

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

JULIO CESAR MONTEIRO DOS SANTOS

Estudo de parâmetros ótimos para aquisição de órbita por ruptura de *tether*

Guaratinguetá

2019

Julio Cesar Monteiro dos Santos

Estudo de parâmetros ótimos para aquisição de órbita por ruptura de *tether*

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Graduação em Física da Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Física .

Orientador: Profº Dr. Ernesto Vieira Neto

Guaratinguetá
2019

S237e	Santos, Julio César Monteiro dos Estudo de parâmetros ótimos para aquisição de órbita por ruptura de tether / Julio César Monteiro dos Santos – Guaratinguetá, 2019. 45 f.: il. Bibliografia: f. 44-45 Trabalho de Graduação – Bacharelado em Física – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2019. Orientador: Prof. Dr. Ernesto Vieira Neto 1. Órbitas. 2. Asteróides. 3. Astronomia. 4. Inteligência artificial. I. Título. CDU 521.3
-------	--

Luciana Máximo

Bibliotecária CRB-8/3595

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

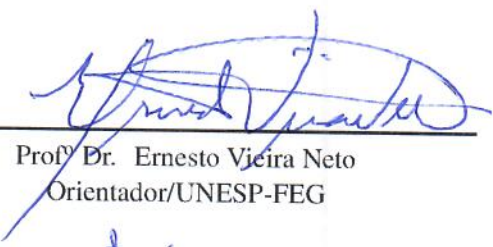
JULIO CESAR MONTEIRO DOS SANTOS

ESTE TRABALHO DE GRADUAÇÃO FOI JULGADO ADEQUADO COMO PARTE DO
REQUISITO PARA A OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE "GRADUANDO EM FÍSICA "

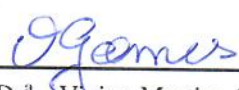
APROVADO EM SUA FORMA FINAL PELO CONSELHO DE CURSO DE GRADUAÇÃO EM
FÍSICA

Profº Dr. MARCO AURÉLIO ALVARENGA MONTEIRO
Coordenador

BANCA EXAMINADORA:


Profº Dr. Ernesto Vieira Neto
Orientador/UNESP-FEG


Profº Dr. Rafael Sfair de Oliveira
UNESP-FEG


Profª Drª. Vivian Martins Gomes
UNESP-FEG

Dezembro , 2019

DADOS CURRICULARES

JULIO CESAR MONTEIRO DOS SANTOS

NASCIMENTO 21/04/1996 - Pindamonhangaba / SP

FILIAÇÃO Patrícia Aparecida Monteiro dos Santos

2016 / 2019 Graduação em Física
Universidade Estadual Paulista “Júlio de
Mesquita Filho”, Campus de Guaratin-
guetá

Este trabalho é dedicado aos meus avós maternos Maria e Pedro que me ensinaram que impossível é apenas uma palavra.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por sua graça e sabedoria que me capacitaram a realizar este trabalho.

A minha família, em especial aos meus avós maternos Maria e Pedro por sempre me apoiarem e enfrentarem comigo os momentos mais difíceis e ao apoio e carinho de meus tios André e Daniela e minha mãe Patrícia.

Ao meu orientador Ernesto Vieira Neto por toda dedicação e incentivo para comigo. Obrigado por acreditar em mim e me inspirar a ser um pesquisador melhor a cada dia.

Agradeço aos meus professores da graduação que tiveram papel fundamental em minha formação. Agradeço em especial aos professores Rafael Sfair, Elias Leite, Olivia Maria Berengue e Marcelo Hott por sempre me ajudarem em minhas dúvidas e me mostrar o quão agradável e prazeroso pode ser o processo científico.

Ao meu amigo João Pedro C. Molina por sua amizade na época mais difícil da minha vida.

Aos meus amigos Kaio, Vitor, Gabriel, Ana Marion, Millena, Raphael, Heron, Aline Noronha, Raimundo, Felipe Augusto e Renata pelos grupos de estudos e pelos incríveis momentos que compartilhamos juntos.

Agradeço aos colegas da van pelas infinitas risadas todos os dias no trajeto até a FEG.

Agradeço à FAPESP - Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo pelo apoio financeiro referente a bolsa de Iniciação Científica vinculada ao Projeto Temático “A Relevância dos Pequenos Corpos em Dinâmica Orbital”.

Este trabalho contou com o apoio da seguinte entidade:

FAPESP - Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo - (2018/18099-7) vinculado ao Projeto Temático “A Relevância dos Pequenos Corpos em Dinâmica Orbital” (2016/24561-0).

“A coragem não é apenas uma das virtudes, mas a forma de cada virtude no momento decisivo.”
(C. S. Lewis)

RESUMO

Esse trabalho estuda um método de aquisição de órbita que considera dois corpos ligados por uma haste (*tether* em inglês) que usa o rompimento da ligação entre eles para trocas de energia. O sistema simulado neste trabalho é constituído pela Terra e Lua como corpos principais, e também pelo asteroide e a sonda robótica ligados pelo *tether*. Uma aplicação para esse modelo poderia ser a captura de um asteroide em espaço profundo pela sonda robótica, utilizando um *tether* para trazê-lo para uma órbita segura em torno da Lua. Ao se aproximar da Lua a ligação entre eles será rompida. Esse rompimento produz trocas de energia orbital de forma que a sonda ganha energia, e o asteroide perde. Nesse processo o asteroide é capturado permanentemente pela Lua e a sonda é enviada para o espaço profundo em uma órbita hiperbólica em relação à Lua. Os custos dessa manobra são menores que o método convencional, além de possuir a vantagem adicional de jogar a sonda para uma outra órbita onde esta poderá ser reutilizada (VIEIRA NETO; SFAIR, 2017). O objetivo desse estudo além de revisar o trabalho de Vieira Neto e Sfair (2017), onde o método é proposto, é realizar uma busca dos parâmetros do problema, tais como o comprimento do *tether*, geometrias que envolvem o problema, entre outros, que possam ser melhorados e otimizados para que o método de aquisição de órbita possa ter parâmetros mais compatíveis com a realidade. Para realizar a otimização desses parâmetros é implementado um método chamado *Particle Swarm Optimization* (PSO). Os parâmetros otimizados neste trabalho são o tamanho do *tether*, o instante de ruptura do par sonda-asteroide. O PSO também foi utilizado para encontrar órbitas de captura gravitacional mais eficientes para a utilização da técnica.

PALAVRAS-CHAVE: Aquisição de órbita. *Tether*. *Particle swarm optimization*.

ABSTRACT

This work studies an orbit acquisition method that considers two bodies connected by a tether that use the disruption of the bond between them for energy exchange. The simulated system in this work consists of the Earth and Moon as main bodies, as well as the asteroid and spacecraft connected by the tether. An application for this model could be to capture a deep-space asteroid by the spacecraft, using a tether to bring it into a safe orbit around the moon. As you approach the moon, the link between them will be broken. This disruption produces orbital energy exchanges so that the spacecraft gains energy, and the asteroid loses. In this process the asteroid is permanently captured by the moon and the spacecraft is sent into deep space in a hyperbolic orbit relative to the moon. The costs of this maneuver are lower than the conventional method and have the added advantage of throwing the spacecraft into a another orbit where it can be reused (VIEIRA NETO; SFAIR, 2017). The objective of this study, besides revisiting the work of Vieira Neto and Sfair (2017), where the method is proposed, is to perform a search of the problem parameters, such as the tether length, geometries that involve the problem, among others, that can be improved and optimized so that the orbit acquisition method can have more reality-compatible parameters. To perform the optimization of these parameters is implemented a method called Particle Swarm Optimization (PSO). The optimized parameters in this work are the size of the tether, the instant of rupture of the spacecraft-asteroid pair. The PSO was also used to find more efficient gravitational capture orbits to use the technique.

KEYWORDS: Orbital acquisition. Tether. Particle swarm optimization.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	Movimento de dois corpos	17
Figura 2	Referencial inercial (ξ, η, ζ)	19
Figura 3	Referencial girante (x, y, z)	20
Figura 4	Curvas de velocidade zero	22
Figura 5	Forças sobre a partícula P	23
Figura 6	Localização dos pontos de equilíbrio lagrangiano	24
Figura 7	Problema Restrito de 2+2 Corpos	25
Figura 8	Ruptura do <i>tether</i> : antes(a) / após(b)	26
Figura 9	Geometria sonda-asteroide	27
Figura 10	Algoritmo PSO	28
Figura 11	Trajетórias de Captura - Tentativa e erro	30
Figura 12	Trajетórias de Captura - Tentativa e erro - Constantes	31
Figura 13	Condições iniciais adequadas - método tentativa e erro	32
Figura 14	Condições iniciais adequadas - método PSO	33
Figura 15	Órbitas e Constantes - Tentativa e erro	36
Figura 16	Órbitas da sonda e asteroide em relação a Lua - Tentativa e erro	37
Figura 17	Orbitas e Constantes - PSO	40
Figura 18	Órbitas da sonda e asteroide em relação a Lua - PSO	41

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Condições iniciais com o <i>tether</i> - tentativa e erro	35
Tabela 2 – Condições iniciais com o <i>tether</i> - PSO	39

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

a	Semi-eixo maior
C_3	Energia de dois Corpos
C_J	Constante de Jacobi
e	Excentricidade
f	Anomalia Verdadeira
I	Inclinação
L_1	Ponto de equilíbrio lagrangiano
L_2	Ponto de equilíbrio lagrangiano
L_3	Ponto de equilíbrio lagrangiano
L_4	Ponto de equilíbrio lagrangiano
L_5	Ponto de equilíbrio lagrangiano
P2C	Problema de dois corpos
PCR3C	Problema Circular Restrito de 3 Corpos
PR2+2C	Problema Restrito de 2+2 Corpos
PSO	<i>Particle Swarm Optimization</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

ϕ	Ângulo zenital da geometria do <i>tether</i>
ω	Argumento do pericentro
Ω	Longitude do nodo ascendente
θ	Ângulo azimutal da geometria do <i>tether</i>

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
2	METODOLOGIA	17
2.1	PROBLEMA DE DOIS CORPOS (P2C)	17
2.1.1	A energia de dois corpos (C_3)	18
2.2	PROBLEMA CIRCULAR RESTRITO DE TRÊS CORPOS (PCR3C)	18
2.2.1	Constante de Jacobi (C_J)	21
2.2.2	Pontos de equilíbrio lagrangiano	22
2.3	O PROBLEMA RESTRITO DE 2+2 CORPOS (PR2+2C)	24
2.3.1	O <i>tether</i>	25
2.4	<i>PARTICLE SWARM OPTIMIZATION</i> (PSO)	27
3	RESULTADOS	29
3.1	TRAJETÓRIAS DE CAPTURA	29
3.1.1	Condições iniciais - método tentativa e erro	30
3.1.2	Condições iniciais - método <i>Particle Swarm Optimization</i>	32
3.2	O <i>TETHER</i>	34
3.2.1	<i>Tether</i> - método tentativa e erro	34
3.2.2	<i>Tether</i> - método <i>Particle Swarm Optimization</i>	37
4	CONSIDERAÇÕES FINAIS	42
	REFERÊNCIAS	44

1 INTRODUÇÃO

Atualmente com o avanço da tecnologia e de seus aparatos têm aumentado a demanda por minérios, como por exemplo as “terras raras”, cujo nome é dado pelo fato de serem de difícil extração. As terras raras estão presentes no cotidiano do ser humano desde uma lente de câmera, até discos rígidos de computadores e até em motores de avião. O avanço tecnológico e os aparatos desenvolvidos para o ambiente espacial estão tornando a exploração de asteroides cada dia mais plausível de ser realizada.

Os asteroides têm chamado cada dia mais a atenção do ser humano. Uma das razões é a riqueza de conhecimentos que podem ser extraídos de seu estudo, como por exemplo, a obtenção de informações sobre a formação do sistema solar (DEMEO; CARRY, 2014) e sobre fatores que teriam levado ao surgimento da vida na Terra (COOPER et al., 2001). Outro fator importante dos asteroides é o atrativo econômico, ou seja, a possibilidade de mineração dos mesmos já que estes são ricos em minérios, como as já mencionadas terras raras, além é claro de ouro e platina (BLAIR, 2000), entre outros. Todavia, há inúmeros perigos em realizar essa exploração, entre eles está a existência de altas quantidades de radiação presente no espaço profundo (TOWNSEND, 2005). Dessa forma torna-se inviável enviar um ser humano para explorar esses minerais. Um caminho mais seguro para se realizar essa mineração seria criar naves e/ou sondas robóticas e enviá-las até os asteroides com o objetivo de capturá-los e trazê-los para um órbita mais segura ao redor da Lua, onde estes seriam explorados com menores riscos e ainda facilitaria a entrega dos minérios para a Terra.

No que concerne a procedimentos realizados em manobras espaciais, há de considerar que seu início ocorreu com a publicação do trabalho de Walter Hohmann chamado *Die Erreichbarkeit der Himmelskörper* -A Capacidade de Atingir os Corpos Celestes- (HOHMANN, 1960) que apresenta a transferência de um corpo em uma órbita para outra de forma eficiente. Este trabalho é de tal importância, que mesmo nos dias atuais, ainda é utilizado como parâmetro para outras manobras de transferência orbital. Ao longo do último século foram propostas outras formas de se realizar a transferência orbital (BELBRUNO, 1987; BELBRUNO, 1990; BELBRUNO, 1994; BELBRUNO, 2005; KRISH; BELBRUNO; HOLLISTER, 1992; MILLER; BELBRUNO, 1991). Belbruno e Miller propuseram um tipo de transferência onde era usada a dinâmica de três e quatro corpos diferentemente da dinâmica da manobra Hohmann a qual considera a dinâmica de dois corpos. Esta manobra possibilitou uma grande redução no uso de combustível. Duas missões a Hiten (BELBRUNO; MILLER, 1993) e a SMART-1 (OSSERMAN, 2005; RACCA, 2003) utilizaram o método levando a grandes reduções no consumo de combustível. Esta economia foi potencializada pelo uso de técnicas de baixo empuxo, ou seja, uso de propulsão iônica para se obter a órbita final.

Estas manobras se apropriam do conceito de captura gravitacional, que é uma característica do problema de três corpos. A captura ocorre quando um corpo dotado de velocidade relativa baixa se aproxima de um corpo do sistema solar, podendo orbitá-lo por algum tempo, já que devido a essas configurações a captura é apenas temporária (HOPF, 1930). Todavia, há trabalhos publicados que propõem processos para a efetivação da captura gravitacional, exemplo é o trabalho realizado por Gaspar, Winter e Vieira Neto (2011) que mostra que uma das causas possíveis para a efetivação da

captura dos satélites irregulares de Júpiter seria a ruptura dinâmica da órbita de asteroides binários.

Assim, este trabalho estuda uma forma de aquisição de órbita (VIEIRA NETO; SFAIR, 2017), onde não haja a necessidade de se utilizar combustível, mas sim a ruptura de um cabo ou haste (o *tether*) que liga a sonda ao asteroide. Vieira Neto e Sfair (2017) mostram que essa forma de aquisição utiliza trocas de energia para efetivar a captura gravitacional. Em seu trabalho Vieira Neto e Sfair fazem a prova de conceito desse método ao mostrar a efetivação da captura utilizando apenas a ruptura da haste. Entretanto, os autores chegam a resultados onde a massa das partículas (sonda e asteroide) são da ordem de 10^{12} kg e a distância entre elas de 350 km. Sendo assim, esse trabalho além de revisitar a verificação da validade desse método, propõe estudar sob quais circunstâncias as alterações no referido sistema podem levar a parâmetros adequados para aquisição de órbita utilizando trocas de energia devido ao rompimento do *tether*, de forma a se obter parâmetros compatíveis com o sistema Terra-Lua e então buscar quais seriam os parâmetros que levariam a uma órbita estável, permanente após a ruptura da haste.

Para realizar a otimização desses parâmetros é implementado um método de otimização chamado *Particle Swarm Optimization*. Esse método é utilizado para buscar os melhores parâmetros, como geometria do sistema, tamanho do *tether* e instante de ruptura do par sonda-asteroide, que produzem a captura permanente do asteroide ao redor da Lua. Além disso com o método de otimização busca-se diminuir o comprimento do *tether* quando comparado com o comprimento encontrado no trabalho de Vieira Neto e Sfair (2017) para que o método de aquisição orbital proposto por eles e o estudo aqui realizado possam servir de base para uma futura aplicabilidade do método de aquisição orbital por ruptura de *tether*.

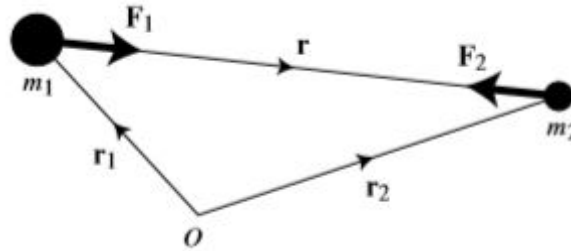
2 METODOLOGIA

Esse trabalho foi realizado utilizando os conceitos definidos no Problema Circular Restrito de Três Corpos (PCR3C) e no Problema Restrito de 2+2 Corpos (PR2+2C) (WHIPPLE, 1984; KANAAN; FARRELLY; LANCHARES, 2018) e também o conceito de conservação de energia presente no Problema de dois Corpos (P2C). Essa fundamentação teórica permite produzir as simulações numéricas de forma a considerar as trocas de energia inerentes ao cenário proposto nesse trabalho. As simulações numéricas foram realizadas utilizando um integrador em linguagem C desenvolvido por Everhart (1985) que usa o método Gauss-Radau. Utilizou-se também um método de otimização *Particle Swarm Optimization* (PSO), tal como apresentado no trabalho de Hu e Eberhart (HU; EBERHART, 2002) para realizar a busca pelos melhores parâmetros do problema que levem a captura permanente do asteroide pela Lua e a reinserção da sonda em espaço profundo apenas pela ruptura da ligação entre eles. O método PSO também é utilizado para buscar dentre os melhores parâmetros aqueles que também são compatíveis com o sistema Terra - Lua.

2.1 PROBLEMA DE DOIS CORPOS (P2C)

O Problema de Dois Corpos (P2C) consiste em um sistema com um corpo de massa m_1 e um corpo com massa m_2 que se movem com vetores posição $\vec{r}_1$ e $\vec{r}_2$ respectivamente em relação a uma origem O em um referencial inercial.

Figura 1 – Movimento de dois corpos



Fonte: Murray e Dermott (1999)

O vetor que descreve a posição do corpo de massa m_2 em relação ao de massa m_1 é $\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$. As forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ são as forças gravitacionais que atuam sobre os corpos 1 e 2 respectivamente devido a sua atração mútua, sendo as acelerações que esses corpos experimentam devidas às forças gravitacionais:

$$\vec{F}_1 = +G \frac{m_1 m_2}{r^3} \vec{r} = m_1 \ddot{\vec{r}}_1 \quad (1)$$

$$\vec{F}_2 = -G \frac{m_1 m_2}{r^3} \vec{r} = m_2 \ddot{\vec{r}}_2 \quad (2)$$

As equações 1 e 2 permitem escrever a equação do movimento relativo:

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + \mu \frac{\vec{r}}{r^3} = 0 \quad (3)$$

sendo $\mu = G(m_1 + m_2)$

Os vetores $\vec{r}$, $\dot{\vec{r}}$ e $\ddot{\vec{r}}$ em coordenadas polares são definidos por:

$$\vec{r} = r \hat{r}$$

$$\dot{\vec{r}} = \dot{r} \hat{r} + r \dot{\theta} \hat{\theta} \quad (4)$$

$$\ddot{\vec{r}} = (\ddot{r} - r \dot{\theta}^2) \hat{r} + \left[\frac{1}{r} \frac{d}{dt} (r^2 \dot{\theta}) \right] \hat{\theta}$$

Dessa maneira, utilizando a equação 4 referente a $\ddot{\vec{r}}$ na equação do movimento relativo (eq. 3) e comparando as componentes em $\hat{r}$, a componente radial ($\hat{r}$) da equação 3 fica definida por:

$$\ddot{r} - r \dot{\theta}^2 = -\frac{\mu}{r^2} \quad (5)$$

2.1.1 A energia de dois corpos (C_3)

No Problema de 2 Corpos existem 4 integrais do movimento e são elas as três componentes do momento angular e a energia. Normalmente a energia relativa de dois corpos usada quando existem mais corpos (geralmente 3) é chamada de C_3 . Nesse trabalho calcula-se a energia de dois corpos C_3 do asteroide e da sonda em relação à Lua. A conservação da energia pode ser demonstrada de maneira simples.

Seja o produto escalar de $\dot{\vec{r}}$ com a equação 3:

$$\dot{\vec{r}} \cdot \left(\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + \mu \frac{\vec{r}}{r^3} \right) = 0 \quad (6)$$

Usando as definições para $\vec{r}$ e $\dot{\vec{r}}$ da equação 4 a equação 6 fica expressa como:

$$\dot{\vec{r}} \cdot \ddot{\vec{r}} + \mu \frac{\dot{r}}{r^2} = 0 \quad (7)$$

Integrando obtém-se:

$$\frac{1}{2} v^2 - \frac{\mu}{r} = C_3 \quad (8)$$

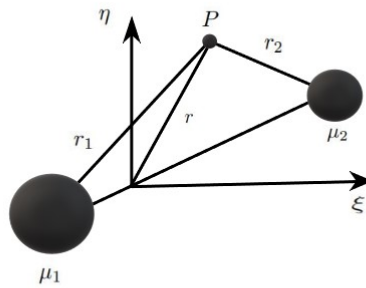
2.2 PROBLEMA CIRCULAR RESTRITO DE TRÊS CORPOS (PCR3C)

O Problema Circular Restrito de Três Corpos estuda a dinâmica de um sistema formado por um corpo principal, um corpo secundário, ambos chamados de primários, e uma partícula P de massa desprezível quando comparada com a massa dos outros dois corpos.

No PCR3C os dois corpos, principal e secundário, movem-se em órbitas coplanares e circulares ao redor do seu centro de massa comum, por conta de sua atração gravitacional mútua. A partícula P sofre atração gravitacional dos primários mas esta não influencia o movimento deles. O PCR3C não pode ser resolvido de forma fechada (SZEBEHELY, 1967).

Dessa forma, considere um eixo de coordenadas ξ, η, ζ fixo com a origem coincidindo com o centro de massa do sistema conforme o esquema mostrado na Figura 2, representado no plano por simplicidade, onde o eixo ξ repousa sobre a linha que liga o primário ao secundário em um instante de tempo $t = 0$, o eixo η perpendicular ao eixo ξ estando ambos contidos no plano orbital e seja ainda o eixo ζ perpendicular ao plano orbital. Nesse sistema seja então as coordenadas do primário, secundário e da partícula como seguem respectivamente: (ξ_1, η_1, ζ_1) , (ξ_2, η_2, ζ_2) e (ξ, η, ζ)

Figura 2 – Referencial inercial (ξ, η, ζ)



Fonte: Produção do Próprio Autor.

Considere a unidade de massa escolhida de tal forma que $\mu = G(m_1 + m_2) = 1$, sendo G a constante da gravitação universal, e $\mu_1 = m_1/(m_1 + m_2)$ e $\mu_2 = m_2/(m_1 + m_2)$, onde m_1 e m_2 são a massa do corpo principal e secundário respectivamente. A unidade de comprimento é escolhida de tal modo que a distância entre os corpos principais seja unitária como definido por Murray e Dermmot (1999). Dessa forma as equações de movimento da partícula no referencial inercial são:

$$\ddot{\xi} = \mu_1 \frac{\xi_1 - \xi}{r_1^3} + \mu_2 \frac{\xi_2 - \xi}{r_2^3} \quad (9)$$

$$\ddot{\eta} = \mu_1 \frac{\eta_1 - \eta}{r_1^3} + \mu_2 \frac{\eta_2 - \eta}{r_2^3} \quad (10)$$

$$\ddot{\zeta} = \mu_1 \frac{\zeta_1 - \zeta}{r_1^3} + \mu_2 \frac{\zeta_2 - \zeta}{r_2^3} \quad (11)$$

onde:

$$r_1^2 = (\xi_1 - \xi)^2 + (\eta_1 - \eta)^2 + (\zeta_1 - \zeta)^2 \quad (12)$$

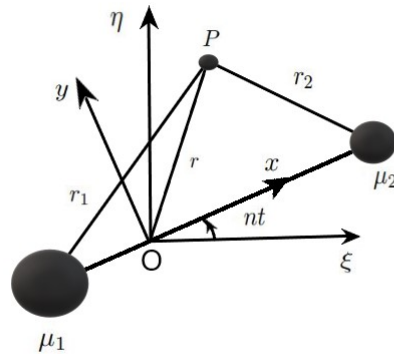
$$r_2^2 = (\xi_2 - \xi)^2 + (\eta_2 - \eta)^2 + (\zeta_2 - \zeta)^2 \quad (13)$$

Os corpos primário e secundário movem-se com uma distância fixa entre eles e orbitam seu centro de massa comum com uma velocidade angular constante, o movimento médio n . Dessa forma é válido considerar um sistema de coordenadas girante, ver esquema da Figura 3, representado no plano por simplicidade, cuja origem coincide com a do sistema inercial (ξ, η, ζ) e que se move com velocidade angular constante n . Seja esse sistema descrito pelas coordenadas (x, y, z) onde a direção de x é escolhida de tal maneira que os primários sempre sejam localizados sobre ele com as seguintes coordenadas para o primário e o secundário respectivamente: $(x_1, y_1, z_1) = (-\mu_2, 0, 0)$, $(x_2, y_2, z_2) = (\mu_1, 0, 0)$ e a partícula P possui coordenadas (x, y, z) . Dessa maneira:

$$r_1^2 = (x + \mu_2)^2 + y^2 + z^2 \quad (14)$$

$$r_2^2 = (x - \mu_1)^2 + y^2 + z^2 \quad (15)$$

Figura 3 – Referencial girante (x, y, z)



Fonte: Produção do Próprio Autor.

As coordenadas do sistema girante estão relacionadas com as do sistema inercial pela matriz rotação:

$$\begin{pmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos nt & -\sin nt & 0 \\ \sin nt & \cos nt & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (16)$$

Dessa maneira, as equações de movimento 9, 10 e 11 são escritas no sistema de coordenadas (x, y, z) como:

$$\ddot{x} - 2n\dot{y} = \frac{\partial U}{\partial x} \quad (17)$$

$$\ddot{y} + 2n\dot{x} = \frac{\partial U}{\partial y} \quad (18)$$

$$\ddot{z} = \frac{\partial U}{\partial z} \quad (19)$$

Onde $U = U(x, y, z)$ é:

$$U = \frac{n^2}{2}(x^2 + y^2) + \frac{\mu_1}{r_1} + \frac{\mu_2}{r_2} \quad (20)$$

A função U é chamada de “pseudo-potencial” e é uma função escalar da qual se pode calcular algumas das acelerações que a partícula sofre no sistema girante.

2.2.1 Constante de Jacobi (C_J)

No Problema Circular Restrito de Três Corpos a energia e o momento angular não se conservam, diferentemente do que ocorre para o Problema de Dois Corpos, como consta na literatura. Entretanto o PCR3C possui uma quantidade conservada chamada de Constante de Jacobi ou Integral de Jacobi (C_J). Essa é a única constante do PCR3C, além disso o Problema Circular Restrito de Três Corpos não pode ser resolvido de forma fechada (SZEBEHELY, 1967). A constante de Jacobi é obtida da seguinte maneira:

Multiplique a equação 17 por $\dot{x}$, a equação 18 por $\dot{y}$ e por fim a equação 19 por $\dot{z}$, somando-as obtêm-se:

$$\dot{x}\ddot{x} + \dot{y}\ddot{y} + \dot{z}\ddot{z} = \frac{\partial U}{\partial x}\dot{x} + \frac{\partial U}{\partial y}\dot{y} + \frac{\partial U}{\partial z}\dot{z} = \frac{dU}{dt} \quad (21)$$

Ao se integrar a equação 21 o resultado é:

$$\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2 = 2U - C_J \quad (22)$$

Como $\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2$ é o quadrado da velocidade da partícula no sistema girante pode-se reescrever a equação 22 como:

$$v^2 = 2U - C_J \quad (23)$$

Utilizando a equação 20 a Constante de Jacobi fica definida como:

$$C_J = n^2(x^2 + y^2) + 2\left(\frac{\mu_1}{r_1} + \frac{\mu_2}{r_2}\right) - \dot{x}^2 - \dot{y}^2 - \dot{z}^2 \quad (24)$$

Pode-se definir a Constante de Jacobi no sistema inercial utilizando a seguinte relação:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos nt & \sin nt & 0 \\ -\sin nt & \cos nt & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{pmatrix} \quad (25)$$

Assim C_J fica expressa no sistema de coordenadas inerciais (ξ, η, ζ) por:

$$C_J = 2 \left(\frac{\mu_1}{r_1} + \frac{\mu_2}{r_2} \right) + 2n(\xi\dot{\eta} - \eta\dot{\xi}) - \dot{\xi}^2 - \dot{\eta}^2 - \dot{\zeta}^2 \quad (26)$$

Como mencionado anteriormente a Constante de Jacobi é a única constante do Problema Circular Restrito de Três Corpos e, apesar de não se poder usá-la para encontrar uma solução exata do movimento orbital da partícula P , ela pode ser usada para encontrar regiões onde a partícula estaria proibida de se localizar.

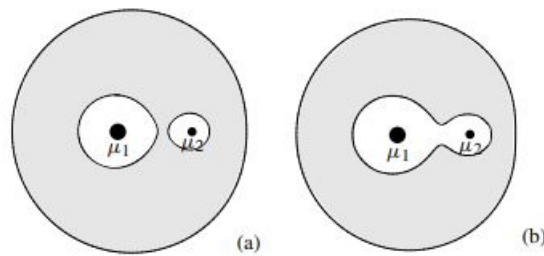
Observando a equação 23, é possível verificar que se a partícula possui velocidade nula no sistema de coordenadas girantes então:

$$C_J = 2U \quad (27)$$

A equação 27 produz um conjunto de superfícies chamado superfícies de velocidade zero. A intersecção do plano xy com essas superfícies produz as curvas de velocidade zero que definem regiões onde a partícula P pode ou não orbitar. Essa definição ocorre do fato de que, conforme equação 27, deve-se ter sempre a relação $2U \geq C_J$, pois de outra forma a velocidade seria complexa. Assim a equação 27 define limitações para o movimento da partícula.

A Figura 4 traz um exemplo de curvas de velocidade zero apresentada no trabalho de Murray e Dermott (1999). Essa figura mostra exemplos em que ambos os sistemas ((a) e (b)) possuem $\mu_2 = 0.2$ e valores de C_J iguais a 3.9 e 3.7 para os sistemas (a) e (b) respectivamente. A região branca, dentro e fora do desenho, representa o lugar em que a partícula poderia estar. A região sombreada representa o lugar em que a partícula não poderia transitar, pois a velocidade seria uma quantidade complexa. Em (a) observa-se que se a partícula é encontrada orbitando o secundário ela não poderá eventualmente passar a orbitar o primário, pois para isso teria que passar por uma região proibida.

Figura 4 – Curvas de velocidade zero



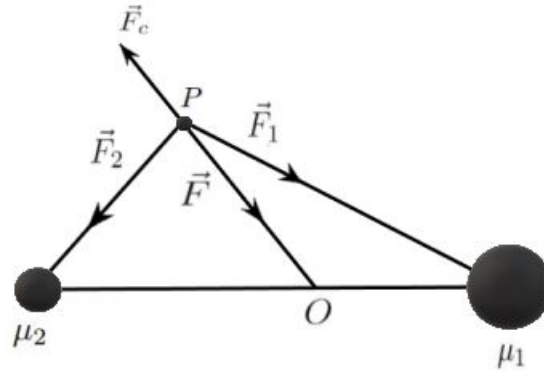
Fonte: Murray e Dermott (1999)

2.2.2 Pontos de equilíbrio lagrangiano

Pontos de equilíbrio lagrangiano, ou simplesmente pontos de equilíbrio, são posições nas quais a partícula P permaneceria estacionária no sistema girante de coordenadas (x, y, z) . Todavia é válido recordar que mesmo no ponto de equilíbrio a partícula está sujeita a ação de forças gravitacionais e se move no referencial inercial (ξ, η, ζ) segundo uma órbita osculadora.

Conforme Figura 5 a partícula encontra-se no sistema girante sujeita às forças gravitacionais $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ devidas ao primário (μ_1) e ao secundário (μ_2) respectivamente e, devido ao giro do sistema, uma força fictícia atua na partícula, a força centrífuga $\vec{F}_c$ que possui mesma direção, mas sentido oposto à força $\vec{F}$, onde $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$. Por estar estacionária no ponto de equilíbrio no referencial girante a partícula não sofre a ação da força de Coriolis.

Figura 5 – Forças sobre a partícula P

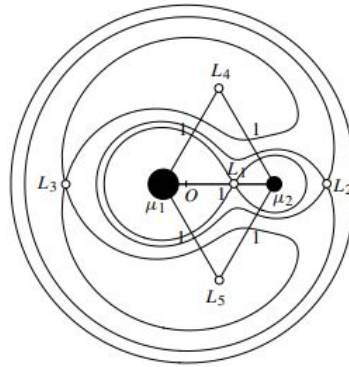


Fonte: Produção do Próprio Autor

Assim pontos de equilíbrio são definidos como os pontos onde a força resultante sobre a partícula é nula e no caso do PCR3C são chamados de pontos de equilíbrio lagrangiano. É válido ressaltar que os pontos de equilíbrio existem mesmo quando a partícula está sob a ação de outras forças, como por exemplo a força de arrasto, embora sua localização mude conforme a resultante das forças. Em suma, a soma de todas as forças que atuam na partícula deve estar sobre a linha que a liga ao centro de massa do sistema, o que significa dizer que a soma de todas as acelerações experimentadas pela partícula deve ser igual em intensidade e oposta em sentido à aceleração centrífuga para os pontos de equilíbrio, gerando uma força resultante total nula.

A Figura 6 mostra a associação entre as curvas de velocidade zero com os pontos de equilíbrio lagrangiano, chamados de L_1 , L_2 , L_3 , L_4 e L_5 , representados na figura pelos círculos abertos. O sistema considerado na figura apresenta $\mu_2 = 0.2$. Cada linha da figura apresenta um determinado valor de C_J , dessa forma as linhas que passam pelos pontos de equilíbrio lagrangiano L_1 , L_2 e L_3 possuem C_J igual a 3.805, 3.552 e 3.197 respectivamente. Assim, as linhas delimitam regiões limítrofes para a partícula, ou seja, uma partícula que inicialmente orbita o secundário com $C_J > 3.805$ fica permanentemente confinada a essa região, já uma partícula que inicialmente descreve trajetória próxima ao secundário e apresenta $3.552 < C_J < 3.805$ pode eventualmente passar a orbitar o primário, essas regiões são equivalentes àsquelas em branco mostradas pela Figura 4. No caso desse trabalho deseja-se a captura permanente do asteroide em torno da Lua. Para que isso ocorra o asteroide deverá apresentar Constante de Jacobi com valor superior aquele do ponto L_1 do sistema Terra-Lua. Para esse sistema o valor da Constante de Jacobi no ponto L_1 é aproximadamente 3,18.

Figura 6 – Localização dos pontos de equilíbrio lagrangiano



Fonte: Murray e Dermott (1999)

2.3 O PROBLEMA RESTRITO DE 2+2 CORPOS (PR2+2C)

Os Problemas gravitacionais de 3 ou mais corpos permitem que uma partícula que se aproxima com velocidade relativa baixa de um corpo do sistema solar passe a orbitá-lo temporariamente (HOPF, 1930). Esse trabalho traz um sistema constituído de 4 corpos que visa efetivar essa captura de forma a torná-la permanente. Esse tipo de configuração consta na literatura, como por exemplo no trabalho que apresenta a ruptura dinâmica de sistemas binários de asteroides como possível causa que deu origem à captura dos satélites irregulares do gigante gasoso Júpiter (GASPAR; WINTER; VIEIRA NETO, 2011).

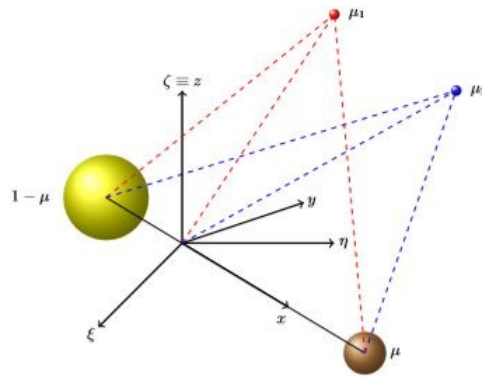
Dessa maneira, considere o problema restrito de 2+2 corpos, onde os primários de massa M_1 e M_2 , $M_2 < M_1$, descrevem uma órbita circular em torno de seu centro de massa. Seja também duas partículas de massas m_1 e m_2 , $m_{1,2} \ll M_2$, que se movem sob a atração gravitacional dos primários, e também sobre a interação gravitacional mútua delas mesmas. Considere que as partículas não exercem influência alguma sobre os primários.

De forma semelhante ao que foi feito no Problema Circular Restrito de Três Corpos considere um sistema de coordenadas inercial (ξ, η, ζ) e um sistema girante de coordenadas (x, y, z) , veja Figura 7, com unidades de tempo e comprimento convenientes como foi feito para o PCR3C e sejam os parâmetros de massa conforme definido por Kannan, Farrelly e Lanchares (2018):

$$\mu = \frac{M_2}{M_1 + M_2}, \quad \mu_i = \frac{m_i}{M_1 + M_2}, \quad i = 1, 2 \quad (28)$$

Sejam no sistema girante de coordenadas (x, y, z) as coordenadas dos corpos dadas por $(-\mu, 0, 0)$ e $(1 - \mu, 0, 0)$ para o primário e secundário respectivamente e (x_1, y_1, z_1) e (x_2, y_2, z_2) para as partículas de massa m_1 e m_2 respectivamente.

Figura 7 – Problema Restrito de 2+2 Corpos



Fonte: Kanaan, Farrelly e Lanchares (2018)

Dessa forma as equações de movimento para as partículas são (WHIPPLE, 1984):

$$\begin{aligned}\ddot{x}_i - 2\dot{y}_i &= \frac{1}{\mu_i} \frac{\partial U}{\partial x_i} \\ \ddot{y}_i + 2\dot{x}_i &= \frac{1}{\mu_i} \frac{\partial U}{\partial y_i} \\ \ddot{z}_i &= \frac{1}{\mu_i} \frac{\partial U}{\partial z_i}\end{aligned}\tag{29}$$

Onde o potencial efetivo U é definido por:

$$U = \sum_{i=1}^2 \mu_i \left(\frac{x_i^2 + y_i^2}{2} + \frac{1-\mu}{r_{1i}} + \frac{\mu}{r_{2i}} + \frac{\mu_1}{r} + \frac{\mu_2}{r} \right)\tag{30}$$

Onde:

$$r_{1i} = \sqrt{(x_i + \mu)^2 + y_i^2 + z_i^2}\tag{31}$$

$$r_{2i} = \sqrt{(x_i - 1 + \mu)^2 + y_i^2 + z_i^2}\tag{32}$$

$$r = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}\tag{33}$$

2.3.1 O *tether*

Este trabalho, como já foi mencionado, traz um modelo de efetivação de captura que consiste de uma sonda dotada de uma haste (*tether*) que se liga ao asteroide e o traz para uma órbita próxima a Lua. Em momento oportuno se desfaz a ligação entre as partículas e através de trocas de energia o asteroide é capturado pela Lua e a sonda é reinserida em espaço profundo para reutilização. Esse trabalho propôs a verificação do método proposto por Vieira Neto e Sfair (2017) e a otimização dos parâmetros do problema através de um método de otimização (PSO), assim certos aspectos como formato e material do *tether* não foram levados em consideração, uma vez que esse é um estudo teórico do método de aquisição orbital. Nesse trabalho, as simulações numéricas são realizadas utilizando

um *tether* de massa desprezível. O *tether* nesse trabalho é tratado também como uma mola rígida cuja constante de restituição elástica vale 1×10^6 N/m. Nas simulações o asteroide e a sonda foram ambos simulados com massa de 1×10^3 kg e raio de 10 m ambos. Nas simulações sonda e asteroide se encontram inicialmente ligados pelo *tether* e com velocidade relativa entre eles igual à zero. A posição e velocidades iniciais são tais que eles se encontram em trajetória de captura gravitacional ao redor da Lua. Iniciada a simulação, o par passa a girar devido a força de tensão do *tether* e interações gravitacionais com a Terra e a Lua. Em um instante oportuno é realizada a ruptura do par, ou seja, a sonda com o *tether* é separada do asteroide, assim ocorre a ruptura da ligação do par sonda-asteroide, tal ruptura proporcionará trocas de energias entre sonda e asteroide de modo que o asteroide perca energia e fique permanentemente capturado pela Lua. A sonda ganhará energia e será reinserida em outra trajetória onde ela poderá ser reutilizada. A partir desse instante não é mais considerada na simulação a força de tensão devido ao *tether*, já que não há mais ligação entre sonda e asteroide. Assim, além de sofrer interações gravitacionais mútuas e com os primários, considera-se a ligação entre as partículas através do *tether* para modelar o par. O *tether* é uma haste formada por mola rígida cuja força de tenção fica definida (VIEIRA NETO; SFAIR, 2017) como:

$$\vec{T} = -Kd \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|} \quad (34)$$

onde, conforme Figura 7 define-se $\vec{r}_1$ e $\vec{r}_2$ como os vetores posição das partículas à origem, coincidente com o centro de massa do sistema, cujo módulo é dado por:

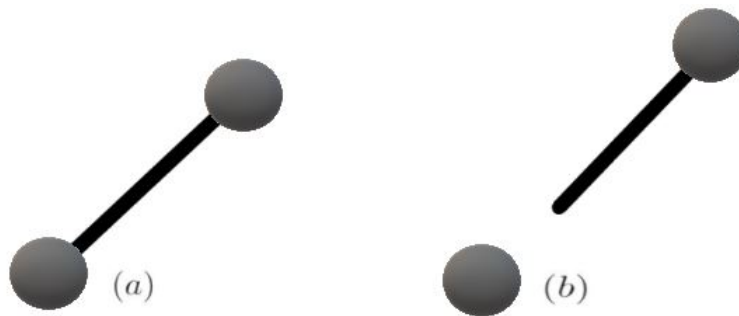
$$r_1 = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \quad (35)$$

$$r_2 = \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2} \quad (36)$$

Na equação 34 considera-se K como o coeficiente de restituição da mola e d como o tamanho do *tether*, que é equivalente a situação de equilíbrio da mola.

Um esquema da montagem do par pode ser visto na Figura 8, onde se apresenta as partículas inicialmente ligadas e também após se romper a ligação entre elas pelo *tether*:

Figura 8 – Ruptura do *tether*: antes(a) / após(b)

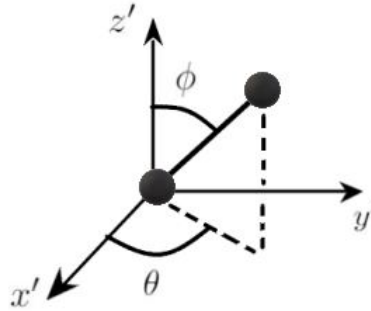


Fonte: Produção do Próprio Autor

Seja um eixo de coordenadas (x', y', z') com a origem fixa em uma das partículas e paralelo ao eixo de coordenadas inercial (ξ, η, ζ) . A geometria do par sonda asteroide é disposta segundo os ângulos θ

(ângulo azimutal) e ϕ (ângulo zenital). Estes ângulos descrevem a geometria do par de maneira que θ está sobre o plano $x'y'$, 0° graus no eixo x' , e ϕ apresenta 0° graus no eixo z' e 180° graus em $-z'$ conforme pode-se ver na Figura 9.

Figura 9 – Geometria sonda-asteroide



Fonte: Produção do Próprio Autor

2.4 PARTICLE SWARM OPTIMIZATION (PSO)

Para encontrar os melhores parâmetros de forma a obter a efetivação da captura do asteroide em torno da Lua foi usado o método de otimização chamado *Particle Swarm Optimization* (PSO). O PSO é um algoritmo para otimização de problemas não-lineares com vínculos. Esta é uma técnica de algoritmo genético desenvolvida por Eberhart e Kennedy (EBERHART; KENNEDY, 1995). Do inglês *Swarm* significa enxame, Eberhart e Kennedy (1995) propuseram o método de otimização PSO baseando-se na organização e interação social coletiva de animais que se organizam em enxames. Em seu trabalho, eles fazem referência a um enxame de abelhas dada sua organização em enxame pela busca de pólen. Os autores enaltecem o caráter organizacional do enxame, onde cada abelha apresenta sua responsabilidade individual na busca pelo pólen mas também apresentam o caráter coletivo onde uma abelha comunica a outra a região onde é encontrado o melhor pólen.

Na técnica *Particle Swarm Optimization* o enxame proposto por Eberhart e Kennedy (1995) é constituído de partículas, que são as condições de teste do algoritmo. Essas partículas “percorrem” o espaço de soluções possíveis do problema de forma a encontrar o melhor valor (o valor ótimo) de uma certa função chamada de função objetivo. Nesse trabalho o enxame de partículas é constituído de 100 partículas.

Nesse trabalho as partículas são inicializadas aleatoriamente e calcula-se a imagem correspondente a cada partícula dada a função objetivo. Nas iterações seguintes dentro da rotina do programa é realizada a atualização da posição e velocidade das partículas a cada iteração, onde a posição da partícula deve sempre respeitar às restrições da função quando essas existem. Essa atualização é feita conforme as equações 37 e 38.

$$V_{id} = w \times V_{id}^- + c_1 \times (p_{id} - x_{id}^-) + c_2 \times (p_{gd} - x_{id}^-) \quad (37)$$

$$x_{id} = x_{id}^- + V_{id} \quad (38)$$

A equação 37 calcula a nova velocidade para a partícula e é constituída de três termos:

1. $w \times V_{id}^-$ onde w é um número chamado de peso de inércia e V_{id}^- é a velocidade da partícula na iteração anterior.
2. $c_1 \times (p_{id} - x_{id}^-)$ onde c_1 é um número, (p_{id}) é a posição da partícula onde ela atingiu seu melhor ponto local de otimização da função objetivo e x_{id}^- é a posição da partícula na iteração anterior.
3. $c_2 \times (p_{gd} - x_{id}^-)$ onde c_2 é um número, (p_{gd}) é a posição da partícula que melhor otimizou a função objetivo dentre todas as partículas e x_{id}^- é a posição da partícula na iteração anterior.

Os números c_1 e c_2 são gerados aleatoriamente e utiliza-se também o numero w chamado de peso de inércia, sendo que os três números devem possuir valor de 0 a 1. Nesse trabalho w foi mantido igual a 0,7 em todas as iterações. A equação 38 faz a atualização da posição da partícula dentro do espaço de soluções do problema onde x_{id}^- é a posição da partícula na iteração anterior e V_{id} é a velocidade da partícula calculada na atual iteração.

Os problemas de otimização com vínculos são constituídos basicamente por um conjunto de variáveis, uma função objetivo que se deseja otimizar e um conjunto de restrições que delimitam uma região possível para as variáveis. Hu e Eberhart (2002) definem o algoritmo do método *Particle Swarm Optimization* da seguinte maneira:

Figura 10 – Algoritmo PSO

```

For each particle {
  Do {
    Initialize particle
  } While particle is in the feasible space (i.e. it satisfies all the
  constraints)
}

Do {
  For each particle {
    Calculate fitness value
    If the fitness value is better than the best fitness value (pBest)
    in history AND the particle is in the feasible space, set current
    value as the new pBest
  }
  Choose the particle with the best fitness value of all the particles as
  the gBest
  For each particle {
    Calculate particle velocity according equation (a)
    Update particle position according equation (b)
  }
} While maximum iterations or minimum error criteria is not attained

```

Fonte: Hu e Eberhart (2002)

Nesse trabalho para garantir a captura permanente do asteroide ao redor da Lua após a troca de energia com a sonda devido a ruptura do *tether* uma das funções objetivo que foi feita e deseja-se minimizar é uma combinação da Energia de Dois Corpos (C_3) com a Constante de Jacobi (C_J) do asteroide pois, quanto mais negativa é a energia de dois corpos C_3 do asteroide significa que ele está capturado pela Lua e para um C_J maior que o C_J do ponto L_1 , significa que essa captura é permanente.

3 RESULTADOS

Esse trabalho, como já mencionado, buscou realizar a efetivação da captura gravitacional de um asteroide em torno da Lua através da ruptura de um sistema binário asteroide-sonda, cuja ligação se dá por uma haste (o *tether*) (VIEIRA NETO; SFAIR, 2017). Além disso, esse trabalho buscou, utilizando o método de otimização *Particle Swarm Optimizaton* (PSO) encontrar quais seriam os melhores parâmetros do problema, como geometria da captura, tamanho e instante de ruptura do *tether*, para que essa efetivação fosse realizada.

O método (PSO), como definido na seção 2.4, é constituído por um enxame de partículas, uma função objetivo que se deseja minimizar e um conjunto de restrições que delimitam uma região possível para as variáveis dessa função. Assim, para encontrar quais seriam essas restrições, construir a função objetivo e estudar o problema proposto, aquisição de órbita por ruptura de *tether*, esse trabalho foi primeiramente realizado utilizando o método de tentativa e erro e depois, com um maior entendimento do problema e da influência dos parâmetros, foi implementado o método PSO. Portanto, essa seção mostra os resultados obtidos pelo método de tentativa e erro e pelo método de otimização PSO. É válida essa comparação pois ela revela a eficácia do método PSO frente ao método de tentativa e erro na busca de parâmetros ótimos.

Nesse trabalho as simulações numéricas foram realizadas utilizando um integrador em linguagem C que usa o método Gauss-Radau (EVERHART, 1985). Durante as simulações alguns parâmetros do problema foram mantidos constantes como massa do asteroide e sonda ambos de 1×10^3 kg, raio do asteroide e sonda ambos de 10 m. O *tether*, como já definido na seção 2.3.1, foi simulado considerando-o de massa desprezível e com constante de restituição elástica de 1×10^6 N/m. A Terra foi simulada com massa de $5,9726 \times 10^{24}$ e raio de 6378,1 km. A Lua foi simulada com massa de $7,342 \times 10^{22}$ e raio de 1738,1 km e a distância entre Terra e Lua $3,844 \times 10^5$ km. Esse sistema foi simulado por 14 dias, ou seja, dentro de 14 dias a sonda se aproxima com o asteroide ligado a ela pelo *tether*, em certo instante há a ruptura dessa ligação que deve levar à captura permanente do asteroide em torno da Lua. O passo de integração utilizado foi de 1×10^{-3} dia.

3.1 TRAJETÓRIAS DE CAPTURA

Inicialmente, buscou-se entender quais seriam as condições iniciais adequadas do asteroide para obter a captura gravitacional conforme definido no Problema Circular Restrito de Três Corpos (PCR3C). Nessa fase do trabalho simulou-se um sistema de Três Corpos, Terra, Lua e asteroide de forma a buscar pelos melhores parâmetros geométricos do problema, semi-eixo maior (a), excentricidade (e) e anomalia verdadeira (f), ou seja, estudou-se trajetórias de capturas restritas ao plano orbital do sistema Terra-Lua.

3.1.1 Condições iniciais - método tentativa e erro

Neste trabalho foram usadas as metodologias definidas no trabalho de Gaspar, Winter e Vieira Neto (2011) tais como condições iniciais primárias, condições iniciais adequadas e condições iniciais. Condições iniciais primárias são aquelas do PCR3C integradas para trás no tempo, graças a simetria do problema, de forma a obter as condições iniciais adequadas. Condições iniciais adequadas são aquelas obtidas ao se integrar para trás no tempo as condições iniciais primárias, elas são as condições iniciais do Problema Circular Restrito de Três Corpos que quando integradas no sentido usual do tempo levam a partícula, nesse caso o asteroide, a ser capturado temporariamente pela Lua e, ao se trocar o asteroide pelo sistema binário sonda-asteroide se obtém as condições iniciais. As condições iniciais são aquelas que se referem ao sistema de quatro corpos: Terra, Lua, sonda e asteroide, onde esses dois últimos estão inicialmente ligados pelo *tether*.

Assim sendo, foram simuladas trajetórias onde inicialmente o asteroide estaria orbitando a Lua e então integrou-se para trás no tempo. Tais simulações poderiam levar a três configurações finais distintas e são elas: (i) o asteroide colide com a Lua, (ii) o asteroide permanece orbitando a Lua após terminada a integração (14 dias) e (iii) o asteroide escapa da influência gravitacional da Lua deixando de orbitá-la. De forma a ilustrar os cenários (ii) e (iii) observe Figura 11. Essas simulações foram realizadas com o referencial na Lua.

Figura 11 – Trajetórias de Captura - Tentativa e erro

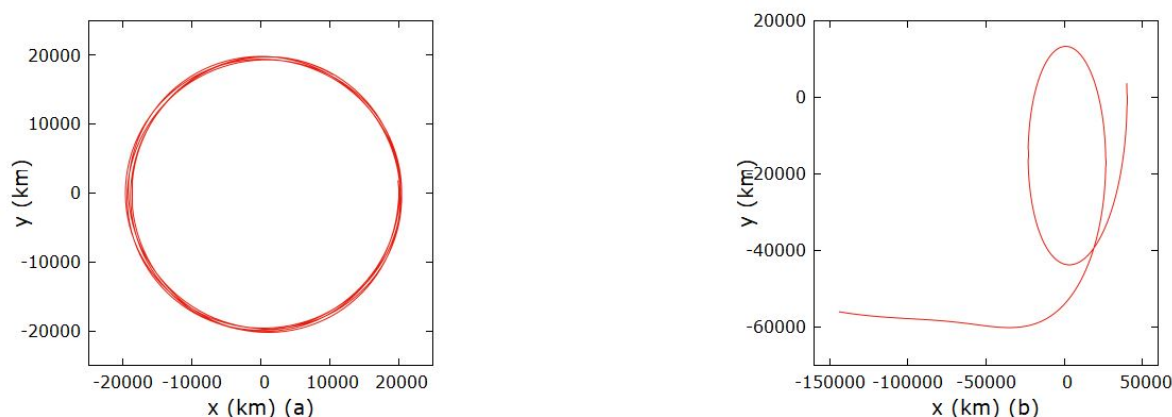


Gráfico (a): O asteroide permanece orbitando a Lua ao final da integração. Gráfico (b): O asteroide deixa de orbitar a Lua ao final da integração.

Fonte: Produção do Próprio Autor

A Figura 11 apresenta os casos em que o asteroide permanece orbitando a Lua após o terminada a integração (14 dias) (a) e o caso em que o asteroide escapa da influência gravitacional da Lua deixando de orbitá-la (b). A Figura 12 traz o valor da constante de Jacobi e energia de dois corpos para os casos (a) e (b) da Figura 11.

Figura 12 – Trajetórias de Captura - Tentativa e erro - Constantes

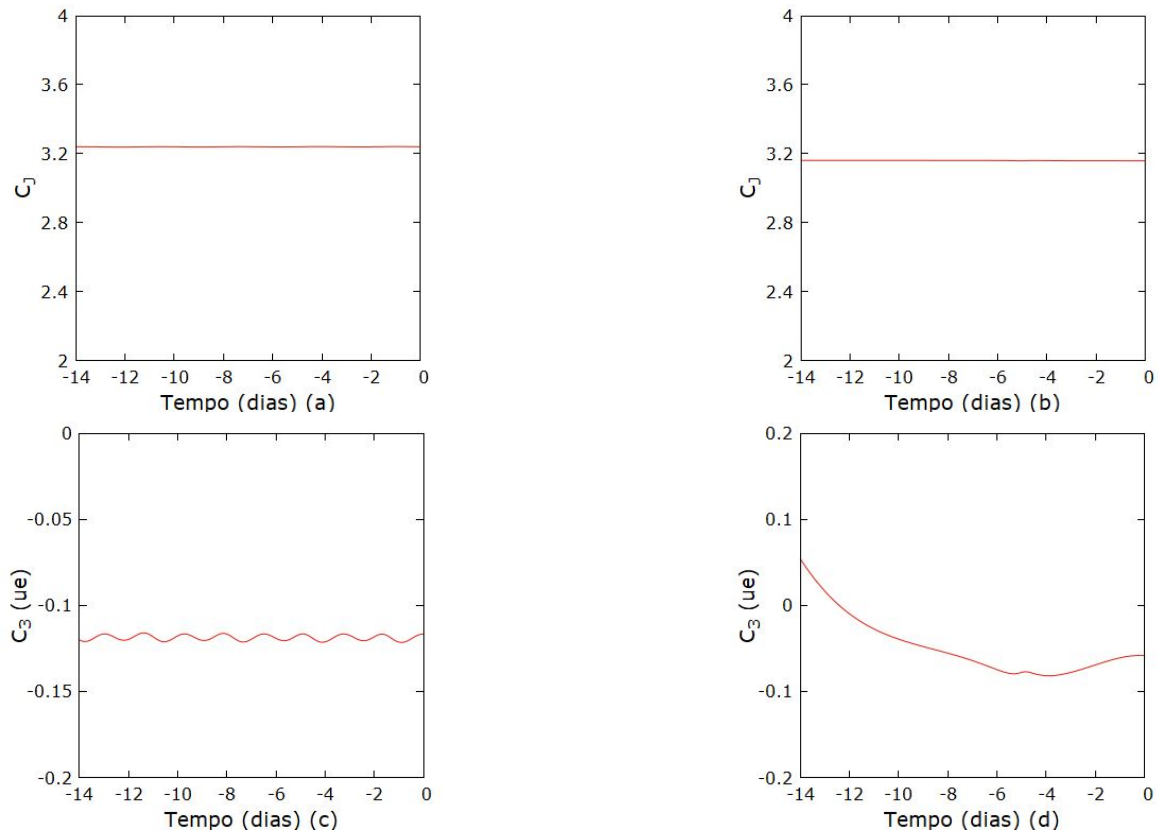


Gráfico (a): constante de Jacobi do asteroide para o caso em que ele permanece orbitando a Lua ao fim da integração. Gráfico (b) constante de Jacobi do asteroide para o caso em que ele deixa de orbitar a Lua ao fim da integração. Gráfico (c): energia de dois corpos do asteroide para o caso em que ele permanece orbitando a Lua ao fim da integração. Gráfico (d) energia de dois corpos do asteroide para o caso em que ele deixa de orbitar a Lua ao fim da integração.

Fonte: Produção do Próprio Autor

As condições iniciais primárias foram definidas em relação a Lua. As condições iniciais primárias da trajetória em que o asteroide permanece capturado são: semi-eixo maior $2,0 \times 10^4$ km, excentricidade nula, inclinação, longitude do nodo ascendente e argumento do pericentro iguais a 0° e anomalia verdadeira igual a 5° . Para a trajetória em que o asteroide deixa de orbitar a Lua ao final dos 14 dias as condições iniciais foram: semi-eixo maior $4,0 \times 10^4$ km, excentricidade nula, inclinação, longitude do nodo ascendente e argumento do pericentro iguais a 0° e anomalia verdadeira igual a 5° . É válido lembrar que como mencionado na seção 2.1.1 a energia de dois corpos C_3 é a energia da sonda e/ou asteroide em relação a Lua.

A Figura 12 mostra a Constante de Jacobi (C_J), gráfico (a), e a Energia de Dois Corpos (C_3), gráfico (c), para o caso em que o asteroide permanece capturado após a integração. Os gráficos (b) e (d) da Figura 12 trazem a Constante de Jacobi (C_J) e a Energia de Dois Corpos (C_3) para o caso em que o asteroide deixa de orbitar a Lua ao final dos 14 dias.

Os gráficos (b) e (d) trazem a constante do Problema de Dois Corpos C_3 que apresenta variações uma vez que este problema apresenta três corpos e não dois, entretanto esta constante é importante, pois é usada para verificar a captura do asteroide pela Lua através dos valores negativos de C_3 . O gráfico (a) mostra que o asteroide se encontra em uma região estável ao redor da Lua e se encontra

permanentemente capturado por ela uma vez que a Constante de Jacobi vale 3,24, valor maior que aquele do ponto de equilíbrio lagrangiano L_1 , cujo valor é 3,18. O gráfico (c) revela uma captura temporária uma vez que seu valor de C_J é 3,16 e portanto menor do daquele do ponto L_1 .

Com o estudo das condições iniciais primárias, cerca de 320 simulações desse tipo foram realizadas, foi possível obter as condições iniciais adequadas, ou seja, aquelas cujos parâmetros orbitais produzem uma trajetória de captura quando integradas no sentido usual do tempo. A Figura 13 traz as condições iniciais adequadas obtidas, sendo que em todas as simulações a inclinação, longitude do nodo ascendente e argumento do pericentro medem 0° . As condições iniciais adequadas estão referenciadas em relação a Terra.

Figura 13 – Condições iniciais adequadas - método tentativa e erro

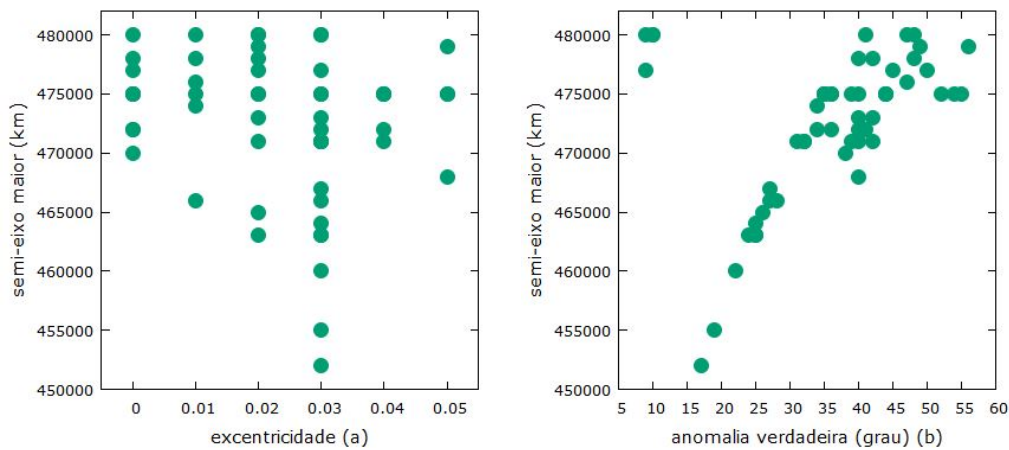


Gráfico (a): Relação entre semi-eixo maior e excentricidade das condições iniciais adequadas obtidas. Gráfico (b): Relação entre semi-eixo maior e anomalia verdadeira das condições iniciais adequadas obtidas.

Fonte: Produção do Próprio Autor

A Figura 13 trás os gráficos de excentricidade x semi-eixo maior e anomalia verdadeira x semi-eixo maior. Essas são as condições iniciais adequadas, ou seja, aquelas que após a integração produzem uma trajetória de captura. Todas as condições iniciais adequadas apresentaram inclinação, longitude do nodo ascendente e argumento do pericentro nulos. Variou-se apenas o semi-eixo maior, excentricidade e anomalia verdadeira. Os gráficos da Figura 13 mostram que as as condições iniciais adequadas que mais geram trajetórias de captura estão na região entre $4,60 \times 10^5$ km e $4,80 \times 10^5$ km para o semi-eixo maior, 0,00 e 0,03 para a excentricidade e 25° a 50° para a anomalia verdadeira. Essas condições estão referenciadas em relação a Terra.

3.1.2 Condições iniciais - método *Particle Swarm Optimization*

Como mencionado no início, este trabalho se subdividiu em dois métodos: tentativa e erro e o método de otimização *Particle Swarm Optimization*. Dessa forma nessa subseção são analisados os resultados obtidos do estudo sobre trajetórias de captura através do método PSO. Da seção 2.4 constata-se que o método PSO consiste de uma função objetivo que se deseja otimizar dentro de um certo intervalo e que pode possuir algumas restrições. A seção 2.4 explica como o método funciona e como é feita a escolha dos melhores parâmetros para otimizar a função objetivo.

Utilizando o método *Particle Swarm Optimization* a função que desejava-se minimizar para se obter trajetórias de captura é a própria Energia de dois corpos (C_3), ou seja, desejava-se encontrar as trajetórias com os valores mais negativos de C_3 ao fim da integração, pois isso significa que o asteroide está capturado pela Lua e quanto mais negativo é o C_3 mais estável tende a ser essa captura. Os parâmetros otimizados foram semi-eixo maior, excentricidade e anomalia verdadeira. Inclinação, longitude do nodo ascendente e argumento do pericentro foram mantidos a 0° em todas as simulações.

Ao se estudar trajetórias de captura utilizando primeiramente o método de tentativa e erro foi possível perceber uma região de parâmetros que mais geravam trajetórias de captura. Com isso foi possível construir as restrições que seriam utilizadas pelo método PSO. As restrições sobre esses parâmetros foram tais que eles localizassem o asteroide inicialmente fora da esfera de influência de Hill da Lua cujo raio é $5,814 \times 10^4$ km medido a partir do centro da Lua, com uma restrição adicional ao valor da excentricidade, $e \leq 0,05$.

A Figura 14 traz as condições iniciais adequadas, ou seja, aquelas que geram trajetórias de captura, utilizando o método *Particle Swarm Optimization*.

Figura 14 – Condições iniciais adequadas - método PSO

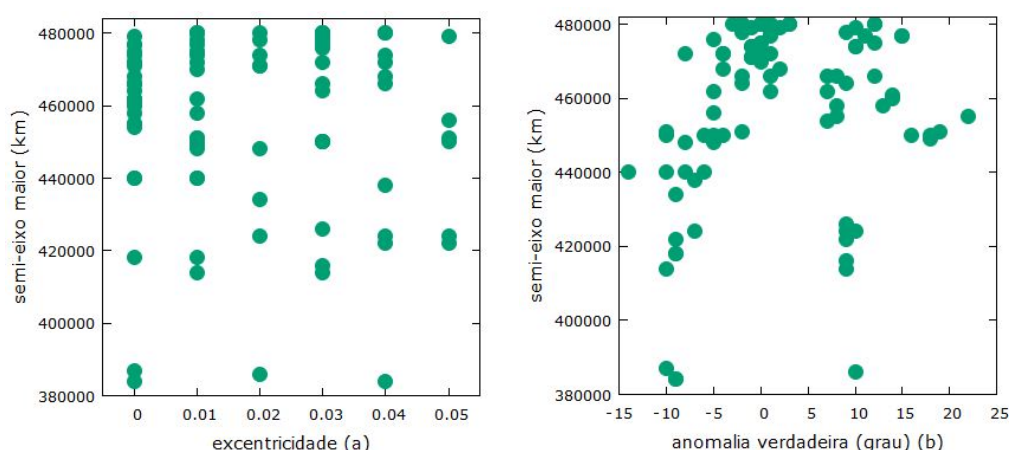


Gráfico (a): Relação entre semi-eixo maior e excentricidade das condições iniciais adequadas obtidas. Gráfico (b): Relação entre semi-eixo maior e anomalia verdadeira das condições iniciais adequadas obtidas.

Fonte: Produção do Próprio Autor

A Figura 14 traz os gráficos das condições iniciais adequadas obtidas pelo uso do método PSO. Todas as simulações foram realizadas mantendo inclinação, longitude do nodo ascendente e argumento do pericentro a 0° . Os gráficos apresentados na Figura 14 são excentricidade x semi-eixo maior e anomalia verdadeira x semi-eixo maior.

Da Figura 14 pode-se observar que os valores de semi-eixo maior mais recorrente aparecem acima de $4,40 \times 10^5$ km, quanto aos valores da excentricidade observa-se que eles situam-se preferencialmente entre 0 e 0,03. No que diz respeito a anomalia verdadeira encontrou-se que as trajetórias de captura apresentam um valor de anomalia verdadeira mais recorrente no intervalo de -10° a 10° onde os valores negativos do ângulo (f) correspondem a percorrer o eixo de coordenadas no sentido horário, ou seja, $-10^\circ = 350^\circ$, $-5^\circ = 355^\circ$, essa escolha foi tomada para que não ficasse um grande espaço vazio entre os ângulos 25° e 345° no gráfico.

Observa-se uma diferença entre os intervalos obtidos para a anomalia verdadeira pelos métodos tentativa e erro e PSO. Essa diferença se refletiu no tempo necessário para o asteroide ser capturado pela Lua. Observou-se que nas simulações realizadas através do método PSO o asteroide é capturado pela Lua mais rapidamente do que naquelas realizadas utilizando tentativa e erro. Essa diferença se deve ao fato de que o método PSO buscava minimizar C_3 do asteroide a cada instante dentro da integração. Por isso ele revela quais seriam os parâmetros que além produzir uma trajetória de captura façam com que ela ocorra mais rapidamente.

3.2 O *TETHER*

Terminado o estudo das trajetórias de captura as simulações passaram a ser realizadas considerando o sistema proposto, ou seja, nas simulações o asteroide foi substituído pelo par sonda-asteroide onde estes, como já descrito anteriormente, se encontram inicialmente ligados por uma haste (o *tether*). O problema antes do tipo PCR3C passa a ser então um Problema de $2 + 2$ Corpos.

Como já discutido, o estudo das trajetórias de captura serviu para encontrar as condições iniciais que produzem a captura gravitacional do asteroide com o menor C_3 possível. Da definição do PCR3C essa captura é temporária. Esse trabalho, como mencionado no início, busca utilizar a ruptura do *tether* para efetivar essa captura, ou seja, através de trocas de energia, tornar essa captura permanente. Assim após otimizar os parâmetros semi-eixo maior, excentricidade e anomalia verdadeira para se obter as melhores trajetórias de captura, foram otimizados outros parâmetros: comprimento do *tether* e instante de ruptura do par sonda-asteroide.

3.2.1 *Tether* - método tentativa e erro

Utilizando as condições iniciais adequadas encontradas, implementou-se nas simulações o par sonda-asteroide, ou seja, as condições iniciais agora se referem ao par. A geometria do par é descrita pelos ângulos θ e ϕ como apresentado na seção 2.3.1. Todas as simulações foram realizadas mantendo-se a massa do asteroide e da sonda a $1,0 \times 10^3$ kg e raio de 10 m para ambos, quanto a geometria do par todas as simulações foram realizadas com $\theta = 0^\circ$ e $\phi = 90^\circ$. Além disso, como definido na seção 2.3.1, o *tether* é uma haste constituída por uma mola rígida e de massa desprezível. Durante todas as simulações realizadas nesse trabalho a constante elástica do *tether* foi mantida a $1,0 \times 10^6$ N/m.

Ao realizar as simulações sabia-se previamente que os seguintes cenários poderiam ocorrer: (i) sonda e/ou asteroide colidirem com a Lua, (ii) sonda e asteroide escaparem da influência gravitacional da Lua, (iii) sonda e/ou asteroide serem temporariamente capturados pela Lua e, por fim, o cenário que deseja-se desde o princípio, (iv) o asteroide ser permanentemente capturado ($C_{J(asteroide)} > C_{J(L_1)}$) e a sonda escapar para que possa ser reutilizada em espaço profundo.

Como já mencionado, nesta parte do trabalho os parâmetros que foram variados foram o tamanho do *tether* e o tempo de ruptura deste, ou seja, o tempo dentro dos 14 dias da integração em que a ligação através da haste entre sonda e asteroide deveria ser rompida. O tamanho do *tether* foi variado de 50 km a 700 km e o instante de ruptura de 1 a 12 dias. O intervalo de tamanho para o *tether* foi escolhido de modo a verificar se seria possível encontrar algum com o tamanho inferior ao trabalho de Vieira Neto e Sfair (2017), ou seja, menor que 350 km, e portanto mais compatível com o sistema

Terra-Lua, mas também para verificar mais casos para a validação do método de aquisição de órbita por isso valores maiores de até 700 km também foram considerados. Foram realizadas cerca de 350 simulações variando os parâmetros citados: tamanho do *tether* e instante de ruptura da ligação do par. Em sua maioria as simulações realizadas produziram o seguinte cenário: sonda e/ou asteroide temporariamente capturados pela Lua. Entretanto, dentre as simulações realizadas pelo método de tentativa e erro três merecem destaque pois produziram o cenário desejado, ou seja, captura permanente do asteroide e reinserção da sonda em espaço profundo. As condições iniciais destas simulações como parâmetros orbitais, tamanho do *tether* e tempo de ruptura do par podem ser vistos na tabela 1.

A tabela 1 apresenta os valores correspondentes ao semi-eixo maior a , excentricidade e , Inclinação I , longitude do nodo ascendente Ω , argumento do pericentro ω , anomalia verdadeira f e mostra também o tamanho do *tether*, o tempo de ruptura do par e a Constante de Jacobi C_J final do asteroide. Os parâmetros orbitais estão referenciados em relação a Terra.

Tabela 1 – Condições iniciais com o *tether* - tentativa e erro

	$a(10^5 km)$	e	$I(^{\circ})$	$\Omega(^{\circ})$	$\omega(^{\circ})$	$f(^{\circ})$	$T_{tether}(10^2 km)$	$T_{ruptura}(dias)$	C_J
1	4,5	0	0	0	0	5	5	3,35	3,84
3	4,5	0	0	0	0	5	4	3,35	3,93
3	4,5	0	0	0	0	5	3	3,35	3,93

Fonte: Produção do Próprio Autor.

A Figura 15 traz os gráficos obtidos utilizando as condições iniciais presentes na linha 3 da tabela 1. Nela é possível ver as órbitas da Lua, asteroide e sonda em relação a Terra (Gráfico (a)), o gráfico da órbita do asteroide em relação a Lua (Gráfico (b)) e os gráficos das Constante de Jacobi (C_J) e Energia de Dois Corpos (C_3) (Gráficos (c) e (d) respectivamente) para o asteroide e a sonda.

Figura 15 – Órbitas e Constantes - Tentativa e erro

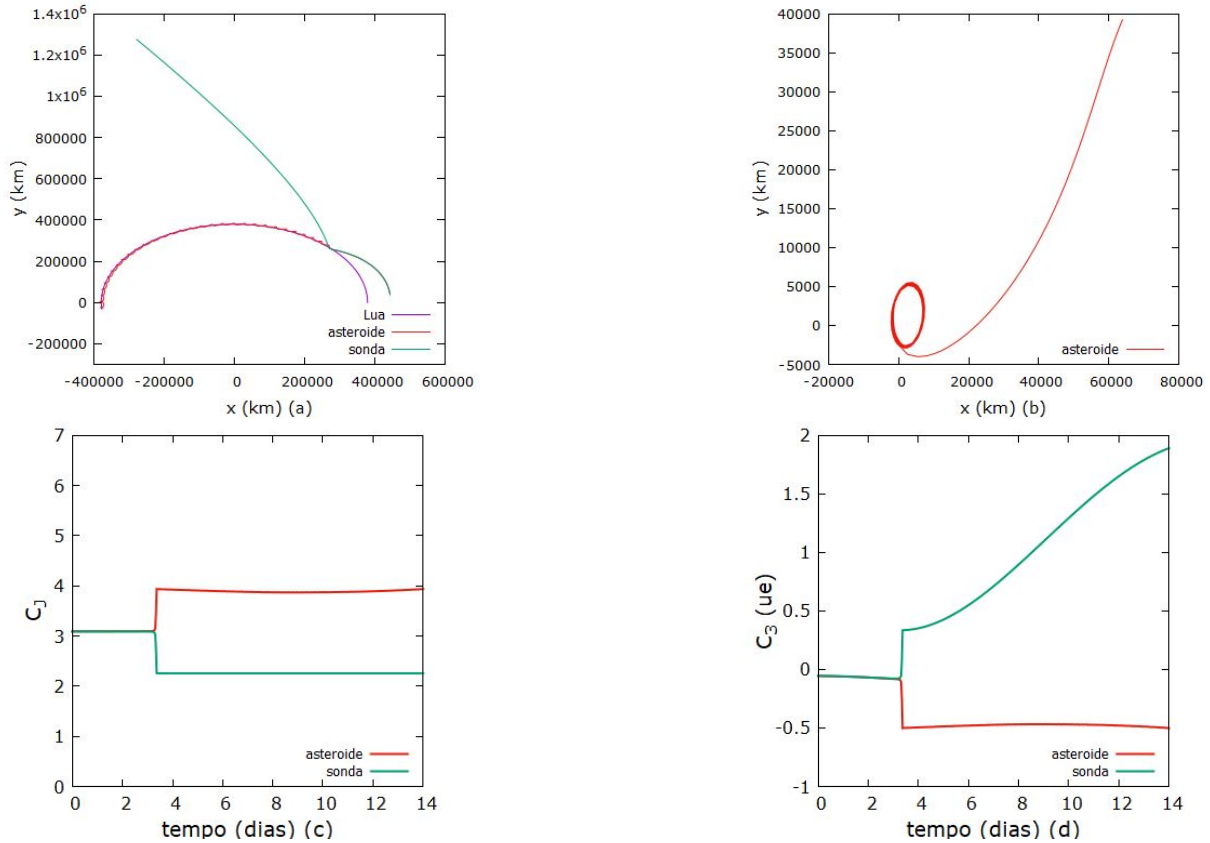


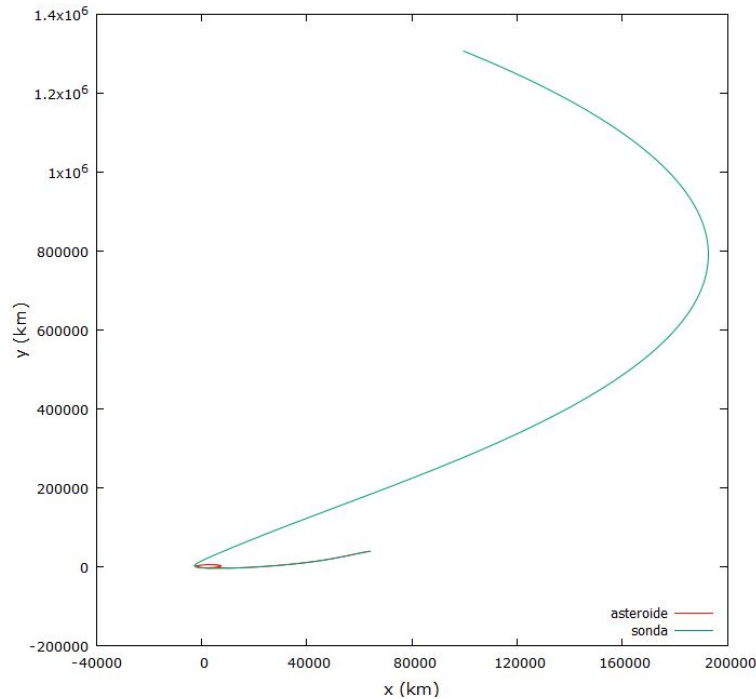
Gráfico (a): Trajetórias da Lua, sonda e asteroide em relação a Terra. Gráfico (b): Trajetória do asteroide em relação a Lua. Gráfico(c): Constante de Jacobi do asteroide e da sonda. Gráfico (d): Energia de dois do asteroide e da sonda em relação a Lua.

Fonte: Produção do Próprio Autor

Observa-se que o método proposto: aquisição de órbita por ruptura de *tether* é um método válido, pois da Figura 15 observa-se a captura permanente do asteroide em torno da Lua ($C_J = 3,93 > C_J(L1)$, ver gráfico (c)) em uma órbita estável em torno da Lua. Em relação a energia de dois corpos (C_3), gráfico (d) da Figura 15, observa-se que a energia de dois corpos do asteroide (linha vermelha) permanece negativa já que este se encontra capturado permanentemente pela Lua. A energia de dois corpos da sonda (linha verde) assume valores positivos durante a integração o que significa que esta não está mais capturada pela Lua e foi reinserida em espaço profundo o que se confirma pelo gráfico (a) da Figura 15. A energia de dois corpos está definida pela equação 8. Conforme a sonda se afasta da Lua seu valor de C_3 tende a aumentar até se estabilizar em $v^2/2$, pois o termo μ/r tende a zero para grandes distâncias, ver equação 8. Esse resultado está de acordo com aquele encontrado por Vieira Neto e Sfair (2017) e, ainda reduz em 50 km o tamanho do *tether* utilizado pelos autores mencionados, pois em seu trabalho utilizam um *tether* de 350 km, enquanto a simulação vista na Figura 15 utiliza uma haste de 300 km, o que é bom pois um *tether* de comprimento menor é mais viável de possuir aplicação tecnológica futura, além de ser mais compatível com o sistema Terra-Lua.

A Figura 16 trás o gráfico das trajetórias do asteroide e da sonda em relação a Lua que evidencia a captura do asteroide pela Lua e a reinserção da sonda em espaço profundo após a ruptura do par sonda-asteroide.

Figura 16 – Órbitas da sonda e asteroide em relação a Lua - Tentativa e erro



Fonte: Produção do Próprio Autor

Observa-se da Figura 16 que o asteroide (trajetória em vermelho) descreve uma órbita em torno da Lua, enquanto a sonda (trajetória em verde) é reinserida no espaço profundo à grande distância da Lua, o que explica a trajetória do asteroide aparecer com dimensões pequenas quando comparada a da sonda na Figura 16. Como já mencionado o gráfico com apenas a trajetória do asteroide em torno da Lua pode ser visto na Figura 15 (gráfico (b)).

3.2.2 Tether - método *Particle Swarm Optimization*

Nessa seção utilizou-se o método de otimização *Particle Swarm Optimization* para buscar os melhores comprimentos possíveis para o *tether*, bem como os melhores instantes de ruptura do par sonda-asteroide. Todas as simulações realizadas mantiveram a massa do asteroide e da sonda a $1,0 \times 10^3$ kg e raio de 10 m para ambos, quanto a geometria do par todas as simulações foram realizadas com $\theta = 0^\circ$, variou-se apenas o ângulo ϕ dessa geometria. Além disso, como definido na seção 2.3.1, o *tether* é uma haste constituída por uma mola rígida e de massa desprezível assim, durante todas as simulações realizadas nesse trabalho a constante elástica do *tether* foi mantida a $1,0 \times 10^6$ N/m.

Como definido na seção 2.4, o método PSO consiste em um enxame de partículas que buscam os melhores parâmetros para otimizar uma função, dita função objetivo. Essas partículas estão limitadas em um determinado intervalo e pode ou não haver restrições para a função. Nessa seção buscava-se otimizar a Constante de Jacobi (C_J) do asteroide, torná-la maior que a constante de Jacobi no ponto L_1 , a energia de dois corpos do asteroide, torná-la a mais negativa possível e também buscou-se otimizar o tamanho do *tether* e também o tempo de ruptura do par. Dessa forma construiu-se a seguinte função objetivo:

$$\sqrt{(100 \cdot D)^2 + (0,1 \cdot t)^2 + (1/C_J)^2} + C_3$$

Em que D é o comprimento do *tether*, t é o tempo de ruptura, C_J é a Constante de Jacobi do asteroide e C_3 é a energia de dois corpos do asteroide. Escolheu-se os pesos 100 e 0,1 para o comprimento do *tether* e o tempo de ruptura respectivamente para que estes termos da função possuísem a mesma ordem de grandeza (quando adimensionalizados dentro da rotina utilizada) e, assim tivessem o mesmo peso na busca da otimização; estes termos apresentavam também uma ordem de grandeza inferior ao termo $1/C_J$, de forma que o termo de maior peso dentro da função fossem o C_J e o C_3 do asteroide, ou seja, na busca pelos melhores parâmetros o método PSO priorizou aqueles que geravam o maior C_J (menor $1/C_J$) e menor C_3 possível e então em ordem inferior prioriza-se reduzir o tamanho e tempo de ruptura do *tether*.

As limitações utilizadas se deram quanto ao tamanho e o instante de ruptura do *tether*. Quanto ao tamanho do *tether* (D) este deveria ser tal que $0 < D \leq 700$ km. Quanto ao tempo de ruptura (t) este deveria ser tal que $1 \leq t \leq 12,00$ dias. O intervalo de tamanho para o *tether* foi escolhido de modo a verificar se seria possível encontrar algum com o tamanho inferior ao trabalho de Vieira Neto e Sfair (2017), ou seja, menor que 350 km, e portanto mais compatível com o sistema Terra-Lua, mas também para verificar mais casos para a validação do método de aquisição de órbita por isso valores maiores de até 700 km também foram considerados.

Assim como por tentativa e erro, sabia-se previamente que utilizando o método PSO para decidir pelos melhores tamanho e instante de ruptura do *tether* e realizar as simulações os seguintes cenários poderiam ocorrer: (i) sonda e/ou asteroide colidirem com a Lua, (ii) sonda e asteroide escaparem da influência gravitacional da Lua, (iii) sonda e/ou asteroide serem temporariamente capturados pela Lua e, por fim, o cenário que deseja-se desde o princípio o (iv) asteroide ser permanentemente capturado e a sonda escapar para que possa ser reutilizada em espaço profundo.

Utilizando o método de otimização PSO foram feitas cerca de 300 simulações variando os parâmetros citados: tamanho do *tether* e instante de ruptura do par. Em sua maioria as simulações realizadas produziram o seguinte cenário: sonda e/ou asteroide temporariamente capturados pela Lua. Entretanto, dentre as simulações realizadas utilizando o PSO as seguintes merecem destaque (ver tabela 2) pois produziram o cenário desejado, ou seja, captura permanente do asteroide e reinserção da sonda em espaço profundo. As condições iniciais destas simulações como parâmetros orbitais, tamanho do *tether* e tempo de ruptura do par podem ser vistos na tabela 2.

A tabela 2 apresenta os valores correspondentes ao semi-eixo maior a , excentricidade e , Inclinação I , longitude do nodo ascendente Ω , argumento do pericentro ω , anomalia verdadeira f , o ângulo ϕ referente a geometria do par e mostra o tamanho do *tether*, o tempo de ruptura do par e a Constante de Jacobi C_J final do asteroide. Os parâmetros orbitais estão referenciados em relação a Terra.

A tabela 2 mostra as condições iniciais de simulações de sucesso obtidas pelo método de otimização PSO. A tabela está organizada em ordem crescente com o tamanho do *tether*. Vê-se uma diferença discrepante entre a tabela 2 (26 simulações) e a tabela 1 (3 simulações), entre outras coisas isso se deve ao fato do método PSO ser assertivo, ágil e prático na busca por parâmetros que otimizem uma determinada função objetivo. Dada a agilidade do método pôde-se simular trajetórias com inclinação,

longitude do nodo ascendente e argumento do pericentro diferentes de zero o que levou a ainda mais resultados. Variou-se também o ângulo ϕ referente a geometria do par sonda-asteroide. A linha 1 da tabela 2 traz os parâmetros de uma simulação com comprimento do *tether* de 75 km. Isso mostra que o método de aquisição de órbita proposto por Vieira Neto e Sfair (2017) é possível com um *tether* cujo tamanho é cerca de 79% menor em relação àquele proposto por eles em seu trabalho. Além disso, um *tether* de comprimento menor é mais viável de possuir aplicação tecnológica futura.

Esse trabalho mostrou êxito em seus objetivos pois além de verificar a validade do método de aquisição de órbita proposto por Vieira Neto e Sfair (2017) através de 26 simulações distintas, método PS0, e 3 simulações por tentativa e erro, esse trabalho também conseguiu encontrar 1 simulação com o comprimento do *tether* inferior a 350 km por tentativa e erro e 17 simulações utilizando o método *Particle Swarm Optimization* com o comprimento do *tether* inferior a 350 km. Isso não apenas corrobora a efetividade do método, como também enfatiza que uma busca adequada na região de parâmetros do problema pode levar a encontrar valores plausíveis para a realização desse método visando a exploração e mineração do asteroide.

Tabela 2 – Condições iniciais com o *tether* - PSO

	$a(10^5 km)$	e	$I(^{\circ})$	$\Omega(^{\circ})$	$\omega(^{\circ})$	$f(^{\circ})$	$\phi(^{\circ})$	$Tether(10^2 km)$	$T_{ruptura}(dias)$	C_J
1	4,43	0,04	10	0	0	0	90	0,75	2,02	3,21
2	4,00	0,01	5	0	0	7	0	0,94	1,99	3,21
3	4,00	0,01	5	0	0	7	0	1	1,99	3,22
4	4,43	0,04	10	0	0	0	0	1	2,03	3,21
5	4,00	0,02	5	0	7	0	90	1	2,08	3,20
6	4,50	0,00	0	0	0	7	90	1,55	3,41	3,61
7	4,50	0,04	5	5	5	0	90	1,68	3,45	3,23
8	4,00	0,02	5	0	7	0	90	1,78	2,08	3,20
9	4,43	0,03	10	0	0	0	0	1,80	2,58	3,22
10	4,50	0,00	0	0	0	7	90	1,87	3,41	3,70
11	4,50	0,04	5	10	0	0	90	2	3,42	3,27
12	4,43	0,03	10	0	0	0	90	2	2,56	3,25
13	4,50	0,04	5	5	5	0	90	2	3,47	3,23
14	4,78	0,02	0	0	0	9	90	2,06	5,33	3,55
15	4,16	0,03	0	0	0	9	90	2,97	2,70	3,20
16	4,22	0,05	0	0	0	9	90	3,06	2,80	3,19
17	4,80	0,02	0	0	0	3	90	3,49	6,95	3,20
18	4,54	0,00	0	0	0	7	90	3,77	3,73	3,92
19	4,50	0,00	0	0	0	7	90	3,91	3,41	3,96
20	4,24	0,05	0	0	0	9	90	3,96	2,84	3,20
21	4,66	0,04	0	0	0	358	90	4,02	4,85	3,26
22	4,50	0,00	0	0	0	5	90	4,36	3,35	3,90
23	4,50	0,00	0	0	0	5	90	5	3,36	4,66
24	4,50	0,00	0	0	0	5	90	5,65	3,35	3,78
25	4,50	0,00	0	0	0	5	90	5,68	3,35	3,77
26	4,50	0,00	0	0	0	5	90	6,21	3,35	3,72

fonte: Produção do Próprio Autor

A Figura 17 traz os gráficos das órbitas da Lua, asteroide e sonda em relação a Terra (gráfico (a)), o

gráfico da órbita do asteroide em relação a Lua (gráfico (b)) e os gráficos das Constante de Jacobi (C_J) e Energia de Dois Corpos (C_3) do asteroide e sonda (gráficos (c) e (d) respectivamente). Os gráficos se referem a simulação presente na linha 7 da tabela 2.

Durante a realização desse trabalho observou-se que conforme diminui-se o comprimento do *tether* a órbita do asteroide em torno da Lua passa de uma órbita estável para uma órbita que precessiona, isso pode ser visto ao comparar as figuras Figura 15 e Figura 17. Na Figura 15 que mostra uma simulação realizada com o *tether* com comprimento de 300 km vê-se uma órbita estável em torno da Lua (gráfico (b) da Figura 15), já a Figura 17 que mostra uma simulação realizada com o *tether* com comprimento de 168 km vê-se que a órbita do asteroide em torno da Lua precessiona (gráfico (b) da Figura 17). Esse é mais um resultado interessante pois, além de um *tether* com comprimentos inferiores tornar viável a realização desse método, o fato da órbita precessionar significa que o asteroide apesar de estar capturado permanentemente em torno da Lua sofre perturbações devido a Terra e, portanto haverá momentos em sua trajetória que ele irá passar mais próximo da Terra o que facilitaria a entrega dos materiais minerados a ela.

Figura 17 – Orbitas e Constantes - PSO

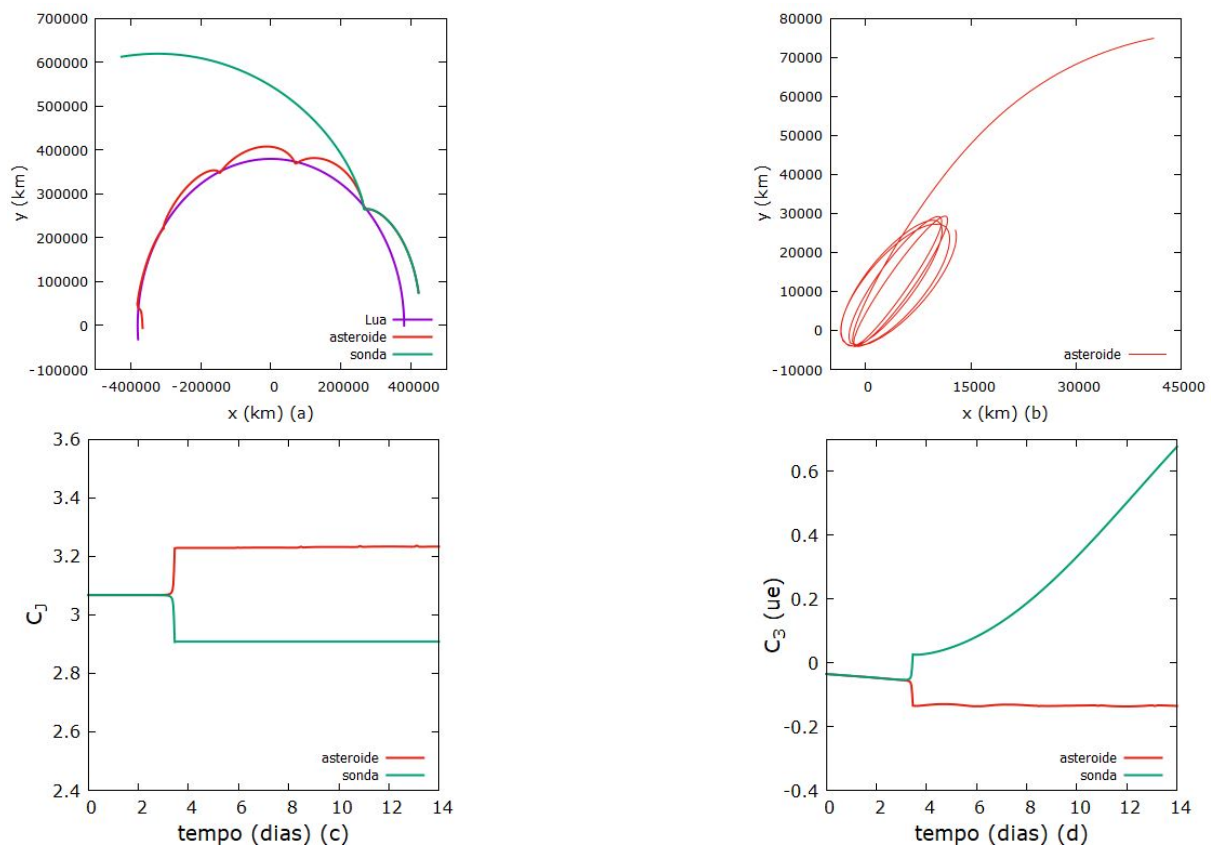
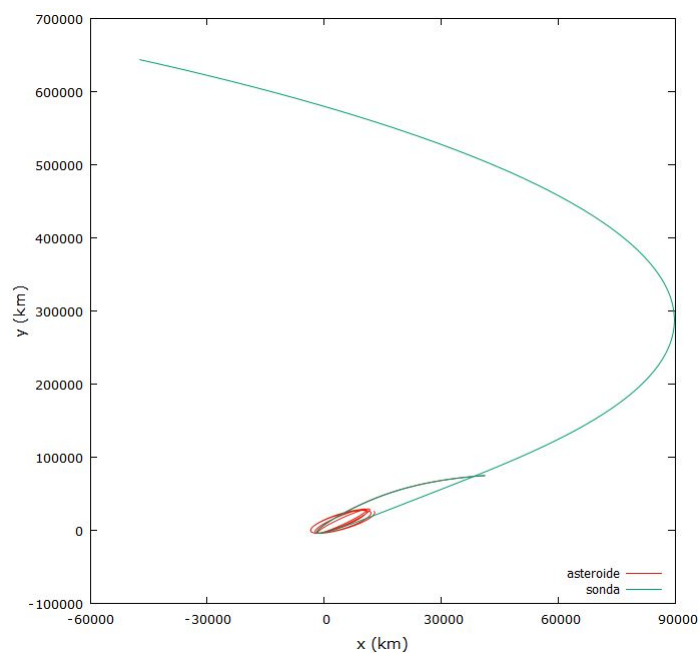


Gráfico (a): Trajetórias da Lua, sonda e asteroide em relação a Terra. Gráfico (b): Trajetória do asteroide em relação a Lua. Gráfico(c): Constante de Jacobi do asteroide e da sonda. Gráfico (d): Energia de dois do asteroide e da sonda em relação a Lua.

Fonte: Produção do Próprio Autor

A Figura 18 trás o gráfico das trajetórias do asteroide e da sonda em relação a Lua e evidencia a captura do asteroide pela Lua e a reinserção da sonda em espaço profundo após a ruptura do par sonda-asteroide.

Figura 18 – Órbitas da sonda e asteroide em relação a Lua - PSO



Fonte: Produção do Próprio Autor

Observa-se da Figura 18 que o asteroide (trajetória em vermelho) descreve uma órbita em torno da Lua, enquanto a sonda (trajetória em verde) é reinserida no espaço profundo à grande distância da Lua, o que justifica a pequena dimensão da trajetória do asteroide quando comparada a da sonda (Figura 18). Como já mencionado o gráfico com apenas a trajetória do asteroide em torno da Lua pode ser visto na Figura 17 (gráfico (b)).

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esse trabalho se empenhou em revisitar o trabalho realizado por Vieira Neto e Sfair (2017) onde se propõe o método de aquisição de órbita por ruptura de *tether*. Observou-se no trabalho dos autores que esta manobra possui diversos parâmetros que devem ser considerados como geometria do sistema, posição do asteroide em relação à sonda, comprimento do *tether*, instante de ruptura entre outros.

Assim, além de revisitar o trabalho de Vieira Neto e Sfair (2017) este trabalho de graduação se propôs a realizar uma busca pelos melhores parâmetros do problema. Os parâmetros que foram otimizados nesse trabalho foram semi-eixo maior, excentricidade e anomalia verdadeira do par de forma a produzir melhores trajetórias de captura e também otimizou-se o comprimento do *tether* e o instante de ruptura da ligação entre sonda e asteroide através do *tether*. A busca pelos parâmetros ótimos foi realizada primeiramente através de tentativa e erro para que se pudesse conhecer as limitações desses parâmetros e relação deles com o cenário final das simulações. Em seguida, buscou-se os parâmetros ótimos utilizando o método de otimização *Particle Swarm Optimization* (PSO). Os parâmetros estudados, como já mencionado, foram a geometria do problema, onde priorizou-se o estudo do semi-eixo maior (a), excentricidade (e) e anomalia verdadeira (f), porém alguns testes foram realizados variando-se inclinação (I), longitude do nodo ascendente (Ω) e argumento do pericentro (ω) utilizando o método PSO. O estudo da geometria foi realizado ao se buscar pelas melhores trajetórias de captura, ou seja, aquelas que ao final da integração apresentam a menor energia de dois corpos C_3 . Após encontrados os melhores parâmetros da geometria do problema, através de tentativa e erro e do método PSO, passou-se a estudar os seguintes parâmetros: comprimento do *tether* e instante de ruptura do par sonda-asteroide.

Esse trabalho mostrou êxito em seus objetivos pois além de verificar a validade do método de aquisição de órbita proposto por Vieira Neto e Sfair (2017) através de 26 simulações distintas, método PSO, e 3 simulações por tentativa e erro, conseguiu encontrar 1 simulação com o comprimento do *tether* inferior a 350 km por tentativa e erro e 17 simulações utilizando o método *Particle Swarm Optimization* com o comprimento do *tether* inferior a 350 km, valor utilizado pelos autores mencionados. Esse é um estudo teórico que visa dar suporte para futura aplicação tecnológica do método de aquisição de órbita, assim um dos parâmetros que mais traz desafio tecnológico é o tamanho do *tether*, pois para sua produção quanto menor ele for melhor é. Esse trabalho mostrou que utilizando o método PSO é possível encontrar um *tether* de comprimento mais viável para aplicação tecnológica. Isso não apenas corrobora a efetividade do método de aquisição de órbita e do método PSO, como também enfatiza que uma busca adequada na região de parâmetros do problema leva a encontrar valores mais combatíveis do comprimento do *tether* com o sistema Terra-Lua para a realização dessa manobra que visa a exploração e mineração de asteroides.

Em continuidade a esse trabalho, trabalhos futuros podem ser realizados ao se fazer o estudo de outros parâmetros do problema, como por exemplo, variar as massas da sonda e do asteroide, implementar um *tether* com massa entre outros parâmetros. Como já mencionado, nesse trabalho todas as simulações foram realizadas considerando asteroide e sonda com massa de 1×10^3 kg e um

tether de massa desprezível. Pode-se também ser realizar esse estudo utilizando parâmetros diferentes dentro do método PSO, ou seja, utilizar outros valores para os coeficientes w , c_1 e c_2 do método de otimização. Nesse trabalho w foi fixado com o valor de 0,7 e c_1 e c_2 eram gerados aleatoriamente dentro das simulações, assim poderia-se pensar em um trabalho futuro em que w também varie. Foi visto que a ruptura do *tether* produz trocas de energia que levam à alteração da trajetória de um corpo, assim poderia ser realizado um trabalho onde se propõe que uma sonda dotada de *tether* se ligue a um asteroide em rota de colisão com a Terra através do *tether* e, que em um determinado momento ao se romper essa ligação o asteroide ganhe energia e tenha sua trajetória alterada para longe da Terra.

REFERÊNCIAS

- BELBRUNO, E. Lunar capture orbits, a method of constructing earth moon trajectories and the lunar gas mission. In: INTERNATIONAL ELECTRIC PROPULSION CONFERENCE, XIX., 1987, Reston. **Proceedings...** Reston: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1987. p. 1054.
- BELBRUNO, E. Examples of the nonlinear dynamics of ballistic capture and escape in the earth-moon system. In: ASTRODYNAMICS CONFERENCE, XII., 1990, Portland. **Proceedings...** Portland: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1990. p. 2896.
- BELBRUNO, E. Ballistic lunar capture transfers using the fuzzy boundary and solar perturbations: a survey. **Journal of the British Interplanetary Society**, British Interplanetary Society, London, v. 47, p. 73–80, 1994.
- BELBRUNO, E. Low energy trajectories and chaos: applications to astrodynamics and dynamical astronomy. **Annals of the New York Academy of Sciences**, Wiley Online Library, New York, v. 1065, n. 1, p. 1–14, 2005.
- BELBRUNO, E. A.; MILLER, J. K. Sun-perturbed earth-to-moon transfers with ballistic capture. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Reston, v. 16, n. 4, p. 770–775, 1993.
- BLAIR, B. R. The role of near-earth asteroids in long-term platinum supply. In: SPACE RESOURCES ROUNDTABLE, II., 2000, Golden. **Proceedings...** Golden: Citeseer, 2000. p. 1–15.
- COOPER, G. et al. Carbonaceous meteorites as a source of sugar-related organic compounds for the early earth. **Nature**, Nature Publishing Group, London, UK, v. 414, n. 6866, p. 879, 2001.
- DEMEO, F. E.; CARRY, B. Solar system evolution from compositional mapping of the asteroid belt. **Nature**, Nature Publishing Group, London, v. 505, n. 7485, p. 629–634, 2014.
- EBERHART, R.; KENNEDY, J. A new optimizer using particle swarm theory. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON MICRO MACHINE AND HUMAN SCIENCE, VI., 1995, Nagoya. **Proceedings...** Nagoya: Ieee, 1995. p. 39–43.
- EVERHART, E. An efficient integrator that uses gauss-radau spacings. In: INTERNATIONAL ASTRONOMICAL UNION COLLOQUIUM, LXXXIII., 1985, Rome. **Proceedings...** Dordrecht: D. Reidel Publishing Company, 1985. p. 185–202.
- GASPAR, H.; WINTER, O.; VIEIRA NETO, E. Irregular satellites of jupiter: capture configurations of binary-asteroids. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, Oxford, UK, v. 415, n. 3, p. 1999–2008, 2011.
- HOHMANN, W. **The attainability of heavenly bodies**. Washington, USA: National Aeronautics and Space Administration, 1960.
- HOPF, E. Zwei sätze über den wahrscheinlichen verlauf der bewegungen dynamischer systeme. **Mathematische Annalen**, Springer, New York, v. 103, n. 1, p. 710–719, 1930.
- HU, X.; EBERHART, R. Solving constrained nonlinear optimization problems with particle swarm optimization. In: WORLD MULTICONFERENCE ON SYSTEMICS, CYBERNETICS AND INFORMATICS, VI., 2002, Orlando, USA. **Proceedings...** Princeton, USA: Citeseer, 2002. p. 203–206.

- KANAAN, W.; FARRELLY, D.; LANCHARES, V. Satellite capture as a restricted 2+ 2 body problem. **Advances in Space Research**, Elsevier, Amsterdam, v. 61, n. 8, p. 2124–2134, 2018.
- KRISH, V.; BELBRUNO, E.; HOLLISTER, W. An investigation into critical aspects of a new form of low energy lunar transfer, the belbruno-miller trajectories. In: ASTRODYNAMICS CONFERENCE, XIII., 1992, Hilton Head Island. **Proceedings...** Reston, USA: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1992. p. 4581.
- MILLER, J. K.; BELBRUNO, E. A. A method for the construction of a lunar transfer trajectory using ballistic capture. In: ANNUAL SPACEFLIGHT MECHANICS MEETING, I., 1991, Houston, USA. **Proceedings...** Washington, USA: National Aeronautics and Space Administration, 1991. p. 97–109.
- MURRAY, C. D.; DERMOTT, S. F. **Solar system dynamics**. London, UK: Cambridge university press, 1999.
- OSSERMAN, R. Mathematics of the heavens. **Notices of the ams**, Notices of the American Mathematical Society, Providence, USA, v. 52, n. 4, p. 417–424, 2005.
- RACCA, G. D. New challenges to trajectory design by the use of electric propulsion and other new means of wandering in the solar system. **Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy**, Springer, New York, v. 85, n. 1, p. 1–24, 2003.
- SZEBEHELY, V. **Theory of orbits: the restricted problem of three bodies**. New Haven, USA: Elsevier, 1967.
- TOWNSEND, L. W. Implications of the space radiation environment for human exploration in deep space. **Radiation protection dosimetry**, Oxford University Press, Oxford, UK, v. 115, n. 1-4, p. 44–50, 2005.
- VIEIRA NETO, E.; SFAIR, R. **Aquisição de órbita utilizando ruptura de haste de sondas ligadas**. 2017. Disponível em: <www.dincon2017.com.br>. Acesso em: 20 de nov de 2019.
- WHIPPLE, A. L. Equilibrium solutions of the restricted problem of 2+ 2 bodies. **Celestial mechanics**, Springer, New York, v. 33, n. 3, p. 271–294, 1984.