

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
FACULDADE DE ENGENHARIA – CÂMPUS DE ILHA SOLTEIRA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

RAÚL ALEJANDRO LEVANO VERGARA

MODELAGEM DE COMPONENTES DE SISTEMAS
DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA
PARA CÁLCULO DE FLUXO DE POTÊNCIA E
CURTO-CIRCUITO

Ilha Solteira – SP
2022



RAÚL ALEJANDRO LEVANO VERGARA

**MODELAGEM DE COMPONENTES DE SISTEMAS
DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA
PARA CÁLCULO DE FLUXO DE POTÊNCIA E
CURTO-CIRCUITO**

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia
do Câmpus de Ilha Solteira – UNESP como
parte dos requisitos para obtenção do título
de Doutor em Engenharia Elétrica.
Especialidade: Automação.

Dr. José Roberto Sanches Mantovani
Orientador

Ilha Solteira – SP

2022



FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

L656m Levano Vergara, Raúl Alejandro.
Modelagem de componentes de sistemas de distribuição de energia elétrica para cálculo de fluxo de potência e curto-circuito / Raúl Alejandro Levano Vergara. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2022
303 f. : il.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Automação, 2022

Orientador: José Roberto Sanches Mantovani

Inclui bibliografia

1. Fluxo de potência trifásico desbalanceado. 2. Curto-circuito em sistemas de distribuição. 3. Modelo trifásico do gerador síncrono. 4. Transformador trifásico. 5. Regulador de tensão trifásico. 6. Localização de faltas em sistemas de distribuição.


Raiane da Silva Santos

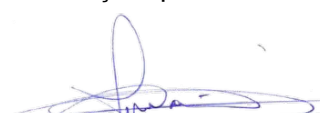
CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO DA TESE: Modelagem de Componentes de Sistemas de Distribuição de Energia Elétrica para Cálculo de Fluxo de Potência e Curto-Circuito

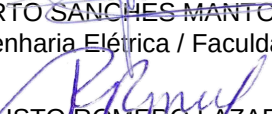
AUTOR: RAUL ALEJANDRO LEVANO VERGARA

ORIENTADOR: JOSE ROBERTO SANCHES MANTOVANI

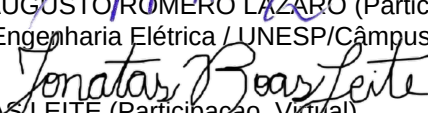
Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Doutor em ENGENHARIA ELÉTRICA, área: Automação pela Comissão Examinadora:



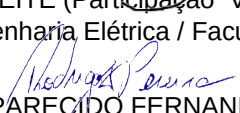
Prof. Dr. JOSE ROBERTO SANCHES MANTOVANI (Participação Virtual)
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP



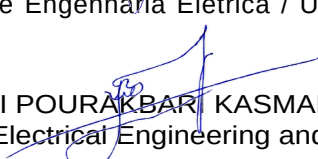
Prof. Dr. RUBEN AUGUSTO ROMERO LAZARO (Participação Virtual)
Departamento de Engenharia Elétrica / UNESP/Câmpus de Ilha Solteira



Dr. JONATAS BOAS LEITE (Participação Virtual)
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira



Prof. Dr. RODRIGO APARECIDO FERNANDES PEREIRA (Participação Virtual)
Departamento de Engenharia Elétrica / Universidade Tecnológica Federal do Paraná- UTFPR, câmpus Apucarana



Prof. Dr. MAHDI POURAKBAR KASMAEI (Participação Virtual)
Department of Electrical Engineering and Automation / Aalto University- Finland

Ilha Solteira, 10 de março de 2022

A Deus e minha família.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus que com amor me corrigiu, ensinou e me guiou para conhecer o caminho da verdade e da justiça, à minha esposa Celica que me acompanha e me ajuda com seu amor a permanecer neste grande desafio de seguir o caminho estreito, à minha filha Danna que graças a ela cresci, amadureci e me ajudou a ter mais força quando achava que não tinha, agradeço especialmente a minha mãe María Marilú Vergara Peña porque foi minha primeira professora e seus ensinamentos ficaram gravados para sempre, e ao meu pai Victor Raúl Dimas Levano Valencia que com seu amor e sacrifício consegui terminar todos os meus estudos, dedico a ele as seguintes palavras:

Padre querido, padre del alma,
fuiste bueno conmigo, un padre, un amigo
presentes para dar no te faltaron,
ni en la pobreza, ni en la riqueza,
ingenio del alma, voz del corazón,
tú vuelas en tu imaginación.

luchastes fuerte por tu familia
no te olvidaste de los que querías
como el ave que vuela lejos
no te olvidaste de tus polluelos
y el tiempo no fue más fuerte que tus anhelos,
las estaciones pasaron por tus ojos
y en el anonimato en un punto en el espacio,
te veía, te soñaba y te amaba...

Também agradeço de coração a meus irmãos Carlos Dimas, Victoria Marilyn e Lady Andrea, ao meu orientador Dr. José Roberto Sanches Mantovani pela excelente orientação, grande paciência, dedicação e por ter acreditado neste trabalho.

Agradeço também ao Dr. Rubén Romero Lazaro e sua família, ao professor Jaime Edmundo Apaza Rodriguez e sua família, meus amigos do Laboratório de Planejamento de Sistemas de Energia Elétrica (LaPSEE) e todos meus demais amigos da UNESP.

À CAPES, por ter-me outorgado a bolsa, sem a qual não poderia ter feito meus estudos no Brasil e por ter fornecido as ferramentas ao laboratório que foram indispensáveis no transcurso desta tese.

Às equipes de trabalho de Latex, Python, OpenDSS, ATP-DRAW, etc, por fornecer softwares de acesso livre sem os quais este trabalho não seria possível.

*Y todo lo que hagáis, hacedlo de corazón, como para el Señor y no para los hombres;
sabiendo que del Señor recibiréis la recompensa de la herencia, porque a Cristo el Señor
servís.*

Colosenses 3:23-24

*Todo lo que se hace de corazón no quedará oculto,
sino que permanecerá en el corazón de otra persona.*

RESUMO

A grande quantidade de interrupções de fornecimento elétrico é devido às falhas que ocorrem nos sistemas de distribuição. Para minimizar os efeitos que uma falta simples pode ocasionar em termos de interrupção de serviço, as empresas distribuidoras de energia têm adotado a solução técnica de operar suas redes de distribuição de forma fracamente malhada. A análise do efeito destas faltas em sistemas de distribuição é realizada através do cálculo de curto-circuito. O cálculo de curto-circuito determina a magnitude da corrente que um sistema é capaz de produzir em situações de faltas, sendo utilizado para a seleção e dimensionamento de equipamentos, assim como para estabelecer uma adequada seletividade e coordenação da proteção. Para obter valores exatos no cálculo das correntes de curtos-circuitos é necessário o cálculo de fluxo de potência pré-falta e considerar modelos exatos dos componentes conectados na rede, como o gerador síncrono. Estes modelos são importantes para estudos onde é necessário observar o desequilíbrio nas variáveis de estado como ocorre num sistema de distribuição, que é inerente e construtivamente desequilibrado. Para diferentes aplicações em sistemas de distribuição, nas quais são utilizados os cálculos de fluxo de potência e curto-circuito, é necessária uma modelagem trifásica dos elementos, porque os sistemas de distribuição modernos e reais caracterizam-se por serem trifásicos, desbalanceados e apresentar geração distribuída. O método clássico de cálculo de curto-circuito é baseado no método de componentes simétricas, que desconsidera o acoplamento inerente em sistemas de distribuição trifásicos desbalanceados. Neste trabalho, propõem-se novos algoritmos para o cálculo de fluxo de potência e corrente de curto-circuito em sistemas de distribuição trifásicos, malhados e desbalanceados, considerando os acoplamentos magnéticos. A validação destes algoritmos é realizada através de uma metodologia desenvolvida para localização de faltas em redes de distribuição que utiliza algoritmos de fluxo de potência e cálculo de correntes de curtos-circuitos, e que exige precisão e qualidade dos resultados fornecidos por estes algoritmos. Resultados são obtidos para um sistema de 135 barras comumente utilizado na literatura que comprovam a eficiência e adequação dos algoritmos e modelos desenvolvidos nestes trabalhos para aplicações em controle e planejamento de sistemas elétricos de distribuição.

Palavras-chave: Fluxo de potência trifásico desbalanceado. Curto-circuito em sistemas de distribuição. Modelo trifásico do gerador síncrono. Transformador trifásico. Regulador de tensão trifásico. Localização de faltas em sistemas de distribuição.

ABSTRACT

Large supply energy service disruption is mainly caused due to faults and system failure in the electrical distribution network. Particularly, faults effects mitigation in terms of supply energy service disruption has been widely addressed by weakly meshed distribution networks in utilities. The fault study for electrical distribution networks is carried out by the short-circuit analysis. The short-circuit analysis provides information of the magnitude of the short-circuit current that the distribution network is capable to produce when it comes to fault occurrence. This current information serves for selection and equipment dimension as well as coordination and selectivity of device protection. This short-current magnitude requires a computation of a pre-fault power flow analysis and an accurate representation of power system elements such as the synchronous generator. The importance of these elements modelling relies on the fact that an electrical distribution network is inherently unbalanced, thus, a detailed representation of these elements provides a better understanding of their unbalance in variables state. Therefore, a three-phase representation of the electrical distribution network becomes essential for a power flow analysis and short-circuit analysis. Moreover, a modern three-phase power system is an unbalanced system integrated with distributed generation. A well-known method for short-circuit analysis is based on symmetrical component computation. This method considers an inherent coupling for the unbalanced three-phase electrical distribution network. In this pathway, this work contribution is to propose novel algorithms for power flow computation and short-circuit analysis for unbalanced-meshed considering magnetic coupling in electrical distribution networks. The assessment of the proposed method is carried out by developing a methodology for fault location in electrical distribution networks using power flow computation algorithms as well as the short-circuit analysis aiming high quality and accuracy results. Tests in a well-known 135-bus electrical distribution system validate the efficiency and adequacy of the proposed method and algorithms for control applications and planning of the electrical distribution network.

Keywords: Unbalanced-three phase power flow. Short-circuit analysis for electrical distribution networks. Synchronous generator three-phase modelling. Three-phase transformer. Three-phase voltage regulator. Fault location in electrical distribution networks.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – O Sistema de Energia Elétrica e seus Subsistemas	25
Figura 2 – Sistema de Distribuição	26
Figura 3 – Magnitudes das tensões nominais de distribuição para diferentes tipos de consumidores (os valores escritos entre parênteses pertencem ao sistema europeu; caso contrário, os valores pertencem ao sistema norte-americano)	27
Figura 4 – Arranjo de distribuição de MT aéreo (cada fase mostrada).	28
Figura 5 – Sistema de distribuição primário com os alimentadores e cargas	29
Figura 6 – Alimentador com DRs instalados	31
Figura 7 – Sinal de <i>tripping</i> inadequado do alimentador 1 durante a falta a montante (esquerda) e falta de <i>trip</i> durante a incidência de uma falta a jusante (direita)	32
Figura 8 – Regimes de Operação de Sistemas Elétricos	40
Figura 9 – Circuito trifásico do GS.	42
Figura 10 – Circuito trifásico equivalente do GS.	43
Figura 11 – Controlador do GS em estado estacionário.	43
Figura 12 – Circuito compacto do condutor trifásico.	44
Figura 13 – Transformador trifásico conectado ao SED.	45
Figura 14 – Regulador conectado ao SED	47
Figura 15 – Representação de cargas.	48
Figura 16 – Representação da carga trifásica modelada como impedância conectada ao SED na barra i	49
Figura 17 – Representação da carga trifásica modelada como potência conectada ao SED na barra i	50
Figura 18 – Representação do capacitor trifásico conectado ao SED na barra i	53
Figura 19 – Diagramas de circuito equivalente monofásico de um gerador para cálculos de correntes de curto-circuitos que incluem a modelagem da atenuação de campo.	55
Figura 20 – Modelo do gerador síncrono em operação sob faltas	56
Figura 21 – Modelo das cargas em operação sob faltas	57
Figura 22 – Modelo de carga trifásica em estrela em operação sob faltas	58
Figura 23 – Modelo de carga trifásica em delta em operação sob faltas	58
Figura 24 – Elemento trifásico de ramo generalizado conectado ao SED.	59
Figura 25 – Subíndices da matriz admitância do ramo	59
Figura 26 – Barra i conectada às demais barras do SED.	60
Figura 27 – Sistema de quatro barras e um GS.	62
Figura 28 – Injeção da corrente dos elementos conectados à barra i	64

Figura 29 – Aplicações do cálculo de fluxo de potência	68
Figura 30 – Sistema de dois nós e carga como impedância constante.	69
Figura 31 – Solução do circuito para a carga tipo impedância constante.	70
Figura 32 – Soluções da tensão utilizando o método do item (b) com impedância de carga variável.	72
Figura 33 – Sistema de dois nós com carga representada por potência ativa constante	74
Figura 34 – Potência da carga em função da tensão na sua barra.	75
Figura 35 – Capacidade do sistema elétrico para diferentes valores de carga.	76
Figura 36 – Sistema de dois nós, carga modelada como PQ constante	77
Figura 37 – Potência ativa da carga em função da tensão e ângulo, e suas possíveis soluções.	78
Figura 38 – Potência reativa da carga em função da tensão e do ângulo e suas possíveis soluções	78
Figura 39 – Soluções periódicas para a tensão do sistema.	80
Figura 40 – Curvas de nível correspondentes à potência reativa máxima que pode consumir a carga.	81
Figura 41 – Soluções para a carga tipo potências ativa e reativa constantes	82
Figura 42 – Superfície da tensão em função das potências ativa e reativa	83
Figura 43 – Pontos operacionais para consumo de potências ativa e reativa.	84
Figura 44 – Potência ativa da carga em função da tensão e do ângulo e suas possíveis soluções.	86
Figura 45 – Potência reativa da carga em função da tensão e do ângulo, e suas possíveis soluções.	86
Figura 46 – Sistema de duas barras com GS.	89
Figura 47 – GS conectado à barra i	91
Figura 48 – g GS conectados à barra i	91
Figura 49 – Fluxograma do algoritmo de cálculo de fluxo de potência	97
Figura 50 – Transformador do GS do caso de estudo I	99
Figura 51 – Perfis das magnitudes das tensões em pu fornecidos pelo <i>softwares</i> OpenDSS e DigSILENT, e pelo método proposto para o Caso Estudo I.	100
Figura 52 – Resultados do cálculo de fluxo de potência do <i>software</i> DigSILENT para o Caso Estudo I.	101
Figura 53 – Resultados do cálculo de fluxo de potência do método proposto para o Caso Estudo I.	102
Figura 54 – Sistema trifásico de 135 barras.	103
Figura 55 – Perfis das magnitudes das tensões em pu fornecidos pelo OpenDSS e pelo método Proposto no caso base do Caso Estudo II.	104
Figura 56 – Sistema trifásico de 135 barras com 13 GS.	105

Figura 57 – Perfis das magnitudes das tensões em pu fornecidos pelo caso base e pelo método proposto com 13 GS para o Caso Estudo II.	105
Figura 58 – Perfis das magnitudes das tensões em pu fornecidos pelo OpenDSS e pelo método proposto com 13 GS para o Caso Estudo II.	106
Figura 59 – Injeção das potências dos GS por fase para o Caso Estudo II com 13 GS.	107
Figura 60 – Sistema trifásico de 135 barras com 3 TR.	108
Figura 61 – Perfis das magnitudes das tensões em pu fornecidos pelo OpenDSS e pelo método proposto para o Caso Estudo III com 3 TR.	108
Figura 62 – Sistema trifásico de 135 barras com 3 TR e 13 GS.	109
Figura 63 – Perfis das magnitudes das tensões em pu fornecidos pelo OpenDSS e pelo método proposto para o Caso Estudo III com 3 TR e 13 GS.	109
Figura 64 – Sistema trifásico de 135 barras com 3 TR, 13 GS e 5 malhas.	110
Figura 65 – Perfis das magnitudes das tensões em pu fornecidos pelo OpenDSS e pelo método proposto para o Caso Estudo III com 3 TR, 13 GS e 5 malhas.	110
Figura 66 – Sistema trifásico de 135 barras com 1 RT.	111
Figura 67 – Perfis das magnitudes das tensões em pu para o caso base e com 1 RT com taps 1, 1 e 1 fornecidos pelo método proposto para o Caso Estudo II.	111
Figura 68 – Perfis das magnitudes das tensões em pu para o caso base e com 1 RT com taps 3, 3 e 2 fornecidas pelo método proposto para o Caso Estudo II.	112
Figura 69 – Sistema trifásico de 135 barras com 1 RT e 3 TR.	112
Figura 70 – Perfis das magnitudes das tensões em pu fornecidos pelo método proposto para o Caso Estudo II com 1 RT com taps 3, 3 e 2, e 3 TR.	113
Figura 71 – Sistema trifásico de 135 barras com 1 RT, 3 TR e 5 malhas.	113
Figura 72 – Perfis das magnitudes das tensões em pu fornecidos pelo método proposto para o Caso Estudo II com 1 RT com taps 3, 3 e 2, 3 TR e 5 malhas.	114
Figura 73 – Sistema trifásico de 135 barras com 1 RT, 3 TR, 5 malhas e 13 GS.	114
Figura 74 – Perfis das magnitudes das tensões em pu fornecidos pelo método proposto para o Caso Estudo II com 1 RT com taps 3, 3 e 2, 3 TR, 5 malhas e 13 GS.	115
Figura 75 – Injeção das potências dos GS por fase para o Caso Estudo II com 1 RT com taps 3, 3 e 2, 3 TR, 5 malhas e 13 GS.	117
Figura 76 – Falta trifásica no sistema de BT	119
Figura 77 – Falta elétrica em um nó do sistema de MT.	119
Figura 78 – Falta elétrica em uma fase do condutor do sistema de MT.	120
Figura 79 – Generalização das faltas numa barra do SED	121
Figura 80 – Falta à terra na barra i do SED.	122
Figura 81 – Falta entre as fases na barra i do SED.	125

Figura 82 – Equivalência das cargas para um sistema de três nós	126
Figura 83 – Equivalência em termos da impedância da carga em kW	127
Figura 84 – Variação da tensão nas barras de carga, em função da variação das suas impedâncias.	128
Figura 85 – Tensões nos nós e sua divergência ao variar a potência P_3	129
Figura 86 – Tensões completas nos nós ao variar a impedância r_3	130
Figura 87 – Resultados de tensões e correntes fornecidos pelo OpenDSS para o evento de curto-circuito	131
Figura 88 – Resultados das tensões e correntes do DigSILENT para o evento de curto-circuito	131
Figura 89 – Curto-circuito num sistema de duas barras com GS.	132
Figura 90 – Perfil de tensão do sistema de duas barras com GS em um evento de curto-circuito.	133
Figura 91 – Modulo da injeção de corrente inicial de curto-circuito no sistema de 2 barras com GS.	134
Figura 92 – Partes real e imaginaria da injeção da corrente de curto-circuito no sistema de 2 barras com GS.	134
Figura 93 – Injeção de potência do GS em um evento de curto-circuito no sistema de duas barras com GS.	135
Figura 94 – Tempo de operação do disjuntor.	135
Figura 95 – Área de convergência e não convergência do sistema de equações de fluxo de potência	137
Figura 96 – Perfis das tensões no evento de curto-circuito para o Caso Estudo I. . .	148
Figura 97 – Módulo da injeção de corrente de curto-circuito do elemento em falta para o Caso Estudo I.	149
Figura 98 – Resultados do cálculo de curto-circuito do <i>software</i> DigSILENT para o Caso Estudo I.	150
Figura 99 – Resultados do cálculo de curto-circuito do método proposto para o Caso Estudo I.	151
Figura 100 – Tensões fornecidas pelo OpenDSS e pelo método proposto com falta na barra 47, fase ‘a’, no caso base do Caso Estudo II.	152
Figura 101 – Tensões fornecidas pelo OpenDSS e pelo método Proposto com falta na barra 77, fase ‘a’ e ‘b’, no Caso Base do Caso Estudo II.	153
Figura 102 – Tensões fornecidas pelo OpenDSS e pelo método Proposto com falta na barra 90, fase ‘a’, ‘b’ e ‘c’, no Caso Base do Caso Estudo II.	154
Figura 103 – Tensões fornecidas pelo OpenDSS e pelo método proposto com falta trifásica a terra na barra 90, no Caso Estudo II com 13 GS.	155

Figura 104–Tensões fornecidas pelo OpenDSS e pelo método proposto com falta bifásica a terra na barra 34 nas fases ‘a’ e ‘c’, no Caso Estudo II com 13 GS.	156
Figura 105–Perfis das magnitudes das tensões em pu fornecidas pelo método proposto para o Caso Estudo II com 3 TR com falta bifásica à terra na barra 34 nas fases ‘a’ e ‘c’.	157
Figura 106–Perfis das magnitudes das tensões em pu fornecidas pelo método proposto para o Caso Estudo II com 3 TR e 13 GS com falta trifásica à terra na barra 34.	158
Figura 107–Perfis das magnitudes das tensões em pu fornecidas pelo método proposto para o Caso Estudo II com 3 TR, 13 GS e 5 malhas com falta trifásica a terra na barra 34.	159
Figura 108–Perfis das magnitudes das tensões em pu do caso base e com 1 RT com taps 1, 1 e 1 com falta trifásica a terra na barra 34 fornecido pelo método proposto para o Caso Estudo II.	160
Figura 109–Perfis das magnitudes das tensões em pu do caso base e com 1 RT com taps 3, 3 e 2 com falta trifásica à terra na barra 34 fornecido pelo método proposto para o Caso Estudo II.	161
Figura 110–Perfis das magnitudes das tensões em pu fornecidas pelo método proposto para o Caso Estudo II com 1 RT com taps 3, 3 e 2, e 3 TR com falta trifásica à terra na barra 34.	161
Figura 111–Perfis das magnitudes das tensões em pu fornecidas pelo método proposto para o Caso Estudo II com 1 RT com taps 3, 3 e 2, 3 TR e 5 malhas com falta trifásica à terra na barra 34.	162
Figura 112–Perfis das magnitudes das tensões em pu fornecidas pelo método proposto para o Caso Estudo II com 1 RT com taps 3, 3 e 2, 3 TR, 5 malhas e 13 GS com falta trifásica à terra na barra 34.	162
Figura 113–Perfis das magnitudes das tensões em pu fornecidas pelo método proposto para o Caso Estudo II com 1 RT com taps 3, 3 e 2, 3 TR, 5 malhas e 13 GS com falta trifásica à terra na barra 103.	163
Figura 114–Sistema radial trifásico de cinco barras	166
Figura 115–Erros da estimação das correntes nas barras candidatas e para a barra 4 e fase A em falta.	169
Figura 116–Erros da estimação das correntes nas barras candidatas em pu, para barra 4 e fase ‘a’ em falta.	170
Figura 117–Sistema trifásico de cinco barras	171
Figura 118–Sistema trifásico de cinco barras e um GS.	175
Figura 119–Erro do método Proposto com falta na barra 47, fase ‘a’, no caso base do Caso Estudo I.	183

Figura 120–Erros obtidos pelo método Proposto com falta na barra 77, fase ‘a’ e ‘b’, no Caso Estudo I.	184
Figura 121–Erro fornecido pelo Medidor instalado na barra 135 para falta na barra 90, fases ‘a’, ‘b’ e ‘c’, no caso base do Caso Estudo I.	187
Figura 122–Erros na fase ‘a’ para todos os medidores para falta na barra 90, fase ‘a’, ‘b’ e ‘c’, no caso base do Caso Estudo I.	188
Figura 123–Erros na fase ‘b’ para todos os medidores para falta na barra 90, fases ‘a’, ‘b’ e ‘c’, no caso base do Caso Estudo I.	189
Figura 124–Erros na fase ‘c’ para todos os medidores para a falta na barra 90, fases ‘a’, ‘b’ e ‘c’, no caso base do Caso Estudo I.	190
Figura 125–Erros na fase ‘a’ para todos os medidores para falta trifásica à terra na barra 90, com 30 Ω de impedância de falta, no Caso Estudo I base.	191
Figura 126–Erros na fase ‘b’ para todos os medidores para falta trifásica à terra na barra 90, com 30 Ω impedância de falta, no Caso Estudo I base.	192
Figura 127–Erros na fase ‘c’ para todos os medidores para falta trifásica à terra na barra 90, com 30 Ω impedância de falta, no Caso Estudo I base.	193
Figura 128–Erros na fase ‘a’ para todos os medidores para falta trifásica à terra na barra 90, com 100 Ω impedância de falta, no Caso Estudo I base.	194
Figura 129–Erros na fase ‘a’ para todos os medidores para falta trifásica à terra na barra 90, com 300 Ω impedância de falta, no Caso Estudo I base.	195
Figura 130–Erros na fase ‘a’ para todos os medidores para falta trifásica à terra na barra 90, com 700 Ω impedância de falta, no Caso Estudo I base.	196
Figura 131–Erros na fase ‘a’ para todos os medidores para falta barra à terra na barra 90, nas fases ‘a’, ‘b’ e ‘c’, no Caso Estudo I com 13 GS.	197
Figura 132–Erros na fase ‘b’ para todos os medidores para falta barra à terra na barra 90, nas fases ‘a’, ‘b’ e ‘c’, no Caso Estudo I com 13 GS.	198
Figura 133–Erros na fase ‘c’ para todos os medidores para falta barra à terra na barra 90, nas fases ‘a’, ‘b’ e ‘c’, no Caso Estudo I com 13 GS.	199
Figura 134–Erros na fase ‘a’ para todos os medidores para falta barra à terra na barra 34, nas fases ‘a’ e ‘c’, no Caso Estudo I com 13 GS.	200
Figura 135–Erros na fase ‘c’ para todos os medidores para falta barra à terra na barra 34, nas fases ‘a’ e ‘c’, no Caso Estudo I com 13 GS.	201
Figura 136–Erros na fase ‘a’ para todos os medidores para falta trifásica à terra na barra 90, com 3 Ω impedância de falta, no Caso Estudo I com 3 TR.	202
Figura 137–Erros na fase ‘b’ para todos os medidores para falta trifásica à terra na barra 90, com 3 Ω impedância de falta, no Caso Estudo I com 3 TR.	203
Figura 138–Erros na fase ‘c’ para todos os medidores para falta trifásica à terra na barra 90, com 3 Ω impedância de falta, no Caso Estudo I com 3 TR.	204

Figura 139–Erros na fase ‘a’ para todos os medidores para falta trifásica à terra na barra 90, com 3 Ω impedância de falta, no Caso Estudo I com 3 TR e 13 GS.	205
Figura 140–Erros na fase ‘b’ para todos os medidores para falta trifásica à terra na barra 90, com 3 Ω impedância de falta, no Caso Estudo I com 3 TR e 13 GS.	206
Figura 141–Erros na fase ‘c’ para todos os medidores para falta trifásica à terra na barra 90, com 3 Ω impedância de falta, no Caso Estudo I com 3 TR e 13 GS.	207
Figura 142–Erros na fase ‘a’ para todos os medidores para falta trifásica à terra na barra 90, com 30 Ω impedância de falta, no Caso Estudo I com 3 TR e 13 GS.	208
Figura 143–Erros na fase ‘b’ para todos os medidores para falta trifásica à terra na barra 90, com 30 Ω impedância de falta, no Caso Estudo I com 3 TR e 13 GS.	209
Figura 144–Erros na fase ‘c’ para todos os medidores para falta trifásica à terra na barra 90, com 30 Ω impedância de falta, no Caso Estudo I com 3 TR e 13 GS.	210
Figura 145–Erros na fase ‘a’ para todos os medidores para falta trifásica à terra na barra 90, com 100 Ω impedância de falta, no Caso Estudo I com 3 TR e 13 GS.	211
Figura 146–Erros na fase ‘a’ para todos os medidores para falta trifásica à terra na barra 90, com 300 Ω impedância de falta, no Caso Estudo I com 3 TR e 13 GS.	212
Figura 147–Erros na fase ‘a’ para todos os medidores para falta trifásica à terra na barra 90, com 700 Ω impedância de falta, no Caso Estudo I com 3 TR e 13 GS.	213
Figura 148–Impedância em série do condutor trifásico com neutro	220
Figura 149–Circuito equivalente para o condutor trifásico com neutro.	221
Figura 150–Impedância em série do condutor bifásico e monofásico com neutro.	222
Figura 151–Impedância em série do condutor bifásico e monofásico equivalente	223
Figura 152–Capacitâncias shunt e correntes injetadas equivalentes de condutor trifásico	224
Figura 153–Circuito do condutor trifásico com impedância série e capacitância shunt	225
Figura 154–Circuito simplificado do transformador monofásico	226
Figura 155–Equivalente do Transformador monofásico referido a seus lados.	228
Figura 156–Circuito simplificado do transformador trifásico, sem conexão ao sistema	231
Figura 157–Transformador trifásico com conexão YgYg0	232
Figura 158–Correntes e tensões do Transformador sem perdas com conexão YgYg0	234

Figura 159–Transformador trifásico com conexão YgY0	235
Figura 160–Transformador trifásico com conexão YgD1	237
Figura 161–Relação entre as correntes e as tensões do Transformador sem perdas com conexão YgD1	239
Figura 162–Transformador trifásico com conexão YD1	240
Figura 163–Relação entre correntes e tensões do Transformador sem perdas com conexão YD1.	243
Figura 164–Transformador trifásico com conexão DYg11	244
Figura 165–Correntes e tensões do Transformador sem perdas com conexão DYg11	246
Figura 166–Transformador ideal com conexão DYg11	247
Figura 167–Transformador trifásico com conexão Delta - Estrela aterrado com -30° graus de defasagem.	248
Figura 168–Correntes e tensões do transformador sem perdas com conexão DYg1 com -30° graus fora de fase	250
Figura 169–Transformador ideal com conexão DYg1	251
Figura 170–Transformador trifásico com conexão DD0	252
Figura 171–Relação entre correntes e tensões do Transformador sem perdas com conexão DD0	254
Figura 172–Transformador trifásico conectado no sistema de duas barras	256
Figura 173–Elemento fictício conectado na fase ‘a’ e sua representação matricial trifásica	256
Figura 174–Módulos das tensões obtidos pelo método proposto em pu e seu diagrama fasorial para a conexão YgYg0	260
Figura 175–Módulos das tensões obtidos pelo método proposto em pu e seu diagrama fasorial para a conexão DYg11	261
Figura 176–Tensões obtidas pelo método proposto em pu e seu diagrama fasorial para a conexão DYg1	263
Figura 177–Magnitudes das tensões obtidas pelo método proposto em pu e seu diagrama fasorial para a conexão YgD1	264
Figura 178–Magnitudes das tensões obtidas pelo método proposto em pu e seu diagrama fasorial para a conexão DD0	266
Figura 179–Circuito do transformador monofásico conectado como autotransforma- dor tipo A	267
Figura 180–Circuito do transformador monofásico conectado como autotransforma- dor tipo B	268
Figura 181–Circuitos equivalentes aproximados do autotransformador monofásico Tipo A	268
Figura 182–Circuitos equivalentes aproximados do autotransformador monofásico Tipo B	269

Figura 183–Conexão generalizada do Regulador de tensão de passo monofásico Tipo A	276
Figura 184–Conexão generalizada do Regulador de tensão de passo monofásico Tipo B	277
Figura 185–Circuito do Compensador	278
Figura 186–Reguladores conectados em estrela	280
Figura 187–Regulador trifásico conectado em delta	283
Figura 188–Regulador trifásico conectado em delta longo	286
Figura 189–Aproximações da função $y = \text{sen}x$ ao redor $x = \pi/4$ com polinômio de Taylor	290
Figura 190–Aproximações da função $y = \text{sen}x$ em torno de $x = \pi/4$ com polinômio de Taylor	291
Figura 191–Retas tangentes a $P_2(V_2)$ nos pontos $V_2^{(i)}$ e $V_2^{(j)}$	292
Figura 192–Atualização de $V_2^{(i)}$ mediante o método de Newton para encontrar uma solução.	293
Figura 193–Plano tangente à superfície $P_2(V_2, \theta_2)$	297
Figura 194–Plano tangente à superfície $Q_2(V_2, \theta_2)$	298
Figura 195–Ponto de atualização	298
Figura 196–Sistema trifásico de 2 barras e 1 carga tipo PQ desequilibrada	300

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Resposta do sistema de conexão às tensões anormais	33
Tabela 2 – Resumo das submatrizes utilizadas na formação das matrizes de admittâncias dos transformadores trifásicos, em Siemens	46
Tabela 3 – Resumo das submatrizes utilizadas na formação das matrizes admitância dos reguladores, em Siemens.	47
Tabela 4 – Dados dos transformadores para o caso de estudo I	98
Tabela 5 – Dados do Gerador Síncrono para o caso de estudo I	98
Tabela 6 – Dados das potências das cargas por fase para o caso de estudo I	98
Tabela 7 – Tensões obtidas pelo método proposto para o Caso Estudo I	99
Tabela 8 – Injeção das potências por fase do GS obtidos pelo método proposto para o Caso Estudo I	100
Tabela 9 – Injeção das potências por fase dos GS obtidos pelo método proposto para o Caso Estudo II	103
Tabela 10 – Tensões em pu obtidas pelo método proposto para o caso de estudo II com 1 RT com taps 3, 3 e 2, 3 TR, 5 malhas e 13 GS.	115
Tabela 11 – Injeção das potências por fase dos GS obtidos pelo método proposto para o Caso Estudo II com 1 RT com taps 3, 3 e 2, 3 TR, 5 malhas e 13 GS.	116
Tabela 12 – Tensões obtidas pelo método proposto do cálculo de curto-circuito para o Caso Estudo I	148
Tabela 13 – Valores dos erros da estimação das correntes das barras candidatas em falta.	168
Tabela 14 – Valores em pu dos erros da estimação das correntes das barras candidatas em falta.	169
Tabela 15 – Relação de valor base para os diferentes tipos de Conexões do transformador	255
Tabela 16 – Dados do Transformador	257
Tabela 17 – Dados da potência total e por fase da carga.	258
Tabela 18 – Tensões obtidas do método proposto e sua comparação com OpenDSS e DigSILENT para a conexão YgYg0	259
Tabela 19 – Comparação do número de iterações do método proposto com OpenDSS e DigSILENT para a conexão YgYg0	259
Tabela 20 – Tensões obtidas pelo método proposto e sua comparação com OpenDSS e DigSILENT para a conexão DYg11	260
Tabela 21 – Comparação do número de iterações do método proposto com OpenDSS e DigSILENT para a conexão DYg11	261

Tabela 22 –	Magnitudes das tensões obtidas pelo método proposto e sua comparação com OpenDSS e DigSILENT para a conexão DYg1	262
Tabela 23 –	Comparação do número de iterações do método proposto com OpenDSS e DigSILENT para a conexão DYg1	262
Tabela 24 –	Tensões obtidas pelo método proposto e sua comparação com OpenDSS e DigSILENT para a conexão YgD1	263
Tabela 25 –	Comparação do número de iterações do método proposto com OpenDSS e DigSILENT para a conexão YgD1	264
Tabela 26 –	Tensões obtidas pelo método proposto e sua comparação com OpenDSS e DigSILENT para a conexão DD0	265
Tabela 27 –	Comparação do número de iterações do método proposto com OpenDSS e DigSILENT para a conexão DD0	265
Tabela 28 –	Tabela de valores básicos	278
Tabela 29 –	Processo iterativo para a solução em estado estável	293
Tabela 30 –	Processo iterativo para a solução em estado não estável	295
Tabela 31 –	Processo iterativo para a solução no estado estável	299
Tabela 32 –	Processo iterativo para a solução no estado não estável	299
Tabela 33 –	Dados das cargas por fase	300
Tabela 34 –	Matriz de impedância da linha trifásica	301
Tabela 35 –	Evolução da tensão até alcançar a solução em estado estacionário.	302

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AC	<i>Alternating Current</i>
BT	<i>Baixa Tensão</i>
MT	<i>Média Tensão</i>
AT	<i>Alta Tensão</i>
SED	<i>Sistema Elétrico de Distribuição</i>
SEP	<i>Sistema Elétrico de Potência</i>
DMS	<i>Distribution Management System</i>
DCCs	<i>Distribution Control Centers</i>
DR	<i>Distributed Resource(s)</i>
EPS	<i>Electric Power System</i>
ANSI	<i>American National Standards Institute</i>
IEC	<i>International Electrotechnical Commission</i>
VDE	<i>Verband Deutscher Elektrotechniker</i>
GD	<i>Geração Distribuída</i>
GS	<i>Gerador Síncrono</i>
DC	<i>Direct Current</i>
FP	<i>Fluxo de Potência</i>
ATP	<i>Alternative Transients Program</i>
DIGSILENT	<i>DIGital SIMulation and Electrical NeTwork calculation program</i>

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	25
1.1	SISTEMAS ELÉTRICOS DE DISTRIBUIÇÃO	26
1.1.1	Níveis de tensão de distribuição	27
1.1.2	Sistemas de Distribuição de MT	27
1.1.3	O Futuro dos Sistemas Elétricos de Distribuição	30
1.1.4	Recursos Distribuídos (DR)	30
1.1.4.1	Impacto dos DR nos sistemas de proteção dos SED	31
1.1.4.2	Impacto dos DRs na variação da magnitude da tensão nos SED	33
1.1.4.3	Impacto dos DRs nos distúrbios da qualidade de energia nos SED	34
1.1.4.4	Impacto dos DRs na confiabilidade dos SED	34
1.1.5	Desequilíbrio nos SED	35
1.2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	35
1.3	MOTIVAÇÃO	36
1.3.1	Relevância do Tema	37
1.3.2	Objetivos	37
1.3.3	Contribuições da Tese	37
1.4	ESTRUTURA DA TESE	39
2	MODELAGEM DO SISTEMA DE DISTRIBUIÇÃO	40
2.1	INTRODUÇÃO	40
2.2	MODELAGEM DOS ELEMENTOS DA REDE NO REGIME DE OPERAÇÃO NORMAL EM ESTADO ESTACIONÁRIO	41
2.2.1	Geradores Distribuídos	41
2.2.1.1	GS operando no modo fator de potência controlado	43
2.2.1.2	GS operando no modo potências ativa-reativa controladas	44
2.2.2	Condutores em SED	44
2.2.3	Transformadores	45
2.2.4	Reguladores de Tensão	46
2.2.5	Cargas	48
2.2.5.1	Cargas representada pelo modelo de impedância constante	49
2.2.5.2	Cargas representada com o modelo potência constante	50
2.2.5.3	Cargas representada através da combinação de modelos	51
2.2.6	Capacitores em Derivação	52
2.3	MODELAGEM DOS ELEMENTOS DO SED EM OPERAÇÃO SOB FALTAS	54
2.3.1	Gerador Síncrono	55

2.3.1.1	Impedância de sequências do GS	56
2.3.2	Cargas Estáticas	57
2.4	MODELAGEM EM SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO	58
2.4.1	Formação da matriz de admitância	60
2.4.2	Equações básicas para os circuitos em sistemas elétricos de distribuição	64
2.4.3	Formação da matriz impedância dos elementos do sistema elétrico de distribuição	67
2.5	CONCLUSÕES DO CAPÍTULO	67
3	FLUXO DE POTÊNCIA TRIFÁSICO DESEQUILIBRADO	68
3.1	INTRODUÇÃO	68
3.2	ANÁLISE DOS PRINCIPAIS ELEMENTOS NAS EQUAÇÕES DE FLUXO DE POTÊNCIA	69
3.2.1	Análise das cargas nas equações de fluxo de potência	69
3.2.1.1	Carga representada como impedância constante	69
3.2.1.2	Carga representada como consumo de potência constante	74
3.2.1.3	Generalização da formulação de fluxo de potência sem GS	87
3.2.2	Análise dos modelo e comportamento de geradores nas equações de fluxo de potência	88
3.2.2.1	Análise do modelo trifásico do GS em representação fasorial	89
3.2.2.2	Análise do modelo trifásico do GS em representação escalar	92
3.2.2.3	Generalização da formulação em representação escalar considerando GS	92
3.3	CÁLCULO DE FLUXO DE POTÊNCIA PARA SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO	94
3.3.1	Método das Componentes de Fases através da representação fasorial	94
3.3.1.1	Cálculo das injeções de correntes	95
3.3.1.2	Dados das injeções de Potências	95
3.3.1.3	Algoritmo de fluxo de potência	96
3.4	TESTES E RESULTADOS	98
3.4.1	Caso de Estudo I	98
3.4.2	Caso de Estudo II	100
3.4.2.1	Caso de Estudo II base	100
3.4.2.2	Caso de Estudo II com GS	103
3.4.2.3	Caso de Estudo II com Transformador	105
3.4.2.4	Caso de Estudo II com Transformador e GS	106
3.4.2.5	Caso de Estudo II com Transformador, GS e malha	108
3.4.2.6	Caso de Estudo II com regulador de tensão	109
3.4.2.7	Caso de Estudo II com regulador de tensão e transformador	110

3.4.2.8	Caso de Estudo II com regulador de tensão, transformador e malhas .	111
3.4.2.9	Caso de Estudo II com regulador de tensão, transformador, malhas e GS	112
3.5	CONCLUSÕES DO CAPÍTULO	114
4	ANÁLISE DE FALTAS ELÉTRICAS	118
4.1	INTRODUÇÃO	118
4.2	LOCALIZAÇÃO DE FALTAS EM REDES DE ENERGIA ELÉTRICA	118
4.2.1	No sistema de BT	118
4.2.2	Faltas em uma barra do sistema de MT	119
4.2.3	Falta em uma linha do sistema de MT	119
4.3	TIPOS DE FALTAS ELÉTRICAS	120
4.3.1	Falta entre uma barra e a terra	122
4.3.1.1	Considerando que a fase ‘x’ é a terra	123
4.3.1.2	Considerando uma impedância entre a fase ‘x’ e a terra	123
4.3.1.3	Considerando a fase ‘x’ sem conexão à terra	124
4.3.2	Falta entre as fases de uma barra	124
4.3.3	Múltiplas faltas	125
4.4	Análise dos principais elementos do SED nas equações de cálculo de curto-circuito	126
4.4.1	Análise das cargas nas equações de cálculo de curto-circuito .	126
4.4.1.1	Estimativa da equivalência da carga com o modelo de impedância constante	128
4.4.2	Análise do gerador síncrono nas equações de cálculo de curto-circuito	131
4.5	MÉTODOS PARA O CÁLCULO DE CURTO-CIRCUITO	133
4.5.1	Método das componentes de fases	136
4.5.1.1	Demonstração da não convergência dos métodos iterativos clássicos de Fluxo de Potência	136
4.5.1.2	Método para cálculo de curto-circuito sem considerar GS	139
4.5.1.3	Método para cálculo de curto-circuito considerando GS	142
4.6	TESTES E RESULTADOS	145
4.6.1	Caso de Estudo I	145
4.6.2	Caso de Estudo II	148
4.6.2.1	Caso de Estudo II caso base	148
4.6.2.2	Caso de Estudo II com GS	149
4.6.2.3	Caso de Estudo II com Transformador	149
4.6.2.4	Caso de Estudo II com Transformador e GS	153
4.6.2.5	Caso de Estudo II com Transformador, GS e malha	154
4.6.2.6	Caso de Estudo II com regulador de tensão	156
4.6.2.7	Caso de Estudo II com regulador de tensão e transformador	157
4.6.2.8	Caso de Estudo II com regulador de tensão, transformador e malhas .	157

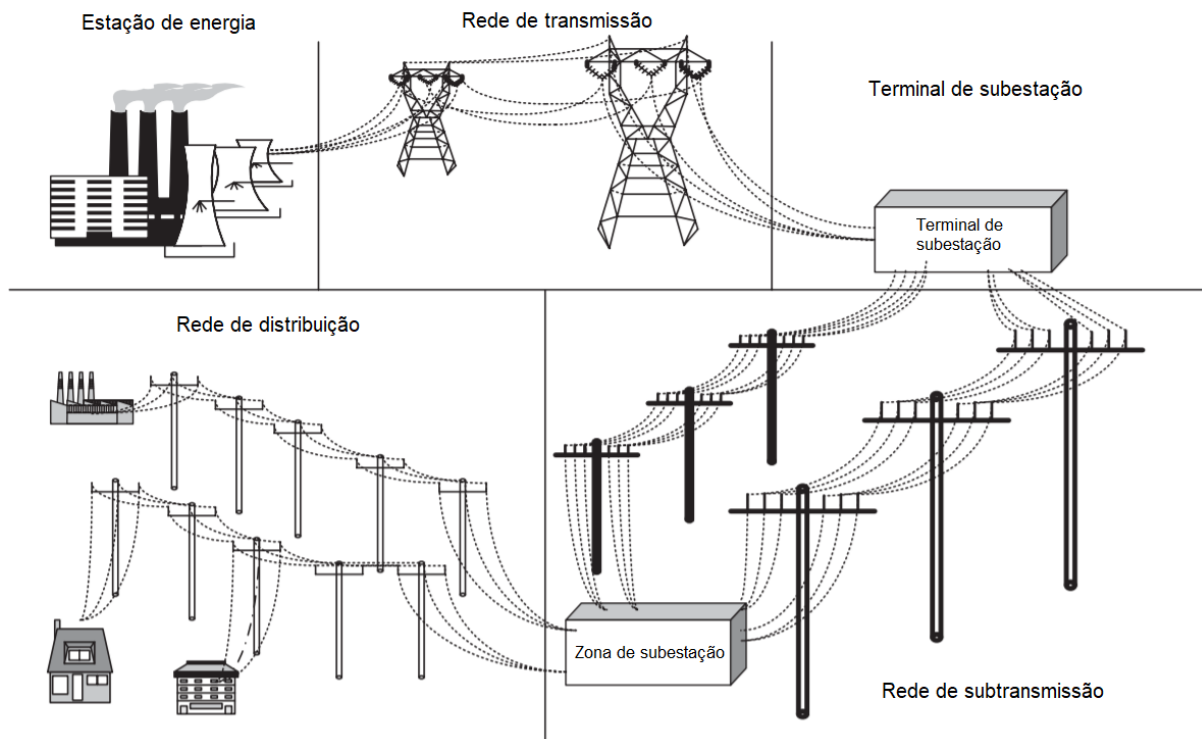
4.6.2.9	Caso de Estudo II com regulador de tensão, transformador, malhas e GS	158
4.7	CONCLUSÕES DO CAPÍTULO	159
5	LOCALIZAÇÃO DE FALTAS EM SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO	164
5.1	INTRODUÇÃO	164
5.2	Considerações e cálculos preliminares	164
5.2.1	Rede Elétrica	164
5.2.2	Estimador de Estados	164
5.2.3	Fluxo de Potência	164
5.2.4	Curto-Circuito	165
5.3	Formulação da Metodologia em representação fasorial	165
5.3.1	Metodologia aplicada num exemplo básico	165
5.3.2	Estimação das tensões do SED num evento de curto-circuito	170
5.3.3	Estimação dos valores exatos das variáveis de estado	171
5.3.4	Localização de falta considerando GS	174
5.3.5	Generalização da formulação	177
5.3.5.1	Considerando as injeções de correntes dos elementos	178
5.3.5.2	Considerando os valores das tensões dos medidores pré-falta	179
5.3.6	Generalização da formulação considerando GS	180
5.4	Testes e Resultados	182
5.4.1	Caso de Estudo I	182
5.4.1.1	Caso de Estudo I base	182
5.4.1.2	Caso de Estudo I base com maior valor de impedância de falta	183
5.4.1.3	Caso de Estudo I com GS	184
5.4.1.4	Caso de Estudo I com transformador	185
5.4.1.5	Caso de Estudo I com transformador e GS	185
5.4.1.6	Caso de Estudo I com transformador e GS, e maior valor de impedância de falta	186
5.5	CONCLUSÕES DO CAPÍTULO	186
6	CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	214
6.1	CONCLUSÕES	214
6.2	TRABALHOS FUTUROS	214
	REFERÊNCIAS	216
	ANEXO A – CONDUTORES	220
A.1	Impedância em série da linha	220
A.2	Capacitância Shunt da linha	223

	ANEXO B – TRANSFORMADOR	226
B.1	Transformador monofásico	226
B.1.1	Valores em por unidade para o transformador monofásico	229
B.2	Circuito elétrico do transformador trifásico	230
B.2.1	Conexão YgYg0	232
B.2.2	Conexão YgY0	235
B.2.3	Conexão YgD1	237
B.2.4	Conexão YD1	240
B.2.5	Conexão DYg11	243
B.2.6	Conexão DYg1	247
B.2.7	Conexão DD0	250
B.2.8	Valores em por unidade para o transformador trifásico	255
B.2.9	Problema da inversa da matriz do transformador	255
B.2.10	Caso de Estudo	257
	ANEXO C – O AUTOTRANSFORMADOR	267
C.1	Impedância em por unidade do autotransformador	274
C.2	Reguladores de tensão de passo ou degrau	276
C.2.1	Reguladores de degraus do Tipo A	276
C.2.2	Reguladores de degraus do Tipo B	276
C.3	O compensador de queda na Linha	277
C.4	Conexões trifásicas de reguladores	279
C.4.1	Conexão em estrela de reguladores	279
C.4.2	Conexão em delta de reguladores	283
C.4.2.1	Conexão em delta	283
C.4.2.2	Conexão em delta longo	286
	ANEXO D – MÉTODO DE NEWTON	289
D.1	Método de Newton para uma função de uma variável	289
D.1.1	Polinômio de Taylor de uma variável	289
D.1.2	Solução pelo método de Newton de uma função de uma variável	290
D.2	MÉTODO DE NEWTON PARA FUNÇÃO DE VÁRIAS VARIÁVEIS	295
D.2.1	Polinômio de Taylor de duas variáveis	295
D.2.2	Soluções pelo método de Newton de funções de duas variáveis	296
D.2.3	Polinômio de Taylor para funções de várias variáveis	299
D.2.4	Solução pelo método de Newton para funções de várias variáveis	300

1 INTRODUÇÃO

O principal objetivo dos sistemas de energia elétrica é fornecer energia aos consumidores com confiabilidade e qualidade. A energia elétrica fornecida aos consumidores, geralmente é transmitida de parques geradores distantes com diferentes níveis de tensão, através de sistemas de transmissão, subtransmissão e distribuição, conforme ilustrado na Figura 1.

Figura 1 – O Sistema de Energia Elétrica e seus Subsistemas



Fonte: adaptado de (SALLAM; MALIK, 2012)

Historicamente, as fontes de geração são várias unidades geradoras reunidas em centrais de geração. A energia produzida é entregue às subestações de transmissão por linhas de transmissão que normalmente operam no nível de tensão superior a 138 kV. As subestações de transmissão reduzem a tensão e fornecem a energia para as subestações de distribuição através de linhas de subtransmissão que, normalmente, operam entre 46 kV e 138 kV. As subestações de distribuição reduzem ainda mais a tensão aos níveis de distribuição primária, que variam de 4,2 kV a 34,5 kV (IEEE..., 2009).

Cargas individuais podem ser atendidas nas tensões disponíveis mais adequadas, desde a transmissão até a distribuição até tensões secundárias de 120/240 V, dependendo

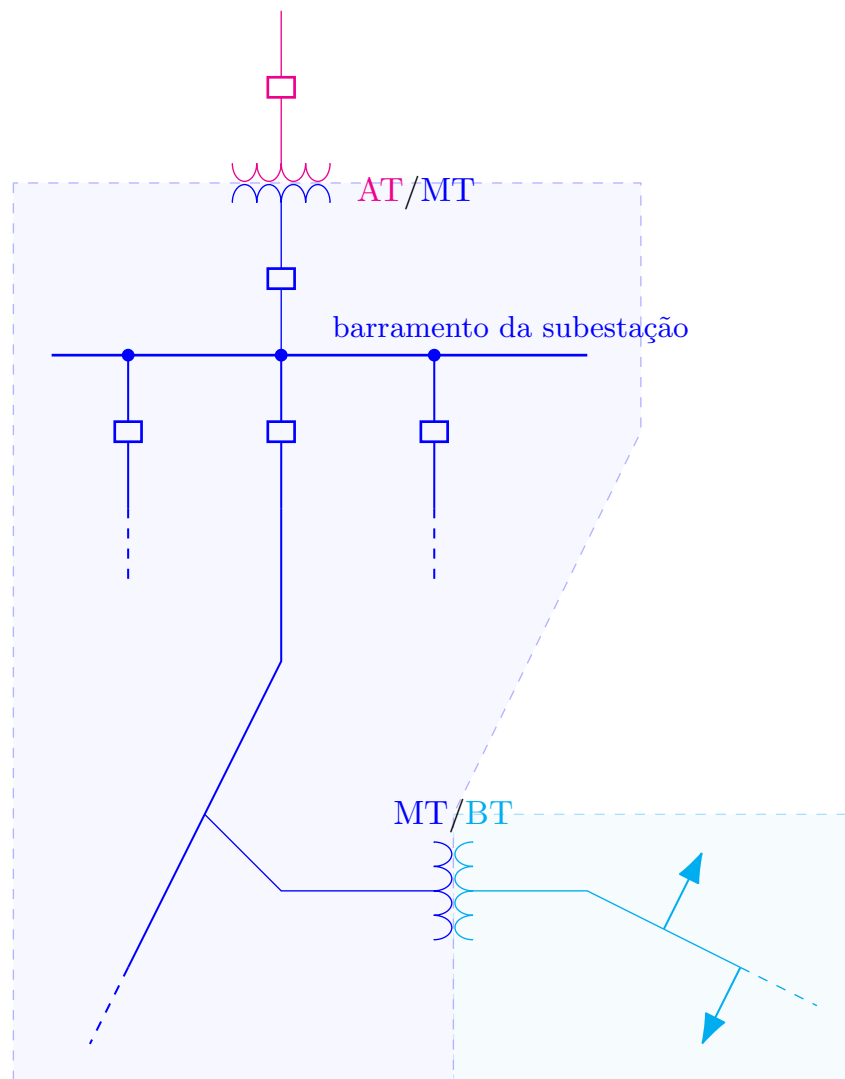
de sua capacidade. A tensão para cada seção é geralmente proporcional à quantidade de energia e à distância envolvida (IEEE..., 2009).

O escopo do texto apresentado nesta tese concentra-se na modelagem e operação do sistema de distribuição.

1.1 SISTEMAS ELÉTRICOS DE DISTRIBUIÇÃO

Os sistemas de distribuição de energia elétrica fazem parte da infra-estrutura de fornecimento de energia que recebe a eletricidade em alta tensão dos circuitos de transmissão e subtransmissão e a entrega aos consumidores em baixa tensão (BT) e média tensão (MT). Os sistemas de distribuição consistem, principalmente, em: subestações de AT/MT, sistemas de distribuição primária (MT), transformadores de distribuição e sistemas de distribuição secundária (BT), conforme ilustrado na Figura 2.

Figura 2 – Sistema de Distribuição

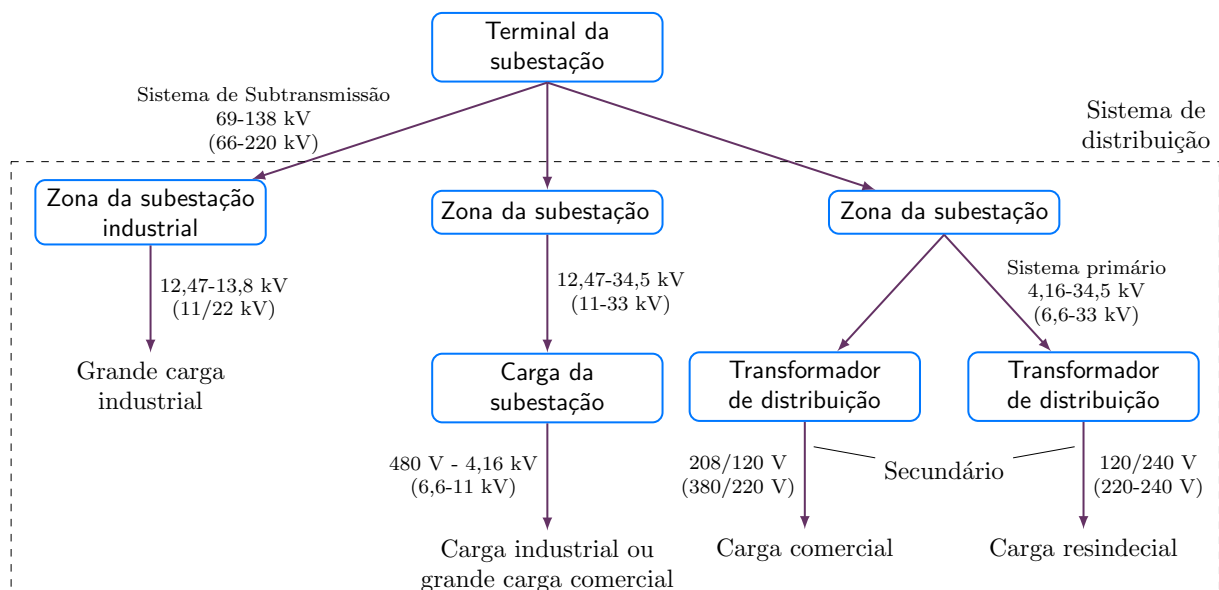


Fonte: próprio autor

1.1.1 Níveis de tensão de distribuição

Os sistemas de distribuição operam em diferentes níveis nominais de tensão que é um parâmetro técnico-econômico muito importante. Para o alimentador primário é o parâmetro mais importante que impacta no custo de operação e do projeto do sistema, que é função da distância entre as subestação e as cargas, confiabilidade relacionada com o número de clientes afetados por uma interrupção específica, práticas de manutenção, topologia da rede e construção das linhas, etc. (GONEN, 2007). Normalmente o mundo se adaptou aos valores nominais de tensão dos sistemas de distribuição europeus e norte-americanos. O valor dessa tensão foi selecionado principalmente levando em consideração três fatores, o tipo de carga (residencial, comercial, industrial), a capacidade da carga e a distância em que a carga está localizada, sendo este aspecto ilustrado na Figura 3 (SALLAM; MALIK, 2012).

Figura 3 – Magnitudes das tensões nominais de distribuição para diferentes tipos de consumidores (os valores escritos entre parênteses pertencem ao sistema europeu; caso contrário, os valores pertencem ao sistema norte-americano)



Fonte: adaptado de (SALLAM; MALIK, 2012)

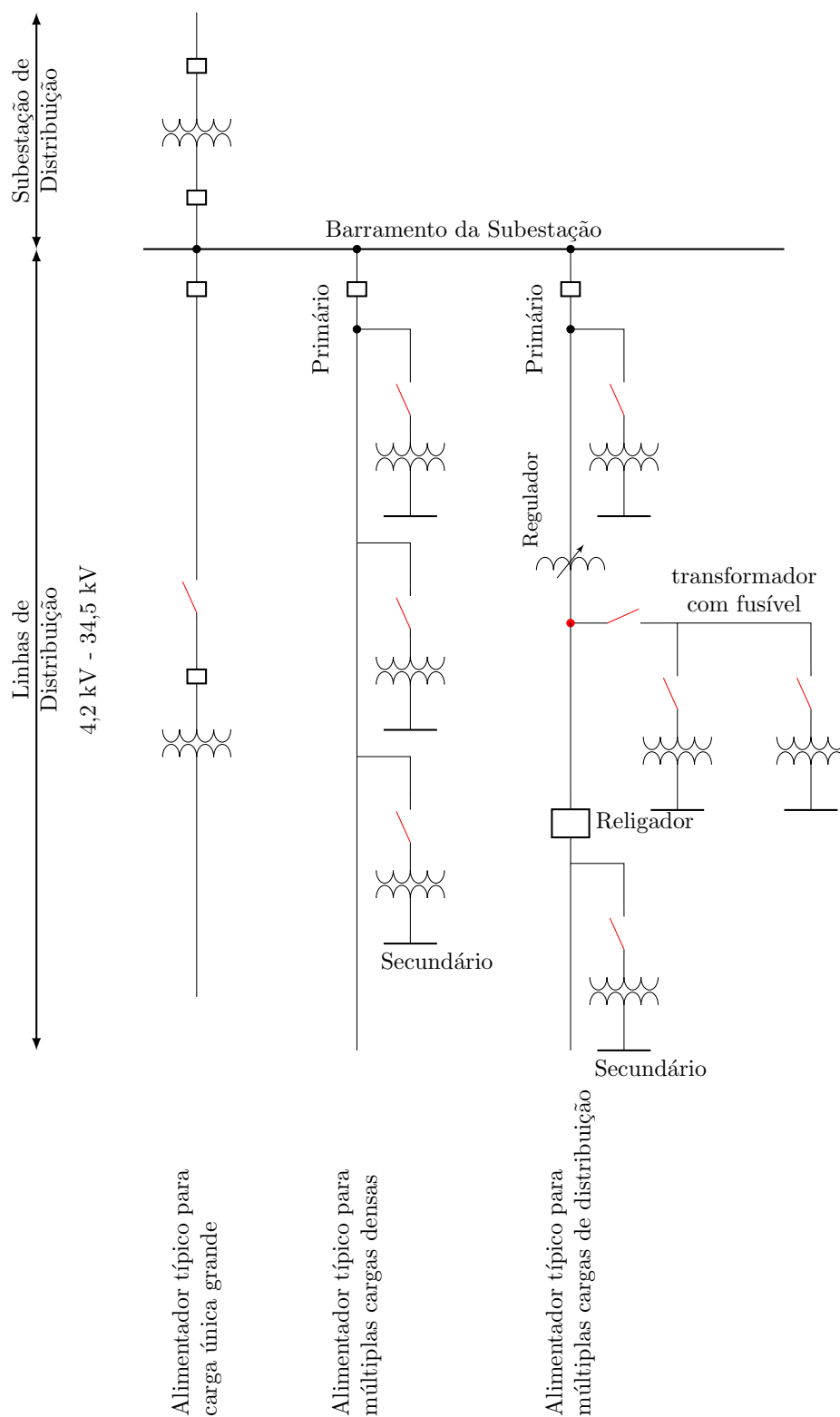
Esses níveis de tensão foram estabelecidos para facilitar a padronização e normatização e para reduzir os custos de construção e operação de sistemas elétricos de distribuição típicos (AMERICAN...,).

1.1.2 Sistemas de Distribuição de MT

O sistema de MT localiza-se entre a subestação de distribuição e os transformadores MT/BT. Ele é composto por circuitos conhecidos como alimentadores primários ou

Cada um destes circuitos é suprido pelo barramento da subestação através de seu próprio disjuntor, que constituem os alimentadores do circuito de distribuição primário (IEEE..., 2009). No primeiro circuito primário existem grandes cargas individuais que podem ser

Figura 5 – Sistema de distribuição primário com os alimentadores e cargas



Fonte: adaptado de (IEEE..., 2009)

atendidas diretamente da subestação nos níveis de tensão primária. Por exemplo, um grande prédio de escritórios que pode ser suprido nesse nível de tensão (IEEE..., 2009). Múltiplas cargas densas podem ser abastecidas a partir de um único circuito com seu respectivo disjuntor localizado na subestação, conforme ilustrado no segundo alimentador primário, de acordo com a Figura 5. Essas cargas podem ser grandes blocos de carga, como consumidores industriais e pequenos e grandes clientes comerciais (IEEE..., 2009). O terceiro alimentador na Figura 5 representa um conjunto mais diversificado de cargas que podem ser distribuídas por uma grande área e localizadas a quilômetros da subestação. Os circuitos de derivação conectados à rede principal do tronco trifásico, podem ser circuitos laterais trifásicos, bifásicos e monofásicos que atendem a clientes comerciais e residenciais (IEEE..., 2009).

1.1.3 O Futuro dos Sistemas Elétricos de Distribuição

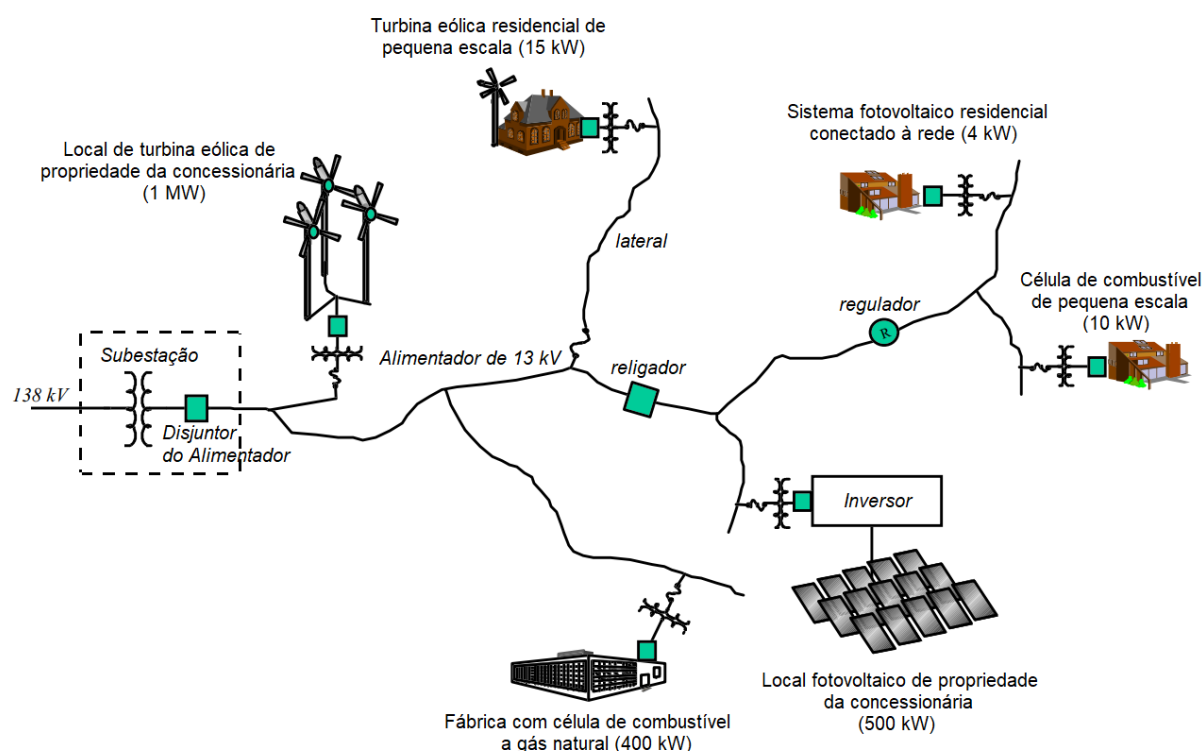
Os SED estão passando por rápidas mudanças devido à desregulamentação dos mercados elétricos, reestruturação da indústria de energia, mudança das expectativas dos clientes da era digital e dos avanços da tecnologia, que afetam gradualmente os SED. No entanto, as mudanças que terão maior impacto serão (VENKSTA et al., 2004):

- Na automação de Distribuição;
- Nos dispositivos eletrônicos de potência;
- Nos recursos de energia distribuída (DRs); e.
- Nos Sistemas de Gerenciamento de Distribuição (DMS) e os Centros de Controle de Distribuição (DCCs).

1.1.4 Recursos Distribuídos (DR)

A desregulamentação do setor de energia, os avanços tecnológicos e o desejo dos clientes de obter energia elétrica barata e confiável levaram a um maior interesse nos DRs nos últimos anos que estão cada vez mais presentes nos SED (VENKSTA et al., 2004). Os DRs são atraentes devido ao menor custo de capital, flexibilidade de localização, diversidade de combustíveis, potencial para reduzir as emissões, redução de perdas, tempo de instalação reduzido, possibilidade de adiar as atualizações de transmissão, economia de custos de energia, melhoria da qualidade de energia e confiabilidade local (CHAO, 2001). Os DRs estão diretamente conectados no sistema de distribuição, diferentemente dos recursos de energia centralizados em grandes parques geradores, com mais frequência no lado do cliente, e, em alguns casos, os recursos distribuídos instalados pela concessionária estão localizados na subestação de distribuição (VENKSTA et al., 2004).

Figura 6 – Alimentador com DRs instalados



Fonte: adaptado de (BARKER; INSTITUTE; CORP, 2000)

A operação dos DRs é especificada principalmente pelo operador da Área EPS e, em alguns cenários, em conjunto com o Operador do DR.

Os sistemas de energia elétrica das empresas distribuidoras (EPS-grid ou concessionária), tradicionalmente, não são projetados para acomodar a geração e o armazenamento de energia ativa no nível de distribuição. Como resultado, existem grandes problemas e obstáculos a uma transição ordenada para o uso e a integração de recursos de energia distribuídos na rede (IEEE. . . , 2003).

Os DRs não são necessariamente fáceis de operar em um SED tradicional. O sistema de distribuição, como concebido originariamente, é radial, topologia fixa e necessita de reativos e não atende as necessidades operacionais dos geradores distribuídos (CHAO, 2001). Os principais impactos dos DRs nos SED são apresentados na subseção a seguir.

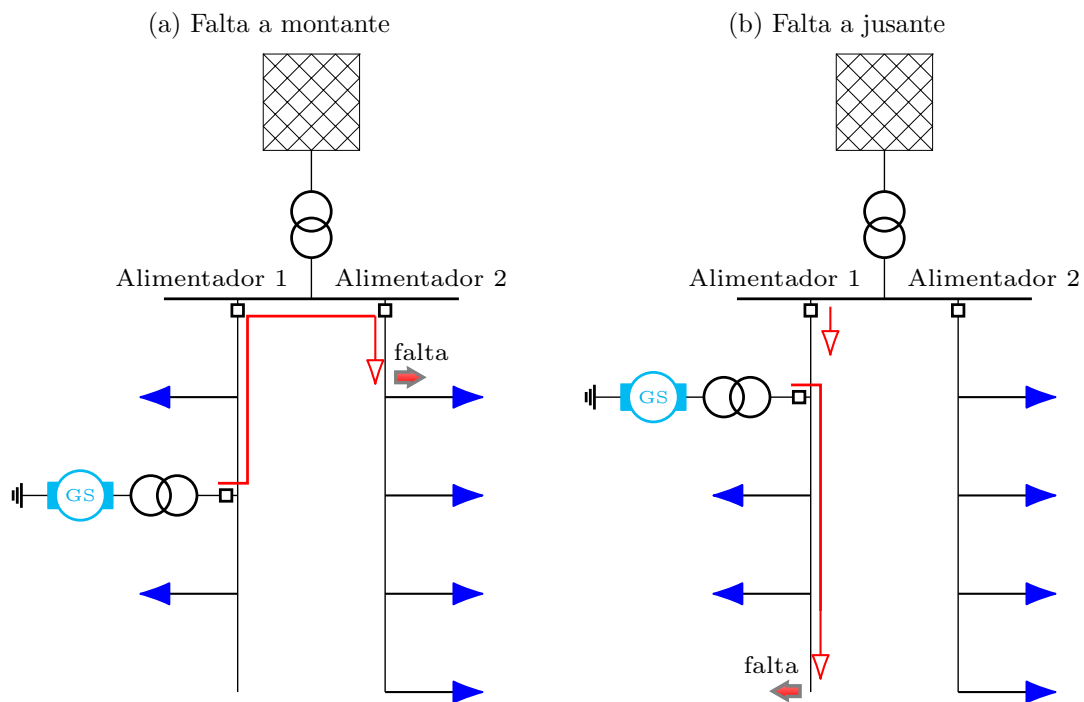
1.1.4.1 Impacto dos DR nos sistemas de proteção dos SED

A elevada penetração (acima de 20%) da geração distribuída impõe novos desafios na operação dos sistemas de distribuição. Atualmente, a maioria dos SED operam na configuração radial, isto é, a energia flui apenas em uma direção e, embora a instalação dos DR não altere a topologia do sistema, pode fazer a energia fluir em múltiplas direções.

O maior impacto disso está na proteção dos sistemas de distribuição. Os esquemas de proteção atuais são simples, nos quais os fusíveis são usados para proteger os ramais laterais e esses fusíveis são apoiados por um religador no alimentador principal ou um disjuntor na subestação. Estes esquemas clássicos de proteção não devem funcionar adequadamente com a inclusão de DRs (VENKSTA et al., 2004).

A norma (IEEE. . . , 2003) recomenda que a unidade de DR deixe de energizar a Área EPS por falhas no circuito EPS da área à qual ela está conectada. Não entanto, neste trabalho, considera-se que as unidades DRs devem permanecer conectadas à rede durante um evento de curto-circuito, para atenuarem os efeitos deste evento, e que os DRs possam operar, principalmente para manter a qualidade e a confiabilidade do serviço elétrico nos SED e sua permanência é necessária, como será explicado na seção 1.1.4.2. Se o DR fica *offline* neste evento, existe um tempo de abertura do disjuntor, e portanto, a corrente injetada pelos DRs neste evento de curto-circuito, independentemente do DR permanecer ou não conectado no SED, é significativa e isso pode afetar a proteção de sobrecorrente, conforme explicado a seguir.

Figura 7 – Sinal de *tripping* inadequado do alimentador 1 durante a falta a montante (esquerda) e falta de *trip* durante a incidência de uma falta a jusante (direita)



Fonte: Adaptado de (DEUSE et al., 2007)

Os sistemas de proteção podem falhar de duas maneiras:

- (a) Retirando de operação, desnecessariamente, um componente ou parte do SED. Esse problema pode ocorrer quando os DRs injetam corrente para alimentar uma falta

ocorrida a montante em relação à unidade DR, essa corrente pode exceder o limite da proteção de sobrecorrente no alimentador causando o disparo desnecessário do relé de sobrecorrente, e deixando assim o alimentador fora de serviço, esse caso é apresentado na Figura 7(a),

- (b) O sistema de proteção contra sobrecorrente não opera, de modo que o alimentador onde a falha está ocorrendo não se desconecta da subestação causando sérios danos à integralidade física deste alimentador. Isso pode ocorrer quando os DRs assumem a maior parte da corrente de curto-circuito, conforme apresentado na Figura 7(b).

1.1.4.2 Impacto dos DRs na variação da magnitude da tensão nos SED

As redes operam sob condições de cargas aleatoriamente variáveis e ocorrem flutuações de tensão nos seus barramentos. A conexão do DR no alimentador pode afetar o controle adequado da tensão nos barramentos, que depende do fluxo de potência na rede (COSTER et al., 2011). O perfil de tensão do alimentador é melhorado em função da potência gerada pelo DR e pela potência de curto-circuito da rede no ponto de conexão (MASTERS, 2002). O DR não deve fazer com que a tensão de serviço do EPS da área e outros EPSs locais fiquem fora dos requisitos da ANSI C84.1-1995. Quando qualquer tensão estiver na faixa indicada na Tabela 1, o DR deixará de energizar a área do EPS dentro do tempo de eliminação conforme indicado. O tempo de eliminação é o tempo entre o início da condição anormal e o DR parar de energizar o EPS da área. Para DR menor ou igual a 30 kW na capacidade de pico, os pontos de ajuste de tensão e os tempos de desligamentos devem ser fixos ou ajustáveis em campo. Para DR maior que 30 kW, os pontos de ajuste de tensão devem ser apenas ajustáveis em campo (IEEE. . . , 2003).

Tabela 1 – Resposta do sistema de conexão às tensões anormais

Faixas de tensão (% da tensão de base ^a)	Tempo de desligamento ^b
$V < 50$	0.16
$50 \leq V < 88$	2.00
$110 < V < 120$	1.00
$V \geq 120$	0.16

^aAs tensões de base são as tensões nominais do sistema declaradas em ANSI C84.1-1995.

^bDR $\leq$ 30 kW, tempos máximos de compensação;
DR $>$ 30 kW, tempos de compensação padrão.

Em alguns casos, a alta penetração dos DR pode causar falhas nos reguladores de tensão (JOON-HO CHOI; JAE-CHUL KIM, 2001). O DR não deve fazer com que a tensão do circuito primário da área do EPS esteja fora dos requisitos da ANSI C84.1 para tensão de serviço primário (IEEE. . . , 2018).

1.1.4.3 Impacto dos DRs nos distúrbios da qualidade de energia nos SED

O efeito da integração do DR na qualidade da energia está associado a três aspectos principais ([COSTER et al., 2011](#)):

- Quedas e aumento de tensão em estado estacionário

O DR pode afetar a qualidade da tensão de alimentação de várias maneiras. Quando um DR está conectado a um alimentador com carga leve, o fluxo de energia pode fazer com que a tensão no ponto de conexão do DR aumente, fazendo com que a tensão de alimentação para os consumidores conectados próxima à unidade de DR aumente. Esta elevação da magnitude tensão é um efeito de estado estacionário e depende fortemente da relação X/R do alimentador, carga do alimentador e potência injetada pela unidade de DR. No entanto, o DR também pode ter um efeito transitório no nível de tensão. Uma variação rápida da corrente de carga de uma unidade DR causa um aumento ou redução repentina da corrente do alimentador e, portanto, um efeito na sua tensão. A mudança rápida de saída do DR altera o fluxo de energia no alimentador e pode causar um transiente de tensão. A desconexão do DR pode causar um aumento na corrente de alimentação, sobrecarregando desta maneira as linhas no SED, também uma queda de tensão ao longo do alimentador é observada;

- Oscilação de tensão

Nas redes de distribuição, a causa mais comum de uma oscilação de tensão é uma variação rápida e regular da corrente de carga. Por outro lado, alguns esquemas de DR contribuem significativamente para o nível de falta, oferecendo uma redução da impedância da rede. Como resultado, a mudança na corrente de carga causada por uma mudança na corrente de carga proporciona uma menor variação de tensão e, portanto, a uma melhor qualidade de energia ([JENKINS, 1995](#));

- Harmônicos.

Unidades de GD conectadas à rede por inversores podem causar harmônicos. A magnitude e a ordem das correntes harmônicas depende da tecnologia do conversor e do modo de operação ([ACKERMANN; KNYAZKIN, 2002](#)). A injeção de correntes harmônicas pode distorcer a forma de onda da tensão que se propaga por toda a rede de distribuição. Além disso, distorções de tensão, aparentemente pequenas, podem causar grandes correntes harmônicas em uma série de condições de ressonância da capacitância do cabo e da indutância da alimentação (fuga do transformador e indutância do cabo) e devem ser evitadas.

1.1.4.4 Impacto dos DRs na confiabilidade dos SED

As tecnologias e conceitos operacionais para integrar adequadamente os DRs no sistema de energia elétrica (EPS) existente continuam a ser desenvolvidos para obter

benefícios completos e evitar impactos negativos na sua confiabilidade e segurança ([IEEE... , 2003](#)).

Um grande número de geração distribuída também pode causar problemas de estabilidade e controle de frequência. Os problemas que eram relevantes apenas para sistemas de transmissão também passam a ser relevantes para os SED, portanto, novas tecnologias são necessárias para operar e gerenciar a microrrede no SED ([VENKSTA et al., 2004](#)). Para mitigar alguns problemas causados pelos DRs nos SED, tem-se a norma ([IEEE... , 2003](#)) que estabelece as condições para a interconexão dos DRs. O impacto dos DRs no SED deve ser estudado porque sua contribuição para o fluxo de potência e a corrente de curto-circuito do sistema é significativa ([CHEN et al., 1991b](#)), sendo estes estudos apresentados nos capítulos 3 e 4.

1.1.5 Desequilíbrio nos SED

O sistema de distribuição é basicamente desequilibrado. Muitos fatores causam desequilíbrio no sistema, como alimentadores não transpostos, feixes de condutores, cargas monofásicas, cargas trifásicas desiguais, ramais laterais monofásicos e bifásicos conectados em alimentadores primários. Além disso, mesmo que a rede esteja equilibrada, faltas assimétricas introduzem desequilíbrio. Para evitar erros significativos decorrentes do desequilíbrio inerente ao sistema, é necessária uma análise rigorosa do sistema de distribuição usando modelos detalhados de circuitos elétricos dos componentes da rede ([CHEN et al., 1991b](#)), conforme apresentado no Capítulo 2.

1.2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Nesta seção são apresentados alguns artigos relevantes encontrados na literatura e utilizados durante o desenvolvimento deste trabalho. Em relação à modelagem de componentes elétricos para o cálculo de fluxo de potência e os métodos de cálculo de fluxo de potência trifásico, têm-se:

- ([HALE; GOODRICH, 1959](#)) apresenta uma metodologia para cálculo de fluxo de potência para os sistemas elétricos de potência, calculando a corrente da barra de folga e as tensões nas demais barras numa equação fasorial compacta. Propõem uma formulação para o cálculo de fluxo de potência considerando mais de uma barra de folga conectada no sistema elétrico de potência.
- ([LAUGHTON; SALEH, 1980](#)) apresenta cálculo de fluxo de carga em estado estacionário e análises de faltas em redes de energia polifásica usando o método de coordenadas de fase. Neste artigo modela-se ao gerador síncrono com seu circuito trifásico, considerando sua barra trifásica interna equilibrada e sua impedância

interna trifásica em fases, a potência total fornecida pela barra interna do gerador síncrono é considerada como a potência controlada.

- (CHEN et al., 1991a) apresenta uma abordagem rigorosa para a análise de fluxo de potência para redes de distribuição trifásica de grande porte. Modelos detalhados das linhas, capacitores e cargas são desenvolvidos. O método de solução proposto neste artigo é o Método Y_{Bus} de fatoração triangular ordenado de forma otimizada (Método Z_{Bus} Gauss implícito) que não só explora a vantagem da esparsidade das matrizes do sistema, mas também apresenta características de convergência muito boas na simulação de problemas de distribuição.
- (CHEN et al., 1991b) apresenta modelos detalhados de cogeradores e transformadores trifásicos para a análise de um sistema de distribuição de grande porte. O modelo de cogerador apresentado neste artigo é significativo porque representa o desequilíbrio inerente de fase do gerador devido ao desequilíbrio do sistema de distribuição. Os cogeradores podem ser síncronos ou de indução e podem estar instalados em sistemas primários ou secundários. No circuito trifásico do gerador síncrono considera-se sua barra trifásica interna equilibrada e sua impedância interna trifásica em fase. As potências ativa e reativa totais fornecidas pelos terminais do gerador síncrono são controlada neste modelo, sendo este um modelo mais realista ao considerado em (LAUGHTON; SALEH, 1980). Neste artigo considera-se a impedância de sequência positiva do gerador síncrono como a reatância subtransitória x_d'' .
- (XIAO-PING ZHANG; PING JU; HANDSCHIN, 2005) apresenta uma abordagem de fluxo de potência trifásico usando o método da continuação (CTPFlow) em coordenadas polares, que pode ser usado para analisar a estabilidade de tensão de sistemas de potência trifásicos desequilibrados. Neste artigo a máquina síncrona é representada por um conjunto de fontes de tensão trifásicas balanceadas em série com uma matriz de impedância trifásica, a matriz impedância da máquina é determinada pelos parâmetros de sequência positiva, negativa e zero. Para as máquinas tipo PQ, as potências ativa e reativa totais no barramento de terminal da máquina são especificadas. Para as máquinas tipo PV considera-se a potência ativa total e a magnitude da tensão de sequência positiva no barramento de terminal especificadas.

Embora muitos trabalhos relevantes não foram discutidos nesta seção, recomenda-se sua análise.

1.3 MOTIVAÇÃO

Os autores descritos na seção 1.2 procuram encontrar a melhor forma de representar os elementos do sistema elétrico de energia, e encontrar a metodologia correta para o

cálculo de fluxo de potência e curto-circuito. Encontrar uma metodologia que não tenha problemas de convergência também é a principal motivação deste trabalho.

1.3.1 Relevância do Tema

O tema proposto é importante no desenvolvimento de modelos e técnicas de solução para planejamento, análise e controle de SED, porque quanto mais perto da realidade se modelam os seus componentes, melhores são representados os fenômenos físicos.

Os métodos propostos para resolver problemas na área da engenharia elétrica, normalmente utilizam softwares comerciais ou livres, e muitas vezes as metodologias para resolver um problema divergem das condições físicas reais devido que as considerações para obtenção dos modelos dos componentes não são iguais às utilizadas nos softwares.

Este trabalho é também muito importante, porque se realiza a demonstração matemática e a justificativa dos diferentes modelos e métodos propostos.

1.3.2 Objetivos

Objetivo principal deste trabalho é desenvolver técnicas algorítmicas para o cálculo de fluxo de potência trifásico desequilibrado, a análise de curto-circuito e desenvolver uma metodologia para localização de faltas elétricas em sistemas elétricos de distribuição. Para cada um desses objetivos principais, se enfatizam as provas matemáticas de cada modelo de componentes da rede e técnicas de solução do problema procurando detalhar explicitamente tudo os seus desenvolvimentos.

1.3.3 Contribuições da Tese

As contribuições deste trabalho são apresentadas em cada capítulo como descritas a seguir:

- No capítulo 2 apresenta-se na seção 2.2.4 as submatrizes para a formação da matriz admitância para o regulador de tensão. Na seção 2.2.5.3 propõe-se uma nova forma de representar as cargas com conexão em estrela e delta para o modelo combinado. Na seção 2.4 tem-se uma generalização na formação da matriz admitância para o elemento de ramo. Na seção 2.4.1 apresentam-se a demonstração da formação da matriz admitância considerando um elemento de ramo generalizado e considerando sistemas radiais e malhados. Na seção 2.4.2 detalham-se as equações para considerar mais de uma barra de folga num sistema elétrico trifásico desequilibrado.
- No capítulo 3, na seção 3.2.1.1 propõem-se três formas de considerar as equações da carga com modelo de impedância constante e conclui qual destes modelos apresenta melhores resultados para a convergência do algoritmo de fluxo de potência. Na seção

3.2.1.2 análise-se o modelo de potência ativa constante e demonstra-se graficamente como melhorar a capacidade do SEP. Nesta seção é realizada a análise de carga com modelo de potências ativa e reativa constantes e demonstra-se graficamente que o sistema pode ter infinitas soluções periódicas ou quatro soluções dependendo de como são expressas as equações, também é demonstrado o máximo consumo para a potência e seus respectivos valores em função da tensão. Na seção 3.2.2.1 demonstram-se as equações da injeção de corrente e cálculo das tensões para o GS com controle tipo PQ, e também propõe-se uma generalização da formulação ao conectar vários GS numa barra. Na seção 3.2.2.2 efetuam-se as demonstrações das equações do GS em representação escalar para o cálculo de fluxo de potência. Na seção 3.3.1 propõe-se a generalização para o método de componentes de fase em representação fasorial.

- No Capítulo 4, na seção 4.3 desenvolvem-se as equações para os diferentes tipos de faltas do tipo fase terra e entre fases de uma barra e sua contribuição na formação da matriz admitância para o cálculo de curto-circuito. Na seção 4.3.3 propõe-se uma generalização para faltas entre fase e terra e entre fases de uma barra para todas as barras do sistema. Na seção 4.4.1 demonstra-se que é viável modelar as cargas com seu equivalente de impedância constante para o cálculo de curto-circuito. Na seção 4.4.2 apresenta-se a formulação considerando o GS para o cálculo de curto-circuito. Na seção 4.5.1.1 demonstra-se a não convergência dos métodos iterativos clássicos de fluxo de potência para o cálculo de curto-circuito. Na seção 4.5.1.2 apresenta-se uma generalização na formulação para o cálculo de curto-circuito considerando cargas com seu modelo de potência constante e deixando algumas cargas com seu modelo de potência constante. Na seção 4.5.1.3 apresenta-se uma generalização para o cálculo de curto-circuito considerando os GSs.
- No Capítulo 5, na seção 5.3.1 apresenta-se a análise e demonstração da metodologia para a localização de faltas em SED. Na seção 5.3.3 demonstra-se a metodologia para a estimação de valores exatos das variáveis de estado uma vez localizada a barra em falta. Na seção 5.3.4 propõe-se a formulação para a localização de faltas considerando GS. Na seção 5.3.5 consideram-se dois enfoques para localização de faltas. Na seção 5.3.6 propõe-se a generalização da formulação para a localização de faltas considerando vários GS.
- No Anexo B, na seção B.2 apresentam-se as demonstrações dos diferentes tipos de conexões para o transformador trifásico. Na seção B.2.9 propõe-se uma solução para o problema da inversa de uma matriz do transformador trifásico.
- No Anexo C, na seção C.4.1 encontram-se as demonstrações das equações para a formação da matriz admitância do regulador trifásico com conexão em estrela. Na

seção C.4.2 apresentam-se as demonstrações das equações para a formação da matriz admitância do regulador trifásico com conexão em delta.

1.4 ESTRUTURA DA TESE

Este trabalho encontra-se organizado da seguinte forma:

- No Capítulo 2 apresenta-se a modelagem dos principais elementos do sistema elétrico e suas hipóteses para a operação normal em regime estacionário e a operação sob condições de faltas. Também são apresentadas as equações básicas que relacionam todos os elementos do SED.
- No Capítulo 3 são apresentadas as equações para o cálculo de fluxo de potência trifásico desequilibrado e seus métodos de solução.
- No Capítulo 4 encontram-se as equações para o cálculo de curto-circuito e seus métodos de solução.
- No Capítulo 5 apresenta-se uma metodologia para a Localização de Faltas Elétricas em Sistemas de Distribuição.
- No Capítulo 6, são apresentados as conclusões e trabalhos futuros.
- Finalmente, nos Anexos A, B, C, D, são apresentadas as demonstrações matemáticas das equações para o condutor, transformador, Autotransformador e Método de Newton, respectivamente.

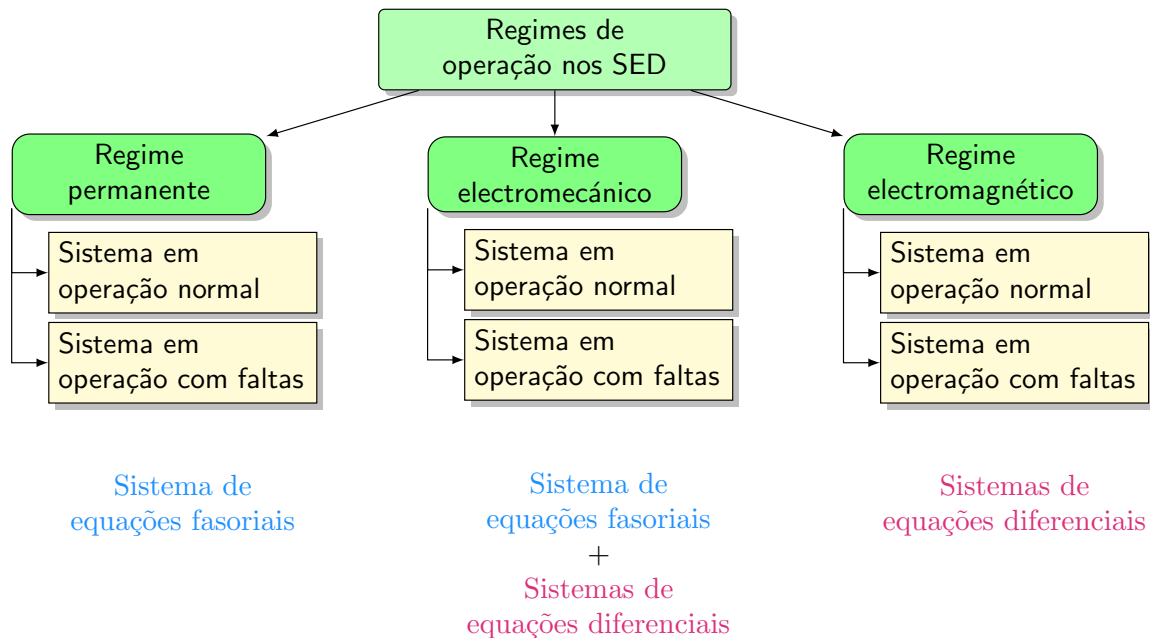
Neste trabalho, nos Capítulos 3, 4 e 5 são apresentados os testes e resultados obtidos a partir das metodologias propostas.

2 MODELAGEM DO SISTEMA DE DISTRIBUIÇÃO

2.1 INTRODUÇÃO

Para sistemas de transmissão e de distribuição de energia eléctrica, uma classificação do modelo de operação da rede pode ser estabelecida conforme mostrado na Figura 8. Esta classificação (GÓMEZ-EXPÓSITO, 2002) é adequada para situar a área de pesquisa na qual insere este trabalho, ou seja, desenvolvimento de modelos matemáticos para análise de sistemas eléctricos de distribuição (SED) operando em regime permanente ou estacionário.

Figura 8 – Regimes de Operação de Sistemas Eléctricos



Fonte: Adaptado de (GÓMEZ-EXPÓSITO, 2002)

No regime permanente a rede eléctrica é modelada considerando os sinais de tensão e corrente nos circuitos tendo a forma senoidal. Nesta representação um ponto de operação da rede em um instante de tempo é determinado através da solução do seu circuito eléctrico equivalente aplicando o método fasorial; neste regime a rede eléctrica pode estar operando em condições normais ou sob perturbações. Na operação normal, é onde o cálculo do fluxo de potência é analisado e em operação sob perturbações, são analisadas faltas eléctricas, perda repentina de carga, conexão ou desconexão de grandes cargas/geradores. Neste trabalho os cálculos do fluxo de potência e curto-circuito são desenvolvidos para este regime operacional. Neste regime de operação a análise balanceada ou desbalanceada da rede eléctrica pode ser efetuada pelo cálculo do fluxo de potência, o sistema de distribuição é considerado desequilibrado, principalmente devido à disposição assimétrica de seus condutores e à

distribuição desigual das cargas em cada fase. Devido os modelos matemáticos dos circuitos dos geradores e das cargas neste regime operacional, a análise não linear é realizada. No regime permanente sob perturbações, a análise da rede é realizada por meio de cálculo de curto-circuito, podendo ser a rede balanceada ou desbalanceada; no entanto, mesmo quando um curto-circuito balanceado ocorre em um sistema de distribuição, o cálculo do curto-circuito na condição desbalanceada deve ser efetuado devido ao desequilíbrio que existe nos componentes da rede. Geralmente, o modelo linear é considerado para representar o comportamento das cargas nas condições de faltas elétricas, conforme detalhado na subseção 2.3.2.

2.2 MODELAGEM DOS ELEMENTOS DA REDE NO REGIME DE OPERAÇÃO NORMAL EM ESTADO ESTACIONÁRIO

Nesta seção, os principais elementos do sistema elétrico que operam em regime estacionário são modelados, sendo propostos os modelos trifásicos dos elementos da rede de distribuição.

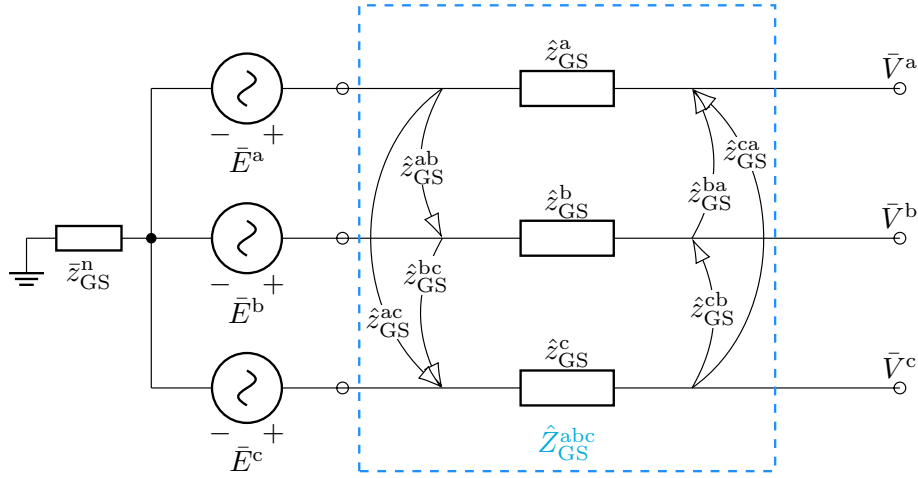
2.2.1 Geradores Distribuídos

A modelagem completa dos GDs na operação dos SED é importante, sendo necessária a sua modelagem trifásica que permite analisar os desequilíbrios das variáveis elétricas que ocorrem em seus terminais: tensões, correntes e potências, para se tomar as decisões adequadas para a operação, levando em consideração a qualidade da energia e a as normas de operação, etc. Apesar da variedade de tecnologias do GDs, o comportamento de um GD ao interagir com o SED depende do tipo da interface entre ele e o SED. Três tipos de interfaces são encontradas em SED de acordo com o tipo de geração distribuída: geradores síncronos, geradores assíncronos (ou de indução) e inversores estáticos (ou eletrônicos) (IEEE. . . , 2009). Nesta seção, o circuito trifásico do gerador síncrono (GS) é modelado e, geralmente, ele opera como uma fonte de injeção de potência ativa e reativa controlada, ou como uma fonte de injeção de potência ativa e tensão controlada.

O GS, embora seja construído geometricamente simétrico e sua operação equilibrada seja recomendada para evitar um maior desgaste na máquina, quando ele é conectado no SED esta característica não é totalmente possível, devido o desequilíbrio de operação e devido às características de operação impostas a ele, ou à falta de dispositivos que controlem as variáveis elétricas do GS por fase. Internamente o GS é modelado como uma tensão interna $\bar{E}^{abc}$ atrás da sua impedância trifásica $\hat{Z}_{GS}^{abc}$. Como o método de componentes simétricas não é adequado para a simulação do fluxo de potência nos SED, a impedância interna do GS é expressa em componentes de fases como ilustrado na Figura 9.

Considerando que o GS da Figura 9 foi construído de forma geometricamente simétrica, tem-se que a tensão interna trifásica $\bar{E}^{abc}$ deve ser balanceada tanto em magnitude

Figura 9 – Circuito trifásico do GS.



Fonte: Adaptado de (CHEN et al., 1991b)

quanto em fase, esta característica é representada pela equação (2.1),

$$\bar{E}^{abc} = \bar{u}_t \bar{E}^a \quad (2.1)$$

Sendo:

$$\bar{u}_t = \begin{pmatrix} 1 & e^{-j\frac{2\pi}{3}} & e^{j\frac{2\pi}{3}} \end{pmatrix}^t$$

Devido que, normalmente, os dados da impedância do GS estão em componentes simétricas, deve-se realizar a conversão para as componentes de fases, de acordo com a seguinte expressão matricial:

$$\hat{Z}_{GS}^{abc} = T \bar{Z}_{GS}^{012} T^{-1}$$

Sendo:

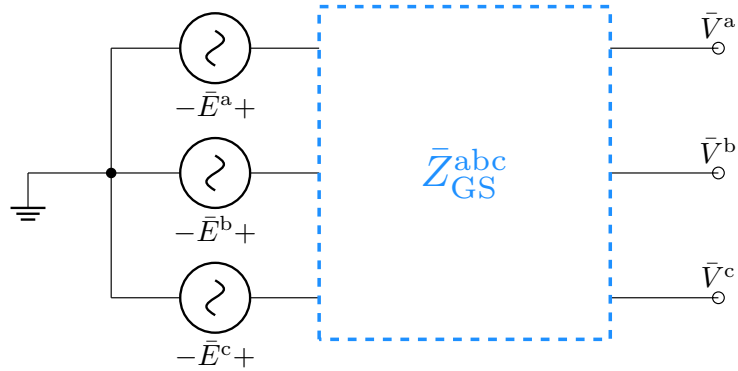
$$T = \begin{pmatrix} |\bar{u}_t| & \bar{u}_t & \bar{u}_t^* \end{pmatrix}$$

Matematicamente, a impedância $\bar{z}_n$ pode ser incluída na impedância do GS como apresentado na equação (2.2). A partir desta equivalência obtém-se um circuito equivalente para a Figura 9, que é mostrado na Figura 10. Neste trabalho considera-se este modelo equivalente para a impedância do GS.

$$\bar{Z}_{GS}^{abc} = \hat{Z}_{GS}^{abc} + \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \bar{z}_{GS}^n \quad (2.2)$$

Para o modelo de controle do GS usado no cálculo do fluxo de potência, considera-se o GS como uma fonte de potência ativa-reativa juntamente com sua impedância síncrona, onde o controlador faz medições de tensão e do fator de potência nos terminais da máquina, e permite operar em dois modos diferentes: potência ativa constante com controle do fator de potência e potência ativa-reativa constante ((U.S.); SCIENTIFIC; INFORMATION, 2007).

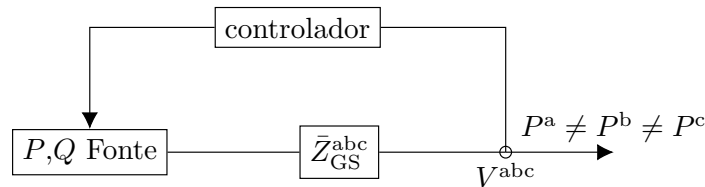
Figura 10 – Circuito trifásico equivalente do GS.



Fonte: Adaptado de (CHEN et al., 1991b)

O GS pode ativar cada um desses modos, um de cada vez. Como o SED é desequilibrado, a potência fornecida por fase que flui dos terminais do GS é desequilibrada, no entanto, a potência total P - Q permanece constante devido o controle, como apresentado na Figura 11.

Figura 11 – Controlador do GS em estado estacionário.



Fonte: Adaptado de ((U.S.); SCIENTIFIC; INFORMATION, 2007)

A potência ativa produzida pelo GS é controlada pelo circuito de armadura e a potência reativa é controlada pelo nível de excitação de seu campo. As vantagens significativas do GS são sua capacidade de fornecer energia durante interrupções no sistema de energia elétrica e permitir que o proprietário do GD controle o fator de potência da instalação ajustando a corrente de campo DC (IEEE. . . , 2009).

2.2.1.1 GS operando no modo fator de potência controlado

O GD deve operar com um fator de potência constante. A configuração do fator de potência pode ser ajustada local e/ou remotamente, conforme especificado pelo operador de área do sistema. O tempo máximo de resposta do GD para manter um fator de potência constante é de 10 segundos ou menos (IEEE. . . , 2018). O controlador mantém a potência nominal real (a potência total injetada nos terminais do GS), enquanto varia a potência reativa dentro dos limites térmicos da máquina, para manter constante o fator de potência no ponto de medição ((U.S.); SCIENTIFIC; INFORMATION, 2007).

2.2.1.2 GS operando no modo potências ativa-reativa controladas

De acordo com as pesquisas realizadas em (CHEN et al., 1991b) os GS não são controlados para manter a tensão constante, são controlados para manter a potência aparente constante e o fator de potência constante. Como resultado, os GS podem ser representados aproximadamente por dispositivos de potência complexa constante ($P - Q$) no estudo de fluxo de potência.

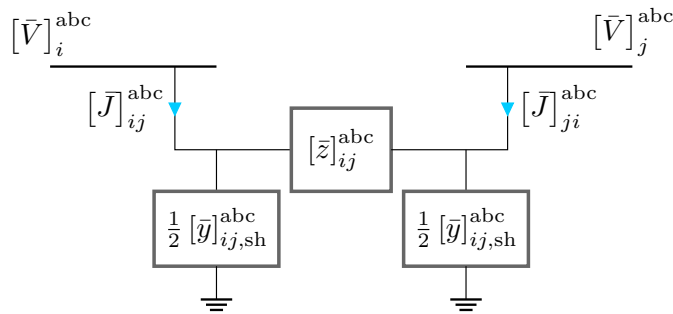
A potência aparente total, P e Q , é controlada para as condições de operação desequilibrada. Esta potência é fornecida pelos terminais do GS, no entanto, como aproximação, pode-se considerar que esta potência está sendo fornecida pelas barras internas do GS.

2.2.2 Condutores em SED

Os condutores são os circuitos que transportam energia elétrica através das linhas, considerados os circuitos primários, que são os circuitos de distribuição de média tensão que transportam energia das subestações para as áreas de carga locais. Eles transmitem a energia da subestação para os transformadores de distribuição de média para baixa tensão.

Os alimentadores primários e os cabos secundários podem ser representados pelo modelo π geral, mostrado na Figura 12. A parte da capacitância shunt dos cabos secundários pode ser desprezada porque a tensão da rede secundária é muito baixa (CHEN et al., 1991a).

Figura 12 – Circuito compacto do condutor trifásico.



Segundo a Figura 12, o cabo é composto pela sua impedância série trifásica e sua capacitância shunt trifásica. Geralmente, o alimentador principal é composto por três fases e um neutro, e seus circuitos laterais são de uma, duas ou três fases com ou sem neutro, como descrito na seção 1.1.2. A equação básica do circuito equivalente trifásico é apresentada em (2.3), a qual é utilizada para formar a matriz admitância na seção 2.4.

$$\begin{pmatrix} [\bar{J}]_{ij}^{abc} \\ [\bar{J}]_{ji}^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{y}]_{ij}^{abc} + \frac{1}{2} [\bar{y}]_{ij,sh}^{abc} & -[\bar{y}]_{ij}^{abc} \\ -[\bar{y}]_{ij}^{abc} & [\bar{y}]_{ij}^{abc} + \frac{1}{2} [\bar{y}]_{ij,sh}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_i^{abc} \\ [\bar{V}]_j^{abc} \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

Sendo $[\bar{y}]_{ij}^{abc}$ e $[\bar{y}]_{ij,sh}^{abc}$ a inversa da impedância em série e a parte da capacitância shunt do condutor equivalente trifásico, respectivamente, estas são apresentadas nas equações (2.4)

e (2.5), respectivamente.

$$[\bar{y}]_{ij}^{abc} = ([\bar{z}]_{ij}^{abc})^{-1} = \begin{pmatrix} \bar{z}_{ij}^{aa} & \bar{z}_{ij}^{ab} & \bar{z}_{ij}^{ac} \\ \bar{z}_{ij}^{ba} & \bar{z}_{ij}^{bb} & \bar{z}_{ij}^{bc} \\ \bar{z}_{ij}^{ca} & \bar{z}_{ij}^{cb} & \bar{z}_{ij}^{cc} \end{pmatrix}^{-1} \quad (2.4)$$

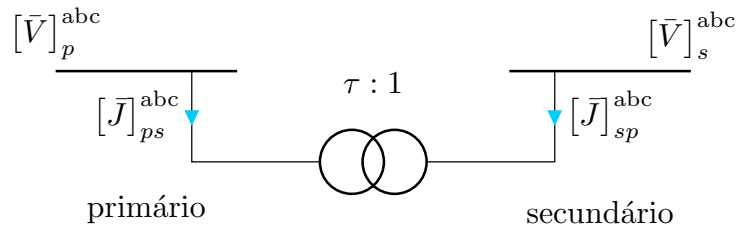
$$[\bar{y}]_{ij,sh}^{abc} = \begin{pmatrix} \bar{y}_{ij,sh}^{aa} & \bar{y}_{ij,sh}^{ab} & \bar{y}_{ij,sh}^{ac} \\ \bar{y}_{ij,sh}^{ba} & \bar{y}_{ij,sh}^{bb} & \bar{y}_{ij,sh}^{bc} \\ \bar{y}_{ij,sh}^{ca} & \bar{y}_{ij,sh}^{cb} & \bar{y}_{ij,sh}^{cc} \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

As equações (2.4), (2.5) e (2.3) são demonstradas no Anexo A.

2.2.3 Transformadores

O transformador é um dos elementos mais importantes do sistema de energia elétrica, portanto, é essencial efetuar a sua modelagem. Um transformador trifásico é obtido de duas formas, conectando três transformadores monofásicos idênticos, formando um banco de transformadores, ou como uma unidade trifásica, sendo o primeiro arranjo a melhor forma de representá-lo para seu estudo. Escolher uma opção ou outra tem vantagens e desvantagens na operação dos sistemas de energia elétrica. O transformador trifásico é um componente elétrico que está conectado entre duas barras como é apresentado na Figura 13 e a equação básica do transformador é apresentada na equação (2.6). Esta equação contém a matriz admitância deste elemento, sendo esta a principal contribuição do transformador na formação da matriz admitância do SED que é descrita na seção 2.4. Esta matriz admitância é formada por quatro submatrizes: $[\bar{\gamma}]_{ps,pp}^{abc}$, $[\bar{\gamma}]_{ps,ss}^{abc}$, $[\bar{\gamma}]_{ps,ps}^{abc}$ e $[\bar{\gamma}]_{ps,sp}^{abc}$, sendo sua unidade o Siemens.

Figura 13 – Transformador trifásico conectado ao SED.



Fonte: próprio autor

$$\begin{pmatrix} [\bar{J}]_{ps}^{abc} \\ [\bar{J}]_{sp}^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{\gamma}]_{ps,pp}^{abc} & [\bar{\gamma}]_{ps,ss}^{abc} \\ [\bar{\gamma}]_{ps,sp}^{abc} & [\bar{\gamma}]_{ps,ps}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_p^{abc} \\ [\bar{V}]_s^{abc} \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

O cálculo destas submatrizes está resumido na Tabela 2. Elas dependem da forma como estão conectados o primário e o secundário do transformador no SED.

Tabela 2 – Resumo das submatrizes utilizadas na formação das matrizes de admitâncias dos transformadores trifásicos, em Siemens

Conexão do barra p	Transf. barra s	Hora do relógio	Desloc. angular	Grupo vetorial	Admitância Própria		Admitância Mutua	
					$[\bar{Y}]_{ps,pp}^{abc}$	$[\bar{Y}]_{ps,ss}^{abc}$	$[\bar{Y}]_{ps,ps}^{abc}$	$[\bar{Y}]_{ps,sp}^{abc}$
Wye-G	Wye-G	0	0°	YgYg0	Y_I	$\tau^2 Y_I$	$-\tau Y_I$	$-\tau Y_I$
Wye-G	Wye	0	0°	YgY0	Y_{II}	$\tau^2 Y_{II}$	$-\tau Y_{II}$	$-\tau Y_{II}$
Wye-G	Delta	1	30°	YgD1	Y_I	$3\tau^2 Y_{II}$	$\sqrt{3}\tau Y_{III}$	$\sqrt{3}\tau Y_{III}^t$
Wye	Wye-G	0	0°	YYg0	Y_{II}	$\tau^2 Y_{II}$	$-\tau Y_{II}$	$-\tau Y_{II}$
Wye	Wye	0	0°	YY0	Y_{II}	$\tau^2 Y_{II}$	$-\tau Y_{II}$	$-\tau Y_{II}$
Wye	Delta	1	30°	YD1	Y_{II}	$3\tau^2 Y_{II}$	$\sqrt{3}\tau Y_{III}$	$\sqrt{3}\tau Y_{III}^t$
Delta	Wye-G	11	330°	DYg11	$3Y_{II}$	$\tau^2 Y_I$	$\sqrt{3}\tau Y_{III}^t$	$\sqrt{3}\tau Y_{III}$
Delta	Wye	11	330°	DY11	$3Y_{II}$	$\tau^2 Y_{II}$	$\sqrt{3}\tau Y_{III}^t$	$\sqrt{3}\tau Y_{III}$
Delta	Delta	0	0°	Dd0	$3Y_{II}$	$3\tau^2 Y_{II}$	$-3\tau Y_{II}$	$-3\tau Y_{II}$

Fonte: adaptado de (R. DARIO E.; OCHOA, 2007).

Sendo que Y_I , Y_{II} e Y_{III} , são obtidas de acordo com as seguintes equações:

$$Y_I = \begin{pmatrix} \bar{y}_t & 0 & 0 \\ 0 & \bar{y}_t & 0 \\ 0 & 0 & \bar{y}_t \end{pmatrix},$$

$$Y_{II} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2\bar{y}_t & -\bar{y}_t & -\bar{y}_t \\ -\bar{y}_t & 2\bar{y}_t & -\bar{y}_t \\ -\bar{y}_t & -\bar{y}_t & 2\bar{y}_t \end{pmatrix},$$

$$Y_{III} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} -\bar{y}_t & \bar{y}_t & 0 \\ 0 & -\bar{y}_t & \bar{y}_t \\ \bar{y}_t & 0 & -\bar{y}_t \end{pmatrix}$$

Observa-se que as matrizes anteriores são formadas por $\bar{y}_t$, e $\bar{y}_t = (\bar{z}_t)^{-1}$, sendo $\bar{z}_t$ a impedância de curto-circuito do transformador, referida ao lado primário.

Os resultados explicados anteriormente são trabalhados em unidades de Siemens, no entanto, os dados do transformador geralmente estão em por unidade (p.u.), no caso que se deseja trabalhar todos os cálculos em p.u. pode-se utilizar uma tabela mais reduzida que é apresentada em (CHEN et al., 1991b) e (R. DARIO E.; OCHOA, 2007), este último artigo também considera o deslocamento angular. Os resultados da Tabela 2 são demonstrados no Apêndice B.

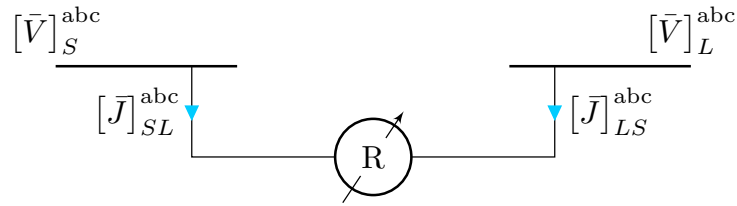
2.2.4 Reguladores de Tensão

Devido o comprimento dos alimentadores primários serem extensos a partir da subestação, podem ocorrer níveis inaceitáveis de queda de tensão na linha em condições de carga variáveis, devido a impedância do circuito de distribuição. Assim, os reguladores

de tensão instalados nas barras do alimentador podem compensar estes efeitos de queda de tensão. Estes equipamentos, normalmente são autotransformadores escalonados com unidades de troca de taps sob carga. Eles podem simplesmente detectar a tensão localmente e buscar um ponto de ajuste dentro de uma faixa com atraso de tempo, ou podem estar equipados com um compensador de queda de linha. O compensador de queda de linha inclui um modelo de impedância do alimentador a jusante e, em resposta às condições de carregamento, pode manter automaticamente uma tensão alvo em um ponto de regulação remoto a jusante do local do ponto de instalação do regulador de tensão (IEEE..., 2009).

Da mesma forma que o transformador, o regulador é um componente elétrico que está conectado entre duas barras como é apresentado na Figura 14, a equação básica para o regulador é apresentada na equação (2.7). A partir desta equação obtém-se a matriz de admitância deste elemento, que é composta por quatro submatrizes, sendo a sua unidade o Siemens.

Figura 14 – Regulador conectado ao SED



Fonte: adaptado de (GMBH, 2021b)

$$\begin{pmatrix} [J]_{SL}^{abc} \\ [J]_{LS}^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\tilde{Y}]_{SL,SS}^{abc} & [\tilde{Y}]_{SL,SL}^{abc} \\ [\tilde{Y}]_{SL,LS}^{abc} & [\tilde{Y}]_{SL,LL}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_S^{abc} \\ [\bar{V}]_L^{abc} \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

Na Tabela 3 resume-se o cálculo destas submatrizes para os diferentes tipos de conexões do regulador de tensão.

Tabela 3 – Resumo das submatrizes utilizadas na formação das matrizes admitância dos reguladores, em Siemens.

Conexão do Regulador	Admitância Própria		Admitância Mutua	
	$[\tilde{Y}]_{SL,SS}^{abc}$	$[\tilde{Y}]_{SL,LL}^{abc}$	$[\tilde{Y}]_{SL,SL}^{abc}$	$[\tilde{Y}]_{SL,LS}^{abc}$
Estrela	Y_I	$Y_{III,R}$	$Y_{III,R}$	$Y_{III,R}$
Delta	$Y_{V,R}$	$-Y_{III,R}$	$Y_{IV,R}$	$Y_{IV,R}^t$
Delta longo	Y_I	$Y_{VI,R}$	$Y_{II,R}$	$Y_{II,R}^t$

Fonte: próprio autor

Os elementos que compõem essas submatrizes são calculadas através das seguintes equações:

$$Y_{I,R} = \begin{pmatrix} -\tau_R^a & 0 & 0 \\ 0 & -\tau_R^b & 0 \\ 0 & 0 & -\tau_R^c \end{pmatrix} \bar{y}_t,$$

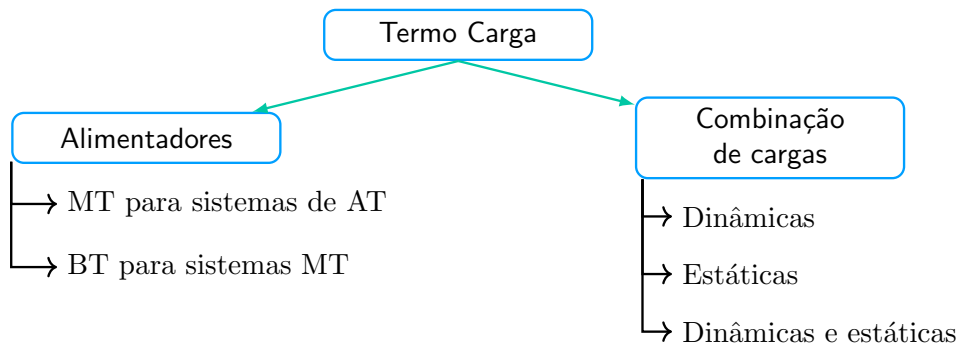
$$\begin{aligned}
Y_{II,R} &= \begin{pmatrix} -\tau_R^a & \tau_R^a - 1 & 0 \\ 0 & -\tau_R^b & \tau_R^b - 1 \\ \tau_R^c - 1 & 0 & -\tau_R^c \end{pmatrix} \bar{y}_t, \\
Y_{III,R} &= \begin{pmatrix} -(\tau_R^a)^2 & 0 & 0 \\ 0 & -(\tau_R^b)^2 & 0 \\ 0 & 0 & -(\tau_R^c)^2 \end{pmatrix} \bar{y}_t, \\
Y_{IV,R} &= \begin{pmatrix} -\tau_R^a & 0 & -(\tau_R^c)^2 + \tau_R^c \\ -(\tau_R^a)^2 + \tau_R^a & -\tau_R^a & 0 \\ 0 & -(\tau_R^b)^2 + \tau_R^b & -\tau_R^c \end{pmatrix} \bar{y}_t, \\
Y_{V,R} &= \begin{pmatrix} (\tau_R^c)^2 - 2\tau_R^c + 2 & \tau_R^a - 1 & \tau_R^c - 1 \\ \tau_R^a - 1 & (\tau_R^a)^2 - 2\tau_R^a + 2 & \tau_R^b - 1 \\ \tau_R^c - 1 & \tau_R^b - 1 & (\tau_R^b)^2 - 2\tau_R^b + 2 \end{pmatrix} \bar{y}_t \quad e \\
Y_{VI,R} &= \begin{pmatrix} (\tau_R^a)^2 + (\tau_R^c)^2 - 2\tau_R^c + 1 & -(\tau_R^a)^2 + \tau_R^a & -(\tau_R^c)^2 + \tau_R^c \\ -(\tau_R^a)^2 + \tau_R^a & (\tau_R^b)^2 + (\tau_R^a)^2 - 2\tau_R^a + 1 & -(\tau_R^b)^2 + \tau_R^b \\ -(\tau_R^c)^2 + \tau_R^c & -(\tau_R^b)^2 + \tau_R^b & (\tau_R^c)^2 + (\tau_R^b)^2 - 2\tau_R^b + 1 \end{pmatrix} \bar{y}_t
\end{aligned}$$

Os resultados, apresentados na Tabela 3 são demonstrados no Apêndice C.

2.2.5 Cargas

Nos sistemas de energia as cargas elétricas consistem da combinação de diferentes tipos de dispositivos, desde a iluminação e aquecedores, a grandes fornos a arco e motores. Frequentemente, é muito difícil identificar a composição exata das cargas estáticas e dinâmicas conectadas na rede. A composição da carga também pode variar dependendo de fatores como a estação do ano, hora do dia, etc. Além disso, o termo ‘carga’ pode ser usado para representar alimentadores inteiros ou uma combinação de cargas (GMBH, 2021a) como se apresenta na Figura 15.

Figura 15 – Representação de cargas.



Fonte: adaptado de (GMBH, 2021a)

Por sua natureza e tecnologia as cargas podem ser monofásicas, bifásicas ou trifásicas, as cargas trifásicas podem-se conectar em estrela ou delta, conforme são apresentadas nas Figuras 16 e 17, respectivamente. Destas figuras verifica-se que a injeção de corrente da carga trifásica na barra i para as conexões em estrela e delta é:

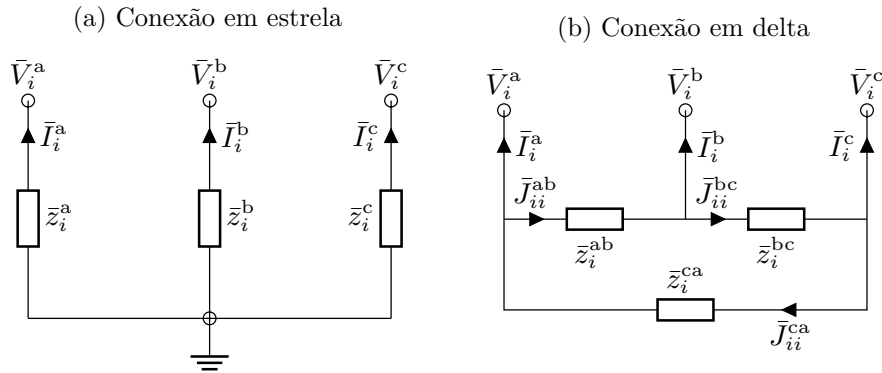
$$\bar{I}_i^{abc} = \begin{pmatrix} \bar{I}_i^a & \bar{I}_i^b & \bar{I}_i^c \end{pmatrix}^t$$

As cargas podem ser modeladas com seu modelo de impedância, corrente e potência constante, ou um modelo combinado delas conforme é apresenta-se a seguir.

2.2.5.1 Cargas representada pelo modelo de impedância constante

Neste modelo as cargas são consideradas como uma impedância ou admitância constante. Este modelo é muito útil para estudos em regime eletromagnético. Nas Figuras 16 (a) e (b) apresentam-se suas conexões em estrela e delta, respectivamente.

Figura 16 – Representação da carga trifásica modelada como impedância conectada ao SED na barra i .



Fonte: adaptado de (GMBH, 2021b)

A seguir apresenta-se o cálculo da injeção de corrente na carga para a conexão em estrela e delta:

- Carga trifásica com conexão em estrela

A injeção de corrente da carga por fase é apresentada pela seguinte equação:

$$\bar{I}_i^k = -\bar{y}_i^k \bar{V}_i^k, \quad k = a, b, c$$

e na sua forma trifásica matricial é apresentada pela equação (2.8).

$$\begin{pmatrix} \bar{I}_i^a \\ \bar{I}_i^b \\ \bar{I}_i^c \end{pmatrix} = - \underbrace{\begin{pmatrix} \bar{y}_i^a & 0 & 0 \\ 0 & \bar{y}_i^b & 0 \\ 0 & 0 & \bar{y}_i^c \end{pmatrix}}_{[\bar{y}]_{i,Y}^{abc}} \begin{pmatrix} \bar{V}_i^a \\ \bar{V}_i^b \\ \bar{V}_i^c \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

Na sua forma compacta, esta última equação é:

$$[\bar{I}]_i^{abc} = -[\bar{y}]_{i,Y}^{abc} [\bar{V}]_i^{abc}$$

- Carga trifásica com conexão em delta

A injeção de corrente da carga na sua forma trifásica matricial com conexão em delta é apresentada pela seguinte equação:

$$[\bar{I}]_i^{abc} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{J}_{ii}^{ab} \\ \bar{J}_{ii}^{bc} \\ \bar{J}_{ii}^{ca} \end{pmatrix}$$

$$\bar{J}_{ii}^{pk} = \bar{y}_i^{pk} (\bar{V}_i^p - \bar{V}_i^k), \quad p, k = a, b, c \quad \text{e} \quad p \neq k$$

Destas últimas duas equações obtém-se (2.9).

$$\begin{pmatrix} \bar{I}_i^a \\ \bar{I}_i^b \\ \bar{I}_i^c \end{pmatrix} = - \underbrace{\begin{pmatrix} \bar{y}_i^{ab} + \bar{y}_i^{ca} & -\bar{y}_i^{ab} & -\bar{y}_i^{ca} \\ -\bar{y}_i^{ab} & \bar{y}_i^{bc} + \bar{y}_i^{ab} & -\bar{y}_i^{bc} \\ -\bar{y}_i^{ca} & -\bar{y}_i^{bc} & \bar{y}_i^{ca} + \bar{y}_i^{bc} \end{pmatrix}}_{[\bar{y}]_{i,D}^{abc}} \begin{pmatrix} \bar{V}_i^a \\ \bar{V}_i^b \\ \bar{V}_i^c \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

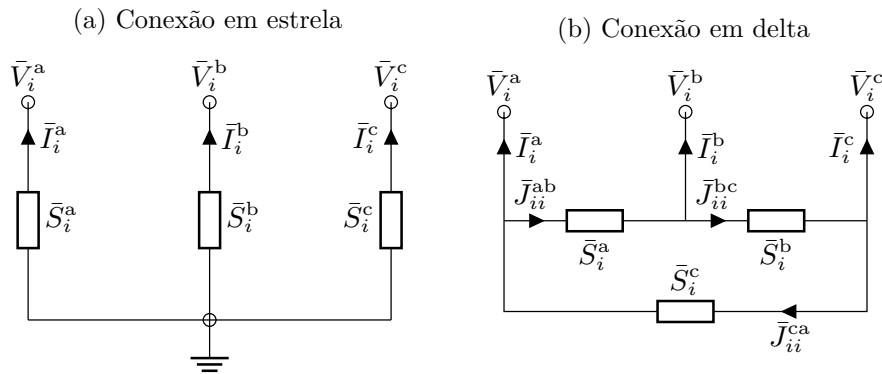
Na sua forma compacta, esta última equação é:

$$[\bar{I}]_i^{abc} = -[\bar{y}]_{i,D}^{abc} [\bar{V}]_i^{abc}$$

2.2.5.2 Cargas representada com o modelo potência constante

Este é o modelo clássico de representação de carga utilizado para o cálculo de fluxo de potência nos sistemas de energia elétrica. A conexão trifásica desta carga é apresentada na Figura 17.

Figura 17 – Representação da carga trifásica modelada como potência conectada ao SED na barra i .



Fonte: adaptado de (GMBH, 2021b)

A seguir apresenta-se o cálculo da injeção de corrente da carga para as conexões em estrela e delta:

- Carga trifásica conectada em estrela

A injeção de corrente da carga por fase é representada pela seguinte equação:

$$\bar{I}_i^k = \left(\frac{\bar{S}_i^k}{\bar{V}_i^k} \right)^*, \quad k = a, b, c$$

- Carga trifásica conectada em delta

A injeção de corrente da carga na sua forma trifásica matricial com conexão em delta é modelada pela seguinte equação:

$$\bar{I}_i^{abc} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{J}_{ii}^{ab} \\ \bar{J}_{ii}^{bc} \\ \bar{J}_{ii}^{ca} \end{pmatrix}$$

$$\bar{J}_{ii}^{pk} = \left(\frac{\bar{S}_i^p}{\bar{V}_i^p - \bar{V}_i^k} \right)^*, \quad p, k = a, b, c \quad \text{e} \quad p \neq k$$

Considera-se no algoritmo de cálculo de fluxo de potência que as potências das cargas são representadas com sinal negativo, indicando assim que a injeção de potência é negativa, portanto é uma carga.

2.2.5.3 Cargas representada através da combinação de modelos

Neste caso a carga é representada através de um modelo combinado de potência constante, corrente constante e impedância constante podendo estar conectadas em estrela ou delta, igual ao modelo apresentado na Figura 17, as equações para este tipo de carga de acordo com o seu tipo de conexão são apresentadas a seguir.

- Cargas trifásica conectadas em estrela:

A injeção de corrente da carga, por fase, conectada à barra i na fase p em representação fasorial é representada pela equação (2.10).

$$\bar{I}_i^p = (ZIP^p) \left(\frac{\bar{S}_i^p}{\bar{V}_i^p} \right)^*, \quad p = a, b, c \quad (2.10)$$

Sendo:

$$ZIP^p = P_{\%} + I_{\%} \left(\frac{V_i^p}{V_{i,nom}} \right) + Z_{\%} \left(\frac{V_i^p}{V_{i,nom}} \right)^2$$

$V_{i,nom}$: valor da tensão nominal da carga conectada à barra i ,

$P_{\%}$: Porcentagem de carga de potência constante,

$I_{\%}$: Porcentagem de carga de corrente constante, e

$Z_{\%}$: Porcentagem de carga de impedância constante.

$$P_{\%} + I_{\%} + Z_{\%} = 1$$

- Cargas trifásicas conectada em delta

A injeção de corrente da carga na sua forma trifásica matricial com conexão em delta é modelada através da equação (2.11).

$$\bar{I}_i^{\text{abc}} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{J}_{ii}^{\text{ab}} \\ \bar{J}_{ii}^{\text{bc}} \\ \bar{J}_{ii}^{\text{ca}} \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

$$\bar{J}_{ii}^{pk} = \left(\frac{\bar{S}_i^p}{\bar{V}_i^p - \bar{V}_i^k} \right)^* ZIP^p, \quad p, k = \text{a,b,c} \quad \text{e} \quad p \neq k$$

2.2.6 Capacitores em Derivação

Os capacitores em derivação ou shunt são elementos que injetam potência reativa no SED, portanto ajudam na regulação da tensão no ponto de conexão. Existem dois modos de entrada disponíveis para estes elementos conforme é apresentado a seguir (GMBH, 2021b):

- Parâmetros de projeto: Estes parâmetros são definidos através da potência capacitiva nominal ou da corrente nominal.
- Parâmetros de distribuição: Nesta condição os parâmetros são definidos através da susceptância ou capacitância.

A relação entre a susceptância B_{cap} e a capacitância C_{cap} do capacitor é:

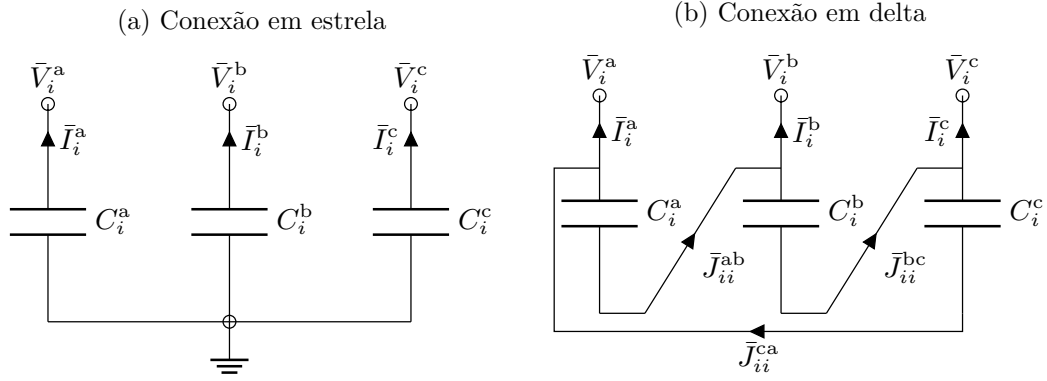
$$C_{\text{cap}} = \frac{B_{\text{cap}}}{2\pi f_{\text{nom}}} \quad [\mu\text{F}]$$

Sendo:

B_{cap} : Susceptância em $[\mu\text{S}]$, e

f_{nom} : Frequência nominal em Hz da rede.

Os capacitores podem ser monofásicos, bifásicos ou trifásicos. Os capacitores trifásicos podem ser conectados em estrela ou delta, conforme está ilustrado na Figura 18.

Figura 18 – Representação do capacitor trifásico conectado ao SED na barra i .

Fonte: adaptado de (GMBH, 2021b)

Da Figura 18 verifica-se que a injeção de corrente do capacitor trifásico na barra i para os dois tipos de conexão é:

$$\bar{I}_i^{abc} = \begin{pmatrix} \bar{I}_i^a & \bar{I}_i^b & \bar{I}_i^c \end{pmatrix}^t$$

A seguir apresentam-se os principais tipos de conexões do capacitor em derivação e seu cálculo de injeção de corrente:

- Capacitor trifásico como conexão em Estrela.

A injeção de corrente do capacitor conectado à barra i , na fase p , para os dois tipos de dados são apresentados a seguir.

- Injeção de corrente calculadas em função da potência capacitiva nominal:

$$\bar{I}_i^p = -j \frac{Q_{i,\text{nom}}^p}{(V_{i,\text{nom}}^p)^2} \bar{V}_i^p = -j \frac{Q_{i,\text{nom}}/3}{(V_{i,\text{nom}}^{\text{LL}}/\sqrt{3})^2} \bar{V}_i^p = -j \frac{Q_{i,\text{nom}}}{(V_{i,\text{nom}}^{\text{LL}})^2} \bar{V}_i^p, \quad p = a, b, c \quad (2.12)$$

Sendo:

$Q_{i,\text{nom}}^p$: valor da potência capacitiva por fase nominal,

$Q_{i,\text{nom}}$: valor da potência capacitiva trifásica nominal,

$V_{i,\text{nom}}^p$: modulo da tensão de fase nominal,

$V_{i,\text{nom}}^{\text{LL}}$: modulo da tensão de linha nominal,

$\bar{I}_i^p$: valor calculado da injeção de corrente fasorial na barra i e fase p ,

$\bar{V}_i^p$: valor calculado da tensão fasorial na barra i e fase p .

- Injeção da corrente calculada em função da susceptância ou capacitância:

$$\bar{I}_i^p = -j B_{i,\text{cap}}^p \bar{V}_i^p = -j 2\pi f_{\text{nom}} C_{i,\text{cap}}^p \bar{V}_i^p, \quad p = a, b, c \quad (2.13)$$

Sendo:

$B_{i,\text{cap}}^p$: valor da susceptância na fase p ,

$C_{i,\text{cap}}^p$: valor da capacitância na fase p .

A relação entre a susceptância e a potência capacitiva nominal para a conexão estrela do capacitor é:

$$B_{i,\text{cap}}^p = \frac{Q_{i,\text{nom}}^p}{\left(V_{i,\text{nom}}^p\right)^2} = \frac{Q_{i,\text{nom}}}{\left(V_{i,\text{nom}}^{\text{LL}}\right)^2}, \quad p = \text{a,b,c}$$

- Capacitores trifásicos conectados em Delta:

Neste caso a tensão de linha nominal é igual à tensão de fase nominal ($V_{i,\text{nom}}^{\text{LL}} = V_{i,\text{nom}}^k$), e a injeção de corrente trifásica na barra i para este tipo de ligação é dada pela seguinte equação:

$$\bar{I}_i^{\text{abc}} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{J}_{ii}^{\text{ab}} \\ \bar{J}_{ii}^{\text{bc}} \\ \bar{J}_{ii}^{\text{ca}} \end{pmatrix}$$

Os dados do capacitor podem ser definidos pela sua potência nominal, ou sua susceptância ou capacitância, a partir desses dados calculam-se as correntes dos ramos conforme é apresentado a seguir:

- Quando os dados são definidos pela potência:

$$\bar{J}_{ii}^{pk} = -j \frac{Q_{i,\text{nom}}^p}{\left(V_{i,\text{nom}}^p\right)^2} \bar{V}_{ii}^{pk} = -j \frac{Q_{i,\text{nom}}}{3 \left(V_{i,\text{nom}}^{\text{LL}}\right)^2} \left(\bar{V}_i^p - \bar{V}_i^k\right), \quad p, k = \text{a,b,c} \quad \text{e} \quad p \neq k$$

- Quando os dados são definidos pela susceptância ou capacitância:

$$\bar{J}_{ii}^{pk} = -j B_{i,\text{cap}}^p \bar{V}_{ii}^{pk} = -j 2\pi f_{\text{nom}} C_{i,\text{cap}}^p \bar{V}_{ii}^{pk}, \quad p, k = \text{a,b,c} \quad \text{e} \quad p \neq k \quad (2.14)$$

A relação entre susceptância e a potência capacitiva nominal para a conexão delta do capacitor é:

$$B_{i,\text{cap}}^p = \frac{Q_{i,\text{nom}}^p}{\left(V_{i,\text{nom}}^p\right)^2} = \frac{Q_{i,\text{nom}}}{3 \left(V_{i,\text{nom}}^{\text{LL}}\right)^2}, \quad p = \text{a,b,c}$$

2.3 MODELAGEM DOS ELEMENTOS DO SED EM OPERAÇÃO SOB FALTAS

A resposta do sistema de energia frente a uma perturbação pode envolver grande parte dos equipamentos. Por exemplo, uma falta em um elemento crítico seguida por seu isolamento por relés de proteção causa variações nos fluxos de energia, nas magnitudes das tensões nos barramento e nas velocidades do rotor dos geradores. As variações de tensão podem acionar os reguladores de tensão do gerador e da rede de transmissão; as variações de velocidade do gerador devem acionar os reguladores de tensão do estator; e, as variações de tensão e frequência afetarão as cargas do sistema em vários níveis, dependendo de suas características individuais (KUNDUR et al., 2004).

Nas análises de fluxo de potência e curto-circuito os mesmos modelos de transformadores e condutores são usados, mas os modelos de geradores e cargas são diferentes

em cada análise (CHEN et al., 1991b). A seguir são apresentados os modelos do gerador síncrono e carga para um evento de curto-circuito.

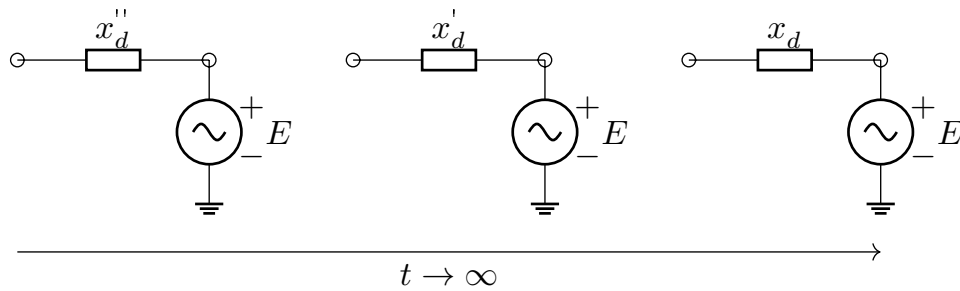
2.3.1 Gerador Síncrono

Para análise de curto-circuito, dependendo do instante de tempo considerado após uma falta na rede, as máquinas síncronas são representadas por (GMBH, 2021b):

- Equivalente sub-transitório,
- Equivalente transitório,
- Equivalente síncrono.

A distinção da dependência do tempo é devido ao efeito do aumento das correntes do estator nas correntes induzidas nos enrolamentos amortecedores, massa do rotor e enrolamento de campo. No caso de uma falta próxima a um gerador, a corrente do estator pode aumentar de forma que o campo magnético resultante enfraquece o campo do rotor consideravelmente. Na análise de curto-circuito em estado estacionário, esse efeito de enfraquecimento de campo é representado pela tensão e reatância da fonte equivalente correspondente. O modelo de sequência positiva associado de uma máquina síncrona é mostrado na Figura 19. O efeito retardado do campo do estator no campo de excitação e amortecimento é modelado usando diferentes reatâncias, dependendo do período de tempo do cálculo (GMBH, 2021b).

Figura 19 – Diagramas de circuito equivalente monofásico de um gerador para cálculos de correntes de curto-circuitos que incluem a modelagem da atenuação de campo.

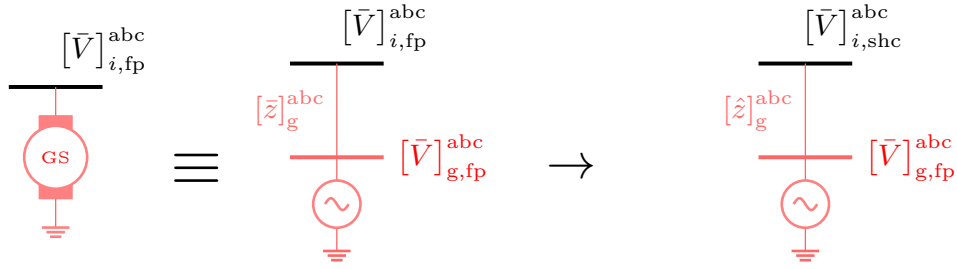


Fonte: adaptado de (GMBH, 2021b)

A tensão interna do GS é assumida constante no instante da falta, ou seja, esta tensão é assumida igual à tensão interna do GS obtida no cálculo de fluxo de potência no instante imediatamente anterior à falta, ou seja, no instante da falta. O GS é modelado como uma fonte de tensão constante, sendo esta sua tensão interna, isso é apresentado na Figura 20 e na equação (2.15).

$$[\bar{V}]_{g,shc}^{abc} = [\bar{V}]_{g,fp}^{abc} = \bar{u}_t \bar{E}_{g,fp}^a \quad (2.15)$$

Figura 20 – Modelo do gerador síncrono em operação sob faltas



Fonte: próprio autor

2.3.1.1 Impedância de seqüências do GS

Para o cálculo da impedância do GS num evento de curto-circuito utiliza-se o mesmo procedimento do método completo do DigSILENT. Neste método calculam-se correntes de falta sub-transitórias e transitórias usando impedâncias e fontes de tensão sub-transitórias e transitórias (GMBH, 2021b). A seguir apresenta-se o cálculo das impedâncias de seqüência:

- Impedância de seqüência positiva: $\bar{z}_1 = r_1 + jx_1$
A resistência de seqüência positiva, r_1 , é a resistência AC do estator ou armadura. A reatância de seqüência positiva, x_1 , depende do período de tempo de interesse: subtransitório, transitório e estado estacionário conforme é apresentado a seguir (KUNDUR; BALU, 1994):
 - para a condição sub-transitória inicial, $x_1 = x_d''$;
 - para a condição transitória inicial, $x_1 = x_d'$;
 - para a condição de estado estacionário, $x_1 = x_d$.
- Impedância de seqüência negativa: $\bar{z}_2 = r_2 + jx_2$
Normalmente é assumido que $x_2 = x_d''$. Se x_d'' e x_q'' diferem significativamente, pode ser usado a seguinte aproximação:

$$x_2 = \frac{x_d'' + x_q''}{2}$$

- Impedância de seqüência zero: $\bar{z}_0 = r_0 + jx_0$

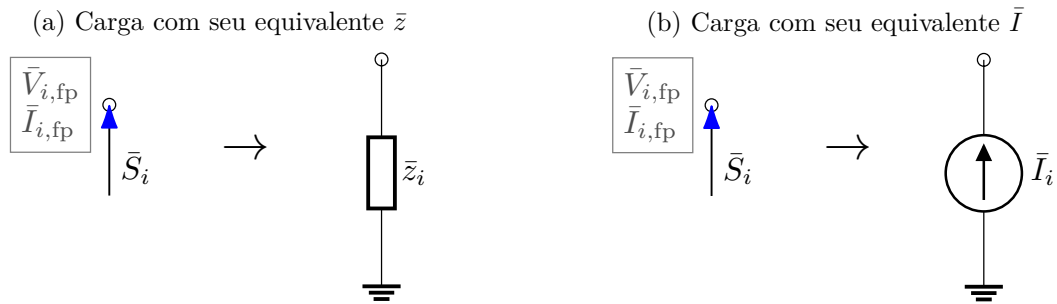
Devido que no algoritmo proposto utiliza-se a representação por fases, a impedância da seqüência do GS é transformada em impedância de fases conforme a seguinte equação:

$$\bar{z}_g^{abc} = T \bar{z}_g^{012} T^{-1}$$

2.3.2 Cargas Estáticas

O comportamento das cargas em um sistema de energia elétrica em caso de faltas elétricas é muito difícil de modelar, pois uma falta elétrica é um fenômeno eletromagnético. As cargas em operação normal são classicamente modeladas com base no consumo constante da sua potência elétrica, mas essa condição não representa fisicamente a maioria dos casos quando ocorrem faltas elétricas. No caso de um cenário de falta tem-se que todas as magnitudes das tensões das barras perto da falta são reduzidas drasticamente e, portanto, o sistema elétrico não tem capacidade para atender a demanda nessa condição. Desta forma, podem ocorrer problemas de perda de estabilidade da tensão, que levaria a problemas de convergência no algoritmo de fluxo de potência. No entanto, é aceitável considerar todas as cargas com seu modelo equivalente de impedância constante, ou um modelo de corrente constante, ou inclusive para ser mais exato, um modelo combinado de impedância constante e corrente constante, sendo este o modelo adotado no software DIGSILENT. Estes modelos são construídos a partir da análise de fluxo de potência anterior ao instante da falta (GMBH, 2021a). Na Figura 21 são apresentados os modelos de impedância constante e corrente constante para as cargas num evento de curto-circuito, e suas respectivas equações são apresentadas em (2.16a) e (2.16b).

Figura 21 – Modelo das cargas em operação sob faltas



Fonte: adaptado de (GMBH, 2021b)

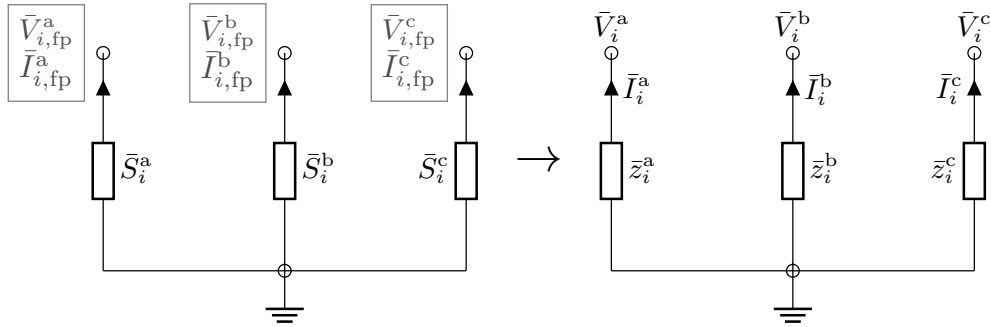
$$\bar{z}_i = \frac{\bar{V}_{i,fp}}{-\bar{I}_{i,fp}} \quad (2.16a)$$

$$\bar{I}_i = \bar{I}_{i,fp} \quad (2.16b)$$

Sendo $\bar{I}_{i,fp}$ e $\bar{V}_{i,fp}$ a injeção de corrente e a tensão obtidas no cálculo de fluxo de carga, no tempo imediatamente anterior à ocorrência da falta elétrica.

As cargas trifásicas com conexão em estrela ou delta apresentadas na Figura 17, podem ser representadas pelos seus equivalentes de impedância constante a partir dos valores calculados de tensões e correntes do cálculo de fluxo de potência conforme foi apresentado nas equações (2.16). Na Figura 22 representa-se uma carga em potência constante com conexão em estrela e seu equivalente em impedâncias, este equivalente é utilizado para o cálculo de curto-circuito.

Figura 22 – Modelo de carga trifásica em estrela em operação sob faltas



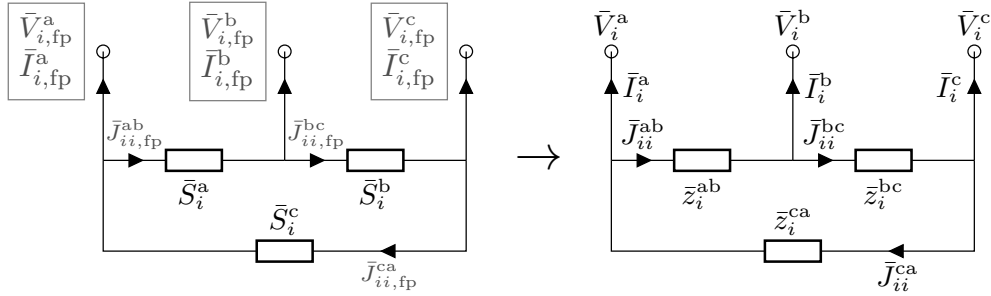
Fonte: próprio autor

O equivalente em impedâncias da carga por fase da Figura 22 é calculado pela seguinte equação:

$$\bar{z}_i^p = \frac{\bar{V}_{i,fp}^p}{-\bar{I}_{i,fp}^p} \quad p = a, b, c$$

Na Figura 23 apresenta-se uma carga em potências com conexão em delta e seu equivalente em impedâncias, este equivalente é utilizado para o cálculo de curto-circuito.

Figura 23 – Modelo de carga trifásica em delta em operação sob faltas



Fonte: próprio autor

O equivalente em impedâncias da carga por fase da Figura 23 é calculado pela seguinte equação:

$$\bar{z}_i^{pk} = \frac{\bar{V}_{i,fp}^p - \bar{V}_{i,fp}^k}{\bar{J}_{ii,fp}^{pk}} \quad p, k = a, b, c \quad \text{e } p \neq k$$

Uma vez obtidas as impedâncias equivalentes das cargas, pode-se obter as injeções de correntes utilizando as mesmas equações da seção 2.2.5.1, para assim obter as variáveis de estado em operação sob faltas no sistema.

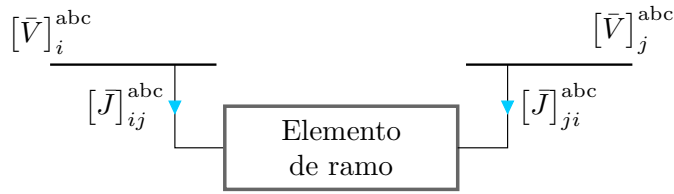
2.4 MODELAGEM EM SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO

Os elementos que compõem a matriz de admitância nodal são aqueles conectados entre duas barras, como as linhas (trifásicas, bifásicas e monofásicas), os transformadores e

os autotransformadores ou reguladores de tensão, no entanto, como está sendo considerado um modelo preciso para o gerador, sua impedância interna e sua barra interna devem ser consideradas para formar a matriz de admitância nodal do sistema. Para uma melhor compreensão, a matriz de admitância nodal é calculada considerando cada elemento separadamente, e, em seguida, essas equações são unidas para formar a matriz de admitância do sistema.

Para o condutor, transformador e o regulador, são obtidas as injeções de correntes em seus terminais (correntes de ramos entrando no elemento), conforme foi apresentado nas equações (2.3), (2.6) e (2.7), respectivamente. Essas três equações podem ser generalizadas conforme a equação (2.17) e Figura 24.

Figura 24 – Elemento trifásico de ramo generalizado conectado ao SED.



Fonte: próprio autor

$$\begin{pmatrix} [\bar{J}]_{ij}^{abc} \\ [\bar{J}]_{ji}^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{\gamma}]_{ij,ii}^{abc} & [\bar{\gamma}]_{ij,ij}^{abc} \\ [\bar{\gamma}]_{ij,ji}^{abc} & [\bar{\gamma}]_{ij,jj}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_i^{abc} \\ [\bar{V}]_j^{abc} \end{pmatrix} \quad (2.17)$$

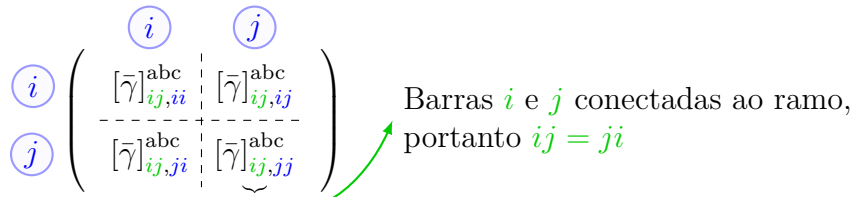
Sendo que para o condutor trifásico:

$$\begin{aligned} [\bar{\gamma}]_{ij,ii}^{abc} &= [\bar{\gamma}]_{ij,jj}^{abc} = [\bar{y}]_{ij}^{abc} + \frac{1}{2} [\bar{y}]_{ij,sh}^{abc} \\ [\bar{\gamma}]_{ij,ij}^{abc} &= [\bar{\gamma}]_{ij,ji}^{abc} = -[\bar{y}]_{ij}^{abc} \end{aligned}$$

E para o transformador e para o regulador de tensão: $\gamma = \Upsilon$

Os sub-índices da matriz admitância do ramo são descritos na Figura 25.

Figura 25 – Subíndices da matriz admitância do ramo



Fonte: próprio autor

O GS pode ser tratado como um elemento que adiciona mais um ramo ao circuito do SED, sendo este elemento a sua impedância trifásica interna, que pode ser tratado

como se fosse um condutor, esta impedância está conectada entre a barra de conexão do GS ao sistema e sua barra interna.

A partir da equação (2.17) obtém-se, de forma geral, a corrente de ramo entre as barras i e j para o elemento generalizado de ramo conforme é apresentado nas equações (2.18) e (2.19) em suas representações trifásica e por fase, respectivamente.

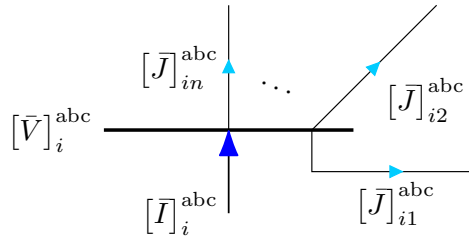
$$[\bar{J}]_{ij}^{abc} = [\bar{\gamma}]_{ij,ii}^{abc} [\bar{V}]_i^{abc} + [\bar{\gamma}]_{ij,ij}^{abc} [\bar{V}]_j^{abc} \quad (2.18)$$

$$\bar{J}_{ij}^p = \sum_{k=a,b,c} \left(\bar{\gamma}_{ij,ii}^{pk} \bar{V}_i^k + \bar{\gamma}_{ij,ij}^{pk} \bar{V}_j^k \right) \quad p = a,b,c \quad (2.19)$$

2.4.1 Formação da matriz de admitância

A formação da matriz de admitância do SED é demonstrada a seguir. Seja a barra i de um SED conectada a todas as barras do sistema como é apresentado na Figura 26.

Figura 26 – Barra i conectada às demais barras do SED.



Fonte: próprio autor

Aplicando a primeira lei de Kirchhoff na barra i obtêm-se as equações (2.20) e (2.21) em sua forma trifásica e por fase, respectivamente.

$$[\bar{I}]_i^{abc} = [\bar{J}]_{i1}^{abc} + [\bar{J}]_{i2}^{abc} + \dots + [\bar{J}]_{in}^{abc} = \sum_{j=1, j \neq i}^n [\bar{J}]_{ij}^{abc} \quad (2.20)$$

$$\bar{I}_i^p = \bar{J}_{i1}^p + \bar{J}_{i2}^p + \dots + \bar{J}_{in}^p = \sum_{j=1, j \neq i}^n \bar{J}_{ij}^p \quad p = a,b,c \quad (2.21)$$

Substituindo as equações (2.18) e (2.19) nas equações (2.20) e (2.21), respectivamente, obtêm-se as equações (2.22) e (2.23).

$$[\bar{I}]_i^{abc} = \sum_{j=1, j \neq i}^n \left([\bar{\gamma}]_{ij,ii}^{abc} [\bar{V}]_i^{abc} + [\bar{\gamma}]_{ij,ij}^{abc} [\bar{V}]_j^{abc} \right) \quad (2.22)$$

$$\bar{I}_i^p = \sum_{j=1, j \neq i}^n \sum_{k=a,b,c} \left(\bar{\gamma}_{ij,ii}^{pk} \bar{V}_i^k + \bar{\gamma}_{ij,ij}^{pk} \bar{V}_j^k \right) \quad p = a,b,c \quad (2.23)$$

Expandindo a parte direita do somatório das equações (2.22) e (2.23) obtêm-se as equações (2.24) e (2.25) respectivamente.

$$[\bar{I}]_i^{abc} = [\bar{\gamma}]_{i1,i1}^{abc} [\bar{V}]_1^{abc} + \dots + \sum_{j=1, j \neq i}^n [\bar{\gamma}]_{ij,ii}^{abc} [\bar{V}]_i^{abc} + \dots + [\bar{\gamma}]_{in,in}^{abc} [\bar{V}]_n^{abc} \quad (2.24)$$

$$\bar{I}_i^p = \sum_{k=a,b,c} \bar{\gamma}_{i1,i1}^{pk} \bar{V}_1^k + \dots + \sum_{j=1, j \neq i}^n \sum_{k=a,b,c} \bar{\gamma}_{ij,ii}^{pk} \bar{V}_i^k + \dots + \sum_{k=a,b,c} \bar{\gamma}_{in,in}^{pk} \bar{V}_n^k \quad p = a, b, c \quad (2.25)$$

Expandindo o somatório de injeção de corrente da equação (2.25) obtém-se a equação (2.26).

$$\begin{aligned} \bar{I}_i^p = & \bar{\gamma}_{i1,i1}^{pa} \bar{V}_1^a + \bar{\gamma}_{i1,i1}^{pb} \bar{V}_1^b + \bar{\gamma}_{i1,i1}^{pc} \bar{V}_1^c + \dots + \left(\sum_{j=1, j \neq i}^n \bar{\gamma}_{ij,ii}^{pa} \right) \bar{V}_i^a + \left(\sum_{j=1, j \neq i}^n \bar{\gamma}_{ij,ii}^{pb} \right) \bar{V}_i^b + \left(\sum_{j=1, j \neq i}^n \bar{\gamma}_{ij,ii}^{pc} \right) \bar{V}_i^c + \dots \\ & + \bar{\gamma}_{in,in}^{pa} \bar{V}_n^a + \bar{\gamma}_{in,in}^{pb} \bar{V}_n^b + \bar{\gamma}_{in,in}^{pc} \bar{V}_n^c \quad (2.26) \end{aligned}$$

Realizando o mesmo procedimento para as demais injeções de correntes nas barras do sistema e juntando as equações (2.24) e (2.26) para cada injeção de corrente, a sua respectiva representação na forma matricial, obtêm-se as equações (2.27) e (2.28) para a sua representação trifásica e por fase, respectivamente.

$$\begin{pmatrix} [\bar{I}]_1^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{I}]_i^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{I}]_n^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{j=2}^n [\bar{\gamma}]_{1j,11}^{abc} & \dots & [\bar{\gamma}]_{1i,1i}^{abc} & \dots & [\bar{\gamma}]_{1n,1n}^{abc} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{\gamma}]_{i1,i1}^{abc} & \dots & \sum_{j=1, j \neq i}^n [\bar{\gamma}]_{ij,ii}^{abc} & \dots & [\bar{\gamma}]_{in,in}^{abc} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{\gamma}]_{n1,n1}^{abc} & \dots & [\bar{\gamma}]_{ni,ni}^{abc} & \dots & \sum_{j=1}^{n-1} [\bar{\gamma}]_{nj,nn}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_1^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_i^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_n^{abc} \end{pmatrix} \quad (2.27)$$

$$\begin{pmatrix} \bar{I}_1^a \\ \vdots \\ \bar{I}_i^a \\ \bar{I}_i^b \\ \bar{I}_i^c \\ \vdots \\ \bar{I}_n^c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{j=2}^n \bar{\gamma}_{1j,11}^{aa} & \dots & \bar{\gamma}_{1i,1i}^{aa} & \bar{\gamma}_{1i,1i}^{ab} & \bar{\gamma}_{1i,1i}^{ac} & \dots & \bar{\gamma}_{1n,1n}^{ac} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{\gamma}_{i1,i1}^{aa} & \dots & \sum_{j=1, j \neq i}^n \bar{\gamma}_{ij,ii}^{aa} & \sum_{j=1, j \neq i}^n \bar{\gamma}_{ij,ii}^{ab} & \sum_{j=1, j \neq i}^n \bar{\gamma}_{ij,ii}^{ac} & \dots & \bar{\gamma}_{in,in}^{ac} \\ \bar{\gamma}_{i1,i1}^{ba} & \dots & \sum_{j=1, j \neq i}^n \bar{\gamma}_{ij,ii}^{ba} & \sum_{j=1, j \neq i}^n \bar{\gamma}_{ij,ii}^{bb} & \sum_{j=1, j \neq i}^n \bar{\gamma}_{ij,ii}^{bc} & \dots & \bar{\gamma}_{in,in}^{bc} \\ \bar{\gamma}_{i1,i1}^{ca} & \dots & \sum_{j=1, j \neq i}^n \bar{\gamma}_{ij,ii}^{ca} & \sum_{j=1, j \neq i}^n \bar{\gamma}_{ij,ii}^{cb} & \sum_{j=1, j \neq i}^n \bar{\gamma}_{ij,ii}^{cc} & \dots & \bar{\gamma}_{in,in}^{cc} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{\gamma}_{n1,n1}^{ca} & \dots & \bar{\gamma}_{ni,ni}^{ca} & \bar{\gamma}_{ni,ni}^{cb} & \bar{\gamma}_{ni,ni}^{cc} & \dots & \sum_{j=1}^{n-1} \bar{\gamma}_{nj,nn}^{cc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{V}_1^a \\ \vdots \\ \bar{V}_i^a \\ \bar{V}_i^b \\ \bar{V}_i^c \\ \vdots \\ \bar{V}_n^c \end{pmatrix} \quad (2.28)$$

Para os ramos que não existem equipamentos conectados entre duas barras ou nós, considera-se que existe uma impedância com valor infinito conectado entre esses nós, portanto, o inverso desse valor é zero. Por exemplo, seja a fase ‘a’ do condutor que está conectado entre as barras i e j e que não exista equipamento conectado, portanto as seguintes relações são válidas:

$$\bar{\gamma}_{ij,ii}^{pk} = \bar{\gamma}_{ij,ij}^{pk} = \bar{\gamma}_{ij,ji}^{pk} = \bar{\gamma}_{ij,jj}^{pk} = 0 \quad \text{se } p = a \quad \text{ou } k = a$$

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \bar{\gamma}_{ij,ii}^{pk} = \sum_{j \in B_i^i} \bar{\gamma}_{ij,ii}^{pk} \quad p = a,b,c \quad k = a,b,c$$

sendo,

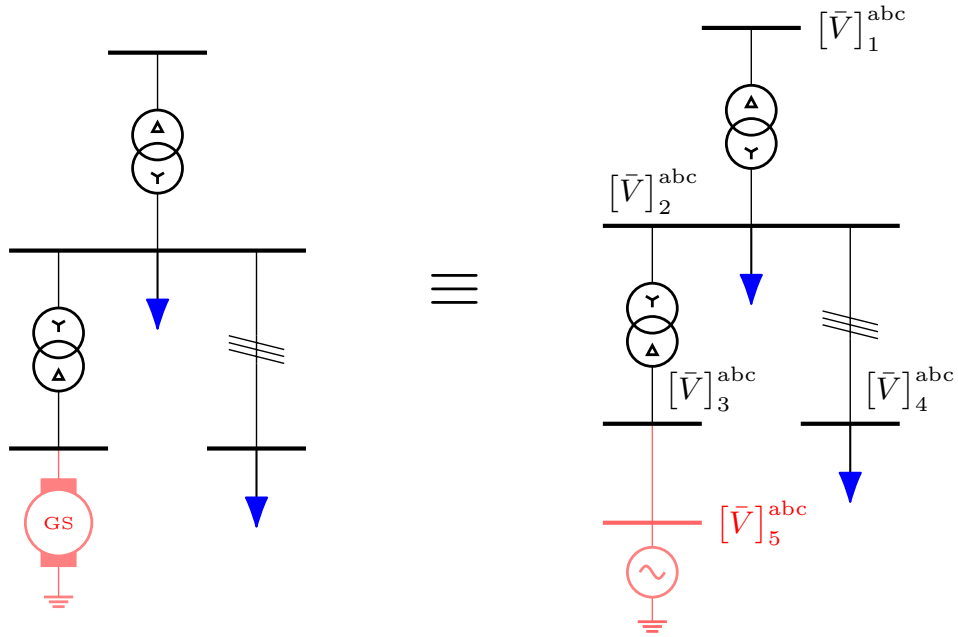
B_i^i o conjunto dos elementos conectados à barra i sem considerar a barra i .

Para os ramos trifásicos que não existem elementos conectados, as seguintes relações são válidas:

$$\begin{aligned} [\bar{\gamma}_{ij,ii}^{abc} = [\bar{\gamma}_{ij,ij}^{abc} = [\bar{\gamma}_{ij,ji}^{abc} = [\bar{\gamma}_{ij,jj}^{abc} = 0_{3 \times 3} \\ \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n [\bar{\gamma}_{ij,ii}^{abc} = \sum_{j \in B_i^i} [\bar{\gamma}_{ij,ii}^{abc} \end{aligned}$$

Por exemplo, seja o sistema de quatro barras, dois transformadores um condutor, duas cargas e um GS, que passa a ser considerado um sistema de 5 barras devido a barra interna do GS e 2 alimentadores, como é apresentado no diagrama da Figura 27.

Figura 27 – Sistema de quatro barras e um GS.



Fonte: próprio autor

A equação básica deste sistema é apresentada pela equação (2.29)

$$\begin{pmatrix} [\bar{I}]_{1,abc}^{abc} \\ [\bar{I}]_{2,abc}^{abc} \\ [\bar{I}]_{3,abc}^{abc} \\ [\bar{I}]_{4,abc}^{abc} \\ [\bar{I}]_{5,abc}^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{j=2}^5 [\bar{\gamma}]_{1j,11}^{abc} & [\bar{\gamma}]_{12,12}^{abc} & [\bar{\gamma}]_{13,13}^{abc} & [\bar{\gamma}]_{14,14}^{abc} & [\bar{\gamma}]_{15,15}^{abc} \\ [\bar{\gamma}]_{21,21}^{abc} & \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 2}}^5 [\bar{\gamma}]_{2j,22}^{abc} & [\bar{\gamma}]_{23,23}^{abc} & [\bar{\gamma}]_{24,24}^{abc} & [\bar{\gamma}]_{25,25}^{abc} \\ [\bar{\gamma}]_{31,31}^{abc} & [\bar{\gamma}]_{32,32}^{abc} & \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 3}}^5 [\bar{\gamma}]_{3j,33}^{abc} & [\bar{\gamma}]_{34,34}^{abc} & [\bar{\gamma}]_{35,35}^{abc} \\ [\bar{\gamma}]_{41,41}^{abc} & [\bar{\gamma}]_{42,42}^{abc} & [\bar{\gamma}]_{43,43}^{abc} & \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 4}}^5 [\bar{\gamma}]_{4j,44}^{abc} & [\bar{\gamma}]_{45,45}^{abc} \\ [\bar{\gamma}]_{51,51}^{abc} & [\bar{\gamma}]_{52,52}^{abc} & [\bar{\gamma}]_{53,53}^{abc} & [\bar{\gamma}]_{54,54}^{abc} & \sum_{j=1}^4 [\bar{\gamma}]_{5j,55}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_{1,abc}^{abc} \\ [\bar{V}]_{2,abc}^{abc} \\ [\bar{V}]_{3,abc}^{abc} \\ [\bar{V}]_{4,abc}^{abc} \\ [\bar{V}]_{5,abc}^{abc} \end{pmatrix} \quad (2.29)$$

Neste sistema não existem malhas, por exemplo, sabe-se que a barra 1 somente tem conexão com a barra 2, portanto, para o elemento da linha 1 e coluna 1 da matriz admitância da equação (2.29), obtém-se a seguinte equivalência:

$$\sum_{j=2}^5 [\bar{\gamma}]_{1j,11}^{abc} = [\bar{\gamma}]_{12,11}^{abc} + [\bar{\gamma}]_{13,11}^{abc} + [\bar{\gamma}]_{14,11}^{abc} + [\bar{\gamma}]_{15,11}^{abc} = [\bar{\gamma}]_{12,11}^{abc}$$

Considerando as ligações das barras da Figura 27, obtém-se a matriz admitância expandida a partir da equação (2.29).

$$\begin{pmatrix} [\bar{\gamma}]_{12,11}^{abc} & [\bar{\gamma}]_{12,12}^{abc} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ [\bar{\gamma}]_{21,21}^{abc} & [\bar{\gamma}]_{21,22}^{abc} + [\bar{\gamma}]_{23,22}^{abc} + [\bar{\gamma}]_{24,22}^{abc} & [\bar{\gamma}]_{23,23}^{abc} & [\bar{\gamma}]_{24,24}^{abc} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & [\bar{\gamma}]_{32,32}^{abc} & [\bar{\gamma}]_{32,33}^{abc} + [\bar{\gamma}]_{35,33}^{abc} & 0_{3 \times 3} & [\bar{\gamma}]_{35,35}^{abc} \\ 0_{3 \times 3} & [\bar{\gamma}]_{42,42}^{abc} & 0_{3 \times 3} & [\bar{\gamma}]_{42,44}^{abc} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & [\bar{\gamma}]_{53,53}^{abc} & 0_{3 \times 3} & [\bar{\gamma}]_{53,55}^{abc} \end{pmatrix} \quad (2.30)$$

Observa-se que os ramos 1-2, 2-3 e 2-4, 3-5 são formados por transformadores e condutores, respectivamente, portanto da equação (2.30) obtém-se a equação (2.31).

$$\begin{pmatrix} [\bar{\gamma}]_{12,11}^{abc} & [\bar{\gamma}]_{12,12}^{abc} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ [\bar{\gamma}]_{12,21}^{abc} & [\bar{\gamma}]_{12,22}^{abc} + [\bar{\gamma}]_{23,22}^{abc} + [\bar{y}]_{24}^{abc} + \frac{1}{2} [\bar{y}]_{24,sh}^{abc} & [\bar{\gamma}]_{23,23}^{abc} & -[\bar{y}]_{24}^{abc} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & [\bar{\gamma}]_{23,32}^{abc} & [\bar{\gamma}]_{23,33}^{abc} + [\bar{y}]_{35}^{abc} & 0_{3 \times 3} & -[\bar{y}]_{35}^{abc} \\ 0_{3 \times 3} & -[\bar{y}]_{24}^{abc} & 0_{3 \times 3} & [\bar{y}]_{24}^{abc} + \frac{1}{2} [\bar{y}]_{24,sh}^{abc} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & -[\bar{y}]_{35}^{abc} & 0_{3 \times 3} & [\bar{y}]_{35}^{abc} \end{pmatrix} \quad (2.31)$$

As matrizes obtidas para os transformadores para este tipo de conexão são:

$$\begin{pmatrix} [\bar{\gamma}]_{12,11}^{abc} & [\bar{\gamma}]_{12,12}^{abc} \\ [\bar{\gamma}]_{12,21}^{abc} & [\bar{\gamma}]_{12,22}^{abc} \end{pmatrix} : \text{Matriz admitância do transformador da SE}$$

$$\begin{pmatrix} [\bar{\gamma}]_{23,22}^{abc} & [\bar{\gamma}]_{23,23}^{abc} \\ [\bar{\gamma}]_{23,32}^{abc} & [\bar{\gamma}]_{23,33}^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{\gamma}]_{32,22}^{abc} & [\bar{\gamma}]_{32,23}^{abc} \\ [\bar{\gamma}]_{32,32}^{abc} & [\bar{\gamma}]_{32,33}^{abc} \end{pmatrix} : \text{Matriz admitância do transformador do GS}$$

2.4.2 Equações básicas para os circuitos em sistemas elétricos de distribuição

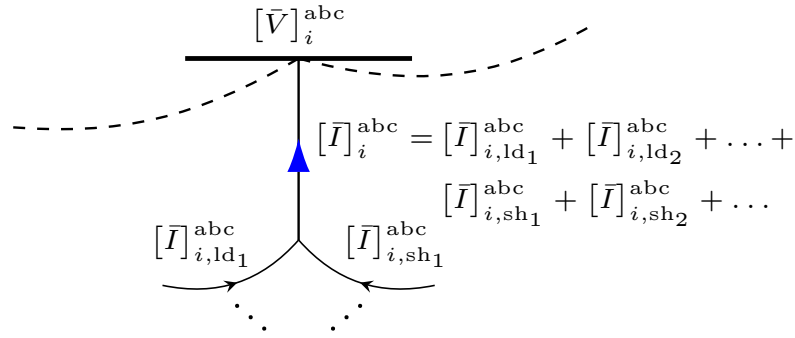
A matriz admitância nodal do sistema representa todos os elementos conectados entre as barras e, por sua natureza, aplica-se tanto para sistemas radiais quanto para sistemas malhados. Portanto, ao calcular o fluxo de potência no capítulo 3, cálculo de curto-circuito no capítulo 4 e o método de localização de faltas no capítulo 5 podem ser simulados e obtidas soluções para os sistemas de distribuição radiais e com malhas. A equação (2.27) representa matematicamente todo o SED, renomeando os elementos da matriz admitância obtém-se a equação (2.32).

$$\begin{pmatrix} [\bar{I}]_1^{abc} \\ [\bar{I}]_2^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{I}]_n^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{11}^{abc} & [\bar{Y}]_{12}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{1n}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{21}^{abc} & [\bar{Y}]_{22}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{2n}^{abc} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Y}]_{n1}^{abc} & [\bar{Y}]_{n2}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{nn}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_1^{abc} \\ [\bar{V}]_2^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_n^{abc} \end{pmatrix} \quad (2.32)$$

Sendo:

$[\bar{I}]_i^{abc}$: somatório das injeções de corrente dos elementos conectados entre a barra i e terra: correntes de cargas, correntes de elementos shunts, etc., como apresenta-se na Figura 28,
 $[\bar{V}]_i^{abc}$: Tensão trifásica de fase a terra na barra i .

Figura 28 – Injeção da corrente dos elementos conectados à barra i .



Fonte: próprio autor

Separando-se, convenientemente, a equação (2.32) nas seguintes equações:

$$[\bar{I}]_1^{abc} = \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{11}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{1n}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_1^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_n^{abc} \end{pmatrix} \quad (2.33)$$

$$\begin{pmatrix} [\bar{I}]_2^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{I}]_n^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{21}^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{Y}]_{n1}^{abc} \end{pmatrix} [\bar{V}]_1^{abc} + \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{22}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{2n}^{abc} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Y}]_{n2}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{nn}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_2^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_n^{abc} \end{pmatrix} \quad (2.34)$$

Observa-se que da solução para as tensões na equação (2.34), pode-se obter a corrente na subestação utilizando a equação (2.33), portanto, o foco do estudo está em resolver a equação (2.34).

A tendência atual dos sistemas de distribuição é apresentarem topologia radial malhada e com conexões de alimentadores entre diferentes subestações, como apresentado na seção 1.1.3. Em seguida, desenvolve-se uma formulação que considera que para uma rede possam ser consideradas várias barras de folga (Slacks) e conexões entre diferentes subestações. Neste trabalho existe uma pequena diferença entre o conceito de barra de folga e barra de referência. Considera-se que barra de folga fornece qualquer valor de potência que o sistema necessite, o valor da tensão da sua barra é constante em módulo e ângulo, a barra de referência possui um valor constante de tensão em módulo e ângulo, onde é estabelecida a referência angular do sistema.

Seja um sistema elétrico com duas barras de folga e sendo estas as barras um e dois, a equação básica deste sistema apresenta-se na equação (2.35), que é similar à equação (2.32).

$$\begin{pmatrix} [\bar{I}]_1^{abc} \\ [\bar{I}]_{abc}^2 \\ [\bar{I}]_3^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{I}]_n^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{11}^{abc} & [\bar{Y}]_{12}^{abc} & [\bar{Y}]_{13}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{1n}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{21}^{abc} & [\bar{Y}]_{22}^{abc} & [\bar{Y}]_{23}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{2n}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{31}^{abc} & [\bar{Y}]_{32}^{abc} & [\bar{Y}]_{33}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{3n}^{abc} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Y}]_{n1}^{abc} & [\bar{Y}]_{n2}^{abc} & [\bar{Y}]_{n3}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{nn}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_1^{abc} \\ [\bar{V}]_{abc}^2 \\ [\bar{V}]_3^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_n^{abc} \end{pmatrix} \quad (2.35)$$

Da equação (2.35) separam-se as partes correspondentes às barras de folga das demais barras do sistema, e obtêm-se as equações (2.36) e (2.37).

$$\begin{pmatrix} [\bar{I}]_1^{abc} \\ [\bar{I}]_{abc}^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{11}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{1n}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{21}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{2n}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_1^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_n^{abc} \end{pmatrix} \quad (2.36)$$

$$\begin{pmatrix} [\bar{I}]_3^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{I}]_n^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{31}^{abc} & [\bar{Y}]_{32}^{abc} \\ \vdots & \vdots \\ [\bar{Y}]_{n1}^{abc} & [\bar{Y}]_{n2}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_1^{abc} \\ [\bar{V}]_2^{abc} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{33}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{3n}^{abc} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Y}]_{n3}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{nn}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_3^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_n^{abc} \end{pmatrix} \quad (2.37)$$

A solução para as tensões das barras que não são de folga na equação (2.37), permite obter os valores das correntes das subestações na equação (2.36), considerando que o valor das tensões das barras 1 e 2 são especificadas porque são barras de folga. Na solução anterior as duas barras folga são os terminais de duas subestações, sendo que estas estão conectadas a sistemas muito grandes e fortes em comparação com o SED. Portanto, como o SEP é muito forte eletricamente em comparação com o SED que está conectado ao SEP através das subestações, as variações de potência que ocorrem no SED, pequenas variações em kVA,

são variações muito pequenas para o SEP (MVA). Portanto, as tensões das barras de folga $\left(\left[\bar{V}\right]_1^{abc}, \left[\bar{V}\right]_2^{abc}\right)$, podem ser considerados constantes e conhecidas através de medidores, tanto em módulo como em seus respectivos ângulos. No entanto, na realidade, as variações de potência que ocorrem nos SED têm efeito nas tensões no SEP, e portanto, as tensões nas subestações não são exatamente constantes, e quando ocorrem grandes variações de potência nos SED, por exemplo, num evento de curto-circuito, essa variação nas tensões das subestações pode-se observar com mais detalhe. Neste trabalho consideram-se que os valores das tensões das barras das subestações são constantes e conhecidos, e são adotadas como barras de folga. A seguir apresenta-se uma generalização da formulação, quando o SED está conectado nas subestações.

$$\begin{pmatrix} \left[\bar{I}\right]_1^{abc} \\ \vdots \\ \left[\bar{I}\right]_s^{abc} \\ \left[\bar{I}\right]_{s+1}^{abc} \\ \vdots \\ \left[\bar{I}\right]_n^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left[\bar{Y}\right]_{11}^{abc} & \cdots & \left[\bar{Y}\right]_{1s}^{abc} & \left[\bar{Y}\right]_{1,s+1}^{abc} & \cdots & \left[\bar{Y}\right]_{1n}^{abc} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \left[\bar{Y}\right]_{s1}^{abc} & \cdots & \left[\bar{Y}\right]_{ss}^{abc} & \left[\bar{Y}\right]_{s,s+1}^{abc} & \cdots & \left[\bar{Y}\right]_{sn}^{abc} \\ \left[\bar{Y}\right]_{s+1,1}^{abc} & \cdots & \left[\bar{Y}\right]_{s+1,s}^{abc} & \left[\bar{Y}\right]_{s+1,s+1}^{abc} & \cdots & \left[\bar{Y}\right]_{s+1,n}^{abc} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \left[\bar{Y}\right]_{n1}^{abc} & \cdots & \left[\bar{Y}\right]_{ns}^{abc} & \left[\bar{Y}\right]_{n,s+1}^{abc} & \cdots & \left[\bar{Y}\right]_{nn}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \left[\bar{V}\right]_1^{abc} \\ \vdots \\ \left[\bar{V}\right]_s^{abc} \\ \left[\bar{V}\right]_{s+1}^{abc} \\ \vdots \\ \left[\bar{V}\right]_n^{abc} \end{pmatrix} \quad (2.38)$$

Separando as linhas correspondentes às subestações dos demais elementos da equação matricial (2.38), obtêm-se as equações (2.39) e (2.40).

$$\begin{pmatrix} \left[\bar{I}\right]_1^{abc} \\ \vdots \\ \left[\bar{I}\right]_s^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left[\bar{Y}\right]_{11}^{abc} & \cdots & \left[\bar{Y}\right]_{1n}^{abc} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \left[\bar{Y}\right]_{s1}^{abc} & \cdots & \left[\bar{Y}\right]_{sn}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \left[\bar{V}\right]_1^{abc} \\ \vdots \\ \left[\bar{V}\right]_n^{abc} \end{pmatrix} \quad (2.39)$$

$$\begin{pmatrix} \left[\bar{I}\right]_{s+1}^{abc} \\ \vdots \\ \left[\bar{I}\right]_n^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left[\bar{Y}\right]_{s+1,1}^{abc} & \cdots & \left[\bar{Y}\right]_{s+1,s}^{abc} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \left[\bar{Y}\right]_{n1}^{abc} & \cdots & \left[\bar{Y}\right]_{ns}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \left[\bar{V}\right]_1^{abc} \\ \vdots \\ \left[\bar{V}\right]_s^{abc} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \left[\bar{Y}\right]_{s+1,s+1}^{abc} & \cdots & \left[\bar{Y}\right]_{s+1,n}^{abc} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \left[\bar{Y}\right]_{n,s+1}^{abc} & \cdots & \left[\bar{Y}\right]_{nn}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \left[\bar{V}\right]_{s+1}^{abc} \\ \vdots \\ \left[\bar{V}\right]_n^{abc} \end{pmatrix} \quad (2.40)$$

Todas as tensões das subestações $\left(\left[\bar{V}\right]_1^{abc}, \dots, \left[\bar{V}\right]_s^{abc}\right)$ são conhecidas através dos seus medidores. Ao resolver a equação (2.40) para as tensões $\left[\bar{V}\right]_{s+1}^{abc}, \dots, \left[\bar{V}\right]_n^{abc}$, obtêm-se também as correntes das subestações na equação (2.39).

No artigo (HALE; GOODRICH, 1959) é apresentado um caso de um SEP com duas barras Slack e uma formulação para o cálculo direto dos valores das correntes das

subestações e dos valores das tensões das demais barras.

2.4.3 Formação da matriz impedância dos elementos do sistema elétrico de distribuição

Define-se como matriz impedância dos elementos do SED conectado a uma subestação, à inversa da matriz obtida da equação (2.34).

$$\begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{22}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{2n}^{abc} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Y}]_{n2}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{nn}^{abc} \end{pmatrix}^{-1} \quad (2.41)$$

Para um SED conectado a s subestações, a matriz admitância é a inversa da matriz obtida da equação (2.40)

$$\begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{s+1,s+1}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{s+1,n}^{abc} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Y}]_{n,s+1}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{nn}^{abc} \end{pmatrix}^{-1} \quad (2.42)$$

A matriz impedância existe sempre e quando a inversa das matrizes das equações (2.41) e (2.42) existem, quando estas matrizes são não singulares.

2.5 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

Os elementos shunt que são modelados como potência constantes no cálculo do fluxo de potência, alteram as suas características de modelagem para o cálculo do curto-circuito, mas os elementos que são modelados com impedância ou admitância constante mantêm as características de seus modelos originais no cálculo de curto-circuito.

A formação da matriz de admitância e impedância é essencial para cálculos de fluxo de potência e curto-circuito. Foi realizada a demonstração matemática da formação desta matriz e se observou que ela é formada pelos dados elétricos dos parâmetros das linhas, transformadores, reatores e impedância interna do gerador síncrono, sendo esses valores essenciais, pois refletem: perdas, sobrecargas, etc. no SED, isso também provoca uma consequência direta na convergência do cálculo do fluxo de potência.

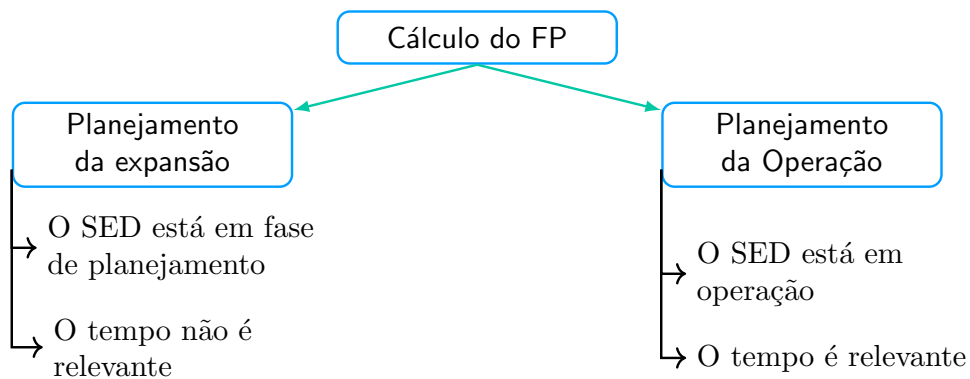
Conclui-se que a equação básica que representa o SED pode ser generalizada ao se considerar mais de uma barra de folga no sistema. Esta possibilidade é muito importante, pois desta forma pode ser executado o cálculo de fluxo de potência para um alimentador que esteja conectado a mais de uma subestação.

3 FLUXO DE POTÊNCIA TRIFÁSICO DESEQUILIBRADO

3.1 INTRODUÇÃO

O problema do fluxo de potência ou fluxo de carga, consiste em encontrar os valores das variáveis de estado do sistema de energia elétrica, como tensões, correntes, fluxos de potências ativas e reativas, carregamento dos equipamentos elétricos, etc. em estado estacionário (IEEE. . . , 2018). Este cálculo é efetuado tanto no planejamento como na operação dos SED como está ilustrado na Figura 29.

Figura 29 – Aplicações do cálculo de fluxo de potência



Fonte: próprio autor

No planejamento da expansão é muito importante o cálculo de fluxo de potência, porque são executadas simulações que praticamente não se experimentariam no sistema real porque o sistema ainda não foi construído, além de limitações de tempo e porque não é tecnicamente viável expor o sistema real a condições que são potencialmente prejudiciais. O objetivo final do cálculo de fluxo de potência não é obter parâmetros de desempenho numéricos rígidos, frequentemente, o objetivo é obter uma estimativa de como o sistema funciona em vários cenários de condições operacionais (IEEE. . . , 2018).

De acordo com a classificação de regime de operação dos sistemas de energia elétrica apresentada na Figura 8 na seção 2.1, o cálculo de fluxo de potência deve ser focado no regime estacionário em operação normal, portanto, o sistema é representado usando equações fasoriais. Devido as considerações de operações da rede, como tipos de barras e o modelo matemático de seus elementos, o problema do fluxo de potência consiste em encontrar apenas os valores das variáveis de estado(módulo e ângulo), resolvendo um sistema de equações algébricas não lineares consistente, e a partir do conhecimento do valor dessas variáveis elétricas, as outras variáveis são calculadas. O cálculo das tensões em um sistema de energia elétrica se torna complexo devido ao grande número de variáveis

existentes e ao modelo matemático de seus componentes. Por exemplo, um sistema de distribuição típico possui milhares de cargas, dezenas de capacitores de derivação etc., e como as cargas e geradores são modelados com base em sua potência, isso resulta em um sistema de equações não lineares de segunda ordem. Esta última característica faz com que o método de Newton seja o mais adequado para resolver esse sistema de equações.

3.2 ANÁLISE DOS PRINCIPAIS ELEMENTOS NAS EQUAÇÕES DE FLUXO DE POTÊNCIA

Nesta seção efetua-se uma análise detalhada do comportamento das cargas e geradores. Outros componentes, como disjuntores de rede, fusíveis, chaves automáticas etc., embora necessários na análise de contingência, não são importantes nos estudos de fluxo de potência e, portanto, não são apresentados (CHEN et al., 1991b).

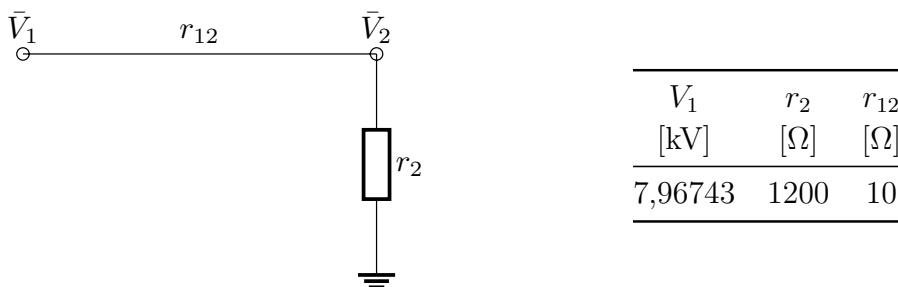
3.2.1 Análise das cargas nas equações de fluxo de potência

Para a solução do problema matemático do fluxo de potência, os modelos das cargas desempenham um papel muito importante, tanto para a convergência do método quanto pelo número, exatidão e qualidade das soluções que podem ser obtidas para o sistema em análise. Por outro lado, as cargas podem ser expressas como uma impedância, uma injeção de corrente, um consumo de potência constante, ou também podem ser expressas como um modelo combinado de potência constante, corrente constante e impedância constante, estes diferentes modelos são apresentados em seguida.

3.2.1.1 Carga representada como impedância constante

Ao modelar todas as cargas com o modelo de impedância constante, obtém-se uma solução única para o modelo de circuito elétrico, por exemplo, para o circuito da Figura 30, uma solução única é obtida a partir de sua equação (3.3), isso também é representado na Figura 31. Para encontrar a solução do circuito, não é necessário aplicar métodos iterativos como se demonstra a seguir.

Figura 30 – Sistema de dois nós e carga como impedância constante.



Fonte: próprio autor

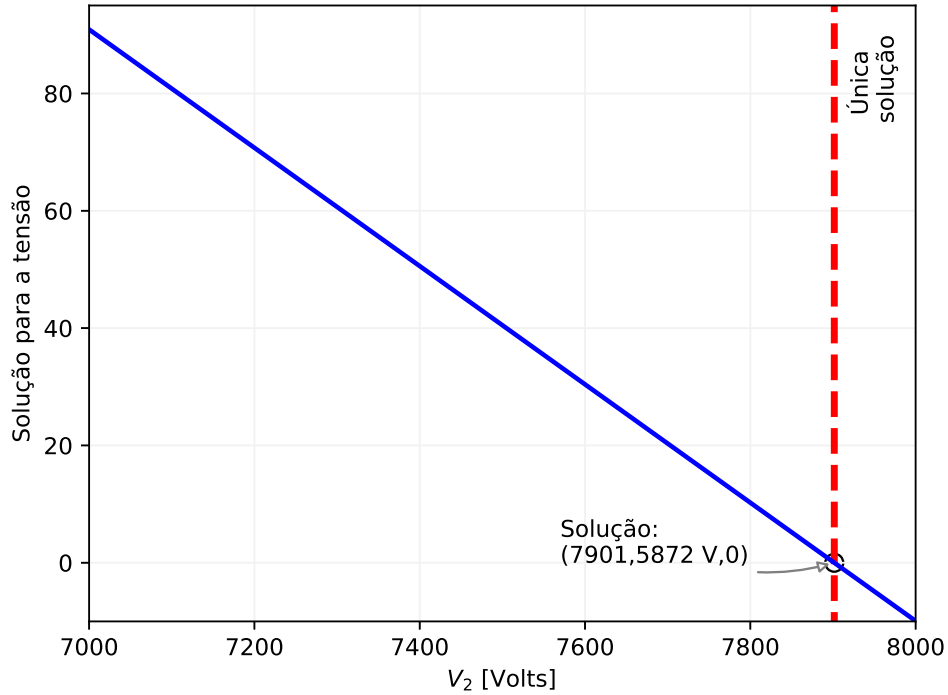
A equação básica do sistema é apresentada na equação (3.1).

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/r_{12} & -1/r_{12} \\ -1/r_{12} & 1/r_{12} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

$$I_2 = -1/r_{12}V_1 + 1/r_{12}V_2 \quad I_2 = V_2/r_2 \quad (3.2)$$

$$f_r(V_2) = (1/r_2 - 1/r_{12})V_2 + 1/r_{12}V_1 = 0 \quad (3.3)$$

Figura 31 – Solução do circuito para a carga tipo impedância constante.



Fonte: próprio autor

Seja um sistema de n barras e uma carga com modelo de impedância constante conectada nas suas barras. A seguir apresentam-se três formas de resolver o problema de fluxo de potência para este caso.

(a) Considerando a carga na matriz admitância.

Generalizando a equação (3.1) para um sistema trifásico de n barras e utilizando a equação (2.34) da seção 2.4.2 obtém-se a seguinte equação:

$$\begin{pmatrix} [\bar{I}]_2^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{I}]_n^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{21}^{abc} [\bar{V}]_1^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{Y}]_{n1}^{abc} [\bar{V}]_1^{abc} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{22}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{2n}^{abc} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Y}]_{n2}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{nn}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_2^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_n^{abc} \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

Da seção 2.2.5.1 obtém-se a injeção de corrente na barra i para cargas trifásicas com modelo de impedância constante com conexão em estrela ou delta, conforme é

apresentado na equação (3.5).

$$[\bar{I}]_i^{abc} = -[\bar{y}]_{i,tc}^{abc} [\bar{V}]_i^{abc} \quad (3.5)$$

Sendo:

$$tc = \text{tipo de conexão} = \begin{cases} Y & \text{com conexão em estrela, e} \\ D & \text{com conexão em delta} \end{cases}$$

Substituindo a equação (3.5) na equação (3.4) obtém-se a equação (3.6),

$$-\begin{pmatrix} [\bar{y}]_{2,tc}^{abc} & \cdots & 0_{3 \times 3} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0_{3 \times 3} & \cdots & [\bar{y}]_{n,tc}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_2^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_n^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{21}^{abc} [\bar{V}]_1^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{Y}]_{n1}^{abc} [\bar{V}]_1^{abc} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{22}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{2n}^{abc} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Y}]_{n2}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{nn}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_2^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_n^{abc} \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

Finalmente, resolvendo a equação (3.6) para as tensões dos elementos, obtém-se a equação (3.7)

$$\begin{pmatrix} [\bar{V}]_2^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_n^{abc} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{22}^{abc} + [\bar{y}]_{2,tc}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{2n}^{abc} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Y}]_{n2}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{nn}^{abc} + [\bar{y}]_{n,tc}^{abc} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{21}^{abc} [\bar{V}]_1^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{Y}]_{n1}^{abc} [\bar{V}]_1^{abc} \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

Na equação (3.7) as tensões das barras no alimentador são obtidas diretamente, desde que todas as cargas do sistema sejam representadas com o modelo de impedância constante. Isto é possível porque na representação da carga, a equação (3.5), permite-se que se obtenham equações lineares de acordo com a equação (3.6). Se existem algumas cargas com o modelo de potência constante não é possível obter uma solução direta como foi encontrada através da equação (3.7). Esta forma de expressar as cargas é a mais utilizada no cálculo de curto-circuito como é apresentado na seção 4.5.1.2.

(b) Considerando a carga como injeção de corrente.

Com (a) a carga foi considerada na matriz admitância, no entanto, a carga também pode ser representada como uma injeção de corrente, segundo a equação (3.5), substituindo esta equação na equação (3.4) obtém-se a equação (3.8).

$$-\begin{pmatrix} [\bar{y}]_{2,tc}^{abc} [\bar{V}]_2^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{y}]_{n,tc}^{abc} [\bar{V}]_n^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{21}^{abc} [\bar{V}]_1^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{Y}]_{n1}^{abc} [\bar{V}]_1^{abc} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{22}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{2n}^{abc} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Y}]_{n2}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{nn}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_2^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_n^{abc} \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

Expressando a equação (3.8) para ser resolvida para as tensões de forma iterativa obtém-se a equação (3.9).

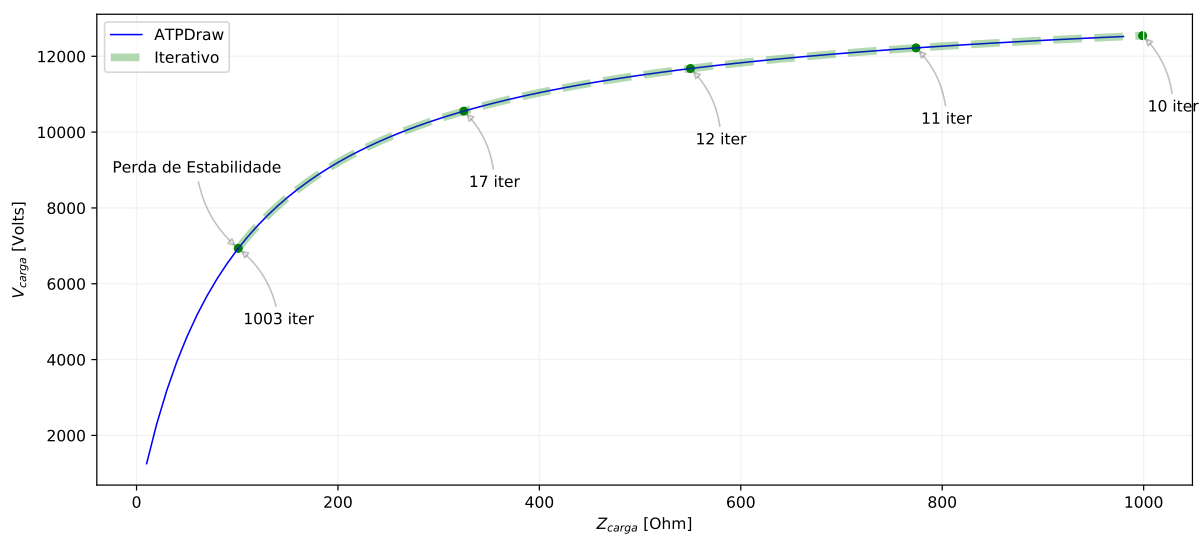
$$\begin{pmatrix} [\bar{V}]_2^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_n^{abc} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{22}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{2n}^{abc} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Y}]_{n2}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{nn}^{abc} \end{pmatrix}^{-1} \left(\begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{21}^{abc} [\bar{V}]_1^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{Y}]_{n1}^{abc} [\bar{V}]_1^{abc} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} [\bar{y}]_{2,tc}^{abc} [\bar{V}]_2^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{y}]_{n,tc}^{abc} [\bar{V}]_n^{abc} \end{pmatrix} \right) \quad (3.9)$$

Ao resolver esta última equação de forma iterativa para as tensões, todas as outras variáveis do SED são encontradas, no entanto, este método é mais lento que o método do item (a), e se torna ainda mais lento quando a solução está próxima do ponto de perda de estabilidade de tensão, e existe o problema de convergência quando a solução está neste ponto. Adicionalmente não é possível resolver o sistema para tensões abaixo do ponto onde o sistema perde a estabilidade de tensão como se apresenta a seguir.

Resolvendo o sistema da Figura 30 de forma iterativa como é apresentado na equação (3.10) para diferentes valores da impedância da carga ($\bar{z}_2 = 1/\bar{y}_2$), obtém-se as soluções da tensão para cada valor de impedância da carga e mostra-se o número de iterações como é apresentado na Figura 32.

$$\bar{V}_2 = \bar{V}_1 - \bar{z}_{12}\bar{y}_2\bar{V}_2 \quad (3.10)$$

Figura 32 – Soluções da tensão utilizando o método do item (b) com impedância de carga variável.



Fonte: próprio autor

Na Figura 32 apresentam-se também as soluções fornecidas pelo *software* ATPDraw. Verifica-se que o método iterativo não consegue resolver o problema a partir do ponto onde se perde estabilidade de tensão.

(c) Solução em representação escalar.

Com (b) representou-se a carga como uma injeção de corrente na forma fasorial. A injeção de corrente na barra i para este tipo de carga, também pode ser representada da forma estabelecida na equação (3.11a), com o objetivo de encontrar equações escalares.

$$[\bar{I}]_i^{abc} = \begin{pmatrix} \bar{I}_i^a \\ \bar{I}_i^b \\ \bar{I}_i^c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{y}_i^a \bar{V}_i^a \\ \bar{y}_i^b \bar{V}_i^b \\ \bar{y}_i^c \bar{V}_i^c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{V}_i^a (g_i^a + jb_i^a) \\ \bar{V}_i^b (g_i^b + jb_i^b) \\ \bar{V}_i^c (g_i^c + jb_i^c) \end{pmatrix} \quad (3.11a)$$

$$\bar{I}_i^p = \bar{V}_i^p (g_i^p + jb_i^p) \quad p = a, b, c \quad (3.11b)$$

Seja um sistema de n barras, com uma carga conectada em cada uma das barras do alimentador, a equação básica deste sistema é igual à equação (2.32), da qual obtém-se uma equivalência para a injeção de corrente trifásica e por fase da carga conectada na barra i , apresentadas nas equações (3.12a) e (3.12b), respectivamente.

$$[\bar{I}]_i^{abc} = \sum_{j=1}^n [\bar{Y}]_{ij}^{abc} [\bar{V}]_j^{abc} \quad (3.12a)$$

$$\bar{I}_i^p = \sum_{j=1}^n \sum_{k=a,b,c} \bar{Y}_{ij}^{pk} \bar{V}_j^k \quad e \quad p = a, b, c \quad (3.12b)$$

Substituindo a equação (3.11b) para uma fase p na equação (3.12b), e fazendo operações algébricas obtém-se:

$$\bar{V}_i^p (g_i^p + jb_i^p) = \sum_{j=1}^n \sum_{k=a,b,c} \bar{Y}_{ij}^{pk} \bar{V}_j^k \quad (3.13a)$$

$$g_i^p + jb_i^p = \frac{e^{-j\theta_i^p}}{\bar{V}_i^p} \sum_{j=1}^n \sum_{k=a,b,c} (G_{ij}^{pk} + jB_{ij}^{pk}) V_j^k e^{j\theta_j^k} \quad (3.13b)$$

$$g_i^p + jb_i^p = \sum_{j=1}^n \sum_{k=a,b,c} \frac{V_j^k}{\bar{V}_i^p} (G_{ij}^{pk} + jB_{ij}^{pk}) e^{-j(\theta_i^p - \theta_j^k)} \quad (3.13c)$$

$$g_i^p + jb_i^p = \sum_{j=1}^n \sum_{k=a,b,c} \frac{V_j^k}{\bar{V}_i^p} (G_{ij}^{pk} + jB_{ij}^{pk}) (\cos \theta_{ij}^{kp} - j \sin \theta_{ij}^{kp}) \quad (3.13d)$$

Finalmente, realizando operações algébricas e separando os termos reais e imaginários da equação (3.13d), obtém-se as equações (3.14a) e (3.14b).

$$g_i^p = \sum_{j=1}^n \sum_{k=a,b,c} \frac{V_j^k}{\bar{V}_i^p} (G_{ij}^{pk} \cos \theta_{ij}^{kp} + B_{ij}^{pk} \sin \theta_{ij}^{kp}) \quad e \quad p = a, b, c \quad (3.14a)$$

$$b_i^p = \sum_{j=1}^n \sum_{k=a,b,c} \frac{V_j^k}{\bar{V}_i^p} (-G_{ij}^{pk} \sin \theta_{ij}^{kp} + B_{ij}^{pk} \cos \theta_{ij}^{kp}) \quad e \quad p = a, b, c \quad (3.14b)$$

Das equações (3.14a) e (3.14b), conhecidos os valores corretos dos módulos das tensões e seus respectivos ângulos, a igualdade vai ser atendida, portanto o foco do estudo consiste em calcular essas tensões. A carga é representada na sua forma escalar, e convenientemente o sistema de equações pode ser resolvido pelo método de Newton.

O método apresentado no item (a) é o que apresenta melhores resultados para o cálculo das variáveis de estado do sistema quando no sistema só existem cargas representadas com o modelo de impedância constante.

3.2.1.2 Carga representada como consumo de potência constante

O modelo da carga como consumo de potência constante é o mais utilizado em SEP, ele faz com que o sistema de equações das variáveis elétricas seja não linear, portanto, utilizam-se métodos iterativos para a sua resolução, sendo o método de Newton o mais empregado. Primeiramente, realiza-se a análise desconsiderando a parte reativa do sistema, em seguida faz-se a análise considerando o consumo de potências ativa e reativa.

(a) Carga representada como potência ativa constante.

Seja a carga representada como um consumo de potência ativa constante num sistema de dois nós com impedância do condutor puramente resistiva, conforme ilustrado na Figura 33.

Figura 33 – Sistema de dois nós com carga representada por potência ativa constante



Fonte: próprio autor

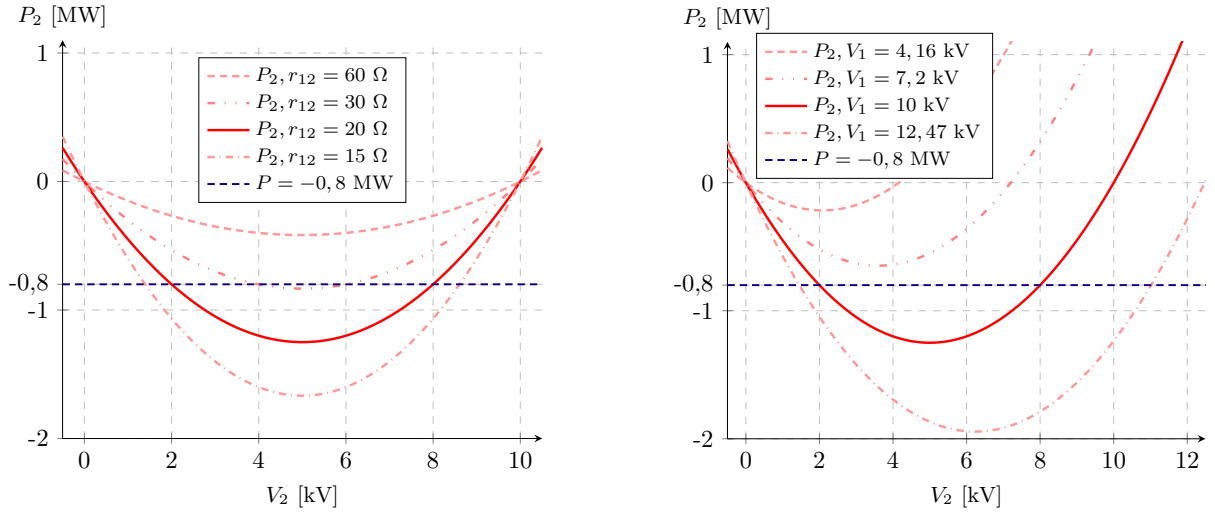
A equação básica deste sistema é apresentada na equação (3.15a) e a solução deste sistema para a tensão da barra dois é apresentada na equação (3.15c). Esta equação representa o consumo de potência da carga em função da tensão V_2 , os demais termos desta equação são constantes. O gráfico desta função $P_2(V_2)$ é representado na Figura 34, observando-se que quando a impedância da linha cresce mantendo constante a tensão da barra Slack ($V_1 = 10\text{kV}$), a capacidade do SEP diminui, por exemplo, quando no sistema $r_{12} = 60\ \Omega$, o sistema não tem a capacidade para satisfazer a demanda de -0.8 MW.

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/r_{12} & -1/r_{12} \\ -1/r_{12} & 1/r_{12} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} \quad (3.15a)$$

$$I_2 = \frac{-1}{r_{12}}V_1 + \frac{1}{r_{12}}V_2 \quad P_2 = V_2 I_2 \quad (3.15b)$$

$$P_2 = \frac{-V_1 V_2}{r_{12}} + \frac{V_2^2}{r_{12}} \quad (3.15c)$$

Figura 34 – Potência da carga em função da tensão na sua barra.



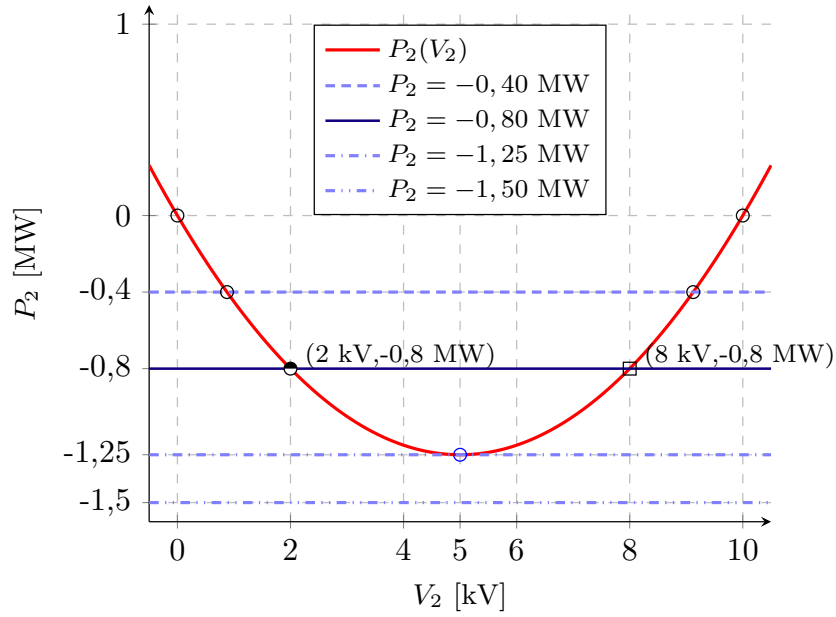
Fonte: próprio autor

Observa-se também que ao variar a tensão da barra Slack mantendo constante a impedância da linha ($r_{12} = 20\Omega$), a capacidade do SEP aumenta ou diminui diretamente proporcional à tensão da barra Slack. Por exemplo, para uma tensão de $V_1 = 7,2\text{kV}$ o sistema não tem capacidade para atender a demanda de $-0,8\text{MW}$. Analisando as soluções da tensão V_2 do sistema elétrico para diferentes padrões de consumo de potência da carga, da Figura 35 verifica-se que:

- Quando $P_2^{\text{esp}} \in (-1,25 \text{ MW}, 0 \text{ MW}]$, a curva $P_2(V_2)$ tem duas intersecções com a linha horizontal $P_2^{\text{esp}} = k$, portanto, o sistema tem duas soluções para a tensão, uma tensão é correspondente à zona que comumente é conhecida como zona de operação em estado estável, normalmente esta solução é considerada no cálculo de fluxo de potência, e outra solução para a tensão na zona que, geralmente, é conhecida como zona não estável do sistema, esta solução normalmente obtém-se num evento de curto-circuito. Por exemplo, para o caso de estudo têm-se as soluções $V_2 = 2 \text{ kV}$ e $V_2 = 8 \text{ kV}$.
- Quando $P_2^{\text{esp}} = -1,25 \text{ MW}$, a curva $P_2(V_2)$ tem um único ponto de intersecção com esta linha horizontal, no ponto $(5 \text{ kV}, -1,25 \text{ MW})$, o sistema tem uma única solução, esta potência é a potência máxima que o sistema pode entregar ao nó 2.

- Quando $P_2^{\text{esp}} \in (-\infty, -1,25 \text{ MW})$, a curva $P_2(V_2)$ não tem interseção com nenhuma reta horizontal correspondente a $P_2 = k$, o que significa que o sistema elétrico não tem a capacidade para atender um consumo de potência maior que 1,25 MW no nó dois. Para resolver este problema, a solução poderia ser reduzir a impedância da linha ou aumentar a tensão da barra Slack segundo a análise apresentada na Figura 34.

Figura 35 – Capacidade do sistema elétrico para diferentes valores de carga.



Fonte: próprio autor

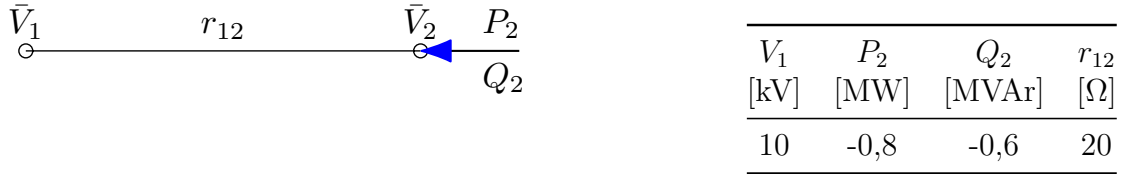
Outros casos particulares acontecem quando $P_2 = 0 \text{ MW}$, aqui tem-se que a tensão assume dois valores, $V_2 = 0 \text{ kV}$ ou $V_2 = 10 \text{ kV}$, estes casos são quando o nó 2 está em curto-circuito franco à terra, ou quando o nó 2 está em circuito aberto, respectivamente.

Para encontrar a solução deste problema pode-se utilizar o método de Newton, esse método é apresentado no Anexo D. No sistema da Figura 33, matematicamente encontraram-se duas soluções, isso devido o modelo de carga e porque o sistema não tem parte reativa, nem na carga nem no condutor. Na seção seguinte observa-se que quando existe parte reativa em algum elemento do sistema, matematicamente mais soluções são obtidas.

- (b) Carga representada como potências ativa e reativa constantes.

A carga modelada como consumo de potências ativa e reativa constantes, conforme apresentado na Figura 36, dependendo de como suas equações matemáticas são escritas, obtêm-se interpretações diferentes para o número de soluções, de acordo com a análise a seguir.

Figura 36 – Sistema de dois nós, carga modelada como PQ constante



Fonte: próprio autor

A equação básica do circuito da Figura 36 é a equação (3.16a), e a partir desta equação pode-se obter o sistema de equações (3.16b). Este sistema possui duas incógnitas, que são o módulo da tensão da barra 2 e seu respectivo ângulo, o sistema de equações é consistente; no entanto, esse sistema de equações é representado por duas funções senoidais, que possuem infinitas soluções periódicas.

$$\begin{pmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/r_{12} & -1/r_{12} \\ -1/r_{12} & 1/r_{12} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \end{pmatrix} \quad (3.16a)$$

$$\bar{I}_2 = \frac{-1}{r_{12}} \bar{V}_1 + \frac{1}{r_{12}} \bar{V}_2 \quad \bar{S}_2 = \bar{V}_2 \bar{I}_2^* \quad (3.16b)$$

$$P_2(V_2, \theta_2) = \frac{V_2^2}{r_{12}} - \frac{V_1 V_2 \cos \theta_2}{r_{12}} \quad (3.16c)$$

$$Q_2(V_2, \theta_2) = -\frac{V_1 V_2 \sin \theta_2}{r_{12}} \quad (3.16d)$$

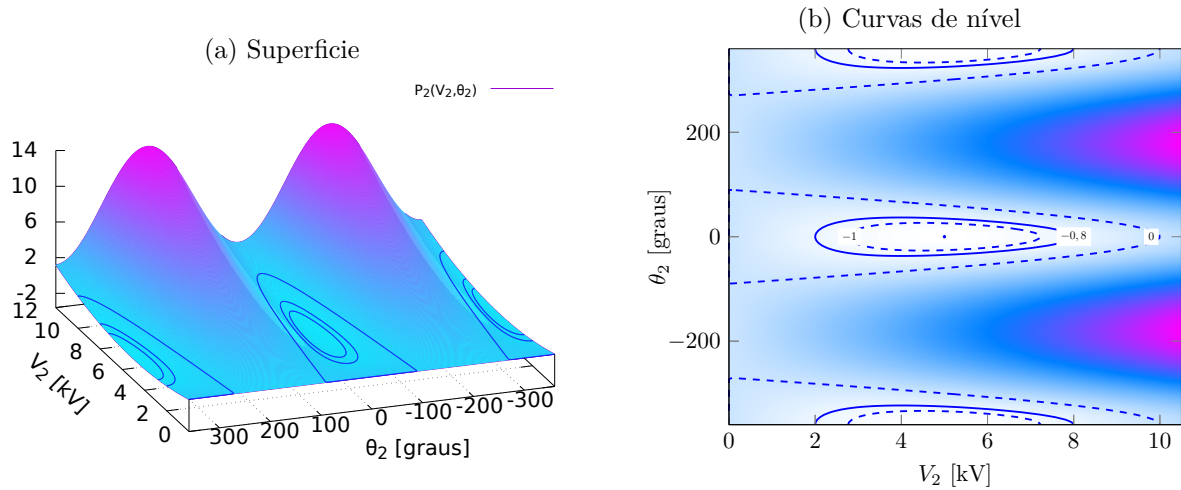
Na Figura 37(a) representa-se a superfície $P_2(V_2, \theta_2)$ dada pela equação (3.16c), observa-se que a figura é periódica com relação ao eixo do ângulo, observa-se também que esta superfície $P_2(V_2, \theta_2)$ possui um mínimo. Para demonstrar isso utiliza-se o teste da segunda derivada, e os valores (V_2, θ_2) correspondentes seriam quando o $\nabla P_2(V_2, \theta_2) = (\frac{\partial P_2(V_2, \theta_2)}{\partial V_2}, \frac{\partial P_2(V_2, \theta_2)}{\partial \theta_2}) = (0, 0)$, estes valores correspondentes são: $V_2 = 5$ kV e $\theta_2 = 2k\pi, \forall k \in \mathbb{Z}$, e a potência correspondente seria $P_2 = -1,25$ MW. Observa-se também que esta superfície pode ter valores positivos para a potência, isso corresponde quando o elemento fornece potência ao sistema, portanto, é um modelo de gerador, neste estado a superfície não possui um máximo.

A interseção desta superfície com o plano $P_2 = k$ fornece o conjunto de pontos (V_2, θ_2) que satisfazem essa potência, na Figura 37(b) apresentam-se as curvas de nível da superfície $P_2(V_2, \theta_2)$ quando $P_2 = \{-1 \text{ MW}, -0,8 \text{ MW}, 0 \text{ MW}\}$. Por exemplo, na condição do problema quando $P_2 = -0,8$ MW observa-se que a tensão mínima e máxima é $V_2 = 2$ kV e $V_2 = 8$ kV, respectivamente.

A superfície correspondente à potência reativa, que é expressa pela equação (3.16d) é representada na Figura 38(a). Observa-se que nesta figura a função é periódica com relação ao eixo do ângulo, θ_2 , e ela não possui um mínimo, a interseção desta superfície com o plano $Q_2 = k$ fornece um conjunto de pontos (V_2, θ_2) que satisfazem essa potência. Na Figura 38(b) apresentam-se as curvas de nível da superfície $Q_2(V_2, \theta_2)$

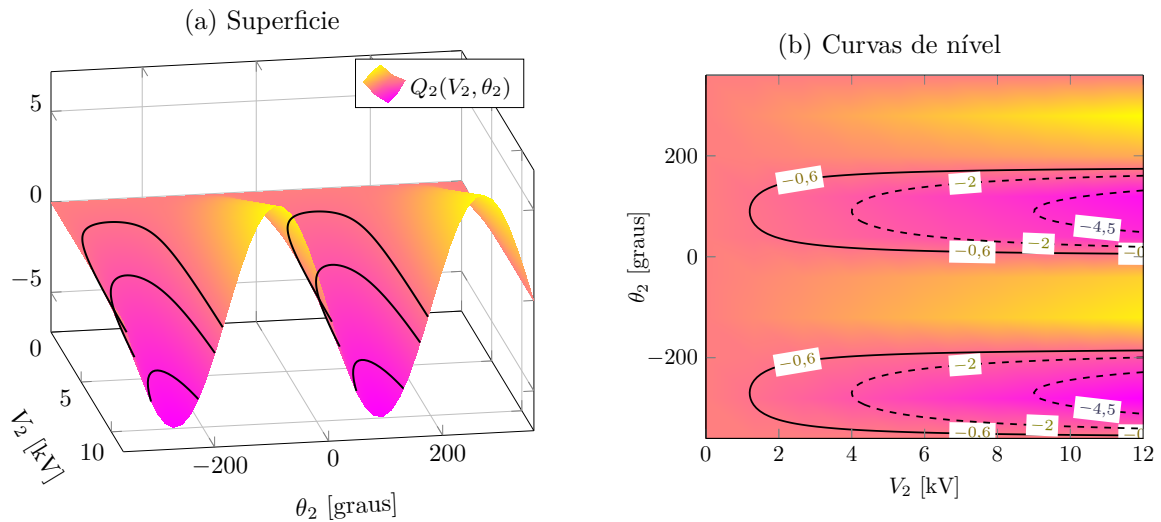
quando $Q_2 = \{-0,6 \text{ MVar}, -2 \text{ MVar}, -4,5 \text{ MVar}\}$.

Figura 37 – Potência ativa da carga em função da tensão e ângulo, e suas possíveis soluções.



Fonte: próprio autor

Figura 38 – Potência reativa da carga em função da tensão e do ângulo e suas possíveis soluções



Fonte: próprio autor

Para encontrar a solução do problema da Figura 36 a tensão e o ângulo devem satisfazer as equações (3.16c) e (3.16d), portanto, as soluções são correspondentes à intersecção das curvas de nível $P_2(V_2, \theta_2) = -0,8 \text{ MW}$ e $Q_2(V_2, \theta_2) = -0,6 \text{ MVar}$ como é apresentado na Figura 39. Nesta figura observa-se que existem dois pontos de intersecção, um correspondente à zona que é conhecida como zona estável do sistema, que a sua solução, normalmente, é fornecida pela análise de fluxo

de potência, e o outro correspondente a um evento não estável, geralmente, um evento de curto-circuito onde as tensões caem drasticamente. Mantendo constante $P_2(V_2, \theta_2) = -0,8$ MW, observa-se que apenas as curvas de nível $Q_2(V_2, \theta_2) = k$ que cruzam a curva de nível $P_2(V_2, \theta_2) = -0,8$ MW fornecem uma solução para o problema, por exemplo, as curvas de nível para $Q_2(V_2, \theta_2) \leq -2$ MVar não cruzam a curva de nível $P_2(V_2, \theta_2) = -0,8$ MW, portanto não existe solução para o problema nessas condições. Para encontrar a potência reativa máxima que a carga pode consumir nesta condição, tem-se que resolver o seguinte problema:

$$\begin{aligned} \min \quad & Q(V_2, \theta_2) = -\frac{V_1 V_2 \sin \theta_2}{r_{12}} \\ \text{sujeito à} \quad & P(V_2, \theta_2) = -0,8 \\ & V_2 \geq 0 \end{aligned} \quad (3.17)$$

Segundo o problema, devem-se encontrar os pontos extremos da função $Q(V_2, \theta_2)$ sujeitos à restrição $P(V_2, \theta_2) = \frac{V_2^2}{r_{12}} - \frac{V_1 V_2 \cos \theta_2}{r_{12}} = -0,8$, ou seja, deve-se encontrar os valores extremos de $Q(V_2, \theta_2)$ quando o ponto $(V_2^{(s)}, \theta_2^{(s)})$ pertence à curva de nível $P(V_2, \theta_2) = -0,8$ MW. De acordo com o gráfico da Figura 39 deve existir uma curva de nível Q_2 que cruza a curva de nível $P(V_2, \theta_2) = -0,8$ MW em um só ponto, e segundo a teoria dos multiplicadores de Lagrange, nesse ponto os gradientes das funções são paralelos segundo a seguinte equação:

$$\nabla P_2(V_2^{(s)}, \theta_2^{(s)}) = \lambda \nabla Q(V_2^{(s)}, \theta_2^{(s)}) \quad (3.18)$$

Realizando operações algébricas obtém-se a seguinte equação:

$$\left(\frac{\partial P_2(V_2^{(s)}, \theta_2^{(s)})}{\partial V_2}, \frac{\partial P_2(V_2^{(s)}, \theta_2^{(s)})}{\partial \theta_2} \right) = \lambda \left(\frac{\partial Q_2(V_2^{(s)}, \theta_2^{(s)})}{\partial V_2}, \frac{\partial Q_2(V_2^{(s)}, \theta_2^{(s)})}{\partial \theta_2} \right) \quad (3.19)$$

Desta última equação obtêm-se as seguintes equações:

$$\frac{2V_2^{(s)}}{r_{12}} - \frac{V_1 \cos \theta_2^{(s)}}{r_{12}} = \lambda \frac{-V_1 \sin \theta_2^{(s)}}{r_{12}} \quad (3.20a)$$

$$\frac{V_1 V_2^{(s)} \sin \theta_2^{(s)}}{r_{12}} = \lambda \frac{-V_1 V_2^{(s)} \cos \theta_2^{(s)}}{r_{12}} \quad (3.20b)$$

Realizando operações algébricas obtêm-se:

$$\frac{V_1}{r_{12}} (\cos \theta_2^{(s)} - \lambda \sin \theta_2^{(s)}) = V_2^{(s)} \quad (3.21a)$$

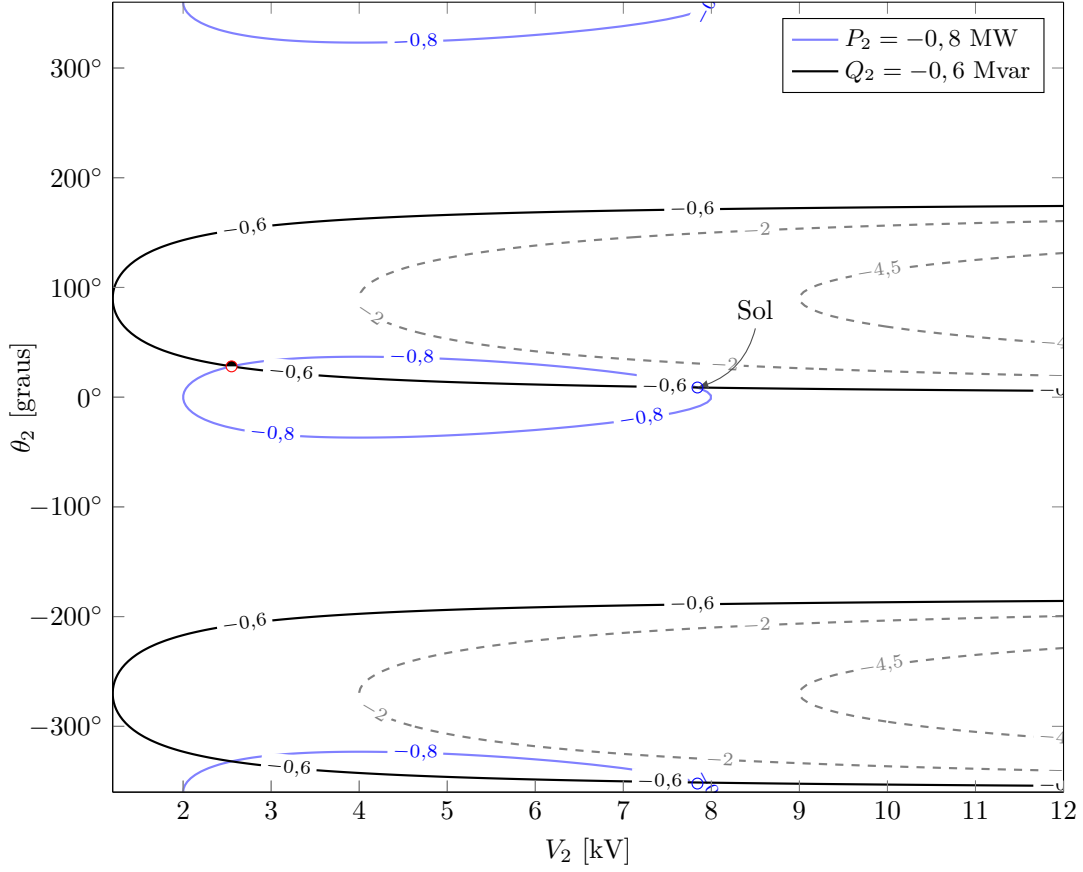
$$V_2^{(s)} (\sin \theta_2^{(s)} + \lambda \cos \theta_2^{(s)}) = 0 \quad (3.21b)$$

Resolvendo as equações anteriores para $V_2^{(s)}$ e $\theta_2^{(s)}$ em função de λ , obtêm-se:

$$\operatorname{tg} \theta_2^{(s)} = \frac{-\lambda}{1} \quad \text{e} \quad V_2^{(s)} = \frac{V_1 \sqrt{1 + \lambda^2}}{2} \quad (3.22a)$$

$$\operatorname{tg}\theta_2^{(s)} = \frac{\lambda}{-1} \quad \text{e} \quad V_2^{(s)} = \frac{-V_1\sqrt{1+\lambda^2}}{2} \quad (3.22b)$$

Figura 39 – Soluções periódicas para a tensão do sistema.



Fonte: próprio autor

Como $V_1 > 0$ e o valor de V_2 deve ser positivo, então, a equação (3.22b) não é considerada. Resolvendo esta equação para a condição do problema, $P(V_2, \theta_2) = P_L = -0,8$, considerando a equação (3.22a), obtém-se o seguinte resultado para λ :

$$\lambda = \pm \sqrt{1 + \frac{4r_{12}P_L}{V_1^2}} = \pm 0,6 \quad (3.23)$$

Finalmente, obtém-se os seguintes resultados:

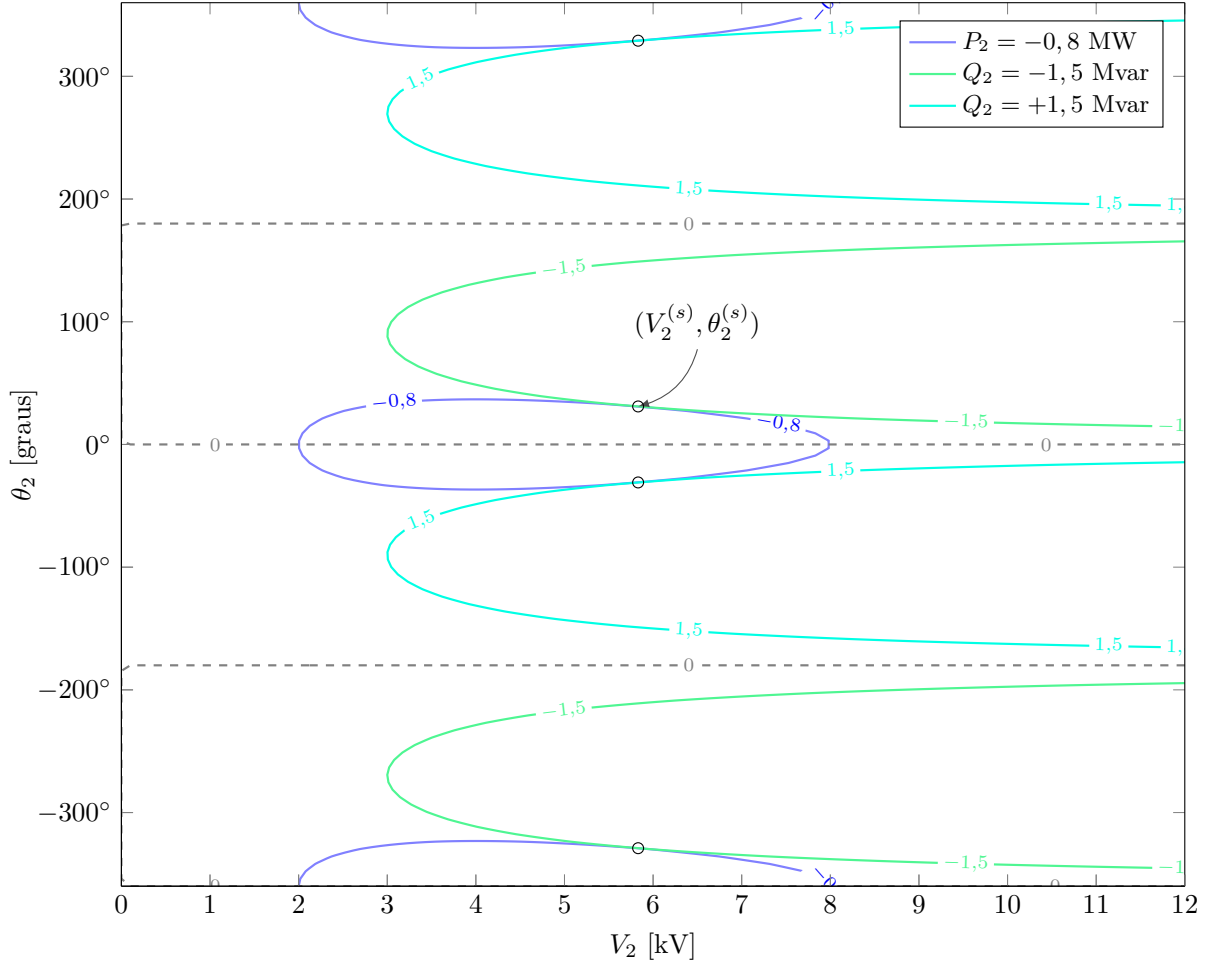
$$\lambda = 0,6 \quad \rightarrow \quad \theta_2^{(s)} = -30,963756^\circ, \quad V_2^{(s)} = 5,83095189 \text{ kV} \quad \rightarrow \quad Q_2 = 1,5 \text{ MVar} \quad (3.24a)$$

$$\lambda = -0,6 \quad \rightarrow \quad \theta_2^{(s)} = 30,963756^\circ, \quad V_2^{(s)} = 5,83095189 \text{ kV} \quad \rightarrow \quad Q_2 = -1,5 \text{ MVar} \quad (3.24b)$$

Da equação (3.24b), obtém-se que a potência reativa máxima que a carga pode consumir quando $P_2 = -0,8 \text{ MW}$, no sistema da Figura 36, é $1,5 \text{ MVar}$ ($Q_2 =$

$-1,5$ MVar). As curvas de nível para a potência reativa são apresentadas na Figura 40.

Figura 40 – Curvas de nível correspondentes à potência reativa máxima que pode consumir a carga.



Fonte: próprio autor

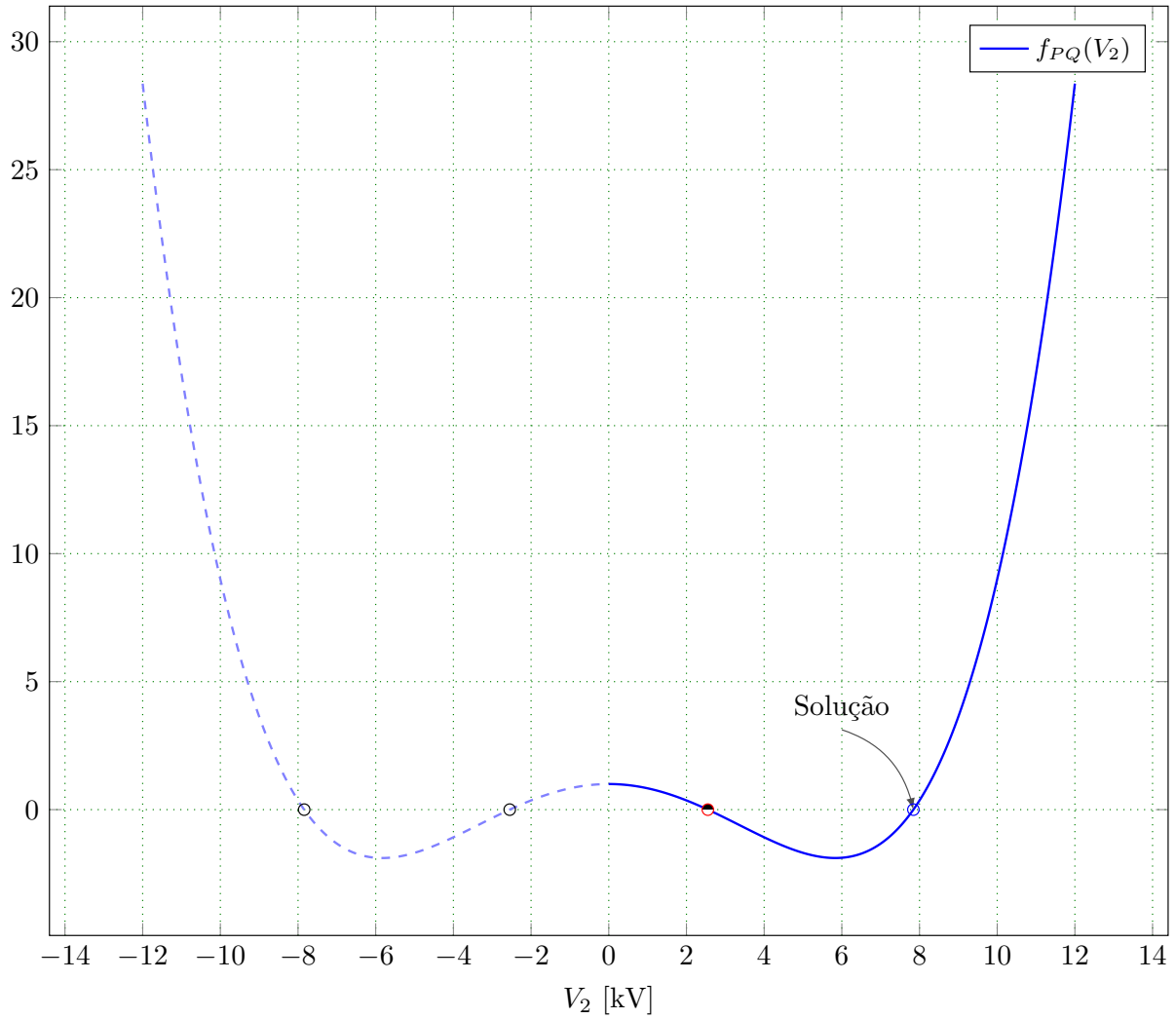
A curva de nível correspondente a $Q_2 = 1,5$ MVar corresponde à potência reativa máxima que é possível entregar no nó 2, por exemplo, isso é possível instalando um equipamento de compensação de reativo nesse nó, ou seja, no nó dois não é possível fornecer uma potência reativa total que seja superior a 1,5 MVar para as condições do problema apresentados na Figura 36. Efetuando manipulações algébricas no sistema de equações (3.16c) e (3.16d) elimina-se o ângulo θ_2 e, assim obtém-se a equação (3.25), que é outra representação matemática do problema.

$$f_{PQ}(V_2) = \left(\frac{V_2^2}{r_{12}} - P_2\right)^2 + Q_2^2 - \frac{V_1^2 V_2^2}{r_{12}^2} = 0 \quad (3.25)$$

Nesta representação tem-se uma única equação (equação do quarto grau) com uma única incógnita (tensão V_2). Matematicamente, para esta equação obtém-se quatro

soluções, como é ilustrado na Figura 41, mas, devido que a variável V_2 é o módulo de tensão, então só se considera a curva onde $V_2 \geq 0$. Nesta curva tem-se uma solução para o estado de operação estável e uma solução para o estado de operação não estável do sistema.

Figura 41 – Soluções para a carga tipo potências ativa e reativa constantes

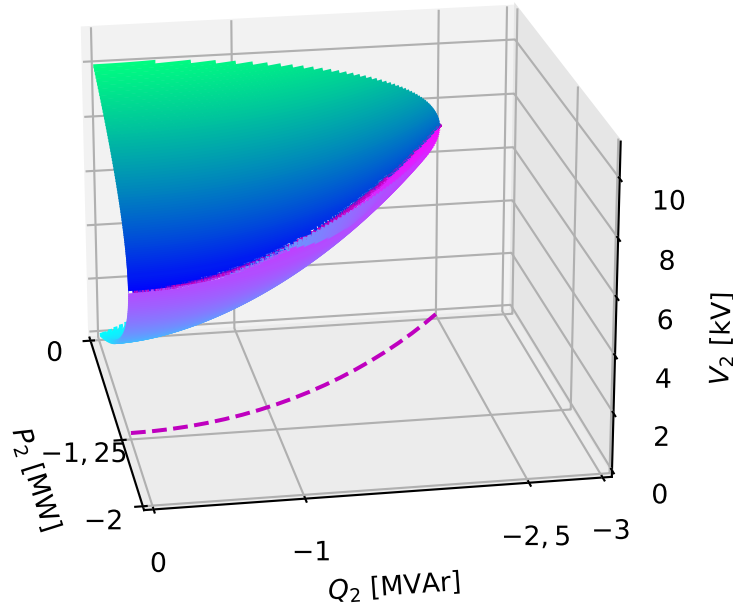


Fonte: próprio autor

Esta representação é muito útil para analisar o comportamento da tensão na barra 2 em função das potências ativa e reativa da carga como se representa na equação (3.26) e na Figura 42, que é obtida através da equação (3.25) ao realizar operações algébricas.

$$V_2 = \sqrt{r_{12}P_2 + \frac{V_1^2}{2} \pm \sqrt{\left(r_{12}P_2 + \frac{V_1^2}{2}\right)^2 - r_{12}^2(P_2^2 + Q_2^2)}} \quad (3.26)$$

Figura 42 – Superfície da tensão em função das potências ativa e reativa



Fonte: próprio autor

Segundo a equação (3.26), tem-se que a parte interna do radical tem que ser positiva, portanto, obtêm-se as seguintes relações:

$$\left(r_{12}P_2 + \frac{V_1^2}{2}\right)^2 - r_{12}^2(P_2^2 + Q_2^2) \geq 0 \quad (3.27a)$$

$$r_{12}P_2 + \frac{V_1^2}{2} \geq \sqrt{\left(r_{12}P_2 + \frac{V_1^2}{2}\right)^2 - r_{12}^2(P_2^2 + Q_2^2)} \quad (3.27b)$$

Da equação (3.27a) obtêm-se as equações (3.28a) e (3.28b):

$$\frac{V_1^4}{4r_{12}^2} + \frac{V_1^2}{r_{12}}P_2 \geq Q_2^2 \quad (3.28a)$$

$$-\sqrt{\frac{V_1^4}{4r_{12}^2} + \frac{V_1^2}{r_{12}}P_2} \leq Q_2 \leq \sqrt{\frac{V_1^4}{4r_{12}^2} + \frac{V_1^2}{r_{12}}P_2} \quad (3.28b)$$

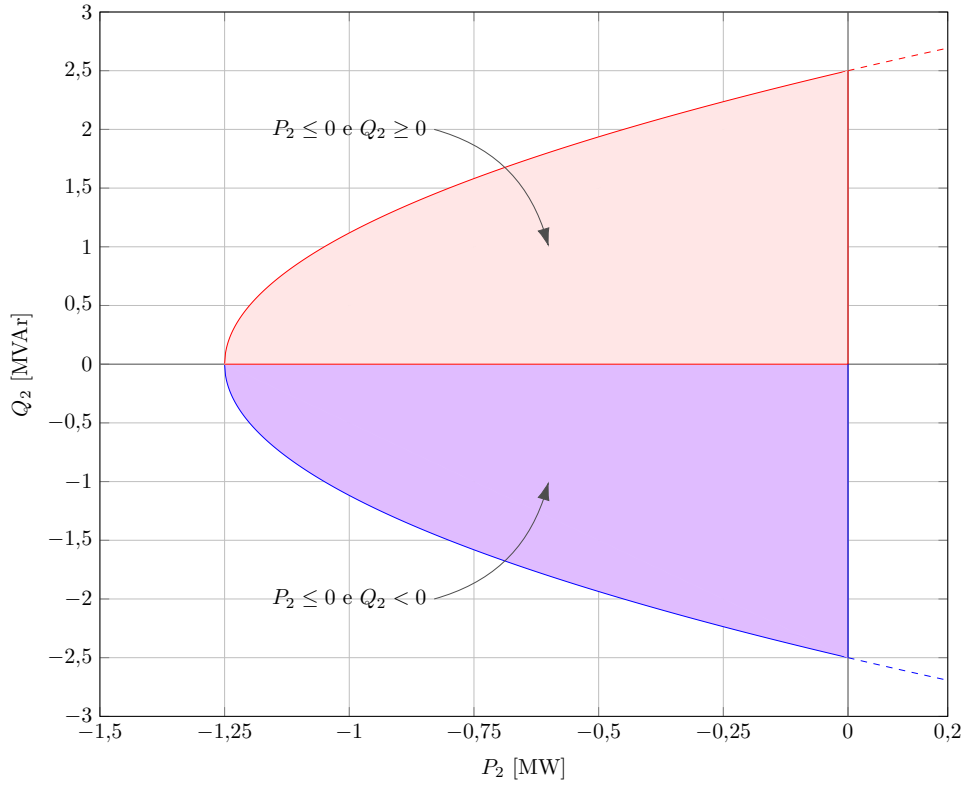
Da equação (3.28b) obtêm-se as seguintes equações, e como neste caso Q_2 é um consumo de potência reativa, só é considerada a equação (3.29a).

$$-\sqrt{\frac{V_1^4}{4r_{12}^2} + \frac{V_1^2}{r_{12}}P_2} \leq Q_2 < 0 \quad (3.29a)$$

$$0 \leq Q_2 \leq \sqrt{\frac{V_1^4}{4r_{12}^2} + \frac{V_1^2}{r_{12}}P_2} \quad (3.29b)$$

Das equações (3.29a) e (3.29b) obtêm-se a Figura 43, onde o lugar geométrico da combinação de potências ativa e reativa máximas que pode consumir a carga é dada pela equação (3.30).

Figura 43 – Pontos operacionais para consumo de potências ativa e reativa.



Fonte: próprio autor

$$Q_2 = -\sqrt{\frac{V_1^4}{4r_{12}^2} + \frac{V_1^2}{r_{12}} P_2} \quad (3.30)$$

Por exemplo, da Figura 43 e da equação (3.30) verifica-se que quando a potência reativa é zero, então a potência ativa máxima que a carga do nó 2 pode consumir é -1,25 MW, este mesmo resultado obteve-se anteriormente. Também, verifica-se que a potência reativa máxima que pode consumir a carga 2 quando $P_2 = -0,8$ MW é -1,5 MVar, segundo a equação (3.30) e a Figura 43, e esse mesmo resultado obteve-se na Figura 40 e da equação (3.24b). Observa-se também que para os dados do sistema, quando a potência ativa consumida é zero, a potência reativa máxima que a carga pode consumir é -2,5 MVar.

Observa-se que na Figura 37 a potência ativa $P_2(V_2, \theta_2)$ tem um mínimo que é -1,25 MW, no entanto, na Figura 38 correspondente à potência reativa $Q_2(V_2, \theta_2)$ não possui um mínimo. Se no sistema da Figura 36 existe a reatância na linha, então, obtém-se que para a superfície $Q_2(V_2, \theta_2)$ existe um mínimo como é apresentado a seguir.

Se na Figura 36 existe a parte reativa na impedância da linha, por exemplo $x_{12} = 10\Omega$, então, as equações (3.16c) e (3.16d) vão mudar para as equações (3.31a) e (3.31b).

$$P_2(V_2, \theta_2) = g_{12}V_2^2 - V_1V_2(g_{12}\cos\theta_2 + b_{12}\sin\theta_2) \quad (3.31a)$$

$$Q_2(V_2, \theta_2) = -b_{12}V_2^2 + V_1V_2 (b_{12} \cos \theta_2 - g_{12} \sin \theta_2) \quad (3.31b)$$

Sendo:

$$g_{12} + jb_{12} = (r_{12} + jx_{12})^{-1}$$

Aplicando o teste da segunda derivada na função $P_2(V_2, \theta_2)$ demonstra-se que esta função possui um mínimo. Os pontos críticos para V_2 e θ_2 ocorrem quando $\nabla P_2(V_2, \theta_2) = (\frac{\partial P_2(V_2, \theta_2)}{\partial V_2}, \frac{\partial P_2(V_2, \theta_2)}{\partial \theta_2}) = (0, 0)$, desta relação obtêm-se as equações (3.32a) e (3.32b):

$$\frac{\partial P_2(V_2, \theta_2)}{\partial V_2} = 2g_{12}V_2 - V_1 (g_{12} \cos \theta_2 + b_{12} \sin \theta_2) = 0 \quad (3.32a)$$

$$\frac{\partial P_2(V_2, \theta_2)}{\partial \theta_2} = -V_1V_2 (b_{12} \cos \theta_2 - g_{12} \sin \theta_2) = 0 \quad (3.32b)$$

Da equação (3.32a) obtêm-se a equação (3.33)

$$V_2 = \frac{V_1}{2g_{12}} (g_{12} \cos \theta_2 + b_{12} \sin \theta_2) \quad (3.33)$$

substituindo a tensão V_2 da equação (3.33) na equação (3.32b) obtêm-se a equação (3.34)

$$-V_1 \underbrace{\frac{V_1}{2g_{12}}}_{\neq 0} (g_{12} \cos \theta_2 + b_{12} \sin \theta_2) (b_{12} \cos \theta_2 - g_{12} \sin \theta_2) = 0 \quad (3.34)$$

Da equação (3.34) obtêm-se duas possibilidades para o cálculo do ângulo conforme é apresentado nas equações (3.35a) e (3.35b)

$$\operatorname{tg} \theta_2 = -\frac{g_{12}}{b_{12}} \quad (3.35a)$$

$$\operatorname{tg} \theta_2 = \frac{b_{12}}{g_{12}} \quad (3.35b)$$

Da equação (3.35a) obtêm-se duas possibilidades:

$$\operatorname{tg} \theta_2 = \frac{-g_{12}}{b_{12}} \quad (3.36a)$$

$$\operatorname{tg} \theta_2 = \frac{g_{12}}{-b_{12}} \quad (3.36b)$$

Substituindo os valores dos ângulos das equações (3.35b), (3.36a) e (3.36b) em (3.33), obtêm-se três valores possíveis para a tensão V_2 conforme é apresentado a seguir.

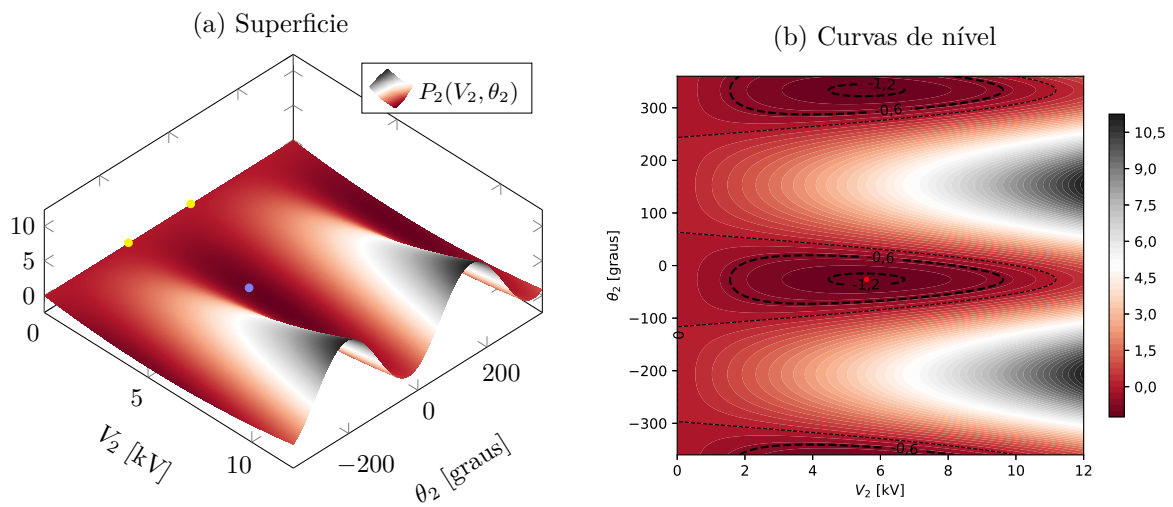
$$\theta_2 = \arctan \left(\frac{b_{12}}{g_{12}} \right) \rightarrow V_2 = \frac{V_1}{2g_{12}} \left(\sqrt{g_{12}^2 + b_{12}^2} \right) \rightarrow P_2 = -\frac{V_1^2 (g_{12}^2 + b_{12}^2)}{4g_{12}} = -\frac{V_1^2}{4r_{12}} \quad (3.37a)$$

$$\theta_2 = \arctan \left(\frac{-g_{12}}{b_{12}} \right) \rightarrow V_2 = 0 \rightarrow P_2 = 0 \quad (3.37b)$$

$$\theta_2 = \arctan \left(\frac{g_{12}}{-b_{12}} \right) \rightarrow V_2 = 0 \rightarrow P_2 = 0 \quad (3.37c)$$

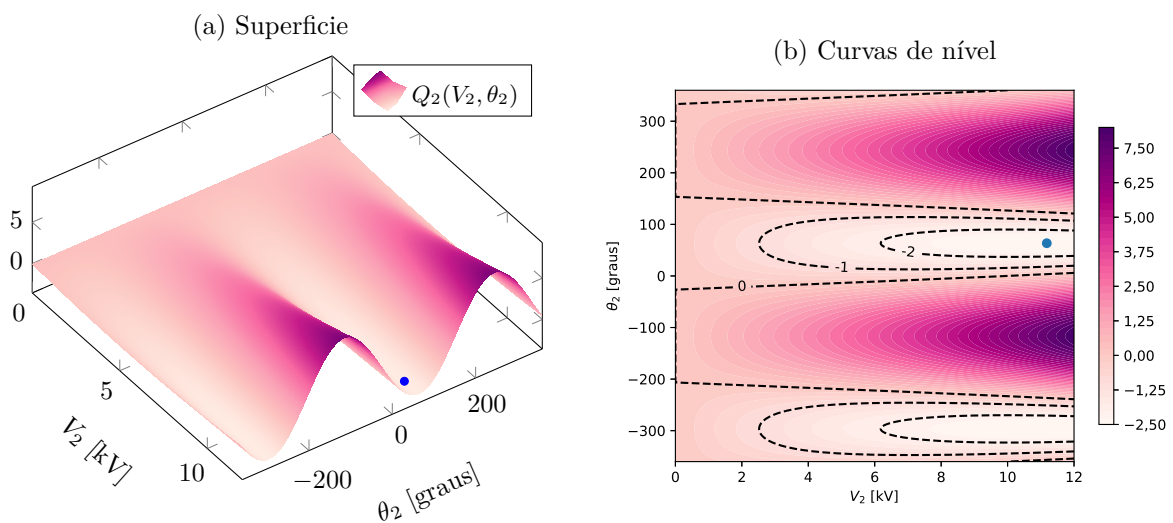
Os ângulos e as tensões das equações (3.37a), (3.37b) e (3.37c), são os pontos extremos da superfície $P_2(V_2, \theta_2)$. Através dos dados do sistema obtém-se que os valores destes pontos extremos são: (5,5901699 kV, $-26,56505^\circ$, $-1,25$ MW) (0 kV, $-116,56505^\circ$, 0 MW) (0 kV, $63,434948^\circ$, 0 MW), considerando-se que a função da superfície é periódica, portanto esses pontos extremos vão-se repetir cada 2π para o ângulo, aplicando o teorema da segunda derivada obtém-se que os pontos correspondentes às equações (3.37b) e (3.37c), são pontos de sela, e o ponto correspondente à equação (3.37a) é um ponto de mínimo.

Figura 44 – Potência ativa da carga em função da tensão e do ângulo e suas possíveis soluções.



Fonte: próprio autor

Figura 45 – Potência reativa da carga em função da tensão e do ângulo, e suas possíveis soluções.



Fonte: próprio autor

3.2.1.3 Generalização da formulação de fluxo de potência sem GS

Geralmente, os SED são de grande porte, portanto, é necessário utilizar métodos iterativos para obter as suas soluções de fluxo de potência. Na literatura são propostos dois métodos de cálculo de fluxo de potência, um método em componentes de fases com representação fasorial, e outro método em componentes de fases em representação escalar, este último é resolvido através do método de Newton.

Seja um sistema de n barras, que está representado mediante a equação (3.38), e considerando que todas as cargas estão representadas com o modelo potências ativa e reativa constante, tem-se que a injeção de potência da carga é representada pela equação (3.40).

$$\begin{pmatrix} [\bar{I}]_{1abc}^{abc} \\ [\bar{I}]_2^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{I}]_n^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{11abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{12abc}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{1nabc}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{21abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{22abc}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{2nabc}^{abc} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Y}]_{n1abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{n2abc}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{nnabc}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_{1abc}^{abc} \\ [\bar{V}]_2^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_n^{abc} \end{pmatrix} \quad (3.38)$$

$$\begin{pmatrix} [\bar{I}]_2^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{I}]_n^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{21abc}^{abc} [\bar{V}]_1^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{Y}]_{n1abc}^{abc} [\bar{V}]_1^{abc} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{22abc}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{2nabc}^{abc} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Y}]_{n2abc}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{nnabc}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_2^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_n^{abc} \end{pmatrix} \quad (3.39)$$

$$\bar{S}_i^p = \bar{V}_i^p \bar{I}_i^{p*} \quad p = a, b, c \quad (3.40)$$

A seguir apresentam-se dois enfoques para a solução deste problema.

- Utilizando a representação fasorial.

Da equação (3.40) obtém-se a injeção de corrente na barra i , conforme a equação (3.41).

$$\bar{I}_i^p = (\bar{S}_i^p / \bar{V}_i^p)^* \quad p = a, b, c \quad (3.41)$$

Da equação (3.39) obtém-se a equação (3.42)

$$\begin{pmatrix} [\bar{V}]_2^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_n^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{22abc}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{2nabc}^{abc} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Y}]_{n2abc}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{nnabc}^{abc} \end{pmatrix}^{-1} \left\{ - \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{21abc}^{abc} [\bar{V}]_1^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{Y}]_{n1abc}^{abc} [\bar{V}]_1^{abc} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} [\bar{I}]_2^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{I}]_n^{abc} \end{pmatrix} \right\} \quad (3.42)$$

De forma iterativa, utilizando a equação (3.42) e considerando a equação (3.41), obtém-se as tensões nas barras do sistema. A partir destes valores é possível obter os valores das demais variáveis do sistema, portanto o problema é resolvido.

- Utilizando a representação escalar

A partir da equação (3.38) obtém-se a injeção de corrente na barra i na fase p

conforme é apresentado na equação (3.43).

$$\bar{I}_i^p = \sum_{j=1}^n \sum_{k=a,b,c} \bar{Y}_{ij}^{pk} \bar{V}_j^k = \sum_{j \in B^i} \sum_{k=a,b,c} \bar{Y}_{ij}^{pk} \bar{V}_j^k \quad p = a,b,c \quad (3.43)$$

Sendo,

B^i : conjunto formado pela barra i mais todas as barras conectadas ela.

Substituindo a equação (3.43) na equação (3.40), obtém-se a equação (3.44).

$$\bar{S}_i^{p*} = \bar{V}_i^{p*} \sum_{j \in B^i} \sum_{k=a,b,c} \bar{Y}_{ij}^{pk} \bar{V}_j^k \quad p = a, b, c \quad (3.44)$$

Realizando operações algébricas na equação (3.44) obtém-se:

$$P_i^p - jQ_i^p = \sum_{j \in B^i} \sum_{k=a,b,c} \bar{V}_i^{p*} \bar{Y}_{ij}^{pk} \bar{V}_j^k \quad (3.45a)$$

$$P_i^p - jQ_i^p = \sum_{j \in B^i} \sum_{k=a,b,c} V_i^p V_j^k (G_{ij}^{pk} + jB_{ij}^{pk}) e^{-j(\theta_i^p - \theta_j^k)} \quad (3.45b)$$

$$P_i^p - jQ_i^p = \sum_{j \in B^i} \sum_{k=a,b,c} V_i^p V_j^k (G_{ij}^{pk} + jB_{ij}^{pk}) (\cos \theta_{ij}^{pk} - j \sin \theta_{ij}^{pk}) \quad (3.45c)$$

Finalmente, realizando operações algébricas e separando os termos reais e os termos imaginários da equação (3.45c), obtém-se as equações (3.46a) e (3.46b).

$$P_i^p = \sum_{j \in B^i} \sum_{k=a,b,c} V_i^p V_j^k (G_{ij}^{pk} \cos \theta_{ij}^{pk} + B_{ij}^{pk} \sin \theta_{ij}^{pk}) \quad e \quad p = a, b, c \quad (3.46a)$$

$$Q_i^p = \sum_{j \in B^i} \sum_{k=a,b,c} V_i^p V_j^k (G_{ij}^{pk} \sin \theta_{ij}^{pk} - B_{ij}^{pk} \cos \theta_{ij}^{pk}) \quad e \quad p = a, b, c \quad (3.46b)$$

Das equações (3.46a) e (3.46b), conhecendo-se os valores corretos dos módulos das tensões e seus respectivos ângulos, a igualdade vai ser atendida, portanto o foco do estudo consiste em calcular essas tensões. Também se verifica que para cada fase p do nó têm-se duas equações (3.46a) e (3.46b) e também duas incógnitas relacionadas a seu respectivo nó (V_i^p e θ_i^p), portanto o sistema total de equações é compatível e determinado.

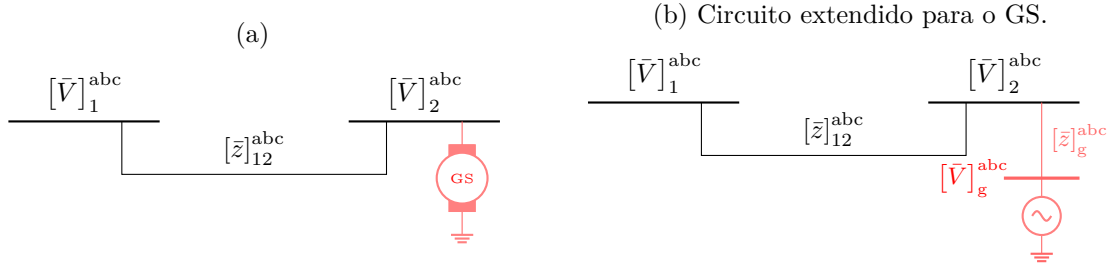
3.2.2 Análise do modelo e comportamento de geradores nas equações de fluxo de potência

Existem diversas modelagens do circuito trifásico do GS no regime estacionário, onde muitas delas apresentam problemas de convergência em situações anormais de operação, ou quando se tem uma quantidade grande GSs instalados no sistema. Neste trabalho são propostas e demonstradas as equações onde o sistema pode operar em situações extremas, considerando assim, mais zonas de operação sem ter o problema de convergência para o algoritmo de fluxo de potência, isso na situação em que se tem um grande número de GSs, ou grandes desequilíbrios nas cargas, ou assimetrias nas linhas.

3.2.2.1 Análise do modelo trifásico do GS em representação fasorial

Seja um GS conectado à barra dois num sistema de duas barras conforme é apresentado na Figura 46.

Figura 46 – Sistema de duas barras com GS.



Fonte: próprio autor

A equação básica para o sistema de três barras da Figura 46(b) é apresentada na equação (3.47).

$$\begin{pmatrix} [\bar{I}]_1^{abc} \\ [\bar{I}]_2^{abc} \\ [\bar{I}]_g^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{y}]_{12}^{abc} & -[\bar{y}]_{12}^{abc} & 0_{3 \times 3} \\ -[\bar{y}]_{12}^{abc} & [\bar{y}]_{12}^{abc} + [\bar{y}]_g^{abc} & -[\bar{y}]_g^{abc} \\ 0_{3 \times 3} & -[\bar{y}]_g^{abc} & [\bar{y}]_g^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_1^{abc} \\ [\bar{V}]_2^{abc} \\ [\bar{V}]_g^{abc} \end{pmatrix} \quad (3.47)$$

Em seguida apresentam-se os dois passos mais importantes relacionados ao modelo do GS para resolver o problema de cálculo de fluxo de potência.

- Cálculo da injeção de corrente do gerador síncrono

Da equação (3.47) obtém-se a injeção de corrente do GS conforme é apresentado na equação (3.48).

$$[\bar{I}]_g^{abc} = -[\bar{y}]_g^{abc} [\bar{V}]_2^{abc} + [\bar{y}]_g^{abc} [\bar{V}]_g^{abc} \quad (3.48)$$

Multiplicando a equação (3.48) à esquerda por $\left([\bar{V}]_2^{abc*}\right)^t$, obtém-se a seguinte equação:

$$\left([\bar{V}]_2^{abc*}\right)^t [\bar{I}]_g^{abc} = -\left([\bar{V}]_2^{abc*}\right)^t [\bar{y}]_g^{abc} [\bar{V}]_2^{abc} + \left([\bar{V}]_2^{abc*}\right)^t [\bar{y}]_g^{abc} [\bar{V}]_g^{abc}$$

Devido a que $[\bar{V}]_g^{abc} = \bar{u}_t \bar{V}_g^a$ e $\bar{S}_T = \bar{V}_2^a \bar{I}_g^{a*} + \bar{V}_2^b \bar{I}_g^{b*} + \bar{V}_2^c \bar{I}_g^{c*}$, portanto, obtém-se a seguinte equação.

$$\bar{S}_T^* = -\left([\bar{V}]_2^{abc*}\right)^t [\bar{y}]_g^{abc} [\bar{V}]_2^{abc} + \left([\bar{V}]_2^{abc*}\right)^t [\bar{y}]_g^{abc} \bar{u}_t \bar{V}_g^a$$

Desta última equação obtém-se a tensão interna da fase ‘a’ da barra interna do GS conforme é apresentada na equação (3.49).

$$\bar{V}_g^a = \frac{\bar{S}_T^* + \left([\bar{V}]_2^{abc*}\right)^t [\bar{y}]_g^{abc} [\bar{V}]_2^{abc}}{\left([\bar{V}]_2^{abc*}\right)^t [\bar{y}]_g^{abc} \bar{u}_t} \quad (3.49)$$

A injeção de corrente do GS é obtida da equação (3.48) considerando a equação (3.49), observa-se que esta corrente depende da tensão na barra dois, e sendo que a potência total e a impedância interna do GS são conhecidas, portanto, é uma equação similar à equação (3.41) das cargas, que também relaciona a tensão da barra em conexão e sua injeção de potência.

- Cálculo das tensões considerando o gerador síncrono

Devido a que $[\bar{V}]_g^{abc} = \bar{u}_t \bar{V}_g^a$, da equação (3.47) obtém-se a equação (3.50).

$$\begin{pmatrix} [\bar{I}]_1^{abc} \\ [\bar{I}]_2^{abc} \\ [\bar{I}]_g^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{y}]_{12}^{abc} & -[\bar{y}]_{12}^{abc} & 0_{3 \times 3} \bar{u}_t \\ -[\bar{y}]_{12}^{abc} & [\bar{y}]_{12}^{abc} + [\bar{y}]_g^{abc} & -[\bar{y}]_g^{abc} \bar{u}_t \\ 0_{3 \times 3} & -[\bar{y}]_g^{abc} & [\bar{y}]_g^{abc} \bar{u}_t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_1^{abc} \\ [\bar{V}]_2^{abc} \\ \bar{V}_g^a \end{pmatrix} \quad (3.50)$$

Da equação anterior obtém-se a equação (3.51)

$$\begin{pmatrix} [\bar{I}]_2^{abc} \\ [\bar{I}]_g^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -[\bar{y}]_{12}^{abc} [\bar{V}]_1^{abc} \\ 0_{3 \times 1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} [\bar{y}]_{12}^{abc} + [\bar{y}]_g^{abc} & -[\bar{y}]_g^{abc} \bar{u}_t \\ -[\bar{y}]_g^{abc} & [\bar{y}]_g^{abc} \bar{u}_t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_2^{abc} \\ \bar{V}_g^a \end{pmatrix} \quad (3.51)$$

Também, ordenando os dados das potências obtém-se a equação (3.52)

$$\begin{pmatrix} [\bar{S}]_2^{abc} \\ \bar{S}_T \end{pmatrix}^* = \underbrace{\begin{pmatrix} \bar{V}_2^a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{V}_2^b & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{V}_2^c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{V}_2^a & \bar{V}_2^b & \bar{V}_2^c \end{pmatrix}}_{D_V} \begin{pmatrix} [\bar{I}]_2^{abc} \\ [\bar{I}]_g^{abc} \end{pmatrix} \quad (3.52)$$

substituindo a equação (3.51) na equação (3.52) obtém-se a seguinte equação.

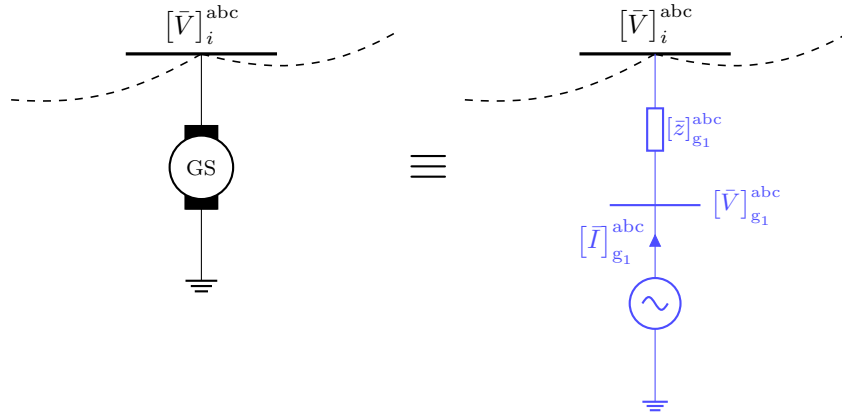
$$\begin{pmatrix} [\bar{S}]_2^{abc} \\ \bar{S}_T \end{pmatrix}^* = D_V \left(\begin{pmatrix} -[\bar{y}]_{12}^{abc} [\bar{V}]_1^{abc} \\ 0_{3 \times 1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} [\bar{y}]_{12}^{abc} + [\bar{y}]_g^{abc} & -[\bar{y}]_g^{abc} \bar{u}_t \\ -[\bar{y}]_g^{abc} & [\bar{y}]_g^{abc} \bar{u}_t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_2^{abc} \\ \bar{V}_g^a \end{pmatrix} \right)$$

Finalmente, resolvendo a equação anterior para as tensões obtém-se a equação (3.53).

$$\begin{pmatrix} [\bar{V}]_2^{abc} \\ \bar{V}_g^a \end{pmatrix} = \left(D_V \begin{pmatrix} [\bar{y}]_{12}^{abc} + [\bar{y}]_g^{abc} & -[\bar{y}]_g^{abc} \bar{u}_t \\ -[\bar{y}]_g^{abc} & [\bar{y}]_g^{abc} \bar{u}_t \end{pmatrix} \right)^{-1} \left(\begin{pmatrix} [\bar{S}]_2^{abc} \\ \bar{S}_T \end{pmatrix}^* - D_V \begin{pmatrix} -[\bar{y}]_{12}^{abc} [\bar{V}]_1^{abc} \\ 0_{3 \times 1} \end{pmatrix} \right) \quad (3.53)$$

Observa-se que a equação (3.53) resolve de forma iterativa a tensão da barra dois e a tensão da fase ‘a’ da barra interna do GS, portanto, as variáveis de estado deste sistema são obtidas.

Generalizando as equações para a potência do GS, seja um sistema de n barras, onde está conectado um GS na barra i , conforme é apresentado na Figura 47.

Figura 47 – GS conectado à barra i 

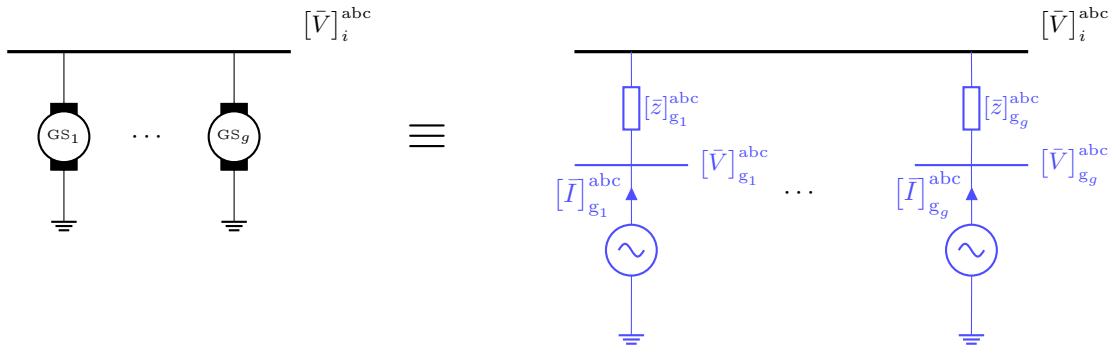
Fonte: próprio autor

$$[\bar{I}]_{g_1}^{abc} = [\bar{y}]_{g_1}^{abc} [\bar{V}]_{g_1}^{abc} - [\bar{y}]_{g_1}^{abc} [\bar{V}]_i^{abc} \quad (3.54)$$

Sendo:

$$[\bar{V}]_{g_1}^{abc} = \bar{u}_t \left(\frac{\bar{S}_{g_1}^* + \left([\bar{V}]_i^{abc*} \right)^t [\bar{y}]_{g_1}^{abc} [\bar{V}]_i^{abc}}{\left([\bar{V}]_i^{abc*} \right)^t [\bar{y}]_{g_1}^{abc} \bar{u}_t} \right)$$

Para o caso em que se tem g GS conectados à barra i , como é ilustrado na Figura 48, o cálculo do valor de D_V é apresentado na equação (3.55).

Figura 48 – g GS conectados à barra i 

Fonte: próprio autor

$$D_V = \begin{pmatrix} \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & \bar{V}_n^c & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & 0 & \bar{V}_i^a & \bar{V}_i^b & \bar{V}_i^c & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \bar{V}_i^a & \bar{V}_i^b & \bar{V}_i^c \end{pmatrix}^* \quad (3.55)$$

Observa-se que as linhas da matriz correspondentes aos GS conectados na barra i só são compostas pela tensão na barra i .

3.2.2.2 Análise do modelo trifásico do GS em representação escalar

Seja o circuito da Figura 46 e a partir da equação (3.47) obtêm-se as injeções de correntes trifásicas do GS conforme é apresentado na equação (3.56).

$$[\bar{I}]_g^{abc} = \sum_{j=1,2,g} [\bar{Y}]_{gj}^{abc} [\bar{V}]_j^{abc} = -[\bar{y}]_g^{abc} [\bar{V}]_2^{abc} + [\bar{y}]_g^{abc} [\bar{V}]_g^{abc} \quad (3.56)$$

Desta última equação obtêm-se as correntes por fase do GS conforme equação (3.57)

$$\bar{I}_g^p = \sum_{j=1,2,g} \sum_{k=a,b,c} \bar{Y}_{gj}^{pk} \bar{V}_j^k \quad (3.57)$$

A potência total que injeta o GS na barra dois pode ser expressa como:

$$\bar{S}_T^* = \bar{V}_2^{a*} \bar{I}_g^a + \bar{V}_2^{b*} \bar{I}_g^b + \bar{V}_2^{c*} \bar{I}_g^c = \sum_{p=a,b,c} \bar{V}_2^{p*} \bar{I}_g^p \quad (3.58)$$

Substituindo a equação (3.57) na equação (3.58), obtém-se:

$$\bar{S}_T^* = \sum_{p=a,b,c} \bar{V}_2^{p*} \sum_{j=1,2,g} \sum_{k=a,b,c} \bar{Y}_{gj}^{pk} \bar{V}_j^k \quad (3.59)$$

$$\bar{S}_T^* = \sum_{p=a,b,c} \sum_{j=1,2,g} \sum_{k=a,b,c} \bar{V}_2^{p*} \bar{V}_j^k \bar{Y}_{gj}^{pk} \quad (3.60)$$

$$\bar{S}_T^* = \sum_{p=a,b,c} \sum_{j=1,2,g} \sum_{k=a,b,c} V_2^p V_j^k e^{-j(\theta_2^p - \theta_j^k)} (G_{gj}^{pk} + jB_{gj}^{pk}) \quad (3.61)$$

$$\bar{S}_T^* = \sum_{p=a,b,c} \sum_{j=1,2,g} \sum_{k=a,b,c} V_2^p V_j^k (\cos \theta_{2j}^{pk} - j \sin \theta_{2j}^{pk}) (G_{gj}^{pk} + jB_{gj}^{pk}) \quad (3.62)$$

Finalmente, realizando operações algébricas e separando as partes real e imaginária na equação (3.62) obtêm-se

$$P_T = \sum_{p=a,b,c} \sum_{j=1,2,g} \sum_{k=a,b,c} V_2^p V_j^k (G_{gj}^{pk} \cos \theta_{2j}^{pk} + B_{gj}^{pk} \sin \theta_{2j}^{pk}) \quad (3.63)$$

$$Q_T = \sum_{p=a,b,c} \sum_{j=1,2,g} \sum_{k=a,b,c} V_2^p V_j^k (G_{gj}^{pk} \sin \theta_{2j}^{pk} - B_{gj}^{pk} \cos \theta_{2j}^{pk}) \quad (3.64)$$

Verifica-se que o GS adiciona só duas variáveis ao problema, o módulo da sua tensão interna da fase ‘a’ e seu respectivo ângulo segundo a equação (2.1), ou seja, neste problema o GS adiciona as incógnitas: V_g^a, θ_g^a , também verifica-se que o GS adiciona duas equações, as equações (3.63) e (3.64), portanto, o sistema de equações apresenta solução. Destas equações, observa-se que é só necessário encontrar os valores corretos dos módulos das tensões e seus respectivos ângulos para resolver o problema.

3.2.2.3 Generalização da formulação em representação escalar considerando GS

Nesta seção, são generalizadas as equações para a potência do GS. Seja um sistema de n barras, que possui conectado um GS na barra i conforme é apresentado na Figura 47.

A seguir apresenta-se parte da equação básica deste sistema.

$$\begin{pmatrix} \vdots \\ [\bar{I}]_{g_1}^{abc} \\ \vdots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \cdots & [\bar{Y}]_{g_1 i}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{g_1 g_1}^{abc} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vdots \\ [\bar{V}]_i^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_{g_1}^{abc} \\ \vdots \end{pmatrix} \quad (3.65)$$

Sendo:

g_1 : barra interna do GS que está conectado na barra i .

Da equação acima calcula-se a injeção de corrente trifásica e por fase do GS, as quais são dadas pelas equações (3.66) e (3.67).

$$[\bar{I}]_{g_1}^{abc} = \sum_{j \in \mathbf{B}^{g_1}} [\bar{Y}]_{g_1 j}^{abc} [\bar{V}]_j^{abc} \quad (3.66)$$

$$\bar{I}_{g_1}^p = \sum_{j \in \mathbf{B}^{g_1}} \sum_{k=a,b,c} \bar{Y}_{g_1 j}^{pk} \bar{V}_j^k \quad (3.67)$$

A potência total que o GS injeta na barra i é expressa e calculada pelas equações (3.68), (3.69) e (3.70).

$$\bar{S}_{g_1}^* = \sum_{p=a,b,c} \bar{V}_i^{p*} \bar{I}_{g_1}^p \quad (3.68)$$

$$\bar{S}_{g_1}^* = \sum_{p=a,b,c} \bar{V}_i^{p*} \sum_{j \in \mathbf{B}^{g_1}} \sum_{k=a,b,c} \bar{Y}_{g_1 j}^{pk} \bar{V}_j^k \quad (3.69)$$

$$\bar{S}_{g_1}^* = \sum_{p=a,b,c} \sum_{j \in \mathbf{B}^{g_1}} \sum_{k=a,b,c} \bar{V}_i^{p*} \bar{Y}_{g_1 j}^{pk} \bar{V}_j^k \quad (3.70)$$

Finalmente, realizando operações algébricas, obtêm-se as equações (3.71a) e (3.71b).

$$P_{g_1} = \sum_{p=a,b,c} \sum_{j \in \mathbf{B}^{g_1}} \sum_{k=a,b,c} V_i^p V_j^k (G_{g_1 j}^{pk} \cos \theta_{ij}^{pk} + B_{g_1 j}^{pk} \sin \theta_{ij}^{pk}) \quad (3.71a)$$

$$Q_{g_1} = \sum_{p=a,b,c} \sum_{j \in \mathbf{B}^{g_1}} \sum_{k=a,b,c} V_i^p V_j^k (G_{g_1 j}^{pk} \sin \theta_{ij}^{pk} - B_{g_1 j}^{pk} \cos \theta_{ij}^{pk}) \quad (3.71b)$$

Particularmente, a barra interna do GS, g_1 , só tem conexão com a barra i , portanto, obtêm-se a seguinte relação.

$$[\bar{Y}]_{g_1 j}^{abc} = \begin{cases} \bar{y}_{g_1}^{abc}, & \text{se } j = g_1; \\ -\bar{y}_{g_1}^{abc}, & \text{se } j = i; \\ 0_{3 \times 3}, & \text{no caso contrario} \end{cases}$$

Portanto as equações (3.71a) e (3.71b) podem ser escritas da seguinte forma:

$$P_{g_1} = \sum_{p=a,b,c} \sum_{j \in \{i, g_1\}} \sum_{k=a,b,c} V_i^p V_j^k (G_{g_1 j}^{pk} \cos \theta_{ij}^{pk} + B_{g_1 j}^{pk} \sin \theta_{ij}^{pk}) \quad (3.72a)$$

$$Q_{g_1} = \sum_{p=a,b,c} \sum_{j \in \{i, g_1\}} \sum_{k=a,b,c} V_i^p V_j^k (G_{g_1 j}^{pk} \sin \theta_{ij}^{pk} - B_{g_1 j}^{pk} \cos \theta_{ij}^{pk}) \quad (3.72b)$$

3.3 CÁLCULO DE FLUXO DE POTÊNCIA PARA SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO

O desequilíbrio devido à configuração geométrica dos condutores dos sistemas de distribuição, que impõe assimetria nos valores de seus parâmetros por fase, torna inviável aplicar o método de componentes simétricas no sistema de equações que modelam as equações para o problema do fluxo de potência.

3.3.1 Método das Componentes de Fases através da representação fasorial

Neste trabalho são propostas duas representações para as cargas e GSs para resolver o problema de cálculo de fluxo de potência trifásico desequilibrado. Em seguida apresentam-se as equações e o algoritmo para resolver este problema através da representação fasorial.

Seja um sistema de ‘ n ’ barras, com uma barra Slack a qual está conectada à barra um, e ‘ g ’ GS com barras internas $g_1, \dots, g_g$ conectados às barras $i, \dots, k$, e cargas conectadas nas barras do alimentador. Considerando que cada GS adiciona mais uma barra, o sistema de n barras passa a ter $n + g$ barras e a equação básica do sistema para este caso é apresentada na equação (3.73).

$$\begin{pmatrix} [\bar{I}]_1^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{I}]_n^{abc} \\ [\bar{I}]_{g_1}^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{I}]_{g_g}^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{11}^{abc} & \dots & [\bar{Y}]_{1n}^{abc} & [\bar{Y}]_{1g_1}^{abc} & \dots & [\bar{Y}]_{1g_g}^{abc} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Y}]_{n1}^{abc} & \dots & [\bar{Y}]_{nn}^{abc} & [\bar{Y}]_{ng_1}^{abc} & \dots & [\bar{Y}]_{ng_g}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{g_1 1}^{abc} & \dots & [\bar{Y}]_{g_1 n}^{abc} & [\bar{Y}]_{g_1 g_1}^{abc} & \dots & [\bar{Y}]_{g_1 g_g}^{abc} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Y}]_{g_g 1}^{abc} & \dots & [\bar{Y}]_{g_g n}^{abc} & [\bar{Y}]_{g_g g_1}^{abc} & \dots & [\bar{Y}]_{g_g g_g}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_1^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_n^{abc} \\ [\bar{V}]_{g_1}^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_{g_g}^{abc} \end{pmatrix} \quad (3.73)$$

Devido a tensão interna trifásica do GS ser expressa pela equação (2.1), da equação (3.73) obtém-se a equação (3.74).

$$\begin{pmatrix} [\bar{I}]_1^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{I}]_n^{abc} \\ [\bar{I}]_{g_1}^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{I}]_{g_g}^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{11}^{abc} & \dots & [\bar{Y}]_{1n}^{abc} & [\bar{Y}]_{1g_1}^{abc} & \dots & [\bar{Y}]_{1g_g}^{abc} \bar{u}_t \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Y}]_{n1}^{abc} & \dots & [\bar{Y}]_{nn}^{abc} & [\bar{Y}]_{ng_1}^{abc} & \dots & [\bar{Y}]_{ng_g}^{abc} \bar{u}_t \\ [\bar{Y}]_{g_1 1}^{abc} & \dots & [\bar{Y}]_{g_1 n}^{abc} & [\bar{Y}]_{g_1 g_1}^{abc} & \dots & [\bar{Y}]_{g_1 g_g}^{abc} \bar{u}_t \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Y}]_{g_g 1}^{abc} & \dots & [\bar{Y}]_{g_g n}^{abc} & [\bar{Y}]_{g_g g_1}^{abc} & \dots & [\bar{Y}]_{g_g g_g}^{abc} \bar{u}_t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_1^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_n^{abc} \\ \bar{V}_{g_1}^a \\ \vdots \\ \bar{V}_{g_g}^a \end{pmatrix} \quad (3.74)$$

Como a tensão na barra da subestação é conhecida, da equação (3.74) obtém-se as equações (3.75) e (3.76), esta última relaciona às incógnitas de injeções de correntes e tensões das

barras do alimentador e dos GS.

$$[\bar{I}]_1^{abc} = \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{11}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{1n}^{abc} & [\bar{Y}]_{1g_1}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{1g_g}^{abc} & \bar{u}_t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_1^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_n^{abc} \\ \bar{V}_{g_1}^a \\ \vdots \\ \bar{V}_{g_g}^a \end{pmatrix} \quad (3.75)$$

$$\begin{pmatrix} [\bar{I}]_2^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{I}]_n^{abc} \\ [\bar{I}]_{g_1}^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{I}]_{g_g}^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{21}^{abc} [\bar{V}]_1^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{Y}]_{n1}^{abc} [\bar{V}]_1^{abc} \\ [\bar{Y}]_{g_1 1}^{abc} [\bar{V}]_1^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{Y}]_{g_g 1}^{abc} [\bar{V}]_1^{abc} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{22}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{2n}^{abc} & [\bar{Y}]_{2g_1}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{2g_g}^{abc} & \bar{u}_t \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ [\bar{Y}]_{n2}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{nn}^{abc} & [\bar{Y}]_{ng_1}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{ng_g}^{abc} & \bar{u}_t \\ [\bar{Y}]_{g_1 2}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{g_1 n}^{abc} & [\bar{Y}]_{g_1 g_1}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{g_1 g_g}^{abc} & \bar{u}_t \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ [\bar{Y}]_{g_g 2}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{g_g n}^{abc} & [\bar{Y}]_{g_g g_1}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{g_g g_g}^{abc} & \bar{u}_t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_2^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_n^{abc} \\ \bar{V}_{g_1}^a \\ \vdots \\ \bar{V}_{g_g}^a \end{pmatrix} \quad (3.76)$$

Uma vez determinadas as tensões das barras do alimentador e as tensões das barras internas dos GS na equação (3.76), pode-se calcular todas injeções de correntes do sistema, portanto o problema se reduz em resolver esta última equação.

3.3.1.1 Cálculo das injeções de correntes

A injeção de corrente em uma barra, pode ser composta por uma ou múltiplas injeções de correntes de componentes elétricos como: cargas dos consumidores, capacitores Shunt, reatores Shunt, etc. conectados à barra. A injeção de corrente de cada GS é formada por só uma injeção de corrente por parte de seu GS a sua barra interna, estas injeções de correntes são apresentadas nas equações (2.10) ou (2.11) para cargas conectadas em estrela ou delta, e a equação (3.54) para geradores síncronos.

3.3.1.2 Dados das injeções de Potências

Os dados das potências das cargas do sistema são considerados por fase, e os dados das potências dos GS são os valores da potência total injetada em seus terminais, estes também podem ser expressos em função de suas tensões e correntes conforme são apresentados nas equações (3.77a) e (3.77b), respectivamente.

$$\bar{S}_{i,ld}^p = \frac{1}{Z I P_{i,ld}^p} \bar{V}_i^p \bar{I}_{i,ld}^{p*} \quad p = a, b, c \quad (3.77a)$$

$$\bar{S}_{g_1} = \sum_{p=a,b,c} \bar{V}_i^p \bar{I}_{g_1}^{p*} \quad (3.77b)$$

Sendo:

$$ZIP_{i,\text{ld}}^p = P_{\%} + I_{\%} \left(\frac{V_i^p}{V_{i,\text{nom}}} \right) + Z_{\%} \left(\frac{V_i^p}{V_{i,\text{nom}}} \right)^2$$

Os dados das cargas em forma de potência fazem com que o sistema de equações seja não linear; todas as potências das cargas e dos GS podem ser escritos de acordo a equação (3.78).

$$\begin{pmatrix} \bar{S}_{2,\text{ld}}^a \\ \vdots \\ \bar{S}_{n,\text{ld}}^c \\ \bar{S}_{g_1} \\ \vdots \\ \bar{S}_{g_g} \end{pmatrix}^* = \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{\bar{V}_2^c}{ZIP_{2,\text{ld}}^c} & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & \frac{\bar{V}_n^c}{ZIP_{n,\text{ld}}^c} & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \bar{V}_i^a & \bar{V}_i^b & \bar{V}_i^c & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \bar{V}_k^a & \bar{V}_k^b & \bar{V}_k^c \end{pmatrix}}_{D_V} \begin{pmatrix} \bar{I}_{2,\text{ld}}^a \\ \vdots \\ \bar{I}_{n,\text{ld}}^c \\ \bar{I}_{g_1}^{abc} \\ \vdots \\ \bar{I}_{g_g}^{abc} \end{pmatrix} \quad (3.78)$$

3.3.1.3 Algoritmo de fluxo de potência

Para resolver o sistema de equações (3.76) e (3.78), com as tensões e correntes como variáveis, é necessário substituir a equação (3.76) na equação (3.78), desta forma, a equação (3.79) é obtida.

$$\begin{pmatrix} \bar{S}_{2,\text{ld}}^a \\ \vdots \\ \bar{S}_{n,\text{ld}}^c \\ \bar{S}_{g_1} \\ \vdots \\ \bar{S}_{g_g} \end{pmatrix}^* = D_V \left(\begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{21}^{abc} [\bar{V}]_1^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{Y}]_{n1}^{abc} [\bar{V}]_1^{abc} \\ [\bar{Y}]_{g_1 1}^{abc} [\bar{V}]_1^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{Y}]_{g_g 1}^{abc} [\bar{V}]_1^{abc} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{22}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{2n}^{abc} & [\bar{Y}]_{2g_1}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{2g_g}^{abc} \bar{u}_t \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Y}]_{n2}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{nn}^{abc} & [\bar{Y}]_{ng_1}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{ng_g}^{abc} \bar{u}_t \\ [\bar{Y}]_{g_1 2}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{g_1 n}^{abc} & [\bar{Y}]_{g_1 g_1}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{g_1 g_g}^{abc} \bar{u}_t \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Y}]_{g_g 2}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{g_g n}^{abc} & [\bar{Y}]_{g_g g_1}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{g_g g_g}^{abc} \bar{u}_t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_2^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_n^{abc} \\ \bar{V}_{g_1}^a \\ \vdots \\ \bar{V}_{g_g}^a \end{pmatrix} \right) \quad (3.79)$$

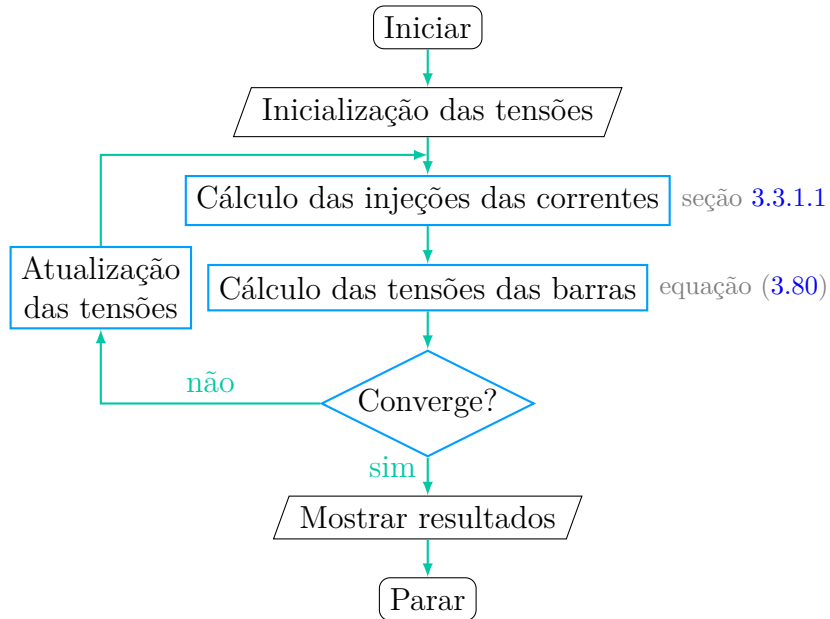
Resolvendo o sistema (3.79) para os fasores das tensões, obtém-se a equação (3.80).

$$\begin{pmatrix} [\bar{V}]_2^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_n^{abc} \\ \bar{V}_{g_1}^a \\ \vdots \\ \bar{V}_{g_g}^a \end{pmatrix} = D_V \left(\begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{22}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{2n}^{abc} & [\bar{Y}]_{2g_1}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{2g_g}^{abc} \bar{u}_t \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Y}]_{n2}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{nn}^{abc} & [\bar{Y}]_{ng_1}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{ng_g}^{abc} \bar{u}_t \\ [\bar{Y}]_{g_1 2}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{g_1 n}^{abc} & [\bar{Y}]_{g_1 g_1}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{g_1 g_g}^{abc} \bar{u}_t \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Y}]_{g_g 2}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{g_g n}^{abc} & [\bar{Y}]_{g_g g_1}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{g_g g_g}^{abc} \bar{u}_t \end{pmatrix} \right)^{-1}$$

$$\begin{pmatrix} \left(\begin{matrix} \bar{S}_{2,ld}^a \\ \vdots \\ \bar{S}_{n,ld}^c \\ \bar{S}_{g_1} \\ \vdots \\ \bar{S}_{g_g} \end{matrix} \right)^* \\ \vdots \\ \vdots \end{pmatrix} - D_V \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{21}^{abc} [\bar{V}]_1^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{Y}]_{n1}^{abc} [\bar{V}]_1^{abc} \\ [\bar{Y}]_{g_1 1}^{abc} [\bar{V}]_1^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{Y}]_{g_g 1}^{abc} [\bar{V}]_1^{abc} \end{pmatrix} \quad (3.80)$$

Verifica-se que através da equação (3.80), calculam-se, de forma iterativa, todas as tensões das barras do sistema e a tensão interna da fase ‘a’ dos GS, sem considerar a tensão da subestação. Através da equação (2.1) obtém-se as tensões internas das fases ‘b’ e ‘c’ dos GSs. Portanto, o cálculo de fluxo de potência se reduz em determinar os valores das tensões em todas as barras do sistema. Como critério de convergência pode ser considerado o erro, relativo à diferença de tensões entre uma iteração e a anterior, sendo que ao considerar este critério só seria necessária a equação (3.80) para o algoritmo. No entanto, como critério de convergência considera-se um valor preestabelecido para a tolerância do erro, definido como sendo igual à máxima diferença entre os valores especificados das potências das cargas e geradores com seus respectivos valores calculados. Para obter as potências dos elementos é necessário calcular as suas injeções de correntes, de acordo com a seção 3.3.1.1 e as tensões das barras onde eles estão conectados, de acordo com a equação (3.80). Na Figura 49 apresenta-se o diagrama de blocos do algoritmo de fluxo de potência proposto.

Figura 49 – Fluxograma do algoritmo de cálculo de fluxo de potência



Fonte: próprio autor

3.4 TESTES E RESULTADOS

3.4.1 Caso de Estudo I

Para este caso de estudo utiliza-se o sistema trifásico da Figura 27 com os dados para os transformadores apresentados na Tabela 4.

Tabela 4 – Dados dos transformadores para o caso de estudo I

	MVA	kV-Alta	kV-Baixa	Z[%]	X/R
SE	10	138	13,8	9	0,535
GS	0,25	13,8	13,8	7,05	1,32

Fonte: próprio autor

Tabela 5 – Dados do Gerador Síncrono para o caso de estudo I

Barra	tipo	S_{nom} [kVA]	V_{nom} [kV]	P [kW]	fdp	r_0 [pu]	x_0 [pu]	r_1 [pu]	x_1 [pu]	r_2 [pu]	x_2 [pu]
3	PQ	500	13,8	80	0,89	0	0,86326	0	2	0	1,35213

Fonte: próprio autor

Tabela 6 – Dados das potências das cargas por fase para o caso de estudo I

Barra	Modelo carga	Fase A [kW]	fdp	Fase B [kW]	fdp	Fase C [kW]	fdp
2	Yg-PQ	160	0,89	200	0,89	120	0,89
4	Yg-PQ	150	0,89	110	0,89	140	0,89

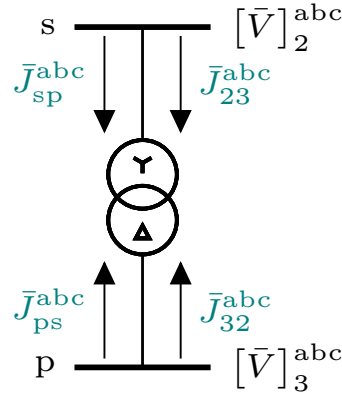
Fonte: próprio autor

Como o transformador da subestação é do tipo de conexão DYg11 com o lado primário conectado à barra um e o lado secundário conectado à barra dois. Os elementos correspondentes à matriz admitância são calculados da Tabela 2, conforme é apresentado nas seguintes equações:

$$\begin{aligned}
 [\tilde{Y}]_{12,11}^{abc} &= 3Y_{\text{II,SE}} & [\tilde{Y}]_{12,12}^{abc} &= \sqrt{3}\tau_{\text{SE}}Y_{\text{III,SE}}^t \\
 [\tilde{Y}]_{12,21}^{abc} &= \sqrt{3}\tau_{\text{SE}}Y_{\text{III,SE}} & [\tilde{Y}]_{12,22}^{abc} &= \tau_{\text{SE}}^2Y_{\text{I,SE}}
 \end{aligned}$$

Como o transformador do gerador síncrono é do tipo DYg11, do circuito da Figura 50 e a equação (3.81) pode-se reconhecer os lados corretos do transformador, sendo que o lado primário e o lado secundário do transformador estão conectados às barras 3 e 2, respectivamente.

Figura 50 – Transformador do GS do caso de estudo I



Fonte: próprio autor

$$\begin{pmatrix} \bar{J}_{32}^{abc} \\ \bar{J}_{23}^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{32,33}^{abc} & [\bar{Y}]_{32,32}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{32,23}^{abc} & [\bar{Y}]_{32,22}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{V}_3^{abc} \\ \bar{V}_2^{abc} \end{pmatrix} \quad (3.81)$$

Observa-se que a matriz admitância da equação (3.81) correspondente a este transformador não está na mesma ordem à equação (2.31). Os elementos correspondentes à matriz admitância são calculados a partir da Tabela 2 conforme é apresentado nas seguintes equações:

$$\begin{aligned} [\bar{Y}]_{32,33}^{abc} &= 3Y_{II,GS} & [\bar{Y}]_{32,32}^{abc} &= \sqrt{3}\tau_{GS}Y_{III,GS}^t \\ [\bar{Y}]_{32,23}^{abc} &= \sqrt{3}\tau_{GS}Y_{III,GS} & [\bar{Y}]_{32,22}^{abc} &= \tau_{GS}^2Y_{I,GS} \end{aligned}$$

Tabela 7 – Tensões obtidas pelo método proposto para o Caso Estudo I
6 iterações, tolerância de 1e-06

Bus	Fase A		Fase B		Fase C	
	[kV]	[graus]	[kV]	[graus]	[kV]	[graus]
1	79,67434	0,00000	79,67434	-120,00000	79,67434	120,00000
2	7,89677	30,00174	7,89803	-90,00300	7,90881	150,00090
3	8,08171	0,60583	8,07679	-119,37245	8,08190	120,64686
4	7,59133	27,65546	7,81958	-91,43066	7,56546	148,31784
5	9,69957	15,64866	9,69957	-104,35134	9,69957	135,64866

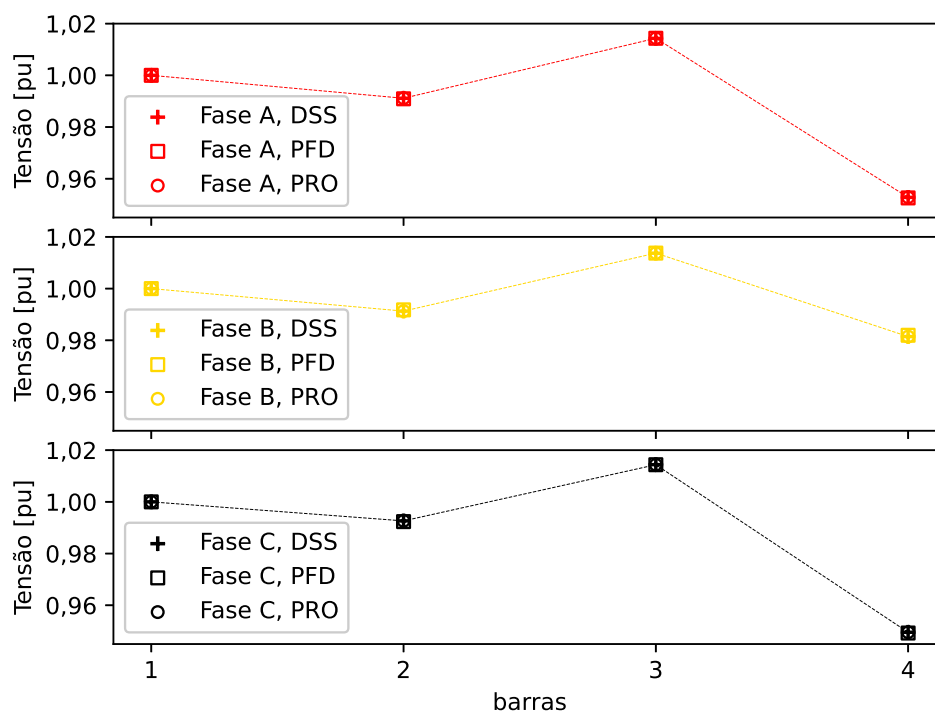
Fonte: próprio autor

Na Figura 51 apresenta-se o perfil da tensão em pu conhecidos pelos *softwares* OpenDSS e DigSILENT, e do método proposto, observa-se graficamente que as tensões são praticamente iguais. Verifica-se também que as correntes correspondentes às cargas conectadas nas barras 2 e 4, fornecidas pelo *software* DigSILENT e pelo método proposto nas Figuras 52 e 53 respectivamente, em módulo são aproximadamente iguais, mas os seus ângulos são diferentes, isso devido que no método proposto consideram-se as correntes

Tabela 8 – Injeção das potências por fase do GS obtidos pelo método proposto para o Caso Estudo I

6 iterações, tolerância de 1e-06								
Bus	Fase A		Fase B		Fase C		Potência Total	
	[kW]	[Kvar]	[kW]	[Kvar]	[kW]	[Kvar]	[kW]	[Kvar]
3	26,72313	13,62998	26,65367	13,70888	26,62319	13,64634	80,00000	40,98522

Fonte: próprio autor

Figura 51 – Perfis das magnitudes das tensões em pu fornecidos pelo *softwares* OpenDSS e DigSILENT, e pelo método proposto para o Caso Estudo I.

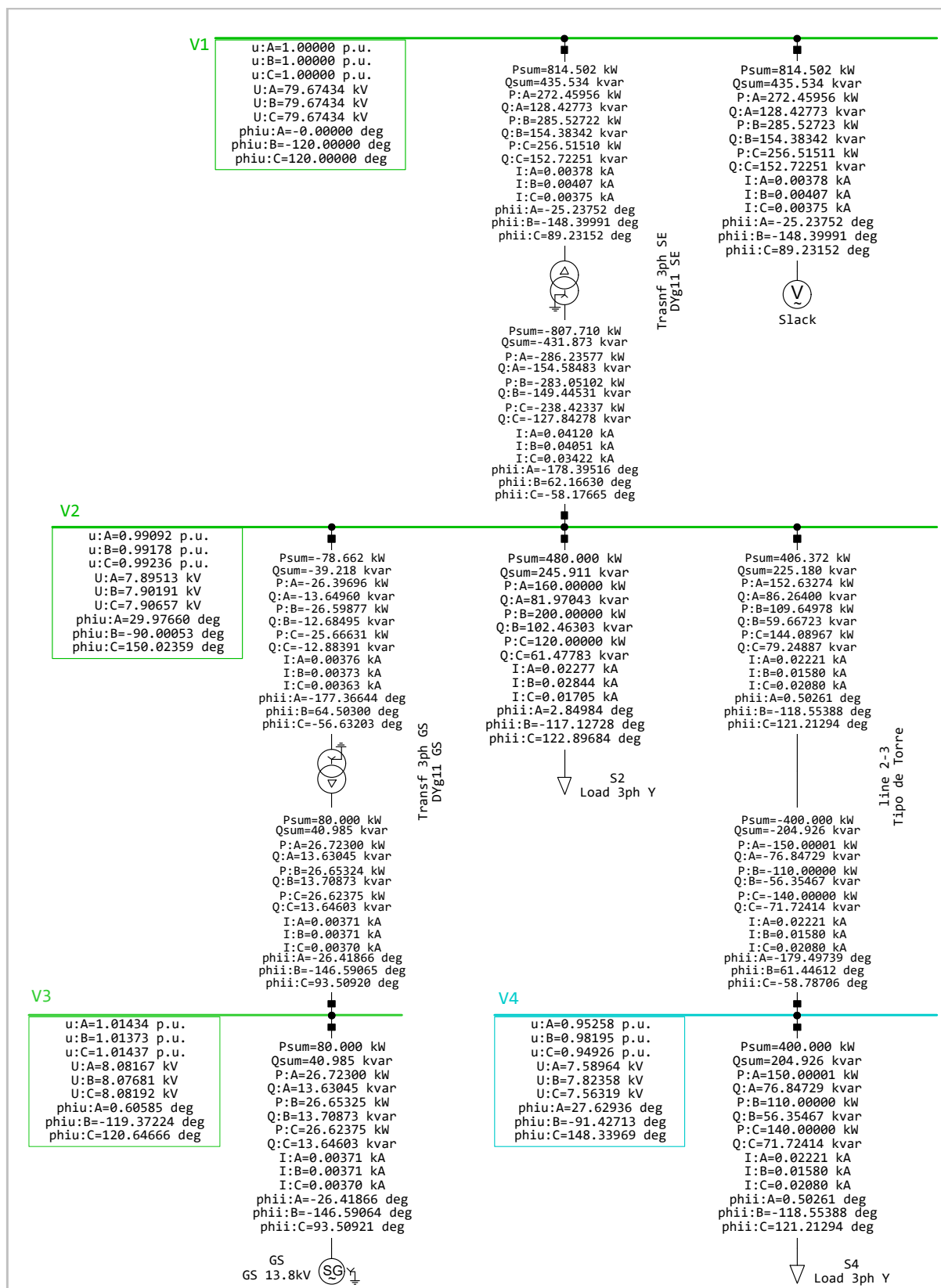
Fonte: próprio autor

dos elementos conectados entre uma barra e a terra como injeções de correntes, mas, no DigSILENT as correntes do elemento conectado entre uma barra e terra têm a direção dependendo se o elemento consome ou gera energia, por exemplo, a injeção de corrente do GS conectado à barra três do método proposto, na Figura 53, é igual em módulo e ângulo à correspondente corrente obtida pelo *software* DigSILENT na Figura 52.

3.4.2 Caso de Estudo II

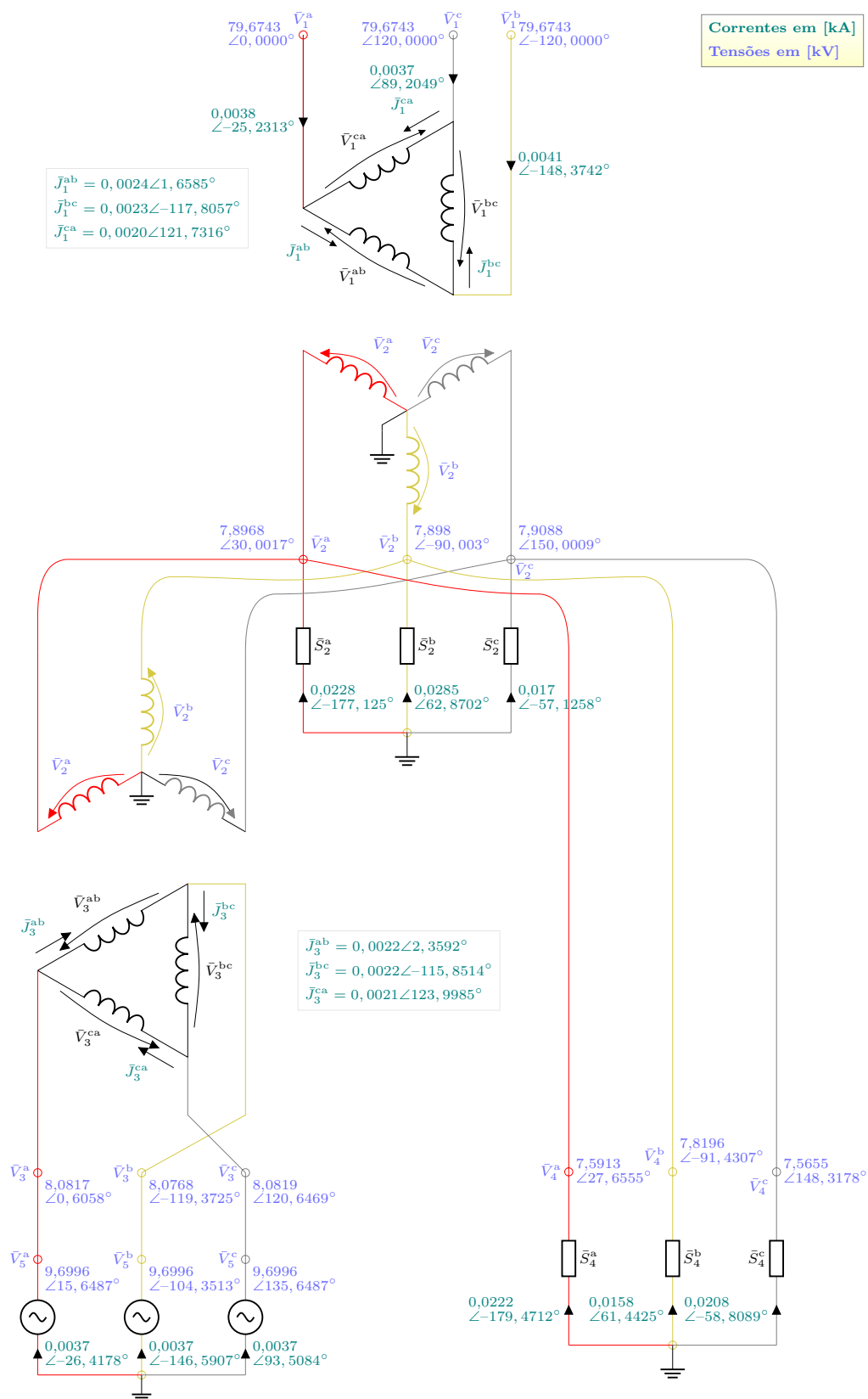
3.4.2.1 Caso de Estudo II base

Seja o caso de 135 barras apresentado na Figura 54, o perfil de tensão do caso base obtido pelo *software* OpenDSS (DSS) e do método proposto (PRO) é apresentado na Figura 55(a), observa-se que obtêm-se quase os mesmos resultados, o erro com relação à

Figura 52 – Resultados do cálculo de fluxo de potência do *software* DigSILENT para o Caso Estudo I.

Fonte: próprio autor

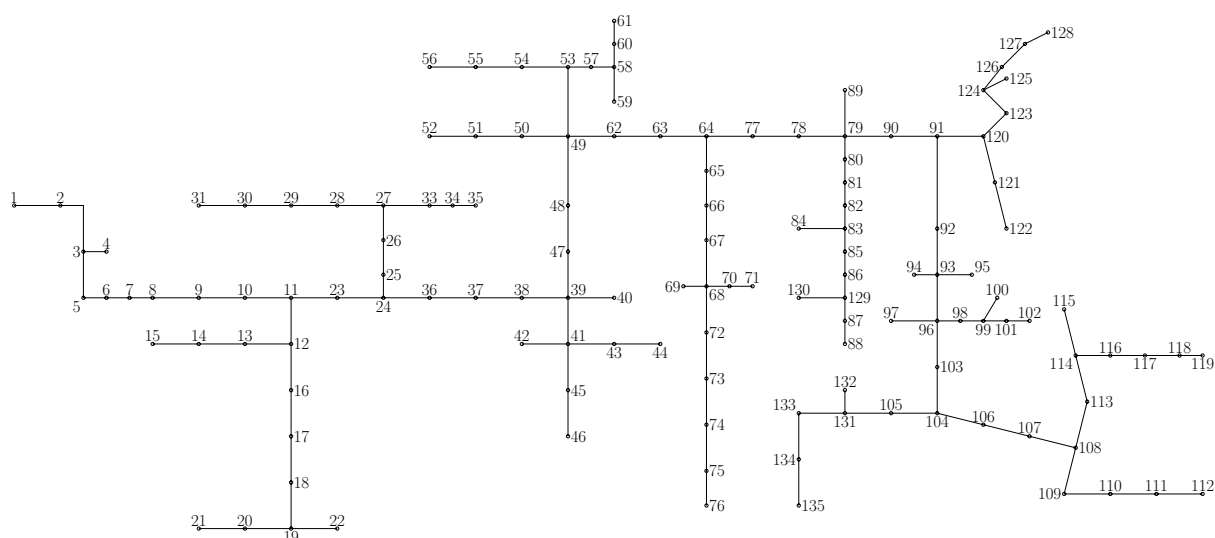
Figura 53 – Resultados do cálculo de fluxo de potência do método proposto para o Caso Estudo I.



Fonte: próprio autor

tensão é apresentado na Figura 55(b).

Figura 54 – Sistema trifásico de 135 barras.



Fonte: próprio autor

3.4.2.2 Caso de Estudo II com GS

Seja o caso de 135 barras com 13 GS, conectados nas barras 15, 22, 31, 46, 52, 61, 76, 88, 102, 112, 119, 128 e 135 apresentado na Figura 56.

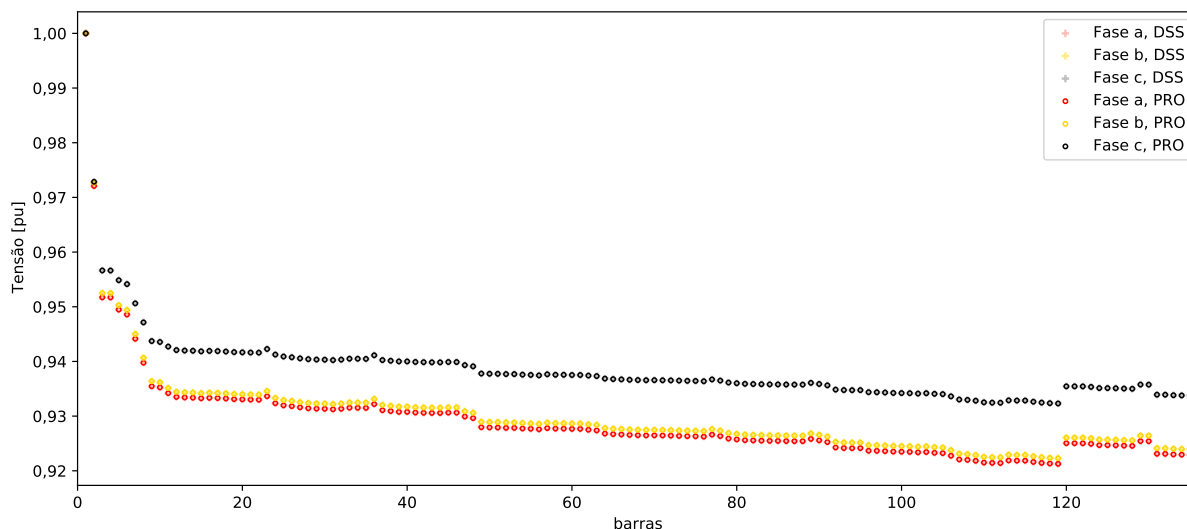
Tabela 9 – Injeção das potências por fase dos GS obtidos pelo método proposto para o Caso Estudo II

4 iterações, tolerância de 1e-06								
Barra	Fase A		Fase B		Fase C		Potência Total	
	[kW]	[Kvar]	[kW]	[Kvar]	[kW]	[Kvar]	[kW]	[Kvar]
15	66,6333	34,2579	66,4977	34,3424	66,8689	33,8627	200,0	102,4629
22	66,6312	32,3950	66,4981	32,4797	66,8706	31,9896	200,0	96,8643
31	66,6301	34,2622	66,4848	34,3555	66,8851	33,8452	200,0	102,4629
46	66,6323	37,8860	66,4742	37,9851	66,8935	37,4740	200,0	113,3451
52	66,6320	39,6634	66,4584	39,7722	66,9095	39,2372	200,0	118,6729
61	66,6337	41,4190	66,4562	41,5287	66,9100	41,0010	200,0	123,9487
76	66,6252	34,2726	66,4561	34,3850	66,9186	33,8053	200,0	102,4629
88	66,6220	32,4120	66,4520	32,5280	66,9260	31,9242	200,0	96,8643
102	66,6219	32,4147	66,4461	32,5344	66,9320	31,9152	200,0	96,8643
112	66,6234	34,2792	66,4394	34,4024	66,9371	33,7813	200,0	102,4629
119	66,6255	32,4149	66,4487	32,5325	66,9258	31,9170	200,0	96,8643
128	66,6248	34,2749	66,4504	34,3911	66,9248	33,7970	200,0	102,4629
135	66,6253	36,1031	66,4393	36,2256	66,9353	35,6198	200,0	107,9484

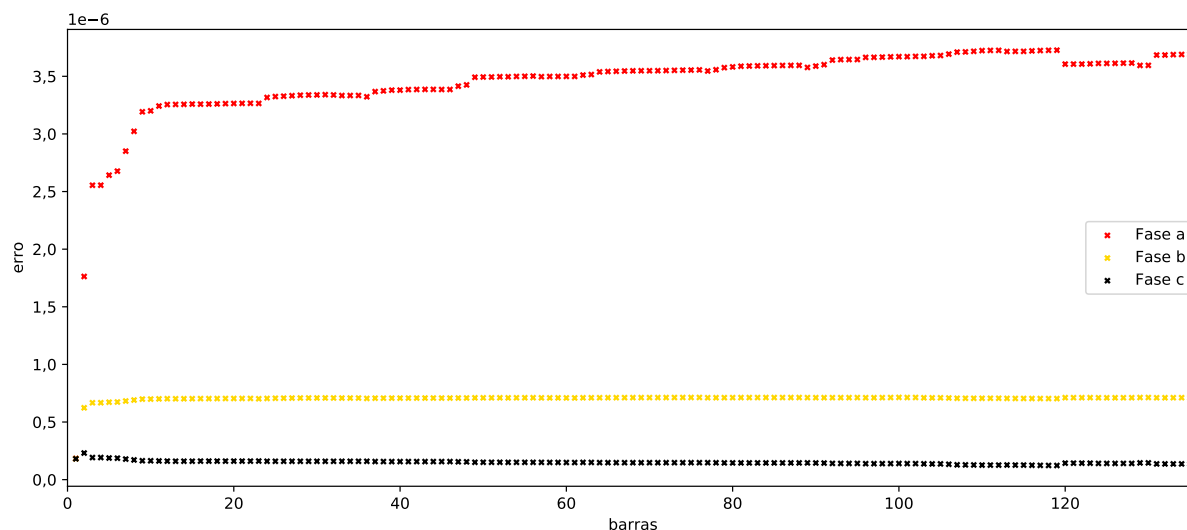
Fonte: próprio autor

Figura 55 – Perfis das magnitudes das tensões em pu fornecidos pelo OpenDSS e pelo método Proposto no caso base do Caso Estudo II.

(a) Perfil da tensão



(b) Erro entre as magnitudes fornecidas pelo PRO e DSS

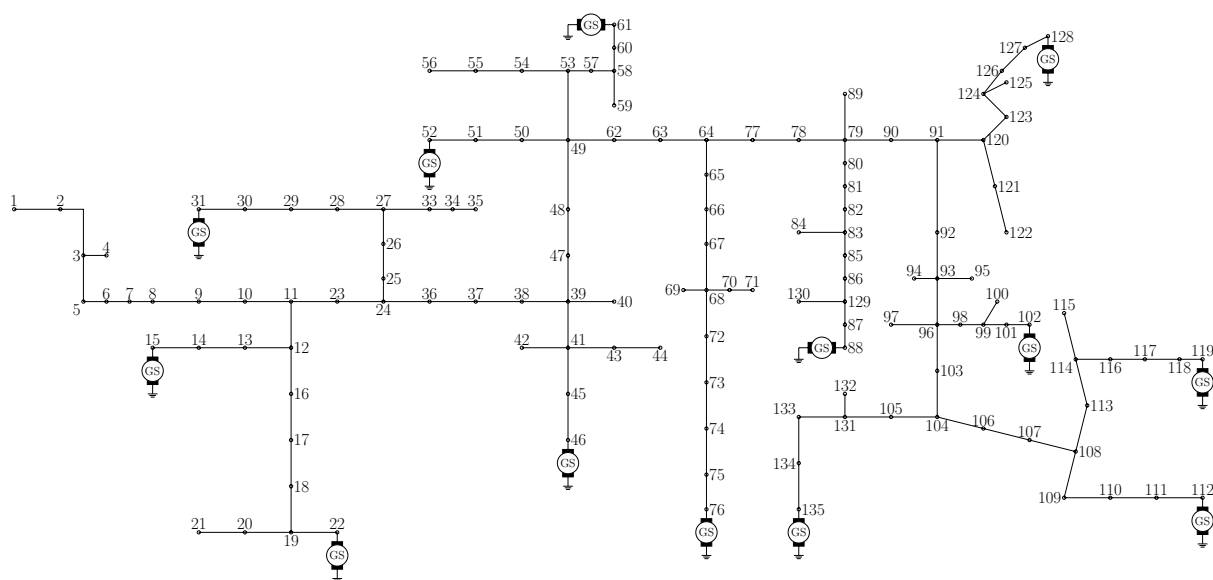


Fonte: próprio autor

O perfil de tensão para este caso obtido pelo *software* OpenDSS e método proposto é apresentado na Figura 58.

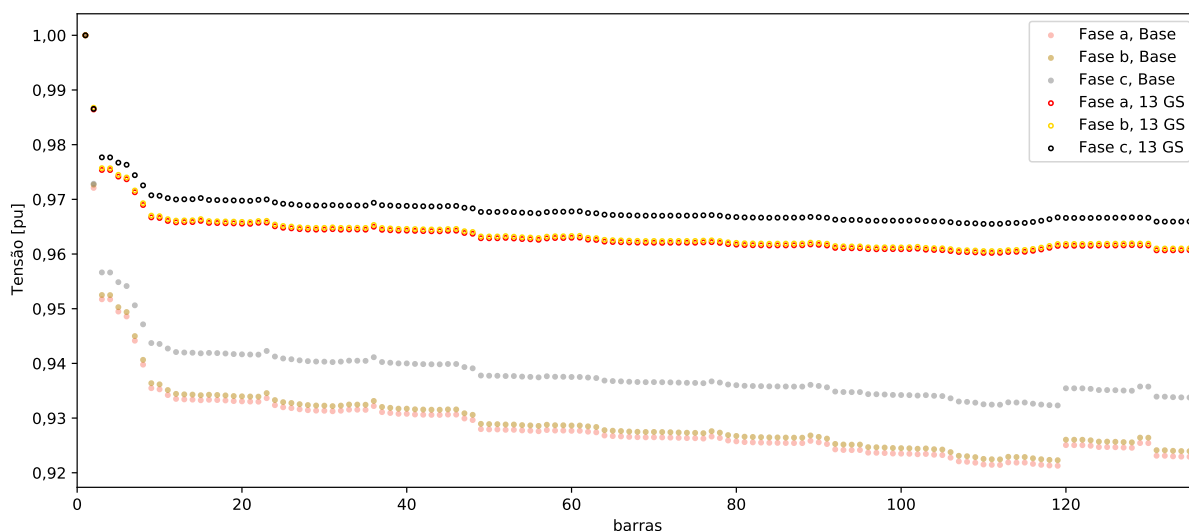
Na Figura 59(b) verifica-se a diferença da consideração nas potências do modelo do método proposto e do *software* OpenDSS. Observa-se que o OpenDSS considera as injeções de potência do GS equilibrado por fase, ou seja, simplesmente considera que o GS é uma carga que injeta potência no sistema, e sua potência por fase é igual a um terço da potência total especificada.

Figura 56 – Sistema trifásico de 135 barras com 13 GS.



Fonte: próprio autor

Figura 57 – Perfis das magnitudes das tensões em pu fornecidos pelo caso base e pelo método proposto com 13 GS para o Caso Estudo II.



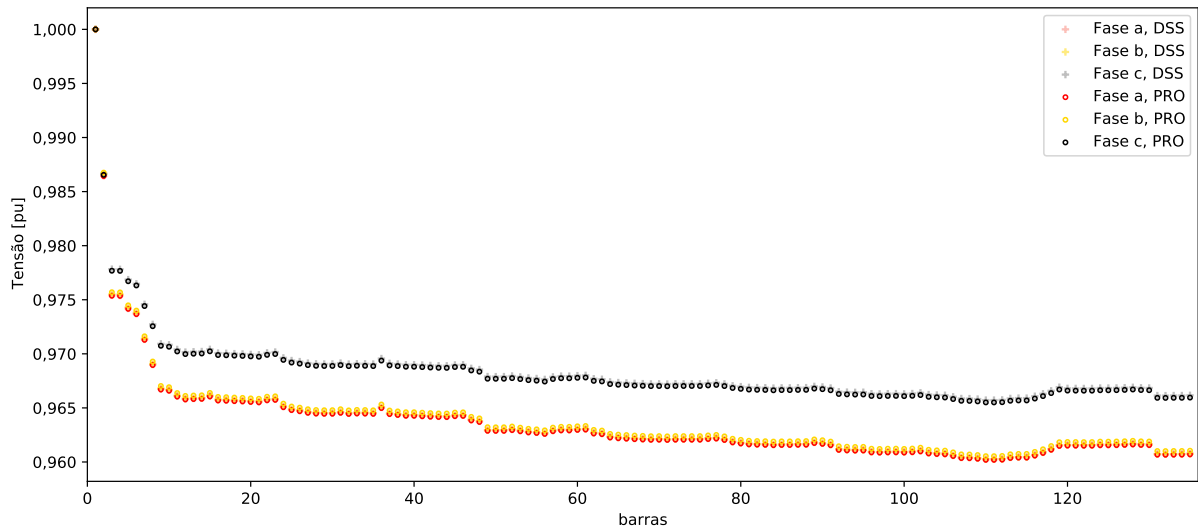
Fonte: próprio autor

3.4.2.3 Caso de Estudo II com Transformador

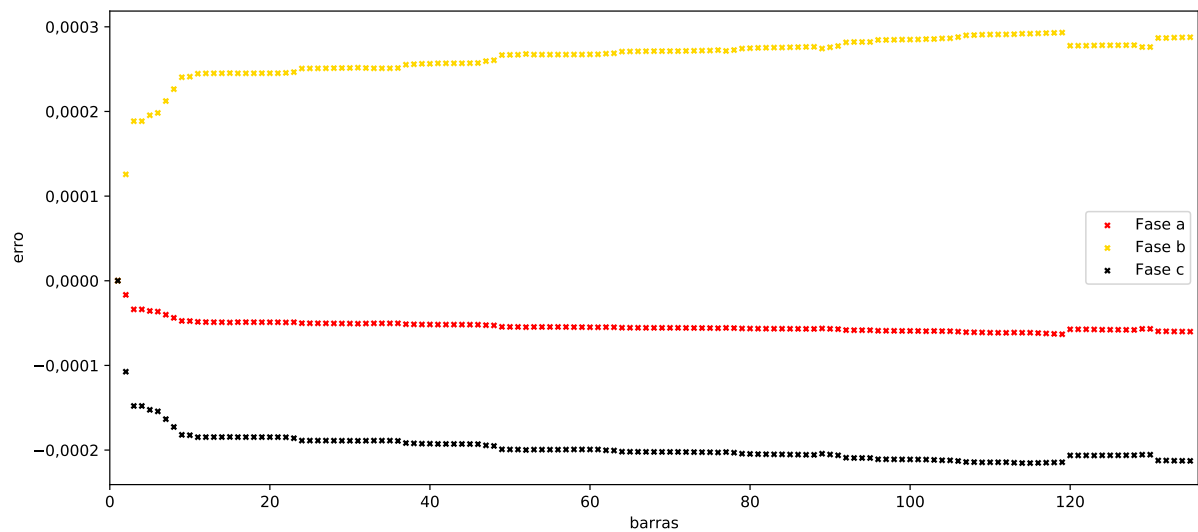
Seja o caso de 135 barras, com 3 transformadores (TR) conectados nas barras 135, 15 e 89 apresentado na Figura 60, eles são do tipo YgYg0, e uma carga conectada em cada lado do secundário de cada transformador, o perfil de tensão para este caso obtido pelo *software* OpenDSS e o método proposto é apresentado na Figura 61.

Figura 58 – Perfis das magnitudes das tensões em pu fornecidos pelo OpenDSS e pelo método proposto com 13 GS para o Caso Estudo II.

(a) Perfil da tensão



(b) Erro entre as magnitudes fornecidas pelo DSS e PRO



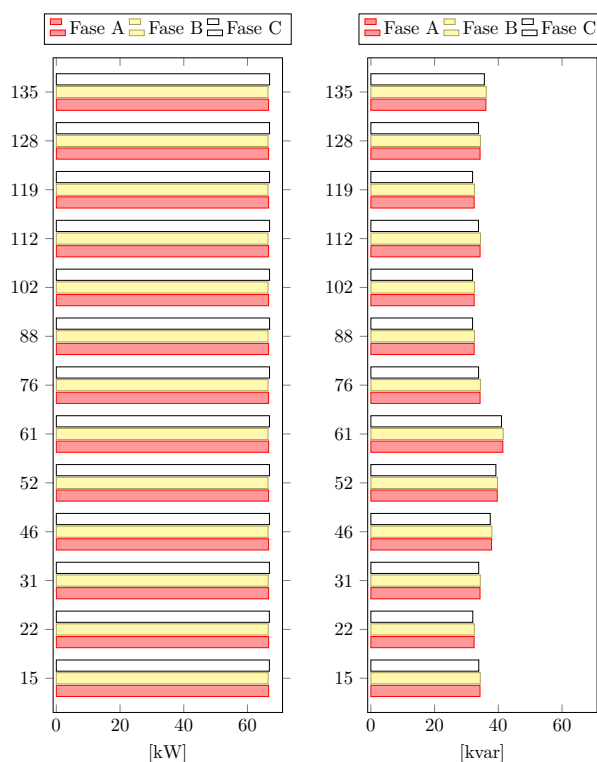
Fonte: próprio autor

3.4.2.4 Caso de Estudo II com Transformador e GS

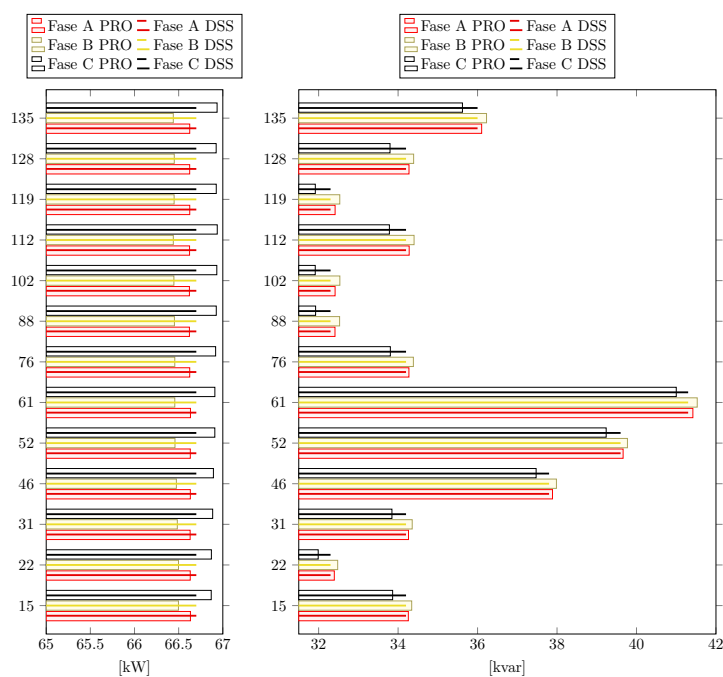
Seja o caso de 135 barras com 13 GS, conectados nas barras 15, 22, 31, 46, 52, 61, 76, 88, 102, 112, 119, 128 e 135, e 3 transformadores (TR) conectados nas barras 135, 15 e 89 apresentado na Figura 62, os três transformadores são do tipo YgYg0, e uma carga conectada em cada lado secundário de cada transformador, o perfil de tensão para este caso obtido pelo software OpenDSS e método proposto é apresentado na Figura 63.

Figura 59 – Injeção das potências dos GS por fase para o Caso Estudo II com 13 GS.

(a) Injeções de potências fornecidas pelo método proposto

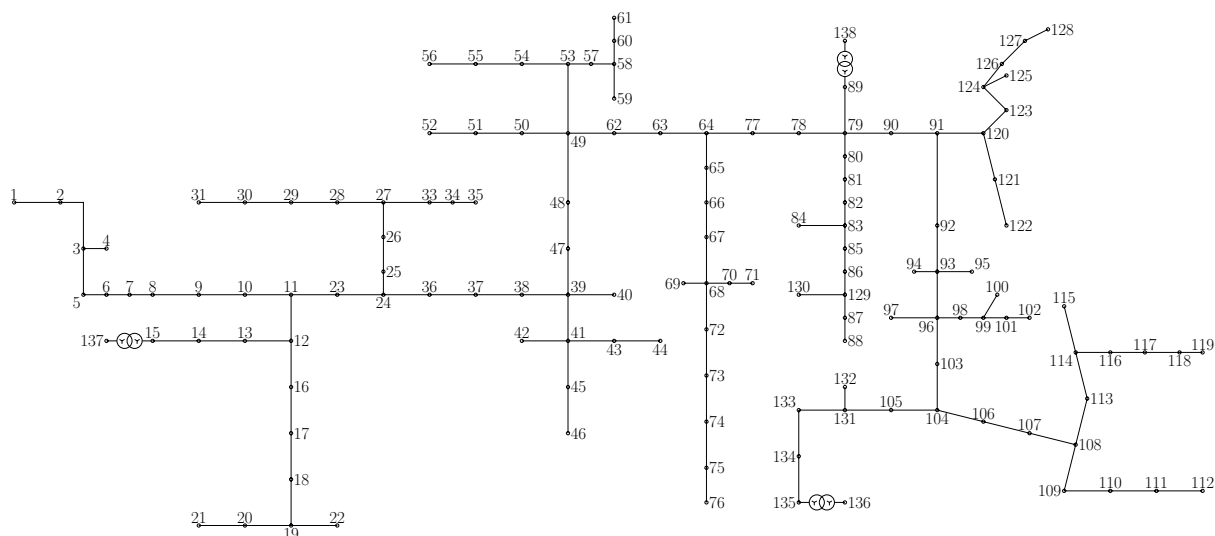


(b) Injeções de potências fornecidas pelo método proposto e pelo OpenDSS



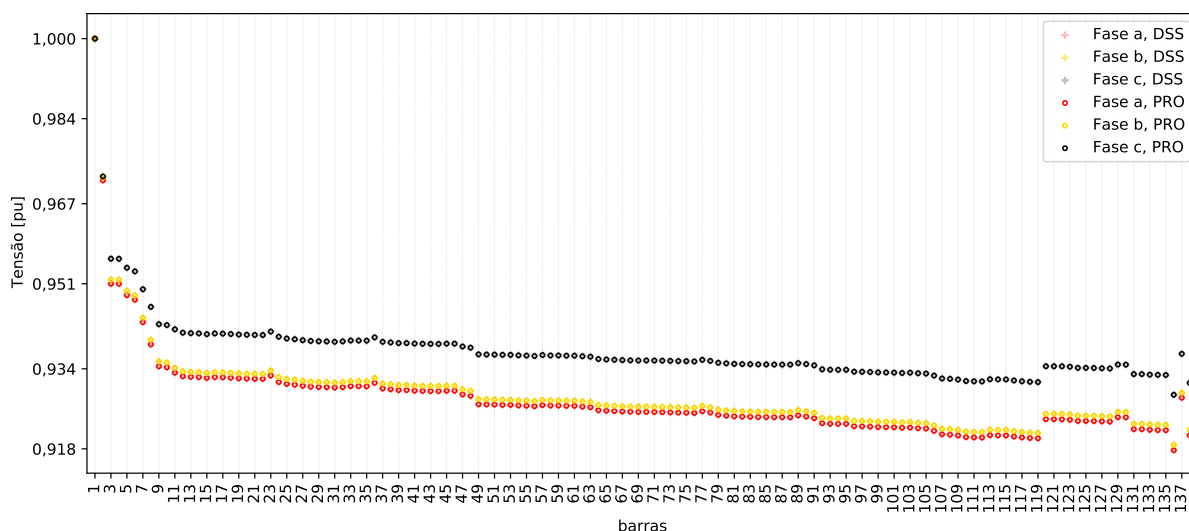
Fonte: próprio autor

Figura 60 – Sistema trifásico de 135 barras com 3 TR.



Fonte: próprio autor

Figura 61 – Perfis das magnitudes das tensões em pu fornecidos pelo OpenDSS e pelo método proposto para o Caso Estudo III com 3 TR.

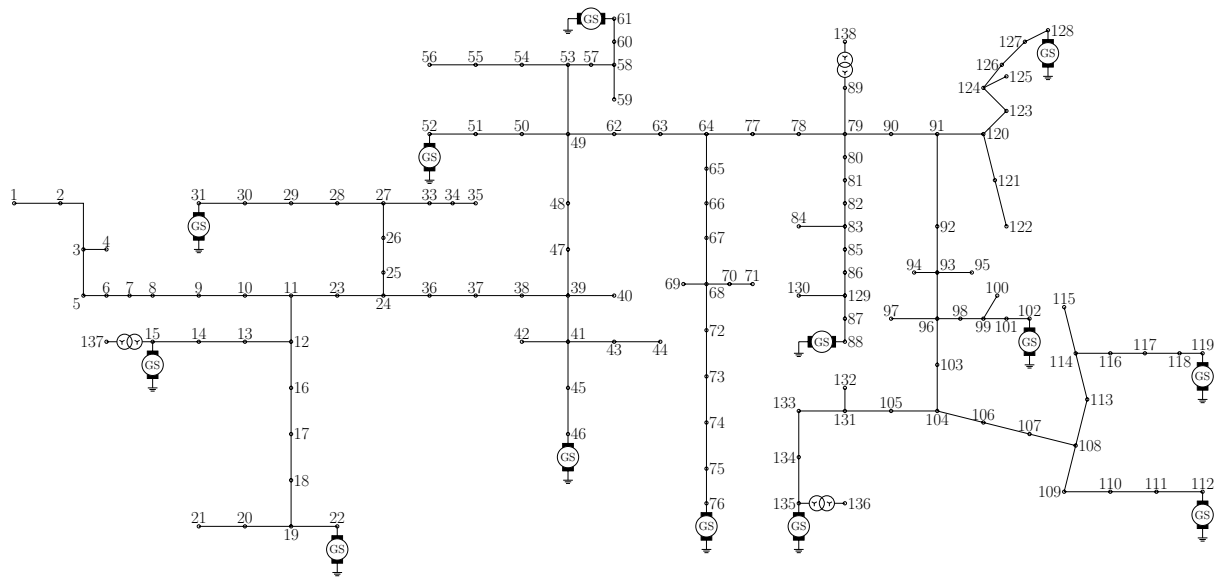


Fonte: próprio autor

3.4.2.5 Caso de Estudo II com Transformador, GS e malha

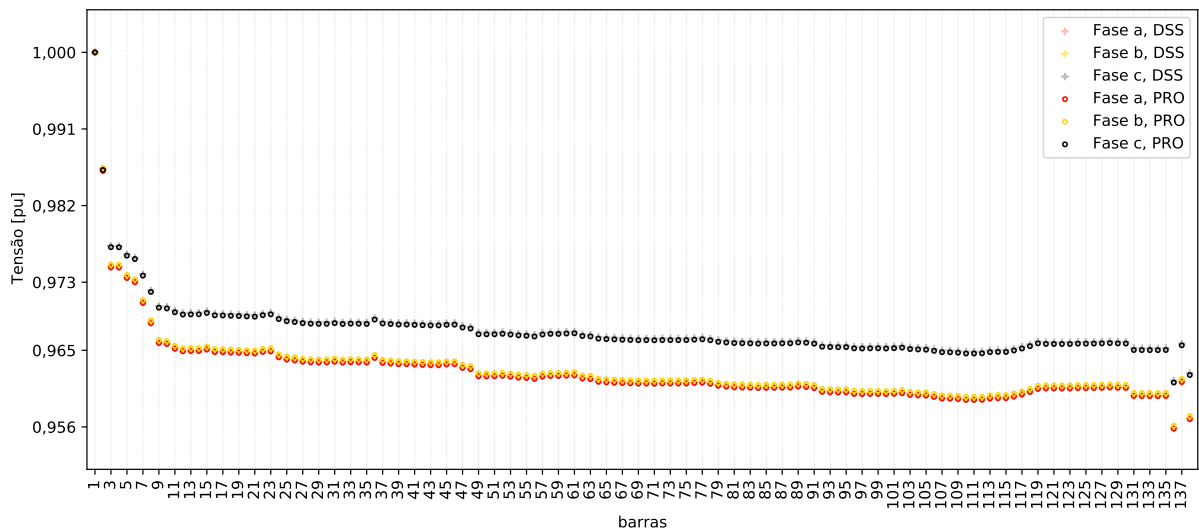
Seja o caso de 135 barras com 13 GS, conectados nas barras 15, 22, 31, 46, 52, 61, 76, 88, 102, 112, 119, 128 e 135, 3 transformadores (TR) conectados nas barras 135, 15 e 89, são do tipo YgYg0, uma carga conectada no lado secundário de cada transformador, e 5 malhas entre o nó 21 com 45, 30 com 61, 76 com 88, 76 com 134 e 112 com 118 apresentado na Figura 64, o perfil de tensão para este caso obtido pelo software OpenDSS e método proposto é apresentado na Figura 65.

Figura 62 – Sistema trifásico de 135 barras com 3 TR e 13 GS.



Fonte: próprio autor

Figura 63 – Perfis das magnitudes das tensões em pu fornecidos pelo OpenDSS e pelo método proposto para o Caso Estudo III com 3 TR e 13 GS.

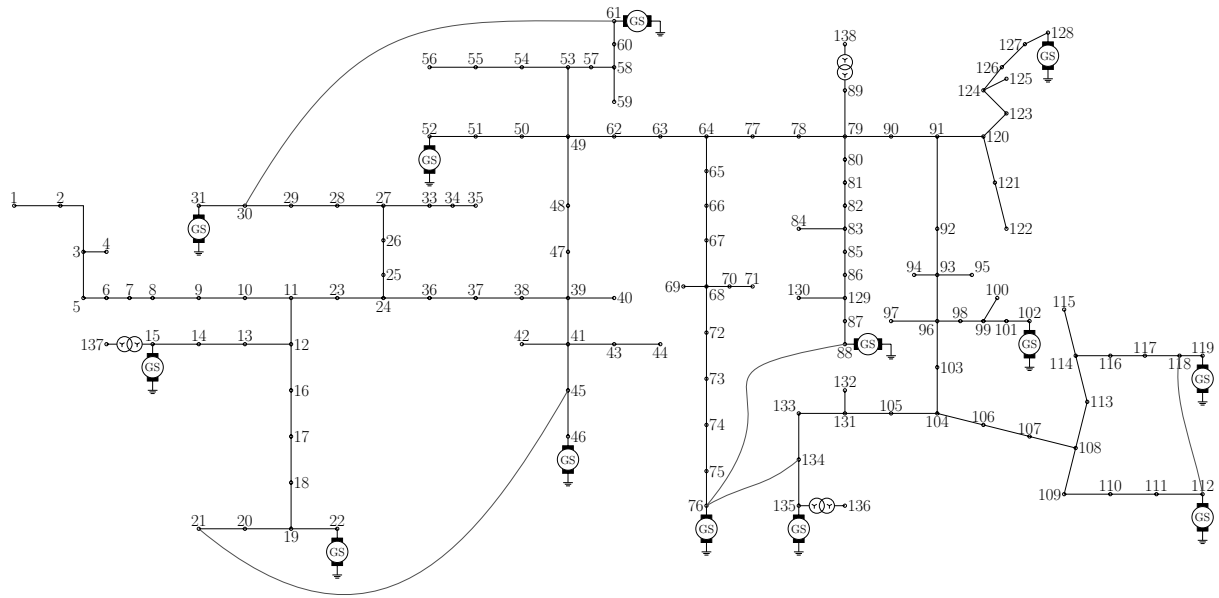


Fonte: próprio autor

3.4.2.6 Caso de Estudo II com regulador de tensão

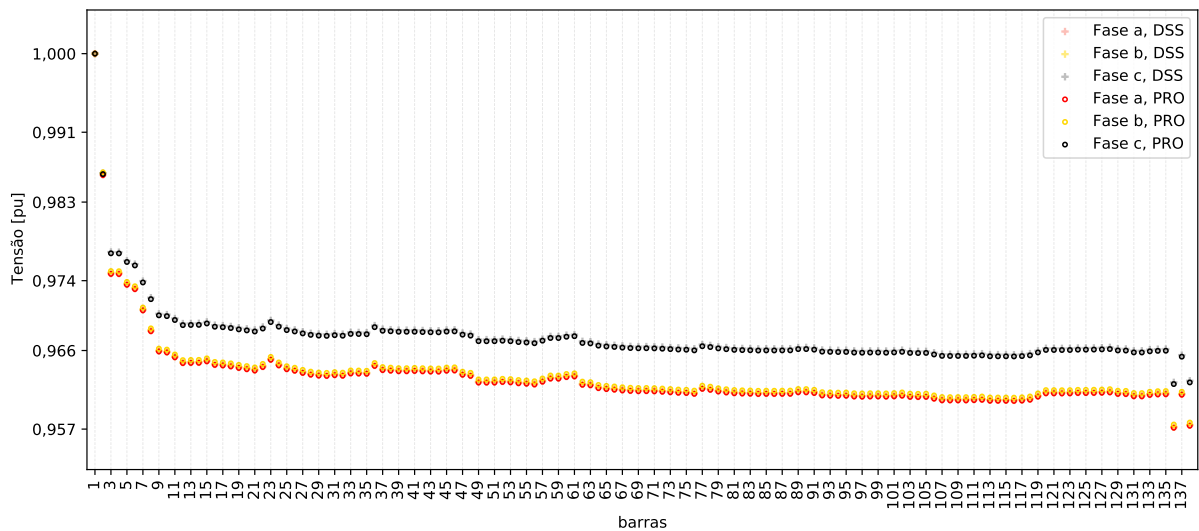
Seja o sistema de 135 barras, com 1 regulador de tensão (RT) conectado entre as barras 48 e 49, o regulador é do tipo delta longo, com os taps conectados nas fases ‘a’, ‘b’ e ‘c’ são 1, 1 e 1 respectivamente, o perfil de tensão para este caso é apresentado na Figura 67. Considerando que os taps do regulador mudam para os valores de 3, 3 e 2 para as fases ‘a’, ‘b’ e ‘c’ respectivamente, o perfil de tensão para este caso e do caso Base é apresentado na Figura 68.

Figura 64 – Sistema trifásico de 135 barras com 3 TR, 13 GS e 5 malhas.



Fonte: próprio autor

Figura 65 – Perfis das magnitudes das tensões em pu fornecidos pelo OpenDSS e pelo método proposto para o Caso Estudo III com 3 TR, 13 GS e 5 malhas.

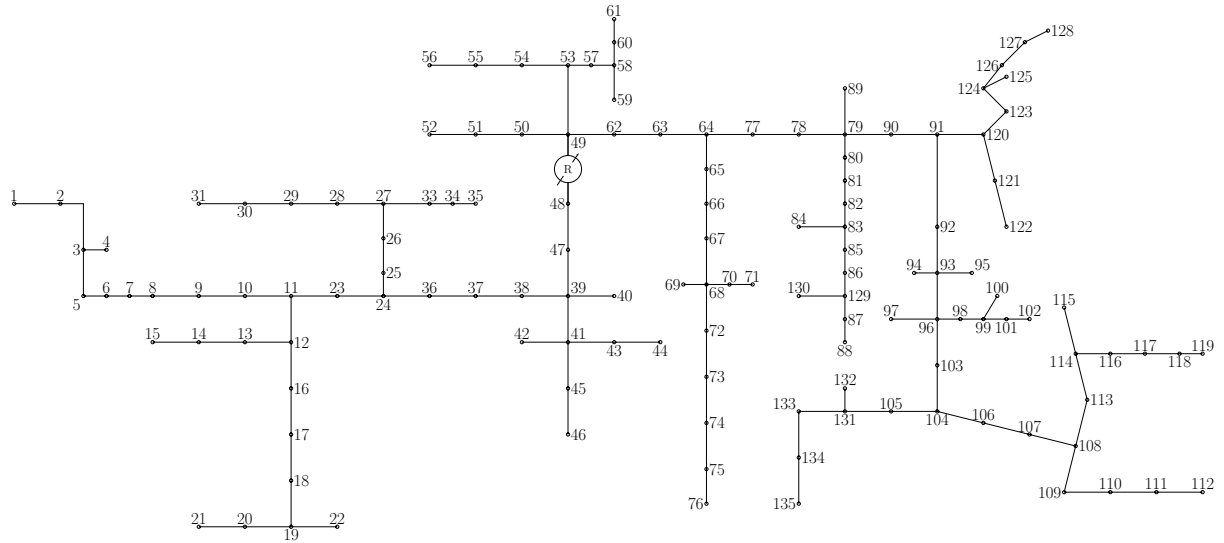


Fonte: próprio autor

3.4.2.7 Caso de Estudo II com regulador de tensão e transformador

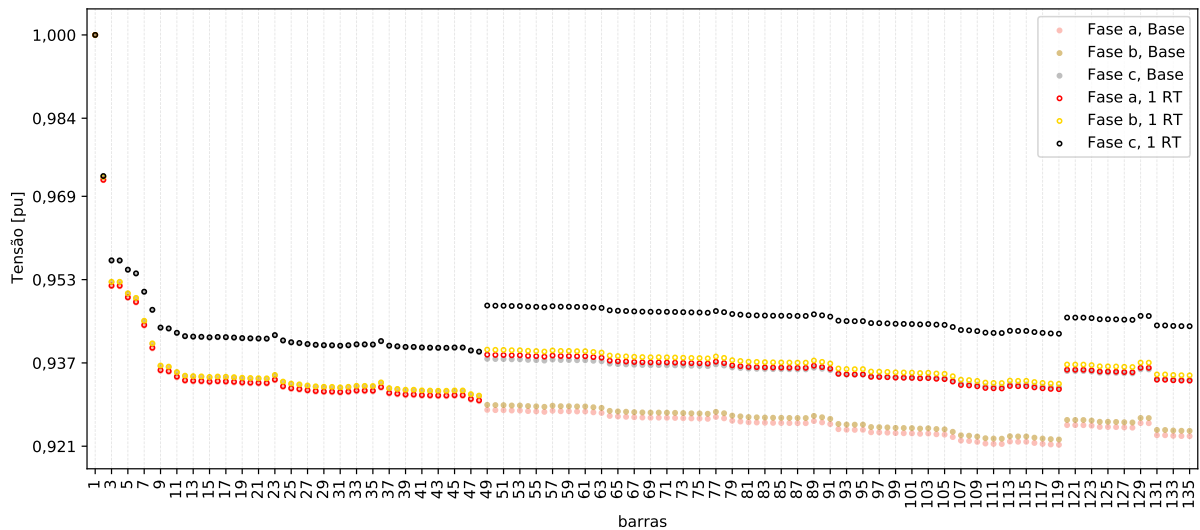
Seja o sistema de 135 barras, com 1 regulador de tensão (RT) conectado entre as barras 48 e 49, o regulador é do tipo delta longo os taps conectados nas fases ‘a’, ‘b’ e ‘c’ são 3, 3 e 2 respectivamente, e 3 transformadores (TR) conectados nas barras 135, 15 e 89, os três transformadores são do tipo YgYg0, e uma carga conectada no lado do secundário

Figura 66 – Sistema trifásico de 135 barras com 1 RT.



Fonte: próprio autor

Figura 67 – Perfis das magnitudes das tensões em pu para o caso base e com 1 RT com taps 1, 1 e 1 fornecidos pelo método proposto para o Caso Estudo II.



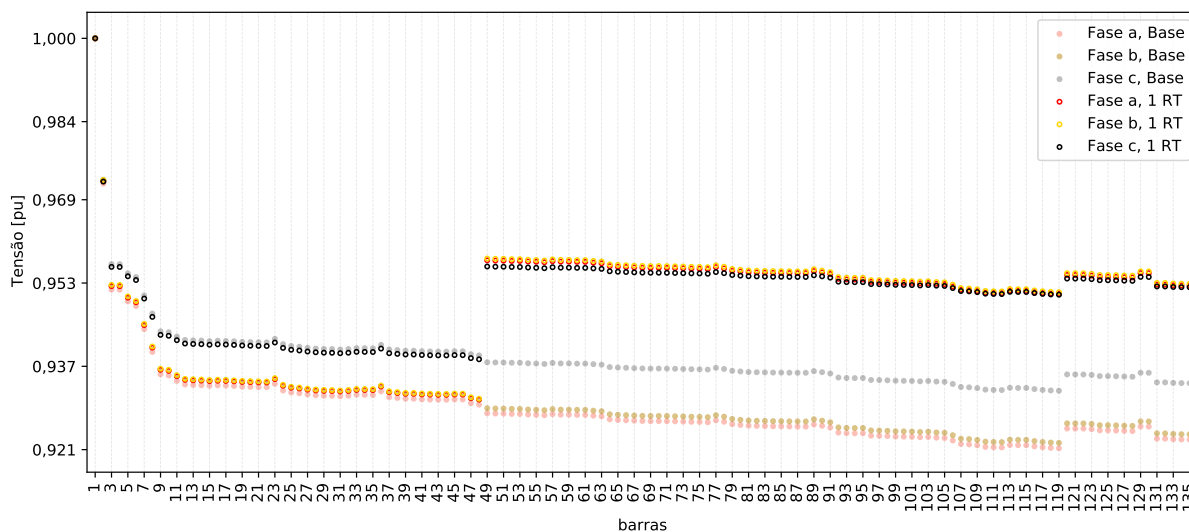
Fonte: próprio autor

de cada transformador, o perfil de tensão para este caso é apresentado na Figura 70.

3.4.2.8 Caso de Estudo II com regulador de tensão, transformador e malhas

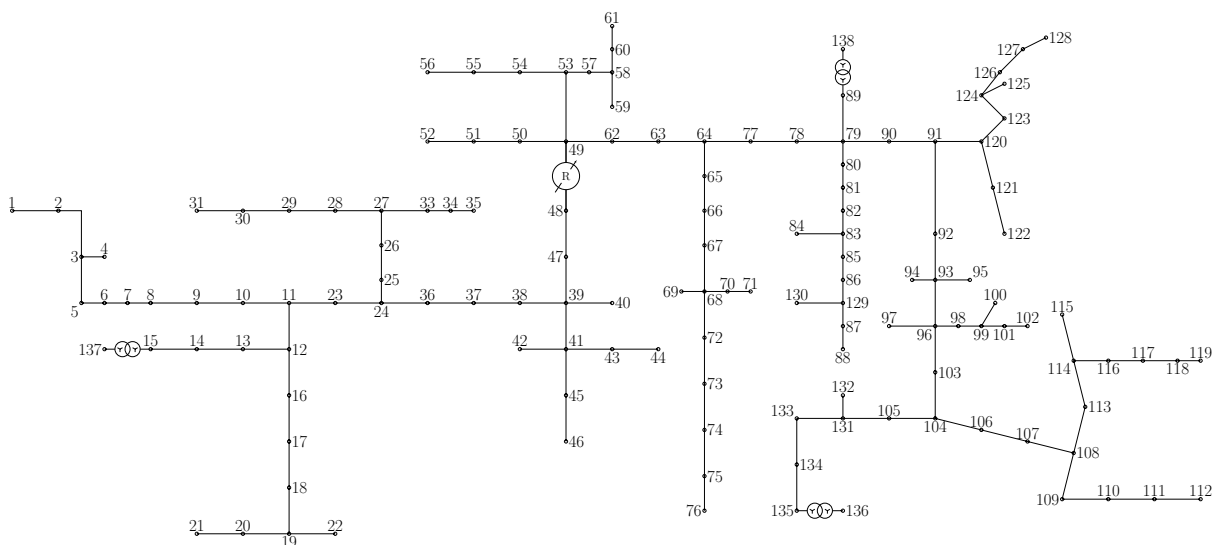
Seja o sistema de 135 barras, com 1 regulado de tensão (RT) conectado entre as barras 48 e 49, o regulador é do tipo delta longo os taps conectados nas fases ‘a’, ‘b’ e ‘c’ são 3, 3 e 2 respectivamente, 3 transformadores (TR) conectados nas barras 135, 15 e 89, os três transformadores são do tipo YgYg0, e uma carga conectada no lado secundário de cada transformador, e 5 malhas, formadas entre as barras 25 com 45, 30 com 61, 76 com

Figura 68 – Perfis das magnitudes das tensões em pu para o caso base e com 1 RT com taps 3, 3 e 2 fornecidas pelo método proposto para o Caso Estudo II.



Fonte: próprio autor

Figura 69 – Sistema trifásico de 135 barras com 1 RT e 3 TR.



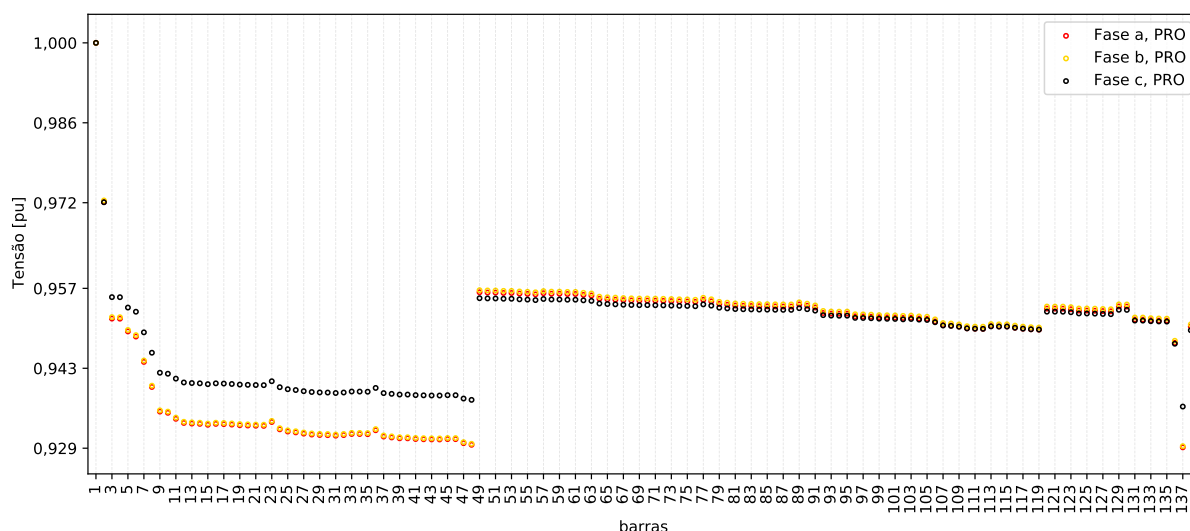
Fonte: próprio autor

88, 76 com 134 e 112 com 118, o perfil de tensão para este caso é apresentado na Figura 72.

3.4.2.9 Caso de Estudo II com regulador de tensão, transformador, malhas e GS

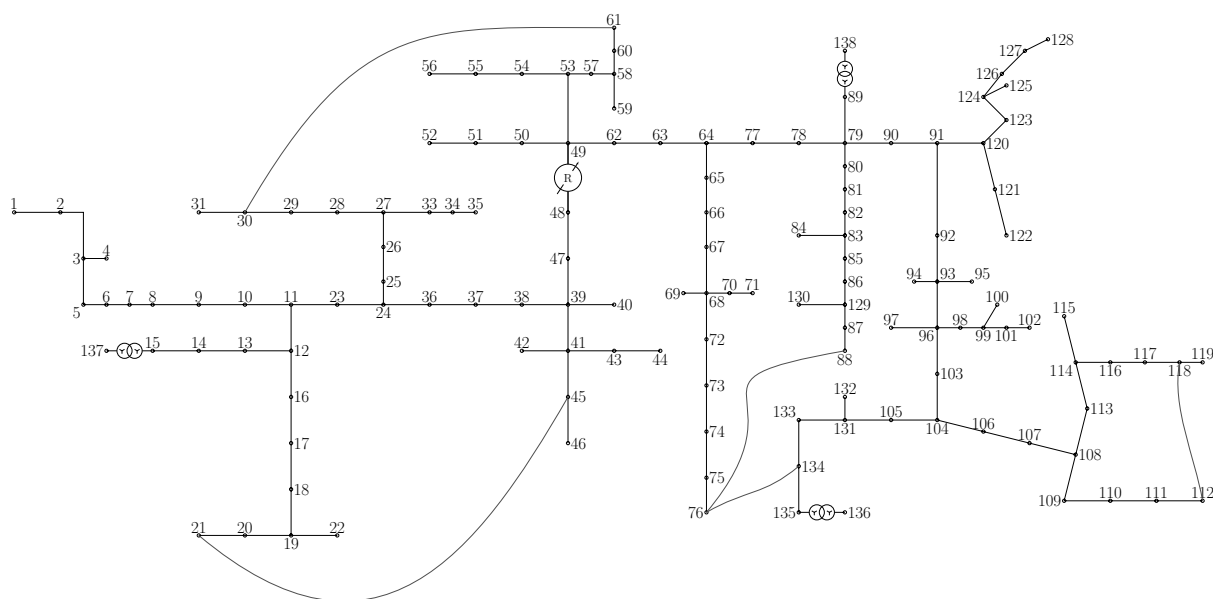
Seja o sistema de 135 barras, com 1 regulado de tensão (RT) conectado entre as barras 48 e 49, o regulador é do tipo delta longo os taps conectados nas fases ‘a’, ‘b’ e ‘c’ são 3, 3 e 2, respectivamente, 3 transformadores (TR) conectados nas barras 135, 15 e 89, do tipo YgYg0, e uma carga conectada no lado secundário de cada transformador,

Figura 70 – Perfis das magnitudes das tensões em pu fornecidos pelo método proposto para o Caso Estudo II com 1 RT com taps 3, 3 e 2, e 3 TR.



Fonte: próprio autor

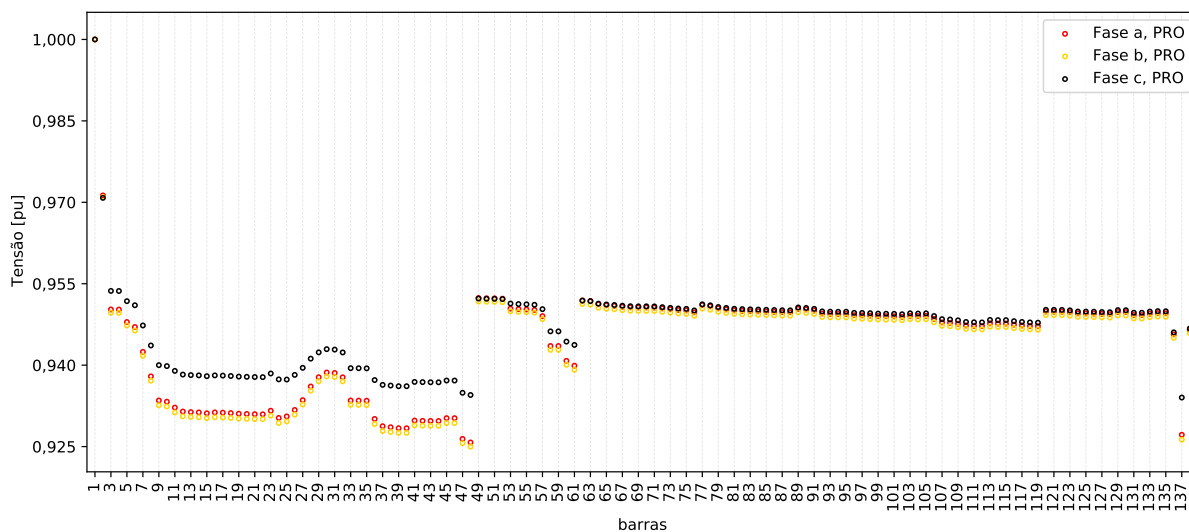
Figura 71 – Sistema trifásico de 135 barras com 1 RT, 3 TR e 5 malhas.



Fonte: próprio autor

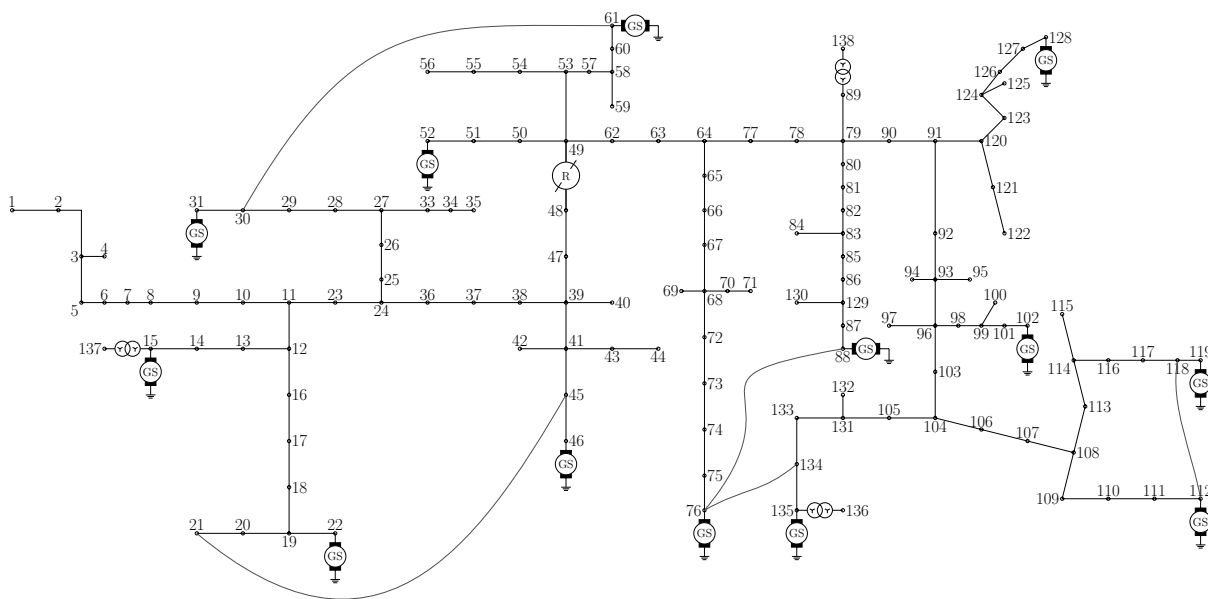
5 malhas formadas entre as barras 21 com 45, 30 com 61, 76 com 88, 76 com 134 e 112 com 118, e 13 GS conectados nas barras 15, 22, 31, 46, 52, 61, 76, 88, 102, 112, 119, 128 e 135, o perfil de tensão para este caso é apresentado na Figura 74. Na Tabela 10 são apresentados os módulos das tensões em pu e seus respectivos ângulos por fase das barras para o Caso Estudo II com 1 RT com taps 3, 3 e 2, 3 TR, 5 malhas e 13 GS. Na Tabela 11 são apresentados as injeções de potência por fase e total dos GS para o Caso Estudo II

Figura 72 – Perfis das magnitudes das tensões em pu fornecidos pelo método proposto para o Caso Estudo II com 1 RT com taps 3, 3 e 2, 3 TR e 5 malhas.



Fonte: próprio autor

Figura 73 – Sistema trifásico de 135 barras com 1 RT, 3 TR, 5 malhas e 13 GS.



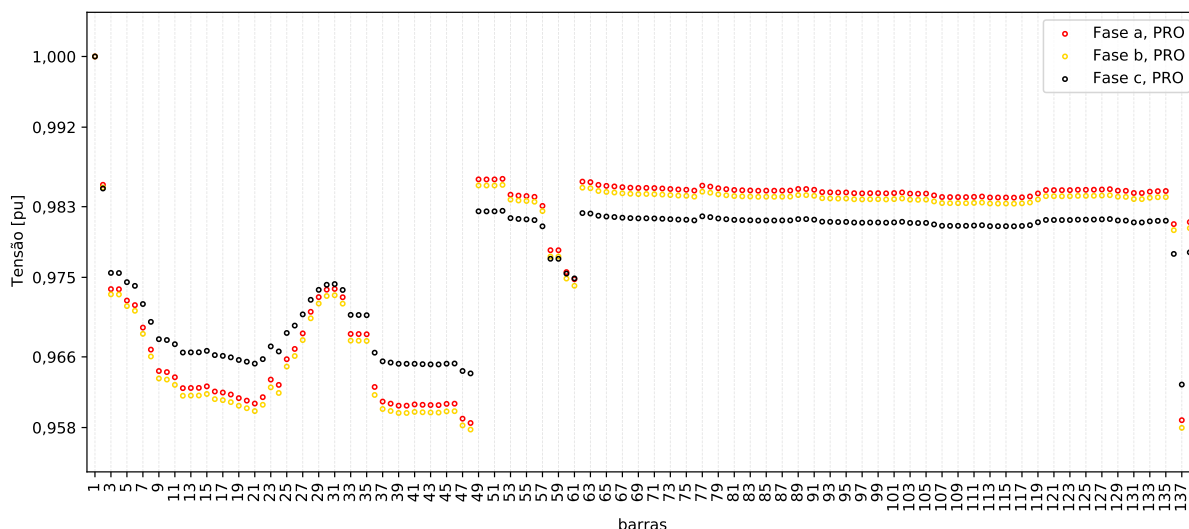
Fonte: próprio autor

com 1 RT com taps 3, 3 e 2, 3 TR, 5 malhas e 13 GS.

3.5 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

Na literatura verificou-se que existem diferentes formas de expressar as equações do problema do cálculo de fluxo de potência, no entanto, nem todas elas apresentam o mesmo

Figura 74 – Perfis das magnitudes das tensões em pu fornecidos pelo método proposto para o Caso Estudo II com 1 RT com taps 3, 3 e 2, 3 TR, 5 malhas e 13 GS.



Fonte: próprio autor

Tabela 10 – Tensões em pu obtidas pelo método proposto para o caso de estudo II com 1 RT com taps 3, 3 e 2, 3 TR, 5 malhas e 13 GS.

4 iterações, tolerância de 1e-06						
Barra	Fase A		Fase B		Fase C	
	[pu]	graus	[pu]	graus	[pu]	graus
1	1,0000	0,0000	1,0000	-120,0000	1,0000	120,0000
2	0,9855	-1,7516	0,9852	-121,7825	0,9851	118,2799
3	0,9737	-2,1695	0,9731	-122,1426	0,9755	117,8740
4	0,9737	-2,1695	0,9731	-122,1426	0,9755	117,8739
5	0,9724	-2,2161	0,9717	-122,1828	0,9745	117,8288
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
134	0,9848	-1,8825	0,9841	-121,8042	0,9814	117,9184
135	0,9848	-1,8825	0,9841	-121,8043	0,9814	117,9185
136	0,9810	-2,0071	0,9803	-121,9291	0,9777	117,7930
137	0,9588	-2,7078	0,9580	-122,6294	0,9629	117,3575
138	0,9813	-1,9976	0,9806	-121,9202	0,9778	117,8024

Fonte: próprio autor

desempenho, ou conseguem superar ou encontrar a solução próxima ao ponto conhecido como perda de estabilidade de tensão. Conclui-se que o método proposto para o cálculo de fluxo de potência trifásico desequilibrado é rápido e exato, e podem ser consideradas diferentes tipos de modelagens para as cargas, capacitores shunts e modelagem trifásica de GS, transformadores e reguladores de tensão. A rede pode ser representada por meio de configurações radiais e malhadas. Verifica-se a influência do modelo proposto do GS para determinar o estado do sistema e a influência do desequilíbrio do sistema na injeção de potência por fase do GS. O método proposto não apresenta problema de convergência

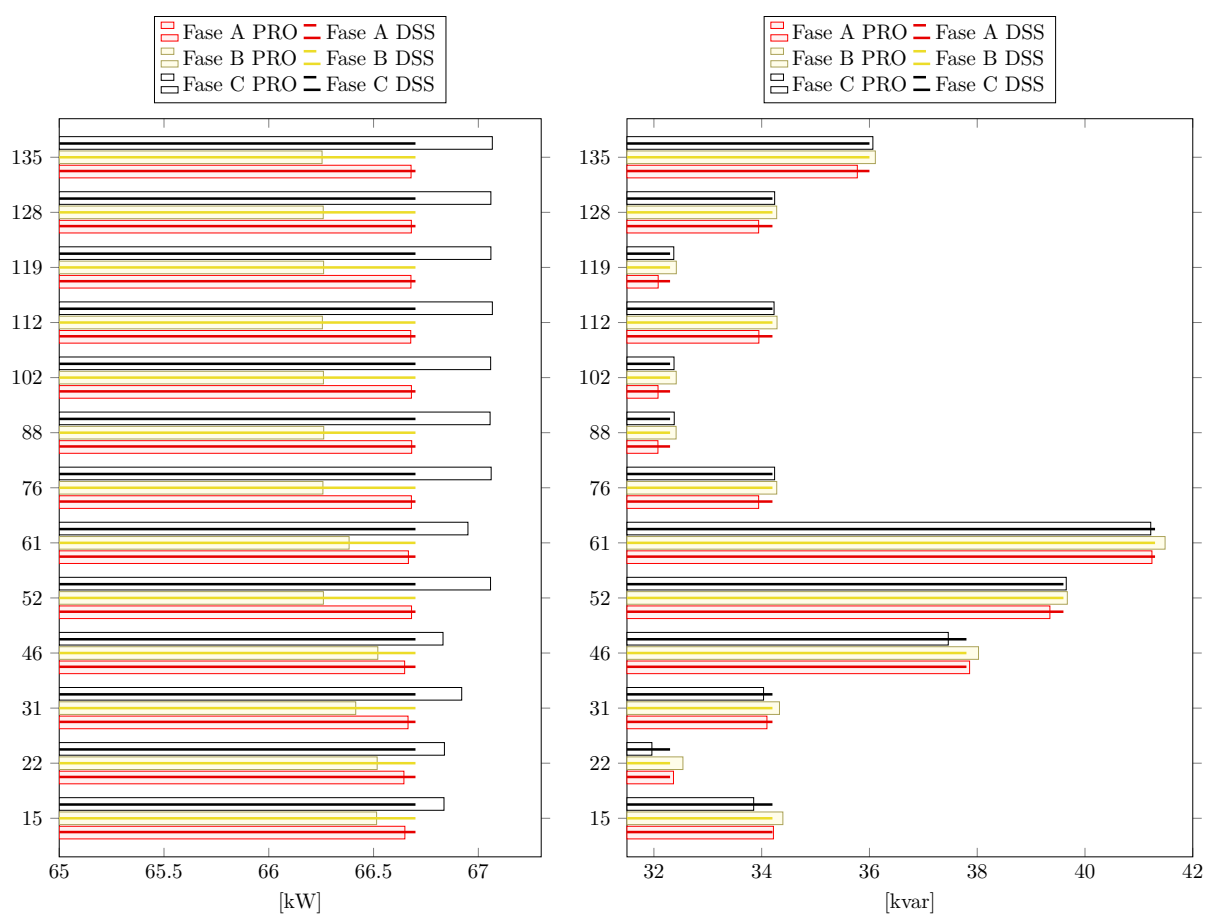
Tabela 11 – Injeção das potências por fase dos GS obtidos pelo método proposto para o Caso Estudo II com 1 RT com taps 3, 3 e 2, 3 TR, 5 malhas e 13 GS.

4 iterações, tolerância de 1e-06								
Barra	Fase A		Fase B		Fase C		Potência Total	
	[kW]	[Kvar]	[kW]	[Kvar]	[kW]	[Kvar]	[kW]	[Kvar]
15	66,6494	34,2179	66,5145	34,3934	66,8361	33,8516	200,0	102,4629
22	66,6448	32,3631	66,5172	32,5386	66,8381	31,9626	200,0	96,8643
31	66,6645	34,0977	66,4149	34,3303	66,9206	34,0350	200,0	102,4629
46	66,6483	37,8584	66,5203	38,0240	66,8314	37,4628	200,0	113,3451
52	66,6812	39,3487	66,2606	39,6720	67,0582	39,6523	200,0	118,6729
61	66,6663	41,2423	66,3833	41,4863	66,9504	41,2202	200,0	123,9488
76	66,6805	33,9437	66,2583	34,2795	67,0612	34,2397	200,0	102,4629
88	66,6819	32,0749	66,2621	32,4120	67,0561	32,3774	200,0	96,8643
102	66,6806	32,0766	66,2607	32,4144	67,0587	32,3733	200,0	96,8643
112	66,6774	33,9480	66,2557	34,2851	67,0669	34,2298	200,0	102,4629
119	66,6784	32,0793	66,2616	32,4161	67,0599	32,3689	200,0	96,8643
128	66,6803	33,9437	66,2598	34,2785	67,0598	34,2407	200,0	102,4629
135	66,6790	35,7751	66,2543	36,1096	67,0667	36,0637	200,0	107,9485

Fonte: próprio autor

com relação ao número de GS e malhas na rede.

Figura 75 – Injeção das potências dos GS por fase para o Caso Estudo II com 1 RT com taps 3, 3 e 2, 3 TR, 5 malhas e 13 GS.



Fonte: próprio autor

4 ANÁLISE DE FALTAS ELÉTRICAS

4.1 INTRODUÇÃO

A realização de estudos de curtos-circuitos completos e detalhados em sistemas de energia elétrica é de importância crítica para localização de faltas e análise de estudos de proteção. Os sistemas de energia elétrica são projetados para atender as cargas de forma segura e confiável. Uma das principais considerações no projeto de um sistema de potência é o controle adequado de curtos-circuitos ou faltas, como são comumente definidos. Curtos-circuitos descontrolados podem causar interrupção do serviço com tempo de inatividade de produção e inconvenientes associados, interrupção de instalações essenciais ou serviços vitais, danos à integridade física dos equipamentos, acidentes pessoais ou fatalidade e possíveis danos por incêndio (IEEE..., 2019).

As faltas elétricas são fenômenos eletromagnéticos em que a rede em uma situação não planejada sofre uma perturbação em um ou mais pontos de sua topologia. Desta forma, a rede e seus elementos devem ser modelados usando equações diferenciais, no entanto, adotar esse procedimento na realidade não é prático devido ao grande número de equipamentos que existem na rede, por esse motivo, as normas existentes admitem o modelo de regime estacionário como uma aproximação suficiente para o cálculo das correntes de faltas (GÓMEZ-EXPÓSITO, 2002).

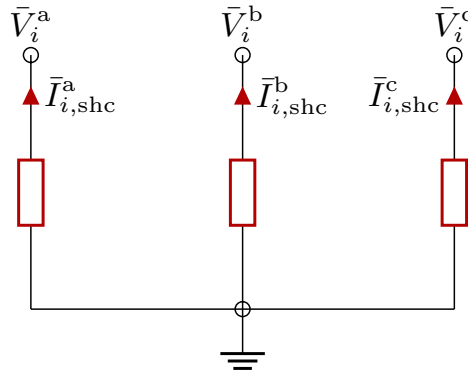
4.2 LOCALIZAÇÃO DE FALTAS EM REDES DE ENERGIA ELÉTRICA

As faltas elétricas podem ocorrer em qualquer parte do sistema elétrico interconectado e podem causar danos significativos a toda a sua infraestrutura, ocasionando problemas operacionais graves como o caso de um blecaute geral. Neste trabalho consideram-se apenas as faltas elétricas que incidem no SED, a rede de MT, para classificá-las e realizar a sua localização, a seguir apresentam-se três possibilidades de incidência de faltas em SEDs.

4.2.1 No sistema de BT

O objetivo deste trabalho é a modelagem do sistema MT, portanto, se uma falta ocorre em qualquer parte da infraestrutura do sistema de BT, esta falta deve ser refletida no sistema de MT como se fosse uma falta que ocorreu na fase ou fases da carga que representa este sistema de BT. Esta equivalência foi explicada na seção 2.2.5, portanto, a injeção de corrente de curto-circuito está em uma ou uma das fases da carga que representa o sistema elétrico de distribuição secundário, conforme ilustrado na Figura 76.

Figura 76 – Falta trifásica no sistema de BT

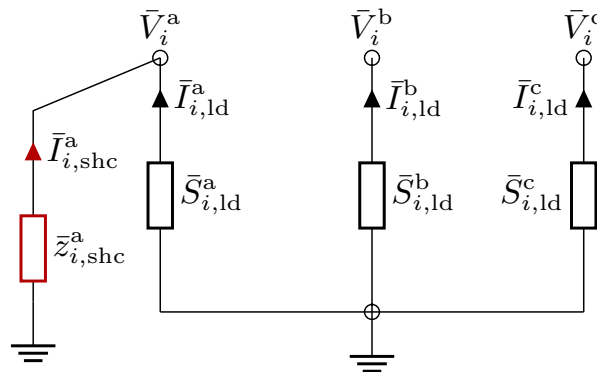


Fonte: próprio autor

4.2.2 Faltas em uma barra do sistema de MT

Neste caso, a falta ocorre em uma ou mais fases de um barramento do sistema de MT, portanto, se houver uma ou mais cargas conectadas a esse barramento, elas deverão ser consideradas no instante em que ocorre a falta, conforme ilustrado na Figura 77.

Figura 77 – Falta elétrica em um nó do sistema de MT.



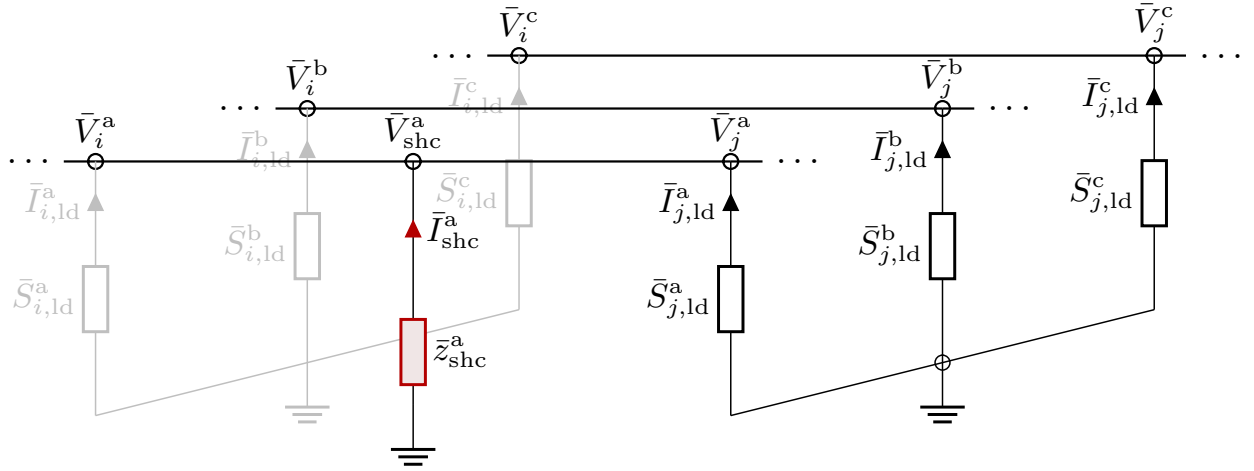
Fonte: próprio autor

4.2.3 Falta em uma linha do sistema de MT

Neste caso, a falta ocorre em uma ou mais fases em uma parte da seção do condutor do sistema de MT, conforme é apresentado na Figura 78. Devido esta falta, um ou mais nós são adicionados ao sistema elétrico e às suas equações.

Consideram-se três possíveis localizações para as faltas no sistema de distribuição, no entanto, existem mais possibilidades que não consideradas neste trabalho. Além disso, casos que implicam em faltas elétricas ocorridas que estão fora do escopo do sistema de distribuição, não são abordadas, por exemplo: faltas elétricas nos sistemas de subtransmissão, transmissão, etc.

Figura 78 – Falta elétrica em uma fase do condutor do sistema de MT.



Fonte: próprio autor

4.3 TIPOS DE FALTAS ELÉTRICAS

O neutro não é considerado nas equações do SED, sendo que em todos os casos o neutro foi reduzido pelo método de redução de Kron na matriz dos condutores como foi demonstrado no Anexo A, portanto, as faltas do tipo fase neutro não são consideradas. Na Figura 79(a) apresentam-se parte de um SED e os sistemas equivalentes conectados às barras $i - 1$ e $i + 1$ são considerados nas injeções de correntes $[\bar{I}]_{i-1}^{abc}$ e $[\bar{I}]_{i+1}^{abc}$, a equação básica para este sistema apresenta-se na equação (4.1). Na Figura 79(b) apresentam-se os diferentes tipos de faltas que podem ocorrer na barra i , sendo estas as faltas entre uma fase e terra, e entre as fases da barra i .

$$\begin{pmatrix} [\bar{I}]_{i-1}^{abc} \\ [\bar{I}]_i^{abc} \\ [\bar{I}]_{i+1}^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{y}]_{i-1,i}^{abc} & -[\bar{y}]_{i-1,i}^{abc} & 0_{3 \times 3} \\ -[\bar{y}]_{i-1,i}^{abc} & [\bar{y}]_{i-1,i}^{abc} + [\bar{y}]_{i,i+1}^{abc} & -[\bar{y}]_{i,i+1}^{abc} \\ 0_{3 \times 3} & -[\bar{y}]_{i,i+1}^{abc} & [\bar{y}]_{i,i+1}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_{i-1}^{abc} \\ [\bar{V}]_i^{abc} \\ [\bar{V}]_{i+1}^{abc} \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

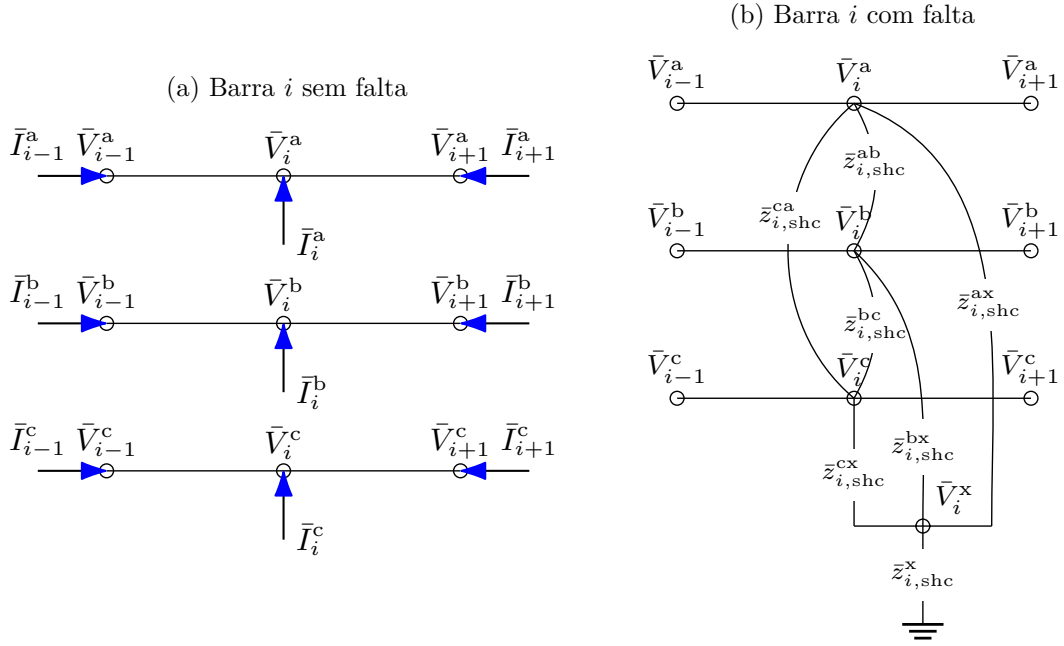
Para o sistema sob falta da Figura 79(b), calcula-se a injeção de corrente na barra i considerando os diferentes tipos de faltas, de acordo com a equação (4.2)

$$\begin{aligned} [\bar{I}]_i^{abc} &= [\bar{y}]_{i-1,i}^{abc} \left([\bar{V}]_i^{abc} - [\bar{V}]_{i-1}^{abc} \right) + [\bar{y}]_{i,i+1}^{abc} \left([\bar{V}]_i^{abc} - [\bar{V}]_{i+1}^{abc} \right) + \\ &\quad \begin{pmatrix} \bar{y}_{i,shc}^{ax} (\bar{V}_i^a - \bar{V}_i^x) + \bar{y}_{i,shc}^{ab} (\bar{V}_i^a - \bar{V}_i^b) + \bar{y}_{i,shc}^{ca} (\bar{V}_i^a - \bar{V}_i^c) \\ \bar{y}_{i,shc}^{bx} (\bar{V}_i^b - \bar{V}_i^x) + \bar{y}_{i,shc}^{bc} (\bar{V}_i^b - \bar{V}_i^c) + \bar{y}_{i,shc}^{ab} (\bar{V}_i^b - \bar{V}_i^a) \\ \bar{y}_{i,shc}^{cx} (\bar{V}_i^c - \bar{V}_i^x) + \bar{y}_{i,shc}^{ca} (\bar{V}_i^c - \bar{V}_i^a) + \bar{y}_{i,shc}^{bc} (\bar{V}_i^c - \bar{V}_i^b) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.2)$$

A injeção de corrente no nó $\bar{V}_i^x$ é calculada através da equação (4.3).

$$\bar{I}_i^x = \bar{y}_{i,shc}^{ax} (\bar{V}_i^x - \bar{V}_i^a) + \bar{y}_{i,shc}^{bx} (\bar{V}_i^x - \bar{V}_i^b) + \bar{y}_{i,shc}^{cx} (\bar{V}_i^x - \bar{V}_i^c) \quad (4.3)$$

Figura 79 – Generalização das faltas numa barra do SED



Fonte: próprio autor

Ordenando esta última equação e considerando que $\bar{I}_i^x = -\bar{y}_{i,shc}^x \bar{V}_i^x$, obtém-se a equação (4.4)

$$0 = \begin{pmatrix} -\bar{y}_{i,shc}^{ax} & -\bar{y}_{i,shc}^{bx} & -\bar{y}_{i,shc}^{cx} & \bar{y}_{i,shc}^{ax} + \bar{y}_{i,shc}^{bx} + \bar{y}_{i,shc}^{cx} + \bar{y}_{i,shc}^x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_i^{abc} \\ \bar{V}_i^x \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

Ordenando a equação (4.2) e juntando com a equação (4.4) obtém-se a equação (4.5)

$$\begin{pmatrix} [\bar{I}]_{i-1}^{abc} \\ [\bar{I}]_i^{abc} \\ [\bar{I}]_{i+1}^{abc} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{y}]_{i-1,i}^{abc} & -[\bar{y}]_{i-1,i}^{abc} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 1} \\ -[\bar{y}]_{i-1,i}^{abc} & [\bar{y}]_{i-1,i}^{abc} + [\bar{y}]_{i,i+1}^{abc} + [\bar{y}]_{i,shc}^{\phi x} + [\bar{y}]_{i,shc}^{\phi\phi} & -[\bar{y}]_{i,i+1}^{abc} & -[\bar{y}]_{i,shc}^{\phi x,v} \\ 0_{3 \times 3} & -[\bar{y}]_{i,i+1}^{abc} & [\bar{y}]_{i,i+1}^{abc} & 0_{3 \times 1} \\ 0_{1 \times 3} & -([\bar{y}]_{i,shc}^{\phi x,v})^t & 0_{1 \times 3} & \bar{y}_{i,shc}^x + \sum_{p=a,b,c} \bar{y}_{i,shc}^{px} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_{i-1}^{abc} \\ [\bar{V}]_i^{abc} \\ [\bar{V}]_{i+1}^{abc} \\ \bar{V}_i^x \end{pmatrix} \quad (4.5)$$

Sendo:

$$[\bar{y}]_{i,shc}^{\phi x} = \begin{pmatrix} \bar{y}_{i,shc}^{ax} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{y}_{i,shc}^{bx} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{y}_{i,shc}^{cx} \end{pmatrix} \quad (4.6)$$

$$[\bar{y}]_{i,\text{shc}}^{\phi\phi} = \begin{pmatrix} \bar{y}_{i,\text{shc}}^{\text{ab}} + \bar{y}_{i,\text{shc}}^{\text{ca}} & -\bar{y}_{i,\text{shc}}^{\text{ab}} & -\bar{y}_{i,\text{shc}}^{\text{ca}} \\ -\bar{y}_{i,\text{shc}}^{\text{ab}} & \bar{y}_{i,\text{shc}}^{\text{bc}} + \bar{y}_{i,\text{shc}}^{\text{ab}} & -\bar{y}_{i,\text{shc}}^{\text{bc}} \\ -\bar{y}_{i,\text{shc}}^{\text{ca}} & -\bar{y}_{i,\text{shc}}^{\text{bc}} & \bar{y}_{i,\text{shc}}^{\text{ca}} + \bar{y}_{i,\text{shc}}^{\text{bc}} \end{pmatrix} \quad (4.7)$$

$$[\bar{y}]_{i,\text{shc}}^{\phi x, v} = \begin{pmatrix} \bar{y}_{i,\text{shc}}^{\text{ax}} & \bar{y}_{i,\text{shc}}^{\text{bx}} & \bar{y}_{i,\text{shc}}^{\text{cx}} \end{pmatrix}^t \quad (4.8)$$

Se não existe conexão entre o nó $\bar{V}_i^x$ e terra, então: $\bar{z}_{i,\text{shc}}^x = \infty$, portanto, neste caso na equação (4.5) considera-se que $\bar{y}_{i,\text{shc}}^x = 0$. Não confundir o nó $\bar{V}_i^x$ com o nó neutro correspondente à barra i , se for esse o caso, os fluxos de corrente dos ramos conectados entre este nó neutro e os nós neutros das demais barras devem ser considerados.

Da Figura 79(b), se $\bar{V}_i^x = 0$ então, este nó seria a terra, portanto, da equação (4.5) obtém-se a equação (4.9).

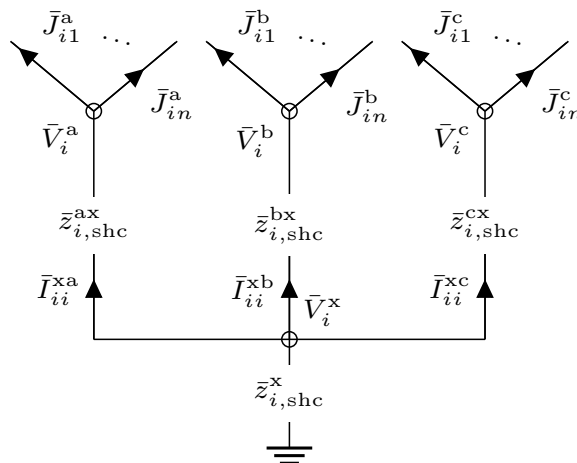
$$\begin{pmatrix} [\bar{I}]_{i-1}^{\text{abc}} \\ [\bar{I}]_i^{\text{abc}} \\ [\bar{I}]_{i+1}^{\text{abc}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{y}]_{i-1,i}^{\text{abc}} & -[\bar{y}]_{i-1,i}^{\text{abc}} & 0_{3 \times 3} \\ -[\bar{y}]_{i-1,i}^{\text{abc}} & [\bar{y}]_{i-1,i}^{\text{abc}} + [\bar{y}]_{i,i+1}^{\text{abc}} + [\bar{y}]_{i,\text{shc}}^{\phi x} + [\bar{y}]_{i,\text{shc}}^{\phi\phi} & -[\bar{y}]_{i,i+1}^{\text{abc}} \\ 0_{3 \times 3} & -[\bar{y}]_{i,i+1}^{\text{abc}} & [\bar{y}]_{i,i+1}^{\text{abc}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_{i-1}^{\text{abc}} \\ [\bar{V}]_i^{\text{abc}} \\ [\bar{V}]_{i+1}^{\text{abc}} \end{pmatrix} \quad (4.9)$$

Finalmente, conclui-se que na incidência das falta entre fases e faltas à terra na barra i , é dada pelo elemento da linha e coluna da barra i na matriz admitância do sistema como é apresentado nas equações (4.9) e (4.5). Observa-se que se for considerado o nó $\bar{V}_i^x$, uma linha e uma coluna são adicionadas na equação básica do sistema, conforme é apresentado na equação (4.5).

4.3.1 Falta entre uma barra e a terra

Para este caso é considerada uma única falta na barra i no SED de n barras, conforme é apresentado na Figura 80. Neste tipo de falta utiliza-se a matriz $[\bar{y}]_{i,\text{shc}}^{\phi x}$ que foi apresentada anteriormente na equação (4.6).

Figura 80 – Falta à terra na barra i do SED.



Fonte: próprio autor

A seguir apresentam-se os casos particulares para a incidência deste tipo de falta nas equações num sistema geral.

4.3.1.1 Considerando que a fase ‘x’ é a terra

Neste tipo de falta, ilustrado na Figura 80, é considerado que a fase ‘x’ da barra i está solidamente aterrada, ou seja, esta é a terra. Consideram-se faltas monofásicas, bifásicas ou trifásicas à terra. Estas faltas são consideradas como cargas com modelo de impedância constante conectadas entre um nó e terra, no entanto, estas impedâncias são consideradas na matriz admitância do sistema e não na injeção de correntes, portanto, a matriz admitância da equação básica do sistema sem falta, $(\bar{\mathcal{Y}})$, vai mudar para, $\tilde{\mathcal{Y}}$, esta matriz modificada é apresentada pela seguinte equação:

$$\tilde{\mathcal{Y}} = \begin{pmatrix} \ddots & \vdots & \ddots \\ \cdots & [\bar{Y}]_{ii}^{abc} + [\bar{y}]_{i,\text{shc}}^{\phi x} & \cdots \\ \ddots & \vdots & \ddots \end{pmatrix} \quad (4.10)$$

E para os elementos da matriz $[\bar{y}]_{i,\text{shc}}^{\phi x}$ tem-se que:

$$\bar{y}_{i,\text{shc}}^{px} = \begin{cases} \frac{1}{\bar{z}_{i,\text{shc}}^{px}} & p = a, b, c \\ 0 & \text{se não existe falta na fase } p \end{cases} \quad (4.11)$$

Desta última relação obtêm-se as correntes de curto-circuito para faltas monofásicas, bifásicas ou trifásicas a terra. Como foi demonstrado anteriormente, neste tipo de faltas só o elemento da linha i e coluna i da matriz admitância original do sistema é modificado. Para múltiplas faltas, por exemplo, consideram-se f barras em faltas, faltas nas barras $b_1, \dots, b_f$. A seguinte modificação para cada elemento da diagonal da matriz admitância original correspondente às barras em falta é necessária:

$$[\bar{Y}]_{b_j b_j}^{abc} \rightarrow [\bar{Y}]_{b_j b_j}^{abc} + [\bar{y}]_{b_j, \text{shc}}^{\phi x} \quad j = 1, \dots, f$$

Os demais elementos da matriz admitância continuam sendo os mesmos. Para calcular a injeção da corrente de curto-circuito neste caso é necessário conhecer o valor da tensão da barra i conforme é apresentado na equação (4.12).

$$\bar{I}_{ii}^{xp} = -\bar{y}_{i,\text{shc}}^{px} \bar{V}_i^p \quad p = a, b, c \quad (4.12)$$

Recordando que neste caso a fase ‘x’ é a terra.

4.3.1.2 Considerando uma impedância entre a fase ‘x’ e a terra

Neste tipo de falta, além da matriz $[\bar{y}]_{i,\text{shc}}^{\phi x}$, é considerada a matriz $[\bar{y}]_{i,\text{shc}}^{\phi x, v}$ da equação (4.8). Neste tipo de falta é considerada uma fase ‘x’ na barra i , e uma impedância entre

esta fase e a terra, conforme é apresentado na Figura 80, devido a isso, uma linha e uma coluna são adicionadas na equação básica do sistema conforme é apresentado na equação (4.13), convenientemente estas novas linha e coluna são adicionadas no final da matriz.

$$\begin{pmatrix} \bar{I} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{11}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{1i}^{abc} & \cdots & 0_{3 \times 1} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Y}]_{i1}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{ii}^{abc} + [\bar{y}]_{i,\text{shc}}^{\phi x} & \cdots & [\bar{y}]_{i,\text{shc}}^{\phi x,v} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0_{1 \times 3} & \cdots & ([\bar{y}]_{i,\text{shc}}^{\phi x,v})^t & \cdots & \bar{y}_{i,\text{shc}}^x + \sum_{p=a,b,c} \bar{y}_{i,\text{shc}}^{px} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{V} \\ \bar{V}_i^x \end{pmatrix} \quad (4.13)$$

Neste tipo de falta são consideradas as mesmas relações que foram apresentadas na equação (4.11) para os tipos de faltas monofásicas, bifásicas ou trifásicas. Para calcular a injeção de corrente de curto-circuito neste caso é necessário conhecer os valores das tensões das fases da barra i conforme é apresentado na equação (4.14).

$$\bar{I}_{ii}^{xp} = -\bar{y}_{i,\text{shc}}^{px} (\bar{V}_i^p - \bar{V}_i^x) \quad p = a,b,c \quad (4.14)$$

E a injeção da corrente na fase ‘x’ é apresentada na seguinte equação:

$$\bar{I}_i^x = -\bar{y}_{i,\text{shc}}^x \bar{V}_i^x \quad (4.15)$$

4.3.1.3 Considerando a fase ‘x’ sem conexão à terra

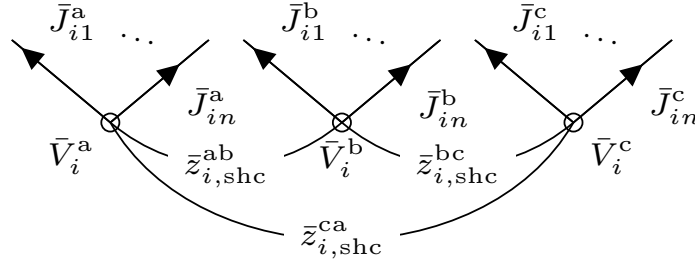
Neste tipo de falta embora não exista uma conexão à terra, ele é considerado nesta classificação porque é um caso particular do caso anterior, da seção 4.3.1.2. Neste caso a impedância entre a fase ‘x’ e a terra da barra i é considerada igual ao valor infinito, portanto, a inversa desta impedância é igual a zero, a equação básica do sistema com este evento de curto-circuito é igual à equação (4.13), mas considerando a seguinte igualdade:

$$\bar{y}_{i,\text{shc}}^x = 0$$

Para calcular a injeção de corrente de curto-circuito neste caso é necessário conhecer os valores das tensões das fases da barra i conforme é apresentado na equação (4.14).

4.3.2 Falta entre as fases de uma barra

Na Figura 81, de forma geral, apresenta-se uma falta entre fases da barra i , considerando-se que esta barra está conectada as demais barras do sistema. Para este tipo de faltas utiliza-se a matriz $[\bar{y}]_{i,\text{shc}}^{\phi\phi}$, a qual foi apresentada na equação (4.7), da mesma forma que para faltas de uma barra à terra, a impedância de falta neste tipo de falta é considerada na matriz admitância do sistema, portanto, para uma falta entre fases na

Figura 81 – Falta entre as fases na barra i do SED.

Fonte: próprio autor

barra i , a nova matriz admitância do sistema é apresentada na equação (4.16).

$$\tilde{\mathcal{Y}} = \begin{pmatrix} \ddots & \vdots & \ddots \\ \cdots & [\bar{Y}]_{ii}^{abc} + [\bar{y}]_{i,shc}^{\phi\phi} & \cdots \\ \ddots & \vdots & \ddots \end{pmatrix} \quad (4.16)$$

Sendo que só o elemento da linha i e coluna i da matriz admitância original do sistema é modificado.

Os elementos da matriz $[\bar{y}]_{i,shc}^{\phi\phi}$ são calculados pela seguinte expressão:

$$\bar{y}_{i,shc}^{pk} = \begin{cases} \frac{1}{\bar{z}_{i,shc}^{pk}} & p \text{ e } k \text{ fases em falta na barra } i \\ 0 & \text{se entre as fases } p \text{ e } k \text{ não existe falta} \end{cases}$$

Para múltiplas faltas, por exemplo, consideram-se f barras em faltas, faltas nas barras $b_1, \dots, b_f$, a seguinte modificação para cada elemento da diagonal da matriz admitância original correspondente às barras em falta é necessária:

$$[\bar{Y}]_{b_j b_j}^{abc} \rightarrow [\bar{Y}]_{b_j b_j}^{abc} + [\bar{y}]_{b_j,shc}^{\phi\phi} \quad j = 1, \dots, f$$

Os demais elementos da matriz admitância continuam sendo os mesmos. Para calcular as correntes de curtos-circuitos é necessário conhecer os valores das tensões nas fases da barra i , conforme é apresentado na equação (4.17)

$$\bar{J}_{ii}^{pk} = \bar{y}_{i,shc}^{pk} (\bar{V}_i^p - \bar{V}_i^k) \quad p, k = a, b, c \quad \text{e} \quad p \neq k \quad (4.17)$$

4.3.3 Múltiplas faltas

Seja um sistema de n barras com faltas elétricas entre uma barra e terra e entre fases de uma barra, em todas as barras do sistema, então, a equação básica do sistema transforma-se para a equação (4.18).

$$\begin{pmatrix} \bar{\mathcal{I}} \\ 0_{n \times 1} \end{pmatrix} = \bar{\mathcal{Y}}_{shc} \begin{pmatrix} \bar{\mathcal{V}} \\ \bar{\mathcal{V}}_x \end{pmatrix} \quad (4.18)$$

Sendo:

$$\bar{\mathcal{V}}^x = \begin{pmatrix} \bar{V}_1^x & \dots & \bar{V}_n^x \end{pmatrix}^t$$

$$\bar{\mathcal{Y}}_{\text{shc}} =$$

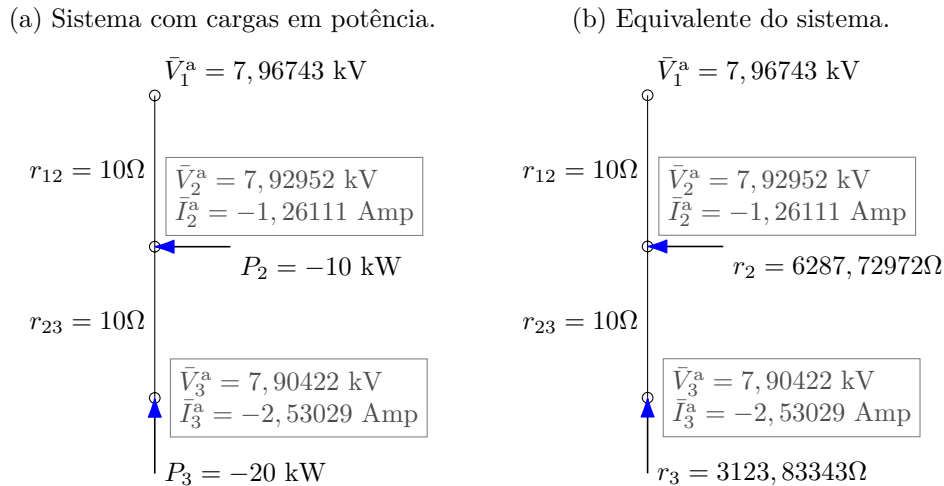
$$\begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{11}^{abc} + [\bar{y}]_{1,\text{shc}}^{\phi x} + [\bar{y}]_{1,\text{shc}}^{\phi\phi} & \dots & [\bar{Y}]_{1n}^{abc} & [\bar{y}]_{1,\text{shc}}^{\phi x, v} & \dots & 0_{3 \times 1} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Y}]_{n1}^{abc} & \dots & [\bar{Y}]_{nn}^{abc} + [\bar{y}]_{n,\text{shc}}^{\phi x} + [\bar{y}]_{n,\text{shc}}^{\phi\phi} & 0_{3 \times 1} & \dots & [\bar{y}]_{n,\text{shc}}^{\phi x, v} \\ ([\bar{y}]_{1,\text{shc}}^{\phi x, v})^t & \dots & 0_{1 \times 3} & \bar{y}_{1,\text{shc}}^x + \sum_{p=a,b,c} \bar{y}_{1,\text{shc}}^{px} & \dots & 0_{1 \times 1} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0_{1 \times 3} & \dots & ([\bar{y}]_{n,\text{shc}}^{\phi x, v})^t & 0_{1 \times 1} & \dots & \bar{y}_{n,\text{shc}}^x + \sum_{p=a,b,c} \bar{y}_{n,\text{shc}}^{px} \end{pmatrix} \quad (4.19)$$

4.4 ANÁLISE DOS PRINCIPAIS ELEMENTOS DO SED NAS EQUAÇÕES DE CÁLCULO DE CURTO-CIRCUITO

4.4.1 Análise das cargas nas equações de cálculo de curto-circuito

Existe equivalência entre o modelo de potência constante e o modelo de impedância constante para cargas conforme foi apresentado na seção 2.3.2. Todas as cargas modeladas como potência constante em sistemas elétricos podem ser modeladas como uma impedância constante equivalente no estado de operação em um determinado instante de tempo. Seja, por exemplo, o sistema monofásico de três nós ilustrado na Figura 82.

Figura 82 – Equivalência das cargas para um sistema de três nós



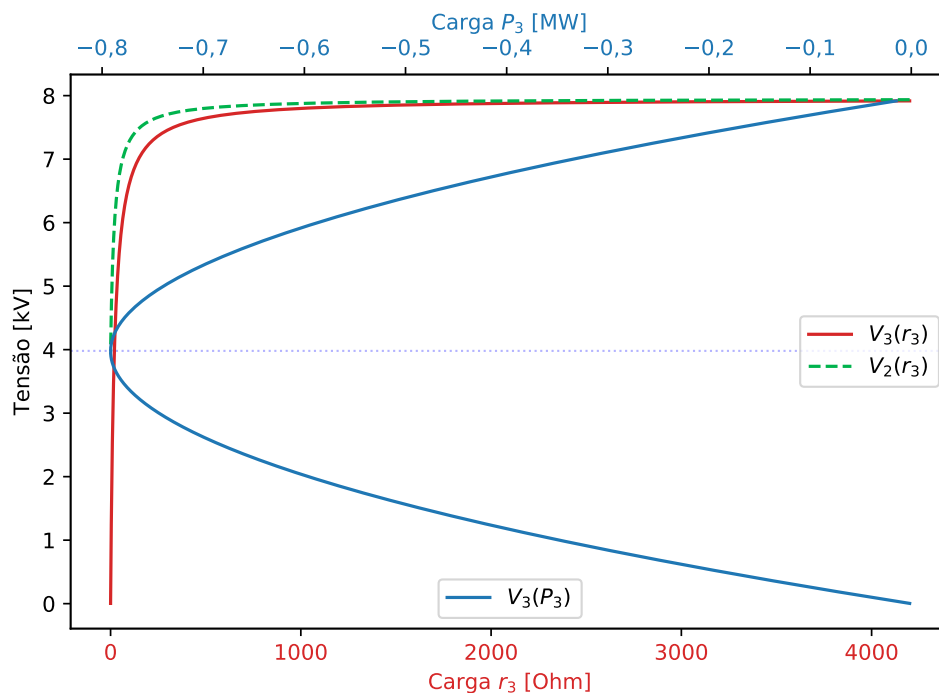
Fonte: próprio autor

Verifica-se que para as cargas P_2 e P_3 , existem as correspondentes impedâncias equivalentes r_2 e r_3 , fornecendo os mesmos valores de tensão e corrente. Para observar melhor esse aspecto, varia-se a carga r_3 , mantendo constante a carga $r_2 = \bar{V}_2 / (-\bar{I}_2) =$

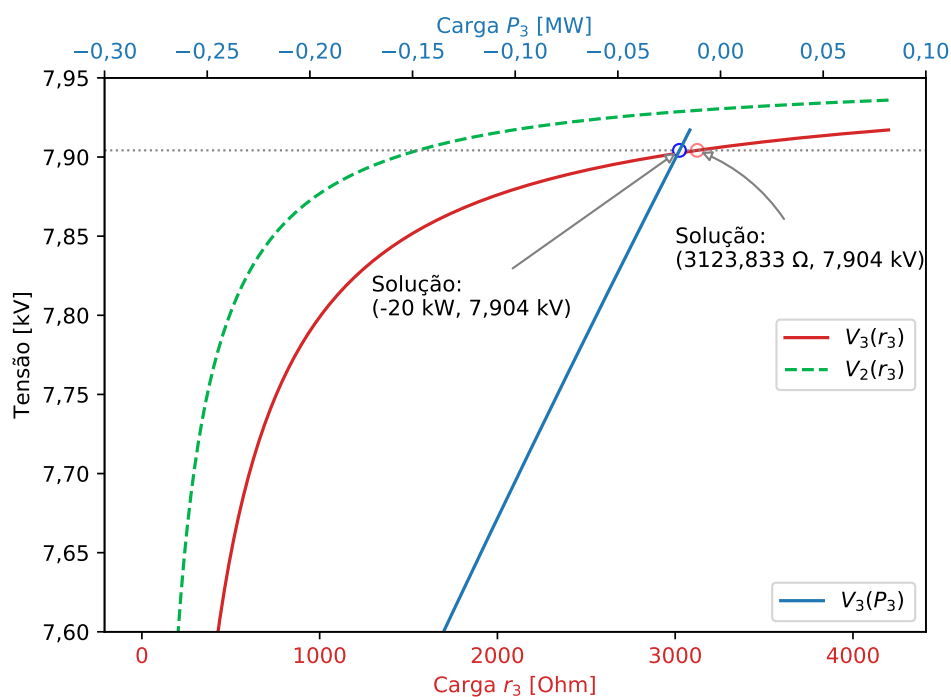
6287,72971589 Ω , e, portanto, tem-se que cada tensão operacional do sistema, corresponde a uma carga em termos de impedância e uma carga em termos de potência, como mostra a Figura 83(a).

Figura 83 – Equivalência em termos da impedância da carga em kW

(a) Tensão correspondentes às escalas de carga em Ohm e kW



(b) Estados operacionais do circuito da Figura 82

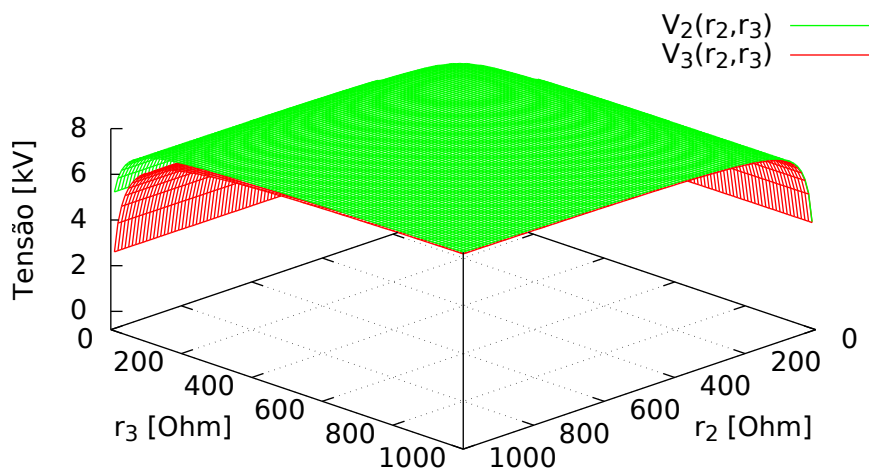


Fonte: próprio autor

O ponto de operação para as condições estabelecidas no circuito da Figura 82 é apresentado na Figura 83(b).

Para o circuito da Figura 82, variam-se as suas cargas em função de suas impedâncias e obtém-se a Figura 84. Deve-se considerar que para cada ponto de operação das cargas do tipo impedância, corresponde a uma potência equivalente.

Figura 84 – Variação da tensão nas barras de carga, em função da variação das suas impedâncias.



Fonte: propio autor

Então, conclui-se que quando se varia a carga no nó três mantendo constante a carga no nó dois, para cada valor da carga em impedância do nó três existe uma carga correspondente em termos de potência.

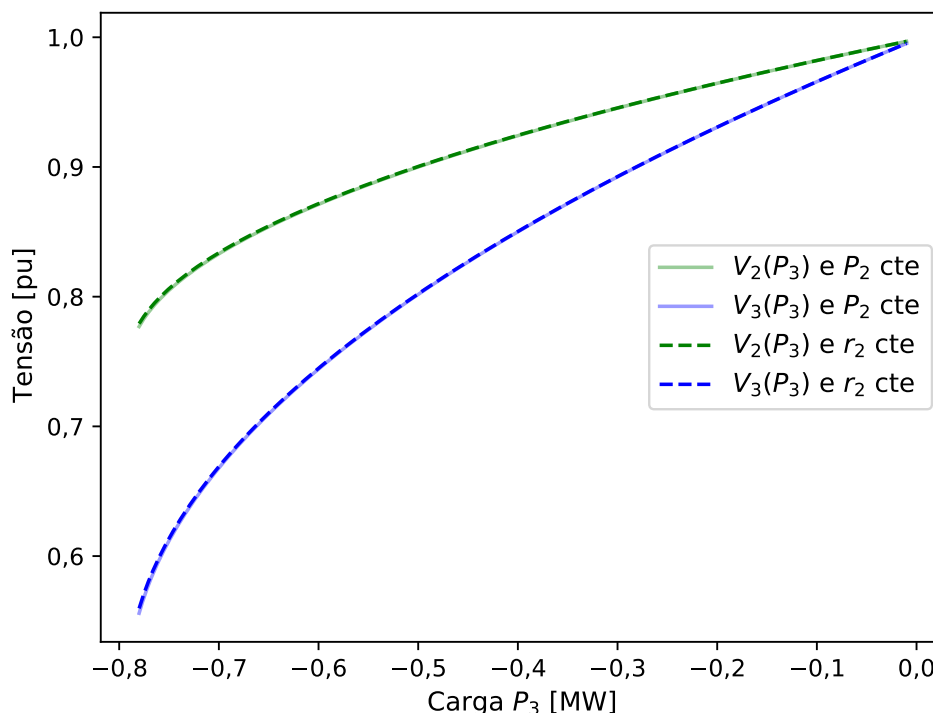
4.4.1.1 Estimativa da equivalência da carga com o modelo de impedância constante

Nesta subseção é apresentada uma equivalência dos estados operacionais do sistema com cargas em termos da potência e impedância constante. no circuito da Figura 82. Varia-se a potência da carga do nó 3 e se realiza uma comparação, mantendo constante a carga no nó 2. Na Figura 85 apresenta-se esta comparação quando a carga no nó 2 é representada com seu modelo de potência constante (P_2 cte) e com seu modelo de impedância constante (r_2 cte), o valor das tensões para estes dois modelos é apresentado nesta figura, onde se observa também que existe uma potência máxima que pode consumir a carga P_3 no sistema, portanto, variando a potência P_3 não é possível obter tensões mais baixas.

Na Figura 85 observa-se também que as tensões nos nós considerando a carga no nó 2 com seu modelo de potência e impedância constantes são praticamente os mesmos. Portanto, é viável considerar a carga no nó 2 pelo seu modelo equivalente de impedância, em vez de seu modelo de potência constante, por exemplo, quando $P_3 = -0,75$ MW,

obtêm-se os seguintes valores para as tensões nos nós e os erros destas tensões ao considerar as duas formas de representar a carga no nó 2.

Figura 85 – Tensões nos nós e sua divergência ao variar a potência P_3



Fonte: próprio autor

$$V_2 = \begin{cases} 0,80494 \text{ pu} & \text{com modelo } P_2 = -10 \text{ kW} \\ 0,80618 \text{ pu} & \text{com modelo } r_2 = 6287,72972 \Omega \end{cases}, \quad \varepsilon = 0,001247$$

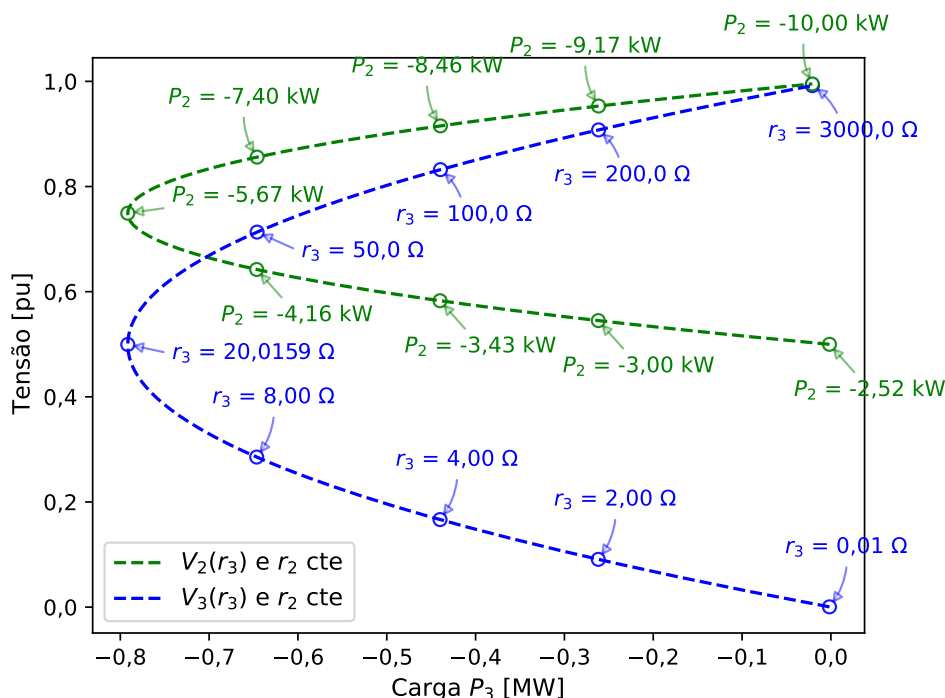
$$V_3 = \begin{cases} 0,61184 \text{ pu} & \text{com modelo } P_2 = -10 \text{ kW} \\ 0,61366 \text{ pu} & \text{com modelo } r_2 = 6287,72972 \Omega \end{cases}, \quad \varepsilon = 0,001819$$

Conclui-se que é viável trabalhar a carga no nó 2 usando o seu modelo equivalente de impedância constante.

A carga no nó 3 é variável, e como para cada valor em potência existe um equivalente em impedância, portanto, é possível considerar a carga do nó 3 variável, mas com seu modelo de impedância, para assim obter o gráfico completo para as tensões conforme é apresentado na Figura 86. Em cada ponto com valor em impedância calcula-se seu equivalente com valor em potência, e se obtém o gráfico das tensões vs a potência da carga no nó 3, no entanto o parâmetro que realmente varia é a impedância no nó 3.

Resumindo:

Primeiramente encontrou-se que a carga do nó 2 pode ser representada por seu equivalente de impedância constante porque ao variar a carga do nó 3, P_3 , encontraram-se quase os mesmos valores de tensões, depois, esta variação da carga P_3 mudou para uma variação de

Figura 86 – Tensões completas nos nós ao variar a impedância r_3 

Fonte: próprio autor

r_3 , isso é muito útil, porque, se no nó três acontecesse uma falta, esta seria representada como uma impedância, por exemplo, seja a falta com $r_3 = 0,01 \Omega$, com este valor de impedância seria impossível obter uma solução utilizando as considerações que se utilizou na Figura 85, mas com as considerações que se utilizou na Figura 86 é possível obter a solução. Os resultados de tensões e correntes desta proposta são apresentados a seguir, e utilizando os *softwares* OpenDSS e Power Factory DigSILENT são obtidos quase os mesmos resultados conforme são apresentados na Figura 87 e 88.

$$V_2 = 3,982539 \text{ kV e } V_3 = 0,003978 \text{ kV}$$

$$V_2 = 0,49985 \text{ pu e } V_3 = 0,00049 \text{ pu}$$

$$I_2 = -0,63338269 \text{ A e } I_3 = -397,856066 \text{ A}$$

Uma parte do erro nos resultados é porque no circuito simulado no DigSILENT, além da impedância de falta, está sendo considerada a carga do nó 3. Considerando-se a carga no nó 3 juntamente com a impedância da falta na técnica proposta obtêm-se os mesmos resultados do DigSILENT conforme é apresentado a seguir:

$$V_2 = 3,982539 \text{ kV e } V_3 = 0,0039785 \text{ kV}$$

$$V_2 = 0,49985 \text{ pu e } V_3 = 0,000499 \text{ pu}$$

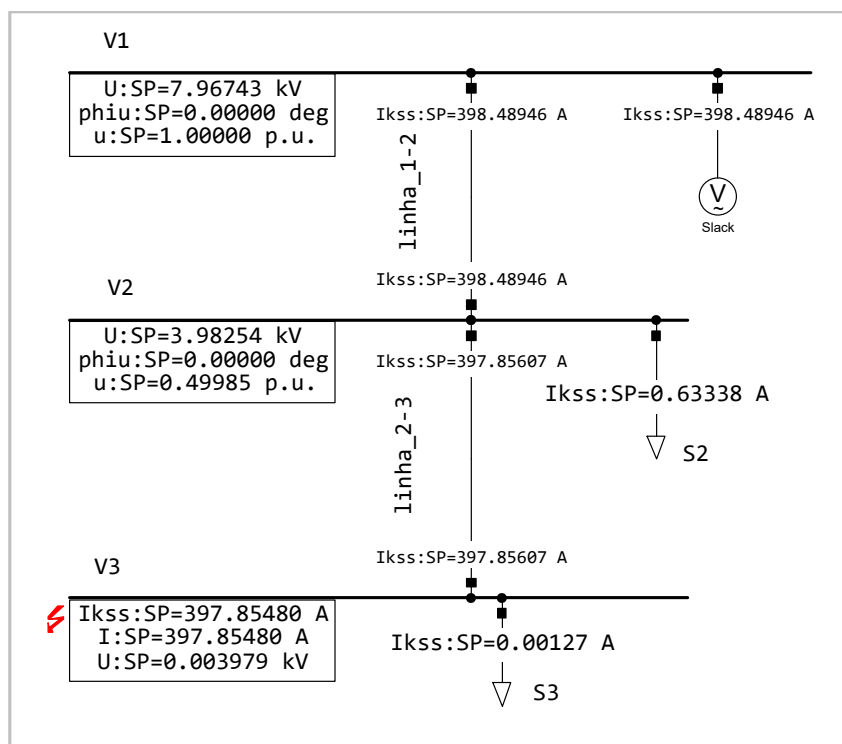
Figura 87 – Resultados de tensões e correntes fornecidos pelo OpenDSS para o evento de curto-circuito

Bus	Phase	Magnitude, A	Angle	(Real)	+j (Imag)
ELEMENT = "Vsource.SOURCE"					
V1	1	398.49	/_ 180.0 =	-398.49	+j 3.0518E-005
ELEMENT = "Fault.SHCBUS3"					
V3	1	397.86	/_ 0.0 =	397.86	+j -2.9826E-005
=====					
Power Conversion Elements					
Bus	Phase	Magnitude, A	Angle	(Real)	+j (Imag)
ELEMENT = "Load.S2"					
V2	1	0.62737	/_ 0.0 =	0.62737	+j -4.7033E-008
ELEMENT = "Load.S3"					
V3	1	0	/_ 0.0 =	0	+j 0

Bus	Node	VLN (kV)	Angle	pu
V1	. 1	7.9674	/_ 0.0	1
V2	. 1	3.9826	/_ 0.0	0.49986
V3	. 1	0.0039786	/_ 0.0	0.00049936

Fonte: próprio autor

Figura 88 – Resultados das tensões e correntes do DigSILENT para o evento de curto-circuito



Fonte: próprio autor

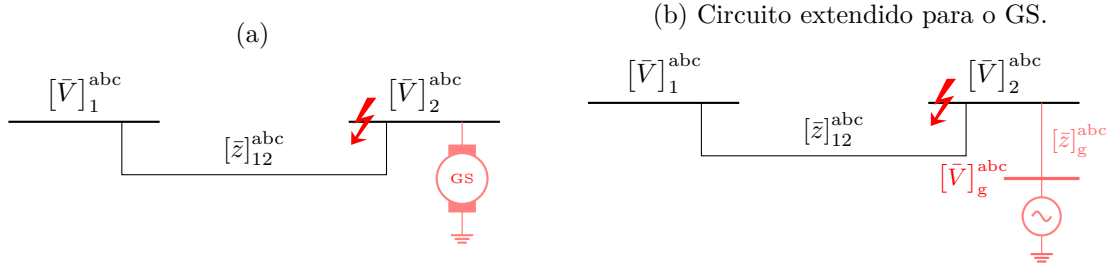
$$I_{2,Lod} = -0,63338269 \text{ A e } I_{3,Lod} = -0,00127361 \text{ A}$$

$$I_{3,shc} = -397,85479338 \text{ A}$$

4.4.2 Análise do gerador síncrono nas equações de cálculo de curto-circuito

Para o modelo do GS no estudo de curto-circuito utilizam-se as considerações da seção 2.3.1. Seja o sistema de duas barras com uma falta na barra 2 conforme é apresentado na Figura 89(a) e seu equivalente de 3 barras ao considerar a barra interna do GS conforme é apresentado na Figura 89(b).

Figura 89 – Curto-circuito num sistema de duas barras com GS.



Fonte: próprio autor

Considere que a falta é de barra à terra, e devido que não existe carga na barra 2, a equação básica do sistema é escrita conforme a equação (4.20).

$$\begin{pmatrix} [\bar{I}]_1^{abc} \\ 0_{3 \times 1} \\ [\bar{I}]_g^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{y}]_{12}^{abc} & -[\bar{y}]_{12}^{abc} & 0_{3 \times 3} \\ -[\bar{y}]_{12}^{abc} & [\bar{y}]_{12}^{abc} + [\bar{y}]_g^{abc} + [\bar{y}]_{2,shc}^{\phi x} & -[\bar{y}]_g^{abc} \\ 0_{3 \times 3} & -[\bar{y}]_g^{abc} & [\bar{y}]_g^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_1^{abc} \\ [\bar{V}]_2^{abc} \\ [\bar{V}]_g^{abc} \end{pmatrix} \quad (4.20)$$

De acordo com a seção 2.3.1, em um evento de curto-circuito, o GS é modelado como uma fonte de tensão constante, sendo esta a tensão da sua barra interna, que é obtida de um cálculo prévio de fluxo de potência, portanto, ordenando a equação (4.20) obtém-se a equação (4.21).

$$\begin{pmatrix} [\bar{I}]_1^{abc} \\ [\bar{I}]_g^{abc} \\ 0_{3 \times 1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{y}]_{12}^{abc} & 0_{3 \times 3} & -[\bar{y}]_{12}^{abc} \\ 0_{3 \times 3} & [\bar{y}]_g^{abc} & -[\bar{y}]_g^{abc} \\ -[\bar{y}]_{12}^{abc} & -[\bar{y}]_g^{abc} & [\bar{y}]_{12}^{abc} + [\bar{y}]_g^{abc} + [\bar{y}]_{2,shc}^{\phi x} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_1^{abc} \\ [\bar{V}]_g^{abc} \\ [\bar{V}]_2^{abc} \end{pmatrix} \quad (4.21)$$

A modificação anterior é realizada para utilizar a mesma solução obtida para a equação (2.38) na seção 2.4.2, isso porque as tensões da barra 1 e da barra interna do GS são constantes em módulo e ângulo, portanto da equação (4.21) obtêm-se as equações (4.22) e (4.23).

$$\begin{pmatrix} [\bar{I}]_1^{abc} \\ [\bar{I}]_g^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{y}]_{12}^{abc} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & [\bar{y}]_g^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_1^{abc} \\ [\bar{V}]_g^{abc} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -[\bar{y}]_{12}^{abc} \\ -[\bar{y}]_g^{abc} \end{pmatrix} [\bar{V}]_2^{abc} \quad (4.22)$$

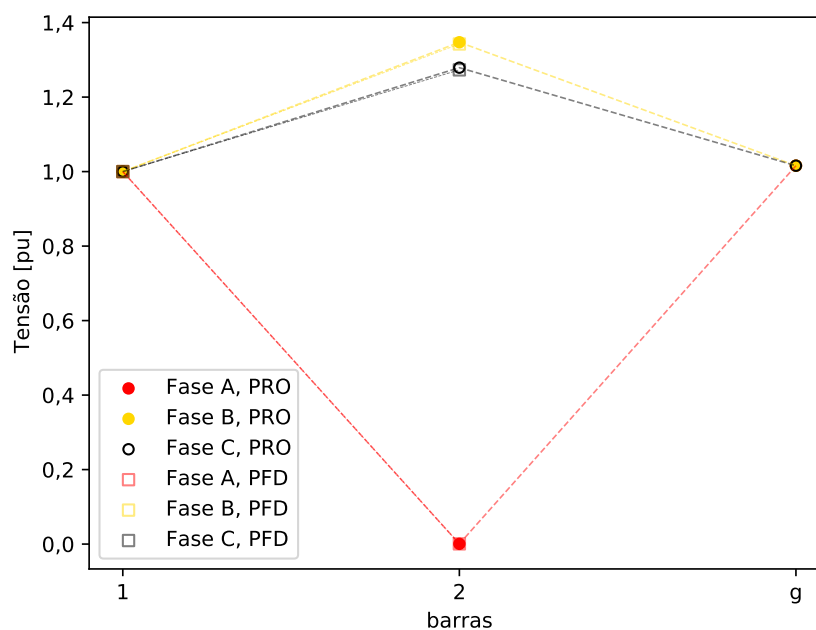
$$0_{3 \times 1} = \begin{pmatrix} -[\bar{y}]_{12}^{abc} & -[\bar{y}]_g^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_1^{abc} \\ [\bar{V}]_g^{abc} \end{pmatrix} + ([\bar{y}]_{12}^{abc} + [\bar{y}]_g^{abc} + [\bar{y}]_{2,shc}^{\phi x}) [\bar{V}]_2^{abc} \quad (4.23)$$

As correntes da equação (4.22) são obtidas quando a tensão da barra 2 é conhecida, portanto, o sistema de equações fica resolvido quando a equação (4.23) é resolvida para a tensão na barra 2, desta última equação obtém-se a equação (4.24).

$$[\bar{V}]_2^{abc} = -([\bar{y}]_{12}^{abc} + [\bar{y}]_g^{abc} + [\bar{y}]_{2,shc}^{\phi x})^{-1} \begin{pmatrix} -[\bar{y}]_{12}^{abc} & -[\bar{y}]_g^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_1^{abc} \\ [\bar{V}]_g^{abc} \end{pmatrix} \quad (4.24)$$

Seja que o curto-circuito na barra 2 da Figura 89 é uma falta monofásica à terra na fase ‘a’. Para esta condição apresentam-se as tensões em pu do método proposto (PRO) e do *software* Power Factory DigSILENT (PFD) na Figura 90, e na Figura 91 apresentam-se os valores das correntes.

Figura 90 – Perfil de tensão do sistema de duas barras com GS em um evento de curto-circuito.



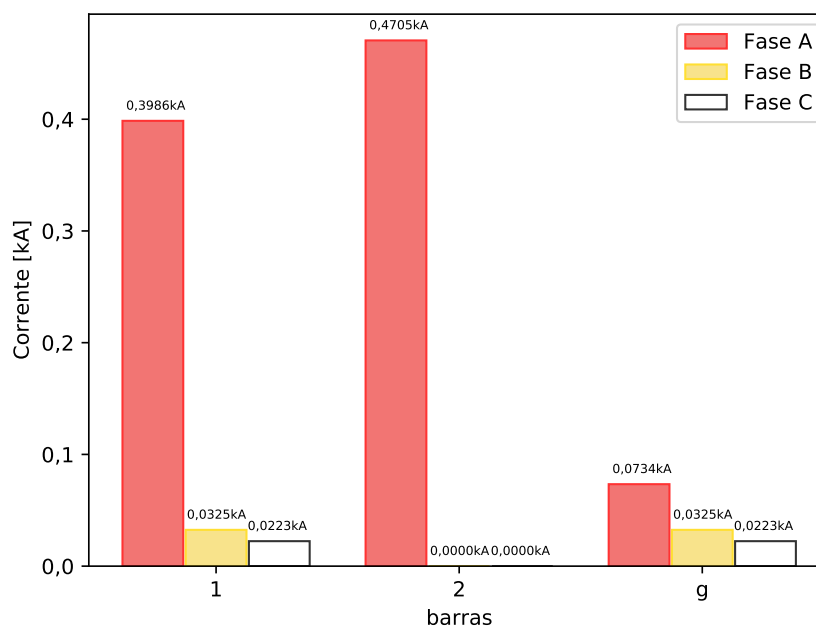
Fonte: próprio autor

Na Figura 93 apresentam-se as injeções de potência ativa e reativa do GS. Nos resultados é considerada a reatância de sequência positiva igual à reatância sub-transitória do GS, para assim obter os valores máximos de corrente conforme foi explicado na seção 2.3.1.

4.5 MÉTODOS PARA O CÁLCULO DE CURTO-CIRCUITO

Os métodos de cálculo de curto-circuito IEC 60909, VDE 0102, ANSI e IEC 61363, conhecidos como métodos simplificados (GMBH, 2021b), geralmente são usados para fins de planejamento, isto é, quando as condições operacionais reais do sistema ainda não são conhecidas. Esses métodos são baseados no teorema de Thévenin, em que todos os alimentadores da rede, máquinas síncronas e assíncronas, são substituídos no cálculo por suas impedâncias (impedâncias de sequência positiva, negativa e de sequência zero), todas as capacitâncias das linhas e admitâncias paralelas das cargas não rotativas também são desprezadas, exceto as do sistema de sequência zero. Eles também consideram valores ou condições nominais e aplicam fatores de correção para a tensão e a impedância, para obter resultados conservadores (GMBH, 2021b), portanto, os valores de corrente de curto-circuito

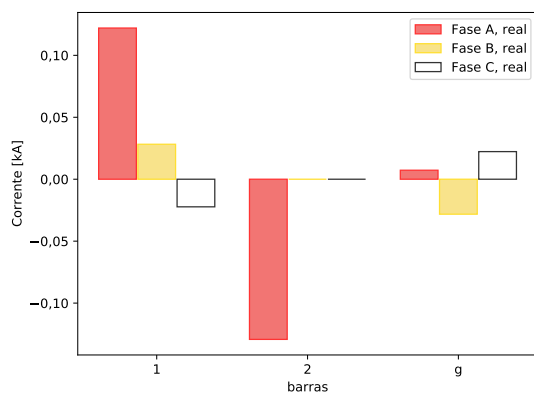
Figura 91 – Modulo da injeção de corrente inicial de curto-circuito no sistema de 2 barras com GS.



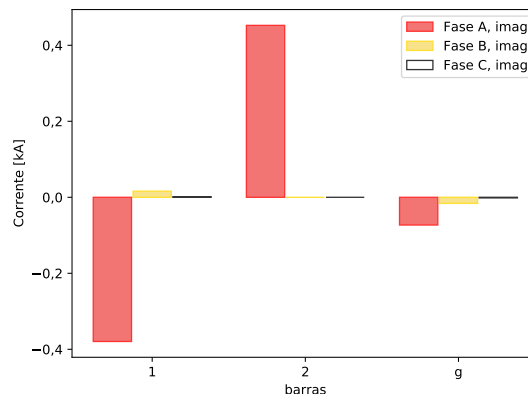
Fonte: próprio autor

Figura 92 – Partes real e imaginária da injeção da corrente de curto-circuito no sistema de 2 barras com GS.

(a) Parte real da corrente de curto-circuito.



(b) Parte imaginária da corrente de curto-circuito.

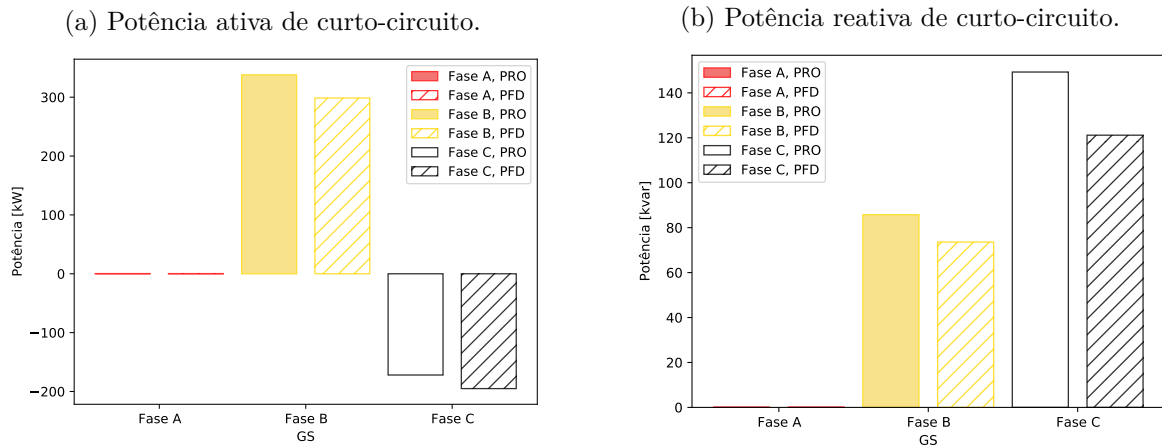


Fonte: próprio autor

encontrados são maiores que os calculados com os métodos mais precisos, conforme é explicado a seguir.

O método completo de cálculo de curto-circuito, também conhecido como método exato, é usado em condições operacionais do sistema de energia elétrica, quando é necessária uma avaliação mais precisa do cálculo da corrente de curto-circuito, isto é, calcular a corrente de curto-circuito, levando em consideração a influência dos outros elementos da rede que operam em tempo real. Para isso é necessário o cálculo do fluxo de potência prévio à falta

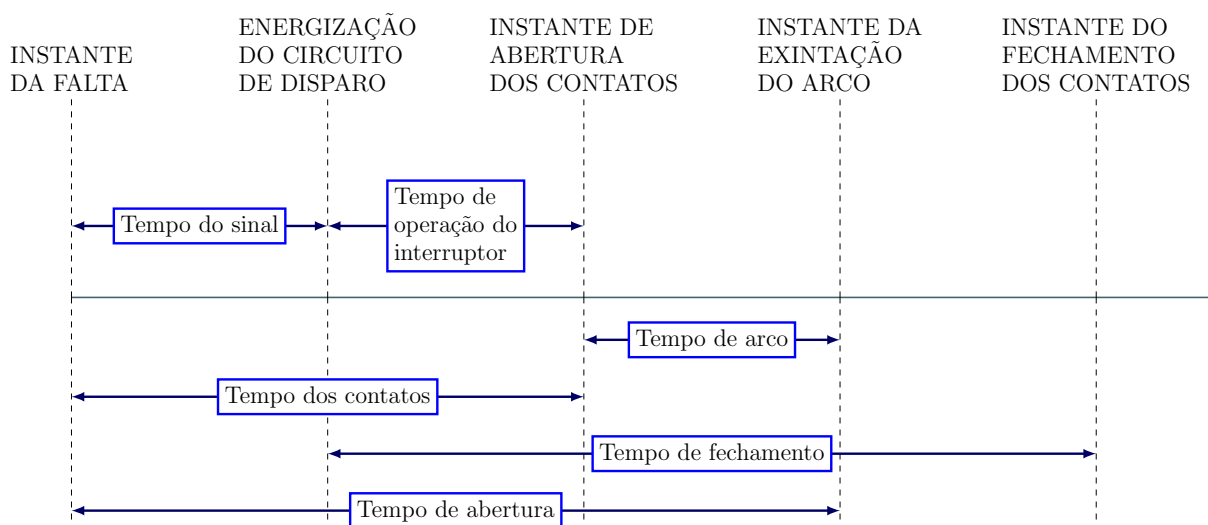
Figura 93 – Injeção de potência do GS em um evento de curto-circuito no sistema de duas barras com GS.



Fonte: próprio autor

elétrica, para obter os valores de tensão e corrente nos quais os diferentes elementos do sistema de energia elétrica estão operando no momento da falta elétrica. Considerando-se nesta etapa que todos os elementos do sistema ainda estão em funcionamento sob condições de falta elétrica, o valor da corrente de curto-circuito é menor em comparação com os valores da corrente de curto-circuito obtidos pelos métodos simplificados. Por exemplo, no instante em que ocorre uma falta elétrica no sistema elétrico, as cargas continuam operando e, portanto, consomem uma certa quantidade de corrente provenientes da subestação e dos geradores distribuídos, pois, os disjuntores têm um tempo de operação como mostrado na Figura 94.

Figura 94 – Tempo de operação do disjuntor.



Fonte: adaptado de (ETAP, 2018).

4.5.1 Método das componentes de fases

É apresentada nesta seção uma proposta para a modelagem do sistema elétrico de distribuição na condição de múltiplas faltas elétricas no mesmo instante de tempo, generalizando, assim, os modelos de cálculo de curto-circuito para uma única falta elétrica. As redes malhadas também são consideradas nesse cálculo.

Da mesma forma que o método completo para o cálculo de curto-circuito usado no software DigSILENT, este método proposto é usado na operação do SED, portanto, é necessário calcular um fluxo de potência prévio, para assim calcular um modelo equivalente de impedância constante para todas as potências das cargas como foi apresentado na seção 2.3.2, e para calcular a tensão da barra interna do GS. Antes de prosseguir com método de cálculo de curto-circuito, demonstra-se a seguir porque os métodos iterativos clássicos não conseguem fornecer soluções num evento de curto-circuito.

4.5.1.1 Demonstração da não convergência dos métodos iterativos clássicos de Fluxo de Potência

Na Figura 32 da seção 3.2.1.1 verificou-se que a solução para o sistema da Figura 30 através de métodos iterativos apresentam problemas de convergência a partir do ponto de perda de estabilidade de tensão. A seguir demonstra-se porque este método nunca obtém convergência a partir do ponto de perda de estabilidade. Da equação (3.10), realiza-se o processo iterativo de cálculo de fluxo de potência.

$$\bar{V}_2^{(1)} = \bar{V}_1 + r_{12}/r_2 \bar{V}_2^{(0)} \quad (4.25a)$$

$$\bar{V}_2^{(2)} = \bar{V}_1 + r_{12}/r_2 \bar{V}_2^{(1)} \quad (4.25b)$$

$$\vdots$$

$$\bar{V}_2^{(n-1)} = \bar{V}_1 + r_{12}/r_2 \bar{V}_2^{(n-2)} \quad (4.25c)$$

$$\bar{V}_2^{(n)} = \bar{V}_1 + r_{12}/r_2 \bar{V}_2^{(n-1)} \quad (4.25d)$$

multiplicando o conjunto de equações (4.25) por $(r_{12}/r_2)^{n-1}, \dots, (r_{12}/r_2)^0$, respectivamente, obtêm-se:

$$(r_{12}/r_2)^{n-1} \bar{V}_2^{(1)} = (r_{12}/r_2)^{n-1} \bar{V}_1 + (r_{12}/r_2)^{n-1} (r_{12}/r_2) \bar{V}_2^{(0)} \quad (4.26a)$$

$$(r_{12}/r_2)^{n-2} \bar{V}_2^{(2)} = (r_{12}/r_2)^{n-2} \bar{V}_1 + (r_{12}/r_2)^{n-2} (r_{12}/r_2) \bar{V}_2^{(1)} \quad (4.26b)$$

$$\vdots$$

$$(r_{12}/r_2)^1 \bar{V}_2^{(n-1)} = (r_{12}/r_2)^1 \bar{V}_1 + (r_{12}/r_2)^1 (r_{12}/r_2) \bar{V}_2^{(n-2)} \quad (4.26c)$$

$$(r_{12}/r_2)^0 \bar{V}_2^{(n)} = (r_{12}/r_2)^0 \bar{V}_1 + (r_{12}/r_2)^0 (r_{12}/r_2) \bar{V}_2^{(n-1)} \quad (4.26d)$$

Somando todas as equações anteriores obtém-se a equação (4.27)

$$\bar{V}_2^{(n)} = \left(\sum_{i=0}^{n-1} \left(\frac{r_{12}}{r_2} \right)^i \right) \bar{V}_1 + \left(\frac{r_{12}}{r_2} \right)^n \bar{V}_2^{(0)} \quad (4.27)$$

A equação (4.27), é uma série geométrica, e sua solução é a equação (4.28)

$$\bar{V}_2^{(n)} = \frac{1 - (r_{12}/r_2)^n}{1 - (r_{12}/r_2)} \bar{V}_1 + \left(\frac{r_{12}}{r_2}\right)^n \bar{V}_2^{(0)} \quad (4.28)$$

Da equação (4.28), a solução exata é dada para $n \rightarrow \infty$, e a série geométrica só converge quando $|r_{12}/r_2| < 1$, como se resume na equação (4.29).

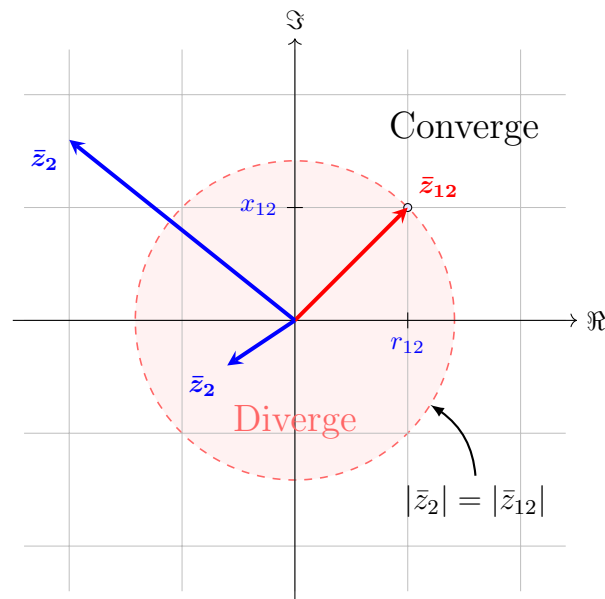
$$\bar{V}_2 = \begin{cases} \frac{1}{1 - (r_{12}/r_2)} \bar{V}_1, & \text{se } |r_{12}/r_2| < 1; \\ \text{Diverge,} & \text{se } |r_{12}/r_2| \geq 1 \end{cases} \quad (4.29)$$

Verifica-se que o sistema perde estabilidade a partir do ponto $|r_{12}/r_2| = 1$. Agora fazendo com que a linha e a carga sejam expressos com componentes resistivos e indutivos, tem-se a expressão (4.30), para a solução de séries geométricas com termos complexos (ELEMENTS..., 2022).

$$\bar{V}_2 = \begin{cases} \frac{1}{1 - (\bar{z}_{12}/\bar{z}_2)} \bar{V}_1, & \text{se } |\bar{z}_{12}/\bar{z}_2| < 1; \\ \text{Diverge,} & \text{se } |\bar{z}_{12}/\bar{z}_2| \geq 1 \end{cases} \quad (4.30)$$

Para análise em regime permanente a impedância da linha é um termo constante, portanto, $\bar{z}_{12}$ vai ser um ponto na Figura 95, a partir desse ponto traça-se uma circunferência e observa-se que para qualquer valor de $\bar{z}_2$ na circunferência e o círculo vermelho a equação diverge e o sistema perde estabilidade.

Figura 95 – Área de convergência e não convergência do sistema de equações de fluxo de potência



Fonte: próprio autor

Conclui-se que o módulo da impedância da linha deve ser sempre menor que a impedância da carga para a formulação convergir.

A formulação pode ser generalizada, como se apresenta em seguida. A equação (3.9) pode ser escrita da seguinte forma:

$$\begin{pmatrix} [\bar{V}]_2^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_n^{abc} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{22}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{2n}^{abc} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Y}]_{n2}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{nn}^{abc} \end{pmatrix}^{-1} \left(\begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{21}^{abc} [\bar{V}]_1^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{Y}]_{n1}^{abc} [\bar{V}]_1^{abc} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} [\bar{y}]_{2,tc}^{abc} & \cdots & \bar{0}_{3 \times 3} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{0}_{3 \times 3} & \cdots & [\bar{y}]_{n,tc}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{V}_2^{abc} \\ \vdots \\ \bar{V}_n^{abc} \end{pmatrix} \right) \quad (4.31)$$

$$\begin{pmatrix} [\bar{V}]_2^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_n^{abc} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} [\bar{Z}]_{22}^{abc} & \cdots & [\bar{Z}]_{2n}^{abc} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Z}]_{n2}^{abc} & \cdots & [\bar{Z}]_{nn}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{21}^{abc} [\bar{V}]_1^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{Y}]_{n1}^{abc} [\bar{V}]_1^{abc} \end{pmatrix} - \quad (4.32)$$

$$\begin{pmatrix} [\bar{Z}]_{22}^{abc} & \cdots & [\bar{Z}]_{2n}^{abc} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Z}]_{n2}^{abc} & \cdots & [\bar{Z}]_{nn}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{y}]_{2,tc}^{abc} & \cdots & \bar{0}_{3 \times 3} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{0}_{3 \times 3} & \cdots & [\bar{y}]_{n,tc}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_2^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_n^{abc} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} [\bar{V}]_2^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_n^{abc} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} [\bar{Z}]_{22}^{abc} & \cdots & [\bar{Z}]_{2n}^{abc} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Z}]_{n2}^{abc} & \cdots & [\bar{Z}]_{nn}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{21}^{abc} [\bar{V}]_1^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{Y}]_{n1}^{abc} [\bar{V}]_1^{abc} \end{pmatrix} - \quad (4.33)$$

$$\begin{pmatrix} [\bar{Z}]_{22}^{abc} [\bar{y}]_{2,tc}^{abc} & \cdots & [\bar{Z}]_{2n}^{abc} [\bar{y}]_{n,tc}^{abc} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Z}]_{n2}^{abc} [\bar{y}]_{2,tc}^{abc} & \cdots & [\bar{Z}]_{nn}^{abc} [\bar{y}]_{n,tc}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_2^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_n^{abc} \end{pmatrix}$$

Na n -ésima iteração obtém-se:

$$\begin{pmatrix} [\bar{V}]_2^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_n^{abc} \end{pmatrix}^{(n)} = \left(\sum_{i=0}^{n-1} \begin{pmatrix} [\bar{Z}]_{22}^{abc} [\bar{y}]_{2,tc}^{abc} & \cdots & [\bar{Z}]_{2n}^{abc} [\bar{y}]_{n,tc}^{abc} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Z}]_{n2}^{abc} [\bar{y}]_{2,tc}^{abc} & \cdots & [\bar{Z}]_{nn}^{abc} [\bar{y}]_{n,tc}^{abc} \end{pmatrix}^i \right) \begin{pmatrix} [\bar{V}]_1^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_1^{abc} \end{pmatrix} - \quad (4.34)$$

$$\begin{pmatrix} [\bar{Z}]_{22}^{abc} [\bar{y}]_{2,tc}^{abc} & \cdots & [\bar{Z}]_{2n}^{abc} [\bar{y}]_{n,tc}^{abc} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Z}]_{n2}^{abc} [\bar{y}]_{2,tc}^{abc} & \cdots & [\bar{Z}]_{nn}^{abc} [\bar{y}]_{n,tc}^{abc} \end{pmatrix}^n \begin{pmatrix} [\bar{V}]_2^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_n^{abc} \end{pmatrix}^{(0)}$$

A solução exata existe quando $n \rightarrow \infty$ e quando $\|A\| < 1$, para qualquer norma de matriz induzida a partir de uma norma de vetor (BACH, 2020), portanto pode-se obter os pontos de perda de estabilidade de qualquer sistema a partir desta equação, sabendo que todos os elementos que injetam corrente podem ser representados por seus equivalentes de

impedância constante.

$$\begin{pmatrix} [\bar{V}]_2^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_n^{abc} \end{pmatrix} = \left(\sum_{i=0}^{\infty} \underbrace{\begin{pmatrix} [\bar{Z}]_{22}^{abc} [\bar{y}]_{2,tc}^{abc} & \cdots & [\bar{Z}]_{2n}^{abc} [\bar{y}]_{n,tc}^{abc} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Z}]_{n2}^{abc} [\bar{y}]_{2,tc}^{abc} & \cdots & [\bar{Z}]_{nn}^{abc} [\bar{y}]_{n,tc}^{abc} \end{pmatrix}}_A \right)^i \begin{pmatrix} [\bar{V}]_1^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_1^{abc} \end{pmatrix} \quad (4.35)$$

No entanto, num evento de curto-circuito, a impedância entre uma barra e a terra chega a ser menor que a impedância de Thévenin do circuito equivalente do sistema e o sistema atinge valores de magnitudes de tensões abaixo de ponto conhecido como ponto de perda de estabilidade de tensão, por esse motivo precisa-se de um método de cálculo de fluxo de potência que tenha a capacidade de obter soluções na zona conhecida como zona instável de operação.

4.5.1.2 Método para cálculo de curto-circuito sem considerar GS

Conforme foi apresentado nas seções 2.3.2 e 4.4.1 as cargas são modeladas com seu modelo de impedância constante equivalente, portanto, para uma melhor convergência é necessário que os valores destas cargas sejam considerados na matriz admitância do sistema. Ao considerar todas as cargas com seu modelo de impedância constante, então, o sistema de equações deixa de ser não linear, desta forma a solução do sistema é direta. No entanto, ainda é possível considerar algumas cargas com o modelo de potência constante, inclusive, em alguns sistemas é possível considerar todas as cargas com seus modelos de potência constante sem ter o problema de convergência, mas isso não é sempre possível.

- Considerando todas as cargas com seu modelo equivalente de impedância:

Neste modelo é possível obter uma solução direta para o cálculo de curto-circuito devido que todas as cargas são modeladas com seu modelo de impedância constante e a falta elétrica é modelada como uma impedância conectada entre uma barra e a terra, ou entre fases de uma barra. Primeiramente, é calculada a impedância equivalente para todas as cargas conforme foi explicado na seção 2.3.2, uma vez obtidas as impedâncias equivalentes, é possível obter as tensões das barras dos elementos. Por exemplo, seja uma falta à terra na barra i em um sistema de n barras, uma subestação conectada na barra 1 e cargas conectadas a todas as barras do

alimentador, da equação (4.18) obtém-se a seguinte equação.

$$\begin{pmatrix} [\bar{I}]_1^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{I}]_i^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{I}]_n^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{11}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{1i}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{1n}^{abc} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Y}]_{i1}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{ii}^{abc} + [\bar{y}]_{i,shc}^{\phi x} & \cdots & [\bar{Y}]_{in}^{abc} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Y}]_{n1}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{ni}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{nn}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_1^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_i^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_n^{abc} \end{pmatrix} \quad (4.36)$$

Da equação anterior obtêm-se as seguintes equações utilizando os resultados da seção 2.4.2.

$$[\bar{I}]_1^{abc} = \left([\bar{Y}]_{11}^{abc} \quad \cdots \quad [\bar{Y}]_{1n}^{abc} \right) \begin{pmatrix} [\bar{V}]_1^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_n^{abc} \end{pmatrix} \quad (4.37)$$

$$\begin{pmatrix} [\bar{I}]_2^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{I}]_i^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{I}]_n^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{21}^{abc} [\bar{V}]_1^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{Y}]_{i1}^{abc} [\bar{V}]_1^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{Y}]_{n1}^{abc} [\bar{V}]_1^{abc} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{22}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{2i}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{2n}^{abc} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Y}]_{i2}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{ii}^{abc} + [\bar{y}]_{i,shc}^{\phi x} & \cdots & [\bar{Y}]_{in}^{abc} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Y}]_{n2}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{ni}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{nn}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_2^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_i^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_n^{abc} \end{pmatrix} \quad (4.38)$$

Observa-se que uma vez conhecidas as tensões nas barras dos elementos, pode-se calcular a injeção de corrente de curto-circuito na subestação na equação (4.37). Para calcular as tensões das barras dos elementos utiliza-se a equação (4.38), desta última equação sabe-se que as cargas estão modeladas como impedância constante, portanto pode-se utilizar o resultado da equação (3.7) da seção 3.2.1.1 sendo que as admitâncias equivalentes das cargas estão expressas na matriz admitância.

$$\begin{pmatrix} [\bar{V}]_2^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_i^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_n^{abc} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{22}^{abc} + [\bar{y}]_{2,tc}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{2i}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{2n}^{abc} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Y}]_{i2}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{ii}^{abc} + [\bar{y}]_{i,shc}^{\phi x} + [\bar{y}]_{i,tc}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{in}^{abc} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Y}]_{n2}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{ni}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{nn}^{abc} + [\bar{y}]_{n,tc}^{abc} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{21}^{abc} [\bar{V}]_1^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{Y}]_{i1}^{abc} [\bar{V}]_1^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{Y}]_{n1}^{abc} [\bar{V}]_1^{abc} \end{pmatrix} \quad (4.39)$$

Sendo que:

$$[\bar{y}]_{j,tc}^{abc} = \begin{cases} [\bar{y}]_{j,Y}^{abc} & \text{para carga com conexão em estrela} \\ [\bar{y}]_{j,D}^{abc} & \text{para carga com conexão em delta} \end{cases}, \quad j = 2, \dots, n$$

Esta última terminologia para a carga é definida no estudo de cargas com modelo de impedância constante na seção 2.2.5.1. A partir dos valores destas tensões é possível obter todas as injeções de correntes das cargas com conexão em estrela e delta, e a injeção de corrente da impedância de falta no evento de curto-circuito, para este caso, estas equações são: (2.8), (2.9) e (4.12) respectivamente.

- Deixando algumas cargas com seu modelo de potência constante

Neste caso particular, nem sempre é possível encontrar uma solução devido o problema de convergência do algoritmo, isso devido que num evento de curto-circuito as tensões das barras próximas ao ponto em falta são normalmente pequenas. Se ao menos uma carga for modelada como um consumo de potência constante, todo o sistema de equações considera-se não linear e a solução obtém-se de forma iterativa, conforme é mostrado a seguir. Seja, por exemplo, o mesmo caso anterior de uma falta à terra na barra i de um sistema de n barras, a partir das equações (4.37) e (4.38) obtém-se a solução para este caso. Seja considerada a carga 2 com seu modelo de potência constante, portanto a partir da equação (4.38) obtém-se a seguinte equação:

$$\begin{pmatrix} [\bar{I}]_2^{abc} \\ \vdots \\ 0_{3 \times 1} \\ \vdots \\ 0_{3 \times 1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{21}^{abc} [\bar{V}]_1^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{Y}]_{i1}^{abc} [\bar{V}]_1^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{Y}]_{n1}^{abc} [\bar{V}]_1^{abc} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{22}^{abc} & \dots & [\bar{Y}]_{2i}^{abc} & \dots & [\bar{Y}]_{2n}^{abc} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Y}]_{i2}^{abc} & \dots & [\bar{Y}]_{ii}^{abc} + [\bar{y}]_{i,shc}^{\phi x} + [\bar{y}]_{i,tc}^{abc} & \dots & [\bar{Y}]_{in}^{abc} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Y}]_{n2}^{abc} & \dots & [\bar{Y}]_{ni}^{abc} & \dots & [\bar{Y}]_{nn}^{abc} + [\bar{y}]_{n,tc}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_2^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_i^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_n^{abc} \end{pmatrix} \quad (4.40)$$

Resolvendo a equação anterior para as tensões obtém-se a equação (4.41).

$$\begin{pmatrix} [\bar{V}]_2^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_i^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_n^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{22}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{2i}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{2n}^{abc} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Y}]_{i2}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{ii}^{abc} + [\bar{y}]_{i,shc}^{\phi x} + [\bar{y}]_{i,tc}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{in}^{abc} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Y}]_{n2}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{ni}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{nn}^{abc} + [\bar{y}]_{n,tc}^{abc} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{I}]_2^{abc} \\ \vdots \\ 0_{3 \times 1} \\ \vdots \\ 0_{3 \times 1} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{21}^{abc} [\bar{V}]_1^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{Y}]_{i1}^{abc} [\bar{V}]_1^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{Y}]_{n1}^{abc} [\bar{V}]_1^{abc} \end{pmatrix} \end{pmatrix} \quad (4.41)$$

Sendo:

$$\bar{I}_2^p = \left(\frac{\bar{S}_2^p}{\bar{V}_2^p} \right)^* \quad p = a, b, c$$

Verifica-se que na matriz admitância da equação (4.41) o elemento correspondente à linha e coluna da barra 2 não tem adicionado o elemento correspondente da carga representada como matriz admitância, a qual é o equivalente da potência constante da carga, isso porque a carga na barra 2 continua sendo representada pelo seu modelo de potência constante. Uma análise similar se faz quando são consideradas mais cargas através do modelo de potência constante, ou quando são considerados os demais tipos de faltas.

4.5.1.3 Método para cálculo de curto-circuito considerando GS

Nesta análise é considerado todo o desenvolvimento matemático e equacionamento apresentados nas subseções anteriores, mas aqui, também é considerado a conexão dos GS ao SED e generalizada a formulação estudada na subseção 4.4.2. Como foi mencionado antes nesta subseção, os valores das tensões internas dos GS são obtidos através do cálculo prévio de fluxo de potência trifásico desequilibrado, esses valores são os dados considerados no cálculo de curto-circuito. Consideram-se também os valores corretos das impedâncias interna dos GS, para assim calcular o valor da corrente de curto-circuito na condição que se deseja analisar segundo a seção 2.3.1.1.

Como o GS é considerado como uma fonte de tensão constante (esta tensão é a tensão da barra interna do GS), utilizando o mesmo procedimento da seção 4.4.2 trabalham-se todas as barras internas dos GS como se fossem barras Slacks, portanto, é utilizado o mesmo procedimento que se realizou na equação (2.38) onde nesse caso têm-se ‘s’ barras Slacks.

Seja um sistema de ‘ n ’ barras, uma barra Slack conectada na barra 1, ‘ g ’ GS com barras internas $g_1, \dots, g_g$, uma falta de fase a terra na barra i , e cargas conectadas no alimentador. Devido que cada GS adiciona mais uma barra, o sistema de n barras muda para $n + g$ barras, a equação básica do sistema para este caso é apresentada na equação (4.42).

$$\begin{pmatrix} [\bar{I}]_1^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{I}]_i^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{I}]_{g_g}^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{11}^{abc} & \dots & [\bar{Y}]_{1i}^{abc} & \dots & [\bar{Y}]_{1g_g}^{abc} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Y}]_{i1}^{abc} & \dots & [\bar{Y}]_{ii}^{abc} + [\bar{y}]_{i,shc}^{\phi x} & \dots & [\bar{Y}]_{ig_g}^{abc} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Y}]_{g_g 1}^{abc} & \dots & [\bar{Y}]_{g_g i}^{abc} & \dots & [\bar{Y}]_{g_g g_g}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_1^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_i^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_{g_g}^{abc} \end{pmatrix} \quad (4.42)$$

Sabendo que as barras internas dos GS somente têm conexão com suas barras nos terminais correspondentes, portanto, nas linhas e colunas correspondentes a estas barras, na matriz admitância, existirão muitos termos com valor de zero. Reordenando a equação anterior, colocando primeiramente a barra Slack e as barras internas dos GS obtém-se a seguinte equação:

$$\begin{pmatrix} [\bar{I}]_1^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{I}]_{g_g}^{abc} \\ [\bar{I}]_2^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{I}]_i^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{I}]_n^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{11}^{abc} & \dots & [\bar{Y}]_{1g_g}^{abc} & [\bar{Y}]_{12}^{abc} & \dots & [\bar{Y}]_{1i}^{abc} & \dots & [\bar{Y}]_{1n}^{abc} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Y}]_{g_g 1}^{abc} & \dots & [\bar{Y}]_{g_g g_g}^{abc} & [\bar{Y}]_{g_g 2}^{abc} & \dots & [\bar{Y}]_{g_g i}^{abc} & \dots & [\bar{Y}]_{g_g n}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{21}^{abc} & \dots & [\bar{Y}]_{2g_g}^{abc} & [\bar{Y}]_{22}^{abc} & \dots & [\bar{Y}]_{2i}^{abc} & \dots & [\bar{Y}]_{2n}^{abc} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Y}]_{i1}^{abc} & \dots & [\bar{Y}]_{ig_g}^{abc} & [\bar{Y}]_{i2}^{abc} & \dots & [\bar{Y}]_{ii}^{abc} + [\bar{y}]_{i,shc}^{\phi x} & \dots & [\bar{Y}]_{in}^{abc} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Y}]_{n1}^{abc} & \dots & [\bar{Y}]_{ng_g}^{abc} & [\bar{Y}]_{n2}^{abc} & \dots & [\bar{Y}]_{ni}^{abc} & \dots & [\bar{Y}]_{nn}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_1^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_{g_g}^{abc} \\ [\bar{V}]_2^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_i^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_n^{abc} \end{pmatrix} \quad (4.43)$$

Da equação anterior separam-se as linhas correspondentes à barra Slack e as barras internas

dos GS conforme são apresentado nas equações (4.44) e (4.45), respectivamente.

$$\begin{pmatrix} [\bar{I}]_1^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{I}]_{g_g}^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{11}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{1g_g}^{abc} & [\bar{Y}]_{12}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{1i}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{1n}^{abc} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Y}]_{g_g1}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{g_g g_g}^{abc} & [\bar{Y}]_{g_g 2}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{g_g i}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{g_g n}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_1^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_{g_g}^{abc} \\ [\bar{V}]_2^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_i^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_n^{abc} \end{pmatrix} \quad (4.44)$$

$$\begin{pmatrix} [\bar{I}]_2^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{I}]_i^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{I}]_n^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{21}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{2g_g}^{abc} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Y}]_{i1}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{ig_g}^{abc} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Y}]_{n1}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{ng_g}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_1^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_{g_g}^{abc} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{22}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{2i}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{2n}^{abc} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Y}]_{i2}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{ii}^{abc} + [\bar{y}]_{i,shc}^{\phi x} & \cdots & [\bar{Y}]_{in}^{abc} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Y}]_{n2}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{ni}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{nn}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_2^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_i^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_n^{abc} \end{pmatrix} \quad (4.45)$$

Sejam todas as cargas modeladas com seus modelos equivalentes de impedância constante, então na equação (4.45) realiza-se o mesmo procedimento da seção 4.5.1.2 e obtém-se a

equação (4.46).

$$\begin{pmatrix} [\bar{V}]_2^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_i^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_n^{abc} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{22}^{abc} + [\bar{y}]_{2,tc}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{2i}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{2n}^{abc} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Y}]_{i2}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{ii}^{abc} + [\bar{y}]_{i,shc}^{\phi x} + [\bar{y}]_{i,tc}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{in}^{abc} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Y}]_{n2}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{ni}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{nn}^{abc} + [\bar{y}]_{n,tc}^{abc} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{21}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{2g_g}^{abc} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Y}]_{i1}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{ig_g}^{abc} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Y}]_{n1}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{ng_g}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_1^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_{g_g}^{abc} \end{pmatrix} \quad (4.46)$$

A equação (4.46) resolve de forma direta as tensões das barras do alimentador, sabendo que a tensão da barra Slack e das tensões internas dos GS são conhecidas, a partir desses valores, é possível obter a contribuição das injeções de correntes da subestação e dos GS no evento de curto-circuito como auxílio da equação (4.44), e como todas as tensões das barras são conhecidas, então, as injeções de corrente das cargas são calculadas utilizando as equações (2.8) e (2.9) para cargas com conexão em estrela e delta, respectivamente, para este caso, a injeção da corrente de curto-circuito da impedância em falta é calculada a partir da equação (4.12).

O mesmo procedimento pode ser aplicado para algumas cargas consideradas com o seu modelo de injeção de potência constante, alguns GS também podem ser considerados com seu modelo de injeção de potência constante, mas nem sempre o algoritmo deve convergir com esta consideração.

4.6 TESTES E RESULTADOS

4.6.1 Caso de Estudo I

Seja o sistema da Figura 27 e a incidência de uma falta monofásica à terra na fase ‘a’ da barra 4, com $0,01\Omega$ de impedância de falta, os dados dos transformadores e dos condutores continuam sendo os mesmos das Tabelas 4. Para o evento de curto-circuito tem-se a análise em regime permanente, no entanto, os valores da impedância interna do GS mudam para um evento de curto-circuito, conforme foi explicado na seção 2.3.1.1.

Formando a equação básica do sistema a partir da Figura 27, obtém-se a equação

(4.47).

$$\begin{pmatrix} [\bar{I}]_{1abc}^{abc} \\ [\bar{I}]_{2abc}^{abc} \\ [\bar{I}]_{3abc}^{abc} \\ [\bar{I}]_{4abc}^{abc} \\ [\bar{I}]_5^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{11abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{12abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{13abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{14abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{15abc}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{21abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{22abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{23abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{24abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{25abc}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{31abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{32abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{33abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{34abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{35abc}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{41abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{42abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{43abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{44abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{45abc}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{51}^{abc} & [\bar{Y}]_{52}^{abc} & [\bar{Y}]_{53}^{abc} & [\bar{Y}]_{54}^{abc} & [\bar{Y}]_{55}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_{1abc}^{abc} \\ [\bar{V}]_{2abc}^{abc} \\ [\bar{V}]_{3abc}^{abc} \\ [\bar{V}]_{4abc}^{abc} \\ [\bar{V}]_5^{abc} \end{pmatrix} \quad (4.47)$$

A matriz admitância da equação (4.47) foi calculada na equação (2.31), de acordo com o procedimento da subseção 4.5.1.3 para o cálculo de curto-circuito, a equação (4.47) é ordenada conforme apresentado pela seguinte equação:

$$\begin{pmatrix} [\bar{I}]_{1abc}^{abc} \\ [\bar{I}]_{5abc}^{abc} \\ [\bar{I}]_{2abc}^{abc} \\ [\bar{I}]_{3abc}^{abc} \\ [\bar{I}]_4^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{11abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{15abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{12abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{13abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{14abc}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{51abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{55abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{52abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{53abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{54abc}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{21abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{25abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{22abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{23abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{24abc}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{31abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{35abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{32abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{33abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{34abc}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{41}^{abc} & [\bar{Y}]_{45}^{abc} & [\bar{Y}]_{42}^{abc} & [\bar{Y}]_{43}^{abc} & [\bar{Y}]_{44}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_{1abc}^{abc} \\ [\bar{V}]_{5abc}^{abc} \\ [\bar{V}]_{2abc}^{abc} \\ [\bar{V}]_{3abc}^{abc} \\ [\bar{V}]_4^{abc} \end{pmatrix} \quad (4.48)$$

Como a tensão da barra Slack e da tensão interna do GS são conhecidas, então a partir da equação anterior obtêm-se as equações (4.49) e (4.50).

$$\begin{pmatrix} [\bar{I}]_{1abc}^{abc} \\ [\bar{I}]_5^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{11abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{15abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{12abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{13abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{14abc}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{51}^{abc} & [\bar{Y}]_{55}^{abc} & [\bar{Y}]_{52}^{abc} & [\bar{Y}]_{53}^{abc} & [\bar{Y}]_{54}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_{1abc}^{abc} \\ [\bar{V}]_{5abc}^{abc} \\ [\bar{V}]_{2abc}^{abc} \\ [\bar{V}]_{3abc}^{abc} \\ [\bar{V}]_4^{abc} \end{pmatrix} \quad (4.49)$$

$$\begin{pmatrix} [\bar{I}]_{2abc}^{abc} \\ [\bar{I}]_{3abc}^{abc} \\ [\bar{I}]_4^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{21abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{25abc}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{31abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{35abc}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{41}^{abc} & [\bar{Y}]_{45}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_{1abc}^{abc} \\ [\bar{V}]_5^{abc} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{22abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{23abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{24abc}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{32abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{33abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{34abc}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{42}^{abc} & [\bar{Y}]_{43}^{abc} & [\bar{Y}]_{44}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_{2abc}^{abc} \\ [\bar{V}]_{3abc}^{abc} \\ [\bar{V}]_4^{abc} \end{pmatrix} \quad (4.50)$$

Segundo o circuito estendido da Figura 27 observa-se que na barra 3 não existe elemento conectado entre ela e a terra, nas barras 2 e 4 existe uma carga conectada, e nesta última barra considera-se que ocorreu a falta elétrica, portanto as injeções de correntes podem ser expressas da seguinte forma:

$$[\bar{I}]_2^{abc} = -[\bar{y}]_{2,Y}^{abc} [\bar{V}]_2^{abc} \quad [\bar{I}]_3^{abc} = 0_{3 \times 1} \quad [\bar{I}]_4^{abc} = -[\bar{y}]_{4,Y}^{abc} [\bar{V}]_4^{abc} - [\bar{y}]_{4,shc}^{\phi x} [\bar{V}]_4^{abc}$$

Sendo que $[\bar{y}]_{2,Y}^{abc}$ e $[\bar{y}]_{4,Y}^{abc}$ são as impedâncias de carga equivalentes obtidas a partir do cálculo de fluxo de potência prévio à falta segundo o estudo da seção 2.3.2. Como a falta elétrica é um curto-circuito monofásico à terra na fase ‘a’, portanto, a matriz de

curto-circuito é definida como segue

$$[\bar{y}]_{4,\text{shc}}^{\phi x} = \begin{pmatrix} 0,01 & 0 & 0 \\ 0 & \infty & 0 \\ 0 & 0 & \infty \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 100 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

A partir destas informações obtêm-se as tensões das barras dos elementos conforme é desenvolvido a seguir.

$$\begin{pmatrix} [\bar{y}]_{2,Y}^{abc} [\bar{V}]_2^{abc} \\ 0_{3 \times 1} \\ ([\bar{y}]_{4,Y}^{abc} + [\bar{y}]_{4,\text{shc}}^{\phi x}) [\bar{V}]_4^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{21}^{abc} & [\bar{Y}]_{25}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{31}^{abc} & [\bar{Y}]_{35}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{41}^{abc} & [\bar{Y}]_{45}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_1^{abc} \\ [\bar{V}]_5^{abc} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{22}^{abc} & [\bar{Y}]_{23}^{abc} & [\bar{Y}]_{24}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{32}^{abc} & [\bar{Y}]_{33}^{abc} & [\bar{Y}]_{34}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{42}^{abc} & [\bar{Y}]_{43}^{abc} & [\bar{Y}]_{44}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_2^{abc} \\ [\bar{V}]_3^{abc} \\ [\bar{V}]_4^{abc} \end{pmatrix} \quad (4.51)$$

$$- \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{21}^{abc} & [\bar{Y}]_{25}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{31}^{abc} & [\bar{Y}]_{35}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{41}^{abc} & [\bar{Y}]_{45}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_1^{abc} \\ [\bar{V}]_5^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{22}^{abc} + [\bar{y}]_{2,Y}^{abc} & [\bar{Y}]_{23}^{abc} & [\bar{Y}]_{24}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{32}^{abc} & [\bar{Y}]_{33}^{abc} & [\bar{Y}]_{34}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{42}^{abc} & [\bar{Y}]_{43}^{abc} & [\bar{Y}]_{44}^{abc} + [\bar{y}]_{4,Y}^{abc} + [\bar{y}]_{4,\text{shc}}^{\phi x} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_2^{abc} \\ [\bar{V}]_3^{abc} \\ [\bar{V}]_4^{abc} \end{pmatrix} \quad (4.52)$$

$$\begin{pmatrix} [\bar{V}]_2^{abc} \\ [\bar{V}]_3^{abc} \\ [\bar{V}]_4^{abc} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{22}^{abc} + [\bar{y}]_{2,Y}^{abc} & [\bar{Y}]_{23}^{abc} & [\bar{Y}]_{24}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{32}^{abc} & [\bar{Y}]_{33}^{abc} & [\bar{Y}]_{34}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{42}^{abc} & [\bar{Y}]_{43}^{abc} & [\bar{Y}]_{44}^{abc} + [\bar{y}]_{4,Y}^{abc} + [\bar{y}]_{4,\text{shc}}^{\phi x} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{21}^{abc} & [\bar{Y}]_{25}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{31}^{abc} & [\bar{Y}]_{35}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{41}^{abc} & [\bar{Y}]_{45}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_1^{abc} \\ [\bar{V}]_5^{abc} \end{pmatrix} \quad (4.53)$$

Resolvendo de forma direta a equação (4.53) obtêm-se os resultados para as tensões das barras do sistema, e a partir destes valores é possível encontrar os valores das demais variáveis como as injeções de correntes da subestação e do gerador síncrono, utilizando a equação (4.49). As injeções de correntes das cargas e da impedância de curto-circuito são calculadas conforme é apresentado a seguir.

$$\begin{aligned} [\bar{I}]_{2,\text{ld}}^{abc} &= -[\bar{y}]_{2,Y}^{abc} [\bar{V}]_2^{abc} & [\bar{I}]_{3,\text{ld}}^{abc} &= 0_{3 \times 1} \\ [\bar{I}]_{4,\text{ld}}^{abc} &= -[\bar{y}]_{4,Y}^{abc} [\bar{V}]_4^{abc} & [\bar{I}]_{4,\text{shc}}^{abc} &= -[\bar{y}]_{4,\text{shc}}^{\phi x} [\bar{V}]_4^{abc} \end{aligned}$$

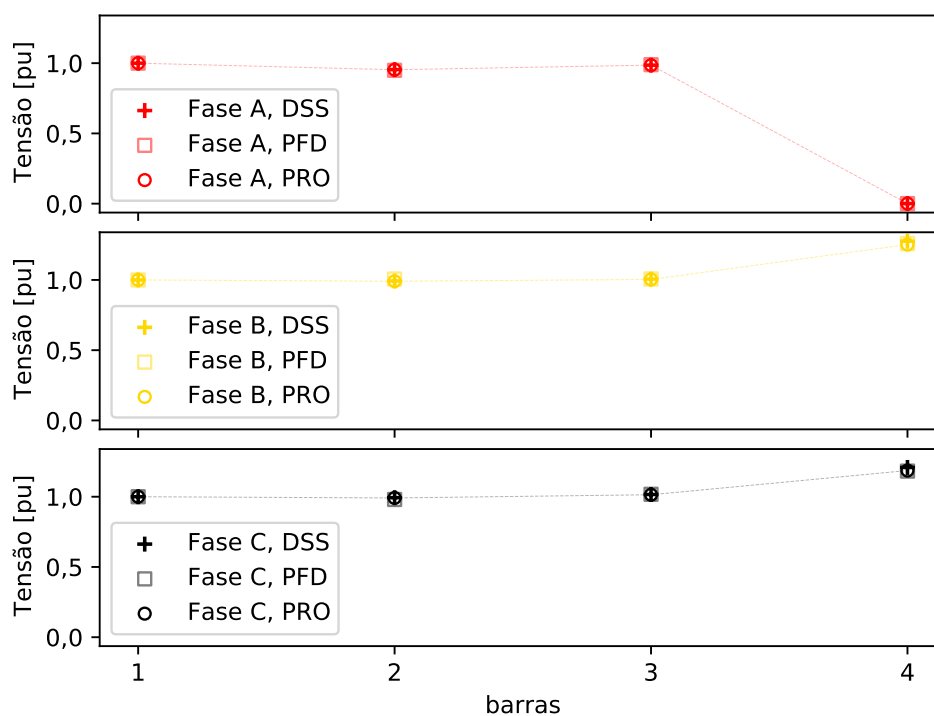
Na Tabela 12 apresentam-se os valores das tensões calculadas pelo método proposto para o evento de curto-circuito. Na Figura 96 apresenta-se o perfil das magnitudes de tensão calculados pelos *softwares* OpenDSS (DSS) e Power Factory DigSILENT (PFD), e pelo método proposto (PRO). Na Figura 97 são apresentados os valores dos módulos das injeções de correntes de curto-circuito por fase para a impedância em falta; observa-se que somente existe injeção de corrente na fase ‘a’, porque a falta é monofásica. Também se observam nesta figura os erros percentuais das correntes calculadas pelos *softwares* OpenDSS (DSS) e Power Factory DigSILENT (PFD) com relação ao resultado do método proposto.

Tabela 12 – Tensões obtidas pelo método proposto do cálculo de curto-circuito para o Caso Estudo I

0 iterações, tolerância de 1e-06						
Bus	Fase A		Fase B		Fase C	
	kV	graus	kV	graus	kV	graus
1	79,67434	0,00000	79,67434	-120,00000	79,67434	120,00000
2	7,59613	32,07426	7,89435	-89,90681	7,89760	149,92325
3	7,85682	0,87364	7,99549	-117,84347	8,08023	120,66905
4	0,00260	-37,22701	9,97521	-108,4407	9,45290	163,01455
5	9,69957	15,64866	9,69957	-104,35134	9,69957	135,64866

Fonte: próprio autor

Figura 96 – Perfis das tensões no evento de curto-circuito para o Caso Estudo I.



Fonte: próprio autor

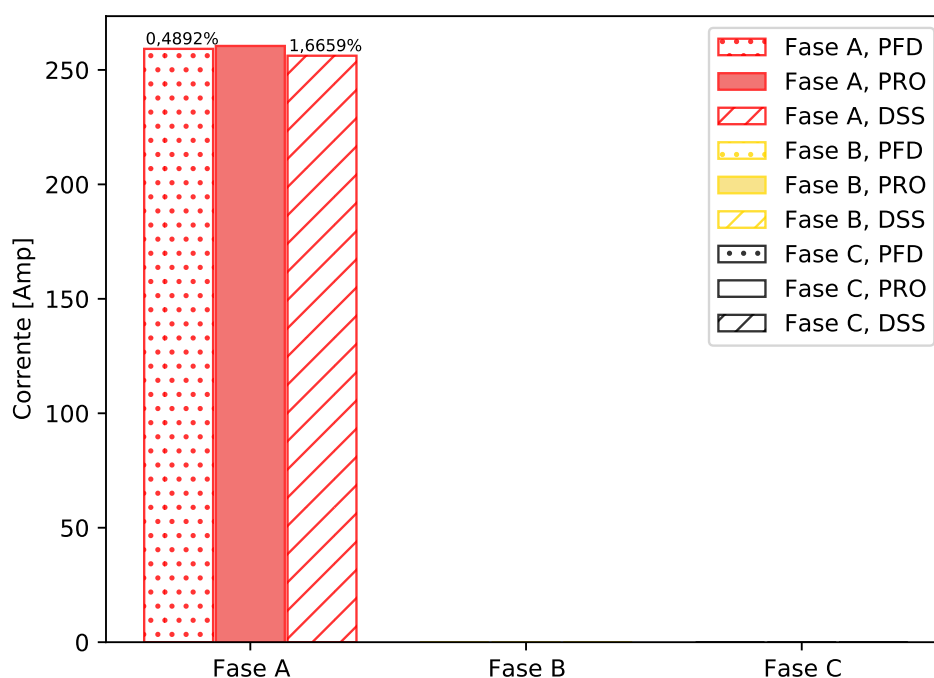
Na Figura 98 apresenta-se o diagrama unifilar e sua simulação pelo *software* Power Factory DigSILENT. Na Figura 99 apresenta-se o diagrama unifilar e sua simulação pelo método proposto.

4.6.2 Caso de Estudo II

4.6.2.1 Caso de Estudo II caso base

Seja o sistema de 135 barras apresentado na Figura 54 e a incidência de uma falta monofásica à terra na fase ‘a’ da barra 47, com $0,01 \Omega$ de impedância de falta, o perfil

Figura 97 – Módulo da injeção de corrente de curto-circuito do elemento em falta para o Caso Estudo I.



Fonte: próprio autor

de tensão do Caso Base (sem GS) obtido pelo *software* OpenDSS (DSS) e pelo método proposto (PRO) é apresentado na Figura 100(a), o erro com relação ao módulo da tensão é apresentado na Figura 100(b).

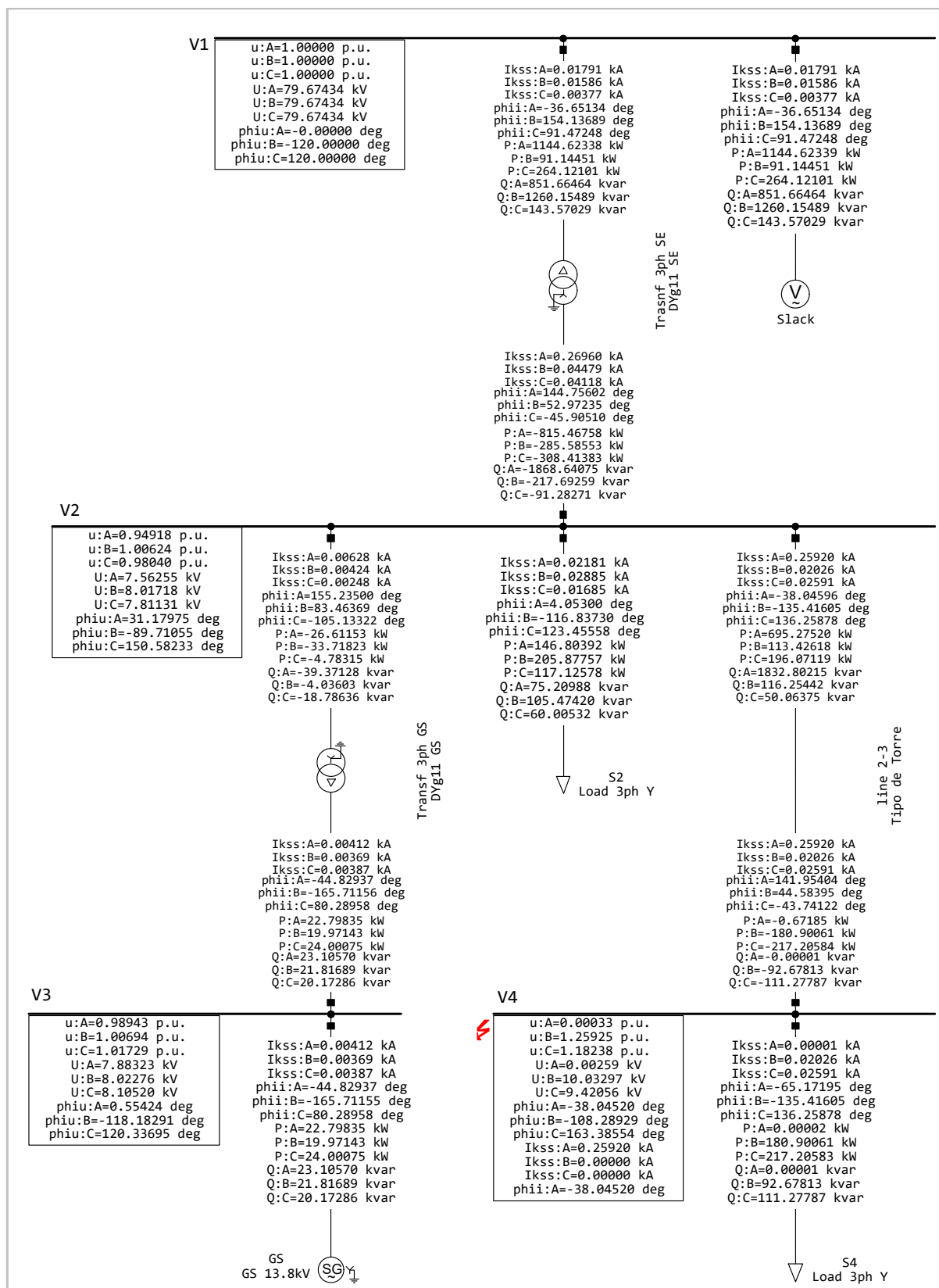
4.6.2.2 Caso de Estudo II com GS

Seja o sistema da Figura 56, com 13 GS instalados nas barras 15, 22, 31, 46, 52, 61, 76, 88, 102, 112, 119, 128 e 135, e a incidência de uma falta trifásica à terra na barra 90, com $0,01 \Omega$ de impedância de falta, os perfis de tensão do Caso Base (sem GS) obtido pelo *software* OpenDSS (DSS) e do método proposto (PRO) são apresentados na Figura 103(a), o erro com relação ao módulo da tensão é apresentado na Figura 103(b).

Neste caso, seja a incidência de uma falta bifásica à terra na barra 34 nas fases ‘a’ e ‘c’, com $0,01 \Omega$ de impedância de falta, os perfis de tensão do Caso Base (sem GS) obtido pelo *software* OpenDSS (DSS) e pelo método proposto (PRO) são apresentados na Figura 104(a) e o erro com relação ao módulo da tensão é apresentado na Figura 104(b).

4.6.2.3 Caso de Estudo II com Transformador

Seja o sistema de 135 barras, com 3 transformadores (TR) conectados nas barras 135, 15 e 89, eles são do tipo YgYg0, e uma carga conectada em cada lado secundário destes transformadores, apresentado na Figura 60, seja também a incidência de uma falta

Figura 98 – Resultados do cálculo de curto-circuito do *software* DigSILENT para o Caso Estudo I.

Fonte: próprio autor

Figura 99 – Resultados do cálculo de curto-circuito do método proposto para o Caso Estudo I.

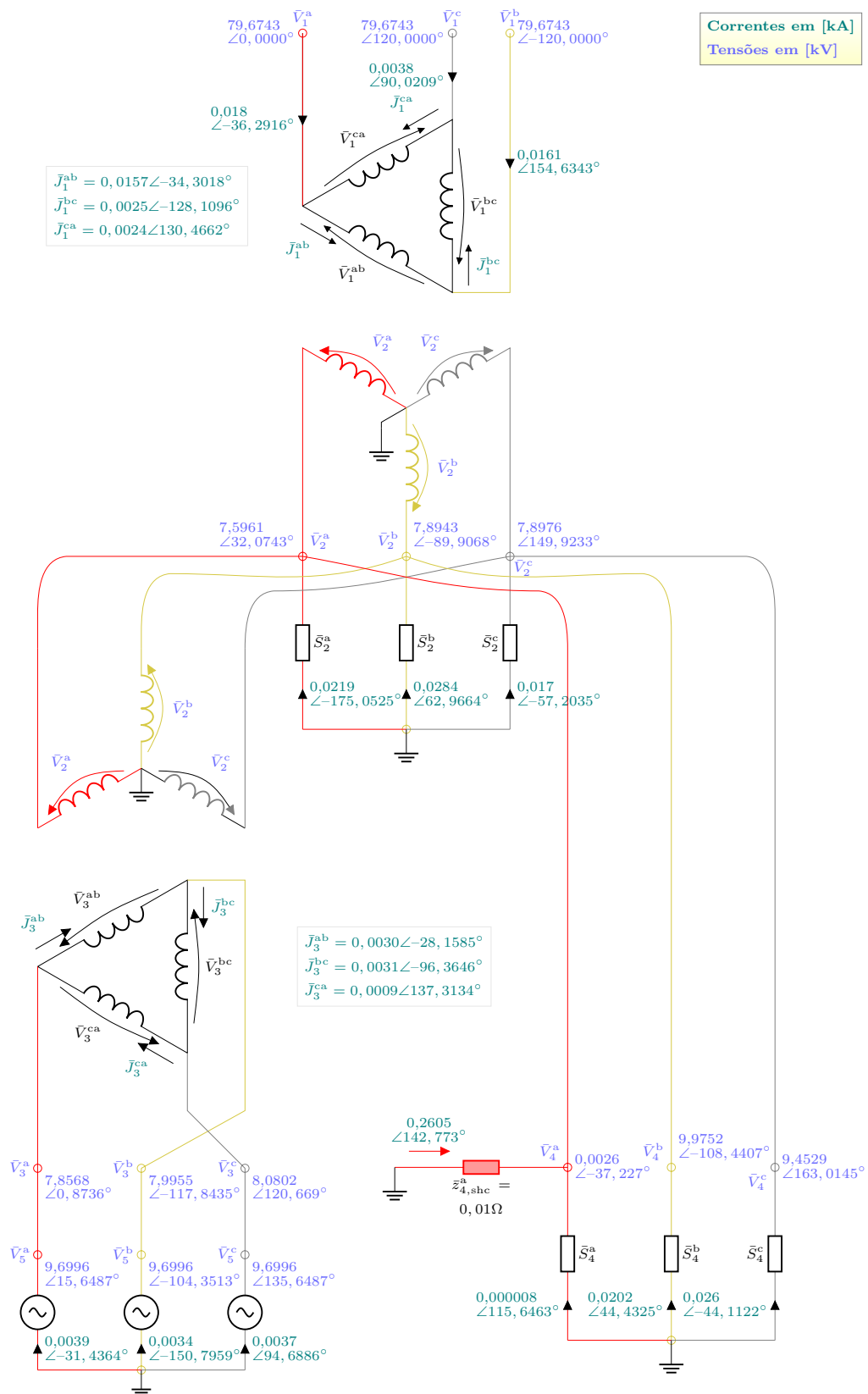
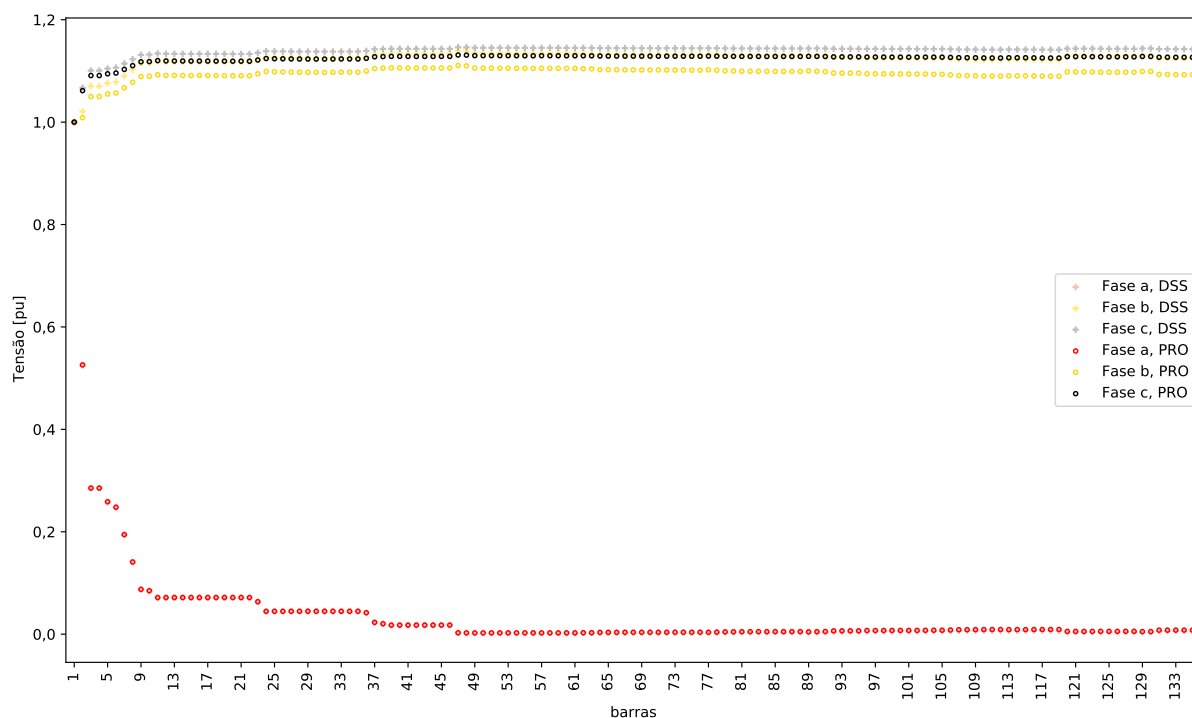
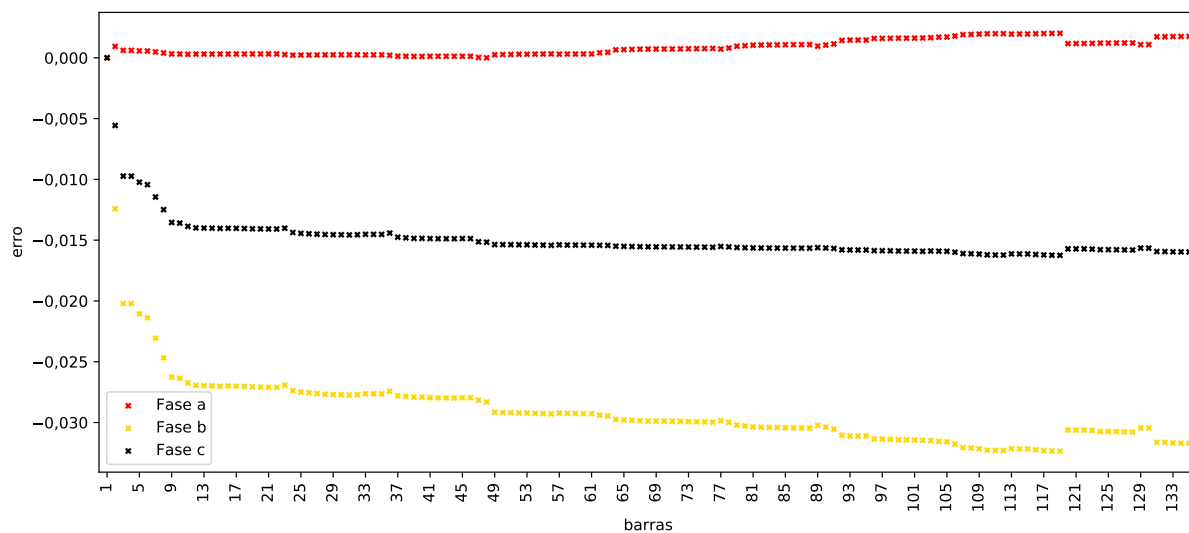


Figura 100 – Tensões fornecidas pelo OpenDSS e pelo método proposto com falta na barra 47, fase ‘a’, no caso base do Caso Estudo II.

(a) Perfis das tensões fornecidas pelo método proposto e pelo OpenDSS



(b) Erro da magnitude de tensão entre o método proposto e OpenDSS

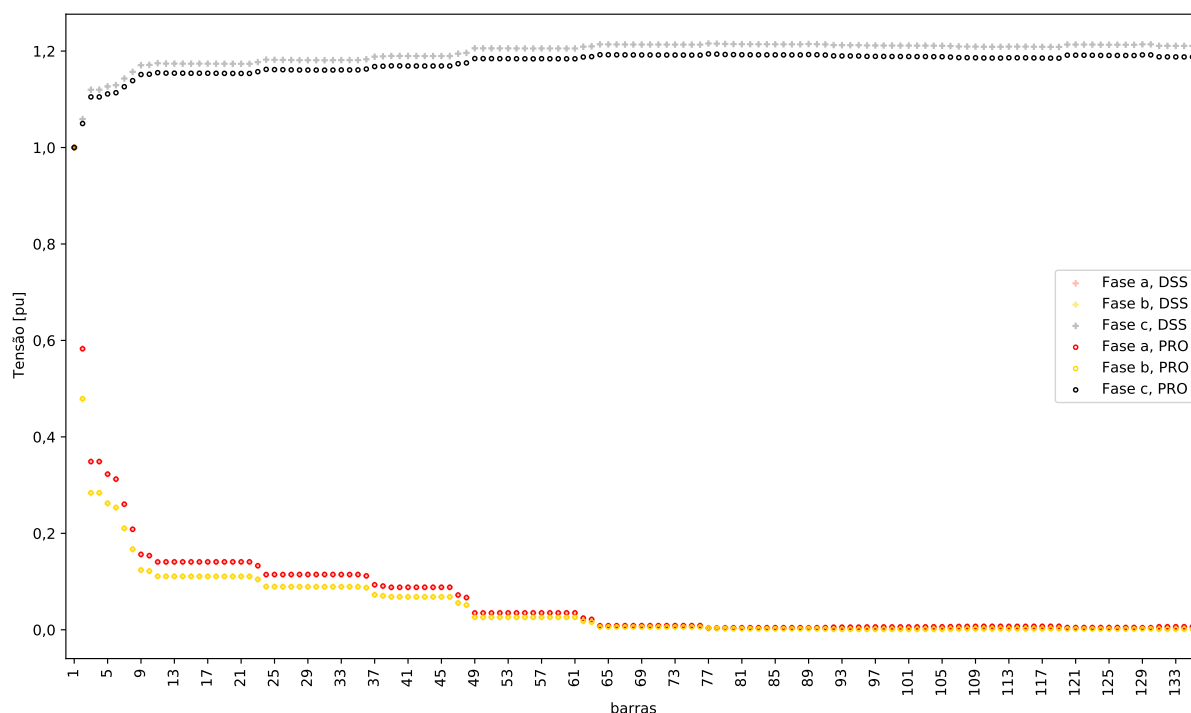


Fonte: próprio autor

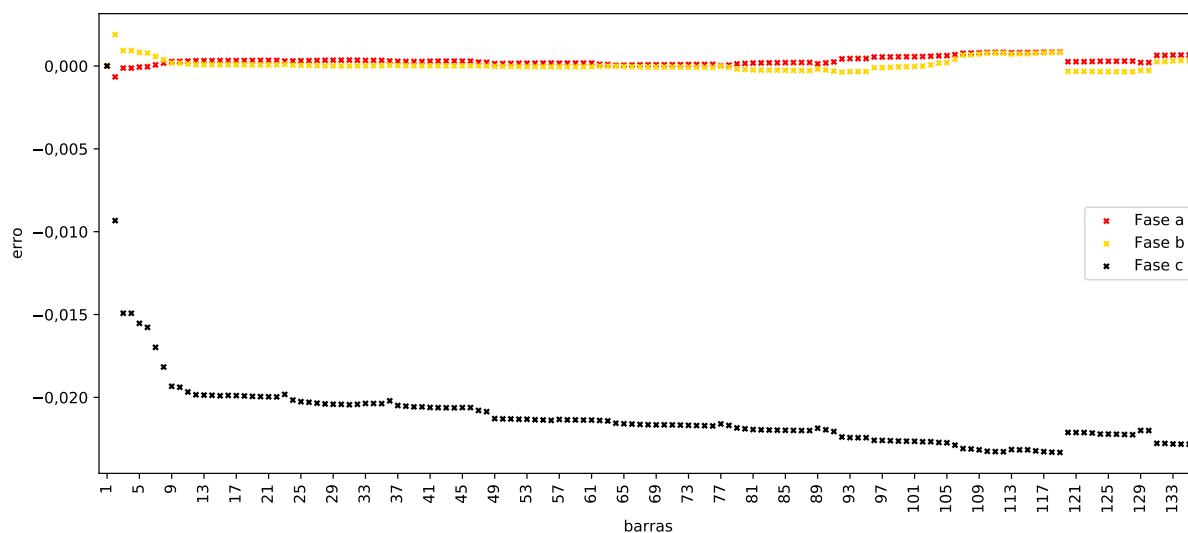
bifásica à terra na barra 34 nas fases ‘a’ e ‘c’, com $0,01 \Omega$ de impedância de falta, os perfis de tensão para este caso obtido pelo *software* OpenDSS e método proposto são apresentados na Figura 105.

Figura 101 – Tensões fornecidas pelo OpenDSS e pelo método Proposto com falta na barra 77, fase ‘a’ e ‘b’, no Caso Base do Caso Estudo II.

(a) Perfis das tensões fornecidas pelo método proposto e OpenDSS



(b) Erro da magnitude de tensão entre o método proposto e OpenDSS



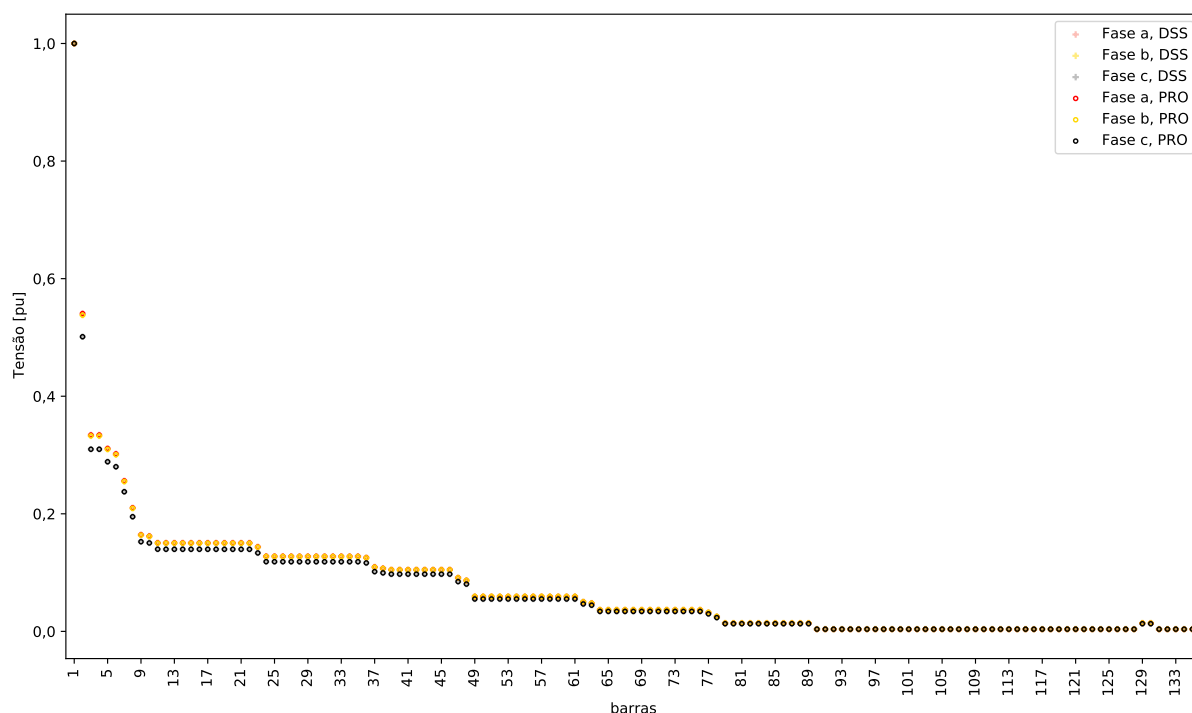
Fonte: próprio autor

4.6.2.4 Caso de Estudo II com Transformador e GS

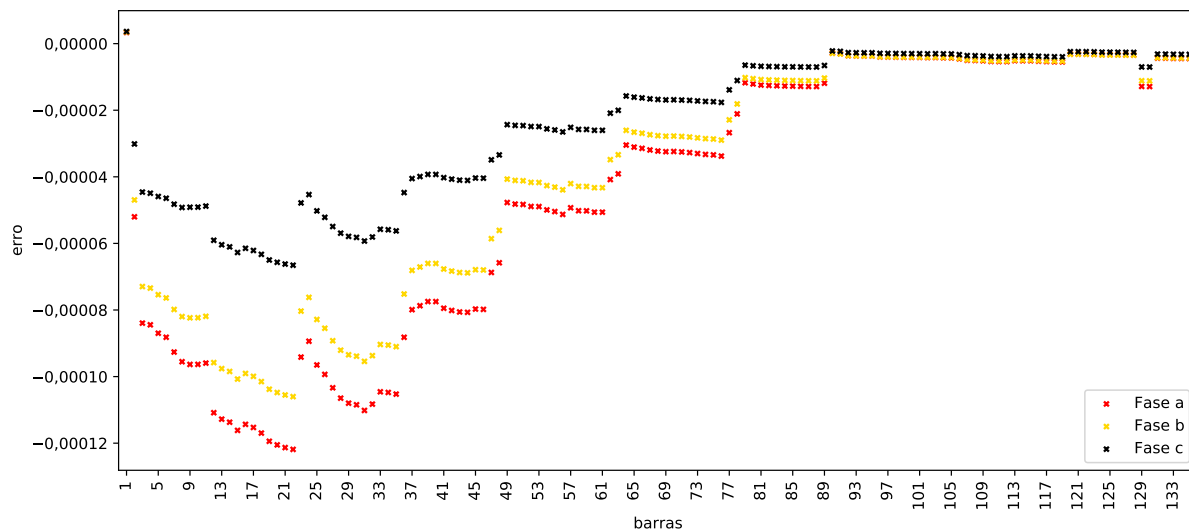
Seja o sistema de 135 barras com 13 GS, conectados nas barras 15, 22, 31, 46, 52, 61, 76, 88, 102, 112, 119, 128 e 135, e 3 transformadores (TR) conectados nas barras 135, 15 e 89, eles são do tipo YgYg0, e uma carga conectada nos seus lados secundários apresentado na Figura 62, seja também a incidência de uma falta trifásica à terra na barra

Figura 102 – Tensões fornecidas pelo OpenDSS e pelo método Proposto com falta na barra 90, fase ‘a’, ‘b’ e ‘c’, no Caso Base do Caso Estudo II.

(a) Perfis das tensões fornecidas pelo método proposto e OpenDSS



(b) Erros entre as magnitudes de tensão fornecidas pelo método proposto e OpenDSS



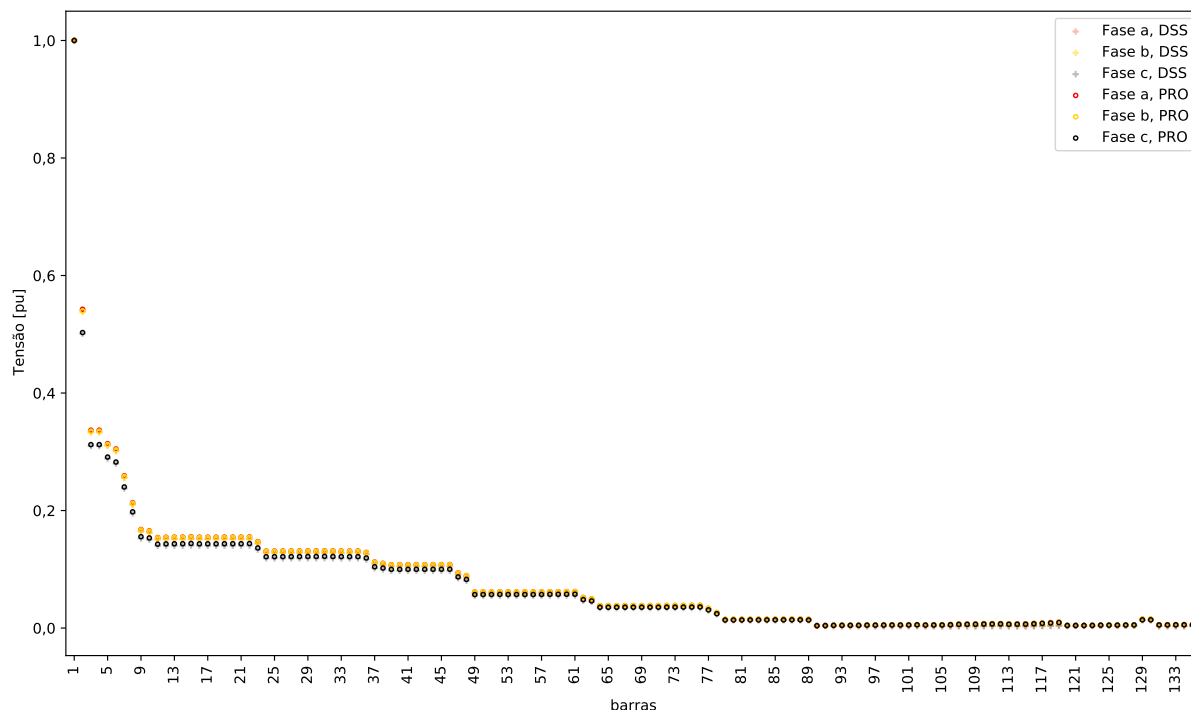
34, com $0,01 \Omega$ de impedância de falta, os perfis de tensão para este caso, obtidos pelo *software* OpenDSS e método proposto, são apresentados na Figura 106.

4.6.2.5 Caso de Estudo II com Transformador, GS e malha

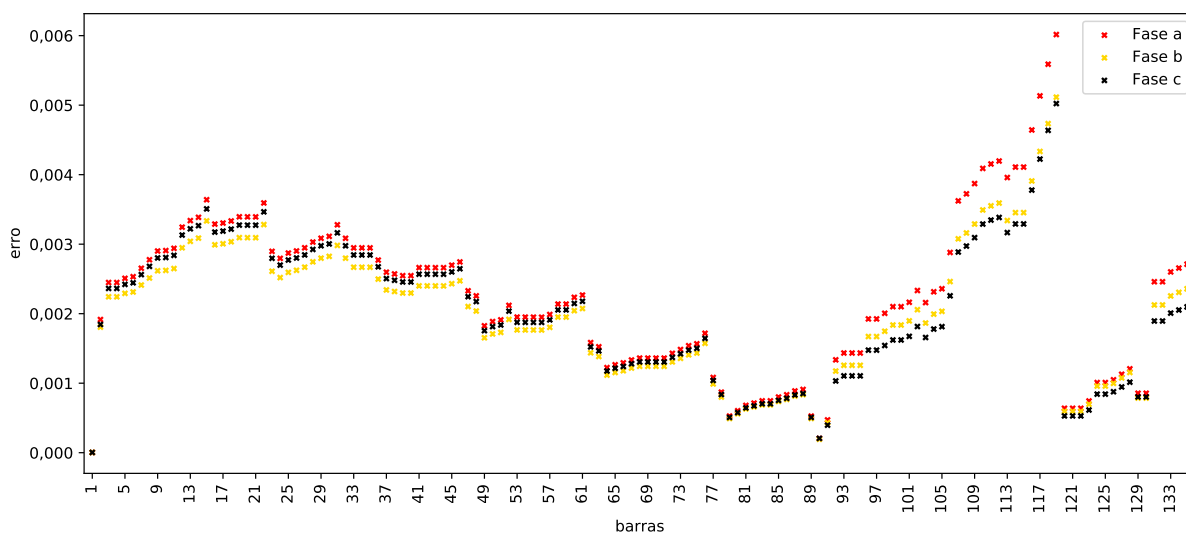
Seja o sistema de 135 barras com 13 GS, conectados nas barras 15, 22, 31, 46, 52, 61, 76, 88, 102, 112, 119, 128 e 135, 3 transformadores (TR) conectados nas barras 135, 15

Figura 103 – Tensões fornecidas pelo OpenDSS e pelo método proposto com falta trifásica a terra na barra 90, no Caso Estudo II com 13 GS.

(a) Perfis das tensões fornecidas pelo método proposto e pelo OpenDSS



(b) Erro entre as magnitudes das tensões fornecidas pelo metodo proposto e pelo OpenDSS

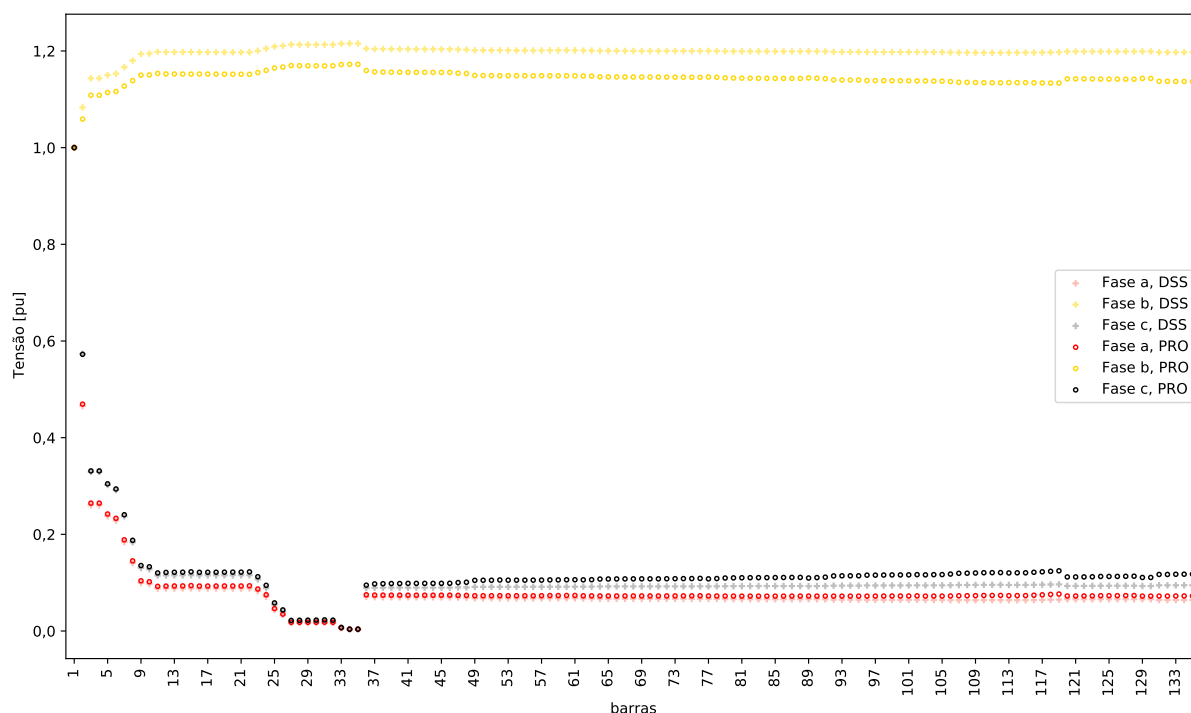


Fonte: próprio autor

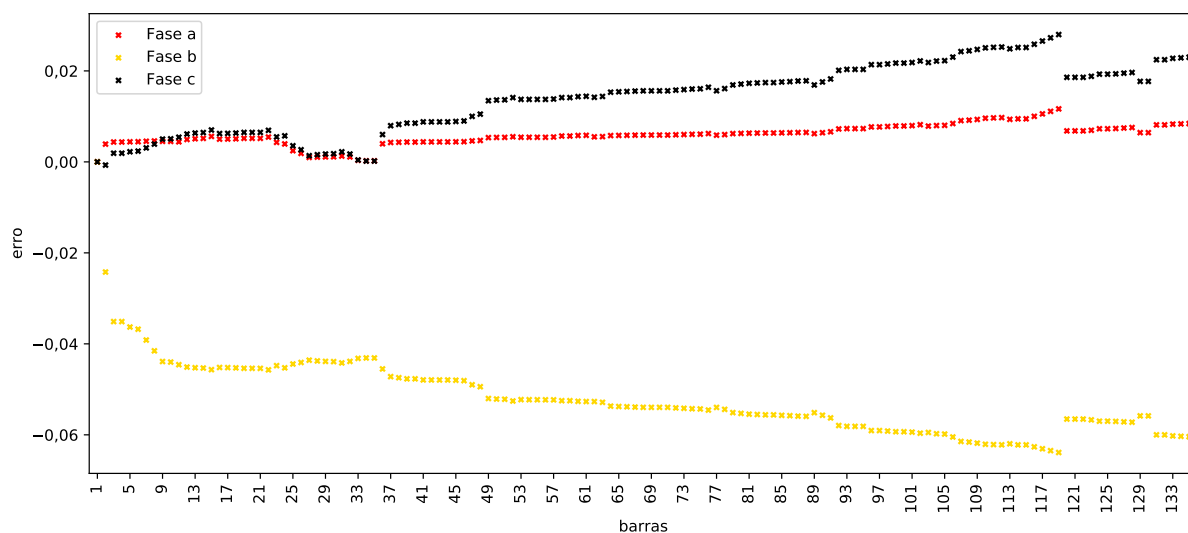
e 89, eles são do tipo YgYg0, uma carga conectada nos seus lados secundários, e 5 malhas entre o nó 25 com 45, 30 com 61, 76 com 88, 76 com 134 e 112 com 118 apresentado na Figura 64, seja também a incidência de uma falta trifásica à terra na barra 34, com $0,01 \Omega$ de impedância de falta, os perfis de tensão para este caso obtidos pelo *software* OpenDSS e pelo método proposto são apresentados na Figura 107.

Figura 104 – Tensões fornecidas pelo OpenDSS e pelo método proposto com falta bifásica a terra na barra 34 nas fases ‘a’ e ‘c’, no Caso Estudo II com 13 GS.

(a) Perfis das tensões fornecidas pelo método proposto e pelo OpenDSS



(b) Erro entre as magnitudes das tensões fornecidas pelo metodo proposto e pelo OpenDSS

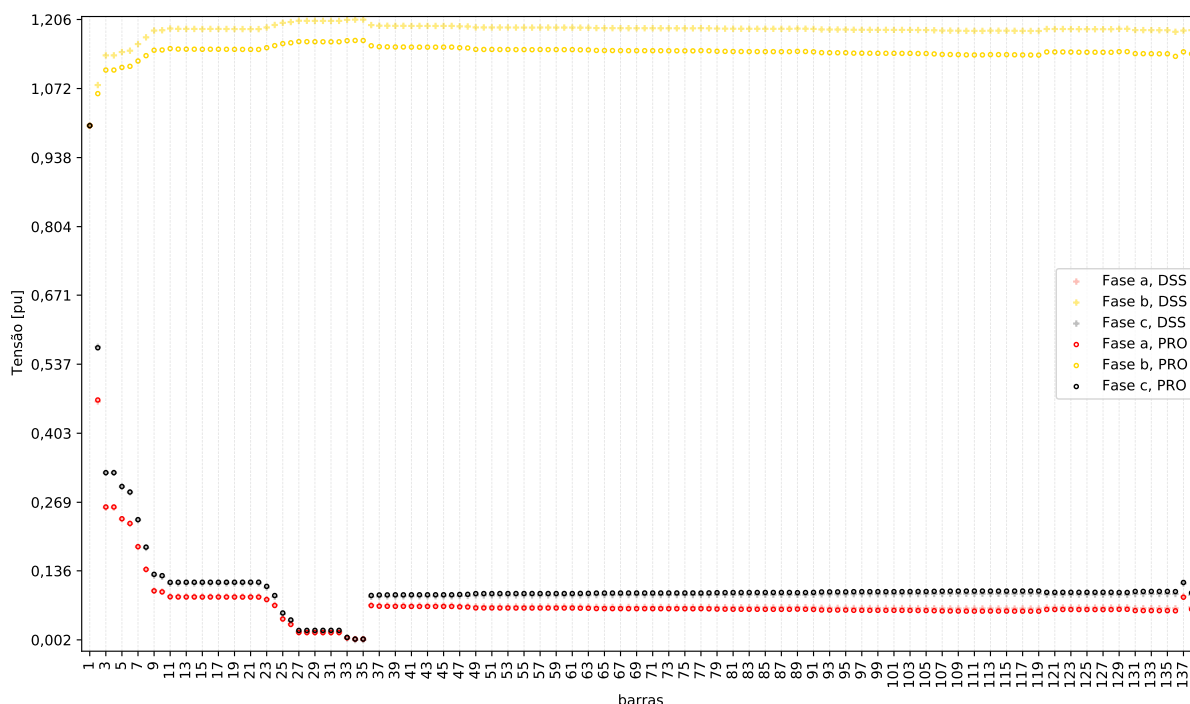


Fonte: próprio autor

4.6.2.6 Caso de Estudo II com regulador de tensão

Seja o sistema de 135 barras, com 1 regulado de tensão (RT) conectado entre as barras 48 e 49, o regulador é do tipo delta longo os taps conectados nas fases ‘a’, ‘b’ e ‘c’ estão na posição 1, 1 e 1 respectivamente apresentado na Figura 66, seja também a incidência de uma falta trifásica à terra na barra 34, com $0,01 \Omega$ de impedância de falta, o

Figura 105 – Perfis das magnitudes das tensões em pu fornecidas pelo método proposto para o Caso Estudo II com 3 TR com falta bifásica à terra na barra 34 nas fases ‘a’ e ‘c’.



Fonte: próprio autor

perfil de tensão para este caso é apresentado na Figura 108. Considerando que os taps do regulador mudam para os valores de 3, 3 e 2 para as fases ‘a’, ‘b’ e ‘c’ respectivamente, os perfis de tensão para este caso e para o caso Base são apresentados na Figura 109.

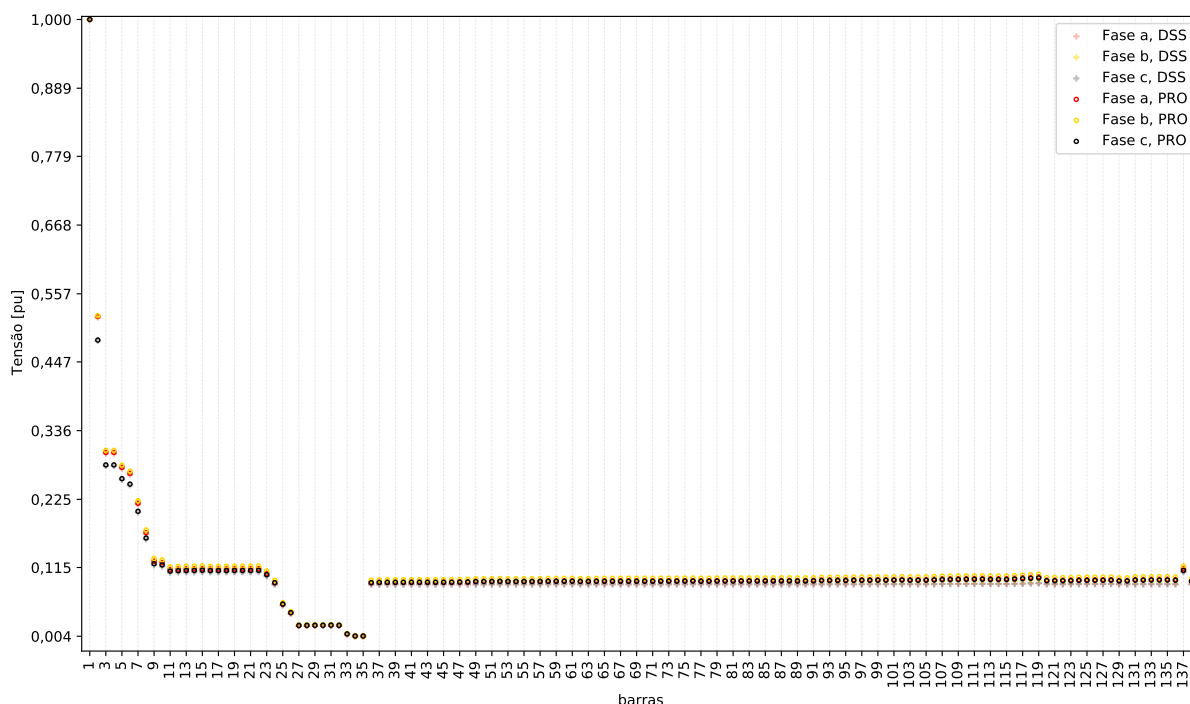
4.6.2.7 Caso de Estudo II com regulador de tensão e transformador

Seja o sistema de 135 barras, com 1 regulado de tensão (RT) conectado entre as barras 48 e 49, o regulador é do tipo delta longo os taps conectados nas fases ‘a’, ‘b’ e ‘c’ estão no posição 3, 3 e 2 respectivamente e 3 transformadores (TR) conectados nas barras 135, 15 e 89, eles são do tipo YgYg0, e uma carga conectada nos seus lados secundários apresentado na Figura 69, seja também a incidência de uma falta trifásica à terra na barra 34, com $0,01 \Omega$ de impedância de falta, o perfil de tensão para este caso é apresentado na Figura 110.

4.6.2.8 Caso de Estudo II com regulador de tensão, transformador e malhas

Seja o sistema de 135 barras, com 1 regulado de tensão (RT) conectado entre as barras 48 e 49, o regulador é do tipo delta longo os taps conectados nas fases ‘a’, ‘b’ e ‘c’ estão na posição 3, 3 e 2 respectivamente, 3 transformadores (TR) conectados nas barras 135, 15 e 89, eles são do tipo YgYg0, e uma carga conectada nos seus lados secundários, e

Figura 106 – Perfis das magnitudes das tensões em pu fornecidas pelo método proposto para o Caso Estudo II com 3 TR e 13 GS com falta trifásica à terra na barra 34.



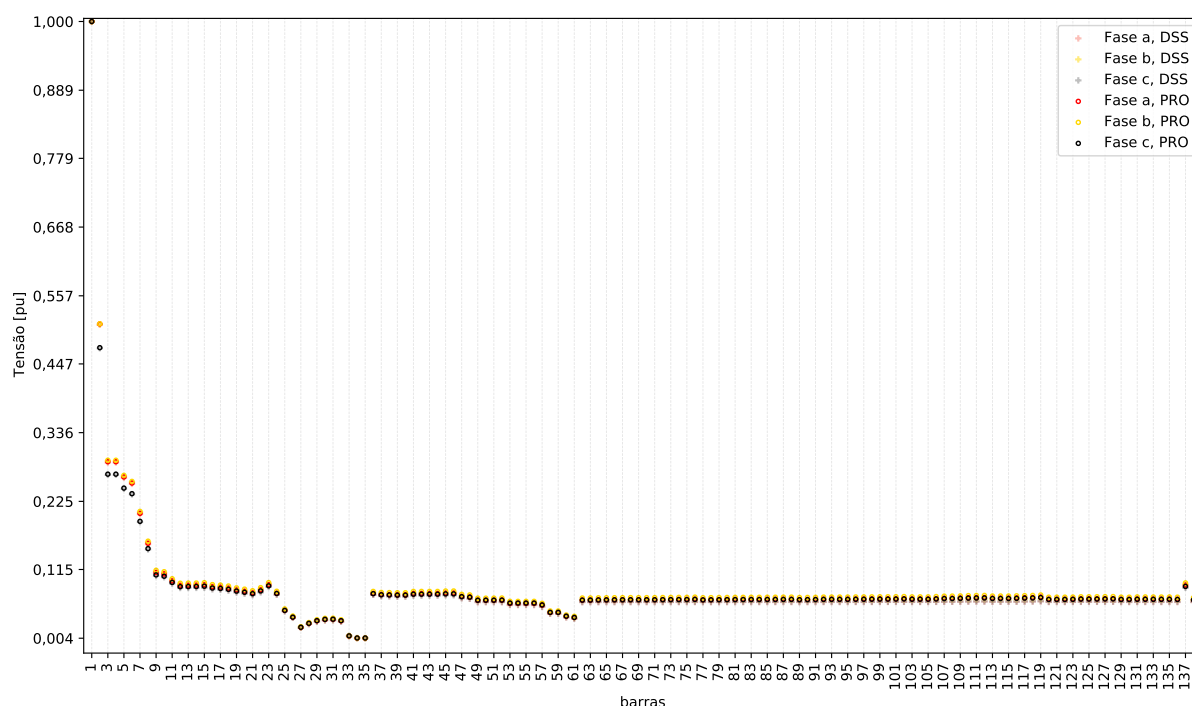
Fonte: próprio autor

5 malhas entre as barras 25 com 45, 30 com 61, 76 com 88, 76 com 134 e 112 com 118 apresentado na Figura 71, seja também a incidência de uma falta trifásica à terra na barra 34, com $0,01 \Omega$ de impedância de falta, o perfil de tensão para este caso é apresentado na Figura 111.

4.6.2.9 Caso de Estudo II com regulador de tensão, transformador, malhas e GS

Seja o sistema de 135 barras, com 1 regulador de tensão (RT) conectado entre as barras 48 e 49, o regulador é do tipo delta longo os taps conectados nas fases ‘a’, ‘b’ e ‘c’ e estão na posição 3, 3 e 2 respectivamente, 3 transformadores (TR) conectados nas barras 135, 15 e 89, eles são do tipo YgYg0, e uma carga conectada em seus lados secundários, 5 malhas entre as barras 25 com 45, 30 com 61, 76 com 88, 76 com 134 e 112 com 118, e 13 GS conectados nas barras 15, 22, 31, 46, 52, 61, 76, 88, 102, 112, 119, 128 e 135 apresentado na Figura 73, seja também a incidência de uma falta trifásica à terra na barra 34, com $0,01 \Omega$ de impedância de falta. O perfil de tensão para este caso é apresentado na Figura 112.

Figura 107 – Perfis das magnitudes das tensões em pu fornecidas pelo método proposto para o Caso Estudo II com 3 TR, 13 GS e 5 malhas com falta trifásica a terra na barra 34.



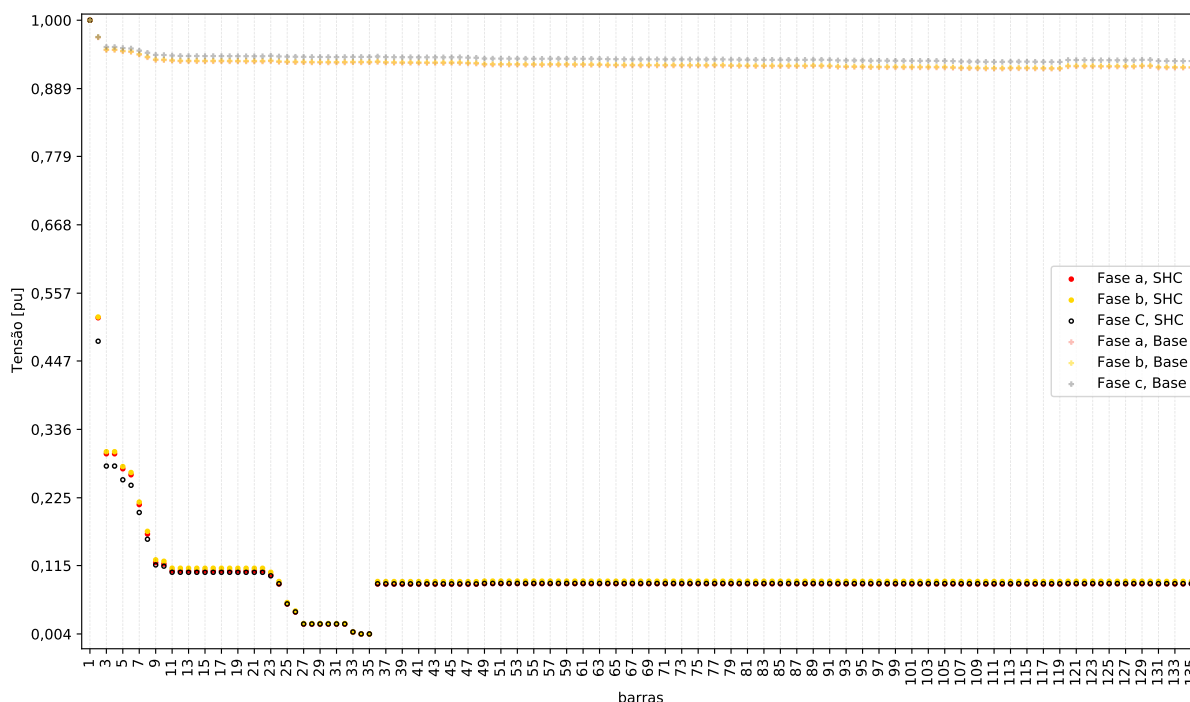
Fonte: próprio autor

4.7 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

O cálculo do curto-circuito para aplicações que exigem precisão das correntes de faltas necessita do processamento prévio de um programa de cálculo de fluxo de potência trifásico desbalanceado. Antes da incidência da falta o sistema está em operação normal, e portanto as variáveis de estado pré-falta devem ser determinadas para estabelecer as condições de contorno para metodologia de cálculo de curto-circuito. Para uma melhor convergência do algoritmo de cálculo de curto-circuito demonstrou-se que é melhor considerar a impedância de curto-circuito nos elementos da matriz de admitância.

O método proposto para o cálculo de curto-circuito é rápido e exato, são calculados curtos-circuitos entre fase e a terra e entre fases de uma barra, considera-se também o evento de múltiplas faltas num mesmo instante de tempo. A metodologia proposta permite diferentes tipos de modelos de cargas e a combinação de modelos, capacitores shunt, modelagem trifásica do GS, transformadores e reguladores de tensão, considerando-se também configurações radiais e malhadas de redes. Comparando-se os resultados obtidos com a metodologia proposta verificou-se que os resultados são precisos e confiáveis quando comparados com os resultados fornecidos pelos *softwares* OpenDSS e DigSILENT. Através dos testes realizados verifica-se que este método de curto-circuito é rápido, e devido às considerações nos modelos das cargas e GS em um evento de curto-circuito o método

Figura 108 – Perfis das magnitudes das tensões em pu do caso base e com 1 RT com taps 1, 1 e 1 com falta trifásica a terra na barra 34 fornecido pelo método proposto para o Caso Estudo II.



Fonte: próprio autor

não exige métodos iterativos para calcular as variáveis de estado, necessitando apenas dos resultado de cálculo de fluxo de potência como dados de entrada. O desequilíbrio nos terminais do GS com relação às tensões, correntes e potências no cálculo de curto-circuito é verificado sendo este um aspecto relevante para outros estudos envolvendo a análise planejamento da rede elétrica trifásica desequilibrada. Verifica-se também que o método funciona para qualquer valor de impedância de curto-circuito e não apresenta o problema de convergência mesmo quando as tensões pré-faltas do sistema são reduzidas drasticamente, isso porque a abordagem das equações de todos os elementos do sistema elétrico para o método proposto são lineares.

Figura 109 – Perfis das magnitudes das tensões em pu do caso base e com 1 RT com taps 3, 3 e 2 com falta trifásica à terra na barra 34 fornecido pelo método proposto para o Caso Estudo II.

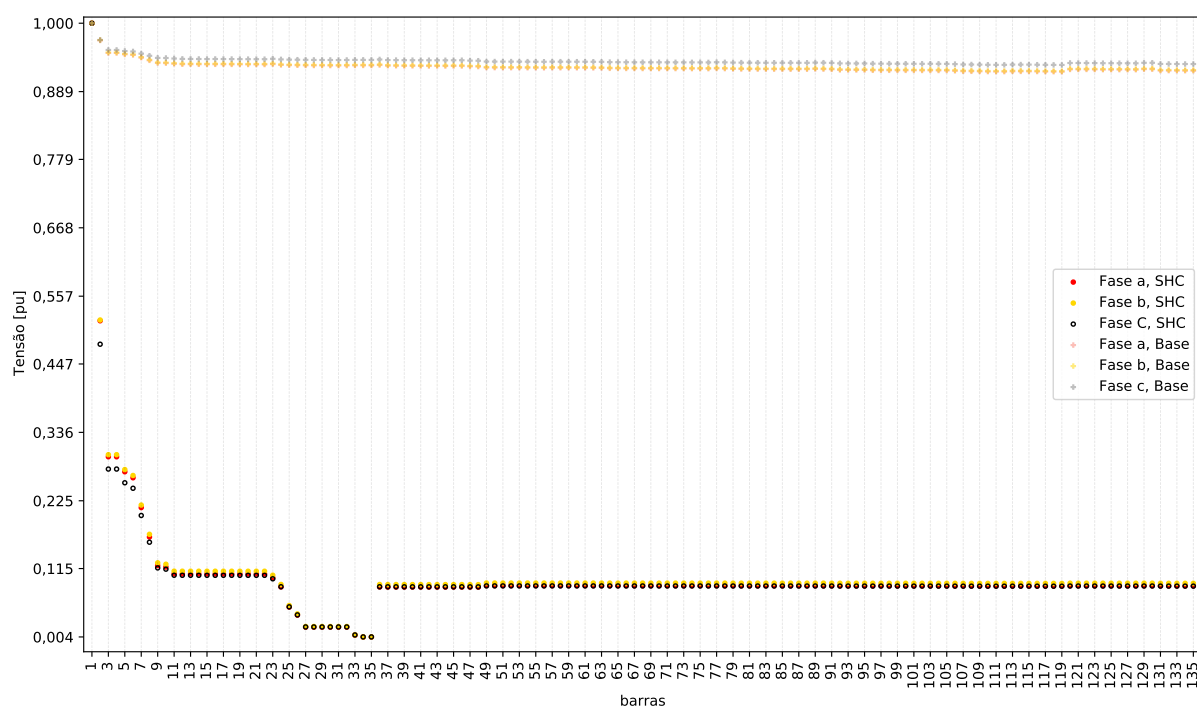


Figura 110 – Perfis das magnitudes das tensões em pu fornecidas pelo método proposto para o Caso Estudo II com 1 RT com taps 3, 3 e 2, e 3 TR com falta trifásica à terra na barra 34.

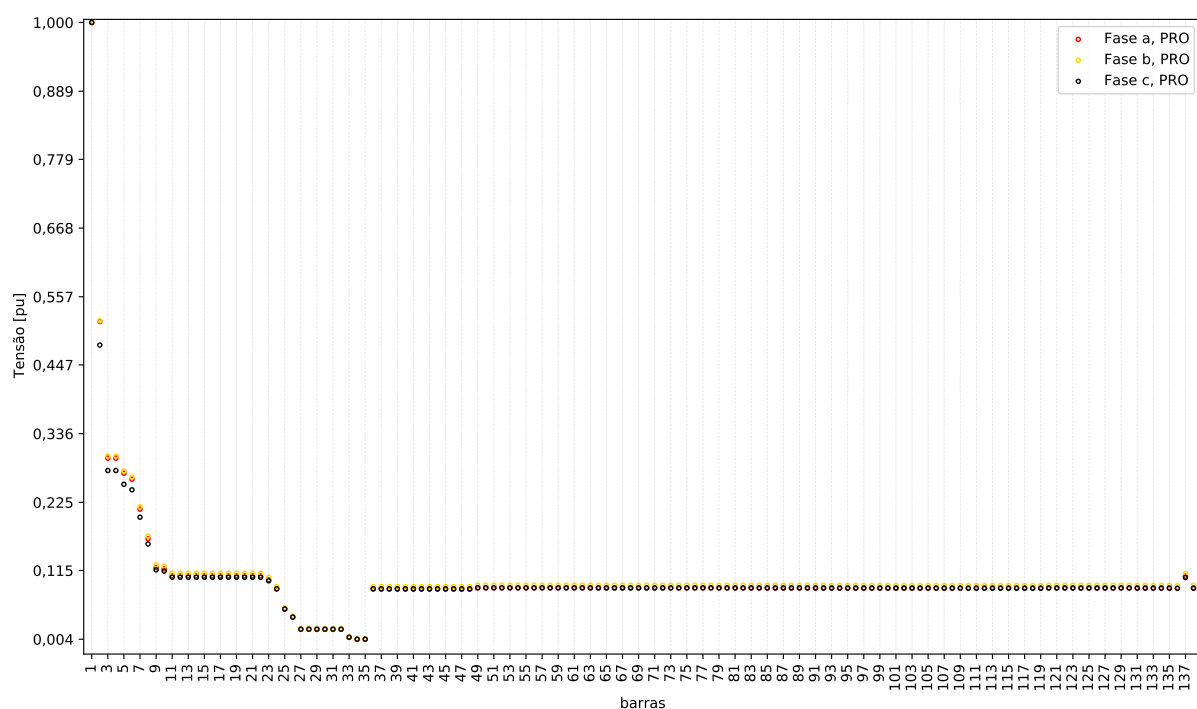
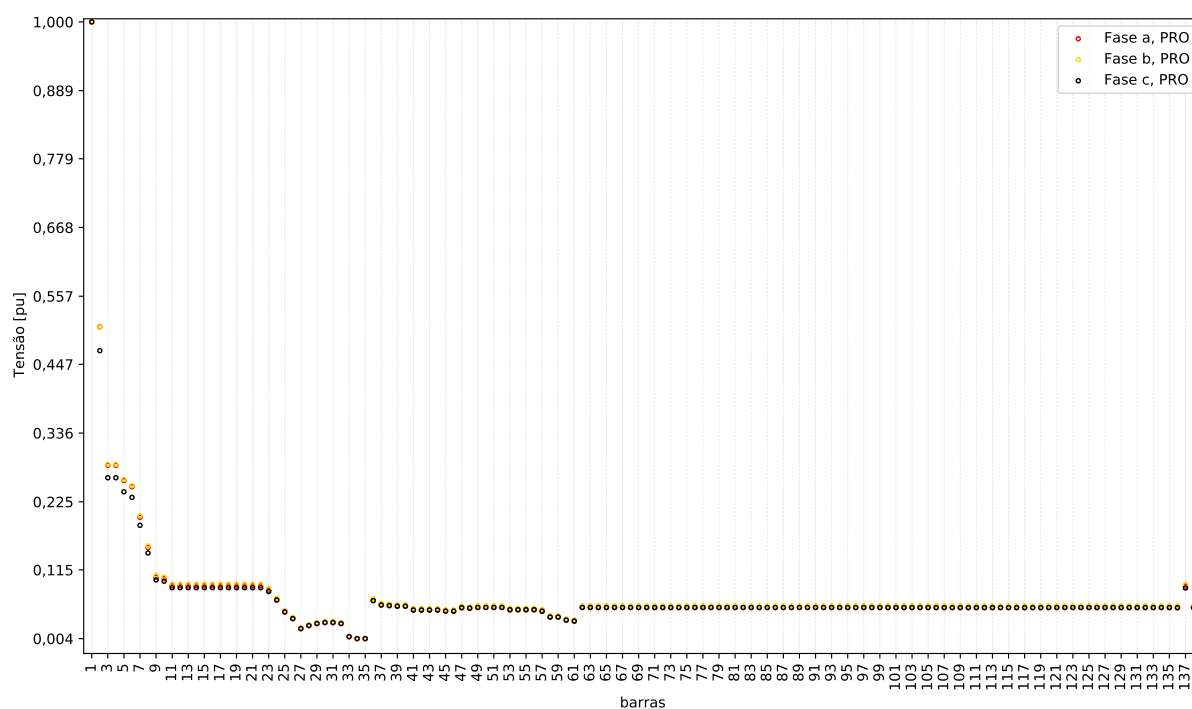
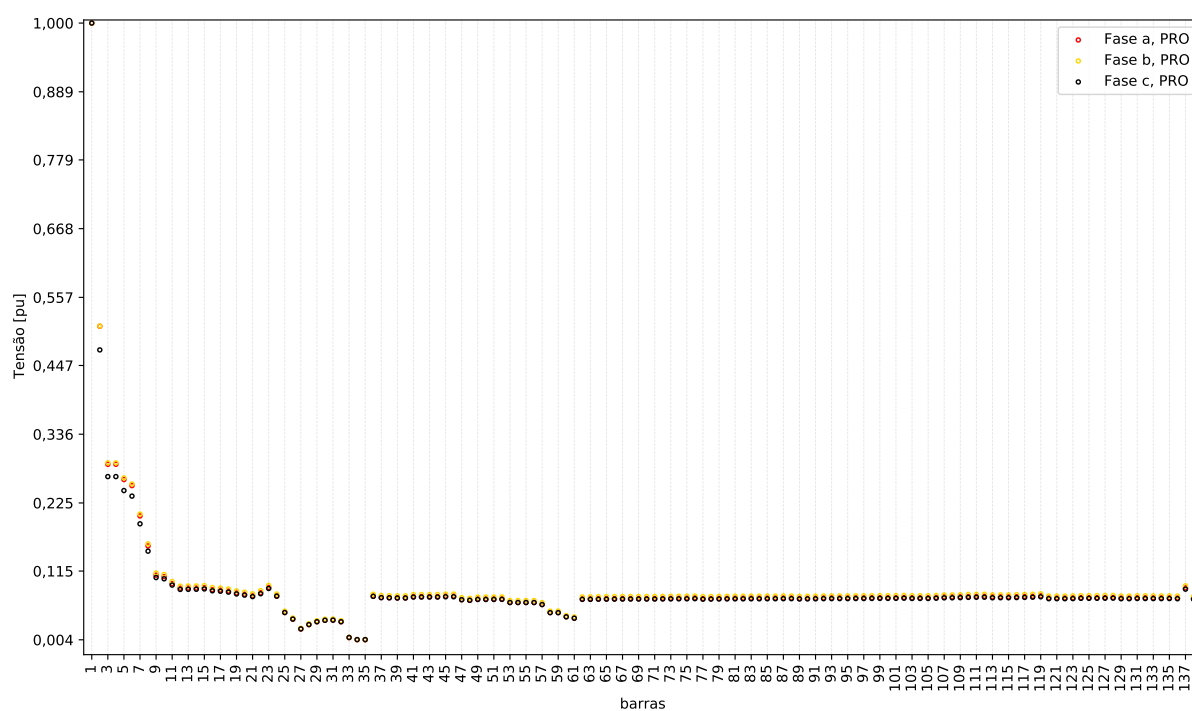


Figura 111 – Perfis das magnitudes das tensões em pu fornecidas pelo método proposto para o Caso Estudo II com 1 RT com taps 3, 3 e 2, 3 TR e 5 malhas com falta trifásica à terra na barra 34.



Fonte: próprio autor

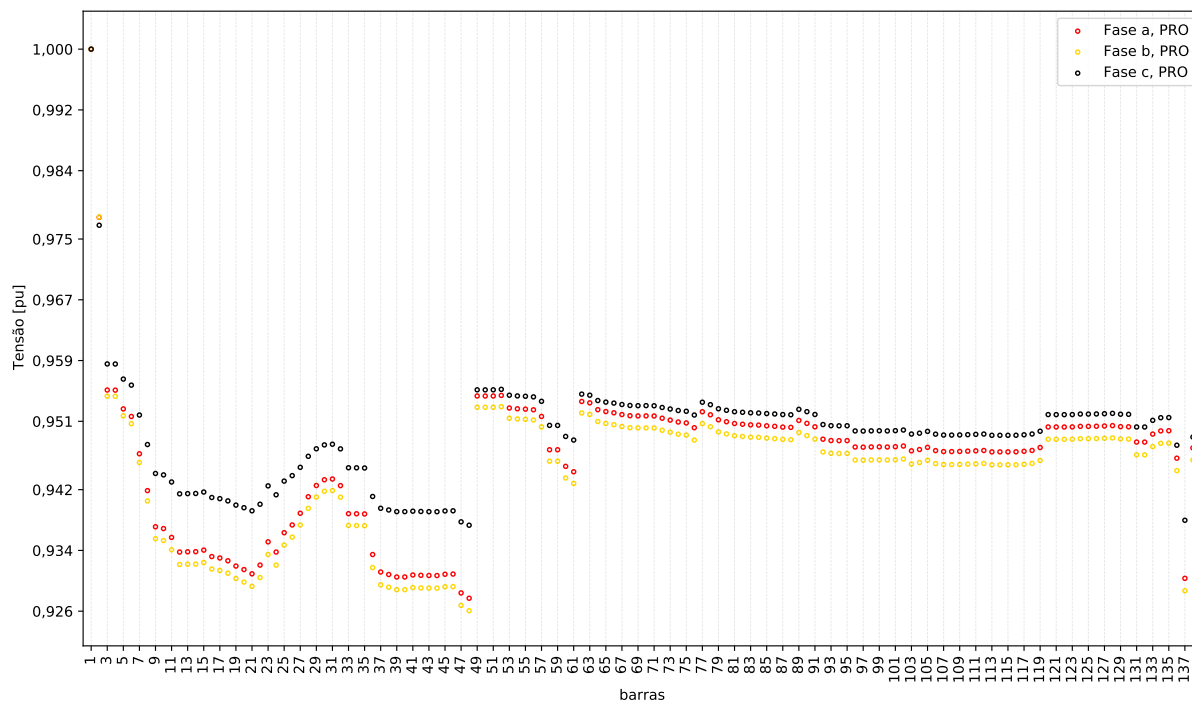
Figura 112 – Perfis das magnitudes das tensões em pu fornecidas pelo método proposto para o Caso Estudo II com 1 RT com taps 3, 3 e 2, 3 TR, 5 malhas e 13 GS com falta trifásica à terra na barra 34.



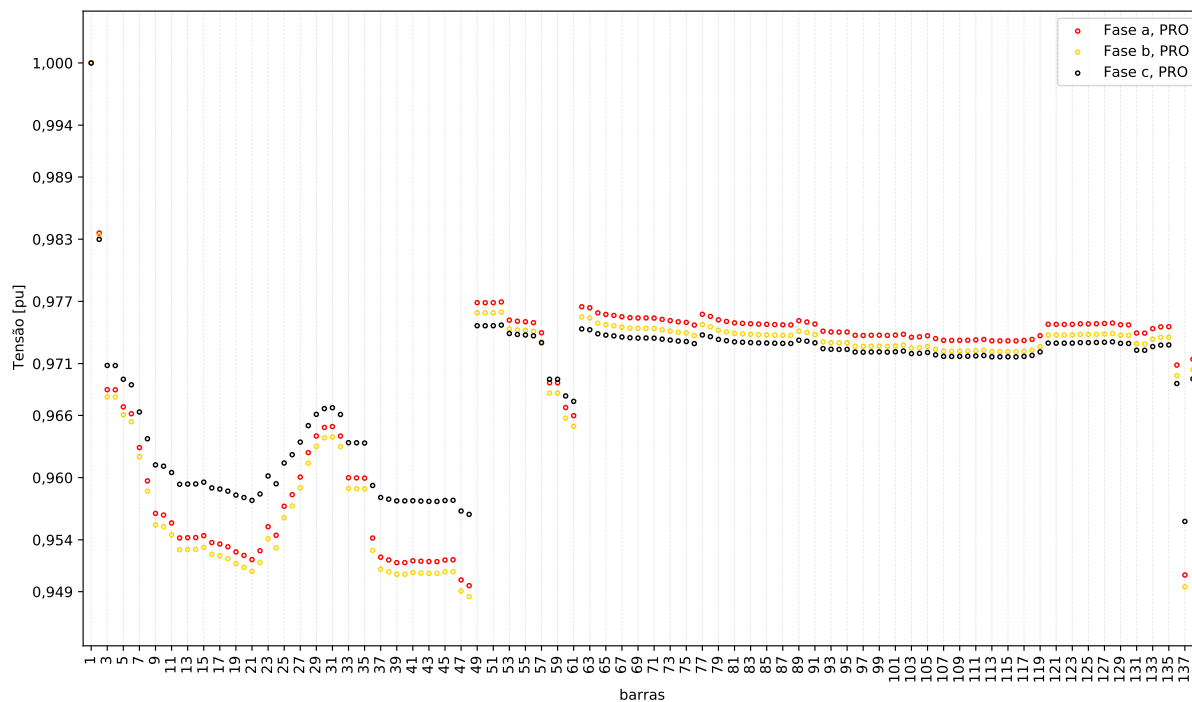
Fonte: próprio autor

Figura 113 – Perfis das magnitudes das tensões em pu fornecidas pelo método proposto para o Caso Estudo II com 1 RT com taps 3, 3 e 2, 3 TR, 5 malhas e 13 GS com falta trifásica à terra na barra 103.

(a) 30Ω de impedância de falta



(b) 100Ω de impedância de falta



Fonte: próprio autor

5 LOCALIZAÇÃO DE FALTAS EM SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO

5.1 INTRODUÇÃO

A partir das equações propostas para a representação matemática do sistema de distribuição, elas podem ser empregadas em diferentes aplicações para análise planejamento e operação dos sistemas com o objetivo de oferecer serviços de fornecimento de energia de qualidade para todos os consumidores. Neste trabalho, em seguida, apresentam-se um problema importante enfrentado por engenheiros e técnicos, a localização de faltas em redes aéreas. Provavelmente a solução proposta pode não ser a melhor para esse problema, no entanto, propõe-se uma alternativa de solução para resolve-los. Adicionalmente consideram-se que existem outros problemas que exigem uma solução imediata.

5.2 CONSIDERAÇÕES E CÁLCULOS PRELIMINARES

Antes de apresentar o método proposto para localizar faltas em sistemas de distribuição, as seguintes considerações e cálculos devem ser considerados.

5.2.1 Rede Elétrica

A estrutura da rede elétrica do sistema de distribuição deve ser conhecida, como: as conexões das linhas e sua configuração, configuração das cargas e suas conexões, tipos de conexões dos transformadores e reguladores de tensão, etc., nas condições pré-falta.

5.2.2 Estimador de Estados

Como na operação do sistema elétrico de distribuição não se tem a estimativa do montante de potência que está sendo consumido por todas as cargas conectadas à rede, isso porque, por razões econômicas, não é possível instalar medidores em todas as barras às quais as cargas estão conectadas e fazer a aquisição em tempo real dos dados, é necessário um método matemático para estimar a potência que as cargas instaladas no sistema estão consumindo. Com essas informações (dados de entrada), as análises do fluxo de potência e curto-circuito podem ser realizadas conforme apresentado nas seguintes seções.

5.2.3 Fluxo de Potência

Uma falta elétrica é um evento não planejado, e desta forma é necessário que para o sistema de distribuição, os valores obtidos pelos medidores sejam constantemente salvos em uma base de dados, de modo que, quando aconteça uma falta elétrica, os dados

obtidos pelos medidores no instante imediatamente antes desta falta devem ser coletados e, com esses valores, obter o estado do sistema no instante antes da ocorrência da falta. Estes dados são obtidos devido a funcionalidade do estimador de estado descrito na seção anterior. Depois que o estado da rede elétrica é obtido (quando estava operando antes da falta), executa-se o cálculo do fluxo de potência usando esses valores estimados, para assim obter as injeções de correntes do sistema elétrico (das cargas) antes da falta. Essas injeções de corrente são os dados de entrada que são usados no método de localização de faltas da seção 5.3. Este cálculo de fluxo de potência também é necessário para ser usado no cálculo de curto-circuito do método proposto (descrito na seção 4.5.1) sendo usado também no cálculo do método completo de curto-circuito do *software* Power Factory DigSILENT.

5.2.4 Curto-Circuito

O problema da localização da falta deve ser resolvido como um problema de operação do sistema de distribuição, sendo necessário usar um método adequado para o cálculo de curto-circuito, conforme explicado na seção 4.5, portanto, os métodos que são utilizados é o proposto explicado na seção 4.5.1 e o método completo para o cálculo de curto-circuito do *software* Power Factory DigSILENT.

Para a simulação da falta elétrica, é realizado o cálculo de curto-circuito no elemento em falta, embora seja possível obter todos os valores de estado do sistema com esta simulação, somente são coletados os valores da corrente e tensão da subestação, os valores de correntes dos geradores e os valores das tensões dos medidores instalados na rede elétrica, porque estes são os únicos dados de entrada que se pode obter dos medidores instalados no sistema elétrico, estes são os dados de entrada que são utilizados na formulação do método de localização de faltas, isto é explicado na seção 5.3.

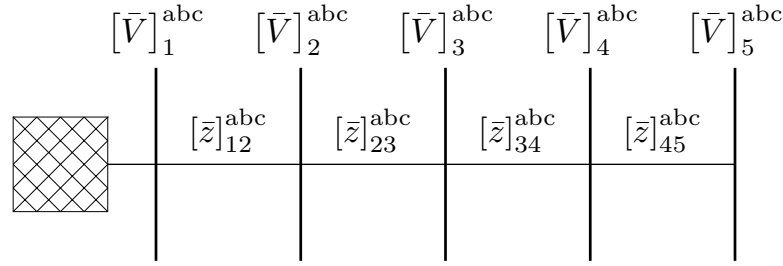
5.3 FORMULAÇÃO DA METODOLOGIA EM REPRESENTAÇÃO FASORIAL

A principal equação na qual o método proposto se baseia foi apresentada na seção 2.4.3, que envolve a matriz impedância do sistema elétrico. Como essa matriz foi obtida da matriz de admitância nodal, então, a formulação proposta nesta seção para localizar faltas nos sistemas elétricos de distribuição pode ser usada tanto para sistemas radiais como malhados.

5.3.1 Metodologia aplicada num exemplo básico

Seja o sistema trifásico de cinco barras da Figura 114 e, de acordo com a equação demonstrada na seção 2.4.2, obtém-se a equação (5.1).

Figura 114 – Sistema radial trifásico de cinco barras



Fonte: próprio autor

$$\begin{pmatrix} [\bar{V}]_1^{abc} \\ [\bar{V}]_2^{abc} \\ [\bar{V}]_3^{abc} \\ [\bar{V}]_4^{abc} \\ [\bar{V}]_5^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{22}^{abc} & [\bar{Y}]_{23}^{abc} & [\bar{Y}]_{24}^{abc} & [\bar{Y}]_{25}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{32}^{abc} & [\bar{Y}]_{33}^{abc} & [\bar{Y}]_{34}^{abc} & [\bar{Y}]_{35}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{42}^{abc} & [\bar{Y}]_{43}^{abc} & [\bar{Y}]_{44}^{abc} & [\bar{Y}]_{45}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{52}^{abc} & [\bar{Y}]_{53}^{abc} & [\bar{Y}]_{54}^{abc} & [\bar{Y}]_{55}^{abc} \end{pmatrix}^{-1} \left(- \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{21}^{abc} & [\bar{V}]_1^{abc} \\ [\bar{Y}]_{31}^{abc} & [\bar{V}]_1^{abc} \\ [\bar{Y}]_{41}^{abc} & [\bar{V}]_1^{abc} \\ [\bar{Y}]_{51}^{abc} & [\bar{V}]_1^{abc} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} [\bar{I}]_2^{abc} \\ [\bar{I}]_3^{abc} \\ [\bar{I}]_4^{abc} \\ [\bar{I}]_5^{abc} \end{pmatrix} \right) \quad (5.1)$$

Manipulando algebricamente e identificando-se a matriz de impedância na equação (5.1), obtém-se a equação (5.2), a qual pode ser usada na condição em operação normal ou em falta, neste caso utiliza-se na condição em falta. As injeções de correntes nesta equação representam as correntes totais injetadas na sua barra correspondente, por exemplo, na barra em falta. Esta injeção de corrente representa a injeção de corrente por parte da impedância de falta mais as injeções de correntes dos demais elementos conectados entre esta barra e terra.

$$\begin{pmatrix} [\bar{V}]_1^{abc} \\ [\bar{V}]_2^{abc} \\ [\bar{V}]_3^{abc} \\ [\bar{V}]_4^{abc} \\ [\bar{V}]_5^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{u}]_2^{abc} \\ [\bar{u}]_3^{abc} \\ [\bar{u}]_4^{abc} \\ [\bar{u}]_5^{abc} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} [\bar{Z}]_{22}^{abc} & [\bar{Z}]_{23}^{abc} & [\bar{Z}]_{24}^{abc} & [\bar{Z}]_{25}^{abc} \\ [\bar{Z}]_{32}^{abc} & [\bar{Z}]_{33}^{abc} & [\bar{Z}]_{34}^{abc} & [\bar{Z}]_{35}^{abc} \\ [\bar{Z}]_{42}^{abc} & [\bar{Z}]_{43}^{abc} & [\bar{Z}]_{44}^{abc} & [\bar{Z}]_{45}^{abc} \\ [\bar{Z}]_{52}^{abc} & [\bar{Z}]_{53}^{abc} & [\bar{Z}]_{54}^{abc} & [\bar{Z}]_{55}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{I}]_2^{abc} \\ [\bar{I}]_3^{abc} \\ [\bar{I}]_4^{abc} \\ [\bar{I}]_5^{abc} \end{pmatrix} \quad (5.2)$$

Considerando que no sistema elétrico em estudo, a partir da barra 2, somente estão conectadas cargas (ld), estas cargas estão representadas pelo seu modelo de impedância constante e suas correntes são consideradas como injeções no sistema, a corrente da subestação conectada à barra 1, também é considerada como uma injeção. Seja a existência de um curto-circuito em alguma barra, a corrente deste elemento em curto-circuito também é considerada como uma injeção de corrente no sistema, portanto, o somatório de todas as injeções de corrente no sistema é igual a zero conforme é apresentado na equação (5.3).

$$[\bar{I}]_{SE}^{abc} + [\bar{I}]_{2,ld}^{abc} + [\bar{I}]_{3,ld}^{abc} + [\bar{I}]_{4,ld}^{abc} + [\bar{I}]_{5,ld}^{abc} + [\bar{I}]_{shc}^{abc} = 0 \quad (5.3)$$

A partir da equação (5.3) obtém-se a equação (5.4), que é o valor da injeção de corrente de curto-circuito, sendo que esta corrente é injetada em alguma barra do sistema.

$$[\bar{I}]_{shc}^{abc} = - \left([\bar{I}]_{SE}^{abc} + [\bar{I}]_{2,ld}^{abc} + [\bar{I}]_{3,ld}^{abc} + [\bar{I}]_{4,ld}^{abc} + [\bar{I}]_{5,ld}^{abc} \right) \quad (5.4)$$

Considerando que há um medidor de tensão e corrente na subestação e escolhendo convenientemente a barra 5 para instalar um medidor de tensão, então, a partir do valor de tensão obtido desse medidor, e reduzindo a equação matricial (5.2), obtém-se a equação trifásica (5.5). Observa-se que a equação (5.2) foi utilizada convenientemente porque ela fornece a equação onde só está relacionada a tensão onde está instalado o medidor, neste caso somente tem-se um só medidor, portanto, obtém-se uma só equação trifásica, equação (5.5).

$$[\bar{Z}]_{52}^{abc} [\bar{I}]_2^{abc} + [\bar{Z}]_{53}^{abc} [\bar{I}]_3^{abc} + [\bar{Z}]_{54}^{abc} [\bar{I}]_4^{abc} + [\bar{Z}]_{55}^{abc} [\bar{I}]_5^{abc} = [\bar{V}]_5^{abc} - [\bar{u}]_5^{abc} \quad (5.5)$$

Das equações (5.4) e (5.5), verifica-se que existem seis equações (duas equações trifásicas) com quinze incógnitas $\left([\bar{I}]_{2,ld}^{abc}, [\bar{I}]_{3,ld}^{abc}, [\bar{I}]_{4,ld}^{abc}, [\bar{I}]_{5,ld}^{abc}, [\bar{I}]_{shc}^{abc}\right)$, e estas são as únicas equações disponíveis para resolver o problema, portanto, o sistema acima é compatível e indeterminado, apresentando infinitas soluções para as incógnitas. No entanto, sabe-se que uma das incógnitas é a corrente de curto-circuito e as outras incógnitas são as correntes de carga na condição de falta, sabe-se ainda que o módulo da corrente de curto-circuito é muito grande em comparação com as correntes de carga, e dada esta última informação, é possível estimar qual incógnita é a corrente de curto-circuito, conforme explicado a seguir.

Fazendo uma tentativa que na barra dois aconteceu a falta, portanto, nesta barra, além da corrente da carga no evento de curto-circuito, também se injeta a corrente da falta (shc): $[\bar{I}]_2^{abc} = [\bar{I}]_{2,ld}^{abc} + [\bar{I}]_{2,shc}^{abc}$, as demais injeções de correntes são correntes de cargas, considerando isso, da equação (5.5) obtém-se a equação (5.6).

$$[\bar{I}]_{2,shc}^{abc} = [\bar{Z}]_{52}^{abc-1} \left([\bar{V}]_5^{abc} - [\bar{u}]_5^{abc}\right) - [\bar{Z}]_{52}^{abc-1} \left([\bar{Z}]_{52}^{abc} [\bar{I}]_{2,ld}^{abc} + [\bar{Z}]_{53}^{abc} [\bar{I}]_{3,ld}^{abc} + [\bar{Z}]_{54}^{abc} [\bar{I}]_{4,ld}^{abc} + [\bar{Z}]_{55}^{abc} [\bar{I}]_{5,ld}^{abc}\right) \quad (5.6)$$

Se esta última consideração é verdadeira, então o valor da corrente de curto-circuito da equação (5.6) deve ser igual ao valor da corrente de curto-circuito da equação (5.4), ou seja, se a falta aconteceu na barra 2, então: $[\bar{I}]_{2,shc}^{abc} \approx [\bar{I}]_{shc}^{abc}$.

Como a equação anterior, está sendo testada se na barra 2 aconteceu a falta, ou seja, está sendo testada se a corrente de curto-circuito é injetada nesta barra, dependendo do tipo de falta (corrente de curto-circuito trifásica, bifásica ou monofásica), esta equação a estima, porque, na equação (5.6), as três fases estão sendo analisadas.

Se a análise anterior for efetuada supondo que a falta aconteceu nas barras três, quatro ou cinco, obtém-se as equações (5.7-5.9) que são muito semelhantes à equação (5.6).

$$[\bar{I}]_{3,shc}^{abc} = [\bar{Z}]_{53}^{abc-1} \left([\bar{V}]_5^{abc} - [\bar{u}]_5^{abc}\right) - [\bar{Z}]_{53}^{abc-1} \left([\bar{Z}]_{52}^{abc} [\bar{I}]_{2,ld}^{abc} + [\bar{Z}]_{53}^{abc} [\bar{I}]_{3,ld}^{abc} + [\bar{Z}]_{54}^{abc} [\bar{I}]_{4,ld}^{abc} + [\bar{Z}]_{55}^{abc} [\bar{I}]_{5,ld}^{abc}\right) \quad (5.7)$$

$$\begin{aligned} [\bar{I}]_{4,\text{shc}}^{\text{abc}} &= [\bar{Z}]_{54}^{\text{abc}^{-1}} \left([\bar{V}]_5^{\text{abc}} - [\bar{u}]_5^{\text{abc}} \right) - \\ &\quad [\bar{Z}]_{54}^{\text{abc}^{-1}} \left([\bar{Z}]_{52}^{\text{abc}} [\bar{I}]_{2,\text{ld}}^{\text{abc}} + [\bar{Z}]_{53}^{\text{abc}} [\bar{I}]_{3,\text{ld}}^{\text{abc}} + [\bar{Z}]_{54}^{\text{abc}} [\bar{I}]_{4,\text{ld}}^{\text{abc}} + [\bar{Z}]_{55}^{\text{abc}} [\bar{I}]_{5,\text{ld}}^{\text{abc}} \right) \end{aligned} \quad (5.8)$$

$$\begin{aligned} [\bar{I}]_{5,\text{shc}}^{\text{abc}} &= [\bar{Z}]_{55}^{\text{abc}^{-1}} \left([\bar{V}]_5^{\text{abc}} - [\bar{u}]_5^{\text{abc}} \right) - \\ &\quad [\bar{Z}]_{55}^{\text{abc}^{-1}} \left([\bar{Z}]_{52}^{\text{abc}} [\bar{I}]_{2,\text{ld}}^{\text{abc}} + [\bar{Z}]_{53}^{\text{abc}} [\bar{I}]_{3,\text{ld}}^{\text{abc}} + [\bar{Z}]_{54}^{\text{abc}} [\bar{I}]_{4,\text{ld}}^{\text{abc}} + [\bar{Z}]_{55}^{\text{abc}} [\bar{I}]_{5,\text{ld}}^{\text{abc}} \right) \end{aligned} \quad (5.9)$$

Comparando os valores dos valores estimados das injeções de correntes das equações (5.6), (5.7), (5.8) e (5.9) com o valor da injeção de corrente de curto-circuito apresentada na equação (5.4) obtêm-se os erros da corrente estimada de curto-circuito conforme é apresentada na equação (5.10).

$$\varepsilon_i^p = \left| [\bar{I}]_{i,\text{shc}}^p - [\bar{I}]_{\text{shc}}^p \right|, \quad i = 2, 3, 4, 5 \quad p = \text{a,b,c} \quad (5.10)$$

Devido que na fase ou fases em faltas existe uma injeção de corrente grande em comparação com as correntes das fases sem falta, a equação (5.10) pode ser inadequada que para análise, o não seja que se conheça e analise somente a fase em falta, portanto esse relativismo deve ser eliminado.

A partir das equações (5.6), (5.7), (5.8) e (5.9), estima-se em qual barra e sua respectiva fase ou fases, a falta elétrica ocorreu. Obtêm-se os valores dos erros das injeções de corrente ao assumir uma falta elétrica em sua respectiva barra. No entanto, para obter esses erros de injeção de correntes é necessário conhecer os valores das injeções de correntes de todas as barras na condição de curto-circuito, neste caso são injeções de correntes de cargas $\left([\bar{I}]_{2,\text{ld}}^{\text{abc}}, [\bar{I}]_{3,\text{ld}}^{\text{abc}}, [\bar{I}]_{4,\text{ld}}^{\text{abc}}, [\bar{I}]_{5,\text{ld}}^{\text{abc}} \right)$. Como boa aproximação, é aceitável assumir que as correntes das cargas em uma condição de curto-circuito são muito semelhantes às suas correspondentes correntes operando em condição normal, assumindo esta última hipótese, para o método de localização de faltas proposto só é necessário o procedimento anterior. Com a equação (5.10) obtêm-se os erros da corrente estimada, esses erros são apresentados na Tabela 13 e na Figura 115.

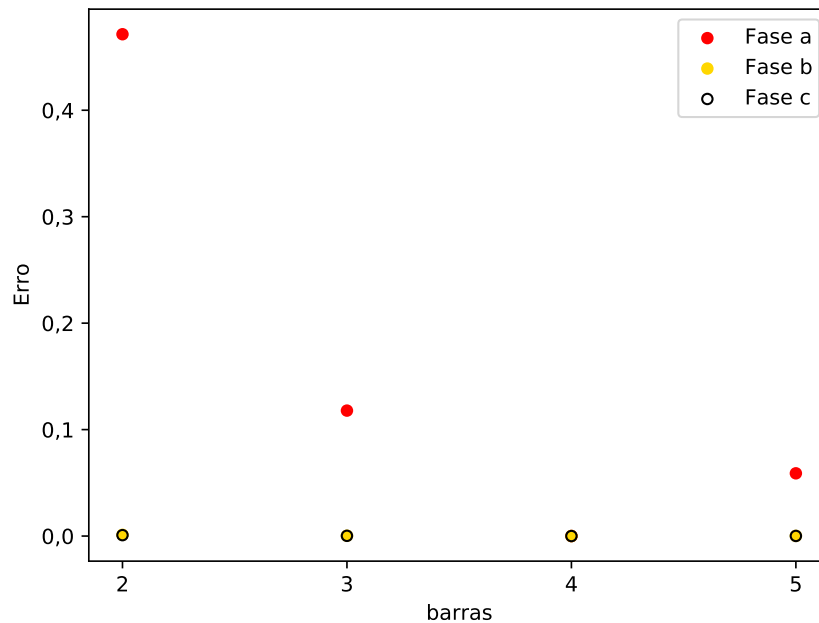
Tabela 13 – Valores dos erros da estimação das correntes das barras candidatas em falta.

Barra	Fase A	Fase B	Fase C
2	4,713940e-01	1,154553e-03	8,492838e-04
3	1,178470e-01	2,876948e-04	2,113613e-04
4	3,079891e-05	6,073734e-06	6,094972e-06
5	5,892648e-02	1,459383e-04	1,078780e-04

Fonte: próprio autor

Desses resultados observa-se que as fases ‘b’ e ‘c’ de todas as barras e a barra 4 apresentam os menores erros, isso devido que nas fases ‘b’ e ‘c’ as tensões não caem muito em comparação à fase em falta, portanto na comparação de correntes nestas fases são

Figura 115 – Erros da estimação das correntes nas barras candidatas e para a barra 4 e fase A em falta.



Fonte: próprio autor

obtidas correntes baixas, representadas principalmente pelas correntes de cargas. Para eliminar esse relativismo, é apresentado a seguir a aplicação do conceito em por unidade no cálculo dos erros, definindo-se na equação (5.11) o erro em pu.

$$\varepsilon_i^p[\text{pu}] = \frac{\varepsilon_i^p}{\max \{\varepsilon_2^p, \dots, \varepsilon_5^p\}}, \quad i = 2, 3, 4, 5 \quad p = a, b, c \quad (5.11)$$

Os resultados dos erros em pu aplicado no caso de estudo são apresentados na Tabela 14 e na Figura 116(a), observa-se a precisão da localização da barra em falta ao utilizar este conceito, e finalmente na Figura 116(b) apresenta-se qual é a fase em falta da barra 4.

Tabela 14 – Valores em pu dos erros da estimação das correntes das barras candidatas em falta.

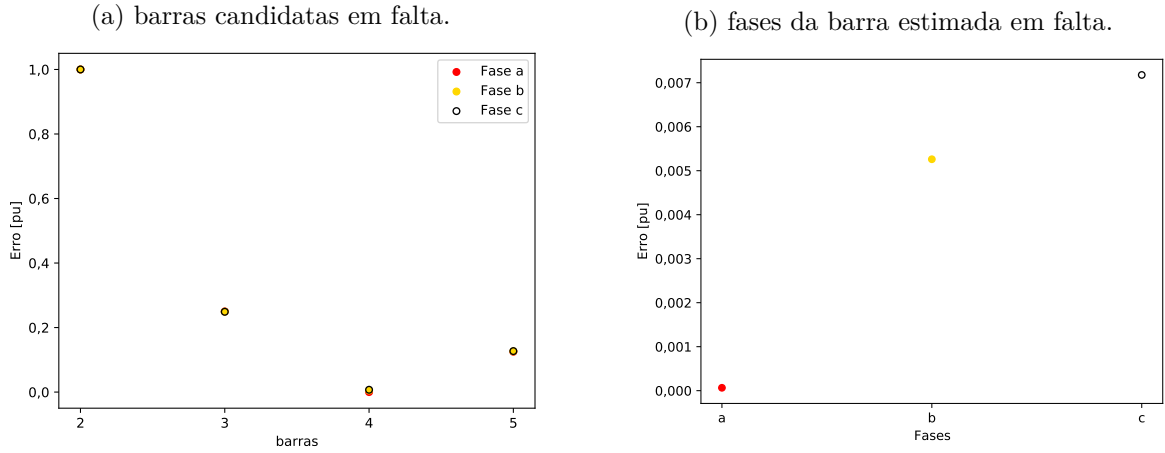
Barra	Fase a	Fase b	Fase c
2	1,00	1,00	1,00
3	2,499969e-01	2,491829e-01	2,488701e-01
4	6,533581e-05	5,260682e-03	7,176602e-03
5	1,250047e-01	1,264025e-01	1,270223e-01

Fonte: próprio autor

A questão que se coloca é porque o procedimento detalhado anteriormente fornece a localização da barra em falta?

Como o valor das correntes de carga quando o sistema elétrico está operando em condições

Figura 116 – Erros da estimação das correntes nas barras candidatas em pu, para barra 4 e fase ‘a’ em falta.



Fonte: próprio autor

normais e em condições de falta são muito semelhantes, então, por exemplo, quando assume-se que a falta ocorreu na barra 2, como apresentado na equação (5.6), verifica-se que, ao substituir os valores das injeções de correntes das cargas por suas respectivas correntes operando em condição normal, como foi explicado na seção 5.2.3, valores muito próximos ao valor correto da corrente de curto-circuito são obtidos, tanto para a equação (5.4) como para a equação (5.6), desde que seja correto que o curto-circuito ocorreu na barra 2, portanto, se na equação (5.10) for obtido um valor que é o mais pequeno em comparação com as outras barras em teste, conclui-se que a falta ocorreu nessa barra.

5.3.2 Estimação das tensões do SED num evento de curto-circuito

Uma vez estimada a barra onde ocorreu a falta, é possível estimar as tensões nas barras no evento de curto-circuito, seja o exemplo da seção 5.3.1 onde a falta ocorreu na barra 4, portanto, além da corrente da carga na barra 4 se injeta a corrente da falta, conforme é apresentada na equação (5.12).

$$[\bar{I}]_4^{abc} = [\bar{I}]_{4,ld}^{abc} + [\bar{I}]_{4,shc}^{abc} \quad (5.12)$$

E da equação (5.3) obtém-se a corrente de curto-circuito da barra quatro:

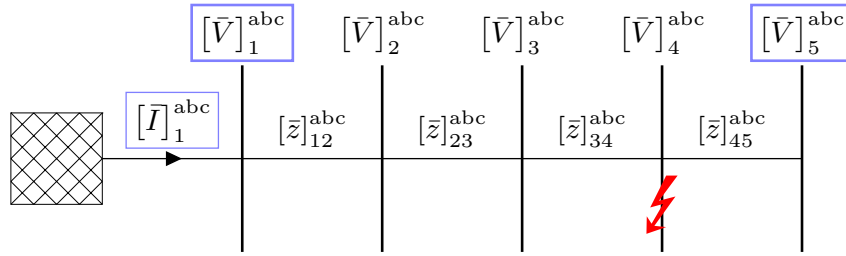
$$[\bar{I}]_{4,shc}^{abc} = - \left([\bar{I}]_{SE}^{abc} + [\bar{I}]_{2,ld}^{abc} + [\bar{I}]_{3,ld}^{abc} + [\bar{I}]_{4,ld}^{abc} + [\bar{I}]_{5,ld}^{abc} \right) \quad (5.13)$$

Considerando que as correntes das cargas em falta são aproximadamente iguais às correntes das cargas sem falta, e considerando a corrente de falta, equação (5.12), considerando a equação (5.13), na equação (5.2) obtêm-se as tensões das barras no evento de curto-circuito.

5.3.3 Estimação dos valores exatos das variáveis de estado

Nesta seção são estimados os valores exatos das variáveis de estado e da impedância de curto-circuito no evento de falta. Uma vez estimada a barra em falta, a principal incógnita é o valor da impedância de falta, e este valor é possível estimar.

Figura 117 – Sistema trifásico de cinco barras



Fonte: próprio autor

Por exemplo, seja o sistemas de 5 barras apresentado na seção 5.3.1, mas agora sabe-se a localização da barra em falta, também, dos dados dos medidores são conhecidas as tensões da barra da subestação e da barra 5, também é conhecida a injeção de corrente na subestação, conforme é apresentado na Figura 117. Assume-se também que são conhecidos os valores das impedâncias de carga equivalentes, isso obtido pelo estimador de estado. Da equação básica deste sistema, e considerando um reordenamento nas equações, porque têm-se que os dados da tensão da subestação e da barra 5 são conhecidos, obtém-se a equação (5.14).

$$\begin{pmatrix} [\bar{I}]_1^{abc} \\ [\bar{I}]_5^{abc} \\ [\bar{I}]_2^{abc} \\ [\bar{I}]_3^{abc} \\ [\bar{I}]_4^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{11}^{abc} & [\bar{Y}]_{15}^{abc} & [\bar{Y}]_{12}^{abc} & [\bar{Y}]_{13}^{abc} & [\bar{Y}]_{14}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{51}^{abc} & [\bar{Y}]_{55}^{abc} & [\bar{Y}]_{52}^{abc} & [\bar{Y}]_{53}^{abc} & [\bar{Y}]_{54}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{21}^{abc} & [\bar{Y}]_{25}^{abc} & [\bar{Y}]_{22}^{abc} & [\bar{Y}]_{23}^{abc} & [\bar{Y}]_{24}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{31}^{abc} & [\bar{Y}]_{35}^{abc} & [\bar{Y}]_{32}^{abc} & [\bar{Y}]_{33}^{abc} & [\bar{Y}]_{34}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{41}^{abc} & [\bar{Y}]_{45}^{abc} & [\bar{Y}]_{42}^{abc} & [\bar{Y}]_{43}^{abc} & [\bar{Y}]_{44}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_1^{abc} \\ [\bar{V}]_5^{abc} \\ [\bar{V}]_2^{abc} \\ [\bar{V}]_3^{abc} \\ [\bar{V}]_4^{abc} \end{pmatrix} \quad (5.14)$$

Realizando o mesmo procedimento da seção 4.4.2 na equação (5.14), observa-se que a barra 1 é uma barra Slack, mas a barra 5 não é uma barra Slack, no entanto, mesmo assim utiliza-se este procedimento considerando que o valor da tensão na barra 5 é conhecido, portanto, é utilizado o mesmo procedimento que se realizou na equação (2.38), onde nesse caso têm-se ‘s’ barras Slacks. A seguir, apresentam-se as duas equações que correspondem

à equação (5.14).

$$\begin{pmatrix} [\bar{I}]_1^{abc} \\ [\bar{I}]_{abc}^{abc} \\ [\bar{I}]_5^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{11}^{abc} & [\bar{Y}]_{15}^{abc} & [\bar{Y}]_{12}^{abc} & [\bar{Y}]_{13}^{abc} & [\bar{Y}]_{14}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{51}^{abc} & [\bar{Y}]_{55}^{abc} & [\bar{Y}]_{52}^{abc} & [\bar{Y}]_{53}^{abc} & [\bar{Y}]_{54}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_1^{abc} \\ [\bar{V}]_{abc}^{abc} \\ [\bar{V}]_5^{abc} \\ [\bar{V}]_{abc}^{abc} \\ [\bar{V}]_4^{abc} \end{pmatrix} \quad (5.15)$$

$$\begin{pmatrix} [\bar{I}]_2^{abc} \\ [\bar{I}]_{abc}^{abc} \\ [\bar{I}]_4^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{21}^{abc} & [\bar{Y}]_{25}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{abc}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{41}^{abc} & [\bar{Y}]_{45}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_1^{abc} \\ [\bar{V}]_{abc}^{abc} \\ [\bar{V}]_5^{abc} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{22}^{abc} & [\bar{Y}]_{23}^{abc} & [\bar{Y}]_{24}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{abc}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{42}^{abc} & [\bar{Y}]_{43}^{abc} & [\bar{Y}]_{44}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_2^{abc} \\ [\bar{V}]_{abc}^{abc} \\ [\bar{V}]_4^{abc} \end{pmatrix} \quad (5.16)$$

Substituindo as injeções de corrente das cargas com seu valores equivalentes de admitância e tensão como é apresentado na equação (5.17).

$$\begin{aligned} [\bar{I}]_2^{abc} &= -[\bar{y}]_{2,ld}^{abc} [\bar{V}]_2^{abc} \\ [\bar{I}]_3^{abc} &= -[\bar{y}]_{3,ld}^{abc} [\bar{V}]_3^{abc} \\ [\bar{I}]_4^{abc} &= -([\bar{y}]_{4,ld}^{abc} + [\bar{y}]_{shc}^{abc}) [\bar{V}]_4^{abc} \end{aligned} \quad (5.17)$$

Da equação (5.17) verifica-se que para a barra 4, além da admitância correspondente à carga conectada nesta barra, é considerada a impedância em falta, isso porque é considerado que a localização da barra em falta foi efetiva, então, resolvendo a equação (5.16) para as tensões obtém-se a equação (5.18).

$$\begin{pmatrix} [\bar{V}]_2^{abc} \\ [\bar{V}]_{abc}^{abc} \\ [\bar{V}]_4^{abc} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{22}^{abc} + [\bar{y}]_{2,ld}^{abc} & [\bar{Y}]_{23}^{abc} & [\bar{Y}]_{24}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{abc}^{abc} + [\bar{y}]_{3,ld}^{abc} & [\bar{Y}]_{abc}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{42}^{abc} & [\bar{Y}]_{43}^{abc} & [\bar{Y}]_{44}^{abc} + [\bar{y}]_{4,ld}^{abc} + [\bar{y}]_{shc}^{abc} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{21}^{abc} & [\bar{Y}]_{25}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{abc}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{41}^{abc} & [\bar{Y}]_{45}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_1^{abc} \\ [\bar{V}]_{abc}^{abc} \\ [\bar{V}]_5^{abc} \end{pmatrix} \quad (5.18)$$

Da equação (5.18), verifica-se que se é conhecido o valor da impedância de curto-circuito, os valores corretos das tensões das barras 2, 3 e 4 também serão conhecidos, então a pergunta é: qual é o valor da impedância de curto-circuito?. Isso é possível resolver devido ao medidor de corrente na subestação (barra 1). Da equação (5.15) obtém-se a equação (5.19), a qual relaciona a corrente da subestação.

$$[\bar{I}]_1^{abc} = \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{11}^{abc} & [\bar{Y}]_{15}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_1^{abc} \\ [\bar{V}]_{abc}^{abc} \\ [\bar{V}]_5^{abc} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{12}^{abc} & [\bar{Y}]_{13}^{abc} & [\bar{Y}]_{14}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_2^{abc} \\ [\bar{V}]_{abc}^{abc} \\ [\bar{V}]_4^{abc} \end{pmatrix} \quad (5.19)$$

Substituindo a equação (5.18) na equação (5.19) obtém-se a equação (5.20).

$$\begin{aligned}
 [\bar{I}]_1^{abc} = & \left([\bar{Y}]_{11}^{abc} \quad [\bar{Y}]_{15}^{abc} \right) \begin{pmatrix} [\bar{V}]_1^{abc} \\ [\bar{V}]_5^{abc} \end{pmatrix} - \\
 & \left([\bar{Y}]_{12}^{abc} \quad [\bar{Y}]_{13}^{abc} \quad [\bar{Y}]_{14}^{abc} \right) \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{22}^{abc} + [\bar{y}]_{2,ld}^{abc} & [\bar{Y}]_{23}^{abc} & [\bar{Y}]_{24}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{32}^{abc} & [\bar{Y}]_{33}^{abc} + [\bar{y}]_{3,ld}^{abc} & [\bar{Y}]_{34}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{42}^{abc} & [\bar{Y}]_{43}^{abc} & [\bar{Y}]_{44}^{abc} + [\bar{y}]_{4,ld}^{abc} + [\bar{y}]_{shc}^{abc} \end{pmatrix}^{-1} \\
 & \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{21}^{abc} & [\bar{Y}]_{25}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{31}^{abc} & [\bar{Y}]_{35}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{41}^{abc} & [\bar{Y}]_{45}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_1^{abc} \\ [\bar{V}]_5^{abc} \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{5.20}$$

Da equação (5.20) verifica-se que a única incógnita é a inversa da impedância de curto-circuito $([\bar{y}]_{shc}^{abc})$, portanto o sistema pode ser resolvido. Uma vez calculada esta impedância é possível obter as tensões nas barras onde não se tem um medidor instalado, neste caso, isso é possível utilizando a equação (5.18). Portanto, a estimação dos valores exatos das variáveis de estado são obtidos, isso foi possível porque anteriormente, na seção 5.3.1, foi estimada a localização da barra em falta, e consideram-se que os valores das impedâncias das cargas são conhecidos.

Da equação (5.20) é possível encontrar o valor da impedância de curto-circuito de forma direta, no entanto, essa equação é complicada de resolver, portanto, a seguir apresenta-se uma técnica iterativa para calcular a impedância de falta. Das equações (5.16) e (5.17) obtém-se a equação (5.21).

$$\begin{aligned}
 \begin{pmatrix} [\bar{V}]_2^{abc} \\ [\bar{V}]_3^{abc} \\ [\bar{V}]_4^{abc} \end{pmatrix} = & \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{22}^{abc} + [\bar{y}]_{2,ld}^{abc} & [\bar{Y}]_{23}^{abc} & [\bar{Y}]_{24}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{32}^{abc} & [\bar{Y}]_{33}^{abc} + [\bar{y}]_{3,ld}^{abc} & [\bar{Y}]_{34}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{42}^{abc} & [\bar{Y}]_{43}^{abc} & [\bar{Y}]_{44}^{abc} + [\bar{y}]_{4,ld}^{abc} \end{pmatrix}^{-1} \\
 & \left(\begin{pmatrix} 0_{3 \times 1} \\ 0_{3 \times 1} \\ [\bar{I}]_{4,shc}^{abc} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{21}^{abc} & [\bar{Y}]_{25}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{31}^{abc} & [\bar{Y}]_{35}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{41}^{abc} & [\bar{Y}]_{45}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_1^{abc} \\ [\bar{V}]_5^{abc} \end{pmatrix} \right)
 \end{aligned} \tag{5.21}$$

Sendo:

$$[\bar{I}]_{4,shc}^{abc} = -[\bar{y}]_{shc}^{abc} [\bar{V}]_4^{abc} \tag{5.22}$$

Utilizando a equação (5.21), a seguir apresentam-se os passos para o cálculo da corrente de curto-circuito de forma iterativa.

- (i) Inicializar a corrente de falta com o valor negativo da corrente medida na subestação:

$$[\bar{I}]_{4,est}^{abc} = -[\bar{I}]_{SE}^{abc}$$

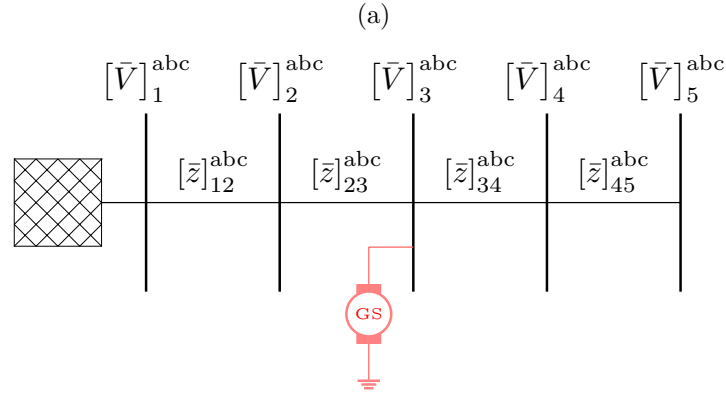
- (ii) Encontrar o valor calculado das tensões onde não se tem medidor, equação (5.21);
- (iii) Encontrar o valor calculado da injeção da corrente da subestação, equação (5.19), utilizando os valores calculados das tensões do passo (ii);
- (iv) Calcular o erro ao comparar o valor calculado da injeção da corrente da subestação do passo (iii) com seu respectivo valor medido;
- (v) Se o erro do passo (iv) é menor que uma tolerância, então, ir ao passo (vi), caso contrario ir ao passo (ii).
- (vi) Uma vez conhecida a injeção de corrente de curto-circuito, obtêm-se as tensões das barras, equação (5.21), e a impedância de curto-circuito, equação (5.22);
- (vii) Fim.

5.3.4 Localização de falta considerando GS

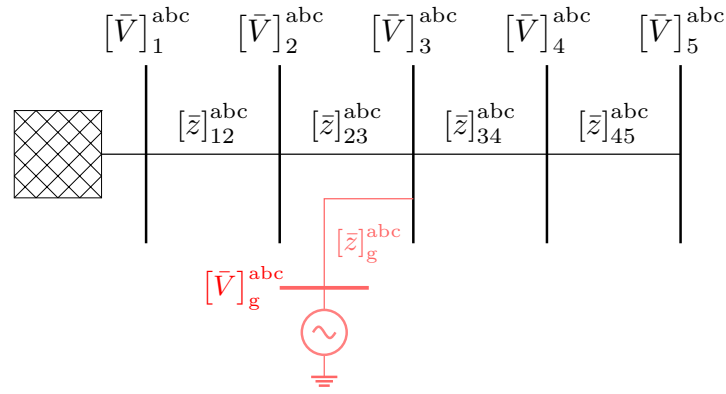
Nas seções anteriores têm-se estudado a localização de faltas sem considerar a conexão dos GS no sistema, a grande facilidade para o método proposto é que os valores das cargas são conhecidos através do estimador de estado, que também permite o cálculo da tensão interna do GS, num evento de curto-circuito. Considera que a tensão interna do GS é conhecida, e esta é obtida através do cálculo de fluxo de potência trifásico desequilibrado pré-falta, isso foi apresentado na seção 4.5.1.3. Nessa seção observa-se que as barras internas dos GS foram tratadas como tensões Slacks, portanto, o mesmo procedimento das seções anteriores é utilizado considerando as barras internas dos GS como barras Slacks. Por exemplo, considerando que no sistema da Figura 114 é conectado um GS na barra 3 conforme é apresentado na Figura 118. Como foi estudado nos capítulos anteriores o GS adiciona mais uma barra (sua barra interna), portanto, a equação básica deste sistema é apresentada na equação (5.23).

$$\begin{pmatrix} [\bar{I}]_{1abc}^{abc} \\ [\bar{I}]_{2abc}^{abc} \\ [\bar{I}]_{3abc}^{abc} \\ [\bar{I}]_{4abc}^{abc} \\ [\bar{I}]_{5abc}^{abc} \\ [\bar{I}]_g^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{11abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{12abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{13abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{14abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{15abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{1gabc}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{21abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{22abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{23abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{24abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{25abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{2gabc}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{31abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{32abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{33abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{34abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{35abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{3gabc}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{41abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{42abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{43abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{44abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{45abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{4gabc}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{51abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{52abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{53abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{54abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{55abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{5gabc}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{g1}^{abc} & [\bar{Y}]_{g2}^{abc} & [\bar{Y}]_{g3}^{abc} & [\bar{Y}]_{g4}^{abc} & [\bar{Y}]_{g5}^{abc} & [\bar{Y}]_{gg}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_{1abc}^{abc} \\ [\bar{V}]_{2abc}^{abc} \\ [\bar{V}]_{3abc}^{abc} \\ [\bar{V}]_{4abc}^{abc} \\ [\bar{V}]_{5abc}^{abc} \\ [\bar{V}]_g^{abc} \end{pmatrix} \quad (5.23)$$

Figura 118 – Sistema trifásico de cinco barras e um GS.



(b) circuito do GS estendido.



Fonte: próprio autor

Realizando o mesmo procedimento da seção 2.4.2 ao considerar a barra 1 e a barra interna do GS como duas barras Slack, obtém-se a equação (5.24).

$$\begin{pmatrix} [\bar{I}]_1^{abc} \\ [\bar{I}]_{abc} \\ [\bar{I}]_g^{abc} \\ [\bar{I}]_2^{abc} \\ [\bar{I}]_3^{abc} \\ [\bar{I}]_4^{abc} \\ [\bar{I}]_5^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{11}^{abc} & [\bar{Y}]_{1g}^{abc} & [\bar{Y}]_{12}^{abc} & [\bar{Y}]_{13}^{abc} & [\bar{Y}]_{14}^{abc} & [\bar{Y}]_{15}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{abc}^{abc} & [\bar{Y}]_{abc}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{g1}^{abc} & [\bar{Y}]_{gg}^{abc} & [\bar{Y}]_{g2}^{abc} & [\bar{Y}]_{g3}^{abc} & [\bar{Y}]_{g4}^{abc} & [\bar{Y}]_{g5}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{21}^{abc} & [\bar{Y}]_{2g}^{abc} & [\bar{Y}]_{22}^{abc} & [\bar{Y}]_{23}^{abc} & [\bar{Y}]_{24}^{abc} & [\bar{Y}]_{25}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{31}^{abc} & [\bar{Y}]_{3g}^{abc} & [\bar{Y}]_{32}^{abc} & [\bar{Y}]_{33}^{abc} & [\bar{Y}]_{34}^{abc} & [\bar{Y}]_{35}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{41}^{abc} & [\bar{Y}]_{4g}^{abc} & [\bar{Y}]_{42}^{abc} & [\bar{Y}]_{43}^{abc} & [\bar{Y}]_{44}^{abc} & [\bar{Y}]_{45}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{51}^{abc} & [\bar{Y}]_{5g}^{abc} & [\bar{Y}]_{52}^{abc} & [\bar{Y}]_{53}^{abc} & [\bar{Y}]_{54}^{abc} & [\bar{Y}]_{55}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_1^{abc} \\ [\bar{V}]_{abc} \\ [\bar{V}]_g^{abc} \\ [\bar{V}]_2^{abc} \\ [\bar{V}]_3^{abc} \\ [\bar{V}]_4^{abc} \\ [\bar{V}]_5^{abc} \end{pmatrix} \quad (5.24)$$

Da equação (5.24) obtêm-se as equações (5.25) e (5.26).

$$\begin{pmatrix} [\bar{I}]_1^{abc} \\ [\bar{I}]_g^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{11}^{abc} & [\bar{Y}]_{1g}^{abc} & [\bar{Y}]_{12}^{abc} & [\bar{Y}]_{13}^{abc} & [\bar{Y}]_{14}^{abc} & [\bar{Y}]_{15}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{g1}^{abc} & [\bar{Y}]_{gg}^{abc} & [\bar{Y}]_{g2}^{abc} & [\bar{Y}]_{g3}^{abc} & [\bar{Y}]_{g4}^{abc} & [\bar{Y}]_{g5}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_1^{abc} \\ [\bar{V}]_{g_{abc}}^{abc} \\ [\bar{V}]_2^{abc} \\ [\bar{V}]_3^{abc} \\ [\bar{V}]_4^{abc} \\ [\bar{V}]_5^{abc} \end{pmatrix} \quad (5.25)$$

$$\begin{pmatrix} [\bar{I}]_2^{abc} \\ [\bar{I}]_3^{abc} \\ [\bar{I}]_4^{abc} \\ [\bar{I}]_5^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{21}^{abc} & [\bar{Y}]_{2g}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{31}^{abc} & [\bar{Y}]_{3g}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{41}^{abc} & [\bar{Y}]_{4g}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{51}^{abc} & [\bar{Y}]_{5g}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_1^{abc} \\ [\bar{V}]_g^{abc} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{22}^{abc} & [\bar{Y}]_{23}^{abc} & [\bar{Y}]_{24}^{abc} & [\bar{Y}]_{25}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{32}^{abc} & [\bar{Y}]_{33}^{abc} & [\bar{Y}]_{34}^{abc} & [\bar{Y}]_{35}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{42}^{abc} & [\bar{Y}]_{43}^{abc} & [\bar{Y}]_{44}^{abc} & [\bar{Y}]_{45}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{52}^{abc} & [\bar{Y}]_{53}^{abc} & [\bar{Y}]_{54}^{abc} & [\bar{Y}]_{55}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_2^{abc} \\ [\bar{V}]_3^{abc} \\ [\bar{V}]_4^{abc} \\ [\bar{V}]_5^{abc} \end{pmatrix} \quad (5.26)$$

Resolvendo a equação (5.26) para as tensões, obtêm-se a equação (5.27).

$$\begin{pmatrix} [\bar{V}]_2^{abc} \\ [\bar{V}]_3^{abc} \\ [\bar{V}]_4^{abc} \\ [\bar{V}]_5^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{22}^{abc} & [\bar{Y}]_{23}^{abc} & [\bar{Y}]_{24}^{abc} & [\bar{Y}]_{25}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{32}^{abc} & [\bar{Y}]_{33}^{abc} & [\bar{Y}]_{34}^{abc} & [\bar{Y}]_{35}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{42}^{abc} & [\bar{Y}]_{43}^{abc} & [\bar{Y}]_{44}^{abc} & [\bar{Y}]_{45}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{52}^{abc} & [\bar{Y}]_{53}^{abc} & [\bar{Y}]_{54}^{abc} & [\bar{Y}]_{55}^{abc} \end{pmatrix}^{-1} \left(\begin{pmatrix} [\bar{I}]_2^{abc} \\ [\bar{I}]_3^{abc} \\ [\bar{I}]_4^{abc} \\ [\bar{I}]_5^{abc} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{21}^{abc} & [\bar{Y}]_{2g}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{31}^{abc} & [\bar{Y}]_{3g}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{41}^{abc} & [\bar{Y}]_{4g}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{51}^{abc} & [\bar{Y}]_{5g}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_1^{abc} \\ [\bar{V}]_g^{abc} \end{pmatrix} \right) \quad (5.27)$$

Identificando a matriz de impedância do sistema na equação (5.27) e fazendo operações algébricas obtêm-se a equação (5.28).

$$\begin{pmatrix} [\bar{V}]_2^{abc} \\ [\bar{V}]_3^{abc} \\ [\bar{V}]_4^{abc} \\ [\bar{V}]_5^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{u}]_2^{abc} \\ [\bar{u}]_3^{abc} \\ [\bar{u}]_4^{abc} \\ [\bar{u}]_5^{abc} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} [\bar{Z}]_{22}^{abc} & [\bar{Z}]_{23}^{abc} & [\bar{Z}]_{24}^{abc} & [\bar{Z}]_{25}^{abc} \\ [\bar{Z}]_{32}^{abc} & [\bar{Z}]_{33}^{abc} & [\bar{Z}]_{34}^{abc} & [\bar{Z}]_{35}^{abc} \\ [\bar{Z}]_{42}^{abc} & [\bar{Z}]_{43}^{abc} & [\bar{Z}]_{44}^{abc} & [\bar{Z}]_{45}^{abc} \\ [\bar{Z}]_{52}^{abc} & [\bar{Z}]_{53}^{abc} & [\bar{Z}]_{54}^{abc} & [\bar{Z}]_{55}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{I}]_2^{abc} \\ [\bar{I}]_3^{abc} \\ [\bar{I}]_4^{abc} \\ [\bar{I}]_5^{abc} \end{pmatrix} \quad (5.28)$$

Sendo:

$$\begin{pmatrix} [\bar{u}]_2^{abc} \\ [\bar{u}]_3^{abc} \\ [\bar{u}]_4^{abc} \\ [\bar{u}]_5^{abc} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} [\bar{Z}]_{22}^{abc} & [\bar{Z}]_{23}^{abc} & [\bar{Z}]_{24}^{abc} & [\bar{Z}]_{25}^{abc} \\ [\bar{Z}]_{32}^{abc} & [\bar{Z}]_{33}^{abc} & [\bar{Z}]_{34}^{abc} & [\bar{Z}]_{35}^{abc} \\ [\bar{Z}]_{42}^{abc} & [\bar{Z}]_{43}^{abc} & [\bar{Z}]_{44}^{abc} & [\bar{Z}]_{45}^{abc} \\ [\bar{Z}]_{52}^{abc} & [\bar{Z}]_{53}^{abc} & [\bar{Z}]_{54}^{abc} & [\bar{Z}]_{55}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{21}^{abc} & [\bar{Y}]_{2g}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{31}^{abc} & [\bar{Y}]_{3g}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{41}^{abc} & [\bar{Y}]_{4g}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{51}^{abc} & [\bar{Y}]_{5g}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_1^{abc} \\ [\bar{V}]_g^{abc} \end{pmatrix}$$

Observa-se que a equação (5.28) é semelhante à equação (5.2), portanto, a partir desta equação, utiliza-se o mesmo procedimento do método de localização de faltas utilizado na

seção 5.3.1, considerando a injeção de corrente do GS conhecida, conforme é apresentado na equação (5.29).

$$[\bar{I}]_{SE}^{abc} + [\bar{I}]_{2,ld}^{abc} + [\bar{I}]_{3,ld}^{abc} + [\bar{I}]_{4,ld}^{abc} + [\bar{I}]_{5,ld}^{abc} + [\bar{I}]_g^{abc} + [\bar{I}]_{shc}^{abc} = 0 \quad (5.29)$$

A partir da equação (5.29), obtém-se a equação (5.30).

$$[\bar{I}]_{shc}^{abc} = - \left([\bar{I}]_{SE}^{abc} + [\bar{I}]_{2,ld}^{abc} + [\bar{I}]_{3,ld}^{abc} + [\bar{I}]_{4,ld}^{abc} + [\bar{I}]_{5,ld}^{abc} + [\bar{I}]_g^{abc} \right) \quad (5.30)$$

Considerando um medidor na barra 5, da equação (5.28) obtém-se a equação (5.31).

$$[\bar{Z}]_{52}^{abc} [\bar{I}]_2^{abc} + [\bar{Z}]_{53}^{abc} [\bar{I}]_3^{abc} + [\bar{Z}]_{54}^{abc} [\bar{I}]_4^{abc} + [\bar{Z}]_{55}^{abc} [\bar{I}]_5^{abc} = [\bar{V}]_5^{abc} - [\bar{u}]_5^{abc} \quad (5.31)$$

Utilizando as equações (5.30) e (5.31) é possível a localização da barra em falta utilizando um procedimento similar ao da seção 5.3.1.

5.3.5 Generalização da formulação

Dos conceitos anteriores e equações apresentados anteriormente, observa-se que é necessário um medidor de tensão e corrente em cada fase da subestação, e também são necessários os valores fasoriais da tensão dos medidores de tensão instalados na rede elétrica de distribuição.

Seja um sistema de n barras com m medidores conectados às barras $b_1, \dots, b_m$, a equação básica do sistema em função da sua matriz impedância é apresentada na equação (5.32).

$$\begin{pmatrix} [\bar{V}]_2^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_n^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{u}]_2^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{u}]_n^{abc} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} [\bar{Z}]_{22}^{abc} & \dots & [\bar{Z}]_{2n}^{abc} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Z}]_{n2}^{abc} & \dots & [\bar{Z}]_{nn}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{I}]_2^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{I}]_n^{abc} \end{pmatrix} \quad (5.32)$$

A partir da equação (5.32), obtém-se a equação (5.33) que relaciona as tensões nas barras onde estão conectados os medidores.

$$\begin{pmatrix} [\bar{V}]_{b_1}^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_{b_m}^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{u}]_{b_1}^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{u}]_{b_m}^{abc} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} [\bar{Z}]_{b_1 2}^{abc} & \dots & [\bar{Z}]_{b_1 n}^{abc} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Z}]_{b_m 2}^{abc} & \dots & [\bar{Z}]_{b_m n}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{I}]_2^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{I}]_n^{abc} \end{pmatrix} \quad (5.33)$$

A equação (5.33) é válida tanto para o cálculo de fluxo de potência como para o cálculo de curto-circuito, observa-se que nesta equação estão sendo consideradas todas as injeções de correntes das barras do sistema, sem considerar a injeção de corrente da subestação, também, somente estão sendo consideradas as tensões dos medidores. Num evento de curto-circuito, se a falta ocorre numa barra, então, ademais da injeção de corrente do elemento conectado entre essa barra e terra, também deve ser considerado a injeção de

corrente de curto-circuito, esta injeção de corrente de curto-circuito pode ser calculada com a equação (5.34).

$$[\bar{I}]_{shc}^{abc} = - \left([\bar{I}]_{SE}^{abc} + \text{sum}(\bar{\mathcal{I}}_e) \right) \quad (5.34)$$

Sendo:

$\text{sum}(\bar{\mathcal{I}}_e)$, somatório das injeções das correntes dos elementos conectados entre uma barra e a terra (cargas, capacitores e reatores em derivação, etc.).

A seguir, dois enfoques podem ser utilizados para a estimação da barra em falta.

5.3.5.1 Considerando as injeções de correntes dos elementos

Para este procedimento são consideradas conhecidas as injeções de correntes dos elementos do sistema no evento de curto-circuito, e que elas são iguais às correntes no cálculo de fluxo de potência pré-falta. O método consiste em checar barra por barra a injeção de corrente de curto-circuito, por exemplo, estima-se que o curto-circuito ocorreu na barra i do sistema, portanto, a injeção de corrente de curto-circuito estimada é adicionada a esta barra correspondente, isso é apresentado na equação (5.35).

$$\begin{pmatrix} [\bar{V}]_{b_1}^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_{b_m}^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{u}]_{b_1}^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{u}]_{b_m}^{abc} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} [\bar{Z}]_{b_1 2}^{abc} & \dots & [\bar{Z}]_{b_1 n}^{abc} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Z}]_{b_m 2}^{abc} & \dots & [\bar{Z}]_{b_m n}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{I}]_2^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{I}]_i^{abc} + [\bar{I}]_{i,est}^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{I}]_n^{abc} \end{pmatrix} \quad (5.35)$$

Para cada medidor (cada linha da equação anterior) calcula-se a injeção de corrente estimada conforme é expresso na equação (5.36).

$$[\bar{V}]_{b_j}^{abc} = [\bar{u}]_{b_j}^{abc} + [\bar{Z}]_{b_j 2}^{abc} [\bar{I}]_2^{abc} + \dots + [\bar{Z}]_{b_j n}^{abc} [\bar{I}]_n^{abc} + [\bar{Z}]_{b_j i}^{abc} [\bar{I}]_{i,est}^{abc} \quad j = 1, \dots, m \quad (5.36)$$

Resolvendo a equação (5.36) para a corrente estimada em curto circuito, obtêm-se a equação (5.37).

$$[\bar{I}]_{i,est}^{abc} = \left([\bar{Z}]_{b_j i}^{abc} \right)^{-1} \left([\bar{V}]_{b_j}^{abc} - [\bar{u}]_{b_j}^{abc} - \sum_{l=2}^n [\bar{Z}]_{b_j l}^{abc} [\bar{I}]_l^{abc} \right) \quad j = 1, \dots, m \quad (5.37)$$

A equação (5.37) é uma estimação se na barra i ocorreu a falta elétrica, isso mesmo pode-se provar com as demais barras do sistema, isso é apresentado de forma geral na equação (5.38).

$$[\bar{I}]_{i,est}^{abc} = \left([\bar{Z}]_{b_j i}^{abc} \right)^{-1} \left([\bar{V}]_{b_j}^{abc} - [\bar{u}]_{b_j}^{abc} - \sum_{l=2}^n [\bar{Z}]_{b_j l}^{abc} [\bar{I}]_l^{abc} \right) \quad j = 1, \dots, m \quad i = 2, \dots, n \quad (5.38)$$

Esta corrente estimada compara-se com a corrente de curto-circuito da equação (5.34) e calcula-se o erro de modo semelhante ao caso do exemplo básico na seção 5.3.1. Para este caso geral, o erro é apresentado na equação (5.39).

$$\varepsilon_i^p = \left| [\bar{I}]_{i,\text{shc}}^p - [\bar{I}]_{\text{shc}}^p \right|, \quad i = 2, \dots, n \quad p = \text{a,b,c} \quad (5.39)$$

5.3.5.2 Considerando os valores das tensões dos medidores pré-falta

A seguir demonstra-se que esta formulação é um equivalente da formulação da seção anterior. Da equação (5.35) obtém-se a equação (5.40).

$$\begin{pmatrix} [\bar{V}]_{b_1}^{\text{abc}} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_{b_m}^{\text{abc}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{u}]_{b_1}^{\text{abc}} \\ \vdots \\ [\bar{u}]_{b_m}^{\text{abc}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} [\bar{Z}]_{b_1 2}^{\text{abc}} & \dots & [\bar{Z}]_{b_1 n}^{\text{abc}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Z}]_{b_m 2}^{\text{abc}} & \dots & [\bar{Z}]_{b_m n}^{\text{abc}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{I}]_2^{\text{abc}} \\ \vdots \\ [\bar{I}]_i^{\text{abc}} \\ \vdots \\ [\bar{I}]_n^{\text{abc}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} [\bar{Z}]_{b_1 2}^{\text{abc}} & \dots & [\bar{Z}]_{b_1 n}^{\text{abc}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Z}]_{b_m 2}^{\text{abc}} & \dots & [\bar{Z}]_{b_m n}^{\text{abc}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0_{3 \times 1} \\ \vdots \\ [\bar{I}]_{i,\text{est}}^{\text{abc}} \\ \vdots \\ 0_{3 \times 1} \end{pmatrix} \quad (5.40)$$

Na equação (5.40), devido que as injeções de correntes dos elementos em curto-circuito são consideradas aproximadamente iguais às injeções de correntes pré-falta, portanto identifica-se a expressão da equação (5.33) na equação (5.40) no cálculo de fluxo de potência pré-falta, conforme é expressa na equação (5.41).

$$\begin{pmatrix} [\bar{V}]_{b_1,\text{shc}}^{\text{abc}} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_{b_m,\text{shc}}^{\text{abc}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{V}]_{b_1,\text{fdp}}^{\text{abc}} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_{b_m,\text{fdp}}^{\text{abc}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} [\bar{Z}]_{b_1 2}^{\text{abc}} & \dots & [\bar{Z}]_{b_1 n}^{\text{abc}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Z}]_{b_m 2}^{\text{abc}} & \dots & [\bar{Z}]_{b_m n}^{\text{abc}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0_{3 \times 1} \\ \vdots \\ [\bar{I}]_{i,\text{est}}^{\text{abc}} \\ \vdots \\ 0_{3 \times 1} \end{pmatrix} \quad (5.41)$$

Para diferenciar os valores das tensões dos medidores num cálculo de fluxo de potência prévia à falta e os valores das tensões no evento de curto-circuito, na equação acima foi adicionado a cada tensão a terminologia ‘fdp’ e ‘shc’ respectivamente, realizando operações algébricas na equação (5.41) obtém-se a equação (5.42).

$$\begin{pmatrix} [\bar{Z}]_{b_1 i}^{\text{abc}} [\bar{I}]_{i,\text{est}}^{\text{abc}} \\ \vdots \\ [\bar{Z}]_{b_m i}^{\text{abc}} [\bar{I}]_{i,\text{est}}^{\text{abc}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{V}]_{b_1,\text{shc}}^{\text{abc}} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_{b_m,\text{shc}}^{\text{abc}} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} [\bar{V}]_{b_1,\text{fdp}}^{\text{abc}} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_{b_m,\text{fdp}}^{\text{abc}} \end{pmatrix} \quad (5.42)$$

A equação (5.42) é resolvida para a injeção de corrente de curto-circuito estimada na barra i , na sua forma matricial e na sua forma compacta conforme é expresso nas equações (5.43) e (5.44), respectivamente.

$$\begin{pmatrix} [\bar{I}]_{i,\text{est}}^{\text{abc}} \\ \vdots \\ [\bar{I}]_{i,\text{est}}^{\text{abc}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ([\bar{Z}]_{b_1 i}^{\text{abc}})^{-1} ([\bar{V}]_{b_1,\text{shc}}^{\text{abc}} - [\bar{V}]_{b_1,\text{fdp}}^{\text{abc}}) \\ \vdots \\ ([\bar{Z}]_{b_m i}^{\text{abc}})^{-1} ([\bar{V}]_{b_m,\text{shc}}^{\text{abc}} - [\bar{V}]_{b_m,\text{fdp}}^{\text{abc}}) \end{pmatrix} \quad (5.43)$$

$$[\bar{I}]_{i,\text{est}}^{\text{abc}} = ([\bar{Z}]_{b_j i}^{\text{abc}})^{-1} ([\bar{V}]_{b_j,\text{shc}}^{\text{abc}} - [\bar{V}]_{b_j,\text{fdp}}^{\text{abc}}) \quad j = 1, \dots, m \quad (5.44)$$

Na equação (5.44) é estimado em cada medidor se a corrente em falta ocorreu na barra i , esse mesmo procedimento se faz com as demais barras, portanto, de forma geral, a equação (5.44) pode ser expressa conforme apresentado na equação (5.45).

$$[\bar{I}]_{i,\text{est}}^{\text{abc}} = ([\bar{Z}]_{b_j i}^{\text{abc}})^{-1} ([\bar{V}]_{b_j,\text{shc}}^{\text{abc}} - [\bar{V}]_{b_j,\text{fdp}}^{\text{abc}}) \quad j = 1, \dots, m \quad i = 2, \dots, n \quad (5.45)$$

Cada corrente estimada é comparada com a corrente de curto-circuito da equação (5.34) e calculam-se os erros utilizando a equação (5.39).

Observa-se que nos métodos das seções 5.3.5.1 e 5.3.5.2, as formulações são fáceis de entender e implementar; também são métodos rápidos para localizar faltas elétricas no sistema de distribuição, pois somente operações algébricas de multiplicação de matrizes fasoriais e inversões de matrizes de ordem 3×3 são realizadas, e isso é importante quando se trabalha na área de operação do sistema elétrico de distribuição que os problemas tem que ser resolvidos rápidos e eficientemente. No entanto, devido à forma como seus termos são expressos, é necessário instalar medidores que forneçam o módulo e o ângulo do fasor de sua tensão ou corrente. Dos métodos das seções 5.3.5.1 e 5.3.5.2 obtêm-se os mesmos resultados na estimação da barra em falta, porque matematicamente o método da seção 5.3.5.2 é demonstrado a partir do método da seção 5.3.5.1.

5.3.6 Generalização da formulação considerando GS

Seja um sistema de ' n ' barras, com uma barra Slack que está conectada à barra um, e ' g ' GS com barras internas $g_1, \dots, g_g$ conectados às barras $i, \dots, k$, a equação básica do sistema para este caso é igual à apresentada na equação (3.73). Ordenando esta equação

obtem-se a equação (5.46).

$$\begin{pmatrix} [\bar{I}]_1^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{I}]_{g_g}^{abc} \\ [\bar{I}]_2^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{I}]_n^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{11}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{1g_g}^{abc} & [\bar{Y}]_{12}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{1n}^{abc} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Y}]_{g_g 1}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{g_g g_g}^{abc} & [\bar{Y}]_{g_g 2}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{g_g n}^{abc} \\ [\bar{Y}]_{21}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{2g_g}^{abc} & [\bar{Y}]_{22}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{2n}^{abc} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Y}]_{n1}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{ng_g}^{abc} & [\bar{Y}]_{n2}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{nn}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_1^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_{g_g}^{abc} \\ [\bar{V}]_2^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_n^{abc} \end{pmatrix} \quad (5.46)$$

Da equação (5.46) obtêm-se as equações (5.47) e (5.48).

$$\begin{pmatrix} [\bar{I}]_1^{abc} \\ [\bar{I}]_{g_1}^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{I}]_{g_g}^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{11}^{abc} & [\bar{Y}]_{1g_1}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{1g_g}^{abc} & [\bar{Y}]_{12}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{1n}^{abc} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Y}]_{g_g 1}^{abc} & [\bar{Y}]_{g_g g_1}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{g_g g_g}^{abc} & [\bar{Y}]_{g_g 2}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{g_g n}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_1^{abc} \\ [\bar{V}]_{g_1}^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_{g_g}^{abc} \\ [\bar{V}]_2^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_n^{abc} \end{pmatrix} \quad (5.47)$$

$$\begin{pmatrix} [\bar{I}]_2^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{I}]_n^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{21}^{abc} & [\bar{Y}]_{2g_1}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{2g_g}^{abc} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Y}]_{n1}^{abc} & [\bar{Y}]_{ng_1}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{ng_g}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_1^{abc} \\ [\bar{V}]_{g_1}^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_{g_g}^{abc} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{22}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{2n}^{abc} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Y}]_{n2}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{nn}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_2^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_n^{abc} \end{pmatrix} \quad (5.48)$$

Resolvendo a equação (5.48) para as tensões, obtêm-se a equação (5.49).

$$\begin{pmatrix} [\bar{V}]_2^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_n^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{22}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{2n}^{abc} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Y}]_{n2}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{nn}^{abc} \end{pmatrix}^{-1} \left(\begin{pmatrix} [\bar{I}]_2^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{I}]_n^{abc} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{21}^{abc} & [\bar{Y}]_{2g_1}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{2g_g}^{abc} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Y}]_{n1}^{abc} & [\bar{Y}]_{ng_1}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{ng_g}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_1^{abc} \\ [\bar{V}]_{g_1}^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_{g_g}^{abc} \end{pmatrix} \right) \quad (5.49)$$

Identificando a matriz impedância no sistema na equação (5.49) e fazendo operações algébricas obtêm-se a equação (5.50).

$$\begin{pmatrix} [\bar{V}]_2^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_n^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{u}]_2^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{u}]_n^{abc} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} [\bar{Z}]_{22}^{abc} & \cdots & [\bar{Z}]_{2n}^{abc} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Z}]_{n2}^{abc} & \cdots & [\bar{Z}]_{nn}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{I}]_2^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{I}]_n^{abc} \end{pmatrix} \quad (5.50)$$

Sendo:

$$\begin{pmatrix} [\bar{u}]_2^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{u}]_n^{abc} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} [\bar{Z}]_{22}^{abc} & \cdots & [\bar{Z}]_{2n}^{abc} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Z}]_{n2}^{abc} & \cdots & [\bar{Z}]_{nn}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{Y}]_{21}^{abc} & [\bar{Y}]_{2g_1}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{2g_g}^{abc} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [\bar{Y}]_{n1}^{abc} & [\bar{Y}]_{ng_1}^{abc} & \cdots & [\bar{Y}]_{ng_g}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_1^{abc} \\ [\bar{V}]_{g_1}^{abc} \\ \vdots \\ [\bar{V}]_{g_g}^{abc} \end{pmatrix} \quad (5.51)$$

Observa-se que a equação (5.50) é semelhante à equação (5.32), portanto, a partir desta equação, utiliza-se o mesmo procedimento do método de localização de faltas utilizado na seção 5.3.5, considerando-se que a injeção de corrente do GS é conhecida. Aplicando a primeira lei de Kirchoff no sistema obtém-se a equação (5.52).

$$[\bar{I}]_{SE}^{abc} + \sum_{j=2}^n [\bar{I}]_{j,ld}^{abc} + \sum_{j=1}^g [\bar{I}]_{g_j}^{abc} + [\bar{I}]_{shc}^{abc} = 0 \quad (5.52)$$

A partir da equação (5.52), obtém-se a equação (5.53).

$$[\bar{I}]_{shc}^{abc} = - \left([\bar{I}]_{SE}^{abc} + \sum_{j=2}^n [\bar{I}]_{j,ld}^{abc} + \sum_{j=1}^g [\bar{I}]_{g_j}^{abc} \right) \quad (5.53)$$

Considerando m medidores conectados às barras $b_1, \dots, b_m$, a partir da equação (5.50) obtém-se a equação (5.33). Utilizando as equações (5.53) e (5.33) é possível a localização da barra em falta utilizando um procedimento similar à seção 5.3.5. Na metodologia da seção 5.3.5.2, a tensão interna do GS não é necessária ser conhecida para a localização de faltas.

5.4 TESTES E RESULTADOS

5.4.1 Caso de Estudo I

5.4.1.1 Caso de Estudo I base

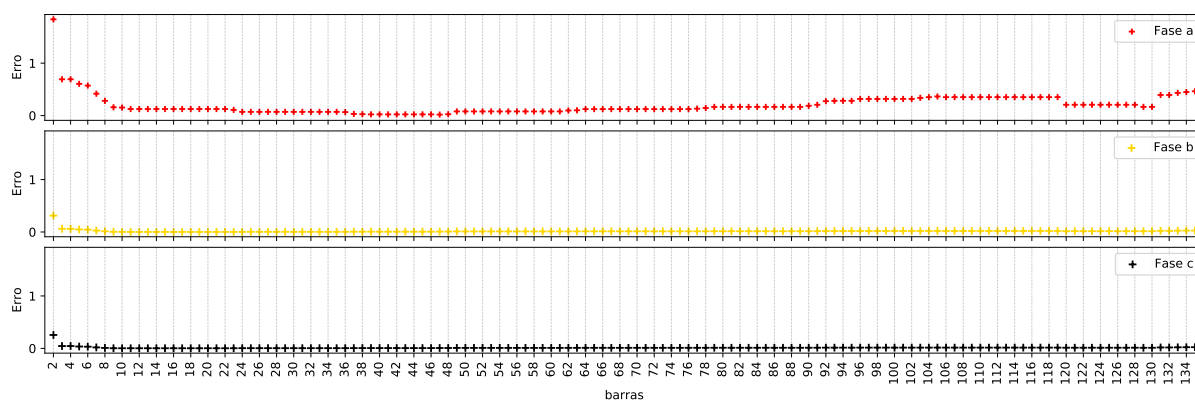
Seja o sistema de 135 barras apresentado na Figura 54, com incidência de uma falta monofásica à terra na fase ‘a’ da barra 47, com 0,01 Ω de impedância de falta, os perfis de tensão para este evento são apresentados na Figura 100(a), a estimação dos erros nas três fases obtidos pelo medidor instalado na barra 135 é apresentada na Figura 119(a).

Na Figura 119(b) observa-se claramente que a barra 47 é a barra em falta, que é localizada com sucesso.

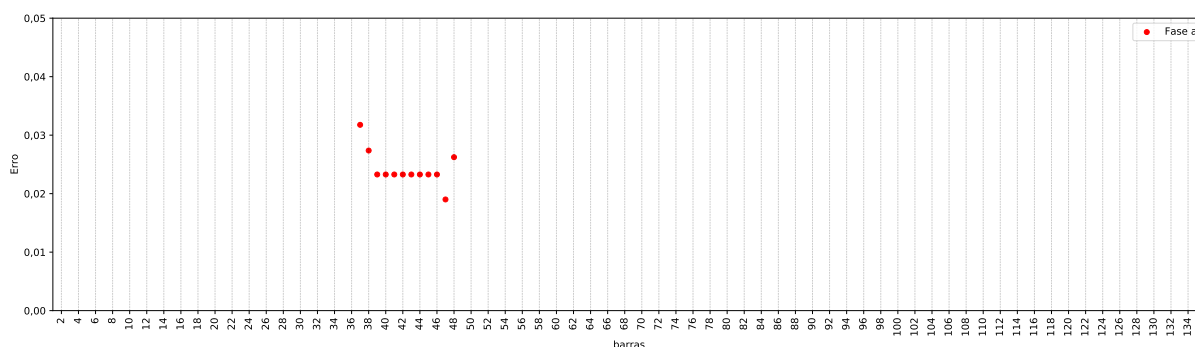
Seja a incidência de uma falta bifásica à terra na fase ‘a’ e ‘b’ da barra 77, com 0,01 Ω de impedância de falta, os perfis de tensão para este evento são apresentados na Figura 101(a), a estimação dos erros nas três fases obtida pelo medidor instalado na barra 135 é apresentada na Figura 120(a).

Figura 119 – Erro do método Proposto com falta na barra 47, fase ‘a’, no caso base do Caso Estudo I.

(a) Erros para o medidor instalado na barra 135 para as três fases



(b) Erro para o medidor instalado na barra 135 para a fase em falta



Fonte: próprio autor

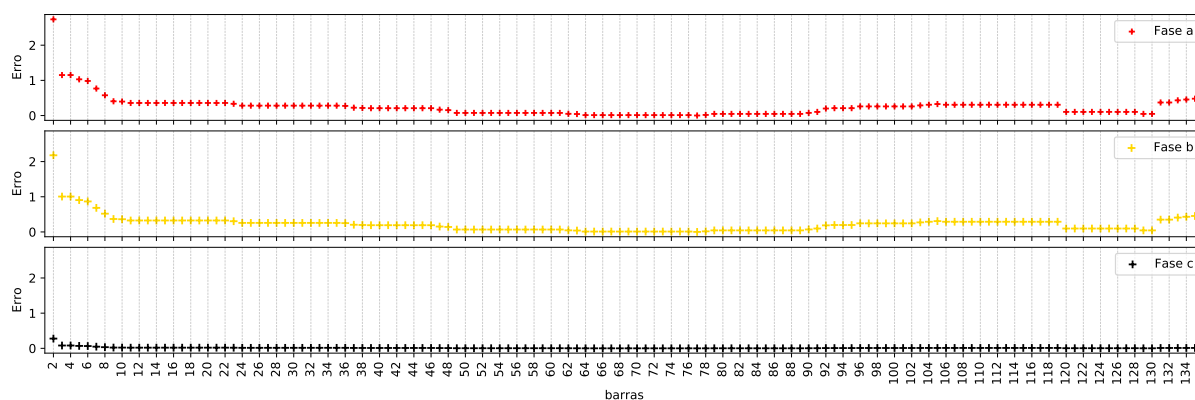
Seja a incidência de uma falta trifásica à terra na barra 90, com $0,01 \Omega$ de impedância de falta, os perfis das magnitudes de tensão para este evento são apresentados na Figura 102(a), a estimação do erro nas três fases obtido pelo medidor instalado na barra 135 é apresentado na Figura 121(a). Nas Figuras 122, 123 e 124 resume-se a estimação da barra em falta por todos os medidores instalados no alimentador. Nas Figuras 122, 123 e 124 observa-se que os medidores instalados nas barras 15, 21, 31, 46, 52, 56, 76 e 88, medidores a montante da barra em falta, indicam que a falta ocorreu a jusante de suas localizações. Os medidores instalados nas barras 102, 112, 119, 128 e 135 indicam com sucesso a barra em falta, que é barra 90.

5.4.1.2 Caso de Estudo I base com maior valor de impedância de falta

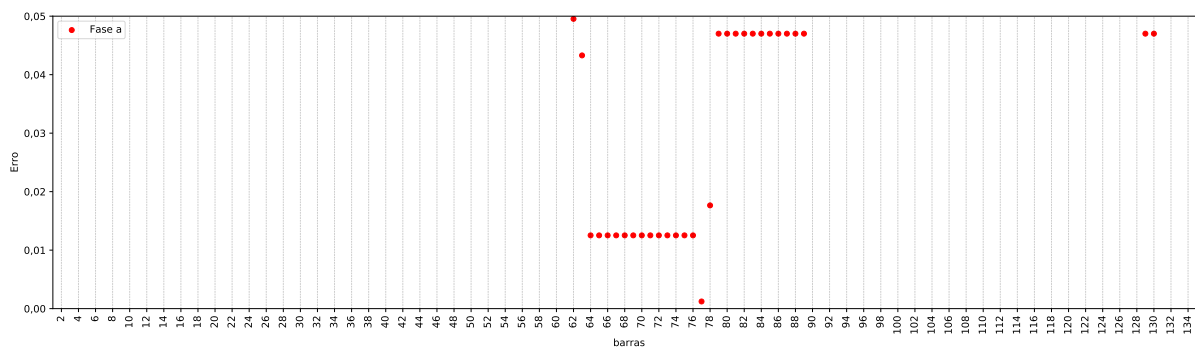
Seja o sistema de 135 barras ilustrado na Figura 54, com incidência de uma falta trifásica à terra da barra 90, com 30Ω de impedância de falta. Na análise da corrente medida na subestação é observada que a falta é trifásica à terra, portanto, as três fases são analisadas nas Figuras 125, 126 e 127, respectivamente, para a localização da barra em falta.

Figura 120 – Erros obtidos pelo método Proposto com falta na barra 77, fase ‘a’ e ‘b’, no Caso Estudo I.

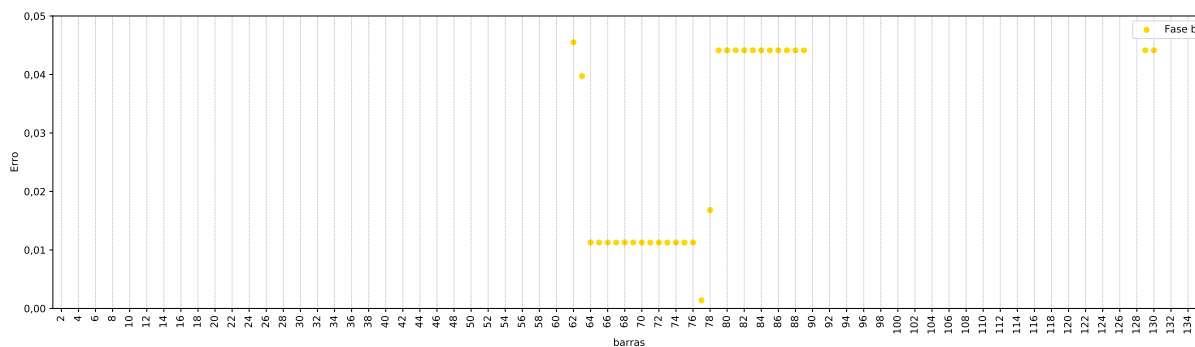
(a) Erros para o medidor na barra 135 para as três fases



(b) Erros para o medidor na barra 135 para a fase ‘a’ em falta



(c) Erros para o medidor na barra 135 para a fase ‘b’ em falta



Fonte: próprio autor

No caso anterior, também se obtém a localização de faltas quando são testados valores de impedâncias de faltas como 100Ω , 300Ω e 700Ω , conforme é apresentado nas Figuras 128, 129 e 130. Na análise das demais fases, obtém-se também a barra em falta.

5.4.1.3 Caso de Estudo I com GS

Seja o sistema de 135 barras com 13 GS representados na Figura 56, e 13 medidores de tensão instalados nas barras 15, 21, 31, 46, 52, 56, 76, 88, 102, 112, 119, 128 e 135, e a

incidência de uma falta trifásica à terra na barra 90, com $0,01 \Omega$ de impedância de falta. Os perfis das magnitudes de tensão para este evento são apresentados na Figura 103(a). Na análise da corrente medida na subestação é observada que a falta é trifásica à terra, portanto, as três fases são analisadas nas Figuras 131, 132 e 133, respectivamente, para a localização da barra em falta.

Nas Figuras 131, 132 e 133 observa-se que os medidores instalados nas barras 15, 21, 31, 46, 52, 56, 76 e 88, medidores a montante da barra em falta, não fornecem uma indicação de onde aconteceu a falta, esses medidores somente indicam que a falta ocorreu a jusante de suas localizações. Os medidores instalados nas barras 102, 112, 119, 128 e 135 indicam com certeza e precisão que a barra 90 é a barra em falta.

Seja neste sistema a incidência de uma falta bifásica à terra nas fases 'a' e 'c' na barra 34, com $0,01 \Omega$ de impedância de falta. Na análise da corrente medida na subestação é observada que a falta é bifásica à terra, nas fases 'a' e 'c', portanto, estas fases são analisadas nas Figuras 134 e 135, respectivamente, para a localização da barra em falta.

Observa-se que os medidores das barras 46, 52, 56, 76, 88, 102, 112, 119, 128 e 135 informam que a falta ocorreu na zona formada pelas barras 24 - 35, ou seja a falta ocorreu em alguma destas barras, o medidor instalado na barra 31 fornece a informação que a falta ocorreu na zona formada pelas barras 27, 33, 34 e 35. Observa-se neste caso que os medidores não fornecem o barra exata onde ocorreu a falta elétrica, porque a barra em falta não está dentro da zona de alcance dos medidores.

5.4.1.4 Caso de Estudo I com transformador

Seja o sistema de 135 barras com 3 transformadores (TR) conectados nas barras 135, 15 e 89, eles são do tipo YgYg0, e uma carga conectada nos seus lados secundários apresentados na Figura 60. Seja também a incidência de uma falta trifásica à terra na barra 90, com 3Ω de impedância de falta. Na análise da corrente medida na subestação é observada que a falta é trifásica à terra, portanto, as três fases são analisadas nas Figuras 136, 132 e 133, respectivamente, para a localização da barra em falta.

5.4.1.5 Caso de Estudo I com transformador e GS

Seja o sistema de 135 barras com 13 GS, conectados nas barras 15, 22, 31, 46, 52, 61, 76, 88, 102, 112, 119, 128 e 135, e 3 transformadores (TR) conectados nas barras 135, 15 e 89, todos eles são do tipo YgYg0, e uma carga conectada nos seus secundários apresentados na Figura 62, seja também a incidência de uma falta trifásica à terra na barra 90, com 3Ω de impedância de falta. Na análise da corrente medida na subestação é observada que a falta é trifásica à terra, portanto, as três fases são analisadas nas Figuras 139, 140 e 141, respectivamente, para a localização da barra em falta.

5.4.1.6 Caso de Estudo I com transformador e GS, e maior valor de impedância de falta

Seja o sistema de 135 barras com 13 GS, conectados nas barras 15, 22, 31, 46, 52, 61, 76, 88, 102, 112, 119, 128 e 135, e 3 transformadores (TR) conectados nas barras 135, 15 e 89, todos eles do tipo YgYg0, e uma carga conectada nos seus lados secundários, com incidência de uma falta trifásica à terra da barra 90, com $30\ \Omega$ de impedância de falta. Na análise da corrente medida na subestação é observada que a falta é trifásica à terra, portanto, as três fases são analisadas nas Figuras 142, 143 e 144, respectivamente, para a localização da barra em falta. No caso anterior, também obtém-se a localização de falta quando são testados impedâncias de faltas como $100\ \Omega$, $300\ \Omega$ e $700\ \Omega$, conforme é apresentado nas Figuras 128, 129 e 130. Na análise das demais fases, obtém-se também a barra em falta.

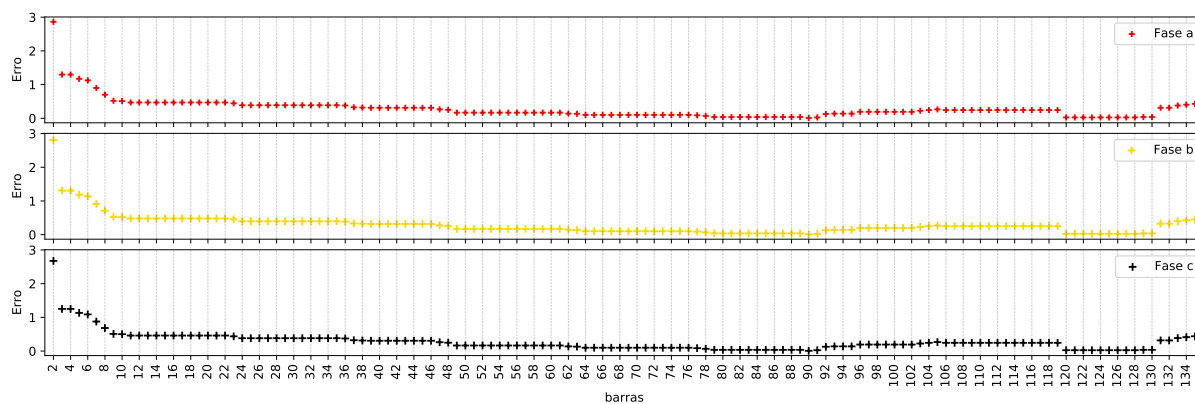
5.5 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

O método proposto para localização de faltas exige todos os estudos elétricos apresentados e propostos nos capítulos anteriores, portanto, conclui-se que é necessária uma análise rigorosa dos diferentes modelos dos componentes do SED e selecionar os métodos que não apresentem problemas de convergência.

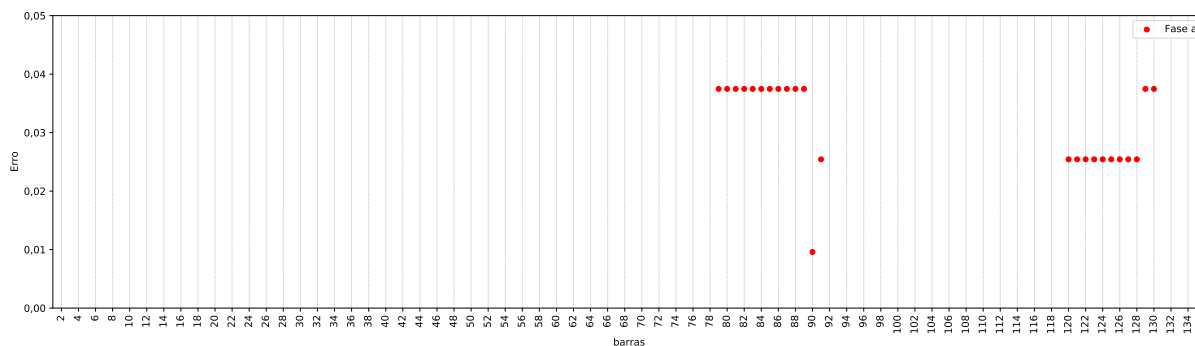
O método proposto para localização de faltas é rápido e simples de implementar, pois utiliza apenas equações algébricas simples. Observa-se que este método fornece bons resultados para diferentes escalas de impedância de curto-circuito, e bons resultados ao considerar GS instalados na rede de distribuição.

Figura 121 – Erro fornecido pelo Medidor instalado na barra 135 para falta na barra 90, fases ‘a’, ‘b’ e ‘c’, no caso base do Caso Estudo I.

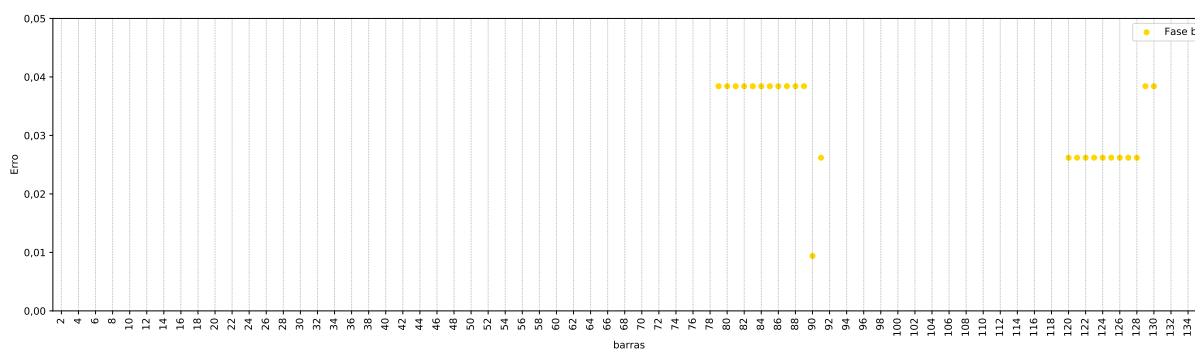
(a) Erros no medidor instalado na barra 135 para as três fases



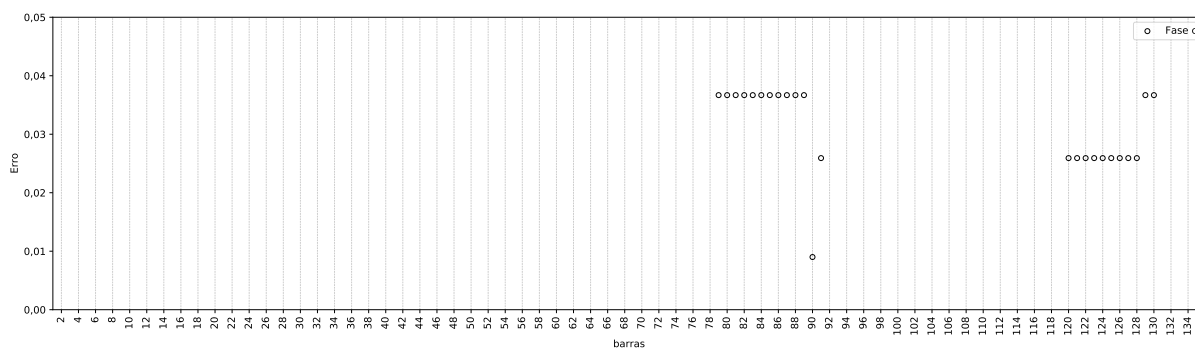
(b) Erros no medidor instalado na barra 135 para a fase ‘a’ em falta



(c) Erros no medidor instalado na barra 135 para a fase ‘b’ em falta

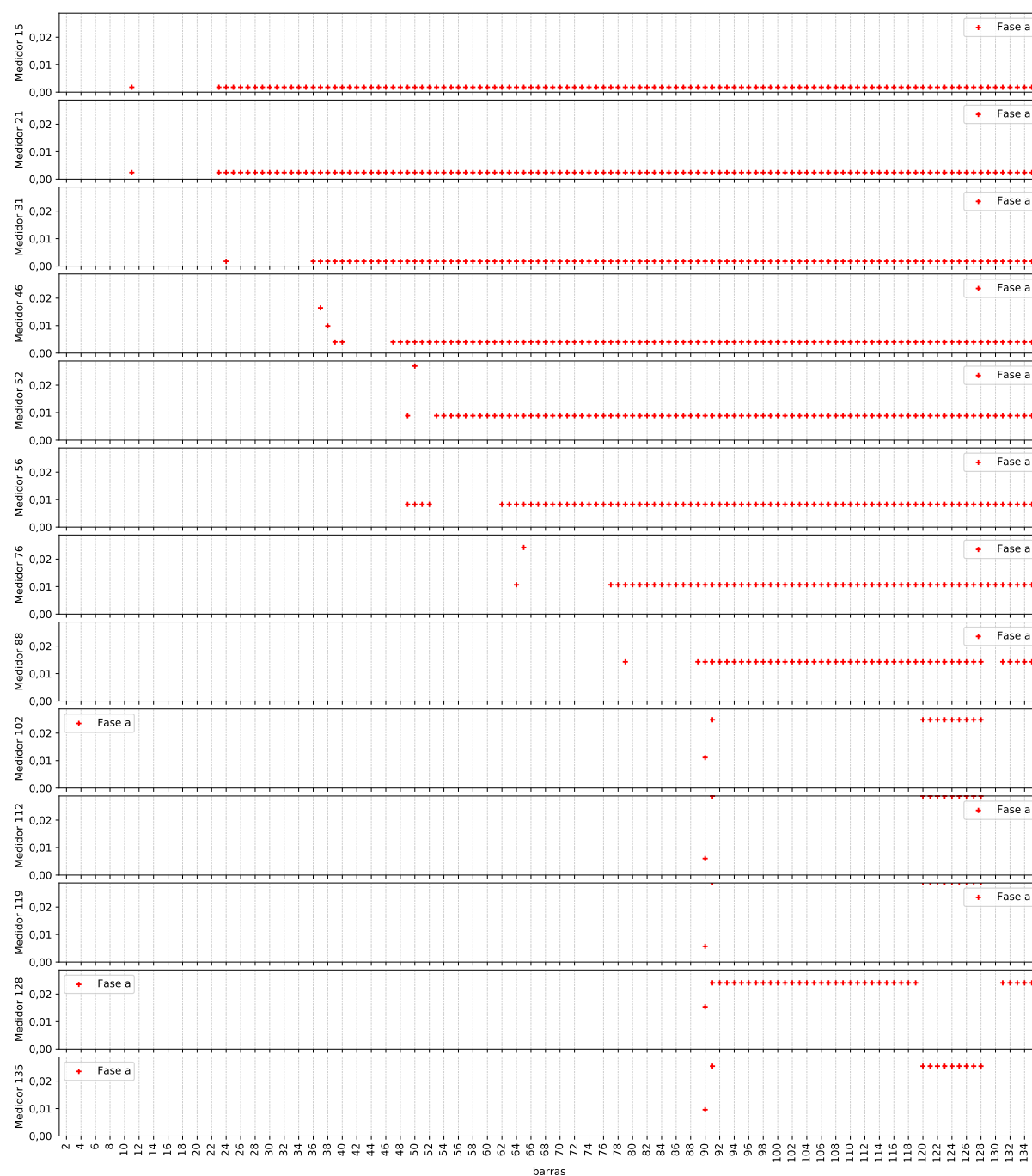


(d) Erros no medidor instalado na barra 135 para a fase ‘c’ em falta



Fonte: próprio autor

Figura 122 – Erros na fase ‘a’ para todos os medidores para falta na barra 90, fase ‘a’, ‘b’ e ‘c’, no caso base do Caso Estudo I.



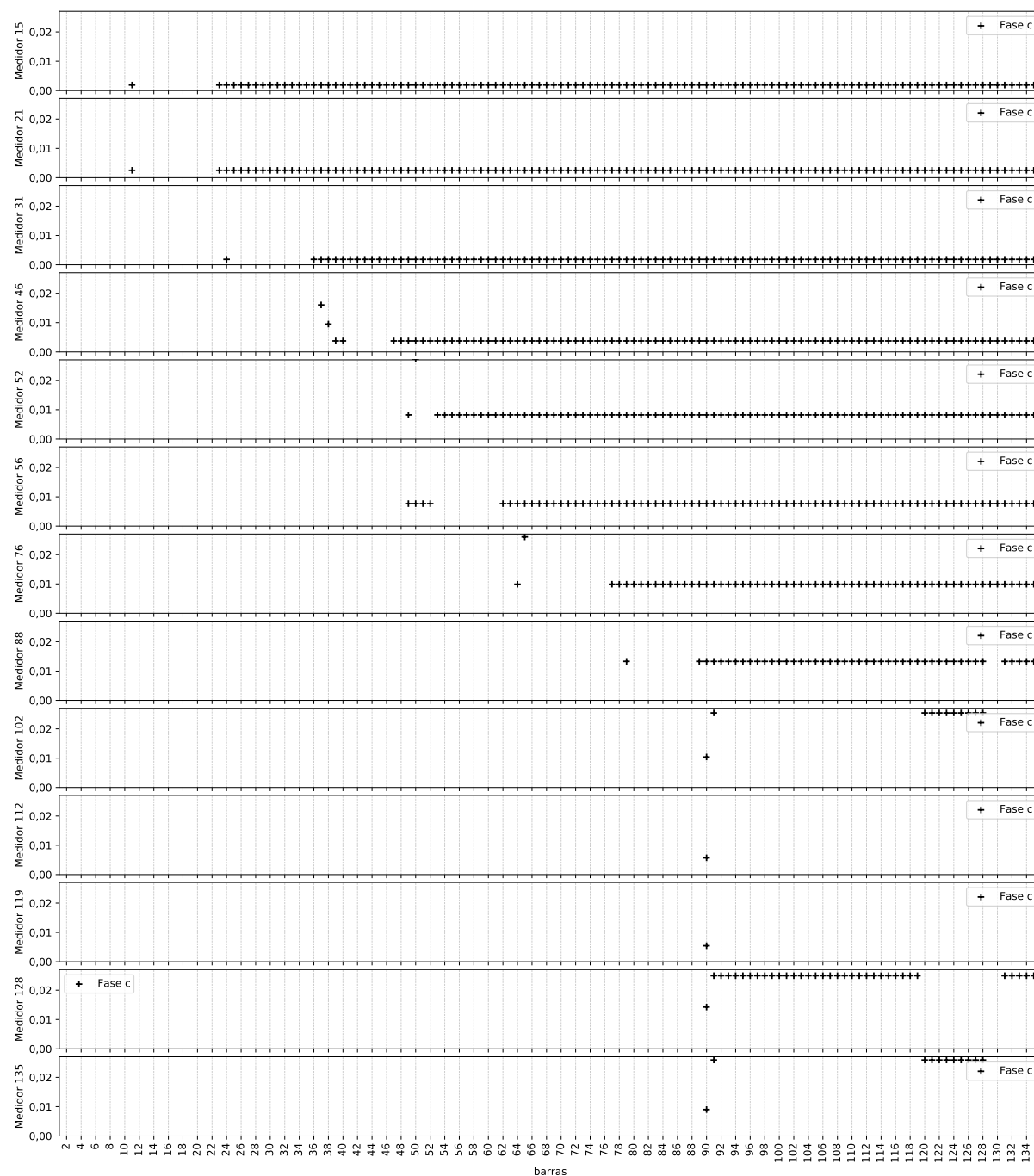
Fonte: próprio autor

Figura 123 – Erros na fase ‘b’ para todos os medidores para falta na barra 90, fases ‘a’, ‘b’ e ‘c’, no caso base do Caso Estudo I.



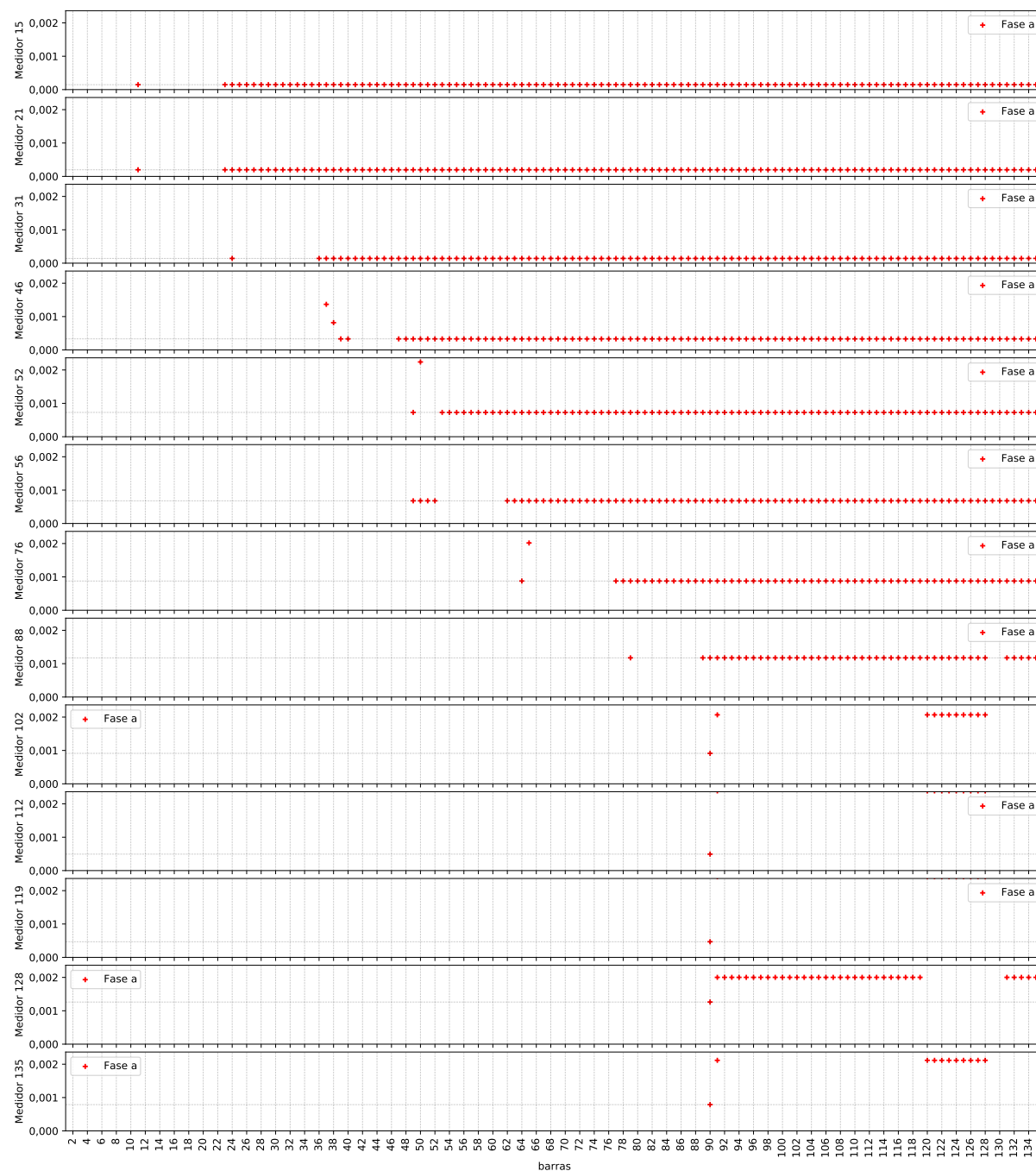
Fonte: próprio autor

Figura 124 – Erros na fase ‘c’ para todos os medidores para a falta na barra 90, fases ‘a’, ‘b’ e ‘c’, no caso base do Caso Estudo I.



Fonte: próprio autor

Figura 125 – Erros na fase ‘a’ para todos os medidores para falta trifásica à terra na barra 90, com $30\ \Omega$ de impedância de falta, no Caso Estudo I base.



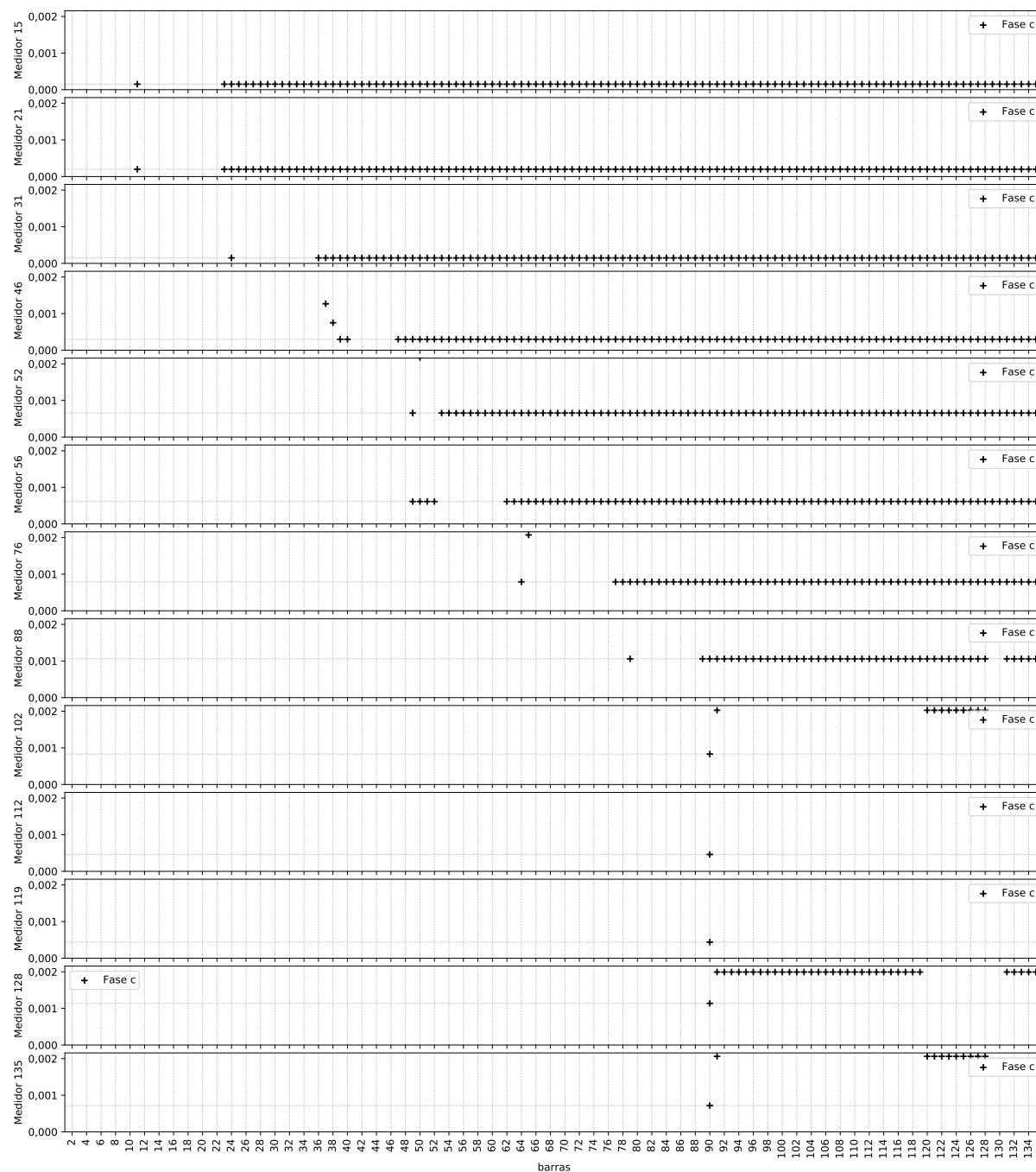
Fonte: próprio autor

Figura 126 – Erros na fase ‘b’ para todos os medidores para falta trifásica à terra na barra 90, com 30 Ω impedância de falta, no Caso Estudo I base.



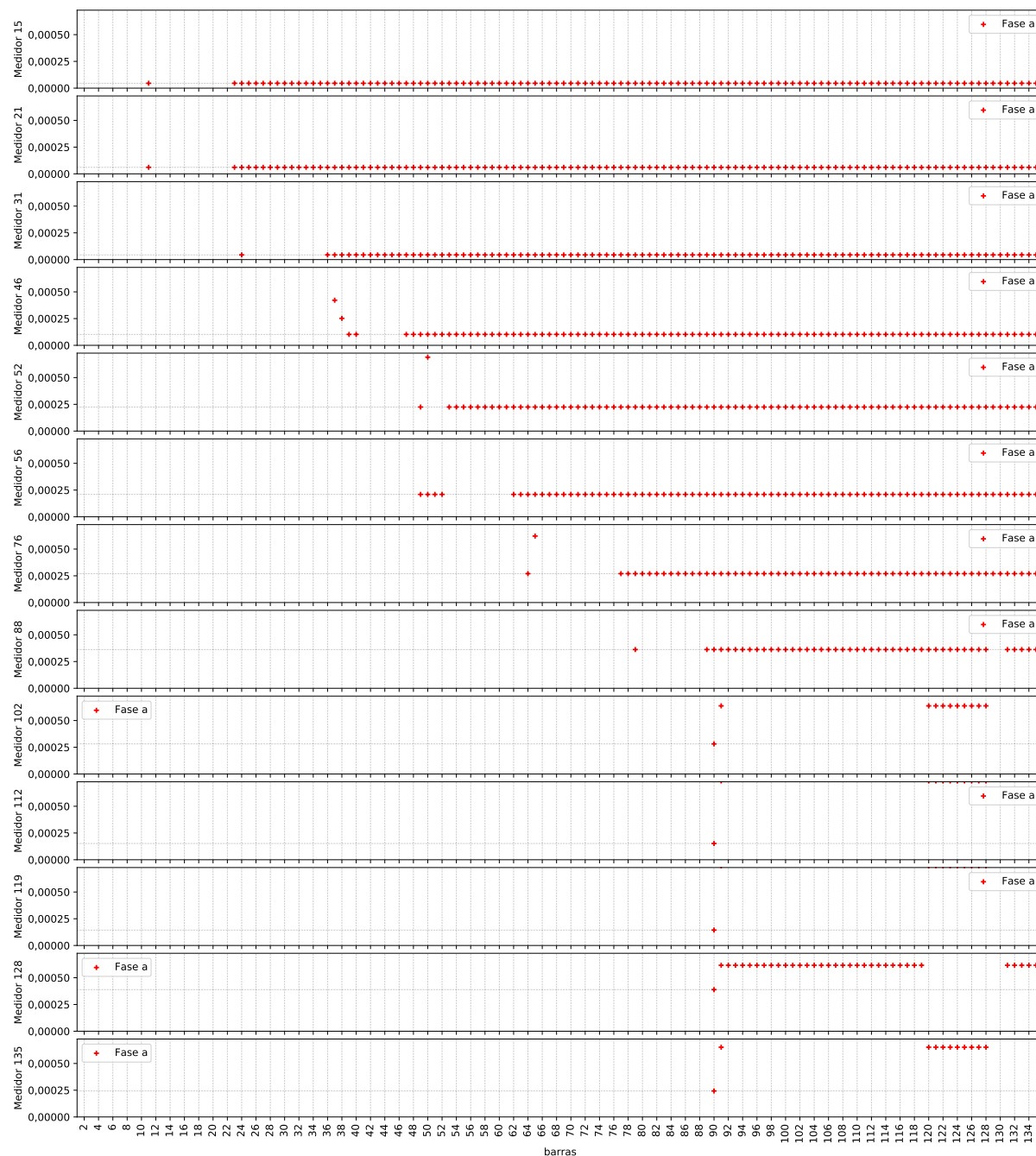
Fonte: próprio autor

Figura 127 – Erros na fase ‘c’ para todos os medidores para falta trifásica à terra na barra 90, com 30 Ω impedância de falta, no Caso Estudo I base.



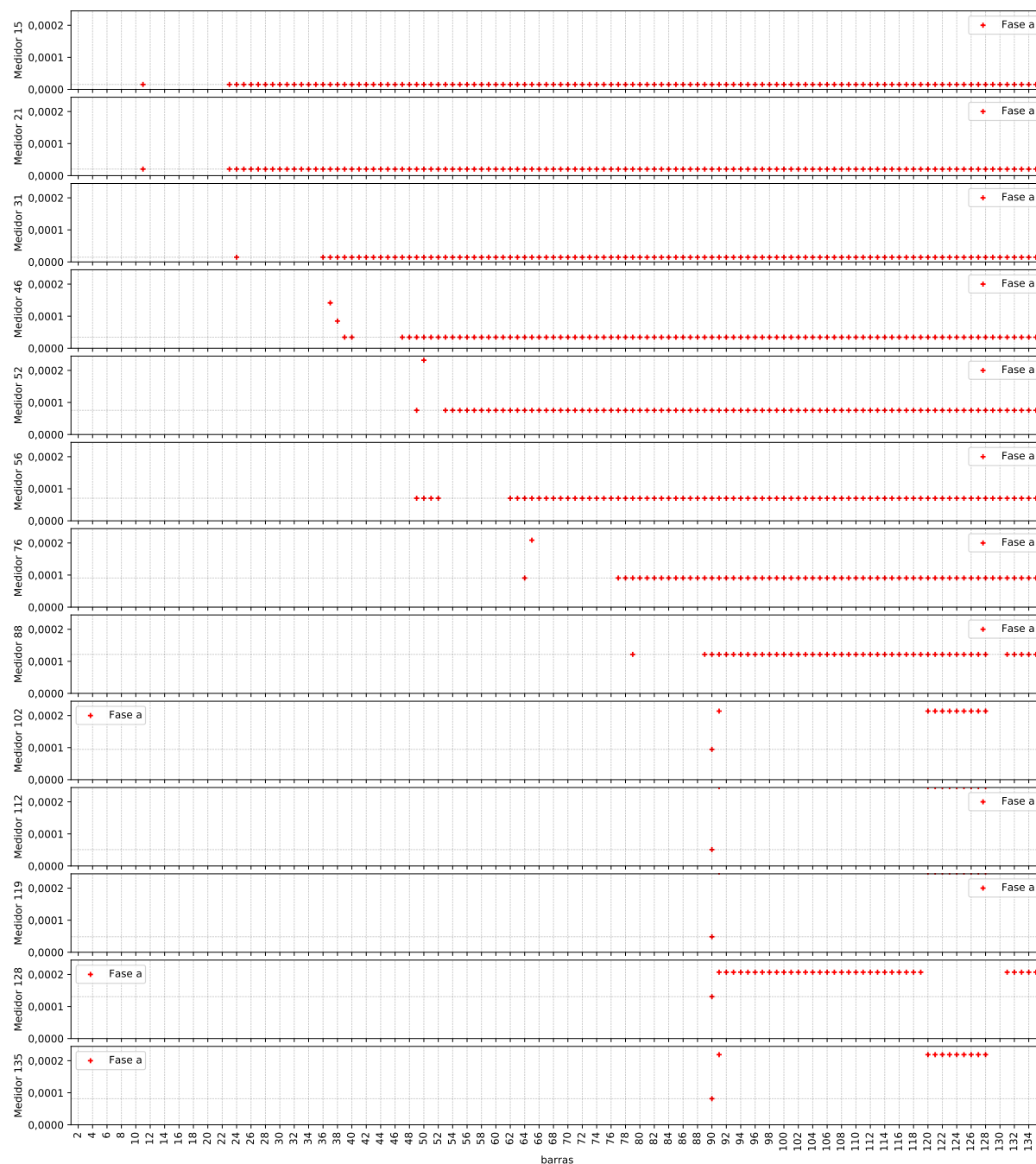
Fonte: próprio autor

Figura 128 – Erros na fase ‘a’ para todos os medidores para falta trifásica à terra na barra 90, com 100 Ω impedância de falta, no Caso Estudo I base.



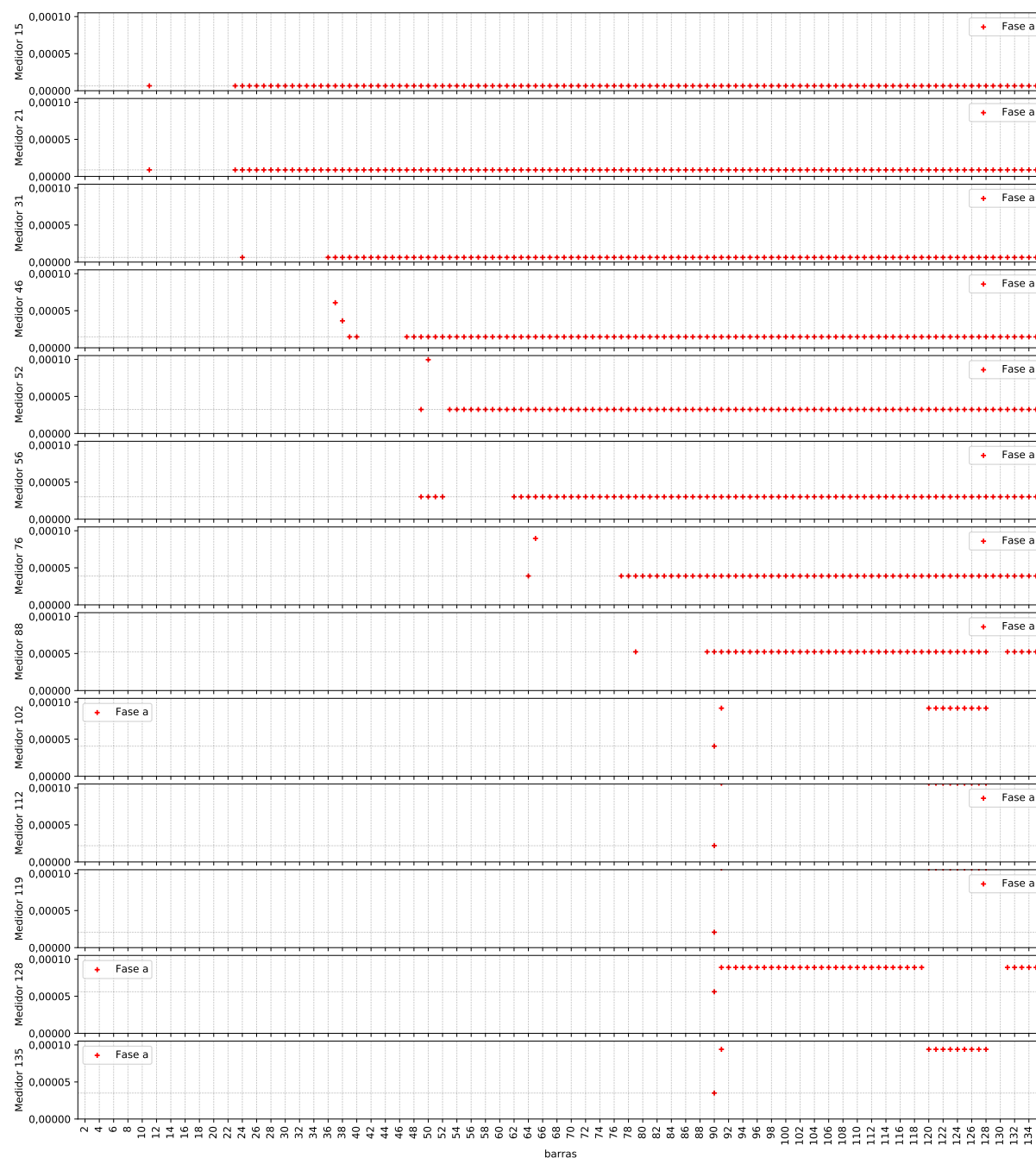
Fonte: próprio autor

Figura 129 – Erros na fase ‘a’ para todos os medidores para falta trifásica à terra na barra 90, com 300 Ω impedância de falta, no Caso Estudo I base.



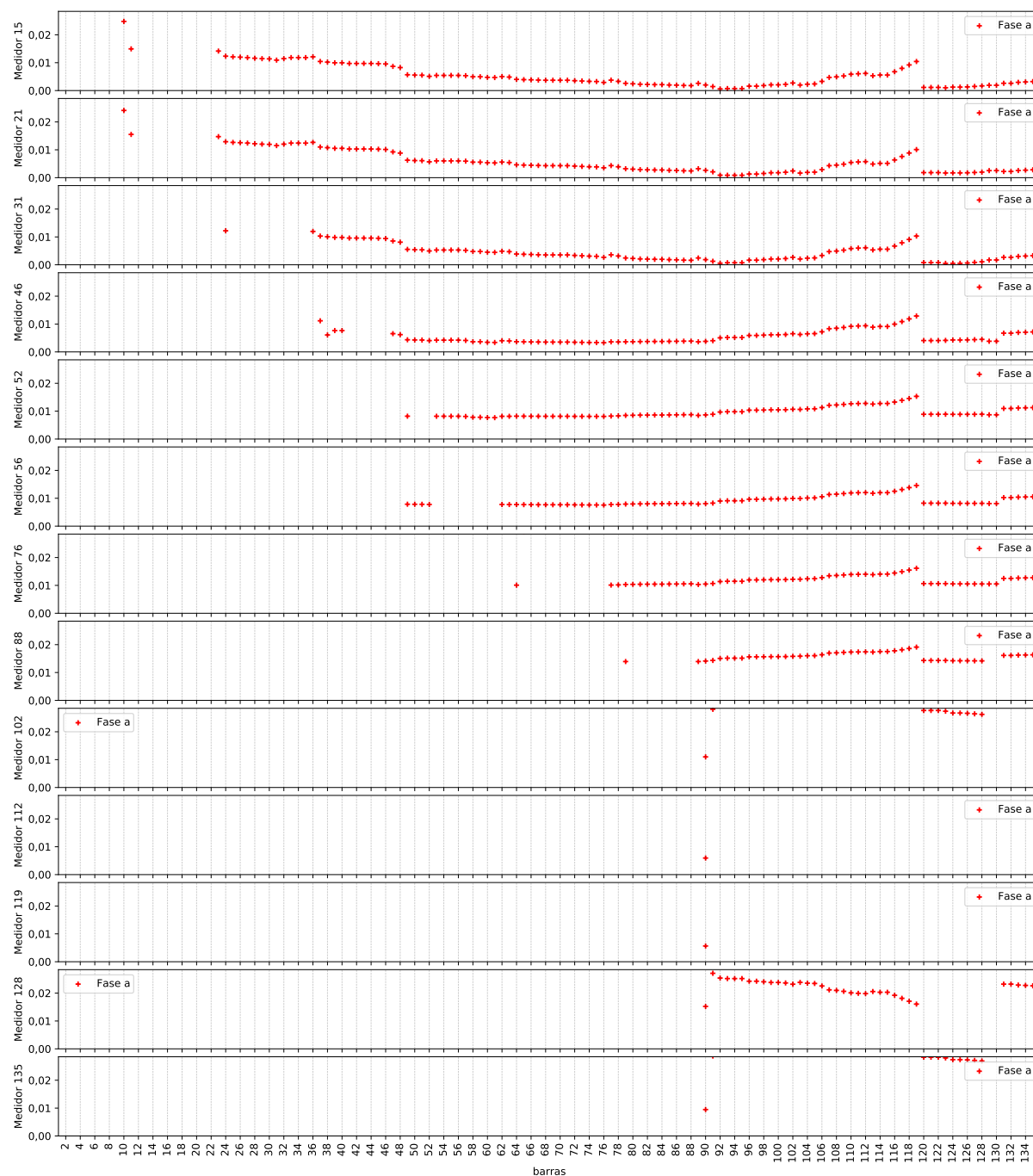
Fonte: próprio autor

Figura 130 – Erros na fase ‘a’ para todos os medidores para falta trifásica à terra na barra 90, com 700 Ω impedância de falta, no Caso Estudo I base.



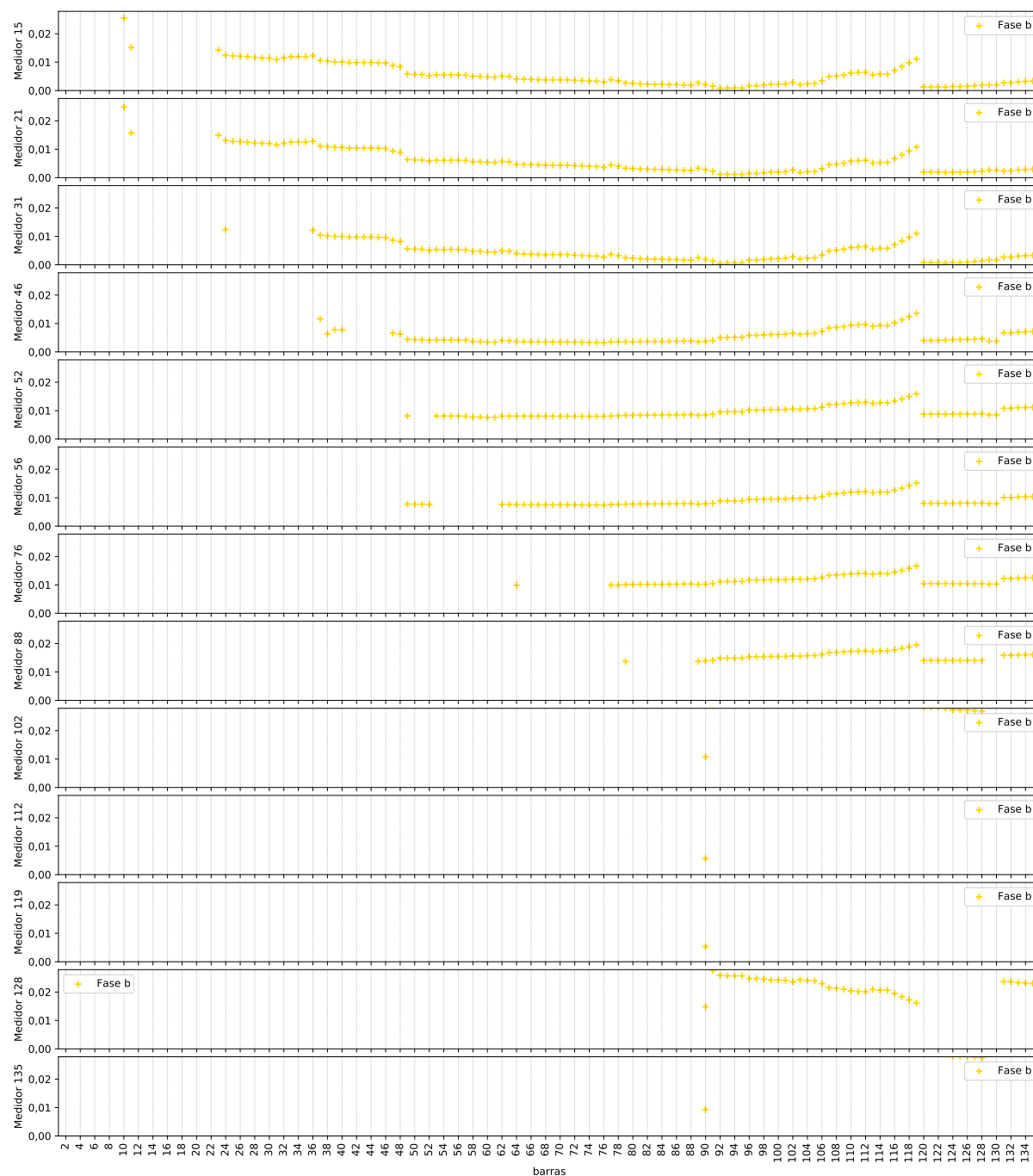
Fonte: próprio autor

Figura 131 – Erros na fase ‘a’ para todos os medidores para falta barra à terra na barra 90, nas fases ‘a’, ‘b’ e ‘c’, no Caso Estudo I com 13 GS.



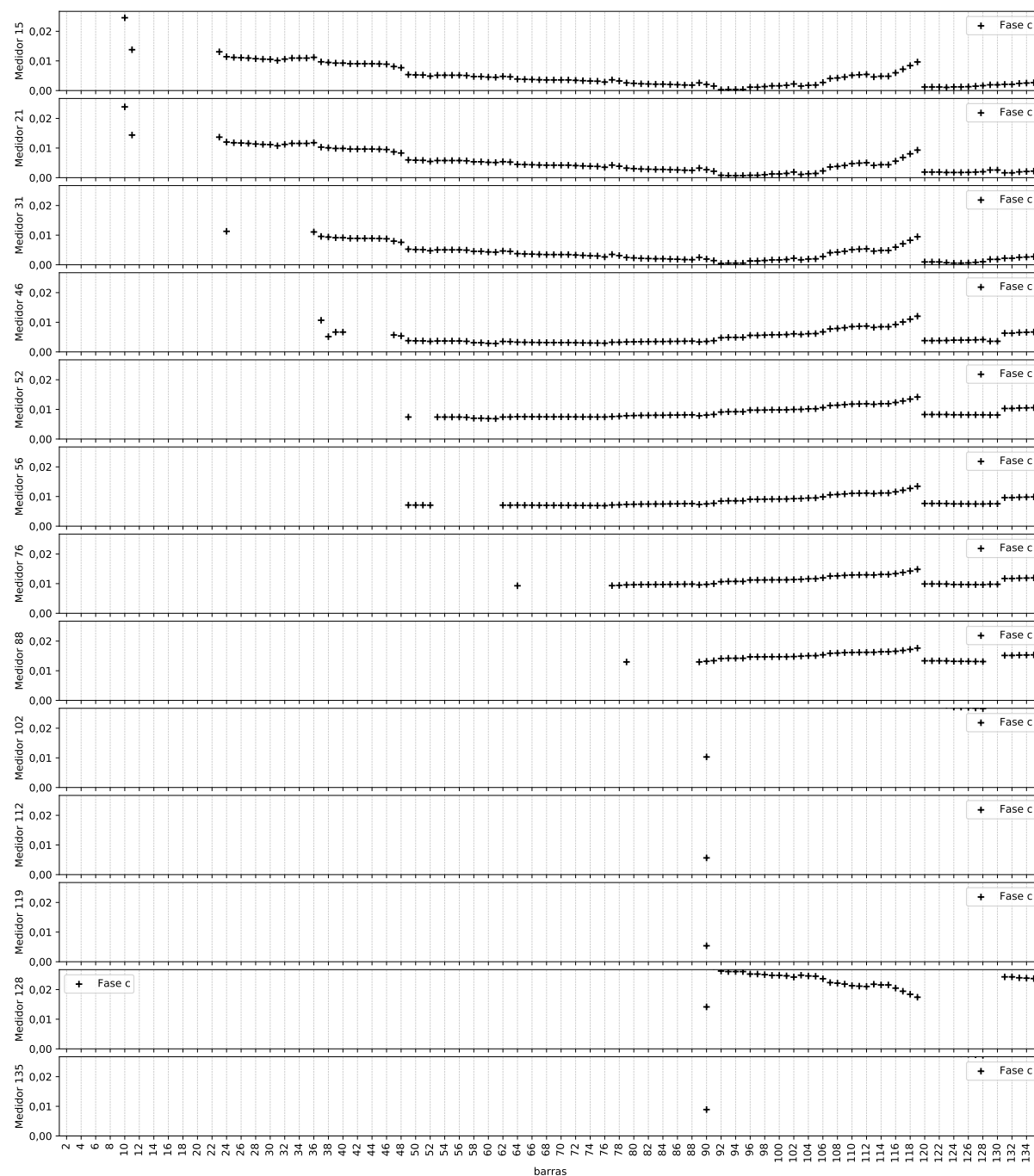
Fonte: próprio autor

Figura 132 – Erros na fase ‘b’ para todos os medidores para falta barra à terra na barra 90, nas fases ‘a’, ‘b’ e ‘c’, no Caso Estudo I com 13 GS.



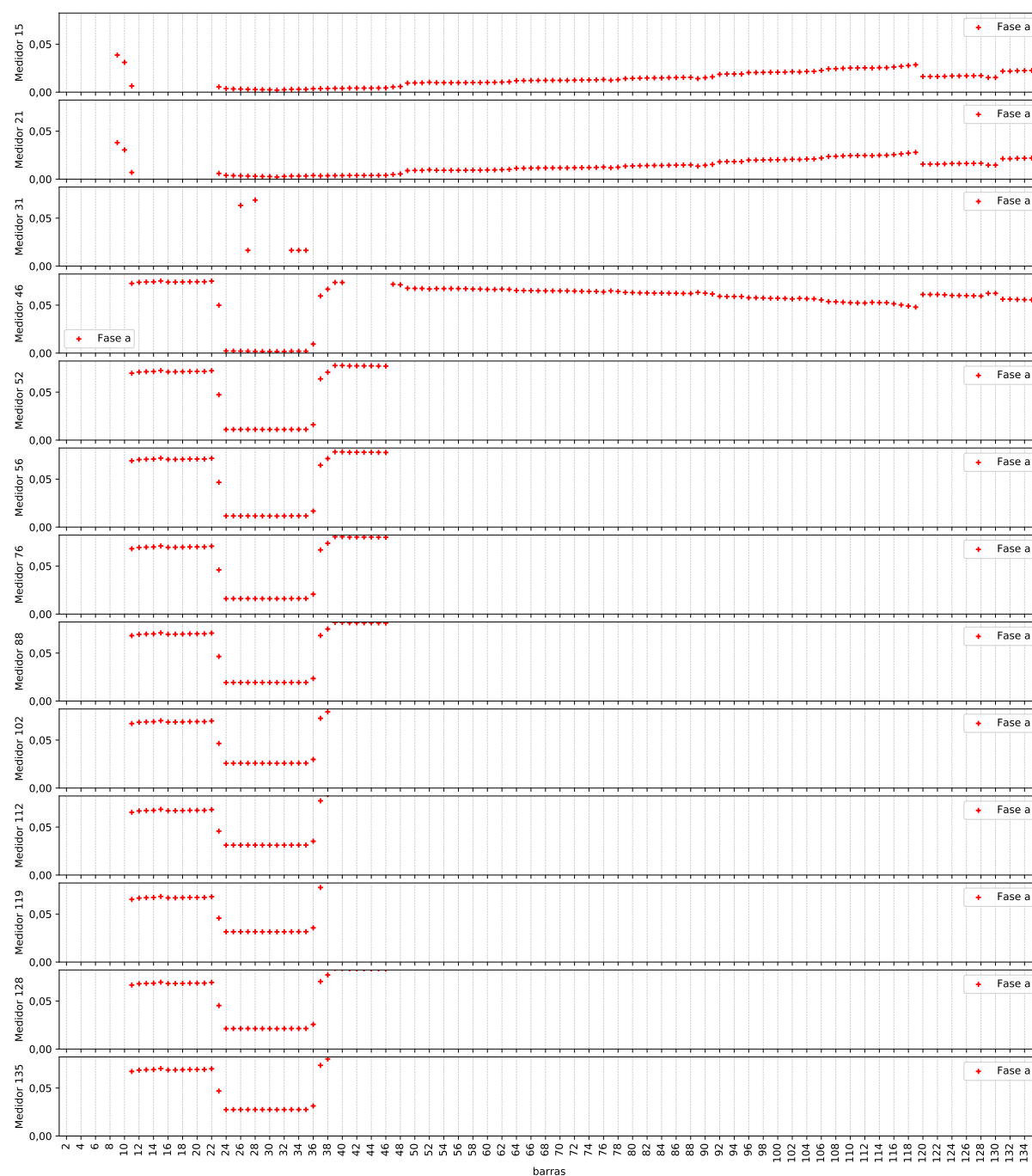
Fonte: próprio autor

Figura 133 – Erros na fase ‘c’ para todos os medidores para falta barra à terra na barra 90, nas fases ‘a’, ‘b’ e ‘c’, no Caso Estudo I com 13 GS.



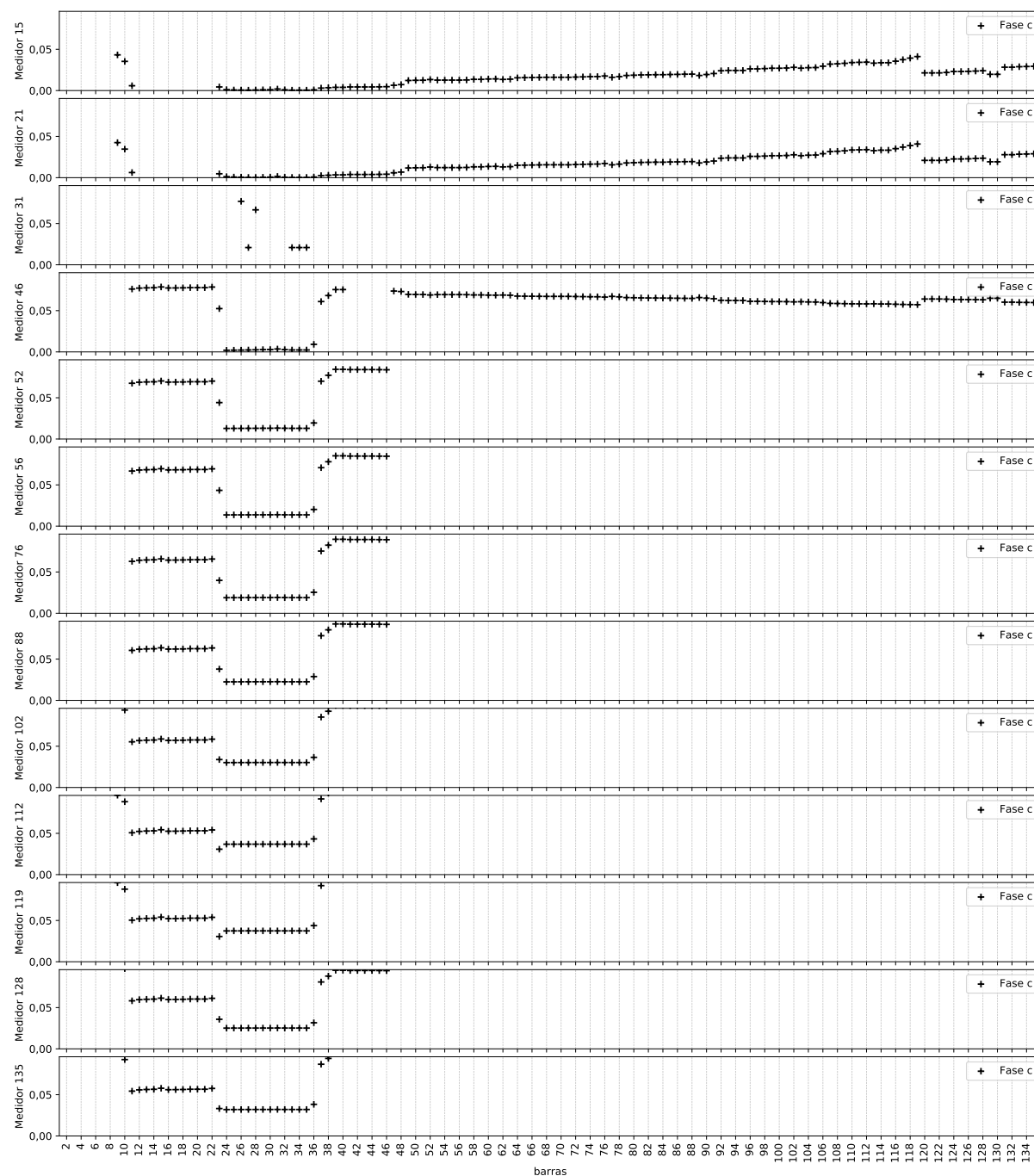
Fonte: próprio autor

Figura 134 – Erros na fase ‘a’ para todos os medidores para falta barra à terra na barra 34, nas fases ‘a’ e ‘c’, no Caso Estudo I com 13 GS.



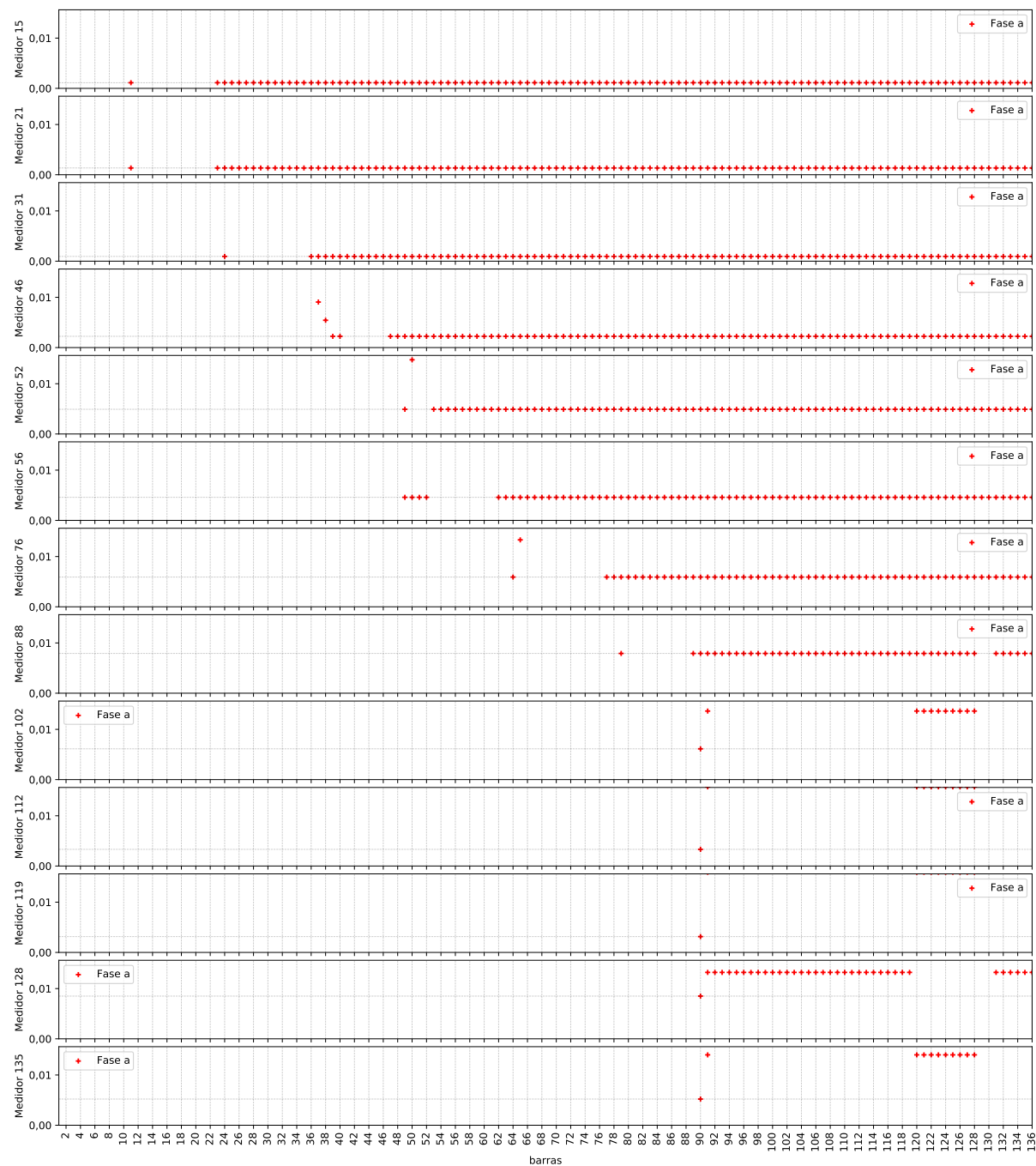
Fonte: próprio autor

Figura 135 – Erros na fase ‘c’ para todos os medidores para falta barra à terra na barra 34, nas fases ‘a’ e ‘c’, no Caso Estudo I com 13 GS.



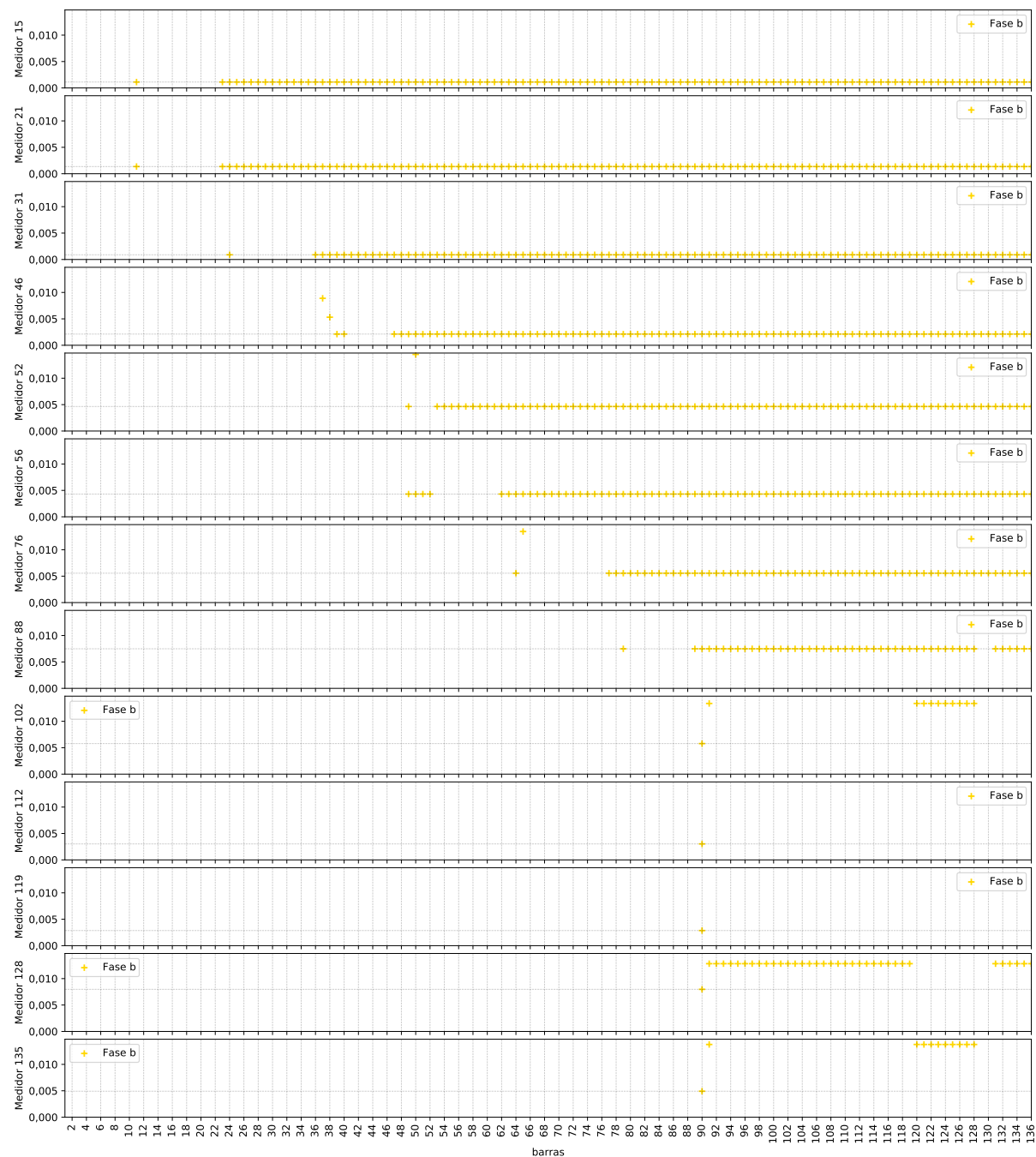
Fonte: próprio autor

Figura 136 – Erros na fase ‘a’ para todos os medidores para falta trifásica à terra na barra 90, com 3 Ω impedância de falta, no Caso Estudo I com 3 TR.



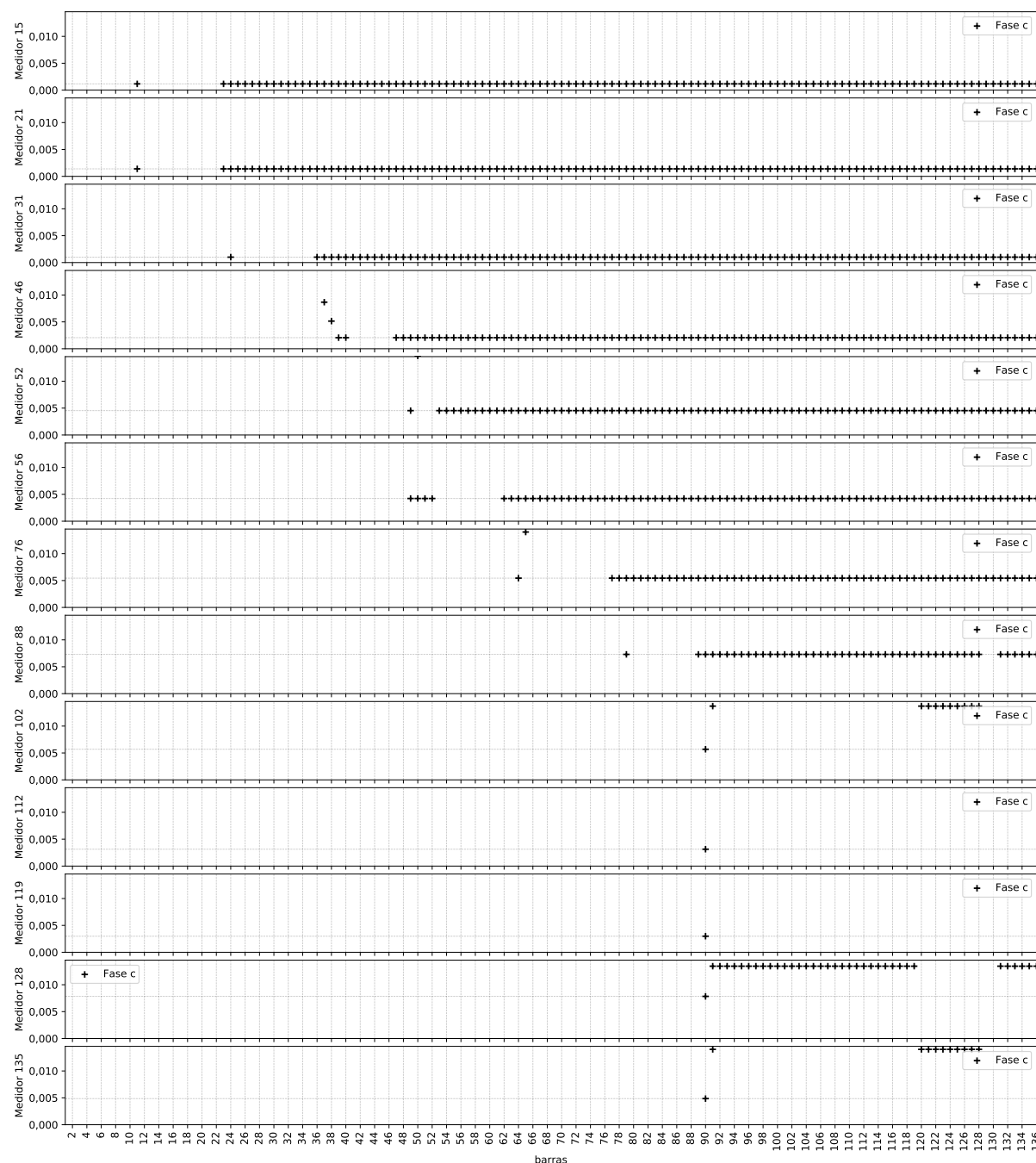
Fonte: próprio autor

Figura 137 – Erros na fase ‘b’ para todos os medidores para falta trifásica à terra na barra 90, com 3 Ω impedância de falta, no Caso Estudo I com 3 TR.



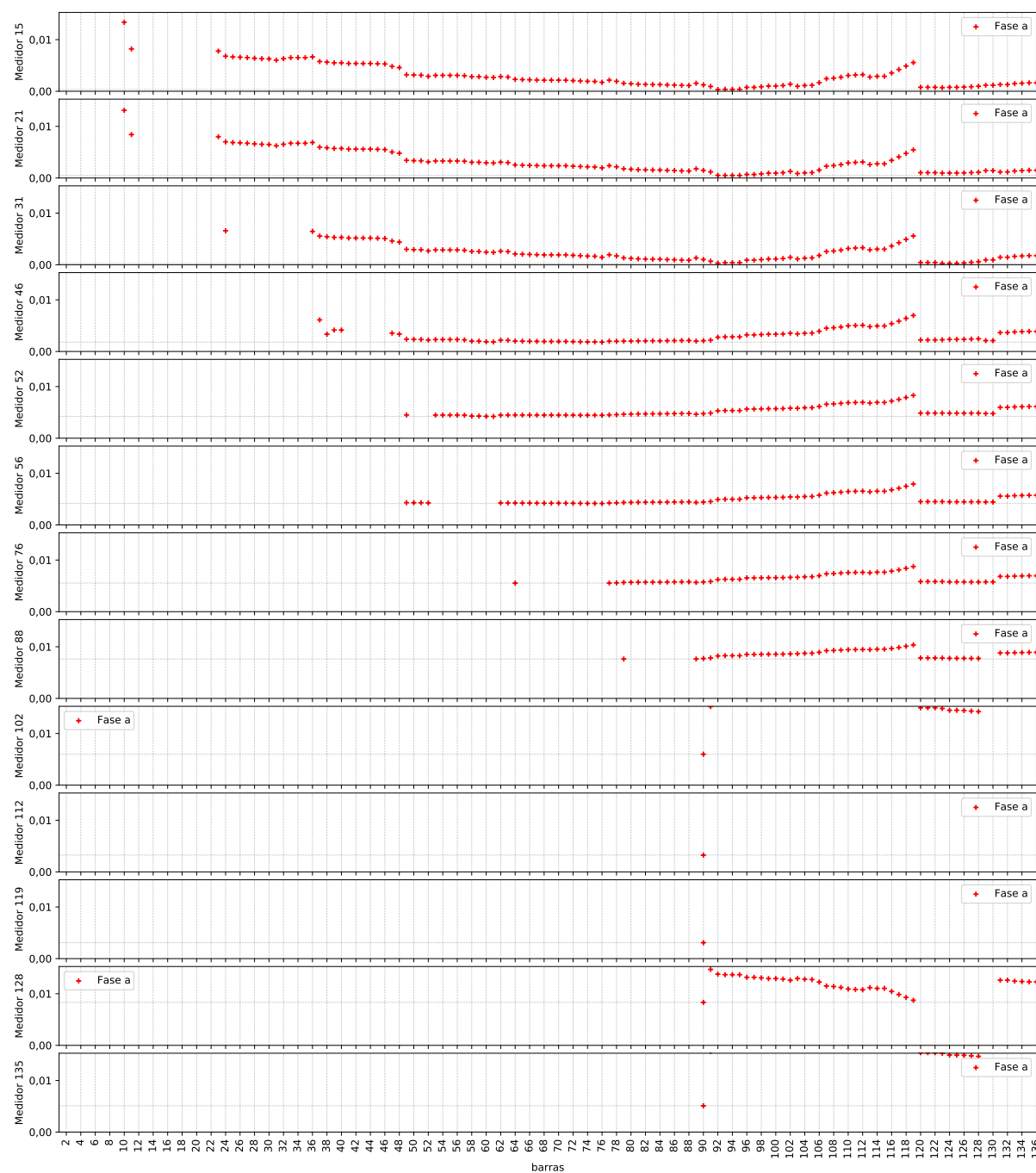
Fonte: próprio autor

Figura 138 – Erros na fase ‘c’ para todos os medidores para falta trifásica à terra na barra 90, com 3 Ω impedância de falta, no Caso Estudo I com 3 TR.



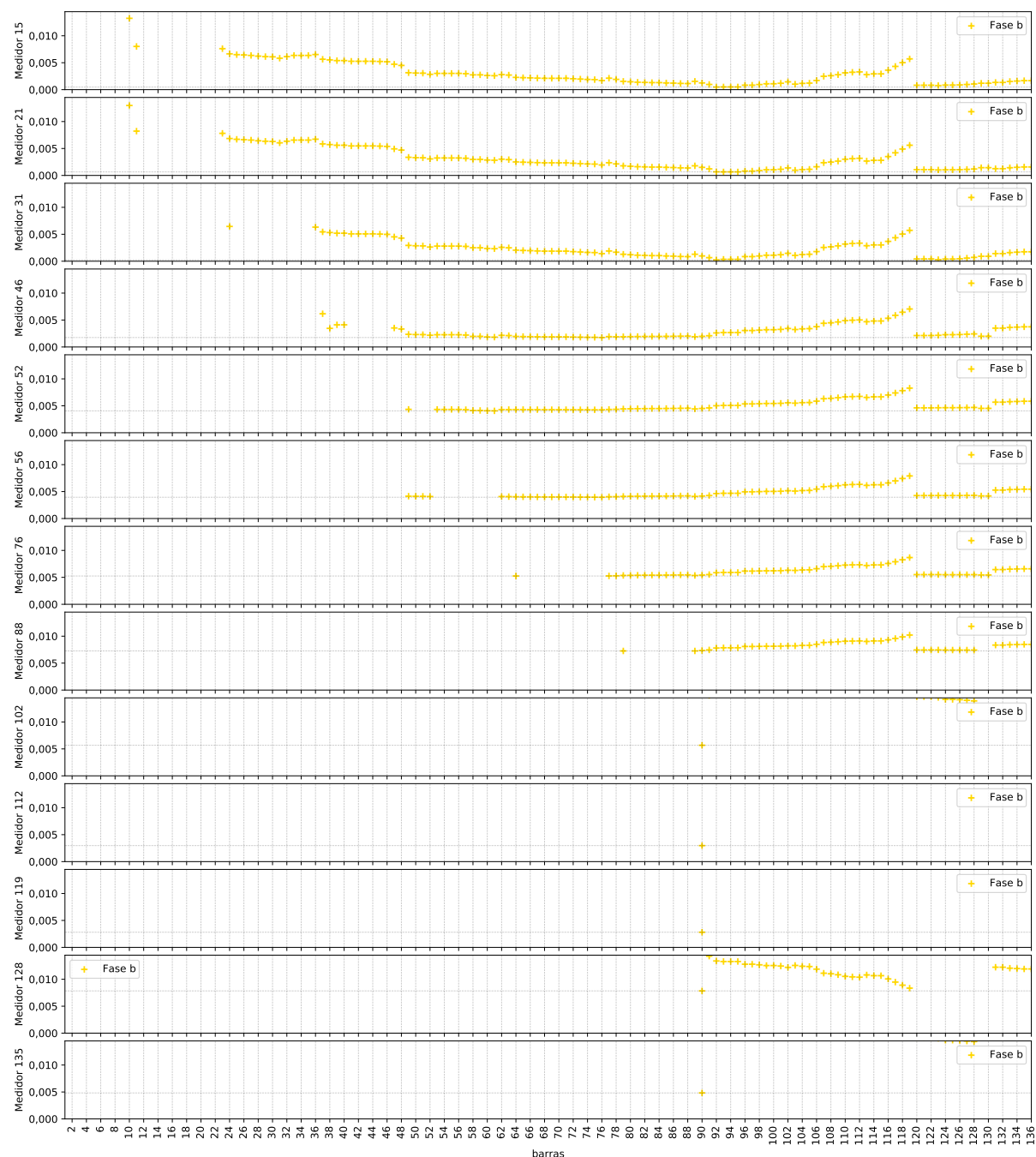
Fonte: próprio autor

Figura 139 – Erros na fase ‘a’ para todos os medidores para falta trifásica à terra na barra 90, com 3 Ω impedância de falta, no Caso Estudo I com 3 TR e 13 GS.



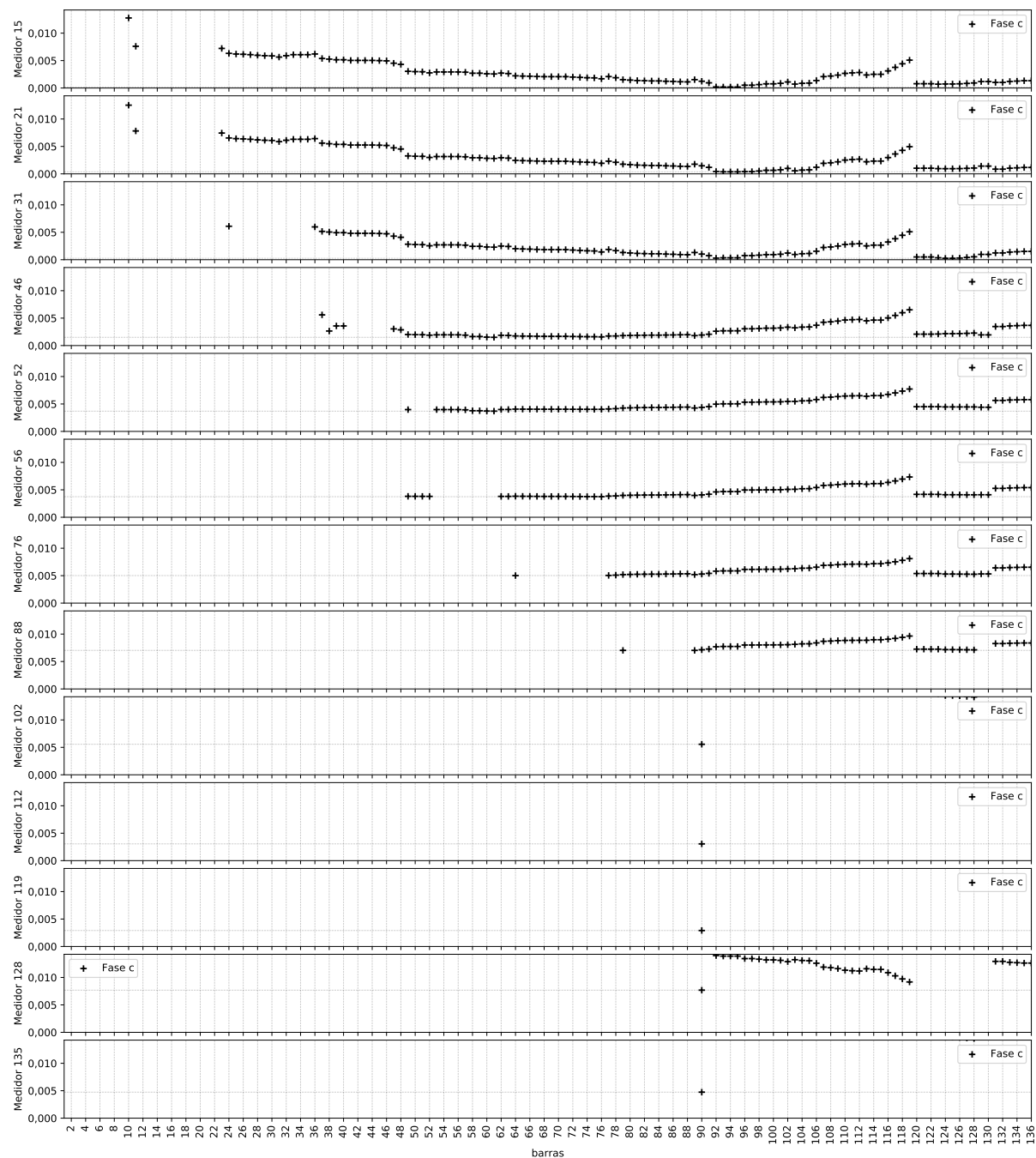
Fonte: próprio autor

Figura 140 – Erros na fase ‘b’ para todos os medidores para falta trifásica à terra na barra 90, com 3 Ω impedância de falta, no Caso Estudo I com 3 TR e 13 GS.



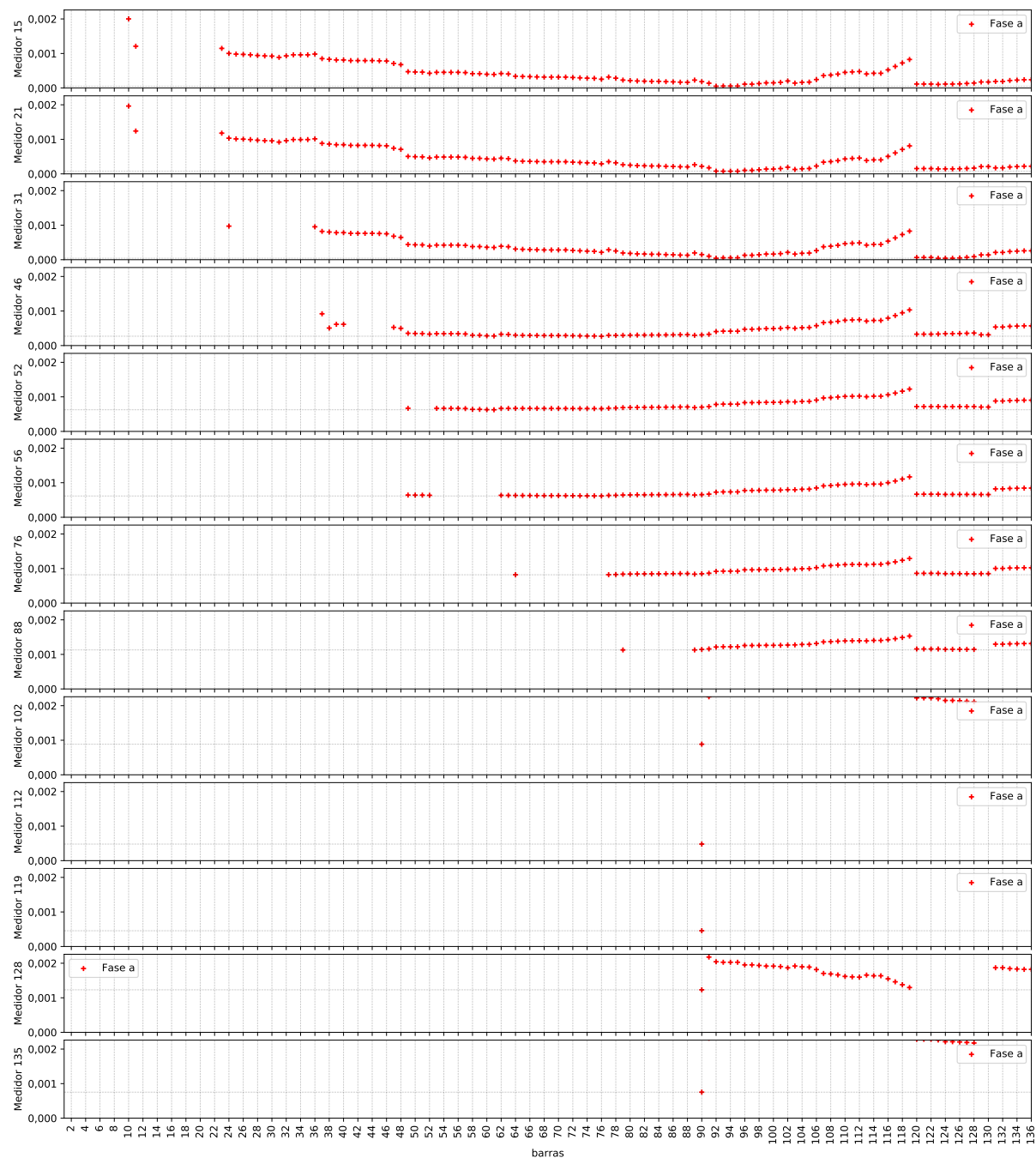
Fonte: próprio autor

Figura 141 – Erros na fase ‘c’ para todos os medidores para falta trifásica à terra na barra 90, com 3 Ω impedância de falta, no Caso Estudo I com 3 TR e 13 GS.



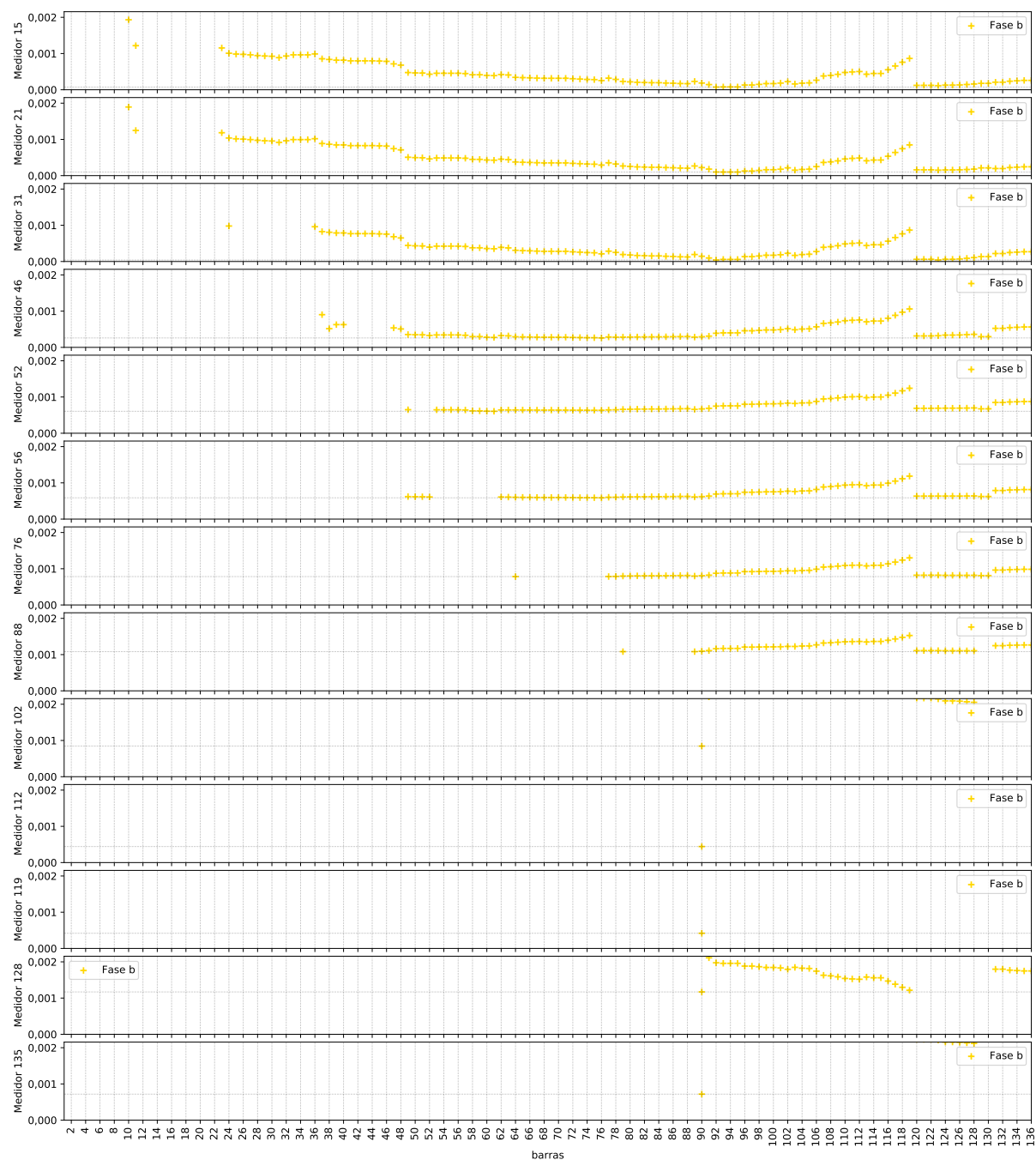
Fonte: próprio autor

Figura 142 – Erros na fase ‘a’ para todos os medidores para falta trifásica à terra na barra 90, com $30\ \Omega$ impedância de falta, no Caso Estudo I com 3 TR e 13 GS.



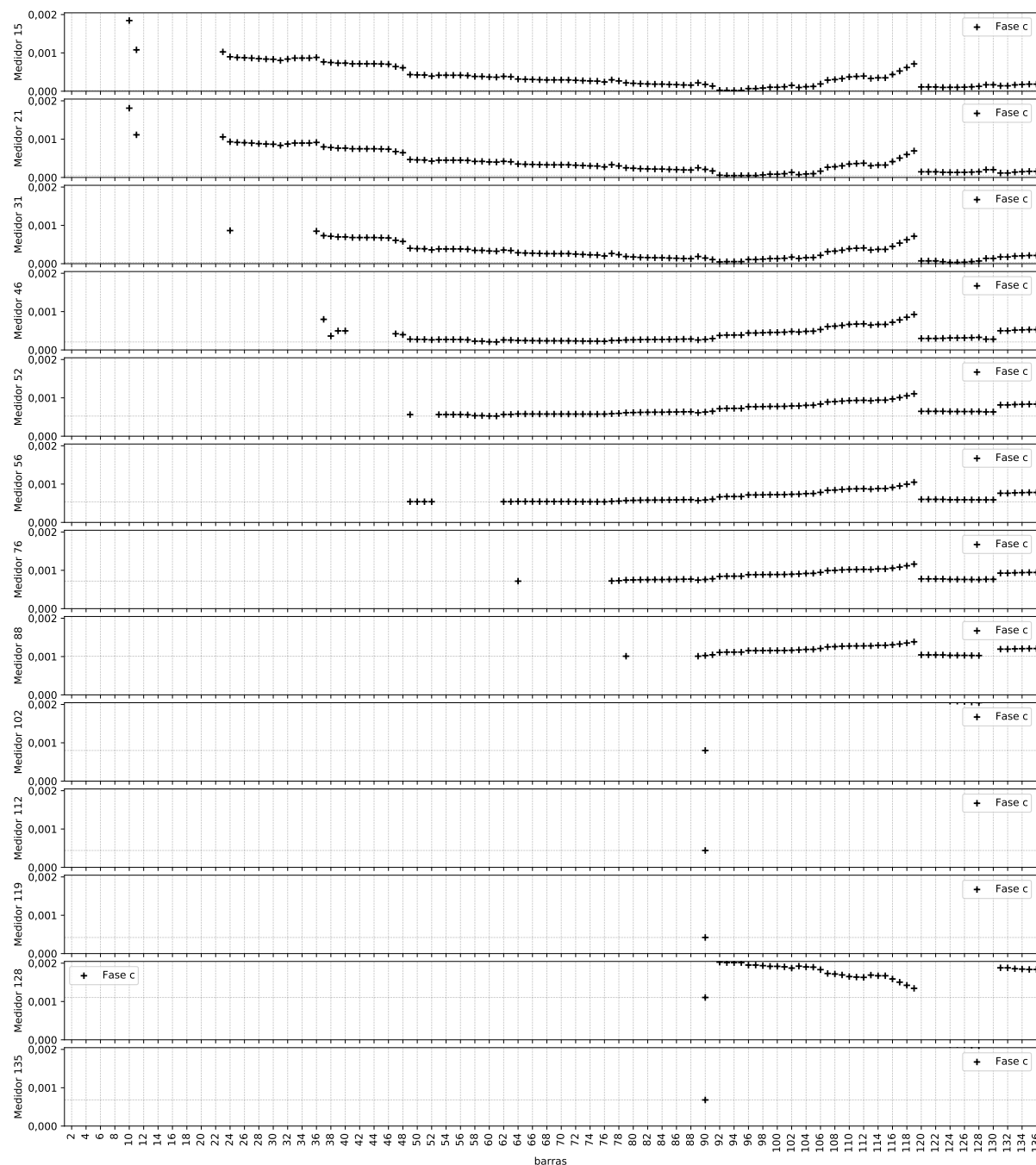
Fonte: próprio autor

Figura 143 – Erros na fase ‘b’ para todos os medidores para falta trifásica à terra na barra 90, com 30 Ω impedância de falta, no Caso Estudo I com 3 TR e 13 GS.



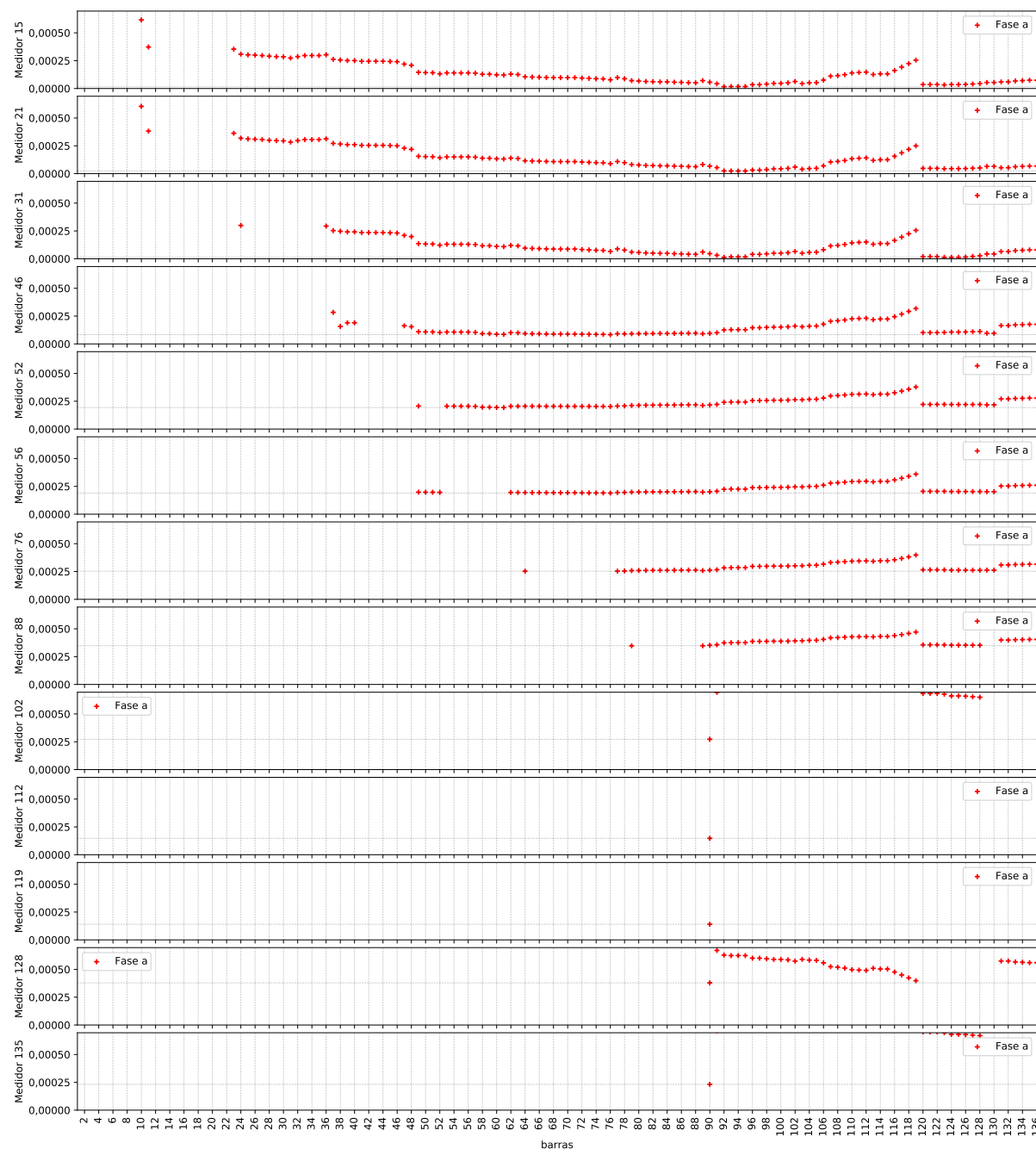
Fonte: próprio autor

Figura 144 – Erros na fase ‘c’ para todos os medidores para falta trifásica à terra na barra 90, com $30\ \Omega$ impedância de falta, no Caso Estudo I com 3 TR e 13 GS.



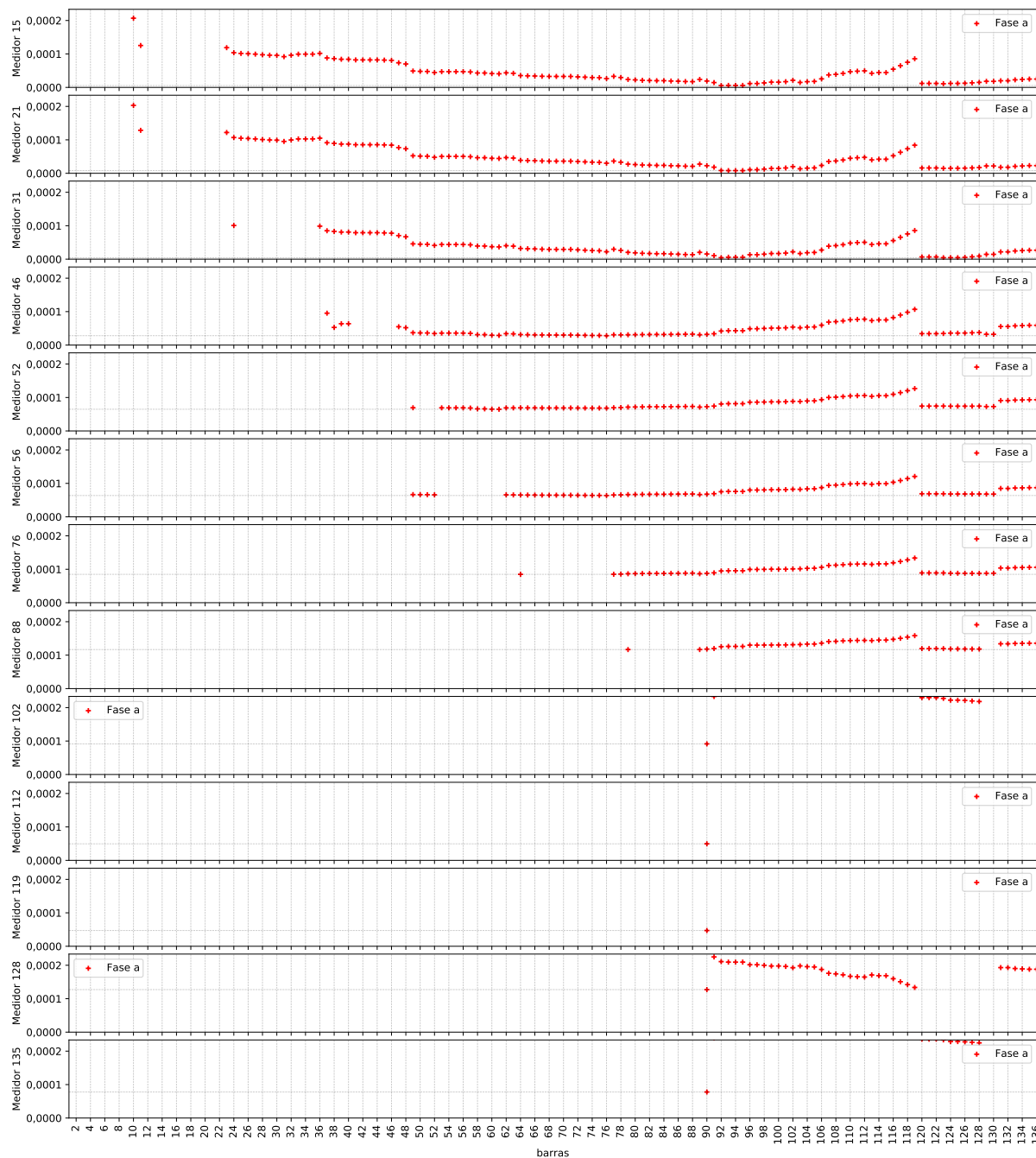
Fonte: próprio autor

Figura 145 – Erros na fase ‘a’ para todos os medidores para falta trifásica à terra na barra 90, com 100 Ω impedância de falta, no Caso Estudo I com 3 TR e 13 GS.



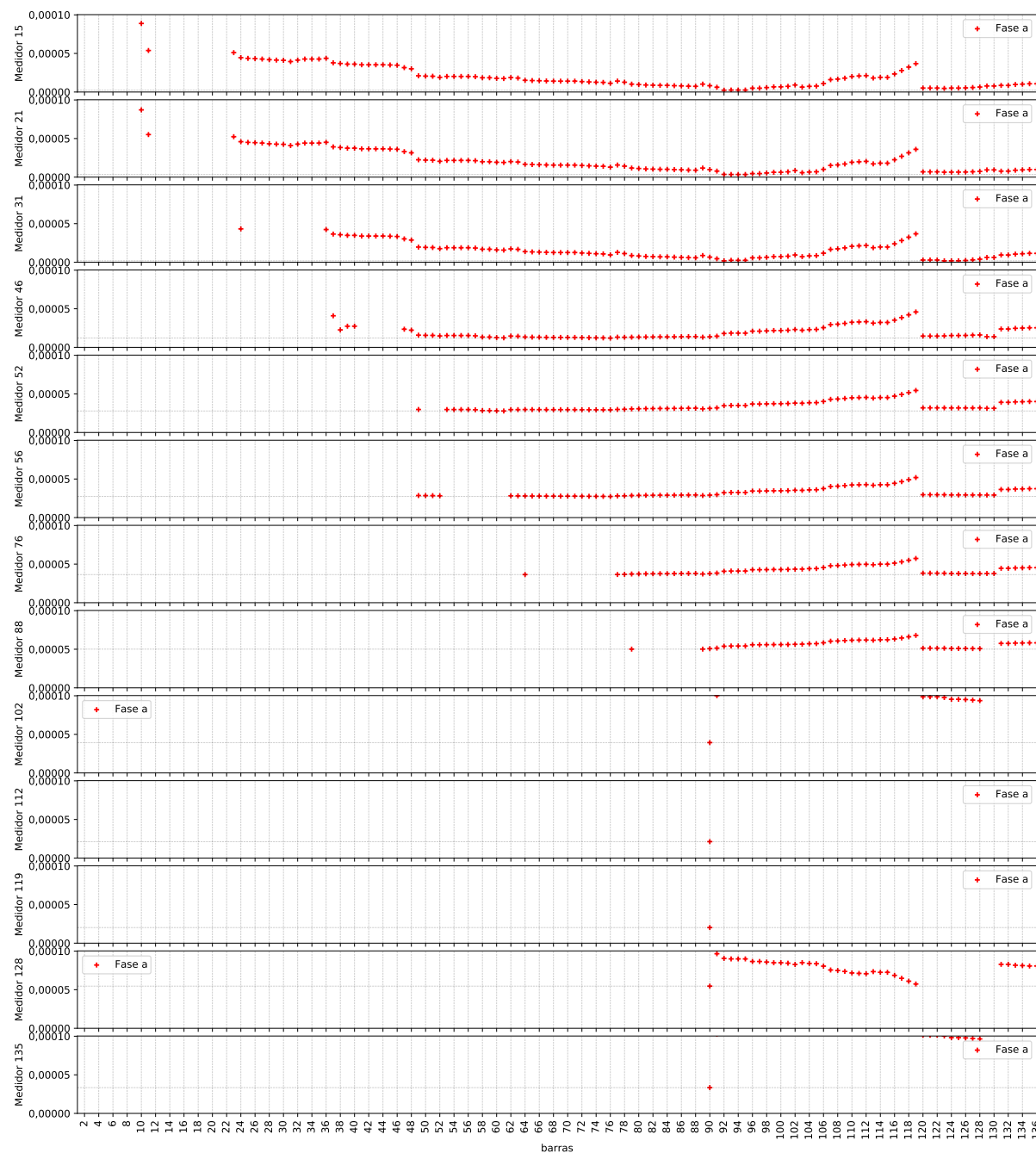
Fonte: próprio autor

Figura 146 – Erros na fase ‘a’ para todos os medidores para falta trifásica à terra na barra 90, com 300 Ω impedância de falta, no Caso Estudo I com 3 TR e 13 GS.



Fonte: próprio autor

Figura 147 – Erros na fase ‘a’ para todos os medidores para falta trifásica à terra na barra 90, com 700 Ω impedância de falta, no Caso Estudo I com 3 TR e 13 GS.



Fonte: próprio autor

6 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

6.1 CONCLUSÕES

A modelagem matemática dos elementos dos sistemas de energia elétrica é importante tanto para o cálculo de fluxo de potência como para o de curto-circuito, que são utilizados como ferramentas de análise em diferentes aplicações de planejamento e controle dos sistemas de energia elétrica. Em SED não são precisas as hipóteses aventadas para os sistemas equilibrados nas equações que modelam os componentes da rede, o que impossibilita analisar eventos eletromagnéticos que só podem ser determinados quando se considera o desequilíbrio da rede, além disso, as normas exigem um nível máximo de desequilíbrio nas condições operacionais da rede elétrica, e este aspecto não pode ser analisado usando modelos simplificados dos componentes da rede.

Os métodos de cálculo de fluxo de potência e curto-circuito propostos são exaustivamente analisados e testados e os resultados obtidos comparados com *softwares* comerciais em todos os testes realizados, e eles são iguais aos fornecidos por estes *softwares*, com a vantagem da eficiência computacional, robustez de convergência e facilidade de análise e diagnóstico rápido dos resultados.

Os métodos propostos são exatos para as diferentes aplicações práticas porque a convergência é atingida quando todos os valores especificados dos componentes do sistema elétrico são iguais aos calculados. Os algoritmos propostos foram implementados em linguagem de programação Python, que é uma linguagem de alto nível, rápido processamento e gratuita.

6.2 TRABALHOS FUTUROS

Para trabalhos futuros propõe-se que sejam pesquisados os seguintes itens.

- Para o cálculo de fluxo de potência:
 - Desenvolver e implementar as seguintes funções práticas do modelo trifásico do GS com potência ativa e tensão controladas.
 - Método das componentes de fases em representação escalar para o cálculo de fluxo de potência.
 - Método híbrido entre as componentes de fases em representação escalar e fasorial para o cálculo de fluxo de potência.
 - Considerar o condutor neutro explicitamente no cálculo de fluxo de potência.

- Para o cálculo de curto-circuito devem ser desenvolvido e implementados:
 - Método das componentes simétricas e sua comparação com o método proposto.
 - Demonstrar a semelhança e diferença entre o modelo do GS trifásico no cálculo de curto-circuito proposto em regime permanente e o modelo em regime eletromagnético para o GS.
 - Demonstrar matematicamente a não convergência do método proposto para o cálculo de curto-circuito ao considerar modelos de potência constante para carga e GS.
- Para localização de faltas em sistemas de distribuição propõem-se os seguintes desenvolvimentos e análises:
 - Formulação da metodologia no domínio do tempo.
 - Implementação do método em um alimentador real de grande porte de distribuição.
 - Encontrar uma metodologia para localização de faltas para as barras que estão fora do alcance da zona dos medidores.

REFERÊNCIAS

- ACKERMANN, T.; KNYAZKIN, V. Interaction between distributed generation and the distribution network: operation aspects. In: *IEEE/PES Transmission and Distribution Conference and Exhibition*. Yokohama: [s.n.], 2002. v. 2, p. 1357–1362 vol.2. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/1177677>. Citado na página 34.
- AMERICAN National Standard for Electric Power Systems and Equipment; Voltage Ratings (60 Hertz). [S.l.]. Citado na página 27.
- BACH, F. *The sum of a geometric series is all you need!* 2020. Disponível em: <https://francisbach.com/the-sum-of-a-geometric-series-is-all-you-need/>. Citado na página 138.
- BARKER, P.; INSTITUTE, E. P. R.; CORP, E. P. *Engineering Guide for Integration of Distributed Generation and Storage Into Power Distribution Systems*. EPRI, 2000. Disponível em: <https://www.epri.com/research/products/000000000001000419>. Citado na página 31.
- CHAO, X. H. System impact studies for dg projects under development in the us. In: *2001 Power Engineering Society Summer Meeting. Conference Proceedings (Cat. No.01CH37262)*. New York: [s.n.], 2001. v. 2, p. 772–774 vol.2. Citado 2 vezes nas páginas 30 e 31.
- CHEN, M.-S.; DILLON, W. Power system modeling. *Proceedings of the IEEE*, New York, v. 62, n. 7, p. 901–915, 1974. Citado na página 220.
- CHEN, T. . et al. Distribution system power flow analysis-a rigid approach. *IEEE Transactions on Power Delivery*, New York, v. 6, n. 3, p. 1146–1152, July 1991. ISSN 1937-4208. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/85860>. Citado 3 vezes nas páginas 36, 44 e 224.
- CHEN, T. . et al. Three-phase cogenerator and transformer models for distribution system analysis. *IEEE Transactions on Power Delivery*, New York, v. 6, n. 4, p. 1671–1681, Oct 1991. ISSN 1937-4208. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/97706>. Citado 10 vezes nas páginas 35, 36, 42, 43, 44, 46, 55, 69, 226 e 257.
- COSTER, E. J. et al. Integration issues of distributed generation in distribution grids. *Proceedings of the IEEE*, New York, v. 99, n. 1, p. 28–39, Jan 2011. ISSN 1558-2256. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/5565399>. Citado 2 vezes nas páginas 33 e 34.
- DEUSE, J. et al. Effective impact of der on distribution system protection. In: . [S.l.: s.n.], 2007. Citado na página 32.
- ELEMENTS of Complex Calculus. 2022. <https://people.math.wisc.edu/~waleffe/M321/complex.pdf>. Accessed: 2022-5-31. Citado na página 137.
- ETAP. *Análisis de Cortocircuito en Sistemas Eléctricos de Potencia*. [S.l.], 2018. Citado na página 135.

GMBH, D. *DIgSILENT PowerFactory Technical Reference, General Load*. [S.l.: s.n.], 2021. Citado 2 vezes nas páginas 48 e 57.

GMBH, D. *DIgSILENT PowerFactory User Manual*. [S.l.: s.n.], 2021. Citado 9 vezes nas páginas 47, 49, 50, 52, 53, 55, 56, 57 e 133.

GÓMEZ-EXPÓSITO, A. *Análisis y operación de sistemas de energía eléctrica*. [S.l.: s.n.], 2002. ISBN 84-481-3592-X. Citado 2 vezes nas páginas 40 e 118.

GONEN, T. *Electric Power Distribution System Engineering Second Edition - S*. [S.l.]: Taylor & Francis Group, 2007. Citado 2 vezes nas páginas 27 e 28.

GRAINGER, J.; STEVENSON, W. *Análisis de sistemas de potencia*. [S.l.]: McGraw-Hill, 2000. ISBN 9789701009086. Citado na página 267.

HALE, H. W.; GOODRICH, R. W. Digital computation or power flow - some new aspects. *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers. Part III: Power Apparatus and Systems*, New York, v. 78, n. 3, p. 919–923, April 1959. ISSN 2379-6766. Disponível em: <<https://ieeexplore.ieee.org/document/4500466>>. Citado 2 vezes nas páginas 35 e 66.

HOLMES, M. H. *Introduction to the Foundations of Applied Mathematics*. Springer International Publishing, 2019. (Texts in Applied Mathematics). ISBN 978-3-030-24261-9. Disponível em: <<https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-030-24261-9>>. Citado na página 289.

IEC/IEEE International Standard- Power transformers - Part 21: Standard requirements, terminology, and test code for step-voltage regulators. *IEC 60076-21:2018(E) IEEE Std C57.15-2017*, p. 1–148, 2018. Citado 2 vezes nas páginas 276 e 277.

IEEE Application Guide for IEEE Std 1547(TM), IEEE Standard for Interconnecting Distributed Resources with Electric Power Systems. *IEEE Std 1547.2-2008*, p. 1–217, 2009. Citado 7 vezes nas páginas 25, 26, 29, 30, 41, 43 e 47.

IEEE Recommended Practice for Conducting Load-Flow Studies and Analysis of Industrial and Commercial Power Systems. *IEEE Std 3002.2-2018*, p. 1–73, Nov 2018. Disponível em: <<https://ieeexplore.ieee.org/document/8529292>>. Citado na página 68.

IEEE Recommended Practice for Conducting Short-Circuit Studies and Analysis of Industrial and Commercial Power Systems. *IEEE Std 3002.3-2018*, p. 1–184, 2019. Citado na página 118.

IEEE Standard for Interconnecting Distributed Resources with Electric Power Systems. *IEEE Std 1547-2003*, p. 1–28, July 2003. Disponível em: <<https://ieeexplore.ieee.org/document/1225051>>. Citado 4 vezes nas páginas 31, 32, 33 e 35.

IEEE Standard for Interconnection and Interoperability of Distributed Energy Resources with Associated Electric Power Systems Interfaces. *IEEE Std 1547-2018 (Revision of IEEE Std 1547-2003)*, p. 1–138, April 2018. Disponível em: <<https://ieeexplore.ieee.org/document/8332112>>. Citado 2 vezes nas páginas 33 e 43.

JENKINS, N. Embedded generation. *Power Engineering Journal*, Stevenage, v. 9, n. 3, p. 145–150, June 1995. ISSN 0950-3366. Disponível em: <<https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/398706>>. Citado na página 34.

JOON-HO CHOI; JAE-CHUL KIM. Advanced voltage regulation method of power distribution systems interconnected with dispersed storage and generation systems. *IEEE Transactions on Power Delivery*, New York, v. 16, n. 2, p. 329–334, April 2001. ISSN 1937-4208. Disponível em: <<https://ieeexplore.ieee.org/document/915503>>. Citado na página 33.

KERSTING, W. *Distribution System Modeling and Analysis, Third Edition*. [S.l.]: Taylor & Francis, 2012. ISBN 9781439856222. Citado 8 vezes nas páginas 220, 221, 267, 268, 276, 277, 279 e 286.

KERSTING, W.; PHILLIPS, W.; CARR, W. A new approach to modeling three-phase transformer connections. *IEEE Transactions on Industry Applications*, New York, v. 35, n. 1, p. 169–175, 1999. Citado na página 230.

KERSTING, W. H. Distribution feeder voltage regulation control. In: *2009 IEEE Rural Electric Power Conference*. New York: [s.n.], 2009. p. C1–C1–7. Citado 2 vezes nas páginas 277 e 278.

KUNDUR, P.; BALU, N. *Power System Stability and Control*. [S.l.]: McGraw-Hill, 1994. (EPRI power system engineering series). ISBN 9780780334632. Citado na página 56.

KUNDUR, P. et al. Definition and classification of power system stability ieee/cigre joint task force on stability terms and definitions. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 19, n. 3, p. 1387–1401, Aug 2004. ISSN 1558-0679. Disponível em: <<https://ieeexplore.ieee.org/document/1318675>>. Citado na página 54.

LAUGHTON, M.; SALEH, A. Unified phase-coordinate load-flow and fault analysis of polyphase networks. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, London, v. 2, n. 4, p. 181 – 192, 1980. ISSN 0142-0615. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0142061580900290>>. Citado 2 vezes nas páginas 35 e 36.

MASTERS, C. L. Voltage rise: the big issue when connecting embedded generation to long 11 kv overhead lines. *Power Engineering Journal*, Stevenage, v. 16, n. 1, p. 5–12, Feb 2002. ISSN 0950-3366. Disponível em: <<https://ieeexplore.ieee.org/document/990181>>. Citado na página 33.

M.I.T. *Circuitos magnéticos y transformadores*. Reverte, 2021. ISBN 9788429190243. Disponível em: <<https://books.google.com.pe/books?id=aJIUEAAAQBAJ>>. Citado 11 vezes nas páginas 226, 228, 230, 244, 268, 269, 271, 279, 280, 283 e 286.

PURET, C. *MV public distribution networks throughout the world*. [s.n.], 1992. (Cahier Technique Merlin Gerin no, 155). Disponível em: <<https://www.se.com/us/en/download/document/ECT155/>>. Citado na página 28.

R. DARIO E., P.-F. A. R.; OCHOA, L. Distribution transformers modeling with angular displacement - actual values and per unit analysis. *Sba: Controle & Automação Sociedade Brasileira de Automatica*, São Paulo, v. 18, p. 490–500, 10 2007. Citado na página 46.

SALLAM, A.; MALIK, O. *Electric Distribution Systems*. John Wiley & Sons, Ltd, 2012. (IEEE Press Series on Power Engineering). ISBN 9780470276822. Disponível em: <<https://ieeexplore.ieee.org/book/5732780>>. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 27.

(U.S.), N. R. E. L.; SCIENTIFIC, U. S. D. of Energy. Office of; INFORMATION, T. *Modeling and Verification of Distributed Generation and Voltage Regulation Equipment for Unbalanced Distribution Power Systems ; Annual Subcontract Report, June 2007*. United States. Department of Energy, 2007. Disponível em: <<https://www.nrel.gov/docs/fy07osti/41885.pdf>>. Citado 2 vezes nas páginas 42 e 43.

VENKSTA, S. S. et al. What future distribution engineers need to learn. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 19, n. 1, p. 17–23, Feb 2004. ISSN 1558-0679. Citado 3 vezes nas páginas 30, 32 e 35.

XIAO-PING ZHANG; PING JU; HANDSCHIN, E. Continuation three-phase power flow: a tool for voltage stability analysis of unbalanced three-phase power systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 20, n. 3, p. 1320–1329, Aug 2005. ISSN 1558-0679. Disponível em: <<https://ieeexplore.ieee.org/document/1490583>>. Citado na página 36.

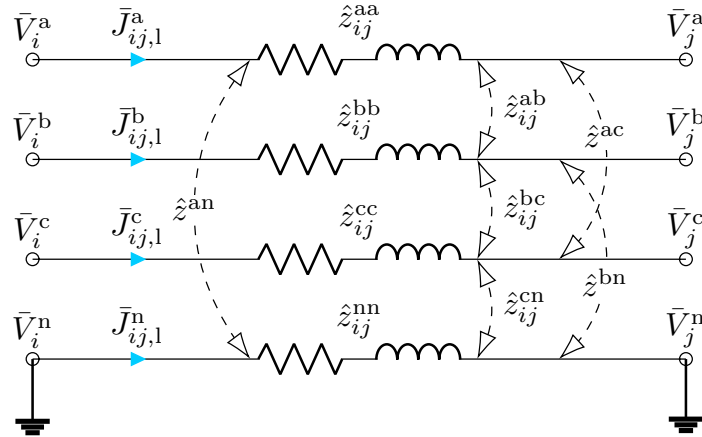
ANEXO A – CONDUTORES

Em problemas que se deve determinar o estado estacionário de sistemas elétricos de potência, as linhas de transmissão trifásicas são representadas por modelos pi concentrados; em que as resistências e indutâncias em série entre os barramentos são agrupadas no meio do circuito equivalente, e as capacitâncias em derivação das linhas são divididas em duas metades e agrupadas nos barramentos que conectam as linhas (CHEN; DILLON, 1974).

A.1 IMPEDÂNCIA EM SÉRIE DA LINHA

Nos condutores do SED considera-se que existe uma impedância própria do condutor e um acoplamento mútuo entre eles como ilustrado na Figura 148, em que se apresenta a impedância série de fase e neutro do condutor trifásico original. Da teoria de circuitos acoplados magneticamente obtêm-se as seguintes equações:

Figura 148 – Impedância em série do condutor trifásico com neutro



Fonte: Adaptado de (KERSTING, 2012)

$$\begin{aligned}
 \bar{V}_i^a - \bar{V}_j^a &= \hat{z}_{ij}^{aa} \bar{J}_{ij,l}^a + \hat{z}_{ij}^{ab} \bar{J}_{ij,l}^b + \hat{z}_{ij}^{ac} \bar{J}_{ij,l}^c + \hat{z}_{ij}^{an} \bar{J}_{ij,l}^n \\
 \bar{V}_i^b - \bar{V}_j^b &= \hat{z}_{ij}^{ba} \bar{J}_{ij,l}^a + \hat{z}_{ij}^{bb} \bar{J}_{ij,l}^b + \hat{z}_{ij}^{bc} \bar{J}_{ij,l}^c + \hat{z}_{ij}^{bn} \bar{J}_{ij,l}^n \\
 \bar{V}_i^c - \bar{V}_j^c &= \hat{z}_{ij}^{ca} \bar{J}_{ij,l}^a + \hat{z}_{ij}^{cb} \bar{J}_{ij,l}^b + \hat{z}_{ij}^{cc} \bar{J}_{ij,l}^c + \hat{z}_{ij}^{cn} \bar{J}_{ij,l}^n \\
 \bar{V}_i^n - \bar{V}_j^n &= \hat{z}_{ij}^{na} \bar{J}_{ij,l}^a + \hat{z}_{ij}^{nb} \bar{J}_{ij,l}^b + \hat{z}_{ij}^{nc} \bar{J}_{ij,l}^c + \hat{z}_{ij}^{nn} \bar{J}_{ij,l}^n
 \end{aligned}$$

Na sua forma matricial

$$\begin{pmatrix} \bar{V}_i^a - \bar{V}_j^a \\ \bar{V}_i^b - \bar{V}_j^b \\ \bar{V}_i^c - \bar{V}_j^c \\ \bar{V}_i^n - \bar{V}_j^n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{z}_{ij}^{aa} & \hat{z}_{ij}^{ab} & \hat{z}_{ij}^{ac} & \hat{z}_{ij}^{an} \\ \hat{z}_{ij}^{ba} & \hat{z}_{ij}^{bb} & \hat{z}_{ij}^{bc} & \hat{z}_{ij}^{bn} \\ \hat{z}_{ij}^{ca} & \hat{z}_{ij}^{cb} & \hat{z}_{ij}^{cc} & \hat{z}_{ij}^{cn} \\ \hat{z}_{ij}^{na} & \hat{z}_{ij}^{nb} & \hat{z}_{ij}^{nc} & \hat{z}_{ij}^{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{J}_{ij,l}^a \\ \bar{J}_{ij,l}^b \\ \bar{J}_{ij,l}^c \\ \bar{J}_{ij,l}^n \end{pmatrix} \quad (\text{A.1})$$

Se o neutro está solidamente aterrado, então, $\bar{V}_i^n = \bar{V}_j^n = 0$, e mediante a redução de Kron obtêm-se as equações (A.2) e (A.3).

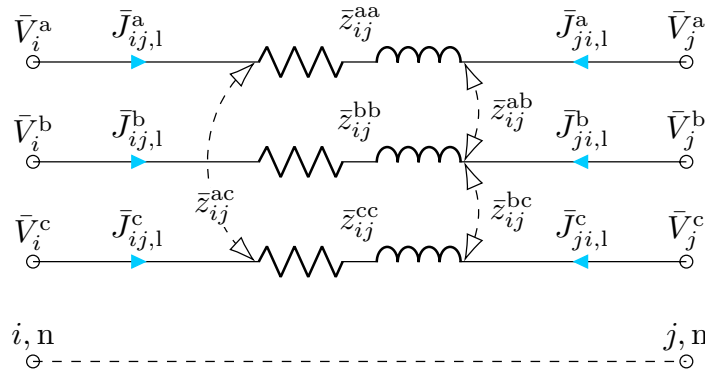
$$\begin{pmatrix} \bar{V}_i^a - \bar{V}_j^a \\ \bar{V}_i^b - \bar{V}_j^b \\ \bar{V}_i^c - \bar{V}_j^c \end{pmatrix} = \left\{ \begin{pmatrix} \hat{z}_{ij}^{aa} & \hat{z}_{ij}^{ab} & \hat{z}_{ij}^{ac} \\ \hat{z}_{ij}^{ba} & \hat{z}_{ij}^{bb} & \hat{z}_{ij}^{bc} \\ \hat{z}_{ij}^{ca} & \hat{z}_{ij}^{cb} & \hat{z}_{ij}^{cc} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \hat{z}_{ij}^{an} \\ \hat{z}_{ij}^{bn} \\ \hat{z}_{ij}^{cn} \end{pmatrix} (\hat{z}_{ij}^{nn})^{-1} \begin{pmatrix} \hat{z}_{ij}^{na} & \hat{z}_{ij}^{nb} & \hat{z}_{ij}^{nc} \end{pmatrix} \right\} \begin{pmatrix} \bar{J}_{ij,l}^a \\ \bar{J}_{ij,l}^b \\ \bar{J}_{ij,l}^c \end{pmatrix} \quad (\text{A.2})$$

$$\bar{J}_{ij,l}^n = - (\hat{z}_{ij}^{nn})^{-1} \begin{pmatrix} \hat{z}_{ij}^{na} & \hat{z}_{ij}^{nb} & \hat{z}_{ij}^{nc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{J}_{ij,l}^a \\ \bar{J}_{ij,l}^b \\ \bar{J}_{ij,l}^c \end{pmatrix} \quad (\text{A.3})$$

Fazendo operações algébricas nas impedâncias da equação (A.2) e substituindo esta expressão por $[\bar{z}]_{ij}^{abc}$, obtêm-se a equação (A.4) que está ilustrada na Figura 149, a inversa desta matriz quadrada é $[\bar{y}]_{ij}^{abc}$. Os efeitos do neutro ou do fio terra ainda estão sendo considerados nesta representação.

$$\begin{pmatrix} \bar{V}_i^a - \bar{V}_j^a \\ \bar{V}_i^b - \bar{V}_j^b \\ \bar{V}_i^c - \bar{V}_j^c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{z}_{ij}^{aa} & \bar{z}_{ij}^{ab} & \bar{z}_{ij}^{ac} \\ \bar{z}_{ij}^{ba} & \bar{z}_{ij}^{bb} & \bar{z}_{ij}^{bc} \\ \bar{z}_{ij}^{ca} & \bar{z}_{ij}^{cb} & \bar{z}_{ij}^{cc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{J}_{ij,l}^a \\ \bar{J}_{ij,l}^b \\ \bar{J}_{ij,l}^c \end{pmatrix} \quad (\text{A.4})$$

Figura 149 – Circuito equivalente para o condutor trifásico com neutro.



Fonte: Adaptado de (KERSTING, 2012)

Do lado esquerdo e direito da equação (A.4) obtêm-se as relações para as tensões e correntes conforme é apresentado nas equações (A.5) e (A.6), respectivamente.

$$\begin{pmatrix} \bar{V}_i^a - \bar{V}_j^a \\ \bar{V}_i^b - \bar{V}_j^b \\ \bar{V}_i^c - \bar{V}_j^c \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}}_{[T_V]} \begin{pmatrix} \bar{V}_i^a \\ \bar{V}_i^b \\ \bar{V}_i^c \\ \bar{V}_j^a \\ \bar{V}_j^b \\ \bar{V}_j^c \end{pmatrix} \quad (\text{A.5})$$

$$\begin{pmatrix} \bar{J}_{ij,1}^a \\ \bar{J}_{ij,1}^b \\ \bar{J}_{ij,1}^c \\ \bar{J}_{ji,1}^a \\ \bar{J}_{ji,1}^b \\ \bar{J}_{ji,1}^c \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}}_{[T_J]} \begin{pmatrix} \bar{J}_{ij,1}^a \\ \bar{J}_{ij,1}^b \\ \bar{J}_{ij,1}^c \end{pmatrix} \quad (\text{A.6})$$

Substituindo a equação (A.5) na equação (A.4), e multiplicando à direita por $[T_J]$ obtém-se a equação (A.7).

$$[T_J] [\bar{y}]_{ij}^{abc} [T_V] \begin{pmatrix} [\bar{V}]_{i,1}^{abc} \\ [\bar{V}]_j^{abc} \end{pmatrix} = [T_J] [\bar{J}]_{ij,1}^{abc} \quad (\text{A.7})$$

substituindo a equação (A.6) na equação (A.7) obtém-se a equação (A.8).

$$\begin{pmatrix} [\bar{J}]_{ij,1}^{abc} \\ [\bar{J}]_{ji,1}^{abc} \end{pmatrix} = [T_J] [\bar{y}]_{ij}^{abc} [T_V] \begin{pmatrix} [\bar{V}]_{i,1}^{abc} \\ [\bar{V}]_j^{abc} \end{pmatrix} \quad (\text{A.8})$$

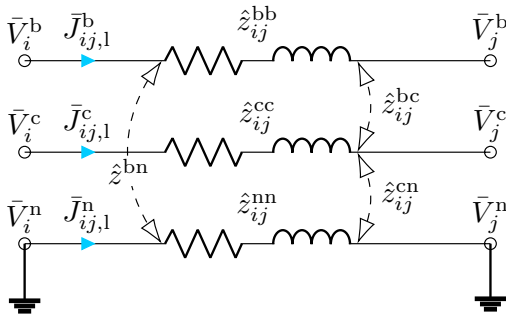
Finalmente, realizando operações algébricas obtém-se a equação (A.9).

$$\begin{pmatrix} [\bar{J}]_{ij,1}^{abc} \\ [\bar{J}]_{ji,1}^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{y}]_{ij}^{abc} & -[\bar{y}]_{ij}^{abc} \\ -[\bar{y}]_{ij}^{abc} & [\bar{y}]_{ij}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_{i,1}^{abc} \\ [\bar{V}]_j^{abc} \end{pmatrix} \quad (\text{A.9})$$

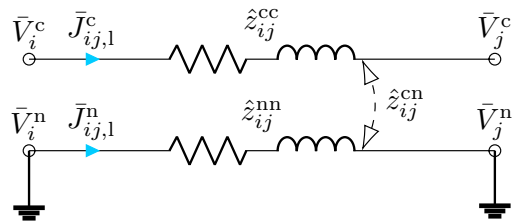
Uma análise similar se faz para os condutores de duas e uma fase com neutro solidamente aterrado, como é ilustrado na Figura 150, obtendo-se os circuitos equivalentes da Figura 151.

Figura 150 – Impedância em série do condutor bifásico e monofásico com neutro.

(a) Conductor com fases ‘b’, ‘c’ e neutro



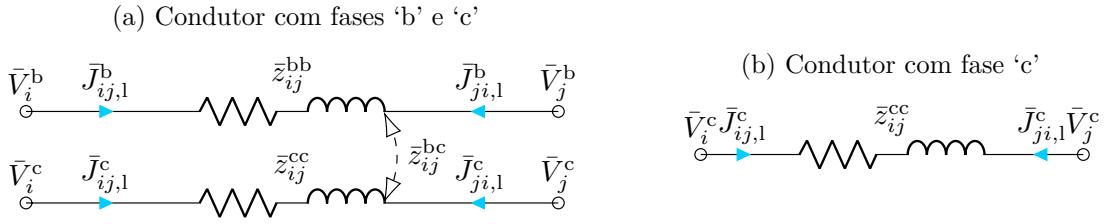
(b) Conductor com fases ‘c’ e neutro



Fonte: próprio autor

Em seguida, no item a. obtêm-se os resultados para condutores de duas fases, fases em ‘b’ e ‘c’, e neutro. No item b. obtêm-se os resultados para condutores de uma fase, fase em ‘c’, e neutro.

Figura 151 – Impedância em série do condutor bifásico e monofásico equivalente



Fonte: próprio autor

- a. A equação das injeções de correntes para o circuito equivalente do condutor bifásico de fases 'b' e 'c' da Figura 151(a) é apresentada na equação (A.10).

$$\begin{pmatrix} \bar{J}_{ij,1}^b \\ \bar{J}_{ij,1}^c \\ \bar{J}_{ji,1}^b \\ \bar{J}_{ji,1}^c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{y}_{ij}^{bb} & \bar{y}_{ij}^{bc} & -\bar{y}_{ij}^{bb} & -\bar{y}_{ij}^{bc} \\ \bar{y}_{ij}^{cb} & \bar{y}_{ij}^{cc} & -\bar{y}_{ij}^{cb} & -\bar{y}_{ij}^{cc} \\ -\bar{y}_{ij}^{bb} & -\bar{y}_{ij}^{bc} & \bar{y}_{ij}^{bb} & \bar{y}_{ij}^{bc} \\ -\bar{y}_{ij}^{cb} & -\bar{y}_{ij}^{cc} & \bar{y}_{ij}^{cb} & \bar{y}_{ij}^{cc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{V}_i^b \\ \bar{V}_i^c \\ \bar{V}_j^b \\ \bar{V}_j^c \end{pmatrix} \quad (\text{A.10})$$

Sendo:

$$\begin{pmatrix} \bar{y}_{ij}^{bb} & \bar{y}_{ij}^{bc} \\ \bar{y}_{ij}^{cb} & \bar{y}_{ij}^{cc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{z}_{ij}^{bb} & \bar{z}_{ij}^{bc} \\ \bar{z}_{ij}^{cb} & \bar{z}_{ij}^{cc} \end{pmatrix}^{-1}$$

$$\begin{pmatrix} \bar{z}_{ij}^{bb} & \bar{z}_{ij}^{bc} \\ \bar{z}_{ij}^{cb} & \bar{z}_{ij}^{cc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{z}_{ij}^{bb} & \hat{z}_{ij}^{bc} \\ \hat{z}_{ij}^{cb} & \hat{z}_{ij}^{cc} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \hat{z}_{ij}^{bn} \\ \hat{z}_{ij}^{cn} \end{pmatrix} (\hat{z}_{ij}^{nn})^{-1} \begin{pmatrix} \hat{z}_{ij}^{nb} & \hat{z}_{ij}^{nc} \end{pmatrix}$$

$$\bar{J}_{ij,1}^n = -(\hat{z}_{ij}^{nn})^{-1} \begin{pmatrix} \hat{z}_{ij}^{nb} & \hat{z}_{ij}^{nc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{J}_{ij,1}^b \\ \bar{J}_{ij,1}^c \end{pmatrix}$$

- b. As injeções de correntes para o circuito equivalente do condutor monofásico de fase 'c', ilustrado na Figura 151(b).

$$\begin{pmatrix} \bar{J}_{ij,1}^c \\ \bar{J}_{ji,1}^c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{y}_{ij}^{cc} & -\bar{y}_{ij}^{cc} \\ -\bar{y}_{ij}^{cc} & \bar{y}_{ij}^{cc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{V}_i^c \\ \bar{V}_j^c \end{pmatrix} \quad (\text{A.11})$$

Sendo:

$$\bar{y}_{ij}^{cc} = (\bar{z}_{ij}^{cc})^{-1}$$

$$\bar{z}_{ij}^{cc} = \hat{z}_{ij}^{cc} - \hat{z}_{ij}^{cn} (\hat{z}_{ij}^{nn})^{-1} \hat{z}_{ij}^{nc}$$

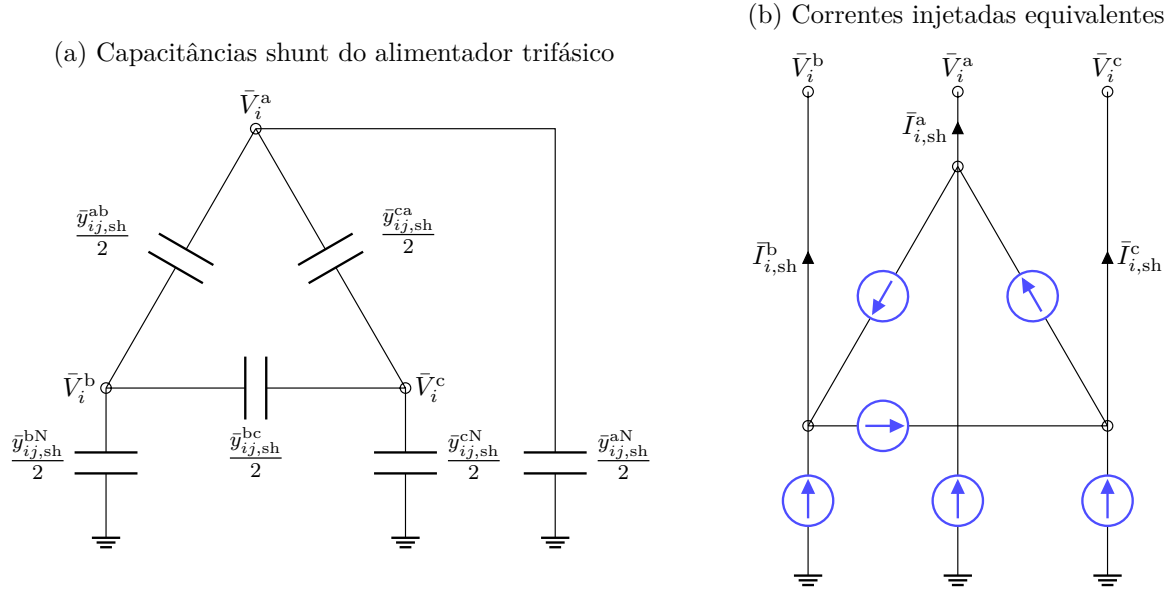
$$\bar{J}_{ij,1}^n = -(\hat{z}_{ij}^{nn})^{-1} \hat{z}_{ij}^{nc} \bar{J}_{ij,1}^c$$

A.2 CAPACITÂNCIA SHUNT DA LINHA

A parte da capacitância shunt que está próxima da barra i do condutor trifásico original é ilustrada na Figura 152(a). Ela pode ser representada por suas correntes

injetadas equivalentes mostradas na Figura 152(b). As injeções na Figura 152(b) podem ser reformuladas em três correntes de injeção monofásicas $\bar{I}_{i,\text{sh}}^a$, $\bar{I}_{i,\text{sh}}^b$ e $\bar{I}_{i,\text{sh}}^c$ mostradas a seguir (CHEN et al., 1991a):

Figura 152 – Capacitâncias shunt e correntes injetadas equivalentes de condutor trifásico



Fonte: Adaptado de (CHEN et al., 1991a)

$$\bar{I}_{i,\text{sh}}^a = -\frac{\bar{y}_{ij,\text{sh}}^{aN}}{2}(\bar{V}_i^a - \bar{V}_i^N) - \frac{\bar{y}_{ij,\text{sh}}^{ab}}{2}(\bar{V}_i^a - \bar{V}_i^b) - \frac{\bar{y}_{ij,\text{sh}}^{ac}}{2}(\bar{V}_i^a - \bar{V}_i^c) \quad (\text{A.12})$$

$$\bar{I}_{i,\text{sh}}^b = -\frac{\bar{y}_{ij,\text{sh}}^{bN}}{2}(\bar{V}_i^b - \bar{V}_i^N) - \frac{\bar{y}_{ij,\text{sh}}^{ba}}{2}(\bar{V}_i^b - \bar{V}_i^a) - \frac{\bar{y}_{ij,\text{sh}}^{bc}}{2}(\bar{V}_i^b - \bar{V}_i^c) \quad (\text{A.13})$$

$$\bar{I}_{i,\text{sh}}^c = -\frac{\bar{y}_{ij,\text{sh}}^{cN}}{2}(\bar{V}_i^c - \bar{V}_i^N) - \frac{\bar{y}_{ij,\text{sh}}^{ca}}{2}(\bar{V}_i^c - \bar{V}_i^a) - \frac{\bar{y}_{ij,\text{sh}}^{cb}}{2}(\bar{V}_i^c - \bar{V}_i^b) \quad (\text{A.14})$$

Considera-se o neutro solidamente aterrado, portanto, $\bar{V}_i^N = 0$, e que $\bar{y}_{ij,\text{sh}}^{pk} = \bar{y}_{ij,\text{sh}}^{kp}$. Realizando operações algébricas e escrevendo o conjunto de equações (A.12), (A.13) e (A.14) na forma matricial, obtém-se a seguinte equação:

$$\begin{pmatrix} \bar{I}_{i,\text{sh}}^a \\ \bar{I}_{i,\text{sh}}^b \\ \bar{I}_{i,\text{sh}}^c \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \underbrace{\begin{pmatrix} -\bar{y}_{ij,\text{sh}}^{aN} - \bar{y}_{ij,\text{sh}}^{ab} - \bar{y}_{ij,\text{sh}}^{ac} & \bar{y}_{ij,\text{sh}}^{ab} & \bar{y}_{ij,\text{sh}}^{ac} \\ \bar{y}_{ij,\text{sh}}^{ba} & -\bar{y}_{ij,\text{sh}}^{ba} - \bar{y}_{ij,\text{sh}}^{bN} - \bar{y}_{ij,\text{sh}}^{bc} & \bar{y}_{ij,\text{sh}}^{bc} \\ \bar{y}_{ij,\text{sh}}^{ca} & \bar{y}_{ij,\text{sh}}^{cb} & -\bar{y}_{ij,\text{sh}}^{ca} - \bar{y}_{ij,\text{sh}}^{cb} - \bar{y}_{ij,\text{sh}}^{cN} \end{pmatrix}}_{[\bar{y}]_{ij,\text{sh}}^{abc}} \begin{pmatrix} \bar{V}_i^a \\ \bar{V}_i^b \\ \bar{V}_i^c \end{pmatrix} \quad (\text{A.15})$$

realizando o mesmo procedimento anterior para a barra j obtém-se um resultado similar, em resumo, a seguir apresentam-se as injeções de correntes para a capacitância Shunt da linha nos terminais i e j .

$$[\bar{I}]_{i,\text{sh}}^{abc} = \frac{1}{2} [\bar{y}]_{ij,\text{sh}}^{abc} [\bar{V}]_i^{abc} \quad (\text{A.16})$$

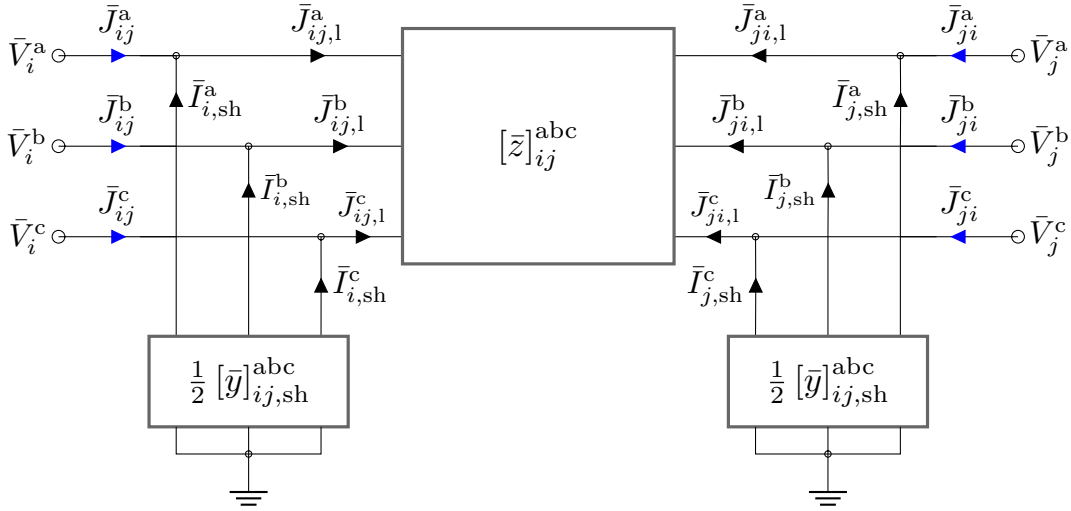
$$[\bar{I}]_{j,\text{sh}}^{\text{abc}} = \frac{1}{2} [\bar{y}]_{ij,\text{sh}}^{\text{abc}} [\bar{V}]_j^{\text{abc}} \quad (\text{A.17})$$

Escrevendo as equações anteriores na sua forma matricial obtém-se a equação (A.18).

$$\begin{pmatrix} [\bar{I}]_{i,\text{sh}}^{\text{abc}} \\ [\bar{I}]_{j,\text{sh}}^{\text{abc}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} [\bar{y}]_{ij,\text{sh}}^{\text{abc}} & [0]_{3 \times 3} \\ [0]_{3 \times 3} & \frac{1}{2} [\bar{y}]_{ij,\text{sh}}^{\text{abc}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_i^{\text{abc}} \\ [\bar{V}]_j^{\text{abc}} \end{pmatrix} \quad (\text{A.18})$$

Finalmente, na Figura 153 verifica-se que as injeções de correntes no condutor, equação (A.20), é composta pela injeção de corrente de linha, equação (A.9), e pelo corrente shunt, equação (A.18).

Figura 153 – Circuito do condutor trifásico com impedância série e capacitância shunt



Fonte: próprio autor

$$\begin{pmatrix} [\bar{J}]_{ij}^{\text{abc}} \\ [\bar{J}]_{ji}^{\text{abc}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{J}]_{ij,l}^{\text{abc}} \\ [\bar{J}]_{ji,l}^{\text{abc}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} [\bar{I}]_{i,\text{sh}}^{\text{abc}} \\ [\bar{I}]_{j,\text{sh}}^{\text{abc}} \end{pmatrix} \quad (\text{A.19})$$

$$\begin{pmatrix} [\bar{J}]_{ij}^{\text{abc}} \\ [\bar{J}]_{ji}^{\text{abc}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{y}]_{ij}^{\text{abc}} + \frac{1}{2} [\bar{y}]_{ij,\text{sh}}^{\text{abc}} & -[\bar{y}]_{ij}^{\text{abc}} \\ -[\bar{y}]_{ij}^{\text{abc}} & [\bar{y}]_{ij}^{\text{abc}} + \frac{1}{2} [\bar{y}]_{ij,\text{sh}}^{\text{abc}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_i^{\text{abc}} \\ [\bar{V}]_j^{\text{abc}} \end{pmatrix} \quad (\text{A.20})$$

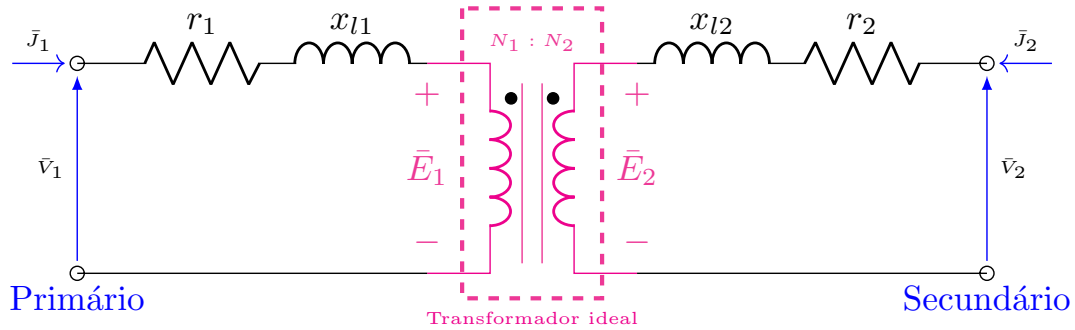
ANEXO B – TRANSFORMADOR

Neste anexo é demonstrada a contribuição do circuito do transformador trifásico para obtenção da matriz admitância do SED. O transformador trifásico pode ser modelado com uma grande quantidade de dados (os quais são difíceis de obter), ou considerando uma informação mínima, (consideração somente da admitância de curto-circuito e das perdas no núcleo) (CHEN et al., 1991b). Simplificando mais o modelo, neste trabalho as perdas no núcleo e corrente de excitação são desprezadas, estes parâmetros podem ser obtidos do teste em vazio com tensão variável (M.I.T., 2021). Antes de iniciar o estudo do transformador trifásico, a seguir, apresenta-se uma análise do transformador monofásico.

B.1 TRANSFORMADOR MONOFÁSICO

Na sua forma mais simples, um transformador consiste em um circuito magnético de dois enrolamentos exercendo indução mútua (M.I.T., 2021), o qual de forma simplificada é representado na forma de circuito elétrico na Figura 154.

Figura 154 – Circuito simplificado do transformador monofásico



Fonte: adaptado de (M.I.T., 2021)

Sendo:

$\bar{V}_1$ e $\bar{V}_2$: Fasores que representam as tensões entre terminais;

$\bar{E}_1$ e $\bar{E}_2$: Fasores que representam as tensões induzidas pelo fluxo mútuo resultante;

$\bar{J}_1$ e $\bar{J}_2$: Fasores que representam as correntes;

r_1 e r_2 : Resistências efetivas dos enrolamentos;

x_{l1} e x_{l2} : Reatâncias de fuga, ou seja:

$$x_{l1} \equiv \omega L_{l1} \quad (\text{B.1})$$

$$x_{l2} \equiv \omega L_{l2} \quad (\text{B.2})$$

sendo L_{l1} e L_{l2} as indutâncias de dispersão.

Do circuito da Figura 154, na parte do transformador ideal obtém-se a relação de tensões: $\bar{E}_1 = \tau \bar{E}_2$, sendo $\tau = N_1/N_2$, e usando a conservação da potência de entrada e saída para o transformador em vazio obtém-se a relação de correntes como é apresentado na equação (B.3).

$$\tau \bar{E}_2 \bar{J}_1^* = -\bar{E}_2 \bar{J}_2^* \quad \rightarrow \quad \bar{J}_2 = -\tau \bar{J}_1 \quad (\text{B.3})$$

Aplicando a segunda lei de Kirchhoff, nos lados primário e secundário do transformador monofásico, obtém-se as equações (B.4) e (B.5).

$$\tau \bar{E}_2 + (r_1 + jx_{l1}) \bar{J}_1 = \bar{V}_1 \quad (\text{B.4})$$

$$\bar{E}_2 + (r_2 + jx_{l2}) \bar{J}_2 = \bar{V}_2 \quad (\text{B.5})$$

Das equações (B.4) e (B.5), e da equação (B.3), obtém-se a equação matricial (B.6)

$$\begin{pmatrix} \bar{J}_1 \\ \bar{J}_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{\bar{z}_t} \begin{pmatrix} 1 & -\tau \\ -\tau & \tau^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \end{pmatrix} \quad (\text{B.6})$$

Sendo a impedância $\bar{z}_t = r_1 + jx_{l1} + \tau^2(r_2 + jx_{l2})$. Coincidentemente, esta é a impedância total do transformador referida ao seu lado primário. Aplicando um curto-circuito no secundário do transformador ($\bar{V}_2 = 0$) e uma tensão no primário, é obtida a impedância de curto-circuito (desprezando as perdas no núcleo). Aplicando estas condições na equação (B.6) obtém-se a impedância $\bar{z}_t$, que é definida como a impedância de curto-circuito do transformador.

$$\bar{z}_t = \frac{\bar{V}_1}{\bar{J}_1} = \frac{1}{\bar{y}_t} \quad \text{se} \quad \bar{V}_2 = 0 \quad (\text{B.7})$$

Da equação (B.6) obtém-se a matriz $\bar{Y}_{\text{bus}}$ do transformador monofásico.

$$\bar{Y}_{\text{bus}} = \begin{pmatrix} 1/\bar{z}_t & -\tau/\bar{z}_t \\ -\tau/\bar{z}_t & \tau^2/\bar{z}_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{y}_t & -\tau\bar{y}_t \\ -\tau\bar{y}_t & \tau^2\bar{y}_t \end{pmatrix} \quad (\text{B.8})$$

Observa-se que $\bar{Y}_{\text{bus}}$ é uma matriz singular, portanto, não tem inversa, esta propriedade também é observada na equação (B.6). Desta última equação observa-se que $\bar{J}_2 = -\tau \bar{J}_1$, portanto a equação matricial (B.6) é equivalente às equações (B.9) e (B.10)

$$\bar{J}_1 = \bar{y}_t \bar{V}_1 - \tau \bar{y}_t \bar{V}_2 \quad (\text{B.9})$$

$$\bar{J}_2 = -\tau \bar{J}_1 \quad (\text{B.10})$$

ou em sua forma matricial:

$$\bar{J}_1 = \begin{pmatrix} \bar{y}_t & -\tau\bar{y}_t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \end{pmatrix} \quad (\text{B.11})$$

$$\bar{J}_2 = -\tau \bar{J}_1 \quad (\text{B.12})$$

Por outro lado, observa-se que a relação de transformação “ τ ” é definida como a relação do número de enrolamentos entre o primário e o secundário, e isto poucas vezes é igual ao

quociente entre as tensões terminais do transformador, por causa das quedas de tensão nas impedâncias de fuga dos enrolamentos, portanto, é conveniente definir a relação de transformação como o quociente entre o número de espiras, em vez do quociente das tensões entre os terminais, uma vez que o quociente entre o número de espiras é uma constante fixa que depende do projeto do transformador (M.I.T., 2021).

A partir das equações (B.4), (B.5) e (B.3) obtém-se a relação entre as tensões terminais do transformador conforme é apresentado na equação (B.13).

$$\bar{V}_2 = \frac{\bar{V}_1}{\tau} - \frac{\bar{z}_t \bar{J}_1}{\tau} \quad (\text{B.13})$$

Simplificando ainda mais o modelo do transformador, considerando que $\bar{z}_t = 0$, obtém-se a equação (B.14).

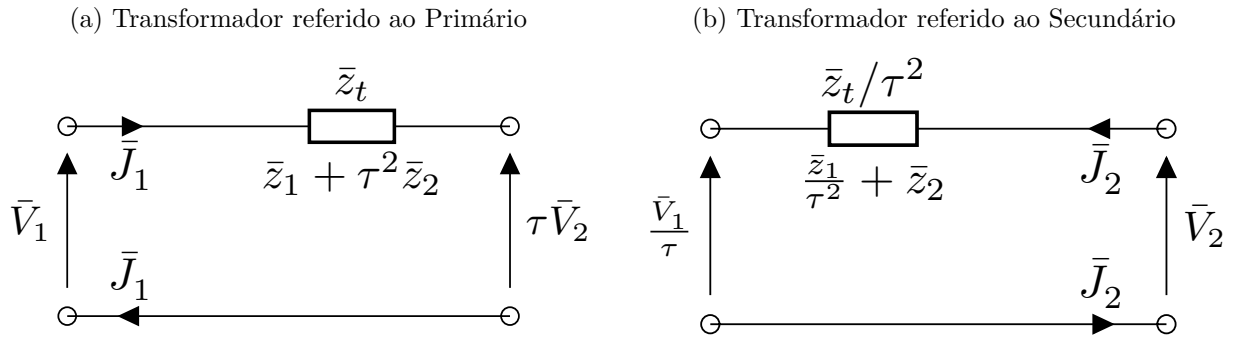
$$\bar{V}_2 = \frac{\bar{V}_1}{\tau} \quad (\text{B.14})$$

Neste estudo, a impedância de curto-circuito ($\bar{z}_t$) é a soma da impedância do lado primário mais a impedância do lado secundário referida ao lado primário, esta equivalência é observado na equação (B.15) e na Figura 155(a), da qual obtém-se a equação (B.6), e desta mesma equação obtém-se o circuito equivalente do transformador referido ao lado secundário como é observado na equação (B.16) e na Figura 155(b).

$$\bar{V}_1 = \tau \bar{V}_2 + \bar{z}_t \bar{J}_1 = \tau \bar{V}_2 + (\bar{z}_1 + \tau^2 \bar{z}_2) \bar{J}_1 \quad (\text{B.15})$$

$$\bar{V}_2 = \frac{\bar{V}_1}{\tau} + \frac{\bar{z}_t}{\tau^2} \bar{J}_2 = \frac{\bar{V}_1}{\tau} + \left(\frac{\bar{z}_1}{\tau^2} + \bar{z}_2 \right) \bar{J}_2 \quad (\text{B.16})$$

Figura 155 – Equivalente do Transformador monofásico referido a seus lados.



Fonte: próprio autor

Para cada uma das equações (B.15) e (B.16) considerar que $\bar{J}_2 = -\tau \bar{J}_1$, portanto, conclui-se que as equações (B.15) e (B.16) são as mesmas.

B.1.1 Valores em por unidade para o transformador monofásico

Geralmente os valores da impedância de curto-circuito do transformador são dados em pu, que são obtidos considerando os valores de base de cada lado do transformador, como as tensões de base: V_{pB} , V_{sB} , e as potências bases: S_{pB} , S_{sB} , os subíndices ‘p’ e ‘s’ referem-se aos lados primário e secundário, respectivamente. Geralmente $S_{pB} = S_{sB} = S_B$. A partir desses dados obtêm-se as correntes e impedância de base para cada lado do transformador como é apresentado na equação (B.17).

$$I_{pB} = \frac{S_{pB}}{V_{pB}} \quad I_{sB} = \frac{S_{sB}}{V_{sB}} \quad (\text{B.17})$$

Considera-se que a relação entre as tensões de base de cada lado do transformador é igual à relação de transformação como é apresentado na equação (B.18).

$$\tau = \frac{V_{pB}}{V_{sB}} \quad (\text{B.18})$$

Como a impedância de curto-circuito neste trabalho está referida ao lado primário, obtêm-se as relações na equação (B.19).

$$Z_{pB} = \frac{V_{pB}^2}{S_B} \rightarrow \bar{z}_t [\text{pu}] = \frac{\bar{z}_t}{Z_{pB}} \quad \text{e} \quad Y_{pB} = \frac{1}{Z_{pB}} = \frac{S_B}{V_{pB}^2} \quad (\text{B.19})$$

A equação (B.6) é muito importante no cálculo de fluxo de potência, expressa pela equação (B.20), deve ser transformada em valores em pu, como se explica a seguir.

$$\begin{pmatrix} \bar{J}_1 \\ \bar{J}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{y}_t & -\tau \bar{y}_t \\ -\tau \bar{y}_t & \tau^2 \bar{y}_t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \end{pmatrix} \quad (\text{B.20})$$

separando a equação (B.20), obtêm-se as equações (B.21) e (B.22).

$$\bar{J}_1 = \bar{y}_t \bar{V}_1 - \tau \bar{y}_t \bar{V}_2 \quad (\text{B.21})$$

$$\bar{J}_2 = -\tau \bar{y}_t \bar{V}_1 + \tau^2 \bar{y}_t \bar{V}_2 \quad (\text{B.22})$$

A corrente da equação (B.21) está no lado primário, portanto, este valor é dividido por I_{pB} , a corrente da equação (B.22) está no lado secundário, portanto, este valor é dividido por I_{sB} como se apresenta em seguida.

$$\frac{\bar{J}_1}{I_{pB}} = \frac{\bar{y}_t \bar{V}_1}{I_{pB}} - \frac{\tau \bar{y}_t \bar{V}_2}{I_{pB}} \quad (\text{B.23})$$

$$\frac{\bar{J}_2}{I_{sB}} = -\frac{\tau \bar{y}_t \bar{V}_1}{I_{sB}} + \frac{\tau^2 \bar{y}_t \bar{V}_2}{I_{sB}} \quad (\text{B.24})$$

Considerando a equação (B.17) nas equações (B.23) e (B.24), obtêm-se as equações (B.25) e (B.26) respectivamente.

$$\bar{J}_1 [\text{pu}] = \frac{\bar{y}_t}{\frac{S_B}{V_{pB}^2}} \frac{\bar{V}_1}{V_{pB}} - \frac{\tau \bar{y}_t}{\frac{S_B}{V_{pB} V_{sB}}} \frac{\bar{V}_2}{V_{sB}} \quad (\text{B.25})$$

$$\bar{J}_2 [\text{pu}] = -\frac{\tau \bar{y}_t}{\frac{S_B}{V_{sB} V_{pB}}} \frac{\bar{V}_1}{V_{pB}} + \frac{\tau^2 \bar{y}_t}{\frac{S_B}{V_{sB}^2}} \frac{\bar{V}_2}{V_{sB}} \quad (\text{B.26})$$

Identificando as tensões em pu nas equações (B.25) e (B.26), e expressando estas equações na sua forma matricial, obtém-se a equação (B.27).

$$\begin{pmatrix} \bar{J}_1 [\text{pu}] \\ \bar{J}_2 [\text{pu}] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\bar{y}_t}{\frac{S_B}{V_{pB}^2}} & -\frac{\tau \bar{y}_t}{\frac{S_B}{V_{pB} V_{sB}}} \\ -\frac{\tau \bar{y}_t}{\frac{S_B}{V_{sB} V_{pB}}} & \frac{\tau^2 \bar{y}_t}{\frac{S_B}{V_{sB}^2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{V}_1 [\text{pu}] \\ \bar{V}_2 [\text{pu}] \end{pmatrix} \quad (\text{B.27})$$

A seguir, demonstra-se a estrutura dos elementos da matriz admitância do transformador monofásico em pu, considerando a equação (B.18) e a expressão da admitância de base na equação (B.19).

$$\begin{aligned} \frac{\bar{y}_t}{\frac{S_B}{V_{pB}^2}} &= \frac{\bar{y}_t}{Y_{pB}} = \bar{y}_t [\text{pu}] \\ -\frac{\tau \bar{y}_t}{\frac{S_B}{V_{pB} V_{sB}}} &= -\frac{\tau}{\frac{V_{pB}}{V_{sB}}} \frac{\bar{y}_t}{\frac{S_B}{V_{pB}^2}} = \frac{\tau}{\tau} \frac{\bar{y}_t}{Y_{pB}} = -\bar{y}_t [\text{pu}] \\ \frac{\tau^2 \bar{y}_t}{\frac{S_B}{V_{sB}^2}} &= \frac{\tau^2}{\frac{V_{pB}^2}{V_{sB}^2}} \frac{\bar{y}_t}{\frac{S_B}{V_{pB}^2}} = \frac{\tau^2}{\tau^2} \frac{\bar{y}_t}{Y_{pB}} = \bar{y}_t [\text{pu}] \end{aligned}$$

Finalmente, substituindo as equações anteriores na equação (B.27) obtém-se a equação (B.28).

$$\begin{pmatrix} \bar{J}_1 [\text{pu}] \\ \bar{J}_2 [\text{pu}] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{y}_t [\text{pu}] & -\bar{y}_t [\text{pu}] \\ -\bar{y}_t [\text{pu}] & \bar{y}_t [\text{pu}] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{V}_1 [\text{pu}] \\ \bar{V}_2 [\text{pu}] \end{pmatrix} \quad (\text{B.28})$$

No cálculo de fluxo de potência, neste trabalho, não se utilizam os valores das variáveis em pu, utilizam-se os valores reais, portanto a seguinte relação é importante:

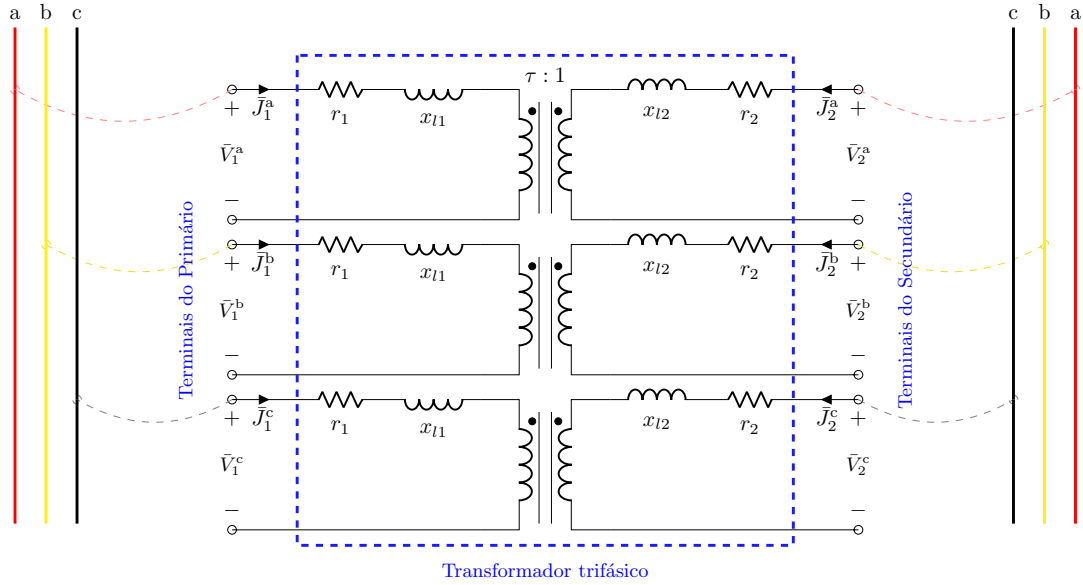
$$\bar{y}_t = (Y_{pB}) (\bar{y}_t [\text{pu}]) = \left(\frac{S_B}{V_{pB}^2} \right) (\bar{y}_t [\text{pu}]), \quad \bar{x}_t = \frac{1}{\bar{y}_t} [\text{Ohm}]$$

B.2 CIRCUITO ELÉTRICO DO TRANSFORMADOR TRIFÁSICO

A modelagem de um transformador trifásico considerando todos os enrolamentos e acoplamentos magnéticos pode exigir dados de vários testes de curto-circuitos. Portanto, é um procedimento comum considerar transformadores de distribuição trifásicos como um banco de três transformadores monofásicos, magneticamente isolados uns dos outros e devidamente conectados para realizar a modelagem da conexão em análise (KERSTING; PHILLIPS; CARR, 1999). Nos SED as cargas monofásicas são alimentadas pelos secundários de baixa tensão dos transformadores de distribuição, cujos primários estão conectados no sistema de transmissão trifásico, as cargas monofásicas são distribuídas entre as fases do sistema trifásico de forma que resulte numa carga trifásica aproximadamente equilibrada (M.I.T., 2021). Devido que o desequilíbrio é inerente é necessária uma análise trifásica, e

um estudo dos diferentes tipos de conexões do transformador. Na Figura 156 apresenta-se um transformador trifásico formado por três transformadores monofásicos idênticos sem estar conectado no sistema de energia elétrica. Existem várias formas de conectar este transformador ao sistema de energia, entre as principais: conexão estrela no primário ou secundário com ou sem neutro aterrado e conexão delta no primário ou secundário.

Figura 156 – Circuito simplificado do transformador trifásico, sem conexão ao sistema



Da Figura 156 e considerando o resultado apresentado para o transformador monofásico da equação (B.8), obtém-se a equação (B.29).

$$\begin{pmatrix} \bar{J}_1^k \\ \bar{J}_2^k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{y}_t & -\tau \bar{y}_t \\ -\tau \bar{y}_t & \tau^2 \bar{y}_t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{V}_1^k \\ \bar{V}_2^k \end{pmatrix} \quad k = a, b, c \quad (\text{B.29})$$

Expandindo-se a equação para cada fase da equação (B.29) de forma matricial, obtém-se a equação (B.30)

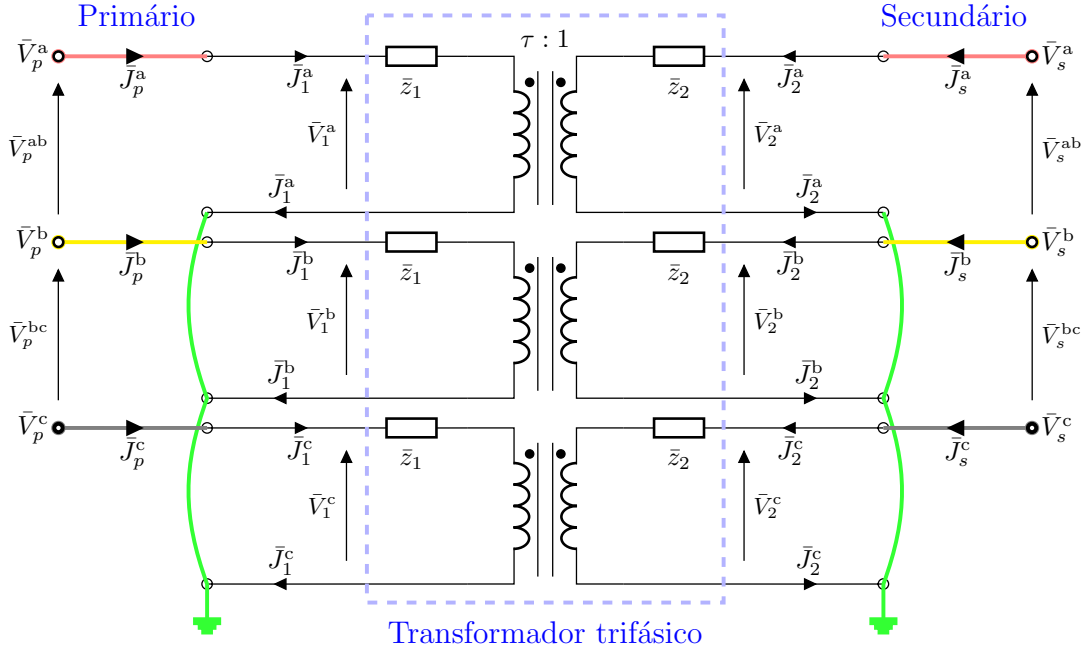
$$\begin{pmatrix} \bar{J}_1^a \\ \bar{J}_2^a \\ \bar{J}_1^b \\ \bar{J}_2^b \\ \bar{J}_1^c \\ \bar{J}_2^c \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \bar{y}_t & -\tau \bar{y}_t & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\tau \bar{y}_t & \tau^2 \bar{y}_t & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{y}_t & -\tau \bar{y}_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\tau \bar{y}_t & \tau^2 \bar{y}_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{y}_t & -\tau \bar{y}_t \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\tau \bar{y}_t & \tau^2 \bar{y}_t \end{pmatrix}}_{[\bar{Y}]_{\text{prim}}} \begin{pmatrix} \bar{V}_1^a \\ \bar{V}_2^a \\ \bar{V}_1^b \\ \bar{V}_2^b \\ \bar{V}_1^c \\ \bar{V}_2^c \end{pmatrix} \quad (\text{B.30})$$

A equação (B.30) contempla os diferentes tipos de conexões do transformador trifásico no sistema, os quais são apresentados a seguir.

B.2.1 Conexão YgYg0

Este tipo de conexão para o transformador trifásico no sistema de energia elétrica é apresentado na Figura 157.

Figura 157 – Transformador trifásico com conexão YgYg0



Da Figura 157, dos lados primário e secundário do transformador, obtêm-se as seguintes relações:

$$\begin{aligned}
 \bar{V}_p^a &= \bar{V}_1^a & \bar{J}_p^a &= \bar{J}_1^a & \bar{V}_s^a &= \bar{V}_2^a & \bar{J}_s^a &= \bar{J}_2^a \\
 \bar{V}_p^b &= \bar{V}_1^b & \bar{J}_p^b &= \bar{J}_1^b & \bar{V}_s^b &= \bar{V}_2^b & \bar{J}_s^b &= \bar{J}_2^b \\
 \bar{V}_p^c &= \bar{V}_1^c & \bar{J}_p^c &= \bar{J}_1^c & \bar{V}_s^c &= \bar{V}_2^c & \bar{J}_s^c &= \bar{J}_2^c
 \end{aligned} \tag{B.31}$$

Ordenando as equações anteriores, obtêm-se as equações (B.32) e (B.33).

$$\begin{pmatrix} \bar{J}_p^a \\ \bar{J}_p^b \\ \bar{J}_p^c \\ \bar{J}_s^a \\ \bar{J}_s^b \\ \bar{J}_s^c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{J}_1^a \\ \bar{J}_1^b \\ \bar{J}_1^c \\ \bar{J}_2^a \\ \bar{J}_2^b \\ \bar{J}_2^c \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{[T_J]} \begin{pmatrix} \bar{J}_1^a \\ \bar{J}_2^a \\ \bar{J}_1^b \\ \bar{J}_2^b \\ \bar{J}_1^c \\ \bar{J}_2^c \end{pmatrix} \tag{B.32}$$

$$\begin{pmatrix} \bar{V}_1^a \\ \bar{V}_2^a \\ \bar{V}_1^b \\ \bar{V}_2^b \\ \bar{V}_1^c \\ \bar{V}_2^c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{V}_p^a \\ \bar{V}_s^a \\ \bar{V}_p^b \\ \bar{V}_s^b \\ \bar{V}_p^c \\ \bar{V}_s^c \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{[T_V]} \begin{pmatrix} \bar{V}_p^a \\ \bar{V}_p^b \\ \bar{V}_p^c \\ \bar{V}_s^a \\ \bar{V}_s^b \\ \bar{V}_s^c \end{pmatrix} \quad (\text{B.33})$$

Observa-se neste caso que as equações $[T_J] = [T_V]^t$, para obter a relação entre correntes e tensões de fases dos terminais do transformador, se multiplica à matriz $[T_J]$ à direita, e se substitui a equação (B.33) na equação (B.30), obtendo assim a equação (B.34).

$$[T_J] \begin{pmatrix} \bar{J}_1^a \\ \bar{J}_2^a \\ \bar{J}_1^b \\ \bar{J}_2^b \\ \bar{J}_1^c \\ \bar{J}_2^c \end{pmatrix} = [T_J] [\bar{Y}_{\text{prim}}] [T_V] \begin{pmatrix} \bar{V}_p^a \\ \bar{V}_p^b \\ \bar{V}_p^c \\ \bar{V}_s^a \\ \bar{V}_s^b \\ \bar{V}_s^c \end{pmatrix} \quad (\text{B.34})$$

Substituindo a equação (B.32) no lado direito da equação (B.34) obtém-se a equação (B.35).

$$\begin{pmatrix} \bar{J}_p^a \\ \bar{J}_p^b \\ \bar{J}_p^c \\ \bar{J}_s^a \\ \bar{J}_s^b \\ \bar{J}_s^c \end{pmatrix} = [T_J] [\bar{Y}_{\text{prim}}] [T_V] \begin{pmatrix} \bar{V}_p^a \\ \bar{V}_p^b \\ \bar{V}_p^c \\ \bar{V}_s^a \\ \bar{V}_s^b \\ \bar{V}_s^c \end{pmatrix} \quad (\text{B.35})$$

Finalmente, realizando operações algébricas na equação (B.35) obtém-se a matriz admitância do transformador para este tipo de conexão como se apresenta na equação (B.36).

$$[\bar{Y}]_{\text{bus}}^{\text{abc}} = [T_J] [\bar{Y}_{\text{prim}}] [T_V] = \begin{pmatrix} \bar{y}_t & 0 & 0 & -\tau \bar{y}_t & 0 & 0 \\ 0 & \bar{y}_t & 0 & 0 & -\tau \bar{y}_t & 0 \\ 0 & 0 & \bar{y}_t & 0 & 0 & -\tau \bar{y}_t \\ -\tau \bar{y}_t & 0 & 0 & \tau^2 \bar{y}_t & 0 & 0 \\ 0 & -\tau \bar{y}_t & 0 & 0 & \tau^2 \bar{y}_t & 0 \\ 0 & 0 & -\tau \bar{y}_t & 0 & 0 & \tau^2 \bar{y}_t \end{pmatrix} \quad (\text{B.36})$$

Utilizando a equação (B.3) para cada fase do transformador e a equação (B.31) obtém-se a relação de correntes entre o primário e o secundário do transformador para este tipo de conexão, a qual é apresentada na equação (B.37) e na Figura 158.

$$\bar{J}_2^a = -\tau \bar{J}_p^a \quad \bar{J}_s^a = -\tau \bar{J}_p^a$$

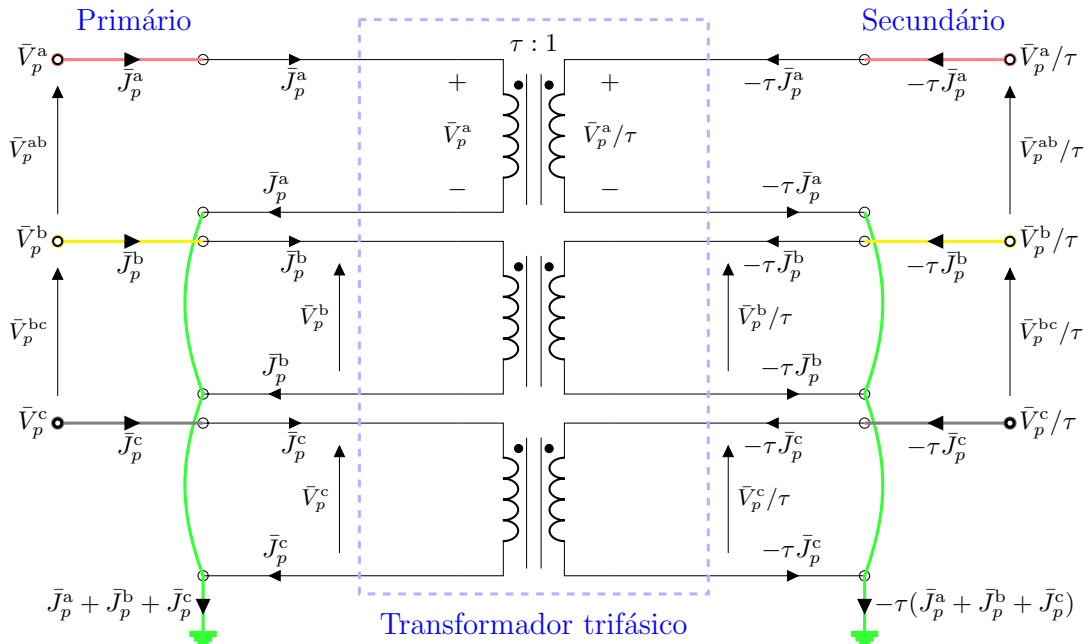
$$\begin{aligned}\bar{J}_2^b &= -\tau \bar{J}_p^b & \rightarrow & \quad \bar{J}_s^b = -\tau \bar{J}_p^b \\ \bar{J}_2^c &= -\tau \bar{J}_p^c & \quad \quad & \quad \bar{J}_s^c = -\tau \bar{J}_p^c\end{aligned}\quad (\text{B.37})$$

Para obter as tensões de linha no secundário em função do primário, utiliza-se a equação (B.13) para cada fase do transformador considerando a equação (B.31), este resultado é apresentado na equação (B.38).

$$\begin{aligned}\bar{V}_s^a &= \frac{\bar{V}_p^a}{\tau} - \frac{\bar{z}_t \bar{J}_p^a}{\tau} & \bar{V}_s^{ab} &= \frac{\bar{V}_p^{ab}}{\tau} - \frac{\bar{z}_t \bar{J}_p^{ab}}{\tau} \\ \bar{V}_s^b &= \frac{\bar{V}_p^b}{\tau} - \frac{\bar{z}_t \bar{J}_p^b}{\tau} & \rightarrow & \quad \bar{V}_s^{bc} = \frac{\bar{V}_p^{bc}}{\tau} - \frac{\bar{z}_t \bar{J}_p^{bc}}{\tau} \\ \bar{V}_s^c &= \frac{\bar{V}_p^c}{\tau} - \frac{\bar{z}_t \bar{J}_p^c}{\tau} & \bar{V}_s^{ca} &= \frac{\bar{V}_p^{ca}}{\tau} - \frac{\bar{z}_t \bar{J}_p^{ca}}{\tau}\end{aligned}\quad (\text{B.38})$$

Simplificando o modelo do transformador ao considerar $\bar{z}_t = 0$ obtém-se uma relação aproximada entre as tensões do primário e do secundário do transformador, conforme é apresentado na Figura 158, considerando esta aproximação obtém-se o quociente entre a tensão de linha entre as fases ‘a’ e ‘b’ do primário e do secundário como é apresentado na equação (B.39).

Figura 158 – Correntes e tensões do Transformador sem perdas com conexão YgYg0



$$\frac{\bar{V}_{p,\text{linha}}}{\bar{V}_{s,\text{linha}}} = \frac{\tau \bar{V}_p^{ab}}{\bar{V}_p^{ab}} = \tau \quad (\text{B.39})$$

Nos sistemas de energia elétrica é conhecido que a relação de transformação (RT) é dada entre a relação dos módulos das tensões de linha do primário e do secundário, então, a partir desse dado é possível obter a relação entre os enrolamentos conforme é apresentado em (B.40).

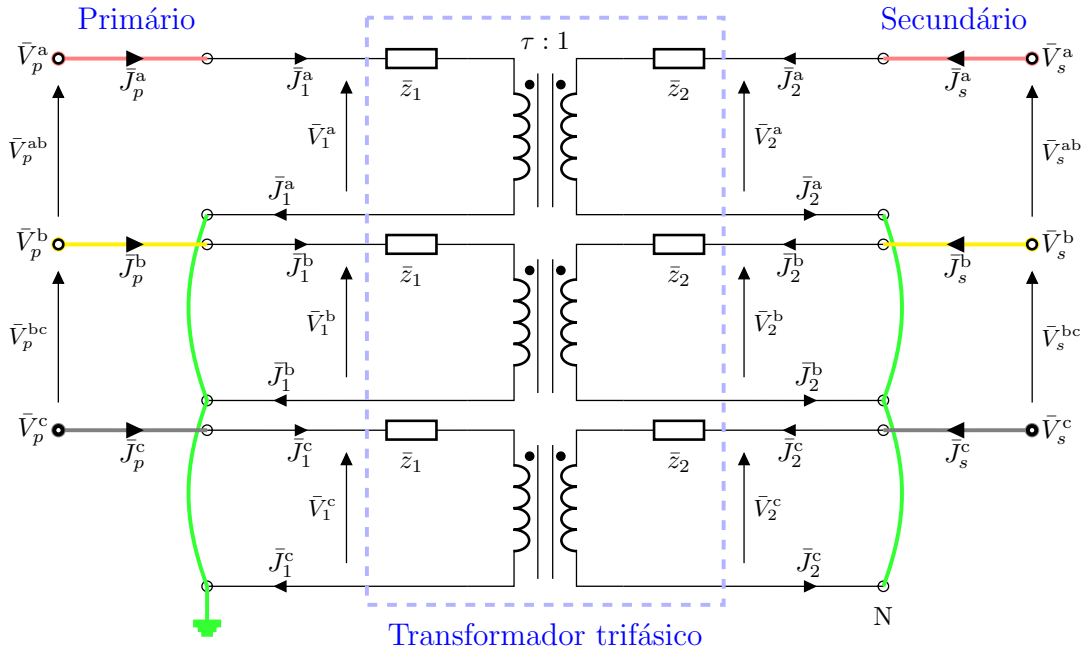
$$\text{RT} = \tau \quad \rightarrow \quad \tau = \frac{N_1}{N_2} = \text{RT} \quad (\text{B.40})$$

Por exemplo, para obter que a tensão de linha do primário e secundário sejam iguais ($RT = 1$), então: $\tau = 1$.

B.2.2 Conexão YgY0

Este tipo de conexão para o transformador trifásico no sistema de energia elétrica é apresentado na Figura 159.

Figura 159 – Transformador trifásico com conexão YgY0



Da Figura 159, do lado primário e secundário do transformador, obtêm-se as seguintes relações:

$$\begin{aligned}
 \bar{V}_p^a &= \bar{V}_1^a & \bar{J}_p^a &= \bar{J}_1^a & \bar{V}_2^a &= \bar{V}_s^a - \bar{V}_2^N & \bar{J}_s^a &= \bar{J}_2^a \\
 \bar{V}_p^b &= \bar{V}_1^b & \bar{J}_p^b &= \bar{J}_1^b & \bar{V}_2^b &= \bar{V}_s^b - \bar{V}_2^N & \bar{J}_s^b &= \bar{J}_2^b \\
 \bar{V}_p^c &= \bar{V}_1^c & \bar{J}_p^c &= \bar{J}_1^c & \bar{V}_2^c &= \bar{V}_s^c - \bar{V}_2^N & \bar{J}_s^c &= \bar{J}_2^c
 \end{aligned} \tag{B.41}$$

Observa-se que uma nova variável ($\bar{V}_1^N$) é adicionada no sistema de equações, no entanto, devido o lado primário do transformador estar isolado, obtém-se a equação (B.42).

$$\bar{J}_2^a + \bar{J}_2^b + \bar{J}_2^c = 0 \tag{B.42}$$

Portanto, o sistema pode ser resolvido e a variável $\bar{V}_1^N$ pode ser excluída como se demonstra a seguir. Da equação (B.30) obtêm-se as equações (B.43), (B.44) e (B.45).

$$\bar{J}_2^a = -\tau \bar{y}_t \bar{V}_1^a + \tau^2 \bar{y}_t \bar{V}_2^a \tag{B.43}$$

$$\bar{J}_2^b = -\tau \bar{y}_t \bar{V}_1^b + \tau^2 \bar{y}_t \bar{V}_2^b \tag{B.44}$$

$$\bar{J}_2^c = -\tau \bar{y}_t \bar{V}_1^c + \tau^2 \bar{y}_t \bar{V}_2^c \tag{B.45}$$

Adicionando as equações (B.43), (B.44) e (B.45), obtém-se a equação (B.46).

$$\bar{J}_2^a + \bar{J}_2^b + \bar{J}_2^c = -\tau \bar{y}_t (\bar{V}_1^a + \bar{V}_1^b + \bar{V}_1^c) + \tau^2 \bar{y}_t (\bar{V}_2^a + \bar{V}_2^b + \bar{V}_2^c) \quad (\text{B.46})$$

Do sistema de equações do transformador, equação (B.41), obtém-se as equações (B.47) e (B.48).

$$\bar{V}_1^a + \bar{V}_1^b + \bar{V}_1^c = \bar{V}_p^a + \bar{V}_p^b + \bar{V}_p^c \quad (\text{B.47})$$

$$\bar{V}_2^a + \bar{V}_2^b + \bar{V}_2^c = \bar{V}_s^a + \bar{V}_s^b + \bar{V}_s^c - 3\bar{V}_2^N \quad (\text{B.48})$$

Utilizando as equações (B.47) e (B.48), e considerando a equação (B.42) na equação (B.46), obtém-se a equação (B.49).

$$\bar{V}_2^N = \frac{1}{3}(\bar{V}_s^a + \bar{V}_s^b + \bar{V}_s^c) - \frac{1}{3\tau}(\bar{V}_p^a + \bar{V}_p^b + \bar{V}_p^c) \quad (\text{B.49})$$

Utilizando a equação (B.49) no sistema de equações exclui-se a variável $\bar{V}_2^N$ e obtém-se as equações (B.50) e (B.51).

$$\begin{pmatrix} \bar{J}_p^a \\ \bar{J}_p^b \\ \bar{J}_p^c \\ \bar{J}_s^a \\ \bar{J}_s^b \\ \bar{J}_s^c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{J}_1^a \\ \bar{J}_1^b \\ \bar{J}_1^c \\ \bar{J}_2^a \\ \bar{J}_2^b \\ \bar{J}_2^c \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{[\text{T}_J]} \begin{pmatrix} \bar{J}_1^a \\ \bar{J}_2^a \\ \bar{J}_1^b \\ \bar{J}_2^b \\ \bar{J}_1^c \\ \bar{J}_2^c \end{pmatrix} \quad (\text{B.50})$$

$$\begin{pmatrix} \bar{V}_1^a \\ \bar{V}_2^a \\ \bar{V}_1^b \\ \bar{V}_2^b \\ \bar{V}_1^c \\ \bar{V}_2^c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{V}_p^a \\ \frac{\bar{V}_p^a}{3\tau} + \frac{\bar{V}_p^b}{3\tau} + \frac{\bar{V}_p^c}{3\tau} + \frac{2\bar{V}_s^a}{3} - \frac{\bar{V}_s^b}{3} - \frac{\bar{V}_s^c}{3} \\ \bar{V}_p^b \\ \frac{\bar{V}_p^a}{3\tau} + \frac{\bar{V}_p^b}{3\tau} + \frac{\bar{V}_p^c}{3\tau} - \frac{\bar{V}_s^a}{3} + \frac{2\bar{V}_s^b}{3} - \frac{\bar{V}_s^c}{3} \\ \bar{V}_p^c \\ \frac{\bar{V}_p^a}{3\tau} + \frac{\bar{V}_p^b}{3\tau} + \frac{\bar{V}_p^c}{3\tau} - \frac{\bar{V}_s^a}{3} - \frac{\bar{V}_s^b}{3} + \frac{2\bar{V}_s^c}{3} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{3\tau} & \frac{1}{3\tau} & \frac{1}{3\tau} & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{3\tau} & \frac{1}{3\tau} & \frac{1}{3\tau} & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{3\tau} & \frac{1}{3\tau} & \frac{1}{3\tau} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}}_{[\text{T}_V]} \begin{pmatrix} \bar{V}_p^a \\ \bar{V}_p^b \\ \bar{V}_p^c \\ \bar{V}_s^a \\ \bar{V}_s^b \\ \bar{V}_s^c \end{pmatrix} \quad (\text{B.51})$$

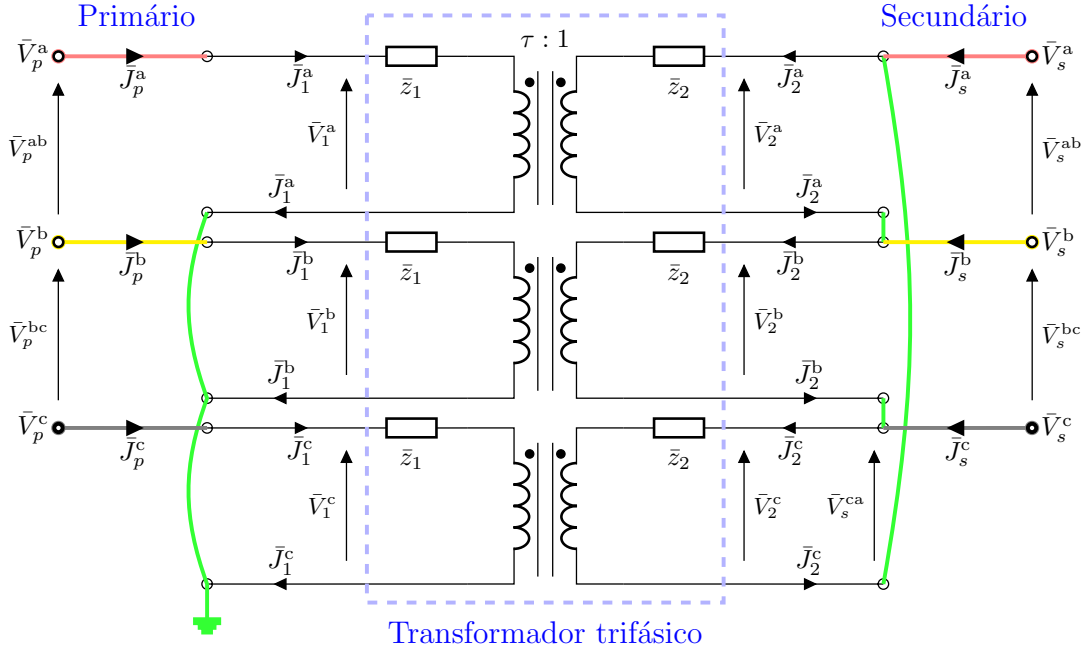
Observa-se, neste caso, que $[\text{T}_J]$ e $[\text{T}_V]$ não apresentam nenhuma relação. Para obter a relação entre correntes e tensões de fase nos terminais do transformador, e a partir desta relação, finalmente obter $[\bar{Y}]_{\text{bus}}^{\text{abc}}$ do transformador, se realiza o mesmo procedimento da Seção B.2.1 levando-se em consideração as equações (B.30), (B.50) e (B.51).

$$[\bar{Y}]_{\text{bus}}^{\text{abc}} = [\text{T}_J] [\bar{Y}]_{\text{prim}} [\text{T}_V] = \begin{pmatrix} \frac{2\bar{y}_t}{3} & -\frac{\bar{y}_t}{3} & -\frac{\bar{y}_t}{3} & -\frac{2\tau\bar{y}_t}{3} & \frac{\tau\bar{y}_t}{3} & \frac{\tau\bar{y}_t}{3} \\ -\frac{\bar{y}_t}{3} & \frac{2\bar{y}_t}{3} & -\frac{\bar{y}_t}{3} & \frac{\tau\bar{y}_t}{3} & -\frac{2\tau\bar{y}_t}{3} & \frac{\tau\bar{y}_t}{3} \\ -\frac{\bar{y}_t}{3} & -\frac{\bar{y}_t}{3} & \frac{2\bar{y}_t}{3} & \frac{\tau\bar{y}_t}{3} & \frac{\tau\bar{y}_t}{3} & -\frac{2\tau\bar{y}_t}{3} \\ -\frac{2\tau\bar{y}_t}{3} & \frac{\tau\bar{y}_t}{3} & \frac{\tau\bar{y}_t}{3} & \frac{2\tau^2\bar{y}_t}{3} & -\frac{\tau^2\bar{y}_t}{3} & -\frac{\tau^2\bar{y}_t}{3} \\ \frac{\tau\bar{y}_t}{3} & -\frac{2\tau\bar{y}_t}{3} & \frac{\tau\bar{y}_t}{3} & -\frac{\tau^2\bar{y}_t}{3} & \frac{2\tau^2\bar{y}_t}{3} & -\frac{\tau^2\bar{y}_t}{3} \\ \frac{\tau\bar{y}_t}{3} & \frac{\tau\bar{y}_t}{3} & -\frac{2\tau\bar{y}_t}{3} & -\frac{\tau^2\bar{y}_t}{3} & -\frac{\tau^2\bar{y}_t}{3} & \frac{2\tau^2\bar{y}_t}{3} \end{pmatrix} \quad (\text{B.52})$$

B.2.3 Conexão YgD1

Este tipo de conexão para o transformador trifásico no sistema de energia elétrica é apresentada na Figura 160.

Figura 160 – Transformador trifásico com conexão YgD1



Da Figura 160, dos lados primário e secundário do transformador, obtêm-se as seguintes relações:

$$\begin{aligned}
 \bar{V}_1^a &= \bar{V}_p^a & \bar{J}_p^a &= \bar{J}_1^a & \bar{V}_2^a &= \bar{V}_s^{ab} & \bar{J}_s^a &= \bar{J}_2^a - \bar{J}_2^c \\
 \bar{V}_1^b &= \bar{V}_p^b & \bar{J}_p^b &= \bar{J}_1^b & \bar{V}_2^b &= \bar{V}_s^{bc} & \bar{J}_s^b &= \bar{J}_2^b - \bar{J}_2^a \\
 \bar{V}_1^c &= \bar{V}_p^c & \bar{J}_p^c &= \bar{J}_1^c & \bar{V}_2^c &= \bar{V}_s^{ca} & \bar{J}_s^c &= \bar{J}_2^c - \bar{J}_2^b
 \end{aligned} \tag{B.53}$$

Ordenando equações anteriores, obtêm-se as equações (B.54) e (B.55).

$$\begin{pmatrix} \bar{J}_p^a \\ \bar{J}_p^b \\ \bar{J}_p^c \\ \bar{J}_s^a \\ \bar{J}_s^b \\ \bar{J}_s^c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{J}_1^a \\ \bar{J}_1^b \\ \bar{J}_1^c \\ \bar{J}_2^a - \bar{J}_2^c \\ \bar{J}_2^b - \bar{J}_2^a \\ \bar{J}_2^c - \bar{J}_2^b \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{[T_J]} \begin{pmatrix} \bar{J}_1^a \\ \bar{J}_1^b \\ \bar{J}_1^c \\ \bar{J}_2^a \\ \bar{J}_2^b \\ \bar{J}_2^c \end{pmatrix} \tag{B.54}$$

$$\begin{pmatrix} \bar{V}_1^a \\ \bar{V}_2^a \\ \bar{V}_1^b \\ \bar{V}_2^b \\ \bar{V}_1^c \\ \bar{V}_2^c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{V}_p^a \\ \bar{V}_s^a - \bar{V}_s^b \\ \bar{V}_p^b \\ \bar{V}_s^b - \bar{V}_s^c \\ \bar{V}_p^c \\ \bar{V}_s^c - \bar{V}_s^a \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{[T_V]} \begin{pmatrix} \bar{V}_p^a \\ \bar{V}_p^b \\ \bar{V}_p^c \\ \bar{V}_s^a \\ \bar{V}_s^b \\ \bar{V}_s^c \end{pmatrix} \quad (B.55)$$

Observa-se, neste caso, que $[T_J] = [T_V]^t$, e para obter a relação entre as correntes e as tensões de fase dos terminais do transformador, e a partir desta relação, finalmente obter, $[\bar{Y}]_{\text{bus}}^{\text{abc}}$ do transformador, realiza-se o mesmo procedimento da Seção B.2.1 levando em consideração as equações (B.30), (B.54) e (B.55).

$$[\bar{Y}]_{\text{bus}}^{\text{abc}} = [T_J] [\bar{Y}]_{\text{prim}} [T]_V = \begin{pmatrix} \bar{y}_t & 0 & 0 & -\tau \bar{y}_t & \tau \bar{y}_t & 0 \\ 0 & \bar{y}_t & 0 & 0 & -\tau \bar{y}_t & \tau \bar{y}_t \\ 0 & 0 & \bar{y}_t & \tau \bar{y}_t & 0 & -\tau \bar{y}_t \\ -\tau \bar{y}_t & 0 & \tau \bar{y}_t & 2\tau^2 \bar{y}_t & -\tau^2 \bar{y}_t & -\tau^2 \bar{y}_t \\ \tau \bar{y}_t & -\tau \bar{y}_t & 0 & -\tau^2 \bar{y}_t & 2\tau^2 \bar{y}_t & -\tau^2 \bar{y}_t \\ 0 & \tau \bar{y}_t & -\tau \bar{y}_t & -\tau^2 \bar{y}_t & -\tau^2 \bar{y}_t & 2\tau^2 \bar{y}_t \end{pmatrix} \quad (B.56)$$

Utilizando a equação (B.3) para cada fase do transformador e a equação (B.53) obtêm-se as relações de correntes entre o primário e o secundário do transformador para este tipo de conexão, que são representadas na equação (B.57) e na Figura 161.

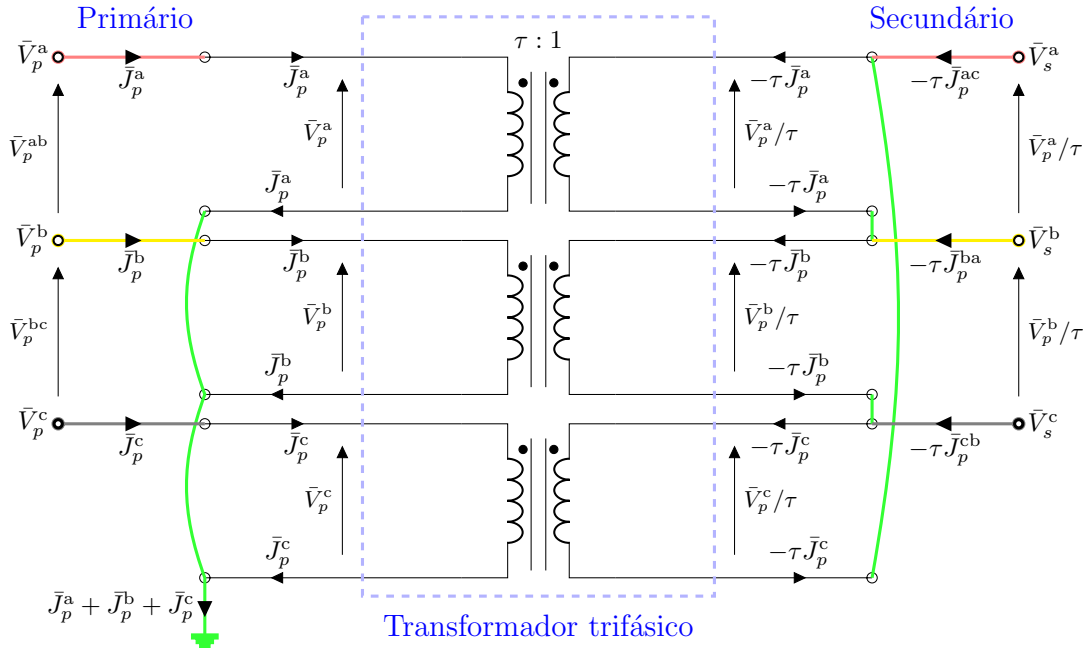
$$\begin{aligned} \bar{J}_2^a &= -\tau \bar{J}_p^a & \bar{J}_s^a &= -\tau (\bar{J}_p^a - \bar{J}_p^c) \\ \bar{J}_2^b &= -\tau \bar{J}_p^b & \bar{J}_s^b &= -\tau (\bar{J}_p^b - \bar{J}_p^a) \\ \bar{J}_2^c &= -\tau \bar{J}_p^c & \bar{J}_s^c &= -\tau (\bar{J}_p^c - \bar{J}_p^b) \end{aligned} \quad (B.57)$$

Para obter as tensões de linha do secundário em função do primário, utiliza-se a equação (B.13) para cada fase do transformador considerando a equação (B.53), este resultado é apresentado na equação (B.58).

$$\begin{aligned} \bar{V}_s^{\text{ab}} &= \frac{\bar{V}_p^a}{\tau} - \frac{\bar{z}_t \bar{J}_p^a}{\tau} \\ \bar{V}_s^{\text{bc}} &= \frac{\bar{V}_p^b}{\tau} - \frac{\bar{z}_t \bar{J}_p^b}{\tau} \\ \bar{V}_s^{\text{ca}} &= \frac{\bar{V}_p^c}{\tau} - \frac{\bar{z}_t \bar{J}_p^c}{\tau} \end{aligned} \quad (B.58)$$

Simplificando o modelo do transformador ao considerar $\bar{z}_t = 0$ obtém-se uma relação aproximada entre as tensões do primário e secundário do transformador, conforme é apresentado na Figura 161. Considerando esta aproximação obtém-se o quociente entre as

Figura 161 – Relação entre as correntes e as tensões do Transformador sem perdas com conexão YgD1



tensões de linha entre as fases ‘a’ e ‘b’ do primário e do secundário, conforme é apresentado na equação (B.59).

$$\frac{\bar{V}_{p,\text{linha}}}{\bar{V}_{s,\text{linha}}} = \frac{\tau \bar{V}_p^{\text{ab}}}{\bar{V}_p^a} \quad (\text{B.59})$$

Considerando-se que a tensão do primário é equilibrada, da equação (B.59) obtém-se a equação (B.60), que não é válida para o SED, por ele ser desequilibrado.

$$\begin{aligned} \bar{V}_p^a &= V \\ \bar{V}_p^b &= V e^{-j\frac{2\pi}{3}} \quad \rightarrow \quad \frac{\bar{V}_{p,\text{linha}}}{\bar{V}_{s,\text{linha}}} = \tau \sqrt{3} e^{-j\frac{\pi}{6}} \\ \bar{V}_p^c &= V e^{j\frac{2\pi}{3}} \end{aligned} \quad (\text{B.60})$$

Observa-se que para este tipo de conexão, a tensão do secundário está fora de fase em $-\frac{\pi}{6}$ com relação ao primário, e o módulo da tensão é reduzida por um fator de $1/(\sqrt{3}\tau)$. Assumindo que o sistema está equilibrado, e não considerando as perdas no transformador, a partir da RT é possível obter a relação entre os enrolamentos, como é apresentado na equação (B.61).

$$RT = \tau \sqrt{3} \quad \rightarrow \quad \tau = \frac{N_1}{N_2} = \frac{1}{\sqrt{3}} RT \quad (\text{B.61})$$

Por exemplo, para obter que a tensão de linha do primário e secundário sejam iguais ($RT = 1$), então: $\tau = 1/\sqrt{3}$.

Para calcular as correntes que circulam na conexão Delta do secundário considerando a impedância de curto-circuito do transformador, utiliza-se a equação (B.58) considerando

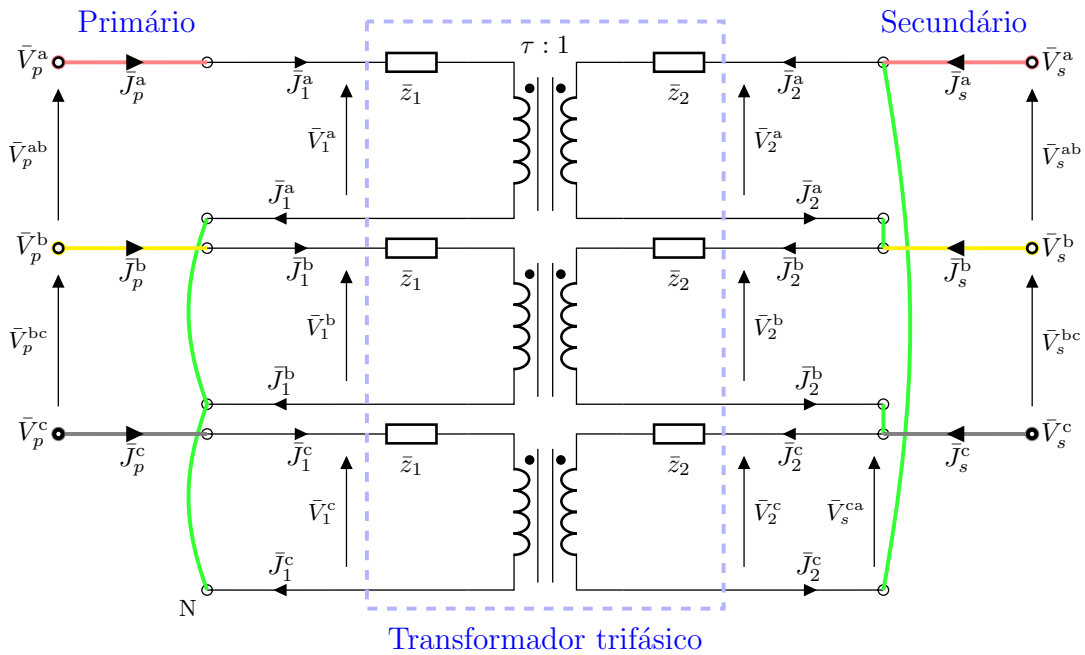
a equação (B.57), obtendo-se o conjunto de equações (B.62),

$$\begin{aligned}\bar{J}_2^a &= -\tau \bar{y}_t \bar{V}_p^a + \tau^2 \bar{y}_t (\bar{V}_s^a - \bar{V}_s^b) \\ \bar{J}_2^b &= -\tau \bar{y}_t \bar{V}_p^b + \tau^2 \bar{y}_t (\bar{V}_s^b - \bar{V}_s^c) \\ \bar{J}_2^c &= -\tau \bar{y}_t \bar{V}_p^c + \tau^2 \bar{y}_t (\bar{V}_s^c - \bar{V}_s^a)\end{aligned}\quad (\text{B.62})$$

B.2.4 Conexão YD1

Este tipo de conexão para o transformador trifásico no sistema de energia elétrica é apresentado na Figura 162.

Figura 162 – Transformador trifásico com conexão YD1



Da Figura 162, dos lados primário e secundário do transformador, obtêm-se as seguintes relações:

$$\begin{aligned}\bar{V}_1^a &= \bar{V}_p^a - \bar{V}_1^N & \bar{J}_p^a &= \bar{J}_1^a & \bar{V}_2^a &= \bar{V}_s^a & \bar{J}_s^a &= \bar{J}_2^a - \bar{J}_2^c \\ \bar{V}_1^b &= \bar{V}_p^b - \bar{V}_1^N & \bar{J}_p^b &= \bar{J}_1^b & \bar{V}_2^b &= \bar{V}_s^b & \bar{J}_s^b &= \bar{J}_2^b - \bar{J}_2^a \\ \bar{V}_1^c &= \bar{V}_p^c - \bar{V}_1^N & \bar{J}_p^c &= \bar{J}_1^c & \bar{V}_2^c &= \bar{V}_s^c & \bar{J}_s^c &= \bar{J}_2^c - \bar{J}_2^b\end{aligned}\quad (\text{B.63})$$

Observa-se que uma nova variável ($\bar{V}_1^N$) é adicionada no sistema de equações, no entanto, devido o lado primário do transformador estar isolado, obtém-se a equação (B.64).

$$\bar{J}_1^a + \bar{J}_1^b + \bar{J}_1^c = 0 \quad (\text{B.64})$$

Portanto, o sistema pode ser resolvido e a variável $\bar{V}_1^N$ pode ser excluída como se demonstra a seguir. Da equação (B.30) obtêm-se as equações (B.65), (B.66) e (B.67).

$$\bar{J}_1^a = \bar{y}_t \bar{V}_1^a - \tau \bar{y}_t \bar{V}_2^a \quad (\text{B.65})$$

$$\bar{J}_1^b = \bar{y}_t \bar{V}_1^b - \tau \bar{y}_t \bar{V}_2^b \quad (\text{B.66})$$

$$\bar{J}_1^c = \bar{y}_t \bar{V}_1^c - \tau \bar{y}_t \bar{V}_2^c \quad (\text{B.67})$$

Adicionando as equações (B.65), (B.66) e (B.67), obtém-se a equação (B.68).

$$\bar{J}_1^a + \bar{J}_1^b + \bar{J}_1^c = \bar{y}_t (\bar{V}_1^a + \bar{V}_1^b + \bar{V}_1^c) - \tau \bar{y}_t (\bar{V}_2^a + \bar{V}_2^b + \bar{V}_2^c) \quad (\text{B.68})$$

Do sistema de equações do transformador, equação (B.63), obtém-se as equações (B.69) e (B.70).

$$\bar{V}_1^a + \bar{V}_1^b + \bar{V}_1^c = \bar{V}_p^a + \bar{V}_p^b + \bar{V}_p^c - 3\bar{V}_1^N \quad (\text{B.69})$$

$$\bar{V}_2^a + \bar{V}_2^b + \bar{V}_2^c = \bar{V}_s^{ab} + \bar{V}_s^{bc} + \bar{V}_s^{ca} = 0 \quad (\text{B.70})$$

utilizando as equações (B.69) e (B.70), e considerando a equação (B.64) na equação (B.68), obtém-se a equação (B.71).

$$\bar{V}_1^N = \frac{1}{3}(\bar{V}_p^a + \bar{V}_p^b + \bar{V}_p^c) \quad (\text{B.71})$$

Utilizando a equação (B.71) no sistema de equações exclui-se a variável $\bar{V}_1^N$, obtendo as equações (B.72) e (B.73).

$$\begin{pmatrix} \bar{V}_1^a \\ \bar{V}_2^a \\ \bar{V}_1^b \\ \bar{V}_2^b \\ \bar{V}_1^c \\ \bar{V}_2^c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\bar{V}_p^a/3 - \bar{V}_p^b/3 - \bar{V}_p^c/3 \\ \bar{V}_s^a - \bar{V}_s^b \\ -\bar{V}_p^a/3 + 2\bar{V}_p^b/3 - \bar{V}_p^c/3 \\ \bar{V}_s^b - \bar{V}_s^c \\ -\bar{V}_p^a/3 - \bar{V}_p^b/3 + 2\bar{V}_p^c/3 \\ \bar{V}_s^c - \bar{V}_s^a \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 2/3 & -1/3 & -1/3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ -1/3 & 2/3 & -1/3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ -1/3 & -1/3 & 2/3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{[\text{T}_V]} \begin{pmatrix} \bar{V}_p^a \\ \bar{V}_p^b \\ \bar{V}_p^c \\ \bar{V}_s^a \\ \bar{V}_s^b \\ \bar{V}_s^c \end{pmatrix} \quad (\text{B.72})$$

$$\begin{pmatrix} \bar{J}_p^a \\ \bar{J}_p^b \\ \bar{J}_p^c \\ \bar{J}_s^a \\ \bar{J}_s^b \\ \bar{J}_s^c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{J}_1^a \\ \bar{J}_1^b \\ \bar{J}_1^c \\ \bar{J}_2^a - \bar{J}_2^c \\ \bar{J}_2^b - \bar{J}_2^a \\ \bar{J}_2^c - \bar{J}_2^b \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{[\text{T}_J]} \begin{pmatrix} \bar{J}_1^a \\ \bar{J}_2^a \\ \bar{J}_1^b \\ \bar{J}_2^b \\ \bar{J}_1^c \\ \bar{J}_2^c \end{pmatrix} \quad (\text{B.73})$$

Observa-se, neste caso, que $[\text{T}_J]$ e $[\text{T}_V]$ não apresentam nenhuma relação. Para obter a relação entre correntes e tensões de fase nos terminais do transformador, e a partir desta relação, finalmente obter $[\bar{Y}]_{\text{bus}}^{\text{abc}}$ do transformador, realiza-se o mesmo procedimento da

Seção B.2.1 levando-se em consideração as equações (B.30), (B.73) e (B.72).

$$[\bar{Y}]_{\text{bus}}^{\text{abc}} = [\mathbf{T}_J] [\bar{Y}]_{\text{prim}} [\mathbf{T}_V] = \begin{pmatrix} \frac{2\bar{y}_t}{3} & \frac{-\bar{y}_t}{3} & \frac{-\bar{y}_t}{3} & -\tau\bar{y}_t & \tau\bar{y}_t & 0 \\ \frac{-\bar{y}_t}{3} & \frac{2\bar{y}_t}{3} & \frac{-\bar{y}_t}{3} & 0 & -\tau\bar{y}_t & \tau\bar{y}_t \\ \frac{-\bar{y}_t}{3} & \frac{-\bar{y}_t}{3} & \frac{2\bar{y}_t}{3} & \tau\bar{y}_t & 0 & -\tau\bar{y}_t \\ -\tau\bar{y}_t & 0 & \tau\bar{y}_t & 2\tau^2\bar{y}_t & -\tau^2\bar{y}_t & -\tau^2\bar{y}_t \\ \tau\bar{y}_t & -\tau\bar{y}_t & 0 & -\tau^2\bar{y}_t & 2\tau^2\bar{y}_t & -\tau^2\bar{y}_t \\ 0 & \tau\bar{y}_t & -\tau\bar{y}_t & -\tau^2\bar{y}_t & -\tau^2\bar{y}_t & 2\tau^2\bar{y}_t \end{pmatrix} \quad (\text{B.74})$$

Utilizando a equação (B.3) para cada fase do transformador e a equação (B.63) obtêm-se as relações de correntes entre o primário e o secundário do transformador para este tipo de conexão, que é apresentada no conjunto de equações (B.75) e na Figura 163.

$$\begin{aligned} \bar{J}_2^a &= -\tau \bar{J}_p^a & \bar{J}_s^a &= -\tau (\bar{J}_p^a - \bar{J}_p^c) \\ \bar{J}_2^b &= -\tau \bar{J}_p^b & \bar{J}_s^b &= -\tau (\bar{J}_p^b - \bar{J}_p^a) \\ \bar{J}_2^c &= -\tau \bar{J}_p^c & \bar{J}_s^c &= -\tau (\bar{J}_p^c - \bar{J}_p^b) \end{aligned} \quad (\text{B.75})$$

Utilizando a equação (B.71) nas tensões $\bar{V}_1^a$, $\bar{V}_1^b$ e $\bar{V}_1^c$ da equação (B.63), obtêm-se as equações (B.76), (B.77) e (B.78).

$$\bar{V}_1^a = \frac{2\bar{V}_p^a - \bar{V}_p^b - \bar{V}_p^c}{3} = \frac{\bar{V}_p^{ab} + \bar{V}_p^{ac}}{3} \quad (\text{B.76})$$

$$\bar{V}_1^b = \frac{-\bar{V}_p^a + 2\bar{V}_p^b - \bar{V}_p^c}{3} = \frac{\bar{V}_p^{bc} + \bar{V}_p^{ba}}{3} \quad (\text{B.77})$$

$$\bar{V}_1^c = \frac{-\bar{V}_p^a - \bar{V}_p^b + 2\bar{V}_p^c}{3} = \frac{\bar{V}_p^{ca} + \bar{V}_p^{cb}}{3} \quad (\text{B.78})$$

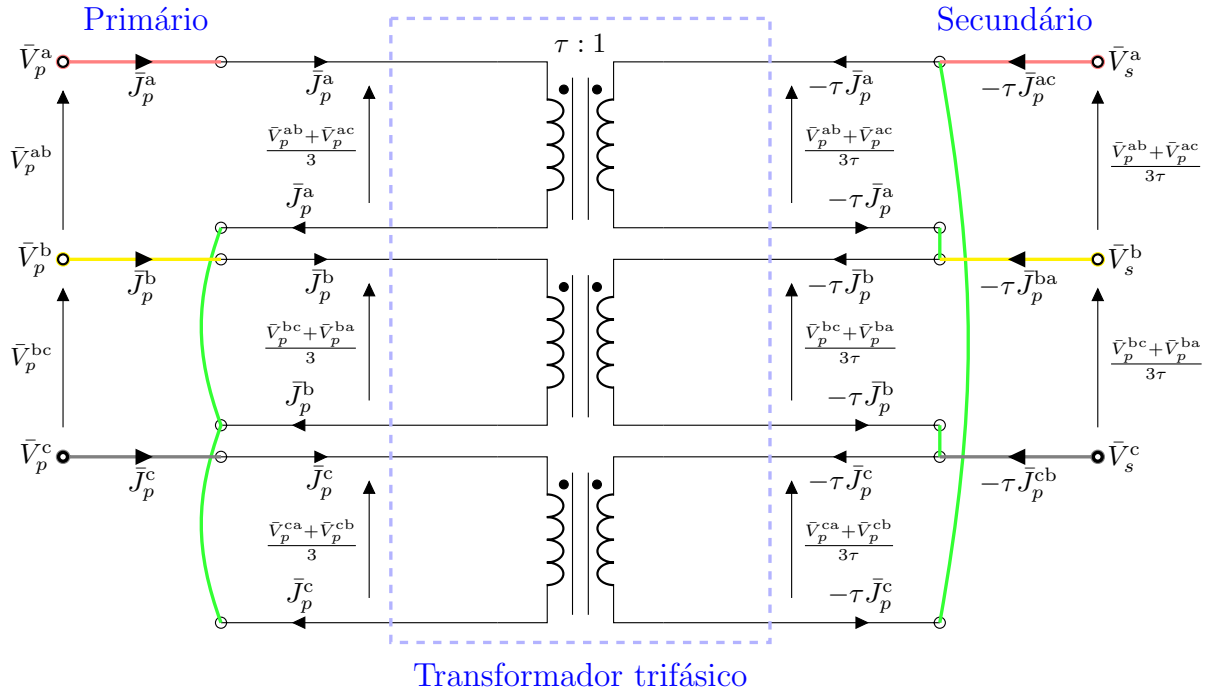
Para obter as tensões de linha do secundário em função do primário, utiliza-se a equação (B.13), para cada fase do transformador, considerando a equação (B.63), este resultado é apresentado na equação (B.79).

$$\begin{aligned} \bar{V}_s^{ab} &= \frac{\bar{V}_p^{ab} + \bar{V}_p^{ac}}{3\tau} - \frac{\bar{z}_t \bar{J}_p^a}{\tau} \\ \bar{V}_s^{bc} &= \frac{\bar{V}_p^{bc} + \bar{V}_p^{ba}}{3\tau} - \frac{\bar{z}_t \bar{J}_p^b}{\tau} \\ \bar{V}_s^{ca} &= \frac{\bar{V}_p^{ca} + \bar{V}_p^{cb}}{3\tau} - \frac{\bar{z}_t \bar{J}_p^c}{\tau} \end{aligned} \quad (\text{B.79})$$

Simplificando o modelo do transformador ao considerar $\bar{z}_t = 0$, obtém-se uma relação aproximada entre as tensões do primário e do secundário do transformador conforme é apresentado na Figura 163. Considerando esta aproximação obtém-se o quociente entre a tensão de linha entre as fases ‘a’ e ‘b’ do primário e do secundário, conforme é apresentado na equação (B.80).

$$\frac{\bar{V}_{p,\text{linha}}}{\bar{V}_{s,\text{linha}}} = \frac{3\tau \bar{V}_p^{ab}}{\bar{V}_p^{ab} + \bar{V}_p^{ac}} \quad (\text{B.80})$$

Figura 163 – Relação entre correntes e tensões do Transformador sem perdas com conexão YD1.



Considerando-se que a tensão do primário seja equilibrada ($\bar{V}_p^a + \bar{V}_p^b + \bar{V}_p^c = 0$) e fazendo o mesmo procedimento da equação (B.60); da equação (B.80) obtém-se a equação (B.81), que não é válida para SED desequilibrado.

$$\frac{\bar{V}_{p,\text{linha}}}{\bar{V}_{s,\text{linha}}} = \frac{3\tau\bar{V}_p^{ab}}{3\bar{V}_p^a - (\bar{V}_p^a + \bar{V}_p^b + \bar{V}_p^c)} = \frac{\tau\bar{V}_p^{ab}}{\bar{V}_p^a} = \tau\sqrt{3}e^{-j\frac{\pi}{6}} \quad (\text{B.81})$$

Observa-se que se o sistema é equilibrado obtém-se o mesmo resultado para um transformador com conexão YgD1 ou YD1.

Para calcular as correntes circulantes na conexão Δ do secundário, considerando a impedância de curto-circuito do transformador, utiliza-se a equação (B.79) considerando a equação (B.75), e obtendo a equação (B.82).

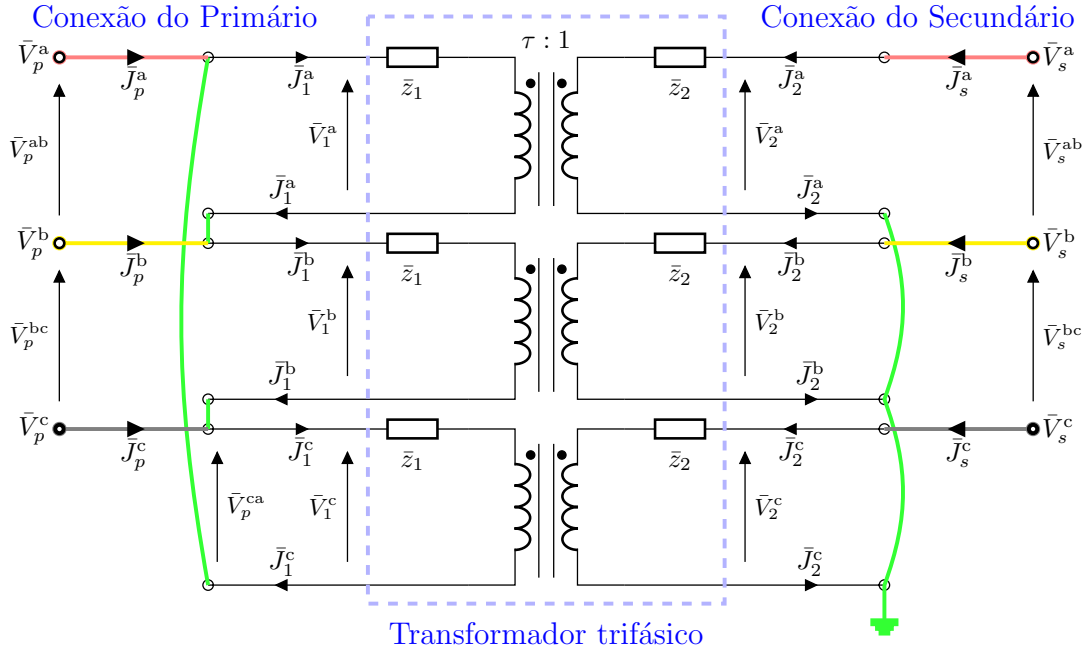
$$\begin{aligned} \bar{J}_2^a &= -\tau\bar{y}_t \left(\frac{\bar{V}_p^{ab} + \bar{V}_p^{ac}}{3} \right) + \tau^2\bar{y}_t(\bar{V}_s^a - \bar{V}_s^b) \\ \bar{J}_2^b &= -\tau\bar{y}_t \left(\frac{\bar{V}_p^{bc} + \bar{V}_p^{ba}}{3} \right) + \tau^2\bar{y}_t(\bar{V}_s^b - \bar{V}_s^c) \\ \bar{J}_2^c &= -\tau\bar{y}_t \left(\frac{\bar{V}_p^{ca} + \bar{V}_p^{cb}}{3} \right) + \tau^2\bar{y}_t(\bar{V}_s^c - \bar{V}_s^a) \end{aligned} \quad (\text{B.82})$$

B.2.5 Conexão DYg11

Uma vantagem deste tipo de conexão é que as correntes por desbalanço causadas pelo desequilíbrio das cargas são absorvidas pela corrente de circulação dentro do circuito

do delta, mantendo assim um melhor equilíbrio no SED, no entanto, as correntes excessivas de desbalanço ocasionam um aquecimento excessivo do transformador, e como resultado a capacidade do transformador diminui. O lado em Delta funciona como um filtro para correntes harmônicas (M.I.T., 2021). Este tipo de conexão para o transformador trifásico ligado no sistema de energia elétrica é apresentado na Figura 164.

Figura 164 – Transformador trifásico com conexão DYg11



Da Figura 164, dos lados primário e secundário do transformador, obtêm-se as seguintes relações:

$$\begin{aligned}
 \bar{V}_1^a &= \bar{V}_p^a - \bar{V}_p^b & \bar{J}_p^a &= \bar{J}_1^a - \bar{J}_1^c & \bar{V}_2^a &= \bar{V}_s^a & \bar{J}_s^a &= \bar{J}_2^a \\
 \bar{V}_1^b &= \bar{V}_p^b - \bar{V}_p^c & \bar{J}_p^b &= \bar{J}_1^b - \bar{J}_1^a & \bar{V}_2^b &= \bar{V}_s^b & \bar{J}_s^b &= \bar{J}_2^b \\
 \bar{V}_1^c &= \bar{V}_p^c - \bar{V}_p^a & \bar{J}_p^c &= \bar{J}_1^c - \bar{J}_1^b & \bar{V}_2^c &= \bar{V}_s^c & \bar{J}_s^c &= \bar{J}_2^c
 \end{aligned} \tag{B.83}$$

Ordenando o sistema de equações (B.83), obtêm-se as equações (B.84) e (B.85).

$$\begin{pmatrix} \bar{V}_1^a \\ \bar{V}_2^a \\ \bar{V}_1^b \\ \bar{V}_2^b \\ \bar{V}_1^c \\ \bar{V}_2^c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{V}_p^a - \bar{V}_p^b \\ \bar{V}_s^a \\ \bar{V}_p^b - \bar{V}_p^c \\ \bar{V}_s^b \\ \bar{V}_p^c - \bar{V}_p^a \\ \bar{V}_s^c \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{[T_V]} \begin{pmatrix} \bar{V}_p^a \\ \bar{V}_p^b \\ \bar{V}_p^c \\ \bar{V}_s^a \\ \bar{V}_s^b \\ \bar{V}_s^c \end{pmatrix} \tag{B.84}$$

$$\begin{pmatrix} \bar{J}_p^a \\ \bar{J}_p^b \\ \bar{J}_p^c \\ \bar{J}_s^a \\ \bar{J}_s^b \\ \bar{J}_s^c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{J}_1^a - \bar{J}_1^c \\ \bar{J}_1^b - \bar{J}_1^a \\ \bar{J}_1^c - \bar{J}_1^b \\ \bar{J}_2^a \\ \bar{J}_2^b \\ \bar{J}_2^c \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{[T_J]} \begin{pmatrix} \bar{J}_1^a \\ \bar{J}_2^a \\ \bar{J}_1^b \\ \bar{J}_2^b \\ \bar{J}_1^c \\ \bar{J}_2^c \end{pmatrix} \quad (\text{B.85})$$

Observa-se neste caso que $[T_J] = [T_V]^t$, e para obter a relação entre correntes e tensões de fase nos terminais do transformador, e a partir desta relação finalmente obter $[\bar{Y}]_{\text{bus}}^{\text{abc}}$ do transformador, realiza-se o mesmo procedimento da Seção B.2.1, considerando-se as equações (B.30), (B.85) e (B.84).

$$[\bar{Y}]_{\text{bus}}^{\text{abc}} = [T_J] [\bar{Y}]_{\text{prim}} [T_V] = \begin{pmatrix} 2\bar{y}_t & -\bar{y}_t & -\bar{y}_t & -\tau\bar{y}_t & 0 & \tau\bar{y}_t \\ -\bar{y}_t & 2\bar{y}_t & -\bar{y}_t & \tau\bar{y}_t & -\tau\bar{y}_t & 0 \\ -\bar{y}_t & -\bar{y}_t & 2\bar{y}_t & 0 & \tau\bar{y}_t & -\tau\bar{y}_t \\ -\tau\bar{y}_t & \tau\bar{y}_t & 0 & \tau^2\bar{y}_t & 0 & 0 \\ 0 & -\tau\bar{y}_t & \tau\bar{y}_t & 0 & \tau^2\bar{y}_t & 0 \\ \tau\bar{y}_t & 0 & -\tau\bar{y}_t & 0 & 0 & \tau^2\bar{y}_t \end{pmatrix} \quad (\text{B.86})$$

Utilizando a equação (B.3) para cada fase do transformador e da equação (B.83), obtém-se a relação de correntes entre o primário e o secundário do transformador para este tipo de conexão, que é apresentada no conjunto de equações (B.87) e na Figura 165.

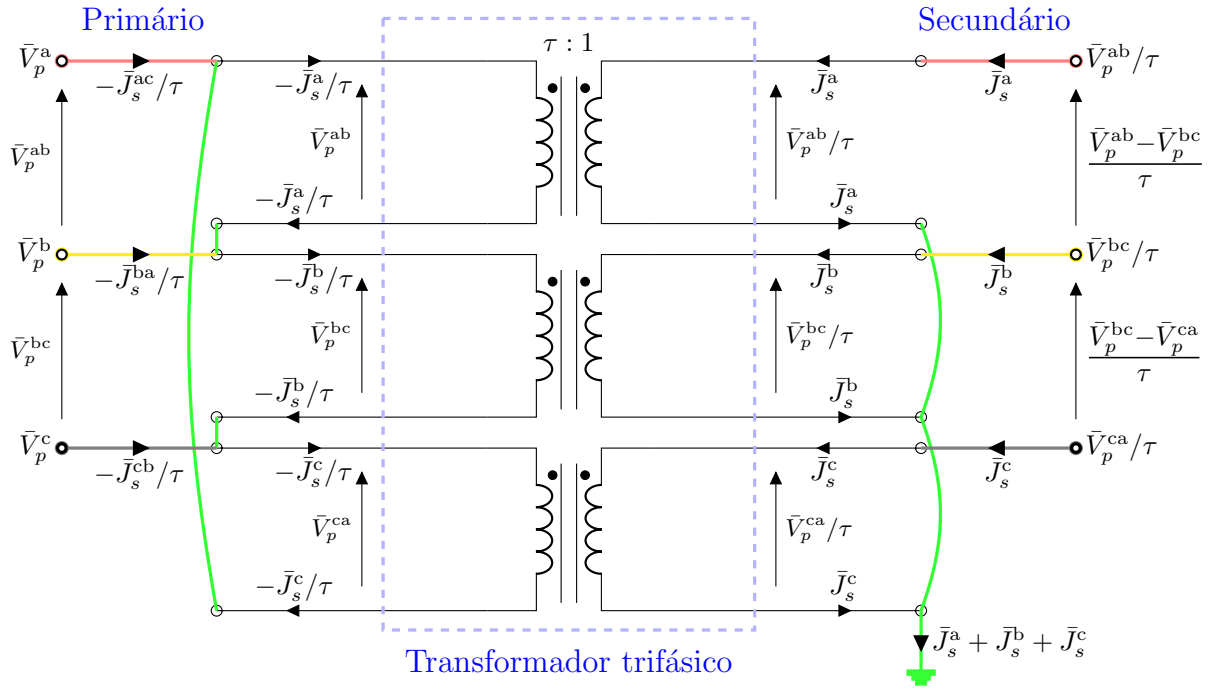
$$\begin{aligned} \bar{J}_1^a &= -\bar{J}_s^a / \tau & \bar{J}_p^a &= -(\bar{J}_s^a - \bar{J}_s^c) / \tau \\ \bar{J}_1^b &= -\bar{J}_s^b / \tau & \bar{J}_p^b &= -(\bar{J}_s^b - \bar{J}_s^a) / \tau \\ \bar{J}_1^c &= -\bar{J}_s^c / \tau & \bar{J}_p^c &= -(\bar{J}_s^c - \bar{J}_s^b) / \tau \end{aligned} \quad (\text{B.87})$$

Para obter as tensões de linha do secundário em função do primário, utiliza-se a equação (B.13) para cada fase do transformador considerando a equação (B.83); este resultado é apresentado no conjunto de equações (B.88).

$$\begin{aligned} \bar{V}_s^a &= \frac{\bar{V}_p^{\text{ab}}}{\tau} + \frac{\bar{z}_t \bar{J}_s^a}{\tau^2} & \bar{V}_s^{\text{ab}} &= \frac{\bar{V}_p^{\text{ab}} - \bar{V}_p^{\text{bc}}}{\tau} + \frac{\bar{z}_t \bar{J}_s^{\text{ab}}}{\tau^2} \\ \bar{V}_s^b &= \frac{\bar{V}_p^{\text{bc}}}{\tau} + \frac{\bar{z}_t \bar{J}_s^b}{\tau^2} & \bar{V}_s^{\text{bc}} &= \frac{\bar{V}_p^{\text{bc}} - \bar{V}_p^{\text{ca}}}{\tau} + \frac{\bar{z}_t \bar{J}_s^{\text{bc}}}{\tau^2} \\ \bar{V}_s^c &= \frac{\bar{V}_p^{\text{ca}}}{\tau} + \frac{\bar{z}_t \bar{J}_s^c}{\tau^2} & \bar{V}_s^{\text{ca}} &= \frac{\bar{V}_p^{\text{ca}} - \bar{V}_p^{\text{ab}}}{\tau} + \frac{\bar{z}_t \bar{J}_s^{\text{ca}}}{\tau^2} \end{aligned} \quad (\text{B.88})$$

Simplificando o modelo do transformador ao considerar $\bar{z}_t = 0$, obtém-se uma relação aproximada entre as suas tensões do primário e secundário conforme é apresentado na Figura 165. Considerando esta aproximação obtém-se o quociente entre a tensão de linha entre as fases ‘a’ e ‘b’ do primário e do secundário conforme é apresentado na equação (B.89).

Figura 165 – Correntes e tensões do Transformador sem perdas com conexão DYg11



$$\frac{\bar{V}_{p,\text{linha}}}{\bar{V}_{s,\text{linha}}} = \frac{\tau \bar{V}_p^{ab}}{\bar{V}_p^{ab} - \bar{V}_p^{bc}} \quad (\text{B.89})$$

Considerando que a tensão do primário seja equilibrada ($\bar{V}_p^a + \bar{V}_p^b + \bar{V}_p^c = 0$) e fazendo um procedimento similar à equação (B.60), da equação (B.89) obtém-se a equação (B.90), a qual não é válida para o SED por ser desequilibrado.

$$\frac{\bar{V}_{p,\text{linha}}}{\bar{V}_{s,\text{linha}}} = \frac{\tau \bar{V}_p^{ab}}{(\bar{V}_p^a + \bar{V}_p^b + \bar{V}_p^c) - 3\bar{V}_p^b} = \frac{\tau \bar{V}_p^{ab}}{-3\bar{V}_p^b} = \frac{\tau \bar{V}_p^{ba}}{3\bar{V}_p^b} = \frac{\tau \sqrt{3} e^{-j\frac{5\pi}{6}}}{3e^{-j\frac{2\pi}{3}}} = \frac{\tau}{\sqrt{3}} e^{-j\frac{\pi}{6}} \quad (\text{B.90})$$

Observa-se que neste tipo de conexão a tensão do secundário está desfasada 30° com relação ao primário, isso pode ser observado na Figura 166, também é observado que o módulo da tensão é reduzido por um fator de $\sqrt{3}/\tau$. Assumindo que o sistema está equilibrado e não considerando as perdas no transformador, a partir da RT é possível obter a relação entre os enrolamentos como é apresentado na equação (B.91).

$$RT = \frac{\tau}{\sqrt{3}} \rightarrow \tau = \frac{N_1}{N_2} = (RT) \sqrt{3} \quad (\text{B.91})$$

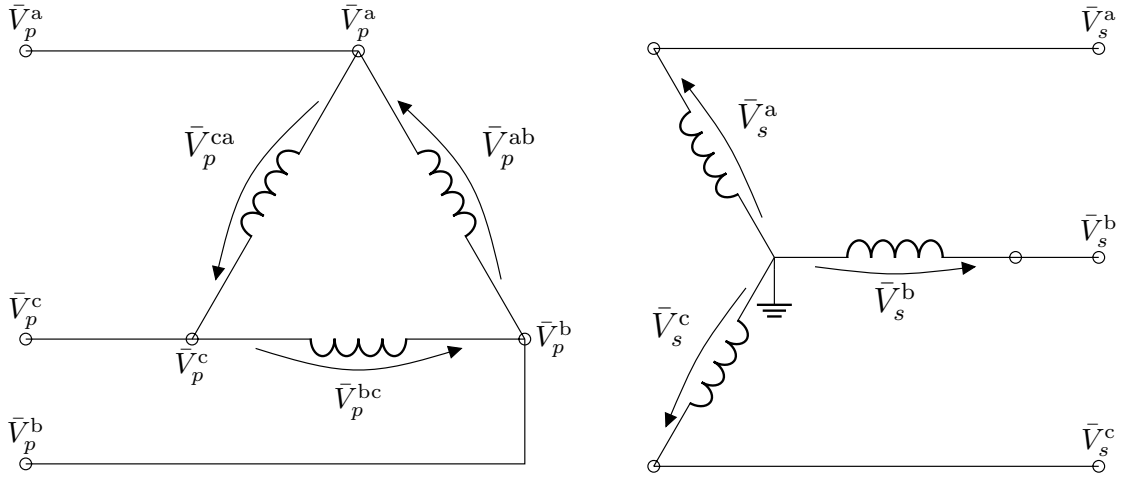
Por exemplo, para obter que a tensão de linha do primário e secundário sejam iguais ($RT = 1$), então: $\tau = \sqrt{3}$.

Para calcular as correntes circulantes na conexão Delta do primário considerando a impedância de curto-circuito do transformador, utiliza-se a equação (B.88) e a equação (B.87), obtendo-se o conjunto de equações (B.92),

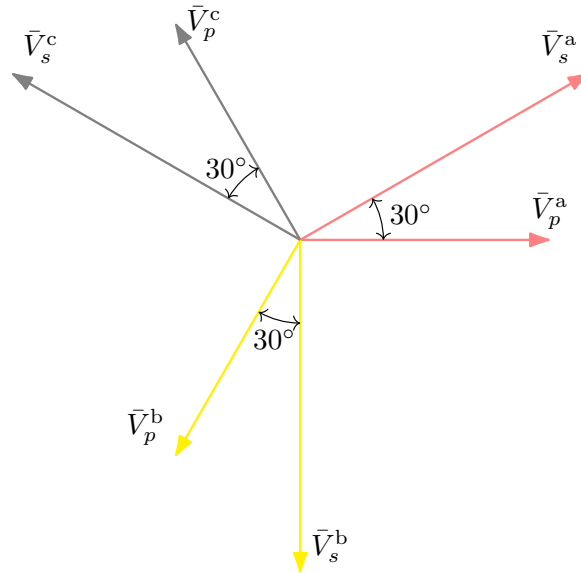
$$\bar{J}_1^a = \bar{y}_t \bar{V}_p^{ab} - \tau \bar{y}_t \bar{V}_s^a$$

Figura 166 – Transformador ideal com conexão DYg11

(a) Secundário do Transformador com 30° graus fora de fase



(b) Mudança de fase em 30° no diagrama fasorial



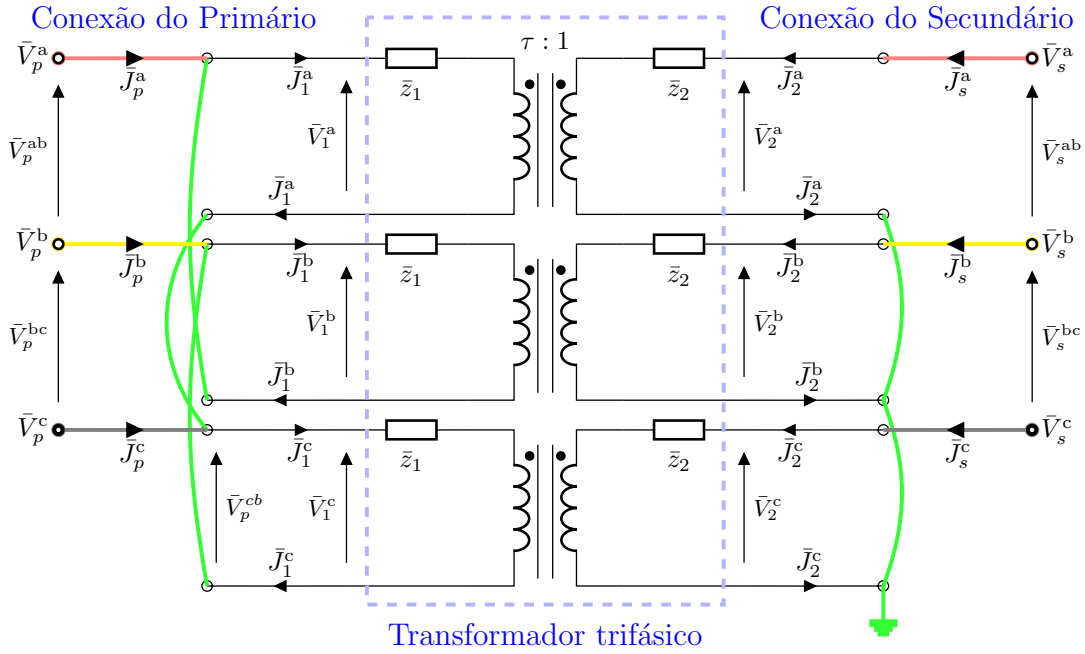
$$\begin{aligned}\bar{J}_1^b &= \bar{y}_t \bar{V}_p^{bc} - \tau \bar{y}_t \bar{V}_s^b \\ \bar{J}_1^c &= \bar{y}_t \bar{V}_p^{ca} - \tau \bar{y}_t \bar{V}_s^c\end{aligned}\tag{B.92}$$

B.2.6 Conexão DYg1

Este tipo de conexão para o transformador trifásico conectado no sistema de energia elétrica é apresentado na Figura 167. Da Figura 167, dos circuito primário e secundário do transformador, obtêm-se as seguintes relações:

$$\begin{aligned}\bar{V}_1^a &= \bar{V}_p^a - \bar{V}_p^c & \bar{J}_p^a &= \bar{J}_1^a - \bar{J}_1^b & \bar{V}_2^a &= \bar{V}_s^a & \bar{J}_s^a &= \bar{J}_2^a \\ \bar{V}_1^b &= \bar{V}_p^b - \bar{V}_p^a & \bar{J}_p^b &= \bar{J}_1^b - \bar{J}_1^c & \bar{V}_2^b &= \bar{V}_s^b & \bar{J}_s^b &= \bar{J}_2^b \\ \bar{V}_1^c &= \bar{V}_p^c - \bar{V}_p^b & \bar{J}_p^c &= \bar{J}_1^c - \bar{J}_1^a & \bar{V}_2^c &= \bar{V}_s^c & \bar{J}_s^c &= \bar{J}_2^c\end{aligned}\tag{B.93}$$

Figura 167 – Transformador trifásico com conexão Delta - Estrela aterrado com -30° graus de defasagem.



Ordenando o sistema de equações (B.93), obtêm-se as equações (B.94) e (B.95).

$$\begin{pmatrix} \bar{V}_1^a \\ \bar{V}_2^a \\ \bar{V}_1^b \\ \bar{V}_2^b \\ \bar{V}_1^c \\ \bar{V}_2^c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{V}_p^a - \bar{V}_p^c \\ \bar{V}_s^a \\ \bar{V}_p^b - \bar{V}_p^a \\ \bar{V}_s^b \\ \bar{V}_p^c - \bar{V}_p^b \\ \bar{V}_s^c \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{[T_V]} \begin{pmatrix} \bar{V}_p^a \\ \bar{V}_p^b \\ \bar{V}_p^c \\ \bar{V}_s^a \\ \bar{V}_s^b \\ \bar{V}_s^c \end{pmatrix} \quad (\text{B.94})$$

$$\begin{pmatrix} \bar{J}_p^a \\ \bar{J}_p^b \\ \bar{J}_p^c \\ \bar{J}_s^a \\ \bar{J}_s^b \\ \bar{J}_s^c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{J}_1^a - \bar{J}_1^c \\ \bar{J}_1^b - \bar{J}_1^a \\ \bar{J}_1^c - \bar{J}_1^b \\ \bar{J}_2^a \\ \bar{J}_2^b \\ \bar{J}_2^c \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{[T_J]} \begin{pmatrix} \bar{J}_1^a \\ \bar{J}_2^a \\ \bar{J}_1^b \\ \bar{J}_2^b \\ \bar{J}_1^c \\ \bar{J}_2^c \end{pmatrix} \quad (\text{B.95})$$

Observa-se neste caso que $[T_J] = [T_V]^t$, e para obter a relação entre correntes e tensões de fase nos terminais do transformador, e a partir desta relação finalmente obter $[\bar{Y}]_{\text{bus}}^{\text{abc}}$ do transformador, realiza-se o mesmo procedimento da Seção B.2.1 levando em consideração

as equações (B.30), (B.95) e (B.94)

$$[\bar{Y}]_{\text{bus}}^{\text{abc}} = [\mathbf{T}_J] [\bar{Y}]_{\text{prim}} [\mathbf{T}_V] = \begin{pmatrix} 2\bar{y}_t & -\bar{y}_t & -\bar{y}_t & -\tau\bar{y}_t & \tau\bar{y}_t & 0 \\ -\bar{y}_t & 2\bar{y}_t & -\bar{y}_t & 0 & -\tau\bar{y}_t & \tau\bar{y}_t \\ -\bar{y}_t & -\bar{y}_t & 2\bar{y}_t & \tau\bar{y}_t & 0 & -\tau\bar{y}_t \\ -\tau\bar{y}_t & 0 & \tau\bar{y}_t & \tau^2\bar{y}_t & 0 & 0 \\ \tau\bar{y}_t & -\tau\bar{y}_t & 0 & 0 & \tau^2\bar{y}_t & 0 \\ 0 & \tau\bar{y}_t & -\tau\bar{y}_t & 0 & 0 & \tau^2\bar{y}_t \end{pmatrix} \quad (\text{B.96})$$

Utilizando a equação (B.3) para cada fase do transformador, e da equação (B.93) obtém-se a relação de correntes entre o primário e o secundário do transformador para este tipo de conexão, que é apresentada no conjunto de equações (B.97) e na Figura 165.

$$\begin{aligned} \bar{J}_1^a &= -\bar{J}_s^a / \tau & \bar{J}_p^a &= -(\bar{J}_s^a - \bar{J}_s^b) / \tau \\ \bar{J}_1^b &= -\bar{J}_s^b / \tau & \bar{J}_p^b &= -(\bar{J}_s^b - \bar{J}_s^c) / \tau \\ \bar{J}_1^c &= -\bar{J}_s^c / \tau & \bar{J}_p^c &= -(\bar{J}_s^c - \bar{J}_s^a) / \tau \end{aligned} \quad (\text{B.97})$$

Para obter as tensões de linhas do secundário em função do primário, utiliza-se a equação (B.13) para cada fase do transformador considerando a equação (B.93); este resultado é apresentado na equação (B.98).

$$\begin{aligned} \bar{V}_s^a &= \frac{\bar{V}_p^{\text{ac}}}{\tau} + \frac{\bar{z}_t \bar{J}_s^a}{\tau^2} & \bar{V}_s^{\text{ab}} &= \frac{\bar{V}_p^{\text{ac}} - \bar{V}_p^{\text{ba}}}{\tau} + \frac{\bar{z}_t \bar{J}_s^{\text{ab}}}{\tau^2} \\ \bar{V}_s^b &= \frac{\bar{V}_p^{\text{ba}}}{\tau} + \frac{\bar{z}_t \bar{J}_s^b}{\tau^2} & \bar{V}_s^{\text{bc}} &= \frac{\bar{V}_p^{\text{ba}} - \bar{V}_p^{\text{cb}}}{\tau} + \frac{\bar{z}_t \bar{J}_s^{\text{bc}}}{\tau^2} \\ \bar{V}_s^c &= \frac{\bar{V}_p^{\text{cb}}}{\tau} + \frac{\bar{z}_t \bar{J}_s^c}{\tau^2} & \bar{V}_s^{\text{ca}} &= \frac{\bar{V}_p^{\text{cb}} - \bar{V}_p^{\text{ac}}}{\tau} + \frac{\bar{z}_t \bar{J}_s^{\text{ca}}}{\tau^2} \end{aligned} \quad (\text{B.98})$$

Simplificando o modelo do transformador ao considerar $\bar{z}_t = 0$ obtém-se uma relação aproximada entre as tensões do primário e secundário do transformador conforme é apresentado na Figura 168. Considerando esta aproximação obtém-se o quociente entre a tensão de linha entre as fases ‘a’ e ‘b’ do primário e do secundário, conforme é apresentado na equação (B.99).

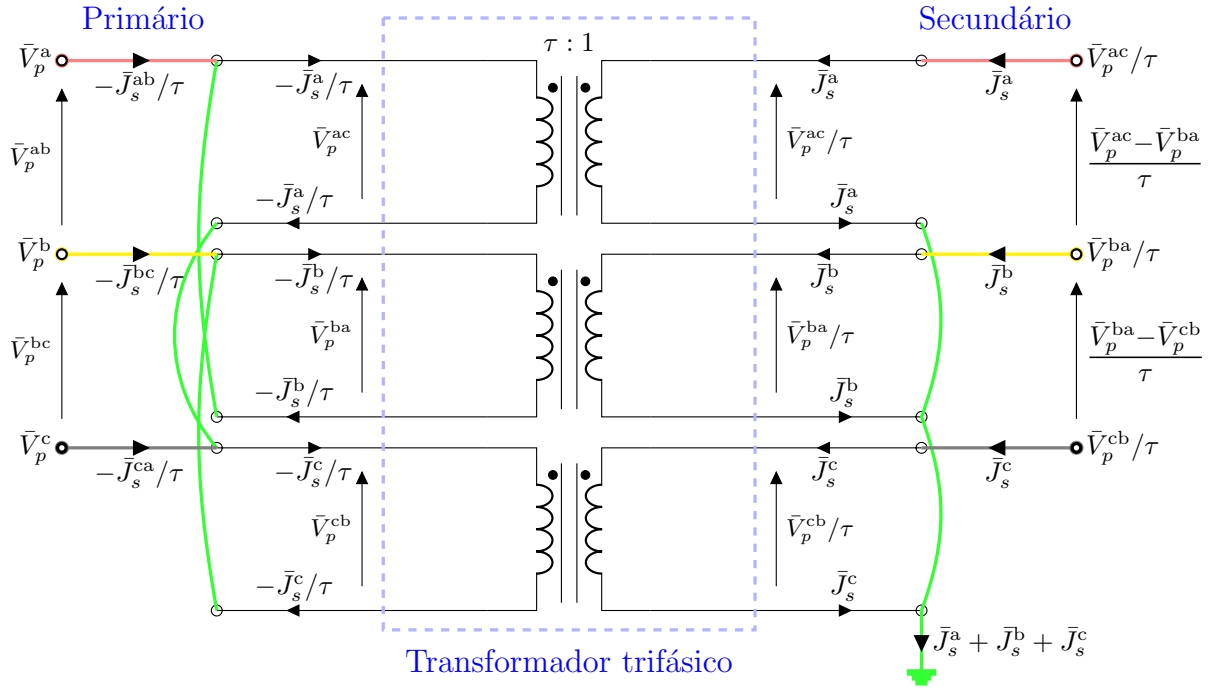
$$\frac{\bar{V}_{p,\text{linha}}}{\bar{V}_{s,\text{linha}}} = \frac{\tau \bar{V}_p^{\text{ab}}}{\bar{V}_p^{\text{ac}} - \bar{V}_p^{\text{ba}}} \quad (\text{B.99})$$

Para tensão do primário equilibrada, $(\bar{V}_p^a + \bar{V}_p^b + \bar{V}_p^c = 0)$, e executando um procedimento semelhante à equação (B.60); da equação (B.99) obtém-se a equação (B.100) que não é valida para SED por ele ser desequilibrado.

$$\frac{\bar{V}_{p,\text{linha}}}{\bar{V}_{s,\text{linha}}} = \frac{\tau \bar{V}_p^{\text{ab}}}{-(\bar{V}_p^a + \bar{V}_p^b + \bar{V}_p^c) + 3\bar{V}_p^a} = \frac{\tau \bar{V}_p^{\text{ab}}}{3\bar{V}_p^a} = \frac{\tau \sqrt{3} e^{j\frac{\pi}{6}}}{3} = \frac{\tau}{\sqrt{3}} e^{j\frac{\pi}{6}} \quad (\text{B.100})$$

Observa-se que neste tipo de conexão a tensão do secundário está fora de fase em -30° com relação ao primário, isso pode ser observado na Figura 169, também verifica-se que

Figura 168 – Correntes e tensões do transformador sem perdas com conexão DYg1 com -30° graus fora de fase



o módulo da tensão é reduzido por um fator de $\sqrt{3}/\tau$. Assumindo que o sistema está equilibrado e não considerando as perdas no transformador, a partir da RT é possível obter a relação entre os enrolamentos, como é apresentado na equação (B.101).

$$RT = \frac{\tau}{\sqrt{3}} \rightarrow \tau = \frac{N_1}{N_2} = (RT) \sqrt{3} \quad (\text{B.101})$$

Por exemplo, para obter que as tensões de linha do primário e secundário sejam iguais ($RT = 1$), então: $\tau = \sqrt{3}$.

Para calcular as correntes circulantes na conexão Delta do primário, considerando a impedância de curto-circuito do transformador, utiliza-se a equação (B.98) considerando a equação (B.97), obtendo-se o conjunto de equações (B.102).

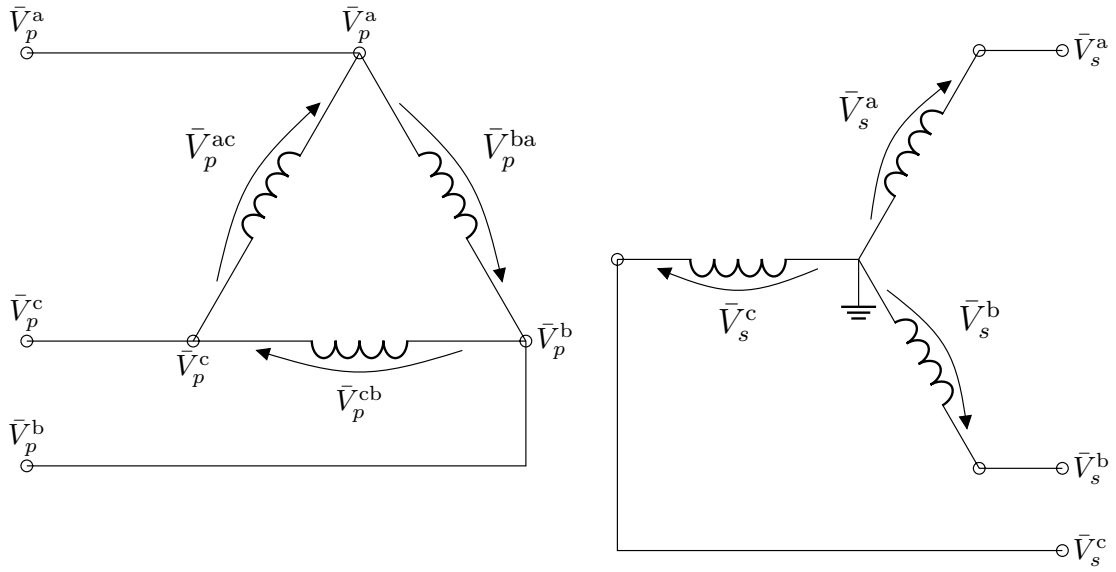
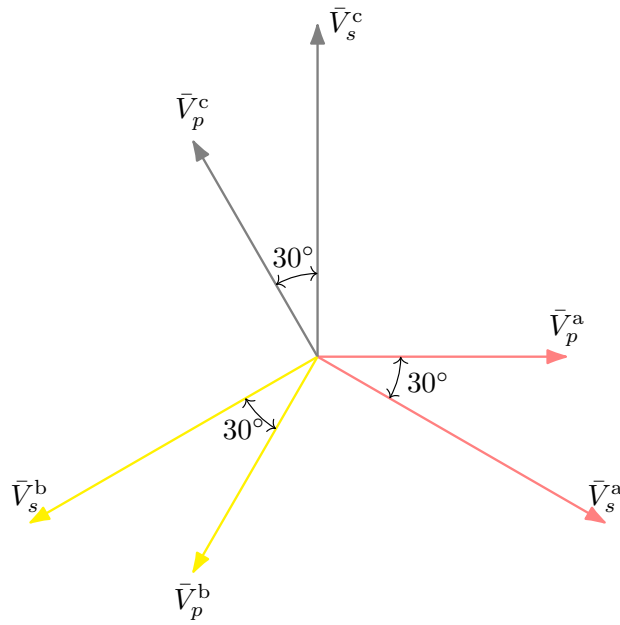
$$\begin{aligned} \bar{J}_1^a &= \bar{y}_t \bar{V}_p^{ac} - \tau \bar{y}_t \bar{V}_s^a \\ \bar{J}_1^b &= \bar{y}_t \bar{V}_p^{ba} - \tau \bar{y}_t \bar{V}_s^b \\ \bar{J}_1^c &= \bar{y}_t \bar{V}_p^{cb} - \tau \bar{y}_t \bar{V}_s^c \end{aligned} \quad (\text{B.102})$$

B.2.7 Conexão DD0

Este tipo de conexão para o transformador trifásico conectado no sistema de energia elétrica é apresentado na Figura 170. Da Figura 170, do lado primário e secundário do transformador, obtêm-se as seguintes relações:

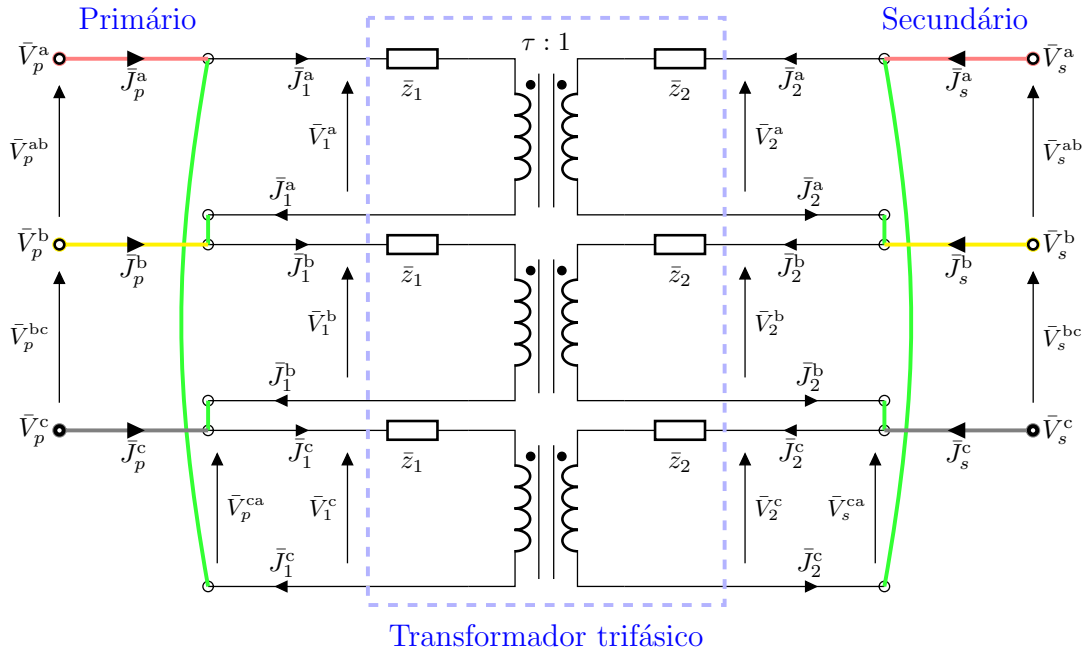
$$\bar{V}_1^a = \bar{V}_p^a - \bar{V}_p^b \quad \bar{J}_p^a = \bar{J}_1^a - \bar{J}_1^c \quad \bar{V}_2^a = \bar{V}_s^a - \bar{V}_s^b \quad \bar{J}_s^a = \bar{J}_2^a - \bar{J}_2^c$$

Figura 169 – Transformador ideal com conexão DYg1

(a) Secundário do Transformador com -30° graus fora de fase(b) Mudança de fase em -30° no diagrama fasorial

$$\begin{aligned}
 \bar{V}_1^b &= \bar{V}_p^b - \bar{V}_p^c & \bar{J}_p^b &= \bar{J}_1^b - \bar{J}_1^a & \bar{V}_2^b &= \bar{V}_s^b - \bar{V}_s^c & \bar{J}_s^b &= \bar{J}_2^b - \bar{J}_2^a \\
 \bar{V}_1^c &= \bar{V}_p^c - \bar{V}_p^a & \bar{J}_p^c &= \bar{J}_1^c - \bar{J}_1^b & \bar{V}_2^c &= \bar{V}_s^c - \bar{V}_s^a & \bar{J}_s^c &= \bar{J}_2^c - \bar{J}_2^b
 \end{aligned} \tag{B.103}$$

Figura 170 – Transformador trifásico com conexão DD0



Ordenando o sistema de equações (B.103), obtêm-se as equações (B.104) e (B.105).

$$\begin{pmatrix} \bar{V}_1^a \\ \bar{V}_2^a \\ \bar{V}_1^b \\ \bar{V}_2^b \\ \bar{V}_1^c \\ \bar{V}_2^c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{V}_p^a - \bar{V}_p^b \\ \bar{V}_s^a - \bar{V}_s^b \\ \bar{V}_p^b - \bar{V}_p^c \\ \bar{V}_s^b - \bar{V}_s^c \\ \bar{V}_p^c - \bar{V}_p^a \\ \bar{V}_s^c - \bar{V}_s^a \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{[T_V]} \begin{pmatrix} \bar{V}_p^a \\ \bar{V}_p^b \\ \bar{V}_p^c \\ \bar{V}_s^a \\ \bar{V}_s^b \\ \bar{V}_s^c \end{pmatrix} \quad (\text{B.104})$$

$$\begin{pmatrix} \bar{J}_p^a \\ \bar{J}_p^b \\ \bar{J}_p^c \\ \bar{J}_s^a \\ \bar{J}_s^b \\ \bar{J}_s^c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{J}_1^a - \bar{J}_1^c \\ \bar{J}_1^b - \bar{J}_1^a \\ \bar{J}_1^c - \bar{J}_1^b \\ \bar{J}_2^a - \bar{J}_2^c \\ \bar{J}_2^b - \bar{J}_2^a \\ \bar{J}_2^c - \bar{J}_2^b \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{[T_J]} \begin{pmatrix} \bar{J}_1^a \\ \bar{J}_2^a \\ \bar{J}_1^b \\ \bar{J}_2^b \\ \bar{J}_1^c \\ \bar{J}_2^c \end{pmatrix} \quad (\text{B.105})$$

Observa-se neste caso que $[T_J] = [T_V]^t$, e para obter a relação entre correntes e tensões de fase nos terminais do transformador, e a partir desta relação finalmente obter $[\bar{Y}]_{\text{bus}}^{\text{abc}}$ do transformador, realiza-se o mesmo procedimento da Seção B.2.1, considerando as equações

(B.30), (B.105) e (B.104).

$$[\bar{Y}]_{\text{bus}}^{\text{abc}} = [T_J] [\bar{Y}]_{\text{prim}} [T_V] = \begin{pmatrix} 2\bar{y}_t & -\bar{y}_t & -\bar{y}_t & -2\tau\bar{y}_t & \tau\bar{y}_t & \tau\bar{y}_t \\ -\bar{y}_t & 2\bar{y}_t & -\bar{y}_t & \tau\bar{y}_t & -2\tau\bar{y}_t & \tau\bar{y}_t \\ -\bar{y}_t & -\bar{y}_t & 2\bar{y}_t & \tau\bar{y}_t & \tau\bar{y}_t & -2\tau\bar{y}_t \\ -2\tau\bar{y}_t & \tau\bar{y}_t & \tau\bar{y}_t & 2\tau^2\bar{y}_t & -\tau^2\bar{y}_t & -\tau^2\bar{y}_t \\ \tau\bar{y}_t & -2\tau\bar{y}_t & \tau\bar{y}_t & -\tau^2\bar{y}_t & 2\tau^2\bar{y}_t & -\tau^2\bar{y}_t \\ \tau\bar{y}_t & \tau\bar{y}_t & -2\tau\bar{y}_t & -\tau^2\bar{y}_t & -\tau^2\bar{y}_t & 2\tau^2\bar{y}_t \end{pmatrix} \quad (\text{B.106})$$

Utilizando a equação (B.3) para cada fase do transformador, da equação (B.103) obtém-se as relações de correntes entre o primário e o secundário do transformador para este tipo de conexão, que é apresentada no sistema de equações (B.107) e na Figura 171.

$$\begin{aligned} \bar{J}_s^a &= -\tau (\bar{J}_1^a - \bar{J}_1^c) & \bar{J}_s^a &= -\tau \bar{J}_p^a \\ \bar{J}_s^b &= -\tau (\bar{J}_1^b - \bar{J}_1^a) & \rightarrow & \bar{J}_s^b = -\tau \bar{J}_p^b \\ \bar{J}_s^c &= -\tau (\bar{J}_1^c - \bar{J}_1^b) & \bar{J}_s^c &= -\tau \bar{J}_p^c \end{aligned} \quad (\text{B.107})$$

Para obter as tensões de linha do secundário em função do primário, utiliza-se a equação (B.13) para cada fase do transformador considerando a equação (B.103); este resultado é apresentado no sistema de equações (B.108).

$$\begin{aligned} \bar{V}_s^{\text{ab}} &= \frac{\bar{V}_p^{\text{ab}}}{\tau} - \frac{\bar{z}_t \bar{J}_1^a}{\tau} \\ \bar{V}_s^{\text{bc}} &= \frac{\bar{V}_p^{\text{bc}}}{\tau} - \frac{\bar{z}_t \bar{J}_1^b}{\tau} \\ \bar{V}_s^{\text{ca}} &= \frac{\bar{V}_p^{\text{ca}}}{\tau} - \frac{\bar{z}_t \bar{J}_1^c}{\tau} \end{aligned} \quad (\text{B.108})$$

Simplificando o modelo do transformador ao considerar $\bar{z}_t = 0$, obtém-se uma relação aproximada entre as tensões do primário e secundário do transformador conforme é apresentado na Figura 171. Considerando-se esta aproximação obtém-se o quociente entre a tensão de linha entre as fases ‘a’ e ‘b’ do primário e o secundário, conforme é apresentado na equação (B.109).

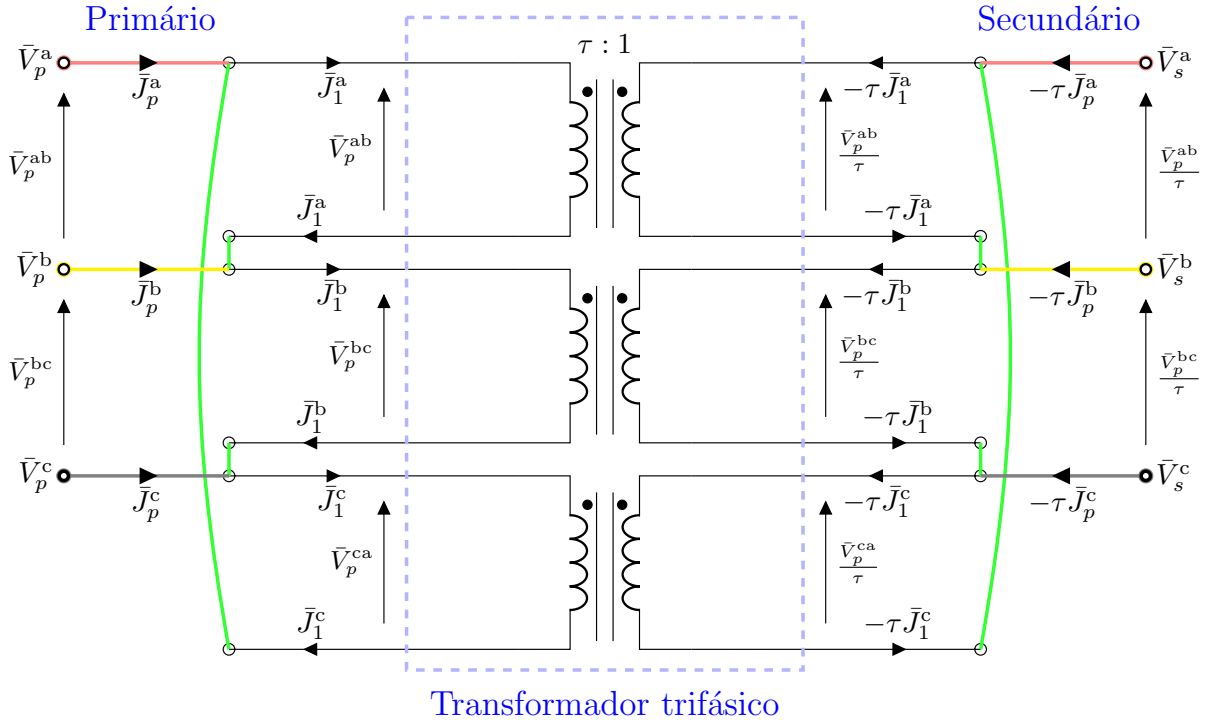
$$\frac{\bar{V}_{p,\text{linha}}}{\bar{V}_{s,\text{linha}}} = \tau \quad (\text{B.109})$$

Assumindo que o sistema esteja equilibrado e não considerando as perdas no transformador, a partir da RT é possível obter a relação entre os enrolamentos como é apresentado na equação (B.110).

$$\text{RT} = \tau \quad \rightarrow \quad \tau = \frac{N_1}{N_2} = \text{RT} \quad (\text{B.110})$$

Por exemplo, para obter que as tensões de linhas do primário e secundário sejam iguais ($\text{RT} = 1$), então: $\tau = 1$.

Figura 171 – Relação entre correntes e tensões do Transformador sem perdas com conexão DD0



Para calcular as correntes circulantes na conexão Delta do primário, considerando a impedância de curto-circuito do transformador utiliza-se a equação (B.108), obtendo-se o sistema de equações (B.111).

$$\begin{aligned}\bar{J}_1^a &= \bar{y}_t \bar{V}_p^{ab} - \tau \bar{y}_t \bar{V}_s^{ab} \\ \bar{J}_1^b &= \bar{y}_t \bar{V}_p^{bc} - \tau \bar{y}_t \bar{V}_s^{bc} \\ \bar{J}_1^c &= \bar{y}_t \bar{V}_p^{ca} - \tau \bar{y}_t \bar{V}_s^{ca}\end{aligned}\tag{B.111}$$

Utilizando a equação (B.3) para cada fase do transformador, podem-se obter as correntes circulantes na conexão Delta do secundário como é apresentado no conjunto de equações (B.112)

$$\begin{aligned}\bar{J}_2^a &= -\tau \bar{y}_t \bar{V}_p^{ab} + \tau^2 \bar{y}_t \bar{V}_s^{ab} \\ \bar{J}_2^b &= -\tau \bar{y}_t \bar{V}_p^{bc} + \tau^2 \bar{y}_t \bar{V}_s^{bc} \\ \bar{J}_2^c &= -\tau \bar{y}_t \bar{V}_p^{ca} + \tau^2 \bar{y}_t \bar{V}_s^{ca}\end{aligned}\tag{B.112}$$

Observa-se que para cada transformador realizou-se uma simplificação total (desprezando as perdas), obtendo-se assim o transformador ideal, isto se fez para avaliar o comportamento dos diferentes tipos de conexões do transformador.

B.2.8 Valores em por unidade para o transformador trifásico

Na seção B.1.1 desenvolveu-se o estudo e demonstração dos valores em pu nas equações do transformador monofásico e, dado que o transformador trifásico é considerado como a conexão de três transformadores monofásicos, então, a equação (B.30) é a equação (B.113) em pu para o transformador trifásico.

$$\begin{pmatrix} \bar{J}_1^a [\text{pu}] \\ \bar{J}_2^a [\text{pu}] \\ \bar{J}_1^b [\text{pu}] \\ \bar{J}_2^b [\text{pu}] \\ \bar{J}_1^c [\text{pu}] \\ \bar{J}_2^c [\text{pu}] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{y}_t [\text{pu}] & -\bar{y}_t [\text{pu}] & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\bar{y}_t [\text{pu}] & \bar{y}_t [\text{pu}] & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{y}_t [\text{pu}] & -\bar{y}_t [\text{pu}] & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\bar{y}_t [\text{pu}] & \bar{y}_t [\text{pu}] & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{y}_t [\text{pu}] & -\bar{y}_t [\text{pu}] \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\bar{y}_t [\text{pu}] & \bar{y}_t [\text{pu}] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{V}_1^a [\text{pu}] \\ \bar{V}_2^a [\text{pu}] \\ \bar{V}_1^b [\text{pu}] \\ \bar{V}_2^b [\text{pu}] \\ \bar{V}_1^c [\text{pu}] \\ \bar{V}_2^c [\text{pu}] \end{pmatrix} \quad (\text{B.113})$$

Sendo que

$$Z_{\text{pB}} = \frac{V_{\text{pB,fase}}^2}{S_{\text{B,fase}}} \rightarrow \bar{z}_t [\text{pu}] = \frac{\bar{z}_t}{Z_{\text{pB}}} \quad (\text{B.114})$$

$$Y_{\text{pB}} = \frac{1}{Z_{\text{pB}}} \quad \text{e} \quad \bar{y}_t [\text{pu}] = \frac{1}{\bar{z}_t [\text{pu}]}$$

Na Tabela 15 apresentam-se as relações da potência e tensão base para os diferentes tipos de conexões no primário do transformador.

Tabela 15 – Relação de valor base para os diferentes tipos de Conexões do transformador

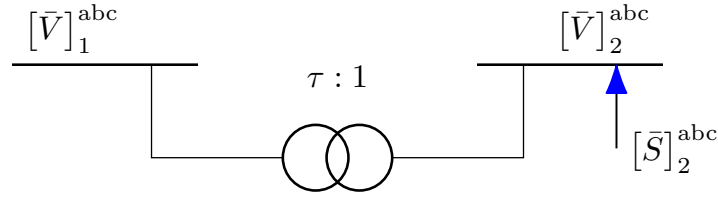
Conexão	Potência (Base)	Tensão (Base)	Impedância (Base)
Estrela	$S_{\text{B,fase}} = \frac{S_{\text{B,trifásica}}}{3}$	$V_{\text{pB,fase}} = \frac{V_{\text{pB,linha}}}{\sqrt{3}}$	$Z_{\text{pB}} = \frac{(V_{\text{pB,linha}})^2}{S_{\text{B,trifásica}}}$
Delta	$S_{\text{B,fase}} = \frac{S_{\text{B,trifásica}}}{3}$	$V_{\text{pB,fase}} = V_{\text{pB,linha}}$	$Z_{\text{pB}} = \frac{(V_{\text{pB,linha}})^2}{S_{\text{B,trifásica}}/3}$

Fonte: próprio autor

B.2.9 Problema da inversa da matriz do transformador

O principal problema para o cálculo de fluxo de potência pelo método fasorial proposto neste trabalho é a invertibilidade da matriz admitância dos elementos; este problema pode ser observado, por exemplo, num sistema de duas barras com o transformador trifásico com o secundário conectado em Delta, como é apresentado na Figura 172. A matriz admitância deste sistema é apresentada na equação (B.115), e o desenvolvimento da matriz admitância para este tipo de conexão foi apresentado na seção B.2.3, observando-se que o elemento $[\bar{Y}]_{12,22}^{\text{abc}}$ da matriz admitância é uma matriz singular, portanto, não é possível encontrar uma solução utilizando o método fasorial proposto, no entanto, se são conectados mais ramos no lado Delta do transformador, a matriz dos elementos, deixa de ser singular.

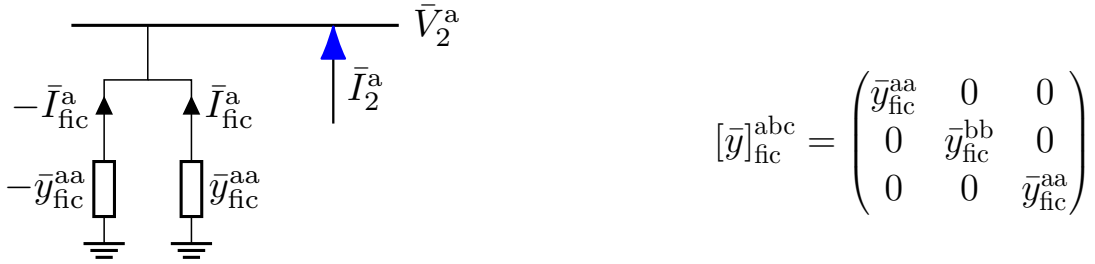
Figura 172 – Transformador trifásico conectado no sistema de duas barras



$$\begin{pmatrix} [\bar{I}]_1^{abc} \\ [\bar{I}]_2^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{\gamma}]_{12,11}^{abc} & [\bar{\gamma}]_{12,12}^{abc} \\ [\bar{\gamma}]_{12,21}^{abc} & [\bar{\gamma}]_{12,22}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_1^{abc} \\ [\bar{V}]_2^{abc} \end{pmatrix} \quad (\text{B.115})$$

A solução proposta para este problema é conectar uma carga fictícia em cada fase da barra 2, por exemplo. Na Figura 173 é apresentada uma carga fictícia conectada na fase ‘a’, e na equação (B.116) adota-se este artifício no modelo trifásico, e para que esta equação continue sendo válida a mesma matriz é subtraída.

Figura 173 – Elemento fictício conectado na fase ‘a’ e sua representação matricial trifásica



Fonte: próprio autor

$$\begin{pmatrix} [\bar{I}]_1^{abc} \\ [\bar{I}]_2^{abc} + [\bar{y}]_{fic}^{abc} [\bar{V}]_2^{abc} - [\bar{y}]_{fic}^{abc} [\bar{V}]_2^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{\gamma}]_{12,11}^{abc} & [\bar{\gamma}]_{12,12}^{abc} \\ [\bar{\gamma}]_{12,21}^{abc} & [\bar{\gamma}]_{12,22}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_1^{abc} \\ [\bar{V}]_2^{abc} \end{pmatrix} \quad (\text{B.116})$$

Realizando operações algébricas obtêm-se as equações a seguir:

$$\begin{pmatrix} [\bar{I}]_1^{abc} \\ [\bar{I}]_2^{abc} + [\bar{y}]_{fic}^{abc} [\bar{V}]_2^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{\gamma}]_{12,11}^{abc} & [\bar{\gamma}]_{12,12}^{abc} \\ [\bar{\gamma}]_{12,21}^{abc} & [\bar{\gamma}]_{12,22}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_1^{abc} \\ [\bar{V}]_2^{abc} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} [0]_{3 \times 3} & [0]_{3 \times 3} \\ [0]_{3 \times 3} & [\bar{y}]_{fic}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_1^{abc} \\ [\bar{V}]_2^{abc} \end{pmatrix} \quad (\text{B.117})$$

$$\begin{pmatrix} [\bar{I}]_1^{abc} \\ [\bar{I}]_2^{abc} + [\bar{I}]_{fic}^{abc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\bar{\gamma}]_{12,11}^{abc} & [\bar{\gamma}]_{12,12}^{abc} \\ [\bar{\gamma}]_{12,21}^{abc} & [\bar{\gamma}]_{12,22}^{abc} + [\bar{y}]_{fic}^{abc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\bar{V}]_1^{abc} \\ [\bar{V}]_2^{abc} \end{pmatrix} \quad (\text{B.118})$$

Sendo:

$$[\bar{I}]_{fic}^{abc} = [\bar{y}]_{fic}^{abc} [\bar{V}]_2^{abc} \quad \text{ou} \quad \bar{I}_{fic}^p = \bar{y}_{fic}^{pp} \bar{V}_2^p \quad p = a, b, c$$

Resolvendo a equação (B.118) para a tensão $[\bar{V}]_2^{abc}$, obtém-se a equação (B.119)

$$[\bar{V}]_2^{abc} = ([\bar{\gamma}]_{12,22}^{abc} + [\bar{y}]_{fic}^{abc})^{-1} \left(-[\bar{\gamma}]_{12,21}^{abc} [\bar{V}]_1^{abc} + [\bar{I}]_2^{abc} + [\bar{I}]_{fic}^{abc} \right) \quad (\text{B.119})$$

Então, o problema consiste em encontrar um valor para a matriz admitância fictícia, por exemplo um valor poderia ser tal que $[\bar{I}]_2^{abc} + [\bar{I}]_{\text{fic}}^{abc} = 0$, portanto:

$$[\bar{y}]_{\text{fic}}^{abc} [\bar{V}]_2^{abc} = - [\bar{I}]_2^{abc} \rightarrow \bar{y}_{\text{fic}}^{pp} \bar{V}_2^p = - \left(\frac{\bar{S}_2^p}{\bar{V}_2^p} \right)^* \quad p = a, b, c$$

Desta última equação obtém-se a condição a seguir:

$$\bar{y}_{\text{fic}}^{pk} = \begin{cases} \left(\frac{\bar{S}_2^p}{\bar{V}_2^p} \right)^* & \text{se } p = k \text{ e } p = a, b, c \\ 0 & \text{se } p \neq k \text{ e } p, k = a, b, c \end{cases} \quad (\text{B.120})$$

Desta última consideração, para a matriz admitância fictícia a equação (B.119) é alterada para a equação (B.121).

$$[\bar{V}]_2^{abc} = \left([\bar{\gamma}]_{12,22}^{abc} + [\bar{y}]_{\text{fic}}^{abc} \right)^{-1} \left(- [\bar{\gamma}]_{12,21}^{abc} [\bar{V}]_1^{abc} \right) \quad (\text{B.121})$$

Como o valor de $[\bar{V}]_2^{abc}$ não é conhecido, então, no cálculo da matriz fictícia na equação (B.120) considera-se em cada iteração no algoritmo para calcular $[\bar{V}]_2^{abc}$ na equação (B.121).

Um resultado semelhante à equação (B.119) é encontrado se na equação (B.115) for adicionada e subtraída a matriz fictícia $[\bar{y}]_{\text{fic}}^{abc}$ no elemento $[\bar{\gamma}]_{12,22}^{abc}$ da matriz admitância, e logo se faz o mesmo desenvolvimento anterior. A técnica proposta da matriz fictícia não é necessária se mais ramos da rede estiverem conectados à barra dois neste exemplo de duas barras.

B.2.10 Caso de Estudo

Seja o sistema de 2 barras e um transformador da Figura 172. Os dados do Transformador e da carga são apresentados nas Tabelas 16 e 17, respectivamente (CHEN et al., 1991b). A seguir realiza-se o estudo do comportamento do modelo do transformador para os diferentes tipos de conexões.

Tabela 16 – Dados do Transformador

ramo	[kVA]	[kV]-Alta	[kV]-Baixa	$Z\%$	X/R
1-2	1000	13,8	0,208	6,0	5

Fonte: próprio autor

Devido que no método proposto de fluxo de potência trabalha-se com valores reais, convertem-se os valores em pu da impedância de curto-circuito do transformador para

Tabela 17 – Dados da potência total e por fase da carga.

barra	Potência Total		Fase A		Fase B		Fase C	
	[kW]	[kVars]	[kW]	[kVars]	[kW]	[kVars]	[kW]	[kVars]
2	400	300	200	150	120	90	80	60

Fonte: próprio autor

valores reais como é apresentado a seguir.

$$r_t [\text{pu}] = \frac{Z\%/100}{\sqrt{1 + (X/R)^2}} = 0,011766968$$

$$x_t [\text{pu}] = (r_t [\text{pu}]) (X/R) = 0,05883484$$

Da Tabela 15 obtêm-se os valores de base quando o transformador está conectado em Estrela ou Delta no primário, isso é calculado através das equações (B.122) e (B.123), respectivamente,

$$Z_{\text{pB}} = \frac{(V_{\text{pB,linha}})^2}{S_{\text{B,trifásica}}} \rightarrow \bar{z}_t = 2,2409 + j11,20451(\Omega) \rightarrow \bar{y}_t = 0,017163 - j0,08582(\text{S}) \quad (\text{B.122})$$

$$Z_{\text{pB}} = \frac{(V_{\text{pB,linha}})^2}{S_{\text{B,trifásica}}/3} \rightarrow \bar{z}_t = 6,722704 + j33,61352(\Omega) \rightarrow \bar{y}_t = 0,00572 - j0,02861(\text{S}) \quad (\text{B.123})$$

A seguir, apresentam-se os resultados para os diferentes tipos de conexões para o transformador trifásico.

- Resultados quando o Transformador conectado em YgYg0

Na formação da matriz admitância para esta conexão, equação (B.36), além do valor de $\bar{y}_t$, é necessário conhecer o valor de τ . Para calcular esta última variável neste tipo de conexão, utiliza-se a equação (B.40) conforme é apresentado na equação (B.124).

$$\tau = \text{RT} = \frac{V_{\text{pB}}}{V_{\text{sB}}} = \frac{13,8}{0,208} = 66,346154 \quad (\text{B.124})$$

Na Tabela 18 apresentam-se os resultados das tensões obtidos pelo método proposto e os erros das tensões ($\varepsilon_{|\bar{V}|}$) e os ângulos (ε_θ) comparados com os *softwares* OpenDSS (DSS) e PowerFactory DigSILENT (PFD). Na Tabela 19 apresenta-se o número de iterações do método proposto, e dos *softwares* OpenDSS e PowerFactory DigSILENT, quando a potência da carga é multiplicada por um fator de escala.

Nas Figuras 174 (a) e (b) apresentam-se os resultados das tensões em pu e seus diagramas fasoriais, respectivamente. Neste diagrama fasorial a tensão do secundário foi escalada multiplicando-a por dez para verificar o efeito do pequeno deslocamento angular entre o primário e secundário. Todos os cálculos foram executados considerando uma tolerância de 10^{-6} .

Tabela 18 – Tensões obtidas do método proposto e sua comparação com OpenDSS e DigSILENT para a conexão YgYg0

Nó	VLN [kV]	$\varepsilon_{ \bar{V} }$ DSS	$\varepsilon_{ \bar{V} }$ PFD	ângulo (graus)	ε_{θ} DSS	ε_{θ} PFD
$\bar{V}_1^a$	7,9674	2,6e-08	0,0	0,0000	1,8e-06	0,0
$\bar{V}_1^b$	7,9674	1,5e-08	0,0	-120,0000	1,1e-06	0,0
$\bar{V}_1^c$	7,9674	9,7e-09	0,0	120,0000	7,3e-07	0,0
$\bar{V}_2^a$	0,1159	6,8e-08	8,0e-06	-1,7823	1,7e-06	0,000870
$\bar{V}_2^b$	0,1176	4,5e-08	5,0e-06	-121,0534	8,1e-07	0,002897
$\bar{V}_2^c$	0,1184	3,9e-08	3,0e-06	119,3028	4,3e-07	0,003647

Fonte: próprio autor

Tabela 19 – Comparação do número de iterações do método proposto com OpenDSS e DigSILENT para a conexão YgYg0

Escala	Número de iterações		
	PRO	DSS	PFD
1	5	5	4
2	6	7	4
3	8	8	4
4	10	diverge	5
5	14	diverge	5
6	27	diverge	6

Fonte: próprio autor

- Resultados quando o Transformador possui conexão DYg11

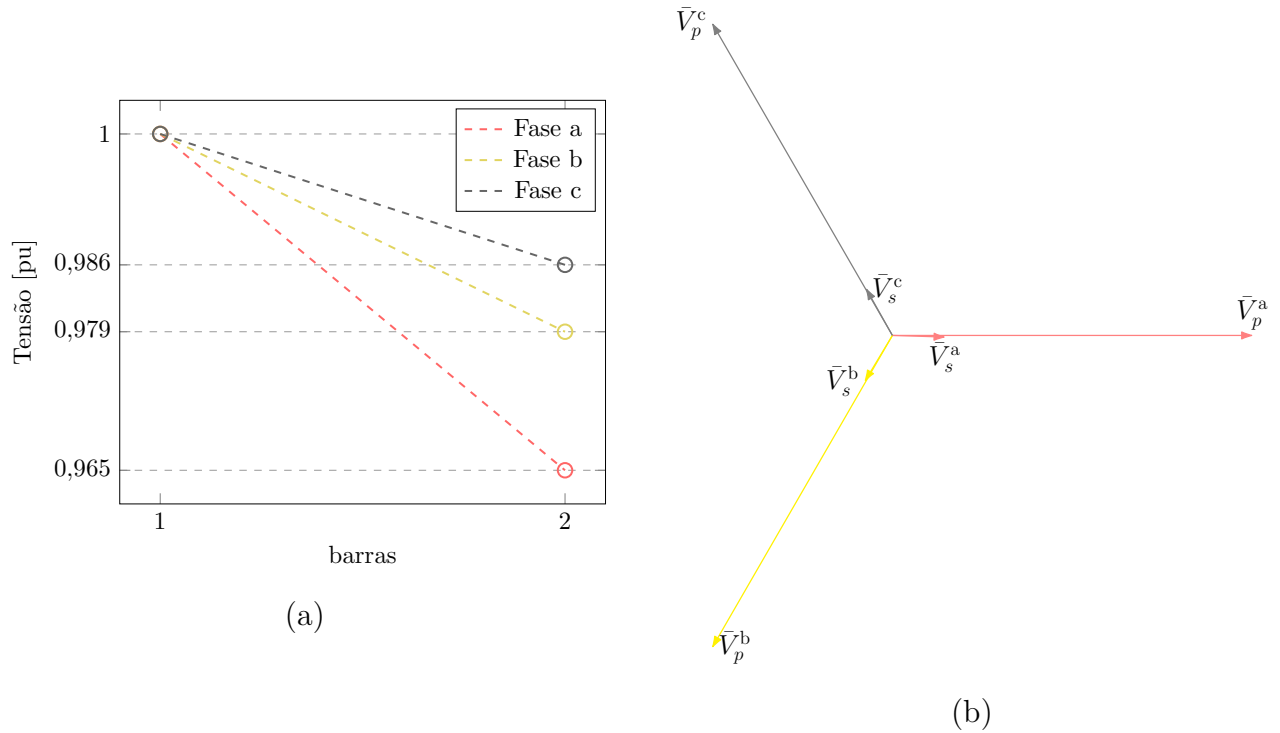
Para a formação da matriz admitância desta conexão, equação (B.86), além do valor de $\bar{y}_t$, é necessário conhecer o valor de τ ; para calcular esta última variável neste tipo de conexão, utiliza-se a equação (B.91) conforme é apresentado na equação (B.125)

$$\tau = RT\sqrt{3} = \frac{V_{pB}}{V_{sB}}\sqrt{3} = \frac{13,8}{0,208}\sqrt{3} = 114,914909 \quad (\text{B.125})$$

Na Tabela 20 apresentam-se os resultados das tensões obtidas pelo método proposto e os erros das tensões ($\varepsilon_{|\bar{V}|}$) e dos ângulos (ε_{θ}) comparados com os *softwares* OpenDSS (DSS) e PowerFactory DigSILENT (PFD). Na Tabela 21 apresentam-se os números de iterações do método proposto, e dos *softwares* OpenDSS e PowerFactory DigSILENT, quando a potência da carga é multiplicada por um fator de escala.

Nas Figuras 175 (a) e (b) apresentam-se os resultados das tensões em pu e seu diagrama fasorial, respectivamente. Neste diagrama fasorial a tensão do secundário foi escalada multiplicando-a por 10 para verificar estes fasores e o efeito do deslocamento angular. Todos os cálculos foram executados considerando uma tolerância de 10^{-6} .

Figura 174 – Módulos das tensões obtidos pelo método proposto em pu e seu diagrama fasorial para a conexão YgYg0



Fonte: próprio autor

Tabela 20 – Tensões obtidas pelo método proposto e sua comparação com OpenDSS e DigSILENT para a conexão DYg11

Nó	VLN (kV)	$\varepsilon_{ \bar{V} }$ DSS	$\varepsilon_{ \bar{V} }$ PFD	ângulo (graus)	ε_{θ} DSS	ε_{θ} PFD
$\bar{V}_1^a$	7,9674	1,2e-08	0,0	0,0000	1,5e-06	0,0
$\bar{V}_1^b$	7,9674	2,4e-08	0,0	-120,0000	1,3e-06	0,0
$\bar{V}_1^c$	7,9674	1,4e-08	0,0	120,0000	8,2e-07	0,0
$\bar{V}_2^a$	0,1159	2,3e-09	0,0	28,2177	8,2e-06	7,0e-06
$\bar{V}_2^b$	0,1176	4,7e-08	0,0	-91,0534	1,1e-06	1,0e-06
$\bar{V}_2^c$	0,1184	3,9e-08	0,0	149,3028	8,9e-07	0,0

Fonte: próprio autor

- Resultados quando o Transformador possui conexão DYg1

Para a formação da matriz admitância desta conexão, equação (B.96), além do valor de $\bar{y}_t$, é necessário conhecer o valor de τ ; para calcular esta última variável neste tipo de conexão, utiliza-se a equação (B.101) conforme é apresentado na equação (B.126).

$$\tau = RT\sqrt{3} = \frac{V_{PB}}{V_{SB}}\sqrt{3} = \frac{13,8}{0,208}\sqrt{3} = 114,914909 \quad (\text{B.126})$$

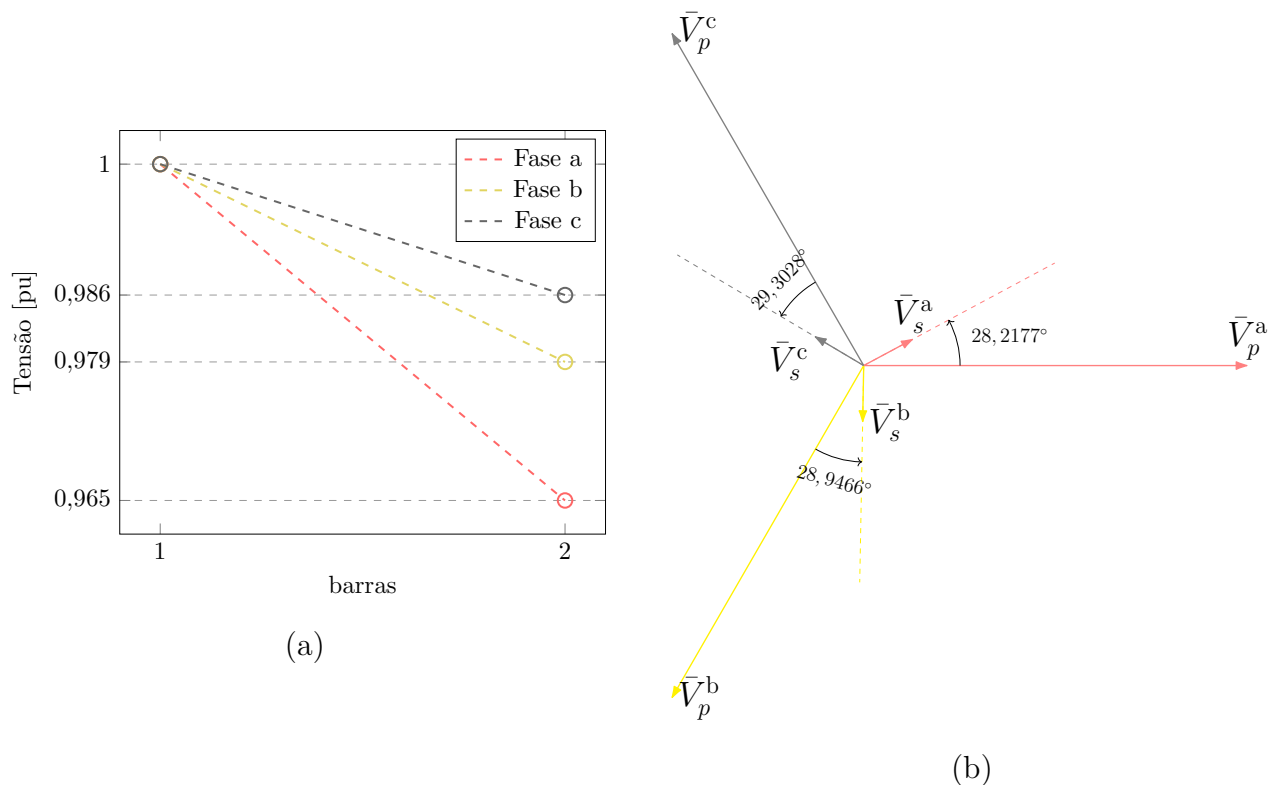
Na Tabela 22 apresentam-se os resultados das magnitudes das tensões obtidas pelo método proposto, os erros das tensões ($\varepsilon_{|\bar{V}|}$) e dos ângulos (ε_{θ}) comparados com

Tabela 21 – Comparação do número de iterações do método proposto com OpenDSS e DigSILENT para a conexão DYg11

Escala	Número de iterações		
	PRO	DSS	PFD
1	5	3	3
2	7	4	4
3	9	4	4
4	11	diverge	5
5	15	diverge	5
6	29	diverge	6

Fonte: próprio autor

Figura 175 – Módulos das tensões obtidos pelo método proposto em pu e seu diagrama fasorial para a conexão DYg11



Fonte: próprio autor

os *softwares* OpenDSS (DSS) e PowerFactory DigSILENT (PFD). Na Tabela 23 apresentam-se os números de iterações do método proposto, e dos *softwares* OpenDSS e PowerFactory DigSILENT, quando a potência da carga do caso de estudo é multiplicada por um fator de escala.

Nas Figuras 176 (a) e (b) apresentam-se os resultados dos módulos das tensões em pu e seu diagrama fasorial, respectivamente. Neste diagrama fasorial a tensão do secundário foi escalada multiplicando-a por 10 para verificar estes fasores e o efeito

Tabela 22 – Magnitudes das tensões obtidas pelo método proposto e sua comparação com OpenDSS e DigSILENT para a conexão DYg1

Nó	VLN (kV)	$\varepsilon_{ \bar{V} }$ DSS	$\varepsilon_{ \bar{V} }$ PFD	ângulo (graus)	ε_{θ} DSS	ε_{θ} PFD
$\bar{V}_1^a$	7,9674	2,4e-08	0,0	0,0000	1,3e-06	0,0
$\bar{V}_1^b$	7,9674	1,4e-08	0,0	-120,0000	8,0e-07	0,0
$\bar{V}_1^c$	7,9674	1,2e-08	0,0	120,0000	1,5e-06	0,0
$\bar{V}_2^a$	0,1159	1,7e-07	0,0	-31,7823	-2,3e-06	4,0e-06
$\bar{V}_2^b$	0,1176	5,9e-08	0,0	-151,0534	3,5e-07	0,0
$\bar{V}_2^c$	0,1184	3,9e-08	0,0	89,3028	8,1e-07	0,0

Fonte: próprio autor

Tabela 23 – Comparação do número de iterações do método proposto com OpenDSS e DigSILENT para a conexão DYg1

Escala	Número de iterações		
	PRO	DSS	PFD
1	5	5	3
2	7	7	4
3	9	8	4
4	11	diverge	5
5	15	diverge	5
6	29	diverge	6

Fonte: próprio autor

do deslocamento angular. Todos os cálculos foram executados considerando uma tolerância de 10^{-6} .

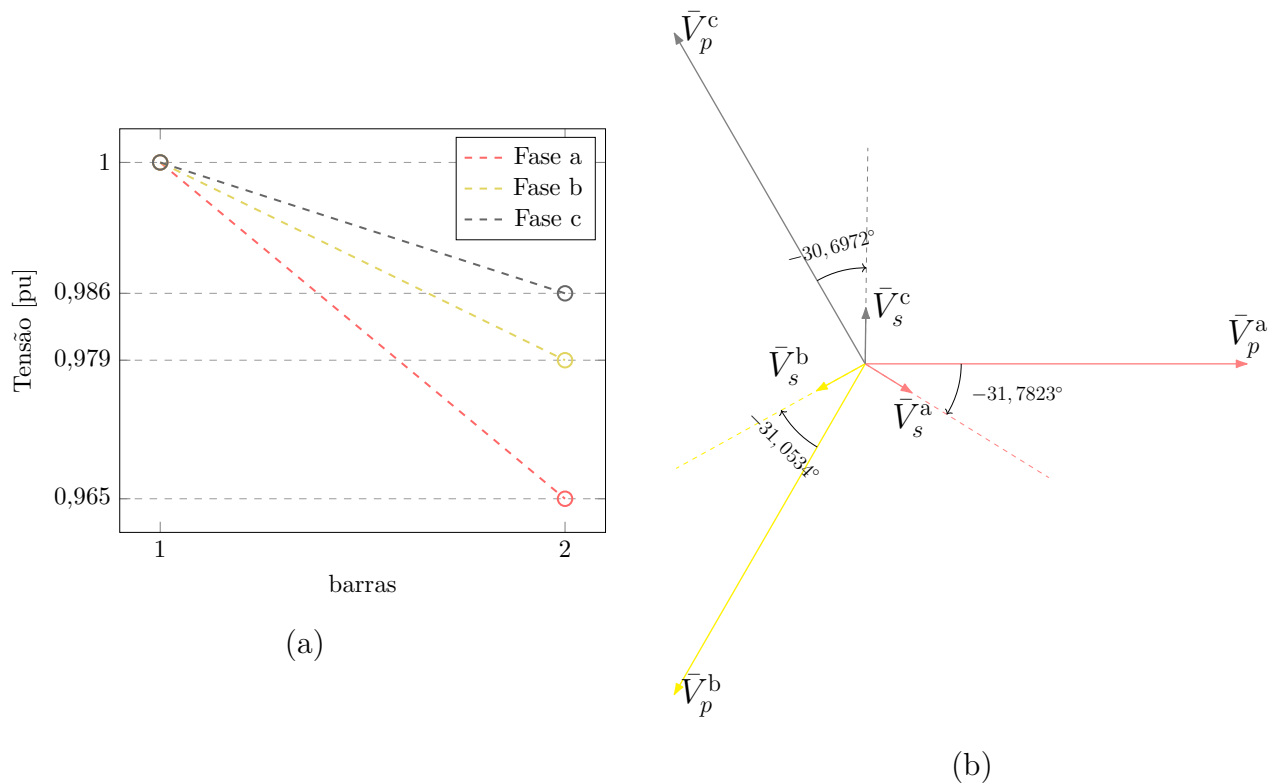
- Resultados para o Transformador com conexão YgD1

Na formação da matriz admitância para esta conexão, equação (B.56), além do valor de $\bar{y}_t$, é necessário conhecer o valor de τ , utilizando-se a equação (B.61) conforme é apresentado na equação (B.127).

$$\tau = \frac{1}{\sqrt{3}}RT = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{V_{pB}}{V_{sB}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{13,8}{0,208} = 38,304970 \quad (\text{B.127})$$

Na formação da matriz admitância para este sistema obtém-se que a matriz dos elementos é singular, portanto, é necessário utilizar a técnica proposta na seção B.2.9. Para este tipo de conexão é considerada que a potência da carga é equilibrada. Na Tabela 24 apresentam-se os resultados das magnitudes das tensões obtidas pelo método proposto e os erros das tensões ($\varepsilon_{|\bar{V}|}$) e os ângulos (ε_{θ}) comparados com os *softwares* OpenDSS (DSS) e PowerFactory DigSILENT (PFD). Na Tabela 25 apresentam-se os números de iterações do método proposto, e dos *softwares*

Figura 176 – Tensões obtidas pelo método proposto em pu e seu diagrama fasorial para a conexão DYg1



Fonte: próprio autor

Tabela 24 – Tensões obtidas pelo método proposto e sua comparação com OpenDSS e DigSILENT para a conexão YgD1

Nó	VLN (kV)	$\varepsilon_{ \bar{V} }$ DSS	$\varepsilon_{ \bar{V} }$ PFD	ângulo (graus)	ε_θ DSS	ε_θ PFD
$\bar{V}_1^a$	7,9674	0	0	0,0000	1,0e-6	0
$\bar{V}_1^b$	7,9674	0	0	-120,0000	1,0e-6	0
$\bar{V}_1^c$	7,9674	0	0	120,0000	1,0e-6	0
$\bar{V}_2^a$	0,1173	0	0	-31,1733	3,0e-6	7,0e-6
$\bar{V}_2^b$	0,1173	0	0	-151,1733	3,0e-6	2,0e-6
$\bar{V}_2^c$	0,1173	0	0	88,8267	3,0e-6	7,0e-6

Fonte: próprio autor

OpenDSS e PowerFactory DigSILENT, quando a potência da carga do caso de estudo é multiplicada por um fator de escala.

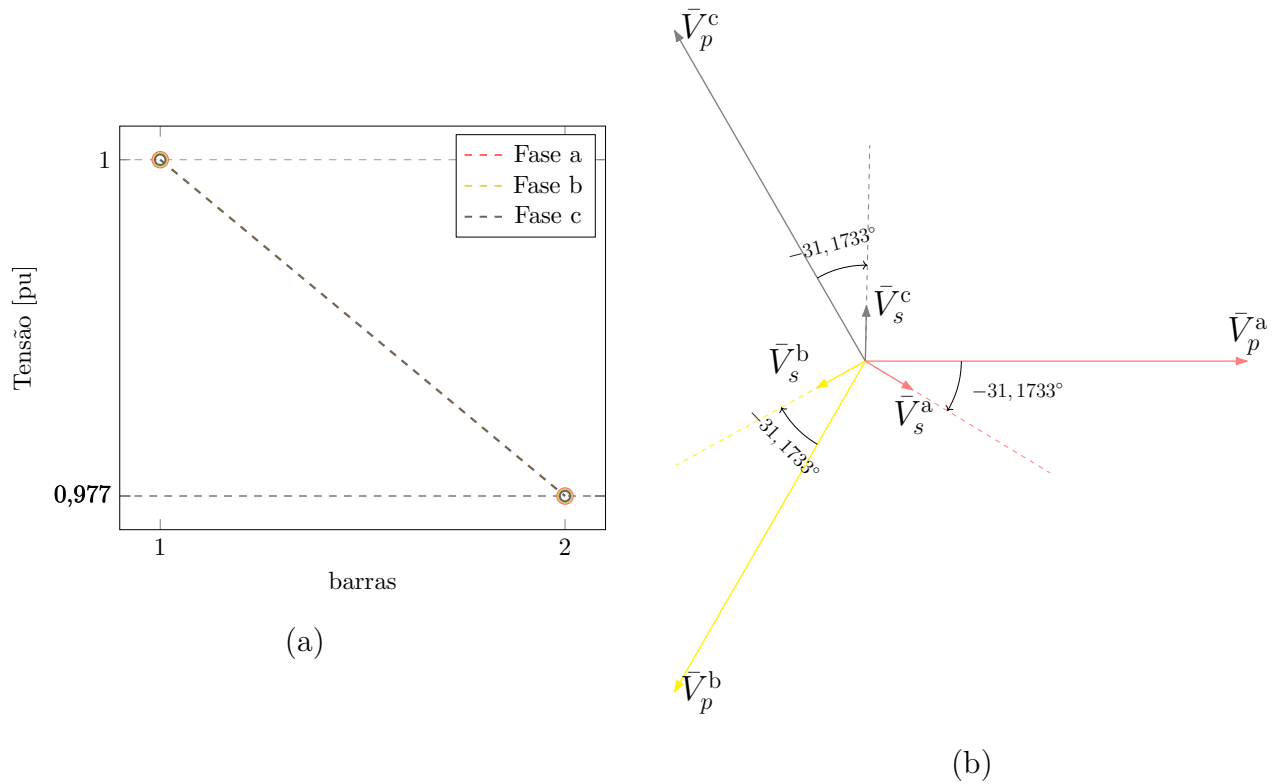
Na Figura 177 (a) e (b) apresentam-se os resultados das magnitudes de tensões em pu e seu diagrama fasorial, respectivamente. Neste diagrama fasorial a tensão do secundário foi escalada multiplicando-a por 10 para analisar estes fasores e o efeito do deslocamento angular. Todos os cálculos foram executados considerando uma tolerância de 10^{-6} .

Tabela 25 – Comparação do número de iterações do método proposto com OpenDSS e DigSILENT para a conexão YgD1

Escala	Número de iterações		
	PRO	DSS	PFD
1	4	5	4
2	6	diverge	4
3	7	diverge	4
4	9	diverge	4
5	11	diverge	5
6	13	diverge	5

Fonte: próprio autor

Figura 177 – Magnitudes das tensões obtidas pelo método proposto em pu e seu diagrama fasorial para a conexão YgD1



Fonte: próprio autor

- Resultados quando o Transformador possui conexão DD0

Para a formação da matriz admitância desta conexão, equação (B.106), além do valor de $\bar{y}_t$, é necessário conhecer o valor de τ ; para calcular esta última variável neste tipo de conexão, utiliza-se a equação (B.110) conforme é apresentado na equação (B.128).

$$\tau = RT = \frac{V_{pB}}{V_{sB}} = \frac{13,8}{0,208} = 66,346154 \quad (\text{B.128})$$

Na formação da matriz admitância para este sistema obtém-se que a matriz dos

elementos é singular, portanto, é necessário utilizar a técnica proposta na seção B.2.9. Para este tipo de conexão é considerado que a potência da carga é equilibrada. Na Tabela 26 apresentam-se os resultados das magnitudes das tensões obtidas pelo método proposto e os erros das tensões ($\varepsilon_{|\bar{V}|}$) e os ângulos (ε_{θ}) comparados com os *softwares* OpenDSS (DSS) e PowerFactory DigSILENT (PFD).

Tabela 26 – Tensões obtidas pelo método proposto e sua comparação com OpenDSS e DigSILENT para a conexão DD0

Nó	VLN (kV)	$\varepsilon_{ \bar{V} }$ DSS	$\varepsilon_{ \bar{V} }$ PFD	ângulo (graus)	ε_{θ} DSS	ε_{θ} PFD
$\bar{V}_1^a$	7,9674	0	0	0,0000	1,0e-06	0
$\bar{V}_1^b$	7,9674	0	0	-120,0000	1,0e-06	0
$\bar{V}_1^c$	7,9674	0	0	120,0000	1,0e-06	0
$\bar{V}_2^a$	0,1173	0	0	-1,1733	3,0e-06	7,0e-06
$\bar{V}_2^b$	0,1173	0	0	-121,1733	3,0e-06	3,0e-06
$\bar{V}_2^c$	0,1173	0	0	118,8267	3,0e-06	6,0e-06

Fonte: próprio autor

Na Tabela 27 apresentam-se os números de iterações do método proposto, e dos *softwares* OpenDSS e PowerFactory DigSILENT, quando a potência da carga do caso de estudo é multiplicada por um fator de escala.

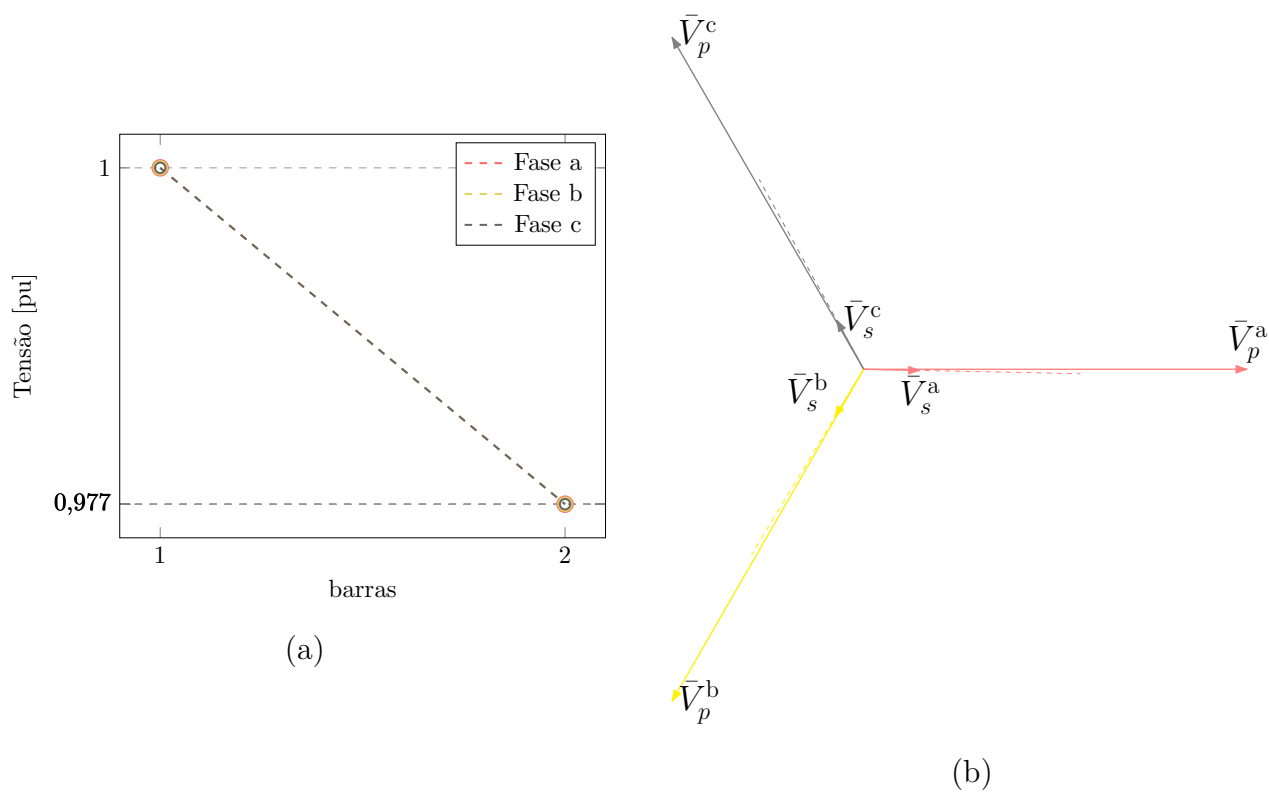
Tabela 27 – Comparação do número de iterações do método proposto com OpenDSS e DigSILENT para a conexão DD0

Escala	Número de iterações		
	PRO	DSS	PFD
1	4	5	3
2	6	diverge	4
3	7	diverge	4
4	9	diverge	4
5	11	diverge	4
6	13	diverge	5

Fonte: próprio autor

Nas Figuras 178 (a) e (b) apresentam-se os resultados das magnitudes das tensões em pu e seu diagrama fasorial, respectivamente. Neste diagrama fasorial a tensão do secundário foi escalada multiplicando-a por 10 para observar estes fasores e o efeito do deslocamento angular. Todos os cálculos foram executados considerando uma tolerância de 10^{-6} .

Figura 178 – Magnitudes das tensões obtidas pelo método proposto em pu e seu diagrama fasorial para a conexão DD0

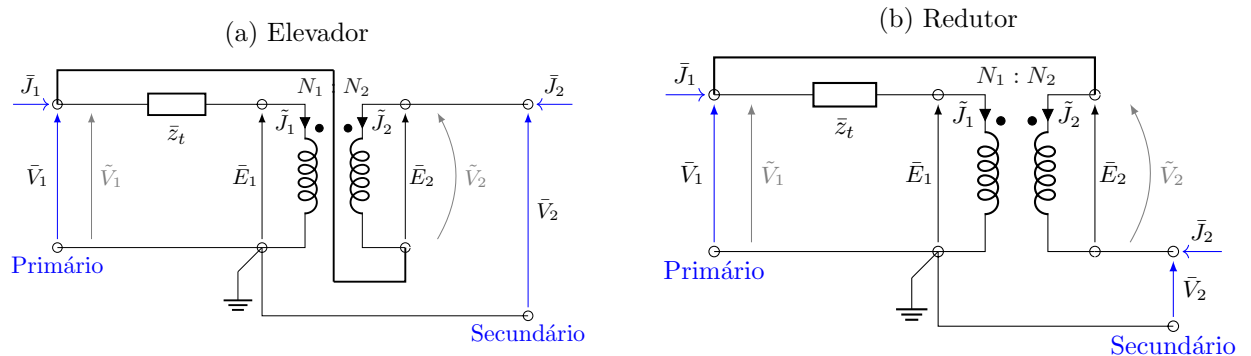


ANEXO C – O AUTOTRANSFORMADOR

Um autotransformador difere de um transformador comum porque seus enrolamentos são eletricamente conectados e acoplados por fluxo mútuo. A grande desvantagem de um autotransformador é que se perde o isolamento elétrico, porém ganha-se no aumento na transmissão de potência, portanto, o autotransformador oferece uma capacidade maior com o mesmo custo e, portanto, sua eficiência é muito maior, devido que as mesmas perdas tanto para o autotransformador e transformador são obtidas (GRAINGER; STEVENSON, 2000).

O autotransformador monofásico é obtido a partir de um transformador monofásico e existem quatro formas de conectar o transformado monofásico para obter o autotransformador monofásico conforme as Figuras 179 e 180. Observam-se que se classificam dois diferentes tipos de conexões para autotransformador, estes são expandidos nas Figuras 181 e 182, em que nestas figuras verifica-se que para o autotransformador tipo A a tensão primária do autotransformador e do transformador primitivo coincidem, neste tipo de conexão a tensão pode ser elevada ou reduzida conforme é apresentado na Figura 181(a) e 181(b), respectivamente. Para o autotransformador tipo B a tensão do secundário coincide com a tensão do secundário do transformador primitivo; neste tipo de conexão a tensão pode ser reduzida ou elevada conforme é apresentado na Figura 182(a) e 182(b), respectivamente.

Figura 179 – Circuito do transformador monofásico conectado como autotransformador tipo A



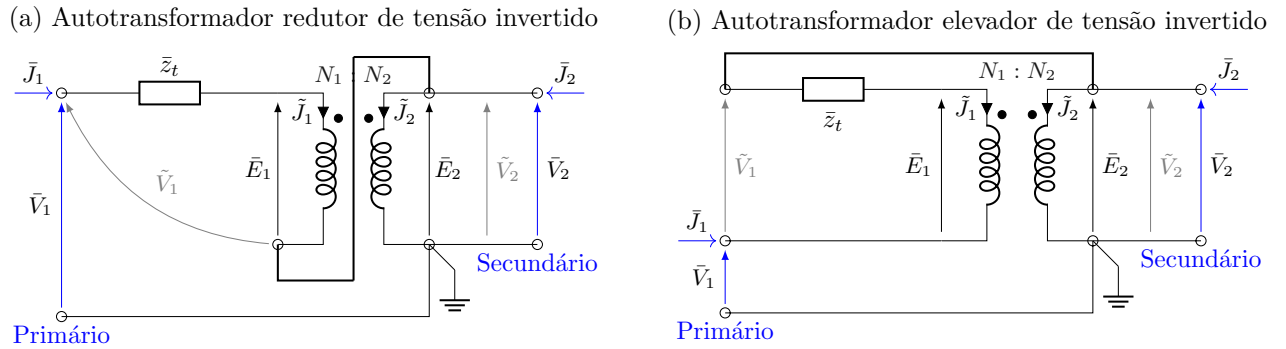
Fonte: adaptado de (KERSTING, 2012)

Dos circuitos dos autotransformadores tipo A e B das Figuras 179, 180, 181 e 182, obtém-se que:

$$\frac{\bar{E}_1}{\bar{E}_2} = \frac{N_1}{N_2} = \tau \quad \text{e} \quad \tilde{J}_2 = -\tau \tilde{J}_1$$

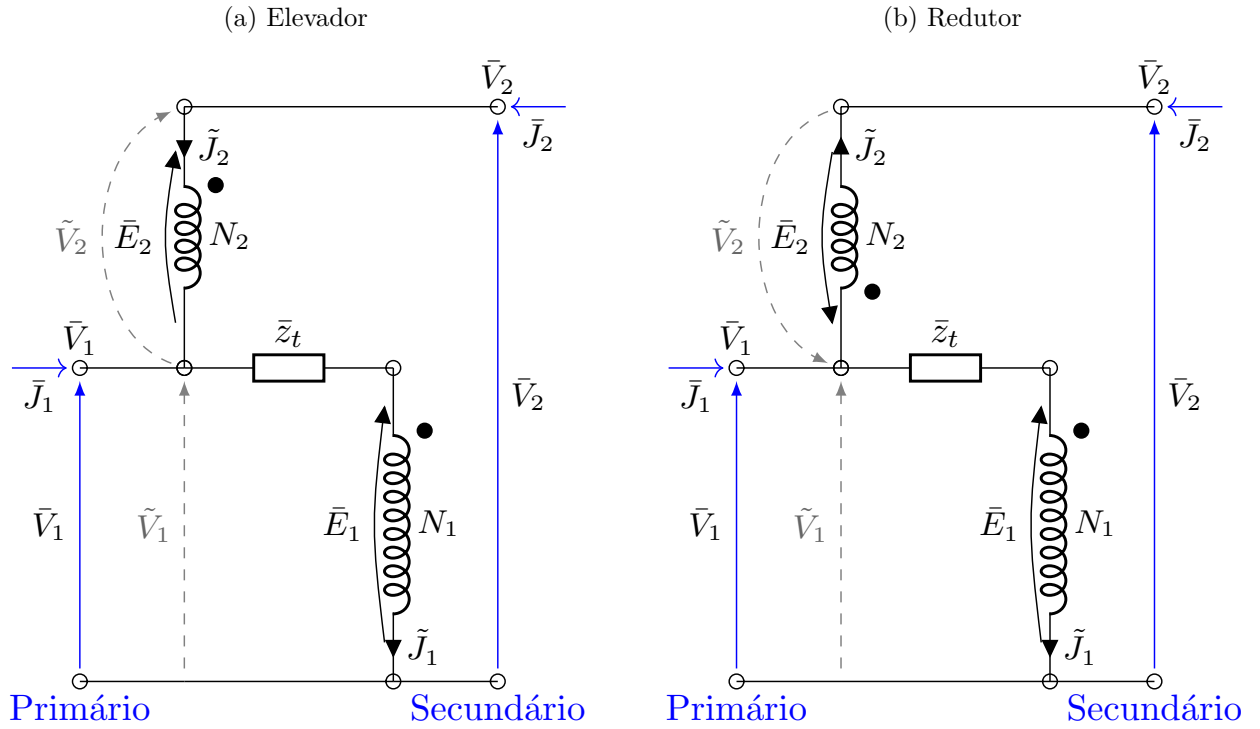
estas últimas equações também são as relações do transformador primitivo. A seguir são demonstradas e apresentadas as relações entre correntes e tensões para os diferentes tipos de conexões do autotransformador.

Figura 180 – Circuito do transformador monofásico conectado como autotransformador tipo B



Fonte: adaptado de (M.I.T., 2021)

Figura 181 – Circuitos equivalentes aproximados do autotransformador monofásico Tipo A



Fonte: adaptado de (KERSTING, 2012)

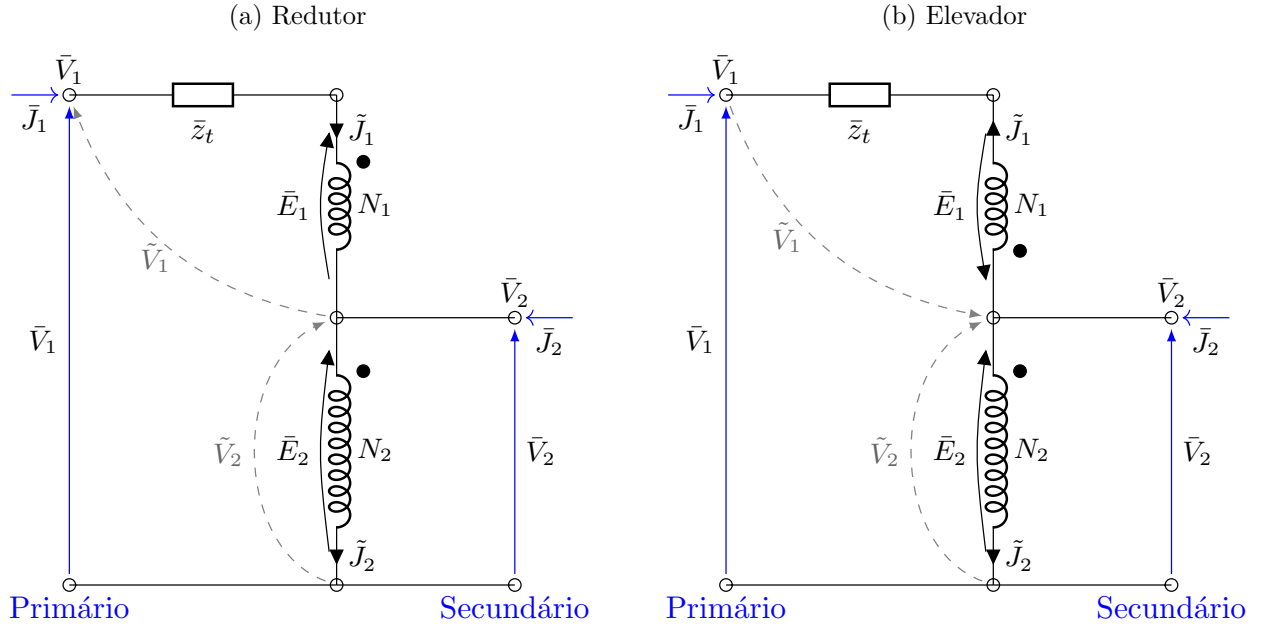
- Autotransformador tipo A
 - Autotransformador tipo A elevador

Da Figura 181(a) obtêm-se as seguintes relações,

$$\tilde{V}_1 = \bar{z}_t \tilde{J}_1 + \bar{E}_1, \quad \tilde{V}_2 = \bar{E}_2 \quad \text{e} \quad \bar{V}_1 = \tilde{V}_1, \quad \bar{V}_2 = \tilde{V}_1 + \tilde{V}_2$$

$$\bar{J}_1 = \tilde{J}_1 - \tilde{J}_2 \quad \text{e} \quad \bar{J}_2 = \tilde{J}_2$$

Figura 182 – Circuitos equivalentes aproximados do autotransformador monofásico Tipo B



Fonte: adaptado de (M.I.T., 2021)

Realizando operações algébricas, obtém-se a seguinte equação:

$$\bar{V}_2 = \bar{z}_t \tilde{J}_1 + \left(1 + \frac{1}{\tau}\right) \bar{E}_1$$

Sendo que:

$$\bar{E}_1 = \bar{V}_1 - \bar{z}_t \tilde{J}_1 \quad \text{e} \quad \tilde{J}_1 = \frac{\bar{J}_1}{1 + \tau}$$

A partir destas relações obtém-se a equação (C.1).

$$\bar{J}_1 = \bar{y}_t (1 + \tau)^2 \bar{V}_1 - \bar{y}_t \tau (1 + \tau) \bar{V}_2 \quad (\text{C.1})$$

Obtém-se também a equação (C.2).

$$\bar{J}_2 = \frac{-\tau}{1 + \tau} \bar{J}_1 \quad (\text{C.2})$$

Das equações (C.1) e (C.2) obtém-se a equação (C.3).

$$\bar{J}_2 = -\bar{y}_t \tau (1 + \tau) \bar{V}_1 + \bar{y}_t \tau^2 \bar{V}_2 \quad (\text{C.3})$$

Finalmente, juntando as equações (C.1) e (C.3) obtém-se a equação (C.4).

$$\begin{pmatrix} \bar{J}_1 \\ \bar{J}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{y}_t (1 + \tau)^2 & -\bar{y}_t \tau (1 + \tau) \\ -\bar{y}_t \tau (1 + \tau) & \bar{y}_t \tau^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \end{pmatrix} \quad (\text{C.4})$$

– Autotransformador tipo A redutor

Da Figura 181(b) obtém-se as seguintes relações:

$$\tilde{V}_1 = \bar{z}_t \tilde{J}_1 + \bar{E}_1, \quad \tilde{V}_2 = \bar{E}_2 \quad \text{e} \quad \bar{V}_1 = \tilde{V}_1, \quad \bar{V}_2 = \tilde{V}_1 - \tilde{V}_2$$

$$\bar{J}_1 = \tilde{J}_1 + \tilde{J}_2 \quad \text{e} \quad \bar{J}_2 = -\tilde{J}_2$$

Realizando operações algébricas, obtém-se a equação a seguir:

$$\bar{V}_2 = \bar{z}_t \tilde{J}_1 + \left(1 - \frac{1}{\tau}\right) \bar{E}_1$$

Sendo que

$$\bar{E}_1 = \bar{V}_1 - \bar{z}_t \tilde{J}_1 \quad \text{e} \quad \tilde{J}_1 = \frac{\bar{J}_1}{1 - \tau}$$

A partir destas relações obtém-se a equação (C.5).

$$\bar{J}_1 = \bar{y}_t (1 - \tau)^2 \bar{V}_1 - \bar{y}_t (-\tau) (1 - \tau) \bar{V}_2 \quad (\text{C.5})$$

Obtém-se também a equação (C.6).

$$\bar{J}_2 = \frac{\tau}{1 - \tau} \bar{J}_1 \quad (\text{C.6})$$

Das equações (C.5) e (C.6) obtém-se a equação (C.7).

$$\bar{J}_2 = -\bar{y}_t (-\tau) (1 - \tau) \bar{V}_1 + \bar{y}_t \tau^2 \bar{V}_2 \quad (\text{C.7})$$

Finalmente, juntando as equações (C.5) e (C.7) obtém-se a equação (C.8).

$$\begin{pmatrix} \bar{J}_1 \\ \bar{J}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{y}_t (1 - \tau)^2 & -\bar{y}_t (-\tau) (1 - \tau) \\ -\bar{y}_t (-\tau) (1 - \tau) & \bar{y}_t (-\tau)^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \end{pmatrix} \quad (\text{C.8})$$

De forma geral, para um autotransformado tipo A elevador ou redutor obtém-se a equação (C.9).

$$\begin{pmatrix} \bar{J}_1 \\ \bar{J}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{y}_t (1 \pm \tau)^2 & -\bar{y}_t (\pm \tau) (1 \pm \tau) \\ -\bar{y}_t (\pm \tau) (1 \pm \tau) & \bar{y}_t (\pm \tau)^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \end{pmatrix} \quad (\text{C.9})$$

- Autotransformador tipo B

- Autotransformador tipo B redutor

Da Figura 181(a) obtêm-se as seguintes relações:

$$\tilde{V}_1 = \bar{z}_t \tilde{J}_1 + \bar{E}_1, \quad \bar{V}_2 = \tilde{V}_2 = \bar{E}_2 \quad \text{e} \quad \bar{V}_1 = \tilde{V}_1 + \tilde{V}_2$$

$$\bar{J}_1 = \tilde{J}_1 \quad \text{e} \quad \bar{J}_2 = -\tilde{J}_1 + \tilde{J}_2$$

Realizando operações algébricas neste conjunto de equações, obtém-se a equação (C.10).

$$\bar{J}_1 = \bar{y}_t \bar{V}_1 - \bar{y}_t (1 + \tau) \bar{V}_2 \quad (\text{C.10})$$

Obtém-se também a equação (C.11).

$$\bar{J}_2 = -(1 + \tau) \bar{J}_1 \quad (\text{C.11})$$

Das equações (C.10) e (C.11) obtém-se a equação (C.12).

$$\bar{J}_2 = -\bar{y}_t (1 + \tau) \bar{V}_1 + \bar{y}_t (1 + \tau)^2 \bar{V}_2 \quad (\text{C.12})$$

Finalmente, juntando as equações (C.10) e (C.12) obtém-se a equação (C.13).

$$\begin{pmatrix} \bar{J}_1 \\ \bar{J}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{y}_t & -\bar{y}_t (1 + \tau) \\ -\bar{y}_t (1 + \tau) & \bar{y}_t (1 + \tau)^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \end{pmatrix} \quad (\text{C.13})$$

– Autotransformador tipo B elevador

Da Figura 181(b) obtém-se as seguintes relações:

$$\begin{aligned} \tilde{V}_1 &= \bar{z}_t \tilde{J}_1 + \bar{E}_1, & \tilde{V}_2 &= \tilde{V}_2 = \bar{E}_2 & \text{e} & \bar{V}_1 &= -\tilde{V}_1 + \tilde{V}_2 \\ \bar{J}_1 &= -\tilde{J}_1 & \text{e} & \bar{J}_2 &= \tilde{J}_1 + \tilde{J}_2 \end{aligned}$$

Realizando operações algébricas, obtém-se a equação (C.14).

$$\bar{J}_1 = \bar{y}_t \bar{V}_1 - \bar{y}_t (1 - \tau) \bar{V}_2 \quad (\text{C.14})$$

Obtém-se também a equação (C.15).

$$\bar{J}_2 = -(1 - \tau) \bar{J}_1 \quad (\text{C.15})$$

Das equações (C.14) e (C.15) obtém-se a equação (C.16).

$$\bar{J}_2 = -\bar{y}_t (1 - \tau) \bar{V}_1 + \bar{y}_t (1 - \tau)^2 \bar{V}_2 \quad (\text{C.16})$$

Finalmente, juntando as equações (C.14) e (C.16) obtém-se a equação (C.17)

$$\begin{pmatrix} \bar{J}_1 \\ \bar{J}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{y}_t & -\bar{y}_t (1 - \tau) \\ -\bar{y}_t (1 - \tau) & \bar{y}_t (1 - \tau)^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \end{pmatrix} \quad (\text{C.17})$$

De forma geral, para um transformado tipo B redutor ou elevador obtém-se a equação (C.18).

$$\begin{pmatrix} \bar{J}_1 \\ \bar{J}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{y}_t & -\bar{y}_t (1 \pm \tau) \\ -\bar{y}_t (1 \pm \tau) & \bar{y}_t (1 \pm \tau)^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \end{pmatrix} \quad (\text{C.18})$$

Observa-se que da mesma forma que para o transformador monofásico, se for curto-circuitado o seu secundário e utilizando as equações (C.10), (C.14), obtém-se que a impedância de curto-circuito do autotransformador é igual a $\bar{z}_t$, portanto, esta é a impedância de curto-circuito.

Algumas vezes pode ser conveniente referir a impedância do transformador para o lado secundário, para este caso a impedância referida no lado secundário em função da impedância de curto-circuito é igual à equação (C.19) (M.I.T., 2021).

$$\bar{z}_{t,s} = \left(\frac{N_2}{N_1 + N_2} \right)^2 \bar{z}_t = \left(\frac{1}{\tau + 1} \right)^2 \bar{z}_t \quad (\text{C.19})$$

A seguir apresentam-se as vantagens do autotransformador com relação ao transformador monofásico (M.I.T., 2021)

- Menor tamanho;
- Custo menor;
- Maior rendimento;
- Menor corrente de excitação;
- Melhor regulação de tensão.

O autotransformador, por outro lado, apresenta as seguintes desvantagens:

- Correntes de curtos-circuitos mais altas;
- Conexão condutiva entre os circuitos do primário e secundário.

Para observar o maior rendimento do autotransformador com relação ao transformador consideram-se as equações das potências destes mesmos e se faz as suas comparações como é apresentado a seguir.

- Com relação à potência no primário do autotransformador tipo A

Da Figura 181 (a) e (b) obtêm-se as seguintes equações.

$$\begin{aligned}\bar{S}_{\text{auto},1} &= \bar{V}_1 (\bar{J}_1)^* \quad \text{e} \quad \bar{S}_{\text{trans},1} = \tilde{V}_1 (\tilde{J}_1)^* \\ \bar{S}_{\text{auto},1} &= \bar{V}_2 (\tilde{J}_1 \pm \tilde{J}_2)^* = \bar{V}_2 (\tilde{J}_1 \pm \tau \tilde{J}_1)^* \\ \bar{S}_{\text{auto},1} &= (1 \pm \tau) \tilde{V}_1 (\tilde{J}_1)^* \quad \text{e} \quad \bar{S}_{\text{trans},1} = \tilde{V}_1 (\tilde{J}_1)^*\end{aligned}$$

Das equações acima obtém-se a equação (C.20).

$$\bar{S}_{\text{auto},1} = (1 \pm \tau) \bar{S}_{\text{trans},1} \quad (\text{C.20})$$

- Com relação à potência do secundário do Autotransformador tipo A

Da Figura 181(a) e (b) obtêm-se as seguintes equações.

$$\bar{S}_{\text{auto},2} = \bar{V}_2 (\bar{J}_2)^* \quad \text{e} \quad \bar{S}_{\text{trans},2} = \tilde{V}_2 (\tilde{J}_2)^* = \tilde{V}_2 (\pm \bar{J}_2)^*$$

Das equações anteriores e das Figuras 181 (a) e (b) obtém-se a equação:

$$\bar{S}_{\text{auto},2} = \pm \frac{\tilde{V}_2}{\bar{V}_2} \bar{S}_{\text{trans},2} = \pm \frac{\tilde{V}_1 \pm \tilde{V}_2}{\tilde{V}_2} \bar{S}_{\text{trans},2}$$

Das Figuras 181 (a) e (b) observa-se que: $\tilde{V}_2 = \bar{E}_2$, $\tilde{V}_1 = \bar{E}_1 + \bar{z}_t \tilde{J}_1$ e $\bar{E}_1 = \tau \bar{E}_2$, portanto, obtém-se a equação a seguir:

$$\bar{S}_{\text{auto},2} = \pm \left(\frac{\tau \bar{E}_2 + \bar{z}_t \tilde{J}_1 \pm \bar{E}_2}{\bar{E}_2} \right) \bar{S}_{\text{trans},2}$$

Fazendo a aproximação de $\bar{z}_t = 0$, obtém-se a equação (C.21).

$$\bar{S}_{\text{auto},2} = (1 \pm \tau) \bar{S}_{\text{trans},2} \quad (\text{C.21})$$

- Com relação à potência no primário do Autotransformador tipo B
Da Figura 182 (a) e (b) obtêm-se as equações:

$$\bar{S}_{\text{auto},1} = \bar{V}_1 (\bar{J}_1)^* \quad \text{e} \quad \bar{S}_{\text{trans},1} = \tilde{V}_1 (\tilde{J}_1)^* = \tilde{V}_1 (\bar{J}_1)^*$$

Das equações anteriores e das Figuras 182 (a) e (b) obtém-se a equação:

$$\bar{S}_{\text{auto},1} = \frac{\bar{V}_1}{\tilde{V}_1} \bar{S}_{\text{trans},1} = \frac{\pm \tilde{V}_1 + \tilde{V}_2}{\tilde{V}_1} \bar{S}_{\text{trans},1}$$

Das Figuras 182 (a) e (b) verifica-se que: $\tilde{V}_2 = \bar{E}_2$, $\tilde{V}_1 = \bar{E}_1 + \bar{z}_t \tilde{J}_1$ e $\bar{E}_1 = \tau \bar{E}_2$, portanto, obtém-se a equação:

$$\bar{S}_{\text{auto},1} = \left(\frac{\pm \tau \bar{E}_2 \pm \bar{z}_t \tilde{J}_1 + \bar{E}_2}{\tau \bar{E}_2 + \bar{z}_t \tilde{J}_1} \right) \bar{S}_{\text{trans},1}$$

Fazendo a aproximação de $\bar{z}_t = 0$, obtém-se a equação (C.22).

$$\bar{S}_{\text{auto},1} = \left(\frac{1 \pm \tau}{\tau} \right) \bar{S}_{\text{trans},1} \quad (\text{C.22})$$

- Com relação à potência do secundário do Autotransformador tipo B
Da Figura 182 (a) e (b) obtêm-se as equações:

$$\bar{S}_{\text{auto},2} = \bar{V}_2 (\bar{J}_2)^* \quad \text{e} \quad \bar{S}_{\text{trans},2} = \tilde{V}_2 (\tilde{J}_2)^*$$

$$\bar{S}_{\text{auto},2} = \bar{V}_2 (\tilde{J}_2 \pm \tilde{J}_1)^* = \bar{V}_2 \left(\tilde{J}_2 \pm \frac{\tilde{J}_2}{\tau} \right)^*$$

$$\bar{S}_{\text{auto},2} = \left(1 \pm \frac{1}{\tau} \right) \tilde{V}_2 (\tilde{J}_2)^* \quad \text{e} \quad \bar{S}_{\text{trans},2} = \tilde{V}_2 (\tilde{J}_2)^*$$

Das equações acima obtém-se a equação (C.23).

$$\bar{S}_{\text{auto},2} = \left(1 \pm \frac{1}{\tau} \right) \bar{S}_{\text{trans},2} \quad \rightarrow \quad \bar{S}_{\text{auto},2} = \left(\frac{1 \pm \tau}{\tau} \right) \bar{S}_{\text{trans},2} \quad (\text{C.23})$$

Observa-se que se o autotransformador não apresenta perdas, então a potência de entrada e de saída devem ser iguais, no entanto, devido à direção do fluxo de potência que foi considerado nestas potências, deve-se cumprir que: $\bar{S}_{\text{auto},1} + \bar{S}_{\text{auto},2} = 0$. Esta condição pode ser demonstrada utilizando as equações (C.22) e (C.23) como é apresentado a seguir.

$$\bar{S}_{\text{auto},1} + \bar{S}_{\text{auto},2} = \left(\frac{1 \pm \tau}{\tau} \right) (\bar{S}_{\text{trans},1} + \bar{S}_{\text{trans},2})$$

Devido-ser considerado que as perdas no transformador são nulas, a potência de entrada e de saída do transformador devem ser iguais, no entanto, devido à direção do fluxo destas potências que foi considerado, tem-se que: $\bar{S}_{\text{trans},1} + \bar{S}_{\text{trans},2} = 0$, portanto, demonstra-se a equação a seguir:

$$\bar{S}_{\text{auto},1} + \bar{S}_{\text{auto},2} = 0$$

C.1 IMPEDÂNCIA EM POR UNIDADE DO AUTOTRANSFORMADOR

No método proposto neste trabalho utilizam-se os valores reais das grandezas elétricas, portanto, se o dado da impedância do elemento está em pu, ele é transformado para valores reais utilizando a equação (C.24).

$$\bar{z}_{t,\text{auto}} = (\bar{z}_{t,\text{auto}}[\text{pu}]) (z_{B,\text{auto}}) \quad (\text{C.24})$$

A seguir apresenta-se o cálculo para a impedância de base para diferentes tipos de autotransformadores.

- Impedância base referida ao primário para o autotransformador tipo A
Da Figura 181, e sem considerar as perdas, obtém-se a equação (C.25).

$$z_{B,\text{auto},1} = \frac{|\bar{V}_1|^2}{S_{B,\text{auto},1}} \quad (\text{C.25})$$

O cálculo da impedância de base do transformador primitivo referida ao primário é apresentada na equação a seguir:

$$z_{B,\text{trans},1} = \frac{|\tilde{V}_1|^2}{S_{B,\text{trans},1}}$$

Na Figura 181 observa-se que $\bar{V}_1 = \tilde{V}_1$, e substituindo a equação (C.20) na equação (C.25), obtém-se a equação a seguir.

$$z_{B,\text{auto},1} = \frac{|\tilde{V}_1|^2}{(1 \pm \tau) S_{B,\text{trans},1}}$$

Identificando a impedância de base do transformador nesta última equação, obtém-se uma relação entre a impedância de base do autotransformador e o transformador, conforme é apresentado na equação (C.26).

$$z_{B,\text{auto},1} = \frac{1}{1 \pm \tau} z_{B,\text{trans},1} \quad (\text{C.26})$$

- Impedância de base referida ao secundário para o autotransformador tipo A
Da Figura 181, e sem considerar as perdas, obtém-se a equação (C.27).

$$z_{B,\text{auto},2} = \frac{|\bar{V}_2|^2}{S_{B,\text{auto},2}} \quad (\text{C.27})$$

A impedância de base do transformador primitivo referida ao secundário é apresentada na equação:

$$z_{B,\text{trans},2} = \frac{|\tilde{V}_2|^2}{S_{B,\text{trans},2}}$$

Na Figura 181 observa-se que $\bar{V}_2 = \tilde{V}_1 \pm \tilde{V}_2$, $\tilde{V}_1 = \tau \tilde{V}_2$, e substituindo a equação (C.21) na equação (C.27), obtém-se a equação:

$$z_{B,\text{auto},2} = \frac{(\tau \pm 1)^2 |\tilde{V}_2|^2}{(1 \pm \tau) S_{B,\text{trans},2}}$$

Identificando a impedância de base do transformador nesta última equação, obtém-se uma relação entre a impedância de base do autotransformador e do transformador conforme é apresentado na equação (C.28).

$$z_{B,auto,2} = (1 \pm \tau) z_{B,trans,2} \quad (C.28)$$

- Impedância de base referida ao primário no autotransformador tipo B
Da Figura 182, e sem considerar as perdas, obtém-se a equação (C.29).

$$z_{B,auto,1} = \frac{|\bar{V}_1|^2}{S_{B,auto,1}} \quad (C.29)$$

A impedância de base do transformador primitivo referida ao primário é apresentada na equação:

$$z_{B,trans,1} = \frac{|\tilde{V}_1|^2}{S_{B,trans,1}}$$

Na Figura 182 observa-se que $\bar{V}_1 = \pm \tilde{V}_1 + \tilde{V}_2$, $\tilde{V}_2 = \tilde{V}_1/\tau$, e substituindo a equação (C.22) na equação (C.29), obtém-se a equação:

$$z_{B,auto,1} = \left(\frac{1 \pm \tau}{\tau} \right)^2 \frac{|\tilde{V}_1|^2}{\frac{1 \pm \tau}{\tau} S_{B,trans,1}} = \left(\frac{1 \pm \tau}{\tau} \right) \frac{|\tilde{V}_1|^2}{S_{B,trans,1}}$$

Identificando a impedância de base do transformador nesta última equação, obtém-se uma relação entre a impedância de base do autotransformador e do transformador, conforme é apresentado na equação (C.30).

$$z_{B,auto,1} = \left(\frac{1 \pm \tau}{\tau} \right) z_{B,trans,1} \quad (C.30)$$

- Impedância de base referida ao secundário no autotransformador tipo B
Da Figura 182, e sem considerar as perdas, obtém-se a equação (C.31).

$$z_{B,auto,2} = \frac{|\bar{V}_2|^2}{S_{B,auto,2}} \quad (C.31)$$

A impedância de base do transformador primitivo referida ao secundário é apresentada na equação:

$$z_{B,trans,2} = \frac{|\tilde{V}_2|^2}{S_{B,trans,2}}$$

Nesta figura observa-se que $\bar{V}_2 = \tilde{V}_2$, e substituindo a equação (C.23) na equação (C.31), obtém-se a equação:

$$z_{B,auto,2} = \frac{|\tilde{V}_2|^2}{\frac{1 \pm \tau}{\tau} S_{B,trans,2}} = \left(\frac{\tau}{1 \pm \tau} \right) \frac{|\tilde{V}_2|^2}{S_{B,trans,2}}$$

Identificando a impedância de base do transformador nesta última equação, obtém-se uma relação entre a impedância de base do autotransformador e do transformador conforme é apresentado na equação (C.32).

$$z_{B,auto,2} = \left(\frac{\tau}{1 \pm \tau} \right) z_{B,trans,2} \quad (C.32)$$

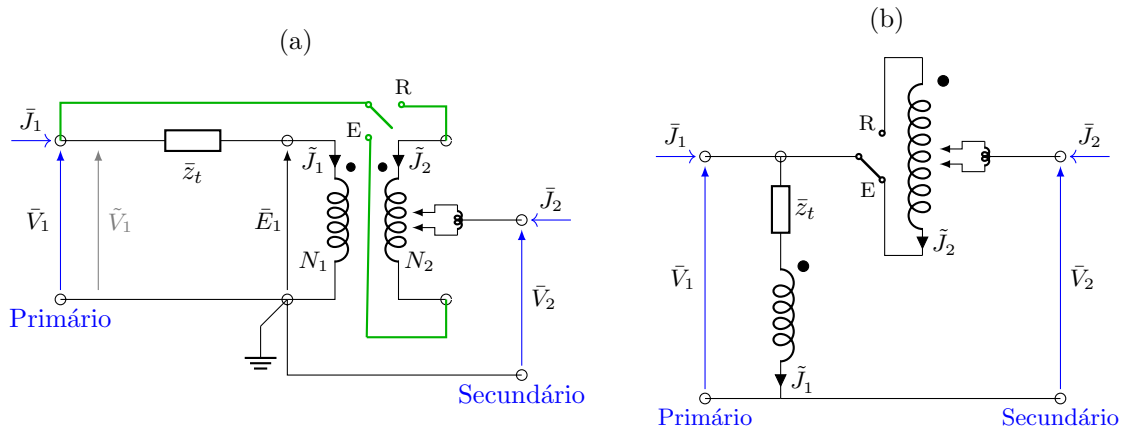
C.2 REGULADORES DE TENSÃO DE PASSO OU DEGRAU

Um regulador de tensão de passo consiste em um autotransformador e um mecanismo LTC (Load Tap Change – mudança de taps sob carga). A mudança de tensão é obtida alterando as derivações do enrolamento série do autotransformador. Os reguladores de passo padrão possuem uma chave reversora que permite uma faixa do regulador de $\pm 10\%$, geralmente em 32 passos (KERSTING, 2012). Os reguladores de passo podem ser conectados em uma conexão Tipo A ou Tipo B.

C.2.1 Reguladores de degraus do Tipo A

Um autotransformador do Tipo A, regulado, é tal que o enrolamento do lado secundário é conectado via mecanismo de comutação de tapes, e uma chave inversora de polaridade permite a alternância entre as ações corretivas de elevação “E” e redução “R” de tensão, conforme ilustrado na Figura 183.

Figura 183 – Conexão generalizada do Regulador de tensão de passo monofásico Tipo A



Fonte: adaptado de (IEC/IEEE..., 2018)

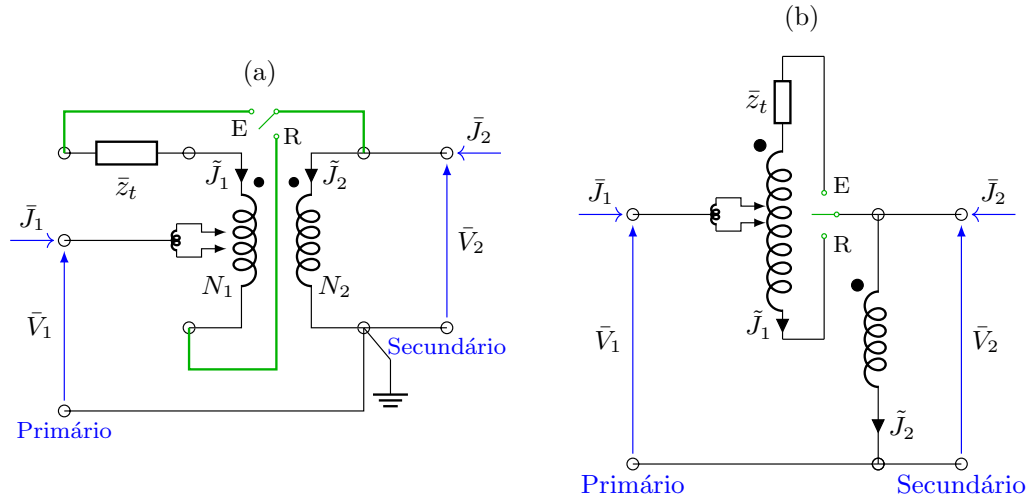
Quando o interruptor está conectada no terminal “R”, o efeito é que a corrente $\bar{J}_2$ flui de tal forma que a tensão $\bar{E}_2$ esteja no sentido contrário à tensão $\bar{E}_1$, e a tensão $\bar{V}_2$ seja menor à tensão $\bar{V}_1$, o regulador é do tipo A redutor (KERSTING, 2012).

C.2.2 Reguladores de degraus do Tipo B

Um regulador de degraus do Tipo B é tal que o seu enrolamento do lado primário é conectado via um mecanismo de comutação de tapes, e uma chave inversora de polaridade permite a alternância entre as ações corretivas de elevação e redução de tensão, isso é apresentado na Figura 184.

A relação de espiras real dos enrolamentos não é conhecida, no entanto, a posição de tap específica e conhecida, portanto os valores de τ podem ser modificados para fornecer

Figura 184 – Conexão generalizada do Regulador de tensão de passo monofásico Tipo B



Fonte: adaptado de (IEC/IEEE..., 2018)

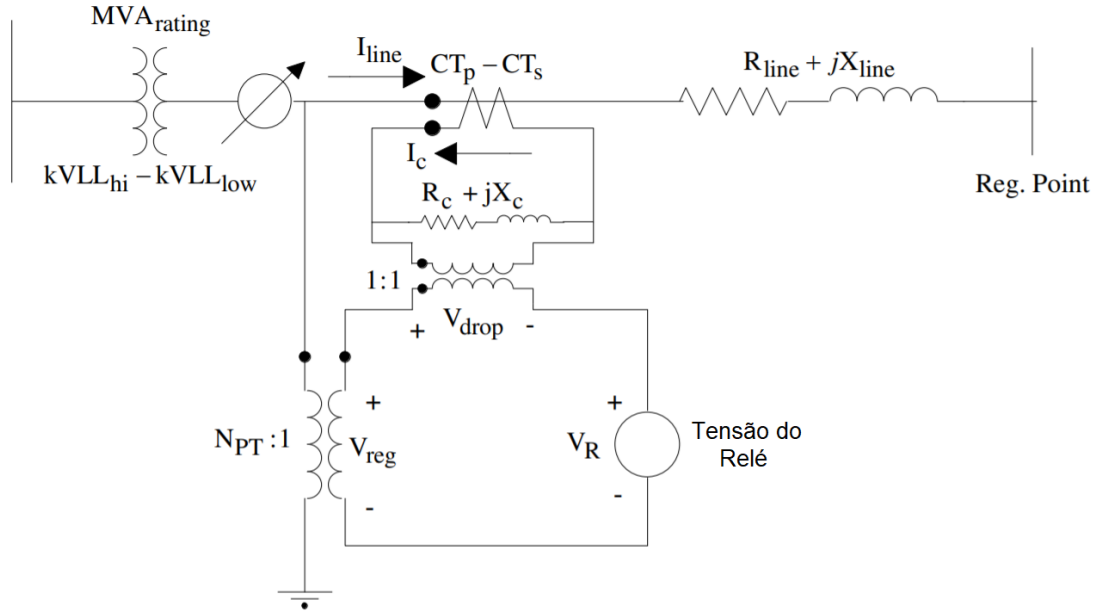
a relação do regulador efetiva como uma função da posição do tap. Cada derivação altera a tensão em 5/8% ou 0,00625 pu. Portanto, a relação do regulador eficaz pode ser expressa pela equação (C.33) (KERSTING, 2012).

$$\tau_R = \begin{cases} 1 + \tau = 1 + 0,00625(Tap) & \text{Se é Redutor,} \\ 1 - \tau = 1 - 0,00625(Tap) & \text{Se é Elevador} \end{cases} \quad (C.33)$$

C.3 O COMPENSADOR DE QUEDA NA LINHA

A troca de taps em um regulador é controlada pelo “compensador de queda de linha”. Na Figura 185 apresenta-se um circuito analógico do circuito compensador e como ele é conectado à linha de distribuição por meio de um transformador de potencial e um transformador de corrente (KERSTING, 2009). A tensão de entrada do compensador é normalmente de 120 V, o que requer um transformador de potencial para reduzir a tensão nominal até 120 V, isso é apresentado na Figura 185. Para um regulador conectado entre a linha e a terra, a tensão nominal é a tensão nominal de fase, enquanto para um regulador conectado linha a linha, a tensão nominal é a tensão de linha. A relação de espiras do transformador de corrente é especificada como $CT_P : CT_S$, onde a classificação primária (CT_P) é normalmente a corrente nominal do alimentador. A configuração mais crítica é a de R' e X' , calibrados em volts. Esses valores devem representar a impedância equivalente do regulador ao centro de carga. O requisito básico é forçar que a impedância de linha em pu seja igual à impedância do compensador em pu. Para que isso aconteça, é essencial que um conjunto consistente de valores de base seja desenvolvido em que a tensão em pu e as correntes na linha e no compensador sejam iguais. Para reguladores conectados entre a linha e terra, a tensão do sistema de base é selecionada como a tensão nominal de linha para neutro (V_{LN}), e a corrente do sistema de base é selecionada como o valor nominal do

Figura 185 – Circuito do Compensador



Fonte: adaptado de (KERSTING, 2009)

enrolamento primário do transformador de corrente (CT_P). Na Tabela 28 encontram-se os valores básicos, e utilizam-se essas regras para um regulador conectado à linha e a terra.

Tabela 28 – Tabela de valores básicos

Base	Circuito da linha	Circuito do Compensador
Tensão	V_{LN}	$\frac{V_{LN}}{N_{PT}}$
Corrente	CT_P	CT_S
Impedância	$Z_{B,line} = \frac{V_{LN}}{CT_P}$	$Z_{B,comp} = \frac{V_{LN}}{N_{PT}CT_S}$

Com a tabela de valores de base desenvolvida, as configurações do compensador R e X em Ohms podem ser calculadas, calculando primeiro a impedância de linha em pu conforme é apresentado na equação (C.34).

$$(R_{line} + jX_{line}) [pu] = \frac{R_{line} + jX_{line}}{Z_{B,line}} = (R_{line} + jX_{line}) \frac{CT_P}{V_{LN}} \quad (C.34)$$

A impedância em pu na equação (C.34) deve ser a mesma na linha e no compensador ($R_{comp} + jX_{comp} [pu] = R_{line} + jX_{line} [pu]$). A impedância do compensador em Ohms é calculada multiplicando a impedância em pu pela impedância de base do compensador, conforme a equação a seguir:

$$R_{comp} + jX_{comp} = (R_{comp} + jX_{comp} [pu]) Z_{B,comp} = (R_{line} + jX_{line} [pu]) Z_{B,comp}$$

Utilizando os valores da Tabela 28 e da equação (C.34) na equação anterior, obtém-se a equação (C.35).

$$R_{\text{comp}} + jX_{\text{comp}} = (R_{\text{line}} + jX_{\text{line}}) \frac{CT_P}{N_{PT}CT_S} \quad (\text{C.35})$$

A Equação (C.35) fornece o valor das configurações R e X do compensador em Ohms. As configurações do compensador R e X em volts são determinadas multiplicando os valores de R e X do compensador em Ohms com a corrente do secundário nominal em Ampères (CT_S) do transformador de corrente, conforme é apresentado na equação:

$$R' + jX' = (R_{\text{comp}} + jX_{\text{comp}}) CT_S = (R_{\text{line}} + jX_{\text{line}}) \frac{CT_P}{N_{PT}CT_S} CT_S$$

Finalmente obtém-se os valores de R e X do compensador em Volts através da equação (C.36).

$$R' + jX' = (R_{\text{line}} + jX_{\text{line}}) \frac{CT_P}{N_{PT}} [\text{volts}] \quad (\text{C.36})$$

Conhecendo a impedância equivalente em Ohms do regulador ao centro de carga, o valor necessário para as configurações do compensador em Volts é determinado usando a equação (C.36).

C.4 CONEXÕES TRIFÁSICAS DE REGULADORES

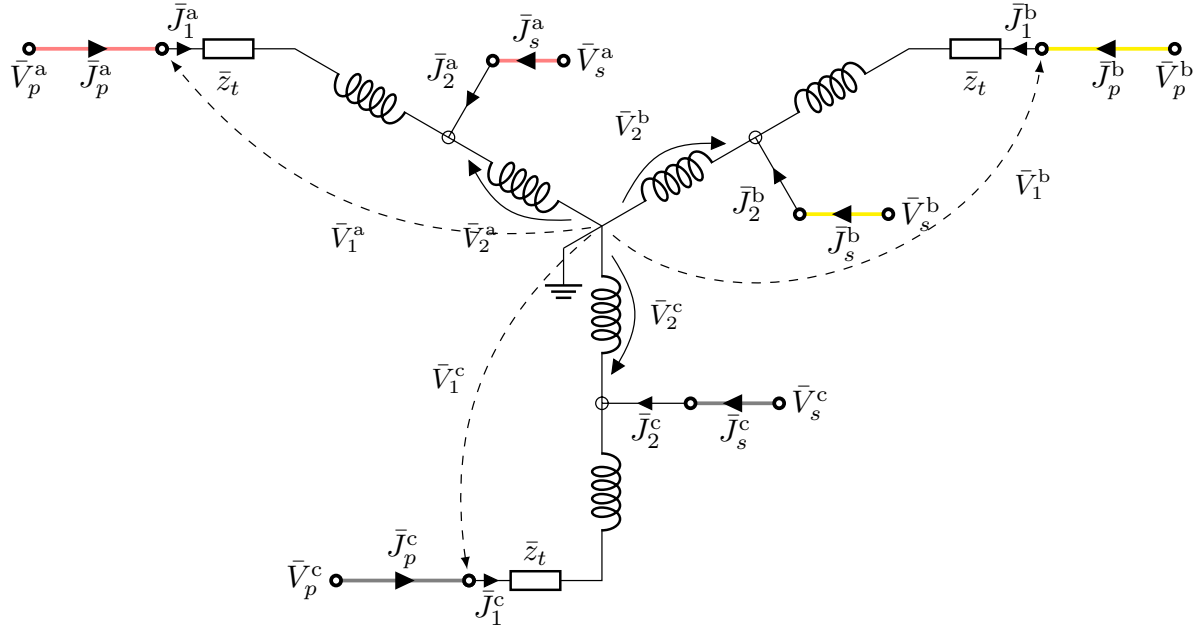
Os reguladores podem ser conectados através de diferentes tipos de ligações, para regular tensões polifásicas. Da mesma forma que o transformador trifásico, as conexões trifásicas dos reguladores podem ser obtidas a partir de três reguladores monofásicos, ou com um regulador trifásico, para maior facilidade, o estudo vai ser desenvolvido com o primeiro modelo (M.I.T., 2021). Quando três reguladores monofásicos são conectados juntos, cada regulador tem seu próprio circuito compensador e, portanto, os taps de cada regulador são alterados separadamente (KERSTING, 2012). A seguir, apresentam-se as duas conexões mais utilizadas para os reguladores trifásicos.

C.4.1 Conexão em estrela de reguladores

Três reguladores monofásicos Tipo B conectados em estrela, para formar um regulador trifásico com conexão em estrela, são mostrados na Figura 186. Desta mesma figura e considerando o resultado apresentado para o autotransformador monofásico tipo B da equação (C.18), considerando que cada fase pode ter sua própria regulação, obtém-se a equação (C.37).

$$\begin{pmatrix} \bar{J}_1^k \\ \bar{J}_2^k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{y}_t & -\bar{y}_t (1 \pm \tau^k) \\ -\bar{y}_t (1 \pm \tau^k) & \bar{y}_t (1 \pm \tau^k)^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{V}_1^k \\ \bar{V}_2^k \end{pmatrix} \quad k = a, b, c \quad (\text{C.37})$$

Figura 186 – Reguladores conectados em estrela



Fonte: adaptado de (M.I.T., 2021)

Agrupando matricialmente estas últimas equações da equação (C.37) obtém-se a equação (C.38).

$$\begin{pmatrix} \bar{J}_1^a \\ \bar{J}_2^a \\ \bar{J}_1^b \\ \bar{J}_2^b \\ \bar{J}_1^c \\ \bar{J}_2^c \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \bar{y}_t & -\bar{y}_t \tau_R^a & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\bar{y}_t \tau_R^a & \bar{y}_t (\tau_R^a)^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{y}_t & -\bar{y}_t \tau_R^b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\bar{y}_t \tau_R^b & \bar{y}_t (\tau_R^b)^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{y}_t & -\bar{y}_t \tau_R^c \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\bar{y}_t \tau_R^c & \bar{y}_t (\tau_R^c)^2 \end{pmatrix}}_{[\bar{Y}]_{\text{prim,R}}} \begin{pmatrix} \bar{V}_1^a \\ \bar{V}_2^a \\ \bar{V}_1^b \\ \bar{V}_2^b \\ \bar{V}_1^c \\ \bar{V}_2^c \end{pmatrix} \quad (\text{C.38})$$

Sendo que: $\tau_R^k = 1 \pm \tau^k$ e $k = a, b, c$

Da Figura 186, dos lados primário e secundário do regulador, obtém-se o seguinte conjunto de relações:

$$\begin{aligned} \bar{V}_p^a &= \bar{V}_1^a & \bar{J}_p^a &= \bar{J}_1^a & \bar{V}_s^a &= \bar{V}_2^a & \bar{J}_s^a &= \bar{J}_2^a \\ \bar{V}_p^b &= \bar{V}_1^b & \bar{J}_p^b &= \bar{J}_1^b & \bar{V}_s^b &= \bar{V}_2^b & \bar{J}_s^b &= \bar{J}_2^b \\ \bar{V}_p^c &= \bar{V}_1^c & \bar{J}_p^c &= \bar{J}_1^c & \bar{V}_s^c &= \bar{V}_2^c & \bar{J}_s^c &= \bar{J}_2^c \end{aligned} \quad (\text{C.39})$$

Ordenando as equações anteriores, obtêm-se as equações (C.40) e (C.41)

$$\begin{pmatrix} \bar{J}_p^a \\ \bar{J}_p^b \\ \bar{J}_p^c \\ \bar{J}_s^a \\ \bar{J}_s^b \\ \bar{J}_s^c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{J}_1^a \\ \bar{J}_1^b \\ \bar{J}_1^c \\ \bar{J}_2^a \\ \bar{J}_2^b \\ \bar{J}_2^c \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{[T_J]} \begin{pmatrix} \bar{J}_1^a \\ \bar{J}_2^a \\ \bar{J}_1^b \\ \bar{J}_2^b \\ \bar{J}_1^c \\ \bar{J}_2^c \end{pmatrix} \quad (C.40)$$

$$\begin{pmatrix} \bar{V}_1^a \\ \bar{V}_2^a \\ \bar{V}_1^b \\ \bar{V}_2^b \\ \bar{V}_1^c \\ \bar{V}_2^c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{V}_p^a \\ \bar{V}_s^a \\ \bar{V}_p^b \\ \bar{V}_s^b \\ \bar{V}_p^c \\ \bar{V}_s^c \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{[T_V]} \begin{pmatrix} \bar{V}_p^a \\ \bar{V}_p^b \\ \bar{V}_p^c \\ \bar{V}_s^a \\ \bar{V}_s^b \\ \bar{V}_s^c \end{pmatrix} \quad (C.41)$$

Observa-se neste caso que $[T_J] = [T_V]^t$, e para obter a relação entre correntes e tensões de fases dos terminais do regulador, multiplica-se a matriz $[T_J]$ à direita, e se substitui a equação (C.41) na equação (C.38), obtendo a equação (C.42).

$$[T_J] \begin{pmatrix} \bar{J}_1^a \\ \bar{J}_2^a \\ \bar{J}_1^b \\ \bar{J}_2^b \\ \bar{J}_1^c \\ \bar{J}_2^c \end{pmatrix} = [T_J] [\bar{Y}]_{\text{prim,R}} [T_V] \begin{pmatrix} \bar{V}_p^a \\ \bar{V}_p^b \\ \bar{V}_p^c \\ \bar{V}_s^a \\ \bar{V}_s^b \\ \bar{V}_s^c \end{pmatrix} \quad (C.42)$$

Substituindo a equação (C.40) na parte direita da equação (C.42), obtém-se a equação (C.43).

$$\begin{pmatrix} \bar{J}_p^a \\ \bar{J}_p^b \\ \bar{J}_p^c \\ \bar{J}_s^a \\ \bar{J}_s^b \\ \bar{J}_s^c \end{pmatrix} = [T_J] [\bar{Y}]_{\text{prim,R}} [T_V] \begin{pmatrix} \bar{V}_p^a \\ \bar{V}_p^b \\ \bar{V}_p^c \\ \bar{V}_s^a \\ \bar{V}_s^b \\ \bar{V}_s^c \end{pmatrix} \quad (C.43)$$

Finalmente, realizando operações algébricas na equação (C.43) obtém-se a matriz admittância do regulador para este tipo de conexão como é apresentado na equação (C.44).

$$[\bar{Y}]_{\text{bus}}^{\text{abc}} = [T_J] [\bar{Y}]_{\text{prim,R}} [T_V] = \begin{pmatrix} \bar{y}_t & 0 & 0 & -\tau_R^a \bar{y}_t & 0 & 0 \\ 0 & \bar{y}_t & 0 & 0 & -\tau_R^b \bar{y}_t & 0 \\ 0 & 0 & \bar{y}_t & 0 & 0 & -\tau_R^c \bar{y}_t \\ -\tau_R^a \bar{y}_t & 0 & 0 & (\tau_R^a)^2 \bar{y}_t & 0 & 0 \\ 0 & -\tau_R^b \bar{y}_t & 0 & 0 & (\tau_R^b)^2 \bar{y}_t & 0 \\ 0 & 0 & -\tau_R^c \bar{y}_t & 0 & 0 & (\tau_R^c)^2 \bar{y}_t \end{pmatrix} \quad (\text{C.44})$$

Sendo que, $\tau_R^k = 1 \pm \tau^k$ e $k = a, b, c$

Também, das equações (C.11) e (C.15) e das relações para as correntes na equação (C.39), obtém-se a equação (C.45).

$$\bar{J}_2^k = -(1 \pm \tau^k) \bar{J}_1^k \rightarrow \bar{J}_s^k = -(1 \pm \tau^k) \bar{J}_p^k \quad k = a, b, c \quad (\text{C.45})$$

Agrupando matricialmente a equação (C.45), obtém-se a relação entre as correntes no primário e no secundário,

$$\begin{pmatrix} \bar{J}_s^a \\ \bar{J}_s^b \\ \bar{J}_s^c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\tau_R^a & 0 & 0 \\ 0 & -\tau_R^b & 0 \\ 0 & 0 & -\tau_R^c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{J}_p^a \\ \bar{J}_p^b \\ \bar{J}_p^c \end{pmatrix} \quad (\text{C.46})$$

Das equações (C.10), (C.14) e das relações para as correntes na equação (C.39) obtém-se a equação (C.47).

$$\bar{V}_1^k = \bar{z}_t \bar{J}_1^k + (1 \pm \tau^k) \bar{V}_2^k \rightarrow \bar{V}_p^k = \bar{z}_t \bar{J}_p^k + (1 \pm \tau^k) \bar{V}_s^k \quad k = a, b, c \quad (\text{C.47})$$

Agrupando matricialmente a equação (C.47) obtém-se a relação entre as tensões entre o primário e o secundário, conforme é apresentado na equação (C.48).

$$\begin{pmatrix} \bar{V}_p^a \\ \bar{V}_p^b \\ \bar{V}_p^c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{z}_t & 0 & 0 \\ 0 & \bar{z}_t & 0 \\ 0 & 0 & \bar{z}_t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{J}_p^a \\ \bar{J}_p^b \\ \bar{J}_p^c \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \tau_R^a & 0 & 0 \\ 0 & \tau_R^b & 0 \\ 0 & 0 & \tau_R^c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{V}_s^a \\ \bar{V}_s^b \\ \bar{V}_s^c \end{pmatrix} \quad (\text{C.48})$$

Considerando a impedância do regulador muito pequena, obtém-se uma boa aproximação entre as tensões do primário e secundário do regulador, conforme é apresentado na equação (C.49).

$$\begin{pmatrix} \bar{V}_p^a \\ \bar{V}_p^b \\ \bar{V}_p^c \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} \tau_R^a & 0 & 0 \\ 0 & \tau_R^b & 0 \\ 0 & 0 & \tau_R^c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{V}_s^a \\ \bar{V}_s^b \\ \bar{V}_s^c \end{pmatrix} \quad (\text{C.49})$$

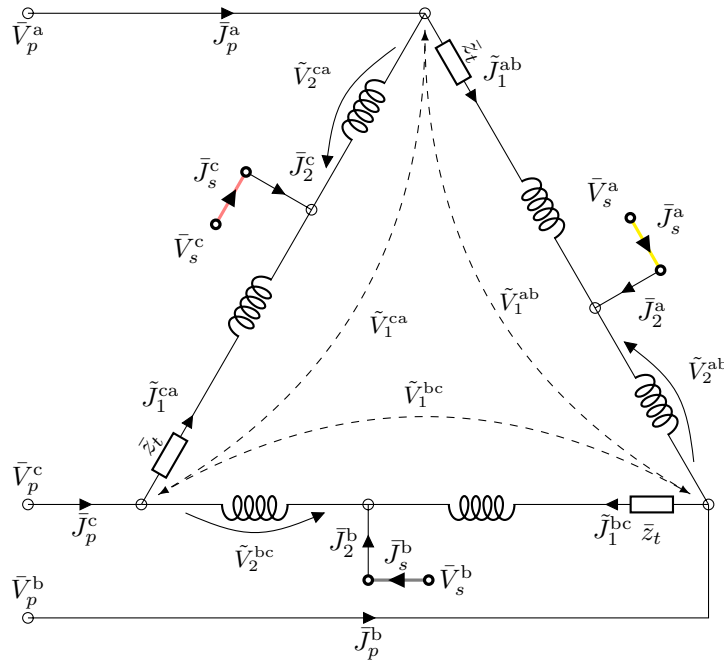
C.4.2 Conexão em delta de reguladores

Três reguladores monofásicos tipo B podem ser conectados em triângulo conforme é apresentado nas Figura 187 e 188. Possível vantagem ou desvantagem deste tipo de conexão é que as tensões do secundário não estão em concordância de fase com as tensões do primário, isso quando os taps são diferentes de zero.

C.4.2.1 Conexão em delta

Da Figura 187 e, considerando o resultado apresentado para o autotransformador monofásico tipo B na equação (C.18), obtém-se a equação (C.50).

Figura 187 – Regulador trifásico conectado em delta



Fonte: adaptado de (M.I.T., 2021)

$$\begin{pmatrix} \bar{J}_1^{pk} \\ \bar{J}_2^{pk} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{y}_t & -\bar{y}_t(1 \pm \tau^p) \\ -\bar{y}_t(1 \pm \tau^p) & \bar{y}_t(1 \pm \tau^p)^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{V}_1^{pk} \\ \tilde{V}_2^{pk} \end{pmatrix} \quad p, k = a, b, c \quad \text{e} \quad p \neq q \quad (\text{C.50})$$

Agrupando a equação (C.50) por fase na forma matricial, obtém-se a equação (C.51).

$$\begin{pmatrix} \tilde{J}_1^{ab} \\ \tilde{J}_2^{ab} \\ \tilde{J}_1^{bc} \\ \tilde{J}_2^{bc} \\ \tilde{J}_1^{ca} \\ \tilde{J}_2^{ca} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \bar{y}_t & -\bar{y}_t\tau_R^a & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\bar{y}_t\tau_R^a & \bar{y}_t(\tau_R^a)^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{y}_t & -\bar{y}_t\tau_R^b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\bar{y}_t\tau_R^b & \bar{y}_t(\tau_R^b)^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{y}_t & -\bar{y}_t\tau_R^c \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\bar{y}_t\tau_R^c & \bar{y}_t(\tau_R^c)^2 \end{pmatrix}}_{[\bar{Y}]_{\text{prim,R}}} \begin{pmatrix} \tilde{V}_1^{ab} \\ \tilde{V}_2^{ab} \\ \tilde{V}_1^{bc} \\ \tilde{V}_2^{bc} \\ \tilde{V}_1^{ca} \\ \tilde{V}_2^{ca} \end{pmatrix} \quad (\text{C.51})$$

Sendo que: $\tau_R^k = 1 \pm \tau^k$

Da Figura 187, dos lados primário e secundário do regulador, obtêm-se as relações a seguir:

$$\begin{aligned} \tilde{V}_1^{ab} &= \bar{V}_p^a - \bar{V}_p^b & \bar{J}_p^a &= \tilde{J}_1^{ab} - \bar{J}_2^c - \tilde{J}_1^{ca} & \tilde{V}_2^{ab} &= \bar{V}_s^a - \bar{V}_p^b & \bar{J}_s^a &= \bar{J}_2^a \\ \tilde{V}_1^{bc} &= \bar{V}_p^b - \bar{V}_p^c & \bar{J}_p^b &= \tilde{J}_1^{bc} - \bar{J}_2^a - \tilde{J}_1^{ab} & \tilde{V}_2^{bc} &= \bar{V}_s^b - \bar{V}_p^c & \bar{J}_s^b &= \bar{J}_2^b \\ \tilde{V}_1^{ca} &= \bar{V}_p^c - \bar{V}_p^a & \bar{J}_p^c &= \tilde{J}_1^{ca} - \bar{J}_2^b - \tilde{J}_1^{bc} & \tilde{V}_2^{ca} &= \bar{V}_s^c - \bar{V}_p^a & \bar{J}_s^c &= \bar{J}_2^c \end{aligned} \quad (C.52)$$

Ordenando as equações (C.52), obtêm-se as equações (C.53) e (C.54).

$$\begin{pmatrix} \bar{J}_p^a \\ \bar{J}_p^b \\ \bar{J}_p^c \\ \bar{J}_s^a \\ \bar{J}_s^b \\ \bar{J}_s^c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{J}_1^{ab} - \bar{J}_2^c - \tilde{J}_1^{ca} \\ \tilde{J}_1^{bc} - \bar{J}_2^a - \tilde{J}_1^{ab} \\ \tilde{J}_1^{ca} - \bar{J}_2^b - \tilde{J}_1^{bc} \\ \bar{J}_2^a \\ \bar{J}_2^b \\ \bar{J}_2^c \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{[T_J]} \begin{pmatrix} \tilde{J}_1^{ab} \\ \bar{J}_2^a \\ \tilde{J}_1^{bc} \\ \bar{J}_2^b \\ \tilde{J}_1^{ca} \\ \bar{J}_2^c \end{pmatrix} \quad (C.53)$$

$$\begin{pmatrix} \tilde{V}_1^{ab} \\ \tilde{V}_2^{ab} \\ \tilde{V}_1^{bc} \\ \tilde{V}_2^{bc} \\ \tilde{V}_1^{ca} \\ \tilde{V}_2^{ca} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{V}_p^a - \bar{V}_p^b \\ \bar{V}_s^a - \bar{V}_p^b \\ \bar{V}_p^b - \bar{V}_p^c \\ \bar{V}_s^b - \bar{V}_p^c \\ \bar{V}_p^c - \bar{V}_p^a \\ \bar{V}_s^c - \bar{V}_p^a \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{[T_V]} \begin{pmatrix} \bar{V}_p^a \\ \bar{V}_p^b \\ \bar{V}_p^c \\ \bar{V}_s^a \\ \bar{V}_s^b \\ \bar{V}_s^c \end{pmatrix} \quad (C.54)$$

Observa-se que neste caso $[T_J] = [T_V]^t$, e para obter a relação entre as correntes e tensões de fases nos terminais do regulador, multiplica-se pela matriz $[T_J]$ à direita e se substitui a equação (C.54), na equação (C.51), obtendo a equação (C.55).

$$[T_J] \begin{pmatrix} \tilde{J}_1^{ab} \\ \bar{J}_2^b \\ \tilde{J}_1^{bc} \\ \bar{J}_2^c \\ \tilde{J}_1^{ca} \\ \bar{J}_2^a \end{pmatrix} = [T_J] [\bar{Y}]_{\text{prim,R}} [T_V] \begin{pmatrix} \bar{V}_p^a \\ \bar{V}_p^b \\ \bar{V}_p^c \\ \bar{V}_s^a \\ \bar{V}_s^b \\ \bar{V}_s^c \end{pmatrix} \quad (C.55)$$

Substituindo a equação (C.53) no lado direito da equação (C.55), obtêm-se a equação (C.56).

$$\begin{pmatrix} \bar{J}_p^a \\ \bar{J}_p^b \\ \bar{J}_p^c \\ \bar{J}_s^a \\ \bar{J}_s^b \\ \bar{J}_s^c \end{pmatrix} = [T_J] [\bar{Y}]_{\text{prim,R}} [T_V] \begin{pmatrix} \bar{V}_p^a \\ \bar{V}_p^b \\ \bar{V}_p^c \\ \bar{V}_s^a \\ \bar{V}_s^b \\ \bar{V}_s^c \end{pmatrix} \quad (C.56)$$

Finalmente, realizando operações algébricas na equação (C.56) obtém-se a matriz admitância do regulador para este tipo de conexão como é apresentado na equação (C.57).

$$[\bar{Y}]_{\text{bus}}^{\text{abc}} = [\text{T}_J] [\bar{Y}]_{\text{prim,R}} [\text{T}_V] = \begin{pmatrix} (\tau_R^c)^2 - 2\tau_R^c + 2 & \tau_R^a - 1 & \tau_R^c - 1 & -\tau_R^a & 0 & -(\tau_R^c)^2 + \tau_R^c \\ \tau_R^a - 1 & (\tau_R^a)^2 - 2\tau_R^a + 2 & \tau_R^b - 1 & -(\tau_R^a)^2 + \tau_R^a & -\tau_R^b & 0 \\ \tau_R^c - 1 & \tau_R^b - 1 & (\tau_R^b)^2 - 2\tau_R^b + 2 & 0 & -(\tau_R^b)^2 + \tau_R^b & -\tau_R^c \\ -\tau_R^a & -(\tau_R^a)^2 + \tau_R^a & 0 & (\tau_R^a)^2 & 0 & 0 \\ 0 & -\tau_R^b & -(\tau_R^b)^2 + \tau_R^b & 0 & (\tau_R^b)^2 & 0 \\ -(\tau_R^c)^2 + \tau_R^c & 0 & -\tau_R^c & 0 & 0 & (\tau_R^c)^2 \end{pmatrix} \bar{y}_t \quad (\text{C.57})$$

Sendo que, $\tau_R^k = 1 \pm \tau^k$ e $k = a, b, c$

Das equações (C.11) e (C.15) de acordo com a Figura 187, obtém-se a equação (C.58).

$$\begin{pmatrix} \bar{J}_2^a \\ \bar{J}_2^b \\ \bar{J}_2^c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\tau_R^a & 0 & 0 \\ 0 & -\tau_R^b & 0 \\ 0 & 0 & -\tau_R^c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{J}_1^{\text{ab}} \\ \tilde{J}_1^{\text{bc}} \\ \tilde{J}_1^{\text{ca}} \end{pmatrix} \quad (\text{C.58})$$

Das relações para as correntes na equação (C.52) obtém-se que: $\bar{J}_2^{\text{abc}} = \bar{J}_s^{\text{abc}}$, e desta relação e utilizando a equação (C.58) obtém-se a equação (C.59).

$$\begin{pmatrix} \tilde{J}_1^{\text{ab}} \\ \tilde{J}_1^{\text{bc}} \\ \tilde{J}_1^{\text{ca}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1/\tau_R^a & 0 & 0 \\ 0 & -1/\tau_R^b & 0 \\ 0 & 0 & -1/\tau_R^c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{J}_s^a \\ \bar{J}_s^b \\ \bar{J}_s^c \end{pmatrix} \quad (\text{C.59})$$

Das relações para as correntes na equação (C.52) obtém-se a equação (C.60).

$$\begin{pmatrix} \bar{J}_p^a \\ \bar{J}_p^b \\ \bar{J}_p^c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{J}_1^{\text{ab}} \\ \tilde{J}_1^{\text{bc}} \\ \tilde{J}_1^{\text{ca}} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{J}_2^a \\ \bar{J}_2^b \\ \bar{J}_2^c \end{pmatrix} \quad (\text{C.60})$$

Finalmente, substituindo a equação (C.59) na equação (C.60), e realizando operações algébricas obtém-se a relação entre as correntes do primário e secundário do regulador trifásico conectado em delta conforme é apresentado na equação (C.61).

$$\begin{pmatrix} \bar{J}_p^a \\ \bar{J}_p^b \\ \bar{J}_p^c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1/\tau_R^a & 0 & 1/\tau_R^c - 1 \\ 1/\tau_R^a - 1 & -1/\tau_R^b & 0 \\ 0 & 1/\tau_R^b - 1 & -1/\tau_R^c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{J}_s^a \\ \bar{J}_s^b \\ \bar{J}_s^c \end{pmatrix} \quad (\text{C.61})$$

A relação entre as tensões do secundário e primário do regulador trifásico conectado em delta, também é possível obter, conforme é demonstrado a seguir. Das equações (C.56) e (C.57) obtém-se a equação (C.62).

$$\begin{pmatrix} \bar{z}_t \bar{J}_s^a \\ \bar{z}_t \bar{J}_s^b \\ \bar{z}_t \bar{J}_s^c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\tau_R^a & -(\tau_R^a)^2 + \tau_R^a & 0 \\ 0 & -\tau_R^b & -(\tau_R^b)^2 + \tau_R^b \\ -(\tau_R^c)^2 + \tau_R^c & 0 & -\tau_R^c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{V}_p^a \\ \bar{V}_p^b \\ \bar{V}_p^c \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} (\tau_R^a)^2 & 0 & 0 \\ 0 & (\tau_R^b)^2 & 0 \\ 0 & 0 & (\tau_R^c)^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{V}_s^a \\ \bar{V}_s^b \\ \bar{V}_s^c \end{pmatrix} \quad (\text{C.62})$$

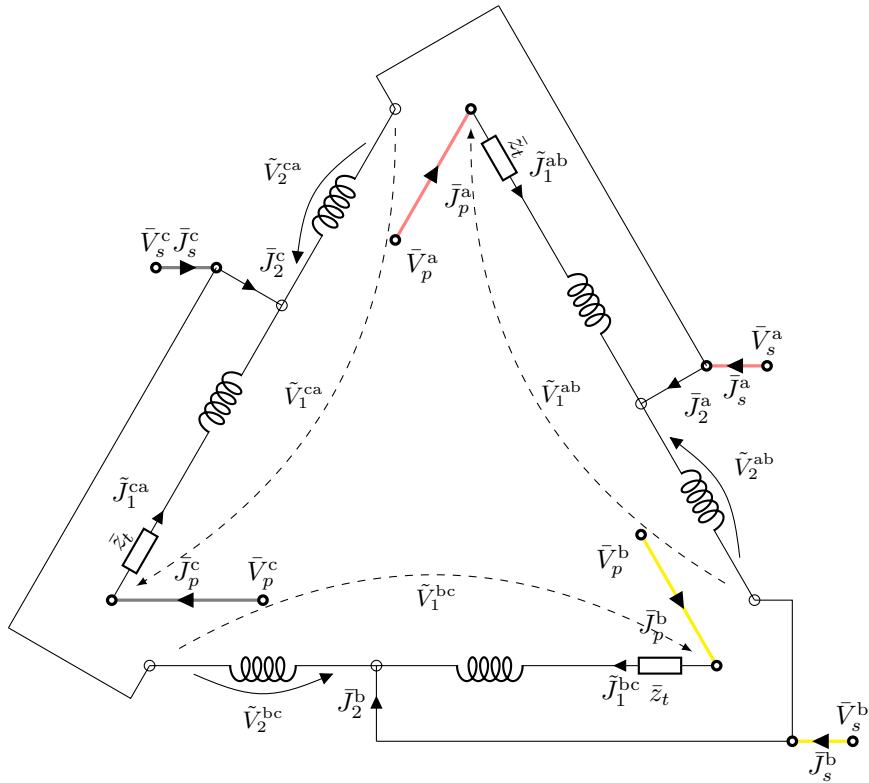
Desprezando a impedância do regulador na equação (C.62), obtém-se uma boa aproximação entre as tensões do primário e do secundário, conforme é apresentado na equação (C.63).

$$\begin{pmatrix} \bar{V}_s^a \\ \bar{V}_s^b \\ \bar{V}_s^c \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 1/\tau_R^a & 1 - 1/\tau_R^a & 0 \\ 0 & 1/\tau_R^b & 1 - 1/\tau_R^b \\ 1 - 1/\tau_R^c & 0 & 1/\tau_R^c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{V}_p^a \\ \bar{V}_p^b \\ \bar{V}_p^c \end{pmatrix} \quad (\text{C.63})$$

C.4.2.2 Conexão em delta longo

O circuito do regulador com conexão delta longo (M.I.T., 2021), ou também conhecida como regulador conectado por delta fechado (KERSTING, 2012), é apresentado na Figura 188. Considerando esta figura e o resultado obtido para o autotransformador monofásico tipo B na equação (C.18), obtém-se a mesma equação (C.51) que é do regulador trifásico conectado em delta. Da Figura 188 obtém-se também as seguintes relações para as tensões e correntes:

Figura 188 – Regulador trifásico conectado em delta longo



Fonte: adaptado de (M.I.T., 2021) e (KERSTING, 2012)

$$\begin{aligned} \tilde{V}_1^{ab} &= \bar{V}_p^a - \bar{V}_s^b & \bar{J}_p^a &= \tilde{J}_1^{ab} & \tilde{V}_2^{ab} &= \bar{V}_s^a - \bar{V}_s^b & \bar{J}_s^a &= \bar{J}_2^a - \bar{J}_2^b - \tilde{J}_1^{ca} \\ \tilde{V}_1^{bc} &= \bar{V}_p^b - \bar{V}_s^c & \bar{J}_p^b &= \tilde{J}_1^{bc} & \tilde{V}_2^{bc} &= \bar{V}_s^b - \bar{V}_s^c & \bar{J}_s^b &= \bar{J}_2^b - \bar{J}_2^c - \tilde{J}_1^{ab} \\ \tilde{V}_1^{ca} &= \bar{V}_p^c - \bar{V}_s^a & \bar{J}_p^c &= \tilde{J}_1^{ca} & \tilde{V}_2^{ca} &= \bar{V}_s^c - \bar{V}_s^a & \bar{J}_s^c &= \bar{J}_2^c - \bar{J}_2^a - \tilde{J}_1^{bc} \end{aligned} \quad (\text{C.64})$$

Ordenando as equações (C.64), obtêm-se as equações (C.65) e (C.66).

$$\begin{pmatrix} \bar{J}_p^a \\ \bar{J}_p^b \\ \bar{J}_p^c \\ \bar{J}_s^a \\ \bar{J}_s^b \\ \bar{J}_s^c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{J}_1^{ab} \\ \tilde{J}_1^{bc} \\ \tilde{J}_1^{ca} \\ \bar{J}_2^a - \bar{J}_2^c - \tilde{J}_1^{ca} \\ \bar{J}_2^b - \bar{J}_2^a - \tilde{J}_1^{ab} \\ \bar{J}_2^c - \bar{J}_2^b - \tilde{J}_1^{bc} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{[T_J]} \begin{pmatrix} \tilde{J}_1^{ab} \\ \bar{J}_2^a \\ \tilde{J}_1^{bc} \\ \bar{J}_2^b \\ \tilde{J}_1^{ca} \\ \bar{J}_2^c \end{pmatrix} \quad (C.65)$$

$$\begin{pmatrix} \tilde{V}_1^{ab} \\ \tilde{V}_2^{ab} \\ \tilde{V}_1^{bc} \\ \tilde{V}_2^{bc} \\ \tilde{V}_1^{ca} \\ \tilde{V}_2^{ca} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{V}_p^a - \bar{V}_s^b \\ \bar{V}_s^a - \bar{V}_p^b \\ \bar{V}_p^b - \bar{V}_s^c \\ \bar{V}_s^b - \bar{V}_p^c \\ \bar{V}_p^c - \bar{V}_s^a \\ \bar{V}_s^c - \bar{V}_p^a \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{[T_V]} \begin{pmatrix} \bar{V}_p^a \\ \bar{V}_p^b \\ \bar{V}_p^c \\ \bar{V}_s^a \\ \bar{V}_s^b \\ \bar{V}_s^c \end{pmatrix} \quad (C.66)$$

Observa-se neste caso que $[T_J] = [T_V]^t$ e para obter a relação entre correntes e tensões de fases dos terminais do regulador multiplica-se pela matriz $[T_J]$ à direita e substitui a equação (C.66) na equação (C.51), obtendo a equação (C.67).

$$T_J \begin{pmatrix} \tilde{J}_1^{ab} \\ \bar{J}_2^b \\ \tilde{J}_1^{bc} \\ \bar{J}_2^c \\ \tilde{J}_1^{ca} \\ \bar{J}_2^a \end{pmatrix} = [T_J] [\bar{Y}]_{\text{prim,R}} [T_V] \begin{pmatrix} \bar{V}_p^a \\ \bar{V}_p^b \\ \bar{V}_p^c \\ \bar{V}_s^a \\ \bar{V}_s^b \\ \bar{V}_s^c \end{pmatrix} \quad (C.67)$$

Substituindo a equação (C.65) no lado direito da equação (C.67) obtém-se a equação (C.68).

$$\begin{pmatrix} \bar{J}_p^a \\ \bar{J}_p^b \\ \bar{J}_p^c \\ \bar{J}_s^a \\ \bar{J}_s^b \\ \bar{J}_s^c \end{pmatrix} = [T_J] [\bar{Y}]_{\text{prim,R}} [T_V] \begin{pmatrix} \bar{V}_p^a \\ \bar{V}_p^b \\ \bar{V}_p^c \\ \bar{V}_s^a \\ \bar{V}_s^b \\ \bar{V}_s^c \end{pmatrix} \quad (C.68)$$

Finalmente, realizando operações algébricas na equação (C.68) obtém-se a matriz admitância do regulador para este tipo de conexão como é apresentado na equação (C.69).

$$[\bar{Y}]_{\text{bus}}^{\text{abc}} = [\mathbf{T}_J] [\bar{Y}]_{\text{prim,R}} [\mathbf{T}_V] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\tau_R^a & \tau_R^a - 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -\tau_R^b & \tau_R^b - 1 \\ 0 & 0 & 1 & \tau_R^c - 1 & 0 & -\tau_R^c \\ -\tau_R^a & 0 & \tau_R^c - 1 & (\tau_R^a)^2 + (\tau_R^c)^2 - 2\tau_R^c + 1 & -(\tau_R^a)^2 + \tau_R^a & -(\tau_R^c)^2 + \tau_R^c \\ \tau_R^a - 1 & -\tau_R^b & 0 & -(\tau_R^a)^2 + \tau_R^a & (\tau_R^b)^2 + (\tau_R^a)^2 - 2\tau_R^a + 1 & -(\tau_R^b)^2 + \tau_R^b \\ 0 & \tau_R^b - 1 & -\tau_R^c & -(\tau_R^c)^2 + \tau_R^c & -(\tau_R^b)^2 + \tau_R^b & (\tau_R^c)^2 + (\tau_R^b)^2 - 2\tau_R^b + 1 \end{pmatrix} \bar{y}_t \quad (\text{C.69})$$

Sendo que, $\tau_R^k = 1 \pm \tau^k$ e $k = a, b, c$

Das equações (C.11), (C.15) e das relações para as correntes na equação (C.64) obtém-se a equação (C.70).

$$\begin{pmatrix} \bar{J}_2^a \\ \bar{J}_2^b \\ \bar{J}_2^c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\tau_R^a & 0 & 0 \\ 0 & -\tau_R^b & 0 \\ 0 & 0 & -\tau_R^c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{J}_1^{\text{ab}} \\ \tilde{J}_1^{\text{bc}} \\ \tilde{J}_1^{\text{ca}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\tau_R^a & 0 & 0 \\ 0 & -\tau_R^b & 0 \\ 0 & 0 & -\tau_R^c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{J}_p^a \\ \bar{J}_p^b \\ \bar{J}_p^c \end{pmatrix} \quad (\text{C.70})$$

E da equação (C.64) obtém-se a equação (C.71).

$$\begin{pmatrix} \bar{J}_s^a \\ \bar{J}_s^b \\ \bar{J}_s^c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{J}_2^a \\ \bar{J}_2^b \\ \bar{J}_2^c \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \tilde{J}_1^{\text{ca}} \\ \tilde{J}_1^{\text{ab}} \\ \tilde{J}_1^{\text{bc}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{J}_2^a \\ \bar{J}_2^b \\ \bar{J}_2^c \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{J}_1^{\text{ab}} \\ \tilde{J}_1^{\text{bc}} \\ \tilde{J}_1^{\text{ca}} \end{pmatrix} \quad (\text{C.71})$$

Substituindo a equação (C.70) na equação (C.71) e realizando operações algébricas obtém-se a relação entre as correntes do secundário e do primário para o regulador trifásico conectado em delta fechado, conforme é apresentado na equação (C.72).

$$\begin{pmatrix} \bar{J}_s^a \\ \bar{J}_s^b \\ \bar{J}_s^c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\tau_R^a & 0 & \tau_R^c - 1 \\ \tau_R^a - 1 & -\tau_R^b & 0 \\ 0 & \tau_R^b - 1 & -\tau_R^c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{J}_p^a \\ \bar{J}_p^b \\ \bar{J}_p^c \end{pmatrix} \quad (\text{C.72})$$

ANEXO D – MÉTODO DE NEWTON

Neste anexo são apresentados os fundamentos matemáticos para a solução de sistemas de equações não lineares do fluxo de potência pelo método de Newton.

D.1 MÉTODO DE NEWTON PARA UMA FUNÇÃO DE UMA VARIÁVEL

O resultado mais importante, necessário para desenvolver uma aproximação assintótica é o teorema de Taylor. A versão de variável única do teorema de Taylor é apresentada a seguir (HOLMES, 2019).

D.1.1 Polinômio de Taylor de uma variável

Toda função $f(x)$ de uma só variável pode ser aproximada em torno de um ponto mediante um polinômio, de acordo com o teorema D.1.1.

Teorema D.1.1. Dada uma função $f(x)$, suponha que sua $(n+1)$ -ésima derivada $f^{(n+1)}(x)$ é contínua para $x_L < x < x_R$. Neste caso, se a e x são pontos no intervalo (x_L, x_R) , então

$$f(x) = f(a) + (x-a)f'(a) + \frac{1}{2}(x-a)^2 f''(a) + \dots + \frac{1}{n!}(x-a)^n f^{(n)}(a) + R_{n+1}, \quad (\text{D.1})$$

onde o resto é dado por (D.2)

$$R_{n+1} = \frac{1}{(n+1)!}(x-a)^{n+1} f^{(n+1)}(\eta), \quad (\text{D.2})$$

e η é um ponto entre a e x

Existem formas diferentes, mas equivalentes, de escrever o resultado acima. Um é, fazendo $x-a=h$, tem-se que $x=a+h$ e da equação (D.1) obtém-se:

$$f(a+h) = f(a) + (h)f'(a) + \frac{1}{2}(h)^2 f''(a) + \dots + \frac{1}{n!}(h)^n f^{(n)}(a) + R_{n+1}, \quad (\text{D.3})$$

agora fazendo $a=x$, obtém-se a representação (D.4) para a aproximação de Taylor:

$$f(x+h) = f(x) + hf'(x) + \frac{1}{2}h^2 f''(x) + \dots + \frac{1}{n!}h^n f^{(n)}(x) + R_{n+1}. \quad (\text{D.4})$$

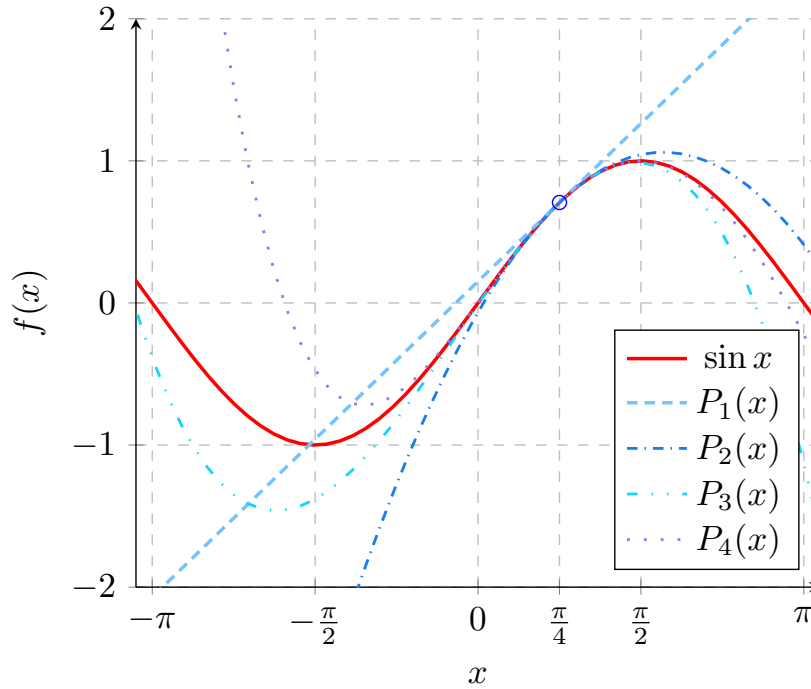
O requisito aqui é que x e $x+h$ sejam pontos no intervalo (x_L, x_R) .

Definição D.1.1. Dada uma função $f : I \rightarrow \Re$ definida num intervalo I e n vezes derivável no ponto $a \in I$, o polinômio de Taylor de f em a é definido por

$$p_n(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n \quad (\text{D.5})$$

A aproximação de qualquer função em torno do ponto $x = a$ é a função $p_n(x)$, a primeira aproximação seria quando $n = 1$, que é chamada de aproximação linear. Na Figura 189 ilustram-se os gráficos das funções de aproximação de Taylor para a função $y = \sin x$ em torno do ponto $x = \pi/4$, onde verifica-se que quando maior for o valor de n no polinômio de Taylor, melhor será a aproximação.

Figura 189 – Aproximações da função $y = \sin x$ ao redor $x = \pi/4$ com polinômio de Taylor



Fonte: próprio autor

Para o método de Newton em análise utiliza-se o polinômio de Taylor de grau 1, que é a aproximação linear da função, que é a equação da reta tangente que passa pelo ponto $x = a$ na função $f(x)$, a equação desta reta tangente é dada por (D.6).

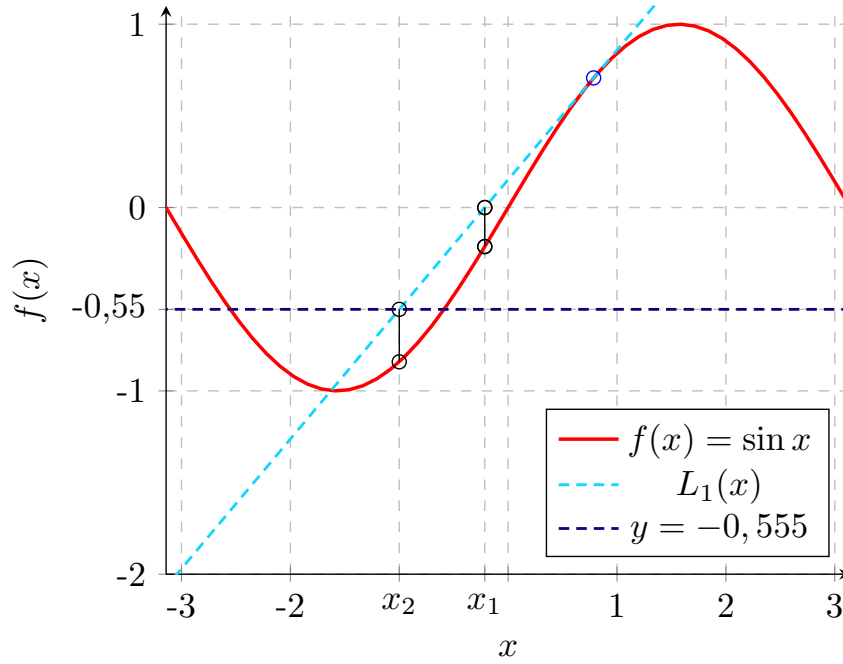
$$L_a(x) = p_1(x) = f(a) + f'(a)(x - a) \quad (\text{D.6})$$

Esta reta é uma aproximação da função original, em $x = a$, o erro entre a função $f(a)$ e $L_1(a)$ é igual a zero, mas em outros pontos vai existir erro, isso pode ser verificado na Figura 190, onde para x_1 o erro entre a função original e a aproximada é $\varepsilon = L_1(x_1) - f(x_1)$.

D.1.2 Solução pelo método de Newton de uma função de uma variável

Para encontrar a solução de uma equação pelo método de Newton, utiliza-se a equação de linearização (D.6). Por exemplo, seja o sistema da Figura 33, que para calcular

Figura 190 – Aproximações da função $y = \sin x$ em torno de $x = \pi/4$ com polinômio de Taylor



Fonte: próprio autor

a tensão no nó dois, tem-se a equação (D.7), em que V_1 e r_{12} são constantes.

$$P_2(V_2) = \frac{-V_1 V_2}{r_{12}} + \frac{V_2^2}{r_{12}} \quad (\text{D.7})$$

Segundo a equação (D.6) obtém-se a equação da reta tangente à função $P_2(V_2)$ no ponto $V_2^{(i)}$, como é apresentado na equação (D.9), e se observa na Figura 191.

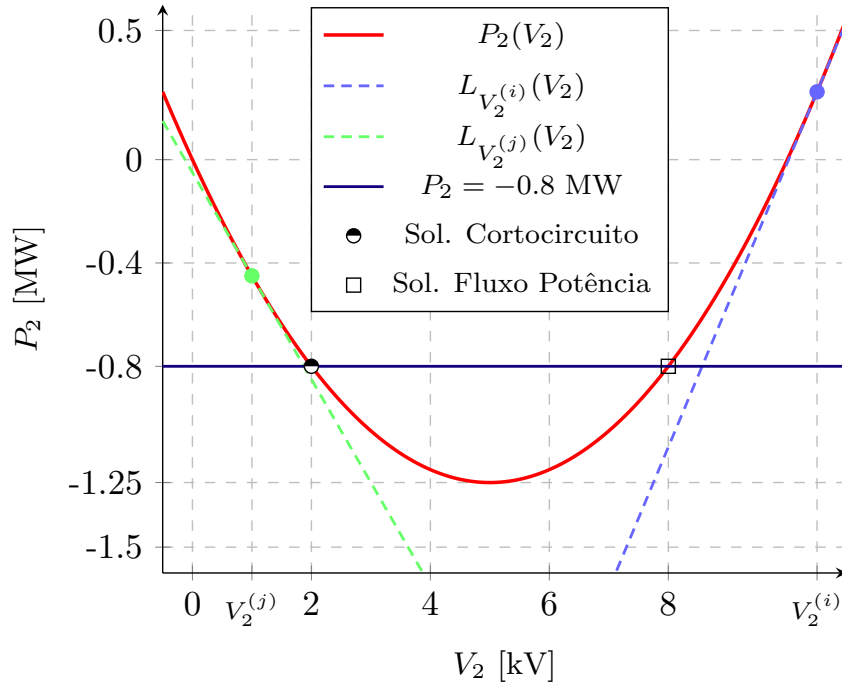
$$L_{V_2^{(i)}}(V_2) = P_2(V_2^{(i)}) + \frac{dP_2(V_2^{(i)})}{dV_2}(V_2 - V_2^{(i)}) \quad (\text{D.8})$$

$$L_{V_2^{(i)}}(V_2) = -\frac{(V_2^{(i)})^2}{r_{12}} + \left(-\frac{V_1}{r_{12}} + \frac{2V_2^{(i)}}{r_{12}}\right)V_2 \quad (\text{D.9})$$

No gráfico da Figura 191 verifica-se que duas soluções são obtidas. Para encontrar a solução correspondente à análise de cálculo de fluxo de potência escolhe-se o ponto inicial $V_2^{(i)}$ como se observa na Figura 192. Nesta figura observa-se que a reta tangente $L_{V_2^{(i)}}(V_2)$ intercepta a reta horizontal $P_2 = P_2^{\text{esp}} = -0,8$ no ponto $V_2^{(i+1)}$, então nesse ponto têm-se as seguintes relações:

$$L_{V_2^{(i)}}(V_2^{(i+1)}) = P_2(V_2^{(i)}) + \frac{dP_2(V_2^{(i)})}{dV_2}(V_2^{(i+1)} - V_2^{(i)}) \quad (\text{D.10})$$

$$L_{V_2^{(i)}}(V_2^{(i+1)}) = P_2^{\text{esp}} \quad (\text{D.11})$$

Figura 191 – Retas tangentes a $P_2(V_2)$ nos pontos $V_2^{(i)}$ e $V_2^{(j)}$ 

Fonte: próprio autor

Resolvendo a equação (D.10) para $V_2^{(i+1)}$, obtém-se a equação (D.13),

$$V_2^{(i+1)} = V_2^{(i)} + \left(\frac{dP_2(V_2^{(i)})}{dV_2} \right)^{-1} \left(L_{V_2^{(i)}}(V_2^{(i+1)}) - P_2(V_2^{(i)}) \right) \quad (\text{D.12})$$

$$V_2^{(i+1)} = V_2^{(i)} + \left(\frac{dP_2(V_2^{(i)})}{dV_2} \right)^{-1} \left(P_2^{\text{esp}} - P_2(V_2^{(i)}) \right) \quad (\text{D.13})$$

Pode-se obter agora a nova reta tangente à curva $P_2(V_2)$ no ponto $V_2^{(i+1)}$, como se apresenta na equação (D.14).

$$L_{V_2^{(i+1)}}(V_2) = P_2(V_2^{(i+1)}) + \frac{dP_2(V_2^{(i+1)})}{dV_2} (V_2 - V_2^{(i+1)}) \quad (\text{D.14})$$

Observa-se agora que a reta tangente $L_{V_2^{(i+1)}}(V_2)$ intercepta a reta horizontal $P_2 = P_2^{\text{esp}} = -0.8$ no ponto $V_2^{(i+2)}$, então nesse ponto têm-se as seguintes relações:

$$L_{V_2^{(i+1)}}(V_2^{(i+2)}) = P_2(V_2^{(i+1)}) + \frac{dP_2(V_2^{(i+1)})}{dV_2} (V_2^{(i+2)} - V_2^{(i+1)}) \quad (\text{D.15})$$

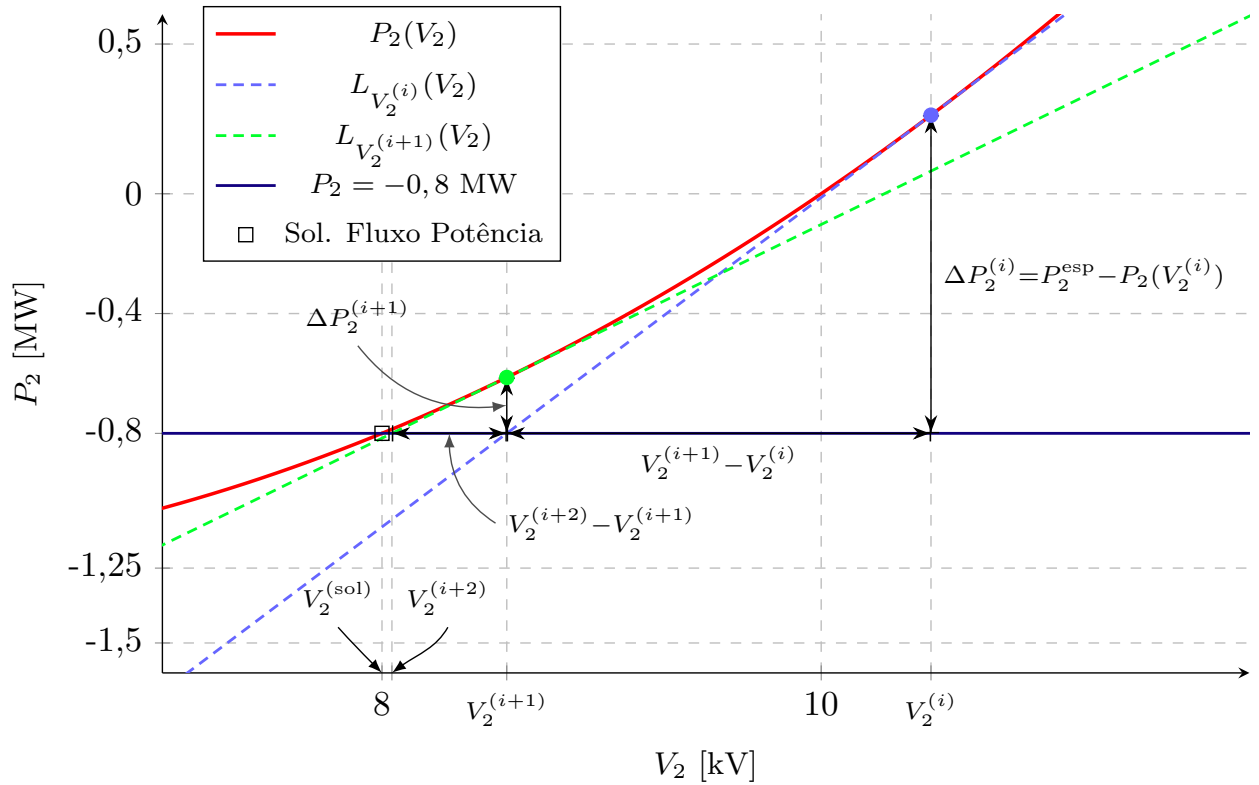
$$L_{V_2^{(i+1)}}(V_2^{(i+2)}) = P_2^{\text{esp}} \quad (\text{D.16})$$

Resolvendo a equação (D.15) para $V_2^{(i+2)}$, obtém-se a equação (D.18),

$$V_2^{(i+2)} = V_2^{(i+1)} + \left(\frac{dP_2(V_2^{(i+1)})}{dV_2} \right)^{-1} \left(L_{V_2^{(i+1)}}(V_2^{(i+2)}) - P_2(V_2^{(i+1)}) \right) \quad (\text{D.17})$$

$$V_2^{(i+2)} = V_2^{(i+1)} + \left(\frac{dP_2(V_2^{(i+1)})}{dV_2} \right)^{-1} (P_2^{\text{esp}} - P_2(V_2^{(i+1)})) \quad (\text{D.18})$$

Figura 192 – Atualização de $V_2^{(i)}$ mediante o método de Newton para encontrar uma solução.



Fonte: próprio autor

Desta forma atualiza-se a tensão $V_2^{(i)}$ até chegar à solução, que seria o ponto correspondente a V_2 quando a reta $P_2 = -0,8$ intercepta a curva $P_2(V_2)$, e neste caso a solução corresponde a $V_2 = 8 \text{ kV}$. Na Tabela 29 mostra-se este processo iterativo para quatro iterações quando se escolhe o ponto inicial $V_2^{(0)} = 10,5$ e duas iterações quando se escolhe o ponto inicial $V_2^{(0)} = 8,045237$.

Tabela 29 – Processo iterativo para a solução em estado estável

iter	$V_2^{(i)}$	$V_2^{(i)}$
0	$V_2^{(0)} = 10,5$	$V_2^{(0)} = 8,045237$
1	$V_2^{(1)} = 8,568182$	$V_2^{(1)} = 8,000336$
2	$V_2^{(2)} = 8,045237$	$V_2^{(2)} = 8,000000$
3	$V_2^{(3)} = 8,000336$	-
4	$V_2^{(4)} = 8,000000$	-

Observa-se que quando o ponto inicial escolhido $V_2^{(0)}$ é mais próximo da solução, em menos iterações a solução é encontrada, por esse motivo, quando num sistema elétrico têm-se calculadas as variáveis de estado vs_i , e o sistema é perturbado, para encontrar as novas variáveis de estado vs_{i+1} , utiliza-se como ponto inicial as variáveis para o cálculo de fluxo de potência, isto melhora a convergência do método.

O processo iterativo explicado acima pode ser resumido em utilizar a equação de atualização para $V_2^{(i)}$ da seguinte forma:

- i. Inicializar a tensão $V_2^{(i-1)}$. Para o cálculo de fluxo de potência, geralmente, se escolhe o ponto inicial $V_2^{(i-1)} = V_1$,
- ii. Calcular $\Delta P_2^{(i-1)} = P_2^{\text{esp}} - P_2(V_2^{(i-1)})$. Se o valor escolhido $V_2^{(i-1)}$ é igual à solução, então $\Delta P_2^{(i-1)} = 0$, no entanto, se a tolerância preestabelecida for alcançada $\Delta P_2 \leq \varepsilon$, o problema é considerado resolvido. Observa-se que $\Delta P_2^{(i-1)}$ é o erro com relação à potência na iteração $i - 1$.
- iii. Atualizar a tensão utilizando a informação do Passo ii na equação (D.19).

$$V_2^{(i)} = V_2^{(i-1)} + \left(\frac{dP_2(V_2^{(i-1)})}{dV_2} \right)^{-1} (\Delta P_2^{(i-1)}) \quad (\text{D.19})$$

$$V_2^{(i)} - V_2^{(i-1)} = \left(\frac{dP_2(V_2^{(i-1)})}{dV_2} \right)^{-1} (\Delta P_2^{(i-1)}) \quad (\text{D.20})$$

Na equação (D.20) observa-se que a diferença: $V_2^{(i)} - V_2^{(i-1)}$, não corresponde ao erro relacionado com a tensão, mas corresponde à diferença que existe entre a estimativa de um ponto e outro melhor. O erro relacionado com a tensão seria $\Delta V_2^{(i-1)} = V_2^{(\text{sol})} - V_2^{(i-1)}$, no entanto, se a solução na iteração k estiver muito próxima da solução, então: $\Delta P_2^{(k)} \approx 0$, portanto: $V_2^{(k+1)} - V_2^{(k)} \approx 0$, por este motivo, que muitas vezes considera-se como critério de parada, se esta última diferença é menor ou igual uma tolerância preestabelecida, ε . Se a concavidade da curva $P_2(V_2)$ da Figura 191 for muito grande, então pode existir o caso em que a diferença de tensão entre uma iteração e outra atenda a este último critério de parada sem ter alcançado a solução. Com esta atualização da tensão retorna-se ao Passo ii.

Da Figura 191 verifica-se que se pode obter a solução correspondente a uma análise quando o sistema está num evento de curto-circuito, fazendo o mesmo procedimento anterior, obtém-se o resultado da Tabela 30 considerando como ponto inicial a tensão na barra 2 igual a zero.

Tabela 30 – Processo iterativo para a solução em estado não estável

iter	$V_2^{(i)}$	$V_2^{(i)}$
0	$V_2^{(0)} = 0$	$V_2^{(0)} = 1,976471$
1	$V_2^{(1)} = 1,600000$	$V_2^{(1)} = 1,999908$
2	$V_2^{(2)} = 1,976471$	$V_2^{(2)} = 2,000000$
3	$V_2^{(3)} = 1,999908$	-
4	$V_2^{(4)} = 2,000000$	-

D.2 MÉTODO DE NEWTON PARA FUNÇÃO DE VÁRIAS VARIÁVEIS

D.2.1 Polinômio de Taylor de duas variáveis

A versão para duas variáveis da expansão da equação (D.4) é:

$$f(x+h, y+k) = f(x, y) + Df(x, y) + \frac{1}{2}D^2f(x, y) + \dots + \frac{1}{n!}D^n f(x, y) + R_{n+1}, \quad (\text{D.21})$$

Sendo

$$D = h \frac{\partial}{\partial x} + k \frac{\partial}{\partial y} \quad (\text{D.22})$$

Escrevendo este resultado por meio de termos quadráticos, obtém-se a equação (D.23).

$$\begin{aligned} f(x+h, y+k) = & f(x, y) + hf_x(x, y) + kf_y(x, y) \\ & + \frac{1}{2}h^2 f_{xx}(x, y) + hk f_{xy}(x, y) + \frac{1}{2}k^2 f_{yy}(x, y) + \dots \end{aligned} \quad (\text{D.23})$$

Os subscritos na expressão (D.23) denotam diferenciação parcial. Então, por exemplo,

$$f_{xy} = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \quad (\text{D.24})$$

Assumindo que a função f tem derivadas parciais contínuas até a ordem $n+1$ a expansão acima pode ser expressa de uma forma semelhante à de (D.1), e o resultado é:

$$\begin{aligned} f(x, y) = & f(a, b) + (x-a)f_x(a, b) + (y-b)f_y(a, b) \\ & + \frac{1}{2}(x-a)^2 f_{xx}(a, b) + (x-a)(y-b)f_{xy}(a, b) + \frac{1}{2}(y-b)^2 f_{yy}(a, b) + \dots \end{aligned} \quad (\text{D.25})$$

De acordo a esta última equação, (D.25), toda função $f(x, y)$ pode ser aproximada em torno de um ponto do domínio da função, mediante um polinômio como se apresenta a seguir.

Definição D.2.1. Seja $A \subset \mathfrak{R}^2$ um conjunto aberto, $(x_0, y_0) \in A$. Considere uma função $f : A \rightarrow \mathfrak{R}$ de classe C^{n+1} em A . Defini-se o polinômio de Taylor de grau n associado a

função f no ponto (x_0, y_0) como sendo o polinômio dado por:

$$\begin{aligned} p_n(x, y) = & f(x_0, y_0) + \frac{\partial f(x_0, y_0)}{\partial x}(x - x_0) + \frac{\partial f(x_0, y_0)}{\partial y}(y - y_0) \\ & + \frac{1}{2!} \left(\frac{\partial^2 f(x_0, y_0)}{\partial x^2}(x - x_0)^2 + 2 \frac{\partial^2 f(x_0, y_0)}{\partial x \partial y}(x - x_0)(y - y_0) + \frac{\partial^2 f(x_0, y_0)}{\partial y^2}(y - y_0)^2 \right) \\ & + \dots + \frac{1}{n!} \sum_{j=0}^n \frac{\partial^n f(x_0, y_0)}{\partial x^{n-j} \partial y^j} (x - x_0)^{n-j} (y - y_0)^j \end{aligned} \quad (\text{D.26})$$

Para o método de Newton em análise utiliza-se o polinômio de Taylor de grau um como se apresenta na equação (D.27), este polinômio é a aproximação linear da função de duas variáveis $f(x, y)$ em torno do ponto $\mathbf{a} = (x_0, y_0)$, que neste caso é o plano tangente que passa por este ponto.

$$L_{\mathbf{a}}(x, y) = f(x_0, y_0) + \frac{\partial f(x_0, y_0)}{\partial x}(x - x_0) + \frac{\partial f(x_0, y_0)}{\partial y}(y - y_0) \quad (\text{D.27})$$

Sendo que $L_{\mathbf{a}}(x, y)$ é a aproximação linear da função $f(x, y)$ em $\mathbf{a} = (x_0, y_0)$.

D.2.2 Soluções pelo método de Newton de funções de duas variáveis

Utilizando a equação linear (D.27) para o sistema da Figura 36 têm-se as equações (D.28) e (D.29) em que V_1 e r_{12} são constantes.

$$P_2(V_2, \theta_2) = \frac{V_2^2}{r_{12}} - \frac{V_1 V_2 \cos \theta_2}{r_{12}} \quad (\text{D.28})$$

$$Q_2(V_2, \theta_2) = -\frac{V_1 V_2 \sin \theta_2}{r_{12}} \quad (\text{D.29})$$

O problema consiste em encontrar os valores das variáveis V_2 e θ_2 para que atendam as seguintes condições:

$$\begin{cases} P_2^{\text{esp}} &= \frac{V_2^2}{r_{12}} - \frac{V_1 V_2 \cos \theta_2}{r_{12}} \\ Q_2^{\text{esp}} &= -\frac{V_1 V_2 \sin \theta_2}{r_{12}} \end{cases} \quad (\text{D.30})$$

A linearização das equações (D.28) e (D.29) em torno do ponto $\mathbf{V}^{(i)} = (V_2^{(i)}, \theta_2^{(i)})$ é:

$$L_{\mathbf{V}^{(i)}}^P(V_2, \theta_2) = P_2(\mathbf{V}^{(i)}) + \frac{\partial P_2(\mathbf{V}^{(i)})}{\partial V_2}(V_2 - V_2^{(i)}) + \frac{\partial P_2(\mathbf{V}^{(i)})}{\partial \theta_2}(\theta_2 - \theta_2^{(i)}) \quad (\text{D.31})$$

$$L_{\mathbf{V}^{(i)}}^Q(V_2, \theta_2) = Q_2(\mathbf{V}^{(i)}) + \frac{\partial Q_2(\mathbf{V}^{(i)})}{\partial V_2}(V_2 - V_2^{(i)}) + \frac{\partial Q_2(\mathbf{V}^{(i)})}{\partial \theta_2}(\theta_2 - \theta_2^{(i)}) \quad (\text{D.32})$$

As equações anteriores podem ser expressas na sua forma matricial como:

$$\begin{pmatrix} L_{\mathbf{V}^{(i)}}^P(V_2, \theta_2) \\ L_{\mathbf{V}^{(i)}}^Q(V_2, \theta_2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_2(\mathbf{V}^{(i)}) \\ Q_2(\mathbf{V}^{(i)}) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{\partial P_2(\mathbf{V}^{(i)})}{\partial V_2} & \frac{\partial P_2(\mathbf{V}^{(i)})}{\partial \theta_2} \\ \frac{\partial Q_2(\mathbf{V}^{(i)})}{\partial V_2} & \frac{\partial Q_2(\mathbf{V}^{(i)})}{\partial \theta_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_2 - V_2^{(i)} \\ \theta_2 - \theta_2^{(i)} \end{pmatrix} \quad (\text{D.33})$$

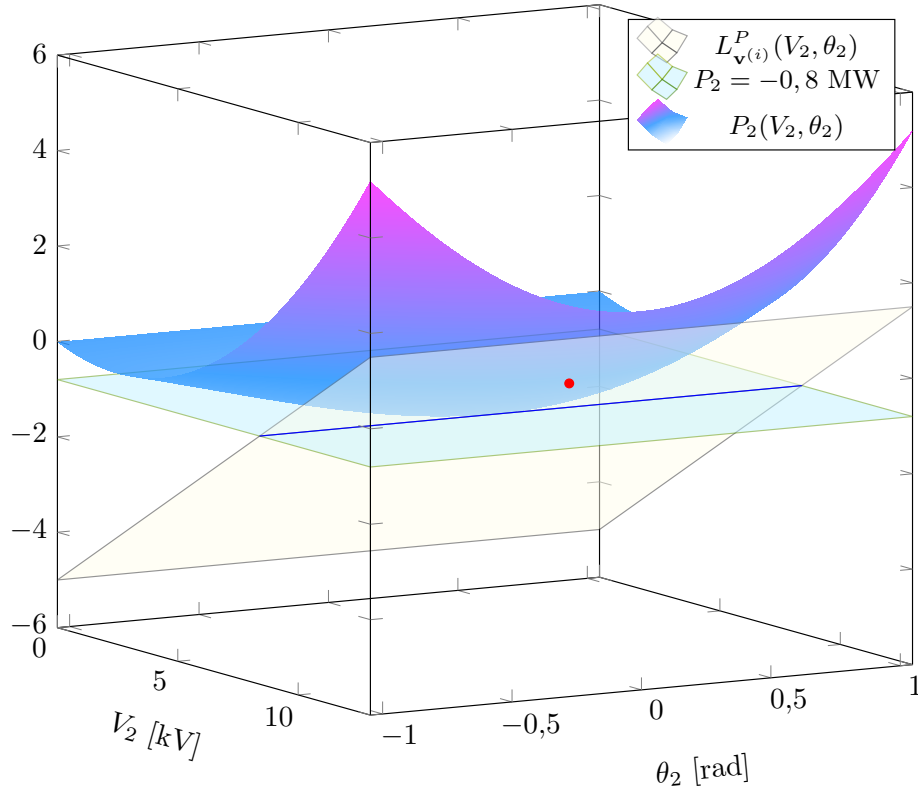
Resolvendo a equação (D.33) para (V_2, θ_2) obtém-se a equação (D.34).

$$\begin{pmatrix} V_2 \\ \theta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_2^{(i)} \\ \theta_2^{(i)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{\partial P_2(\mathbf{v}^{(i)})}{\partial V_2} & \frac{\partial P_2(\mathbf{v}^{(i)})}{\partial \theta_2} \\ \frac{\partial Q_2(\mathbf{v}^{(i)})}{\partial V_2} & \frac{\partial Q_2(\mathbf{v}^{(i)})}{\partial \theta_2} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} L_{\mathbf{v}^{(i)}}^P(V_2, \theta_2) \\ L_{\mathbf{v}^{(i)}}^Q(V_2, \theta_2) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} P_2(\mathbf{v}^{(i)}) \\ Q_2(\mathbf{v}^{(i)}) \end{pmatrix} \quad (\text{D.34})$$

Na equação (D.34) existe um ponto $(V_2, \theta_2) = (V_2^{(i+1)}, \theta_2^{(i+1)})$ no plano $V \times \theta$, tal que $L_{\mathbf{v}^{(i)}}^P(V_2, \theta_2) = P_2^{\text{esp}} = -0,8$ e $L_{\mathbf{v}^{(i)}}^Q(V_2, \theta_2) = Q_2^{\text{esp}} = -0,6$, como ilustrado na Figura 195, então, a atualização de um novo ponto é dada pela equação (D.35).

$$\begin{pmatrix} V_2^{(i+1)} \\ \theta_2^{(i+1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_2^{(i)} \\ \theta_2^{(i)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{\partial P_2(\mathbf{v}^{(i)})}{\partial V_2} & \frac{\partial P_2(\mathbf{v}^{(i)})}{\partial \theta_2} \\ \frac{\partial Q_2(\mathbf{v}^{(i)})}{\partial V_2} & \frac{\partial Q_2(\mathbf{v}^{(i)})}{\partial \theta_2} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} P_2^{\text{esp}} - P_2(\mathbf{v}^{(i)}) \\ Q_2^{\text{esp}} - Q_2(\mathbf{v}^{(i)}) \end{pmatrix} \quad (\text{D.35})$$

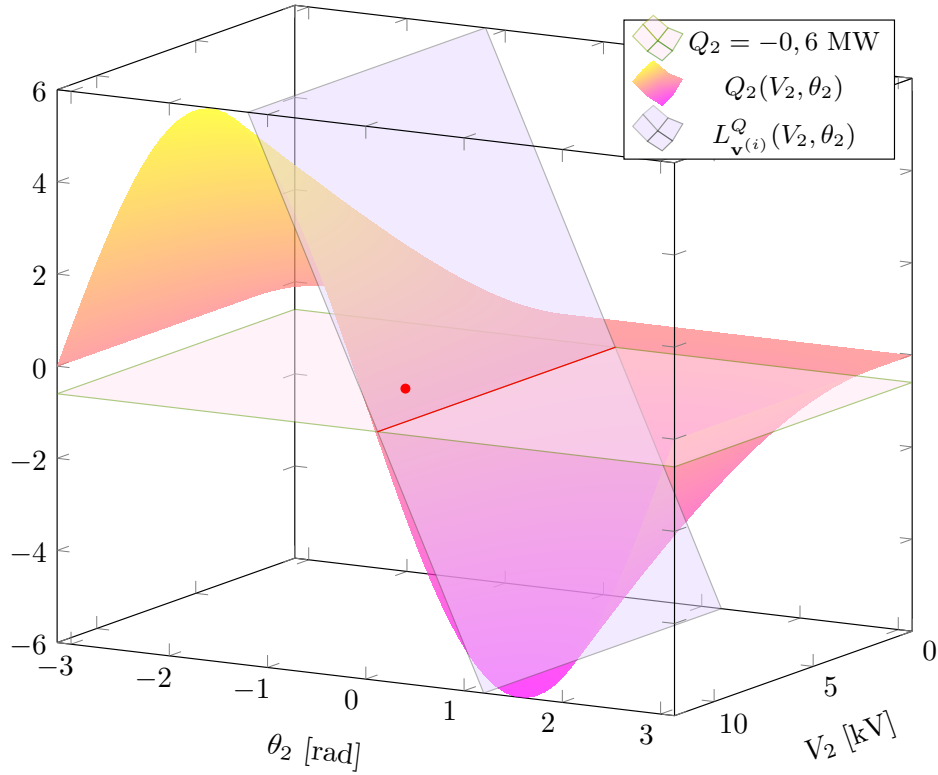
Figura 193 – Plano tangente à superfície $P_2(V_2, \theta_2)$



Fonte: próprio autor

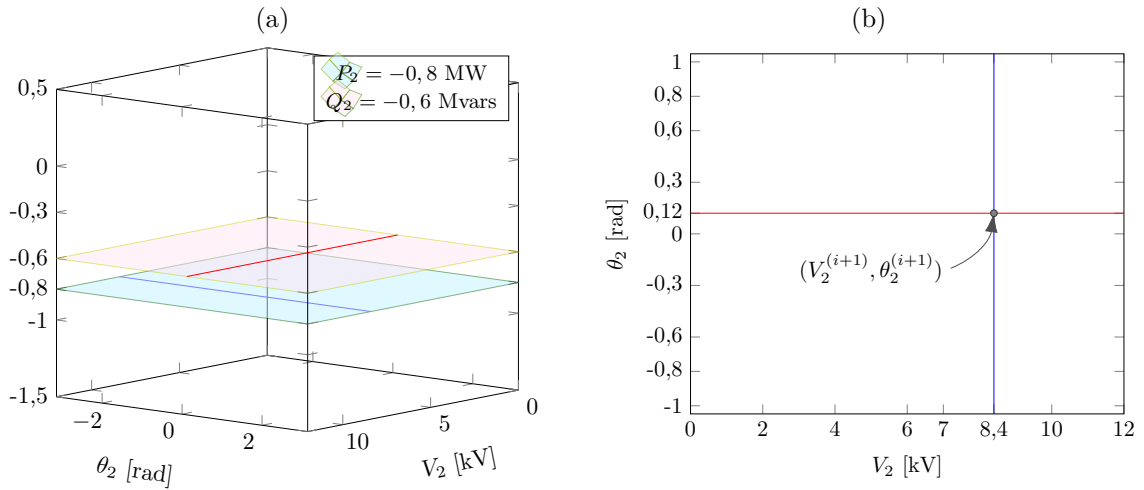
Utilizando a equação (D.35) atualizam-se os valores de $V_2^{(i)}$ e $\theta_2^{(i)}$ até chegar à solução, ou até chegar a um valor próximo da solução segundo uma tolerância especificada. Na tabela 31 mostra-se a evolução deste processo iterativo, com quatro iterações quando se escolhe como ponto inicial $V_2^{(0)} = 10$ e $\theta_2^{(0)} = 0$.

Da Figura 39, ou da Figura 41 observa-se que matematicamente existe outra solução para este problema, que é correspondente ao estado não estável do sistema, como por exemplo, a simulação do problema de fluxo de potência para um evento de curto-circuito.

Figura 194 – Plano tangente à superfície $Q_2(V_2, \theta_2)$ 

Fonte: próprio autor

Figura 195 – Ponto de atualização



Fonte: próprio autor

Para obter esse resultado é necessário inicializar o valor da tensão e o ângulo com $V_2^{(0)} = 0,1$ e $\theta_2^{(0)} = 0$, e se obtém o resultado apresentado na Tabela 32.

Tabela 31 – Processo iterativo para a solução no estado estável

iter	$V_2^{(i)}$ (kV)	$\theta_2^{(i)}$ (rad)
0	$V_2^{(0)} = 10,0$	$\theta_2^{(0)} = 0,0$
1	$V_2^{(1)} = 8,400000$	$\theta_2^{(1)} = 0,120000$
2	$V_2^{(2)} = 7,894839$	$\theta_2^{(2)} = 0,150564$
3	$V_2^{(3)} = 7,842463$	$\theta_2^{(3)} = 0,153596$
4	$V_2^{(4)} = 7,841904$	$\theta_2^{(4)} = 0,153628$

Tabela 32 – Processo iterativo para a solução no estado não estável

iter	$V_2^{(i)}$ (kV)	$\theta_2^{(i)}$ (rad)
0	$V_2^{(0)} = 0,1$	$\theta_2^{(0)} = 0,0$
1	$V_2^{(1)} = 1,631633$	$\theta_2^{(1)} = 5,716815$
2	$V_2^{(2)} = 0,664653$	$\theta_2^{(2)} = 0,564198$
3	$V_2^{(3)} = 2,203951$	$\theta_2^{(3)} = 0,602412$
4	$V_2^{(4)} = 2,509536$	$\theta_2^{(4)} = 0,480175$
5	$V_2^{(5)} = 2,549918$	$\theta_2^{(5)} = 0,490107$
6	$V_2^{(6)} = 2,550401$	$\theta_2^{(6)} = 0,489873$

D.2.3 Polinômio de Taylor para funções de várias variáveis

Para mais de duas variáveis, é conveniente usar a notação vetorial. Neste caso (D.21) assume a forma (D.36).

$$f(\mathbf{x} + \mathbf{h}) = f(\mathbf{x}) + Df(\mathbf{x}) + \frac{1}{2}D^2f(\mathbf{x}) + \dots + \frac{1}{n!}D^n f(\mathbf{x}) + R_{n+1}, \quad (\text{D.36})$$

Sendo $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_k)$, $\mathbf{h} = (h_1, h_2, \dots, h_k)$ e

$$D = \mathbf{h} \cdot \nabla = h_1 \frac{\partial}{\partial x_1} + h_2 \frac{\partial}{\partial x_2} + \dots + h_k \frac{\partial}{\partial x_k} \quad (\text{D.37})$$

Escrevendo este resultado por meio de termos quadráticos, obtém-se (D.38)

$$f(\mathbf{x} + \mathbf{h}) = f(\mathbf{x}) + \mathbf{h} \cdot \nabla f(\mathbf{x}) + \frac{1}{2} \mathbf{h}^T \mathbf{H} \mathbf{h} + \dots, \quad (\text{D.38})$$

onde $\mathbf{H}$ é a matriz Hessiana, dada por:

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_1} & \dots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_k \partial x_1} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} & \dots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_k \partial x_2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_k} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_k} & \dots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_k^2} \end{pmatrix} \quad (\text{D.39})$$

A equação (D.38) pode ser escrita de outra forma, assumindo que $\mathbf{x} + \mathbf{h} = \mathbf{u}$, então, $\mathbf{h} = \mathbf{u} - \mathbf{x}$, utilizando estes resultados na equação (D.38), obtém-se:

$$f(\mathbf{u}) = f(\mathbf{x}) + (\mathbf{u} - \mathbf{x}) \cdot \nabla f(\mathbf{x}) + \dots, \quad (\text{D.40})$$

trocando as variáveis $\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{a}$ e $\mathbf{u} \rightarrow \mathbf{x}$, finalmente tem-se:

$$f(\mathbf{x}) = f(\mathbf{a}) + (\mathbf{x} - \mathbf{a}) \cdot \nabla f(\mathbf{a}) + \dots, \quad (\text{D.41})$$

Sendo $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_k)$, $\mathbf{a} = (a_1, a_2, \dots, a_k)$

De acordo com o estudo apresentado, é necessário obter um polinômio de grau 1 para utilizá-lo no método de Newton. Seja $L_{\mathbf{a}}(\mathbf{x})$ este polinômio de grau 1, que é a aproximação linear da função $f(\mathbf{x})$ em $\mathbf{a}$ como se apresenta na equação (D.42).

$$L_{\mathbf{a}}(\mathbf{x}) = f(\mathbf{a}) + (\mathbf{x} - \mathbf{a}) \cdot \nabla f(\mathbf{a}) \quad (\text{D.42})$$

Esta equação pode ser expandida como segue:

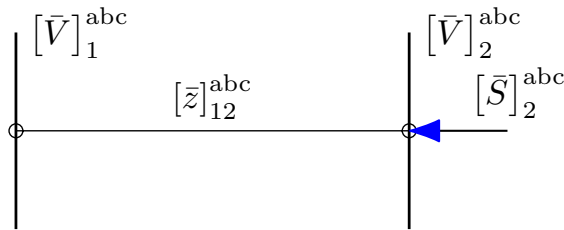
$$L_{\mathbf{a}}(\mathbf{x}) = f(a_1, \dots, a_k) + (x_1 - a_1, \dots, x_k - a_k) \cdot \left(\frac{\partial}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial}{\partial x_k} \right) f(a_1, \dots, a_k) \quad (\text{D.43})$$

$$L_{\mathbf{a}}(\mathbf{x}) = f(a_1, \dots, a_k) + (x_1 - a_1) \frac{\partial f(a_1, \dots, a_k)}{\partial x_1} + \dots + (x_k - a_k) \frac{\partial f(a_1, \dots, a_k)}{\partial x_k} \quad (\text{D.44})$$

D.2.4 Solução pelo método de Newton para funções de várias variáveis

Seja o sistema na Figura 196, onde a tensão de linha da barra de folga é 13,8 kV e os dados de carga e de linha são apresentados nas Tabelas 33 e 34, respectivamente. Verifica-se que este sistema possui seis equações e seis incógnitas, e segundo as equações (3.46a) e (3.46b) obtêm-se as equações (D.45) e (D.46) para este sistema.

Figura 196 – Sistema trifásico de 2 barras e 1 carga tipo PQ desequilibrada



Fonte: próprio autor

Tabela 33 – Dados das cargas por fase

Barra	Fase a		Fase b		Fase c	
	[MW]	[MVars]	[MW]	[MVars]	[MW]	[MVars]
2	0,8	0,6	0,7	0,7	0,7	0,5

Fonte: próprio autor

$$P_2^p(\mathbf{V}, \Theta) = \sum_{j=1}^2 \sum_{k=a,b,c} V_2^p V_j^k (G_{2j}^{pk} \cos \theta_{2j}^{pk} + B_{2j}^{pk} \sin \theta_{2j}^{pk}) \quad \text{e } p = a, b, c \quad (\text{D.45})$$

Tabela 34 – Matriz de impedância da linha trifásica

Ligação	Fase a		Fase b		Fase c	
	r [Ω]	x [Ω]	r [Ω]	x [Ω]	r [Ω]	x [Ω]
1-2	6,5625	19,2785	2,9545	9,5020	2,9925	8,0225
	2,9545	9,5020	6,3920	19,8445	2,9070	7,2900
	2,9925	8,0225	2,9070	7,2900	6,4660	19,5985

Fonte: próprio autor

$$Q_2^p(\mathbf{V}, \Theta) = \sum_{j=1}^2 \sum_{k=a,b,c} V_2^p V_j^k (G_{2j}^{pk} \sin \theta_{2j}^{pk} - B_{2j}^{pk} \cos \theta_{2j}^{pk}) \quad \text{e} \quad p = a, b, c \quad (\text{D.46})$$

Sendo as variáveis: $\mathbf{V} = \{V_2^a, V_2^b, V_2^c\}$ e $\Theta = \{\theta_2^a, \theta_2^b, \theta_2^c\}$ as seis variáveis do sistema. A linearização das equações (D.45) e (D.46) em torno do ponto $(\mathbf{V}^{(i)}, \Theta^{(i)})$ é

$$L_{(\mathbf{V}^{(i)}, \Theta^{(i)})}^{P_2^p}(\mathbf{V}, \Theta) = P_2^p(\mathbf{V}^{(i)}, \Theta^{(i)}) + \frac{\partial P_2^p(\mathbf{V}^{(i)}, \Theta^{(i)})}{\partial V_2^a} (V_2^a - V_2^{a(i)}) + \dots + \frac{\partial P_2^p(\mathbf{V}^{(i)}, \Theta^{(i)})}{\partial \theta_2^c} (\theta_2^c - \theta_2^{c(i)}) \quad (\text{D.47})$$

$$L_{(\mathbf{V}^{(i)}, \Theta^{(i)})}^{Q_2^p}(\mathbf{V}, \Theta) = Q_2^p(\mathbf{V}^{(i)}, \Theta^{(i)}) + \frac{\partial Q_2^p(\mathbf{V}^{(i)}, \Theta^{(i)})}{\partial V_2^a} (V_2^a - V_2^{a(i)}) + \dots + \frac{\partial Q_2^p(\mathbf{V}^{(i)}, \Theta^{(i)})}{\partial \theta_2^c} (\theta_2^c - \theta_2^{c(i)}) \quad (\text{D.48})$$

Estas equações podem ser agrupadas na forma matricial como:

$$\begin{pmatrix} L_{(\mathbf{V}^{(i)}, \Theta^{(i)})}^{P_2^a}(\mathbf{V}, \Theta) \\ L_{(\mathbf{V}^{(i)}, \Theta^{(i)})}^{P_2^b}(\mathbf{V}, \Theta) \\ L_{(\mathbf{V}^{(i)}, \Theta^{(i)})}^{P_2^c}(\mathbf{V}, \Theta) \\ L_{(\mathbf{V}^{(i)}, \Theta^{(i)})}^{Q_2^a}(\mathbf{V}, \Theta) \\ L_{(\mathbf{V}^{(i)}, \Theta^{(i)})}^{Q_2^b}(\mathbf{V}, \Theta) \\ L_{(\mathbf{V}^{(i)}, \Theta^{(i)})}^{Q_2^c}(\mathbf{V}, \Theta) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_2^a(\mathbf{V}^{(i)}, \Theta^{(i)}) \\ P_2^b(\mathbf{V}^{(i)}, \Theta^{(i)}) \\ P_2^c(\mathbf{V}^{(i)}, \Theta^{(i)}) \\ Q_2^a(\mathbf{V}^{(i)}, \Theta^{(i)}) \\ Q_2^b(\mathbf{V}^{(i)}, \Theta^{(i)}) \\ Q_2^c(\mathbf{V}^{(i)}, \Theta^{(i)}) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{\partial P_2^a(\mathbf{V}^{(i)}, \Theta^{(i)})}{\partial V_2^a} & \dots & \frac{\partial P_2^a(\mathbf{V}^{(i)}, \Theta^{(i)})}{\partial V_2^c} & \frac{\partial P_2^a(\mathbf{V}^{(i)}, \Theta^{(i)})}{\partial \theta_2^a} & \dots & \frac{\partial P_2^a(\mathbf{V}^{(i)}, \Theta^{(i)})}{\partial \theta_2^c} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial P_2^c(\mathbf{V}^{(i)}, \Theta^{(i)})}{\partial V_2^a} & \dots & \frac{\partial P_2^c(\mathbf{V}^{(i)}, \Theta^{(i)})}{\partial V_2^c} & \frac{\partial P_2^c(\mathbf{V}^{(i)}, \Theta^{(i)})}{\partial \theta_2^a} & \dots & \frac{\partial P_2^c(\mathbf{V}^{(i)}, \Theta^{(i)})}{\partial \theta_2^c} \\ \frac{\partial Q_2^a(\mathbf{V}^{(i)}, \Theta^{(i)})}{\partial V_2^a} & \dots & \frac{\partial Q_2^a(\mathbf{V}^{(i)}, \Theta^{(i)})}{\partial V_2^c} & \frac{\partial Q_2^a(\mathbf{V}^{(i)}, \Theta^{(i)})}{\partial \theta_2^a} & \dots & \frac{\partial Q_2^a(\mathbf{V}^{(i)}, \Theta^{(i)})}{\partial \theta_2^c} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial Q_2^c(\mathbf{V}^{(i)}, \Theta^{(i)})}{\partial V_2^a} & \dots & \frac{\partial Q_2^c(\mathbf{V}^{(i)}, \Theta^{(i)})}{\partial V_2^c} & \frac{\partial Q_2^c(\mathbf{V}^{(i)}, \Theta^{(i)})}{\partial \theta_2^a} & \dots & \frac{\partial Q_2^c(\mathbf{V}^{(i)}, \Theta^{(i)})}{\partial \theta_2^c} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_2^a - V_2^{a(i)} \\ V_2^b - V_2^{b(i)} \\ V_2^c - V_2^{c(i)} \\ \theta_2^a - \theta_2^{a(i)} \\ \theta_2^b - \theta_2^{b(i)} \\ \theta_2^c - \theta_2^{c(i)} \end{pmatrix} \quad (\text{D.49})$$

Da equação (D.49), existem os pontos $(\mathbf{V}, \Theta) = (\mathbf{V}^{(i+1)}, \Theta^{(i+1)})$ tais que $L_{(\mathbf{V}^{(i)}, \Theta^{(i)})}^{P_2^a}(\mathbf{V}, \Theta) = P_2^{a(\text{esp})}, \dots, L_{(\mathbf{V}^{(i)}, \Theta^{(i)})}^{Q_2^c}(\mathbf{V}, \Theta) = Q_2^{c(\text{esp})}$. Considerando esta condição e resolvendo a equação

(D.49) para $(\mathbf{V}^{(i+1)}, \Theta^{(i+1)})$ obtém-se:

$$\begin{pmatrix} V_2^{a(i+1)} \\ V_2^{b(i+1)} \\ V_2^{c(i+1)} \\ \theta_2^{a(i+1)} \\ \theta_2^{b(i+1)} \\ \theta_2^{c(i+1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_2^{a(i)} \\ V_2^{b(i)} \\ V_2^{c(i)} \\ \theta_2^{a(i)} \\ \theta_2^{b(i)} \\ \theta_2^{c(i)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{\partial P_2^a(\mathbf{V}^{(i)}, \Theta^{(i)})}{\partial V_2^a} & \dots & \frac{\partial P_2^a(\mathbf{V}^{(i)}, \Theta^{(i)})}{\partial V_2^c} & \frac{\partial P_2^a(\mathbf{V}^{(i)}, \Theta^{(i)})}{\partial \theta_2^a} & \dots & \frac{\partial P_2^a(\mathbf{V}^{(i)}, \Theta^{(i)})}{\partial \theta_2^c} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial P_2^c(\mathbf{V}^{(i)}, \Theta^{(i)})}{\partial V_2^a} & \dots & \frac{\partial P_2^c(\mathbf{V}^{(i)}, \Theta^{(i)})}{\partial V_2^c} & \frac{\partial P_2^c(\mathbf{V}^{(i)}, \Theta^{(i)})}{\partial \theta_2^a} & \dots & \frac{\partial P_2^c(\mathbf{V}^{(i)}, \Theta^{(i)})}{\partial \theta_2^c} \\ \frac{\partial Q_2^a(\mathbf{V}^{(i)}, \Theta^{(i)})}{\partial V_2^a} & \dots & \frac{\partial Q_2^a(\mathbf{V}^{(i)}, \Theta^{(i)})}{\partial V_2^c} & \frac{\partial Q_2^a(\mathbf{V}^{(i)}, \Theta^{(i)})}{\partial \theta_2^a} & \dots & \frac{\partial Q_2^a(\mathbf{V}^{(i)}, \Theta^{(i)})}{\partial \theta_2^c} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial Q_2^c(\mathbf{V}^{(i)}, \Theta^{(i)})}{\partial V_2^a} & \dots & \frac{\partial Q_2^c(\mathbf{V}^{(i)}, \Theta^{(i)})}{\partial V_2^c} & \frac{\partial Q_2^c(\mathbf{V}^{(i)}, \Theta^{(i)})}{\partial \theta_2^a} & \dots & \frac{\partial Q_2^c(\mathbf{V}^{(i)}, \Theta^{(i)})}{\partial \theta_2^c} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} P_2^{a(\text{esp})} - P_2^a(\mathbf{V}^{(i)}, \Theta^{(i)}) \\ P_2^{b(\text{esp})} - P_2^b(\mathbf{V}^{(i)}, \Theta^{(i)}) \\ P_2^{c(\text{esp})} - P_2^c(\mathbf{V}^{(i)}, \Theta^{(i)}) \\ Q_2^{a(\text{esp})} - Q_2^a(\mathbf{V}^{(i)}, \Theta^{(i)}) \\ Q_2^{b(\text{esp})} - Q_2^b(\mathbf{V}^{(i)}, \Theta^{(i)}) \\ Q_2^{c(\text{esp})} - Q_2^c(\mathbf{V}^{(i)}, \Theta^{(i)}) \end{pmatrix} \quad (\text{D.50})$$

Utilizando a equação (D.50) atualizam-se os valores de $(\mathbf{V}, \Theta)$ até obter a solução do sistema não linear, ou um valor próximo da solução, segundo a tolerância especificada. Na Tabela 35 apresenta-se a evolução deste processo iterativo para a atualização das tensões e dos ângulos.

Tabela 35 – Evolução da tensão até alcançar a solução em estado estacionário.

iter	$V_2^{a(i)}$		$V_2^{b(i)}$		$V_2^{c(i)}$	
	[kV]	[graus]	[kV]	[graus]	[kV]	[graus]
0	7,96743	0,00000	7,96743	-120,00000	7,96743	120,00000
1	6,73668	-4,39604	6,76180	-126,08604	6,90073	114,06069
2	6,42529	-5,54629	6,44862	-127,36155	6,62026	112,97285
3	6,40221	-5,61059	6,42419	-127,46192	6,60537	112,91081
4	6,40209	-5,61072	6,42402	-127,46260	6,60535	112,91062

Fonte: próprio autor

Finalmente observa-se que a principal vantagem do método de Newton ao utilizar o polinômio de Taylor de grau 1, é obter a linearização das equações como se apresenta na equação (D.27), e desta forma resolve-se um sistema de equações lineares em vez de resolver um sistema de equações não lineares. Por exemplo, resolver o sistema de equações não lineares (D.30), que é muito mais difícil que resolver o sistema de equações (D.35). Observa-se também que se for escolhido um polinômio de Taylor de grau maior que um, obtém-se um sistema de equações não lineares, o qual seria difícil de resolver. Observa-se que se escolhe um ponto inicial onde $f'(a) = 0$ na equação (D.6) ou $\nabla f(\mathbf{a}) = \mathbf{0}$ na equação

(D.42), então, o método de Newton não vai funcionar porque a inversa desta derivada seria uma divisão por zero como se observa na equação (D.13), ou seria a inversa de uma matriz singular como se observa na equação (D.50), respectivamente, no entanto, isso não significa necessariamente que a equação ou o sistema de equações não tenha solução.