

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
FACULDADE DE ENGENHARIA
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA**

TIAGO VERONESE ORTUNHO

**PROJETO DE CONTROLADORES CHAVEADOS PARA ACIONAMENTO DE UM
MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO**

Ilha Solteira
2020

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

TIAGO VERONESE ORTUNHO

**PROJETO DE CONTROLADORES CHAVEADOS PARA ACIONAMENTO DE UM
MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO**

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia de
Ilha Solteira – UNESP como parte dos requisitos
para obtenção do título de Doutor em Engenharia
Elétrica.

Prof. Dr. Marcelo Carvalho Minhoto Teixeira
Orientador

Ilha Solteira
2020

FICHA CATALOGRÁFICA
Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

O78p Ortunho, Tiago Veronese.
Projeto de controladores chaveados para acionamento de um motor de indução trifásico / Tiago Veronese Ortunho. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2020
141 f. : il.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Automação, 2020

Orientador: Marcelo Carvalho Minhoto Teixeira
Inclui bibliografia

1. Controle robusto chaveado. 2. Desigualdades matriciais lineares. 3. Fuzzy Takagi-Sugeno. 4. Motor de indução trifásico.


Raiane da Silva Santos

Supervisora Técnica de Seção
Seção Técnica de Biblioteca, Arquivo e Documentação
Diretoria Técnica de Biblioteca e Documentação
CRB 3 - 9593

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO DA TESE: Projeto de Controladores Chaveados para Acionamento de um Motor de Indução Trifásico.

AUTOR: TIAGO VERONESE ORTUNHO

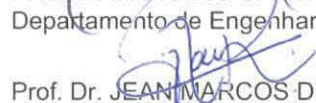
ORIENTADOR: MARCELO CARVALHO MINHOTO TEIXEIRA

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Doutor em ENGENHARIA ELÉTRICA, área: Automação pela Comissão Examinadora:



Prof. Dr. MARCELO CARVALHO MINHOTO TEIXEIRA

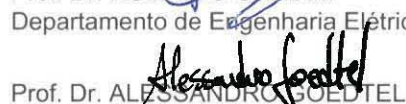
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP


Prof. Dr. JEAN MARCOS DE SOUZA RIBEIRO

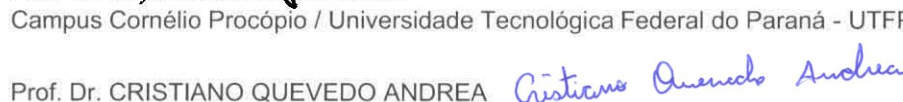
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP


Prof. Dr. RODRIGO CARDIM

Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP


Prof. Dr. ALESSANDRO GOEDEL

Campus Cornélio Procopio / Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR


Prof. Dr. CRISTIANO QUEVEDO ANDREA

Faculdade de Engenharias, Arquitetura e Urbanismo e Geografia - FAENG / Universidade Federal de Mato Grosso do Sul - UFMS

Ilha Solteira, 05 de junho de 2020

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus que me abriu as portas e me mostrou os caminhos a serem seguidos nas horas difíceis, me dando sabedoria e paciência para enfrentar as barreiras.

Em seguida agradeço meus pais, Roberto e Jandira, que investiram em mim desde criança, deixando seus sonhos para trás para apostarem nos meus. Pela educação que me deram, pela confiança, ensinamentos e por sempre estarem ao meu lado, me ajudando e me confortando.

Também tenho que agradecer minha querida irmã, Vanessa, que sempre me ajuda e apoia em todos os momentos, minha grande amiga, com quem sei que sempre posso contar.

Agradeço ao meu orientador, Prof. Dr. Marcelo Carvalho Minhoto Teixeira, pela oportunidade em desenvolver este trabalho e por enriquecer meus conhecimentos com sua vasta sabedoria.

Ao Professor Dr. Jean Marcos de Souza Ribeiro meu agradecimento pelos ensinamentos e apoio.

Aos professores do Laboratório de Controle que direta ou indiretamente auxiliaram no desenvolvimento do trabalho.

Aos colegas de laboratório pelo auxílio no decorrer do trabalho.

Ao IFSP – Câmpus Presidente Epitácio pelo apoio e auxílio, em especial aos colegas da área da Indústria pelas valiosas contribuições.

À Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Câmpus de Ilha Solteira e a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001 pelo apoio.

RESUMO

A tese apresenta a análise de uma técnica de controle para o acionamento de um motor de indução trifásico (MIT) com rotor gaiola de esquilo utilizando controladores robustos chaveados cuja regra de comutação considera a minimização da derivada da função de Lyapunov do tipo quadrática. Os controladores são projetados através de ferramentas matemáticas, denominadas de Desigualdade Matriciais Lineares (LMIs), em inglês, *Linear Matrix Inequalities*, considerando incertezas paramétricas e/ou falhas na planta. Através das equações dinâmicas com controle vetorial e orientação pelo fluxo do rotor foi representado o modelo em variáveis de estado e utilizado o *software* Matlab/Simulink, com os *solvers* de resolução matemática, Yalmip e Sedumi. Analisou-se o comportamento dos controladores robustos chaveados comparativamente aos controladores robustos evidenciando-se a superioridade dos controladores chaveados através das respostas dinâmicas do MIT. Na sequência foi desenvolvido o projeto de controladores chaveados para o acionamento do MIT com incertezas paramétricas e/ou falhas considerando uma região de operação (região na qual garante-se que as trajetórias do vetor de estado permaneçam em seu interior), sendo este um diferencial do trabalho, por não possuir na literatura pesquisas com este conceito aplicado no acionamento do MIT. Além disto, foi considerada a existência da saturação na entrada de controle, com o objetivo de explorar a possibilidade de contribuição do controle chaveado frente a limitação na entrada de controle. Por fim, efetuou-se a modelagem fuzzy Takagi-Sugeno (TS) do motor de indução trifásico, definindo os modelos locais, e foram projetados controladores chaveados considerando incerteza paramétrica e/ou falha no sistema, sendo o modelo fuzzy válido para uma determinada região de operação, sujeito à saturação na entrada de controle e com rejeição ao torque de carga através do desempenho H_∞ . A utilização da modelagem fuzzy TS considerando incerteza paramétrica e/ou falha estrutural, saturação no sinal de controle e desempenho H_∞ é outra contribuição do trabalho, pois, modelos fuzzy TS foram pouco explorados no controle de máquinas de indução. Todas as análises de desempenho do sistema foram desenvolvidas no *software* Matlab/Simulink.

Palavras-chave: Controle robusto chaveado. Desigualdades matriciais lineares. Fuzzy Takagi-Sugeno. Motor de indução trifásico.

ABSTRACT

The thesis presents the analysis of a control technique for the activation of a three-phase induction motor with squirrel cage rotor (MIT) using robust switched controllers that choose a gain from the state vector feedback controller belonging to a set of known gains, by minimizing the derivative of the quadratic Lyapunov function. The designed controllers used the technique of Linear Matrix Inequalities (LMIs), considering different parametric uncertainties and/or faults in the plant. Through the dynamic equations with vector control and orientation by the rotor flow, the model was represented in state variables and using the Matlab/Simulink software with the mathematical resolution solvers, Yalmip and Sedumi, the behavior of the robust switched controllers compared to the robust controllers showing the superiority of switched controllers. In the sequence, the project of switched controllers for the activation of the MIT was developed with parametric uncertainties and/or failures considering a region of operation (region in which it is guaranteed that the trajectories of the state vector remain inside). It is a differential of the work, for not having in the literature researches with this concept applied in the activation of the MIT. In addition, the existence of saturation at the control input was considered, another relevant topic, because there exist few studies that address this limitation. Finally, Takagi Sugeno (TS) fuzzy modeling of the three-phase induction motor was performed, defining the local models, and switched controllers were designed considering parametric uncertainty and/or system failure, with the fuzzy model valid for a given region of operation, subject to saturation at the control input and with the rejection of the load torque through the H_∞ performance. The use of TS fuzzy modeling considering parametric uncertainty and/or structural failure, saturation in the control signal and H_∞ performance is another contribution of the work, because fuzzy TS models have been studied by few researchers. All system performance analyzes were developed using the Matlab/Simulink software.

Keywords: Robust switched control. Linear matrix inequalities (LMIs). Fuzzy Takagi-Sugeno. Three-phase induction motor.

LISTA DE SÍMBOLOS

A	Matriz do sistema $\in \mathbb{R}^{n_x \times n_x}$
$A(\alpha)$	Matriz do sistema com incertezas $\in \mathbb{R}^{n_x \times n_x}$
$\hat{A}(\alpha)$	Matriz expandida do sistema com ação integral e incertezas
$\hat{B}$	Matriz de entrada expandida do sistema com ação integral
B_m	Coefficiente de atrito viscoso
B	Matriz de entrada $\in \mathbb{R}^{n_x \times n_u}$
B_0	Matriz auxiliar
B_w	Matriz relacionada à atuação do distúrbio do sistema $\in \mathbb{R}^{n_x \times 1}$
$\widehat{B}_w$	Matriz expandida do sistema com ação integral relacionada à atuação do distúrbio do sistema
d	Coordenada de eixo direto
$\mathcal{F}$	Conjunto composto por matrizes diagonais
F_q	Elemento de $\mathcal{F}$, $\in \mathbb{R}^{n_u \times n_u}$
F_q^-	Elemento de $\mathcal{F}$, $\in \mathbb{R}^{n_u \times n_u}$, $F_q^- = I - F_q$
H_i	Matriz relacionada a lei de controle chaveada
i_{ds}^e	Componente de eixo direto da corrente do estator na referência síncrona girante
i_{ds}^{e*}	Referência da componente da corrente de eixo direto na referência síncrona girante
i_{qs}^e	Componente de eixo de quadratura da corrente do estator na referência síncrona girante
i_r	Corrente dos enrolamentos do rotor
i_s	Corrente dos enrolamentos do estator
J	Momento de inércia
K	Controlador com ganho único $\in \mathbb{R}^{n_u \times n_x}$
K_r	Conjunto de politopos do sistema
K_t	Constante de torque
K_σ	Controlador com ganhos chaveados $\in \mathbb{R}^{n_u \times n_x}$
L_m	Indutância mútua
L_r	Indutância própria do rotor
L_s	Indutância própria do estator
M_j	Matriz $\in \mathbb{R}^{n_u \times n_x}$ com $j \in K_r$

M_r	Indutância mútua entre dois enrolamentos do rotor
M_s	Indutância mútua entre dois enrolamentos do estator
M_{sr}	Indutância mútua dos enrolamentos do estator com os enrolamentos do rotor
N_j	Matriz $\in \mathbb{R}^{n_u \times n_x}$ com $j \in K_r$
P	Matriz simétrica positiva definida $\in \mathbb{R}^{n_x \times n_x}$
P_m	Número de pares de polos
q	Coordenada do eixo de quadratura
$\overline{Q_j}$	Matriz simétrica auxiliar, $j \in K_r$
Q_j	Matriz simétrica $\in \mathbb{R}^{n_x \times n_x}$
R_r	Resistência do rotor
R_s	Resistência do estator
r	Número de politopos do sistema
s	Número de parâmetros incertos distintos presentes no sistema
$S(\beta, r, \theta)$	Região do plano complexo (porcentagem de overshoot, tempo de pico e tempo de estabelecimento)
T_L	Torque de carga $\in \mathbb{R}^{n_w}$
T_e	Torque eletromagnético
$u(t)$	Entrada de controle $\in \mathbb{R}^{n_u}$
V_{ds}^e	Componente de eixo direto da tensão do estator na referência síncrona girante
V_{qs}^e	Componente de eixo de quadratura da tensão do estator na referência síncrona girante
V_s	Tensão dos enrolamentos do estator
$x(t)$	Vetor de estado $\in \mathbb{R}^{n_x}$
$\hat{x}(t)$	Vetor de estado expandido do sistema com ação integral
Z	Matriz simétrica positiva definida $\in \mathbb{R}^{n_u \times n_x}$
Z_i	Matriz simétrica $\in \mathbb{R}^{n_x \times n_x}$
Z_σ	Matrizes simétricas positivas definidas $\in \mathbb{R}^{n_u \times n_x}$
ω_e	Velocidade elétrica do estator
ω_r	Velocidade mecânica do rotor
ω_r^*	Referência de velocidade mecânica do rotor
W	Matriz simétrica positiva definida $\in \mathbb{R}^{n_u \times n_x}$
$\emptyset$	Parâmetro que define os limites das restrições físicas correspondentes a região de operação

$\varnothing_{dr}^e$	Componente de eixo direto do fluxo do rotor na referência síncrona girante
$\varnothing_{qr}^e$	Componente de eixo de quadratura do fluxo do rotor na referência síncrona girante
$\varnothing_{dr}^{e*}$	Referência da componente de eixo direto do fluxo do rotor na referência síncrona girante
$\varnothing_s$	Fluxo dos enrolamentos do estator
τ_r	Constante de tempo do rotor
τ_s	Constante de tempo do estator
σ	Coefficiente de dispersão
α_i	Peso normalizado de cada modelo local do sistema
β	Taxa de decaimento
β_{elip}	Constante positiva correspondente a expansão do elipsoide
$\mathcal{L}(L_j)$	Região de saturação
$\mathcal{E}(P, \lambda)$	Conjunto elipsoidal
ε	Distúrbio de energia limitada, constante positiva, sendo esta considerada o valor limitante do torque
ε_0	Parâmetro relacionado à condição inicial
$\mu_{il}(z_l(t))$	Função de pertinência em termos de variáveis incertas e/ou desconhecidos
w	Restrição da norma H_∞
θ	Deslocamento angular
ρ	Parâmetro que define o limite da saturação
φ	Variável de folga
χ	Região de operação

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	13
2	MODELO DO MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO (MIT).....	24
3	PROJETO DE CONTROLADORES ROBUSTOS E CHAVEADOS PARA ACIONAMENTO DO MIT.....	32
3.1	CONTROLADOR ROBUSTO VIA LMIs.....	33
3.2	CONTROLADOR CHAVEADO VIA LMIs.....	34
3.3	CONTROLADOR ROBUSTO COM TAXA DE DECAIMENTO VIA LMIs...	36
3.4	CONTROLADOR ROBUSTO CHAVEADO COM TAXA DE DECAIMENTO VIA LMIs.....	37
3.5	CONTROLADOR ROBUSTO COM D-ESTABILIDADE VIA LMIs.....	38
3.6	CONTROLADOR ROBUSTO CHAVEADO COM D-ESTABILIDADE VIA LMIs.....	39
3.7	PROJETO DOS CONTROLADORES.....	40
3.7.1	Projeto do controlador robusto e robusto chaveado via LMIs.....	43
3.7.2	Projeto do controlador robusto e robusto chaveado com taxa de decaimento via LMIs.....	44
3.7.3	Projeto do controlador robusto e robusto chaveado com D-estabilidade via LMIs.....	45
3.8	ANÁLISE DOS CONTROLADORES.....	46
3.9	ANÁLISE DO CONTROLADOR CHAVEADO COM TAXA DE DECAIMENTO COMPARATIVAMENTE COM OS RESULTADOS DE CHANG <i>et al.</i> (2005).....	57
4	PROJETO DE CONTROLADOR CHAVEADO CONSIDERANDO INCERTEZAS PARAMÉTRICAS, FALHAS, SATURAÇÃO NA ENTRADA DE CONTROLE E DEFINIÇÃO DE REGIÃO DE OPERAÇÃO.....	62

5	PROJETO DO CONTROLADOR CHAVEADO PARA O MIT CONSIDERANDO SATURAÇÃO NO SINAL DE CONTROLE, INCERTEZAS PARAMÉTRICAS E TOLERANTE A DISTÚRBIO DE CARGA UTILIZANDO MODELO FUZZY TS.....	94
5.1	CONTROLADOR CHAVEADO CONSIDERANDO DISTÚRBIO EXTERNO NULO.....	102
5.2	CONTROLADOR CHAVEADO CONSIDERANDO DISTÚRBIO DIFERENTE DE ZERO.....	103
5.3	PROJETO DOS CONTROLADORES CHAVEADOS.....	105
5.4	ANÁLISES DOS CONTROLADORES CHAVEADOS PROJETADOS.....	117
6	CONCLUSÃO.....	126
6.1	PERSPECTIVAS FUTURAS.....	127
6.2	PUBLICAÇÕES.....	128
	REFERÊNCIAS.....	129

1 INTRODUÇÃO

Os motores de indução trifásicos (MIT) são usados em muitos setores industriais, sendo o principal elemento de conversão de energia elétrica em mecânica. O MIT é o motor mais vendido, devido suas características de baixo custo, robustez e alta eficiência (PERESADA; TONIELLI; MORICI, 1999; GOEDTEL, 2007; BLANCHINI *et al.*, 2012; DALILA *et al.*, 2013; SPYROPOULOS; MITRONIKAS, 2013; SINGH *et al.*, 2016). Além das aplicações rotineiras outras estão sendo desenvolvidas, como por exemplo, a utilização na tração de barcos (SPYROPOULOS; MITRONIKAS, 2013) e veículos elétricos (AOUAOUDA; CHADLI; BOUKHNIFER, 2016).

Nos países desenvolvidos mais da metade do total da energia produzida é convertida em energia mecânica através de motores elétricos. No Brasil, o setor industrial é responsável por 43% do consumo anual de energia. Dentro deste setor, onde há maior demanda de energia elétrica, os motores são responsáveis por aproximadamente 55% deste consumo. Entre os vários tipos de motores, o motor de indução opera em 90% dos sistemas de acionamento industrial (AZZOLIN, 2008; PUMA, 2010). Acredita-se que atualmente aumentou a porcentagem de utilização do MIT devido as suas novas aplicações.

Durante muitos anos, grande parte das tarefas envolvidas nos processos produtivos operavam em velocidades aproximadamente constantes, não necessitando nenhuma ação de controle sobre os motores ou acionamentos, tais como de posição, velocidade ou torque (LEONHARD, 1986, 1996, 2001).

Até a década de 80, as tarefas que exigiam acionamentos de velocidade variável, controle rápido e preciso da posição ou da velocidade utilizavam somente motores de corrente contínua, por possuírem um desacoplamento entre o controle de fluxo (estabelecido pela corrente de campo) e o controle de torque (estabelecido pela corrente de armadura). Este fato facilita o controle independente da velocidade e do torque, possibilitando um bom desempenho dinâmico do acionamento (AZZOLIN, 2008).

Os MITs substituíram os motores de corrente contínua, devido ao seu menor preço, menor número de manutenções para o mesmo nível de potência, menor peso e menor tamanho (VAS, 1990; AZZOLIN, 2008).

As estratégias de controle no acionamento do MIT variam de acordo com sua aplicação, sendo estas inexistentes (malha aberta), simplificadas ou com grandes exigências dinâmicas.

A primeira estratégia de controle foi o controle escalar, que controla a amplitude da tensão e a frequência, de maneira proporcional, com o objetivo de a manter o fluxo da máquina constante. Com esta estratégia de controle, a velocidade é monitorada a partir da frequência elétrica, procurando manter constante a relação tensão/frequência (V/F).

A tensão da máquina controla o fluxo e a frequência. O escorregamento controla os valores de torque. Contudo, o fluxo e o torque são funções da frequência e da tensão, consequentemente, é impossível ajustar somente um valor sem afetar o outro (BOSE, 2006).

Desta forma, os acionamentos baseados nesta técnica de controle não conseguem atingir desempenhos dinâmicos iguais ou superiores aos dos motores de corrente contínua, devido a este acoplamento. Este tipo de controle é aplicado quando não há necessidade de respostas rápidas a comandos de torque e velocidade.

Alguns estudos foram desenvolvidos utilizando esta técnica, como por exemplo, em Muthoselvan, Dash e Somasundaram (2006) e Suetake, Silva e Goedel (2007, 2010).

O acionamento do MIT de forma semelhante ao do motor de corrente contínua, baseia-se na teoria de controle vetorial desenvolvida pelos trabalhos de Hasse, realizado em 1969, e de Blaschke em 1972, nos quais ocorre o desacoplamento do fluxo e do torque (LEONHARD, 1986, 1996, 2001; BOSE, 2001, 2006).

Este controle baseia-se na representação das equações eletromagnéticas da máquina em um sistema de coordenadas direto e quadratura (dq), com eixo direto (d) alinhado com o vetor de fluxo. Portanto, se faz necessário o conhecimento da posição do vetor fluxo para a orientação do sistema de coordenadas dq. O controle é efetuado mediante variações independentes das correntes responsáveis pelo campo e pelo conjugado. No eixo direto a corrente é responsável pelo campo, no eixo em quadratura a corrente é responsável pelo torque, analogamente ao motor de corrente contínua (KRISHMAN, 2001).

Portanto, a componente de eixo direto da corrente, quando alterada, influencia apenas no fluxo, não causando impacto no torque, e a componente de eixo em quadratura da corrente tem influência exclusivamente sobre o torque, não alterando o fluxo (BOSE, 2001).

O controle vetorial é sensível às variações dos parâmetros da máquina. Desta maneira, o conhecimento de todos os parâmetros elétricos são de suma importância para a realização do controle vetorial (OLIVEIRA, 1998).

A evolução dos microprocessadores e dos sistemas de potência, aliados com teorias de controle proporcionaram o aumento das aplicações do acionamento do MIT com controle vetorial, como por exemplo, ilustradas em Chang *et al.* (2005) e Romero, Seron e De Doná (2010).

Além do controle vetorial, existem os controles Direto de Torque (*Direct Torque Control*, DTC) e Autocontrole Direto (*Direct Self Control*, DSC). Através do DTC ou do DSC, os valores da amplitude do fluxo magnético e do torque eletromagnético são controlados de uma forma separada e direta, através de uma seleção adequada da entrada em condução dos interruptores de potência do inversor (TAKAHASHI; NOGUCHI, 1986; BUJA; CASADEI; SERRA, 1997; BUJA; CASADEI; SERRA, 1998; ZIDANI *et al.*, 2006; MARQUES, 2007; PUMA; SGUAREZI FILHO; RUPPERT, 2011; PATEL *et al.*, 2012; ZHAO *et al.*, 2015).

O avanço dos estudos nestas técnicas possibilitaram a utilização de novos controladores, como:

- controladores com modos deslizantes, como exemplo, pode-se encontrar nas pesquisas desenvolvidas por Hazzab, Bousserhane e Sicard (2006); Jamoussi *et al.* (2013); Masumppoor, Yaghobi e Khanesar (2015);
- redes neurais, em Oguz e Mehmet (2011);
- neuro fuzzy, de acordo com Rigatos (2012); Douiri, Belghazi e Cherkaoui (2015^a); Douiri, Belghazi e Cherkaoui (2015^b); Vahedi, Zarif e Kalat (2015^a); Vahedi, Zarif e Kalat (2015^b);
- controladores robustos, observa-se em Prepain, Postlethwaite e Benchaib (2002); Dalila *et al.* (2013); Hedjar, Boucher e Dumur (2012); Moaveni e Khorshidi (2015);
- outros, como o trabalho elaborado por Blanchini *et al.* (2014).

De uma maneira geral, a execução do controle de posição, velocidade e torque do motor de indução trifásico, utiliza os controladores proporcional integral (PI), proporcional derivativo (PD) e proporcional integral derivativo (PID), os quais são largamente empregados e possuem eficiência conhecida (HOO *et al.*, 2015).

Segundo Bahloul *et al.* (2018), Bahloul *et al.* (2017) e Chen *et al.* (2015), o projeto do acionamento do MIT é desenvolvido considerando os parâmetros nominais da máquina. No entanto, estes parâmetros mudam, além do que, alguns não são disponíveis para medição.

Os sistemas de controle atendem as expectativas do projetista quando o modelo dinâmico utilizado para o desenvolvimento do projeto é preciso. Porém, na grande maioria dos casos, um modelo que considere todas as particularidades do processo é de difícil obtenção. Além disto, as incertezas decorrentes da imprecisão dos valores do conjunto, juntamente, com as perturbações inerentes aos processos, geram problemas no controle do sistema em malha fechada e também, podem não garantir a estabilidade do sistema

(OLIVEIRA, 1998; KRISHMAN, 2001; TRANGBAEK, 2001; BONIVENTO *et al.*, 2004; CHEN *et al.*, 2010; SOLTANPOUR; KHOOBAN; NIKNAM, 2014; GUEZMIL *et al.*, 2019).

Estas características ocorrem no MIT, pois, ele possui uma complexa estrutura magnética que impõe um elevado acoplamento entre o fluxo e o torque eletromagnético, seus parâmetros mudam conforme sua operação, além do que, algumas variáveis do rotor são inacessíveis, dificultando o controle da velocidade e do torque (PERESADA; TONIELLI; MORICI, 1999; JAMOOUSSI *et al.*, 2013; ZAAFOURI *et al.*, 2013).

De acordo com Soltanpour, Khooban e Niknam (2014) as incertezas paramétricas no MIT são muito difíceis de serem mensuradas.

Devido às incertezas paramétricas e falhas no equipamento o controle preciso desta máquina não é simples (BLANCHINI *et al.*, 2012; AMRANE *et al.*, 2018).

As falhas acarretam a parada do MIT e, conseqüentemente, a paralisação da produção e possíveis perdas financeiras (SINGH *et al.*, 2016). Além disto, acarretam problemas na operação, vide por exemplo, correntes e tensões desequilibradas, pulsações no torque e velocidade, perda de eficiência, aquecimento excessivo e aumento de perdas elétricas (VAS, 1990; BONIVENTO *et al.*, 2004; SPYROPOULOS; MITRONIKAS, 2013; ZINA *et al.*, 2015; AOUAOUDA; CHADLI; BOUKHNIFER, 2016; ZINA *et al.*, 2016; REZAEI; KHOSROWJERDI, 2016; MERABET; BAHİ; DRICI, 2017; GUEZMIL *et al.*, 2017; BOUNEMEUR; CHEMACHEMA; ESSOUNBOULI, 2018; GUEZMIL *et al.*, 2018; GUEZMIL *et al.*, 2019; LAYADI *et al.*, 2019; YETGIN, 2019).

A ocorrência de falhas pode causar até instabilidade do sistema, assim sendo, é necessário que o acionamento utilize um controlador que compense os efeitos das falhas e garanta a confiabilidade e a estabilidade do sistema com um desempenho aceitável (TARBOURIECH; TURNER, 2009; BETIN *et al.*, 2014; HOO *et al.*, 2015; KANDUKURI, 2016; GUEZMIL *et al.*, 2017).

Segundo Rezaei e Khosrowjerdi (2016), as falhas podem produzir, aumento da pulsação do torque, diminuição do torque eletromagnético, aumento das perdas e redução da eficiência.

Em Youssef *et al.* (2017) e Cao e Wang (2018), as falhas geralmente causam grande interrupção nos sistemas práticos e essas podem ser intermitentes, ou seja, permanecem em vigor por um período limitado de tempo e podem se recuperar sem qualquer intervenção. Desta forma, o sistema de controle deve atuar rapidamente para evitar danos na segurança e na confiabilidade do sistema.

De acordo com Allouche *et al.* (2010), Tabbache *et al.* (2012), Spyropoulos e Mitronikas (2013), Aguilera *et al.* (2016), Rezaei e Khosrowjerdi (2016), Rkhis-kammoun *et al.* (2019) e Layadi *et al.* (2019) as principais falhas do motor de indução trifásico são:

- a) falhas no estator – resultam em circuitos abertos ou curtos em um ou mais enrolamentos do estator;
- b) falhas na barra ou no anel da extremidade do rotor;
- c) irregularidades do entreferro (excentricidade);
- d) falhas nos rolamentos e mancais.

Os defeitos no estator estão relacionados com a isolação do enrolamento, isto é decorrente de envelhecimento da fiação, contaminação, umidade, alta vibração, excesso da temperatura operacional, ventilação inadequada, tensão inadequada e sobrecarga persistente (TAVNER *et al.*, 2008; KHALAF; HAIDER, 2010; ZHANG *et al.*, 2011; SPYROPOULOS; MITRONIKAS, 2013; DRICI; BAHİ; MERABET, 2017; MERABET; BAHİ; DRICI, 2017; GUEZMIL *et al.*, 2019).

No rotor, as falhas estão relacionadas com quebra de barras e/ou no anel de curto circuito, sendo estes provenientes de tensões térmicas, mecânicas, magnéticas, residuais, dinâmicas e ambientais (KHALAF; HAIDER, 2010; ZHANG *et al.*, 2011; SPYROPOULOS; MITRONIKAS, 2013; DRICI; BAHİ; MERABET, 2017; TALHAOUİ *et al.*, 2017).

Além das falhas relatadas anteriormente, existe o problema da excentricidade, sendo esta dividida em estática e dinâmica, as quais estão relacionadas com o desalinhamento entre o centro do rotor e o centro rotacional. As principais causas para a excentricidade são: posicionamento incorreto do estator ou do rotor, ovalização do núcleo do estator, desalinhamento dos rolamentos, desalinhamento do rotor, vibração e desgaste dos rolamentos e/ou mancais. Uma excentricidade em torno de 10% é admissível (NANDI; TOLİYAT; LI, 2005).

A danificação do mancal e a quebra dos rolamentos são decorrentes de tensões térmicas, mecânicas, contaminação, corrosão, instalação e lubrificação inadequada acarretando pulsação no torque e na velocidade, diminuindo a eficiência do equipamento (ZHOU; HABETLER; HARLEY, 2007; KHALAF; HAIDER, 2010; ZHANG *et al.*, 2011; SPYROPOULOS; MITRONIKAS, 2013; GLOWACZ, 2019).

Além das falhas no equipamento, podem ocorrer danos no sistema de acionamento e de aquisição de dados, como falhas nos sensores (*encoders* ópticos, tacogeradores, sensores de corrente e tensão), tendo grande importância e influência no desempenho do controle

(ALLOUCHE *et al.*, 2010; TABBACHE *et al.*, 2013; ZINA *et al.*, 2015; BOUROGAOUI; SETHOM; BELKHODJA, 2016; YOUSSEF *et al.*, 2017).

Segundo Tabbache *et al.* (2013), Aguilera *et al.* (2016), Verrelli *et al.* (2018) e Rkhisssi-Kammoun *et al.* (2019), o mau funcionamento desses componentes pode produzir consequências críticas no desempenho do MIT. Normalmente, os sensores pertencentes ao acionamento do MIT, sensores de tensão, corrente e velocidade do rotor, trabalham sob muitos estresses de diferentes origens (térmico, elétrico, mecânico e ambiental), que afetam seriamente a sua durabilidade e interferem no bom funcionamento do sistema (ALLOUCHE *et al.*, 2011; BOUROGAOUI; SETHOM; BELKHODJA, 2016; YOUSSEF *et al.*, 2017; RKHISSI-KAMMOUN *et al.*, 2019).

As falhas nos sensores podem acarretar uma elevação nos valores de corrente e tensão podendo causar danos ao equipamento. Por este motivo, estes valores devem ser limitados (TRANGBAEK, 2001; MORENO-VALENZUELA; SANTIBÁÑEZ, 2012; HOO *et al.*, 2015; GUEZMIL *et al.*, 2019).

Segundo Bounemour, Chemachema e Essounbouli (2018) os trabalhos que consideram falhas não abordam ocorrência simultâneas, como falha no atuador e no sensor, devido à complexidade de análise.

Segundo Tabbache *et al.* (2013) e Rkhisssi-Kammoun *et al.* (2019), os acionamentos elétricos tolerantes a falhas nos sensores ganharam importância devido ao aumento de aplicações com propulsão elétrica e a necessidade da qualidade dos sinais medidos.

Além da redução do desempenho decorrente das falhas, têm-se também a degradação dos requisitos de projeto do sistema de controle ocasionada pelas incertezas. As incertezas paramétricas são inerentes ao equipamento, pois, durante a sua operação seus parâmetros variam de acordo com a temperatura, umidade, velocidade, tempo de operação, envelhecimento do material e outras causas (VAS, 1993; ORTEGA; ESPINOSA, 1993; TRANGBAEK, 2001; BONIVENTO *et al.*, 2004; AZZOLIN, 2008; BLANCHINI *et al.*, 2012; JAMOSSI *et al.*, 2013; SOLTANPOUR; KHOOBAN; NIKNAM, 2014).

A resistência do rotor varia durante o funcionamento do MIT e, segundo Wit, Ortega e Mareels (1995), o controle da velocidade proposto para o equipamento, submetido a um torque de carga constante é globalmente assintoticamente estável desde que a resistência do rotor seja exatamente conhecida. Além disso, todos os sinais do sistema permanecem uniformemente limitados se o valor estimado da resistência do rotor estiver próximo o suficiente do valor real do equipamento. O sistema se torna instável se a resistência do rotor

for superestimada. Ou seja, o valor da resistência do rotor é um parâmetro crítico no desempenho do sistema.

A variação da resistência do rotor impacta enormemente o desempenho de controle e pode levar a degradação do rastreamento de velocidade e erros de estimativa em regime permanente e durante o transitório (BAHLOUL *et al.*, 2018).

A determinação da resistência do rotor é crucial para a orientação de campo e o consequente desacoplamento (MARINO *et al.*, 2013).

Segundo Rezaei e Khosrowjerdi (2016) os projetos de controladores devem considerar uma variação mínima de 50% na resistência do rotor.

A constante de tempo do rotor também é um parâmetro crítico para o acionamento do MIT, pois, está relacionada também com a indutância do rotor (BAZANELLA; REGINATTO, 2000, 2001).

Além destes parâmetros, o torque de carga e a resistência do estator também são críticos (MARINO; TOMEI; VERRELLI, 2004; CHEN *et al.*, 2015).

Em Traoré, Leon e Glumineau (2012) e Marino, Tomei e Verrelli (2008), em baixas velocidades, o parâmetro mais impactante é a resistência do estator, pois, variações de 20% em baixas velocidades, podem levar o sistema à instabilidade.

Segundo Trangbaek (2001) os valores das resistências do rotor e do estator são difíceis de serem obtidas com precisão durante o funcionamento. Porém, diferentemente da resistência do rotor, a resistência do estator possui uma menor variação durante sua operação, devido à temperatura, por possuir uma melhor ventilação.

Em grande parte dos trabalhos desenvolvidos existe a preocupação com relação à variação/incerteza paramétrica. Porém, em cada caso é considerada uma porcentagem de impacto destes parâmetros.

No trabalho Marino, Tomei e Verrelli (2004) foi adotada uma variação de 10% nos valores das resistências. Em trabalho mais recente, adotou-se uma variação de 100% na resistência do rotor (MARINO; TOMEI; VERRELLI, 2008).

Em Masumpoor, Yaghobi e Khanesar (2015), considerou-se 30% de incerteza na resistência do rotor e 50% no torque de carga.

Em Prepain, Postlethwaite e Benchaib (2002) foi proposto que a resistência do rotor varia em 60% e o torque de carga em 25%.

Em Chen *et al.* (2015) foi efetuada uma análise das influências paramétricas no rendimento do acionamento, além de apresentar os casos de instabilidade.

Assim sendo, fica claro que a identificação paramétrica é imprescindível para a obtenção de um bom desempenho dinâmico (MARINO *et al.*, 2013; CHEN *et al.*, 2015; REZAEI; KHOSROWJERDI, 2016; LAYADI *et al.*, 2019).

Além dos fatos discriminados anteriormente, durante a vida útil do motor, é necessário o desenvolvimento de intervenções para mantê-lo em boas condições. Segundo Bazurto, Quispe e Mendoza (2016), a ocorrência de intervenções no equipamento para manutenção (recondicionamento) reduz em aproximadamente 2% a eficiência com relação ao rendimento obtido em fábrica.

Após o recondicionamento, além da perda de eficiência, ocorre um aumento das variações/incertezas paramétricas afetando o acionamento e o desempenho do MIT.

Segundo Vieira (2017), o aumento nas incertezas dos parâmetros do equipamento estão relacionados a uma falta de padronização no procedimento de recondicionamento de motores entre as empresas, pois, muitas efetuam o serviço de maneira altamente nociva, como por exemplo, aquecimentos inadequados e substituição de cobre por alumínio sem a correta readequação do diâmetro do condutor. Além disto, 45% das empresas pesquisadas que efetuam os serviços de recondicionamento não treinam seus funcionários, ou seja, estes não possuem uma qualificação adequada para o desenvolvimento do serviço.

Assim sendo, após o recondicionamento dos motores é necessária a execução de ajustes no sistema de controle para obtenção de um bom desempenho dinâmico.

A questão dos MITs recondicionados é impactante, pois, segundo Vieira (2017), no ano de 2016, o total de motores trifásicos recondicionados foi da ordem de 4,6 milhões de unidades, de um total instalado de 20 milhões, ou seja, 23% dos MITs instalados no Brasil foram recondicionados.

Além das incertezas/variações paramétricas e falhas do equipamento e do sistema de acionamento, têm-se a necessidade de limitar os sinais de corrente e tensão, para que não ocorra sobrecorrente e/ou sobretensão no conjunto. Esta limitação constitui uma saturação no acionamento do MIT e esta não é considerada nos projetos dos controladores (TRANGBAEK, 2001).

A saturação do atuador é um fenômeno presente em sistemas de controle, sendo este, causado por restrições de sua capacidade de saída. O projeto de controle considerando a saturação do atuador é complexo. Porém, se não for considerado no projeto, pode levar à perda do desempenho, overshoot, tempo de estabilização inadequado e até perda de estabilidade (TARBOURIECH; TURNER, 2009; MORENO-VALENZUELA; SANTIBÁÑEZ, 2012; GAO *et al.*, 2013; HOO *et al.*, 2015).

A saturação no sinal de controle do MIT é desenvolvida inserindo um bloco saturador, e esta metodologia é muito utilizada na literatura e em diversas aplicações industriais. Abordagens de controle que considerem a saturação no projeto do controlador são empregadas em poucos trabalhos como, por exemplo, em Chang *et al.* (2005), Blanchini *et al.* (2012) e Zhao *et al.* (2018).

Devido a todos os fatos descritos, diversos estudos de controladores para acionamento do MIT objetivam melhorar o comportamento dinâmico do conjunto, com o intuito de obter melhores desempenhos, tolerante às variações/incertezas paramétricas, variações no modelo, tolerante a falhas e perturbações de cargas (PERESADA; TONIELLI; MORICI, 1999; BEHAL *et al.*, 2000; BONIVENTO *et al.*, 2004; BLANCHINI *et al.*, 2012; JAMOUSSI *et al.*, 2013; SOLTANPOUR; KHOOBAN; NIKNAM, 2014; HOO *et al.*, 2015; GUEZMIL *et al.*, 2018; GUEZMIL *et al.*, 2019).

Assim sendo, há necessidade constante de pesquisar novas abordagens de otimização e controle que possam ser eficientemente aplicadas nos processos para obtenção de boas respostas, contribuindo para a melhoria da eficiência, produtividade e na redução do consumo de energia elétrica (REGINATTO, 2000; GOEDTEL, 2007; BLANCHINI *et al.*, 2012).

Segundo Bahloul *et al.* (2018) mesmo com muitas pesquisas desenvolvidas com o MIT, ainda existe muitos desafios para aplicações de engenharia devido ao aumento da demanda industrial e a exigência de altos níveis de desempenho (robustez).

Em vista disto, este trabalho tem o intuito de contribuir com esta análise, desenvolvendo um estudo da técnica de controladores chaveados no acionamento do MIT, englobando incertezas/variações paramétricas, falhas, saturação no sinal de controle e perturbações de carga.

A idéia da utilização de sistemas chaveados é projetar uma estratégia de chaveamento adequada que seleciona, a cada instante de tempo, um subsistema dinâmico dentre um determinado número de subsistemas disponíveis. Este controle chaveado é projetado de forma que ainda assegure a estabilidade assintótica com a garantia de desempenho adequado, mesmo na presença de incertezas paramétricas e falhas no sistema (DECARLO *et al.*, 2000).

A técnica de controle chaveado já foi empregada em diversos trabalhos com grandes contribuições, por garantir a estabilidade e o desempenho do sistema, como por exemplo em Tanaka, Iwasaki e Wang (2000); Geromel e Colaneri (2006); Cardim (2009); Geromel e Deaecto (2009); Deaecto *et al.* (2010); Deaecto, Geromel e Daafouz (2011); Buzachero (2014); Souza *et al.* (2014); Deaecto e Santos (2015) e outros.

O chaveamento de controladores normalmente fornece um melhor desempenho para o sistema controlado, devido à possibilidade de cada controlador gerar uma melhor resposta em cada condição operacional.

O chaveamento de controladores aplicado no MIT foi utilizado em poucos trabalhos, por exemplo, Diallo, Benbouzid e Makouf (2004) e Benbouzid, Diallo e Zeraoulia (2007). Nestes estudos, ocorre o chaveamento de diferentes metodologias (controlador vetorial indireto, controle vetorial *sensorless* e controle escalar) que são escolhidas através de uma estratégia de decisão de controle, definido por um sistema de detecção de falhas sem a garantia matemática de estabilidade no sistema de troca dos controladores.

A metodologia apresentada neste trabalho difere da utilizada em Diallo, Benbouzid e Makouf (2004) e Benbouzid, Diallo e Zeraoulia (2007), pois, ela não muda a técnica de controle.

Assim sendo, objetiva-se nesta tese fornecer melhores resultados e com menos conservadorismos dos que os obtidos e publicados em Ortunho *et al.* (2016a), Ortunho *et al.* (2016^b), Ortunho *et al.* (2017), Ortunho *et al.* (2019a) e Ortunho *et al.* (2019b), pois, nos artigos publicados, os controladores projetados possuem apenas um ganho e, nesta tese, os controladores projetados são chaveados com mais de um ganho no controlador. Portanto, objetiva-se colaborar com as pesquisas de acionamentos de motores de indução trifásico obtendo boas respostas dinâmicas do sistema considerando uma região de operação do MIT, saturação no sinal de controle, controlador chaveado, incertezas paramétricas, falhas, perturbação de carga e garantia de estabilidade do conjunto.

A tese foi dividida da seguinte forma:

No Capítulo 1, efetuou-se uma breve revisão da literatura informando os principais problemas que ocorrem no motor de indução trifásico com rotor gaiola de esquilo.

No Capítulo 2, relatou-se a modelagem do motor de indução trifásico, apresentando suas equações dinâmicas para obtenção do sistema em variáveis de estado.

No Capítulo 3, é desenvolvida a modelagem do motor de indução trifásico sendo efetuado o projeto de controladores robustos com realimentação das variáveis de estado, e o projeto de sistema de controle robusto chaveado com realimentação das variáveis de estado aplicado no acionamento do MIT com incertezas paramétricas e falhas, utilizando LMIs sem a necessidade do monitoramento do sistema para a detecção e isolamento da falha, pois o controlador atua para o fornecimento do melhor desempenho do conjunto.

No Capítulo 4, são apresentados os projetos dos sistemas de controle e resultados de simulação através dos *softwares* Matlab/Simulink, os quais foram elaborados utilizando LMIs, que levam em conta a saturação do sinal de controle visando evitar a sobretensão e

sobrecorrente do conjunto, mantendo as variáveis de estado dentro de uma região de operação, garantindo a estabilidade mesmo com a ocorrência de falhas e/ou incertezas paramétricas no sistema, diante de perturbações de carga.

No Capítulo 5, é desenvolvida a modelagem Fuzzy Takagi Sugeno do motor de indução trifásico e são apresentados os projetos de controladores chaveados, utilizando LMIs, considerando uma região de operação do equipamento que garante a estabilidade global assintótica do sistema, incerteza paramétrica, saturação no sinal de controle e rejeição ao distúrbio. Através de resultados de simulação verifica-se o comportamento do sistema controlado.

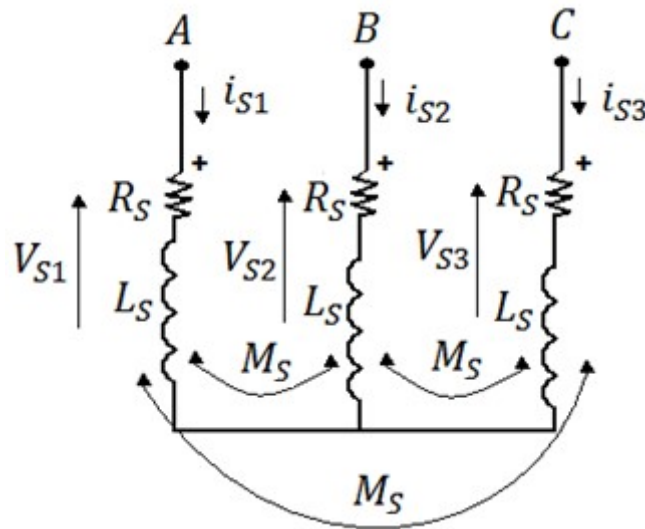
Por fim, efetua-se uma conclusão do trabalho apresentando propostas para o desenvolvimento de futuras pesquisas, através de novas ferramentas e estruturas que podem ser desenvolvidas, aperfeiçoadas ou acrescentadas no estudo, possibilitando, desta forma, a melhoria do acionamento do MIT e novas aplicações.

2 MODELO DO MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO (MIT)

Para o desenvolvimento dos estudos, visando melhorar a dinâmica do sistema, se faz necessário conhecer seu modelo matemático. Portanto, o capítulo apresenta as informações primordiais, as quais, foram baseadas nas referências (BOSE, 1997a; BOSE, 1997b; PALMA, 1999; BOSE, 2001; KRISHMAN, 2001; LEONHARD, 2001; MARQUES, 2002; OZPINECI; TOLBERT, 2003; BOSE, 2006; REGINATTO, 2006; MARQUES, 2007; ABU-RUB; IQBAL; GUZINSKI, 2012; BARBI, 2012; KRAUSE; WASYNCRUCK; SUCHOFF, 2013; BIM, 2014). Mais informações podem ser obtidas nas literaturas.

A máquina de indução trifásica com rotor gaiola de esquilo pode ser considerada simétrica, apresentando estruturas simétricas cilíndricas tanto no estator quanto no rotor. Os enrolamentos do estator, conforme verifica-se na Figura 1, são iguais entre si e igualmente defasados, conforme as considerações apresentadas a seguir:

Figura 1 – Máquina de indução simétrica trifásica.



Fonte: Elaboração do próprio autor, baseado em (BOSE, 2001).

$L_{s1} = L_{s2} = L_{s3} = L_s \rightarrow$ Indutância própria do estator;

$L_{r1} = L_{r2} = L_{r3} = L_r \rightarrow$ Indutância própria do rotor;

$R_{s1} = R_{s2} = R_{s3} = R_s \rightarrow$ Resistência do estator;

$R_{r1} = R_{r2} = R_{r3} = R_r \rightarrow$ Resistência do rotor;

$M_{s12} = M_{s23} = M_{s13} = M_s \rightarrow$ Indutância mútua entre dois enrolamentos do estator;

$M_{r12} = M_{r23} = M_{r13} = M_r \rightarrow$ Indutância mútua entre dois enrolamentos do rotor;

$M_{s1r1} = M_{s2r2} = M_{s3r3} = M_{sr} \cdot \cos \theta \rightarrow$ Indutância mútua dos enrolamentos 1, 2 e 3 do estator com os enrolamentos 1, 2 e 3 do rotor, respectivamente;

$M_{s1r2} = M_{s2r3} = M_{s3r1} = M_{sr} \cdot \cos \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) \rightarrow$ Indutância mútua dos enrolamentos 1, 2 e 3 do estator com os enrolamentos 2, 3 e 1 do rotor, respectivamente;

$M_{s1r3} = M_{s2r1} = M_{s3r2} = M_{sr} \cdot \cos \left(\theta + \frac{4\pi}{3} \right) \rightarrow$ Indutância mútua dos enrolamentos 1, 2 e 3 do estator com os enrolamentos 3, 1 e 2 do rotor, respectivamente;

$\Phi_{s1}; \Phi_{s2}; \Phi_{s3} \rightarrow$ Fluxos dos enrolamentos 1, 2 e 3 do estator, respectivamente;

$i_{s1}; i_{s2}; i_{s3} \rightarrow$ Correntes dos enrolamentos 1, 2 e 3 do estator, respectivamente;

$i_{r1}; i_{r2}; i_{r3} \rightarrow$ Correntes dos enrolamentos 1, 2 e 3 do rotor, respectivamente;

$i_{s1}; i_{s2}; i_{s3} \rightarrow$ Correntes dos enrolamentos 1, 2 e 3 do estator, respectivamente;

$V_{s1}; V_{s2}; V_{s3} \rightarrow$ Tensões dos enrolamentos 1, 2 e 3 do estator, respectivamente;

$\theta \rightarrow$ Deslocamento angular.

Através das considerações apresentadas anteriormente, obtém-se o modelo abc do MIT, o qual possui produtos de correntes na equação do torque, da velocidade angular do rotor na equação das tensões. Além disso, a indutância mútua estator-rotor varia com a posição do eixo.

A complexidade deste modelo dificulta a execução de análises. Assim sendo, é necessária uma outra abordagem, desenvolvida através de uma mudança de variáveis obtendo o modelo dq (variáveis nos eixos direto e quadratura).

Através da aplicação da transformação de coordenadas aplicada ao modelo abc se obtém o modelo do MIT no sistema de coordenadas dq. Este novo modelo possibilita a diagonalização das matrizes de indutâncias e obtenção da tensão, corrente, ou fluxo concatenado em uma referência arbitrária. Assim, o fluxo produzido pelas correntes correspondentes a um dado eixo do sistema de coordenadas arbitrário não influencia os demais eixos deste sistema, ou seja, os fluxos nos eixos em d e q estão desacoplados.

A partir do desenvolvimento da transformação de eixos obtém-se o modelo dinâmico, não linear (devido o produto das correntes e fluxos na expressão do torque), do MIT no referencial síncrono dq, apresentado em (1) a (5) (VAS, 1992; MARQUES, 2002):

$$\frac{d}{dt} i_{ds}^e = - \left(\frac{1}{\sigma \cdot \tau_s} + \frac{1 - \sigma}{\sigma \cdot \tau_r} \right) i_{ds}^e + \omega_e i_{qs}^e + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r \tau_r} \Phi_{dr}^e + \frac{\omega_r L_m P}{\sigma L_s L_r} \Phi_{qr}^e + \frac{1}{\sigma L_s} V_{ds}^e, \quad (1)$$

$$\frac{d}{dt} i_{qs}^e = -\omega_e i_{ds}^e - \left(\frac{1}{\sigma \tau_s} + \frac{1-\sigma}{\sigma \tau_r} \right) i_{qs}^e - \frac{\omega_r L_m P}{\sigma L_s L_r} \phi_{dr}^e + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r \tau_r} \phi_{qr}^e + \frac{1}{\sigma L_s} V_{qs}^e, \quad (2)$$

$$\frac{d}{dt} \phi_{dr}^e = \frac{L_m}{\tau_r} i_{ds}^e - \frac{1}{\tau_r} \phi_{dr}^e + (\omega_e - P \omega_r) \phi_{qr}^e, \quad (3)$$

$$\frac{d}{dt} \phi_{qr}^e = \frac{L_m}{\tau_r} i_{qs}^e - (\omega_e - P \omega_r) \phi_{dr}^e - \frac{1}{\tau_r} \phi_{qr}^e, \quad (4)$$

$$\frac{d}{dt} \omega_r = \frac{P}{J} \frac{L_m}{L_r} (i_{qs}^e \phi_{dr}^e - i_{ds}^e \phi_{qr}^e) - \frac{B}{J} \omega_r - \frac{T_L}{J}. \quad (5)$$

Os parâmetros apresentados em (1) a (5) possuem os seguintes significados:

$i_{ds}^e \rightarrow$ componente de eixo direto da corrente do estator na referência síncrona girante;

$i_{qs}^e \rightarrow$ componente de eixo de quadratura da corrente do estator na referência síncrona girante;

$\omega_e \rightarrow$ velocidade elétrica do estator;

$\omega_r \rightarrow$ velocidade mecânica do rotor;

$V_{ds}^e \rightarrow$ componente de eixo direto da tensão do estator na referência síncrona girante;

$V_{qs}^e \rightarrow$ componente de eixo de quadratura da tensão do estator na referência síncrona girante;

$\phi_{dr}^e \rightarrow$ componente de eixo direto do fluxo do rotor na referência síncrona girante;

$\phi_{qr}^e \rightarrow$ componente de eixo de quadratura do fluxo do rotor na referência síncrona girante;

$L_m \rightarrow$ indutância mútua;

$P \rightarrow$ número de pares de polos;

$\tau_s \rightarrow$ constante de tempo do estator $\left(\frac{L_s}{R_s} \right)$;

$\tau_r \rightarrow$ constante de tempo do rotor $\left(\frac{L_r}{R_r} \right)$;

$T_L \rightarrow$ torque de carga;

$J \rightarrow$ momento de inércia;

$B \rightarrow$ coeficiente de atrito viscoso do motor;

$\sigma \rightarrow$ coeficiente de dispersão $\left(\sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r} \right)$.

A partir das expressões de (1) a (5) e adotando o sistema de controle de fluxo com orientação do rotor, tem-se o fluxo do rotor alinhado ao eixo direto da corrente do estator na

referência síncrona girante, proporcionando que seu valor seja uma constante e represente a totalidade do fluxo do rotor. Consequentemente, o fluxo do eixo em quadratura será nulo. Assim sendo, têm-se (6) e (7):

$$\phi_{qr}^e = \frac{d}{dt} \phi_{qr}^e = 0, \quad (6)$$

$$\phi_r = \phi_{dr}^e = \phi_{dr}^{e*} = \text{constante}. \quad (7)$$

$\phi_{dr}^{e*} \rightarrow$ referência do fluxo do eixo direto do rotor.

Substituindo (6) e (7) em (4), obtém-se a velocidade de escorregamento (9):

$$0 = \frac{L_m}{\tau_r} i_{qs}^e - (\omega_e - P \omega_r) \phi_{dr}^e, \quad (8)$$

$$\omega_{esc} = \omega_e - P \omega_r = \frac{L_m}{\tau_r \phi_{dr}^e} i_{qs}^e. \quad (9)$$

Substituindo (6) em (3) obtém-se o fluxo da componente direta do rotor (11):

$$\frac{d}{dt} \phi_{dr}^e = \frac{L_m}{\tau_r} i_{ds}^e - \frac{1}{\tau_r} \phi_{dr}^e, \quad (10)$$

$$\frac{d}{dt} \phi_{dr}^e + \frac{1}{\tau_r} \phi_{dr}^e = \frac{L_m}{\tau_r} i_{ds}^e. \quad (11)$$

A corrente do estator de componente do eixo direto (i_{ds}^e) irá controlar o fluxo do rotor. Assim, a corrente de eixo direto terá um sinal de referência representado por i_{ds}^{e*} . Em regime permanente o ϕ_{dr}^e é constante, logo $d\phi_{dr}^e/dt$ é nula, assim, para se obter o fluxo do rotor de eixo direto necessita-se da indutância mútua. Portanto, define-se (12):

$$\phi_{dr}^e = L_m i_{ds}^{e*} = \phi_{dr}^{e*}. \quad (12)$$

Define-se o torque eletromagnético do MIT como (13) e substituindo (6) e (12) em (13) obtém-se (14):

$$T_e = P \frac{L_m}{L_r} (i_{qs}^e \phi_{dr}^e - i_{ds}^e \phi_{qr}^e), \quad (13)$$

$$T_e = P \frac{L_m}{L_r} i_{qs}^e \phi_{dr}^{e*} = K_t i_{qs}^e. \quad (14)$$

Utilizando (6) e manipulando (14) e (5) obtém-se (15):

$$\frac{d}{dt} \omega_r = \frac{K_t}{J} i_{qs}^e - \frac{B}{J} \omega_r - \frac{T_L}{J}. \quad (15)$$

Através de manipulações na expressão (2) e substituindo (6) e (9) obtém-se (20):

$$\frac{d}{dt} i_{qs}^e = -\omega_e i_{ds}^e - \frac{1}{\sigma \tau_s} i_{qs}^e + \frac{1}{\sigma L_s} V_{qs}^e - \frac{1-\sigma}{\sigma \tau_r} i_{qs}^e - \frac{\omega_r L_m P}{\sigma L_s L_r} \phi_{dr}^e, \quad (16)$$

$$\frac{d}{dt} i_{qs}^e = -\omega_e i_{ds}^e - \frac{1}{\sigma \tau_s} i_{qs}^e + \frac{1}{\sigma L_s} V_{qs}^e - \frac{L_m^2}{\sigma \tau_r L_s L_r} i_{qs}^e - \frac{\omega_r L_m P}{\sigma L_s L_r} \phi_{dr}^e, \quad (17)$$

$$\frac{d}{dt} i_{qs}^e = -\omega_e i_{ds}^e - \frac{1}{\sigma \tau_s} i_{qs}^e + \frac{1}{\sigma L_s} V_{qs}^e + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \phi_{dr}^e \left(-\frac{L_m}{\tau_r \phi_{dr}^e} i_{qs}^e - \omega_r P \right), \quad (18)$$

$$\frac{d}{dt} i_{qs}^e = -\omega_e i_{ds}^e - \frac{1}{\sigma \tau_s} i_{qs}^e + \frac{1}{\sigma L_s} V_{qs}^e + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \phi_{dr}^e (-\omega_{esc} - \omega_r P), \quad (19)$$

$$\frac{d}{dt} i_{qs}^e = -\omega_e i_{ds}^e - \frac{1}{\sigma \tau_s} i_{qs}^e + \frac{1}{\sigma L_s} V_{qs}^e - \frac{\omega_e L_m}{\sigma L_s L_r} \phi_{dr}^e. \quad (20)$$

Através das expressões apresentadas anteriormente é possível estabelecer o conjunto de equações dinâmicas do modelo simplificado do MIT, conforme representado em (21) a (24):

$$\frac{d}{dt} i_{ds}^e = -\left(\frac{1}{\sigma \tau_s} + \frac{1-\sigma}{\sigma \tau_r} \right) i_{ds}^e + \omega_e i_{qs}^e + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r \tau_r} \phi_{dr}^e + \frac{1}{\sigma L_s} V_{ds}^e, \quad (21)$$

$$\frac{d}{dt} i_{qs}^e = -\omega_e i_{ds}^e - \frac{1}{\sigma \tau_s} i_{qs}^e - \frac{\omega_e L_m}{\sigma L_s \tau_r R_r} \phi_{dr}^e + \frac{1}{\sigma L_s} V_{qs}^e, \quad (22)$$

$$\frac{d}{dt} \phi_{dr}^e = \frac{L_m}{\tau_r} i_{ds}^e - \frac{1}{\tau_r} \phi_{dr}^e, \quad (23)$$

$$\frac{d}{dt} \omega_r = \frac{K_t}{J} i_{qs}^e - \frac{B}{J} \omega_r - \frac{T_L}{J}. \quad (24)$$

Assim sendo, é possível representar o sistema em variáveis de estado conforme (25) a (30):

$$\dot{x}(t) = A x(t) + B u(t) + B_w T_L(t), \quad (25)$$

$$x(t) = \begin{bmatrix} i_{ds}^e \\ i_{qs}^e \\ \phi_{dr}^e \\ \omega_r \end{bmatrix}, \quad (26)$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}, \quad (27)$$

$$a_{11} = -\left(\frac{1}{\sigma \tau_s} + \frac{1-\sigma}{\sigma \tau_r}\right); a_{12} = \omega_e; a_{13} = \frac{L_m}{\sigma L_s L_r \tau_r}; a_{14} = 0;$$

$$a_{21} = -\omega_e; a_{22} = -\frac{1}{\sigma \tau_s}; a_{23} = -\frac{\omega_e L_m}{\sigma L_s \tau_r R_r}; a_{24} = 0;$$

$$a_{31} = \frac{L_m}{\tau_r}; a_{32} = 0; a_{33} = -\frac{1}{\tau_r}; a_{34} = 0;$$

$$a_{41} = 0; a_{42} = \frac{K_t}{J}; a_{43} = 0; a_{44} = -\frac{B}{J};$$

$$B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \\ b_{41} & b_{42} \end{bmatrix}, \quad (28)$$

$$b_{11} = b_{22} = \frac{1}{\sigma L_s};$$

$$b_{12} = b_{21} = b_{31} = b_{32} = b_{41} = b_{42} = 0;$$

$$B_w = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{J} \end{bmatrix}, \quad (29)$$

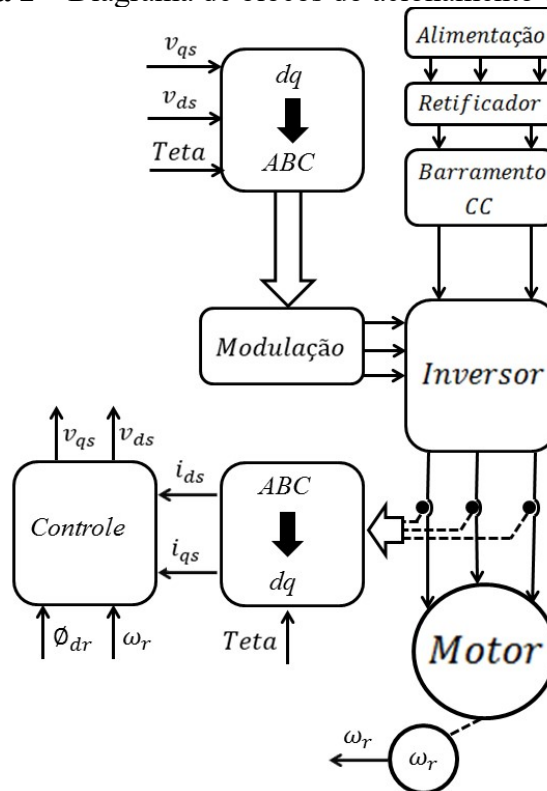
$$u(t) = \begin{bmatrix} V_{ds}^e \\ V_{qs}^e \end{bmatrix}. \quad (30)$$

sendo $x(t) \in R^{n_x}$ o vetor de estado, $u(t) \in R^{n_u}$ a entrada de controle, com $B \in R^{n_x \times n_u}$ a matriz de entrada, A a matriz do sistema, com $A \in R^{n_x \times n_x}$ e $B_w \in R^{n_x \times 1}$ a matriz relacionada à atuação do distúrbio do sistema.

Através das expressões (25) a (30), nos próximos capítulos, serão apresentados os projetos dos controladores para o acionamento do sistema.

Na Figura 2 é apresentado o diagrama de blocos simplificado do acionamento do motor de indução trifásico.

Figura 2 – Diagrama de blocos do acionamento do MIT.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Conclui-se que a representação das equações dinâmicas do MIT nas coordenadas dq possibilitam o projeto de sistemas de controle utilizando técnicas de controle não linear (1) a (5) ou técnicas de controle linear através do modelo simplificado (25) a (30).

3 PROJETO DE CONTROLADORES ROBUSTOS E CHAVEADOS PARA ACIONAMENTO DO MIT

Neste capítulo será desenvolvido o projeto de controladores robustos e controladores chaveados para o acionamento do motor de indução trifásico. Objetiva-se ilustrar os benefícios da utilização dos controladores chaveados comparativamente com os controladores robustos, ambos com realimentação dos estados via LMI, considerando as mesmas condições de operação.

Os sistemas de controle que utilizam o chaveamento são uma importante área de estudos e vem despertando o interesse de diversos pesquisadores, por proporcionar o controle de sistemas lineares, sistemas com falhas estruturais, sistemas com falhas em sensores e sistemas não lineares. Segundo Scharlau (2013), esta metodologia possui um número finito de subsistemas e uma lógica temporal ou associada ao estado que coordena o chaveamento entre eles, sendo que, cada um destes apresenta propriedades e estruturas diferentes.

A comutação entre os controladores do sistema chaveado pode ser classificada em comutação dependente de estados (o sinal de chaveamento vai mudar de acordo com o valor dos estados), dependente do tempo (sistemas nos quais a mudança do sinal de controle ocorre após um determinado tempo), autônoma (sistema no qual não existe controle direto sobre o sinal de comutação) ou controlada (sistema onde o sinal de chaveamento é imposto para atingir um comportamento desejado) (LIBERZON, 2003). Maiores detalhes desta técnica serão apresentados no decorrer do capítulo.

O desenvolvimento de projetos de controladores robustos comparativamente aos controladores chaveados é efetuado visando evidenciar qual das técnicas possibilita melhor resposta para o acionamento do sistema.

Alguns resultados dos controladores robustos apresentados neste capítulo foram publicados em congressos nacionais recentes, sendo estes: Ortunho *et al.* (2016^a), Ortunho *et al.* (2016^b) e Ortunho *et al.* (2017).

Considerando o sistema (25) que não possui incertezas paramétricas, define-se o sistema com incertezas politópicas (31) em que adota-se a não existência de distúrbio:

$$\dot{x}(t) = A(\alpha) x(t) + B u(t). \quad (31)$$

sendo $x(t) \in R^{n_x}$ o vetor de estado, $u(t) \in R^{n_u}$ a entrada de controle, com $B \in R^{n_x \times n_u}$ a matriz de entradas. A matriz $A(\alpha)$ é dada em (32):

$$A(\alpha) = \sum_{i=1}^r \alpha_i A_i, \alpha_i \geq 0, \sum_{i=1}^r \alpha_i = 1, \alpha = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r]^T. \quad (32)$$

em que, $A(\alpha)$ a matriz do sistema, com $A_i \in R^{n_x \times n_x}$ com $i \in K_r$ e $K_r = \{1, 2, \dots, r\}$, no qual, $r \in N$ e $r = 2^s$. A variável s , utilizada para obter r usado para definir a matriz $A(\alpha)$ em (32), representa o número de parâmetros incertos distintos presentes no sistema.

O projeto dos controladores admitiu que todas as variáveis de estado estão disponíveis para realimentação.

3.1 CONTROLADOR ROBUSTO VIA LMIs

A lei de controle utilizada para o desenvolvimento do controlador robusto é apresentada em (33) (BOYD *et al.*, 1994):

$$u(t) = -K x(t), \quad K \in R^{n_x \times n_u}. \quad (33)$$

Substituindo (33) em (31) e efetuando uma manipulação algébrica, obtém-se o sistema realimentado, e define-se a nova matriz do sistema apresentada em (34):

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_N x(t), \\ A_N &= A(\alpha) - B K = \sum_{i=1}^r \alpha_i A_i - B K. \end{aligned} \quad (34)$$

Aplicando a teoria de controle de Lyapunov, para a estabilidade assintótica do ponto de equilíbrio do sistema realimentado, obtém-se (35):

$$A_N^T P + P A_N < 0; P = P^T > 0. \quad (35)$$

Substituindo (34) em (35) e efetuando uma multiplicação de P^{-1} do lado esquerdo e direito da expressão obtém-se (36):

$$P^{-1} A(\alpha)^T - P^{-1} K^T B^T + A(\alpha) P^{-1} - B K P^{-1} < 0; P > 0. \quad (36)$$

Através de uma alteração de variáveis $P^{-1} = W$ com $W > 0$ e considerando que $Z = K W$ obtêm-se as expressões (37) e (38) para o sistema com incertezas politópicas:

$$W A(\alpha)^T - Z^T B^T + A(\alpha) W - B Z < 0; W = W^T > 0, \quad (37)$$

$$K = Z W^{-1}. \quad (38)$$

Teorema 1 (BERNUSSOU; PERES; GEROMEL, 1989). *O sistema com incertezas politópicas (31)-(32) é quadraticamente estabilizável se, e somente se, existirem uma matriz simétrica positiva definida W e $Z \in R^{n_u \times n_x}$ tais que (39) seja satisfeita. A expressão (39) sendo factível, para todo $i \in K_r$, então o ganho do controlador do sistema é obtido através de (38).*

$$W A_i^T - Z^T B^T + A_i W - B Z < 0; W = W^T > 0. \quad (39)$$

É oportuno mencionar que as LMIs descritas em (37) são equivalentes às LMIs dadas em (39).

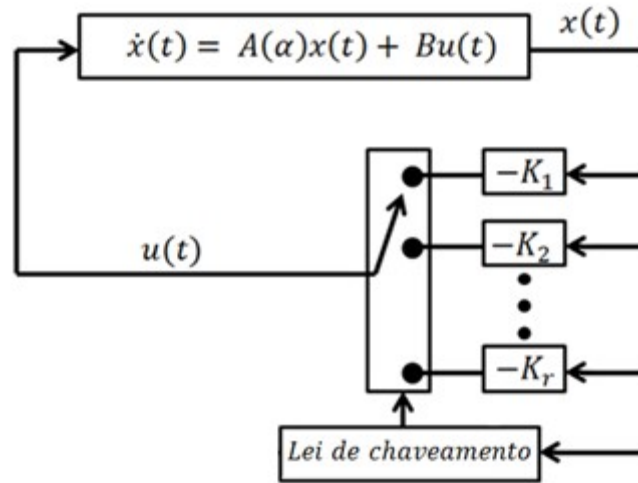
Maiores detalhes sobre as condições de estabilidade quadrática do sistema podem ser vistas em Bernussou, Peres e Geromel (1989).

3.2 CONTROLADOR ROBUSTO CHAVEADO VIA LMIs

A estrutura do controlador chaveado é uma variação da metodologia apresentada anteriormente, possibilitando o funcionamento do sistema com um controlador constituído por diferentes ganhos que atuam em determinadas condições do processo. No trabalho de Souza (2013) apresenta-se uma lei de controle chaveada dependente das variáveis de estado, sendo esta utilizada no desenvolvimento deste capítulo.

Essa lei de controle escolhe um ganho em um conjunto de ganhos por meio de uma lei de chaveamento que retorna o menor valor da derivada temporal da função de Lyapunov quadrática (SOUZA, 2013).

Ilustrado na Figura 3 um sistema de controle chaveado, sendo este sujeito a lei de controle chaveada representada em (40) e (41):

Figura 3 – Diagrama de blocos da estrutura de controle chaveada

Fonte: Elaboração do próprio autor, adaptado de Deaecto, Geromel e Daafouz (2011)

$$u(t) = -K_{\sigma} x(t), \quad K_{\sigma} \in R^{n_u \times n_x}, \quad (40)$$

$$K(\alpha) = \sum_{i=1}^r K_i, K_i \in R^{n_u \times n_x}, i \in K_r, \quad (41)$$

$$K_{\sigma} = [K_1, K_2, K_3, \dots, K_r].$$

Substituindo (40) em (31) e definindo uma nova variável A_S , obtém-se o sistema realimentado (42):

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_S x(t), \\ A_S &= A(\alpha) - B K_{\sigma}. \end{aligned} \quad (42)$$

Aplicando em (42) a teoria de controle de Lyapunov obtêm-se (43) e (44):

$$A_S^T P + P A_S < 0; P > 0, \quad (43)$$

$$P^{-1} A(\alpha)^T - P^{-1} K_{\sigma}^T B^T + A(\alpha) P^{-1} - B K_{\sigma} P^{-1} < 0; P = P^T > 0. \quad (44)$$

Desenvolvendo uma mudança de variáveis $P^{-1} = W$ com $W > 0$ e adotando $Z_{\sigma} = K_{\sigma} W$ obtêm-se (45) e (46).

$$W A(\alpha)^T - Z_{\sigma}^T B^T + A(\alpha) W - B Z_{\sigma} < 0; W > 0, \quad (45)$$

$$K_\sigma = Z_\sigma W^{-1}. \quad (46)$$

Definição 1 (SOUZA *et al.*, 2014). O controlador chaveado (40) é definido por (47).

$$\sigma = \arg \min_{i \in K_r} H_i = \arg \min_{i \in K_r} \{-x(t)^T P B K_i x(t)\}, \quad i \in K_r. \quad (47)$$

Para um determinado instante de tempo t , a lei de chaveamento pode ser obtida pelo cálculo de H_i , para todo $i \in K_r$, depois determinando σ de (47) e então a lei de controle (40), que torna o ponto de equilíbrio $x = 0$ do sistema (31), globalmente assintoticamente estável.

Maiores detalhes podem ser vistos em Souza *et al.* (2014).

Teorema 2 (SOUZA, 2013). O ponto de equilíbrio do sistema com incertezas politópicas (31) e (32) com a lei de controle chaveada (40) e (47) é globalmente assintoticamente estável em $x = 0$, se existirem uma matriz simétrica positiva definida W e matrizes $Z_i \in R^{n_u \times n_x}$, para todo $i \in K_r$, tais que:

$$W A_i^T - Z_i^T B^T + A_i W - B Z_i < 0; W > 0, \quad (48)$$

$$K_i = Z_i W^{-1}. \quad (49)$$

Com (48) sendo factível, para $i \in K_r$, encontra-se os ganhos do controlador por meio de (49).

Vide Souza *et al.* (2014) para prova do Teorema 2.

3.3 CONTROLADOR ROBUSTO COM TAXA DE DECAIMENTO VIA LMIs

Nos projetos de controle deve-se assegurar a estabilidade do sistema em malha fechada e, em muitos casos, outros índices devem ser satisfeitos com o intuito de obter resposta com dinâmica adequada.

A taxa de decaimento é um critério importante no projeto de controladores, pois este parâmetro se relaciona com a velocidade de convergência das variáveis de estado do sistema.

Considerando o sistema (31), a taxa de decaimento é definida como a maior constante positiva β , tal que (50) seja satisfeita para todas as trajetórias $x(t)$, $t > 0$ (BOYD *et al.*, 1994):

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{\beta t} \|x(t)\| = 0. \quad (50)$$

Teorema 3 (BOYD *et al.*, 1994). *O ponto de equilíbrio $x = 0$ do sistema (31) e (32) com a lei de controle (33) será globalmente assintoticamente estável e com taxa de decaimento maior ou igual a β , se existirem um escalar $\beta > 0$, uma matriz $Z \in R^{n_u \times n_x}$ e uma matriz simétrica positiva definida $W \in R^{n_u \times n_x}$ tais que (51) seja satisfeita.*

$$W A_i^T - Z^T B^T + A_i W - B Z + 2 \beta W < 0, W = W^T > 0, i = 1, 2, \dots, r. \quad (51)$$

Quando (51) for factível o ganho do controlador (33) é dado por (52):

$$K = Z W^{-1}. \quad (52)$$

3.4 CONTROLADOR ROBUSTO CHAVEADO COM TAXA DE DECAIMENTO VIA LMIs

No sistema com controlador chaveado a inserção da taxa de decaimento como critério de desempenho possibilita a melhoria na dinâmica do sistema. A utilização deste parâmetro é desenvolvida utilizando o Teorema 4.

Teorema 4 (SOUZA, 2013). *O ponto de equilíbrio $x = 0$ do sistema com incertezas politópicas (31) e (32), com a lei de controle dada por (40) e (47), é globalmente assintoticamente estável, com taxa de decaimento maior ou igual a β , se existirem uma matriz simétrica positiva definida W e matrizes $Z_i \in R^{n_u \times n_x}$, tais que, para todo $i, j \in K_r$, as LMIs (53) sejam factíveis:*

$$\begin{aligned} W A_i^T - Z_i^T B^T + A_i W - B Z_i + 2 \beta W &< 0; W > 0, \\ (A_i + A_j)W + W(A_i + A_j)^T - B Z_j - B Z_i - Z_i^T B^T - Z_j^T B^T + 4 \beta W &\leq 0, \quad i < j. \end{aligned} \quad (53)$$

Quando as LMIs (53) são factíveis, obtêm-se os ganhos do controlador através de (54):

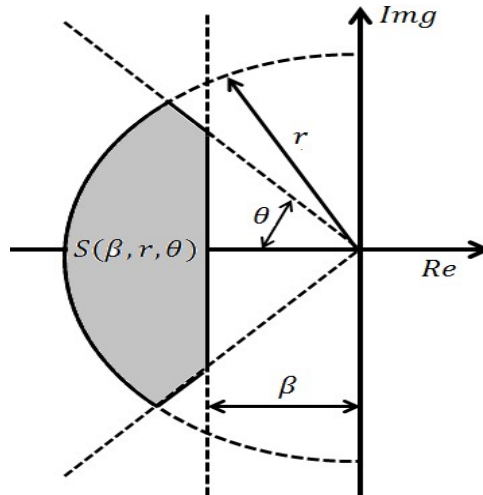
$$K_i = Z_i W^{-1}, i \in K_r. \quad (54)$$

3.5 CONTROLADOR ROBUSTO COM D-ESTABILIDADE VIA LMIs

Objetivando obter melhores condições de desempenho alocam-se os polos do sistema em uma dada região do plano complexo, visando obter valores adequados para o tempo de estabelecimento, tempo de pico e a porcentagem de *overshoot*. Desta forma, este método de projeto é útil na busca de uma resposta transitória satisfatória.

É definida uma região do plano complexo $S(\beta, r, \theta)$, representada na Figura 4, em que os polos $x \pm jy$, satisfaçam, $x < -\beta < 0$, $|x \pm jy| < r$, $\tan(\theta) x < -|y|$. Quando os autovalores do sistema pertencem a região $S(\beta, r, \theta)$, o sistema possui uma taxa de decaimento β mínima e se for de segunda ordem são assegurados um coeficiente de amortecimento $\tau = \cos \theta$ mínimo e frequência amortecida $w_d = r \cdot \sin \theta$ máxima (CHILALI; GAHINET, 1996; ASSUNÇÃO, ANDREA; TEIXEIRA, 2007).

Figura 4 – Região $S(\beta, r, \theta)$, para alocação dos autovalores.



Fonte: Adaptado de Chilali et al. (1996).

Teorema 5 (CHILALI; GAHINET, 1996). *O sistema (31) e (32), com a lei de controle (33) possui polos na região S se existirem uma matriz simétrica definida positiva W e uma matriz Z tais que as condições descritas em (55) a (58) sejam satisfeitas:*

$$\begin{aligned} A(\alpha)W + WA(\alpha)^T - BZ - Z^TB^T + 2\beta W &< 0, \\ A_iW + WA_i^T - BZ - Z^TB^T + 2\beta W &< 0, \end{aligned} \quad (55)$$

$$\begin{bmatrix} -r W & A(\alpha)W - BZ \\ WA(\alpha)^T - Z^T B^T & -r W \end{bmatrix} < 0, \quad (56)$$

$$\begin{bmatrix} -r W & A_i W - BZ \\ WA_i^T - Z^T B^T & -r W \end{bmatrix} < 0, \quad (57)$$

$$W > 0,$$

$$\begin{bmatrix} \sin \theta (A(\alpha)W + WA(\alpha)^T - BZ - Z^T B^T) & \cos \theta (A(\alpha)W - WA(\alpha)^T - BZ + Z^T B^T) \\ \cos \theta (WA(\alpha)^T - A(\alpha)W - Z^T B^T + BZ) & \sin \theta (WA(\alpha)^T + A(\alpha)W - Z^T B^T - BZ) \end{bmatrix} < 0, \quad (58)$$

$$\begin{bmatrix} \sin \theta (A_i W + WA_i^T - BZ - Z^T B^T) & \cos \theta (A_i W - WA_i^T - BZ + Z^T B^T) \\ \cos \theta (WA_i^T - A_i W - Z^T B^T + BZ) & \sin \theta (WA_i^T + A_i W - Z^T B^T - BZ) \end{bmatrix} < 0.$$

Quando as LMIs (55) a (58) são satisfeitas o cálculo do controlador é feito através de (59):

$$K = Z W^{-1}. \quad (59)$$

3.6 CONTROLADOR ROBUSTO CHAVEADO COM D-ESTABILIDADE VIA LMIs

Igualmente ao apresentado na subseção 3.5, foi desenvolvida a metodologia de controle chaveado com D-estabilidade objetivando obter um melhor desempenho no acionamento do MIT. O Teorema 6 apresenta o projeto do controlador chaveado com D-estabilidade.

Teorema 6 (SILVA, 2013). *A lei de controle chaveada (40) e (47) torna o ponto de equilíbrio $x = 0$ do sistema com incertezas politópicas (31) e (32) assintoticamente estável, possui polos na região S se existirem uma matriz simétrica definida positiva W e matrizes Z_i , $i \in K_r$, se o sistema atender o conjunto de LMIs (60) a (63), sendo que as matrizes dos ganhos de realimentação são obtidas a partir de (64):*

$$A_i W + WA_i^T - B Z_i - Z_i^T B^T + 2 \beta W < 0, \quad (60)$$

$$\begin{bmatrix} -r W & A_i W - B Z_i \\ WA_i^T - Z_i^T B^T & -r W \end{bmatrix} < 0, \quad (61)$$

$$\begin{bmatrix} \sin \theta (A_i W + W A_i^T - B Z_i - Z_i^T B^T) & \cos \theta (A_i W - W A_i^T - B Z_i + Z_i^T B^T) \\ \cos \theta (W A_i^T - A_i W - Z_i^T B^T + B Z_i) & \sin \theta (W A_i^T + A_i W - Z_i^T B^T - B Z_i) \end{bmatrix} < 0, \quad (62)$$

$$W > 0, \quad (63)$$

$$K_i = Z_i W^{-1}, \quad i \in K_r. \quad (64)$$

A expressão (60) assegura as condições do Teorema 4. Adicionalmente, é assegurado pelo Teorema 5 que os polos dos subsistemas $(A_i - B K_i)$ pertencem a região $S(\beta, r, \theta)$ para todo $i \in K_r$.

3.7 PROJETO DOS CONTROLADORES

Os projetos dos controladores apresentados neste capítulo foram desenvolvidos utilizando os parâmetros do motor de indução trifásico apresentados em Chang *et al.* (2005). Este artigo foi escolhido devido os autores terem utilizado uma abordagem via LMIs e considerado no projeto saturação no sinal de controle, sendo a saturação uma ferramenta abordada no decorrer desta tese. A potência, tensão e corrente nominais do MIT são de 728 W, 130 V, 5,6 A, velocidade de 2000 RPM e os dados necessários para o projeto são apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 – Dados do Motor de Indução Trifásico.

Dados do motor	Valores
Resistência do Estator (R_s)	629 mΩ
Resistência do Rotor (R_r)	775 mΩ
Indutância do Estator (L_s)	68,92 mH
Indutância do Rotor (L_r)	68,92 mH
Indutância Mútua (L_m)	65,47 mH
Número de Pares de Polo do Motor (P)	2
Momento de Inércia (J)	4,78 Kg.m ²
Coefficiente de Atrito Viscoso (B)	5,34.10 ⁻³ N.m/rad
Fluxo do Rotor (ϕ_{dr}^e)	0,1 Wb
Torque de carga (T_L)	1 N.m
Coefficiente de dispersão (σ)	97,6103.10 ⁻³

Fonte: (CHANG *et al.*, 2005).

O controle de velocidade e do fluxo do rotor no acionamento do motor de indução trifásico, apresentados em (25) a (30), possui sinais de referência. Portanto, conforme Ogata

(1998), desenvolve-se uma expansão do vetor de estado, inserindo a ação integral, como descrito em (65) a (71):

$$\frac{d\hat{x}}{dt}(t) = \hat{A}(\alpha) \hat{x}(t) + \hat{B}u(t) + \hat{B}_w T_L(t) + B_0 \begin{bmatrix} -\phi_{dr}^{e*}(t) \\ -\omega_r^*(t) \end{bmatrix}, \quad (65)$$

$$\hat{A}(\alpha) = \begin{bmatrix} A(\alpha) & 0 \\ B_0^T & 0 \end{bmatrix}, \quad (66)$$

$$\hat{B} = [B^T \quad 0]^T, \quad (67)$$

$$\hat{B}_w = [B_w^T \quad 0]^T, \quad (68)$$

$$\hat{x}(t) = [x(t)^T \quad e(t)^T]^T, \quad (69)$$

$$B_0^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (70)$$

$$e(t) = \begin{bmatrix} \int_0^t (\phi_{dr}^e(t) - \phi_{dr}^{e*}(t)) dt \\ \int_0^t (\omega_r(t) - \omega_r^*(t)) dt \end{bmatrix}, \quad (71)$$

sendo:

$\phi_{dr}^{e*}(t) \rightarrow$ referência do fluxo de eixo direto do rotor;

$\omega_r^*(t) \rightarrow$ referência de velocidade do rotor;

$B_0 \rightarrow$ matriz auxiliar.

De acordo com a análise da literatura constata-se alguns pontos críticos para o controle do MIT. Assim sendo, foi considerado que a resistência do estator, a velocidade elétrica do estator e a constante de tempo do rotor, são parâmetros incertos do sistema. Portanto, obteve-se um modelo politópico descrito em (31) e (32) com oito vértices, ($s = 3$; $r = 2^s = 8$) para a formação do politopo.

A casca convexa do politopo foi projetada considerando a velocidade elétrica do estator operando na faixa: $\omega_{emin} = -510$ rad/s e $\omega_{emax} = 510$ rad/s, conforme adotado em Chang *et al.* (2005), a constante de tempo do rotor com 100% de variação ($\tau_{rmin} = 44,46$ ms

e $\tau_{r_{max}} = 133,39 \text{ ms}$) e a resistência do estator variando em 50% ($R_{s_{min}} = 0,471 \Omega$ e $R_{s_{max}} = 0,786 \Omega$).

A constante de tempo do rotor foi considerada com uma alta taxa de variação devido a interferência que ela acarreta na operação do equipamento, ou seja, redução da eficiência dinâmica. Já, o valor de 50% de variação na resistência do estator foi adotado devido esta taxa compreender a faixa de operação do MIT. No trabalho de Chen *et al.* (2015) é desenvolvida uma análise sobre a variação dos parâmetros do MIT, podendo-se verificar o impacto destas alterações no sistema.

Assim, definido as incertezas e seus respectivos limites e com os valores da Tabela 1, foram projetados os controladores utilizando o *software* Matlab/Simulink juntamente com os *toolboxes*, Yalmip (LOFBERG, 2004) e Sedumi (STURM, 1999). Os valores dos modelos locais são apresentados na Tabela 2.

Tabela 2 – Vértices do politopo.

Elementos dos vértices	Vértice 1	Vértice 2	Vértice 3	Vértice 4	Vértice 5	Vértice 6	Vértice 7	Vértice 8
a_{11}	-278,03	-139,42	-278,03	-139,42	-324,78	-186,17	-324,78	-186,17
a_{12}	-510	-510	510	510	-510	-510	510	510
a_{13}	3170	1050	3170	1050	3170	1050	3170	1050
a_{14}	0	0	0	0	0	0	0	0
a_{15}	0	0	0	0	0	0	0	0
a_{16}	0	0	0	0	0	0	0	0
a_{21}	510	510	-510	-510	510	510	-510	-510
a_{22}	-70,12	-70,12	-70,12	-70,12	-116,87	-116,87	-116,87	-116,87
a_{23}	144030	48010	-144030	-48010	144030	48010	-144030	-48010
a_{24}	0	0	0	0	0	0	0	0
a_{25}	0	0	0	0	0	0	0	0
a_{26}	0	0	0	0	0	0	0	0
a_{31}	1,47	0,49	1,47	0,49	1,47	0,49	1,47	0,49
a_{32}	0	0	0	0	0	0	0	0
a_{33}	-22,48	-7,49	-22,48	-7,49	-22,48	-7,49	-22,48	-7,49
a_{34}	0	0	0	0	0	0	0	0
a_{35}	0	0	0	0	0	0	0	0
a_{36}	0	0	0	0	0	0	0	0
a_{41}	0	0	0	0	0	0	0	0
a_{42}	59,61	59,61	59,61	59,61	59,61	59,61	59,61	59,61
a_{43}	0	0	0	0	0	0	0	0
a_{44}	-1,11	-1,11	-1,11	-1,11	-1,11	-1,11	-1,11	-1,11
a_{45}	0	0	0	0	0	0	0	0
a_{46}	0	0	0	0	0	0	0	0
a_{51}	0	0	0	0	0	0	0	0
a_{52}	0	0	0	0	0	0	0	0
a_{53}	1	1	1	1	1	1	1	1
a_{54}	0	0	0	0	0	0	0	0
a_{55}	0	0	0	0	0	0	0	0

a_{56}	0	0	0	0	0	0	0	0
a_{61}	0	0	0	0	0	0	0	0
a_{62}	0	0	0	0	0	0	0	0
a_{63}	0	0	0	0	0	0	0	0
a_{64}	1	1	1	1	1	1	1	1
a_{65}	0	0	0	0	0	0	0	0
a_{66}	0	0	0	0	0	0	0	0

Fonte: Elaboração do próprio autor.

3.7.1 Projeto do controlador robusto e robusto chaveado via LMIs

Baseando-se nos Teoremas 1 e 2 foram obtidas os ganhos dos controladores robustos (72), chaveado (74) e suas, respectivas, matrizes positivas definidas simétricas P dadas em (73) e (75).

$$K = \begin{bmatrix} 3,76 & 386,83 \cdot 10^{-6} & 1,02 \cdot 10^3 & 1,27 \cdot 10^{-6} & 204,45 \cdot 10^{-9} & 164,43 \cdot 10^{-9} \\ 388,54 \cdot 10^{-6} & 4,41 & 116,01 \cdot 10^{-3} & 8,24 \cdot 10^{-3} & -45,34 \cdot 10^{-9} & 2,36 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix}, \quad (72)$$

$$P = \begin{bmatrix} 569,86 & * & * & * & * & * \\ 42,94 \cdot 10^{-3} & 520,87 & * & * & * & * \\ 95,40 \cdot 10^3 & 13,60 & 40,44 \cdot 10^6 & * & * & * \\ 172,14 \cdot 10^{-6} & 506,02 \cdot 10^{-3} & 22,86 \cdot 10^{-3} & 4,51 & * & * \\ 16,83 \cdot 10^{-6} & -3,55 \cdot 10^{-6} & 10,04 \cdot 10^{-3} & -15,68 \cdot 10^{-6} & 985,71 \cdot 10^{-3} & * \\ 16,10 \cdot 10^{-6} & 185,48 \cdot 10^{-3} & 5,28 \cdot 10^{-3} & 817,50 \cdot 10^{-3} & -16,94 \cdot 10^{-6} & 883,28 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix}, \quad (73)$$

$$\begin{aligned} K_{s1} &= \begin{bmatrix} -1,82 & -2,92 & 21,03 & 89,71 \cdot 10^{-3} & 13,08 \cdot 10^{-3} & 50,01 \cdot 10^{-3} \\ 2,70 & -154,25 \cdot 10^{-3} & 968,85 & 227,56 \cdot 10^{-3} & -468,52 \cdot 10^{-3} & 83,88 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix}, \\ K_{s2} &= \begin{bmatrix} -1,43 & -514,4 \cdot 10^{-3} & 5,77 & 418,10 \cdot 10^{-3} & -374,67 \cdot 10^{-3} & 232,18 \cdot 10^{-3} \\ -373,74 \cdot 10^{-3} & 374,79 \cdot 10^{-3} & 323,60 & 480,01 \cdot 10^{-3} & -2,40 & 140,06 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix}, \\ K_{s3} &= \begin{bmatrix} -32,68 \cdot 10^{-3} & -4,11 & 24,55 & -1,01 & 1,30 & -562,10 \cdot 10^{-3} \\ 6,09 & -1,95 & -971,21 & -628,90 \cdot 10^{-3} & 5,98 & -110,33 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix}, \\ K_{s4} &= \begin{bmatrix} 359,43 \cdot 10^{-3} & -1,70 & 9,29 & -686,61 \cdot 10^{-3} & 920,88 \cdot 10^{-3} & -379,94 \cdot 10^{-3} \\ 3,01 & -1,41 & -324,55 & -375,62 \cdot 10^{-3} & 4,04 & -53,75 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix}, \\ K_{s5} &= \begin{bmatrix} -2,15 & -2,85 & 21,00 & 99,56 \cdot 10^{-3} & 2,06 \cdot 10^{-3} & 55,50 \cdot 10^{-3} \\ 2,61 & -452,30 \cdot 10^{-3} & 968,87 & 235,28 \cdot 10^{-3} & -526,34 \cdot 10^{-3} & 85,65 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix}, \\ K_{s6} &= \begin{bmatrix} -1,76 & -442,0 \cdot 10^{-3} & 5,73 & 428,03 \cdot 10^{-3} & -386,38 \cdot 10^{-3} & 237,67 \cdot 10^{-3} \\ -466,19 \cdot 10^{-3} & 76,84 \cdot 10^{-3} & 323,61 & 488,24 \cdot 10^{-3} & -2,45 & 142,04 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix}, \\ K_{s7} &= \begin{bmatrix} -363,21 \cdot 10^{-3} & -4,04 & 24,52 & -1,00 & 1,29 & -556,61 \cdot 10^{-3} \\ 6,00 & -2,24 & -971,20 & -620,98 \cdot 10^{-3} & 5,92 & -108,48 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix}, \\ K_{s8} &= \begin{bmatrix} 27,51 \cdot 10^{-3} & -1,6366 & 9,26 & -676,58 \cdot 10^{-3} & 908,43 \cdot 10^{-3} & -374,42 \cdot 10^{-3} \\ 2,92 & -1,7187 & -324,53 & -368,55 \cdot 10^{-3} & 3,99 & -52,30 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (74)$$

$$P = \begin{bmatrix} -189,48.10^{-12} & * & * & * & * & * \\ -33,15.10^{-12} & 148,86.10^{-12} & * & * & * & * \\ -40,56.10^{-12} & -65,06.10^{-12} & 409,53.10^{-12} & * & * & * \\ -15,81.10^{-12} & 20,41.10^{-12} & -31,43.10^{-12} & 47,25.10^{-12} & * & * \\ 119,19.10^{-12} & -23,93.10^{-12} & -7,16.10^{-12} & -11,43.10^{-12} & 90,93.10^{-12} & * \\ -3,58.10^{-12} & 11,31.10^{-12} & -15,37.10^{-12} & 18,80.10^{-12} & -2,99.10^{-12} & 47,29.10^{-12} \end{bmatrix} \quad (75)$$

3.7.2 Projeto do controlador robusto e robusto chaveado com taxa de decaimento via LMIs

A partir do Teorema 3 e considerando a taxa de decaimento, $\beta = 1$, conforme adotado em Chang *et al.* (2005), foi obtido o ganho do controlador robusto (76) e a matriz simétrica positiva definida P (77).

$$K = \begin{bmatrix} 5,10 & -1,16.10^{-3} & 1,48.10^3 & -157,81.10^{-6} & 40,72.10^3 & -176,2.10^{-6} \\ -1,62.10^{-3} & 4,46 & -396,04.10^{-3} & 640,16.10^{-3} & -9,19 & 720,29.10^{-3} \end{bmatrix} \quad (76)$$

$$P = \begin{bmatrix} 644,82 & * & * & * & * & * \\ -127,02.10^{-3} & 481,41 & * & * & * & * \\ 128,48.10^3 & -35,53 & 56,43.10^6 & * & * & * \\ -15,38.10^{-3} & 46,32 & -5,21 & 200,31 & * & * \\ 3,13.10^6 & -749,71 & 1,81.10^9 & -264,00 & 178,68.10^9 & * \\ -17,22.10^{-3} & 52,14 & -5,82 & 225,19 & -292,35 & 253,83 \end{bmatrix} \quad (77)$$

Utilizando o Teorema 4 projetou-se os ganhos do controlador robusto chaveado com taxa de decaimento unitária dada em (78), no qual obteve-se a matriz simétrica positiva definida P descrita em (79).

$$\begin{aligned} K_{s1} &= \begin{bmatrix} -1,78 & -313,31.10^{-3} & 21,54 & 1,10 & 1,88 & 2,51 \\ 2,00 & -260,88.10^{-3} & 966,29 & 1,32 & -32,39 & 2,89 \end{bmatrix}, \\ K_{s2} &= \begin{bmatrix} -886,10.10^{-3} & -8,08.10^{-3} & 7,11 & 1,21 & 899,83.10^{-3} & 2,76 \\ 1,88 & -261,44.10^{-3} & 320,10 & 1,35 & -35,28 & 2,88 \end{bmatrix}, \\ K_{s3} &= \begin{bmatrix} -1,78 & -615,99.10^{-3} & 21,93 & -1,42 & 2,63 & -3,28 \\ -1,57 & -266,18.10^{-3} & -965,26 & 1,46 & 42,42 & 3,08 \end{bmatrix}, \\ K_{s4} &= \begin{bmatrix} -882,44.10^{-3} & -309,64.10^{-3} & 7,48 & -1,35 & 1,62 & -3,05 \\ -1,72 & -266,53.10^{-3} & -319,56 & 1,46 & 39,14 & 3,08 \end{bmatrix}, \\ K_{s5} &= \begin{bmatrix} -2,09 & -315,98.10^{-3} & 21,55 & 1,10 & 1,98 & 2,50 \\ 2,01 & -562,17.10^{-3} & 966,30 & 1,35 & -32,33 & 2,90 \end{bmatrix}, \\ K_{s6} &= \begin{bmatrix} -1,19 & -13,76.10^{-3} & 7,11 & 1,21 & 975,11.10^{-3} & 2,74 \\ 1,88 & -561,97.10^{-3} & 320,10 & 1,35 & -35,27 & 2,89 \end{bmatrix}, \\ K_{s7} &= \begin{bmatrix} -2,09 & -619,37.10^{-3} & 21,94 & -1,45 & 2,74 & -3,28 \\ -1,57 & -567,36.10^{-3} & -965,26 & 1,47 & 42,46 & 3,10 \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (78)$$

$$K_{s8} = \begin{bmatrix} -1,19 & -310,36 \cdot 10^{-3} & 7,49 & -1,34 & 1,70 & -3,04 \\ -1,72 & -567,67 \cdot 10^{-3} & -319,56 & 1,46 & 39,19 & 3,08 \end{bmatrix},$$

$$P = \begin{bmatrix} 2,22 \cdot 10^{-12} & * & * & * & * & * \\ -3,62 \cdot 10^{-15} & 4,86 \cdot 10^{-12} & * & * & * & * \\ 4,28 \cdot 10^{-12} & -283,76 \cdot 10^{-15} & 31,69 \cdot 10^{-12} & * & * & * \\ 78,07 \cdot 10^{-15} & 1,80 \cdot 10^{-12} & 1,40 \cdot 10^{-12} & 16,46 \cdot 10^{-12} & * & * \\ 50,71 \cdot 10^{-12} & -564,94 \cdot 10^{-15} & 144,73 \cdot 10^{-12} & 3,02 \cdot 10^{-12} & 1,45 \cdot 10^{-9} & * \\ 134,24 \cdot 10^{-15} & 4,07 \cdot 10^{-12} & 2,87 \cdot 10^{-12} & 34,92 \cdot 10^{-12} & 5,58 \cdot 10^{-12} & 82,72 \cdot 10^{-12} \end{bmatrix}. \quad (79)$$

3.7.3 Projeto do controlador robusto e robusto chaveado com D-estabilidade via LMIs

Neste item, definiram-se três critérios para a confecção da região $S(\beta, r, \theta)$: $\beta = 1$, $r = 1190$ e $\theta = 40^\circ$. Atentar que estes valores são estipulados pelo projetista buscando a alocação dos polos em uma região que proporcione uma melhor resposta e que atenda a factibilidade do sistema (porcentagem de overshoot, tempo de pico e tempo de estabelecimento).

A partir da definição da região, dos modelos locais e do Teorema 5 projetou-se o ganho do controlador robusto (80) e obteve-se a matriz simétrica positiva definida (81).

$$K = \begin{bmatrix} 6,66 & 14,22 \cdot 10^{-6} & 1,70 \cdot 10^3 & -15,62 \cdot 10^{-6} & 3,41 \cdot 10^3 & -18,3 \cdot 10^{-6} \\ -66,59 \cdot 10^{-6} & 6,31 & -40,04 \cdot 10^{-3} & 1,46 & -78,19 \cdot 10^{-3} & 1,58 \end{bmatrix}, \quad (80)$$

$$P = \begin{bmatrix} 2,16 \cdot 10^3 & * & * & * & * & * \\ -464,10 \cdot 10^{-6} & 1,99 \cdot 10^3 & * & * & * & * \\ 601,31 \cdot 10^3 & -12,09 & 456,13 \cdot 10^6 & * & * & * \\ -7,72 \cdot 10^{-3} & 496,27 & -7,48 & 4,86 \cdot 10^3 & * & * \\ 1,24 \cdot 10^6 & -18,09 & 1,11 \cdot 10^9 & -72,66 & 86,11 \cdot 10^9 & * \\ -8,03 \cdot 10^{-3} & 543,23 & -8,34 & 5,37 \cdot 10^3 & -99,00 & 7,78 \cdot 10^3 \end{bmatrix}. \quad (81)$$

Utilizando os modelos locais e o Teorema 6 projetou-se o controlador robusto chaveado (82) e obteve-se a matriz simétrica positiva definida (83). Para o controlador chaveado foi possível escolher uma região de operação menor do que a utilizada no controlador robusto, sendo, a região $S(\beta, r, \theta)$, $\beta = 1$, $r = 40$ e $\theta = 40^\circ$. Este fato mostra uma vantagem do projeto com controle chaveado que possui maior área factível comparativamente ao controlador com único ganho.

$$K_{s1} = \begin{bmatrix} -1,65 & -3,43 & 21,64 & -3,97 \cdot 10^{-3} & 4,49 & -5,93 \cdot 10^{-3} \\ 3,43 & -170,85 \cdot 10^{-3} & 968,93 & 54,25 \cdot 10^{-3} & -12,82 \cdot 10^{-3} & 68,63 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix}, \quad (82)$$

$$K_{s2} = \begin{bmatrix} -679,98 \cdot 10^{-3} & -3,43 & 7,62 & -6,02 \cdot 10^{-3} & 5,46 & -8,48 \cdot 10^{-3} \\ 3,43 & -170,82 \cdot 10^{-3} & 322,97 & 54,19 \cdot 10^{-3} & -16,94 \cdot 10^{-3} & 68,57 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned}
K_{s3} &= \begin{bmatrix} -1,65 & 3,42 & 21,64 & -3,98 \cdot 10^{-3} & 4,50 & -5,94 \cdot 10^{-3} \\ -3,43 & -170,83 \cdot 10^{-3} & -968,94 & 54,24 \cdot 10^{-3} & -12,85 \cdot 10^{-3} & 68,62 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix}, \\
K_{s4} &= \begin{bmatrix} -679,73 \cdot 10^{-3} & 3,42 & 7,62 & -5,98 \cdot 10^{-3} & 5,47 & -8,45 \cdot 10^{-3} \\ -3,43 & -170,82 \cdot 10^{-3} & -322,98 & 54,20 \cdot 10^{-3} & -16,08 \cdot 10^{-3} & 68,58 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix}, \\
K_{s5} &= \begin{bmatrix} -1,96 & -3,43 & 21,64 & -3,98 \cdot 10^{-3} & 4,50 & -5,94 \cdot 10^{-3} \\ 3,43 & -485,35 \cdot 10^{-3} & 968,93 & 54,23 \cdot 10^{-3} & -12,98 \cdot 10^{-3} & 68,62 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix}, \\
K_{s6} &= \begin{bmatrix} -994,53 \cdot 10^{-3} & -3,43 & 7,62 & -5,98 \cdot 10^{-3} & 5,46 & -8,44 \cdot 10^{-3} \\ 3,43 & -485,33 \cdot 10^{-3} & 322,97 & 54,19 \cdot 10^{-3} & -16,55 \cdot 10^{-3} & 68,57 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix}, \\
K_{s7} &= \begin{bmatrix} -1,96 & 3,42 & 21,65 & -4,01 \cdot 10^{-3} & 4,52 & -5,99 \cdot 10^{-3} \\ -3,43 & -485,35 \cdot 10^{-3} & -968,94 & 54,23 \cdot 10^{-3} & -12,96 \cdot 10^{-3} & 68,62 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix}, \\
K_{s8} &= \begin{bmatrix} -994,41 \cdot 10^{-3} & 3,42 & 7,62 & -5,97 \cdot 10^{-3} & 5,47 & -8,44 \cdot 10^{-3} \\ -3,43 & -485,32 \cdot 10^{-3} & -322,98 & 54,19 \cdot 10^{-3} & -16,19 \cdot 10^{-3} & 68,57 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix}, \\
P &= \begin{bmatrix} 41,07 \cdot 10^{-12} & * & * & * & * & * \\ -129,59 \cdot 10^{-15} & 108,84 \cdot 10^{-12} & * & * & * & * \\ 73,88 \cdot 10^{-12} & -554,49 \cdot 10^{-15} & 273,23 \cdot 10^{-12} & * & * & * \\ -814,31 \cdot 10^{-15} & 26,69 \cdot 10^{-12} & -623,05 \cdot 10^{-15} & 17,35 \cdot 10^{-12} & * & * \\ 883,79 \cdot 10^{-12} & -2,12 \cdot 10^{-12} & 2,07 \cdot 10^{-9} & -16,28 \cdot 10^{-12} & 23,73 \cdot 10^{-9} & * \\ -1,20 \cdot 10^{-12} & 36,14 \cdot 10^{-12} & -1,85 \cdot 10^{-12} & 22,44 \cdot 10^{-12} & -32,20 \cdot 10^{-12} & 51,83 \cdot 10^{-12} \end{bmatrix}. \quad (83)
\end{aligned}$$

3.8 ANÁLISE DOS CONTROLADORES

A partir dos ganhos dos controladores projetados efetuou-se a simulação utilizando o *software* Matlab/Simulink para a verificação do comportamento dinâmico do acionamento. Para isto, foram consideradas como condições iniciais as correntes do eixo direto e em quadratura em 0,1 A, o fluxo do rotor em 1 mWb, a velocidade do motor em 0 rad/s, o erro do fluxo do rotor em 0,099 Wb e o erro de velocidade do rotor em 210 rad/s.

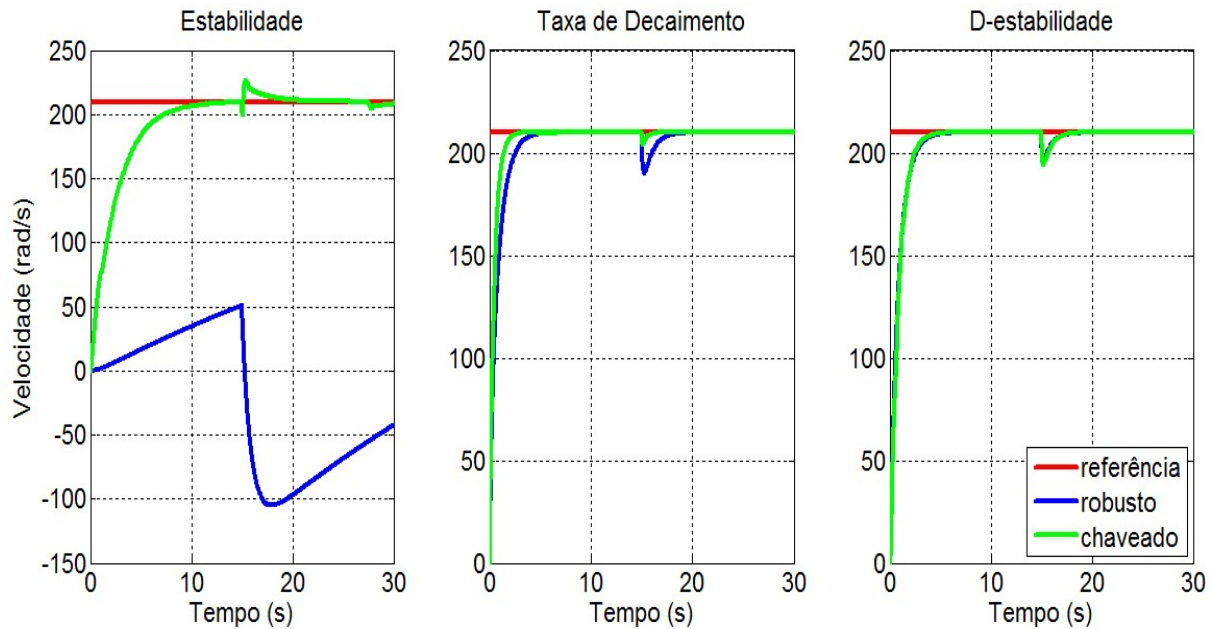
Além disto, para o acionamento do motor de indução adotou-se uma referência de velocidade constante em 210 rad/s e um fluxo do rotor em 0,1 Wb, sendo simulado o sistema no período de trinta segundos. No instante de quinze segundos aplicou-se um degrau de torque nominal.

Na Figura 5 apresentam-se os comportamentos da velocidade do rotor para os controladores robusto e robusto chaveado via LMI, à esquerda, os controladores robusto e robusto chaveado com taxa de decaimento, no centro, e os controladores robusto e robusto chaveado com D-estabilidade, à direita. Nas Figuras 6 e 7 apresentam-se o transitório nos instantes de partida e aplicação de carga, respectivamente.

Analisando-se as Figuras 5, 6 e 7 é possível verificar que o controlador chaveado, comparativamente ao robusto, proporcionou uma resposta mais adequada. Este fato fica muito perceptível nos controladores que não consideraram nenhum critério de desempenho, pois, o

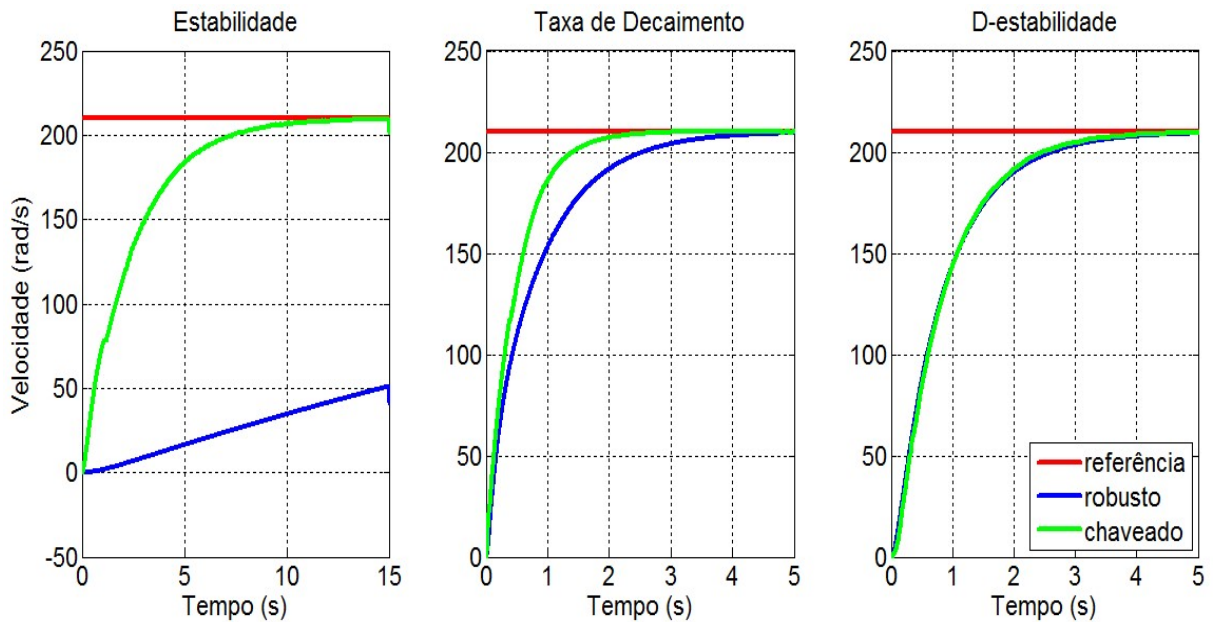
controlador chaveado seguiu a referência de velocidade enquanto o controlador robusto, no instante analisado, não atingiu o valor solicitado.

Figura 5 – Velocidade do motor – referência constante.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

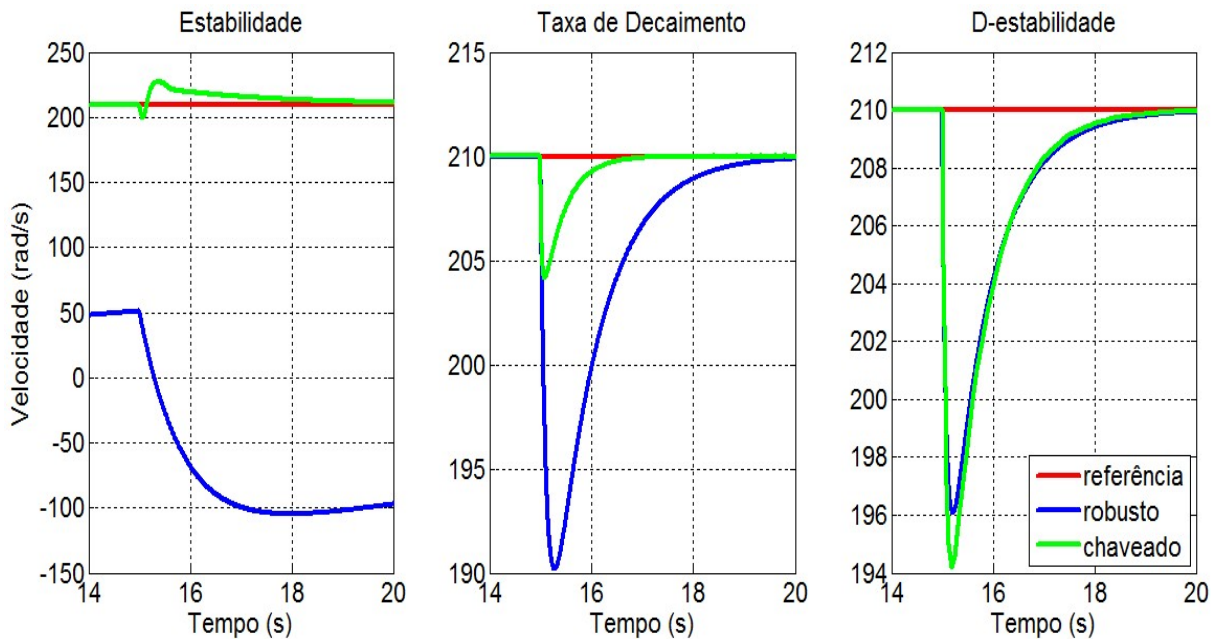
Figura 6 – Velocidade do motor – transitório na partida – referência constante.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Observa-se que o controlador robusto (72), no período de tempo analisado não atingiu o regime permanente, enquanto que o controlador chaveado conseguiu seguir a referência de velocidade estipulada.

Figura 7 – Velocidade do motor – transitório no instante de aplicação do torque de carga – referência constante.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Analisando os resultados dos controladores projetados com critério de tempo de decaimento, evidencia-se que o controlador chaveado também teve comportamento melhor do que o robusto. Considerando os controladores com projeto baseado em D-estabilidade, as respostas foram similares.

Analisando com mais detalhes a Figura 7 é possível afirmar que os controladores chaveados tiveram uma boa rejeição ao distúrbio de carga aplicado no instante de quinze segundos.

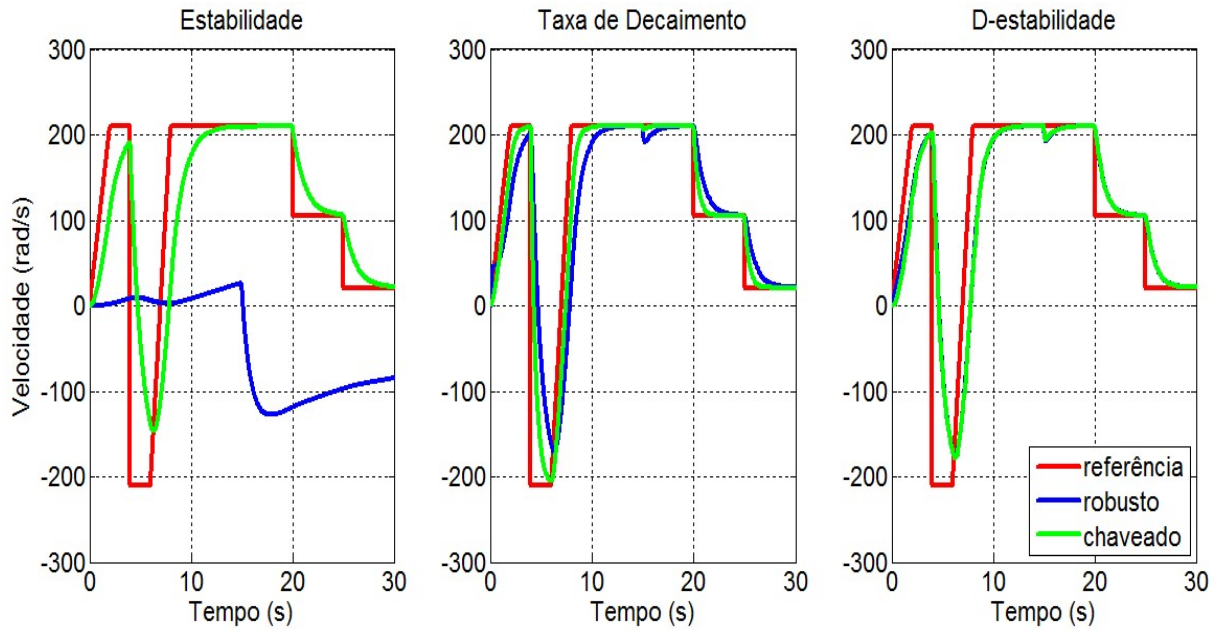
Considerando uma referência de velocidade variável aplicada ao sistema, também se teve um melhor comportamento utilizando os controladores chaveados, como se pode verificar nas Figuras 8 e 9.

A referência de velocidade foi considerada sendo uma rampa de 0 a 210 rad/s no tempo de 2 segundos, mantendo-se constante até 4 segundos, sofrendo uma reversão instantânea de 210 rad/s para -210 rad/s, ficando constante em -210 rad/s até 6 segundos. Após, a referência foi de -210 rad/s para 210 rad/s no intervalo de tempo de 6 até 8 segundos,

mantendo-se fixa neste valor até 20 segundos. Neste instante, a referência foi reduzida para 105 rad/s até o instante de 25 segundos, em que, tornou-se 21 rad/s até o final da simulação.

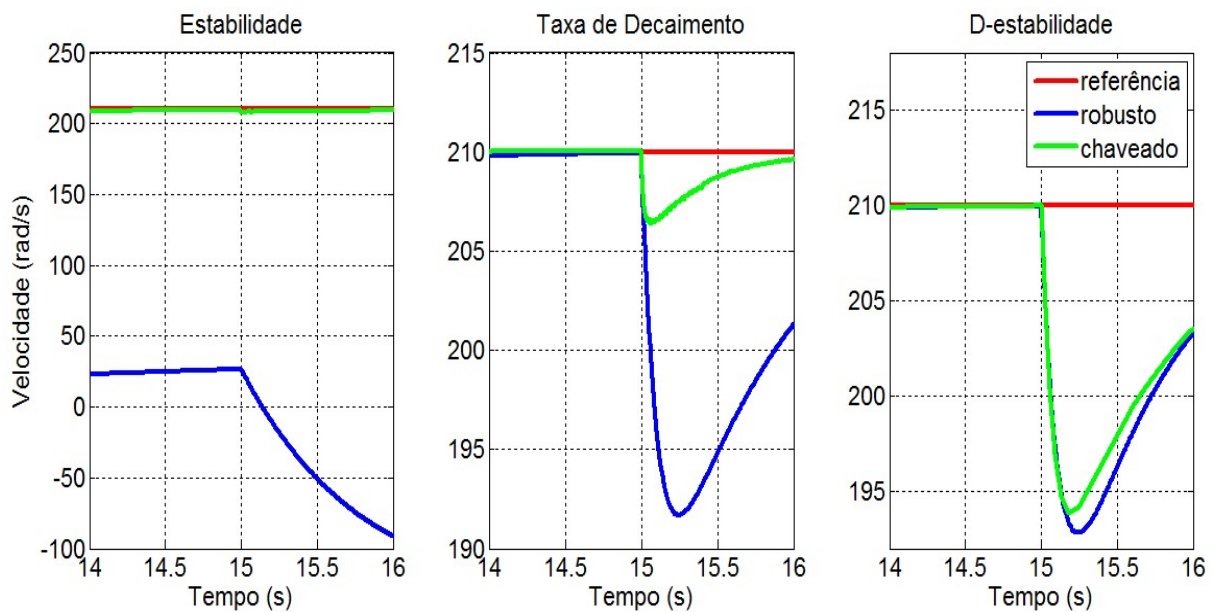
A Figura 9 mostra um *zoom* no instante da aplicação do degrau de carga.

Figura 8 – Velocidade do motor – referência variável.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

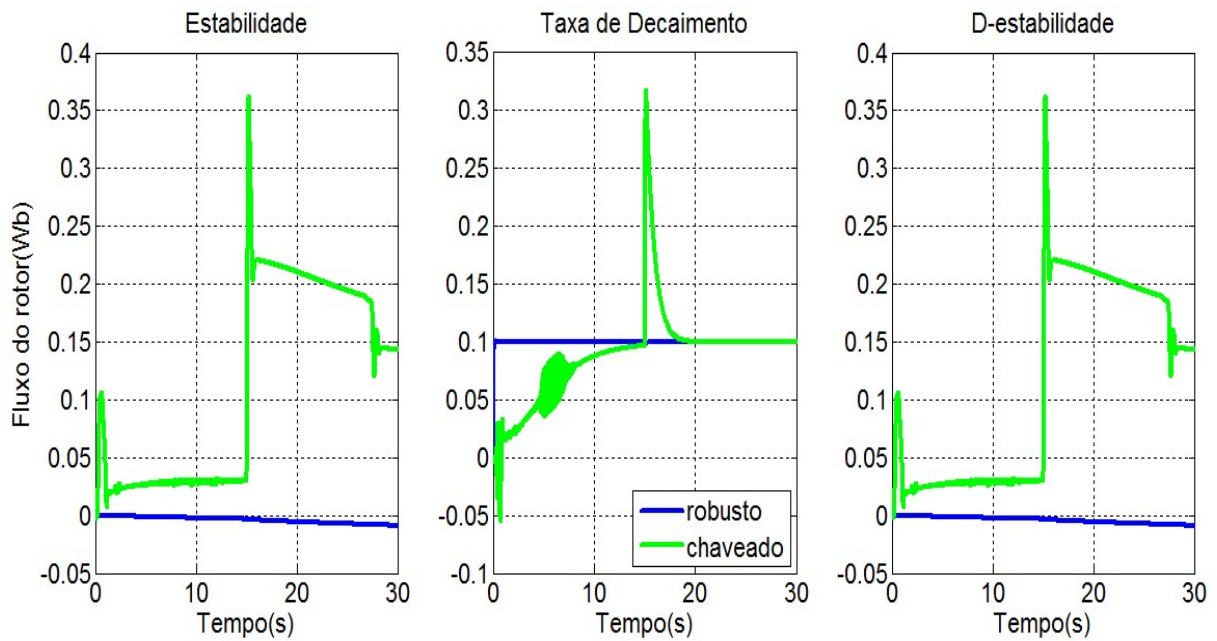
Figura 9 – Velocidade do motor – *zoom* no instante de aplicação do torque de carga – referência variável.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

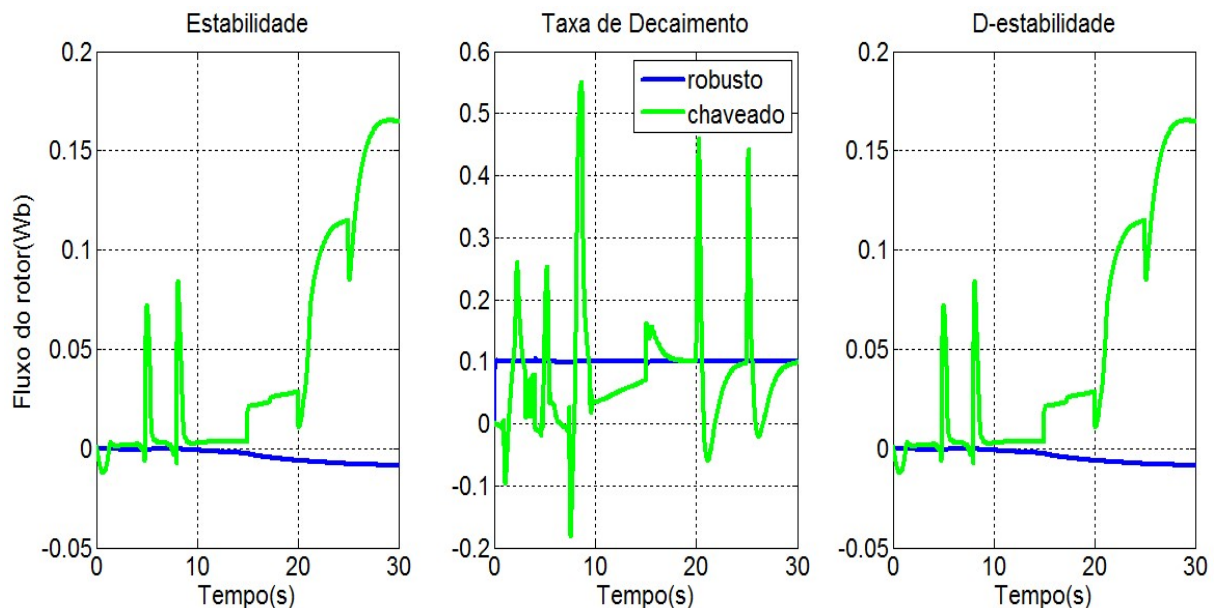
As Figuras 10 e 11 apresentam os sinais do fluxo magnético do rotor para a condição de velocidade constante e variável, respectivamente, sendo o sinal de referência de 0,1 Wb. Verifica-se que a resposta dos controladores robustos com estabilidade e D-estabilidade não atingem o regime permanente no período de tempo analisado, sendo este período maior que 60 segundos.

Figura 10 – Fluxo do motor – velocidade constante.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 11 – Fluxo do motor – velocidade variável.



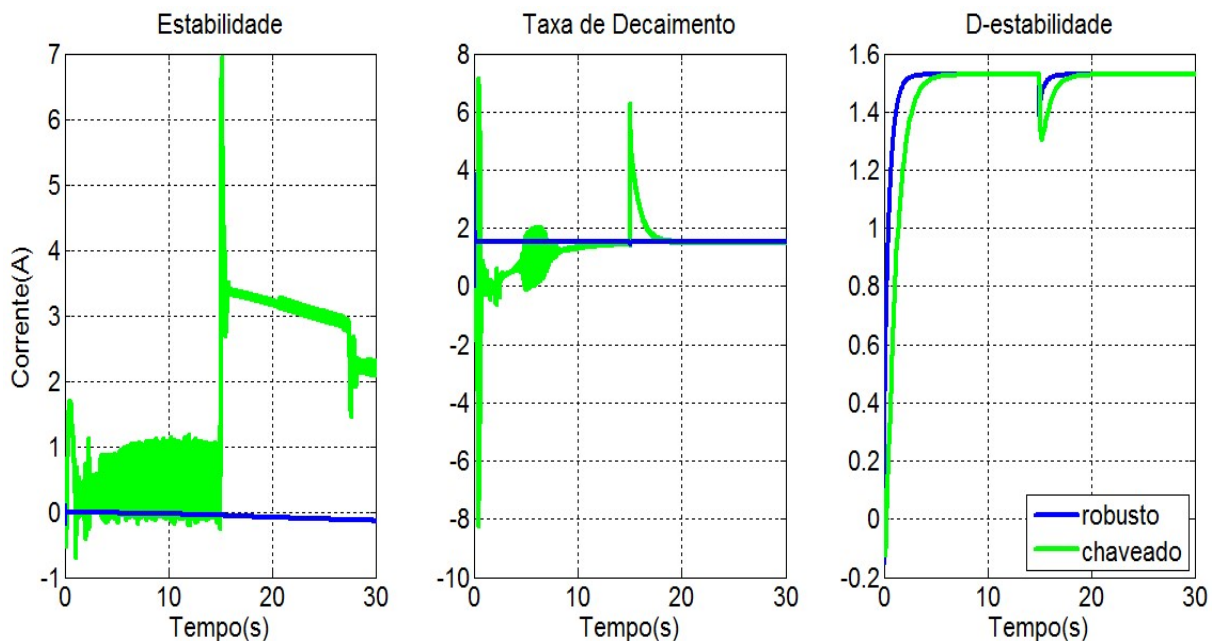
Fonte: Elaboração do próprio autor.

Pode-se verificar que o fluxo magnético atinge valores maiores do que a referência de 0,1 Wb. Este fato, não ocorreria na prática devido a existência da saturação magnética do núcleo. Portanto, analisando os comportamentos dos controladores chaveados é importante utilizar-se mecanismos que minimizem o valor do fluxo magnético para que não ocorra uma redução de eficiência do sistema de controle.

Verificando os casos com velocidade constante e variável percebe-se que as melhores respostas foram obtidas considerando a taxa de decaimento. Nos outros controladores os valores do fluxo não seguiram para o valor solicitado, porém, os controladores chaveados tiveram um comportamento mais próximo da referência comparativamente aos controladores robustos.

Nas Figuras 12 e 13 são apresentadas as respostas das correntes do eixo direto considerando o sinal de referência de velocidade constante e variável para os controladores robustos e chaveados. Nas Figuras 14 e 15 mostram-se as respostas da corrente do eixo em quadratura para velocidade constante e velocidade variável, respectivamente.

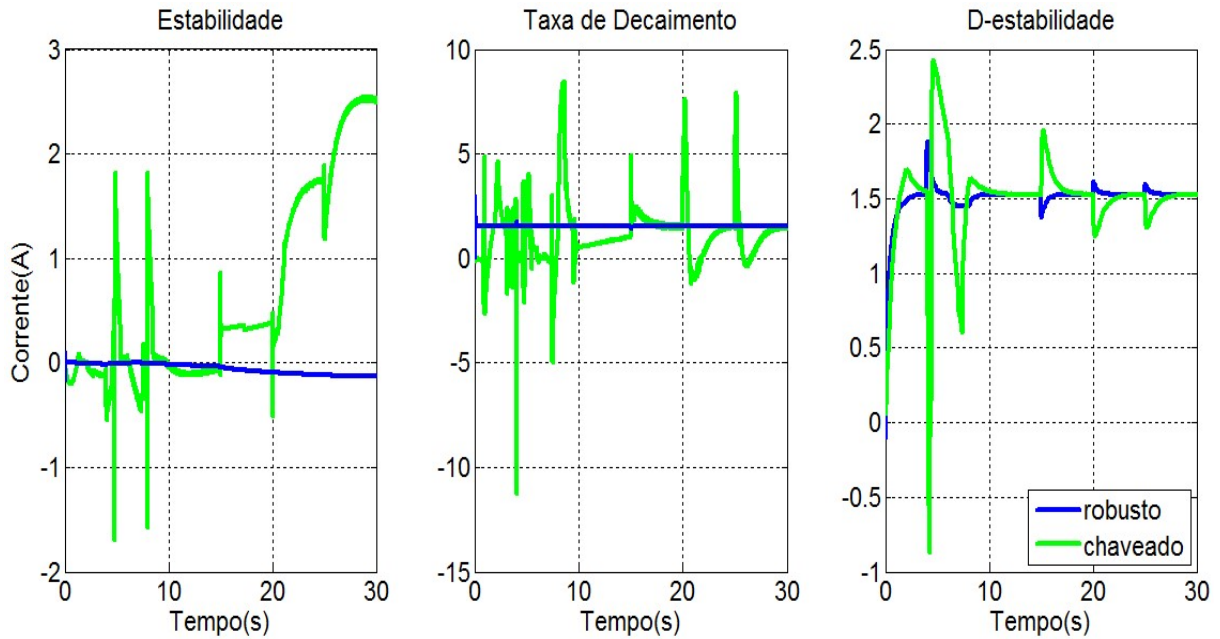
Figura 12 – Corrente do eixo direto – velocidade constante.



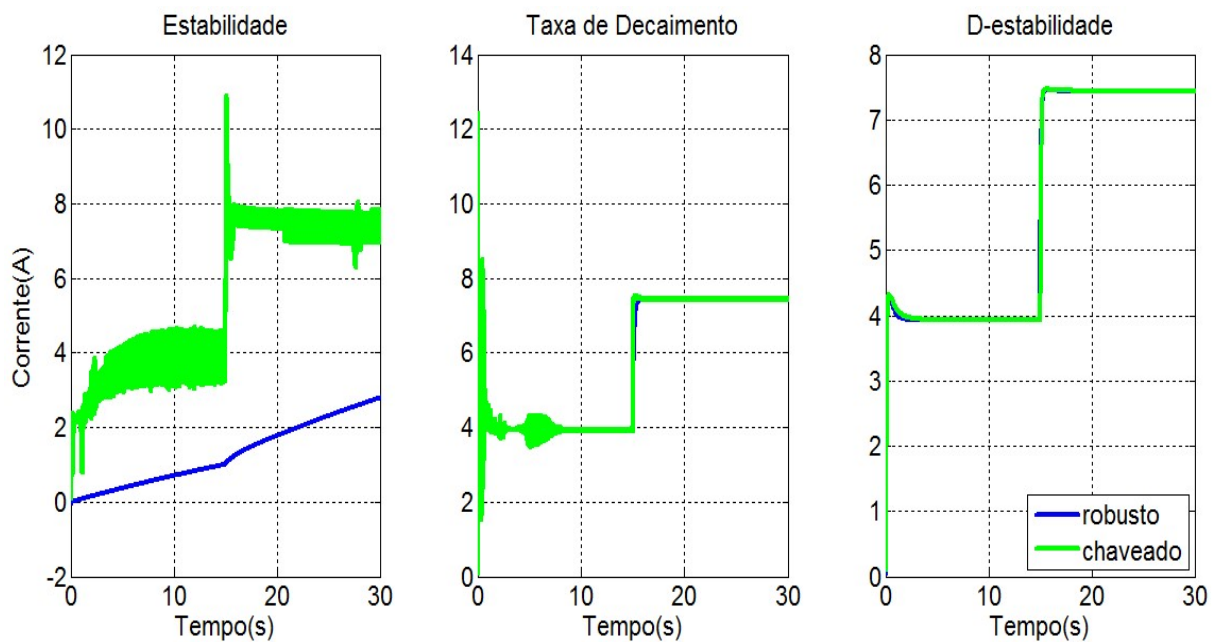
Fonte: Elaboração do próprio autor.

Constata-se que as magnitudes da corrente de eixo direto ficaram em valores adequados respeitando os limites do conversor CC-CA.

Da mesma forma, a corrente do eixo de quadratura também ficou dentro de valores aceitáveis para o acionamento mesmo durante o período de aplicação de carga nominal.

Figura 13 – Corrente do eixo direto – velocidade variável.

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 14 – Corrente do eixo de quadratura – velocidade constante.

Fonte: Elaboração do próprio autor.

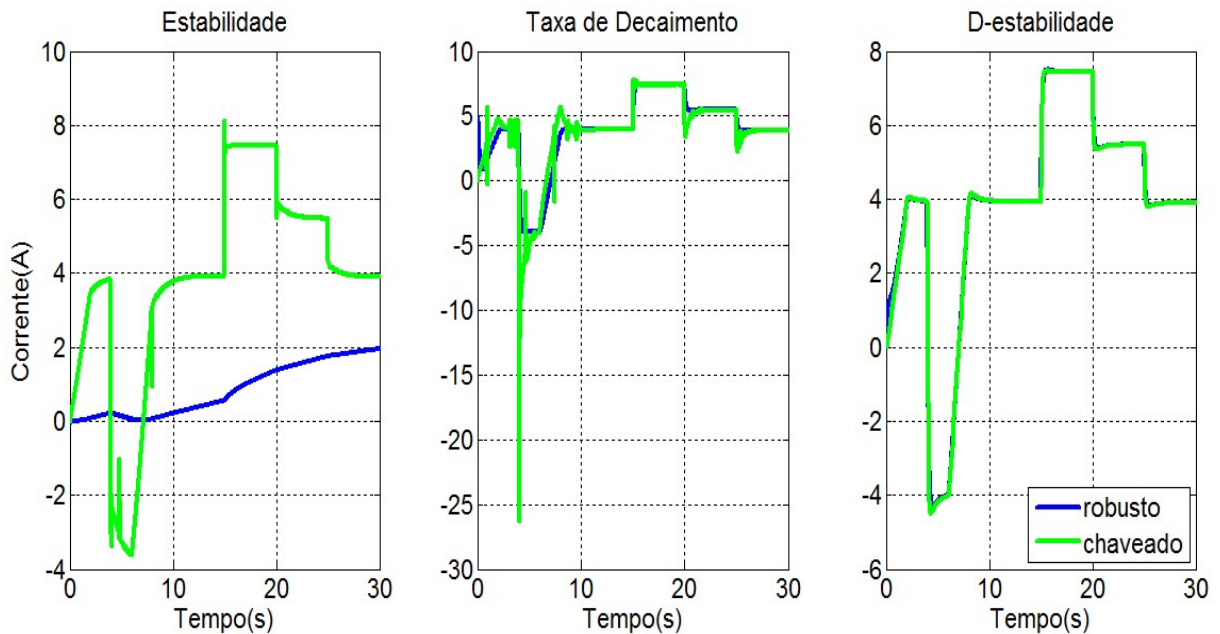
Nas Figuras 16 e 17 apresentam-se a tensão do eixo direto para a referência de velocidade constante e variável.

Constata-se, nas Figuras 16 a 19, que os controladores com D-estabilidade possuem uma menor magnitude do sinal de controle. Este fato é extremamente interessante para

implementação em bancada, porém, mesmo nos outros controladores, os níveis de tensão são satisfatórios. Porém, é necessário utilizar mecanismos que evitem sobretensões no MIT.

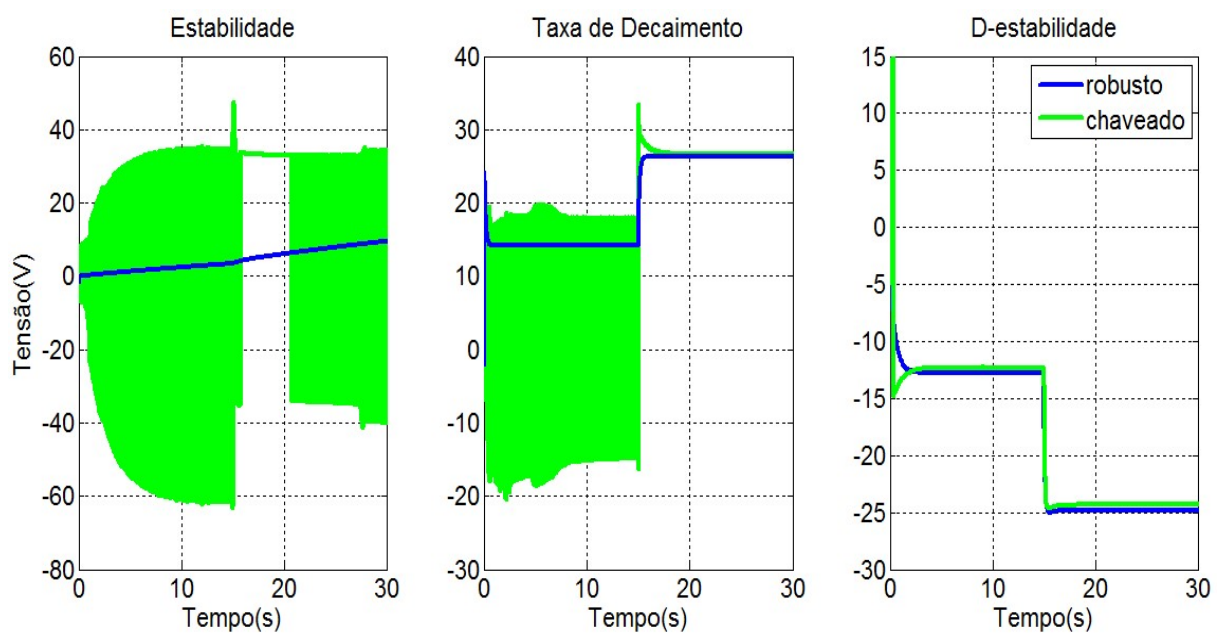
As tensões do eixo de quadratura são apresentadas nas Figuras 18 e 19 para referência de velocidade constante e variável, respectivamente.

Figura 15 – Corrente do eixo de quadratura – velocidade variável.



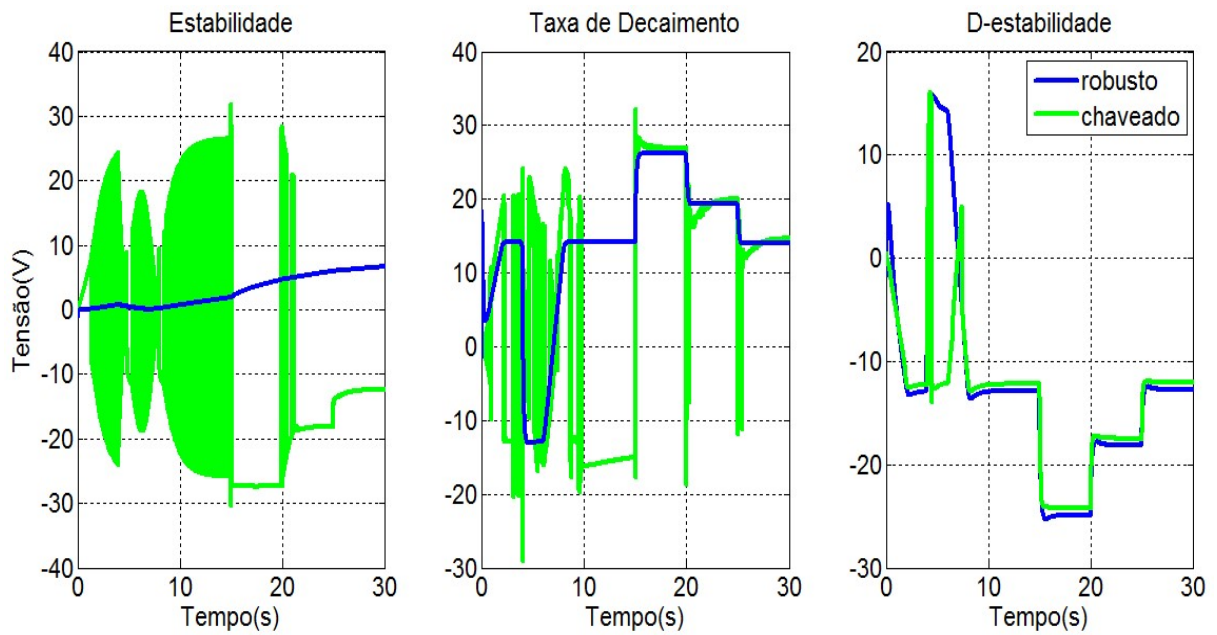
Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 16 – Tensão do eixo direto – velocidade constante.



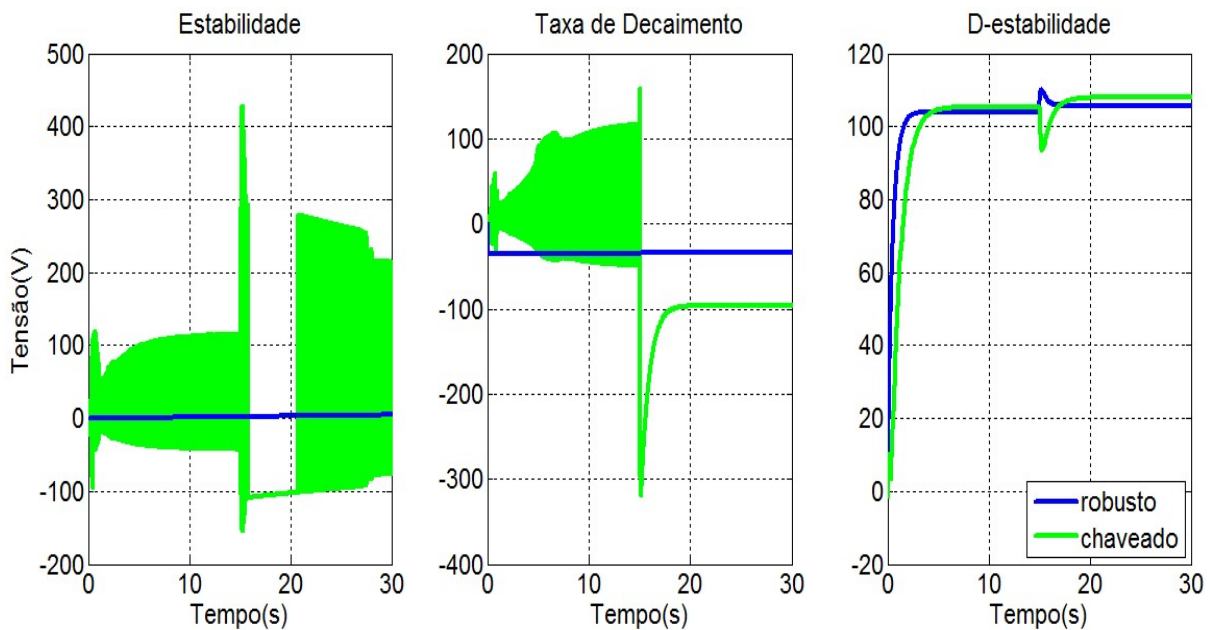
Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 17 – Tensão do eixo direto – velocidade variável.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

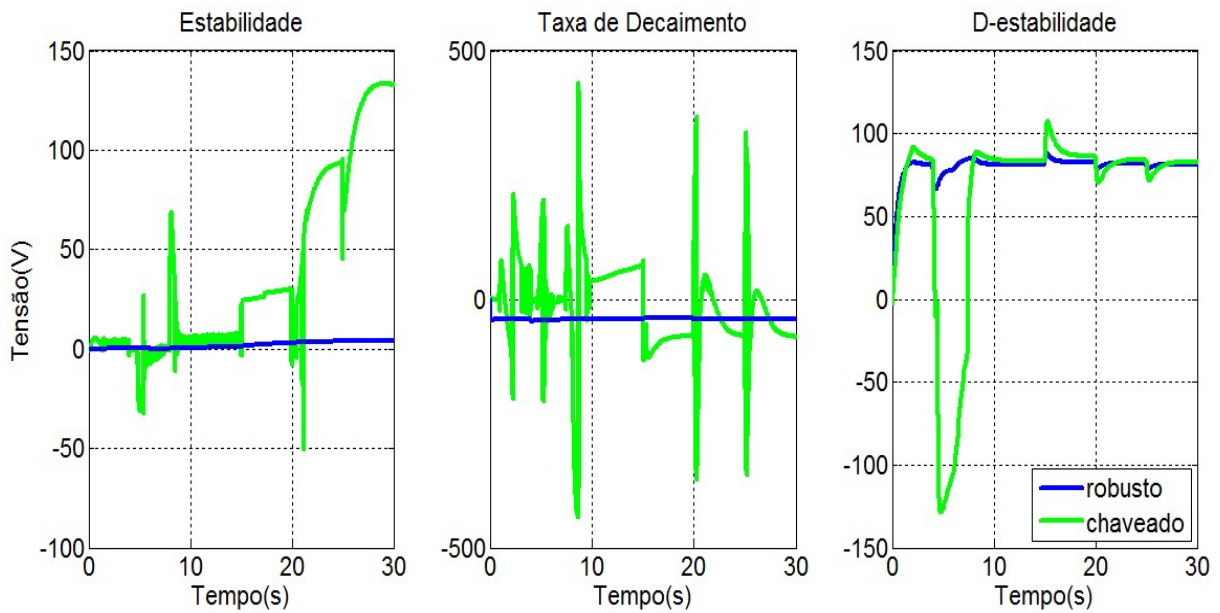
Figura 18 – Tensão do eixo de quadratura – velocidade constante.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Analisando este sinal de controle constata-se que a magnitude é elevada em alguns instantes, isto pode acarretar problemas em implementações práticas se não for considerado e/ou adotado condições para limitar este sinal.

Figura 19 – Tensão do eixo de quadratura – velocidade variável.

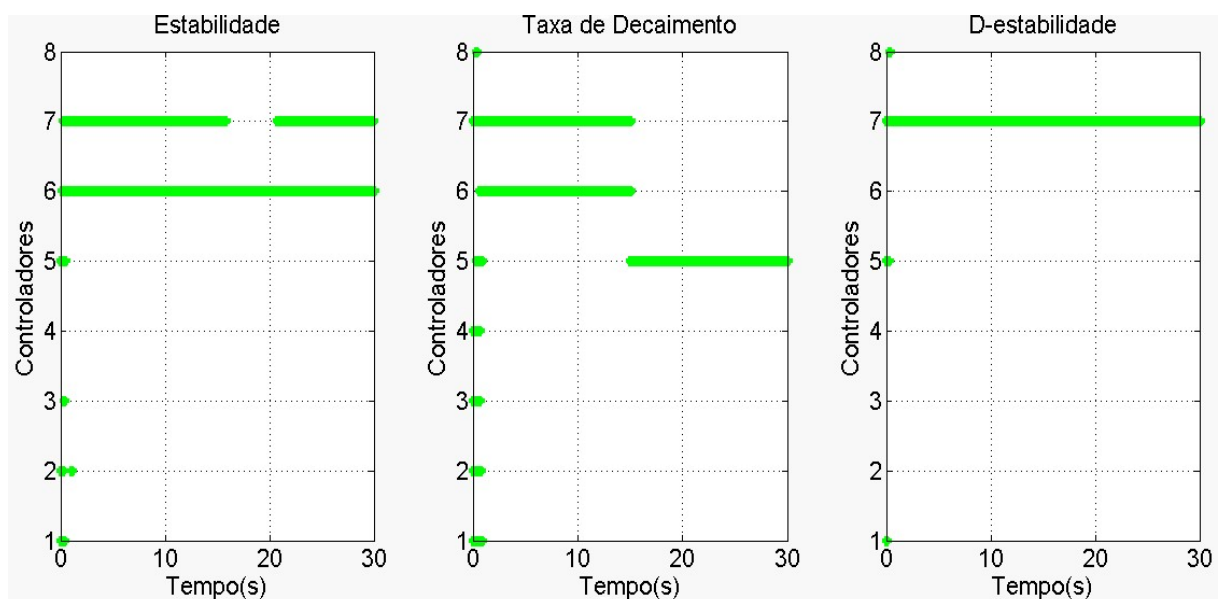


Fonte: Elaboração do próprio autor.

É importante ressaltar que outras falhas e/ou incertezas paramétricas podem ser consideradas no desenvolvimento do projeto visando tornar o acionamento do sistema mais robusto, como por exemplo, falha no rolamento.

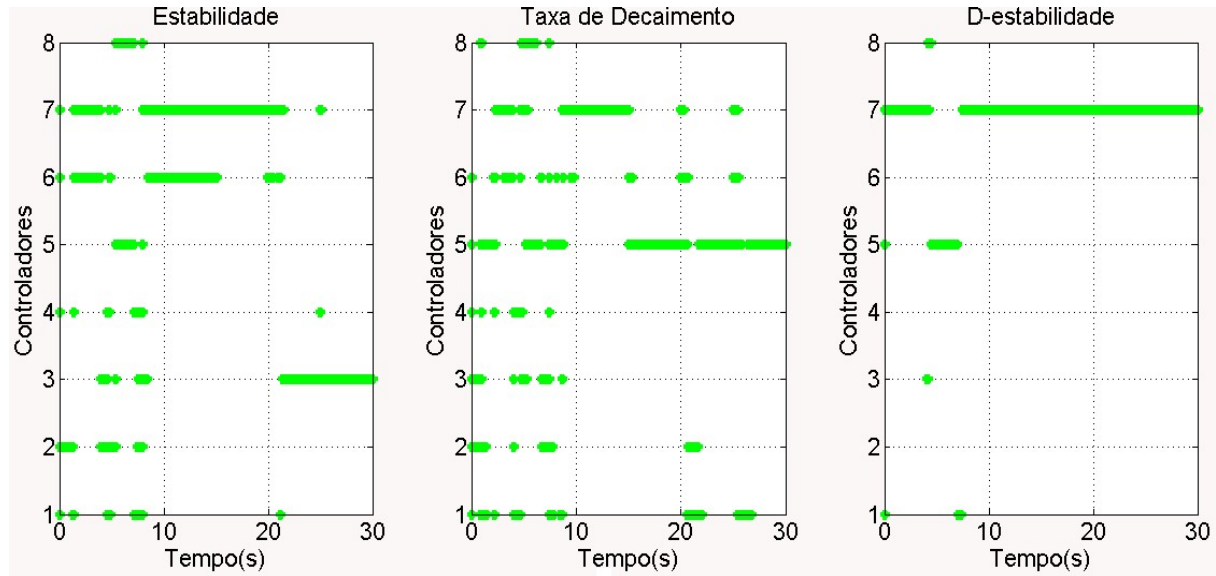
Por fim, nas Figuras 20 e 21 apresentam-se os sinais de chaveamento dos controladores para os sinais de referência de velocidade constante e variável.

Figura 20 – Chaveamento entre os controladores – velocidade constante.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 21 – Chaveamento entre os controladores – velocidade variável.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Verifica-se que o controlador com critério de D-estabilidade é que menos chaveia entre os oito possíveis ganhos.

Para referência de velocidade constante e sem torque de carga o chaveamento dos ganhos dos controladores chaveado e chaveado com taxa de decaimento é intenso e isto pode ser prejudicial.

Em uma análise geral pode-se afirmar que os controladores tiveram bons comportamentos no acionamento do motor de indução trifásico e, como o objetivo dos sistemas de acionamento são controlar a velocidade com variação do sinal de referência, têm-se que os controladores chaveados proporcionaram uma melhor resposta temporal do que os controladores robustos, sendo este fato, a principal contribuição deste capítulo.

Os resultados obtidos com os controladores chaveados apresentados neste capítulo, são importantes, por possibilitarem a utilização de uma técnica diferente para o acionamento do MIT considerando incertezas no projeto. Além do que, as LMIs, utilizadas para o projeto dos controladores são simples e, mesmo assim, possibilitaram bons resultados.

Melhores respostas são possíveis de serem obtidas utilizando maiores valores nos critérios de desempenho, porém, deve-se atentar aos valores dos ganhos dos controladores e das respostas dos sinais de controle visando respeitar os limites físicos do *hardware* e *software* para implementações práticas.

As incertezas e falhas são comuns no acionamento dos MITs e projetar controladores que atendam estas condições possibilitam tornar o sistema mais robusto. Pensando em um

processo industrial isto é de extrema importância, pois reduzirá as horas de máquinas paradas devido às manutenções corretivas, podendo ter uma produção contínua e uma programação adequada para o desenvolvimento de intervenções nos equipamentos.

Dos três controladores robustos chaveados desenvolvidos o que utilizou o critério da taxa de decaimento produziu bons resultados e utiliza uma menor quantidade de LMIs comparativamente com o controlador com D-estabilidade. Por este motivo, serão efetuadas comparações deste controlador com os resultados obtidos no trabalho de Chang *et al* (2005), para evidenciar as boas perspectivas de utilização dos controladores chaveados para o acionamento do MIT.

3.9 ANÁLISE DO CONTROLADOR CHAVEADO COM TAXA DE DECAIMENTO COMPARATIVAMENTE COM OS RESULTADOS DE CHANG *et al.* (2005)

No trabalho de Chang *et al.* (2005), foi projetado um controlador de velocidade robusto com realimentação de estados ($u = -K \hat{x}(t)$) com a integral do erro através de LMIs. O controlador considerou incerteza na velocidade elétrica do estator, taxa de decaimento unitária, saturação no sinal de controle e desempenho H_∞ . Ele efetuou comparações dos ganhos dos controladores com e sem o desempenho H_∞ .

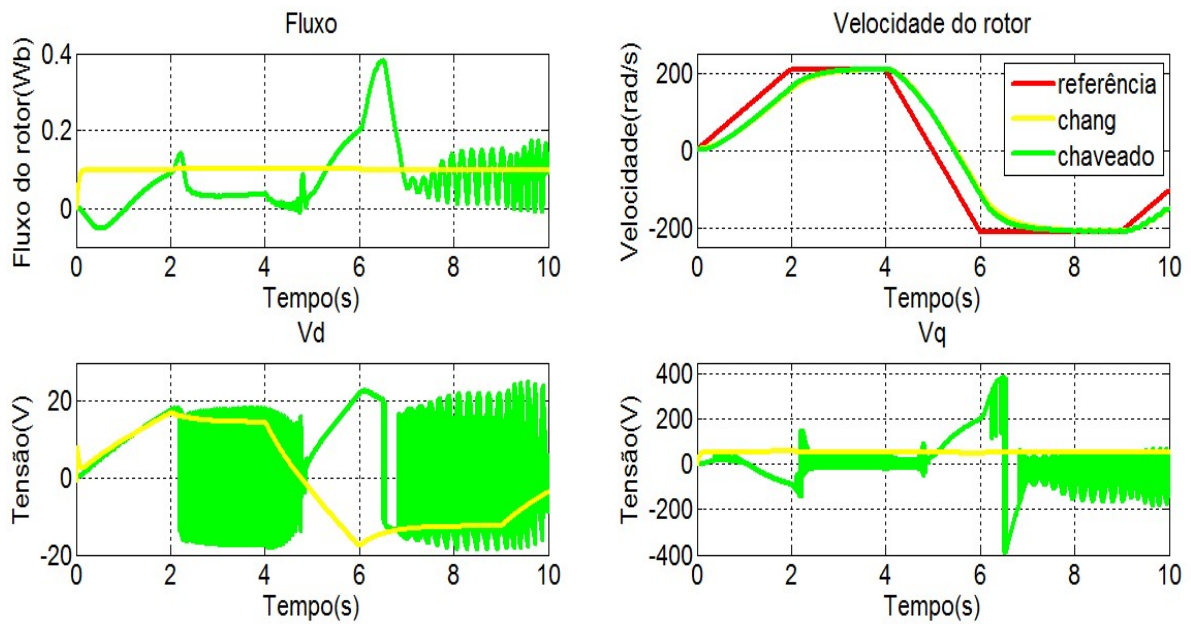
Primeiramente, utilizando os valores do controlador chaveado com taxa de decaimento apresentado em (78), foi desenvolvida a simulação utilizando um sinal de referência de velocidade variável e sem carga. A Figura 22 apresenta as formas de onda do fluxo magnético, superior à esquerda, velocidade do rotor, superior direita, tensão do eixo direto, inferior esquerda e tensão do eixo de quadratura, inferior direita. Na Figura 23, apresentam-se os mesmos resultados, porém, com carga nominal aplicada no MIT.

Analisando as respostas obtidas, tem-se que a tensão do eixo de quadratura possui uma magnitude mais elevada do que a obtida em Chang *et al.* (2005), enquanto os outros sinais possuem respostas bem similares com relação a magnitude.

Nas Figuras 24 a 27 efetuou-se a simulação do sistema, considerando uma referência de velocidade constante (210, 105, 21 e 2,1 rad/s) e com carga nominal aplicada no instante de quatro a sete segundos.

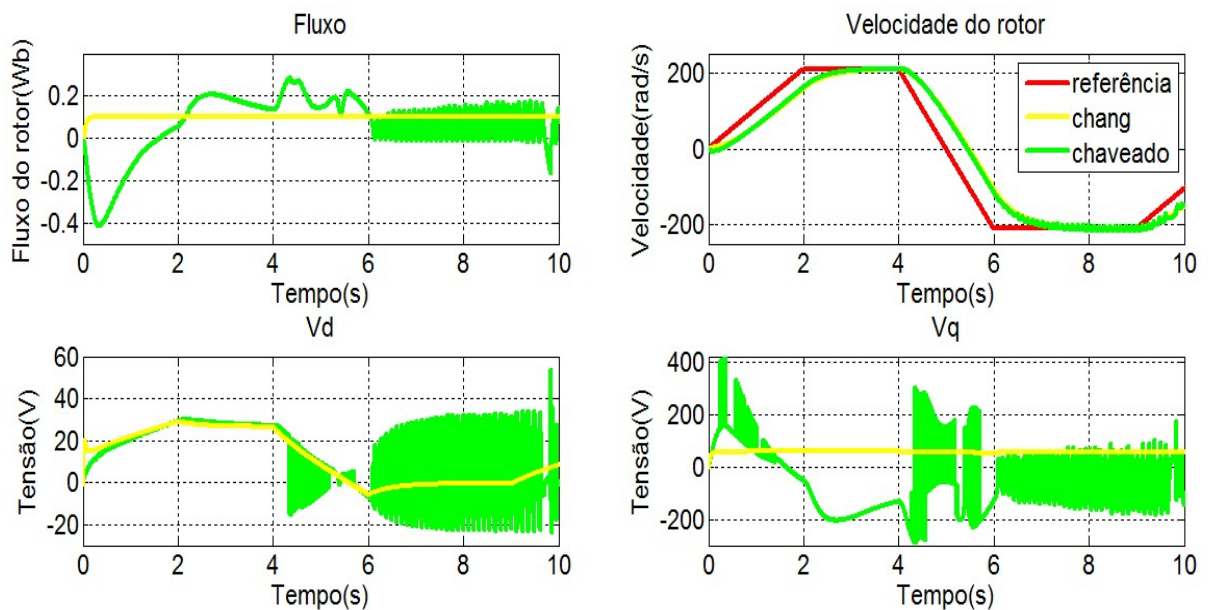
Evidencia-se que para referências de velocidades mais elevadas o controlador chaveado proposto neste trabalho teve um comportamento razoável, comparativamente as respostas apresentadas no trabalho de Chang *et al.* (2005) que possui mais critérios de desempenho, Figuras 24 e 25.

Figura 22 – Controlador chaveado com taxa de decaimento com sinal de referência de velocidade variável e sem carga aplicada.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

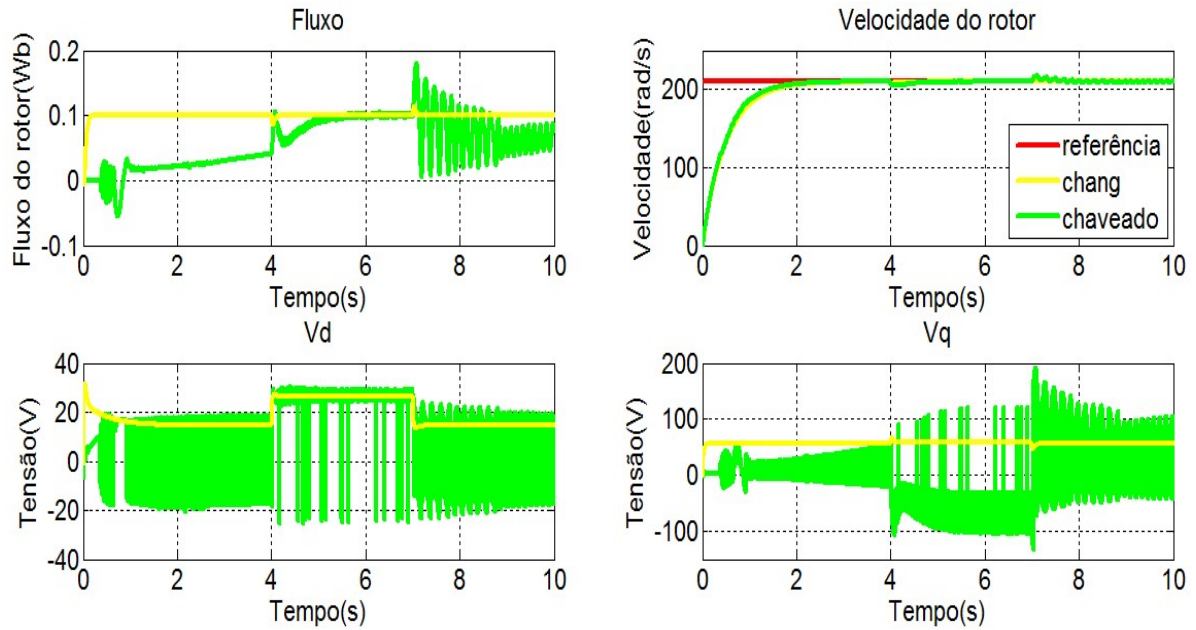
Figura 23 – Controlador chaveado com taxa de decaimento com sinal de referência de velocidade variável e com carga aplicada.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

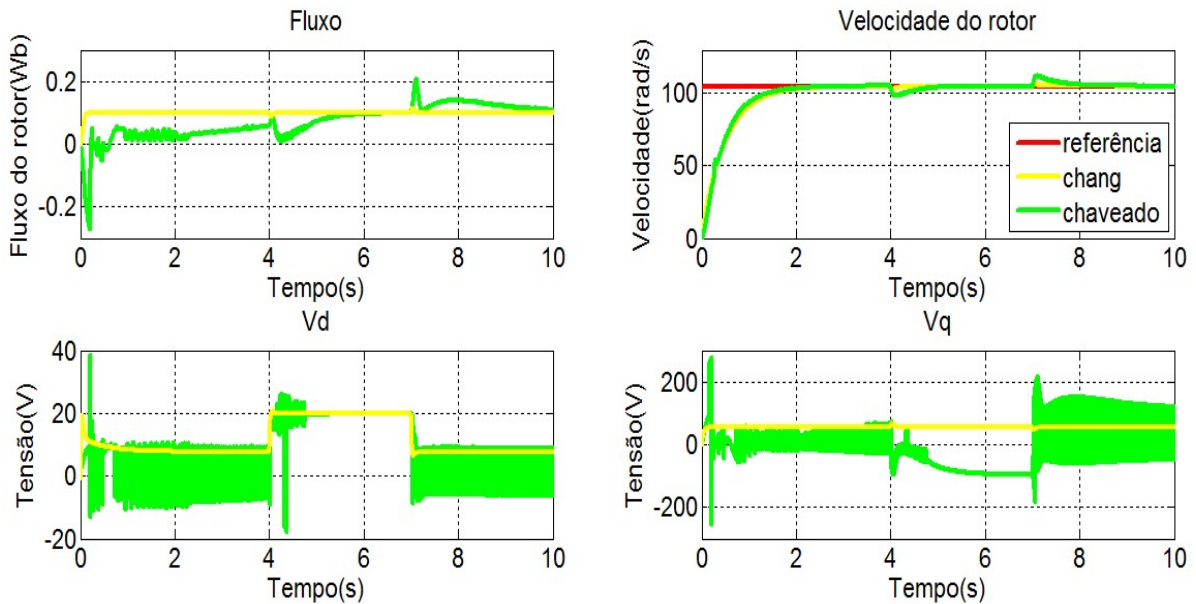
Nos instantes que ocorreu a aplicação da carga, a perda de velocidade foi próxima, por exemplo, para referência de velocidade de 210 rad/s, a velocidade atingiu o valor de 202 rad/s, enquanto em Chang *et al.* (2005) atingiu 201 rad/s.

Figura 24 – Controlador chaveado com taxa de decaimento com sinal de referência de velocidade constante (210 rad/s) e com carga aplicada entre 4 e 7 segundos.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 25 – Controlador chaveado com taxa de decaimento com sinal de referência de velocidade constante (105 rad/s) e com carga aplicada entre 4 e 7 segundos.

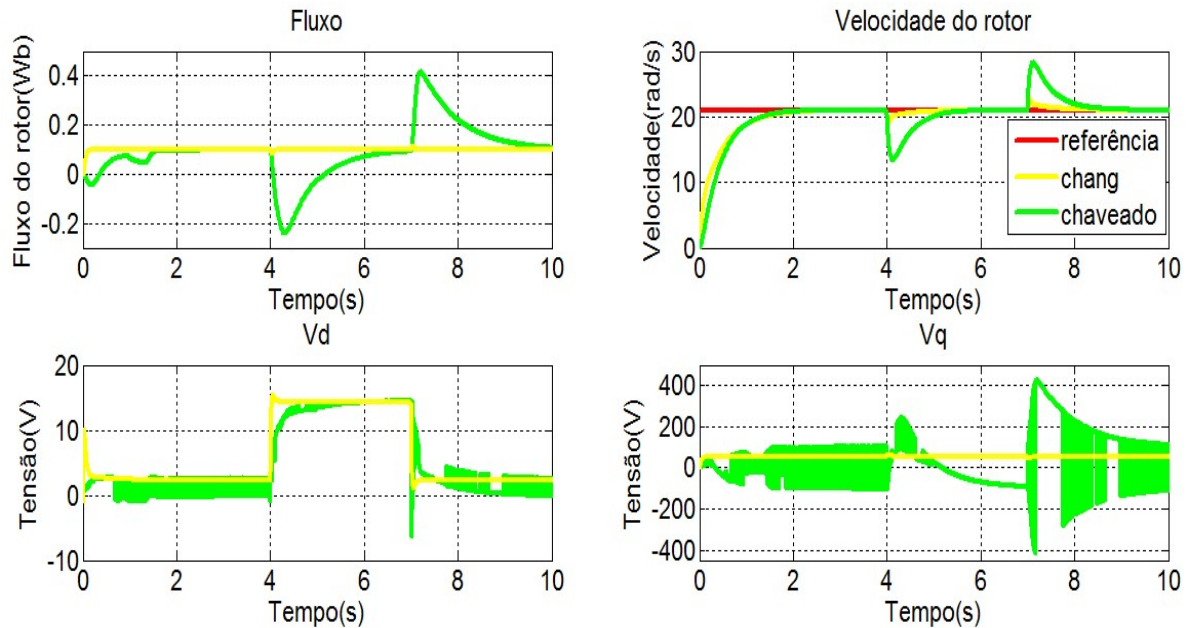


Fonte: Elaboração do próprio autor.

Por outro lado, quando a referência de velocidade é baixa, o comportamento do controlador apresentado em Chang *et al* (2005) teve um melhor desempenho. Por exemplo,

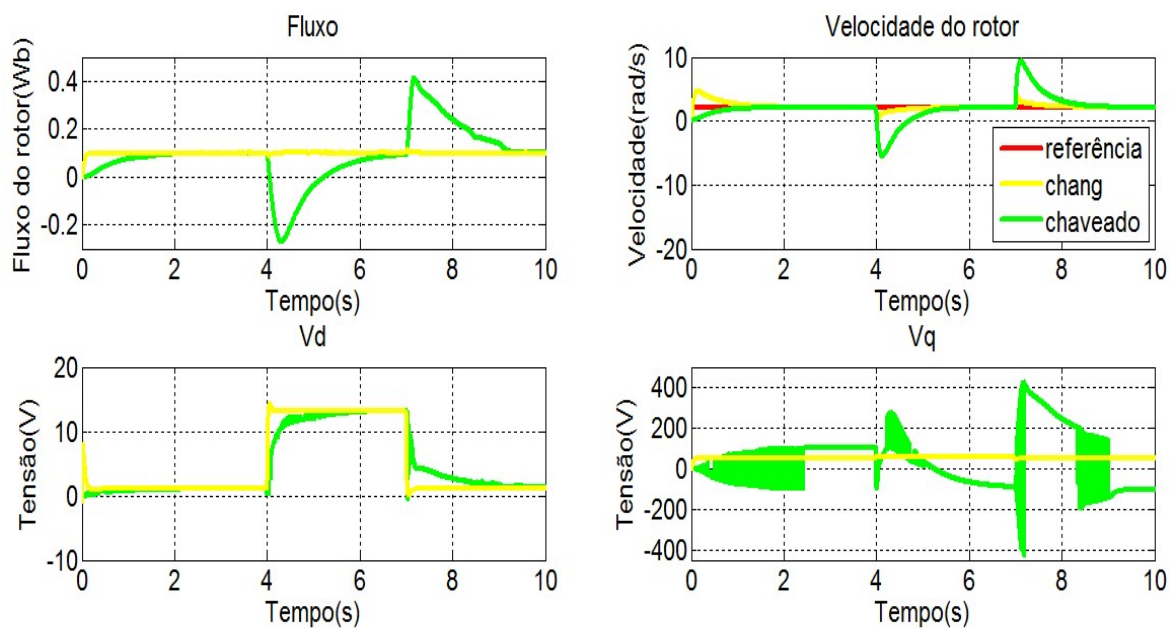
para referência de 2,1 rad/s ao aplicar o torque de carga à velocidade atingiu o valor de 1 rad/s, enquanto no trabalho foi de -5,5 rad/s.

Figura 26 – Controlador chaveado com taxa de decaimento com sinal de referência de velocidade constante (21 rad/s) e com carga aplicada entre 4 e 7 segundos.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 27 – Controlador chaveado com taxa de decaimento com sinal de referência de velocidade constante (2,1 rad/s) e com carga aplicada entre 4 e 7 segundos.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Deve-se ressaltar que neste trabalho foi considerada uma incerteza de 50% na resistência do estator, enquanto em Chang *et al.* (2005) não foi considerado.

A incerteza na resistência do estator atinge enormemente a dinâmica do MIT em baixas velocidades.

Com relação às outras variáveis apresentadas uma atenção deve ser tomada com relação à tensão do eixo em quadratura que atingiu em determinados instantes magnitudes elevadas, diferentemente do trabalho analisado.

Salienta-se que o projeto do controlador chaveado considerou uma incerteza de 100% na constante de tempo do rotor, sendo esta a grande influenciadora na magnitude do sinal de controle, a qual não foi abordada na literatura em análise.

Por fim, pode-se afirmar que as respostas obtidas neste trabalho foram bem satisfatórias, pois, seguiram a referência de velocidade e fluxo, comparativamente aos apresentados na literatura, sendo que, neste foi considerado três incertezas paramétricas (constante de tempo do rotor – 100%; resistência do estator – 50%; velocidade elétrica do estator $\omega_{emin} = -510$ rad/s e $\omega_{emax} = 510$ rad/s), enquanto que no trabalho de Chang *et al.* (2005) adotou-se apenas a variação na velocidade elétrica do estator.

Além disto, em Chang *et al.* (2005) foi projetado o controlador com realimentação de estados robusto considerando saturação no sinal de controle, fator impactante para limitação da magnitude do sinal, e o critério de desempenho H_∞ , sendo este importante para a melhoria à rejeição ao distúrbio.

Através da análise desenvolvida pode-se afirmar que o controlador chaveado mesmo sem o critério H_∞ teve uma rejeição ao distúrbio, em altas velocidades, melhor.

Deve-se notar a existência de *chattering* com o uso dos controladores chaveados. Este fato pode ser um inconveniente na aplicação destes controladores. Porém, existe um procedimento para suavizar ou eliminar o *chattering*, mas com ele o sistema não tende ao ponto de equilíbrio, mas fica próximo dele.

Portanto, os controladores chaveados apresentados neste capítulo podem resultar em uma melhora de eficiência dinâmica no acionamento do MIT, porém, difíceis de serem implementados na prática sem considerar outros critérios de desempenho.

Nos próximos capítulos serão apresentados resultados de aplicações de controladores chaveados no controle do MIT, considerando a existência de saturação no sinal de controle e projeto baseado no critério H_∞ .

4 PROJETO DE CONTROLADOR CHAVEADO CONSIDERANDO INCERTEZAS PARAMÉTRICAS, FALHAS, SATURAÇÃO NA ENTRADA DE CONTROLE E DEFINIÇÃO DE REGIÃO DE OPERAÇÃO

Através do modelo em variáveis de estado do MIT apresentado no Capítulo 3, (65) a (71), e utilizando a ferramenta de LMIs, foi desenvolvido neste capítulo, o projeto de controladores chaveados considerando saturação no sinal de controle, região de operação, falhas e/ou incertezas paramétricas na planta.

Da mesma forma que apresentado no Capítulo 3, o projeto foi desenvolvido no *software* Matlab/Simulink, utilizando os *toolbox* Sedumi e Yalmip e as análises de desempenho dos controladores foram realizadas no Simulink.

Este capítulo é uma continuidade do trabalho apresentado em um congresso Ortunho *et al.* (2019^a), no qual projetou-se um controlador robusto com saturação no sinal de controle e neste projeta-se controlador chaveado.

Dado o sistema apresentado em (65) a (71), efetuou-se uma inclusão da saturação no sinal de controle, sendo que esta limitação no sinal de controle (saturação) foi considerada no projeto dos controladores. Por este motivo o sistema será agora apresentado como (84), sendo a saturação descrita em (85):

$$\frac{d\hat{x}}{dt}(t) = \hat{A}(\alpha) \hat{x}(t) + \hat{B}(\alpha) \text{sat}(u(t)) + \hat{B}_w T_L(t), \quad (84)$$

$$\text{sat}(u(t)) = \begin{bmatrix} \text{sat}(u_1(t)) \\ \vdots \\ \text{sat}(u_{n_u}(t)) \end{bmatrix} \in R^{n_u}, \quad (85)$$

$$\text{sat}(u_k(t)) = \begin{cases} -\rho_k, & \text{se } u_k(t) < -\rho_k \\ u_k(t), & \text{se } |u_k(t)| \leq \rho_k \\ \rho_k, & \text{se } u_k(t) > \rho_k \end{cases}, \forall k \in K_{n_u}, K_{n_u} = \{1, 2, \dots, n_u\}.$$

sendo $\hat{x}(t) \in R^{n_x}$ o vetor de estado, $u(t) \in R^{n_u}$ a entrada de controle, com $\hat{B} \in R^{n_x \times n_u}$ a matriz de entrada, $\hat{A}$ a matriz do sistema, com $\hat{A} \in R^{n_x \times n_x}$ e $B_w \in R^{n_x \times 1}$ a matriz relacionada à atuação do distúrbio do sistema.

Definido o sistema em variáveis de estado estabelece-se a lei de controle chaveada (86) apresentada na Definição 2.

Definição 2 (SOUZA *et al.*, 2014). *Define-se a nova lei de controle chaveada (86):*

$$\begin{aligned}
u(t) &= -K_\sigma \hat{x}(t), \quad K_\sigma \in R^{n_u \times n_x}, \\
u(t) = u_\sigma(t) &= -K_\sigma \hat{x}(t), \quad \sigma = \arg \min_{j \in K_r} \{\hat{x}(t)^T \overline{Q}_j \hat{x}(t)\}.
\end{aligned} \tag{86}$$

em que, $\overline{Q}_j$ é uma matriz simétrica auxiliar, sendo, $j \in K_r$.

Ou seja, para um dado instante de tempo, a lei de controle chaveada (86) torna o ponto de equilíbrio do sistema (84), quando $T_L(t) = 0$, globalmente assintoticamente estável. Mais detalhes podem ser vistos em Souza *et al.* (2014).

Conforme evidenciado nos capítulos anteriores, o MIT possui incertezas paramétricas e falhas, assim, a operação do acionamento do motor depende de variáveis que podem acarretar a instabilidade do sistema. Portanto, com o intuito de eliminar ou minimizar os problemas decorrentes das falhas e das incertezas paramétricas, define-se uma região de operação, na qual as variáveis de estado permanecerão neste conjunto dada uma condição inicial para todo $t \geq 0$.

Definição 3 (CAO; LIN, 2003). *Define-se, em um domínio de atração previamente especificado, a região de operação (87):*

$$\chi = \left\{ \hat{x}(t) \in R^{n_x}: |\mathcal{R}_h x(t)| \leq \phi_h, \quad h \in K_{n_p}, \quad K_{n_p} = \{1, 2, \dots, p\} \right\}. \tag{87}$$

sendo $\mathcal{R} = [\mathcal{R}_1^T \mathcal{R}_2^T \dots \mathcal{R}_p^T]^T \in R^{p \times n_x}$ e $\phi = [\phi_1 \phi_2 \dots \phi_p]^T \in R^p$ são conhecidos.

A obtenção da região de operação (87) é desenvolvida determinando-se uma região invariante, de tal forma que, para toda condição inicial dada que estiver contida no elipsoide, o vetor de estado permaneça na região de operação para todo $t \geq 0$.

A partir disto, apresenta-se o elipsoide (89) na Definição 4, que possui como candidata a função de Lyapunov quadrática a expressão (88):

$$V(\hat{x}(t)) = \hat{x}(t)^T P \hat{x}(t). \tag{88}$$

sendo que $P \in R^{n_x \times n_x}$ é uma matriz simétrica definida positiva. Para uma dada constante positiva λ , define-se o conjunto elipsoidal (89).

Definição 4 (CAO; LIN, 2003). *Define-se o elipsoide (89):*

$$\mathcal{E}(P, \lambda) = \{\hat{x}(t) \in R^{n_x}: \hat{x}(t)^T P \hat{x}(t) \leq \lambda\}, \quad (89)$$

o elipsoide $\mathcal{E}(P, \lambda)$ é dito construtivamente invariante para o sistema (84) se $\dot{V}(\hat{x}(t)) = 2 \hat{x}(t)^T P [\hat{A}(\alpha)\hat{x}(t) + \hat{B}\text{sat}(u(t))]$ ≤ 0 para todo $\hat{x}(t) \in \mathcal{E}(P, \lambda)$ (ALVES et al., 2016).

Após a apresentação da região de operação do sistema e do elipsoide efetua-se a análise da região de saturação apresentada na Definição 5.

Definição 5 (CAO; LIN, 2003). *Sejam as matrizes $\mathcal{L}(L_j) = [L_{j(1)}^T L_{j(2)}^T \dots L_{j(n_u)}^T]^T \in R^{n_u \times n_x}, j \in K_r$ e $\rho = [\rho_1 \rho_2 \dots \rho_{n_u}]^T \in R^{n_u}$, é um vetor conhecido, $\rho_l > 0, l \in K_{n_u}, K_{n_u} = \{1, 2, \dots, n_u\}$. Então, define-se o conjunto (90):*

$$\mathcal{L}(L_j) = \{\hat{x}(t) \in R^{n_x}: |L_{j(l)}x(t)| \leq \rho_l, \quad j \in K_r, \quad l \in K_{n_u}\}. \quad (90)$$

Definidas a região de operação, o conjunto elipsoidal e a região de saturação, apresenta-se os Lemas 1 e 2 que relacionam estas regiões fornecendo condições necessárias para uma estar contida na outra.

Lema 1 (BOYD et al., 1994; HU; LIN; CHEN, 2002; ALVES et al., 2016^b). *A partir das Definições 3 e 4, estabelece-se (91), que representa a condição para o elipsoide estar contido na região de operação:*

$$\begin{bmatrix} \rho_h^2 \lambda^{-1} & R_{(h)}X \\ XR_{(h)}^T & X \end{bmatrix} \geq 0, \quad (91)$$

Dados os conjuntos χ e $\mathcal{E}(P, \lambda)$, a condição $\mathcal{E}(P, \lambda) \subset \chi$ é assegurada se (91) for satisfeita para todo $h \in K_{n_p}$, sendo $X = P^{-1}$.

Lema 2 (BOYD et al., 1994; HU; LIN; CHEN, 2002; ALVES et al., 2016). *A partir das Definições 4 e 5, apresenta-se (92) que fornece uma condição suficiente tal que, se satisfeita, assegura que o elipsoide (89) está contido na região de saturação (90):*

$$\begin{bmatrix} \rho_l^2 \lambda^{-1} & N_{j(l)} \\ N_{j(l)}^T & X \end{bmatrix} \geq 0, \quad (92)$$

Dados os conjuntos $\mathcal{E}(P, \lambda)$ e $\mathcal{L}(L_j)$, a condição $\mathcal{E}(P, \lambda) \subset \mathcal{L}(L_j)$ é assegurada se (92) for satisfeita para todo $j \in K_r$, $l \in K_{n_u}$, sendo $X = P^{-1}$ e $N_{j(l)} = L_{j(l)}X$.

Através das Definições 3 a 5 e dos Lemas 1 e 2 apresentaram-se a região de operação do sistema, o elipsoide e a região de saturação, além disto, estabeleceram-se as condições necessárias para $\mathcal{E}(P, \lambda) \subset \chi$ e $\mathcal{E}(P, \lambda) \subset \mathcal{L}(L_j)$.

Com o intuito de desenvolver o controlador chaveado que garanta a estabilidade do sistema, com taxa de decaimento selecionada, apresenta-se a Definição 6 que é um importante resultado para o restante do trabalho.

Definição 6 (CAO; LIN, 2003). *Seja $\mathcal{F}$ um conjunto composto por matrizes diagonais $F_q \in R^{n_u \times n_u}$, $q \in K_{2^{n_u}} = \{1, \dots, 2^{n_u}\}$, cujos elementos das diagonais são 0 ou 1. Assim sendo, por exemplo para $n_u = 2$, obtém-se (93):*

$$\mathcal{F} = \left\{ F_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, F_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, F_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, F_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right\}, \quad (93)$$

em que, para todo $q \in K_{2^{n_u}}$, F_q^- denota o elemento de $\mathcal{F}$ associado com F_q , tal que $F_q^- = I - F_q$.

Assim sendo, a partir das definições anteriores é possível analisar a estabilidade do sistema através do Teorema 7.

Teorema 7 (ALVES *et al.*, 2016^b). *Considerando o sistema (84) e (85), e uma região de operação $\hat{x}(t) \in \chi$, $t \geq 0$ dada em (87), na qual $n_p \in R^{n_u}$, $\emptyset \in R^p$ e $\mathcal{R} \in R^{p \times n_x}$ são conhecidos. Assume-se a existência de matriz simétrica positiva definida $X \in R^{n_x \times n_x}$, as matrizes simétricas $Z_i, Q_j \in R^{n_x \times n_x}$, as matrizes $M_j, N_j \in R^{n_u \times n_x}$, com i e $j \in K_r$ e um escalar $\beta > 0$, correspondente a taxa de decaimento, define-se (94):*

$$\begin{aligned} \hat{B}_i [-F_q M_j + F_q^- N_j] + [-F_q M_j + F_q^- N_j]^T \hat{B}_i^T - Z_i - Q_j &\leq 0, \\ X \hat{A}_i^T + \hat{A}_i X + Z_i + Q_i + 2\beta X &< 0, \\ \begin{bmatrix} \phi_h^2 \lambda^{-1} & R_{(h)} X \\ X R_{(h)}^T & X \end{bmatrix} &\geq 0, \\ \begin{bmatrix} \rho_l^2 \lambda^{-1} & N_{j(l)} \\ N_{j(l)}^T & X \end{bmatrix} &\geq 0, \end{aligned} \quad (94)$$

para todo $i, j \in K_r$, $q \in K_{2^{n_u}}$, $h \in K_{n_p}$, $l \in K_{n_u}$, $F_q \in \mathcal{F}$, $F_q^- = I - F_q$, $F_q^- \in \mathcal{F}$, $R \in R^{p \times n_x}$, $\emptyset \in R^p$, $\lambda > 0$, o ponto de equilíbrio $x = 0$ de (84) e (85) seja localmente

assintoticamente estável com taxa de decaimento maior ou igual a β , $\beta \geq 0$, $\rho \in R^{n_u}$, $N_{j(l)} = L_{j(l)}X$ e $\mathcal{L}(L_j) \in R^{n_u \times n_x}$. As LMIs (94) sendo factíveis garantem que $(\mathcal{E}(P, \lambda) \subset \chi)$ e $(\mathcal{E}(P, \lambda) \subset \mathcal{L}(L_j))$ com a lei de controle chaveada (86), sendo que $P = X^{-1}$, $\bar{Q}_i = X^{-1} Q_i X^{-1}$ e os ganhos dos controladores serão iguais a $K_j = M_j X^{-1}$.

Prova: Adotando como candidata a função de Lyapunov $V(\hat{x}(t)) = \hat{x}(t)^T P \hat{x}(t)$, $P = P^T \in R^{n_x \times n_x}$, $P > 0$, para o sistema (84) e (85) com a lei de controle chaveada (86), obtêm-se (95):

$$\dot{V}(\hat{x}(t)) = \hat{\hat{x}}(t)^T P \hat{x}(t) + \hat{x}(t)^T P \hat{\hat{x}}(t), \quad (95)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}(\hat{x}(t)) = & \hat{x}(t)^T [\hat{A}(\alpha)^T P + P \hat{A}(\alpha)] \hat{x}(t) + \text{sat}(-K_\sigma \hat{x}(t))^T \hat{B}(\alpha)^T P \hat{x}(t) \\ & + \hat{x}(t)^T P \hat{B}(\alpha) \text{sat}(-K_\sigma \hat{x}(t)). \end{aligned} \quad (96)$$

Considerando $\hat{x}(t) \in \mathcal{L}(L_j)$, definido em (90), para qualquer $j \in K_r$, então $\hat{x}(t) \in \mathcal{L}(L_\sigma)$ e $\text{sat}(-K_\sigma \hat{x}(t))$, segundo Cao e Lin (2003), podem ser descritos pela combinação convexa (97):

$$\text{sat}(-K_\sigma \hat{x}(t)) = \sum_{q=1}^{2^{n_u}} \delta_q [F_q(-K_\sigma \hat{x}(t)) + F_q^-(L_\sigma \hat{x}(t))], \quad (97)$$

sendo $\sigma \in K_r$, $F_q \in \mathcal{F}$, $F_q^- \in \mathcal{F}$, $\delta_q \geq 0$ e $\sum_{q=1}^{2^{n_u}} \delta_q = 1$. Portanto,

$$\begin{aligned} \dot{V}(\hat{x}(t)) = & \hat{x}(t)^T [\hat{A}(\alpha)^T P + P \hat{A}(\alpha)] \hat{x}(t) \\ & + \left\{ \sum_{q=1}^{2^{n_u}} \delta_q [F_q(-K_\sigma \hat{x}(t)) + F_q^-(L_\sigma \hat{x}(t))] \right\}^T \hat{B}(\alpha)^T P \hat{x}(t) \\ & + \hat{x}(t)^T P \hat{B}(\alpha) \left\{ \sum_{q=1}^{2^{n_u}} \delta_q [F_q(-K_\sigma \hat{x}(t)) + F_q^-(L_\sigma \hat{x}(t))] \right\}. \end{aligned} \quad (98)$$

De (94), existem matrizes simétricas $\bar{Z}_i$ e $\bar{Q}_j$ que satisfazem (99):

$$P\hat{B}_i[-F_q K_j + F_q^- L_j] + [-F_q K_j + F_q^- L_j]^T \hat{B}_i^T P \leq \bar{Z}_i + \bar{Q}_j, \quad (99)$$

para todo $i \in K_r$, $F_q \in \mathcal{F}$ e $F_q^- \in \mathcal{F}$. Então considerando a mudança de variáveis, $j = \sigma$:

$$[-F_q K_\sigma + F_q^- L_\sigma]^T \hat{B}_i^T P + P\hat{B}_i[-F_q K_\sigma + F_q^- L_\sigma] \leq \bar{Z}_i + \bar{Q}_\sigma, \quad (100)$$

para todo $i \in K_r$, $F_q \in \mathcal{F}$ e $F_q^- \in \mathcal{F}$.

Efetuada a multiplicação de (100) por α_i , em que $\alpha_i \geq 0$, $\sum_{i=1}^r \alpha_i = 1$, somando $i = 1$ até r e multiplicando o resultado λ_q , $\lambda_q \geq 0$, $\sum_{q=1}^{2^{n_u}} \lambda_q = 1$, e somando $q = 1$ até 2^{n_u} e considerando (101):

$$\begin{aligned} \hat{A}(\alpha) &= \sum_{i=1}^r \alpha_i \hat{A}_i, \hat{A}_i \in R^{n_x \times n_x}, \hat{B}(\alpha) = \sum_{i=1}^r \alpha_i \hat{B}_i, \hat{B}_i \in R^{n_u \times n_x}, \\ \alpha_i &\geq 0, \sum_{i=1}^r \alpha_i = 1, \alpha = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r]^T, \quad i \in K_r. \end{aligned} \quad (101)$$

desenvolvendo a substituição, obtêm-se (102):

$$\sum_{q=1}^{2^{n_u}} \lambda_q \left\{ [-F_q K_\sigma + F_q^- L_\sigma]^T \hat{B}(\alpha)^T P + P\hat{B}(\alpha)[-F_q K_\sigma + F_q^- L_\sigma] \right\} \leq \bar{Z}(\alpha) + \bar{Q}_\sigma, \quad (102)$$

sendo $\bar{Z}(\alpha) = \sum_{i=1}^r \alpha_i \bar{Z}_i$.

A partir da lei de controle (86) têm-se (103):

$$\hat{x}(t)^T \bar{Q}_\sigma \hat{x}(t) = \min_{j \in K_r} \{ \hat{x}(t)^T \bar{Q}_j \hat{x}(t) \} \leq \sum_{i=1}^r \alpha_i \hat{x}(t)^T \bar{Q}_j \hat{x}(t) = \hat{x}(t)^T \bar{Q}(\alpha) \hat{x}(t). \quad (103)$$

Portanto, de (102) e (98), obtêm-se (104):

$$\dot{V}(\hat{x}(t)) \leq \hat{x}(t)^T [\hat{A}(\alpha)^T P + P\hat{A}(\alpha) + \bar{Z}(\alpha) + \bar{Q}(\alpha)] \hat{x}(t). \quad (104)$$

Para que a taxa de decaimento seja maior ou igual β é suficiente que $\dot{V}(\hat{x}(t)) \leq -2\beta V(\hat{x}(t))$. Consequentemente, obtêm-se (105):

$$\hat{A}_i^T P + P \hat{A}_i + \bar{Z}_i + \bar{Q}_i + 2\beta P < 0. \quad (105)$$

Por fim, pre e pos multiplicando (99) e (105) por P^{-1} , e efetuando as mudanças de variáveis $X = P^{-1}$, $G_j = L_j X$, $M_j = K_j X$, $Z_i = X \bar{Z}_i X$ e $Q_i = X \bar{Q}_i X$ e considerando os Lemas 1 e 2, obtêm-se (94). $\square$

Portanto, as LMIs descritas em (94) garantem que $\mathcal{E}(P, \lambda) \subset \mathcal{L}(L_j)$ condição suficiente para (91) ser verdadeiro, $\mathcal{E}(P, \lambda) \subset \chi$, condição suficiente para que qualquer trajetória do sistema, com condição inicial pertencente ao elipsoide, esteja restrita na região de operação e com taxa de decaimento maior ou igual a β para $t > 0$. Então, como o elipsoide é um conjunto positivamente invariante (BLANCHINI, 1999) para o sistema em malha fechada, esta é uma condição suficiente para que toda trajetória iniciada com $x(0) \in \mathcal{E}(P, \lambda)$ permaneça em χ , ou seja, não deixe o conjunto $\mathcal{E}(P, \lambda) \subset \chi$.

Corolário 1 (ALVES *et al.*, 2016^b). *Considerando o sistema (84) com $\hat{B}(\alpha)$ sendo constante, $\hat{B}(\alpha) = \hat{B}$, as duas primeiras LMIs em (94) do Teorema 7 devem ser substituídas por (106), respectivamente:*

$$\begin{aligned} \hat{B}[-F_q M_j + F_q^- N_j] + [-F_q M_j + F_q^- N_j]^T \hat{B}^T - \hat{Q}_j &\leq 0, \\ X \hat{A}_i^T + \hat{A}_i X + \hat{Q}_i + 2\beta X &< 0. \end{aligned} \quad (106)$$

sendo $\hat{Q}_j \in R^{n_x \times n_x}$ para todo $j \in K_r$, sendo $\bar{Q}_i = X^{-1} \hat{Q}_i X^{-1}$.

O objetivo dos controladores é restringir o vetor de estado dentro do conjunto elipsoidal. Consequentemente, é importante que este conjunto possua o maior volume possível, possibilitando que a trajetória do vetor de estado opere em grande parte da região de operação, definida em (87). Para isto, utiliza-se a Definição 7 que possibilita expandir o volume do elipsoide.

Definição 7 (LEE *et al.*, 2015). *O conjunto elipsoidal pode ser expandido inserindo a restrição $\{x \in R^{n_x}: x^T x \leq \beta_{elip}\} \subset \mathcal{E}(P, 1)$, em que β_{elip} é uma constante positiva, através da LMI (107):*

$$\begin{bmatrix} \beta_{elip}^{-1} I & * \\ I & X \end{bmatrix} \geq 0. \quad (107)$$

Assim sendo, as definições apresentadas anteriormente, possibilitam que o controlador restrinja o vetor de estado dentro de um conjunto elipsoidal. Portanto, é importante que este conjunto possua o maior volume possível, permitindo que a trajetória do vetor de estado opere em grande parte ou no todo, dentro da região de operação (87).

Tabela 3 – Vértices do politopo.

Elementos dos vértices	Vértice 1	Vértice 2	Vértice 3	Vértice 4	Vértice 5	Vértice 6	Vértice 7	Vértice 8
a_{11}	-220,70	-137,78	-220,70	-137,78	-286,15	-203,22	-286,15	-203,22
a_{12}	-510	-510	510	510	-510	-510	510	510
a_{13}	2442	1176	2442	1176	2442	1176	2442	1176
a_{14}	0	0	0	0	0	0	0	0
a_{15}	0	0	0	0	0	0	0	0
a_{16}	0	0	0	0	0	0	0	0
a_{21}	510	510	-510	-510	510	510	-510	-510
a_{22}	-60,77	-60,77	-60,77	-60,77	-126,22	-126,22	-126,22	-126,22
a_{23}	110793	53344	-110793	-53344	110793	53344	-110793	-53344
a_{24}	0	0	0	0	0	0	0	0
a_{25}	0	0	0	0	0	0	0	0
a_{26}	0	0	0	0	0	0	0	0
a_{31}	1,13	0,54	1,13	0,54	1,13	0,54	1,13	0,54
a_{32}	0	0	0	0	0	0	0	0
a_{33}	-17,29	-8,32	-17,29	-8,32	-17,29	-8,32	-17,29	-8,32
a_{34}	0	0	0	0	0	0	0	0
a_{35}	0	0	0	0	0	0	0	0
a_{36}	0	0	0	0	0	0	0	0
a_{41}	0	0	0	0	0	0	0	0
a_{42}	59,61	59,61	59,61	59,61	59,61	59,61	59,61	59,61
a_{43}	0	0	0	0	0	0	0	0
a_{44}	-1,11	-1,11	-1,11	-1,11	-1,11	-1,11	-1,11	-1,11
a_{45}	0	0	0	0	0	0	0	0
a_{46}	0	0	0	0	0	0	0	0
a_{51}	0	0	0	0	0	0	0	0
a_{52}	0	0	0	0	0	0	0	0
a_{53}	1	1	1	1	1	1	1	1
a_{54}	0	0	0	0	0	0	0	0
a_{55}	0	0	0	0	0	0	0	0
a_{56}	0	0	0	0	0	0	0	0
a_{61}	0	0	0	0	0	0	0	0
a_{62}	0	0	0	0	0	0	0	0
a_{63}	0	0	0	0	0	0	0	0
a_{64}	1	1	1	1	1	1	1	1
a_{65}	0	0	0	0	0	0	0	0
a_{66}	0	0	0	0	0	0	0	0

Fonte: Elaboração do próprio autor.

A partir da teoria de controle analisada no decorrer deste capítulo, foi projetado o sistema de controle considerando três incertezas e/ou falhas no MIT, sendo, variação na velocidade elétrica do estator, na constante de tempo do rotor e variação na resistência do estator ($\omega_{emin} = -510 \text{ rad/s}$, $\omega_{emax} = 510 \text{ rad/s}$, $\tau_{rmin} = 0,65 \cdot \tau_r$, $\tau_{rmax} = 1,35 \cdot \tau_r$, $R_{smin} = 0,5 \cdot R_s$ e $R_{smax} = 1,5 \cdot R_s$). Os modelos locais foram apresentados na Tabela 3.

Conforme abordado no capítulo anterior, a porcentagem de incerteza de 70% na constante de tempo do rotor e de 100% na resistência do estator foi estabelecida visando obter um sistema susceptível a problemas e que interfira abruptamente no sistema, pois, conforme análises da literatura, variações paramétricas e falhas podem acarretar instabilidade do sistema.

O projeto foi desenvolvido com as LMIs (94) e (106), descritos no Teorema 7 e Corolário 1, utilizando o *software* Matlab/Simulink, juntamente com os *toolboxes*, Yalmip e Sedumi. Os ganhos do controlador, a matriz simétrica P e $\bar{Q}_i$ são apresentadas em (108), (109) e (110).

Além dos parâmetros apresentados, o projeto dos controladores utilizou os seguintes dados para o cálculo dos controladores: $\emptyset = [12 \ 12 \ 1 \ 510]^T$, $\rho = [260 \ 260]^T$, $\beta = 4$ e as condições iniciais $[0,1 \ 0,1 \ 0,001 \ 0 \ -0,1 \ -210]^T$. Observação: Os valores adotados para a taxa de decaimento e das condições iniciais foram determinadas pelo autor, sendo estas escolhas do projetista.

$$\begin{aligned}
 K_1 &= \begin{bmatrix} 79,75 & -78,91 & 1,82 \cdot 10^3 & -16,31 & 17,46 \cdot 10^3 & -63,78 \\ -10,94 & 446,65 & 635,70 & 95,96 & -1,73 \cdot 10^3 & 372,50 \end{bmatrix}, \\
 K_2 &= \begin{bmatrix} 29,55 & 12,89 & 712,05 & 3,46 & 6,71 \cdot 10^3 & 13,24 \\ -2,65 & 111,44 & 276,73 & 24,00 & -967,70 & 93,19 \end{bmatrix}, \\
 K_3 &= \begin{bmatrix} 44,06 & -7,67 & 1,02 \cdot 10^3 & -2,44 & 9,79 \cdot 10^3 & -9,76 \\ 3,52 & 43,49 & -557,37 & 9,40 & 1,70 \cdot 10^3 & 36,45 \end{bmatrix}, \\
 K_4 &= \begin{bmatrix} 58,94 & -4,26 & 1,36 \cdot 10^3 & -1,71 & 13,03 \cdot 10^3 & -7,03 \\ -7,65 & 85,63 & -410,21 & 18,46 & -637,72 & 71,70 \end{bmatrix}, \\
 K_5 &= \begin{bmatrix} 59,41 & 33,81 & 1,42 \cdot 10^3 & 7,90 & 13,49 \cdot 10^3 & 30,29 \\ 4,92 & 44,26 & 790,64 & 9,70 & 404,11 & 37,67 \end{bmatrix}, \\
 K_6 &= \begin{bmatrix} 16,69 & 12,24 & 436,83 & 3,33 & 4,07 \cdot 10^3 & 12,81 \\ -7,93 & 370,87 & 288,02 & 79,90 & -1,28 \cdot 10^3 & 310,11 \end{bmatrix}, \\
 K_7 &= \begin{bmatrix} 44,62 & -9,22 & 1,04 \cdot 10^3 & -2,76 & 9,98 \cdot 10^3 & -11,01 \\ -269,50 \cdot 10^{-3} & 92,95 & -605,85 & 20,14 & 1,11 \cdot 10^3 & 78,13 \end{bmatrix}, \\
 K_8 &= \begin{bmatrix} 47,69 & 12,85 & 1,11 \cdot 10^3 & 1,97 & 10,67 \cdot 10^3 & 7,35 \\ -897,98 \cdot 10^{-3} & 95,69 & -250,10 & 20,73 & 876,33 & 80,41 \end{bmatrix},
 \end{aligned} \tag{108}$$

$$P = \begin{bmatrix} 15,12 \cdot 10^{-3} & * & * & * & * & * \\ 795,46 \cdot 10^{-6} & 46,33 \cdot 10^{-3} & * & * & * & * \\ 343,11 \cdot 10^{-3} & 41,47 \cdot 10^{-3} & 26,32 & * & * & * \\ 151,34 \cdot 10^{-6} & 9,94 \cdot 10^{-3} & 6,88 \cdot 10^{-3} & 2,98 \cdot 10^{-3} & * & * \\ 3,29 & 323,08 \cdot 10^{-3} & 208,50 & 68,34 \cdot 10^{-3} & 2,18 \cdot 10^3 & * \\ 493,91 \cdot 10^{-6} & 38,58 \cdot 10^{-3} & 18,85 \cdot 10^{-3} & 12,50 \cdot 10^{-3} & 184,38 \cdot 10^{-3} & 55,38 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix}. \quad (109)$$

Com o intuito de obter uma melhor comparação dos resultados da metodologia de controle utilizada, as análises desenvolvidas também foram feitas utilizando os controladores apresentados no trabalho de Chang *et al.* (2005).

Deve-se atentar que no trabalho de Chang *et al.* (2005) foram apresentados dois controladores: um robusto, considerando região de estabilidade, sendo este dado em (111) e o outro, com desempenho H_∞ (112). Em ambos controladores foram consideradas a saturação no sinal de controle e a incerteza na velocidade elétrica do estator.

$$\begin{aligned} \bar{Q}_1 &= \begin{bmatrix} 273,93 \cdot 10^{-3} & * & * & * & * & * \\ 14,09 & 175,36 & * & * & * & * \\ -166,27 & -4,09 \cdot 10^3 & -11,45 \cdot 10^3 & * & * & * \\ 1,42 & 37,03 & -915,30 & 7,83 & * & * \\ -443,21 & 9,32 \cdot 10^3 & -54,08 \cdot 10^3 & 1,65 \cdot 10^3 & -131,70 \cdot 10^3 & * \\ 5,56 & 143,46 & -3,55 \cdot 10^3 & 30,35 & 6,41 \cdot 10^3 & 117,69 \end{bmatrix}, \\ \bar{Q}_2 &= \begin{bmatrix} 70,87 & * & * & * & * & * \\ -17,53 & 58,59 & * & * & * & * \\ 1,46 \cdot 10^3 & -2,28 \cdot 10^3 & 28,21 \cdot 10^3 & * & * & * \\ -5,46 & 11,98 & -530,10 & 2,45 & * & * \\ 14,76 \cdot 10^3 & 1,58 \cdot 10^3 & 301,70 \cdot 10^3 & -30,50 & 3,12 \cdot 10^6 & * \\ -21,60 & 46,38 & -2,06 \cdot 10^3 & 9,53 & -202,61 \cdot 10^3 & 36,99 \end{bmatrix}, \\ \bar{Q}_3 &= \begin{bmatrix} 17,09 & * & * & * & * & * \\ 11,25 & 127,02 & * & * & * & * \\ 373,63 & 4,86 \cdot 10^3 & 13,52 \cdot 10^3 & * & * & * \\ 4,08 & 26,89 & 1,08 \cdot 10^3 & 5,69 & * & * \\ 3,04 \cdot 10^3 & -2,58 \cdot 10^3 & 83,02 \cdot 10^3 & -191,83 & 516,23 \cdot 10^3 & * \\ 15,79 & 104,40 & 4,19 \cdot 10^3 & 22,11 & -757,74 & 85,87 \end{bmatrix}, \\ \bar{Q}_4 &= \begin{bmatrix} 63,66 & * & * & * & * & * \\ 14,64 & -132,01 & * & * & * & * \\ 1,39 \cdot 10^3 & 2,20 \cdot 10^3 & 32,61 \cdot 10^3 & * & * & * \\ 4,75 & -28,75 & 509,95 & -6,25 & * & * \\ 13,19 \cdot 10^3 & -2,35 \cdot 10^3 & 293,45 \cdot 10^3 & -155,52 & 2,71 \cdot 10^6 & * \\ 18,10 & -111,57 & 1,97 \cdot 10^3 & -24,28 & -676,71 & -94,19 \end{bmatrix}, \\ \bar{Q}_5 &= \begin{bmatrix} 8,05 & * & * & * & * & * \\ -4,42 & 176,05 & * & * & * & * \\ -58,02 & -4,53 \cdot 10^3 & -10,55 \cdot 10^3 & * & * & * \\ -2,56 & 36,27 & -1,01 \cdot 10^3 & 7,47 & * & * \\ 691,70 & 5,18 \cdot 10^3 & -43,28 \cdot 10^3 & 756,24 & -6,92 \cdot 10^3 & * \\ -9,95 & 140,58 & -3,91 \cdot 10^3 & 28,98 & 2,94 \cdot 10^3 & 112,42 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

$$\bar{Q}_6 = \begin{bmatrix} 135,27 & * & * & * & * & * \\ 7,62 & -184,88 & * & * & * & * \\ 2,89 \cdot 10^3 & -1,84 \cdot 10^3 & 60,14 \cdot 10^3 & * & * & * \\ -160,92 \cdot 10^{-3} & -41,22 & -436,68 & -9,16 & * & * \\ 28,53 \cdot 10^3 & 6,26 \cdot 10^3 & 608,14 \cdot 10^3 & 950,54 & 6,06 \cdot 10^6 & * \\ -1,41 & -160,15 & -1,71 \cdot 10^3 & -35,58 & 3,52 \cdot 10^3 & -138,13 \end{bmatrix},$$

$$\bar{Q}_7 = \begin{bmatrix} -3,81 & * & * & * & * & * \\ 34,44 & -31,28 & * & * & * & * \\ -101,50 & 5,22 \cdot 10^3 & 2,59 \cdot 10^3 & * & * & * \\ 9,06 & -7,91 & 1,15 \cdot 10^3 & -1,95 & * & * \\ -1,61 \cdot 10^3 & 1,45 \cdot 10^3 & -23,55 \cdot 10^3 & 671,74 & -524,26 \cdot 10^3 & * \\ 35,21 & -30,68 & 4,50 \cdot 10^3 & -7,57 & 2,62 \cdot 10^3 & -29,34 \\ -2,19 & * & * & * & * & * \end{bmatrix},$$

$$\bar{Q}_8 = \begin{bmatrix} 10,37 & -368,11 & * & * & * & * \\ -105,68 & 1,97 \cdot 10^3 & -1,47 \cdot 10^3 & * & * & * \\ 3,86 & -80,18 & 460,33 & -17,45 & * & * \\ -1,25 \cdot 10^3 & -4,14 \cdot 10^3 & -35,30 \cdot 10^3 & -535,07 & -460,44 \cdot 10^3 & * \\ 15,05 & -310,95 & 1,78 \cdot 10^3 & -67,70 & -2,06 \cdot 10^3 & -262,53 \end{bmatrix},$$

$$K_{\text{chang_est}} = \begin{bmatrix} 2,4835 & 1,1819 \cdot 10^{-12} & 570,72 & 4,0072 \cdot 10^{-13} & -8524,4 & -5,5196 \cdot 10^{-3} \\ -1,203 \cdot 10^{-12} & 2,4065 & -1,2098 \cdot 10^{-10} & 0,9149 & -2,9428 \cdot 10^{-10} & -1,0274 \end{bmatrix}, \quad (111)$$

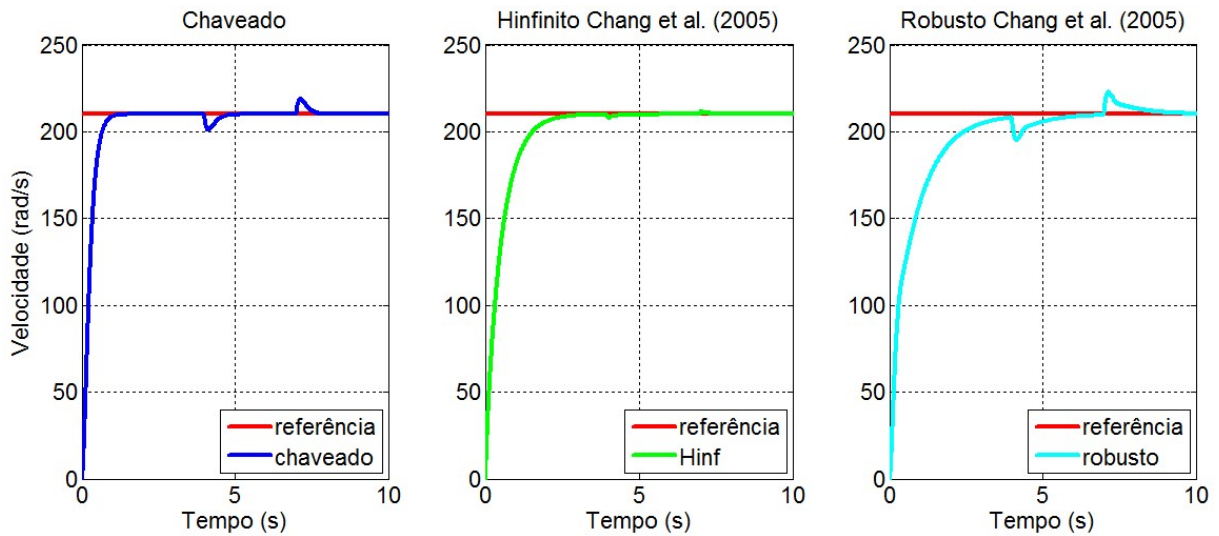
$$K_{\text{chang_}H_\infty} = \begin{bmatrix} 2,4302 & 4,7506 \cdot 10^{-13} & 591,18 & 5,319 \cdot 10^{-13} & -12244 & -1,0976 \cdot 10^{-12} \\ -7,1605 \cdot 10^{-13} & 2,9141 & -9,4046 \cdot 10^{-11} & 10,345 & 1,9203 \cdot 10^{-10} & -20,175 \end{bmatrix}. \quad (112)$$

Primeiramente, nas Figuras 28 a 56 apresentaram-se as análises desenvolvidas nas quais foram consideradas referência de velocidade constante (210, 105, 21, 2,1 rad/s), com aplicação e retirada de carga nos instantes de 4 e 7 segundos, respectivamente, sendo o tempo de simulação de dez segundos.

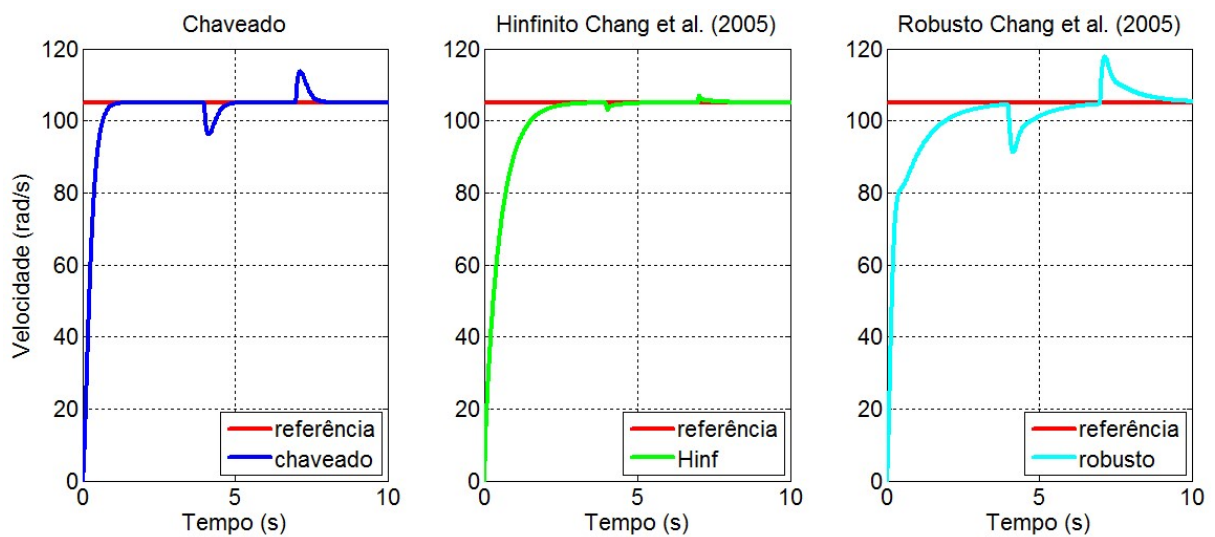
Nas Figuras 28 a 31 apresentam-se as respostas dos ganhos do controlador chaveado considerando três incertezas, à esquerda, a resposta do controlador com desempenho H_∞ (112), no meio, e a resposta do controlador robusto (111), à direita.

Através da análise das figuras constata-se que a resposta obtida para o controlador chaveado foi mais rápida que os outros controladores, sendo que este fato era esperado devido o projeto do controlador possuir maior taxa de decaimento.

Além disto, a influência nos instantes de aplicação e a retirada de carga foram menos impactantes no controlador com desempenho H_∞ , principalmente com referência de velocidade elevada, sendo este fato também esperado devido a este critério possuir boa rejeição ao distúrbio. Em baixas velocidades, ocorre uma maior influência com a aplicação de degrau de carga nominal (1 N.m).

Figura 28 – Velocidade do motor – referência 210 rad/s constante.

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 29 – Velocidade do motor – referência 105 rad/s constante.

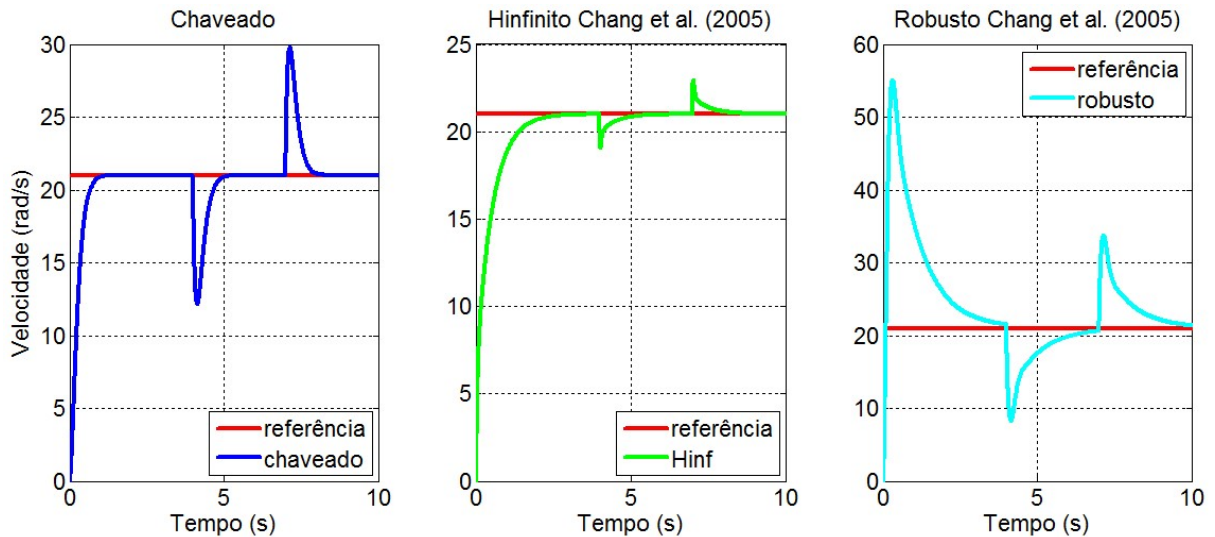
Fonte: Elaboração do próprio autor.

Um fato bem interessante, obtido nas análises foi o bom desempenho de rastreamento da referência em baixas velocidades, evidenciado com os ganhos do controlador chaveado. Este fato, já mostra um benefício para esta técnica de controle comparativa as outras. Pois, pela análise da literatura, o controle de rastreamento em baixas velocidades é muito difícil.

Além disto, deve-se ressaltar que na metodologia de controle chaveado foi considerada a incerteza na resistência do estator, este fato, impacta significativamente o rastreamento de referência em baixas velocidades e, mesmo com este fato, o desempenho obtido na análise deste controlador foi melhor.

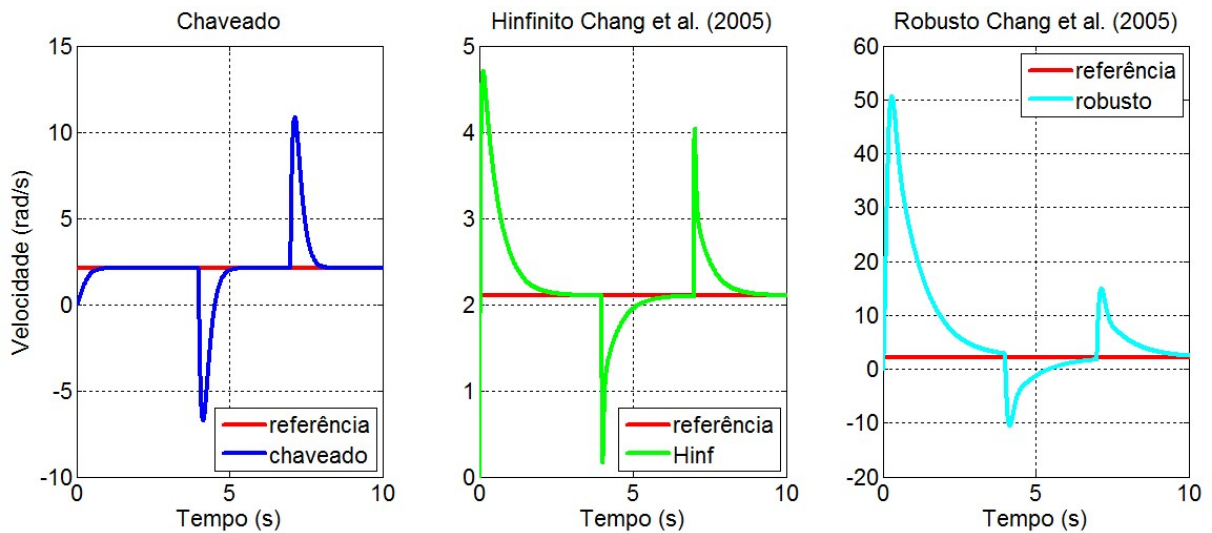
Além do rastreamento em baixas velocidades, se observa que nas outras metodologias de controle ocorreu um *overshoot* na partida, situação que não ocorreu com o controlador chaveado.

Figura 30 – Velocidade do motor – referência 21 rad/s constante.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 31 – Velocidade do motor – referência 2,1 rad/s constante.



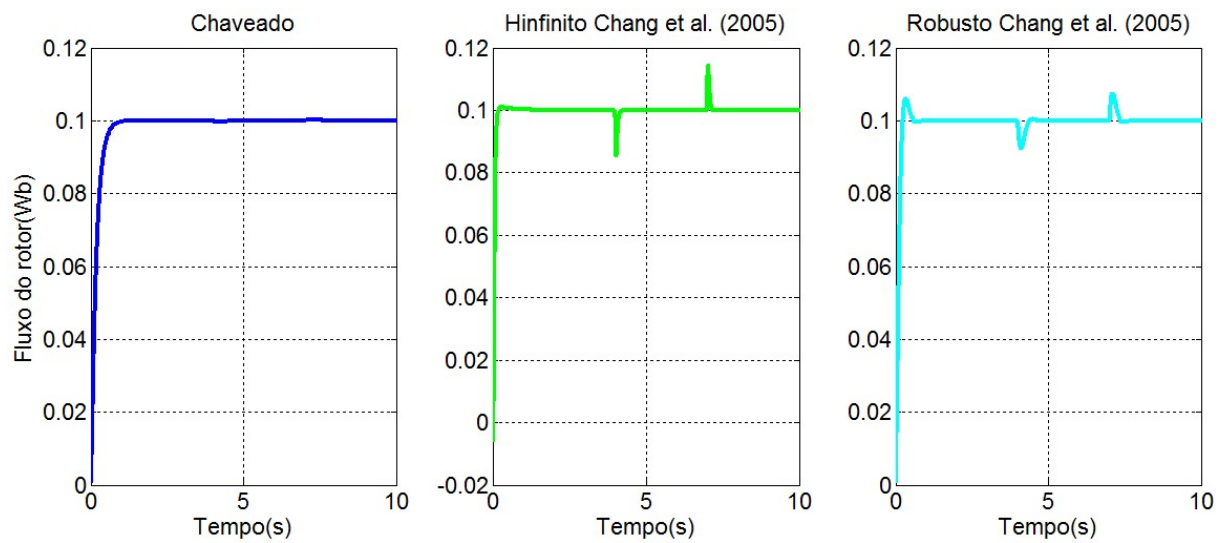
Fonte: Elaboração do próprio autor.

Em suma, observando apenas a resposta da velocidade com referência constante percebe-se grandes benefícios da técnica de controle chaveado, diante das outras topologias. Apenas, deve-se melhorar a rejeição nos instantes de aplicação de carga, como por exemplo, inserir o critério de desempenho H_∞ .

Nas Figuras 32 a 35 apresenta-se as respostas obtidas do fluxo magnético. Sendo neste considerado uma referência de 0,1 Wb.

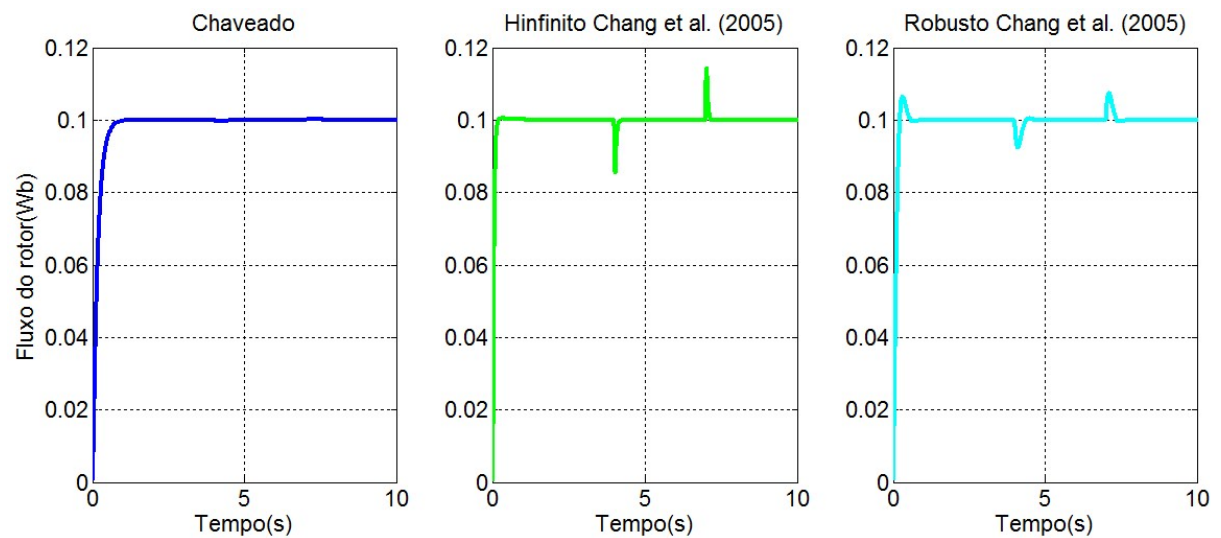
Na análise do fluxo constata-se que o controlador chaveado teve melhor desempenho que as outras técnicas, pois, no instante da partida, atingiu rapidamente a referência solicitada sem *overshoot*. Durante todo o período de análise, obteve-se ótimo rastreamento de referência, mesmo nos instantes de aplicação e retirada de carga, sua resposta foi melhor do que o controlador com desempenho H_∞ projetado no trabalho de Chang *et al.* (2005).

Figura 32 – Fluxo do motor – referência 210 rad/s constante.

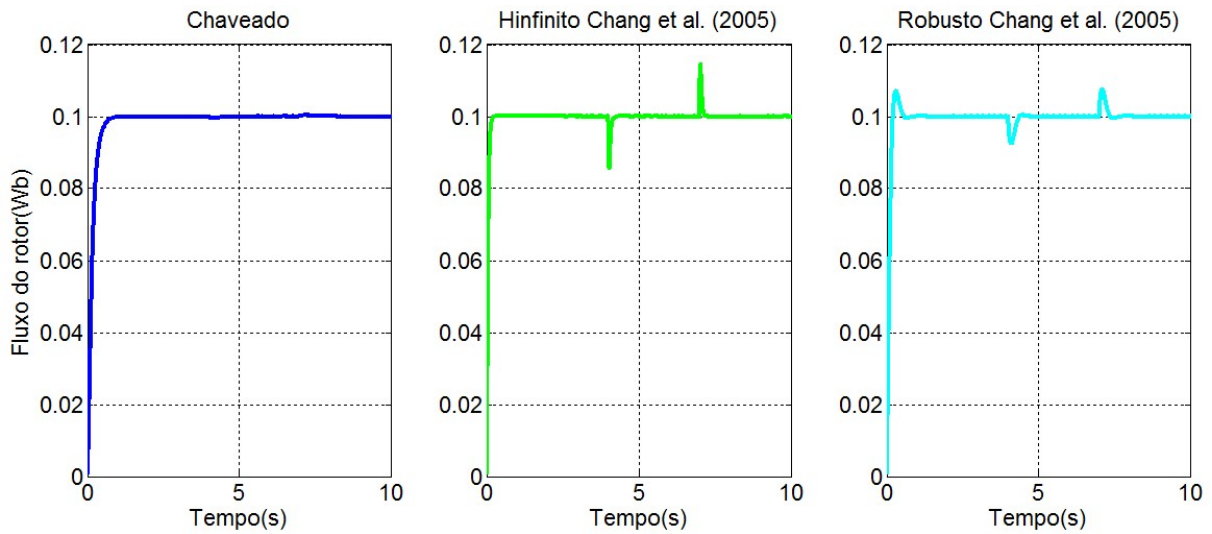


Fonte: Elaboração do próprio autor.

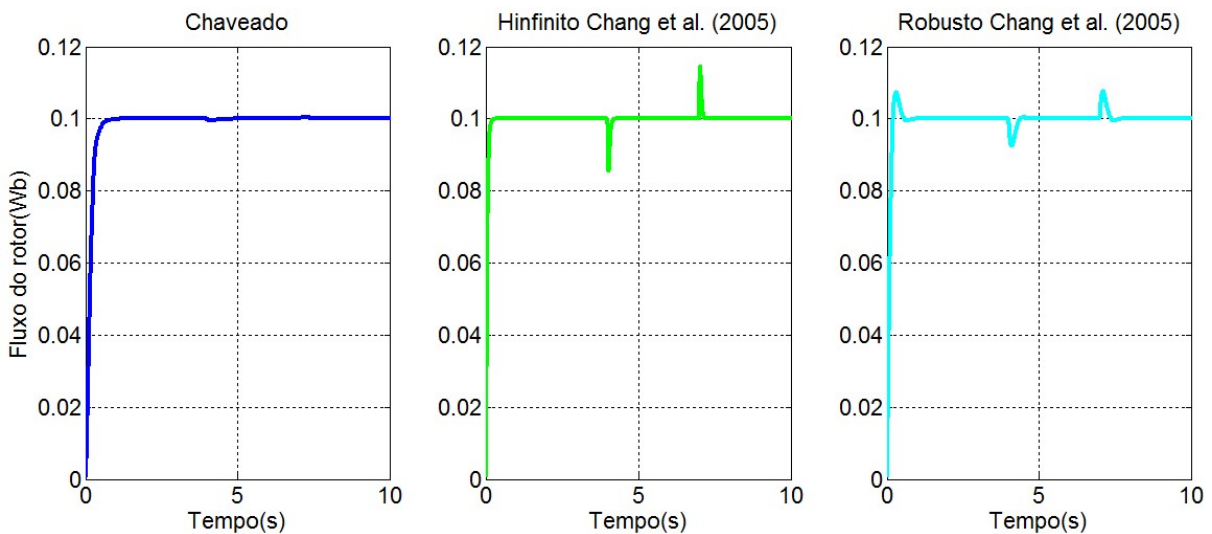
Figura 33 – Fluxo do motor – referência 105 rad/s constante.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 34 – Fluxo do motor – referência 21 rad/s constante.

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 35 – Fluxo do motor – referência 2,1 rad/s constante.

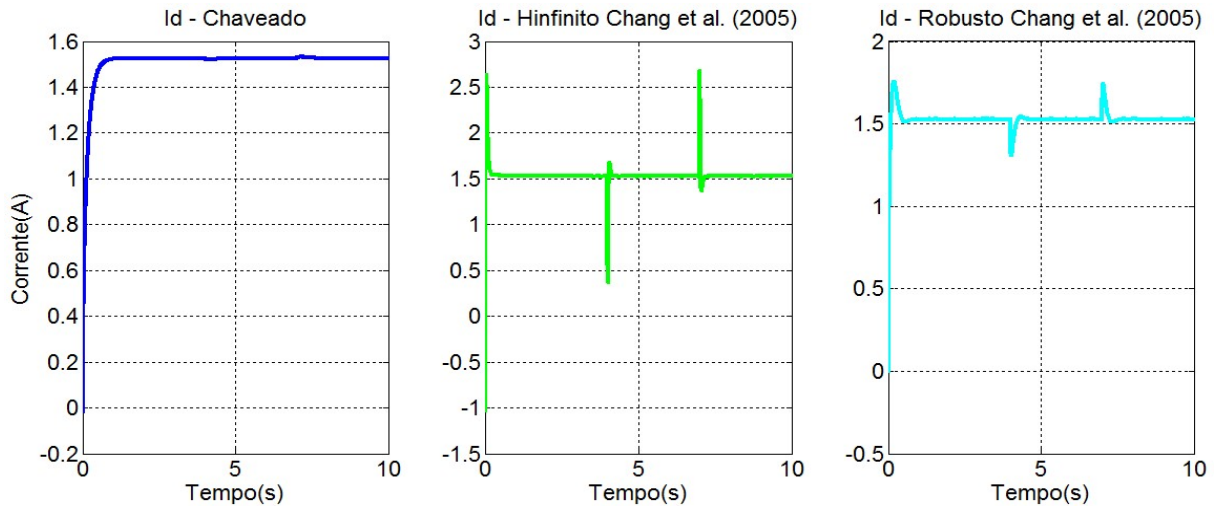
Fonte: Elaboração do próprio autor.

Esta característica é importante, pois, no projeto do controlador chaveado foi considerada a incerteza na constante de tempo do rotor, sendo que esta influencia no fluxo magnético e, mesmo assim, o desempenho do controlador chaveado foi superior as outras técnicas.

Nas Figuras 36 a 39, apresentam-se as respostas da corrente no eixo direto do rotor. Da revisão da literatura sabe-se, da teoria de controle vetorial, que a corrente do eixo direto é responsável pelo campo, ou seja, fluxo magnético. Assim sendo, como observado, o fluxo magnético teve ótimo desempenho na análise desenvolvida, consequentemente, a resposta da

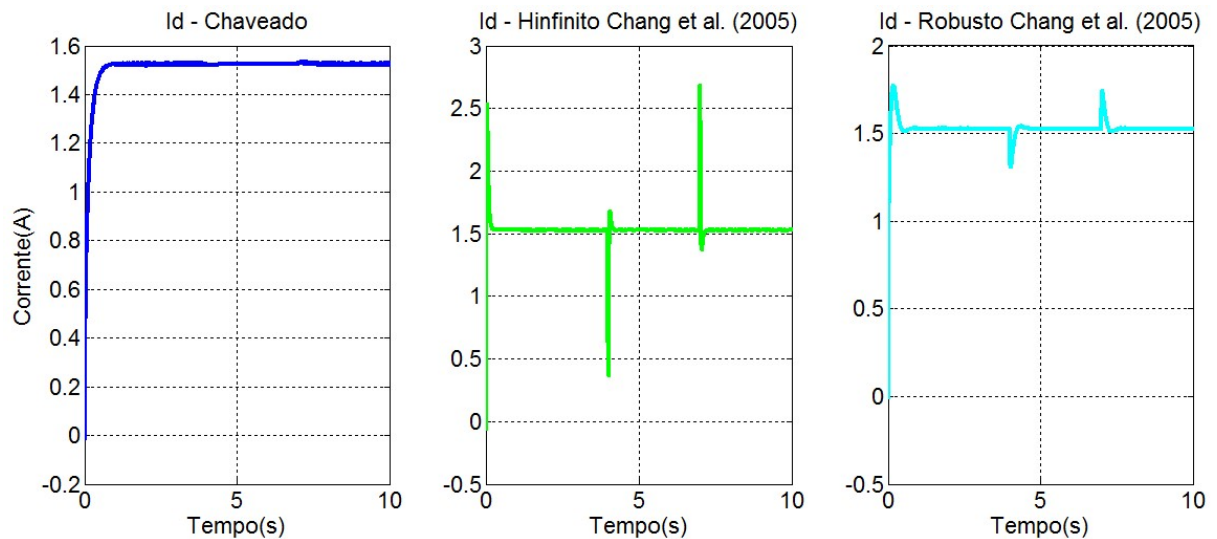
corrente do eixo direto será boa durante toda a simulação, em baixas e altas velocidades, além de possuir excelente desacoplamento, ou rejeição do torque de carga.

Figura 36 – Corrente do eixo direto do motor – referência 210 rad/s constante.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

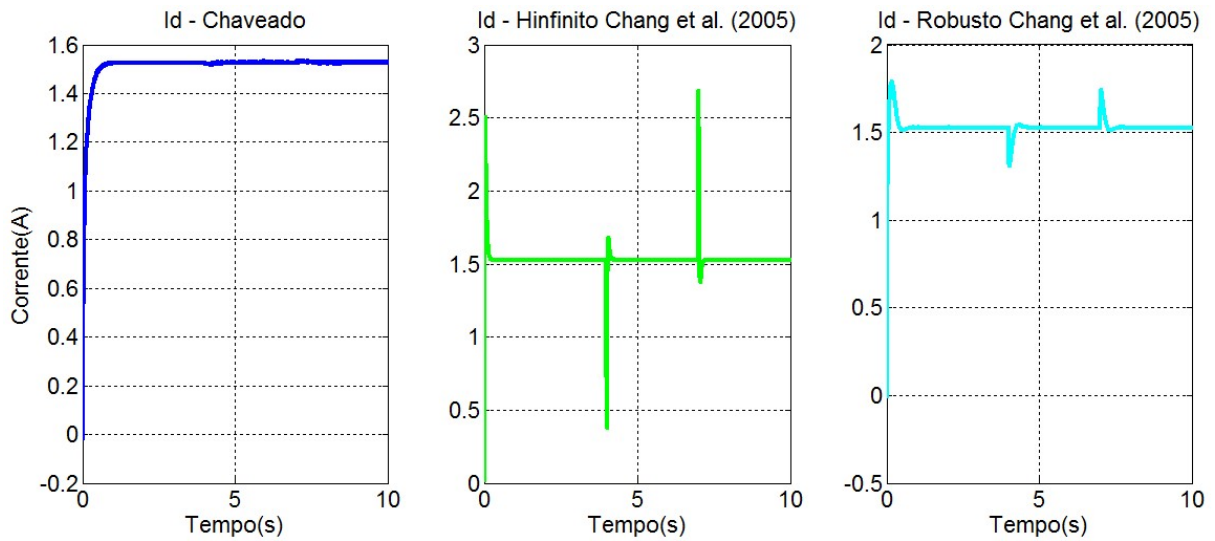
Figura 37 – Corrente do eixo direto do motor – referência 105 rad/s constante.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

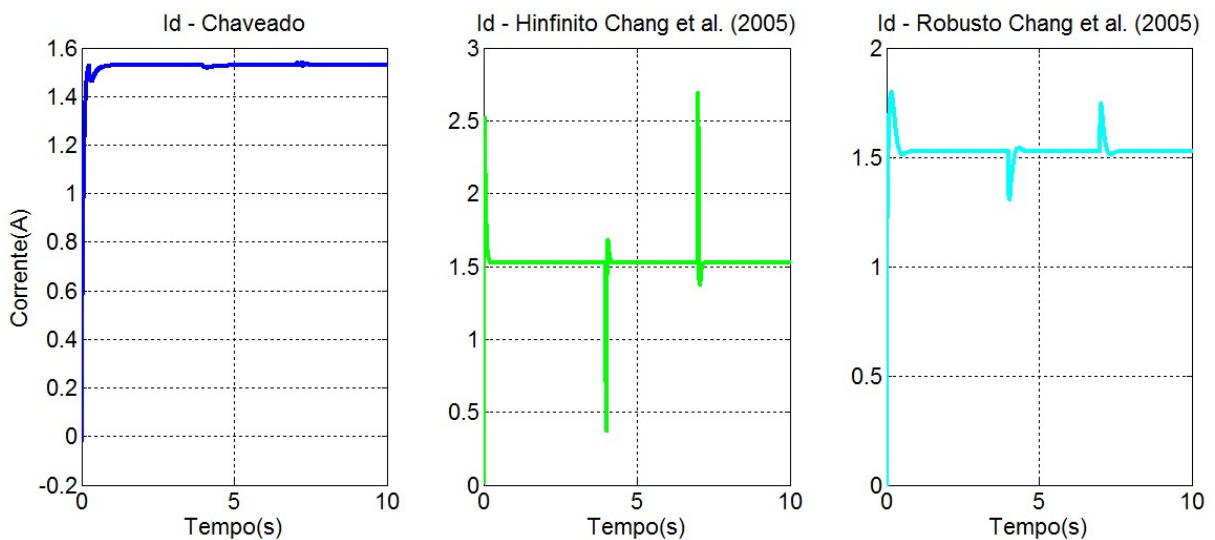
Nas Figuras 40 a 43, apresentam-se as respostas da corrente de eixo de quadratura do motor. Nelas, como era de se esperar, pela análise da literatura, se observa a influência da aplicação e retirada do degrau de carga (1 N.m) nos instantes de 4 a 7 segundos, respectivamente.

Figura 38 – Corrente do eixo direto do motor – referência 21 rad/s constante.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 39 – Corrente do eixo direto do motor – referência 2,1 rad/s constante.



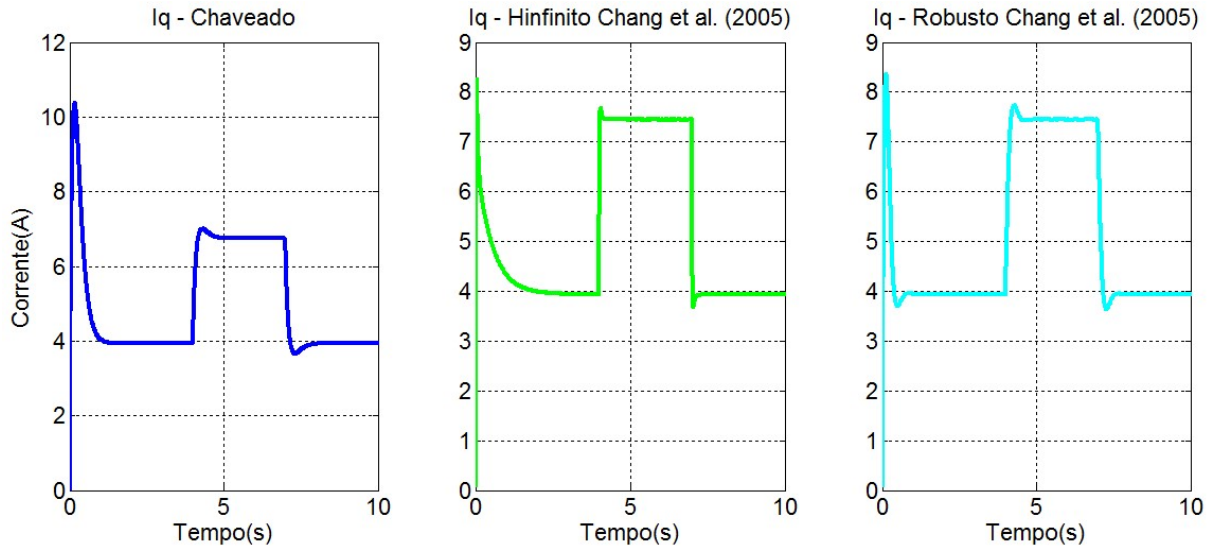
Fonte: Elaboração do próprio autor.

As respostas são similares nas três técnicas analisadas, ocorrendo leves diferenças na magnitude da corrente nos instantes de partida, aplicação e retirada de carga. Observa-se uma maior magnitude da corrente na técnica de controle chaveada comparativamente as outras topologias devido este projeto contemplar mais incertezas que os outros, como por exemplo, a incerteza na resistência do estator e na constante de tempo do rotor.

Estas incertezas impactam nos valores das correntes e tensões podendo acarretar problemas no acionamento. No projeto foi considerado 100% de incerteza na resistência do

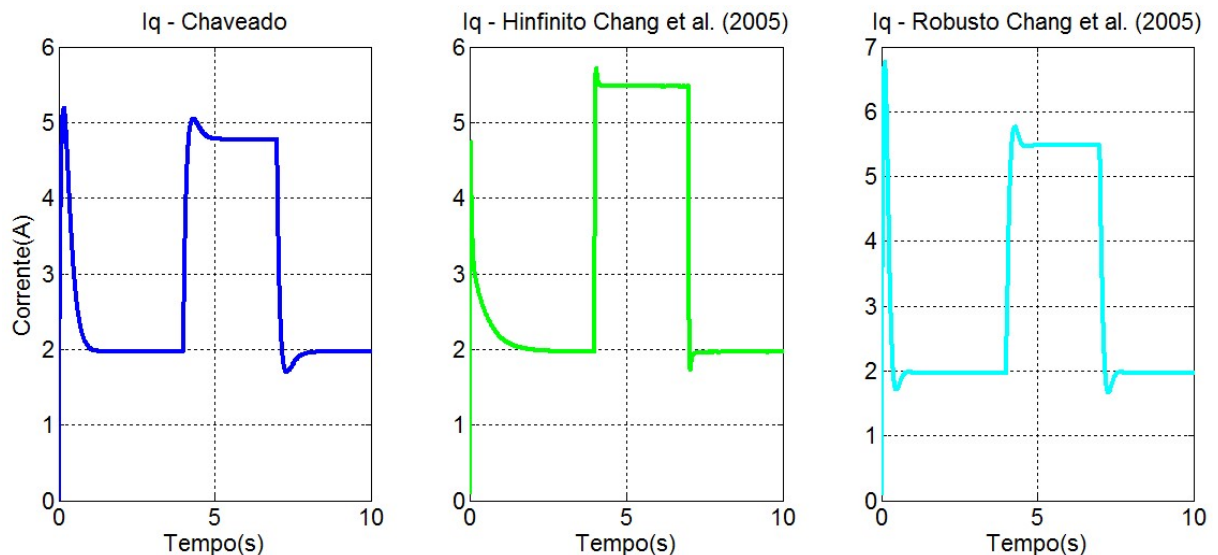
estator e 70% na constante de tempo do rotor. Assim sendo, as magnitudes de correntes e tensões tendem a ser mais elevadas, comparativamente aos outros controladores.

Figura 40 – Corrente do eixo de quadratura do motor – referência 210 rad/s constante.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 41 – Corrente do eixo de quadratura do motor – referência 105 rad/s constante.

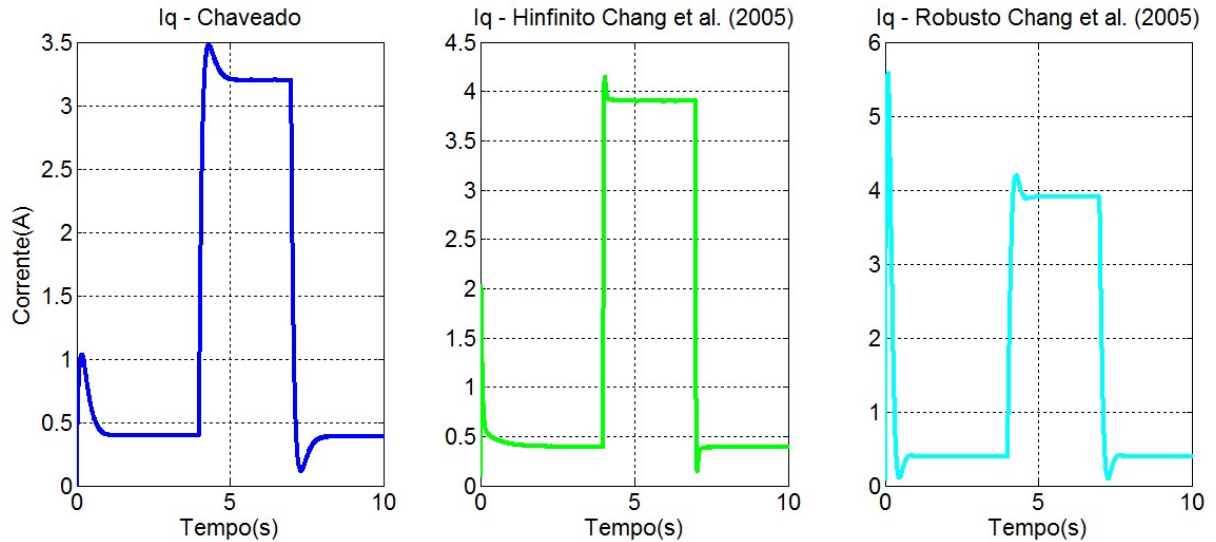


Fonte: Elaboração do próprio autor.

Pensando apenas em magnitude, este fato pode ser um inconveniente, porém, deve-se lembrar da revisão da literatura que cita a ocorrência de falhas e/ou incertezas paramétricas no MIT, como rotina. Estas influenciam no desempenho dinâmico do sistema controlado e conforme relatado anteriormente, ocasionam operações inadequadas em equipamentos e, em

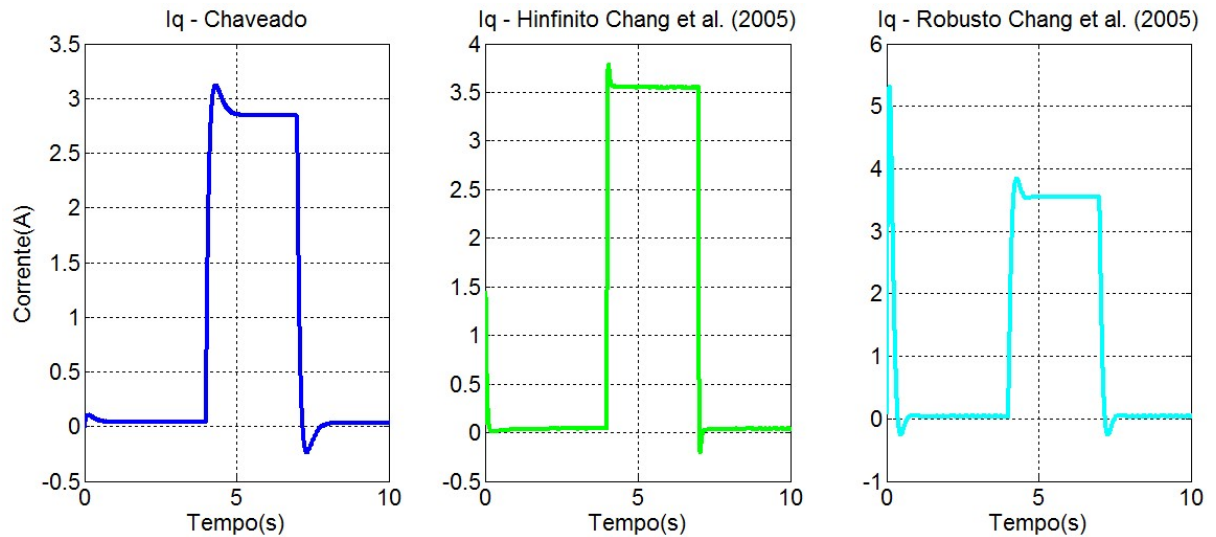
alguns casos, instabilidade, ocasionando perdas de produção, paradas de máquinas e, consequentemente, perdas financeiras.

Figura 42 – Corrente do eixo de quadratura do motor – referência 21 rad/s constante.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 43 – Corrente do eixo de quadratura do motor – referência 2,1 rad/s constante.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Devido à existência destes inconvenientes, o projeto do controlador chaveado, considerou em sua abordagem, o conceito de região de operação (87), ou seja, com ela garante-se que os valores das correntes do eixo direto e de quadratura, fluxo magnético e velocidade estarão dentro da região estabelecida.

Este conceito já é utilizado em pesquisas, porém, da análise desenvolvida na literatura, a consideração de uma região de operação para o controle de máquinas elétricas, ainda não foi abordado, sendo este trabalho inovador.

Assim sendo, conforme estabelecido no projeto, o valor máximo permitido para a corrente foi de 12 A, sendo possível observar que em nenhum instante esta magnitude foi atingida. O valor de 12 A foi estabelecido para o desenvolvimento do projeto, pois, a corrente em um acionamento com partida direta possui uma elevação de até três vezes o valor nominal do equipamento e, assim sendo, adotou-se um valor de quase duas vezes o nominal como limitante para a região de operação do MIT.

Além disto, salienta-se que caso ocorra alguma falha ou mudança paramétrica durante a operação dos controladores analisados, a técnica proposta neste trabalho garantirá um bom desempenho de controle mantendo os níveis de tensão e corrente dentro da região de operação, fato este que não acontecerá nos controladores do trabalho de Chang *et al.* (2005).

Na existência de falhas e/ou variações paramétricas, os controladores propostos em Chang *et al.* (2005) poderão controlar o sistema com um custo de sobrecorrente/sobretensão até a queima do MIT e/ou do sistema de acionamento.

Com relação a sobretensão, é possível de se evitar utilizando saturadores, conforme observado na revisão da literatura. Os projetos de controladores para as máquinas elétricas raramente consideram a saturação no sinal de controle, sendo inserido um bloco saturador. Ou seja, o sistema de controle pode exigir uma resposta elevada para o controle do conjunto, porém, isto não acontecerá devido o bloco saturador, assim sendo, pode acontecer de não ocorrer o controle do sistema devido a limitação do sinal de controle pelo bloco.

Por este motivo, a consideração da saturação no projeto de controle é primordial para a boa eficiência do acionamento. Este fato, foi preponderante para a escolha do trabalho de Chang *et al.* (2005).

Nas Figuras 44 a 47 observa-se as respostas obtidas para a tensão do eixo direto e, nas Figuras 48 a 51, as respostas da tensão do eixo em quadratura.

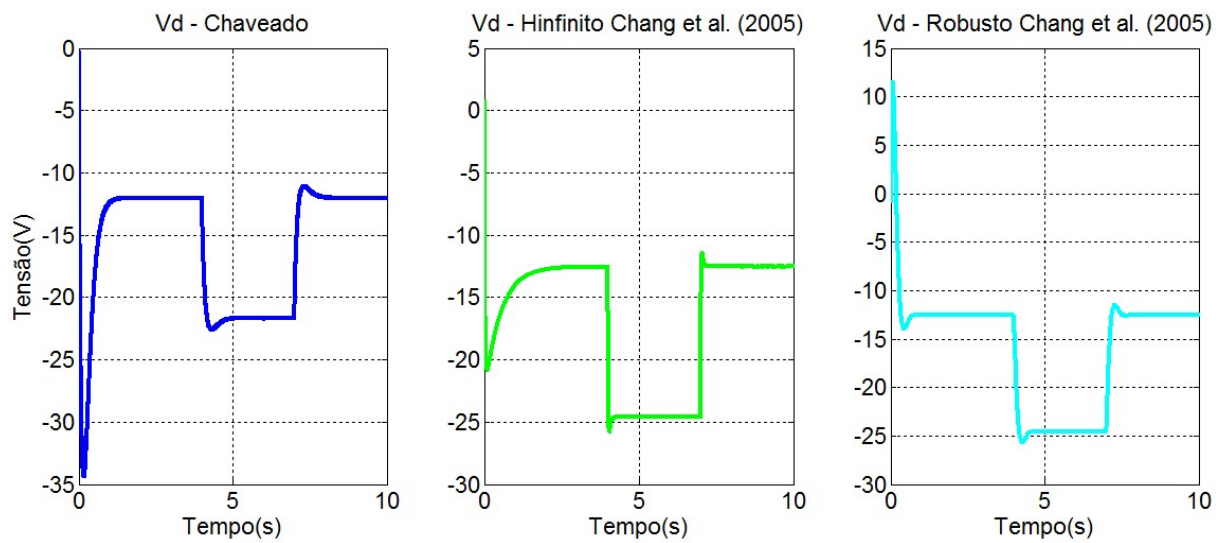
Nas respostas das tensões constata-se que em nenhum momento os valores atingiram o máximo estabelecido pelo saturador que é de 260 V. Atentar que o valor de 260 V de saturação foi o mesmo adotado no trabalho de Chang *et al.* (2005).

Verifica-se nas respostas das tensões, principalmente em velocidades menores, uma variação do valor da tensão na técnica de controle chaveado, este fato, é esperado devido aos oito possíveis ganhos de atuação do controlador projetado (108).

Nas Figuras 52 a 55, verifica-se a atuação dos controladores nas diferentes referências de velocidade estabelecidas no projeto.

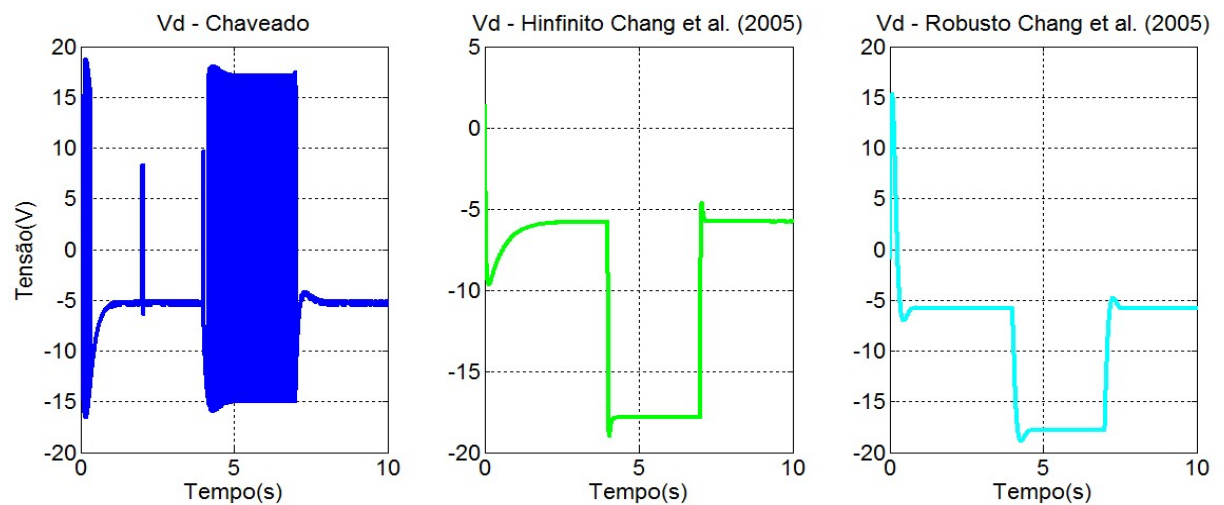
Visando uma melhor verificação da metodologia de controle apresentada neste capítulo, desenvolveu-se a análise do controlador comparativamente aos controladores projetados por Chang *et al.* (2005) considerando uma referência de velocidade variável sem nenhuma carga e, depois, com a mesma referência, considerando carga nominal aplicada no equipamento.

Figura 44 – Tensão do eixo direto do motor – referência 210 rad/s constante.



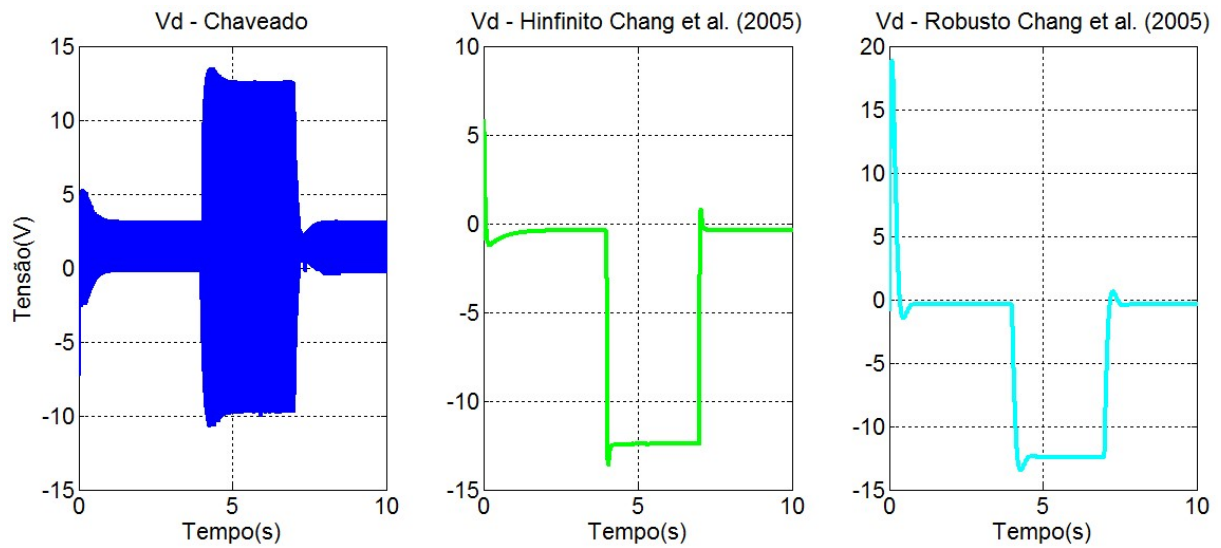
Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 45 – Tensão do eixo direto do motor – referência 105 rad/s constante.



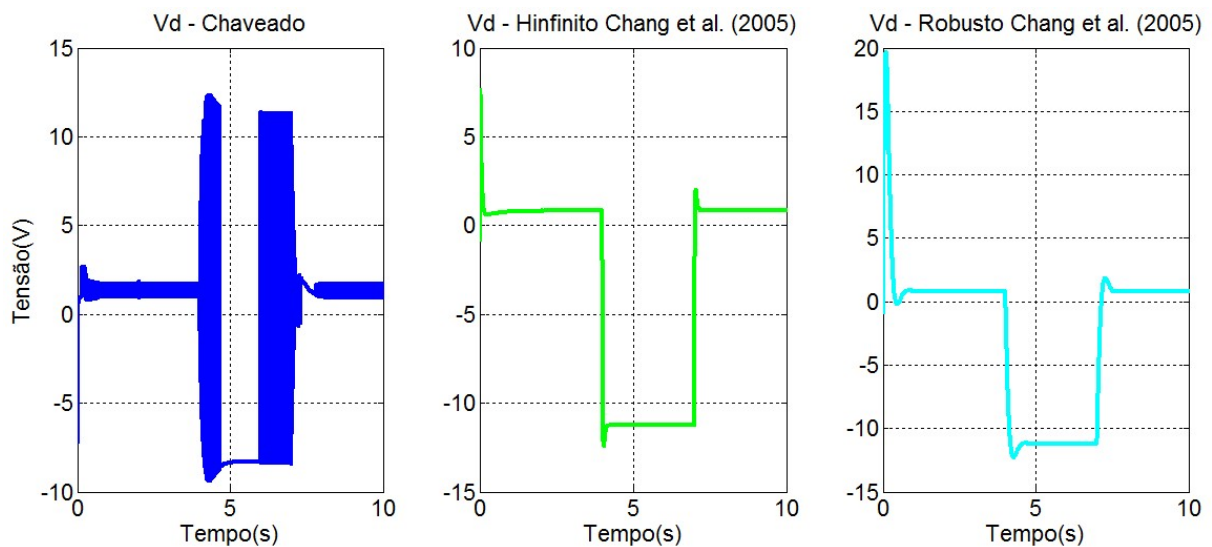
Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 46 – Tensão do eixo direto do motor – referência 21 rad/s constante.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 47 – Tensão do eixo direto do motor – referência 2,1 rad/s constante.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

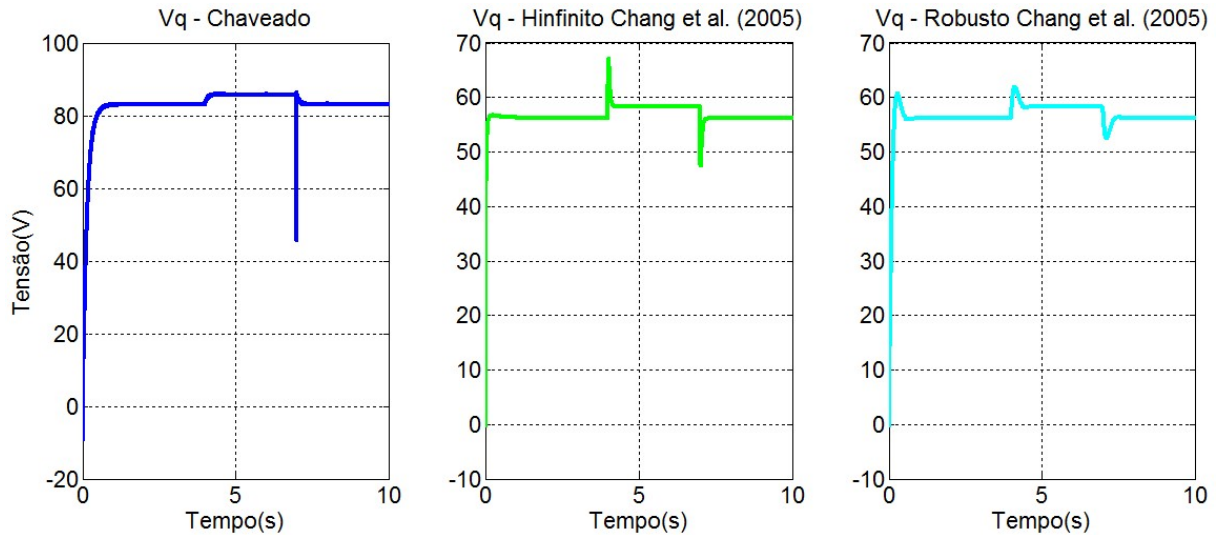
Nas Figuras 56 a 69, apresentam-se as respostas obtidas considerando referência variável de velocidade.

Nas Figuras 56 e 57 é possível observar o bom desempenho dos controladores chaveado e H_∞ no rastreamento da velocidade. Por outro lado, o controlador robusto não teve. Além disto, salienta-se que em ambas análises o comportamento obtido pelo controlador chaveado foi mais satisfatório do que o controlador com desempenho H_∞ .

Conforme observado anteriormente, o controlador chaveado teve um desempenho menos eficiente do que o controlador H_∞ , nos instantes de aplicação e retirada de carga

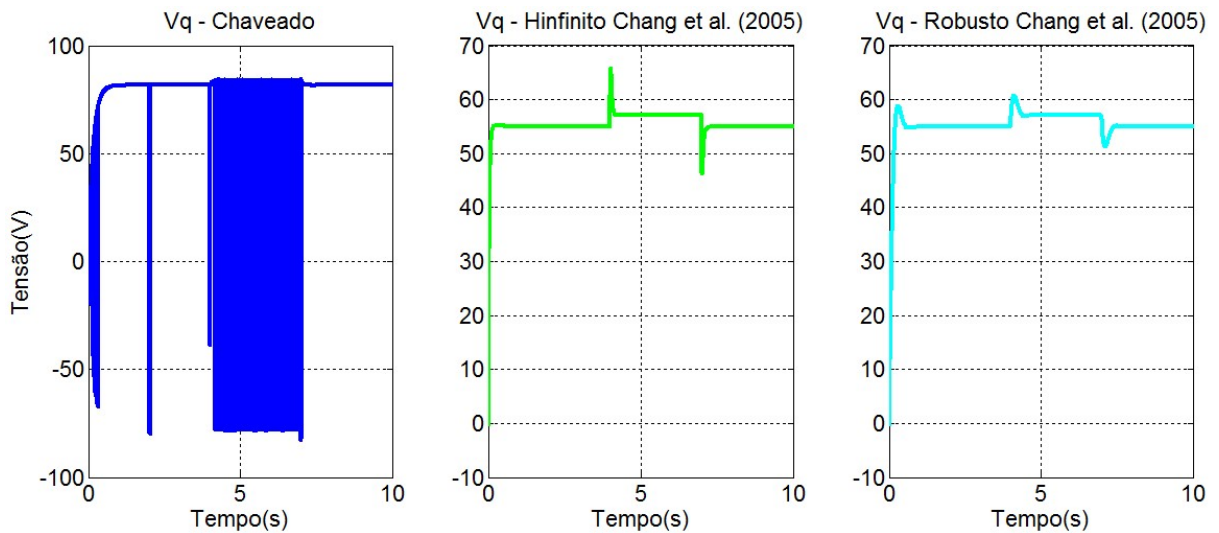
considerando uma referência fixa de velocidade, porém, salienta-se que as aplicações com este perfil são menos utilizadas.

Figura 48 – Tensão do eixo de quadratura do motor – referência 210 rad/s constante.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

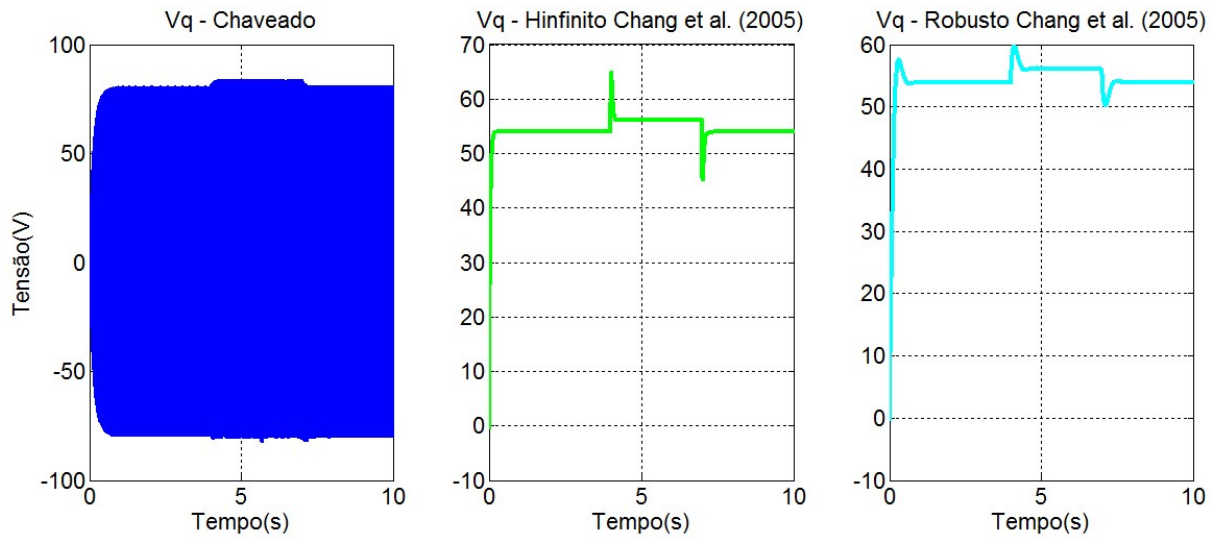
Figura 49 – Tensão do eixo de quadratura do motor – referência 105 rad/s constante.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

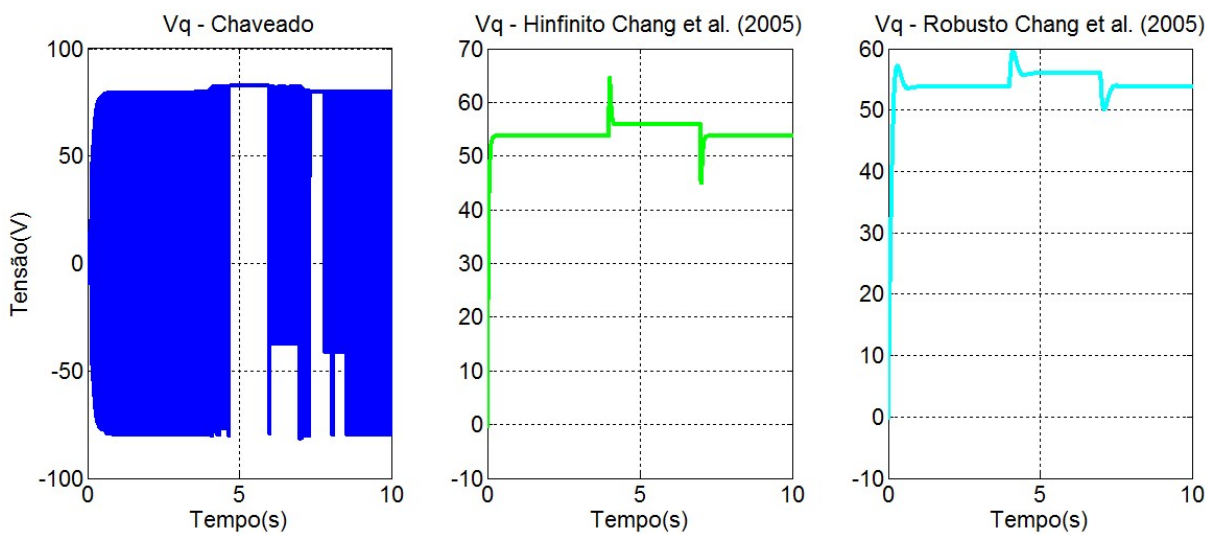
Na grande maioria das aplicações dos MITs, a referência de velocidade é variável com uma mudança gradual da carga ou torque fixo, ou seja, características iguais as apresentadas nas Figuras 56 e 57. Portanto, evidencia-se mais uma vantagem do controlador proposto neste capítulo.

Figura 50 – Tensão do eixo de quadratura do motor – referência 21 rad/s constante.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 51 – Tensão do eixo de quadratura do motor – referência 2,1 rad/s constante.

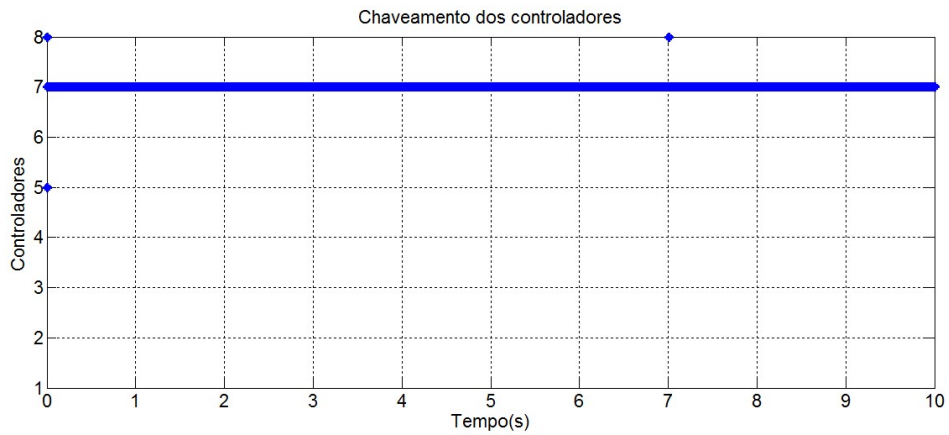


Fonte: Elaboração do próprio autor.

Na Figura 58 e 59, apresentam-se as respostas dos fluxos magnéticos para referência de velocidade variável sem e com carga aplicada, respectivamente.

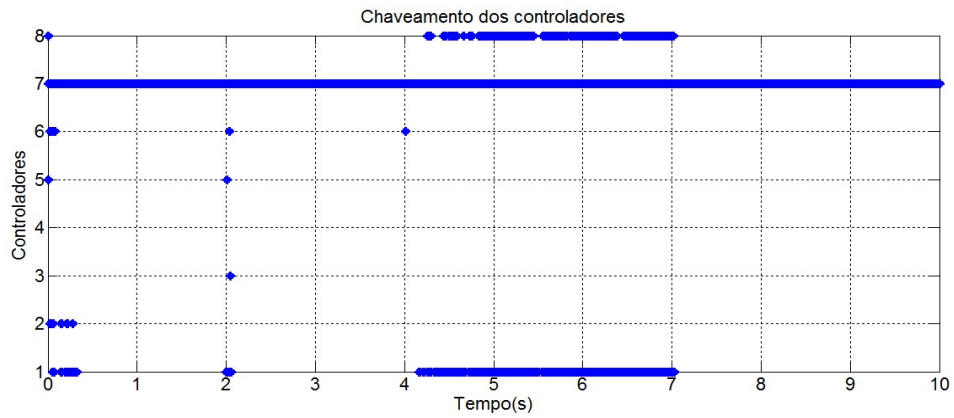
Em ambas respostas os controladores seguiram a referência fixa do fluxo magnético em 0,1 Wb tendo sutis variações nos instantes de variação de velocidade, ou seja, todos os controladores possuem desacoplamento entre torque e velocidade adequado. Deve-se atentar apenas um pequeno *overshoot* no controlador robusto no instante da partida.

Figura 52 – Atuação dos controladores – referência 210 rad/s constante.



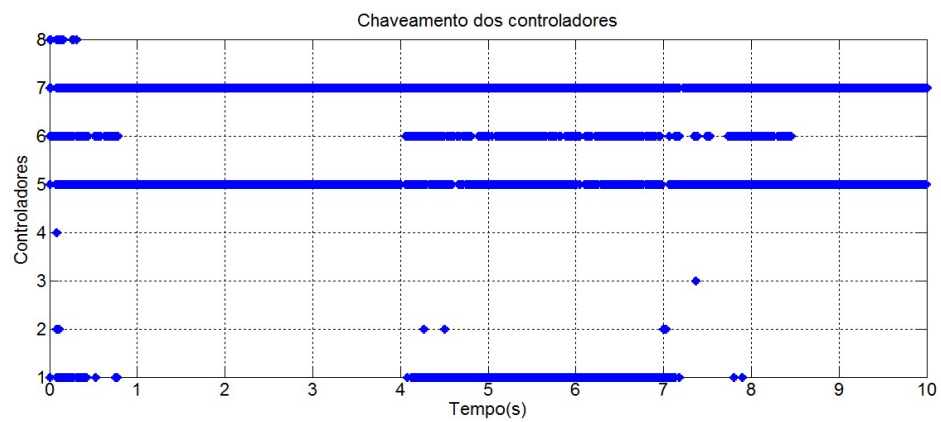
Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 53 – Atuação dos controladores – referência 105 rad/s constante.



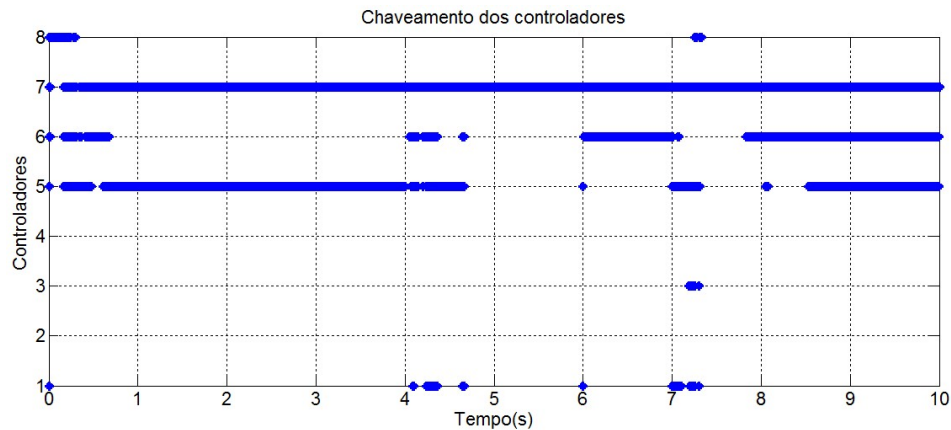
Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 54 – Atuação dos controladores – referência 21 rad/s constante.



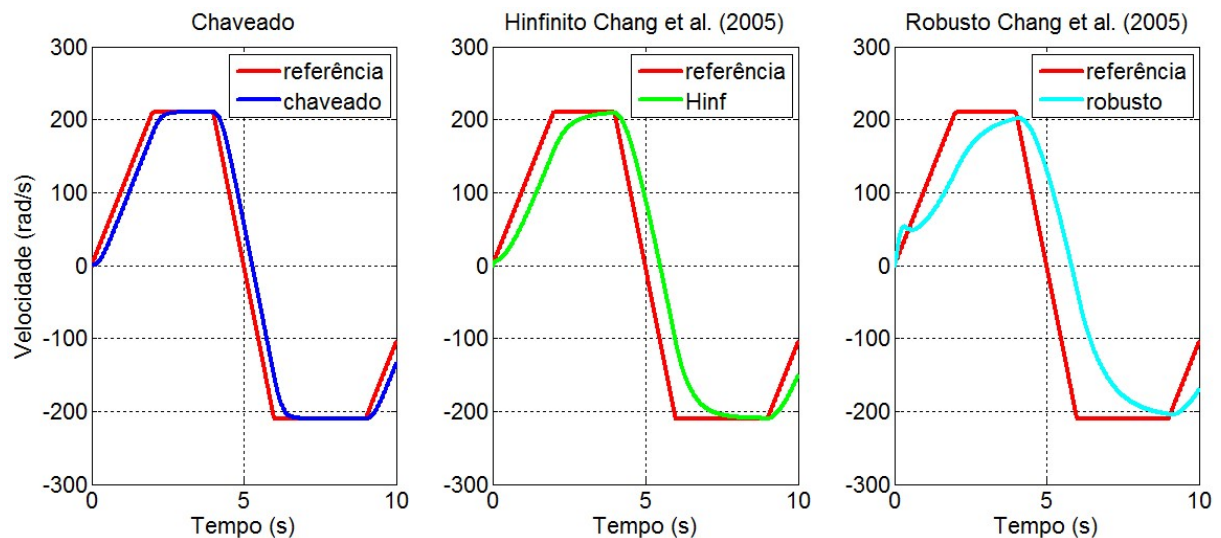
Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 55 – Atuação dos controladores – referência 2,1 rad/s constante.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

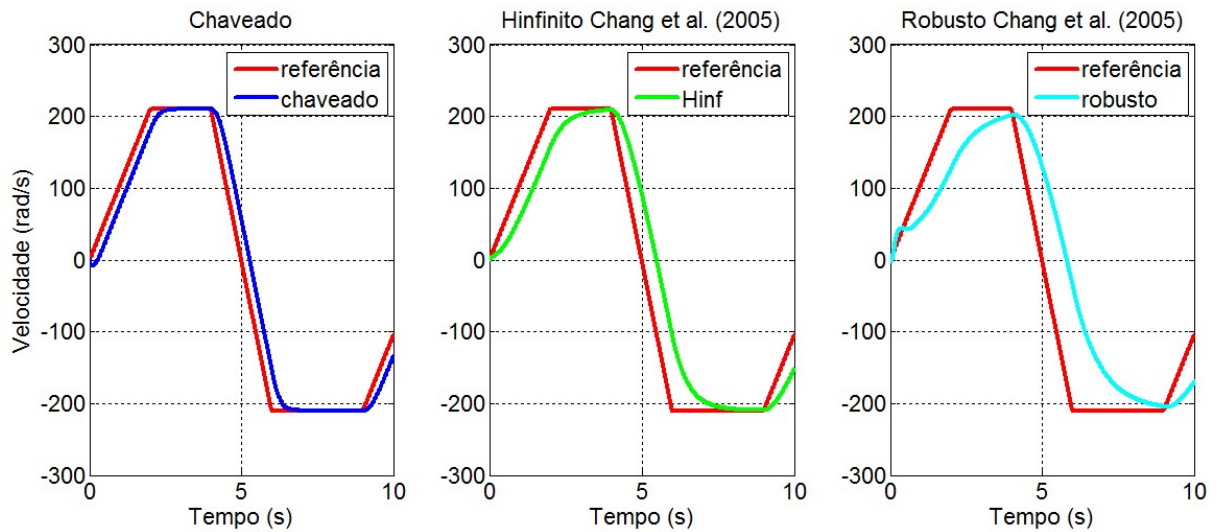
Figura 56 – Velocidade do motor – referência variável sem carga.



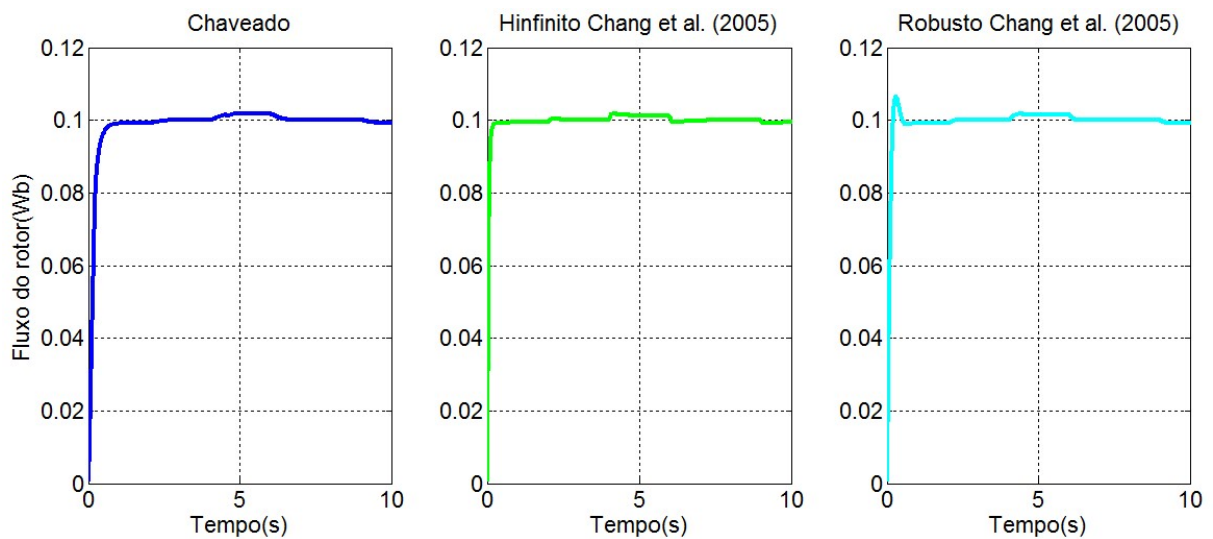
Fonte: Elaboração do próprio autor.

Nas Figuras 60 e 61 estão as respostas da corrente do eixo direto para referência variável de velocidade e, como era de se esperar seu comportamento se manteve praticamente estável seguindo a referência constante de fluxo estabelecida, não sofrendo interferência da alteração da velocidade. Nesta análise constata-se *overshoot* no momento de partida para os controladores projetados em Chang *et al.* (2005).

Nas Figuras 62 e 63, apresentam-se as respostas da corrente do eixo de quadratura, nas quais obtiveram-se boas respostas para os três controladores. Verifica-se claramente o perfil da referência de velocidade estabelecida na análise efetuada. Conforme já relatado anteriormente, a magnitude das correntes, obtidas com o controlador chaveado, se mantiveram dentro dos limites estabelecidos pela região de operação.

Figura 57 – Velocidade do motor – referência variável com carga.

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 58 – Fluxo do motor – referência variável sem carga.

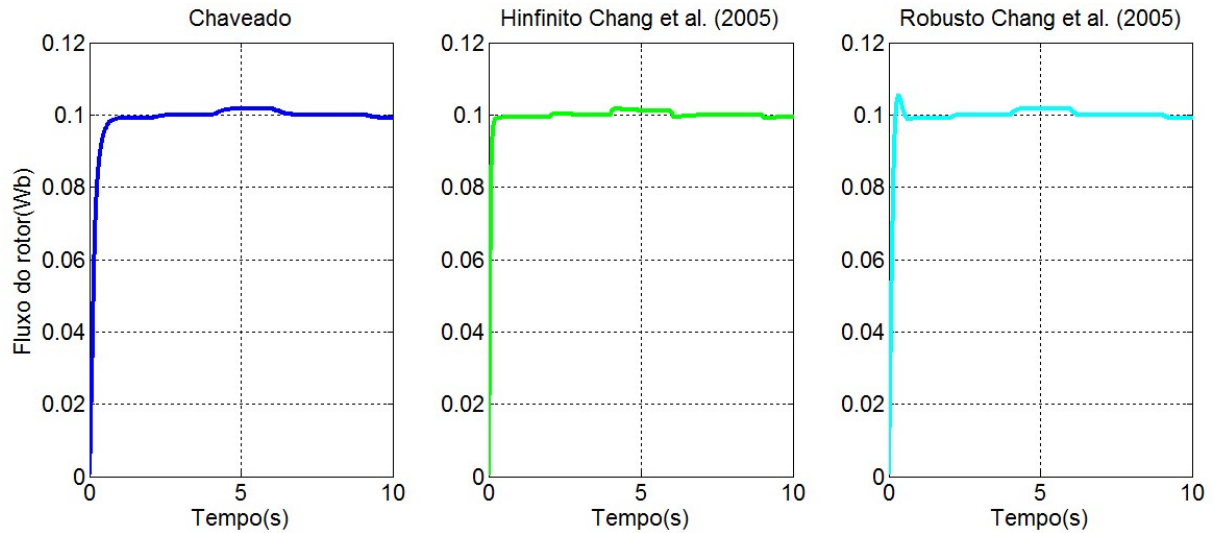
Fonte: Elaboração do próprio autor.

Nas Figuras 64 e 65, apresentam-se as respostas das tensões do eixo direto do motor e nas Figuras 66 e 67 as respostas das tensões no eixo em quadratura. Em todas as situações as magnitudes se mantiveram dentro do valor estipulado pelo saturador, comprovando a eficiência dos projetos dos controladores que impedem a existência de um sinal de controle elevado.

Por fim, nas Figuras 68 e 69 apresenta-se a atuação dos ganhos do controlador projetado. Nestas é possível constatar que com referência variável de velocidade ocorre uma

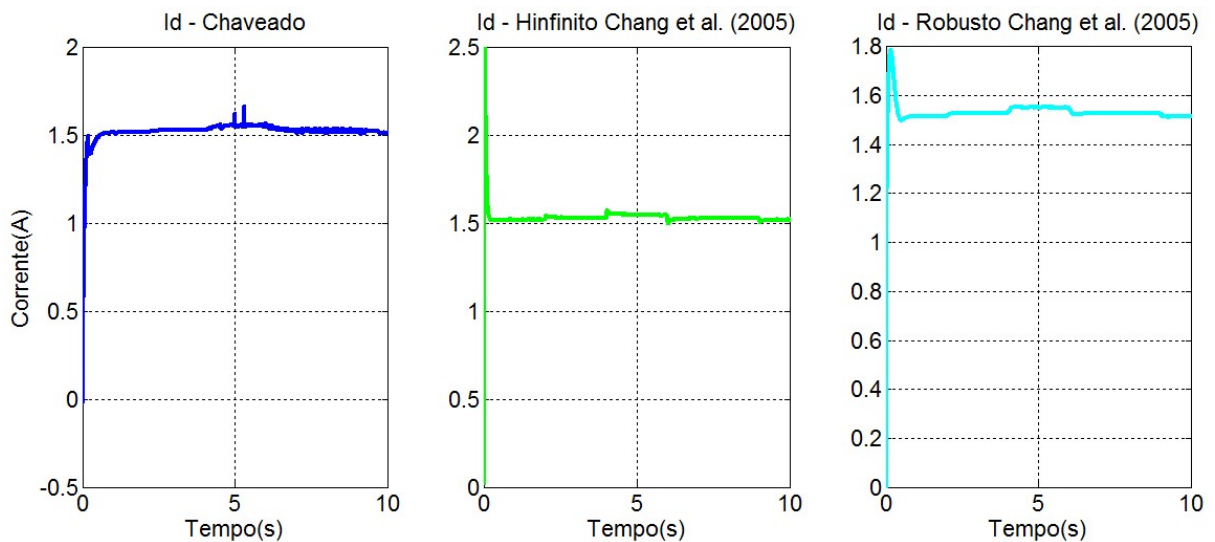
maior mudança entre os ganhos, pois, busca-se proporcionar ao sistema um melhor desempenho.

Figura 59 – Fluxo do motor – referência variável com carga.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 60 – Corrente do eixo direto do motor – referência variável sem carga.

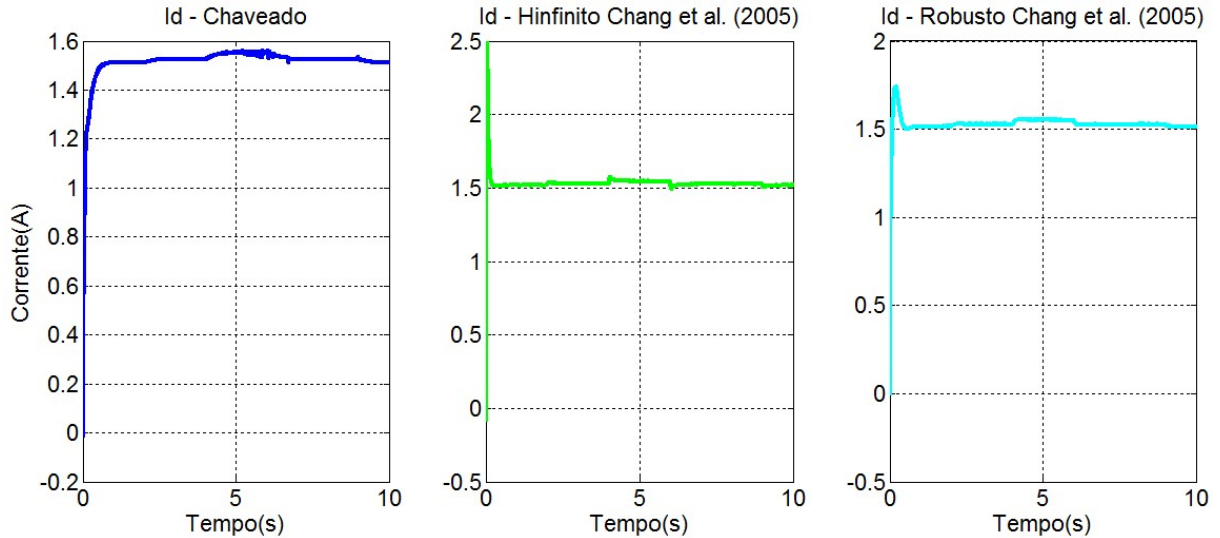


Fonte: Elaboração do próprio autor.

Os dois testes possibilitaram constatar que os projetos dos controladores desenvolvidos utilizando LMIs, com taxa de decaimento, limitação da região de operação e saturação do sinal de controle geraram excelentes respostas para o acionamento do motor de indução.

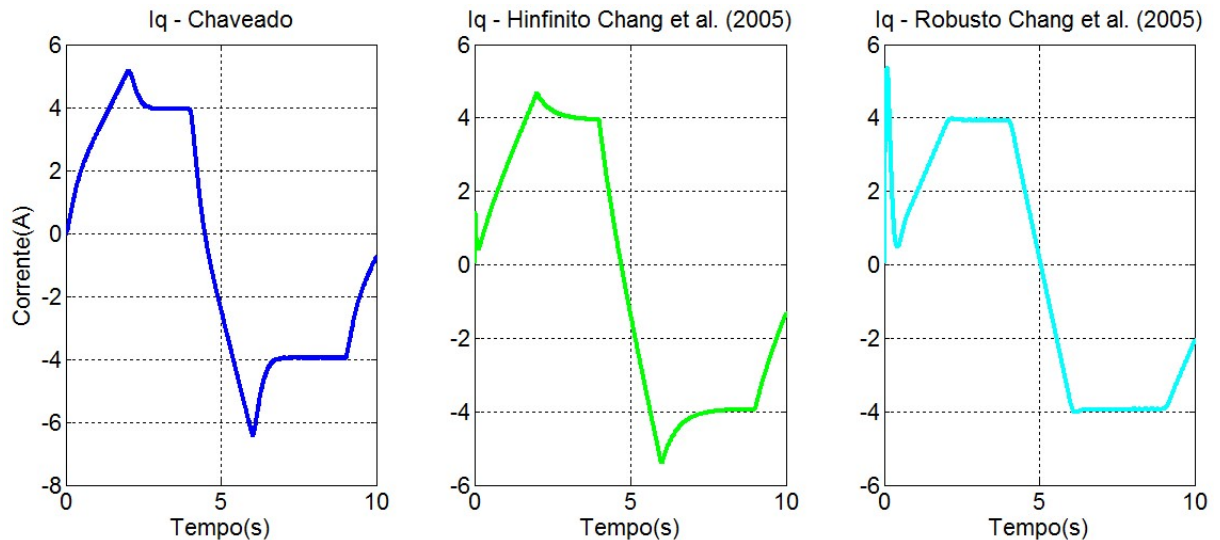
A metodologia considerou uma região de operação e saturação do sinal de controle, visando não ocorrer sobretensões e/ou sobrecorrentes no acionamento, fato este inovador nesta área de acordo com a análise desenvolvida na literatura.

Figura 61 – Corrente do eixo direto do motor – referência variável com carga.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 62 – Corrente do eixo de quadratura do motor – referência variável sem carga.

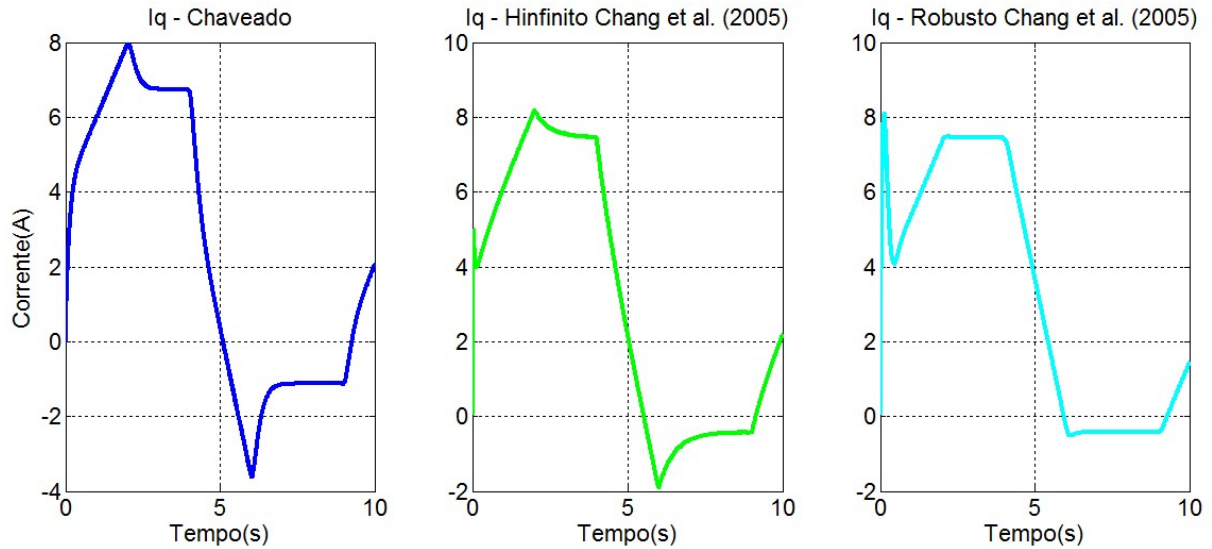


Fonte: Elaboração do próprio autor.

Na metodologia utilizada não foi usado um bloco saturador no sinal de controle como nas diversas pesquisas e, sim, desenvolvido um projeto com LMIs que considera a saturação do sinal, portanto, mais eficiente, pois o controle já fornece um sinal dentro da faixa de

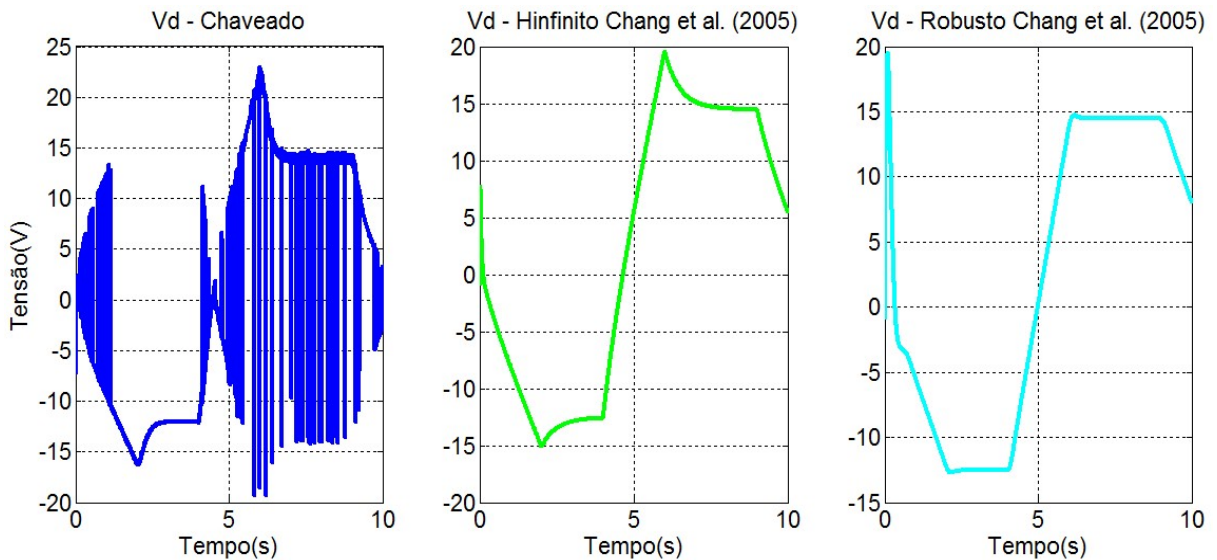
atuação do sistema, sendo esta uma das contribuições deste capítulo e continuidade do trabalho Ortunho *et al.* (2019^a).

Figura 63 – Corrente do eixo de quadratura do motor – referência variável com carga.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

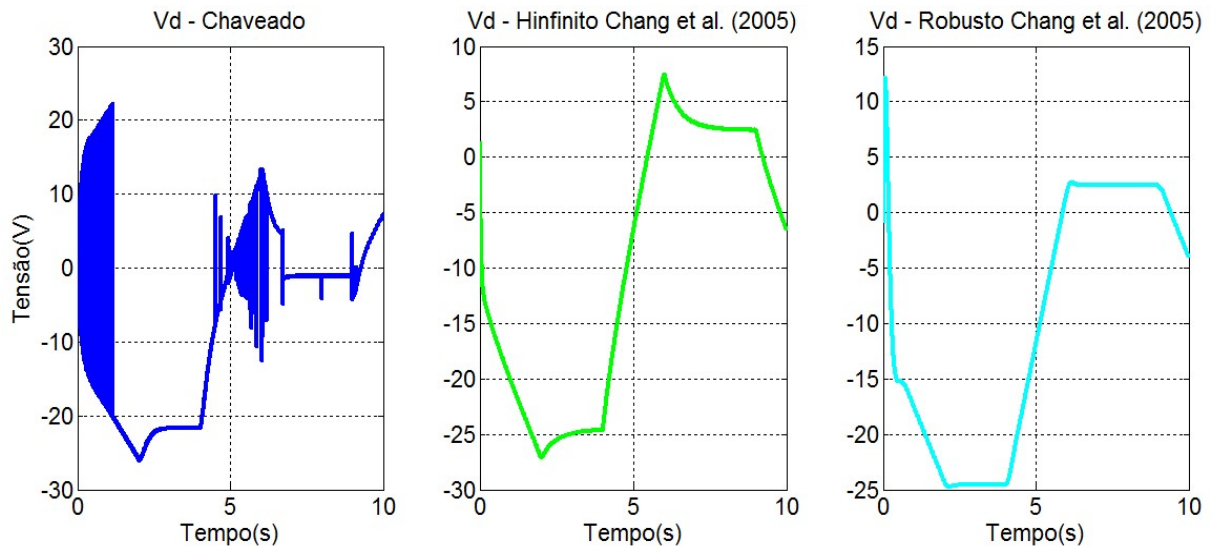
Figura 64 – Tensão do eixo direto do motor – referência variável sem carga.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

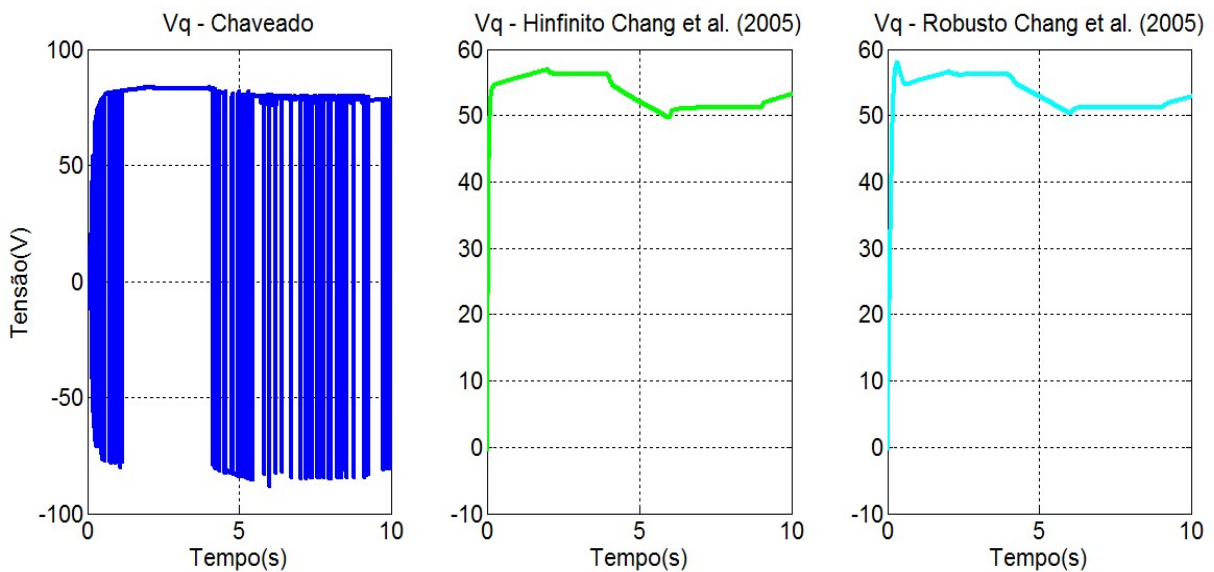
Pode-se afirmar que esta é uma grande ferramenta que possibilita boas dinâmicas mesmo com incertezas e/ou falhas nos parâmetros do equipamento, proporcionando uma melhoria nas diferentes implementações.

Figura 65 – Tensão do eixo direto do motor – referência variável com carga.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

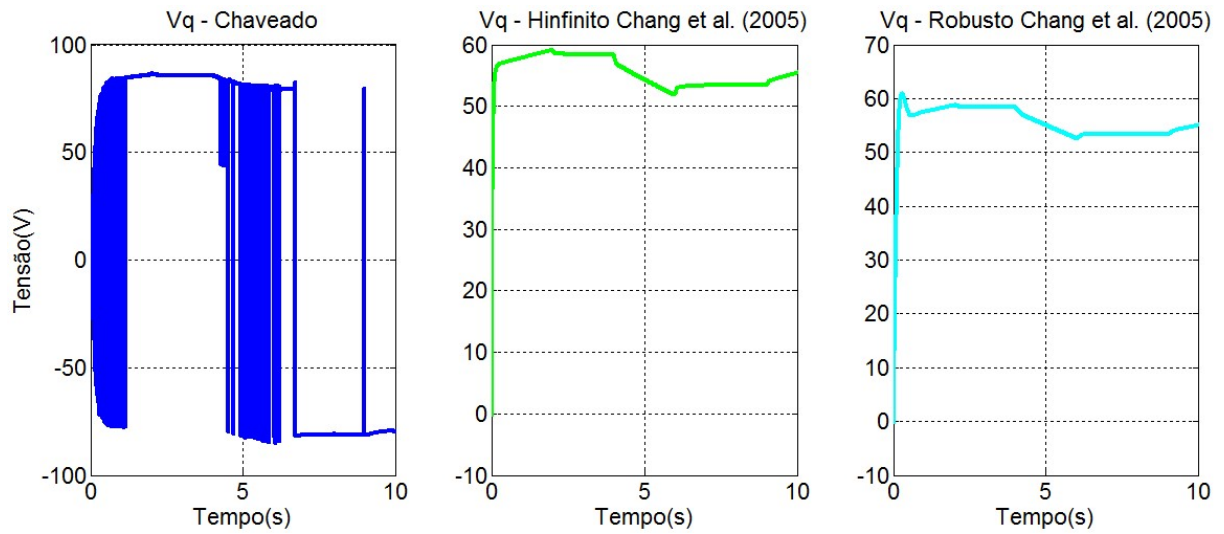
Figura 66 – Tensão do eixo de quadratura do motor – referência variável sem carga.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

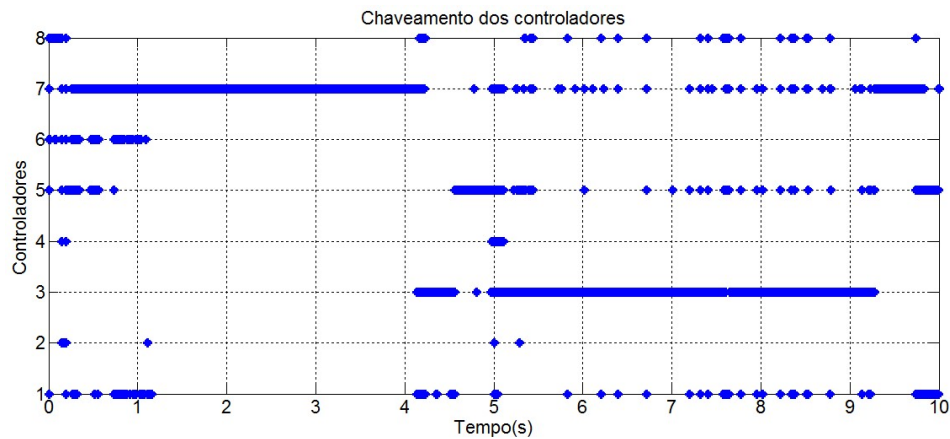
Assim sendo, foi possível constatar que a técnica de controle chaveada possibilitou bom desempenho dinâmico com a utilização de critérios de desempenho eficazes quanto a limitação do sinal do atuador e consideração de uma região de operação na qual as variáveis de estado estarão presentes garantindo a estabilidade do conjunto e impedindo sobretensões e sobrecorrentes.

Figura 67 – Tensão do eixo de quadratura do motor – referência variável com carga.



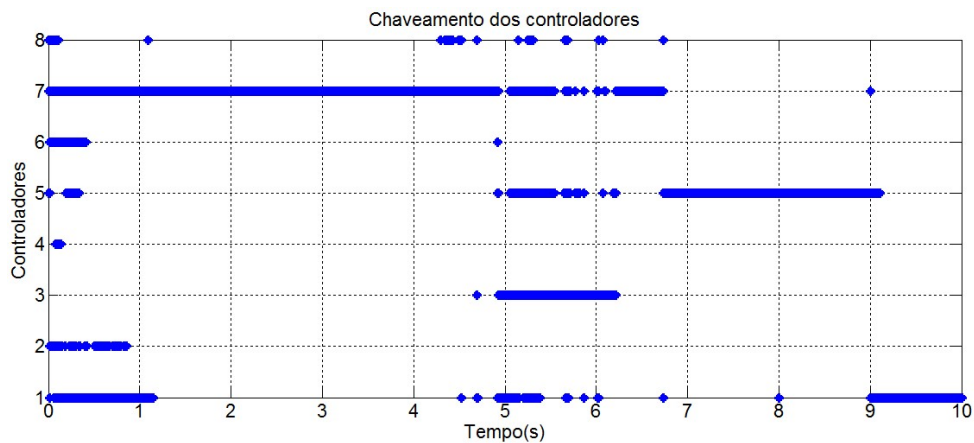
Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 68 – Atuação dos controladores – referência variável sem carga.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 69 – Atuação dos controladores – referência variável com carga.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

5 PROJETO DO CONTROLADOR CHAVEADO PARA O MIT CONSIDERANDO SATURAÇÃO NO SINAL DE CONTROLE, INCERTEZAS PARAMÉTRICAS E TOLERANTE A DISTÚRBO DE CARGA UTILIZANDO MODELO FUZZY TS

Muitas pesquisas são realizadas visando otimizar a confiabilidade, estabilidade e desempenho de sistemas de controle em malha fechada em condições de operação normais ou na presença de falhas (REZAEI; KHOSROWJERDI, 2016).

O aumento da complexidade, e a exigência de critérios de projeto mais restritivos, proporcionaram a utilização dos modelos fuzzy que geram uma resposta de controle interessante, sendo esta uma excelente ferramenta, por poder estimar os estados e/ou controlar o sistema (ACEVEDO; GIRALDO; GIRALDO, 2008; ZINA *et al.*, 2018).

Recentemente, técnicas fuzzy têm sido utilizadas com grande sucesso na modelagem e controle de motores de indução. Entre os vários métodos de modelagem fuzzy, o fuzzy Takagi- Sugeno (TS) é considerado uma ferramenta popular e poderosa na descrição exata ou aproximada de um sistema complexo não linear. Devido as vantagens e importância desta ferramenta neste capítulo será utilizada a modelagem fuzzy TS juntamente com a metodologia de controle chaveado e restrições de desempenho.

A ideia básica dessa abordagem é decompor o modelo do sistema não linear em uma série de modelos lineares envolvendo funções de ponderação não lineares. As funções de ponderação verificam a propriedade da soma convexa. O modelo fuzzy TS equivalente descreve o comportamento dinâmico do sistema (ACEVEDO; GIRALDO; GIRALDO, 2008; ALLOUCHE *et al.*, 2011; ALLOUCHE *et al.*, 2013; ALLOUCHE *et al.*, 2015; ZINA *et al.*, 2016; YOUSSEF *et al.*, 2017; ZINA *et al.*, 2018).

Esse tipo de modelo é descrito por um grupo de regras SE-ENTÃO fuzzys que descrevem as relações de saída e entrada locais do sistema não linear original. A ideia básica é decompor o modelo de um sistema não linear em um conjunto de subsistemas lineares com funções de ponderação não linear associadas (HAMMOUDI *et al.*, 2015; ESTEVES, 2011; CARDIM, 2009).

Segundo Hammoudi *et al.* (2015) a compensação distribuída paralela (PDC) oferece um procedimento para projetar um controlador fuzzy para um determinado modelo fuzzy TS. A ideia principal da técnica PDC é a partição de uma dinâmica de sistema não linear em um número de subsistemas lineares, projetar um número de controladores locais para cada subsistema linear e, finalmente, gerar o controlador geral pela mistura fuzzy de tais controladores locais.

A metodologia fuzzy TS pode ser empregada para o controle do sistema e também para a observação de estados. Por este motivo, apresenta-se a seguir, uma análise da literatura.

Em Bahloul *et al.* (2018) é proposto um observador que consiste em minimizar a sensibilidade devido à incerteza da resistência do rotor, garantindo um desempenho dinâmico do observador especificado através da análise de D-estabilidade, sendo as condições de projeto formuladas através de LMIs.

No trabalho de Bahloul *et al.* (2016) foi proposto um observador adaptativo TS de ordem completa que estima a velocidade do rotor e os estados do MIT. O torque de carga foi considerado como desconhecido (distúrbio externo). O desempenho dinâmico do observador TS foi obtido utilizando um projeto baseado em D-estabilidade via LMI. Uma verificação experimental foi realizada para confirmar sua potencialidade.

O artigo de Bahloul *et al.* (2013) propôs um observador fuzzy TS, no referencial síncrono, do fluxo de campo do rotor. Efetuou-se uma análise de estabilidade e D-estabilidade para obter alguns desempenhos dinâmicos do observador, sendo que seus ganhos são calculados usando LMI. Através de um exemplo numérico, foi mostrada a eficácia dos resultados propostos.

Em Allouche *et al.* (2010) foi desenvolvida uma estimativa simultânea de estado e de falha no sensor usando um observador fuzzy TS. As condições da convergência do observador são formuladas em termos LMIs. Através de resultados de simulação e experimentais, destaca-se a eficácia do observador proposto no projeto.

No trabalho de Allouche *et al.* (2011) foi projetado um controlador de rastreamento fuzzy TS com índice de desempenho H_∞ baseado em um observador fuzzy responsável por estimar os estados do MIT utilizando LMIs com uma ação integradora, objetivando reduzir o erro de rastreamento e garantir a rejeição de perturbação do torque de carga. São apresentados resultados de simulações e experimentais. Foi considerado que o sinal de referência é suave e limitado, o distúrbio externo (torque de carga) é limitado, as correntes do estator e a velocidade do rotor são mensuráveis e o fluxo do rotor não pode ser medido. Obteve-se oito controladores e estimadores de estados para o desenvolvimento do sistema de controle, sendo considerado para definir o setor de não linearidades as correntes do estator no eixos direto e em quadratura e a velocidade do motor.

Em Azimi, Nekoui e Fakharian (2012) foi projetado um controlador para rastrear e atenuar as perturbações da velocidade e torque, para um sistema MIMO não linear de um MIT incerto usando como índice de desempenho a norma H_∞ no modelo fuzzy TS do motor. No método proposto, a planta não linear é representada por um modelo fuzzy TS. O modelo fuzzy

é descrito por regras SE-ENTÃO fuzzy que representam relações locais de entrada saída do sistema. Para cada subsistema linear, um controlador de realimentação de saída H_∞ robusto, com posicionamento de polo, foi projetado via LMI. A técnica de PDC foi utilizada para projetar o controlador para todo o sistema. O modelo fuzzy geral do sistema é obtido pelo uso da soma ponderada do sistema linear local. Através de simulações os resultados mostram que o método proposto pode efetivamente atender aos requisitos de desempenho, como robustez, boas respostas de rejeição de perturbação de carga, boas respostas de rastreamento e rápidas respostas transitórias.

Boubzizi *et al.* (2014) desenvolveram um controlador fuzzy TS para melhorar o desempenho da máquina. Utilizando as equações em espaço de estado nas coordenadas do eixo direto e do eixo em quadratura (dq) com orientação do fluxo do rotor foi efetuado o projeto do controlador. Neste trabalho, efetuou-se uma combinação do sistema fuzzy Takagi Sugeno com técnicas *backstepping*. Através de resultados de simulação, no ambiente Matlab/Simulink, são apresentados as análises desenvolvidas. Com a mesma metodologia o trabalho de Glenn e Sneha (2012) implementa um controlador Takagi Sugeno e, através de simulações, efetua comparações com o controle clássico PI.

Em Zina *et al.* (2013) foi projetado um controlador de rastreamento fuzzy TS baseado em um observador fuzzy TS para acionamento do motor de indução objetivando garantir o desempenho H_∞ . Através de uma única etapa, os ganhos do controlador e do observador são obtidos, tornando menos conservadoras as condições de estabilidade. Através de resultados de simulação demonstra-se a eficácia do projeto.

O trabalho de Allouche *et al.* (2013), estudou o problema de rastreamento aplicado a um acionamento de motor de indução orientado a campo usando a abordagem fuzzy TS. Primeiro, um modelo fuzzy aumentado foi construído pelo reagrupamento do modelo fuzzy TS do motor de indução, um observador fuzzy e o modelo de referência TS. Em seguida, um controlador de rastreamento com desempenho H_∞ baseado no observador fuzzy foi desenvolvido. O controlador TS proposto é dinâmico e tem a característica de ser ajustável através da inserção das funções de ponderação não lineares associadas a cada controlador local. A forma da lei de controle fuzzy projetada é semelhante às técnicas de controle de compensação distribuída paralela PDC, exceto que o controlador fuzzy proposto é expresso com erro de rastreamento. O modelo fuzzy TS é usado para representar o motor de indução por um conjunto de modelos de espaço de estados locais que são interpolados por funções não lineares. Além disso, o problema de projeto de controle de rastreamento é desenvolvido via LMI. A estabilidade do sistema de malha fechada fuzzy foi analisada usando a teoria de

Lyapunov. A eficácia do controlador proposto e do observador fuzzy foi demonstrada através de simulações numéricas e resultados experimentais.

No trabalho de Zina *et al.* (2015) foi desenvolvido um controle fuzzy tolerante a falhas para rastreamento dos estados do motor de indução visando garantir a estabilidade e a operação segura, afetado por distúrbios externos e falhas do sensor. O modelo fuzzy TS é usado para representar o MIT. Para garantir o desempenho de rastreamento, um observador fuzzy é usado para estimar simultaneamente o estado do sistema e a falha do sensor. A condição de estabilidade foi proposta em termos de LMIs. Através de resultados de simulação demonstra-se a eficácia do projeto.

Em Zina *et al.* (2016) foi estudado o desempenho do controlador tolerante a falhas com realimentação de estados aplicado no motor de indução com modelagem TS para garantir a estabilidade e o funcionamento em segurança do acionamento mesmo considerando falha no sensor de velocidade. Um observador fuzzy foi projetado para fornecer a estimativa do estado do sistema e da falha do sensor.

Em Allouche *et al.* (2015) foi apresentado um controle fuzzy TS tolerante a falhas para acionamento do MIT capaz de compensar o efeito das falhas do sensor. A lei de controle proposta baseia-se nos modelos fuzzy TS. Foi desenvolvido um observador fuzzy TS para estimar simultaneamente os estados do sistema e o sinal de falha usando a entrada conhecida e a medição da saída. Os ganhos do controlador fuzzy que satisfazem o desempenho H_∞ são determinados usando LMI. Através de resultados de simulação e experimentais obteve-se bom desempenho de rastreamento, apesar da presença de falhas no sensor.

Em Hammoudi *et al.* (2015) foi abordada a metodologia TS para aproximar o sistema não linear do motor de indução, através dele, foi desenvolvido o projeto de controle utilizando o esquema PDC. Um observador fuzzy foi projetado independentemente do controlador de acordo com a propriedade de separação. O regulador fuzzy e o observador fuzzy são baseados no teorema do valor médio diferencial, seus ganhos foram resolvidos computacionalmente a partir de critérios de estabilidade formulados via LMI. A estabilidade do sistema de controle global, incluindo o controlador e o observador são garantidos. Através de simulações valida-se a abordagem proposta.

Além destes, pode-se citar Aouaouda, Chadli e Boukhni (2016), neste apresenta-se um controlador tolerante a falhas no sensor de velocidade para acionamento do MIT modelado pela metodologia TS para utilização em um veículo elétrico.

Constata-se que a metodologia de modelagem utilizando os conceitos da técnica fuzzy Takagi Sugeno (TS) está sendo implementada para o acionamento do motor de indução trifásico, tanto para ser utilizado como observador de estados e/ou controle do sistema.

A abordagem fuzzy TS é poderosa na modelagem, controle e observação das máquinas elétricas graças à sua simplicidade e capacidade de descrever uma grande classe de sistemas não lineares por mistura fuzzy de todos os modelos locais lineares (ACEVEDO; GIRALDO; GIRALDO, 2008; ALLOUCHE *et al.*, 2011; BAHLOUL *et al.*, 2013; ZINA *et al.*, 2013; ZINA *et al.*, 2015; ALLOUCHE *et al.*, 2015; AOUAOUDA; CHADLI; BOUKHNIFER, 2016; ZINA *et al.*, 2016; ZHAO *et al.*, 2018; ZINA *et al.*, 2018).

Porém, segundo Zina *et al.* (2015), o problema de controle de rastreamento para modelos fuzzy TS defeituosos foi estudado por poucos trabalhos. Além disto, segundo Zhao *et al.* (2018) e Zina *et al.* (2016), o controle eficiente do MIT é um problema desafiador.

Além dos diversos processos industriais que os MITs são aplicados, têm-se uma demanda crescente na eletrificação dos sistema de tração, sendo que isto, possibilitará um grande aumento no número de aplicações do MIT (ZINA *et al.*, 2016). Alguns trabalhos apresentam análises para estas aplicações, dentre eles, pode-se citar Lopez-Toribio, Patton, Daley (2000), Hu, Yin e Hori (2011), Marino *et al.* (2013), Spyropoulos e Mitronikas (2013), Aouaouda, Bouarar e Bouhali (2014), Aouaouda *et al.* (2015), Aouaouda, Chadli e Boukhnifer (2016) e Pomponi *et al.* (2018).

Por este motivo, este capítulo aborda resultados de simulação para o controle de velocidade do MIT considerando o modelo fuzzy TS com incertezas paramétricas, região de operação, saturação no sinal de controle e tolerância ao distúrbio.

No capítulo serão utilizados controladores chaveados para o acionamento do sistema, sendo analisado o comportamento do conjunto através de resultados de simulação no *software* Matlab/Simulink. Salienta-se que a metodologia de controle apresentada no texto visa colaborar com as pesquisas já desenvolvidas proporcionando uma abordagem diferente, utilizando a ferramenta LMI, sem a necessidade de encontrar as funções de pertinência que são não lineares e desconhecidas devido às incertezas paramétricas do MIT.

A ideia da utilização de sistemas chaveados é projetar uma estratégia de comutação adequada que seleciona, a cada instante de tempo, um subsistema dinâmico dentre um determinado número de subsistemas disponíveis e ainda, assegure a estabilidade assintótica do ponto de equilíbrio com a garantia de desempenho adequado (DECARLO *et al.*, 2000).

A obtenção do modelo fuzzy TS do MIT é desenvolvida a partir de (1) a (7). Para isto, define-se inicialmente o vetor de estado (113). Em seguida, efetuando a substituição de (9) em (3) e (4) obtém-se o conjunto de expressões (114) a (118):

$$x(t) = \begin{bmatrix} i_{ds}^e \\ i_{qs}^e \\ \phi_{dr}^e \\ \phi_{qr}^e \\ \omega_r \end{bmatrix}, \quad (113)$$

$$\frac{d}{dt} i_{ds}^e = -\left(\frac{1}{\sigma \tau_s} + \frac{1-\sigma}{\sigma \tau_r}\right) i_{ds}^e + \omega_e i_{qs}^e + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r \tau_r} \phi_{dr}^e + \frac{\omega_r L_m P}{\sigma L_s L_r} \phi_{qr}^e + \frac{1}{\sigma L_s} V_{ds}^e, \quad (114)$$

$$\frac{d}{dt} i_{qs}^e = -\omega_e i_{ds}^e - \left(\frac{1}{\sigma \tau_s} + \frac{1-\sigma}{\sigma \tau_r}\right) i_{qs}^e - \frac{\omega_r L_m P}{\sigma L_s L_r} \phi_{dr}^e + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r \tau_r} \phi_{qr}^e + \frac{1}{\sigma L_s} V_{qs}^e, \quad (115)$$

$$\frac{d}{dt} \phi_{dr}^e = \frac{L_m}{\tau_r} i_{ds}^e - \frac{1}{\tau_r} \phi_{dr}^e + \frac{L_m}{\tau_r \phi_{dr}^e} i_{qs}^e \phi_{qr}^e, \quad (116)$$

$$\frac{d}{dt} \phi_{qr}^e = \frac{L_m}{\tau_r} i_{qs}^e - \frac{L_m}{\tau_r \phi_{dr}^e} i_{qs}^e \phi_{dr}^e - \frac{1}{\tau_r} \phi_{qr}^e, \quad (117)$$

$$\frac{d}{dt} \omega_r = \frac{P}{J} \frac{L_m}{L_r} i_{qs}^e \phi_{dr}^e - \frac{P}{J} \frac{L_m}{L_r} i_{ds}^e \phi_{qr}^e - \frac{B}{J} \omega_r - \frac{T_L}{J}. \quad (118)$$

Através de (114) a (118) é possível representar o novo modelo em variáveis de estado, (119) a (123), considerando saturação no sinal de entrada.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(\alpha)x(t) + B(\alpha)\text{sat}(u(t)) + B_w(\alpha)T_L(t), \\ y(t) &= C(\alpha)x(t) + D(\alpha)\text{sat}(u(t)) + G(\alpha)T_L(t). \end{aligned} \quad (119)$$

$$A(\alpha) = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} \end{bmatrix}, \quad (120)$$

$$a_{11} = -\left(\frac{1}{\sigma \tau_s} + \frac{1-\sigma}{\sigma \tau_r}\right); a_{12} = \omega_e; a_{13} = \frac{L_m}{\sigma L_s L_r \tau_r}; a_{14} = \frac{\omega_r L_m P}{\sigma L_s L_r}; a_{15} = 0;$$

$$\begin{aligned}
a_{21} &= -\omega_e; a_{22} = -\left(\frac{1}{\sigma \tau_s} + \frac{1-\sigma}{\sigma \tau_r}\right); a_{23} = -\frac{\omega_r L_m P}{\sigma L_s L_r}; a_{24} = \frac{L_m}{\sigma L_s \tau_r \tau_r}; a_{25} = 0; \\
a_{31} &= \frac{L_m}{\tau_r}; a_{32} = 0; a_{33} = -\frac{1}{\tau_r}; a_{34} = \frac{L_m}{\tau_r \phi_{dr}^e} i_{qs}^e; a_{35} = 0; \\
a_{41} &= 0; a_{42} = \frac{L_m}{\tau_r}; a_{43} = -\frac{L_m}{\tau_r \phi_{dr}^e} i_{qs}^e; a_{44} = -\frac{1}{\tau_r}; a_{45} = 0; \\
a_{51} &= 0; a_{52} = 0; a_{53} = \frac{L_m P}{J L_r} i_{qs}^e; a_{54} = -\frac{L_m P}{J L_r} i_{ds}^e; a_{55} = -\frac{B}{J};
\end{aligned}$$

$$B(\alpha) = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \\ b_{41} & b_{42} \\ b_{51} & b_{52} \end{bmatrix}, \quad (121)$$

$$\begin{aligned}
b_{11} &= b_{22} = \frac{1}{\sigma \cdot L_s}; \\
b_{12} &= b_{21} = b_{31} = b_{32} = b_{41} = b_{42} = b_{51} = b_{52} = 0;
\end{aligned}$$

$$B_w(\alpha) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{J} \end{bmatrix}; \quad (122)$$

$$u(t) = \begin{bmatrix} V_{ds}^e \\ V_{qs}^e \end{bmatrix}. \quad (123)$$

em que, $x(t) \in R^{n_x}$, $u(t) \in R^{n_u}$, $T_L(t) \in R^{n_w}$, com $A \in R^{n_x \times n_x}$, $B \in R^{n_x \times n_u}$, $B_w \in R^{n_x \times n_w}$, $C \in R^{n_y \times n_x}$, $D \in R^{n_y \times n_u}$ e $G \in R^{n_y \times n_w}$.

Utilizando os conceitos da metodologia de controle fuzzy TS descreve-se o modelo a ser controlado por (124). Em que, $i \in K_r$, $l \in K_q$, μ_{il} é o conjunto fuzzy da regra i correspondente a $z_l(t)$ e $z_1(t), \dots, z_q(t)$ são as variáveis premissas:

$$\begin{aligned}
&\text{Regra } i: \text{ Se } z_1(t) \text{ é } \mu_{i1} \text{ e } \dots z_q(t) \text{ é } \mu_{iq}, \text{ então:} \\
\dot{x}(t) &= A_i x(t) + B_i \text{sat}(u(t)) + B_{wi} T_L(t), \\
y(t) &= C_i x(t) + D_i \text{sat}(u(t)) + G_i T_L(t).
\end{aligned} \quad (124)$$

Assim sendo, o modelo pode ser reescrito como (125) e (126). Sendo $\mu_{il}(z_l(t)) \geq 0$ a função de pertinência em termos de variáveis incertas e/ou desconhecidos, correspondente ao conjunto fuzzy μ_{il} :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^r \alpha_i(z(t)) (A_i x(t) + B_i \text{sat}(u(t)) + B_{w_i} T_L(t)), \\ y(t) &= \sum_{i=1}^r \alpha_i(z(t)) (C_i x(t) + D_i \text{sat}(u(t)) + G_i T_L(t)), \end{aligned} \quad (125)$$

$$\alpha_i(z(t)) = \frac{\mu_{i1}(z_1(t)) \dots \mu_{iq}(z_q(t))}{\sum_{i=1}^r (\mu_{i1}(z_1(t)) \dots \mu_{iq}(z_q(t)))}, \alpha_i(z(t)) \geq 0, \sum_{i=1}^r \alpha_i(z(t)) = 1. \quad (126)$$

O peso normalizado de cada modelo local do sistema é dado por (127), sendo estes desconhecidos.

$$\alpha_i \geq 0, \sum_{i=1}^r \alpha_i = 1, \alpha = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r]^T \quad i \in K_r. \quad (127)$$

A partir da Definição 6 estabelece-se (128) que considera o vetor $\lambda = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{2^{n_u}}]^T \in K_{2^{n_u}}$:

$$\begin{aligned} F_\lambda &= \sum_{q=1}^{2^{n_u}} \lambda_q F_q, \quad F_\lambda^- = \sum_{q=1}^{2^{n_u}} \lambda_q F_q^-, \text{ com } q \in R^{2^{n_u}}, \quad F_q^- = I - F_q, \\ \lambda_q &\geq 0, \sum_{q=1}^{2^{n_u}} \lambda_q = 1, q \in K_{2^{n_u}} \end{aligned} \quad (128)$$

Segundo Cao e Lin (2003), $\text{sat}(u(t)) = \text{sat}(-K_\sigma x(t))$ pode ser representado pela combinação convexa $F_q(-K_\sigma x(t)) + F_q^-(L_\sigma x(t))$. Assim sendo, pode-se representar a saturação conforme (129):

$$\text{sat}(u(t)) = \sum_{q=1}^{2^{n_u}} \lambda_q (F_q(-K_\sigma x(t)) + F_q^-(L_\sigma x(t))) = (-F_\lambda K_\sigma + F_\lambda^- L_\sigma) x(t), \quad (129)$$

Sendo (130), apresentada na Definição 2, a lei de controle chaveada:

$$\begin{aligned}
u(t) &= -K_\sigma x(t), \quad K_\sigma \in R^{n_u \times n_x}, \\
u(t) &= u_\sigma(t) = -K_\sigma x(t), \quad \sigma = \arg \min_{j \in K_r} \{x(t)^T \overline{Q}_j x(t)\},
\end{aligned} \tag{130}$$

em que, $\overline{Q}_j$ é uma matriz simétrica auxiliar, sendo, $j \in K_r$. Maiores detalhes podem ser vistos em Souza *et al.* (2014).

A partir da lei de controle chaveada (130) o sistema realimentado pode ser escrito como (131) e (132).

$$\begin{aligned}
\dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^r \alpha_i(z(t)) \left(A_i x(t) + B_i \sum_{q=1}^{2^{n_u}} \lambda_q \left(F_q(-K_\sigma x(t)) + F_q^-(L_\sigma x(t)) \right) + B_{w_i} T_L(t) \right), \\
y(t) &= \sum_{i=1}^r \alpha_i(z(t)) \left(C_i x(t) + D_i \sum_{q=1}^{2^{n_u}} \lambda_q \left(F_q(-K_\sigma x(t)) + F_q^-(L_\sigma x(t)) \right) + G_i T_L(t) \right),
\end{aligned} \tag{131}$$

$$\begin{aligned}
\dot{x}(t) &= A_z x(t) + B_z (-F_\lambda K_\sigma + F_\lambda^- L_\sigma) x(t) + B_{w_z} T_L(t), \\
y(t) &= C_z x(t) + D_z (-F_\lambda K_\sigma + F_\lambda^- L_\sigma) x(t) + G_z T_L(t).
\end{aligned} \tag{132}$$

Nas próximas seções verificar-se-á que o objetivo dos controladores é restringir o vetor de estado dentro do conjunto elipsoidal. Consequentemente, é importante que este conjunto possua o maior volume possível possibilitando que a trajetória do vetor de estado opere em grande parte da região de operação, definida em (87). Para isto, utiliza-se a Definição 7 que possibilita expandir o volume do elipsoide.

5.1 CONTROLADOR CHAVEADO CONSIDERANDO DISTÚRBO EXTERNO NULO

Definido o modelo fuzzy TS e tendo como premissa as Definições 3 a 5 e os Lemas 1 e 2, correspondentes à região de operação e saturação, elipsoide e as condições necessárias para o elipsoide estar contido na região de operação ($\mathcal{E}(P, \lambda) \subset \chi$) e contido na região de saturação ($\mathcal{E}(P, \lambda) \subset \mathcal{L}(L_j)$), é possível desenvolver a estratégia de controle chaveado com realimentação de estados.

Para isto apresenta-se o Teorema 8, em que através da representação do sistema TS em uma determinada região do espaço de estados garante-se que o estado do sistema permanece na região estabelecida, a estabilidade local, com taxa de decaimento específica, para o sistema

incerto (com funções de pertinência incertas e modelos locais conhecidos) e com saturação no atuador.

Teorema 8 (ALVES *et al.*, 2016^a; 2016^b; ALVES, 2017). *Considerando o sistema (131) e assumindo a existência da matriz simétrica positiva definida $X \in R^{n_x \times n_x}$, as matrizes simétricas $Z_i, Q_i \in R^{n_x \times n_x}$, as matrizes $M_j, N_j \in R^{n_u \times n_x}$, com i e $j \in K_r$ e um escalar $\beta > 0$, correspondente a taxa de decaimento, define-se (133):*

$$\begin{aligned} B_i [-F_q M_j + F_q^- N_j] + [-F_q M_j + F_q^- N_j]^T B_i^T - Z_i - Q_j &< 0, \\ X A_i^T + A_i X + Z_i + Q_i + 2\beta X &< 0, \\ \begin{bmatrix} \phi_h^2 \lambda^{-1} & R_{(h)} X \\ X R_{(h)}^T & X \end{bmatrix} &\geq 0, \\ \begin{bmatrix} \rho_l^2 \lambda^{-1} & N_{j(l)} \\ N_{j(l)}^T & X \end{bmatrix} &\geq 0, \end{aligned} \quad (133)$$

para todo $i, j \in K_r$, $q \in K_{2n_u}$, $h \in K_{n_p}$, $l \in K_{n_u}$, $F_q \in \mathcal{F}$, $F_q^- = I - F_q$, $F_q^- \in \mathcal{F}$, $R \in R^{p \times n_x}$, $\phi \in R^p$, $\lambda > 0$, $\beta > 0$, $\rho \in R^{n_u}$, $N_{j(l)} = L_{j(l)} X$ e $\mathcal{L}(L_j) \in R^{n_u \times n_x}$.

As LMIs (133) sendo factíveis garantem que $(\mathcal{E}(P, \lambda) \subset \chi)$ e $(\mathcal{E}(P, \lambda) \subset \mathcal{L}(L_j))$ com a lei de controle chaveada (130), sendo que $P = X^{-1}$, $\bar{Q}_i = X^{-1} Q_i X^{-1}$ e os ganhos dos controladores serão iguais a $K_j = M_j X^{-1}$. Assim para, $t \geq 0$, a origem é um ponto de equilíbrio localmente assintoticamente estável do sistema não linear com taxa de decaimento maior ou igual β , sendo o elipsoide, $\mathcal{E}(P, \lambda)$, um conjunto positivamente invariante do domínio de atração.

Consequentemente, se $x(0)$ pertence ao conjunto $\mathcal{E}(P, \lambda)$, então todas as trajetórias de $x(t)$, $t > 0$, irão permanecer dentro deste conjunto. Maiores detalhes podem ser obtidos em Alves (2017).

5.2 CONTROLADOR CHAVEADO CONSIDERANDO DISTÚRBO DIFERENTE DE ZERO

Nesta seção apresenta-se o controlador chaveado com restrição da região de operação (87) controlado pela lei chaveada (130) e com restrição da norma H_∞ aplicado no modelo fuzzy TS em variáveis de estado (131) com funções de pertinência desconhecidas.

A restrição da norma H_∞ possibilita uma rejeição ao distúrbio de carga, sendo $T_L(t)$ considerado um distúrbio de energia limitada com ε uma constante positiva, sendo esta considerada o valor limitante do torque, conforme (134):

$$w = \left\{ T_L(t) \in R^{n_w} : \int_0^\infty T_L(t)^T T_L(t) dt \leq \varepsilon \right\}. \quad (134)$$

A norma H_∞ é considerada em diversos trabalhos para rejeição de distúrbio em acionamentos de máquinas elétricas, como por exemplo, Chang *et al.* (2005), Allouche *et al.* (2011), Allouche *et al.* (2013), Zina *et al.* (2015), Allouche *et al.* (2015), Hammoudi *et al.* (2015), Aouaouda, Chadli e Boukhnifer (2016) e outros, com o intuito de atenuar os efeitos de distúrbios. Porém, não verifica-se nestes a garantia que o vetor de estado permanecerá dentro de uma região de operação, sendo, portanto, um diferencial dos resultados apresentados neste capítulo.

O sistema de controle escolhe um ganho do controlador de realimentação do vetor de estado, que pertence a um conjunto de ganhos conhecidos que minimiza a derivada da função de Lyapunov do tipo quadrática, garantindo um desempenho H_∞ ao sistema realimentado e assegurando que as trajetórias do vetor de estado permaneçam dentro de uma região de operação na qual o modelo fuzzy TS é válido.

Utilizando os conceitos apresentados nas Definição 3 a 5 e os Lemas 1 e 2, nos quais foram definidos a região de operação do sistema, o elipsoide, a região de saturação, as condições necessárias para o elipsoide estar contido na região de operação ($\mathcal{E}(P, \lambda) \subset \chi$), do elipsoide estar contido na região de saturação ($\mathcal{E}(P, \lambda) \subset \mathcal{L}(L_j)$), a lei de chaveamento (130) e o custo garantido da norma H_∞ (134), define-se o Teorema 9.

Teorema 9 (OLIVEIRA, 2017). *Considerando a região de operação (87), o sistema representado por (131) e o torque de carga limitado representado por (134) e assumindo a existência da matriz simétrica positiva definida $X \in R^{n_x \times n_x}$, as matrizes simétricas $Z_i, Q_i \in R^{n_x \times n_x}$, as matrizes $M_j, N_j \in R^{n_u \times n_x}$, com i e $j \in K_r$, um escalar $\beta > 0$, correspondente a taxa de decaimento, um escalar $\mu > 0$ e $\lambda = \varepsilon_0 + \varphi^{-1}\varepsilon$, define-se (135):*

$$\begin{bmatrix} B_i[-F_q M_j + F_q^- N_j] + [-F_q M_j + F_q^- N_j]^T B_i^T - Z_i - Q_j & * & * \\ B_{w_i}^T & -\varphi^{-1} I & * \\ C_i X + D_i[-F_q M_j + F_q^- N_j] & G_i & -\varphi \mu I \end{bmatrix} < 0,$$

$$\begin{aligned}
X A_i^T + A_i X + Z_i + Q_i + 2 \beta X &< 0, \\
\begin{bmatrix} \phi_h^2 \lambda^{-1} & R_{(h)} X \\ X R_{(h)}^T & X \end{bmatrix} &\geq 0, \\
\begin{bmatrix} \rho_l^2 \lambda^{-1} & N_{j(l)} \\ N_{j(l)}^T & X \end{bmatrix} &\geq 0,
\end{aligned} \tag{135}$$

para todo $i, j \in K_r$, $q \in K_{2n_u}$, $h \in K_{n_p}$, $l \in K_{n_u}$, $F_q \in \mathcal{F}$, $F_q^- = I - F_q$, $F_q^- \in \mathcal{F}$, $R \in R^{p \times n_x}$, $\phi \in R^p$, $\lambda > 0$, $\beta > 0$, $\rho \in R^{n_u}$, $N_{j(l)} = L_{j(l)} X$ e $\mathcal{L}(L_j) \in R^{n_u \times n_x}$.

As LMIs (135) sendo factíveis garantem que $(\mathcal{E}(P, \varepsilon_0 + \varphi^{-1} \varepsilon) \subset \chi)$ e $(\mathcal{E}(P, \varepsilon_0 + \varphi^{-1} \varepsilon) \subset \mathcal{L}(L_j))$ com a lei de controle chaveada (130), sendo que $P = X^{-1}$, $\bar{Q}_i = X^{-1} Q_i X^{-1}$ e os ganhos dos controladores serão iguais a $K_j = M_j X^{-1}$.

Portanto, considerando o torque de carga nulo para, $t \geq 0$, a origem é um ponto de equilíbrio localmente assintoticamente estável do sistema não linear com taxa de decaimento maior ou igual β , sendo o elipsoide, $\mathcal{E}(P, \varepsilon_0 + \varphi^{-1} \varepsilon)$, um conjunto positivamente invariante do domínio de atração, consequentemente, se $x(0)$ pertence ao conjunto $\mathcal{E}(P, \varepsilon_0 + \varphi^{-1} \varepsilon)$, então todas as trajetórias de $x(t)$, $t > 0$, irão permanecer dentro deste conjunto.

Para o torque de carga diferente de zero e limitado, pertencente a w (134):

- se $x(0) \in \mathcal{E}(P, \varepsilon_0 + \varphi^{-1} \varepsilon)$, então $x(t) \in \mathcal{E}(P, \varepsilon_0 + \varphi^{-1} \varepsilon)$, para todo $t \geq 0$;
- se $x(0) = 0$, então o sistema possui um custo garantido H^∞ igual a $\sqrt{\mu} > 0$, tal que $\|y(t)\|_2^2 < \mu \|T_L(t)\|_2^2$ e $x(t) \in \mathcal{E}(P, \varphi^{-1} \varepsilon)$, para todo $t \geq 0$.

O parâmetro ε_0 está relacionado com a condição inicial $x(0)$ e o parâmetro φ é uma variável de folga. Maiores detalhes podem ser obtidos em Oliveira (2017).

5.3 PROJETO DOS CONTROLADORES CHAVEADOS

A partir da Definição 7, dos Teoremas 8 e 9 e do modelo fuzzy TS (119) a (123), mais especificamente (131), define-se a seguir o número de modelos a partir dos termos não lineares, pois, segundo Taniguchi *et al.* (2001), o número de modelos locais está diretamente relacionado ao número de funções não lineares (136). Assim sendo, o projeto foi desenvolvido considerando oito modelos locais, sendo que:

$$\begin{aligned}
z_1(t) &= x_1(t) = i_{ds}^e, \\
z_2(t) &= x_2(t) = i_{qs}^e, \\
z_3(t) &= x_5(t) = \omega_r.
\end{aligned} \tag{136}$$

A Tabela 4 contém os dados limites das variáveis do MIT e a Tabela 5 apresenta os dados do motor de indução trifásico utilizado para o projeto dos controladores, sendo sua potência de 1,1 kW com tensão de 380V e 50 Hz.

Neste capítulo foram utilizados outros dados para o motor de indução, pois assim, possibilita-se constatar a utilização da técnica em diferentes máquinas e permite desta forma uma comparação de resultados, com pesquisas presentes na literatura, que utilizaram a mesma modelagem.

Tabela 4 – Valores limites das variáveis premissas.

Variável premissa	Valores
ω_{r_min}	- 200 rad/s
ω_{r_max}	200 rad/s
$i_{ds_min}^e$	- 6 A
$i_{ds_max}^e$	6 A
$i_{qs_min}^e$	- 6 A
$i_{qs_max}^e$	6 A

Fonte: (ALLOUCHE *et al.*, 2015).

Tabela 5 – Dados do Motor de Indução Trifásico.

Dados do motor	Valores
Resistência do Estator (R_s)	10,5 Ω
Resistência do Rotor (R_r)	4,305 Ω
Indutância do Estator (L_s)	0,472 H
Indutância do Rotor (L_r)	0,472 H
Indutância Mútua (L_m)	0,471 H
Número de Pares de Polo do Motor (P)	2
Momento de Inércia (J)	0,0293 Kg.m ²
Coefficiente de Atrito Viscoso (B)	0,001 N.m/rad
Fluxo Nominal do Rotor (ϕ_{dr}^e)	1 Wb
Torque de carga (T_L)	5 N.m

Fonte: (ALLOUCHE *et al.*, 2015).

A seguir, define-se os valores dos parâmetros apresentados nos Teoremas 8 e 9 para o desenvolvimento do projeto, sendo estes, condição inicial $X_0 = [0 \ 0 \ 0,001 \ 0 \ 0]^T$, matrizes $D(\alpha)$ e $G(\alpha)$ em (119) são nulas, a região de operação possui quatro restrições físicas (correntes e fluxos dos eixos diretos e de quadratura), sendo o vetor $\phi = [4000 \ 4000 \ 14 \ 14]^T$. Considerou-se os dois sinais de entrada saturados com o vetor $\rho = [550 \ 550]^T$. Foram adotados $\varepsilon_0 = 0$, $\varepsilon = 0,01$, $\varphi = 0,01$ e $\beta_{elip} = 180$. A Tabela 6 apresenta os oito modelos locais fuzzy TS.

Tabela 6 – Oito modelos locais TS.

Elementos	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 5	Modelo 6	Modelo 7	Modelo 8
a_{11}	-7401,2	-7401,2	-7401,2	-7401,2	-7401,2	-7401,2	-7401,2	-7401,2
a_{12}	-425,77	374,2	-425,77	374,2	-374,2	425,77	-374,2	425,77
a_{13}	4555,5	4555,5	4555,5	4555,5	4555,5	4555,5	4555,5	4555,5
a_{14}	-199787	199787,9	-199787	199787,9	-199787	199787,9	-199787	199787,9
a_{15}	0	0	0	0	0	0	0	0
a_{21}	425,77	-374,2	425,77	-374,2	374,2	-425,77	374,2	-425,77
a_{22}	-7401,2	-7401,2	-7401,2	-7401,2	-7401,2	-7401,2	-7401,2	-7401,2
a_{23}	199787,9	-199787	199787,9	-199787	199787,9	-199787	199787,9	-199787
a_{24}	4555,5	4555,5	4555,5	4555,5	4555,5	4555,5	4555,5	4555,5
a_{25}	0	0	0	0	0	0	0	0
a_{31}	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2
a_{32}	0	0	0	0	0	0	0	0
a_{33}	-9,1	-9,1	-9,1	-9,1	-9,1	-9,1	-9,1	-9,1
a_{34}	-25,7	-25,7	-25,7	-25,7	25,7	25,7	25,7	25,7
a_{35}	0	0	0	0	0	0	0	0
a_{41}	0	0	0	0	0	0	0	0
a_{42}	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2
a_{43}	25,7	25,7	25,7	25,7	-25,7	-25,7	-25,7	-25,7
a_{44}	-9,1	-9,1	-9,1	-9,1	-9,1	-9,1	-9,1	-9,1
a_{45}	0	0	0	0	0	0	0	0
a_{51}	0	0	0	0	0	0	0	0
a_{52}	0	0	0	0	0	0	0	0
a_{53}	-4086,9	-4086,9	-4086,9	-4086,9	4086,9	4086,9	4086,9	4086,9
a_{54}	4086,9	4086,9	-4086,9	-4086,9	4086,9	4086,9	-4086,9	-4086,9
a_{55}	-0,341	-0,341	-0,341	-0,341	-0,341	-0,341	-0,341	-0,341

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Definidos os parâmetros, estabelecendo $\beta = 2$ e utilizando as LMIs (132) e (133), Teorema 8 (saturação no sinal de controle) projetou-se o controlador para oito modelos locais, sendo seus valores apresentados em (137). As matrizes simétricas necessárias para o desenvolvimento da lei de chaveamento (130) são mostradas em (138) e a matriz simétrica P em (139):

$$\begin{aligned}
 K_1 &= \begin{bmatrix} -1,59 & 10,74 \cdot 10^{-3} & 3,01 & -6,72 & 176,62 \cdot 10^{-6} \\ -7,31 \cdot 10^{-3} & -1,83 & 5,17 & 4,40 & -248,90 \cdot 10^{-6} \end{bmatrix}, \\
 K_2 &= \begin{bmatrix} -1,75 & -8,10 \cdot 10^{-3} & 3,76 & 5,30 & -241,35 \cdot 10^{-6} \\ 9,80 \cdot 10^{-3} & -2,20 & -4,66 & 2,25 & 272,87 \cdot 10^{-6} \end{bmatrix}, \\
 K_3 &= \begin{bmatrix} -1,74 & 6,03 \cdot 10^{-3} & 3,62 & -5,06 & 299,97 \cdot 10^{-6} \\ -5,05 \cdot 10^{-3} & -2,15 & 4,95 & 3,06 & -389,40 \cdot 10^{-6} \end{bmatrix}, \\
 K_4 &= \begin{bmatrix} -1,73 & -7,45 \cdot 10^{-3} & 3,58 & 5,24 & -411,05 \cdot 10^{-6} \\ 11,17 \cdot 10^{-3} & -2,21 & -5,31 & 2,79 & 183,30 \cdot 10^{-6} \end{bmatrix}, \\
 K_5 &= \begin{bmatrix} -1,73 & 8,03 \cdot 10^{-3} & 3,24 & -5,21 & 255,85 \cdot 10^{-6} \\ -6,32 \cdot 10^{-3} & -1,94 & 5,42 & 4,08 & -187,54 \cdot 10^{-6} \end{bmatrix}, \\
 K_6 &= \begin{bmatrix} -2,05 & -13,38 \cdot 10^{-3} & 2,99 & 5,73 & -171,33 \cdot 10^{-6} \\ 13,78 \cdot 10^{-3} & -1,82 & -7,08 & 3,95 & 153,92 \cdot 10^{-6} \end{bmatrix},
 \end{aligned} \tag{137}$$

$$\begin{aligned}
K_7 &= \begin{bmatrix} -1,79 & 6,57 \cdot 10^{-3} & 3,57 & -5,24 & 392,31 \cdot 10^{-6} \\ -7,91 & -2,14 & 5,38 & 3,20 & -257,77 \cdot 10^{-6} \end{bmatrix}, \\
K_8 &= \begin{bmatrix} -1,90 & -5,15 \cdot 10^{-3} & 2,76 & 4,21 & -323,69 \cdot 10^{-6} \\ 7,39 \cdot 10^{-3} & -2,14 & -5,05 & 2,78 & 55,57 \cdot 10^{-6} \end{bmatrix}, \\
\bar{Q}_1 &= \begin{bmatrix} -25,05 \cdot 10^{-3} & * & * & * & * \\ -744,56 \cdot 10^{-6} & -28,92 \cdot 10^{-3} & * & * & * \\ 3,22 & 332,60 \cdot 10^{-3} & -2,13 \cdot 10^3 & * & * \\ 192,84 \cdot 10^{-3} & 3,07 & -87,59 \cdot 10^{-3} & -2,18 \cdot 10^3 & * \\ 131,46 \cdot 10^{-9} & 6,17 \cdot 10^{-6} & -1,28 \cdot 10^{-3} & -1,71 \cdot 10^{-3} & -268,34 \cdot 10^{-9} \end{bmatrix}, \\
\bar{Q}_2 &= \begin{bmatrix} -22,96 \cdot 10^{-3} & * & * & * & * \\ -675,33 \cdot 10^{-6} & -18,35 \cdot 10^{-3} & * & * & * \\ 3,22 & 458,35 \cdot 10^{-3} & -2,12 \cdot 10^3 & * & * \\ 7,71 \cdot 10^{-3} & 2,09 & 63,58 \cdot 10^{-3} & -1,46 \cdot 10^3 & * \\ 4,82 \cdot 10^{-6} & -1,41 \cdot 10^{-6} & -1,29 \cdot 10^{-3} & -1,14 \cdot 10^{-3} & -269,28 \cdot 10^{-9} \end{bmatrix}, \\
\bar{Q}_3 &= \begin{bmatrix} -21,32 \cdot 10^{-3} & * & * & * & * \\ -731,25 \cdot 10^{-6} & -22,18 \cdot 10^{-3} & * & * & * \\ 3,20 & 332,64 \cdot 10^{-3} & -2,12 \cdot 10^3 & * & * \\ 175,29 \cdot 10^{-3} & 3,09 & 435,25 \cdot 10^{-3} & -2,18 \cdot 10^3 & * \\ -1,32 \cdot 10^{-6} & 7,87 \cdot 10^{-6} & -1,28 \cdot 10^{-3} & -1,66 \cdot 10^{-3} & -271,21 \cdot 10^{-9} \end{bmatrix}, \\
\bar{Q}_4 &= \begin{bmatrix} -21,51 \cdot 10^{-3} & * & * & * & * \\ -684,26 \cdot 10^{-6} & -20,87 \cdot 10^{-3} & * & * & * \\ 3,21 & 462,05 \cdot 10^{-3} & -2,12 \cdot 10^3 & * & * \\ 7,38 \cdot 10^{-3} & 2,09 & 641,47 \cdot 10^{-3} & -1,47 \cdot 10^3 & * \\ 6,72 \cdot 10^{-6} & -330,95 \cdot 10^{-9} & -1,28 \cdot 10^{-3} & -1,10 \cdot 10^{-3} & -269,61 \cdot 10^{-9} \end{bmatrix}, \\
\bar{Q}_5 &= \begin{bmatrix} -21,64 \cdot 10^{-3} & * & * & * & * \\ -715,38 \cdot 10^{-6} & -26,76 \cdot 10^{-3} & * & * & * \\ 3,21 & 328,33 \cdot 10^{-3} & -2,12 \cdot 10^3 & * & * \\ 172,05 \cdot 10^{-3} & 3,05 & 460,01 \cdot 10^{-3} & -2,15 \cdot 10^3 & * \\ -762,65 \cdot 10^{-9} & 5,35 \cdot 10^{-6} & -1,34 \cdot 10^{-3} & -1,70 \cdot 10^{-3} & -266,64 \cdot 10^{-9} \end{bmatrix}, \\
\bar{Q}_6 &= \begin{bmatrix} -16,22 \cdot 10^{-3} & * & * & * & * \\ -800,98 \cdot 10^{-6} & -29,91 \cdot 10^{-3} & * & * & * \\ 3,30 & 497,69 \cdot 10^{-3} & -2,18 \cdot 10^3 & * & * \\ 53,60 \cdot 10^{-3} & 3,12 & 1,09 & -2,20 \cdot 10^3 & * \\ 4,15 \cdot 10^{-6} & 976,33 \cdot 10^{-9} & -1,37 \cdot 10^{-3} & -1,74 \cdot 10^{-3} & -266,78 \cdot 10^{-9} \end{bmatrix}, \\
\bar{Q}_7 &= \begin{bmatrix} -21,15 \cdot 10^{-3} & * & * & * & * \\ -721,71 \cdot 10^{-6} & -22,52 \cdot 10^{-3} & * & * & * \\ 3,21 & 328,72 \cdot 10^{-3} & -2,12 \cdot 10^3 & * & * \\ 175,59 \cdot 10^{-3} & 3,08 & -35,92 \cdot 10^{-3} & -2,17 \cdot 10^3 & * \\ -2,27 \cdot 10^{-6} & 6,18 \cdot 10^{-6} & -1,34 \cdot 10^{-3} & -1,65 \cdot 10^{-3} & -269,29 \cdot 10^{-9} \end{bmatrix}, \\
\bar{Q}_8 &= \begin{bmatrix} -18,04 \cdot 10^{-3} & * & * & * & * \\ -714,31 \cdot 10^{-6} & -21,09 \cdot 10^{-3} & * & * & * \\ 3,31 & 472,67 \cdot 10^{-3} & -2,19 \cdot 10^3 & * & * \\ 18,37 \cdot 10^{-3} & 2,08 & 314,81 \cdot 10^{-3} & -1,46 \cdot 10^3 & * \\ 5,96 \cdot 10^{-6} & 1,34 \cdot 10^{-6} & -1,38 \cdot 10^{-3} & -1,09 \cdot 10^{-3} & -264,62 \cdot 10^{-9} \end{bmatrix},
\end{aligned} \tag{138}$$

$$P = \begin{bmatrix} 22,88 \cdot 10^{-6} & * & * & * & * \\ -16,00 \cdot 10^{-9} & 25,83 \cdot 10^{-6} & * & * & * \\ -8,35 \cdot 10^{-6} & -918,64 \cdot 10^{-9} & 5,49 \cdot 10^3 & * & * \\ -371,24 \cdot 10^{-9} & -7,81 \cdot 10^{-6} & -220,22 \cdot 10^{-9} & 5,49 \cdot 10^{-3} & * \\ -20,99 \cdot 10^{-12} & -129,19 \cdot 10^{-12} & 3,33 \cdot 10^{-9} & 4,35 \cdot 10^{-9} & 58,71 \cdot 10^{-9} \end{bmatrix}. \quad (139)$$

Utilizando as LMIs (132) e (135), Teorema 9 (restrição da norma H_∞ e saturação no sinal de controle). Com os parâmetros definidos anteriormente: $(X_0, D(\alpha), G(\alpha), \emptyset, \rho, \varepsilon_0, \varepsilon, \varphi, \beta_{elip})$ e $\beta = 0,1$, projetou-se o controlador para oito modelos locais apresentados em (140), com matrizes simétricas (141) e a matriz simétrica P (142).

$$\begin{aligned} K_1 &= \begin{bmatrix} -2,56 & -373,24 \cdot 10^{-3} & 463,87 & -134,40 & -1,10 \cdot 10^{-3} \\ 347,79 \cdot 10^{-3} & -2,50 & 132,78 & 460,08 & 1,43 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix}, \\ K_2 &= \begin{bmatrix} -2,57 & 346,31 \cdot 10^{-3} & 461,57 & 134,85 & -1,14 \cdot 10^{-3} \\ -392,84 \cdot 10^{-3} & -2,38 & -129,55 & 454,82 & 1,90 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix}, \\ K_3 &= \begin{bmatrix} -2,53 & -367,32 \cdot 10^{-3} & 463,17 & -134,44 & -615,85 \cdot 10^{-6} \\ 400,44 \cdot 10^{-3} & -2,42 & 130,63 & 458,22 & -826,31 \cdot 10^{-6} \end{bmatrix}, \\ K_4 &= \begin{bmatrix} -2,55 & 390,82 \cdot 10^{-3} & 463,33 & 134,29 & -1,54 \cdot 10^{-3} \\ -373,79 \cdot 10^{-3} & -2,55 & -134,67 & 462,29 & -357,29 \cdot 10^{-6} \end{bmatrix}, \\ K_5 &= \begin{bmatrix} -2,48 & -391,16 \cdot 10^{-3} & 461,15 & -133,27 & 1,01 \cdot 10^{-3} \\ 374,88 \cdot 10^{-3} & -2,55 & 132,32 & 456,64 & 1,89 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix}, \\ K_6 &= \begin{bmatrix} -2,51 & 418,04 \cdot 10^{-3} & 462,29 & 133,29 & 1,08 \cdot 10^{-3} \\ -409,41 \cdot 10^{-3} & -2,46 & -131,42 & 457,46 & 1,43 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix}, \\ K_7 &= \begin{bmatrix} -2,58 & -431,22 \cdot 10^{-3} & 461,39 & -134,00 & 1,42 \cdot 10^{-3} \\ 335,96 \cdot 10^{-3} & -2,50 & 133,24 & 458,92 & -340,68 \cdot 10^{-6} \end{bmatrix}, \\ K_8 &= \begin{bmatrix} -2,57 & 368,11 \cdot 10^{-3} & 465,77 & 135,84 & 624,59 \cdot 10^{-6} \\ -375,78 \cdot 10^{-3} & -2,45 & -131,52 & 460,07 & -880,80 \cdot 10^{-6} \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (140)$$

$$\begin{aligned} \bar{Q}_1 &= \begin{bmatrix} 347,67 \cdot 10^{-6} & * & * & * & * \\ 925,15 \cdot 10^{-9} & 345,19 \cdot 10^{-6} & * & * & * \\ -339,14 \cdot 10^{-6} & -2,17 \cdot 10^{-3} & -3,01 \cdot 10^{-3} & * & * \\ 2,27 \cdot 10^{-3} & -281,21 \cdot 10^{-6} & 1,21 \cdot 10^{-3} & -3,68 \cdot 10^{-3} & * \\ 32,75 \cdot 10^{-9} & -40,56 \cdot 10^{-9} & 2,80 \cdot 10^{-6} & -2,62 \cdot 10^{-6} & 374,48 \cdot 10^{-12} \end{bmatrix}, \\ \bar{Q}_2 &= \begin{bmatrix} 348,92 \cdot 10^{-6} & * & * & * & * \\ 947,62 \cdot 10^{-9} & 338,30 \cdot 10^{-6} & * & * & * \\ -329,38 \cdot 10^{-6} & 4,68 \cdot 10^{-3} & -4,26 \cdot 10^{-3} & * & * \\ -4,78 \cdot 10^{-3} & -267,02 \cdot 10^{-6} & 938,07 \cdot 10^{-6} & -3,43 \cdot 10^{-3} & * \\ 33,43 \cdot 10^{-9} & -54,98 \cdot 10^{-9} & 2,84 \cdot 10^{-6} & -3,43 \cdot 10^{-6} & 373,05 \cdot 10^{-12} \end{bmatrix}, \\ \bar{Q}_3 &= \begin{bmatrix} 347,76 \cdot 10^{-6} & * & * & * & * \\ -1,24 \cdot 10^{-6} & 340,46 \cdot 10^{-6} & * & * & * \\ -352,36 \cdot 10^{-6} & -2,13 \cdot 10^{-3} & -4,05 \cdot 10^{-3} & * & * \\ 2,24 \cdot 10^{-3} & -268,66 \cdot 10^{-6} & 779,35 \cdot 10^{-6} & -3,37 \cdot 10^{-3} & * \\ 19,07 \cdot 10^{-9} & 31,11 \cdot 10^{-9} & 1,96 \cdot 10^{-6} & 3,73 \cdot 10^{-6} & 376,11 \cdot 10^{-12} \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (141)$$

$$\begin{aligned}
\bar{Q}_4 &= \begin{bmatrix} 347,98.10^{-6} & * & * & * & * \\ -710,68.10^{-9} & 349,58.10^{-6} & * & * & * \\ -293,91.10^{-6} & 4,80.10^{-3} & -2,04.10^{-3} & * & * \\ -4,79.10^{-3} & -291,59.10^{-6} & 239,97.10^{-6} & -3,71.10^{-3} & * \\ 46,91.10^{-9} & 16,35.10^{-9} & 3,69.10^{-6} & 2,92.10^{-6} & 375,33.10^{-12} \end{bmatrix}, \\
\bar{Q}_5 &= \begin{bmatrix} 345,60.10^{-6} & * & * & * & * \\ 7,98.10^{-9} & 344,43.10^{-6} & * & * & * \\ -345,10.10^{-6} & -2,17.10^{-3} & -3,11.10^{-3} & * & * \\ 2,20.10^{-3} & -246,36.10^{-6} & 538,81.10^{-6} & -4,00.10^{-3} & * \\ -34,76.10^{-9} & -54,64.10^{-9} & -3,13.10^{-6} & -3,41.10^{-6} & 373,54.10^{-12} \end{bmatrix}, \\
\bar{Q}_6 &= \begin{bmatrix} 345,02.10^{-6} & * & * & * & * \\ -723,58.10^{-9} & 341,83.10^{-6} & * & * & * \\ -330,69.10^{-6} & 4,73.10^{-3} & -3,41.10^{-3} & * & * \\ -4,76.10^{-3} & -284,56.10^{-6} & 515,94.10^{-6} & -4,13.10^{-3} & * \\ -34,94.10^{-9} & -40,54.10^{-9} & -3,08.10^{-6} & -2,62.10^{-6} & 375,54.10^{-12} \end{bmatrix}, \\
\bar{Q}_7 &= \begin{bmatrix} 347,00.10^{-6} & * & * & * & * \\ 1,87.10^{-6} & 346,54.10^{-6} & * & * & * \\ -313,45.10^{-6} & -2,17.10^{-3} & -2,62.10^{-3} & * & * \\ 2,25.10^{-3} & -274,21.10^{-6} & 1,33.10^{-3} & -3,64.10^{-3} & * \\ -47,56.10^{-9} & 16,52.10^{-9} & -3,97.10^{-6} & 2,95.10^{-6} & 375,24.10^{-12} \end{bmatrix}, \\
\bar{Q}_8 &= \begin{bmatrix} 350,68.10^{-6} & * & * & * & * \\ 190,87.10^{-9} & 342,84.10^{-6} & * & * & * \\ -367,40.10^{-6} & 4,76.10^{-3} & -3,73.10^{-3} & * & * \\ -4,81.10^{-3} & -254,24.10^{-6} & 1,24.10^{-3} & -2,92.10^{-3} & * \\ -20,86.10^{-9} & 32,14.10^{-9} & -2,23.10^{-6} & 3,72.10^{-6} & 375,51.10^{-12} \end{bmatrix}, \\
P &= \begin{bmatrix} 61,61.10^{-9} & * & * & * & * \\ -15,61.10^{-12} & 61,63.10^{-9} & * & * & * \\ 3,36.10^{-6} & 110,08.10^{-12} & 5,57.10^{-3} & * & * \\ 38,99.10^{-12} & 3,36.10^{-6} & 19,78.10^{-9} & 5,57.10^{-3} & * \\ 64,87.10^{-15} & 1,19.10^{-12} & -160,37.10^{-12} & 8,15.10^{-9} & 810,30.10^{-12} \end{bmatrix}. \tag{142}
\end{aligned}$$

Para efeitos de comparações e considerando o artigo de Aouaouda, Chadli e Boukhni (2016), que desenvolveu um controlador tolerante a falhas utilizando o modelo fuzzy TS do MIT para acionamento de um veículo elétrico e, como continuidade do trabalho, informou que seria desenvolvido o controle tolerante a falhas considerando incertezas paramétricas, considerou-se o modelo fuzzy TS com incerteza de vinte por cento na constante de tempo do rotor, obtendo assim, dezesseis modelos locais, sendo estes apresentados na Tabela 7.

Verifica-se, da revisão da literatura, que controladores tolerantes a falhas que considerem incertezas paramétricas no acionamento do MIT, com modelos fuzzy TS, são

a_{43}	23,4	23,4	23,4	-23,4	23,4	-23,4	-23,4	-23,4
a_{44}	-8,29	-8,29	-8,29	-8,29	-8,29	-8,29	-8,29	-8,29
a_{45}	0	0	0	0	0	0	0	0
a_{51}	0	0	0	0	0	0	0	0
a_{52}	0	0	0	0	0	0	0	0
a_{53}	-4086,9	-4086,9	-4086,9	4086,9	-4086,9	4086,9	4086,9	4086,9
a_{54}	4086,9	4086,9	-4086,9	4086,9	-4086,9	4086,9	-4086,9	-4086,9
a_{55}	-0,341	-0,341	-0,341	-0,341	-0,341	-0,341	-0,341	-0,341

Fonte: Elaboração do próprio autor.

A partir das definições estabelecidas anteriormente e das LMIs (132) e (133), Teorema 8 (saturação no sinal de controle), $(X_0, D(\alpha), G(\alpha), \emptyset, \rho, \varepsilon_0, \varepsilon, \varphi, \beta_{elip})$, com $\beta = 2$, obteve-se os controladores (143), as matrizes simétricas para a lei de chaveamento (144) e a matriz simétrica P (145).

$$\begin{aligned}
 K_1 &= \begin{bmatrix} -4,08 & 13,51 \cdot 10^{-3} & -5,97 & 16,55 & 39,00 \cdot 10^{-6} \\ -20,95 \cdot 10^{-3} & -3,57 & -40,68 & -9,04 & 73,92 \cdot 10^{-6} \end{bmatrix}, \\
 K_2 &= \begin{bmatrix} -3,94 & -12,79 \cdot 10^{-3} & -3,33 & -25,55 & -12,07 \cdot 10^{-6} \\ 17,94 \cdot 10^{-3} & -3,61 \cdot 10^{-3} & 26,74 & -7,61 & -109,12 \cdot 10^{-6} \end{bmatrix}, \\
 K_3 &= \begin{bmatrix} -3,95 & 7,13 \cdot 10^{-3} & 280,62 \cdot 10^{-3} & 21,87 & -154,28 \cdot 10^{-6} \\ -14,06 \cdot 10^{-3} & -3,66 & -16,87 & 997,18 & 104,25 \cdot 10^{-6} \end{bmatrix}, \\
 K_4 &= \begin{bmatrix} -4,14 & -22,89 \cdot 10^{-3} & -3,01 & -30,76 & 201,13 \cdot 10^{-6} \\ 13,17 \cdot 10^{-3} & -3,76 & 23,39 & 450,78 \cdot 10^{-3} & -64,78 \cdot 10^{-6} \end{bmatrix}, \\
 K_5 &= \begin{bmatrix} -3,97 & 8,77 \cdot 10^{-3} & -3,76 & 18,35 & 2,53 \cdot 10^{-6} \\ -24,73 \cdot 10^{-3} & -3,63 & -30,70 & -718,46 \cdot 10^{-3} & -123,07 \cdot 10^{-6} \end{bmatrix}, \\
 K_6 &= \begin{bmatrix} -3,89 & -9,87 \cdot 10^{-3} & -1,95 & -21,24 & -53,57 \cdot 10^{-6} \\ 9,07 \cdot 10^{-3} & -3,64 & 19,16 & -1,01 & 84,75 \cdot 10^{-6} \end{bmatrix}, \\
 K_7 &= \begin{bmatrix} -4,00 & 8,96 \cdot 10^{-3} & -457,30 \cdot 10^{-3} & 16,15 & -201,73 \cdot 10^{-6} \\ -17,25 \cdot 10^{-3} & -3,64 & -27,49 & 2,09 & -87,62 \cdot 10^{-6} \end{bmatrix}, \\
 K_8 &= \begin{bmatrix} -4,22 & -7,51 \cdot 10^{-3} & -5,36 & -18,92 & 138,97 \cdot 10^{-6} \\ 19,87 \cdot 10^{-3} & -3,63 & 23,63 & -446,36 \cdot 10^{-3} & 130,65 \cdot 10^{-6} \end{bmatrix}, \\
 K_9 &= \begin{bmatrix} -3,86 & 17,60 \cdot 10^{-3} & -6,32 & 22,79 & 31,35 \cdot 10^{-6} \\ -25,68 \cdot 10^{-3} & -3,56 & -41,09 & -11,67 & 78,07 \cdot 10^{-6} \end{bmatrix}, \\
 K_{10} &= \begin{bmatrix} -3,32 & -15,59 \cdot 10^{-3} & -1,71 & -19,52 & -4,73 \cdot 10^{-6} \\ 24,98 \cdot 10^{-3} & -3,50 & 37,89 & -6,05 & -117,67 \cdot 10^{-6} \end{bmatrix}, \\
 K_{11} &= \begin{bmatrix} -3,30 & 38,88 \cdot 10^{-3} & 7,38 & 68,01 & -196,89 \cdot 10^{-6} \\ -37,64 \cdot 10^{-3} & -3,45 & -44,48 & -12,61 & 124,11 \cdot 10^{-6} \end{bmatrix}, \\
 K_{12} &= \begin{bmatrix} -3,35 & -25,65 \cdot 10^{-3} & -2,93 & -38,80 & 198,28 \cdot 10^{-6} \\ 29,08 \cdot 10^{-3} & -3,72 & 49,93 & -5,86 & -72,31 \cdot 10^{-6} \end{bmatrix}, \\
 K_{13} &= \begin{bmatrix} -3,93 & 8,18 \cdot 10^{-3} & -7,59 & 29,00 & 2,42 \cdot 10^{-6} \\ -37,72 \cdot 10^{-3} & -3,78 & -51,89 & -7,05 & -138,18 \cdot 10^{-6} \end{bmatrix}, \\
 K_{14} &= \begin{bmatrix} -3,98 & -21,70 \cdot 10^{-3} & -7,81 & -28,92 & -41,76 \cdot 10^{-6} \\ 20,89 \cdot 10^{-3} & -3,75 & 40,88 & -110,44 & 94,71 \cdot 10^{-6} \end{bmatrix}, \\
 K_{15} &= \begin{bmatrix} -4,13 & 26,86 \cdot 10^{-3} & -4,59 & 34,78 & -208,21 \cdot 10^{-6} \\ -29,06 \cdot 10^{-3} & -3,63 & -46,13 & -6,07 & -93,08 \cdot 10^{-6} \end{bmatrix},
 \end{aligned} \tag{143}$$

$$K_{16} = \begin{bmatrix} -4,21 & -31,59 \cdot 10^{-3} & -4,32 & -52,05 & 175,50 \cdot 10^{-6} \\ 53,56 \cdot 10^{-3} & -3,74 & 82,96 & -2,43 & 133,54 \cdot 10^{-6} \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned} \bar{Q}_1 &= \begin{bmatrix} -17,46 \cdot 10^{-3} & * & * & * & * \\ 1,38 \cdot 10^{-3} & -15,75 \cdot 10^{-3} & * & * & * \\ -23,63 & 2,59 & -32,51 \cdot 10^3 & * & * \\ -731,19 \cdot 10^{-3} & -22,91 & 31,29 & -34,27 \cdot 10^3 & * \\ -664,66 \cdot 10^{-6} & 5,85 \cdot 10^{-6} & -1,12 \cdot 10^{-3} & 8,71 \cdot 10^{-3} & -18,63 \cdot 10^{-9} \end{bmatrix}, \\ \bar{Q}_2 &= \begin{bmatrix} -17,46 \cdot 10^{-3} & * & * & * & * \\ 1,37 \cdot 10^{-3} & -15,75 \cdot 10^{-3} & * & * & * \\ -23,65 & 2,54 & -32,54 \cdot 10^3 & * & * \\ -691,12 \cdot 10^{-3} & -22,89 & 30,12 & -34,25 \cdot 10^3 & * \\ -615,15 \cdot 10^{-9} & 6,00 \cdot 10^{-6} & -1,12 \cdot 10^{-3} & 8,71 \cdot 10^{-3} & -18,61 \cdot 10^{-9} \end{bmatrix}, \\ \bar{Q}_3 &= \begin{bmatrix} -17,51 \cdot 10^{-3} & * & * & * & * \\ 1,37 \cdot 10^{-3} & -15,72 \cdot 10^{-3} & * & * & * \\ -23,67 & 2,58 & -32,56 \cdot 10^3 & * & * \\ -727,96 \cdot 10^{-3} & -22,83 & 32,04 & -34,14 \cdot 10^3 & * \\ -491,87 \cdot 10^{-9} & 5,81 \cdot 10^{-6} & -1,12 \cdot 10^{-3} & 8,69 \cdot 10^{-3} & -18,68 \cdot 10^{-9} \end{bmatrix}, \\ \bar{Q}_4 &= \begin{bmatrix} -17,48 \cdot 10^{-3} & * & * & * & * \\ 1,38 \cdot 10^{-3} & -15,59 \cdot 10^{-3} & * & * & * \\ -23,64 & 2,54 & -32,53 \cdot 10^3 & * & * \\ -679,67 \cdot 10^{-3} & -22,63 & 31,90 & -33,85 \cdot 10^3 & * \\ -799,90 \cdot 10^{-9} & 5,90 \cdot 10^{-6} & -1,12 \cdot 10^{-3} & 8,61 \cdot 10^{-3} & -18,65 \cdot 10^{-9} \end{bmatrix}, \\ \bar{Q}_5 &= \begin{bmatrix} -17,47 \cdot 10^{-3} & * & * & * & * \\ 1,38 \cdot 10^{-3} & -15,75 \cdot 10^{-3} & * & * & * \\ -23,66 & 2,59 & -32,55 \cdot 10^3 & * & * \\ -727,90 \cdot 10^{-3} & -22,88 & 31,90 & -34,23 \cdot 10^3 & * \\ -634,12 \cdot 10^{-9} & 6,01 \cdot 10^{-6} & -1,12 \cdot 10^{-3} & 8,71 \cdot 10^{-3} & -18,82 \cdot 10^{-9} \end{bmatrix}, \\ \bar{Q}_6 &= \begin{bmatrix} -17,47 \cdot 10^{-3} & * & * & * & * \\ 1,37 \cdot 10^{-3} & -15,79 \cdot 10^{-3} & * & * & * \\ -23,63 & 2,54 & -32,50 \cdot 10^3 & * & * \\ -689,88 \cdot 10^{-3} & -22,92 & 31,87 & -34,29 \cdot 10^3 & * \\ -584,74 \cdot 10^{-9} & 5,84 \cdot 10^{-6} & -1,12 \cdot 10^{-3} & 8,72 \cdot 10^{-3} & -18,81 \cdot 10^{-9} \end{bmatrix}, \\ \bar{Q}_7 &= \begin{bmatrix} -17,44 \cdot 10^{-3} & * & * & * & * \\ 1,38 \cdot 10^{-3} & -15,78 \cdot 10^{-3} & * & * & * \\ -23,63 & 2,58 & -32,51 \cdot 10^3 & * & * \\ -723,92 \cdot 10^{-3} & -22,85 & 32,96 & -34,17 \cdot 10^3 & * \\ -458,70 \cdot 10^{-9} & 5,97 \cdot 10^{-6} & -1,12 \cdot 10^{-3} & 8,69 \cdot 10^{-3} & -18,63 \cdot 10^{-9} \end{bmatrix}, \\ \bar{Q}_8 &= \begin{bmatrix} -17,45 \cdot 10^{-3} & * & * & * & * \\ 1,37 \cdot 10^{-3} & -15,59 \cdot 10^{-3} & * & * & * \\ -23,64 & 2,54 & -32,53 \cdot 10^3 & * & * \\ -681,13 \cdot 10^{-3} & -22,66 & 31,91 & -33,89 \cdot 10^3 & * \\ -767,20 \cdot 10^{-9} & 5,74 \cdot 10^{-6} & -1,12 \cdot 10^{-3} & 8,62 \cdot 10^{-3} & -18,71 \cdot 10^{-9} \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (144)$$

$$\begin{aligned}
\bar{Q}_9 &= \begin{bmatrix} -17,49 \cdot 10^{-3} & * & * & * & * \\ 1,38 \cdot 10^{-3} & -16,00 \cdot 10^{-3} & * & * & * \\ -23,65 & 2,60 & -32,53 \cdot 10^3 & * & * \\ -737,93 \cdot 10^{-3} & -23,27 & 35,23 & -34,81 \cdot 10^3 & * \\ -658,75 \cdot 10^{-9} & 5,94 \cdot 10^{-6} & -1,12 \cdot 10^{-3} & 8,85 \cdot 10^{-3} & -18,67 \cdot 10^{-9} \end{bmatrix}, \\
\bar{Q}_{10} &= \begin{bmatrix} -17,33 \cdot 10^{-3} & * & * & * & * \\ 1,33 \cdot 10^{-3} & -15,99 \cdot 10^{-3} & * & * & * \\ -23,43 & 2,50 & -32,23 \cdot 10^3 & * & * \\ -704,01 \cdot 10^{-3} & -23,25 & 29,42 & -34,78 \cdot 10^3 & * \\ -608,77 \cdot 10^{-9} & -6,10 \cdot 10^{-6} & -1,10 \cdot 10^{-3} & 8,85 \cdot 10^{-3} & -18,79 \cdot 10^{-9} \end{bmatrix}, \\
\bar{Q}_{11} &= \begin{bmatrix} -17,52 \cdot 10^{-3} & * & * & * & * \\ 1,36 \cdot 10^{-3} & -15,52 \cdot 10^{-3} & * & * & * \\ -23,64 & 2,60 & -32,51 \cdot 10^3 & * & * \\ -762,29 \cdot 10^{-3} & -22,56 \cdot 10^{-3} & 34,44 & -33,76 \cdot 10^3 & * \\ -465,08 \cdot 10^{-9} & 5,73 \cdot 10^{-6} & -1,12 \cdot 10^{-3} & 8,59 \cdot 10^{-3} & -18,69 \cdot 10^{-9} \end{bmatrix}, \\
\bar{Q}_{12} &= \begin{bmatrix} -17,30 \cdot 10^{-3} & * & * & * & * \\ 1,35 \cdot 10^{-3} & -15,56 \cdot 10^{-3} & * & * & * \\ -23,39 & 2,50 & -32,18 \cdot 10^3 & * & * \\ -670,94 \cdot 10^{-3} & -22,61 & 31,81 & -33,82 \cdot 10^3 & * \\ -799,00 \cdot 10^{-9} & 5,90 \cdot 10^{-6} & -1,10 \cdot 10^{-3} & 8,61 \cdot 10^{-3} & -18,70 \cdot 10^{-9} \end{bmatrix}, \\
\bar{Q}_{13} &= \begin{bmatrix} -17,30 \cdot 10^{-3} & * & * & * & * \\ 1,36 \cdot 10^{-3} & -15,97 \cdot 10^{-3} & * & * & * \\ -23,38 & 2,58 & -32,16 \cdot 10^3 & * & * \\ -743,56 \cdot 10^{-3} & -23,25 & 34,25 & -34,79 \cdot 10^3 & * \\ -617,28 \cdot 10^{-9} & 6,12 \cdot 10^{-6} & -1,11 \cdot 10^{-3} & 8,85 \cdot 10^{-3} & -18,88 \cdot 10^{-9} \end{bmatrix}, \\
\bar{Q}_{14} &= \begin{bmatrix} -17,32 \cdot 10^{-3} & * & * & * & * \\ 1,33 \cdot 10^{-3} & -16,02 \cdot 10^{-3} & * & * & * \\ -23,43 & 2,51 & -32,23 \cdot 10^3 & * & * \\ -703,10 \cdot 10^{-3} & -23,27 & 3,24 & -34,80 \cdot 10^3 & * \\ -578,93 \cdot 10^{-9} & 5,92 \cdot 10^{-6} & -1,11 \cdot 10^{-3} & 8,85 \cdot 10^{-3} & -18,82 \cdot 10^{-9} \end{bmatrix}, \\
\bar{Q}_{15} &= \begin{bmatrix} -17,31 \cdot 10^{-3} & * & * & * & * \\ 1,36 \cdot 10^{-3} & -15,56 \cdot 10^{-3} & * & * & * \\ -23,45 & 2,57 & -32,26 \cdot 10^3 & * & * \\ -733,39 \cdot 10^{-3} & -22,62 & 29,11 & -33,83 \cdot 10^3 & * \\ -440,58 \cdot 10^{-9} & 5,92 \cdot 10^{-6} & -1,11 \cdot 10^{-3} & 8,61 \cdot 10^{-3} & -18,67 \cdot 10^{-9} \end{bmatrix}, \\
\bar{Q}_{16} &= \begin{bmatrix} -16,99 \cdot 10^{-3} & * & * & * & * \\ 1,30 \cdot 10^{-3} & -15,64 \cdot 10^{-3} & * & * & * \\ -22,97 & 2,42 & -31,61 \cdot 10^3 & * & * \\ -667,18 \cdot 10^{-3} & -22,74 & 31,41 & -34,02 \cdot 10^3 & * \\ -759,86 \cdot 10^{-9} & 5,76 \cdot 10^{-6} & -1,09 \cdot 10^{-3} & 8,65 \cdot 10^{-3} & -18,83 \cdot 10^{-9} \end{bmatrix}, \\
P &= \begin{bmatrix} 1,75 \cdot 10^{-6} & * & * & * & * \\ 126,98 \cdot 10^{-12} & 1,67 \cdot 10^{-6} & * & * & * \\ 3,88 \cdot 10^{-6} & -425,58 \cdot 10^{-9} & 5,35 \cdot 10^{-3} & * & * \\ 115,73 \cdot 10^{-9} & 3,57 \cdot 10^{-6} & -2,60 \cdot 10^{-6} & 5,35 \cdot 10^{-3} & * \\ -368,51 \cdot 10^{-15} & -794,65 \cdot 10^{-15} & 183,32 \cdot 10^{-12} & -1,36 \cdot 10^{-9} & 3,60 \cdot 10^{-9} \end{bmatrix}. \tag{145}
\end{aligned}$$

Por fim, a partir das LMIs (132) e (135), Teorema 9 (restrição da norma H_∞ e saturação no sinal de controle), com os parâmetros anteriores, $(X_0, D(\alpha), G(\alpha), \emptyset, \rho, \varepsilon_0, \varepsilon, \varphi, \beta_{elip})$ e $\beta = 0,1$, obteve-se os controladores (146), as matrizes simétricas para a lei de chaveamento (147) e a matriz simétrica P (148).

$$\begin{aligned}
 K_1 &= \begin{bmatrix} -1,83 & -356,60 \cdot 10^{-3} & 400,09 & -80,58 & -1,31 \cdot 10^{-3} \\ 554,85 \cdot 10^{-3} & -1,90 & 77,84 & 378,92 & 1,74 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix}, \\
 K_2 &= \begin{bmatrix} -1,49 & 422,94 \cdot 10^{-3} & 395,09 & 76,12 & -1,52 \cdot 10^{-3} \\ -574,10 \cdot 10^{-3} & -1,46 & -73,10 & 375,95 & 2,26 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix}, \\
 K_3 &= \begin{bmatrix} -1,43 & -192,34 \cdot 10^{-3} & 400,59 & -77,16 & -846,99 \cdot 10^{-6} \\ 178,42 \cdot 10^{-3} & -1,94 & 80,88 & 390,28 & -1,23 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix}, \\
 K_4 &= \begin{bmatrix} -1,72 & 547,68 \cdot 10^{-3} & 417,92 & 81,70 & -2,01 \cdot 10^{-3} \\ -279,10 \cdot 10^{-3} & -1,41 & -71,84 & 365,44 & -852,27 \cdot 10^{-6} \end{bmatrix}, \\
 K_5 &= \begin{bmatrix} -1,70 & -254,67 \cdot 10^{-3} & 410,59 & -81,18 & 1,51 \cdot 10^{-3} \\ 242,07 \cdot 10^{-3} & -1,69 & 80,88 & 403,32 & 2,23 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix}, \\
 K_6 &= \begin{bmatrix} -1,10 & 448,90 \cdot 10^{-3} & 389,35 & 71,24 & 1,37 \cdot 10^{-3} \\ -372,18 \cdot 10^{-3} & -1,77 & -80,26 & 397,86 & 1,78 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix}, \\
 K_7 &= \begin{bmatrix} -1,37 & -427,32 \cdot 10^{-3} & 386,68 & -73,51 & 2,06 \cdot 10^{-3} \\ 541,08 \cdot 10^{-3} & -1,67 & 77,07 & 384,08 & -792,61 \cdot 10^{-6} \end{bmatrix}, \\
 K_8 &= \begin{bmatrix} -1,67 & 261,26 \cdot 10^{-3} & 452,49 & 88,04 & 803,43 \cdot 10^{-6} \\ -200,02 \cdot 10^{-3} & -1,59 & -77,51 & 391,32 & -1,25 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix}, \\
 K_9 &= \begin{bmatrix} -1,31 & -253,68 \cdot 10^{-3} & 384,16 & -86,99 & -1,45 \cdot 10^{-3} \\ 981,58 \cdot 10^{-3} & -906,00 \cdot 10^{-3} & 80,57 & 372,51 & 1,76 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix}, \\
 K_{10} &= \begin{bmatrix} -541,43 \cdot 10^{-3} & 123,63 \cdot 10^{-3} & 347,74 & 71,30 & -1,65 \cdot 10^{-3} \\ -509,88 \cdot 10^{-3} & -1,13 & -75,06 & 334,05 & 2,35 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix}, \\
 K_{11} &= \begin{bmatrix} -1,57 & -617,14 \cdot 10^{-3} & 428,99 & -99,85 & -830,72 \cdot 10^{-6} \\ 504,15 \cdot 10^{-3} & -980,35 \cdot 10^{-3} & 75,58 & 345,79 & -1,52 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix}, \\
 K_{12} &= \begin{bmatrix} -1,11 & 603,51 \cdot 10^{-3} & 355,45 & 79,07 & -2,21 \cdot 10^{-3} \\ 144,23 \cdot 10^{-3} & -625,64 \cdot 10^{-3} & -72,52 & 348,73 & -978,88 \cdot 10^{-6} \end{bmatrix}, \\
 K_{13} &= \begin{bmatrix} -1,28 & -688,22 \cdot 10^{-3} & 394,01 & -89,45 & 1,53 \cdot 10^{-3} \\ 740,45 \cdot 10^{-3} & -865,68 \cdot 10^{-3} & 74,63 & 344,71 & 2,38 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix}, \\
 K_{14} &= \begin{bmatrix} -325,49 \cdot 10^{-3} & 524,06 \cdot 10^{-3} & 375,52 & 74,51 & 1,54 \cdot 10^{-3} \\ -263,96 \cdot 10^{-3} & -1,65 & -81,94 & 340,96 & 1,76 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix}, \\
 K_{15} &= \begin{bmatrix} -365,05 \cdot 10^{-3} & -675,61 \cdot 10^{-3} & 392,05 & -78,20 & 2,23 \cdot 10^{-3} \\ 528,39 \cdot 10^{-3} & -714,83 \cdot 10^{-3} & 70,44 & 330,10 & -972,81 \cdot 10^{-6} \end{bmatrix}, \\
 K_{16} &= \begin{bmatrix} -805,19 \cdot 10^{-3} & 2,13 \cdot 10^{-3} & 339,22 & 72,50 & 950,32 \cdot 10^{-6} \\ -542,34 \cdot 10^{-3} & -1,73 & -93,18 & 392,71 & -1,34 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix},
 \end{aligned} \tag{146}$$

$$\bar{Q}_1 = \begin{bmatrix} 189,69 \cdot 10^{-6} & * & * & * & * \\ -2,58 \cdot 10^{-6} & 179,54 \cdot 10^{-6} & * & * & * \\ -76,68 \cdot 10^{-6} & -921,25 \cdot 10^{-6} & 1,61 \cdot 10^{-3} & * & * \\ 947,91 \cdot 10^{-6} & -146,21 \cdot 10^{-6} & 867,63 \cdot 10^{-6} & 659,49 \cdot 10^{-6} & * \\ 34,67 \cdot 10^{-9} & -38,68 \cdot 10^{-9} & 2,52 \cdot 10^{-6} & -2,81 \cdot 10^{-6} & 404,35 \cdot 10^{-12} \end{bmatrix}, \tag{147}$$

$$\begin{aligned}
\bar{Q}_2 &= \begin{bmatrix} 179,95 \cdot 10^{-6} & * & * & * & * \\ 3,24 \cdot 10^{-6} & 168,81 \cdot 10^{-6} & * & * & * \\ -101,30 \cdot 10^{-6} & 2,38 \cdot 10^{-3} & 827,26 \cdot 10^{-6} & * & * \\ -2,49 \cdot 10^{-3} & -158,79 \cdot 10^{-6} & -738,41 \cdot 10^{-6} & 463,72 \cdot 10^{-6} & * \\ 41,04 \cdot 10^{-9} & -50,30 \cdot 10^{-9} & 3,17 \cdot 10^{-6} & -3,53 \cdot 10^{-6} & 402,72 \cdot 10^{-12} \end{bmatrix}, \\
\bar{Q}_3 &= \begin{bmatrix} 181,56 \cdot 10^{-6} & * & * & * & * \\ -164,38 \cdot 10^{-9} & 186,50 \cdot 10^{-6} & * & * & * \\ -113,85 \cdot 10^{-6} & -992,54 \cdot 10^{-6} & 1,95 \cdot 10^{-3} & * & * \\ 860,32 \cdot 10^{-6} & -112,32 \cdot 10^{-6} & 448,95 \cdot 10^{-6} & 2,50 \cdot 10^{-6} & * \\ 23,82 \cdot 10^{-9} & 33,66 \cdot 10^{-9} & 1,76 \cdot 10^{-6} & 3,66 \cdot 10^{-6} & 410,49 \cdot 10^{-12} \end{bmatrix}, \\
\bar{Q}_4 &= \begin{bmatrix} 193,15 \cdot 10^{-6} & * & * & * & * \\ 389,30 \cdot 10^{-9} & 165,44 \cdot 10^{-6} & * & * & * \\ -117,59 \cdot 10^{-6} & 2,35 \cdot 10^{-3} & 940,12 \cdot 10^{-6} & * & * \\ -2,63 \cdot 10^{-3} & -139,28 \cdot 10^{-6} & -569,59 \cdot 10^{-6} & 1,26 \cdot 10^{-3} & * \\ 51,42 \cdot 10^{-9} & 24,08 \cdot 10^{-9} & 3,95 \cdot 10^{-6} & 2,94 \cdot 10^{-6} & 408,96 \cdot 10^{-12} \end{bmatrix}, \\
\bar{Q}_5 &= \begin{bmatrix} 191,63 \cdot 10^{-6} & * & * & * & * \\ 2,03 \cdot 10^{-6} & 186,18 \cdot 10^{-6} & * & * & * \\ -121,94 \cdot 10^{-6} & -996,37 \cdot 10^{-6} & 2,02 \cdot 10^{-3} & * & * \\ 954,59 \cdot 10^{-6} & -87,85 \cdot 10^{-6} & -1,06 \cdot 10^{-3} & 1,00 \cdot 10^{-3} & * \\ -33,14 \cdot 10^{-9} & -48,86 \cdot 10^{-9} & -3,57 \cdot 10^{-6} & -3,52 \cdot 10^{-6} & 402,81 \cdot 10^{-12} \end{bmatrix}, \\
\bar{Q}_6 &= \begin{bmatrix} 168,02 \cdot 10^{-6} & * & * & * & * \\ -411,66 \cdot 10^{-9} & 185,57 \cdot 10^{-6} & * & * & * \\ -154,49 \cdot 10^{-6} & 2,55 \cdot 10^{-3} & 2,49 \cdot 10^{-3} & * & * \\ -2,38 \cdot 10^{-3} & -102,01 \cdot 10^{-6} & -1,23 \cdot 10^{-3} & -1,65 \cdot 10^{-3} & * \\ -28,81 \cdot 10^{-9} & -38,72 \cdot 10^{-9} & -2,91 \cdot 10^{-6} & -2,81 \cdot 10^{-6} & 404,24 \cdot 10^{-12} \end{bmatrix}, \\
\bar{Q}_7 &= \begin{bmatrix} 174,02 \cdot 10^{-6} & * & * & * & * \\ -950,68 \cdot 10^{-9} & 177,10 \cdot 10^{-6} & * & * & * \\ -104,34 \cdot 10^{-6} & -903,52 \cdot 10^{-6} & 2,35 \cdot 10^{-3} & * & * \\ 777,28 \cdot 10^{-6} & -136,75 \cdot 10^{-6} & -968,21 \cdot 10^{-6} & -887,49 \cdot 10^{-6} & * \\ -45,83 \cdot 10^{-9} & 23,56 \cdot 10^{-9} & -4,33 \cdot 10^{-6} & 2,93 \cdot 10^{-6} & 408,86 \cdot 10^{-12} \end{bmatrix}, \\
\bar{Q}_8 &= \begin{bmatrix} 207,26 \cdot 10^{-6} & * & * & * & * \\ 2,58 \cdot 10^{-6} & 179,42 \cdot 10^{-6} & * & * & * \\ -95,24 \cdot 10^{-6} & 2,48 \cdot 10^{-3} & 582,96 \cdot 10^{-6} & * & * \\ -2,78 \cdot 10^{-3} & -133,86 \cdot 10^{-6} & -2,13 \cdot 10^{-3} & 2,45 \cdot 10^{-3} & * \\ -16,08 \cdot 10^{-9} & 34,04 \cdot 10^{-9} & -2,14 \cdot 10^{-6} & 3,64 \cdot 10^{-6} & 410,43 \cdot 10^{-12} \end{bmatrix}, \\
\bar{Q}_9 &= \begin{bmatrix} 193,12 \cdot 10^{-6} & * & * & * & * \\ -505,19 \cdot 10^{-9} & 169,86 \cdot 10^{-6} & * & * & * \\ 476,85 \cdot 10^{-6} & -911,72 \cdot 10^{-6} & -6,48 \cdot 10^{-3} & * & * \\ 1,07 \cdot 10^{-3} & 362,27 \cdot 10^{-6} & 1,65 \cdot 10^{-3} & -6,69 \cdot 10^{-3} & * \\ 37,73 \cdot 10^{-9} & -39,09 \cdot 10^{-9} & 2,78 \cdot 10^{-6} & -2,89 \cdot 10^{-6} & 403,78 \cdot 10^{-12} \end{bmatrix}, \\
\bar{Q}_{10} &= \begin{bmatrix} 158,43 \cdot 10^{-6} & * & * & * & * \\ 1,56 \cdot 10^{-6} & 161,06 \cdot 10^{-6} & * & * & * \\ 317,96 \cdot 10^{-6} & 2,39 \cdot 10^{-3} & -7,04 \cdot 10^{-3} & * & * \\ -2,34 \cdot 10^{-3} & 317,99 \cdot 10^{-6} & -295,32 \cdot 10^{-6} & -10,04 \cdot 10^{-3} & * \\ 43,23 \cdot 10^{-9} & -52,86 \cdot 10^{-9} & 3,27 \cdot 10^{-6} & -3,77 \cdot 10^{-6} & 401,74 \cdot 10^{-12} \end{bmatrix},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\bar{Q}_{11} &= \begin{bmatrix} 218,56 \cdot 10^{-6} & * & * & * & * \\ 1,97 \cdot 10^{-6} & 162,16 \cdot 10^{-6} & * & * & * \\ 534,29 \cdot 10^{-6} & -817,92 \cdot 10^{-6} & -7,70 \cdot 10^{-3} & * & * \\ 1,37 \cdot 10^{-3} & 365,66 \cdot 10^{-6} & 2,81 \cdot 10^{-3} & -3,01 \cdot 10^{-3} & * \\ 23,42 \cdot 10^{-9} & 39,03 \cdot 10^{-9} & 1,85 \cdot 10^{-6} & 3,89 \cdot 10^{-6} & 410,59 \cdot 10^{-12} \end{bmatrix}, \\
\bar{Q}_{12} &= \begin{bmatrix} 172,67 \cdot 10^{-6} & * & * & * & * \\ -1,41 \cdot 10^{-6} & 159,58 \cdot 10^{-6} & * & * & * \\ 352,27 \cdot 10^{-6} & 2,35 \cdot 10^{-3} & -7,13 \cdot 10^{-3} & * & * \\ -2,51 \cdot 10^{-3} & 341,27 \cdot 10^{-6} & -755,83 \cdot 10^{-6} & -8,41 \cdot 10^{-3} & * \\ 56,06 \cdot 10^{-9} & 26,20 \cdot 10^{-9} & 4,22 \cdot 10^{-6} & 3,02 \cdot 10^{-6} & 408,68 \cdot 10^{-12} \end{bmatrix}, \\
\bar{Q}_{13} &= \begin{bmatrix} 195,25 \cdot 10^{-6} & * & * & * & * \\ 2,74 \cdot 10^{-6} & 158,23 \cdot 10^{-6} & * & * & * \\ 445,01 \cdot 10^{-6} & -778,59 \cdot 10^{-6} & -7,77 \cdot 10^{-3} & * & * \\ 1,10 \cdot 10^{-3} & 353,78 \cdot 10^{-6} & 661,87 \cdot 10^{-6} & -5,65 \cdot 10^{-3} & * \\ -33,73 \cdot 10^{-9} & -52,64 \cdot 10^{-9} & -3,65 \cdot 10^{-6} & -3,74 \cdot 10^{-6} & 401,87 \cdot 10^{-12} \end{bmatrix}, \\
\bar{Q}_{14} &= \begin{bmatrix} 162,38 \cdot 10^{-6} & * & * & * & * \\ -764,05 \cdot 10^{-9} & 177,59 \cdot 10^{-6} & * & * & * \\ 310,60 \cdot 10^{-6} & 2,56 \cdot 10^{-3} & -5,22 \cdot 10^{-3} & * & * \\ -2,39 \cdot 10^{-3} & 417,11 \cdot 10^{-6} & -485,20 \cdot 10^{-6} & -10,11 \cdot 10^{-3} & * \\ -32,49 \cdot 10^{-9} & -38,90 \cdot 10^{-9} & -3,17 \cdot 10^{-6} & -2,88 \cdot 10^{-6} & 403,66 \cdot 10^{-12} \end{bmatrix}, \\
\bar{Q}_{15} &= \begin{bmatrix} 171,19 \cdot 10^{-6} & * & * & * & * \\ -171,59 \cdot 10^{-9} & 149,85 \cdot 10^{-6} & * & * & * \\ 385,21 \cdot 10^{-6} & -692,33 \cdot 10^{-6} & -7,89 \cdot 10^{-3} & * & * \\ 823,53 \cdot 10^{-6} & 271,88 \cdot 10^{-6} & 89,19 \cdot 10^{-6} & -9,76 \cdot 10^{-3} & * \\ -49,26 \cdot 10^{-9} & 26,68 \cdot 10^{-9} & -4,61 \cdot 10^{-6} & 3,03 \cdot 10^{-6} & 408,59 \cdot 10^{-12} \end{bmatrix}, \\
\bar{Q}_{16} &= \begin{bmatrix} 161,03 \cdot 10^{-6} & * & * & * & * \\ 58,18 \cdot 10^{-9} & 201,44 \cdot 10^{-6} & * & * & * \\ 312,64 \cdot 10^{-6} & 2,83 \cdot 10^{-3} & -3,23 \cdot 10^{-3} & * & * \\ -2,38 \cdot 10^{-3} & 508,06 \cdot 10^{-6} & 302,45 \cdot 10^{-6} & -8,95 \cdot 10^{-3} & * \\ -18,61 \cdot 10^{-9} & 36,10 \cdot 10^{-9} & -2,27 \cdot 10^{-6} & 3,89 \cdot 10^{-6} & 410,71 \cdot 10^{-12} \end{bmatrix}, \\
P &= \begin{bmatrix} 47,89 \cdot 10^{-9} & * & * & * & * \\ -39,92 \cdot 10^{-12} & 47,75 \cdot 10^{-9} & * & * & * \\ 3,22 \cdot 10^{-6} & 789,32 \cdot 10^{-12} & 5,53 \cdot 10^{-3} & * & * \\ -225,58 \cdot 10^{-12} & 3,23 \cdot 10^{-6} & -161,13 \cdot 10^{-9} & 5,50 \cdot 10^{-3} & * \\ 19,68 \cdot 10^{-15} & 3,50 \cdot 10^{-12} & 39,39 \cdot 10^{-12} & 6,87 \cdot 10^{-9} & 865,77 \cdot 10^{-12} \end{bmatrix}. \tag{148}
\end{aligned}$$

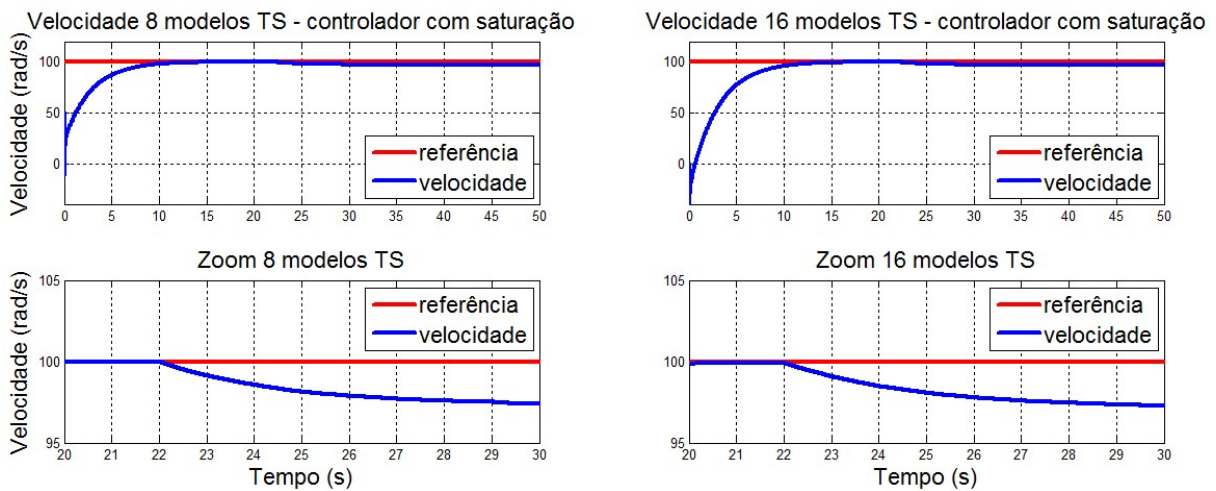
5.4 ANÁLISES DOS CONTROLADORES CHAVEADOS PROJETADOS

Na seção anterior foram definidos os parâmetros do equipamento, os valores máximos e mínimos das variáveis premissas e através da resolução das LMIs, foram obtidos os controladores.

Assim sendo, utilizando o *software* Matlab/Simulink desenvolveu-se a simulação dos modelos para os controladores com saturação no sinal de controle (137) e (143) e com restrição na norma H_∞ e saturação no sinal de controle (140) e (146).

Na Figura 70 apresenta-se a resposta da velocidade do equipamento com sinal de referência constante em 100 rad/s no período de 50 segundos. No instante de 22 segundos aplicou-se um degrau de carga (1 N.m).

Figura 70 – Velocidade do motor para os controladores com saturação no sinal de controle, 8 modelos (137) e 16 modelos (143).



Fonte: Elaboração do próprio autor.

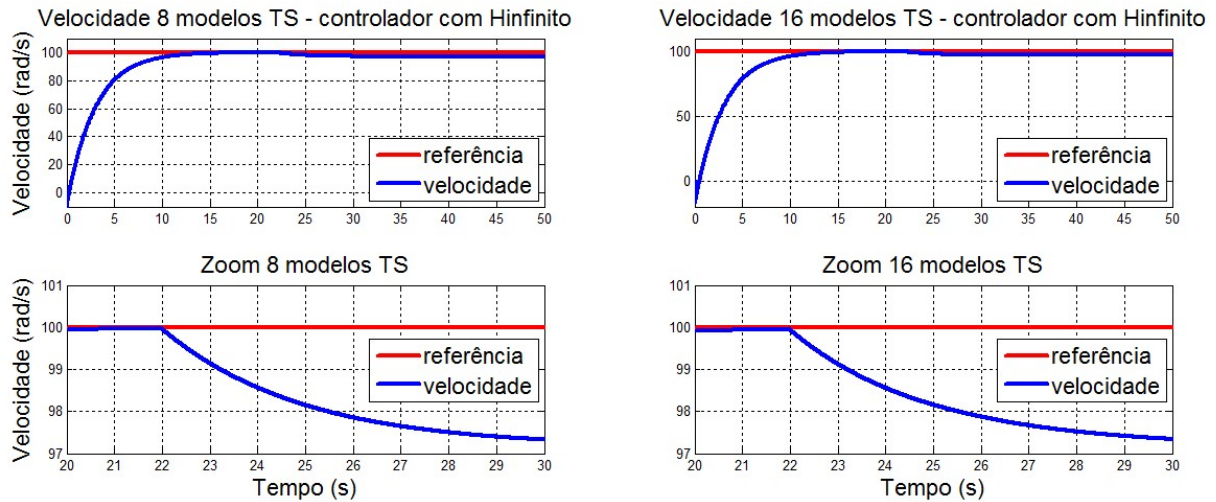
Evidencia-se que a velocidade teve uma boa resposta seguindo a referência do sinal e, após a aplicação do degrau unitário de carga constata-se uma queda da velocidade e posterior acompanhamento da referência.

Além disto, é possível constatar que em ambos modelos as respostas foram bem semelhantes, ou seja, a incerteza na constante de tempo do rotor foi compensada pelo sistema de controle.

Na Figura 71, apresenta-se a resposta dos modelos para os controladores com restrição na norma H_∞ e saturação no sinal de controle, ou seja, controladores (140) e (146).

Constata-se que a restrição na norma H_∞ possibilitou uma melhor rejeição ao distúrbio do torque, pois, a velocidade, após a aplicação do degrau unitário, atingiu o valor de 97,5 rad/s, aproximadamente, enquanto que nos controladores sem a restrição da norma a velocidade atingiu o valor de 96 rad/s, conforme verifica-se na Figura 70.

Figura 71 – Velocidade do motor para os controladores com restrição da norma H_∞ e saturação no sinal de controle, 8 modelos (140) e 16 modelos (146).



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Para os quatro conjuntos de controladores analisados, Figuras 70 e 71, verifica-se que a velocidade do MIT demora para atingir o valor de referência solicitado. Este fato, é ruim comparativamente aos resultados obtidos em Allouche *et al.* (2015).

Porém, deve-se salientar que ao adotar a região de operação do modelo fuzzy TS, garante-se que as variáveis de estado estarão durante toda a aplicação dentro desta região, fato este que não acontece com os resultados presentes na literatura.

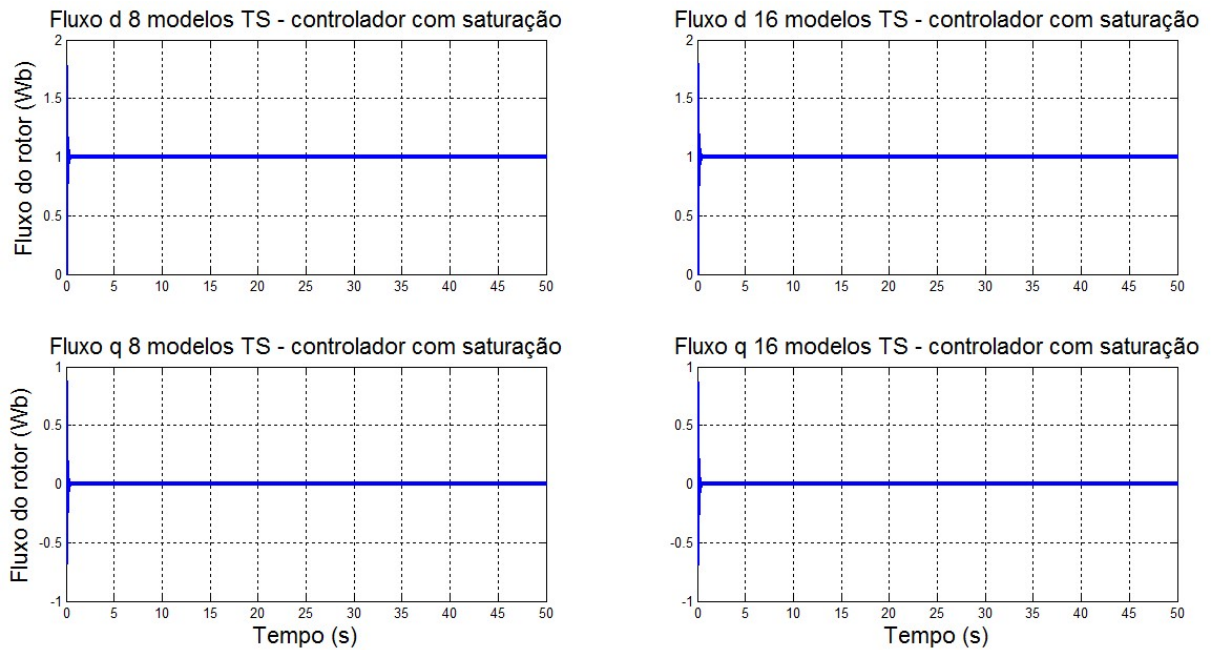
O desenvolvimento do modelo fuzzy TS considera os valores máximos e mínimos das variáveis premissas, porém, sem considerar a região de operação, conforme as pesquisas realizadas, não existe garantia de que estes limites (mínimos e máximos das variáveis premissas) serão respeitados.

Na Figura 72 apresentam-se as respostas dos fluxos dos eixos direto e em quadratura para os controladores com saturação no sinal de controle, 8 modelos, (137), do lado esquerdo e, do lado direito, as respostas dos fluxos dos eixos diretos e em quadratura do MIT para o controlador (143), 16 modelos. O sinal de referência do fluxo do eixo direto foi considerado 1 Wb.

Para melhor visualização da resposta apresentada na Figura 72, efetuou-se um *zoom* no instante de partida do equipamento, sendo esta apresentada na Figura 73.

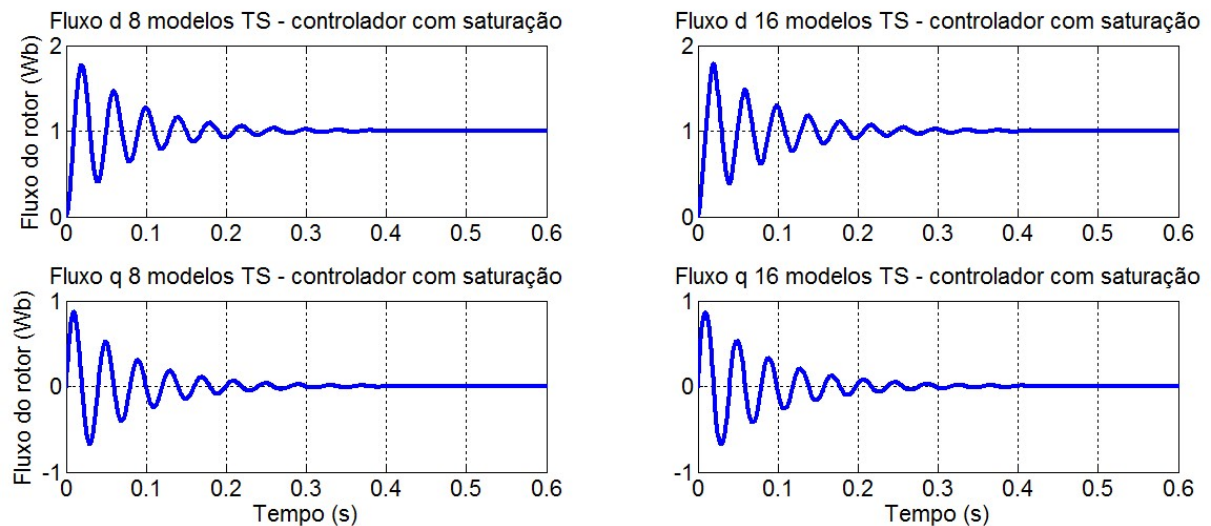
As respostas apresentadas nas Figuras 72 e 73 apresentam pouca influência da variação da constante de tempo do rotor no sinal do fluxo, fato este importante, pois, ilustra boa robustez do sistema de controle para esta incerteza.

Figura 72 – Fluxo do motor para os controladores com saturação no sinal de controle, 8 modelos (137) e 16 modelos (143).



Fonte: Elaboração do próprio autor.

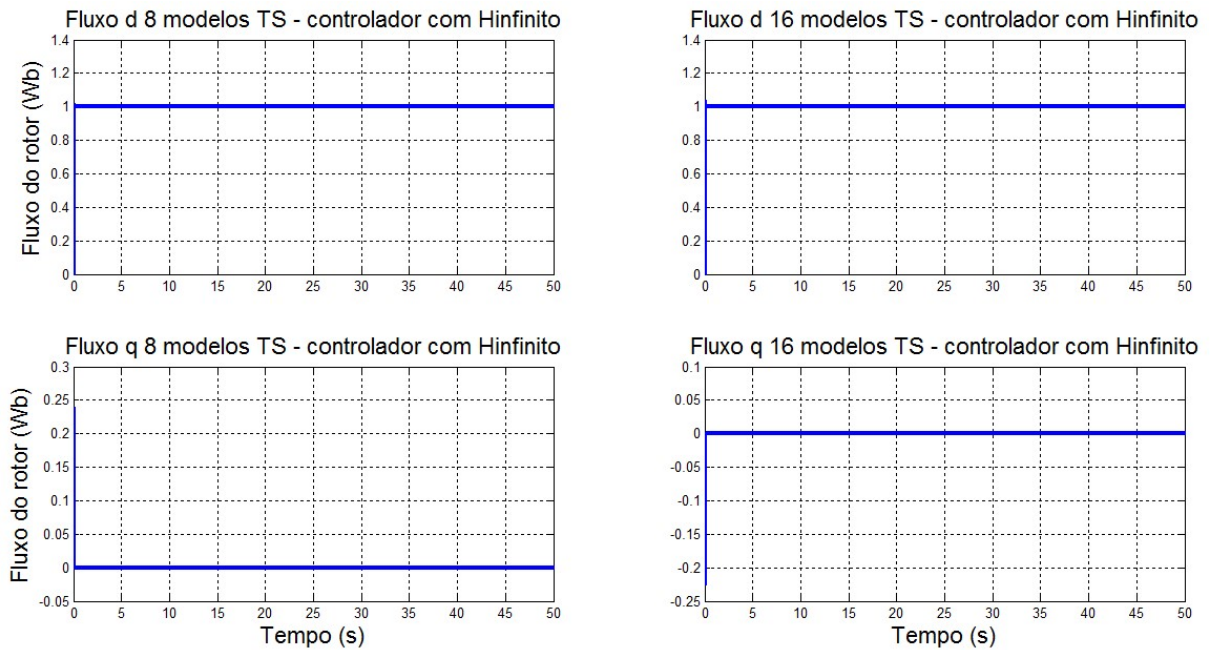
Figura 73 – *Zoom* do fluxo do motor para os controladores com saturação no sinal de controle, 8 modelos (137) e 16 modelos (143).



Fonte: Elaboração do próprio autor.

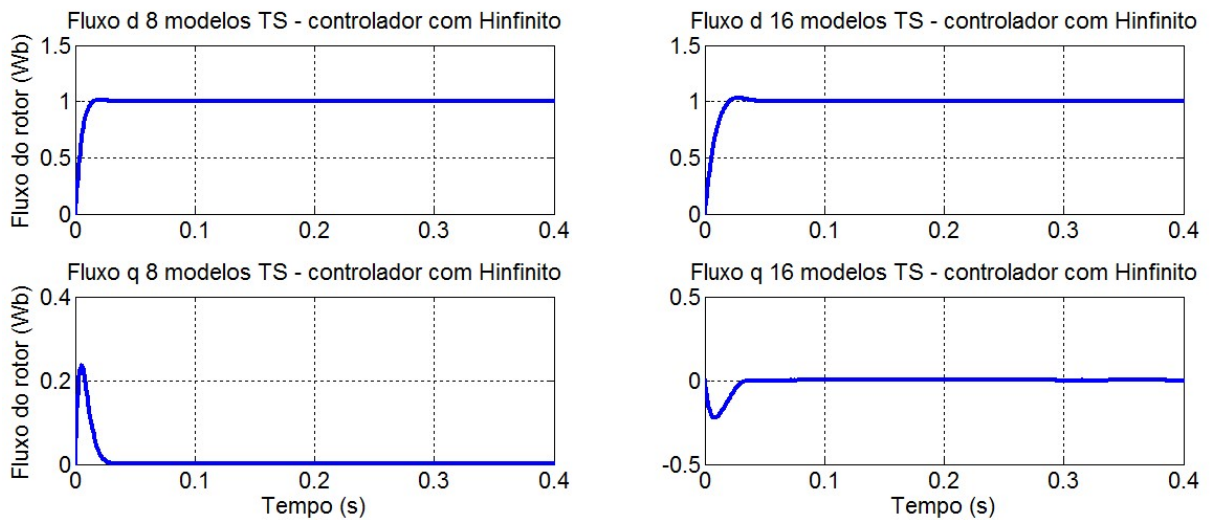
Nas Figuras 74 e 75 apresentam-se as respostas dos fluxos dos eixos direto e em quadratura para os controladores com restrição na norma H_∞ e saturação no sinal de controle, 8 modelos, (140), do lado esquerdo e 16 modelos, (146), do lado direito.

Figura 74 – Fluxo do motor para os controladores com restrição da norma H_∞ e saturação no sinal de controle, 8 modelos (140) e 16 modelos (146).



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 75 – Fluxo do motor para os controladores com restrição da norma H_∞ e saturação no sinal de controle, 8 modelos (140) e 16 modelos (146).



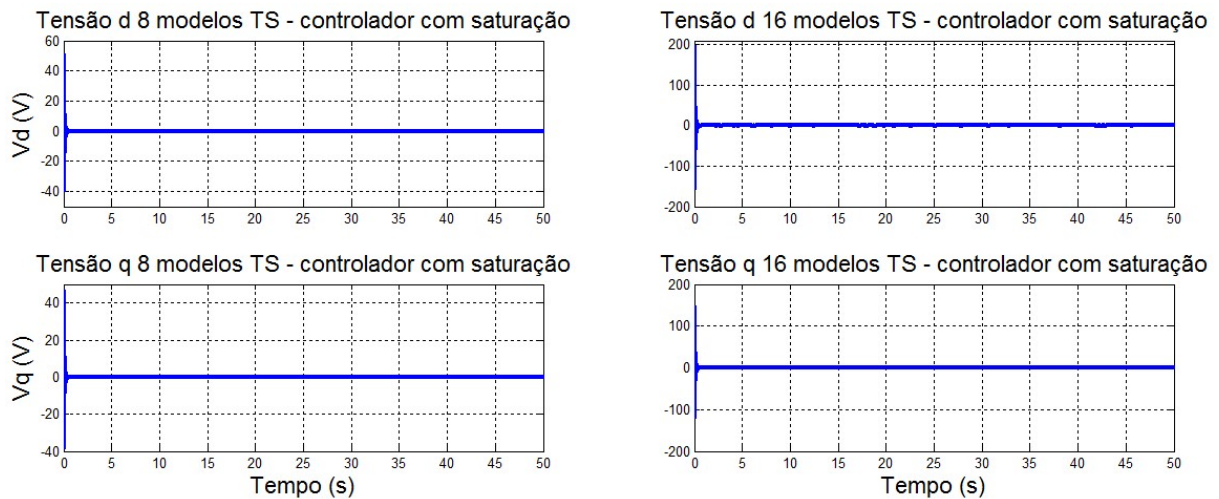
Fonte: Elaboração do próprio autor.

Constata-se que o fluxo do eixo direto seguiu a referência desejada e que o valor do fluxo do eixo em quadratura se manteve em zero.

Salienta-se que a incerteza na constante de tempo do rotor influencia na orientação do fluxo e, como se observa, os controladores projetados tiveram uma excelente rejeição.

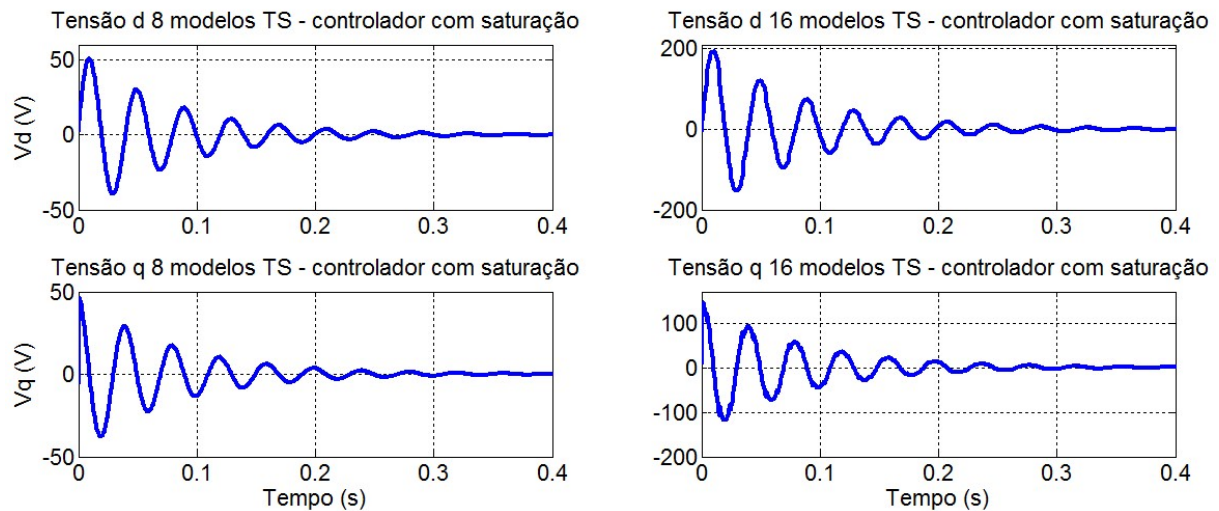
Na Figura 76 apresentam-se as respostas das tensões do eixo direto e em quadratura para os controladores com saturação no sinal de controle, 8 modelos, (137), à esquerda, e 16 modelos, (143), à direita. Na Figura 77 apresenta-se o regime transitório da resposta do sinal de controle.

Figura 76 – Tensões do motor para os controladores com saturação no sinal de controle, 8 modelos (137) e 16 modelos (143).



Fonte: Elaboração do próprio autor.

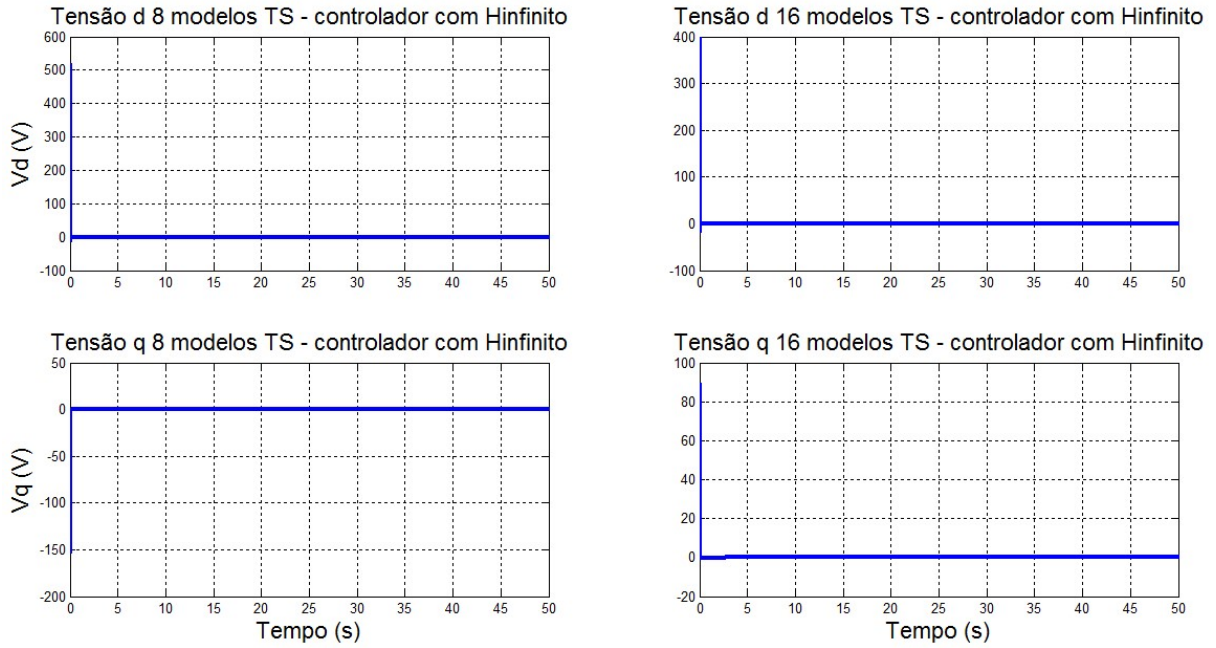
Figura 77 – Tensões do motor para os controladores com saturação no sinal de controle, 8 modelos (137) e 16 modelos (143).



Fonte: Elaboração do próprio autor.

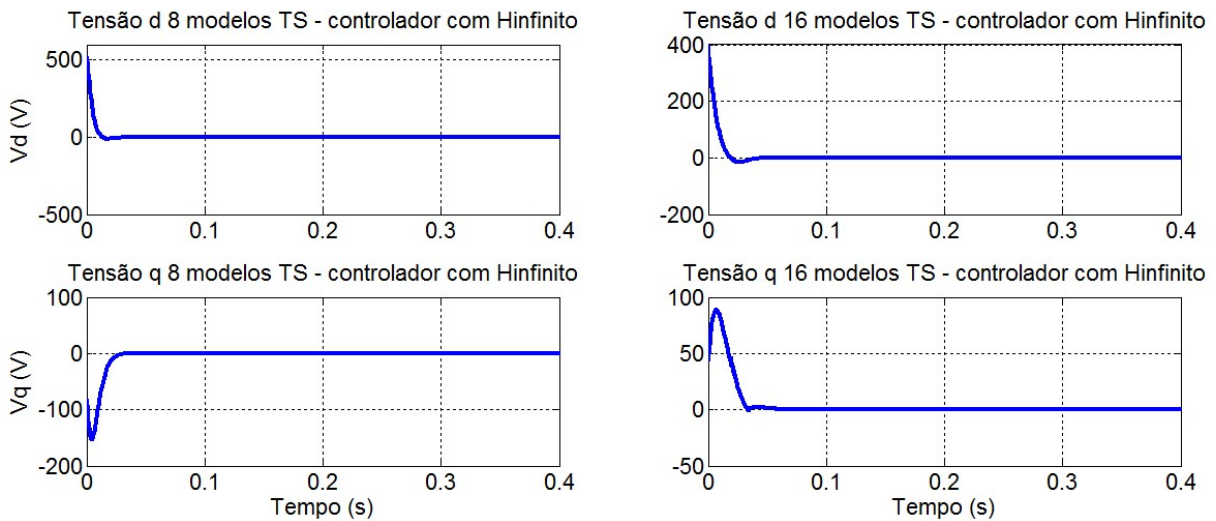
Nas Figuras 78 e 79 apresentam-se as respostas das tensões do eixo direto e em quadratura para os controladores com restrição na norma H_∞ e saturação no sinal de controle, 8 modelos, (140), à esquerda, e 16 modelos, (146), à direita.

Figura 78 – Tensões do motor para os controladores com restrição da norma H_∞ e saturação no sinal de controle, 8 modelos (140) e 16 modelos (146).



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 79 – Tensões do motor para os controladores com restrição da norma H_∞ e saturação no sinal de controle, 8 modelos (140) e 16 modelos (146).



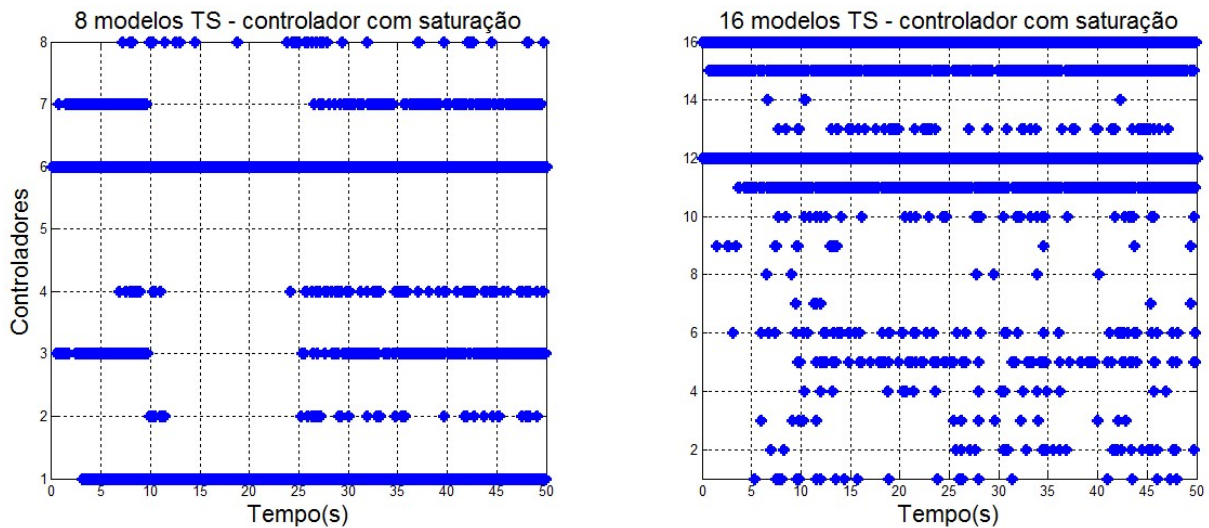
Fonte: Elaboração do próprio autor.

Analisando as respostas das tensões, constata-se que os sinais mativeram-se dentro dos limites estabelecidos no projeto, não ocorrendo sobretensões nos momentos de partida e aplicação do degrau de carga.

Além disto, evidencia-se que os controladores com restrição na norma H_∞ e saturação no sinal de controle tiveram maiores magnitudes comparativamente aos resultados obtidos sem a restrição da norma.

Por fim, apresentam-se as respostas do chaveamento dos sistemas de controle para os controladores com saturação no sinal de controle 8 modelos locais (137), à esquerda, e 16 modelos locais (140), à direita, Figura 80.

Figura 80 – Chaveamento dos controladores com saturação no sinal de controle, 8 modelos (137) e 16 modelos (143) .



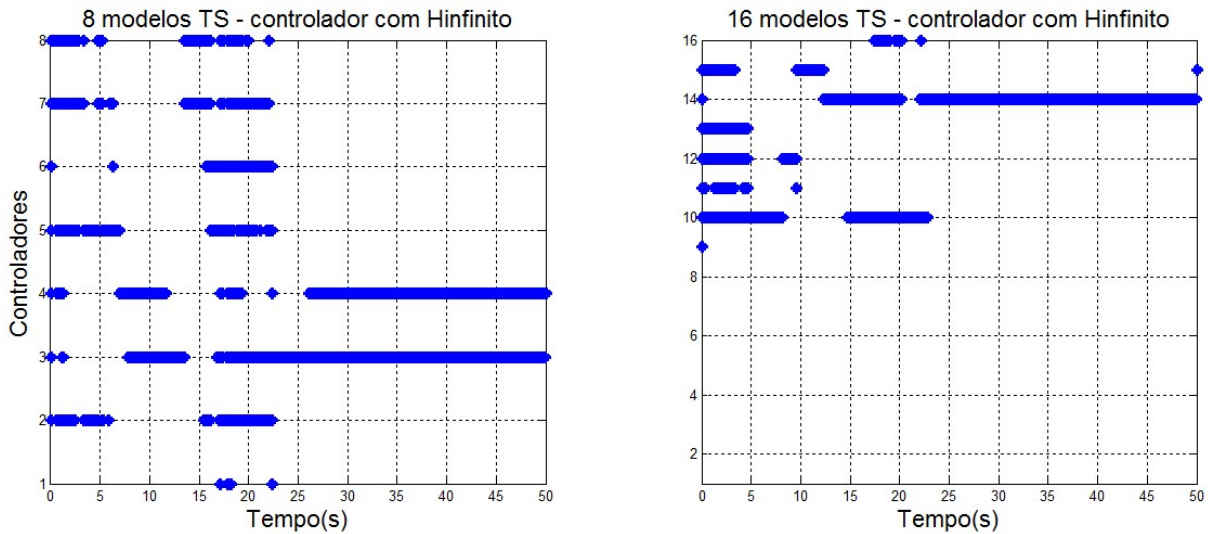
Fonte: Elaboração do próprio autor.

Constata-se a operação dos controladores evidenciando seus chaveamentos, sendo que no período analisado, em ao menos um instante o controlador foi acionado. Apenas o controlador K_5 no sistema com 8 modelos não foi acionado.

Na Figura 81, apresentam-se os controladores com restrição na norma H_∞ e saturação no sinal de controle com 8 modelos locais (140), à esquerda, e 16 modelos locais (146), à direita.

O controlador com restrição da norma H_∞ e saturação no sinal de controle para o sistema com 16 modelos locais teve o conjunto K_9 a K_{16} acionados não ocorrendo nenhum acionamento nos controladores K_1 a K_8 .

Figura 81 – Chaveamento dos controladores com restrição da norma H_∞ e saturação no sinal de controle, 8 modelos (140) e 16 modelos (146).



Fonte: Elaboração do próprio autor.

O estudo desenvolvido neste capítulo visou colaborar com as diversas pesquisas desenvolvidas para o acionamento do motor de indução, obtendo-se nestas condições importantes para o desenvolvimento de futuros trabalhos, como por exemplo, a definição da região de operação, fato este inovador no acionamento do MIT com modelos fuzzy Takagi-Sugeno. Salienta-se a importância no estudo, com desenvolvimento de novos ensaios.

Outra contribuição importante deste capítulo foi a utilização da saturação no sinal de controle durante o projeto, fato este, pouquíssimo explorado no acionamento do MIT.

Além disto, a utilização de controladores chaveados possibilita a consideração de incertezas no modelo TS sem ter a necessidade de obtenção das funções de ponderação.

Conforme já apresentado e salientado em Zina *et al.* (2015), Zina *et al.* (2016) e Zhao *et al.* (2018), o problema do acionamento do MIT para modelos fuzzy TS defeituosos foi estudado por poucos trabalhos sendo este um problema desafiador.

Em Aouaouda, Chadli e Boukhni (2016) salienta-se que o desenvolvimento de controladores tolerante a falhas e que considerem incertezas paramétricas no acionamento do MIT com modelos fuzzy TS é complicado.

Portanto, o capítulo desenvolveu um estudo aplicado no MIT com novas ferramentas enriquecendo e colaborando com as pesquisas na área.

6 CONCLUSÃO

O motor de indução trifásico é um equipamento extremamente importante nos processos industriais e continuamente aumenta-se suas aplicações, devido à sua robustez, menor volume, menor necessidade de manutenções e etc. Porém, seu sistema de controle requer o desacoplamento do fluxo do rotor e, para isto, é necessário o conhecimento dos parâmetros do MIT.

Os parâmetros do MIT se alteram durante a operação devido a diversos fatores, acarretando desta forma, uma imprecisão e consecutivamente, erros de controle, parada do equipamento e/ou processo.

Além disso, os diferentes processos acionados pelo motor de indução trifásico necessitam da modificação da velocidade do equipamento e constantemente ocorrem variações de carga que afetam o desempenho do sistema.

Assim sendo, diferentes pesquisas são desenvolvidas visando tornar o acionamento do MIT mais robusto às diferentes incertezas paramétricas e falhas estruturais, tornando o sistema de controle mais confiável, com melhores dinâmicas e insensíveis as variações.

Portanto, este trabalho estudou a utilização de controladores chaveados robusto, com taxa de decaimento e D-estabilidade utilizando Desigualdades Matriciais Lineares (LMIs) no acionamento do MIT, com incertezas paramétricas e/ou falhas, verificando seu desempenho comparativamente aos controladores robustos sem chaveamento, sendo possível evidenciar uma melhor dinâmica, seguindo a referência de velocidade estabelecida, constante ou variável, em um menor tempo e menos susceptível a variações do torque de carga.

Evidenciado o melhor desempenho dos controladores chaveados comparativamente aos controladores robustos projetou-se controladores chaveados considerando incertezas na planta adotando uma região de operação à qual garante que todas as trajetórias do vetor de estado estejam contidas. Este fato, é relevante e inovador nas aplicações com acionamento do motor de indução trifásico. Além disso, foi considerado no projeto das LMIs a existência de saturação no sinal de controle, sendo a metodologia adotada diferente da técnica utilizada na literatura (inserção de um bloco saturador no sinal de controle).

As análises desenvolvidas no *software* Simulink para as condições e motor utilizado, constataram que a técnica de controle foi eficiente e, mesmo com a presença de três incertezas paramétricas e/ou falhas, obtiveram-se resultados melhores do que os apresentados na literatura.

Por fim, foi analisado e projetado controladores robustos para o modelo fuzzy Takagi-Sugeno do motor de indução trifásico considerando incerteza na constante de tempo do rotor, sendo o modelo fuzzy válido para uma determinada região de operação, com a consideração da existência de saturação na entrada de controle e rejeição ao torque de carga.

Os resultados obtidos nas análises desenvolvidas com o modelo fuzzy não melhorou a dinâmica do MIT comparativamente aos resultados presentes na literatura, porém, contribui com as pesquisas desenvolvidas por considerar a existência da saturação no sinal de controle e de uma região de operação que garante o funcionamento do sistema. Este fato, não é garantido nos diversos trabalhos presentes na literatura e, por isto, possuem melhores respostas dinâmicas. Porém, dependendo da variação dos parâmetros do equipamento, torque de carga e/ou ocorrência de falhas o sistema, pode se tornar instável.

Além disso, verificou-se que ao eliminar a região de operação do projeto do controlador, para o modelo fuzzy TS, obteve-se ótimas respostas. Portanto, novos estudos e análises utilizando este modelo com a técnica de controle chaveado são importantes.

A utilização da modelagem fuzzy TS considerando incerteza paramétrica e/ou falha estrutural, saturação no sinal de controle e critério de desempenho H_∞ , juntamente com a consideração de uma região de operação e saturação do sinal de controle utilizando a técnica de controle chaveado no acionamento do MIT são outras contribuições do trabalho.

Além disto, a utilização de controladores chaveados também representa uma contribuição, pois proporciona melhores dinâmicas comparativamente ao controlador robusto de único ganho.

6.1 PERSPECTIVAS FUTURAS

A seguir, segue uma breve sugestão de possíveis trabalhos de pesquisa:

- Desenvolver uma bancada para ensaios de controladores chaveados no acionamento do MIT;
- Desenvolver um protótipo de acionamento do MIT em um veículo elétrico possibilitando testes de diferentes metodologias de controle;
- Extrapolar a análise dos controladores chaveados para o modelo fuzzy Takagi-Sugeno do MIT considerando mais incertezas (constante de tempo do estator) e falhas (atuador, sensores de corrente e velocidade), possibilitando uma excelente rejeição as variações de referência de velocidade e as mudanças do torque de carga;

- Considerar no modelo do MIT o torque de carga como incerteza paramétrica ao invés de um distúrbio;
- Utilizar técnicas de controle que possibilitem a suavização do *chattering*;
- Analisar o sistema de controle chaveado com realimentação de saída considerando incertezas paramétricas, falhas estruturais, região de operação, saturação no sinal de controle e rejeição ao torque de carga;
- Expandir o sistema de controle com realimentação de saída para modelos discretos no tempo.

6.2 PUBLICAÇÕES

ORTUNHO, T. V.; TEIXEIRA, M. C. M.; RIBEIRO, J. M. S.; CARNIATO, A. A.; CARNIATO, L. A.; ALVES, U. N. L. T. Controle robusto com taxa de decaimento e saturação no sinal de controle via LMI para acionamento de um motor de indução trifásico. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE AUTOMAÇÃO INTELIGENTE - SBAI, 2019, BRASIL. **Proceedings...** Ouro Preto: Minas Gerais, 2019.

ORTUNHO, T. V.; TEIXEIRA, M. C. M.; RIBEIRO, J. M. S.; CARNIATO, A. A.; CARNIATO, L. A.; OLIVEIRA, D. R. de. Acionamento de um motor de indução trifásico com incertezas paramétricas e falha no atuador utilizando controle robusto com taxa de decaimento. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE AUTOMAÇÃO INTELIGENTE - SBAI, 2019, BRASIL. **Proceedings...** Ouro Preto: Minas Gerais, 2019.

ORTUNHO, T. V.; RIBEIRO, J. M. S.; TEIXEIRA, M. C. M.; CARNIATO, A. A.; CARNIATO, L. A.; RODRIGUES, F. B. Análise de um controlador H_∞ com D-estabilidade projetado para um motor de indução com incertezas. In: CONFERÊNCIA BRASILEIRA DE DINÂMICA, CONTROLE E APLICAÇÕES - DINCON, 2017, BRASIL. **Proceedings...** São José do Rio Preto: São Paulo, 2017.

ORTUNHO, T. V.; RIBEIRO, J. M. S.; TEIXEIRA, M. C. M.; GARCIA, J. P. F.; ASSUNÇÃO, E. Projeto de controladores robustos via LMI para acionamento de motor de indução trifásico considerando incertezas. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA - CBA, 21., 2016, BRASIL. **Proceedings...** Vitória: Espírito Santo, 2016.

ORTUNHO, T. V.; RIBEIRO, J. M. S.; TEIXEIRA, M. C. M.; GARCIA, J. P. F.; ASSUNÇÃO, E. Projeto de controladores robustos com taxa de decaimento via LMI para acionamento de MIT considerando incertezas. In: IEEE /IAS INTERNATIONAL CONFERENCE ON INDUSTRY APPLICATIONS - INDUSCON, 12., 2016, BRASIL. **Proceedings...** Curitiba: Paraná, 2016.

REFERÊNCIAS

ABU-RUB, H.; IQBAL, A.; GUZINSKI, J. **High performance control of ac drives with matlab/simulink**. United Kingdom: Wiley, 2012. 492 p.

ACEVEDO, S. S.; GIRALDO, E.; GIRALDO, D. Speed control of induction motor using robust control with LSDP. In: ELECTRONICS, ROBOTICS AND AUTOMOTIVE MECHANICS CONFERENCE, 2008, [s.l.]. **Proceedings** [...] [S. l.: s. l.], 2008. DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/cerma.2008.73>.

AGUILERA, F.; BARRERA, P. M.; ANGELO, C. H.; TREJO, D. R. E. Current-sensor fault detection and isolation for induction-motor drives using a geometric approach. **Control Engineering Practice**, Oxford, v. 53, p.35-46, 2016. DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.conengprac.2016.04.014>.

ALLOUCHE, M.; CHAABANE, M.; SOUSSI, M.; TADEO, F.; MEHDI, D. Fuzzy sensor fault-tolerant control of an induction motor. **Journal of Intelligent & Fuzzy Systems**, Amsterdam, v. 29, p. 713–723, 2015. IOS Press. <http://dx.doi.org/10.3233/ifs-141447>.

ALLOUCHE, M.; CHAABANE, M.; SOUSSI, M.; MEHDI, D.; TADEO, F. State feedback tracking control for indirect field-oriented induction motor using fuzzy approach. **International Journal of Automation and Computing**, Manchester, v.10, n.2, p. 99-110, 2013. Springer Science and Business Media LLC. DOI: <http://dx.doi.org/10.1007/s11633-013-0702-4>.

ALLOUCHE, M.; MOHAMED, C.; SOUSSI, M.; MEHDI, D. Takagi Sugeno fuzzy observer design for induction motors with unmeasurable decision variables: state estimation and sensor fault detection. **International Journal of Computer Applications**, [s. l.], v. 23, n. 4, p.44-51, 2011.

ALLOUCHE, M.; CHAABANE, M.; SOUSSI, M.; MEHDI, D.; HAJJAJI, A. Takagi-Sugeno fuzzy sensor faults estimation of an induction motor. In: MEDITERRANEAN CONFERENCE ON CONTROL & AUTOMATION, 18., 2010, Marrakech. **Proceedings** [...] Morocco: IEEE, 2010. p. 243-248.

ALVES, U. N. L. T. **Controle chaveado e chaveado suave de sistemas não lineares incertos via modelos fuzzy T-S**. 2017. 107 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”- UNESP, Ilha Solteira.

ALVES, U. N. L. T.; TEIXEIRA, M. C. M.; OLIVEIRA, D. R.; CARDIM, R.; ASSUNÇÃO, E. Smoothing switched control for uncertain T-S fuzzy systems with unknown membership functions, actuator saturation and disturbance. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON FUZZY SYSTEMS (FUZZ-IEEE), 2016a, Vancouver. **Proceedings** [...] Vancouver: Canadá, 2016a.

ALVES, U. N. L. T.; TEIXEIRA, M. C. M.; OLIVEIRA, D. R.; CARDIM, R.; ASSUNÇÃO, E.; SOUZA, W. A. Smoothing switched control laws for uncertain nonlinear systems subject to actuator saturation. **International Journal of Adaptive Control and Signal Processing**, Chichester, v. 30, n. 8-10, p.1408-1433, 2016^b. DOI: <http://dx.doi.org/10.1002/acs.2671>.

AMRANE, A.; LARABI, A.; AITOUACHE, A. Unknown input observer design for fault sensor estimation applied to induction machine. **Mathematics and Computers in Simulation**, Amsterdam, p. 1-14, 2018. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.matcom.2018.09.018>.

AOUAOUA, S.; CHADLI, M.; BOUKHNIFER, M. Speed sensor fault tolerant controller design for induction motor drive in EV. **Neurocomputing**, [s. l.], v. 214, p. 32-43, 2016. DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.neucom.2016.06.001>.

AOUAOUA, S.; CHADLI, M.; BOUKHNIFER, M.; KARIMI, H. R. Robust fault tolerant tracking controller design for vehicle dynamics: a descriptor approach. **Mechatronics**, Oxford, v. 30, p.316-326, 2015. DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.mechatronics.2014.09.011>.

AOUAOUA, S.; BOUARAR, T.; BOUHALI, O. Fault tolerant tracking control using unmeasurable premise variables for vehicle dynamics subject to time varying faults. **Journal of the Franklin Institute**, Elmsford, v. 351, n. 9, p.4514-4537, 2014. DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.jfranklin.2014.05.012>.

ASSUNÇÃO, E.; ANDREA, C. Q.; TEIXEIRA, M. C. M. Alocação de zeros aplicada a sistemas de controle via LMI. **Sba Controle & Automação**, Campinas, v. 18, n. 1, p. 55-66, 2007.

AZIMI, V.; NEKOUI, M. A.; FAKHARIAN, A. Speed and torque control of induction motor by using robust H_{∞} mixed-sensitivity problem via TS fuzzy model. *In*: IRANIAN CONFERENCE ON ELECTRICAL ENGINEERING, 20., 2012, Tehran. **Proceedings [...]** Tehran: Irã, 2012.

AZZOLIN, R. Z. **Identificação automática dos parâmetros elétricos de motores de indução trifásicos**. 2008. 121 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2008.

BAHLOUL, M.; CHRIFI-ALAOUI, L.; DRID, S.; SOUISSI, M.; CHAABANE, M. Robust sensorless vector control of an induction machine using multiobjective adaptive fuzzy Luenberger observer. **Isa Transactions**, Pittsburgh, v. 74, p. 144-154, 2018. DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.isatra.2018.01.019>.

BAHLOUL, M.; CHRIFI-ALAOUI, L.; VARGAS, A. N.; CHAABANE, M.; DRID, S. Online robust estimation of flux and load torque in induction motors. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, [s. l.], v. 94, n. 5-8, p. 2703-2713, 2017. DOI: <http://dx.doi.org/10.1007/s00170-017-1049-8>.

BAHLOUL, M.; SOUISSI, M.; CHAABANE, M.; CHRIFI-ALAOUI, L.; DRID, S. Fuzzy speed estimation in the case of sensorless induction machine vector control. **Turkish Journal of Electrical Engineering & Computer Sciences**, Turkish, v. 24, p. 3961-3975, 2016.

BAHLOUL, M.; SOUISSI, M.; CHAABANE, M.; CHRIFI-ALAOUI, L. Takagi sugeno fuzzy observer based direct rotor field oriented control of induction machine. *In*: INTERNATIONAL CONFERENCE ON SYSTEMS AND CONTROL, 3., 2008, Algeria. **Proceedings [...]** Algiers: Algeria, 2013. p. 29-31.

BARBI, I. **Eletrônica de potência**. 7. ed. Florianópolis: Editora do Autor, 2012. 315 p.

BAZANELLA, A. S.; REGINATTO, R. Robust tuning of the speed loop in indirect field oriented control of induction motors. **Automatica**, Amsterdam, v. 37, n. 11, p. 1811-1818, 2001. DOI: [http://dx.doi.org/10.1016/s0005-1098\(01\)00128-5](http://dx.doi.org/10.1016/s0005-1098(01)00128-5).

BAZANELLA, A. S.; REGINATTO, R. Robustness margins for indirect field oriented control of induction motors. **IEEE Transactions on Automatic Control**, New York, v. 45, n. 6, p. 1226-1231, 2000. DOI: 10.1109/9.863613.

BAZURTO, A. J.; QUISPE, E. C.; MENDOZA, R. C. Causes and failures classification of industrial electric motor. In: IEEE ANDESCON, 2016, AREQUIPA. **Proceedings [...]** Arequipa: Peru, 2016.

BEHAL, A.; FEEMSTER, M.; DAWSON, D. M.; MANGAL, A. Partial state feedback control of induction motors with magnetic saturation: elimination of flux measurements. In: IEEE CONFERENCE AMERICAN CONTROL. 2000, USA. **Proceedings [...]** Illinois: Chicago, 2000. DOI: 10.1109/ACC.2000.879467.

BERNUSSOU, J.; PERES, P. L. D.; GEROMEL, J. C. A linear programming oriented procedure for quadratic stabilization of uncertain systems. **Systems & Control Letters**, Amsterdam, v. 13, n. 1, p. 65–72, 1989. DOI: [https://doi.org/10.1016/0167-6911\(89\)90022-4](https://doi.org/10.1016/0167-6911(89)90022-4).

BETIN, F.; CAPOLINO, G. A.; CASADEI, D.; KAWKABANI, B.; BOJOI, R. I.; HARNEFORS, L.; LEVI, E.; PARSA, L.; FAHIMI, B. Trends in electrical machines control: samples for classical, sensorless and fault-tolerant techniques. **IEEE Industrial Electronics Magazine**, [s. l.], v. 8, n. 2, p.43-55, 2014. Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE). DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/mie.2014.2313752>.

BIM, E. **Máquinas elétricas e acionamento**. 3. ed. Rio de Janeiro: Campus, 2014. 372 p.

BLANCHINI, F.; CASAGRANDE, D.; MIANI, S.; VIARO, U. Robust linear parameter-varying control of induction motors. **International Journal of Robust and Nonlinear Control**, Barcelona, v. 25, n.12, p.1783-1800, 2014. <https://doi.org/10.1002/rnc.3174>.

BLANCHINI, F.; CASAGRANDE, D.; MIANI, S.; VIARO, U. An LPV control scheme for induction motors. In: IEEE CONFERENCE ON DECISION AND CONTROL, 51., 2012, USA. **Proceedings [...]** Maui: Havaí, 2012. 10.1109/CDC.2012.6426618.

BLANCHINI, F. Set invariance in control. **Automatica**, Elmsford, v. 35, n. 11, p.1747-1767, 1999. DOI: [http://dx.doi.org/10.1016/s0005-1098\(99\)00113-2](http://dx.doi.org/10.1016/s0005-1098(99)00113-2).

BONIVENTO, C.; ISIDORI, A.; MARCONI, L.; PAOLI, A. Implicit fault-tolerant control: application to induction motors. **Automatica**, Amsterdam, v. 40, n. 3, p.355-371, 2004. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.automatica.2003.10.003>.

BOSE, B. K. **Power electronics and motor drives-advances and trends**. Amsterdam: Elsevier, 2006.

BOSE, B. K. **Modern power electronics and AC drives**. Upper Saddle River: Prentice-Hall, 2001. 711 p.

BOSE, B. K. **Power electronics and variable frequency drives**. Washington: IEEE Press, 1997a. 660 p.

BOSE, B. K. High performance control and estimation in AC drives. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON INDUSTRIAL ELECTRONICS, CONTROL AND INSTRUMENTATION- IECON, 23., 1997^b, USA, **Proceedings** [...] New Jersey: New Orleans, 1997b.

BOUBZIZI, S.; ABID, H.; KHARRAT, M.; ESSOUNBOULI, N.; CHAABANE, M. Backstepping and TS fuzzy control for induction machine. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON SCIENCES AND TECHNIQUES OF AUTOMATIC CONTROL & COMPUTER ENGINEERING, 2014, Hammamet. **Proceedings** [...] Tunisia: Hammamet, 2014. p. 59-64.

BOUNEMEUR, A.; CHEMACHEMA, M.; ESSOUNBOULI, N. Indirect adaptive fuzzy fault-tolerant tracking control for MIMO nonlinear systems with actuator and sensor failures. **Isa Transactions**, Pittsburgh, v. 79, p.45-61, 2018. DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.isatra.2018.04.014>.

BOUROGAOUI, M.; SETHOM, H. B. A.; BELKHODJA, I. S. Speed/position sensor fault tolerant control in adjustable speed drives: a review. **Isa Transactions**, Pittsburgh, v. 64, p.269-284, 2016. DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.isatra.2016.05.003>.

BOYD, S.; GHAOUI, L. E.; FERON, E.; BALAKRISHNAN, V. **Linear matrix inequalities in systems and control theory**. 2. ed. Philadelphia: SIAM Studies in Applied Mathematics, 1994. 193 p.

BUJA, G. CASADEI, D. SERRA, G. Direct stator flux and torque control of an induction motor: theoretical analysis and experimental results. **IEEE Industrial Electronics Society Newsletter**, Washington, v.1, p. 50-64,1998. 10.1109/IECON.1998.723933.

BUJA, G.; CASADEI, D.; SERRA, G. Direct torque control of induction motor drives. **IEEE Industrial Electronics Society Newsletter**, Washington, v. 1, p. 2-8, 1997. DOI: 10.1109/ISIE.1997.651717.

BUZACHERO, L. F. S. **Controle robusto chaveado de sistemas lineares variantes no tempo com aplicação em falhas estruturais**. 2014. 122 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica). Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”- UNESP, Ilha Solteira.

CARDIM, R. **Projeto de controladores baseados em LMIs: realimentação derivativa e sistemas chaveados utilizando estrutura variável**. 2009. 120 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Ilha Solteira.

CAO, Y.Y.; LIN, Z. Robust stability analysis and fuzzy-scheduling control for nonlinear systems subject to actuator saturation. **IEEE Transactions on Fuzzy Systems**, Piscataway, v. 11, n. 1, p. 57–67, 2003. DOI: 10.1109/TFUZZ.2002.806317.

CAO, L.; WANG, Y. Fault-tolerant control for nonlinear systems with multiple intermittent faults and time-varying delays. **International Journal of Control, Automation and Systems**, [s. l.], v. 16, n. 2, p.609-621, 2018. DOI: <http://dx.doi.org/10.1007/s12555-017-0123-1>.

CHANG, Y.; WANG, Y.; HUNG, M.; CHEN, P. Regional stability and H_∞ performance control of an input-saturated induction motor via LMI approach. **Asian Journal of Control**, Beijing, v. 7, n. 4, p.368-379, 2005. <https://doi.org/10.1111/j.1934-6093.2005.tb00399.x>.

CHEN, B.; YAO, W.; CHEN, F.; LU, Z. Parameter sensitivity in sensorless induction motor drives with the Adaptive Full-Order Observer. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, New York, v. 62, n. 7, p.4307-4318, 2015. DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/tie.2014.2388197>.

CHEN, H.; WU, C.; CHANG, C.; CHANG, Y.; LIN, H. Integral sliding mode flux observer for sensorless vector controlled induction motors. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON SYSTEM SCIENCE AND ENGINEERING, 2010, TAIWAN. **Proceedings [...]** Taipei: Taiwan, 2010. DOI: 10.1109/ICSSE.2010.5551757.

CHILALI, M.; GAHINET, P. H_∞ design with pole placement constraints: an LMI approach. **IEEE Transactions on Automatic Control**, Washington, v. 41, n. 3, p.358-367, 1996. DOI: 10.1109/9.486637.

DALILA, K.; ABDESSALEM, M.; SAID, D.; CHRIFI-ALAOUI, L. Robust linear parameter varying induction motor control with polytopic models. **Serbian Journal of Electrical Engineering**, Čačak, v.10, n. 2, p. 335–348, 2013.

DEAECTO, G. S.; SANTOS, G. C. State feedback H_∞ control design of continuous-time switched affine systems. **IET Control Theory & Applications**, Stevenage, v. 9, n. 10, p. 1511–1516, 2015. DOI: 10.1049/iet-cta.2014.0153.

DEAECTO, G. S.; GEROMEL, J. C.; DAAFOUZ, J. Switched state-feedback control for continuous time-varying polytopic systems. **International Journal of Control**, Oxfordshire, v. 84, n. 9, p. 1500–1508, 2011. DOI: 10.1080/00207179.2011.608134.

DEAECTO, G. S.; GEROMEL, J. C.; GARCIA, F. S.; POMILIO, J. A. Switched affine systems control design with application to DC-DC converters. **IET Control Theory & Applications**, Stevenage, v. 4, n. 7, p. 1201 – 1210, 2010. DOI: 10.1049/iet-cta.2009.0246.

DECARLO, R. A.; BRANICKY, M. S.; PETTERSSON, S.; LENNARTSON, B. Perspectives and results on the stability and estabilizability of hybrid systems. In: IEEE, 2000, USA. **Proceedings [...]** [S. l.: s. n.], v.88, 2000, p.1069 – 1081. DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/5.871309>.

DOUIRI, M.R.; BELGHAZI, O.; CHERKAOUI, M. Neuro-Fuzzy-Based auto-tuning proportional integral controller for induction motor drive. **International Journal of Computational Intelligence and Applications**, London, v. 14, n. 3, p. 1-22, 2015a. DOI: <https://doi.org/10.1142/S1469026815500169>.

DOURI, M.R.; BELGHAZI, O.; CHERKAoui, M. Recurrent self-tuning neuro-fuzzy for speed induction motor drive. **Journal of Circuits, Systems, and Computers**, New Jersey, v. 24, n. 9, p. 1550131-1550147, 2015b. DOI: <https://doi.org/10.1142/S0218126615501315>.

DRICI, D.; BAH, T.; MERABET, H. Diagnosis and classification using ANFIS approach of stator and rotor faults in induction machine. **International Journal of Intelligent Engineering Informatics**, [s. l.], v. 5, n. 3, p.267-282, 2017. DOI: <http://dx.doi.org/10.1504/ijiei.2017.10007595>.

ESTEVEs, T. T. **Análise da estabilidade de sistemas fuzzy Takagi-Sugeno utilizando as desigualdades de Lyapunov-Metzler**. 2011. 101 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica). Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”- UNESP, Ilha Solteira, 2011.

GAO, S.; DONG, H.; CHEN, Y.; NING, B.; CHEN, G.; YANG, X. Approximation based robust adaptive automatic train control: an approach for actuator saturation. **IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems**, New York, v. 14, n. 4, 2013. DOI: 10.1109/TITS.2013.2266255.

GEROMEL, J. C.; DEAEcto, G. S. Switched state feedback control for continuous-time uncertain systems. **Automatica**, Amsterdam, v. 45, n. 2, p. 593–597, 2009. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2008.10.010>.

GEROMEL, J. C.; COLANERI, P. Stability and stabilization of continuous-time switched linear systems. **SIAM Journal on Control and Optimization**, Philadelphia, v. 45, n. 5, p. 1915 – 1930, 2006. DOI: <http://dx.doi.org/10.1137/050646366>.

GLENN, A. J.; SNEHA, A. J. Indirect field oriented speed control of a induction motor drive using takagi-sugeno type of fuzzy logic controller. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON EMERGING TRENDS IN ELECTRICAL ENGINEERING AND ENERGY MANAGEMENT, 2012, [s. l.]. **Proceedings** [...] [s. l.: s. n.], 2012. p. 263-266.

GLOWACZ, A. Fault diagnosis of single-phase induction motor based on acoustic signals. **Mechanical Systems and Signal Processing**, London, v. 117, p. 65-80, 2019. DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ymssp.2018.07.044>.

GOEDTEL, A. **Estimador neural de velocidade para motores de indução trifásicos**. 2007. 159 f. Tese (Doutorado) – Universidade de São Paulo USP - São Carlos, 2007.

GUEZMIL, A.; BERRIRI, H.; PUSCA, R.; SAKLY, A.; ROMARY, R.; MIMOUNI, M. F. High order sliding mode observer-based backstepping fault tolerant control for induction motor. **Asian Journal of Control**, Beijing, v. 21, n. 1, p.33-42, 2019. DOI: <http://dx.doi.org/10.1002/asjc.2016>.

GUEZMIL, A.; BERRIRI, H.; PUSCA, R.; SAKLY, A.; ROMARY, R.; MIMOUNI, M. F. Experimental investigation of passive fault tolerant control for induction machine using sliding mode approach. **Asian Journal of Control**, Beijing, v. 21, n. 1, p.520-532, 2018. DOI: <http://dx.doi.org/10.1002/asjc.1753>.

GUEZMIL, A.; BERRIRI, H.; PUSCA, R.; SAKLY, A.; ROMARY, R.; MIMOUNI, M. F. Detecting inter-turn short-circuit fault in induction machine using high-order sliding mode observer: simulation and experimental verification. **Journal of Control, Automation and Electrical Systems**, [s. l.], v. 28, n. 4, p. 532-540, 2017. DOI: <http://dx.doi.org/10.1007/s40313-017-0314-2>.

HAMMOUDI, M. Y.; BENBOUZID, M. E. H.; RIZOUG, N.; ALLAG, A. New state observer based on takagi-sugeno fuzzy controller of induction motor. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON SYSTEMS AND CONTROL, 2015, Sousse. **Proceedings [...]** Tunisia: Sousse, 2015. p. 145-150.

HAZZAB, A.; BOUSSERHANE, I. K.; SICARD, P. Fuzzy soft-switching law of an adaptive sliding mode controller for induction motor speed control. In: IEEE INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON INDUSTRIAL ELECTRONICS, CANADA. **Proceedings [...]** Montreal: Quebec, 2006.

HEDJAR, R.; BOUCHER, P.; DUMUR, D. Robust nonlinear receding: horizon control of induction motors. **Electrical Power & Energy Systems**, Oxford, n. 46, p. 353-365, 2012. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2012.10.007>.

HOO, C. L.; Haris, S. M.; CHUNG, E. C. Y.; MOHAMED, N. A. N. New integral antiwindup scheme for PI motor speed control. **Asian Journal of Control**, Beijing, v. 17, n. 6, p. 2115-2132, 2015. DOI: <http://dx.doi.org/10.1002/asjc.1144>.

HU, T.; LIN, Z.; CHEN, B. M. An analysis and design method for linear systems subject to actuator saturation and disturbance. **Automatica**, Elmsford, v. 38, n. 2, p. 351-359, 2002. DOI: [http://dx.doi.org/10.1016/s0005-1098\(01\)00209-6](http://dx.doi.org/10.1016/s0005-1098(01)00209-6).

HU, J.; YIN, D.; HORI, Y. Fault-tolerant traction control of electric vehicles. **Control Engineering Practice**, Oxford, v. 19, n. 2, p.204-213, 2011. DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.conengprac.2010.11.012>.

JAMOUSSE, K. *et al.* Robust Sliding Mode Control Using Adaptive Switching Gain for Induction Motors. **International Journal of Automation and Computing**, [s. l.], v. 10, n. 4, p.303-311, 2013. DOI: <http://dx.doi.org/10.1007/s11633-013-0725-x>.

KANDUKURI, S. T.; KLAUSEN, A.; KARIMI, H. R.; ROBBERSMYR, K. G. A review of diagnostics and prognostics of low-speed machinery towards wind turbine farm-level health management. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, [s. l.], v. 53, p. 697-708, 2016. DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.rser.2015.08.061>.

KHALAF, G. S.; Haider, A. F. M. Diagnosis and fault tolerant control of the Induction motors techniques a review. **Australian Journal of Basic and Applied Sciences**, [s. l.], v. 4, n. 2, p. 227-246, 2010.

KRAUSE, P. C.; WASYNCRUCK, C.; SUCHOFF, S. D. **Analysis of electric machinery and drive systems**. 3. ed. New Jersey: Piscataway, 2013. 613 p.

KRISHMAN, R. **Electric motor drives modeling, analysis and control**. Upper Saddle: New Jersey, 2001. 652 p.