



Instituto de Física Teórica  
Universidade Estadual Paulista

---

---

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

IFT-D.003/06

O Setor Leptônico Neutro e a Violação de CP

Tiago Leite Chaves

Orientador

Prof.Dr. Juan Carlos Montero

março de 2006

## Agradecimentos

Ao Prof. Juan, pela orientação segura, pela clareza na transmissão das idéias, pelo respeito e a serenidade que dedica aos seus orientandos.

Aos meus colegas do Instituto de Física Teórica, sem os quais não teria sido possível escrever esta dissertação, pelo apoio e o estímulo fornecidos. Em particular sou grato ao Celso, à Carina, ao Carlos, ao Edison, ao Fábio, à Gabriela, à Nadiane, ao Otávio e ao Rafael pelo companheirismo e amizade.

Meus sinceros agradecimentos ao Mirez pela ajuda com os problemas surgidos na digitação deste texto referentes ao uso do *LATEX*.

Devo agradecer a valorosa colaboração dada pela Rosaninha e a Ana que, com paciência e habilidade, leram o texto oferecendo sugestões, comentários e críticas.

Gostaria de agradecer também à Gabi, ao Tom, à Patrícia, ao Leo e ao Luciano, pela amizade, compreensão e apoio que sempre me proporcionaram.

À Marcela, pela boa vontade de quem sempre esteve disposta a ajudar e de sua importância para manutenção da Biblioteca.

Agradeço, também, a prestativa atenção das secretárias da Pós-Graduação.

Em especial, agradeço aos meus pais pela ajuda inestimável para a conclusão deste trabalho. O suporte e apoio dados, no ano que passou, foram ingredientes essenciais para que eu pudesse desenvolver esta pesquisa.

À CAPES, pelo apoio financeiro e o respeito dado aos seus bolsistas.

## Resumo

Neste trabalho, apresentamos um resumo dos principais experimentos que constataram a existência de um déficit no fluxo de neutrinos solares, levando assim, ao estabelecimento do chamado Problema dos Neutrinos Solares (PNS). Ainda que brevemente, abordamos a anomalia dos neutrinos atmosféricos. O estudo destes dois sistemas sugere que um mecanismo de conversão de sabor deve ser a solução para ambos. Esse mecanismo, também conhecido como “oscilação de neutrinos”, requer que massa e mistura sejam introduzidos no setor leptônico neutro. Estudamos a propagação do neutrinos no vácuo e na matéria. Posteriormente, em vista da potencial importância das massas dos neutrinos, como sugerem os experimentos de oscilação, estudamos o setor leptônico neutro descrevendo alguns modelos de massa para neutrinos a título de ilustração.

Na seqüência, estudamos a possibilidade de violação de CP na oscilação de neutrinos. Primeiramente, definimos as fases de violação de CP de Dirac e de Majorana. Discutimos rapidamente o decaimento  $0\nu\beta\beta$  mostrando que esta é a forma mais promissora de testar a natureza de Majorana dos neutrinos. Em particular, mostramos que a violação de CP na oscilação de neutrinos é completamente insensível à mesma questão, ou seja, se os neutrinos são partículas de Dirac ou Majorana. Avaliamos, de forma qualitativa, a importância do ângulo  $\theta_{13}$  para a detecção da violação de CP no setor leptônico neutro. Por fim, citamos, como exemplos, os experimentos Double CHOOZ e o Projeto Angra, no Brasil, ambos desenvolvidos com o objetivo de melhorar os limites impostos pelo CHOOZ para  $\theta_{13}$ .

**Palavras Chaves:** neutrinos solares, oscilação de neutrinos, mecanismos de massa e violação de CP.

**Áreas do conhecimento:** Ciências Exatas e da Terra; Física de Partículas e Campos; Fenomenologia das Partículas Elementares.

## Abstract

We present a review of the main experiments which have observed a deficit in the solar neutrino flux, leading to the establishment of the Solar Neutrino Puzzle. Also, we comment on the atmospheric neutrino anomaly. The study of these two systems suggest that a flavor conversion mechanism must be a solution for both deficits. This mechanism, known also as “neutrino oscillation”, requests that mass and mixing have to be introduced in the neutral leptonic sector. After that we have studied neutrino oscillation in vacuum and in matter. Next, in viewing of the potential importance of neutrino masses, as suggested by all neutrino oscillation data, we have studied the neutral leptonic sector describing some illustrative neutrino mass models.

Finally, we have studied CP violation in neutrino oscillation. First, we define the Dirac and Majorana CP violation phases. Second, we discuss in some details the process of neutrinoless double beta decay  $0\nu\beta\beta$  showing that it is the best way to provide an evidence for revealing the Dirac or Majorana neutrino character. In particular, we have shown that CP violation in neutrino oscillation is completely insensitive to that question, i.e., if neutrinos are Dirac or Majorana particles. We have also discussed the importance of the mixing parameter  $\theta_{13}$  for detecting CP violation in the neutral leptonic sector. To conclude, we comment briefly on both Double CHOOZ and Angra Project experiments. These experiments are aimed to measure  $\theta_{13}$  improving the present limits constrained by CHOOZ.

# Índice

<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>1 Neutrinos Solares</b>	<b>4</b>
1.1 Como Brilha o Sol: Fonte de Neutrinos . . . . .	4
1.2 O Problema dos Neutrinos Solares (PNS) e Principais Experimentos .	6
1.2.1 Homestake . . . . .	8
1.2.2 Kamiokande . . . . .	10
1.2.3 GALLEX, SAGE/GNO . . . . .	11
1.2.4 SuperKamiokande . . . . .	12
1.2.5 SNO . . . . .	13
1.3 Possíveis Soluções para o PNS . . . . .	14
1.4 Anomalia dos Neutrinos Atmosféricos . . . . .	15
<b>2 Oscilação de Neutrinos</b>	<b>17</b>
2.1 Sabores, Misturas, Massas e Oscilação . . . . .	17
2.1.1 Oscilação de Neutrinos no Vácuo . . . . .	17
2.1.2 Propagação de Neutrinos na Matéria: Potenciais Efetivos . . .	22
2.1.3 Equação de Evolução na Matéria: Massa Efetiva e Mistura . .	25
2.1.4 Condição Adiabática . . . . .	28
2.1.5 Coeficiente de Adiabaticidade . . . . .	29
2.1.6 O Efeito MSW . . . . .	31
2.1.7 Conversão Adiabática - Probabilidade de Sobrevivência . . . .	31
2.1.8 Conversão não-adiabática . . . . .	33
2.2 Neutrinos Solares e Atmosféricos - Dados de Oscilação . . . . .	34
2.2.1 Neutrinos Solares . . . . .	35
2.2.2 Neutrinos Atmosféricos . . . . .	36
<b>3 Modelos de Massa dos Neutrinos</b>	<b>38</b>
3.1 Motivações para a Massa dos Neutrinos . . . . .	38
3.2 As Massas dos Neutrinos no Modelo Padrão . . . . .	40

3.3	Modelo Simples com Neutrinos Massivos . . . . .	41
3.3.1	Lagrangianas do Modelo Simples . . . . .	41
3.3.2	Mistura e Massas dos Neutrinos no Modelo Simples . . . . .	45
3.3.3	Acoplamento dos Neutrinos no Modelo Simples . . . . .	47
3.4	Modelo de Massa com Neutrinos de Dirac . . . . .	49
3.4.1	Mistura no Modelo com Neutrinos de Dirac . . . . .	53
3.4.2	Propriedades do Modelo com Neutrinos de Dirac . . . . .	53
3.5	Mecanismo Seesaw . . . . .	54
3.6	Modelo com o Setor de Higgs Estendido . . . . .	57
<b>4</b>	<b>Neutrinos Massivos e a Violação de CP</b>	<b>62</b>
4.1	Existe Violação de CP no Setor Leptônico? . . . . .	62
4.2	Fases de violação de CP: Dirac e Majorana . . . . .	64
4.2.1	Brevemente Sobre o Duplo Decaimento Beta sem Neutrinos . . . . .	67
4.3	Violação de CP na Oscilação de Neutrinos no Vácuo . . . . .	68
4.4	Comentários sobre a Violação de CP na Oscilação de Neutrinos . . . . .	71
	<b>Conclusão</b>	<b>73</b>
	<b>A Propriedades da Matrix Conjugação de Carga</b>	<b>75</b>
	<b>B Termos de Massa para Neutrinos</b>	<b>76</b>
B.1	Termo de Massa de Dirac . . . . .	76
B.2	Termo de Massa de Majorana . . . . .	77
B.3	Termo de Massa Dirac-Majorana . . . . .	77
	<b>Referências</b>	<b>79</b>

# Introdução

Nos últimos anos, foram obtidas fortes evidências a favor da oscilação de neutrinos. Graças a experimentos como Super-Kamiokande [1][2], SNO [3], KamLand [4] e K2K [5], aprendemos que neutrinos produzidos em um autoestado de sabor bem definido podem ser detectados, após se propagar por uma distância macroscópica, como um diferente autoestado de sabor. Com base nestes resultados, estamos convencidos que o déficit dos neutrinos solares ( $\nu_e$ ), melhor conhecido como Problema dos Neutrinos Solares (PNS), e a anomalia dos neutrinos atmosféricos são ambos devidos a este mesmo fenômeno.

A maneira mais simples de interpretar este fenômeno é dada da seguinte forma: a oscilação de neutrinos pode ocorrer naturalmente se os neutrinos são massivos, como todos os férmions carregados, e os sabores leptônicos misturados, de maneira análoga ao setor dos quarks. (A oscilação refere-se a mudança periódica de um tipo de neutrino para outro.) Desta forma, neutrinos seriam descritos por três estados  $\nu_1$ ,  $\nu_2$  e  $\nu_3$  com massas definidas  $m_1$ ,  $m_2$  e  $m_3$ , respectivamente, sendo que estes estados de massa seriam diferentes dos estados de sabor  $\nu_e$ ,  $\nu_\mu$  e  $\nu_\tau$ . Assim, neste contexto, os estados de sabor seriam misturas dos estados de massa.

O aspecto fascinante sobre a mistura de sabores é o que ela implica para os neutrinos. Um elétron neutrino, uma vez nascido, tem alguma probabilidade de ser detectado como um múon ou tau neutrino. Esta probabilidade depende da distância  $x$  que o elétron neutrino tenha viajado e é dada pela expressão

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_a}(x) = \sin^2(2\theta) \sin^2 \left( \frac{\Delta m_{12}^2 x}{4E} \right)$$

onde  $a = \mu, \tau$ ,  $\Delta m_{12}^2 = m_2^2 - m_1^2$  (diferença de massa ao quadrado dos neutrinos) e  $E$  a energia dos neutrinos. A diferença de massa pode, em princípio, ser obtida do comprimento de oscilação,  $L_0 = 4\pi E / \Delta m_{12}^2$ , enquanto que o ângulo de mistura  $\theta$  é deduzido da amplitude da onda,  $\sin^2(2\theta)$ . Como podemos ver, a oscilação de neutrinos é sinal inequívoco das pequenas massas dos neutrinos e da mistura. Certamente, os dados de neutrinos solares nos permitem procurar por massas que são da ordem de  $8 \times 10^{-5} eV^2$  [6]. (No caso de mistura de três sabores a probabilidade de

oscilação é mais complexa do que a simples expressão apresentada acima.)

Embora, a oscilação de neutrinos seja a assinatura das massas e mistura destas partículas, o que podemos aprender com estas informações? Que mudanças este fato pode trazer ao Modelo Padrão (MP) das Interações Eletrofracas? Sabemos que o MP tem sido testado com sucesso desde a sua concepção por Glashow, Salam e Weinberg nos anos 1960. Na época, no entanto, não havia nenhuma evidência concreta da massa dos neutrinos de forma que eles foram introduzidos no modelo como partículas de massa nula para as quais nenhum termo de massa renormalizável pode ser construído. Contudo, a predição de massa nula para os neutrinos pelo MP é algo meramente acidental. A razão para os neutrinos não ganharem massa pelo mecanismo de Higgs provém do fato de os neutrinos de mão direita  $\nu_R$  não estarem incluídos na lista de férmions do MP. Conseqüentemente, no MP não há nem mistura nem violação de CP no setor leptônico, como há no setor dos quarks. Todavia, a existência das massas dos neutrinos abre um caminho novo para estas possibilidades.

Ao contrário dos fótons, não existe nenhum princípio no MP que proíba os neutrinos de ganharem massa. Pelo contrário, existem diversas maneiras de modificar o MP que permitem massas não nulas para neutrinos. Análises dos dados de neutrinos solares e atmosféricos [6] sugerem fortemente a existência de massas diminutas para os neutrinos. Sendo este o caso, a natureza poderia admitir uma matriz de mistura de sabores do tipo Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM) [7] também no setor leptônico neutro, conhecida como matriz Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata (PMNS) [8], permitindo ter fases de violação de CP com três gerações de léptons.

Assim, para explorarmos esses temas, este texto será apresentado em quatro partes. No **capítulo 1**, discutimos brevemente as reações nucleares que geram a energia solar e criam como subproduto neutrinos do elétron. Em seguida, destacamos, com alguns detalhes, os principais experimentos responsáveis pela concepção e solução do déficit dos neutrinos solares  $\nu_\odot$  (PNS) e as possíveis soluções propostas para este problema. Por fim, na última seção apresentamos um resumo do segundo déficit de neutrinos encontrado em 1992 - a anomalia dos neutrinos atmosféricos.

Apresentamos um desenvolvimento pedagógico e formal da teoria de oscilação de neutrinos no **capítulo 2**, explicação mais aceita para ambos os déficits de neutrinos. Neste capítulo descrevemos a propagação dos neutrinos no vácuo mostrando, também, como a mistura de sabores é afetada quando os neutrinos se propagam em um meio material, com ênfase especial a oscilação ressonante de neutrinos conhecida como efeito MSW. No final, dispomos um resumo do status atual dos dados dos experimentos com neutrinos solares e atmosféricos. Com a potencial importância das massas não nulas dos neutrinos em mente, sugeridas pelos experimentos de os-

cilação, ilustramos no *capítulo 3* algumas descrições de modelos de massa, com destaque para os modelos de massa de Majorana uma vez que muitas extensões além do Modelo Padrão geram naturalmente estas massas.

No *capítulo 4*, discutimos a possibilidade de violação de CP no setor leptônico neutro e como este efeito poderia ser detectado na oscilação de neutrinos. Para tal, primeiramente definimos as fases de violação de CP de Dirac e Majorana. Na seqüência, apresentamos um breve resumo sobre o duplo decaimento beta sem neutrinos. (Este processo pode revelar se os neutrinos são partículas de Dirac ou Majorana.) Por fim, estudamos a violação de CP na oscilação de neutrinos no vácuo fazendo alguns comentários a respeito da determinação da fase de violação de CP de Dirac  $\delta$  e a medida do ângulo de mistura  $\theta_{13}$ .

# Capítulo 1

## Neutrinos Solares

### 1.1 Como Brilha o Sol: Fonte de Neutrinos

O modelo solar padrão (MSP) descreve o Sol como uma estrela da seqüência principal\*, que brilha serenamente por 4.6 bilhões de anos. Além disto, considera que o Sol seja um objeto esfericamente simétrico, em equilíbrio térmico e hidrostático, descrito pela equação de estado de um gás ideal, com uma composição química uniforme muito similar a sua composição original.

O mecanismo de produção de energia solar é composto por uma série de reações nucleares exotérmicas em que núcleos mais leves fundem-se para formar núcleos mais pesados. Este processo de fusão faz com que o Sol converta hidrogênio em hélio. Toda vez que isto acontece é liberada aproximadamente 26 MeV de energia. Pode parecer pouco, mas é o suficiente para manter o Sol brilhando quando multiplicado pelo número de reações que ocorrem a cada segundo.

A origem desta energia está na massa do núcleo original de hidrogênio. A conversão do hidrogênio para hélio no Sol passa por diversas etapas, mas o efeito desta reação em cadeia é o mesmo de usar quatro núcleos de hidrogênio para fazer um de hélio, que consiste de dois prótons e dois nêutrons. No núcleo de hélio os seus constituintes estão tão ligados que a massa desse núcleo é menor do que a soma dos quatro nossos prótons originais. Essa diferença corresponde aos 26 MeV mencionados.

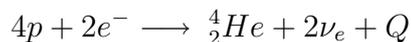
Em suma, existem dois processos, atuando em conjunto, responsáveis pela produção da energia solar: as reações termonucleares da cadeia do hidrogênio, responsável por 98.5% da energia produzida, e as do ciclo CNO (carbono - nitrogênio - oxigênio) responsável pelos restantes 1.5% da energia total. O resultado final destas duas reações é a conversão

---

\**Estrelas que são uniformes na sua composição química e nas quais as reações nucleares da queima do hidrogênio, Tab.(1.1), acontecem [9].*

Reação	Probabilidade (%)	Máxima energia cinética (MeV)
PP I		
$(pp) p + p \longrightarrow D + e^+ + \nu_e$	99.76	0.4231
$(pep) p + e^- + p \longrightarrow D + \nu_e$	0.24	1.445
$p + D \longrightarrow {}^3\text{He} + \gamma$	100	5.49
${}^3\text{He} + {}^3\text{He} \longrightarrow {}^4\text{He} + 2p$	81.03	12.86
PP II		
$(hep) {}^3\text{He} + p \longrightarrow e^+ + \nu_e + {}^4\text{He}$	0.00002	18.778
${}^3\text{He} + {}^4\text{He} \longrightarrow {}^7\text{Be} + \gamma$	18.97	1.59
$({}^7\text{Be}) {}^7\text{Be} + e^- \longrightarrow {}^7\text{Li} + \nu_e$	99.89	0.8631(89.7%) 0.3855(10.3%)
${}^7\text{Li} + p \longrightarrow {}^4\text{He} + {}^4\text{He}$		17.35
PP III		
${}^7\text{Be} + p \longrightarrow {}^8\text{B} + \gamma$	0.11	0.137
$({}^8\text{B}) {}^8\text{B} \longrightarrow 2{}^4\text{He} + e^+ + \nu_e$		14.06

Tabela 1.1: *Reações da cadeia do hidrogênio : probabilidade de cada passo e a máxima energia cinética. Adaptado da referência [10].*



onde  $Q = 4m_p + 2m_e - m_{{}^4\text{He}} = 26.732$  MeV de energia liberada. A maior parte da energia do Sol é emitida através de fótons e uma pequena parte (cerca de 2%) através dos neutrinos,  $\langle E(2\nu_e) \rangle = 0.59$  MeV. A fonte dos neutrinos solares está listado nas Tab.(1.1) e Tab.(1.2).

Um aspecto importante destes dois processos (cadeia do hidrogênio e o ciclo CNO), como pode ser visto, é a produção de elétron - neutrinos, ou seja, neutrino do tipo elétron, aquele que é emitido juntamente com um pósitron para conservar o número leptônico. Podemos observar que de todos os neutrinos produzidos, os mais abundantes são os da cadeia do hidrogênio, na qual são produzidos por reações intermediárias  $pp$ ,  $pep$ ,  ${}^7\text{Be}$ ,  ${}^8\text{B}$  e  $hep$  sendo que a maior parte da energia liberada para a matéria solar provém do ramo PP I (que corresponde a 99% do fluxo de neutrinos solares). Por outro lado, no ciclo CNO existem quatro reações intermediárias de produção de neutrinos:  ${}^{13}\text{N}$ ,  ${}^{15}\text{O}$ ,  ${}^{17}\text{F}$ , e  ${}^{18}\text{F}$ . Estes neutrinos, no entanto, con-

Reação	Máxima Energia Cinética (MeV)
$^{12}\text{C} + p \longrightarrow \gamma + ^{13}\text{N}$	1.94
$^{13}\text{N} \longrightarrow e^+ + ^{13}\text{C} + \nu_e$	1.1982
$^{13}\text{C} + p \longrightarrow \gamma + ^{12}\text{N}$	7.55
$^{14}\text{N} + p \longrightarrow \gamma + ^{15}\text{O}$	7.30
$^{15}\text{O} \longrightarrow e^+ + \nu_e + ^{15}\text{N}$	1.7317
$^{15}\text{N} + p \longrightarrow \gamma + ^{16}\text{O}$ (1%) $\longrightarrow \alpha + ^{12}\text{C}$ (99%)	12.13
$^{16}\text{O} + p \longrightarrow \gamma + ^{17}\text{F}$	0.60
$^{17}\text{F} \longrightarrow e^+ + \nu_e + ^{17}\text{O}$	1.7364
$^{17}\text{O} + p \longrightarrow \alpha + ^{14}\text{N}$ $\longrightarrow \gamma + ^{18}\text{F}$	5.61
$^{18}\text{F} \longrightarrow e^+ + \nu_e + ^{18}\text{O}$	0.63

Tabela 1.2: *Reações do Ciclo CNO. Adaptado da referência [10].*

tribuem muito pouco para os experimentos de detecção de neutrinos, pois seu fluxo e energia são muito baixos. O cálculo do fluxo de neutrinos solares destas reações depende de vários fatores tais como a temperatura solar, a abundância relativa dos elementos, o conhecimento preciso das taxas de reação nucleares relevantes, assim como da hidrodinâmica do Sol. O espectro do fluxo de neutrinos até a Terra, calculado no MSP por Bahcall e seus colaboradores [11], é dado na Fig.(1.1).

## 1.2 O Problema dos Neutrinos Solares (PNS) e Principais Experimentos

Neutrinos são produzidos em grande número pelas reações termonucleares no núcleo solar, como apresentado nas Tab.(1.1) e Tab.(1.2), e podem passar do centro solar a nós diretamente. Enquanto a luz que vemos do Sol representa energia criada no núcleo milhares de anos atrás, um neutrino criado neste exato momento irá nos alcançar em oito minutos. Portanto, se os neutrinos podem passar facilmente pelo Sol, como poderíamos detectá-los? Em meados dos anos 1960, cálculos detalhados realizados pelo teórico John Bahcall mostravam que havia neutrinos suficientes produzidos no Sol que poderiam ser observados na Terra. Baseado nestes cálculos, o experimental Raymond Davis projetou um detector [12] que poderia vê-los. Em 1968 no experimento de Homestake, realizado por Davis e colaboradores, foi então

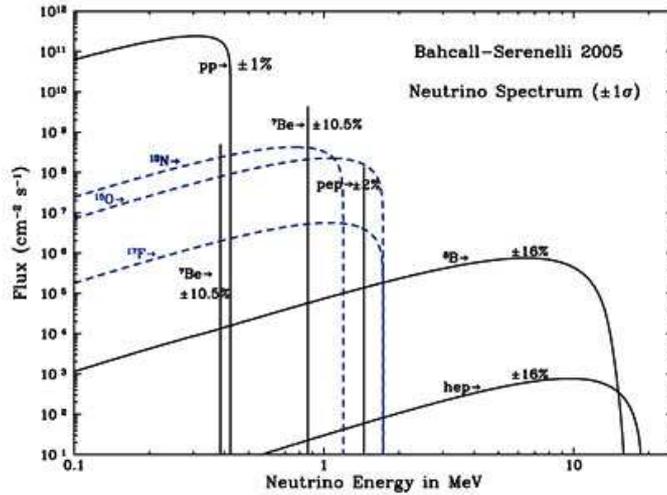


Figura 1.1: Previsão do espectro de energia dos neutrinos solares. Para fontes contínuas, o fluxo de neutrinos é dado em número por  $\text{cm}^{-2}\text{sec}^{-1}\text{MeV}^{-1}$  na superfície da Terra. Para fontes monocromáticas, as unidades são em número por  $\text{cm}^{-2}\text{sec}^{-1}$ . Adaptado da referência [11].

confirmado a existência dos neutrinos solares  $\nu_{\odot}^{\dagger}$  com a primeira observação da interação de elétron - neutrinos. O que Davis viu foi surpreendente, ele realmente via os neutrinos, no entanto, encontrou somente 1/3 do que Bahcall havia previsto teoricamente. Na época, muitos cientistas acreditavam que isto poderia ser um erro tanto dos cálculos de Bahcall como algum problema na realização do experimento de Davis ou mesmo ambos. Entretanto, nas décadas seguintes, todos os experimentos confirmavam um sinal positivo de interações de  $\nu_{\odot}$  apesar de as medidas do fluxo de neutrinos ainda continuarem apresentando este problema intrigante. Uma parcela significativa destes elétron - neutrinos aparentemente desaparecia antes de alcançar os detectores terrestres, ou seja, haviam menos neutrinos sendo detectados vindos do Sol do que o previsto teoricamente, ver Fig.(1.2). Este enigma ficou conhecido como *O Problema dos Neutrinos Solares* e perdurou insolúvel até 2002, ano no qual o experimento SNO [3], que é capaz de distinguir entre interações de corrente carregada, corrente neutra e espalhamento de elétrons, detectou todos os neutrinos desaparecidos mas em diferentes sabores. Este resultado trouxe luz ao problema sustentando fortemente uma explicação para o PNS em termos de uma física nova.

<sup>†</sup>Elétron - antineutrinos  $\bar{\nu}_e$  provenientes de reatores nucleares já haviam sido descobertos por C.L. Cowan, F. Reines, F.B. Harrison, H.W. Kruse e A.D. McGuire em 1956 nos Estados Unidos [13].

Hoje em dia, embora existam outras, a explicação mais aceitável encontra - se na oscilação de elétron - neutrinos em outros sabores de neutrinos, isto é, a conversão de  $\nu_e \rightarrow \nu_{\mu,\tau}$ . Portanto, para entendermos como o problema surgiu e evolui ao longo dos anos, iremos apresentar, nas próximas seções, os experimentos importantes para a consolidação e solução do PNS.

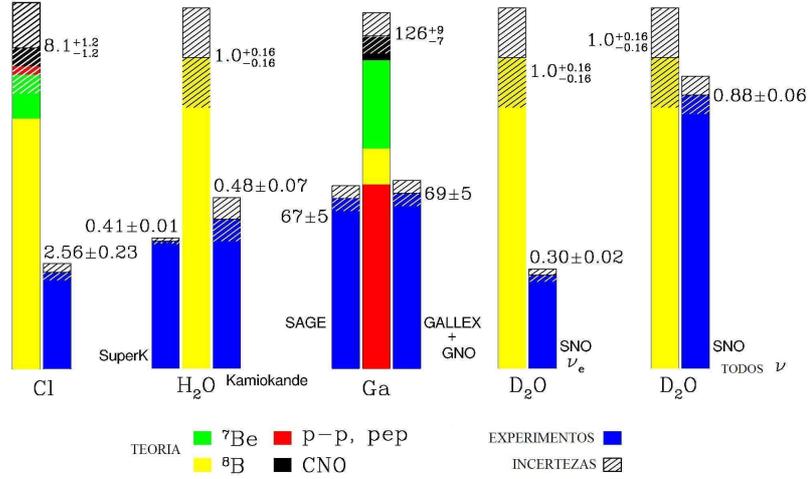


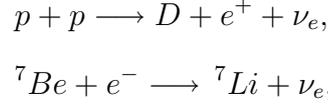
Figura 1.2: *Teoria versus experimentos.* A figura compara a predição do Modelo Solar Padrão mais o Modelo Padrão das Interações Eletrofracas com as razões medidas em todos os experimentos de neutrinos solares. Adaptado da referência [14].

### 1.2.1 Homestake

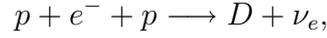
Ao contrário dos fótons, os neutrinos podem atravessar o núcleo solar e escapar na superfície carregando informações do seu ponto de produção<sup>‡</sup>. Portanto, as medidas do fluxo dos neutrinos solares ajudam a revelar os mistérios do núcleo e fornecem um bom teste para o MSP. Este modelo prevê um fluxo isotrópico de

<sup>‡</sup>Para neutrinos com MeV de energia, se comparando com a seção de choque do elétron  $\sim 7 \times 10^{-27} m^2$ , possuem uma seção de choque de reação muito pequena -  $\sigma_\nu \sim 10^{-48} m^2$ . Para um meio de densidade de  $10^5 kg \cdot m^{-3}$ , os fótons possuem um livre caminho médio de 2cm, já o livre caminho médio dos neutrinos é de  $\sim 2 \times 10^{18} m$ . De modo que, os neutrinos saem livremente do Sol (Raio solar  $\simeq 6.96 \times 10^8 m$ ).

elétron - neutrinos vindos do Sol, sendo que apenas uma pequena fração chega a Terra. Os neutrinos mais abundantes produzidos nas reações

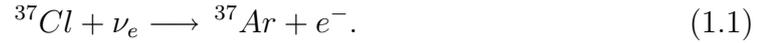


possuem energias menores do que 1 MeV e mesmo os neutrinos encontrados na reação



que têm uma energia máxima de 1.44 MeV, possuem uma probabilidade muito baixa de ocorrência, apenas 0.24%.

Tudo isto consistia num enorme problema para o primeiro experimento de detecção de neutrinos solares. Este projeto pioneiro é o famoso experimento Cloro-Argônio. Este experimento era composto por um tanque de 610 toneladas de Cloro líquido e ficava localizado a 1478 m abaixo do solo, para reduzir o background das radiações cósmicas, numa mina de ouro em Homestake na Dakota do Sul (EUA). O processo fraco usado para a detecção era



O limiar de energia desta reação é 0.814 MeV [10]. Este limiar dava ao detector acesso a todas as regiões do espectro de neutrinos solares exceto os da reação  $pp$  (que possuem o maior fluxo), ou seja, o detector tinha uma resposta quase nula para todos os neutrinos de baixa energia, abaixo de 0.814 MeV a reação é completamente proibida. O  ${}^{37}\text{Cl}$  pode sofrer uma transição para uma estado excitado  ${}^{37}\text{Ar}$  para neutrinos com energia suficientemente alta, o que aumenta a seção de choque do detector para a absorção do  ${}^8\text{B}$  por um fator de 20. Entretanto, a reação de produção destes neutrinos no Sol ocorre com uma probabilidade de 0.02%, na cadeia de hidrogênio, o que leva a uma razão de captura relativamente baixa na Terra de  $7.6_{-1.1}^{+1.3}$  SNU § [10].

Homestake [12] começou a ser construído em 1965 e começou a coletar dados em 1967 indo até 1994 com exceção do período de maio de 1985 à outubro de 1986. Neste experimento eram observados em média  $(0.47 \pm 0.04)$  eventos por dia sendo que  $(0.08 \pm 0.003)$  deviam ser removidos como efeito dos raios cósmicos. Depois de subtraído o background a razão da captura resultante era de  $(2.56 \pm 0.23)$  SNU [10]. Isto representava apenas um terço do valor esperado. Este aparente desaparecimento dos neutrinos antes de chegar a Terra ficou, então, conhecido como o Problema dos Neutrinos Solares (PNS).

---

§  $1\text{SNU} = 10^{-36} \text{reações}/(\text{átomo de } {}^{37}\text{Cl} \times \text{segundo})$

### 1.2.2 Kamiokande

Em 1988, o PNS foi confirmado pelos resultados do Kamiokande (Kamioka Nuclear Decay Experiment) [15] que mediram apenas metade do fluxo dos neutrinos do  ${}^8B$  previstos pelo MSP. As medidas do experimento de Kamiokande provaram que os neutrinos observados vinham para o detector da direção do Sol. Isto só foi possível pois, na reação (1.2), a direção do elétron espalhado é muito próxima da direção do neutrino incidente, sendo assim, o conhecimento da direção do elétron e a posição do Sol no momento do evento são suficientes para confirmar o resultado. Kamiokande ainda mostrou que o espectro de energia dos neutrinos era compatível com as previsões do MSP.

Com 2140 toneladas de água, Kamiokande era um detector em tempo real, instalado em uma mina no Japão, medindo a luz Cerenkov<sup>¶</sup> emitida pelo recuo do elétron produzido nas interações de espalhamento

$$\nu_\alpha + e^- \longrightarrow \nu_\alpha + e^- \quad (1.2)$$

para  $\alpha = e, \mu, \tau$  e com elétrons a uma energia  $\geq 9.0 \text{ MeV}$  (mais tarde este limiar de energia foi reduzido para  $7.0 \text{ MeV}$ ) [15]. Por isto, somente neutrinos solares do  ${}^8B$  e hep foram detectados. Vale ressaltar que, enquanto o processo de detecção nos experimentos radioquímicos, Eq.(1.1) e Eq.(1.5), é puramente uma interação de corrente carregada (troca de  $W$ 's), o processo de detecção da Eq.(1.2) ocorre tanto para interações de corrente carregada como de corrente neutra (troca de  $Z$ 's), dependendo do sabor do neutrino incidente. De modo que, o processo de detecção da Eq.(1.2) é sensível a todos os sabores de neutrinos ativos. Para neutrinos com energia da ordem de  $10 \text{ MeV}$ , que é a típica energia dos neutrinos do  ${}^8B$ , as seções de choque dos neutrinos no espalhamento do elétron Eq.(1.2) são [16]:

$$\sigma_{total} = 8.96 \times 10^{-44} \text{ cm}^2 \text{ para } (\nu_e, e), \quad (1.3)$$

$$\sigma_{total} = 1.58 \times 10^{-44} \text{ cm}^2 \text{ para } (\nu_\mu, \mu)(\nu_\tau, \tau). \quad (1.4)$$

Essa diferença entre as seções de choque ocorre pois o espalhamento do múon e tau - neutrinos acontece somente via corrente neutra, enquanto que no caso do neutrino do elétron, tanto interações de corrente neutra como carregada acontecem. Conseqüentemente, os elétron - neutrinos, por serem os únicos a interagirem via

---

<sup>¶</sup>A luz Cerenkov é gerada quando uma partícula move-se com velocidade maior do que a da luz na água, que é sempre menor do que a velocidade da luz no vácuo. Neste caso, a partícula gera algo análogo a onda de choque gerada por jatos supersônicos no ar: uma “onda de choque ótica” - luz - é emitida em cones.

corrente carregada, contribuem 6 vezes mais do que múon e tau - neutrinos para a reação.

Quando Kamiokande foi construído em 1983, o principal propósito do detector era a busca pelo decaimento do próton. Porém, após uma atualização em 1984 e 1985, Kamiokande tornou-se apto a medir o fluxo de neutrinos solares. No entanto, de início, não foi tão fácil detectar um sinal de neutrinos solares devido a alguns ajustes técnicos e problemas com background. Levou mais de um ano de coleta de dados para detectar um sinal definitivo de neutrinos solares. Analisando 450 dias de dados de janeiro de 1987 a maio de 1988, Kamiokande observou um sinal claro vindo da direção do Sol. Kamiokande operou entre janeiro de 1987 à fevereiro de 1995, quando encerrou as atividades. O fluxo final medido foi de  $\Phi = 2.80 \pm 0.19 \pm 0.33 \cdot 10^6 \nu cm^{-2} s^{-1}$  [17]. Este valor é significativamente menor do que o previsto pelo MSP:  $\Phi = 5.05(1.00^{+0.20}_{-0.16} \cdot 10^6 \nu cm^{-2} s^{-1})$  [17]. Por fim, numa tentativa de encontrar uma solução para o PNS em termos de uma solução particular, o fluxo dos neutrinos solares foi medido quando eles não atravessam a Terra (tempo Dia) e quando atravessam (tempo Noite): o efeito Dia-Noite. Contudo, nenhuma diferença relevante foi encontrada:  $\Phi_D = 2.70 \pm 0.27 \cdot 10^6 \nu cm^{-2} s^{-1}$ ,  $\Phi_N = 2.87^{+0.27}_{-0.26} \cdot 10^6 \nu cm^{-2} s^{-1}$  [10].

### 1.2.3 GALLEX, SAGE/GNO

Anos mais tarde, em 1992 os experimentos radioquímicos GALLEX (GALLium EXperiment) [18], localizado no LNGS (Laboratori Nazionali del Gran Sasso, na Itália), e SAGE (Soviet American Gallium Experiment) [19], localizado em Baksan (Rússia), obtiveram com sucesso medidas do fluxo de neutrinos com um limiar de energia de 233 KeV, que permitiu a detecção dos neutrinos de baixa energia produzidos pela reação fundamental da cadeia do hidrogênio, a  $pp$ . Este resultado forneceu a primeira evidência experimental direta confirmando a teoria da fonte termonuclear da produção da energia Solar. Em experimentos radioquímicos com gálio, como o GALLEX e o SAGE, elétron - neutrinos do Sol são detectados através da observação do germânio  $^{71}Ge$  radioativo que é produzido no processo



que é sensível somente as interações de corrente carregada (troca de W's). Uma vez que o limiar de energia da reação (1.5) é de  $E = 233$  KeV, neutrinos de todas as fontes, Tab.(1.1) e Tab.(1.2), são detectados.

O detector GALLEX era um tanque contendo 30.3 tons de  $^{71}Ga$  (100 tons de uma solução aquosa de cloreto de gálio), enquanto que o SAGE usa cerca de 57 tons de

${}^{71}\text{Ga}$  na forma metálica. O GALLEX esteve em operação de 1991 à 1997 e obteve como resultado final uma razão de captura observada de  $77.5 \pm 6.2^{+4.3}_{-4.7}$  SNU [17], valor significativamente menor do que a previsão do MSP:  $129^{+8}_{-6}$  SNU [17]. O SAGE inicialmente relatou uma razão de captura muito baixa,  $20^{+15}_{-20} \pm 32$  SNU. Mais tarde, observou uma razão similar ao GALLEX de  $66.6^{+6.8+3.8}_{-7.1-4.0}$  SNU [17].

Por fim, ainda temos os dados do Gallium Neutrino Observatory (GNO) [20], localizado no LNGS na Itália. Este experimento é, na verdade, uma atualização do GALLEX, mas com um novo sistema de aquisição de dados e uma eletrônica mais avançada. A razão de interação do GNO, com base nos dados de maio de 1998 à janeiro de 2002, é de  $65.2 \pm 6.4 \pm 3.0$  SNU [10]. Os resultados combinados GALLEX + GNO (1991-2002) é de  $70.8 \pm 4.5 \pm 3.8$  SNU [10]. Como podemos observar, todos estes experimentos mediram um fluxo de neutrinos de cerca da metade do previsto pelo MSP.

#### 1.2.4 SuperKamiokande

Finalmente, o experimento de SuperKamiokande (SK) [1] veio confirmar, com grande estatística, a supressão do fluxo de neutrinos do  ${}^8\text{B}$ ,  $\Phi_{\text{B}}^{\text{SK}} = 2.35 \pm 0.02 \pm 0.08 \cdot 10^6 \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$  [21], com respeito ao MSP por um fator de 1/2:  $\Phi = 5.15^{+1.0}_{-0.7} \cdot 10^6 \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$  [17]. Este resultado corresponde à análise de uma amostra de 1496 dias consecutivos, de maio de 1996 a julho de 2001, com diferentes limiares de energia: em um primeiro passo  $E = 6.5$  MeV, e em uma última análise  $E = 5.0$  MeV, o que significa que este experimento só é capaz de medir o fluxo de neutrinos do  ${}^8\text{B}$  - e o fluxo muito pequeno de neutrinos do hep. O resultado acima está apresentado em termos das medidas do fluxo do  ${}^8\text{B}$ .

SuperKamiokande, uma versão maior de Kamiokande, possui uma massa de água de 45.000 tons (das quais 22.500 tons são usadas em experimentos de neutrinos solares) e um limiar de energia baixo permitindo análises mais precisas. Assim como Kamiokande, SK possui características que são únicas a um detector água-Cerenkov. Primeiro, ele é um detector em tempo real em que cada evento é registrado individualmente. Segundo, existe uma forte correlação direcional no espalhamento do  $\nu_e$ , Eq.(1.2), que permite relacionar a detecção do neutrino à posição do Sol. Além disto, a quantidade de luz Cerenkov produzida pelo elétron espalhado dá a medida de sua energia. Em suma, o experimento fornece informação no tempo, direção e energia de cada evento, permitindo pesquisar por possíveis modulações temporais (efeito Dia - Noite e variações sazonais) e o estudo do espectro de energia do recuo dos elétrons e o fluxo de neutrinos solares da reação hep.

No entanto, SK não apresentou nenhuma assimetria Dia-Noite relevante. O

resultado, na variação Dia-Noite, na forma de uma assimetria Dia - Noite [10] é

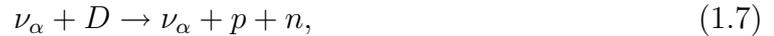
$$A_{D-N} \equiv 2 \frac{N - D}{D + N} = 0.021 \pm 0.020(\text{estat})_{-0.012}^{+0.013}.$$

Como pode-se notar este valor é compatível com zero. Por outro lado, a variação sazonal do fluxo de neutrinos solares devido a excentricidade da Terra está em bom acordo com a hipótese da dependência de  $d^{-2}$ , onde  $d$  é a distância Terra - Sol [10].

### 1.2.5 SNO

Foi preciso o Sudbury Neutrino Observatory (SNO) [3] começar a colher dados em 1999 para que surgisse o esclarecimento para o PNS. Construído por uma equipe de cientistas canadenses, norte americanos e britânicos, o SNO está localizado na mina Creighton, perto de Sudbury Canadá, a uma profundidade de 2073m. O detector é constituído de uma casca esférica de acrílico transparente de 12 metros de diâmetro preenchida com 1000 toneladas de água pesada  $D_2O$  envolta por 1700 toneladas de  $H_2O$  ultra pura e imerso num volume de 5300 toneladas de  $H_2O$ , também ultra pura, usado para bloquear radioatividade das rochas. A luz Cerenkov emitida é detectada por uma disposição geodésica de  $10^4$  fotomultiplicadoras envolvendo a casca de água pesada. Este experimento foi projetado para ser um teste independente de modelo para as possíveis explicações do déficit do fluxo de neutrinos solares, tendo sensibilidade para todos os sabores de neutrinos ativos e não somente para o  $\nu_e$ .

Capaz de medir o fluxo de neutrinos solares do  ${}^8B$  e do  $hep$ , o SNO, através da água pesada, pode interagir via três diferentes reações,



Na reação (1.6), corrente carregada -  $CC$ , a quebra do dêuteron pode ser iniciada apenas por  $\nu_e$  e pode ser detectado acima de um limiar de energia de poucos MeV ( $E > 5 \text{ MeV}$ ). Na reação (1.7), corrente neutra -  $CN$ , todos os neutrinos ativos ( $\alpha = e, \mu, \tau$ ) podem interagir com igual probabilidade com um limiar de energia de 2.225 MeV. Já na última reação (1.8), espalhamento de elétron -  $EE$ , embora possa ocorrer para todos os sabores, ocorre 6 vezes mais para  $\nu_e$ .

Em abril de 2002, foram publicados os resultados do SNO [3] para a primeira fase com  $D_2O$  puro, incluindo os dados da assimetria Dia-Noite. (Numa segunda

fase foi adicionado  $MgCl_2$  para melhorar o sinal de  $CN$ .) Assumindo um espectro de energia sem distorção eles extraíram as seguintes razões individuais [21]:

$$\Phi_{SNO}^{CC} = (1.76_{-0.005}^{+0.006} \pm 0.09)10^6 cm^{-2}s^{-1}, \quad (1.9)$$

$$\Phi_{SNO}^{EE} = (2.39 \pm 0.24 \pm 0.12)10^6 cm^{-2}s^{-1}, \quad (1.10)$$

$$\Phi_{SNO}^{CN} = (5.09_{-0.43}^{+0.04+0.46})10^6 cm^{-2}s^{-1}, \quad (1.11)$$

e a assimetria Dia-Noite  $A_{D-N} = 0.07 \pm 0.049 \pm 0.013$  [21]. Vale ressaltar que fluxo de  $CN$  é consistente com a predição teórica do modelo solar padrão para o experimento:  $\Phi = 5.05(1.00_{-0.16}^{+0.20})10^6 cm^{-2}s^{-1}$  [22]. Antes desta medida, todos os experimentos observavam um fluxo menor do que o previsto teoricamente,  $\Phi^{obs}/\Phi^{MSP} \sim 0.3 - 0.6$  [21].

Finalmente, com a medida de  $CN$ , que corresponde ao fluxo de todos os neutrinos ativos, e a medidade de  $CC$ , que corresponde somente ao fluxo de  $\nu_e$ , foi possível encontrar que

$$\Phi_{\mu,\tau}^{SNO} \equiv \Phi_{sB}^{CN,SNO} - \Phi_{sB}^{CC,SNO} = (3.41 \pm 0.45_{-0.45}^{+0.48})10^6 cm^{-2}s^{-1}. \quad (1.12)$$

Este resultado fornece evidências para uma conversão de sabor de neutrinos de  $\nu_e$  para  $\nu_{\mu,\tau}$  em um nível de  $5.3\sigma$ . Esta evidência é independente do modelo solar [21].

A explicação mais aceita para a anomalia dos neutrinos solares é dada pela introdução de massas aos neutrinos e mistura, como a matriz PMNS [8], levando à oscilação de  $\nu_e$  em  $\nu_{\mu,\tau}$ , isto é, a conversão de sabor onde  $\nu_e$  se transforma em  $\nu_{\mu,\tau}$ .

Muito embora o experimento SuperKamiokande no Japão tenha visto fortes evidências para o desaparecimento dos neutrinos atmosféricos, neutrinos que são produzidos quando raios cósmicos interagem com núcleos na atmosfera terrestre (ver **seção 1.4**), os resultados do SNO [3] são significativos pois, quando combinados com os dados de neutrinos solares de SuperKamiokande [1], eles mostraram pela primeira vez que o desaparecimento de um sabor de neutrinos é acompanhado pelo surgimento de outros e é esta a assinatura chave da oscilação de neutrinos.

### 1.3 Possíveis Soluções para o PNS

O problema dos neutrinos solares preocupou por muito tempo astrofísicos, físicos de partículas elementares e nucleares. Ao longo dos anos, muitas sugestões foram feitas para solucionar este problema. Podemos classificá-las da seguinte forma [23]:

- Os experimentos eram preliminares. Todos mutuamente inconsistentes;

- O Sol poderia ser um objeto muito mais complexo do que o assumido pelo MSP;
- Os neutrinos vindos do Sol estão sumindo devido a algum mecanismo desconhecido ou física nova.

Cabe ressaltar aqui que vários experimentos, além de Homestake e antes do SNO, confirmaram o déficit de neutrinos vindos do Sol e o fato de todos eles serem mutuamente inconsistentes seria muito pouco provável. Já a segunda possibilidade, poderia ser uma solução. Por muito tempo, na parte de física nuclear, acreditava-se que a dependência com a energia, das reações que contribuem para as cadeias de fusão no Sol, não era suficientemente conhecida. Entretanto, neste domínio, mesmo os dados antigos das reações nucleares no Sol foram confirmados por vários experimentos. O consenso atual, no entanto, está na terceira opção que é a mais interessante e promissora delas: uma nova física de neutrinos além do modelo padrão. Dentro desta última, muitas conjecturas já foram feitas tais como oscilação de neutrinos no vácuo, neutrinos instáveis, oscilação de neutrinos na matéria, spin-flip e spin-flavor flip ressonante no campo magnético na camada de convecção do Sol. Entre todas essas novas propriedades existe um denominador comum que é fato dos neutrinos serem massivos.

## 1.4 Anomalia dos Neutrinos Atmosféricos

Em 1992 outro déficit de neutrinos [24] foi observado - desta vez na razão entre o fluxo de neutrinos do múon  $\nu_\mu$  e o fluxo de neutrinos do elétron  $\nu_e$  produzidos nas camadas mais altas da atmosfera. Estes neutrinos são produzidos, primeiramente, quando raios cósmicos de alta energia, em sua maioria prótons e núcleos de  $He$ , atingem núcleos na atmosfera produzindo píons e káons, diretamente ou via partículas intermediárias. Num segundo passo, o decaimento destas partículas contribui com parte do fluxo de neutrinos atmosféricos  $\nu_\mu$  e  $\bar{\nu}_\mu$ :

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu, \quad \pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu \quad \text{e} \quad K^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu, \quad K^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu. \quad (1.13)$$

Num último passo, um fluxo de  $\nu_e$  e  $\bar{\nu}_e$  e mais um outro de  $\nu_\mu$  e  $\bar{\nu}_\mu$  são produzidos por

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu \quad \text{e} \quad \mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu. \quad (1.14)$$

Há também uma contribuição para o fluxo de neutrinos nos decaimentos

$$K_L \rightarrow \pi^+ + l^- + \bar{\nu}_\alpha \quad \text{e} \quad K^+ \rightarrow \pi^0 + l^+ + \nu_\alpha, \quad (1.15)$$

com  $\alpha = e, \mu$  e dos processos conjugados de carga, porém a contribuição destes decaimentos para o fluxo de neutrinos é pequena. A baixas energias o processo mais importante é o da Eq.(1.13). Dependendo da energia do raio cósmico incidente, e de como esta energia é dividida entre os fragmentos da reação inicial, os neutrinos atmosféricos podem possuir energias muito altas, de centenas de MeVs a dezenas de GeVs.

O decaimento de píons para múons seguido do decaimento de múons para elétrons produz dois múon-neutrinos para cada elétron-neutrino, como mostrado na Eq.(1.13) e Eq.(1.14), ou seja, espera-se uma razão de 2 : 1 de  $\nu_\mu$  para  $\nu_e$ . No entanto, medidas da razão  $\frac{\nu_\mu/\nu_e}{[\nu_\mu/\nu_e]} \approx 0.6$  dos fluxos destes dois tipos é muito menor. (Para eventos de alta energia a razão esperada é maior por que alguns múons chegam a Terra antes destes terem tempo de decair.)

Estes resultados mostram que existe um déficit no fluxo de neutrinos do múon, em relação àquele previsto teoricamente, sugerindo que também neste caso deve haver algum mecanismo responsável por “retirar” neutrinos do tipo múon do fluxo original. Tendo em vista o PNS, e as possíveis soluções deste, somos levados a inferir que o mecanismo de conversão de sabor, ou oscilação de neutrinos, seja também uma explicação consistente para esta anomalia. No próximo capítulo estudaremos em detalhe esse mecanismo.

## Capítulo 2

### Oscilação de Neutrinos

#### 2.1 Sabores, Misturas, Massas e Oscilação

Nos últimos anos, foram obtidas evidências convincentes a favor do mecanismo de oscilação de neutrinos solares e atmosféricos graças a experimentos como SuperKamiokande [1] [2], SNO [3], KamLand [4] e K2K [5]. É por causa destes experimentos que estamos convencidos que o déficit de neutrinos solares ( $\nu_e$ ), há muito tempo estabelecido, e a anomalia dos neutrinos atmosféricos ( $\nu_\mu$ ) são ambos devidos a oscilação de neutrinos induzida por massa. Trataremos neste texto, portanto, apenas do mecanismo de oscilação de neutrinos, deixando de lado as demais possibilidades para responder a estes problemas.

##### 2.1.1 Oscilação de Neutrinos no Vácuo

A oscilação de neutrinos é um fenômeno quântico que pode ocorrer naturalmente se estes forem massivos [25]. Se a massa dos neutrinos fosse nula conforme o Modelo Padrão das Interações Eletrofracas, os três sabores poderiam ser misturados unitariamente um no outro sem nenhuma consequência física. Por isto, a mistura física de sabores só pode ocorrer se não houver degenerescência na massa dos neutrinos.

A mistura de sabores pode ser descrita da mesma forma que é feita no setor dos quarks introduzindo uma matriz de mistura, em analogia à matriz CKM [7], como a PMNS [8]. Isto significa que a mistura, no vácuo, dos autoestados de sabor  $\nu_e, \nu_\mu$ , e  $\nu_\tau$ , definidos como estados que correspondem a certa carga leptônica  $e, \mu, \tau$ , não coincidem com os autoestados de massa  $\nu_1, \nu_2, \nu_3$  (os autoestados do hamiltoniano livre), com massas definidas  $m_1, m_2, m_3$ , respectivamente. Desta forma os estados de sabor serão combinações dos estados de massa dados por [23]:

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_i U_{\alpha i} |\nu_i\rangle, \quad (2.1)$$

onde  $\alpha = e, \mu, \tau$ ,  $i = 1, 2, 3$  e os parâmetros  $U_{\alpha i}$  formam a matriz de mistura. A Eq.(2.1) também pode ser expressa da seguinte forma:

$$\begin{pmatrix} |\nu_e\rangle \\ |\nu_\mu\rangle \\ |\nu_\tau\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu1} & U_{\mu2} & U_{\mu3} \\ U_{\tau1} & U_{\tau2} & U_{\tau3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |\nu_1\rangle \\ |\nu_2\rangle \\ |\nu_3\rangle \end{pmatrix}. \quad (2.2)$$

Em geral, no caso de neutrinos de Dirac,  $\nu = \nu_L + \nu_R^*$ , a matriz de mistura  $U$  na Eq.(2.2) depende de três ângulos de mistura  $\theta_{12}$ ,  $\theta_{13}$  e  $\theta_{23}$  e uma fase  $\delta^\dagger$ . É conveniente usar a parametrização da matriz  $U$  que coincide com a parametrização padrão da matriz de mistura dos quarks [7]:

$$U^0 = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

Aqui  $c_{ij} = \cos \theta_{ij}$  e  $s_{ij} = \sin \theta_{ij}$ . Como os estados de sabor devem ser ortogonais e a normalização deve estar assegurada, a matriz de mistura  $U$  deve ser unitária, ou seja,  $U^\dagger U = 1$ .

Agora, voltando a equação (2.1), podemos determinar a composição de sabores dos autoestados de massa da seguinte forma:

$$\begin{aligned} |\nu_i\rangle &= \sum_{\alpha} (U_{\alpha i})^\dagger |\nu_\alpha\rangle \\ &= \sum_{\alpha} (U_{i\alpha})^* |\nu_\alpha\rangle, \end{aligned} \quad (2.4)$$

Sendo que a evolução temporal destes estados é dada por

$$|\nu_i(t)\rangle = e^{-iE_i t} |\nu_i\rangle, \quad (2.5)$$

onde  $E_i = \sqrt{p^2 + m_i^2}$  é a relação relativística energia-momento para cada componente  $\nu_i$ . É importante notar que, embora o 3 - momento  $\vec{p}$  das três componentes seja o mesmo, sendo determinado pela conservação do momento no processo em que os neutrinos são criados, a energia das componentes não é a mesma. Além disso, estamos adotando o sistema natural de unidades em que  $\hbar = c = 1$ .

Assim, um neutrino que em  $t = 0$  começou a vida como  $\nu_e$ , ( $|\nu_e(t = 0)\rangle = |\nu_e\rangle$ ), depois de um tempo  $t$ , irá para o estado

---

\*  $\nu_{L,R} = P_{L,R}\nu$  são as componentes quirais obtidas do espinor  $\nu$  pela aplicação dos projetores quirais  $P_{L,R} = (1 \mp \gamma^5)/2$ .

† No caso de neutrinos de Majorana,  $\nu \equiv \nu_L + (\nu_L)^c = \nu^c$ , existem duas fases adicionais, conhecidas como fases de Majorana.

$$\begin{aligned}
|\nu(t)\rangle &= \sum_i U_{\alpha i} |\nu_i(t)\rangle \\
&= \sum_i U_{\alpha i} e^{-iE_i t} |\nu_i\rangle,
\end{aligned} \tag{2.6}$$

evoluindo de forma não trivial, pois cada autoestado de massa tem uma energia diferente: o estado do neutrino em  $t > 0$  será uma mistura de diferentes componentes de sabor. Logo, a amplitude de probabilidades de encontrarmos o estado de sabor  $|\nu_\beta\rangle$ , para  $\beta = e, \mu, \tau$ , no estado  $|\nu(t)\rangle$  é

$$\begin{aligned}
\langle \nu_\beta | \nu(t) \rangle &= \sum_{ij} \langle \nu_j | (U^\dagger)_{\beta j} e^{-iE_i t} U_{\alpha i} | \nu_i \rangle \\
&= \sum_i e^{-iE_i t} U_{\alpha i} (U_{i\beta})^*.
\end{aligned} \tag{2.7}$$

Então, a qualquer tempo  $t$ , a probabilidade de conversão será dada por uma expressão geral

$$\begin{aligned}
P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(t) &= |\langle \nu_\beta | \nu(t) \rangle|^2 \\
&= \left( \sum_i e^{-iE_i t} U_{\alpha i} (U_{i\beta})^* \right) \left( \sum_j e^{-iE_j t} U_{\alpha j} (U_{j\beta})^* \right)^* \\
&= \sum_{ij} e^{-i(E_i - E_j)t} U_{\alpha i} (U_{i\beta})^* (U_{\alpha j})^* U_{j\beta} \\
&= \sum_i |U_{\alpha i} (U_{i\beta})^*|^2 + 2Re \sum_{i>j} e^{-i(E_i - E_j)t} U_{\alpha i} (U_{i\beta})^* (U_{\alpha j})^* U_{j\beta}.
\end{aligned} \tag{2.8}$$

Freqüentemente, é assumido que existe mistura mensurável somente entre dois estados. Usualmente, isto é feito para testar a hipótese de que oscilação de sabores explica o problema dos neutrinos solares e a anomalia dos neutrinos atmosféricos. Existem duas razões para trabalharmos com dois sabores [26]: O primeiro motivo é por simplicidade. Existem muito menos parâmetros no caso de dois sabores do que no de três. Além disto, a expressão para a probabilidade de transição é mais simples e mais tratável do que a Eq.(2.8). O segundo, ainda que *a posteriori*, está na hierarquia de  $\Delta m_{12}^2 \ll \Delta m_{23}^2$ , ver Eq.(2.20), e no pequeno valor do parâmetro de mistura leptônica  $U_{e3}^2 < 0.03$  (dado do CHOOZ [27]), que permite desacoplar efetivamente diferentes canais de oscilação. Por isto, a aproximação de dois sabores provou ser uma boa primeira aproximação.

Portanto, para o caso solar, a matriz de mistura definida em Eq.(2.1), em duas gerações de neutrinos  $\nu_e$  e  $\nu_a$ , onde  $\nu_a$  pode ser tanto  $\nu_\mu$  ou  $\nu_\tau$ , toma a forma

particularmente simples [25] de

$$U = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}. \quad (2.9)$$

Dada a matriz  $U$  (2.9), podemos escrever a equação (2.1) da seguinte forma

$$\begin{pmatrix} |\nu_e\rangle \\ |\nu_a\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |\nu_1\rangle \\ |\nu_2\rangle \end{pmatrix}, \quad (2.10)$$

onde  $\theta = \theta_{12}$  é o ângulo de mistura no vácuo. A equação (2.10) também pode ser escrita como [28]

$$|\nu_e\rangle = \cos \theta |\nu_1\rangle + \sin \theta |\nu_2\rangle \quad (2.11)$$

e

$$|\nu_a\rangle = -\sin \theta |\nu_1\rangle + \cos \theta |\nu_2\rangle. \quad (2.12)$$

Para a oscilação entre apenas dois sabores, a equação (2.6) é dada por

$$|\nu(t)\rangle = \cos \theta e^{-iE_1 t} |\nu_1\rangle + \sin \theta e^{-iE_2 t} |\nu_2\rangle. \quad (2.13)$$

Isolando  $|\nu_1\rangle$  e  $|\nu_2\rangle$  nas equações (2.11,2.12), substituindo na equação (2.13) e reagrupando os termos em comum a  $|\nu_e\rangle$  e  $|\nu_a\rangle$  obtemos que

$$\begin{aligned} |\nu(t)\rangle &= e^{-iE_1 t} (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta e^{-i(E_2 - E_1)t}) |\nu_e\rangle \\ &+ e^{-iE_1 t} (\sin \theta \cos \theta (e^{-i(E_2 - E_1)t} - 1)) |\nu_a\rangle. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Logo, a amplitude de probabilidade de encontrarmos o estado  $|\nu_e\rangle$  e  $|\nu_a\rangle$  no estado  $|\nu(t)\rangle$  são, respectivamente, dadas por

$$\langle \nu_e | \nu(t) \rangle = e^{-iE_1 t} (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta e^{-i(E_2 - E_1)t}) \quad (2.15)$$

e

$$\langle \nu_a | \nu(t) \rangle = e^{-iE_1 t} (\sin \theta \cos \theta (e^{-i(E_2 - E_1)t} - 1)). \quad (2.16)$$

Portanto, a probabilidade de conversão, isto é, a probabilidade de um neutrino produzido como  $\nu_e$ , em  $t = 0$ , ser detectado com  $\nu_a$  para um tempo  $t > 0$ , é dada por

$$\begin{aligned} P_{\nu_e \rightarrow \nu_a}(t) &= |\langle \nu_a | \nu(t) \rangle|^2 \\ &= \sin^2(2\theta) \sin^2 \left( \frac{\Delta E t}{2} \right). \end{aligned} \quad (2.17)$$

onde  $\Delta E = E_2 - E_1$ . Como as probabilidades são normalizadas,

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}(t) + P_{\nu_e \rightarrow \nu_\alpha}(t) = 1,$$

a probabilidade de sobrevivência será igual a

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}(t) = 1 - \sin^2(2\theta)\sin^2\left(\frac{\Delta E t}{2}\right). \quad (2.18)$$

Na prática, os neutrinos são extremamente relativísticos devido a sua pequena massa. Logo, podemos dizer que a velocidade dos neutrinos  $v_\nu$  é aproximadamente a da luz  $c$ , isto é,

$$v_\nu \approx c.$$

Desta forma, podemos relacionar um parâmetro temporal  $t$  com um espacial  $x$  da seguinte maneira

$$x = v_\nu t \approx ct,$$

onde  $x$  é a distância entre a fonte, onde o neutrino foi produzido com um sabor bem definido,  $\nu_e$ , em  $t = 0$ , e o detector. No entanto, como já havíamos mencionado, no sistema natural de unidades fazemos  $c = 1$  e portanto  $x \approx t$ . Podemos, então, reinterpretar o parâmetro temporal  $t$  como sendo o parâmetro espacial  $x$  (por exemplo, a distância Terra-Sol). Neste sistema, ambos os parâmetros possuem dimensão de  $[energia]^{-1}$ . Assim, podemos substituir  $t$  por  $x$  na Eq.(2.18), sem perda de generalidade.

Além disso, assumindo que as massas  $m_i$ , para  $i = 1, 2$ , são muito pequenas quando comparadas ao momento  $p$ , comum a estes estados, podemos expressar a energia das componentes  $\nu_i$  por

$$E_i = \sqrt{p^2 + m_i^2} \approx p + \frac{m_i^2}{2p}. \quad (2.19)$$

Com isto, o valor  $\Delta E$  na equação (2.18) será dado por

$$\Delta E = E_2 - E_1 = \frac{m_2^2 - m_1^2}{2p} = \frac{\Delta m_{12}^2}{2p},$$

onde  $\Delta m_{12}^2$  é definido como a diferença dos quadrados das massas, ou seja,

$$\Delta m_{12}^2 \equiv m_2^2 - m_1^2. \quad (2.20)$$

Por fim, a probabilidade de sobrevivência poderá ser escrita da seguinte forma

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}(x) = 1 - \sin^2(2\theta)\sin^2\left(\frac{\Delta m_{12}^2 x}{4E}\right), \quad (2.21)$$

fazendo também  $p \approx E$  já que a massa dos autoestados  $\nu_i$  é muito pequena quando comparada como o momento  $p$ . Sendo assim, a energia total é praticamente proveniente da energia cinética. Contudo, não estamos assumindo que os autovalores do hamiltoniano são iguais. O fato de os neutrinos não possuírem um espectro degenerado de massa e portanto energias  $E_i$  diferentes é nossa hipótese fundamental para que ocorra mistura de sabores. O que fizemos na equação (2.21) foi apenas evidenciar essa diferença numa nova grandeza,  $\Delta m_{12}^2$ .

Cabe lembrar que a probabilidade de sobrevivência (2.21) depende da distância entre a fonte de produção de neutrinos e o ponto de detecção. Assim, podemos definir a distância na qual o argumento do  $\sin^2(\frac{\Delta m_{12}^2 x}{4E})$  se tornar  $\pi$ , como sendo o comprimento de oscilação

$$L_0 = \frac{4\pi E}{\Delta m_{12}^2}. \quad (2.22)$$

Essa é a distância na qual os efeitos de oscilação podem ser apreciados. Por esta razão, a quantidade que determina se os neutrinos irão ou não oscilar entre a fonte e o detector é

$$\frac{\Delta m_{12}^2 x}{4E} = \frac{\pi x}{L_0}. \quad (2.23)$$

De modo que, o comportamento oscilatório será mais evidente quando

$$x \sim L_0. \quad (2.24)$$

Vale salientar também que, se o ângulo de mistura  $\theta$  for  $\theta \ll 1$ , a mistura de sabores dificilmente seria detectada mesmo que fosse cumprida a condição (2.24).

Finalmente, retornando ao caso de três sabores e utilizando as aproximações feitas para o caso de dois, temos que a probabilidade de conversão é dada por

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(x) = \sum_i |U_{\alpha i}(U_{i\beta})^*|^2 + 2\text{Re} \sum_{i>j} e^{-i\Delta m_{ij}^2 \frac{x}{2E}} U_{\alpha i}(U_{i\beta})^*(U_{\alpha j})^* U_{j\beta}, \quad (2.25)$$

onde  $x \simeq t$  é a distância entre a fonte e o detector,  $E$  é a energia dos neutrinos e  $\Delta m_{ij}^2 \equiv m_j^2 - m_i^2$ .

### 2.1.2 Propagação de Neutrinos na Matéria: Potenciais Efetivos

O trabalho de Wolfenstein [29], e mais tarde de Mikheyev e Smirnov [30], mostraram que os padrões de oscilações de neutrinos no vácuo podem ser significativamente modificados pela passagem dos neutrinos pela matéria. Os neutrinos em geral podem interagir com elétrons e nucleons na matéria usual através das reações de corrente neutra ( $CN$ , troca de  $Z$ 's). Entretanto, a única interação possível via

corrente carregada ( $CC$ , troca de  $W$ 's) é entre elétron-neutrinos e elétrons. A razão básica para isto é simples, a matéria usual possui elétrons mas não múons e taus. Por esta razão, a interação de  $CC$  dependerá de sabor: se um feixe de  $\nu_e$  atravessar a matéria este sofrerá tanto interações de  $CN$ 's como  $CC$ 's com elétrons, contudo,  $\nu_\mu$ 's e  $\nu_\tau$ 's interagem com elétrons somente via  $CN$ 's de modo que a interação deles é diferente em magnitude da do  $\nu_e$ .

Estas interações, no entanto, podem ser interpretadas como uma modificação na massa efetiva que uma partícula exhibe enquanto viaja através da matéria. Um exemplo do que acontece é o fóton, que não possui massa no vácuo mas desenvolve uma massa efetiva quando atravessa um meio material. Como resultado, as ondas eletromagnéticas não se propagam com a velocidade da luz no vácuo. Similarmente, as massas dos neutrinos são modificadas pelas interações na matéria [25]. Como  $\nu_e$  possui interações diferentes dos demais neutrinos, a modificação será diferente para  $\nu_e$  do que para os demais sabores de neutrinos. É justamente esta diferença que levará a uma mudança na probabilidade de oscilação, quando comparada com os valores no vácuo. Devemos lembrar que estas modificações se aplicam aos autoestados de sabor, e não aos autoestados de massa, uma vez que são os primeiros que interagem com as partículas no meio.

Assim como na oscilação no vácuo, vamos trabalhar com o caso mais simples de dois sabores para tratar de forma quantitativa as idéias acima. De início, vamos considerar o caso de oscilação no vácuo de forma a obter uma generalização convincente para a oscilação na matéria. A equação de movimento para os autoestados de massa no vácuo pode ser escrita como [25]:

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \nu_1(t) \\ \nu_2(t) \end{pmatrix} = H \begin{pmatrix} \nu_1(t) \\ \nu_2(t) \end{pmatrix}, \quad (2.26)$$

onde  $H$  é diagonal nesta base e é dado por

$$H = \begin{pmatrix} E_1 & 0 \\ 0 & E_2 \end{pmatrix} \approx |E| + \begin{pmatrix} \frac{m_1^2}{2E} & 0 \\ 0 & \frac{m_2^2}{2E} \end{pmatrix}. \quad (2.27)$$

Como foi visto, a energia de cada autoestado de massa pode ser dada pela Eq.(2.19) e no caso ultra-relativístico  $p \approx E$ . Uma vez que a matéria solar não interage diretamente com os neutrinos físicos (autoestados de massa), precisamos escrever a Eq.(2.26) utilizando os autoestados de sabor em vez dos autoestados de massa. Para isto, lembrando da matriz  $U$ , Eq.(2.9), que relaciona os autoestados de sabor aos autoestados de massa, podemos escrever a Eq.(2.26) como:

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \nu_e(t) \\ \nu_a(t) \end{pmatrix} = H' \begin{pmatrix} \nu_e(t) \\ \nu_a(t) \end{pmatrix}, \quad (2.28)$$

onde  $H' = UHU^\dagger$  e é dado por

$$H' = \left( |E| + \frac{m_1^2 + m_2^2}{4|E|} \right) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \frac{\Delta m_{12}^2}{4|E|} \begin{pmatrix} -\cos(2\theta) & \text{sen}(2\theta) \\ \text{sen}(2\theta) & \cos(2\theta) \end{pmatrix}. \quad (2.29)$$

O hamiltoniano  $H'$ , Eq.(2.29), pode ser escrito de maneira simplificada, tal como:

$$H' = \frac{\Delta m_{12}^2}{4|E|} \begin{pmatrix} \delta - \cos(2\theta) & \text{sen}(2\theta) \\ \text{sen}(2\theta) & \delta + \cos(2\theta) \end{pmatrix}, \quad (2.30)$$

sendo que  $\delta$  representa todos os termos proporcionais á matriz identidade. Utilizando as componentes matriciais,  $H'_{ij}$  para  $i, j = 1, 2$ , temos a seguinte definição

$$\frac{H'_{12} + H'_{21}}{H'_{22} - H'_{11}} = \frac{\frac{\Delta m_{12}^2}{4|E|} \text{sen}(2\theta) + \frac{\Delta m_{12}^2}{4|E|} \text{sen}(2\theta)}{\frac{\Delta m_{12}^2}{4|E|} (\delta + \cos(2\theta)) - \frac{\Delta m_{12}^2}{4|E|} (\delta - \cos(2\theta))}. \quad (2.31)$$

Cancelando alguns fatores e utilizando o fato de que os termos não diagonais da Eq.(2.30) são iguais, encontramos que

$$\tan(2\theta) = \frac{2\text{sen}(2\theta)}{2\cos(2\theta)} = \frac{2H'_{12}}{H'_{22} - H'_{11}}. \quad (2.32)$$

Desta Eq.(2.32) temos o ângulo de mistura  $\theta$  em termos dos elementos de matriz  $H'$ . Note-se que o cancelamento de  $\delta$  indica que o ângulo de mistura é independente dos termos proporcionais a identidade.

Vamos considerar agora o mesmo problema com a diferença que os neutrinos estão se propagando em um meio material. Na matéria, a propagação dos neutrinos é afetada pelas interações sofridas. A baixas energias o espalhamento elástico é o único relevante. Estas interações podem ser descritas por potenciais efetivos  $V_e, V_a$  [31]. Como já foi dito, diferentemente dos demais sabores de neutrinos, o neutrino do elétron  $\nu_e$  interage tanto via corrente carregada como via corrente neutra, dando origem aos potenciais efetivos  $V_{CC}$  e  $V_{CN}$ , respectivamente. Logo, o potencial efetivo  $V_e$  possui duas contribuições dadas por

$$\begin{aligned} V_e &= V_{CC} + V_{CN} \\ &= \sqrt{2}G_F \left( n_e - \frac{n_n}{2} \right) \end{aligned} \quad (2.33)$$

Por outro lado, o potencial efetivo  $V_a$  para a componente  $\nu_a$  possui apenas a contribuição da corrente neutra  $V_{CN}$ . Portanto,

$$\begin{aligned} V_a &= V_{CN} \\ &= -\sqrt{2}G_F \left( \frac{n_n}{2} \right). \end{aligned} \quad (2.34)$$

Sendo que  $G_F$  é a constante de acoplamento de Fermi e  $n_e, n_n$  são, respectivamente, a densidade de elétrons e de nêutrons no meio.

Com isto, podemos representar o potencial efetivo por uma matriz nesta notação de duas componentes<sup>‡</sup>. Neste caso,

$$V = \begin{pmatrix} V_e & 0 \\ 0 & V_a \end{pmatrix}. \quad (2.35)$$

Em resumo, a matéria altera a energia total do feixe de neutrinos através dos potenciais efetivos. Esta alteração é diferente para cada componente do feixe e isto deve ser levado em conta no hamiltoniano do sistema. Então temos que na presença de matéria o hamiltoniano muda:

$$H' \rightarrow \tilde{H} = H' + V, \quad (2.36)$$

onde  $H'$  é o hamiltoniano do sistema no vácuo, Eq.(2.29). Logo,  $\tilde{H}$  será dado por:

$$\begin{aligned} \tilde{H} = & \left( |E| + \frac{m_1^2 + m_2^2}{4|E|} - \sqrt{2}G_F \left( \frac{n_n}{2} \right) \right) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ & + \begin{pmatrix} -\frac{\Delta m_{12}^2}{4|E|} \cos(2\theta) + \sqrt{2}G_F n_e & \text{sen}(2\theta) \\ \frac{\Delta m_{12}^2}{4|E|} \text{sen}(2\theta) & \frac{\Delta m_{12}^2}{4|E|} \cos(2\theta) \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (2.37)$$

Esta alteração na energia total pode ser interpretada como uma modificação na “inércia” dos neutrinos. O meio material impõe uma resistência à passagem das partículas e isto pode ser interpretado como um ganho de massa<sup>§</sup>. Conseqüentemente, os autoestados e autovalores de massa mudam:

$$\nu_1, \nu_2 \rightarrow \tilde{\nu}_1, \tilde{\nu}_2; \quad (2.38)$$

$$m_1^2, m_2^2 \rightarrow \tilde{m}_1^2, \tilde{m}_2^2. \quad (2.39)$$

### 2.1.3 Equação de Evolução na Matéria: Massa Efetiva e Mistura

Assim como no vácuo, a mistura na matéria é determinada com relação aos autoestados de massa. Similarmente à Eq.(2.10), o ângulo de mistura na matéria  $\tilde{\theta}$  dá a relação entre os autoestados de massa efetiva e os autoestados de sabor:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_a \end{pmatrix} = \tilde{U} \begin{pmatrix} \tilde{\nu}_1 \\ \tilde{\nu}_2 \end{pmatrix}, \quad (2.40)$$

<sup>‡</sup>No caso de anti-neutrinos  $V_{CC} \rightarrow -V_{CC}$  e  $V_{CN} \rightarrow -V_{CN}$ .

<sup>§</sup>Embora a interação dos neutrinos com a matéria seja muito pequena, uma vez que a seção de choque é proporcional a  $G_F^2$ , o efeito de matéria na forma de um potencial é apreciável pois este é proporcional a  $G_F$ .

onde  $\tilde{U}$  é dado por

$$\tilde{U} = \begin{pmatrix} \tilde{c} & \tilde{s} \\ -\tilde{s} & \tilde{c} \end{pmatrix}. \quad (2.41)$$

Numa notação simplificada, as funções cosseno e seno do ângulo de mistura na matéria  $\tilde{\theta}$  são indicadas, respectivamente, por  $\tilde{c}$  e  $\tilde{s}$ . Os autoestados de sabor permanecem os mesmos, pois o meio material não pode alterar a forma de uma interação fundamental (o que levaria a uma alteração de  $\nu_e$  e  $\nu_a$ ). Por analogia à Eq.(2.32), o ângulo de mistura na matéria pode ser dado por:

$$\tan 2\tilde{\theta} = \frac{2\tilde{H}_{12}}{\tilde{H}_{22} - \tilde{H}_{11}} = \frac{\Delta m_{12}^2 \sin 2\theta}{\Delta m_{12}^2 \cos 2\theta - A}, \quad (2.42)$$

onde  $A$  foi, convenientemente, definido como sendo,

$$A = 2\sqrt{2}G_F n_e E. \quad (2.43)$$

Agora, vamos voltar à Eq.(2.37) e remover o traço do hamiltoniano  $\tilde{H}$ . Com isto, estaremos eliminando o termo de corrente neutra comum a todos os sabores de neutrinos. Este termo pode ser retirado sem maiores problemas, pois ele implica numa fase global do sistema ao passo que o de  $CC$  contribui somente para  $\tilde{H}_{11}$ . Feito isto, podemos definir uma nova matriz, comumente usada na discussão de oscilação, da seguinte forma:

$$\tilde{M}^2 \equiv \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -\Delta m_{12}^2 \cos 2\theta + 2A & \Delta m_{12}^2 \sin 2\theta \\ \Delta m_{12}^2 \sin 2\theta & \Delta m_{12}^2 \cos 2\theta \end{pmatrix}, \quad (2.44)$$

conhecida como matriz de massa ao quadrado. Dada esta matriz, podemos escrever a equação de movimento para os estados de sabor na matéria da seguinte maneira [28]:

$$i \frac{d}{dx} \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_a \end{pmatrix} = \frac{1}{2E} \tilde{M}^2 \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_a \end{pmatrix}. \quad (2.45)$$

Ao escrevermos esta equação, assumimos  $x \approx t$  uma vez que os neutrinos são ultra-relativísticos.

Agora, para discutirmos o fenômeno em mais detalhes, calculamos os autovalores da matriz de massa ao quadrado Eq.(2.39). Como resultado encontramos que [32]:

$$\tilde{m}_1^2 = \frac{1}{2} \left( m_1^2 + m_2^2 + A - \sqrt{(\Delta m_{12}^2 \cos^2 2\theta - A)^2 + (\Delta m_{12}^2)^2 \sin^2 2\theta} \right); \quad (2.46)$$

$$\tilde{m}_2^2 = \frac{1}{2} \left( m_1^2 + m_2^2 + A + \sqrt{(\Delta m_{12}^2 \cos^2 2\theta - A)^2 + (\Delta m_{12}^2)^2 \sin^2 2\theta} \right). \quad (2.47)$$

Dados estes autovalores, assumindo  $m_2^2 > m_1^2$ , podemos definir uma diferença dos quadrados das massas efetivas por

$$\Delta\tilde{m}_{12}^2 \equiv \tilde{m}_2^2 - \tilde{m}_1^2 = \Delta m_{12}^2 \sqrt{\cos^2 2\theta \left(1 - \frac{A}{A_R}\right)^2 + \sin^2 2\theta}, \quad (2.48)$$

sendo que  $A_R$  é definido como:

$$A_R \equiv \Delta m_{12}^2 \cos 2\theta. \quad (2.49)$$

A Eq.(2.48) se reduz a diferença dos quadrados das massas no vácuo, Eq.(2.20), quando  $A = 0$ .

Por fim, fica mais fácil encontrar a probabilidade de oscilação  $\nu_e \rightarrow \nu_a$  na matéria [28]:

$$\tilde{P}_{\nu_e \rightarrow \nu_a}(x) = \sin^2 2\tilde{\theta} \sin^2 \left( \pi \frac{x}{L_m} \right), \quad (2.50)$$

onde

$$L_m = \frac{L_0}{\sqrt{\cos^2 2\theta \left(1 - \frac{A}{A_R}\right)^2 + \sin^2 2\theta}}, \quad (2.51)$$

A Eq.(2.50) possui exatamente a mesma forma da probabilidade de oscilação no vácuo Eq.(2.21), exceto que o ângulo de mistura no vácuo  $\theta$  e o comprimento de oscilação  $L_0$  são substituídos por aqueles na matéria,  $\tilde{\theta}$  e  $L_m$ . No limite de densidade de matéria zero  $\theta = \tilde{\theta}$ ,  $L_m = L_0$ , e a probabilidade de oscilação no vácuo é recuperada.

Além da Eq.(2.42), podemos obter uma equação equivalente para o ângulo de mistura  $\tilde{\theta}$  através de uma transformação de similaridade [25],

$$\tilde{U}^\dagger \tilde{H} \tilde{U} = \text{diagonal}. \quad (2.52)$$

Com isto, encontramos a amplitude de oscilação da Eq.(2.50)

$$\sin^2 2\tilde{\theta} = \frac{\sin^2 2\theta}{\sin^2 2\theta + \cos^2 2\theta \left(1 - \frac{A}{A_R}\right)^2}, \quad (2.53)$$

É importante notar que o comportamento da Eq.(2.53), como função de  $A$ , tem um pico de ressonância em  $A = A_R$ , quando  $\sin^2 2\tilde{\theta} = 1$ . Quando isto ocorre o ângulo de mistura é máximo,  $\tilde{\theta} = \pi/4$ , e a conversão de  $\nu_e$  para  $\nu_a$  podem ocorrer mesmo que não seja apreciável no vácuo, isto é, mesmo para  $\theta \ll 1$  ainda haveria uma probabilidade de ocorrer uma mistura apreciável na matéria.

### 2.1.4 Condição Adiabática

Vamos discutir agora o caso realístico da densidade de matéria variável. Para vermos isto, é preciso voltar à definição dos autoestados de massa efetiva  $\tilde{\nu}_1$  e  $\tilde{\nu}_2$ , Eq.(2.40). Como a densidade varia ao longo do percurso do neutrino,  $n_e = n_e(x)$ , o ângulo de mistura efetivo também irá mudar no curso da propagação devido a relação que há entre  $\sin^2 2\tilde{\theta}$  e  $A$  na Eq.(2.53). Então, para  $\tilde{\theta} = \tilde{\theta}(x)$  temos que  $\tilde{U} = \tilde{U}(\tilde{\theta}(x))$ . Sendo assim, devemos escrever

$$\frac{d}{dx} \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_a \end{pmatrix} = \tilde{U}(\tilde{\theta}(x)) \frac{d}{dx} \begin{pmatrix} \tilde{\nu}_1 \\ \tilde{\nu}_2 \end{pmatrix} + \frac{d}{dx} \tilde{U}(\tilde{\theta}(x)) \begin{pmatrix} \tilde{\nu}_1 \\ \tilde{\nu}_2 \end{pmatrix}. \quad (2.54)$$

De modo que, a equação de movimento, Eq.(2.45), pode ser escrita da seguinte forma [32]:

$$i \frac{d}{dx} \begin{pmatrix} \tilde{\nu}_1 \\ \tilde{\nu}_2 \end{pmatrix} = \frac{\tilde{U}^\dagger(\tilde{\theta}(x)) \tilde{M}^2 \tilde{U}(\tilde{\theta}(x))}{2E} \begin{pmatrix} \tilde{\nu}_1 \\ \tilde{\nu}_2 \end{pmatrix} - i \tilde{U}^\dagger(\tilde{\theta}(x)) \frac{d}{dx} \tilde{U}(\tilde{\theta}(x)) \begin{pmatrix} \tilde{\nu}_1 \\ \tilde{\nu}_2 \end{pmatrix}. \quad (2.55)$$

Em um meio de densidade de elétrons constante, tal como na Eq.(2.45), o termo a direita da Eq.(2.55) seria nulo. É importante ressaltar ainda que a quantidade  $\tilde{U}^\dagger(\tilde{\theta}(x)) \tilde{M}^2 \tilde{U}(\tilde{\theta}(x))$  é uma matriz diagonal dada por

$$\tilde{U}^\dagger(\tilde{\theta}(x)) \tilde{M}^2 \tilde{U}(\tilde{\theta}(x)) = \begin{pmatrix} \tilde{m}_1^2(x) & 0 \\ 0 & \tilde{m}_2^2(x) \end{pmatrix}, \quad (2.56)$$

cujos elementos diagonais  $\tilde{m}_1(x)$  e  $\tilde{m}_2(x)$  são, respectivamente, dados pelas Eq.(2.46) e Eq.(2.47) para  $A = A(x)$ . Logo, usando a definição da matriz  $U$  e considerando  $\tilde{\theta} = \tilde{\theta}(x)$ , calculando explicitamente o termo à direita da Eq.(2.55) encontramos que

$$\tilde{U}^\dagger(\tilde{\theta}(x)) \frac{d}{dx} \tilde{U}(\tilde{\theta}(x)) = \begin{pmatrix} 0 & \frac{d\tilde{\theta}(x)}{dx} \\ -\frac{d\tilde{\theta}(x)}{dx} & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.57)$$

Portanto, com a Eq.(2.57) e Eq.(2.56) podemos escrever a equação de movimento (2.55) como

$$i \frac{d}{dx} \begin{pmatrix} \tilde{\nu}_1 \\ \tilde{\nu}_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{2E} \begin{pmatrix} \tilde{m}_1^2(x) & -2iE \frac{d\tilde{\theta}(x)}{dx} \\ 2iE \frac{d\tilde{\theta}(x)}{dx} & \tilde{m}_2^2(x) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{\nu}_1 \\ \tilde{\nu}_2 \end{pmatrix}. \quad (2.58)$$

É importante notar, contudo, que a Eq.(2.58), apesar de escrita na base dos autoestados da massa efetiva, não é diagonal. Isto indica que os autoestados do hamiltoniano  $\tilde{\nu}_1$  e  $\tilde{\nu}_2$  não são mais “autoestados” da propagação, pois agora existe uma probabilidade não nula da conversão  $\tilde{\nu}_1 \leftrightarrow \tilde{\nu}_2$  ocorrer. Os termos não diagonais induzem a

mistura e conseqüentemente alteram a probabilidade de sobrevivência dos autoestados de sabor [32]. Em geral, para oscilação na matéria em um meio de densidade não - uniforme arbitrário, a equação de evolução (2.58) não permite uma solução analítica e precisa ser resolvida numericamente [28]. Entretanto, se a densidade do meio variar de forma suave, a conversão  $\tilde{\nu}_1 \leftrightarrow \tilde{\nu}_2$  pode ser negligenciada. Aqui temos a essência da condição adiabática:  $\tilde{\nu}_1$  e  $\tilde{\nu}_2$  se propagam independentemente, tanto no vácuo como no meio uniforme, quando os elementos não diagonais da equação de movimento são pequenos, quando comparados aos elementos diagonais da mesma. Este é um importante caso particular no qual é possível conseguir uma esclarecedora solução analítica.

### 2.1.5 Coeficiente de Adiabaticidade

Para prosseguirmos na análise de adiabaticidade, precisamos saber quão pequenos são os elementos não diagonais para que a condição adiabática seja realizada. De início, vamos definir a matriz da Eq.(2.58) como sendo

$$\tilde{h} \equiv \begin{pmatrix} \frac{\tilde{m}_1^2(x)}{2E} & -i \frac{d\tilde{\theta}(x)}{dx} \\ i \frac{d\tilde{\theta}(x)}{dx} & \frac{\tilde{m}_2^2(x)}{2E} \end{pmatrix}, \quad (2.59)$$

em que os autovalores são dados por

$$h_{1,2} = \frac{\tilde{m}_1^2(x) + \tilde{m}_2^2(x)}{4E} \pm \sqrt{\left(\frac{\tilde{m}_2^2(x) - \tilde{m}_1^2(x)}{4E}\right)^2 + \left(\frac{d\tilde{\theta}(x)}{dx}\right)^2}. \quad (2.60)$$

A matriz  $\tilde{h}$  só será diagonal se os seus autovalores, (2.60), forem iguais a

$$\frac{\tilde{m}_1^2(x)}{2E} \text{ e } \frac{\tilde{m}_2^2(x)}{2E},$$

respectivamente. Para que isto ocorra é necessário que

$$\left| \frac{d\tilde{\theta}(x)}{dx} \right| \ll \left| \frac{\Delta\tilde{m}_{12}^2(x)}{4E} \right|, \quad (2.61)$$

sendo  $m_2^2 > m_1^2$  temos que

$$\Delta\tilde{m}_{12}^2(x) \equiv \tilde{m}_2^2(x) - \tilde{m}_1^2(x) = \Delta m_{12}^2 \sqrt{\cos^2 2\theta \left(1 - \frac{A(x)}{A_R}\right)^2 + \sin^2 2\theta} \quad (2.62)$$

é a diferença dos quadrados das massas efetivas para um meio não uniforme, isto é, para  $n_e = n_e(x)$ . Enquanto a condição (2.61) for satisfeita, os autoestados de massa efetiva  $\tilde{\nu}_1$  e  $\tilde{\nu}_2$  atravessarão o meio material com suas misturas relativas a  $\nu_e$  e  $\nu_a$  determinadas de acordo com o valor da densidade de elétrons em cada ponto.

Para examinarmos o significado da condição (2.61), precisamos obter  $d\tilde{\theta}(x)/dx$ . Derivando a Eq.(2.53) e utilizando a expressão (2.42) encontramos, depois de organizados alguns termos, que

$$\frac{d\tilde{\theta}(x)}{dx} = \frac{\Delta m_{12}^2 \sin 2\theta}{2(\Delta \tilde{m}_{12}^2(x))^2} \frac{dA(x)}{dx}. \quad (2.63)$$

Logo, para

$$A(x) = 2\sqrt{2}G_F E n_e(x) \quad (2.64)$$

e

$$(\Delta \tilde{m}_{12}^2(x))^2 = \frac{(\Delta m_{12}^2)^2 \sin^2 2\theta}{\sin^2 2\tilde{\theta}(x)}, \quad (2.65)$$

temos que a Eq.(2.63) pode ser reescrita como

$$\frac{d\tilde{\theta}(x)}{dx} = \frac{\sqrt{2}G_F E \sin^2 2\tilde{\theta}(x)}{\Delta m_{12}^2} \frac{dn_e(x)}{\sin 2\theta} \frac{dx}{dx}. \quad (2.66)$$

Portanto, substituindo a Eq.(2.66) e a Eq.(2.65) na inequação (2.61) temos

$$\frac{\sqrt{2}G_F E \sin^2 2\tilde{\theta}(x)}{\Delta m_{12}^2} \left| \frac{dn_e(x)}{dx} \right| \ll \frac{\Delta m_{12}^2 \sin 2\theta}{4E \sin 2\tilde{\theta}(x)}. \quad (2.67)$$

Com isto, podemos definir um parâmetro para a condição de adiabaticidade dado por

$$\frac{Q}{2} \equiv \frac{(\Delta m_{12}^2/E)^2 \sin^2 2\theta}{4\sqrt{2}G_F \sin^3 \tilde{\theta}(x) \left| \frac{dn_e(x)}{dx} \right|} \gg 1. \quad (2.68)$$

O processo adiabático ocorrerá quando o parâmetro de adiabaticidade  $Q$  satisfizer

$$Q \gg 1, \quad (2.69)$$

ou seja, o sistema será adiabático para baixas energias e/ou gradientes suaves da densidade de elétrons [31]. Todavia, esta condição é mais evidente na região de ressonância. Nesta região temos

$$A(x)|_R = 2\sqrt{2}G_F n_e(x)E|_R = A_R = \Delta m_{12}^2 \cos 2\theta, \quad (2.70)$$

e  $\sin^2 2\tilde{\theta}(x) = 1$ , e logo podemos reescrever a condição (2.69) como

$$Q_R = \frac{\Delta m_{12}^2 \sin^2 2\theta}{E \cos 2\theta \left| \frac{d}{dx} (\ln n_e(x)) \right|_R} \gg 1, \quad (2.71)$$

onde o índice  $R$  indica ressonância.

### 2.1.6 O Efeito MSW

O efeito MSW (Mikheyev-Smirnov-Wolfenstein) é o efeito da transformação de uma espécie de neutrinos (sabor) em outra em um meio de densidade variável. Existem três elementos básicos do efeito: os potenciais efetivos, a ressonância e a adiabaticidade, todos analisados nas seções anteriores. Então, para começarmos, vamos tentar entender o que está acontecendo, no caso adiabático, com o neutrino no seu percurso pela matéria. Quando a condição adiabática,  $Q \gg 1$ , é satisfeita, os autoestados de massa efetiva permanecem os mesmos: a conversão entre  $\nu_e \leftrightarrow \nu_a$  pode ser negligenciada [31]. Vamos assumir agora que o elétron - neutrino é produzido numa região em que  $A \gg A_R$ , isto é, numa região onde a densidade de elétrons  $n_e \rightarrow \infty$ , como o núcleo solar. Estas condições aplicadas á Eq.(2.53) e á Eq.(2.40) nos levam a  $\tilde{\theta} \approx \pi/2$  e a  $\nu_e$  como sendo praticamente um puro  $\tilde{\nu}_2$ . No caminho de saída do núcleo solar, a componente  $\nu_e$  do feixe decresce continuamente, já que em determinado ponto,  $\tilde{\nu}_2 = \nu_e \sin \tilde{\theta}(x) + \nu_a \cos \tilde{\theta}(x)$ , e  $\tilde{\theta}(x)$  decresce com o decréscimo da densidade  $n_e(x)$ . Na região de ressonância, onde  $A \simeq A_R$ , o ângulo de mistura torna-se  $\pi/4$  as oscilações aumentam e o feixe de neutrinos torna-se metade  $\nu_e$  e metade  $\nu_a$ . A medida que o feixe se dirige à superfície, a componente  $\nu_a$  aumenta e quando finalmente o feixe de neutrinos sai do Sol, a densidade de elétrons é praticamente nula,  $n_e(x) \approx 0$ , e o ângulo de mistura é igual ao ângulo do vácuo  $\theta$ . Finalmente, o feixe sai como  $\nu_2 = \nu_e \sin \theta + \nu_a \cos \theta$ . Por fim, a probabilidade de encontrarmos a componente  $\nu_e$  do feixe decresce de quase a unidade para um valor final de  $\sin^2 \theta$ , ou seja, no processo total a conversão  $\nu_e \rightarrow \nu_a$  é amplificada [32].

### 2.1.7 Conversão Adiabática - Probabilidade de Sobrevivência

Quando a condição adiabática (2.68) é satisfeita, podemos desprezar os termos não diagonais da equação de movimento de  $\tilde{\nu}_1$  e  $\tilde{\nu}_2$  em (2.58) e escrevê-la da seguinte forma:

$$i \frac{d}{dx} \begin{pmatrix} \tilde{\nu}_1 \\ \tilde{\nu}_2 \end{pmatrix} \approx \frac{1}{2E} \begin{pmatrix} \tilde{m}_1^2(x) & 0 \\ 0 & \tilde{m}_2^2(x) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{\nu}_1 \\ \tilde{\nu}_2 \end{pmatrix}. \quad (2.72)$$

De acordo com esta condição, os autoestados de massa efetiva se propagam independentemente, tanto no vácuo como no meio uniforme, sendo que a mistura de  $\tilde{\nu}_1$  e  $\tilde{\nu}_2$  é determinada pela mistura no ponto de produção:  $\tilde{\theta}_o = \tilde{\theta}(x_o)$ .

Então, como as equações de movimento estão desacopladas, podemos escrevê-las de maneira mais compacta no formalismo de vetores de estado como:

$$i \frac{d|\tilde{\nu}_i(x)\rangle}{dx} = \frac{\tilde{m}_i^2(x)}{2E} |\tilde{\nu}_i(x)\rangle, \quad (2.73)$$

cuja solução é dada por

$$|\tilde{\nu}_i(x)\rangle = |\tilde{\nu}_i(x_o)\rangle \exp\left(-i \int_{x_o}^x \frac{\tilde{m}_i^2(x')}{2E} dx'\right), \quad (2.74)$$

onde  $i = 1, 2$ .

Assim como no vácuo, a amplitude de sobrevivência  $\nu_e \rightarrow \nu_e$  pode ser escrita como:

$$\mathcal{A}(\nu_e \rightarrow \nu_e; x) = \langle \nu_e(x) | \nu_e(x_o) \rangle, \quad (2.75)$$

sendo que  $x_o$  e  $x$  indicam, respectivamente, o ponto de produção de neutrinos eletrônicos e a superfície do Sol. Como dispomos apenas da solução (2.74) escrita na base dos estados físicos, devemos expressar a amplitude  $\mathcal{A}(\nu_e \rightarrow \nu_e; x)$  em termos da solução conhecida. Com isto, temos

$$\mathcal{A}(\nu_e \rightarrow \nu_e; x) = \sum_{ij} \langle \nu_e(x) | \tilde{\nu}_j(x) \rangle \langle \tilde{\nu}_j(x) | \tilde{\nu}_i(x_o) \rangle \langle \nu_i(x_o) | \nu_e(x_o) \rangle, \quad (2.76)$$

sendo que

$$\langle \tilde{\nu}_j(x) | \tilde{\nu}_i(x_o) \rangle = \delta_{ij} \exp\left(-i \int_{x_o}^x \frac{\tilde{m}_i^2(x')}{2E} dx'\right). \quad (2.77)$$

Nas expressões (2.76) e (2.77) foram usadas as relações de fechamento na base  $\{\tilde{\nu}_j\}$ , nos pontos de detecção  $x$  e criação  $x_o$ . Substituindo a expressão (2.77) na (2.76), aplicando o somatório e utilizando a Eq.(2.40), no formalismo de vetores de estado, para os ângulos  $\tilde{\theta}(x)$ , do ponto de detecção, e o  $\tilde{\theta}_o = \tilde{\theta}(x_o)$ , do ponto de criação, encontramos que a amplitude de sobrevivência pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}(\nu_e \rightarrow \nu_e; x) &= \cos \tilde{\theta}(x) \cos \tilde{\theta}_o \exp\left(i \int_{x_o}^x \frac{\tilde{m}_1^2(x')}{2E} dx'\right) \\ &+ \sin \tilde{\theta}(x) \sin \tilde{\theta}_o \exp\left(i \int_{x_o}^x \frac{\tilde{m}_2^2(x')}{2E} dx'\right). \end{aligned} \quad (2.78)$$

Por fim, a probabilidade de sobrevivência adiabática será

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}^{ad}(x) = \frac{1}{2} [1 + \cos 2\tilde{\theta}(x) \cos 2\tilde{\theta}_o + \sin 2\tilde{\theta}(x) \sin 2\tilde{\theta}_o \cos \delta(x)], \quad (2.79)$$

onde  $\delta(x)$  foi definido como sendo

$$\delta(x) \equiv \left( \int_{x_o}^x \frac{(\Delta \tilde{m}_{12}^2(x'))^2}{2E} dx' \right) = \left( \int_{x_o}^x \frac{\tilde{m}_2^2(x') - \tilde{m}_1^2(x')}{2E} dx' \right). \quad (2.80)$$

O segundo termo na Eq.(2.79) é uma função suave de  $\tilde{\theta}(x)$ , enquanto o terceiro termo oscila com  $x$ . No caso específico dos neutrinos solares, podemos ignorar o

termo oscilante  $\cos \delta(x)$  [28] da Eq.(2.79) uma vez que  $\Delta\tilde{m}_{12}^2(x')$  não é extremamente pequeno ( $\Delta m_{12}^2 \sim 10^{-5} eV^2$ , [6]). Sem este termo, a Eq.(2.79) torna-se

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}^{ad}(x) = \frac{1}{2}[1 + \cos 2\tilde{\theta}(x) \cos 2\tilde{\theta}_0]. \quad (2.81)$$

Na Eq.(2.81) temos uma única dependência em  $x$  expressa em  $\tilde{\theta}(x)$ . Como o valor máximo de  $x$  está na superfície do Sol,  $\tilde{\theta}(x)$  passa a assumir o valor do vácuo sempre que  $x$  for maior que este limite.

Sob certas condições, o efeito de matéria pode fortemente aumentar as transições. Em particular, se a condição adiabática (2.71) é satisfeita, os elementos não diagonais da equação de movimento (2.58) podem ser negligenciados e mesmo um pequeno ângulo de mistura no vácuo leva a um ângulo de mistura efetivo  $\tilde{\theta}$  máximo [28]. Na prática a densidade de elétrons decresce a medida que o neutrino se propaga do núcleo solar, onde eles são produzidos, até a superfície. Para parâmetros que envolvam um grande ângulo de mistura (ou mais conhecido como Large Mixing Angle, LMA ), todos os neutrinos solares de alta energia encontram uma camada ressonante [31].

Finalmente, em 2003, o experimento de KamLand [4] (Kamioka Liquid Scintillator Anti - Neutrino Detector) no Japão confirmou o efeito MSW, para os parâmetros do Sol, para grandes ângulos de mistura, livre de qualquer incerteza astrofísica, pela observação de uma distorção espectral e uma depleção da produção de  $\bar{\nu}_e$  por reatores nucleares localizados a  $O(100) km$  de distância. No contexto da oscilação de neutrinos de dois sabores com invariância CPT, todas as soluções para o PNS foram excluídas exceto a solução com "grande ângulo de mistura". Embora uma determinação mais precisa dos parâmetros de oscilação seja necessária para identificar completamente o quadro físico, o efeito MSW para grandes ângulos é o mecanismo dominante para a conversão dos neutrinos solares. Com os dados de neutrinos solares, é bem conhecido o que acontece com os neutrinos de alta energia ( $E > 5 MeV$ ). Contudo, alguma física além do LMA pode aparecer na parte de baixa energia do espectro ( $E < 2 MeV$  - oscilações no vácuo com pequenas correções da matéria ocorrem [31]).

Por fim, nos resta agora analisar os efeitos das transições não-adiabáticas sobre a probabilidade de sobrevivência (2.81).

### 2.1.8 Conversão não-adiabática

No regime adiabático, para uma conversão de sabores ocorrer, o neutrino deve permanecer no autoestado de massa efetiva em que começou. Em outras palavras,

o neutrino deve passar pela ressonância adiabaticamente para que o autoestado original seja preservado e o sabor alterado. No entanto, para que isto ocorra a condição (2.71) deve ser satisfeita. Contudo, quando a densidade do meio varia rapidamente, as transições entre  $\tilde{\nu}_1$  e  $\tilde{\nu}_2$  tornam-se eficientes e neste caso, quando  $\tilde{\nu}_2$ , que aproximadamente representa o autoestado de sabor  $\nu_e$  no ponto de produção, alcança a região de ressonância, existe uma probabilidade não nula dele mudar de um autoestado “2” para um autoestado “1” e não mudar o seu sabor quando alcançar a densidade zero. Conseqüentemente, a conversão ocorre com uma probabilidade

$$P_{LZ} = \exp\left(-\frac{\pi}{4}Q_R\right), \quad (2.82)$$

conhecida como probabilidade de Landau-Zener, sendo  $Q_R$  o parâmetro de adiabaticidade na ressonância, definido pelo lado esquerdo da Eq.(2.71). Esta probabilidade de conversão ocorre pela presença dos elementos não diagonais da matriz (2.59).

Usando este resultado, Parke obteve a probabilidade de sobrevivência para o processo não-adiabático [33]:

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}^{\tilde{n}-ad} = \frac{1}{2}[1 + (1 - 2P_{LZ}) \cos 2\theta \cos 2\tilde{\theta}_o], \quad (2.83)$$

onde  $\tilde{\theta}_o$  é o ângulo de mistura no ponto de produção dos neutrinos e  $\theta$  o ângulo no vácuo. O caso adiabático é trivialmente obtido para  $P_{LZ} = 0$ , ou melhor dizendo, no regime adiabático a probabilidade de conversão entre os autoestados de massa efetiva é suprimida por  $P_{LZ}$  para  $Q_R \gg 1$ . Por outro lado, quando  $P_{LZ} = 1$ , a conversão de  $\tilde{\nu}_2$  para  $\tilde{\nu}_1$  é completa de tal modo que  $\nu_e$  emerge na superfície do Sol como  $\tilde{\nu}_1$  ao contrário do caso adiabático. Uma outra situação de interesse ocorre quando os neutrinos são produzidos numa região de densidade muito maior do que a densidade de elétrons na ressonância,  $A \gg A_R$ . Neste caso, como  $n_e \rightarrow \infty$ ,  $\tilde{\theta}_o \rightarrow \pi/2$  e  $\cos 2\tilde{\theta}_o \rightarrow -1$ , então

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}^{\tilde{n}-ad} = \sin^2 \theta + P_{LZ} \cos 2\theta, \quad (2.84)$$

que se reduz a  $P_{LZ}$  para valores pequenos do ângulo de mistura no vácuo.

Tipicamente, a quebra de adiabaticidade leva a um enfraquecimento da conversão de sabores [31].

## 2.2 Neutrinos Solares e Atmosféricos - Dados de Oscilação

Os valores que serão apresentados tem como base a análise dos dados de oscilação feita por A. Strumia e F. Vissani [6], adotando o quadro de três sabores de neutrinos. Os parâmetros de oscilação dos neutrinos solares, neste quadro, são

determinados principalmente pelos dados de KamLand e SNO, que possuem um papel central na determinação de  $\Delta m_{12}^2$  e  $\theta_{12}$ , respectivamente. Enquanto que os parâmetros dos neutrinos atmosféricos são dados pelos resultados dos experimentos CHOOZ e SK, principais responsáveis, respectivamente, pela determinação de  $\theta_{13}$ ,  $|\Delta m_{23}^2|$  e  $\theta_{23}$ .

### 2.2.1 Neutrinos Solares

Todos os experimentos anteriores ao SNO [3] - Homestake [12], Kamiokande [15], GALLEX [18], SAGE [19], SuperKamiokande [1] - observaram um deficit no fluxo de neutrinos solares com relação as predições do Modelo Solar Padrão. Contudo, este problema foi solucionado após as medidas do fluxo de  $\nu_{\odot}$ , em três diferentes canais, realizadas pelo SNO. Atualmente, a combinação dos dados de neutrinos solares aos de KamLand [4] podem explicar o PNS através da oscilação de neutrinos na matéria cuja solução com “grandes ângulos de mistura”, LMA, é a única consistente com KamLand, assumindo invariância CPT. A análise dos dados de neutrinos solares mais de reator nos dá:

$$\Delta m_{12}^2 = (8.0 \pm 0.3)10^{-5}eV^2. \quad (2.85)$$

Além disto, os dados de KamLand reduzem significativamente os limites permitidos para  $\Delta m_{12}^2$  em  $2.58\sigma$ :

$$7.2 \times 10^{-5}eV^2 \leq \Delta m_{12}^2 \leq 8.9 \times 10^{-5}eV^2 \quad (2.86)$$

A determinação do ângulo de mistura  $\theta_{12}$  é completamente dominada pelos dados de neutrinos solares. As medidas de  $CN$  e  $CC$  do SNO podem determinar diretamente este ângulo. Para tal, assume-se que o efeito de matéria é dominante para neutrinos com energias  $E \gg \text{MeV}$  [31] de tal forma que os  $\nu_e$  produzidos em torno do centro do Sol coincidam com o autoestado de massa  $\nu_2$  e saiam como  $\nu_2$  no vácuo, logo  $P_{\nu_e \rightarrow \nu_e} \simeq \sin^2 \theta_{12}$ . Contudo, no limite de energia explorado pelo SNO, o efeito de matéria na região de produção não é completamente dominante de tal forma que a aproximação acima deve ser modificada para<sup>¶</sup>

$$\langle P_{\nu_e \rightarrow \nu_e} \rangle \approx 1.15 \sin^2 \theta_{12}. \quad (2.87)$$

---

<sup>¶</sup>Cabe ressaltar que o nico dado de modelo solar que entra na determinação da aproximação da Eq.(2.87) é a densidade do Sol em torno do núcleo, que controla 15% da correção na Eq.(2.87). Este fator de correção é comparável a uma incerteza de  $1\sigma$  na  $\langle P_{\nu_e \rightarrow \nu_e} \rangle$ : na verdade o aumento associado de  $P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}$  para baixas energias  $E_{\nu}$  ainda não foi observado no espectro de energia do SNO e SK [6].

Assumindo converção de sabor entre neutrinos ativos, os dados do SNO implicam [6] que

$$\langle P_{\nu_e \rightarrow \nu_e} \rangle \equiv \Phi_{SNO}^{CC} / \Phi_{SNO}^{CN} = 0.357 \pm 0.030, \quad (2.88)$$

de modo que o ângulo  $\theta_{12}$  é dado por

$$\tan^2 \theta_{12} = 0.45 \pm 0.05. \quad (2.89)$$

O valor da Eq.(2.88) deveria ser comparado com a predição teórica de  $\langle P_{\nu_e \rightarrow \nu_e} \rangle$ , dado por uma simples expressão que não dependa do perfil da densidade solar visto que oscilações com grandes ângulos de mistura são quase completamente adiabáticas.

### 2.2.2 Neutrinos Atmosféricos

A anomalia dos neutrinos atmosféricos, nos últimos sete anos, tem ganhado mais destaque devido a alta precisão e a grande estatística dos dados do SuperKamiokande [2]. Os dados atuais não determinam precisamente  $|\Delta m_{23}^2|$  nem  $\theta_{23}$ , e dão apenas um limite superior para  $\theta_{13}$ . Contudo, experimentos como o detector MACRO [34] e o recente experimento K2K [5] têm dado importante confirmação dos resultados já obtidos por SK, reafirmando que o efeito dominante é certamente a oscilação de  $\nu_\mu \leftrightarrow \nu_\tau$ .

O parâmetro  $\theta_{23}$  pode ser obtido de um simples argumento físico. Este valor é determinado predominantemente por eventos multi- $GeV$  do tipo  $\mu$  em SK como  $\sin^2 2\theta_{23} \simeq 2(1 - N_\uparrow/N_\downarrow) = 1.02 \pm 0.08$ , onde  $N_\uparrow \approx 400$  é o número de eventos tipo  $\mu$  “para baixo”, ou seja, o número de  $\nu_\mu$ s que vêm das camadas mais altas da atmosfera e chegam ao detector sem cruzar a Terra, que grosseiramente não experimentam nenhuma oscilação e  $N_\downarrow \approx 200$  é número de eventos “para cima”, ou seja, o número de  $\nu_\mu$ s que vêm das camadas mais altas da atmosfera e chegam ao detector cruzando a Terra, sofrendo oscilação de sabor. No entanto, a situação com respeito a  $|\Delta m_{23}^2| = (2.5 \pm 0.3)10^{-3}eV^2$  é um tanto diferente: SK não mede precisamente este valor sendo que uma análise detalhada é necessária para extrair o valor central e o erro.

Os valores de  $\theta_{23}$  e  $\Delta m_{23}^2$  foram, também, medidos por K2K [5] e o MACRO [34]:

$$\Delta m_{23}^2 = 2.5 \times 10^{-3}eV^2 \text{ e } \sin^2 2\theta_{23} \simeq 1 \text{ (Dados do MACRO)} \quad (2.90)$$

$$1.9 \times 10^{-3}eV^2 \leq \Delta m_{23}^2 \leq 3.6 \times 10^{-3}eV^2 \text{ e } \sin^2 2\theta_{23} = 1 \text{ (Dados do K2K)} \quad (2.91)$$

Ambos resultados são consistentes com os parâmetros de oscilação dos neutrinos atmosféricos.

---

<sup>||</sup>Eventos com energia acima de 1.33GeV

Por último, temos o parâmetro  $\theta_{13}$ . Oscilações envolvendo  $\nu_e \leftrightarrow \nu_\tau$  ainda não foram observadas, e somente um limite superior, do experimento CHOOZ [27], existe para este ângulo de mistura:

$$\sin^2 2\theta_{13} < 0.05 \quad (2.92)$$

## Capítulo 3

### Modelos de Massa dos Neutrinos

#### 3.1 Motivações para a Massa dos Neutrinos

Nos últimos seis anos, uma série de resultados experimentais revelou, sem sombra de dúvidas, que os neutrinos mudam de sabor, isto é, que um neutrino produzido num autoestado de sabor  $\nu_\alpha$  bem definido pode ser detectado em um outro autoestado distinto de sabor  $\nu_\beta$ , depois de se propagar por uma distância macroscópica. Para explicar este fenômeno, a maneira mais simples, e a única satisfatória, é postular que os neutrinos possuem massas distintas, não nulas, e que os autoestados da massa são diferentes dos autoestados de sabor. Sendo este o caso, os neutrinos irão sofrer oscilação à medida que se propagam, com probabilidade  $P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta)$ . Sendo que a probabilidade de oscilação é função da distância de propagação  $x$  e da energia dos neutrinos  $E$ , Eq.(2.25), como visto no **capítulo 2**, além disto, é função da diferença de massa ao quadrado dos neutrinos  $\Delta m_{ij}^2 \equiv m_j^2 - m_i^2$  e dos elementos da matriz de mistura leptônica  $U$ , Eq.(2.3), que relaciona os autoestados de massa dos neutrinos com os autoestados de sabor dos neutrinos, Eq.(2.2).

Neste contexto, podemos explicar todos os dados referentes a neutrinos apenas com o mecanismo de oscilação, em uma teoria com três sabores, exceto a anomalia do LSND\* [35]. Se interpretados em termos de oscilação, os dados do LSND apontam para  $\Delta m_{LSND}^2 \sim 1\text{eV}^2$ . Com essa diferença de massa ao quadrado fica mais claro por que a anomalia do LSND não se encaixa no contexto de mistura de três sabores, pois com três neutrinos podemos definir apenas duas diferenças de massas independentes e estas já são fixadas pelos dados dos experimentos solares e atmosféricos,

---

\**Este experimento mede o fluxo de neutrinos produzidos pelo decaimento do pión em vôo ( $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$ ) e do antimúon em repouso ( $\mu^+ \rightarrow e^+ \nu_e \bar{\nu}_\mu$ ), e observa um pequeno fluxo de antineutrino do tipo elétron a uns 30 metros distantes do ponto de produção. O originalmente ausente fluxo de  $\bar{\nu}_e$  pode ser interpretado como a evidência que  $\bar{\nu}_\mu$  está se transformando em  $\bar{\nu}_e$  com probabilidade  $P_{\bar{\mu}e}$  da ordem de uma fração de 1% [36].*

Valor Central	$2.58\sigma$
$\Delta m_{12}^2 = (8.0 \pm 0.3)10^{-5}\text{eV}^2$	$(7.2 - 8.9)10^{-5}\text{eV}^2$
$ \Delta m_{23}^2  = (2.5 \pm 0.3)10^{-3}\text{eV}^2$	$(1.7 - 3.3)10^{-3}\text{eV}^2$
$\tan^2 \theta_{12} = 0.45 \pm 0.05$	$30^\circ < \theta_{12} < 38^\circ$
$\sin^2 2\theta_{23} = 1.02 \pm 0.04$	$36^\circ < \theta_{23} < 54^\circ$
$\sin^2 2\theta_{13} = 0 \pm 0.05$	$\theta_{13} < 10^\circ$

Tabela 3.1: *Resumo das informações atuais sobre as massas e a mistura dos neutrinos dos dados de oscilação. Adaptado da referência [6].*

comprovadas com os experimentos com reatores e aceleradores, sendo ambas muito menores do que  $\Delta m_{LSND}^2$ . Dado que os resultados do LSND [35] ainda não foram confirmados por outro experimento acredita-se que a oscilação de três sabores de neutrinos seja reponsável por todos os dados exceto LSND, enquanto a anomalia do LSND poderia ser devido a uma física nova mais exótica. Portanto, por uma questão de simplicidade vamos ignorar a sua existência de agora em diante.

Os experimentos de oscilação de neutrinos têm fornecido medidas das diferenças de massa ao quadrado, tão bem quanto dos ângulos de mistura. A análise dos dados atuais de neutrinos [6] nos dizem, a um nível de  $2.58\sigma$ , que todos são consistentes com os valores apresentados na tabela (3.1). É importante ressaltar que em contraste com o setor dos quarks temos dois ângulos grandes (um possivelmente máximo) e um pequeno ângulo (possivelmente zero).

Enquanto as diferenças de massa que entram na discussão da razão de oscilação são determinadas de forma satisfatória (pelo menos assumindo três neutrinos), a situação com respeito ao valor absoluto das massas é muito menos precisa. Portanto, para relacionarmos os elementos de mistura com os observáveis experimentais, precisamos definir os autoestados de massa dos neutrinos, ou seja, “ordenar” a massa dos neutrinos. Dada a atual precisão dos experimentos de oscilação de neutrinos e o fato de que a oscilação de neutrinos é sensível somente a diferenças de massa ao quadrado existem três possíveis arranjos das massas dos neutrinos [37]:

- Hierarquia normal,  $m_1 \ll m_2 \ll m_3$ . Neste caso  $\Delta m_{23}^2 \equiv m_3^2 - m_2^2 > 0$ , e  $m_3 \simeq \sqrt{\Delta m_{23}^2}$ . A oscilação de neutrinos solares envolve os dois níveis mais leves. A massa do neutrino mais leve não possui vínculos. Se  $m_1 \ll m_2$ , então nós encontramos o valor de  $m_2$ ;
- Hierarquia invertida,  $m_1 \simeq m_2 \gg m_3$  com  $m_{1,2} \simeq \sqrt{\Delta m_{23}^2}$ . Neste caso, a

oscilação de neutrinos ocorre entre os níveis mais pesados e nós temos  $\Delta m_{23}^2 \equiv m_3^2 - m_2^2 < 0$ . Não temos nenhuma informação sobre  $m_3$  exceto que seu valor é muito menor do que o das outras duas massas;

- Neutrinos degenerados,  $m_1 \simeq m_2 \simeq m_3$ .

As conclusões acima independem se os neutrinos são férmions de Dirac ou Majorana.

A informação mais importante que podemos extrair dos dados experimentais citados acima é o fato dos neutrinos serem massivos. A existência destas massas, portanto, qualifica-se como a única evidência palpável de física nova além do Modelo Padrão.

Nas próximas seções, por fim, vamos apresentar o porquê dos neutrinos terem massa nula no modelo padrão e, na seqüência, algumas das possíveis maneiras de estendê-lo dando massa aos neutrinos.

### 3.2 As Massas dos Neutrinos no Modelo Padrão

No MP, que é baseado no grupo de gauge  $G_{MP} = SU(3)_c \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ , os dubletos de quarks e léptons se transformam como

$$\begin{aligned} Q_L &\equiv \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix} \left(3, 2, \frac{1}{3}\right), \quad u_R \left(3, 1, \frac{4}{3}\right), \quad d_R \left(3, 1, -\frac{2}{3}\right), \\ L_L &\equiv \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix} (1, 2, -1), \quad e_R(1, 1, -2). \end{aligned} \quad (3.1)$$

Nossa notação aqui significa que, por exemplo, um dubleto leptônico de mão esquerda  $L_L$  é singleto (1) sob o grupo  $SU(3)_c$ , dubleto (2) sob o grupo  $SU(2)_L$ , e carrega uma hipercarga  $-1$  sob o grupo  $U(1)_Y$ . O bóson de Higgs, responsável pela quebra de simetria eletrofraca, transforma-se como  $(1, 2, +1)$ . O valor esperado do vácuo (VEV) do dubleto de Higgs quebra a simetria,

$$\langle \varphi^0 \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \longrightarrow G_{MP} \rightarrow SU(3)_c \otimes U(1)_{EM}, \quad (3.2)$$

gerando massa para os bósons de gauge  $W^\pm$  e  $Z^0$  e para os férmions electricamente carregados. Após a quebra espontânea da simetria do  $SU(2)_L$  pelo mecanismo de Higgs, os léptons carregados e os quarks adquirem suas massas através da interação de Yukawa:

$$-\mathcal{L}_{Yukawa} = g_{ij}^d \bar{Q}_{Li} \phi d_{Rj} + g_{ij}^u \bar{Q}_{Li} \tilde{\phi} u_{Rj} + g_{ij}^l \bar{L}_{Li} \phi e_{Rj} + h.c., \quad (3.3)$$

onde  $\tilde{\phi} = i\tau_2\phi^*$ . A interação de Yukawa Eq.(3.3) gera massa para os férmions carregados mas deixa os neutrinos sem massa. A razão para os neutrinos não ganharem massa como resultado deste mecanismo de Higgs é que neutrinos de mão direita  $\nu_R$  não estão incluídos na lista de férmions do MP ( $\nu_R = 0$ ) [21]. Como resultado não existem acoplamentos da forma  $g_{ij}^l \bar{L}_{Li} \tilde{\phi} \nu_{Rj}$  que poderiam ter dado massa para os neutrinos após a quebra.

Desta maneira, a ausência da massa dos neutrinos surge como consequência direta da estrutura de simetria do Modelo Padrão, em que somente um dublete de Higgs  $\phi$  existe e o número leptônico é assumido conservado <sup>†</sup>. Portanto, podemos dizer que o MP prevê que os neutrinos são precisamente de massa nula. Não existindo, então, mistura nem violação de CP no setor leptônico do MP.

Existem, entretanto, diversas maneiras de modificar o MP que permitem massa não nula para neutrinos. Contudo, a quantidade de informação experimental disponível é ainda muito pequena para permitir que um candidato particular a "novo Modelo Padrão" seja escolhido em detrimento de outros, mas existem razões para se acreditar que mais informações surgiram em um futuro próximo apontando uma direção. Portanto, aqui neste texto, iremos descrever apenas alguns possíveis candidatos a título de ilustração.

### 3.3 Modelo Simples com Neutrinos Massivos

Proposto por C. Jarlskog [39], este é o esquema mais simples possível de extensão do "Modelo Padrão mínimo de três famílias". Neste modelo, um único neutrino de mão direita é adicionado ao conteúdo de matéria e suas consequências são analisadas em detalhes. A introdução deste neutrino estéril, denominado  $\nu_R$ , faz com que surjam, no processo de diagonalização da matriz de massa dos neutrinos, quatro neutrinos físicos de Majorana, sendo dois massivos e dois não massivos. (Espera-se que estes últimos adquiram massa por correções radiativas ao nível de dois loops.) Além disto, o modelo propõe uma parametrização conveniente da matriz de mistura leptônica e calcula todas as constantes de acoplamento dos neutrinos.

#### 3.3.1 Lagrangianas do Modelo Simples

Este modelo se baseia nas seguintes hipóteses:

---

<sup>†</sup> A simetria  $B - L$  é suficiente para fazer os neutrinos exatamente de massa nula, onde  $B$  denota o número bariônico e  $L$  o número leptônico total,  $L = L_e + L_\mu + L_\tau$ . Isto é por que o neutrino e o anti-neutrino possuem diferentes valores de  $B - L$ , logo o argumento para a massa nula dos neutrinos é válido se  $B - L$  é uma simetria da lagrangiana [38].

- (a) Assumiremos aqui os campos de matéria do Modelo Padrão com três famílias de quarks e léptons, com os números quânticos usuais, ou seja, dubletos de mão esquerda e singletos de mão direita, sob  $SU(2)_L$ , junto com o dubleto usual de Higgs;
- (b) Em adição aos campos de matéria acima, existirá somente um único neutrino de mão direita (partículas que são singletos sob os grupos de simetria  $SU(2)$  e o  $U(1)$  do Modelo Padrão).

A princípio não existe nada de errado em ter um número arbitrário de neutrinos de mão direita e três neutrinos de mão esquerda. No Modelo Padrão estes neutrinos não se relacionam com os neutrinos de mão esquerda [39]. Logo, não existe nenhuma razão *a priori* para que o número de neutrinos de mão direita seja igual ao de mão esquerda, embora isto seja freqüentemente encontrado em muitos modelos. Neste caso, a análise se torna complicada, sendo necessárias muitas hipóteses adicionais a fim de comparar com os dados experimentais.

Neste contexto, os campos de matéria do setor leptônico a serem estudados são:

$$L'_j = \begin{pmatrix} \nu'_{jL} \\ l'_{jL} \end{pmatrix}, \quad l'_{jR}, \quad \nu_R, \quad j = 1, 2, 3. \quad (3.4)$$

As linhas nos campos de matéria indicam que estes ainda não são os campos físicos. A lagrangiana leptônica pode ser expressa da seguinte forma:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{CC} + \mathcal{L}_{CN} + \mathcal{L}_l^H + \mathcal{L}_\nu^H + \mathcal{L}_l^M + \mathcal{L}_\nu^M, \quad (3.5)$$

onde a parte de corrente carregada  $\mathcal{L}_{CC}$  é dada por

$$\mathcal{L}_{CC} = \frac{g}{\sqrt{2}} \sum_j \bar{\nu}'_{jL} \gamma^\lambda l'_{jL} W_\lambda + h.c., \quad (3.6)$$

e a de corrente neutra  $\mathcal{L}_{CN}$  por

$$\mathcal{L}_{CN} = \frac{g}{2 \cos \theta_W} \sum_j \bar{\nu}'_{jL} \gamma^\lambda \nu'_{jL} Z_\lambda^0. \quad (3.7)$$

Os demais termos da lagrangiana surgem do acoplamento de Yukawa. Introduzindo o dubleto de Higgs e seu conjugado,  $\tilde{\phi} = i\tau_2 \phi^*$ ,

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + H \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \tilde{\phi} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v + H \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (3.8)$$

onde  $H$  é o campo de Higgs e “ $v$ ” o valor esperado do vácuo, podemos construir um termo que dá massa aos léptons, da seguinte forma:

$$-\mathcal{L}_{int} = \sum_i g_i (\bar{L}'_i \tilde{\phi}) \nu'_R + \sum_{i,j} g_{ij} (\bar{L}'_i \phi) l'_{jR} + h.c., \quad (3.9)$$

onde  $i, j = 1, 2, 3$ .

Por enquanto, deixaremos de lado os termos  $\mathcal{L}^H$  para estudarmos separadamente o termo de massa dos léptons. Primeiro, vamos começar com a parte carregada dos léptons cujo termo de massa  $\mathcal{L}_l^M$  é dado por:

$$-\mathcal{L}_l^M = \sum_{ij} g_{ij} \frac{v}{\sqrt{2}} [\bar{l}'_{iL} l'_{jR} + \bar{l}'_{jR} l'_{iL}], \quad (3.10)$$

sendo  $l'$  escrito como

$$l' = \begin{pmatrix} l'_1 \\ l'_2 \\ l'_3 \end{pmatrix}, \quad (3.11)$$

sendo a matriz de massa respectiva  $G = \sum_{ij} g_{ij} v / \sqrt{2}$  dada por

$$G = \frac{v}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{pmatrix}. \quad (3.12)$$

A matriz  $G$ , por ser simétrica, pode ser diagonalizada por uma transformação de similaridade,  $U^\dagger G U = G_{diag}$ , onde  $U$  é uma matriz unitária e  $G_{diag} = \text{diag}(m_e, m_\mu, m_\tau)$ . Com isto, podemos definir a seguinte transformação, suprimindo os índices de quiralidade  $L$  e  $R$ ,

$$l' = \begin{pmatrix} l'_1 \\ l'_2 \\ l'_3 \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} e \\ \mu \\ \tau \end{pmatrix} \equiv U E. \quad (3.13)$$

Substituindo a Eq.(3.13) na Eq.(3.6) encontramos que

$$\mathcal{L}_{CC} = \frac{g}{\sqrt{2}} \sum_{jk} \bar{\nu}'_{jL} (U^\dagger)_{jk} \gamma^\lambda E_{kL} W_\lambda + h.c., \quad (3.14)$$

em que  $j, k = 1, 2, 3$  e

$$E_L = \begin{pmatrix} E_{1L} \\ E_{2L} \\ E_{3L} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e_L \\ \mu_L \\ \tau_L \end{pmatrix}. \quad (3.15)$$

Então, podemos redefinir um novo campo dos neutrinos de mão esquerda tomando

$$\nu''_{jL} = \sum_k U_{jk} \nu'_{kL} \quad k = 1, 2, 3. \quad (3.16)$$

As duas linhas continuam indicando que o campo dos neutrinos ainda não são os campos físicos. Podemos reescrever agora a lagrangiana total Eq.(3.5) na base em que a matriz de massa dos léptons carregados é diagonal e a matriz de mistura é somente a identidade, ou seja,  $\nu''_{1L}$  acopla-se com o elétron,  $\nu''_{2L}$  com o múon e  $\nu''_{3L}$  com o tau nas correntes carregadas. Sendo assim, podemos abandonar, deste ponto em diante, as linhas dos campos  $\nu''_{1L}$ ,  $\nu''_{2L}$  e  $\nu''_{3L}$  e passar a denominá-los respectivamente por  $\nu_e$ ,  $\nu_\mu$  e  $\nu_\tau$ . Nenhuma mudança ocorre para o termo de corrente neutra Eq.(3.7), pois a  $CN$  é diagonal nos sabores.

Uma vez estudado o termo de massa dos léptons carregados, vamos voltar a nossa atenção para o termo de massa dos léptons neutros  $\mathcal{L}_\nu^M$  que surge do acoplamento de Yukawa Eq.(3.9) com a introdução do singlete de mão direita  $\nu_R$ . A maneira mais geral de escrevê-lo na nova base é

$$-\mathcal{L}_\nu^M = \sum_{\beta=e,\mu,\tau} a_\beta \bar{\nu}_{\beta L} \nu_R + \frac{1}{2} M \overline{(\nu_R)^c} \nu_R, \quad (3.17)$$

sendo que  $a_\beta$  são definidos como

$$a_\beta = g_\beta \frac{v}{\sqrt{2}}. \quad (3.18)$$

Os termos  $a_\beta$  vêm do acoplamento não diagonal dos neutrinos de mão esquerda com o neutrino de mão direita e o dubleto de Higgs e sendo  $M$  é a massa do neutrino de mão direita. O neutrino de mão direita é um singlete e não precisa do Higgs para adquirir massa. Como o campo  $\nu_R$  é invariante sob  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ , logo também o deve ser seu campo conjugado  $\overline{(\nu_R)^c}$ , portanto podemos construir termos de massa dura como o termo à direita da Eq.(3.17) [39]. Contudo, termos de massa do tipo  $\bar{\nu}_L (\nu_L)^c$ , são proibidos no Modelo Padrão. Todas as quatro constantes, que aparecem na Eq.(3.17), podem ser tomadas como reais e positivas, por uma escolha apropriada de fases para os quatro campos dos neutrinos. Claro que, para mantermos o termo de corrente carregada e a matriz de massa dos léptons carregados na sua forma original, devemos também reajustar os campos leptônicos carregados de mão esquerda e direita. Usando a identidade  $\bar{\nu}_{\beta L} \nu_R = \overline{(\nu_R)^c} (\nu_{\beta L})^c$ , a Eq.(3.17) pode ser escrita da seguinte forma:

$$-\mathcal{L}_\nu^M = \frac{1}{2} \bar{N} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & a_e \\ 0 & 0 & 0 & a_\mu \\ 0 & 0 & 0 & a_\tau \\ a_e & a_\mu & a_\tau & M \end{pmatrix} N^c + h.c., \quad (3.19)$$

em que

$$N = (\nu_{eL}, \nu_{\mu L}, \nu_{\tau L}, (\nu_R)^c)^T. \quad (3.20)$$

Finalmente, o termo  $\mathcal{L}_\nu^H$ , na Eq.(3.5), é dado por

$$\mathcal{L}_\nu^H = -\frac{H}{2v}\bar{N} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & a_e \\ 0 & 0 & 0 & a_\mu \\ 0 & 0 & 0 & a_\tau \\ a_e & a_\mu & a_\tau & 0 \end{pmatrix} N^c + h.c.. \quad (3.21)$$

### 3.3.2 Mistura e Massas dos Neutrinos no Modelo Simples

Vamos denotar a matriz de massa dos neutrinos da Eq.(3.19) por  $M_\nu$ , que está dada por

$$\mathcal{M}_\nu = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & a_e \\ 0 & 0 & 0 & a_\mu \\ 0 & 0 & 0 & a_\tau \\ a_e & a_\mu & a_\tau & M \end{pmatrix}. \quad (3.22)$$

Esta matriz é real e simétrica e pode ser facilmente diagonalizada, por uma matriz ortogonal  $O$ , da seguinte forma

$$O\mathcal{M}_\nu O^T = M_{diag}.$$

Para encontrarmos a matriz  $O$  que diagonaliza  $M_\nu$  é preciso determinar os autovalores e autovetores de  $M_\nu$ . Para tal é preciso que a seguinte condição seja satisfeita

$$\det(\mathcal{M}_\nu - I\lambda) = 0.$$

Disto, obtemos os seguintes autovalores

$$\lambda_1 = \lambda_2 = 0,$$

$$\lambda_3 = \frac{1}{2}(-\sqrt{M^2 + 4a^2} + M) \text{ e } \lambda_4 = \frac{1}{2}(\sqrt{M^2 + 4a^2} + M),$$

onde  $a^2 = a_e^2 + a_\mu^2 + a_\tau^2$ . Como  $\lambda_3 < 0$  e os autovalores da matriz  $M_\nu$  devem ser positivos, tomaremos todas as massas como positivas e mais tarde introduziremos uma matriz de fases para dar conta desta modificação. Vamos denominar, agora, os nossos estados físicos por  $\nu_1, \nu_2, \nu_p$  e  $\nu_f$ , respectivamente. Até este ponto, existem dois neutrinos de massa nula, mas uma vez que nenhum número leptônico permanece conservado, eles devem ganhar finitas massas radioativas. Especificamente, por correções radiativas de dois loops através da troca de dois  $W$  bósons [40]. Os dois últimos são neutrinos massivos de Majorana cujas massas são dadas por

$$m_{\nu_p} = \frac{1}{2}(\sqrt{M^2 + 4a^2} - M) \text{ e } m_{\nu_f} = \frac{1}{2}(\sqrt{M^2 + 4a^2} + M). \quad (3.23)$$

Nosso próximo passo será determinar os autovetores,  $X^i = (X_{i1}, X_{i2}, X_{i3}, X_{i4})^T$ ,  $i = 1, 2, 3$  e  $4$ , para cada um dos autovalores encontrados a fim de determinar a matriz  $O$ . Para tal, é necessário resolver o seguinte sistema de equações:

$$\begin{pmatrix} -\lambda_i & 0 & 0 & a_e \\ 0 & -\lambda_i & 0 & a_\mu \\ 0 & 0 & -\lambda_i & a_\tau \\ a_e & a_\mu & a_\tau & M - \lambda_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_{i1} \\ X_{i2} \\ X_{i3} \\ X_{i4} \end{pmatrix} = 0.$$

Resolvido o sistema para cada  $i$ , chegamos aos seguintes resultados

$$X^1 = (c_\rho, -s_\rho s_\gamma, -s_\rho c_\gamma, 0), \quad (3.24)$$

$$X^2 = (0, c_\gamma, -s_\gamma, 0), \quad (3.25)$$

$$X^3 = (c_\varphi s_\rho, c_\varphi c_\rho s_\gamma, c_\varphi c_\rho c_\gamma, -s_\varphi), \quad (3.26)$$

$$X^4 = (s_\varphi s_\rho, s_\varphi c_\rho s_\gamma, s_\varphi c_\rho c_\gamma, c_\varphi). \quad (3.27)$$

Logo, basta colocar os autovetores, em forma de coluna, na suas respectivas posições e obtemos

$$O = \begin{pmatrix} c_\rho & 0 & c_\varphi s_\rho & s_\varphi s_\rho \\ -s_\rho s_\gamma & c_\gamma & c_\varphi c_\rho s_\gamma & s_\varphi c_\rho s_\gamma \\ -s_\rho c_\gamma & -s_\gamma & c_\varphi c_\rho c_\gamma & s_\varphi c_\rho c_\gamma \\ 0 & 0 & -s_\varphi & c_\varphi \end{pmatrix}, \quad (3.28)$$

onde  $c$  e  $s$  denotam as funções cosseno e seno de seus respectivos argumentos. Os ângulos  $\varphi$ ,  $\rho$  e  $\gamma$  estão no primeiro quadrante e são relacionados com os parâmetros da matriz de massa através de

$$s_\varphi = \sqrt{\frac{m_{\nu_p}}{(m_{\nu_p} + m_{\nu_f})}}, \quad s_\rho = \frac{a_1}{a},$$

$$c_\rho s_\gamma = \frac{a_2}{a}, \quad \text{e } c_\rho c_\gamma = \frac{a_3}{a}. \quad (3.29)$$

Como um dos autovalores de  $\mathcal{M}_\nu$  é negativo,  $\lambda_3 = -m_{\nu_p}$ , a matriz de mistura leptônica  $O$  não é exatamente a matriz de diagonalização em que estamos interessados. Então, para remover o sinal negativo, na massa  $m_{\nu_p}$ , vamos multiplicar a matriz  $O$  por uma matriz de fase diagonal dada por

$$\Omega = \text{diag}(1, 1, i, 1). \quad (3.30)$$

Desta forma, nos asseguramos que todas as massas possuem sinal positivo. No entanto, a matriz  $\Omega$  aparecerá como um fator na matriz de mistura leptônica, dada por

$$V = \Omega O. \quad (3.31)$$

### 3.3.3 Acoplamento dos Neutrinos no Modelo Simples

Uma vez que a matriz de mistura Eq.(3.31) é conhecida, já podemos expressar os neutrinos físicos em termos dos campos de interação Eq.(3.20) da seguinte maneira

$$N^{fis} = V^\dagger N, \quad (3.32)$$

em que

$$N^{fis} = (\nu_{1L}, \nu_{2L}, \nu_{pL}, \nu_{fL})^T. \quad (3.33)$$

Com isto, podemos reescrever os acoplamentos dos neutrinos com a corrente carregada, corrente neutra, e com o bóson de Higgs em termos dos campos físicos.

Na corrente carregada, para mantermos a unitariedade da matriz de mistura leptônica  $4 \times 4$ , estendemos a matriz coluna dos léptons carregados através de um zero na quarta linha. Isto por que temos quatro neutrinos (3.20), mas somente três léptons carregados. Encontramos, portanto, que a matriz de mistura, Eq.(3.31), aparece na corrente carregada da seguinte forma

$$\mathcal{L}_{CC} = \begin{pmatrix} \bar{\nu}_{1L} & \bar{\nu}_{2L} & \bar{\nu}_{pL} & \bar{\nu}_{fL} \end{pmatrix} \gamma^\lambda \Omega \begin{pmatrix} c_\rho & -s_\rho s_\gamma & -s_\rho c_\gamma & 0 \\ 0 & c_\gamma & -s_\gamma & 0 \\ c_\varphi s_\rho & c_\varphi c_\rho s_\gamma & c_\varphi c_\rho c_\gamma & -s_\varphi \\ s_\varphi s_\rho & s_\varphi c_\rho s_\gamma & s_\varphi c_\rho c_\gamma & c_\varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_L \\ \mu_L \\ \tau_L \\ 0 \end{pmatrix} W_\lambda, \quad (3.34)$$

onde  $\Omega$  foi definido na Eq.(3.30). É importante lembrar que este modelo simples de massa para neutrinos possui apenas quatro parâmetros, sendo três ângulos e um parâmetro de escala, com dimensão de massa, isto é, uma das duas massas de Majorana.

Vamos nos voltar agora para a corrente neutra. A quantidade  $CN$  escrita na base de interação, sabendo que  $\nu'_R$  não se acopla com o  $Z^0$ , pode ser escrita como:

$$\mathcal{L}_{CN} = \frac{g}{2 \cos \theta_W} \bar{N} \Lambda \gamma^\lambda N Z_\lambda^0 + h.c., \quad (3.35)$$

onde  $N$  é dado por Eq.(3.20) e  $\Lambda$  é uma matriz definida por

$$\Lambda = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (3.36)$$

Assim, escrevendo a corrente neutra em termos dos campos físicos Eq.(3.32) temos que

$$\mathcal{L}_{CN} = \frac{g}{2 \cos \theta_W} \bar{N}^{fis} \gamma^\lambda V^\dagger \Lambda V N^{fis} Z_\lambda^0 + h.c., \quad (3.37)$$

em que  $V^\dagger \Lambda V$  é explicitamente dado por

$$V^\dagger \Lambda V = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_\varphi^2 & i c_\varphi s_\varphi \\ 0 & 0 & -i c_\varphi s_\varphi & s_\varphi^2 \end{pmatrix}. \quad (3.38)$$

Pelo fato de termos um conjunto de neutrinos, autoestados de massa, maior do que o número de neutrinos autoestado de sabor, interagentes com  $Z^\circ$ , faz com que surjam acoplamentos não diagonais com os neutrinos massivos  $\nu_p$  e  $\nu_f$  [39].

Por fim, vamos analisar o acoplamento dos neutrinos com o bóson de Higgs. Voltando à Eq.(3.21), vemos que é possível reescrevê-la da seguinte forma:

$$-\mathcal{L}_\nu^H = \frac{H}{2v} \bar{N} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & a_e \\ 0 & 0 & 0 & a_\mu \\ 0 & 0 & 0 & a_\tau \\ a_e & a_\mu & a_\tau & M \end{pmatrix} N^c + \frac{H}{2v} M \overline{(\nu_R)^c} \nu_R + h.c., \quad (3.39)$$

onde a matriz da Eq.(3.39) é a mesma matriz de massa dos neutrinos (3.22). Desta forma, utilizando o fato de que  $\bar{N} = \bar{N}^{fis} V^\dagger$  e  $N^c = (V^\dagger)^T (N^{fis})^c$  e de que

$$\overline{(\nu_R)^c} = -i s_\varphi \bar{\nu}_{pL} + c_\varphi \nu_{fL},$$

e

$$\nu_R = -i s_\varphi \nu_{pR} + c_\varphi \nu_{fR},$$

encontramos que a Eq.(3.39) pode ser dada por:

$$-\mathcal{L}_\nu^H = \frac{H}{2v} \bar{N}^{fis} M_{diag} (N^{fis})^c + \frac{H}{2v} M (-i s_\varphi \bar{\nu}_{pL} + c_\varphi \nu_{fL}) \cdot (-i s_\varphi \nu_{pR} + c_\varphi \nu_{fR}), \quad (3.40)$$

sendo  $M_{diag} = V^\dagger M_\nu (V^\dagger)^T = \text{diag}(0, 0, m_{\nu_p}, m_{\nu_f})$ . Logo, reagrupando os termos da Eq.(3.40) e usando as identidades

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{m_{\nu_p} m_{\nu_f}}, \\ M &= m_{\nu_f} - m_{\nu_p}, \\ \cos 2\varphi &= \frac{m_{\nu_f} - m_{\nu_p}}{m_{\nu_p} + m_{\nu_f}} \quad \text{e} \quad \sin 2\varphi = 2 \frac{\sqrt{m_{\nu_p} m_{\nu_f}}}{m_{\nu_p} + m_{\nu_f}}, \end{aligned} \quad (3.41)$$

obtemos o seguinte resultado para o acoplamento, em termos dos campos físicos, com o bóson de Higgs

$$-\mathcal{L}_\nu^H = \frac{aH}{2v} [\sin 2\varphi(\bar{\nu}_p\nu_p + \bar{\nu}_f\nu_f) + i \cos 2\varphi(\bar{\nu}_p\gamma_5\nu_f + \bar{\nu}_f\gamma_5\nu_p)]^\ddagger. \quad (3.42)$$

Como esperado, os estados sem massa não se acoplam com o Higgs e os massivos interagem via Eq.(3.42). Além disto, os dois termos do segundo parênteses são iguais, devido à natureza de Majorana dos neutrinos. Aqui, Eq.(3.42), como nos termos de corrente carregada,  $CC$ , e no de corrente neutra,  $CN$ , existe um  $i$  em frente dos termos não diagonais, ou seja, os acoplamentos envolvendo  $\nu_p$  são puramente imaginários [39]. Pode se ver que é possível escolher fases de CP para  $\nu_p$  e  $\nu_f$  de modo que a lagrangiana, Eq.(3.5), seja invariante sob CP. Na verdade tudo o que é necessário é dar paridades opostas para os dois neutrinos.

### 3.4 Modelo de Massa com Neutrinos de Dirac

Uma outra maneira simples de gerar massa para neutrinos é introduzir neutrinos de mão direita  $\nu_R$ , para cada família, no Modelo Padrão [25]. Com isto, a lagrangiana do MP permitirá um novo acoplamento de Yukawa da seguinte forma:

$$-\mathcal{L}_{int} = \sum_{\alpha,\beta} g_{\alpha\beta} \bar{L}_{\alpha L} \tilde{\phi} \nu_{\beta R} + h.c., \quad \text{para } \alpha, \beta = e, \mu, \tau, \quad (3.43)$$

em que  $g_{\alpha\beta}$  são as novas constantes de acoplamento, e  $L_{\alpha L}$  é o dubleto de léptons dado por

$$L_{\alpha L} = \begin{pmatrix} \nu_{\alpha L} \\ l_{\alpha L} \end{pmatrix}. \quad (3.44)$$

O multipleteo de Higgs,  $\phi$ , é o mesmo que aparece no Modelo Padrão e no *Modelo Simples com Neutrinos Massivos*, Eq.(3.8). Com valor esperado no vácuo, como  $\langle \varphi^0 \rangle = v/\sqrt{2}$ , temos que a Eq.(3.43) resulta no seguinte termo de massa:

$$-\mathcal{L}_{m_\nu} = \sum_{\alpha,\beta} g_{\alpha\beta} \frac{v}{\sqrt{2}} [\bar{\nu}_{\alpha L} \nu_{\beta R} + \bar{\nu}_{\beta R} \nu_{\alpha L}]. \quad (3.45)$$

Este é um termo de massa para neutrinos, uma massa de Dirac, Fig.(3.1), que conecta dois neutrinos de Weyl distintos  $\nu_L$  e  $\nu_R$  que podem ser combinados para formar um campo de Dirac  $\nu \equiv \nu_L + \nu_R$ . No espaço dos sabores, a massa dos neutrinos corresponde a uma matriz com elementos

$$M_{\alpha\beta} = \frac{v}{\sqrt{2}} g_{\alpha\beta}. \quad (3.46)$$

---

<sup>‡</sup>Nesta equação foram utilizadas as seguintes relações:  $\bar{\nu}_{iL}\nu_{iR} = \frac{1}{2}\bar{\nu}_i\nu_i$  e  $\bar{\nu}_{iL}\nu_{jR} = \frac{1}{2}\bar{\nu}_i\gamma_5\nu_j$  sendo  $i,j=p,f$  [39].

Como a matriz Eq.(3.46), em geral, não é diagonal, os campos  $\nu_{\alpha L}$  e  $\nu_{\alpha R}$  não



Figura 3.1: Termo de massa de Dirac. Adaptado da referência [41].

correspondem as projeções quirais dos campos físicos.

Então, para obtermos os campos físicos, precisamos encontrar os autovetores da matriz  $M$ . Aqui, estamos assumindo que o número de gerações é  $n = 3$ . Contudo, para uma matriz de massa complexa arbitrária  $M$ , não há nenhuma garantia de que, quando  $M$  for diagonalizada, os autovalores de massa resultantes sejam positivos. Para nos assegurarmos disto, devemos diagonalizar  $M$  por uma transformação biunitária. Assim, devemos proceder da seguinte forma: Por definição,  $MM^\dagger$  é hermitiana e seus autovalores são sempre positivos. Todavia, existe uma matriz unitária  $U$  tal que

$$MM^\dagger = U m_{diag}^2 U^\dagger, \quad (3.47)$$

onde  $m_{diag}^2 = \text{diag}(m_1^2, m_2^2, m_3^2)$ . A transformação biunitária implica na existência de uma outra matriz unitária  $V$  tal que

$$M = U m_{diag} V^\dagger, \quad (3.48)$$

onde  $m_{diag} = \text{diag}(m_1, m_2, m_3)$ . (Restringindo-nos ao caso em que as massas não são degeneradas.) Vamos verificar, agora, que  $V$  realmente é uma matriz unitária. Da Eq.(3.48) temos que

$$V^\dagger = m_{diag}^{-1} U^\dagger M, \quad (3.49)$$

de modo que

$$V^\dagger V = (m_{diag}^{-1} U^\dagger M)(M^{-1} U m_{diag}) = 1, \quad (3.50)$$

mostrando que  $V$  é unitária.

Podemos, portanto, definir a relação entre os estados de sabor  $\nu_{\alpha L}$  e  $\nu_{\alpha R}$  com os autoestados de massa como

$$\begin{aligned} \nu_{\alpha L} &= \sum_j U_{\alpha j} \nu_{j L}, \\ \nu_{\alpha R} &= \sum_j V_{\alpha j} \nu_{j R}, \end{aligned} \quad (3.51)$$

onde

$$\nu_{jL,R} = \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix}_{L,R}. \quad (3.52)$$

Logo, podemos reescrever a Eq.(3.45) em termos dos autoestados de massa, Eq.(3.51), como

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_{m_\nu} &= \sum_{\alpha\beta} \sum_j \bar{\nu}_{jL}(U^\dagger)_{j\alpha} M_{\alpha\beta} V_{\beta j} \nu_{jR} + h.c. \\ &= \sum_j m_j \bar{\nu}_{jL} \nu_{jR} + h.c. \text{ para } j = 1, 2, 3, \end{aligned} \quad (3.53)$$

onde  $m_j$  é o  $j$ -ésimo elemento diagonal da matriz de  $m_{diag}$ . Esta equação mostra que os campos  $\nu_j$  são campos com massa definida  $m_j$  e são portanto partículas físicas (autoestados de massa).

Para exemplificar como os neutrinos ganham massa neste modelo, vamos considerar a primeira geração de léptons,  $l_e = e$ . Escrevendo o conteúdo de partículas do dubleto de léptons, Eq.(3.44), e fazendo a multiplicação com o multiplete de Higgs, podemos encontrar, para o neutrino do elétron  $\nu_e$  que o primeiro termo da Eq.(3.43) é dado por

$$\begin{pmatrix} \bar{\nu}_{eL} & \bar{e}_L \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v + H \\ 0 \end{pmatrix} \nu_{eR} = \frac{1}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_{eL} (v + H) \nu_{eR}. \quad (3.54)$$

Fazendo o mesmo para a parte hermitiana conjugada, encontramos que a lagrangiana de interação é

$$-\mathcal{L}_{int} = g_{ee} \frac{v}{\sqrt{2}} [\bar{\nu}_{eL} \nu_{eR} + \bar{\nu}_{eR} \nu_{eL}] + g_{ee} \frac{H}{\sqrt{2}} [\bar{\nu}_{eL} \nu_{eR} + \bar{\nu}_{eR} \nu_{eL}], \quad (3.55)$$

onde o primeiro termo é quadrático nos campos. Por comparação do primeiro termo da Eq.(3.55) com um termo de massa de Dirac,

$$-\mathcal{L}_{Dirac}^M = m[\bar{\psi}_L \psi_R + m\bar{\psi}_R \psi_L], \quad (3.56)$$

vemos que

$$m_{\nu_e} = g_{ee} \frac{v}{\sqrt{2}}. \quad (3.57)$$

O segundo termo da Eq.(3.55) possui vértice de interação da partícula de Higgs com o neutrino do elétron, com constante de acoplamento igual a

$$\mathcal{G}_{H\nu_e} = \frac{g_{ee}}{\sqrt{2}}. \quad (3.58)$$

Resolvendo a Eq.(3.57) para  $g_{ee}$  em termos de  $m_{\nu_e}$ , obtemos que

$$\mathcal{G}_{H\nu_e} = \frac{m_{\nu_e}}{v} = \frac{g_{ee}}{\sqrt{2}}. \quad (3.59)$$

Portanto, podemos escrever a lagrangiana de interação para a primeira geração leptônica, da Eq.(3.43), da seguinte maneira:

$$-\mathcal{L}_{int} = m_{\nu_e} \bar{\nu}_e \nu_e + \frac{m_{\nu_e}}{v} H \bar{\nu}_e \nu_e. \quad (3.60)$$

A forma do termo de interação da Eq.(3.55) nos diz que a partícula de Higgs se acopla com os férmions com intensidade proporcional a suas massas, como na fig(3.2), de modo que a busca experimental do Higgs, entre outros, deve envolver os férmions mais pesados disponíveis, o que não é o caso do neutrino.

A massa de Dirac da Eq.(3.55), para o neutrino do elétron, foi produzida pelo mecanismo de Higgs, Fig.(3.2). Vale ressaltar que as massas de Dirac dos neutrinos  $m_D = h_\nu \langle \varphi^0 \rangle = g_{\alpha\beta} v / \sqrt{2}$  são análogas as massas dos quarks e dos léptons carregados. O procedimento adotado aqui, para dar massa aos neutrinos, é idêntico ao

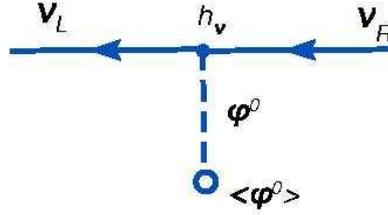


Figura 3.2: Acoplamento de Yukawa com o campo de Higgs. Adaptado da referência [41].

utilizado no Modelo Padrão para dar massa ao quark tipo up, pois o termo de massa do quark tipo down surge de maneira análoga ao termo do elétron. Para gerar massa ao quark up foi utilizada a idéia de que para qualquer dubleto existe um antidubleto. Correspondente ao dubleto de Higgs  $\phi$ , existe um antidubleto  $\tilde{\phi} = i\tau_2 \phi^*$  de modo que após a quebra espontânea de simetria temos:

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + H \end{pmatrix} \text{ e } \tilde{\phi} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v + H \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (3.61)$$

Conseqüentemente, podemos construir um termo na nossa lagrangiana para o quark up, usando  $\tilde{\phi}$  no lugar de  $\phi$ :

$$-\mathcal{L}_{int}^q = g^d [(\bar{Q}_L \phi) d_R + \bar{d}_R (\phi^\dagger Q_L)] + g^u [(\bar{Q}_L \tilde{\phi}) u_R + \bar{u}_R (\tilde{\phi}^\dagger Q_L)], \quad (3.62)$$

em que  $Q_L = (u_L, d_L)^T$ . Isto dará uma massa independente para o quark up por causa da estrutura de  $\tilde{\phi}$ ; a mesma conclusão de que a interação com o Higgs é proporcional a massa dos férmions é válida também aqui.

### 3.4.1 Mistura no Modelo com Neutrinos de Dirac

Embora tanto a matriz  $U$  como a matriz  $V$  sejam usadas para expressar  $\mathcal{L}_{m_\nu}$  na forma diagonalizada, Eq.(3.53), em termos dos auto estados de massa Eq.(3.52), apenas  $U$  é relevante para física, no sentido que somente  $\nu_{\alpha L}$  entra na parte de interação da lagrangiana. Podemos ver isto com clareza na interação entre o bóson de gauge  $W$  e os léptons, que é dada por

$$\mathcal{L}_{CC} = \frac{g}{\sqrt{2}} \sum_{\alpha} \bar{l}_{\alpha L} \gamma^{\mu} \nu_{\alpha L} W_{\mu}^{-} + h.c. . \quad (3.63)$$

Usando a relação entre os campos de sabor e os autoestados de massa Eq.(3.51), podemos reescrever a corrente carregada como

$$\mathcal{L}_{CC} = \frac{g}{\sqrt{2}} \sum_{\alpha} \sum_j \bar{l}_{\alpha L} \gamma^{\mu} U_{\alpha j} \nu_{j L} W_{\mu}^{-} + h.c. . \quad (3.64)$$

Cabe ressaltar que nesta Eq.(3.64), a menos que algum termo da matriz  $U$  seja nulo, todos os neutrinos, em geral, podem interagir via corrente carregada com um determinado lépton  $l_{\alpha}$ . O que temos aqui nada mais é do que a *mistura de neutrinos* estudada no **capítulo 2**. Uma consequência direta disto é que o número leptônico por geração  $L_e, L_{\mu}$  e  $L_{\tau}$  não é mais uma boa simetria global, embora o número leptônico total  $L = L_e + L_{\mu} + L_{\tau}$  seja conservado, uma vez que este modelo possui campo de neutrino e campo de anti-neutrino [25]. Isto ocorre pois qualquer autoestado de massa é uma mistura dos autoestados de sabor  $\nu_e, \nu_{\mu}, \nu_{\tau}$ .

### 3.4.2 Propriedades do Modelo com Neutrinos de Dirac

Este modelo mostra uma forma simples de entender a massa dos neutrinos - estender o Modelo Padrão adicionando um neutrino de mão direita, na representação singleto,  $\nu_R$ , à cada geração. Essa modificação é desejável do ponto de vista de criar um modelo com simetria quark-lépton, ou seja, tratar as massas dos neutrinos da mesma forma que tratamos com as massas dos férmions carregados. Contudo, há dois problemas com esta pequena modificação.

Primeiro, o limite superior da massa dos neutrinos é da ordem de  $m_{\nu} \leq 1\text{eV}$ , o que implica num acoplamento de Yukawa do neutrino com o Higgs  $h_{\nu} < 10^{-11}$ , que é extremamente pequeno se comparado com o acoplamento do quark top,  $h_t = O(1)$ , ou até mesmo o do elétron,  $h_{e^-} \sim 10^{-5}$  [41]. Claro, se a constante de acoplamento for

muito pequena comparada as correspondentes constantes de acoplamento que geram as massas dos léptons carregados e dos quarks, o neutrino será leve, de acordo com os limites experimentais. Todavia, não existe nenhuma boa razão para que  $h_\nu$  seja pequeno neste modelo. Deixando, assim, em aberto a questão sobre a leveza dos neutrinos.

A introdução de um conjunto de neutrinos de mão direita gera um outro problema, pois  $\nu_R$ 's são singletos de gauge no Modelo Padrão. Isto significa que, enquanto as simetrias do Modelo Padrão forem válidas, um termo de massa de Majorana para os campos  $\nu_R$  é permitido [37]. No entanto, se tal termo de massa está presente, as massas dos neutrinos não são simplesmente dadas por  $h_\nu \langle \varphi^\circ \rangle$ , mas determinadas por uma função mais complicada envolvendo  $h_\nu \langle \varphi^\circ \rangle$  e a massa de Majorana dos neutrinos de mão direita, como veremos na próxima seção.

No contexto deste modelo, ainda existe um outro problema (que não tem *a priori* nenhuma restrição). A matriz definida na Eq.(3.46) é completamente arbitrária. Isto é, não temos conhecimento dos seus elementos, não temos nem idéia de seus autovalores (massas dos neutrinos), muito menos da magnitude da mistura dos neutrinos, todos estes são parâmetros completamente arbitrários, que seriam determinados pelos experimentos, para os quais o modelo não faz nenhuma predição.

### 3.5 Mecanismo Seesaw

Na seção anterior, trabalhamos com apenas um termo envolvendo neutrinos de mão direita, via interação de Yukawa Eq.(3.43). Esta interação nos dá um termo de massa para os neutrinos, Eq.(3.45), análogo ao termo de massa dos léptons carregados e dos quarks. Neste sentido, esperaríamos que a massa dos neutrinos fosse da ordem da escala eletrofraca  $\sim 10^2$  GeV. Porém, para um neutrino com massa da ordem de eV temos que  $h_\nu \simeq 10^{-11}$ , ou menor [41]. De modo que, a introdução de uma constante de acoplamento tão pequena na teoria não seria natural. Entretanto, como mencionado antes, podem existir mais termos envolvendo os campos  $\nu_R$ . Uma vez que estes campos são invariantes sob  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ , os seus conjugados de carga  $(\nu_R)^c$  também o serão. Então, podemos formar um termo invariante de gauge:

$$-\mathcal{L}_{dura} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{\alpha\beta} B_{\alpha\beta} \overline{(\nu_{\alpha R})^c} \nu_{\beta R} + h.c. . \quad (3.65)$$

Este termo viola a simetria  $B - L$ , mas  $B - L$  é uma simetria global que aparece automaticamente com o conteúdo de partículas do Modelo Padrão e nós não somos obrigados a impor isto num modelo estendido por qualquer razão fundamental. Se

$B-L$  fosse imposto nós voltaríamos para o modelo com neutrinos de Dirac discutido antes [25].

Então, os dois termos que dão massa para neutrinos tem a seguinte forma

$$-\mathcal{L}_{massa} = \sum_{\alpha\beta} \left[ g_{\alpha\beta} \frac{v}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_{\alpha L} \nu_{\beta R} + B_{\alpha\beta} \overline{(\nu_{\alpha R})^c} \nu_{\beta R} \right] + h.c.. \quad (3.66)$$

Assumindo  $n$  neutrinos de mão esquerda  $\nu_L$  e  $n$  neutrinos de mão direita  $\nu_R$ , podemos escrever todos os termos, numa base de Majorana, da seguinte forma, usando a identidade  $\bar{\nu}_{\alpha L} \nu_{\beta R} = \overline{(\nu_{\beta R})^c} (\nu_{\alpha L})^c$ :

$$-\mathcal{L}_{massa} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \bar{\nu}_L & \overline{(\nu_R)^c} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & M \\ M^T & B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (\nu_L)^c \\ \nu_R \end{pmatrix} + h.c., \quad (3.67)$$

em que a matriz de massa de Majorana é definida como

$$\overline{M} = \begin{pmatrix} 0 & M \\ M^T & B \end{pmatrix}, \quad (3.68)$$

onde  $M$ ,  $B$  são matrizes  $n \times n$  para  $n$  gerações de férmions, e  $\nu_R$ ,  $\nu_L$ ,  $(\nu_L)^c$ , e  $(\nu_R)^c$  são vetores colunas de  $n$  elementos contendo os campos de  $n$  gerações.

Para entendermos melhor o modelo, vamos considerar o simples caso de uma geração, isto é,  $n = 1$ . Com isto, temos que a matriz de Majorana, Eq.(3.68), pode ser escrita como

$$\overline{M} = \begin{pmatrix} 0 & M \\ M & B \end{pmatrix}, \quad (3.69)$$

onde agora  $M$  e  $B$  são simplesmente números. Vamos assumir, por uma questão de simplicidade, que tanto  $M$  e  $B$  são reais e  $B > 0$ . Logo, como a matriz  $\overline{M}$  é real e simétrica, ela pode ser diagonalizada por uma matriz ortogonal da seguinte forma

$$O \overline{M} O^T = \begin{pmatrix} -m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix}, \quad (3.70)$$

onde  $O$  é dado por

$$O = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}. \quad (3.71)$$

O ângulo de mistura  $\theta$  é dado por

$$\tan 2\theta = \frac{2M}{B}, \quad (3.72)$$

e os dois autovalores são

$$\begin{aligned} m_1 &= \frac{1}{2} \left( \sqrt{B^2 + 4M^2} - B \right), \\ m_2 &= \frac{1}{2} \left( \sqrt{B^2 + 4M^2} + B \right). \end{aligned} \quad (3.73)$$

Como na Eq.(3.70) nem todos os autovalores são positivos, não podemos interpretá-los como as massas dos campos físicos. Para resolvermos este problema vamos escrever a matriz diagonal da seguinte forma

$$\begin{pmatrix} -m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \equiv mG^2, \quad (3.74)$$

sendo que  $m$  contém os autovalores positivos de massa e  $G^2$  é uma matriz diagonal com sinais negativos e positivos. Sendo assim, podemos dizer que a matriz de massa Eq.(3.69) é dada por

$$\overline{M} = O^T m G^2 O. \quad (3.75)$$

Com isto, é possível reescrever a  $\mathcal{L}_{massa}$ , Eq.(3.67), para uma geração, da seguinte forma

$$-\mathcal{L}_{massa} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \bar{\nu}_L & \overline{(\nu_R)^c} \end{pmatrix} O^T m G^2 O \begin{pmatrix} (\nu_L)^c \\ \nu_R \end{pmatrix} + h.c., \quad (3.76)$$

de onde vemos que a relação entre os autoestados de sabor e os autoestados de massa pode ser dada por

$$\begin{pmatrix} \nu_{1L} \\ \nu_{2L} \end{pmatrix} \equiv O \begin{pmatrix} \nu_L \\ (\nu_R)^c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta \nu_L - \sin \theta (\nu_R)^c \\ \sin \theta \nu_L + \cos \theta (\nu_R)^c \end{pmatrix} \quad (3.77)$$

e

$$\begin{pmatrix} \nu_{1R} \\ \nu_{2R} \end{pmatrix} \equiv G^2 O \begin{pmatrix} (\nu_L)^c \\ \nu_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\cos \theta (\nu_L)^c + \sin \theta \nu_R \\ \sin \theta (\nu_L)^c + \cos \theta \nu_R \end{pmatrix}. \quad (3.78)$$

Segue destas relações, portanto, que o termo de massa, Eq.(3.76), se reduz a

$$-\mathcal{L}_{massa} = m_1 \bar{\nu}_{1L} \nu_{1R} + m_2 \bar{\nu}_{2L} \nu_{2R} + h.c. . \quad (3.79)$$

Como podemos ver, então, este modelo gera massas para os neutrinos de maneira simples ao introduzir neutrinos de mão direita  $\nu_R$ , um para cada família do Modelo Padrão. Na seção anterior, vimos que com esta modificação, o MP passa a permitir um novo acoplamento de Yukawa, Eq.(3.43), que depois da quebra da simetria eletrofraca leva a uma massa dos neutrinos  $\sim h_\nu \langle \varphi^0 \rangle$ . Contudo, esta massa era muito grande para descrever a oscilação de neutrinos, uma vez que  $h_\nu$  surge do acoplamento com o Higgs e, portanto, é natural assumir que seja da mesma ordem dos acoplamentos dos férmions carregados, numa mesma geração do modelo [37]. Felizmente, como foi visto,  $\nu_R$  são singletos sob o grupo de simetria do MP e estes podem possuir termos de massa de Majorana, Eq.(3.65), ao contrário dos férmions carregados. Todavia, a massa  $B$  não é limitada por nenhuma simetria de gauge e

pode ser arbitrariamente grande [42]. É neste ponto que o modelo fornece um aspecto importante para entender a leveza da massa dos neutrinos. Para analisarmos isto, vamos assumir novamente o modelo de uma geração, supondo que  $B \gg M$ . Nesse limite, os autovalores Eq.(3.73) da matriz de massa Eq.(3.69) são dados por

$$m_{1,2} \simeq \frac{1}{2}[B(1 + 2M^2/B^2) \mp B] \rightarrow m_1 \simeq \frac{M^2}{B}, \quad m_2 \simeq B. \quad (3.80)$$

Portanto, as massas dos neutrinos ativos são claramente muito menores do que as massas típicas dos férmions carregados ( que são da ordem  $h\langle\varphi^\circ\rangle$ ) enquanto  $B \gg M$ . Claro, existe um outro neutrino cuja massa,  $B$ , é muito maior do que a dos férmions carregados. Isto é conhecido como o **mecanismo seesaw** que fornece uma explicação natural do porquê das massas dos neutrinos serem tão pequenas.

Contudo, o mecanismo seesaw levanta suas próprias questões. A primeira delas é sobre a escala de  $B$  e como ela é determinada. Tomando como guia um valor para  $h_\nu \leq 1$ , então os dados atmosféricos requerem que  $B \leq 10^{15}$  GeV [37]. Deveríamos enfatizar que existe muito pouca informação concreta ou guia experimental em relação a magnitude de  $B$ , que é virtualmente ilimitada. Portanto, a implementação bem sucedida deste modelo requer uma escala de massa muito maior do que a escala eletrofraca  $\sim 10^2$  GeV. Em geral, modelos com escalas tão díspares sofrem do problema teórico de justificar as escalas de massa. Este problema é conhecido como problema de hierarquia [25]. Neste contexto, o problema de hierarquia faz com que o modelo não seja muito atrativo a menos que esteja embebido numa teoria de grande unificação.

Uma outra questão que surge, é se o mecanismo seesaw, sozinho, é capaz de explicar todos os aspectos das massas dos neutrinos e a mistura. Vemos que, enquanto o mecanismo seesaw fornece um quadro simples para entender a leveza da massa dos neutrinos, ele não joga nenhuma luz sobre o porquê da mistura dos neutrinos ser tão grande. Podemos dizer que o mecanismo seesaw fornece uma indicação sobre a escala de uma nova física, enquanto a mistura é uma consequência da estrutura da matriz de massa dos neutrinos leves [42].

### 3.6 Modelo com o Setor de Higgs Estendido

Uma outra possibilidade, para dar massa aos neutrinos, é não ter nenhum neutrino de mão direita, mas em vez disto um novo conjunto de bósons de Higgs  $\phi$ , com

o valor da hipercarga  $Y$  igual a 2, que vem em três variedades

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^{++} \\ \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}, \quad (3.81)$$

e se transformam como um tripleto sobre a simetria local de isospin fraco. Os índices indicam as cargas de cada bóson. Este modelo proposto por G. B. Gelmini e M. Roncadelli [43] dá massa para os neutrinos expandindo o Modelo Padrão mínimo das interações eletrofracas  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  da forma mais econômica, isto é, em vez de expandirmos o setor de férmions, o que seria um modelo com simetria quark lépton, estamos adicionando um número mínimo de bósons de Higgs.

Como podemos ver, termos de massa de Dirac, Eq.(3.56), são proibidos neste modelo, pois não existem neutrinos de mão direita<sup>§</sup>. Entretanto, desde que a conservação do número leptônico não seja uma exigência, podemos ter um termo de massa de Majorana:

$$\mathcal{L}_{massa} = m_\nu \overline{(\nu_{eL})^c} \nu_{eL} + h.c., \quad (3.82)$$

que pode ser escrito como

$$\mathcal{L}_{massa} = m_\nu \bar{\nu}_e \nu_e, \quad (3.83)$$

com  $\nu \equiv \nu_L + (\nu_L)^c = \nu^c$ . Logo, o neutrino  $\nu$  é uma partícula de Majorana neste modelo.

Este termo de massa da Eq.(3.83) deve ser introduzido por um acoplamento de Yukawa adicional aos demais existentes no Modelo Padrão. Portanto, a nossa densidade lagrangiana será dada por

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_F + \mathcal{L}_G + \mathcal{L}_{F,\varphi} + \mathcal{L}_{\varphi\phi}, \quad (3.84)$$

onde  $\mathcal{L}_F + \mathcal{L}_G + \mathcal{L}_{F,\varphi}$  são, respectivamente, os termos usuais do modelo MP da energia cinética para os férmions (com derivadas covariantes), a energia cinética para os campos de gauge  $A_\mu, Z_\mu, W_\mu^\pm$  e o acoplamento de Yukawa do dubleto usual  $\varphi^T = (\varphi^+, \varphi^0)$  com os férmions. O termo  $\mathcal{L}_{\varphi,\phi}$  é definido como

$$\mathcal{L}_{\varphi,\phi} = |D_\mu \varphi|^2 + |D_\mu \phi|^2 - V(\varphi, \phi), \quad (3.85)$$

onde a derivada covariante é dada por

$$D_\mu = \partial_\mu + i\frac{g'}{2}B_\mu Y + igT^a W_\mu^a, \quad (3.86)$$

---

<sup>§</sup>Quando a conservação do número leptônico é exigida, um espinor de Weyl deve ser de massa nula. É exatamente por isso que no Modelo Padrão a ausência do  $\nu_R$  assegura a massa nula dos neutrinos [43]

e o potencial escalar mais geral, invariante sob transformações do grupo  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ , é

$$V(\varphi, \phi) = a|\varphi|^2 + b|\phi|^2 + c|\varphi|^4 + d|\phi|^4 + e|\varphi|^2|\phi|^2 + f(\phi\phi^T)(\phi^T\phi) + i\epsilon_{jkn}h\varphi^T\tau_i\varphi\phi_k^\dagger\phi_n, \quad (3.87)$$

sendo que  $\tau_j$  são as matrizes de Pauli. A conservação simultânea da hipercarga  $Y$  e do número leptônico  $L$  proíbe o surgimento de termos trilineares em  $V(\varphi, \phi)$  [43].

O termo  $\mathcal{L}_{F,\varphi}$  surge do mecanismo de Higgs através de um acoplamento de Yukawa invariante de  $L_L \equiv (\nu_{eL}, e_L)^T$  e  $(L_L)^c = i\tau_2 L_L$  com o novo campo escalar,  $\phi$ , um tripleto sob  $SU(2)_L$ . Logo, o acoplamento de Yukawa adicional [43] é dado por

$$-\mathcal{L}_{F,\varphi} = \alpha_M \overline{(L_L)^c} \vec{\tau} \cdot \vec{\phi} L_L + h.c., \quad (3.88)$$

onde

$$\vec{\tau} \cdot \vec{\phi} = \begin{pmatrix} \phi_3 & \phi_1 - i\phi_2 \\ \phi_1 + i\phi_2 & -\phi_3 \end{pmatrix}, \quad (3.89)$$

ou ainda, em termos dos campos conjugados de carga

$$\begin{aligned} \phi^\circ &= 2^{-1/2}(\phi_1 + i\phi_2), & \phi^+ &= \phi_3, \\ \phi^{++} &= 2^{-1/2}(\phi_1 - i\phi_2), \end{aligned} \quad (3.90)$$

temos que

$$\vec{\tau} \cdot \vec{\phi} = \begin{pmatrix} \phi^+ & \sqrt{2}\phi^{++} \\ \sqrt{2}\phi^\circ & -\phi^+ \end{pmatrix}, \quad (3.91)$$

de modo que a Eq.(3.88) pode ser expressa como

$$-\mathcal{L}_{F,\varphi} = \alpha_M \{ -\sqrt{2} \overline{(\nu_{eL})^c} \nu_{eL} \phi^\circ + [ \overline{(e_L)^c} \nu_{eL} + \overline{(\nu_{eL})^c} e_L ] \phi^+ + \sqrt{2} \overline{(e_L)^c} e_L \phi^{++} \}. \quad (3.92)$$

O potencial de Higgs envolve agora tanto o tripleto  $\phi$  como o dubleto usual  $\varphi$ . Assume-se que os parâmetros neste potencial são tais que, no ponto de mínimo,

$$\langle \varphi^\circ \rangle = \frac{v_D}{\sqrt{2}}, \quad \langle \phi^\circ \rangle = \frac{v_T}{\sqrt{2}}. \quad (3.93)$$

Neste caso, após a quebra de simetria, a Eq.(3.92) produz o termo de massa de Majorana da Eq.(3.82), onde identificamos a massa do neutrino como

$$m_\nu = \alpha_M v_T. \quad (3.94)$$

Ao contrário do *Modelo com Neutrinos de Dirac* e do *Modelos Simples com Neutrino de Mão Direita*, existe um valor esperado do vácuo  $\langle\phi^\circ\rangle$  (via o tripleto  $\phi$ ) responsável pela massa dos neutrinos, e outro  $\langle\varphi^\circ\rangle$  pela massa dos demais férmions. Então, uma explicação para a leveza dos neutrinos poderia ser posta aqui, isto é, que os neutrinos poderiam ser leves por que  $v_T \ll v_D$  [43]. Necessariamente,  $v_T$  tem de ser de alguma forma menor do que  $v_D$  por outra consideração. Uma vez que  $\phi^\circ$  se acopla ao  $W$  e ao  $Z$ , seu valor esperado do vácuo contribui para a massa dos bósons de gauge. Para vermos como isto ocorre, consideremos o deslocamento

$$\begin{pmatrix} \phi^{++} \\ \phi^+ \\ \phi^\circ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi^{++} \\ \phi^+ \\ 2^{-1/2}(v_T + \rho_T + i\eta_T) \end{pmatrix}, \quad (3.95)$$

em  $\mathcal{L}_{\varphi,\phi}$  para obter [43]:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\varphi,\phi} &= \frac{1}{8}(g^2 + g'^2)(v_D^2 + 4v_T^2)Z_\mu Z^\mu \\ &+ \frac{1}{4}g^2(v_D^2 + 2v_T^2)W_\mu^+ W^{-\mu} \\ &+ \frac{1}{2}(g^2 + g'^2)^{1/2}(v_D^2 + 4v_T^2)^{1/2}Z_\mu \partial^\mu \theta \\ &+ \frac{1}{2}g(v_D^2 + 2v_T^2)^{1/2}(W_\mu^+ \partial^\mu \sigma^- + W_\mu^- \partial^\mu \sigma^+) + \dots \end{aligned} \quad (3.96)$$

Os campos de gauge aqui são definidos da forma usual:

$$W_\mu^\pm \equiv 2^{-1/2}(W_\mu^1 \mp iW_\mu^2), \quad Z_\mu = \frac{g' B_\mu - g W_\mu^3}{(g^2 + g'^2)^{1/2}}, \quad (3.97)$$

com  $g'$ ,  $B_\mu$  correspondendo ao  $U(1)_Y$  e  $g$ ,  $W_\mu^i$  ao  $SU(2)_L$ . Extraindo as massas da lagrangiana na Eq.(3.96) temos:

$$M_W = \frac{1}{2}g(v_D^2 + 2v_T^2)^{1/2}, \quad (3.98)$$

$$M_Z = \frac{1}{2}(g^2 + g'^2)^{1/2}(v_D^2 + 4v_T^2)^{1/2}, \quad (3.99)$$

logo

$$\rho \equiv \frac{M_W^2}{M_Z^2 \cos^2 \theta_W} = \frac{1 + 2v_T^2/v_D^2}{1 + 4v_T^2/v_D^2}. \quad (3.100)$$

Por fim, usando o valor dado por [7] para

$$\rho = 0.9998_{-0.0005}^{+0.0008} \quad (3.101)$$

encontramos que

$$\frac{v_T}{v_D} < 0.0007. \quad (3.102)$$

Para fornecer uma explicação do porquê das massas dos neutrinos serem no mínimo cinco ordens de magnitude menor do que a massa dos férmions carregados na mesma geração,  $v_T$  deve ser muito menor do que este limite superior.

Todavia, este modelo já foi descartado experimentalmente uma vez que o majoron produz uma contribuição igual a duas vezes a de uma família de neutrinos, para a largura invisível do  $Z^0$ , e logo, a largura invisível do  $Z^0$  deveria ser compatível com  $\Gamma_Z^{inv} = 5\Gamma_\nu$  [44].

## Capítulo 4

# Neutrinos Massivos e a Violação de CP

### 4.1 Existe Violação de CP no Setor Leptônico?

O problema da mistura de sabores e da violação de CP\* no setor leptônico, por muito tempo, não foram umas das principais metas da física experimental de partículas. Particularmente por que, no bem sucedido Modelo Padrão das interações eletrofracas, os neutrinos eram tidos como partículas de massa nula. Porém, esta situação mudou dramaticamente nos últimos anos devido as fortes evidências a favor da oscilação de neutrinos solares e atmosféricos obtidas por experimentos como SuperKAMIOKANDE [1] [2], SNO [3], KamLAND [4] e K2K [5]. O primeiro resultado de KamLAND [4] mostrou, no entanto, que a resposta para o problema dos neutrinos solares era dada pela efeito MSW com grandes ângulos de mistura (LMA) encerrando não somente uma questão que havia durado aproximadamente 40 anos mas também abrindo a possibilidade para explorar a violação de CP. Como consequência, fixamos os parâmetros do setor (1 – 2) da mistura de sabores leptônicos. Junto com a descoberta pioneira de oscilação de neutrinos na observação de neutrinos atmosféricos por SuperKAMIOKANDE [1], seguido da confirmação dada por K2K [5], conhecemos agora a estrutura da mistura de sabores leptônicos nos setores (1 – 2) e (2 – 3) da matriz Eq.(2.3). Faltando, portanto, determinar a estrutura do setor (1 – 3),  $\theta_{13}$  e a fase de violação de CP,  $\delta$ .

A existência de uma massa para os neutrinos leva à possibilidade de mistura de sabores, como visto no **capítulo 2**, assim como a violação de CP. A violação de CP no setor leptônico possui duas fontes: uma vem da fase de violação de CP de Dirac e a outra vem das duas fases de violação de CP de Majorana [45], caso os neutrinos sejam partículas de Majorana. Estas fases estão contidas na matriz de

---

\*Violação de CP significa que matéria e antimatéria, ou mesmo uma reação e o seu respectivo processo CP conjugado, são distinguíveis. Se CPT é invariante, violação de CP levará a violação de T, ou vice versa.

mistura leptônica  $U$  que é parametrizada por três ângulos de mistura  $\theta_{ij}$ , uma fase de Dirac  $\delta$  e duas fases de Majorana  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  [7]. Quando há somente três autoestados de massa de neutrinos, e apenas três autoestados de sabor correspondentes, a matriz de mistura leptônica  $U$  pode ser escrita como

$$U = U^0 S(\varphi) \quad (4.1)$$

sendo que

$$S(\varphi) = \text{diag}(1, e^{i\varphi_2}, e^{i\varphi_3}), \quad (4.2)$$

e a matriz de mistura  $U^0$ , conforme a Eq.(2.3), é dada por

$$U^0 = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix},$$

onde  $c_{ij} = \cos \theta_{ij}$  e  $s_{ij} = \sin \theta_{ij}$  ( $i, j = 1, 2, 3$ ). Se os neutrinos forem partículas de Majorana, a matriz de mistura leptônica  $U$  poderia conter mais fases de violação de CP do que o sua correspondente no setor dos quarks (para uma mesma geração) [45]. Estas fases adicionais, porém, não têm nenhum efeito na oscilação de neutrinos, como veremos na seção 4.3, embora possam influenciar o duplo decaimento beta sem neutrinos [46] e outros processos [47] [48].

Existem três possibilidades de explorar as fases de violação de CP:

- Uma forma é realizar experimentos de oscilação do tipo “long-baseline” (LBL) e procurar por diferenças entre a probabilidade de sobrevivência de neutrinos e antineutrinos [49];
- A outra, é usar possíveis conexões com cosmologia [50];
- Uma possibilidade que freqüentemente é argumentada, é a do duplo decaimento beta sem neutrinos fornecer alguns limites sobre os parâmetros geram violação de CP [46].

A primeira possibilidade só será possível, no entanto, se a fase de violação de CP, do tipo Dirac  $\delta$ , e o ângulo de mistura  $\theta_{13}$ , tabela (3.1), forem ambos diferentes de zero, na matriz de mistura da Eq.(2.3). Do contrário, se  $\theta_{13} = 0$ , não haverá chance de se observar violação de CP na diferença entre a oscilação de neutrinos e antineutrinos. A segunda, fornece a chave para lidar com a escala absoluta das massas dos neutrinos, uma vez que é sensível a todas as escalas de massas dos neutrinos sendo livre de qualquer dependência dos parâmetros de mistura ou das

fases de violação de CP [51]. Por fim, espera-se que o duplo decaimento beta sem neutrinos e os experimentos LBL sejam sensíveis as fases de violação de CP do tipo Majorana e do tipo Dirac [52], respectivamente, revelando um pouco mais sobre a natureza dos neutrinos.

É claro que um grande esforço experimental e teórico será necessário para alcançar esses objetivos. Para tal, a próxima fase de experimentos de oscilação de neutrinos terão como principais metas determinar os seguintes parâmetros [51]:

- Determinar o valor de  $\theta_{13}$  da forma mais precisa possível;
- Determinar o caráter da hierarquia de massa dos neutrinos, ou o sinal de  $\Delta m_{13}^2$ ;
- Melhorar a medida dos outros ângulos e das diferenças de massa ao quadrado;
- E finalmente, testar a existência das fases de violação de CP.

Por um questão de síntese, o objetivo aqui será explorar a possibilidade de violação de CP na oscilação de neutrinos no vácuo [53][54]. Para tal, a apresentação deste capítulo se dará da seguinte forma: Primeiro, vamos definir as fases de Majorana, em paralelo á fase de Dirac, e discutir, brevemente, quando elas podem ser potencialmente observadas. Depois, iremos discutir com alguns detalhes o porquê da oscilação ser independente da natureza dos neutrinos (Dirac ou Majorana) mostrando, também, que a violação de CP leptônica pode ser detectada observando a diferença entre as probabilidades de oscilação de neutrinos e de antineutrinos,

$$\Delta P_{\alpha\beta} \equiv P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta; x) - P(\bar{\nu}_\alpha \rightarrow \bar{\nu}_\beta; x).$$

Esta medida é caracterizada [54] pelo análogo leptônico do fator de Jarlskog, a única medida, independente de convenção de fase, para a violação de CP. Finalmente, a última seção será dedicada a conclusões.

É importante ressaltar que este capítulo lida com as massas dos neutrinos, a mistura de sabores leptônicos e violação de CP no esquema de três famílias.

## 4.2 Fases de violação de CP: Dirac e Majorana

De início, vamos assumir que o acoplamento dos neutrinos com os léptons carregados e o bóson  $W$  é prescrito de acordo com o Modelo Padrão. Para neutrinos massivos, a lagrangeana de interação do MP é

$$-\mathcal{L}_{int} = \frac{g}{\sqrt{2}} \sum_{\alpha,i} \bar{l}_{\alpha L} \gamma^\rho U_{\alpha i} \nu_{iL} W_\rho^- + \frac{g}{\sqrt{2}} \sum_{\alpha,i} \bar{\nu}_{iL} U_{\alpha i}^* \gamma^\rho l_{\alpha L} W_\rho^+. \quad (4.3)$$

Aqui,  $g$  é a constante de acoplamento eletrofraca e  $\alpha$  percorre todos os sabores dos léptons carregados:  $\alpha = e, \mu, \tau$ . O índice  $L$  denota a projeção quiral de mão esquerda, e  $U$  é a matriz de mistura leptônica, cujo número de fases de violação de CP, por enquanto, é desconhecido.

Para determinarmos estas fases na matriz de mistura leptônica, precisamos antes contar os graus de liberdade que a caracterizam. Para  $N$  gerações,  $U$  é uma matriz  $N \times N$ , portanto, contendo  $N^2$  elementos. Porém, vamos considerar, a princípio, uma matriz ortogonal,  $O^T O = 1$ , em que todos os elementos são reais. Como  $O$  é uma matriz simétrica, ao impormos a condição  $O^T O = 1$  obtemos

$$N^2 + \frac{N^2 - N}{2} \quad (4.4)$$

equações que vinculam os parâmetros na matriz. Da Eq.(4.4) podemos extrair o total de parâmetros independentes, ou seja, (parâmetros independentes)=(total de parâmetros) - (equações de vínculos), que é dado por

$$N^2 - \left( N^2 + \frac{N^2 - N}{2} \right) = \frac{N(N - 1)}{2}. \quad (4.5)$$

No entanto, a matriz de mistura  $U$  da Eq.(4.3) não é ortogonal.  $U$  é unitária e  $U^\dagger U$  não é simétrica. Além disto,  $U$  é complexa e possui  $N^2$  elementos de matriz num total de  $2N^2$  parâmetros, pois para cada elemento de matriz existe uma porção real e outra imaginária, o que justifica o fator 2 multiplicando  $N^2$ .

Agora, portanto, precisamos saber o número de equações de vínculo que podem ser obtidos do fato de que  $U$  é unitária e obedece a equação  $U^\dagger U = 1$ . Antes, porém, é preciso ressaltar dois pontos:

- Como  $U^\dagger U = (U^\dagger U)^\dagger$  temos que os elementos fora da diagonal estão ligados por conjugação complexa, isto é,  $(U^\dagger U)_{ij} = (U^\dagger U)_{ji}^*$  para  $i \neq j$ ;
- A diagonal de  $U^\dagger U$  é real.

Com isto, encontramos que o número de equações de vínculo é igual a

$$N + \frac{N^2 - N}{2} \cdot 2 = N^2. \quad (4.6)$$

Sendo que o fator 2 vem do fato de que para cada posição temos uma equação para a parte real e outra para a parte imaginária. Portanto, temos um total de

$$2N^2 - N^2 = N^2 \quad (4.7)$$

parâmetros independentes. Todavia, se  $U$  fosse real, teríamos  $N(N-1)/2$  parâmetros independentes reais sobrando assim apenas

$$N^2 - \frac{N^2 - N}{2} = \frac{N(N+1)}{2} \quad (4.8)$$

fases.

Em suma, uma matriz unitária  $U$  é, então, caracterizada por  $N(N-1)/2$  ângulos, parâmetros independentes, e  $N(N+1)/2$  fases [55]. Entretanto, podemos absorver algumas destas fases redefinindo os campos fermiônicos. A matriz  $U$  pode ser apresentada da seguinte forma

$$U = S^\dagger(\rho) U^0 S(\varphi), \quad (4.9)$$

onde  $S(\varphi)$  e  $S(\rho)$  são matrizes diagonais de fase:

$$S_{ij}(\rho) = e^{i\rho_j} \delta_{ij}; \quad S_{kl}(\varphi) = e^{i\varphi_l} \delta_{kl}, \quad (4.10)$$

onde  $i, j, k, l = 1, 2, 3$ . Como fases comuns não são observáveis, uma das  $2N$  fases  $\rho_j$  e  $\varphi_l$  pode ser escolhida igual a zero. Escolheremos  $\varphi_1 = 0$ . Dentro do MP, as fases contidas em  $\exp\{i\rho_j\}$  não são físicas já que podem ser absorvidas pela redefinição dos campos leptônicos carregados de mão direita (que não sentem a interação de corrente carregada) [56].

Primeiro, vamos considerar o caso dos neutrinos de Dirac. Fases nos campos de Dirac são quantidades arbitrárias não físicas [55]. Neste caso, em tese, os fatores de fase  $\exp\{i\rho_j\}$  e  $\exp\{i\varphi_l\}$  dos neutrinos de Dirac podem ser absorvidos pelos campos  $l(x)$  e  $\nu_i(x)$  respectivamente. Com isto, conseguiríamos eliminar  $2N$  fases. Na verdade, porém, é possível eliminar apenas  $2N - 1$  fases pois, por exemplo, o termo  $U_{e1}$  da Eq.(2.2) e Eq.(4.3) é comum a primeira linha e a primeira coluna da matriz de modo que se sua fase já foi absorvida nos campos  $l$  não pode ser também absorvida nos campos  $\nu_i$ . Então, a matriz de mistura  $U$  fica caracterizada por  $N(N-1)/2$  parâmetros reais livres, isto é, ângulos, e

$$\frac{N(N+1)}{2} - (2N-1) = \frac{(N-1)(N-2)}{2} \quad (4.11)$$

fases físicas. Logo, a matriz de mistura de Dirac é dada por

$$U^D = U^0. \quad (4.12)$$

Logo, para três gerações de neutrinos a matriz de mistura é caracterizada por três ângulos e uma fase.

No caso de neutrinos de Majorana, não há liberdade para redefinirmos os campos, tal como  $\nu_i \rightarrow e^{i\varphi_i}\nu_i$  [45], pois o campo de Majorana deve satisfazer a condição

$$\nu_i = \nu_i^c. \quad (4.13)$$

Portanto, somente os fatores de fase  $\exp\{i\rho_j\}$  podem ser absorvidos pela redefinição dos campos leptônicos carregados de mão direita. Ao contrário disto, para os neutrinos de Dirac tanto os léptons carregados como os neutrinos podem absorver estas fases. O campo do neutrino  $\nu_i(x)$ , que satisfaz a condição de Majorana, Eq.(4.13), fixa as fases dos campos  $\nu_i$ . Então, no caso de Majorana as fases  $\varphi_l$  são quantidades físicas. Por fim, de um total de  $N(N+1)/2$  fases apenas  $N$  podem ser absorvidas. Logo, temos

$$\frac{N(N+1)}{2} - N = \frac{1}{2}N(N-1) \quad (4.14)$$

fases físicas. No caso geral  $N \times N$  a matriz de mistura de Majorana é dada por

$$U^M = U^0 S(\varphi), \quad (4.15)$$

que é caracterizada por  $N(N-1)/2$  ângulos e  $N(N-1)/2$  fases.

#### 4.2.1 Brevemente Sobre o Duplo Decaimento Beta sem Neutrinos

A forma mais promissora para testar a natureza de Majorana dos neutrinos é procurar pelo duplo decaimento beta sem neutrinos ( $0\nu\beta\beta$ ) [46]. Este processo é um decaimento nuclear em que

$$Z \rightarrow (Z+2) + e^- + e^-, \quad (4.16)$$

onde  $Z$  e  $(Z+2)$  são, respectivamente, o número atômico do núcleo pai e filho. Manifestamente, este processo viola o número leptônico total  $L$ . Se o  $0\nu\beta\beta$  ocorrer, muito provavelmente este processo é dominado pelo mecanismo no qual o núcleo pai emite um par de bósons  $W^-$ , transformando-se no núcleo filho, e então os bósons  $W^-$  trocam um ou outro autoestado de massa do neutrino para produzir os dois elétrons emitidos. Como qualquer processo que não preserve número leptônico, o  $0\nu\beta\beta$  é suprimido pela leveza das massas dos neutrinos [57]. Entretanto, se escolhermos como nosso núcleo pai um que não decaia pela emissão de partículas  $\alpha$  ou por uma única partícula  $\beta$ , e esperarmos tempo suficiente, talvez possamos vê-lo decair pela emissão de  $0\nu\beta\beta$ . Para se assegurar, qualquer núcleo que decaia de uma forma que não conserve  $L$  pode decair também por um processo que conserve  $L$   $Nucl \rightarrow Nucl' + e^- + e^- + \bar{\nu} + \bar{\nu}$ . Entretanto, esse duplo decaimento beta com dois neutrinos é suprimido pelo espaço de fase, dando ao modo  $0\nu\beta\beta$  uma chance de ser observado [57].

Sob a hipótese de que o decaimento  $0\nu\beta\beta$  é gerado somente pela interação eletrofraca de corrente carregada via a troca de três neutrinos de Majorana  $\nu_j$  ( $m_j \leq 1eV$ ), temos que a amplitude  $\mathcal{A}(0\nu\beta\beta)$  depende da massa e dos parâmetros de mistura dos neutrinos fatorados na massa efetiva de Majorana  $\langle m \rangle$  [46]:

$$\mathcal{A}(0\nu\beta\beta) \sim \langle m \rangle \mathcal{M}, \quad (4.17)$$

onde  $\mathcal{M}$  é o correspondente elemento de matriz nuclear e  $|\langle m \rangle|$  é dado por

$$|\langle m \rangle| = |m_1|U_{e1}| + m_2|U_{e2}|e^{i\varphi_2} + m_3|U_{e3}|e^{i\varphi_3}. \quad (4.18)$$

Como a Eq.(4.17) indica, a observação do  $0\nu\beta\beta$  de um dado núcleo, e a medida da correspondente vida média, permitiria a determinação de  $\langle m \rangle$  somente se  $\mathcal{M}$  for conhecido com uma incerteza relativamente pequena [46]. Atualmente, existem grandes incertezas no cálculo destas quantidades: diferentes cálculos da vida média do duplo decaimento beta sem neutrino diferem por cerca de uma ordem de magnitude [58].

A observação do decaimento  $0\nu\beta\beta$  e a medida precisa da correspondente razão de decaimento, iria não somente provar que o número leptônico total não é conservado na natureza, mas também poderia fornecer outras informações interessantes tais como:

- O tipo de espectro de massa dos neutrinos;
- A escala absoluta da massa dos neutrinos;
- E os valores das fases de violação de CP de Majorana.

Contudo, a possibilidade de detectar violação de CP, devido às fases de violação de CP de Majorana se  $|\langle m \rangle| \neq 0$ , na próxima geração de experimentos de detecção  $0\nu\beta\beta$ , depende crucialmente da precisão com a qual  $m_1$ ,  $\Delta m_{12}^2$ ,  $\theta_{12}$ ,  $\Delta m_{23}^2$ ,  $\sin^2 \theta_{23}$  e  $|\langle m \rangle|$  serão medidos [46].

### 4.3 Violação de CP na Oscilação de Neutrinos no Vácuo

A oscilação de neutrinos é um fenômeno de interferência e a investigação deste permitiu que fossem medidos os valores tão pequenos das diferenças de massa ao quadrado dos neutrinos  $\Delta m_{ij}^2$ , e outros parâmetros, que presumidamente não seriam alcançáveis em outros experimentos. Contudo, a oscilação de neutrinos é completamente insensível sobre a natureza dos neutrinos, ou seja, não revela se estes são partículas de Dirac ou Majorana [45][47].

Considerando a oscilação de neutrinos no vácuo, temos que a probabilidade de transição é dada por

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(x) = \sum_i |U_{\beta i} e^{-i\Delta m_{1i}^2 \frac{x}{2E}} U_{\alpha i}^*|^2. \quad (4.19)$$

Substituindo a matriz de mistura de Majorana da Eq.(4.15) na Eq.(4.19) encontramos que

$$\begin{aligned} P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(x) &= \sum_i |U_{\beta i}^0 e^{i\varphi_i} \delta_{ik} e^{-i\Delta m_{1i}^2 \frac{x}{2E}} U_{\alpha i}^{0*} e^{-i\varphi_i} \delta_{ik}|^2, \\ &= \sum_i |U_{\beta i}^0 e^{-i\Delta m_{1i}^2 \frac{x}{2E}} U_{\alpha i}^{0*} \delta_{ii}|^2. \end{aligned} \quad (4.20)$$

Da Eq.(4.20) fica claro que as fases adicionais de Majorana  $\alpha_i$  desaparecem da expressão para a probabilidade de transição. A única fase restante é a fase de Dirac que é comum a ambas as matrizes de mistura, Eq.(4.12) e Eq.(4.15). Sendo assim, temos que a probabilidade de transição possui a mesma forma tanto para o caso de neutrinos de Dirac como de Majorana [45]. É interessante ressaltar também que a investigação da transição de neutrinos na matéria também não fornece informação alguma sobre a natureza dos neutrinos massivos [59].

Vamos considerar agora os efeitos da violação de CP na oscilação de neutrinos. Antes, no entanto, precisamos definir como CP atua nos neutrinos. Sob a transformação de CP, neutrinos são substituídos pelas suas antipartículas:

$$CP : \quad \nu_{\alpha,\beta} \leftrightarrow \bar{\nu}_{\alpha\beta}. \quad (4.21)$$

Melhor dizendo, CP converte um neutrino de mão esquerda  $\nu_L$  em um antineutrino de mão direita que é a antipartícula de  $\nu_L$ . Logo, se CP for conservada, a probabilidade de oscilação entre partículas e entre antipartículas coincidem:

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta; x) = P(\bar{\nu}_\alpha \rightarrow \bar{\nu}_\beta; x). \quad (4.22)$$

Todavia, a ação da conjugação partícula-antipartícula (CP) na matriz de mistura leptônica  $U$  equivale a  $U \rightarrow U^*$  [60]:

$$U_{\alpha i} \rightarrow U_{\alpha i}^* \quad (\delta \rightarrow -\delta). \quad (4.23)$$

Isto significa que CP só é conservada no setor leptônico se a matriz de mistura for real ou feita real pela redefinição de fase dos campos leptônicos. No entanto, se CP não for conservada,

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta; x) \neq P(\bar{\nu}_\alpha \rightarrow \bar{\nu}_\beta; x), \quad (4.24)$$

ou seja, a probabilidade de oscilação entre neutrinos é diferente da probabilidade pra antineutrinos. Isto somente é possível, se a matriz de mistura leptônica for essencialmente complexa, ou seja, se a matriz de mistura possuir fases que não possam ser removidas, como na Eq.(2.3).

Para três gerações de neutrinos, a matriz de mistura  $U$  é parametrizada conforme a Eq.(2.3), com três ângulos de mistura e uma fase  $\delta$ . No vácuo, uma medida direta da violação de CP [60] é a diferença entre a probabilidade de transição de neutrinos e o canal CP conjugado,  $P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta; x) - P(\bar{\nu}_\alpha \rightarrow \bar{\nu}_\beta; x)$ . Uma vez que  $P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta; x) = P(\bar{\nu}_\beta \rightarrow \bar{\nu}_\alpha; x)$  pela invariância CPT, a diferença troca de sinal se trocarmos  $\alpha$  por  $\beta$ , e some para os casos diagonais  $\alpha = \beta$ . Essa igualdade existe pois, CPT pode ser considerado como a ação combinada de CP, que resulta na troca de partícula e antipartícula, e a reversão temporal T, que troca o estado final pelo inicial. Portanto, a medida de violação de CP [60] pode ser escrita como

$$\Delta P_{\alpha\beta} \equiv P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta; x) - P(\bar{\nu}_\alpha \rightarrow \bar{\nu}_\beta; x). \quad (4.25)$$

De modo que

$$\Delta P_{\alpha\beta} = -4J_{\alpha\beta} \left[ \sin \left( \Delta m_{12}^2 \frac{x}{2E} \right) + \sin \left( \Delta m_{23}^2 \frac{x}{2E} \right) + \sin \left( \Delta m_{31}^2 \frac{x}{2E} \right) \right]. \quad (4.26)$$

onde  $x$  é a distância da fonte e  $E$  a energia do neutrino. Na Eq.(4.26) foi usado o parâmetro de Jarlskog [61]

$$J_{\alpha\beta} \equiv \text{Im} \left[ U_{\alpha 1} U_{\alpha 2}^* U_{\beta 1}^* U_{\beta 2} \right], \quad (4.27)$$

que é único, a não ser por um sinal, para os três sabores de neutrinos. Com a parametrização usada na Eq.(2.3)  $J_{\alpha\beta}$  pode ser expresso como

$$J_{\alpha\beta} \equiv \pm J; \quad J = c_{12}s_{12}c_{23}s_{23}c_{13}^2s_{13} \sin \delta, \quad (4.28)$$

onde o sinal  $+$  é para permutações cíclicas, ou seja,  $(\alpha, \beta) = (e, \mu), (\mu, \tau), (\tau, e)$  e  $-$  para permutações anticíclicas. Vale salientar que o produto que aparece na Eq.(4.28) é familiar aos cálculos de CP. Na verdade, todos os efeitos no MP que violam CP são proporcionais á quantidade  $J$  [61].

A Eq.(4.26) possui características interessantes [60]. Primeiro, ela é nula quando pelo menos um dos  $\Delta m_{ij}^2 = 0$ , pois as diferenças de massa ao quadrado respeitam a seguinte relação  $\Delta m_{12}^2 + \Delta m_{23}^2 + \Delta m_{31}^2 = 0$ . Segundo, ela é nula quando pelo menos um dos ângulos de mistura  $\theta_{ij}$  for zero ou  $90^\circ$ . Terceiro, no limite em que  $\delta$  for zero ou  $180^\circ$ , como era esperado, a diferença entre as probabilidades também desaparece, ou seja,  $\Delta P_{\alpha\beta} = 0$ . Outra característica importante é o fato de  $\Delta P_{\alpha\beta}$  ser linear

nos senos oscilando em torno do zero, ou seja, isto significa que quando o regime médio se estabelece ( $x/E$  muito grande) a Eq.(4.26) vai a zero. Por outro lado, para pequenos argumentos dos senos (pequenas fases de oscilação) a Eq.(4.26) possui uma dependência cúbica em  $x/E^\dagger$ . Como pode ser visto esta é uma quantidade difícil de ser detectada.

## 4.4 Comentários sobre a Violação de CP na Oscilação de Neutrinos

Muito provavelmente, a tarefa mais difícil em determinar a estrutura da matriz de mistura leptônica está na determinação da fase de violação de CP  $\delta$  e na medida simultânea (ou precedente) de  $|U_{e3}| = \sin \theta_{13}$ . A quantidade  $\Delta P_{\alpha\beta}$  é suprimida se qualquer um dos ângulos de mistura for pequeno [28]. No entanto, sabemos que  $\theta_{13}$  é pequeno,  $U_{e3}^2 < 0.03$ , devido aos limites impostos pelo experimento CHOOZ [27]. Somado a isto, ainda existem outras duas barreiras. Uma é a hierarquia das diferenças de massa ao quadrado, que segue da observação de neutrinos solares e atmosféricos, que ajuda a retardar a procura pela violação de CP na oscilação de neutrinos. A outra é o fato de o efeito de matéria na oscilação neutrinos poder mimetizar a violação de CP tornando a busca pela violação de CP genuína ainda mais difícil [62]. Segundo a referência [62], com base na hierarquia de massas sugerida pela anomalia dos neutrinos atmosféricos e pela matéria escura cosmológica, o efeito legítimo de violação de CP é quando muito  $\sim 1\%$ , sendo que o efeito de matéria domina sobre a violação de CP intrínseca somente em uma região de parâmetros onde a probabilidade de oscilação de  $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$  é grande. Contudo, no canal  $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$  a contaminação causada pelo efeito de matéria são menores do que a violação de CP genuína. Ainda assim, os valores atualmente permitidos para os parâmetros dos neutrinos [6] não excluem a possibilidade de se observar efeitos de violação de CP em futuros experimentos de neutrinos. Felizmente, os experimentos de neutrinos atmosféricos [1][5] indicam que  $\theta_{23}$  é grande e os dados de KamLAND [4] favorecem fortemente o efeito MSW [31] com grandes ângulos de mistura, como solução para o problema dos neutrinos solares, o que é certamente encorajador para qualquer tentativa de medir a violação de CP no setor leptônico.

Antes de tudo, vale lembrar que violação de CP no setor leptônico neutro é um efeito específico de três sabores de neutrinos que pode ser testado somente se  $\theta_{13}$  for diferente de zero. Na verdade, o ângulo de mistura  $\theta_{13}$  é um parâmetro chave, pois caracteriza o quão fortemente a oscilação solar e atmosférica estão acopladas

---

<sup>†</sup>O termo linear não contribui pois  $\Delta m_{12}^2 + \Delta m_{23}^2 + \Delta m_{31}^2 = 0$

e também determina a magnitude dos efeitos de violação de CP na oscilação de neutrinos [63]. Como foi mostrado na *seção 4.3*, dentre as três fases possíveis na matriz de mistura dos neutrinos, somente a fase de Dirac  $\delta$  aparece na oscilação de neutrinos, no entanto, este é atualmente um parâmetro sem restrições. Ambos os parâmetros  $\theta_{13}$  e a fase  $\delta$  são observados nos experimentos de oscilação de neutrinos solares e atmosféricos como efeitos coadjuvantes, porém, mascarados principalmente por incertezas sistemáticas [64]. Todavia, existe um grande esforço experimental para melhorar a medida de  $\theta_{13}$ . Ficando com dois exemplos, temos o projeto do Double CHOOZ [65], que será um experimento otimizado de desaparecimento de neutrinos de reatores similar ao CHOOZ original, em que se espera uma redução do limite superior de  $\sin^2(2\theta_{13})$  para 0.03 com incertezas sistemáticas de 0.6%, e o Projeto Angra [66], um novo experimento de oscilação de neutrinos de reatores, proposto para ser construído no Brasil no complexo nuclear da cidade de Angra dos Reis. Este experimento também pretende medir  $\theta_{13}$  e espera-se que alcance abaixo de  $\sin^2(2\theta_{13}) = 0.006$  em três anos de coleta de dados, melhorando os limites restringidos pelo experimento CHOOZ por mais do que uma ordem de magnitude. Existe, então, uma forte motivação experimental para estabelecer primeiro, em uma próxima geração de experimentos [67], um valor finito de  $\theta_{13}$  para obter a longo prazo uma medida de violação de CP [68]. Portanto, a resposta para uma das questões mais interessantes em física de neutrinos, a existência de violação de CP no setor leptônico, provavelmente tem que esperar pela construção de experimentos do tipo LBL usando uma segunda geração de super-feixes ou talvez mesmo uma “neutrino factory” [51].

## Conclusão

Estamos numa época muito interessante para a Física de Neutrinos. Atualmente todos os dados de oscilação de neutrinos são descritos pelo esquema de mistura de três sabores. Se as indicações de uma “grande”  $\Delta m^2 \sim 1eV^2$  obtidos no LSND não forem confirmados por futuros experimentos, a mistura de três neutrinos massivos com uma hierarquia de massa é um cenário plausível. Contudo, não existe dúvida de que novos experimentos são necessários para entender a natureza da mistura e das massas dos neutrinos que estão intimamente ligados com a oscilação de neutrinos, mas certamente o primeiro passo já foi dado: neutrinos massivos e sabores leptônicos misturados podem agora ser considerados objetos físicos reais.

A física de oscilação de neutrinos já é capaz de determinar as diferenças de massas ao quadrado e os parâmetros de mistura entre sabores de neutrinos. Existem diversos experimentos em progresso que exploram os neutrinos solares, atmosféricos, de reatores e aceleradores, todos inaugurando uma era de precisão na Física de Neutrinos. No entanto, damos destaque a dois dos maiores desafios que estão por vir, isto é, a medida do ângulo  $\theta_{13}$  e da fase de violação de CP  $\delta$ . A medida deste ângulo de mistura não irá somente determinar de forma mais precisa a matriz de mistura leptônica, melhor do que já conhecemos hoje, mas irá restringir consideravelmente os modelos de massas para neutrinos. Além disto, a medida da fase de Dirac nos dará um bom entendimento da violação de CP no setor leptônico neutro, efeito que só pode ser testado se  $\theta_{13}$  for finito. Esperamos que ambos os parâmetros sejam medidos nos próximos experimentos de oscilação de neutrinos abrindo uma nova era na física de partículas.

Portanto, podemos afirmar que todas estas evidências experimentais sobre as massas dos neutrinos e a mistura de sabores leptônicos indicam fortemente que o Modelo Padrão das Interações Eletrofracas está realmente incompleto. Isto nos motiva a tentar olhar além do MP. Deste modo, fica como desafio a busca por modelos teóricos que acomodem de forma natural a física nova sugerida pela observação. Muito embora ainda existam questões não resolvidas sobre neutrinos massivos como: Neutrinos são partículas de Dirac ou Majorana?; Qual o espectro de massa dos

neutrinos?; Os valores de  $\theta_{13}$  e da fase de CP  $\delta$ ?; certamente estamos pavimentando o caminho para respondê-las satisfatoriamente.

## Apêndice A

### Propriedades da Matrix Conjugação de Carga

O operador conjugação de carga pode ser definido como

$$C = i\gamma^2\gamma^0, \quad (\text{A.1})$$

onde  $\gamma$  são as matrizes de Dirac definidas por

$$\begin{aligned} \gamma^\mu\gamma^\nu + \gamma^\nu\gamma^\mu &= 2g^{\mu\nu}, \\ \gamma^{\mu\dagger} &= \gamma^0\gamma^\mu\gamma^0, \\ \gamma^5 &= i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = \gamma^5 = \gamma^{5\dagger}. \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Todavia, a matrix  $C$  atua somente nos índices espinoriais e possui as seguintes propriedades:

$$\begin{aligned} C^2 &= -1, \\ C^\dagger = C^{-1} &= C^T = -C = -C^*, \\ C^{-1}\gamma^\mu C &= -\gamma^{T\mu}. \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

Em particular:

$$\begin{aligned} C\gamma^0 + \gamma^0 C &= 0, \\ C\gamma^5 - \gamma^5 C &= 0, \\ \psi^c &= C\bar{\psi}^T, \\ \bar{\psi}^c &= \psi^T C = -\psi^T C^{-1}, \\ (\psi_{L,R})^c &= (\psi^c)_{R,L}. \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

## Apêndice B

### Termos de Massa para Neutrinos

Todos os férmions conhecidos, os léptons carregados e os quarks, com exceção dos neutrinos, são partículas de Dirac como consequência da conservação da carga elétrica, ou seja, eles obedecem a equação de Dirac e são descritos por espinores complexos de quatro componentes: partículas de mão esquerda e direita e suas antipartículas. Se os neutrinos fossem de massa nula, como no Modelo Padrão, eles poderiam ser descritos por um espinor complexo de duas componentes, chamado de espinor de Weyl.

No entanto, os neutrinos são massivos, como indicam todos os dados de neutrinos [6], e além disso, eles não possuem carga elétrica abrindo, então, uma nova possibilidade teórica: eles podem ser suas próprias antipartículas sem violarem a conservação da carga elétrica. Neste caso, os neutrinos são chamados de férmions de Majorana; do contrário, são chamados de férmions de Dirac.

Existem muitas extensões do Modelo Padrão que geram massa para neutrinos de alguma forma. Algumas destas possibilidades foram apresentadas no *capítulo 3*. Por isto, ilustraremos aqui somente as principais classes de termos de massa. Para mais detalhes ver a referência [69].

#### B.1 Termo de Massa de Dirac

Quando um termo de massa na lagrangiana é da seguinte forma, ele é chamado termo de massa de Dirac:

$$-\mathcal{L}_D = m_D(\bar{\nu}_L\nu_R + \bar{\nu}_R\nu_L) = m_D\bar{\nu}\nu, \quad (\text{B.1})$$

onde

$$\nu_L = \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix}_L, \quad \nu_R = \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix}_R, \quad (\text{B.2})$$

e a matriz de massa  $m_D$  é, em geral, uma matriz complexa  $n \times n$ . O termo de massa de Dirac pode ser gerado pelo mecanismo de Higgs.

Uma massa de Dirac conecta dois neutrinos de Weyl  $\nu_L$  e  $\nu_R$ . Estes podem ser combinados para formar um campo de Dirac  $\nu \equiv \nu_L + \nu_R$ .

## B.2 Termo de Massa de Majorana

Um termo de massa de Majorana é dado pela lagrangiana:

$$-\mathcal{L}_M = \frac{1}{2}m_T(\bar{\nu}_L(\nu_L)^c + \overline{(\nu_L)^c}\nu_L), \quad (\text{B.3})$$

onde  $\nu \equiv \nu_L + (\nu_L)^c = \nu^c$  é um campo de Majorana de duas componentes. Define-se um neutrino de Majorana como uma partícula com a seguinte propriedade:

$$\nu = \nu^c = C\bar{\nu}^T. \quad (\text{B.4})$$

Isto é, um neutrino de Majorana é o seu próprio antineutrino. Logo, usando a definição acima na Eq.(B.3) encontramos que

$$-\mathcal{L}_M = \frac{1}{2}m_T(\bar{\nu}_L C\bar{\nu}_L^T + h.c.) = \frac{1}{2}m_T\bar{\nu}\nu. \quad (\text{B.5})$$

Uma massa de Majorana para os neutrinos ativos pode ser gerada tanto pelo valor esperado do vácuo de um tripleto de Higgs ou pelo mecanismo seesaw, como ilustram as **seções 3.5** e **3.6** do **capítulo 3**, respectivamente.

Um neutrino estéril  $\nu_R$  também pode ter um termo de massa de Majorana da forma,

$$-\mathcal{L}_M = \frac{1}{2}m_S(\overline{(\nu_R)^c}\nu_R + \bar{\nu}_R(\nu_R)^c). \quad (\text{B.6})$$

Neste caso,  $m_S$  pode ser gerado um por VEV de um singleto de Higgs ou poderia, também, ser gerado, em princípio, por um termo de massa dura.

Um termo de massa de Majorana viola o número leptônico por duas unidades. Contudo, o número leptônico  $L$  é uma simetria global no Modelo Padrão. Ao contrário da simetria U(1) do eletromagnetismo,  $L$  não governa a dinâmica das partículas, e sim,  $L$  é uma consequência da dinâmica e do conteúdo dos campos do MP. Portanto, não existe nada sagrado em relação a simetria do número leptônico[25]. Logo, se  $L$  for quebrado, não há razão para  $\nu$  não ser igual a  $\nu^c$ .

## B.3 Termo de Massa Dirac-Majorana

Até agora foram vistos apenas termos puros de Dirac e de Majorana. No entanto, se neutrinos ativos e estéreis estiverem ambos presentes, podemos ter um

termo de massa misto, Dirac-Majorana. Restringindo a uma geração, o termo de massa Dirac-Majorana é dado por

$$-\mathcal{L}_{D-M} = m_D \bar{\nu}_L \nu_R + \frac{1}{2} (m_T \bar{\nu}_L (\nu_L)^c + m_S \overline{(\nu_R)^c} \nu_R) + h.c. \quad (\text{B.7})$$

onde  $m_D$  é a massa de Dirac, e  $m_T$  e  $m_S$  são as massas de Majorana. Definindo

$$\nu = \begin{pmatrix} \nu_L \\ (\nu_L)^c \end{pmatrix}, \quad (\text{B.8})$$

a Eq.(B.7) pode ser escrita como

$$-\mathcal{L}_{D-M} = \begin{pmatrix} \bar{\nu}_L & \overline{(\nu_L)^c} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_T & m_D \\ m_D & m_S \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (\nu_R)^c \\ \nu_R \end{pmatrix} + h.c.. \quad (\text{B.9})$$

Depois de diagonalizar a matrix da Eq.(B.9) obtemos dois autovalores de Majorana e dois autoestados de massa de Majorana,  $\nu_i = \nu_{iL} + \nu_{iR}^c = \nu_i^c$ , com  $i = 1, 2$ . Os autoestados de massa e de sabor são relacionados por uma transformação unitária,

$$\begin{pmatrix} \nu_{1L} \\ \nu_{2L} \end{pmatrix} = U_L^\dagger \begin{pmatrix} \nu_L \\ (\nu_L)^c \end{pmatrix} \quad (\text{B.10})$$

e

$$\begin{pmatrix} \nu_{1R} \\ \nu_{2R} \end{pmatrix} = U_R^\dagger \begin{pmatrix} (\nu_R)^c \\ \nu_R \end{pmatrix}. \quad (\text{B.11})$$

As matrizes  $U_L$  e  $U_R$  não precisam ser hermitianas. Contudo, a matriz de massa  $2 \times 2$  dos neutrinos na Eq.B.9 é simétrica por que  $(\nu_{iR})^c = C \overline{\nu_{iL}}^T$ , o que implica em  $U_L$  ser igual a  $U_R^*$ .

No **capítulo 3** foi ilustrado o mecanismo seesaw de geração de massa para neutrinos. Este mecanismo nada mais é do que um caso especial do termo de massa de Dirac-Majorana em que  $m_T = 0$  e  $m_S \gg m_D$ .

## Referências

- [1] Y. Fukuda *et al.* (Super-Kamiokande Collaboration), hep-ex/0205075 v1 22 Mar 2002.
- [2] Y. Fukuda *et al.* (Super-Kamiokande Collaboration), Phys. Rev. Lett. 81, 1562 (1998); Y. Ashie *et al.* (Super-Kamiokande Collaboration), hep-ex/0501064 v2 15 Jun 2005.
- [3] Q. R. Ahmad *et al.* (SNO Collaboration), Phys. Rev. Lett. 89, 011301 (2002); S. N. Ahmed *et al.* (SNO Collaboration), nucl-ex/0309004.
- [4] K. Eguchi *et al.* (KamLand Collaboration), Phys. Rev. Lett. 90, 021802 (2003).
- [5] S. H. Ahn *et al.* (K2K Collaboration), Phys. Lett. B 511 (2001) 178; M. H. Ahn *et al.* (K2K Collaboration), Phys. Rev. Lett. 90 (2003) 041801; E. Aliu *et al.* (The K2K Collaboration), hep-ex/0411038 v2 19 Feb 2005.
- [6] A. Strumia e F. Vissani, hep-ph/0503246 v1 24 Mar 2005.
- [7] S. Eidelman, *et al.* (PDG Collaboration), Phys. Lett. B 592, 1 (2004).
- [8] Z. Maki, M. Nakagawa e S. Sakata, Prog. Theor. Phys. 28, 870 (1962); B. Pontecorvo, Zh. Eksp. Teor. Fiz. 53, 1717 (1967) [Sov. Phys. JETP 26, 984 (1968)]; B. Pontecorvo, Zh. Eksp. Teor. Fiz. 33 (1957); B. Pontecorvo, Zh. Eksp. Teor. Fiz. 34 (1958) 247.
- [9] Ya B. Zeldovich e Igor D. Novikov, *Stars and Relativity*, Dover Science, 1997.
- [10] L. Miramonti e F Reseghetti, hep-ex/0302035 v1 25 Feb 2003.
- [11] J. N. Bahcall *et al.*, The Astrophys. J. 621 (2005) L85-L88.
- [12] R. Davis Jr., D.S. Harmer e K.C. Hoffman, Phys. Rev. Lett. 20, 21 (1968); R. Davis, Prog. Part. Nucl. Phys. 32, 13 (1994).
- [13] C.L. Cowan, F. Reines, F.B. Harrison, H.W. Kruse e A.D. McGuire, Science 124, 103 (1956).

- [14] J.N. Bahcall, hep-ph/0412068 v1 5 Dez 2004.
- [15] K.S. Hirata *et al.* (KAMIOKANDE Collaboration), Phys. Rev. D 38, 448 (1988); Y. Fukuda *et al.* (KAMIOKANDE Collaboration), Phys. Rev. Lett. 77, 1683 (1996).
- [16] J.N. Bahcall, M. Kamionkowsky e A. Sirlin, Phys. Rev. D 51, 6146 (1995).
- [17] S. M. Bilenky, C. Giunti e W. Grimus, hep-ph/9812360 v4 4 Jun 1999.
- [18] P. Anselmann *et al.* (GALLEX Collaboration), Phys. Rev. Lett. B 285, 376 (1992); W. Hampel. *et al.* (GALLEX Collaboration), Phys. Rev. Lett. B 388, 384 (1996); Phys. Rev. Lett. B 447, 127 (1999).
- [19] A.I. Abazov *et al.* (SAGE Collaboration), Phys. Rev. Lett. 67, 3332 (1991); J. N. Abdurashitov *et al.* (SAGE Collaboration), Phys. Rev. Lett. 77, 4708 (1996); Phys. Rev. C 60, 055801 (1999).
- [20] T. A. Kirsten para Colaboração do GNO, Nucl. Phys. Proc. Suppl. 118, 33 (2003).
- [21] M. C. Gonzalez - Garcia, hep-ph/0202058 v3 8 Jan 2003.
- [22] K. Kamura, na referência [7].
- [23] D.C. Kennedy, em *Proceeding of the 1990 Theoretical Advanced Study Institute*, M. Cvetič e P. Langacker , World Scientific, 1991.
- [24] K. S. Hirata *et al.*, Phys. Lett. 205, 416-420 (1988); 280, 146-152 (1992)
- [25] R.N.Mohapatra e P.B. Pal, *Massive Neutrinos in Physics and Astrophysics*, (World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 1991).
- [26] E. Kh. Akhmedov, hep-ph/0412029 v2 22 Dez 2004.
- [27] M. Apollonio *et al.*, hep-ex/0301017 v1 13 Jan 2003.
- [28] E.Kh. Akhmedov, hep-ph/0001264 v2 31 Jan 2000.
- [29] L. Wolfenstein, Phys. Rev. D17, (1978) 2369.
- [30] S.P. Mikheyev e A.Yu. Smirnov, Yad. Fiz. 42, 1441 (1985) [Sov. J. Nucl. Phys. 42, 913 (1985)].
- [31] A. Yu. Smirnov, hep-ph/0305106 v1 9 May 2003.

- [32] C.W. Kim e A. Pevsner, *Neutrino in Physics and Astrophysics*, (Harwood Academic Publishers, 1993).
- [33] S. J. Parke, Phys. Rev. Lett. 57, 1275 (1986).
- [34] M. Ambrosio *et al.* (MACRO Collaboration), hep-ex/0304037 v2 6 Mar 2003.
- [35] C. Athanassopoulos *et al.* (LSND Collaboration), Phys. Rev. Lett. 75, 2650 (1995); Phys. Rev. C. 54, 2685 (1996); Phys. Rev. Lett. 77, 3082 (1996); Phys. Rev. Lett. 81, 1774 (1998).
- [36] A. de Gouvêa, hep-ph/0503086 v2 11 Mar 2005.
- [37] R.N. Mohapatra e colaboradores, hep-ph/0510213 v1 17 Out 2005.
- [38] E. Witten, Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) 91 (2001) 3 - 8.
- [39] C. Jarlskog, Nucl. Phys. A518:129-137, 1990.
- [40] E. Ma, hep-ph/9803208 v1 28 Fev 1998.
- [41] P. Langacker, J. Erler, e E. Peinado, hep-ph/0506257 v1 24 Jun 2005;
- [42] R.N. Mohapatra, hep-ph/0412379 v1 24 Dez 2004.
- [43] G.B. Gelmini, M. Rocandelli, Phys. Lett. B99, 5 (1981).
- [44] M. C. Gonzalez-Garcia e Y. Nir, Phys. Lett. B232, 383 (1989).
- [45] M. Doi, T. Kotani, H. Nishiura, K. Okuda e E. Takasugi, Phys. Lett. B102, 323 (1981).
- [46] S. Pascoli, S.T. Petcov e W. Rodejohann, hep-ph/0209059 v1 5 Set 2002; S. Pascoli, S.T. Petcov e T. Schwetz, hep-ph/0505226 v1 26 Mai 2005.
- [47] J. Schechter e J. Valle, Phys. Rev. D23, 1666 (1981);
- [48] J. Nieves e P.Pal, Phys. Rev. D64, 076005 (2001).
- [49] H. Minakata, hep-ph/0402197 v1 18 Fev 2004.
- [50] P.H. Frampton, S.L. Glashow e T. Yanagida, hep-ph/0208157 v3 8 Out 2002.
- [51] O. Mena, hep-ph/0503097 v1 10 Mar 2005.
- [52] Zhi-zong Xing, hep-ph/0307359 v3 27 Set 2004.

- [53] N. Cabibbo, Phys. Lett. B72, 333 (1978).
- [54] S.M. Bilenky, J. Hosek e S.T. Petcov, Phys. Lett. B94, 495 (1980).
- [55] S.M. Bilenky, hep-ph/0511227 v1 18 Nov 2005.
- [56] A. Gouvêa, B. Kaiser e R.N. Mohapatra, Phys. Rev. D67, 053004 (2003).
- [57] B. Kayser, hep-ph/0504052 v1 7 Abr 2005.
- [58] S.M. Bilenky, hep-ph/0307186 v2 15 Jul 2003.
- [59] P. Langacker *et al.*, Nucl. Phys. B 282 (1987) 589.
- [60] V. Barger, K. Whisnant e R.J.N. Phillips, Phys. Rev. 45, (1980) 26.
- [61] C. Jarlskog, Phys. Rev. Lett. 55 (1980) 10.
- [62] H. Minakata e H. Nunokawa, hep-ph/9705208 v1 Mai 1997.
- [63] P.D. Serpico e M. Kachelreiß, hep-ph/0502088 v2 2 Mai 2005.
- [64] M.C. Gonzalez-Garcia, M. Maltoni, C. Peña-Garay, e J.W.F. Valle, hep-ph/0009350 v2 7 Nov 2000.
- [65] S.A. Dazeley, (Double CHOOZ Collaboration), hep-ex/0510060 v1 21 Out 2005.
- [66] J.C. Anjos, A.F. Barbosa, R.Z. Funchal, E. Kemp, J. Magnin, H. Nunokawa, O.L.G. Peres, D. Reyna e R.C. Shellard, hep-ex/0511059 v1 29 Nov 2005.
- [67] P. Huber, M. Lindner, M. Rolinec, T. Schwetz, e W. Winter, hep-ph/ 0403068 v2 13 Out 2004.
- [68] M. Lindner, hep-ph/0503101 v1 11 Mar 2005.
- [69] Para mais detalhes e referências adicionais ver [25], [32], [41] e B. Kayser, F. Gibrat-Debu e F. Perrier, *The Physics of Massive Neutrinos*, (World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 1989).