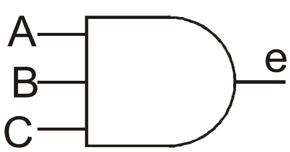
Analisamos então os circuitos digitais , lógicos, e normalmente chegamos à conclusão de que os circuitos com portas **"ou"**, ligações em paralelo, e os com portas **"e"**, ligação em série, e os circuitos com portas **"XOR"** , ligação do ou exclusivo, são **associativos** .

Na prática os circuitos abaixo são associativos :

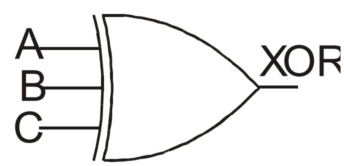


Finalmente, eles concordam que, se ligarmos os circuitos, que são físicos, dessa maneira , ou equivalente, teremos garantida a associatividade .

A área de eletrônica resolveu esse problema há muito tempo e esses circuitos são encontrados em qualquer loja de equipamentos nas formas :



ou



Temos circuitos de três , quatro... , entradas e todos possuem a propriedade associativa .

Observação importante: Analogamente aos circuitos estudados, temos que as ligações entre os neurônios, através das sinapses, possuem a mesma propriedade, (vide capitulo II) .

Podemos dizer então que:

O nosso cérebro é associativo naturalmente .

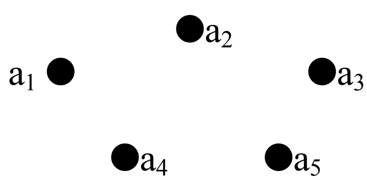
b) O elemento neutro :

Analisamos esta propriedade por meio de experimentos práticos .

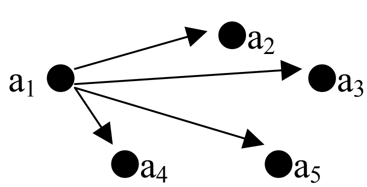
Sabemos que **en** $\ast$ **x = x** $\ast$ **en = x** , a partir desta definição sempre propomos aos nossos alunos a seguinte questão :

Você possui terminais, ou fios dispostos conforme a figura abaixo.

Escolha um deles para elemento neutro e faça as ligações para que seja válida a propriedade do elemento neutro,



Supondo que seja escolhido **a₁** como elemento neutro, a totalidade dos alunos simboliza assim:



vemos que o elemento neutro funciona como uma espécie de **centro**, **origem.**

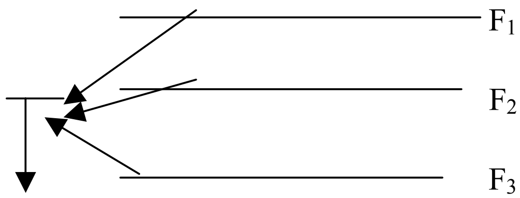
Uma outra questão normalmente proposta é :

"Na sua casa, na ligação elétrica, existe elemento neutro ? qual é ? e quantos são ?

A maioria sabe a resposta, não a totalidade, pois muitos alunos não sabem como é uma instalação elétrica residencial .

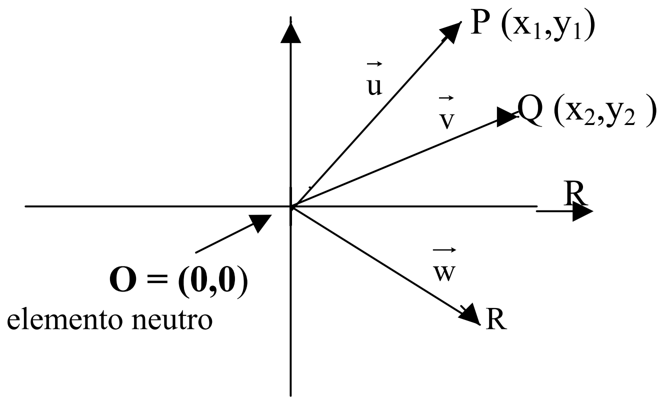
A resposta é **: existe**, é o fio terra ou fio neutro e **só tem um**, por mais complexa que seja a rede instalada, e **todos os demais estão ligados a ele** .

Temos então um esquema simples .



Fio terra.

Um terceiro exemplo que normalmente utilizamos com os alunos de Engenharia da Computação (3º série), pois já tiveram Álgebra Linear, é a representação dos vetores físicos, ou não, num plano cartesiano, e observação do papel do elemento neutro . Se trabalharmos em R^2 , por causa do papel onde escrevemos, teremos :



O vetor $\vec{u}$ é um **operador** (função) que associa , leva o ponto O (0, 0) ao ponto P (x_1, y_1) e temos:

$$\mathbf{(0,0) + (x_1, y_1) = (x_1, y_1)}$$

$$\vec{\mathbf{o}} + \vec{\mathbf{u}} = \vec{\mathbf{u}}$$

Nestes exemplos de Álgebra Linear, e nos da física, principalmente nos da cinemática, o elemento neutro é sempre a **origem** do sistema e tem o papel de ser o **centro** do sistema .

Com os exemplos já dados podemos ver o quanto é importante a criação do "conceito de zero " , visto anteriormente.

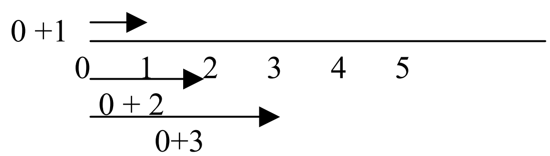
Se o aluno tiver este conceito criado de maneira correta evitaremos muitos problemas, (veremos alguns casos no capítulo V).

Um último exemplo e talvez o mais significativo para o nosso estudo, é o seguinte :

Pedimos para os alunos, principalmente aos do curso de Matemática, que observem a tabela :

0 + 1 = 1
0 + 2 = 2
0 + 3 = 3
0 + 4 = 4
e temos :

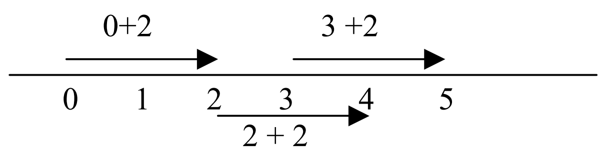
Pedimos que representem as operações numa reta, pois todos já estão habituados à reta real desde o ensino fundamental .

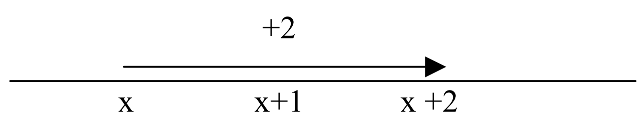


Novamente vemos o **0** (zero) , que é o elemento neutro, ser a origem .

A seguir damos nova tabela :

0 + 2 = 2
1 + 2 = 3
2 + 2 = 4
3 + 2 = 5





Observando este exemplo e o anterior, podemos concluir que o número dois é um operador (função). Esta maneira de encarar os números como operadores é analisada à parte no capítulo V, quando veremos o conceito de número, e é bom lembrar o caso da criança descendo a escada, já comentado .

Vemos que o elemento neutro corresponde "fisicamente" a termos um centro nos sistemas em que ele existe e, se observarmos o nosso Universo (incluindo o nosso cérebro) veremos que temos sempre um centro ou núcleo, desde o átomo até as galáxias **.**

No nosso cérebro, o conceito correto de número zero é que irá gerar o centro, como elemento neutro das operações .

c) Elemento Inverso

A propriedade do elemento inverso é a que na realidade caracteriza a estrutura de grupo e devemos observar que ela só existe se existir a propriedade do elemento neutro.

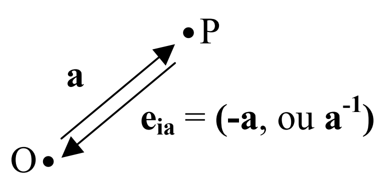
Se numa operação houver esta propriedade , podemos definir uma outra operação dita inversa dela .

Da definição do elemento inverso, ou seja de :

$$\mathbf{a} * \mathbf{e_{ia}} = \mathbf{e_{ia}} * \mathbf{a} \mathbf{-=} \mathbf{en},$$

podemos representar a propriedade pelo gráfico.

Dados dois pontos 0 e P (elementos), conforme a figura:



Se considerarmos **a** como um operador, o elemento inverso é o seu operador inverso .

Vejamos alguns exemplos :

Na física, ao estudarmos os vetores, temos :

O elemento inverso vetorial, na física, representa uma das leis fundamentais do nosso universo : o principio da ação e reação que diz :

" A cada força (ação) existe uma força de mesma direção, módulo, mas de sentido contrário, dita reação ".

Ou simplesmente :

" A cada ação corresponde uma reação "

Observação: podemos dizer que esta propriedade ou lei também aparece em problemas filosóficos e religiosos :

- Para Kant , temos a cada tese, existe uma antítese, que gera uma síntese .
- Na religião; a lei de Talião : "olho por olho, dente por dente "
- Ou ainda a lei cármica dos Hindus , que é idêntica à da Física .

Voltemos a Matemática :

O elemento inverso é fundamental para as operações no ensino fundamental e médio, pois temos os seguintes problemas :

Na adição de naturais, por não possuir a propriedade de elemento inverso e, portanto, não possuir operação inversa , há necessidade de criarmos os números negativos que são os inversos aditivos dos naturais.

Por exemplo (- 2), menos dois, é o inverso aditivo de 2 pois , por definição : (-2) + 2 = 0 .

Cabe aqui uma observação, que será discutida melhor no capítulo V:

(-2 **)** **não é** o número dois com sinal negativo e sim um outro número com a propriedade, que somado com 2 dá o elemento neutro, ou seja, o zero e, na realidade, um **registro diferente** do mesmo e deve ser criado como tal em nosso cérebro.

Analogamente, o produto dos inteiros relativos não possui elemento inverso e portanto não tem a propriedade do elemento neutro, o que nos obriga a criar os números racionais, para samar tal falha .

Veremos, como os racionais, que são classes, conjuntos, memórias de segunda ordem, devem ser criados.

No capítulo V daremos vários exemplos de como estimular essa propriedade nos diversos níveis de ensino.

Finalmente veremos, como esta propriedade existe no nosso cérebro, a partir de alguns exemplos ,

--A grande maioria de nós já fez algum tipo de teste psicológico ou neurológico, nem que seja para tirar a carteira de motorista .

Nesses testes fica evidente que o nosso cérebro utiliza-se da propriedade do elemento inverso.

Quando nos solicitam que, dada uma palavra, devemos escrever a palavra associada à mesma , as perguntas são típicas :

Fogo associa calor , analogamente, calor associa fogo .

É evidente que para cada indivíduo há associações distintas (devido a suas condições sócio-econômicas e culturais), mas o que nos interessa é que :

a) Se calor está associado a fogo, então existe uma sinapse ligando o registro calor ao registro fogo.
b) Se fogo está associado a calor, então existe uma sinapse ligando o registro fogo ao registro calor.

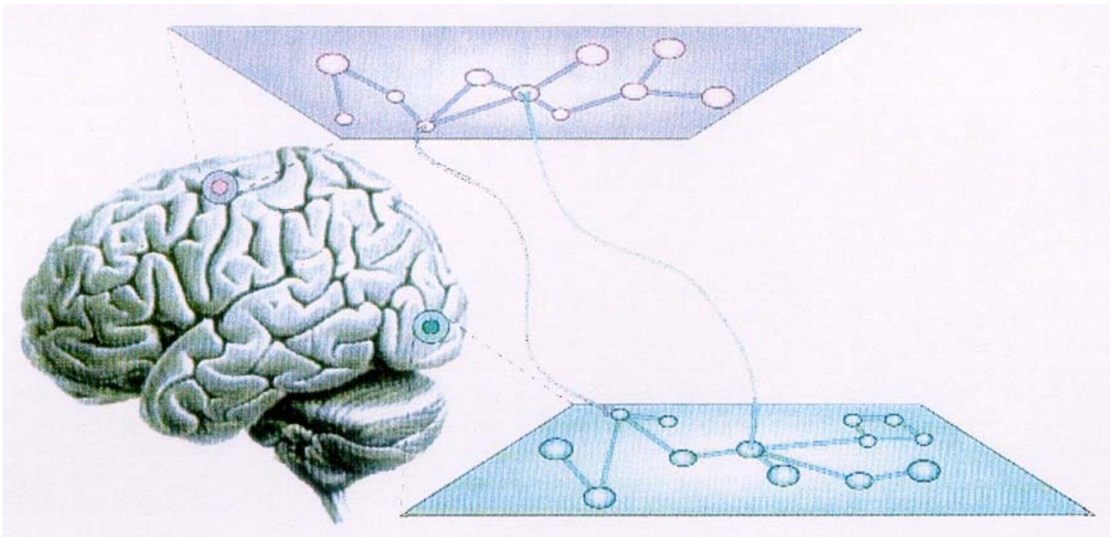
Num gráfico teremos :

$$\mathbf{F} \underset{\textbf{sinapse}}{\overset{\textbf{sinapse}}{\rightleftarrows}} \mathbf{G}$$

Observação: é evidente que existem várias sinapses ligando estas palavras a outras ras, mas elas estarão ligadas de maneira dupla : ida e volta..

Para o leitor interessado numa explicação mais neurofisiológica, pode ler o artigo: *The Brainweb: Phase Synchronization and Large-Scale Intergration*, publicado na Nature-Neuroscience de abril de 2001. O referido artigo demonstra, de maneira experimental e cabal, que o nosso cérebro "liga", por meio de sinapses, tipo ida e volta, que caracterizam o elemento inverso, as diversas regiões do mesmo. As figuras seguintes são reproduções do referido artigo.

Figura 38: Representação esquemática das interações entre duas regiões do cérebro, ligadas por sinapses.



Figuras 39: Interação entre duas regiões do cérebro**.** A figura mostra duas regiões estimuladas e posteriormente "ligadas" por sinapses.

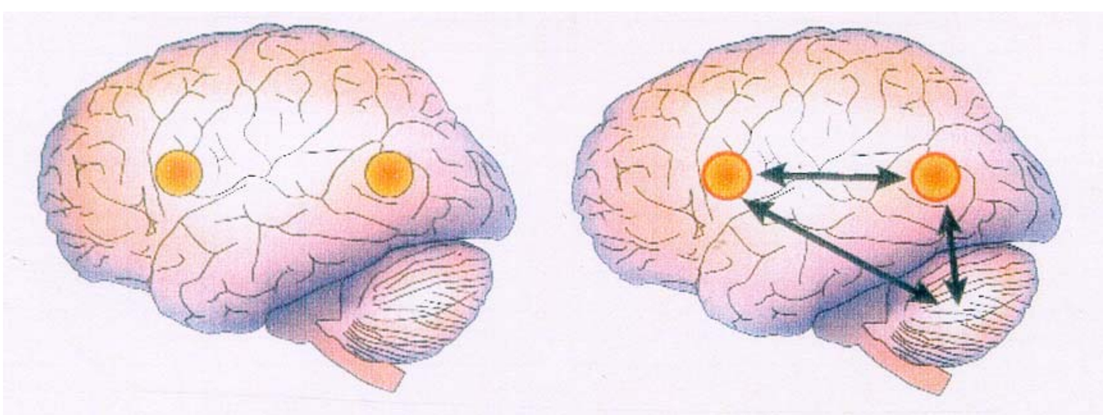
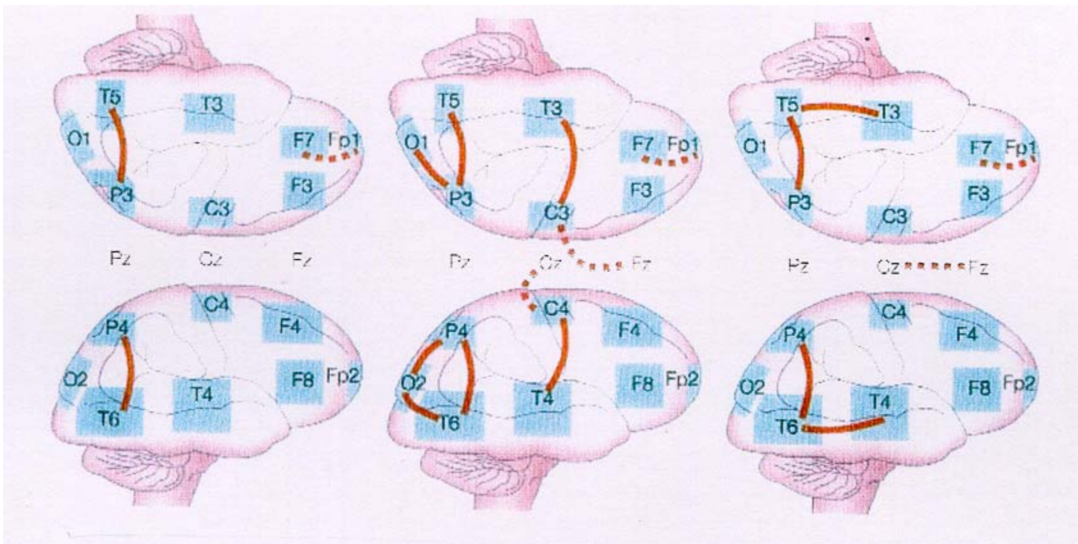
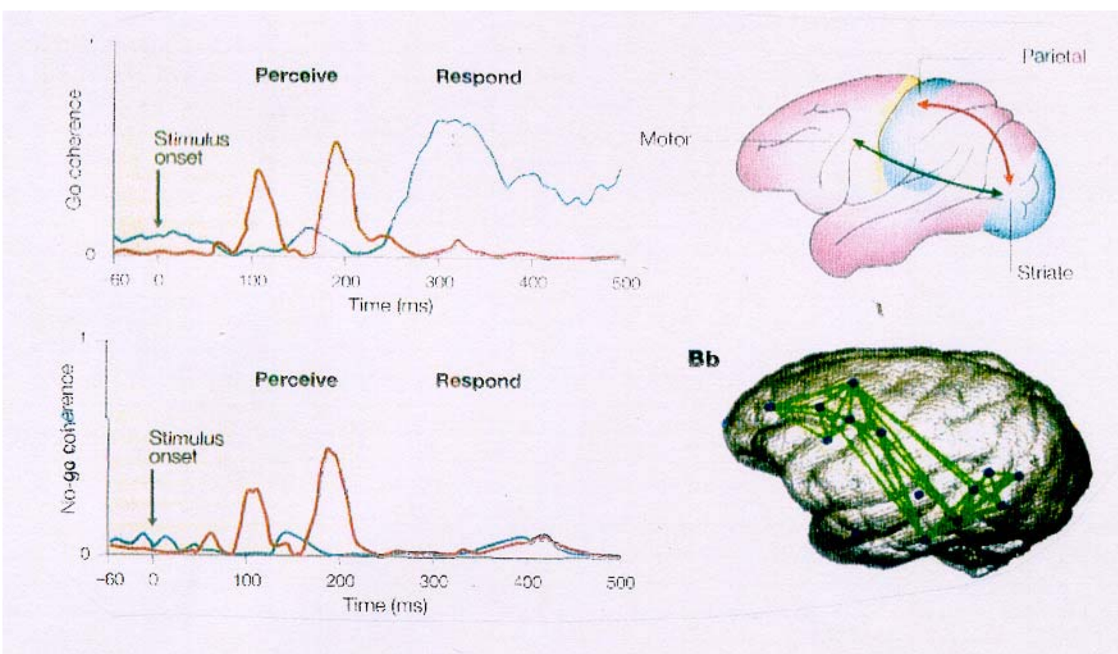


Figura 40: **R**egiões do cérebro ligadas por sinapses de duas vias, ida e volta. O primeiro grupo mostra as interações nas representações de palavras, da audição e de figuras, nas percepções de objetos. O segundo grupo mostra as correlações de coerência entre os lóbulos estriado e parietal.





d) Comutatividade :

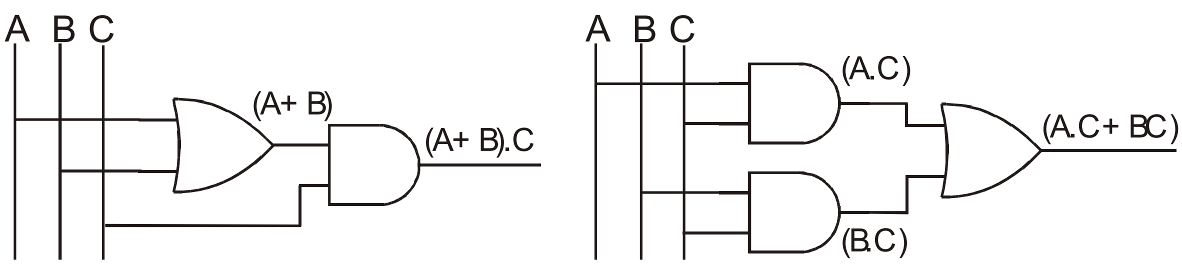
Esta propriedade gera simetrias e nem sempre as operações, que são funções, geram simetrias, em virtude de $f (a_i, a_j) = f (a_j, a_i)$. Nas operações simétricas, isto determina que $a_{ij} = a_{ji}$, o que equivale a estudarmos as propriedades das matrizes simétricas. As formas bilineares simétricas, que estão associadas a matrizes simétricas geram as chamadas geometrias ortogonais, sendo que a Euclidiana é o seu representante mais conhecido.

As operações feitas com as portas lógicas e com as tabelas verdade, vistas até agora, são todas comutativas. Como o fato acima é trivial, veremos aplicações desta propriedade nos modelos do capítulo V.

e) Distributiva: É a propriedade que faz a "ponte", liga duas operações .

Dadas duas operações deve-se verificar "in loco" se vale a propriedade distributiva, isto é, a análise deve ser feita caso a caso, e nem sempre ela é natural .

Podemos dar exemplos bem representativos na área de informática. Observe os circuitos abaixo :



Eles são equivalentes e vale a propriedade distributiva da **porta e** em relação à **porta ou** , analogamente a **porta ou** também é distributiva em relação à **porta e**.

Elas equivalem às propriedades distributivas da união e intersecção de conjuntos .

<u>Observação :</u> Para estes circuitos são válidas todas as regras da Álgebra dos Conjuntos, como por exemplo as leis de De Morgan .

Voltemos ao formalismo da Matemática e vamos definir algumas estruturas algébricas, que usamos e usaremos.

Definição : grupo

Dada uma operação interna em A, $*$ **:** $\mathbf{A^2 \to A}$, dizemos que o par $\mathbf{< A ,} *>$, possui estrutura de grupo se a operação $*$ possuir as propriedades: associativa, do elemento neutro, e do elemento inverso.

Se a operação $*$ também possuir a propriedade comutativa dizemos que o grupo é comutativo.

Neste capítulo , acreditamos, que já temos exemplos suficientes de grupos .

Definição : Anel

Dadas duas operações internas em A, $*: A^2 \to A$ e $\blacktriangle : A^2 \to A$ dizemos que a terna $<A , *, \to>$ possui estrutura de anel se :

a) $*$: é um grupo abeliano ;

b) $\blacktriangle$: possui a propriedade associativa ;

c) Vale a propriedade distributiva à direita ou à esquerda da operação $\blacktriangle$ em relação à operação $*$.

Observação :

Se a operação $\blacktriangle$ tiver a propriedade do elemento neutro, dizemos que temos um Anel com unidade. O anel mais conhecido é o dos números inteiros relativos : $< Z, + , \bullet >$,.

O anel binário $< Z_2 , + , \bullet >$ é amplamente utilizado na área da informática, e corresponde ao anel da Lógica Clássica.

Definição : Corpo e Campo

Dadas duas operações internas em A , $*: A^2 \rightarrow A$ e $\blacktriangle : A^2 \rightarrow A$, dizemos que a terna : $< A , * , \blacktriangle >$ possui estrutura de corpo se :

a) $*$: é um grupo comutativo ;

b) $\blacktriangle$: é um grupo;

c) Vale a propriedade distributiva à direita ou à esquerda da operação $\blacktriangle$ em relação á operação $*$.

Se a operação $\blacktriangle$ for comutativa , dizemos que temos um corpo comutativo ou um campo .

Observação :

1) Os corpos (campos) com os quais trabalhamos na matemática de uma maneira geral são :

O campo dos racionais, dos reais e dos complexos .

Mostraremos no capítulo V que os corpos gerados pelas classes de resto módulo m ou os Zm, com m primo, são de altíssima valia no aprendizado inicial das crianças e para o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático.

2) Devemos ter em mente que na realidade temos duas operações, que são grupos, "ligadas" pela propriedade distributiva .

A base é o grupo.

3) De maneira análoga temos que os espaços vetoriais são definidos a partir de um conjunto qualquer, não vazio, com uma operação interna (chamada de adição de vetores) que é um **grupo abeliano** e outra externa (chamada de produto de escalar vetor).

Não devemos esquecer que todo corpo é um espaço vetorial sobre si mesmo.

AS PROPRIEDADES GERAIS DOS GRUPOS :

Como não é de interesse do texto em questão não iremos demonstrar as propriedades gerais dos grupos, ou de outras estruturas. Iremos somente citá-las e ver suas aplicações.

Propriedades:

1) Em todo grupo vale a lei do cancelamento, ou seja :

$$\mathbf{a * x = a * y \Rightarrow x = y \text{ ou } x * a = y * a \Rightarrow x = y.}$$

2) Em todo grupo vale a relação:

$$\mathbf{(a * b)^{-1} = a^{-1} * b^{-1} \quad \text{ou} \quad -(a + b) = (-a) + (-b)}$$

3) O elemento inverso do elemento inverso de um elemento **a**, é o próprio elemento **a**:

$$\mathbf{(a^{-1})^{-1} = a \quad \text{ou} \quad -(-a) = a}$$

4) As equações : $\mathbf{a * x = b}$ **e** $\mathbf{x * a = b}$ têm sempre solução, que são:

$$\mathbf{x = a^{-1} * b \quad e \quad x = b * a^{-1}}$$

5) O elemento neutro é único.

6) O inverso de um elemento é único.

Estas propriedades são inerentes a toda estrutura de grupo e isto significa que toda vez que tivermos uma estrutura de grupo, quer matemática, quer fisica, ou o que mais nos interessa, quer biologicamente elas são válidas, independentemente dos símbolos ou representações utilizadas.

No capítulo V faremos comentários e daremos vários exemplos e modelos a serem desenvolvidos , desde as séries iniciais até a universidade, para estimular a estrutura de grupo que é necessária para a criação do desenvolvimento do Centro Lógico do nosso cérebro.

Decorar regrinhas práticas e teoremas é utilizar as memórias de primeira e segunda ordens, o que gera grandes problemas pois só se utilizam da região das memórias e não do raciocínio lógico.

4.6 O grupo como estrutura básica do centro lógico ou do Raciocínio Lógico-Matemático. Representações.

Vimos, no capítulo III, que os registros sensórios, memórias de primeira ordem, geram as memórias de segunda ordem e que estas representam os conjuntos, as classes, as categorias.

Vimos também as relações entre estas memórias, de segunda ordem, com as suas partes, memórias de segunda ordem, gerando os conceitos de todo/parte, a topologia discreta de uma classe, ou seja, as relações de inclusão.

A relação de inclusão é uma relação, conexão, entre um conjunto, memória de segunda ordem, e outros conjuntos, memórias de segunda ordem, que podiam ser geradas pelos mesmos registros sensórios.

Veremos, agora, a relação entre duas memórias de segunda ordem, normalmente distintas, em função das conexões de incidência ou pertinência dos registros de primeira ordem.

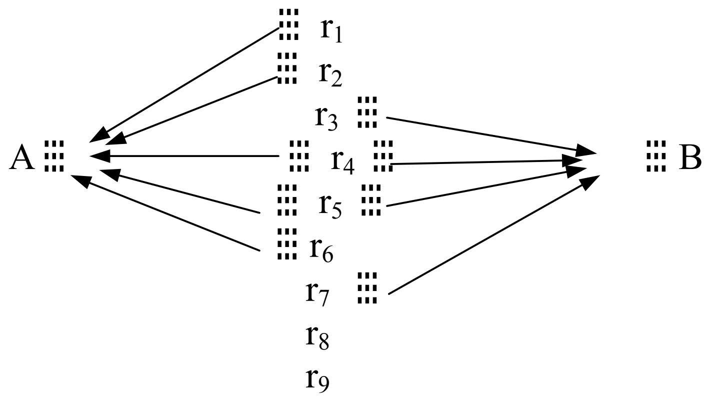
As relações entre as duas memórias de segunda ordem, conjuntos, irão gerar novas memórias e estudaremos as conexões entre elas.

Estas novas memórias, que chamaremos de regiões de conexões, são definidas a partir de conexões de pertinência existentes com as duas memórias iniciais.

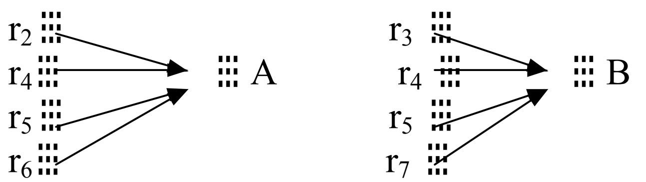
No capítulo anterior, tínhamos que as memórias de primeira ordem eram os elementos dos conjuntos estudados, agora veremos que as memórias de segunda ordem, as classes, os conjuntos, é que se tornam elementos, mantendo a lei geral.

Vamos partir de um gráfico, esquema, ou representação de como são ligados por **sinapses**, conexões, os registros de primeira ordem, a dois conjuntos, memórias de segunda ordem.

Conexões 1



ou

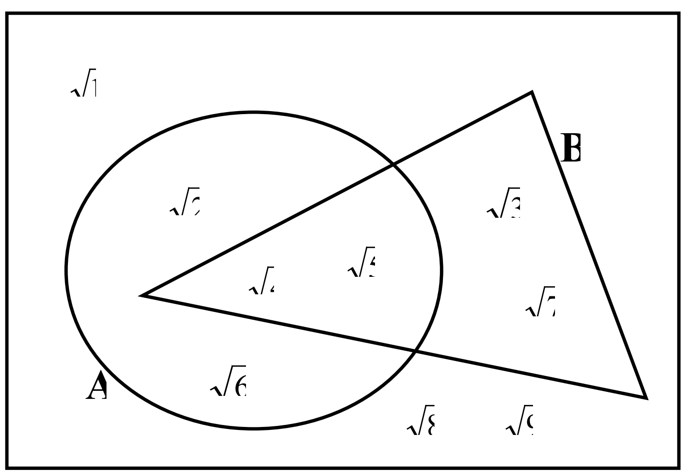


ou ainda simbolicamente:

$A = \{ r_2 , r_4 , r_5 , r_6 \}$

$B = \{ r_3 , r_4 , r_5 , r_7 \}$

Em virtude da representação por sinapses, que é espacial, ser muito difícil, neste caso o diagrama de Venn é muito útil, mas devemos lembrar, sempre, que é só uma representação.



Em todos estes tipos de conexões, com duas memórias de segunda ordem, existem quatro regiões de ligações sinápticas que chamaremos de : R_1 , R_2 , R_3 , e R_4.

Usaremos estas notações pela relação com a palavra registro.

Para registro de primeira ordem usamos letras minúsculas, r_1, r_2, ..., e para os de segunda ordem, os conjuntos, usamos as letras maiúsculas , R_1, R_2, ...pois esta é uma prática bem comum e não queremos criar novos símbolos.

A criação de muitos símbolos só atrapalha o aprendizado.

--- **Região um** : $R_1 = \{ r_2 , r_6 \}$. Registros com conexão com A e não com B.

Estes registros são representados na linguagem corrente como registros de A, no sentido de : **só de A.**

Esta região é dita: a região dos A e não B e simbolizadas por: $(A \bullet \overline{B})$, na Informática, e representa um circuito digital ; por $(A \cap \overline{B})$, na Álgebra dos Conjuntos, e $(p \wedge \neg q)$ nas expressões da Lógica Clássica.

--- **Região dois** : $R_2 = \{ r_2 , r_6 \}$

É a região que possui as conexões comuns entre A e B, ou simplesmente registro de A e B. Na linguagem corrente usa-se a expressão: registros de A e também de B, ou de elementos repetidos de A e B. Simbolicamente é representada por : $(A \cap B)$, na Álgebra dos Conjuntos; $(A.B)$, na Informática, porta **e** ; e $(p \wedge q)$ na Lógica Clássica.

--- **Região três** : $R_3 = \{ r_3 , r_7 \}$

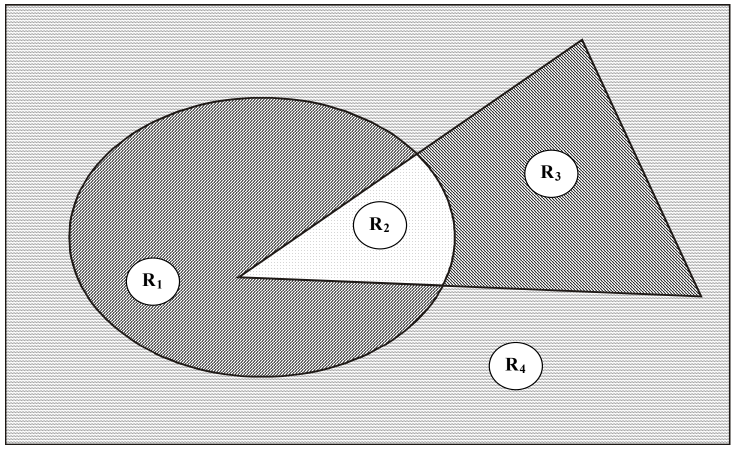
Registros com conexão com B e não com A. Estes registros são representados na linguagem corrente como registros de B, no sentido de : **só de B.**

Esta região também é dita: a região dos B e não de A e simbolizada por: $(\overline{A} \cap B)$ na Álgebra dos Conjuntos, $(\overline{A} \bullet B)$ na informática e $(\neg p \wedge q)$ na Lógica Clássica.

--- Região quatro: $R_4 = \{ r_1 , r_8, r_9 \}$

Registros sem conexão com A ou com B. É usual dizermos: **nem A e nem B**, ou não A e não B. Simbolicamente temos : $(\overline{A} \bullet \overline{B})$ na Informática , $(\neg p) \wedge (\neg q)$ na Lógica Clássica, e $(\overline{A} \cap \overline{B})$ na Álgebra dos Conjuntos.

Podemos simbolizar estas regiões num diagrama:



Temos que as regiões passam a ser consideradas como elementos de um novo conjunto, classe, categoria:

$$\mathbf{A = \{ R_1 , R_2 , R_3 , R_4 \} .}$$

A lei geral é seguida: grupos de elementos com propriedades comuns geram um novo ente, ou seja um novo registro, que está em conexão, por **sinapses,** com os registros que os geraram.

Temos várias maneiras de simbolizar as regiões já definidas, mas seja qual for a representação usada, o que, na realidade, existe são as conexões sinápticas da conexões. Resumindo temos :

$\mathbf{R_1}$: sinapse com A e não com B; $\mathbf{R_2}$: sinapse com A e sinápse com B.

$\mathbf{R_3}$: não sinapse com A e sinápse com B. $\mathbf{R_4}$: não sinapse com A e não sinapse com B.

Ou em termos mais simples: se representarmos as sinápses por **L**, ligada, e por **D** , desligada , as regiões podem ser representadas por:

$$\mathbf{R_1 = LD \; ; \; R_2 = LL \; ; \; R_3 = DL \; ; e \; R_4 = DD.}$$

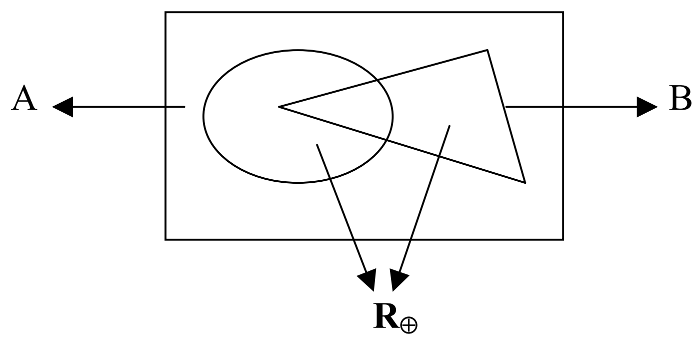
As regiões acima são equivalentes a :

a) $\mathbf{R_1 = VF}$; $\mathbf{R_2 = VV}$; $\mathbf{R_3 = FV}$; **e** $\mathbf{R_4 = FF}$ **, da Lógica Clássica**.

b) $\mathbf{R_1 = 1{,}0}$ **;** $\mathbf{R_2 = 1{,}1}$ **;** $\mathbf{R_3 = 0{,}1}$ **; e** $\mathbf{R_4 = 0{,}0}$ **, da Álgebra Binária e da Informática.**

Os registros que mais vão nos interessar são os relativos às regiões : a) R1 e R3 e b) R2, pois elas possuem , em conjunto, a estrutura que estamos estudando.

a) R_1 e R_3 ou **$R_\oplus$** : no gráfico abaixo, é a região:



A região composta pelos registros dos tipos R_1 e R_3 representam, na linguagem, o conectivo, a conjunção : **ou exclusivo**, e na Álgebra à diferença simétrica.

Esta região é de **suma** importância para a nossa análise, pois ela representa a **estrutura de grupo** na **conexão** entre as **memórias** de segunda ordem.

Podemos construir a sua tabela, que é a do grupo binário:

$R_\oplus$	$\in$	$\notin$
$\in$	$\notin$	$\in$
$\notin$	$\in$	$\notin$

ou

$R_\oplus$	**L**	**D**
L	**D**	**L**
D	**L**	**D**

ou

$R_\oplus$	**0**	**1**
0	**0**	**1**
1	**1**	**0**

Quando usamos, na linguagem corrente, o **ou** no sentido exclusivo, estamos exercitando a estrutura de grupo do nosso cérebro, situada no centro lógico.

Vejamos alguns exemplos:

---- **" Chupo cana ou assobio ".**

---- **" Vou ao cinema ou ao teatro".**

Na prática para reforçarmos o ou exclusivo, usamos dois **ou**:

" Ou chupo cana ou assobio"

O uso do "**ou**", no sentido exclusivo, é corrente nas demais línguas latinas e nas anglo-saxônicas.

É comum, nestas línguas, quando usamos o **ou** no sentido "inclusive", avisarmos (alertamos) por não ser natural. O "ou" inclusive corresponde à união de conjuntos.

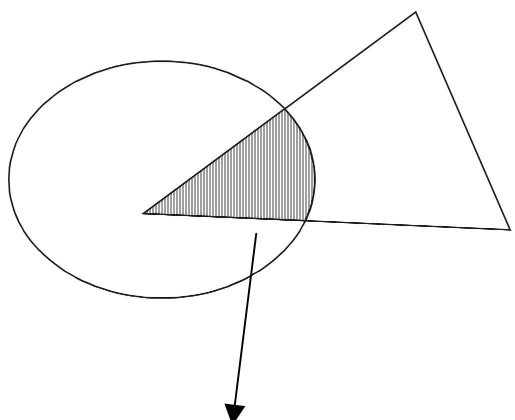
O latim clássico distinguia entre o :

"aut" : ou disjuntivo, ou exclusivo, oposição absoluta (ou um, ou outro, mas não ambos) e o,

"vel": ou conjuntivo, ou inclusive (ou um, ou outro, ou ambos).

É uma pena que na nossa língua não tenhamos estes tipos de símbolos, pois facilitaria bastante o aprendizado.

b) **Região: R_2 = R⊙** ou



R_2 ou R⊙

Esta é a região cujos elementos são comuns aos conjuntos, memórias de segunda ordem, A e B ou seja os elementos pertencem a A e a B.

Na linguagem corrente usamos as expressões:

--- " pertencem a A **e** também a B " e é usado nas sentenças:

" Vou ao cinema **e** também ao teatro "

" O número dois é primo **e** par ao mesmo tempo ".

A região está associada ao conectivo, conjunção **e**, à intersecção de conjuntos, à porta lógica **e**, à sentença ($p \wedge q$) da Lógica Clássica.

Tem estrutura de **semi-grupo**, na conexão entre as memórias de segunda ordem.

Podemos também construir a sua tabela:

$R\odot$	$\in$	$\notin$
$\in$	$\in$	$\notin$
$\notin$	$\notin$	$\notin$

ou

R⊙	**L**	**D**
L	**L**	**D**
D	**D**	**D**

ou ainda

R⊙	**0**	**1**
0	**0**	**0**
1	**0**	**1**

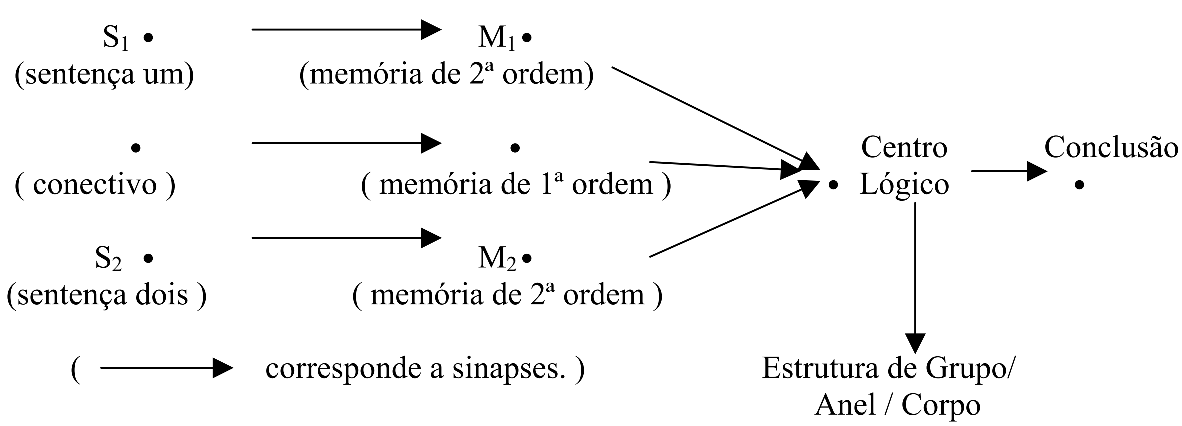
As regiões **R⊕** e **R⊙** representam todas as conexões das duas memórias de segunda ordem. Podemos também observar que é válida a propriedade distributiva da região **R⊙** em relação à região **R⊕.**

Se usarmos a linguagem matemática temos que as conexões entre duas memórias de segunda ordem têm estrutura de anel comutativo com unidade, possuindo todas as propriedades destes.

O anel Z é um anel quase natural, isto é, é biológico, e se bem introduzido nas séries iniciais, usando as estruturas biológicas das crianças, elas irão adquirir todas as leis dos anéis, naturalmente.

No caso do analfabeto e do alfabetizado, (vide capítulo III), e de muitos outros casos, podemos observar que as regiões das memórias de segunda ordem são ativadas pela enunciação das proposições, do conectivo a ser usado, e de imediato é **ativada** a região do **centro lógico** e a seguir temos a resposta ou conclusão.

Num esquema temos:



O centro lógico deve ser estimulado, exercitando o alunado no uso dos conectivos de maneira correta, não importando a forma simbólica utilizada.

O "treino" do centro lógico pode ser feito por meio de qualquer forma simbólica, portanto tanto faz, se ele é feito pela Lógica Clássica com símbolos do tipo : p, p=>q, .., quanto ser feito pela Álgebra dos Conjuntos com A, A ∪ B, ou ser feito por circuitos digitais, usando as portas lógicas, ou ainda usando a Álgebra Binária da Informática.

Para o cérebro, em termos de estímulos de ligações sináptica é a :

" MESMA COISA "

Como a partir dos nove anos o cérebro começa a desativar sinapses , é imperioso que os estímulos para ativar o centro lógico comecem antes dessa idade, isto é, já na pré-escola. É evidente que com exercícios, estímulos, adequados à faixa etária dos alunos.

No capítulo seguinte daremos modelos e exemplos de como isso pode ser feito, pois se isto não ocorrer ou, ocorrer de maneira errada, teremos muitos problemas no aprendizado futuro dos alunos.

Observações:

1) O estudo do conjunto de partes, deste conjunto, cujos elementos são as regiões, é que gera a Álgebra Binária, a tabela verdade para duas proposições, os circuitos digitais e todas as regras inerentes às mesmas.

2) As demonstrações, teoremas, do tipo p => q , se isto então aquilo, as leis de De Morgam , se e somente se, são representações da pertinência ou não dos elementos de cada uma das dezesseis regiões possíveis do conjunto de partes do conjunto das regiões.

Por exemplo : quando dizemos p => q estamos dizendo que o elemento deve pertencer à região não A ou B.

3) No final deste itém temos uma tabela completa que reúne todas as representações utilizadas até aqui, mostrando que todas representam a mesma coisa : **a relação entre duas memórias de segunda ordem**, e no capítulo seguinte mostraremos como utilizá-la.

1) Veremos, no próximo capítulo, que podemos trabalhar com as simbologias de maneira conjunta, isto é, utilizando a forma simbólica que melhor se adapta ao problema e ao aluno.

Nas experiências que fizemos em sala de aula, observamos que cada aluno se sai melhor com um tipo de representação, pois elas dependem dos conhecimentos já adquiridos individualmente, e, ao permitir que eles resolvam os problemas usando qualquer simbologia ou processo, os resultados são excelentes.

Voltemos agora ao capítulo II, para verificar que as estruturas biológicas do cérebro, fundamentadas nas ligações sinápticas, possuem a estrutura de anel binário, e de anel ternário como base para a troca de estímulos, informações ou de dados sensórios.

Vimos que os neurônios geram conexões de dois tipos :

1) soma espacial e 2) soma temporal.

1) **Soma espacial** : são ligações do tipo: há estímulo (dopamina, serotonina) , não há estímulo.

Este tipo de ligação é correspondente às estruturas binárias já estudadas : o anel Z_2 , as tabelas verdade da Lógica, os circuitos digitais baseados nas portas **e** e **ou.**

Os dois valores: tem estímulo, não tem estímulo, são representados simbolicamente por:

a) tem estímulo : $\in$, V , 1 , L (ligado).

b) não tem estímulo : $\notin$, F , 0 , D (desligado).

2) Soma temporal: as conexões do tipo soma temporal, não são binárias e sim ternárias, pois trabalham com três tipos de conexões: não tem estimulo, tem estímulo (dopamina, serotonina) e tem estímulo inibidor (ácido gama-aminobutírico).

Nesses casos temos três valores que podem ser representados por : 0, 1, -1, numa álgebra ternária.

Em termos de estruturas neuro-fisiológicas estas conexões de soma espacial e temporal devem formar novas conexões, obedecendo às leis gerias e obtendo outros "valores" para as sentenças**.**

Não temos, até agora, experimentos que desçam às estruturas das sinapses para tirarmos conclusões.

Conclusões do capítulo IV:

Das experiências **feitas até agora,** podemos afirmar que o nosso cérebro possui **dois centros** bem distintos:

O centro dos cálculos exatos, que é o Centro Lógico, localizado no lóbulo frontal esquerdo, próximo do da Linguagem, que gera o raciocínio Lógico-Matemático, que possui todas as características de ter uma estrutura de grupo, pois todas as representações formais, ou não, associadas a este centro, são representadas por essa estrutura, e as ligações sinápticas, do tipo soma espacial, dão o suporte neurológico a ela.

Todos os experimentos realizados até agora, e não são poucos, que envolvem raciocínios Lógicos/Matemáticos mostram, por meio dos equipamentos atuais, imagens que os mesmos se realizam na região citada. O fato já é tão aceito que todos os neurologista chamam a região de Centro Lógico.

Recorde a experiência do analfabeto e do alfabetizado, do capítulo II, onde é bem visível, como o cérebro processa raciocínios Lógicos/Matemáticos.

O centro de cálculos aproximados, que é distinto do anterior, é onde são feitas as análises de expressões que não possuem resposta determinada, ou seja, aproximadas, do tipo que podem ser geradas pelas ligações sinápticas do tipo: soma temporal (ternária).

Observando os grupos associados às relações entre átomos e moléculas , vimos que a maioria deles são representados por grupos produto de grupos binários e ternários, que são os únicos grupos que as ligações sinápticas, tipo soma espacial ou tipo soma temporal, permitem, que é como os neurônios se comunicam.

Também devemos lembrar que uma grande dificuldade que a neuro-computação encontrou, e ainda encontra, para representar as operações do cérebro, foi a construção física da porta XOR, que nada mais é que a representação física do grupo binário.

Acreditamos que a neuro-computação poderá dar grandes passos na simulação neurológica, quando conseguir representar fisicamente as ligações do tipo soma temporal e suas combinações com as ligações tipo soma espacial dos nossos neurônios, mas isto é uma nova pesquisa.

Lemos, na Folha de São Paulo, de 7/10/01, um comentário do Prof. Dr. Marcelo Gleiser do Dartmauth Collega, em Hanôver/EUA, que transcrevemos, pois achamos que é bastante pertinente:

" Caso os resultados sejam confirmados teremos que rever o Modelo Padrão e o seu tratamento dos três neutrinos.

Este resultado é um excelente exemplo de como funciona a ciência.

Teorias são construídas com base em certas suposições que devem ser passíveis de confirmação ou refutação experimental.

São os experimentos que têm a última palavra, não as teorias, por mais elegantes que elas sejam.

Ao cientista cabe humildade de aceitar a limitação de suas teorias e hipótese, perante a criatividade da natureza."

Conclusão Final

De tudo o que vimos até agora podemos afirmar com base nas experiências biofísicas e pedagógicas que:

As regiões das memórias de primeira e segunda ordem seguem leis bem definidas e que as relações com o "mundo exterior" e entre os seus registros são definidas pelas <u>sinapses</u> que o cérebro cria.

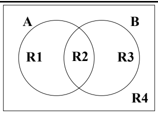
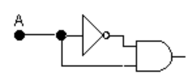
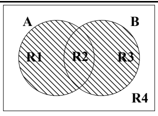
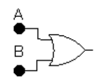
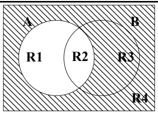
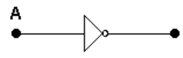
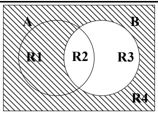
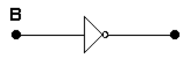
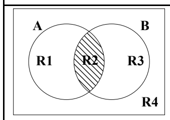
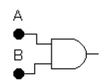
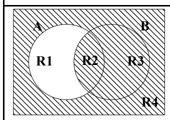
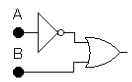
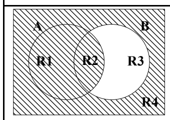
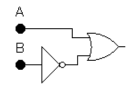
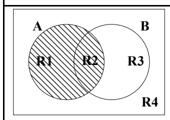
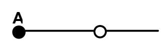
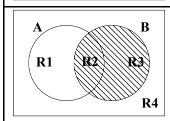
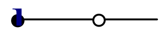
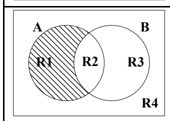
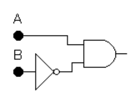
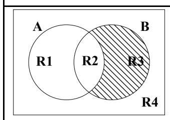
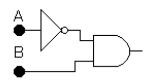
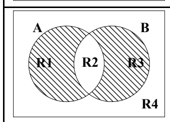
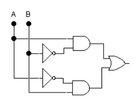
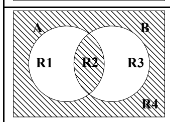
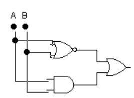
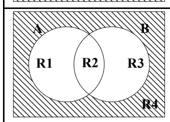
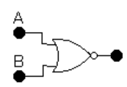
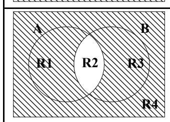
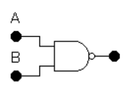
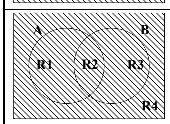
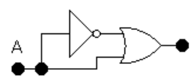
O Homem possui uma capacidade biológica para desenvolver uma estrutura cerebral que o torna racional ou que lhe permite raciocínios Lógicos/Matemáticos.

Todas as representações formais, simbólicas, científicas ou de linguagens, são representações dessas estruturas e que são distintas somente pelas simbologias próprias de cada ciência.

O cérebro humano possui um período, que vai dos três ao nove anos, em que aguarda a estruturação do centro lógico e que, após o qual as sinapses vão sendo "desligadas".

Se o alunado e as pessoas de uma maneira geral têm dificuldades em desenvolver um raciocínio matemático ou lógico, o impecilho para isto não está neles, e sim na época e na maneira como os ensinamos.

Tabela Geral

Diagrama de Venn	álg. conjunto	notação booleana	tabela verdade	Correlações R_2	R_1	R_3	R_4	circuito lógico	tabela bin.	
	$\varnothing$	$A\cap\bar{A}$ $B\cap\bar{B}$	$p\wedge\bar{p}$	D F 0	D F 0	D F 0	D F 0		* 0 1 0 0 0 1 0 0	falsidade
	$R_1\cup R_2\cup R_3$	$A\cup B$	$p\wedge q$	L V 1	L V 1	L V 1	D F 0		* 0 1 0 1 1 1 1 0	disjunção porta "Ou"
	$R_3\cup R_4$	$\bar{A}$	$\bar{p}$	D F 0	D F 0	L V 1	L V 1		* 0 1 0 0 0 1 1 1	negação de p inversor
	$R_1\cup R_4$	$\bar{B}$	$\bar{q}$	D F 0	L V 1	D F 0	L V 1		* 0 1 0 0 1 1 0 1	negação de q inversor
	R_2	$A\cap B$	$p\wedge q$	L V 1	D F 0	D F 0	D F 0		* 0 1 0 1 0 1 0 0	conjunção porta "E"
	$R_2\cup R_3\cup R_4$	$\bar{A}\cup B$	$\bar{p}\vee q$ $p\rightarrow q$	L V 1	D F 0	L V 1	L V 1		* 0 1 0 1 0 1 1 1	implicação à esquerda
	$R_1\cup R_2\cup R_4$	$A\cup\bar{B}$	$p\vee\bar{q}$ $p\leftarrow q$	L V 1	L V 1	D F 0	L V 1		* 0 1 0 1 1 1 0 1	implicação à direita
	$R_1\cup R_2$	A	p	L V 1	L V 1	D F 0	D F 0		* 0 1 0 1 1 1 0 0	função 1°. elemento
	$R_2\cup R_3$	B	q	L V 1	D F 0	L V 1	D F 0		* 0 1 0 1 0 1 1 0	função 2°. elemento
	R_1	$A\cap\bar{B}$	$p\nrightarrow q$	D F 0	L V 1	D F 0	D F 0		* 0 1 0 0 1 1 0 0	coimplicação à esquerda
	R_3	$\bar{A}\cap B$	$p\nleftarrow q$	D F 0	D F 0	L V 1	D F 0		* 0 1 0 0 0 1 1 0	coimplicação à direita
	$R_1\cup R_3$	$A\nabla B$ ou exclusivo	$p\oplus q$	D F 0	L V 1	L V 1	D F 0		* 0 1 0 0 1 1 1 0	não equivalência adição módulo 2 diferença simétrica
	$R_2\cup R_4$	$(\overline{A\cup B})\cup(A\cap B)$	$p\leftrightarrow q$ $p\sim q$	L V 1	D F 0	D F 0	L V 1		* 0 1 0 1 0 1 0 1	função de equivalência
	R_4	$\overline{A\cup B}$ $\bar{A}\cap\bar{B}$	$p\circ q$	D F 0	D F 0	D F 0	L V 1		* 0 1 0 0 0 1 0 1	função de Webb
	$R_1\cup R_3\cup R_4$	$\overline{A\cap B}$ $\bar{A}\cup\bar{B}$	$\bar{p}\vee\bar{q}$	D F 0	L V 1	L V 1	L V 1		* 0 1 0 0 1 1 1 1	função de Sheffer
	$R_1\cup R_2\cup R_3\cup R_4$	$\bar{A}\cup A$	$\bar{p}\vee p$	L V 1	L V 1	L V 1	L V 1		* 0 1 0 1 1 1 1 1	Taulologia

5. Capítulo V: Modelos, exercícios e aplicações.

5.1 - Introdução.

5.2 - O número zero.

5.3 - O anel Z , um ensino natural desde a pré-escola.

5.4 - O conjunto dos racionais.

5.5 - O conceito de número.

5.6 - O problema das associações e representações.

5.7 - Considerações finais.

Anexo I : Outros centro do cérebro, outras lógicas.

5.1 - Introdução

Os modelos, jogos, exemplos, desenvolvidos neste capítulo, foram, na sua totalidade, aplicados e os resultados analisados, nas turmas em que lecionamos.

São simples modelos e exemplos que **cada** professor deve adaptar às suas turmas, levando em conta o embasamento sócio-cultural e econômico de **cada uma**.

O processo ensino-aprendizagem não pode ser feito por receitas prontas e sim da interconexão entre a **escola**, **o professor** e o **aluno.**

Usamos o termo escola no sentido de ser uma estrutura da comunidade e inserida na mesma.

O meio para a interconexão pode ser qualquer um, pode ser em sala de aula, em casa, por meio de recursos audio-visuais ou eletrônicos, mas deve existir sempre a interconexão professor/aluno.

Não comentaremos sobre o uso dos recursos auxiliares (tipos de sala, vídeos, tv....) , pois **cada** unidade escolar é **distinta** das demais.

Por exemplo, a lousa bem utilizada, a transparência, o vídeo, o data-show, como meios, fazem a mesma coisa: estimulam o sentido visual.

Qual a abordagem a ser utilizada?

Como já vimos nos capítulos anteriores todas as abordagens possuem qualidades e defeitos.

A melhor é aquela que, na relação ensino-aprendizagem gerar o melhor aproveitamento, ou seja, aquela que, para o grupo em que está sendo aplicada, gerar a maior aquisição de conhecimentos e que atingir os objetivos pedagógicos propostos de uma maneira rápida e eficaz.

Damos a seguir alguns indicadores, não muitos, que julgamos que devem ser conhecidos pelos grupos envolvidos no processo de ensino.

1) Quando somente o professor detém o conhecimento e o mesmo não envolve memórias sensórias ou relações entre memórias de primeira e segunda ordem, podemos e devemos usar a abordagem tradicional.

Por exemplo, em atividades de pesquisa de ponta e na maioria dos cursos de pós-graduação, pois nestes casos geralmente quem detém o conhecimento é o orientador.

Nas relações do tipo : mestre/discípulo.

2) Quando o aprendizado ocorre inicialmente em termos de memórias sensórias, os processos Montessorianos e de Instrução Programada Linear são os preferidos.

Exemplos:

a) Nas áreas de ensino que envolvem o desenvolvimento das áreas visuais, auditivas ou motoras, principalmente no ensino de deficientes .

b) Quando queremos que o aluno decore regras ou leis, ou ainda demonstrações rígidas de teoremas.

c) Quando queremos adquirir conhecimentos sem a presença do professor, como no caso dos programas de "Ajuda" dos computadores.

3) Quando desejamos criar sinapses entre as memórias, quer sejam de primeira ou segunda ordem, ou entre as de segunda ordem, as abordagens associacionistas e as técnicas de instrução programada ramificada são as mais indicadas.

Isto deve ser aplicado quando queremos que o aluno aprenda uma seqüência de atos ou procedimentos relacionados e são muitos utilizados em jogos coletivos ou brincadeiras.

Quando ensinamos técnicas de soluções de equações ou as famosas regrinhas de sinais, que a nosso ver não deveriam ser ensinadas.

4) Quando queremos que as sinapses geradas determinem mudanças de comportamento ou relações sociais, devemos usar as abordagens humanistas ou sócio-culturais.

Esta abordagem deve ser usada quando desejamos criar padrões de higiene, consciência ético-moral ou política.

5) Quando desejamos estimular ou desenvolver o centro lógico ou o raciocínio Lógico-Matemático devemos usar as abordagens cognitivistas.

Neste caso devemos utilizar:

a) Das estruturas algébricas, quando trabalhamos com símbolos matemáticos ou expressões formais; devemos usar principalmente, os anéis Zm e os corpos Zp (p=primo).

b) As portas lógicas e os circuitos digitais, quando trabalhamos na área da Informática

c) A Lógica Clássica, quando desejamos desenvolver a linguagem.

d) O estudo do Anel dos Polinômios pode ser feito por meio dos sistemas de numeração em bases decimais ou não, desde a pré-escola.

As técnicas operatórias baseadas no anel de polinômios é bastante útil pois desenvolvem a estrutura de anel e o raciocínio lógico-matemático, desde que, o professor tenha consciência da estrutura que está ensinando.

Finalizando: o processo ensino-aprendizagem, às vezes, exige, pelo seu conteúdo programático, que sejam utilizadas todas as abordagens numa mesma aula.

5.2- O número zero

Neste item abordamos a necessidade, desde tenra idade, ou da pré-escola, de gerarmos no cérebro de nossos alunos, o conceito de número zero como uma memória de segunda ordem, um registro bioquímico.

Separamos a análise do conceito de número zero da do conceito de número em geral, que será feita em item posterior.

No capítulo II, vimos que a maioria das pessoas conseguem ter o registro visual, memória de segunda ordem, de quantidade, de grupos com seis até oito elementos.

Os conhecimentos sobre as regiões do cérebro que contém os registros bioquímicos dos números inteiros pequenos foram obtidos a partir de estudos neuro-fisiológicos, com pessoas que sofrem de **discalculia**, doença muito parecida com a **dislexia**.

" Se a Matemática de alto nível se constrói graças à linguagem e à educação, suas bases mais elementares - conceito de número, de espaço, de tempo, de operação, etc. - devem ser buscadas na própria organização do cérebro" (Dehaene, Stalinas - 2000).

A importância de criarmos a memória de segunda ordem, correspondente ao número zero, reside no fato de que a mesma não pode ser gerada pelo cérebro, por meio de registros sensórios, memórias de primeira ordem.

Deve ser gerada por associação a outro registro de mesma importância, que é o do conjunto vazio, memória de segunda ordem, já visto anteriormente.

O registro de segunda ordem correspondente ao número zero é de suma importância para a estrutura de grupo, que é **básica** para o raciocínio Lógico-Matemático, pois caracteriza as propriedade do elemento neutro.

Desde a pré-escola, utilizamo-nos de vários processos bem conhecidos para a criação da memória dos números inteiros pequenos.

Seja qual for o processo utilizado, não é enfatizada ou simplesmente não é gerada, uma memória de segunda ordem correspondente ao número zero.

A criação do conceito, registro, memória de segunda ordem, do número zero e sua simbologia é muito importante para a Matemática como um todo, haja vista o grande desenvolvimento que tivemos com a criação do símbolo " **0** " para representar o zero.

Basta fazer uma revisão histórica da criação simbólica do zero e/ou observar as suas aplicações no cotidiano das pessoas e da sociedade.

Desde o século passado Piaget já fazia distinção entre os números perceptuais, que correspondem a memórias de segunda ordem, e os demais.

Não necessitam de uma estrutura lógico-matemática e até alguns **animais** possuem esses registros, conforme atestam inúmeras experiências e exemplos práticos.

" De fato, os novos métodos para produção de imagens, por ressonância magnética, permitem abordar empiricamente a representação cerebral dos mais simples objetos matemáticos, aqueles compartilhados pelo conjunto da humanidade : os números inteiros pequenos.

Nossa pesquisa sugere que um dos fundamentos da aritmética, a intuição de número, tem sua origem na arquitetura do cérebro que, desde o nascimento, representa espontaneamente esse parâmetro essencial do mundo físico.

A intuição de número está tão profundamente enraizada em nossos sulcos parietais que nem sequer nos damos conta de sua importância" (Dehaene, Stalinas - 2000).

A memória de segunda ordem correspondente ao número zero e sua simbologia é fundamental para:

--- a estrutura de grupo e o raciocínio lógico-matemático (visto no texto).
--- os sistemas de numeração atuais.
--- o conceito de origem para a Física (espaço/tempo).
--- o conceito de centro de um sistema cartesiano, ou não.
--- o conceito de núcleo de uma aplicação linear.
--- a solução de sistemas de equações homogêneas.
--- o conceito de sub-espaço anulador e outros inúmeros casos.

Em todos os casos ele representa, ou corresponde a : **centro** ou **início de** .

Os professores da pré-escola e do ensino fundamental, ao criarem as memórias de número natural, devem criar conjuntamente a memória de segunda ordem correspondente ao zero de maneira análoga aos demais, associando-o, **criando sinapses**, com o conceito de conjunto vazio.

Teríamos então gerado no cérebro dos alunos uma memória de segunda ordem, que passará a existir **fisicamente** no seu cérebro e ele irá "trabalhar", com ela, da mesma maneira que com as memórias dos outros números.

Devemos iniciar a seqüência dos números inteiros com o zero e não com o um, ou seja : 0 , 1, 2, 3, 4, 5, ...

Não devemos gerar o conceito de zero a parir de expressões do tipo: "não tem nada, tem zero ", muito utilizada pelos alunos.

Devemos lembrar que o zero é um **número igual aos demais** e não deve ser associado ao "nada", ausência de "coisas".

A expressão citada acima gera problemas do tipo :

Qualquer professor, ao colocar a expressão **2.x + 4** na lousa, e pedir aos alunos para resolver, imediatamente eles escrevem : **2.x + 4 = 0** e resolvem a equação.

Não tendo o segundo membro, eles colocam o zero, pois "não tem nada, tem zero".

Quando o aluno não tem o registro (memória de segunda ordem) correto do número zero, ele encontrará dificuldades na criação dos números relativos, como veremos adiante.

Os números inteiros negativos são gerados como elementos inversos dos inteiros (propriedade do elemento inverso dos grupos) e necessitam do zero (propriedade do elemento neutro dos grupos).

Daremos alguns exemplos de como podemos gerar a memória de segunda ordem, correspondente ao número zero.

São simples sugestões, pois acreditamos que o professor da pré-escola ou do ensino fundamental sabem, melhor que nós, os exemplos e modelos adequados às suas turmas.

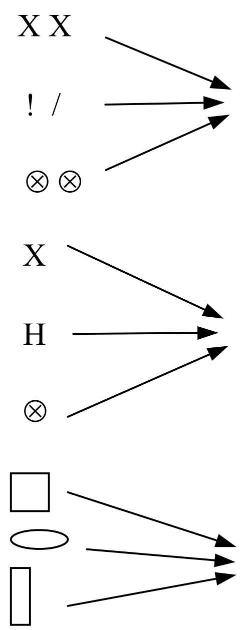
Nos exemplos seguiremos as estruturas:

a) conjuntos sem elementos $\longrightarrow \varnothing \longrightarrow 0$.

a) a resposta a perguntas do tipo : Quantos .... ? , deve ser um número e não : " não tem" , "nenhum", " nada"...

Exemplos:

1)



• **2** (número dois) = classe dos conjuntos binários.

• **1** (número um) = classe dos conjuntos unitários.

• **0** (número zero) = conjuntos vazios.

1) Tomar um pacote com 5 balas, ou moedas, ou gíz, ou outro objeto qualquer e perguntar:

---- Quantas balas há no pacote? Resp. = 5 , retirar uma e perguntar:

---- Quantas balas há no pacote? Resp. = 4 , repetindo o processo teremos as respostas: 3,2,1 e antes de retirar a última bala, o professor deve **enfatizar** que a resposta deve ser **um número.**

Retirando a última bala, perguntar novamente: Quantas?

A resposta, usualmente é **zero** balas.

Se os alunos responderem: o pacote está vazio, dizemos que temos o conjunto vazio e que ele está associado ao número zero.

4) Analogamente podemos falar de :

---- Saldo de contas bancárias e perguntar qual é o saldo numa conta sem dinheiro.

Se possível mostrar extratos bancários, em que é visível o número zero, para saldos nulos.

--- Notas das provas de alunos que entregam a prova em "branco" ou completamente errada.

O aluno não fica "sem nota", mas sim com nota zero.

--- Observar o mostrador dos relógios digitais, eles mostram 0 horas no início do dia.

A maioria destes e outros exemplos são bem conhecidos e fáceis de trabalhar com o alunado.

O importante, no processo, é mostrar que :

0 **(zero) é um número como qualquer outro.**

Ele existe em nosso cérebro como uma memória de segunda ordem, tem existência física , bioquímica.

5.3 - O anel Z : um ensino natural desde a pré-escola.

O título do item também poderia ser: como gerar naturalmente estruturas de grupo e facilitar a estruturação do raciocínio Lógico-Matemático.

Numa certa aula de 2001, estávamos explicando como funciona o P.E.T. e para tal, deveríamos explicar o que é um **pósitron.**

Dissemos que os fótons, pacotes de energia, em determinadas condições, geram nos aceleradores de partículas e também no Universo, dois entes, duas partículas, que são chamadas de elétron e pósitron e que são simbolizadas por e^+ (pósitron) e e^- (elétron) , por causa de suas cargas elétricas.

Um dos alunos disse: " é a mesma coisa que acontece com os números inteiros, o número dois pode ter dois sinais, o **" + " e o " - "** , e temos o + 2 (mais dois) e o -2 (menos dois)" .

Este conceito, conhecimento, informação, é ensinado na 5ª ou 6 ª série do ensino fundamental e gera uma **sinapse**, ou várias, que será um **obstáculo** para a aquisição de novos conhecimentos, e/ou impede um aprendizado mais correto.

O conceito, memória de segunda ordem, adquirido é errado!

Resolvemos explicar melhor o que é um pósitron e o que é um elétron, para mostrar o quanto é lesivo ao ensino o conceito emitido anteriormente.

O elétron é uma partícula, ente, que é considerada como partícula **material** e possui uma série de propriedades, tais como : massa , velocidade, spin e carga elétrica de um tipo dita negativa, daí o sinal de menos.

O pósitron não é uma partícula material e sim de **anti-matéria**, não existindo livremente no nosso Universo, e possui propriedades bem distintas do elétron e um certo tipo de carga elétrica dita positiva, daí o sinal de mais.

Os pósitrons são gerados em laboratórios de partículas, aceleradores e em equipamentos como o P.E.T..

O elétron e o pósitron, apesar de serem partículas distintas, quando unidas geram novamente um fóton.

Esta propriedade é utilizada nos aparelhos de ressonância para gerar as imagens.

Mas isto não é o importante, o que desejamos frisar, mostrar, é que o elétron e o pósitron **não são** a mesma partícula com sinais diferentes, mas sim **duas entidades** completamente distintas e que devem ser registradas, conhecidas, aprendidas, em nossas memórias como **coisas** diferentes.

Lamentavelmente não temos símbolos suficientes para representar todas as partículas e números e, por isso, as partículas e os números **associados**, são representados pelos mesmos símbolos com "acessórios", sinais, diferentes, gerando problemas.

Vejamos agora o que isso tem a ver com a Matemática do ensino fundamental.

O número dois negativo, não é o número dois com um sinal negativo, e sim uma entidade, número, distinta do dois.

Os registros, memórias, sinapses dos mesmos, devem ser criados em nosso cérebro de maneira distinta dos números inteiros.

Devemos mostrar de forma bastante clara, aos alunos, que eles são números distintos, diferentes, e que possuem uma propriedade importantíssima, são inversos aditivos, ou seja $(-2) + (2) = 0$.

É uma estrutura análoga à do elétron e do pósitron.

Se tal fato não ocorrer, é bem provavel, e é o que normalmente ocorre, os alunos colocam sinais nos números inteiros, transformando-os em inteiros positivos, os que têm sinal de mais (+) , e os inteiros negativos, aqueles que têm o sinal de menos (-) .

A idéia, registro, do número dois continua única, colocando-se sinais no mesmo e, inclusive, representamos assim : $\pm\ 2$.

Para operarem com os relativos, assim criados, os alunos e os professores, em geral, são obrigados a criar um grande número de regrinhas, tão famosas para os sinais.

Estamos cansados de ouvir: "menos com menos dá mais, professora?".

Operamos com sinais e não com os números!

Tal procedimento gera bloqueios no aprendizado e o aluno acha que aprender Matemática é decorar regras práticas e fórmulas mágica.

Propomos que os inteiros relativos sejam ensinados desde a primeira série do ensino básico, estimulando a geração da estrutura básica de grupo no cérebro dos alunos.

Isto é muito importante para o raciocínio lógico-matemático do ser humano, como visto no capítulo IV.

Procuramos usar , como instrumentos metodológicos, técnicas e modelos que normalmente os professores já utilizam.

A diferença de nossa proposta é utilizarmos esses modelos conhecidos, para estimular a criação da estrutura de grupo em nosso cérebro e associarmos as simbologias corretas.

Mudamos somente " o que ver " nos modelos e jogos.

Os jogos e os modelos **não são** usados somente como brincadeira, mas sim olharemos as **estruturas** que fazem parte dos mesmos.

Usaremos como modelo básico relógios com várias horas, ou seja, relógios com 5, 6, 10, 12 horas.(veja Modelo, mais adiante).

O uso dos relógios, para trabalhar com os números, reforça também o conceito de considerarmos os números, em geral, como operadores, como veremos adiante.

Este modelo foi escolhido pois é nessa fase escolar que as professoras ensinam as crianças a lerem as horas.

A criança, ao brincar com o relógio para aprender a ler as horas, pode ter , ao mesmo tempo, a **estrutura de grupo** estimulada e desenvolvida no seu cérebro.

Não é necessário esperarmos até a 5ª ou 6ª série para desenvolver o conceito de número relativo.

Com estes modelos podemos, desde esta fase, trabalhar a subtração como a operação inversa da adição.

Os relógios representam facilmente os fenômenos cíclicos e naturalmente os grupos cíclicos.

O relógio não é o único instrumento, pode ser uma roleta, uma amarelinha, um jogo de banco imobiliário, andar de elevador que possuam sub-solo, andar para a direita e para a esquerda, numa reta e outros.

Todos esses modelos são usados pelos professores.

A utilização do relógio foi escolhida pois os conceitos e as propriedades dos grupos ficam bem **materializados** para o aluno.

A partir deles fica fácil gerar as tabelas da adição e também da multiplicação.

Analisar os resultados das tabelas é um exercício que os alunos gostam de fazer. Um modelo típico que desenvolvemos é considerar um relógio de 5 horas e suas tabelas.

Trabalhar com o relógio de 5 horas é o mesmo que trabalhar na base 5 e isso os alunos fazem com certa facilidade.

As propriedades da estrutura de grupo são estimuladas usando as técnicas abaixo:

- **Propriedade Associativa**:

Esta propriedade é aceita naturalmente, pois as crianças, já nessa faixa etária, entendem facilmente que :

(2horas + 3 horas) + 1 hora é o mesmo que (=) 2 horas + (3 horas + 1 hora).

A propriedade associativa é natural para as ligações sinápticas.

A não associatividade é que não é natural, basta ver o problema que ocorre quando a usamos na subtração, ensinada pelo processo tradicional.

A criança tende naturalmente a considerá-la associativa.

O professor deve fazer bastantes exercícios para reforçar a propriedade.

- **Propriedade do Elemento Neutro ou O Elemento Neutro**:

A utilização do relógio é vantajosa, em virtude de que o conceito de zero, o elemento neutro da adição, é bem assimilado, gravado.

A criança aprende, entende, que o " 0 " (zero) hora também é hora, e não ocorre o perigo de o aluno associar o zero ao nada, não tem hora.

Não mexer no relógio é um **ato** , pode-se associá-lo com "passa a vez".

Ao associarmos o zero a um ato, ele passa a ter existência, em nosso cérebro, uma memória.

Desta maneira teremos:

" 0 " : não joga, passa a vez, fique parado....... e " 1 " joga uma casa, gire uma hora, ande uma casa, são atos que a criança pratica naturalmente ; analogamente para os demais números.

O conceito de número como um operador é bem visível com este processo.

Desta maneira já introduzimos duas propriedades dos grupos, após esta parte podemos então trabalhar, estudar, com o aluno, o conceito de elemento inverso, que é a mais difícil.

- **Propriedade do Elemento Inverso ou O Elemento Inverso**:

Este conceito deve ser desenvolvido conjuntamente com os alunos.

O professor deve escolher números, horas, do relógio cuja soma dê 0 (zero) horas ou completar a volta do relógio.

Este exercício, bem feito, e feito com relógios de várias horas, (6 horas, 8 horas, 12 horas), irá gerar, no cérebro dos alunos, o conceito de complemento ou complemento aditivo, o que completa as horas, volta para o zero, com isto está gerado o conceito do elemento inverso aditivo.

Por exemplo: se tivermos um relógio com 5 horas teremos que: 2h + 3h = 0h.

Neste caso dizemos aos alunos que 3horas é o complemento de 2horas.

Nesta hora podemos dizer, aos alunos, que o complemento é chamado em Matemática de inverso aditivo, oposto, simétrico e ir reforçando as palavras, símbolos, mas, devemos deixar o aluno escolher e utilizar a que ele julgar mais conveniente, devemos aceitar, nas provas, qualquer símbolo escolhido pelo aluno.

Pode-se inicialmente escrever: 3 = C(2) ou 2 = C(3), ou qualquer outro símbolo que o professor julgar adequado.

Após vários exercícios , com vários tipos de relógios, mostrar aos alunos que os complementares mudam de relógio para relógio e fazer a proposta, aos alunos, de trocar os símbolos diferentes por um único símbolo : o de menos (-).

Nesta hora, o professor deve enfatizar aos alunos que o -2 (menos dois) é o número que somado com dois dá zero, em qualquer tipo de relógio.

Pode-se materializar este conceito fazendo o ponteiro do relógio girar para a direita e para a esquerda, no caso do relógio de 5 horas, giramos o ponteiro 3 horas para a direita e depois giramos 2 horas para a esquerda e visualmente (registro) temos:

0 horas à direita = 2 horas à esquerda , e podemos escrever : 3 = -2 .

Este tipo de exercício é sempre aplicado em nossas turmas e vários de nossos alunos, do curso de licenciatura, aplicam-no em suas escolas, naquelas que o permitem, e os resultados são considerados excelentes.

Não usamos regrinhas**.**

A introdução do conceito de inteiros relativos é feita por generalização e o cérebro faz isso naturalmente.

Usando este processo o número "dois negativo" ou o "menos dois" (-2) será criado como sendo o número que somado com dois dá zero e serão registros, memórias, distintos no cérebro.

A propriedade comutativa é aceita naturalmente, os alunos dizem "está na cara" professor. Não enuncie nenhuma regrinha!

Todas as leis, propriedades, regras, aparecem naturalmente ao trabalharmos com os relógios e ao usarmos os símbolos de + (mais) ou - (menos) associados aos cálculos, pois são **inerentes aos grupos**.

Na série seguinte, ou logo após o estudo da multiplicação de inteiros, dependendo da turma, retornamos aos relógios para a criação da multiplicação de relativos e de sua tabela correspondente.

De maneira análoga obteremos todas as leis dos sinais sem usarmos regras.

Dependendo do número de horas do relógio, podemos desenvolver, com o alunado, os conceitos de anéis e corpos usando número de horas primo.

É evidente que o trabalho com os relógios não é formal, mas exercita, no cérebro, a estrutura de grupo e, como conseqüência, o raciocínio Lógico-Matemático.

Isto facilitará sobremaneira o aprendizado e fará com que, ao organizarmos uma estrutura didático-pedagógica nova, possamos dar grandes saltos no ensino da Matemática no nível fundamental, com grandes reflexos daí em diante.

Esperamos que com a introdução destes novos conceitos possamos reverter a tendência das crianças que, ao iniciarem o ensino fundamental (1ª e 2ª séries) gostam de Matemática e ao chegarem às demais passam a detestá-la.

Acreditamos que isso se deva ao fato de que, logo após a introdução dos conceitos básicos, os professores começam a trabalhar com regrinhas e símbolos sem significado para os alunos e divorciados de seu cotidiano. O ser humano está capacitado biologicamente a desenvolver o raciocínio lógico-matemático e deve produzir Matemática naturalmente, se soubermos utilizar as suas estruturas biológicas.

Sabemos que é necessária uma reestruturação geral nos conteúdos programáticos da Matemática e nas abordagens metodológicas a serem ensinados, aplicados no ensino básico. O fundamental é que devemos organizar cursos de capacitação docente para preparar os professores.

Sem uma reordenação da visão dos docentes não conseguiremos fazer muita coisa.

Enquanto isto não ocorrer, os professores podem apresentar estes conteúdos como um jogo ou brincadeira e com isto estarão exercitando , criando sinapses e estruturas corretas no cérebro de seus alunos e isto é o importante.

Assim, criamos um projeto completo para o ensino básico e o estamos aplicando nas turmas em que leciono, nas licenciaturas, para capacitar os futuros professores, pelo menos os formados pelo nosso curso.

Um Adendo: os professores, ao lerem o texto, podem não concordar ou discordar totalmente de nossas propostas, mas devem pensar num ensino alternativo ao existente, pois o existente levou-nos ao último lugar nas avaliações internacionais.

Isto é uma vergonha para nós, Matemáticos brasileiros.

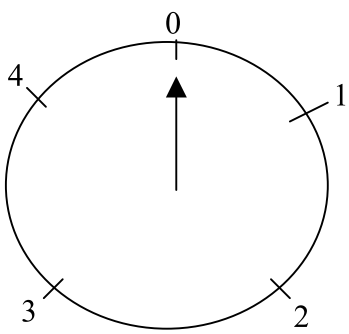
Modelo

O modelo abaixo é um dos utilizados em nossos cursos.

O exemplo é um relógio de 5 horas, que corresponde a operar na base 5.

Este exemplo gera todas as operações do corpo Z_5 e evidentemente toda a sua estrutura operacional, inclusive as regras de sinais e operações com os racionais do corpo.

1) Construimos as tabelas juntamente com os alunos:



$\oplus$	0	1	2	3	4
0	0	1	2	3	4
1	1	2	3	4	0
2	2	3	4	0	1
3	3	4	0	1	2
4	4	0	1	2	3

$\odot$	0	1	2	3	4
0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4
2	0	2	4	1	3
3	0	3	1	4	2
4	0	4	3	2	1

2) Fazemos vários cálculos por meio do relógio e/ou da tabela, tais como:

$2 \oplus 3 = 0$; $3 \oplus 3 = 1$; $(2 \oplus 4) \oplus 1 = 2$; $2 \oplus 3 = 1$;
$0 \odot 3 = 3$; $1 \odot 4 = 4$; $4 \odot 2 = 3$; $(2 \odot 3) \odot 4 = 4$.

3) Resolvemos equações simples, sempre perguntando: qual o valor de x que soluciona a equação, tais como:

$2 + x = 0$ então $x = 3$, pois $2 + 3 = 0$; $2 . x = 1$ então $x = 3$; pois $2 .3 = 1$;

$(2 + x) + 4 = 1$ logo $2 + x = 2$ logo $x = 0$, sempre usando a tabela ou o relógio.

Nos exercícios devem-se salientar as propriedades dos grupos, ou seja, a associatividade, o papel do elemento neutro, quem é o elemento inverso aditivo e multiplicativo e a comutatividade.

4) A partir dos exemplos, é gerada a simbologia dos sinais:

a) $2 \oplus 3 = 0$ então **3 = C(2),** complemento de 2 ou **3 = -2.**

Estes exemplos podem ser materializados no relógio, pois:

3 horas à direita é igual a 2 horas à esquerda.

Analogamente teríamos:

b) $2 \oplus 3 = 0$ então **2 = C(3**), complemento de 3 **ou 2 = -3**, no relógio teríamos:

2 horas à direita é igual a 3 horas à esquerda.

Dependendo do relógio, da base, teremos:

3 + 4 = 0 então 3 = -4 ou 4 = -3 para relógios de 7 horas.

5+ 3 = 0 então 3 + -5 ou 5 = -3 para relógios de 8 horas.

Após vários exercícios propomos usar (-2) como complemento, inverso aditivo do 2, oposto de 2 , simétrico de 2 , em qualquer relógio e definimos**:**

(-2) é o número que somado com 2 dá zero : (-2) + 2 = 0.

(-3) é o número que somado com 3 dá zero : (-3) + 3 = 0.

Após a criação dos negativos, mostramos aos alunos que é possível fazer cálculos com os mesmos usando a tabela.

Desta maneira os números negativos são gerados como inversos aditivos dos inteiros e são **distintos** dos mesmos.

Para brincar com os alunos trocamos os símbolos : 3 por -2 e 4 por -1 e pedimos para refazerem as tabelas usando agora os sinais.

São feitos, então, vários exercícios do tipo abaixo:

1 + (-2) = 1 + 3 = 4 = -1 então podemos escrever: **1 + (-2) = -1.**

(-1) + 3 = 4 + 3 = 2 então **(-1) + 3 = 2**.

(-1) + (-1) = 4 + 4 = -2 então **(-1) + (-1) = -2.**

Após alguns exercícios, os alunos sempre perguntam: posso fazer direto professor? A partir daí eles trabalham naturalmente com os sinais, sem regras.

De maneira análoga é possivel trabalhar com a multiplicação e teremos as expressões:

$2 \odot 3 = 1$ então $2 = 1/3$ ou $3 = 1/2$.

$(-2) . (-2) = 4$; $(-1) . 2 = -2$ entre outras.

Usando tabelas com relógios com número de horas primo, podemos mostrar aos alunos **todas** as leis de cálculo dos corpos, pois os relógios primos geram os corpos Zp. Com os alunos mais velhos, de todos os cursos, ensinamos a trabalhar em Z_7, Z_{11} e resolvemos: equações, sistemas de equações, determinantes, equações do segundo grau, aplicações lineares, modelos de espaços vetoriais nesses corpos, entre outros exercícios.

Para os alunos de computação (engenharia, ciência) usamos esta estrutura para estudarmos congruências e suas aplicações em criptografia e segurança de dados.

Com os alunos de licenciatura usamos os "relógios primos" para exemplificar os corpos finitos e os "relógios não primos", para mostrar a diferença entre Anéis e Corpos.

As propriedades dos sub-grupos, dos ideais, dos grupos quocientes, tornam-se bem visíveis usando este processo.

5.4 Os números racionais:

No mês de julho de 2001, ocorreu o VII EBRAPEM na UFRJ, do qual participamos.

Ao chegarmos ao Rio fomos pegar a nossa identificação e descobrimos que a nossa inscrição não havia sido feita por extravio da documentação enviada de São Paulo.

Tivemos que fazer nova inscrição na manhã seguinte, e não conseguimos vaga nos seminários de que queríamos participar. Ao analisarmos a lista dos seminários com vaga, escolhemos o que iria desenvolver o tema: números racionais no ensino fundamental.

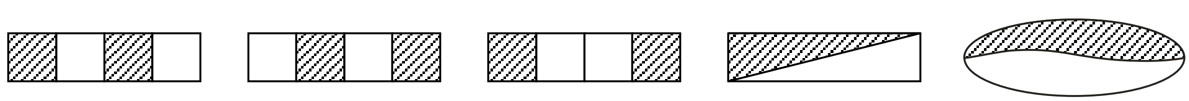
A escolha deveu-se ao fato de estarmos trabalhando com nossos alunos de licenciatura em Matemática, num projeto de reformulação do ensino desse conteúdo.

A professora que deu o seminário, de início, disse-nos que iria relatar experiências pessoais e distribuiu, a todos uma série de folhas recortadas de várias maneiras, para trabalharmos, de forma concreta, com os números racionais.

" Não existem números racionais concretos", pensamos logo de início, mas vamos assistir à palestra.

Ao relatar as suas experiências, ela mostrou, na lousa, vários exemplos de representação do número racional meio, ou 1/2, uma delas foi:
as representações, abaixo, são aceitas pelos alunos como representantes do número meio:

os alunos tinham dificuldades em considerar, como meio, as representações abaixo:



A palestrante disse que, apesar de todo o esforço feito com materiais concretos, ela não tinha obtido grandes resultados.

Ao conversar conosco, numa atividade, dissemos que o processo utilizado não estava correspondendo ao conceito de número racional pois os racionais **não são** parte de inteiros, mas sim classes de equivalências que representavam relações, razões.

A professora disse que os alunos entendiam melhor quando os racionais eram apresentados como razões.

Os números racionais são classes de equivalência, conjuntos, e devem gerados como **memórias de segunda ordem** no cérebro dos alunos.

Dissemos que achávamos um grande erro dividir um chocolate, ou outro material qualquer, para introduzir o conceito de meio, e que as professoras ao fazerem isso estavam gerando bloqueios sinápticos para a geração do conceito, memória de segunda ordem, correto de número racional.

Para ilustrar a nossa objeção, pegamos uma nota de um real e perguntamos à professora: se rasgar a nota ao meio, obtemos duas partes de 50 centavos cada uma?

Perguntamos também: a) se era possível dividir o número um em pedaços? Ou se no mundo físico conseguimos "dividir" os objetos materiais em partes idênticas?

As respostas são evidentes.

Dissemos que era possível continuar a utilização dos "chocolates" e "pizzas" para a introdução do conceito de número racional.

Para tal era necessário mudar a maneira como apresentamos o fato aos alunos.

Infelizmente não continuamos a nossa conversa em virtude dos problemas de tempo que os congressos geram.

O que gostaríamos de mostrar é o que está a seguir.

Devemos começar pelas perguntas:

1) O que é um número racional?
2) Onde usamos, na vida prática, o conceito de número racional?
3) O que fazer para satisfazer às duas indagações anteriores?

Vejamos algumas respostas:

1) O que é um número racional?

Sabendo o que os Matemáticos consideram como um número racional, poderemos então ensinar o conceito, aos alunos, de maneira correta.

Temos a seguinte definição, encontrada em quase todos, senão em todos, os compêndios de Matemática (Birkof/ Mac Lane , Jacy Monteiro, Elon Lages,.....):

Seja o produto cartesiano de Z X Z*, e seja a relação R definida por:

(a, b) R (c, d) se e só se a.d = b.c

A relação acima definida é uma relação de equivalência e a mesma gera uma partição em Z X Z*, cujas "partes" são as classes de equivalência.

A cada classe damos o nome de número racional.

Vejamos exemplos de classes, que representaremos por: [(a, b)].

[(1,2)] = { (x,y) / (x,y) R (1,2) } ou seja, esta é a classe dos pares (x, y) tais que : 1.y = 2.x ou escrevendo os elementos da classe:

[(1, 2)] = { (1, 2) , (2, 4), (-1, -2) , (3, 6) .....}.

A classe pode ser representada por qualquer elemento da mesma ou :

[(1,2)] = [(2,4)] = [(3,6)]...........

Na prática, costumam-se representar as classes assim:

[(1 , 2)] = 1/2 { 1/2 , 2/4 , 3/6 , ...}.

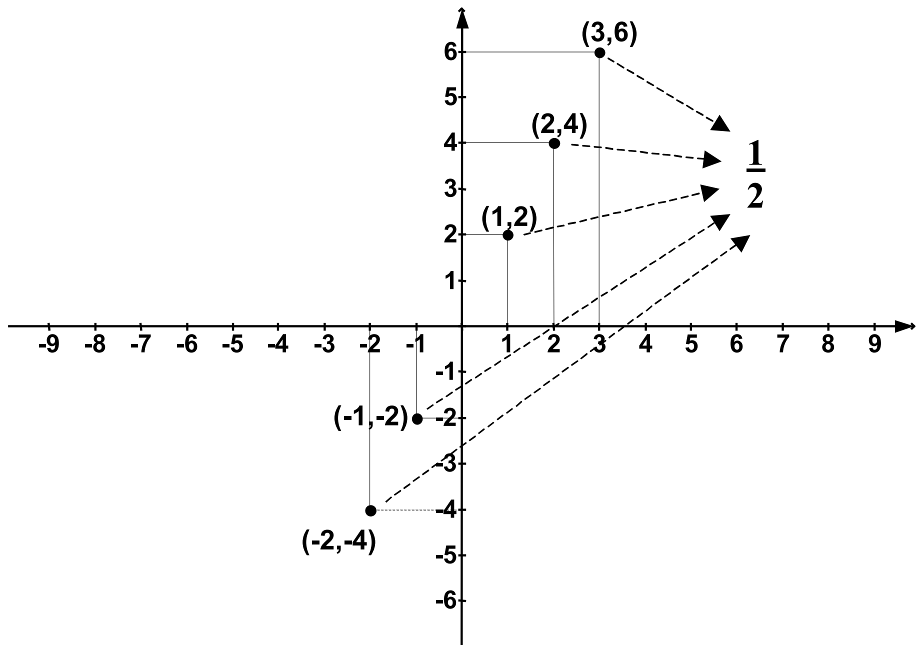
A representação acima é conhecida desde as primeiras séries do ensino fundamental.

[(0, 1)] = { (x, y) / (x,y) R (0,1) }, analogamente temos os pares que satisfazem a relação : 0.y = 1.x ou

[(0,1)] = 0/1 { 0/1, 0/2, 0/3, ...}.

Podemos dar representações geométricas para as classes, ou seja para os números racionais.

Observe a figura abaixo, que representa a classe [(1, 2)] = 1/2 (número racional meio):



O objetivo é mostrar que o número racional é uma classe (conjunto) e como tal deve ser ensinado e gerado no cérebro de nossas crianças.

Vejamos agora a segunda pergunta:

2) Onde usamos os números racionais?

O conceito de número racional deve ser elaborado de modo a permitir, ao aluno, entender as expressões abaixo:

--- 8 pedreiros constroem um muro em 5 horas.

Neste caso temos a relação, que também podemos chamar de razão: 8 para 5 que pode ser representada por 8/5.

--- compro 4 sapatos com R$ 150,00, e a relação, razão é representada assim: 4 por 150 ou 4/150.

É evidente que não dividimos os sapatos por reais!

--- a aceleração do avião é de : 3/4 m/s., isto significa que a razão entre a velocidade e o tempo é de 3 para 4. Não dividimos velocidade por segundo(tempo).

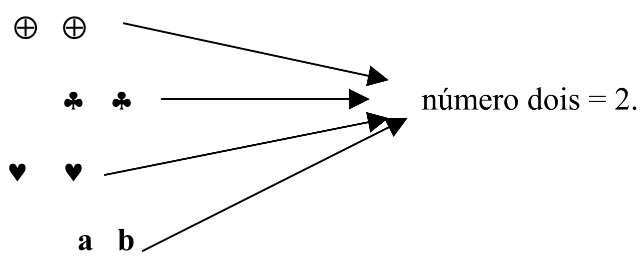
--- 30% das pessoas gostam de andar de avião.

Novamente temos uma relação: para cada 100 pessoas, 30 gostam de andar de avião, e não dividimos as pessoas.

Um problema bastante sério é distinguir, com os alunos, os conceitos, memórias de segunda ordem, de números inteiro e número racional.

Vejamos um exemplo significativo: os conceitos de 2 e 2/1 = [(2,1)].

O número dois, é gerado no cérebro das pessoas, não só dos alunos, como um registro perceptual, como visto anteriormente e corresponde à classe, memória de segunda ordem, dos conjuntos binários, recorde:



O número racional 2/1 é uma classe de equivalência e é também uma memória de segunda ordem e corresponde a : 2/1 { (2,1), (4,2), ...}.

Os registros, na memória, devem ser gerados de maneira distinta, pois são dois **entes** diferentes.

O professor pode mostrar, mais tarde, que em termos operacionais podemos trabalhar tanto com o 2 como com o 2/1.

Intuitivamente, a maioria dos professores, mesmo os das primeiras séries, sabem que 2 e 2/1 são **distintos**, pois ao resolverem a operação: 2 + 3/4, a primeira coisa que fazem é colocar o um (1) sob o dois assim:

2 + 3/4 = 2/1 + 3/4.

Num nível mais elevado, sabemos que podemos gerar os racionais, os reais, a partir de extensões do anel dos números inteiros ou gerá-los a partir de estruturas algébricas de corpos.

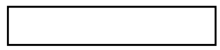
São números, **entes,** que obedecem a certas leis de operação, no caso, as propriedades dos corpos.

A nossa preocupação é que os professores das primeiras séries criem memórias, sinapses, que não se tornem obstáculos ao aprendizado futuro.

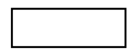
É difícil desligar sinapses geradas na infância.

Agora que vimos o que é um número racional e onde iremos usar o conceito, vamos ver como é possível continuar a usar o "chocolate" e outros materiais em moda, para gerar o conceito correto de número racional na infância.

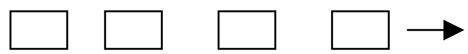
Vejamos um exemplo ou um modelo:

1) Tomar o "chocolate" : 

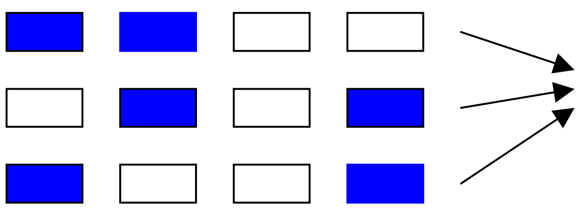
a) dividi-lo em duas partes iguais:

 considere, tome uma parte : 

A professora deve dizer **:** tomei, peguei, considerei **uma parte das duas partes**, ou 1 para 2 ou 1/2.

b) dividi-lo em quatro partes iguais:  4 partes.

Agora a professora diz: toma, considere, pegue duas partes quaisquer:



Duas partes de quatro, 2 de 4 , 2/4

Por este processo, o aluno pode escolher duas partes quaisquer que sempre obterá: 2 para 4 = 2/4.

A partir daí a professora pode e deve mostrar que:

1 parte de 2
2 partes de 4
3 partes de 6
↓

→ representam o mesmo ato e pode-se escrever:

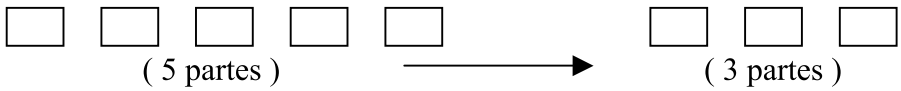
1/2 = 2/4 = 3/6 =.........

Estará assim criando a relação, razão, **um para dois** como uma classe, que é o nosso objetivo, e pode escrever como é usual :

1/2 { 1/2, 2/4, 3/6, ... }.

Usando vários exemplos, a professora irá criando os números racionais como classes, que é o que eles são.

Analogamente podemos obter as relações (razões):



Temos a razão, número racional: 5 para 3 ou 5/3 .

Neste momento podemos também criar a razão , número racional, 3 para 5 ou 3/5 que é a razão inversa de 5/3, ou racional inverso.

Este raciocínio de relações inversas é muito útil nas operações com os racionais, pois o professor já estará criando os elementos inversos da multiplicação de racionais.

Após definir as operações com os racionais, o professor poderá ensinar as aplicações práticas usuais, mas como resultado das regras operacionais.

Um exemplo deste fato é a criação da classe: 1/1 { 1/1, 2/2, 3/3, x/x, m/m ... } que será muito usada na parte algébrica para simplificações.

É evidente que será necessário refazer alguns procedimentos metodológicos e mudar a seqüência de tópicos dos conteúdos programáticos, para uma adequação a esta nova visão.

Novamente a parte mais importante é capacitar os professores a trabalhar com estes procedimentos.

Já preparamos um projeto completo nestas bases e alguns alunos do curso de licenciatura o estão aplicando, e até agora os resultados são animadores.

Sabemos que a mudança, apesar de simples, gerará muito transtornos na sua implantação mas, acredito que, usando estes processo, estaremos estimulando estruturas do cérebro que gerarão um indivíduo mais apto a usar e desenvolver o raciocínio Lógico-Matemático.

5.5 - O conceito de número.

Alguns cursos de análise, até em pós-graduação, dedicam um bom tempo discutindo e definindo o que é um número real.

Esta análise não será feita aqui, pois foge aos objetivos do texto e existem vários e muito bons compêndios dedicados ao assunto.

Uma definição geral para o conceito de número deve incluir desde os números inteiros perceptuais até o conceito de número complexo.

Iremos analisar alguns aspectos desse problema em termos neurofisiológicos.

Um fato já é inconteste, os números não são memórias de primeira ordem ou seja não são memórias sensórias, adquiridas pelos sentidos, pois os números não existem no mundo físico.

Ninguém vê o número dois passeando pela praça.

" Piaget, no século passado, já fazia distinção entre números perceptuais e os demais números, considerando estes como uma relação criada mentalmente pelo indivíduo" (Kamii/Dclark- 1999).

Como os números são memórias de segunda ordem ou operacionais e são gerados pelo cérebro, devem satisfazer, ou obedecer às regras, leis, com as quais o cérebro trabalha.

O cérebro trabalha, num primeiro nível, gerando classes que se tornam memórias de segunda ordem e depois ordenando essas memórias, como visto nos capítulos II e III . Num nível mais elevado, por exemplo, o do Raciocínio Lógico-Matemático, ele trabalha com estruturas operacionais, sendo a de grupo uma estrutura básica, como visto no capítulo IV.

Inicialmente vejamos algumas considerações sobre dados, fatos, experimentais comprovados e do cotidiano.

Recordando o caso da criança, com menos de dois anos, do Shopping que descia a escada e sua mãe ia contando os degraus: um, dois, três,...

Nesse caso e em muitos outros do mesmo tipo, as crianças adquirem o conceito de seqüência numérica, sem a correlação com o conceito de quantidade. Uma criança que mostra três dedinhos, no seu aniversário, não está associando esse fato à quantidade de tempo vivido, mas sim à seqüência de suas festas.

Vimos, no capítulo dois que a maioria das pessoas conseguem ter o registro visual de quantidade, de grupos de até oito elementos e a partir daí temos somente ordenações. Isto significa que não temos, como registro associado a quantidade, em nosso cérebro, de 18 objetos ou de 325 objetos, o "número" 384 ocupa uma posição de ordenação no cérebro, é parte de uma seqüência.

Para exemplificar estes casos podemos fazer um teste simples com nossos alunos ou colegas.

Coloque sobre uma mesa uma boa quantidade de moedas e peça para qualquer pessoa contá-las, alfabetizada ou não.

Veremos que elas e nós também separamos as moedas em grupos de valores idênticos, que são classes de equivalência, ordenamo-las e contamos os resultados dos grupos.

Um segundo exemplo, que aplicamos em nossos alunos:

Pegue uma caixa de giz branco e peça para qualquer pessoa ir contando os gizes que você coloca na mesa:

coloque dois : observe que ela associa o número **2**.

coloque três : vemos associado o número **3** .

Não coloque giz: normalmente as pessoas dizem: **não tem giz** e raramente é associado o número **0** (zero) giz. Por isso é importante a criação do zero no cérebro das pessoas. Coloque sempre quantidades até cinco/seis gizes e observe que o acerto é quase total. Dê um tempo e coloque 14/15 gizes e peça para contar.

As pessoas não dão a resposta de imediato, pois não têm o registro visual correspondente a essa quantidade, mas tomarão as seguintes atitudes: formar grupos de 2/3/5 gizes e contar os pacotes ou contar os gizes um a um, estabelecendo uma correspondência com a seqüência dos inteiros, (o mesmo procedimento feito com as moedas).

Um outro fato é que os professores, desde a pré-escola, geram os números inteiros pequenos, perceptuais, como uma propriedade comum a vários conjuntos (quantidade).

Por exemplo, o número dois é gerado como uma propriedade comum a vários conjuntos e é definido como uma classe, memória de segunda ordem, de conjuntos binários.

Analogamente, o número três é o conjunto, classe, dos conjuntos ternários e existe fisicamente, como memória de segunda ordem em nosso cérebro.

Estas definições de dois e três são encontradas no Aurélio.

A construção dos números inteiros, a partir de sucessões, corresponde aos postulados de Peano.

Processos bem conhecidos de gerarem os números como classes, memórias de segunda ordem, são vistos quando estudamos os racionais e os irracionais; para os racionais foi visto anteriormente. Os racionais são classes de equivalência em ZXZ* e os irracionais como classes de racionais, os cortes de Dedekind, entre outros.

O problema da geração dos números por meio de classes é a criação dos inteiros negativos que não são gerados naturalmente desta maneira, ou seja, obedecem às propriedades de operações, como já visto anteriormente.

Voltando ao caso da criança do Shopping, podemos associar o conceito de número ao **movimento** que a criança faz ao descer a escada ou ao andar normalmente.

Os números inteiros e também os demais podem ser considerados como **operadores** (vetores) que levam, associam, um ponto, lugar, a outro ponto, lugar, dentro de certas leis.

Não devemos esquecer que os "corpos" são espaços vetoriais sobre si mesmos e podemos associar aos seus elementos, escalares e/ou números, as propriedades operacionais dos vetores e todas as propriedades dos espaços vetoriais.

Um outro dado importante é que o conceito de movimento, andar para frente (positivo), parar (zero), e andar para trás (negativo) é anterior ao conceito de número.

Também devemos lembrar que as ligações sinápticas são inversíveis, como vimos no capítulo IV. Contêm, em si , os elementos inversos operacionais.

Vejamos como isso pode ser considerado, ou representado fisicamente, ou simbolicamente.

Seja a operação de adição de inteiros e a tabela do dois:

$0 + 2 = 2$ representando fisicamente, materializando numa reta Euclidiana,

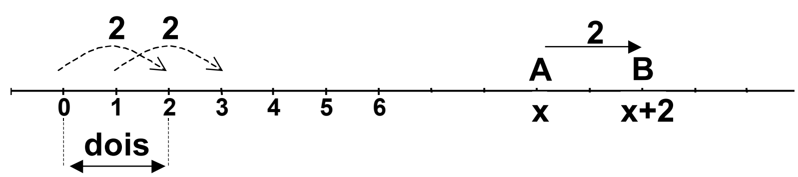
$1 + 2 = 3$ temos:

$2 + 2 = 4$

$3 + 2 = 5$

$\downarrow$

$x \longrightarrow x + 2$



Analogamente, se usarmos as tabelas dos demais inteiros, associaremos a cada um deles um vetor, ou melhor um **operador.**

A generalização para os inteiros negativos é imediata, pois o -2 , por exemplo, é o operador simétrico do 2 e indicaríamos:

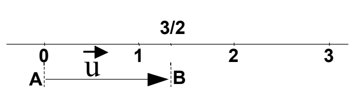
$$x-2 \xleftarrow{\;-2\;} x$$

Esta maneira de considerarmos os números como operadores é coerente com os relógios do item 5.3, a estrutura é a mesma.

Se usarmos o sistema de numeração decimal, base 10, os números racionais, irracionais e reais terão uma representação, como operadores, muito simples.

Este tipo de procedimento já é feito pela maioria dos professores, ao representar os números numa reta Euclidiana.

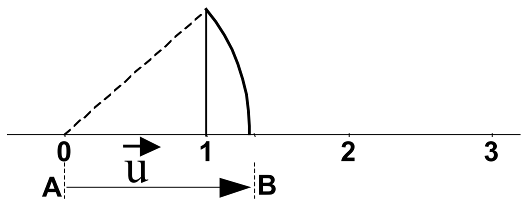
Vejamos exemplos:

a) 

o vetor u que "leva" o ponto A no ponto B, representa o número racional 3/2 .

Observação importante: deve-se tomar cuidado com este tipo de representação dos números como operadores, pois no exemplo anterior, **não é o ponto B** que está associado ao número 3/2 e **sim o vetor,** operador que leva, associa, o ponto A ao ponto B.

Analogamente o operador u = $\sqrt[2]{2}$ levaria, associaria o ponto A ao ponto B como na figura abaixo:



Acreditamos que para o nível do ensino básico, esta seja a melhor solução, mas num nível superior teremos alguns problemas, entre os quais:

Até os números reais, podemos considerar os números como operadores lineares ou de translação, sem dificuldades, mas, ao atingirmos os números complexos, temos que introduzir operadores de rotação, pois o "i " é um operador de rotação de noventa graus.

Este problema pode ser contornado com um pouco de habilidade do professor, pois o número continua sendo apresentado como um gerador de movimentos.

Teremos então, os reais seriam operadores lineares, os imaginários de rotação e os complexos de movimentos planos.

Fica faltando estudar os números associados a movimentos em dimensões maiores que dois. Neste caso, acreditamos que a solução será a utilização de tensores.

O segundo problema aparece quando usamos notações que não são do sistema decimal, ou seja usamos outras bases.

Vejamos exemplos:

Se usarmos a base três teremos as representações:

$(1/3)_3 = (0{,}1)_3$ que é "exata" e $(1/2)_3 = (0{,}\,11111\ldots)_3$ que é uma dízima.

Outro problema, mas num estágio mais avançado, é usarmos outras métricas, distintas da Euclidiana em nossos espaços, principalmente se usarmos métricas simpléticas, de Minkowsky, Riemann, pois as representações geométricas ficariam muito distintas das atuais e às vezes não teríamos meios de representá-las.

Conclusão : Acreditamos que, com o avanço da neuro-fisiologia, obtendo mais informações de como realmente o cérebro opera com estes registros, teremos meios de saber qual dos processos indicados é o mais natural ou talvez haja um outro.

Pode ser que o cérebro, no seu pragmatismo e pela experiência genética acumulada, nos milhões de anos de evolução, use os dois e/ou outros escolhendo o processo mais conveniente ao problema apresentado.

5.6- O problemas das associações e representações.

Os profissionais de propaganda e/ou marketing são muito bem pagos e gastam-se verdadeiras fortunas para associar as marcas dos produtos às imagens, registros, que são agradáveis, ou a desejos que as pessoas já possuem.

Este fato, da propaganda utilizar-se da mídia para atingir os seus objetivos, é bem conhecido e realmente funciona, dá resultados positivos.

Após as campanhas publicitárias, vemos o aumento de vendas de um determinado produto, o aumento ou diminuição de prestígio político e social, a melhoria das condições de saúde, etc.

Um exemplo bem típico foi a campanha que sensibilizou a população a economizar energia elétrica em 2001 para evitar o "apagão".

O termo "apagão" foi o elemento determinante para a colaboração.

Os marqueteiros usam diversos recursos persuasivos para atingir os seus objetivos, entre eles podemos citar: repetições, sonorização, memórias visuais agradáveis, desejos,....

Usam, em última análise, o que o **cérebro** dos clientes, consumidores, **já possui** e por meio de associações, geram **novas sinapses**, alterando o comportamento das pessoas, são pragmáticos.

Por que, então, os educadores não se utilizam das mesmas técnicas dos marqueteiros para atingir os seus objetivos?

O cérebro dos alunos, e de todas as outras pessoas, possuem um **banco de dados**, constituído de registros, memórias de primeira e segunda ordem e de uma estrutura lingüística adquirida na escola, mas em grande parte no seu cotidiano, interagindo com os familiares, com a comunidade e com a sociedade pelos dos meios de comunicação.

Devemos utilizar estas memórias, de primeira e segunda ordem, e as estruturas do cérebro para tornar o ensino mais eficiente.

Um problema sério que os alunos encontram com a Matemática é que ela possui uma linguagem própria, **simbólica**.

A região do cérebro que registra os símbolos é **distinta** da dos registros cotidianos.

É aqui que entra a técnica dos marqueteiros, os professores devem saber fazer as associações entre os símbolos matemáticos e os registros, sinapses, que o aluno **já possui** ou usar estes registros para representar o saber que eles desejam que o aluno aprenda.

A Matemática pode ser representada tanto por símbolos lingüísticos, quanto por símbolos próprios.

a) pertence, é elemento de , $\in$.

b) para todos os x , $\forall x$.

De uma maneira mais sofisticada temos as expressões:

a) seja f um **homeomorfismo** (símbolo).

b) consideremos um espaço **conexo** e **compacto** (símbolos).

Alguns símbolos, termos ou definições, carregam consigo um número muito grande de associações, sinapses, com outras memórias ou conhecimentos.

Se o aluno não tem **todas** as sinapses ativadas **na hora** de usar os termos ou símbolos, estes serão somente símbolos ou expressões sem conteúdos, inclusive as definições e os teoremas. Não serão conhecimentos!

Por que, então, sempre que possível, não usarmos os termos da linguagem do cotidiano para as definições e representações dos conceitos matemáticos?

Por que não aceitar que o aluno responda às questões, quer pela linguagem usual, ou outra forma de expressão?

Para alguns alunos, a linguagem simbólica é muito mais difícil que a do cotidiano e vice-versa , às vezes por problemas neurofisiológicos.

Vimos, nos capítulos III, e IV, que a linguagem da Lógica Clássica e da Álgebra Binária são equivalentes em termos de representar o raciocínio Lógico-Matemático, da mesma maneira que os circuitos lógicos, as portas lógicas, da informática.

Este fato permite-nos trabalhar, com qualquer das representações, nas tarefas do ensino da matemática, que o resultado é o mesmo: o desenvolvimento do raciocínio.

O importante é verificar se a estrutura, ou o conteúdo, o saber que o professor desejava que o aluno aprendesse foi aprendido.

A forma como ele representa isso é irrelevante para o desenvolvimento do raciocínio Lógico Matemático.

Faremos uma análise, ou melhor, algumas indagações e sugestões para situações em que devemos usar as associações de registros visuais, auditivos,... para um melhor aproveitamento no ensino.

As indagações relatadas a seguir foram feitas à maioria dos colegas da Universidade, a vários outros professores, não da área de Matemática, e a um grande número de alunos.

A maioria respondeu assim às questões:

-- porque é convenção ; sempre foi assim; para economizar expressões ou símbolos.

Citaremos alguns casos para os colegas meditarem e daremos algumas sugestões, mas acreditamos que os professores no seu dia-a-dia encontrarão outras mais eficazes.

1) Na oitava série, as equações do segundo grau são apresentadas como equações do tipo:

$a.x^2 + b.x + c = 0$ que é deduzida ou, às vezes, somente apresentada a fórmula de achar as raízes.

A partir daí, os professores gastam um bom tempo ensinando os alunos a determinarem quem é o **"a", o "b" e o "c",** para substituí-los na fórmula e resolver a equação. Discutem o papel dos coeficientes, sinais, valores, e analisam os tipos de soluções por meio dos deltas.

Após terem treinado os alunos na solução de equações ditas completas, começam a ensinar a solução de equações incompletas, **ignorando** todas as associações feitas anteriormente. Como sugestão, deveríamos apresentar um único tipo de representação e solução e deveríamos escrever sempre a equação "completa", pois na realidade a equação do segundo grau é única e escrever sempre assim: $\mathbf{1.x^2 - 5x + 6 = 0}$, $\mathbf{3x^2 - 4x - 0 = 0}$, $\mathbf{5x^2 + 0x + 0 = 0.}$

2) Aproveitando o assunto sobre equações do segundo grau, temos observado que muitas vezes elas são apresentadas como equações algébricas e somente depois como meio de obter as raízes ou zeros da função quadrática. Este procedimento leva o aluno a registrar na sua memória que a equação do segundo grau e a função quadrática são assuntos distintos.

Quando escrevemos $y = 2x^2 + 5x + 7$ e pedimos para analisar, normalmente o aluno resolve a equação e pára aí.

Se o determinante for negativo, ele nem tenta fazer o gráfico pois o "problema" não tem solução.

O estudo da função quadrática e de suas raízes (a equação do segundo grau), devem ser feitos conjuntamente e com muitos gráficos realçando os pontos de máximo e mínimo e a variação dos sinais. Este estudo é fundamental para a análise de vários iténs do segundo grau e também para aplicações na Física, cujos problemas deveriam ser dados como exercícios.

3) Um problema encontrado sempre e para o qual deve ser procurada uma solução conjunta com os professores de Física é o da representação do Movimento Retilíneo Uniformemente Variado (MRUV), e o seu estudo, que é dado na primeira série do ensino médio, e usa, os conhecimentos obtidos anteriormente de função quadrática.

Neste caso temos as representações:

Matemática: $\mathbf{y = ax^2 + bx + c = 0}$ **e** **Física:** $\mathbf{s = s_0 + v_0t + 1/2at^2}$ **.**

As soluções do MRUV se tornam simples se o aluno:

a) conhece a função quadrática.
b) consegue fazer uma associação de **transferência** para a representação da Física;
c) consegue perceber que os pontos **estáticos** da representação geométrica da função quadrática são as localizações possíveis de uma partícula ou objeto em **movimento**.

Caso isto não ocorra, o aluno terá imensas dificuldades em transferir seus conhecimentos de Matemática para a Física, o que pode gerar, no aluno, um sentimento de dissociação entre as duas disciplinas e tornar a Matemática bastante árida, sem aplicações prática.

4) Reunimos um grupo de professores e os alunos do curso de Licenciatura e pedimos que eles procurassem expressões ou problemas que, se representados de maneira visual diferente, facilitaria a solução dos mesmos.

Pedimos que aplicassem, em seus alunos, e verificassem a validade das representações estudadas.

O número de sugestões é enorme, o que mostra a importância que devemos dar a este assunto.

Entre as representações estudadas podemos citar:

a) Escrevemos o três ao representarmos a raiz cúbica, o quatro para as raízes quartas e **não** escrevemos o dois quando representamos a raiz quadrada.

A falta do símbolo dois (2) dificulta a associação com o conceito de quadrado e também na solução de problemas do tipo:

$$\sqrt[3]{x^{2}} = x^{\frac{2}{3}} \quad ; \quad \sqrt[*]{x^{3}} = x^{\frac{3}{2}} \quad ; \quad \sqrt[*]{x^{*}} = x^{\frac{1}{2}}$$

Não existe uma associação visual para a solução.

Conversamos, com vários professores e todos disseram que, para um entendimento melhor e para os alunos com dificuldades, são obrigados a escrever:

$$\sqrt[2]{x^{1}} = x^{\frac{1}{2}}$$

As associações visuais são registros importantes que devemos utilizar como os profissionais de propaganda o fazem.

b) Um exemplo típico é não escrevermos o um nas potências e a comprovação de que isto é importante, nas operações, obtivemos com o relato de um caso real vivido pelo Jairo , nosso aluno de Licenciatura em 2002.

O Jairo assumiu, na rede estadual de ensino, uma turma de "aceleração de estudos". Estas turmas são formadas com alunos com idade cronológica superior à série que cursam, procurando pelo reforço escolar, levá-los à série correspondente à sua idade.

O Jairo procurou-nos no intervalo de aula e disse:

" Professor consegui ensinar operações com potências aos alunos facilmente, basta colocar os **uns** que faltam, que eles resolvem.".

Pedi um exemplo. -- Quando mando calcular $\mathbf{x.y^2.x^3.y^3}$ eles erram e escrevem : $\mathbf{x^3.y^5}$, não consideram o primeiro **x**, ele não tem expoente.

Mas, se eu escrever $\mathbf{x^1.y^2.x^3.y^3}$, todos acertam e escrevem $\mathbf{x^4.y^5}$, pois eles vêem o **um** como expoente do primeiro **x**.

Ao lado estava o Professor Walter Paulette, colega de pesquisas, que disse:

" Esse problema também é encontrado quando vamos fatorar $\mathbf{2x^2 + x}$. Muitos alunos não o fazem pois não vêem o **um** antes do segundo **x**.

A fatoração torna-se fácil se escrevermos:

$$\mathbf{2x^2 + 1x = x.(2x + 1)}$$."

c) Ao somarmos $\mathbf{2 + 3/4}$ sempre procedemos assim:

$$\mathbf{2 + 3/4 = 2/1 + 3/4 = ...}$$

Por que não escrever diretamente **2/1** ?

Obs.: recorde a análise feita sobre representação do **2** (inteiro) e **2/1** (racional = classe).

c) Ao trabalharmos com os complexos, devemos escrever sempre : $\mathbf{z = 5 + 0i}$ e não só $\mathbf{z = 5}$; $\mathbf{z = 1}$ no lugar de $\mathbf{z = 1 + 0i}$. Neste caso o aluno terá dificuldades ao calcular as raízes da unidade no campo dos complexos.

Sobre os complexos temos um caso bem ilustrativo:

Explicando aos alunos do terceiro ano de Engenharia de Computação que as calculadoras científicas e as HP trabalhavam em conjuntos bem distintos, uma trabalha no campo dos reais e a outra trabalha no campo dos complexos.

Para ilustrar o fato, pedimos para os alunos calcularem : $\sqrt{-4}$ e ln(-2) nas duas calculadoras.

Nas científicas obtivemos : erro.

Nas HP, os alunos ficaram em dúvida pois apareciam dois números e eles perguntaram: se os problemas tinham duas soluções ou se era problema da máquina.

Após explicar as soluções comentamos o problema das representações e que eles deveriam ficar atentos, pois ao fazerem seus programas, algorítmos, deveriam deixar bem clara a forma de representação, pois as máquinas não entendem abreviações ou simplificações simbólicas.

Será que o mesmo não ocorre com o nosso cérebro?

e) Um aluno trouxe uma preocupação pessoal: Prof., eu sei que representamos por **0** (zero) o elemento neutro das operações com simbologia aditiva, mas, para mim, é difícil lembrar de imediato e nos problemas que:

$0 = (0, 0) = (0, 0, 0, 0, ...0) =$ matrizes nulas = polinômio nulo ... e que $y = 0$ significa que $y = 0x$ e possui infinitas soluções.

f) Um outro caso:

Ao escrevermos os vetores coordenadas do Espaço Vetorial dos polinômios reais de segundo grau na base **$B = \{ t^2, t, 1 \}$** temos:

-- **$p_1(t) = 3t^2 - 5t + 6 \longrightarrow [p_1(t)]_B = (3, -5, 6)$** , sem problemas.

-- **$p_2(t) = 0$** muitos alunos ficam olhando e demoram a representá-lo, mas se escrevermos : **$p_2(t) = 0t^2 + 0t + 0$** de imediato escrevem **$[p_2(t)] = (0, 0, 0)$.**

Finalizando, um aluno disse-me, professor, não sei por que os colegas tem dificuldade nessas representações, pois isso foi aprendido no "primário". Por exemplo:

$$\mathbf{3002 = 3.10^3 + 0.\,10^2 + 0.10^1 + 2.1}$$

ou **3 milhares + 0 centenas + 0 dezenas + 2 unidades,**

basta fazer as associações.

Neste caso, o aluno deve ter tido uma professora, no primário, que sabia que todo sistema de numeração está baseado em representações polinomiais e que as operações, com esta notação, nada mais são que operarmos com o anel dos polinômios.

Dissemos que nem todos os alunos possuem essa capacidade de transferência de signos e que, para a maioria, as representações visuais e auditivas, são muito importantes pois vivemos num mundo onde quase todas as informações são transferidas ao ser humano por esses meios.

Do exposto acreditamos que ficou bem explícita a necessidade da utilização das representações visuais para facilitar a associação das representações com as regras operacionais.

Esperamos que os professores, no seu dia-a-dia, observem com atenção estes detalhes de percepção.

Estas observações irão permitir um número maior de acertos nos exercícios, o que estimulará os alunos e teremos um ensino mais eficiente.

5.7 Considerações Finais:

No final do século XIX e início do XX, as novas geometrias deram suporte aos conceitos de Física, às teorias da relatividade e quântica.

A partir destes novos conceitos surgiu um desenvolvimento muito grande, alterando todas as estruturas sociais, econômicas e políticas, e gerando toda a tecnologia do século XX.

Este desenvolvimento levou o Homem a " sair da Terra" com os vôos orbitais à Lua e a outros planetas.

A Terra passou a ser integrada ao Universo e não mais considerada como "parte de", distinta dele.

No início do século houveram muitas resistências e polêmicas sobre as novas teorias, mas já em meados do mesmo, as experiências comprovaram a maioria dos resultados previstos por elas, e os cientistas, juntos, partiram para novas conquistas.

Analogamente, no final do século XX, principalmente na década de 90, a década do cérebro, um grande salto ocorreu, agora nas ciências que estudam a vida e o Homem em particular.

Já deciframos o código do genôma humano e o de um grande número de vegetais e animais, gerando os seres trangênicos e os clones de animais, e já estão previstos clones de seres humanos.

Estas pesquisas estão no início dos resultados práticos, estamos ainda na fase do levantamento de dados, gerando Bancos de Dados.

Estas informações, dados, estão sendo obtidos por meio da ressonância magnética e outros aparelhos que visualizam o interior do ser humano e o cérebro em particular.

Eles permitem ver o cérebro humano funcionando **in vivo**, as células se comunicando através das sinapses, a interação entre as suas partes e também os átomos e seus compostos que interagem com elas.

Estamos obtendo os primeiros resultados e inferindo relações e leis, e comparando-os com o que já sabemos.

Alguns resultados são coerentes com o nosso conhecimento, inferido a partir de comportamentos; outros são bem díspares, e temos dados que ainda não sabemos interpretar.

Nesta fase estamos substituindo a visão dicotômica do Homem pela sistêmica e o Homem é **integrado** ao Universo, ficando sujeito às suas leis.

O nosso trabalho está baseado nessas pesquisas recentes sobre o cérebro humano e concentrou-se na análise de como o nosso cérebro está estruturado neuro-fisiológicamente para produzir o raciocínio Lógico-Matemático.

Estudamos uma pequena parte do cérebro e a analisamos **em si,** mas sabemos que o mesmo possui outras regiões, algumas ditas mais nobres e outras mais operacionais, que interagem com a região estudada por nós.

Com o desenvolver das novas tecnologias, agora voltadas para todos os seres vivos, incluindo o Homem, acreditamos que nos próximos anos teremos informações experimentais que nos permitirão uma visão mais global e **real** de como o ser humano, e os outros seres também, aprende e como se utiliza dessas informações no seu cotidiano

O nosso esforço e contribuição foi ter procurado algo **em comum** entre os fenômenos físicos, os fenômenos neurológicos e o raciocínio Lógico-Matemático.

Dentro de nossa visão, e toda visão é pessoal, acreditamos ter encontrado algumas leis comuns, como a criação de classes e ordenações, mas sabemos que elas são muito básicas e o início deste tipo de estudos.

Mostramos que a estrutura de grupo é inerente à nossa visão do Universo e básica ao raciocínio Lógico-Matemático.

Sabemos que há Físicos, Médicos, Biólogos Neurolingüísticos, Psicólogos e outros cientistas procurando novos conhecimentos sobre o cérebro e o ser humano em geral, cada um dentro de suas visões e com as ferramentas de suas ciências, incluindo as representações distintas de cada uma.

Se houver uma **interdisciplinariedade** cada vez maior entre os pesquisadores, e se conseguirmos representações simbólicas práticas para todos, esperamos que o avanço, em todas as áreas, será muito grande.

As distintas representações simbólicas são um grande obstáculo para o avanço do conhecimento como um todo, talvez a internet, disponível para todos, possa ser o meio de uniformização simbólica.

Após toda esta pesquisa aprendemos uma coisa importante: ao olharmos os exercícios e avaliações dos alunos, antes de dizermos se está correto ou errado, devemos perguntar:

Por que você representou a solução desta maneira?

Qual foi o "seu raciocínio" ?

As respostas têm nos surpreendido bastante, pois os cérebros dos alunos têm visões que eu nunca havia imaginado!

Um adendo: " No início a língua era única, mas ao ser construída a torre de Babel, "Deus" fez com que os homens falassem **línguas diferentes** e a partir daí instalou-se o **caos** e a torre não foi construída, pois os "homens" não podiam mais se **comunicar".**

Anexo I : Outros centros do cérebro

Lógicas não formais, não clássicas ou Lógicas Probabilísticas (FUZZI), ou , outros tipos de raciocínios, pensamentos, inteligências.

Ao estudarmos o centro lógico ou do raciocínio lógico-matemático concluímos que ele possui uma estrutura de anel e como estrutura básica, o grupo binário, e mantém as leis gerais do nosso Universo.

Por outro lado, sabemos que o nosso cérebro possui outras regiões em que não é utilizado o raciocínio Lógico/Matemático.

O melhor exemplo disto é o sistema límbico, das emoções, que não se utiliza das regras ditas lógicas, e em muitos casos é incompatível com elas.

Podemos citar outras regiões como o sentido espacial, o centro ético e moral, a consciência, entre outras, (vide capítulo II).

Desde o século XIX, o filósofo Hegel, querendo escrever uma história que não fosse mera cronologia, afirmava que em nada lhe servia a Lógica Clássica; seu objetivo exigia uma lógica, isto é, um **pensar de conteúdos** e não **meras formas**, que ele denominava de Lógica Dialética ou simplesmente de Dialética.

Também do cotidiano temos um grande número de sentenças que não são proposições, ou seja, não seguem a lógica binária. Entre elas podemos citar:

--- Será que João gosta de Maria? --- Bom dia !

--- É possível que eu vá ao cinema. --- Acho que vai chover.

--- A probabilidade do time A ganhar é de 30%.

--- Gostaria que o almoço saísse cedo, hoje.

--- Qual a probabilidade de chover amanhã?.

São sentenças cujas afirmações, na maioria das vezes, são aproximadas, probabilísticas.

É o caso de termos de analisar a situação de atravessar uma avenida com um trânsito intenso, o número de variáveis é grande e a nossa decisão de atravessar, ou não, não segue a Lógica Clássica.

Os atropelamentos e as batidas de autos comprovam isto.

Um fato idêntico é a análise das condições meteorológicas, que geram processos caóticos com geometria de fractais.

A análise destas sentenças leva-nos a outros tipos de pensamentos, "raciocínios", ou "outras lógicas", ou a outras "inteligências", tão em moda ultimamente.

O estudo destas outras lógicas e seus centros neuro-fisiológicos correspondentes pode tornar-se um novo trabalho de pesquisa.

A seguir vemos algumas considerações sobre algumas lógicas desenvolvidas pelo homem e procurar ver "por meio delas" ou inferir qual a estrutura neuro - fisiológica correspondente .

A estrutura básica das lógicas é :

1) Duas sentenças .
2) Valores que estas sentenças podem assumir .
3) Conectivos básicos .

1) **Sentenças** : as definidas pela linguagem e pelas situações do cotidiano .

2) **Valores**: as sentenças podem assumir valores :

a) discretos **b) probabilísticos** **c) contínuos**

a) **discretos:** Se possuem **dois** valores (0 1, V F) temos as Lógicas ditas Clássicas.

Se possuem **três** valores : (0,1,-1 ou 0,1,2) temos as Lógicas Trivalentes .

Um exemplo deste tipo é a lógica trivalente simétrica de Teodoro Oriza , EDUFF/ 95 , em que afirma que a mesma já aparecia em O Banquete, de Platão , onde é registrado o diálogo entre Sócrates e Diotina .

Os valores que Teodoro usa são : 0,1, T e a estrutura é a do grupo ternário : Z_3 .

Esta lógica é um avanço em relação à binária pois sua tabela básica possui 27 opções em vez de 16 da binária .A sua tabela está anexa (Quadro 1) para análise .

A construção de computadores ternários revolucionaria a área da Informática .

Se possuírem valores acima de três, mas discretos, são ditas polivalentes e todas estão associadas aos grupos Z_m.

As que geram algum interesse são as associadas aos grupos Zp(p=primo). Vejamos alguns exemplos :

- Na Lógica Clássica a métrica é a: **0,1** (trivial) e os conectivos : **ou** , **e** , **not** .

b **) probabilísticos :**

Se as sentenças possuírem valores contínuos probabilísticos, ou seja, os valores pertencem ao intervalo real, [0, 1], teremos as lógicas probabilísticas**,** fuzzi ou paraconsistentes .

Estas lógicas são também chamadas de quânticas, pois a Física Quântica também trabalha com esses valores, vide J.Jsakurai em *Modern Quantum Mechanics*.

Existem inúmeros exemplos destes tipos de Lógica na literatura .

c) Contínuos :

Se as sentenças possuírem valores contínuos, fora do intervalo anterior, teremos o que podemos chamar de Lógicas de Lee em correlação com as Álgebras de Lee .

3) **Os conectivos** : é o que determina a estrutura da lógica .

Os conectivos são o que chamamos de **métrica da estrutura** .

Sabemos que as métricas definem as estruturas dos espaços topológicos .

Nas lógicas fuzzi (probabilísticas), os conectivos: "máximo de" e "mínimo de **"** são os mais freqüentes .

Para cada grupo de conectivos teremos um tipo de lógica .

Num quadro temos :

Sentenças A, B	Conectivos
Valores das sentenças	Conclusões
	Valores finais
	Resultados

Exemplos :

1) Clássica :

p	q	$p\underline{v}q$	p^q
V	V	F	V
V	F	V	F
F	V	V	F
F	F	F	F

$\underline{v}$ = ou exclusivo
^ = e

2) Não clássica, fuzzi

p	q	$p\underline{v}q$	p^q
40%	70 %	70 %	40 %
40%	30 %	40 %	30 %
60 %	70 %	70 %	60 %
60 %	30 %	60 %	30 %

$\underline{v}$ = máx. {p, q } ^ = min {p, q }

Finalizando, anexos três quadros de lógicas não clássicas .

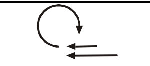
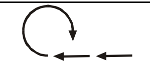
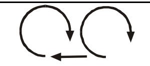
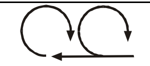
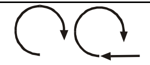
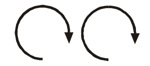
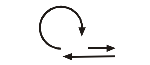
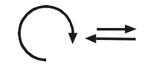
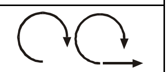
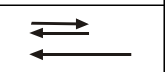
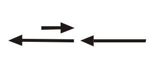
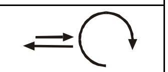
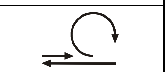
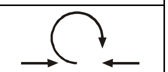
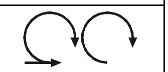
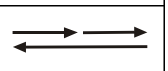
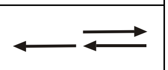
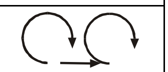
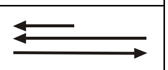
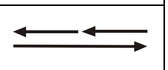
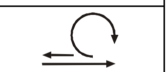
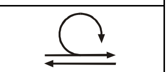
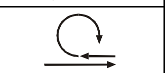
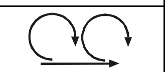
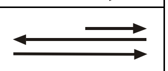
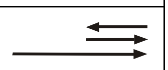
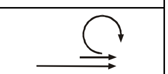
a) quadro 1 : quadro sinóptico da lógica ternária trivalente de Teodoro Oniga.

b) quadro 2 : tabela de estados da lógica paraconsistente de Newton da Costa e outros.

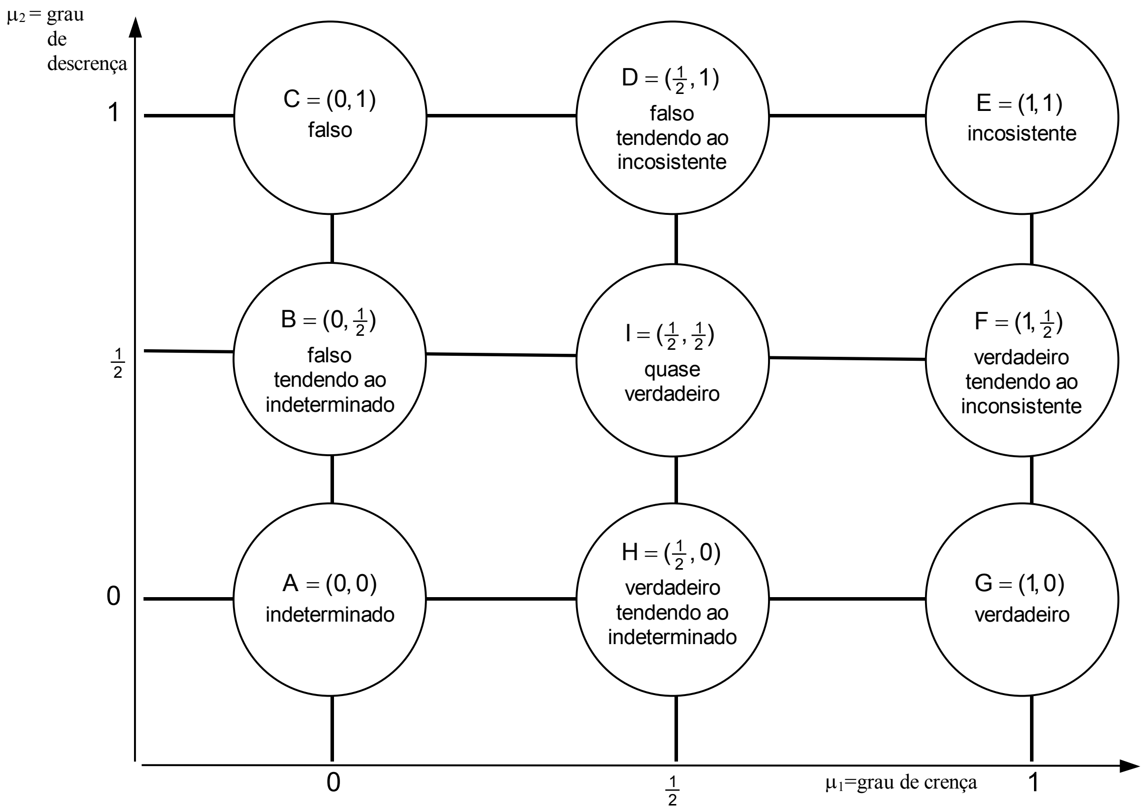
c) quadro 3 : quadro resumo de lógicas.

Quadro 1

Quadro sinótico das formas ou proposições derivadas na lógica trivalente

Indicativo	Determinações de P para	Expressão de P	Coeficientes de $P = a + bA + cA^2$	Valência	Designação	Grafo 0, 1, -1
P_1	0 0 0	0 0 0	0 0 0	U(0)	independência: ANULAÇÃO	
P_2	0 0 1	$\frac{1}{2}(-A + A^2)$	0 $-\frac{1}{2}$ $+\frac{1}{2}$	B(001)	semi-permutação	
P_3	0 0 -1	$\frac{1}{2}(A - A^2)$	0 $+\frac{1}{2}$ $-\frac{1}{2}$	B($00\bar{1}$)	semi-negação	
P_4	0 1 0	$\frac{1}{2}(A + A^2)$	0 $+\frac{1}{2}$ $+\frac{1}{2}$	B(010)	semi-antinomização	
P_5	0 1 1	A^2	0 0 1	B(011)	semi-positivação	
P_6	0 1 -1	A	0 1 0	T(0, 1, - 1)	IDENTIFICAÇÃO	
P_7	0 -1 0	$\frac{1}{2}(-A - A^2)$	0 $-\frac{1}{2}$ $-\frac{1}{2}$	B($0\bar{1}0$)	semi-inversão	
P_8	0 -1 1	-A	0 -1 0	T(0, - 1, 1)	SIMETRIZAÇÃO	
P_9	0 -1 -1	$-A^2$	0 0 -1	B($0\bar{1}\bar{1}$)	semi-negativação	
P_{10}	1 0 0	$1 - A^2$	1 0 -1	B(100)	contra-anulação	
P_{11}	1 0 1	$1 - A + \frac{1}{2}(-A + A^2)$	1 $-\frac{1}{2}$ $-\frac{1}{2}$	B(101)	contra-permutação	
P_{12}	1 0 -1	$1 - A^2 + \frac{1}{2}(A - A^2)$	1 $+\frac{1}{2}$ $-\frac{3}{2}$	T(1, 0, - 1)	NEGAÇÃO	
P_{13}	1 1 0	$1 - A^2 + \frac{1}{2}(A + A^2)$	1 $+\frac{1}{2}$ $-\frac{1}{2}$	B(110)	contra-antinomização	
P_{14}	1 1 1	1	1 0 0	U(1)	independência: POSITIVAÇÃO	
P_{15}	1 1 -1	$1 - A^2 + A$	1 1 -1	B($11\bar{1}$)	contra-identificação	
P_{16}	1 -1 0	$1 - A^2 + \frac{1}{2}(-A - A^2)$	1 $-\frac{1}{2}$ $-\frac{3}{2}$	T(1, - 1, 0)	INVERSÃO	
P_{17}	1 -1 1	$1 - A^2 - A$	1 -1 -1	B($1\bar{1}1$)	contra-simetrização	
P_{18}	1 -1 -1	$1 - 2A^2$	1 0 -2	B($1\bar{1}\bar{1}$)	contra-negativação	
P_{19}	-1 0 0	$-1 + A^2$	-1 0 1	B($\bar{1}00$)	anti-anulação	
P_{20}	-1 0 1	$-1 + A^2 + \frac{1}{2}(-A - A^2)$	-1 $-\frac{1}{2}$ $+\frac{3}{2}$	T(−1, 0, 1)	PERMUTAÇÃO	
P_{21}	-1 0 -1	$-1 + A^2 + \frac{1}{2}(A - A^2)$	-1 $+\frac{1}{2}$ $+\frac{1}{2}$	B($\bar{1}0\bar{1}$)	anti-negação	
P_{22}	-1 1 0	$-1 + A^2 + \frac{1}{2}(A + A^2)$	-1 $+\frac{1}{2}$ $+\frac{3}{2}$	T(−1, 1, 0)	ANTINOMIZAÇÃO	
P_{23}	-1 1 1	$-1 + 2A^2$	-1 0 2	B($\bar{1}11$)	anti-positivação	
P_{24}	-1 1 -1	$-1 + A^2 + A$	-1 1 1	B($\bar{1}1\bar{1}$)	anti-identificação	
P_{25}	-1 -1 0	$-1 + A^2 + \frac{1}{2}(-A - A^2)$	-1 $-\frac{1}{2}$ $+\frac{1}{2}$	B($\bar{1}\bar{1}0$)	anti-inversão	
P_{26}	-1 -1 1	$-1 + A^2 - A$	-1 -1 1	B($\bar{1}\bar{1}1$)	anti-simetrização	
P_{27}	-1 -1 -1	-1	-1 0 0	U($\bar{1}$)	independência: NEGATIVAÇÃO	

Quadro 2



Quadro 3

- Lógica
  - Clássica
    - Cálculo de Predicados de primeira ordem
      - Teoria dos Conjuntos
      - Teoria de Tipos (lógica de Ordem Superior)
      - Teoria de Categorias como
      - Fundamento da Matemática
  - Não Clássica
    - Complementares da Clássica
      - Lógica Epistêmica Clássica
        - Lógica da Crença
        - Lógica do Conhecimento
      - Lógica Modal Clássica
      - Lógica Clássica da Ação, etc.
      - Lógicas Intencionais Clássicas
      - Lógica indutiva Clássica, etc.
    - Heterodoxas
      - Lógicas Paracomplementares
      - Lógicas Paraconsistentes
      - Lógicas não Aléticas
      - Lógicas Quânticas
      - Lógicas Relevantes
      - Lógicas Modais Paraconsistentes
      - Lógicas Epistêmicas Paracomplestas
      - Lógicas Indutivas Paraconsistenstes, etc...

BIBLIOGRAFIA

Aldrovandi, Ruben ; Pereira, J.G.: An Introduction to Geometrical Physics. IFT./ UNESP- 1998 .

Alves , Rubens : Os Inúteis Símbolos - Artigo Folha 11/7/99.

Arnold, V.I. : Métodos Matemáticos da Mecânica Clássica. Ed. Mir Moscovo- 1979 .

Barbosa, Marcele Celani : As Lógicas. Makron Books - 1998 .

Barros, Dimas Monteiro de - Raciocínio Lógico - Novas Conquistas - 2001.

Bear, Mark F./Connors, Barry W./ Paradiso, Michael A. -Neurociências- Desvendando o sistema Nervoso- Artmed - 2002.

Bell, E. T. : História de Las Matemáticas. Fondo de Cultura Econômica- México -1996.

Blakemore,Sarah-Jaine and Decety, Jean : Fron the Perception of Action to the Undestanding of Intention. Nature Neuroscience- 05/2001 vol2 pág 561.

Bohm, David : A Totalidade e a Ordem Implicada. Ed. Cultrix- 1980.

Boyer, Carl B - História da Matemática - Edgard Blucher - 1996.

Braga, Willadino Lucia: **O Cérebro de Analfabeto e Alfabetizado Funcionam de Modo Diferente.** Época - 21/08/2000.

Brandt , Siegmund / Dahmen , Hans Dieter: The Picture Book of Quantum Mechanics - Spring-Verlog- 1995

Brousseau, Guy - Les obstacles epistemologiques et les problémes em mathématiques - RDM - vol 4 nº2 - 1983.

Calder, Allan : "Les Mathematiques Construtives". Paris- Pour La Sience- 1986 pág. 203.

Calder, Andrew Jr; Lawrence, Andrew D.; Young, Andrew, W.: Neuropsychology of Fear and Loathing. Nature Neuroscience 05/2001 vol 2 pág 352.

Calvin, Willian H. : Como o Cérebro Pensa : Ciência Atual Rocco.-1998.

Camilo, Yabu-Uti, Yano : Circuitos Lógicos- Teoria e Laboratório. Ed. LTCE.-1997.

Capra, Fridjorf: O Ponto de Mutação e Sabedoria Incomum- Ed Cultrix -1990.

Capra, Fridjorf : O Táo da Física - Cultrix -1975.

Chacon, E. : Group Theory its Application to Spectroscopy. IFT-UNESP.-1974.

Changeux , Jean - Pierre e Connes Alain: Matérie e Pensamento.- Ed . Unesp 1995.

Changeux, Jean Pierre - O que nos faz Pensar- Edições 70 - 2001

Chisholm , Roderick M : Psicologia Clínica.- Zahar Editores - 1972.

Chugani, Harry: **Formação de Redes de Neurônios em Crianças de 3 a 9 anos.** Cotidiano de 02/02/1998- Ed. Nacional.

Chugani, Harry : As Regiões do Cérebro - Veja - 20/3/96.

Collins, K, F- "Concrete Operational thin Kind and Formal Operating Hinkiend , in Mathematics- " The Australian Mathematics Theacher - 1971..

Collins , K.F: A Study of Concrete and Formal Operations in School Mathematics . - A Piagetians Educational Research 1974.

Costa, Newton; Abbe,J.M.: Introdução à Lógica Clássica e Aplicações EDUSP- 1995.

Costa, Newton C.A.: Lógica Indutiva e Probalidade. - EDUSP-1993.

D' Ambrosio Ubiratan - Educação Matemática, da teoria à práticca - Papirus-

D'Ambrosio, Ubiratan - Etnomatemática - Autentica - 2001.

Damásio, Antônio : The Feeling of What Hppens .Ed Harcont Brace 2000.

Damásio, Antonio e Hanna : **O Cérebro Guarda as Palavras em Volumes Diferentes, por Conceitos**. Nature - 04/96.

Damásio, Antonio. : **Lesões no Lóbulo Pré-frontal Impedem o Aprendizado de Regras Morais e Éticas.-** Nature Neurociênce - 10/1999.

Damásio. Antônio - O Mistério da Consciência.: Companhia das Letras - 2000.

Damásio, Antônio - **O Erro de Descartes**.: Companhia das letras - 2001 .

Damásio, Antônio e Hanna : Artigo da Nature - 04/96.

Dante, Luiz Roberto: Didática da Resolução de Problemas de Matemática. Ed. Ática- 1994.

Dehane, Stanilas: **Discalculia.-** Nature ; 01/10/2000.

Dehaene, Stalinas e Cohen, Laurente: **O Conceito de Número no Cérebro.** Artigo de Le Monde, reproduzido pela Folha de 01/10/2000.

Dehaene, Stanilas : **Áreas de Cálculo Exato e Aproximado são Distintas.** Science- 05/1999, vol.284, pág. 970/974.

Del Nero, Henrique S. : O Sítio da Mente- Collegium Cognito -1997.

Departamento de Psicologia da Universidade de Waterloo: **Fotismo.** Nature, 08/2000.

Devlin, Keith: **A Matemática e a Linguagem Tem a Mesma Estrutura.** Folha : 04/ 1999.

Dienes, Z. P. : As Seis Etapas do Processo de Aprendizagem em Matemática. Herder-1972-S.P.

Dirac, P.A.M.: The Priciples of Quantum Mechanics. Oxford at the Claredon Press.- 1947.

Doubrovine, B. ; Novikov,S. ; Fomenko,A.: Géométrie Contemporaine et Applications. Ed. Mir- Moscou - 1985.

Duncan, John: **Localizada a Área da Inteligência.** Nature- 21/07/2000.

Edelman , Gerard , Tononi Giulio . A Universe of Consciences : Basic Books - 2000 .

Engel, Andreas; Fries,Pascla and Singer, Wolf; : **Dynamic Predictions: Oscillations and Synchrony in Top-Dow Processing.** Nature Neuroscience- 10/2001 vol 2 pág. 705.

Evans , Dylan - Emotions The Science of Sentiment. - Oxford - 2001 .

Fazenda, Ivani - Metodologia da Pesquisa Educacional - São Paulo - Cortez - 1989.

Frawley, William - Vygotsky e a Ciência Cognitiva - Artmed -2000.

Freeman , Water - How Brains Make up Theirs Minds : Columbia University Press- 2000 .

Fundação Cesgranrio: Avaliação e Políticas Públicas em Educação:Vol19,20.21,e 22.- 1999.

Gamboa, Silvio A. Sanchez - A dialética na pesquisa em Educação: Elementos de Contexto.

Gerber, Adele: **Problemas de Aprendizagem Relacionados à Linguagem.** 1996. Ed. Artes Médicas .-1996.

Grandin , Temple : Mind in Pictures - 1997.

Greenfield, Susan - O Cérebro Humano : Ciência Atual Rocco 2000

Greenfield , Susan - The Private life of the Brain : Ed. Willy - 2000 .

Greene, Brian: Universo Elegante. Companhia das Letras - 2001 .

Goswani, Amit.: O Universo Autoconsciente- Ed, Rosa dos Tempos -1994.

Gusnard, Debra A. and Raichle, Marcus E. : **Searching for A baseline: Functional Imaging and the Resting Human Brain.** Nature Neuroscience. 10/2001 vol 2 pág. 685.

Guth , Alan : O Universo Inflacionário : Ed. Campus - 1997.

Hawing, Stephen e Penrose, Roger: A Natureza do Espaço e do Tempo Gradiva .-1996.

Heine, Volker : Group Theory in Quantun Mechanics. Ed. Dover.-1993

Herculano-House, Suzana; O Cérebro nosso de cada dia : Vieira &Lent- 2002

Imbernon, Francisco. : La Formacion y el Desarollo Profesional del Professorado. - Biblioteca de Aula- Ed. Graó- Barcelona- 1994.

Izquierdo, Ivan : **Memórias**: entrevista à revista RAN publicada na revista: Cérebro e Mente da Unicamp.

Jonson, Mark H. : **Funtional Brain Development in Humans**.
Nature Neuroscience 07/2001 vol2 pág 475.

Kamii, Constance: Desvendando a Aritmética. Papirus -1995.

Kamii, Constancee Declark, Georgia : Reinventando a Aritmética.
Papirus- 1999.

Karnath, Hans-Otto : **New Insights Into The Function of The Superior Temporal Cortex.**. Nature Neuroscience 05/ 2001 vol2 pág. 56.

Kisleva Julia : A História da Linguaguem. : Edição 10- Lisboa 1997.

Kovács, Zsolt L. : Redes Neurais Artificiais. EDUSP/96.

Kovács, Zsolt, L. O Cérebro e Sua Mente. EDUSP/95.

Lent , Roberto: Cem Bilhões de Neurônios -Atheneu 2001.

Linden , Eugene : The Parrot´s Sameut - 1999.

Lorenz , Koward : Introdução á Etologia - Ed. UNESP / SP 1995.

Magee, Jeffrey C. : **Dendritic Integration of Excitatory Synaptic Imput.** Nature Neuroscience-12/2000 vol,1 nº3.

Malvino, A. : Microcomputadores e Microprocessadores. McGraw Hill.1995.

Malvino, Albert Paul; Leach, Donald P. : Eletrônica Digital : Lógica Combinacional V1 e Lógica Sequencial V2 .-- Ed. McGraw Hill.-1996.

Maguire, Eleanor : **Taxistas Tem Região do Cérebro Aumentada**.
Folha de São Paulo. 15/03/2000.

Marr, D. e Nishihara, H. K. **Representation and Recognition of The Spatial Organization of Three-Dimensional Shapes**- Royal Society of Londen B-2000.

Matsuzawa , Tetsuro : Macacos Alfabetizados Terão 2º Geração - Instituto da Universidade de Kyoto - 1999 .

Menezes, Luiz Carlos de. (organizador) : Professores: Formação e Profissão. NUPES-1997.

Menga, Ludke e André, Ed. A. : Pesquisa em Educação : Abordagens Qualitativas. Ed. Pedagógica e Universitária Ltda. -1986.

Menon, Ravi : "**Pesquisa vê consciência nascer"** New Scientist.12/08/2000.

Miller, Dominique: **A Criação de Sinápses Entre Neurônios: A Formação da Memória é Registrada Pela Primeira Vez**. Nature. 25/11/1999, pag.421.

Mizukami, M.G.N. - As abordagens do Processo - S.P. - EPU - 1986.

Moyses, Lucia: Aplicações de Vigostky à Educação Matemática. Papirus Editora.-1997.

Nascimento Junior, Cairo/ Yoneyama, Takashi - Inteligência Artificial em controlo e automação - Edgard Blucher - 2000

Natale, Ferdinando: Tecnologia Digital. Ed. Atlas.1996.

Nicolins , Miguel : O Poder da Mente- Nature Neuroscience-julho /99.

Oliveira Jr, Hime Aguiar E - Logica Difusa - Interciência - 1999.

Oniga, Teodoro: Lógica Trivalente Simétrica. EDUFF- 1995.

Paulo , Jonh Allen : Goodbye Descartes : Publicação Europa / América - 1997

Paulo, Jonh Allen : The Linguagem of Mathematics : Publicações Europa / América 1998.

Penrose Roger: O Grande , O Pequeno e A Mente Humana : Ed. UNESP/CAMBRIDGE 1998.

Penrose, Roger: A Mente Nova do Rei. Ed. Campus-1997.

Perspectives: **Vários artigos sobre formação e consolidação da memória.** Nature Neuroscience. 12/2000 pág. 209/219.

Pinker, Steven (M.I.T.) : **A linguagem é inata e instintiva como a fome e o sexo**. Nature: 05/01/1997.

Piaget, Jean: Psicologia e Educação. Ed. Cultrix - 1958.

Piaget , J e Inhelder , B : The Growth of Logical Thinking from Childbood to Adolescence - Londres - 1958.

Piaget, J. e Inhelder, B. : Memory and Intelligence. Basic Books- NY.1973.

Pinker, Steven - Como a Mente Funciona : Companhia das letras - 1999.

Ponte, João Pedro da : Concepção dos Professores de Matemática e Processos de Formação. Ed. Nova de Lisboa.-1996.

Praag Henriett Van, Kempermann, Gerd e Gage, H. Fred**: Neural Consequences of Environmemtal Enrichment.** - Nature Neurocience 12/2000, vol1 nº3.

Pontriaguin, L.S. : Grupos Contínuos. Ed. Mir- Moscou 1978

Reuse, F. Beck, H : La theorie des Grupes et Sus Applications en Physique- Troisieme Cycle de la Physique en Suisse Romande.-1983.

Rocha, Armando Freitas/ Rocha, Marly Theodoro: O Cérebro na Escola: Edição do Autor-2000.

Rose, Steven : **Textes Explicam a Formação da Memória** : Nature Neuroscience - 24/03/99

Rosenfield, Israel: A Invenção da Memória. Ed. Nova Fronteira-1994.

Roussell, Bertrand: Teoria do Conhecimento - Bibioteca do Espírito Moderno 1958 .

Sacks , Oliver : Um antropólogo em Marte - Cia das Letras -1997.

Sakurai, J.J. : Modern Quantun Mechanics. San Fu Tuan- Editor. Addison-Wesley Publishing Company.-1994.

Salinas, Emilio, and Sejnowski, J. Terrence : **Correlated Neural Activity and the Flow of Neural Information.** Nature Neuroscience 05/2001 vol2 pág. 539.

Schater , Daniel : Ih, Me Deu Um Branco - Artigo Veja de 8/7/99.

Schëmberg, Mario: Quantun Mechanics and Geometry. FFCL/USP.1953.

Schiefele, Hans: Ensino Programado. Ed. Melhoramentos-1968.

Silva, Ademir Baptista: **Diferentes Partes do Cérebro Desempenham Diferentes Funções**. Folha de São Paulo-24/03/1999.

Simões, Marcelo Godoy/Shaw, Ian - Controle e modelagem fuzzi - Edgard Blucher - 1999.

Skinner , B.F - About Behaviorism - NY Vintage - 1976 .

Spelk, Elizabeth (M. I. T.); **Mapeamento da Matemática no Cérebro**. Nature Science (EUA) 08/05/1999 vol 284 pág. 970.

Taton, René: História Geral das Ciências. Difusão Europeia do Livro.-1970.

The New Observer : Rethinking the Brains - 1998

Tsien, Joe : **O Cérebro Funciona Como um Músculo**. Nature Neuroscience vol 3 nº3 de 03/03/2000, pág. 205.

Tsien, Joé : **As Sinápses Aumentam em Quantidade Quando Estimuladas.** Nature Neuroscience. 03/2000.

Turing , A - Computer Machinery and Inteligence: org por A. Anderson -N J Prentice Hall.

Ullman, Michael T. ; **A Neurocognitive Perspective on Language: The declarative/procedural Model.** Nature Neuroscience 10/2001.

Universidade de Northwestern (grupo de cientistas) : **O GAP 43 (gene) : Melhora o Aprendizado.** National Academy of Sciences: 20/05/2000.

Universidade de Waterloo- **Canadá: Existe Associação Entre Sentidos Diferentes:** 5 + 2 = amarelo- Nature. 08/2000.

Varela, Francisco; Lachaux, Jean-Philippe; Rodrigues, Eugenio and Martinerie, Jacques : **The Brainweb: Phase Synchronization and Large-scale Integration** . Nature Neuroscience 04/2001 vol2 pág. 229.

Wagner, A. D. : **Interation Between Forms of Memory.** Journal of Cognitive Neuroscience. 02/2000.

Weber, Renée e outros : O Paradígma Holográfico Cultrix 1995 .

Weinberg , Steven : Sonhos de Uma Teoria Final : Editora Rocco 1996.

Wigner, Eugene P.: Group Theory and its Applications to the Quantun Mechanics of Atomic Spectra. Academic Press NY-London.1959.

Wilber, Ken (organizador): O Paradigma Holográfico e Outros Paradoxos - Cultrix -1995.

Willians, Phillip e Varma, Ve P. : Piaget, Psicologia e Educação. Cultrix/1980.

Wyan, Karen: **Bebês de 5 Meses Sabem Somar.** Nature/Grã Bretanha 28/08/92.

Wilber, Ken (organizador): O Paradigma Holográfico e Outros Paradoxos - Cultrix 1995.

Yankova, M. et al. : **Synaptic Plasticity**: Nature Neuroscience 05/2001.