

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
FACULDADE DE FILOSOFIA E CIÊNCIAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FILOSOFIA

DAPHNE MARTINS BATISTA ANTONIO

CONCEITOS ESSENCIAIS DA LÓGICA

MARÍLIA
2020

DAPHNE MARTINS BATISTA ANTONIO

CONCEITOS ESSENCIAIS DA LÓGICA

Dissertação apresentada à Faculdade de Filosofia e Ciências da Universidade Estadual Paulista - UNESP - Câmpus de Marília, como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Filosofia na Área de Concentração em Filosofia da Mente, Epistemologia e Lógica. Linha de pesquisa: Filosofia da Mente, Ciência Cognitiva e Semiótica.

Orientador: Prof. Dr. Hércules de Araujo Feitosa

Coorientadora: Profa. Dra. Mariana Matulovic da Silva Rodrigueiro

Agência financiadora: Capes

MARÍLIA
2020

A635c Antonio, Daphne Martins Batista
Conceitos Essenciais da Lógica / Daphne Martins Batista Antonio.
-- Marília, 2021
98 f. : tabs.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista (Unesp),
Faculdade de Filosofia e Ciências, Marília
Orientador: Hércules de Araújo Feitosa
Coorientadora: Mariana Matulovic da Silva Rodrigueiro

1. História da Lógica. 2. Objeto da Lógica. 3. Lógica Formal. 4.
Filosofia da Lógica. 5. Conhecimento Simbólico. I. Título.

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Biblioteca da Faculdade de
Filosofia e Ciências, Marília. Dados fornecidos pelo autor(a).

Essa ficha não pode ser modificada.

DAPHNE MARTINS BATISTA ANTONIO

CONCEITOS ESSENCIAIS DA LÓGICA

Dissertação apresentada à Faculdade de Filosofia e Ciências da Universidade Estadual Paulista - UNESP - Câmpus de Marília, como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Filosofia.

Área de Concentração em Filosofia da Mente, Epistemologia e Lógica.

Linha de pesquisa: Filosofia da Mente, Ciência Cognitiva e Semiótica.

BANCA EXAMINADORA

Coorientadora: Prof. Dr^a. Mariana Matulovic da Silva Rodrigues
Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”

Prof. Dr. Marcelo Reicher Soares
Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”

Prof. Dr. Daniel Durante Pereira Alves
Universidade Federal do Rio Grande do Norte

Marília, 10 de dezembro de 2020

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Capes pelo fomento nesta pesquisa. Agradeço também o professor Dr. Hércules Araújo Feitosa, pela orientação e cuidado com esta pesquisa, bem como a professora Dr^a. Mariana Matulovic da Silva Rodrigueiro pela coorientação.

Aproveito para agradecer aos professores dos Departamentos de Filosofia (Marília) e de Matemática (Bauru) da UNESP, pela troca de conhecimento em sala de aula.

Por fim, mas não de menor importância, agradeço minha família e minhas amigas pelo apoio e companheirismo durante toda a trajetória.

RESUMO

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de financiamento 001. O objeto central da lógica é investigado através de um estudo histórico-filosófico. Para tanto é necessária a determinação de o âmbito e o objeto da lógica, primeiramente, por um viés histórico. O âmbito da lógica, historicamente, é a lógica formal, a qual possui um desenvolvimento significativo para sua forma matemática, conhecida como lógica matemática ou lógica simbólica. Esse desenvolvimento é analisado epistemologicamente com base nas funções do conhecimento simbólico, através da expressão da lógica de Aristóteles e pela lógica de Boole. A análise filosófica do objeto da lógica entende este a partir da noção de consequência lógica, em uma perspectiva (da lógica) clássica, em que, para o objeto da lógica importa a forma válida ao invés da verdade das premissas e conclusão. A lógica clássica é um sistema formal que se consolida na lógica matemática. A análise epistemológica de um sistema formal deve ser feita com base nos propósitos da formalização deste sistema. Por isso, aborda-se a consequência lógica tautológica, semântica e sintática a partir da construção de um sistema formal da lógica clássica, aliada à lógica proposicional clássica. Então, analisa-se o objeto da lógica através de uma concepção metafísica de lógica, contraposta às concepções abordadas até então. Por fim, realiza-se uma análise epistemológica do objeto da lógica em sua forma contemporânea, pelo conhecimento simbólico, em uma perspectiva linguística (válida) e metafísica (verdadeira).

Palavras-chave: História da Lógica; Objeto da lógica; Lógica Formal; Filosofia da Lógica.

ABSTRACT

This study was financed in part by the Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Finance Code 001. The main object of logic is investigated by a historic-philosophic study. Therefore, it is necessary the determination of the scope and object of logic, firstly made by a historic view. The scope of logic, historically, is formal logic, which possess a significative development for its mathematical form, known as mathematical logic or symbolic logic. That development is epistemologically analyzed by the functions of symbolic knowledge, through the expression of Aristotle's logic by Boole's logic. The philosophic analysis of the object of logic, understands it from the notion of logical consequence, in a classical (logic) perspective, where to the object of logic matters the valid form, instead of the truth of the premises and conclusion. The classic logic is a formal system which is consolidated in mathematical logic. The epistemological analysis of a formal system must be done based on the formalization proposes of that system. For that, the tautological, semantical, and syntactical logical consequence is approached from the construction of a formal system of classic logic allied with classical propositional logic. Thus, the object of logic is analyzed through a metaphysical conception of logic, contraposed to the conceptions approached until then. Finally, an epistemological analysis of the object of logic in its contemporary form, by symbolic logic, is made, in a linguistic (valid) and metaphysic (true) perspective.

Keywords: History of Logic; Object of Logic; Formal Logic; Philosophy of Logic.

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Tabela de Verdade da Conjunção	62
Tabela 2 – Tabela de Verdade para duas fórmulas básicas (atômicas).....	64
Tabela 3 - Tabela de Verdade das fórmulas $\neg A$ e $(\neg A \wedge B)$	65
Tabela 4 – Tabela de Verdade Tautologia	65
Tabela 5 – Dedução natural com redução ao absurdo	77
Tabela 6 – Dedução natural com quantificadores.....	78

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	9
1.1 Lógica, História da Lógica e Filosofia da Lógica	9
1.2 Um Estudo Histórico-Filosófico da Lógica Matemática, Um Sistema Formal .	11
2 UMA VISÃO DA HISTÓRIA DA LÓGICA: CONCEPÇÃO DE LÓGICA, A LÓGICA DE ARISTÓTELES E O OBJETO DA LÓGICA	15
2.1 A História da Lógica Depende de uma Concepção de Lógica	16
2.2 As Concepções de Lógica que Orientam a História da Lógica.....	20
2.3 Recapitulação dos Conceitos.....	26
3 INTERPRETAÇÃO DA LÓGICA DE BOOLE: UMA ANÁLISE EPISTEMOLÓGICA DA LÓGICA ATRAVÉS DO CONHECIMENTO SIMBÓLICO.....	28
3.1 Influências Matemáticas no Conhecimento Simbólico	29
3.2 Uma Hipótese sobre a Expressão do Silogismo de Aristóteles pelas Fórmulas Algébricas de Boole.....	40
4 CONSEQUÊNCIA LÓGICA E ARGUMENTO LÓGICO: DIFERENÇAS, SEMELHANÇAS E QUESTIONAMENTOS	48
4.1 O Objeto da Lógica é o Argumento: Validade, Verdade, Evidência, Consequência Lógica, Correção e Justificação	48
4.2 A Consequência Lógica é Oriunda da Forma do Argumento	55
5 A SINTAXE E A SEMÂNTICA DO OBJETO DA LÓGICA NA LÓGICA CLÁSSICA.....	61
5.1 Tautologia: A Consequência Lógica da Lógica Proposicional Clássica	62
5.2 Consequência Semântica da Lógica Clássica	66
5.3 Consequência Sintática da Lógica Clássica.....	75
5.4 A Lógica Formal sob uma Concepção Metafísica: A Verdade como Critério Ontológico da Lógica Clássica.....	79
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	85

6.1 História e Filosofia da Lógica: Uma Perspectiva do Objeto da Lógica Matemática	85
6.2 Filosofia e História da Lógica: Uma Análise Conceitual do Objeto da Lógica pela Concepção Clássica de Consequência Lógica	87
REFERÊNCIAS.....	94

1 INTRODUÇÃO

1.1 Lógica, História da Lógica e Filosofia da Lógica

A lógica pode ser definida como a disciplina que trata das inferências e dos argumentos. Haack (2002, p. 13 - 14) afirma que a lógica, em seu sentido geral, é uma teoria sobre o que é bom quanto ao raciocínio, e essa perspectiva é motivo também de sua relevância.

O psicologismo, a partir da realização das inferências, oferece uma perspectiva de lógica que a entende enquanto descrições dos processos mentais, do como se pensa ou do como se deve pensar. Em comparação com a lógica formal, esse viés possui um caráter filosófico mais presente no sistema lógico.

A lógica formal dedutiva é entendida como a “lógica no sentido estrito” e é, também, apenas uma perspectiva da lógica. Contudo, o desenvolvimento da lógica dedutiva moderna como uma teoria formal unificada foi feito em consideração aos objetivos e às finalidades da lógica, os quais são preocupações filosóficas.

Uma preocupação central da lógica em sua perspectiva formal é identificar argumentos válidos e inválidos e diferenciá-los. Os sistemas lógicos formais devem fornecer cânones precisos dos padrões formais da validade, ou seja, fornecem uma forma padrão entendida enquanto cânone do sistema lógico formalizado.

A meta-lógica é o estudo das propriedades formais dos sistemas da lógica. A meta-lógica relaciona-se com a filosofia, mas diferentemente dela a filosofia da lógica não se preocupa apenas com características puramente formais, visto que existem problemas filosóficos sobre a lógica. Mesmo que por vezes um critério meta-lógico possa demarcar quais os sistemas lógicos dentro dos sistemas formais, a delimitação do âmbito da lógica é crucial para uma tese filosófica da lógica.

Haack afirma que se um sistema formal deve ou não ser considerado como lógica é uma questão que envolve problemas filosóficos. Para a autora, deve-se deixar os problemas filosóficos evidentes “(...) pois, ao se decidir entre alternativas [a pluralidade de sistemas lógicos], frequentemente se é obrigado a reconhecer preconceções metafísicas ou epistemológicas que, de outra maneira, teriam permanecido implícitas.” (HAACK, 2002, p. 36).

Assim, Haack (2002) considera proveitoso se deter à lógica clássica, que é um cálculo unificado da lógica proposicional clássica (bivalente) e da lógica de predicados

de primeira ordem, mas não unicamente. Porque há aqueles que acreditam que ela é restritiva, no sentido de ela não ser capaz de representar todos os argumentos válidos.

O sistema denominado de lógica clássica é fruto da história e, segundo Haack (2002, p. 15), a lógica clássica adquire uma articulação canônica na obra *Principia Mathematica* de Russel e Whitehead. Ao mesmo tempo, as investigações de Peirce levam à “lógica triádica”.

Vejo alguma importância filosófica no fato de que esses desenvolvimentos tiveram um lugar paralelo e não em série; pois é bom lembrar que as lógicas ‘não clássicas’ se desenvolveram lado a lado com os sistemas clássicos, e que também sempre houve críticos não apenas de sistemas formais específicos, mas das aspirações da própria formalização (HAACK, 2002, p. 18).

Mesmo a formalização da lógica de Frege e Peirce possui em sua realização raízes e ramificações de caráter filosófico. Neste caráter são pertinentes questões como a natureza da validade e da verdade e sobre qual o escopo e finalidade da lógica, assim como, questões da interpretação da linguagem formal e sobre a relevância da lógica para os processos de raciocínio etc.

Segundo Haack (2002), Peirce, ao se perguntar o porquê de estudar a lógica, explora a relação da lógica com a psicologia, e, também, a natureza da validade.

Ainda, para Dutra (2001), a própria compreensão tradicional que a epistemologia possui de conhecimento pode apontar para a teoria da verdade, no domínio da lógica e da filosofia da lógica. A investigação sobre a verdade se encontra nos fundamentos da epistemologia enquanto uma disciplina que estuda o conhecimento, e se preocupa em analisar ou oferecer definições para ele.

A filosofia da lógica se preocupa também com o estudo do argumento informal, com o objetivo de sistematizá-lo e torná-lo parte do desenvolvimento dos sistemas formais ao rigor da lógica. Haack (2002, p. 27) afirma que é por isso que Frege desenvolve sua conceituação, pois precisava de uma linguagem menos ambígua que o alemão ao fazer as provas aritméticas.

O logicismo, idealizado por Leibniz e desenvolvido por Frege, entende que a aritmética poderia ser redutível à lógica e, com isso, os termos da aritmética poderiam ser expressos pelos termos lógicos. A motivação de Frege para achar que a aritmética é redutível à lógica é epistemológica, pois para ele, os princípios da lógica eram auto evidentes, e se as leis aritméticas seriam deles derivadas, seriam então

epistemologicamente firmes. O logicismo é um exemplo de uma teoria filosófica que depende da demarcação da lógica.

No entanto, o sistema de Frege era inconsistente e não robusto para o logicismo, o que quer dizer, a grosso modo, que o conjunto da aritmética não pôde ser redutível ao da lógica, ou que os termos lógicos utilizados por Frege, sozinhos, não deram conta de expressar todos os termos aritméticos.

A conceituação de Frege é um exemplo de um marco histórico da lógica ao oferecer por um lado, a formalização pelas linguagens artificiais à moda das linguagens matemáticas; e por outro, a consolidação da lógica clássica, mesmo que esta venha a dispor de seus cânones apenas com Russell e Whitehead.

Há quase um consenso entre os historiadores contemporâneos da lógica sobre a aproximação da lógica com a matemática, realizada em meados do século XIX, também protagonizada por Frege. Pode-se considerar, todavia, um desenvolvimento histórico que diverge drasticamente a lógica do período anterior da lógica daquele período adiante.

Conjuntamente, há o envolvimento de questões filosóficas sobre a lógica na justificativa de suas modificações. Cada teoria lógica carrega, ao menos, pressupostos epistemológicos, como as considerações sobre a função que a linguagem deve ter na lógica, ou àquilo que ela representa, se ela representa.

Contudo, Haack (2002, p. 20) alerta, na análise do estado epistemológico da lógica formal, ao considerar a existência de lógicas alternativas a ela, que é preciso atenção criteriosa na interpretação dos resultados formais de acordo com os propósitos da formalização.

1.2 Um Estudo Histórico-Filosófico da Lógica Matemática, Um Sistema Formal

Torna-se evidente que questões que orientaram as formas padrões dos sistemas lógicos formais se encontram na história da lógica. Encontram-se à luz do desenvolvimento de cada sistema lógico que construiu, modificou, ou explicitou os cânones da lógica formal.

Assim, é apresentada, nos segundo e terceiro capítulos (sendo esta introdução o primeiro), a abordagem das modificações da lógica de Boole a partir da lógica de Aristóteles, enquanto parte de um processo histórico.

Isso é feito para estabelecer uma análise filosófica da lógica ambientada nesse desenvolvimento histórico, na realização de uma análise do que ocorre na lógica, da lógica antiga para a lógica matemática¹.

Essa análise é a do conhecimento simbólico, um conceito baseado na idealização, mas principalmente no entendimento que Leibniz possui das linguagens formais (a partir do uso dessas linguagens na Matemática). Leibniz é entendido por Scholz como o próprio precursor da lógica simbólica.

No primeiro capítulo foi fundamental determinar o âmbito da lógica formal, a partir da história da lógica. As concepções de lógica envolvidas na elaboração das histórias da lógica abordadas, as de Scholz e de Bochenski, são atreladas ao entendimento da lógica através da lógica formal.

Em Scholz, o desenvolvimento da lógica formal é marcado pelo advento da lógica simbólica. Em Bochenski, a forma matemática da lógica orienta o desenvolvimento da lógica ocidental desde o meio do século XIX, sob perspectiva de lógica formal.

O objeto de estudo com o qual a lógica formal se ocupa, em uma perspectiva histórica, é a estrutura formal. Na lógica aristotélica, o objeto é a estrutura formal do silogismo, entendido através de sua sintaxe e semântica. A estrutura formal fundamenta a concepção de lógica formal para Scholz e Bochenski.

No terceiro capítulo, o interesse é realizar uma análise epistemológica das representações do conhecimento simbólico, a partir das estruturas matemáticas, para dentro da formalização da lógica.

Analisa-se a representação da estrutura do silogismo através da concepção do conhecimento simbólico. Pois Boole, também, em meados do século XIX, propõe um sistema de fórmulas algébricas que represente a estrutura do silogismo de Aristóteles, formalizando a lógica em uma linguagem algébrica, para dar a ela um estatuto de cálculo lógico.

No quarto capítulo aprofunda-se o entendimento sobre o objeto da lógica com um olhar mais contemporâneo, a partir dos textos de teor didático de Salmon, Mortari e Read, os quais apresentam noções levemente diferentes, mas muito semelhantes.

¹ Este trabalho não tem por objetivo determinar que a lógica antiga se desenvolve diretamente para a lógica matemática, mas sim que o trabalho de Boole representa o desenvolvimento para a lógica matemática, e que Boole realiza este desenvolvimento a partir da lógica de Aristóteles.

São apresentadas as diferenças das noções de inferência e argumento. As inferências são do domínio do raciocínio enquanto processo mental, o argumento - lógico – é uma análise do discurso afim de uma estrutura formalmente válida.

Para Salmon a identificação de argumentos válidos consiste na relação de evidência que as premissas possuem com a conclusão, onde ao serem consideradas verdadeiras a conclusão deve ser consequentemente verdadeira.

Mas, por essa perspectiva, a lógica não precisa que premissas de um argumento sejam de fato verdadeiras, apenas que possuam uma forma que as relacionem de modo tal, que somente da consideração de sua verdade já há garantia da verdade da conclusão.

Tanto Mortari quanto Read chamam de consequência lógica a forma com que a relação das premissas com a conclusão, resulta na conclusão de um argumento válido. A consequência lógica é abordada por Read como o conceito central da lógica na medida que trata de “algo que se segue – necessária ou logicamente consequente - de outro algo”.

As teorias lógicas possuem vários tipos de concepções sobre a análise correta da consequência lógica, variando na utilização do vocabulário lógico - formalização da linguagem - e nas bases filosóficas - os princípios fundamentais aceitos pela teoria lógica -; sua concepção clássica é a da lógica clássica.

Na concepção clássica de consequência lógica, a validade é definida através da forma do argumento, onde o critério de validade é o critério (clássico) de preservação da verdade. Para Read, o estabelecimento de técnicas e de métodos semânticos e sintáticos para a identificação dos argumentos válidos é, portanto, assunto da consequência lógica – e assim, do objeto da lógica.

No quinto capítulo investiga-se a construção de um sistema da lógica clássica voltada para o conjunto das consequências lógicas (semântica e sintática) em seu aspecto formal. Isto é, a consequência lógica enquanto o objeto da lógica dentro do sistema formal.

Apresenta-se a lógica proposicional clássica como um exemplo de um sistema lógico que possui os mesmos princípios que os da lógica clássica, mas com menor capacidade de expressão: o conjunto das tautologias compreende menos fórmulas que o conjunto correspondente das concepções de consequência lógica da lógica clássica.

E então, com base nas leituras feitas sobre a obra de Chateaubriand Filho, aborda-se o conceito de verdade como uma noção fundamental para o sistema lógico, incluso o formal. Isso ocorre ao propor uma concepção metafísica de lógica que envolve por um lado uma concepção ontológica da lógica e por outro uma concepção epistemológica da

lógica. O quinto capítulo é concluído com uma brevíssima exposição sobre uma teoria da verdade presente na definição da verdade dentro dos princípios da lógica, pelos quais pode-se determinar uma concepção de consequência lógica em um sistema lógico que não pode prescindir de aspectos semânticos da verdade.

Em resumo, procurou-se investigar em primeiro momento, segundo capítulo, uma explicitação daquilo que é central para a lógica, caracterizando seu âmbito historicamente. Em um segundo momento, terceiro capítulo, investiga-se epistemologicamente por seu desenvolvimento para a lógica matemática. No terceiro momento², quarto capítulo, aprofunda-se este âmbito, conceituando-o filosoficamente. O quarto momento, quinto capítulo, é marcado por uma exposição formal deste objeto e uma contraposição daquilo que foi até então abordado sobre seu conceito.

Por fim, o objeto da lógica é abordado historicamente, enquanto objeto da lógica matemática em sua forma clássica e contemporânea. E, filosoficamente, por uma teoria do conhecimento simbólico que fornece uma caracterização das concepções fundamentais e específicas da linguagem da lógica matemática.

² Até o terceiro capítulo a lógica matemática não é abordada em seu período contemporâneo, algo que não ocorre após este capítulo. Como por exemplo, sobre as abordagens de Mortari.

2 UMA VISÃO DA HISTÓRIA DA LÓGICA: CONCEPÇÃO DE LÓGICA, A LÓGICA DE ARISTÓTELES E O OBJETO DA LÓGICA

A primeira parte deste capítulo aborda histórias da lógica e seu desenvolvimento. A historicidade dos sistemas formais está intrinsecamente conectada com a concepção de lógica adotada em determinados períodos temporais. E, também, do desenvolvimento científico atrelado a eles. Dessa forma, teremos um guia de análise, para o próximo capítulo, das mudanças propostas por Boole sobre a lógica Aristotélica, a partir de sua representação do silogismo.

A lógica, em sua vertente matemática, fornece uma nova concepção de lógica, produzindo a elaboração de novas histórias da lógica, com base na noção de que o desenvolvimento da lógica se dá na concepção de lógica formal. Contudo, Blanché e Dubucs (1996) concluem que a lógica formal não é desenvolvida apenas da lógica aristotélica para a lógica matemática, mas que se desenvolveu em diversos períodos da história. A segunda parte trata da concepção de lógica - com base em sistemas formais - fundamentada na lógica de Aristóteles, na qual Bochenski (1966) afirma que, nesse caso, o objeto com o qual a lógica trata (pesquisa) é a estrutura formal do silogismo, a qual depende de uma forma válida e independe da interpretação ou da veracidade de seus símbolos (signos).

Portanto, a lógica é concebida como estudo das estruturas válidas expressas pela linguagem lógica, que na lógica aristotélica se dá pelas proposições categóricas e silogismos lógicos; vê-se que as proposições são os componentes da argumentação, e o silogismo lógico é o objeto da lógica, entendido por Bochenski (1966) como a estrutura válida do silogismo. A partir dessa concepção de lógica, procura-se investigar a contribuição que a lógica de Boole oferece ao representar a estrutura do silogismo em fórmulas algébricas, enquanto uma nova concepção formal de lógica, e que foi fornecida pela lógica simbólica.

Desse modo, no próximo capítulo, para se entender uma concepção de lógica na lógica simbólica, gerada por essa aproximação estreita com a matemática, aborda-se a noção de conhecimento simbólico de modo semelhante às de Legris (2012) e de Mendonça (2011), para entender os aspectos do conhecimento simbólico pelas funções sub-rogativas, psicotécnicas e ectéticas.

Assim, o objetivo deste primeiro capítulo é investigar o que é a concepção de lógica fundamentada na história da lógica, e o que as mudanças das concepções de lógica alteram nessa história.

2.1 A História da Lógica Depende de uma Concepção de Lógica

A existência da história da lógica já foi por si só um questionamento acirrado, pois envolve uma concepção de lógica. Alguns autores a entenderam como um desenvolvimento completo e, por isso, sem conteúdo histórico. Logo, parece que o conteúdo histórico pressupõe que uma história é sobre algo que se altera com o tempo.

Para Bochenski (1966), a fundamentação da lógica se encontra na lógica formal, sobre a qual o autor apresenta sua história em sua obra: *Historia de la Logica Formal*³. De modo complementar, Scholz (1961) entende que a lógica formal sofre mudança com o fortalecimento da lógica simbólica, conforme desenvolve em sua obra *Concise History of Logic*⁴.

A existência de uma história da lógica foi também negada por Kant, que afirmou não haver ocorrido nenhum feito na lógica a partir de Aristóteles. Essa afirmação de Kant é rejeitada pelos historiadores da lógica supracitados, e para ambos, mesmo que de formas distintas, isso ocorreu devido à diferentes entendimentos do que é a lógica. No caso, um desentendimento da lógica enquanto um desenvolvimento da lógica formal.

Ao olhar para a lógica formal, Bochenski e Scholz encontram o percurso do desenvolvimento da lógica. Scholz, por conta da diversidade de tipos de lógica, procura tratar daqueles tipos referentes à lógica formal, dividindo sua obra em “Lógica Formal Clássica” e “Lógica Formal Moderna”. Essas duas partes da sua obra são diferenciadas pela investigação da lógica simbólica, apresentada por Leibniz, marcando um tipo de lógica formal drasticamente diferente dos anteriores.

Esse entendimento dos tipos de lógica parte de uma análise sobre Aristóteles, reconhecido geralmente como “criador da lógica” por apresentar o que Scholz considera como a forma original da lógica, o caráter de seu arcabouço. Mesmo que para Scholz (1961), Aristóteles não tenha realizado o feito de criar a lógica, entende que a aproximou da matemática, de forma a estabelecê-la o mais próximo do que o estagirita concebia como ciência.

3 História da Lógica Formal, tradução nossa.

4 História Concisa da Lógica, tradução nossa.

Para Bochenski (1966), a história da lógica é capaz de fornecer apenas uma fundamentação de lógica, mesmo que tenha adquirido muitos significados. Por vezes, a lógica foi entendida enquanto “ciência em geral” ou como a “totalidade da filosofia” (1966, p.11). Entretanto, por essas definições parece ser impossível tratar de seus problemas e de sua história no ocidente, tendo em vista que significaria tratar de uma história geral da filosofia.

Portanto, Bochenski elenca passos a serem seguidos enquanto critérios para uma concepção de lógica formal, baseado nas problemáticas que julga orientar a história da lógica. Para o autor, o uso do termo ‘lógica’, em relação as outras áreas dos saberes, não se deu de forma puramente arbitrária. Os aspectos dessa relação direcionam para uma concepção de lógica, dentre as tantas concepções possíveis.

Bochenski (1966, p. 21) entende que a lógica não possui desenvolvimento contínuo, pois ela se apresenta sinuosamente com períodos de ascensão, seguidos de períodos de grande baixa. Nesse desenvolvimento, a lógica que surge após a grande baixa não é pura continuação da lógica que ascendeu anteriormente. Esse é o caráter atribuído à história da lógica formal.

A lógica “nova” possui pressupostos e pontos de vista diferentes, outras técnicas e métodos, desenvolvendo outros aspectos das problemáticas presentes na lógica anterior. É uma forma da lógica distinta das formas anteriores. Portanto, parece que o essencial no conjunto da história da lógica é a aparição de diversas formas dessa ciência, separadas pelo espaço e pelo tempo (BOCHENSKI, 1966, p. 21–22).

Bochenski divide sua obra a partir de quatro formas da lógica, de acordo com sua concepção de lógica formal: Clássica Antiga, Escolástica, Matemática e Forma Índia. Assim como Blanché e Dubucs (1996), não se comenta nada sobre a Forma Índia, e se apresenta apenas breves comentários sobre características das outras três formas da lógica.

Para caracterizar os tipos de linguagens empregadas nas formas da lógica, utiliza-se uma definição estipulada para fins didáticos oferecida por Mortari (2001), sobre os conceitos de linguagem-objeto, linguagem natural e metalinguagem.

Linguagens utilizadas para a comunicação, como o português e o inglês, são entendidas como linguagens naturais, e são diferentes da linguagem artificial, a qual:

Ao contrário de uma língua, que surge e evolui com um grupo de indivíduos, estando, portanto, em constante mudança, uma linguagem artificial tem uma gramática rigorosamente definida, que não se altera com o passar do tempo (MORTARI, 2001, p. 33).

A linguagem-objeto geralmente é utilizada através de variáveis e pela linguagem aritmética, como ‘ x ’, e ‘ $+$ ’. A expressão a seguir é um exemplo de linguagem-objeto: $x + 1 = 0$.

A metalinguagem é a linguagem utilizada para se falar de uma expressão da linguagem objeto, como a afirmação: ‘ $x + 1 = 0$ ’ é verdadeira. Nesse caso, a expressão dentro das aspas simples é da linguagem-objeto. As palavras em português utilizadas para falar sobre a expressão dentro das aspas simples, no caso, que afirmam sua verdade, é da metalinguagem.

Explica-se os termos acima, porque Bochenski afirma que a Forma Clássica Antiga da Lógica é o período em que se formulam as proposições em linguagem-objeto, tendo presente uma semântica não desenvolvida, ou seja, sem dar importância ao significado das expressões utilizadas na linguagem-objeto.

Sobre a definição de semântica, Mortari afirma: “A semântica se ocupa dos significados das expressões linguísticas, isto é, das relações entre expressões linguísticas e seus significados – coisas que estão ‘fora’ da linguagem” (MORTARI, 2001, p. 32).

Na Forma Escolástica, Bochenski diz que, em princípio, houve adoção e desenvolvimento do legado da Forma Clássica Antiga. A partir do século XII criou-se algo completamente novo, uma lógica formulada quase inteiramente na metalinguagem, conduzida por uma semântica bem desenvolvida. Onde há o uso de linguagem natural, quase sem utilização de variáveis, e que é uma abstração da linguagem natural.

A Forma Matemática da Lógica é puramente em linguagem-objeto, com um alto emprego de variáveis. A semântica é completamente desatendida. Um papel da semântica semelhante ao da Idade Média foi reconstruído apenas em 1930, um exemplo é a semântica de Tarski⁵. A lógica matemática desenvolvida nessa Forma da Lógica apresenta novidades: a linguagem artificial e a organização construtiva da lógica, na qual estrutura-se formalmente o sistema a ser interpretado.

O comum dentre as três Formas Lógicas citadas é o formalismo amplo e o tratamento extensional das leis lógicas, pois uma nova forma da lógica deve trazer consigo novos problemas. Ou seja, uma nova forma é apenas uma forma distinta de uma mesma lógica, ao invés de uma lógica distinta. Assim, Bochenski afirma que não há um relativismo das doutrinas lógicas.

⁵ Ver Bochenski (1966, p. 284). Ver também Silva (2018, p. 16), a qual afirma que o autor introduz sua concepção semântica de verdade através de metalinguagem e linguagem-objeto.

Para Bochenski, a história da lógica ocidental possui como recorte cinco períodos: período clássico antigo, que vai até o século VI depois de Cristo; a alta idade média, do século VII até XI; a escolástica de XI até XV; a lógica clássica moderna, do século XVI até XIX; e a lógica matemática, a partir da metade do século XIX. Bochenski deixa de lado a alta idade média e a lógica “clássica” moderna na história das problemáticas da lógica, por desconsiderá-las como períodos criadores.

Blanché e Dubucs (1996, p. 12), avaliam que a renovação da lógica, a saber, é a volta dos modernos aos textos antigos “sob uma nova luz”, que gerou um renascimento de sua história. Por volta de 1930, começa uma “nova era” na história da lógica, sendo impulsionada por Lukasiewicz, segundo Scholz.

Blanché e Dubucs (1996) discutem que o recorte histórico da lógica, espontaneamente adotado, situava-se por volta de 1850, quando a lógica se afasta da Filosofia e se aproxima mais da matemática. Scholz mantém um recorte bem próximo a esse, porém, considera a logística um prolongamento da lógica antiga, apesar de considerar que esta começa verdadeiramente apenas com Leibniz.

Vê-se no tópico seguinte deste trabalho a afirmativa de Scholz, de que a lógica de Aristóteles fornece subsídios para a concepção adequada de lógica formal. Isso porque investiga-se que propostas de história da lógica são orientadas pelas concepções que se tem sobre o que é a lógica.

Porém, Blanché e Dubucs (1996), ao comentarem esse corte realizado na história da lógica, questionam o motivo de não ser posicionado mais próximo dos Antigos. Consideram também que essa bipartição bloqueia em um mesmo compartimento tudo que vai de Aristóteles a Leibniz.

Ora, depois da época em que Scholz escreveu essas linhas, os progressos do estudo histórico, que ele próprio suscitou, levaram a uma séria revisão do juízo que se costumava fazer sobre o período da Idade Média. Já não podem, hoje, menosprezar-se, nem a originalidade da lógica medieval em relação à Antiguidade, nem as antecipações muito nítidas que aí se encontram de várias teses da logística moderna (BLANCHÉ; DUBUCS, 1996, p. 14).

Blanché e Dubucs consideram essa revisão da Idade Média motivo para Bochenski propor recortes históricos diferentes em sua história da lógica

Ainda, deve-se ter em mente que a lógica estóica, como comentado por Blanché e Dubucs (1996), por mais que fosse formal, é diferente da aristotélica, sendo formalista; e que a lógica megárica já propunha tabelas de verdade antes do logicismo ou da lógica matemática.

A seguir, detém-se nas concepções de lógica que fundamentam esse recorte histórico.

2.2 As Concepções de Lógica que Orientam a História da Lógica

As concepções de Bochenski e Scholz sobre a lógica formal envolvem, em seu cerne, principalmente noções sobre a lógica aristotélica. O aspecto a ser tratado é sobre essas contribuições que a lógica de Aristóteles tem para o conceito de lógica formal.

Scholz (1961) explica que na obra *Organon*, especificamente nos *Analíticos Posteriores*, Aristóteles determina a ciência como composição de uma série de proposições, divididas em duas classes: teoremas e axiomas. As proposições dos axiomas são evidentemente verdadeiras, dispensando provas. As proposições dos teoremas são verdadeiras mediante demonstrações, derivadas dos axiomas verdadeiros.

As operações realizadas em cima dos axiomas, para extrair deles os teoremas, são as regras operacionais as quais devem ser absolutamente corretas. As regras operacionais são chamadas, atualmente, de Regras da Lógica (SCHOLZ, 1961, p. 3).

Para Scholz, a estrutura da lógica de Aristóteles não pode ser considerada ciência pelo sentido aristotélico, porque teria que ser ela mesma axiomatizada. Axiomatizar a lógica, enquanto ciência, tornaria incompreensível o modo como suas regras seriam derivadas, pois o método empregado, que consiste em derivar os teoremas a partir dos axiomas, é a produção de sua própria teoria e regras.

Isso gera um questionamento: é justificável deduzir as próprias regras utilizando-as? O próprio uso das regras já as pressuporia como verdadeiras sem contar com sua demonstração, sem a demonstração das regras não há dedução das mesmas, assim o uso das regras seria realizado sem a dedução delas mesmas. Por essa razão, a lógica, para Scholz, é eliminada dos arranjos das ciências.

Scholz tenta responder o quanto a lógica aristotélica deve ser considerada como lógica formal e, para isso, insere as noções de **forma em geral** e **forma perfeita** em particular. O historiador aponta que isso permite julgar como possível a análise de qualquer afirmação, separando seus componentes em duas classes.

As duas classes dos componentes que compõe uma afirmação são: a classe das constantes e a classe das variáveis. Esses componentes são designados por letras e tratadas como “sinais variáveis”, também são espaços vazios em que se pode inserir algum conteúdo neles. Não se toma, a partir da forma, o que será inserido (substituído) nesses

sinais. As constantes na lógica de Aristóteles são os símbolos lógicos, componentes como “Todos” e “é”, e garantem que a expressão cumpra as condições de **forma perfeita**.

A **forma em geral** é entendida como a expressão em que a mudança do conteúdo de uma variável pode alterar sua verdade ou falsidade. A **forma perfeita** indica uma expressão na qual todas as substituições inseridas nas variáveis são sinais variáveis adequados. A expressão mais simples da **forma perfeita** é a afirmação universal “Todo S é P”⁶ (SCHOLZ, 1961, p. 4).

Nota-se que a **forma perfeita** pode ser tanto universal quanto particular, e tanto afirmativa quanto negativa. Toma-se as variáveis “S” e “P” da **forma perfeita**, pelos significados de “Lógica” e “Formal”, respectivamente. As quatro formas que uma proposição pode obter na **forma perfeita** são:

- (i) Universal Afirmativa: “Toda Lógica é Formal”;
- (ii) Particular Afirmativa: “Alguma Lógica é Formal”;
- (iii) Universal Negativa: “Nenhuma Lógica é Formal”;
- (iv) Particular Negativa: “Alguma Lógica não é Formal”.

Scholz (1961) afirma que Aristóteles lida apenas com as formas acima citadas, mas não com qualquer uma dentre elas. Contudo, lida especificamente com aquelas formas para as quais as regras do silogismo são formuladas.

Agora podemos dizer: A lógica Aristotélica, ou mais precisamente, a lógica estabelecida por Aristóteles é a lógica formal, na medida em que lida exclusivamente com formas, mais estritamente, com as formas perfeitas⁷ (SCHOLZ, 1961, p. 5, tradução nossa).

O silogismo do modo proposto por Aristóteles, segundo Scholz, lida com quatro **formas perfeitas**. Com isso, entende-se que as **formas perfeitas** são as expressões da lógica de Aristóteles em que o sujeito possui relação com o predicado através da cópula e é passível de quantificação⁸. E ainda, são expressões entendidas enquanto premissas e conclusão, que se resolvem em termos (ARISTÓTELES, 2016, p. 118).

A estrutura do silogismo precisa dessa forma das expressões, para que de suposições realizadas, através de premissas, algo distinto delas se siga necessariamente

⁶ “S” e “P” são variáveis, e “Todos” e “é” são constantes.

⁷ Now we can say: Aristotelian logic, or more accurately, the logic which Aristotle has established, is a formal logic in so far as it deals exclusively with forms, more strictly with perfect forms. (SCHOLZ, 1961, p. 5).

⁸ Scholz (1961, p. 34) aborda a forma das proposições como “Todo S é P” enquanto formas perfeitas. O silogismo trata de três sequências desse mesmo tipo de formas que são entendidas como premissas e conclusão e através de termos. Destrinchando a forma perfeita há a quantificação da variável do sujeito, “Todo S”, e a cópula desse sujeito com o predicado, “S é P”.

enquanto conclusão. Para isso, a identificação do sujeito e do predicado da premissa, enquanto termos, permite a operação da sequência de suposições.

Para melhor entendimento, exemplifica-se a partir do que Aristóteles entende como **silogismo perfeito**. Toma-se três expressões que contenha **formas perfeitas**, duas delas são chamadas premissas e a terceira de conclusão.

A primeira premissa do silogismo de Aristóteles precisa que seu sujeito ou predicado sejam entendidos enquanto termo médio e termo maior para também ser chamada de premissa maior. A segunda premissa, a premissa menor, precisa da consideração do sujeito ou predicado como termo médio e termo menor. O terceiro enunciado, a conclusão, possui como sujeito o termo menor da premissa menor e o termo maior como predicado.

O **silogismo perfeito** ocorre quando na premissa maior o sujeito é o termo médio, e o predicado o termo maior; na premissa menor, o sujeito é o termo menor e o predicado o termo médio; sendo que a conclusão permanece com a ordem de termos descrita acima: termo menor como sujeito e termo maior como predicado.

Para ilustrarmos a forma do **silogismo perfeito**, a partir do termo médio, sem a cópula e a quantificação: o termo maior será entendido como “P”, o termo menor como “S” e o termo médio como “M”, além de que os termos serão separados com um traço “-”. Assim, as sequências das duas premissas e uma conclusão, que estruturam o silogismo, que possuem alguma das quatro formas da proposição são:

- (v) Premissa Maior: “M _ P”;
- (vi) Premissa Menor: “S _ M”;
- (vii) Conclusão: “S _ P”.

Outro aspecto da estrutura do **silogismo perfeito** é que suas **formas perfeitas** devem possuir quantificações e caráter afirmativo ou negativo, específicos. Por exemplo, se a conclusão da forma do silogismo, apresentado no parágrafo acima, for particular, as duas primeiras premissas deverão ser afirmativas ou negativas e universal e particular, respectivamente, caso contrário pode não resultar em silogismo⁹.

Ademais, vale ressaltar que a diferença de **forma perfeita** e **forma geral** parece se referir ao formato da expressão enquanto componente do silogismo, pois somente a expressão que contenha o formato abordado, o da proposição, poderá alternar em verdade

⁹ Para detalhes da estrutura do silogismo de Aristóteles e alguns de seus exemplos à luz do modo como foi tratado pelo autor, ver Antonio (2018).

ou falsidade conforme suas variáveis forem substituídas (nomeadas). Como declarado por Aristóteles, em *Da Interpretação* (2016, p. 89): “Chamamos de *proposições* somente as [sentenças] que encerram verdade ou falsidade em si mesmas”.

Scholz (1961) ressalta que a interpretação da lógica de Aristóteles como lógica formal não é feita pelo próprio estagirita, nem pelos autores da Lógica Formal Clássica. Considera como uma interpretação a partir da lógica simbólica, tendo seu aparato sido criado por Bolzano e Frege.

Scholz (1961) conta que as regras operacionais não foram assim designadas por Aristóteles, quando apresentadas nos *Analíticos Anteriores*, mas é nessa formulação que Aristóteles cria o que Kant chama de “Lógica Formal” (SCHOLZ, 1961, p. 3).

Pode-se destacar que os conteúdos formais dos quais Scholz (1961) procura determinar, pelo que se entende por forma perfeita, são as proposições lógicas, determinadas por Bochenski (1966) como objeto central da lógica, como explica-se nos próximos parágrafos.

Para elaborar o conceito de lógica formal, Bochenski elabora seis aspectos pelos quais a concepção de lógica deve se orientar. Esses critérios possuem intuito de, a partir da história da lógica, fundamentar somente um significado para a lógica.

Determina, primeiramente, (1) as definições de lógica atreladas ao que se atribui a outra ciência ou outra área do conhecimento, como a teoria do conhecimento e a ontologia. Em segundo lugar (2), o produto da exclusão realizada no primeiro aspecto remete à Aristóteles, que ao determinar de maneira tão decisiva o conjunto das problemáticas da lógica, se tornou referência de quase todos os investigadores ocidentais posteriores. Bochenski afirma que a problemática fundamental da lógica sempre se relaciona, de uma forma ou de outra, com o *Organon*.

Seguindo (3), para Bochenski (1966), a lógica em sentido estrito mantém-se dentro das problemáticas dos *Analíticos Anteriores*. No quarto aspecto (4), o silogismo exposto nos *Analíticos Anteriores* é definido por **logos**, pela característica de que ao partir de uma coisa, necessariamente se segue outra.

Nas expressões do silogismo, as variáveis aparecem no lugar de palavras, à maneira de fórmulas como “Todo P é predicado de S”. Na lógica proposicional clássica, apresentada didaticamente por Feitosa (2005), não há a quantificação ou a constante da cópula. Na lógica proposicional clássica, em uma explicação informal, a constante “é” é substituída por uma variável, como a regra operacional condicional (implicação), como

“A implica B”. Ambas as formas de proposições são entendidas por Bochenski (1966) como proposições lógicas e são o objeto principal da lógica.

O penúltimo aspecto (5), trata da concepção de lógica baseada apenas no descobrimento das proposições lógicas, como uma concepção estreita. As proposições lógicas levantam problemas que Bochenski considera de ordem semiótica e metodológica. Sobre os problemas das proposições lógicas relacionados à semiótica no século XX vê-se que:

(...) em primeiro lugar, o problema de sua essência: São as proposições fórmulas idiomáticas, estruturas verbais? São formas psíquicas ou funções? São conteúdos objetivos? O que significa uma lei lógica, e, posteriormente, uma sentença? (...) ¹⁰ (BOCHENSKI, 1966, p. 12, tradução nossa).

Os problemas de ordem metodológica foram tratados, principalmente, nos *Analíticos Posteriores*, como aquele comentado na fundamentação da lógica como ciência, realizada por Scholz. Entretanto, para a definição de lógica formal, Bochenski afirma que se deve considerar o que resta quando se exclui também essas duas disciplinas que se relacionam com a lógica. Mantendo-se a definição proposta no terceiro aspecto.

O sexto e último aspecto (6), afirma que uma história completa da lógica deveria ter como característica central a história dos problemas da lógica. E só então deveria se preocupar com a evolução da problemática referente à semiótica e à metodologia. Mesmo assim, Bochenski (1966) ao abordar a lógica de Aristóteles em sua história, considera a discussão sobre o ‘objeto da lógica’.

Até agora, o que se entende por proposições lógicas e semiótica foi expresso através da citação acima, expressando a relação entre ambas. Alguns dos apontamentos de Bochenski acerca da semiótica são feitos com base na lógica de Aristóteles. Os subtópicos presentes na obra de Bochenski, que interessam para o entendimento da concepção de semiótica, são: o ‘objeto da lógica’, a ‘sintaxe’ e a ‘semântica’.

As proposições lógicas - objeto da lógica – na lógica de Aristóteles, segundo Bochenski (1966), são o silogismo. O silogismo, como objeto da lógica, é entendido como o método pelo qual se extrai algo diferente, a partir de suposições, que se segue necessariamente. Sobre isso, Bochenski comenta que se “estabelece uma aguda distinção

10 "(...) em primer lugar, el problema de su esencia: ¿ Son las proposiciones fórmulas idiomáticas, estructuras verbales?; ¿son formas psíquicas o funciones?; ¿son contenidos objetivos? ¿Qué significa una ley lógica y, ulteriormente, una sentencia? (...)”.

entre a validade desta conexão e a classe, ou verdade das premissas”¹¹ (BOCHENSKI, 1966, p. 58, tradução nossa).

Na segunda parte do terceiro capítulo, essa análise da concepção de estrutura da lógica, obtida pela lógica simbólica, será realizada através das funções que o conhecimento simbólico pode ter, baseada na noção leibniziana sobre a utilização de símbolos. A lógica de Boole representa a lógica aristotélica com uma linguagem objeto que mistura linguagem natural e variáveis da linguagem artificial, como “A” ou “B”, as quais, contudo, são interpretadas pelo estagirita através da linguagem natural.

A lógica de Boole, por sua vez, é inteiramente em linguagem artificial, despreocupada com uma interpretação que vá para além dos símbolos em si e de suas regras de operação. Sua interpretação é atrelada à construção da lógica enquanto uma estrutura que representa uma outra estrutura.

As definições de proposição, presentes nos *Analíticos Anteriores*, diferem daquelas em *Da Interpretação*. Nos *Analíticos Anteriores* a proposição possui um caráter de suposição, e é esta, especificamente, a proposição lógica defendida por Bochenski, assim como a **forma perfeita** comentada acima, a partir de Scholz.

A definição de proposição exposta em *Da Interpretação*, caracteriza-a também pelo seu encerramento em verdade ou falsidade. Na mesma obra, Aristóteles (2016) discorre sobre as coisas e das condições que são verdadeiras.

Essa concepção de proposição atrelada à verdade, para além de pressupor uma forma (já abordada, enquanto sujeito e predicado), considera que o proferimento de um acontecimento – sua afirmação ou negação -, não determina sua verdade ou falsidade. Caso o proferido venha realmente a acontecer, então terá sido verdadeiro desde sempre. A verdade do proferimento é devida à necessidade de tornar-se real, pois os eventos acontecem necessariamente (ARISTÓTELES, 2016, p. 96).

Portanto, o caráter de suposição das proposições lógicas é distinção entre a concepção de proposição exposta em *Da Interpretação* e a dos *Analíticos Anteriores*. Segundo Bochenski (1966, p. 59-61), é nessa obra que Aristóteles propõe a sintaxe de sua lógica, oferecendo uma descrição detalhada dos elementos do seu discurso. O historiador afirma, em complemento, que o desenvolvimento da sintaxe lógica e da semântica se baseia em Aristóteles até a aparição da lógica matemática.

11 “(...) estableciendo una aguda distinción entre la valiez de esta conexión y la classe o verdade de las premisas.”.

Bochenski (1966) apresenta o princípio geral da semântica de Aristóteles, em referência a *Da Interpretação*, na qual o pensador antigo trata do signo como representação: a escrita é signo do som articulado pela voz, que por sua vez é signo das representações da alma.

Bochenski (1966) aponta que o paralelismo entre coisas, ideias e signos, desemboca em uma teoria semiótica da verdade, a qual, na composição da proposição, os signos articulados formalmente se resolvem em verdade ou falsidade; ou seja, a proposição possui uma determinada forma, que é também afirmação ou negação sobre coisas e acontecimentos.

Em resumo, a concepção de lógica de Bochenski que orienta a sua história da lógica formal, baseia-se no que se entende por proposição lógica enquanto estrutura necessária do silogismo, o método apresentado nos *Analíticos Anteriores* (em exclusão com os aspectos da semiótica e metodologia), que é também seu foco.

2.3 Recapitulação dos Conceitos

Para abordar os períodos da lógica propostos por Bochenski, utiliza-se uma explicação didática de linguagem natural, linguagem-objeto e meta-linguagem, enquanto as formas de linguagens utilizadas na linguagem da lógica. Os períodos considerados como criadores na lógica, os quais apresentam o desenvolvimento da lógica por diferentes formas a partir dos mesmos problemas, pela concepção da lógica formal, são a Forma Antiga, a Forma Escolástica e a Forma Matemática da lógica.

Para tratar a fundamentação de lógica que Scholz observa em Aristóteles, com base no *Analíticos Posteriores*, aborda-se a concepção de lógica enquanto ciência, as noções de teoremas, axiomas e regras operacionais.

Para tratar da concepção de lógica como lógica formal, Scholz insere noções de formas em geral e formas em particular como formas que podem ou não compor o silogismo enquanto uma noção da estrutura formal da lógica. O silogismo perfeito é a forma válida dessa estrutura. A noção de silogismo é fundamentada e apresentada por Aristóteles no *Analíticos Anteriores*.

Bochenski afirma que essa noção de silogismo, também chamada de proposição lógica, define o que é o objeto da lógica na lógica de Aristóteles. O objeto da lógica é oriundo da concepção de lógica proposta pelo historiador analisado através das noções de sintaxe e semântica da linguagem da lógica. E, o objeto da lógica também foi analisado pelas noções de validade e verdade, como noções estruturais desse objeto.

Por conta da diferença da concepção do que é lógica e o que é alterado nela, a história da lógica formal de Bochenski se diferencia da história da lógica formal de Scholz. Enquanto Scholz considera o desenvolvimento central da lógica, a lógica proposta por Aristóteles para a lógica simbólica, Bochenski considera também um outro período de desenvolvimento, como o escolástico.

Os historiadores da lógica procuraram elaborar uma concepção de lógica que oriente o que se considera um desenvolvimento da lógica, um desenvolvimento dessa concepção de lógica passada de autor para autor.

Fazer a história da lógica foi enxergar o desenvolvimento de uma mesma concepção do que é entendido como antiguidade da lógica até seu período contemporâneo. Assim, determina-se que a concepção de lógica oriunda desta análise da história da lógica possibilita uma primeira concepção de objeto da lógica.

3 INTERPRETAÇÃO DA LÓGICA DE BOOLE: UMA ANÁLISE EPISTEMOLÓGICA DA LÓGICA ATRAVÉS DO CONHECIMENTO SIMBÓLICO

Como discutido no capítulo anterior, as concepções tanto de Bochenski quanto de Scholz classificam um desenvolvimento muito importante da lógica, que alterou a concepção de lógica e a interpretação das lógicas desde a lógica de Aristóteles, em Forma Matemática da Lógica e lógica simbólica, respectivamente. Para ambos, esse é um desenvolvimento que ocorre na lógica sob concepção de lógica formal.

Mendonça (2011) afirma que as lógicas simbólicas foram sistematizadas pela aproximação da lógica com a matemática. Todavia, vale ressaltar a diferenciação realizada, especificamente pelo autor, acerca do que tem sido abordado apenas como lógica matemática. Um grupo de lógicos aproximaram a lógica da análise matemática, gerando a lógica matemática, e um outro grupo de lógicos aproximaram a lógica da álgebra, gerando a álgebra da lógica. Tratar-se-á a lógica desse período, em sua relação com a matemática, como lógica matemática; seja como álgebra, seja como análise.

Legris propõe um estudo da origem da lógica matemática pela noção de conhecimento simbólico, com base nos estudos de Leibniz, Lambert, entre outros.

Segundo Legris (2012, p. 80), o conceito de conhecimento simbólico surge da convergência de diversas ideias e tendências matemáticas e filosóficas. O desenvolvimento da matemática moderna abstrata levou à aceitação das relações lógicas como objetos matemáticos; isso se dá em uma concepção de matemática em emancipação com a exclusividade das formas quantitativas e geométricas, como a aritmética e a geometria, respectivamente.

Esquisabel (2012) tenta consolidar o conceito de conhecimento simbólico, algo que faz com base na análise de Leibniz, que realiza essa conceituação de diferentes maneiras e em diferentes momentos, em diversas obras e por diferentes denominações, mas com o objetivo de idealizar uma linguagem universal e que seja fundamento da matemática.

Para tanto, Esquisabel (2012) fornece a variedade de termos utilizados por Leibniz. Dentre esses termos Esquisabel aponta que Leibniz por vezes utiliza “pensamento verbal”, “pensamento simbólico”, “pensamento cego”, entre outros.

Em Esquisabel (2012), opta-se pelo termo “pensamento simbólico” e, ainda, entende que o tipo de conhecimento que o pensamento simbólico produz, enquanto um tipo de representação cognitiva, é o que se chama de conhecimento simbólico. Com isso, as referências à representação cognitiva do pensamento simbólico constituem por equivalência o conhecimento simbólico. Por exemplo, se o pensamento simbólico opera por uma função, então o conhecimento simbólico também é operado por essa função.

Segundo Esquisabel (2012, p. 1) a utilização do conceito de conhecimento simbólico foi propagada dentro do pensamento filosófico alemão, entre aqueles pensadores influenciados por Leibniz e Kant, ulteriores a eles.

O conhecimento simbólico deve ser uma noção atribuída a possibilidade de construção das linguagens simbólicas e cálculos lógicos na formalização de concepções das operações e relações de inferências. Mesmo assim, o conhecimento simbólico é geralmente instanciado como todo conhecimento disposto por qualquer tipo de mediação simbólica.

Segundo Esquisabel, o conceito de conhecimento simbólico tem o objetivo de estabelecer a eficiência que as linguagens possuem em assegurarem o fundamento e expansão do conhecimento, tendo que evitar que a linguagem possua contradições escondidas. Portanto, refina-se o conceito de conhecimento simbólico em seu aspecto positivo, para entendê-lo sob o escopo do paradigma do cálculo, das funções obtidas através das linguagens e objetos matemáticos, com base nas distinções entre as concepções de conhecimento simbólico, no sentido estrito, e conhecimento simbólico, no sentido *latu*.

Para abordar a elaboração do cálculo lógico, realizado por Boole, sob entendimento de que as relações lógicas são objetos matemáticos, os processos do silogismo de Aristóteles são expressos na linguagem e na estrutura da álgebra. Realiza-se uma análise epistemológica desse desenvolvimento da lógica de Aristóteles para uma álgebra da lógica através do conceito de conhecimento simbólico.

3.1 Influências Matemáticas no Conhecimento Simbólico

O conhecimento simbólico é “conhecimento obtido através de sentenças, fórmulas, equações etc. que representam o domínio de objetos investigados” (MENDONÇA, 2013, p. 10). Ao qual cabe o exame das funções epistemológicas que os símbolos cumprem. Mendonça (2013), ao abordar a noção de conhecimento simbólico utilizada por Esquisabel (2012), entende que os símbolos possuem o papel epistemológico

fundamental em substituir o conhecimento intuitivo, e possuem funções epistemológicas que performam.

Esquisabel defende que Leibniz contrasta o conhecimento intuitivo do conhecimento simbólico; o conhecimento simbólico emerge quando a complexidade das noções é alta demais para se ter intuição delas¹², ele serve para sub-rogar (substituir) o conhecimento intuitivo.

A junção de conhecimentos intuitivos gera os conhecimentos entendidos como complexos ou compostos. Logo, se considerarmos a propriedade complexa de uma cadeira dada por: “um lugar onde é possível sentar”, o conhecimento complexo exposto é constituído por propriedades simples como “possuir pernas”, “possuir um acento” e, ainda, “possuir um acento equilibrado sobre as pernas”. Ao observar o objeto, a cadeira, apreende-se todas essas características simultaneamente.

O aspecto negativo do conhecimento mediante os símbolos é denominado de pensamento verbal, o qual requer a compreensão extrassimbólica. A compreensão extrassimbólica depende de um significado para o símbolo que represente além de seu funcionamento em um sistema simbólico, submetido ao fator semântico-intencional, o qual envolve uma compreensão confusa do sentido ou da referência que as palavras significam. Por exemplo, uma palavra na linguagem ordinária pode ser confusa por ser ambígua, como a palavra “carteira” pode significar tanto a mesa e cadeira geralmente encontrada nas escolas brasileiras, quanto o objeto em que se guarda documentos, dinheiros etc.

O conhecimento simbólico em seu aspecto positivo é guia do pensamento, por organizar o conhecimento e desenvolver relações formais que se encontram em seu conteúdo.

Assim, para o conceito de conhecimento simbólico, os símbolos possuem significados intrassimbólicos. Estes significados permitem apenas reconhecer a categoria dos símbolos (ou seja, todos os símbolos) a partir das regras de suas operações simbólicas. Por isso, sistemas simbólicos bem construídos devem possuir símbolos cujo significado represente a função operativa de sua estrutura.

12 (ESQUISABEL, 2012, p. 5); “(...) ninguém tem dificuldade em somar números pequenos, contudo a maior parte das pessoas precisa recorrer a um sistema simbólico adequado quando se trata de computar grandes quantidades.” (MENDONÇA, 2011, p. 13); “The resort to symbols arises, in firts place, because of the limitations of human thinking in relation to the representation of certain objects (...) In second place, there are some notions that can only be represented by symbols. In this sense, symbolic knowledge is opposed to intuitive knowledge.” (LEGRIS, 2012, p. 82).

As funções epistemológicas do conhecimento simbólico (nas quais se inclui a noção deste conhecimento, enquanto guia), apresentadas por Esquisabel, partem principalmente da utilização dos símbolos na matemática. Porquanto a segurança da linguagem matemática depende do modo pelo qual o sistema simbólico é construído.

O avanço das ciências matemáticas é baseado nos princípios do conhecimento simbólico, enquanto ele é representação dos simbolismos algébricos e aritméticos, portanto, nem todo o conhecimento simbólico é fonte de incertezas. O conhecimento simbólico resulta da aplicação dos sistemas simbólicos planejados de acordo com o modelo geral da linguagem algébrica, uma linguagem artificial.

Assim, segundo Esquisabel (2012, p. 11), o único critério para que se atinja os objetivos do conhecimento simbólico é seguir as regras das operações simbólicas. A utilização de caracteres escritos, visualizados ou imaginados é, também, considerada uma parte muito importante do sistema simbólico.

O conceito de conhecimento simbólico deriva do projeto de Leibniz de generalizar o simbolismo operatório da aritmética e da álgebra, esse projeto é a **characteristica universalis**.

A **characteristica universalis** se desdobra em estabelecer conexão de cada ideia - de todas as ideias - com um símbolo, para calculá-las através de um **calculus ratiocinator**. É isso que se entende por generalizar o simbolismo operatório, aplicá-lo não apenas à matemática, mas a todos os domínios ilimitadamente (FREGE, 2009, p. 16).

Segundo Esquisabel (2012), os números possuem um papel central no método da combinatória de Leibniz, em que seus processos dependem do cálculo da combinatória aritmética. Blanché e Dubucs (1996, p. 219) afirmam que a combinatória para Leibniz, junto da álgebra, se encontra dentre os métodos da matemática mais eficazes em analisar os elementos em sua forma mais simples e avançar aos compostos.

Esquisabel afirma que os conceitos de compleição e variação pertencem a teoria das partes e do todo. O todo – a compleição - é constituído por partes que podem ser enumeradas, assim é possível utilizar números para uma manipulação sub-rogativa das relações entre todo e partes.

Essa ideia antecipa um aspecto fundamental do conceito de Leibniz de representação simbólica, o número seria um tipo pelo qual tudo pode ser representado e manipulado. A performance simbólica do número ocorre através da linguagem numérica, sem que se precise ter intuição das unidades – as partes – que compõem o número – a totalidade. Por exemplo, para lidar com um número natural relativamente alto (neste

caso), como 1500, não precisa imaginar cada unidade que o compõe, ou seja, imaginar cada unidade de 1 a 1500, totalizando a imaginação de unidade mil e quinhentas vezes. É possível lidar apenas com os símbolos numéricos que representam a quantidade da totalidade das partes, porque o que o número totaliza é justamente a quantidade das partes.

O conhecimento simbólico é representado pela linguagem numérica e permite operar sub-rogativamente a forma abstrata do - que pode ser considerado como o - todo. Assim, o papel fundamental das expressões numéricas, para o método universal, é a função sub-rogativa e a natureza operativa da aritmética.

O conhecimento simbólico é um guia confiável se as expressões são construídas sob a condição de ter uma ordenação própria. Deve satisfazer as funções sub-rogativa e psicotécnica (a saber, a função de simplificar o processo demonstrativo pela simplificação das definições através de símbolos).

Na demonstração matemática, os símbolos preenchem a função de prover um tipo de molde (um esqueleto) estrutural ou formal que ordena o conhecimento sem produzir novos conteúdos. O conhecimento simbólico é baseado nessa ordem e isso expressa um caráter estrutural deste conhecimento.

A capacidade de descobrir e inventar teoremas pelo uso apenas de símbolos é devida às definições, inseridas nas descobertas demonstrativas de novas proposições. Isso porque demonstrações são cadeias de proposições, e estas proposições vêm de definições e devem corresponder a cadeias de palavras ou sinais ao serem, por eles, substituídas nas demonstrações. Tudo e todos os teoremas estão contidos nas definições e proposições iniciais, e partem delas. Por isso, nas demonstrações, pode-se obter novas palavras e combinações de palavras, mas não novos conteúdos.

O mesmo ocorre com os símbolos aritméticos, não há novo conteúdo, mas opera em uma coleção de unidades concebidas de forma simplificada, abreviada e pela função sub-rogativa. Os números, ao sub-rogarem coleções de unidades, permitem concluir propriedades e relações daquilo que sub-rogam. Nas demonstrações, organiza-se o conhecimento rapidamente, por um modo simplificado e ordenado.

Os numerais são constituídos por certas regras que justificam, ou tentam justificar, a convicção das operações aritméticas nas quais são inseridos. Assim, uma ordem simbólica é construída pela aplicação das regras, ela é a “preservação da estrutura” e simplifica os processos do conhecimento.

(...) por um lado, linguagens simbólicas são construídas para tornar computações mais eficientes, por outro lado, linguagens simbólicas têm

a função de mostrar uma estrutura formal subjacente. Ambas as tendências são características do conhecimento simbólico¹³ (LEGRIS, 2012, p. 80, tradução nossa.).

As construções simbólicas obtidas pelas transformações simbólicas possuem somente significado formal. Por essa perspectiva, o sistema simbólico possui apenas conhecimento sintático ou estrutural. Elas apenas exibem de um jeito distinto e condensado a complexidade das relações envolvidas e escondidas na pluralidade dos objetos sub-rogados¹⁴.

Essa característica estrutural do conhecimento simbólico sustenta a função psicotécnica: só é possível simplificar as operações por conta da ordenação e transformação sintática dos símbolos, que garantem que os símbolos sub-rogarão as relações entre as definições, nos teoremas, de modo simplificado (ESQUISABEL, 2012, p. 15).

O conhecimento simbólico é entendido sob o paradigma do cálculo aritmético e algébrico. O paradigma aritmético aponta que a natureza da ordem é de um tipo “operacional”, fornecida pelo simbolismo algébrico e aritmético. Ele transforma, compara e desenvolve as relações formais que estavam virtuais ou escondidas. Dessa forma, os sistemas simbólicos, quando construídos corretamente, são máquinas de processar o conhecimento.

O paradigma do cálculo pode representar um fator dominante para o conceito de conhecimento simbólico, mas esse conhecimento não é exclusivo das linguagens simbólicas algébricas e aritméticas.

Mesmo orientado pelo paradigma do cálculo, o conhecimento simbólico pode ser do domínio das palavras. Isso pode aparentar uma objeção para a distinção de pensamento verbal e conhecimento simbólico, já que o último é associado ao cálculo e o primeiro à linguagem ordinária. Porém, o uso das palavras nas demonstrações é condicionado de forma muito restrita, as palavras são especificadas por definições explícitas. Portanto, o uso especial da linguagem ordinária se afasta do uso comum das palavras, e por isso se aproxima do ideal algorítmico do conhecimento simbólico.

13 “(...) on the one side, symbolic languages are constructed in order to make computations more efficient, on the other side, symbolic languages have the function of showing an underlying formal structure. Both tendencies are features of symbolic knowledge”.

¹⁴ No sentido geral da palavra, não limitado apenas à objetos físicos. É análogo ao modo como a matemática é o objeto investigado através das construções simbólicas da linguagem matemática, como o simbolismo algébrico e aritmético.

A ordem estabelecida quando uma linguagem regrada é utilizada, tanto entre os símbolos do cálculo aritmético, quanto entre a definição¹⁵ (como a sub-rogação por um símbolo), e aquilo que ela define¹⁶ (o objeto), garante a conexão da conclusão, embora não se possa considerar diretamente os objetos (como na compreensão intuitiva). Essa qualidade do conhecimento simbólico dá independência da necessidade de significados extrassimbólicos.

Se o conhecimento simbólico é operativo, a álgebra como um caso paradigmático do conhecimento operativo satisfaz a função psicotécnica e a natureza estrutural. Nela é possível reduzir um problema ao reduzir as equações pela mera transposição de símbolos, e realizar operações de relações e conexões muito complexas. O caráter da álgebra permite perceber relações que eram escondidas, sua linguagem simbólica exhibe a estrutura formal de um problema para, literalmente, torná-lo aparente.

A álgebra é basicamente uma linguagem escrita e, segundo Esquisabel, o caráter estrutural do conhecimento simbólico é ligado a composição da fórmula como um objeto físico (como o é a escrita de palavras em um papel através da tinta da caneta, por exemplo). A função de **display** ou característica **ad oculos** das expressões simbólicas é adicionada à função operativa. Segundo Esquisabel, Leibniz atribui o sucesso da matemática, especialmente da álgebra, graças a possibilidade de visualizar os procedimentos inferenciais pelos símbolos.

Dessa maneira, Esquisabel afirma que o método de definições, a álgebra e a aritmética, fornecem base para conceber o conhecimento simbólico de acordo com o modelo de uma máquina. Nesse sentido, a operação com os símbolos leva a uma perspectiva de que este conhecimento é um procedimento mecânico ou automático, que consiste em transformação e conclusão através das regras das estruturas simbólicas.

A concepção resumida das funções de conhecimento simbólico, utilizada por Legris, possui poucas diferenças da proposta por Esquisabel (2012). Dentre elas, a caracterização de Legris do sentido instrumentalista, pelo qual baseia a evidência **ad oculos** estudada em Lambert, é fornecida em Esquisabel (2012) também pelo conceito de **display**, a partir de Leibniz.

¹⁵ A definição é entendida por **definientia**, para aprofundamento do conceito, ver Scaramal (2016).

¹⁶ O termo utilizado para expressar aquilo que é definido, e que sua possibilidade independe de definição, é chamado de **definienda**. Ver Puryear (2012).

Outra diferença entre a noção resumida de conhecimento simbólico, oferecida por Legris (2012, p. 96) e Esquisabel (2012, p. 21-22), é que a função de **display** exposta pelo último, igualmente considera que há outro tipo de entendimento dentro do conhecimento simbólico que não seja puramente intrassimbólico ou independente de compreensão intuitiva.

Portanto, as características básicas do conhecimento simbólico são representadas pelas: (1) função sub-rogativa, a qual é o aspecto que se destaca, o conhecimento simbólico substitui o contato direto com as “próprias coisas”. Pela (2) função de simplificação - a função psicotécnica, e como parte disso, as expressões simbólicas guia o processo inferencial como se fosse o fio do pensamento. O fio do pensamento é uma das performances centrais do sistema simbólico algorítmico. É um motivo importante para o projeto da **característica**, ele é possível devido a função operativa.

Em um terceiro aspecto, o conhecimento simbólico introduz ordem no conhecimento que já possui, para facilitar e desenvolver as relações mais complicadas, as quais o envolvem. Essa característica é chamada de estrutural e considera-se que ela compensa as deficiências do pensamento verbal.

Pela (3) função operativa - a natureza da ordem, o conhecimento simbólico é um tipo de computação ou cálculo, considerado como um sistema de objetos físicos, conforme representado por símbolos submetidos à leitura. Por essa função, almeja-se a construção de sistemas simbólicos que reduzem as inferências a transformações simbólicas regulamentadas.

E a última função, abordada até agora, (4) a função de **display** ou **ad oculos**, que possibilita perceber de modo sensível¹⁷ os procedimentos inferenciais por meio dos símbolos, apresentando um **display** das relações estruturais. Demandada por todos os sistemas simbólicos, e que constitui um fator importante que contribui para a fôrma de sua natureza estrutural ou formal. Contudo, essa função também pode ser tratada como uma metáfora de imagem ou como diagrama.

Um outro ponto importante, apresentado por Esquisabel (5), é que a característica das definições equivalerem aos símbolos como caracteres, letras ou nomes, junto da característica das regras do sistema simbólico regularem as construções e operações dos

¹⁷ Por sensível, entende-se aqueles que integram os cinco sentidos: visão, tato, olfato, paladar e audição. Esquisabel afirma que Leibniz quer dizer a percepção através da leitura pela visão. Vale considerar também que a leitura de um símbolo pode ser feita pelo tato, por isso opta-se por um termo mais geral, como a palavra “sentidos”.

símbolos, faz com que o sistema simbólico possa eliminar ou reduzir os erros, por funcionarem como um guia do conhecimento.

Esquisabel afirma haver tensão na conjunção da função operativa com a função de **display** (ao ser considerada como imagem). A primeira caracteriza o conhecimento simbólico como um procedimento puramente mecânico e que depende apenas de regras formuladas de modo exaustivo e estrito. A segunda envolve uma compreensão intencional da expressão simbólica como figura ou representação estrutural de algo exibido – **displayed** - por meio dela.

A função de **display** do conhecimento simbólico dá à função operativa uma qualidade não expressa na computação mecânica, mas atribuída ao conhecimento diagramático, por uma compreensão sensível da operação. Essa compreensão é baseada no formato dos arranjos dos símbolos, na qual sua operação não é completamente governada por regras explícitas. Esquisabel acredita que Leibniz não era ciente desse fator.

Apesar do cálculo como um procedimento mecânico ser caracterizado pela performance nos (e sobre os) caracteres enquanto objetos físicos. O cálculo enquanto guia mecânico do conhecimento é associado à noção de conexão da prova formal, ou validade formal. Sendo assim, a conexão deve ser carregada pelas expressões simbólicas enquanto forma válida, e essa prova é também um procedimento algoritmo.

O conceito de cálculo mecânico e a ideia de provas algorítmicas formalmente corretas enquanto conhecimento simbólico, faz uma formalização completa dos processos inferenciais de modo que a expressão simbólica seja explícita e completamente governada pelas leis do sistema simbólico à que pertencem. Assim, culmina em uma perspectiva do processo inferencial, como um processo quase computacional performado em termos de substituições recíprocas dos caracteres.

Se considerar que o cálculo é totalmente formalizado como um procedimento estritamente computável, o conhecimento simbólico é apenas uma operação de caracteres completamente regulada, impossibilitada de qualquer compreensão intuitiva das etapas do procedimento inferencial, enquanto algoritmo. Cada etapa inferencial é reduzida a uma transformação regulada de uma fórmula para outra fórmula. Assim, o conhecimento simbólico possui uma formulação ideal de computação automática. Isso define o que se entende por conhecimento simbólico no sentido estrito.

Esquisabel afirma que ao considerar o cálculo no sentido formal, enquanto auxílio do pensamento informal, é necessário considerar que há formas do conhecimento

simbólico sem uma formalização completa dos processos simbólicos, que não pode ser concebida como um cálculo no sentido estrito.

Esse tipo de conhecimento simbólico requer compreensão intuitiva, pois envolve uma compreensão de forma ou estrutura exibida pela configuração (pela disposição) dos símbolos. Tendo em vista que performa um tipo de processo sensível, em que a forma simbólica é um objeto físico e, também, uma imagem ou diagrama que representa algo. Essa percepção sensível fornece um guia para inferência, mas sem as operações completamente expressas por regras formais.

Esse é o conhecimento simbólico entendido em seu sentido **latu**, em que a natureza estrutural é compreendida pelos sentidos. Essa forma de conhecimento simbólico surge de duas considerações: (a) a característica de **display** das configurações simbólicas, a qual a fórmula é uma entidade física que projeta algo aos sentidos; (b) a importância dos sinais e caracteres para sistemas semióticos que não são considerados cálculos no sentido estrito.

O sistema semiótico se refere aos sistemas de sinais que não possuem necessariamente características algorítmicas. E o sistema simbólico é significado como sistema de sinais na forma de um cálculo.

A conexão da fórmula com a característica de **display**, junto da importância dos diagramas, faz com que a fórmula possa ser concebida como extensão da função de diagrama e figuras.

As vantagens dos caracteres e da fórmula consiste em desenhar ou pintar o raciocínio no papel. O tipo das conexões entre os componentes da expressão simbólica possui correspondência com o objeto representado pela expressão. A configuração sintática da fórmula corresponde, por similaridade de estrutura, a forma das coisas representadas.

Segundo Esquisabel, Leibniz descreve como ectético esse tipo de representação. A representação ectética é um tipo de escrita mais adaptável as operações algorítmicas. Além de ser uma das principais funções do conhecimento simbólico.

O termo “ectético” vem da palavra grega *ékthesis*, que significa literalmente “exposição” ou “apresentação”. Se refere a dois tipos de métodos de prova. O primeiro, de natureza lógica, é o método aristotélico (...) O último é um dos passos do método euclidiano para as

demonstrações geométricas¹⁸ (ESQUISABEL, 2012, p. 28, tradução nossa).

O silogismo de Aristóteles pode ser analisado por uma perspectiva ectética, em que as inferências são realizadas através de um termo individual, o termo médio. Os termos do silogismo lógico-aristotélico, nesse sentido, denotam (sub-rogam) as sentenças das premissas e da conclusão. Contudo, a relação entre os termos é independente de sua denotação, mas conforme as regras - de operação - do silogismo, projeta uma estrutura formal do que Aristóteles entende como processo de dedução.

Assim, visto que a sintaxe forma estruturas ostensivas, a sintaxe da fórmula possui um trato ambivalente: (i) serve para a computação mecânica; (ii) fornece o **display** de algo além dela, e essa característica se chama de expressividade. Por isso as fórmulas compartilham características com imagens e diagramas que não são necessariamente mecânicos.

Por essa perspectiva (ii), o fio do pensamento é o auxílio em guiar o pensamento através da sub-rogação provida por imagens. É assim que o cálculo como algoritmo simbólico não é condição necessária para o conhecimento simbólico. Contudo, figuras e modelos são modos imperfeitos de representação, incapazes de representar componentes estruturais do objeto modelado de modo suficientemente detalhado para, assim, tornar aparente as conexões formais significativas das propriedades estruturais.

Vale comentar uma diferença da abordagem realizada sobre o conhecimento simbólico: dentre as características, funções ou fatores do conhecimento simbólico, Mendonça (2011) atribui apenas três delas, com base na perspectiva Leibniziana exposta por Esquisabel (2012). São essas, as funções sub-rogativas, ectéticas e psicotécnicas.

Em resumo, opta-se por reconhecer a função operativa, a natureza estrutural, a função sub-rogativa e a função psicotécnica. A expressão dos sistemas por outros sistemas é entendida sob o escopo da função sub-rogativa e da natureza estrutural.

Uma conjunção das funções que não gera tensão, pelo contrário, é a da sub-rogação com o conhecimento estrutural, que estão atreladas uma a outra. Porque ambas são fundamentais na teoria da representação estrutural, centrada no conceito de expressão: a projeção da estrutura de um objeto em outra estrutura.

18 “The term “ecthetic” comes from the Greek word *ékthesis*, which means literally “exposition” or “presentation”. It refers to two kinds of method of proof. The first, of a logical nature, is Aristotle’s method (...) The latter is one of the steps in the Euclidian method for geometric demonstrations.”

Esquisabel aponta que as concepções de expressão em Leibniz possuem influências neoplatônicas, pois depende de noções como ideias, e adota o conceito de sub-rogação apresentado por Swoyer (1991 *apud* ESQUISABEL, 2012, p. 34). Segundo Esquisabel, para Swoyer, para haver sub-rogação, deve haver um objeto (no sentido mais amplo da palavra), e uma representação estruturada deste objeto. Nesse quesito, Esquisabel afirma que o conceito de Swoyer combina características com o conceito de representação de Leibniz, na qual, a definição de sub-rogação introduz sistemas simbólicos explicitamente. Para haver o raciocínio sub-rogativo tem que haver um objeto (a ser representado) e uma representação estrutural.

Se uma relação de projeção permanece entre a fórmula e o objeto representado por ela, então há uma relação expressa entre fórmula e objeto. Assim, diferentes sistemas podem se expressar reciprocamente por si mesmos, se cada um deles, a partir de sua respectiva sintaxe, expressam o mesmo objeto. Logo, podem ser estabelecidas relações de projeção ou expressão recíprocas entre eles.

A noção de expressão é semelhante a noção de mapeamento ou morfismo, é a chave para efetividade de um sistema simbólico, pois é o que garante a captura de propriedades formais, que são as representações de um objeto, por operações de conexões simbólicas. E, apesar de próxima da noção de isomorfismo, a noção de isomorfismo é necessária para semelhança externa ou extrínseca. Algo que não ocorre com a expressão, embora a noção de expressão não exclua aqueles casos em que ocorre o isomorfismo.

Entende-se também por sub-rogação o mapeamento desta estrutura em outra estrutura, respeitando as propriedades dessa nova estrutura ou novo domínio, e gerando também novas propriedades, por exemplo, dada uma estrutura A e uma estrutura B, a sub-rogação consegue mapear todos os elementos da estrutura A para a estrutura B. Elas são distintas, mas possui uma correspondência, uma na outra.

O sistema semiótico é um caso paradigmático da expressão. Sua condição fundamental é a correspondência entre a estrutura dos sinais e a estrutura do objeto (pode ser material ou abstrato), representada pelo sinal. Essa correspondência estrutural varia em graus, dependendo do tipo do sinal, por exemplo, uma expressão pode depender da percepção externa, como nas figuras geométricas, mas essa percepção externa não é sua condição.

A única condição de expressão é que haja relações e operações ordenadas que os correspondam entre si, que é o mesmo que ocorre com a linguagem numérica ou matemática. Mas a expressão não ocorre necessariamente na forma de um cálculo.

Quão expressivo um sistema simbólico é, depende da exatidão com que a estrutura do objeto é mapeada dentro da sintaxe do sistema simbólico que o representa. As operações do sistema simbólico sub-rogam as conexões estruturais em uma outra propriedade formal, mais evidente do objeto. Por isso, quão mais expressivo é um sistema simbólico, mais perfeito será.

3.2 Uma Hipótese sobre a Expressão do Silogismo de Aristóteles pelas Fórmulas Algébricas de Boole

Determinado que o estudo da lógica se refere à estrutura formal, como a do silogismo, e que a lógica simbólica fornece uma nova concepção da estrutura, da qual a concepção de conhecimento simbólico é representação, elaborada do uso de símbolos na matemática. Analisa-se a estrutura algébrica proposta por Boole, como uma concepção de lógica da lógica simbólica.

Considera-se o sistema de Aristóteles à luz de sua própria apresentação. A lógica de Aristóteles, para uma expressão de sua linguagem da lógica por uma linguagem algébrica, deve ser considerada um sistema semiótico. Pois apesar de seu caráter estrutural, o modo como foi apresentada pelo estagirita não é o de um cálculo. A lógica de Aristóteles é apresentada quase por completamente em linguagem natural, com exceção do uso das variáveis utilizadas para representarem o sujeito e o predicado das sentenças, para as quais Aristóteles fornece possibilidades de interpretação, mas neste caso, seu sistema não é simplificado.

Assim, o sistema de Aristóteles, sob perspectiva do conhecimento simbólico, satisfaz a função sub-rogativa ao construir a estrutura da proposição para expressar aspectos da realidade. A função psicotécnica não é completamente satisfeita, a utilização das variáveis não é suficiente para a simplificação do sistema.

O sistema de Aristóteles também não representa o conhecimento simbólico no sentido estrito. A expressão do sistema de Aristóteles exhibe uma projeção estrutural e possui definições que preservam a estrutura nas operações, como a quantificação e a cópula. Essas definições representam o conhecimento simbólico quando são sub-rogadas por palavras da linguagem ordinária, que possuem um rigor ao serem submetidas por regras, ou seja, essas palavras são operadas enquanto guia do pensamento, mas não dispõem da função psicotécnica.

Contudo, apresenta a função operativa, em que as proposições, componentes de uma ordem estrutural são operadas para extrair a conclusão enquanto um produto da

relação mediada entre os termos, a qual exhibe – **display** - a ordem estrutural e o próprio silogismo. A exibição da ordem estrutural é regida pelas operações e regras das sentenças (as quais seriam, por analogia, as fórmulas do silogismo), enquanto conjunto de palavras ordenadas, satisfaz¹⁹ a função ectética.

As palavras que constroem as inferências desse sistema possuem significados extrassimbólicos, por serem justificadas, na obra *Da Interpretação*, de Aristóteles, através de concepções como a capacidade de encerrar verdade e falsidade, sujeito e predicado, temporalidade e a quantificação. Todas essas concepções compõem a proposição enquanto uma sentença que corresponde à verificação da existência de objetos materiais, percebidos através dos sentidos, dependendo completamente da compreensão intuitiva.

O sistema semiótico de Aristóteles pode ser entendido como conhecimento simbólico no sentido **latu**, pois os sinais são objetos físicos que representam outros objetos físicos através de uma ordem estrutural, concluindo sua existência pela verdade ou falsidade. Nesse sentido, pode-se entender o que Bochenski quer dizer ao afirmar que a interpretação da lógica de Aristóteles pode ser uma teoria semiótica da verdade.

O sistema semiótico de Aristóteles é o objeto abstrato que Boole procura expressar através de seu sistema simbólico. Frege (2009, p. 68) afirma que Boole realiza uma mero **calculus ratiocinator**, em que Boole apresenta uma lógica abstrata através de fórmulas e que, inclusive, tudo que apresenta já havia sido abordado por Leibniz.

Quando consideramos a linguagem formular de Boole como um todo, verificamos que ela se resume a vestir a lógica abstrata com uma roupagem de sinais algébricos. Ela não é adequada para veicular um conteúdo, e também não é esta a sua finalidade (FREGE, 2009, p. 72).

Boole reivindica a lógica como parte da matemática. Por isso, ao defender que a álgebra simbólica se volte às relações lógicas, propõe um cálculo da lógica, em que a validade das operações não dependa do sistema de interpretações, mas das regras de suas combinações. Essa é uma proposta de que a lógica utilize seus símbolos através da fórmula matemática, especificamente a que concerne a álgebra.

Essa defesa ocorre em contraponto a afirmações de que álgebra simbólica deveria ser empregada apenas à “Ciência da Magnitude”; “Portanto, as abstrações da Análise moderna têm encorajado a noção de que Matemáticas, não menos que o ostensivos diagramas da Geometria antiga, são essencialmente, assim como realmente, a Ciência da

¹⁹ Diz-se que satisfaz a função ectética enquanto esta é usada como função do conhecimento simbólico, mas como citado por Esquisabel, a lógica de Aristóteles fornece fundamento para a concepção de **ekthesis**.

Magnitude”²⁰(BOOLE, 1847, p. 3, tradução nossa.). E ainda afirma que essa interpretação quantitativa é circunstância de ser considerada a determinação de suas formas.

O sistema de símbolos que possui operações do cálculo é o sistema simbólico. Os significados dos símbolos são intrassimbólicos, constroem o entendimento das regras de operações pelo uso dos símbolos (da linguagem artificial), as quais preservam a estrutura do sistema. É a sua perspectiva em sentido estrito. A representação da lógica de Boole, pelo conhecimento simbólico, ocorre sob o escopo do paradigma do cálculo aritmético e algébrico.

O emprego na lógica, do que Boole entende como álgebra simbólica, é para a investigação das relações, operações e raciocínios da lógica, sob a forma de estruturas matemáticas. Nesse sentido, o cálculo proposto é entendido pelo autor como “cálculo verdadeiro”, caracterizado pelo emprego dos símbolos a partir de leis gerais e interpretação consistente. A lógica, para Boole, só é possível a partir das noções gerais.

A utilização de símbolos é defendida em oposição à concepção de que o uso de linguagens simbólicas enfraquece o raciocínio. Boole afirma que essas linguagens são necessárias para lidar com as questões mais complexas. Ou seja, seu sistema recorre à função psicotécnica da utilização dos símbolos na simplificação das questões mais complexas.

Outra característica é o uso dos símbolos a partir do seu significado próprio aos sistemas simbólicos, por expressar na fórmula (de um cálculo) a forma da estrutura que representa, através das regras da ordenação desses símbolos, definidas e sub-rogadas intrassimbolicamente.

As operações do sistema simbólico são construídas para satisfazer a sub-rogação dos objetos representados pelos símbolos, em que os símbolos devem substituir a necessidade do contato direto das coisas. Para tanto, sua função operativa deve representar as relações e propriedades formais do objeto. As definições do sistema simbólico de Boole, de mesmo modo, funcionam enquanto seus significados intrassimbólicos, para comporem a expressão da estrutura formal e operá-la.

Assim, na construção de seu sistema simbólico, Boole (1847) atribui as definições aos símbolos para que sub-roguem as operações, a partir das regras definidas. Essas regras

²⁰ “Thus, the abstractions of the modern Analysis, not less than the ostensive diagrams of the ancient Geometry, have encouraged the notion, that Mathematics are essentially, as well as actually, the Science of Magnitude”.

devem ser operadas de modo a projetarem a estrutura do silogismo, sub-rogando o caráter ectético da lógica de Aristóteles.

Os símbolos introduzidos no sistema simbólico de Boole são x , y e z , definidos enquanto a seleção de um indivíduo de uma classe, por exemplo, o símbolo x sub-roga a consideração de um indivíduo da classe X (a classe é designada pelo símbolo determinado em caixa alta). Essa consideração ocorre em um “universo” (considerado também como a unidade dos elementos), sub-rogado pelo símbolo 1, em oposição ao símbolo 0, que significa a ausência deste, ou neste universo.

Pela natureza da operação que os símbolos x , y , z são concebidos para representar, nós devemos designá-los de símbolos eletivos. Uma expressão na qual eles estão envolvidos será chamada de função eletiva, e uma equação das quais as funções eletivas são membros, será o termo equação eletiva²¹ (BOOLE, 1847, p. 15, tradução nossa).

Em seu sistema simbólico, caso não se expresse nenhum sujeito (indivíduo de uma classe), se supõe o universo 1. A partir disso, Boole apresenta a seleção da classe X neste universo, ou seja, a seleção de todos os elementos que compõem X no universo, e a equivalência (o resultado) dessa operação, expresso através do sinal de igualdade $=$, são os próprios elementos da classe selecionada. Como o símbolo eletivo x é utilizado para selecionar (e expressar) qualquer indivíduo que seja membro da classe X , o resultado da operação de seleção: $x = x(1)$.

A primeira lei, denominada distributiva e denotada por: “1°. O resultado de um ato de eleição é independente do grupo ou classificação do sujeito”, determina que é indiferente se a seleção de uma classe ocorre em um agrupamento de objetos como um todo, ou se ao separar um todo em duas partes, seleciona-se uma classe de ambas: $x(u + v) = xu + xv$.

A segunda lei, a da comutatividade é dada por: “2°. É indiferente a ordem em que dois atos de eleição são realizados”. Porque é indiferente afirmar que uma ovelha é chifruda, ou que um ser chifrudo é ovelha, são duas afirmações que descrevem a mesma coisa em ordem diferente: $xy = yx$.

Por essas duas leis, segundo Boole, torna-se possível representar o sistema de Aristóteles através dos processos da álgebra, incluso a representação da quantidade, através do símbolo v . Boole afirma que essas aplicações envolvem um único axioma, o

²¹ “From the nature of the operation which the symbols x , y , z , are conceived to represent, we shall designate them as elective symbols. An expression in which they are involved will be called an elective function, and an equation of which the members are elective functions, will be termed an elective equation”.

qual determina que operações equivalentes realizadas em sujeitos equivalentes produzem resultados equivalentes.

A terceira lei, a lei do índice (Idempotência): “3° O resultado de um dado ato de eleição realizado duas vezes, ou sucessivamente, é o mesmo resultado deste ato de eleição realizado na primeira vez”: $xx = x$, ou $x^2 = x$.

Uma das interpretações que Boole atribui a lei do índice, é a de + (adição), definida como peculiar aos símbolos de eleição. Para tentar uma explicação minuciosa, a eleição sucessiva de um mesmo elemento, por exemplo, duas vezes, é tomar esse elemento uma vez e então mais uma vez. Boole afirma que a partir dessa lei é possível reduzir as formas para serem interpretadas.

Considerando a sintaxe e a semântica do sistema simbólico de Boole, como a determinação das regras de operações e os símbolos a serem operados. Tem-se, a partir de agora, a expressão do outro sistema através do seu.

Ao considerar que há a representação de um sistema semiótico pelo simbólico - sendo que ambos os sistemas utilizam linguagem-objeto - as alterações feitas na sintaxe são a troca do uso de palavras da linguagem ordinária e de variáveis, pelo uso total de variáveis, porque os processos do cálculo da álgebra são realizados em uma linguagem puramente artificial.

A semântica pode ser entendida como a estrutura que as definições dos significados dos símbolos ordenam. Ao determinar o significado dos símbolos, enquanto componentes que existem ou não em um universo, assim o faz, pois essa é a relação estrutural que o símbolo procura sub-rogar. As três leis supracitadas são também definições que se aplicam aos domínios desses símbolos, pois apresentam as regras de suas operações, para o estabelecimento das relações formais dessa estrutura.

Legris (2012) considera a álgebra da lógica de Boole um caso de sub-rogação: “A concepção algébrica das operações lógicas leva à *representação* algébrica dos procedimentos dedutivos e o problema da validade dos argumentos é resolvido algebricamente” (tradução nossa, LEGRIS, 2012, p. 89).

Assim, Boole (1847), em seu sistema algébrico, procura representar o silogismo de Aristóteles através das fórmulas algébricas de um cálculo. Boole afirma explicitamente que cada consequência matemática de seu cálculo representa uma inferência lógica, se comprometendo a representar rigorosa e exatamente as leis do silogismo de Aristóteles. A estrutura algébrica para a lógica, feita por Boole, apresenta uma nova perspectiva para

as análises da lógica. Assim, as propriedades da lógica podem ser descritas por noções algébricas.

A representação das quatro formas da proposição, pela álgebra da lógica, de Boole, é dada por:

- (i) Universal Afirmativa: " $xy = x$ ", " $x(1-y) = 0$ ";
- (ii) Particular Afirmativa: " $v = xy$ ";
- (iii) Universal Negativa: " $xy = 0$ ";
- (iv) Particular Negativa: " $v = x(1-y)$ ".

O símbolo da variável " x " sub-roga o símbolo " S ", na lógica de Aristóteles; o símbolo " y " sub-roga " P "; o símbolo v tem a função de quantificar (separar) os elementos de uma classe; os símbolos " 1 " e " 0 " indicam a existência do universo.

O símbolo 0 não é descrito por Boole como a oposição do símbolo 1 , e nem mesmo é descrito. Contudo, as fórmulas que se resolvem (equivalem) em zero deve ter sua relação interpretada como inexistente e, portanto, essas fórmulas são interpretadas pelo que não são (pela sua negação), por exemplo, a universal negativa: $xy = 0$.

A fórmula à esquerda do sinal de igualdade deve ser interpretada como " x e y ", a equivalência à inexistência faz com que sua leitura literal seja "No universo de discurso, o x que é y não existe", portanto interpreta-se a fórmula como "Nenhum x é y ".

Apesar do uso do símbolo 0 não ser claramente determinado, pode-se estabelecer facilmente uma determinação pela proposta do autor em expressar a lógica em uma fórmula algébrica. Isso não o furta de apresentar uma sub-rogação (representação) para a negação de uma proposição, entendida como a negação de um símbolo, pode ser a negação de x , como negação de indivíduos de uma classe que fazem parte do universo 1 . Assim, se eliminamos do universo 1 os elementos da classe X , representados por x , a fórmula resulta em: $1 - x$.

Por essa linha de raciocínio, a interpretação de uma das fórmulas algébricas da proposição universal pode ser "o símbolo x junto da negação do símbolo y , no universo de discurso, pertence ao conjunto vazio ou é falso", disso decorre que o universo de discurso possui os elementos do símbolo x em relação com os elementos do símbolo y , $x(1 - y) = 0$. "Por ' 0 ' Boole designa a extensão de um conceito sob o qual nada cai; por ' 1 ' Boole designa a extensão de um conceito sob o qual tudo, de que se fala, cai (*universe of discourse*)" (FREGE, 2009, p. 70)²².

²² "**universe of discourse**" é traduzido para "universo de discurso".

Não há intenção de abordar a tabela com as fórmulas da dedução realizada por Boole. E, para não delongar, expõe-se apenas as regras de transformação referentes ao quadrado de oposição de Aristóteles, das quais diferem na aceitação da negação do predicado na terceira regra:

1° Uma proposição afirmativa pode ser alterada em sua negativa correspondente (A em E, ou I em O), e vice-versa, pela negação do predicado.

2° Uma proposição universal pode ser alterada em sua proposição particular correspondente, (A em I, ou E em O).

3° Em uma proposição particular-afirmativa, ou universal-negativa, os termos podem ser mutuamente convertidos²³ (tradução nossa, BOOLE, 1847, p. 30).

A reprodução dessas regras é a sub-rogação das operações realizadas, que fornecem a estrutura oriunda dessa operação regrada dos símbolos, para a projeção da estrutura da função de **display**, fornecida através de uma ordenação dos símbolos enquanto objetos físicos, dispostos na ordenação do silogismo.

O silogismo em Boole preserva o aspecto ectético, fornecido no silogismo de Aristóteles através dos termos que compõem duas premissas e uma conclusão. Contudo, Boole reconhece uma quarta figura, a qual necessita de alguns outros aspectos em sua operação (não são apresentadas por não serem necessárias ao objetivo). No sistema de Boole, o termo médio é representado pelo símbolo Y, o termo menor é representado pelo símbolo Z e o termo maior por X. Portanto, a primeira figura do silogismo:

(Premissa) YX

(Premissa) ZY

(Conclusão) ZX

A equação que expressa as proposições referentes às classes (X, Y e Z), são equações entre os símbolos x, y e z. A partir da eliminação de y, caso haja resultado, será uma equação entre x e z. A eliminação do símbolo y (o termo médio) cumpre a função do símbolo como um objeto físico que representa e opera em uma estrutura.

Uma restrição adequada somente no sistema de Boole é que as equações que expressam as premissas não devem ambas conter uma forma, como, $xy = 0$. Quando

²³ “1st. An affirmative proposition may be changed into its corresponding negative (A into E, or I into O), and *vice versa*, by negation of the predicate.

2nd. A universal proposition may be changed into its corresponding particular proposition, (A into I, or E into O).

3rd. In a particular-affirmative, or universal-negative proposition, the terms may be mutually converted”

ambas exibirem uma forma semelhante à essa, deve resolver uma delas. A resolução de $xy = 0$ pode ser $y = v(1 - x)$. As equações particulares devem ser expressas apenas nas formas: $vx = vy$ e $vx = v(1 - y)$.

Assim, a função ectética e sub-rogativa, a expressão de um sistema (de Aristóteles) pelo outro (de Boole) é satisfeita, o silogismo perfeito, aquele que preserva a estrutura formal válida, no sistema de Boole, possui a determinada forma:

Premissa Maior: $y(1 - x) = 0$

Premissa Menor: $z(1 - y) = 0$

Conclusão: $z(1 - x) = 0$

4 CONSEQUÊNCIA LÓGICA E ARGUMENTO LÓGICO: DIFERENÇAS, SEMELHANÇAS E QUESTIONAMENTOS

Nos capítulos anteriores, para a investigação da álgebra da lógica de Boole, por um viés histórico, identifica-se que para a elaboração de uma perspectiva histórica da lógica, também se faz necessária uma concepção de lógica.

Resumindo, o fundamento da lógica é sua estrutura, a qual é seu objeto de estudo. Analisa-se a mudança de concepção de estrutura através de uma apresentação da transformação da lógica em lógica matemática, no silogismo. A estrutura da lógica de Aristóteles, representada pela estrutura da álgebra, a álgebra da lógica de Boole.

Agora, procura-se investigar essa estrutura identificada como o objeto central com o qual a lógica se ocupa.

Salmon identifica esse objeto através do argumento, apresentando o objeto como uma estrutura, uma forma que o argumento deve ter. Mortari identifica que a noção de argumento não é suficiente para abarcar o objeto da lógica, mesmo em uma noção formal de lógica, necessitando de noções como validade e consequência lógica. Read também relaciona essa estrutura com a noção de consequência lógica.

A primeira parte deste capítulo se aprofundará nas noções sobre o que se entende como concepção sintática da lógica, pois é considerada por Chateaubriand Filho como a concepção **standard** da lógica. O objetivo, portanto, é entender a relação entre as duas concepções de objeto da lógica, isso é, a partir da validade e da verdade. As noções discutidas são fundamentais para concepções de lógica através de seu objeto.

As obras: *Lógica* de Salmon (1978), *Um Prelúdio à Lógica* de Feitosa (2005), *Introdução à Lógica* de Mortari (2001), *Repensando a Lógica: Uma Introdução à Filosofia da Lógica* de Read (2016) são destacadas neste e no próximo capítulo. Conceitua-se a concepção de objeto da lógica. Isso é feito em duas partes, a primeira sobre os argumentos, e a segunda parte sobre consequência lógica como objeto da lógica.

4.1 O Objeto da Lógica é o Argumento: Validade, Verdade, Evidência, Consequência Lógica, Correção e Justificação

Salmon (1978) escreveu seu livro a serviço de um curso de lógica para iniciantes. Seu primeiro capítulo se chama *O Objeto da Lógica*, em que afirma que a tarefa da lógica

é analisar argumentos e inferências. Essa análise de Salmon ocorre pelo exame das relações entre uma afirmação e as evidências que a apoiam, formando um argumento.

Em termos de inferências e argumentos, Salmon (1978, p. 13-14) afirma que: os argumentos estão relacionados à correção lógica, da relação entre premissas (as evidências) e conclusão (a afirmação que possui apoio); os argumentos são uma estrutura formalmente válida. Sobre as inferências, o papel da lógica é concebido como relativo ao pensamento e ao raciocínio. É assim que o objeto da lógica concerne a argumentos e inferências.

Raciocinar e fazer inferências, para Mortari (2001, p. 4), são coisas análogas, que consistem na manipulação do que se sabe, do que se acredita ser verdadeiro, de modo a extrair consequências para obter uma informação nova. Em um raciocínio bem-sucedido, busca-se essa nova informação, contudo, uma inferência também pode ser fracassada.

O raciocínio ou as inferências podem ser feitas a partir de hipóteses, e tanto esse tipo de raciocínio como o que parte de informações já obtidas, são de interesse da lógica. Apesar de o raciocínio ser um processo mental, não é de interesse da lógica investigar o como esse processo acontece (MORTARI, 2001, p. 5).

Então, mesmo que inferir seja uma atividade psicológica, e que a lógica não se interesse por processos mentais, ela pode aplicar seus padrões para submeter as inferências à análise crítica. A relação entre os argumentos e as inferências ocorre quando a conclusão de uma inferência se transforma em argumento, analisada pelas técnicas da lógica (SALMON, 1978, p. 21-23).

Ora, se a lógica se ocupa de argumentos e inferências, mas as inferências são por ela analisadas quando entendidas como argumentos, como afirmado por Salmon, então o papel da lógica concerne a argumentos, seja enquanto uma entidade linguística ou como um tipo de exame de um processo de raciocínio.

Mortari (2001) e Salmon (1978) oferecem noções semelhantes do objeto da lógica, tratando-o pela noção de argumento, embora ofereçam noções diferentes de argumento e de seus componentes, como as noções de correção e justificação lógica, utilizadas por ambos.

Mortari analisa a conclusão de um argumento como consequência lógica das premissas que a antecedem. Por sua vez, Salmon analisa que as premissas de um argumento apoiam sua conclusão fornecendo evidências para aceitá-la.

Salmon (1978) diferencia o que a linguagem comum entende por argumento, e o que é entendido como argumento lógico. O argumento lógico não busca convencimento

de outrem, pois o convencimento pode se dar mesmo por argumentos ilógicos em vez dos lógicos. Trata-se da análise do tipo de relações que podem existir entre as premissas e a conclusão, ou seja, a noção de argumento considerada é a do argumento lógico.

Para Salmon (1978, p. 13), esse argumento é composto por premissas e conclusão: as premissas devem ser evidências para uma afirmação entendida como a conclusão. A lógica elabora técnicas para a análise dos argumentos, como a elaboração de métodos para identificar argumentos válidos e inválidos. Essa análise do discurso consiste no exame das relações que existem entre as premissas, enquanto evidências que apoiam uma conclusão.

A evidência é uma parte indispensável para o argumento e sua análise; um argumento deve possuir premissas que não sejam simples enunciados, mas devem tornar as evidências explícitas (SALMON, 1978, p. 14). A distinção de asserções que dispõem ou não de evidência, identificando quais formam argumentos, serve para determinar as circunstâncias em que a lógica pode ser aplicada.

Tanto as premissas, quanto a conclusão de um argumento são enunciados, que devem ser enunciados no sentido de serem informados, e não há um número preciso de premissas, desde que haja pelo menos uma que exerça a função de consequência. A preferência de Salmon (1978, p. 15) pelo termo enunciado, em vez de proposição ou sentença, é feita sob a justificativa de ser um termo filosoficamente neutro, em comparação às outras opções.

A apresentação da evidência em um argumento requer duas coisas, a primeira é que as premissas realmente sejam enunciadas, a segunda é que os fatos apresentados sirvam de evidência para a conclusão. Há duas formas de as premissas não servirem na apresentação de evidências, a saber: ou as evidências alegadas são falsas e não existem, ou elas não se relacionam adequadamente com a conclusão, não sendo relevantes para ela.

A justificação de um argumento depende de que as premissas sirvam de evidências de ambas as formas; contudo, o interesse da análise lógica volta-se à relevância que as premissas possuem para a conclusão: “A Lógica trata da relação entre premissas e conclusão, deixando de importar-se com a verdade das premissas” (SALMON, 1978, p. 16).

Segundo Salmon, uma das metas fundamentais da lógica é elaborar métodos para distinguir os argumentos que possuem premissas que se relacionam adequadamente, ou não, com a conclusão. Ou seja, distinguir argumentos corretos dos incorretos.

A correção de um argumento só depende da relação estabelecida entre as premissas e a conclusão. Nessa relação, bastaria o caso em que as premissas fossem verdadeiras para garantia da verdade da conclusão: “(...) a correção ou a incorreção lógica é inteiramente independente da verdade das premissas” (SALMON, 1978, p. 17).

Enfim, na análise lógica, as premissas sustentam a conclusão, se ao serem consideradas verdadeiras, seriam boa evidência para a aceitação da conclusão. Mesmo que se tenha premissas falsas em um argumento, se a conclusão tiver que ser verdadeira a partir da consideração de todas as suas premissas como verdadeiras, o argumento é legítimo. Essa perspectiva de argumento faz com que não haja necessidade de sequer se importar com a questão da verdade ou falsidade das premissas; o argumento revela as conclusões que podem ser obtidas a partir de certas premissas dadas, suas formulações diversas podem apresentar as mesmas consequências de diferentes premissas (SALMON, 1978, p. 17-19).

Para Salmon, a justificação trata da aceitabilidade dos enunciados, das razões para se aceitar um enunciado como verdadeiro, ou se as premissas de um argumento são verdadeiras. Um enunciado justificado é a conclusão de um argumento, porque a justificação de um enunciado é feita por meio de um argumento explicitado, portanto, a justificação também deve ser correta. A justificação depende da evidência apresentada no argumento, e essa evidência, em um processo teórico, por exemplo, corrobora com a teoria elaborada (SALMON, 1978, p. 25-26).

Com isso, o problema da verdade de enunciados ou argumentos se insere nos problemas presentes no contexto da justificação. Salmon chama de justificação negativa, métodos como a redução ao absurdo, na qual nega-se a conclusão e apresenta-a como uma das premissas do argumento a fim de possivelmente encontrar uma contradição:

(...) a *redução a um absurdo*, que consiste em admitir a negação da conclusão como uma nova premissa e, então, deduzir uma contradição. A ideia intuitiva desse raciocínio é que admitimos que as teorias com as quais tratamos são livres de contradição (FEITOSA, 2005, p. 56).

Contudo, a redução ao absurdo pode gerar problemas sobre a verdade de enunciados na análise lógica, como será discutido mais à frente no próximo capítulo.

Como comentado, Mortari oferece uma construção de argumento semelhante à de Salmon, mas sua estrutura tem uma relação diferente com a consideração da verdade e parece que, de modo indireto, por conta dessa diferença da noção de estrutura de argumento, altera-se, talvez, a própria noção de validade. Procura-se entender se o âmbito

dessa diferença se limita à relação que a estrutura tem com a verdade, ou se essa diferença da relação com a verdade afeta a própria concepção de argumento – de sua estrutura.

O argumento, para Mortari (2001, p. 7), é a uma espécie de “construção - ou reconstrução – racional”, é uma listagem de razões que mostram que a conclusão decorre dos dados informados. Essa listagem ou construção racional é o argumento construído a favor de uma conclusão, através do qual ocorre uma dedução ou demonstração da conclusão com base nos dados informados (listados).

A partir dos apontamentos de Mortari (2001, p. 9), pode-se, a princípio, entender que o argumento é uma estrutura, um conjunto de sentenças, dentre as quais, ao menos uma de suas sentenças é consequência ou se baseia em ao menos uma outra sentença.

A sentença consequente é chamada de conclusão, e as outras são premissas; assim as premissas devem justificar a conclusão. O argumento representa um conjunto não vazio de sentenças, no sentido de que as sentenças são algo que coloca a informação do que pensamos de uma forma intersubjetiva, através das palavras expressas por símbolos (escritos, gesticulados ou falados).

Admitimos que o argumento seja um conjunto não vazio, formado por uma conclusão baseada em premissas, na qual a conclusão de um argumento tem que ser uma consequência (no sentido mais amplo da palavra).

Até agora, pode-se estabelecer representações das noções de argumentos apresentadas por Salmon (1978) e Mortari (2001). O argumento é formado por uma listagem de informações, que podem ser representadas como evidências, as quais baseiam ou justificam uma conclusão, representada como consequência das premissas.

Porém, já foi apresentado que no argumento definido por Salmon a justificação não pode representar o produto do apoio em uma conclusão, isso porque a justificação vai além dos requisitos da correção do argumento (e além do interesse da lógica). Já foi comentado que para a correção não interessa a verdade, mas apenas a possibilidade de considerar as premissas como verdadeiras, independente de realmente serem ou não, enquanto a justificação requer a determinação da verdade das premissas.

Com isso, a representação daquilo que compõem as premissas também não pode ser estabelecida: se a estrutura do argumento não exige preocupação com as premissas para serem verdadeiras, também não deve haver ocupação com os enunciados serem verdadeiros. Porque, caso os enunciados tivessem que ser verdadeiros, disso já tornaria possível afirmar a verdade das premissas, justificá-las propriamente, contradizendo a noção de correção de Salmon.

Contudo, se a noção de argumento de Mortari não possuir necessariamente como critério que as premissas sejam verdadeiras, assim como seus componentes, talvez seja possível estabelecer as representações entre a noção de suas estruturas.

Para Mortari, como já foi comentado, as premissas e a conclusão são de tal forma, que há algo nelas que coloca a informação do que se pensa, a fim de comunicar. Essa informação é expressa através de símbolos (podem ser através de gestos, letras ou palavras, sejam faladas ou escritas). As premissas e conclusão são compostas por símbolos que formam letras (no caso das variáveis) ou palavras, essa junção de letras ou palavras que expressam um determinado conteúdo ou informação, pode ser identificada como enunciados, sentenças, proposições ou fórmulas.

De fato, parece que os componentes das premissas se envolvem com problemas relacionados com a verdade. Contudo, Mortari consegue contornar esses problemas sem que a escolha de um dos componentes interfira na estrutura do argumento.

De modo muito resumido, Mortari (2001, p. 13) utiliza o termo sentença para sequências gramaticais de palavras, e a proposição é utilizada para aquilo que pode ser verdadeiro ou falso, é uma asserção sobre o mundo.

Por exemplo, aquele que diz que está chovendo em João Pessoa, quando realmente está chovendo, expressa uma proposição verdadeira, e aquele que diz o mesmo em Campo Grande, quando não está chovendo na capital sul-mato-grossense, expressa uma proposição falsa. Quanto aos enunciados, Mortari afirma que alguns autores chamam de enunciado o que ele definiu como proposição (evidentemente, não parece ser o caso de Salmon, que procura a neutralidade do termo).

Mortari (2001, p. 14) define os argumentos como um conjunto finito e não vazio de proposições, pois estas podem ser verdadeiras ou falsas. Mas aponta que a lógica clássica, o objeto de estudo de seu livro, trabalha tradicionalmente com sentenças e conjuntos, possivelmente, infinitos de sentenças.

Isso decorre de que o argumento geralmente é apresentado em certo contexto, em que pode se dizer que uma sentença expressa uma única proposição, isto é, se o contexto está claro, uma sentença pode ser uma abreviatura, como “Está chovendo em João Pessoa, às 15 horas, no dia 3 de junho de 2019”, pode ser abreviada pela sentença “Está chovendo”.

Em seu livro, Mortari considera que o contexto estará claro e que a sentença expressa apenas uma proposição. Assim, o autor não precisa fazer uma teoria das proposições, nem dizer como elas se relacionam com as sentenças, podendo trabalhar

diretamente com as sentenças e falar de argumentos como conjuntos de sentenças ou proposições, indiferentemente.

É possível, então, estabelecer uma representação dos enunciados que compõem as premissas do argumento de Salmon, presentes na lógica contextualizada na análise do discurso, pelos componentes das premissas apresentados por Mortari, ao serem inseridos em contextos específicos. Mas isso ainda não quer dizer nada sobre o que Mortari entende por justificação – ou mesmo por correção – apenas que os problemas referentes à noção de verdade podem não afetar os componentes das premissas.

A lógica procura investigar se as coisas que se têm como ponto de partida do raciocínio realmente são uma boa razão para aceitar a conclusão, portanto, se a conclusão é realmente consequência das informações que se toma como ponto de partida, isso é, se a conclusão é adequadamente justificada pela informação que a antecede. A justificativa é o elenco de boas razões para aceitar uma conclusão. O argumento é uma estrutura que procura justificar uma conclusão através do entendimento de que a conclusão é uma consequência das premissas (MORTARI, 2001, p. 3-18).

No exemplo a seguir, Mortari (2001) apresenta o como uma justificação é uma boa razão para aceitar a conclusão, o argumento exemplificado consiste em: Todo peixe é dourado. Cleo é um peixe. Logo, Cleo é dourado:

Para colocar isso em outros termos, uma proposição *falsa* não é uma boa justificativa para uma outra proposição. Contudo – e este é agora um detalhe importante – *se fosse verdade* que todo peixe é dourado, *então* Cleo teria forçosamente que ser dourado. Se as premissas *fossem* verdadeiras, isto já seria uma boa justificativa para a conclusão (...). (MORTARI, 2001, p. 17 - 18).

Contudo, isso ainda não quer dizer que a justificação ocorra com premissas falsas. Para Mortari (2001, p. 18), essa relação de verdade entre premissas e conclusão é garantida a partir da estrutura ou forma do argumento. Esses casos em que o argumento possui uma estrutura na qual considerar as premissas verdadeiras faz com que a conclusão tenha que ser verdadeira, são casos em que a conclusão é consequência lógica das premissas, e em que o argumento é válido. Mortari (2001, p. 19) define que um argumento é válido se em qualquer circunstância que as premissas podem ser consideradas verdadeiras, sua conclusão se torna automaticamente verdadeira; e inválido quando se considera a verdade de suas premissas e sua conclusão é falsa, ou seja, quando sua conclusão não é consequência lógica das premissas.

4.2 A Consequência Lógica é Oriunda da Forma do Argumento

Na tentativa de estabelecer relações entre as caracterizações de objeto da lógica fornecidas por Salmon e Mortari, aborda-se as definições de argumentos, justificação e correção, faltando apenas a definição de correção de Mortari. Essa tentativa suscitou algumas questões, como diferentes relações que as duas noções de argumento possuem com a verdade de suas premissas e conclusão.

Para abordar o que Mortari entende por correção, é imprescindível entender que a forma ou estrutura de um argumento é válida somente quando a conclusão possui uma relação de consequência lógica com as premissas. Pois, Mortari (2001, p. 23) define que a validade é o interesse da lógica, ao invés da correção como afirmado por Salmon e, que também, a validade não é justificação.

A definição de Mortari de justificação se assemelha muito à de Salmon. Embora, sua definição de correção se aproxime ainda mais, sendo mais apropriada para representar o conceito de justificação do último autor.

A correção para Mortari (2001, p. 21-22) ocorre quando o argumento é válido e possui as premissas verdadeiras. Um argumento válido justifica a conclusão quando possui suas premissas verdadeiras. Naqueles argumentos em que há validade, mas as premissas são falsas, haveria justificação somente caso as premissas fossem verdadeiras.

Com isso, o que Salmon entende por justificação pode ser representado pelo que Mortari entende por correção e, consequentemente, também por justificação. Um argumento, para Mortari, é justificado quando as premissas são verdadeiras, justificando a conclusão; um argumento que tem a sua conclusão justificada e possui uma forma válida é correto. Para Salmon, caso as premissas sirvam de evidências para a conclusão o argumento é correto, e se forem também verdadeiras, o argumento é justificado.

E o que Salmon (1978, p. 16) entende por correção pode ser representado pelo que Mortari (2001, p. 22) entende por validade. Ambos os conceitos são inseridos em um mesmo papel que a lógica possui na análise dos argumentos.

(...) a lógica não se interessa por argumentos específicos (...) o que se procura estudar são as *formas* de argumentos (...); são essas formas que serão válidas ou não. Costuma-se dizer, a propósito, que a lógica não se ocupa de conteúdo, mas apenas da forma – e eis a razão pela qual ela é chamada de *lógica formal*. (MORTARI, 2001, p. 23).

Read (2016) afirma que a relação de consequência lógica é a associação que ocorre na implicação válida ou correta das premissas para a conclusão. O propósito da lógica é

a abordagem de um algo e do que se segue desse algo, enquanto uma relação de consequência. “Consequência lógica é o conceito central da lógica” (READ, 2016, p. 51).

O conceito de consequência lógica envolve além de uma concepção sobre uma proposição, se seguir ou não de outra, ou da validade de um argumento. A consequência lógica também trata do estabelecimento de métodos (semânticos e sintáticos) e técnicas para determinar a validade de argumentos (READ, 2016, p. 52).

Segundo Read (2016), as teorias lógicas podem ter concepções semelhantes ou diferentes sobre qual é a análise correta da consequência. O autor afirma que as lógicas baseadas na lógica clássica, como alguma lógica modal ou a teoria de conjuntos, possuem uma noção de consequência lógica entendida como a concepção clássica da consequência lógica. Por sua vez, a lógica intuicionista é um exemplo de uma teoria lógica rival em questão de concepção de consequência lógica.

Em Read, percebemos que tanto as bases filosóficas utilizadas para entender o conceito de consequência lógica, quanto o vocabulário lógico utilizado nessa consequência lógica, podem implicar em lógicas diferentes.

Mortari (2001, p. 62) afirma que a lógica contemporânea consiste em diversas – teorias - lógicas ou em sistemas lógicos diferentes, que justamente se complementam ou rivalizam. Mortari aponta dois motivos para essa pluralidade de lógicas, um deles trata da formalização da linguagem, isso é, a utilização da linguagem artificial na composição do argumento: para o autor, as lógicas divergem quanto à capacidade de expressão de argumentos ou proposições em suas linguagens artificiais. O segundo motivo apontado por Mortari é que as lógicas divergem na aceitação de seus princípios fundamentais.

Isso quer dizer que os sistemas lógicos da lógica contemporânea divergem na expressão dos componentes de uma premissa em linguagem artificial, como expressão de proposições ou sentenças. Porém, falta entender se as diferentes concepções de consequência lógica se relacionam (implicam ou são implicadas), com diferenças nos princípios aceitos pelas lógicas.

A lógica clássica, segundo Mortari (2001), foi historicamente a primeira a ser desenvolvida, é considerada a mais difundida e serve de base para a matemática e para algumas lógicas não clássicas. “O cerne da lógica clássica é o cálculo de predicados de primeira ordem (...). Essa lógica é também conhecida como lógica de primeira ordem, lógica elementar ou teoria da quantificação (...)” (MORTARI, 2001, p. 63).

Segundo Feitosa (2005, p. 146), a lógica de Aristóteles (teoria do silogismo) e o cálculo proposicional podem ser consideradas casos particulares, ou subconjuntos do

cálculo de predicados. Para Mortari (2001, p. 130), o cálculo proposicional é também conhecido como lógica proposicional, caracterizada pela utilização de linguagens proposicionais para mostrar formas válidas de argumentos, desenvolvida já pelos megáricos e estóicos. Mortari (2001, p. 28) afirma que a rivalidade de estóicos e aristotélicos impossibilitou que a teoria dos silogismos e a lógica proposicional se complementassem e fossem reunidas em uma só teoria.

Para contextualização sobre a lógica clássica, com base em Mortari, aborda-se um pouco de sua história. O fundador da lógica clássica contemporânea (matemático-formal) foi Frege, o qual se preocupou com o uso da lógica na fundamentação da matemática (MORTARI, 2001, p. 68). Como também foi afirmado no capítulo anterior, a matematização ou simbolização da lógica é marcada por Boole, ao realizar em uma linguagem – simbólica – artificial o que Aristóteles fez em grego (MORTARI, 2001, p. 28). O grande avanço da lógica contemporânea, contudo, foi idealizado por Frege:

Ao contrário de Aristóteles, e mesmo de Boole, que procuravam identificar as formas válidas de argumento, a preocupação básica de Frege era a sistematização do raciocínio matemático, ou, dito de outra maneira, encontrar uma caracterização precisa do que é uma *demonstração* matemática. (...) Frege procurou formalizar as regras de demonstração, iniciando com regras elementares (...). O resultado, que revolucionou a lógica, foi a criação do *cálculo de predicados*, um cálculo lógico (...) (MORTARI, 2001, p. 29).

Mortari (2001, p. 29-30) afirma que ao utilizar a linguagem artificial do mesmo modo que a matemática a utiliza, Frege fez (independente se houve intenção) com que a lógica contemporânea fosse chamada de lógica simbólica ou lógica matemática. A utilização da linguagem artificial ampliou o âmbito da lógica para além da análise de argumentos, como, nas investigações da inteligência artificial ou mesmo na linguagem de programação.

Para Mortari (2001, p. 33), Leibniz foi o primeiro a ter a ideia de utilizar as linguagens artificiais na lógica, conforme foi abordado no capítulo anterior ao analisar a representação da lógica de Aristóteles na lógica de Boole. Com isso, foi apontado que o uso das linguagens artificiais, proposto por Leibniz, tem suporte na utilização dos símbolos, como realizada na matemática. Para Mortari (2001, p. 34), o uso da linguagem artificial começa com Boole e obtém sua plena forma com Frege.

Segundo Read, a concepção clássica de consequência lógica envolve posições interconectadas sobre o conceito de consequência lógica. Para a concepção clássica, a validade é uma questão de forma, que os argumentos são válidos quando possuem uma

forma válida. “(...) uma proposição é consequência lógica de outra apenas se houver um padrão válido no qual as proposições conjuntamente se encaixem” (READ, 2016, p. 53).

Apresentamos o exemplo dado por Read (2016), de modo que a frase entre aspas à esquerda do sinal de igualdade é a forma da proposição expressa por símbolos (variáveis), e a da direita do sinal de igualdade faz a substituição desses símbolos por palavras (concatenações de símbolos) da linguagem natural:

“a é F” = “Edmundo é um Alpinista”

“Todo F é G” = “Todo Alpinista é Corajoso”

“Logo, a é G” = “Logo, Edmundo é Corajoso”.

Na forma, “Todo F é G” determina-se que todos os elementos que possuem a propriedade de “serem alpinistas”, devem possuir a propriedade de “serem corajosos”. Por isso se segue que, se o elemento “a” é inserido nesse conjunto “F” como: “Edmundo é um Alpinista”, “a” (substituído por Edmundo), como qualquer outro elemento que se insere em “F”, deve então possuir a propriedade “G”, ou seja, a propriedade de “ser corajoso”.

Dentro de um argumento com a forma-padrão válida (como o exemplificado acima), as substituições alternativas das variáveis produzem argumentos alternativos com a mesma forma, enquanto argumentos que não apresentam padrões válidos são argumentos inválidos, de modo que a conclusão não é uma consequência lógica das premissas. A análise correta da consequência lógica para a concepção clássica tem o critério de preservação da verdade como o critério de validade de um argumento (READ, 2001, p. 54).

O critério clássico de preservação da verdade determina que para ocorrer a consequência lógica em um argumento válido, a verdade das premissas deve ser preservada em sua consequência na conclusão do argumento.

Considerando que a concepção clássica de consequência lógica entende a validade como uma questão de forma, em um argumento válido, quaisquer que sejam as interpretações de suas variáveis, “(...) a verdade é preservada das premissas para a conclusão: nunca obtemos premissas verdadeiras e uma conclusão falsa” (READ, 2016, p. 55).

O critério de preservação da verdade não requer que os argumentos possuam premissas verdadeiras ou que sua conclusão não seja falsa. Porque um argumento pode ter as premissas e a conclusão verdadeiras e ainda assim ter sua forma inválida, mesmo

que as proposições sejam verdadeiras, a conclusão pode não ser consequência das premissas.

Digamos que Edmundo seja alpinista, e que alpinistas realmente sejam corajosos. O exemplo seguinte apresentará essas proposições como premissas, mas sua forma permanecerá inválida (READ, 2016, p. 55):

“a é F” = “Edmundo é corajoso”

“Todo G é F” = “Todo alpinista é corajoso”

“Logo, a é G” = “Logo, Edmundo é alpinista”.

Neste caso, a é “Edmundo”, G é “alpinista” e F é “corajoso”. A forma inválida do argumento não garante que em todas as interpretações possam derivar uma conclusão verdadeira a partir da verdade das premissas, porquanto as premissas não garantem uma relação de consequência lógica com a conclusão. Se Edmundo não fosse de fato alpinista, ou alpinistas não tivessem que serem corajosos e as proposições fossem falsas, nenhuma informação das premissas, ao serem consideradas como verdadeiras, preservaria a verdade da conclusão.

Isso ocorre, pois a propriedade de Edmundo ser corajoso é uma propriedade compartilhada em sua totalidade com os alpinistas, contudo, não há critério (alguma informação expressa nas premissas) que limite o conjunto dos corajosos em serem só os alpinistas. Portanto, apesar de considerar Edmundo de fato um alpinista e a proposição ser verdadeira, essa conclusão não decorre da sua relação com as premissas. Caso Edmundo não fosse alpinista, ele ainda poderia ser corajoso, o que a segunda premissa determina é que ele jamais seria um alpinista se não fosse corajoso, informação expressa na conclusão do argumento de forma válida, como apresentado anteriormente.

Segundo Read (2016, p. 57 – 58), a preservação da verdade é substitucional na forma lógica de um argumento, é através das substituições que ocorrem nas variáveis, as letras esquemáticas, que este pode ser inválido, quando premissas verdadeiras levarem a conclusão falsa.

No tratamento clássico não são todos os termos que podem ser substituídos, por uma questão de forma, termos lógicos como “todos” podem fazer parte do vocabulário lógico de algumas lógicas. Por exemplo, se a palavra “necessariamente” fizer parte do vocabulário lógico, a forma do argumento em questão é de alguma lógica modal.

Assim, as noções da estrutura do objeto da lógica determinam as lógicas, visto que como ocorre na lógica clássica, o padrão de sua forma pode ser indispensável para

que uma conclusão siga validamente de premissas. Disso decorre a necessidade de técnicas, métodos e linguagens para estabelecimento da consequência lógica em um sistema lógico.

5 A SINTAXE E A SEMÂNTICA DO OBJETO DA LÓGICA NA LÓGICA CLÁSSICA.

Neste capítulo, com Mortari e Chateaubriand, investiga-se dentro do âmbito formal da lógica a importância da relação entre as perspectivas semânticas da lógica. Julga-se, por fim, a noção de verdade aliada a um estudo semântico que possui papel valioso para a função sintática. De mesmo modo, vê-se que um argumento determina o valor de uma função (FREGE, 2009). As principais obras utilizadas são a supracitada de Mortari (2001) e *Lógica, ontologia e epistemologia* de Chateaubriand Filho (2006).

Read entende que na concepção clássica da consequência lógica, o conjunto das proposições que se seguem logicamente de outras proposições é denominado de fechamento lógico de um sistema, e os conjuntos logicamente fechados de um sistema são entendidos como teorias, “(...) Assim uma teoria contém todas as suas consequências lógicas. (...)” (READ, 2016, p. 60).

A consequência lógica da concepção clássica, por exemplo, é diferente da consequência tautológica, esta última é como uma consequência lógica restrita à lógica proposicional (MORTARI, 2001, p. 186). A consequência lógica através da tautologia é limitada para a concepção de consequência lógica da lógica clássica, representando apenas aquele subconjunto da lógica clássica próprio à lógica proposicional.

Isso não ocorre por divergência em princípios, porque ambas possuem os mesmos princípios, mas em capacidade de expressões dos seus argumentos. A lógica proposicional clássica trata de predicados zero-ários, enquanto a lógica clássica trata destes e de outros níveis, ou seja, de predicados n -ários.

Os princípios que concernem à lógica clássica e lógica proposicional clássica, também chamados de princípios aristotélicos, são:

- (i) **Princípio da identidade:** toda proposição é idêntica a si mesma.
- (ii) **Princípio da não contradição:** uma proposição não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo.
- (iii) **Princípio do terceiro excluído:** toda proposição é verdadeira ou falsa, não havendo outra possibilidade (FEITOSA, 2005, p. 19).

Mortari (2001, p. 351), afirma que a lógica clássica compreende o cálculo proposicional clássico e o cálculo de predicados de primeira ordem, monádico (com uma propriedade apenas), geral, com identidade e com símbolos funcionais. As duas últimas formas do cálculo de predicados não serão abrangidas, pois as explicações breves sobre

o cálculo de predicados de primeira ordem geral e, por consequência, monádico serão suficientes para caracterizar as concepções de consequência lógica.

Segundo Mortari (2001, p. 356), as lógicas não clássicas se dividem em lógicas complementares que visam estender a lógica clássica, por exemplo adicionando operadores à linguagem; e em lógicas alternativas, que visam substituir a lógica clássica.

5.1 Tautologia: A Consequência Lógica da Lógica Proposicional Clássica

Com base nos princípios supracitados, para caracterizar a consequência lógica a partir da lógica proposicional, Mortari (2001, p. 131) determina o valor de verdade para as fórmulas do cálculo proposicional. Há a necessidade de estabelecimento de um critério de preservação da verdade para a identificação de argumentos válidos. Os argumentos da lógica proposicional são geralmente formalizados em linguagem artificial e há dois tipos de fórmulas, as fórmulas atômicas, que são letras sentenciais como A, B ou C; e as fórmulas moleculares, que são compostas de fórmulas atômicas e operadores (que fazem parte do vocabulário lógico).

Os operadores são interpretados a partir de funções de verdade: “(...) são funções que tomam como argumentos valores de verdade e associam a estes um outro valor de verdade. (...)” (MORTARI, 2001, p. 132).

Os argumentos na lógica proposicional são expressos pelas letras sentenciais (fórmulas atômicas), o operador de conjunção “ $\wedge$ ”, o qual é apenas um exemplo dentre os demais operadores, ele estabelece a função de verdade de dois argumentos, cujos valores de verdade são V (verdadeiro) e F (falso), constituindo uma fórmula molecular como a conjunção $A \wedge B$ no exemplo abaixo:

Tabela 1 – Tabela de Verdade da Conjunção

A	B	$A \wedge B$
V	V	V
F	V	F
V	F	F
F	F	F

Fonte: Autoria própria, 2020.

A operação de conjunção acima é representada pela tabela de verdade. A tabela de verdade mostra, em suas linhas, todas as possibilidades de valores lógicos assumidos pelas fórmulas atômicas e moleculares²⁴.

Segundo Chateaubriand (2002, p. 1), a semântica da linguagem de uma lógica é baseada na noção de interpretação, ou de estrutura. A partir de uma interpretação pode-se introduzir noções como a de verdade, e a partir da totalidade de interpretações, as noções de consequência lógica e satisfabilidade.

A seguir, a lógica proposicional clássica terá exposta sua consequência lógica, contudo, a noção de satisfabilidade será abordada conforme o estabelecimento da concepção semântica da consequência lógica da lógica clássica.

A semântica da lógica proposicional é entendida por Mortari (2001, p. 129) como um tipo simples de interpretação, tornando possível a determinação dos valores de verdade.

A determinação dos valores de verdade das fórmulas moleculares da lógica proposicional possibilita o estabelecimento de uma noção de consequência lógica para a lógica proposicional; isso ocorre porque os valores de verdade exercem o papel de serem valores de argumentos, conforme estes são dados aos operados através das funções de verdade, para cada um dos operadores lógicos.

Na semântica da lógica proposicional essa interpretação possibilita o cálculo dos valores das fórmulas moleculares a partir das fórmulas atômicas, suas subfórmulas. O valor de verdade de uma fórmula atômica pode ser verdadeiro “V” ou falso “F” e quando se interpreta duas fórmulas atômicas como verdadeiras, a partir dessa interpretação, a função de verdade da conjunção de A e B é verdadeira. Cada operador tem sua própria tabela de verdade.

Por analogia com o exemplo de soma dado por Mortari (2001, p. 132), a função de verdade como a disjunção, por exemplo, toma duas fórmulas atômicas como valores de dois argumentos (os quais, em uma multiplicação seriam os números multiplicados) e associa-os a um terceiro valor de verdade (o qual seria a própria função do operador da multiplicação), que corresponde à disjunção dos argumentos.

²⁴ Baseado nas explicações e tabela de Feitosa (2005, p. 21).

Os outros operadores da lógica proposicional, ou outras funções de verdade, são: a negação, a disjunção (inclusiva e exclusiva), a implicação condicional (ou implicação material), e a bi condicional²⁵.

“A partir das tabelas básicas dos operadores (...) podemos definir um primeiro tipo, simplificado, de interpretação: uma *interpretação proposicional*, ou *valoração*.” (MORTARI, 2001, p. 138).

A valoração é função do conjunto de todas as fórmulas atômicas da linguagem proposicional no conjunto de valores de verdade {V, F}. Ou seja, cada fórmula presente no conjunto das fórmulas deve estabelecer uma relação com um valor do conjunto dos valores de verdade, e essa relação é uma função, em que uma fórmula que compõe uma molécula é um argumento e possui somente um valor dentre os dois disponíveis. Se a negação da fórmula A tem o valor de verdade V, então a fórmula A tem o valor de verdade F.

$$v : Form_{LPC} \rightarrow \{V, F\}$$

A estrutura da tabela de verdade é feita para determinar a validade de um argumento. Isso ocorre a partir de todos os casos de valoração possíveis para as fórmulas componentes da fórmula tratada, que ocorrem dentro da forma de fórmulas moleculares. A tabela de verdade deve primeiro conter a valoração das fórmulas básicas:

Tabela 2 – Tabela de Verdade para duas fórmulas básicas (atômicas)

A	B
V	V
F	V
V	F
F	F

Fonte: Autoria própria, 2020.

Depois de conhecidos os valores das subfórmulas, como na Tabela 2, para A e B, e os valores calculados pelas operações lógicas, podemos identificar os valores correspondentes das fórmulas moleculares ou compostas:

²⁵ Para ver seus valores e tabelas de verdade, consultar Mortari (2001, p. 132 – 138).

Tabela 3 - Tabela de Verdade das fórmulas $\neg A$ e $(\neg A \wedge B)$

$\neg A$	$(\neg A \wedge B)$
F	F
V	V
F	F
V	F

Fonte: Autoria própria, 2020.

E então o resultado da fórmula será a valoração da operação em que se resolve, como no exemplo fornecido por Mortari (2001, p. 143), segue exposto na tabela:

Tabela 4 – Tabela de Verdade Tautologia

A	B	$\neg A$	$(\neg A \wedge B)$	$(\neg A \wedge B) \rightarrow \neg A$
V	V	F	F	V
F	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	F	V	F	V

Fonte: Autoria própria, 2020.

As fórmulas como $(\neg A \wedge B) \rightarrow \neg A$, que se resolvem em operadores que possuem todas as possibilidades de valores verdadeiros, ou seja, é sempre verdadeiro em todas as linhas da tabela de verdade recebem o nome de tautologias, como a fórmula da tabela acima. Sobre a tautologia:

(...) Uma vez que sua verdade é independente dos valores de verdade de seus componentes mais elementares (as fórmulas atômicas), poderíamos dizer que uma tal fórmula é verdadeira apenas em função do significado dos operadores que nela ocorrem. (...) (MORTARI, 2001, p. 145).

Como as tautologias são sempre logicamente verdadeiras, então elas são chamadas de leis lógicas. O conjunto de todas as leis lógicas é considerado o sistema lógico do cálculo proposicional clássico²⁶.

Assim, a consequência lógica da lógica proposicional clássica é determinada pelo entendimento de tautologia, sendo também chamada por Mortari (2001, p. 148) de consequência tautológica.

²⁶ Para visualizar algumas das leis lógicas da lógica proposicional, ver Mortari (2001, p. 146).

Define-se que de duas fórmulas α e β , a fórmula β é consequência lógica de α se sempre que α for verdadeira, β também tem de ser verdadeira, em outras palavras, que a forma válida tautológica preserva a verdade da premissa – antecedente, para a conclusão – o consequente. O símbolo de preservação de verdade tautológica é $\models$:

$$\alpha \models \beta.$$

Esta noção é estendida para um conjunto de fórmulas proposicionais Δ do seguinte modo, $\Delta \models \beta$, se todas as fórmulas de Δ são verdadeiras, então β também é verdadeira.

Com isso, conclui-se a partir da concepção de consequência lógica conforme Mortari (2001, p. 149), que uma fórmula somente é consequência tautológica do sistema lógico proposicional clássico, se a verdade é preservada, a consequência lógica leva proposições verdadeiras em conclusão verdadeira.

5.2 Consequência Semântica da Lógica Clássica

Na linguagem artificial do cálculo de predicados de primeira ordem, expressões de uma linguagem são sequências de caracteres do alfabeto dessa linguagem. Ao apresentar as expressões básicas Mortari (2001, p. 69 - 71) trata do primeiro grupo das expressões básicas, as constantes individuais.

As constantes individuais têm a função de designar indivíduos. Mortari utiliza as letras minúsculas para designá-las, de a até t “ $a, \dots, t$ ”. As constantes individuais permitem o uso de subscritos, numerais dos números naturais, garantindo um conjunto infinito enumerável de constantes individuais, por exemplo, de $a, \dots, t$ consiste em um subconjunto das constantes individuais, e $a_1, \dots, t_1$ consiste em outro subconjunto do conjunto das constantes individuais, de mesmo modo que $a_2, \dots, t_2$ e $a_{22}, \dots, t_{22}$; e assim sucessivamente.

Há uma diferença entre um caractere da linguagem, que é um elemento do alfabeto, e uma expressão básica como uma constante individual. A expressão básica pode ser simbolizada por uma letra, de mesmo modo do elemento do alfabeto, mas a expressão básica não é um elemento do alfabeto, é uma construção que é como um nome ou palavra desta linguagem. Como a constante c para designar Cléo, onde o C que compõem a palavra Cléo é um elemento do alfabeto não possuindo significado sozinho, e o c que é uma expressão básica como constante individual, designa a palavra Cléo, como se fosse um nome de Cléo. Se entender Cléo como um nome, c é o nome do nome (MORTARI, 2001, p. 70).

Como as constantes individuais funcionam como nomes, não se pode utilizar a mesma constante individual para dois indivíduos diferentes; vale notar que c_1 e c_2 são

constantes individuais diferentes. Outro aspecto importante, segundo Mortari (2001, p. 71), é que um indivíduo pode ser designado por mais de uma constante individual. Tome-se uma analogia como exemplo, uma pessoa chamada Ana Júlia pode ser chamada de Anajú pelos seus entes queridos, e essa pessoa é um indivíduo que é designado por mais de um nome, de mesmo modo que caso Anajú seja bailaria, em um certo domínio (como entre amigos) pode ser designada como “aquela que faz balé”, tendo a frase entre aspas, a mesma função de designação de um nome.

Um segundo grupo de expressões básicas são as variáveis individuais. Estas serão designadas pelas letras minúsculas de $u, \dots, z$ com ou sem subscritos, tendo também um conjunto infinito enumerável delas na linguagem, e que também funcionam como nomes (isto é, funcionam apenas gramaticalmente como as constantes). Contudo, as variáveis individuais não possuem (designam) indivíduos específicos, são associadas a um domínio de variação. Esse domínio de variação consiste em determinar as coisas que podem substituir (substituendos), e os valores. O exemplo dado por Mortari (2001, p. 72) é tomar o conjunto dos peixes dourados como domínio das variáveis (os peixes dourados são as coisas que podem substituir as variáveis), e os valores são os indivíduos, os elementos que compõem o conjunto dos peixes dourados, ou seja, um valor é um dos peixes dourados.

As constantes e variáveis individuais são conhecidas também como símbolos individuais, e são denominadas de termos da linguagem de primeira ordem. Mortari (2001, p. 73) então define os símbolos para propriedades e relações, o que quer dizer que os indivíduos da lógica de primeira ordem podem possuir propriedades ou relações. Uma propriedade é também chamada de predicado de grau 1, ou predicado de 1 lugar, ou ainda predicado unário, e pode ser especificada (interpretada) pelas sentenças como “ x é um gato” ou “ x é um filósofo”.

Nos exemplos das sentenças acima, a variável x está exercendo a função de marcador de lugar para especificar os predicados. Assim, o terceiro grupo de expressões básicas, as constantes de predicados, são designadas por letras maiúsculas de $A, \dots, T$ admitindo também subscritos.

A sentença “ x é um filósofo” seria formalizada da seguinte maneira: Fx . E ainda, caso a propriedade seja de uma constante, a saber, de um indivíduo específico como “Sócrates”, resulta em Fs . Tanto Fx como Fs , ou mesmo Gx (que significa “ x é um gato”), são consideradas fórmulas atômicas. Lembrando que a diferença de Fx e Fs é que

Fx é predicado que se aplica a uma variável e Fs é predicado que se aplica a uma constante (MORTARI, 2001, p. 74).

Nem todos os predicados são propriedades, como aponta Mortari (2001, p. 75 – 76), mas as constantes de predicados também podem indicar relações. Esse segundo tipo de símbolo de predicado indica a relação entre dois ou mais indivíduos. A relação entre dois indivíduos é chamada de relação binária, ou de predicado de grau 2, de predicado de 2 lugares, ou de predicados binários.

Disso decorre um segundo tipo de fórmula atômica, como a fórmula Ajh , para indicar a expressão “João é mais alto que Helena”. Neste segundo tipo, a ordem é importante, caso a fórmula exemplificada fosse Ahj , sua expressão seria “Helena é mais alta que João”. Pois A indica a relação “é mais alto(a) que”, j indica o indivíduo João, e h indica o outro indivíduo, Helena. A ordenação das variáveis indicará a ordem da relação entre os indivíduos, que pode ser uma ordenação de altura, ou mesmo uma sequência.

As relações podem ocorrer entre diversos indivíduos, podendo envolver n indivíduos, sendo n um número natural.

As relações entre três indivíduos são entendidas como predicados ternários, a relação entre n indivíduos como predicados n -ários ou n ários. Para indicar o grau do predicado, Mortari (2001, p. 77) sugere um índice superior no símbolo do predicado como F^1 , ou A^2 , que são propriedades unária e binária, respectivamente.

O predicado pode não ser propriedade ou relação, sendo de grau 0 ou zero-ário, não expressando um sujeito (indivíduo). As constantes de predicado zero-ário são chamadas de letras sentenciais, e podem ser utilizadas para formalizarem qualquer sentença, a lógica proposicional clássica, por exemplo, utiliza-as em suas fórmulas atômicas (MORTARI, 2001, p. 79).

A definição de fórmula atômica dada para a lógica de primeira ordem é: “(1) Se P é um símbolo de predicado n -ário, para algum número natural n , e $t_1, \dots, t_n$ são termos, então $Pt_1 \dots t_n$ é uma fórmula” (MORTARI, 2001, p. 79).

Os operadores lógicos da lógica de primeira ordem são: disjunção, implicação, conjunção, bi condicional e negação. Novamente – como na lógica proposicional clássica, a fórmula atômica, por exemplo Pt , acompanhada de um operador constitui uma fórmula molecular, como $Pt \wedge Pt$.

As fórmulas também possuem sinais de pontuação, como os parênteses, utilizados para indicarem a operação central da fórmula. O exemplo de Mortari, utilizado na Tabela

4 é uma condicional, contudo se seus parênteses fossem posicionados de forma diferente poderia ser uma conjunção, como $\neg A \wedge (B \rightarrow \neg A)$, a qual não é tautológica.

E por fim, a lógica clássica comporta o uso de quantificadores como “Algum” e “Todos” e outros definidos destes, apresentados na lógica aristotélica. O quantificador universal “Todos”, $\forall$, indica a totalidade de indivíduos do domínio ou de um conjunto, e o quantificador existencial “Alguns”, $\exists$, indica existência de pelo menos um indivíduo em questão. Quando há quantificadores nas fórmulas, estas são fórmulas gerais, e eles geralmente aparecem em seu início seguidos de uma variável²⁷.

A negação do quantificador existencial $\neg\exists$, quer dizer “Não Todos”²⁸, que há um indivíduo que não se aplica ao predicado. A negação do quantificador universal $\neg\forall$, quer dizer “Não é o caso que alguns são”²⁹, ou que não são todos os indivíduos que se associam ao predicado (MORTARI, 2001, p. 96).

Mortari aborda a interpretação das linguagens de primeira ordem através da noção de estrutura, e da noção de verdade inserida em uma estrutura.

Para analisar a validade ou invalidade de um argumento, Mortari apresenta a interpretação formal da valoração, da lógica proposicional clássica. Esse tipo de interpretação permite a determinação dos valores de fórmulas moleculares, contudo, as fórmulas atômicas ou gerais possuem valores arbitrários.

O que se quer dizer é que a interpretação da lógica proposicional clássica não pode determinar a interpretação das fórmulas atômicas da lógica clássica, assim como, a validade do argumento na lógica clássica. “Claramente, há um descompasso entre nossa convicção intuitiva de validade do argumento e o resultado obtido por uma análise dele em termos de valorações” (MORTARI, 2001, p. 156).

Disto, Mortari (2001, p. 156 - 157) afirma que as valorações não são suficientemente sofisticadas em relação às fórmulas gerais e atômicas da lógica de primeira ordem. O nível de detalhamento na interpretação de uma linguagem de primeira ordem deve ser maior e para isso, Mortari apresenta a noção de uma estrutura para a linguagem de primeira ordem. As valorações das fórmulas atômicas e gerais não devem ser apenas determinadas, mas devem possuir um por quê, quais as suas condições de

²⁷ MORTARI, 2001, p.93-94.

²⁸ Também entendido como “Alguns não são”.

²⁹ Também entendido como “Nenhum”.

verdade. Para isso, Mortari determina um valor semântico (uma interpretação, um significado) para cada expressão básica que compõe a fórmula atômica. Na lógica proposicional clássica, o valor de verdade de uma fórmula molecular é determinado pelos valores de verdade das suas subfórmulas, a isso, denomina-se princípio da composicionalidade ou princípio de Frege, e é esta concepção que necessita ser detalhada para a lógica clássica de primeira ordem, ao fornecer interpretação para as constantes, para os predicados individuais e para as variáveis, assim como, para fórmulas que possuem quantificadores.

O valor semântico de uma constante individual deve ser um indivíduo, e o valor semântico de um predicado deve ser uma propriedade ou uma relação, dependendo do número de indivíduos envolvidos. A especificação dos valores semânticos permite determinar se as fórmulas são verdadeiras ou falsas na estrutura. Por meio da estrutura da lógica clássica, pode-se definir sua consequência lógica.

A noção de estrutura oferecida por Mortari trata das concepções de domínio de entidades e da função de interpretação como um par ordenado. A estrutura interpreta os elementos de um conjunto não vazio a partir da função de interpretação, de modo a se ter uma representação de cada elemento que comparece na fórmula. O domínio das entidades é a totalidade dos elementos representados em uma estrutura, a função de interpretação é a representação, a correspondência entre os elementos do conjunto de símbolos da linguagem nos elementos matemáticos da estrutura³⁰.

Por exemplo, um conjunto A é o conjunto domínio de uma estrutura $\mathfrak{A}$. A função de interpretação atribui algum valor semântico para os símbolos de uma fórmula em elementos da estrutura $\mathfrak{A}$; desse modo, atribui-se valor semântico aos indivíduos (ao substituir as constantes individuais) e aos predicados, como propriedades ou relações.

Uma fórmula atômica é verdadeira em $\mathfrak{A}$ se seu valor semântico for verdadeiro, o valor semântico (valor de verdade) de uma fórmula atômica e molecular é construído a partir do valor semântico de seus componentes. Uma fórmula atômica verdadeira é uma fórmula na estrutura $\mathfrak{A}$ cuja função de interpretação realmente corresponda ao elemento do conjunto que determina o domínio da estrutura. Ou seja, na estrutura $\mathfrak{A}$, um indivíduo

³⁰ Uma estrutura $\mathfrak{A}$ para uma linguagem lógica de primeira ordem, é um par ordenado do domínio ao qual $\mathfrak{A}$ representa, por exemplo um domínio A , e uma função de interpretação, que pode-se chamar de I . Ser um par ordenado quer dizer que primeiro deve ter o universo de domínio da estrutura, e depois estabelecer a função de interpretação, dando valor à estrutura a partir do domínio (MORTARI, 2001, p. 172); (SILVA, 2018, p. 18).

b que possui uma propriedade M, constitui a fórmula Mb. Mb será verdadeiro em $\mathfrak{A}$ caso o indivíduo interpretado por b - a função de interpretação de b, $I(b)$ - pertença ao conjunto do domínio interpretado por M - a função de interpretação de M, $I(M)$. A condição de verdade estipulada por Tarski, caracterizada informalmente por Mortari (2001, p. 166) da fórmula Mb para a estrutura $\mathfrak{A}$:

Mb é verdadeira se e somente se $I(b)$ pertence à $I(M)$

Assim, caso Mb seja verdadeira, estipula-se que a partir da função de interpretação da estrutura $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{A}(Mb) = V$, ou seja, o valor da função de interpretação de Mb na estrutura $\mathfrak{A}$ é verdadeiro. Caso b não pertencesse ao conjunto do domínio (a todos os elementos representados, ou à propriedade ou relação predicada) $\mathfrak{A}(Mb) = F$, isto é, dentro da estrutura $\mathfrak{A}$, a representação do domínio A, b não pertence ao conjunto (domínio de) M, portanto, Mb é falsa.

O valor de verdade das fórmulas moleculares é determinado pelas funções de verdade dos operadores, conforme exposto nas tabelas de verdade Booleanas, dadas na explicação da lógica proposicional clássica. Assim, a lógica proposicional clássica é uma parte da lógica clássica que contém fórmulas atômicas de predicado de aridade zero, operadas enquanto fórmulas moleculares, e interpretadas pelos valores de verdade. As fórmulas moleculares da lógica clássica são interpretadas pelos seus valores de verdade (estipulados nas fórmulas atômicas), e operadas pelos valores de verdade da operação, sendo verdadeiras ou falsas na estrutura $\mathfrak{A}$, também um sistema Booleano.

A estrutura garante o valor semântico das fórmulas atômicas, que seu valor de verdade (o modo de interpretação da operação do cálculo), corresponda à um significado (o domínio do conjunto), sem ela o valor de verdade da fórmula atômica é arbitrário.

Quanto às fórmulas gerais, partindo primeiramente das fórmulas que têm o quantificador existencial, como por exemplo, $\exists x Mx$ é verdadeira quando algum elemento do universo de domínio partilha a propriedade M. Para isso, Mortari (2001, p. 169-172) afirma que $\exists x Mx$ é verdadeira em $\mathfrak{A}$ quando a variável x for substituída por um indivíduo (que esteja dentro do alfabeto escolhido para a linguagem de primeira ordem, ou enquanto expansão dessa linguagem), e a fórmula resultante for verdadeira.

Quanto à fórmula geral de quantificador universal, é verdadeira na estrutura $\mathfrak{A}$ quando todo indivíduo tiver a propriedade ou relação predicada, como $\forall x Rx$, é verdadeira caso todo indivíduo do domínio do conjunto representado na estrutura $\mathfrak{A}$ tenha a propriedade R.

Definida a estrutura (o domínio dos elementos e a função de interpretação) e a definição de verdade (condições de verdade) da linguagem de primeira ordem, Mortari procura definir o que é validade e consequência lógica segundo a linguagem de primeira ordem e a estrutura $\mathfrak{A}$.

Na lógica proposicional clássica, a consequência lógica é determinada pela preservação do caráter tautológico das fórmulas: se as premissas são verdadeiras, então a conclusão (consequência) é também verdadeira.

A interpretação das fórmulas através do valor de verdade quer dizer que fórmulas proposicionais podem ser interpretadas como verdadeiras ou falsas. As operações calculam as condições de verdade que uma proposição pode ter, quando uma fórmula desse cálculo apresenta todas suas possibilidades de valoração da relação das premissas com a conclusão, como verdadeiras, é uma fórmula tautológica.

Em uma linguagem de primeira ordem, a interpretação é realizada através do valor semântico das fórmulas atômicas. Na seguinte operação do cálculo, a das fórmulas moleculares, os valores semânticos das fórmulas atômicas determinam seus valores, operados como valores de verdade. De acordo com Mortari (2001, p. 181), na lógica de primeira ordem o conceito análogo ao de tautologia é o de fórmula válida, uma fórmula válida é verdadeira em toda e qualquer estrutura da linguagem de primeira ordem.

A fórmula molecular da lógica de primeira ordem pode ser interpretada como verdadeira ou falsa dentro da estrutura $\mathfrak{A}$, com $\mathfrak{A}(\neg\alpha) = V$, se e somente se, $\mathfrak{A}(\alpha) = F$; $\mathfrak{A}(\alpha \wedge \beta) = V$, se e somente se, $\mathfrak{A}(\alpha) = V$ e $\mathfrak{A}(\beta) = V$; $\mathfrak{A}(\alpha \vee \beta) = V$, se e somente se, $\mathfrak{A}(\alpha) = V$ ou $\mathfrak{A}(\beta) = V$ e $\mathfrak{A}(\alpha \rightarrow \beta) = V$, se e somente se, $\mathfrak{A}(\alpha) = F$ ou $\mathfrak{A}(\beta) = V$ e, portanto, preserva o aspecto Booleano das valorações.

E assim, se a afirmação da fórmula é verdadeira, sua negação resta apenas ser falsa. Pois na lógica clássica não há outro valor de verdade, de acordo com o princípio do terceiro excluído: “(...) dada uma proposição e sua negação, pelo menos uma delas é verdadeira. Isto é $\alpha \vee \neg\alpha$ ” (MORTARI, 2001, p. 353).

Contudo, por conta dos quantificadores, as tabelas de verdade não servem para as operações da linguagem de primeira ordem. O quantificador universal, por exemplo, impossibilita verificar a verdade das fórmulas em todas as instâncias possíveis, porque pode ter infinitos elementos numa dada estrutura para uma única linguagem. Diferentemente do que ocorre nas tabelas de verdade, em que as possibilidades são expressas pela fórmula, onde se x representa as linhas que a tabela vai ter - cada linha é

uma possibilidade -, e n é o número de fórmulas atômicas, então $x = 2^n$ (MORTARI, 2001, p. 143 – 183).

Dentro da linguagem de primeira ordem, as tautologias continuam sendo fórmulas, mas existem mais fórmulas válidas que o conjunto abarcado pelas tautologias. Um método utilizado para a substituição das tabelas de verdade na determinação da validade das fórmulas, é a redução ao absurdo, que já foi abordado por cima.

Finalmente, para a definição semântica de consequência lógica se tem que uma estrutura $\mathcal{A}$ é modelo de um conjunto de fórmulas se, e somente se, todas as fórmulas do conjunto são verdadeiras ou válidas na estrutura $\mathcal{A}$. Cada tautologia é um caso particular de fórmula.

Se considerar Γ um conjunto de fórmulas em que α é uma fórmula particular, diz-se que α é consequência lógica (semântica) de Γ , se e somente se, todo modelo de Γ é também modelo de α .

Ou seja, em toda estrutura $\mathcal{A}$, sendo essa estrutura uma interpretação de uma linguagem da lógica de primeira ordem, se o conjunto de fórmulas Γ , interpretadas a partir dessa linguagem, é tal que todas as fórmulas são verdadeiras em $\mathcal{A}$, então $\mathcal{A}$ é uma estrutura de interpretação desse conjunto de fórmulas Γ , pois as fórmulas do conjunto são verdadeiras nessa estrutura. Quando α é uma fórmula particular desse conjunto, α também tem valor semântico nessa estrutura, pois também pode ser interpretada como verdadeira nessa estrutura.

Disso decorre, que se $\mathcal{A}$ é modelo de Γ e α é uma fórmula de Γ , então $\mathcal{A}$ é também um modelo de α . Se α fosse verdadeira em $\mathcal{A}$, mas as outras fórmulas de Γ fossem falsas, $\mathcal{A}$ não poderia ser modelo de Γ , e nem seria de α , porque $\mathcal{A}$ somente pode ser modelo quando todas as fórmulas representadas em sua estrutura são verdadeiras.

E por fim, se $\mathcal{A}$ é modelo de Γ , então Γ é consequência lógica de $\mathcal{A}$, $\mathcal{A} \models \Gamma$, e se também α é fórmula de Γ , $\mathcal{A} \models \alpha$, ou $\mathcal{A} \models \{\alpha\}$, ou ainda $\mathcal{A}(\alpha) = V$ (MORTARI, 2001, p. 186).

Também se diz que o modelo $\mathcal{A}$ satisfaz o conjunto Γ quando $\mathcal{A} \models \Gamma$, ou que Γ é satisfeito por $\mathcal{A}$, ou que as fórmulas de Γ são verdadeiras em $\mathcal{A}$.

Assim, para se testar se α é obtida de Γ , ou que α é consequência semântica de Γ , Mortari (2001, p. 188), pode-se usar a redução ao absurdo, partindo do pressuposto de que $\mathcal{A}$ satisfaz Γ mas não satisfaz α , o caso levaria à uma contradição.

Mortari (2001, p. 185) afirma que caso um conjunto Γ de fórmulas possua um modelo, ou seja, todas as suas fórmulas são verdadeiras em uma estrutura $\mathfrak{A}$ que represente Γ (seja o modelo de Γ), então Γ é satisfatível; caso não haja uma estrutura que seja modelo de Γ , que faça todas as suas fórmulas verdadeiras, então Γ é insatisfatível.

As leis lógicas apresentadas na lógica proposicional são o conjunto das tautologias, que é também o conjunto das fórmulas proposicionais válidas. No cálculo proposicional clássico as leis podem ser utilizadas realmente como regras de inferência, estabelecendo equivalências entre as fórmulas. De mesmo modo, a lógica de primeira ordem pode possuir proposições (fórmulas) cuja validade tenha sido provada em seu cálculo. Segundo Mortari (2001, p. 189), essas proposições são demonstradas enquanto propriedades da relação de consequência semântica. Ou seja, se α é uma consequência semântica de Γ , α é entendida como uma propriedade da relação de consequência semântica.

A partir da concepção semântica de consequência lógica, Mortari caracteriza a validade de um argumento mais precisamente:

Recorde que um argumento é constituído por um conjunto de sentenças (ou proposições), as premissas, e uma outra sentença (ou proposição), a conclusão. Se representarmos as premissas e a conclusão por fórmulas do cálculo de predicados, podemos dizer que o argumento original é válido se o conjunto de fórmulas que correspondem às premissas implicar logicamente a fórmula que representa a conclusão. (...) (MORTARI, 2001, p. 191).

Assim, temos um conjunto Γ de premissas, uma fórmula α que é a conclusão do argumento, e a definição do que significa dizer que as premissas implicam (logicamente) a conclusão, que $\Gamma \models \alpha$.

O critério de preservação de verdade, ou seja, a concepção de consequência lógica que identificará as fórmulas válidas, antes caracterizado como uma forma onde a verdade das premissas implica logicamente, na totalidade das interpretações, a verdade da conclusão é reformulado mais precisamente pela lógica de primeira ordem como, a partir, ordenadamente, de todas estruturas que sejam modelos de interpretação de um domínio, ou seja, em toda estrutura $\mathfrak{A}$, em que a função atribuir um valor verdadeiro para as premissas, este modelo fará a conclusão também verdadeira.

Assim, a forma do argumento na linguagem de primeira ordem garante o teste de sua validade formal, a partir da definição de consequência lógica semântica, a saber, que a consequência lógica semântica ocorre. Além disso, uma fórmula possui uma forma

válida, uma forma, na linguagem de primeira ordem, se ela é verdadeira em toda e qualquer estrutura que representa essa linguagem (MORTARI, 2001, p. 192).

5.3 Consequência Sintática da Lógica Clássica

Mortari (2001, p. 227) afirma que para elucidar uma concepção de validade e consequência lógica diferente da semântica, deve-se abordar a noção de prova e de sistema formal. O sistema formal, segundo o autor, é em geral uma apresentação de algum sistema axiomático (dedutivo) na contemporaneidade (MORTARI, 2001, p. 231).

O sistema axiomático emblemático é fornecido pela geometria euclidiana com base no problema de que a prova de proposições geralmente recorre à outras proposições, sendo que estas também devem ser provadas, e para isso teria de se recorrer a um terceiro grupo de proposições, os denominados axiomas ou postulados. Mortari (2001, p. 228 – 230) afirma que Euclides, em resposta ao problema, diz que certas proposições são tão simples que são auto evidentes e indubitavelmente verdadeiras, como “um círculo não é quadrado”. As proposições deste tipo são denominadas axiomas. Os postulados são proposições como os axiomas, mas especificamente geométricos na tradição Euclideana. Anterior ao estabelecimento de axiomas e postulados, segundo Mortari, Euclides também seleciona termos com significados intuitivamente explícito, como “parte”, para apresentar caracterizações de objetos (conceitos) como ponto e linha.

Um sistema formal, segundo Mortari (2001, p. 232), possui quatro componentes básicos: Um alfabeto que contenham os caracteres da linguagem formal; as regras de formação das expressões da linguagem, como as fórmulas; um conjunto de axiomas; e as regras de transformação que derivam novas expressões a partir dos axiomas, como as regras de inferência.

Segundo Chateaubriand Filho (2006, p. 2 - 4), foi Frege quem axiomatizou e formalizou a lógica pela primeira vez em sua obra *Conceituação* (2018) publicada em 1879. Sua lógica serve como base da teoria e prática das lógicas contemporâneas. Frege a concebeu como uma sintaxe interpretada, sendo uma teoria específica com conteúdo e escopo definidos. Contudo, Chateaubriand Filho (2006) afirma que a concepção sintática da linguagem lógica é pautada no desenvolvimento da sintaxe:

A lógica se apresenta na prática contemporânea como uma multiplicidade de sistemas formais conceitualizados lingüística e matematicamente. Uma lógica (e, de modo mais geral, um sistema formal) é concebida como uma linguagem composta de uma sintaxe e de uma semântica. A sintaxe inclui tudo o que pode ser tratado como

uma combinatória de símbolos, sem considerar quaisquer conteúdos que esses símbolos possam ter – i.e., sem considerar o que os símbolos simbolizam (CHATEAUBRIAND FILHO, 2006, p. 1).

Pois, segundo Mortari (2001, p. 234), a concepção sintática de consequência lógica trata de derivar uma fórmula de um conjunto de fórmulas, a partir de regras de inferência (as leis lógicas, ou fórmulas válidas de uma estrutura). Nessa concepção de consequência lógica, pode-se abstrair as interpretações e trabalhar apenas com as fórmulas enquanto somente cadeias de caracteres do alfabeto. “Num sistema formal, portanto, podemos dizer que as regras lógicas ficam explicitamente codificadas” (MORTARI, 2001, p. 232).

Até agora abordamos as tabelas de verdade e mencionou-se a redução ao absurdo como métodos de validação de argumentos. Contudo, o número de premissas de um argumento pode tornar esse processo de validação um tanto complexo, por exemplo, uma equação com oito fórmulas atômicas diferentes gera uma tabela de verdade com 64 linhas. O método da dedução natural permite a prova da validade de maneira mais compacta, também contempla a utilização do método da redução ao absurdo, como será apresentado mais à frente.

A dedução natural trata de deduzir, provar ou derivar uma conclusão a partir de um conjunto de premissas. Essa conclusão é entendida como derivação, prova ou dedução. Essa prova ocorre a partir da aplicação de regras de inferências nas premissas até se chegar na conclusão. Caso se aplique as regras de inferência e obtenha uma conclusão, a fórmula da conclusão é uma fórmula demonstrada, caso contrário a aplicação das regras nas premissas irá gerar conclusões intermediárias, nas quais se aplicam novamente as regras, até chegar na conclusão (ou estar em algum ponto no meio do caminho, se o procedimento foi sempre apropriado).

Vale notar, que o método da dedução natural é aqui abordado como um método de prova da lógica clássica, mas segundo Mortari pode ser utilizado por outras lógicas também. As regras de inferência são consideradas postulados, são aceitas sem demonstrações. As regras de inferência não são axiomas pois axiomas são as proposições primitivas, como “O todo é maior do que a parte”. Assim, o método de dedução natural (em geral) não possui axiomas, mas apenas postulados – as regras de inferência.

Apesar de nada impedir a aceitação de qualquer regra como um postulado, isso pode fazer com que o sistema se torne um mero jogo de símbolos. Mortari afirma que para que o método de dedução natural possua utilidade, deve-se aderir ao critério de preservação da verdade na escolha das regras de inferência. “(...) ou seja, que elas devam

preservar a verdade: se as fórmulas às quais a regra se aplica são verdadeiras, a fórmula resultante também o será. (como você vê, mesmo um método sintático como esse, para ter utilidade, deve ter algum tipo de interpretação.)” (MORTARI, 2001, p. 238).

As regras de inferências utilizadas por Mortari podem ser as leis lógicas da lógica proposicional clássica, acrescidas de regras que se aplicam aos quantificadores³¹. Mortari (2001, p. 243) afirma que o conjunto mínimo necessário de regras de inferência deve ser capaz de mostrar a validade de todas as formas do argumento, isto é, ser completo. Mas que é permitido introduzir regras “supérfluas” a fim de facilitar o processo de derivação. A sugestão oferecida pelo autor é que se tenha duas regras por operador, uma que o introduza e outra que o elimine da equação. A partir do conjunto inicial de regras de inferência pode-se definir quando uma fórmula é consequência lógica de outras (quando uma fórmula é conclusão de premissas).

Para apresentar uma noção do método da dedução natural, com uma redução ao absurdo, segue o exemplo utilizado por Feitosa (2005, p. 57), no qual a fórmula da lógica proposicional clássica $\neg A$ é conclusão das fórmulas $\neg B \vee D, A \rightarrow \neg D, B$:

Tabela 5 – Dedução natural com redução ao absurdo

1. $\neg B \vee D$	p.
2. $A \rightarrow \neg D$	p.
3. B	p.
4. $\neg(\neg A)$	pp.
5. A	Dupla negação na linha 4
6. $\neg D$	<i>Modus ponens</i> nas linhas 2 e 5
7. $\neg B$	Silogismo disjuntivo nas linhas 1 e 6
8. $B \wedge \neg B$	Conjunção nas linhas 3 e 7
9. $\neg A$	Dedução indireta ou redução ao absurdo nas linhas 4 até 8

Fonte: Autoria própria, 2020.

Na tabela acima, as fórmulas são apresentadas à esquerda, numeradas em ordem de premissas e operações. Em seu lado direito, nas primeiras três linhas observa-se “p.”, que quer dizer que as fórmulas inseridas à esquerda naquelas linhas são as premissas da equação. Já “pp.” significa “premissa provisória”, e é uma forma de referenciar que aquela

³¹ As regras de inferência utilizadas por Mortari (2001) encontram-se nas páginas 242, 266, 273 e 278. Para complemento acessar também Feitosa (2005) nas páginas 38, 39, 49 e 50.

premissa não está inclusa na equação, mas é aceita provisoriamente. No exemplo acima, a premissa provisória é a negação da conclusão, para aplicar o que Salmon chama de justificação negativa e Feitosa (2005) de dedução indireta, o que também é denominado como redução ao absurdo.

A fórmula A da quinta linha foi derivada das premissas, no caso, da premissa provisória (na quarta linha) através da aplicação da regra de inferência conhecida como dupla negação. Isso é feito na sexta e sétima linha, porém outras regras de inferência são nelas aplicadas, a saber, *modus ponens* e silogismo disjuntivo. Na oitava linha deriva-se uma contradição através da regra de inferência conjuntiva. Ao deparar com a contradição, quer dizer que a negação da conclusão não pode ser verdadeira, restando-lhe a sua falsidade. Se a negação da conclusão é falsa, como já vimos, só resta que a conclusão seja verdadeira, por isso, por dedução indireta ou redução ao absurdo, na nona linha deduz-se a conclusão.

Agora que o método de dedução natural foi apresentado em sua prática, apenas por complemento, segue um exemplo também de equação com quantificadores, fornecido por Mortari (2001, p.275). Onde a fórmula $\exists xPx$ é derivada de $\forall xPx$:

Tabela 6 – Dedução natural com quantificadores

1. $\forall xPx$	p.
2. Pa	Eliminação do universal na linha 1
3. $\exists xPx$	Introdução do existencial na linha 2

Fonte: Autoria própria, 2020.

Com isso, podemos finalmente explanar sobre a concepção sintática de consequência lógica. Ao caracterizar a concepção sintática da consequência, Mortari apresenta os teoremas, algo similar. Um teorema é uma dedução, uma consequência de um conjunto vazio de premissas. O símbolo da consequência lógica sintática é $\vdash$, um dos exemplos de Mortari é a equação $\vdash (Fa \wedge Gb) \rightarrow Fa$. Sua demonstração consiste em admitir a fórmula hipotética $Fa \wedge Gb$ como premissa, então partindo da redução ao absurdo, o primeiro passo é supor $\neg Fa$, a negação da conclusão que se torna premissa provisória. Com a aplicação da regra de inferência, a simplificação, na premissa conjuntiva, se obtém Fa . A partir disso, pode-se aplicar a regra de inferência, a conjunção, e obter $Fa \wedge \neg Fa$, uma contradição. Assim, ocorre a prova de que a equação $\vdash (Fa \wedge Gb) \rightarrow Fa$, é válida, utilizando somente as regras de transformações, e é um teorema.

A dedução natural é uma forma de validar argumentos apenas por meios sintáticos. Assim, na concepção sintática da consequência lógica, segundo Mortari, a

partir de um conjunto de fórmulas Γ , α é consequência (lógica) sintática de Γ , $\Gamma \vdash \alpha$, se α é deduzida a partir de Γ .

Mortari aponta que as duas concepções que fornece de consequência lógica, a sintática e a semântica, são na lógica equivalentes. “Isto é, α é uma consequência sintática de Γ se e somente se α é uma consequência semântica de Γ , o que equivale a dizer que o método de dedução natural é um sistema de prova correto e completo (...)” (MORTARI, 2001, p. 284). Vale notar que o sistema de dedução natural de Mortari é considerado um sistema de prova correto e completo a partir da linguagem de primeira ordem apresentada no texto.

Um conjunto de fórmulas Γ é consistente se não deduz alguma fórmula contraditória. Com isso, um conjunto é consistente se, e somente se, é satisfatível, conforme definição análoga da concepção semântica de consequência lógica. Um conjunto de fórmulas que deduz uma contradição é entendido como um conjunto inconsistente, e se um conjunto de fórmulas que deduz qualquer fórmula é trivial, esse conjunto deve ser trivial e inconsistente (MORTARI, 2001, p. 285).

5.4 A Lógica Formal sob uma Concepção Metafísica: A Verdade como Critério Ontológico da Lógica Clássica

Com a concepção sintática de consequência lógica, pode-se caracterizar os sistemas lógicos a partir de derivações sintáticas pelos postulados, através das regras de inferência. Como um dos postulados, deve-se aderir ao critério de preservação de verdade. Porém, para Chateaubriand Filho (2006), a verdade em um sistema lógico não pode ser uma concepção puramente sintática, como as concepções linguísticas da lógica.

Chateaubriand Filho (2006, p. 2) afirma que as concepções linguísticas da lógica contrapõem ao que ele próprio defende, uma concepção metafísica da lógica. As concepções linguísticas de lógica classificam-na como sintaxe e semântica, dentre tais concepções, há aquelas que defendem que a morfologia³² de uma sintaxe é sua semântica. Nesta última concepção, os símbolos de uma linguagem lógica são destituídos de conteúdo, ocorrendo a pura manipulação simbólica.

Apesar de haver diferentes opiniões sobre a relação entre lógica, linguagem e matemática, a categorização das noções lógicas em termos

³² “(...) No caso de uma língua (...) os elementos básicos correspondem a *morfemas*: (...) as menores unidades dotadas de significado. Combinações de morfemas de acordo com certas regras (a *morfologia*), nos permitem formar palavras (...)” (MORTARI, 2001, p. 32).

de sintaxe e semântica e a concepção da lógica como linguagem, ou linguagens, é basicamente *tomada como estabelecida*. Independente da concordância sobre os detalhes de uma ou outra concepção, existe consenso bastante geral de que a conceitualização da lógica como linguagem é a conceitualização correta. (CHATEAUBRIAND FILHO, 2006, p. 4).

Para Chateaubriand Filho, a gramática é considerada o aspecto central da sintaxe, porque ela é a formulação da linguagem. Mas a sintaxe não se restringe a ela, para a sintaxe, a prova também é importante, suas operações são sequências de símbolos em fórmulas ou sentenças.

A semântica da linguagem lógica baseia-se na interpretação ou na estrutura como visto nas seções anteriores, no cálculo proposicional e na lógica clássica, respectivamente. Segundo Chateaubriand Filho, a semântica envolve a teoria dos conjuntos – pelo universo de discurso - e a função de interpretação que denota esse universo de discurso através dos símbolos. As expressões básicas são os símbolos da lógica clássica que denotam indivíduos nesse conjunto domínio.

Chateaubriand Filho (2006) reconhece a importância que os conceitos linguísticos desempenham no desenvolvimento da lógica, contudo, considera que seu caráter fundamental é metafísico. Esta é a concepção defendida em grande parte de sua obra. Esta concepção metafísica da lógica tem dois vieses, o ontológico no qual a lógica é concebida como uma teoria sobre as características mais gerais da realidade, **do ser enquanto ser**. E o viés epistemológico onde a lógica é parte de uma teoria geral do conhecimento (fica evidente que essa definição tem acordo com o caráter epistemológico da análise dos sistemas lógicos através do conhecimento simbólico).

Para Chateaubriand Filho (2006), devido aos princípios aristotélicos (seja aceitando-os ou negando), a lógica sempre se preocupou fundamentalmente com a verdade. O autor afirma que tradicionalmente considera-se que a verdade corresponde à realidade, conforme o entendimento aristotélico de verdade - e segundo Chateaubriand Filho (2006), também de Frege - nesse sentido a lógica deve se preocupar com a realidade.

Contudo, vale ressaltar que as tentativas de explicações sobre o que é ou ao que concerne a verdade são deveras extensas. Segundo Dutra (2001, p. 17 – 61), a teoria da verdade como correspondência se encontra entre as teorias clássicas da verdade, assim, ela não é a única teoria da verdade, e ela própria não é uma teoria única, havendo mais de

uma perspectiva sobre a verdade como correspondência; além do mais, não há consenso sobre qual a teoria apropriada para explicar a verdade³³.

Para Chateaubriand Filho, se pelo menos uma parte da tarefa da lógica envolve investigar a verdade, e se a verdade é expressão da realidade, um dos objetivos da lógica é investigar as leis da realidade. Assim, a formulação dos princípios da lógica depende de uma categorização da realidade, a categorização tradicional da lógica tem sido em termos de objetos e propriedades.

Chateaubriand Filho (2006) afirma que é pela categorização e aplicação que os princípios da lógica são os fundamentos de uma concepção ontológica da lógica, por serem princípios ontológicos. Eles se encontram na *Metafísica* de Aristóteles (*apud* CHATEAUBRIAND FILHO, 2006, p. 5), onde as leis básicas da lógica (os princípios aristotélicos) são os princípios mais seguros sobre todas as coisas. Dentre elas o princípio da não contradição é considerado o mais seguro e é a lei mais fundamental da lógica.

O princípio da não contradição possui duas análises diferentes, a de que a mesma propriedade não pode ser aplicada e não aplicada ao mesmo sujeito (indivíduo) ao mesmo tempo e no mesmo aspecto - da lógica de predicados; e a de que proposições contraditórias não podem ser verdadeiras ao mesmo tempo - da lógica proposicional.

Chateaubriand Filho (2006, p. 5 - 6) discorda que a lógica proposicional faz parte da lógica de predicados, defendendo que há uma diferença fundamental entre ambas. A lógica proposicional é uma teoria sobre as relações de verdade entre as proposições, pois para ela independe a estrutura lógica como a da consequência lógica semântica da lógica clássica, e a expressão linguística. Enquanto uma teoria das relações de verdade, a lógica proposicional formula leis da verdade.

A lógica de predicados pode ser entendida enquanto uma teoria geral sobre propriedades e objetos, mas baseada nas propriedades e operações especificamente lógicas. Por um lado, suas leis são leis da realidade e, por outro lado, ela pode ser entendida pela implicação lógica, ao preocupar-se com a estrutura proposicional e sua relação com a realidade – na capacidade que a estrutura possui em expressar a realidade.

A lógica de predicados é conectada com a lógica proposicional clássica através da estrutura lógica das proposições, isto é, através dessa estrutura um elo é estabelecido entre as duas análises lógicas, isto é, as características gerais da realidade aliadas às relações de

³³ Como apontam Read (2016, p. 15-27) e Haack (2002, p.127-129).

verdades das (e entre as) proposições. Essa conexão é uma teoria da estrutura proposicional em termos de, por um lado a categorização dos objetos e das propriedades (o domínio), em uma relação de verdade proposicional (função de interpretação) em um outro lado, ao serem expressas pelas propriedades e operações lógicas (a estrutura). A expressão básica da lógica clássica só é verdadeira se é verdade que a estrutura a qual compõe, representada pela linguagem lógica (na qual uma letra do alfabeto foi considerada expressão), corresponde ao elemento do domínio designado pela expressão.

Assim, o entendimento de lógica de Chateaubriand Filho (2006), como teoria ontológica é a combinação da investigação da lógica de predicados (em um aspecto modal), com uma concepção da estrutura proposicional e uma concepção das relações de verdade entre propriedades e operações especificamente lógicas.

O viés epistemológico da lógica trata também das condições de conhecimento, tendo como aspecto central o estudo da justificação e da prova. “A investigação da estrutura geral das provas, deduções, argumentos, raciocínios, definições, etc., e sua correção é tradicionalmente considerada outro aspecto central da lógica” (CHATEAUBRIAND FILHO, 2006, p. 7). A esse aspecto, concerne principalmente a noção de dedução lógica presente nos *Analíticos Anteriores*.

Segundo Chateaubriand Filho, na epistemologia há um consenso de que a verdade é condição necessária para a prova. De mesmo modo, na lógica a preservação da verdade é condição necessária para a prova, pois em uma prova lógica premissas verdadeiras não devem levar a uma conclusão falsa. Disso decorre que se a verdade a ser preservada não for uma noção sintática, a prova também não o é. Com isso, afirma-se que os aspectos epistemológicos dependem dos aspectos ontológicos, porque a preservação de verdade é exigência ontológica para noção de dedução lógica.

Chateaubriand Filho (2006) defende que a prova não é apenas sequência de noções sintáticas, mas está associada ao conhecimento. Para que seus princípios básicos possuam plausibilidade, precisa de uma concepção que seja epistemologicamente significativa como a dedução lógica. As leis da dedução lógica, para Chateaubriand Filho, são leis da verdade no sentido de serem leis que alcançam e preservam a verdade. Disso o autor infere que intuições sobre a verdade são fundamentais para desenvolvimento da teoria da prova.

Segundo o autor supracitado, a concepção puramente sintática de prova e dedução é expressão parcial da tendência em separar a lógica de questões ontológicas. Algo encorajado pelo surgimento dos sistemas de dedução natural, ao ser utilizado para

justificar as leis da verdade sem considerações sobre a verdade e realidade. Por essa concepção sintática a prova se torna a noção lógica mais fundamental.

Mas uma noção sintática além de não ser considerada epistemologicamente significativa não dá plausibilidade aos princípios básicos da lógica, apenas os codifica. A análise sintática da prova é muito importante para a teoria geral da prova, mas o significado (ou conhecimento) da prova não provém das concepções puramente sintáticas.

Para Chateaubriand Filho, a prova estabelece conexões intrínsecas entre propriedades lógicas, assim como uma prova matemática estabelece conexões intrínsecas de propriedades matemáticas. Isso porque se entende que o objetivo de uma prova é estabelecer conexões intrínsecas entre propriedades do objeto representado. Na prova lógica o objeto é a lógica. Por isso em uma prova lógica os princípios da lógica, como - o critério de preservação de verdade - a dedução lógica, são condições necessárias (ontológicas) para estabelecimento de suas conexões.

Chateaubriand Filho (2006) ao contrapor que o apelo aos sistemas de dedução natural não mostra nada sobre uma prioridade da prova na lógica, utiliza um exemplo da redução ao absurdo.

A redução ao absurdo em uma prova recorre a preservação da verdade, aos princípios da não contradição e do terceiro excluído. Porque para uma premissa provisória (a negação da conclusão) levar à uma contradição, só é possível se se considera que uma proposição deve ser ou verdadeira ou falsa, sem uma outra opção; e que uma proposição verdadeira não deve levar a uma contradição, tendo a premissa provisória que ser falsa. E enfim, se a premissa provisória é falsa então a conclusão proferida só pode ser verdadeira. Os princípios da lógica por si só inferem concepções sobre a verdade, caso fosse o contrário, Chateaubriand Filho (2001, p. 8 – 9) questiona qual seria a justificativa para a aceitação da redução ao absurdo como um método que leva à validade. Portanto, a redução ao absurdo pressupõe que uma dedução deva preservar a verdade, isto é, a tem como exigência ontológica, pois quando um princípio de dedução não preserva a verdade, ele é desqualificado como princípio da lógica.

Por fim, a dependência dos princípios da lógica, ou seja, de uma caracterização da verdade também se aplica às lógicas não clássicas numa perspectiva formal. Em um comentário demasiado breve, uma lógica alternativa, a paraconsistente, restringe o princípio da não contradição. O que quer dizer que a negação da conjunção de uma proposição com sua própria negação não gera necessariamente o todo, não trivializa o sistema, isto é, a partir da conjunção de uma proposição com sua própria negação não se

pode deduzir toda e qualquer outra proposição (D'OTTAVIANO; FEITOSA, 2003, p. 19).

Essa informação mínima por si só já altera a consideração de uma consequência lógica da concepção clássica como o princípio da não contradição, enquanto princípio não válido em um sistema paraconsistente: o conjunto de fórmulas válidas obtidas pela concepção clássica da consequência lógica é diferente do conjunto de fórmulas válidas de uma concepção não clássica de consequência lógica, especificamente, neste caso, a da lógica paraconsistente. Mas ainda assim os sistemas paraconsistentes mantêm que suas regras devem preservar a verdade. Nesse sentido, os princípios aceitos realmente podem alterar a concepção de consequência lógica de um sistema, podendo alterar o conjunto de suas fórmulas válidas, em outros termos, pode alterar sua concepção teórica. Mas sempre se busca a preservação da verdade.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Procura-se concluir uma justificação filosófica para alguma teoria da lógica com o cuidado de respeitar os aspectos formais à luz de sua construção formal.

6.1 História e Filosofia da Lógica: Uma Perspectiva do Objeto da Lógica Matemática

No primeiro capítulo determina-se que o âmbito da lógica tratada é o da lógica formal. Os historiadores estudados julgam-na enquanto concepção apropriada de lógica sob uma perspectiva histórica contemporânea.

Por esta caracterização, o objeto da lógica em sua forma inicial é o silogismo, apresentado no *Primeiro Analíticos* de Aristóteles. O objeto, na forma do silogismo é um sistema semiótico da verdade, pois sua sintática é justificada enquanto uma sentença que é verdadeira ou falsa, e sob perspectiva semântica da verdade de uma proposição que é correspondente aos fatos no mundo real.

Bochenski (1966, p. 58 – 59) analisa a noção de objeto da lógica pelo caráter do silogismo de uma proposição (conclusão) se seguir necessariamente das outras, sem depender de sua verdade, mas de sua validade universal.

O historiador aponta o tecnicismo acerca das sentenças e sua neutralidade a respeito de interpretações filosóficas. As sentenças que ocorrem num silogismo contam de termos, e o silogismo consta de sentenças (categóricas, enunciados categóricos), mas é também um **logos**, que pode ser interpretado como palavra, por uma concepção formalista; como pensamento, por uma concepção psicologista, e como conteúdo objetivo, por uma concepção objetiva.

Essas três interpretações são admissíveis no sistema lógico de Aristóteles, a neutralidade no sistema quanto às interpretações não é por falta de interesse nelas, mas é teoria sintática completa e uma abstração de um sistema semiótico.

Quando a lógica formal se desenvolve para a forma da lógica matemática, Boole expressa por correspondência estrutural que a lógica de Aristóteles pode ser reformulada na forma de um cálculo, reivindicando a lógica enquanto uma disciplina matemática.

Com base nas idealizações de Leibniz, Boole busca uma generalização do uso das linguagens formais, como as da matemática, em todas as áreas do conhecimento. A partir da noção de conhecimento simbólico, afirma-se que Boole representa um sistema

semiótico em um sistema simbólico³⁴, deste modo a lógica aristotélica pode ter seus processos formalizados rigorosamente na linguagem de um cálculo, como um cálculo com linguagem algébrica.

Isso possibilita que o objeto da lógica seja representado enquanto um cálculo, e que os processos lógicos possuam total independência das interpretações extrassimbólicas, que dizem respeito a aspectos além da fórmula ou sentença.

Um outro ganho é a simplificação nas operações do sistema lógico, podendo validar um argumento, como o **silogismo perfeito** de um modo mais sucinto, ao seguir as regras das operações, ao invés da verificação de cada relação contida nas premissas em linguagem natural, como realizado por Aristóteles. Na expressão sintática do objeto da lógica de Aristóteles pela sintaxe da lógica de Boole, obtém-se as leis eletivas, aplicadas nas operações e a cada componente da estrutura, numa linguagem completamente artificial.

Na semântica do objeto da lógica de Aristóteles o objeto é interpretado como uma teoria semiótica. Suas sentenças possuem conteúdos verdadeiros ou falsos pois seus sinais e símbolos representam o pensamento, a voz da alma, e seu proferimento corresponde aos fatos do mundo verdadeira ou falsamente.

A expressão dos aspectos semânticos do objeto da lógica de Aristóteles na lógica de Boole adquirem um caráter intrassimbólico, pois sua interpretação é voltada à preservação da estrutura da fórmula. Essa estrutura determina a ordenação pela qual a fórmula é operada a fim de ser projetada por essa fórmula, de mesmo modo que o silogismo de Aristóteles é uma estrutura que, determina as operações, e é projetada pela lógica de Boole.

Com isso obtém-se uma possível caracterização das funções do conhecimento simbólico no objeto da lógica. O objeto da lógica sobre perspectiva sintática sob o paradigma do cálculo, contém símbolos de uma linguagem sintática, os quais sub-rogam as regras de operação do sistema lógico (um sistema simbólico no sentido estrito).

Na perspectiva semântica do objeto da lógica matemática, os símbolos possuem significados intrassimbólicos, ou seja, sobre seu próprio funcionamento dentro do sistema simbólico. E devem preservar e projetar uma estrutura.

³⁴ Classifica-se apenas como sistema simbólico, independente da questão de se as lógicas projetam uma estrutura intuitiva – em seu sentido latu - ou não – se possui caráter estrito.

Isso permite classificar a sintaxe do objeto da lógica matemática pela função operativa e pela simplificação da função psicotécnica, enquanto a semântica do objeto da lógica é intrassimbólica e estrutural. A característica intrassimbólica é estrita da função sub-rogativa, pois trata do significado dos símbolos que substitui o conteúdo do que os símbolos representam. Enquanto a característica estrutural pode ser tanto da função ectética quanto da ordenação da função psicotécnica, quando esta última é entendida como guia do pensamento.

Um comentário que talvez seja importante é que a lógica apresentada por Boole para expressar a lógica de Aristóteles não é livre de erros, como apresentado por Matulovic (2013, p. 11-12). A autora destaca que a lei do índice, do modo como é apresentada em *Mathematical Analysis of Logic*, pode levar a uma contradição, mas que esse erro é consertado posteriormente em *Investigation of the Laws of Thought*.

Abordou-se apenas a primeira obra supracitada de Boole, mas há a noção de que a lógica tratada na obra seguinte se aproxima mais a da lógica proposicional clássica. A álgebra booleana, conforme apresentada por Feitosa (2005, p. 109-117), ao abordar a lógica nos circuitos eletrônicos, possui funções satisfeitas do mesmo modo que o cálculo proposicional clássico, admitindo a representação da conjunção, disjunção e a negação pela tabela de verdade.

6.2 Filosofia e História da Lógica: Uma Análise Conceitual do Objeto da Lógica pela Concepção Clássica de Consequência Lógica

Após a Lógica de Boole, Frege consolida a lógica clássica ao propor um sistema lógico que utilize a linguagem lógica conforme a matemática utiliza a linguagem matemática, como já foi comentado, o autor foi motivado na tentativa de fundamentar a matemática através da lógica.

Isso não consiste em expressar o objeto da lógica por uma linguagem algébrica, como fez Boole, mas em fazer uma linguagem que seja própria da lógica, utilizada conforme uma linguagem matemática é utilizada para objetos matemáticos. A isso entende-se que a linguagem lógica também utiliza as funções do conhecimento simbólico, sendo essas, funções do uso da linguagem na matemática.

Contudo, o estudo do objeto da lógica pode ser realizado de forma mais profunda, a partir dos conceitos de preservação da verdade e da consequência lógica, como objetivos próprios da lógica.

Em resumo, o silogismo, o objeto da lógica na forma da lógica aristotélica, possui a forma de um argumento, em que as premissas se relacionam de tal forma que sustentam a conclusão como uma consequência lógica dessa relação. Essa relação de consequência lógica ocorre quando a verdade das premissas é preservada na conclusão, enquanto consequência delas. O argumento que possui a relação de consequência lógica é um argumento que possui a forma válida.

Mas esta é a concepção clássica de consequência lógica, uma dentre as outras possíveis compreensões de consequência lógica. Assim como o sistema de Aristóteles e o sistema de Boole são sistemas que compõem a lógica clássica enquanto essa é uma lógica cujo desenvolvimento é fruto histórico, e ambos os objetos são objetos sob a concepção clássica da lógica.

Existem dois fatores que influenciam a concepção de lógica clássica, a capacidade de expressão de argumentos válidos, ou seja, a quantidade do conjunto de argumentos válidos expressos; e os princípios lógicos que servem de postulados (ou axiomas, se admite-os à lógica) da lógica quando o conjunto de argumentos válidos serve de conjunto dos teoremas demonstrados.

Esses dois fatores envolvem concepções desenvolvidas no decorrer da história da lógica matemática. A lógica matemática é uma lógica formalista, conforme Bochenski (1966, p. 281-285), que a divide em quatro períodos³⁵.

A pré-história da lógica matemática começa com Leibniz. Posteriormente começa o período de Boole em 1847, com sua obra *Análise Matemática da Lógica*, e vai até o período de Schröder, até 1895. O período conhecido como o período de Frege começa antes do final do segundo período e vai até o *Principia Mathematica* de Russell e Whitehead, obra desenvolvida de 1910 à 1913. Neste terceiro período, os principais representantes são Peirce, Frege e Peano; os dois últimos autores propõem a fundamentação da matemática através da lógica matemática.

O quarto e último período é o contemporâneo que parte do *Principia Mathematica* até os dias atuais. A primeira parte do período contemporâneo começa com Hilbert em 1910 e esta seção vai até a meta-lógica em 1930, quando começa a segunda parte do período contemporâneo; nela a sistematização formalista da meta-lógica é feita pela

³⁵ Cita-se apenas os nomes dos autores principais destes períodos, dentre os tantos importantes e deve-se considerar que a sucessão cronológica não transparece o fluxo real das formas incluídas na lógica matemática.

metodologia e semântica de Tarski, e pela sintaxe de Carnap. Também há os teoremas de Gödel e as lógicas com deduções mais naturais – como a dedução natural – de Gentzen.

Ademais, a primeira parte do período contemporâneo possui novos sistemas lógicos em linguagem objeto como a lógica polivalente de Lukasiewicz e a lógica intuicionista de Heyting.

Na lógica matemática, a lógica formal é construída por pensadores que possuem posições filosóficas conflitantes, que podem até possuir alguma influência em seus sistemas lógicos, como no psicologismo de Boole, no nominalismo ou em um platonismo de Frege. Os quais mesmo assim desenvolvem uma mesma lógica formal ainda que esta difira em capacidade de expressão.

O período de Boole entende que a lógica se serve de um cálculo em aproximação com a matemática, enquanto ideal da lógica. O período de Frege é marcado por caracterizar a lógica matemática pela ideia de demonstração exata. A lógica neste sentido deve investigar o fundamento e demonstração da matemática com métodos que se julgam mais precisos que os da matemática pura usual. Essas duas concepções podem ser entendidas, respectivamente, enquanto a formalização pura e a axiomatização dos sistemas lógicos.

Considera-se que a formalização e a axiomatização representam, ordenadamente, neste caso, os dois fatores que influenciam a concepção de lógica clássica: a capacidade de expressão da formalização de um sistema e o processo de demonstração rigorosamente subjugados aos princípios.

Contudo, parece necessário ater-se um pouco mais à história da lógica matemática para lidar com o último problema a ser analisado epistemologicamente, a saber, o problema da concepção de verdade dos sistemas lógico-formais, como apontado por Chateaubriand Filho.

Segundo Bochenski, Frege afirma que nenhum pressuposto do sistema lógico deve passar despercebido. Todo axioma utilizado deve ser descoberto – enunciado. Porque suposições aceitas sem consciência segura delas podem ser obstáculo para a natureza epistemológica de uma lei.

Pela impossibilidade de se demonstrar tudo que se constitui num sistema lógico, aqueles pressupostos que são aceitos sem demonstrações devem ser declarados como tais. Assim, é possível se ter conhecimento daquilo em que a construção do sistema se apoia. Igualmente, as regras de inferências e dedução devem ser previamente enunciadas e distinguidas destes pressupostos não demonstráveis.

Isso porque Frege não procura apenas se certificar da verdade do consequente, mas ter uma justificação para ela e para as leis que a fundam. Deve-se haver um embasamento formal da inferência para que seja possível interpretá-la em linguagem ordinária.

Apesar de Frege impulsionar a teoria da demonstração na lógica matemática, sua notação segue o estabelecimento do formalismo realizado por Boole (conforme as notações até a primeira seção do período contemporâneo). Ela segue uma espécie de cálculo, no qual um algoritmo geral funciona enquanto conjunto das regras, que regulam os passos das proposições, como a ordem da relação de uma proposição resultar de duas outras.

Isso é representado na concepção semântica de consequência lógica do sistema da lógica de primeira ordem, apresentada no quinto capítulo, de modo que sua interpretação é realizada através de um domínio do objeto e uma função de interpretação numa estrutura (especificamente nessa ordem). Vê-se que nessa correlação da estrutura com o domínio, realizada através da função de verdade, um componente estrutural é verdadeiro se corresponde ao componente do domínio.

Segundo Bochenski a união do formalismo de Boole e da teoria da demonstração de Frege resulta também na meta-lógica. Tarski, enquanto um dos lógicos que elaboram a meta-lógica, o faz a partir da análise da meta-matemática de Hilbert. Hilbert diferencia as fórmulas manipuladas pelo sistema e as regras que as manipulam em dois níveis.

A formalização da matemática em meta-matemática consiste na constatação de que tudo que foi aceito na matemática foi formalizado rigorosamente, podendo interpretá-la (a matemática) em um sentido estrito como um conjunto de fórmulas. Assim, as operações da meta-matemática são realizadas pelas provas da matemática, pois a matemática é o objeto no qual se estrutura a formalização da meta-matemática. A concepção de Hilbert se limita à matemática, mas Tarski estende-a à lógica.

Apesar da concepção sintática de consequência lógica ter sido previamente definida pela noção de sistema formal, enquanto um sistema axiomatizado, ela também pressupõe uma abstração das interpretações de suas operações e sentenças, podendo lidar apenas com as fórmulas (mantendo a distinção daquelas que são postulados ou axiomas por um lado, e por outro os teoremas ou as inferências intuitivas operadas enquanto sentenças pelo sistema). Na apresentação da dedução natural, discutida brevemente no quinto capítulo, a demonstração é feita apenas de transformações sintáticas, sem a necessidade de axiomas, e via a interpretação das fórmulas pelos valores de verdade.

Chateaubriand Filho (2006) afirma que Hilbert enfatiza os aspectos sintáticos da lógica e que essa é uma das expressões da concepção linguística da lógica. A concepção linguística da lógica, em sua forma contemporânea, é influenciada pelo formalismo tal que a lógica é tratada como uma teoria da linguagem formal de um modo mais literal.

Chateaubriand Filho afirma que essa concepção se desenvolve de uma concepção linguística moderna, em que o *Principia* elimina os conteúdos abstratos através de termos linguísticos. Sua forma linguística e matemática atual é consolidada por Tarski em seu trabalho sobre a verdade e a concepção semântica de verdade.

A teoria dos modelos (em que um modelo de um sistema é uma estrutura matemática correspondente ao conjunto de suas fórmulas válidas), iniciada em grande parte por Tarski, transformou o caráter da lógica moderna. As concepções absolutistas³⁶ de Frege, Russell e Hilbert dão lugar para uma concepção de lógica centrada na teoria dos modelos e na teoria da prova, como teorias dos sistemas formais.

Segundo Chateaubriand Filho, Tarski oferece uma concepção semântica neutra, livre de questões metafísicas. Sua análise formal da verdade separa a linguagem das fórmulas de seu conteúdo, proporcionando a autonomia da sintaxe. A noção de significado de uma sentença é substituída pela noção de satisfação e verdade. O conteúdo das noções da lógica é explicado pelo papel que desempenham na verdade ou validade das sentenças, assim sobra apenas a gramática e a verdade.

E a verdade ou falsidade enquanto noções lógicas em um sistema formal, desempenham o papel de possibilitar uma semântica que interprete os casos em que o consequente preserva a verdade de suas premissas. Deste modo, o problema ou papel da verdade em Tarski é relativo à classificação argumentativa das sentenças.

Chateaubriand Filho entende que a classificação das sentenças deve ser pela verdade lógica. Ao menos na investigação filosófica de Read, a verdade lógica é tratada como uma noção de objeto central da lógica, menos apropriada que a noção de consequência lógica. Contudo, o entendimento de consequência lógica de Chateaubriand Filho também difere do de Read, pois ao invés de ser a relação de preservação de verdade entre os componentes de um argumento, é entendida como a operação condicional acrescida de uma totalidade de interpretações, que na lógica proposicional clássica é equivalente a verdade da condicional em todas as linhas da tabela de verdade. Assim,

³⁶ Por absolutistas entende-se que são teorias de escopo (conteúdo interpretativo) definido por ter um objeto.

mantém-se a defesa de objeto da lógica por consequência lógica no entendimento apresentado por Read e Mortari.

Finaliza-se o quinto capítulo na abordagem da concepção de Chateaubriand Filho, em contraponto às concepções linguísticas, em que a verdade não é apenas o valor de uma função sintática do sistema lógico, mas uma condição ontológica do sistema lógico.

Deste modo, a verdade de um sistema proposicional é uma lei da verdade quando esta corresponde à realidade, tanto em sentido aristotélico quanto fregeano. A lógica de predicados corresponde a uma teoria geral da realidade enquanto é um sistema estruturado para representar a realidade pelas propriedades lógicas. Nesse sentido, a lógica clássica é tanto teoria da realidade quando teoria das regras pertinentes à verdade.

Não há intenção de negar a concepção linguística de lógica nem a concepção metafísica de lógica. Ao invés, a análise epistemológica possibilita uma classificação de coexistência de ambas sob o entendimento de expressão entre sistemas, que podem ser simbólicos e semióticos.

Um sistema formal expressa um objeto operativo e estrutural e, assim, parece aceitável afirmar que um sistema lógico formal tem por expressão de objeto a própria lógica, apresentada de modo operativo e estrutural.

Um sistema semiótico também pode apresentar o objeto (no caso a lógica) de modo estrutural e até de modo operativo, podendo apresentar um formalismo. Contudo, eventualmente o sistema recorre à concepção ou concepções que não possuem aspectos puramente formais, mas são próprias do sistema e se encontram além de seu domínio, como por exemplo, a própria realidade.

Neste caso, um sistema lógico semiótico considera as questões pertinentes à lógica além de sua expressão instrassimbólica, ou seja, sua projeção estrutural operativa e psicoténica. Assim, um valor operado do jeito que a verdade o é, tem tanto uma função dentro do sistema, por compor uma estrutura, como uma correspondência com as condições metafísicas da verdade ou a expressão de fatos no mundo.

E, ao mesmo tempo, esse sistema semiótico pode ser expresso por, ou até mesmo expressar um sistema simbólico³⁷, desde que se estabeleça correspondência entre propriedades estruturais. O valor de verdade como uma interpretação operativa, e até mesmo demonstrativa, dos princípios da lógica pode ser considerado apenas em aspecto sintático, regido pelo paradigma do cálculo. E, também, pode ser uma interpretação de

³⁷ No sentido de um cálculo, podendo ser ou *latu* ou *estrito*.

correspondência abstrata, enquanto interpretação de uma estrutura que representa – corresponde – à um domínio, também abstrato, como ocorre na concepção semântica.

Deste modo a lógica matemática oferece ao menos uma perspectiva dúbia de seu objeto, a concepção sintática do objeto da lógica clássica tem a forma de um sistema simbólico que procura independência em sua formalização, sujeito apenas às operações sintáticas dos símbolos, priorizando sua função operativa³⁸. Enquanto a concepção semântica do objeto da lógica clássica apresenta uma interpretação robusta da representação simbólica do aspecto estrutural da lógica, dando ênfase à função estrutural.

Com isso, pode-se dizer, por fim, que historicamente, um sistema (ao menos) da lógica matemática deve possuir sintaxe, visto que todos os sistemas abordados ou meramente comentados possuem. E que a relação que o sistema possui com a semântica determina seu caráter, pois caso essa relação não ocorra, é um sistema simbólico cujo objeto da lógica possui uma concepção sintática clássica. A relação com uma semântica interpretativa em um sistema simbólico cujo conteúdo é intrassimbólico apresenta um objeto da lógica sob a forma semântica clássica. A relação com uma semântica que aceite aspectos tão desenvolvidos como da linguagem ordinária apresenta o objeto da lógica em um sistema semiótico.

³⁸ Vale notar que mesmo que a concepção sintática busque o tratamento do sistema apenas como um conjunto de fórmulas e operações, para ser um sistema da lógica clássica deve respeitar os princípios da lógica como princípios próprios, formalizando-os. Ainda que admita que a estrutura e operação de um sistema simbólico formal pode não depender de interpretação alguma, a sua construção em primeiro aspecto, ou seja, a formalização de seus argumentos é realizada em argumento que precisam ser formalizados, ou seja, em argumentos informais. Como por exemplo, a citação utilizada na primeira página do primeiro capítulo na qual apresenta-se os princípios da lógica, sua apresentação é em linguagem ordinária ao invés da formal, algo não permitido para um princípio de um sistema sintático, o que quer dizer apenas que essas leis são passíveis de formalização.

REFERÊNCIAS

ALVES, M. A. *Lógica e Informação: uma análise da consequência lógica a partir de uma perspectiva quantitativa da informação*. Tese (Doutorado em Filosofia) – UNICAMP, Campinas, 2012.

ARISTÓTELES. *Órganon: Categorias, Da Interpretação, Analíticos Anteriores, Analíticos Posteriores, Tópicos, Refutações Sofísticas*. Tradução, textos adicionais e notas Edson Bini/ São Paulo: Edipro, 3. ed., 2016.

AUSTIN, J. L. *Philosophical Papers*. 3. ed. New York: Oxford University Press Inc., 1979.

BLANCHÉ, R.; DUBUCS, J. *História da Lógica*. Edições 70, Lisboa, s.d. Tradução do original *La Logique et son Histoire*, Armand Colin, Paris, 1996.

BOCHEŃSKI, I. M. *Historia de la Lógica Formal*. Madri: Gredos, 1966. Tradução espanhola por Millan Bravo Lozano do original *Formale Logik*. Freiburg/München: Verlag Karl Alber, 1966.

BOCHEŃSKI, I. M. *What Has Logic Given to Philosophy?* in: *Philosophical Logic in Poland*, Edited by: Jan Woleński; p. cm. -- (Synthese library; v. 228), Institute of Philosophy Jagiellonian University, Krakow, Poland, 1993.

BOOLE, G. *An investigation of the laws of thought on which are founded the mathematical theories of logic and probabilities*. Ed. Project Gutenberg's, Queens College, Corki, 2017.

BOOLE, G. *Mathematical Analysis of Logic Being an Essay Towards a Calculus of Deductive Reasoning*. ed. Cambridge: MacMillan, Barclay, & MacMillan; London: George Bell. Released: Project Gutenberg's, 1847.

BRUN, G. Formalization and the Objects of Logic. *Erkenntnis*, 2008, v. 69, n. 1, p. 1 - 30.

CHAGAS, C. E. das *et al.* *Java Básico e Orientação a Objeto*. Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2010.

CHATEAUBRIAND FILHO, O. *Logical Forms*. Campinas: Unicamp, 2002.

CHATEAUBRIAND FILHO, O. Lógica, ontologia e epistemologia In: XI Encontro Nacional de Filosofia, 2006, Salvador. *Plenárias da ANPOF 2004/2006*. Salvador: Quarteto Editora, 2006. p. 107 – 146.

DA COSTA, N. *O Conhecimento Científico*. São Paulo: Discurso Editorial, 1997.

DAGHLIAN, J. *Lógica e álgebra de Boole*. 4. ed. - 12 reimpressão. São Paulo: Atlas, 2008.

DAVID, Marian. The Correspondence Theory of Truth. *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Fall 2016 Edition), Edward N. Zalta (ed.) URL = <<https://plato.stanford.edu/archives/fall2016/entries/truth-correspondence/>>.

D'OTTAVIANO, Ítala Maria Loffredo; FEITOSA, H. A. Sobre a história da lógica, a lógica clássica e o surgimento das lógicas não-clássicas. *Página Educacional do Cle*, Campinas, p. 1-34, 2003.

DUTRA, L. H. de A. Verdade e Investigação: *o problema da verdade na teoria do conhecimento*. São Paulo: EPU, 2001.

ESQUISABEL, Oscar M. Representing and abstracting: An Analysis of Leibniz's Concept of Symbolic Knowledge. In: LASSALLE CASANAVE, A. et al. *Symbolic Knowledge from Leibniz to Husserl*. London: College Publications, 2012.

FEITOSA, H. A., PAULOVICH, L. *Um Prelúdio à Lógica*. São Paulo: Editora Unesp, 2005.

FEITOSA, H. A. et al. Sobre Consequência Lógica. *Mimesis*, Bauru, v. 37, n. 1, p. 43-60, 2016.

FORBELLONE, André Luiz Villar; EBERSPÄCHER, Henri Frederico. *Lógica de Programação: A construção de Algoritmos e estruturas de dados*. 3. ed. São Paulo: Prentice Hall, 2005.

FREGE, G. Thoughts. In: FREGE, G. *Collected Papers on Mathematics, Logic, and Philosophy*. Oxford: Basil Blackwell Publisher Ltd, 1984.

FREGE, G. Conceitografia: *Uma Linguagem Formular do Pensamento Puro Decalcada sobre a da Aritmética*. Introdução, tradução e notas de Paulo Alcoforado, Alessandro Duarte e Guilherme Wyllie. – Seropédica, RJ: PPGFIL-UFRRJ, 2018.

FREGE, G. *Escritos Coligidos / Sobre a Justificação científica de uma Conceitografia; Os Fundamentos da Aritmética*. seleção e tradução de Luís Henrique dos Santos. 2 ed. São Paulo: Abril Cultural, 1980.

FREGE, G. *Lógica e Filosofia da Linguagem*. Seleção, introdução, tradução e notas de Paulo Alcoforado. - 2 ed. amp. e rev. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2009.

GLANZBERG, M. "Truth", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Fall 2018 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = <<https://plato.stanford.edu/archives/fall2018/entries/truth/>>.

GONZALEZ, M. et al. (Org). Encontro com as Ciências Cognitivas: *Anais do Primeiro Encontro Brasileiro-Internacional de Ciências Cognitivas*. Marília, São Paulo, novembro de 1995. Marília: Faculdade de Filosofia e Ciências, 1996.

HAACK, S. *Filosofia das Lógicas*. Tradução Cezar Augusto Mortari e Luiz Henrique de Araújo Dutra. São Paulo: Editora UNESP, 2002.

LEGRIS, J. Between Calculus and Semantic Analysis: Symbolic Knowledge in the Origins of Mathematical Logic. In: LASSALLE CASANAVE, A. et al. *Symbolic Knowledge from Leibniz to Husserl*. London: College Publications, 2012.

MATULOVIC, M. Demonstrações na algíbeira: *polinômios como um método universal de prova*. Tese (Doutorado em Filosofia) – UNICAMP, Campinas, 2013.

MCCULLOCH, W. S.; PITTS, W. H. *A Logical Calculus of the Ideas Immanent in Nervous Activity*. ed. Bulletin of Mathematical Biophysics, v. 5, 1943, p. 115-133.

MCGRATH, Matthew and Frank, Devin. Propositions. *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Spring 2018 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = <<https://plato.stanford.edu/archives/spr2018/entries/propositions/>>.

MENDONÇA, B. R. Conhecimento Simbólico na Álgebra da Lógica de Boole e Venn. In: DUTRA, L. H. de A.; LUZ, A. M. (orgs.). *Linguagem, Ontologia e Ação*. Florianópolis: NEL/UFSC, 2011.

MENDONÇA, B. R. *Conhecimento Simbólico em John Venn*. Dissertação (Mestrado em Filosofia) – UFSM, Santa Maria, 2013.

MORTARI, C. A. *Introdução à Lógica*. São Paulo: Editora UNESP: Imprensa Oficial do Estado, 2001.

PURYEAR, S. Leibniz's Alleged Ambivalence About Sensible Qualities. *Studia Leibnitiana*, 2012, v. 42, n. 2, p. 229 – 245.

READ, S. Repensando a Lógica: *Uma Introdução à Filosofia da Lógica*. Tradução Abílio Rodrigues Filho. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2016.

RUSSELL, B. Lógica e conhecimento. Coleção *Os Pensadores*. Seleção de textos Hugh Matthew Lacey; tradução de Pablo Rubén Mariconda. 2. ed. São Paulo: Abril Cultural, 1985.

SALMON, W. C. *Lógica*. 4 ed. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1978.

SCAMARAL, E. S. Leibniz: Definição Nominal de “Substância Individual” e Definições Nominais de Substâncias Individuais. *Cadernos Espinosanos*, 2016, v. 34, p. 289 – 316.

SCHOLZ, H. *Conside History of Logic*. Translated by Kurt F. Leidecker. New York: Philosophical Library, 1961.

SHANNON, C. E. *A Symbolic Analysis of Relay and Switching Circuits*. Ed. Wiley - IEEE Press; 1. edition (January 19, 1993), p. 471 - 495.

SHANNON, C. E.; WEAVER, W. *Teoria Matemática da Comunicação*. São Paulo - Rio de Janeiro: DIFEL, 1975.

SILVA, H. G. da. *A Lógica da Verdade Pragmática em um Sistema de Tableaux*. Dissertação (Mestrado em Filosofia) – UNESP, Marília, 2018.

SOBRAL, J. B. M. *Dos Primórdios da Matemática aos Sistemas Formais da Computação* [recurso eletrônico]. Florianópolis: Edição do Autor, 2015a. 1 v. (Série Pensamento Matemático. Ciência da Computação).

SOBRAL, J. B. M. *Da Computabilidade Formal às Máquinas Programáveis* [recurso eletrônico]. Florianópolis: Edição do Autor, 2015b. 2 v. (Série Pensamento Matemático. Ciência da Computação).

TARSKI, A. *A Concepção Semântica da Verdade*. Tradução Celso Baida [et al.]. Mortari, C. A./ Dutra, L. H. de A. (Org.). São Paulo: Editora UNESP, 2007.

TEIXEIRA, J. de F. *Mentes e Máquinas: uma introdução à Ciência Cognitiva*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.