UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
Câmpus de Ilha Solteira

CAROLINA ZENERO DE SOUZA

O PROCESSO VIVIDO POR UMA PROFESSORA INICIANTE NA DISCIPLINA DE DESENHO GEOMÉTRICO E GEOMETRIA DESCRITIVA EM UMA LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

ILHA SOLTEIRA

2020

CAROLINA ZENERO DE SOUZA

O PROCESSO VIVIDO POR UMA PROFESSORA INICIANTE NA DISCIPLINA DE DESENHO GEOMÉTRICO E GEOMETRIA DESCRITIVA EM UMA LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Dissertação apresentada como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ensino e Processos Formativos, junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino e Processos Formativos, da Faculdade de Engenharia da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Câmpus de Ilha Solteira.

Orientadora: Profª. Drª. Zulind Luzmarina Freitas

ILHA SOLTEIRA

2020

S729p

Souza, Carolina Zenero de
O PROCESSO VIVIDO POR UMA PROFESSORA INICIANTE NA DISCIPLINA DE DESENHO GEOMÉTRICO E GEOMETRIA DESCRITIVA EM UMA LICENCIATURA EM MATEMÁTICA / Carolina Zenero de Souza. -- Ilha Solteira, 2020
118 p. : il., tabs., fotos

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista (Unesp), Faculdade de Engenharia, Ilha Solteira
Orientadora: Zulind Luzmarina Freitas

1. Formação Continuada. 2. Professor Iniciante. 3. Conhecimento Pedagógico do Conteúdo. I. Título.

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Biblioteca da Faculdade de Engenharia, Ilha Solteira. Dados fornecidos pelo autor(a).

Essa ficha não pode ser modificada.

CAROLINA ZENERO DE SOUZA

O PROCESSO VIVIDO POR UMA PROFESSORA INICIANTE NA DISCIPLINA DE DESENHO GEOMÉTRICO E GEOMETRIA DESCRITIVA EM UMA LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Dissertação apresentada como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ensino e Processos Formativos, junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino e Processos Formativos, da Faculdade de Engenharia da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Câmpus de Ilha Solteira.

Comissão Examinadora

Prof.ª Dr.ª Zulind Luzmarina Freitas
UNESP – Câmpus de Ilha Solteira
Orientador

Prof. Dr. Ernandes Rocha de Oliveira
UNESP – Câmpus de Ilha Solteira

Prof.ª Dr.ª Patrícia Sandalo Pereira
UFMS – Campo Grande

ILHA SOLTEIRA
03 de março de 2020

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus e a Nossa Senhora Aparecida, minha padroeira, que permitiram e capacitaram-me na realização desse estudo.

À Profª. Drª. Zulind Luzmarina Freitas, por toda confiança, amizade e carinho que sempre dedicou a mim, por acreditar em meu trabalho e sempre me auxiliar nos momentos de dúvida.

Ao Prof. Dr. Ernandes Rocha de Oliveira pelas conversas, pelas trocas de ideias e por todo apoio constante.

Aos professores do Departamento de Matemática da FEIS, em especial ao Prof. Dr. Antonio Marcos Cossi, Prof. Dr. Edson Donizete de Carvalho e Prof. Dr. Inocêncio Fernandes Balieiro Filho, que contribuíram ativamente para a realização dessa pesquisa.

A minha mãe, Marisa, por todo apoio e cumplicidade para enfrentar os desafios, que mesmo longe, sempre se esforçou para que eu pudesse estudar, trabalhar e realizar essa pesquisa.

Ao meu pai Claudio, meu irmão Tiago e aos demais familiares, por todo apoio e incentivo a continuar sempre.

Aos meus avós Maria Selma e Mario, que não estão mais entre nós, mas sempre me acompanham em pensamento, com seus ensinamentos que perpetuam para que eu nunca desista.

A todos os meus amigos, que, mesmo distantes, estão sempre presentes em todos os momentos de minha vida.

Aos alunos ingressantes no curso de Licenciatura em Matemática da FEIS no ano de 2018, pela confiança e compromisso que estabelecemos dentro e fora da sala de aula.

RESUMO

Este estudo vincula-se à linha de pesquisa "Educação Matemática", do Programa de Pós-Graduação em Ensino e Processos Formativos da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Campus de Ilha Solteira-SP (FEIS-UNESP). A partir do pressuposto de que analisar a prática de sala de aula contribui para a formação continuada do professor, temos o objetivo de compreender o processo de formação continuada vivido por uma professora iniciante ao ministrar a disciplina de Desenho Geométrico e Geometria Descritiva. A questão norteadora do trabalho foi "Quais as contribuições da prática que vão sendo mobilizadas e incorporadas na formação de uma professora em início de carreira?" A pesquisa desenvolveu-se em ambiente natural, durante os meses de março a junho de 2018, nas aulas de Desenho Geométrico e Geometria Descritiva do Curso de Licenciatura em Matemática na FEIS-UNESP. Como eixo teórico central nos valemos dos estudos de Lee Shulman e seus seguidores e de Paulo Freire. Foram feitos registros através de gravações em vídeos/áudios e de anotações da professora em uma caderneta de campo. Os dados que deram origem ao corpus foram problematizados por meio de Análises de Conteúdo, ancoradas no estudo de Moraes (1999). Foram criadas duas Unidades de análise, a primeira intitulada de *Matemática Clássica*, foi dividida em duas categorias, sendo elas *A Severidade da Matemática*, com as subcategorias *Utilização dos Conceitos Retirados dos Livros de Euclides* e *A demonstração Matemática*; como segunda categoria, *A decodificação das Mensagens*; a segunda unidade foi denominada *A Reestruturação do Pensar da Professora*, dividida em duas categorias, sendo elas *A Suspensão da Severidade da Matemática* e *Conversa com os Pares*. As análises realizadas nos permitiram adentrar em conhecimentos referentes ao Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK), discutir os modelos de PCK e o processo de formação vivido pela professora.

Palavras-chave: Formação Continuada; Professor Iniciante; Conhecimento Pedagógico do Conteúdo.

ABSTRACT

The present study is encompassed in the research line “Mathematical Education”, from the Postgraduate Program in Teaching and Formative Processes of Sao Paulo State University “Júlio de Mesquita Filho”, at Ilha Solteira Campus (FEIS-UNESP). Based on the assumption that analyzing the teaching practice contributes to the continuing education of a professor, we aim to discuss the process of continuing education of a professor at the beginning of their career by teaching a during the majors of Geometric Design and Descriptive Geometry. The guiding question of the work was “Which are the contributions of the teaching practice that are mobilized and incorporated in the formation of a professor at the beginning of their career?” The research was developed in a natural environment, between March and June 2018, during the majors of Geometric Design and Descriptive Geometry of the Mathematics Undergraduate Course at FEIS-UNESP. As the central theoretical axis, we used the studies of Lee Shulman and his followers, and Paulo Freire. Records were made through video and audio recordings and the professor's notes in a field notebook. Data that originated the corpus were problematized through Content Analysis, anchored at Moraes’ (1999) work. Two units of analysis were created, the first titled *Classical Mathematics*, was divided into two categories, namely *The Severity of Mathematics*, with the subcategories *Use of Concepts Taken from Euclid's Books*, and *The Mathematical Demonstration*; as the second category, *Decoding of Messages*; the second unit was called *The Professor's Restructuring of Thinking*, divided into two categories, namely *Suspension of the Severity of Mathematics* and *Conversation with Peers*.The carried-out analysis enabled us to dig deeper into the knowledge regarding Pedagogical Content Knowledge (PCK), and to discuss the PCK models and the training process experienced by the professor.

Keywords: Continuos education; Beginner professor; Pedagogical Content Knowledge.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIAÇÕES E SIGLAS

BOLEMA	Boletim de Educação Matemática
CNE	Conselho Nacional de Educação
ENADE	Exame Nacional de Desempenho dos Estudantes
FCT	Faculdade de Ciências e Tecnologia
FEIS	Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira
GEEM	Grupo de Estudo do Ensino da Matemática
IBILCE	Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas
IES	Instituições de Ensino Superior
IGCE	Instituto de Geociências e Ciências Exatas
LDB	Lei de Diretrizes e Bases
MEC	Ministério da Educação e Cultura
MMM	Movimento da Matemática Moderna
NCSM	Nacional Council of Superivisors of Mathematics
PCC	Prática como Componente Curricular
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PCK	Conhecimento Pedagógico do Conteúdo
Pibid	Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência
PPGEPF	Programa de Pós-Graduação em Ensino e Processos Formativos
PPP	Projeto Político Pedagógico
UNESP	Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”
USP	Universidade de São Paulo

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO

Vinda de uma família com gerações de professores, ingressei no Curso de Matemática da Universidade de São Paulo, USP – campus São Carlos sem saber exatamente o que me esperava, mas com a certeza de que não seguiria o caminho da docência. Durante os primeiros anos do chamado Núcleo Geral[1], pude conhecer realmente o que era a Matemática e toda sua beleza me cativou cada vez mais.

No entanto, me aprofundar cada vez mais em um curso totalmente teórico, não me completava totalmente e, a partir de conversas com colegas que seguiram na Licenciatura passei a me matricular em algumas disciplinas de tal área, nas quais discussões sobre metodologias de ensino, e a importância do pensar nos alunos eram frequentes.

Assim, pude ver uma aplicação para todo o conhecimento matemático que estava adquirindo no decorrer dos anos e isso me conquistou completamente. Em pouco tempo me formei na Licenciatura em Matemática, agora com a certeza de que iria seguir como Professora. No entanto, visto que minhas únicas experiências se limitavam aos três Estágios Supervisionados realizados nas disciplinas de Prática de Ensino[2] juntamente com minhas experiências durante um semestre no Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (Pibid), um programa de incentivo à docência financiada pelo governo, a insegurança em assumir uma sala de aula era muito grande e isso fez com que eu buscasse um Mestrado para aprofundar meus conhecimentos.

Ingressei então na Linha de Pesquisa de Educação Matemática do Programa de Pós Graduação em Ensino e Processos Formativos (PPGEPF) da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", no campus de Ilha Solteira. Em meio à euforia surge a oportunidade de assumir, como docente[3], a disciplina de Desenho Geométrico e Geometria Descritiva para alunos ingressantes no curso de Licenciatura em Matemática

---

[1] Na época os alunos da Licenciatura e do Bacharelado em Matemática ingressavam juntamente no chamado Núcleo Geral, onde cursavam todas as disciplinas básicas e somente no final do terceiro semestre é que escolheríamos seguir na Matemática Pura ou na Educação.

[2] Cada estágio se consistiu em 180 horas / aula de observação da professora responsável pela turma e apenas seis horas / aula ministradas por mim.

[3] Isso foi possível devido a um programa da Unesp no qual alunos dos cursos de pós-graduação da Universidade podem atuar como Professor Bolsista, assumindo disciplinas da Graduação sob a supervisão de um Professor Doutor vinculado à Unesp, possibilitando uma prática compartilhada.

da Unesp na Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira (FEIS). Todas as incertezas surgiram, mas com o apoio da minha orientadora e de minha família segui em frente, afinal essa era a profissão que eu escolhi.

Sabendo de minha insegurança em assumir pela primeira vez uma disciplina durante todo o semestre, minha orientadora propôs que fizéssemos disso meu projeto de pesquisa. A partir do meu aceite em utilizar a prática de sala de aula para pensar no processo de formação do professor, cuidamos da construção de um pequeno grupo de discussão, que ao mesmo tempo me instigava a cada semana, com questões e problemáticas, também acolhia e investíamos juntos nas minhas escolhas.

Decidimos nesse momento que todas as aulas seriam gravadas e todos os registros de atividades seriam arquivados para posterior utilização, ali estava a Carol professora e pesquisadora.

Assim, a sala de aula inquieta-nos cada vez mais no sentido de compreendê-la como parte do processo de formação do professor que vai se constituindo e se consolidando na mobilização de saberes e conhecimentos da prática do professor.

1. INTRODUÇÃO

O nosso trabalho procura compreender o processo de formação continuada de uma professora em início de carreira, ao ministrar a disciplina de Desenho Geométrico e Geometria Descritiva, para estudantes do primeiro ano do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” de Ilha Solteira – SP (FEIS/UNESP). Para compreender o processo de formação continuada da professora recém-formada, tomando como ponto de partida as concepções de Paulo Freire, assim como os trabalhos de Lee Shulman e seus seguidores Geess-Newsome e Lederman de maneira a levantar, ainda que parcialmente, os conhecimentos mobilizados e incorporados pelo professor na sua prática.

A partir da literatura vemos que as pesquisas cujo foco é a formação inicial, assim como a formação continuada de professores passam a ser mais frequentes, dentro da Educação Matemática.

Veiga (2013, p. 15) define a formação de professores como sendo o “ato de formar o docente, educar o futuro profissional para o exercício do magistério. Envolve uma ação a ser desenvolvida com alguém que vai desempenhar a tarefa de educar, de ensinar, de aprender, de pesquisar e de avaliar”. Para o autor, ser professor é estar continuamente se atualizando e aperfeiçoando sua prática, a fim de ampliar o processo de ensino / aprendizagem. Logo, não se limita a transmissão do conhecimento.

Nesse sentido, faz-se necessário falarmos da formação continuada do professor. Para Nóvoa (1997, p. 9) “a formação não se constrói por acumulação (de cursos, de conhecimentos ou de técnicas), mas sim através de um trabalho de reflexividade crítica sobre as práticas e de (re)construção permanente de uma identidade pessoal”.

Tal concepção converge com a apresentada por Silva e Araújo (2005), para os autores:

> a formação continuada é concebida como um processo contínuo e permanente de desenvolvimento profissional do professor. [...] Deve incentivar a apropriação dos saberes pelos professores, rumo à autonomia, e levar a uma prática crítico-reflexiva, abrangendo a vida cotidiana da escola e os saberes derivados da experiência docente (SILVA e ARAUJO, 2005, p. 05)

Assim, entendemos que a formação continuada se dá quando o professor passa a refletir sobre a sua prática profissional e busca aperfeiçoá-la. Tal formação pode ser através de cursos específicos, ou de estudos realizados pelo próprio sujeito de maneira autônoma.

É necessário, nesse momento, ressaltarmos que esta pesquisa, o termo “conhecimento” se refere aos resultados de trabalhos de pesquisa feitos pela comunidade científica como um todo, enquanto o termo “saberes” se refere às apropriações subjetivas que se revelam concretamente a partir das experiências pessoais, crenças e atitudes do professor.

Desse modo, os saberes docentes são de fato produzidos por cada professor no decorrer de sua prática, e por isso não se limitam às pesquisas realizadas na academia. Segundo Nóvoa (1998):

> os professores não são apenas consumidores, mas também produtores de saber. Os professores não são apenas executores, mas são também criadores de instrumentos pedagógicos. Os professores não são apenas técnicos, mas são também profissionais críticos e reflexivos. (NÓVOA, 1998, p. 31)

Por isso, acreditamos que não é a teoria que fomenta a prática, mas sim a cisão da teoria e prática. Assim faz-se necessário a criação de espaços de maneira que essa relação seja uma constante na carreira do professor.

No que tange a formação de professores de modo geral, a pesquisa de André (2011) aponta que na década de 1990, o foco era a formação inicial, porém, a partir dos anos 2000 isso vem mudando e o tema central das pesquisas nessa área passou a ser a formação continuada. A autora faz referência a importância de estudos, tais como as condições de trabalho, os gestores escolares, as políticas públicas, os recursos matérias e humanos na escola, ganharem também destaque nas pesquisas.

Para Ponte (1999), um novo olhar para as pesquisas sobre formação de professores reforça os ingredientes subjetivos do processo formativo, colocando em evidência diferentes saberes que deveriam participar da formação profissional dos professores. Na crítica à formação tradicional, dita transmissivista surgiram argumentos para a inclusão de todo um conjunto de saberes não objetivados em disciplinas de formação: o conhecimento dos alunos, dos seus interesses, das suas necessidades, aspectos socioculturais que interferiam na aprendizagem, conhecimento pessoal e informal do professor sobre a vida cotidiana, o conhecimento do contexto da escola e o conhecimento que o professor têm dele próprio.

Com esse estudo, vemos que os saberes profissionais deveriam ser captados no âmbito das práticas pedagógicas, dos conhecimentos desenvolvidos pelos professores para melhor gerir o seu trabalho didático-pedagógico. Além disso, um dos objetivos dessas pesquisas está voltado para o encontro de professores cujas práticas pedagógicas eram reconhecidas como boas por meio dos seus pares, dos alunos e dos gestores.

Fiorentini; Passos e Lima (2016) realizam um mapeamento sobre as pesquisas de formação de professores que ensinam Matemática no Brasil entre os anos de 2001 e 2012. Os autores concluem que mais de 80% dos estudos tratam de pesquisas de campo ou de natureza empírica e aproximadamente 13% são pesquisas do tipo documental e bibliográfica, ou seja, de natureza teórica. Megid et al. (2016, p. 119), questionam esta menor representatividade de estudos de natureza teórica ponderando que ela "parece indicar que as tentativas de teorização e sistematização do campo de estudo do professor que ensina matemática e/sua formação [...] são bastante reduzidas".

Os estudos de Gatti (2014) apresentam uma síntese do estado de conhecimento sobre a formação inicial de professores nos cursos de graduação, na qual discute aspectos convergentes nas pesquisas, tais como os saberes de formação de professores, no qual, pouca penetração das conclusões de pesquisas na institucionalização dos cursos de formação de professores o que, segundo a autora, contribui para a manutenção da ideia de que o conhecimento disciplinar é suficiente para a formação do professor. Ela alerta, desse modo, para a dificuldade na tomada de decisão sobre o que um professor deve saber para ensinar quando não há um olhar específico para os cursos de licenciaturas:

> Conceber a licenciatura como um curso de graduação pleno, com características particulares, específicas, em um ambiente coletivo em que formar professor "é menor", um ambiente em que existem dificuldades epistemológicas para escolher o que é necessário um professor saber para iniciar seu trabalho na educação básica – saberes disciplinares, saberes pedagógicos, saberes culturais – acabou por

> gerar arranjos que evidenciam a valorização da forma disciplinar de modo indiscriminado. O que é preciso para atuar na educação básica não é menor ou mais aligeirado, mas pode ser diferente, em alguns aspectos, do que é necessário para formar um especialista stricto sensu. (GATTI, 2014, p. 37).

Como sínteses dos estudos que vêm sendo realizados sobre a formação de professores e que, de algum modo tratam dos saberes profissionais de formação, tem-se o artigo da pesquisadora Itale Luciane Cericato. Em seu trabalho, na revisão bibliográfica que efetuou, um dos aspectos abordados pelos autores e obras analisadas refere-se à “dificuldade de estabelecer um status profissional para os professores” (CERICATO, 2016, p. 273). De todo modo, em suas conclusões, a autora pondera que:

> Pelo que vimos, é possível afirmar que o professor é um profissional do ensino porque detém o conhecimento sobre o que e de que maneira ensinar a alguém. Seu trabalho é específico porque consiste na sistematização de saberes que dizem respeito à cultura erudita e não popular – vinculados à ciência, à arte, à filosofia –, em oposição àqueles de ordem cotidiana e espontânea. É um trabalho realizado de modo intencional mediante a apropriação de um conhecimento específico que requer formação especializada e criteriosa. É uma tarefa complexa que envolve domínio rigoroso dos campos técnico e didático, além de constante postura de questionamento sobre sua ação. Estamos, assim, diante de um trabalho profissional. (CERICATO, 2016, p. 278).

Então, a partir da década de 1990, há uma ênfase na subjetividade no modo de tratar os saberes da profissão docente considerando contextos específicos e situados. Há uma abordagem que se revela predominante, que tem foco no professor, secundarizando as discussões sobre a formação inicial, em termos de análises dos saberes institucionalizados. Relativamente aos saberes profissionais, presentes na formação inicial, revela-se o predomínio disciplinar, com poucos elementos vindos das pesquisas de campo, sobre o professor, sobre o cotidiano escolar (GATTI, 2014). Além disso, os estudos revelam que a dificuldade da caracterização profissional liga-se à melhor caracterização do saber do professor (CERICATO, 2016).

Ao que parece, a perspectiva vinda desde a década de 1990 do século passado, de certo modo, trouxe dificuldades para uma caracterização objetiva dos saberes profissionais da docência. Assim, diferentemente de outras profissões, para o caso da docência, há uma contraposição à racionalidade e objetividade vindas de orientações de alguns especialistas em planos e políticas dirigidos aos professores.

Diante desse quadro, que revela as dificuldades da passagem dos ganhos obtidos (conhecimentos) nas pesquisas predominantemente empíricas, como se viu para o caso da formação de professores de matemática, para a institucionalização de saberes que transformem a formação inicial de professores, o presente trabalho caminha na direção de responder a seguinte questão:

Quais as contribuições da prática que vão sendo mobilizadas e incorporadas na formação de uma professora em início de carreira?

Para que possamos responder a essa pergunta, o objetivo geral dessa pesquisa é compreender o processo de formação continuada vivido por uma professora iniciante ao ministrar a disciplina de Desenho Geométrico e Geometria.

Foram também elaborados os seguintes objetivos específicos:

- Descrever o processo de elaboração das sequencias didáticas desenvolvidas na disciplina de Desenho Geométrico e Geometria Descritiva;
- Caracterizar os fatores que influenciaram para o desenvolvimento de tais sequências didáticas.
- Descrever as contribuições das práticas que foram mobilizadas pela professora durante o processo de formação continuada.

Para contemplar nossos objetivos e responder nossa questão de pesquisa, organizamos esse trabalho em nove capítulos combinados e interligados, além da apresentação, na qual trazemos as inquietações profissionais vividas e desencadeadoras da investigação.

O primeiro capítulo é a introdução, na qual apresentamos quais os direcionamentos das pesquisas envolvendo a formação de professores, juntamente com os objetivos e a pergunta norteadora que nos guia nessa pesquisa.

No segundo e no terceiro capítulos apresentamos as contribuições teóricas em que esta pesquisa está inserida. Sendo elas, as categorizações dos saberes docentes de Lee Shulman e seus seguidores, com os quais conversamos e as concepções de formação de professores trazidas pro Paulo Freire.

No quarto capítulo descrevemos a importância da disciplina de Desenho Geométrico retomando o contexto histórico de seu ensino no país.

No quinto capítulo, percorremos nos documentos oficiais a fim de contextualizar a disciplina que estamos desenvolvendo, dentro de um curso de Licenciatura. Desse modo, iniciamos com a compreensão da Formação do Professor de Matemática segundo o MEC. Em seguida, faremos uma releitura do Projeto Político Pedagógico (PPP) do Curso de Licenciatura em Matemática da FEIS com ênfase nos objetivos esperados para tal disciplina. Finalmente, analisaremos o Plano de Ensino da disciplina de Desenho Geométrico e Geometria Descritiva com o qual trabalhamos.

No sexto capítulo descrevemos os pressupostos e procedimentos metodológicos para coleta e análise de dados utilizados na pesquisa.

No sétimo capítulo, apresentamos de que maneira se deu a construção da pratica desenvolvida nessa pesquisa. Para isso, iniciamos descrevendo os caminhos percorridos no decorrer do semestre para a elaboração da sequência didática desenvolvida na disciplina de Desenho Geométrico e Geometria Descritiva. Em seguida, descrevemos o grupo de discussão e os momentos de conversas com outros docentes, fundamentais para o compartilhamento e a construção conjunta da prática.

No oitavo capítulo, relatamos, por meio de categorias, os resultados das análises das aulas.

Finalmente, no nono capítulo, traremos as conclusões e considerações finais, onde procuramos evidenciar as contribuições que este trabalho pode oferecer no campo de pesquisa que focalizam os saberes docentes, particularmente, de que maneira estes podem ser desenvolvidos por uma professora iniciante, que não possui experiências anteriores como base.

2. SABERES DOCENTES SEGUNDO SHULMAN E SEUS SEGUIDORES

O pesquisador norte americano Lee Shulman foi um dos percursores nos estudos científicos a respeito dos saberes docentes, o qual chamou de *knowledg base*[4]. Em seus estudos, Shulman utiliza a palavra "conhecimento" no sentido de "saber", porém optamos por mantes as expressões originais do autor.

Para o pesquisador, Essa Base do Conhecimento consiste em um conjunto de compreensões, conhecimentos, condicionamentos e capacidades que os professores devem apresentar durante suas práticas.

Em sua obra intitulada *Those who understand: Knowledge growth in the teaching*[5], de 1986, Shulman compara testes realizados com professores dos Estados Unidos entre os 10 anos anteriores e identifica que 90% a 99% dos testes tem como foco o conteúdo, ou seja, o domínio do professor no assunto a ser ensinado. Em contrapartida, ainda na década de 1980, alguns estados americanos estavam a procura de uma reformulação em tais métodos de avaliação de professores, com propostas que enfatizassem, além do conteúdo, a organização do docente na hora de preparar e apresentar suas aulas, os métodos avaliativos, o reconhecimento das diferenças individuais de cada aluno e também a consciência cultural (Shulman 1986).

Isso mostra uma nova tendência nas concepções dos conhecimentos docentes, que tira o foco do conteúdo, que aparece ocasionalmente nos documentos. Segundo o autor, os responsáveis pelas avaliações de professores da época justificam a importância da eficácia no ensino através de pesquisas direcionadas aos procedimentos metodológicos.

Nesse momento, Shulman demonstra preocupação com a ausência do conteúdo, o que tornou-se uma tendências nos estudos da época. E assim, denominou

[4] Bases do conhecimento para o ensino
[5] Aqueles que entendem: O crescimento do conhecimento no ensino

dentro do seu programa de *missing paradigm*[6] a maneira como os professores transformam os conteúdos específicos que dominam durante a prática de ensino.

> The missing paradigm refers to a blind spot with respect to content that now caracterizes most research on teaching and, as a consequence, most of our statelevel programs of teacher evaluation and teacher certification.[7] (Shulman, 1989, p.7,8)

Para Shulman, o foco das pesquisas na área de Ensino é na maneira como os professores conduzem suas aulas, preparam as atividades, gerenciam e planejam as tarefas, deixando de lado questões referentes ao conteúdo das disciplinas específicas ministradas.

Na tentativa de recuperar o paradigma perdido, Shulman e seus colaboradores no programa *Knowledg Growth in Teaching*[8] criticam pesquisas do tipo processo / produto, e propõem estudos que possam contribuir para a constituição de uma base de conhecimentos para o ensino. De modo que o foco não fosse mais um padrão no comportamento docente e passasse a ser a busca de conhecimentos subjacentes à ação do professor no contexto de sua prática.

É importante ressaltar, que para suas pesquisas, Shulman (1986) assume que todo professor inicia com alguma base de conhecimento, ou seja, alguma experiência no assunto que vai ministrar.

Desse modo, o autor apresenta a priori, três categorias fundamentais para os saberes docentes: Conhecimento do conteúdo; conhecimento pedagógico do conteúdo e conhecimento curricular.

O conhecimento do conteúdo se refere à quantidade e organização do conhecimento específico inserido no saber do docente (SHULMAN, 1986). Nesse conhecimento, Shulman adverte que o professor necessita ir além das estruturas e das concepções do conteúdo específico e que ele precisa ter capacidade para explicar uma

---

[6] Paradigma perdido

[7] O paradigma perdido refere-se a um ponto cego no que diz respeito ao conteúdo que agora caracteriza-se na maioria das pesquisas sobre o ensino e, como consequência, na maioria dos nossos programas a nível de Estado de avaliação de professores e de certificação de professores.

[8] Desenvolvimento do Conhecimento no Ensino

proposição, e ainda ser capaz de mostrar e explicar a relevância de tal conhecimento específico ao estudante.

O conhecimento pedagógico do conteúdo se refere à dimensão e capacidade que o professor tem para o ensino de determinado assunto.

> Within the category of pedagogical content knowledge I include, for the most regularly taught topics in one's subject area, the most useful forms of representation of those ideas, the most powerful analogies, illustrations, examples, explanations, and demonstrations- in a word, the ways of representing and formulating the subject that make it comprehensible to others. Since there are no single most powerful forms of representation, the teacher must have at hand a veritable armamentarium of alternative forms of representation, some of which derive from research whereas others originate in the wisdom of practice.[9] (SHULMAN, 1986, p. 9).

A terceira forma de conhecimento que Shulman (1986) apresenta é o conhecimento curricular. Para o autor o currículo representa a variedade dos planos idealizados para um determinado fim educacional. Esses fins podem estar relacionados a certas disciplinas, recursos pedagógicos, ou ambos, para que sua utilização seja efetivada dentro de circunstâncias particulares da educação formal.

Posteriormente, o autor reformula essa classificação para o conhecimento de base para o ensino. Shulman (1987) apresenta então como conhecimentos necessários à docência:

- *Conhecimento do conteúdo a ser ensinado*: refere-se ao conhecimento da disciplina na qual o professor é um especialista (Matemática, Química, História);

[9] Dentro da categoria de conhecimento pedagógico do conteúdo eu incluo, para os tópicos mais regularmente ensinados na área de assunto, as formas mais úteis de representação dessas ideias, as analogias mais poderosas, ilustrações, exemplos, explicações e demonstrações - em uma palavra, a forma de representar e formular o assunto que o tornam compreensível para os outros. Como não há uma melhor forma de representação, o professor deve ter em mãos um verdadeiro arsenal de formas alternativas de representação, algumas das quais derivam da pesquisa, enquanto outras se originam na sabedoria da prática.

- *Conhecimento pedagógico geral*: refere-se, especialmente, àqueles princípios e estratégias gerais de manejo e organização da aula que transcendem o âmbito da disciplina;
- *Conhecimento curricular*: trata-se de um especial domínio dos materiais e dos programas que servem como "ferramenta" para o docente;
- *Conhecimento pedagógico do conteúdo*; trata-se da combinação entre o conteúdo e os conceitos pedagógicos que constituem o ser professor em sua compreensão profissional;
- *Conhecimento dos alunos e de suas características;*
- *Conhecimento dos contextos educacionais:* engloba tanto o funcionamento do grupo em sala de aula, como da gestão escolar e a comunidade na qual está inserido;
- *Conhecimento dos objetivos:* refere-se às finalidades e os valores educativos que o professor pretende passar.

Shulman (1987) enfatiza que o Conhecimento Pedagógico do Conteúdo[10] é essencial para a distinção de um especialista no assunto, de um professor da matéria, ou seja, é o PCK que diferencia um Matemático de um Professor de Matemática. O PCK "representa a combinação de conteúdo e pedagogia no entendimento de como tópicos específicos, problemas ou questões são organizados, representados e adaptados para os diversos interesses e aptidões dos alunos" (SHULMAN 2014, p. 207)[11]. Assim,

> a chave para distinguir a base de conhecimento para o ensino está na interseção entre conteúdo e pedagogia, na capacidade do professor para transformar o conhecimento de conteúdo que possui em formas que são pedagogicamente poderosas e, mesmo assim, adaptáveis às variações em habilidade e histórico apresentadas pelos alunos. (SHULMAN 2014, p. 217)

---

[10] Originalmente Pedagogical Content Knowledge (PCK)

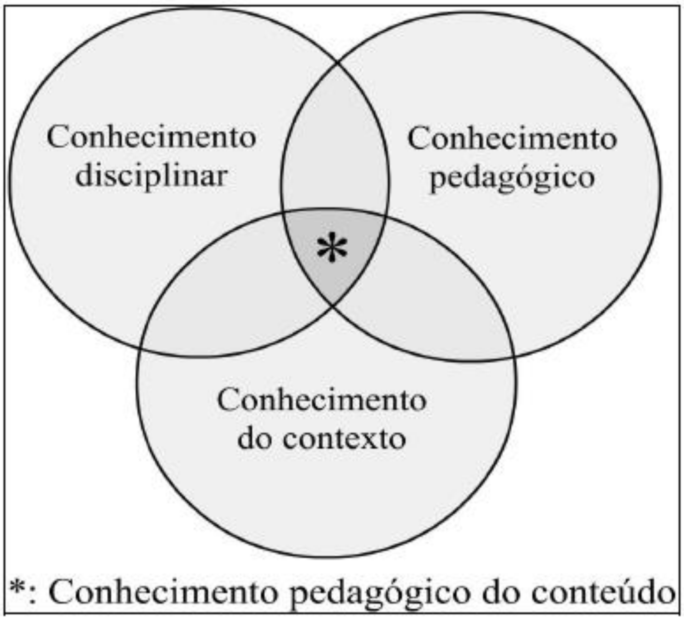
[11] O texto original de Shulman foi publicado nos Estados Unidos em 1987, mas utilizamos a versão desse artigo traduzida para o português por Leda Beck e revisão técnica de Paula Louzano (SHULMAN, 2014)

Além disso, o PCK é visto como uma categoria que permite avaliar o processo de formação inicial e continuada do professor de uma maneira mais ampla, o que desperta o interesse nos pesquisadores em dar continuidade aos estudos de Shulman.

Encontramos na literatura de Gess-Newsome e Lederman (1999) dois modelos teóricos que tentam explicar essa categoria de conhecimento docente, denotados pelos autores de o modelo integrativo e o modelo transformativo.

No modelo integrativo, o PCK é a intersecção dos conhecimentos pedagógico, disciplinar e do contexto. Ou seja, segundo este modelo, o PCK não existe por si só, mas decorre da combinação das três bases de conhecimentos iniciais, além disso, os conhecimentos originais se desenvolvem separadamente e ainda podem ser identificados dentro do PCK.

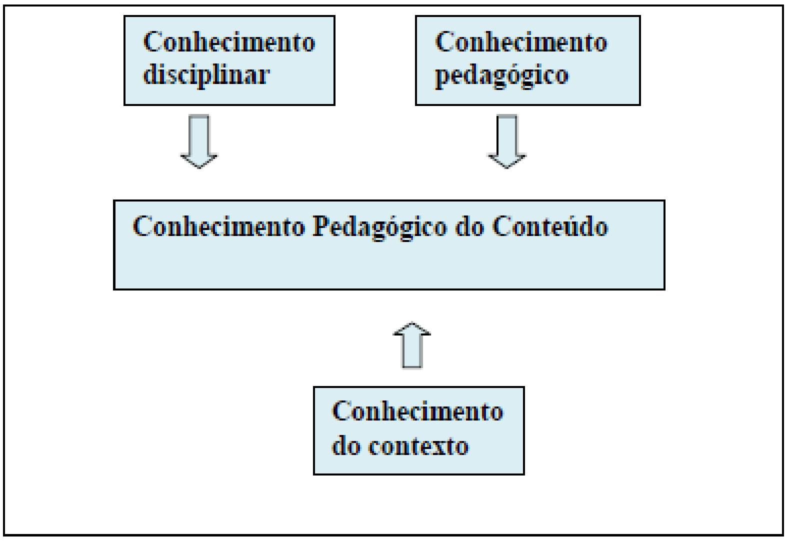
Figura 1: Modelo Integrativo de Gess-Newsome e Lederman



Fonte: GESS-NEWSOME e LEDERMAN, 1999, p. 12.

No modelo transformativo, o PCK é visto como o produto da transformação do conhecimento disciplinar, pedagógico e do contexto, ou seja, é uma nova forma de conhecimento que sintetiza todos os outros conhecimentos necessários para a formação do professor. Nesse caso, os conhecimentos iniciais são desenvolvidos separadamente ou até mesmo de maneira integrada, e se combinam gerando um novo tipo de conhecimento. Por isso, nesse modelo, as bases de conhecimentos não podem ser facilmente detectados no PCK.

Figura 2: Modelo Transformativo de Gess-Newsome e Lederman



Fonte: GESS-NEWSOME e LEDERMAN, 1999, p. 12.

Independente do modelo, o PCK auxilia para acabar com o paradigma existente entre o conhecimento do conteúdo e o conhecimento pedagógico, pois relacionando estes é possível legitimar o saber profissional do professor.

Complementando seus estudos, Shulman (2014) apresenta um modelo de pensamento da ação pedagógica do professor composto por seis etapas, nas quais o professor tem um processo ativo.

Figura 3: Modelo de ação e raciocínio pedagógicos de Shulman

Compreensão	De propósitos, estruturas do conteúdo, ideias dentro e fora da disciplina.
Transformação	Preparação: interpretação crítica e análise de textos, estruturando e segmentando, desenvolvimento de um repertório curricular e esclarecimento de propósitos. Representação: uso do repertório representacional, que inclui analogias, metáforas, exemplos, demonstrações, explicações e assim por diante. Seleção: escolha dentro de um repertório instrucional que inclui modos de ensinar, organizar, gerenciar e arrumar. Adaptação e ajuste às características dos alunos: consideração de conceitos, preconceitos, equívocos e dificuldades, língua, cultura e motivações, classe social, gênero, idade, habilidade, aptidão, interesses, autoestima e atenção.
Instrução	Gerenciamento, apresentações, interações, trabalho em grupo, disciplina, humor, questionamentos e outros aspectos do ensino ativo, instrução de descoberta ou de investigação e as formas observáveis de ensino em sala de aula.
Avaliação	Verificação do entendimento do aluno durante o ensino interativo. Testar o entendimento do aluno no final das aulas ou unidades. Avaliar o próprio desempenho e ajustá-lo às experiências.
Reflexão	Rever, reconstruir, reconstituir e analisar criticamente o próprio desempenho e o da classe, e fundamentar as explicações em evidência.
Novas compreensões	De propósitos, da matéria, dos alunos, do ensino e de si mesmo. Consolidação dos novos entendimentos e aprendizagens da experiência.

Fonte: SHULMAN, 2014, p. 216.

3. PAULO FREIRE E A FORMAÇÃO DO PROFESSOR

Na perspectiva freireana, o projeto de educação conhecido como pedagogia do oprimido busca a

> educação em favor da emancipação permanente dos seres humanos, considerados como classe ou como indivíduos, [educação que] se põe como um refazer histórico em consonância com a também histórica natureza humana, inclusiva, finita, limitada (FREIRE, 1991, p. 72).

Dentre suas concepções, a formação do professor, seja ela inicial ou continuada, está inserida em um contexto de problematização com a realidade. É importante entendermos que o termo problematizar se refere à tomada da educação como um objeto de reflexão por parte do educador em sua formação. Ou seja, não se pode assumir a educação e seu projeto cultural como uma realidade pronta, mas sim realizar o processo simultâneo de refletir de modo crítico para que se aprenda com tais pensamentos.

Desse modo, para Freire (1991), não se pode reduzir o ato de conhecer a uma mera transferência do conhecimento já existente, mas sim o duplo movimento de conhecer o conhecimento existente e produzir um novo conhecimento mantendo uma relação dialética entre si. Então o conhecimento já existente não pode ser visto como uma verdade inquestionável, este deve ser questionado, gerando inquietações e reflexões críticas. Tais movimentos se realizam de forma individual e coletiva, na interação entre sujeitos e conhecimento.

No entanto, problematizar também não se limita a construir perguntas ou a dar respostas a perguntas. Além da discussão e reflexão, é preciso um estudo inicial, do contexto para a compreensão da realidade na qual está inserida. Assim, segundo Freire, há necessidade de se construir um "repertório dos anseios, dos sonhos, dos desejos" pois "uma das vantagens de um trabalho assim está em que a própria metodologia da pesquisa a faz pedagógica e conscientizante" (1991, p. 32).

Em outras palavras, a formação de professores numa perspectiva histórico-crítica requer a criação e a organização de situações problematizadoras da realidade, levando em consideração os dados de objetividade-subjetividade dos sujeitos e suas circunstâncias. Ela não se limita a aprendizagens de conteúdos disciplinares, embora não os exclua, ela não cessa na aquisição de metodologias do ensinar e do aprender, embora não as desconsidere.

Outro princípio destacado pelo autor para a formação de educadores é a relação dialógica, que expressa uma relação entre teoria e prática.

A relação dialógica se caracteriza pela relação de horizontalidade. Pretendendo um novo olhar sobre a relação entre educador e educando, atribui valor a lugares e perspectivas. Reivindica educando e educadores como seres de direito. Reconhece diferenças culturais como condição do humano.

> Permite o respeito à cultura do aluno, à valorização do conhecimento que o educando traz, enfim, um trabalho a partir da visão de mundo do educando é sem dúvida um dos eixos fundamentais sobre os quais deve se apoiar a prática pedagógica de professores e professoras (FREIRE, 1991, p. 82).

Esses conteúdos úteis à formação de professores, ao mesmo tempo em que constituem a prática docente, fazem parte da discussão do caráter político e complexo da educação e favorecem aos profissionais da educação face à sua opção política.

A coerência como uma atitude necessária ao professor, como um conteúdo da formação dos sujeitos formadores e em formação e como busca ao exercício de relação teoria e prática, refere-se à necessidade de “diminuir a distância entre o que dizemos e o que fazemos” (FREIRE, 1991, p. 28). Constitui “procura constante, crítica, para compatibilizar o dito com o feito. Redizer o dito quando o que fazer exija” (FREIRE, 1991, p. 28).

O trato aos conteúdos, formas de mediação e justificativa de qualquer prática docente, em Freire, supera uma prática de acomodação para se fazer como uma inquietação. Uma prática que procura “inquietar os educandos, desafiando-os para que percebam que o mundo dado é um mundo dando-se e que, por isso mesmo, pode ser mudado, transformado, reinventado” (FREIRE, 1991, p. 30).

É essa prática docente crítica que encontramos em Freire como proposição e vivência de formação.

Em suma, utilizar a Pedagogia Freireana como base para a formação de professores consiste em desencadear um processo de fala-escuta como reflexão da prática, é transitar na subjetividade-objetividade, é (re)inventar situações de problematização como foco da formação de professores.

4. CONTEXTO HISTÓRICO DO ENSINO DE GEOMETRIA E DESENHO GEOMÉTRICO NO BRASIL

Para desencadear este estudo, percebemos, através de uma contextualização histórica envolvendo o Ensino do Desenho Geométrico no Brasil, que inicialmente este se estabeleceu como disciplina, perpassando pelo estágio de ensino obrigatório, optativo, até chegar a sua desvalorização e exclusão da grade de disciplinas nos ambientes escolares. Isso se reflete diretamente nos conhecimentos prévios (ou falta deles) para o desenvolvimento da disciplina de Desenho Geométrico e Geometria Descritiva em níveis superiores.

Por meio de estudos empíricos com alunos dos anos iniciais do ensino superior, observa-se defasagem no conhecimento dos conteúdos de Geometria por parte desses estudantes. Segundo Pavanello (1989), desde as últimas décadas, essa é uma área que vem sendo esquecida pelos professores da Educação Básica. Para a autora, “o abandono do ensino de Geometria não se deveu ao desenvolvimento da matemática, que teria supostamente tornado desnecessário, ou à conclusão de que sua contribuição para a formação do aluno não é importante” (PAVANELLO, 1993, p. 8).

Deste modo, para compreender como isso aconteceu, é preciso entender o contexto histórico, político e social de cada mudança educacional feita no país, particularmente neste estudo, focaremos nas alterações envolvendo a Geometria.

No início do século XX, o Brasil era um país essencialmente agrícola. Nesse período, as escolas primárias ensinavam apenas os conteúdos práticos para as atividades comerciais, portanto, a matemática limitava-se às operações básicas. Já no ensino secundário, que consistia na preparação dos jovens da elite para os cursos superiores, os conteúdos de Álgebra, Aritmética e Geometria eram vistos como áreas distintas e, por isso, ensinados isoladamente por professores diferentes.

Em 1930, o país passou por um processo revolucionário, o qual acarretou no fim da República Velha, quando Getúlio Vargas assumiu o poder. Nesse mesmo ano, foi criado o Ministério da Educação e Saúde, ao qual Francisco Campos foi indicado para chefiar. Após assumir o cargo, Campos implementou uma importante reforma no sistema educacional baseado nas ideias de Euclides Roxo, cujo “principal objetivo era o de ampliar a finalidade do curso secundário, que deveria deixar de ser apenas um curso propedêutico para ingresso nas faculdades, para possuir uma finalidade própria”. (SOARES, 2004, p.8). Foi também a partir dessa reforma que se constituiu a disciplina de Matemática, com a unificação das três áreas: Álgebra, Aritmética e Geometria. Especificamente na área de Geometria, de acordo com Bicudo (1942, p. 156-163) apud Pavenello (1989, p.153), as recomendações eram para que se começasse “por um curso propedêutico de geometria intuitiva e experimental, em que se preocupará familiarizar o aluno com as ideias fundamentais relativas às figuras geométricas”. Ou seja, a proposta era de iniciar os estudos por meio de explorações intuitivas para, então, progressivamente, construir a sistematização.

Porém, segundo Soares (2004), os professores não estavam preparados para ministrar tal disciplina e, por isso, na prática, os conteúdos ainda eram abordados separadamente, pois, apenas em 1934 foi estabelecido o primeiro curso específico de formação de professores para o ensino secundário.

Em 1942, Gustavo Capanema ocupava o cargo de ministro da educação e empreendeu uma nova reforma com a promulgação da Lei Orgânica do Ensino Secundário. Segundo Pavenello (1989), a principal mudança no ensino de Matemática foi que os três assuntos não precisariam mais ser abordados em todas as séries do curso ginasial. Com isso, a Geometria era abordada apenas nos quatro anos iniciais, assumindo uma abordagem intuitiva nas duas séries iniciais e uma abordagem dedutiva nas duas seguintes.

Entre as décadas de 1950 e 1960, o país passou a sofrer forte influência do Movimento da Matemática Moderna (MMM) - que embora não tenha sido implementado por nenhum decreto, como ocorreu com as Reformas de Campos e Capanema, foi adotado em todo território nacional. Soares (2004) afirma que isso aconteceu porque o MMM era uma tendência internacional, e diversos países já haviam implementado suas ideias no ensino de Matemática.

Ainda segundo a autora, o objetivo dessa tendência era “acrescentar aos programas temas da denominada Matemática Moderna, como o estudo de conjuntos;

conceitos de grupo, anel e corpo; espaços vetoriais; matrizes; álgebra de Boole; noções de cálculo diferencial e integral e estatística" (SOARES, 2004, p.13). Percebemos, assim, a tentativa de aproximar a Matemática do Ensino Médio da Matemática Pura. No entanto, como nenhuma reforma foi instituída para a utilização dessa tendência na Educação, a maioria dos professores do país não teve o devido preparo para a implementação de tais mudanças no ensino. Como consequência, Pavanello (1993) afirma que muito professores passaram a abandonar o ensino de Geometria. Em contrapartida, a inquietação dos professores de Matemática com relação às mudanças do MMM fez com que esses começassem a refletir mais sobre suas práticas docentes e sobre os verdadeiros propósitos do ensino de Matemática.

Esse período também foi marcado pela criação de vários grupos de pesquisa, como o Grupo de Estudos do Ensino da Matemática (GEEM), criado em 1961 na cidade de São Paulo, cujo principal objetivo era coordenar e divulgar a introdução da Matemática Moderna na Escola Secundária (Silva e Oliveira, 2006).

No ano de 1971, foi aprovada pelo Governo Militar, instalado no poder desde março de 1964, uma nova Lei de Diretrizes e Bases do Ensino (LDB 5692/71), a qual autorizava que cada professor tivesse liberdade de definir os conteúdos de acordo com as necessidades dos grupos com os quais estavam inseridos, além de promover a fusão dos cursos primário e ginasial, denominados a partir de então de 1º grau, que passou a contemplar, portanto, oito anos letivos. Para Pavanello (1993), isso fez com que a maior parte dos alunos nos anos inicias deixassem de aprender a Geometria, pois os professores "limitavam-se, em geral, a trabalhar somente a aritmética e as noções de conjunto" (Pavanello, 1993, p.13).

Ainda segundo a autora, o Desenho Geométrico passou a ser substituído pela Educação Artística, o que fez com que os alunos passassem a ter maior dificuldade para lidar com figuras geométricas e suas representações. Outra consequência foi a superlotação das classes, pois com a unificação do 1º grau, o número de alunos matriculados nas escolas oficiais aumentou consideravelmente e o 2º grau passa a ter como foco a formação profissional ao invés da preparação para o Ensino Superior.

Algumas escolas particulares mantiveram um ensino preparatório para os cursos superiores, mesmo com as reformas oficiais da legislação escolar, no entanto, apenas grupos selecionados da sociedade, aqueles pertencentes às elites, teriam acesso à tais escolas.

Essa situação perdurou até o final da década de 1980, quando a associação americana The Nacional Council of Supervisors of Mathematics – NCSM redigiu, no ano de 1988, um documento explicitando quais deveriam ser as habilidades básicas, em Matemática, necessárias para os estudantes do século XXI. (Zuin, 2002). Mas somente em 1996 foi sancionada a nova Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB 9394/96) pelo presidente Fernando Henrique Cardoso e pelo ministro da educação Paulo Renato. A partir dessa lei, o Ensino Médio passou a fazer parte da Educação Básica, possibilitando que uma maior parte da população tivesse acesso à educação, além de permitir a possibilidade de uma proposta de currículo visando à continuidade dos objetivos educacionais desde os anos iniciais do Ensino Fundamental até o final do Ensino Médio (Rodrigues, 2016).

Surgem então, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) no ano de 1998. Esse documento divide a Matemática em quatro blocos de conteúdos: Números e Operações; Espaço e Forma; Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação. O estudo da Geometria aparece dentro do segundo bloco temático, como essencial para o desenvolvimento das capacidades cognitivas fundamentais, além disso, as construções com régua e compasso aparecem explicitamente como auxiliadoras no ensino.

No entanto, pode haver escolas que tenham o Desenho Geométrico ainda como disciplina em suas grades curriculares, enquanto outras não abordam nem mesmo as construções geométricas elementares em conteúdos da Matemática. Conforme Zuin (2001, p. 99) há escolas que

> mantêm a disciplina de Desenho geométrico; escolas que tratam das construções geométricas dentro da disciplina [de] Artes; escolas que não possuem a disciplina de Desenho geométrico em suas grades curriculares e não abordam as construções geométricas em nenhum momento, nem mesmo dentro do conteúdo de Geometria, desenvolvido em Matemática, e, uma outra classe de escolas que trazem a disciplina em questão em sua grade curricular, mas o conteúdo não é cumprido,

> sendo estas aulas preenchidas com o conteúdo de matemática, sem nem sequer se mencionarem as construções geométricas.

Apesar disso, acreditamos que o ensino de Desenho Geométrico, pode auxiliar no processo de ensino-aprendizagem, dando suporte para outras áreas do conhecimento, principalmente nos conceitos que tangem à Geometria.

Essa desvalorização do Desenho Geométrico não se dá apenas no Ensino Básico, visto que não são todos os cursos de Licenciatura que oferecem tal disciplina à seus alunos. Por isso, o capítulo a seguir percorre os documentos oficiais, de um âmbito maior, partindo das diretrizes do MEC, posteriormente complementamos o capítulo com uma análise do Projeto Político Pedagógico do curso de Licenciatura em Matemática da FEIS e finalmente, o Plano de Ensino da disciplina, onde enfatizamos quais os objetivos previstos para serem alcançados com Desenho Geométrico e Geometria Descritiva.

5. OS DOCUMENTOS OFICIAIS

Neste capítulo, apresentamos os documentos oficiais que nos ajudaram a entender de que maneira a disciplina em questão foi estruturada dentro de um curso de Licenciatura em Matemática. Para isso, subdividimos o capítulo em três partes.

Na primeira traremos de que maneira o Ministério da Educação e Cultura (MEC), legitima e orienta o trabalho do professor, especificamente do professor de Matemática.

Na seção seguinte, apresentaremos o Projeto Político Pedagógico do Curso de Licenciatura em Matemática da FEIS, enfatizando as características norteadoras para o desenvolvimento da disciplina de Desenho Geométrico e Geometria Descritiva.

Finalmente, traremos o Plano de Ensino na disciplina, documento que auxilia o professor explicitando algumas características básicas como os objetivos esperados, o conteúdo programado, a ementa, uma sugestão de metodologia e de bibliografia.

5.1. A FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA SEGUNDO O MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

O objetivo fundamental de um curso de Licenciatura em Matemática é a formação de professores para atuar na Educação Básica. Por isso, o MEC (Ministério da Educação e Cultura) legitima uma série de competências e habilidades que devem ser desenvolvidas durante a formação do Professor de Matemática.

As Diretrizes Curriculares Nacionais para Educação Básica, ao tratar da formação inicial e continuada do professor, complementa os domínios estabelecidos na Resolução do Conselho Nacional de Educação/Conselho Pleno CNE/CP nº 1/2006, estabelecendo que:

> o professor precisa, particularmente, saber orientar, avaliar e elaborar propostas, isto é, interpretar e reconstruir o conhecimento. Deve transpor os saberes específicos de suas áreas de conhecimento e das relações entre essas áreas, na perspectiva da complexidade; conhecer e compreender as etapas de desenvolvimento dos estudantes com os quais está lidando. (BRASIL, 2013, p. 58).

Nas Diretrizes Curriculares para os Cursos de Matemática, as características essenciais que devem ser garantidas aos egressos do Curso de Licenciatura em Matemática são:

> Visão de seu papel social de educador e capacidade de se inserir em diversas realidades com sensibilidade para interpretar as ações dos educandos; visão da contribuição que a aprendizagem da Matemática pode oferecer à formação dos indivíduos para o exercício de sua cidadania; visão de que o conhecimento matemático pode e deve ser acessível a todos, e consciência de seu papel na superação dos preconceitos, traduzidos pela angústia, inércia ou rejeição, que muitas vezes ainda estão presentes no ensino-aprendizagem da disciplina. (BRASIL, 2003, p.3).

Este documento também destaca algumas competências e habilidades que os egressos dos Cursos de Matemática (seja Bacharelado ou Licenciatura) devem ter desenvolvido ao longo de sua formação inicial, tais como:

> Capacidade de expressar-se escrita e oralmente com clareza e precisão; capacidade de trabalhar em equipes multi-disciplinares; capacidade de compreender, criticar e utilizar novas idéias e tecnologias para a resolução de problemas; capacidade de aprendizagem continuada, sendo sua prática profissional também fonte de produção de conhecimento; habilidade de identificar, formular e resolver problemas na sua área de aplicação, utilizando rigor lógico-científico na análise da situação-problema; estabelecer relações entre a Matemática e outras áreas do conhecimento; conhecimento de questões contemporâneas; educação abrangente necessária ao entendimento do impacto das soluções encontradas num contexto global e social; participar de programas de formação continuada; realizar estudos de pós-graduação; trabalhar na interface da Matemática com outros campos de saber. (BRASIL, 2003, p. 3, 4)

Em relação às competências e às habilidades que os licenciados em Matemática devem ter ao final do curso destacam-se serem capazes de:

> Elaborar propostas de ensino-aprendizagem de Matemática para a educação básica; analisar, selecionar e produzir materiais didáticos; analisar criticamente propostas curriculares de Matemática para a educação básica; desenvolver estratégias de ensino que favoreçam a criatividade, a autonomia e a flexibilidade do pensamento matemático

> dos educandos, buscando trabalhar com mais ênfase nos conceitos do que nas técnicas, fórmulas e algoritmos. (BRASIL, 2003, p. 4)

No documento também podemos encontrar os conteúdos curriculares comuns a todos os cursos de Licenciatura em Matemática, no entanto, as IES (Instituições de Ensino Superior) tem autonomia para complementar seu currículo com outras disciplinas e organiza-lo da maneira que julgarem mais pertinente, desde que contemplem os conteúdos comuns, que são:

> Cálculo Diferencial e Integral; Álgebra Linear; Fundamentos de Análise; Fundamentos de Álgebra; Fundamentos de Geometria; Geometria Analítica; conteúdos matemáticos presentes na educação básica nas áreas de Álgebra, Geometria e Análise; conteúdos de áreas afins à Matemática, que são fontes originadoras de problemas e campos de aplicação de suas teorias; conteúdos da Ciência da Educação, da História e Filosofia das Ciências e da Matemática. (BRASIL, 2003, p. 6)

No Art. 1º da resolução do Conselho Nacional de Educação e Câmara de Educação Superior CNE/CES 3, de 18 de fevereiro de 2003, que estabelece as Diretrizes Curriculares para os cursos de Bacharelado e Licenciatura em Matemática, vemos que as Diretrizes são instrumentos que a princípio servem para orientar os Projetos Políticos Pedagógicos do Curso das IES. Estes devem especificar o perfil dos formandos, bem como as competências, habilidades e as atribuições inerentes à prática docente.

5.2.O PROJETO POLÍTICO PEDAGÓGICO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA DA FEIS

Apresentaremos primeiramente um breve panorama histórico do curso, a fim de auxiliar à compreensão de sua estruturação.

Em 1976, foi criado o campus da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" na cidade de Ilha Solteira, por meio da Lei 952, de 30/01/76, com o objetivo de promover o desenvolvimento da região, devida à construção da Usina Hidroelétrica de Urubupungá.

Em 1977, a Universidade iniciou com os cursos de Engenharia Civil, Elétrica e Mecânica e cinco anos depois, em 1982 inicia-se também o curso de Agronomia.

Devido à necessidade de docentes aptos a ministrares disciplinas específicas de Matemática, Física e Química para tais cursos, foi criado o Departamento de Ciências em 1983, por meio da Resolução da UNESP de 07/07/83. Doze anos depois, este se divide em dois, sendo criado então o Departamento de Matemática e o Departamento de Física e Química, por meio da Resolução UNESP de 31/05/95.

A partir de então, o Departamento de Matemática se torna responsável por ministrar as disciplinas das áreas de Matemática, Estatística, Computação e Desenho para os quatro cursos, além de projetos de extensão, auxiliando na melhoria da Educação local. Tais projetos contemplavam tanto a Formação Continuada dos docentes, como também a Educação Continuada dos alunos do Ensino Fundamental e Ensino Médio.

Em 1998, com auxílio de professores de outros campus da UNESP (IBILCE[12], FCT[13], IGCE[14]) os docentes do Departamento de Matemática elaboraram a Proposta para Criação do Curso de Licenciatura em Matemática de Ilha Solteira, que foi encaminhada para avaliação dos órgãos competentes em 10 de março de 1998.

Após análise, em 24 de maio de 2001 foi criado, pela Resolução UNESP nº 26, o Curso de Licenciatura em Matemática da UNESP do Campus de Ilha Solteira, que recebeu a primeira turma de ingressantes no ano de 2002.

Em 2004, com a necessidade de atender as Resoluções CNE/CP 02/2002, UNESP nº 03/2001 e ao Despacho 862/2 da CCG/SG, o curso passou pela Primeira Reestruturação Curricular, que foi implementada para os ingressantes no ano seguinte.

Em 2006, uma Segunda Reestruturação precisou ser feita alterando a carga horária das Atividades Curriculares, que foram implementadas em 2007.

[12] Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas - Campus de São José do Rio Preto
[13] Faculdade de Ciências e Tecnologia - Campus de Presidente Prudente
[14] Instituto de Geociências e Ciências Exatas - Campus de Rio Claro

No ano de 2008, o curso obteve Conceito ENADE 5 e Conceito Preliminar do Curso 5, classificação que se manteve em 2011.

Em 2014, foi necessária uma nova Reestruturação do Curso, para atender as Resoluções CNE nº 1 de 17/06/2004 e CNE nº 2 de 15/06/2012, o Decreto Federal nº 5626 de 22/12/2005 e a Deliberação CNE nº 2 de 15/06/2012, sob a qual foi escrita esse Projeto Político Pedagógico, que está em vigor até o momento.

Desse modo, seguindo as Diretrizes Curriculares do curso de Licenciatura em Matemática, o curso da FEIS visa preparar seus alunos para se tornarem professores de Matemática, por isso apresenta uma estrutura curricular fundamentada com o objetivo de contemplar uma formação:

- Específica dos conhecimentos matemáticos e de seus significados em diversos contextos;
- Didático pedagógica, que deve fornecer aos alunos conhecimento dos documentos curriculares e das teorias pedagógicas;
- Prática-reflexiva, por meio da articulação dos conhecimentos teórico e prático;
- Transversal, que contempla a ética e a igualdade perante a diversidade presente nas escolas, assim como na sociedade;
- para Pesquisa, de modo que o futuro professor possa ser um pesquisador de sua própria prática.

Para abranger tais objetivos as disciplinas do curso foram estruturadas em seis grupos de conhecimento, para garantir uma formação profissional abrangente e que trate os temas de forma transversal no currículo proposto. Portanto, uma mesma disciplina pode estar presente em mais de um grupo, desde que está possua contribuições em vários aspectos na formação do futuro professor.

A disciplina de Desenho Geométrico se encaixa em dois grupos de conhecimento, o de "Conhecimento de Conteúdos Matemáticos" e de "Conhecimento Advindo da Experiência", ou seja, se espera que essa disciplina auxilie o aluno a compreender os aspectos axiomáticos e lógicos presentes na Matemática, assim como empregar diferentes algoritmos para a resolução de diferentes problemas, utilizando as ferramentas das novas tecnologias quando necessário para complementar a compreensão e validação dos resultados, buscar novas maneiras de resolução de um problema a partir dos erros cometidos, explorar situações problema que os conduzam a descobrir regularidades para fazer conjecturas e construir generalizações com o intuito de proceder de maneira lógica nessas situações, proporcionar o desenvolvimento da autonomia do aluno para que ele possa desenvolver atividades e sequências didáticas para o ensino de Matemática. Também se espera que, do total de 60 horas do semestre, uma carga horária de 15 horas seja reservada a Prática como Componente Curricular.

A tabela a seguir ilustra a distribuição das disciplinas dentro de cada grupo, assim como seus principais objetivos:

Tabela 1: Classificação das disciplinas curriculares do curso de Licenciatura em Matemática da FEIS nos Grupos de Conhecimentos dados os seus objetivos.

Grupo de Conhecimento	**Características \ Objetivos**	**Disciplinas**
Cultura Geral e Profissional	Apresentar aos alunos o papel do professor no mundo contemporâneo, além das Tendências da Educação Matemática.	- Língua Portuguesa: Leitura e Produção de Textos - Introdução à Ciência da Computação e às - Tecnologias Interativas - Fundamentos de Educação Matemática - Sociedade, Educação e Cultura - Novas Tecnologias Aplicadas ao Ensino de Matemática
Conhecimento Sobre Crianças, Jovens e Adultos	Entender o desenvolvimento humano e a forma como diferentes culturas caracterizam as diferentes faixas etárias, além de conhecer peculiaridades dos alunos que apresentam necessidades educacionais especiais.	- Psicologia do Desenvolvimento e da Aprendizagem - Didática - Prática de Ensino de Matemática e Estágio Supervisionado I, II, III e IV

Conhecimento Sobre a Dimensão Cultural, Social, Política e Econômica da Educação	Preparar os alunos para o papel social do professor, e da influência da educação na realidade política e social do país.	- Políticas Educacionais no Brasil - Sociedade, Educação e Cultura - Prática de Ensino de Matemática e Estágio Supervisionado I, II, III e IV
Conhecimento de Conteúdos Matemáticos	Construir uma visão ampla da Matemática e das diferentes áreas que a compõem, assim como as conexões entre estas áreas	- Introdução à Teoria dos Números - Matemática Elementar - Álgebra Elementar - **Desenho Geométrico e Geometria Descritiva** - Geometria Analítica Plana - Geometria Analítica Espacial - Cálculo Diferencial e Integral I, II e III - Probabilidade e Estatística I e II - Álgebra Linear I e II - Cálculo Numérico - Estruturas Algébricas I e II - Equações Diferenciais Ordinárias - Geometria Euclidiana - Análise Real I e II - História da Matemática - Funções de uma Variável Complexa - Fundamentos de Física I e II - Optativa do Grupo de Disciplinas Específicas
Conhecimento Pedagógico	Familiarizar os alunos com os conceitos pedagógicos tais como: desenvolvimento curricular, transposição	- Psicologia do Desenvolvimento e da Aprendizagem

	didática, contrato didático, elaboração e desenvolvimento de sequências didáticas, avaliação das situações didáticas, relação professor-aluno e metodologias diferenciadas para o Ensino de Matemática.	- Políticas Educacionais no Brasil - Conteúdos e Didáticas de Libras - Fundamentos de Educação Matemática - Didática - Educação, Sociedade e Cultura - História da Matemática - Didática da Matemática - Novas Tecnologias Aplicadas ao Ensino de Matemática - Prática de Ensino de Matemática com Estágio Supervisionado I, II, III e IV - Optativa do Grupo de Disciplinas Didático-Pedagógicas
Conhecimento Advindo da Experiência	Além da realização do Estágio Supervisionado, as disciplinas deverão dedicar um espaço para a utilização da Prática como Componente Curricular, onde serão desenvolvidas atividades por meio das quais o aluno terá a oportunidade de refletir sobre a realidade observada, buscando alternativas de solução de problemas e contribuindo, dessa forma, para o desenvolvimento de um conhecimento profissional.	- Prática de Ensino de Matemática e Estágio Supervisionado I, II, III e IV - Matemática Elementar - Geometria Analítica Plana - Álgebra Elementar - **Desenho Geométrico e Geometria Descritiva** - Introdução à Teoria dos Números - Geometria Analítica Espacial - Cálculo Diferencial e Integral I - Álgebra Linear I - Probabilidade e Estatística I e II - Estruturas Algébricas I - Fundamentos de Educação Matemática - Didática - Geometria Euclidiana - Educação, Sociedade e Cultura - Optativa do Grupo de Disciplinas Didático-Pedagógicas - História da Matemática - Didática da Matemática - Novas Tecnologias Aplicadas ao Ensino de Matemática

Fonte: Elaborada pelo autor.

Segundo o documento referente a Prática como Componente Curricular, essa deverá ser aplicada de maneira harmoniosa e contínua, de modo que complemente os objetivos apresentados anteriormente do curso de Licenciatura em Matemática, para que o futuro professor tenha a oportunidade de relacionar todo o conhecimento de sua vivência pessoal, com os conhecimentos advindos das diversas disciplinas.

Para isso, espera-se que essa dimensão seja trabalhada não apenas nas disciplinas pedagógicas, a fim de relacionar as teorias tanto na perspectiva da sua aplicação no mundo social e natural quanto na perspectiva da sua didática, além de promover a articulação de diferentes práticas em uma perspectiva interdisciplinar, através de observações e reflexões, sobre a prática docente.

Desse modo, são listados alguns dos objetivos propostos na utilização da Prática como Componente Curricular, que pode ser vista como um eixo articulador entre as dimensões teórica e prática do currículo, portanto, o docente deve utilizar dessas horas para:

- Promover discussões sobre a abordagem dos conhecimentos matemáticos de modo interdisciplinar, relacionando com outros conteúdos básicos de outras disciplinas, discutindo também como estes conhecimentos podem ser tratados em diferentes contextos socioculturais;
- Utilizar de materiais pedagógicos já existentes, ou produzir novos materiais que auxiliem no ensino da Matemática;
- Motivar a busca de soluções para problemas práticos da Matemática e das Ciências em geral dentro e fora da sala de aula;
- Realizar experimentos de Ciências que utilizem a Matemática como instrumento, analisar e discutir seus resultados;
- Incentivar a leitura e produção de textos de Matemática, Ciência e tecnologia, promovendo um posicionamento crítico sobre tais informações. Para isso é importante destacar também o papel histórico da Matemática na construção do conhecimento humano e nas transformações sociais;
- Instigar discussões sobre a utilização das novas tecnologias no ensino e na aprendizagem de Matemática; sobre os diferentes métodos de avaliação da

aprendizagem e sobre a importância dos valores éticos e do desenvolvimento de atitudes de cooperação e colaboração na relação professor-aluno;

- Auxiliar no desenvolvimento das capacidades de reflexão crítica constante sobre sua atuação e de tomada de decisões didáticas, permitindo-lhes adaptar-se às distintas situações de ensino e refletir sobre sua prática.

No que tange o funcionamento da Prática como Componente Curricular, o documento destaca que:

> no presente Projeto Político Pedagógico, entendemos e defendemos que a formação didático-pedagógica do aluno não se dá somente em disciplinas denominadas pedagógicas, mas também em disciplinas de conteúdo específico, já que os conteúdos de Matemática devem ser a base para as discussões sobre o processo de ensino e de aprendizagem.

5.3. O PLANO DE ENSINO DE DESENHO GEOMÉTRICO E GEOMETRIA DESCRITIVA

O plano de ensino de uma disciplina é um documento no qual tanto o professor quanto os alunos utilizam para compreender a disciplina a ser trabalhada, visto que neste documento podemos encontrar informações como: o curso para o qual a disciplina está sendo oferecida, o docente responsável, a unidade onde tal disciplina é oferecida, o departamento responsável pelo oferecimento, a carga horária, os pré-requisitos necessários, os objetivos esperados, o conteúdo programado, uma sugestão de metodologia e de bibliografia, os critérios de avaliação, a ementa e a data de aprovação.

O pano de ensino de Desenho Geométrico e Geometria Descritiva, disciplina oferecida para alunos do curso de Licenciatura em Matemática no primeiro semestre de 2018 foi aprovado em reuniões do Conselho Curso em 23 de março de 2018, pelo Conselho Departamental e pela Congregação no dia 26 de março de 2018,

Neste documento, os objetivos esperados para a disciplina são examinar a Geometria Elementar de um ponto de vista preciso e crítico, de modo a auxiliar o desenvolvimento do raciocínio dedutivo e da habilidade para a resolução de problemas geométricos e que o aluno seja capaz de avaliar situações de ensino na educação básica que envolvam construções geométricas.

Os tópicos a serem trabalhados, ou seja, a ementa da disciplina consiste em: Construções Elementares. Métodos de Resolução de Problemas. Lugares Geométricos. Construção de Polígonos, Arcos e Cônicas. Sistema de Projeções. Visualização e Interpretação Espacial de Objetos. Representação do ponto, reta e plano. Na carga horária destinada à Prática como Componente Curricular serão discutidas as inter-relações dos conteúdos de Desenho Geométrico com os conteúdos ensinados no Ensino Fundamental e Médio e serão discutidas as possibilidades de uso em sala de aula de materiais pedagógicos existentes na escola e a produção de novos materiais para o ensino de Desenho Geométrico, a utilização e discussão das novas tecnologias no ensino e na aprendizagem de Desenho Geométrico e a aprendizagem de estratégias na perspectiva da resolução de problemas do cotidiano escolar, permitindo-lhes adaptar-se às distintas situações de ensino e refletir sobre sua prática.

Na carga horária destinada à Prática como Componente Curricular, o documento diz que devem ser discutidas as inter-relações dos conteúdos de Desenho Geométrico com os conteúdos ensinados no Ensino Fundamental e Médio e devem ser discutidas as possibilidades de uso em sala de aula de materiais pedagógicos existentes na escola, assim como a produção de novos materiais para o ensino de Desenho Geométrico, a utilização e discussão das novas tecnologias no ensino e na aprendizagem de Desenho Geométrico e a aprendizagem de estratégias na perspectiva da resolução de problemas do cotidiano escolar, permitindo-lhes refletir sobre sua prática.

Finalmente, segundo o plano de ensino, o programa da disciplina deve ser desenvolvido através de aulas teóricas e práticas, assim divididas:

- Aulas teóricas: Apresentação da teoria, usando pranchas, giz, quadro-negro, apostila, retroprojetor, maquetes e aplicativos computacionais da área.
- Aulas práticas: O aluno desenvolverá exercícios relativos a teoria dada, sob a orientação do professor.

Também fica explicito no documento que o programa desta disciplina deve ser desenvolvido de modo a levar os alunos a discussão dos conceitos abordados no ensino médio, com a postura de futuros professores de Matemática, utilizando-se da Prática como Componente Curricular (PCC).

6. METODOLOGIA DA PESQUISA

Dentro de uma perspectiva de natureza qualitativa a nossa participação ocorreu enquanto professora / pesquisadora de uma disciplina "Desenho Geométrico e Geometria Descritiva", obrigatória nos Curso de Licenciatura da Faculdade de Engenharia da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (FEIS/UNESP) e que consta na grade horária do primeiro semestre da turma de ingressantes.

Com base na perspectiva de Flick (2009), a pesquisa qualitativa tem alguns aspectos essenciais que consistem:

> na escolha adequada de métodos e teorias convenientes; no reconhecimento e na análise de diferentes perspectivas; nas reflexões dos pesquisadores a respeito de suas pesquisas como parte do processo de produção de conhecimento; e na variedade de abordagens e métodos. (p. 23).

Podemos completar tais aspectos com perspectiva de Garnica (2004), que traz algumas características da pesquisa qualitativa:

> (a) a transitoriedade de seus resultados; (b) a impossibilidade de uma hipótese a priori, cujo objetivo da pesquisa será comprovar ou refutar; (c) a não neutralidade do pesquisador que, no processo interpretativo, vale-se de suas perspectivas e filtros vivenciais prévios dos quais não consegue se desvencilhar; (d) que a constituição de suas compreensões dá-se não como resultado, mas numa trajetória em que essas mesmas compreensões e também os meios de obtê-las podem ser (re) configuradas; e (e) a impossibilidade de estabelecer regulamentações, em procedimentos sistemáticos, prévios, estáticos e generalistas. (p. 86)

Utilizamos então de uma coleta de dados qualitativos, na qual o pesquisador "participa em interação constante em todas as situações, espontâneas e formais, acompanhando as ações cotidianas e habituais, as circunstâncias e sentido dessas ações e interrogando sobre as razões e significados dos seus atos" (CHIZZOTTI, 2003, p. 90).

Para isso, realizamos registros das aulas através da caderneta de campo da professora / pesquisadora e de gravação em áudio e vídeo. Também, foram realizados registros na caderneta de campo dos encontros realizados com o pequeno grupo de discussão, constituído desde o início das atividades. Faziam parte desse grupo a professora / pesquisadora, a orientadora e um docente que leciona disciplinas no Curso em questão, na época coordenador do referido Curso. Ainda, foram registrados em áudio a apresentação e discussão da pesquisa dirigida aos docentes que ministram disciplina no Curso de Licenciatura em Matemática. Foram convidados cinco docentes: coordenador e vice-coordenador do Curso de Licenciatura em Matemática, docente que atuou no ano de 2017 como professor da disciplina Desenho Geométrico e Geometria Descritiva e dois docentes que trabalham com pesquisas na área de matemática, sendo que um deles era responsável por disciplinas que de antemão sabíamos ter algum interesse nos assuntos tratados na disciplina. A nossa ideia primeira era a de convidar um grupo pequeno para que as relações de trocas com esses docentes pudessem ocorrer.

No tratamento dos dados utilizamos a análise de conteúdo. De acordo com Moraes (1999),

> A análise de conteúdo constitui uma metodologia de pesquisa usada para descrever e interpretar o conteúdo de toda classe de documentos e textos. Essa análise, conduzindo a descrições sistemáticas, qualitativas ou quantitativas, ajuda a reinterpretar as mensagens e a atingir uma nova compreensão de seus significados num nível que vai além de uma leitura comum. (p. 9)

Encontramos na literatura diversas descrições do processo de análise de conteúdo, optamos por utilizar nessa investigação a apresentada por Moraes (1999), a qual se constitui por cinco etapas: preparação, unitarização, categorização, descrição e interpretação.

A preparação consiste em identificar as diferentes amostras de informações que serão analisadas. Em nossa pesquisa, essa etapa se deu durante a leitura da caderneta de campo, na transcrição das aulas e na sistematização das mesmas.

A unitarização é realizada após a leitura atenta dos documentos da etapa anterior, pois consiste na definição das unidades de análise. Esse é o momento no qual o pesquisador seleciona o material que servirá como base para a etapa de categorização, de acordo com os objetivos da pesquisa. Segundo Moraes (1999) esse é um processo desafiante e extenso, pois não se pode perder o significado original dos dados.

A categorização é a etapa onde são criadas as categorias de análise, que devem estar bem definidas, pois são elas que possibilitarão a interpretação de maneira sistemática e organizada dos dados. “As categorias representam o resultado de um esforço de síntese de uma comunicação, destacando-se nesse processo seus aspectos mais importantes” (MORAES, 1999, p. 19).

É importante ressaltar que as categorias precisam ser refinadas durante o processo de análise, por isso a importância da leitura e releitura das unidades.

A descrição é um texto-síntese que deve aparecer antes de cada categoria, que deve “expressar o conjunto de significados presentes nas diversas unidades de análise incluídas em cada uma delas” (MORAES, 1999, p. 23).

A interpretação é a etapa na qual o pesquisador vai além, comparando seus resultados alcançados com as teorias produzidas e disponíveis na literatura. Nesse momento é necessário que haja uma compreensão aprofundada dos dados, para que eles possam ser devidamente interpretados.

7. A CONSTRUÇÃO DA PRÁTICA

Pelos aportes freirianos, entendemos que “a prática docente crítica implicante do pensar certo, envolve o movimento dinâmico, dialético, entre o fazer e o pensar sobre o fazer”. (FREIRE, 1996, p.38), ou seja, a prática docente se constitui por meio de uma reflexão crítica sobre os conhecimentos que a fundamentam, o professor precisa a todo tempo avaliar-se e refletir sobre suas ações. O autor também defende que para ensinar é preciso saber escutar, ser humilde, acreditar na mudança e principalmente possibilitar o diálogo visto que o docente vive em uma formação permanente, tanto dentro da sala de aula quanto fora dela.

> “É que, na formação permanente dos professores, o momento fundamental é o da reflexão crítica sobre a prática. É pensando criticamente a prática de hoje e de ontem que se pode melhorar a próxima prática” (FREIRE, 1996, p.39).

Com o intuito de apresentar a maneira como a prática da professora / pesquisadora foi sendo construída, através de reflexões juntamente com o diálogo com seus pares e com os alunos, dividimos esse capítulo em duas seções, na primeira será descrito o processo de Planejamento e Organização da Sequência Didática e na seguida descreveremos os momentos onde as Trocas com os Docentes foram realizadas.

7.1. PLANEJAMENTO E ORGANIZAÇÃO DA SEQUÊNCIA DODÁTICA

Iniciando esta seção, apresentaremos a sequência didática desenvolvida pela professora / pesquisadora discorrendo sobre suas inquietações e enfrentamentos da prática em sala de aula.

Para isso, utilizaremos a definição de sequência didática de Oliveira (2013), como sendo

> um procedimento simples que compreende um conjunto de atividades conectadas entre si, e prescinde de um planejamento para delimitação de cada etapa e / ou atividade para trabalhar os conteúdos disciplinares

> de forma integrada para uma melhor dinâmica no processo de ensino-aprendizagem. (Oliveira, 2013, p.39).

A autora apresenta como passos básicos da sequência didática: escolha do tema a ser trabalhado; questionamentos para problematização do assunto a ser trabalhado; planejamento dos conteúdos; objetivos a serem atingidos no processo de ensino-aprendizagem; delimitação da sequência de atividades, levando-se em consideração a formação de grupos, material didático, cronograma, integração entre cada atividade e etapas, e avaliação dos resultados (OLIVEIRA, 2013, p.40).

A Sequência Didática foi aplicada em uma turma com 22 alunos, todos ingressantes do curso de Licenciatura em Matemática da Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, UNESP - campus de Ilha Solteira, durante a disciplina de Desenho Geométrico e Geometria Descritiva.

O processo de elaboração da sequência didática se deu ao longo do primeiro semestre de 2018, visto que sua aplicação ocorreu entre os meses de março, abril, maio e junho deste mesmo ano.

Dividimos essa seção em duas subseções, na primeira trataremos das aulas que foram desenvolvidas utilizando como principal referência o livro Os Elementos, de Euclides. Na segunda, descreveremos a importância da Literatura e de que modo as atividades desenvolvidas foram propostas a partir da apropriação de três textos científicos. Por isso, essa subseção admite em três tópicos, em que cada um deles descreve a sequência didática com base em cada texto encontrado na literatura.

7.1.1. Utilização do Livro de Euclides

Seguindo a ementa da disciplina, as aulas iniciais tratam sobre as construções elementares. Desse modo, nos sete primeiros encontros, foram abordados os conceitos: retas paralelas, retas perpendiculares, lugares geométricos, divisão de segmentos, operações com segmentos e o traçado da tangente à um círculo.

A preparação de tais aulas se constituiu nas primeiras experiências da professora / pesquisadora como professora responsável por uma turma. Nesse momento a professora / pesquisadora buscou referências em suas experiências como aluna. Ademais, devido à sua formação em Matemática, a estrutura lógica trazida por Euclides em seu livro Os Elementos foi priorizada, desse modo, todos os conceitos e propriedades necessárias para as construções elementares foram retiradas de tal livro.

Outro fator positivo na adoção do livro de Euclides como base para do ensino era a familiaridade que a professora / pesquisadora tinha na leitura e linguagem utilizada pelo autor, visto que este foi o livro base utilizado ao cursar tal disciplina durante sua graduação.

Ao preparar a primeira aula, além de uma apresentação do curso, da importância das notações, dos passos e das justificativas de cada construção, a proposta era fazer uma retomada de conceitos essenciais para o desenvolvimento da disciplina, ou seja, as definições de: ponto, reta, plano, semirreta, segmento, ângulos e suas classificações, triângulos, semelhança de triângulos e congruência de triângulos.

Porém, durante e posteriormente a aplicação dessa aula, percebemos que grande parte dos alunos teve pouco, ou nenhum contato com a Geometria Euclidiana durante o Ensino Básico, logo não estavam familiarizados com tais conceitos apresentados. Houve então a necessidade de uma explicação mais abrangente do que estava programado a priori.

Nas aulas seguintes iniciamos nas primeiras construções geométricas de fato, e as dificuldades surgiram logo de início, na compreensão das palavras de Euclides. Na Figura 1 trazemos a primeira definição apresentada durante as aulas, de retas perpendiculares, um conceito já conhecido pelos alunos, no entanto, o mesmo ficou confuso devido à formalidade juntamente com a época na qual foi escrito.

Figura 4: Definição de retas perpendiculares apresentada durante às aulas, retirada do livro de Euclides.

Definição 1. *Quando uma reta, tendo sido alteada sobre uma reta, faça os ângulos adjacentes iguais, cada um dos ângulos é reto, e a reta que se alteou é chamada uma perpendicular àquela sobre a qual se alteou.*

Fonte: Sequência didática elaborada pelo autor.

A dinâmica em sala se limitava a exposição dos conceitos pela professora / pesquisadora, que, apesar de questionar os alunos, não obtinha resposta nenhuma por parte deles, os quais se limitavam em copiar o que estava sendo passado na lousa.

Isso gerou um grande desconforto, o que fez com que a professora / pesquisadora passasse a repensar em sua prática e nas estratégias didáticas que estava utilizando. Além disso, foi possível constatar de imediato que a formação básica da professora / pesquisadora, a qual serviu de referência para a preparação de suas primeiras aulas, foi muito distinta da formação desses alunos com os quais estava lidando.

Com a necessidade de entender melhor quais as dificuldades enfrentadas por seus alunos, a professora / pesquisadora inicia um processo de "compreensão da turma" e do contexto no qual estavam inseridos. Esse processo se iniciou a partir de conversas informais com os alunos, fora dos horários de aula.

Assim, algumas experiências vivenciadas pelos alunos durante seus anos no Ensino Médio foram compartilhadas, como por exemplo, um dos alunos relatou que durante o 2º ano do Ensino Médio não teve aulas de Matemática, pois não haviam professores da área no colégio. Outros relataram não ter conhecimentos em Geometria, pois as aulas de Matemática se limitavam à parte algébrica.

A partir desses relatos, a professora / pesquisadora sentiu a necessidade de entender mais a fundo, enquanto parte do seu processo de formação continuada, como seria possível que tais alunos ingressassem no nível superior, em um curso de Licenciatura em Matemática com tantas defasagens. Nesse momento considerou importante para o seu processo de formação lançar mão da literatura referente à História do Ensino de Geometria no país, que foi apresentada no terceiro capítulo dessa pesquisa.

Com uma maior compreensão do contexto no qual estava inserida, a professora / pesquisadora sentiu a necessidade de alterar sua prática, a fim de que as aulas de Desenho Geométrico e Geometria Descritiva tivessem um significado para os alunos, da maneira como é sugerido nos documentos oficiais, a motivação para a elaboração das próximas sequências didáticas será descrita na seção seguinte.

7.1.2. Apropriação da Literatura

Conforme descrevemos anteriormente, a professora / pesquisadora estava na busca de novas estratégias de ensino que pudessem ser inseridas em sua prática, de modo que os alunos pudessem se sentir mais confortáveis e participativos, além da preocupação em atribuir um significado para a disciplina de Desenho Geométrico e Geometria Descritiva dentro do curso de Licenciatura em Matemática.

No entanto, a falta de experiências anteriores para basear suas aulas fez com que a professora / pesquisadora buscasse inspiração em praticas de outros docentes. Nesse momento, foi na literatura existente sobre práticas docentes relacionadas com os conceitos pertencentes à ementa da disciplina onde a professora / pesquisadora buscou ideias e inspirações para a elaboração de atividades.

Desse modo três textos foram essenciais para a elaboração das atividades desenvolvidas nessa pesquisa.

O primeiro deles foi a dissertação de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática do IGCE – UNESP, campus de Rio Claro, de Renata Aparecida Martins intitulada "Ensino-Aprendizagem de Geometria: Uma Proposta Fazendo uso de Caleidoscópios, Sólidos Geométricos e Softwares Educacionais".

Com o objetivo de apresentar uma proposta alternativa para o ensino e aprendizagem de Geometria, Martins (2003), aplica sua sequência didática para uma turma da 7ª série[15] do Ensino Fundamental de uma Escola Estadual do município de Rio Claro.

Tais atividades consistem em preencher o plano e posteriormente o espaço com figuras bi e tridimensionais, respectivamente, formadas através de caleidoscópios de dois e de três espelhos. E foram feitas também as planificações dessas imagens com o auxílio do Software Cabri Geométre II.

O segundo texto que serviu como base, foi um artigo de Estela Kaufman Fainguelernt, publicado na Edição especial 3 do BOLEMA de 1994, intitulado

[15] Atual 8º ano.

“Representação do Conhecimento em Matemática: transformações no plano - Translação e Simetria”.

Em seu texto, Fainguelernt (1994) discute sobre os diferentes tipos de representação de um mesmo conceito dentro da Matemática. Segundo a autora, para se construir um conceito, é necessário estabelecer uma inter-relação entre suas diversas representações, o que acarreta no significado propriamente dito.

A autora exemplifica essas representações com os conceitos de simetria e de translação.

Figura 5 Representações distintas do conceito de simetria axial em relação ao eixo y no plano cartesiano

A simetria axial em relação ao eixo OY no plano é:

uma função ou transformação de pontos no plano que associa a cada par ordenado *(x,y)* o ponto *(-x,y)*. (representação escrita)

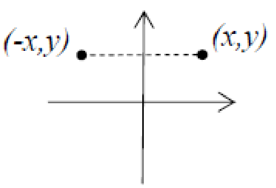
ou

$$\begin{aligned} f : R^2 &\to R^2 \\ (x, y) &\mapsto (-x, y) \end{aligned}$$ (representação simbólica)

ou

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x \\ y \end{pmatrix}$$ (representação matricial)

ou



(representação gráfica)

Fonte: FAINGUELEMT, 1994, p. 09.

O terceiro artigo que serviu como base é de Marlene Rodrigues Rossi e Valdeni Soliani Franco e foi encontrado nos Anais do X Encontro Nacional de

Educação Matemática, realizado em Salvador no ano de 2010, intitulado "Topologia: uma proposta metodológica para o ensino fundamental".

Rossi e Franco (2010) apresentam uma sequência didática composta por 10 atividades aplicadas em uma turma da 6ª série[16] do Ensino Fundamental de um colégio estadual que tem o objetivo de construir algumas noções topológicas elementares, assim como apresentar conceitos básicos utilizados na Topologia.

Com inspiração nesses três textos, a professora / pesquisadora elaborou três sequências didáticas que serão descritas a seguir. A primeira se refere às atividades desenvolvidas com o auxílio de espelhos, a segunda trata das diversas representações de um mesmo conceito e finalmente, na terceira foi feita uma introdução às Geometrias Não Euclidianas.

Atividades Envolvendo Espelhos

Ao depararmos com a atividade desenvolvida por Martins (2003), utilizando um caleidoscópio de dois espelhos, para criar polígonos regulares, julgamos que tal material poderia ser adaptado para a sequência didática que estávamos produzindo para o tema: construção de polígonos regulares.

Vistos que nossos questionamentos iniciais para o desenvolvimento de tal tema eram: de que maneira o ensino das construções geométricas podem se relacionar com outros conceitos da Matemática? Como e quais atividades poderiam ser desenvolvidas para que não nos limitássemos às construções geométricas com régua e compasso? Qual a importância desses conhecimentos para o futuro professor de Matemática?

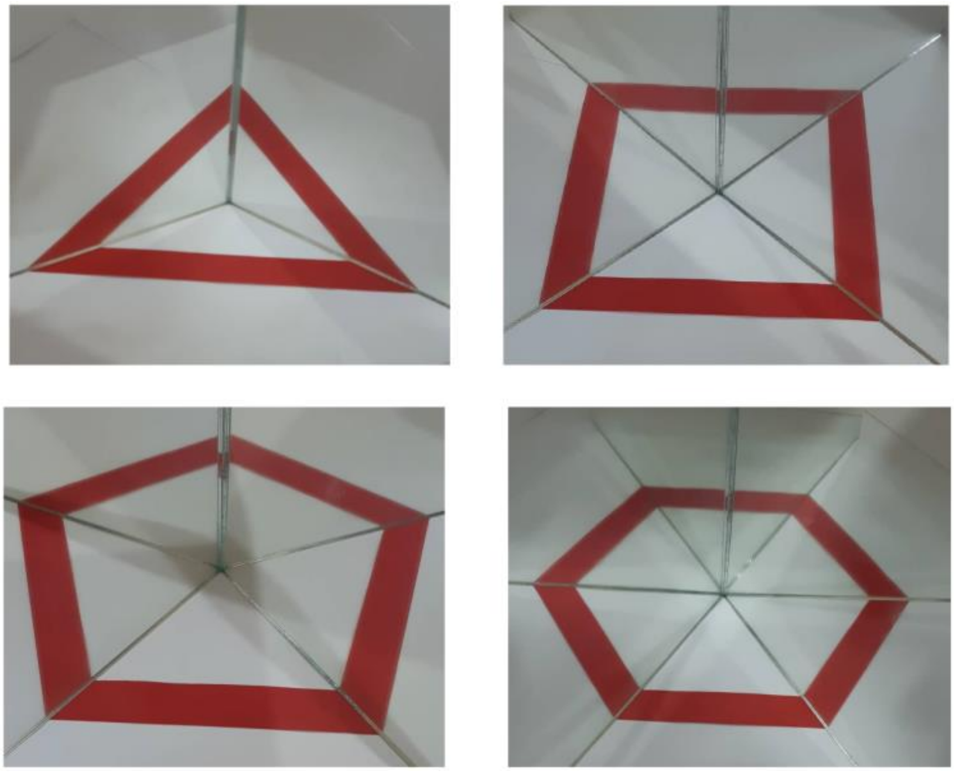
Sendo assim, em um primeiro momento, montamos um caleidoscópio com a junção de dois espelhos quadrados com uma fita isolante, pois desse modo a abertura angular seria flexível.

Com o material em mãos, foi necessário um estudo mais aprofundado para a compreensão de seu funcionamento, e percebemos que seria possível desenvolver uma

[16] Atual 7º ano.

sequência de atividades que pudessem relacionar a reflexão dos espelhos, os polígonos formados e as construções geométricas, pois partindo do ângulo central do caleidoscópio, que equivale ao ângulo central do polígono formado a partir da reflexão de um segmento, seria possível inscrever facilmente tal polígono em uma circunferência.

Figura 6: Fotos dos polígonos formados através da reflexão de um segmento no caleidoscópio



Fonte: Elaborada pelo autor.

Desenvolvemos então uma sequência didática cujos principais objetivos eram compreender o funcionamento do caleidoscópio a partir da reflexão dos espelhos; deduzir os passos da construção com régua e compasso de polígonos regulares (triângulo, quadrado, pentágono e hexágono); desenvolver uma atividade que pudesse ser aplicada para o ensino básico.

Assim, as atividades foram estruturadas da seguinte forma: na primeira aula, foram formados grupos de 4 ou 5 alunos e cada grupo recebeu um kit contendo um caleidoscópio e um conjunto de arames representando segmentos. Tais arames foram posicionados na frente dos espelhos e cada grupo observou o funcionamento do material ao mudar a abertura angular do caleidoscópio e a posição do segmento. Nessa aula cada grupo anotou suas conclusões a respeito do instrumento e ao final, cada um expôs suas observações até que, em conjunto, concluíssemos como se dá o funcionamento do material em questão.

Nas próximas duas aulas, já conhecendo o caleidoscópio, cada grupo ficou responsável por analisar um único polígono e deduzir possíveis passos para a construção desse polígono utilizando os instrumentos de desenho geométrico, ou seja, a régua e o compasso. Feito isso, cada grupo apresentou os passos da construção do seu polígono para a turma, explicitando detalhadamente os passos e justificando a construção em questão.

Na quarta aula, como entendemos que estávamos trabalhando com uma turma de futuros professores de Matemática, pedimos para que cada grupo elaborasse uma sequência didática envolvendo os conceitos trabalhados com o caleidoscópio com algum outro assunto, que poderia ser da própria Matemática ou de outras áreas do conhecimento.

Essas atividades foram apresentadas como seminários, e ao final foi feita uma discussão com as contribuições dos demais alunos a respeito da atividade proposta pelo grupo.

Do Geogebra a Régua e Compasso

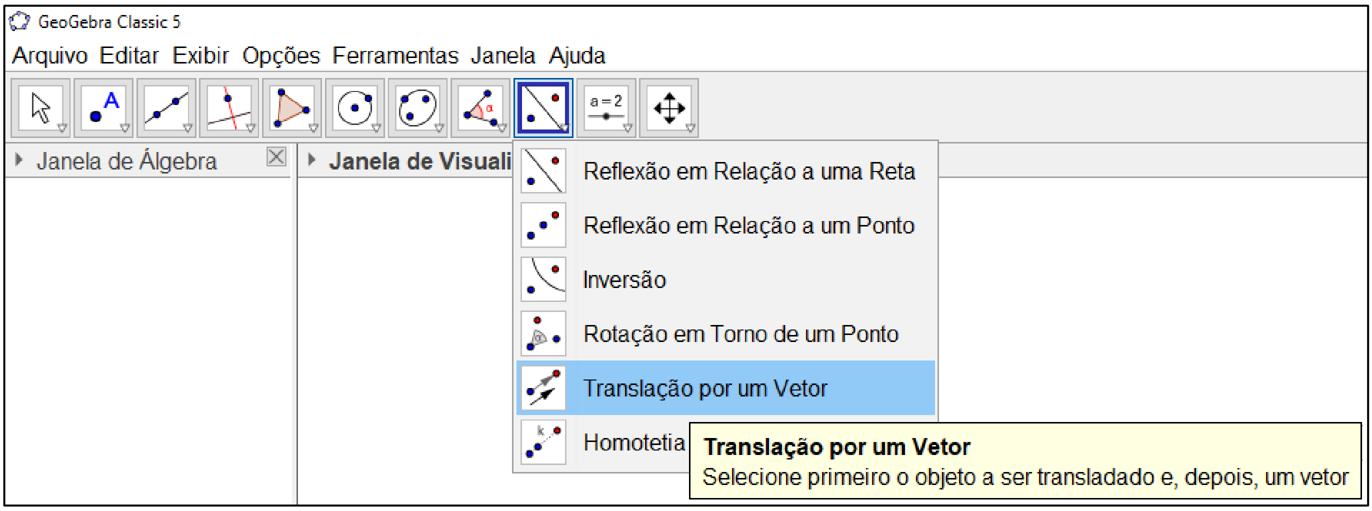
Com apoio em de Fainguelernt (1994), percebemos a importância das diversas representações que encontramos para um mesmo conceito dentro da Matemática, porém, usualmente, tais representações são apresentadas para os alunos de maneira segmentada, podendo dar a falsa impressão de que são conceitos distintos.

Ao nos questionarmos sobre a importância de conhecer essas diversas representações para uma compreensão total do assunto, utilizamos esse texto como base para a sequência de atividades desenvolvidas sobre o tema Transformações Geométricas, que envolve conceitos como a translação, reflexão, rotação e homotetia de figuras geométricas.

Como tais conceitos já haviam sido apresentados aos alunos na disciplina de Geometria Analítica Plana, nosso objetivo, nesse momento, foi relacionar a representação escrita, trazida no enunciado, com as representações simbólica e matricial de cada uma das transformações. Posteriormente, após a compreensão dos conceitos de uma mateira total, os alunos deveriam deduzir qual o percurso a ser percorrido para a construção de cada uma das transformações utilizando a régua e o compasso.

A sequência de atividade se iniciou no laboratório de informática da Universidade, onde, com a utilização do Software Geogebra, os alunos puderam, em duplas, determinar a translação de um polígono qualquer[17], seguindo o comando do software, conforme mostra a figura a seguir.

Figura 7: Janela do Software Geogebra que determina a translação de um objeto.

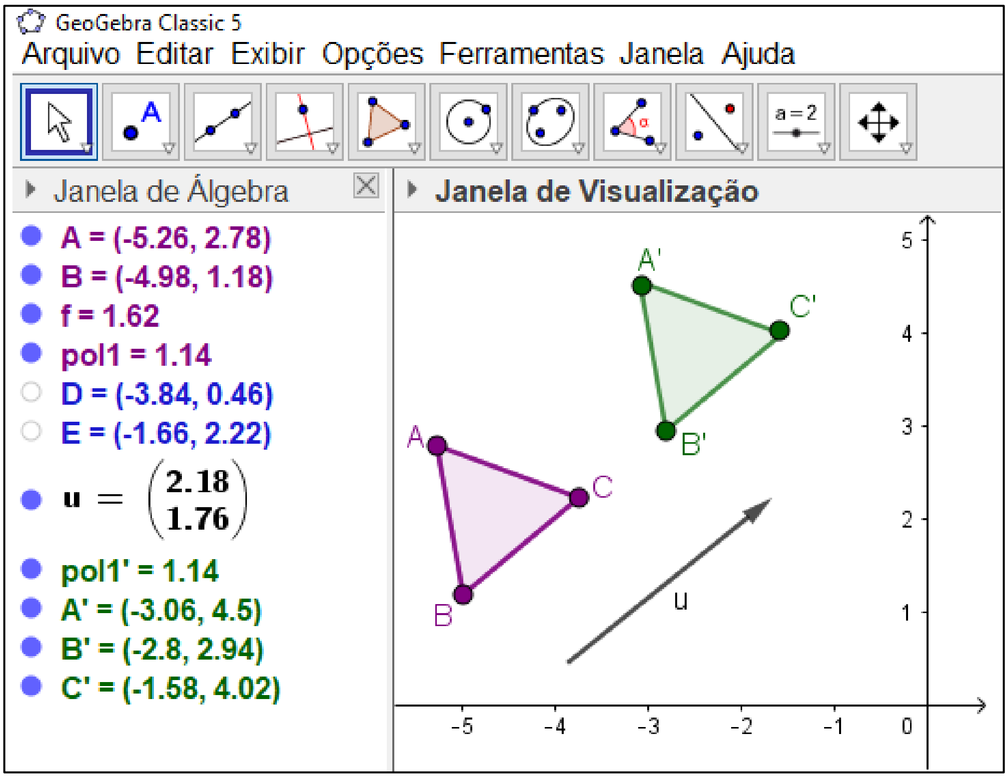


Fonte: Elaborada pelo autor.

[17] Não estipulamos aos alunos qual deveria ser o polígono, pois isso não influenciaria nas transformações que estavam sendo aplicadas. Desse modo, cada dupla pode escolher seu polígono, sendo assim, cada dupla obteve um resultado distinto, porém todos embasados nos mesmos pressupostos teóricos.

Ou seja, Primeiramente o aluno cria um polígono qualquer e um vetor. Então, utilizando o comando “Translação por um Vetor”, o software cria um novo polígono, já transladado da maneira desejada.

Figura 8: Janela do Software Geogebra que representa a translação de um triângulo ABC por um vetor u.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Com o Geogebra, os alunos associaram a representação escrita “transladar um polígono no plano” com a representação gráfica através da imagem fornecida pelo software. Pedimos para que cada dupla reproduzisse o desenho gerado no computador em uma folha sulfite para ser entregue ao final da aula.

Em um segundo momento, cada dupla deveria interpretar os passos exigidos no software Geogebra. Nesse momento, seria necessário compreender qual a importância do vetor para a realização de uma translação para que os alunos pudessem deduzir como seriam feitos os passos da construção geométrica de uma translação utilizando a régua e o compasso.

Finalmente, cada dupla pode deduzir os passos das construções geométricas de cada transformação.

Para as transformações seguintes, reflexão, rotação e homotetia, o processo percorrido pelos alunos foi análogo ao descrito anteriormente, feito para a translação. Porém, cada transformação foi trabalhada separadamente em aulas distintas.

Introdução às Geometrias Não Euclidianas

Novamente, quando nos questionamos sobre as inter-relações existentes entre os conteúdos matemáticos, que costumam ser apresentados de modo isolado, nos deparamos com o texto de Rossi e Franco (2010), onde os autores apresentam dez atividades que auxiliam na introdução de conceitos topológicos que se relacionam com a ementa da nossa disciplina, porém de uma maneira sutil e divertida, visto que tais atividades foram desenvolvidas para alunos dos anos iniciais do Ensino Básico.

Desse modo, além de desenvolver tais relações, também tínhamos o objetivo de introduzir novamente a prática como componente curricular, juntamente com questionamentos envolvendo a vivência do professor.

A sequência didática foi desenvolvida contemplando as seguintes etapas. Primeiramente, de uma maneira lúdica e com o auxílio de massinha e bexigas, introduzimos as características topológicas. Com a bexiga, os alunos puderam perceber quais as propriedades que se mantem ao inflarmos um polígono, como por exemplo um ponto na região interior, se mantem após tal deformação, enquanto suas arestas, que são segmentos de retas, passam a ser arcos. Com a massinha, os alunos puderam deduzir outras propriedades que não se alteram através de transformações contínuas.

Figura 9: Foto de comparação de um triângulo desenhado na bexiga antes e após esta ser inflada.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Nessa introdução, também realizamos com os alunos o que os autores chamaram de atividade 8, que consiste em desenhar um polígono em uma bexiga, com um ponto dentro, depois inflamos a bexiga e estudamos novamente quais as características que se mantiveram inalterantes.

Com essas noções básicas, iniciamos, em conjunto, a atividade denominada “Problema das sete pontes de Königsberg”.

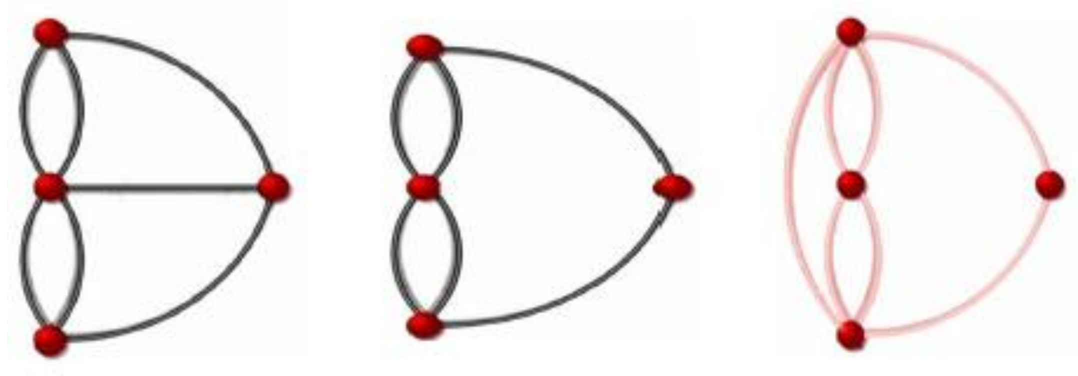
Figura 10: O Problema das sete pontes de Königsberg

No século XVIII havia na cidade de Königsberg um conjunto de sete pontes que cruzavam o rio Pregel. Os moradores de Köenigsberg (hoje Kaliningrad, cidade da Rússia) se perguntavam se era possível fazer um passeio pela cidade passando exatamente uma vez em cada uma das sete pontes.
Você consegue traçar um tal caminho no mapa ao lado?

Fonte: ROSSI e FRANCO, 2010, p. 11.

Com essa atividade, introduzimos a representação do problema através de diagramas, de modo que nosso problema se restringia em percorrer o diagrama com um único traço no papel. Retirando ou alterando a posição das pontes, foi possível deduzir a relação existente entre os vértices e arcos do diagrama.

Figura 11: Diagrama original do problema, diagrama com uma ponte a menos, diagrama com uma nova disposição das pontes



Fonte: ROSSI e FRANCO, 2010, p. 11, 12.

Após esta pequena introdução às noções topológicas, na aula seguinte sorteamos as outras sete atividades apresentadas pelos autores e cada aluno deveria resolve-la em uma folha separada que foi entregue à professora / pesquisadora ao final da aula. É importante ressaltar que cada atividade foi desenvolvida por três ou quatro alunos.

Na aula seguinte, os alunos que haviam realizado a mesma atividade se reuniram para discutir sobre a resolução. Entrando em consenso sobre qual seria o gabarito correto para a atividade desenvolvida por eles. Feito isso, os grupos se separaram e a professora / pesquisadora entregou cópias das resoluções dos colegas aos próprios alunos, para que eles lessem, comparassem com o gabarito estipulado pelo grupo e então desenvolvessem um critério de avaliação para a resolução apresentada pelo colega.

É importante ressaltar que a nota atribuída pelos alunos não influenciou na nota de seus colegas, a professora / pesquisadora estava apenas avaliando os critérios estabelecidos por cada aluno e a coerência da nota atribuída em relação a tais critérios, pois, como futuros professores de Matemática, acreditamos que é fundamental que estes alunos estejam habituados a estabelecer critérios pertinentes para a correção de uma atividade, pois a nota não pode ser dada ao acaso.

Finalmente, em um ultimo momento, cada grupo se reuniu novamente e foi ao quadro para apresentar, explicar e resolver sua atividade para o resto da sala.

7.2. TROCAS REALIZADAS COM DOCENTES

Conforme já abordamos anteriormente, o processo de formação do professor não se dá de maneira isolada, em particular, a formação continuada decorre da reflexão e de questionamentos referentes à própria prática docente.

Um ambiente onde tais reflexões e questionamentos possam ser compartilhados com demais docentes gera novos olhares e possibilidades para uma mesma situação, o que engrandece o processo de formação como um todo.

Na nossa pesquisa, podemos dividir essa seção em duas subseções, a primeira onde iremos descrever os Encontros Semanais que ocorreram ao longo do semestre, onde eram discutidos mais a fundo as aulas ministradas pela professora / pesquisadora.

A segunda subseção trata-se da Roda de Conversa, um encontro que ocorreu uma única vez, ao final do semestre, onde a professora / pesquisadora apresentou sua prática desenvolvida na disciplina de Desenho Geométrico e Geometria Descritiva para outros docentes do Departamento de Matemática que ministravam disciplina no curso de Licenciatura em Matemática

7.2.1. Encontros Semanais

Logo no início do projeto, quando optamos por fazer da formação continuada da professora / pesquisadora em seu início de carreira o tema central dessa pesquisa, montamos um grupo de discussão com encontros semanais.

O grupo foi composto pela professora / pesquisadora, aluna do programa de pós-graduação em Ensino e Professos Formativos da UNESP e outros dois professores do Departamento de Matemática da FEIS, ambos atuam dentro do programa de mestrado em questão e também já ministraram a disciplina de Desenho Geométrico e Geometria Descritiva para alunos ingressantes no curso de Licenciatura em Matemática em anos anteriores.

Todos os encontros eram divididos em momentos. Primeiramente a professora / pesquisadora descrevia aos outros docentes como haviam sido as aulas da semana anterior, ressaltando todos os aspectos que caracterizava como negativos e positivos de cada aula, ela também expunha suas inquietações dentro da prática que estava sendo desenvolvida.

Esses acontecimentos eram discutidos e novos questionamentos a respeito dos motivos pelos quais a professora / pesquisadora classificava cada aspecto como positivo ou negativo sempre surgiam, gerando ainda mais reflexões. Também eram discutidas as inquietações e possíveis formas de supri-las.

Depois disso, a professora / pesquisadora apresentava ao grupo suas ideias para a elaboração das sequencias didáticas que seriam aplicadas nas aulas seguintes. Nesse momento, as propostas eram discutidas e muitas vezes complementadas com sugestões dos professores mais experientes.

É importante ressaltar que as trocas ali realizadas alimentavam as inquietações da professora / pesquisadora e vice-versa, também o aspecto autoral era sempre estimulado. Também destacamos que esses encontros foram registrados através das anotações na caderneta de campo da professora / pesquisadora.

7.2.2. Roda de Conversa

A roda de conversa foi um encontro que se deu ao final do primeiro semestre de 2018, onde estavam presentes seis docentes do Departamento de Matemática da FEIS, entre eles, a professora / pesquisadora e os outros dois integrantes do grupo de encontros semanais. Estavam também, o professor que ministrou a disciplina de Desenho Geométrico e Geometria Descritiva no ano anterior, o chefe do departamento, que também ministra aulas para os alunos do curso de Licenciatura em Matemática e um professor que pertence ao programa de pós-graduação em Ensino e Processos Formativos, na linha de Educação Matemática e também ministra aulas para os alunos da Licenciatura em Matemática.

Nesse encontro, a professora / pesquisadora expôs para os demais toda a prática que foi desenvolvida durante o semestre com os alunos nas aulas de Desenho Geométrico e Geometria Descritiva, assim como seus questionamentos e motivações para a elaboração das sequências didáticas aplicadas.

Durante a exposição, todos os docentes interagiram, compartilhando também experiências pessoais que haviam vivenciado, contribuindo com novas sugestões para serem desenvolvidas em práticas futuras e, principalmente, discutindo sobre a importância de se trabalhar as inter-relações existentes na matemática, associando aos conceitos de estudo de cada um deles.

Todos os presentes estavam abertos para compartilhar suas inquietações, de modo que pudesse haver uma troca, ou seja, todos os presentes contribuíram para dar e receber abordagens distintas que podem contribuir para uma reflexão mais profunda de sua própria prática docente.

A fim de manter o anonimato dos contribuintes nessa pesquisa, os nomes dos professores não serão divulgados, mas o quadro a seguir nos auxiliará na caracterização de cada um deles.

Tabela 2: Caracterização dos docentes participantes da roda de conversa

Nome	Formação Acadêmica	Área de Atuação[18]	Característica
Professor A	Graduação em Engenharia Civil Mestrado em Engenharia Civil Doutorado em Educação para Ciências	Representação Gráfica	Participante dos Encontros Semanais; Membro do PPGEPF
Professor B	Graduação em Licenciatura em Matemática Mestrado em Matemática Doutorado em Matemática	Matemática Pura e Educação Matemática	Participante dos Encontros Semanais; Membro do PPGEPF
Professor C	Graduação em Engenharia Elétrica Mestrado em Engenharia Elétrica Doutorado em Engenharia Elétrica	Representação Gráfica	Ministrou a disciplina no ano anterior
Professor D	Graduação em Licenciatura em Matemática Mestrado em Matemática Doutorado em Engenharia Elétrica	Matemática Pura e Educação Matemática	Chefe do Departamento
Professor E	Graduação em Matemática Mestrado em Educação Matemática Doutorado em Educação Matemática	Matemática Pura e Educação Matemática	Membro do PPGEPF

Fonte: Elaborada pelo autor.

[18] Estamos considerando nessa tabela a área de atuação na qual o decente faz parte dentro do Departamento de Matemática da FEIS

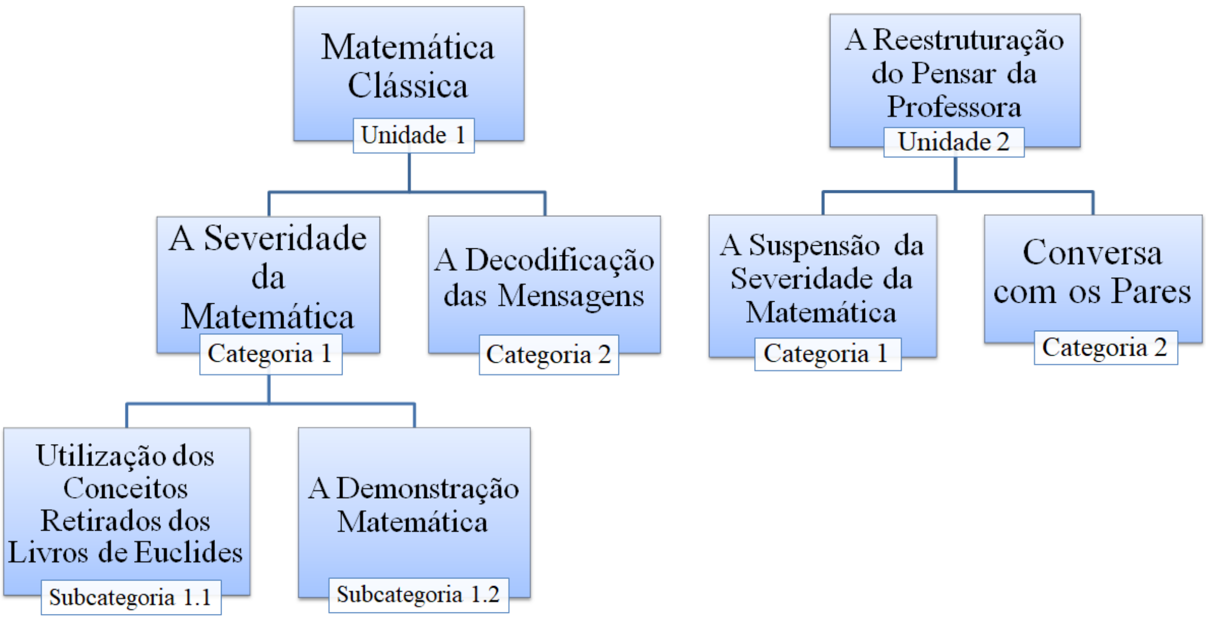
8. UNIDADES DE ANÁLISE

A nossa análise foi realizada com base nas gravações em áudio, nas transcrições de atividades desenvolvidas com os alunos e na caderneta campo da professora / pesquisadora. Foram constituídas duas unidades de análise, a primeira denominada Matemática Clássica, foi subdividida em duas categorias, sendo elas A Severidade da Matemática, cujas subcategorias foram Utilização dos conceitos retirados dos livros de Euclides e A Demonstração Matemática. A segunda categoria dentro dessa unidade foi denominada A Decodificação das Mensagens.

A segunda unidade de análise foi intitulada A Reestruturação do Pensar da Professora e foi subdividida em duas categorias, sendo elas A suspensão da Severidade da Matemática e Conversa com os Pares. Ao final de cada unidade apresentamos uma síntese, no intuito de apresentar a relação que construímos entre dados e a literatura citada.

Para facilitar a compreensão do leitor, estruturamos as unidades, categorias e subcategorias de análise no fluxograma a seguir.

Figura 12: Fluxograma com as unidades, categorias e subcategorias de análise da pesquisa.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Unidade 1: Matemática Clássica

Dentro da Matemática Pura, o rigor, tanto com as notações quanto com a estrutura lógica dos enunciados e de suas respectivas demonstrações, é de suma importância. Segundo Baleiro Filho (2013) é a partir de uma estruturação correta e rigorosa das demonstrações que se validam os conceitos matemáticos. Assim,

> a demonstração matemática não pode ser concebida como algo pronto e acabado, pois em sua composição estão presentes os vários processos heurísticos argumentativos (intuição, analogia, indução, análise, síntese, refutação, dedução, etc.) que contribuem para que se tenha ao final desse processo cíclico uma construção de uma demonstração organizada, lógica e rigorosa [...] para o matemático demonstrar suas proposições, ele utiliza o método de raciocínio dedutivo, num esquema estabelecido por estrutura axiomática incorporada à Matemática que começa com um conjunto de axiomas e definições que são explicitamente declarados e, em seguida, com base nesses axiomas e definições, os matemáticos fazem conjecturas (proposições ou teoremas) que podem ser demonstradas utilizando uma sequência de argumentos lógicos viabilizados pelas regras da Lógica que fornece de modo convincente a veracidade do resultado. (BALIEIRO FILHO, 2013, p. 1765, 1766)

No entanto, os alunos do Ensino Básico não tem contato com essa estrutura lógica rigorosa da Matemática, o que pode causar um estranhamento inicial e a não compreensão de sua importância para a validação das teorias matemáticas.

Desse modo, dividimos a primeira Unidade de análise em duas categorias, sendo elas, *A Severidade da Matemática*, onde enfatizaremos os momentos nos quais a professora / pesquisadora se preocupa com esse rigor da Matemática Clássica e *A Decodificação das Mensagens,* onde mostramos as dificuldades apresentadas pelos alunos no que diz respeito a essa linguagem nova e de que maneira a professora / pesquisadora lidou com elas.

Categoria 1: A Severidade da Matemática

Durante a apresentação da disciplina no curso, ao ter seu primeiro contato com a turma, observa-se pelo excerto que, para a professora / pesquisadora, as construções geométricas não se limitam aos passos, como normalmente aparecem nos livros de Desenho Geométrico, mas que as justificativas ganham sua importância:

> Nessa disciplina de Desenho Geométrico, a gente vai trabalhar com desenhos precisos, e chamaremos esses desenhos de Construções Geométricas. [...] Nossas construções vão ter duas partes. A primeira parte, com apenas dois instrumentos, a régua e o compasso, a gente vai fazer o passo a passo para chegar em uma figura, duas retas perpendiculares, por exemplo, e depois, não menos importante, na verdade eu acho que até mais importante, a gente vai ver a justificativa dessa construção. Ou seja, entender por que seguindo esses passos teremos certeza absoluta que essas duas retas são perpendiculares.

Além da preocupação com as justificativas, a professora / pesquisadora demonstra a preocupação na compreensão dos conceitos que serão abordados, pois utiliza o livro Os Elementos de Euclides como fonte principal, que traz uma linguagem clássica.

Logo, a severidade aparece em dois momentos, na apresentação dos conceitos que serão utilizados e nas justificativas, que são como demonstrações que validam os passos das construções. Por isso dividimos a categoria em duas subcategorias, a primeira delas denominada *Utilização dos conceitos retirados dos livros de Euclides* e a segunda, *A demonstração matemática*.

Subcategoria 1.1: Utilização dos conceitos retirados dos livros de Euclides

Como já destacamos anteriormente, a professora / pesquisadora trouxe para as aulas as definições e proposições retiradas da tradução feita por Irineu Bicudo da obra Os Elementos de Euclides, a produção é composta por 13 livros e consiste em um compilado de toda a Geometria conhecida até então estruturado de maneira sistemática. O maior mérito do trabalho de Euclides reside na seleção de proposições e no seu arranjo numa sequência lógica, presumivelmente a partir de poucas suposições iniciais. Além disso, várias construções apresentadas no livro servem de subsídio para demonstrações de teoremas posteriores.

A primeira aula tratou sobre retas paralelas e perpendiculares, a figura a seguir foi retirada do plano de aula e retrata a maneira como as concepções de Euclides foram trazidas para a aula:

Figura 13: Conceitos apresentados na primeira aula

Conceitos Essenciais:

Definição 1. *Quando uma reta, tendo sido alteada sobre uma reta, faça os ângulos adjacentes iguais, cada um dos ângulos é reto, e a reta que se alteou é chamada uma perpendicular àquela sobre a qual se alteou.*

Definição 2. *Paralelas são retas que, estando no mesmo plano, e sendo prolongadas ilimitadamente em cada um dos lados, em nenhum se encontram.*

Propriedade 1. *Caso uma reta, caindo sobre duas retas, faça os ângulos alternos iguais entre si, as retas serão paralelas entre si.*

Propriedade 2. *Caso uma reta, caindo sobre duas retas, faça o ângulo exterior igual ao interior e oposto e no mesmo lado, ou os interiores e no mesmo lado iguais a dois retos, as retas serão paralelas entre si.*

Fonte: Sequência didática elaborada pelo autor.

Podemos ver que o vocabulário apresentado para esses conceitos, que já eram conhecidos pelos alunos, foge do usual, desse modo se faz necessário que a professora / pesquisadora intervenha de maneira a “traduzir” aos alunos o significado.

Desse modo, o PCK apresentado por Shulman (1987), aparece no momento em que a professora / pesquisadora transformou sua prática para se adaptar às dificuldades apresentadas pelos alunos.

Subcategoria 1.2: A demonstração Matemática

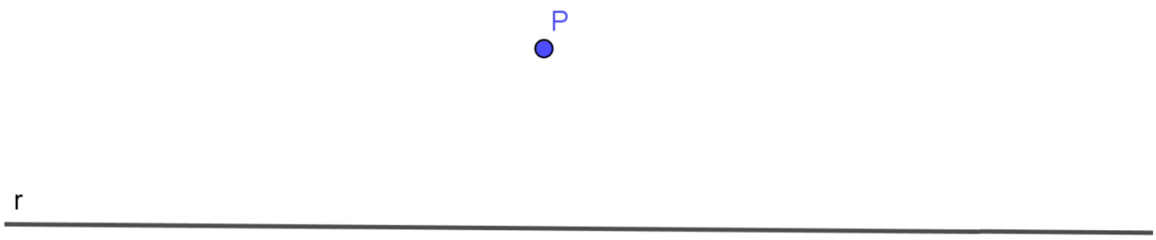
Dentro da Matemática, talvez mais importante do que os resultados, temos as demonstrações que consistem em validar uma sentença através de ferramentas pré-estabelecidas, sendo elas axiomas ou proposições já provadas anteriormente.

Usualmente, chamamos de justificativa o que pode ser entendido como a demonstração dos passos de uma construção geométrica.

Apesar de existirem diversas técnicas de demonstrações, apenas com o uso delas é possível desenvolver uma intuição que auxilia na identificação, não sempre imediata, de qual estratégia é mais eficiente em cada caso. Porém, o caminho lógico a ser percorrido no decorrer de uma justificativa não possui tantas variações.

Primeiramente é preciso identificar todos os dados no enunciado. Feito isso, o olhar deve ser direcionado aos passos da construção, de onde são retiradas informações válidas. Os três passos a seguir foram apresentados pela professora / pesquisadora para determinar geometricamente uma reta s que seja perpendicular a uma reta r dada, passando por um ponto P também dado que esteja fora da reta r, conforme ilustra a figura a seguir.

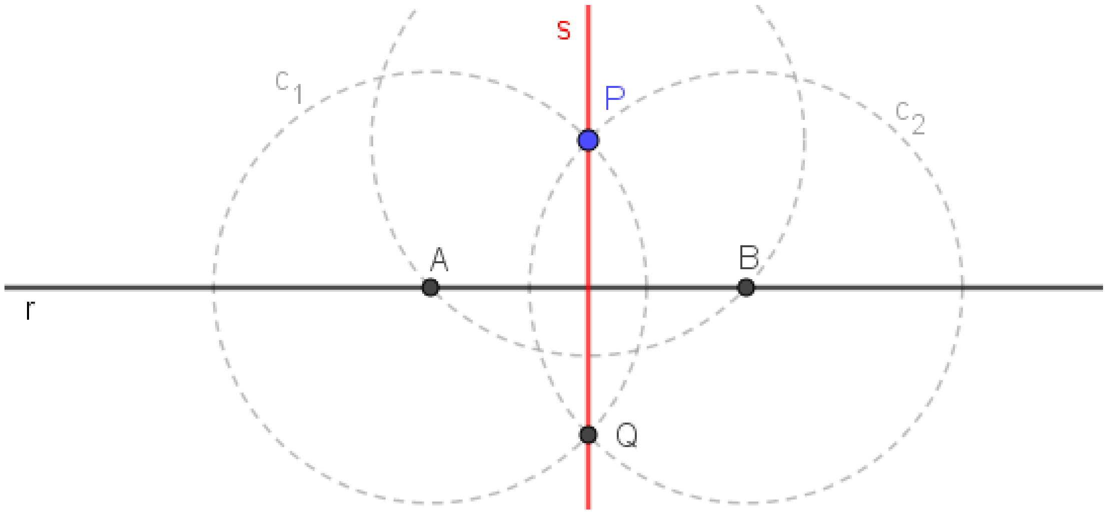
Figura 14: Ilustração que representa os dados iniciais do exercício sobre retas paralelas e perpendiculares



Fonte: Sequência didática elaborada pelo autor.

1º Marque os pontos A e B pertencentes à reta r de modo que $PA = PB$.
2º Marque o ponto Q determinado pela intersecção da circunferência c_1 centrada em A e raio $\overline{PA}$ com a circunferência c_2 centrada em B e raio $\overline{PB}$.
3º Trace a reta s determinada pelos pontos P e Q. A reta s é perpendicular à reta r.

Figura 15: Ilustração representando a construção descrita anteriormente.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Conhecendo esses passos, o trecho a seguir mostra como a professora / pesquisadora os interpreta com a turma:

> Qual a primeira coisa que a gente tem? Que essa distância entre P e A é exatamente igual à distância entre P e B, certo? Porque nós escolhemos esses pontos de modo que as distâncias fossem as mesmas. E agora? $\overline{PA}$ vai ser igual $\overline{QA}$, né? Porque ambos são raio da mesma circunferência, e de maneira análoga $\overline{PB}$ é igual a $\overline{QB}$. Então esses quatro segmentos tem todos o mesmo tamanho certo?

Após retirar todas as informações tanto do enunciado quanto dos passos estabelecidos na construção vem o momento de interpretação desses dados, para que, junto com os conhecimentos prévios da Geometria Euclidiana seja possível concluir que, nesse caso, tais passos de fato constroem duas retas perpendiculares.

> Olhando pra todos esses seguimentos ‘iguais’, o que podemos concluir? Se $PA = PB = QA = QB$, não temos aqui dois triângulos? O ΔPQA e o ΔPQB? E o que esses dois triângulos tem de importante? São congruentes pelo caso LLL, certo? E se eles são congruentes, além dos lados, posso afirmar com certeza absoluta que teremos os ângulos iguais.

Percebemos pelos excertos anteriores que nas primeiras aula, a interação entre a professora / pesquisadora e os alunos era mínima, ou seja, todo o processo da construção, desde a apresentação dos passos, até a formulação da justificativa, passando pela interpretação de ambos, era apresentado exclusivamente pela professora / pesquisadora, o que nos deixa o questionamento se os alunos estavam de fato compreendendo tudo o que estava sendo passado, ou simplesmente copiando e aceitando as informações apresentadas.

Parece obvio que antes de conseguir demonstrar qualquer resultado matemático, é preciso compreender de fato no que consiste uma demonstração. No entanto, até mesmo Matemáticos experientes podem se equivocar nesse momento, logo, para os iniciantes alguns erros são ainda mais comuns.

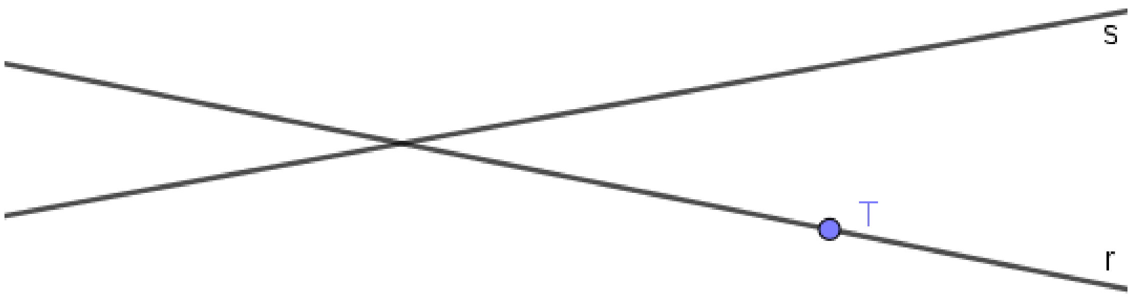
É necessário compreender que, dentro de uma demonstração temos dois tipos de dados: as hipóteses e a tese. As hipóteses são as informações fornecidas no enunciado, os seja, as condições estabelecidas que serão necessárias para validar a tese, que consiste no resultado a ser demonstrado.

Um erro muito comum que ocorre quando a diferença entre as hipóteses e a tese não está bem estabelecida é se utilizar da própria tese para provar o resultado. No trecho a seguir vemos um exemplo de como isso ocorreu na formulação da justificativa de uma construção durante as aulas.

O enunciado do problema retratado consiste em determinar geometricamente uma circunferência que seja tangente, simultaneamente, a duas retas concorrentes r e s, passando pelo ponto T dado e que pertencente à reta r. A figura a seguir ilustra os dados fornecidos no enunciado do exercício

.

Figura 16: Ilustração que representa os dados iniciais do exercício sobre retas tangentes à um círculo.



Fonte: Sequência didática elaborada pelo autor.

Para a construção de tal circunferência, foram percorridos os seguintes passos:

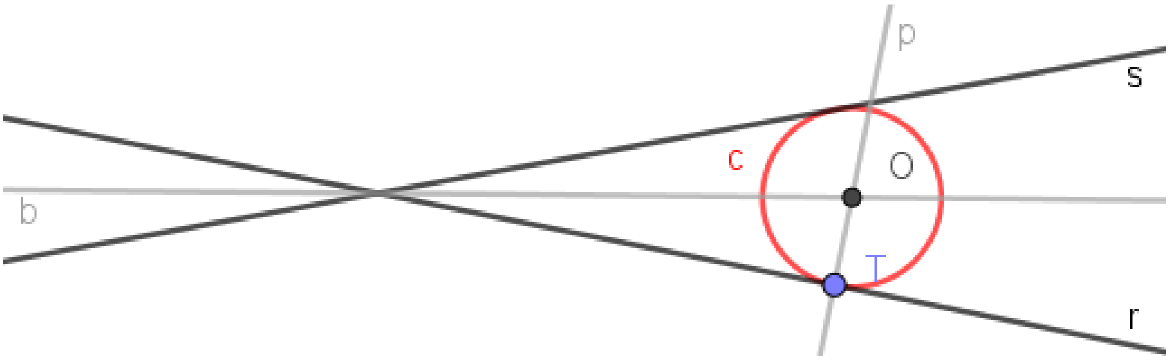
1º Trace a reta b, bissetriz do ângulo agudo de intersecção entre r e s.

2º Trace a reta p perpendicular a reta r passando por T.

3º Marque o ponto O de intersecção de p com b.

4º Trace a circunferência c centrada em O e raio OT, c será tangente às retas r e s.

Figura 17: Ilustração representando a construção descrita anteriormente.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Vejamos então o diálogo estabelecido entre a professora / pesquisadora e os alunos ao desenvolverem a justificativa de tal construção:[19]

> T: A gente já sabe que p é perpendicular, então o círculo é tangente a r.
> P / P: Exatamente. A tangência na reta r sai direto da construção, basta então verificarmos a tangência com a outra reta.
> T: O raio OT vai ser a distância de O a s, então também são tangentes.
> P / P: Como sabemos que essas distâncias são iguais? Pelos passos da construção não temos informações para afirmar isso, certo? Isso é exatamente o que queremos concluir, ou seja, nosso objetivo final, aquilo que queremos provar.

Nesse excerto, é possível perceber que os alunos passam a interagir com a professora / pesquisadora, porém as hipóteses (que são os dados no enunciado juntamente com os dados extraídos pelos passos da construção) e a tese (que a circunferência é tangente às duas retas dadas) ainda não estão claros para tal aluno.

Logo, a professora / pesquisadora passa a compreender quais os conceitos que ainda não estão claros para os alunos, identificando que é preciso validar a informação de que a distância entre o ponto O e a reta s será equivalente ao raio OT utilizando as informações conhecidas previamente.

Vemos nesse momento o PCK sendo desenvolvido através do saber experiencial vivenciado pela professora / pesquisadora.

Categoria 2: A Decodificação das Mensagens

Conforme visto na categoria anterior, a professora / pesquisadora utiliza da linguagem da Matemática Clássica, no entanto, esta causa estranheza aos alunos que, até o memento, nunca haviam se deparado com tal vocabulário, assim como nunca haviam se preocupado com a importância da validação das sentenças.

[19] Utilizaremos a representação P / P para identificar as falas da professora / pesquisadora. Para preservar a identidade dos alunos, apresentaremos suas falas com as iniciais de seus nomes.

Como também já apresentamos anteriormente, a professora / pesquisadora trouxe os conceitos retirados do livro de Euclides, o que gerou um grande estranhamento inicial na compreensão de tais termos. Lembremos que a primeira definição apresentada foi a de retas perpendiculares:

Quando uma reta, tendo sido alteada sobre uma reta, faça os ângulos adjacentes iguais, cada um dos ângulos é reto, e a reta que se alteou é chamada uma perpendicular àquela sobre a qual se alteou

Tais palavras foram consideradas estranhas aos alunos, que, embora soubessem o que são duas retas perpendiculares, não conseguiram interpretar os termos utilizados por Euclides. Por isso, a professora / pesquisadora precisou explicar a interpretação de cada um dos conceitos que estava sendo apresentados, na tentativa de criar uma ponte entre a Matemática Clássica e a Matemática do Ensino Básico.

> Vamos tentar entender o que Euclides quis dizer aqui. O que significa 'uma reta, tendo sido alteada sobre uma reta'. Alguém já ouviu esse termo 'altear'? [...] Significa que temos duas retas sendo que uma corta a outra, ou seja, as retas vão possuir uma intersecção, um ponto em comum, certo? [...] E 'ângulos adjacentes', alguém sabe o que são? [...] É como se fossem ângulos vizinhos, que estão um do lado do outro... Então temos aqui duas retas que se cortam e formam quatro ângulos, desses ângulos Euclides diz que se pegarmos quaisquer dois deles, de modo que estejam um do lado do outro, e eles forem iguais e cada um deles medindo 90º, então diremos que uma das retas é perpendicular à outra.

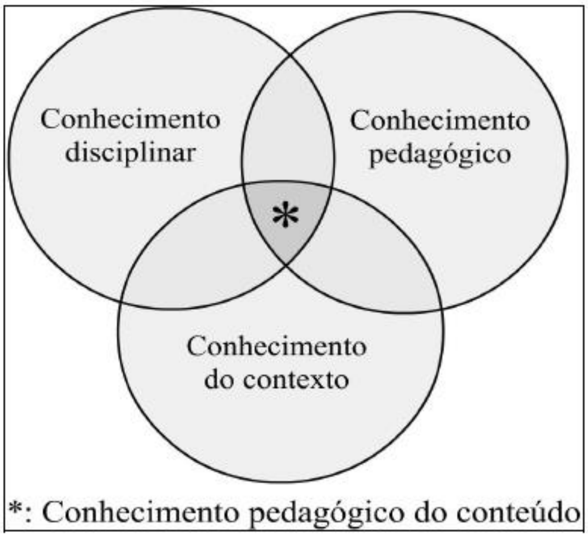
Síntese

Essa unidade oferece um exemplo do compromisso da professora em trazer para os alunos algo que é crucial para ela: o domínio, a destreza em transitar pelos conceitos e demonstrações. A professora se apresenta verdadeira e leva para esses alunos o resultado de toda a dedicação dos seus quatro anos no Curso de Licenciatura em Matemática. Utiliza como linguagem perguntas dirigidas aos alunos o que contribui para encaminhar a aula, percorrendo o conteúdo elencado no programa: construções elementares. Compromissada com o que acredita, traduz para os alunos os termos que Euclides utiliza em seu livro.

A professora oferecia aos alunos o seu conhecimento, e esperava a contrapartida dos alunos para alcançar o domínio dos conteúdos. Observa-se nas categorias construídas que a professora apresenta um modelo de conhecimento que foi incorporado como aluna de graduação ao longo desses quatro anos. A professora tinha bem definido o conteúdo específico de construções elementares e uma linha de raciocínio dos caminhos a seguir considerando o que era de central dentro da estrutura lógico-matemática. Nota-se que há uma grande semelhança na estrutura axiomática apresentada no livro de Euclides e a apresentada pela professora aos seus alunos.

Se retomarmos o modelo de conhecimento Integrativo de Gess-Newsome e Lederman (1999), apresentado na figura 1, que apresentaremos novamente abaixo, observa-se que a professora possui os três tipos de conhecimentos considerados nesse modelo.

Figura 18: Modelo Integrativo de Gess-Newsome e Lederman



Fonte: GESS-NEWSOME e LEDERMAN, 1999, p. 12.

O conhecimento da disciplina, relativo aos conceitos das construções elementares, o conhecimento pedagógico, a professora havia definido uma estrutura lógica de como transmitir o conteúdo aos alunos, já o terceiro conhecimento, relacionado ao contexto, ainda está se estruturando, pois a professora / pesquisadora estava lidando com uma sala de matemáticos, ou futuros professores de matemática, onde essa estrutura lógica se dá com maior importância, mas preparou a aula pensando que haviam naquela sala alunos que vislumbravam a mesma formação da qual ela era produto.

Nesse modelo cada conhecimento contribui com uma parcela e assim o PCK é constituído. Esse modelo parece não levar em conta maneiras de ser que são incorporados na estrutura formativa pela qual o professor passou no decorrer de seu processo de formação, isto é, modos de encarar uma situação, maneiras como organiza e aborda o conteúdo que são coerentes com a escola pela qual foi formado. Desta maneira torna-se interessante o investimento no modelo de conhecimento classificado por Gess-Newsome e Lederman (1999) como o modelo transformativo, uma vez que indica a necessidade de transformação através da desconstrução dos três conhecimentos de base.

Unidade 2: A Reestruturação do Pensar da Professora

Para Freire (1997) é preciso reconhecer que existem heranças culturais que são trazidas pelos alunos, muitas vezes através de uma linguagem própria, diferente da qual a professora está habituada, que está distante da linguagem formal, "o nosso reconhecimento delas e o nosso respeito por elas são condições fundamentais para o esforço de mudança" (FREIRE, 1997, p. 54).

Ainda segundo o autor,

> "pensar que é possível a realização de um trabalho em que o contexto teórico se separa de tal modo da experiência dos educandos no seu contexto concreto só é concebível a quem julga que o ensino dos conteúdos se faz indiferentemente ao e independentemente do que os educandos já sabem a partir de suas experiências anteriores à escola." (FREIRE, 1997, p. 65)

O autor reconhece a importância da formalização dos conceitos, mas ressalta que estes podem ser introduzidos a partir de uma linguagem mais simples. Além disso, é certo que o docente, como a autoridade em sala, fala para os alunos, no entanto, também é importante que o educador fale com os alunos. Nesse aspecto, o autor ressalta que

> o diálogo não apenas em torno dos conteúdos a serem ensinados, mas sobre a vida mesma, se verdadeiro, não somente é válido do ponto de vista do ato de ensinar, mas formador também de um clima aberto e livre no ambiente de sua classe. [...] A professora que fala ao e com o educando ouve o educando, não importa a tenra idade dele ou não e, assim, é ouvida por ele. É ouvindo o educando, [...] que a professora democrática se prepara cada vez mais para ser ouvida pelo educando. Mas, ao aprender com o educando a falar com ele porque o ouviu, ensina o educando a ouvi-la também. (FREIRE, 1997, p. 59).

Nesse sentido é através do conhecimento do contexto educacional e do conhecimento dos alunos, apresentados por Shulman (1987), que a interação entre o professor e seus alunos se entrelaça. Freire complementa que "procurar conhecer a realidade em que vivem nossos alunos é um dever que a prática educativa nos impõe: sem isso não temos acesso à maneira como pensam, dificilmente então podemos perceber o que sabem e como sabem" (FREIRE, 1997, p. 53). O autor sintetiza essa ideia dizendo que "as relações entre educadores e educandos são complexas, fundamentais, difíceis, sobre que devemos pensar constantemente." (FREIRE, 1997, p. 55).

Para a professora / pesquisadora "reproduzir" em sala de aula um ambiente próximo a sua herança cultural acadêmica, como também a segurança de transitar em um terreno que lhe era familiar refletem a importância para que os conceitos matemáticos estivessem formalmente bem definidos.

No entanto, o vazio presente na falta de participação dos alunos e os encontros semanais de discussão da prática de sala de aula garantiram que a professora adentrasse em questões que não lhe eram familiares. Essas questões são representadas em duas categorias, a primeira delas intitulada *A Suspensão da Severidade da Matemática*, na qual mostramos de que maneira a professora compreende o pensar de seus alunos, se afastando da formalidade matemática para introduzir os conceitos, porém retomando-a ao final. A segunda categoria aborda a *Conversa com os Pares*, outro momento essencial para a formação da professora, onde, através do diálogo com outros docentes, pode compartilha sua prática e repensar sobre ela.

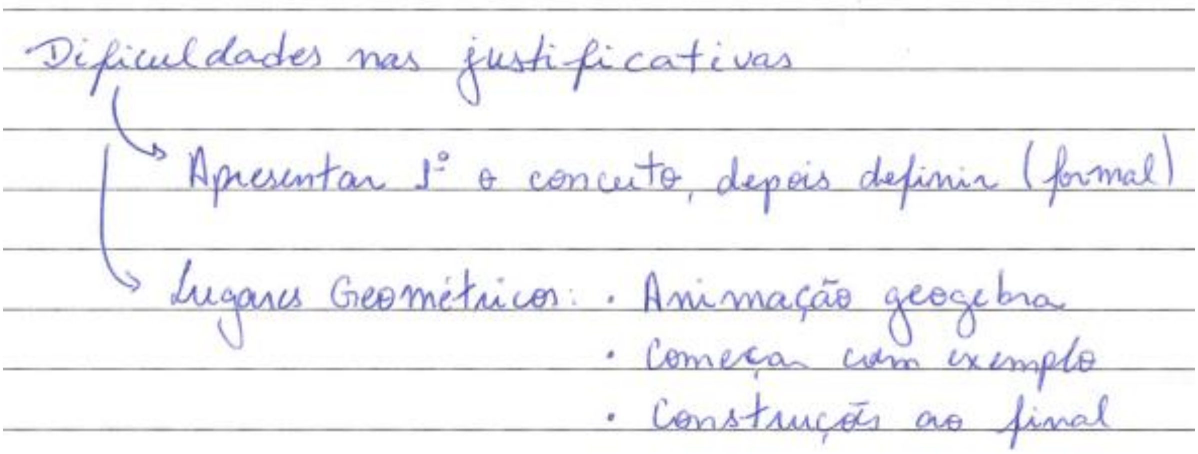
Categoria 1: A Suspensão da Severidade da Matemática

Ao decorrer das primeiras aulas, a professora / pesquisadora se incomodou com a estranheza de seus alunos diante da maneira como os conceitos foram apresentados, o que decorre, principalmente, da falta de compreensão da turma na linguagem trazida da Matemática Clássica.

Apesar de a formalização matemática ser de suma importância para a professora / pesquisadora, esta passou a pensar em mudanças na apresentação dos conceitos, o que poderia auxiliar na compreensão e, consequentemente, na formalização dos mesmos.

A seguir apresentamos um trecho retirado da caderneta de campo da professora / pesquisadora, contendo alguns de seus questionamentos e possibilidades para serem aplicadas em sua prática.

Figura 19: Trecho da caderneta de campo da professora / pesquisadora, durante suas reflexões sozinha ao preparar as aulas sobre Lugares Geométrico.


Dificuldades nas justificativas
Apresentar 1º o conceito, depois definir (formal)
Lugares Geométricos: · Animação geogebra
· Começa com exemplo
· Construções ao final

Fonte: Elaborada pelo autor.

Nesse excerto é possível ver que a professora / pesquisadora busca outros recursos, como o software Geogebra e até mesmo a reestruturação na apresentação de suas aulas, que a priori se iniciavam com as definições formais, seguidas pelas propriedades dos conceitos, para então efetuar os passos e as justificativas das construções. Nesse momento, a intenção é de introduzir os conceitos a partir de imagens interativas feitas pela própria professora / pesquisadora no software, exemplificando casos particulares de Lugares Geométricos já conhecidos pelos alunos, para posteriormente definir formalmente e então fazer as construções de cada um dos exemplos vistos.

Em aulas posteriores, a professora / pesquisadora buscou outras variações em sua prática, no excerto a seguir, vemos como ela propõe à turma um trabalho em grupos, utilizando materiais manipulativos.

> Hoje vamos começar o trabalho em grupo. A gente vai trabalhar com o caleidoscópio de dois espelhos, que nada mais é do que dois espelhos fixados pela lateral, de modo que podemos mudar a abertura da maneira que quisermos. [...] Nesse primeiro momento, a gente só vai observar o que acontece, podem colocar o segmento de diversas maneiras, só queremos entender como o material funciona. Podem formar os grupos e pegar seus kits[20], não esqueçam também de anotar todas as observações feitas.

Ao aplicar tal atividade, a professora / pesquisadora rompe com a estrutura formal de suas aulas iniciais, os alunos passam a ter autonomia dentro de sala e eles também passam a ter voz, como já apresentamos anteriormente, ao decorrer dessa sequência didática, houveram momentos de discussão. Em um deles, pudemos observa a fala de uma aluna sobre a atividade proposta pela professora / pesquisadora.

> N: a Carol separou a gente em grupos e cada um observou de uma maneira o segmento, observou de uma maneira a abertura dos espelhos e na hora que ela foi lá fazer a discussão, cada um teve um conceito diferente. Olha a diferença do que se ela chegasse e falasse "gente, o triângulo é assim, façam e eu fico aqui corrigindo". É bem

[20] Cada kit era composto por um caleidoscópio de dois espelhos, alguns arames que representavam os seguimentos e folhas sulfites que deveriam ser colocadas abaixo do caleidoscópio, para uma melhor observação das reflexões nos espelhos.

> diferente quando os alunos interagem um com o outro pra tentar entender um assunto.

Nesse excerto, o aluno comenta a respeito da primeira parte da atividade proposta pela professora / pesquisadora, reconhecendo a importância da interação com os colegas, juntamente com a descoberta dos conceitos pelo grupo em seu aprendizado.

> M: quando a gente estava mexendo no caleidoscópio, foi clareando tudo aquilo que a Carol falava sobre ângulo, tamanho... Foi clareando tudo! Mediatriz principalmente, porque não sei se vocês viram, mas o eixo simétrico pode ser considerado a mediatriz da figura no caleidoscópio.

Outro aluno complementa ainda nesse sentido dizendo:

> N: eu pesquisei um pouco sobre ótica, porque eu fiquei curiosa, gostei muito do trabalho. E sabe quando você tá na piscina e tá passando? As vezes você tem ideia de que a piscina não é funda. Aquilo lá chama refração, mas quando você entra na piscina você percebe que ela não é rasa, ela é funda. [...] Outra questão também foi da sombra, eu fui pesquisar com relação a isso também da propagação da luz na sombra. Eu nunca pensei nisso, eu nunca pensei que eu olhando uma sombra aqui do meu lado tava relacionando a propagação da luz e a ótica geométrica, que é tudo isso aqui que a gente tá vendo.

Estes outros alunos conseguiram relacionar a atividade desenvolvida com os espelhos tratando de polígonos com a mediatriz, conceito visto em aulas anteriores, como também relacionaram com a ótica geométrica e a propagação de luz, conceitos físicos, concluindo um dos objetivos da professora / pesquisadora, que também aparece no PPP do curso, de relacionar os conceitos dentro (e fora) da Matemática.

Outro aluno comenta sobre a sequência didática comparando com suas experiências no Ensino Médio.

> T: pensando no nosso Ensino Médio que sempre foi muito conservador, os professores nunca levavam uma coisa mais prática, mais lúdica e divertida pra gente conseguir associar aquela matéria melhor, criar um entendimento próprio, além de só o que o professor fala. [...] Com trabalhos práticos numa sala atrai o aluno pra dentro da

> matéria e faz ele pensar e chegar na própria visão dele de conteúdo, não só a visão do professor. E assim o entendimento dele se torna mais fácil.

Em aulas mais a frente, a professora / pesquisadora traz mais materiais diferentes, como a bexiga, que instiga os alunos, que a priori não compreendem a relação que tal instrumento pode ter com os conceitos da disciplina.

> P / P: Hoje a gente vai começar a ver algumas noções intuitivas de topologia, que tem tudo a ver com a geometria né... Então a gente vai começar com a nossa bexiga, e desenhar um polígono qualquer nela.
> E: Mas desenhar na bexiga?
> W: Na bexiga? O que isso tem a ver com a geometria?

Nesse diálogo, é possível perceber que os alunos estranham o fato de uma bexiga, instrumento não usual em uma sala de aula, ser a base para a construção do conceito. No excerto a seguir, vemos como tal material foi utilizado pela professora / pesquisadora

> P / P: vamos começar fazendo um polígono qualquer na bexiga. Ele não precisa ser regular, só desenhem certinho, com régua. Agora, todo mundo faz uma bolinha dentro no polígono, pode ser no cantinho ou bem no meio, onde você quiser. Vamos agora encher a nossa bexiga [...] O pontinho que a gente desenhou aqui dentro do polígono, o que podemos falar dele?
> L: ele aumentou!
> P / P: isso, ele aumentou, mas ele saiu do lugar? Ele foi pra fora do polígono depois de inflar a bexiga?
> E: não, ele só ficou maior, igual o triângulo, mas ainda tá lá dentro.

Através de questionamentos, a professora / pesquisadora tenta conduzir os alunos a compreender as regiões interior e exterior delimitadas por um polígono, uma propriedade que não se altera a partir da deformação, de uma maneira intuitiva e informal. Na continuação, vemos que tal conceito aparece, mas ainda na oralidade.

> P/ P: quantas regiões a gente tinha quando a bexiga estava murchinha com o desenho do polígono?
> L: duas, a de dentro e a de fora.
> P /P: isso. E agora, com a bexiga cheia, quantas regiões eu tenho?

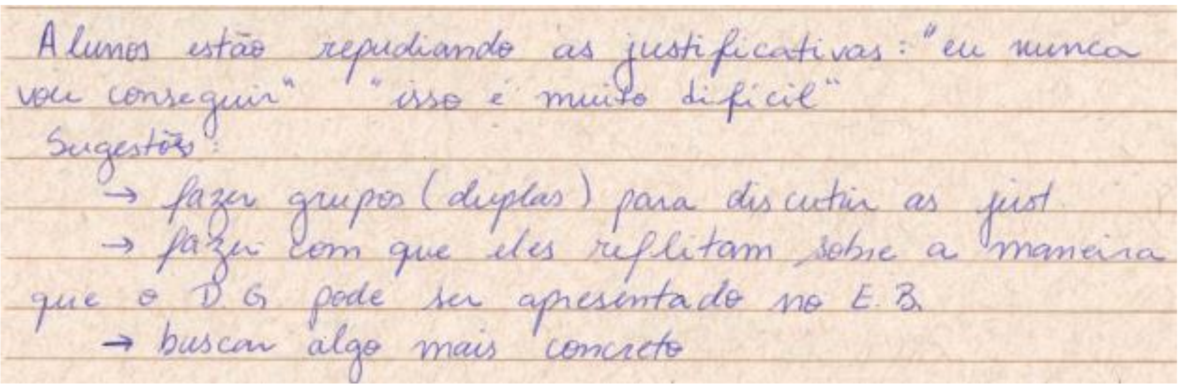
JU: ainda duas.
E: todo mundo que tava dentro, continua dentro, quem tava fora continua pra fora.
P / P: Eu consigo sair de uma região e passar para outra, sem passar pelo traço da caneta?
E: pra sair de dentro, tem que passar pelo polígono.
P / P: Exatamente, então sempre que isso acontecer, eu vou chamar esse traço, de fronteira.

Nesse momento, vemos que a professora deixa a severidade da matemática, introduzida no inicio do curso, um pouco de lado, e passa a se preocupar com a compreensão dos conceitos pelos alunos, para formalizar apenas posteriormente.

Categoria 2: Conversa com os Pares

Outro momento fundamental para a reestruturação do pensar da professora se deu nas discussões com outros docentes. Durante os encontros semanais, vimos que a professora / pesquisadora trazia seus questionamentos e inseguranças, e a validação do que estava sendo proposto, vinda de professores mais experientes fez com que esse processo tivesse continuidade.

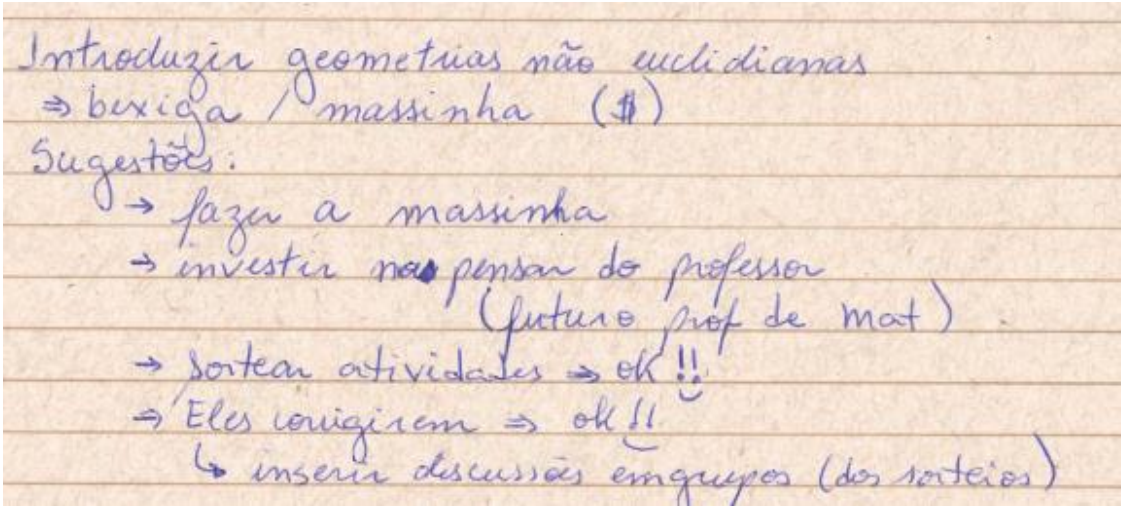
Figura 20: Trecho da caderneta de campo da professora / pesquisadora, durante suas reflexões em conjunto com o grupo no dia 19 de março de 2018.


Alunos estão repudiando as justificativas: "eu nunca vou conseguir" "isso é muito difícil"
Sugestões:
→ fazer grupos (duplas) para discutir as just.
→ fazer com que eles reflitam sobre a maneira que o D G pode ser apresentado no E. B.
→ buscar algo mais concreto

Fonte: Elaborada pelo autor.

Nesse excerto, vemos as sugestões apresentadas durante as conversas semanais para as inquietações da professora / pesquisadora com relação às dificuldades encontradas nas primeiras aulas. Através dessas sugestões, a professora / pesquisadora começou a questionar a estruturação se suas aulas, se abrindo para novas possibilidades que ainda seriam descobertas.

Figura 21: Trecho da caderneta de campo da professora / pesquisadora, durante suas reflexões em conjunto com o grupo no dia 04 de junho de 2018.


Introduzir geometrias não euclidianas
⇒ bexiga / massinha ($)
Sugestões:
→ fazer a massinha
→ investir no pensar do professor
(futuro prof de mat)
→ sortear atividades ⇒ ok!!
→ Eles corrigirem ⇒ ok!!
↳ inserir discussões em grupos (dos sorteios)

Fonte: Elaborada pelo autor.

Nesse outro excerto, também retirado da caderneta de campo da professora / pesquisadora, vemos novamente o incentivo dos colegas em investir em novas atividades, validando as ideias propostas pela professora / pesquisadora (de sortear as atividades e propor que cada aluno corrija as resoluções de seus colegas), assim como a sugestão de organizar as discussões em grupos, antes da correção.

Durante os encontros semanais, também eram discutidos referenciais teóricos que pudessem auxiliar na construção conjunta dessa prática. Assim, os conceitos de avaliação formativa e avaliação somativa foram o foco de alguns encontros.

A partir de leituras de Wiliam e Black (1996), entendemos que a avaliação somativa tem como principal propósito avaliar a aprendizagem e, como propósito secundário, avaliar para aprender, enquanto na avaliação formativa, esta ordem de importância é invertida, tendo como propósito avaliar para ajudar a aprender, enquanto o propósito somativo é de avaliar para sintetizar a aprendizagem.

Vale ressaltar que na tabela a seguir as "Folhinhas" representam as atividades de construção desenvolvidas a partir dos conceitos retirados dos Livros de Euclides[21], o "Caleidoscópio (T1)" se refere à atividade envolvendo espelhos, as "Representações (T2)" são as atividades desenvolvidas com o Geogebra à régua e compasso e "Noções Topológicas (T3)" as atividades envolvendo geometrias não euclidianas.[22]

Tabela 3: Tabela de notas das Atividades desenvolvidas, resultado da conversa sobre Avaliação Formativa e Somativa com o grupo em 16 de Abril de 2018.

Folhinhas								MF	Caleidoscópio (T1)		T1	Representações (T2)			T2	Noções Topológicas (T3)				T3	NOTA FINAL
9,0	9,0	2,0	9,9	9,9	9,5	9,5	9,0	8,475	8,0	8,0	8,0	8,8	9,7	4,0	7,500	9,5	5,0	9,0	5,0	7,1	7,9
7,0	5,0	2,0	6,3		5,2	5,7	5,2	4,554	8,0	7,0	7,5	8,8	6,5	4,0	6,433	9,0	4,0		5,0	4,5	5,8
8,0	9,9	5,0	9,9	9,8	8,0	7,0	2,0	7,450	6,0	6,0	6,0	7,0	4,0	7,5	6,167	4,0	5,0	10,0		4,8	6,2
9,0	9,7	9,8	7,0	9,9			5,5	6,363	6,0	8,0	7,0		4,0	7,5	3,833	10,0	10,0	9,5	10,0	9,9	6,8
8,0	8,5	5,0	7,5	7,0	6,5	3,0		5,688	7,5	8,0	7,8	9,7	9,7	4,0	7,800	10,0	10,0	10,0	6,0	9,0	7,4
9,9	8,5	9,0	9,0	8,8	8,8	9,0	9,0	9,000	9,0	9,5	9,3	9,8	9,9	9,9	9,867	10,0	10,0	10,0	10,0	10,0	9,4
2,0	2,5	1,5			1,2		2,0	1,150	6,0	2,0	4,0	8,8	6,5	4,0	6,433	7,0	4,0	7,0	5,0	5,8	4,0
9,9	9,9	9,5	9,9	9,9	9,8	9,9	9,7	9,813	6,0	8,0	7,0	9,7	9,9	9,9	9,833	10,0	8,0	8,0	9,0	8,8	8,8
9,5	8,5	8,5	7,0	9,8	6,5	9,5	9,0	8,538	8,0	8,0	8,0	6,5	8,5	9,7	8,233	10,0	7,5	8,5	8,0	8,5	8,3
6,0	9,5	8,0	9,9	9,9	6,8	9,0	9,3	8,550	7,5	10,0	8,8	3,0	5,0	8,0	5,333	9,5	9,0	5,0	8,0	7,9	7,8
7,0		7,0	6,0	9,5		9,0	3,0	5,188	6,0	3,0	4,5	7,0	4,0	7,5	6,167	9,5	3,5		5,0	4,5	5,0
8,0	8,5	7,5	8,5	9,8	8,0	9,5	9,9	8,713	8,0	8,5	8,3	4,0	7,0	10,0	7,000	10,0	7,5	10,0	8,0	8,9	8,3
9,5	9,9	9,5	9,8	9,7	7,5	9,9	9,5	9,413	7,5	10,0	8,8	9,8	6,0	10,0	8,600	9,5	9,7	5,0	9,0	8,3	8,8
9,5	7,0	7,0	9,5	9,8		9,8	7,8	7,550	7,5	8,5	8,0		5,0	8,0	4,333	2,0	9,7	7,5	9,0	7,1	6,9
9,0	8,0	5,5	9,8	9,0	8,5	8,7	9,3	8,475	6,0	8,0	7,0	9,8	9,7	9,0	9,500	10,0	4,0	6,0	5,0	6,3	7,8
9,0	6,0		6,0	9,8	8,0	1,5	9,2	6,188	9,0	10,0	9,5	9,7	9,3	9,8	9,600	10,0	8,5	9,0	8,0	8,9	8,4
8,0	4,8	6,0	9,8	9,9	7,5	7,8	8,3	7,763	8,0	8,0	8,0	4,0	7,0	10,0	7,000	8,5	5,0	9,0	5,0	6,9	7,5
9,9	9,9	9,5	9,8	9,9	9,7	9,5	9,9	9,763	8,0	10,0	9,0	9,8	6,0	10,0	8,600	10,0	8,5	9,5	9,0	9,3	9,2
8,0	9,8	5,0	9,8	9,8	9,3	9,0	8,0	8,588	9,0	9,0	9,0	9,8	8,5	9,7	9,333	10,0	9,5	10,0	9,0	9,6	9,1
9,0	9,8	8,0	9,3	9,8	9,5	9,9	9,7	9,375	7,5	9,0	8,3	9,8	9,7	9,0	9,500	10,0	8,5	5,0		7,8	8,8
9,7	8,5	8,0	8,5	8,5	8,0			6,400	9,0	10,0	9,5	6,5	9,3	9,8	8,533					0,0	6,5
9,7	9,9	4,8	7,0	9,9	7,5	9,6	9,5	8,488	9,0	9,0	9,0	9,8	8,5	9,7	9,333	10,0	8,0	9,5	5,0	8,1	8,7

Fonte: Elaborada pelo autor.

[21] Todas essas folhas podem ser encontradas no Anexo 1 deste trabalho.
[22] Todas essas atividades foram descritas na seção 6.1 desse trabalho, intitulada Planejamento e Organização da Sequência Didática.

Desse modo, vemos que as discussões realizadas com os pares nortearam para que fosse adotado o método de avaliação formativa, com diferentes atividades realizadas em intervalos curtos, como mostra a figura anterior, na qual cada linha da tabela representa um aluno e cada coluna uma atividade avaliativa.

Foram esses encontros que auxiliaram a professora / pesquisadora à estruturar as sequências didáticas que foram desenvolvidas no decorrer da disciplina de Desenho Geométrico e Geometria Descritiva de uma maneira coletiva.

Durante a roda de conversa, o Professor D compartilhou o seu processo de elaboração de sua prática, que consiste em basear sua prática nos docentes com os quais teve contato

> eu como professor procuro me basear muito nos meus antigos, fazendo o que eu achava que tava correto, e aqueles que eu achava que não tava eu tento fazer o contrario deles. Eu imagino assim, agora o aluno que tem uma aula dessa, você passa um outro lado pra ele. Quando eles forem professores, podem lembrar "quando eu tive aula com a Carol, ela pensava diferente"

Vemos nessa fala que o Professor D vivencia um processo de formação totalmente individual, no entanto, este professor reconhece a importância para os futuros professores do contato com abordagens diferenciadas na construção dos seus próprios saberes docentes. Ele completa dizendo que

> Eu venho de uma escola mais antiga, e talvez o fato de você ser nova, você não tem medo. Eu até tenho vontade de fazer alguma coisa nova, mas eu ainda fico preso.

E o Professor B complementa dizendo que

> existem centenas de milhares de artigos de cálculo que discutem maneiras de se trabalhar. Agora pergunta se eu consigo fazer o que você fez? Qual o papel de um auxiliar para o professor? Acabamos seguindo pelo caminho mais seguro.

Nessa fala do professor B, ele faz referência à leitura de artigos, um processo comum na realidade acadêmica, no entanto, pode-se perceber que este professor também atua em uma prática isolada, advinda da formação individual.

O Professor E ressalta a complexidade do processo de constituir uma prática compartilhada, dizendo que

> pra fazer isso, ela [a professora / pesquisadora] teve um objetivo. De uma certa forma, ao propor algo diferenciado, é necessário que o professor da disciplina esteja bem orientado.

Ele complementa dizendo

> Muitas vezes há aquela visão de vou trabalhar de forma diferenciada e esses conceitos não vão aparecer. Pensando que trabalhar com diferentes metodologias como jogos, resolução de problemas, modelagem, história da matemática, entre outras... é claro que vai propor novas atividades, mas não podemos deixar de lado esses conceitos, essa formalização precisa deve aparecer em algum momento

Vemos que cada professor segue um caminho distinto para elaborar sua prática, porém os três professores apresentam as dificuldades enfrentadas em suas rotinas, que dificultam no pensar, e principalmente no aplicar atividades diferenciadas em suas aulas, sem perder o rigor e o formalismo matemático. Acreditamos que tanto o medo de uma mudança quanto aos objetivos bem estabelecidos podem ser desmistificados a partir do diálogo entre os pares. O professor A, destaca que

> faz muita falta num curso de licenciatura essa conversa entre os professores que se converse sobre a prática pedagógica. Em grupo você consegue chegar possibilidades, sozinho você não tem tempo de nada

Em outro momento, o Professor A, comenta

> eu acho que uma coisa boa que ocorreu é esse vinculo entre eles e a Carol, que até hoje eles tem confiança nela. Foi criado com base nessa confiança que ela depositou neles. Ela via coisas nos alunos que ela admirava e isso foi criando um vinculo com eles.

E o Professor D complementa

> de quarta e quinta, a gente dividia as aulas, e eu percebia que quando eles saiam da sua aula, eles saiam felizes . Eu acho que essa dinâmica... Você fez algo novo

Esses excertos corroboram com as ideias de Freire (1997) e Shulman (1987), na importância de conhecer os alunos com os quais estamos lidando em nossas práticas, e a partir desse conhecimento, compreender suas realidades para gerar um maior interesse em ouvir e falar dentro da sala de aula.

Síntese

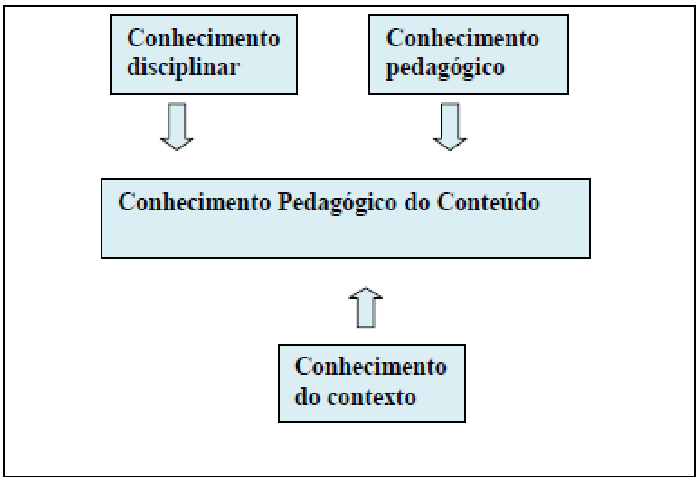
A partir dessa unidade é possível ver uma mudança no pensar da professora, decorrente da dificuldade apresentada por seus alunos durante a aplicação das aulas. Desse modo, o conhecimento dos alunos e de suas características, trazido por Shulman (1987) está sendo desenvolvido a partir da convivência e dos momentos de dialogo propostos pela professora no decorrer de sua prática.

Também é possível perceber uma mudança no conhecimento dos objetivos, visto que nas aulas iniciais, o mais importante era respeitar a linguagem formal da Matemática, pois ela acreditava que os conceitos já estavam bem estabelecidos pelos alunos, mas ao se deparar com as dificuldades, foi preciso mudar o foco, de modo que todos os conceitos se estruturassem antes de serem devidamente formalizados.

Simultaneamente, as conversas realizadas com outros professores auxiliaram nessa reestruturação do pensar da professora, pois as conversas com outros docentes trouxeram sugestões que foram inseridas dentro de sua própria prática, assim como ter o aval de professores experientes, dá mais segurança ao professor em início de carreira, para mudar a estrutura rígida e pré-estabelecida do ensino, principalmente dentro das Universidades.

Assim, retomamos o modelo transformativo de conhecimento apresentado por Gess-Newsome e Lederman (1999), onde o PCK é visto como um novo conhecimento, desenvolvido a partir da desconstrução dos conhecimentos anteriores e reconstrução em um novo conhecimento.

Figura 22: Modelo Transformativo de Gess-Newsome e Lederman



Fonte: GESS-NEWSOME e LEDERMAN, 1999, p. 12.

Nesse momento, percebemos que o conhecimento do contexto, o conhecimento pedagógico e o conhecimento disciplinar da professora estavam se estruturando simultaneamente. O primeiro se deu a partir da aproximação da professora com seus alunos e da compreensão dos documentos oficiais, de modo que os objetivos se alterassem do decorrer da prática.

O segundo se desenvolveu na busca dentro da literatura de outras práticas já aplicadas anteriormente, juntamente com as conversas com os pares para a estruturação das sequências didáticas propostas pela professora.

Finalmente, o conhecimento disciplinar, apresentado como o conhecimento do conteúdo por Shulman (1987), um conhecimento que a professora acreditava já saber, foi modificado e estruturado em suas concepções, no momento em que, ao repensar as atividades, a professora conseguiu criar relações da disciplina de Desenho Geométrico e Geometria Descritiva com outras disciplinas dentro da própria Matemática e até mesmo fora dela, como as relações com a Física. Desse modo a prática aplicada conversa também com os documentos oficiais, visto que no Projeto Político Pedagógico do Curso de Licenciatura da FEIS, a relação entre as disciplinas curriculares é um dos pressupostos para a formação dos futuros professores de Matemática.

9. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nessa dissertação, nos dedicamos em identificar quais as contribuições da prática que vão sendo mobilizadas e incorporadas na formação de uma professora em início de carreira ao ministrar uma disciplina para alunos da graduação em um curso de licenciatura.

Retomando os objetivos e os indicadores propostos inicialmente na investigação, tínhamos como pretensão, compreender o processo de formação continuada vivido por uma professora iniciante ao ministrar a disciplina de Desenho Geométrico e Geometria Descritiva.

Ao falarmos sobre formação de professores, foi preciso encontrar uma percepção para tal, por isso vimos a necessidade de apresentar a concepção de formação de professores de Paulo Freire. Para integrar o referencial teórico, identificamos os saberes docentes apresentados por Lee Shulman.

Complementando nossa pesquisa, foi preciso descrever e caracterizar os fatores que influenciaram no processo de elaboração das sequencias didáticas desenvolvidas na disciplina de Desenho Geométrico e Geometria Descritiva e os momentos onde as trocas com outros docentes aconteceram.

Através de nossas análises, pudemos identificar os diversos saberes docentes apresentados por Shulman (1987) sendo desenvolvidos durante a experiência didática vivida pela professora / pesquisadora, assim como fatores que podem complementar os saberes experienciais que um professor em início de carreira não admite.

Com a primeira unidade de análise, pudemos ver a herança que a professora / pesquisadora trouxe de sua formação, compromissada com a importância da estrutura axiomática da Matemática Clássica, mas, reconhecendo a necessidade de construir uma ponte entre os conhecimentos matemáticos de seus alunos para a Matemática pura.

Nesse momento é coerente relacionarmos ao modelo integrativo de conhecimento pedagógico do conteúdo, apresentado por Gess-Newsome e Lederman (1999), no qual é possível identificar o conhecimento da disciplina, o conhecimento pedagógico e o conhecimento do contexto, incorporados na prática da professora / pesquisadora.

A partir da segunda unidade de análise, vemos que a professora / pesquisadora passa para o modelo transformativo de conhecimento pedagógico do conteúdo apresentado por Gess-Newsome e Lederman (1999), onde não é mais possível identificar de maneira explicita os demais conhecimentos que estão incorporados em sua prática.

Essa transposição se deu com a construção conjunta da prática, através do diálogo com os pares, com os alunos, juntamente com reflexões a respeito da prática. Sendo possível a transição entre a subjetividade e objetividade e com isso (re)inventando situações aplicáveis em sua realidade segundo Paulo Freire (1991).

É inegável que a experiência possibilita ao professor um maior desenvolvimento de sua prática, pois esta pode ser lapidada e reestruturada ao longo dos anos, no entanto, o professor em início de carreira, que não possui experiências anteriores, pode (e deve) suprir esses saberes experiências através de outros recursos.

Vimos ao decorrer dessa pesquisa, que as práticas compartilhadas por outros docentes, podendo ser discutidas através de conversas ou encontrados na literatura, publicadas em anais de eventos, revistas ou até mesmo em dissertações ou teses trazem um leque de possibilidades e ideias que podem ser adaptadas e desenvolvidas em qualquer sala de aula.

Além disso, essa pesquisa se dá com um docente que se sente insegura em assumir uma turma, por isso, o fato de termos uma prática compartilhada, em que a professora / pesquisadora teve o acompanhamento de professores experientes, que a instigavam e incentivavam suas ideias, assim como propunham adaptações e discussões sobre a prática que estava sendo desenvolvida, foi essencial para o processo de formação continuada da mesma, pois o incentivo desses professores experientes trouxe a segurança que faltava para que ela pudesse refletir e modificar sua prática.

Ao finalizar esse trabalho, reconhecemos que são poucos os professores que tem a oportunidade conviver em um ambiente onde o diálogo com os pares se dá com tal frequência. Também concordamos que os momentos de discussão, como também as buscas na literatura demandam a disponibilidade do docente, o que muitas vezes se torna inviável devido à alta carga horária de disciplinas, juntamente com as demais ocupações vinculadas às Universidades.

Por isso julgamos que o programa de Professor Bolsista, no qual alunos da pós-graduação tem a oportunidade de assumir disciplinas com todo esse auxilio contribui diretamente para o desenvolvimento dos saberes docentes incorporados em sua prática.

REFERÊNCIAS

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Setenta, 2007.

BALIEIRO FILHO, I. F. **Alguns aspectos da demonstração em Matemática**: uma discussão sobre os métodos empregados no desenvolvimento do raciocínio matemático. In: VII CIBEM - Congreso Iberoamericano de Educación Matemática, 2013, Montevideu. Anais do VII CIBEM. Montevideu: Sociedad de Educación Matemática Uruguaya, 2013.

BRASIL. Conselho Nacional de Educação Câmara de Educação Superior - Resolução CNE/CES 3, DE 18 DE FEVEREIRO DE 2003. **Diário Oficial da União**. Brasília, 25 de fevereiro de 2003. Seção 1, p. 13.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Secretaria de Educação Continuada, Alfabetização, Diversidade e Inclusão. Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica. Conselho Nacional da Educação. Câmara Nacional de Educação Básica. **Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica**. Diretoria de Currículos e Educação Integral. Brasília: MEC, SEB, DICEI, 2013. 562p.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília : MEC / SEF, 1998. 148p.

CHIZZOTTI, A. **Pesquisa em ciências humanas e sociais.** 6 ed. São Paulo: Cortez, 2003.

FAINGUELERNT, E. K. **Representação do Conhecimento em Matemática: transformações no plano - Translação e Simetria**. Bolema, Rio Claro – SP, v. 9, n. ESPECIAL 3, 1994.

FLICK, U. **Introdução à pesquisa qualitativa**. 3. ed. Porto Alegre: Artes Médicas, 2009.

FREIRE, P. **A Educação na Cidade**. São Paulo: Cortez, 1991.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia**: Saberes necessários á prática educativa: São Paulo: Paz e Terra, 1996.

FREIRE, P. **Professora sim, tia não**: cartas a quem ousa ensinar. São Paulo: Olho d' Água, 1997.

GARNICA, A. V. M. **História Oral e educação Matemática.** In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.) Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

GÜNTHER, H**.** Pesquisa Qualitativa *versus* Pesquisa quantitativa: esta é a Questão. **Psicologia**: Teoria e pesquisa. Vol. 22, nº 2. Mai/ago. 2006. p.p..201-210. Universidade de Brasília. DF.

MARTINS, R. A. **Ensino-aprendizagem de geometria: uma proposta fazendo uso de caleidoscópios, sólidos geométricos e softwares educacionais**. 2003. 268f. Dissertação de Mestrado – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2003.

MORAES, R. Análise de conteúdo. **Educação**, Porto Alegre, ano 22, n. 37, p. 7 – 37, 1999.

MORESI, E. **Metodologia da Pesquisa.** Brasília: Universidade Católica de Brasília, 2003.

NÓVOA, A. Formação de professores e profissão docente. In: NÓVOA, Antônio. (Coord.). **Os professores e sua formação**. 3. ed. Lisboa: Dom Quixote, 1997. p. 9-33.

NÓVOA, A. Relação escola-sociedade: “novas respostas para um velho problema”. In: SERBINO, R. V. (Org.) **Formação de professores**. São Paulo: UNESP, 1998. P. 19-39.

OLIVEIRA, M. M. **Sequência didática interativa no processo de formação de professores**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2013.

PACHECO, J. A.; FLORES, M. A. **Formação e avaliação de professores**. Porto: Porto, 1999.

PAVANELLO, M. R. **O abandono do Ensino de Geometria:** uma visão histórica. dissertação de Mestrado. Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação. 1989.

PAVANELLO, M. R. **O abandono do Ensino de Geometria no Brasil:** causas e consequências Revista Zetetiké, Campinas, ano1, nº 1, p. 7-17, março 1993.

RODRIGUES, J. G. L **Por que alunos do ensino médio apresentam baixo desempenho em Geometria Plana?** Dissertação de Mestrado Universidade de Brasília, Instituto de Ciências Exatas, 2016.

ROSSI, M. R; FRANCO, V. S. **Topologia: uma proposta metodológica para o Ensino Fundamental**. In: X Encontro Nacional de Educação Matemática - educação matemática, cultura e diversidade, 2010, Salvador. Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática. Ilhéus: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2010.

SILVA, E. M ; ARAÚJO, C. M.. Reflexão em Paulo Freire: Uma contribuição para a Formação continuada de Professores. **V Colóquio Internacional Paulo Freire** – Recife, 19 a 22 setembro 2005.

SILVA, M. C. L, OLIVEIRA, M. C. A. **O ensino de Geometria durante o Movimento da Matemática Moderna no Brasil**: análise do arquivo pessoal de Sylvio Nepomuceno. In: VI Congresso Luso-brasileiro de História da Educação, 2006, Uberlândia. Anais do VI Congresso Luso-brasileiro de História da Educação, 2006.

SOARES, F. S.; DASSIE, B. A.; ROCHA, J. L..**Ensino de Matemática no século XX**: da Reforma Francisco Campos à Matemática Moderna. Horizontes, Bragança Paulista, v. 22, n.11, p.7-15, jan./jun. 2004.

VEIGA, I. P. A.. Docência como atividade profissional. In: VEIGA, Ilma Passos Alencastro; D'Ávila, Cristina. **Profissão Docente: novos sentidos, novas perspectivas**. 2. ed. Papirus, Campinas/SP. 2013. p. 13-21.

WILIAM, D.; BLACK, P. Meanings and consequences: a basis for distinguishing formative and summative functions of assessment? **British Educational Research Journal**, London, v. 22, n. 5, p. 537-48, Dec. 1996.

ZUIN, E. S. L. **Da régua ao compasso**: as construções geométricas como um saber escolar no Brasil. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2001.

ZUIN, E. S. L. **Construções geométricas, um saber escolar novamente para todos?** In: Semana da Pós-graduação da UFMG, Belo Horizonte. Anais, Universidade Federal de Minas Gerais, 2002. Anais eletrônicos.

ANEXOS

ANEXO A - Atividades desenvolvidas em sala e elaboradas pela professora / pesquisadora

Desenho Geométrico – Retas Paralelas e Perpendiculares

Nome: ____

<u>Conceitos Essenciais:</u>

Definição 1. *Quando uma reta, tendo sido alteada sobre uma reta, faça os ângulos adjacentes iguais, cada um dos ângulos é reto, e a reta que se alteou é chamada uma perpendicular àquela sobre a qual se alteou.*

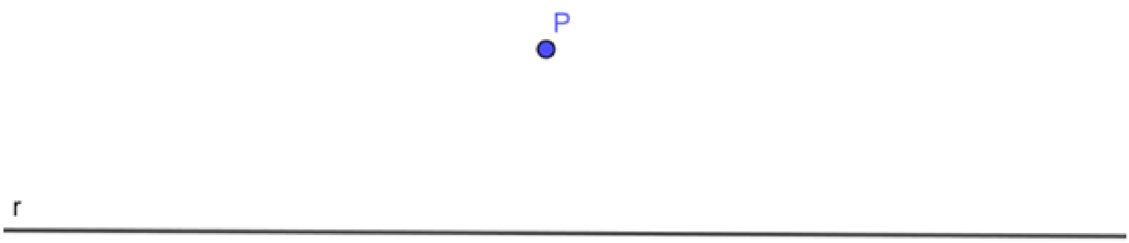
Definição 2. *Paralelas são retas que, estando no mesmo plano, e sendo prolongadas ilimitadamente em cada um dos lados, em nenhum se encontram.*

Propriedade 1. *Caso uma reta, caindo sobre duas retas, faça os ângulos alternos iguais entre si, as retas serão paralelas entre si.*

Propriedade 2. *Caso uma reta, caindo sobre duas retas, faça o ângulo exterior igual ao interior e oposto e no mesmo lado, ou os interiores e no mesmo lado iguais a dois retos, as retas serão paralelas entre si.*

<u>Construções:</u>

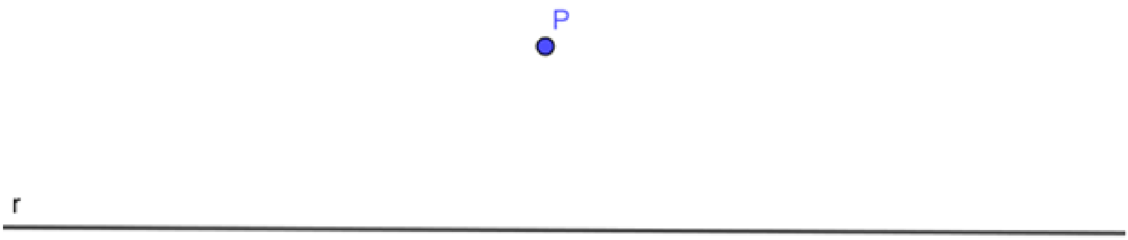
1. Dada uma reta r e um ponto P fora dela, determine geometricamente a reta perpendicular a r que passa por P:



2. Dada uma reta r e um ponto P pertencente a r, determine geometricamente a reta perpendicular a r que passa por P:

3. Dada uma semirreta r, começando no ponto P, determine geometricamente a reta perpendicular a r que passa por P:

4. Dada uma reta r e um ponto P fora dela, determine geometricamente a reta paralela a r que passa por P:



Desenho Geométrico – Lugares Geométricos

Nome: ____

Conceitos Essenciais:

Definição 1. *Uma figura é denominada Lugar Geométrico quando tal figura é formada a partir dos pontos no plano que possuem uma propriedade e somente os pontos desta figuram possuem a propriedade em questão.*

Definição 2. *A circunferência é o lugar geométrico dos pontos do plano que equidistam de um ponto (este ponto é dito o centro da circunferência e a distância em questão é dita o raio de tal circunferência).*

Definição 3. *A mediatriz é o lugar geométrico dos pontos no plano que equidistam de dois pontos distintos.*

Propriedade 1. *A mediatriz é uma reta perpendicular ao segmento determinado pelos dois pontos passando pelo ponto médio de tal segmento.*

Definição 4. *O ponto médio de um segmento* $\overline{AB}$ *é o ponto M de modo que* $AM = MB$.

Definição 5. *A bissetriz é o lugar geométrico dos pontos no plano que equidistam de duas semirretas concorrentes de mesma origem.*

Propriedade 2. *A bissetriz divide o ângulo formado pelas semirretas em dois ângulos congruentes.*

Definição 6. *Dois pontos em uma circunferência determinam dois arcos e o segmento determinado por estes pontos é dito corda da circunferência.*

Definição 7. *Todo ângulo com vértice no centro de uma circunferência é dito ângulo central da circunferência.*

Definição 8. *Todo ângulo com vértice na circunferência é dito ângulo inscrito na circunferência.*

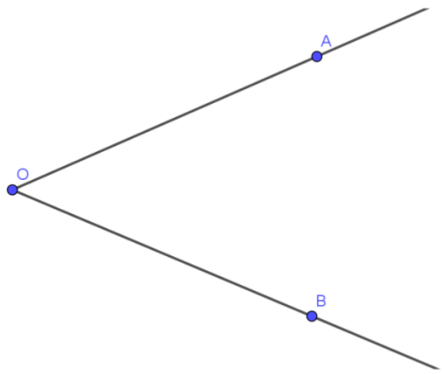
Definição 9. *Todo ângulo inscrito em uma circunferência tem um ângulo central que compreende o mesmo arco.*

Propriedade 3. *Em uma mesma circunferência, a medida de um ângulo inscrito é a metade da medida do ângulo central correspondente.*

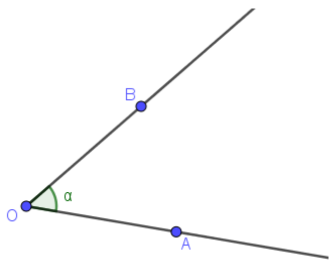
Definição 10. *O par de arcos capazes é o lugar geométrico dos pontos que vêm o segmento sob um mesmo ângulo.*

<u>Construções:</u>

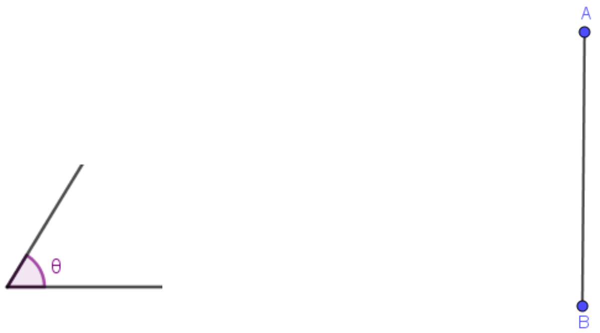
1. Dadas duas semirretas de mesma origem S_{OA} e S_{OB} determine geometricamente a reta bissetriz:



2. Dado um ângulo $A\hat{O}B = \alpha$ transporte este ângulo pelo plano utilizando régua e compasso:



3. Dado um segmento $\overline{AB}$ e um ângulo θ, determine geometricamente o par de arcos capazes que vê $\overline{AB}$ sob o ângulo θ:



Desenho Geométrico – Divisão de um Segmento em Partes Iguais

Nome: ____

Conceitos Essenciais:

Propriedade 1. *A reta, caindo sobre as retas paralelas, faz tanto os ângulos alternos iguais entre si quanto o exterior igual ao interior e oposto e os interiores e no mesmo lado iguais a dois retos.*

Construções:

1. Dado um segmento $\overline{AB}$, determine geometricamente a divisão deste segmento em 4 partes iguais:

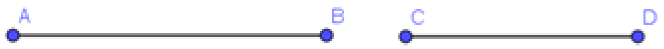
2. Dado um segmento $\overline{AB}$, determine geometricamente um ponto C em $\overline{AB}$, de modo que $AC = \frac{3}{5}AB$:

Desenho Geométrico – Operações com Segmentos

Nome: ____

Construções:

1. Dados os segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$, determine geometricamente o segmento $\overline{EF}$ de modo que:



a. $EF = AB \cdot CD$

b. $EF = \dfrac{AB}{CD}$

c. $EF = \sqrt{AB}$

Desenho Geométrico – Traçado das Tangentes a um Círculo

Nome: ____

Conceitos Essenciais:

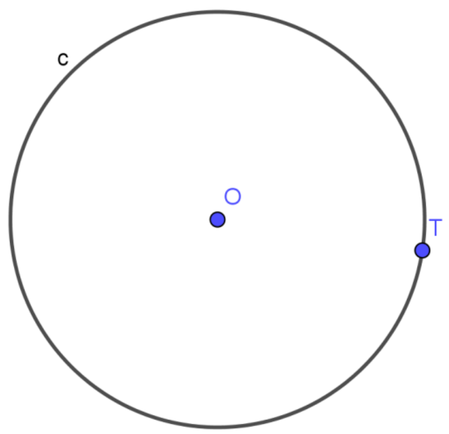
Definição 1. *Uma reta que, tocando o círculo e, sendo prolongada, não o corta, é dita ser tangente ao círculo.*

Propriedade 1. *Caso alguma reta seja tangente a um círculo, e, a partir do centro até a junção, seja ligada alguma reta, a que foi ligada será perpendicular à tangente.*

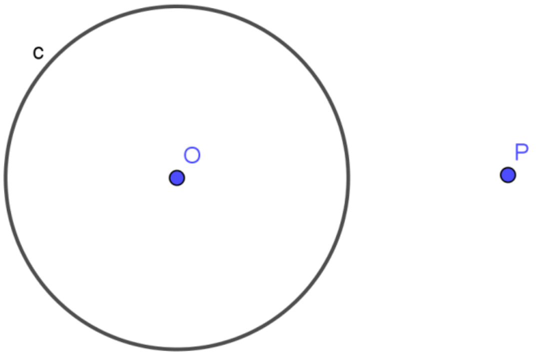
Propriedade 2. *Caso alguma reta seja tangente a um círculo, e, a partir da junção, seja traçada uma linha reta em [ângulo] retos com a tangente, o centro do círculo estará sobre a que foi traçada.*

Construções:

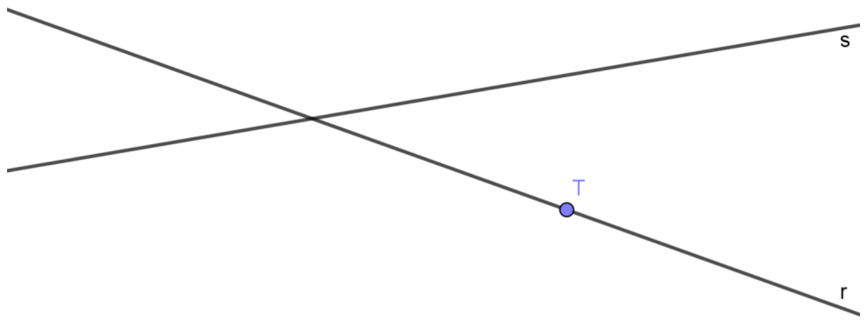
1. Dada uma circunferência c de centro O e um ponto T pertencente a c, determine geometricamente a reta que tangencia c no ponto T:



2. Dada uma circunferência c de centro O e um ponto P fora dela, determine geometricamente a reta tangente a c que passa pelo ponto P:



3. Dadas duas retas concorrentes r e s e um ponto T pertencente a reta r, determine geometricamente a circunferência tangente a ambas as retas passando pelo ponto T:

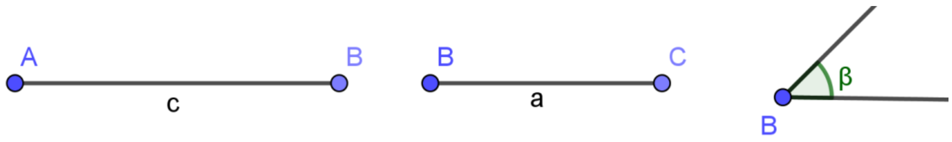


Desenho Geométrico – Construção de Triângulos

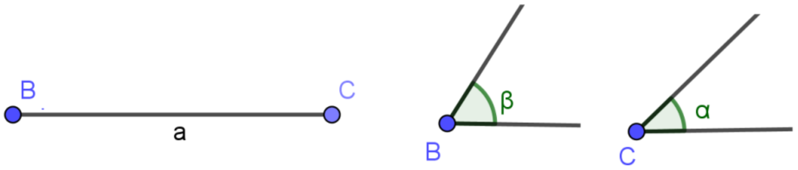
Nome: ____

Construções:

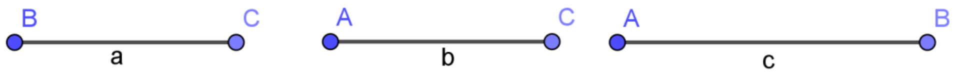
1. Determine geometricamente o $\Delta\, ABC$, dados os lados $AB = c$, $BC = a$ e o ângulo $\hat{B} = \beta$:



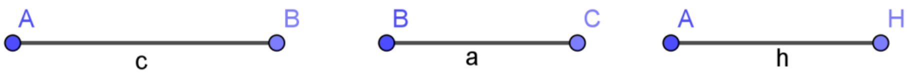
2. Determine geometricamente o $\Delta\, ABC$, dados o lado $BC = a$ e os ângulos $\hat{B} = \beta$ e $\hat{C} = \alpha$:



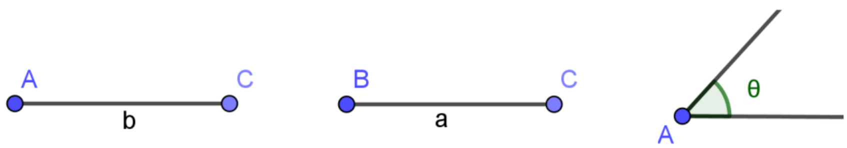
3. Determine geometricamente o $\Delta\, ABC$, dados o lado $AB = c$, $BC = a$ $AC = b$:



4. Determine geometricamente o $\Delta\, ABC$, dados os lados $AB = c$, $BC = a$ e a altura $AH = h$:



5. Determine geometricamente o $\Delta\, ABC$, dados os lados $AC = b$, $BC = a$ e o ângulo $\hat{A} = \theta$:



Desenho Geométrico – Transformações Geométricas

Nome: ____

Conceitos Essenciais:

Definição 1. *Uma* <u>*transformação*</u> *T no plano* α *é definida como uma função bijetora* $T: \alpha \to \alpha$, *isto é, se F é uma figura contida em* α, *a imagem de F pela transformação T é definida como* $T(F) = \{T(P)\ ;\ P \in F\}$.

Definição 2. <u>*Isometrias*</u> *são transformações no plano que preservam distância, isto é, se* $T: \alpha \to \alpha$ *é uma isometria, para quaisquer pontos A e B de* α, *vale a relação:* $d(T(A), T(B)) = d(A, B)$.

Propriedade 1. *Uma isometria* $T: \alpha \to \alpha$ *possui as seguintes propriedades:*

i. *T leva pontos colineares em pontos colineares;*
ii. *T preserva a medida de ângulos;*
iii. *T preserva paralelismo entre retas.*

Definição 3. *A* <u>*translação*</u> *determinada pelo vetor* v *é uma isometria tal que* $T: \alpha \to \alpha$ *leva cada ponto A de* α *no ponto A' = A +* v.

Definição 4. *A isometria dada pela transformação* $T: \alpha \to \alpha$ *que leva o ponto P de* α *em seu simétrico P' em relação à uma reta* r *dada é chamada* <u>*reflexão*</u> *na reta* r, *ou* <u>*simetria de reflexão*</u> *na reta* r.

Definição 5. *Seja O um ponto do plano e* θ *um número real de modo que* $0 < \theta < 2\pi$. *A* <u>*rotação*</u> *de centro O e ângulo* θ *é uma isometria dada pela transformação* $T_{O,\theta}: \alpha \to \alpha$, *que deixa fixo o ponto O e leva o ponto* $X \neq 0$ *de* α, *no ponto* $X' = T_{O,\theta}(X)$, *tal que* $OX = OX'$ *e a medida do ângulo orientado* $\left(\overrightarrow{OX}, \overrightarrow{OX'}\right)$ *é igual a* θ.

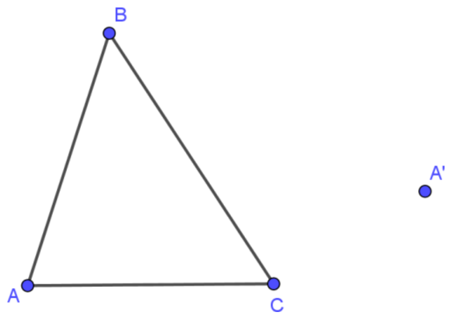
Definição 6. *Dados um ponto O e um número real* k, *diremos que a transformação* $T: \alpha \to \alpha$ *que leva cada ponto P de* α *no ponto P' de* α *tal que* $AP = k \cdot AP'$ *é uma* <u>*homotetia*</u> *de centro O e razão* k.

Propriedade 2. *Numa homotetia de centro O que transforma P em P', os pontos O, P e P' são colineares.*

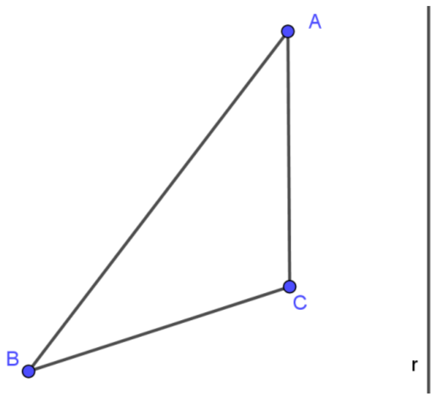
Propriedade 3. *A figura homotética de um triângulo ABC é o triângulo A'B'C', semelhante ao primeiro, cuja razão de semelhança é dada por* k.

Construções:

1. Dado o triângulo ABC e o ponto A', determine geometricamente a translação deste triângulo sabendo que $T(A) = A'$:

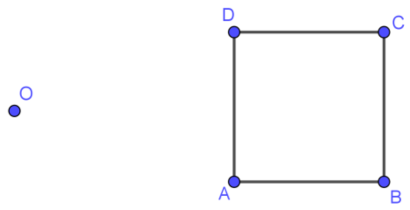


2. Dados um triângulo ABC e uma reta r, determine geometricamente a reflexão deste triângulo em relação à r:

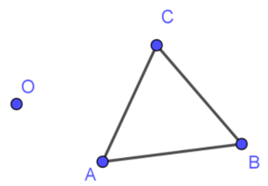


3. Dados um segmento $\overline{AB}$, um ponto O e um ângulo θ, determine geometricamente a rotação $T_{O,\theta}(AB)$:

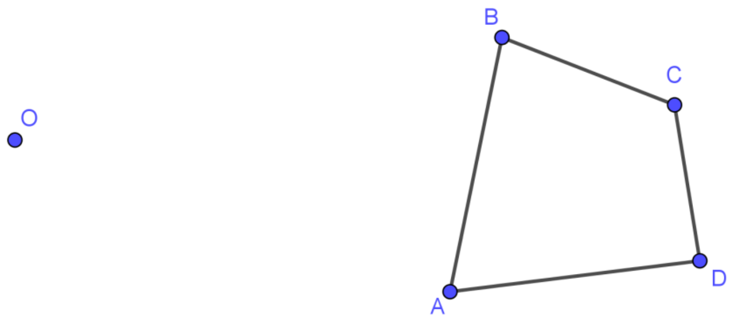
4. Dados um quadrado $ABCD$ e o ponto O, determine geometricamente o quadrado homotético com razão $k = 2$:



5. Dados um triângulo ABC e o ponto O, determine geometricamente o triângulo homotético com razão $k = -2$:



6. Dados um quadrilátero $ABCD$ e o ponto O, determine geometricamente o quadrilátero homotético com razão $k = \frac{1}{2}$:



ANEXO B - Atividades retiradas do texto de Rossi e Franco (2010)

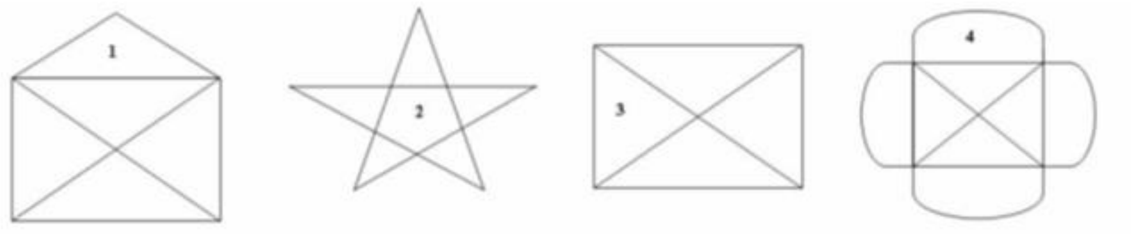
PROBLEMA DAS SETE PONTES DE KÖNIGSBERG

No século XVIII havia na cidade de Königsberg um conjunto de sete pontes que cruzavam o rio Pregel. Os moradores de Köenigsberg (hoje Kaliningrad, cidade da Rússia) se perguntavam se era possível fazer um passeio pela cidade passando exatamente uma vez em cada uma das sete pontes. Você consegue traçar um tal caminho no mapa ao lado?

TESTE COM REDES DE PERCURSO

Euler após resolver o enigma do problema das sete pontes de Köenigsberg, descobriu leis importantes para as redes de percurso. Usando o mesmo raciocínio do problema das pontes estude os vértices e trace as redes, para ver se você descobre as relações entre vértices de redes fechadas.
Sugestão: complete a tabela com o número de vértices pares e ímpares. Veja então se a rede pode ser percorrida sem tirar o lápis do papel e retornando ao ponto de partida.

FIGURA	VÉRTICES PARES	VERTICES ÍMPARES	PODE SER TRAÇADO
1			
2			
3			
4			



ÁGUA, LUZ E TELEFONE

É possível conectar os três serviços em cada uma das casas sem haver cruzamento de tubulação?



ÁGUA   LUZ   TELEFONE

FALTANDO PEÇAS NO JOGO DE DOMINÓ

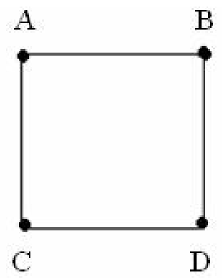
É possível terminar uma partida de dominó, com este jogo que está faltando peças?

1- Anotem o acontecido, isto é, se foi possível terminar o jogo, colocando todas as peças.
2- Anotem os números que aparecem nas extremidades da sequência formada.
3- Desenhem a sequência formada pelas peças e ao lado as peças que sobraram, caso isso tenha acontecido.
4- Conte quantas vezes aparece cada número. Usando o mesmo raciocínio do problema das pontes é possível terminar este jogo? Quais as peças que ficarão nas extremidades? Jogue novamente e observe as peças que ficam nas extremidades. Justifique.

0	0	0	0	1	1	1	1
2	3	5	6	1	3	4	5

1	2	2	2	3	3	3	5
6	2	3	5	4	5	6	5

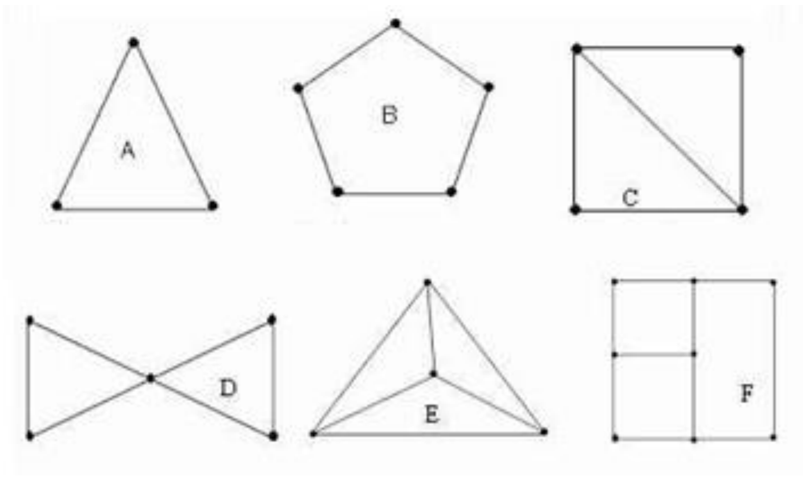
REDES, REGIÕES E UMA FÓRMULA IMPORTANTE



Os quatro pontos (A,B,C,D) são denominados vértices. As quatro linhas são chamadas de arcos. A figura se divide em duas regiões: interior e exterior. O que Euler fez foi descobrir uma relação entre essas três quantidades, vértice, arcos e regiões. Este grafo apresenta 4 vértices, 4 arcos e 2 regiões (uma interior e outra exterior).

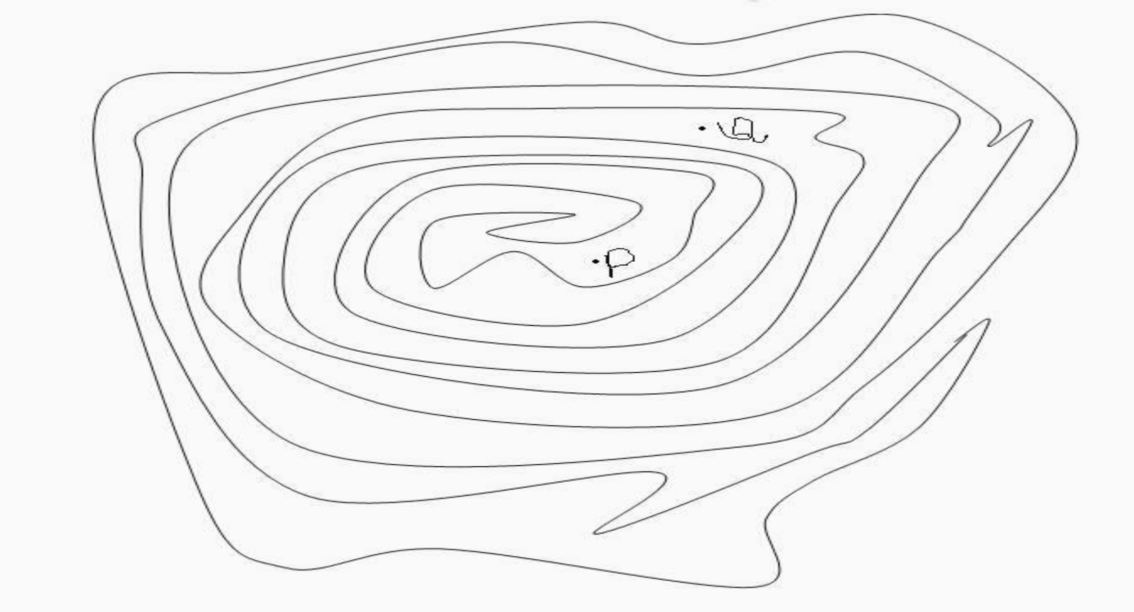
Complete a tabela de acordo com as ilustrações para cada uma das redes e veja se você pode estabelecer uma fórmula que relacione as variáveis V, A e R.

REDE ou GRAFO	NÚMERO DE VÉRTICES - V	NÚMERO DE ARCOS- A	NÚMERO DE REGIÕES- R
A			
B			
C			
D			
E			
F			



TEOREMA DE JORDAN

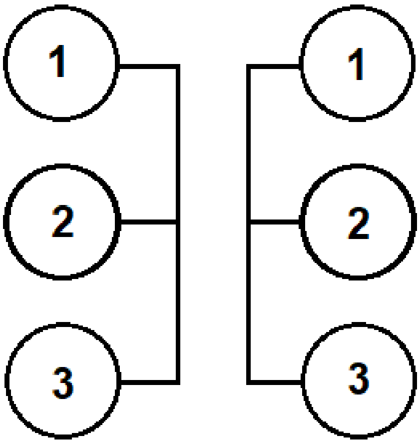
Observando o labirinto abaixo. Você é capaz de dizer se os pontos P e Q estão do lado de dentro ou de fora da curva? Sugestão: Trace uma linha reta a partir de cada um deles até uma área situada fora da curva. Verifique o número de vezes que a reta cruza a curva. Você consegue estabelecer alguma relação? Justifique.



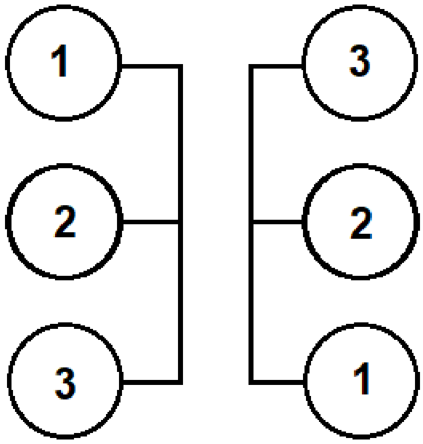
CALIFA PERSA E OS NAMORADOS DE SUA FILHA

A filha do Rei Califa possuía tantos admiradores que ele decidiu escolher aquele que fosse o melhor solucionador de problemas. É possível ligar números iguais por curvas que não se cruzassem, nem cruzassem quaisquer outras curvas na figura (a)? Aquele que resolvesse satisfatoriamente esse problema poderia, então, falar com a filha do Califa.
Porém para casar com a filha do Rei teria que resolver um segundo problema (b), que consistia, novamente, em ligar números iguais com curvas que não se cruzassem, entre si, nem cruzassem quaisquer outras curvas. Se você fosse um dos pretendentes, conseguiria a permissão para namorar a filha do Califa? Mostre como faria para resolver este problema.

a)



b)



FAIXA DE MOEBIUS

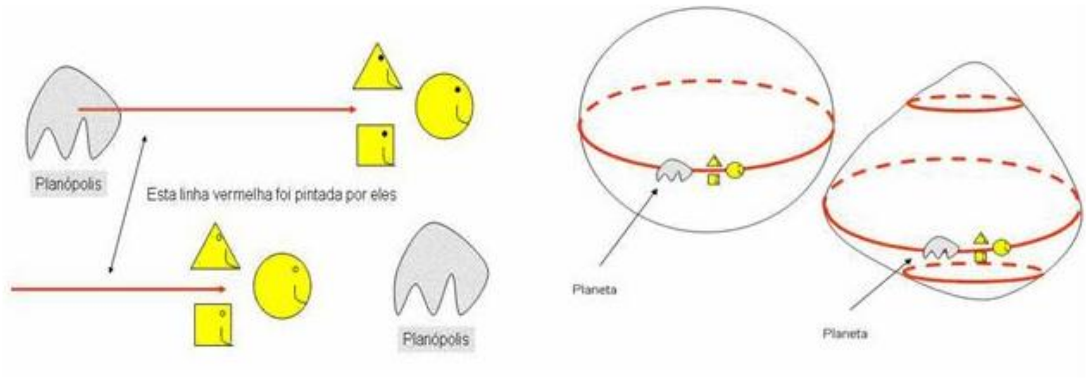
Siga os passos com cada faixa indicada e depois responda as questões propostas:

FAIXA 1	FAIXA 2	FAIXA 3
1º Cole as extremidades da faixa formando uma circunferência. **2º** Contorne toda a faixa na parte externa com uma caneta. Faça o mesmo procedimento na parte interna com uma caneta de outra cor. **3º** Recorte a faixa ao meio no sentido longitudinal.	**1º** Faça uma torção e cole as extremidades da faixa. **2º** Contorne toda a faixa na parte externa com uma caneta. Faça o mesmo procedimento na parte interna com uma caneta de outra cor. **3º** Recorte a faixa ao meio no sentido longitudinal.	**1º** Faça uma torção e cole as extremidades da faixa. **2º** Contorne toda a faixa na parte externa com uma caneta. Faça o mesmo procedimento na parte interna com uma caneta de outra cor. **3º** Recorte a faixa a um terço no sentido longitudinal.

Quantos lados tem a faixa? O que aconteceu quando se corta a faixa? Justifique.

TOPOLOGIA DAS SUPERFÍCIES

Alguns cientistas de um planeta bidimensional denominados Quadrado, Triângulo e Círculo resolveram conhecer melhor o mundo que viviam. Para isso, organizaram uma expedição científica caminhando pela rota oeste-leste, marcando com uma linha vermelha. Quais são as possíveis formas deste planeta?



Em uma nova expedição científica, os mesmos cientistas resolveram fazer uma nova rota. Ao invés de percorrer no sentido oeste-leste, caminharam no sentido sul-norte. Deixaram agora uma marca verde.
Após este retorno, eles observaram que não haviam cruzado a linha vermelha nenhuma vez, ou seja, o único lugar de cruzamento das linhas vermelha e verde foi no início do percurso. E agora? Quais são as possíveis formas deste planeta?