

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”  
FACULDADE DE ENGENHARIA  
CÂMPUS DE ILHA SOLTEIRA**

**Murilo Franco Coradini**

**Métodos de demodulação de sinais interferométricos aplicados à  
caracterização de atuadores piezelétricos flexensionais**

Ilha Solteira  
2026



**Murilo Franco Coradini**

**Métodos de demodulação de sinais interferométricos aplicados à  
caracterização de atuadores piezelétricos flexensionais**

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia da Universidade Estadual Paulista–UNESP, Câmpus de Ilha Solteira, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Área de Conhecimento: Automação.

**Orientador:** Prof. Dr. Cláudio Kitano

Ilha Solteira  
2026





FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

C788m Coradini, Murilo Franco.  
Métodos de demodulação de sinais interferométricos aplicados à  
caracterização de atuadores piezelétricos flexensionais / Murilo Franco  
Coradini. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2026  
137 f. : il.

Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Universidade Estadual Paulista  
(UNESP), Faculdade de Engenharia, Ilha Solteira. Área de conhecimento:  
Automação, 2026

Orientador: Claudio Kitano

Inclui bibliografia

1. Interferometria óptica. 2. Demodulação de fase. 3. Observador fuzzy  
Takagi-Sugeno. 4. Atuador piezoelétrico flexensional. 5. Motor piezoelétrico.  
6. Interferômetro.

## **IMPACTO POTENCIAL DESTA PESQUISA**

Esta pesquisa propõe novos métodos de demodulação de sinais interferométricos para a medição de deslocamento de fase associado a deslocamentos mecânicos em escala nanométrica, aumentando a robustez frente a distúrbios ambientais. A principal contribuição utiliza um observador não linear baseado em lógica fuzzy Takagi-Sugeno, que divide a dinâmica não linear do sistema interferométrico em modelos lineares locais combinados por funções de pertinência. O método possui uma grande faixa dinâmica de fase demodulável e reduz a sensibilidade a ruídos. O método foi aplicado à caracterização experimental de um atuador piezoelétrico flexensional de dois graus de liberdade, permitindo o levantamento de sua resposta em frequência e a identificação de regiões de ressonância e antirressonância. Nas regiões de antirressonância, foi concebido um protótipo preliminar de motor piezoelétrico. Os resultados de simulação e experimentais confirmam a robustez e a precisão do método proposto, com potencial de aplicação em metrologia de precisão, no desenvolvimento de atuadores e motores piezoelétricos e em sistemas de posicionamento de alta resolução, contribuindo para soluções mais avançadas e confiáveis nessas áreas.

## **POTENTIAL IMPACT OF THIS RESEARCH**

This research proposes new demodulation methods for interferometric signals to measure phase displacement associated with mechanical displacements at the nanometric scale, increasing robustness against environmental disturbances. The main contribution employs a nonlinear observer based on Takagi-Sugeno fuzzy logic, which partitions the nonlinear dynamics of the interferometric system into local linear models combined through membership functions. The method exhibits a wide dynamic range of demodulable phase and reduces sensitivity to noise. The method was applied to the experimental characterization of a two-degree-of-freedom flexensional piezoelectric actuator, enabling the determination of its frequency response and the identification of resonance and anti-resonance regions. In the anti-resonance regions, a preliminary piezoelectric motor prototype was conceived. Simulation and experimental results confirm the robustness and accuracy of the proposed method, with potential applications in precision metrology, the development of piezoelectric actuators and motors, and high-resolution positioning systems, contributing to more advanced and reliable solutions in these fields.

## CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO DA TESE: Métodos de demodulação de sinais interferométricos aplicados à caracterização de atuadores piezelétricos flexensionais

AUTOR: MURILO FRANCO CORADINI

ORIENTADOR: CLAUDIO KITANO

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Doutor em Engenharia Elétrica, área: Automação pela Comissão Examinadora:

Prof. Dr. CLAUDIO KITANO (Participação Presencial)  
Departamento de Engenharia Elétrica / UNESP / Câmpus de Ilha Solteira - FEIS

Prof. Dr. RODRIGO CARDIM (Participação Presencial)  
Departamento de Engenharia Elétrica / UNESP / Câmpus de Ilha Solteira - FEIS

Prof. Dr. RICARDO TOKIO HIGUTI (Participação Presencial)  
Departamento de Engenharia Elétrica / UNESP / Câmpus de Ilha Solteira - FEIS

Documento assinado digitalmente  
 **JOAO MARCOS SALVI SAKAMOTO**  
Data: 07/03/2026 09:00:18-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. JOÃO MARCOS SALVI SAKAMOTO (Participação Virtual)  
Departamento de Ciência e Tecnologia Aeroespacial / IEAv - Instituto de Estudos Avançados

Documento assinado digitalmente  
 **JOSEMIR COELHO SANTOS**  
Data: 06/03/2026 16:45:53-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. JOSEMIR COELHO SANTOS (Participação Virtual)  
Departamento de Engenharia de Energia e Automação / EPUSP / Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

Ilha Solteira, 05 de março de 2026.

## AGRADECIMENTOS

Ao Professor Doutor Claudio Kitano, meu orientador, pelo apoio e disponibilidade incondicionais, pela compreensão e paciência, pelo aconselhamento e estímulo permanentes, cujo acompanhamento constante estimulou o desenvolvimento, o aprofundamento e o refinamento desta pesquisa e, acima de tudo, por sua amizade.

Aos membros da banca examinadora, pela disponibilidade, pela leitura atenta e pelas valiosas contribuições, que enriqueceram significativamente este trabalho.

Aos demais professores que me ministraram disciplinas, cujos ensinamentos foram de grande importância para a elaboração desta tese.

Aos colegas de laboratório, pelo apoio constante, pelo companheirismo e pelas colaborações nas discussões e nos experimentos realizados.

Aos técnicos, pelo auxílio constante e por garantirem que todas as ferramentas e recursos necessários estivessem disponíveis para a realização dos trabalhos.

Aos meus pais, à minha irmã, aos amigos e, especialmente, à minha namorada, por constituírem minha rede de apoio em todos os momentos em que mais precisei.

Este trabalho foi realizado com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES), Código de Financiamento 001.

## RESUMO

A medição dimensional e a metrologia de superfícies em escalas nano e micrométricas têm se tornado cada vez mais relevantes em aplicações científicas e industriais de alta precisão. Nesse contexto, a interferometria óptica destaca-se como uma técnica de medição sem contato amplamente empregada, devido à sua rastreabilidade, elevada sensibilidade, alta resolução e ampla faixa dinâmica. Diante desse cenário, este trabalho tem como objetivo contribuir com o desenvolvimento de métodos de demodulação de sinais interferométricos voltados à medição de deslocamento de fase associado ao deslocamento mecânico, buscando aumentar a robustez frente a distúrbios ambientais; com destaque para o método *fuzzy* T-S. Adicionalmente, propõe-se a aplicação desses métodos na caracterização de atuadores piezoelétricos flexensionais e na avaliação preliminar de seu funcionamento como estator de um motor piezoelétrico. Os métodos desenvolvidos foram inicialmente simulados em MATLAB/Simulink e posteriormente implementados digitalmente em LabVIEW para validação experimental. A caracterização dos atuadores foi realizada por meio de simulações no COMSOL Multiphysics e medições experimentais utilizando interferometria óptica. Todos os métodos ativos foram estruturados sob a forma de observadores não lineares, mantendo-se o interferômetro fisicamente em malha aberta. Inicialmente, foi proposto um método baseado no arco-tangente com leitura da defasagem pela figura de Lissajous, visando reduzir a complexidade computacional associada às técnicas tradicionais de correção de quadratura por mínimos quadrados. O método apresentou ampla faixa de operação, sendo ela escalável com a frequência de amostragem; para um sinal senoidal de 1 kHz e amostragem de 500 kHz, foi possível recuperar deslocamentos de fase de até 123,65 rad. Na determinação da resposta em frequência do atuador piezoelétrico, o erro relativo máximo observado foi de 1,5% quando comparado ao método padrão. Também foi investigada uma abordagem de baixo ganho aplicada aos modos deslizantes com inserção de filtro notch, com o objetivo de suprimir perturbações ambientais e estabilizar o ponto de operação. Essa estratégia mostrou-se adequada para sinais de baixa profundidade de modulação e para frequências superiores a 2 kHz. A principal contribuição deste trabalho consiste na proposição de um método de demodulação baseado na lógica *fuzzy* Takagi-Sugeno (T-S). Inicialmente implementado em configuração de baixo ganho, o método apresentou maior imunidade a ruídos em comparação ao arco-tangente tradicional. Posteriormente, sua adaptação para uma abordagem de alto ganho ampliou significativamente a amplitude máxima demodulável, permitindo a demodulação de sinais senoidais de 1 kHz com amplitudes de até 140,79 rad, mantendo erro relativo da ordem de 0,4%. O método *fuzzy* T-S em alto ganho foi aplicado à caracterização de um atuador piezoelétrico flexensional de dois graus de liberdade, sendo identificada, na região de antirressonância (2250 Hz), taxa de acoplamento experimental de 0,058 para o PZT-X e 0,0664 para o PZT-Y. Com base nesses resultados, propôs-se a operação do dispositivo como estator de um motor piezoelétrico. Um protótipo de rotor foi desenvolvido e, apesar de limitações mecânicas, atingiu uma velocidade média de 37 mm/s, demonstrando a viabilidade do conceito.

**Palavras-chave:** Interferometria óptica; Demodulação de fase; Observador *fuzzy* Takagi-Sugeno; Atuador piezoelétrico flexensional; Motor piezoelétrico; Interferômetro;

## ABSTRACT

Dimensional measurement and surface metrology at nano- and micrometric scales have become increasingly relevant in high-precision scientific and industrial applications. In this context, optical interferometry stands out as a widely employed non-contact measurement technique due to its traceability, high sensitivity, high resolution, and wide dynamic range. Within this framework, this work aims to contribute to the development of demodulation methods for interferometric signals focused on phase displacement measurement associated with mechanical displacement, seeking to enhance robustness against environmental disturbances, with emphasis on a Takagi–Sugeno (T-S) fuzzy-based method. Additionally, the proposed methods are applied to the characterization of flextensional piezoelectric actuators and to the preliminary evaluation of their operation as the stator of a piezoelectric motor. The developed methods were initially simulated in MATLAB/Simulink and subsequently digitally implemented in LabVIEW for experimental validation. Actuator characterization was carried out through simulations in COMSOL Multiphysics and experimental measurements using optical interferometry. All active methods were structured as nonlinear observers, while the interferometer remained physically in an open-loop configuration. Initially, an arctangent-based method using phase shift extraction through the Lissajous figure was proposed to reduce the computational complexity associated with traditional least-squares quadrature correction techniques. The method exhibited a wide operating range scalable with the sampling frequency; for a 1 kHz sinusoidal signal sampled at 500 kHz, phase displacements of up to 123.65 rad were successfully recovered. In determining the frequency response of the piezoelectric actuator, a maximum relative error of 1.5% was observed compared with the standard method. A low-gain sliding-mode approach with notch filter insertion was also investigated in order to suppress environmental disturbances and stabilize the operating point. This strategy proved suitable for signals with low modulation depth and frequencies above 2 kHz. The main contribution of this work consists in the proposal of a demodulation method based on a Takagi-Sugeno (T-S) fuzzy logic framework. Initially implemented in a low-gain configuration, the method demonstrated greater noise immunity compared with the traditional arctangent approach. Subsequently, its adaptation to a high-gain configuration significantly increased the maximum demodulable amplitude, enabling the demodulation of 1 kHz sinusoidal signals with amplitudes up to 140.79 rad while maintaining a relative error on the order of 0.4%. The high-gain fuzzy T-S method was applied to the characterization of a two-degree-of-freedom flextensional piezoelectric actuator. In the anti-resonance region (2250 Hz), experimental coupling coefficients of 0.058 for PZT-X and 0.00664 for PZT-Y were identified. Based on these results, the device was proposed to operate as the stator of a piezoelectric motor. A rotor prototype was developed and, despite mechanical limitations, achieved an average velocity of 37 mm/s, demonstrating the feasibility of the proposed concept.

**Keywords:** Optical interferometry; Phase demodulation; Takagi–Sugeno fuzzy observer; Flextensional piezoelectric actuator; Piezoelectric motor; Interferometer.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

|                                                                                                                                                                                                                                                                            |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 1 – Exemplos de interferômetros encontrados na literatura. (a) Interferômetro apresentado por Řeřucha <i>et al.</i> . (b) Interferômetro apresentado por Yan; Chen; Wang. . . . .                                                                                   | 24 |
| Figura 2 – Interferômetros apresentados em trabalhos de membros do LOE. (a) Interferômetro apresentado por Martin <i>et al.</i> . (b) Interferômetro apresentado por Felão <i>et al.</i> . . . . .                                                                         | 25 |
| Figura 3 – Interferência de dois feixes formados pela divisão da frente de onda. . .                                                                                                                                                                                       | 29 |
| Figura 4 – Diagrama óptico do interferômetro de Michelson. . . . .                                                                                                                                                                                                         | 31 |
| Figura 5 – Curva característica do interferômetro. . . . .                                                                                                                                                                                                                 | 32 |
| Figura 6 – Diagrama óptico do interferômetro de Michelson modificado e do respectivo padrão de interferência obtido (1. Fonte óptica, 2. Espelho fixo, 3. Atuador PZT, 4.a. e 4.b. divisores de feixes, 5.a. e 5.b. fotodetectores). . . . .                               | 35 |
| Figura 7 – Processo de demodulação para dois sinais interferométricos defasados de 90°: (a) sinal de entrada; (b) sinais interferométricos em quadratura; (c) figura de Lissajous; (d) sinal demodulado com descontinuidade de fase. . . . .                               | 38 |
| Figura 8 – Sinal de entrada e sinal recuperado após o processo de desdobramento de fase. . . . .                                                                                                                                                                           | 39 |
| Figura 9 – Construção da figura de Lissajous para análise da defasagem entre sinais. . . . .                                                                                                                                                                               | 39 |
| Figura 10 – Diagrama de blocos do método de demodulação arco-tangente baseada na leitura de defasagem pela figura de Lissajous. . . . .                                                                                                                                    | 41 |
| Figura 11 – Processo de demodulação para dois sinais interferométricos defasados de 60°: (a) sinais interferométricos; (b) figura de Lissajous; (c) sinal demodulado antes do desdobramento de fase; (d) comparação entre o sinal de entrada e o sinal demodulado. . . . . | 42 |
| Figura 12 – Processo de demodulação para dois sinais interferométricos defasados de 30°: (a) sinais interferométricos; (b) figura de Lissajous; (c) sinal demodulado antes do desdobramento de fase; (d) comparação entre o sinal de entrada e o sinal demodulado. . . . . | 43 |
| Figura 13 – Sistema experimental empregado: (a) esquema do arranjo experimental; (b) montagem experimental implementada. . . . .                                                                                                                                           | 44 |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 14 – Sinais interferométricos normalizados, figuras de Lissajous e fases demoduladas pelos métodos Arctan–Lissajous e Arctan–EFA, considerando entrada com alta profundidade de modulação, frequência de 500 Hz e tensão de alimentação do atuador PZT de 42 V pico a pico: (a) sinais interferométricos e figura de Lissajous para defasagem de 5° entre $PD_{norm_1}$ e $PD_{norm_2}$ ; (b) fases demoduladas para defasagem de 5°; (c) sinais interferométricos e figura de Lissajous para defasagem de 15°; (d) fases demoduladas para defasagem de 15°; (e) sinais interferométricos e figura de Lissajous para defasagem de 45°; (f) fases demoduladas para defasagem de 45°; (g) sinais interferométricos e figura de Lissajous para defasagem de 90°; (h) fases demoduladas para defasagem de 90°. | 46 |
| Figura 15 – espectro de magnitude dos sinais demodulados pelos métodos Arctan–Lissajous e Arctan–EFA para frequência de 500 Hz: (a) defasagem de 5°; (b) defasagem de 15°; (c) defasagem de 45°; (d) defasagem de 90°.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | 47 |
| Figura 16 – Sinais interferométricos normalizados com defasagem de 45° e respectivas fases estimadas pelos métodos Arctan–Lissajous e Arctan–EFA: (a) sinais interferométricos para frequência de excitação de 1000 Hz; (b) fases estimadas para 1000 Hz; (c) sinais interferométricos para frequência de excitação de 5000 Hz; (d) fases estimadas para 5000 Hz.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 48 |
| Figura 17 – Espectro de magnitude dos sinais demodulados pelos métodos Arctan–Lissajous e Arctan–EFA, considerando defasagem de 45°: (a) frequência de 1000 Hz; (b) frequência de 5000 Hz.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 48 |
| Figura 18 – Sinais interferométricos normalizados com defasagem de 45° e fases demoduladas pelos métodos Arctan–Lissajous e Arctan–EFA, considerando entrada com baixo índice de modulação e frequência de 500 Hz: (a) sinais interferométricos e figura de Lissajous para amplitude de 2 V pico a pico; (b) fases demoduladas para 2 V pico a pico; (c) sinais interferométricos e figura de Lissajous para amplitude de 0,2 V pico a pico; (d) fases demoduladas para 0,2 V pico a pico.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 49 |
| Figura 19 – Varredura de amplitude: entrada versus saída demodulada pelo método Arctan–Lissajous.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 50 |
| Figura 20 – Coeficiente de variação das 45 medições realizadas, utilizado como indicador da qualidade e repetibilidade das medidas.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 50 |
| Figura 21 – Valor máximo da fase demodulada para frequências de amostragem de 10 kHz (preto), 50 kHz (azul), 100 kHz (vermelho), 250 kHz (verde) e 500 kHz (magenta): (—) valores teóricos; (– –) valores simulados; (*) valores experimentais.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 52 |
| Figura 22 – Resposta em frequência do atuador PZT obtida a partir de diferentes defasagens entre os sinais interferométricos.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 52 |
| Figura 23 – Observador com um sistema de controle genérico.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 53 |



|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 24 – Método de demodulação baseado em controle por modos deslizantes com a abordagem de alto ganho. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 55 |
| Figura 25 – Método de demodulação baseado em controle por modos deslizantes de alto ganho com correção de quadratura a partir da figura de Lissajous. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | 56 |
| Figura 26 – Sinais demodulados pelo método arco-tangente tradicional (preto) e pelo método por modos deslizantes de alto ganho com correção de quadratura via figura de Lissajous (azul tracejado): (a) frequência de entrada de 500 Hz; (b) frequência de entrada de 1000 Hz. . . . .                                                                                                                                                                                                                                   | 56 |
| Figura 27 – Comparação entre a função sinal e a função sigmoide utilizada na lei de controle, para diferentes valores de $\epsilon$ ( $\epsilon = 1$ , $\epsilon = 0,1$ e $\epsilon = 0,01$ ). . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 60 |
| Figura 28 – Sistema de controle por modos deslizantes em abordagem de baixo ganho com utilização de filtro <i>notch</i> . . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 61 |
| Figura 29 – Simulação do retrato de fase do sistema apresentado na Figura 28, para $W_n = 200\pi$ e $Q = 100$ . (a) Retrato de fase $x_1$ e $x_2$ . (b) Retrato de fase $x_1$ e $x_3$ . (c) Retrato de fase $x_2$ e $x_3$ . (d) Retrato de fase em $x_1$ , $x_2$ e $x_3$ . . . . .                                                                                                                                                                                                                                       | 62 |
| Figura 30 – Retrato de fase obtido por simulação para o sistema da Figura 28, com $W_n = 200\pi$ e $Q = 0,5$ . (a) Retrato de fase $x_1$ e $x_2$ . (b) Retrato de fase $x_1$ e $x_3$ . (c) Retrato de fase $x_2$ e $x_3$ . (d) Retrato de fase em $x_1$ , $x_2$ e $x_3$ . . . . .                                                                                                                                                                                                                                        | 63 |
| Figura 31 – Pontos de equilíbrio sobre a superfície deslizante (em preto é a superfície de deslizamento, em verde são os pontos estáveis e os vermelhos são os instáveis). . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 63 |
| Figura 32 – Diagrama de Bode do filtro <i>notch</i> para $W_n = 2\pi \cdot 500$ rad/s e $Q = 0,5$ : (a) resposta em magnitude; (b) resposta em fase. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 64 |
| Figura 33 – Diagrama de blocos do sistema de demodulação por modos deslizantes em baixo ganho com filtro <i>notch</i> inserido no observador, implementada no LabVIEW. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 65 |
| Figura 34 – Resultados de simulação do sistema de demodulação por modos deslizantes em abordagem de baixo ganho com filtro <i>notch</i> : (a) sinais interferométricos normalizados; (b) entrada do tipo $\phi = \Delta\phi + \phi_0$ (azul, —), com $\Delta\phi = \sin(2\pi \cdot 500t)$ e $\phi_0 = 0$ ; deslocamento de fase recuperado pelo método (azul, -); saída do interferômetro virtual (vermelho, —); (c) comparação entre o deslocamento de fase recuperado e o sinal de entrada. . . . .                    | 65 |
| Figura 35 – Resultados de simulação do sistema de demodulação por modos deslizantes em abordagem de baixo ganho com filtro <i>notch</i> : (a) sinais interferométricos normalizados; (b) entrada do tipo $\phi = \Delta\phi + \phi_0$ (azul, —), com $\Delta\phi = \sin(2\pi \cdot 500t)$ e $\phi_0 = 2\sin(2\pi \cdot 5t)$ ; deslocamento de fase recuperado pelo método (azul, -); saída do interferômetro virtual (vermelho, —); (c) comparação entre o deslocamento de fase recuperado e o sinal de entrada. . . . . | 66 |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 36 – Resultados de simulação do sistema de demodulação por modos deslizantes em abordagem de baixo ganho com filtro <i>notch</i> : (a) sinais interferométricos normalizados; (b) entrada do tipo $\phi = \Delta\phi + \phi_0$ (azul, —), com $\Delta\phi = \text{sen}(2\pi \cdot 5000t)$ e $\phi_0 = 2\text{sen}(2\pi \cdot 5t)$ ; deslocamento de fase recuperado pelo método (azul, -); saída do interferômetro virtual (vermelho, —); (c) comparação entre o deslocamento de fase recuperado e o sinal de entrada. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 67 |
| Figura 37 – Resposta em frequência do sistema de demodulação por modos deslizantes em abordagem de baixo ganho com filtro <i>notch</i> . . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 67 |
| Figura 38 – Resultados experimentais do sistema de demodulação por modos deslizantes em abordagem de baixo ganho com filtro <i>notch</i> (azul, -), comparados ao método arco-tangente tradicional (preto, -): (a) frequência de entrada de 1000 Hz; (b) frequência de entrada de 4000 Hz. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 68 |
| Figura 39 – Diagrama de blocos do sistema dinâmico do interferômetro aplicado ao controlador <i>fuzzy</i> T-S. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 78 |
| Figura 40 – Gráficos da função não linear de $x_{1n}(t)$ (Equação (67)) e das funções de pertinência (Equação (68)) na região de interesse ( $-20 \leq x_{1n}(t) \leq 20$ ). (a) Função não linear de $x_{1n}(t)$ . (b) Funções de pertinência. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 79 |
| Figura 41 – Sistema de controle interferométrico utilizando lógica <i>fuzzy</i> T-S empregado na simulação. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 80 |
| Figura 42 – Plano de fase do sistema <i>fuzzy</i> -TS aplicado ao interferômetro. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 81 |
| Figura 43 – Resultados da simulação, resposta temporal do sistema e variação das funções de pertinência ao longo do tempo. (a) Resposta temporal para ( $\Delta\phi(t) = 0$ ) e $\phi_0(t) = 2\text{sen}(2\pi \times 5 \times t)$ . (b) Resposta temporal para $\Delta\phi(t) = \text{sen}(2\pi \times 500 \times t)$ e $\phi_0(t) = 2\text{sen}(2\pi \times 5 \times t)$ . (c) Resposta temporal para $\Delta\phi(t) = \text{sen}(2\pi \times 1000 \times t)$ e $\phi_0(t) = 2\text{sen}(2\pi \times 5 \times t)$ . (d) Funções de pertinência para ( $\Delta\phi(t) = 0$ ) e $\phi_0(t) = 2\text{sen}(2\pi \times 5 \times t)$ . (e) Funções de pertinência para $\Delta\phi(t) = \text{sen}(2\pi \times 500 \times t)$ e $\phi_0(t) = 2\text{sen}(2\pi \times 5 \times t)$ . (f) Funções de pertinência para $\Delta\phi(t) = \text{sen}(2\pi \times 1000 \times t)$ e $\phi_0(t) = 2\text{sen}(2\pi \times 5 \times t)$ . . . . . | 82 |
| Figura 44 – espectro de magnitude da saída do sistema. (a) Entrada em 500 Hz. (b) Entrada em 1000 Hz. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 83 |
| Figura 45 – Varredura da faixa dinâmica do método <i>fuzzy</i> T-S. (a) Varredura de amplitude. (b) Varredura de frequência. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 83 |
| Figura 46 – Análise de erro e sensibilidade ao ruído do método <i>fuzzy</i> T-S. (a) Erro relativo obtido pelo método <i>fuzzy</i> T-S de 100 Hz a 4000 Hz. (b) Sensibilidade ao ruído com desvio padrão de 0,1 (SNR = 15 dB). (c) Sensibilidade ao ruído com desvio padrão de 0,3 (SNR = 5 dB). . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | 85 |
| Figura 47 – Sistema físico e digital do experimento. (a) Configuração experimental. (b) Diagrama de blocos do controle <i>fuzzy</i> T-S. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 87 |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 48 – Processo de normalização. (a) Sinais fotodetectados. (b) Sinais fotodetectados normalizados. (c) Figura de Lissajous dos sinais fotodetectados normalizados. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 88 |
| Figura 49 – Resultados experimentais utilizando os métodos <i>fuzzy</i> T-S e arco-tangente: sinal de entrada (preto, –); saída <i>fuzzy</i> T-S (vermelho, –); saída arco-tangente (azul, –). (a–c) Sinais interferométricos normalizados para frequências de entrada de 500 Hz, 1000 Hz e 4000 Hz, respectivamente. (d–f) Sinais demodulados para frequências de entrada de 500 Hz, 1000 Hz e 4000 Hz, respectivamente. (g–i) Erro absoluto entre os sinais demodulados para frequências de entrada de 500 Hz, 1000 Hz e 4000 Hz, respectivamente. . . . . | 90 |
| Figura 50 – espectro de magnitude dos sinais demodulados pelo método <i>fuzzy</i> T-S e arco-tangente para diferentes frequências de entrada: (a) 500 Hz; (b) 1000 Hz; (c) 4000 Hz. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 91 |
| Figura 51 – Resposta em frequência do atuador piezoelétrico comercial (Control Technics), obtida pelos métodos <i>fuzzy</i> T-S e arco-tangente tradicional. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 92 |
| Figura 52 – Diagrama de blocos do sistema de demodulação <i>fuzzy</i> T-S em abordagem de alto ganho. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 93 |
| Figura 53 – Resultados de simulação do sistema de demodulação <i>fuzzy</i> T-S para uma entrada com amplitude de 10 rad e frequência de 500 Hz: (a) sinais interferométricos normalizados; (b) funções de pertinência; (c) sinal de controle; (d) saída do sistema em malha fechada virtual; (e) plano de fase; (f) deslocamentos de fase de interesse, de controle e total. . . . .                                                                                                                                                                         | 95 |
| Figura 54 – Deslocamento de fase recuperado por simulação: (a) comparação entre o deslocamento de fase recuperado e o sinal de entrada; (b) espectro do sinal recuperado. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | 96 |
| Figura 55 – Resultados experimentais do sistema de demodulação <i>fuzzy</i> T-S para uma entrada com alta profundidade de modulação e frequência de 1000 Hz: (a) sinais interferométricos normalizados; (b) funções de pertinência; (c) sinal de controle; (d) saída do sistema; (e) plano de fase; (f) deslocamentos de fase de interesse, de controle e total. . . . .                                                                                                                                                                                     | 97 |
| Figura 56 – Resultados experimentais do sistema de demodulação <i>fuzzy</i> T-S para uma entrada com baixa profundidade de modulação e frequência de 1000 Hz: (a) sinais interferométricos normalizados; (b) funções de pertinência; (c) sinal de controle; (d) saída do sistema; (e) plano de fase; (f) deslocamentos de fase de interesse, de controle e total. . . . .                                                                                                                                                                                    | 98 |
| Figura 57 – espectro de magnitude dos sinais experimentais recuperados: (a) alta profundidade de modulação; (b) baixa profundidade de modulação. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 99 |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |     |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Figura 58 – Resposta em frequência do sistema e faixa de operação do método <i>fuzzy</i> T–S em abordagem de alto ganho: (a) resposta em frequência; (b) faixa dinâmica. . . . .                                                                                                                                                                                                                        | 100 |
| Figura 59 – Resposta em frequência do atuador piezoelétrico comercial (Control Technics) obtida pelos métodos <i>fuzzy</i> T–S e arco-tangente tradicional. .                                                                                                                                                                                                                                           | 101 |
| Figura 60 – Módulos de Flexão: (a) <i>flexure hinges</i> ; (b) <i>flexure leafs</i> . . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 103 |
| Figura 61 – Princípio de funcionamento de motores piezoelétricos: (a) <i>stick-slip</i> ; (b) <i>inchworm motors</i> ; (c) motores ultrassônicos. . . . .                                                                                                                                                                                                                                               | 110 |
| Figura 62 – Princípio de funcionamento dos motores ultrassônicos: (a) TWM; (b) SWM; (c) HHM. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 111 |
| Figura 63 – MAPFA-XY com suas dimensões e características. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 112 |
| Figura 64 – Geometria e malha utilizadas na simulação baseada em volumes finitos: (a) Geometria utilizada na simulação baseada em volumes finitos; (b) Malha utilizada na simulação baseada em volumes finitos. . . . .                                                                                                                                                                                 | 113 |
| Figura 65 – Resposta em frequência até 3.5 kHz com o atuador X sendo alimentado (componente X em preto e componente Y em azul): (a) Amplitude da resposta em frequência do sistema; (b) Fase da resposta em frequência do sistema; (c) Amplitude da resposta em frequência do sistema na primeira antirressonância; (d) Fase da resposta em frequência do sistema na primeira antirressonância. . . . . | 114 |
| Figura 66 – Resposta em frequência até 3.5 kHz com o atuador Y sendo alimentado                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 115 |
| Figura 67 – Aparato experimental e diagrama para caracterização do atuador MAPFA-XY: (a) diagrama óptico; (b) aparato experimental. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                             | 116 |
| Figura 68 – Resposta em frequência do MAPFA-XY com atuação no PZT-X (componente X em preto e componente Y em azul): (a) Resposta em frequência em magnitude de 100 a 6000 Hz; (b) Resposta em frequência em magnitude de 2000 a 2500 Hz; (c) Resposta em frequência em fase.                                                                                                                            | 117 |
| Figura 69 – Resposta em frequência do MAPFA-XY com atuação no PZT-Y (componente X em preto e componente Y em azul): (a) Resposta em frequência em magnitude de 100 a 6000 Hz; (b) Resposta em frequência em magnitude de 2000 a 2500 Hz; (c) Resposta em frequência em fase.                                                                                                                            | 117 |
| Figura 70 – Trajetórias do MAPFA-XY atuando como motor em vazio: (a) 100 Hz; (b) 1000 Hz; (c) 2250 Hz; (d) 4300 Hz. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                             | 119 |
| Figura 71 – Rotor utilizado no motor baseado no MAPFA-XY . . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 119 |
| Figura 72 – Aparato experimental com o rotor instalado no atuador MAPFA-XY: (a) aparato completo; (b) detalhe do rotor. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                         | 120 |
| Figura 73 – Sequência de quadros extraídos do vídeo para análise da velocidade do sistema. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 121 |
| Figura 74 – Interface do software <i>Tracker</i> empregada para a medição de velocidade.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 121 |

|                                                                                                                                                      |     |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Figura 75 – Movimento do rotor com o atuador alimentado com 10 V: (a) velocidade do rotor; (b) vetores de velocidade ao longo da trajetória. . . . . | 122 |
| Figura 76 – Movimento do rotor com o atuador alimentado com 15 V: (a) velocidade do rotor; (b) vetores de velocidade ao longo da trajetória. . . . . | 122 |

## LISTA DE TABELAS

|                                                                                                        |     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Tabela 1 – Métodos de otimização topológica . . . . .                                                  | 109 |
| Tabela 2 – Motores piezoelétricos . . . . .                                                            | 111 |
| Tabela 3 – Valores experimentais do acoplamento dos movimentos X-Y nas anti-<br>ressonâncias . . . . . | 118 |

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

|            |                                                                                                          |
|------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| DC         | Direct Current (Corrente contínua)                                                                       |
| DCM        | Differential Cross Multiplying (Multiplicação cruzada diferencial)                                       |
| DOF        | Degree of Freedom (Graus de liberdade)                                                                   |
| CPMs       | Compliant Parallel Mechanisms (Mecanismos paralelos flexíveis)                                           |
| CV         | Coefficiente de variação                                                                                 |
| EFA        | Ellipse Fitting Algorithm (Algoritmo de ajuste de elipse)                                                |
| EFPI       | Extrinsic Fabry–Perot Interferometer (Interferômetro Fabry–Perot extrínseco)                             |
| FIR        | Finite Impulse Response (Resposta finita ao impulso)                                                     |
| FOCS       | Fiber Optic Current Sensor (Sensor de corrente por fibra óptica)                                         |
| FOVT       | Fiber Optic Voltage Transformer (Transformador de tensão por fibra óptica)                               |
| FPGA       | Field-Programmable Gate Array                                                                            |
| HGA        | High-Gain Approach (Abordagem de alto ganho)                                                             |
| He-Ne      | Hélio–Neônio                                                                                             |
| HMM        | Hybrid Mode Motors (Motores de Modos Híbridos)                                                           |
| HPF        | High-Pass Filter (Filtro passa-alta)                                                                     |
| $H_\infty$ | H-infinity Norm (Norma $H_\infty$ )                                                                      |
| LGA        | Low-Gain Approach (Abordagem de baixo ganho)                                                             |
| LMI        | Linear Matrix Inequalities (Desigualdades matriciais lineares)                                           |
| LOE        | Laboratório de Optoeletrônica                                                                            |
| LPF        | Low-Pass Filter (Filtro passa-baixa)                                                                     |
| MAPFA      | Multi-Actuated Piezoelectric Flextensional Actuator (Atuador flex-tensional piezoelétrico multiacionado) |
| MEMS       | Micro-Electro-Mechanical Systems (Sistemas microeletromecânicos)                                         |
| MTOM       | Multiphysics Topology Optimization Method (Método de Otimização Topológica Multifísica)                  |
| MWI        | Multiple Wavelength Interferometry (Interferometria de múltiplos comprimentos de onda)                   |
| PID        | Proportional–Integral–Derivative (Proporcional–Integral–Derivativo)                                      |

|       |                                                                                          |
|-------|------------------------------------------------------------------------------------------|
| PGC   | Phase-Generated Carrier (Portadora gerada por fase)                                      |
| PIN   | Positive-Intrinsic-Negative (Positivo–Intrínseco–Negativo)                               |
| PM    | Phase Modulation (Modulação por fase)                                                    |
| PSHS  | Parallel Subsystem of Hardware Simulation (Subsistema paralelo de simulação em hardware) |
| RBRM  | Rigid Body Replacement Method (Método de substituição de corpo rígido)                   |
| SHM   | Structural Health Monitoring (Monitoramento da saúde estrutural)                         |
| SNR   | Signal-to-Noise Ratio (Relação sinal-ruído)                                              |
| SWM   | Standing Wave Motor (Motor de Onda Estacionária)                                         |
| T-S   | Takagi-Sugeno (Modelo Takagi-Sugeno)                                                     |
| TOM   | Topology Optimization Method (Método de otimização topológica)                           |
| TWM   | Traveling Wave Motor (Motor de Onda Progressiva)                                         |
| VS/SM | Variable Structure / Sliding Mode (Estrutura variável / Modos deslizantes)               |
| WLI   | White Light Interferometry (Interferometria de luz branca)                               |



## LISTA DE SÍMBOLOS

|                                         |                                                                                       |
|-----------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| $\vec{e}_{(\vec{r},t)}$                 | Vetor do campo elétrico de um feixe de luz monocromático                              |
| $\vec{E}_0, \vec{E}_{02}, \vec{E}_{02}$ | Amplitude, direção e sentido de oscilação do campo elétrico                           |
| $\omega$                                | Frequência angular                                                                    |
| $t$                                     | Tempo                                                                                 |
| $\vec{k}, \vec{k}_1, \vec{k}_2$         | Vetor de onda                                                                         |
| $\vec{r}, \vec{r}_1, \vec{r}_2$         | Posição atual da frente de onda                                                       |
| $\xi, \xi_1, \xi_2$                     | Fase inicial                                                                          |
| $\lambda$                               | Comprimento de onda                                                                   |
| $n_r$                                   | Índice de refração                                                                    |
| $\vec{E}, \vec{E}_1, \vec{E}_2$         | Vetor complexo associado ao campo elétrico                                            |
| $\vec{E}_t$                             | Campo elétrico da região onde há sobreposição de campos                               |
| $\vec{S}$                               | Vetor de Poynting instantâneo                                                         |
| $\vec{h}$                               | Vetor do campo magnético do feixe de luz                                              |
| $\vec{H}_0$                             | Amplitude, direção e sentido de oscilação do campo magnético                          |
| $\vec{H}$                               | Vetor complexo associado ao campo magnético                                           |
| $T$                                     | Período do feixe monocromático                                                        |
| $d$                                     | Distância entre as duas fontes de luz no experimento de Young                         |
| $D$                                     | Distância entre as fontes de luz e o anteparo no experimento de Young                 |
| $z_0$                                   | Impedância intrínseca do meio de propagação                                           |
| $y$                                     | Posição no espaço no eixo y                                                           |
| $I$                                     | Intensidade óptica                                                                    |
| $V, V_1, V_2$                           | Visibilidade                                                                          |
| $L, L_1, L_2$                           | Comprimento dos braços do interferômetro                                              |
| $\Delta L$                              | Diferença entre os comprimentos dos braços do interferômetro                          |
| $\phi_0$                                | Diferença de fase referente à diferença dos comprimentos dos braços do interferômetro |
| $\Delta\phi(t)$                         | Diferença de fase referente a variação dos comprimentos dos braços do interferômetro. |
| $\phi_t$                                | Diferença de fase total                                                               |
| $\phi_c$                                | Fase de controle                                                                      |

|                                       |                                                                                                      |
|---------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $A, A_1, A_2$                         | Constantes associadas à responsividade dos fotodetectores e ao ganho do circuito de transimpedância. |
| $PD, PD_1, PD_2$                      | Sinais de saída dos fotodetectores                                                                   |
| $\theta$                              | Defasagens entre os sinais interferométricos                                                         |
| $\phi_c$                              | Fase recuperada                                                                                      |
| $PD_{norm}, PD_{norm_1}, PD_{norm_2}$ | Sinais interferométricos normalizados                                                                |
| $f_s$                                 | Frequência de amostragem                                                                             |
| $U$                                   | Sinais senoidais para construção da figura de Lissajous                                              |
| $U_{max}$                             | Valores máximos dos sinais senoidais para construção da figura de Lissajous                          |
| $aux_a, aux_b$                        | Constantes auxiliares para leitura da defasagem                                                      |
| CV                                    | Coefficiente de variação                                                                             |
| $dp$                                  | desvio padrão                                                                                        |
| $B_I$                                 | Banda do sinal interferométrico                                                                      |
| $W$                                   | Banda do sinal de entrada                                                                            |
| $\psi_\Delta$                         | Amplitude do sinal de entrada                                                                        |
| $\phi_c$                              | Fase de controle                                                                                     |
| $C$                                   | Ganho do controlador de modos deslizantes                                                            |
| $PD_{corr}$                           | Sinal interferométrico corrigido pela correção de quadratura utilizando figura de Lissajous.         |
| $\mathbf{x}$                          | Vetor de estados                                                                                     |
| $\mathbf{u}$                          | Vetor de controle                                                                                    |
| $\mathbf{B}$                          | Matriz de entrada                                                                                    |
| $\sigma$                              | Superfície de deslizamento                                                                           |
| $\epsilon$                            | Parâmetro da função sigmoide                                                                         |
| $s$                                   | Variável complexa no domínio de Laplace                                                              |
| $z$                                   | Variável complexa no domínio Discreto                                                                |
| $T_d$                                 | Período de amostragem                                                                                |
| $W_n$                                 | Frequência angular central da faixa de passagem do filtro <i>notch</i>                               |
| $Q$                                   | Fator de qualidade do filtro <i>notch</i>                                                            |
| $y(t)$                                | Saída do sistema                                                                                     |
| $\alpha$ e $\beta$                    | Funções de pertinência do modelo <i>fuzzy</i> T-S                                                    |

|                    |                                                                    |
|--------------------|--------------------------------------------------------------------|
| $\mu$ e $\nu$      | Limites dos parâmetros incertos ou não linearidades                |
| $\mathbf{z}$       | Vetor de entradas                                                  |
| $\mathbf{V}$       | Função de Lyapunov                                                 |
| $\mathbf{A}$       | Matriz de estados                                                  |
| $\mathbf{D}$       | Matriz de transmissão direta                                       |
| $\mathbf{C}$       | Matriz de saída                                                    |
| $w(t)$             | Saída do filtro passa baixa no sistema <i>fuzzy</i> T-S            |
| $\tau$             | Constante de tempo do filtro passa-baixa                           |
| $\mathbf{F}$       | Vetor de ganhos                                                    |
| $\mathbf{P}$       | Matriz simétrica definida positiva da função candidata de Lyapunov |
| $\mathbf{G}$       | Matriz auxiliar utilizada nas condições de estabilidade com PDC    |
| $x_{1n}(t)$        | Variável de estado modificada para $x_1$                           |
| $x_{2n}(t)$        | Variável de estado modificada para $x_2$                           |
| $\mathbf{M}$       | Matriz auxiliar para determinação dos ganhos                       |
| $\mathbf{X}$       | Matriz inversa de Lyapunov                                         |
| $a$ e $b$          | Pontos auxiliares da planta de controle                            |
| $PD_{max}$         | Valor máximo do sinal interferométrico                             |
| $PD_{min}$         | Valor máximo do sinal interferométrico                             |
| $q_1, q_2$         | Deslocamentos de entrada dos atuadores piezoelétricos              |
| $d_x, d_y$         | Deslocamentos de saída do estágio XY                               |
| $F_{in1}, F_{in2}$ | Forças de entrada aplicadas pelos atuadores                        |
| $A_s$              | Razão de amplificação de deslocamento efetivo da unidade           |
| $K_{in1}, K_{in2}$ | Rigidez de entrada do estágio completo                             |
| $K_x, K_y$         | Rigidez em x e y da plataforma móvel                               |
| $C_x, C_y$         | <i>Compliance</i> em x e y (inverso da rigidez)                    |
| $t_x, t_y$         | Deflexões externas na plataforma móvel                             |
| $F_x, F_y$         | Forças externas aplicadas na plataforma móvel                      |
| $S_{xy}, S_{yx}$   | Fatores de acoplamento entre deslocamentos X e Y                   |

## SUMÁRIO

|          |                                                                                                                                          |            |
|----------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>1</b> | <b>INTRODUÇÃO . . . . .</b>                                                                                                              | <b>22</b>  |
| 1.1      | OBJETIVOS . . . . .                                                                                                                      | 25         |
| 1.2      | ORGANIZAÇÃO DO TEXTO . . . . .                                                                                                           | 26         |
| <b>2</b> | <b>INTERFEROMETRIA ÓPTICA DE DOIS FEIXES . . . . .</b>                                                                                   | <b>27</b>  |
| <b>3</b> | <b>MÉTODOS DE DEMODULAÇÃO . . . . .</b>                                                                                                  | <b>34</b>  |
| 3.1      | ARCO-TANGENTE BASEADO NA LEITURA DE DEFASAGEM PELA FIGURA DE LISSAJOUS . . . . .                                                         | 34         |
| 3.1.1    | Desenvolvimento e simulação do método de demodulação Arctan-Lissajous . . . . .                                                          | 35         |
| 3.1.2    | Aparato experimental e resultados do método Arctan-Lissajous . . . . .                                                                   | 44         |
| 3.2      | SISTEMA DE OBSERVADOR APLICADO EM INTERFEROMETRIA ÓPTICA . . . . .                                                                       | 53         |
| 3.3      | CORREÇÃO DE QUADRATURA PARA ABORDAGEM EM ALTO GANHO APLICADA A MODOS DESLIZANTES . . . . .                                               | 54         |
| 3.4      | ABORDAGEM EM BAIXO GANHO APLICADA A MODOS DESLIZANTES UTILIZANDO FILTRO <i>NOTCH</i> . . . . .                                           | 57         |
| 3.4.1    | Definição, simulação e resultados do método de demodulação por modos deslizantes em baixo ganho com filtro <i>notch</i> . . . . .        | 61         |
| 3.5      | ABORDAGEM EM BAIXO GANHO APLICADO A <i>FUZZY</i> T-S . . . . .                                                                           | 68         |
| 3.5.1    | Lógica de controle <i>fuzzy</i> T-S . . . . .                                                                                            | 73         |
| 3.5.2    | Análise de estabilidade pela abordagem de Lyapunov . . . . .                                                                             | 74         |
| 3.5.3    | Simulação do controle <i>fuzzy</i> T-S em baixo ganho . . . . .                                                                          | 80         |
| 3.5.4    | Arranjo experimental e resultados do método <i>fuzzy</i> T-S em baixo ganho . . . . .                                                    | 85         |
| 3.6      | ABORDAGEM EM ALTO GANHO APLICADA A <i>FUZZY</i> T-S . . . . .                                                                            | 92         |
| 3.6.1    | Simulação e resultados experimentais do controle <i>fuzzy</i> T-S em alto ganho . . . . .                                                | 93         |
| <b>4</b> | <b>MECANISMOS FLEXÍVEIS: ESTÁGIOS XY E MOTORES PIEZOELÉTRICOS . . . . .</b>                                                              | <b>102</b> |
| 4.1      | MECANISMOS PARALELOS FLEXÍVEIS ( <i>COMPLIANT PARALLEL MECHANISM</i> - CPMS . . . . .                                                    | 102        |
| 4.1.1    | Rigidez e <i>Compliance</i> . . . . .                                                                                                    | 104        |
| 4.1.2    | Índices de desempenho e restrições impostas ao projeto de nanoposicionadores planares, paralelos e com dois graus de liberdade . . . . . | 105        |

|       |                                                                                                                              |            |
|-------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 4.1.3 | Método de otimização topológica ( <i>Topology Optimization Method</i> - TOM) . . . . .                                       | 107        |
| 4.2   | MOTORES PIEZOELÉTRICOS . . . . .                                                                                             | 109        |
| 5     | <b>CARACTERIZAÇÃO DO MECANISMO FLEXÍVEL PARA APLICAÇÃO COMO ESTATOR DE MOTOR PIEZOELÉTRICO . . . . .</b>                     | <b>112</b> |
| 5.1   | RESULTADOS COMPUTACIONAIS DA RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DO ATUADOR PIEZOELÉTRICO FLEXTENSIONAL MULTI-ATUADO (MAPFA-XY) . . . . . | 113        |
| 5.2   | CARACTERIZAÇÃO EXPERIMENTAL DO ATUADOR PIEZOELÉTRICO FLEXTENSIONAL MULTI-ATUADO (MAPFA-XY) . . . . .                         | 115        |
| 5.3   | PROTÓTIPO EXPERIMENTAL DE MOTOR PIEZOELÉTRICO . . . . .                                                                      | 119        |
| 6     | <b>CONCLUSÕES . . . . .</b>                                                                                                  | <b>124</b> |
|       | <b>REFERÊNCIAS . . . . .</b>                                                                                                 | <b>128</b> |

## 1 INTRODUÇÃO

A medição dimensional, tal como a metrologia de superfícies de estruturas de dimensões nano e micrométricas, é cada vez mais procurada, sendo um objetivo em vários ramos da ciência e da indústria, como semicondutores, engenharia de precisão, sistemas microeletromecânicos (*Micro-Electro-Mechanical Systems* - MEMS) e ciência dos materiais. Diante dessa necessidade, vêm surgindo técnicas avançadas de metrologia, que podem ser divididas em métodos de contato e métodos ópticos. Entre os métodos de contato, destacam-se as canetas apalpadoras de medição e a microscopia de varredura por sonda. Os métodos de contato têm a desvantagem de danificar a superfície medida e apresentam um processo de medição mais demorado quando comparados aos métodos sem contato. Já os métodos sem contato, como os ópticos, têm a vantagem de não precisarem entrar em contato com o material. Assim, apresentam uma velocidade de medição mais alta. Vários métodos ópticos para metrologia foram propostos. Destacam-se o método de triangulação a laser, o método de alavanca óptica, o método de luz estruturada, a microscopia confocal e a interferometria óptica (Yang; Zhang, 2018).

A interferometria óptica tem sido vasta e amplamente aplicada, e o que faz este método tão popular é a sua rastreabilidade, a sua ampla faixa de medição, alta sensibilidade e resolução (Peggs; Yacoot, 2002). Desde a invenção do interferômetro de Michelson em 1881, vários métodos foram desenvolvidos para medir deslocamento, distância, perfil e superfície. Pode-se dividir esses métodos por uma variedade de critérios, de acordo com os tipos de configuração de interferência, destacando-se os interferômetros de Michelson, Fizeau, Linnik, Mirau, Twyman-Green, Mach-Zehnder e Fabry-Perot (Goodwin; Wyant, 2006). Agora, caracterizando-se pela fonte de luz, pode-se classificar em interferometria de comprimento de onda único, interferometria de múltiplos comprimentos de onda (*Multiple Wavelength Interferometry* - MWI) e interferometria de luz branca (*White Light Interferometry* - WLI) (Wang *et al.*, 2017).

Os interferômetros que podem ser considerados mais simples são aqueles que trabalham com apenas uma frequência (homódino) ou os de polarização, baseados na variação da intensidade no detector (Bobroff, 1993). Porém, o preço dessa simplicidade é a alta sensibilidade às perturbações ambientais (Yang; Zhang, 2018). Deste modo, torna-se importante desenvolver métodos para suprimir essas perturbações no ambiente em que o instrumento está inserido.

A outra alternativa aos interferômetros homódinos são os heteródinos, também chamados de interferômetros de frequência dupla. Neles, a diferença de frequência pode ser gerada pelo efeito Zeeman ou por um modulador acústico-óptico, sendo que esse interferômetro de dupla frequência apresenta vantagens em relação aos ruídos de baixa frequência. Porém, como mencionado anteriormente, ele é mais complexo fisicamente,

necessitando, por exemplo, de uma célula de Bragg (modulador acústico-óptico) para realizar a diferença de frequências (Yang; Zhang, 2018). À vista disso, é importante adotar métodos para interferômetros homódinos que atenuem esse efeito ambiental, de modo que, com um dispositivo mais simples, sejam obtidos resultados equivalentes ou até melhores que os dos interferômetros heteródinos.

Como será discutido posteriormente, este trabalho tem como objetivo propor métodos simples e robustos. Esses métodos serão aplicados a técnicas interferométricas para medição de mudança de fase óptica, relacionada ao deslocamento mecânico. Para isso, será utilizado um interferômetro de Michelson homódino. Portanto, na presente introdução, serão mencionados alguns trabalhos de medições metrológicas que utilizam técnicas de medição interferométricas homódinas, com o intuito de mostrar a relevância do assunto e evidenciar os métodos aqui propostos.

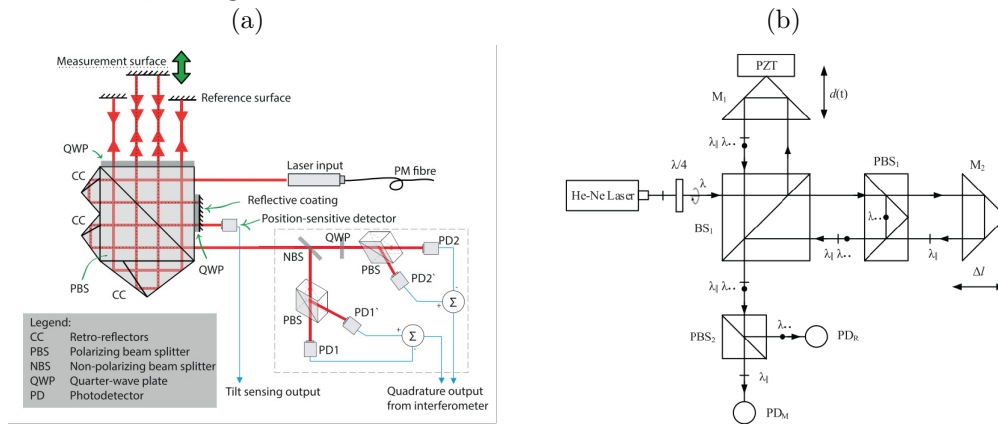
Em 2018, Yang; Zhang apresentam uma coletânea de trabalhos sobre interferometria para medições geométricas (Yang; Zhang, 2018). Požar; Gregorčič; Možina e Cui *et al.* utilizaram interferômetros homódinos de Michelson, com os quais obtiveram medidas em escalas subnanométricas (Požar; Gregorčič; Možina, 2011)(Cui *et al.*, 2016). Pisani explorou uma topologia com múltiplas reflexões entre dois espelhos e, assim, melhorou a resolução do instrumento, alcançando uma resolução subpicométrica. Pisani também utiliza um interferômetro de Michelson homódino em seu trabalho (Pisani, 2009).

Para citar trabalhos mais recentes, em 2021, Řeřucha *et al.* desenvolveram um interferômetro com um arranjo inovador; constituído por um interferômetro de quatro feixes, paralelos e coplanares, onde os pares de feixes nos braços são coaxiais. Este arranjo diferencial minimiza os distúrbios, como se observa na Figura 1a, que mostra o complexo arranjo óptico utilizado. O trabalho apresenta bons resultados, com um erro cíclico inferior a um nanômetro (Řeřucha *et al.*, 2021).

Yan; Chen; Wang propõem um interferômetro de Michelson homódino e também utiliza a abordagem diferencial para eliminar a influência das flutuações ambientais. Desta forma, o instrumento realiza medições de deslocamento na ordem de nanômetros, sendo composto por uma estrutura equivalente a dois interferômetros, nos quais dois feixes de frequência única ortogonais compartilham os braços de referência e de sensor; ou seja, utiliza a polarização para ter dois interferômetros simultâneos e ainda modula o deslocamento do braço de referência. Assim, o deslocamento em modo comum, resultante de distúrbios ambientais, é suprimido. A Figura 1b mostra o interferômetro utilizado (Yan; Chen; Wang, 2017).

Os trabalhos aqui citados são alguns exemplos do que se encontra na literatura sobre interferometria homódina para medições de deslocamento. Seria possível também contemplar interferômetros que medem outras grandezas físicas, que também sofrem do mesmo problema de distúrbio causado pelo ambiente, chamado de desvanecimento. Con-

**Figura 1** – Exemplos de interferômetros encontrados na literatura. (a) Interferômetro apresentado por Řeřucha *et al.*. (b) Interferômetro apresentado por Yan; Chen; Wang.



Fonte: (Řeřucha *et al.*, 2021) (Yan; Chen; Wang, 2017)

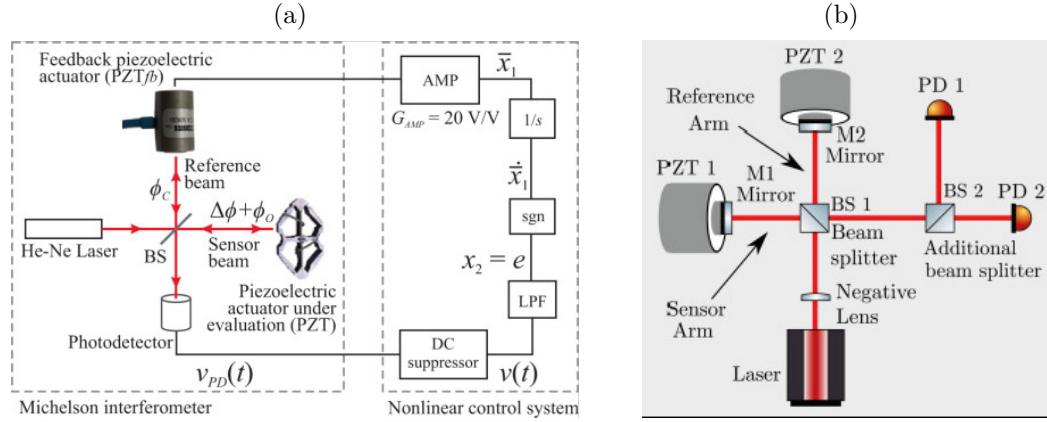
forme será abordado adiante, sua supressão tornou-se o foco de muitos trabalhos. Entretanto, nota-se a utilização de arranjos complexos, muitos elementos ópticos e modulações nos sinais, o que implica um elevado custo para resolver o problema. Para outros trabalhos desenvolvidos por integrantes do laboratório de optoeletrônica (LOE), laboratório de pesquisa do qual o autor deste trabalho faz parte, não foi diferente. Conseguir suprimir o desvanecimento do sinal em suas medições interferométricas também era um desafio; todavia, o grupo encontrou uma solução diferente dos demais trabalhos da literatura, tendo como ideia dispensar o uso de arranjos complexos e de muitos elementos ópticos, que, via de regra, apresentam custos elevados e dependem de importação.

A solução do grupo foi a utilização de controle, usado para fazer a compensação da perturbação do ambiente no instrumento. Mas, como será exposto ao longo do texto, o interferômetro tem uma natureza não linear em sua curva; logo, pareceu interessante o uso de controle de estrutura variável, pois este se adapta ao sistema em diversas situações decorrentes da não linearidade. O primeiro trabalho publicado com esta abordagem por membros do LOE foi o de Martin *et al.* em (Martin *et al.*, 2017), seguido por Felão *et al.* em (Felão *et al.*, 2019). Ambos os trabalhos utilizaram controle de estrutura variável em modos deslizantes. O primeiro utiliza uma abordagem de baixo ganho, que compensa apenas a variação da diferença de fase estática, mantendo o ponto ótimo de operação. A Figura 2a mostra o arranjo do interferômetro utilizado. Já o segundo utiliza uma abordagem de alto ganho e compensa todo o sinal. Nesta configuração, o interferômetro também se mantém no ponto ótimo de operação, e sua vantagem é que o próprio sistema de controle realiza a demodulação, sem necessidade de algoritmos de desdobramento de fase. Este arranjo é mostrado na Figura 2b.

Observa-se fixado na segunda superfície reflexiva do interferômetro um atuador piezoelétrico (*Piezoelectric Actuator* - PEA), sendo o Titanato Zirconato de Chumbo (*Lead*



**Figura 2** – Interferômetros apresentados em trabalhos de membros do LOE. (a) Interferômetro apresentado por Martin *et al.*. (b) Interferômetro apresentado por Felão *et al.*



Fonte: (Martin *et al.*, 2017) (Felão *et al.*, 2019)

Zirconate Titanate - PZT) o mais comum dessa classe, e este é o agente que realiza a realimentação do sistema de controle. Porém, Felão *et al.* em seu outro trabalho (Felão *et al.*, 2022), de forma engenhosa, apresenta um sistema de observador que emula o interferômetro de forma digital. Então, o interferômetro trabalha fisicamente em malha aberta, enquanto a realimentação é realizada no processamento de dados. Consequentemente, o atuador de realimentação não seria mais necessário no sistema, reduzindo, assim, o número de elementos físicos.

Neste trabalho, todos os métodos ativos aqui implementados foram aplicados nesta abordagem de observador, mas isso não exclui a possibilidade de aplicação dos métodos na forma física de realimentação.

## 1.1 OBJETIVOS

O objetivo geral deste trabalho é contribuir com métodos de demodulação, não apenas com originalidade, mas também com desempenho competitivo em relação aos métodos já descritos na literatura, sendo que alguns deles são voltados para suprimir os distúrbios causados pelo ambiente.

Este trabalho tem como objetivos específicos:

- Propor métodos de demodulação de sinais interferométricos, ativos e passivos, sendo estes:
  - Arco-tangente baseado na leitura de defasagem pela figura de Lissajous;
  - Abordagem em baixo ganho aplicada a modos deslizantes utilizando filtro notch;

- Abordagem de baixo ganho e alto ganho aplicada ao controle *fuzzy* Takagi-Sugeno (T-S);
- Utilizar os métodos propostos para a caracterização de atuadores piezoelétricos flex-tensionais;
- Utilizar os métodos propostos para a avaliação de atuadores piezoelétricos, operando como estator de motor elétrico.

## 1.2 ORGANIZAÇÃO DO TEXTO

Este texto será apresentado em seis capítulos, dos quais o primeiro é esta Introdução. No segundo capítulo, o leitor encontrará a base teórica da interferometria óptica de dois feixes. O terceiro capítulo apresenta os métodos, nos quais o leitor terá acesso à teoria, ao modelo, à metodologia, às simulações e aos resultados experimentais. Os métodos abordados são: arco-tangente baseado na leitura de defasagem pela figura de Lissajous; abordagem de baixo ganho aplicada a modos deslizantes utilizando filtro notch; e abordagem de baixo e alto ganho aplicada ao controle *fuzzy* T-S. Já no quarto capítulo, tendo em vista a aplicação pretendida pelo autor, expõe-se um trecho sobre os mecanismos flexíveis, atuando como posicionadores e estatores de motores piezoelétricos. No quinto capítulo, serão apresentados resultados computacionais e experimentais da caracterização do mecanismo flexível; e alguns resultados do mecanismo flexível atuando como motor piezoelétrico. E, por último, no capítulo 6, serão apresentadas as considerações finais do autor sobre o trabalho, incluindo também os possíveis trabalhos futuros.

## 2 INTERFEROMETRIA ÓPTICA DE DOIS FEIXES

A interferometria óptica é uma técnica de instrumentação baseada na mudança de fase do campo elétrico de um feixe de luz, relacionando-se à grandeza física a ser mensurada. Porém, a detecção de fase do campo elétrico da luz é uma tarefa difícil, pois está relacionada a altas frequências, na ordem dos terahertz. Para resolver esse problema, o feixe de luz é combinado com outro feixe, podendo estar um defasado em relação ao outro; assim, a fase relativa pode ser estimada a partir da intensidade óptica, sendo possível mensurá-la com instrumentação convencional.

O fenômeno de sobreposição de feixes é chamado de interferência, podendo causar pontos máximos e mínimos de intensidade óptica; esses pontos resultam de interferência construtiva e destrutiva entre os feixes de luz. As distribuições de intensidade formam padrões que são chamados de franjas de interferência (Udd; Spillman, 2011).

O instrumento que gera os padrões de franja é chamado de interferômetro e pode ser classificado pela frequência dos seus feixes sobrepostos. Quando ambos os feixes de luz do interferômetro têm o mesmo comprimento de onda, este é chamado de interferômetro homódino, sendo o instrumento utilizado neste trabalho. Agora, quando os feixes sobrepostos têm comprimentos de onda diferentes, o interferômetro é chamado de interferômetro heteródino.

Os sensores interferométricos têm como vantagem a sua extrema sensibilidade em comparação com outras tecnologias já estabelecidas. Porém, essa vantagem pode causar alguns incômodos, pois, como o instrumento é tão sensível, ele está mais suscetível a perturbações espúrias. Essas perturbações, juntamente com a natureza não-linear do interferômetro, podem causar o desvanecimento do sinal, também conhecido como *fading*. Para extrair a informação da grandeza a ser mensurada, é necessário adotar alguns procedimentos não triviais, em virtude de o sinal de interesse estar modulado em fase e sofrer com o desvanecimento. Resumidamente, o desvanecimento do sinal é o deslocamento da fase estática, causado pelas perturbações espúrias mencionadas anteriormente.

Neste momento, será demonstrada a função característica do interferômetro, com base principalmente em (Udd; Spillman, 2011; Hecht, 2002; Hariharan, 2012).

Pode-se estudar a propagação da luz por meio de sua componente de campo elétrico. O vetor que representa o campo elétrico de um feixe de luz monocromático ( $\vec{e}_{(\vec{r},t)}$ ) possui uma faixa estreita de comprimentos de onda. A propagação no espaço livre é descrita pela equação (1):

$$\vec{e}_{(\vec{r},t)} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \xi), \quad (1)$$

onde  $\vec{E}_0$  expressa a amplitude, direção e sentido de oscilação do campo elétrico,  $\omega$  é a

frequência angular (rad/s) da fonte de luz,  $\vec{r}$  é a posição atual da frente de onda que está sendo analisada,  $\vec{k}$  é o vetor de onda (o vetor de onda expressa a direção de propagação da onda, sendo que o módulo desse vetor está relacionado ao comprimento de onda  $\lambda$  e ao índice de refração médio  $n_r$  ( $\|\vec{k}\| = \frac{2\pi n_r}{\lambda}$ ), e  $\xi$  é a fase inicial.

É possível denotar o campo elétrico também pela equação (2):

$$\vec{e}_{(\vec{r},t)} = \text{Re}\{\vec{E}_0 e^{j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \xi)}\} = \text{Re}\{\vec{E} e^{j(\omega t)}\}. \quad (2)$$

Uma simplificação comum é o uso do vetor complexo associado ao campo elétrico ( $\vec{E}_{(\vec{r},t)} = \vec{E}_0 e^{j(-\vec{k} \cdot \vec{r} + \xi)}$ ). A energia que cruza uma unidade de área normal à direção de propagação do feixe de luz, em uma unidade de tempo, está relacionada ao vetor de Poynting instantâneo ( $\vec{S}$ ) (3):

$$\vec{S} = \vec{e} \times \vec{h}, \quad (3)$$

onde  $\vec{h}$  é o vetor do campo magnético do feixe de luz, o qual pode ser expresso de forma análoga ao campo elétrico, pelo conjunto de equações (4):

$$\begin{cases} \vec{h} = \text{Re}\{\vec{H}_0 e^{j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \xi)}\} = \text{Re}\{\vec{H} e^{j\omega t}\} \\ \vec{H}_{(\vec{r},t)} = \vec{H}_0 e^{j(-\vec{k} \cdot \vec{r} + \xi)} \end{cases}. \quad (4)$$

A intensidade óptica é proporcional à média temporal do vetor de Poynting (5):

$$\begin{aligned} I &\propto 1/T \int_0^T \vec{e} \times \vec{h} dt = 1/T \int_0^T \text{Re}\{\vec{E} e^{j(\omega t)}\} \times \text{Re}\{\vec{H} e^{j\omega t}\} dt = \dots \\ &\dots = 1/T \int_0^T \text{Re}\{\vec{E} e^{j(\omega t)}\} \times \frac{\vec{H} e^{j\omega t} + \vec{H}^* e^{-j\omega t}}{2} dt = \dots \\ &\dots = 1/2T \int_0^T \text{Re}\{\vec{E} \times \vec{H} e^{j2\omega t} + \vec{E} \times \vec{H}^*\} dt, \quad (5) \end{aligned}$$

onde  $T$  é o período do feixe monocromático. Nota-se que o termo  $\vec{E} \times \vec{H}^*$  não depende do tempo. Observa-se também que o termo  $\int_0^T \text{Re}\{\vec{E} \times \vec{H} e^{j2\omega t}\} dt$  é igual a zero; com isso, é possível afirmar o que é mostrado na equação (6):

$$I \propto 1/2 \text{Re}\{\vec{E} \times \vec{H}^*\}. \quad (6)$$

Considerando que o feixe percorre um meio de propagação sem perdas, o vetor complexo  $\vec{H}$  está relacionado ao vetor  $\vec{E}$  pela equação (7):

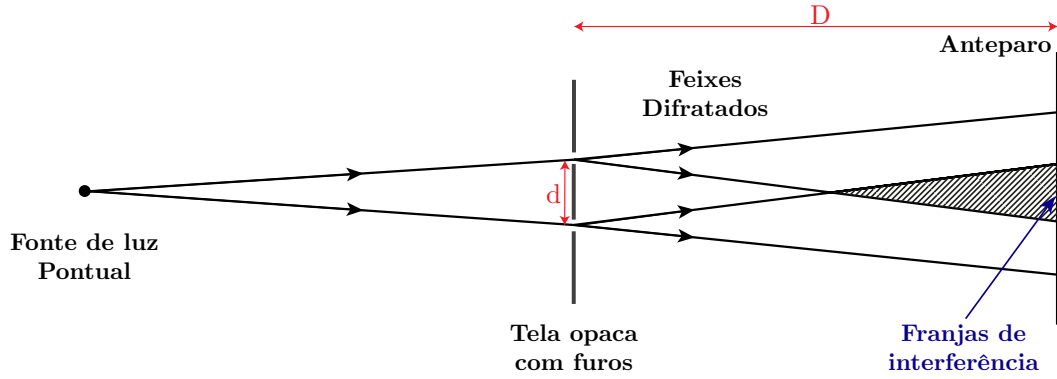
$$\vec{H} = \frac{\vec{E}}{z_o}, \quad (7)$$

sendo  $z_0$  corresponde à impedância intrínseca do meio de propagação. Considerando que o feixe de luz se propaga em espaço livre, a intensidade óptica é a média temporal do vetor de Poynting, normalizada por  $1/2z_0$  (equação (8)):

$$I = \left(\frac{1}{\frac{1}{2z_0}}\right) \frac{1}{2z_0} \text{Re}\{\vec{E} \times \vec{E}^*\} = |\vec{E}|^2 = \vec{E} \cdot \vec{E}^*. \quad (8)$$

O experimento de Young demonstra o princípio da interferência óptica, apresentado na Figura 3. Neste experimento amplamente conhecido, uma tela opaca com dois furos separa uma fonte de luz de outro anteparo. Os furos podem ser considerados novas fontes de luz secundárias, que sobrepõem seus feixes projetados no anteparo final. Nesta região de sobreposição, formam-se as franjas de interferência (Hariharan, 2012).

**Figura 3** – Interferência de dois feixes formados pela divisão da frente de onda.



Fonte: adaptado de (Hariharan, 2012)

É possível expressar os vetores complexos associados ao campo elétrico da luz dos feixes que passam pelos furos pela equação (9):

$$\begin{cases} \vec{E}_1 = \vec{E}_{01} e^{j(\omega t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r}_1 + \xi_1)} \\ \vec{E}_2 = \vec{E}_{02} e^{j(\omega t - \vec{k}_2 \cdot \vec{r}_2 + \xi_2)} \end{cases} \quad (9)$$

Supondo que a distância entre os dois furos ( $d$ ) seja muito menor do que a distância entre a tela furada e o anteparo ( $D$ ), é possível assumir que o produto escalar entre os vetores  $\vec{k}$  e  $\vec{r}$  é igual ao produto dos seus módulos, pois é viável supor que os dois vetores são paralelos. Sendo que os dois feixes viajam em um mesmo meio, o valor do módulo do vetor de onda para os dois feixes será igual, pois seu valor depende do índice de refração do meio e do comprimento de onda, ambos iguais para os dois feixes.

O campo elétrico da região onde há sobreposição pode ser descrito pela soma dos campos (equação (10)) e a intensidade óptica dessa região pode ser dada pela equação (11):

$$\vec{E}_t = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \vec{E}_{01} e^{j(\omega t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r}_1 + \xi_1)} + \vec{E}_{02} e^{j(\omega t - \vec{k}_2 \cdot \vec{r}_2 + \xi_2)} \quad (10)$$

e

$$\begin{cases} I_t = |\vec{E}_t|^2 = (\vec{E}_1 + \vec{E}_2) \cdot (\vec{E}_1 + \vec{E}_2)^* = |\vec{E}_1|^2 + |\vec{E}_2|^2 + \vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2^* + \vec{E}_1^* \cdot \vec{E}_2 \\ = |\vec{E}_{01}|^2 + |\vec{E}_{02}|^2 + 2\vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02} \cos(kr_2 - kr_1 + kr_1 + \xi_1 - \xi_2), \end{cases} \quad (11)$$

onde  $k = 2\pi/\lambda$ .

Sabe-se também que as relações da equação (12) são:

$$\begin{cases} r_1^2 = (y - d)^2 + D^2 \Rightarrow r_1 = D\sqrt{1 + \frac{(y-d)^2}{D^2}} \cong D + \frac{(y-d)^2}{2D} \\ r_2^2 = y^2 + D^2 \Rightarrow r_2 = D\sqrt{1 + \frac{y^2}{D^2}} \cong D + \frac{y^2}{2D}. \end{cases} \quad (12)$$

Com as equações anteriores, é possível escrever a intensidade total na região sobreposta pela equação (13):

$$I_t = I_0 \left[ 1 + V \cos \left( \frac{kd}{D}y - \frac{kd^2}{2D} + \xi_2 - \xi_1 \right) \right], \quad (13)$$

sendo  $I_0$  é a intensidade óptica das fontes secundárias e  $V$  é chamada de visibilidade de franja (seu valor está entre 0 e 1, dependendo do paralelismo entre os vetores  $\vec{E}_{01}$  e  $\vec{E}_{02}$ ). Estes são definidos pelas equações (14) e (15):

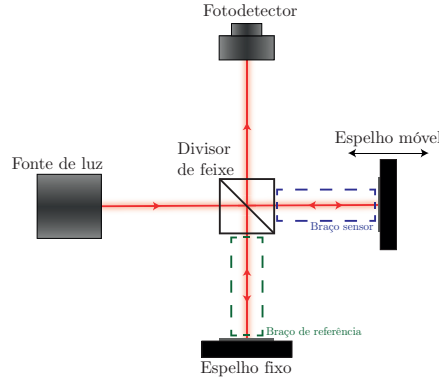
$$I_0 = |\vec{E}_{01}|^2 + |\vec{E}_{02}|^2 \quad (14)$$

e

$$V = \frac{2\vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02}}{|\vec{E}_{01}|^2 + |\vec{E}_{02}|^2}. \quad (15)$$

O interferômetro de Michelson (apresentado na Figura 4) é um sistema de medição absoluta que funciona idealmente da seguinte forma: o laser atua como fonte de luz com comprimento de onda fixo  $\lambda$ . A seguir, o feixe de luz atinge o divisor de feixe, onde o laser é dividido igualmente em potência em dois feixes distintos. O primeiro feixe percorre o braço de referência até encontrar um espelho fixo, que reflete e retorna ao divisor de feixes. Da mesma maneira, o segundo feixe viaja pelo braço sensor em direção ao espelho, que sofrerá flutuações de posicionamento, alterando também o comprimento do braço sensor. O feixe retorna na direção do divisor de feixes e ambos os feixes refletidos (referência e sensor) seguem para o fotodetector, onde produzem um padrão de franja circular. Este padrão é formado pela interferência construtiva e destrutiva entre os dois feixes (Felão *et al.*, 2022).

Os dois feixes que saem do divisor de feixe e vão para o anteparo podem ser considerados de forma similar aos do experimento de Young; assim, podem ser descritos

**Figura 4** – Diagrama óptico do interferômetro de Michelson.

Fonte: adaptado de (Udd; Spillman, 2011)

pela equação (13) já vista aqui. Considerando que o fotodetector está posicionado em um ponto constante, à uma distância  $y = d/2$  da origem de um eixo vertical sobre o anteparo, a intensidade óptica pode ser descrita pela equação (16):

$$I_t = \frac{I_0}{2}(1 + V \cos(\xi_2 - \xi_1)). \quad (16)$$

Vale ressaltar que a intensidade do laser  $I_0$  é dividida por 2 na equação (16) devido à porcentagem que retorna à cavidade do laser, considerando divisores de feixes de 50%.

O termo  $(\xi_1 - \xi_2)$  é a diferença de fase relativa; ela resulta do descasamento entre os caminhos ópticos percorridos pelos feixes. Considerando que os comprimentos dos braços do interferômetro são  $L_1 = L$  e  $L_2 = \Delta L + L$ , como o interferômetro está em espaço livre ( $n_r = 1$ ), os caminhos ópticos percorridos pelos feixes de luz podem ser descritos pelas equações (17) e (18):

$$\xi_1 = \frac{2\pi}{\lambda} 2L_1 = \frac{2\pi}{\lambda} 2L \quad (17)$$

e

$$\xi_2 = \frac{2\pi}{\lambda} 2L_2 = \frac{2\pi}{\lambda} 2(L + \Delta L). \quad (18)$$

Considerando que a distância total percorrida pelos feixes de luz é duas vezes o comprimento dos braços do interferômetro, devido à topologia de Michelson, a diferença de fase relativa resulta na equação (19):

$$\xi_2 - \xi_1 = \frac{2\pi}{\lambda} 2(\Delta L) = \frac{4\pi}{\lambda} (\Delta L) = \phi_t, \quad (19)$$

onde  $\phi_t$  é a diferença de fase referente à diferença dos comprimentos dos braços do interferômetro. Vale ressaltar que a diferença dos comprimentos dos braços  $\Delta L$  do interferômetro, por ora, é constante. Como será dito a seguir, a sua variação no tempo  $\Delta L(t)$  será

relacionada à grandeza de interesse, referente a fase de interesse  $\Delta\phi$ . Por outro lado, na ausência de sinal,  $\Delta L(t) = 0$ , define-se  $\xi_2 - \xi_1 = 0$ ; fazendo uma analogia com um sinal elétrico,  $\phi_0$ , idealmente, se comportaria como um nível DC.

Caso a diferença de comprimento esteja variando no tempo, configurando, assim, um deslocamento mecânico, a diferença de fase total  $\phi_t$  pode ser reescrita na equação (20):

$$\phi_t = \Delta\phi(t) + \phi_0, \quad (20)$$

onde  $\Delta\phi(t)$  é a mudança de fase referente à variação temporal dos comprimentos dos braços do interferômetro  $\Delta L(t)$ .

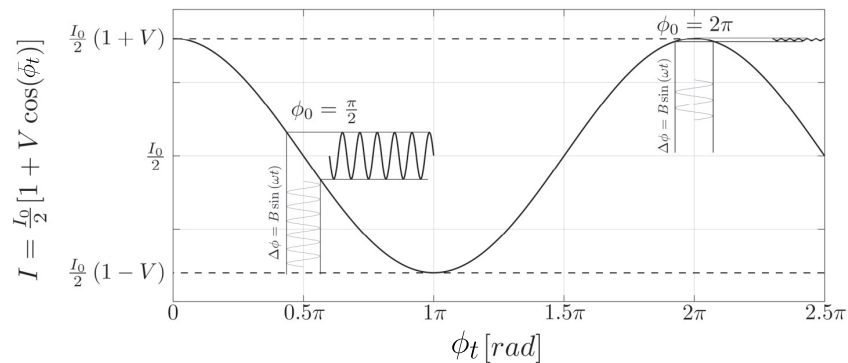
Substituindo a diferença de fase obtida em (20) na equação (16), obtém-se a equação (21):

$$I(t) = \frac{I_0}{2}(1 + V \cos(\Delta\phi(t) + \phi_0)), \quad (21)$$

onde  $I(t)$  é a intensidade óptica da saída,  $I_0$  é a intensidade óptica do laser na entrada do sistema interferométrico e  $\Delta\phi$  é a mudança de fase referente à grandeza física a ser mensurada. O fator  $V$  é a visibilidade de franja mencionada anteriormente. O parâmetro  $\phi_0$  é idealmente estático e está relacionado à diferença de comprimento entre os braços do interferômetro na ausência de sinal.

Quando a diferença de fase estática ( $\phi_0$ ) é igual a  $\pi/2$  ( $\pm\frac{\pi}{2} + 2k\pi$ ) rad, para  $k \in \mathbb{Z}$ , o interferômetro opera nos pontos com máxima sensibilidade. Isso pode ser observado na Figura 5, na qual esses pontos estão localizados no centro da região quase linear do cosseno. Assim, se o sinal de interesse tiver amplitude menor que  $\pi/2$  rad, a saída da intensidade óptica será quase diretamente proporcional a  $\Delta\phi$ .

**Figura 5** – Curva característica do interferômetro.



Fonte: (Felão, 2019)

Como dito anteriormente, idealmente,  $\phi_0$  deveria permanecer constante; porém, devido a perturbações naturais no interferômetro, esse fator varia em frequências inferiores



a 20 Hz, causadas por variações de temperatura, vibrações mecânicas e turbulência no ar. Com essas variações na diferença de fase estática ( $\phi_0$ ), pode-se levar esse ponto de operação para regiões não lineares da curva. Com o ponto de operação na região não linear, a relação entre entrada e saída não é linear, e o instrumento se encontra em uma região de menor sensibilidade. O efeito produzido pela mudança na diferença de fase estática, devido às perturbações ambientais, é chamado de desvanecimento do sinal.

Para a obtenção de sinais em fase e em quadratura (defasagem de  $\pi/2$  entre os sinais interferométricos), pode-se usar uma simples modificação na saída do interferômetro de Michelson tradicional. Após a saída do divisor de feixes, o feixe composto pelo braço sensor e pelo braço de referência, é submetido a outra divisão, no segundo divisor de feixes, onde os dois feixes apresentarão o padrão de franja circular. Estes sinais em quadratura de fase podem ser obtidos posicionando dois fotodetectores, cada um em uma região específica do padrão de franja, como mostra a Figura 2b (Felão *et al.*, 2019).

Serão chamados de  $PD_1$  e  $PD_2$  os sinais de saída dos fotodetectores e são expressos nas equações (22) e (23):

$$PD_1 = A_1 V_1 \cos(\Delta\phi(t) + \phi_0(t)) \quad (22)$$

e

$$PD_2 = A_2 V_2 \sin(\Delta\phi(t) + \phi_0(t)). \quad (23)$$

Os parâmetros  $A_1$  e  $A_2$  estão associados às responsividades dos fotodetectores e aos ganhos dos circuitos de transimpedância. Já os termos  $V_1$  e  $V_2$  são as visibilidades de franjas. Os fatores que definem a visibilidade são: o paralelismo entre os campos ópticos dos feixes combinados, a intensidade dos feixes e a coerência da fonte de luz. O termo  $\phi_0$  é o deslocamento de fase estático gerado pela diferença no caminho óptico entre os braços de referência e de sensor; no entanto, esse deslocamento de fase pode flutuar aleatoriamente ao longo do tempo (com frequências inferiores a 20 Hz); as condições ambientais de temperatura, turbulência do ar e vibrações mecânicas são responsáveis por esse distúrbio. Já o termo  $\Delta\phi$  é o sinal de interesse relacionado à grandeza física a ser mensurada; ou seja, é a alteração do caminho óptico do braço sensor. No caso deste trabalho, isso estará relacionado ao deslocamento mecânico.

### 3 MÉTODOS DE DEMODULAÇÃO

Neste capítulo, serão propostos métodos de demodulação, tendo em vista a sua aplicação para a caracterização de um atuador flexensional piezoelétrico multiacionado (*Multi-Actuated Piezoelectric Flexensional Actuator* - MAPFA). Os métodos propostos são:

- Arco-tangente baseado na leitura de defasagem pela figura de Lissajous;
- Abordagem em baixo ganho aplicada a modos deslizantes utilizando filtro *notch*;
- Abordagem em baixo ganho e alto ganho aplicada ao controle *fuzzy* T-S;

#### 3.1 ARCO-TANGENTE BASEADO NA LEITURA DE DEFASAGEM PELA FIGURA DE LISSAJOUS

O método de demodulação proposto tem como objetivo extrair com precisão a informação de fase do sinal interferométrico sem a necessidade de técnicas de correção de quadratura, como as apresentadas em (Heydemann, 1981). Entretanto, como o método ainda requer dois sinais modulados (neste caso, sinais interferométricos com um deslocamento de fase), o interferômetro foi modificado seguindo a abordagem descrita em (Felão *et al.*, 2019); o interferômetro de Michelson modificado é mostrado na Figura 6. Por facilidade, o método arco-tangente proposto, baseado na leitura de defasagem pela figura de Lissajous, será chamado simplesmente de "Arctan-Lissajous"; já o método que será referência é o método arco-tangente utilizando a correção de quadratura proposta por (Heydemann, 1981) e será chamado de "Arctan-EFA"; o termo refere-se ao algoritmo de ajuste de elipse (*ellipse fitting algorithm* - EFA), baseado nos mínimos quadrados proposto em (Heydemann, 1981). Em outras propostas de métodos, o método arco-tangente tradicional refere-se também ao método do arco-tangente utilizando a correção de quadratura proposta por (Heydemann, 1981). O novo método Arctan-Lissajous busca uma alternativa de fácil implementação e computacionalmente simples quando comparado ao de referência Arctan-EFA.

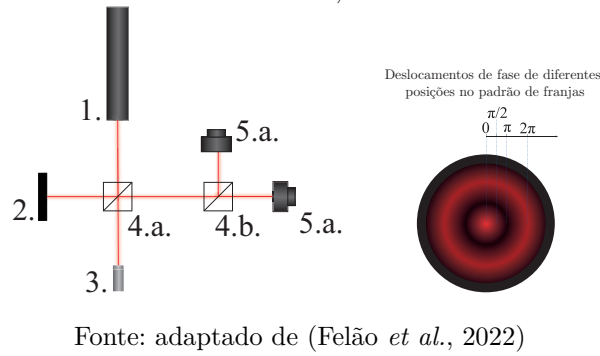
Idealmente, o funcionamento do interferômetro modificado ocorre da seguinte forma: uma fonte laser (item 1), com comprimento de onda fixo  $\lambda$ , emite um feixe de luz coerente. Esse feixe incide sobre um divisor de feixe (item 4.a), que divide a potência em dois feixes distintos. O feixe refletido percorre o braço de referência e atinge um espelho fixo (item 2), a partir do qual é refletido de volta ao divisor de feixe. De maneira similar, o feixe transmitido se propaga ao longo do braço sensor em direção a um espelho sujeito a variações de posição (item 3), as quais alteram o comprimento óptico efetivo do braço sensor. Os dois feixes, o refletido e o transmitido, são então recombinados no divisor de

feixe e direcionados a um fotodetector, onde interferem, produzindo um padrão de franjas circulares (Felão *et al.*, 2019).

No interferômetro de Michelson convencional, apenas um único sinal interferométrico é detectado no fotodetector. Para gerar sinais em quadratura (com um deslocamento de fase relativo de  $\pi/2$ ), uma modificação simples pode ser aplicada à saída da configuração tradicional. O feixe recombinado, resultante da interferência entre os braços de referência e de sensoramento, é, adicionalmente, dividido por um divisor de feixe extra (item 4.b). Cada feixe resultante, tanto o refletido quanto o transmitido, forma seu próprio padrão circular de franjas.

Sinais defasados em fase podem, então, ser extraídos utilizando dois fotodetectores (itens 5.a e 5.b), estrategicamente posicionados em locais específicos no padrão de franjas, conforme ilustrado na Figura 6 (Felão *et al.*, 2019).

**Figura 6** – Diagrama óptico do interferômetro de Michelson modificado e do respectivo padrão de interferência obtido (1. Fonte óptica, 2. Espelho fixo, 3. Atuador PZT, 4.a. e 4.b. divisores de feixes, 5.a. e 5.b. fotodetectores).



Fonte: adaptado de (Felão *et al.*, 2022)

### 3.1.1 Desenvolvimento e simulação do método de demodulação Arctan-Lissajous

Em (Liu; Qi; Winder, 2021), desenvolveu-se um demodulador óptico aplicado a um interferômetro de Michelson, usando um acoplador de fibra  $3 \times 3$ ; portanto, o sistema possui 3 saídas com um atraso de fase de  $2\pi/3$  entre si. Inspiradas em (Liu; Qi; Winder, 2021) e considerando agora uma defasagem arbitrária  $\theta$ , as saídas dos fotodetectores podem ser representadas pelas seguintes equações (24) e (25):

$$PD_1 = A_1 \{1 + V_1 \cos(\phi_t - \theta/2)\} \quad (24)$$

e

$$PD_2 = A_2 \{1 + V_2 \cos(\phi_t + \theta/2)\}, \quad (25)$$

onde,  $A_1$  e  $A_2$  estão associados à responsividade dos fotodetectores e ao ganho do circuito de transimpedância. Os termos  $V_1$  e  $V_2$  referem-se à visibilidade de franja. O termo  $\phi_t$  é

composto por  $\Delta\phi$  e  $\phi_0$  ( $\phi_t = \Delta\phi + \phi_0$ ), onde  $\Delta\phi$  representa o sinal de interesse, que é responsável pela variação do comprimento do caminho óptico do braço sensor e está relacionado à grandeza física medida; o termo  $\phi_0$  refere-se ao deslocamento de fase estático gerado pela diferença nos caminhos ópticos do braço sensor e de referência. Idealmente, esse termo seria constante, no entanto, pode flutuar aleatoriamente ao longo do tempo (com frequências inferiores a 20 Hz) devido a perturbações ambientais, como variações de temperatura, turbulência do ar e vibrações mecânicas. Neste momento, será obtida a fase total ( $\phi_t$ ); neste método, a variação da fase estática será suprimida por filtragem (filtro passa-altas (*High-Pass Filter* - HPF) Butterworth de segunda ordem com frequência de corte em 80 Hz). O termo  $\theta$  refere-se a defasagem entre os sinais causada pelo posicionamento da abertura de cada fotodetector. O deslocamento mecânico  $\Delta L(t)$  associado a  $\Delta\phi(t)$ , válido para interferômetros de Michelson, é calculado por (26) (Udd; Spillman, 2011):

$$\Delta L(t) = \frac{\lambda}{4\pi} \Delta\phi(t), \quad (26)$$

onde  $\lambda$  é o comprimento de onda do laser (632,8 nm para o caso do laser de hélio-neônio (He-Ne) utilizado neste trabalho).

Considera-se que o interferômetro esteja operando no regime de múltiplas franjas ( $\phi_t \gg \pi/2$  rad), e que  $PD_{max_1}$  e  $PD_{min_1}$  são, respectivamente, os valores máximo e mínimo de  $PD_1$ . Assim, é possível determinar experimentalmente os valores de  $A_1$  e de  $V_1$  por meio de  $A_1 = (PD_{max_1} + PD_{min_1})/2$  e  $A_1 V_1 = (PD_{max_1} - PD_{min_1})/2$ . Com isso, é possível normalizar o sinal por meio de  $PD_{norm_1} = (PD_1 - A_1)/(A_1 V_1)$ . O sinal do fotodetector  $PD_2$  pode ser normalizado da mesma forma.

Após a aplicação da normalização às saídas interferométricas (Equações (24) e (25)), as expressões resultantes são dadas por (27) e (28), uma vez que, nelas, o sinal de interesse é preservado.

$$PD_{norm_1} = \cos(\phi_t - \theta/2) \quad (27)$$

e

$$PD_{norm_2} = \cos(\phi_t + \theta/2). \quad (28)$$

A partir das Equações (27) e (28), é possível obter uma função baseada na função arco-tangente que retorna o valor de  $\phi_t$ . Para isso, foram realizadas as seguintes manipulações matemáticas:

$$PD_{norm_1} - PD_{norm_2} = \cos(\phi_t - \theta/2) - \cos(\phi_t + \theta/2) \quad (29)$$

e

$$PD_{norm_1} + PD_{norm_2} = \cos(\phi_t - \theta/2) + \cos(\phi_t + \theta/2). \quad (30)$$

Utilizando identidades trigonométricas e as Equações (29) e (30), podem ser obtidas as Equações (31) e (32):

$$PD_{norm_1} - PD_{norm_2} = 2 \sin(\phi_t) \sin(\theta/2) \quad (31)$$

e

$$PD_{norm_1} + PD_{norm_2} = 2 \cos(\phi_t) \cos(\theta/2). \quad (32)$$

A partir das Equações (31) e (32), obtêm-se as Equações (33) e (34):

$$\phi_{r_1} = \arctan\left(\frac{1}{\tan(\theta/2)} \left(\frac{PD_{norm_1} - PD_{norm_2}}{PD_{norm_1} + PD_{norm_2}}\right)\right) \quad (33)$$

e

$$\phi_{r_2} = \arctan\left((- \tan(\theta/2)) \frac{PD_{norm_1} + PD_{norm_2}}{PD_{norm_1} - PD_{norm_2}}\right) - \pi/2. \quad (34)$$

onde  $\phi_{r_1}$  e  $\phi_{r_2}$  são fases recuperadas, sendo que  $\phi_{r_1} = \phi_{r_2} = \phi_t$  indistintamente.

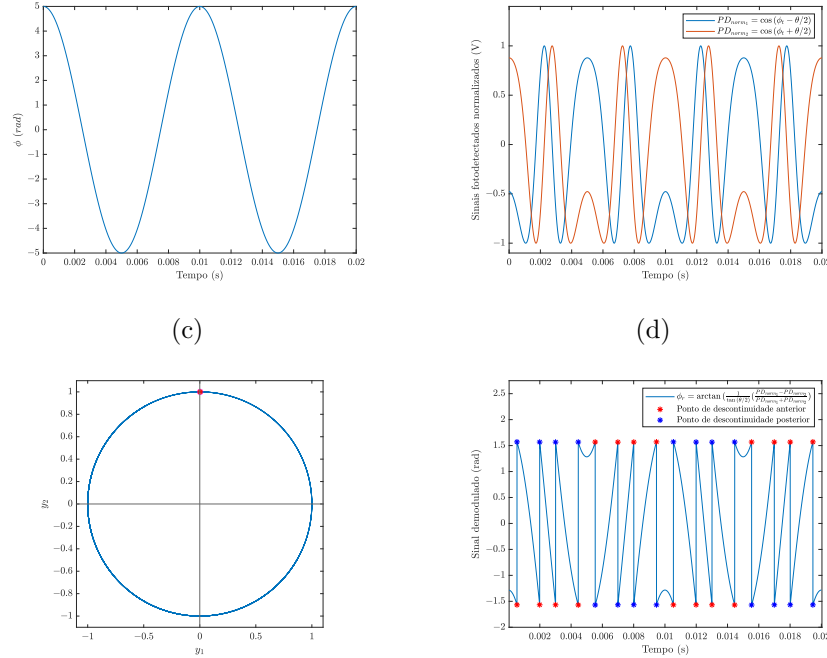
Com essa abordagem, o sinal de fase  $\phi_t$  pode ser recuperado por meio da Equação (33) ou da Equação (34), independentemente do deslocamento de fase entre os dois sinais. Embora ambas as expressões possam ser empregadas para a recuperação da fase, neste trabalho adota-se a Equação (33) como base para a demodulação do sinal, sendo  $\phi_r$  a fase recuperada.

Como a demodulação é baseada na função arco-tangente, cuja saída é restrita ao intervalo  $[-\pi/2, \pi/2]$ , torna-se necessário o uso de um algoritmo de *phase unwrapping* para reconstruir corretamente o sinal quando este ultrapassa esse intervalo. Os saltos de fase, ou descontinuidades, podem ser observados no sinal de saída do interferômetro quando  $\phi_t$  ultrapassa esses limites.

Para melhor ilustrar esse fenômeno, foi aplicado um sinal de entrada senoidal arbitrário. As saídas correspondentes do interferômetro foram geradas utilizando as Equações (27) e (28), e a fase  $\phi_t$  foi recuperada por meio da Equação (33). A simulação foi realizada com uma frequência de amostragem de  $f_s = 400$  kHz. O sinal de entrada possui uma frequência de 100 Hz, amplitude de 5 rad e diferença de fase de  $90^\circ$  entre os sinais  $PD_1$  e  $PD_2$ .

A Figura 7a apresenta o sinal de entrada, enquanto a Figura 7b mostra as respostas interferométricas correspondentes. A figura de Lissajous resultante é apresentada na Figura 7c, e o sinal de fase recuperado  $\phi_t$ , obtido a partir da Equação (33), é mostrado na Figura 7d.

**Figura 7** – Processo de demodulação para dois sinais interferométricos defasados de  $90^\circ$ : (a) sinal de entrada; (b) sinais interferométricos em quadratura; (c) figura de Lissajous; (d) sinal demodulado com descontinuidade de fase.



Fonte: elaborado pelo autor.

Como esperado, o sinal recuperado utilizando a Equação (33) encontra-se restrito ao intervalo  $[-\pi/2, \pi/2]$ . Uma solução para essa limitação é a implementação de um algoritmo de *phase unwrapping*.

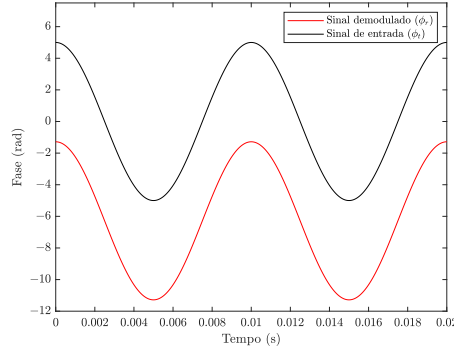
O algoritmo implementado a seguir foi baseado no algoritmo apresentado em (Chang *et al.*, 2017). O algoritmo de *phase unwrapping* atua identificando os pontos de descontinuidades e verificando se esses ocorrem próximos aos limites do intervalo de saída da função arco-tangente. Com base nessa detecção, aplica-se um incremento ou um decremento ao sinal: um incremento é adicionado quando o sinal está crescente e um decremento é aplicado quando o sinal está decrescente.

A Figura 8 ilustra o sinal correspondente após o algoritmo *phase unwrapping*, apresentado juntamente com o sinal de referência original.

Dessa forma, o método torna-se aplicável em todo o intervalo e aos seus respectivos ângulos de fase. Entretanto, um dos desafios reside na determinação do valor real da defasagem. Uma abordagem possível é aplicar a correção de quadratura e assumir uma defasagem fixa de  $\pi/2$ .

Uma defasagem inicial de  $90^\circ$  foi utilizada nos testes apresentados até o momento. Embora essa seja uma configuração comum, nem sempre é possível obter, na prática, uma diferença de fase tão precisa, sendo frequentemente necessária a utilização de métodos de

**Figura 8** – Sinal de entrada e sinal recuperado após o processo de desdobramento de fase.

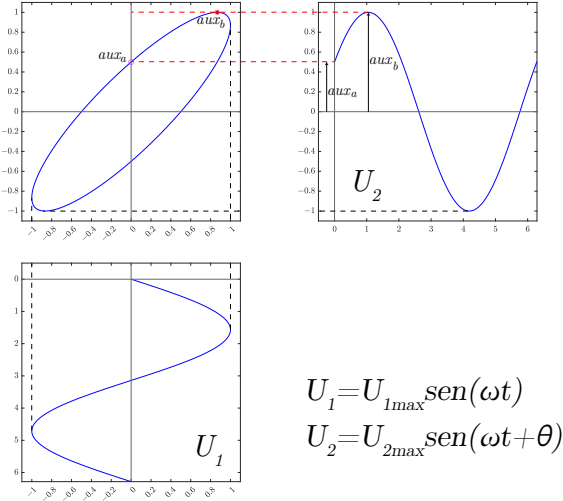


Fonte: elaborado pelo autor.

correção de quadratura (Heydemann, 1981; Zhang *et al.*, 2023).

Diante dessa necessidade, propõe-se um método de simples implementação e baixa complexidade computacional, em comparação com os métodos que utilizam mínimos quadrados. É bem conhecido que, para quaisquer dois sinais com a mesma frequência e amplitude, a figura de Lissajous resultante será uma elipse. A composição geométrica dessa elipse é ilustrada na Figura 9, na qual (27) e (28) foram escritas de uma forma graficamente mais compreensível, em termos de  $U_1$  e  $U_2$ .

**Figura 9** – Construção da figura de Lissajous para análise da defasagem entre sinais.



Fonte: elaborado pelo autor.

Supondo que os sinais  $U_1$  e  $U_2$  possuam a mesma amplitude (no caso de sinais normalizados  $U_{1max} = U_{2max} = 1$ ), ambos podem ser representados pelas equações (35) e (36), respectivamente:

$$U_1 = U_{1max} \text{sen}(\omega t) \quad (35)$$

$$U_2 = U_{2max} \sin(\omega t + \theta), \quad (36)$$

onde  $\omega$  é a frequência angular do sinal,  $U_{1max}$  e  $U_{2max}$  são as amplitudes dos sinais  $U_1$  e  $U_2$ , respectivamente, e  $\theta$  é a defasagem entre os sinais  $U_1$  e  $U_2$ . Consideram-se como ponto de partida as equações (37) e (38), que definem as constantes auxiliares  $aux_a$  e  $aux_b$  mostradas na Figura 9:

$$U_{2max} = aux_b \quad (37)$$

e

$$U_2(t) = aux_a, \quad (38)$$

para  $t = 0$ .

Obtêm-se as equações (39) e (40):

$$aux_a = aux_b \sin(\omega 0 + \theta) \quad (39)$$

ou

$$aux_a = aux_b \sin(\theta). \quad (40)$$

Assim, a defasagem  $\theta$  dos dois sinais pode ser expressa por (41):

$$\theta = \arcsen\left(\frac{aux_a}{aux_b}\right). \quad (41)$$

Uma vez explicado  $\theta$ , retorna-se à notação para os sinais interferométricos  $PD_{norm_1}$  e  $PD_{norm_2}$  dados em (35) e (36), onde  $aux_a$  é o valor de  $PD_{norm_2}$  quando  $PD_{norm_1}$  é zero, e  $aux_b$  é o valor máximo de  $PD_{norm_2}$ , como apresentado na Figura 9.

Desta maneira, é possível implementar um algoritmo simples que encontre os pontos de interesse e, assim, identifique a defasagem entre  $PD_{norm_1}$  e  $PD_{norm_2}$ . O algoritmo proposto verifica a passagem de  $PD_{norm_1}$  por zero e armazena seus índices de armazenamento da memória. Depois, é criado um vetor com os valores de  $PD_{norm_2}$  nos índices encontrados anteriormente; a média deste vetor será considerada o valor de " $aux_a$ ".

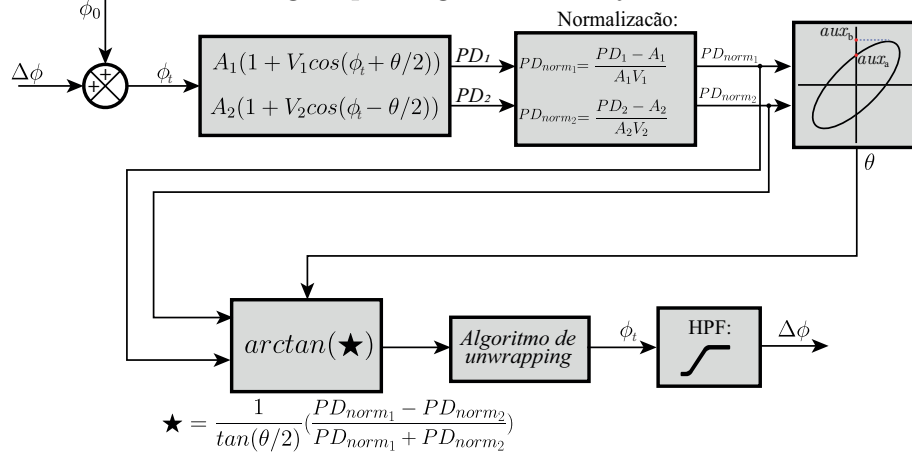
Para o valor de  $aux_b$ , primeiramente, são encontrados o valor máximo de  $PD_{norm_2}$ , seu índice e o valor de  $PD_{norm_1}$  quando  $PD_{norm_2}$  é máximo. Após isso, verificamos todos os índices de  $PD_{norm_1}$ , em que atinge o valor de  $PD_{norm_1}$  quando  $PD_{norm_2}$  é máximo. Da mesma forma, podemos encontrar o valor de  $aux_b$  como a média dos valores de  $PD_{norm_2}$ , considerando os índices obtidos na passagem pelo máximo de  $PD_{norm_2}$  (o valor de  $aux_b$  encontrado deve ser o mais próximo possível de 1).



Então, utilizando a leitura da defasagem por figuras de Lissajous e o método de demodulação, é possível demodular qualquer sinal, independentemente da defasagem entre os sinais interferométricos. Pode ser em tempo real ou pós-processado. Este método é desenvolvido para sinais de alta profundidade de modulação (regime de múltiplas franjas); contudo, também pode ser aplicado a sinais de baixa profundidade de modulação. Para o caso de baixa profundidade de modulação, antes de realizar a demodulação, é necessário empregar um procedimento extra de auto-calibração, no qual um sinal de alta profundidade de modulação é aplicado momentaneamente para obter os termos A e V, para fins de normalização e para a leitura do valor da defasagem. É importante realizar a normalização e a leitura da defasagem momentos antes da medição, pois perturbações ambientais podem alterar esse valor ao longo do tempo. Também é importante verificar se a normalização ainda é efetiva por meio da figura de Lissajous. Caso a figura experimental esteja contida na figura obtida pela leitura de defasagem, o processo ainda é eficaz.

Com estes valores pré-definidos na etapa de normalização, os valores de  $PD_1$  e  $PD_2$  são obtidos na forma de  $PD_{norm_1}$  e  $PD_{norm_2}$ ; com eles e com a defasagem também pré-definida, aplica-se a equação (33); desta maneira, a fase contendo a informação do deslocamento é recuperada. Porém, essa fase pode estar enrolada no intervalo  $[-\pi/2, \pi/2]$ ; assim, é necessário aplicar um algoritmo de desdobramento de fase. A fase total ainda é suscetível às perturbações ambientais. Por essa razão, a saída do algoritmo de desdobramento de fase é submetida a um filtro passa-altas. Na Figura 10 é apresentado o diagrama de blocos do método de demodulação, onde o primeiro bloco é a função característica do interferômetro, o segundo bloco é a etapa de normalização, o terceiro bloco é o leitor de defasagem, o quarto bloco é a função que recupera a fase baseada na função arco-tangente, o quinto bloco é o algoritmo de desdobramento de fase, e, por fim, o sexto bloco é o filtro passa-altas que separa o sinal de interesse ( $\Delta\phi$ ) das perturbações ambientais ( $\phi_0$ ).

**Figura 10** – Diagrama de blocos do método de demodulação arco-tangente baseada na leitura de defasagem pela figura de Lissajous.

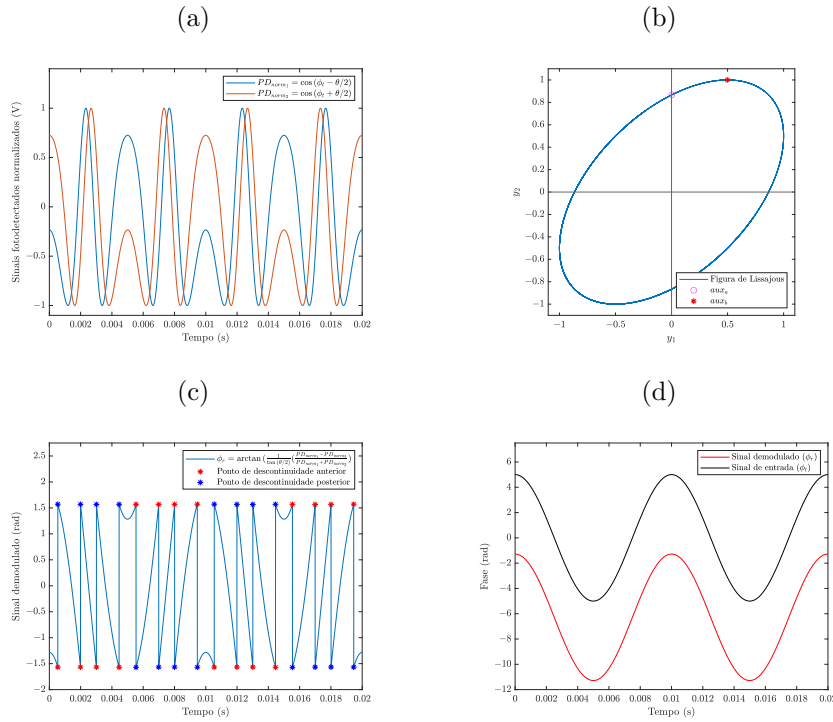


Fonte: elaborado pelo autor.

O objetivo do método é conseguir demodular sinais com defasagens arbitrárias.

Por esta razão, através do software MATLAB, foram realizados outros testes teóricos para defasagens adicionais. Para isso, utilizou-se um sinal senoidal de entrada ( $\phi_t = 5 \sin(200\pi t)$  rad), com frequência de amostragem  $f_s = 400$  kHz. Na Figura 11 é apresentado o processo de demodulação para sinais interferométricos defasados em  $60^\circ$ .

**Figura 11** – Processo de demodulação para dois sinais interferométricos defasados de  $60^\circ$ : (a) sinais interferométricos; (b) figura de Lissajous; (c) sinal demodulado antes do desdobramento de fase; (d) comparação entre o sinal de entrada e o sinal demodulado.

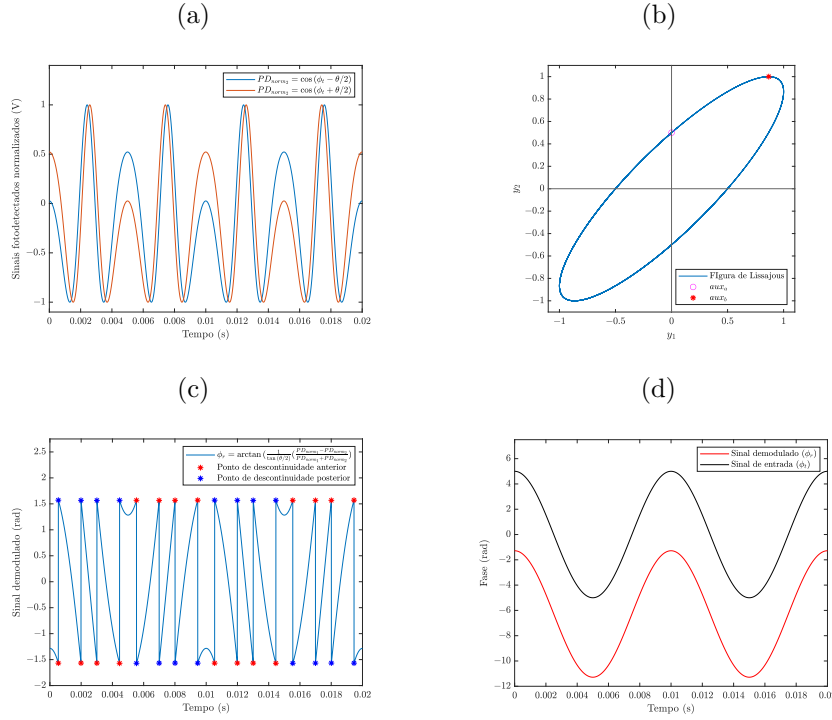


Fonte: elaborado pelo autor.

Na Figura 11, a leitura da defasagem entre os sinais  $PD_{norm_1}$  e  $PD_{norm_2}$  foi realizada pelos pontos  $aux_a$  e  $aux_b$  da Figura 11(b), resultando em um valor de  $\theta = 59,923^\circ$ . Com o valor da defasagem, o sinal foi demodulado por meio da equação (33) (Figura 11(c)), e o sinal foi submetido ao algoritmo de desdobramento de fase, resultando no sinal demodulado da Figura 11(d). Já na figura 12, apresenta-se o processo de demodulação para sinais interferométricos defasados em  $30^\circ$ .

De forma similar à Figura 11, na Figura 12 a leitura da defasagem entre os sinais  $PD_{norm_1}$  e  $PD_{norm_2}$  foi feita através dos pontos  $aux_a$  e  $aux_b$  da Figura 12(b), retornou um valor de  $\theta = 30,0098^\circ$ . Com o valor da defasagem  $\theta$ , o sinal foi demodulado através da equação (33) (Figura 12(c)). O sinal então foi submetido ao algoritmo de desdobramento de fase, resultando no sinal demodulado da Figura 12(d). As imagens da Figura 11(d) e da Figura 12(d) mostram que os sinais demodulados condizem com os sinais de entrada, conforme o esperado. Depois de centralizados, o erro absoluto máximo entre os sinais foi de  $8,49 \times 10^{-4}$  rad, para sinais interferométricos defasados em  $60^\circ$  e  $30^\circ$ .

**Figura 12** – Processo de demodulação para dois sinais interferométricos defasados em  $30^\circ$ . (a) Sinais interferométricos. (b) Figura de Lissajous. (c) Sinal demodulado dobrado. (d) Sinal de entrada e sinal demodulado.



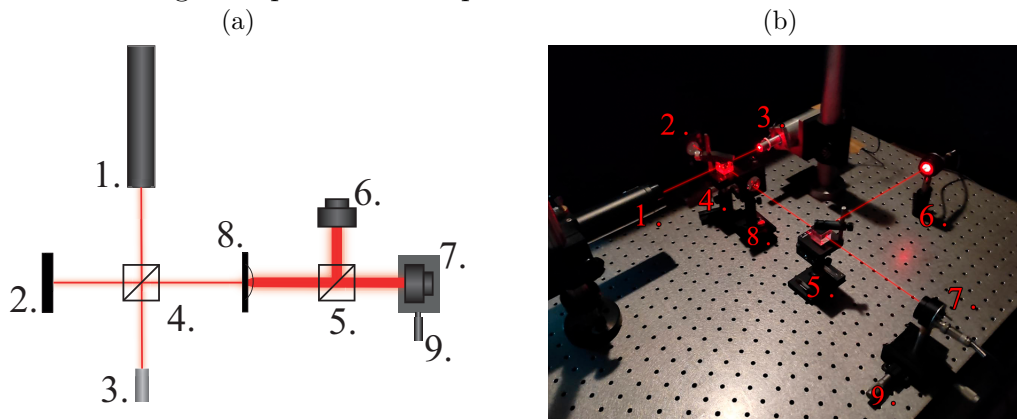
Fonte: elaborado pelo autor.

Um destaque do método proposto é a sua simplicidade; isso implica um curto tempo de processamento na demodulação do sinal. O que não ocorre no caso da correção de quadratura, que demanda mais tempo de processamento para demodular os mesmos dados do que o método proposto. Para quantificar isso, implementou-se um programa que mediu o tempo de processamento de demodulação dos dois métodos para a mesma entrada simulada. Para o método Arctan-Lissajous, foram contempladas desde a etapa de normalização, a leitura de defasagem, a demodulação por (33), o desdobramento de fase e a filtragem final. Já para o método Arctan-EFA, foram contempladas as etapas de correção (onde já é feita a normalização), de demodulação pela função arco-tangente, de desdobramento de fase e de filtragem final. É importante salientar que os passos de desdobramento e de filtragem são idênticos para ambos os métodos. Para uma entrada simulada ( $\phi_t = 6 \sin(2\pi 500t)$  e  $\theta = \pi/4$ ) com frequência de amostragem de 500 kHz e um milhão de amostras, o tempo médio de processamento do método de demodulação do Arctan-Lissajous foi de 215 ms; para a mesma entrada, o tempo médio de processamento do método do Arctan-EFA foi de 690 ms. Isso ocorre porque o algoritmo de correção de quadratura, pelo método dos mínimos quadrados, necessita encontrar vários parâmetros, que envolvem operações de matrizes (multiplicação e inversão de matrizes, por exemplo), operações que elevam o custo computacional.

### 3.1.2 Aparato experimental e resultados do método Arctan-Lissajous

Na Figura 13 é apresentado o aparato experimental, que é composto por: um laser He-Ne operando a  $\lambda = 632,8$  nm com uma potência de 5 mW (elemento 1); o elemento 2 é um espelho fixo; o elemento 3 é um atuador PZT (Control Techniques, Powys, UK); os elementos 4 e 5 são divisores de feixe 50/50 (CMI-BS013 da Thorlabs, Newton, NJ, EUA); o elemento 8 é uma lente expansora; o elemento 9 é um posicionador xy (só será usado um eixo; por esta razão, no diagrama da Figura 13(b), apenas um eixo está representado); e os elementos 6 e 7 são dois fotodetectores, fotodiodos PIN (*Positive-Intrinsic-Negative*) do modelo PDA 55 (Thorlabs, Newton, NJ, EUA). O interferômetro utilizado experimentalmente, descrito na figura 13(a), funciona da seguinte maneira: o laser (1) atua como fonte de luz; o feixe de luz incide no primeiro divisor de feixes (4), onde é dividido em dois feixes, um refletido e um transmitido; o feixe refletido viaja pelo braço de referência até o espelho fixo e retorna ao divisor de feixes (4); o feixe transmitido viaja até o espelho fixado ao atuador PZT (3), onde é introduzida a variação do comprimento do braço sensor e retorna ao divisor de feixes (4); com ambos os feixes, transmitido e refletido, retornando ao divisor de feixes (4), eles são combinados e formam o padrão de interferência; o feixe combinado passa por uma lente expansora (8) para aumentar a área do padrão de interferência; o feixe expandido incide em outro divisor de feixes (5) e é novamente dividido em feixe transmitido e refletido; o feixe refletido viaja até o fotodetector fixo (6); o feixe transmitido viaja até o fotodetector (7), que é fixado em um posicionador *xy* (9) para determinar a posição da janela do fotodetector no padrão de interferência e criar dois sinais fotodetectados defasados.

**Figura 13** – Sistema experimental empregado: (a) esquema do arranjo experimental; (b) montagem experimental implementada.



Fonte: elaborado pelo autor.

Para as medidas experimentais, o sistema de leitura de defasagem e de demodulação foi implementado em LabVIEW (como mostrado na Figura 10). A alimentação do atuador PZT é feita por meio de um gerador de sinais (AFG3021C, Tektronix), e seu sinal é amplificado por um amplificador linear com ganho de 21 V/V (A-301, A. A. Lab Systems).

O gerador de sinais é controlado via LabVIEW. Uma tensão elétrica será aplicada ao atuador PZT, que será transformada em deslocamento mecânico. A informação desse deslocamento é obtida pela fase da intensidade óptica mensurada pelos fotodetectores; com esses sinais interferométricos, realiza-se a leitura da defasagem e a demodulação do sinal.

O experimento foi realizado utilizando a placa de aquisição de dados NI PCIe-6361, com frequência de amostragem de 500 kHz. Na Figura 14 são apresentados resultados experimentais para um sinal de entrada senoidal de 500 Hz e uma tensão de 42 V pico a pico aplicada no atuador PZT. Varia-se a defasagem entre os fotodetectores em aproximadamente 5° (Figuras 14(a) e 14(b)), 15° (Figuras 14(c) e 14(d)), 45° (Figuras 14(e) e 14(f)) e 90° (Figuras 14(g) e 14(h)). Nas Figuras, a primeira coluna refere-se ao o sinal interferométrico normalizado em relação à figura de Lissajous dos sinais normalizados (Figuras 14(a), 14(c), 14(e) e 14(g)), e a segunda coluna ao sinal demodulado pelo método Arctan-Lissajous e Arctan-EFA (Figuras 14(b), 14(d), 14(f) e 14(h)).

Nota-se que, mesmo com pequenos valores de defasagem, é possível demodular o sinal (defasagem entre  $PD_{norm_1}$  e  $PD_{norm_2}$  de 5°, Figuras 14(a) e 14(b)). Os valores de amplitude dos sinais foram mensurados após o transitório do filtro e são dados pela metade da subtração do máximo pelo seu próximo mínimo, sendo: para uma defasagem de 5°, obteve-se  $\phi_r=3,79$  rad para a fase recuperada pelo Arctan-EFA e  $\phi_r=3,91$  rad para o Arctan-Lissajous; para a defasagem de 15°, obteve-se  $\phi_r=3,82$  rad para a fase recuperada pelo Arctan-EFA e  $\phi_r=3,83$  rad utilizando o método Arctan-Lissajous; para a defasagem de 45°, obteve-se  $\phi_r=3,93$  rad para a fase recuperada pelo Arctan-EFA e  $\phi_r=3,92$  rad utilizando o método Arctan-Lissajous; para a defasagem de 90°, obteve-se  $\phi_r=3,83$  rad para a fase recuperada pelo Arctan-EFA e  $\phi_r=3,80$  rad utilizando o método Arctan-Lissajous.

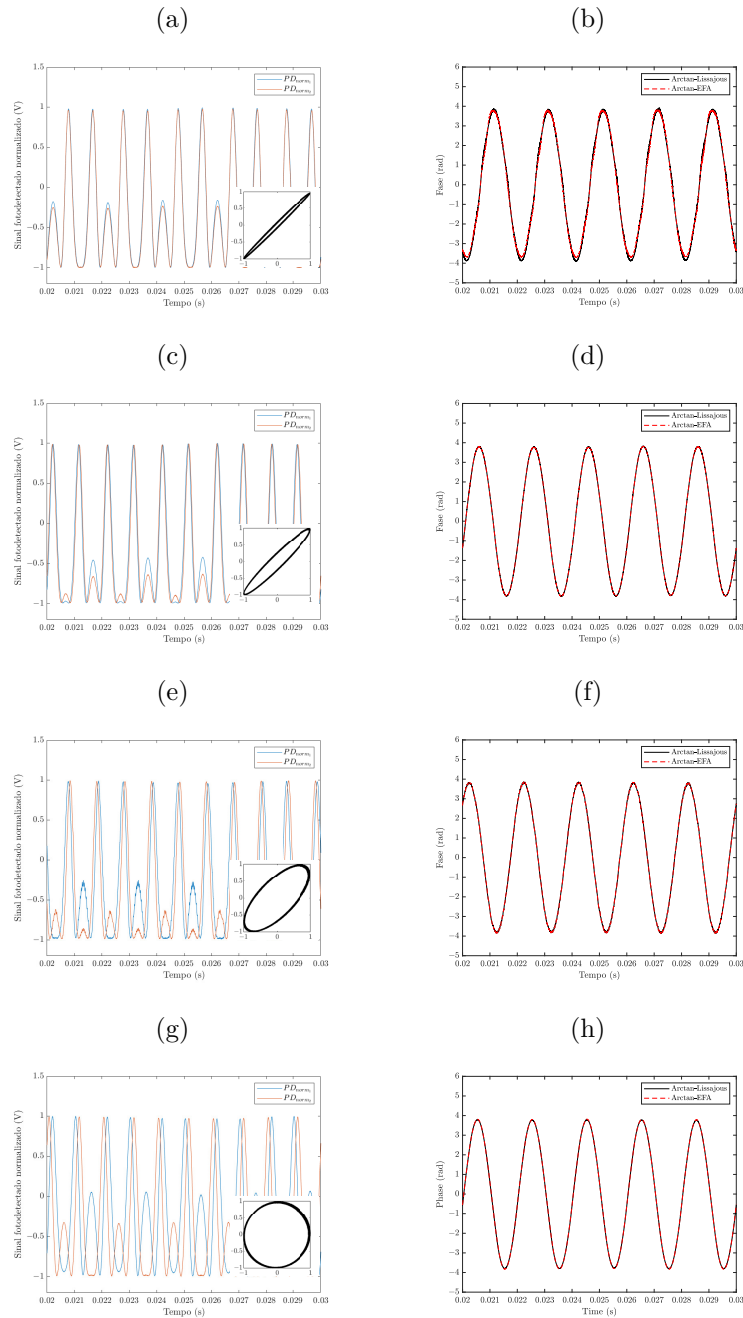
Obteve-se também a discrepância entre os sinais demodulados do Arctan-EFA e do Arctan-Lissajous. Os sinais foram submetidos a uma supressão do nível de corrente contínua (*Direct Current* - DC) e, logo após, subtraídos. As discrepâncias (erro absoluto) obtidas foram de 0,29 rad, 0,0129 rad, 0,018 rad e 0,036 rad para as defasagens de 5°, 15°, 45° e 90°, respectivamente.

Na Figura 15 estão apresentados os espectros de magnitude dos sinais apresentados na Figura 14. Nas Figuras 15(a), 15(b), 15(c) e 15(d), são apresentados, respectivamente, os espectros de magnitude para os sinais defasados em 5°, 15°, 45° e 90°.

Na Figura 15 observa-se que os sinais demodulados pelos métodos Arctan são semelhantes em todas as defasagens testadas (5° na Figura 15(a), 15° na Figura 15(b), 45° na Figura 15(c) e 90° na Figura 15(d)).

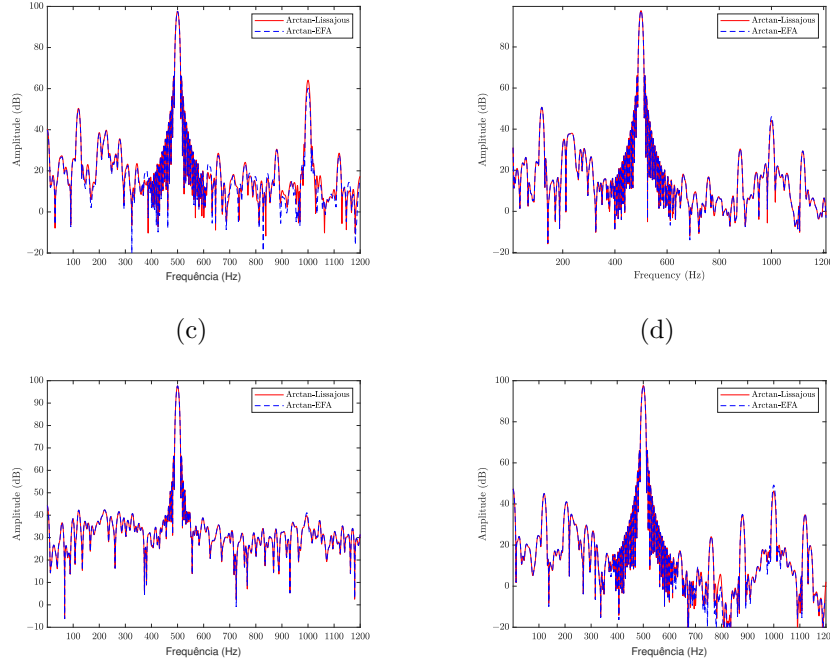
Na Figura 16 são apresentados resultados experimentais para um sinal de entrada senoidal com uma tensão de alimentação de 42 V pico-a-pico aplicada no atuador PZT

**Figura 14** – Sinais interferométricos normalizados, figuras de Lissajous e fases demoduladas pelos métodos Arctan–Lissajous e Arctan–EFA, considerando entrada com alta profundidade de modulação, frequência de 500 Hz e tensão de alimentação do atuador PZT de 42 V pico a pico: (a) sinais interferométricos e figura de Lissajous para defasagem de  $5^\circ$  entre  $PD_{norm_1}$  e  $PD_{norm_2}$ ; (b) fases demoduladas para defasagem de  $5^\circ$ ; (c) sinais interferométricos e figura de Lissajous para defasagem de  $15^\circ$ ; (d) fases demoduladas para defasagem de  $15^\circ$ ; (e) sinais interferométricos e figura de Lissajous para defasagem de  $45^\circ$ ; (f) fases demoduladas para defasagem de  $45^\circ$ ; (g) sinais interferométricos e figura de Lissajous para defasagem de  $90^\circ$ ; (h) fases demoduladas para defasagem de  $90^\circ$ .



Fonte: elaborado pelo autor.

**Figura 15** – espectro de magnitude dos sinais demodulados pelos métodos Arctan-Lissajous e Arctan-EFA para frequência de 500 Hz: (a) defasagem de  $5^\circ$ ; (b) defasagem de  $15^\circ$ ; (c) defasagem de  $45^\circ$ ; (d) defasagem de  $90^\circ$ .



Fonte: elaborado pelo autor.

e defasagem entre os sinais interferométricos de  $45^\circ$ . Foram consideradas as frequências de sinal em 1000 Hz (Figuras 16(a) e 16(b)) e 5000 Hz (Figuras 16(c) e 16(d)), sendo a primeira coluna o sinal interferométrico normalizado com a figura de Lissajous dos sinais normalizados, (Figuras 16(a) e 16(c)), e a segunda coluna o sinal demodulado pelo método Arctan-Lissajous e Arctan-EFA (Figuras 16(b) e 16(d)).

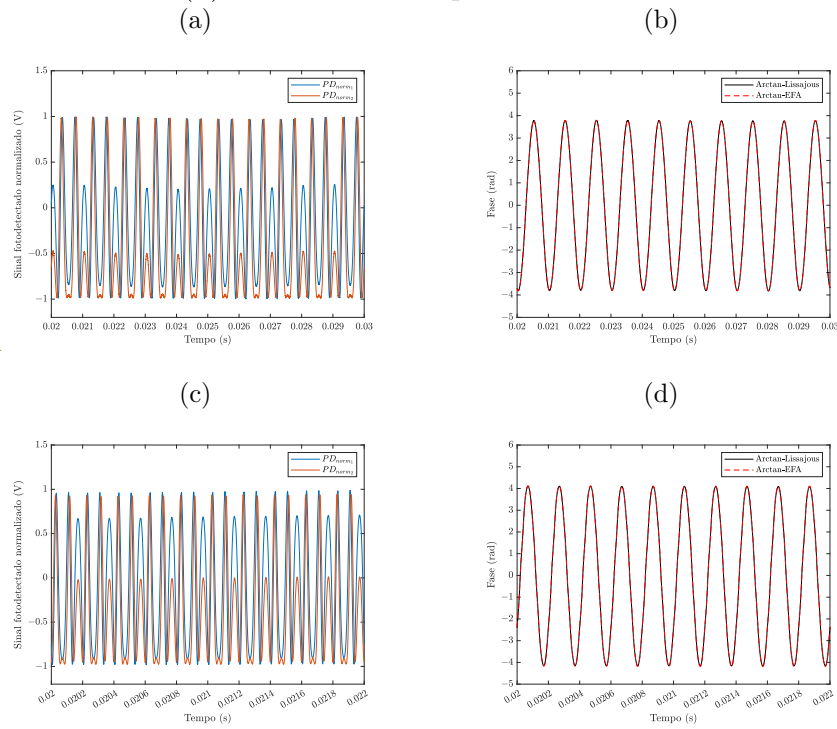
Para comparação, mensuraram-se os valores da amplitude dos sinais, os quais foram obtidos da mesma forma apresentada na Figura 14. Para uma frequência de 1000 Hz, obteve-se  $\phi_r=3,81$  rad para a fase recuperada pelo Arctan-EFA e  $\phi_r=3,81$  rad utilizando o método Arctan-Lissajous; para uma frequência de 5000 Hz, obteve-se  $\phi_r=4,15$  rad para a fase recuperada pelo Arctan-EFA e  $\phi_r=4,17$  rad utilizando o método Arctan-Lissajous.

Obteve-se também a discrepância entre os sinais demodulados do Arctan-EFA e do Arctan-Lissajous. Os sinais foram submetidos a uma supressão de DC e, logo após, foram subtraídos. As discrepâncias (erro absoluto) obtidas foram de 0,0196 rad e 0,0314 rad para as frequências de 1000 Hz e 5000 Hz, respectivamente.

Na Figura 17 estão apresentados os espectros de magnitude dos sinais mostrados nas Figuras 16(b) e 16(d). Nas Figuras 17(a) e 17(b) estão apresentados, respectivamente, os espectros de magnitude para os sinais com frequências de 1000 Hz e 5000 Hz.

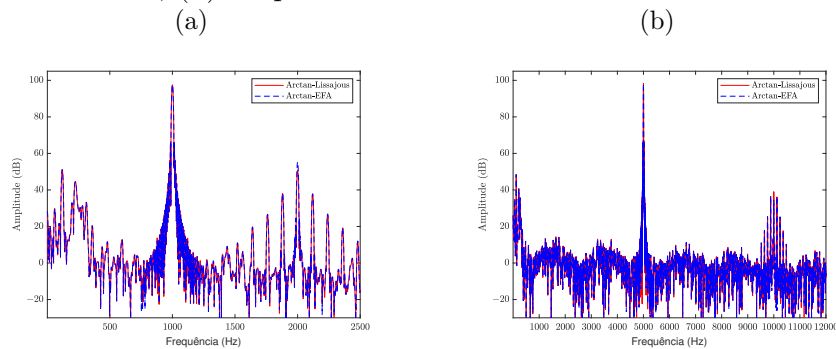
Na Figura 17, observa-se que os sinais demodulados por ambos os métodos são

**Figura 16** – Sinais interferométricos normalizados com defasagem de  $45^\circ$  e respectivas fases estimadas pelos métodos Arctan–Lissajous e Arctan–EFA: (a) sinais interferométricos para frequência de excitação de 1000 Hz; (b) fases estimadas para 1000 Hz; (c) sinais interferométricos para frequência de excitação de 5000 Hz; (d) fases estimadas para 5000 Hz.



Fonte: elaborado pelo autor.

**Figura 17** – Espectro de magnitude dos sinais demodulados pelos métodos Arctan–Lissajous e Arctan–EFA, considerando defasagem de  $45^\circ$ : (a) frequência de 1000 Hz; (b) frequência de 5000 Hz.



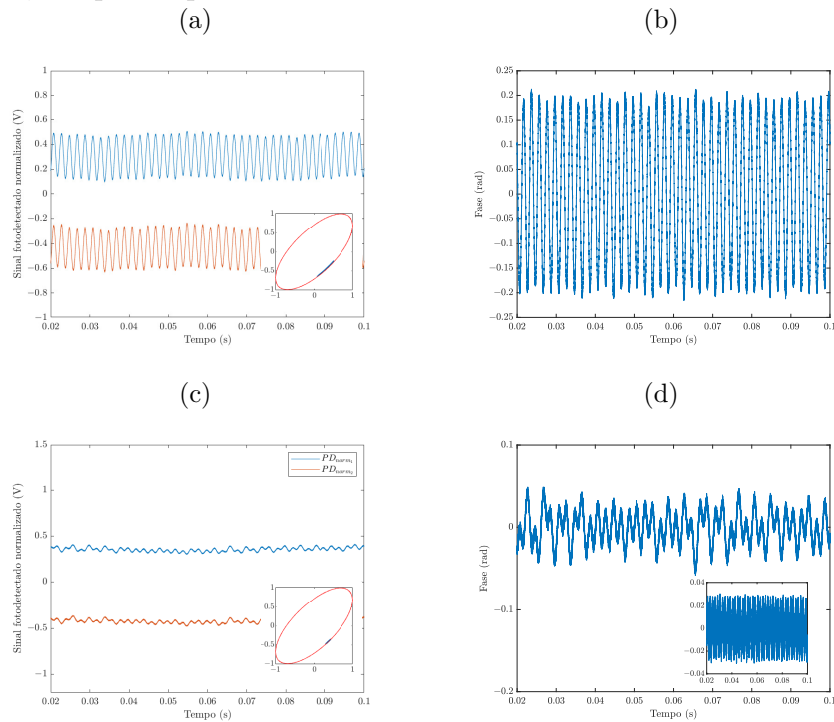
Fonte: elaborado pelo autor.



semelhantes nas frequências de 1000 Hz (Figura 17) e 5000 Hz (Figura 17).

Na Figura 18 são apresentados os resultados experimentais para um sinal de entrada senoidal de 500 Hz, com uma defasagem entre os sinais interferométricos de  $45^\circ$ . Variando a tensão de alimentação no atuador PZT em 2 V pico a pico (Figuras 18(a) e 18(b)) e 0,2 V pico a pico (Figuras 18(c) e 18(d)). Em ambos os casos, tem-se sinais com baixo índice de modulação, inferior a  $\pi/2$ , no qual a elipse não se fecha. A primeira coluna mostra o sinal interferométrico normalizado com a figura de Lissajous dos sinais normalizados (Figuras 18(a) e 18(c)), e a segunda coluna mostra o sinal demodulado pelo método Arctan-Lissajous e Arctan-EFA (Figuras 18(b) e 18(d)).

**Figura 18** – Sinais interferométricos normalizados com defasagem de  $45^\circ$  e fases demoduladas pelos métodos Arctan-Lissajous e Arctan-EFA, considerando entrada com baixo índice de modulação e frequência de 500 Hz: (a) sinais interferométricos e figura de Lissajous para amplitude de 2 V pico a pico; (b) fases demoduladas para 2 V pico a pico; (c) sinais interferométricos e figura de Lissajous para amplitude de 0,2 V pico a pico; (d) fases demoduladas para 0,2 V pico a pico.



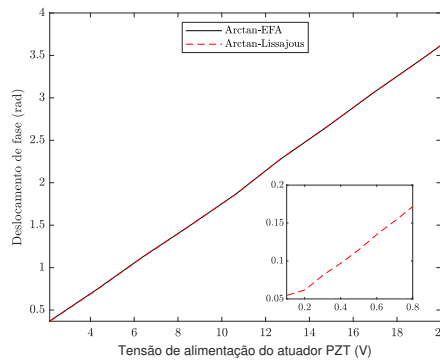
Fonte: elaborado pelo autor.

Na Figura 18, a normalização e a definição da defasagem foram realizadas anteriormente; elas ainda estão eficazes, pois os sinais interferométricos estão contidos na elipse da Figura de Lissajous em cor azul (Figuras 18(a) e 18(b)). Para uma alimentação de 2 V pico a pico, o sinal de 500 Hz ainda é predominante e tem uma amplitude de 0,4269 rad; para a alimentação de 0,2 V, o sinal de 500 Hz não é predominante, mas ainda está presente no espectro do sinal, podendo ser recuperado através de filtragem. No inset da Figura 18(d), é apresentada a fase demodulada filtrada por um filtro passa-baixa FIR

com a janela Hamming e a frequência de corte de 400 Hz; a amplitude da fase demodulada e filtrada foi de 0,029 rad, o que, ao ser transformado em deslocamento mecânico, corresponderia a 1,46 nm.

Na Figura 19 é apresentada a varredura de amplitude. Foi aplicado um sinal senoidal no atuador PZT a 500 Hz, com uma defasagem de  $45^\circ$  e alterando-se sua tensão de alimentação de 2 V pico para 20 V pico em um passo de 2 V; onde cada resultado é a média de 45 medições de cada ponto. No inset da Figura 19, temos a mesma ideia, mas com apenas a fase demodulada pelo Arctan-Lissajous em um intervalo de 0,01 V até 1 V, em um passo de 0,1 V.

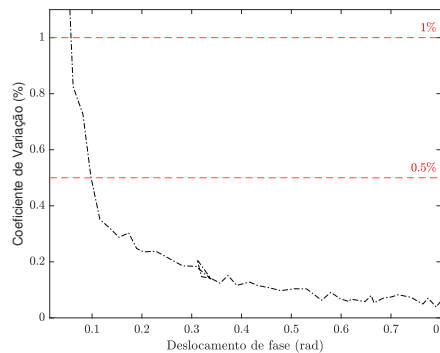
**Figura 19** – Varredura de amplitude: entrada versus saída demodulada pelo método Arctan-Lissajous.



Fonte: elaborado pelo autor.

Para ilustrar a qualidade das medidas, na Figura 20 é mostrado o coeficiente de variação (CV), dado pela razão do desvio padrão ( $dp$ ) pela média das 45 medidas ( $CV = \frac{dp}{m\acute{e}dia} \times 100\%$ ).

**Figura 20** – Coeficiente de variação das 45 medições realizadas, utilizado como indicador da qualidade e repetibilidade das medidas.



Fonte: elaborado pelo autor.

Pela Figura 20, nota-se que foi possível realizar medições a partir de 0,062 rad com uma tolerância de 1% do coeficiente de variação, e, medições a partir de 0,1 rad com uma tolerância de 0,5% do coeficiente de variação. Esses valores de 0,062 rad e 0,1 rad,

traduzidos em deslocamento mecânico, são de 3,122 nm e 5,036 nm, respectivamente. É importante lembrar que este método é passivo, aplicando apenas um filtro simples na sua saída, sendo possível melhorar seu limite inferior de medição por meio de uma filtragem mais complexa, controle robusto e outros processamentos de sinal.

Já o valor máximo da fase demodulada depende da frequência de amostragem. A banda de frequência do sinal interferométrico é diferente da banda do seu sinal de entrada. Para determinar a banda do sinal interferométrico, será considerado que ele é um sinal modulado por fase (*Phase Modulation* - PM). Assim, é possível obter uma aproximação equivalente à regra de Carson, dada pela equação (42) (Carlson; Crilly; Rutledge, 1995):

$$B_I = 2(\psi_\Delta + 1)W, \quad (42)$$

onde,  $B_I$  é a banda do sinal interferométrico (equivalente ao sinal transmitido),  $W$  é a banda do sinal de entrada (equivalente a mensagem) e  $\psi_\Delta$  é a amplitude do sinal de entrada.

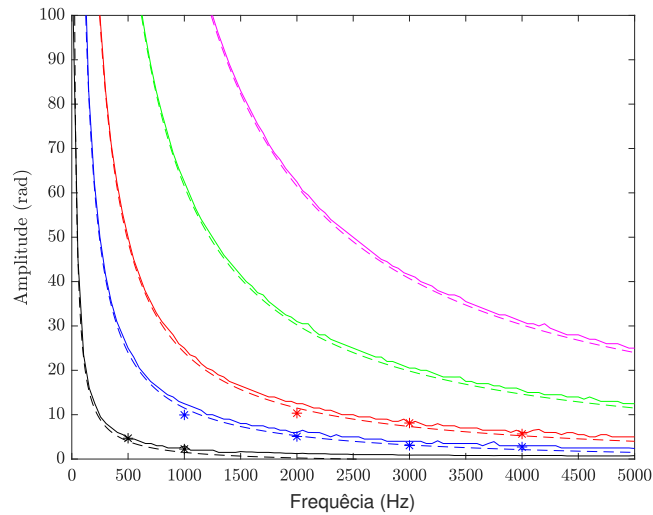
A demodulação será limitada pela frequência de amostragem, sendo que o sinal interferométrico deve ter frequência menor que a metade da frequência de amostragem (teorema de Nyquist) (Oppenheim; Schaffer; Buck, 1999). Assim, o sinal interferométrico deve conter apenas frequências dentro desse limite, criando várias combinações de amplitude e frequência possíveis.

Na Figura 21 mostra-se o valor máximo que o método consegue mensurar para 10 kHz (preto), 50 kHz (azul), 100 kHz (vermelho), 250 kHz (verde) e 500 kHz (magenta). A linha tracejada mostra os valores teóricos a partir de (42), e, pelo teorema de Nyquist; a linha contínua representa os valores máximos obtidos pelo método com uma entrada simulada; os pontos (\*) são máximos obtidos experimentalmente. Para obter o maior valor da fase demodulada em um ponto de amplitude e frequência, foi realizada uma varredura de amplitude para cada frequência até que o método demonstrasse uma não linearidade (alteração no valor de sua derivada).

Nota-se que a frequência de amostragem ( $f_s$ ) é o fator que limita o valor máximo da fase demodulada. Ilustrando esse fato, para um sinal senoidal com frequência de 1 kHz, a amplitude máxima que poderia ser demodulada seria cerca de 1,5 rad para  $f_s = 10$  kHz, 11,5 rad para  $f_s = 50$  kHz, 24 rad para  $f_s = 100$  kHz, 61,3 rad para  $f_s = 250$  kHz e 123,65 rad para  $f_s = 500$  kHz. As medidas experimentais foram limitadas para assegurar a integridade do atuador PZT.

Para efeito de comparação, foi realizada a caracterização do atuador PZT com sua resposta em frequência de amplitude. A amplitude do sinal senoidal de entrada no PZT foi mantida constante, com uma varredura de frequências de 100 Hz a 8000 Hz, com um passo de 5 Hz. A resposta em frequência do PZT está ilustrada na Figura 22 para sinais

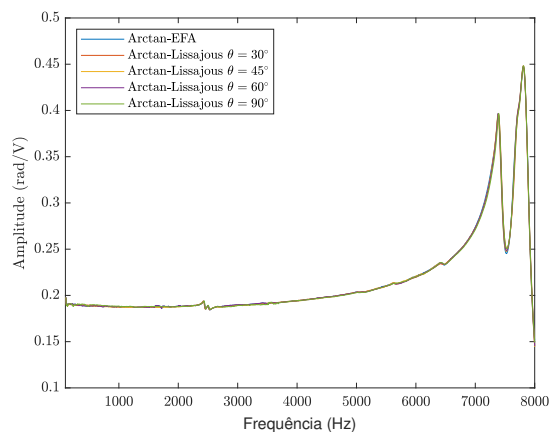
**Figura 21** – Valor máximo da fase demodulada para frequências de amostragem de 10 kHz (preto), 50 kHz (azul), 100 kHz (vermelho), 250 kHz (verde) e 500 kHz (magenta): (—) valores teóricos; (– –) valores simulados; (\*) valores experimentais.



Fonte: elaborado pelo autor.

demodulados por Arctan-EFA e pelo método Arctan-Lissajous, com a defasagem ( $\theta$ ) entre  $PD_1$  e  $PD_2$  de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  e  $90^\circ$ .

**Figura 22** – Resposta em frequência do atuador PZT obtida a partir de diferentes defasagens entre os sinais interferométricos.



Fonte: elaborado pelo autor.

Os valores de amplitude de cada frequência também são a média de 45 medidas, sendo o maior coeficiente de variação padrão neste intervalo de 0,75% para o método do Arctan-EFA, 0,44% para o método do Arctan-Lissajous com defasagem de  $30^\circ$ , 0,52% para o método do Arctan-Lissajous com defasagem de  $45^\circ$ , 0,75% para o método do Arctan-Lissajous com defasagem de  $60^\circ$ , e 0,81% para o método do Arctan-Lissajous com defasagem de  $90^\circ$ .

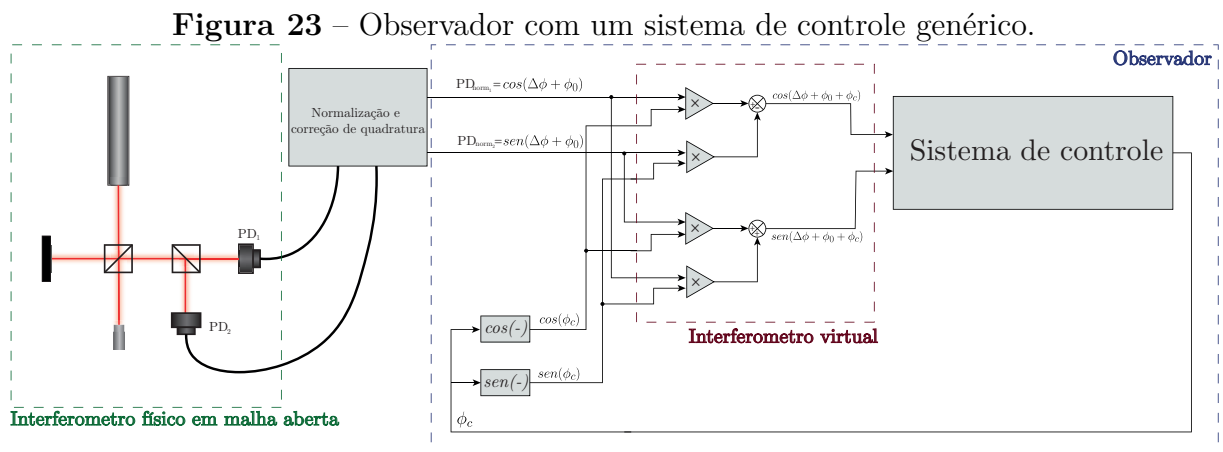
Nota-se duas frequências de ressonância perto de 7470 Hz e 7870 Hz, sendo detec-

tadas pelo método com diferentes defasagens e não necessariamente  $\pi/2$  (valor necessário no método convencional). Para quantificar a proximidade dos valores obtidos pelos métodos, obteve-se o coeficiente de variação das cinco respostas em frequência, sendo a sua maior variação de 2,21% na frequência de 7435, exatamente na região de maior variação do seu comportamento. Na região anterior às ressonâncias (100 Hz a 6000 Hz), o maior coeficiente de variação foi de 0,89%.

Considerando o método do Arctan-EFA como referência, é possível obter o erro relativo. O erro relativo máximo para defasagens de 30 foi de 0,015; para defasagem de 45, foi de 0,0101; para defasagem de 60, foi de 0,0029; e para defasagem de 90, foi de 0,0133.

### 3.2 SISTEMA DE OBSERVADOR APLICADO EM INTERFEROMETRIA ÓPTICA

Como o sistema do observador será utilizado por outros métodos, é válida uma explicação de forma genérica do seu funcionamento, independentemente do sistema de controle utilizado. O sistema do observador é mostrado na Figura 23. O observador tem como função fechar a malha do interferômetro virtualmente, enquanto o interferômetro físico continua trabalhando na configuração de malha aberta. As vantagens do observador são: a não necessidade de atuadores para fechar a malha virtual, não inserindo, assim, não linearidades de atuadores piezoelétricos. Como ainda é uma abordagem relativamente nova, seus limites precisam ser estudados; porém, é possível aplicar ganhos consideravelmente altos que, se aplicados a atuadores físicos, podem danificá-los; outra vantagem é que, para sistemas de controle que precisam de uma frequência de amostragem maior, é possível sintetizá-la antes da entrada do interferômetro virtual por meio de interpolação. Para fins de clareza, quando for citado apenas o "interferômetro", será referente ao interferômetro físico em malha aberta; agora, quando o "interferômetro virtual" for citado, será referente ao interferômetro dentro do ambiente do observador que estará digitalmente em malha fechada.



Fonte: elaborado pelo autor.

O funcionamento do sistema do observador, mostrado na Figura 23, é da seguinte maneira: os fotodetectores captam os sinais interferométricos no interferômetro físico em malha aberta (região verde da Figura 23); os sinais dos fotodetectores do interferômetro físico, dentro do ambiente digital, são submetidos a uma normalização e correção de quadratura; podendo ser baseado no método de (Heydemann, 1981) ou utilizando a defasagem dos sinais fotodetectados, proposta neste trabalho. Com os sinais interferométricos normalizados e em quadratura, são obtidos dois sinais do tipo  $PD_{norm_1} = \cos(\Delta\phi + \phi_0)$  e  $PD_{norm_2} = \sin(\Delta\phi + \phi_0)$ ; estes dois sinais são introduzidos no interferômetro virtual. A entrada do interferômetro digital faz a soma das fases  $\Delta\phi$  e  $\phi_0$  com a fase de controle  $\phi_c$ ; como não temos as fases  $\Delta\phi$  e  $\phi_0$  disponíveis, recorre-se a duas identidades trigonométricas que são  $\cos(\Delta\phi + \phi_0 + \phi_c) = \cos(\Delta\phi + \phi_0) \cdot \cos(\phi_c) - \sin(\Delta\phi + \phi_0) \cdot \sin(\phi_c)$ , representando o primeiro sinal interferométrico do interferômetro virtual; e  $\sin(\Delta\phi + \phi_0 + \phi_c) = \sin(\Delta\phi + \phi_0) \cdot \cos(\phi_c) + \cos(\Delta\phi + \phi_0) \cdot \sin(\phi_c)$ , representando o segundo sinal interferométrico do interferômetro virtual. Assim, é possível obter dois sinais interferométricos em quadratura dentro do interferômetro virtual, permitindo a aplicação de vários sistemas de controle. Neste trabalho, foram aplicados controle por modos deslizantes e controle *fuzzy* Takagi-Sugeno. Após o sistema de controle, obtém-se a fase de controle  $\phi_c$ , que retornará ao interferômetro virtual, sendo aplicada às funções seno e cosseno para utilizar as identidades trigonométricas mencionadas anteriormente. É válido citar que o método não requer dois sinais em quadratura; entretanto, como foi desenvolvido dentro da estrutura do observador descrito em (Felão *et al.*, 2022), a quadratura formada pelo interferômetro de Michelson modificado é necessária..

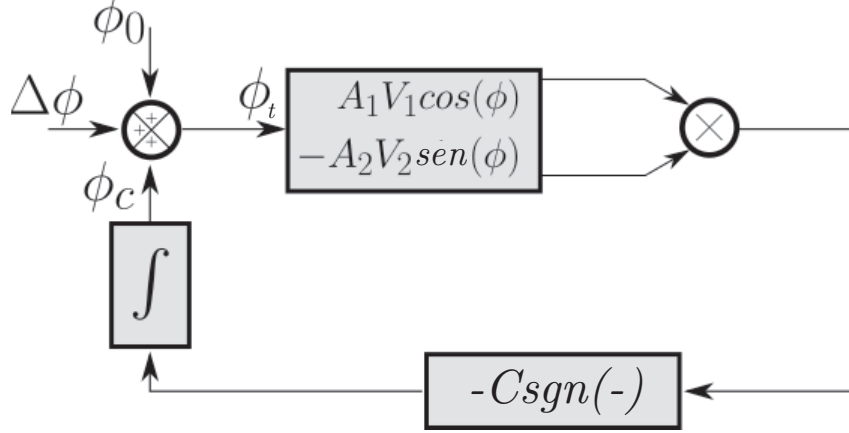
### 3.3 CORREÇÃO DE QUADRATURA PARA ABORDAGEM EM ALTO GANHO APLICADA A MODOS DESLIZANTES

O método de demodulação usando controle baseado em modos deslizantes para interferômetros de quadratura de dois feixes com a abordagem de alto ganho foi desenvolvido por (Felão *et al.*, 2019). O método já está consolidado como eficaz na demodulação, sendo capaz de detectar 52,5 rad em 10 Hz e 5,8 rad em 500 Hz. O diagrama do sistema de controle é apresentado na Figura 24.

O fator  $C$  é o ganho e é definido em (Felão *et al.*, 2019) por  $C > |\Delta\dot{\phi} + \dot{\phi}_0|$ . Neste trabalho, para sua definição, foi utilizado um estimador de  $\phi_t$  para calcular a amplitude e, assim, utilizar um ganho para cada frequência utilizada.

Os dois feixes do interferômetro precisam estar em quadratura, ou seja, a defasagem deve estar em  $\pi/2$  para a aplicação do método. Contudo, fisicamente, é difícil chegar a tal condição, uma vez que é necessário um algoritmo de correção de quadratura baseado no ajuste da elipse de mínimos quadrados (Heydemann, 1981). Nesta tese, propõe-se uma alternativa para a correção da quadratura do sistema, baseada na leitura de defasagem

**Figura 24** – Método de demodulação baseado em controle por modos deslizantes com a abordagem de alto ganho.



Fonte: elaborado pelo autor.

pela figura de Lissajous apresentada anteriormente.

A alteração proposta é mostrada na Figura 25, a qual visa a diminuição do tempo de processamento e a simplicidade do algoritmo. Os sinais fotodetectados podem ser representados por (43) e (44). Com a identidade trigonométrica (45), a correção de quadratura é feita por meio da equação (46):

$$PD_{norm_1} = \cos(\phi_t), \quad (43)$$

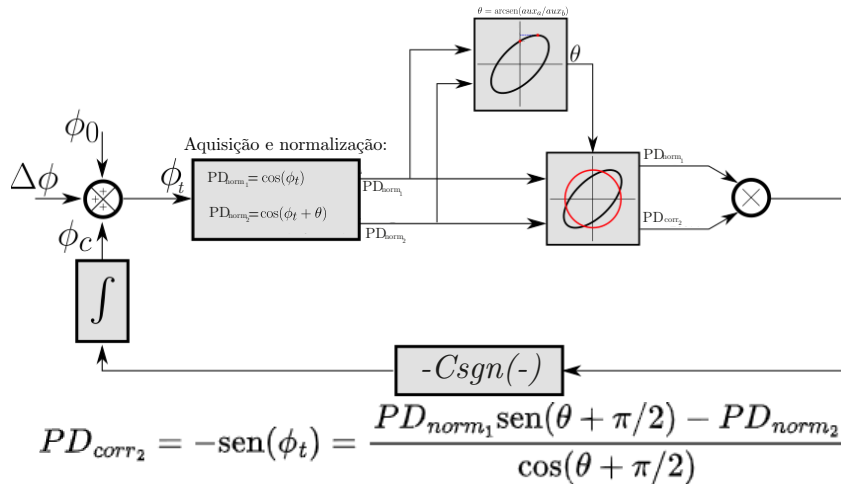
$$PD_{norm_2} = \cos(\phi_t + \theta) = \sin(\phi + (\theta + \pi/2)), \quad (44)$$

$$PD_{norm_2} = \sin(\phi_t) \cos(\theta + \pi/2) + \cos(\phi) \sin(\theta + \pi/2) \text{ e} \quad (45)$$

$$PD_{corr_2} = -\sin(\phi_t) = \frac{PD_{norm_1} \sin(\theta + \pi/2) - PD_{norm_2}}{\cos(\theta + \pi/2)}. \quad (46)$$

Utilizando o mesmo arranjo experimental da Figura 13, realizaram-se medições com sinais de frequência de 500 Hz e 1000 Hz. O interferômetro está fisicamente em malha aberta e operando com o observador proposto em (Felão *et al.*, 2022). Como será explicado adiante, as entradas do observador são da forma  $\cos(\Delta\phi + \phi_0)$  e  $\sin(\Delta\phi + \phi_0)$ , e, a correção proposta, para se adequar ao método, retorna saídas da forma  $\cos(\Delta\phi + \phi_0)$  e  $-\sin(\Delta\phi + \phi_0)$ ; por essa razão, experimentalmente, será necessário o ajuste do sinal algébrico antes das operações. O sistema é basicamente o mesmo, com a diferença na correção de quadratura e na estimativa prévia do ganho utilizando o método de demodulação por multiplicação cruzada diferencial (*differential-cross-multiplying* - DCM), que será explicado posteriormente.

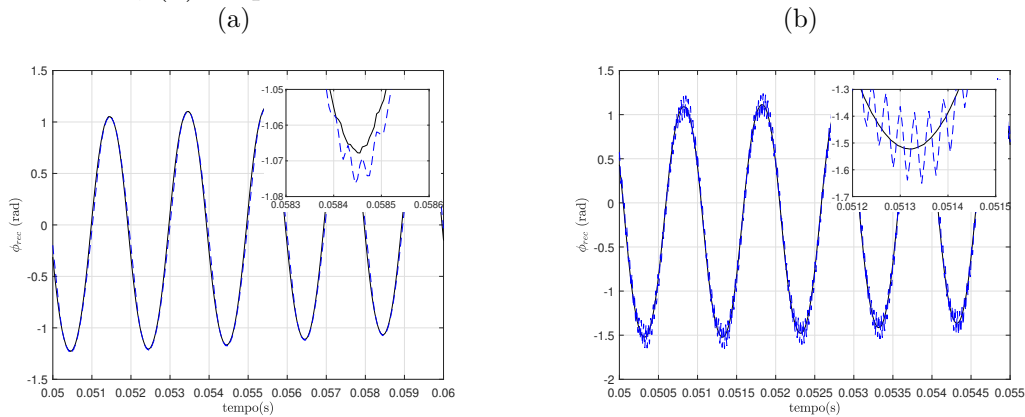
**Figura 25** – Método de demodulação baseado em controle por modos deslizantes de alto ganho com correção de quadratura a partir da figura de Lissajous.



Fonte: elaborado pelo autor.

Na Figura 26, apresentam-se os resultados da demodulação utilizando o método de alto ganho em conjunto com a nova correção de quadratura, comparados ao método arco-tangente tradicional; os sinais interferométricos, antes da correção, apresentavam uma defasagem de  $\theta = 0,9485$  rad, equivalente a  $54,34^\circ$ . Note que os sinais estão em baixa profundidade de modulação; por essa razão, os parâmetros da correção de quadratura e a defasagem foram previamente obtidos.

**Figura 26** – Sinais demodulados pelo método arco-tangente tradicional (preto) e pelo método por modos deslizantes de alto ganho com correção de quadratura via figura de Lissajous (azul tracejado): (a) frequência de entrada de 500 Hz; (b) frequência de entrada de 1000 Hz.



Fonte: elaborado pelo autor.

Observa-se que o sinal no alto ganho apresenta oscilações em torno do sinal de interesse; esse fenômeno é causado pela oscilação em torno do ponto de equilíbrio chamado *chattering*. Como o ganho é definido pela frequência e pela amplitude aplicadas, em medições de sinais com valores mais elevados desses parâmetros, o *chattering* é mais evidente, como mostra a Figura 26.



### 3.4 ABORDAGEM EM BAIXO GANHO APLICADA A MODOS DESLIZANTES UTILIZANDO FILTRO *NOTCH*

Os sistemas de estrutura variável são um grupo de sistemas nos quais a lei de controle é alterada propositalmente. Isso ocorre de acordo com diretrizes predeterminadas, que dependem do estado ou da funcionalidade do sistema, e têm como vantagens: a baixa sensibilidade às incertezas dos parâmetros da planta, a modelagem de ordem consideravelmente reduzida da dinâmica da planta e a convergência em tempo finito para um regime de estabilidade.

O controle de modos deslizantes é o principal modo de operação dos sistemas de controle de estrutura variável. Devido à presença de mais de uma estrutura de controle, a trajetória final não será totalmente contida por apenas uma delas, pois as trajetórias avançam constantemente em direção a uma área que possui uma estrutura de controle diferente. Essa área, chamada de superfície de deslizamento, faz com que a trajetória deslize pelas bordas das estruturas de controle. O movimento deslizante do sistema é denominado modo de deslizamento. O controle de modos deslizantes foi basicamente a primeira abordagem rigorosa a criar a Teoria de Controle Robusto (Poznyak; Orlov, 2023).

A teoria de controle por modos deslizantes, o principal modo de operação de controles por estrutura variável, ainda é um tópico ativo de estudo. Serão comentados alguns trabalhos recentes, nos últimos cinco anos, dentre os inúmeros publicados no tema da teoria de controle de modos deslizantes. Yang; Tan apresenta uma discussão sobre o desenvolvimento de aplicações de controle por modos deslizantes para sistemas de energia renovável, com vistas à melhoria dos sistemas de energia renovável e à proteção de cargas contra overshoot/undershoot (Yang; Tan, 2019). Laware comparou o desempenho de três superfícies deslizantes e de um controlador proporcional integral-derivativo. O intuito dessas técnicas é o controle de um motor de indução (Laware, 2023).

Mobayen *et al.* em 2023, propõem um método para diminuir o efeito do *chattering* e mostram o sistema de controle em modos deslizantes operando em um sistema de levitação magnética (Mobayen *et al.*, 2023). Zakaria; Ahmed; Hicham em 2022 têm como objetivo a aplicação de um sistema de controle em modos deslizantes para sistemas híbridos de geração de energia. O sistema é composto por energia fotovoltaica e turbina eólica (Zakaria; Ahmed; Hicham, 2022). Em 2021, Gou apresenta um novo método de controle de modo deslizante adaptativo; o autor ainda aplica o sistema projetado ao controle de frequência de carga (Guo, 2021).

O controle baseado em modos deslizantes também foi utilizado em sensores ópticos. Agora serão comentados alguns trabalhos que utilizam esse poderoso método de controle em interferometria óptica. Nunes *et al.* utilizam o sistema de controle em estrutura variável de modos deslizantes para controlar os braços de um interferômetro de Michelson montado

totalmente em fibra, trabalho cujo objetivo é a criação de um modulador de fase óptica utilizando o efeito térmico, através de um filme metálico fino depositado no exterior da fibra (Nunes *et al.*, 2021).

Martin *et al.* apresentam um sistema de controle ativo baseado em modos deslizantes para demodular (abordagem de baixo ganho) e compensar o comportamento não linear do interferômetro, capaz de mantê-lo no ponto de operação ótimo e suprimir o desvanecimento do sinal para sinais arbitrários, senoidais ou de entrada zero (Martin *et al.*, 2017). Felão *et al.* descrevem uma nova estratégia de controle ativo baseada em modo deslizante para interferômetros de quadratura de dois feixes. Trabalhando em alto ganho, o sistema de controle mantém o sinal no ponto ótimo de operação e ainda consegue realizar a demodulação do sinal sem a necessidade de algoritmos de desdobramento de fase (Felão *et al.*, 2022). Felão *et al.* em seu segundo trabalho, apresentam a aplicação do método proposto anteriormente de forma passiva, emulando o método antes apresentado em um observador digital e, assim, simplificando o hardware óptico.

Neste momento, serão demonstradas as definições preliminares descritas por (DeCarlo; Zak; Matthews, 1988). Considera-se uma classe de sistemas não lineares no vetor de estado  $\mathbf{x}(t)$  e lineares no vetor de controle  $\mathbf{u}(t)$ , da forma da equação (47):

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \hat{f}(t, \mathbf{x}) + \mathbf{B}(t, \mathbf{x})\mathbf{u}(t), \quad (47)$$

onde o vetor de estados  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ , o vetor de controle  $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m$ ,  $f(t, \mathbf{x}) \in \mathbb{R}^n$  e  $\mathbf{B}(t, \mathbf{x}) \in \mathbb{R}^{n \times m}$ . Assume-se que os elementos de  $f(t, \mathbf{x})$  e  $\mathbf{B}(t, \mathbf{x})$  são contínuos, com derivadas limitadas e contínuas em relação a  $\mathbf{x}$ .

Cada entrada  $u_i(t)$  do controle chaveado  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^m$  tem a forma da equação (48):

$$u_i(t, \mathbf{x}) = \begin{cases} u_i^+(t, \mathbf{x}) & \text{com } \sigma_i(\mathbf{x}) > 0 \\ u_i^-(t, \mathbf{x}) & \text{com } \sigma_i(\mathbf{x}) < 0 \end{cases} \quad i = 1, \dots, m, \quad (48)$$

onde  $\sigma_i(\mathbf{x}) = 0$  é a  $i$ -ésima superfície de deslizamento associada à superfície de deslizamento de dimensão  $(n-m)$  mostrada em (49):

$$\sigma(\mathbf{x}) = [\sigma_1(\mathbf{x}), \dots, \sigma_m(\mathbf{x})]^T = 0. \quad (49)$$

A superfície de deslizamento  $\sigma(\mathbf{x}(t)) = 0$  é um espaço fechado de dimensão  $(n-m)$  em  $\mathbb{R}^n$ . Esta superfície é determinada pela interseção das superfícies de deslizamento de dimensão  $m(n-1)$ ,  $\sigma_i(\mathbf{x}(t)) = 0$ . As superfícies de deslizamento são projetadas de modo que a resposta do sistema seja restrita a  $\mathbf{u}(\mathbf{x}) = 0$ ; almeja-se também a estabilidade, linearidade ou rastreamento.

Com a superfície de deslizamento projetada, o próximo passo é garantir que exista um modo deslizante. Isso significa que um ponto na vizinhança da superfície de desliza-

mento tem sua tangente, ou o vetor velocidade da trajetória de estado, sempre direcionado para a superfície de deslizamento. Deste modo, se a trajetória do estado se encontra com a superfície de deslizamento, o valor dessa trajetória de estado se mantém dentro da vizinhança  $\{\mathbf{x}(t) | \sigma(\mathbf{x}(t)) = 0\}$ . Se o modo deslizante existe em  $\sigma(\mathbf{x}(t)) = 0$ , então temos que  $\sigma(\mathbf{x}(t))$  é uma superfície de deslizamento.

Idealmente, um modo deslizante existe quando a trajetória de estado  $\mathbf{x}(t)$  da planta satisfaz  $\sigma(\mathbf{x}(t)) = 0$  para todo  $t \leq t_0$ ; porém, isso exigiria chaveamentos infinitamente rápidos, algo impossível em sistemas reais e em tempo discreto. Assim, nossa trajetória oscila em uma vizinhança da superfície de deslizamento. Essa oscilação é chamada de *chattering*, estando ela dentro de uma camada limite.

O projeto do controlador vai depender da superfície de deslizamento. Com ela já projetada, o próximo passo será obter uma lei de controle com o objetivo de determinar os ganhos de realimentação chaveados que levarão a trajetória de estados da planta à superfície de deslizamento e que manterão a condição de modo deslizante. Isso quer dizer que a lei de controle deverá garantir a condição para a existência e alcançabilidade ao modo deslizante.

Como visto anteriormente, na equação (48) tem-se a forma geral do vetor de controle  $\mathbf{u}(t)$ . Existe uma vasta variedade de estratégias de controle de forma geral, e uma estrutura possível seria a da equação (50):

$$u_i = u_{ieq} + u_{iN}, \quad (50)$$

sendo  $u_{ieq}$  a  $i$ -ésima componente contínua do controle e  $u_{iN}$  a parte descontínua do controle (chaveamento). Este trabalho se concentrará na seguinte configuração (DeCarlo; Zak; Matthews, 1988):

- Função sinal com ganhos constantes, equação (51):

$$u_{iN} = \begin{cases} -C_i \operatorname{sgn}(\sigma_i(\mathbf{x})), & \text{com } \sigma_i(\mathbf{x}) \neq 0, \text{ sendo } C_i > 0 \\ 0, & \text{com } \sigma_i(\mathbf{x}) = 0 \end{cases}. \quad (51)$$

tendo como condição para a existência de um modo deslizante a equação (52):

$$\sigma_i(\mathbf{x})\dot{\sigma}_i(\mathbf{x}) = C_i\sigma(\mathbf{x})\operatorname{sgn}(\sigma(\mathbf{x})) < 0, \text{ se } \sigma_i \neq 0. \quad (52)$$

A representação matemática sempre é uma aproximação do sistema real, sendo comum a presença de incertezas na própria modelagem do sistema. Porém, aplicando o modo deslizante, é possível diminuir a sensibilidade às incertezas da planta. A lei de controle é escolhida de modo que o movimento do sistema tenha duas partes: a primeira é preliminar e o movimento nela é sensível a perturbações externas ( $\sigma(\mathbf{x}) \neq 0$ ). Na segunda,

o sistema move-se no modo deslizante ( $\sigma(\mathbf{x}) = 0$ ), onde as perturbações e incertezas não atuam. Se a parte inicial for de duração comparativamente curta em relação à segunda parte do controle, obtém-se um sistema de baixa sensibilidade a perturbações (Draženović, 1969).

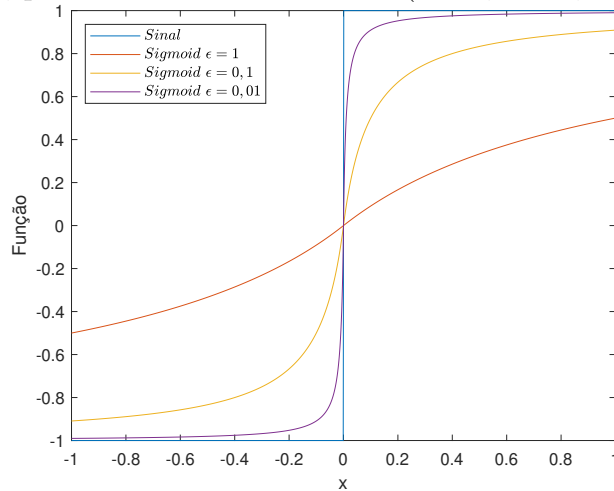
Como dito anteriormente, devido ao chaveamento finito, a trajetória do sistema sobre a superfície de deslizamento apresenta uma oscilação. Este fenômeno, chamado de *chattering*, pode excitar altas frequências não esperadas no projeto da planta. Uma solução para o problema é introduzir no controlador uma camada limite; ou seja, permitir que o sistema oscile dentro de uma região ao redor da superfície de deslizamento. Há muitas maneiras de aplicar esta camada limite no controlador, mas neste texto será abordada uma opção descrita por Mazhar *et al.*, dentre as várias abordadas no seu trabalho (Mazhar *et al.*, 2022).

Mazhar *et al.* apresentam a lei de controle baseada na função sigmoide ( $\frac{\sigma}{\|\sigma\| + \epsilon}$ ), onde  $\epsilon$  é um parâmetro para a aproximação; a lei de controle que usa a função sigmoide em vez da função sinal está apresentado na equação (53):

$$u_{iN} = -C_i \frac{\sigma}{\|\sigma\| + \epsilon}. \quad (53)$$

Com esta função na lei de controle, não teremos uma descontinuidade tão abrupta, criando assim a camada limite para o sistema. Para demonstrar esse efeito, na Figura 27, foram comparadas a função sinal com a função sigmoide. A função sigmoide teve como parâmetros  $\epsilon_1 = 1$ ,  $\epsilon_2 = 0,1$  e  $\epsilon_3 = 0,01$ .

**Figura 27** – Comparação entre a função sinal e a função sigmoide utilizada na lei de controle, para diferentes valores de  $\epsilon$  ( $\epsilon = 1$ ,  $\epsilon = 0,1$  e  $\epsilon = 0,01$ ).



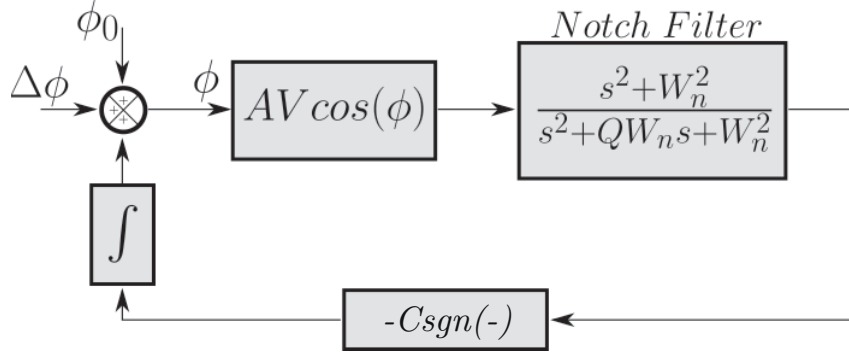
Fonte: elaborado pelo autor.

Nota-se que a função sigmoide pode ser uma aproximação da função sinal, sendo que, quanto menor o valor de  $\epsilon$ , mais próxima ela se tornará. Neste trabalho, será utilizada a função sigmoide como aproximação da função sinal com  $\epsilon = 0,01$ .

### 3.4.1 Definição, simulação e resultados do método de demodulação por modos deslizantes em baixo ganho com filtro *notch*

O diagrama de blocos mostrado na Figura 28 representa o sistema utilizado para a demodulação de sinais interferométricos por modos deslizantes em uma abordagem de baixo ganho, com a utilização de filtro *notch*, sendo  $W_n$  a frequência angular de rejeição do filtro e  $Q$  a .

**Figura 28** – Sistema de controle por modos deslizantes em abordagem de baixo ganho com utilização de filtro *notch*.



Fonte: elaborado pelo autor.

O filtro *notch* é sintonizado com a frequência de interesse; assim, o sinal de interesse é rejeitado pelo filtro; com isso o restante do sinal é inserido na malha de controle, obtendo na saída o sinal de interesse estabilizado no ponto ótimo de operação. O uso do filtro *notch* rejeita os ruídos de alta frequência que passariam com um filtro passa-baixas.

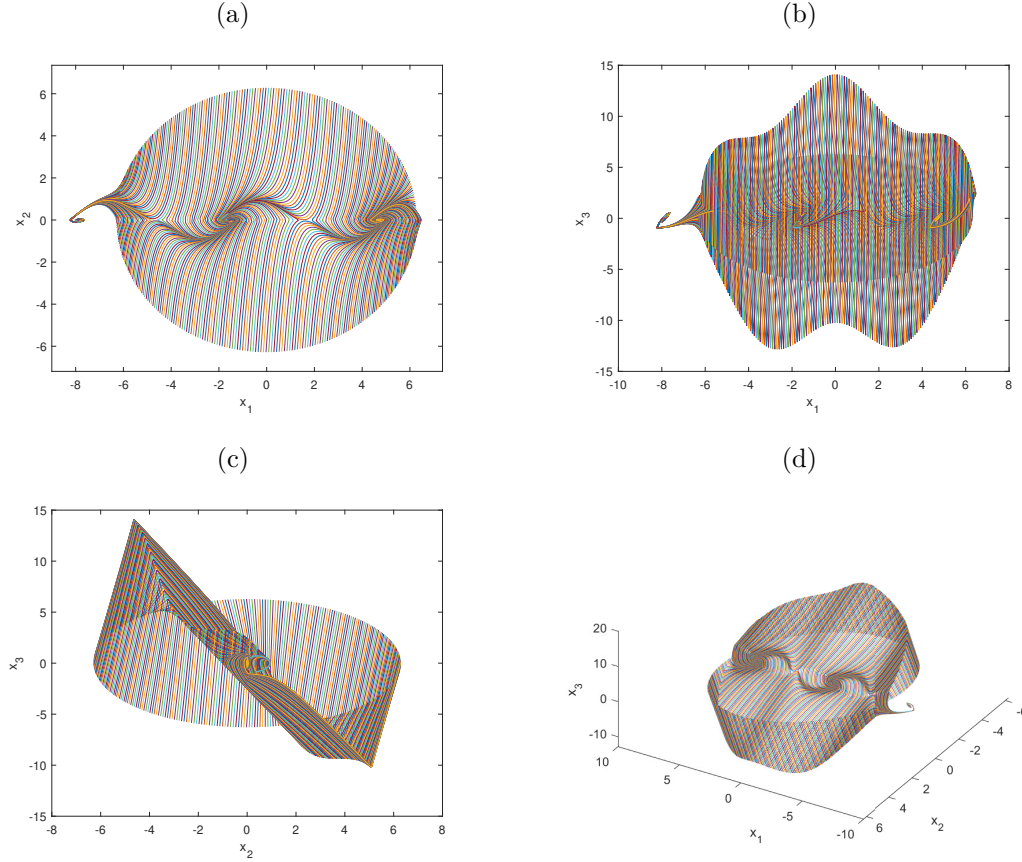
O retrato do espaço de fase do sistema descreve as trajetórias de  $\mathbf{x}(t)$  dentro do espaço das variáveis de estado. Como o caso estudado possui três variáveis de estado, temos um retrato de fase espacial de três dimensões e não um plano de fase, que é o mais comum na literatura.

As variáveis de estado escolhidas no sistema são apresentadas na equação (54), onde  $x_1$  é a entrada  $\phi_t$  do sistema, e  $x_2$  é a saída do filtro na Figura 28:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -Csgn(x_2) \\ \dot{x}_2(t) = x_3 \\ \dot{x}_3(t) = -\cos(x_1)(Csgn(x_2))^2 + \sin(x_1)2C\delta(x_2)x_3 + W_n^2 \cos(x_1) - 2QW_n x_3 - W_n^2 x_2. \end{cases} \quad (54)$$

O retrato do espaço de fase do sistema é apresentado na Figura 29, com valores de  $W_n$  e  $Q$  arbitrários para uma melhor visualização ( $W_n = 200\pi$  e  $Q = 100$ ), com a vista no plano  $x_1$  e  $x_2$ ,  $x_2$  e  $x_3$ ,  $x_1$  e  $x_3$ , e no espaço das três variáveis nas Figuras 29a, 29b, 29c e 29d, respectivamente.

**Figura 29** – Simulação do retrato de fase do sistema apresentado na Figura 28, para  $W_n = 200\pi$  e  $Q = 100$ .



Fonte: elaborado pelo autor.

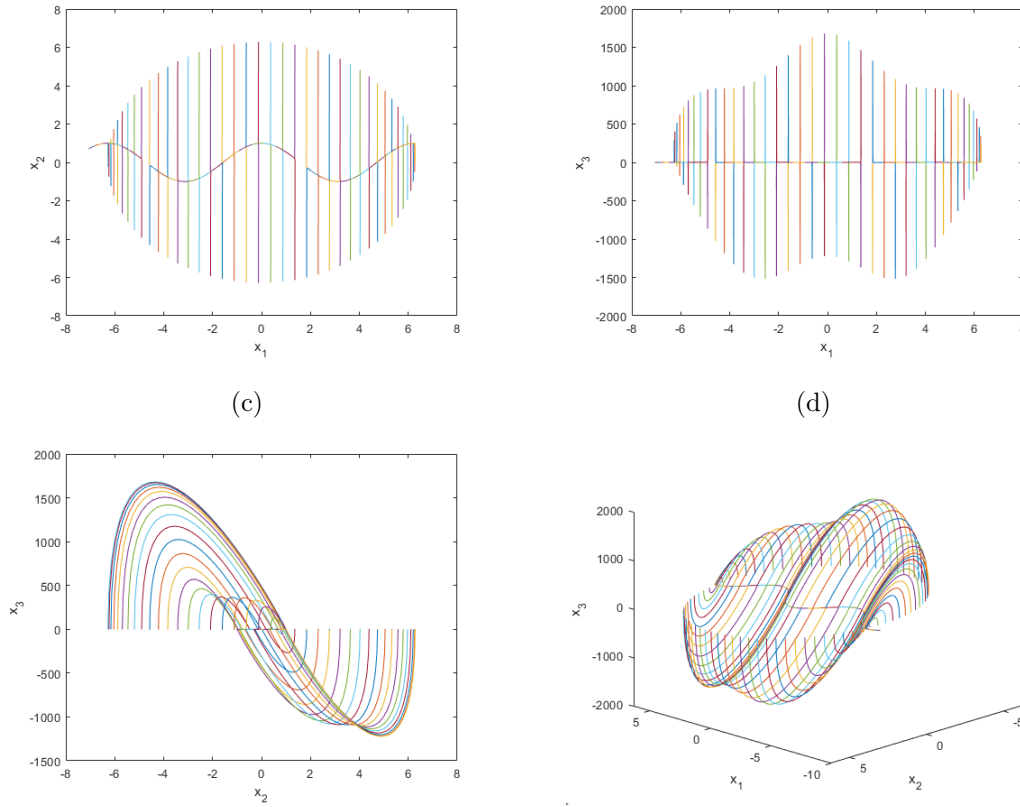
Com o retrato de fase no intervalo estudado, observa-se alguns pontos que são focos estáveis e pontos de sela, como nos pontos  $(-\pi/2, 0, 0)$  e  $(3\pi/2, 0, 0)$ , que são focos estáveis, e, nos pontos  $(\pi/2, 0, 0)$  e  $(-3\pi/2, 0, 0)$ , pontos de sela.

O retrato de fase foi obtido também com os valores utilizados nas simulações seguintes ( $W_n = 200\pi$  e  $Q = 0,5$ ), representadas na Figura 30, com vistas aos planos  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_2$  e  $x_3$ ,  $x_1$  e  $x_3$ , e no espaço das três variáveis nas Figuras 30a, 30b, 30c e 30d, respectivamente.

Com a Figura 30, observamos a superfície deslizante, que é uma senoide em  $x_1$  e  $x_2$ ; uma reta em  $x_3 = 0$  em  $x_2$  e  $x_3$ , além de um segmento de reta em  $x_3 = 0$ , para  $x_1 \in [-1; 1]$  em  $x_1$  e  $x_3$ . Na Figura 30a, é possível verificar os pontos de equilíbrio, conforme a Figura 31.

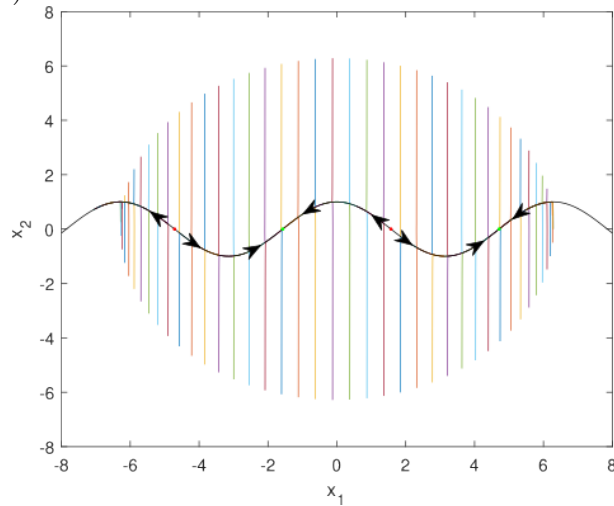
Sendo os pontos  $(-\pi/2, 0, 0)$  e  $(3\pi/2, 0, 0)$  estáveis e marcados com ponto verde, e os pontos  $(\pi/2, 0, 0)$  e  $(-3\pi/2, 0, 0)$  instáveis e marcados em vermelho, a superfície deslizante é marcada em preto, com suas trajetórias. Os pontos de equilíbrio encontrados são equivalentes aos pontos obtidos em (Martin *et al.*, 2017), algo esperado, pois ambos os métodos são de baixo-ganho com a rejeição do sinal de interesse na malha de controle,

**Figura 30** – Retrato de fase obtido por simulação para o sistema da Figura 28, com  $W_n = 200\pi$  e  $Q = 0,5$ . (a) Retrato de fase  $x_1$  e  $x_2$ . (b) Retrato de fase  $x_1$  e  $x_3$ . (c) Retrato de fase  $x_2$  e  $x_3$ . (d) Retrato de fase em  $x_1, x_2$  e  $x_3$ .



Fonte: elaborado pelo autor.

**Figura 31** – Pontos de equilíbrio sobre a superfície deslizando (em preto é a superfície de deslizamento, em verde são os pontos estáveis e os vermelhos são os instáveis).



Fonte: elaborado pelo autor.

sendo a principal diferença o filtro utilizado (LPF para o caso de (Martin *et al.*, 2017) e *notch* para o aqui proposto).

A simulação foi realizada utilizando o método de transformação bilinear para a discretização do filtro *notch* (Oppenheim; Schaffer; Buck, 1999). O método consiste em uma transformada algébrica entre as variáveis  $s$  e  $z$ , que são as variáveis de frequência em tempo contínuo e discreto. Esta transformação está denotada pela equação (55):

$$s = \frac{2}{T_d} \left( \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} \right), \quad (55)$$

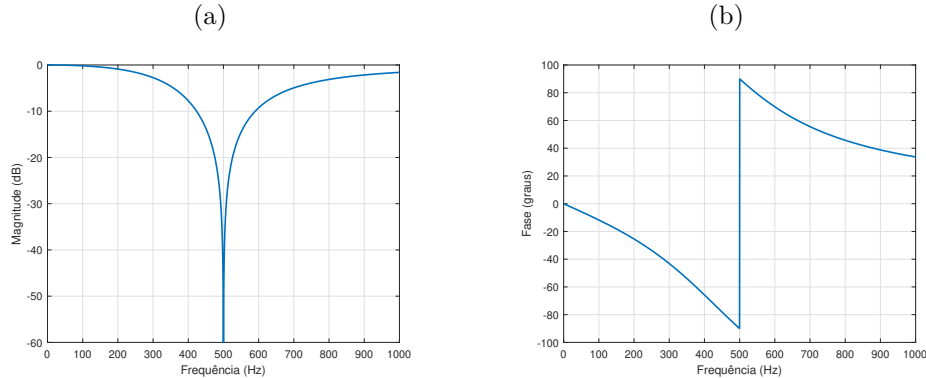
onde  $T_d$  é o período da amostragem da discretização.

A mudança bilinear foi realizada com a função de transferência ( $H(s)$ ) do filtro em tempo contínuo, descrita na equação (56) (Ellis, 2012):

$$H(s) = \frac{s^2 + W_n^2}{s^2 + 2QW_ns + W_n^2}, \quad (56)$$

onde  $W_n$  é a frequência angular em que está centralizada a faixa de passagem. Nas simulações, atribuiu-se a  $W_n$  o valor da frequência angular do sinal de interesse e  $Q$  é o fator de qualidade que define o tamanho da faixa de passagem. A Figura 32 ilustra o diagrama de Bode do filtro *notch* para  $W_n = 2\pi 500$  e  $Q = 0,5$ .

**Figura 32** – Diagrama de Bode do filtro *notch* para  $W_n = 2\pi \cdot 500$  rad/s e  $Q = 0,5$ : (a) resposta em magnitude; (b) resposta em fase.



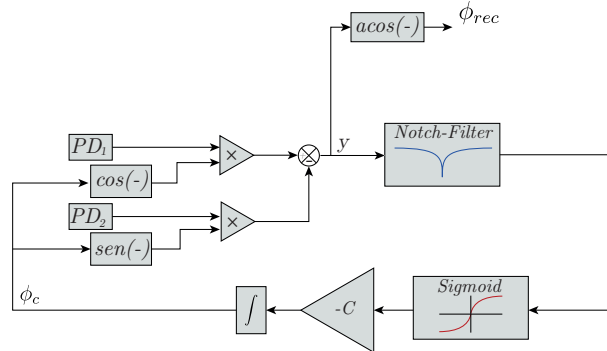
Fonte: elaborado pelo autor.

Para os resultados simulados e experimentais, o sistema foi implementado no LabVIEW no sistema de observador. O diagrama de blocos do sistema é apresentado na Figura 33.

O sistema consiste em: os sinais fotodetectados  $PD_1$  e  $PD_2$  normalizados como entradas do observador. Adiciona-se a fase de controle através do interferômetro virtual. Após isso, obtém-se um sinal equivalente a  $y = \cos(\Delta\phi + \phi_0 + \phi_c)$ ; a saída do interferômetro virtual  $y$  é submetida ao filtro *notch*, rejeitando a parcela referente ao sinal de interesse; a saída do filtro é submetida a função sigmoide, que é uma aproximação da função sinal.



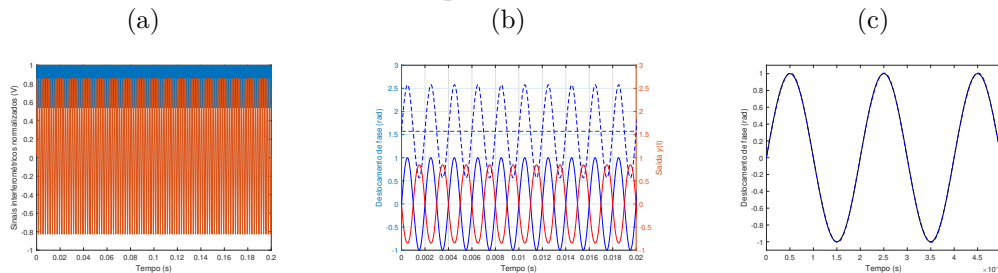
**Figura 33** – Diagrama de blocos do sistema de demodulação por modos deslizantes em baixo ganho com filtro *notch* inserido no observador, implementada no LabVIEW.



Aplica-se o ganho  $-C$  na saída da função sigmoide, obtendo-se o sinal de controle; o sinal de controle é integrado, gerando a fase de controle  $\phi_c$  que entra na malha de controle através do interferômetro virtual do observador. O deslocamento de fase recuperado  $\Delta\phi$  é obtido após aplicar a função arco cosseno na saída do interferômetro digital ( $\phi_r = \arccos(y)$ ).

Para esta simulação e os resultados experimentais, foi utilizada uma frequência de amostragem de  $f_s = 500 \text{ kHz}$ , sendo o coeficiente de qualidade do filtro igual a  $Q = 0,5$ . Na Figura 34, temos os resultados da simulação do método de demodulação para uma entrada da forma  $\phi = \Delta\phi + \phi_0$ , com  $\Delta\phi = \sin(2\pi \cdot 500t)$  e  $\phi_0 = 0$ ; ou seja, apenas com o sinal de interesse aplicado. A Figura 34(a) mostra os sinais interferométricos normalizados; a Figura 34(b) apresenta a entrada do tipo  $\phi = \Delta\phi + \phi_0$ , com  $\Delta\phi = \sin(2\pi \cdot 500t)$  e  $\phi_0 = 0$ , o deslocamento de fase recuperado pelo método e a saída do interferômetro virtual. A Figura 34(c) exibe a comparação entre o deslocamento de fase recuperado e o sinal de entrada.

**Figura 34** – Resultados de simulação do sistema de demodulação por modos deslizantes em abordagem de baixo ganho com filtro *notch*: (a) sinais interferométricos normalizados; (b) entrada do tipo  $\phi = \Delta\phi + \phi_0$  (azul, —), com  $\Delta\phi = \sin(2\pi \cdot 500t)$  e  $\phi_0 = 0$ ; deslocamento de fase recuperado pelo método (azul, —); saída do interferômetro virtual (vermelho, —); (c) comparação entre o deslocamento de fase recuperado e o sinal de entrada.



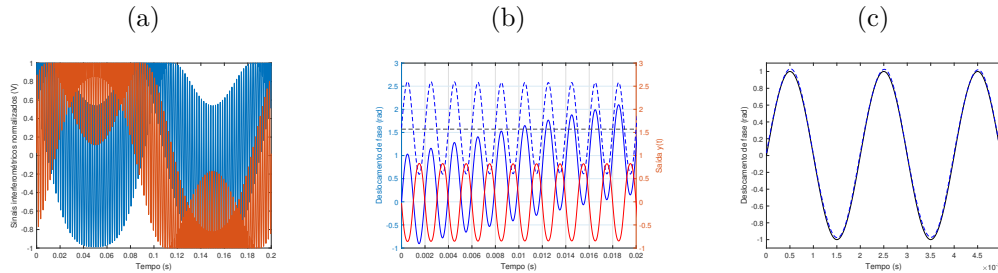
Fonte: elaborado pelo autor.

Observa-se pela Figura 34 que o sinal recuperado foi estabilizado em  $\pi/2$ ; nota-se

também que a saída se mantém em torno de zero. Pela Figura 34(c), nota-se uma grande correspondência entre o sinal demodulado e a entrada do sistema; com um erro absoluto máximo de 0,141 rad.

Já os resultados apresentados na Figura 35 referem-se ao sinal de entrada da forma  $\phi = \Delta\phi + \phi_0$ , com  $\Delta\phi = \sin(2\pi \cdot 500t)$  e  $\phi_0 = 2\sin(2\pi \cdot 5t)$ ; desta vez, será considerado  $\phi_0$ , um deslocamento de fase causado por perturbações ambientais. A Figura 35(a) mostra os sinais interferométricos normalizados; a Figura 35(b) apresenta a entrada da simulação, o deslocamento de fase recuperado pelo método e a saída do interferômetro virtual. A Figura 35(c) exibe a comparação entre o deslocamento de fase recuperado e o sinal de entrada.

**Figura 35** – Resultados de simulação do sistema de demodulação por modos deslizantes em abordagem de baixo ganho com filtro *notch*: (a) sinais interferométricos normalizados; (b) entrada do tipo  $\phi = \Delta\phi + \phi_0$  (azul, —), com  $\Delta\phi = \sin(2\pi \cdot 500t)$  e  $\phi_0 = 2\sin(2\pi \cdot 5t)$ ; deslocamento de fase recuperado pelo método (azul, - -); saída do interferômetro virtual (vermelho, —); (c) comparação entre o deslocamento de fase recuperado e o sinal de entrada.



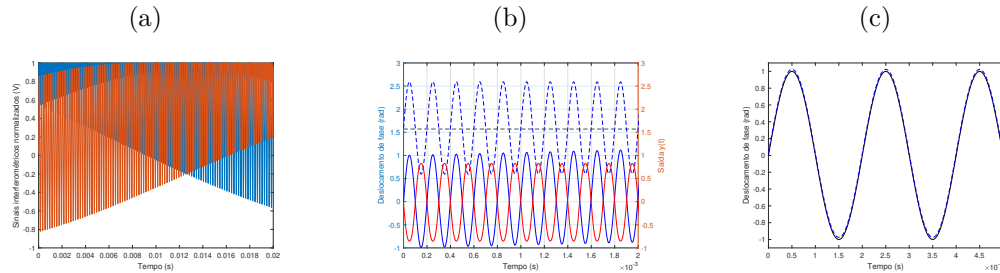
Fonte: elaborado pelo autor.

Da mesma forma, a Figura 35 mostra que o sinal recuperado foi estabilizado em  $\pi/2$ ; observa-se também que a saída se mantém em torno de zero e não possui mais influência de  $\phi_0$ . Pela Figura 35(c), mesmo com a aplicação de  $\phi_0$ , nota-se uma grande correspondência entre o sinal demodulado e a entrada do sistema; com um erro absoluto máximo de 0,148 rad.

Nos resultados da simulação da Figura 36, o sinal de entrada aplicado foi da forma  $\phi = \Delta\phi + \phi_0$ , com  $\Delta\phi = \sin(2\pi \cdot 5000t)$  e  $\phi_0 = 2\sin(2\pi \cdot 5t)$ ; desta vez, será considerado  $\phi_0$ , o deslocamento de fase causado por perturbações ambientais. A Figura 36(a) mostra os sinais interferométricos normalizados; a Figura 36(b) apresenta a entrada da simulação, o deslocamento de fase recuperado pelo método e a saída do interferômetro virtual. A Figura 36(c) exibe a comparação entre o deslocamento de fase recuperado e o sinal de entrada.

É importante citar que, na simulação da Figura 36, a frequência de rejeição do filtro *notch* agora é de 5000 Hz, acompanhando a frequência do sinal de interesse; como nas simulações com entradas a 500 Hz, o sinal recuperado foi estabilizado em  $\pi/2$ , e a

**Figura 36** – Resultados de simulação do sistema de demodulação por modos deslizantes em abordagem de baixo ganho com filtro *notch*: (a) sinais interferométricos normalizados; (b) entrada do tipo  $\phi = \Delta\phi + \phi_0$  (azul, —), com  $\Delta\phi = \sin(2\pi \cdot 5000t)$  e  $\phi_0 = 2\sin(2\pi \cdot 5t)$ ; deslocamento de fase recuperado pelo método (azul, -); saída do interferômetro virtual (vermelho, —); (c) comparação entre o deslocamento de fase recuperado (azul, -) e o sinal de entrada (preto, -).

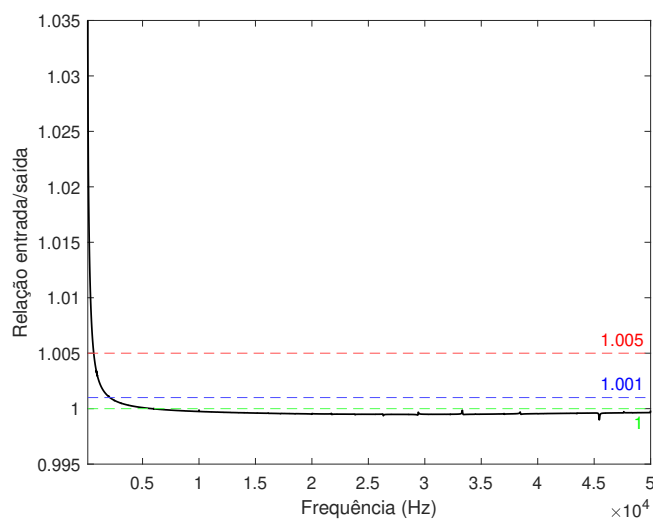


Fonte: elaborado pelo autor.

saída se mantém em torno de zero, com a influência de  $\phi_0$  atenuada. Pela Figura 36(c), também se nota uma grande correspondência entre o sinal demodulado e a entrada do sistema; com um erro absoluto máximo de 0,0131 rad. É importante dizer que, como o sinal é recuperado pela função arco-cosseno (imagem entre  $[0, \pi]$ ).

Para determinar a resposta em frequência do sistema, foi realizada uma varredura de frequência na qual a amplitude do sinal de entrada está relacionada à amplitude do sinal de saída. A resposta foi realizada de 150 Hz até 50 kHz, em passos de 25 Hz.

**Figura 37** – Resposta em frequência do sistema de demodulação por modos deslizantes em abordagem de baixo ganho com filtro *notch*.



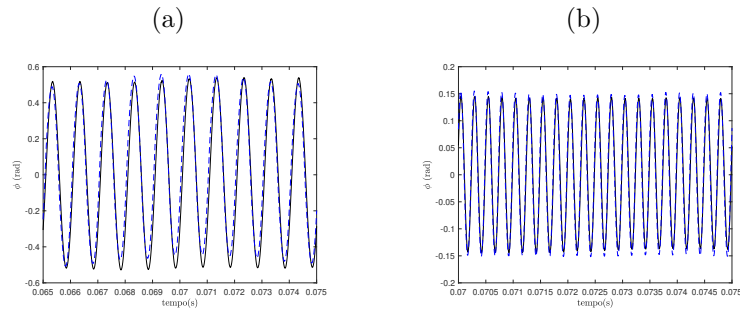
Fonte: elaborado pelo autor.

Com a resposta em frequência do sistema de demodulação, é possível notar uma grande faixa de operação; a partir de 700 Hz, a discrepância entre a entrada e a saída é de 0,5%; para frequências acima de 2175 Hz, a discrepância entre a entrada e a saída foi

0,1%.

Na Figura 38, são apresentados resultados experimentais do método de demodulação proposto, comparado ao método arco-tangente tradicional; utilizou-se o arranjo experimental da Figura 13. O resultado mostrado na Figura 38(a) refere-se a uma entrada em baixa profundidade de modulação e frequência de 1000 Hz. Já os resultados da Figura 38(b) têm como entrada um sinal de baixa profundidade de modulação e uma frequência de 4000 Hz.

**Figura 38** – Resultados experimentais do sistema de demodulação por modos deslizantes em abordagem de baixo ganho com filtro *notch*, comparados ao método arco-tangente tradicional: (a) frequência de entrada de 1000 Hz; (b) frequência de entrada de 4000 Hz.



Fonte: elaborado pelo autor.

Percebe-se uma boa correspondência do sinal demodulado pelo método de demodulação por modos deslizantes em uma abordagem de baixo ganho com o método arco-tangente, que foi o padrão utilizado; os erros absolutos máximos foram 0,15 rad e 0,032 rad para os sinais a 1000 Hz e 4000 Hz, respectivamente.

### 3.5 ABORDAGEM EM BAIXO GANHO APLICADO A *FUZZY* T-S

Parte dos resultados apresentados nesta seção foi publicada em (Coradini *et al.*, 2025). Sistemas de controle baseados na lógica *fuzzy* Takagi–Sugeno (T-S) (Tanaka; Sugeno, 1992) utilizam uma combinação de controladores lineares como lei de controle. As funções de pertinência (denotadas neste texto como  $\alpha_{ijl}$  e  $\beta_{ikl}$ ) determinam o grau de atuação de cada controlador; estas são obtidas a partir das variáveis de estado no instante em que os controladores estão ativos.

Os fundamentos desse método de controle, embora bem estabelecidos, ainda permanecem como objeto de pesquisa, pois permitem inovações em diversas áreas tecnológicas. Recentemente, os estudos têm se concentrado em condições de estabilidade relaxadas e em aplicações do método em campos cada vez mais variados. No entanto, na área específica deste trabalho, em que o controle *fuzzy* T-S é proposto para a demodulação de sinais na saída de um sistema não linear, como o interferômetro — tal capacidade de resolução de problemas tem sido pouco explorada.

Trabalhos recentes comprovaram o sucesso do método T-S no estudo da estabilidade, no projeto e na técnica de controle de sistemas baseados em conversores buck não lineares (Gunasekaran; Zhai; Yu, 2021). Nessa linha de aplicação, o controle baseado em lógica *fuzzy* T-S foi aplicado com sucesso para suprimir os efeitos não lineares de componentes não ideais (Gotz *et al.*, 2023). Há também uma crescente aplicação desse método em estudos relacionados à biomedicina e às próteses humanas. Com base em uma representação *fuzzy* T-S, um observador foi projetado aplicando técnicas de desigualdades matriciais lineares (*Linear Matrix Inequalities* - LMI), utilizando as frequências em que as rodas são impulsionadas para calcular a velocidade de referência do centro de gravidade (Feng *et al.*, 2018). Resultados de simulação confirmam que o controle proposto proporciona boa manobrabilidade, permitindo que os usuários controlem a velocidade do centro de gravidade e a taxa de guinada da cadeira de rodas. Trabalhos semelhantes podem ser encontrados em (Gray *et al.*, 2023; Feng *et al.*, 2021). Em 2022, Nunes *et al.* propuseram um método de controle robusto baseado no modelo *fuzzy* T-S, aplicado à estimulação elétrica dos membros inferiores (Nunes *et al.*, 2022). O sistema foi projetado para lidar com incertezas e não idealidades, como fadiga, espasmos, tremores e recrutamento muscular.

No estudo de monitoramento de saúde estrutural (*Structural Health Monitoring* - SHM), uma nova abordagem foi proposta para suprimir o efeito de Sommerfeld (típico na área de sistemas dinâmicos), que é um fenômeno não linear decorrente da interação entre fontes de energia não ideais e um sistema mecânico operando em regime não estacionário (Brogin *et al.*, 2022). Essa supressão é obtida por meio de uma modelagem baseada em lógica *fuzzy* T-S, aplicada a um modelo do tipo *shear building* com três graus de liberdade, considerando as equações de movimento com e sem rigidez não linear.

Na aplicação de LMIs em óptica, (Li *et al.*, 2012) apresenta um algoritmo de controle robusto baseado em LMIs para o transformador de tensão por fibra óptica (*Fiber Optic Voltage Transformer* — FOVT), com o objetivo de obter um desempenho dinâmico otimizado. O controlador foi projetado para suprimir as incertezas causadas pela temperatura, melhorando assim o desempenho dinâmico do transformador óptico de tensão.

Em (Li *et al.*, 2013), o mesmo grupo introduziu um sistema de malha fechada para sensores ópticos de tensão baseados no efeito Pockels, ideal para aplicações de alta tensão. As LMIs resultaram em um controlador capaz de lidar com variações de temperatura de até  $\pm 20\%$ . Posteriormente, em (Li *et al.*, 2015), o grupo propôs uma melhoria no desempenho de rastreamento dinâmico rápido do sensor óptico de tensão, cuja principal diferença foi o uso da função de Lyapunov como base teórica. Em (Li *et al.*, 2018), um novo sistema de controle em malha fechada é proposto para otimizar a precisão de detecção e as características de resposta dinâmica do giroscópio óptico ressonante integrado. As LMIs foram utilizadas para desenvolver um algoritmo de controle robusto que garante a estabilidade do sistema com desempenho da norma H-infinito ( $H_\infty$ ), com o objetivo de aprimorar a precisão de detecção e o desempenho dinâmico do giroscópio. Mais re-

centemente, em (Wang *et al.*, 2019), um novo sistema foi desenvolvido para melhorar o desempenho térmico do giroscópio óptico ressonante integrado, no qual as LMIs foram aplicadas para determinar o ganho de controle utilizado no sistema.

A interferometria óptica é uma técnica consagrada, recomendada para a medição de grandezas físicas cujos sensores exigem altíssima sensibilidade, como na detecção de amplitudes de deslocamento mecânico em escala nano ou picométrica (Udd; Spillman, 2011). A interferometria a laser é não invasiva, possui ampla largura de banda e é compatível com a tecnologia de comunicação por fibra óptica. Diferentemente dos sensores ópticos tradicionais, as informações interferométricas são codificadas na fase (radianos) da luz, e não em sua intensidade óptica ( $\text{W/m}^2$ ).

Um desafio nessa área é que as medições são invariavelmente influenciadas por perturbações ambientais espúrias. Por exemplo, variações de temperatura na região de medição, causadas pelo calor do próprio operador do sensor ou por vibrações geradas por pessoas caminhando ou conversando no laboratório, podem degradar severamente os resultados (fenômeno conhecido como desvanecimento de sinal (Sheem; Giallorenzi; Koo, 1982; Xie; Chen; Ren, 2009; Jing; Rong; Tian, 2019)), a menos que técnicas eficientes de processamento de sinal ou de controle por realimentação sejam aplicadas. É importante enfatizar que essa limitação não ocorre porque a interferometria seja ineficiente, mas sim porque é extremamente sensível.

Além disso, a curva de transferência entre a entrada (um determinado estímulo físico) e a saída (um sinal elétrico fotodetectado) do interferômetro apresenta um comportamento não linear (dependência senoidal). A dependência senoidal implica na periodicidade do sistema, o que causa a existência de múltiplos pontos de equilíbrio estáveis e instáveis (em operação de malha fechada), bem como o problema da ambiguidade de fase (Dániel, 2005; Her; Yang, 2012; Svitlov; Araya, 2014). Assim, dois grandes desafios da interferometria estão relacionados à realização de medições com alta precisão diante de variações ambientais imprevisíveis e aos efeitos não lineares inerentes ao sistema.

Históricamente, quando empregados, a maioria dos sistemas interferométricos em malha fechada ainda utiliza o controle linear clássico Proporcional–Integral–Derivativo (*proportional–integral–derivative* - PID) (Udd; Spillman, 2011). No entanto, como esse tipo de controle geralmente requer linearização por partes do sistema (em torno de um ponto de equilíbrio estável), ele não é muito adequado às demandas modernas, nas quais os interferômetros operam com uma ampla faixa dinâmica (alta profundidade de modulação). Nesses casos, o uso de técnicas passivas de detecção óptica de fase, como a técnica portadora gerada por fase (*phase-generated carrier* - PGC) (Mu *et al.*, 2022), arco-tangente (Wang *et al.*, 2023), entre outras, é fortemente recomendado; e, em alguns casos, o uso de técnicas de malha fechada chega a ser desaconselhado (Clay K Kirkendall; Anthony Dandridge, 2004).

Como a relação de entrada e saída (I/O) do interferômetro é não linear, torna-se natural conjecturar que um sistema de controle não linear seja adequado para resolver a maioria dos problemas nessa área. Ainda assim, no campo da óptica — em particular na interferometria — o número de aplicações de lógica *fuzzy* é pequeno, e o de lógica *fuzzy* T-S é marginal. No entanto, em 2007, foi publicado um trabalho envolvendo tanto controle *fuzzy* quanto interferometria óptica (Chang *et al.*, 2007). Nesse estudo, foi proposto uma forma de detecção combinando as vantagens de um interferômetro Fabry–Perot extrínseco (*extrinsic Fabry–Perot interferometer* - EFPI) e de um sensor PZT (material piezoelétrico com histerese), a fim de superar as desvantagens apresentadas quando ambos (não lineares) são usados separadamente. Como resultado global, a não linearidade interferométrica intrínseca de um sensor EFPI convencional é compensada.

De modo geral, a tarefa de modelar unidades de medição aplicadas a problemas do mundo real que demandam alto nível de precisão costuma ser bastante trabalhosa, devido às não linearidades e dinâmicas inerentes a todo sistema prático (Wieczorowski *et al.*, 2023).

Um dos primeiros trabalhos a propor um controle não linear para compensar influências espúrias em um sistema óptico não linear foi publicado por Zhu e Chen (1996), com o objetivo de compensar a influência da atmosfera e outras derivações em um interferômetro duplo Fabry–Perot não linear (incluindo um atuador piezoelétrico e seu efeito de histerese) (Zhu; Chen, 1996). Para isso, foi utilizada a técnica PSHS (*parallel subsystem of hardware simulation*), uma estratégia de engenharia eficaz para resolver sistemas não lineares complexos, cujas respostas representam tarefas muito complicadas de serem deduzidas analiticamente.

Em 2017, foi proposto o uso da teoria de controle não linear baseada em controle por estrutura variável e modos deslizantes (*Variable Structure / Sliding Mode* - VS/SM) para realizar a leitura do sensor interferométrico, obtendo resultados promissores e apresentando características importantes, como facilidade de implementação, baixo custo e robustez. Até onde se sabe, este foi um trabalho pioneiro nessa estratégia de controle. Assim, em (Martin *et al.*, 2017), aplicou-se a técnica para caracterizar o atuador piezoelétrico flexensional multieixo, utilizando um interferômetro de Michelson *bulk* operando sob baixa profundidade de modulação. Sinais senoidais e formas de onda arbitrárias foram detectados, e gráficos de linearidade, histerese e resposta em frequência (em módulo e fase) até 20 kHz foram determinados. No entanto, foi necessário um processo de auto-correção (medição prévia de A e V em (1)) do interferômetro, e seu intervalo dinâmico ficou limitado a  $\pi/2$  rad.

Em (Felão *et al.*, 2019), a técnica VS/SM foi aplicada a um interferômetro de Michelson *bulk* modificado para gerar duas saídas em quadratura de fase, operando no modo de alto ganho (high-gain approach) e expandindo o intervalo dinâmico de detecção do

método para valores bem acima de  $\pi/2$  rad. O arranjo não exigia procedimentos de reset nem autocorreção inicial. Embora o sistema tenha apresentado excelente desempenho, foi necessário empregar um modulador de fase óptico externo (PZT) no circuito de realimentação para medir o valor do deslocamento de fase de interesse, como inevitavelmente ocorre em toda a arquitetura interferométrica de alto ganho.

Uma evolução importante do método anterior foi apresentada em (Felão *et al.*, 2022), na qual o método passivo de detecção de fase interferométrica emulou a técnica da abordagem física de alto ganho em malha fechada. Ou seja, o arranjo funcionava como em (Felão *et al.*, 2019); no entanto, o interferômetro operava em malha aberta (simplificando significativamente o hardware óptico) e o modulador auxiliar externo (PZT) foi implementado digitalmente via software (podendo assumir valores de ganho muito elevados (rad/V)). Graças a isso, a interferometria de alto ganho pôde restabelecer sua credibilidade, anteriormente considerada por muitos autores como “uma abordagem não prática” (principalmente devido a problemas com o circuito de *reset*).

Nesse cenário de métodos de detecção baseados em controle não linear, são apresentadas considerações sobre as aplicações do modelo *fuzzy* não linear de Takagi–Sugeno (T-S) ao sistema interferométrico não linear. Essa estratégia é relevante porque os projetos de controladores baseados em LMIs para modelos *fuzzy* T-S permitem considerar simultaneamente parâmetros incertos da planta, atrasos temporais e saturação de entrada. Além disso, possibilitam especificar índices de desempenho, como a taxa de decaimento (relacionada ao tempo de acomodação), às normas  $H_\infty$  ou  $H_2$  do sistema em malha fechada, de modo que o efeito de uma perturbação seja atenuado. O projeto dos controladores é formulado como um problema de otimização convexa, de resolução relativamente simples (Brogin *et al.*, 2022; Li *et al.*, 2012).

É válido mencionar que, nesta tese, a especificação de projeto considerada foi apenas a estabilidade assintótica do ponto de equilíbrio  $x_{1n} = 0$ , utilizando uma função de Lyapunov quadrática simples. De fato, existem muitos outros métodos de projeto menos conservadores que podem ser aplicados para melhorar o desempenho do sistema controlado, como aqueles baseados em funções de Lyapunov mais sofisticadas, tais como funções de Lyapunov *fuzzy* (Lazarini *et al.*, 2021; Oliveira *et al.*, 2018), funções de Lyapunov do tipo min (Souza *et al.*, 2014), e leis de controle mais elaboradas, como controladores comutados (Alves *et al.*, 2016) (que poderão ser explorados em trabalhos futuros). Apesar disso, os autores consideram que o procedimento proposto constitui um exemplo representativo de prova de conceito, abrindo novas e importantes possibilidades para o desenvolvimento de controladores potentes para esses sistemas.

Aplicações de controle *fuzzy* voltadas à detecção efetiva de sinais de fase óptica são raras, embora seja possível citar o trabalho de Park e Song (2005), que utilizaram uma das primeiras versões *fuzzy* com esse propósito — o chamado controlador *fuzzy* PID (Park;



Song, 2005). A proposta foi aplicada a uma tarefa simples: estabilizar o ponto de operação do interferômetro frente a perturbações ambientais espúrias. Como o controlador PID não é adequado para sistemas não lineares, utilizou-se a lógica *fuzzy*, que possui a capacidade de controlar sistemas não lineares, eliminando parte das influências das perturbações ambientais e permitindo a estabilização e o controle do interferômetro. A partir de então, a técnica de detecção empregada passou a ser o método do arco-tangente.

O controle *fuzzy* PID também foi utilizado em 2015 em interferometria de luz branca (WLI) para aplicação semelhante (Song *et al.*, 2015). Em 2020, uma versão ainda mais simples — o controle *fuzzy* PI — foi aplicada em um sensor de corrente de fibra óptica (*fiber optic current sensor* — FOCS) (Diao *et al.*, 2020), cujos resultados foram apresentados apenas por meio de simulações.

Como pode ser observado, o número de publicações que utilizam controle não linear *fuzzy* T-S (com ou sem LMIs) para resolver problemas associados à detecção de fase interferométrica é bastante reduzido e, quando existem, geralmente não são abrangentes ou são produzidas pelos mesmos grupos de pesquisa, com contribuições incrementais a uma mesma concepção. Neste trabalho, os autores propõem um novo método para a detecção de sinais de fase óptica, imune a problemas de *fading* e robusto sob a ótica da teoria moderna de controle. A fusão entre os métodos de controle *fuzzy* T-S e LMIs para a medição de deslocamentos microscópicos será discutida. Serão apresentadas a teoria, as simulações e os resultados experimentais, avaliando a eficiência da técnica por meio da medição de deslocamentos produzidos por um atuador piezoelétrico posicionado em um dos braços de um interferômetro de Michelson. Utilizando um hardware óptico muito simples e de baixo custo, todo o potencial do método será concentrado no software. Será demonstrado que o sistema proposto é capaz de alcançar resultados comparáveis aos de diversas propostas que empregam ótica e eletrônica complexas publicadas na literatura.

### 3.5.1 Lógica de controle *fuzzy* T-S

Considere um sistema não linear descrito por

$$\dot{\mathbf{x}}_i(t) = \sum_{j=1}^n f_{ij}(\mathbf{z}(t))x_j(t) + \sum_{k=1}^m g_{ik}(\mathbf{x}(t))u_k(t), \quad i = 1, \dots, n, \quad (57)$$

em que  $x_j(t)$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$ , representam as variáveis de estado,  $u_k(t)$ ,  $k = 1, 2, \dots, m$ , denotam as entradas, e  $\mathbf{z}(t) = [z_1(t) \ z_2(t) \ \dots \ z_q(t)]^T$  é um vetor cujos elementos são as variáveis de premissa que dependem do vetor de estado  $\mathbf{x}(t)$  e de parâmetros incertos ou variáveis desconhecidas. Supondo que as funções  $f_{ij}(\mathbf{z}(t))$ ,  $i, j = 1, 2, \dots, n$ ,  $g_{ik}(\mathbf{z}(t))$ ,  $k = 1, 2, \dots, m$ , provenientes de (57), sejam limitadas em uma dada região de operação, existe um procedimento sistemático para a representação exata desse sistema não linear por meio de um modelo *fuzzy* T-S. Esse procedimento, apresentado em (Tanaka; Sugeno, 1992; Taniguchi *et al.*, 2001; Alves *et al.*, 2016), baseia-se nos valores mínimos e máximos

das não linearidades do sistema mencionadas,  $f_{ij}(\mathbf{z}(t))$  e  $g_{ik}(\mathbf{z}(t))$ ; estes estão associados a uma região de operação requerida no espaço de estados e aos limites dos parâmetros incertos ou variáveis desconhecidas que compõem o vetor  $\mathbf{z}(t)$ . Esses limites são definidos na Equação (58), para todos  $i, j = 1, 2, \dots, n$  e  $k = 1, 2, \dots, m$ :

$$\begin{aligned}\mu_{ij1} &\equiv \max(f_{ij}(\mathbf{z}(t))), \\ \mu_{ij2} &\equiv \min(f_{ij}(\mathbf{z}(t))), \\ \nu_{ik1} &\equiv \max(g_{ik}(\mathbf{z}(t))) \text{ e} \\ \nu_{ik2} &\equiv \min(g_{ik}(\mathbf{z}(t))).\end{aligned}\tag{58}$$

Agora, considere as seguintes definições abaixo, para todos  $i, j = 1, 2, \dots, n$  e  $k = 1, 2, \dots, m$ :

$$\begin{aligned}\alpha_{ij1}(\mathbf{z}(t)) &= \frac{f_{ij}(\mathbf{z}(t)) - \mu_{ij2}}{\mu_{ij1} - \mu_{ij2}}, \\ \alpha_{ij2}(\mathbf{z}(t)) &= \frac{\mu_{ij1} - f_{ij}(\mathbf{z}(t))}{\mu_{ij1} - \mu_{ij2}}, \\ \beta_{ik1}(\mathbf{z}(t)) &= \frac{g_{ik}(\mathbf{z}(t)) - \nu_{ik2}}{\nu_{ik1} - \nu_{ik2}} \text{ e} \\ \beta_{ik2}(\mathbf{z}(t)) &= \frac{\nu_{ik1} - g_{ik}(\mathbf{z}(t))}{\nu_{ik1} - \nu_{ik2}}.\end{aligned}\tag{59}$$

em que  $\alpha$  e  $\beta$  são funções de pertinência. As funções de pertinência  $\alpha_1(x_{1n}(t))$  e  $\alpha_2(x_{1n}(t))$ , apresentadas em (59), definem a extensão com que cada modelo local atuará durante o controle. Em momentos de variação, como perturbações ou o estabelecimento do regime permanente, as funções de pertinência podem variar rapidamente. Essas oscilações ocorrem porque o sistema oscila de acordo com a função de pertinência para alcançar o ponto de equilíbrio dentro da região de estabilidade definida; neste caso,  $x = 0$ . Assim, a variação nos graus de pertinência está diretamente relacionada ao comportamento transitório do sistema, destacando a importância da escolha adequada das funções de pertinência (Tanaka; Wang, 2004). Em condições de regime permanente, a variação entre os graus de pertinência permite uma transição suave entre os dois modelos locais, resultando em um comportamento do sistema mais estável e previsível.

### 3.5.2 Análise de estabilidade pela abordagem de Lyapunov

Em (Tanaka; Sugeno, 1992), foram estabelecidos teoremas para a análise de estabilidade e para o projeto de sistemas de controle *fuzzy* T-S, baseados no método direto de Lyapunov. Como a frequência de amostragem é consideravelmente alta, o sistema em tempo discreto assemelha-se ao sistema em tempo contínuo, sendo este último considerado para a análise de estabilidade. A Equação quadrática (60) pode ser considerada uma função candidata de Lyapunov, expressa como:

$$\mathbf{V}(\mathbf{x}(t)) = \mathbf{x}^T(t)\mathbf{P}\mathbf{x}(t) > 0, \quad \mathbf{x}(t) \neq 0.\tag{60}$$

O estudo da estabilidade resume-se a encontrar uma matriz  $\mathbf{P}$  que seja definida positiva, de modo que a derivada temporal da função de Lyapunov ( $\dot{\mathbf{V}}(\mathbf{x}(t))$ ) seja negativa, conforme mostrado na Equação (61):

$$\dot{\mathbf{V}}(\mathbf{x}(t)) = \dot{\mathbf{x}}^T(t)\mathbf{P}\mathbf{x}(t) + \mathbf{x}^T(t)\mathbf{P}\dot{\mathbf{x}}(t) < 0, \quad \mathbf{x}(t) \neq 0. \quad (61)$$

Dessa forma, é possível estabelecer uma condição suficiente para a estabilidade assintótica do ponto de equilíbrio  $\mathbf{x} = 0$  do sistema em malha aberta apresentado na Equação (57) (considerando  $\mathbf{u}(t) = 0$ ). Note que, considerando o modelo *fuzzy* T-S exato de (57), tem-se  $\dot{\mathbf{x}}(t) = (\alpha_1(\mathbf{z}(t))\mathbf{A}_1 + \alpha_2(\mathbf{z}(t))\mathbf{A}_2 + \dots + \alpha_r(\mathbf{z}(t))\mathbf{A}_r)\mathbf{x}(t)$ , em que  $\alpha_1(\mathbf{z}(t))$ ,  $\alpha_2(\mathbf{z}(t))$ ,  $\dots$ ,  $\alpha_r(\mathbf{z}(t)) \geq 0$  e  $\alpha_1(\mathbf{z}(t)) + \alpha_2(\mathbf{z}(t)) + \dots + \alpha_r(\mathbf{z}(t)) = 1$ . Assim, a partir de (61), tem-se  $\dot{\mathbf{V}}(\mathbf{x}(t)) = \dot{\mathbf{x}}^T(t)[\alpha_1(\mathbf{z}(t))(\mathbf{A}_1^T\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A}_1) + \alpha_2(\mathbf{z}(t))(\mathbf{A}_2^T\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A}_2) + \dots + \alpha_r(\mathbf{z}(t))(\mathbf{A}_r^T\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A}_r)]\mathbf{x}(t)$ . Portanto, as condições para a estabilidade assintótica do ponto de equilíbrio  $\mathbf{x} = 0$  deste sistema em malha aberta podem ser descritas pela solução do seguinte problema, formulado em termos de LMIs: encontrar uma matriz simétrica definida positiva,  $\mathbf{P}$ , comum aos índices  $i$ , que satisfaça a desigualdade (62) (Tanaka; Sugeno, 1992):

$$\mathbf{A}_i^T\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A}_i < 0, \quad i = 1, 2, \dots, r. \quad (62)$$

Encontrar a matriz  $\mathbf{P}$  nem sempre foi uma tarefa direta, uma vez que os primeiros estudos se baseavam em procedimentos de tentativa e erro. Em (Wang; Tanaka; Griffin, 1996), esse desafio foi reduzido ao problema de determinação de  $\mathbf{P}$  para a análise de estabilidade e o projeto de controle, formulado como um problema de desigualdades matriciais lineares (LMIs), o qual pode ser resolvido de forma eficiente utilizando técnicas de programação convexa.

A ideia principal por trás do uso do conceito de compensação distribuída em paralelo (PDC) é projetar um controlador para cada regra do modelo *fuzzy* T-S. Por exemplo, conforme será estudado adiante, a planta será descrita como um modelo *fuzzy* T-S  $\dot{\mathbf{x}}(t) = (\alpha_1(\mathbf{z}(t))\mathbf{A}_1 + \alpha_2(\mathbf{z}(t))\mathbf{A}_2)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t)$ , onde  $\mathbf{B}$  é uma matriz constante conhecida,  $\alpha_1(\mathbf{z}(t)) + \alpha_2(\mathbf{z}(t)) = 1$ ,  $\alpha_1(\mathbf{z}(t))$ ,  $\alpha_2(\mathbf{z}(t)) \geq 0$  e o controlador é dado por  $\mathbf{u}(t) = -(\alpha_1(\mathbf{z}(t))\mathbf{F}_1 + \alpha_2(\mathbf{z}(t))\mathbf{F}_2)\mathbf{x}$ . Do ponto de vista de cada regra individual, os controladores são lineares; no entanto, o controlador do sistema global é não linear, pois resulta da combinação *fuzzy* T-S de cada controlador individual.

Agora, o controlador PDC é definido como  $\mathbf{u}(t) = -(\alpha_1(\mathbf{z}(t))\mathbf{F}_1 + \alpha_2(\mathbf{z}(t))\mathbf{F}_2 + \dots + \alpha_r(\mathbf{z}(t))\mathbf{F}_r)\mathbf{x}$ , onde  $\mathbf{F}_1$ ,  $\mathbf{F}_2$ ,  $\dots$ ,  $\mathbf{F}_r$  são ganhos constantes.

Uma condição suficiente para a estabilidade assintótica do ponto de equilíbrio  $\mathbf{x} = 0$  deste sistema *fuzzy* T-S controlado pode ser obtida usando a função candidata de Lyapunov (60), em que  $\mathbf{P} = \mathbf{P}^T > 0$  e (61). As seguintes condições oferecem uma solução para este problema: encontrar uma matriz simétrica definida positiva,  $\mathbf{P}$ , comum a todos

os índices  $l$  e  $k$ , que satisfaça as desigualdades (63):

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_{ll}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{G}_{ll} &< 0 \\ \left( \frac{\mathbf{G}_{lk} + \mathbf{G}_{kl}}{2} \right)^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \left( \frac{\mathbf{G}_{lk} + \mathbf{G}_{kl}}{2} \right) &\leq 0, \quad l < k, \quad k, l = 1, 2, \dots, r, \end{aligned} \quad (63)$$

onde  $\mathbf{G}_{lk} = \mathbf{A}_l - \mathbf{B}_l \mathbf{F}_k$  e  $\mathbf{F}_k$  compreendem a matriz de ganho do controlador.

Para determinar os ganhos do controlador,  $\mathbf{F}_k$ , devemos substituir o valor de  $\mathbf{G}_{lk}$  em (63) e multiplicar ambos os lados por  $\mathbf{X} = \mathbf{P}^{-1} = \mathbf{X}^T$ . Isso resulta nas condições LMI mostradas nas desigualdades (64) e (65):

$$\mathbf{X} \mathbf{A}_l^T - \mathbf{M}_l^T \mathbf{B}_l^T + \mathbf{A}_l \mathbf{X} - \mathbf{B}_l \mathbf{M}_l < 0 \quad (64)$$

e

$$\mathbf{X} \mathbf{A}_l^T - \mathbf{M}_k^T \mathbf{B}_l^T + \mathbf{X} \mathbf{A}_k^T - \mathbf{M}_l^T \mathbf{B}_k^T + \mathbf{A}_l \mathbf{X} - \mathbf{B}_l \mathbf{M}_k + \mathbf{A}_k \mathbf{X} - \mathbf{B}_k \mathbf{M}_l \leq 0, \quad l < k, \quad (65)$$

onde  $\mathbf{M}_l = \mathbf{F}_l \mathbf{X}$  para todo  $l \in \{1, 2, \dots, r\}$ . Assim, utilizando LMIs, o problema de projetar o controlador *fuzzy* T-S para estabilizar o sistema torna-se encontrar a matriz  $\mathbf{X} > 0$  e as matrizes  $\mathbf{M}_l$ ,  $l = 1, 2, \dots, r$ , que satisfaçam as desigualdades (64) e (65).

Considerando o interferômetro operando em malha aberta, cujo sinal fotodetectado  $PD_1$  (ou  $PD_2$ ) é descrito por (22) e (23), será proposto um sistema observador, implementado na forma digital e acionado por  $PD_1$  (ou  $PD_2$ ). A Figura 39 apresenta um esquema do sistema *fuzzy* T-S operando em malha fechada dentro do observador. Nesse sistema, o filtro passa-baixas (LPF) na saída do bloco associado ao interferômetro,  $A_1 V_1 \cos(\phi(t))$ , onde  $\phi(t) = \Delta\phi(t) + \phi_0(t) + \phi_c(t)$ , e cuja saída é  $y(t)$ , implica que o sistema de controle *fuzzy* T-S deve compensar apenas as baixas frequências, relacionadas ao deslocamento de fase  $\phi_0(t)$ . Em outras palavras, esse tipo de controle segue a abordagem de baixo ganho (low-gain approach – LGA) (Udd; Spillman, 2011), na qual o sistema, por meio do filtro passa-baixa, compensa apenas os componentes de baixa frequência gerados por variações ambientais (20 Hz neste trabalho), permitindo que os componentes de alta frequência ( $\Delta\phi(t)$ ) passem inalterados pela malha fechada do observador. Além disso, se  $\phi_0(t)$  for mantido aproximadamente constante em torno de  $\pi/2$  rad (região de maior sensibilidade e linearidade do interferômetro), então a medição (detecção) de  $\Delta\phi(t)$  sob a condição LGA torna-se trivial. As variáveis de estado escolhidas são  $x_1(t) = \phi(t) = \Delta\phi(t) + \phi_0(t) + \phi_c(t)$  e  $x_2(t) = w(t)$ , onde  $\phi_c(t)$  é a fase de correção introduzida pelo sistema de controle para suprimir variações em  $\phi_0(t)$ , e  $w(t)$  é a saída do filtro passa-baixa (Low-Pass filter - LPF). O diagrama na Figura 39 refere-se às simulações; portanto, será adotada a suposição de que  $\Delta\phi(t)$  é inicialmente conhecida (no sistema prático, esse valor deve ser previamente estimado). De acordo com a lógica *fuzzy* T-S descrita anteriormente, em termos simplificados, o sistema de controle *fuzzy* T-S aplicado à interferometria funcionará da seguinte forma: primeiramente, será necessário definir as variáveis de estado e o respectivo sistema

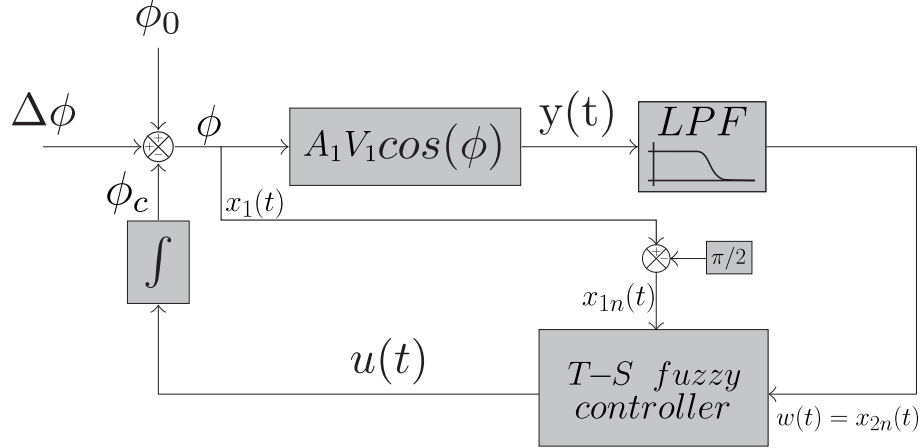
matricial. Dentro desse sistema matricial, encontra-se um elemento que contém uma não linearidade (representada abaixo por  $f_{21}$ ), a qual ocorre devido à natureza não linear do próprio interferômetro. Essa função dependerá de outra variável de estado relacionada a  $x_1(t)$  (que será denominada  $x_{1n}$ ), e pode ser aproximada pela soma dos valores máximo e mínimo ponderados por funções de pertinência. Graças a isso, o sistema matricial também será representado por uma soma entre as matrizes com os valores máximo e mínimo no elemento que contém a função não linear. Assim, a lei de controle será dada por dois controladores lineares (relacionados aos dois modelos lineares) também ponderados por funções de pertinência. Para encontrar esse par de controladores, serão utilizadas LMIs. O par de controladores lineares será constante para a aplicação do sistema *fuzzy* T-S, enquanto as funções de pertinência serão variáveis e dependentes da variável de estado  $x_{1n}$ . Nessa etapa subsequente da análise, para definir a lei de controle, será necessário dispor de uma estimativa do valor dessa variável.

Como observado na Figura 39, o filtro passa-baixas na saída do interferômetro ( $y(t)$ ) indica que o sistema de controle *fuzzy* T-S compensará apenas as baixas frequências ( $\phi_0(t)$ ). Assim, é definida uma abordagem de controle baseada na abordagem de baixo ganho (*low-gain approach*, LGA). Em resumo, o sistema compensará apenas os componentes de baixa frequência (20 Hz neste trabalho), permitindo que os componentes de alta frequência ( $\Delta\phi(t)$ ) passem pela malha fechada. Isso implica que o sinal de interesse será acessado por meio da saída interferométrica e não pelo sinal de controle, como ocorre nas estratégias baseadas na abordagem de alto ganho (*high-gain approach*, HGA). O sistema *fuzzy* T-S apresentado pode ser relacionado ao proposto em (Martin *et al.*, 2017), que também emprega um filtro na saída do interferômetro e a abordagem de baixo ganho. No entanto, o sistema de controle proposto nesse trabalho utiliza a teoria de modos deslizantes, em vez da abordagem de controle *fuzzy* T-S aqui adotada.

Por esse motivo, o modelo *fuzzy* T-S envolve o uso de um filtro passa-baixas (LPF) aplicado ao sinal de saída interferométrico, conforme ilustrado na Figura 39. O filtro passa-baixas utilizado é descrito pela equação linear e invariante no tempo  $\dot{w}(t) = -(1/\tau)w(t) + (1/\tau)y(t)$  e possui uma frequência de corte de 20 Hz, que normalmente corresponde à frequência máxima de  $\phi_0(t)$  (em condições ambientais de laboratório; embora seja importante notar que a frequência de corte pode ser ajustada conforme o ambiente).

As variáveis de estado escolhidas são  $x_1(t) = \phi(t) = \Delta\phi(t) + \phi_0(t) + \phi_c(t)$  e  $x_2(t) = w(t)$ . Com essas variáveis de estado aplicadas ao modelo da Figura 39 e introduzindo uma mudança de variáveis  $x_{1n}(t) = x_1(t) - \pi/2$  e  $x_{2n}(t) = x_2(t)$ , obtêm-se as seguintes equações:  $\dot{x}_{1n}(t) = \dot{x}_1(t) = \dot{\phi}(t) = \Delta\dot{\phi}(t) + \dot{\phi}_0(t) + \dot{\phi}_c(t)$  e  $\dot{x}_{2n}(t) = \dot{w}(t) = -(1/\tau)w(t) + (1/\tau)y(t) = -(1/\tau)w(t) + (1/\tau)A_1V_1 \cos(\phi(t)) = -(1/\tau)x_2(t) - (1/\tau)A_1V_1 \sin(x_{1n}(t))$ . Assim, definindo a entrada de controle como  $u(t) = \dot{\phi}_c(t)$ , o sistema pode ser representado em forma matricial, conforme mostrado na Equação (66):

**Figura 39** – Diagrama de blocos do sistema dinâmico do interferômetro aplicado ao controlador *fuzzy* T-S.



Fonte: elaborado pelo autor.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{1n}(t) \\ \dot{x}_{2n}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{A_1 V_1 \sin(x_{1n}(t))}{\tau x_{1n}(t)} & -\frac{1}{\tau} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1n}(t) \\ x_{2n}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} (\Delta\dot{\phi}(t) + \dot{\phi}_0(t)). \quad (66)$$

A função não linear foi obtida na etapa de modelagem do sistema de interferometria, estando presente no termo  $a_{21}$  da matriz de estados  $A$ , o qual é equivalente a  $f_{21}(x_{1n}(t)) = -\frac{A_1 V_1 \sin(x_{1n}(t))}{\tau x_{1n}(t)}$ ; como esta expressão apresenta singularidade em  $x_{1n}(t) = 0$ , será considerado um limite apropriado nessa vizinhança, garantindo a continuidade e evitando indeterminações no modelo. Em seguida, o sistema não linear (66) será representado por um modelo *fuzzy* T-S. Um método para representar essa matriz é usar modelos lineares locais, conforme descrito no início da Seção 3.5.1. O número de modelos necessários para essa representação é  $2^k$ , onde  $k$  é o número de elementos não lineares no sistema dinâmico. No caso estudado,  $k = 1$ , então serão usados apenas dois modelos. Os modelos locais são obtidos com base nos valores mínimo e máximo da função não linear dentro de uma faixa de interesse (neste trabalho,  $-20\pi < \phi_t < 20\pi$ ); porém o máximo e mínimo global estão inseridos dentro deste intervalo, e, desta forma a aproximação da função é válida para qualquer valor de  $\phi_t$ .

Com base no método apresentado anteriormente e utilizando a Equação (57), a função não linear  $f_{21}(x_{1n}(t))$  pode ser expressa como a soma dos valores mínimo e máximo, ponderados pelas funções de pertinência  $\alpha_1(x_{1n}(t))$  e  $\alpha_2(x_{1n}(t))$ , respectivamente, conforme mostrado na Equação (67):

$$f_{21}(x_{1n}(t)) = \alpha_1(x_{1n}(t))\bar{f} + \alpha_2(x_{1n}(t))\underline{f}, \quad (67)$$

onde  $\underline{f} = \min(f_{21}(x_{1n}(t)))$  e  $\bar{f} = \max(f_{21}(x_{1n}(t)))$ . Nota-se que  $\alpha_1(x_{1n}(t)), \alpha_2(x_{1n}(t)) \geq 0$  e que  $\alpha_1(x_{1n}(t)) + \alpha_2(x_{1n}(t)) = 1$ .

Realizando algumas manipulações, os fatores  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  podem ser reescritos conforme mostrado na Equação (68):

$$\alpha_1(x_{1n}(t)) = \frac{\bar{f} - f_{21}(x_{1n}(t))}{\bar{f} - \underline{f}} \quad \alpha_2(x_{1n}(t)) = \frac{f_{21}(x_{1n}(t)) - \underline{f}}{\bar{f} - \underline{f}}. \quad (68)$$

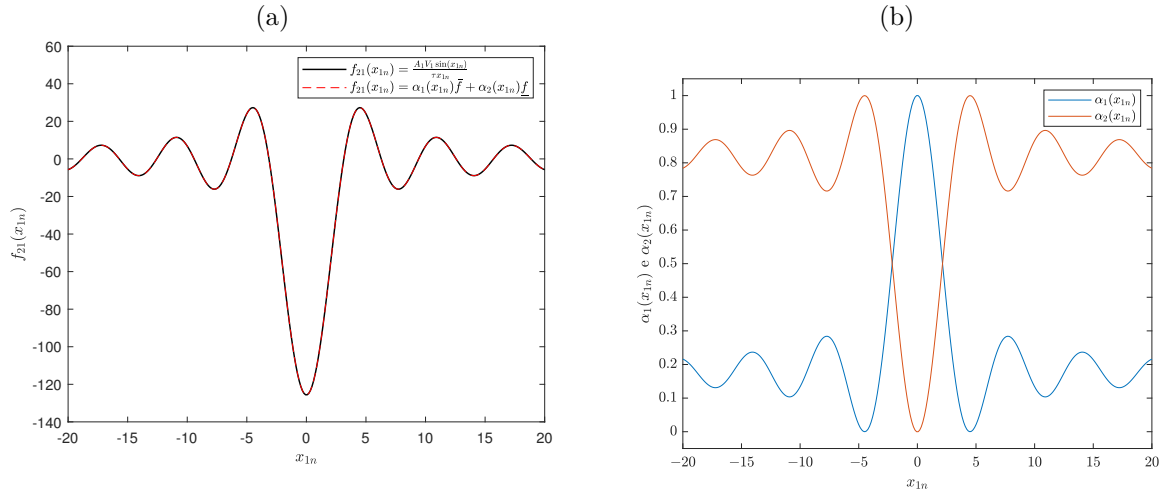
Assim, o sistema não linear pode ser expresso conforme mostrado na Equação (69), com as matrizes de estado definidas nas Equações (70):

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) = & (\alpha_1(x_{1n}(t))\mathbf{A}_1 + \alpha_2(x_{1n}(t))\mathbf{A}_2)\mathbf{x}(t) + (\alpha_1(x_{1n}(t))\mathbf{B}_1 + \alpha_2(x_{1n}(t))\mathbf{B}_2)u(t) + \dots \\ & \dots + (\alpha_1(x_{1n}(t))\mathbf{D}_1 + \alpha_2(x_{1n}(t))\mathbf{D}_2)(\Delta\dot{\phi}(t) + \dot{\phi}_0(t)), \end{aligned} \quad (69)$$

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \underline{f} & -\frac{1}{\tau} \end{bmatrix} \quad \mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \bar{f} & -\frac{1}{\tau} \end{bmatrix} \quad \mathbf{B}_1 = \mathbf{B}_2 = \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{D}_1 = \mathbf{D}_2 = \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (70)$$

Variando o valor de  $x_{1n}(t)$  de  $-20$  a  $20$  radianos e considerando  $A_1V_1 = 1$  e  $\tau = 1/40\pi$ , a função  $f(x_{1n}(t))$  e as funções de pertinência ( $\alpha_1(x_{1n}(t))$  e  $\alpha_2(x_{1n}(t))$ ) são ilustradas na Figura 40.

**Figura 40** – Gráficos da função não linear de  $x_{1n}(t)$  (Equação (67)) e das funções de pertinência (Equação (68)) na região de interesse ( $-20 \leq x_{1n}(t) \leq 20$ ). (a) Função não linear de  $x_{1n}(t)$ . (b) Funções de pertinência.



Fonte: elaborado pelo autor.

No sistema controlado, a entrada do modelo *fuzzy* T-S (69) e (70) é dada por  $\mathbf{u}(t) = -(\alpha_1(x_{1n}(t))\mathbf{F}_1 + \alpha_2(x_{1n}(t))\mathbf{F}_2)x(t)$ , onde  $\alpha_1(x_{1n}(t))$  e  $\alpha_2(x_{1n}(t))$  são descritos em (68), e  $\mathbf{F}_1$  e  $\mathbf{F}_2$  são ganhos constantes. O sistema foi desenvolvido e projetado com base nas condições de estabilidade dos sistemas *fuzzy* T-S, empregando soluções por meio de LMIs. Utilizando o MATLAB com a toolbox YALMIP e o solucionador LMILAB, foi criado um script para o projeto do sistema de controle *fuzzy* T-S. A partir das desigualdades (64) e (65), construiu-se o sistema de desigualdades (LMIs). O script confirmou a viabilidade do sistema, comprovando, assim, sua estabilidade para os ganhos

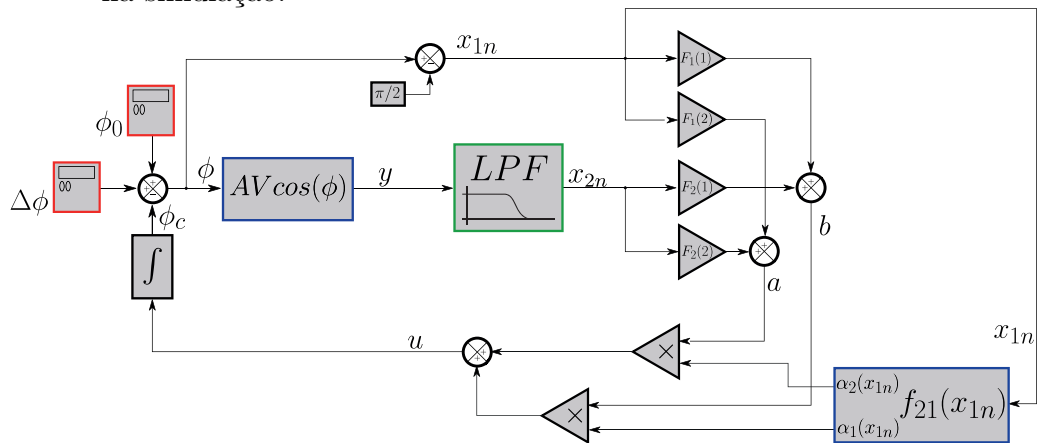
$\mathbf{F}_1 = [-41, 8161; -2, 7437 \times 10^4]$  e  $\mathbf{F}_2 = [9, 6255; 6, 0159 \times 10^3]$ . Vale destacar que o MATLAB/YALMIP é extremamente útil no projeto de controladores baseados em LMIs; basta utilizar o solucionador MATLAB/YALMIP para obter os ganhos  $\mathbf{F}_1$  e  $\mathbf{F}_2$ . Uma vez definidos, não é mais necessário executar as LMIs. Assim, o sistema de controle pode ser implementado em diversas plataformas, incluindo sistemas em tempo real, plataformas FPGA (*Field-Programmable Gate Array*), sistemas embarcados ou até mesmo hardware dedicado. Não implica em problemas de *time consuming*.

### 3.5.3 Simulação do controle *fuzzy* T-S em baixo ganho

Nesta seção, apresenta-se a simulação computacional do sistema descrito anteriormente. Primeiramente, o sistema foi simulado utilizando o software Simulink em uma configuração de malha fechada, conforme o diagrama ilustrado na Figura 41. Esse diagrama é composto pelos seguintes elementos: dois geradores de sinal (blocos vermelhos) responsáveis por gerar  $\Delta\phi(t)$  e  $\phi_0(t)$ ; dois blocos de funções (blocos azuis), sendo um correspondente à função do interferômetro e outro responsável pela determinação de  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  a partir do valor de  $x_{1n}(t)$ ; o filtro passa-baixas mostrado na Figura 39 (bloco verde); os ganhos previamente determinados  $\mathbf{F}_1 = (F_1(1), F_1(2))$  e  $\mathbf{F}_2 = (F_2(1), F_2(2))$ ; e, por fim, o integrador presente na malha de realimentação do sistema.

Os termos  $A$  e  $V$  foram considerados iguais a 1, uma vez que o sinal de saída interferométrico foi normalizado, como será mostrado mais adiante nesta seção.

**Figura 41** – Sistema de controle interferométrico utilizando lógica *fuzzy* T-S empregado na simulação.



Fonte: elaborado pelo autor.

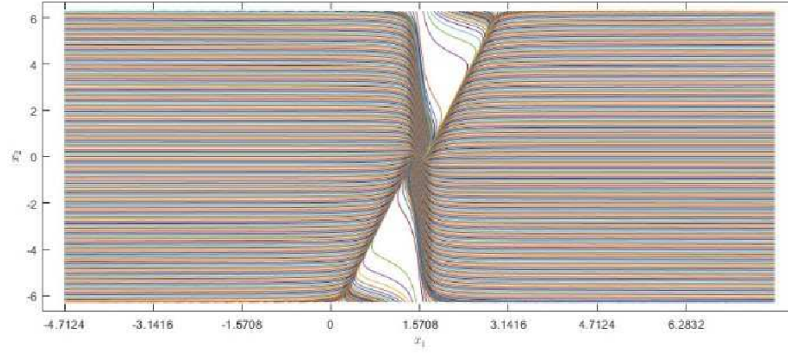
Na Figura 42 é mostrado o plano de fase do sistema da malha de controle da Figura 41; o plano de fase demonstra as trajetórias de  $\mathbf{x}(t)$  das variáveis de estado, sendo essas representadas na equação (71):



$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = u(t) = (x_{1n}F_1(1) + x_{2n}F_2(1))\alpha_1 + (x_{1n}F_1(2) + x_{2n}F_2(2))\alpha_2 \\ \dot{x}_2(t) = (\underline{f}\alpha_1 + \bar{f}\alpha_2)x_{1n} - x_{2n}/\tau \end{cases} \quad (71)$$

sendo  $\mathbf{F}_1$  e  $\mathbf{F}_2$  os ganhos do controle *fuzzy* T-S,  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  os graus de pertinência.

**Figura 42** – Plano de fase do sistema *fuzzy*-TS aplicado ao interferômetro.



Fonte: elaborado pelo autor.

Com o plano de fases, é possível observar que o sistema converge para apenas um ponto de equilíbrio ( $x_1(t) = \pi/2$  ou  $x_{1n} = 0$ ).

As simulações realizadas no Simulink utilizaram uma frequência de amostragem de  $f_s = 10^6$  Hz, com um intervalo de tempo de 0,15 s. Os espectros de magnitude apresentados nas simulações e nos resultados experimentais empregam uma resolução em frequência de 0,5 Hz, aplicando uma janela de Hanning para a suavização do sinal.

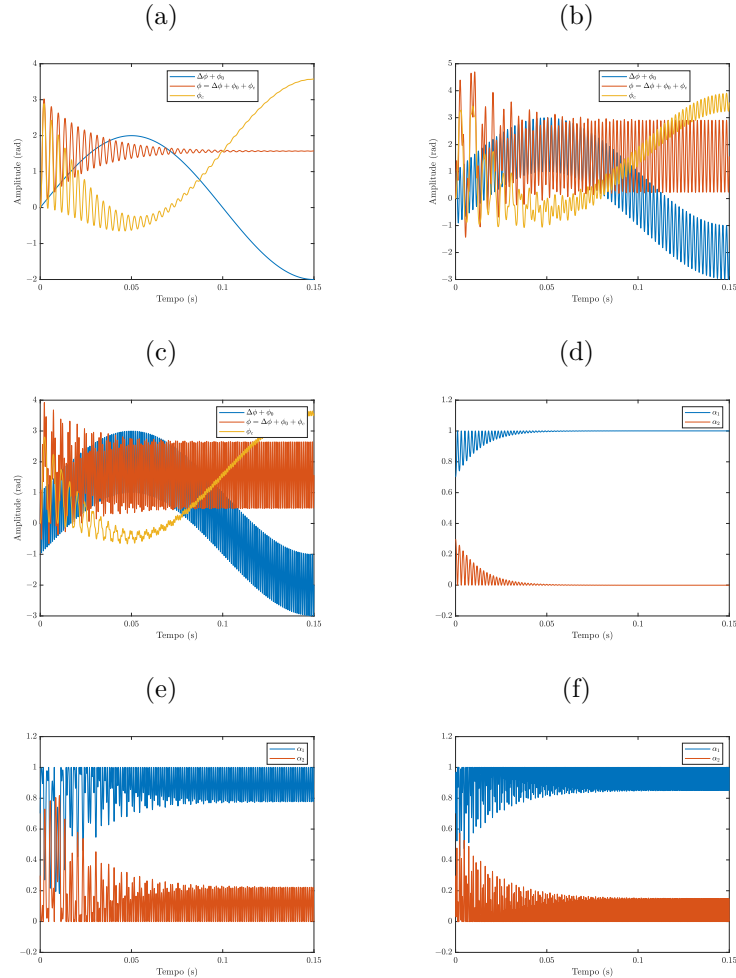
Na Figura 43, os gráficos da primeira linha mostram a entrada ( $\Delta\phi(t) + \phi_0(t)$ ), a resposta temporal do sistema ( $y(t)$ ) e a correção de fase ( $\phi_c(t)$ ), enquanto os gráficos da segunda linha mostram a variação das funções de pertinência ao longo do tempo ( $\alpha_1$  e  $\alpha_2$ ). As Figuras 43a,d ilustram as simulações nas quais o sinal de interesse ( $\Delta\phi(t)$ ) não foi incluído, tendo como entrada apenas o sinal de baixa frequência ( $\phi_0(t) = 2\sin(2\pi \times 5 \times t)$ ). Na Figura 43b,e, são ilustradas as simulações cuja entrada é a combinação dos sinais de alta frequência ( $\Delta\phi(t) = \sin(2\pi \times 500 \times t)$ ) e baixa frequência ( $\phi_0(t) = 2\sin(2\pi \times 5 \times t)$ ). Na Figura 43c,f, a entrada do sistema foi a combinação do sinal  $\Delta\phi(t)$  ( $\Delta\phi(t) = \sin(2\pi \times 1000 \times t)$ ) com o mesmo sinal  $\phi_0(t)$  ( $\phi_0(t) = 2\sin(2\pi \times 5 \times t)$ ) utilizado nas demais simulações. Em ambas as simulações, a amplitude do termo de perturbação ambiental  $\phi_0$  foi considerada severa, igual ao dobro da amplitude do sinal de interesse.

Na primeira coluna de gráficos das Figuras 43a,d, pode-se observar que, em uma simulação sem o sinal de alta frequência, o sistema converge para o ponto de equilíbrio  $x_1(t) = \pi/2$ . No entanto, é importante observar que foi realizada uma transformação de variável, na qual o ponto  $x_{1n}(t)$  converge para 0 ( $x_{1n}(t) = x_1(t) - \pi/2$ ). Como não há sinal com frequência superior à frequência de corte do filtro, o sistema permanece fixo no ponto de equilíbrio. As funções de pertinência oscilam até atingirem o ponto de equilíbrio e, em seguida, permanecem constantes.

A segunda e terceira colunas dos gráficos das Figuras 43b,c,e,f mostram que, quando a entrada inclui o sinal de alta frequência além do sinal de baixa frequência, o sinal de saída apresenta apenas o componente de alta frequência oscilando em torno do ponto de equilíbrio  $x_{1n}(t)$ . O sinal de correção  $\phi_c(t)$  contém o componente de baixa frequência. Após a fase transitória, o grau de pertinência oscila na frequência de  $\Delta\phi(t)$  entre os dois controladores.

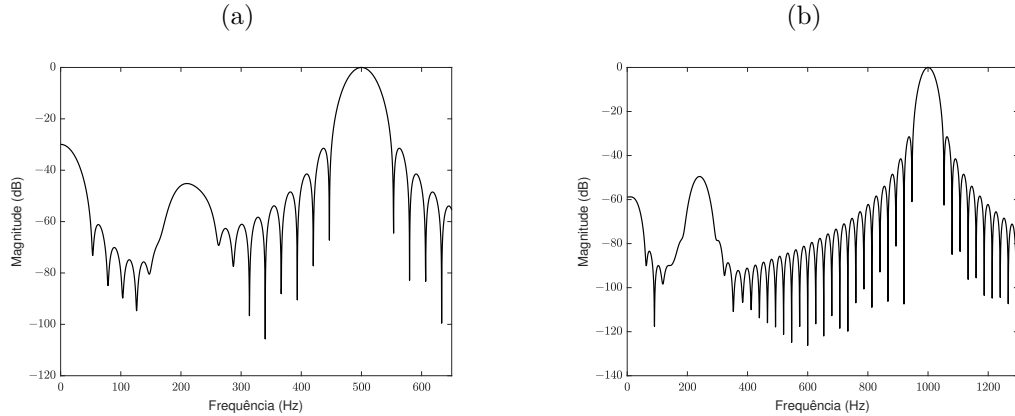
Para demonstrar a frequência dos sinais de saída nas Figuras 43b,c, foi realizada uma análise espectral do sinal entre 0,075 s e 0,15 s, a qual é apresentada na Figura 44. O espectro de magnitude para  $\Delta\phi(t)$  com frequência de 500 Hz é mostrado no primeiro gráfico (Figura 44a), e para a frequência de 1000 Hz no segundo gráfico (Figura 44b).

**Figura 43** – Resultados da simulação, resposta temporal do sistema e variação das funções de pertinência ao longo do tempo. (a) Resposta temporal para  $(\Delta\phi(t) = 0)$  e  $\phi_0(t) = 2\text{sen}(2\pi \times 5 \times t)$ . (b) Resposta temporal para  $\Delta\phi(t) = \text{sen}(2\pi \times 500 \times t)$  e  $\phi_0(t) = 2\text{sen}(2\pi \times 5 \times t)$ . (c) Resposta temporal para  $\Delta\phi(t) = \text{sen}(2\pi \times 1000 \times t)$  e  $\phi_0(t) = 2\text{sen}(2\pi \times 5 \times t)$ . (d) Funções de pertinência para  $(\Delta\phi(t) = 0)$  e  $\phi_0(t) = 2\text{sen}(2\pi \times 5 \times t)$ . (e) Funções de pertinência para  $\Delta\phi(t) = \text{sen}(2\pi \times 500 \times t)$  e  $\phi_0(t) = 2\text{sen}(2\pi \times 5 \times t)$ . (f) Funções de pertinência para  $\Delta\phi(t) = \text{sen}(2\pi \times 1000 \times t)$  e  $\phi_0(t) = 2\text{sen}(2\pi \times 5 \times t)$ .



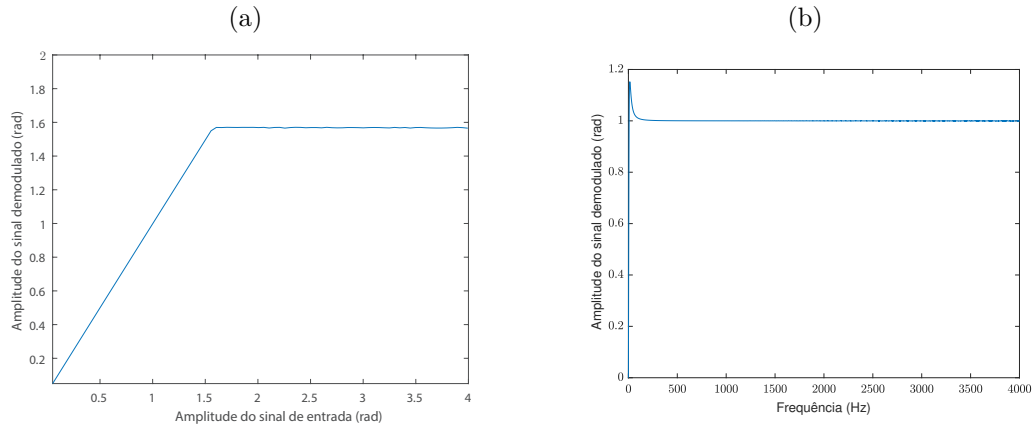
Fonte: elaborado pelo autor.

**Figura 44** – espectro de magnitude da saída do sistema. (a) Entrada em 500 Hz. (b) Entrada em 1000 Hz.



Fonte: elaborado pelo autor.

**Figura 45** – Varredura da faixa dinâmica do método *fuzzy* T-S. (a) Varredura de amplitude. (b) Varredura de frequência.



Fonte: elaborado pelo autor.

Como a amplitude de  $\phi_0(t)$  foi escolhida para ser o dobro da amplitude de  $\Delta\phi(t)$  na Figura 43, pelos espectros de magnitude mostrados na Figura 44, fica evidente que o sinal  $\phi_0(t)$  está compensado, permitindo o predomínio do sinal  $\Delta\phi(t)$  na saída demodulada. Na verdade, os lóbulos laterais, presentes abaixo da frequência do sinal  $\Delta\phi(t)$ , estão associados aos regimes transitórios dos sinais mostrados na Figura 43.

Varreduras de amplitude e frequência também foram realizadas utilizando o software LabVIEW. O sistema utilizado é o mesmo empregado experimentalmente, como será mostrado na próxima seção. A entrada do sistema consistiu em ondas senoidais geradas pelo software, com amplitudes e frequências definidas no programa. Na Figura 45a, é mostrado o resultado da varredura de amplitude, onde a frequência do sinal de entrada foi mantida constante em 500 Hz, e a amplitude variou de 0,05 a 4 rad em passos de 0,05 rad. Na Figura 45b, foi realizada uma varredura de frequência, variando a frequência do sinal de entrada enquanto a amplitude foi mantida fixa em 1 rad. O intervalo de frequência variou de 10 a 4000 Hz em passos de 1 Hz.

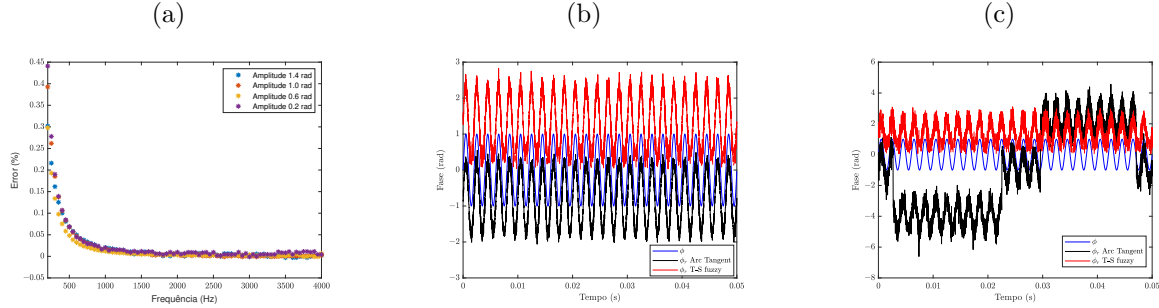
Na Figura 45(a), pode-se observar que o método opera até  $\pi/2$  rad pico (1,57 rad pico), que é o limite do intervalo da função arco cosseno. Além desse valor, o sinal detectado da fase fica enrolado, mas a informação pode ser recuperada por técnicas de *unwrapping*. Consequentemente, a faixa dinâmica deste método *fuzzy* T-S varia de 0 a  $\pi/2$  rad pico (não considerando o ruído). Na Figura 45b, a varredura de frequência indica que há um pico em 15 Hz, cujo valor é 1,15211 radianos; em princípio, o método *fuzzy* T-S se tornaria efetivo acima de 15 Hz (segundo os próximos parágrafos, este limite inferior deve ser aumentado por razões práticas).

A seguir, foi realizada uma análise mais completa do erro e da sensibilidade ao ruído, e os resultados foram obtidos por meio de simulação. Na Figura 46a, ilustra-se o erro percentual na medição de sinais senoidais com amplitudes de 0,2, 0,6, 1,0 e 1,4 radianos, em frequências de 100 Hz a 4000 Hz. O maior erro nesta faixa de frequência ocorre próximo ao limite inferior e é de 0,45%. Esta faixa foi selecionada justamente por ser uma região favorável, onde o erro é inferior a 0,45% em 100 Hz. Apesar do crescimento acelerado da curva no limite inferior da faixa, o erro máximo em 15 Hz é de apenas 13%. Esse comportamento ocorre devido à leve amplificação do sistema observada na varredura da Figura 45b.

Por sua vez, ao considerar ruído branco nas saídas da interferometria, a resposta do sistema *fuzzy* T-S foi analisada conforme mostrado nas Figuras 46(b) e 46c, respectivamente. Foram considerados sinais de entrada senoidais com amplitude de 1,0 rad em 500 Hz (em azul), para ruídos aditivos com desvios padrão de 0,1 (equivalente a uma relação sinal-ruído (Signal-to-Noise Ratio - SNR) de 15 dB) e 0,3 (SNR = 5 dB); os sinais de saída ruidosos, obtidos pelos métodos do arco-tangente e *fuzzy* T-S, são mostrados nas cores preta e vermelha, respectivamente. Quanto à sensibilidade ao ruído, o método *fuzzy* T-S demonstrou maior imunidade. Isso ocorre porque o método do arco-tangente está sujeito a ambiguidade de fase, podendo apresentar saltos de fase (intervalos de  $2\pi$  rad) com uma mudança abrupta simultânea no sinal (e, consequentemente, erros periódicos). Essa desvantagem não ocorre no método *fuzzy* T-S; como o sistema possui apenas um ponto de equilíbrio estável, a malha fechada do observador mantém sempre o sinal no mesmo ponto de operação. Na verdade, mesmo que o sinal de entrada seja menor que  $\pi/2$  rad, quando está na presença de ruído aditivo, ele pode gerar picos que excedem  $\pi/2$ , produzindo, portanto, uma detecção de fase totalmente incorreta. Isso ocorre porque a rotina de *phase unwrapping* do método do arco-tangente gera inadvertidamente um salto de fase de  $2\pi$  radianos. Esse tipo de erro é significativamente evidente na Figura 46c.

Como esses resultados não consideram apenas a ação do filtro passa-baixa com frequência de corte em 20 Hz (frequência abaixo da qual o método *fuzzy* T-S deve compensar variações ambientais aleatórias), optou-se por definir o início da faixa dinâmica em 100 Hz, correspondente ao erro máximo de 0,45%, de acordo com a Figura 46a.

**Figura 46** – Análise de erro e sensibilidade ao ruído do método *fuzzy* T-S. (a) Erro relativo obtido pelo método *fuzzy* T-S de 100 Hz a 4000 Hz. (b) Sensibilidade ao ruído com desvio padrão de 0,1 (SNR = 15 dB). (c) Sensibilidade ao ruído com desvio padrão de 0,3 (SNR = 5 dB).



Fonte: elaborado pelo autor.

Como evidenciado no texto, o método não linear *fuzzy* T-S proposto neste trabalho fornece um único ponto de equilíbrio estável em torno da condição de quadratura de fase,  $\phi_0 = \pi/2$  rad. Isso pode constituir uma desvantagem em relação a outros métodos de controle não linear, como VS/SM no modo LGA (que apresenta múltiplos pontos de equilíbrio estáveis), por exemplo, (Martin *et al.*, 2017). De fato, se o sensor for submetido a uma perturbação externa intensa, capaz de deslocá-lo significativamente do ponto de equilíbrio estável, o observador pode ter alguma dificuldade em trazê-lo de volta à operação normal rapidamente, mesmo que ganhos muito elevados do controlador possam ser fornecidos quando o modulador de compensação de fase é implementado em software (em vez de PZTs). Por outro lado, essa arquitetura ainda é vantajosa em comparação com VS/SM, pois não apresenta problemas como o indesejado *chattering*, proporcionando maior precisão (Felão *et al.*, 2022; Felão *et al.*, 2019; Martin *et al.*, 2017).

### 3.5.4 Arranjo experimental e resultados do método *fuzzy* T-S em baixo ganho

Esta seção discute a configuração experimental, mostrada na Figura 47a, onde é utilizado um interferômetro de Michelson modificado (Figura 13). Como observado na simulação, em princípio, o método não requer dois sinais em quadratura; entretanto, como foi desenvolvido dentro da estrutura do observador descrito em (Felão *et al.*, 2022), a quadratura formada pelo interferômetro de Michelson modificado é necessária. Para aplicar o método sem a quadratura do sinal, seria necessário um segundo atuador piezoelétrico no lugar do espelho fixo no braço de referência, permitindo o feedback físico dentro do sistema (Felão *et al.*, 2019).

A configuração experimental mostrada na Figura 47 consiste nos seguintes componentes: um laser He-Ne operando em  $\lambda = 632,8$  nm com potência de 5 mW (1); um atenuador para evitar feedback na cavidade do laser (2); dois divisores de feixe (CMI-BS013 da Thorlabs), um para dividir os feixes entre os braços sensor e de referência (3.a)

e outro para dividir os feixes para os fotodetectores, formando os sinais em quadratura (3.b); um atuador piezoelétrico comercial (PZT, Control Techniques), responsável por gerar o sinal  $\Delta\phi(t)$ ; dois espelhos, um para refletir o feixe no braço de referência (5.a) e outro para alterar a direção do feixe (5.b); uma lente negativa para expandir a área do feixe, facilitando o ajuste da condição de quadratura (6); e dois fotodetectores ( $PD_1$  e  $PD_2$ ) para mensurar os sinais interferométricos (7.a e 7.b). Os fotodetectores são fotodiodos PIN do modelo PDA 55 (Thorlabs).

Na Figura 47b, é mostrado o diagrama de blocos implementado no LabVIEW. Aqui,  $PD_1$  e  $PD_2$  representam os sinais interferométricos após a normalização, na qual remove os termos  $AV$  indicados nas Equações (22) e (23), deixando apenas os componentes cosseno e seno. A Figura 47b mostra os blocos do sistema *fuzzy* T-S funcionando em malha fechada dentro do observador, que atua como uma malha “digital” no ambiente LabVIEW. Como o sistema *fuzzy* T-S precisa da saída interferométrica,  $y(t) = \cos(\Delta\phi(t) + \phi_0(t) + \phi_c(t))$ , ela deve ser sintetizada pelos diversos blocos mostrados no diagrama. O bloco descrito na Figura 41 para determinar as funções de pertinência também é mostrado. Como já mencionado, é necessária uma estimativa do valor de  $x_{1n}$ ; essa estimativa inicial pode ser obtida a partir de  $x_1$ , onde o sinal de interesse é obtido pela função arco cosseno mostrada no diagrama. A partir daí, também se obtém uma estimativa para  $x_{1n}$ ; com esse valor estimado, é possível determinar os valores das funções de pertinência naquele instante. Aplicando a lei de controle, é possível fechar a malha dentro do observador, compensando  $\phi_0(t)$  e obtendo o sinal de interesse através da porta da função arco cosseno.

Como o sistema opera dentro do ambiente do observador, a saída do “interferômetro virtual” é expressa como a soma dos produtos  $y(t) = \cos(\Delta\phi(t) + \phi_0(t) + \phi_c(t)) = \cos(\Delta\phi(t) + \phi_0(t)) \cos(\phi_c(t)) - \sin(\Delta\phi(t) + \phi_0(t)) \sin(\phi_c(t))$  (retângulo tracejado azul na Figura 47b). A saída é processada usando a função arco cosseno para obter  $x_1(t)$ . Uma subsequente transformação de variável é realizada para calcular  $x_{1n}(t)$ , definida como  $x_{1n}(t) = x_1(t) - \pi/2$  (retângulo tracejado verde na Figura 47b). É possível usar a função arco cosseno para estimar  $x_{1n}$ , já que o sistema opera em baixo índice (amplitudes até  $\pi/2$ ), e o sistema de controle leva o sinal ao ponto ótimo de operação. Com o ponto de operação em  $\pi/2$ , não haveria problema com a limitação da imagem da função arco cosseno ( $Im(arccos) = [0, \pi]$ ). Usando o valor de  $x_{1n}(t)$ , um bloco de função matemática calcula os valores dos graus de pertinência naquele instante de tempo,  $t$  ( $\alpha_1$  e  $\alpha_2$ ). A mesma saída  $y(t)$  passa por um filtro passa-baixa, e a saída do filtro define  $x_{2n}(t)$ . Os valores dos ganhos  $\mathbf{F}_1$  e  $\mathbf{F}_2$ , previamente determinados, são então aplicados a  $x_{1n}(t)$  e  $x_{2n}(t)$ ; seus termos correspondentes são somados da seguinte forma: ( $a = x_{1n}(t)\mathbf{F}_1(1) + x_{2n}(t)\mathbf{F}_2(1)$  e  $b = x_{1n}(t)\mathbf{F}_1(2) + x_{2n}(t)\mathbf{F}_2(2)$ ). Com os valores das funções de pertinência  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  determinados como descrito anteriormente, a variável de entrada  $u(t)$  é calculada como  $u(t) = \alpha_1 a + \alpha_2 b$ . As funções de pertinência determinam a extensão com que os ganhos  $\mathbf{F}_1$  e  $\mathbf{F}_2$  influenciam o sistema (forma tracejada vermelha na Figura 47b).



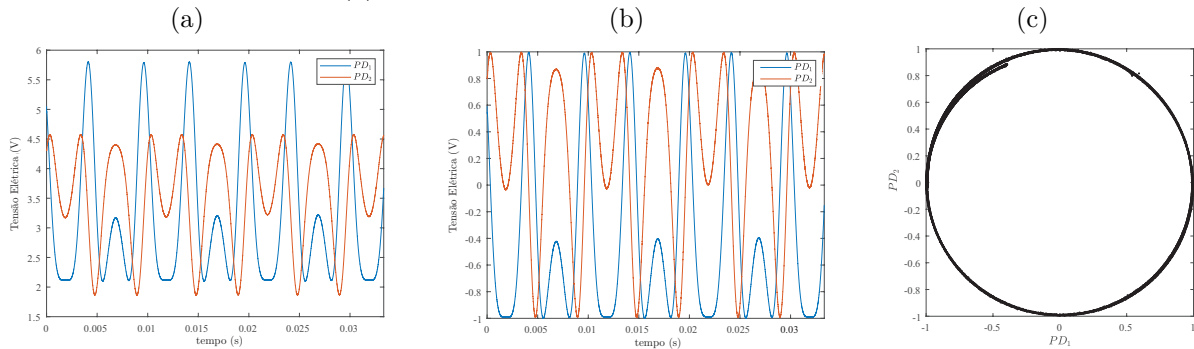


rimental descrita anteriormente. Os dados foram coletados com a placa de aquisição de dados NI PCIe-6361, a uma frequência de amostragem de 300 kHz. Como a informação relevante está na fase do sinal, é necessária a normalização. Este processo ajusta o sinal para o intervalo de  $-1$  a  $1$  ( $-1 \leq PD_{norm_1}, PD_{norm_2} \leq 1$ ), deixando apenas os termos cosseno e seno das Equações (22) e (23).

Na Figura 48, é evidente que a amplitude do sinal bruto é maior que 1 e não está centrada em zero. Assim, o sinal interferométrico é ajustado subtraindo-se sua média e dividindo-se pela sua amplitude para obter escala unitária e centralização em zero ( $PD_{norm} = (PD - \text{média}(PD)) / ((\max(PD) - \min(PD)) / 2)$ ). Após aplicar essa operação aos dois sinais interferométricos brutos, os sinais normalizados resultantes são  $PD_{norm_1} = \cos(\Delta\phi(t) + \phi_0(t))$ ; como os sinais estão defasados em  $\pi/2$ , conclui-se que  $PD_{norm_2} = \sin(\Delta\phi(t) + \phi_0(t))$ , conforme mostrado na Figura 48b. Quando dois sinais com a mesma frequência e amplitude estão defasados em  $\pi/2$ , sua figura de Lissajous é um círculo. Como a amplitude é unitária, o raio do círculo também é 1. Como esperado, o gráfico de  $PD_1$  normalizado versus  $PD_2$  normalizado resulta na figura de Lissajous circular, como mostrado na Figura 48c.

Para realizar a normalização mostrada na Figura 48b, o sinal interferométrico  $PD_1$  teve uma média de 3,953 V e amplitude de 1,855 V. Portanto, o sinal normalizado é dado por  $PD_{norm_1} = (PD_1 - 3,953) / 1,855$  V. Para o segundo sinal, temos  $PD_{2norm_2} = (PD_2 - 3,217) / 1,3627$  V.

**Figura 48** – Processo de normalização. (a) Sinais fotodetectados. (b) Sinais fotodetectados normalizados. (c) Figura de Lissajous dos sinais fotodetectados normalizados.



Fonte: elaborado pelo autor.

O fato de que a figura de Lissajous mostrada na Figura 48c apresenta uma porção na região superior esquerda que não se sobrepõe ao círculo maior é intencional; isso evidencia que, embora nosso interferômetro opere em malha aberta (sendo, portanto, suscetível à ocorrência de desvanecimento do sinal), a técnica proposta *fuzzy* T-S é imune a esse problema e realiza a detecção da fase desejada de forma precisa. Em resumo, como o interferômetro opera em malha aberta, flutuações de temperatura e vibrações mecânicas ambientais atuam sobre o sensor; esses desvios influenciam a diferença do caminho óptico



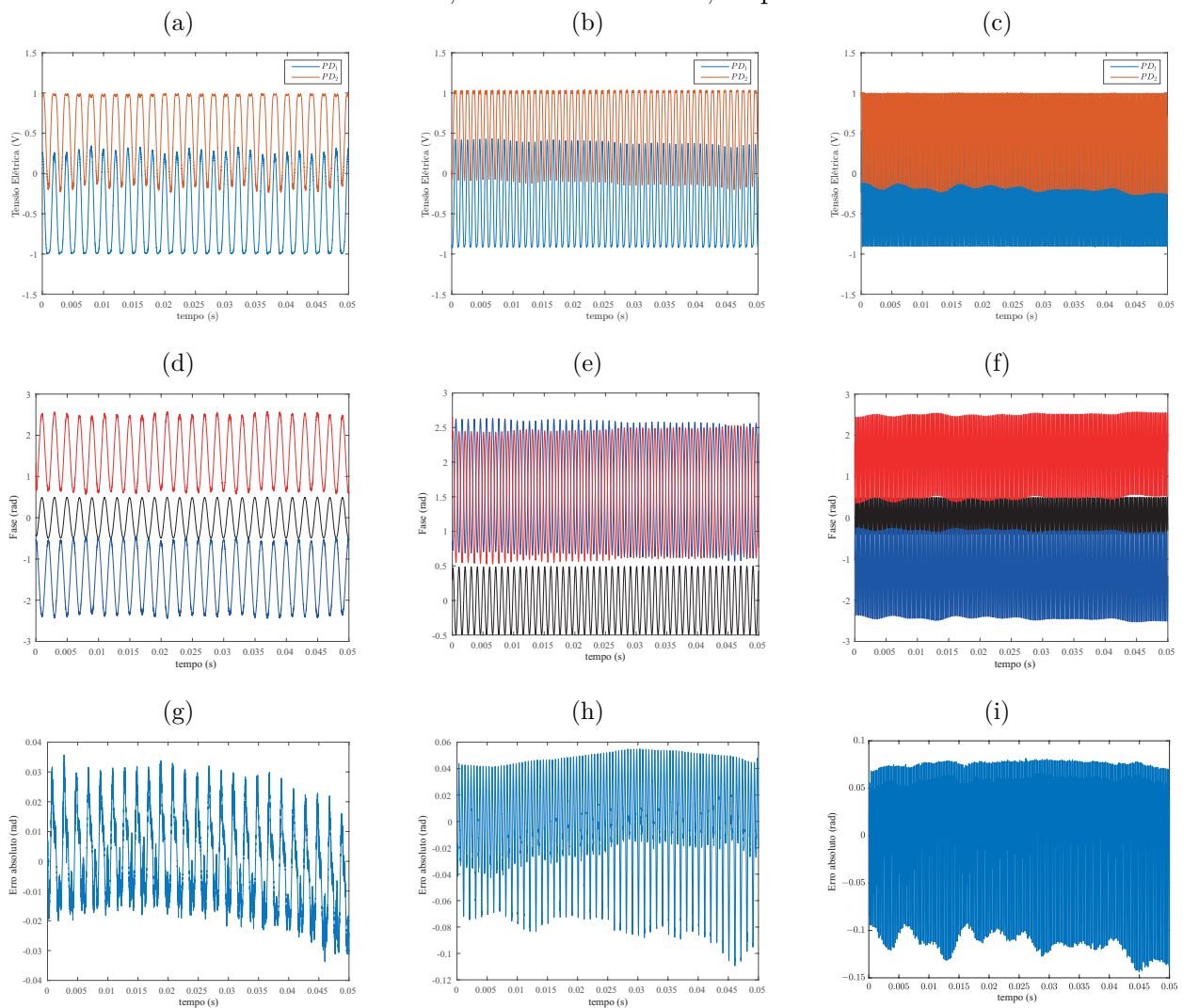
entre os braços do interferômetro, fazendo com que a fase quase-estática  $\phi_0(t)$  na Equação (22) varie ao longo do tempo. Isso perturba a periodicidade das amostras do sinal fotodetectado em quadratura (ver Figura 48), que, por sua vez, perturba o raio da órbita circular da figura de Lissajous ao longo do tempo. Apesar disso, o sistema observador do novo método proposto é capaz de compensar ativamente essa variação no termo de baixa frequência  $\phi_0(t)$  (usando o sistema de controle *fuzzy* T-S) e realizar corretamente a demodulação da fase óptica de interesse.

Na Figura 49 são apresentados os resultados da demodulação da fase óptica do atuador ao longo do tempo. Para comparação, o método de demodulação clássico do arco-tangente é utilizado juntamente com o método proposto. (É importante enfatizar que o método do arco-tangente utiliza os sinais medidos pelos fotodetectores  $PD_1$  e  $PD_2$ , que são os sinais de saída do interferômetro em malha aberta.) Portanto, trata-se de uma técnica de detecção interferométrica totalmente passiva. O método clássico do arco-tangente detecta a soma  $\Delta\phi(t) + \phi_0(t)$  e, portanto, deve-se utilizar um filtro passa-alta com frequência de corte em aproximadamente 20 Hz para evitar oscilações em  $\Delta\phi(t)$  devido a variações espúrias em  $\phi_0(t)$ . A função *filtfilt* (do MATLAB) foi utilizada para realizar a correção de fase do sinal filtrado. Para reduzir distorções do sinal, foi aplicado um filtro FIR (*Finite Impulse Response*) de 100<sup>a</sup> ordem com janela de Hamming. Os sinais foram normalizados antes da realização das medições de deslocamento. A frequência de amostragem da aquisição de dados foi de 300 kHz, e o atuador foi submetido a um sinal com amplitude de 4, 8 V e frequências de 500, 1000 e 4000 Hz.

A primeira coluna da Figura 49 apresenta os resultados para 500 Hz (Figura 49a,d,g), a segunda coluna para 1000 Hz (Figura 49b,e,h) e a terceira coluna para 4000 Hz (Figura 49c,f,i). A primeira linha representa os sinais interferométricos normalizados (Figura 49a–c). A segunda linha mostra o sinal de entrada normalizado (em preto), a fase óptica demodulada pelo método *fuzzy* T-S (em vermelho) e pelo método do arco-tangente (em azul) (Figura 49d–f). A terceira linha apresenta o erro absoluto entre os sinais demodulados (Figura 49g–i).

Na Figura 49, na segunda linha, para todas as frequências utilizadas (500 Hz, 1000 Hz e 4000 Hz), observa-se que os sinais demodulados pelo método *fuzzy* T-S se estabilizam em  $\pi/2$ , conforme previsto pelo sistema e pelas simulações (Figura 43). Dependendo da posição relativa dos dois fotodetectores,  $PD_1$  e  $PD_2$ , no padrão de franjas, posicionados em duas franjas consecutivas, podem ser gerados sinais em quadratura defasados em  $+\pi/2$  rad ou  $-\pi/2$  rad. Esse tipo de situação não causa problemas na maioria das aplicações práticas em interferometria; entretanto, quando esse efeito é relevante, a escolha das duas franjas de interferência (onde os fotodetectores devem ser posicionados) deve ser cuidadosamente considerada. Por sua vez, o método *fuzzy* T-S não utiliza a função trigonométrica arco-tangente para realizar a demodulação da fase óptica e, portanto, não apresenta essa limitação. Observando a Figura 49d–f, nota-se que, ao multiplicar os resul-

**Figura 49** – Resultados experimentais utilizando os métodos *fuzzy* T-S e arco-tangente: sinal de entrada (preto, —); saída *fuzzy* T-S (vermelho, —); saída arco-tangente (azul, —). (a–c) Sinais interferométricos normalizados para frequências de entrada de 500 Hz, 1000 Hz e 4000 Hz, respectivamente. (d–f) Sinais demodulados para frequências de entrada de 500 Hz, 1000 Hz e 4000 Hz, respectivamente. (g–i) Erro absoluto entre os sinais demodulados para frequências de entrada de 500 Hz, 1000 Hz e 4000 Hz, respectivamente.



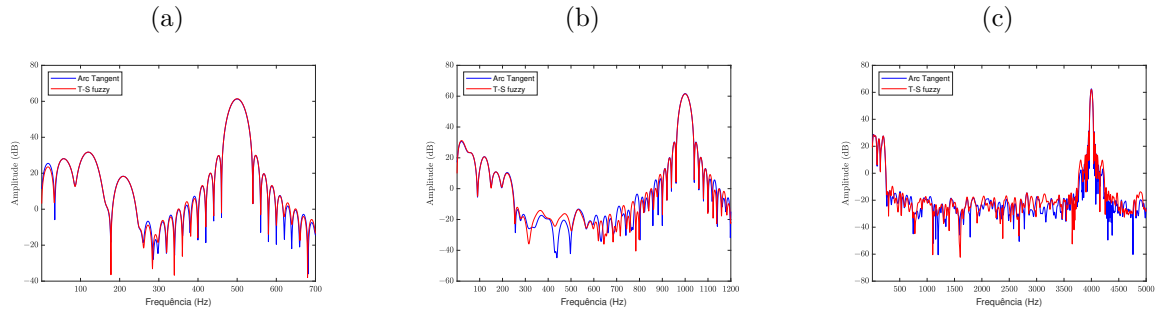
Fonte: elaborado pelo autor.

tados obtidos pelo método do arco-tangente por  $-1$ , há praticamente uma sobreposição desses resultados com os obtidos pelo método *fuzzy* T-S.

Usando o método do arco-tangente como padrão de referência, as discrepâncias nas medições pelo método *fuzzy* T-S foram de 0,0357 rad, 0,1094 rad e 0,1437 rad para os sinais de 500 Hz, 1000 Hz e 4000 Hz, respectivamente.

Para verificar as frequências e reavaliar a amplitude exclusivamente na frequência de  $\Delta\phi(t)$ , foi conduzida uma análise espectral dos sinais para cada frequência testada. A Figura 50 apresenta os espectros de magnitude: a Figura 50a corresponde ao sinal de 500 Hz, a Figura 50b ao sinal de 1000 Hz e a Figura 50c ao sinal de 4000 Hz. Vale destacar que, diferentemente dos espectros simulados mostrados na Figura 44, esses espectros experimentais correspondem ao regime de operação em estado estacionário.

**Figura 50** – espectro de magnitude dos sinais demodulados pelo método *fuzzy* T-S e arco-tangente para diferentes frequências de entrada: (a) 500 Hz; (b) 1000 Hz; (c) 4000 Hz.



Fonte: elaborado pelo autor.

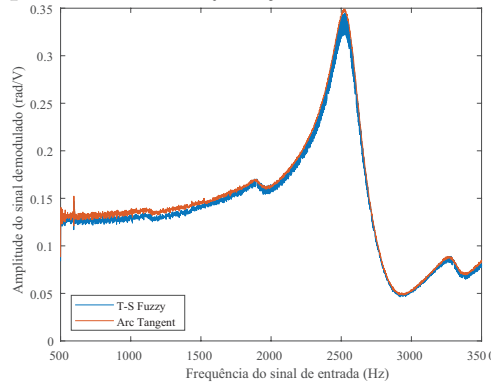
Os espectros de magnitude apresentados na Figura 50 evidenciam que as frequências de pico do sinal de entrada do atuador coincidem para os dois métodos de demodulação. Também é possível observar que as baixas frequências são atenuadas; este resultado era esperado, pois o método busca eliminar o efeito de  $\phi_0(t)$  na medição do deslocamento óptico de fase. Assim como foi observada boa concordância entre os resultados dos métodos *fuzzy* T-S e arco-tangente no domínio do tempo, observou-se também boa concordância entre os espectros medidos para diferentes frequências.

Na Figura 51, é apresentada a resposta em frequência do atuador piezoelétrico comercial, obtida na faixa de 500 a 3500 Hz, com passo de 1 Hz. A amplitude do deslocamento foi normalizada pelo sinal de tensão aplicado ao atuador. O procedimento envolveu determinar a resposta em frequência utilizando dois métodos de demodulação: o método *fuzzy* T-S proposto neste trabalho (linha azul) e o método do arco-tangente utilizado como padrão (linha vermelha).

Observando os dados processados, pode-se verificar uma região plana ( $-3$  dB) de 500 a 1000 Hz, com a principal ressonância próxima a 2518 Hz. Também é observada a concordância entre os dois métodos, pois ambos detectam aproximadamente a mesma

resposta em frequência. Conclui-se que o método de detecção interferométrica baseado no observador *fuzzy* T-S é tão eficaz quanto o método do arco-tangente. A discrepância entre os dois métodos na largura de banda de 3 dB é inferior a 5,54%, com uma discrepância média de 1,72% na faixa entre 500 Hz e 3500 Hz.

**Figura 51** – Resposta em frequência do atuador piezoelétrico comercial (Control Techniques), obtida pelos métodos *fuzzy* T-S e arco-tangente tradicional.



Fonte: elaborado pelo autor.

### 3.6 ABORDAGEM EM ALTO GANHO APLICADA A FUZZY T-S

A abordagem de baixo ganho (para medir desvios de fase menores que  $\pi/2$  radianos em frequências mais altas) apresenta algumas limitações, como a necessidade de algoritmos de desdobramento de fase em sinais de alta profundidade de modulação e problemas na demodulação, onde a amplitude da variação da fase estática é grande  $\phi_0(t)$ . Por essa razão, é proposta uma abordagem de alto ganho (para medir desvios de fase maiores que  $\pi/2$  radianos em frequências não tão altas) para este sistema.

É possível conseguir essa configuração utilizando o mesmo modelo da abordagem de baixo ganho. Porém, é necessária a alteração da frequência de corte do filtro passa-baixas. Agora, o filtro será apenas um estimador de estado e não participará de forma ativa no sistema. Neste momento, ainda será utilizado o sistema representado em forma matricial, conforme a Equação (66).

A escolha do novo parâmetro irá afetar de forma direta a faixa dinâmica do método de demodulação. Será utilizada uma frequência de corte de 100 kHz para garantir uma ampla faixa dinâmica.

Assim, foi implementado um algoritmo utilizando o MATLAB com a toolbox YALMIP e o solucionador LMILAB, com as mesmas LMIs usadas na abordagem de baixo ganho; porém, considerando o novo parâmetro. O algoritmo confirmou sua estabilidade para os ganhos  $\mathbf{F}_1 = [5,8682 \times 10^{+5}; 5,0746^5]$  e  $\mathbf{F}_2 = [1,1885 \times 10^{+6}; 3,7004 \times 10^{+4}]$ . Vale relembrar que o MATLAB/YALMIP é útil no projeto de controladores; além disso, é suficiente utilizar o solucionador uma única vez para projetar os ganhos  $\mathbf{F}_1$  e  $\mathbf{F}_2$ . Com

eles definidos, o sistema de controle pode ser implementado sem a necessidade de obtê-los novamente.

### 3.6.1 Simulação e resultados experimentais do controle *fuzzy* T-S em alto ganho

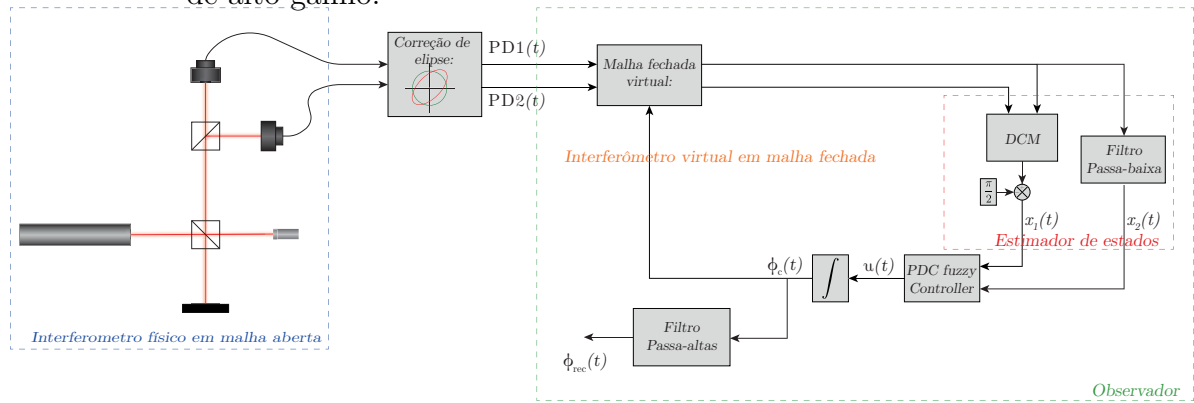
De acordo com o método de baixo ganho, o sistema foi simulado utilizando o software Simulink em uma configuração semelhante à já utilizada. Porém, com uma grande diferença: anteriormente, o estimador de estado  $x_1$  era obtido através da função arco-cosseno; agora, pensando em medições de grande profundidade de modulação, essa função apresentaria problemas de dobramento de fase. Por essa razão, o estimador proposto nesta configuração é o método da multiplicação cruzada diferencial (DCM).

Uma vez conhecidos  $PD_1(t)$  e  $PD_2(t)$ , pode-se utilizar a multiplicação cruzada diferencial (DCM) para estimar  $x_1(t)$  da seguinte forma:

$$\dot{x}_1(t) = \frac{PD_1(t)PD_2(t) - PD_2(t)PD_1(t)}{PD_1^2(t) + PD_2^2(t)}, \quad (72)$$

em que  $x_1(t)$  é estimado após uma integração. O diagrama de blocos que descreve o método implementado é mostrado na Figura 52. Ele foi implementado no Simulink para simulações e no LabVIEW para simulações e medições experimentais. O sistema também utiliza o observador descrito anteriormente e apresentado em (Felão *et al.*, 2022).

**Figura 52** – Diagrama de blocos do sistema de demodulação *fuzzy* T-S em abordagem de alto ganho.



Fonte: elaborado pelo autor.

O interferômetro de Michelson opera em malha aberta; os fotodetectores obtêm os sinais interferométricos em quadratura; para a normalização e ajuste da quadratura, os sinais são submetidos ao algoritmo de correção de elipse apresentado em (Heydemann, 1981); com os sinais interferométricos normalizados, implementa-se a malha de controle do observador no ambiente virtual. Da mesma forma que na abordagem anterior, o sistema foi simulado utilizando o software Simulink em configuração de malha fechada, conforme

o diagrama ilustrado na Figura 52. Os termos A e V foram considerados iguais a 1, pois experimentalmente passaram por um processo de normalização. Foi utilizada uma frequência de amostragem de  $f_s = 5 \times 10^6$  Hz. Os espectros de magnitude apresentados foram obtidos da mesma forma que anteriormente.

Na Figura 53 são apresentados os resultados da simulação do sistema com os novos parâmetros, que operam em alto ganho. O sinal de entrada foi um sinal senoidal de amplitude de 10 radianos e frequência de 500 Hz; o valor da amplitude foi escolhido com alta profundidade de modulação para evidenciar que é possível utilizar o método nessa situação. Na Figura 53(a) são apresentadas as entradas do fotodetector em malha aberta; na Figura 53(b) são mostradas as funções de pertinência; na Figura 53(c) é apresentado o sinal de controle  $u(t)$ ; na Figura 53(d) é mostrada a saída do sistema em malha fechada virtual; na Figura 53(e) mostra-se o plano de fase das variáveis de estado  $x_1$  e  $x_2$ ; na Figura 53(f) são mostradas as fases de controle ( $\phi_c$ ), de interesse ( $\Delta\phi$ ) e fase total.

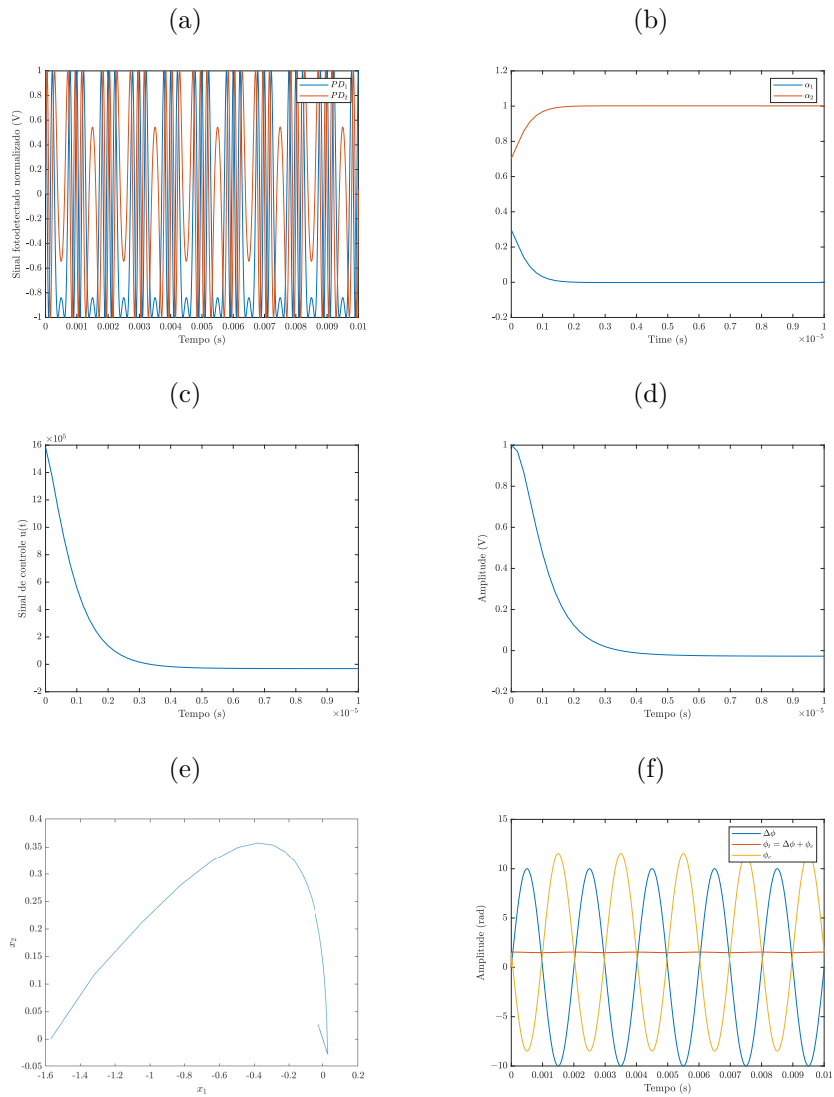
Observa-se que o sistema estável tem a saída convergindo para zero em um pequeno intervalo de tempo ( $0,5 \times 10^{-5}$  s). O sinal de entrada (fase de interesse  $\Delta\phi$ ) pode ser obtido pela fase de controle; nota-se que  $\Delta\phi = -(\phi_c + \pi/2)$ . Pode-se obter isso fazendo a manipulação matemática de correção do sinal algébrico. Na simulação, não foi considerada a variação de fase estática ( $\phi_0$ ), que também estará presente na fase de controle ( $\phi_c$ ); porém, experimentalmente, essa variação será suprimida por filtragem. A Figura 54(a) mostra o sinal de entrada (fase de interesse ( $\Delta\phi$ )) e o sinal demodulado pelo método, e a Figura 54(b) mostra o espectro do sinal recuperado.

Como mostra a Figura 54, obteve-se basicamente o mesmo sinal (erro absoluto máximo de 0,027 radianos entre o  $\Delta\phi$  e  $\phi_{rec}$ ). A Figura 54 mostra, através do espectro do sinal, que a frequência fundamental do sinal manteve-se em 500 Hz.

Para os resultados experimentais, foi utilizado o mesmo arranjo experimental da Figura 13. Também foi implementado o sistema da Figura 52 em LabVIEW. Para um melhor funcionamento, realizou-se um aumento da amostragem dentro do ambiente virtual; os fotodetectores foram amostrados a uma taxa de 500 kHz e aumentados para uma taxa de 5 MHz; este processo foi realizado por uma função interna do LabVIEW (Resample waveform) e, após o processamento, a taxa anterior foi retornada ao valor inicial; como houve alteração na informação, por segurança, foi aplicado um filtro *anti-aliasing*.

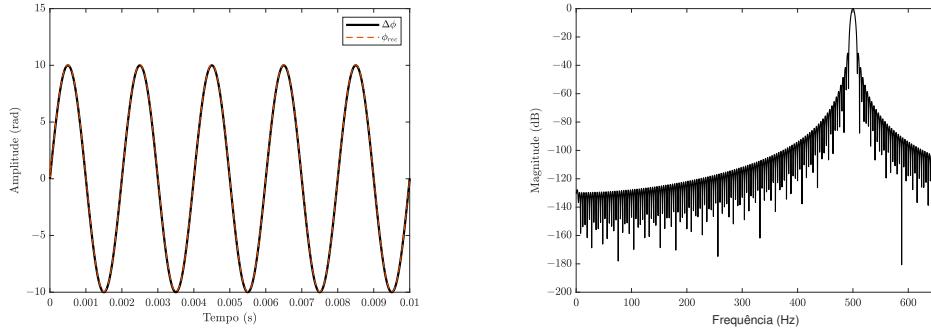
Foram obtidos resultados para baixa e alta profundidade de modulação. A Figura 55 ilustra os resultados de alta profundidade de modulação; a Figura 55(a) mostra os sinais fotodetectados normalizados; a Figura 55(b) retrata as funções de pertinência ao longo do tempo; a Figura 55(c) ilustra o sinal de controle; a Figura 55(d) exhibe o sinal de saída do interferômetro virtual; a Figura 55(e) apresenta o plano de fase das variáveis de estado; a Figura 55(f) contém os sinais demodulados pelo método *fuzzy* T-S e pelo método padrão (arco-tangente tradicional).

**Figura 53** – Resultados de simulação do sistema de demodulação *fuzzy* T–S para uma entrada com amplitude de 10 rad e frequência de 500 Hz: (a) sinais interferométricos normalizados; (b) funções de pertinência; (c) sinal de controle; (d) saída do sistema em malha fechada virtual; (e) plano de fase; (f) deslocamentos de fase de interesse, de controle e total.



Fonte: elaborado pelo autor.

**Figura 54** – Deslocamento de fase recuperado por simulação: (a) comparação entre o deslocamento de fase recuperado e o sinal de entrada; (b) espectro do sinal recuperado.



Fonte: elaborado pelo autor.

A Figura 56 ilustra os resultados de baixa profundidade de modulação: a Figura 56(a) mostra os sinais fotodetectados normalizados; a Figura 56(b) retrata as funções de pertinência ao longo do tempo; a Figura 56(c) ilustra o sinal de controle; a Figura 56(d) exibe o sinal de saída do interferômetro virtual; a Figura 56(e) apresenta o plano de fase das variáveis de estado; a Figura 56(f) contém os sinais demodulados pelo método *fuzzy* T-S e pelo método padrão (arco-tangente tradicional).

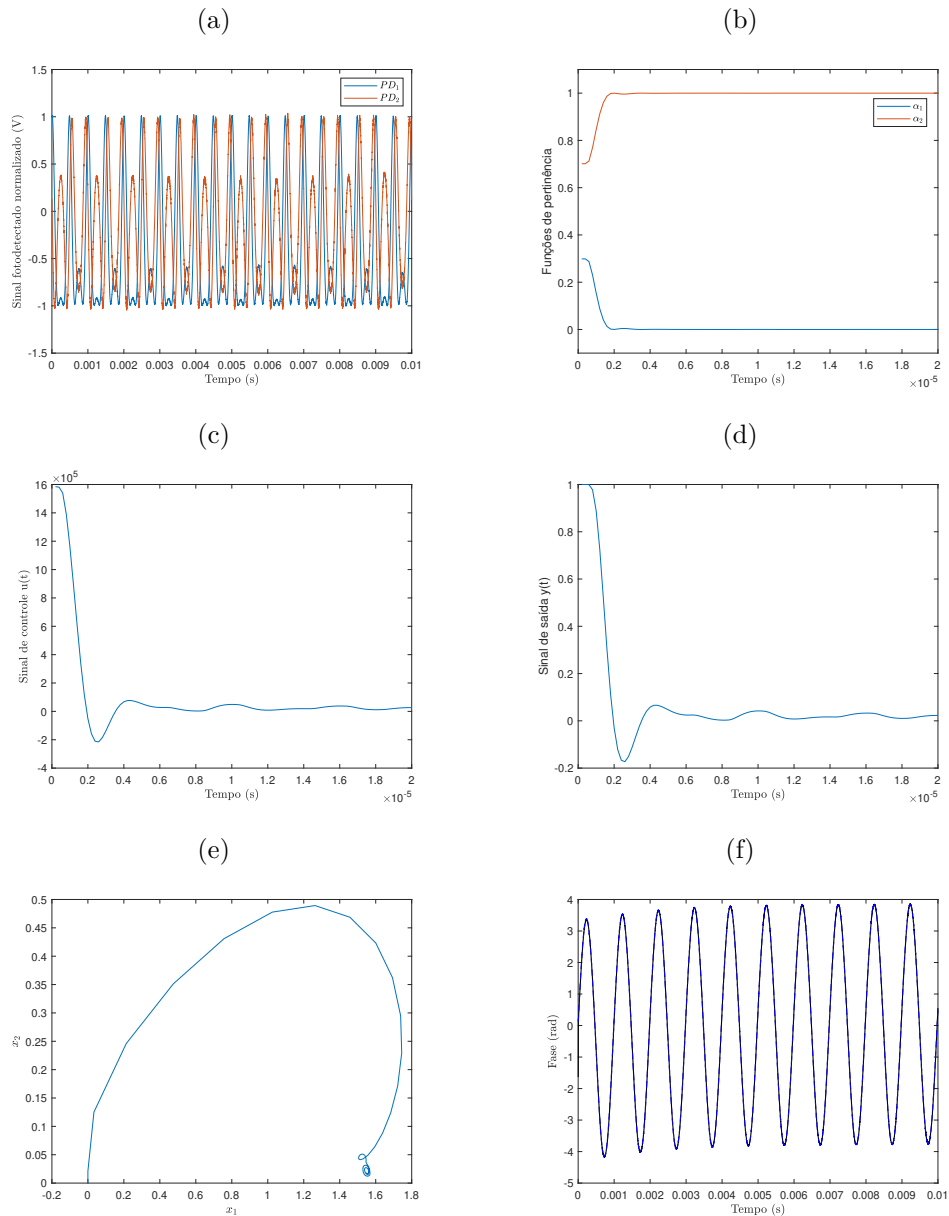
Em ambas as situações, alta e baixa profundidade de modulação, os sinais fotodetectados estão normalizados e contidos no intervalo de -1 até 1 (Figuras 55(a) e 56(a)). Os valores das funções de pertinência (Figuras 55(b) e 56(b)) variam consideravelmente até o estabelecimento do sinal (com um tempo abaixo de  $5 \times 10^{-6}$  s); o mesmo foi observado para o sinal de controle e para o sinal de saída do interferômetro virtual, obtendo-se uma grande variação no início, e depois entrando em regime. É importante salientar que a saída do interferômetro virtual se estabiliza em zero, como era esperado. O plano de fase também se comportou como previsto em simulação: utilizando os mesmos estados iniciais, o sistema se estabiliza com  $x_{1n}$  e  $x_{2n}$  iguais a zero (Figuras 55(e) e 56(e)). Para as duas situações, alta e baixa profundidade de modulação, o sinal recuperado pelo método teve uma resposta muito semelhante ao sinal recuperado pelo método arco-tangente, utilizado como padrão. Para o caso de alta profundidade de modulação, obteve-se um erro absoluto máximo de 0,1031 rad, após a estabilização; já para o resultado em baixa profundidade de modulação, o erro absoluto máximo encontrado foi de 0,0627 rad, após a estabilização.

O método com abordagem de alto ganho é capaz de recuperar sinais em alta profundidade de modulação, sem a necessidade de algoritmos de desdobramento de fase. Com o uso do observador, não há realimentação no interferômetro físico; isso permite a aplicação de ganhos incrivelmente altos sem o risco de danificação dos atuadores e forma o método imune às suas não linearidades.

Na Figura 57(a) exibe-se o espectro do sinal recuperado em alta profundidade de

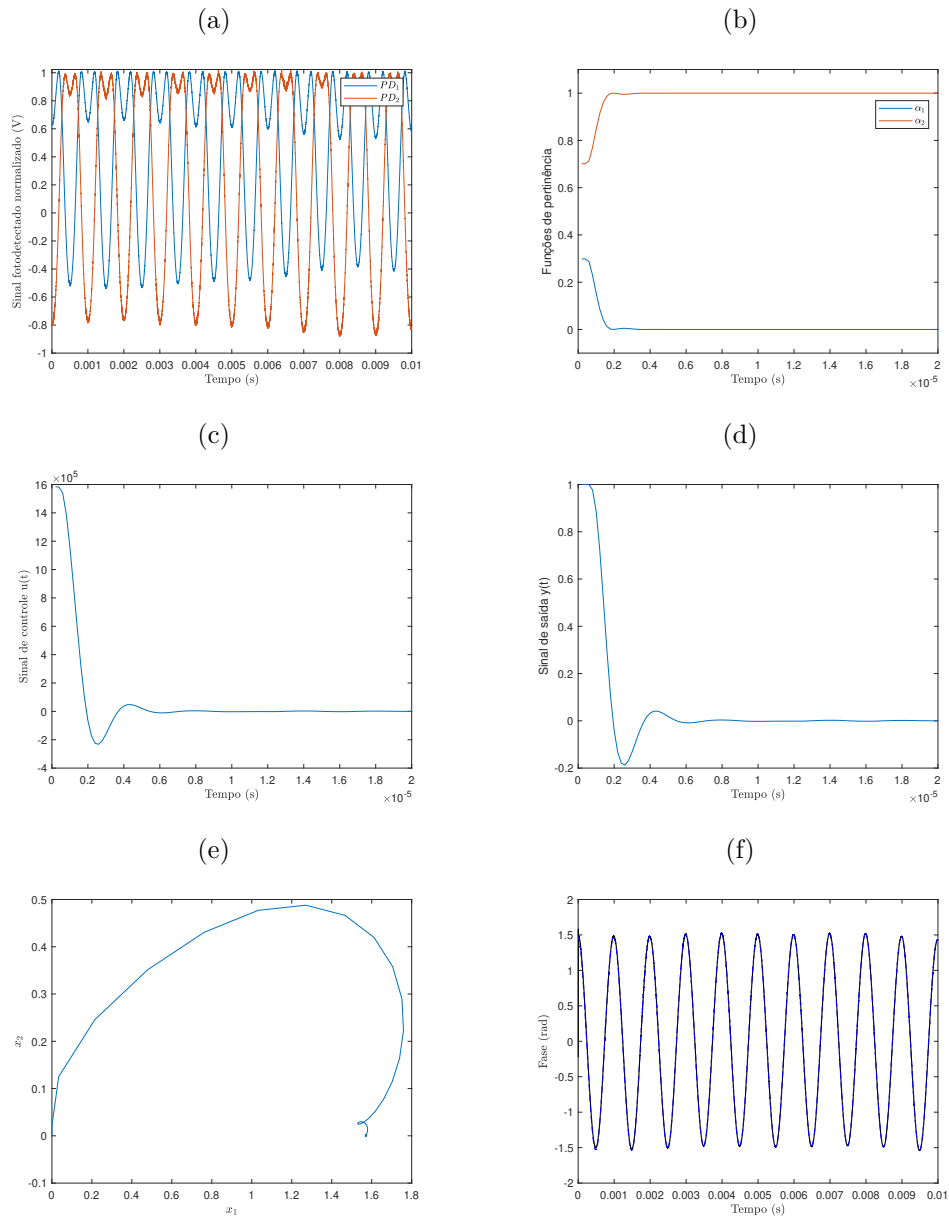


**Figura 55** – Resultados experimentais do sistema de demodulação *fuzzy* T-S para uma entrada com alta profundidade de modulação e frequência de 1000 Hz: (a) sinais interferométricos normalizados; (b) funções de pertinência; (c) sinal de controle; (d) saída do sistema; (e) plano de fase; (f) deslocamentos de fase de interesse, de controle e total.



Fonte: elaborado pelo autor.

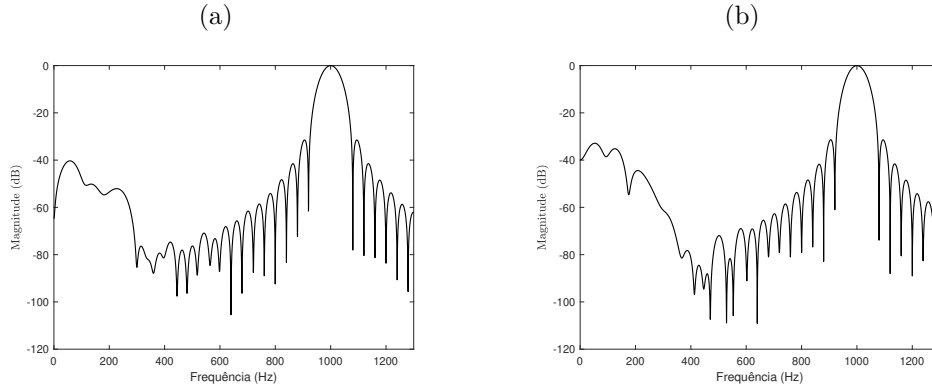
**Figura 56** – Resultados experimentais do sistema de demodulação *fuzzy* T-S para uma entrada com baixa profundidade de modulação e frequência de 1000 Hz: (a) sinais interferométricos normalizados; (b) funções de pertinência; (c) sinal de controle; (d) saída do sistema; (e) plano de fase; (f) deslocamentos de fase de interesse, de controle e total.



Fonte: elaborado pelo autor.

modulação, e, na Figura 57(b), apresenta-se o análise espectral do sinal recuperado em baixa profundidade de modulação.

**Figura 57** – espectro de magnitude dos sinais experimentais recuperados: (a) alta profundidade de modulação; (b) baixa profundidade de modulação.



Fonte: elaborado pelo autor.

Em ambas as situações, o sinal recuperado continua com a frequência principal do sinal de entrada. Esse fato evidencia que o método não insere distorções de frequência no sinal recuperado.

Pensando na medição da largura de banda do sistema, isto é, da faixa de frequências em que a fase óptica pode ser demodulada com precisão pelo método proposto, realizou-se o seguinte procedimento: o sistema implementado em LabVIEW foi testado em simulação em várias frequências; o sinal simulado apresentava a forma  $\phi_{PZT}(t) = \sin(2\pi ft)$ , onde a frequência  $f$  foi varrida de 300 Hz a 80 kHz com um incremento de 100 Hz. Para cada frequência  $f$ , a fase foi demodulada e o ganho do sistema é definido como a razão entre a amplitude demodulada e a amplitude de entrada. O uso de uma entrada simulada garante que a resposta refira-se apenas à dinâmica do sistema proposto, livre das ressonâncias do PZT. A resposta em frequência resultante do sistema é mostrada na Figura 58(a), exibindo uma característica de filtro passa-baixas.

O sistema atenua sinais de frequência mais alta. Esse comportamento sugere que, embora o método preserve efetivamente os componentes de baixa frequência, sua capacidade de demodular sinais diminui à medida que a frequência aumenta. Para definir a largura de banda operacional do sistema, foi escolhida uma atenuação máxima aceitável de 0,005 (referente a 0,5% da amplitude do sinal) de ganho linear. Com base nesse critério, a banda efetiva resulta estar aproximadamente entre 300 Hz a 24 kHz.

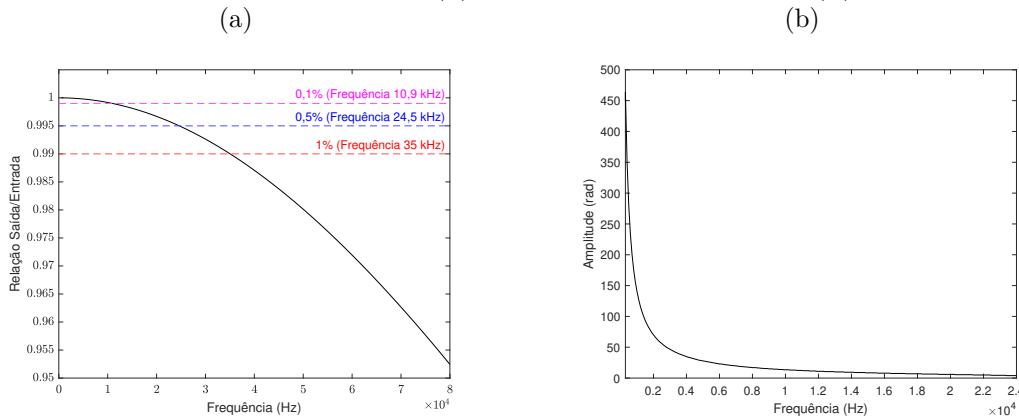
Vale ressaltar que a resposta em frequência do sistema proposto é diretamente influenciada pelo parâmetro  $\tau$ . A mudança desse parâmetro resulta em um modelo *fuzzy-TS* diferente para o interferômetro em malha fechada; conseqüentemente, obtém-se outra resposta do sistema.

Considerando que a resposta em frequência do sistema apresenta um comporta-

mento de filtro passa-baixas, é esperado que a precisão das amplitudes de fase demoduladas se degrade em frequências mais altas. Para cada frequência de entrada  $f$ , a amplitude máxima de fase que pode ser demodulada de forma confiável foi definida como a amplitude na qual o sinal demodulado apresenta uma atenuação de 0,5%.

Para determinar esse limite, foi gerado no LabVIEW um sinal de entrada da forma  $\phi_{PZT} = A_{PZT} \sin(2\pi ft)$ , com  $f$  variando de 500 Hz a 25 kHz em incrementos de 100 Hz. Para cada frequência, a amplitude de entrada  $A_{PZT}$  foi aumentada progressivamente, iniciando em 1 radiano, até que a amplitude demodulada apresentasse uma atenuação de 0,5%. Sob esse critério, as amplitudes máximas de entrada que podem ser demoduladas com precisão pelo método proposto são apresentadas na Figura 58(b). Em 24 kHz, o sistema consegue demodular com precisão uma amplitude de fase de aproximadamente 3,98 rad, demonstrando que o método proposto oferece uma ampla faixa dinâmica em toda a faixa de frequências considerada.

**Figura 58** – Resposta em frequência do sistema e faixa de operação do método *fuzzy* T-S em abordagem de alto ganho: (a) resposta em frequência; (b) faixa dinâmica.



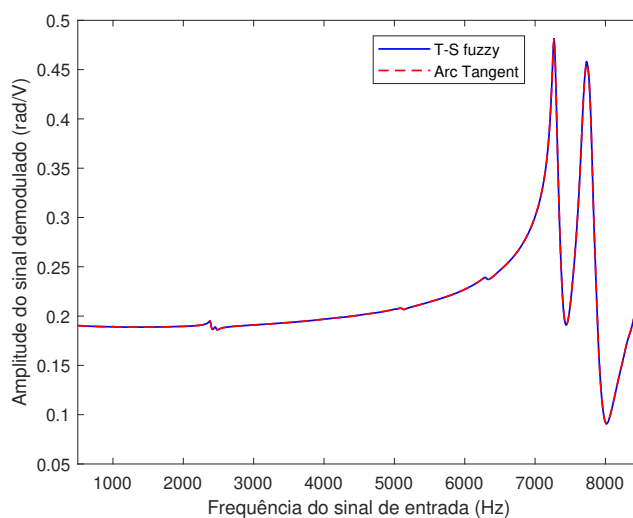
Fonte: elaborado pelo autor.

Nesta configuração, o menor valor é limitado pelo algoritmo de correção de quadratura (limitado inferiormente a mudanças de fase de  $\pi/2$ ) (Zhang *et al.*, 2025). É possível utilizar parâmetros pré estabelecidos em situações de múltiplas franjas para medições de deslocamento de fase menores; porém, longas medições e mudanças ambientais podem alterar os parâmetros e retornar valores inconsistentes.

Para efeito de comparação, foi realizada a caracterização do atuador PZT com sua resposta em frequência em amplitude. A amplitude do sinal senoidal de entrada no PZT foi mantida constante, com uma varredura de frequências de 500 Hz a 8500 Hz, a um passo de 10 Hz; em cada frequência, foi utilizada a média de 10 medições. A resposta em frequência do PZT está ilustrada na Figura 59 para sinais demodulados por *fuzzy* T-S em alto ganho e pelo método arco-tangente.

Observando cada frequência, o coeficiente de variação entre as 10 medidas na região

**Figura 59** – Resposta em frequência do atuador piezoelétrico comercial (Control Tech-nics) obtida pelos métodos *fuzzy* T-S e arco-tangente tradicional.



Fonte: elaborado pelo autor.

de 500 a 6000 Hz foi menor que 0,02%; já nas regiões de ressonância, observou-se um pico máximo de 1,5% a 7360 Hz; observa-se que o método teve uma repetibilidade satisfatória. Em comparação ao padrão, o erro relativo máximo foi de 0,4% na frequência de 7750 Hz, notando-se uma boa concordância com o padrão utilizado.

## 4 MECANISMOS FLEXÍVEIS: ESTÁGIOS XY E MOTORES PIEZOELÉTRICOS

Neste capítulo, será realizada uma síntese dos conceitos sobre mecanismos flexíveis e motores piezoelétricos. Os temas já foram apresentados para o grupo de pesquisa em (Martinez, 2023); portanto, se o leitor estiver interessado em um texto mais completo sobre o tema, é indicado o trabalho mencionado, que é o primeiro entre os membros do LOE a abordar esses temas.

Um estágio de micro-posicionamento geralmente é atribuído a um sistema que pode mover uma plataforma com certos graus de liberdade (DOF - *Degree of Freedom*); esse movimento ocorre dentro de um espaço de trabalho (*workspace*). A área de trabalho é definida pelo curso de deslocamento de cada eixo. Outro aspecto importante é a manutenção da resolução de posicionamento em ordem de grandeza inferior a  $10^{-6}$  m.

Os mecanismos flexíveis são encontrados em várias aplicações, pois desempenham um papel crucial nos sistemas de nanoposição XY. Já os que fornecem uma faixa maior de movimento são desejáveis em aplicações como alinhamento de máscaras e de *wafers* semicondutores (Tay *et al.*, 2005), interferometria de varredura e microscopia de força atômica (Yong; Liu; Moheimani, 2010), micromanipulação e micromontagem (Qin *et al.*, 2014), sensores e atuadores MEMS (Jong *et al.*, 2010), e aplicações cirúrgicas (Thomas *et al.*, 2021), citando algumas áreas.

De acordo com (Seltmann; Campanile; Hasse, 2023), existem duas linhas relevantes para a síntese de mecanismos paralelos flexíveis (*Compliant Parallel Mechanisms* - CPMs). Na primeira, é empregado o método de substituição de corpo rígido (*Rigid Body Replacement Method*- RBRM), no qual elementos flexíveis são utilizados com grande regularidade. Na segunda escola, é empregado o método baseado em otimização estrutural, mais conhecido como método de otimização topológica (*Topology Optimization Method* - TOM), onde partes cinemáticas convencionais são substituídas por estruturas monolíticas compostas por interconexões sólidas e mecanismos flexíveis, com a ação sendo proporcionada pela flexibilidade estrutural. O mecanismo testado neste trabalho é um deste tipo de mecanismo com 2-DOF.

### 4.1 MECANISMOS PARALELOS FLEXÍVEIS (*COMPLIANT PARALLEL MECHANISM* - CPMS)

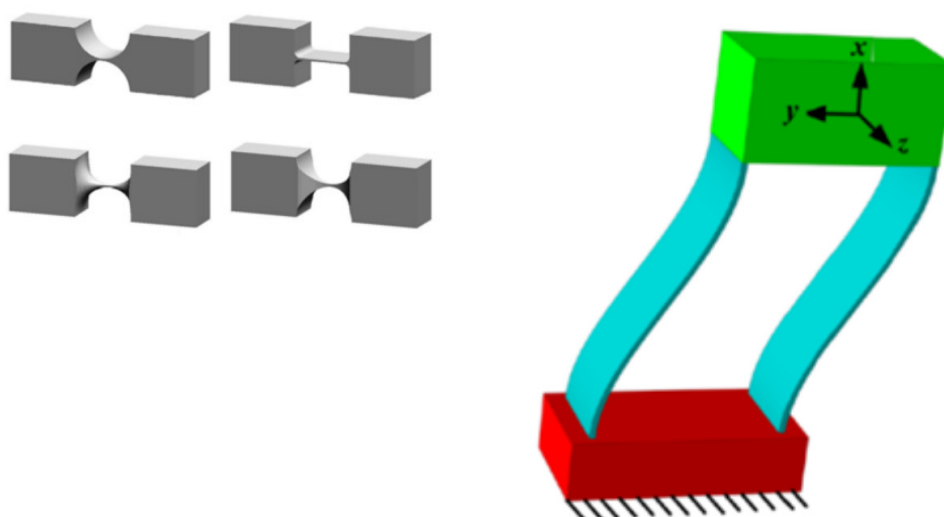
O nome do método de projeto CPM refere-se às unidades mecânicas monolíticas e articuladas, nas quais uma ação é aplicada em uma região da unidade e transmitida por seus elementos articulados, gerando uma reação em outra região dessa unidade. Essa unidade monolítica e articulada será chamada de "mecanismo flexível". De forma sucinta, mecanismos flexíveis são aqueles cujo movimento é obtido pela deflexão de parte ou de

todos os seus membros flexíveis.

A primeira proposta de mecanismo flexível foi apresentada (Her; Midha, 1987). Nesse tipo de mecanismo, os elementos flexíveis transmitem força e movimento por deformação elástica, com uma função semelhante à das engrenagens e juntas nos mecanismos tradicionais de elo rígido (Ling *et al.*, 2020); um exemplo são os módulos de flexão (*flexure hinges*).

Módulos de flexão também podem ser do tipo folha, chamados de *flexure-leafs*, onde sua deformação ocorre devido ao momento fletor e não por força axial (Li; Tong; Zhang, 2022). Na Figura 60, temos os exemplos de *flexure hinges* (Figura 60a) e de *flexure leafs* (Figura 60b).

**Figura 60** – Módulos de Flexão. (a) *flexure hinges*; (b) *flexure leafs*



Fonte: (Ling *et al.*, 2020)(Li; Tong; Zhang, 2022)

Os mecanismos flexíveis de precisão necessitam de um agente ativo para gerar força e deslocamento. Esses agentes ativos são os atuadores, os quais podem ser classificados como atuadores piezoelétricos (PEAs), motores de bobina de voz, atuadores eletromagnéticos, atuadores magnetostriativos, atuadores de liga com memória de formato e atuadores eletrostáticos. Para aplicações em nanoposicionadores, os mais utilizados são os PEAs e os motores de bobina de voz. Como o atuador utilizado neste trabalho é do grupo dos PEAs, iremos focar nesse grupo de atuadores. As suas vantagens são a alta resolução de movimento, grande força de saída e resposta rápida. Em contrapartida, o seu deslocamento de saída é geralmente pequeno, com apenas 0,1 a 0,2% do seu comprimento, o que pode resultar em um espaço de trabalho pequeno para algumas aplicações (Zhang *et al.*, 2019). Outra característica que pode prejudicar seu uso são os efeitos não lineares, como histerese e *creep*. O atuador do grupo dos PEAs mais comum é o popular PZT  $Pb[Zr_xTi_{1-x}]O_3$ ; uma cerâmica piezoelétrica utilizada em instrumentos de precisão (Rosenbaum, 1988).

#### 4.1.1 Rigidez e *Compliance*

Nesta seção, serão levantados alguns conceitos importantes sobre o tema. A rigidez (*stiffness*) e a sua relação inversa, a flexibilidade (*compliance*), podem ser termos conhecidos por serem aplicados em estudos de propagação de ondas elásticas em sólidos. Entretanto, quando o estudo é feito dentro de uma cadeia cinemática de módulos de flexão em conjunto com atuadores envolvidos no mecanismo flexível, uma formulação global deve ser aplicada.

Com base na Lei de Hooke, a propriedade de movimento (acoplado ou desacoplado) de um mecanismo XY flexível é regida por uma matriz de rigidez  $2 \times 2$ , onde os componentes diagonais representam as características de rigidez das duas direções de atuação possíveis, enquanto os componentes não diagonais são responsáveis pelas características fora dos eixos (Pham; Yeo; Teo, 2022). Por conveniência, assume-se que um estágio XY possui propriedade totalmente desacoplada; com isso, os deslocamentos de entrada ( $q_1$  e  $q_2$ ) dos dois atuadores PZT, a saída do estágio em movimento ( $d_x$  e  $d_y$ ) e as forças de entrada de cada atuador ( $F_{in1}$  e  $F_{in2}$ ) podem ser calculados pelas equações (73) e (74) (Li; Xu, 2011):

$$\begin{pmatrix} d_x \\ d_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_s & 0 \\ 0 & A_s \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix} \quad (73)$$

e

$$\begin{pmatrix} F_{in1} \\ F_{in2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_{in1} & 0 \\ 0 & K_{in2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix} . \quad (74)$$

onde  $A_s$  é a razão de amplificação de deslocamento efetivo da unidade e  $K_{in}$  é a rigidez de entrada do estágio completo. A confirmação do sucesso desta configuração é obtida utilizando a análise de elementos finitos. É importante salientar que, se os 2-DOF estiverem acoplados, uma etapa de calibração adicional é necessária para determinar a matriz de transformação completa entre as coordenadas do atuador e as coordenadas do estágio de movimento. Isso quer dizer que é necessário determinar os outros termos nas matrizes de (73) e (74), que nas equações apresentadas estão considerados como 0. Quando movimentos acoplados estão presentes, o projetista pode encontrar movimentos parasitas indesejados nas direções fora da atuação (Pham; Yeo; Teo, 2022).

A rigidez em x e y ( $K_x$  e  $K_y$ ) de um estágio XY relaciona forças externas ( $F_x$  e  $F_y$ ) aplicadas na plataforma de saída com as deflexões induzidas ( $t_x$  e  $t_y$ ). Como se sabe, a *compliance* é o inverso da rigidez ( $C_x = 1/K_x$  e  $C_y = 1/K_y$ ); assim, ela reflete as deflexões externas na presença de carga. Para o caso XY desacoplado, temos que a *compliance* com carga é dada pela equação (75).



$$\begin{pmatrix} t_x \\ t_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_x & 0 \\ 0 & C_y \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \end{pmatrix}. \quad (75)$$

Através das equações mostradas, nota-se que a rigidez ou a *compliance* está relacionada a área de trabalho do atuador (*workspace*) e à transmissão de movimento, e assim pode-se tomá-la como parâmetro de desempenho da cadeia cinemática flexível como um todo. O excesso de rigidez trará dificuldade de movimento e redução do *workspace*; já o excesso de *compliance* pode tornar a estrutura muito flexível e perder a capacidade de desenvolver força suficiente na sua plataforma de saída (Pham; Yeo; Teo, 2022). Uma analogia possível para melhor compreensão é imaginar uma associação de engrenagens, onde, com uma engrenagem maior e com mais dentes, teremos menos movimento/velocidade, porém, um torque/força maior (alta rigidez/baixa *compliance* - limitação do movimento, mas mais transmissão de força). Pensando no mesmo caso, porém inserindo uma engrenagem menor com menos dentes no mesmo local da anterior, teremos mais movimento/velocidade, mas menor torque/força (baixa rigidez/alta *compliance* - limitação na transmissão de força, mas mais movimento e área de trabalho).

#### 4.1.2 Índices de desempenho e restrições impostas ao projeto de nanoposicionadores planares, paralelos e com dois graus de liberdade

Os índices de avaliação de desempenho de um mecanismo flexível com 2-DOF envolvem: espaço de trabalho, *lost motion*, frequência natural, taxa de acoplamento de entrada, precisão, velocidade, capacidade de carga útil e *compliance* de saída (Wang; Zhang, 2017). Muitos desses índices são conflitantes; assim, é importante que o projetista considere esses fatores ao projetar o nanoposicionador.

O espaço de trabalho deve ser estudado no estágio XY para garantir que a plataforma móvel atinja todos os pontos necessários para a aplicação. Ele depende do deslocamento de entrada real da plataforma e da taxa de amplificação real. Quando um estágio XY é acionado apenas em uma direção, o deslocamento do *driven tip* na direção acionada aumenta conforme o aumento da força motriz (equação (74)). Esse comportamento permite calcular a *compliance* de entrada; além disso, o deslocamento na entrada ( $q$ ) e o deslocamento na saída ( $d$ ) na direção acionada evidenciam um movimento perdido (*lost motion*). Esse fenômeno ocorre pela deformação dos elos que são considerados corpos rígidos no método da matriz de *compliance* (Li; Huang; Tang, 2012); o *lost motion* aumenta à medida que a força de atuação aumenta.

Em aplicações nas quais há repetição e alta velocidade de movimento do nanoposicionador, o que limita essa velocidade é a frequência natural, pois as vibrações causadas pela ressonância mecânica podem acarretar falhas operacionais e até a quebra do dispositivo. Então, a largura de banda de operação do sistema é limitada pelo primeiro modo de

vibração; assim, a frequência natural constitui um índice básico de um nanoposicionador (Wang; Zhang, 2017). O acoplamento entre as entradas do atuador é um problema comum que resulta em um *design* e controles complexos para nanoposicionadores.

A precisão é um dos principais índices de avaliação das plataformas de posicionamento. A relação entre o deslocamento de entrada e o deslocamento de saída pode ser descrita com ferramentas matemáticas, como a matriz jacobiana. O número de condições da matriz jacobiana pode ser considerado como o índice de desempenho local para avaliar as características de mapeamento de velocidade, precisão e rigidez entre as variáveis motrizes e a plataforma móvel. O número de condições pode ser usado para avaliar a capacidade de ampliação do erro de direção (Zhang *et al.*, 2019).

Como dito anteriormente, a alta velocidade é desejável em algumas aplicações e, assim, o índice de velocidade pode atuar como uma importante função objetivo no projeto mecânico de um nanoposicionador. A capacidade de carga útil, um dos índices de desempenho mais importantes e das vantagens do mecanismo paralelo, refere-se à força externa máxima que pode ser aplicada no estágio XY no plano x-y sem causar a falha do material (Li; Xu, 2011).

Restrições impostas ao projeto, como *stress*, rigidez de entrada, confiabilidade à fadiga e transmissão de força, podem ser conflitantes (Wang; Zhang, 2017).

A rigidez também é um importante índice de desempenho do mecanismo paralelo, pois determina se o mecanismo pode suportar força externa suficiente atuando na plataforma móvel. O espaço de trabalho e a rigidez da plataforma móvel são índices críticos de um mecanismo flexível. Se a rigidez de entrada diminuir, o espaço de trabalho pode ser ampliado, mas a rigidez da plataforma móvel e a frequência natural podem ser menores, e a taxa de acoplamento de entrada aumenta (Wang; Zhang, 2017). A rigidez de entrada não é um índice de desempenho, mas tem um grande impacto em vários índices de desempenho.

O sistema pode ter falhas devido à força aplicada, incluindo falha estática e falha por fadiga. É conhecido que o movimento dos estágios flexíveis depende da deformação dos materiais, sendo que esses estágios geralmente funcionam por milhões de ciclos. Assim, a falha por fadiga será o seu principal modo de falha, o que implica que o *stress* de fadiga e a resistência à fadiga devem ser considerados no procedimento de projeto (Wang; Zhang, 2017). A definição de transmissão de força é eminentemente técnica: conhecido o ângulo entre a barra mestra e a barra escrava do mecanismo flexível, define-se a transmissão de força como a função cosseno desse ângulo (Wang; Zhang, 2017).

Classificando os mecanismos flexíveis, eles podem ser divididos em parcialmente flexíveis e totalmente flexíveis. Os totalmente flexíveis podem ser divididos ainda em concentrados, distribuídos e híbridos. Os mecanismos parcialmente flexíveis geralmente suportam grandes deflexões e são amplamente aplicados em áreas como mecanismos es-

taticamente balanceados, mecanismos de força constante e juntas de robôs. Mecanismos totalmente flexíveis, geralmente fabricados em estruturas monolíticas, são amplamente aplicados em engenharia de precisão, com aplicações estáticas e dinâmicas.

Um outro problema encontrado nos CPMs é o acoplamento entre os deslocamentos nas direções ortogonais X e Y. Na prática, quando uma das piezocerâmicas é excitada para produzir um deslocamento em uma única direção (supondo no eixo X), ocorre inevitavelmente um deslocamento espúrio na direção perpendicular (no eixo Y). Isso significa que cuidados especiais devem ser tomados ao usar CPMs em aplicações de nanoposicionadores de ultraprecisão.

Uma maneira de quantificar esse acoplamento entre os deslocamentos X e Y é dada pela equação (76) e é chamada de fator de acoplamento:

$$S_{xy} = \frac{\Delta y_s}{\Delta x}, \quad (76)$$

onde  $\Delta x$  é o deslocamento desejado na direção x, e  $\Delta y_s$  é o deslocamento espúrio em Y (movimento acoplado). Da mesma forma, definimos o fator de acoplamento para a direção Y (equação (77)):

$$S_{yx} = \frac{\Delta x_s}{\Delta y}. \quad (77)$$

Para uma boa precisão, é importante minimizar ambos os fatores, algo que pode ser abordado na fase de projeto. Como nosso interesse é a utilização de estágios de nanoposicionadores XY para atuarem como estatores de motores piezoelétricos, a principal preocupação será focada na necessidade de um acoplamento mínimo entre eixos.

Na literatura, há diferentes maneiras de suprimir o problema de acoplamento (*crosstalk*) nos movimentos X e Y, como a utilização de sistemas de controle; porém, devido à necessidade de sensores de nano deslocamento, o procedimento pode tornar-se muito caro. A proposta do trabalho visa mostrar uma solução sem a necessidade mencionada, a qual será descrita mais adiante.

#### 4.1.3 Método de otimização topológica (*Topology Optimization Method - TOM*)

A abordagem TOM tem como objetivo explorar todo o potencial dos mecanismos flexíveis, sem restrições prévias incorporadas ao layout; ressalta-se que o método tradicional RBRM depende muito da intuição do projetista, o que pode levar anos para desenvolvê-la. Para a síntese do mecanismo flexível usando TOM, aplica-se um procedimento sistemático para projetar esse estágio; ou seja, ao alterar as especificações iniciais do projeto, o usuário pode obter rapidamente um novo design com bom desempenho, sem

exigir uma grande experiência anterior no projeto dessas arquiteturas. Desta maneira, ao desenvolver métodos sistemáticos de projeto, a tecnologia de micromanipuladores piezo-elétricos pode tornar-se mais acessível e facilmente difundida na literatura.

Resumidamente, o método TOM determina os espaços vazios e a conectividade da estrutura, removendo e adicionando material, tudo isso dentro de um espaço previamente definido, onde o projetista também determina as propriedades que irá maximizar ou minimizar. Assim, o algoritmo encontrará a distribuição ótima dentro do escopo pré-estabelecido. Qualquer distribuição de regiões, tanto flexíveis quanto rígidas, que seja compatível com a parametrização escolhida é uma solução possível, o que torna este método potencialmente muito poderoso (Seltmann; Campanile; Hasse, 2023). Trata-se de um método mais geral do que os métodos tradicionais paramétricos e de otimização de forma, onde apenas algumas dimensões ou a forma da estrutura são otimizadas, respectivamente.

O projeto utilizando o método TOM costuma ser uma tarefa matematicamente complicada e computacionalmente custosa, sendo um preço a se pagar por não necessitar de intuição prática. Como ela pode envolver diversas piezocerâmicas, traz um grande número de deslocamentos ativos. No projeto de mecanismos flexíveis com múltiplas entradas e saídas, o ideal seria que uma entrada produzisse apenas um movimento de saída ao longo da direção especificada. Contudo, a questão do acoplamento deve ser considerada, uma vez que tais mecanismos geralmente são monolíticos e uma entrada pode produzir movimentos inesperados em todos os outros portos de entrada e saída. Por exemplo, no mecanismo flexível planar com múltiplas entradas e saídas, o acoplamento de entrada indica que, quando o mecanismo é acionado por um atuador em um porto de entrada, todos os outros portos de entrada tendem a se mover, o que faz com que os atuadores correspondentes sofram uma carga indesejada. Já o acoplamento de saída indica que a entrada também produz movimentos em todas as outras saídas, além da esperada. O problema de acoplamento assim posto é considerado um acoplamento cinemático.

Na literatura, é possível encontrar mais de uma dúzia de variantes relacionadas às técnicas e abordagens de otimização nos dias de hoje (Zhu *et al.*, 2020), sendo que a maioria transforma o problema original em um problema de distribuição ótima de materiais. O método de otimização topológica multifísica (*Multiphysics Topology Optimization Method* - MTOM) (Carbonari; Silva; Paulino, 2009) foi o método empregado no projeto do MAPFA-XY utilizado neste trabalho.

Na Tabela 1 é apresentado um panorama geral, em ordem cronológica, de trabalhos representativos do método TOM, com ênfase em estágios XY em projetos que se preocupam com o desacoplamento total dos movimentos.

**Tabela 1** – Métodos de otimização topológica

| Ano  | Ref.                                | Método   | Taxa de acoplamento (Saída)                            |
|------|-------------------------------------|----------|--------------------------------------------------------|
| 2003 | (Silva; Nishiwaki, 2003)            | TOM      | 0,25–0,63 (X); 0,23–0,45 (Y)                           |
| 2004 | (Carbonari; Silva; Nishiwaki, 2004) | CAMD     | 0,528 (X); 0,227 (Y)                                   |
| 2005 | (Carbonari; Silva; Nishiwaki, 2005) | CAMD     | (a) 11,3%; 32,45%; 20,02%; (b) 8,23%; 1,31%; 14,02%    |
| 2005 | (Carbonari <i>et al.</i> , 2005)    | CAMD     | (c) 27,8%; 16,4%; 53,7%; (d) 53,5%; 18,7%; 48,4%       |
| 2009 | (Carbonari; Silva; Paulino, 2009)   | MTOM     | (e) 16,13%; (f) 6,61%                                  |
| 2010 | (Zhan; Zhang, 2010)                 | GSM      | (a) 0,1717 (X); 0,1841 (Y); (b) 0,0311 (X); 0,0617 (Y) |
| 2018 | (Zhu <i>et al.</i> , 2018)          | SIMP/MMA | (a) 0,133; (b) $6,42 \times 10^{-6}$ (Y)               |
| 2021 | (Rong <i>et al.</i> , 2021)         | MMA      | –                                                      |

(a) Resultados simulados com restrição de acoplamento; (b) Resultados simulados sem restrição de acoplamento; (c) Simulações FEA; (d) Medições experimentais; (e) Piezocerâmica homogênea; (f) Piezocerâmica gradada.

Fonte: elaborado pelo autor.

## 4.2 MOTORES PIEZOELÉTRICOS

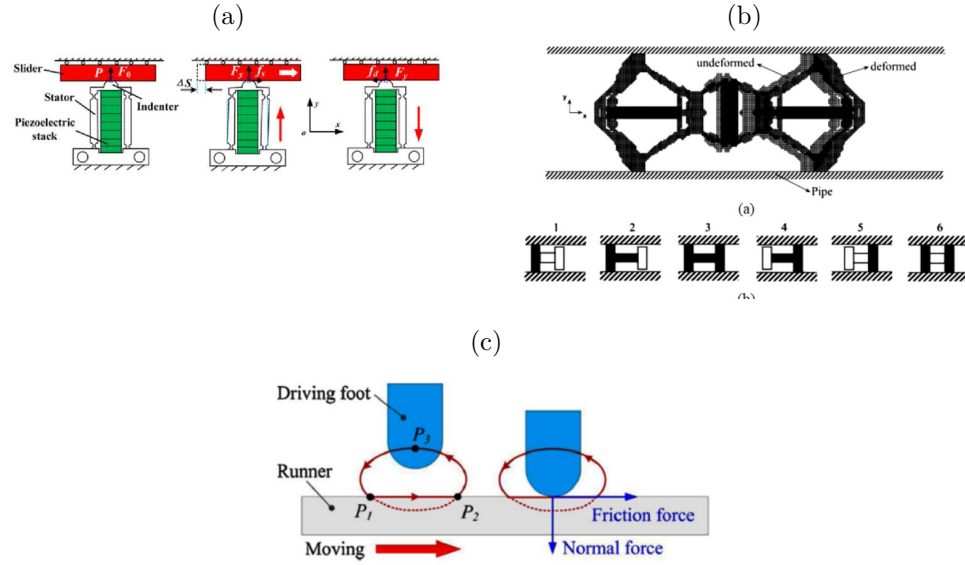
Nesta seção, serão discutidos os motores piezoelétricos, que são dispositivos que convertem entradas elétricas em saídas mecânicas, baseando-se no efeito piezoelétrico inverso e no acoplamento de fricção. São considerados promissores em aplicações de juntas robóticas, máquinas de alta precisão, micro robôs, MEMS, dentre outros.

Os motores podem ser classificados em ressonantes e não ressonantes. Os motores não ressonantes têm resoluções na escala de nanômetros e sua velocidade máxima é de cerca de dezenas de milímetros por segundo. Já os motores ressonantes podem ter velocidades muito mais altas, alcançando até um metro por segundo.

Os principais tipos de motores piezoelétricos descritos na literatura são: os constituídos por posicionadores baseados em *flexure hinges*, sendo que esses motores se enquadram nos motores não ressonantes (Gao *et al.*, 2019)(Li; Huang; Zhao, 2018). Outro tipo encontrado é o chamado *inchworm motors* (Silva; Nishiwaki, 2003), sendo que este tipo de motor também é um motor não ressonante. Por último, têm-se os motores ultrassônicos, onde o estator produz uma vibração ultrassônica, geralmente em frequências de vários kHz, e, com o atrito, essa vibração é transformada em um movimento retilíneo ou angular do rotor (Sanikhani; Akbari, 2018)(Ho; Jan, 2016)(Vinhais; Ibrahim; Silva, 2004). A Figura 61 mostra o funcionamento dos três tipos de motores comentados.

O funcionamento dos motores ultrassônicos (Figura 62), que é o princípio proposto neste trabalho, será discutido a seguir. O seu princípio operacional transforma o movimento elíptico do *driven foot* em movimento do rotor através do acoplamento de fricção entre o rotor e o estator. O movimento elíptico do *driven foot* move o rotor periodicamente.

**Figura 61** – Princípio de funcionamento de motores piezoelétricos: (a) *stick-slip*; (b) *inchworm motors*; (c) motores ultrassônicos.



Fonte: (Gao *et al.*, 2019)(Silva; Nishiwaki, 2003)(Tian *et al.*, 2020)

Dentro dos motores ultrassônicos, são encontradas três classificações principais: a primeira é o motor de onda progressiva (*Traveling Wave Motor* - TWM), a segunda é o motor de onda estacionária (*Standing Wave Motor* - SWM) e a terceira e última classificação é a dos motores de modos híbridos (*Hybrid Mode Motors* - HMM).

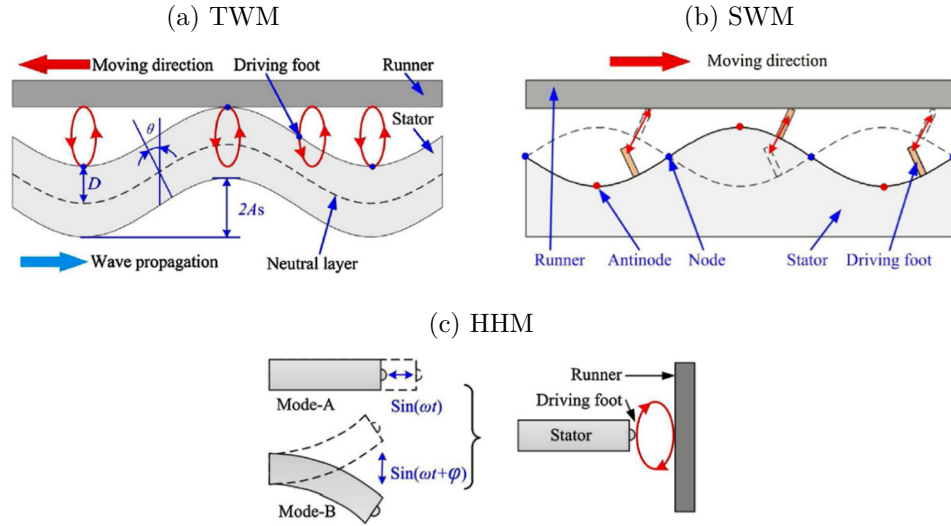
O TWM obtém o movimento elíptico, gerando uma onda progressiva em seu estator e podendo dar origem a subgrupos de acordo com o modo de vibração deste estator. O movimento elíptico é formado na superfície do estator. O ponto de contato entre o estator e o rotor serve como *driven foot*. Não sendo um ponto específico, a cada momento, um ponto irá atuar como *driven foot*. A sua operação é mostrada na Figura 62a.

Já o SWM adquire movimento de forma elíptica, excitando uma onda estacionária no estator. O princípio de operação do SWM é mostrado na Figura 62b. Embora a componente de impulsão e a componente de prensagem do *driven foot* sejam geradas simultaneamente por um único sinal de excitação senoidal, o movimento elíptico pode ser alcançado porque as taxas de amortecimento do estator ao longo da direção da componente de prensagem e da componente de impulsão são diferentes. Isso ocorre pela inserção do *driven foot*, minuciosamente colocado, que age para fazer essa diferenciação na componente de prensagem e na componente de impulsão.

O último tipo de motores é o HMM; seu movimento elíptico é formado por dois modos de vibração diferentes na mesma frequência. O princípio de operação é apresentado na figura 62c. O *driven foot* vibra em diferentes direções; ou seja, pode ser formado por uma vibração senoidal em uma direção, em conjunto com outra vibração senoidal em uma direção ortogonal à primeira, com sinais de mesma frequência e uma diferença de

fase específica.

**Figura 62** – Princípio de funcionamento dos motores ultrassônicos: (a) TWM; (b) SWM; (c) HHM.



Fonte: (Tian *et al.*, 2020)

Na Tabela 2 é apresentado um panorama geral dos motores ressonantes ou de ultrassom.

**Tabela 2** – Motores piezoelétricos

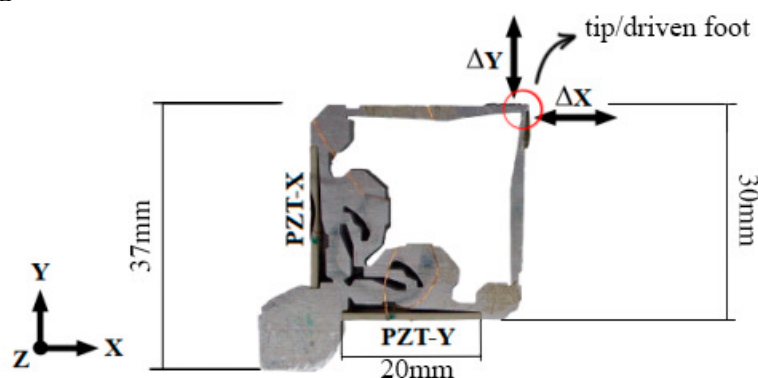
| Ano  | Autores             | Ref.                         | Acionamento               | Velocidade                         |
|------|---------------------|------------------------------|---------------------------|------------------------------------|
| 2016 | Ho; Jan             | (Ho; Jan, 2016)              | HMM (AC); stick-slip (DC) | 106 mm/s (vazio); 34 mm/s (340 g)  |
| 2018 | He <i>et al.</i>    | (He <i>et al.</i> , 2018)    | HMM                       | 214 mm/s (Pressão da água à 8 MPa) |
| 2020 | Zhang <i>et al.</i> | (Zhang <i>et al.</i> , 2020) | HMM                       | 10,53 mm/s (vazio)                 |

Fonte: elaborado pelo autor.

## 5 CARACTERIZAÇÃO DO MECANISMO FLEXÍVEL PARA APLICAÇÃO COMO ESTATOR DE MOTOR PIEZOELÉTRICO

Conforme exposto na Introdução, os métodos interferométricos podem ser utilizados para a caracterização de mecanismos flexíveis. O mecanismo utilizado neste trabalho foi desenvolvido por Carbonari, em sua tese de doutorado (Carbonari, 2008). Na Figura 63, é mostrado o atuador piezoelétrico flexensional multi-atuado (MAPFA-XY). Observa-se que, nas extremidades, foram fixados dois pequenos e finos espelhos, pois é necessária uma superfície reflexiva para que ocorra a reflexão do braço sensor; eles foram introduzidos tanto na direção X quanto na direção Y, pois serão necessárias medições nas duas direções.

**Figura 63** – MAPFA-XY com suas dimensões e características.



Fonte: adaptado de (Martinez, 2023)

O atuador teve como entradas do projeto uma faixa de operação em baixas frequências e um fator de acoplamento abaixo de 0,2. Esses parâmetros serviram de entrada para o método combinado de otimização topológica com análise de elementos finitos. Como mostra a Figura 63, o posicionador contém duas piezocerâmicas (PZT-5A, *American Piezoceramics*), sendo polarizadas ao longo da menor dimensão. Suas principais dimensões estruturais estão apresentadas na Figura 63. Seu corpo foi confeccionado em alumínio pela técnica de eletroerosão a fio.

Como já mencionado no capítulo anterior, a estrutura flexensional multiatuada possui dois mecanismos de geração de deslocamentos: o direto e o acoplado. Idealmente, seria interessante que cada um dos PZT's fosse responsável por gerar movimento em uma única direção; porém, como o mecanismo é uma estrutura monolítica, quando o PZT-X é alimentado, o deslocamento principal gerado seria o  $\Delta X$  e o deslocamento  $\Delta Y$  seria o movimento acoplado. O mesmo ocorre quando o PZT-Y é acionado, mas agora  $\Delta Y$  será o movimento direto e  $\Delta X$  o acoplado.



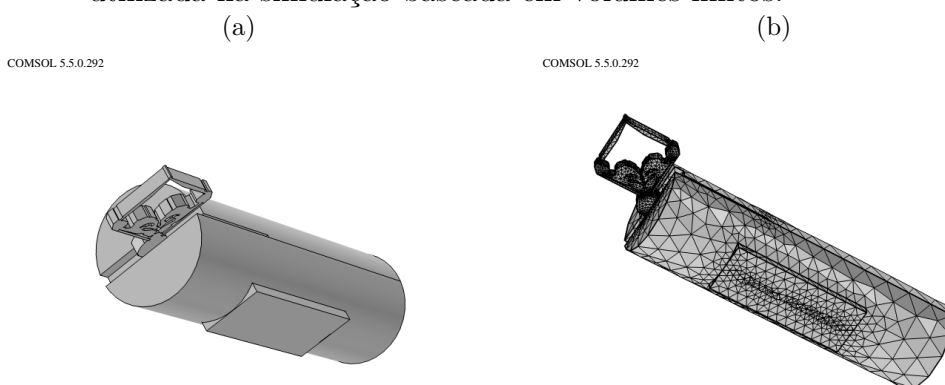
## 5.1 RESULTADOS COMPUTACIONAIS DA RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DO ATUADOR PIEZOELÉTRICO FLEXTENSIONAL MULTI-ATUADO (MAPFA-XY)

As medições serão tomadas próximas ao vértice para conseguir realizar a medição do deslocamento do seu *tip*, que posteriormente será utilizado como *driving foot*, como vimos nos motores piezoelétricos ressonantes.

Com o intuito de conhecer as frequências de ressonâncias e de antirressonâncias, foi realizada uma simulação computacional baseada em volumes finitos com o software COMSOL Multiphysics. O método das diferenças de volumes finitos consiste na resolução de equações diferenciais parciais, baseado na resolução de balanços de massa, energia e quantidade de movimento, dependendo das físicas aplicadas ao problema, a partir de condições de contorno.

Para a simulação da resposta de frequência, é necessário, portanto, um modelo 3D, neste trabalho, para a implementação da malha, que determina o número de equações e a aproximação da resposta simulada com a real. Quanto mais elementos estiverem presentes na malha, melhor será a resposta do sistema; no entanto, maior será o seu custo computacional. Para este trabalho, foi utilizada a geometria apresentada na Figura 64a e a malha apresentada na Figura 64b. O número de elementos e a densidade da malha foram definidos pelo software de modo a garantir um compromisso entre o menor tempo de processamento e a adequada representatividade do modelo.

**Figura 64** – Geometria e malha utilizadas na simulação baseada em volumes finitos: (a) Geometria utilizada na simulação baseada em volumes finitos; (b) Malha utilizada na simulação baseada em volumes finitos.



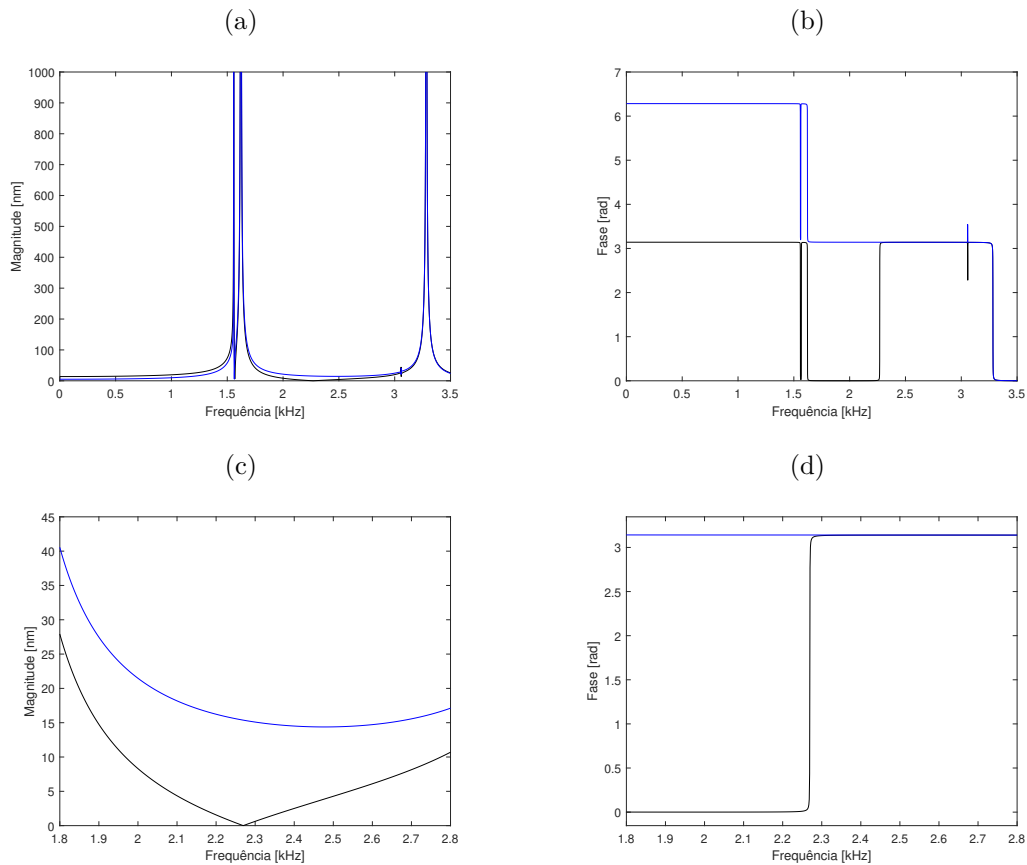
Fonte: elaborado pelo autor.

A geometria consiste na replicação em dimensões e materiais do sistema real, sendo a base modificada para definir a superfície fixa do sistema, o suporte do atuador com grande massa, a geometria de alumínio do atuador MAPFA-XY, as cerâmicas em PZT-5A do atuador e a cola epóxi que fixa as cerâmicas à geometria de alumínio do MAPFA-XY. Todas as propriedades dos materiais foram consideradas durante a simulação. A malha

apresentada na Figura 64b foi gerada pelo programa para ser mais detalhada nas partes mais complexas.

Foi simulada a resposta em frequência até 3,5 kHz (com um passo de 2 Hz), a qual foi posteriormente validada experimentalmente. A primeira simulação foi realizada com o PZT-X atuante e o PZT-Y desligado, e os resultados da resposta em frequência, tanto em amplitude quanto em fase, são mostrados na Figura 65.

**Figura 65** – Resposta em frequência até 3.5 kHz com o atuador X sendo alimentado (componente X em preto e componente Y em azul): (a) Amplitude da resposta em frequência do sistema; (b) Fase da resposta em frequência do sistema; (c) Amplitude da resposta em frequência do sistema na primeira antirressonância; (d) Fase da resposta em frequência do sistema na primeira antirressonância.

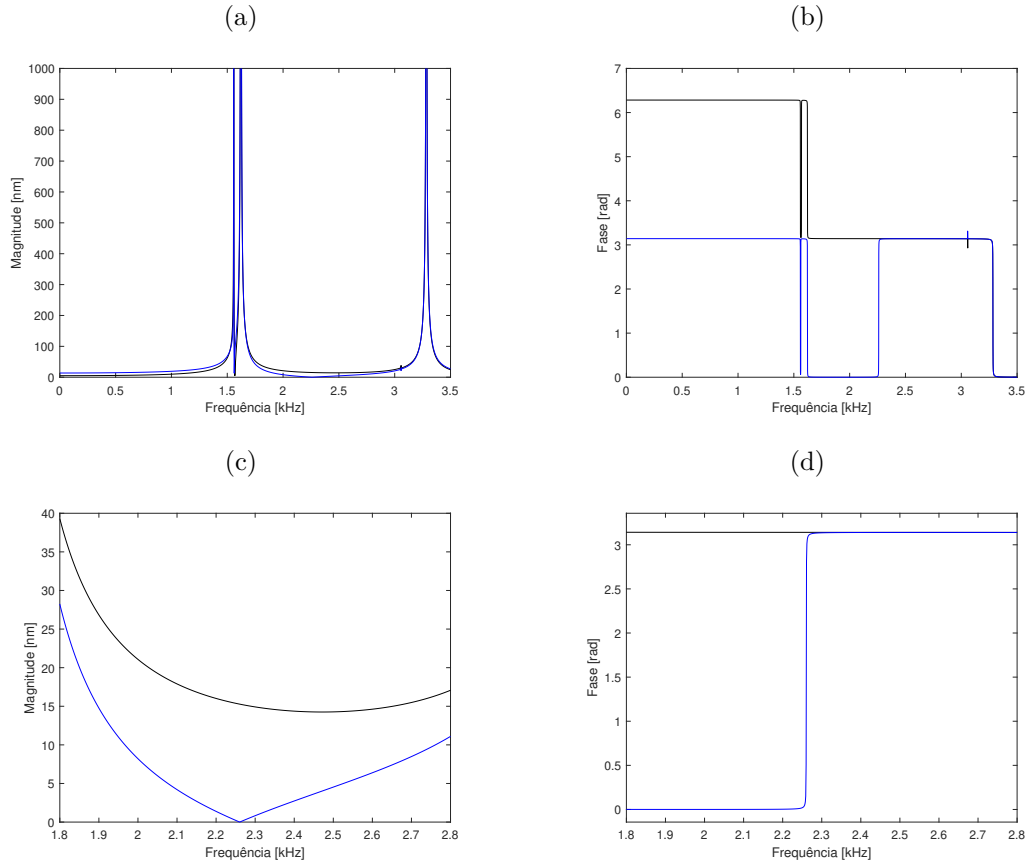


Fonte: elaborado pelo autor.

As respostas em frequência com o PZT-Y atuante e o PZT-X desligado estão apresentadas na Figura 66, tanto para a resposta em amplitude quanto para a resposta em fase.

Com os resultados aproximados, podemos ver duas regiões de ressonância de maior magnitude, em 1600 Hz e 3200 Hz, algumas regiões de ressonância de pequena magnitude e antirressonância em valores superiores a 4000 Hz, e uma região de ressonância e antirressonância juntas, próxima à maior ressonância em magnitude, de 1600 Hz. Observa-se

**Figura 66** – Resposta em frequência até 3.5 kHz com o atuador Y sendo alimentado (componente X em preto e componente Y em azul): (a) Amplitude da resposta em frequência do sistema; (b) Fase da resposta em frequência do sistema; (c) Amplitude da resposta em frequência do sistema na primeira antirressonância; (d) Fase da resposta em frequência do sistema na primeira antirressonância;



Fonte: elaborado pelo autor.

também a principal região de antirressonância em 2275 Hz apenas no movimento em que o PZT estava atuante, como evidenciado nas Figuras 65c e 65d para o PZT-X atuante e nas Figuras 66c e 66d para o PZT-Y atuante.

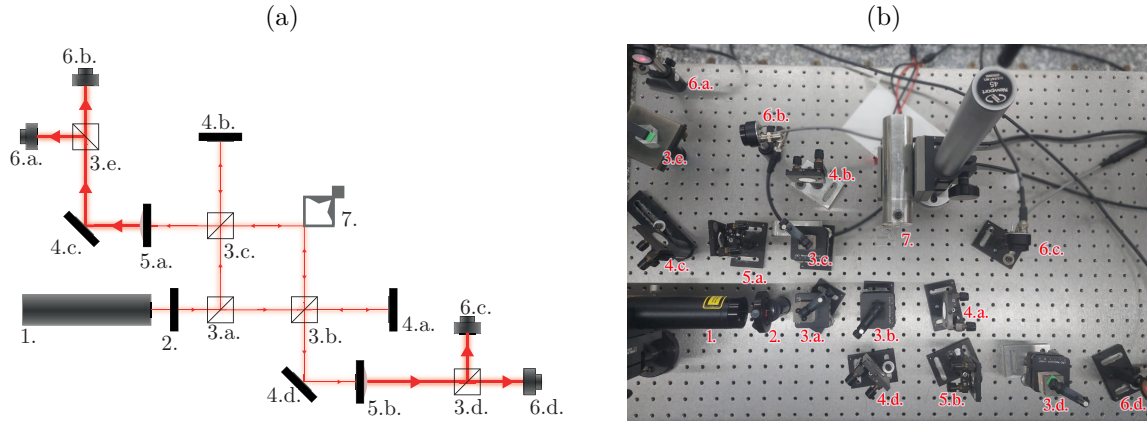
Com base na região de antirressonância evidenciada, propõe-se a concepção de um motor baseado em atuador PZT, visto que, nessa condição, é possível gerar um movimento circular, possibilitando que a extremidade do atuador funcione como um *driving foot*. No entanto, essa proposta será discutida posteriormente.

## 5.2 CARACTERIZAÇÃO EXPERIMENTAL DO ATUADOR PIEZOELÉTRICO FLEX-TENSIONAL MULTI-ATUADO (MAPFA-XY)

Para realizar as medições da resposta em frequência, foi utilizado o aparato experimental da Figura 67. O sistema montado consiste em dois interferômetros de Michelson trabalhando simultaneamente; cada interferômetro possui dois sinais interferométricos de-

fasados entre si.

**Figura 67** – Aparato experimental e diagrama para caracterização do atuador MAPFA-XY: (a) diagrama óptico; (b) aparato experimental.



Fonte: elaborado pelo autor.

O aparato demonstrado na Figura 67 é constituído por:

- Laser (1).
- Polarizador (2).
- Cinco divisores de feixe (3a, 3b, 3c, 3d, 3e).
- Quatro espelhos (4a, 4b, 4c, 4d).
- Duas lentes expansoras (5a, 5b).
- Quatro fotodetectores (6a, 6b, 6c, 6d).
- Atuador MAPFA-XY (7).

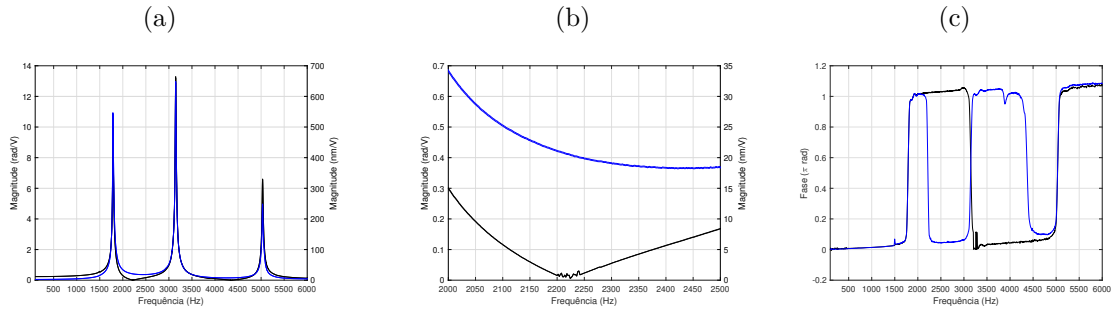
onde o divisor de feixe 3a divide o feixe do laser para os dois interferômetros, os divisores de feixe 3b e 3c pertencem aos interferômetros Y e X, respectivamente, e os separadores de feixe 3d e 3e dividem os sinais interferométricos Y e X, respectivamente, para adquirir os sinais em quadratura. Os espelhos 4a e 4b são os espelhos do braço de referência dos interferômetros Y e X, respectivamente. Os fotodetectores 6a e 6b formam os sinais em quadratura do interferômetro X, e os 6c e 6d formam os sinais em quadratura do interferômetro Y.

As medições foram realizadas e demoduladas por meio do método *fuzzy* T-S na abordagem de alto ganho. Foi escolhido o método por se comportar bem na faixa de frequência escolhida, ter uma ampla faixa dinâmica e conseguir fazer medições próximas de zero. Quando próximo de zero, a correção de quadratura utilizou parâmetros armazenados das últimas medições. Em condições onde a diferença de fase era maior que  $\pi/2$ , a correção

de quadratura é acionada novamente. Para a leitura da fase, foi elaborado um algoritmo que executa a leitura da diferença de fase do sinal enviado ao PZT com os sinais lidos nos interferômetros X e Y.

Os resultados da resposta em frequência de magnitude e fase atuando sobre o PZT-X estão na Figura 68.

**Figura 68** – Resposta em frequência do MAPFA-XY com atuação no PZT-X (componente X em preto e componente Y em azul): (a) Resposta em frequência em magnitude de 100 a 6000 Hz; (b) Resposta em frequência em magnitude de 2000 a 2500 Hz; (c) Resposta em frequência em fase.

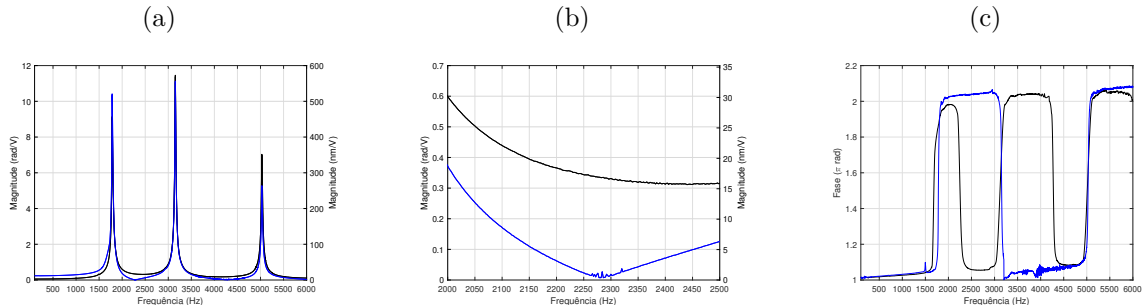


Fonte: elaborado pelo autor.

É possível observar regiões de ressonância em X e Y para as frequências de  $1786 \text{ Hz}$ ,  $3146 \text{ Hz}$  e  $5034 \text{ Hz}$ . É possível observar também regiões de antirressonância em X nas frequências de  $2224 \text{ Hz}$  e  $4354 \text{ Hz}$ .

Os resultados da resposta em frequência, em magnitude e fase, do PZT-Y estão na figura 68.

**Figura 69** – Resposta em frequência do MAPFA-XY com atuação no PZT-Y (componente X em preto e componente Y em azul): (a) Resposta em frequência em magnitude de 100 a 6000 Hz; (b) Resposta em frequência em magnitude de 2000 a 2500 Hz; (c) Resposta em frequência em fase.



Fonte: elaborado pelo autor.

Já para o PZT-Y atuando, temos regiões de ressonância em X e Y para as frequências de  $1782 \text{ Hz}$ ,  $3154 \text{ Hz}$  e  $5032 \text{ Hz}$ . É possível observar também regiões de antirressonância em X nas frequências de  $2282 \text{ Hz}$  e  $4274 \text{ Hz}$ . Os valores das frequências de

ressonância e antirressonância podem ser obtidos pela resposta em magnitude, mas estão evidenciados na mudança de fase nas frequências mencionadas.

Observa-se o mesmo perfil da resposta em frequência obtida por simulação; apenas os valores das frequências estão moderadamente diferentes, mas isso é justificado pela alteração da resposta em frequência devido ao poste de fixação. Outro fator que pode levar a essas discrepâncias é o desvio dos valores dos parâmetros dos materiais do sistema real e do sistema simulado.

Tendo em vista o uso do MAPFA-XY como motor, é necessária a atuação de dois sinais senoidais defasados em  $90^\circ$ , um em cada PZT, e quanto menor o valor do movimento acoplado, mais circular será o movimento do MAPFA-XY. É possível também usar as regiões de antirressonância, onde o movimento direto é próximo de zero e o movimento acoplado está presente; assim, temos um desacoplamento do movimento X-Y.

Com isso em vista, considerando o movimento acoplado como o principal e o movimento direto como um movimento espúrio, o fator de acoplamento com PZT-X atuando seria  $\frac{\Delta x}{\Delta y_s}$  e com PZT-Y atuando seria  $\frac{\Delta y}{\Delta x_s}$ ; os valores da taxa de desacoplamento dos movimentos estão mostrados na Tabela 3. As antirressonâncias 1 e 2 são  $2224 \text{ Hz}$  e  $4354 \text{ Hz}$  para o PZT-X atuante; e  $2282 \text{ Hz}$  e  $4274 \text{ Hz}$  para o PZT-Y atuante.

**Tabela 3** – Valores experimentais do acoplamento dos movimentos X-Y nas antirressonâncias

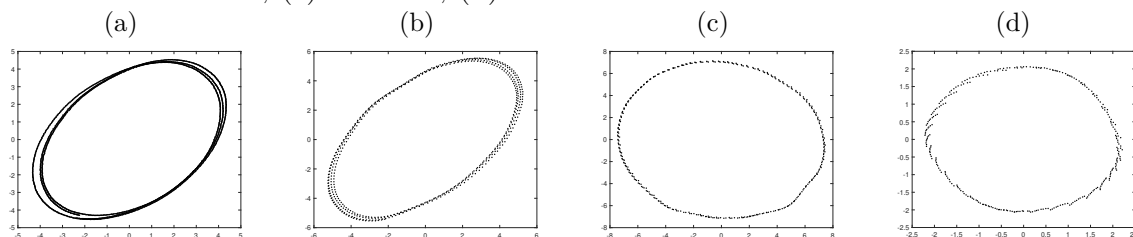
| Atuador | Antirressonância 1 | Antirressonância 2 |
|---------|--------------------|--------------------|
| PZT-X   | 0,0142             | 0,0468             |
| PZT-Y   | 0,0226             | 0,0531             |

Fonte: elaborado pelo autor.

Para o MAPFA-XY atuar como motor, é preciso reproduzir uma trajetória circular para mover o rotor. Um método para o atuador realizar este movimento é alimentar as duas cerâmicas com sinais senoidais de mesma amplitude e frequência, defasados em  $\pi/2$ . A importância das regiões de antirressonância é garantir que o movimento realizado seja o mais circular possível. Na figura 70, mostra-se a trajetória do MAPFA-XY quando aplicados dois sinais senoidais defasados em  $\pi/2$  para as frequências de  $100 \text{ Hz}$ ,  $1000 \text{ Hz}$ ,  $2250 \text{ Hz}$  e  $4435 \text{ Hz}$ . Os resultados foram obtidos com a leitura do movimento em X e em Y e, depois, foram colocados no plano XY.

Como visto na figura 70, a região da primeira antirressonância é a que melhor desenvolve o movimento circular ( $2250 \text{ Hz}$ ); a frequência escolhida para o movimento é um ponto próximo das antirressonâncias encontradas. Os fatores de acoplamento nesta frequência são 0,058 e 0,0664 para o PZT-X e PZT-Y atuando, respectivamente; valores consideravelmente menores do que os valores de projeto de 0,2. Isso se deve aos pequenos valores de acoplamento dos movimentos X-Y nas antirressonâncias; ou seja, na primeira antirressonância, o movimento direto é quase inexistente, enquanto o movimento acoplado

**Figura 70** – Trajetórias do MAPFA-XY atuando como motor em vazio: (a) 100 Hz; (b) 1000 Hz; (c) 2250 Hz; (d) 4300 Hz.



Fonte: elaborado pelo autor.

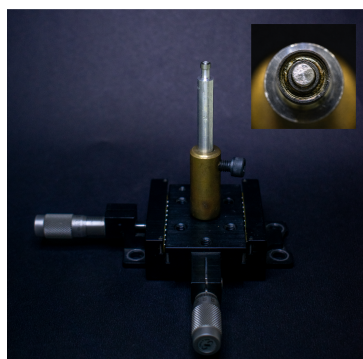
tem uma amplitude consideravelmente alta comparada ao movimento direto.

Para efeito de comparação, o atuador foi projetado para ter um baixo fator de acoplamento em baixas frequências; para 100 Hz, a taxa de acoplamento, agora considerando o movimento direto como principal, é de 0,2007 e 0,1684 para os atuadores PZT-X e PZT-Y, respectivamente. Em comparação com as taxas de acoplamento obtidas experimentalmente e reportadas na literatura, os valores de 0,058 (X) e 0,0664 (Y) aqui obtidos são consideravelmente inferiores aos intervalos de 0,25–0,63 (X) e 0,23–0,43 (Y) apresentados por (Silva; Nishiwaki, 2003), bem como aos valores de 0,528 (X) e 0,227 (Y) reportados por (Carbonari; Silva; Nishiwaki, 2004).

### 5.3 PROTÓTIPO EXPERIMENTAL DE MOTOR PIEZOELÉTRICO

Para realizar o movimento do motor, foi projetado o rotor radial mostrado na figura 71. Ele consiste em um eixo com dimensões adequadas para ser fixado na plataforma de micrômetro, com um acoplamento para um microrrolamento; o microrrolamento possui 4,85 mm de diâmetro externo, 2 mm de diâmetro interno e 2,18 mm de altura. Na Figura 71, podemos ver o rotor.

**Figura 71** – Rotor utilizado no motor baseado no MAPFA-XY

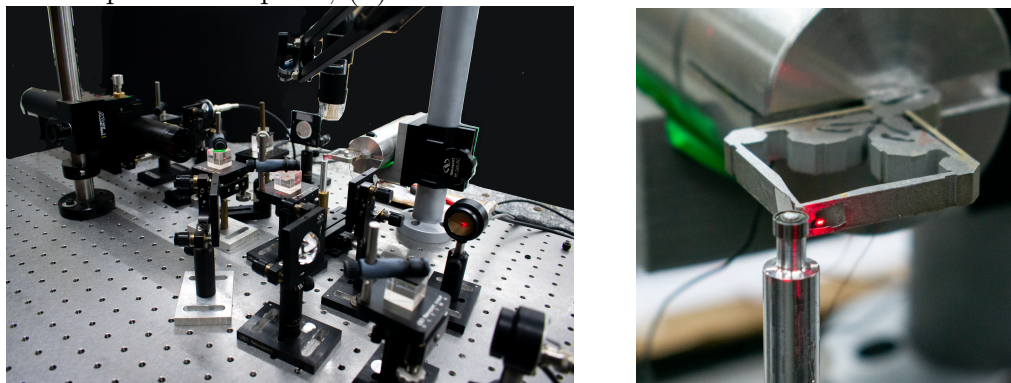


Fonte: elaborado pelo autor.

Com o auxílio de uma plataforma de micrômetro e um microscópio digital usb (Zoom 1600x), foi possível posicionar o rotor do *tip* do posicionador para que, de fato, ele funcionasse como um motor ultrassônico. Na Figura 72 está o arranjo experimental com o

rotor posicionado para a geração de movimento. O arranjo consiste no mesmo apresentado na Figura 67, com o acréscimo do rotor e do microscópio digital preso na parte superior.

**Figura 72** – Aparato experimental com o rotor instalado no atuador MAPFA-XY: (a) aparato completo; (b) detalhe do rotor.



Fonte: elaborado pelo autor.

O procedimento para gerar movimento do rotor foi da seguinte forma: as cerâmicas PZT-X e PZT-Y do atuador são alimentadas com sinais senoidais defasados em  $\pi/2$ ; com o atuador funcionando, o rotor é aproximado utilizando os ajustes da plataforma de micrômetro, verificando a proximidade com o microscópio digital; com o posicionamento correto, o rotor começa a se mover. A Figura 73 mostra os quadros do vídeo que ilustram o movimento do rotor; o vídeo pode ser acessado pelo link (<https://www.youtube.com/watch?v=8Q32gr9YMzI>); nesta situação, o atuador está sendo alimentado com sinais senoidais defasados em  $\pi/2$ , com uma tensão de 15 V e frequência de 2420 Hz.

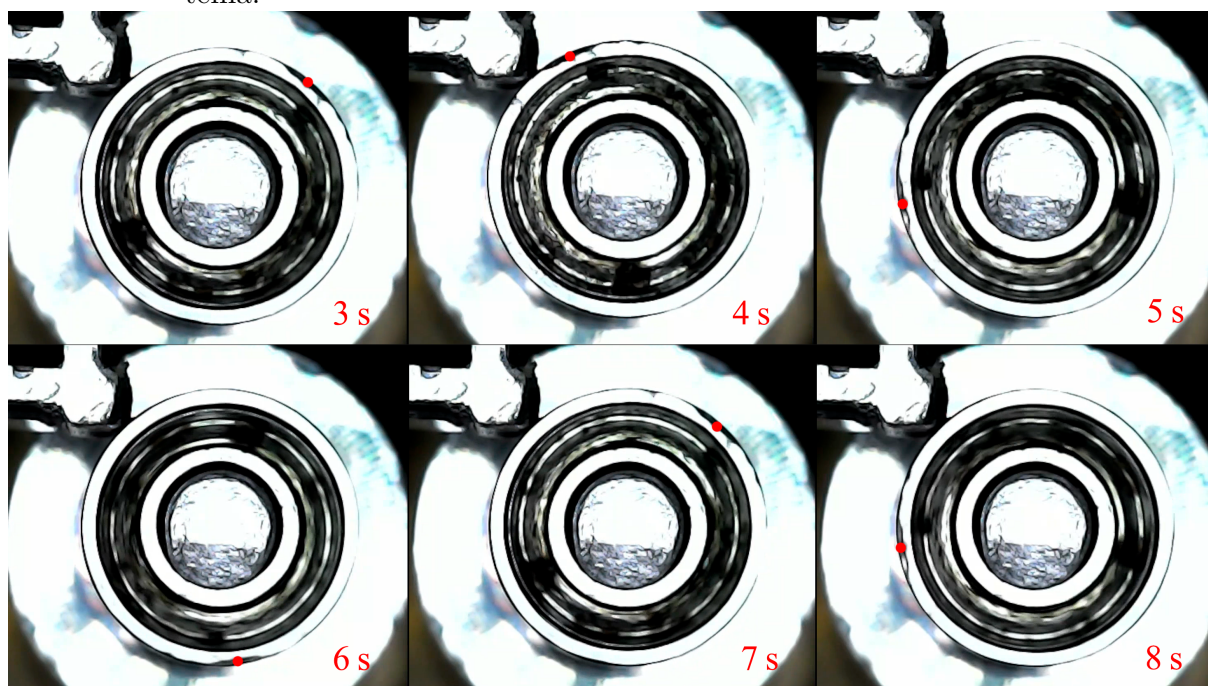
O que determina a direção do movimento do rotor é a direção do movimento elíptico do *tip* do atuador; para alterar a direção do *tip*, basta mudar a defasagem de  $\pi/2$  para  $-\pi/2$ . No vídeo, é possível verificar os momentos em que a direção é alterada, como, por exemplo, aos 17, 24 e 34 segundos. Nota-se alguns momentos em que o movimento não é contínuo, chegando a paralisar o movimento do rotor. Isso ocorre porque o movimento do *tip* é de dimensão muito inferior ao do rolamento utilizado; assim, qualquer defeito, usinagem grosseira ou erro no posicionamento acaba trazendo problemas ao movimento; uma solução seria um rotor com um acabamento melhor pensado para esta aplicação.

Para determinar a velocidade atingida pelo rotor, foi utilizado o software Tracker desenvolvido pela Open Source Physics; este software utiliza informações de vídeos para determinar a posição, velocidade e aceleração de objetos. Na Figura 74, apresenta-se o layout do software com o vídeo do rotor testado.

Com o vídeo dentro do software, como mostra a Figura 74, é determinada uma origem e as dimensões dos elementos (neste caso, foi utilizado o diâmetro do rolamento como referência); com isso, é selecionado, quadro a quadro, o ponto que é de interesse. Nesta etapa, é importante ter uma referência para seguir o movimento (neste caso, foi

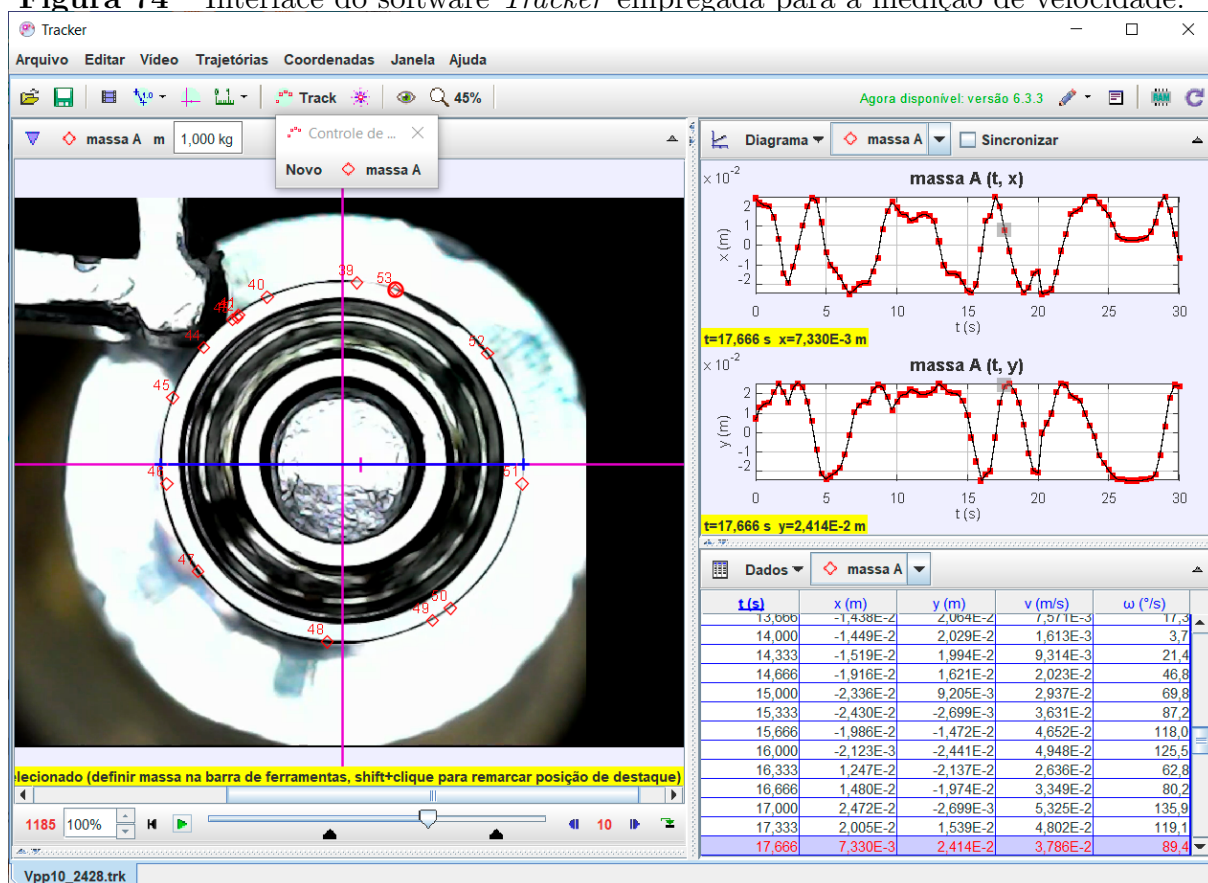


**Figura 73** – Sequência de quadros extraídos do vídeo para análise da velocidade do sistema.



Fonte: elaborado pelo autor.

**Figura 74** – Interface do software *Tracker* empregada para a medição de velocidade.

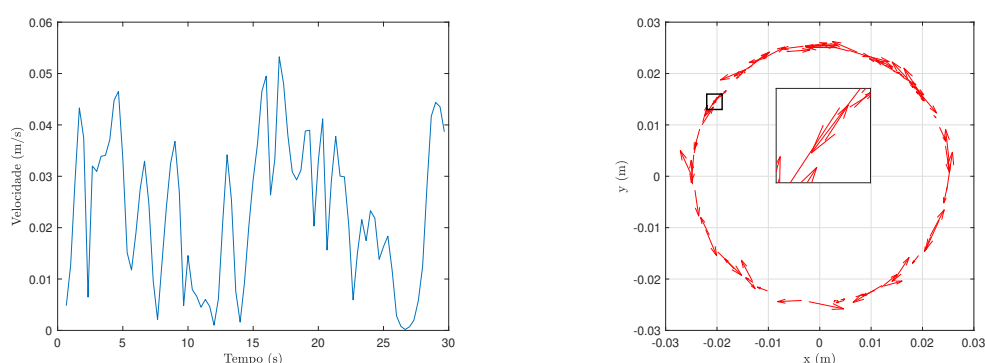


Fonte: elaborado pelo autor.

utilizado um defeito na borda do rolamento). Com estas informações, o software retorna os dados de tempo, posição xy, velocidade linear e velocidade angular; não foi solicitado, mas o software é capaz de informar aceleração, força (necessitando a informação da massa) e componentes x e y dessas grandezas vetoriais.

Foram realizados experimentos para as tensões de alimentação de 10 V e 15 V com a frequência de 2250 Hz. Com o microscópio digital, foi possível obter os vídeos que continham informações sobre o movimento do rotor. A Figura 75 contém os resultados do movimento do rotor para uma alimentação do atuador de 10 V.

**Figura 75** – Movimento do rotor com o atuador alimentado com 10 V: (a) velocidade do rotor; (b) vetores de velocidade ao longo da trajetória.

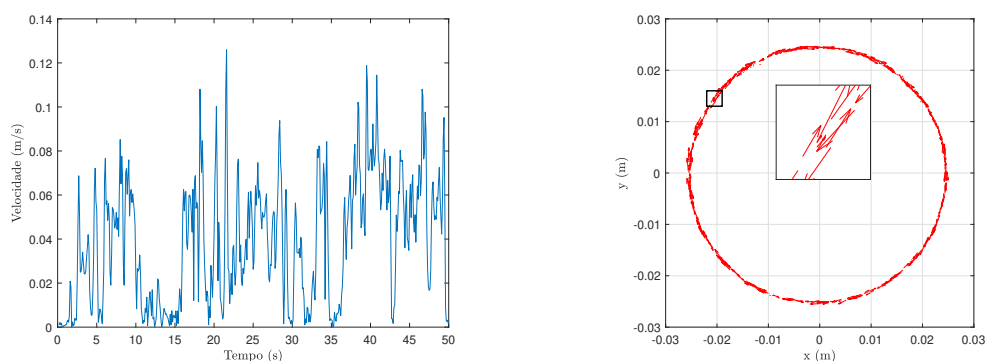


Fonte: elaborado pelo autor.

Na Figura 75(a), está apresentada a magnitude da velocidade linear da parte externa do rotor (ponto de referência da Figura 73). Já na Figura 75(b), estão retratados os vetores de velocidade de cada instante no plano superior do rotor; com ela, é possível notar a mudança de direção, inclusive com o zoom inserido na Figura. A velocidade máxima atingida neste intervalo foi de 0,0533 m/s e a velocidade média foi de 0,0233 m/s.

A Figura 76 obtém os resultados do movimento do rotor para uma alimentação do atuador de 15 V.

**Figura 76** – Movimento do rotor com o atuador alimentado com 15 V: (a) velocidade do rotor; (b) vetores de velocidade ao longo da trajetória.



Fonte: elaborado pelo autor.

Na Figura 76(a) exibe-se a magnitude da velocidade linear da parte externa do rotor (com o mesmo ponto de referência da Figura 73). Já na Figura 76(b), estão retratados os vetores de velocidade de cada instante no plano superior do rotor; com ela, é possível notar a mudança de direção, inclusive com o zoom inserido na Figura. A velocidade máxima atingida neste intervalo foi de 0,1260 m/s e a velocidade média foi de 0,0374 m/s.

As velocidades médias do rotor obtidas, de 37 mm/s e 23 mm/s, apresentam desempenho compatível com valores reportados na literatura, tais como os 106 mm/s apresentados por (Ho; Jan, 2016) e os 10,53 mm/s descritos por (Zhang *et al.*, 2020).

## 6 CONCLUSÕES

Este trabalho teve como objetivo o desenvolvimento, análise e validação experimental de métodos de demodulação de sinais interferométricos aplicados à medição de deslocamento de fase por interferometria óptica, bem como sua aplicação na caracterização de atuadores piezoelétricos flexensionais e na concepção preliminar de um motor piezoelétrico operando na região de antirressonância. Os resultados obtidos demonstram que os objetivos propostos foram alcançados, tanto do ponto de vista teórico quanto do experimental.

Inicialmente, investigou-se o método do arco-tangente baseado na leitura da figura de Lissajous, propondo-se uma abordagem mais simples do que a correção de quadratura tradicional. Diferentemente do método clássico apresentado em (Heydemann, 1981), a estratégia adotada utiliza a medição prévia da defasagem entre os sinais interferométricos, eliminando a necessidade de uma correção elíptica, computacionalmente mais onerosa; houve uma redução de 690 ms, com a correção de quadratura tradicional, para 215 ms ao utilizar o método de arco-tangente de Lissajous. Experimentalmente, verificaram-se confiabilidade e repetibilidade nas medições; para 45 medidas por tensão aplicada, o método apresentou coeficiente de variação inferior a 0,5 % para sinais com amplitudes superiores a 0,1 rad (equivalentes a deslocamentos acima de 5,036 nm). O método também apresentou similaridade ao padrão, mantendo os erros relativos inferiores a 1,5% na determinação da resposta em frequência do atuador piezoelétrico, demonstrando robustez para medições em malha aberta. Como destaque do método, está a sua ampla faixa de operação; a frequência máxima de operação dependerá da frequência de amostragem; o valor máximo mensurável é limitado pela frequência de amostragem e pela frequência do sinal de entrada; por exemplo, para um sinal de 1 kHz e amostragem de 500 kHz, obtém-se 123,65 rad, equivalentes a 6226,6 nm ou 6,2266  $\mu\text{m}$  de deslocamento mecânico. Como limitação do método passivo, destaca-se que o desvanecimento do sinal não é suprimido ativamente, o que exige filtragem adicional quando presente um componente de baixa frequência.

Na sequência, foi proposta uma nova estratégia de correção de quadratura para o método de demodulação por modos deslizantes, com alto ganho. A correção, baseada na mesma estimativa de defasagem obtida pela figura de Lissajous, mostrou-se eficaz e de fácil implementação quando comparada às abordagens tradicionais. A nova correção traz as vantagens da simplicidade de implementação e da eficiência computacional. Embora o fenômeno de chattering permaneça inerente à estrutura de controle por modos deslizantes, verificou-se uma boa concordância experimental com o método do arco-tangente, o que valida a consistência da proposta.

Também foi apresentado o método sob uma abordagem de baixo ganho, aplicada aos modos deslizantes, com a inserção de um filtro notch. Essa estratégia apresentou de-

sempenho satisfatório na supressão de componentes de baixa frequência associados ao desvanecimento do sinal, com estabilidade evidenciada pelos retratos de fase. Entretanto, sua faixa de operação é naturalmente limitada a sinais de baixa profundidade de modulação; para medições de deslocamento de fase maiores, é possível recorrer a métodos de desdobramento de fase. Para frequências, sinais com frequência a partir de 700 Hz sofrem um erro menor que 0,5%; para frequências a partir de 2175 Hz, sofrem um erro menor que 0,1%. O método mostrou-se eficaz, sendo seu uso indicado principalmente para frequências entre 2 kHz e 50 kHz (limite máximo testado), tanto para sinais em baixa profundidade de demodulação quanto em alta profundidade de demodulação, aliado a um algoritmo de desdobramento de fase.

A principal contribuição deste trabalho consiste na proposição de um método de demodulação baseado em lógica *fuzzy* T-S, aplicado à recuperação de fase em sinais interferométricos. Inspirado no conceito clássico de interferometria de alto ganho apresentado em (Dandridge; Tveten; Giallorenzi, 1982) e nas estratégias modernas de observadores não lineares baseadas em modos deslizantes, como discutido em trabalhos recentes, o método desenvolvido integra modelagem *fuzzy* T-S à estrutura de controle interferométrico. Diferentemente das abordagens baseadas exclusivamente em controle por estrutura variável, o método *fuzzy* T-S não apresentou os problemas de *chattering* observados em (Felão *et al.*, 2022), mantendo a estabilidade em um único ponto de equilíbrio.

Os resultados computacionais usando *fuzzy* T-S indicaram capacidade de demodulação para amplitudes de até  $\pi$  radianos, com erros inferiores a 0,5% a partir de 100 Hz em uma ampla faixa de frequências. Experimentalmente, verificou-se elevada concordância com o método do arco-tangente, com discrepâncias absolutas reduzidas, mesmo em frequências elevadas. Adicionalmente, em condições de baixo SNR, o método demonstrou maior imunidade a ruídos quando comparado ao arco-tangente tradicional, evitando saltos de fase. De forma similar, a abordagem de baixo ganho aplicada aos modos deslizantes, com a inserção de filtro *notch*, mostrou-se eficaz para demodulação e estabilização no ponto ótimo de operação, sendo seu uso indicado principalmente para frequências a partir de 100 Hz; para sinais com baixa profundidade de demodulação ou em alta profundidade de demodulação, é indicado o uso de um algoritmo de desdobramento de fase.

A modelagem *fuzzy* T-S foi posteriormente adaptada para uma estratégia equivalente ao modo de alto ganho (HGA), ampliando significativamente a faixa dinâmica do sistema. Nessa configuração, o método *fuzzy* T-S mostrou-se capaz de demodular sinais de baixa e alta profundidade de modulação, mantendo o erro máximo inferior a 0,5% em frequências de até 24 kHz. Como esperado em abordagens de alto ganho, a amplitude máxima admissível passa a depender da frequência do sinal, uma característica inerente à própria modelagem dinâmica do sistema; para o limite de 24 kHz, a amplitude máxima demodulada foi de 3,98 rad; para frequências menores, esse limite aumenta. Como exemplo, obtiveram-se 140,79 rad para 1 kHz e 13,43 rad para 10 kHz.

Por meio da caracterização do atuador PZT, o método *fuzzy* T-S apresentou repetibilidade; na faixa de 500 Hz a 6 kHz, o maior coeficiente de variação das 10 medições realizadas foi de 0,02%; o maior pico do coeficiente de variação foi de 1,5% na ressonância a 7360 Hz. Em comparação com o arco-tangente tradicional, que foi tomado como padrão, o método apresentou uma boa concordância. O erro relativo máximo entre as medições foi de 0,4% na frequência de 7750 Hz, localizado próximo à região de ressonância.

A aplicação prática dos métodos desenvolvidos foi demonstrada por meio da caracterização experimental de um atuador piezoelétrico flexensional de dois graus de liberdade (MAPFA-XY). Os sistemas mais indicados para essa aplicação seriam o arco-tangente Lissajous e o *fuzzy* T-S em uma abordagem de alto ganho, devido às suas amplas faixas de operação. Como a principal contribuição foi o sistema de demodulação *fuzzy* T-S, a resposta em frequência foi obtida por este método e apresentou elevada concordância com os resultados provenientes da simulação por elementos finitos, validando tanto o método de demodulação quanto o modelo eletromecânico adotado. Foram identificadas as principais regiões de ressonância e antirressonância do dispositivo, evidenciando a capacidade do método de recuperar magnitude e fase com precisão.

Com base nessa caracterização, foi proposta a concepção de um motor piezoelétrico operando na região de antirressonância, explorando o movimento acoplado como principal fonte de geração de movimento circular. O protótipo desenvolvido demonstrou a viabilidade do conceito, atingindo velocidades lineares compatíveis com as observadas em (He *et al.*, 2018), com velocidade máxima de 126 mm/s. Contudo, foram identificadas limitações mecânicas na interface de contato entre o estator e o rotor, que impactaram a regularidade do movimento. Além disso, parâmetros fundamentais, como torque, eficiência e potência mecânica, ainda necessitam de investigação detalhada.

De forma geral, este trabalho demonstra que a incorporação de técnicas modernas de controle não linear, em especial a modelagem *fuzzy* T-S, à demodulação interferométrica amplia significativamente a robustez, a imunidade a ruídos e a faixa dinâmica dos sistemas ópticos de medição de fase. A integração entre modelagem, validação experimental e aplicação eletromecânica evidencia que os métodos propostos não se limitam ao aprimoramento da etapa de medição, mas também possibilitam novas arquiteturas de sistemas interferométricos aplicados a atuadores e motores piezoelétricos de precisão.

Como continuidade deste trabalho, propõe-se aprofundar a fundamentação teórica do método *fuzzy* T-S por meio da incorporação de critérios de desempenho, considerando parâmetros como a taxa de decaimento e restrições baseadas nas normas  $H_2$  e  $H_\infty$ , de modo a garantir quantitativamente a velocidade de convergência e a rejeição de perturbações. Paralelamente, propõe-se a integração dos métodos de demodulação desenvolvidos com a técnica *phase generated carrier* (PGC), visando à geração ativa e controlada de sinais interferométricos em quadratura, ampliando a estabilidade operacional e a robustez

frente à deriva ambiental e a ruídos externos. Por fim, pretende-se avançar na consolidação da aplicação eletromecânica por meio da caracterização completa do motor piezoelétrico concebido, incluindo a determinação experimental de torque, eficiência e potência mecânica, bem como o aprimoramento do conjunto estator-rotor, com foco na otimização da interface de contato mecânico, visando reduzir perdas por atrito irregular e aumentar a estabilidade dinâmica e a eficiência global do sistema.

## REFERÊNCIAS

- ALVES, U. N. L.; TEIXEIRA, M. C.; OLIVEIRA, D. R. de; CARDIM, R.; ASSUNÇÃO, E.; SOUZA, W. A. de. Smoothing switched control laws for uncertain nonlinear systems subject to actuator saturation. **International Journal of Adaptive Control and Signal Processing**, John Wiley and Sons Ltd, v. 30, n. 8-10, p. 1408–1433, 8 2016. ISSN 10991115.
- BOBROFF, N. **Recent advances in displacement measuring interferometry Optical remote measurement of ultrasound A novel plane mirror interferometer without using corner cube reflectors Recent advances in displacement measuring interferometry**. [S.l.], 1993. v. 4, 907–926 p. Disponível em: <http://iopscience.iop.org/0957-0233/4/9/001>.
- BROGIN, J. A. F.; BUENO, D. D.; SANTOS, R. B.; VARANIS, M. A new approach to suppressing the Sommerfeld effect in vibrating structures. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, v. 44, n. 9, p. 390, 2022. ISSN 1806-3691. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s40430-022-03649-x>.
- CARBONARI, R.; SILVA, E.; NISHIWAKI, S. Topology optimization applied to the design of multiactuated piezoelectric microtools. **Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering**, v. 5383, 7 2004.
- CARBONARI, R. C. **Projeto de Multi-Atuadores Piezelétricos Homogêneos e Gradados Utilizando o Método de Otimização Topológica**. 2008. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.
- CARBONARI, R. C.; NADER, G.; NISHIWAKI, S.; SILVA, E. C. N. Experimental and numerical characterization of multi-actuated piezoelectric device designs using topology optimization. In: **Proc.SPIE**. [S.l.: s.n.], 2005. v. 5764, p. 472–481. Disponível em: <https://doi.org/10.1117/12.599737>.
- CARBONARI, R. C.; SILVA, E. C.; PAULINO, G. H. Multi-actuated functionally graded piezoelectric micro-tools design: A multiphysics topology optimization approach. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 77, n. 3, p. 301–336, 1 2009. ISSN 00295981.
- CARBONARI, R. C.; SILVA, E. C. N.; NISHIWAKI, S. Design of piezoelectric multi-actuated microtools using topology optimization. **Smart Materials and Structures**, v. 14, n. 6, p. 1431, 2005. ISSN 0964-1726. Disponível em: <https://dx.doi.org/10.1088/0964-1726/14/6/036>.
- CARLSON, A. B.; CRILLY, P. B.; RUTLEDGE, J. C. Communication Systems. **MaGraw Hill**, 1995.
- CHANG, T.; LANG, J.; SUN, W.; CHEN, J.; YU, M.; GAO, W.; CUI, H. L. Phase Compensation Scheme for Fiber-Optic Interferometric Vibration Demodulation. **IEEE Sensors Journal**, Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., v. 17, n. 22, p. 7448–7454, 11 2017. ISSN 1530437X.
- CHANG, Y.-H.; KIM, D.-H.; HAN, J.-H.; LEE, I. N. Online Phase Tracking of Interferometric Optical Fiber Sensors for Vibration Control. **Journal of Intelligent**



**Material Systems and Structures**, SAGE Publications Ltd STM, v. 18, n. 4, p. 311–321, 4 2007. ISSN 1045-389X. Disponível em: <https://doi.org/10.1177/1045389X06066096>.

Clay K Kirkendall; Anthony Dandridge. Overview of high performance fibre-optic sensing. **Journal of Physics D: Applied Physics**, v. 37, n. 18, p. R197, 2004. ISSN 0022-3727. Disponível em: <https://dx.doi.org/10.1088/0022-3727/37/18/R01>.

CORADINI, M. F.; FELÃO, L. H. V.; LYRA, S. d. S.; TEIXEIRA, M. C. M.; KITANO, C. Takagi–Sugeno Fuzzy Nonlinear Control System for Optical Interferometry. **Sensors**, Multidisciplinary Digital Publishing Institute (MDPI), v. 25, n. 6, 3 2025. ISSN 14248220.

CUI, J.; HE, Z.; JIU, Y.; TAN, J.; SUN, T. Homodyne laser interferometer involving minimal quadrature phase error to obtain subnanometer nonlinearity. **Applied Optics**, The Optical Society, v. 55, n. 25, p. 7086, 9 2016. ISSN 0003-6935.

DANDRIDGE, A.; TVETEN, A. B.; GIALLORENZI, T. G. Homodyne Demodulation Scheme for Fiber Optic Sensors Using Phase Generated Carrier. **IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques**, v. 30, n. 10, p. 1635–1641, 1982. ISSN 1557-9670.

DÁNIEL, I. Advanced successive phase unwrapping algorithm for quadrature output Michelson interferometers. **Measurement**, v. 37, n. 2, p. 95–102, 2005. ISSN 0263-2241. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0263224104001204>.

DECARLO, R. A.; ZAK, S. H.; MATTHEWS, G. P. Variable structure control of nonlinear multivariable systems: a tutorial. **Proceedings of the IEEE**, v. 76, n. 3, p. 212–232, 1988.

DIAO, Z.; JI, Z.; LIU, M.; WU, Y.; WU, Y.; YANG, F. A Fiber-Optic Current Sensor Based on Fuzzy PI Control. **IOP Conference Series: Materials Science and Engineering**, IOP Publishing, v. 853, n. 1, p. 012021, 2020. ISSN 1757-899X. Disponível em: <https://dx.doi.org/10.1088/1757-899X/853/1/012021>.

DRAŽENOVIĆ, B. The invariance conditions in variable structure systems. **Automatica**, v. 5, n. 3, p. 287–295, 1969. ISSN 0005-1098. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0005109869900715>.

ELLIS, G. **Control System Design Guide: Using Your Computer to Understand and Diagnose Feedback Controllers**. Elsevier Science, 2012. ISBN 9780123859204. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=hTXsXTt5kewC>.

FELÃO, L. **High gain approach and sliding mode control applied to quadrature interferometer**. 2019. Tese (Doutorado) — Universidade Estadual Paulista "Julio de Mesquita Filho- Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Ilha Solteira, 2019.

FELÃO, L. H. V.; MARTIN, R. I.; MARTINEZ, G. A.; SAKAMOTO, J. M. S.; TEIXEIRA, M. C. M.; KITANO, C. All digital sliding mode observer of a feedback-free interferometer for high dynamic range detection. **Opt. Lett.**, Optica Publishing Group, v. 47, n. 15, p. 3852–3855, 8 2022. Disponível em: <https://opg.optica.org/ol/abstract.cfm?URI=ol-47-15-3852>.

- FELÃO, L. H. V.; MARTIN, R. I.; SAKAMOTO, J. M. S.; TEIXEIRA, M. C. M.; KITANO, C. Wide dynamic range quadrature interferometer with high-gain approach and sliding mode control. **Opt. Express**, Optica Publishing Group, v. 27, n. 18, p. 25031–25045, 9 2019. Disponível em: <https://opg.optica.org/oe/abstract.cfm?URI=oe-27-18-25031>.
- FENG, G.; GUERRA, T. M.; BUSONI, L.; NGUYEN, A.-T.; MOHAMMAD, S. Robust observer-based tracking control under actuator constraints for power-assisted wheelchairs. **Control Engineering Practice**, v. 109, p. 104716, 2021. ISSN 0967-0661. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0967066120302860>.
- FENG, G.; GUERRA, T. M.; MOHAMMAD, S.; BUSONI, L. Observer-Based Assistive Control Design Under Time-Varying Sampling for Power-Assisted Wheelchairs. **IFAC-PapersOnLine**, v. 51, n. 10, p. 151–156, 2018. ISSN 2405-8963. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2405896318305731>.
- GAO, Q.; HE, M.; LU, X.; ZHANG, C.; CHENG, T. Simple and high-performance stick-slip piezoelectric actuator based on an asymmetrical flexure hinge driving mechanism. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 30, p. 1045389X1986237, 7 2019.
- GOODWIN, E. P.; WYANT, J. C. Field guide to interferometric optical testing. *In: . [S.l.: s.n.]*: SPIE Bellingham, WA, 2006.
- GOTZ, J. D.; BIGAI, M. H.; HARTEMAN, G.; MARTINS, M. S. R.; CONVERTI, A.; SIQUEIRA, H. V.; BORSATO, M.; CORRÊA, F. C. Design of a Takagi–Sugeno Fuzzy Exact Modeling of a Buck–Boost Converter. **Designs**, MDPI, v. 7, n. 3, 6 2023. ISSN 24119660.
- GRAY, M.; GUERRA, T.; DELPRAT, S.; MOHAMMAD, S. Discrete reference tracking control to swing up an electric wheelchair. **Asian Journal of Control**, v. 25, 8 2023.
- GUNASEKARAN, N.; ZHAI, G.; YU, Q. Exponential sampled-data fuzzy stabilization of nonlinear systems and its application to basic buck converters. **IET Control Theory and Applications**, John Wiley and Sons Inc, v. 15, n. 9, p. 1157–1168, 6 2021. ISSN 17518652.
- GUO, J. Application of a novel adaptive sliding mode control method to the load frequency control. **European Journal of Control**, Elsevier Ltd, v. 57, p. 172–178, 1 2021. ISSN 09473580.
- HARIHARAN, P. **Basics of Interferometry**. Elsevier Science, 2012. ISBN 9780080918617. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=iRHyVFLb-XkC>.
- HE, S.; SHI, S.; ZHANG, Y.; CHEN, W. Design and experimental research on a deep-sea resonant linear ultrasonic motor. **IEEE Access**, Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., v. 6, p. 57249–57256, 2018. ISSN 21693536.
- HECHT, E. **Optics**. Addison-Wesley, 2002. (Pearson education). ISBN 9780321188786. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=T3ofAQAAMAAJ>.
- HER, I.; MIDHA, A. **A Compliance Number Concept for Compliant Mechanisms, and Type Synthesis**. [S.l.], 1987. Disponível em: <http://www.asme.org/about-asme/terms-of-use>.

HER, S.-C.; YANG, C.-M. Dynamic Strain Measured by Mach-Zehnder Interferometric Optical Fiber Sensors. **Sensors**, v. 12, n. 3, p. 3314–3326, 2012. ISSN 1424-8220. Disponível em: <https://www.mdpi.com/1424-8220/12/3/3314>.

HEYDEMANN, P. L. M. Determination and correction of quadrature fringe measurement errors in interferometers. **Appl. Opt.**, Optica Publishing Group, v. 20, n. 19, p. 3382–3384, 10 1981. Disponível em: <https://opg.optica.org/ao/abstract.cfm?URI=ao-20-19-3382>.

HO, S.-T.; JAN, S.-J. A piezoelectric motor for precision positioning applications. **Precision Engineering**, v. 43, p. 285–293, 2016. ISSN 0141-6359. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S014163591500152X>.

JING, S.; RONG, J.; TIAN, J. Research on Polarization and Phase Fading Compensation in Michelson Interferometer Based on  $3 \times 3$  Coupler and Novel Probe with Built-in Faraday Rotator. **Applied Sciences**, v. 9, n. 19, 2019. ISSN 2076-3417. Disponível em: <https://www.mdpi.com/2076-3417/9/19/4173>.

JONG, B. R. D.; BROUWER, D. M.; BOER, M. J. D.; JANSEN, H. V.; SOEMERS, H. M.; KRIJNEN, G. J. Design and fabrication of a planar three-DOFs MEMS-based manipulator. **Journal of Microelectromechanical Systems**, v. 19, n. 5, p. 1116–1130, 10 2010. ISSN 10577157.

LAWARE, D. A. Design of Sliding Mode Control Strategy for Induction Motor. **International Journal for Research in Applied Science and Engineering Technology**, International Journal for Research in Applied Science and Engineering Technology (IJRASET), v. 11, n. 5, p. 7429–7434, 5 2023.

LAZARINI, A. Z. N.; TEIXEIRA, M. C. M.; RIBEIRO, J. M. D. S.; ASSUNÇÃO, E.; CARDIM, R.; BUZZETTI, A. S. Relaxed Stabilization Conditions for TS Fuzzy Systems With Optimal Upper Bounds for the Time Derivative of Fuzzy Lyapunov Functions. **IEEE Access**, v. 9, p. 64945–64957, 2021.

LI, H.; BI, L.; FENG, X.; LI, B.; ZHANG, C. Optimization for dynamic performance of the fiber optical voltage transformers. *In: Applied Mechanics and Materials*. [S.l.: s.n.], 2012. v. 128-129, p. 1191–1196. ISBN 9783037852842. ISSN 16609336.

LI, H.; BI, L.; WANG, R.; LI, L.; LIN, Z.; ZHANG, C. Design of closed-loop detection system for optical voltage sensors based on pockels effect. **Journal of Lightwave Technology**, v. 31, n. 12, p. 1921–1928, 2013. ISSN 07338724.

LI, H.; CUI, L.; WANG, X.; LIN, Z.; ZHANG, C. Analysis and Design of Loop Gains to Optimize the Dynamic Performance of Optical Voltage Sensor Based on Pockels Effect. **Journal of Lightwave Technology**, Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., v. 33, n. 14, p. 3108–3115, 7 2015. ISSN 07338724.

LI, H.; LIU, L.; LIN, Z.; WANG, Q.; WANG, X.; FENG, L. Double closed-loop control of integrated optical resonance gyroscope with mean-square exponential stability. **Optics Express**, The Optical Society, v. 26, n. 2, p. 1145, 1 2018. ISSN 10944087.

LI, J.; HUANG, H.; ZHAO, H. A Piezoelectric-Driven Linear Actuator by Means of Coupling Motion. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 65, n. 3, p. 2458–2466, 2018. ISSN 1557-9948.

LI, P.; TONG, Z. R.; ZHANG, W. H. Analytical model establishment and attitude calculation of a parallel leaf-spring carrying mechanism. **Mechanical Sciences**, Copernicus GmbH, v. 13, n. 1, p. 311–320, 4 2022. ISSN 2191916X.

LI, Y.; HUANG, J.; TANG, H. A compliant parallel XY micromotion stage with complete kinematic decoupling. **IEEE Transactions on Automation Science and Engineering**, v. 9, n. 3, p. 538–553, 2012. ISSN 15455955.

LI, Y.; XU, Q. A novel piezoactuated XY stage with parallel, decoupled, and stacked flexure structure for micro-/nanopositioning. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., v. 58, n. 8, p. 3601–3615, 2011. ISSN 02780046.

LING, M.; HOWELL, L. L.; CAO, J.; CHEN, G. **Kinetostatic and dynamic modeling of flexure-based compliant mechanisms: A survey**. [*S.l.: s.n.*]: American Society of Mechanical Engineers (ASME), 2020.

LIU, Y.; QI, B.; WINDER, D. E. Faraday Michelson Interferometers for Signal Demodulation of Fiber-Optic Sensors. **Journal of Lightwave Technology**, Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., v. 39, n. 8, p. 2552–2558, 4 2021. ISSN 15582213.

MARTIN, R. I.; SAKAMOTO, J. M. S.; TEIXEIRA, M. C. M.; MARTINEZ, G. A.; PEREIRA, F. C.; KITANO, C. Nonlinear control system for optical interferometry based on variable structure control and sliding modes. **Opt. Express**, Optica Publishing Group, v. 25, n. 6, p. 6335–6348, 3 2017. Disponível em: <https://opg.optica.org/oe/abstract.cfm?URI=oe-25-6-6335>.

MARTINEZ, G. **Aplicação da Demodulação de Fase Óptica Via Interferometria Heteródina-sintética à Diodo Laser: Caracterização de Mecanismo Flexível Piezo-atuado com 2-DOF**. 2023. Tese (Doutorado) — Universidade Estadual Paulista "Julio de Mesquita Filho- Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Ilha Solteira, 2023.

MAZHAR, N.; MALIK, F. M.; RAZA, A.; KHAN, R. Predefined-time control of nonlinear systems: A sigmoid function based sliding manifold design approach. **Alexandria Engineering Journal**, Elsevier B.V., v. 61, n. 9, p. 6831–6841, 9 2022. ISSN 11100168.

MOBAYEN, S.; VARGAS, A. N.; ACHO, L.; PUJOL-VÁZQUEZ, G.; CARUNTU, C. F. Stabilization of two-dimensional nonlinear systems through barrier-function-based integral sliding-mode control: application to a magnetic levitation system. **Nonlinear Dynamics**, Springer Science and Business Media B.V., v. 111, n. 2, p. 1343–1354, 1 2023. ISSN 1573269X.

MU, S.; YU, B.; GUI, L.; SHI, J.; GUANG, D.; ZUO, C.; ZHANG, W.; ZHAO, X.; WU, X. High-stability PGC demodulation technique with an additional sinusoidal modulation based on an auxiliary reference interferometer and EFA. **Optics Express**, Optica Publishing Group, v. 30, n. 15, p. 26941–26954, 2022. Disponível em: <https://opg.optica.org/oe/abstract.cfm?URI=oe-30-15-26941>.

NUNES, G. F. S.; PALMA, V. B.; MARTIN, R. I.; FELÃO, L. H. V.; TEIXEIRA, M. C. M.; KITANO, C.; CAZO, R. M.; SAKAMOTO, J. M. S. Characterization of a thin-film metal-coated fiber optical phase modulator based on thermal effect with a nonlinear

control interferometer. **Appl. Opt.**, Optica Publishing Group, v. 60, n. 25, p. 7611–7618, 9 2021. Disponível em: <https://opg.optica.org/ao/abstract.cfm?URI=ao-60-25-7611>.

NUNES, W. R. B. M.; ALVES, U. N. L. T.; SANCHES, M. A. A.; TEIXEIRA, M. C. M.; CARVALHO, A. A. de. Electrically Stimulated Lower Limb using a Takagi-Sugeno Fuzzy Model and Robust Switched Controller Subject to Actuator Saturation and Fault under Nonideal Conditions. **International Journal of Fuzzy Systems**, v. 24, n. 1, p. 57–72, 2022. ISSN 2199-3211. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s40815-021-01115-9>.

OLIVEIRA, D. R. de; TEIXEIRA, M. C. M.; ALVES, U. N. L. T.; SOUZA, W. A. de; ASSUNÇÃO, E.; CARDIM, R. On local  $H_\infty$  switched controller design for uncertain T–S fuzzy systems subject to actuator saturation with unknown membership functions. **Fuzzy Sets and Systems**, v. 344, p. 1–26, 2018. ISSN 0165-0114. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0165011417304281>.

OPPENHEIM, A. V.; SCHAFER, R. W.; BUCK, J. R. **Discrete-time Signal Processing**. Prentice Hall, 1999. (Prentice Hall international editions). ISBN 9780137549207. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=Bv1SAAAAMAAJ>.

PARK, H. J.; SONG, M. Phase control of fiber optic ESPI using fuzzy PID controller. *In*: RAO, Y.-J.; KWON, O. Y.; PENG, G.-D. (ed.). **Advanced Sensor Systems and Applications II**. [S.l.: s.n.], 2005. (Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series, v. 5634), p. 585–590.

PEGGS, G.; YACOOT, A. A review of recent work in sub-nanometre displacement measurement using optical and X-ray interferometry. **Philosophical transactions. Series A, Mathematical, physical, and engineering sciences**, v. 360, p. 953–968, 6 2002.

PHAM, M. T.; YEO, S. H.; TEO, T. J. Three-Legged Compliant Parallel Mechanisms: Fundamental Design Criteria to Achieve Fully Decoupled Motion Characteristics and a State-of-the-Art Review. **Mathematics**, MDPI, v. 10, n. 9, 5 2022. ISSN 22277390.

PISANI, M. A homodyne Michelson interferometer with sub-picometer resolution. **Measurement Science and Technology**, Institute of Physics Publishing, v. 20, n. 8, 2009. ISSN 13616501.

POŽAR, T.; GREGORČIČ, P.; MOŽINA, J. A precise and wide-dynamic-range displacement-measuring homodyne quadrature laser interferometer. *In*: **Applied Physics B: Lasers and Optics**. [S.l.: s.n.], 2011. v. 105, n. 3, p. 575–582. ISSN 09462171.

POZNYAK, A. S.; ORLOV, Y. V. Vadim I. Utkin and sliding mode control. **Journal of the Franklin Institute**, Elsevier Ltd, v. 360, n. 17, p. 12892–12921, 11 2023. ISSN 00160032.

QIN, Y.; SHIRINZADEH, B.; TIAN, Y.; ZHANG, D.; BHAGAT, U. Design and computational optimization of a decoupled 2-DOF monolithic mechanism. **IEEE/ASME Transactions on Mechatronics**, Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., v. 19, n. 3, p. 872–881, 2014. ISSN 10834435.

ŘEŘUCHA, S.; HOLÁ, M.; SARBORT, M.; HRABINA, J.; OULEHLA, J.; ČÍP, O.; LAZAR, J. Compact differential plane interferometer with in-axis mirror tilt detection. **Optics and Lasers in Engineering**, Elsevier Ltd, v. 141, 6 2021. ISSN 01438166.

RONG, J.; RONG, X.; PENG, L.; YI, J.; ZHOU, Q. A new method for optimizing the topology of hinge-free and fully decoupled compliant mechanisms with multiple inputs and multiple outputs. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 122, 2 2021.

ROSENBAUM, J. F. **Bulk Acoustic Wave Theory and Devices**. Artech House, 1988. (Acoustics and Signal Processing Library). ISBN 9780890062654. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=NSAfAQAAIAAJ>.

SANIKHANI, H.; AKBARI, J. Design and analysis of an elliptical-shaped linear ultrasonic motor. **Sensors and Actuators A: Physical**, v. 278, p. 67–77, 2018. ISSN 0924-4247. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0924424717311585>.

SELTMANN, S.; CAMPANILE, L. F.; HASSE, A. Topology-optimization based design of multi-degree-of-freedom compliant mechanisms (mechanisms with multiple pseudo-mobility). **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 34, n. 5, p. 609–628, 2023. Disponível em: <https://doi.org/10.1177/1045389X221111535>.

SHEEM, S. K.; GIALLORENZI, T. G.; KOO, K. Optical techniques to solve the signal fading problem in fiber interferometers. **Appl. Opt.**, Optica Publishing Group, v. 21, n. 4, p. 689–693, 2 1982. Disponível em: <https://opg.optica.org/ao/abstract.cfm?URI=ao-21-4-689>.

SILVA, E.; NISHIWAKI, S. **Multi-exible Micromanipulator Design by Using Topology Optimization**. [S.l.], 2003. Disponível em: <http://proceedings.spiedigitallibrary.org/>.

SONG, N.; LUO, X.; LI, H.; LI, J. Overall non-linear correction of phase shifting mechanism in white light interferometry system based on displacement feedback control combined with fuzzy PID control. In: HAN, S.; ELLIS, J. D.; GUO, J.; GUO, Y. (ed.). **AOPC 2015: Optical Test, Measurement, and Equipment**. [S.l.: s.n.], 2015. (Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series, v. 9677), p. 96771J.

SOUZA, W. A. de; TEIXEIRA, M. C. M.; CARDIM, R.; ASSUNÇÃO, E. On Switched Regulator Design of Uncertain Nonlinear Systems Using Takagi–Sugeno Fuzzy Models. **IEEE Transactions on Fuzzy Systems**, v. 22, n. 6, p. 1720–1727, 2014.

SVITLOV, S.; ARAYA, A. Homodyne interferometry with quadrature fringe detection for absolute gravimeter. **Appl. Opt.**, Optica Publishing Group, v. 53, n. 16, p. 3548–3555, 6 2014. Disponível em: <https://opg.optica.org/ao/abstract.cfm?URI=ao-53-16-3548>.

TANAKA, K.; SUGENO, M. Stability analysis and design of fuzzy control systems. **Fuzzy Sets and Systems**, v. 45, n. 2, p. 135–156, 1992. ISSN 0165-0114. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/016501149290113I>.

TANAKA, K.; WANG, H. O. **Fuzzy Control Systems Design and Analysis: A Linear Matrix Inequality Approach**. Wiley, 2004. ISBN 9780471465225. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=VH0AFTSmg5AC>.

TANIGUCHI, T.; TANAKA, K.; OHTAKE, H.; WANG, H. O. Model construction, rule reduction, and robust compensation for generalized form of Takagi–Sugeno fuzzy systems. **IEEE Transactions on Fuzzy Systems**, v. 9, n. 4, p. 525–538, 2001.

TAY, A.; HO, W.-K.; KIEW, C.-M.; ZHOU, Y.; LEE, J. H. Real-time control of photoresist development process. *In: Data Analysis and Modeling for Process Control II*. [S.l.: s.n.]: SPIE, 2005. v. 5755, p. 244. ISSN 0277786X.

THOMAS, T. L.; VENKITESWARAN, V. K.; ANANTHASURESH, G. K.; MISRA, S. Surgical Applications of Compliant Mechanisms: A Review. **Journal of Mechanisms and Robotics**, v. 13, n. 2, 1 2021. ISSN 1942-4302. Disponível em: <https://doi.org/10.1115/1.4049491>.

TIAN, X.; LIU, Y.; DENG, J.; WANG, L.; CHEN, W. **A review on piezoelectric ultrasonic motors for the past decade: Classification, operating principle, performance, and future work perspectives**. [S.l.: s.n.]: Elsevier B.V., 2020.

UDD, E.; SPILLMAN, W. B. **Fiber Optic Sensors: An Introduction for Engineers and Scientists**. Wiley, 2011. ISBN 9780470126844. Disponível em: [https://books.google.com.br/books?id=FDs850m70\\_gC](https://books.google.com.br/books?id=FDs850m70_gC).

VINHAIS, H. F.; IBRAHIM, R. C.; SILVA, E. C. N. **SIMULATION OF A LINEAR PIEZOELECTRIC MOTOR BY USING FINITE ELEMENT METHOD**. [S.l.], 2004.

WANG, H. O.; TANAKA, K.; GRIFFIN, M. F. An approach to fuzzy control of nonlinear systems: stability and design issues. **IEEE Transactions on Fuzzy Systems**, v. 4, n. 1, p. 14–23, 1996.

WANG, Q.; LI, H.; WANG, P.; DENG, K.; FENG, L. Modulation index stabilization technique of integrated optic phase modulator used in resonant integrated optic gyro. **Optics Express**, The Optical Society, v. 27, n. 3, p. 3460, 2 2019. ISSN 10944087.

WANG, R.; ZHANG, X. Optimal design of a planar parallel 3-DOF nanopositioner with multi-objective. **Mechanism and Machine Theory**, Elsevier Ltd, v. 112, p. 61–83, 6 2017. ISSN 0094114X.

WANG, X.; KONDO, M.; ITO, A.; HANAWA, M. Nano-displacement sensing by phase-diversity optical digital coherent detection utilizing alternating quadrature phase-modulated reference light. **Optics Letters**, Optica Publishing Group, v. 48, n. 24, p. 6512–6515, 2023. Disponível em: <https://opg.optica.org/ol/abstract.cfm?URI=ol-48-24-6512>.

WANG, Y.; XIE, F.; MA, S.; DONG, L. **Review of surface profile measurement techniques based on optical interferometry**. [S.l.: s.n.]: Elsevier Ltd, 2017. 164–170 p.

WIECZOROWSKI, M.; KUCHARSKI, D.; SNIATALA, P.; PAWLUS, P.; KROLICZYK, G.; GAPINSKI, B. A novel approach to using artificial intelligence in coordinate metrology including nano scale. **Measurement**, v. 217, p. 113051, 2023. ISSN 0263-2241. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0263224123006152>.

XIE, F.; CHEN, Z.; REN, J. Stabilisation of an optical fiber Michelson interferometer measurement system using a simple feedback circuit. **Measurement**, v. 42, n. 9, p. 1335–1340, 2009. ISSN 0263-2241. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0263224109000864>.

YAN, L.; CHEN, B.; WANG, B. A differential Michelson interferometer with orthogonal single frequency laser for nanometer displacement measurement. **Measurement Science and Technology**, Institute of Physics Publishing, v. 28, n. 4, 4 2017. ISSN 13616501.

YANG, S.; ZHANG, G. **A review of interferometry for geometric measurement**. [S.l.: s.n.]: Institute of Physics Publishing, 2018.

YANG, Y.; TAN, S. C. Trends and development of sliding mode control applications for renewable energy systems. **Energies**, MDPI AG, v. 12, n. 15, 7 2019. ISSN 19961073.

YONG, Y. K.; LIU, K.; MOHEIMANI, S. O. Reducing cross-coupling in a compliant XY nanopositioner for fast and accurate raster scanning. **IEEE Transactions on Control Systems Technology**, v. 18, n. 5, p. 1172–1179, 9 2010. ISSN 10636536.

ZAKARIA, A.; AHMED, A.; HICHAM, B. Effective Power Flow Control of Grid Tied Hybrid Renewable Energy System Using SMC Controller. **International Journal of Intelligent Engineering and Systems**, Intelligent Network and Systems Society, v. 15, n. 6, p. 337–349, 12 2022. ISSN 21853118.

ZHAN, J.; ZHANG, X. Topology optimization of multiple inputs and multiple outputs compliant mechanisms using the ground structure approach. *In: 2010 The 2nd International Conference on Industrial Mechatronics and Automation*. [S.l.: s.n.], 2010. v. 1, p. 20–24.

ZHANG, G.; WANG, S.; WANG, X.; ZHU, J.; XU, L.; GE, Q. A high-fidelity PGC-Arctan demodulation algorithm employing an extended Kalman filter and a combined modulation. **Optics Communications**, v. 583, p. 131733, 2025. ISSN 0030-4018. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0030401825002615>.

ZHANG, G.; XU, L.; GE, Q.; WU, X.; YU, B. High Precision and Stabilization PGC Demodulation Scheme for Fiber Optic Interferometric Sensors. **J. Lightwave Technol.**, Optica Publishing Group, v. 41, n. 20, p. 6615–6620, 10 2023. Disponível em: <https://opg.optica.org/jlt/abstract.cfm?URI=jlt-41-20-6615>.

ZHANG, Q.; ZHAO, J.; SHEN, X.; XIAO, Q.; HUANG, J.; WANG, Y. Design, modeling, and testing of a novel xy piezo-actuated compliant micro-positioning stage. **Micromachines**, MDPI AG, v. 10, n. 9, 9 2019. ISSN 2072666X.

ZHANG, Y.; XU, T.; HU, J.; HUANG, Z.; PAN, Q. Resonant-Type Piezoelectric Screw Motor for One Degree of Freedom Positioning Platform Application. **IEEE Access**, Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., v. 8, p. 133905–133913, 2020. ISSN 21693536.

ZHU, B.; ZHANG, X.; ZHANG, H.; LIANG, J.; ZANG, H.; LI, H.; WANG, R. Design of compliant mechanisms using continuum topology optimization: A review. **Mechanism and Machine Theory**, v. 143, p. 103622, 2020. Disponível em: <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:204184538>.

ZHU, R.; CHEN, X. Nonlinear control of double Fabry-Perot interferometer. *In: Proc.SPIE*. [S.l.: s.n.], 1996. v. 2899, p. 319–324. Disponível em: <https://doi.org/10.1117/12.253059>.



ZHU, W.-L.; ZHU, Z.; GUO, P.; JU, B.-F. A novel hybrid actuation mechanism based XY nanopositioning stage with totally decoupled kinematics. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 99, p. 747–759, 2018. ISSN 0888-3270. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S088832701730376X>.