



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”

Câmpus de Ilha Solteira - SP

BRUNA PARDIM ALVES

**MATHEURÍSTICA BASEADA EM BUSCA TABU  
APLICADA AO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO DA  
OPERAÇÃO DE SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE  
ENERGIA ELÉTRICA**

Ilha Solteira

2023



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”

Câmpus de Ilha Solteira - SP

BRUNA PARDIM ALVES

**MATHEURÍSTICA BASEADA EM BUSCA TABU  
APLICADA AO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO DA  
OPERAÇÃO DE SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE  
ENERGIA ELÉTRICA**

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia do Câmpus de Ilha Solteira – UNESP como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutora em Engenharia Elétrica. Especialidade: Automação.

**Prof. Dr. Rubén Augusto Romero Lázaro**  
Orientador

**Prof. Dr. Leonardo Henrique Faria Macedo Possagnolo**  
Coorientador

Ilha Solteira  
2023

FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

A474m      Alves, Bruna Pardim.  
Matheurística baseada em busca tabu aplicada ao problema de otimização da operação de sistemas de distribuição de energia elétrica / Bruna Pardim Alves. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2023  
92 f. : il.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Automação, 2023

Orientador: Rubén Augusto Romero Lázaro

Co-orientador: Leonardo Henrique Faria Macedo Possagnolo

Inclui bibliografia

1. Alocação de bancos de capacitores. 2. Busca tabu. 3. Geração distribuída. 4. Matheurística. 5. Meta-heurística. 6. Reconfiguração de sistemas de distribuição.

  
**Amanda Sertori dos Santos**

Bibliotecária - CRB/8-9061  
Seção Técnica de Referência, Atendimento ao  
Usuário e Documentação  
Diretoria Técnica de Biblioteca e Documentação

## **IMPACTO POTENCIAL DESTA PESQUISA**

A estratégia matheurística poderá oferecer às empresas de distribuição de energia elétrica uma economia de custos, tornando o sistema de distribuição mais eficiente. A população se beneficia da economia, pois haverá um aumento na disponibilidade de energia. Com isso, será viável aplicar mais recursos em iniciativas sociais.

## **POTENTIAL IMPACT OF THIS RESEARCH**

The matheuristic strategy could offer electricity distribution companies cost savings, making the distribution system more efficient. The population benefits from the economy, as there will be an increase in energy availability. This will make it possible to invest more resources in social initiatives.

**CERTIFICADO DE APROVAÇÃO**

**TÍTULO DA TESE:** MATHEURÍSTICA BASEADA EM BUSCA TABU APLICADA AO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO DA OPERAÇÃO DE SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

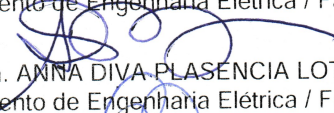
**AUTORA:** BRUNA PARDIM ALVES

**ORIENTADOR:** RUBEN AUGUSTO ROMERO LAZARO

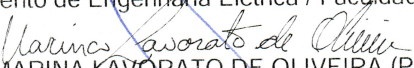
**COORIENTADOR:** LEONARDO HENRIQUE FARIA MACEDO POSSAGNOLO

Aprovada como parte das exigências para obtenção do Título de Doutora em Engenharia Elétrica,  
área: Automação pela Comissão Examinadora:

  
Prof. Dr. RUBEN AUGUSTO ROMERO LAZARO (Participação Presencial)  
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP

  
Profa. Dra. ANNA DIVA PLASENCIA LOTUFO (Participação Presencial)  
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP

  
Prof. Dr. CARLOS ROBERTO MINUSSI (Participação Presencial)  
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP

  
Prof. Dr. MARINA LAVORATO DE OLIVEIRA (Participação Virtual)  
Centro de Ciências Exatas, Ambientais e de Tecnologia / Pontifícia Universidade Católica de Campinas - PUC

Prof. Dr. CARLOS ROBERTO MENDONÇA DA ROCHA (Participação Virtual)  
Centro de Engenharias e Ciências Exatas / Universidade Estadual do Oeste do Paraná - UNIOESTE



Documento assinado digitalmente  
**CARLOS ROBERTO MENDONÇA DA ROCHA**  
Data: 31/08/2023 15:57:11-0300  
Verifique em <https://validar.it.gov.br>

Ilha Solteira, 31 de agosto de 2023

*Dedico este trabalho aos meus pais Célia e Walter, meu marido Thiago e meu filho Miguel.  
Todas pessoas de grande importância em minha vida.*

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente a Deus, por ter me dado força, saúde e sabedoria para alcançar meus objetivos.

Aos meus pais Célia e Walter pelo carinho, apoio, incentivo e dedicação para meu crescimento como pessoa.

Ao meu marido Thiago pelo amor, apoio, confiança e incentivo em todos os momentos, sem o apoio dele seria muito difícil chegar até o fim.

Ao meu filho Miguel, pois por ele tenho sempre que buscar o melhor e nunca desistir, mesmo diante dos desafios que a vida nos impõe.

Ao Prof. Dr. Rubén Augusto Romero Lázaro, por todo ensinamento, incentivo, confiança e orientação.

Ao Prof. Dr. Leonardo Henrique Faria Macedo Possagnolo pela coorientação, pelo acompanhamento, esclarecimento de dúvidas, sugestões, incentivo e todo o ensinamento.

Aos meus colegas do Laboratório de Planejamento de Sistemas de Energia Elétrica (LaP-SEE), em especial, Gabriel e Hugo pela ajuda em todos os momentos que precisei.

Caminho ao lado de pessoas incríveis que me fazem crescer e aprender cada vez mais. Agradeço a todos os familiares, amigos, professores e funcionários da FEIS-UNESP, que direta ou indiretamente contribuíram para a realização deste trabalho.

Agradeço a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoa de Nível Superior – Brasil (CAPES) pelo apoio financeiro – Código de Financiamento 001, e a Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) pelo suporte através do Projeto Temático n. 2015/21972-6.

*“Nem todos nós podemos fazer grandes coisas,  
mas podemos fazer pequenas coisas  
com muito amor.”*

***Madre Teresa de Calcutá***

## RESUMO

Com as condições de sobrecarga frequentemente enfrentadas pelo sistema de distribuição de energia elétrica, deve haver um melhor planejamento, de modo que, a rede de distribuição opere de maneira eficiente e confiável. Para realizar esse planejamento existem vários meios, como reconfiguração, alocação de capacitores e geração distribuída. Essas técnicas são vistas como problemas desafiadores e muitas vezes são utilizadas para diminuir perdas, fornecer estabilidade de tensão e diminuir custos de operação do sistema. Neste trabalho, para resolver o problema integrado de reconfiguração, alocação de bancos de capacitores fixos e chaveados e de geradores distribuídos com objetivo de minimizar o custo de operação de sistemas de distribuição de energia elétrica radiais no período de um ano, foi proposta uma matheurística, que é um método que utiliza um híbrido entre programação matemática e meta-heurísticas, uma estratégia pouco aplicada na otimização da operação de sistemas de distribuição. A matheurística proposta faz uso de um algoritmo baseado em busca tabu adicionado de um mecanismo de retorno e um modelo de programação matemática cônica de segunda ordem inteira mista com restrições de *local branching* incluídas em sua formulação para poder definir uma vizinhança adequada a ser explorada. Para fins de comparação, também são apresentados os resultados obtidos somente com a modelagem exata de programação cônica de segunda ordem inteira mista. Os programas utilizados foram desenvolvidos em linguagem AMPL e resolvidos utilizando o solver CPLEX. Os algoritmos propostos foram testados com os sistemas de 33, 69, 84 e 136 barras encontrados na literatura especializada. Na comparação entre as estratégias pode-se concluir que para sistemas menores, a matheurística encontra as mesmas soluções do modelo matemático exato. Já para os sistemas maiores, como o de 84 e 136 barras, a matheurística obteve melhores soluções com um tempo de processamento muito menor do que o modelo exato. Conclui-se, portanto, que o método pode ser uma ferramenta poderosa para resolver problemas de otimização mais complexos.

**Palavras-chave:** alocação de bancos de capacitores; busca tabu; geração distribuída; matheurística; meta-heurística; reconfiguração de sistemas de distribuição.

## ABSTRACT

With the overload conditions often faced by the electrical power distribution system, there must be better planning so that the distribution network operates efficiently and reliably. There are several ways to carry out this planning, such as by performing reconfiguration, capacitor allocation, and distributed generation allocation. These techniques are seen as challenging problems and are often used to decrease losses, provide voltage stability, and lower system operating costs. In this work, to solve the integrated problem of reconfiguration, allocation of fixed and switched capacitor banks and distributed generators to minimize the operating cost of radial electrical energy distribution systems in one year, a matheuristic was proposed, which is a method that uses a hybrid between mathematical programming and metaheuristics, a strategy little applied in the optimization of the operation of distribution systems. The proposed matheuristic makes use of an algorithm based on tabu search added with a return mechanism and a mixed-integer second-order cone mathematical programming model with *local branching* constraints included in its formulation in order to be able to define a suitable neighborhood to be explored. The results obtained with the exact mixed-integer second-order cone programming models are also presented for comparison purposes. The programs were developed in AMPL language and solved using the CPLEX solver. The proposed algorithms were tested with the systems of 33, 69, 84, and 136 buses found in the specialized literature. By comparing the strategies, it can be concluded that the matheuristic finds the same solutions as the exact mathematical model for smaller systems. For the larger systems, such as the 84 and 136 buses, the matheuristic obtained better solutions with a much shorter processing time than the exact model. It is concluded, therefore, that the method can be a powerful tool for solving complex optimization problems.

**Keywords:** allocation of capacitor banks; tabu search; distributed generation; matheuristic; metaheuristic; reconfiguration of distribution systems.

## LISTA DE FIGURAS

|          |                                                     |    |
|----------|-----------------------------------------------------|----|
| Figura 1 | Fluxograma da matheurística proposta . . . . .      | 53 |
| Figura 2 | Sistema de 33 barras (caso base) . . . . .          | 55 |
| Figura 3 | Sistema de 69 barras (caso base) . . . . .          | 57 |
| Figura 4 | Sistema de 84 barras (caso base) . . . . .          | 59 |
| Figura 5 | Perfil de tensão do sistema de 33 barras . . . . .  | 64 |
| Figura 6 | Perfil de tensão do sistema de 69 barras . . . . .  | 66 |
| Figura 7 | Perfil de tensão do sistema de 84 barras . . . . .  | 68 |
| Figura 8 | Perfil de tensão do sistema de 136 barras . . . . . | 70 |

## LISTA DE TABELAS

|           |                                                              |    |
|-----------|--------------------------------------------------------------|----|
| Tabela 1  | Matheurística (sistema de 33 barras) . . . . .               | 55 |
| Tabela 2  | Barras com menor tensão (sistema de 33 barras) . . . . .     | 56 |
| Tabela 3  | Matheurística (sistema de 69 barras) . . . . .               | 58 |
| Tabela 4  | Barras com menor tensão (sistema de 69 barras) . . . . .     | 58 |
| Tabela 5  | Matheurística (sistema de 84 barras) . . . . .               | 60 |
| Tabela 6  | Barras com menor tensão (sistema de 84 barras) . . . . .     | 60 |
| Tabela 7  | Matheurística (sistema de 136 barras) . . . . .              | 61 |
| Tabela 8  | Barras com menor tensão (sistema de 136 barras) . . . . .    | 62 |
| Tabela 9  | Comparações de estratégias (sistema de 33 barras) . . . . .  | 62 |
| Tabela 10 | Barras com menor tensão (sistema de 33 barras) . . . . .     | 63 |
| Tabela 11 | Comparações de estratégias (sistema de 69 barras) . . . . .  | 64 |
| Tabela 12 | Barras com menor tensão (sistema de 69 barras) . . . . .     | 65 |
| Tabela 13 | Comparações de estratégias (sistema de 84 barras) . . . . .  | 67 |
| Tabela 14 | Barras com menor tensão (sistema de 84 barras) . . . . .     | 67 |
| Tabela 15 | Comparações de estratégias (sistema de 136 barras) . . . . . | 69 |
| Tabela 16 | Barras com menor tensão (sistema de 136 barras) . . . . .    | 69 |
| Tabela 17 | Dados do sistema de 33 barras . . . . .                      | 83 |
| Tabela 18 | Dados do sistema de 69 barras . . . . .                      | 84 |
| Tabela 19 | Dados do sistema de 84 barras . . . . .                      | 86 |
| Tabela 20 | Dados do sistema de 136 barras . . . . .                     | 88 |

## **LISTA DE ABREVIACÕES E SIGLAS**

|          |                                                                         |
|----------|-------------------------------------------------------------------------|
| BT       | Busca tabu                                                              |
| FC       | Fluxo de carga                                                          |
| FO       | Função objetivo                                                        |
| FP       | Fluxo de potência                                                      |
| GD       | Geração distribuída                                                   |
| GDs      | Geradores distribuídos                                                 |
| MIPCSOIM | Modelo integrado de programação cônica de segunda ordem inteira mista |
| PCSOIM   | Programação cônica de segunda ordem inteira mista                     |
| PLIM     | Problema de programação linear inteira mista                           |
| PNLIM    | Problema de programação não linear inteira mista                      |
| RSDEE    | Reconfiguração de sistemas de distribução de energia elétrica       |
| SDEE     | Sistema de distribução de energia elétrica                           |

## SUMÁRIO

|            |                                                                                                                                 |           |
|------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b>   | <b>INTRODUÇÃO</b>                                                                                                               | <b>13</b> |
| <b>1.1</b> | <b>O problema de reconfiguração de sistemas de distribuição de energia elétrica</b>                                             | <b>13</b> |
| <b>1.2</b> | <b>O problema de alocação ótima de bancos de capacitores em SDEE</b>                                                            | <b>14</b> |
| <b>1.3</b> | <b>Alocação de geração distribuída em SDEE</b>                                                                                  | <b>15</b> |
| <b>1.4</b> | <b>Otimização da operação de SDEE considerando reconfiguração e alocação de capacitores</b>                                     | <b>16</b> |
| <b>1.5</b> | <b>Otimização da operação de SDEE considerando reconfiguração, alocação de capacitores e geração distribuída</b>                | <b>16</b> |
| <b>2</b>   | <b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>                                                                                                    | <b>17</b> |
| <b>2.1</b> | <b>Revisão sobre o problema de RSDEE</b>                                                                                        | <b>17</b> |
| 2.1.1      | Heurísticas aplicadas ao problema de RSDEE                                                                                      | 17        |
| 2.1.2      | Meta-heurísticas aplicadas ao problema de RSDEE                                                                                 | 18        |
| 2.1.3      | Técnicas de otimização clássicas aplicadas ao problema de RSDEE                                                                 | 19        |
| <b>2.2</b> | <b>Revisão sobre o problema de alocação ótima de bancos de capacitores em SDEE</b>                                              | <b>20</b> |
| <b>2.3</b> | <b>Abordagens simultâneas</b>                                                                                                   | <b>23</b> |
| 2.3.1      | Abordagens de otimização da operação de SDEE através de reconfiguração e de geração distribuída                                 | 23        |
| 2.3.2      | Abordagens de otimização da operação de SDEE através de reconfiguração e alocação de bancos de capacitores                      | 25        |
| 2.3.3      | Abordagens de otimização da operação de SDEE através de reconfiguração, alocação de bancos de capacitores e geração distribuída | 28        |
| <b>3</b>   | <b>MODELAGEM MATEMÁTICA DA OTIMIZAÇÃO DA OPERAÇÃO DE SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO</b>                                               | <b>32</b> |
| <b>3.1</b> | <b>Modelo matemático integrado</b>                                                                                              | <b>32</b> |
| <b>4</b>   | <b>ESTRATÉGIA MATHEURÍSTICA</b>                                                                                                 | <b>38</b> |
| <b>4.1</b> | <b>Estratégia fundamental das matheurísticas</b>                                                                                | <b>38</b> |
| <b>4.2</b> | <b>Heurísticas para programas inteiros mistos de propósito geral</b>                                                            | <b>39</b> |
| 4.2.1      | Heurísticas de mergulho                                                                                                         | 39        |
| 4.2.2      | Local branching                                                                                                                 | 39        |

|            |                                                                                                    |           |
|------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 4.2.3      | Relaxation induced neighborhood search                                                             | 40        |
| 4.2.4      | Heurísticas baseadas em decomposição                                                               | 41        |
| <b>4.3</b> | <b>Busca tabu</b>                                                                                  | <b>41</b> |
| 4.3.1      | Algoritmo busca tabu com memória de curto prazo                                                    | 42        |
| 4.3.2      | Algoritmo busca tabu com memória de longo prazo                                                    | 42        |
| 4.3.3      | Estratégias adicionais utilizadas em busca tabu                                                    | 43        |
| 4.3.4      | Uma formulação básica de busca tabu                                                                | 43        |
| 4.3.5      | Matheurísticas que utilizam busca tabu                                                             | 44        |
| <b>4.4</b> | <b>Busca tabu adaptativa</b>                                                                       | <b>44</b> |
| <b>5</b>   | <b>MATHEURÍSTICA PARA RECONFIGURAÇÃO E ALOCAÇÃO DE GERAÇÃO DISTRIBUÍDA E BANCOS DE CAPACITORES</b> | <b>46</b> |
| <b>5.1</b> | <b>Modelo de PCSOIM utilizado pela matheurística</b>                                               | <b>46</b> |
| 5.1.1      | Função objetivo modificada e restrições adicionais                                                 | 46        |
| 5.1.2      | Restrições de vizinhança                                                                           | 47        |
| 5.1.3      | Modelo completo                                                                                    | 49        |
| <b>5.2</b> | <b>Estratégia de busca tabu adaptativa utilizada</b>                                               | <b>52</b> |
| <b>5.3</b> | <b>Fluxograma</b>                                                                                  | <b>52</b> |
| <b>6</b>   | <b>TESTES COM AS PROPOSTAS DE OTIMIZAÇÃO APRESENTADAS</b>                                          | <b>54</b> |
| <b>6.1</b> | <b>Testes com a matheurística</b>                                                                  | <b>54</b> |
| 6.1.1      | Sistema de 33 barras – matheurística                                                               | 55        |
| 6.1.2      | Sistema de 69 barras – matheurística                                                               | 56        |
| 6.1.3      | Sistema de 84 barras – matheurística                                                               | 59        |
| 6.1.4      | Sistema de 136 barras – matheurística                                                              | 61        |
| <b>6.2</b> | <b>Testes para comparações entre o MIPCSOIM e a matheurística</b>                                  | <b>62</b> |
| 6.2.1      | Comparações de estratégias para o sistema de 33 barras                                             | 62        |
| 6.2.2      | Comparações de estratégias para o sistema de 69 barras                                             | 64        |
| 6.2.3      | Comparações de estratégias para o sistema de 84 barras                                             | 66        |
| 6.2.4      | Comparações de estratégias para o sistema de 136 barras                                            | 68        |
| <b>7</b>   | <b>CONCLUSÕES</b>                                                                                  | <b>71</b> |
|            | <b>REFERÊNCIAS</b>                                                                                 | <b>72</b> |
|            | <b>ANEXO A - DADOS DOS SISTEMAS TESTADOS</b>                                                       | <b>83</b> |

## 1 INTRODUÇÃO

O sistema de distribuição que opera em modo radial é o responsável por trazer energia a partir do sistema de transmissão até os consumidores. Assim, devido ao crescimento contínuo da demanda de energia elétrica, o sistema de distribuição frequentemente vem funcionando em condições de sobrecarga e para que ele opere de maneira confiável e eficiente, com baixo custo e mínimas perdas de potência foram desenvolvidas muitas estratégias válidas.

As perdas de energia são um grande problema para a operação do sistema de distribuição, pois não rendem lucros para as empresas distribuidoras e na maioria das vezes representam um dos principais fatores para poder avaliar as metodologias de planejamento de operação do sistema. Analisando a literatura especializada, pode-se afirmar que a partir das últimas décadas diversas pesquisas tem o foco na minimização das perdas do sistema de distribuição e também na estabilidade de tensão (Sambaiah; Jayabarathi, 2020). As técnicas de reconfiguração de sistemas de distribuição de energia elétrica (RSDEE), alocação de capacitores e alocação de geradores Distribuídos (GDs) em sistemas de distribuição são alguns dos principais meios para reduzir as perdas e fornecer estabilidade de tensão no sistema de distribuição de energia elétrica (SDEE).

Nos últimos anos para trazer melhores benefícios ao SDEE, essas técnicas vêm sendo propostas de maneira integrada. Um híbrido de duas ou mais abordagens pode oferecer uma solução de melhor qualidade, incorporando os benefícios de cada uma e descartando suas desvantagens (Naik; Khatod; Sharma, 2012).

Neste trabalho, para resolver simultaneamente o problema de RSDEE, alocação de capacitores (fixos e chaveados) e alocação de GDs em SDEE com objetivo de obter uma configuração radial do sistema de distribuição que apresente o menor custo de operação primeiramente é apresentado um modelo matemático completo. Além do modelo matemático e com o mesmo foco de resolver o problema integrado foi desenvolvida uma *matheurística* (*matheuristic*, em inglês), ou seja, um método híbrido baseado em busca tabu adicionado de programação matemática que explora a eficiência de técnicas clássicas de otimização e heurísticas.

### 1.1 O problema de reconfiguração de sistemas de distribuição de energia elétrica

A reconfiguração em sistemas de distribuição é uma alternativa eficaz para otimizar o sistema de distribuição radial. Ela trabalha de modo que se for fechada uma chave de seccionamento é aberta outra de maneira que seja preservada a radialidade do SDEE. O método tem sido

muito utilizado com o objetivo de encontrar uma nova topologia para o sistema que aumente a eficiência, reduza as perdas de energia e ofereça estabilidade de tensão e balanceamento de carga para o SDEE.

A RSDEE é um problema um tanto que desafiador, pois envolve variáveis de decisão contínuas e discretas, aos olhos da programação matemática ele pode ser visto como um problema não linear e não convexo (Gallego; López-Lezama; Carmona, 2022). Várias técnicas de modelagem e soluções têm sido utilizadas para resolver o problema de RSDEE. As propostas mais comuns de resolução do problema de RSDEE são por meio de heurísticas, meta-heurísticas, programação matemática e técnicas aproximadas.

Nos últimos anos o interesse em RSDEE tem aumentado consideravelmente. Merlin e Back (1975) foram os primeiros a trabalharem com esse conceito através de técnicas de otimização do tipo *branch and bound*.

## 1.2 O problema de alocação ótima de bancos de capacitores em SDEE

Os bancos de capacitores são estrategicamente instalados nas barras do sistema e podem diminuir o módulo da corrente nos ramos do sistema de distribuição (e também nas linhas de transmissão), reduzindo as perdas de potência ativa e, adicionalmente, podem corrigir o fator de potência, melhorar o perfil de tensão e aumentar a capacidade do SDEE (Gallego; Monticelli; Romero, 2001). A alocação de capacitores em SDEE é considerado um problema combinatório difícil, pois quanto maior é o sistema de distribuição mais complexo será o problema, de modo que, o número de opções que são avaliadas aumentam exponencialmente. O problema de alocação de bancos de capacitores em SDEE consiste na determinação da localização, tipo e dimensão dos capacitores a serem instalados no sistema, de modo a manter os níveis de tensão dentro dos limites definidos (Baran; Wu, 1989b).

Os bancos de capacitores podem ser fixos ou chaveados. Os capacitores fixos são aqueles que estão alocados na barra do sistema e que permanecem sempre ligados independente do nível de carregamento e os capacitores chaveados são ligados de acordo com o nível de carregamento, entram em operação apenas quando são necessários.

Assim como a RSDEE, existem desafios nas técnicas de alocação de capacitores. Para alcançar os resultados esperados, é preciso ter uma escolha adequada de unidades de capacitores, a localização a serem instalados na rede e o seu tamanho adequado. As pesquisas sobre alocação de capacitores são realizadas na maioria das vezes com objetivos de controle de tensão seguido de minimização das perdas. Pelo fato das variações contínuas de carga no SDEE levarem a uma mudança de tensão, a escolha dos capacitores não deve se basear apenas na compensação reativa fixa. O devido posicionamento dos capacitores fixos e chaveados evita a violação de tensão e faz com que as perdas diárias do sistema sejam minimizadas (Elsayed; Mishref; Farrag, 2019).

### 1.3 Alocação de geração distribuída em SDEE

Em sistemas de distribuição a Geração Distribuída nada mais é do que pequenas unidades de geração de energia elétrica diretamente conectados às redes. Geradores distribuídos de maior porte são usados em sistemas de distribuição para trazer melhoras econômicas e técnicas e os GDs de maior porte são implantados no sistema de transmissão para operações mais seguras (Afkousi-Paqaleh; Fard; Rashidinejad, 2010). Os GDs alteram os fluxos de potência nas redes de distribuição, e isso acarreta alteração das perdas no SDEE.

Pode-se classificar a GD em quatro tipos mais utilizadas com base em suas características (Hung; Mithulananthan; Bansal, 2010):

- Tipo 1: GD injeta apenas potência ativa (exemplo: Fotovoltaicas, micro turbinas, células de combustível, que são integradas à rede principal com a ajuda de conversores/inversores)
- Tipo 2: GD injeta apenas potência reativa (exemplo: compensadores síncronos, como turbinas a gás)
- Tipo 3: GD injeta potência ativa e reativa (utilizada em unidades de GD que são baseadas em máquinas síncronas como cogeração, turbina a gás, etc.)
- Tipo 4: GD injeta potência ativa, mas absorve potência reativa (se enquadra principalmente em geradores de indução usados em parques eólicos).

Geradores distribuídos também podem ser classificados como GDs despacháveis e não despacháveis. Os GDs despacháveis são baseados em fontes de energia convencionais como geradores a diesel. Os GDs não despacháveis são aquelas advindas de recurso natural primário, que dependem das condições ambientais como a energia eólica e a solar fotovoltaica, elas são diretamente injetadas na rede elétrica. Se ocorrer alguma variação na velocidade de vento ou radiação, essas precisam ser compensadas pelas fontes despacháveis.

Neste trabalho adota-se que os GDs despacháveis são baseados em máquinas síncronas e injetam potência ativa e reativa na rede, ou seja, é feito o despacho simultâneo de potência ativa e reativa. Além disso, para a operação dos geradores distribuídos são definidos limites mínimos para o fator de potência indutivo.

A inserção crescente de GDs em sistemas de distribuição traz alguns problemas e desafios como: complexidade do controle, necessidade de novos ajustes dos relés, demasiada mudança nos valores da corrente de curto-circuito, alocação e dimensionamento ótimo de GDs e a conservação da estabilidade da tensão. O nível de penetração da GD é um índice chave nos desafios anteriores. Um baixo nível de penetração (até 5%) resultará em efeitos insignificantes na rede,

mas níveis de penetração consideravelmente altos (cerca de 20% a 30% da geração total) causarão efeitos negativos perceptíveis em toda a rede (Atwa; El-Saadany, 2010; Poornazaryan *et al.*, 2016).

#### **1.4 Otimização da operação de SDEE considerando reconfiguração e alocação de capacitores**

Duas das principais alternativas para redução de perdas técnicas no sistema de distribuição são a RSDEE e a alocação de capacitores. Zhang, Fu e Zhang (2007) afirma que para algumas cargas reativas que estão elevadas no sistema, a RSDEE não reduz efetivamente as perdas de energia causadas por fluxos de potência reativa. Por sua vez, com a sobrecarga dos alimentadores, se for utilizada somente a alocação de bancos de capacitores a redução de perdas pode não ser alcançada (Dong *et al.*, 2006).

Com a combinação das duas alternativas de otimização e suas propriedades é esperado um alcance de diminuição de perdas considerável no SDEE. Na literatura são encontrados poucos trabalhos que visam a redução de perdas e custos resolvendo o problema de otimização do SDEE de forma simultânea, usando reconfiguração e alocação de bancos de capacitores.

#### **1.5 Otimização da operação de SDEE considerando reconfiguração, alocação de capacitores e geração distribuída**

A abordagem combinada do problema de reconfiguração da rede juntamente com a alocação de geradores distribuídos e capacitores é um problema combinatório complexo que envolve variáveis de controle discretas (status aberto/fechado dos ramos de ligação) e contínuas (tamanho das unidades de GD e capacitores). Assim, para encontrar uma configuração ótima, todas as topologias que são convenientes devem ser analisadas (Muthukumar; Jayalalitha, 2016). Cada uma das abordagens oferecem vantagens e desvantagens para o SDEE, mas as vantagens que cada uma oferece pode suprir as desvantagens da outra, trazendo ao final uma melhor qualidade de solução.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Na literatura, os problemas de RSDEE, alocação de bancos de capacitores fixos e/ou chaveados e alocação de geração distribuída em SDEE são tratados individualmente ou simultaneamente. Este capítulo traz uma revisão detalhada sobre cada assunto, com os problemas sendo tratados de forma individual e simultânea.

### 2.1 Revisão sobre o problema de RSDEE

Na literatura, o problema de RSDEE é estudado com o uso de heurísticas, meta-heurísticas e técnicas exatas de otimização. A seguir serão apresentadas as principais contribuições encontradas na literatura para resolver esse tipo de problema.

#### 2.1.1 Heurísticas aplicadas ao problema de RSDEE

Os primeiros a introduzir o conceito de reconfiguração de redes de distribuição foram Merlin e Back (1975). Eles utilizaram uma heurística construtiva e um algoritmo heurístico em estrutura tipo *branch and bound*, de modo que pudessem obter uma configuração para minimizar as perdas do sistema. A heurística parte de uma configuração com todas as chaves fechadas, e em cada passo, utiliza-se um método de fluxo de carga e abre-se a chave cujo ramo mantém a rede conexa e tem o menor fluxo de potência aparente. O processo é feito repetidamente até encontrar uma configuração radial. De acordo com os autores, a escolha de abrir a chave do ramo com o menor fluxo de potência perturba o mínimo possível as distribuições dos fluxos nos ramos do sistema e, assim, pode ser mantido um certo grau das perdas reduzidas de uma rede malhada.

Civanlar *et al.* (1988) utilizaram um método heurístico onde, a partir de uma configuração radial é feita a troca de ramos com o objetivo de reduzir as perdas no SDEE com base na estimativa de mudança nas perdas durante a transferência de um grupo de cargas de um alimentador para outro. Para fornecer a melhor chave que vai ser aberta ou fechada na rede de distribuição é utilizada uma expressão matemática na variação das perdas.

Shirmohammadi e Hong (1989) modificaram o método proposto por Merlin e Back (1975) considerando a redução de perdas no SDEE, incluindo restrições de limites de tensão e corrente. Eles propuseram um algoritmo heurístico construtivo (AHC) que a partir de uma rede malhada, em cada passo é calculado um fluxo de carga para sistemas fracamente malhados e o ramo a ser

aberto será aquele que cuja corrente é a menor e mantém a rede conexa.

Baran e Wu (1989a) apresentaram um método baseado no método de Civanlar *et al.* (1988), onde consideraram a redução das perdas e o balanceamento das cargas. O intuito é de aprimorar a troca de ramos utilizando dois métodos aproximados para calcular o fluxo de carga, e, assim, poder acelerar a busca pela solução ótima com diferentes graus de precisão.

Goswami e Basu (1992) desenvolveram uma heurística para reconfiguração que minimize as perdas do sistema, com o intuito de resolver o problema do método proposto por Shirmohammadi e Hong (1989), onde o padrão de fluxo ótimo é determinado para uma rede malhada. Eles consideraram a possibilidade de formar um laço por vez no sistema, portanto, o algoritmo fecha apenas uma chave de cada vez, adicionando uma malha ao sistema, que volta para a configuração radial abrindo a mesma ou outra chave no laço. O procedimento é repetido até percorrer todos os laços do sistema. Os resultados obtidos foram melhores que os encontrados em Shirmohammadi e Hong (1989).

Uma heurística contendo duas etapas foi desenvolvida por Gomes *et al.* (2005). Na primeira etapa, até obter uma configuração radial, parte-se de uma configuração malhada, e as chaves de interconexões são abertas em cada passo. A segunda etapa utiliza troca de ramos para tentar diminuir as perdas obtidas na fase construtiva.

### 2.1.2 Meta-heurísticas aplicadas ao problema de RSDEE

Chiang e Jean-Jumeau (1990) utilizaram a meta-heurística *simulated annealing* e o método da  $\varepsilon$ -restrição para otimização multiobjetivo. Eles desenvolveram uma formulação multiobjetivo para resolver o problema de RSDEE considerando o problema de redução de perdas e o balanceamento de cargas. Para reduzir as perdas e balancear as cargas, o número de operações de chaveamento é colocado como restrição no problema de RSDEE.

Nara *et al.* (1992) propuseram o primeiro método baseado em algoritmo genético para resolver o problema de RSDEE e minimizar as perdas do sistema. Eles utilizaram a representação binária para realizar a codificação, mas essa estratégia não evita a geração de topologias não radiais, o que torna a proposta um tanto ineficiente.

Uma estratégia para melhoria dos algoritmos genéticos aplicados ao problema de RSDEE foi proposto por Mendoza *et al.* (2006). O objetivo é considerar uma população inicial factível e também operadores genéticos de recombinação e mutação especializados, de tal modo que os indivíduos gerados pelo AG são factíveis em relação à topologia radial do sistema e às restrições de operação.

Um algoritmo baseado em busca tabu foi desenvolvido por Guimarães (2005) com o objetivo de aumentar a margem de segurança da rede com relação à estabilidade de tensão. O

algoritmo inicia a partir de uma solução factível obtida por Shirmohammadi e Hong (1989). Foi observado que as configurações encontradas eram melhores quando era utilizada uma solução inicial resultante de um algoritmo heurístico.

Para a minimizar as perdas do sistema Zhang, Fu e Zhang (2007) propuseram um algoritmo de busca tabu melhorado, utilizando um operador de mutação do algoritmo genético. Para reduzir o espaço de busca, a estratégia adotada utiliza uma equação de variação das perdas parecida à apresentada por Baran e Wu (1989b).

Para realizar a reconfiguração do sistema Carreno, Romero e Padilha-Feltrin (2008) utilizaram uma estratégia de modificação do algoritmo genético de Chu-Beasley. Para garantir somente a geração de soluções factíveis, o algoritmo faz uso de um operador de recombinação especializado, obtendo um espaço de busca reduzido e um bom tempo computacional.

Para minimizar de perdas do sistema Franco *et al.* (2012) apresentaram um algoritmo de busca tabu para resolver o problema de RSDEE. Foi utilizado o algoritmo de Prim (onde o custo de cada ramo é aleatório) para gerar a solução inicial. Após isso, eles estimaram a função objetivo das soluções vizinhas por meio da fórmula aproximada de Baran e Wu (1989a). A maneira de como foi avaliada a função objetivo e a técnica utilizada para redução dos vizinhos trouxe um ótimo desempenho computacional para a estratégia.

Para resolver o problema de reconfiguração no sistema de distribuição, Souza (2013) propôs uma meta-heurística GRASP com o objetivo de minimização de perdas ativas no sistema. Na estratégia proposta, com todas as chaves de interconexões do sistema de distribuição inicialmente abertas, de acordo com um índice de sensibilidade obtido através da solução de um problema de programação não linear, é fechada uma chave em cada etapa e uma solução factível é construída.

Com o objetivo de minimizar perdas e a quantidade de chaveamentos, para assim melhorar os níveis de tensão, Eldurssi e O'Connell (2015) apresentaram um algoritmo genético com mutação guiada para resolução do problema de reconfiguração de SDEE multiobjetivo.

### 2.1.3 Técnicas de otimização clássicas aplicadas ao problema de RSDEE

Merlin e Back (1975) utiliza uma técnica tipo *branch and bound* para a resolução do problema de RSDEE, resultando em uma configuração de boa qualidade. As perdas correspondentes à configuração totalmente malhada são utilizadas como limitante inferior e as perdas correspondentes da configuração radial obtida com uma heurística, são utilizadas como limitante superior.

Para resolver o problema de reconfiguração de sistemas de distribuição como um problema de transporte com custos quadráticos Glamocanin (1990) utilizou o método simplex. A estratégia parte de uma solução inicial obtida através da linearização das perdas e o método simplex é

utilizado para melhorá-la.

Uma aplicação da técnica *branch and bound* foi proposta por Momoh e Caven (2003) para o problema de reconfiguração multiobjetivo de sistemas de energia. Para aumentar a confiabilidade (analisando as contingências), equilibrar as cargas entre alimentadores com carregamentos ruins e minimizar a quantidade de operações de chaveamento, eles utilizaram programação linear em conjunto com o método de pontos interiores.

Jabr, Singh e Pal (2012) propuseram dois modelos pra resolver o problema de reconfiguração. O primeiro é o modelo convexo de programação cônica de segunda ordem inteira mista (PCSOIM) e o segundo é um modelo de programação linear inteira mista (PLIM). Na comparação entre os dois, o modelo de PCSOIM utilizado foi mais rápido para encontrar uma solução ótima factível e mais adequado para aplicações em tempo real, já o modelo de PLIM se destacou por encontrar soluções melhores para sistemas de grande porte.

Um modelo de programação linear inteira mista para resolver o problema de RSDEE e minimizar as perdas do sistema foi proposto por Borges, Franco e Rider (2014). Os testes foram realizados em sistemas de grande porte e as soluções encontradas foram iguais ou melhores se comparadas com as encontradas na literatura.

## 2.2 Revisão sobre o problema de alocação ótima de bancos de capacitores em SDEE

Nos primeiros trabalhos sobre alocação ótima de bancos de capacitores em SDEE, a maioria dos pesquisadores utilizaram o método analítico convencional em conjunto com heurísticas (Kaplan, 1984). Para lidar com o posicionamento ótimo e o problema de dimensionamento de capacitores, alguns estudos se preocuparam somente com a alocação bancos de capacitores fixos no SDEE.

Dura (1968) utilizou programação dinâmica para resolver o problema onde os tamanhos dos capacitores foram considerados como variáveis discretas. O método determina quando a operação de capacitores não é economicamente justificada.

Huang, Yang e Huang (1996) utiliza busca tabu para resolver o problema, com o objetivo de reduzir as perdas de energia no sistema e manter as magnitudes de tensão dentro dos valores máximos e mínimos permitidos. Para reduzir o espaço de busca foi utilizada uma estratégia para analisar a sensibilidade e escolher os locais candidatos para instalação dos capacitores.

Huang *et al.* (2008) considera quatro objetivos, minimizar o custo de instalação de capacitores, perdas de potência real e desvio da tensão do barramento, e maximizar a margem de capacidade dos alimentadores e do transformador. Para alcançar esses objetivos é proposto um algoritmo imunológico com dois estágios que incorpora a programação de compromisso para realizar a alocação ótima de capacitores multiobjetivos.

Sharma *et al.* (2017) utilizaram uma estratégia de busca local baseada na curva de Limaçon incorporada ao algoritmo de otimização de macaco-aranha (*spider monkey optimization*) para lidar com o problema.

Lee, Ayala e Coelho (2015) apresenta um método de alocação de capacitores que utiliza uma abordagem de otimização por enxame de partículas (*particle swarm optimization*) utilizando distribuições de probabilidade gaussiana e cauchy e também sequências caóticas para um determinado padrão de carga do SDEE.

El-Fergany (2013) utilizam busca de padrão de evolução diferencial integrada para dimensionamento ideal de capacitores, sendo que a localização é pré-definida. As barras candidatas com alto potencial são identificadas utilizando análise de fator de sensibilidade.

O método de solução de Rao, Narasimham e Ramalingaraju (2011) tem duas partes: em uma utiliza-se o método de análise de sensibilidade à perda para selecionar a barra candidata para alocar o capacitor e na segunda parte, um novo algoritmo de simulação de crescimento de planta é usado para dimensionamento dos capacitores.

Shuaib, Kalavathi e Rajan (2015) utilizam análise de sensibilidade para reduzir o espaço de busca e chegar a uma localidade precisa para os capacitores. Eles propõem uma técnica de otimização chamada *gravitational search algorithm*, para escolher os tamanhos dos capacitores a serem instalados nas barras candidatas.

Em busca de melhora dos perfis de tensão no SDEE Abdelaziz, Ali e Elazim (2016) fizeram uma análise de fatores de sensibilidade de perdas para escolha dos barramentos candidatos e em seguida empregaram um algoritmo de polinização de flores para escolher as localizações dos capacitores e seus dimensionamentos das barras escolhidas.

Sultana e Roy (2014) utilizam uma abordagem de otimização baseada em ensino-aprendizagem para alocação ótima de capacitores. A curva de carga diária é representada por um número determinado de níveis de carga.

Um novo método para a localização e dimensionamento ótimos de capacitores foi proposto por Tabatabaei e Vahidi (2011). Eles utilizam uma técnica baseada em uma tomada de decisão *fuzzy* que utiliza um novo método evolutivo conhecido como *bacteria foraging algorithm*.

Abul'Wafa (2013) utilizaram um método com dois estágios para resolver o problema de alocação de capacitores em SDEE. Primeiro é usada uma técnica de sensibilidade à perda para fazer a seleção das barras candidatas a receber capacitor, em seguida o tamanho dos capacitores é determinado simultaneamente pela otimização da equação de economia de perda em relação às correntes do capacitor.

Os bancos de capacitores chaveados também receberam alguma atenção na literatura para lidar com o posicionamento e dimensionamento de capacitores em SDEE.

Para tratar do problema de instalação de capacitores do tipo fixo e chaveado Grainger *et al.* (1984) utilizaram uma técnica iterativa baseada em busca de gradiente onde considerou-se o tamanho do capacitor e sua localização como variáveis contínuas.

Um novo método de otimização usando um algoritmo genético é proposto por Sundhararajan e Pahwa (1994) para determinar a seleção ótima de capacitores. Também é feita uma análise de sensibilidade para selecionar os locais candidatos a receberem alocação de capacitores.

Carlisle e El-Keib (2000) utilizam uma abordagem de *graph search* a fim de maximizar a economia relacionada à redução da potência de pico e perdas de energia. O método para solução considera os tamanhos dos capacitores como variáveis discretas e utilizam tamanhos padrão e custos exatos dos capacitores.

Das (2002) aplica o algoritmo genético para selecionar os valores ótimos de capacitores fixos e chaveados a serem alocados na rede de distribuição radial, são consideradas cargas variáveis, com o intuito de minimizar as perdas de energia e manter a tensão nas barras dentro dos limites pré-estabelecidos.

Das (2008) apresenta uma abordagem multiobjetivo *fuzzy* baseada em algoritmo genético. Os objetivos são a maximização da economia e a melhoria do perfil de tensão. A abordagem *fuzzy* é escolhida para considerar simultaneamente os múltiplos objetivos.

Para maximizar a economia e melhorar o perfil de tensão do SDEE Raju, Murthy e Ravindra (2012) propõem um algoritmo de busca direta que procura todas os locais possíveis para um determinado tamanho de capacitor e aloca o capacitor no barramento determinado, o que proporciona redução máxima nas perdas de potência ativa.

Para encontrar a localização ótima e os devidos tamanhos dos capacitores fixos e chaveados em SDEE com diferentes níveis de carregamento El-Fergany e Abdelaziz (2014) propõem uma abordagem baseada em *cuckoo search* que busca minimizar o custo operacional do sistema em diferentes condições de carregamento e melhorar o perfil de tensão.

Para maximizar a economia anual e minimizar a perda de energia Kannan *et al.* (2015) propõem o método de evolução diferencial e otimização por enxame de partículas para fazer o dimensionamento dos capacitores fixos e chaveados. Um conjunto de regras fornecidas pelo sistema especialista *fuzzy* é utilizado para determinar a localização que os capacitores devem ser alocados.

El-Ela *et al.* (2016) propõem um método de duas etapas para redução de perdas e melhoria do perfil de tensão do SDEE. Na primeira etapa é feita uma análise de sensibilidade usando dois índices de sensibilidade com objetivo de selecionar os barramentos candidatos. Na segunda etapa é utilizado o algoritmo de otimização por colônias de formigas para encontrar as localizações e tamanhos ótimos dos capacitores.

## 2.3 Abordagens simultâneas

Nesta seção é apresentada uma revisão de abordagens simultâneas encontradas na literatura. Primeiro, apresenta-se os trabalhos sobre a otimização da operação de SDEE por meio de reconfiguração e geração distribuída, em seguida através de reconfiguração e alocação de capacitores e finalmente através de reconfiguração, alocação de capacitores e GDs.

### 2.3.1 Abordagens de otimização da operação de SDEE através de reconfiguração e de geração distribuída

Uma abordagem de reconfiguração de rede na presença de GD utilizando algoritmo genético foi apresentada por Choi e Kim (2000), não são utilizados valores ideais para o dimensionamento e localização da GD. Os GDs são instalados nos nós de carga pesada. Quatro casos são considerados, ou seja, rede inicial com e sem GDs e rede ótima com e sem GDs.

Wu *et al.* (2010) propõe um método de reconfiguração baseado no algoritmo de colônia de formigas (ACO) que tem como objetivo alcançar perdas mínimas de potência e o fator de balanceamento de carga de incremento de redes radiais de distribuição com presença de GDs.

Rugthaicharoencheep e Sirisumrannukul (2009) utiliza um algoritmo de busca tabu para reconfigurar o sistema de distribuição enquanto é resolvido um algoritmo de fluxo de potência ótimo para despacho dos geradores distribuídos que fornece um custo total mínimo de geração.

Dois algoritmos heurísticos inspirados em fenômenos naturais são propostos por Abdelaziz *et al.* (2012). O algoritmo de colônia de formigas (*ant colony optimization*) e o algoritmo de busca harmônica (*harmony search*) são utilizados para resolver o problema de reconfiguração da rede de distribuição para redução de perdas com unidades de geração distribuída incluídas.

Com o objetivo de minimizar as perdas do sistema Rosseti *et al.* (2013) apresentou um método para alocação ótima de geração distribuída associado à reconfiguração ótima em redes radiais de distribuição utilizando um algoritmo heurístico baseado em índices de sensibilidade. Eles utilizaram a solução do fluxo de potência convencional para obter o índice de alocação de geração distribuída, além de considerar a construção de um novo ramal para conectar a GD ao sistema.

Rao *et al.* (2013) utilizam a meta-heurística de busca harmônica (*harmony search algorithm*) para reconfigurar e identificar simultaneamente os locais ideais para instalação de unidades de GD em uma rede de distribuição, considerando vários cenários. Foi utilizada uma análise de sensibilidade para identificar a localização ideal para instalação de GD.

Taher e Karimi (2014) propõem um algoritmo de fluxo de carga preciso e robusto e uma função multiobjetivo composta para realizar a reconfiguração com alocação de GD em condi-

ções balanceadas e desbalanceadas trifásicas com o objetivo de minimizar perdas, violações de tensão e fatores de desequilíbrio de tensão e corrente. O algoritmo genético é utilizado para buscar uma solução ótima.

Com o objetivo de minimizar perdas de potência e aumentar a estabilidade de tensão Imran, Kowsalya e Kothari (2014) utilizam o algoritmo *fireworks* (baseado no processo de explosão de fogos de artifício identificando a melhor localização das faíscas) para reconfigurar e alocar simultaneamente unidades de GD em uma rede de distribuição. O índice de estabilidade de tensão é usado para pré-identificar os locais ideais para a instalação de GD. Seis cenários diferentes são considerados durante o processo.

O algoritmo genético como um algoritmo meta-heurístico convencional e o método de troca de comutação melhorado como um algoritmo heurístico foram combinados por Esmaeilian e Fadaeinedjad (2015) para alcançar a configuração de perdas mínimas da rede. A reconfiguração e a alocação do GD foram feitas simultaneamente para reduzir a perda de energia, considerando a natureza variável no tempo dos diferentes tipos de carga.

Como o problema de reconfiguração é um complicado problema de otimização combinatório discreto Lotfipour e Afrakhte (2016) apresentam um algoritmo discreto de otimização baseada em ensino-aprendizagem para resolver o problema de reconfiguração do sistema de distribuição na presença de geração distribuída.

Nguyen, Truong e Phung (2016) propõem um novo algoritmo meta-heurístico de busca de cucos inspirado no parasitismo obrigatório de ninhadas de algumas espécies de cucos que põem seus ovos nos ninhos de outras aves de outras espécies. O método visa otimizar a topologia da rede e o posicionamento da geração distribuída na rede de distribuição com o objetivo de reduzir as perdas reais de potência e aumentar a estabilidade de tensão. Eles utilizam teoria dos grafos para reduzir o espaço de busca com configurações de mínimas perdas em cada etapa do processo de otimização.

Bayat, Bagheri e Noroozian (2016) apresentam um método heurístico baseado no algoritmo de reconfiguração construtiva baseado em distribuição uniforme de tensão para realizar a reconfiguração simultânea e localização e dimensionamento de GD com o objetivo de reduzir ao máximo as perdas do sistema de distribuição.

Com objetivos de minimizar perdas de energia, custo de operação e emissões de gases poluentes, além de maximizar o índice de estabilidade de tensão sujeito a diferentes restrições do sistema elétrico Esmaeili, Sedighizadeh e Esmaili (2016) sugerem uma meta-heurística baseada no *multi-objective hybrid big bang-big crunch* para reconfigurar e alocar/dimensionar os GDs, sendo que o método proposto leva em conta o dimensionamento apenas da capacidade de potência ativa dos GDs. As incertezas de carga são consideradas e modeladas usando *triangular fuzzy number*.

Um novo método heurístico baseado na fórmula de perda exata é proposto por Jasthi e Das (2018) para reconfigurar a rede enquanto uma abordagem analítica é utilizada para instalação de GD. O método não necessita de uma solução de fluxo de carga. A estratégia também é empregada em uma abordagem multiobjetivo com soma ponderada.

Uma técnica evolutiva eficiente baseada na otimalidade de Pareto é adotada por Hamida *et al.* (2018) para resolver o problema de reconfiguração da rede em paralelo com a alocação e dimensionamento de GDs renováveis. A teoria dos conjuntos *fuzzy* é usada para selecionar a melhor solução de compromisso entre o conjunto de Pareto obtido. O método proposto é testado para otimização com e sem considerar a combinação de reconfiguração e integração de GDs.

Sambaiah e Jayabarathi (2021) propõem o uso do *salp swarm algorithm* para resolver o problema de reconfiguração de rede e alocação de GD com objetivo de minimizar as perdas de potência e o desvio de tensão. O algoritmo proposto é baseado no comportamento de enxame de salpas nos oceanos ao navegar e forragear.

Dogan e Alci (2019) utilizam algoritmos heurísticos populares como colônia de abelhas artificial (ABC), evolução diferencial (DE), otimização por enxame de partículas (PSO) e algoritmo genético para reconfiguração e instalação de GD simultânea na rede de distribuição. O objetivo é minimizar as perdas e melhorar a qualidade de energia do sistema. Para reduzir o espaço de busca, as localizações ótimas de GDs são feitas utilizando o fator de sensibilidade à perda.

Para resolver o problema integrado de reconfiguração e alocação de geração distribuída Moghaddam *et al.* (2020) utiliza *antlion optimizer algorithm* para reduzir as perdas e melhorar a qualidade de energia do sistema. Huy *et al.* (2022) propõem um novo algoritmo de grupo de busca caótica com o objetivo de reduzir as perdas de potência na rede de distribuição radial. Naguib, Omran e Talaat (2022) propõem um método para reduzir as perdas de energia e melhorar a confiabilidade dos sistemas de distribuição usando o algoritmo *firefly*, são consideradas as incertezas na potência de saída dos GDs e a demanda do sistema utilizando um modelo probabilístico combinado.

### 2.3.2 Abordagens de otimização da operação de SDEE através de reconfiguração e alocação de bancos de capacitores

Lee e Brooks (1988) foram os pioneiros a trabalharem com RSDEE e alocação de bancos de capacitores. Eles utilizaram um algoritmo sequencial do tipo força bruta visando a redução de perdas no sistema, e para isso desenvolveram um método de reconfiguração seguida de chaveamento de capacitores, onde concluíram ser vantajoso alterar a topologia da rede quando ocorrem variações no sistema.

Um método de otimização iterativo que utiliza simultaneamente reconfiguração e alocação de capacitores foi proposto por Peponis, Papadopoulos e Hatziaargyriou (1996). Os autores utilizam um método de troca de ligações para reconfigurar e uma estratégia de programação dinâmica (Dura, 1968; Papadopoulos *et al.*, 1983) para resolver o problema de alocação de capacitores, com o objetivo de minimizar as perdas de energia do sistema considerando-se aspectos ligados à proteção, confiabilidade e qualidade de tensão.

Com o objetivo de redução de perdas de potência ativa e aumento de margens de tensão em SDEE Jiang e Baldick (1996) utilizaram *simulated annealing* para reconfiguração e controle de capacitores chaveados. Neste trabalho foi utilizado um algoritmo de otimização em duas etapas. Primeiramente é feito o controle dos capacitores de forma simultânea com a reconfiguração (*full search*). Logo em seguida, na segunda etapa realiza-se a reconfiguração e depois com a configuração encontrada é realizado o controle ótimo para os capacitores (*quick search*). Adicionalmente é feita uma abordagem intermediária onde o controle dos capacitores é realizado a cada iteração do algoritmo de reconfiguração (*feasible search*).

Para reduzir as perdas de potência ativa em redes de distribuição Rong *et al.* (2002) desenvolveram um método iterativo, onde o problema de alocação de bancos de capacitores é resolvido por meio de algoritmo genético (AG) e a reconfiguração é realizada através de uma heurística intitulada “*mínima tensão nodal*” que é baseada em um processo de busca para definir áreas críticas do sistema.

Zhang, Fu e Zhang (2008) desenvolveram um algoritmo iterativo para otimização de controle de capacitores conjuntamente com reconfiguração de redes de distribuição com o intuito de reduzir as perdas do sistema. Eles apresentaram um algoritmo genético aprimorado para ajustar os capacitores e um algoritmo simplificado de troca de ramos que é feito a partir da solução gerada por cada iteração do algoritmo genético, que está associada ao ajuste ótimo dos capacitores.

Um método baseado em algoritmo genético utilizando reconfiguração e alocação de capacitores de maneira integrada é proposto por Kalantar e Dashti (2006) com o objetivo de reduzir as perdas de potência ativa do SDEE. A modelagem faz uso de codificação binária, onde um cromossomo é dividido em duas partes. A primeira parte representa a solução do problema de reconfiguração, composta de  $n^2$  genes ou bits, onde  $n$  é o número de barras do sistema e a segunda parte representa a solução do problema de alocação de capacitores, composta de  $n$  bits. Para avaliar a qualidade das soluções o algoritmo calcula o fluxo de potência.

Um algoritmo evolutivo para resolver o problema integrado de reconfiguração com alocação ótima de bancos de capacitores é proposto por Venkatesh e Ranjan (2006). Na modelagem da função objetivo do problema de otimização é utilizada lógica *fuzzy*.

Chang (2008) utiliza uma meta-heurística de colônia de formigas com o objetivo de reduzir

das perdas de potência ativa no sistema para a solução combinada dos problemas de reconfiguração e alocação de capacitores, o cálculo das perdas é feito utilizando-se uma formulação simplificada dos fluxos nos alimentadores de distribuição.

A meta-heurística de algoritmo genético é aplicada por Guimarães *et al.* (2009) para realizar a reconfiguração e a alocação de banco de capacitores. Eles utilizam reconfiguração da rede, alocação de capacitores fixos e automáticos e o ajuste de tap dos transformadores em três níveis de carga (leve, normal e pesado) para otimização do sistema. Também, para otimizar as posições de tap do transformador da subestação em conjunto com os taps dos capacitores automáticos previamente alocados nas barras pelos algoritmos genéticos, é proposto um algoritmo baseado em *simulated annealing*. Foram considerados três níveis de carregamento no período de um ano de estudo.

Aproveitando os recursos instalados na rede, uma estratégia simultânea de reconfiguração e alocação de capacitores foi proposta por Guimaraes, Castro e Romero (2010). Para minimizar as perdas reais de energia do sistema, foi utilizado um algoritmo genético com *crossover* especial e mutação de operadores. Os *status* dos interruptores de seccionamento e as informações dos capacitores fixos e chaveados são armazenados em um único cromossomo. Somente configurações radiais são geradas pelo algoritmo genético.

Uma combinação de abordagens é feita por Montoya e Ramirez (2012). Eles utilizam um método de árvore geradora mínima para reconfiguração de SDEE e um algoritmo genético para posicionamento ótimo de capacitores buscando uma redução de perdas de potência e melhoria do perfil de tensão em SDEE.

Com o objetivo de obter uma configuração radial para o sistema de distribuição que apresente o menor custo de operação Montsutsumi (2017) utilizou um método multipartida considerando três níveis de carregamento no período de análise de um ano, onde é realizada a reconfiguração e alocação de bancos de capacitores no SDEE.

Hussain, Al-Jubori e Kadom (2019) propõem quatro algoritmos de otimização diferentes para resolver funções multiobjetivos: *modified biogeography-based optimization*, algoritmo *cuckoo search*, algoritmo *modified imperialist competitive* e algoritmo *modified bacterial foraging-based optimization*. Os algoritmos são aplicados para selecionar a configuração ideal de interruptores abertos/fechados e melhores localizações e tamanhos de capacitores para o SDEE.

Com o objetivo de alcançar um investimento global mínimo Home-Ortiz *et al.* (2019) apresentam um modelo completo de programação cônica de segunda ordem inteiro misto para resolver os problemas de RSDEE e alocação de bancos de capacitores simultaneamente, tanto para bancos de capacitores fixos quanto chaveados.

Com o objetivo de minimizar as perdas de potência ativa e reativa e melhorar o perfil de tensão de todos os barramentos do SDEE, Gebru *et al.* (2021) propõe um algoritmo de opti-

zação de enxame de partículas modificado para reconfiguração e alocação ótima de banco de capacitores no SDEE, são consideradas condições de carga leve, normal e pesada.

Gallego, López-Lezama e Carmona (2022) apresentam um modelo de programação linear inteira mista para resolver simultaneamente o problema de RSDEE e alocação ótima de capacitores. O modelo garante obter soluções globalmente ótimas e requer baixo esforço computacional quando comparado com técnicas meta-heurísticas.

### 2.3.3 Abordagens de otimização da operação de SDEE através de reconfiguração, alocação de bancos de capacitores e geração distribuída

A maior parte dos trabalhos são direcionados para a otimização integrada de reconfiguração e alocação de bancos de capacitores ou para reconfiguração e alocação de geração distribuída. Existem poucos trabalhos onde estão incluídos reconfiguração, alocação de bancos de capacitores e geração distribuída de forma integrada no sistema de distribuição.

Rugthaicharoencheep, Nedphograw e Wanaratwijit (2011) enfatizam a vantagem da reconfiguração da rede para o sistema de distribuição na presença de geração distribuída e capacitores para redução de perdas e melhoria da tensão nas barras, utilizando um método baseado em algoritmo genético e um algoritmo de busca baseado na mecânica de seleção natural e genética natural.

Montoya e Ramirez (2013) apresentam a aplicação de um algoritmo genético em conjunto com um algoritmo de árvore geradora mínima de Kruskal, para resolver o problema de reconfiguração adicionando capacitores e alocando geração distribuída para melhorar a operação de sistemas de energia elétrica.

Gallano e Nerves (2014) utilizaram o algoritmo genético de ordenação não dominada elitista (NSGA-II) e a análise de decisão *fuzzy* para obter a melhor configuração do sistema com instalação simultânea de capacitores e geradores distribuídos. Ao realizar a reconfiguração da rede com a alocação de capacitores e geradores distribuídos de maneira simultânea obteve-se uma minimização das perdas de potência, melhoria da estabilidade da tensão e redução de carga nas linhas.

Saonerkar e Bagde (2014) utiliza o algoritmo genético tradicional para resolver o problema de reconfiguração de rede, alocação de bancos de capacitores e alocação de unidades de geração distribuída no sistema de distribuição radial. Nos estudos de casos, todas as unidades de GD estão fornecendo potência ativa firme, todos os capacitores são fixos e as cargas são consideradas constantes.

Kanwar *et al.* (2015) apresenta versões do algoritmo genético melhorado (*improved genetic algorithm*), otimização de enxame de partículas aprimorada (*improved particle swarm optimi-*

zation) e otimização de enxame de gatos aprimorado (*improved cat swarm optimization*) para resolver de forma eficiente o problema de alocação simultânea de capacitores e geração distribuída em redes de distribuição radiais considerando cargas variáveis. Após a alocação ideal desses dispositivos, a reconfiguração da rede foi levada em consideração. Essa estratégia proporcionou uma redução significativa nas perdas anuais de energia, mantendo os perfis de tensão dos nós dentro dos limites permitidos.

Hung, Mithulanathan e Bansal (2015) utilizam uma combinação de reconfiguração, otimização da geração distribuída e alocação de capacitores para otimização da operação do sistema de distribuição. O método combinado com diferentes tipos de unidades de GD e capacitores busca a minimização das perdas. Para calcular as perdas é usada a fórmula de perdas de Elgerd. São utilizadas também as expressões analíticas de Hung, Mithulanathan e Bansal (2010), onde as mesmas têm o objetivo de encontrar o tamanho e o fator de potência ótimos de quatro tipos de unidades de geração distribuída. Sob a perspectiva de planejamento, a reconfiguração deve ser realizada antes da adição de GD e/ou capacitor.

Uma meta-heurística combinada de uma abordagem *Fuzzy* multiobjetivo e otimização de colônia de formigas é utilizada por Tolabi, Ali e Rizwan (2015), para resolver o problema de reconfiguração simultânea e alocação ótima de matrizes fotovoltaicas como uma geração distribuída e compensador estático de distribuição. O objetivo é a redução de perdas, melhoria do perfil de tensão e aumento do balanceamento de carga do alimentador no sistema de distribuição. Os custos associados à instalação e operação de capacitores e GD não foram apresentados.

Para minimizar a perda de energia real em diferentes níveis de carga Muthukumar e Jayalalitha (2016) propõem uma abordagem baseada no algoritmo de busca harmônica e no algoritmo de colônia de abelhas artificiais no contexto de melhoria de desempenho da rede de distribuição por meio da reconfiguração simultânea juntamente com alocação ótima e dimensionamento de geradores distribuídos e capacitores.

Pawar, Kaur e Kumbhar (2016) concluíram que a alocação e dimensionamento simultâneo de GD e capacitor na presença de reconfiguração da rede é a combinação mais ideal. Eles utilizaram a técnica de busca harmônica com o objetivo de obter perdas mínimas para o sistema de distribuição.

Para resolver a reconfiguração simultânea e dimensionamento ótimo de GDs e capacitores em um sistema de distribuição Mohammadi, Rozbahani e Bahmanyar (2017) utilizaram a combinação de uma abordagem multiobjetivo *fuzzy* e otimização de forrageamento bacteriano (BFO) como um algoritmo meta-heurístico. O BFO é usado para obter variadas configurações do sistema, enquanto a análise de abordagem multiobjetivo *fuzzy* é utilizada para identificar a configuração ideal do sistema.

Para minimizar o custo total de operação da rede Ameli *et al.* (2017) utilizaram o algoritmo

de colônia de formigas, o método proposto faz um escalonamento dinâmico simultâneo de reconfiguração e capacitores na presença de unidades de GD com gerações incertas e variantes ao longo do tempo. A fim de reduzir a complexidade do problema, também foi proposta uma técnica de redução de casos usando o algoritmo de busca harmônica.

Ganesh e Kanimozhi (2018) utilizaram um método de reconfiguração baseado em um algoritmo de polinização de flores modificado multiobjetivo (MO-MFPA) cujo objetivo é alcançar a redução de perdas de potência, índice de balanceamento de carga mínimo e perfil de tensão regulado em redes de distribuição radiais com matrizes fotovoltaicas (PV) e compensador estático de distribuição (D-STATCOM). Eles utilizam um índice de estabilidade de tensão para selecionar as barras candidatas para instalação de PV e D-STATCOM, o que ajuda a diminuir o processo de busca da localização das barras candidatas.

Biswas, Suganthan e Amaratunga (2018) propõem uma abordagem para reconfigurar simultaneamente a rede, dimensionar e alocar GDs e capacitores na rede para minimizar as perdas de energia. Uma técnica de adaptação adicional para um parâmetro de controle durante a fase de busca inicial para melhorar a capacidade de exploração (LSHADE-EpSin) é empregada para realizar a tarefa de otimização.

Bakhshipour *et al.* (2019) apresenta um método de otimização multiobjetivo baseado no algoritmo de busca e salvamento robótico de enxame (*swarm robotics search and rescue*) para determinar simultaneamente a capacidade ótima e a localização de unidades de GD e bancos de capacitores juntamente com a reconfiguração da rede no sistema de distribuição. A incerteza de carga também é considerada, baseada no método triangular *fuzzy*.

Faraby, Penangsang e Wibowo (2020) mostra abordagens de posicionamento de GD, capacitores e reconfiguração da rede simultaneamente com o objetivo de minimizar as perdas de potência ativa e reduzir a distorção harmônica no sistema de distribuição radial. É utilizado o método de otimização de enxame de partículas com uma função multiobjetivo analisando vários cenários e considerando o uso de carga não linear.

Lotfi, Ghazi *et al.* (2020) propõem uma estrutura multiobjetivo para RSDEE em conjunto com o problema de alocação de capacitores em vários intervalos de tempo com a presença de geração distribuída, sistemas de armazenamento de energia e unidades fotovoltaicas.

Um algoritmo de lodo baseado em quase-reflexão (*quasi-reflection-based slime mould algorithm*) é proposto por Biswal *et al.* (2021) e seu desempenho é validado usando diferentes funções de teste de *benchmark* unimodais e multimodais. Eles propõem um algoritmo de fluxo de carga modificado eficiente, que produz resultados desejáveis sem depender da topologia da rede do sistema de distribuição radial. A reconfiguração, alocação e dimensionamento ótimos simultâneos de GDs e capacitores considerando várias restrições são apresentadas juntamente com a análise de custo-benefício do método proposto. A quantidade de GDs, capacitores e o

fator de potência dos GDs também são otimizados em vez de utilizarem valores fixos. Para tornar a abordagem mais realista, o carregamento variável junto com os cenários de carregamento fixo são considerados.

Um algoritmo matheurístico que explora a eficiência de técnicas clássicas de otimização e heurísticas baseadas em estruturas de vizinhança é apresentado por Romero *et al.* (2021). O problema de reconfiguração para sistemas ativos de distribuição é formulado como um modelo estocástico de programação cônica de segunda ordem inteira mista que considera simultaneamente a minimização de perdas de energia e emissões de CO<sub>2</sub>. A solução do modelo determina a topologia radial ótima, a operação de bancos de capacitores comutáveis e operação de geradores distribuídos despacháveis e não despacháveis. Um modelo baseado em cenário estocástico é considerado para lidar com incertezas no comportamento da carga, irradiação solar e preços de energia.

### 3 MODELAGEM MATEMÁTICA DA OTIMIZAÇÃO DA OPERAÇÃO DE SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO

Neste capítulo é apresentada a modelagem matemática do problema integrado de RSDEE, alocação de bancos de capacitores (fixos e chaveados) e geração distribuída no SDEE. Cada variável e conjunto de restrições que fazem parte do modelo são detalhadas e explicadas.

#### 3.1 Modelo matemático integrado

O modelo matemático integrado de programação cônica de segunda ordem inteira mista (MIPCSOIM) para o problema simultâneo de RSDEE, alocação ótima de bancos de capacitores e geração distribuída em SDEE, que considera a alocação de capacitores fixos e chaveados em níveis de demanda variáveis e GDs despacháveis é apresentado em (1)–(31):

$$\text{minimizar } v = \sum_{i \in \Omega_b} (c^I q_i^C + c^{sw} (n_{i,3}^C - n_{i,1}^C) + c^C n_{i,1}^C) + \sum_{ij \in \Omega_l} \sum_{d \in \Omega_d} c_d \Delta_d R_{ij} I_{ij,d}^{sq} \quad (1)$$

Sujeito a :

$$\sum_{ki \in \Omega_l} P_{ki,d} - \sum_{ij \in \Omega_l} (P_{ij,d} + R_{ij} I_{ij,d}^{sq}) + P_{i,d}^S + P_{i,d}^{GD} = P_{i,d}^D \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (2)$$

$$\sum_{ki \in \Omega_l} Q_{ki,d} - \sum_{ij \in \Omega_l} (Q_{ij,d} + X_{ij} I_{ij,d}^{sq}) + Q_{i,d}^S + Q_{i,d}^{BC} + Q_{i,d}^{GD} = Q_{i,d}^D \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (3)$$

$$V_{i,d}^{sq} - V_{j,d}^{sq} + \lambda_{ij,d} = 2(R_{ij} P_{ij,d} + X_{ij} Q_{ij,d}) + Z_{ij}^2 I_{ij,d}^{sq} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (4)$$

$$V_{j,d}^{sq} I_{ij,d}^{sq} \geq P_{ij,d}^2 + Q_{ij,d}^2 \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (5)$$

$$|\lambda_{ij,d}| \leq (\bar{V}^2 - \underline{V}^2)(1 - y_{ij}) \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (6)$$

$$\underline{V}^2 \leq V_{i,d}^{sq} \leq \bar{V}^2 \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (7)$$

$$0 \leq I_{ij,d}^{sq} \leq \bar{I}_{ij}^2 y_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (8)$$

$$|P_{ij,d}| \leq \bar{V} \bar{I}_{ij} y_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (9)$$

$$|Q_{ij,d}| \leq \bar{V} \bar{I}_{ij} y_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (10)$$

$$(P_{i,d}^S)^2 + (Q_{i,d}^S)^2 \leq (\bar{S}_i^S)^2 \quad \forall i \in \Omega_s, \forall d \in \Omega_d \quad (11)$$

$$(P_{i,d}^{GD})^2 + (Q_{i,d}^{GD})^2 \leq q_i^{GD} (\bar{S}^{GD})^2 \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (12)$$

$$P_{i,d}^{GD} \geq 0 \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (13)$$

$$P_{i,d}^{GD} \leq q_i^{GD} \bar{S}^{GD} \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (14)$$

$$Q_{i,d}^{GD} \leq P_{i,d}^{GD} \tan(\cos^{-1}(fp)) \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (15)$$

$$Q_{i,d}^{GD} \leq q_i^{GD} \bar{S}^{GD} \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (16)$$

$$\sum_{i \in \Omega_b} q_i^{GD} \leq \bar{N}^{GD} \quad (17)$$

$$q_i^{GD} \leq \bar{q}_i^{GD} \quad \forall i \in \Omega_b \quad (18)$$

$$\sum_{ij \in \Omega_l} y_{ij} = |\Omega_b| - 1 \quad (19)$$

$$\sum_{ji \in \Omega_l} f_{ji} - \sum_{ij \in \Omega_l} f_{ij} + f_i^S = 1 \quad \forall i \in \Omega_b \quad (20)$$

$$|f_{ij}| \leq (|\Omega_b| - 1)y_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (21)$$

$$Q_{i,d}^{BC} = Q^C n_{i,d}^C \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (22)$$

$$n_{i,d}^C \leq n_i^{BC} \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (23)$$

$$n_i^{BC} \leq \bar{n}_i^C q_i^C \quad \forall i \in \Omega_b \quad (24)$$

$$n_{i,d}^C \geq n_{i,d-1}^C \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \mid d > 1 \quad (25)$$

$$\sum_{i \in \Omega_b} q_i^C \leq \bar{N}^C \quad (26)$$

$$q_i^{GD} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in \Omega_b \quad (27)$$

$$q_i^C \in \{0, 1\} \quad \forall i \in \Omega_b \quad (28)$$

$$n_{i,d}^C \in \mathbb{Z}^{\geq} \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (29)$$

$$n_i^{BC} \in \mathbb{Z}^{\geq} \quad \forall i \in \Omega_b \quad (30)$$

$$y_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (31)$$

onde

$\Omega_b$  é o conjunto de nós;

$\Omega_l$  é o conjunto de ramos (linhas);

$\Omega_d$  é o conjunto dos níveis de demanda;

$\Omega_s$  é o conjunto nós de subestação;

$c^I$  é o custo de instalação dos bancos de capacitores fixos ou chaveados;

$q_i^C$  é variável binária que indica a instalação de um banco de capacitor fixo ou chaveado na barra  $i$ ,  $q_i^C = 1$  se um capacitor for instalado e  $q_i^C = 0$  se não for instalado;

$c^{sw}$  é o custo de um módulo de capacitores chaveado;

$c^C$  é o custo de um módulo de capacitores fixo;

$n_i^{BC}$  representa o número de módulos de capacitores instalados no nó  $i$ ;

$c_d$  representa o custo da energia no nível de demanda  $d$ ;

$\Delta_d$  representa o número de horas em um ano no nível de demanda  $d(h)$ ;

$R_{ij}$  é a resistência do ramo  $ij$ ;

$I_{ij,d}^{sq}$  quadrado da magnitude da corrente no ramo  $ij$  no nível de demanda  $d$ ;

$P_{ij,d}$  representa o fluxo de potência ativa no circuito  $ij$  no nível de demanda  $d$ ;

$P_{i,d}^D$  é a demanda de potência ativa no nó  $i$  no nível de demanda  $d$ ;

$P_{i,d}^S$  representa a potência ativa injetada pela subestação no nó  $i$  no nível de demanda  $d$ ;

$P_{i,d}^{GD}$  representa a geração de potência ativa pelo gerador distribuído no nó  $i$  no nível de demanda  $d$ ;

$Q_{ij,d}$  é o fluxo de potência reativa no circuito  $ij$  no nível de demanda  $d$ ;

$X_{ij}$  é a reatância do circuito  $ij$ ;

$Z_{ij}$  é a impedância do circuito  $ij$ ;

$Q_{i,d}^S$  representa a potência reativa injetada pela subestação no nó  $i$  no nível de demanda  $d$ ;

$Q_{i,d}^{BC}$  é a injeção de potência reativa total pelo banco de capacitores no nó  $i$  no nível de demanda  $d$ ;

$Q^C$  representa a potência reativa nominal de um módulo de capacitor;

$Q_{i,d}^{GD}$  representa a geração de potência reativa pelo gerador distribuído no nó  $i$  no nível de demanda  $d$ ;

$Q_{i,d}^D$  é a demanda de potência reativa no nó  $i$  no nível de demanda  $d$ ;

$V_{i,d}^{sq}$  é o quadrado da magnitude da tensão na barra  $i$ , no nível de demanda  $d$ ;

$\lambda_{ij,d}$  representa a variável de folga usada no cálculo da queda de tensão no ramo  $ij$  no nível de demanda  $d$ , para quando a chave do respectivo ramo estiver aberta;

$\underline{V}$  é a magnitude da tensão mínima;

$\bar{V}$  é a magnitude da tensão máxima;

$\bar{I}_{ij}$  é o limite da magnitude de corrente no ramo  $ij$ ;

$y_{ij}$  representa a variável binária que indica o estado da chave no ramo  $ij$ ,  $y_{ij} = 1$  se a chave estiver aberta e  $y_{ij} = 0$  em caso contrário;

$f_{ij}$  representa o fluxo fictício no ramo  $ij$ .

$f_i^S$  representa a geração fictícia na barra  $i$

$\bar{S}_i^S$  é o limite máximo de potência aparente da subestação no nó  $i$ ;

$\bar{S}^{GD}$  é a capacidade máxima de um GD que pode ser instalado em uma barra;

$fp$  é o limite do fator de potência capacitivo de um GD no sistema;

$q_i^{GD}$  é a variável binária que indica a instalação de um GD na barra  $i$ ,  $q_i^{GD} = 1$  se um GD for instalado e  $q_i^{GD} = 0$  se não for instalado;

$\bar{q}_i^{GD}$  indica se o nó  $i$  é candidato a instalação de GD;

$\bar{N}^{GD}$  indica o número máximo de GDs que podem ser instalados no sistema;

$\bar{n}_i^C$  representa o número máximo de módulos de capacitores que podem ser instalados no  $i$ ;

$n_{i,d}^C$  representa o número de módulos de capacitores conectados no nó  $i$  no nível de demanda  $d$ ;

$\bar{N}^C$  representa o número máximo de bancos de capacitores fixos ou chaveados que podem ser adicionados ao sistema.

A função objetivo (1) minimiza o custo total, em que o custo de investimento é representado na primeira parte, o qual é dividido em custos de instalação de bancos de capacitores fixos ou chaveados, custo total dos módulos de capacitores chaveados instalados e o custo total dos módulos de capacitores fixos instalados. O custo anual das perdas de energia é representado na segunda parte.

O balanço de potência ativa (primeira lei de Kirchhoff) é representado pela restrição (2), em cada nó  $i$ , no nível de demanda  $d$ . O balanço de potência reativa (primeira lei de Kirchhoff) é representada pela restrição (3) considerando a presença de bancos de capacitores e GDs, em cada nó  $i$ , no nível de demanda  $d$ .

As restrições (4) e (5) representam a aplicação da segunda Lei de Kirchhoff na operação do sistema, em todos os níveis de carga. Em (6) é calculada a variável de folga  $\lambda_{ij,d}$  de acordo com o status da chave do ramo  $ij$  no nível de carga  $d$ , se  $y_{ij} = 1$  o ramo  $ij$  está fechado então  $\lambda_{ij,d} = 0$  e a diferença  $V_{i,d}^{sq} - V_{j,d}^{sq}$  será calculada em (4), se  $y_{ij} = 0$  o ramo estará aberto então a restrição (4) fica folgada  $ij$ , logo  $V_{i,d}^{sq}$  e  $V_{j,d}^{sq}$  vão ser independentes.

Para cada nó  $i$ , no nível de demanda  $d$ , a restrição (7) representa os limites de magnitude de tensão, em que a magnitude de tensão ( $V_{i,d}^{sq}$ ) está entre o valor mínimo ( $\underline{V}^2$ ) e o máximo ( $\overline{V}^2$ ). A restrição (8) estabelece o atendimento dos limites de corrente no circuito  $ij$ , no nível de demanda  $d$ , de acordo com o status aberto/fechado da chave correspondente  $y_{ij}$ . As restrições (9) e (10) limitam os fluxos de potência ativa e reativa em cada ramo para todos níveis de carga, de acordo com  $y_{ij}$ .

A restrição quadrática (11) representa a capacidade das subestações do sistema ( $P_{i,d}^S$  e  $Q_{i,d}^S$  são fixados em zero nas barras que não são de subestação). Os limites de geração distribuída estão representados nas restrições (12)–(18), onde os limites de geração dos geradores distribuídos instalados no sistema são caracterizados em (12)–(14) e o limite de geração de potência reativa pelos geradores distribuídos são caracterizados em (15)–(16).

Em (17) se limita o número máximo de geradores distribuídos que vão ser utilizados no sistema, onde a somatória da variável binária, que decide se aloca ou não os geradores distribuídos ( $\sum_{i \in \Omega_b} q_i^{GD}$ ), deve ser menor ou igual ao número máximo de geradores distribuídos que podem ser adicionados ao sistema ( $\overline{N}^{GD}$ ). A restrição (18) define quais barras serão candidatas à instalação de GD

A restrição (19) é uma condição necessária para a radialidade do sistema. Em (20) é representado um balanço artificial que garante a conectividade da rede, onde cada barra de demanda deve estar conectada à uma subestação ( $f_i^S$  é fixado em zero nas barras que não são da subestação). A restrição (21) é o limite do fluxo artificial na rede, conforme os estados de operação dos ramos.

A restrição (22) define que a injeção de potência reativa no nó  $i$  no nível de demanda  $d$  é igual ao número de módulos capacitores conectados ao nó  $i$  no nível de demanda  $d$ , multiplicado pela potência reativa nominal de um módulo de capacitor. A restrição (23) limita a quantidade de bancos de capacitores conectados à barra para todos níveis de carga, o número de bancos de capacitores operantes no nó  $i$  no nível de demanda  $d$  ( $n_{i,d}^C$ ) deve ser menor ou igual ao número de módulos de capacitores instalados no nó  $i$  ( $n_i^{BC}$ ). Para um capacitor ser conectado à barra, ele também deve ser instalado naquela barra, logo o custo de instalação deve ser considerado na função objetivo.

A restrição (24) indica se um banco de capacitores está instalado ou não no nó  $i$ , ela também serve para limitar o número de bancos de capacitores instalados no nó  $i$  a um máximo de ( $\overline{n}_i^C$ ). A restrição (25) indica se o banco de capacitores instalados no nó é chaveado ou não.

O número máximo de bancos de capacitores que podem ser instalados no sistema é representado pela restrição (26), sendo que a somatória da variável binária, que decide se aloca ou não os bancos de capacitores ( $\sum_{i \in \Omega_b} q_i^C$ ), deve ser menor ou igual ao número máximo de bancos de capacitores que podem ser adicionados ao sistema ( $\overline{N}^C$ ).

A restrição (27) indica a natureza binária da variável  $(q_i^{GD})$ , que está relacionada à instalação de GD no sistema. A variável binária  $(q_i^C)$  na restrição (28) decide se é alocado ou não bancos de capacitores fixos ou chaveados no nó  $i$ . A restrição (29) indica que o funcionamento de um banco de capacitores é definido por uma variável inteira não negativa  $(n_{i,d}^C)$ . Em (30) é indicada a natureza inteira da quantidade de módulos capacitores instalados na barra  $i$  pela variável inteira não negativa  $(n_i^{BC})$ . Por fim, a restrição (31) mostra a natureza binária da variável relacionada à operação de chaveamento.

O modelo apresentado pode ser resolvido utilizando *solvers* especializados para resolução de problemas de otimização.

## 4 ESTRATÉGIA MATHEURÍSTICA

O uso de programação matemática para resolver problemas, ainda que de forma heurística é muito mais antigo e conhecido do que resolver utilizando matheurística. Mas este não é o caso das meta-heurísticas, a ideia de criar métodos de programação matemática para soluções heurísticas é inovador (Boschetti *et al.*, 2009).

A programação matemática contribui para melhorar a eficácia de meta-heurísticas bem estabelecidas, os híbridos de programação matemática são relatados para as meta-heurísticas mais conhecidas como busca tabu, busca de vizinhança variável, otimização de colônia de formigas, *simulated annealing*, algoritmos genéticos, busca dispersa, etc. Com uma base estrutural, a programação matemática também contribuiu para projetar novas meta-heurísticas, sendo que existem diferentes propostas que precisam ser estabelecidas e testadas para mais problemas, além dos que elas foram projetadas (Boschetti *et al.*, 2009).

### 4.1 Estratégia fundamental das matheurísticas

O termo matheurística é recente e começou a ser utilizado em 2006 em um *workshop* internacional durante uma discussão sobre o uso de ferramentas matemáticas para o projeto de heurísticas, onde precisariam de um nome para especificar o foco do evento. Decidiram então pelo termo *matheuristic* (Boschetti; Maniezzo, 2022). As primeiras propostas de matheurísticas faziam pouco uso da programação matemática, mas na virada do milênio isso mudou com a hibridização de meta-heurísticas mais significativas com programação matemática (Maniezzo; Stützle; Voß, 2021).

Matheurística é uma direção de pesquisa muito promissora, em particular no caso de problemas complexos e de grande porte que surgem em sistemas do mundo real. Uma grande variedade de técnicas podem ser utilizadas para organizar uma matheurística. Tradicionalmente o projeto e o desenvolvimento da mesma envolve uma abordagem guiada pela experiência da pessoa que está projetando os algoritmos a serem utilizados de forma manual e experimental. Algumas técnicas de decomposição matemática têm sido utilizadas como início para classes de algoritmos heurísticos para serem incluídos entre as matheurísticas, algumas são a decomposição Lagrangiana, decomposição de Dantzig-Wolfe e decomposição de Benders. Essas técnicas podem ser aplicadas para problemas de programação linear inteira mista, problemas contínuos e problemas inteiros puros (Boschetti; Maniezzo, 2022).

A combinação de programação matemática com meta-heurísticas pode ter dois caminhos.

Um deles é usar programação matemática para melhorar ou projetar meta-heurísticas e o outro utilizar meta-heurísticas para melhorar técnicas já conhecidas de programação matemática. O primeiro caminho é o mais estudado (Boschetti *et al.*, 2009).

Ao usar programação matemática junto com meta-heurísticas, a principal possibilidade parece ser a de melhorar a busca local (Boschetti *et al.*, 2009). Existem variados métodos que se baseiam na ideia de resolver o problema de exploração de vizinhança por meio de programação matemática. Esses métodos são diferentes na forma em que a vizinhança é proposta.

A programação linear inteira mista é indispensável quando se fala na modelagem de problemas combinatórios difíceis de serem solucionados. Mas, nem sempre as soluções exatas geradas pelos modelos podem ser utilizadas para aplicações em problemas reais, daí surge o interesse pelos métodos heurísticos. Várias heurísticas para problemas específicos foram propostos na literatura, mas apenas alguns falam de heurísticas de propósito geral para problemas de programação inteira mista. Essas heurísticas para programação inteira mista podem ser utilizadas dentro da estrutura de uma matheurística. Pode-se dizer que essas heurísticas são vistas como as primeiras aplicações no híbrido de programação matemática com meta-heurísticas, uma das primeiras é o *local branching* que tem um propósito geral de explorar uma vizinhança utilizando um solver de programação inteira mista.

## 4.2 Heurísticas para programas inteiros mistos de propósito geral

### 4.2.1 Heurísticas de mergulho

As heurísticas de mergulho trabalham na formulação matemática do problema que está sendo resolvido. Várias delas podem ser vistas como heurísticas de busca local onde um sub-problema de programação linear inteira mista é resolvido para buscar uma vizinhança de uma solução de interesse. Isto é o caso de *local branching* e *relaxation induced neighborhood search* (RINS) que são descritos a seguir.

### 4.2.2 Local branching

O *local branching* desenvolvido por Fischetti e Lodi (2003) é uma estratégia de solução exata por natureza, mas feita para melhorar o comportamento heurístico do *solver* de problemas de programação inteira mista. O método tem como estratégia definir uma vizinhança adequada a ser explorada exatamente por um *solver* de programação matemática inteira mista.

Para ilustrar o método, uma formulação matemática genérica para um problema de programação inteira mista é mostrada a seguir:

$$\text{minimizar } c^T x \quad (32)$$

sujeito a

$$Ax \geq b \quad (33)$$

$$x_j \in \{0, 1\}, \forall j \in B, B \neq \emptyset \quad (34)$$

$$x_j \geq 0, \text{inteiro}, \forall j \in G \quad (35)$$

$$x_j \geq 0, \forall j \in C \quad (36)$$

Na formulação de (32)–(36), no conjunto de variáveis  $N = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$  tem-se o subconjunto  $B \neq \emptyset$  que é um conjunto de variáveis binárias, o subconjunto  $G$  que representa o conjunto de variáveis inteiras e o subconjunto  $C$ , que é o conjunto de variáveis contínuas. Os conjuntos  $G$  e  $C$  possivelmente podem ser vazios.

Seja  $\bar{x}$  uma solução viável de (32)–(36) para referência e  $\bar{S} = \{j \in B : \bar{x}_j = 1\}$  o subconjunto de variáveis binárias que assumem valor 1 na solução de referência  $\bar{x}$ . Para qualquer  $k$  inteiro positivo, tem-se a vizinhança  $N(\bar{x}, k)$  de  $\bar{x}$  que define o subproblema de soluções viáveis para (33)–(37) que satisfazem a restrição de ramificação local:

$$\Delta(x, \bar{x}) := \sum_{j \in \bar{S}} (1 - x_j) + \sum_{j \in B \setminus \bar{S}} x_j \leq k \quad (37)$$

Em (37) é definida uma vizinhança limitada de  $\bar{x}$  que será explorada por meio de um *solver* para problemas de programação inteira mista. Ela faz a contagem das variáveis binárias que eram unitárias ( $x_j = 1$ ) na solução  $\bar{x}$  de referência e se tornaram nulas ( $x_j = 0$ ) ou vice-versa. O parâmetro  $k$  se refere a essas trocas de valores das variáveis binárias.

Uma maneira de usar as restrições de *local branching* é dentro de uma heurística como busca tabu ou busca em vizinhança variável (VNS) que podem ser facilmente modeladas inserindo e retirando cortes lineares do modelo (Fischetti; Lodi, 2003).

#### 4.2.3 Relaxation induced neighborhood search

O *relaxation induced neighborhood search* (RINS) proposto por Danna, Rothberg e Pape (2005) foi projetado originalmente para se integrar a um esquema de solução de um método *branch and bound*. O RINS consiste na ideia de fixação de valores de variáveis que compartilham os mesmos valores tanto para uma solução viável (boa ou ótima) quanto para boas soluções de limite inferior (solução atual relaxada). As variáveis que permaneceram livres são as que intuitivamente podem causar uma melhoria significativa na função objetivo.

O algoritmo de RINS sugere os três seguintes passos para determinado nó da árvore *branch and cut* (ramificação e corte) ou toda vez que uma solução parcial precisa ser completada:

1. Tornar fixas as variáveis que compartilham os mesmos valores na incumbente e na solução atual relaxada;
2. Definir um modelo de corte objetivo com base no valor da incumbente atual;
3. Resolver um subproblema de programação inteira mista para as variáveis restantes.

#### 4.2.4 Heurísticas baseadas em decomposição

Os métodos de decomposição são responsáveis por permitir dividir um problema difícil em subproblemas menores e mais fáceis de resolver. Eles podem ser resolvidos separadamente e a solução final é obtida recompondo as soluções individuais de cada subproblema. Alguns métodos mais conhecidos são a decomposição Lagrangiana, a decomposição de cortes de Benders e a decomposição de *Dantzig-Wolfe*. Esses métodos têm sido utilizados como base para arquitetar algoritmos heurísticos, para assim serem inseridos entre as matheurísticas (Boschetti; Maniezzo, 2022).

O método de decomposição de cortes de Benders desenvolvido por Benders (1962) realiza um cálculo de um novo limite inferior para o custo ótimo do problema original, resolvendo um subproblema que adiciona novas restrições ao problema mestre.

A decomposição de Dantzig-Wolfe (Dantzig; Wolfe, 1960) é um procedimento iterativo que decompõe um problema  $P$  em subproblemas menores. Os subproblemas geram as colunas do problema mestre que correspondem à relaxação de programação linear do problema  $P$ . É uma técnica melhor aplicada em problemas que podem ser formulados em uma matriz de restrições (Maniezzo; Stützle; Voß, 2021). Algumas restrições podem ser agrupadas em uma estrutura diagonal de blocos e as outras deixadas como restrições de acoplamento. Matheurísticas foram obtidas transformando a geração de colunas em heurística e aplicando heurísticamente Dantzig-Wolfe em formulações gerais de problemas de programação linear inteira mista (Boschetti; Maniezzo, 2022).

A decomposição obtida por relaxação Lagrangiana calcula o limite inferior para um problema removendo algumas restrições mais difíceis e realiza um dual na função objetivo utilizando penalidades Lagrangianas (Maniezzo; Stützle; Voß, 2021).

### 4.3 Busca tabu

A busca tabu (BT) teve e ainda tem muito sucesso onde é aplicada e a partir dela surgiram várias outras variantes e extensões.

A BT conhecida na literatura por *tabu search* foi originalmente proposta por Glover em 1986. É um método de busca iterativo que está focado em uma busca local e promete fugir de ótimos locais utilizando uma estratégia de proibir (ou penalizar) certos movimentos. Os movimentos são armazenados em uma estrutura denominada lista tabu e que é usada para limitar os próximos movimentos. O objetivo de classificar um movimento como proibido, ou seja, *tabu* é uma forma de evitar ciclos, ou seja, evitar que o algoritmo percorra repetidamente pelas mesmas soluções (Glover, 1986).

#### 4.3.1 Algoritmo busca tabu com memória de curto prazo

Estratégias baseadas em memória são a marca registrada das abordagens de busca tabu (Glover; Laguna, 1997). A BT básica pode ser vista simplesmente como a combinação de busca local com memórias de curto prazo que faz com que as informações das últimas transições do algoritmo sejam armazenadas. Essa informação recente pode ser armazenada de forma completa, considerando que pode apresentar problemas de memória e grande esforço computacional e também podem ser armazenados somente os atributos das configurações, que seria a proposta mais viável por exigir pouca memória para armazenamento e facilidade de manipulação e verificação. Entretanto, existem algumas desvantagens, pois algumas configurações de qualidade podem estar temporariamente proibidas resultantes do compartilhamento de atributos proibidos com configurações já visitadas. Este problema pode ser solucionado eliminando a proibição após  $k$  transições do algoritmo, com o risco de surgir ciclos ou utilizando uma estratégia chamada critério de aspiração, que consiste em remover a proibição de um movimento, se esse movimento produz uma solução melhor do que a melhor obtida até então, sendo que nesse caso existe a certeza de que a nova solução ainda não foi visitada.

#### 4.3.2 Algoritmo busca tabu com memória de longo prazo

A busca tabu se torna significativamente mais forte quando se estabelece a memória de longo prazo em suas estratégias (Glover; Laguna, 1997). A memória de longo prazo é usada para direcionar a busca para regiões inexploradas. Existem três aspectos fundamentais relacionados com a memória de longo prazo, como a memória baseada em frequência, a estratégia de intensificação e diversificação.

A memória baseada em frequência tem como objetivo armazenar a informação do número de vezes em que um atributo foi escolhido para gerar ou participar da composição das configurações durante o processo de busca. Existem dois tipos de memória baseadas em frequência, as frequências de transição que armazenam a quantidade de vezes em que um atributo é retirado ou adicionado para formar novas configurações e a frequência de residência ou permanência que armazena a informação do número de vezes em que um atributo permanece nas novas con-

figurações ou em todas as configurações geradas. Estas informações podem ser utilizadas para penalizar ou incentivar configurações constituídas por determinados atributos.

A estratégia de intensificação realiza uma busca mais intensa em torno da solução corrente. A estratégia de diversificação se qualifica a sair de uma região do espaço de busca e, de forma proposital, chegar em uma região distante para novamente realizar algum processo de intensificação.

#### 4.3.3 Estratégias adicionais utilizadas em busca tabu

Estruturas de busca tabu mais bem elaboradas podem ser construídas usando outros operadores existentes, tais como a lista de soluções de elite, oscilação estratégica, *path relinking*, entre outros.

Configurações de elite em busca tabu podem ser usadas de várias formas, seja para reiniciar um processo de intensificação ou para gerar configurações atrativas através de *path relinking*, que é uma técnica que gera novas soluções explorando trajetórias que conectam soluções de elite, ou seja, ela permite gerar novas configurações usando como base duas ou três configurações de qualidade. A forma mais simples de implementar *path relinking* é copiando uma parcela dos atributos ou elementos de uma configuração de elite em outra configuração de elite.

A técnica de oscilação estratégica orienta os movimentos em relação a um nível crítico, identificado por um estágio de construção ou por um intervalo escolhido de valores funcionais. Esta técnica geralmente é usada quando foi atingido um nível crítico em que o método de busca tabu normalmente pararia. Em vez de parar quando este limite é atingido, são modificadas as regras para selecionar movimentos, para fugir da região limitada pelo nível crítico. Após isso, muda-se novamente as regras de escolha de configurações candidatas tanto no afastamento como no retorno ao nível crítico, isto é, da fronteira do espaço de busca.

#### 4.3.4 Uma formulação básica de busca tabu

Em busca tabu é muito importante integrar no processo de busca as estratégias de intensificação e de diversificação. A seguir apresenta-se uma formulação básica de busca tabu que está baseada no uso da estratégia de intensificação (Romero; Lavorato, 2012):

1. Passo preliminar: Montar os dados do problema. Escolher uma forma de representação de uma proposta de solução denominada de  $p$ . Identificar uma forma de avaliar a qualidade da função objetivo ou equivalente e denominada  $f(p)$ . Definir a estrutura de vizinhança a ser usada, o que caracteriza o espaço de busca. Identificar os atributos que devem ser proibidos e o critério de aspiração. Escolher os parâmetros do algoritmo, tais como a duração da lista tabu. Escolher o critério de parada.

2. Encontrar uma solução inicial  $p_o$  que se transforma na solução corrente  $p_c$ .
3. Identificar e avaliar todas as soluções vizinhas da solução corrente  $p_c$ , ordenar essas soluções vizinhas por qualidade, sendo que o primeiro da lista é a melhor solução vizinha  $p^{best}$ .
4. Realizar a transição para a solução vizinha melhor classificada que não tem o atributo proibido ou se tem o atributo proibido, então satisfaz o critério de aspiração. Seja  $p_e$  a melhor solução vizinha escolhida, então fazer  $p_c = p_e$ .
5. Atualizar a incumbente e a lista de atributos proibidos. Se o critério de parada for satisfeito então pare. Em caso contrário, voltar ao passo 3.

O algoritmo de busca tabu anteriormente apresentado é uma estratégia de otimização que prioriza a intensificação. Ele é chamado de algoritmo de busca tabu básico que fundamentalmente utiliza memória de curto prazo, uma lista de atributos proibidos e um critério de aspiração.

Estruturas de busca tabu mais bem elaboradas podem ser construídas usando outros operadores existentes, tais como a diversificação, a memória baseada em frequência, a lista de soluções de elite, o *path relinking*, entre outros.

#### 4.3.5 Matheurísticas que utilizam busca tabu

A busca tabu obteve considerável sucesso, e deu origem a muitas variantes. Existem múltiplas possibilidades para integrar busca tabu com elementos de programação matemática (Boschetti; Maniezzo, 2022). Por exemplo Gendron, Hanafi e Todosijević (2016) resolveram um problema relaxado de programação linear e para evitar o retorno a soluções já exploradas, adicionaram um corte à formulação do problema, substituindo a lista tabu. Yaghini, Karimi e Rahbar (2013) também adicionaram cortes combinando uma estrutura de vizinhança de plano de cortes e uma busca tabu padrão para o problema que foi estudado. Ngueveu, Prins e Calvo (2010) definiram a vizinhança com base em um problema de *b-matching*, onde o *b-matching* define os conjuntos de candidatos a serem passados para um algoritmo de busca tabu granular, onde apenas um subconjunto de vizinhos é verificado na vizinhança da solução atual em cada movimento.

### 4.4 Busca tabu adaptativa

O método de busca tabu adaptativa foi aplicado primeiramente por Puangdownreong *et al.* (2002) para modelos lineares e não lineares, adicionando duas etapas na busca tabu, ou seja,

um mecanismo de raio de busca adaptativo com o objetivo de acelerar o processo de busca para encontrar o próximo ótimo e o *backtracking* (rastreamento e retorno) que é considerado como uma estratégia de diversificação e serve para escapar de ótimos locais. De modo geral, uma vez que o *backtracking* é ativado, é selecionada uma solução memorizada na lista tabu como um novo ponto de partida, levando a busca tabu fazer uma busca em uma nova direção e resultando em um mínimo local de melhor qualidade (Kluabwang *et al.*, 2012).

O algoritmo apresentado neste trabalho utiliza um mecanismo de retorno incorporado à busca tabu, cuja ideia é voltar para uma solução já visitada, depois de algumas iterações sem melhoria. Quando a busca para em um mínimo local com algumas iterações sem melhoria o *backtracking* é ativado, onde a solução corrente é descartada e, escolhe-se como nova solução corrente a última solução memorizada na lista tabu como novo ponto de partida. Uma busca nesse sentido atribui uma nova direção à BT, com o objetivo de tentar chegar a uma melhor solução.

## 5 MATHEURÍSTICA PARA RECONFIGURAÇÃO E ALOCAÇÃO DE GERAÇÃO DISTRIBUÍDA E BANCOS DE CAPACITORES

Neste capítulo, apresenta-se a estratégia matheurística que utiliza um modelo matemático integrado de programação cônica de segunda ordem inteira mista com restrições de *local branching* incluídas em uma heurística baseada em busca tabu para resolver o problema simultâneo de RSDEE, alocação ótima de bancos de capacitores e geração distribuída em SDEE, que considera a alocação de capacitores fixos e chaveados em níveis de demanda variáveis e GDs despacháveis.

### 5.1 Modelo de PCSOIM utilizado pela matheurística

#### 5.1.1 Função objetivo modificada e restrições adicionais

O termo de penalização  $\Gamma \times \sum_{i \in \Omega_b} \sum_{d \in \Omega_d} (f_{i,d}^P + f_{i,d}^{Qp} + f_{i,d}^{Qn})$ , com  $\Gamma = 10^6$ , correspondendo a um custo de corte de carga, é adicionado a função objetivo (1) que resulta em:

$$\begin{aligned} \text{minimizar } v = & \sum_{i \in \Omega_b} (c^I q_i^C + c^{sw} (n_{i,3}^C - n_{i,1}^C) + c^C n_{i,1}^C) + \sum_{ij \in \Omega_l} \sum_{d \in \Omega_d} c_d \Delta_d R_{ij} I_{ij,d}^{sq} + \\ & \Gamma \times \sum_{i \in \Omega_b} \sum_{d \in \Omega_d} (f_{i,d}^P + f_{i,d}^{Qp} + f_{i,d}^{Qn}) \quad (38) \end{aligned}$$

As variáveis de corte de carga também são adicionadas nas restrições (2) e (3), que resultam em:

$$\sum_{ki \in \Omega_l} P_{ki,d} - \sum_{ij \in \Omega_l} (P_{ij,d} + R_{ij} I_{ij,d}^{sq}) + P_{i,d}^S + f_{i,d}^P + P_{i,d}^{GD} = P_{i,d}^D \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (39)$$

$$\begin{aligned} \sum_{ki \in \Omega_l} Q_{ki,d} - \sum_{ij \in \Omega_l} (Q_{ij,d} + X_{ij} I_{ij,d}^{sq}) + Q_{i,d}^S + f_{i,d}^{Qp} - f_{i,d}^{Qn} + Q_{i,d}^{BC} + Q_{i,d}^{GD} = Q_{i,d}^D \\ \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (40) \end{aligned}$$

Além da modificação da função objetivo (1) e das restrições (2) e (3), também são adicio-

nadas ao modelo as restrições relacionadas aos cortes de carga, que são as seguintes:

$$f_{i,d}^P \leq P_{i,d}^D \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (41)$$

$$f_{i,d}^{Qp} \leq Q_{i,d}^D \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \mid Q_{i,d}^D \geq 0 \quad (42)$$

$$f_{i,d}^{Qn} \leq Q_{i,d}^D \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \mid Q_{i,d}^D < 0 \quad (43)$$

A estratégia de penalização com corte de carga é utilizada para garantir que o modelo sempre forneça uma solução. Soluções infactíveis terão um alto custo devido ao termo de penalização.

As seguintes restrições são adicionadas ao modelo para auxiliar a parte de armazenamento da lista tabu com relação à alocação de bancos de capacitores.

$$n_i^{BC} = \sum_{n \in 1..\bar{n}_i^C} w_{i,n} \quad \forall i \in \Omega_b \quad (44)$$

$$w_{i,n} \geq w_{i,n-1} \quad \forall i \in \Omega_b, \forall n \in 2..\bar{n}_i^C \quad (45)$$

Estas restrições são auxiliares e são utilizadas para calcular o número de bancos de capacitores instalados em cada barra.

### 5.1.2 Restrições de vizinhança

As restrições de corte de ramificação local, ou *local branching*, que são adicionadas ao modelo para determinar a vizinhança que será explorada são as seguintes:

$$\sum_{ij \in \Omega_l \mid y_{ij}=0} y_{ij} \leq n^{vr} \quad (46)$$

$$\sum_{ij \in \Omega_l \mid y_{ij}=1} (1 - y_{ij}) \leq n^{vr} \quad (47)$$

$$\sum_{i \in \Omega_b \mid q_{ci}=0} q_i^{GD} \leq n^{vgd} \quad (48)$$

$$\sum_{i \in \Omega_b \mid q_{ci}=1} (1 - q_i^{GD}) \leq n^{vgd} \quad (49)$$

$$\sum_{i \in \Omega_b, n \in 1..\bar{n}_i^C \mid qb_{i,n}=0} w_{i,n} \leq n^{vbc} \quad (50)$$

$$\sum_{i \in \Omega_b, n \in 1..\bar{n}_i^C \mid qb_{i,n}=1} (1 - w_{i,n}) \leq n^{vbc} \quad (51)$$

Neste conjunto de restrições, cada par representa um limite de modificações de variáveis

em relação à solução corrente permitida para a solução do modelo. As duas primeiras restrições exigem que a solução do modelo apresente no máximo  $n^{vr}$  chaves com estado diferente da solução corrente  $yc_{ij}$ .

O segundo par de restrições exige que a solução do modelo tenha no máximo  $n^{vgd}$  geradores distribuídos em barras diferentes na solução do modelo com relação à solução corrente  $qc_i$ .

Por fim, o terceiro par de restrições exige que a solução do modelo tenha no máximo  $n^{vbc}$  bancos de capacitores em barras diferentes na solução do modelo com relação à solução corrente  $qb_{i,n}$ .

Note que esse conjunto de restrições define uma vizinhança em torno da solução corrente, e por serem restrições inválidas (no sentido de que podem eliminar a solução ótima do modelo), elas tornam o processo de resolução do problema modificado mais rápido, uma vez que o espaço de busca é reduzido.

Em cada iteração do problema, em que o modelo com as restrições de *local branching* é resolvido, uma nova solução é gerada (ou visitada) pela busca tabu. Todas as soluções visitadas são armazenadas na lista tabu. A restrição a seguir exige que a solução do modelo seja diferente (tenha pelo menos uma variável diferente) de todas as soluções armazenadas na lista tabu até a iteração  $itert$ .

$$\sum_{ij \in \Omega_l | y_{ij,k}^{ts} = 0} y_{ij} + \sum_{ij \in \Omega_l | y_{ij,k}^{ts} = 1} (1 - y_{ij}) + \sum_{i \in \Omega_b | q_{i,k}^{ts} = 0} q_i^{GD} + \sum_{i \in \Omega_b | q_{i,k}^{ts} = 1} (1 - q_i^{GD}) + \sum_{i \in \Omega_b, n \in 1..n_i^C | qb_{i,n,k}^{ts} = 0} w_{i,n} + \sum_{i \in \Omega_b, n \in 1..n_i^C | qb_{i,n,k}^{ts} = 1} (1 - w_{i,n}) \geq 1 \quad k \in S | k < itert \quad (52)$$

Nessa restrição,  $y_{ij,k}^{ts}$ ,  $q_{i,k}^{ts}$  e  $qb_{i,n,k}^{ts}$  representam as variáveis da k-ésima solução armazenada na lista tabu correspondentes a reconfiguração, alocação de GDs e alocação de bancos de capacitores, respectivamente.

A solução gerada pelo modelo será, portanto, a melhor solução possível na vizinhança definida por  $n^{vr}$ ,  $n^{vgd}$  e  $n^{vbc}$  e que seja diferente de todas as soluções já visitadas até então pela busca tabu. Na proposta, adota-se  $n^{vr} = 1$ ,  $n^{vgd} = 1$  e  $n^{vbc} = 1$ .

Mesmo esses valores sendo pequenos, analisar todos os vizinhos de forma explícita em uma meta-heurística tradicional para um sistema de médio porte, implicaria resolver milhões de problemas de fluxo de potência ótimo. A vantagem da matheurística proposta é, portanto, permitir analisar esse tipo de vizinhança de forma implícita e de maneira muito mais eficiente.

## 5.1.3 Modelo completo

O modelo completo de programação cônica de segunda ordem inteira mista, para ser resolvido em cada iteração da busca tabu, como explicado nas seções anteriores deste capítulo é apresentado a seguir.

$$\begin{aligned} \text{minimizar } v = & \sum_{i \in \Omega_b} (c^I q_i^C + c^{sw}(n_{i,3}^C - n_{i,1}^C) + c^C n_{i,1}^C) + \sum_{ij \in \Omega_l} \sum_{d \in \Omega_d} c_d \Delta_d R_{ij} I_{ij,d}^{sq} + \\ & \Gamma \times \sum_{i \in \Omega_b} \sum_{d \in \Omega_d} (f_{i,d}^P + f_{i,d}^{Qp} + f_{i,d}^{Qn}) \end{aligned} \quad (53)$$

Sujeito a:

$$\sum_{ki \in \Omega_l} P_{ki,d} - \sum_{ij \in \Omega_l} (P_{ij,d} + R_{ij} I_{ij,d}^{sq}) + P_{i,d}^S + f_{i,d}^P + P_{i,d}^{GD} = P_{i,d}^D \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (54)$$

$$\begin{aligned} \sum_{ki \in \Omega_l} Q_{ki,d} - \sum_{ij \in \Omega_l} (Q_{ij,d} + X_{ij} I_{ij,d}^{sq}) + Q_{i,d}^S + f_{i,d}^{Qp} - f_{i,d}^{Qn} + Q_{i,d}^{BC} + Q_{i,d}^{GD} = Q_{i,d}^D \\ \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \end{aligned} \quad (55)$$

$$V_{i,d}^{sq} - V_{j,d}^{sq} + \lambda_{ij,d} = 2(R_{ij} P_{ij,d} + X_{ij} Q_{ij,d}) + Z_{ij}^2 I_{ij,d}^{sq} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (56)$$

$$V_{j,d}^{sq} I_{ij,d}^{sq} \geq P_{ij,d}^2 + Q_{ij,d}^2 \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (57)$$

$$|\lambda_{ij,d}| \leq (\bar{V}^2 - \underline{V}^2)(1 - y_{ij}) \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (58)$$

$$\underline{V}^2 \leq V_{i,d}^{sq} \leq \bar{V}^2 \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (59)$$

$$0 \leq I_{ij,d}^{sq} \leq \bar{I}_{ij} y_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (60)$$

$$|P_{ij,d}| \leq \bar{V} \bar{I}_{ij} y_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (61)$$

$$|Q_{ij,d}| \leq \bar{V} \bar{I}_{ij} y_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (62)$$

$$(P_{i,d}^S)^2 + (Q_{i,d}^S)^2 \leq (\bar{S}_i^S)^2 \quad \forall i \in \Omega_s, \forall d \in \Omega_d \quad (63)$$

$$(P_{i,d}^{GD})^2 + (Q_{i,d}^{GD})^2 \leq q_i^{GD} (\bar{S}^{GD})^2 \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (64)$$

$$P_{i,d}^{GD} \geq 0 \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (65)$$

$$P_{i,d}^{GD} \leq q_i^{GD} \bar{S}^{GD} \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (66)$$

$$Q_{i,d}^{GD} \leq P_{i,d}^{GD} \tan(\cos^{-1}(fp)) \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (67)$$

$$Q_{i,d}^{GD} \leq q_i^{GD} \bar{S}^{GD} \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (68)$$

$$\sum_{i \in \Omega_b} q_i^{GD} \leq \bar{N}^{GD} \quad (69)$$

$$q_i^{GD} \leq \bar{q}_i^{GD} \quad \forall i \in \Omega_b \quad (70)$$

$$\sum_{ij \in \Omega_l} y_{ij} = |\Omega_b| - 1 \quad (71)$$

$$\sum_{ji \in \Omega_l} f_{ji} - \sum_{ij \in \Omega_l} f_{ij} + f_i^S = 1 \quad \forall i \in \Omega_b \quad (72)$$

$$|f_{ij}| \leq (|\Omega_b| - 1)y_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (73)$$

$$Q_{i,d}^{BC} = Q^C n_{i,d}^C \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (74)$$

$$n_{i,d}^C \leq n_i^{BC} \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (75)$$

$$n_i^{BC} \leq \bar{n}_i^C q_i^C \quad \forall i \in \Omega_b \quad (76)$$

$$n_{i,d}^C \geq n_{i,d-1}^C \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \mid d > 1 \quad (77)$$

$$\sum_{i \in \Omega_b} q_i^C \leq \bar{N}^C \quad (78)$$

$$n_i^{BC} = \sum_{n \in 1..\bar{n}_i^C} w_{i,n} \quad \forall i \in \Omega_b \quad (79)$$

$$w_{i,n} \geq w_{i,n-1} \quad \forall i \in \Omega_b, \forall n \in 2..\bar{n}_i^C \quad (80)$$

$$f_{i,d}^P \leq P_{i,d}^D \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (81)$$

$$f_{i,d}^{Qp} \leq Q_{i,d}^D \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \mid Q_{i,d}^D \geq 0 \quad (82)$$

$$f_{i,d}^{Qn} \leq Q_{i,d}^D \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \mid Q_{i,d}^D < 0 \quad (83)$$

$$\sum_{ij \in \Omega_l \mid y_{ij}=0} y_{ij} \leq n^{vr} \quad (84)$$

$$\sum_{ij \in \Omega_l \mid y_{ij}=1} (1 - y_{ij}) \leq n^{vr} \quad (85)$$

$$\sum_{i \in \Omega_b \mid q_{ci}=0} q_i^{GD} \leq n^{vgd} \quad (86)$$

$$\sum_{i \in \Omega_b \mid q_{ci}=1} (1 - q_i^{GD}) \leq n^{vgd} \quad (87)$$

$$\sum_{i \in \Omega_b, n \in 1..\bar{n}_i^C \mid q_{b_{i,n}}=0} w_{i,n} \leq n^{vbc} \quad (88)$$

$$\sum_{i \in \Omega_b, n \in 1..\bar{n}_i^C \mid q_{b_{i,n}}=1} (1 - w_{i,n}) \leq n^{vbc} \quad (89)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{ij \in \Omega_l \mid y_{ij,k}^{ts}=0} y_{ij} + \sum_{ij \in \Omega_l \mid y_{ij,k}^{ts}=1} (1 - y_{ij}) + \sum_{i \in \Omega_b \mid q_{i,k}^{ts}=0} q_i^{GD} + \sum_{i \in \Omega_b \mid q_{i,k}^{ts}=1} (1 - q_i^{GD}) + \\ & \sum_{i \in \Omega_b, n \in 1..\bar{n}_i^C \mid q_{b_{i,n}}^{ts}=0} w_{i,n} + \sum_{i \in \Omega_b, n \in 1..\bar{n}_i^C \mid q_{b_{i,n}}^{ts}=1} (1 - w_{i,n}) \geq 1 \quad k \in S \mid k < itert \end{aligned} \quad (90)$$

$$q_i^{GD} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in \Omega_b \quad (91)$$

$$q_i^C \in \{0, 1\} \quad \forall i \in \Omega_b \quad (92)$$

$$n_{i,d}^C \in \mathbb{Z}^{\geq} \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (93)$$

$$n_i^{BC} \in \mathbb{Z}^{\geq} \quad \forall i \in \Omega_b \quad (94)$$

$$y_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (95)$$

onde

$w_{i,n}$  é uma variável binária usada para representar os bancos de capacitores instalados no sistema;

$f_{i,d}^P$  representa o corte de carga de potência ativa na barra  $i$  no nível de demanda  $d$ ;

$f_{i,d}^{Qp}$  representa o corte de carga de potência reativa indutiva na barra  $i$  no nível de demanda  $d$ ;

$f_{i,d}^{Qn}$  representa o corte de carga de potência reativa capacitiva na barra  $i$  no nível de demanda  $d$ ;

$n^{vr}$  indica o número máximo de alterações na solução corrente relacionado a reconfiguração;

$n^{vgd}$  indica o número máximo de alterações na solução corrente relacionado a geração distribuída;

$n^{vbc}$  indica o número máximo de alterações na solução corrente relacionado aos bancos de capacitores;

$yc_{ij}$  é a configuração corrente de reconfiguração no ramo  $ij$ ;

$qc_i$  é a configuração corrente de geração distribuída no nó  $i$ ;

$qb_{i,n}$  é a configuração corrente da quantidade de módulos de bancos de capacitores instalados em cada nó;

$S$  é o conjunto de soluções visitadas;

$y_{ij,k}^{ts}$  é onde está armazenada a configuração da iteração  $k$  referente a reconfiguração;

$q_{i,k}^{ts}$  é onde está armazenada a configuração da iteração  $k$  referente a alocação de geradores distribuídos;

$qb_{in,k}^{ts}$  é onde está armazenada a configuração da iteração  $k$  referente a alocação de capacitores;

$itert$  é a quantidade de iterações.

As restrições (79) e (80) estão relacionadas a alocação de capacitores fixos ou chaveados, com o objetivo de converter a variável inteira  $n_i^{BC}$  em um conjunto de variáveis binárias para ser utilizada nas restrições de *local branching*. Em (81)–(83) são considerados os limites de corte de carga. As restrições (84)–(89) estão relacionadas à vizinhança da solução corrente e a restrição (90) a geração de soluções ainda não visitadas pela busca tabu.

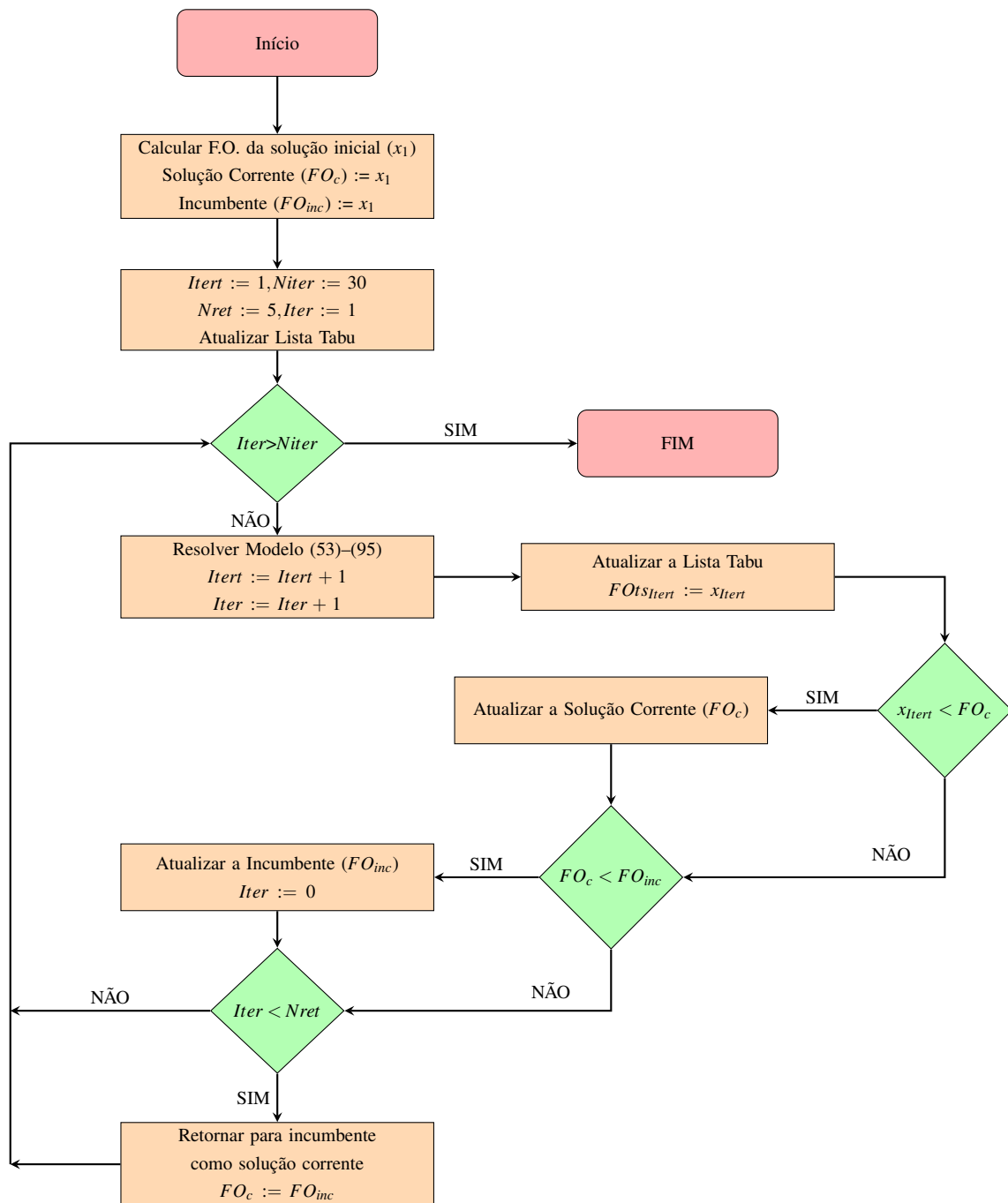
## 5.2 Estratégia de busca tabu adaptativa utilizada

- Passo 1: Para gerar a solução inicial toma-se o sistema base, ou seja, sem reconfiguração, alocação de capacitores e geração distribuída. Define-se  $Iter = 1$ . Resolve-se o modelo (53)–(95), a solução resultante ( $x_1$ ) se torna a solução corrente ( $FO_c$ ) e incumbente ( $FO_{inc}$ ), ou seja,  $FO_c = x_1$  e  $FO_{inc} = FO_c$ .
- Passo 2: A partir da solução inicial com o sistema base cria-se uma lista tabu, primeiramente adicionando esta primeira solução (a configuração é armazenada de maneira completa) na lista, logo  $FO_{ts_1} := FO_c$ .
- Passo 3: Definir  $n^{vr} = 1$ ,  $n^{vgd} = 1$ ,  $n^{vbc} = 1$ ,  $Iter = 1$  (para o controle das iterações),  $Niter$  (estabelece o limite para a quantidade de iterações sem melhoria que serão feitas),  $Nret$  (serve para retornar para incumbente como solução corrente).
- Passo 4: Gerar uma solução vizinha ( $x_{Iter}$ ) com o modelo (53)–(95); Fazer  $Iter := Iter + 1$  e  $Iter := Iter + 1$ . Em cada iteração feita, a configuração encontrada é armazenada de maneira completa. A penalização da função objetivo também acontece em cada iteração pois está incluída no modelo.
- Passo 5: Atualizar a solução corrente: Se  $x_{Iter} < FO_c$  então  $FO_c := x_{Iter}$ .
- Passo 6: Atualizar a incumbente: Se  $FO_c < FO_{inc}$  então  $FO_{inc} := FO_c$  e  $Iter := 0$ .
- Passo 7: Atualizar a lista tabu:  $FO_{ts_{Iter}} := x_{Iter}$
- Passo 8: Se  $Iter > Niter$  pare o algoritmo e vá para o passo 9 caso contrario vá para o passo 10.
- Passo 9: Fixar a solução incumbente ( $FO_{inc}$ ). Chame o modelo (53)–(95) para resolver a solução que foi fixada, eliminando a penalização da função objetivo e as restrições (81)–(90) trazendo assim, a solução final da matheurística.
- Passo 10: Escolher a incumbente como solução corrente: Se  $Iter < Nret$  então  $FO_c := FO_{inc}$ . Volte ao Passo 4

## 5.3 Fluxograma

No fluxograma a seguir estão ilustrados todos os passos utilizados pela matheurística.

Figura 1 - Fluxograma da matheurística proposta



Fonte: Elaborado pelo autor.

## 6 TESTES COM AS PROPOSTAS DE OTIMIZAÇÃO APRESENTADAS

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos através de testes realizados tanto pela matheurística baseada em busca tabu quanto para o MIPCSOIM com o objetivo de resolver o problema de operação ótima dos sistemas de distribuição envolvendo simultaneamente a reconfiguração, alocação de bancos de capacitores e alocação de GD em SDEE radiais.

Os quatro sistemas testes utilizados são: o sistema de 33 barras apresentado por Baran e Wu (1989a), o sistema de 69 barras de Savier e Das (2007), o sistema de 84 barras apresentado por Chiou, Chang e Su (2005) e o sistema de 136 barras apresentado por Mantovani, Casari e Romero (2000). Os dados dos sistemas testados estão descritos no Anexo A.

A análise feita avalia o custo de operação do sistema no período de um ano que opera em três níveis de carregamento (1 Leve; 2 Normal; 3 Pesado), o fator multiplicativo da demanda para cada carregamento é  $d_1 = 0,5$  para o nível de carregamento leve;  $d_2 = 1,0$  para o nível de carregamento normal e  $d_3 = 1,8$  para o nível de carregamento pesado, o tempo de operação do sistema em cada nível de carregamento em horas ( $\Delta_1 = 1000$ ;  $\Delta_2 = 6760$  e  $\Delta_3 = 1000$ ), o custo da energia elétrica  $c_d = 0,06$  (US\$/kWh), o custo de infraestrutura para instalar bancos de capacitores em uma barra é igual a  $c^I = 1000,00$  (US\$/barra), são instalados bancos de 300 kVAr. Um banco de 300 kVAr fixo custa US\$ 900,00 e um banco de 300 kVAr chaveado custa US\$ 1200,00.

Todos os testes realizados foram feitos utilizando um computador com processador 12<sup>th</sup> Gen Intel® Core™ i7-12700 de 2.10 GHz e 16,00 GB de RAM.

### 6.1 Testes com a matheurística

A matheurística proposta foi escrita em linguagem AMPL e os modelos resolvidos utilizando o *solver* CPLEX 20.1.0.0.

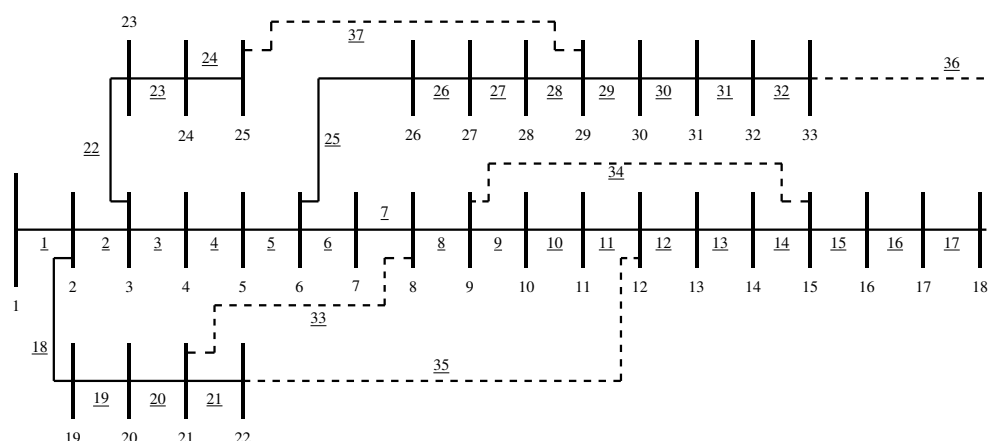
Em todos os sistemas testados, a geração distribuída considera o fator de potência entre 0,80 e 1,00 injetando potência reativa no sistema. Durante o processo são consideradas a conexão de 3 unidades de GDs, sendo que a faixa de operação varia entre 0 a 2000 KVA.

Com relação aos bancos de capacitores, foi definido um limite de até 5 barras com alocação de capacitores com no máximo 5 capacitores por barra.

## 6.1.1 Sistema de 33 barras – matheurística

A topologia base desse sistema é mostrada na Figura 2. Ele possui cinco chaves de interconexão normalmente abertas (caso base) que desconectam os ramos 33, 34, 35, 36 e 37 que ligam as barras 8-21, 9-15, 12-22, 18-33 e 25-29, respectivamente. A tensão de operação é de 12,66 kV. Os dados das cargas e linhas desse sistemas podem ser vistos no Anexo A.

Figura 2 - Sistema de 33 barras (caso base)



Fonte: Elaborado pelo autor

Inicialmente a função objetivo da topologia base é calculada considerando apenas as perdas, isto é, sem reconfiguração e sem alocação de bancos de capacitores e GDs. Os ramos abertos da configuração base são 33, 34, 35, 36 e 37. O sistema base apresentou um custo total de US\$ 130.475,02.

A partir da solução obtida com o caso base, submete-se o sistema ao algoritmo matheurístico. O método foi capaz de reduzir as perdas de potência ativa nos três níveis de carregamento e reduzir o custo da operação do sistema em 95,63% se comparado com o caso base. Em outras palavras, os custos de operação passam de US\$ 130.475,02 para US\$ 5.700,02 representando uma economia de US\$ 124.775,00 por ano. O teste para o sistema de 33 barras foi resolvido em 95 segundos. Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 - Matheurística (sistema de 33 barras)

| Estratégia                                         | CASO BASE              | MATHEURÍSTICA         |
|----------------------------------------------------|------------------------|-----------------------|
| <b>Ramos Abertos</b>                               | 33, 34, 35,<br>36 e 37 | 5, 11, 13,<br>15 e 26 |
| <b>Capacitores Fixos<br/>Barra (nº bancos)</b>     | -                      | -                     |
| <b>Capacitores Chaveados<br/>Barra (nº bancos)</b> | -                      | -                     |

Continua na próxima página

Tabela 1 – Continuação da tabela

| Estratégia                             |        | CASO BASE  | MATHEURÍSTICA             |
|----------------------------------------|--------|------------|---------------------------|
| Alocação de GD<br>Potência kVA (Barra) | Leve   |            | 539,327 + j255,540 (8)    |
|                                        |        |            | 563,435 + j417,029 (25)   |
|                                        |        |            | 377,394 + j283,043 (32)   |
|                                        | Normal | -          | 1081,835 + j513,876 (8)   |
|                                        |        |            | 1129,152 + j835,978 (25)  |
|                                        |        |            | 756,362 + j567,271 (32)   |
| Perdas (kW)                            | Pesado | -          | 1805,025 + j861,327 (8)   |
|                                        |        |            | 1608,050 + j1189,190 (25) |
|                                        |        |            | 1600,000 + j1199,999 (32) |
| Perdas (kW)                            | Leve   | 47,07      | 2,23                      |
|                                        | Normal | 202,68     | 8,95                      |
|                                        | Pesado | 757,42     | 32,24                     |
| Custo com Perdas (US\$)                |        | 130.475,02 | 5.700,02                  |
| Custo com Capacitor (US\$)             |        | -          | -                         |
| Custos Totais (US\$)                   |        | 130.475,02 | 5.700,02                  |
| Tempo (s)                              |        |            | 95                        |

Fonte: Próprio Autor

Os menores níveis de tensão de cada configuração em cada nível de carregamento são mostrados na Tabela 2.

Tabela 2 - Barras com menor tensão (sistema de 33 barras)

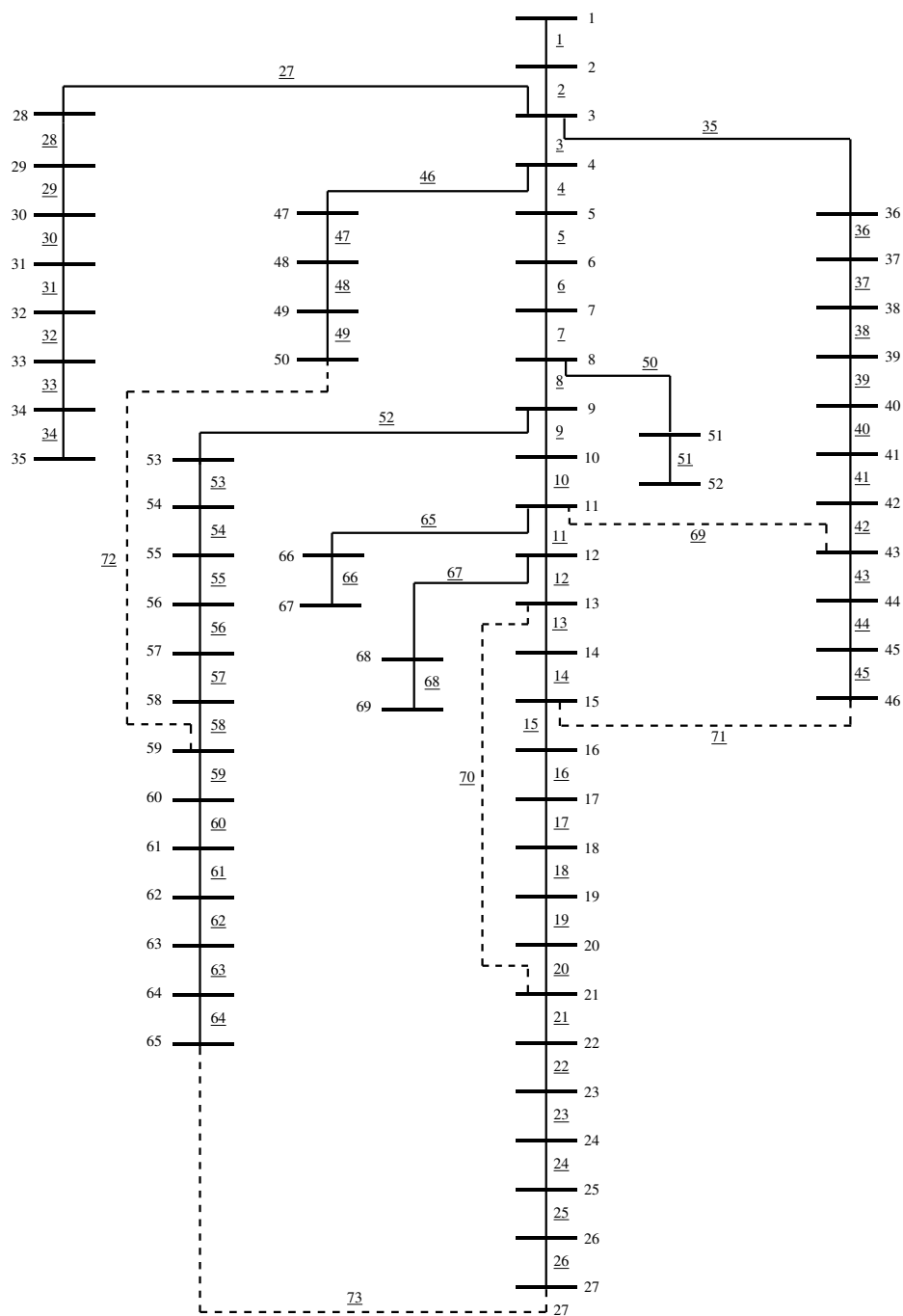
| Carregamento | Caso Base |          | Matheurística |          |
|--------------|-----------|----------|---------------|----------|
|              | Barra     | V (p.u.) | Barra         | V (p.u.) |
| Leve         | 18        | 0,9583   | 13            | 0,9958   |
| Normal       | 18        | 0,9131   | 13            | 0,9915   |
| Pesado       | 18        | 0,8308   | 13            | 0,9817   |

Fonte: próprio autor

### 6.1.2 Sistema de 69 barras – matheurística

A topologia base desse sistema é mostrada na Figura 3. Ele possui cinco chaves de interconexão normalmente abertas (caso base) que desconectam os ramos 69, 70, 71, 72 e 73 que ligam as barras 11-43, 13-21, 15-46, 50-59 e 27-65 respectivamente. A tensão de operação é de 12,66 kV.

Figura 3 - Sistema de 69 barras (caso base)



Fonte: Elaborado pelo autor.

Inicialmente, a função objetivo da topologia base é calculada considerando apenas as perdas, isto é, sem reconfiguração e sem alocação de bancos de capacitores e GDs. Os ramos abertos da configuração base são 69, 70, 71, 72 e 73. O sistema base apresentou um custo total de US\$ 146.353,22.

A partir da solução obtida com o caso base, submete-se o sistema ao algoritmo matheurístico. O método foi capaz de reduzir as perdas de potência ativa nos três níveis de carregamento

e reduzir o custo da operação do sistema em 97,88% se comparado com o caso base. Em outras palavras, os custos de operação passam de US\$ 146.353,22 para US\$ 3.103,50 representando uma economia de US\$ 143.249,72 por ano. O teste para o sistema de 69 barras foi resolvido em 346 segundos. Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 3.

Tabela 3 - Matheurística (sistema de 69 barras)

| Estratégia                                 |        | CASO BASE              | MATHEURÍSTICA                                                                     |
|--------------------------------------------|--------|------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|
| Ramos Abertos                              |        | 69, 70, 71,<br>72 e 73 | 9, 17, 21,<br>58 e 69                                                             |
| Capacitores Fixos<br>Barra (nº bancos)     |        | -                      | -                                                                                 |
| Capacitores Chaveados<br>Barra (nº bancos) |        | -                      | -                                                                                 |
| Alocação de GD<br>Potência kVA (Barra)     | Leve   | -                      | 313,093 + j217,465 (12)<br>722,801 + j516,337 (61)<br>175,242 + j124,979 (64)     |
|                                            | Normal | -                      | 627,106 + j435,460 (12)<br>1446,005 + j1033,155 (61)<br>350,656 + j250,044 (64)   |
|                                            | Pesado | -                      | 1131,518 + j785,406 (12)<br>1626,904 + j1163,263 (61)<br>1401,429 + j999,579 (64) |
| Perdas (kW)                                | Leve   | 51,59                  | 1,09                                                                              |
|                                            | Normal | 224,93                 | 4,37                                                                              |
|                                            | Pesado | 867,08                 | 21,07                                                                             |
| Custo com Perdas (US\$)                    |        | 146.353,22             | 3.103,50                                                                          |
| Custo com Capacitor (US\$)                 |        | -                      | -                                                                                 |
| Custos Totais (US\$)                       |        | 146.353,22             | 3.103,50                                                                          |
| Tempo (s)                                  |        |                        | 346                                                                               |

Fonte: Próprio Autor

Os menores níveis de tensão de cada configuração em cada nível de carregamento são mostrados na Tabela 4.

Tabela 4 - Barras com menor tensão (sistema de 69 barras)

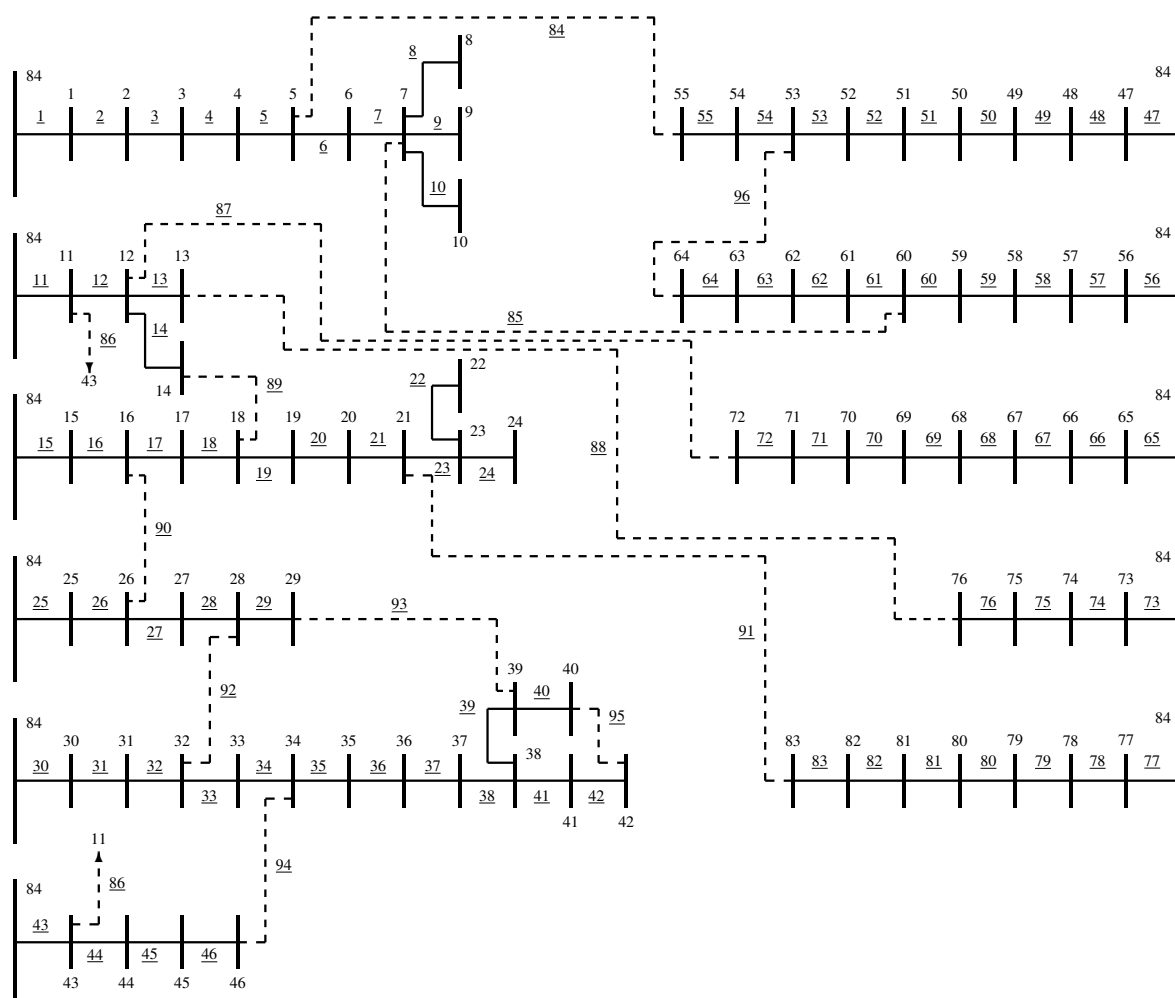
| Carregamento | Caso Base |          | Matheurística |          |
|--------------|-----------|----------|---------------|----------|
|              | Barra     | V (p.u.) | Barra         | V (p.u.) |
| Leve         | 65        | 0,9567   | 50            | 0,9974   |
| Normal       | 65        | 0,9092   | 50            | 0,9949   |
| Pesado       | 65        | 0,8203   | 59            | 0,9876   |

Fonte: próprio autor

## 6.1.3 Sistema de 84 barras – matheurística

A topologia base desse sistema é mostrada na Figura 4. Ele possui treze chaves de interconexão normalmente abertas (caso base) que desconectam os ramos 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95 e 96 que ligam as barras 5-55, 7-60, 11-43, 12-72, 13-76, 14-18, 16-26, 20-83, 28-32, 29-39, 34-46, 40-42 e 53-64 respectivamente. A tensão de operação é de 11,4 kV. O sistema base apresenta um custo total de US\$ 335.725,35.

Figura 4 - Sistema de 84 barras (caso base)



Fonte: Elaborado pelo autor.

Inicialmente a função objetivo da topologia base é calculada considerando apenas as perdas, isto é, sem reconfiguração e sem alocação de bancos de capacitores e GDs. O sistema base apresentou um custo total de US\$ 335.725,35.

A partir da solução obtida com o caso base submete-se o sistema ao algoritmo matheurístico. O método foi capaz de reduzir as perdas de potência ativa nos três níveis de carregamento e reduzir o custo da operação do sistema em 44,38% se comparado com o caso base. Em outras

palavras, os custos de operação passam de US\$ 335.725,35 para US\$ 186.723,02, representando uma economia de US\$ 149.002,33 por ano. O teste para o sistema de 84 barras foi resolvido em 5697 segundos. Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 5.

Tabela 5 - Matheurística (sistema de 84 barras)

| Estratégia                                         |               | CASO BASE                                             | MATHEURÍSTICA                                                                     |
|----------------------------------------------------|---------------|-------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Ramos Abertos</b>                               |               | 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90<br>91, 92, 93, 94, 95 e 96 | 34, 39, 42, 64, 81, 84, 85,<br>86, 87, 88, 89, 90 e 92                            |
| <b>Capacitores Fixos<br/>Barra (nº bancos)</b>     |               | -                                                     | 6(5,5,5), 13(3,3,3), 21(4,4,4),<br>64(4,4,4) e 79(4,4,4)                          |
| <b>Capacitores Chaveados<br/>Barra (nº bancos)</b> |               | -                                                     | -                                                                                 |
| <b>Alocação de GD<br/>Potência kVA (Barra)</b>     | <b>Leve</b>   |                                                       | 1522,870 + j0,003 (7)<br>1269,765 + j952,209 (71)<br>1575,474 + j143,892 (83)     |
|                                                    | <b>Normal</b> | -                                                     | 1937,831 + j494,783 (7)<br>1600,003 + j1199,996 (71)<br>1837,968 + j788,589 (83)  |
|                                                    | <b>Pesado</b> | -                                                     | 1787,520 + j897,091 (7)<br>1600,004 + j1199,994 (71)<br>1714,950 + j1029,050 (83) |
| <b>Perdas (kW)</b>                                 | <b>Leve</b>   | 127,21                                                | 52,85                                                                             |
|                                                    | <b>Normal</b> | 532,00                                                | 235,97                                                                            |
|                                                    | <b>Pesado</b> | 1871,91                                               | 1080,70                                                                           |
| <b>Custo com Perdas (US\$)</b>                     |               | 335.725,35                                            | 163.723,02                                                                        |
| <b>Custo com Capacitor (US\$)</b>                  |               | -                                                     | 23.000,00                                                                         |
| <b>Custos Totais (US\$)</b>                        |               | 335.725,35                                            | 186.723,02                                                                        |
| <b>Tempo (s)</b>                                   |               |                                                       | 5697                                                                              |

Fonte: Próprio Autor

Os menores níveis de tensão de cada configuração em cada nível de carregamento são mostrados na Tabela 6.

Tabela 6 - Barras com menor tensão (sistema de 84 barras)

| Carregamento  | Caso Base |          | Matheurística |          |
|---------------|-----------|----------|---------------|----------|
|               | Barra     | V (p.u.) | Barra         | V (p.u.) |
| <b>Leve</b>   | 9         | 0,9657   | 63            | 0,9880   |
| <b>Normal</b> | 9         | 0,9285   | 63            | 0,9757   |
| <b>Pesado</b> | 9         | 0,8605   | 9             | 0,9326   |

Fonte: próprio autor

## 6.1.4 Sistema de 136 barras – matheurística

O sistema possui 21 chaves de interconexão normalmente abertas (caso base) que desconectam os ramos 136, 137, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148, 149, 150, 151, 152, 153, 154, 155 e 156 que ligam as barras 7-73, 9-24, 15-83, 38-135, 25-51, 50-96, 55-98, 62-120, 66-79, 79-131, 84-135, 91-104, 90-129, 90-103, 92-104, 92-132, 96-120, 110-47, 126-76, 128-77 e 135-98 respectivamente. A tensão de operação é de 13,8 kV.

Inicialmente a função objetivo da topologia base é calculada considerando apenas as perdas, isto é, sem reconfiguração e sem alocação de bancos de capacitores e GDs. A partir da solução obtida com o caso base, submete-se o sistema ao algoritmo matheurístico. Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 7.

Tabela 7 - Matheurística (sistema de 136 barras)

| Estratégia                                     |               | CASO BASE                                                                                                | MATHEURÍSTICA                                                                                        |
|------------------------------------------------|---------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Ramos Abertos</b>                           |               | 136, 137, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148, 149, 150, 151, 152, 153, 154, 155 e 156 | 51, 83, 90, 110, 118, 126, 134, 136, 137, 141, 142, 144, 145, 146, 147, 148, 150, 151, 152, 155, 156 |
| <b>Capacitores Fixos Barra (nº bancos)</b>     |               | -                                                                                                        | -                                                                                                    |
| <b>Capacitores Chaveados Barra (nº bancos)</b> |               | -                                                                                                        | -                                                                                                    |
| <b>Alocação de GD Potência kVA (Barra)</b>     | <b>Leve</b>   | -                                                                                                        | 1308,520 + j528,899 (15)<br>1426,201 + j679,132 (35)<br>1246,025 + j532,376 (106)                    |
|                                                | <b>Normal</b> | -                                                                                                        | 1852,202 + j754,551 (15)<br>1801,537 + j868,600 (35)<br>1836,069 + j793,001 (106)                    |
|                                                | <b>Pesado</b> | -                                                                                                        | 1839,448 + j785,130 (15)<br>1784,256 + j903,566 (35)<br>1765,284 + j940,091 (106)                    |
| <b>Perdas (kW)</b>                             | <b>Leve</b>   | 77,01                                                                                                    | 25,40                                                                                                |
|                                                | <b>Normal</b> | 320,36                                                                                                   | 122,61                                                                                               |
|                                                | <b>Pesado</b> | 1117,97                                                                                                  | 615,81                                                                                               |
| <b>Custo com Perdas (US\$)</b>                 |               | 201.638,32                                                                                               | 88.202,96                                                                                            |
| <b>Custo com Capacitor (US\$)</b>              |               | -                                                                                                        | -                                                                                                    |
| <b>Custos Totais (US\$)</b>                    |               | 201.638,32                                                                                               | 88.202,96                                                                                            |
| <b>Tempo (s)</b>                               |               |                                                                                                          | 2225                                                                                                 |

Fonte: Próprio Autor

Os menores níveis de tensão de cada configuração em cada nível de carregamento são mostrados na Tabela 8.

Tabela 8 - Barras com menor tensão (sistema de 136 barras)

| Carregamento  | Caso Base |          | Matheurística |          |
|---------------|-----------|----------|---------------|----------|
|               | Barra     | V (p.u.) | Barra         | V (p.u.) |
| <b>Leve</b>   | 116       | 0,9669   | 74            | 0,9887   |
| <b>Normal</b> | 116       | 0,9307   | 74            | 0,9771   |
| <b>Pesado</b> | 117       | 0,8636   | 117           | 0,9300   |

Fonte: próprio autor

O método foi capaz de reduzir as perdas de potência ativa nos três níveis de carregamento e reduzir o custo da operação do sistema em aproximadamente 56,26% se comparado com o caso base. Em outras palavras, os custos de operação passam de US\$ 201.638,32 para US\$ 88.202,96, representando uma economia de US\$ 113.435,36 por ano. O teste para o sistema de 136 barras foi resolvido em 2225 segundos.

## 6.2 Testes para comparações entre o MIPCSOIM e a matheurística

O modelo matemático integrado de programação cônica de segunda ordem inteira mista (1)–(31) foi implementado em linguagem de modelagem matemática AMPL e resolvido com o solver CPLEX 20.1.0.0 com o objetivo de avaliar a qualidade das soluções encontradas pelo algoritmo matheurístico.

### 6.2.1 Comparações de estratégias para o sistema de 33 barras

O teste feito para o sistema de 33 barras foi resolvido pelo MIPCSOIM em 20,75 segundos e a matheurística em 95 segundos. Ambas as estratégias obtiveram os mesmos custos de operação. Os resultados da comparação das estratégias para o sistema de 33 barras são apresentados na Tabela 9.

Tabela 9 - Comparações de estratégias (sistema de 33 barras)

| Estratégia                                         | MODELO<br>MATEMÁTICO  | MATHEURÍSTICA         |
|----------------------------------------------------|-----------------------|-----------------------|
| <b>Ramos Abertos</b>                               | 5, 11, 13,<br>15 e 26 | 5, 11, 13,<br>15 e 26 |
| <b>Capacitores Fixos<br/>Barra (nº bancos)</b>     | -                     | -                     |
| <b>Capacitores Chaveados<br/>Barra (nº bancos)</b> | -                     | -                     |

Continua na próxima página

Tabela 9 – Continuação da tabela

| Estratégia                             |        | MODELO<br>MATEMÁTICO      | MATHEURÍSTICA             |
|----------------------------------------|--------|---------------------------|---------------------------|
| Alocação de GD<br>Potência kVA (Barra) | Leve   | 539,325 + j255,538 (8)    | 539,327 + j255,540 (8)    |
|                                        |        | 563,442 + j417,035 (25)   | 563,435 + j417,029 (25)   |
|                                        |        | 377,392 + j283,044 (32)   | 377,394 + j283,043 (32)   |
|                                        | Normal | 1081,835 + j513,876 (8)   | 1081,835 + j513,876 (8)   |
|                                        |        | 1129,150 + j835,977 (25)  | 1129,152 + j835,978 (25)  |
|                                        |        | 756,362 + j567,271 (32)   | 756,362 + j567,271 (32)   |
|                                        | Pesado | 1805,025 + j861,327 (8)   | 1805,025 + j861,327 (8)   |
|                                        |        | 1608,050 + j1189,191 (25) | 1608,050 + j1189,190 (25) |
|                                        |        | 1600,000 + j1200,000 (32) | 1600,000 + j1199,999 (32) |
| Perdas (kW)                            | Leve   | 2,23                      | 2,23                      |
|                                        | Normal | 8,95                      | 8,95                      |
|                                        | Pesado | 32,24                     | 32,24                     |
| Custo com Perdas (US\$)                |        | 5.700,02                  | 5.700,02                  |
| Custo com Capacitor (US\$)             |        | -                         | -                         |
| Custos Totais (US\$)                   |        | 5.700,02                  | 5.700,02                  |
| Tempo (s)                              |        | 20,75                     | 95                        |

Fonte: Próprio Autor

Os menores níveis de tensão de cada configuração em cada nível de carregamento são mostrados na Tabela 10.

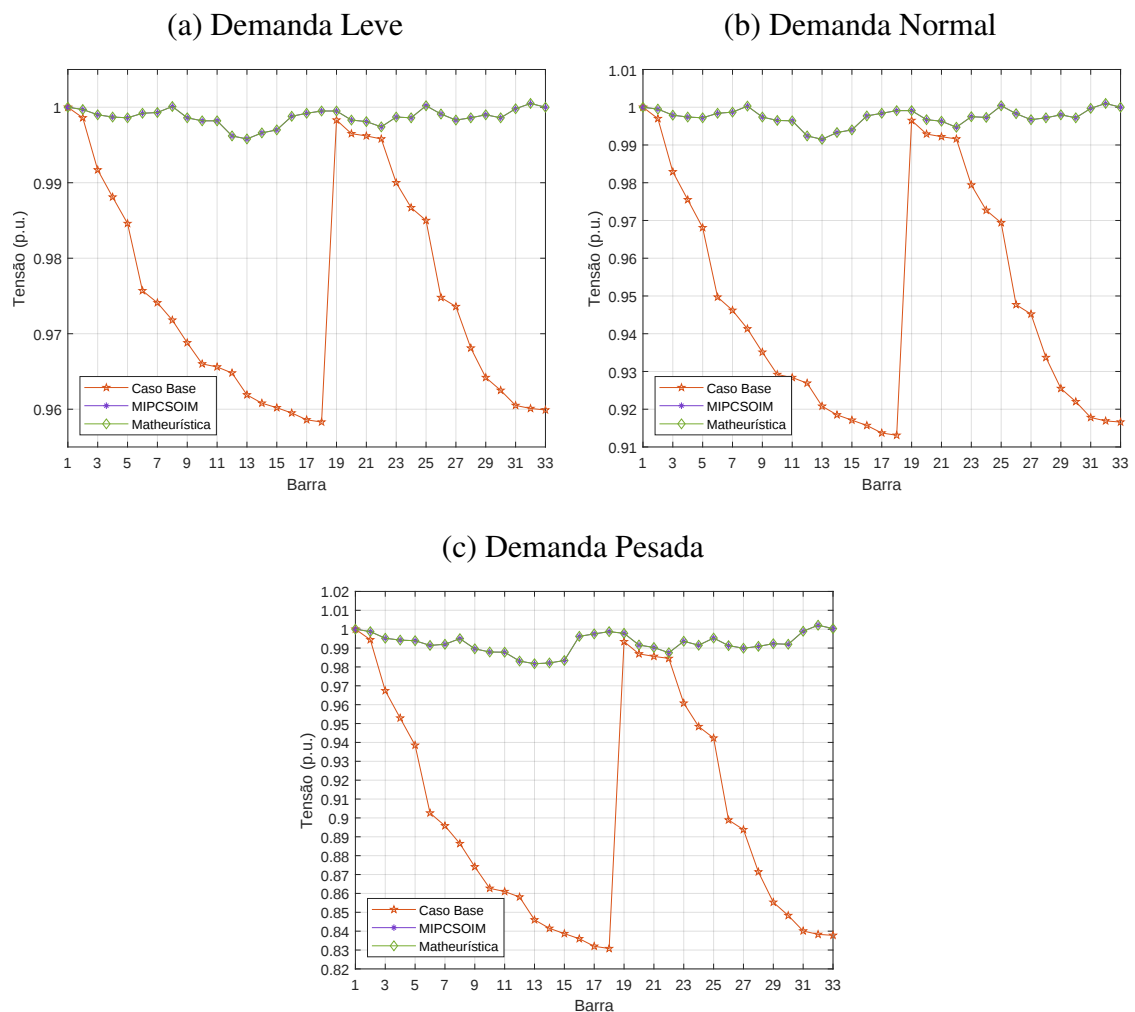
Tabela 10 - Barras com menor tensão (sistema de 33 barras)

| Carregamento | Modelo |          | Matheurística |          |
|--------------|--------|----------|---------------|----------|
|              | Barra  | V (p.u.) | Barra         | V (p.u.) |
| Leve         | 13     | 0,9958   | 13            | 0,9958   |
| Normal       | 13     | 0,9915   | 13            | 0,9915   |
| Pesado       | 13     | 0,9817   | 13            | 0,9817   |

Fonte: próprio autor

Em ambas estratégias obteve-se bons resultados de perfil de tensão para todos os níveis de carga estipulados, mesmo em carga pesada conforme pode ser observado na Figura 5, se mantém acima de 0,98 p.u.

Figura 5 - Perfil de tensão do sistema de 33 barras



### 6.2.2 Comparações de estratégias para o sistema de 69 barras

O teste feito para o sistema de 69 barras foi resolvido pelo MIPCSOIM em 157,45 segundos e a matheurística em 346 segundos. Ambas as estratégias obtiveram os mesmos custos de operação. Os resultados da comparação das estratégias para o sistema de 69 barras são apresentados na Tabela 11.

Tabela 11 - Comparações de estratégias (sistema de 69 barras)

| Estratégia    | MODELO MATEMÁTICO     | MATHEURÍSTICA         |
|---------------|-----------------------|-----------------------|
| Ramos Abertos | 9, 17, 21,<br>55 e 69 | 9, 17, 21,<br>58 e 69 |

*Continua na próxima página*

Tabela 11 – Continuação da tabela

| Estratégia                              |        | MODELO MATEMÁTICO         | MATHEURÍSTICA             |
|-----------------------------------------|--------|---------------------------|---------------------------|
| Capacitores Fixos Barra (nº bancos)     |        | -                         | -                         |
| Capacitores Chaveados Barra (nº bancos) |        | -                         | -                         |
| Alocação de GD Potência kVA (Barra)     | Leve   | 313,093 + j217,465 (12)   | 313,093 + j217,465 (12)   |
|                                         |        | 722,806 + j516,340 (61)   | 722,801 + j516,337 (61)   |
|                                         |        | 175,237 + j124,976 (64)   | 175,242 + j124,979 (64)   |
|                                         | Normal | 627,106 + j435,460 (12)   | 627,106 + j435,460 (12)   |
|                                         |        | 1446,006 + j1033,155 (61) | 1446,005 + j1033,155 (61) |
|                                         |        | 350,656 + j250,044 (64)   | 350,656 + j250,044 (64)   |
|                                         | Pesado | 1131,518 + j785,406 (12)  | 1131,518 + j785,406 (12)  |
|                                         |        | 1626,905 + j1163,263 (61) | 1626,904 + j1163,263 (61) |
|                                         |        | 1401,429 + j999,579 (64)  | 1401,429 + j999,579 (64)  |
| Perdas (kW)                             | Leve   | 1,09                      | 1,09                      |
|                                         | Normal | 4,37                      | 4,37                      |
|                                         | Pesado | 21,07                     | 21,07                     |
| Custo com Perdas (US\$)                 |        | 3.103,50                  | 3.103,50                  |
| Custo com Capacitor (US\$)              |        | -                         | -                         |
| Custos Totais (US\$)                    |        | 3.103,50                  | 3.103,50                  |
| Tempo (s)                               |        | 157,45                    | 346                       |

Fonte: Próprio Autor

Os menores níveis de tensão de cada configuração em cada nível de carregamento são mostrados na Tabela 12.

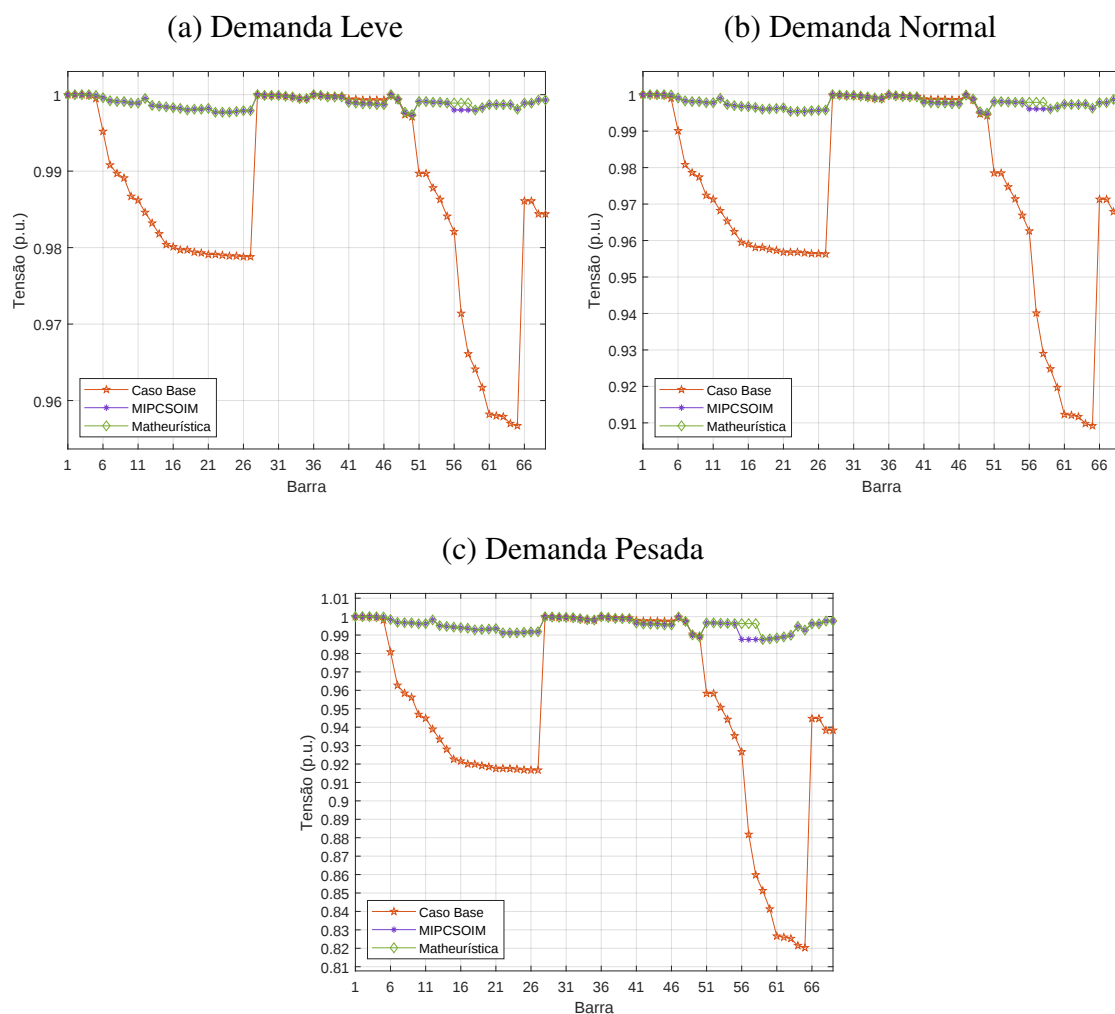
Tabela 12 - Barras com menor tensão (sistema de 69 barras)

| Carregamento | Modelo Matemático |          | Matheurística |          |
|--------------|-------------------|----------|---------------|----------|
|              | Barra             | V (p.u.) | Barra         | V (p.u.) |
| Leve         | 50                | 0,9974   | 50            | 0,9974   |
| Normal       | 50                | 0,9949   | 50            | 0,9949   |
| Pesado       | 59                | 0,9876   | 59            | 0,9876   |

Fonte: próprio autor

Em ambas estratégias, obteve-se bons resultados de perfil de tensão para todos os níveis de carga estipulados, mesmo em carga pesada conforme pode ser observado na Figura 6, se mantém acima de 0,98 p.u.

Figura 6 - Perfil de tensão do sistema de 69 barras



Fonte: Elaborado pelo autor

### 6.2.3 Comparações de estratégias para o sistema de 84 barras

O teste feito para o sistema de 84 barras foi estipulado para ser resolvido pelo MIPCSOIM com 36000 segundos, pois por ser um sistema maior e com muitas alternativas de solução o modelo não estava convergindo, já a matheurística conseguiu alcançar um resultado melhor com apenas 5697 segundos. Ambas as estratégias obtiveram bons custos de operação se comparados com o caso base, mas nesse caso a matheurística se mostrou muito mais rápida para obter uma solução de excelente qualidade. Os resultados da comparação das estratégias para o sistema de 84 barras são apresentados na Tabela 13.

Tabela 13 - Comparações de estratégias (sistema de 84 barras)

| Estratégia                              |        | MODELO MATEMÁTICO                                     | MATHEURÍSTICA                                         |
|-----------------------------------------|--------|-------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|
| Ramos Abertos                           |        | 6, 14, 33, 39, 41, 55, 61, 72, 82, 86, 88, 90 e 92    | 34, 39, 42, 64, 81, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90 e 92   |
| Capacitores Fixos Barra (nº bancos)     |        | 7(5,5,5), 19(5,5,5), 40(2,2,2), 71(5,5,5) e 80(5,5,5) | 6(5,5,5), 13(3,3,3), 21(4,4,4), 64(4,4,4) e 79(4,4,4) |
| Capacitores Chaveados Barra (nº bancos) |        | -                                                     | -                                                     |
| Alocação de GD Potência kVA (Barra)     | Leve   | 1461,502 (7)                                          | 1522,870 + j0,003 (7)                                 |
|                                         |        | 1690,677 + j221,840 (20)                              | 1269,765 + j952,209 (71)                              |
|                                         |        | 1452,930 + j1000,610 (64)                             | 1575,474 + j143,892 (83)                              |
|                                         | Normal | 1946,646 + j458,878 (7)                               | 1937,831 + j494,783 (7)                               |
|                                         |        | 1821,805 + j825,244 (20)                              | 1600,003 + j1199,996 (71)                             |
|                                         |        | 1641,878 + j1142,032 (64)                             | 1837,968 + j788,589 (83)                              |
|                                         | Pesado | 1787,382 + j897,366 (7)                               | 1787,520 + j897,091 (7)                               |
|                                         |        | 1700,428 + j1052,874 (20)                             | 1600,004 + j1199,994 (71)                             |
|                                         |        | 1621,368 + j1170,968 (64)                             | 1714,950 + j1029,050 (83)                             |
| Perdas (kW)                             | Leve   | 53,65                                                 | 52,85                                                 |
|                                         | Normal | 233,75                                                | 235,97                                                |
|                                         | Pesado | 1079,12                                               | 1080,70                                               |
| Custo com Perdas (US\$)                 |        | 162.775,59                                            | 163.723,02                                            |
| Custo com Capacitor (US\$)              |        | 24.800,00                                             | 23.000,00                                             |
| Custos Totais (US\$)                    |        | 187.575,59                                            | 186.723,02                                            |
| Tempo (s)                               |        | 36000                                                 | 5697                                                  |

Fonte: Próprio Autor

Os menores níveis de tensão de cada configuração em cada nível de carregamento são mostrados na Tabela 14.

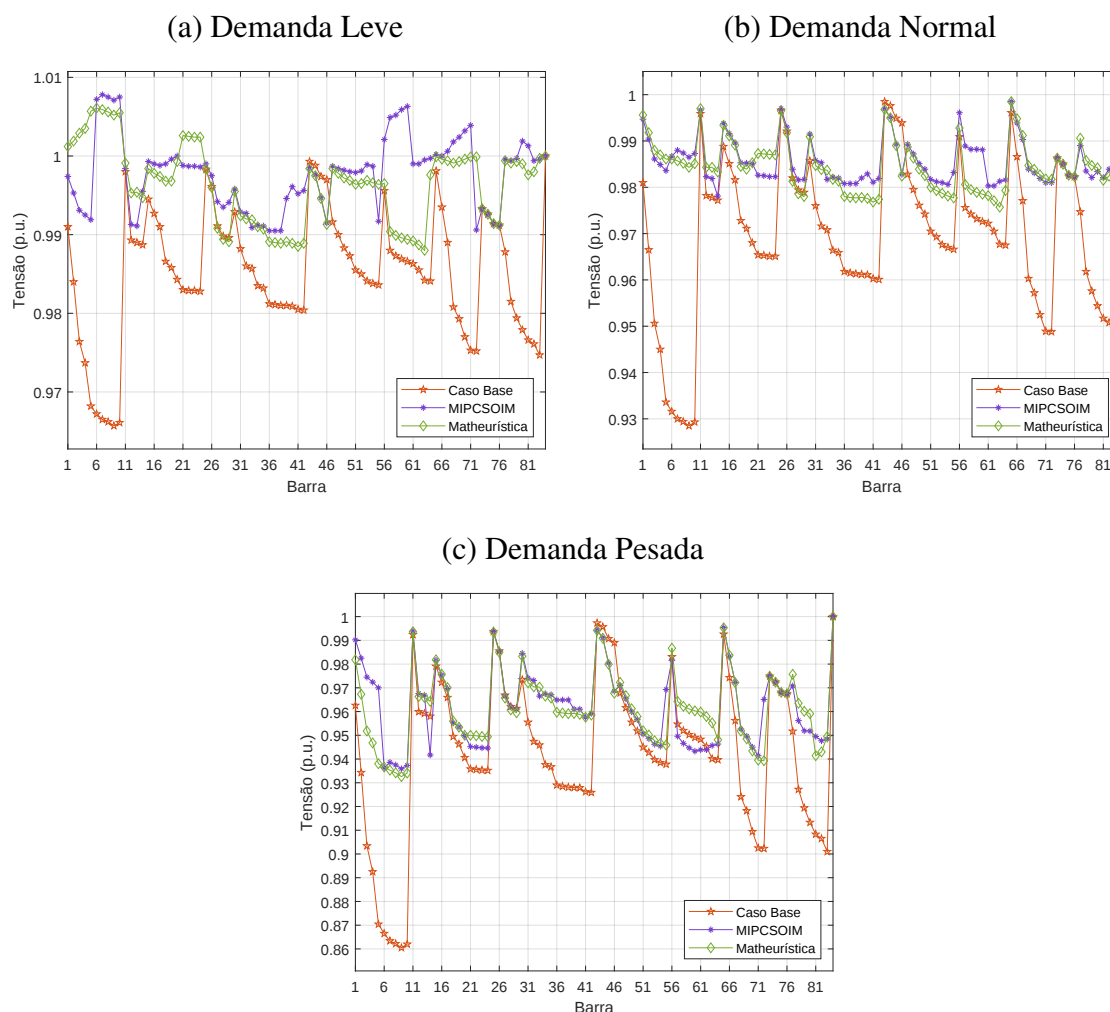
Tabela 14 - Barras com menor tensão (sistema de 84 barras)

| Carregamento | Modelo |          | Matheurística |          |
|--------------|--------|----------|---------------|----------|
|              | Barra  | V (p.u.) | Barra         | V (p.u.) |
| Leve         | 38     | 0,9905   | 63            | 0,9880   |
| Normal       | 14     | 0,9781   | 63            | 0,9757   |
| Pesado       | 9      | 0,9359   | 9             | 0,9326   |

Fonte: próprio autor

Em ambas estratégias podem ser observados bons resultados de perfil de tensão em todos os níveis de carga estipulados, inclusive em demanda pesada, conforme pode ser visto na Figura 7, onde o perfil de tensão mesmo em carga pesada se mantém no limite acima de 0,93 p.u.

Figura 7 - Perfil de tensão do sistema de 84 barras



Fonte: Elaborado pelo autor

#### 6.2.4 Comparações de estratégias para o sistema de 136 barras

No teste feito para o sistema de 136 barras, assim como no de 84, foi estipulado um tempo máximo de 36000 segundos para se resolver o MIPCSOIM, devido a problemas de convergência, já a matheurística conseguiu alcançar um resultado melhor com apenas 2225 segundos. Ambas as estratégias obtiveram bons custos de operação se comparados com o caso base. Nesse caso, a matheurística se mostrou muito mais rápida para obter um ótimo. Os resultados da comparação das estratégias para o sistema de 136 barras são apresentados na Tabela 15.

Tabela 15 - Comparações de estratégias (sistema de 136 barras)

| Estratégia                                     |               | MODELO MATEMÁTICO                                                                            | MATHEURÍSTICA                                                                                        |
|------------------------------------------------|---------------|----------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Ramos Abertos</b>                           |               | 7, 9, 13, 28, 51, 84, 90, 96, 97, 119, 126, 128, 135, 144, 145, 147, 149, 150, 151, 152, 153 | 51, 83, 90, 110, 118, 126, 134, 136, 137, 141, 142, 144, 145, 146, 147, 148, 150, 151, 152, 155, 156 |
| <b>Capacitores Fixos Barra (nº bancos)</b>     |               | 7(2,2,2), 48(1,1,1), 114(1,1,1), 127(1,1,1)                                                  | -                                                                                                    |
| <b>Capacitores Chaveados Barra (nº bancos)</b> |               | -                                                                                            | -                                                                                                    |
| <b>Alocação de GD Potência kVA (Barra)</b>     | <b>Leve</b>   | 1001,831 + j415,507 (13)                                                                     | 1308,520 + j528,899 (15)                                                                             |
|                                                |               | 1212,233 + j570,966 (32)                                                                     | 1426,201 + j679,132 (35)                                                                             |
|                                                |               | 1301,271 + j255,431 (106)                                                                    | 1246,025 + j532,376 (106)                                                                            |
|                                                | <b>Normal</b> | 1846,597 + j768,166 (13)                                                                     | 1852,202 + j754,551 (15)                                                                             |
|                                                |               | 1806,023 + j859,233 (32)                                                                     | 1801,537 + j868,600 (35)                                                                             |
|                                                |               | 1906,689 + j603,768 (106)                                                                    | 1836,069 + j793,001 (106)                                                                            |
|                                                | <b>Pesado</b> | 1837,447 + j789,803 (13)                                                                     | 1839,448 + j785,130 (15)                                                                             |
|                                                |               | 1790,569 + j890,990 (32)                                                                     | 1784,256 + j903,566 (35)                                                                             |
|                                                |               | 1830,639 + j805,457 (106)                                                                    | 1765,284 + j940,091 (106)                                                                            |
| <b>Perdas (kW)</b>                             | <b>Leve</b>   | 29,79                                                                                        | 25,40                                                                                                |
|                                                | <b>Normal</b> | 129,07                                                                                       | 122,61                                                                                               |
|                                                | <b>Pesado</b> | 652,75                                                                                       | 615,81                                                                                               |
| <b>Custo com Perdas (US\$)</b>                 |               | 93.301,65                                                                                    | 88.202,96                                                                                            |
| <b>Custo com Capacitor (US\$)</b>              |               | 8.500,00                                                                                     | -                                                                                                    |
| <b>Custos Totais (US\$)</b>                    |               | 101.801,65                                                                                   | 88.202,96                                                                                            |
| <b>Tempo (s)</b>                               |               | 36000                                                                                        | 2225                                                                                                 |

Fonte: Próprio Autor

Os menores níveis de tensão de cada configuração em cada nível de carregamento são mostrados na Tabela 16.

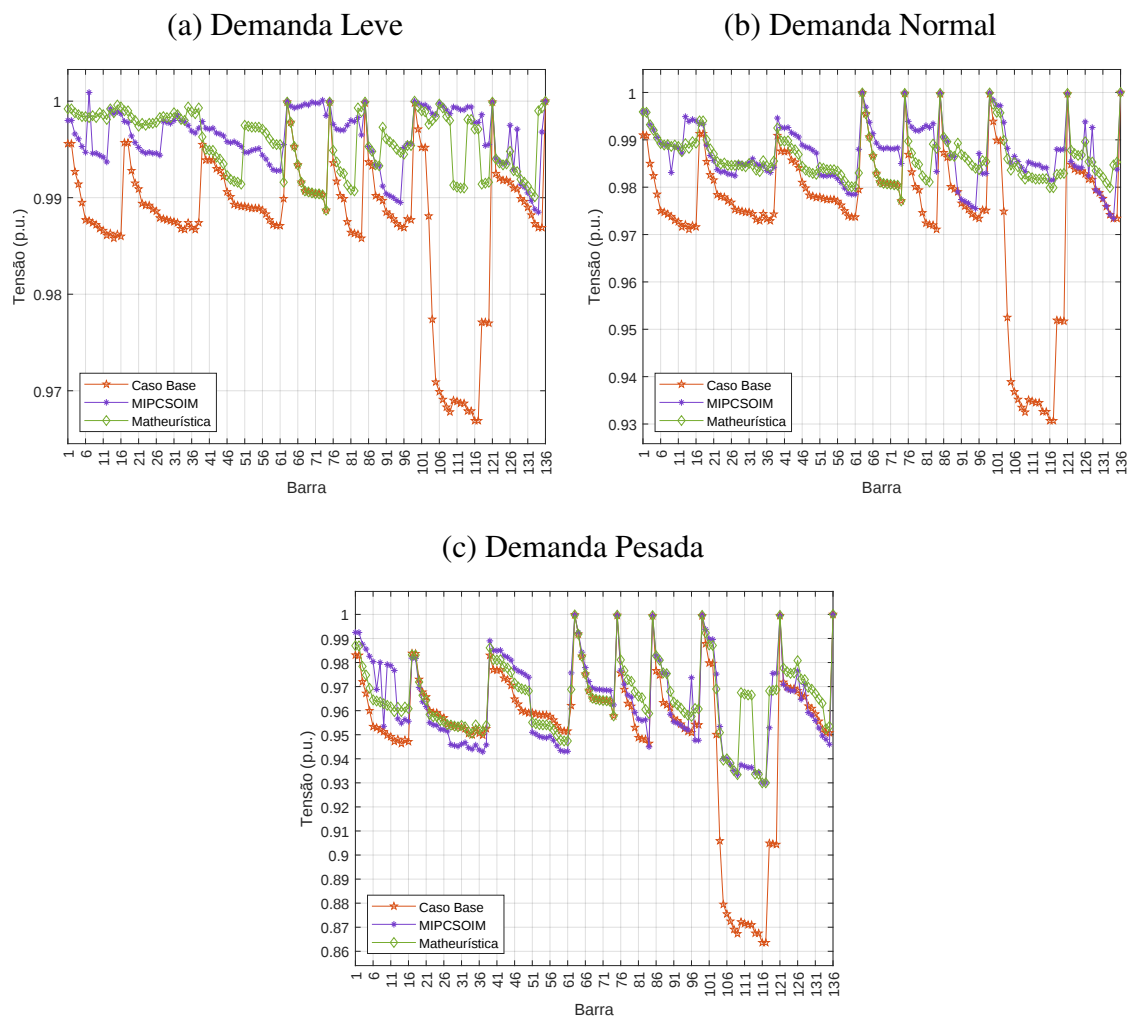
Tabela 16 - Barras com menor tensão (sistema de 136 barras)

| Carregamento  | Modelo Matemático |          | Matheurística |          |
|---------------|-------------------|----------|---------------|----------|
|               | Barra             | V (p.u.) | Barra         | V (p.u.) |
| <b>Leve</b>   | 134               | 0,9885   | 74            | 0,9887   |
| <b>Normal</b> | 134               | 0,9734   | 74            | 0,9771   |
| <b>Pesado</b> | 117               | 0,9300   | 117           | 0,9300   |

Fonte: próprio autor

Em ambas estratégias, obteve-se bons resultados de perfil de tensão para todos os níveis de carga estipulados. O perfil de tensão, mesmo em carga pesada, se mantém no limite acima de 0,93 p.u. conforme pode ser observado na Figura 8.

Figura 8 - Perfil de tensão do sistema de 136 barras



## 7 CONCLUSÕES

Um modelo de programação cônica de segunda ordem inteira mista com restrições de *local branching* incluídas dentro de uma estrutura heurística de busca tabu adaptativa, resultou em um algoritmo poderoso para resolver problemas de otimização da operação de sistemas de distribuição de energia elétrica (SDEE).

Este trabalho utilizou uma matheurística para reconfigurar e alocar bancos de capacitores e geração distribuída (GD) em sistemas de distribuição radiais com a finalidade de obter um sistema com menor custo de operação. Como a matheurística é uma direção de pesquisa muito promissora, dentro dela pode-se utilizar abordagens mais flexíveis, como heurísticas, meta-heurísticas e técnicas de programação matemática. Neste trabalho foi utilizada uma abordagem baseada na meta-heurística busca tabu incluindo uma estratégia adaptativa de rastreamento e retorno, e também restrições de *local branching* no modelo para definir a vizinhança.

A estratégia utilizada mostrou-se capaz de gerar soluções de qualidade para os sistemas testados exigindo pouco tempo de processamento. Com ela foi possível obter uma topologia radial com redução de perdas significativas no SDEE. Em todos os testes foi possível observar a diminuição dos custos de operação do sistema, a diminuição das perdas de potência ativa nos três níveis de carregamento e a melhora do perfil de tensão nas barras do sistema.

Na comparação de resultados entre o modelo exato e a matheurística pode-se observar que para sistemas menores como o de 33 e 69 barras, ambas as estratégias alcançaram custos iguais, mas a matheurística utilizou um maior tempo de processamento, já para sistemas maiores como o de 84 e 136 barras a matheurística chegou na melhor solução muito mais rápido do que o modelo exato, assim pode-se dizer que a matheurística aqui utilizada é poderosa e pode resolver problemas de otimização da operação de SDEE de grande porte com sucesso.

Nos testes, como foram utilizadas três unidades de GDs com 2000 kVA de capacidade, a maioria dos resultados não apresentaram capacitores no sistema. Somente em alguns casos foram alocados capacitores fixos. Se a faixa de operação de GDs fosse diminuída, é claro que os resultados estariam com mais capacitores alocados no sistema, inclusive os chaveados.

Pode-se dizer então que resolver o problema simultâneo considerando reconfiguração, alocação de capacitores e GDs funciona muito bem utilizando matheurística, isso faz com que se amplie cada vez mais as alternativas de resolução da operação ótima de SDEE, pois além de busca tabu existem muitas outras heurísticas que podem ser usadas em conjunto com programação matemática que podem ser testadas para a resolução do mesmo problema de otimização.

## REFERÊNCIAS

- ABDELAZIZ, A. Y.; ALI, E. S.; ELAZIM, S. A. Flower pollination algorithm and loss sensitivity factors for optimal sizing and placement of capacitors in radial distribution systems. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, Elsevier, London, v. 78, p. 207–214, 2016.
- ABDELAZIZ, A. Y.; OSAMA, R. A.; ELKHODARY, S. M.; EL-SAADANY, E. F. Reconfiguration of distribution systems with distributed generators using ant colony optimization and harmony search algorithms. In: *2012 IEEE Power and Energy Society General Meeting*. San Diego: [s.n.], 2012. p. 1–8.
- ABUL'WAFI, A. R. Optimal capacitor allocation in radial distribution systems for loss reduction: A two stage method. *Electric Power Systems Research*, Elsevier, London, v. 95, p. 168–174, 2013.
- AFKOUSI-PAQALEH, M.; FARD, A. A.-T.; RASHIDINEJAD, M. Distributed generation placement for congestion management considering economic and financial issues. *Electrical Engineering*, Springer, Heidelberg, v. 92, n. 6, p. 193–201, 2010.
- AMELI, A.; AHMADIFAR, A.; SHARIATKHAH, M.; VAKILIAN, M.; HAGHIFAM, M.-R. A dynamic method for feeder reconfiguration and capacitor switching in smart distribution systems. *International Journal of Electrical Power Energy Systems*, Elsevier, London, v. 85, p. 200–211, 02 2017.
- ATWA, Y. M.; EL-SAADANY, E. F. Optimal allocation of ess in distribution systems with a high penetration of wind energy. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 25, n. 4, p. 1815–1822, 2010.
- BAKHSHIPOUR, M.; ROKROK, E.; NAMDARI, F.; SEDAGHAT, M. Optimal dg and capacitor allocation along with network reconfiguration using swarm robotics search rescue algorithm. In: *2019 5th Conference on Knowledge Based Engineering and Innovation (KBEI)*. Tehran: [s.n.], 2019. p. 136–144.
- BARAN, M. E.; WU, F. F. Network reconfiguration in distribution systems for loss reduction and load balancing. *IEEE Transactions on Power delivery*, IEEE, Piscataway, v. 4, n. 2, p. 1401–1407, 1989.
- BARAN, M. E.; WU, F. F. Optimal capacitor placement on radial distribution systems. *IEEE Transactions on power Delivery*, IEEE, Piscataway, v. 4, n. 1, p. 725–734, 1989.
- BAYAT, A.; BAGHERI, A.; NOROOZIAN, R. Optimal siting and sizing of distributed generation accompanied by reconfiguration of distribution networks for maximum loss reduction by using a new uvda-based heuristic method. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, Elsevier, London, v. 77, p. 360–371, 2016.

- BENDERS, J. F. Partitioning procedures for solving mixed-variables programming problems. *Numerische mathematik*, Heidelberg, v. 4, n. 1, p. 238–252, 1962.
- BISWAL, S. R.; SHANKAR, G.; ELAVARASAN, R. M.; MIHET-POPA, L. Optimal allocation/sizing of dgs/capacitors in reconfigured radial distribution system using quasi-reflected slime mould algorithm. *IEEE Access*, Piscataway, v. 9, p. 125658–125677, 2021.
- BISWAS, P. P.; SUGANTHAN, P.; AMARATUNGA, G. A. Distribution network reconfiguration together with distributed generator and shunt capacitor allocation for loss minimization. In: *2018 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*. Rio de Janeiro: [s.n.], 2018. p. 1–7.
- BORGES, M. C.; FRANCO, J. F.; RIDER, M. J. Optimal reconfiguration of electrical distribution systems using mathematical programming. *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, Springer, Heidelberg, v. 25, n. 1, p. 103–111, 2014.
- BOSCHETTI, M. A.; MANIEZZO, V. Matheuristics: using mathematics for heuristic design. *4OR*, Springer, Heidelberg, v. 20, n. 2, p. 173–208, 2022.
- BOSCHETTI, M. A.; MANIEZZO, V.; ROFFILLI, M.; RÖHLER, A. B. Matheuristics: Optimization, simulation and control. In: SPRINGER. *International workshop on hybrid metaheuristics*. Berlim, 2009. p. 171–177.
- CARLISLE, J.; EL-KEIB, A. A graph search algorithm for optimal placement of fixed and switched capacitors on radial distribution systems. *IEEE Transactions on Power Delivery*, IEEE, Piscataway, v. 15, n. 1, p. 423–428, 2000.
- CARRENO, E. M.; ROMERO, R.; PADILHA-FELTRIN, A. An efficient codification to solve distribution network reconfiguration for loss reduction problem. *IEEE Transactions on Power Systems*, IEEE, Piscataway, v. 23, n. 4, p. 1542–1551, 2008.
- CHANG, C.-F. Reconfiguration and capacitor placement for loss reduction of distribution systems by ant colony search algorithm. *IEEE Transactions on Power Systems*, IEEE, Piscataway, v. 23, n. 4, p. 1747–1755, 2008.
- CHIANG, H.-D.; JEAN-JUMEAU, R. Optimal network reconfigurations in distribution systems. ii. solution algorithms and numerical results. *IEEE transactions on Power delivery*, IEEE, Piscataway, v. 5, n. 3, p. 1568–1574, 1990.
- CHIOU, J.-P.; CHANG, C.-F.; SU, C.-T. Variable scaling hybrid differential evolution for solving network reconfiguration of distribution systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, IEEE, Piscataway, v. 20, n. 2, p. 668–674, 2005.
- CHOI, J.-H.; KIM, J.-C. Network reconfiguration at the power distribution system with dispersed generations for loss reduction. In: IEEE. *2000 IEEE Power Engineering Society Winter Meeting. Conference Proceedings (Cat. No. 00CH37077)*. Cingapura, 2000. v. 4, p. 2363–2367.
- CIVANLAR, S.; GRAINGER, J.; YIN, H.; LEE, S. Distribution feeder reconfiguration for loss reduction. *IEEE Transactions on Power Delivery*, IEEE, Piscataway, v. 3, n. 3, p. 1217–1223,

1988.

DANNA, E.; ROTHBERG, E.; PAPE, C. L. Exploring relaxation induced neighborhoods to improve mip solutions. *Mathematical Programming*, Springer, Heidelberg, v. 102, n. 1, p. 71–90, 2005.

DANTZIG, G. B.; WOLFE, P. Decomposition principle for linear programs. *Operations research*, INFORMS, Catonsville, v. 8, n. 1, p. 101–111, 1960.

DAS, D. Reactive power compensation for radial distribution networks using genetic algorithm. *International journal of electrical power & energy systems*, Elsevier, London, v. 24, n. 7, p. 573–581, 2002.

DAS, D. Optimal placement of capacitors in radial distribution system using a fuzzy-ga method. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, Elsevier, London, v. 30, n. 6-7, p. 361–367, 2008.

DOGAN, A.; ALCI, M. Simultaneous optimization of network reconfiguration and dg installation using heuristic algorithms. *Elektronika Ir Elektrotechnika*, Kaunas, v. 25, n. 1, p. 8–13, 2019.

DONG, Z.; ZHENGCAI, F.; DU, Y.; LIUCHUN, Z. Capacitor switching and network reconfiguration for loss reduction in distribution system. In: *2006 IEEE Power Engineering Society General Meeting*. Montreal: [s.n.], 2006. p. 6 pp.–.

DURA, H. Optimum number, location, and size of shunt capacitors in radial distribution feeders a dynamic programming approach. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, IEEE, Piscataway, n. 9, p. 1769–1774, 1968.

EL-ELA, A. A. A.; EL-SEHIEMY, R. A.; KINAWY, A.-M.; MOUWAFI, M. T. Optimal capacitor placement in distribution systems for power loss reduction and voltage profile improvement. *IET Generation, Transmission & Distribution*, Wiley Online Library, Stevenage, v. 10, n. 5, p. 1209–1221, 2016.

EL-FERGANY, A. A. Optimal capacitor allocations using evolutionary algorithms. *IET Generation, Transmission & Distribution*, Wiley Online Library, Stevenage, v. 7, n. 6, p. 593–601, 2013.

EL-FERGANY, A. A.; ABDELAZIZ, A. Y. Capacitor allocations in radial distribution networks using cuckoo search algorithm. *IET Generation, Transmission & Distribution*, Wiley Online Library, Stevenage, v. 8, n. 2, p. 223–232, 2014.

ELDURSSI, A. M.; O'CONNELL, R. M. A fast nondominated sorting guided genetic algorithm for multi-objective power distribution system reconfiguration problem. *IEEE Transactions on Power Systems*, IEEE, Piscataway, v. 30, n. 2, p. 593–601, 2015.

ELSAYED, A. M.; MISHREF, M. M.; FARRAG, S. M. Optimal allocation and control of fixed and switched capacitor banks on distribution systems using grasshopper optimisation algorithm with power loss sensitivity and rough set theory. *IET Generation, Transmission & Distribution*, Wiley Online Library, Stevenage, v. 13, n. 17, p. 3863–3878, 2019.

- ESMAEILI, M.; SEDIGHIZADEH, M.; ESMAILI, M. Multi-objective optimal reconfiguration and dg (distributed generation) power allocation in distribution networks using big bang-big crunch algorithm considering load uncertainty. *Energy*, Elsevier, London, v. 103, p. 86–99, 2016.
- ESMAEILIAN, H. R.; FADAEINEDJAD, R. Energy loss minimization in distribution systems utilizing an enhanced reconfiguration method integrating distributed generation. *IEEE Systems Journal*, Piscataway, v. 9, n. 4, p. 1430–1439, 2015.
- FARABY, M. D.; PENANGSANG, O.; WIBOWO, R. S. Optimization of placement and sizing dg and capacitor bank with network reconfiguration considering non linear load on radial distribution network. In: *2020 6th International Conference on Science and Technology (ICST)*. Yogyakarta: [s.n.], 2020. v. 1, p. 01–05.
- FISCHETTI, M.; LODI, A. Local branching. *Mathematical programming*, Springer, Heidelberg, v. 98, n. 1, p. 23–47, 2003.
- FRANCO, J.; LAVORATO, M.; RIDER, M. J.; ROMERO, R. An efficient implementation of tabu search in feeder reconfiguration of distribution systems. In: *IEEE. Power and Energy Society General Meeting, 2012 IEEE*. San Diego, 2012. p. 1–8.
- GALLANO, R. J. C.; NERVES, A. C. Multi-objective optimization of distribution network reconfiguration with capacitor and distributed generator placement. In: *TENCON 2014 - 2014 IEEE Region 10 Conference*. Bangkok: [s.n.], 2014. p. 1–6.
- GALLEGO, L. A.; LÓPEZ-LEZAMA, J. M.; CARMONA, O. G. A mixed-integer linear programming model for simultaneous optimal reconfiguration and optimal placement of capacitor banks in distribution networks. *IEEE Access*, IEEE, Piscataway, 2022.
- GALLEGO, R.; MONTICELLI, A.; ROMERO, R. Optimal capacitor placement in radial distribution networks. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 16, n. 4, p. 630–637, 2001.
- GANESH, S.; KANIMOZHI, R. Meta-heuristic technique for network reconfiguration in distribution system with photovoltaic and d-statcom. *IET Generation, Transmission & Distribution*, Wiley Online Library, Stevenage, v. 12, n. 20, p. 4524–4535, 2018.
- GEBRU, Y.; BITEW, D.; ABERIE, H.; GIZAW, K. Performance enhancement of radial distribution system using simultaneous network reconfiguration and switched capacitor bank placement. *Cogent Engineering*, Taylor & Francis, Abingdon, v. 8, n. 1, p. 1897929, 2021.
- GENDRON, B.; HANAFI, S.; TODOSIJEVIĆ, R. An efficient matheuristic for the multicommodity fixed-charge network design problem. *IFAC-PapersOnLine*, Elsevier, London, v. 49, n. 12, p. 117–120, 2016.
- GLAMOCANIN, V. Optimal loss reduction of distributed networks. *IEEE Transactions on Power Systems*, IEEE, Piscataway, v. 5, n. 3, p. 774–782, 1990.
- GLOVER, F. Future paths for integer programming and links to artificial intelligence. *Computers & operations research*, Elsevier, London, v. 13, n. 5, p. 533–549, 1986.

- GLOVER, F.; LAGUNA, M. *Tabu Search*. Norwell: Kluwer Academic Publishers, 1997. ISBN 079239965X.
- GOMES, F. V.; CARNEIRO, S.; PEREIRA, J. L. R.; VINAGRE, M. P.; GARCIA, P. A. N.; ARAUJO, L. R. A new heuristic reconfiguration algorithm for large distribution systems. *IEEE Transactions on Power systems*, IEEE, Piscataway, v. 20, n. 3, p. 1373–1378, 2005.
- GOSWAMI, S. K.; BASU, S. K. A new algorithm for the reconfiguration of distribution feeders for loss minimization. *IEEE Transactions on Power Delivery*, IEEE, Piscataway, v. 7, n. 3, p. 1484–1491, 1992.
- GRAINGER, J.; CIVANLAR, S.; CLINARD, K.; GALE, L. Optimal voltage dependent continuous-time control of reactive power on primary feeders. *IEEE transactions on power apparatus and systems*, IEEE, Piscataway, n. 9, p. 2714–2722, 1984.
- GUIMARAES, M.; CASTRO, C.; ROMERO, R. Distribution systems operation optimisation through reconfiguration and capacitor allocation by a dedicated genetic algorithm. *IET generation, transmission & distribution*, IET, Stevenage, v. 4, n. 11, p. 1213–1222, 2010.
- GUIMARÃES, M. A. d. N. Reconfiguração de sistemas de distribuição de energia elétrica utilizando algoritmos de busca tabu. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Campinas, SP, 2005.
- GUIMARÃES, M. A. d. N. *et al.* Plataforma integrada para o planejamento de sistemas de distribuição de energia elétrica utilizando metaheurísticas. [sn], Campinas, SP, 2009.
- HAMIDA, I. B.; SALAH, S. B.; MSAHLI, F.; MIMOUNI, M. F. Optimal network reconfiguration and renewable dg integration considering time sequence variation in load and dgs. *Renewable energy*, Elsevier, London, v. 121, p. 66–80, 2018.
- HOME-ORTIZ, J. M.; VARGAS, R.; MACEDO, L. H.; ROMERO, R. Joint reconfiguration of feeders and allocation of capacitor banks in radial distribution systems considering voltage-dependent models. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, Elsevier, London, v. 107, p. 298–310, 2019.
- HUANG, T.-L.; HSIAO, Y.-T.; CHANG, C.-H.; JIANG, J.-A. Optimal placement of capacitors in distribution systems using an immune multi-objective algorithm. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, Elsevier, London, v. 30, n. 3, p. 184–192, 2008.
- HUANG, Y.-C.; YANG, H.-T.; HUANG, C.-L. Solving the capacitor placement problem in a radial distribution system using tabu search approach. *IEEE Transactions on power Systems*, IEEE, Piscataway, v. 11, n. 4, p. 1868–1873, 1996.
- HUNG, D. Q.; MITHULANANTHAN, N.; BANSAL, R. A combined practical approach for distribution system loss reduction. *International Journal of Ambient Energy*, Taylor Francis, Abingdon, v. 36, n. 3, p. 123–131, 2015.
- HUNG, D. Q.; MITHULANANTHAN, N.; BANSAL, R. C. Analytical expressions for dg allocation in primary distribution networks. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, Piscataway, v. 25, n. 3, p. 814–820, 2010.

- HUSSAIN, A. N.; AL-JUBORI, W. K. S.; KADOM, H. F. Hybrid design of optimal capacitor placement and reconfiguration for performance improvement in a radial distribution system. *Journal of Engineering*, Hindawi, London, v. 2019, 2019.
- HUY, T. H. B.; TRAN, T. V.; Ngoc Vo, D.; NGUYEN, H. T. T. An improved metaheuristic method for simultaneous network reconfiguration and distributed generation allocation. *Alexandria Engineering Journal*, Alexandria, v. 61, n. 10, p. 8069–8088, 2022. ISSN 1110-0168. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1110016822000692>.
- IMRAN, A. M.; KOWSALYA, M.; KOTHARI, D. A novel integration technique for optimal network reconfiguration and distributed generation placement in power distribution networks. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, Elsevier, London, v. 63, p. 461–472, 2014.
- JABR, R. A.; SINGH, R.; PAL, B. C. Minimum loss network reconfiguration using mixed-integer convex programming. *IEEE Transactions on Power systems*, IEEE, Piscataway, v. 27, n. 2, p. 1106–1115, 2012.
- JASTHI, K.; DAS, D. Simultaneous distribution system reconfiguration and dg sizing algorithm without load flow solution. *IET Generation, Transmission & Distribution*, Wiley Online Library, Stevenage, v. 12, n. 6, p. 1303–1313, 2018.
- JIANG, D.; BALDICK, R. Optimal electric distribution system switch reconfiguration and capacitor control. *IEEE transactions on Power Systems*, IEEE, Piscataway, v. 11, n. 2, p. 890–897, 1996.
- KALANTAR, M.; DASHTI, R. Combination of network reconfiguration and capacitor placement for loss reduction in distribution system with based genetic algorithm. In: *IEEE. Universities Power Engineering Conference, 2006. UPEC'06. Proceedings of the 41st International*. Newcastle upon Tyne, 2006. v. 1, p. 308–312.
- KANNAN, S.; RENUGA, P.; KALYANI, S.; MUTHUKUMARAN, E. Optimal capacitor placement in radial distribution feeders using fuzzy-differential evolution for dynamic load condition. *Journal of The Institution of Engineers (India): Series B*, Springer, New Delhi, v. 96, n. 4, p. 363–370, 2015.
- KANWAR, N.; GUPTA, N.; NIAZI, K.; SWARNKAR, A. Improved meta-heuristic techniques for simultaneous capacitor and dg allocation in radial distribution networks. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, Elsevier, London, v. 73, p. 653–664, 2015.
- KAPLAN, M. Optimization of number, location, size, control type, and control setting of shunt capacitors on radial distribution feeders. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, IEEE, Piscataway, n. 9, p. 2659–2665, 1984.
- KLUABWANG, J.; PUANGDOWNREONG, D.; SUJITJORN, S. *et al.* Multipath adaptive tabu search for a vehicle control problem. *Journal of Applied Mathematics*, Hindawi, London, v. 2012, 2012.
- LEE, C.-S.; AYALA, H. V. H.; COELHO, L. dos S. Capacitor placement of distribution systems using particle swarm optimization approaches. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, Elsevier, London, v. 64, p. 839–851, 2015.

- LEE, R.; BROOKS, C. A method and its application to evaluate automated distribution control. *IEEE Transactions on Power Delivery*, IEEE, Piscataway, v. 3, n. 3, p. 1232–1240, 1988.
- LOTFI, H.; GHAZI, R. *et al.* Multi-objective dynamic distribution feeder reconfiguration along with capacitor allocation using a new hybrid evolutionary algorithm. *Energy Systems*, Springer, Heidelberg, v. 11, n. 3, p. 779–809, 2020.
- LOTFIPOUR, A.; AFRAKHTE, H. A discrete teaching–learning-based optimization algorithm to solve distribution system reconfiguration in presence of distributed generation. *International journal of electrical power & energy systems*, Elsevier, London, v. 82, p. 264–273, 2016.
- MANIEZZO, V.; STÜTZLE, T.; VOSS, S. *Matheuristics*. Heidelberg: Springer, 2021.
- MANTOVANI, J. R.; CASARI, F.; ROMERO, R. A. Reconfiguração de sistemas de distribuição radiais utilizando o critério de queda de tensão. *Controle and Automacao*, p. 150–159, 2000.
- MENDOZA, J.; LÓPEZ, R.; MORALES, D.; LÓPEZ, E.; DESSANTE, P.; MORAGA, R. Minimal loss reconfiguration using genetic algorithms with restricted population and addressed operators: real application. *IEEE Transactions on Power Systems*, IEEE, Piscataway, v. 21, n. 2, p. 948–954, 2006.
- MERLIN, A.; BACK, H. Search for a minimal-loss operating spanning tree configuration in an urban power distribution system. In: *Proc. 5th Power System Computation Conf., Cambridge, UK*. Cambridge: [s.n.], 1975. p. 1–18.
- MOGHADDAM, M. J. H.; KALAM, A.; SHI, J.; NOWDEH, S. A.; GANDOMAN, F. H.; AHMADI, A. A new model for reconfiguration and distributed generation allocation in distribution network considering power quality indices and network losses. *IEEE Systems Journal*, Piscataway, v. 14, n. 3, p. 3530–3538, 2020.
- MOHAMMADI, M.; ROZBAHANI, A.; BAHMANYAR, S. Power loss reduction of distribution systems using bfo based optimal reconfiguration along with dg and shunt capacitor placement simultaneously in fuzzy framework. *Journal of Central South University*, Changsha, v. 24, p. 90–103, 01 2017.
- MOMOH, J.; CAVEN, A. C. Distribution system reconfiguration scheme using integer interior point programming technique. In: IEEE. *Transmission and Distribution Conference and Exposition, 2003 IEEE PES*. Dallas, 2003. v. 1, p. 234–241.
- MONTOYA, D. P.; RAMIREZ, J. M. Reconfiguration and optimal capacitor placement for losses reduction. In: IEEE. *2012 Sixth IEEE/PES Transmission and Distribution: Latin America Conference and Exposition (T&D-LA)*. Montevideo, 2012. p. 1–6.
- MONTOYA, D. P.; RAMIREZ, J. M. A joint application of a genetic algorithm plus the minimal spanning tree for optimizing electrical energy systems. In: *2013 North American Power Symposium (NAPS)*. Manhattan: [s.n.], 2013. p. 1–6.
- MONTSUTSUMI, M. M. Otimização simultânea da reconfiguração e da alocação de bancos de capacitores em sistema de distribuição radiais utilizando uma estratégia multipartida. Universidade Estadual Paulista (UNESP), Ilha Solteira, SP, 2017.

- MUTHUKUMAR, K.; JAYALALITHA, S. Integrated approach of network reconfiguration with distributed generation and shunt capacitors placement for power loss minimization in radial distribution networks. *Applied Soft Computing*, Elsevier, Amsterdam, 07 2016.
- NAGUIB, M.; OMRAN, W. A.; TALAAT, H. E. A. Performance enhancement of distribution systems via distribution network reconfiguration and distributed generator allocation considering uncertain environment. *Journal of Modern Power Systems and Clean Energy*, Nanjing, v. 10, n. 3, p. 647–655, 2022.
- NAIK, S.; KHATOD, D.; SHARMA, M. Planning and operation of distributed generation in distribution networks. *Int J Emerg Technol Adv Eng*, Seattle, v. 2, p. 381–388, 01 2012.
- NARA, K.; SHIOSE, A.; KITAGAWA, M.; ISHIHARA, T. Implementation of genetic algorithm for distribution systems loss minimum re-configuration. *IEEE Transactions on Power systems*, IEEE, Piscataway, v. 7, n. 3, p. 1044–1051, 1992.
- NGUEVEU, S. U.; PRINS, C.; CALVO, R. W. A hybrid tabu search for the m-peripatetic vehicle routing problem. *Matheuristics: Hybridizing metaheuristics and mathematical programming*, Springer, Boston, p. 253–266, 2010.
- NGUYEN, T. T.; TRUONG, A. V.; PHUNG, T. A. A novel method based on adaptive cuckoo search for optimal network reconfiguration and distributed generation allocation in distribution network. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, Elsevier, London, v. 78, p. 801–815, 2016.
- PAPADOPOULOS, M.; POLYSOS, P.; FACAROS, A.; MARIOLIS, K. Selection of the optimum size and location of capacitor banks on medium voltage networks. In: *CIREN 1983*. Liège: [s.n.], 1983.
- PAWAR, B.; KAUR, S.; KUMBHAR, G. B. An integrated approach for power loss reduction in primary distribution system. In: *2016 IEEE 6th International Conference on Power Systems (ICPS)*. Nova Delhi: [s.n.], 2016. p. 1–6.
- PEPONIS, G.; PAPADOPULOS, M.; HATZIARGYRIOU, N. Optimal operation of distribution networks. *IEEE Transactions on Power Systems*, IEEE, Piscataway, v. 11, n. 1, p. 59–67, 1996.
- POORNAZARYAN, B.; KARIMYAN, P.; GHAREHPETIAN, G.; ABEDI, M. Optimal allocation and sizing of dg units considering voltage stability, losses and load variations. *International Journal of Electrical Power Energy Systems*, London, v. 79, p. 42–52, 2016. ISSN 0142-0615. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0142061515005864>.
- PUANGDOWNREONG, D.; AREERAK, K.-N.; SRIKAEW, A.; SUJITJORN, S.; TOTARONG, P. System identification via adaptive tabu search. In: *2002 IEEE International Conference on Industrial Technology, 2002. IEEE ICIT '02*. Bangkok: [s.n.], 2002. v. 2, p. 915–920 vol.2.
- RAJU, M. R.; MURTHY, K. R.; RAVINDRA, K. Direct search algorithm for capacitive compensation in radial distribution systems. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, Elsevier, London, v. 42, n. 1, p. 24–30, 2012.

- RAO, R. S.; NARASIMHAM, S.; RAMALINGARAJU, M. Optimal capacitor placement in a radial distribution system using plant growth simulation algorithm. *International journal of electrical power & energy systems*, Elsevier, London, v. 33, n. 5, p. 1133–1139, 2011.
- RAO, R. S.; RAVINDRA, K.; SATISH, K.; NARASIMHAM, S. V. L. Power loss minimization in distribution system using network reconfiguration in the presence of distributed generation. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 28, n. 1, p. 317–325, 2013.
- ROMERO, J. G. Y.; HOME-ORTIZ, J. M.; JAVADI, M. S.; GOUGH, M.; MANTOVANI, J. R. S.; CATALÃO, J. P. S. Matheuristic algorithm based on neighborhood structure to solve the reconfiguration problem of active distribution systems. In: *2021 IEEE International Conference on Environment and Electrical Engineering and 2021 IEEE Industrial and Commercial Power Systems Europe (EEEIC / ICPS Europe)*. Bari: [s.n.], 2021. p. 1–6.
- ROMERO, R.; LAVORATO, M. Introdução a metaheurísticas aplicadas a sistemas elétricos de potência. *Minicurso do Simposio Brasileiro de Sistemas Elétricos*, SBSE, Goiania, 2012.
- RONG, Z.; XIYUAN, P.; JINLIANG, H.; XINFU, S. Reconfiguration and capacitor placement for loss reduction of distribution system. In: IEEE. *TENCON'02. Proceedings. 2002 IEEE Region 10 Conference on Computers, Communications, Control and Power Engineering*. Beijing, 2002. v. 3, p. 1945–1949.
- ROSSETI, G. J.; OLIVEIRA, E. J. de; OLIVEIRA, L. W. de; JR, I. C. S.; PERES, W. Optimal allocation of distributed generation with reconfiguration in electric distribution systems. *Electric Power Systems Research*, Elsevier, London, v. 103, p. 178–183, 2013.
- RUGTHACHAROENCHEEP, N.; NEDPHOGRAW, S.; WANARATWIJIT, W. Distribution system operation for power loss minimization and improved voltage profile with distributed generation and capacitor placements. In: *2011 4th International Conference on Electric Utility Deregulation and Restructuring and Power Technologies (DRPT)*. Weihai: [s.n.], 2011. p. 1185–1189.
- RUGTHACHAROENCHEEP, N.; SIRISUMRANNUKUL, S. Feeder reconfiguration with dispatchable distributed generators in distribution system by tabu search. In: *2009 44th International Universities Power Engineering Conference (UPEC)*. Glasgow: [s.n.], 2009. p. 1–5.
- SAMBAIAH, K. S.; JAYABARATHI, T. Loss minimization techniques for optimal operation and planning of distribution systems: A review of different methodologies. *International Transactions on Electrical Energy Systems*, Wiley Online Library, Piscataway, v. 30, n. 2, p. e12230, 2020.
- SAMBAIAH, K. S.; JAYABARATHI, T. Optimal reconfiguration and renewable distributed generation allocation in electric distribution systems. *International Journal of Ambient Energy*, Taylor & Francis, Abingdon, v. 42, n. 9, p. 1018–1031, 2021.
- SAONERKAR, A. K.; BAGDE, B. Y. Optimized dg placement in radial distribution system with reconfiguration and capacitor placement using genetic algorithm. In: *2014 IEEE International Conference on Advanced Communications, Control and Computing Technologies*. Ramanathapuram: [s.n.], 2014. p. 1077–1083.

- SAVIER, J.; DAS, D. Impact of network reconfiguration on loss allocation of radial distribution systems. *IEEE Transactions on Power Delivery*, IEEE, Piscataway, v. 22, n. 4, p. 2473–2480, 2007.
- SHARMA, A.; SHARMA, H.; BHARGAVA, A.; SHARMA, N.; BANSAL, J. C. Optimal placement and sizing of capacitor using limaçon inspired spider monkey optimization algorithm. *Memetic Computing*, Springer, Heidelberg, v. 9, n. 4, p. 311–331, 2017.
- SHIRMOHAMMADI, D.; HONG, H. W. Reconfiguration of electric distribution networks for resistive line losses reduction. *IEEE Transactions on Power Delivery*, IEEE, Piscataway, v. 4, n. 2, p. 1492–1498, 1989.
- SHUAIB, Y. M.; KALAVATHI, M. S.; RAJAN, C. C. A. Optimal capacitor placement in radial distribution system using gravitational search algorithm. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, Elsevier, London, v. 64, p. 384–397, 2015.
- SOUZA, S. S. F. d. Algoritmo grasp especializado aplicado ao problema de reconfiguração de alimentadores em sistemas de distribuição radial. Universidade Estadual Paulista (UNESP), Ilha Solteira, SP, 2013.
- SULTANA, S.; ROY, P. K. Optimal capacitor placement in radial distribution systems using teaching learning based optimization. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, Elsevier, London, v. 54, p. 387–398, 2014.
- SUNDHARARAJAN, S.; PAHWA, A. Optimal selection of capacitors for radial distribution systems using a genetic algorithm. *IEEE transactions on Power Systems*, IEEE, Piscataway, v. 9, n. 3, p. 1499–1507, 1994.
- TABATABAEI, S.; VAHIDI, B. Bacterial foraging solution based fuzzy logic decision for optimal capacitor allocation in radial distribution system. *Electric Power Systems Research*, Elsevier, London, v. 81, n. 4, p. 1045–1050, 2011.
- TAHER, S. A.; KARIMI, M. H. Optimal reconfiguration and dg allocation in balanced and unbalanced distribution systems. *Ain Shams Engineering Journal*, Cairo, v. 5, n. 3, p. 735–749, 2014. ISSN 2090-4479. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2090447914000380>.
- TOLABI, H. B.; ALI, M. H.; RIZWAN, M. Simultaneous reconfiguration, optimal placement of dstatcom, and photovoltaic array in a distribution system based on fuzzy-aco approach. *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, Piscataway, v. 6, n. 1, p. 210–218, 2015.
- VENKATESH, B.; RANJAN, R. Fuzzy ep algorithm and dynamic data structure for optimal capacitor allocation in radial distribution systems. *IEE Proceedings-Generation, Transmission and Distribution*, IET, Stevenage, v. 153, n. 1, p. 80–88, 2006.
- WU, Y. K.; LEE, C.-Y.; LIU, L.-C.; TSAI, S.-H. Study of reconfiguration for the distribution system with distributed generators, july 2010. *IEEE Transactions on Power Delivery*, Piscataway, v. 25, p. 1678 – 1685, 08 2010.
- YAGHINI, M.; KARIMI, M.; RAHBAR, M. A hybrid metaheuristic approach for the capacitated p-median problem. *Applied soft computing*, Elsevier, London, v. 13, n. 9, p.

3922–3930, 2013.

ZHANG, D.; FU, Z.; ZHANG, L. An improved ts algorithm for loss-minimum reconfiguration in large-scale distribution systems. *Electric Power Systems Research*, Elsevier, Amsterdam, v. 77, n. 5-6, p. 685–694, 2007.

ZHANG, D.; FU, Z.; ZHANG, L. Joint optimization for power loss reduction in distribution systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 23, n. 1, p. 161–169, 2008.

## ANEXO A - DADOS DOS SISTEMAS TESTADOS

### Sistema de 33 barras

Barra ou nó de referência: 1 (Subestação)

Tensão base do sistema: 12,66 kV

Tabela 17 - Dados do sistema de 33 barras

| Dados de Ramos |               |             |                             |                           | Dados de Barras |                       |                           |
|----------------|---------------|-------------|-----------------------------|---------------------------|-----------------|-----------------------|---------------------------|
| Ramo           | Barra inicial | Barra final | Resistência<br>[ $\Omega$ ] | Reatância<br>[ $\Omega$ ] | Barra           | Demanda Ativa<br>(kW) | Demanda Reativa<br>(kVAr) |
| 1              | 1             | 2           | 0,0922                      | 0,0470                    | 1               | 0                     | 0                         |
| 2              | 2             | 3           | 0,4930                      | 0,2511                    | 2               | 100                   | 60                        |
| 3              | 3             | 4           | 0,3660                      | 0,1864                    | 3               | 90                    | 40                        |
| 4              | 4             | 5           | 0,3811                      | 0,1941                    | 4               | 120                   | 80                        |
| 5              | 5             | 6           | 0,8190                      | 0,7070                    | 5               | 60                    | 30                        |
| 6              | 6             | 7           | 0,1872                      | 0,6188                    | 6               | 60                    | 20                        |
| 7              | 7             | 8           | 0,7114                      | 0,2351                    | 7               | 200                   | 100                       |
| 8              | 8             | 9           | 1,0300                      | 0,7400                    | 8               | 200                   | 100                       |
| 9              | 9             | 10          | 1,0440                      | 0,7400                    | 9               | 60                    | 20                        |
| 10             | 10            | 11          | 0,1966                      | 0,0650                    | 10              | 60                    | 20                        |
| 11             | 11            | 12          | 0,3744                      | 0,1238                    | 11              | 45                    | 30                        |
| 12             | 12            | 13          | 1,4680                      | 1,1550                    | 12              | 60                    | 35                        |
| 13             | 13            | 14          | 0,5416                      | 0,7129                    | 13              | 60                    | 35                        |
| 14             | 14            | 15          | 0,5910                      | 0,5260                    | 14              | 120                   | 80                        |
| 15             | 15            | 16          | 0,7463                      | 0,5450                    | 15              | 60                    | 10                        |
| 16             | 16            | 17          | 1,2890                      | 1,7210                    | 16              | 60                    | 20                        |
| 17             | 17            | 18          | 0,7320                      | 0,5740                    | 17              | 60                    | 20                        |
| 18             | 2             | 19          | 0,1640                      | 0,1565                    | 18              | 90                    | 40                        |
| 19             | 19            | 20          | 1,5042                      | 1,3554                    | 19              | 90                    | 40                        |
| 20             | 20            | 21          | 0,4095                      | 0,4784                    | 20              | 90                    | 40                        |
| 21             | 21            | 22          | 0,7089                      | 0,9373                    | 21              | 90                    | 40                        |
| 22             | 3             | 23          | 0,4512                      | 0,3083                    | 22              | 90                    | 40                        |
| 23             | 23            | 24          | 0,8980                      | 0,7091                    | 23              | 90                    | 50                        |
| 24             | 24            | 25          | 0,8960                      | 0,7011                    | 24              | 420                   | 200                       |
| 25             | 6             | 26          | 0,2030                      | 0,1034                    | 25              | 420                   | 200                       |
| 26             | 26            | 27          | 0,2842                      | 0,1447                    | 26              | 60                    | 25                        |
| 27             | 27            | 28          | 1,0590                      | 0,9337                    | 27              | 60                    | 25                        |
| 28             | 28            | 29          | 0,8042                      | 0,7006                    | 28              | 60                    | 20                        |

|    |    |    |        |        |    |     |     |
|----|----|----|--------|--------|----|-----|-----|
| 29 | 29 | 30 | 0,5075 | 0,2585 | 29 | 120 | 70  |
| 30 | 30 | 31 | 0,9744 | 0,9630 | 30 | 200 | 600 |
| 31 | 31 | 32 | 0,3105 | 0,3619 | 31 | 150 | 70  |
| 32 | 32 | 33 | 0,3410 | 0,5302 | 32 | 210 | 100 |
| 33 | 8  | 21 | 2,0000 | 2,0000 | 33 | 60  | 40  |
| 34 | 9  | 15 | 2,0000 | 2,0000 |    |     |     |
| 35 | 12 | 22 | 2,0000 | 2,0000 |    |     |     |
| 36 | 18 | 33 | 0,5000 | 0,5000 |    |     |     |
| 37 | 25 | 29 | 0,5000 | 0,5000 |    |     |     |

Fonte: Baran e Wu (1989a)

### Sistema de 69 barras

Barra ou nó de referência: 1 (Subestação)

Tensão base do sistema: 12,66 kV

Tabela 18 - Dados do sistema de 69 barras

| Dados de Ramos |               |             |                 |               | Dados de Barras |                    |                        |
|----------------|---------------|-------------|-----------------|---------------|-----------------|--------------------|------------------------|
| Ramo           | Barra inicial | Barra final | Resistência [Ω] | Reatância [Ω] | Barra           | Demanda Ativa (kW) | Demanda Reativa (kVAr) |
| 1              | 1             | 2           | 0,0005          | 0,0012        | 1               | 0,00               | 0,00                   |
| 2              | 2             | 3           | 0,0005          | 0,0012        | 2               | 0,00               | 0,00                   |
| 3              | 3             | 4           | 0,0015          | 0,0036        | 3               | 0,00               | 0,00                   |
| 4              | 4             | 5           | 0,0251          | 0,0294        | 4               | 0,00               | 0,00                   |
| 5              | 5             | 6           | 0,3660          | 0,1864        | 5               | 0,00               | 0,00                   |
| 6              | 6             | 7           | 0,3810          | 0,1941        | 6               | 2,60               | 2,20                   |
| 7              | 7             | 8           | 0,0922          | 0,0470        | 7               | 40,40              | 30,00                  |
| 8              | 8             | 9           | 0,0493          | 0,0251        | 8               | 75,00              | 54,00                  |
| 9              | 9             | 10          | 0,8190          | 0,2707        | 9               | 30,00              | 22,00                  |
| 10             | 10            | 11          | 0,1872          | 0,0619        | 10              | 28,00              | 19,00                  |
| 11             | 11            | 12          | 0,7114          | 0,2351        | 11              | 145,00             | 104,00                 |
| 12             | 12            | 13          | 1,0300          | 0,3400        | 12              | 145,00             | 104,00                 |
| 13             | 13            | 14          | 1,0440          | 0,3450        | 13              | 8,00               | 5,00                   |
| 14             | 14            | 15          | 1,0580          | 0,3496        | 14              | 8,00               | 5,50                   |
| 15             | 15            | 16          | 0,1966          | 0,0650        | 15              | 0,00               | 0,00                   |
| 16             | 16            | 17          | 0,3744          | 0,1238        | 16              | 45,50              | 30,00                  |
| 17             | 17            | 18          | 0,0047          | 0,0016        | 17              | 60,00              | 35,00                  |
| 18             | 18            | 19          | 0,3276          | 0,1083        | 18              | 60,00              | 35,00                  |
| 19             | 19            | 20          | 0,2106          | 0,0690        | 19              | 0,00               | 0,00                   |
| 20             | 20            | 21          | 0,3416          | 0,1129        | 20              | 1,00               | 0,60                   |
| 21             | 21            | 22          | 0,0140          | 0,0046        | 21              | 114,00             | 81,00                  |
| 22             | 22            | 23          | 0,1591          | 0,0526        | 22              | 5,00               | 3,50                   |
| 23             | 23            | 24          | 0,3463          | 0,1145        | 23              | 0,00               | 0,00                   |

|    |    |    |        |        |    |         |        |
|----|----|----|--------|--------|----|---------|--------|
| 24 | 24 | 25 | 0,7488 | 0,2475 | 24 | 28,00   | 20,00  |
| 25 | 25 | 26 | 0,3089 | 0,1021 | 25 | 0,00    | 0,00   |
| 26 | 26 | 27 | 0,1732 | 0,0572 | 26 | 14,00   | 10,00  |
| 27 | 3  | 28 | 0,0044 | 0,0108 | 27 | 14,00   | 10,00  |
| 28 | 28 | 29 | 0,0640 | 0,1565 | 28 | 26,00   | 18,60  |
| 29 | 29 | 30 | 0,3978 | 0,1315 | 29 | 26,00   | 18,60  |
| 30 | 30 | 31 | 0,0702 | 0,0232 | 30 | 0,00    | 0,00   |
| 31 | 31 | 32 | 0,3510 | 0,1160 | 31 | 0,00    | 0,00   |
| 32 | 32 | 33 | 0,8390 | 0,2816 | 32 | 0,00    | 0,00   |
| 33 | 33 | 34 | 1,7080 | 0,5646 | 33 | 14,00   | 10,00  |
| 34 | 34 | 35 | 1,4740 | 0,4873 | 34 | 19,50   | 14,00  |
| 35 | 3  | 36 | 0,0044 | 0,0108 | 35 | 6,00    | 4,00   |
| 36 | 36 | 37 | 0,0640 | 0,1565 | 36 | 26,00   | 18,55  |
| 37 | 37 | 38 | 0,1053 | 0,1230 | 37 | 26,00   | 18,55  |
| 38 | 38 | 39 | 0,0304 | 0,0355 | 38 | 0,00    | 0,00   |
| 39 | 39 | 40 | 0,0018 | 0,0021 | 39 | 24,00   | 17,00  |
| 40 | 40 | 41 | 0,7283 | 0,8509 | 40 | 24,00   | 17,00  |
| 41 | 41 | 42 | 0,0310 | 0,3623 | 41 | 1,20    | 1,00   |
| 42 | 42 | 43 | 0,0410 | 0,0478 | 42 | 0,00    | 0,00   |
| 43 | 43 | 44 | 0,0092 | 0,0116 | 43 | 6,00    | 4,30   |
| 44 | 44 | 45 | 0,1089 | 0,1373 | 44 | 0,00    | 0,00   |
| 45 | 45 | 46 | 0,0009 | 0,0012 | 45 | 39,22   | 26,30  |
| 46 | 4  | 47 | 0,0034 | 0,0084 | 46 | 39,22   | 26,30  |
| 47 | 47 | 48 | 0,0851 | 0,2083 | 47 | 0,00    | 0,00   |
| 48 | 48 | 49 | 0,2898 | 0,7091 | 48 | 79,00   | 56,40  |
| 49 | 49 | 50 | 0,0822 | 0,2011 | 49 | 384,70  | 274,50 |
| 50 | 8  | 51 | 0,0928 | 0,0473 | 50 | 384,70  | 274,50 |
| 51 | 51 | 52 | 0,3319 | 0,1114 | 51 | 40,50   | 28,30  |
| 52 | 9  | 53 | 0,1740 | 0,0886 | 52 | 3,60    | 2,70   |
| 53 | 53 | 54 | 0,2030 | 0,1034 | 53 | 4,35    | 3,50   |
| 54 | 54 | 55 | 0,2842 | 0,1447 | 54 | 26,40   | 19,00  |
| 55 | 55 | 56 | 0,2813 | 0,1433 | 55 | 24,00   | 17,20  |
| 56 | 56 | 57 | 1,5900 | 0,5337 | 56 | 0,00    | 0,00   |
| 57 | 57 | 58 | 0,7837 | 0,2630 | 57 | 0,00    | 0,00   |
| 58 | 58 | 59 | 0,3042 | 0,1006 | 58 | 0,00    | 0,00   |
| 59 | 59 | 60 | 0,3861 | 0,1172 | 59 | 100,00  | 72,00  |
| 60 | 60 | 61 | 0,5075 | 0,2585 | 60 | 0,00    | 0,00   |
| 61 | 61 | 62 | 0,0974 | 0,0496 | 61 | 1244,00 | 888,00 |
| 62 | 62 | 63 | 0,1450 | 0,0738 | 62 | 32,00   | 23,00  |
| 63 | 63 | 64 | 0,7105 | 0,3619 | 63 | 0,00    | 0,00   |
| 64 | 64 | 65 | 1,0410 | 0,5302 | 64 | 227,00  | 162,00 |
| 65 | 11 | 66 | 0,2012 | 0,0611 | 65 | 59,00   | 42,00  |
| 66 | 66 | 67 | 0,0047 | 0,0014 | 66 | 18,00   | 13,00  |
| 67 | 12 | 68 | 0,7394 | 0,2444 | 67 | 18,00   | 13,00  |
| 68 | 68 | 69 | 0,0047 | 0,0016 | 68 | 28,00   | 20,00  |
| 69 | 11 | 43 | 0,5000 | 0,5000 | 69 | 28,00   | 20,00  |
| 70 | 13 | 21 | 0,5000 | 0,5000 |    |         |        |

|    |    |    |        |        |
|----|----|----|--------|--------|
| 71 | 15 | 46 | 1,0000 | 0,5000 |
| 72 | 50 | 59 | 2,0000 | 1,0000 |
| 73 | 27 | 65 | 1,0000 | 0,5000 |

Fonte: Savier e Das (2007)

### Sistema de 84 barras

Barra ou nó de referência: 1 (Subestação)

Tensão base do sistema: 11,40 kV

Tabela 19 - Dados do sistema de 84 barras

| Dados de Ramos |               |             |                             |                           | Dados de Barras |                       |                           |
|----------------|---------------|-------------|-----------------------------|---------------------------|-----------------|-----------------------|---------------------------|
| Ramo           | Barra inicial | Barra final | Resistência<br>[ $\Omega$ ] | Reatância<br>[ $\Omega$ ] | Barra           | Demanda Ativa<br>(kW) | Demanda Reativa<br>(kVAr) |
| 1              | 1             | 84          | 0,1944                      | 0,6624                    | 1               | 0,0                   | 0,0                       |
| 2              | 1             | 2           | 0,2096                      | 0,4304                    | 2               | 100,0                 | 50,0                      |
| 3              | 2             | 3           | 0,2358                      | 0,4842                    | 3               | 300,0                 | 200,0                     |
| 4              | 3             | 4           | 0,0917                      | 0,1883                    | 4               | 350,0                 | 250,0                     |
| 5              | 4             | 5           | 0,2096                      | 0,4304                    | 5               | 220,0                 | 100,0                     |
| 6              | 5             | 6           | 0,0393                      | 0,0807                    | 6               | 1100,0                | 800,0                     |
| 7              | 6             | 7           | 0,0405                      | 0,1380                    | 7               | 400,0                 | 320,0                     |
| 8              | 7             | 8           | 0,1048                      | 0,2152                    | 8               | 300,0                 | 200,0                     |
| 9              | 7             | 9           | 0,2358                      | 0,4842                    | 9               | 300,0                 | 230,0                     |
| 10             | 7             | 10          | 0,1048                      | 0,2152                    | 10              | 300,0                 | 260,0                     |
| 11             | 11            | 84          | 0,0786                      | 0,1614                    | 11              | 0,9                   | 0,0                       |
| 12             | 11            | 12          | 0,3406                      | 0,6944                    | 12              | 1200,0                | 800,0                     |
| 13             | 12            | 13          | 0,0262                      | 0,0538                    | 13              | 800,0                 | 600,0                     |
| 14             | 12            | 14          | 0,0786                      | 0,1614                    | 14              | 700,0                 | 500,0                     |
| 15             | 15            | 84          | 0,1134                      | 0,3864                    | 15              | 0,0                   | 0,0                       |
| 16             | 15            | 16          | 0,0524                      | 0,1076                    | 16              | 300,0                 | 150,0                     |
| 17             | 16            | 17          | 0,0524                      | 0,1076                    | 17              | 500,0                 | 350,0                     |
| 18             | 17            | 18          | 0,1572                      | 0,3228                    | 18              | 700,0                 | 400,0                     |
| 19             | 18            | 19          | 0,0393                      | 0,0807                    | 19              | 1200,0                | 1000,0                    |
| 20             | 19            | 20          | 0,1703                      | 0,3497                    | 20              | 300,0                 | 300,0                     |
| 21             | 20            | 21          | 0,2358                      | 0,4842                    | 21              | 400,0                 | 350,0                     |
| 22             | 21            | 22          | 0,1572                      | 0,3228                    | 22              | 50,0                  | 20,0                      |
| 23             | 21            | 23          | 0,1965                      | 0,4035                    | 23              | 50,0                  | 20,0                      |
| 24             | 23            | 24          | 0,1310                      | 0,2690                    | 24              | 50,0                  | 10,0                      |
| 25             | 25            | 84          | 0,0567                      | 0,1932                    | 25              | 50,0                  | 30,0                      |
| 26             | 25            | 26          | 0,1048                      | 0,2152                    | 26              | 100,0                 | 60,0                      |
| 27             | 26            | 27          | 0,2489                      | 0,5111                    | 27              | 100,0                 | 70,0                      |
| 28             | 27            | 28          | 0,0486                      | 0,1656                    | 28              | 1800,0                | 1300,0                    |
| 29             | 28            | 29          | 0,1310                      | 0,2690                    | 29              | 200,0                 | 120,0                     |

|    |    |    |        |        |    |        |        |
|----|----|----|--------|--------|----|--------|--------|
| 30 | 30 | 84 | 0,1965 | 0,3960 | 30 | 0,0    | 0,0    |
| 31 | 30 | 31 | 0,1310 | 0,2690 | 31 | 1800,0 | 1600,0 |
| 32 | 31 | 32 | 0,1310 | 0,2690 | 32 | 200,0  | 150,0  |
| 33 | 32 | 33 | 0,0262 | 0,0538 | 33 | 200,0  | 100,0  |
| 34 | 33 | 34 | 0,1703 | 0,3497 | 34 | 800,0  | 600,0  |
| 35 | 34 | 35 | 0,0524 | 0,1076 | 35 | 100,0  | 60,0   |
| 36 | 35 | 36 | 0,4978 | 1,0222 | 36 | 100,0  | 60,0   |
| 37 | 36 | 37 | 0,0393 | 0,0807 | 37 | 20,0   | 10,0   |
| 38 | 37 | 38 | 0,0393 | 0,0807 | 38 | 20,0   | 10,0   |
| 39 | 38 | 39 | 0,0786 | 0,1614 | 39 | 20,0   | 10,0   |
| 40 | 39 | 40 | 0,2096 | 0,4304 | 40 | 20,0   | 10,0   |
| 41 | 38 | 41 | 0,1965 | 0,4035 | 41 | 200,0  | 160,0  |
| 42 | 41 | 42 | 0,2096 | 0,4304 | 42 | 50,0   | 30,0   |
| 43 | 43 | 84 | 0,0486 | 0,1656 | 43 | 0,0    | 0,0    |
| 44 | 43 | 44 | 0,0393 | 0,0807 | 44 | 30,0   | 20,0   |
| 45 | 44 | 45 | 0,1310 | 0,2690 | 45 | 800,0  | 700,0  |
| 46 | 45 | 46 | 0,2358 | 0,4842 | 46 | 200,0  | 150,0  |
| 47 | 47 | 84 | 0,2430 | 0,8280 | 47 | 0,0    | 0,0    |
| 48 | 47 | 48 | 0,0655 | 0,1345 | 48 | 0,0    | 0,0    |
| 49 | 48 | 49 | 0,0655 | 0,1345 | 49 | 0,0    | 0,0    |
| 50 | 49 | 50 | 0,0393 | 0,0807 | 50 | 200,0  | 160,0  |
| 51 | 50 | 51 | 0,0786 | 0,1614 | 51 | 800,0  | 600,0  |
| 52 | 51 | 52 | 0,0393 | 0,0807 | 52 | 500,0  | 300,0  |
| 53 | 52 | 53 | 0,0786 | 0,1614 | 53 | 500,0  | 350,0  |
| 54 | 53 | 54 | 0,0524 | 0,1076 | 54 | 500,0  | 300,0  |
| 55 | 54 | 55 | 0,1310 | 0,2690 | 55 | 200,0  | 80,0   |
| 56 | 56 | 84 | 0,2268 | 0,7728 | 56 | 0,0    | 0,0    |
| 57 | 56 | 57 | 0,5371 | 1,1029 | 57 | 30,0   | 20,0   |
| 58 | 57 | 58 | 0,0524 | 0,1076 | 58 | 600,0  | 420,0  |
| 59 | 58 | 59 | 0,0405 | 0,1380 | 59 | 0,0    | 0,0    |
| 60 | 59 | 60 | 0,0393 | 0,0807 | 60 | 20,0   | 10,0   |
| 61 | 60 | 61 | 0,0262 | 0,0538 | 61 | 20,0   | 10,0   |
| 62 | 61 | 62 | 0,1048 | 0,2152 | 62 | 200,0  | 130,0  |
| 63 | 62 | 63 | 0,2358 | 0,4842 | 63 | 300,0  | 240,0  |
| 64 | 63 | 64 | 0,0243 | 0,0828 | 64 | 300,0  | 200,0  |
| 65 | 65 | 84 | 0,0486 | 0,1656 | 65 | 0,0    | 0,0    |
| 66 | 65 | 66 | 0,1703 | 0,3497 | 66 | 50,0   | 30,0   |
| 67 | 66 | 67 | 0,1215 | 0,4140 | 67 | 0,0    | 0,0    |
| 68 | 67 | 68 | 0,2187 | 0,7452 | 68 | 400,0  | 360,0  |
| 69 | 68 | 69 | 0,0486 | 0,1656 | 69 | 0,0    | 0,0    |
| 70 | 69 | 70 | 0,0729 | 0,2484 | 70 | 0,0    | 0,0    |
| 71 | 70 | 71 | 0,0567 | 0,1932 | 71 | 2000,0 | 1500,0 |
| 72 | 71 | 72 | 0,0262 | 0,0528 | 72 | 200,0  | 150,0  |
| 73 | 73 | 84 | 0,3240 | 1,1040 | 73 | 0,0    | 0,0    |
| 74 | 73 | 74 | 0,0324 | 0,1104 | 74 | 0,0    | 0,0    |
| 75 | 74 | 75 | 0,0567 | 0,1932 | 75 | 1200,0 | 950,0  |
| 76 | 75 | 76 | 0,0486 | 0,1656 | 76 | 300,0  | 180,0  |

|    |    |    |        |        |    |        |        |
|----|----|----|--------|--------|----|--------|--------|
| 77 | 77 | 84 | 0,2511 | 0,8556 | 77 | 0,0    | 0,0    |
| 78 | 77 | 78 | 0,1296 | 0,4416 | 78 | 400,0  | 360,0  |
| 79 | 78 | 79 | 0,0486 | 0,1656 | 79 | 2000,0 | 1300,0 |
| 80 | 79 | 80 | 0,1310 | 0,2640 | 80 | 200,0  | 140,0  |
| 81 | 80 | 81 | 0,1310 | 0,2640 | 81 | 500,0  | 360,0  |
| 82 | 81 | 82 | 0,0917 | 0,1883 | 82 | 100,0  | 30,0   |
| 83 | 82 | 83 | 0,3144 | 0,6456 | 83 | 400,0  | 360,0  |
| 84 | 5  | 55 | 0,1310 | 0,2690 | 84 | 0,0    | 0,0    |
| 85 | 7  | 60 | 0,1310 | 0,2690 |    |        |        |
| 86 | 11 | 43 | 0,1310 | 0,2690 |    |        |        |
| 87 | 12 | 72 | 0,3406 | 0,6994 |    |        |        |
| 88 | 13 | 76 | 0,4585 | 0,9415 |    |        |        |
| 89 | 14 | 18 | 0,5371 | 1,0824 |    |        |        |
| 90 | 16 | 26 | 0,0917 | 0,1883 |    |        |        |
| 91 | 20 | 83 | 0,0786 | 0,1614 |    |        |        |
| 92 | 28 | 32 | 0,0524 | 0,1076 |    |        |        |
| 93 | 29 | 39 | 0,0786 | 0,1614 |    |        |        |
| 94 | 34 | 46 | 0,0262 | 0,0538 |    |        |        |
| 95 | 40 | 42 | 0,1965 | 0,4035 |    |        |        |
| 96 | 53 | 64 | 0,0393 | 0,0807 |    |        |        |

Fonte: Chiou, Chang e Su (2005)

### Sistema de 136 barras

Barra ou nó de referência: 136

Tensão base do sistema: 13,80 kV

Tabela 20 - Dados do sistema de 136 barras

| Dados de Ramos |               |             |                             |                           | Dados de Barras |                       |                           |
|----------------|---------------|-------------|-----------------------------|---------------------------|-----------------|-----------------------|---------------------------|
| Ramo           | Barra inicial | Barra final | Resistência<br>[ $\Omega$ ] | Reatância<br>[ $\Omega$ ] | Barra           | Demanda Ativa<br>(kW) | Demanda Reativa<br>(kVAr) |
| 1              | 136           | 1           | 0,33205                     | 0,76653                   | 1               | 0,0                   | 0,0                       |
| 2              | 1             | 2           | 0,00188                     | 0,00433                   | 2               | 47,780                | 19,009                    |
| 3              | 2             | 3           | 0,22324                     | 0,51535                   | 3               | 42,551                | 16,929                    |
| 4              | 3             | 4           | 0,09943                     | 0,22953                   | 4               | 87,022                | 34,622                    |
| 5              | 4             | 5           | 0,15571                     | 0,35945                   | 5               | 311,310               | 123,855                   |
| 6              | 5             | 6           | 0,16321                     | 0,37677                   | 6               | 148,869               | 59,228                    |
| 7              | 6             | 7           | 0,11444                     | 0,26417                   | 7               | 238,672               | 94,956                    |
| 8              | 6             | 8           | 0,05675                     | 0,05666                   | 8               | 62,299                | 24,786                    |
| 9              | 8             | 9           | 0,52124                     | 0,27418                   | 9               | 124,598               | 49,571                    |
| 10             | 8             | 10          | 0,10877                     | 0,10860                   | 10              | 140,175               | 55,768                    |
| 11             | 10            | 11          | 0,39803                     | 0,20937                   | 11              | 116,813               | 46,474                    |
| 12             | 10            | 12          | 0,91744                     | 0,31469                   | 12              | 249,203               | 99,145                    |

|    |     |    |         |         |    |         |         |
|----|-----|----|---------|---------|----|---------|---------|
| 13 | 10  | 13 | 0,11823 | 0,11805 | 13 | 291,447 | 115,952 |
| 14 | 13  | 14 | 0,50228 | 0,26421 | 14 | 303,720 | 120,835 |
| 15 | 13  | 15 | 0,05675 | 0,05666 | 15 | 215,396 | 85,695  |
| 16 | 15  | 16 | 0,29379 | 0,15454 | 16 | 198,586 | 79,007  |
| 17 | 136 | 17 | 0,33205 | 0,76653 | 17 | 0,0     | 0,0     |
| 18 | 17  | 18 | 0,00188 | 0,00433 | 18 | 0,0     | 0,0     |
| 19 | 18  | 19 | 0,22324 | 0,51535 | 19 | 0,0     | 0,0     |
| 20 | 19  | 20 | 0,10881 | 0,25118 | 20 | 30,127  | 14,729  |
| 21 | 20  | 21 | 0,71078 | 0,37388 | 21 | 230,972 | 112,920 |
| 22 | 20  | 22 | 0,18197 | 0,42008 | 22 | 60,256  | 29,458  |
| 23 | 22  | 23 | 0,30326 | 0,15952 | 23 | 230,972 | 112,920 |
| 24 | 22  | 24 | 0,02439 | 0,05630 | 24 | 120,507 | 58,915  |
| 25 | 24  | 25 | 0,04502 | 0,10394 | 25 | 0,0     | 0,0     |
| 26 | 25  | 26 | 0,01876 | 0,04331 | 26 | 56,981  | 27,857  |
| 27 | 26  | 27 | 0,11823 | 0,11805 | 27 | 364,665 | 178,281 |
| 28 | 27  | 28 | 0,02365 | 0,02361 | 28 | 0,0     | 0,0     |
| 29 | 28  | 29 | 0,18954 | 0,09970 | 29 | 124,647 | 60,939  |
| 30 | 29  | 30 | 0,39803 | 0,20937 | 30 | 56,981  | 27,857  |
| 31 | 28  | 31 | 0,05675 | 0,05666 | 31 | 0,0     | 0,0     |
| 32 | 31  | 32 | 0,09477 | 0,04985 | 32 | 85,473  | 41,787  |
| 33 | 32  | 33 | 0,41699 | 0,21934 | 33 | 0,0     | 0,0     |
| 34 | 33  | 34 | 0,11372 | 0,05982 | 34 | 396,735 | 193,960 |
| 35 | 31  | 35 | 0,07566 | 0,07555 | 35 | 0,0     | 0,0     |
| 36 | 35  | 36 | 0,36960 | 0,19442 | 36 | 181,152 | 88,563  |
| 37 | 36  | 37 | 0,26536 | 0,13958 | 37 | 242,172 | 118,395 |
| 38 | 35  | 38 | 0,05675 | 0,05666 | 38 | 75,316  | 36,821  |
| 39 | 136 | 39 | 0,33205 | 0,76653 | 39 | 0,0     | 0,0     |
| 40 | 39  | 40 | 0,11819 | 0,27283 | 40 | 1,254   | 0,531   |
| 41 | 40  | 41 | 2,96288 | 1,01628 | 41 | 6,274   | 2,660   |
| 42 | 40  | 42 | 0,00188 | 0,00433 | 42 | 0,0     | 0,0     |
| 43 | 42  | 43 | 0,06941 | 0,16024 | 43 | 117,880 | 49,971  |
| 44 | 43  | 44 | 0,81502 | 0,42872 | 44 | 62,668  | 26,566  |
| 45 | 43  | 45 | 0,06378 | 0,14724 | 45 | 172,285 | 73,034  |
| 46 | 45  | 46 | 0,13132 | 0,30315 | 46 | 458,556 | 194,388 |
| 47 | 46  | 47 | 0,06191 | 0,14291 | 47 | 262,962 | 111,473 |
| 48 | 47  | 48 | 0,11444 | 0,26417 | 48 | 235,761 | 99,942  |
| 49 | 48  | 49 | 0,28374 | 0,28331 | 49 | 0,0     | 0,0     |
| 50 | 49  | 50 | 0,28374 | 0,28331 | 50 | 109,215 | 46,298  |
| 51 | 48  | 51 | 0,04502 | 0,10394 | 51 | 0,0     | 0,0     |
| 52 | 51  | 52 | 0,02626 | 0,06063 | 52 | 72,809  | 30,865  |
| 53 | 52  | 53 | 0,06003 | 0,13858 | 53 | 258,473 | 109,570 |
| 54 | 53  | 54 | 0,03002 | 0,06929 | 54 | 69,169  | 29,322  |
| 55 | 54  | 55 | 0,02064 | 0,04764 | 55 | 21,843  | 9,260   |
| 56 | 52  | 56 | 0,10881 | 0,25118 | 56 | 0,0     | 0,0     |
| 57 | 56  | 57 | 0,25588 | 0,13460 | 57 | 20,527  | 8,702   |
| 58 | 57  | 58 | 0,41699 | 0,21934 | 58 | 150,548 | 63,819  |
| 59 | 58  | 59 | 0,50228 | 0,26421 | 59 | 220,687 | 93,552  |

|     |     |     |         |         |     |          |          |
|-----|-----|-----|---------|---------|-----|----------|----------|
| 60  | 59  | 60  | 0,33170 | 0,17448 | 60  | 92,384   | 39,163   |
| 61  | 60  | 61  | 0,20849 | 0,10967 | 61  | 0,0      | 0,0      |
| 62  | 47  | 62  | 0,13882 | 0,32047 | 62  | 226,693  | 96,098   |
| 63  | 136 | 63  | 0,00750 | 0,01732 | 63  | 0,0      | 0,0      |
| 64  | 63  | 64  | 0,27014 | 0,62362 | 64  | 294,016  | 116,974  |
| 65  | 64  | 65  | 0,38270 | 0,88346 | 65  | 83,015   | 33,028   |
| 66  | 65  | 66  | 0,33018 | 0,76220 | 66  | 83,015   | 33,028   |
| 67  | 66  | 67  | 0,32830 | 0,75787 | 67  | 103,770  | 41,285   |
| 68  | 67  | 68  | 0,17072 | 0,39409 | 68  | 176,408  | 70,184   |
| 69  | 68  | 69  | 0,55914 | 0,29412 | 69  | 83,015   | 33,028   |
| 70  | 68  | 70  | 0,05816 | 0,13425 | 70  | 217,917  | 86,698   |
| 71  | 70  | 71  | 0,70130 | 0,36890 | 71  | 23,294   | 9,267    |
| 72  | 71  | 72  | 1,02352 | 0,53839 | 72  | 5,075    | 2,019    |
| 73  | 70  | 73  | 0,06754 | 0,15591 | 73  | 72,638   | 28,899   |
| 74  | 73  | 74  | 1,32352 | 0,45397 | 74  | 405,990  | 161,5235 |
| 75  | 136 | 75  | 0,01126 | 0,02598 | 75  | 0,0      | 0,0      |
| 76  | 75  | 76  | 0,72976 | 1,68464 | 76  | 100,182  | 42,468   |
| 77  | 76  | 77  | 0,22512 | 0,51968 | 77  | 142,523  | 60,417   |
| 78  | 77  | 78  | 0,20824 | 0,48071 | 78  | 96,042   | 40,713   |
| 79  | 78  | 79  | 0,04690 | 0,10827 | 79  | 300,454  | 127,366  |
| 80  | 79  | 80  | 0,61950 | 0,61857 | 80  | 141,238  | 59,873   |
| 81  | 80  | 81  | 0,34049 | 0,33998 | 81  | 279,847  | 118,631  |
| 82  | 81  | 82  | 0,56862 | 0,29911 | 82  | 87,312   | 37,013   |
| 83  | 81  | 83  | 0,10877 | 0,10860 | 83  | 243,849  | 103,371  |
| 84  | 83  | 84  | 0,56862 | 0,29911 | 84  | 247,750  | 105,025  |
| 85  | 136 | 85  | 0,01126 | 0,02598 | 85  | 0,0      | 0,0      |
| 86  | 85  | 86  | 0,41835 | 0,96575 | 86  | 89,878   | 38,101   |
| 87  | 86  | 87  | 0,10499 | 0,13641 | 87  | 1137,28  | 482,108  |
| 88  | 86  | 88  | 0,43898 | 1,01338 | 88  | 458,339  | 194,296  |
| 89  | 88  | 89  | 0,07520 | 0,02579 | 89  | 385,197  | 163,290  |
| 90  | 89  | 90  | 0,07692 | 0,17756 | 90  | 0,0      | 0,0      |
| 91  | 90  | 91  | 0,33205 | 0,76653 | 91  | 79,608   | 33,747   |
| 92  | 91  | 92  | 0,08442 | 0,19488 | 92  | 87,312   | 37,013   |
| 93  | 92  | 93  | 0,13320 | 0,30748 | 93  | 0,0      | 0,0      |
| 94  | 93  | 94  | 0,29320 | 0,29276 | 94  | 74,001   | 31,370   |
| 95  | 94  | 95  | 0,21753 | 0,21721 | 95  | 232,050  | 98,369   |
| 96  | 95  | 96  | 0,26482 | 0,26443 | 96  | 141,819  | 60,119   |
| 97  | 93  | 97  | 0,10318 | 0,23819 | 97  | 0,0      | 0,0      |
| 98  | 97  | 98  | 0,13507 | 0,31181 | 98  | 76,449   | 32,408   |
| 99  | 136 | 99  | 0,00938 | 0,02165 | 99  | 0,0      | 0,0      |
| 100 | 99  | 100 | 0,16884 | 0,38976 | 100 | 51,322   | 21,756   |
| 101 | 100 | 101 | 0,11819 | 0,27283 | 101 | 59,874   | 25,381   |
| 102 | 101 | 102 | 2,28608 | 0,78414 | 102 | 9,065    | 3,843    |
| 103 | 101 | 103 | 0,45587 | 1,05236 | 103 | 2,092    | 0,887    |
| 104 | 103 | 104 | 0,69600 | 1,60669 | 104 | 16,735   | 7,094    |
| 105 | 104 | 105 | 0,45774 | 1,05669 | 105 | 1506,522 | 638,634  |
| 106 | 105 | 106 | 0,20298 | 0,26373 | 106 | 313,023  | 132,694  |

|     |     |     |         |         |     |         |         |
|-----|-----|-----|---------|---------|-----|---------|---------|
| 107 | 106 | 107 | 0,21348 | 0,27737 | 107 | 79,831  | 33,842  |
| 108 | 107 | 108 | 0,54967 | 0,28914 | 108 | 51,322  | 21,756  |
| 109 | 108 | 109 | 0,54019 | 0,28415 | 109 | 0,0     | 0,0     |
| 110 | 107 | 110 | 0,04550 | 0,05911 | 110 | 202,435 | 85,815  |
| 111 | 110 | 111 | 0,47385 | 0,24926 | 111 | 60,823  | 25,784  |
| 112 | 111 | 112 | 0,86241 | 0,45364 | 112 | 45,618  | 19,338  |
| 113 | 112 | 113 | 0,56862 | 0,29911 | 113 | 0,0     | 0,0     |
| 114 | 108 | 114 | 0,77711 | 0,40878 | 114 | 157,070 | 66,584  |
| 115 | 114 | 115 | 1,08038 | 0,56830 | 115 | 0,0     | 0,0     |
| 116 | 109 | 116 | 1,09933 | 0,57827 | 116 | 250,148 | 106,041 |
| 117 | 116 | 117 | 0,47385 | 0,24926 | 117 | 0,0     | 0,0     |
| 118 | 104 | 118 | 0,32267 | 0,74488 | 118 | 69,809  | 29,593  |
| 119 | 118 | 119 | 0,14633 | 0,33779 | 119 | 32,072  | 13,596  |
| 120 | 119 | 120 | 0,12382 | 0,28583 | 120 | 61,084  | 25,894  |
| 121 | 136 | 121 | 0,01126 | 0,02598 | 121 | 0,0     | 0,0     |
| 122 | 121 | 122 | 0,64910 | 1,49842 | 122 | 94,622  | 46,260  |
| 123 | 122 | 123 | 0,04502 | 0,10394 | 123 | 49,858  | 24,375  |
| 124 | 123 | 124 | 0,52640 | 0,18056 | 124 | 123,164 | 60,214  |
| 125 | 123 | 125 | 0,02064 | 0,04764 | 125 | 78,350  | 38,304  |
| 126 | 125 | 126 | 0,53071 | 0,27917 | 126 | 145,475 | 71,121  |
| 127 | 125 | 127 | 0,09755 | 0,22520 | 127 | 21,369  | 10,447  |
| 128 | 127 | 128 | 0,11819 | 0,27283 | 128 | 74,789  | 36,564  |
| 129 | 127 | 129 | 0,13882 | 0,32047 | 129 | 227,926 | 111,431 |
| 130 | 129 | 130 | 0,04315 | 0,09961 | 130 | 35,614  | 17,411  |
| 131 | 130 | 131 | 0,09192 | 0,21220 | 131 | 249,295 | 121,877 |
| 132 | 131 | 132 | 0,16134 | 0,37244 | 132 | 316,722 | 154,842 |
| 133 | 132 | 133 | 0,37832 | 0,37775 | 133 | 333,817 | 163,199 |
| 134 | 133 | 134 | 0,39724 | 0,39664 | 134 | 249,295 | 121,877 |
| 135 | 134 | 135 | 0,29320 | 0,29276 | 135 | 0,0     | 0,0     |
| 136 | 7   | 73  | 0,13132 | 0,30315 | 136 | 0,0     | 0,0     |
| 137 | 9   | 24  | 0,26536 | 0,13958 |     |         |         |
| 138 | 15  | 83  | 0,14187 | 0,14166 |     |         |         |
| 139 | 38  | 135 | 0,08512 | 0,08499 |     |         |         |
| 140 | 25  | 51  | 0,04502 | 0,10394 |     |         |         |
| 141 | 50  | 96  | 0,14187 | 0,14166 |     |         |         |
| 142 | 55  | 98  | 0,14187 | 0,14166 |     |         |         |
| 143 | 62  | 120 | 0,03940 | 0,09094 |     |         |         |
| 144 | 66  | 79  | 0,12944 | 0,29882 |     |         |         |
| 145 | 79  | 131 | 0,01688 | 0,03898 |     |         |         |
| 146 | 84  | 135 | 0,33170 | 0,17448 |     |         |         |
| 147 | 91  | 104 | 0,14187 | 0,14166 |     |         |         |
| 148 | 90  | 129 | 0,07692 | 0,17756 |     |         |         |
| 149 | 90  | 103 | 0,07692 | 0,17756 |     |         |         |
| 150 | 92  | 104 | 0,07692 | 0,17756 |     |         |         |
| 151 | 92  | 132 | 0,07692 | 0,17756 |     |         |         |
| 152 | 96  | 120 | 0,26482 | 0,26443 |     |         |         |
| 153 | 110 | 47  | 0,49696 | 0,64567 |     |         |         |

---

|     |     |    |         |         |
|-----|-----|----|---------|---------|
| 154 | 126 | 76 | 0,17059 | 0,08973 |
| 155 | 128 | 77 | 0,05253 | 0,12126 |
| 156 | 135 | 98 | 0,29320 | 0,29276 |

---

Fonte: Mantovani, Casari e Romero (2000)