



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”



INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Guilherme Francisco Ferreira

**BRINCANDO DE GANGORRA: UMA DISCUSSÃO SOBRE FORMAÇÃO DE
PROFESSORES E USO DE TECNOLOGIAS**

Rio Claro

2015

Guilherme Francisco Ferreira

Brincando de gangorra: uma discussão sobre formação de professores e uso de tecnologias

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática do Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, campus de Rio Claro, como requisito para obtenção do grau de Mestre em Educação Matemática.

Orientador: Romulo Campos Lins

Rio Claro
2015

370.71 Ferreira, Guilherme Francisco
F383b Brincando de gangorra: uma discussão sobre formação de
professores e uso de tecnologias / Guilherme Francisco
Ferreira. - Rio Claro, 2016
98 f. : il., figs., quadros

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista,
Instituto de Geociências e Ciências Exatas
Orientador: Romulo Campos Lins

1. Professores – Formação. 2. Ensino. 3. Ensinar. 4.
Perspectiva de uso da tecnologia. 5. Possibilidades de
formação. I. Título.

Guilherme Francisco Ferreira

Brincando de gangorra: uma discussão sobre formação de professores e uso de tecnologias

Dissertação de Mestrado apresentada ao Instituto de Geociências e Ciências Exatas do Câmpus de Rio Claro, da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

COMISSÃO EXAMINADORA

Prof. Dr. Romulo Campos Lins (Orientador)
Universidade Estadual Paulista – UNESP – Rio Claro

Prof. Dr. João Ricardo Viola dos Santos
Universidade Federal do Mato Grosso do Sul – UFMS – Campo Grande

Prof. Dr. Siobhan Victoria Healy
Universidade Estadual Paulista – UNESP – Rio Claro

Dedico esse trabalho aos meus pais, que sempre me responderam com novas perguntas.

AGRADECIMENTOS

Deus... muito obrigado por me sustentar em fé, em amor, em graça, em misericórdia. Por me proporcionar tudo isso que tenho vivido e que, reconheço, não aconteceria sem sua intervenção a cada novo dia. O Senhor é, realmente, o autor da minha fé e nem que eu escrevesse por toda a minha vida, seria capaz de te agradecer como você merece. Obrigado Paizão!

Romulo... obrigado pelas conversas, pelas risadas, pela convivência. O meu maior agradecimento não é por você ser meu orientador, mas é pela pessoa que você é. Alguém que me surpreende com ideias muito diferentes das que eu poderia pensar e que, com a mesma genialidade, me recebe em sua casa como se me conhecesse há mais de 20 anos. Obrigado, realmente.

Sérgio... você tem muita participação nesse processo, cara. Foi você quem me mostrou o caminho de Rio Claro, a cidade que chamam denominam como *azul*, mas eu denomino como *quente*. Obrigado por tudo que você me ensinou e por toda a força que me dá. Sei que somos amigos porque sei que posso contar contigo.

João Pedro... cara, valeu pelas viagens aos diversos mundos que conhecemos em todo esse tempo de convivência. Você é um cara que eu admiro por ter pensamentos originais e por ter coragem de fazê-los tornarem-se realidade. Valeu pela parceria em tudo.

Regina... mãe em Rio Claro. Obrigado pela companhia nas disciplinas que cursamos juntos, por me emprestar dinheiro e me dar carona... rs. Me admira o modo como você sempre tenta ver o lado bom das pessoas; essa é uma habilidade que eu ainda não tenho, mas que estou aprendendo a cultivar com você.

Valéria... obrigado por estar sempre sorrindo e por me ajudar com explicações sobre Matemática. Gosto de sua companhia durante as tardes na sala do Romulo. E valeu por me mandar fotos de um lugar que pretendo ir... rs

Aos demais corticeiros, João, Luana, Raquel, Renato, obrigado pelo tempo de convivência e pela escola que o cortiço tem sido na minha vida. Vocês, com certeza, foram professores para mim e eu os levarei comigo.

Pastora Regina e Pastor Valter... obrigado por me receberem como filho, demonstrando amor a alguém que não conheciam. Obrigado, também, pelo suporte, não apenas espiritual, mas em tudo. Eu os considero como a meus pais.

Amigos da igreja: Jo, Naju, Mateu, Robbem, Mu, Jair, Rolander, Eliézio, Trovó, Rica, Károl... vocês são muito importantes para mim. Minha vida tem sido muito boa ao lado de vocês. Valeu pelas conversas, pelas noites jogando vídeo-game, pelas bagunças e risadas e por tudo o que passamos juntos.

Aos amigos do Paraná... à Íria que está sempre comigo, mesmo estando longe. Obrigado pelo carinho, pelas palhaçadas, pelas bobeadas. À Kauana, por não esquecer de mim e por fazer eu me lembrar que existem coisas muito chatas na Matemática. Ao João Vitor, que sempre me faz dar risada. Ao Thiago, que é amigo antes de ser parente e que sempre está junto para compartilhar a vida e coisas sobre a bíblia que me edificam. Ao Maurício, que mesmo de longe, tenho certeza de que sempre está torcendo por mim.

Aos membros da equipe de formação do Curso de GeoGebra... vocês são muito importantes para nosso trabalho, sou grato pelo comprometimento e entusiasmo em trabalhar no curso.

Aos membros da banca, João Viola e Lulu Healy, por terem a disposição de conversarem comigo, a fim de que eu pudesse pensar em coisas novas. Espero atender às suas expectativas. Vocês sempre serão lembrados por mim.

Angela... obrigado por você ter casado e ter saído de casa, assim eu tenho o pai e a mãe só para mim quando estou no Paraná... rs. Eu te amo, irmã. Você sempre me alegrou e continua a alegrar.

Pai... você ligar quase todos os dias me dá a certeza de que estou sendo cuidado, de que o menininho ainda não cresceu e que ainda pode ter certeza que seu pai vai comprar o iogurte que ele mais gosta.

Mãe... nossas conversas são sempre inspiradoras. Fico feliz por poder falar sobre qualquer coisa com você e por me entender, muitas vezes sem perguntar, o que está acontecendo. Obrigado pelo apoio que você sempre me deu. Se hoje sonho, é porque você me fez sonhar.

Se seu nome não está dentre os mencionados acima, me desculpe. Eu acho que me esqueci de você porque ainda não dormi e o Sol já nasceu. Se me conhece, sabe que tenho problema com horário e sempre deixo as coisas para fazer de última hora... rs.

A escola é como o trabalho, é uma obrigação que se deve cumprir, às vezes é linda, quando a professora sai da sala e podemos falar; mas quando tem prova ou correção de cadernos ficamos nervosos e rezando para que a prova ou as páginas do caderno estejam bem (Lisandro, 9 anos).

RESUMO

O objetivo desse trabalho é contar histórias sobre mim e sobre um processo formativo. No primeiro capítulo apresento uma leitura plausível de um trabalho que dizem ter sido feito por mim, mas que eu acredito em coisas diferentes das coisas que aquele autor escreveu. Nesse texto apresento minhas perspectivas para *ensinar, ensino e formação*, que é base para o que escrevo nos demais capítulos. O segundo capítulo é um trecho no qual apresento uma perspectiva acerca do uso da tecnologia em salas de aula. Para desenvolvê-la, levo em consideração minhas experiências enquanto professor do Curso de GeoGebra e o referencial teórico que tem embasado minhas discussões e crenças. No terceiro capítulo apresento uma leitura sobre possibilidades de formação do Curso de GeoGebra lhes proporciona. Para isso, considero algumas das escolhas que fizemos ao elaborarmos o curso e faço uma análise das consequências decorrente delas, a partir da perspectiva do Modelo dos Campos Semânticos. No último texto escrevo um pouco sobre o processo de elaboração dessa pesquisa e sobre minhas aspirações enquanto alguém em um processo de formação.

Palavras-chave: Ensino. Ensinar. Formação. Perspectiva de uso da tecnologia. Possibilidades de formação

ABSTRACT

The objective of this work is to tell histories about me and about a process of formation. In the first chapter I present a plausible reading about a work that say have done by me but I believe in different things that the author believe. In this text I present my perspective about to teach, education and formation. In the second chapter I present my perspective about to use technology in education. To develop it, I consider my experience as a teacher into a Course of GeoGebra and the theoretical framework on which I base myself. In the third chapter I present a reading about formation possibilities of a Course of GeoGebra. I consider some choice that we made while developed the course and I build a analysis in a Semantic Fields Model view. In the last text I this process of formation and about my experiences while someone who is in this process.

Palavras-chave: Education. Teaching. Formation. Technology in education. Formation possibilities.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Jogo das Moedas no Scratch.....	45
Figura 2 – Uma estratégia utilizada por um grupo de alunos para vencer o jogo	46
Figura 3 – Jogo com cinco moedas	47
Figura 4 – Layout do Scratch	54
Figura 5 – Cicloide apresentada pelo professor	55
Figura 6 – Cicloide no GeoGebra	57
Figura 7 – Comportamento do gráfico da cicloide conforme alternamos o valor de r ...	58
Figura 8 – Polígono transladado por um vetor	60
Figura 9 – Pontos A e B	61
Figura 10 – Criação do controle deslizante	62
Figura 11 – Simulando o giro do círculo em torno de si mesmo	63
Figura 12 – Rastro do movimento do ponto B'	64
Figura 13 – Exemplo de construção apresentada por Mentrard no Youtube	71
Figura 14 – Parte 1 da tarefa do módulo 2 da 7ª edição do curso	74
Figura 15 – Parte 2 da tarefa do módulo 2 da 7ª edição do curso	74
Figura 16 – Postagens que indicam o compartilhamento de diferentes modos de produção de significados	76
Figura 17 – Postagens que indicam o compartilhamento de diferentes necessidades	78

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO OU VENHA, FALE COMIGO	8
CONFISSÕES DE UM PASSADO INVENTADO – PARTE I.....	10
1 EU ACHO QUE NÃO É POSSÍVEL ENSINAR ALGO A ALGUÉM.....	14
1.1 “Comecei essa pesquisa me perdendo ”	15
1.2 Porque aquele não sou eu	20
2 [...] E UMA PERSPECTIVA DE USO DE TECNOLOGIA EM SALAS DE AULA A PARTIR DESSA CRENÇA	30
2.1 Do outro lado da gangorra: nossa perspectiva de uso de tecnologia	37
2.2 Jogo das Moedas.....	45
2.3 Representação geométrica de uma cicloide	55
2.4 A gangorra continua em movimento	66
3 “A PLURALIDADE DA EXPRESSÃO ‘FORMAÇÃO DE PROFESSORES’ PODE SER AMPLIADA PARA A FORMAÇÃO DE DIFERENTES PROFESSORES (...)”	67
3.1 Sobre algumas de nossas escolhas para o curso	69
3.2 Um curso para todos e para cada um.....	84
4 O QUE POSSO DIZER SE AINDA ESTOU VIVENDO O PROCESSO?	90
CONFISSÕES DE UM PASSADO INVENTADO – PARTE II: QUANTO LEIO ESSE TRABALHO, TENHO VONTADE DE MUDAR TUDO	93
REFERÊNCIAS	94

INTRODUÇÃO OU VENHA, FALE COMIGO

Se me perguntarem qual a relevância do meu trabalho para a área da Educação Matemática, eu responderei o seguinte...

Compreendo que a Educação Matemática só existe enquanto área de pesquisa à medida que me constituo nela. Vejo isso como uma relação. Uma relação entre mim e o que constituo com a área de pesquisa denominada como Educação Matemática. São os problemas, as possibilidades, os questionamentos com os quais me deparo e que considero serem parte dessa área de pesquisa, que a constituem para mim.

Para falar dessa relação gostaria de usar como exemplo uma gangorra. *Como a gente para de brincar de gangorra?* Diz o Irmão do Jorel¹. Brincar de gangorra só tem graça enquanto ela está em movimento! E eu quero que ela continue assim, porque quero continuar brincando.

Então, de um lado da gangorra estou eu, ser cognitivo, tentando me constituir numa área que considero ser a Educação Matemática. Tentando criar uma diferença de peso que mova a gangorra. A gangorra se move à medida que digo coisas que são legitimadas por quem está do outro lado dela; coisas que são aceitas por aqueles que considero os representantes da comunidade de Educação Matemática.

Conforme caminho no meu processo de formação, eu ganho mais peso, mais força nas pernas, que me permitem mover a gangorra para a posição que quero com mais facilidade. O peso e a força nas pernas são as novas crenças que constituo para mim, e que me possibilitam dizer coisas diferentes das que eu dizia antes. Posso, então, dizer coisas novas! Que podem ser novas apenas para a minha Educação Matemática, mas que permitem mudar minha relação com essa área de pesquisa. E a relação muda! Ora me levando para baixo, ora me levando para cima. Ora minhas pernas estão fracas, ora minhas pernas estão fortes.

E assim vai do meu lado da gangorra.

Do outro lado está aquilo que considero a área de pesquisa da Educação Matemática. Os autores, os problemas, as ideias diferentes das minhas. Esse lado também é “vivo”. Suas

¹ Irmão do Jorel é o primeiro desenho animado brasileiro apresentado na emissora Cartoon Network.

pernas se fortalecem ou enfraquecem constantemente, com novas publicações, palestras, entrevistas que, geralmente, desequilibram a relação entre esse lado e o meu lado da gangorra. Essas coisas mantêm a gangorra em movimento porque as constituo como diferenças. Diferenças de força, de peso, que me jogam para baixo ou para cima.

E assim vai desse lado da gangorra.

O mais importante para que a brincadeira continue é que ambos os lados façam forças diferentes em momentos diferentes. Como sou eu quem constitui o outro lado da gangorra, são as diferenças que explico para mim mesmo, e a vontade de produzir significados para elas, que movimentam essa gangorra.

O que faço do meu lado é legítimo para mim e para aqueles que considero os representantes da Educação Matemática; os alguéns que legitimariam o que eu digo. São essas coisas que vão constituindo, conforme a gangorra se movimenta, a Educação Matemática para mim.

É nesse sentido que meu trabalho é relevante para a área da Educação Matemática. É no processo de constituição dessa área, na minha constituição enquanto ser cognitivo a partir dessa área, que aparece *toda* a relevância do meu trabalho.

Esse trabalho é uma tentativa de falar coisas novas. Coisas novas para mim. Coisas que eu ainda não tinha dito. E assim, esse trabalho é uma tentativa de mostrar, para mim, o movimento da minha relação com a Educação Matemática.

Então, não me deixe só! Estou tentando falar coisas novas para mim, me constituindo nessa área de pesquisa. Venha falar comigo. Quero que você ajude a dar o contrapeso, a constituir novas diferenças com as quais terei que lidar para manter a o movimento da gangorra.

Como educador, espero nunca parar de brincar de gangorra!

CONFISSÕES DE UM PASSADO INVENTADO – PARTE I

Podemos associar o tempo à imagem de um rio largo que corre lentamente pela planície. Suas águas seguem calmas até o momento em que têm que passar por uma região em que as duas margens, formadas por pedreiras, estão muito mais próximas [...]. Para passar a mesma quantidade de água pelo gargalo, sua velocidade aumenta consideravelmente – diretamente proporcional à proximidade do ponto mais estreito –, sendo que, após o gargalo, sua velocidade volta a diminuir à mesma proporção. No estreito gargalo do tempo presente há “começo” e “fim”, contudo, o fim pertence ao passado e o começo, ao futuro. Logo, o fim acontece, paradoxalmente, antes de começar. O presente movimenta-se, convertendo futuro em passado. Segundo a analogia, talvez incongruente, feita acima, o presente é o “gargalo do tempo” que separa o passado do futuro. O futuro, quanto mais distante, mais tempo tem-se para planejar. Há uma simetria em relação ao passado que, quanto mais remoto, mais tranquilamente poderemos lembrar. No presente, entretanto, o tempo “voa” (João Severino Filho, 2010, p. 47).

Eu gosto de falar sobre o tempo. Não necessariamente sobre passado ou futuro, mas sobre o tempo, mesmo. Essa coisa que parece existir independente de nós e da qual não podemos escapar. O tempo sempre foi um mistério para mim. Se tornou mais misterioso, ainda, quando descobri que, para Einstein, ele é relativo.

Há algum tempo, eu dizia que as fotografias são a prova de que podemos voltar no tempo. Já pensou como elas são precisas? Imagine um instante, 3h da tarde de hoje, por exemplo. Agora vai caminhando em direção aos minutos... já não são mais 3 horas. Agora são 3 horas e 10 minutos. Caminhe em direção aos segundos, aos décimos, milésimos, milionésimos... de segundo. Quanto mais você vai, mais você pode ir. Imagine, agora, uma fotografia tirada às 3 horas e 10 minutos de hoje. Ela marcou um instante, preciso, no tempo. E você pode avançar para os segundos, milésimos, milionésimos... ela marca um momento exato. Eu pensava que, se a fotografia grava um momento exato do tempo, então esse momento

fica arquivado em algum lugar e, de alguma forma, poderíamos acessá-lo; só não sabemos, ainda, como faríamos isso.

Essa minha crença, sobre voltar no tempo, foi abalada nesse ano. Em uma conversa, um amigo me disse que no livro *Uma breve história do tempo*, Stephen Hawking afirma que não é impossível voltar no tempo. Como prova disso, Hawking pergunta: por que, então, ninguém voltou do futuro para nos dizer como fazer isso? Enfim, esse é um livro que pretendo ler para entender melhor o que esse amigo me disse.

Mas, mesmo que não possamos voltar no tempo, ainda contamos com nossas lembranças. Elas nos permitem lembrar um presente vivenciado por nós em algum momento no passado. Mas, diferente das fotografias, que registram um momento exato, nossa memória não parece funcionar com essa exatidão – quem dera fosse assim, aí poderíamos dizer que nossas lembranças são rolos e rolos de fotografias, como aqueles que tinham nos cinemas de antigamente, e que, ao serem acessados, transmitiriam um filme em nossa mente.

Acredito que lembranças são imagens, como as fotografias. No entanto, as lembranças não são representações exatas de cenas que ficam arquivadas em nossas mentes; acredito que elas são criações que faço quando me coloco a falar delas. Já ouviu aquele ditado, “quem conta um conto aumenta um ponto”? É mais ou menos isso o que acontece. O ponto que aumentamos, ao contarmos o conto do passado que nos lembramos, é algo que, do nosso ponto de vista, tem sentido na história.

Já te aconteceu de você lembrar de ter vivido algo com algum conhecido seu, mas vocês terem lembranças diferentes dessa situação? Vocês falam sobre “o mesmo” acontecimento, mas cada um conta uma história. No entanto, tanto para você quanto para seu amigo, suas histórias fazem sentido, são coerentes, plausíveis. Dizer isso é, para mim, equivalente a dizer que inventamos o passado. Inventamos as lembranças das quais falamos.

Mas as inventamos tendo o que como referência? Nós mesmos. Nossas legitimidades. Acredito que as enunciações são feitas a partir das legitimidades que nos constituem, as demarcações daquilo que é possível, para nós; do que acreditamos ser legítimo (LINS, 2012). Em outras palavras inventamos lembranças a partir de quem somos, cognitivamente. Um exemplo disso é que não lembramos de ter ido a algum lugar se, hoje, acreditamos nunca termos ido até lá. Ou seja, aquele lugar não faz parte de quem hoje somos. Assim, acredito que

lembrar é fazer uma *Leitura Plausível* do que acreditamos ter vivenciado. É um processo que, em seu todo, na lembrança como um todo, é coerente (LINS, 2012).

Não estou dizendo que não tenhamos vivido o passado do qual contamos, mas, do mesmo modo que “quando falamos do passado que não presenciamos, o passado ‘histórico’ [...] não estamos reconstituindo os ‘verdadeiros acontecimentos’ e nem os constituindo: estamos nos constituindo” ao indicarmos o que faz e o que não faz sentido de ser dito (LINS, 2012, p. 19), quando nos lembramos de um passado que vivemos, nos constituímos nele, tendo como referência as coisas que nos *fazem sentido* hoje, que *podem ser ditas* sobre aquele passado; que, portanto, é inventado.

Se alguém perguntar como chegamos a ser quem somos, nós, provavelmente, contaremos uma, ou várias, histórias que têm sentido a partir de quem acreditamos que somos hoje. Não é na direção de “outra pessoa” que falamos. É na direção de quem acreditamos ser nós mesmos. Inventamos o passado “constituindo um filme” plausível em relação a quem acreditamos ser no dia de hoje. Mas, será que ao falar sobre nós no passado, já não estamos nos fazendo outro?

Usando a analogia do presente como o gargalo do tempo, acredito que não falamos sobre o que somos, sendo. Pois, ao falar, já fomos. Ao falar de nós mesmos, falamos de um outro. Um que constituímos a partir de quem acreditamos que somos enquanto falamos. É o mesmo que se olhar envelhecer em frente ao espelho. Não nos enxergamos, enxergamos uma imagem virtual que o espelho nos mostra.

Parece estranho dizer essas coisas, pois parece que está tudo bem em ter sido quem eu disse que fui, mesmo sendo alguém completamente diferente de quem hoje digo que sou. Mas e se aquele que eu digo que fui, um Guilherme do passado, tenha dito coisas completamente diferentes das que eu diria hoje? E se estivessem me dizendo que aquele fui eu, mesmo eu não acreditando que realmente tenha sido?

É nesse cenário que quero que você, leitor, esteja ao ler o próximo texto. Ele é uma história sobre um Guilherme, contada por outro Guilherme. Mas nenhum desses dois sou eu. Eu sou outro. A estaticidade do papel não permite nos constituirmos em textos. Assim como o presente é o gargalo do tempo, o ser (verbo) é o gargalo da história. Ser se é, somente sendo.

Nesse trabalho escolhi, deliberadamente, contar histórias. Histórias sobre mim e sobre o processo de formação pelo qual tenho vivido. Histórias sobre um Guilherme que não sou eu e sobre um processo de formação que não vivi; inventei.

1 EU ACHO QUE NÃO É POSSÍVEL ENSINAR ALGO A ALGUÉM

Na primeira aula da disciplina de Filosofia da Educação Matemática, no segundo semestre de 2014, a professora Heloísa da Silva², responsável por ministrar a disciplina, nos apresentou os tópicos que seriam abordados no decorrer do semestre. Acredito que a intenção dela naquele encontro era discutir questões referentes ao desenvolvimento da disciplina: datas das aulas, bibliografia, avaliação. No entanto, uma das falas da professora provocou uma discussão na turma acerca da relação entre visão de mundo e pesquisa.

Antes de argumentar do que ficou para mim, dessa discussão, gostaria de apresentar uma situação que pode ajudar a explicar que discussões estavam frescas em minha mente naquele dia. No dia anterior eu tive uma discussão com alguns colegas da pós-graduação sobre como nossa “visão de mundo” modela a pesquisa que fazemos. Essa discussão aconteceu porque nós estudávamos tópicos de uma disciplina de Análise Real durante as tardes e, durante as discussões nesse grupo de estudos, nós víamos surgir várias diferenças entre as falas uns dos outros. Diferenças em relação às crenças, aquilo que fundamentava o que falávamos. E vez ou outra não entrávamos em um acordo. Apenas aceitávamos que havia diferença e voltávamos a estudar os temas da disciplina de Análise Real.

Era essa discussão, e as incertezas derivadas dela, que estavam em minha mente durante a primeira aula de Filosofia da Educação Matemática.

Durante a fala da professora Heloísa da Silva, o que mais me chamou atenção foi o que ela disse acerca da importância de os autores apresentarem elementos que permitam caracterizar aspectos de suas visões do mundo em suas dissertações ou teses. De acordo com ela, a formação acadêmica deve servir para que os pesquisadores constituam para si uma visão de mundo e, por isso, é importante que ela apareça nos trabalhos de conclusão de mestrados e doutorados.

O que ela disse me marcou a ponto de eu querer apresentar um capítulo no meu trabalho de mestrado no qual eu apresento aspectos de minha visão de mundo.

² Docente do departamento de Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista (UNESP), campus de Rio Claro/SP.

Foi então que, decidido a escrever esse capítulo, tive a oportunidade de conhecer a professora Sônia Maria Clareto³. Dentre todas as coisas que ela disse durante sua participação em um evento realizado na UNESP no início de 2015, o que mais chamou minha atenção foi “pesquisa deve servir para desnaturalizar o que está naturalizado”.

Essa fala serviu como inspiração para que eu falasse das coisas que antes eram naturais para mim. Coisas que, simplesmente, *estavam no mundo*, e que durante esse processo de formação, ainda em curso, se tornaram menos naturais e, até mesmo, questionáveis.

Pensando no que as duas professoras disseram, escrevi esse primeiro capítulo com o objetivo de mostrar o que foi se tornando desnaturalizado para mim durante o mestrado e que, hoje, compõe minha visão de mundo acerca de como passei a compreender minha ação de ensinar, a educação, a formação escolar ou acadêmica, e algumas outras coisas.

Espero que esse capítulo sirva para você, leitor, compreender um pouco mais sobre o lugar do qual eu falo, ou, ainda, sobre o que é Educação Matemática para mim, meu brincar de gangorra.

1.1 “Comecei essa pesquisa me perdendo”⁴

Mas, como escrever sobre as coisas que mudaram para mim? A primeira ideia que tive foi escrever sobre como elas devem ter sido antes. Pensar em como eu acreditava em conhecimento, ensino, formação, foi um exercício muito difícil. Talvez tenha sido tão difícil porque eu passei a refletir, mais intensamente sobre essas coisas, quando entrei no mestrado.

Então um amigo me sugeriu: “Por que você não lê o que escreveu no seu Trabalho de Conclusão do Curso da graduação (TCC)? Talvez encontre elementos que te ajudem a escrever esse texto”. A princípio achei que essa foi uma boa ideia e que me ajudaria a pensar em como as coisas, sobre as quais pretendo escrever, foram para mim algum dia.

O que parecia uma boa ideia, se tornou numa péssima ideia no momento em que li o TCC. A sensação que tive, durante a leitura, foi que aquele não poderia ser eu. As crenças “impregnadas” nele, o modo de escrever, as afirmações ditas lá... tudo muito diferente do que eu diria e faria hoje.

³ Docente do departamento de Educação da Universidade Federal de Juiz de Fora/MG.

⁴ Afirmação feita por Bianca Chisté durante sua defesa de doutorado.

Mas as circunstâncias, o nome Guilherme Francisco Ferreira estampado na capa, os agradecimentos aos mesmos amigos que eu fiz na graduação, o colégio onde foi realizado o estágio que gerou o TCC, todas eram as mesmas coisas que eu, esse Guilherme de hoje, lembro de ter vivido. Além disso, ainda tinha o amigo que me deu a ideia de ler o TCC, ele afirmava, com certeza, que aquele trabalho foi escrito por mim.

A partir disso, meu objetivo com esse texto mudou. Ainda quero apresentar aspectos que possam caracterizar minha visão de mundo, mas com o objetivo de dizer para aquelas circunstâncias, para esse meu amigo e para quem mais disser que aquele TCC foi escrito por mim, que aquele Guilherme não pode ter sido eu.

Buscando mais elementos para compreender aquele TCC, procurei saber qual era a exigência da Faculdade de Apucarana (FAP) para os trabalhos de conclusão do curso de Licenciatura em Matemática com Ênfase em Informática, faculdade e curso aos quais aquele trabalho está vinculado. O TCC desse curso consistia em um relatório de um estágio realizado em alguma turma de Ensino Médio. O trabalho era individual, mas os estágios eram realizados em duplas. O *autor* do TCC escreveu que o estágio ocorreu em uma turma regular de 3º ano de Ensino Médio em uma escola estadual de Apucarana-PR.

O objetivo desses trabalhos de conclusão era que os alunos apresentassem um relato de suas aulas, acompanhado de reflexões sobre as ações tomadas durante o período do estágio: metodologia de ensino, escolha das tarefas, avaliação, problemas com indisciplina.

Ao ler aquele TCC, construí alguns vestígios que, acredito, me permitem dizer um pouco sobre algumas das crenças *daquele* Guilherme e me ajudam a dizer porque não pode ter sido eu quem escreveu aquele trabalho.

Pelos relatos das aulas e a revisão bibliográfica apresentada no TCC, posso afirmar que o *autor* do TCC e seu colega de estágio escolheram a Investigação Matemática como metodologia de ensino para nortear suas ações em sala de aula. Parece que o *autor* acreditava que com um envolvimento maior, na realização das tarefas propostas durante as aulas (resolvendo problemas, por exemplo), os alunos teriam mais condições de desenvolverem o que chamou de pensamento matemático: capacidade de pensar matematicamente. Pelas justificativas apresentadas no TCC, posso dizer que *ele* via na Investigação Matemática uma boa opção para ministrar aulas diferentes das tradicionais, estritamente expositivas, criando mais possibilidades de os alunos se envolverem nas tarefas durante as aulas.

[...] a autora versa sobre a importância no desenvolvimento do pensamento matemático, sendo que, se não há investigação, se os problemas são completamente explicitados pelo professor, o aluno tem menos oportunidades de desenvolvê-lo (FRANCISCO FERREIRA, 2012, p. 14).

A “necessidade” de trabalhar de acordo com alguma metodologia, dá algumas pistas que ajudam a pensar no modo como aquele Guilherme concebia o processo de ensino. Pelo fato de *ele* e seu colega optarem por trabalhar com investigações durante o estágio como alternativa em relação às aulas tradicionais, posso dizer que para *ele*, ensinar matemática, bem, tinha alguma relação com colocar os alunos para resolver tarefas, participando, ativamente, das aulas.

Isso aparece mais explicitamente, no TCC, durante o relato das aulas. Por várias vezes, *o autor* afirma que ministrava suas aulas fazendo perguntas aos alunos, numa tentativa de provocar alguma discussão e, assim, levá-los a refletir sobre os assuntos que estavam sendo explorados.

Por exemplo, há um trecho no qual foram deduzidas as equações para calcular a área do cilindro e a área do cone. No momento que *o autor* escreve sobre a dedução da equação para o cálculo da área do cilindro, *ele* afirma que conseguiram engajar os alunos na discussão, pois eles participaram, ativamente, da demonstração. Esse trecho está relatado com muito entusiasmo. Parece que eles conseguiram atingir o objetivo e os alunos, realmente, aprenderam. No entanto, *ele* afirma que

[...] quando deduzimos a fórmula da área total do cone, a aula foi completamente tradicional, onde os alunos apenas ouviram o que estávamos dizendo, não participaram, não deram suas opiniões e demonstraram não compreender o que foi feito. Sob meu ponto de vista, tivemos uma aula separada em duas etapas, a primeira boa e a segunda ruim (FRANCISCO FERREIRA, 2012, p. 42).

Acredito que essa necessidade de tentar levar os alunos a refletirem, era consonante à perspectiva do *autor* em relação à produção de conhecimento. Mesmo não tendo uma afirmação categórica no TCC sobre o que é conhecimento, *o autor* parece acreditar que o conhecimento existe “fora” do ser humano, nos livros, por exemplo. Desse modo, o aluno aprenderia *melhor*, “mais significativamente”, se sua interação com o conhecimento fosse mais íntima, com mais elementos que lhe permitissem construí-lo para si; desenvolvendo seu pensamento matemático. A partir dessa perspectiva, o professor seria responsável por mediar

a relação entre aluno e conhecimento e a metodologia de ensino seria o modo pelo qual o professor promoveria essa interação.

A Investigação Matemática ampliou, em nosso estágio, a possibilidade de interação entre professores, alunos e conhecimento. Conseguimos, por muitas vezes, mais do que explicar o conteúdo, construir conhecimento [...] (FRANCISCO FERREIRA, 2012, p. 68)

A Investigação Matemática era uma boa opção para promover a construção do conhecimento em sala porque, para *Guilherme*, as atividades investigativas eram “aquelas nas quais os alunos experimentam um trabalho como o dos matemáticos” (FRANCISCO FERREIRA, 2012, p. 13).

Mas, do mesmo modo que aquela ideia de conhecimento dava subsídio para o *autor* falar sobre construir conhecimento com o aluno, ela parecia sustentar, em alguns momentos, a ideia de que o conhecimento pode ser transmitido.

[...] na perspectiva metodológica que havíamos adotado, a intenção era construir conhecimento e não apenas transmiti-lo por meio de alguma explicação (FRANCISCO FERREIRA, 2012, p. 51).

Penso que a ideia da possibilidade de transmissão é coerente à ideia de que o conhecimento está “fora” do ser humano. Assim que o professor dominar aquele conhecimento, ele poderia transmiti-lo, como os livros o transmitem.

Acredito que havia essa dualidade, na compreensão acerca de conhecimento, porque na graduação é comum conhecermos metodologias de ensino alternativas, que nos motivam a fugir das aulas tradicionais. Então talvez houvesse uma briga entre fazer algo novo, diferente, e compreender o porquê de as pessoas aprenderem, tão bem, a partir de aulas tradicionais, expositivas. Afinal de contas, acredito que *aquele* Guilherme, assim como a maioria das pessoas, teve muito mais aulas tradicionais do que aulas “diferentes”.

Posso afirmar, então, que, para o *autor*, a diferença entre trabalhar a partir de aulas expositivas e trabalhar a partir de investigações estava na possibilidade de desenvolver o pensamento matemático do aluno. A aula expositiva parecia legítima porque o professor já sabia matemática e poderia transmiti-la com suas explicações. Entretanto, as aulas expositivas não exigiam que o aluno refletisse tanto quanto a partir das investigações, porque o professor não construiria conhecimento junto com os alunos, ele o apresentaria “pronto”, “em sua forma final”.

A partir dessas considerações, acredito que para o *autor*, ensinar bem era tentar construir conhecimento com o aluno mediando sua interação com o conhecimento, mesmo que ainda houvesse a opção de transmiti-lo.

Em relação à atividade de ensino, *Guilherme* parece querer saber o que os alunos sabiam para poder partir disso e chegar onde gostaria. Em vários trechos do relato das aulas, o *autor* faz muitas perguntas aos seus alunos, como se tentando compreender o que eles já sabiam de matemática e que poderia ser aproveitado na aprendizagem do novo conteúdo.

[...] uma das maneiras encontradas por nós, para que os alunos compreendessem o novo conteúdo, foi usando seus conhecimentos prévios como subsídios ao que estávamos trabalhando (FRANCISCO FERREIRA, 2012, p. 61).

Esta é uma grande diferença entre mim e o *autor* do TCC. Eu quero saber o que os alunos sabem, mas de um modo diferente e para um objetivo diferente do que *ele* apresentou no relato de suas aulas. Quero ouvir o que meus alunos sabem para poder destacar diferenças entre o que eles dizem e o que eu digo. Mas não vou me alongar nesse assunto aqui, porque tratarei dele mais à frente.

Algumas das afirmações feitas no TCC, principalmente na sessão sobre avaliação, me ajudam a pensar qual a perspectiva de formação adotada pelo autor. Muitas das afirmações que defendem a perspectiva de avaliação utilizada no estágio, são sobre avaliar para demarcar o que já foi feito, tendo em vista as possibilidades ainda abertas para ensinar o aluno.

É por meio da avaliação que condições passadas (desenvolvimento das aulas, dos alunos, dos conteúdos) são avaliadas e servem para compreender a condição do presente e estruturar o futuro, norteando a prática do professor; o responsável por conduzir as atividades em sala de aula (FRANCISCO FERREIRA, 2012, p. 22).

Não há diferença entre a avaliação e as atividades de ensino, pois ambas têm a mesma intenção, ensinar (FRANCISCO FERREIRA, 2012, p. 23).

Tendo em vista a perspectiva de conhecimento na qual acredito que o *autor* se baseou e a ideia de avaliar para saber o que deveria ser feito a fim de que o aluno aprendesse, de fato, acredito que formação estava ligada a uma perspectiva de avançar. Aproximando esse aluno do aluno pretendido por ele; um aluno que soubesse a matemática que lhe foi ensinada. Se for para definir, posso afirmar que formação seria tornar o aluno o alguém pretendido pelo professor. O objetivo era, mesmo, fazer os alunos aprenderem matemática.

Um dos trechos do TCC que corrobora essa minha crença, é quando *o autor* escreve que o uso de materiais manipuláveis na sala de aula

[...] pode proporcionar aos alunos **experiências matemáticas** de modo que eles além de conhecer, interajam com esta ciência, **podendo formar pessoas mais capacitadas a compreendê-la em diversos níveis** (FRANCISCO FERREIRA, 2012, p. 20, grifo meu).

Além do que está relatado no TCC, há um fato que me faz acreditar que o objetivo do *Guilherme* era simplesmente ensinar matemática durante as aulas. Cerca de seis meses antes de realizar o estágio, *ele* participou de um evento no qual apresentou o seguinte trabalho: “Cálculo Integral: uma proposta didática para o Ensino Médio”. Ou seja, a ideia não era, apenas, ensinar matemática, *ele* queria ensinar *mais matemática* nas escolas. Isso reforça, ainda mais, minha certeza de que não fui eu quem escreveu aquele TCC. Minhas crenças são outras.

1.2 Porque aquele não sou eu

A partir de agora vou dizer coisas que me ajudam a afirmar que aquele não sou eu.

Para começar, quero destacar o modo como a comunicação é concebida a partir da perspectiva do Modelo dos Campos Semânticos (MCS), teoria em que me baseio. Uma ideia tradicional de comunicação baseia-se em uma noção de transmissão direta de informações. Se a mensagem é codificada, emitida e decodificada corretamente, ela leva, corretamente, a informação de um emissor a um receptor (LINS, 1999). Nessa perspectiva, o processo de comunicação se dá a partir de uma pessoa falando, enunciando, em direção à outra pessoa. Eu falo para você e, se você decodifica corretamente a mensagem, você me entende.

No MCS, a noção de comunicação não se dá a partir da ideia de uma pessoa falando diretamente para a outra. O que há durante um processo comunicativo é uma interação entre dois seres cognitivos na qual o autor, aquele que fala, fala em uma determinada direção. Essa direção é um interlocutor, alguém que aceitaria o que ele diz com a mesma justificção: “o que o sujeito do conhecimento [...] acredita que o autoriza a dizer o que diz” (LINS, 2012, p. 21). Para dar um exemplo sobre a questão da justificção, alguém poderia dizer que acredita que alienígenas existem porque seus pais disseram que acreditam nisso. Essa é a justificção para essa crença afirmada, e por isso ela é legítima para quem a diz.

Voltando ao processo comunicativo... e aquele que ouve? Se o leitor, aquele que ouve, percebe aquilo que foi dito por um autor, ele produz significado para essa enunciação a partir

de suas legitimidades na direção de um interlocutor. Esse leitor compreende o que acredita que foi dito, “imaginando” que mais alguém compreenderia o mesmo que ele compreendeu, com a justificação que o autoriza a compreender daquela forma.

Nesse processo, autor e leitor intercalam-se nesses papéis, ora enunciando, como autor, ora produzindo significado para resíduos de enunciação⁵, como leitor. Em outras palavras, o processo ocorre da seguinte maneira: “o autor produz uma enunciação, para cujo resíduo o leitor produz significado através de uma outra enunciação, e assim segue” (LINS, 1999, p. 82). Na medida em que autor e leitor compartilham interlocutores, dizem o que ambos diriam com a autoridade que ambos aceitariam, se estabelece um espaço comunicativo.

Essa noção de comunicação é resultado, dentre outras coisas, da noção de conhecimento assumida a partir da perspectiva do MCS. Para Lins (2012) um conhecimento é uma crença-afirmação junto com uma justificação. Em outras palavras, o sujeito enuncia o que acredita e se enuncia é porque há algo para ele, autor do conhecimento, que o autoriza a dizer o que diz. Assim, a afirmação é legítima para quem a fez.

Mesmo que a justificação não seja explicitada, ela é parte constitutiva do conhecimento. Por exemplo, mesmo que eu afirme “alienígenas existem!”, sem dizer que acredito nisso porque meus pais disseram que eles existem, digo isso porque meus pais disseram que eles existem; essa é a justificação que me autorizou a dizer o que eu disse.

Como consequência disso, ao enunciar não dizemos apenas aquilo que falamos, mas, também, de forma constitutiva do conhecimento ao enunciado, aquilo que nos autoriza a dizer o que dissemos: a justificação (LINS, 1999). Isso me permite afirmar que os significados produzidos pelo autor de um conhecimento, durante um processo comunicativo, não são transmitidos de forma efetiva para o leitor, porque os significados dependem das legitimidades de quem os produz. Portanto, se as legitimidades de autor e leitor forem diferentes, os significados produzidos pelo leitor serão diferentes dos produzidos pelo autor em sua enunciação. Assim, o que me resta quando falo, é falar em alguma direção, esperando que ela seja legítima para quem me ouve. Nada além disso.

Pensar o processo de comunicação a partir dessa perspectiva, vai numa direção contrária à ideia de uma realidade objetiva. Na perspectiva do MCS, realidades se constituem

⁵ “Algo com que me deparo e acredito ter sido dito por alguém” (LINS, 2012, p. 27).

a partir das legitimidades que constituem cada um, enquanto seres cognitivos. É por isso que enuncio na direção de um interlocutor, pois ele é *um alguém* que se constituiria, no momento da minha enunciação, a partir das mesmas legitimidades que me constituem e me permitem dizer o que digo. *Um alguém* com quem eu compartilharia uma realidade. Nesse sentido, os interlocutores marcam os limites do que é possível ser dito, eles estão nas fronteiras do horizonte cultural do ser cognitivo (LINS, 2012). Com isso, entendo que *a realidade* é o que está sendo para cada um; cada ser cognitivo.

Outra consequência de pensar o processo comunicativo a partir dessa perspectiva, é a crença de que todos são autores do próprio conhecimento. No processo comunicativo há autor e leitor. No entanto, sempre quem produz significado para um resíduo de enunciação é autor do significado produzido. Ou seja, leitor se torna autor ao produzir significado para o resíduo de enunciação de outro autor. O resultado disso é que, da perspectiva do MCS, o leitor deixou de existir, ele morreu! Há apenas autores. Isso é equivalente a dizer que sou autor dos livros que li, das músicas que ouvi, dos quadros que admirei.

Pensar nessas coisas me possibilita dar existência *ao outro*. Minha crença é que cada outro tem sua própria realidade, com suas verdades, seus modos de constituir mundos (produzir significado). Quando converso com alguém, o que está havendo é uma interação entre seres cognitivos e os “desencontros”, durante a conversa, são rastros de que estamos falando a partir de realidades, lugares cognitivos, diferentes.

Partindo de comunicação e chegando ao modo como constituo o outro, acredito ser o momento de dizer que, de fato, aquele *Guilherme* não sou eu.

Não me parece coerente dizer que acredito nas coisas que disse anteriormente e, ainda assim, afirmar que posso ensinar alguém; eu falando e meus alunos aprendendo, como aquele *Guilherme* relatou em seu TCC. Porque, de modo algum tenho como saber, com clareza, de que lugar cognitivo meu aluno compreende o que digo, ou quais legitimidades o constituem. Posso apenas supor. Portanto, não posso dizer que ele aprendeu devido a isso ou aquilo.

Pensar na comunicação e na produção de conhecimento a partir da perspectiva do MCS, sugere uma direção contrária à alguma perspectiva que tenta ler o aluno para apenas lhe ensinar alguma coisa, procurando, nele, o que falta para poder aprender o que quero ensinar. Como professor, o que me resta é a esperança de estabelecer um espaço comunicativo com

meu aluno, autor de seu próprio conhecimento, para que, então, possamos produzir significados outros, que talvez antes não fossem possíveis.

A partir desse modo de ver o mundo das salas de aula, não posso conceber o ensino como uma tentativa de construir ou transmitir conhecimentos. A crença em construir conhecimento com o aluno baseava-se na ideia de que o professor poderia mediar a relação entre aluno e conhecimento. Acredito, inclusive, que o *autor* do TCC afirmava estar construindo conhecimento com seus alunos para dar a entender que os alunos participavam da produção de conhecimento que ocorria durante as aulas, fugindo das aulas tradicionais.

Eu não acredito que os livros contêm conhecimento. O conhecimento é produzido por aqueles que reconhecem os livros como resíduo de enunciação e que produzem significados a partir desses resíduos. Portanto, não creio em uma interação entre aluno e conhecimento a fim de que o aluno construa seu conhecimento.

Também não acredito em transmitir conhecimento porque a enunciação não o carrega. Ela pode, no máximo, disparar processos de produção de significados. Imagine o caso dos livros de matemática, por exemplo: se eu não ler as equações, os números, as afirmações contidas no livro como resíduos de enunciação, não terei nada de “matemático” a dizer sobre elas. Será como o exemplo dado por Lins (2012, p. 27), “Daniel, 9 ou 10 anos, ao ver numa lousa uma equação envolvendo uma integral e funções: ‘Papai, parece linguagem alienígena’”.

A partir dessas considerações, constituo o ensinar como uma tentativa de falar com o outro a fim de compartilhar diferenças. Diferenças entre modos de produção de significados.

Para deixar mais claro o que pretendo dizer, quero voltar ao assunto do interlocutor. Como disse, os interlocutores marcam o limite do possível para aqueles que falam em sua direção. Ou seja, se falo na direção de um interlocutor, e não de outro, é porque me constituo a partir de certas legitimidades que me permitem constituir o interlocutor para o qual falei. Nos constituímos por legitimidades que nos possibilitam constituir interlocutores. Em outras palavras, é o que *posso* dizer porque é *possível/legítimo*, para mim, que isso seja dito.

As legitimidades que me constituem provêm de culturas. Conforme internalizo legitimidades de modos de produção de significados legítimos em dada cultura, sou internalizado por ela, me constituo nela; passo a operar de acordo com o que é legítimo no interior dessa cultura (LINS, 2008). Por exemplo, Lins afirma que $2+3=5$ não é uma afirmação universal se considerarmos “uma cultura na qual não se quantifica acima de três, a não ser

como muitos” (1999, p. 83). Ou seja, não se pode falar em 5 naquela cultura porque isso não existe, não é legítimo. Assim, se eu quiser ser aceito naquela cultura, devo admitir outras legitimidades que não são aquelas que constituem a matemática que praticamos a partir da cultura dos matemáticos, por exemplo.

A partir dessa perspectiva, não é coerente acreditar no erro absoluto. Se um aluno acredita e afirma que *cento e vinte e cinco é 100205*, devo considerar que aquilo é legítimo e verdadeiro para ele, porque a enunciação sempre é feita na direção de um interlocutor. Portanto, para o aluno, isso não é um erro. Em outras palavras, o sujeito coberto de autoridade para dizer “essa afirmação está errada”⁶, deve dar lugar a alguém interessado em saber porque o aluno diz o que diz da maneira como diz. Disso temos uma possibilidade de compartilhar diferença. E compartilhá-las como uma oportunidade de ampliação de horizontes culturais.

No compartilhamento da diferença está, eu penso, a mais intensa oportunidade de aprendizagem (para ambos): é apenas no momento em que posso dizer "eu acho que entendo como você está pensando" que se torna legítimo e simétrico dizer, à continuação, "pois eu estou pensando diferente, e gostaria que você tentasse entender como eu estou pensando" (e, note, o "eu" não fica definido, nisso, se é o do professor ou o do aluno ...) (LINS, 2008, p. 543).

Assim, acredito que pensar o ensinar como uma tentativa de falar com o outro, é tentar compreender a diferença entre o que é legítimo para mim e o que é legítimo para o outro. O que muda, entre essa perspectiva e a perspectiva de ensino tradicional, é, principalmente, o modo como me coloco na atividade de ensinar. A vontade de compreender diferenças que torna possível a tentativa de saber o que é legítimo para o outro. Isso permite que essas diferenças sejam úteis em processos de aprendizagem.

Munidos dessa vontade de conhecer o lugar cognitivo a partir do qual o outro fala, temos a possibilidade de tentar compreender como a fala de alguém é coerente para quem a faz. A leitura plausível é uma forma de tentar compreender a legitimidade da enunciação do outro. Esse tipo de leitura é adjetivada como plausível, porque o modo de ler o outro caminha em direção a tentar compreender a justificação que o autoriza a dizer o que diz. É tentar ver o mundo a partir dos olhos do autor da enunciação. Um exemplo de leitura plausível é o que fiz na primeira parte desse texto, em que escrevi sobre o que que era legítimo para o *autor* do TCC

⁶ Lins (2012, p. 13) afirma que “uma pessoa acredita em algo que diz se age de maneira coerente com o que diz”. Como me considero estar em um processo de pertencimento, constituição, confesso que muitas vezes digo que pessoas estão erradas sem querer saber que justificação lhes autorizam a dizer o que dizem.

que li. A partir do que li naquele trabalho, digo que é *plausível* afirmar que o *autor* acreditava nisso ou naquilo.

Mas a ideia, aqui, não é pensar em outra metodologia de ensino, que poderia gerar alguns artigos denominados: *A leitura plausível como metodologia de ensino*, ou, *O uso da Resolução de Problemas a partir da perspectiva da leitura plausível...* o principal, e o que acho que muda em relação à perspectiva de ensino tradicional, é a disposição de professor e alunos ao se colocarem em uma atividade de aprendizagem, ambos os lados dispostos a conhecer novos modos de produção de significados.

Disso, vejo outra diferença entre mim e o *Guilherme*, que escolheu as investigações para nortear suas ações durante as aulas. Não estou afirmando que as metodologias de ensino não devam ser usadas. Aliás, penso que devem ser usadas à escolha de quem ensina e atento às necessidades de seus alunos. Mas a questão principal não é essa. Eu não procuro um método que me diga o que posso ou devo fazer. O que entendo como mais importante é o modo como me coloco na atividade de ensinar. É uma disposição, uma vontade, um motivo.

A perspectiva presente no TCC é de construir conhecimento com os alunos, partindo do que eles sabem em direção ao que o *autor*, enquanto professor, durante o estágio, pretendia ensinar. Minha perspectiva é tentar compreender quais legitimidades autorizam o aluno a dizer o que diz, para compartilharmos diferenças de modos de produção de significados, a fim de que possamos, ambos, ampliar nossos horizontes culturais.

Compartilhar diferenças é uma oportunidade de aprendizagem diferente daquela presente numa perspectiva de ensino tradicional, na qual o *bom e que deve ser usado*, é o modo como o professor produz significados. Diferente disso, e no sentido que acredito, aprender é dar existência à possibilidade de dizer coisas novas. Em outras palavras, ao aprender internalizo legitimidades de certo modo de produção de significados e, assim, posso constituir outros interlocutores. Ou ainda, aprender é imergir em culturas e poder participar delas (LINS, 2005).

Como interlocutores marcam os limites de nossos horizontes culturais, essa aprendizagem se caracteriza como a ampliação desses limites. Antes, algumas coisas eram ditas. Agora, falo de outras coisas. Ou, ainda, o que não poderia ser dito, porque não era legítimo, tornou-se, então, possível.

Por exemplo⁷, se perguntarmos a diversas pessoas se elas apostariam o jogo 1-2-3-4-5-6 na Mega-Sena, é possível que muitas delas digam que não fariam essa aposta porque é muito difícil que ela saia. Mas se pensarmos a partir da probabilidade, dentro de um contrato matemático, essa combinação tem a mesma chance de ser sorteada quanto qualquer outra.

Nesse caso, podemos destacar dois modos de produzir significados: o do jogador e o da matemática do matemático. Para o jogador, podemos dizer que é legítimo pensar em número da sorte, apostar na data de seu aniversário ou em alguma combinação com a qual ele tenha sonhado durante a última noite. Esses são os objetos, coisas para as quais ele produz significados, com os quais pensa. Para o matemático, os objetos são outros. Ele pensa com regras para os cálculos de probabilidade, análise combinatória; os objetos da matemática do matemático. No caso do matemático, não importa se o conjunto de 60 objetos presentes no volante da Mega-Sena são números, desenhos ou palavras. O importante para ele, ao fazer o cálculo da probabilidade, é saber se o conjunto é uma combinação ou um arranjo.

Propor exemplos como esse, no qual podemos explicitar modos distintos de produção de significados é uma forma de explicitar diferenças, a fim de compartilhá-las, tornando-as úteis em situações de aprendizagem. A partir dessa perspectiva, o objetivo do professor não será dizer para o aluno que ele deve deixar de pensar como um jogador, mas, sim, apresentar outro modo de produção de significado, também legítimo, para pensar na aposta.

Desse modo, é legítimo afirmar que penso que aprender é ampliar horizontes culturais. Os estudantes passam a operar de acordo com as legitimidades da cultura dos matemáticos, a matemática do matemático, e, assim, podem imergir nela, são internalizados por ela⁸.

Compreender a aprendizagem dessa forma me faz pensar a aula de um modo diferente da que aquele *Guilherme* escreveu. A partir do que ele relatou no TCC, em suas aulas não havia espaço para discutir outros modos de produção de significados que não fossem os da matemática, simplesmente porque ele não os legitimava; não havia espaço para compartilhar diferenças. Por isso que *ele* tinha interesse em saber o que os alunos sabiam, apenas para usar

⁷ Esse exemplo é uma adaptação do exemplo dado em Linardi (2006).

⁸ “O professor Romulo Lins relatou certa vez que, mesmo ‘conhecendo sobre probabilidades’, embora aposte sempre em 1-2-3-4-5-6, aposta também em outra combinação, porque não acredita que a ‘seguidinha’ vá sair.” (LINARDI, 2006, p. 39).

esses saberes como subsídio para explicar o conteúdo em questão. Era uma ideia de progresso rumo ao aluno ideal, que sabe matemática.

No entanto, na perspectiva de aprendizagem que acredito, considero que a discussão acerca de quais conteúdos devem ser trabalhados em sala de aula deva ficar em segundo plano. O professor pode, por exemplo, querer abordar tópicos de probabilidade ao propor o exemplo da loteria. O mais importante nessa discussão não são *quais* conteúdos, mas, sim, *o modo como* esses conteúdos serão abordados. E, a partir da perspectiva de aprendizagem como ampliação dos horizontes culturais, o objetivo é tratar a probabilidade (matemática do matemático), por exemplo, como mais um modo de produção de significado, tão legítimo quanto os que fazem parte do cotidiano do aluno: o modo de produção de significado do jogador, por exemplo.

Lins apresenta uma ilustração de como a matemática da escola desautoriza e nega as legitimidades de modos de produção de significado da rua, que fazem parte do cotidiano dos alunos:

[...] o aluno chega à escola, tira das costas a mochila com as coisas que ele trouxe da rua e a deixa do lado de fora da sala de aula. Lá dentro ele pega a pastinha onde estão as coisas da Matemática da escola, e durante a aula são estas as coisas que ele usa e sobre as quais fala. Ao final do dia escolar ele guarda a pastinha, sai da sala, coloca de volta a mochila da rua, e vai embora para casa. (LINS, 2004, p. 24).

Por que os alunos negam as legitimidades que trazem da rua quando estão em aula? Para sobreviver cognitivamente. Compreendo o professor como um personagem instituído culturalmente. Alguém a quem foi “dada” autoridade⁹ para dizer se é legítimo o que os alunos dizem. E os alunos reconhecem essa autoridade na figura do professor. Assim, o aluno nega “seu” modo de produção de significado, aquele que ele trouxe da rua, que faz parte do seu cotidiano, na tentativa de falar numa direção que o professor legitimaria. E os alunos agem dessa forma porque produzimos significados na tentativa de pertencer a certa cultura; esse é o modo que encontramos para sobreviver cognitivamente (LINS, 1997).

Ao invés de apenas negar a legitimidade do modo de produção de significados que o aluno “traz da rua”, a proposta é pensar a aprendizagem como um momento de compartilhar

⁹ Essa autoridade não é *dada* por um alguém. Ela é constituída culturalmente, nas práticas legítimas a certos grupos. Não é uma autoridade *sobre*, é uma autoridade *para*. Ou seja, não é uma autoridade dos professores sobre os alunos, é uma autoridade que permite alguém se dizer, ou ser conhecido como, professor. Isso é equivalente a afirmar que o professor só existe enquanto ele e os alunos reconhecem essa autoridade instituída culturalmente.

diferenças entre modos de produção de significados. Assim, o aluno entra na aula com a mochila repleta de coisas da rua e fala dessas coisas durante a aula. O professor apresenta coisas da sua pastinha da Matemática da escola; coisas diferentes para o aluno, que não estavam na mochila dele. Durante a aula, o aluno pode devolver à sua mochila coisas que trouxe da rua e, também, colocar nela as coisas da pastinha da Matemática da escola. Coisas novas, que agora podem ser usadas por ele quando quiser. Que podem ser usadas na rua, inclusive.

Nesse sentido, entendo a educação como uma *oportunidade de vir a ser para alunos e professores*. *Vir a ser* no sentido de constituindo-se em culturas diferentes daquelas nas quais ambos já se constituíam, ampliando seus horizontes culturais, trocando as coisas que carregam em suas mochilas. É *para alunos e professores* porque no compartilhamento da diferença o professor está sujeito a conhecer o modo de produção de significados próprio dos alunos, agindo de modo coerente às legitimidades da cultura na qual o aluno se constitui, imergindo nela.

Crendo na educação como uma oportunidade de vir a ser para alunos e professores, entendo que o processo de formação acontece em uma sequência de eventos que me fazem diferente do que eu era antes. Numa perspectiva de educação que idealiza o compartilhamento de diferenças, entra em jogo uma ideia de *morte cognitiva consciente*: um suicídio.¹⁰

Em uma perspectiva de educação que valoriza certo modo de produção de significados em detrimento de outros, o aprendiz tem menos possibilidades de se perceber diferente porque não lhe é permitido escolher operar a partir de um modo de produção de significados que não seja o que o professor quer ensinar. É como se o modo com o qual ele opera fora da sala de aula, nem existisse. E não existe, mesmo, se se considerar apenas a cultura que dá legitimidade ao modo de produção da sala de aula. No entanto, vale ressaltar que do mesmo modo que o que é legítimo na rua é negado em sala de aula, o que é legítimo na aula é negado na rua.

¹⁰ Lins afirma e questiona: “[...] levar a sério "o outro", inclusive no sentido das culturas, pode ser uma atitude suicida. O que talvez devamos considerar é se o suicídio é sempre uma coisa ruim. E, se não for sempre, quando é que ele é, em que condições será que o suicídio é ruim?” (2008, p. 542).

Compartilhar diferenças é um modo de mostrar quando e porque certas legitimidades são legítimas num lugar, numa atividade¹¹, e não são legítimas noutro. E aí há uma oportunidade do aluno se ver diferente. Se ver operando a partir de outro modo de produção de significados, se constituindo a partir de outra cultura; pensando a partir de outros, novos, objetos, mesmo não tendo a necessidade de abrir mão dos objetos antigos.

É quando entendo que posso escolher o modo de produção de significado com o qual operar, dependendo da atividade na qual me insiro, que posso optar pelo suicídio. Assim, conscientemente, de forma indolor. Pois, por exemplo, por mais estranhas que as coisas da matemática do matemático sejam para mim, eu sei que posso usá-las apenas quando me “for conveniente”; quando a atividade exigir que eu as use. Mas logo voltarei a usar as coisas da matemática da rua. Coisas de todos os dias.

Para concluir, entendo o *formar-se como o tornando-se em outra cultura*. Uma cultura diferente daquela a qual eu já pertencia¹². Diferente do modo como aquele Guilherme parecia acreditar, a ideia aqui não é vislumbrar o aluno ideal. Não é uma caminhada em uma direção previsível, ou em direção a um suposto progresso, é em direção às incertezas do vir a ser que constituirão um alguém diferente de quem ele era antes das vivências do processo de formação.

Pronto, esse é o modo como eu achei para te convencer, convencer meu amigo e qualquer outro que aquele TCC não foi escrito por mim! Espero que você, leitor, já esteja convencido de que aquele Guilherme não fui/sou eu. De todo modo, vale ressaltar que não me considero à frente dele, considero, apenas, que estou em outro lugar.

¹¹ Por atividade, designamos os processos psicologicamente caracterizados por aquilo a que o processo, como um todo, se dirige (seu objeto), coincidindo sempre com o objetivo que estimula o sujeito a executar esta atividade, isto é, o motivo. (VIGOTSKII, LURIA e LEONTIEV, 1988, p. 68).

¹² Nos próximos capítulos, discutirei mais a fundo essa perspectiva de formação.

2 [...] E UMA PERSPECTIVA DE USO DE TECNOLOGIA EM SALAS DE AULA A PARTIR DESSA CRENÇA

Nesse capítulo, decidi apresentar nossa perspectiva de uso da tecnologia. Ao dizer “nossa” afirmo que essa perspectiva não é apenas minha, ela está sendo construída a partir de minha vivência enquanto professor de um Curso de GeoGebra, sobre o qual dou mais detalhes no próximo capítulo. Por isso, decidi escrever esse capítulo na terceira pessoa do plural.

No intuito de localizar nossa perspectiva no cenário nacional, apresentamos perspectivas de três pesquisadores, Marcelo de Carvalho Borba¹³, Marcelo Almeida Bairral¹⁴ e José Armando Valente¹⁵. Escolhemos esses autores por acreditarmos que suas ideias têm influenciado o modo como várias pessoas têm utilizado a tecnologia nas salas de aula. Nosso intuito é apresentar quais são os objetivos e quais as bases teóricas em que esses pesquisadores, possivelmente, se fundamentam.

A perspectiva do professor Marcelo Borba, fundamenta-se na noção de coletivos seres-humanos-com-mídias que, de acordo com o autor, vem sendo desenvolvida desde sua tese de doutorado (BORBA, 1993).

O autor afirma que o ser humano sempre produz conhecimento em interação com uma mídia. Assim, ele sugere que não deve haver a dicotomia homem e tecnologia (mídia). Na tentativa de ir contra essa dicotomia, o autor cita, como exemplo, a oralidade, uma tecnologia (mídia) que está “com” o homem a todo o tempo e molda o modo como o homem produz conhecimento, mas que ganha um status diferente do computador, por exemplo (BORBA, 2002). É como se o computador fosse tecnologia e a oralidade não fosse.

Nesse sentido, o autor sugere que a tecnologia (mídia) reorganiza o modo como o homem pensa, ao mesmo tempo que é modificada pela ação humana. O resultado dessa

¹³ Docente do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP, Rio Claro/SP.

¹⁴ Docente do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro/RJ.

¹⁵ Docente do Programa de Pós-Graduação em Educação da Pontifícia Universidade de São Paulo/SP.

reciprocidade é a produção de conhecimento moldado pelo que a mídia permite. Ou seja, é uma ação conjunta entre ser humano e mídia, um coletivo seres-humanos-com-mídias.

Numa situação de aprendizagem na escola, por exemplo, em que os alunos interagem entre si por meio da oralidade, da escrita, do lápis e do papel, faz sentido pensar na produção de conhecimento moldado por essas mídias. Nas palavras do autor,

Seres humanos são fundamentais para a produção de conhecimento, assim como uma mídia também o é. Esse construto sugere que necessitamos de um meio de expressão, de uma mídia, para produzirmos conhecimento. Nesse sentido [...] o conhecimento, que aqui é visto como fortemente influenciado pelas mídias utilizadas, não é apenas influenciado pela forma como é expresso, mas ele é moldado por essa mídia” (BORBA, MALHEIROS e ZULATTO, 2007, p. 89).

Pelo fato de as mídias serem determinantes na produção de conhecimento, os limites e as possibilidades proporcionadas por elas e o modo como o homem interage com e por meio delas, é central para sua perspectiva de uso da tecnologia em salas de aula. Em outras palavras, para o autor, nós pensamos-com-tecnologias, assim, a natureza dos problemas e das atividades que propomos está em simbiose com o *design* e com as potencialidades das mídias que usamos (BORBA, SCUCUGLIA e GANDINIS, 2014).

Nesse sentido, diferentes tecnologias devem permitir que diferentes problemas sejam explorados. Um “problema baseado no uso de lápis e papel, por exemplo, pode vir a ‘perder o sentido’, tornar-se trivial ou obsoleto, ao ser resolvido com um software” (BORBA, SCUCUGLIA e GANDINIS, 2014, p. 41).

Um dos exemplos dados por Borba (2006), diz respeito à inserção de internet em salas de aula, constituindo um coletivo seres-humanos-com-internet. Nesse contexto, perguntas como “qual é o gráfico da função $y = x^2 - 5x + 6$?” podem se tornar obsoletos pois os alunos encontram, facilmente, a representação geométrica dessa função na internet. O autor sugere que em coletivos seres-humanos-com-internet essa pergunta pode ser mudada para “por que esse é o gráfico da função $y = x^2 - 5x + 6$?”. Ou seja, a inserção da internet, uma nova mídia, permite que novos problemas matemáticos sejam abordados.

O uso de novas mídias ancorado em práticas condicionadas por outras mídias (mídias “antigas”), é denominado pelo autor como *domesticação de uma nova tecnologia*. Voltando ao exemplo da inserção da internet na sala de aula, fazer um uso domesticado dessa mídia seria continuar propondo os mesmos problemas que seriam propostos se não houvesse internet. Seria o mesmo que continuar propondo que alunos desenhassem os gráficos de diferentes funções, por exemplo. A inserção de uma nova mídia num ambiente de sala de aula, deve proporcionar que novos problemas sejam explorados.

Nesse sentido Borba (2006, 2014) propõe experimentações matemáticas com tecnologias, performances matemáticas digitais e outras atividades que são possíveis graças às potencialidades de interação entre seres humanos e mídias a fim de produzir conhecimentos matemáticos.

De modo geral, acredito que a perspectiva de Borba em relação ao uso de tecnologia (mídias) na sala de aula, fundamenta-se na ideia de que o ser humano produz conhecimento em coletivos formados por seres-humanos-com-mídias e que a inserção de uma nova mídia em um ambiente escolar permite que novos problemas matemáticos sejam produzidos e discutidos. E, conseqüentemente, que novos conhecimentos sejam produzidos.

Para dizer da perspectiva do professor Marcelo Almeida Bairral, acredito ser relevante apresentar o modo como esse autor acredita que os currículos das licenciaturas em Matemática deveriam ser organizados.

Bairral (2013, p. 2) defende uma mudança na organização e desenvolvimento do currículo das licenciaturas de disciplinas para uma racionalidade focada em processos. Ao invés de “pensarmos primeiro em conteúdos e disciplinas, deveríamos pensar em processos. Assim, a pergunta clássica ‘o que deve saber um professor?’ seria substituída por uma do tipo: que processos de pensamento/raciocínio deveriam as disciplinas contribuir com o seu desenvolvimento?”

O autor defende essa perspectiva pois, segundo ele, os currículos das licenciaturas organizados a partir de conteúdos e disciplinas, constituem uma ideia de que “aprender matemática” é saber executar técnicas, resolver problemas e exercícios. Bairral (2013) defende que esses são aspectos importantes, entretanto, a aprendizagem matemática envolve mais processos do que apenas executar técnicas ou rotinas. Segundo o autor, a aprendizagem matemática deve favorecer o processo de matematizar. “Nessa ótica, cursos de formação inicial

de professores devem desenvolver um conhecimento profissional na perspectiva de processo de matematização, particularmente, focada no desenvolvimento de processos variados” (BAIRRAL, 2013, p. 7).

Mas, o que são esses processos? “São ações relacionadas à natureza do pensamento matemático e à estratégias variadas de raciocínio” (BAIRRAL, 2013, p. 11). Por exemplo *seleção*, busca e organização de informações, algo tão importante se considerarmos a quantidade de buscas que fazemos na internet, é uma estratégia de raciocínio que poderia ser tomada como processo a ser desenvolvido. Para esse desenvolvimento, poderiam ser tomadas outras ações importantes à ação de selecionar, que também poderiam ser desenvolvidas: classificar, descartar, organizar. Nesse sentido, o autor elencou uma gama de outros processos a serem considerados em programas de formação.

Quadro 1: Ilustração de processos a serem considerados em programas formativos

Exemplos de processos		
<i>Natureza do pensamento</i>		<i>Estratégias de raciocínio</i>
-Ampliação	-Modelação (ou modelagem)	-Abdução
-Associação	-Ordenação	-Contagem
-Classificação	-Orientação	-Cálculo
-Combinação	-Projeção	-Dedução
-Comparação	-Relação	-Heurísticas
-Composição	-Representação	-Indução
-Conceituação	-Simulação	-Iteração
-Deformação	-Transformação	-Otimização
-Descrição	-Variação	-Recursão
-Estimação	-Visualização	-Seleção
-Inclinação	- (...)	- (...)
-Localização		
-Medição		

Fonte: BAIRRAL, 2013.

Vale destacar que nem sempre é simples categorizar entre *Natureza do pensamento* e *Estratégias de raciocínio*. Calcular, por exemplo, pode ser visto tanto como aspecto do pensamento matemático quanto como estratégia de raciocínio. Mas, segundo o autor, o objetivo, com esse quadro, é mostrar possibilidades (BAIRRAL, 2013).

Esses processos podem ser desenvolvidos a partir de situações de aprendizagem diversas. Em Bairral e Maia (2012), há um exemplo de uma tarefa, desenvolvida com o suporte

do Google *Earth*¹⁶, fundamentada no processo de localizar e que, a partir disso, permitiu que os professores abordassem os conteúdos de distância entre dois pontos e de teorema de Pitágoras.

Em relação ao modo de trabalhar as tarefas, Bairral (2013, p. 15) indica que o desenvolvimento da linguagem e do raciocínio matemático ocorrem “simultaneamente em interação social. Neste processo, pensar é visto como uma forma individualizada da comunicação inter-pessoal. O que for criado por uma pessoa é um produto do fazer coletivo”. Nesse sentido, a colaboração, a interação, a comunicação, são elementos que estruturam as tarefas propostas pelo autor.

A partir desse cenário, o autor propõe um uso de tecnologia pautado pelos processos que se quer desenvolver. Bairral (2015) apresenta um relato de uma tarefa guiada pelo processo de conjecturar. Nessa tarefa, foi proposto que os alunos construíssem um quadrilátero qualquer no GeoGebra, marcassem o ponto médio de cada um dos lados e elaborassem uma conjectura em relação ao que poderiam dizer sobre o quadrilátero formado pela união desses pontos médios.

Essa tarefa foi realizada com alunos de um curso de licenciatura em Matemática, assim, o processo de conjecturar, priorizado pelo autor durante a tarefa, permitiu que os alunos elaborassem suas próprias conjecturas quanto às descobertas que faziam em relação aos quadriláteros que eram formados pela união dos pontos médios, por meio de investigações realizadas com o GeoGebra. Durante o processo de aprendizagem, os alunos criavam conjecturas, as analisavam e validavam-nas ou refutavam-nas por meio dessas investigações. Bairral (2015) afirma que os processos de visualização e dedução emergiram no trabalho dos estudantes. Além destes, o processo de medição emergiu devido ao uso do *software*.

Nesse sentido, “é importante sublinhar que o uso da tecnologia no ensino deve ser para o auxílio e a descoberta de algo que não seria possível desenvolvermos em meios convencionais” (BAIRRAL, 2013, p. 3).

¹⁶ Segundo a Wikipédia o Google Earth é Google Earth é “um programa de computador desenvolvido e distribuído pela empresa estadunidense do Google cuja função é apresentar um modelito tridimensional do globo terrestre, construído a partir de mosaico de imagens de satélite obtidas de fontes diversas, imagens aéreas (fotografadas de aeronaves) e sistema de informação geográfica 3D”. Disponível em: < pt.wikipedia.org/wiki/Google_Earth >. Acesso em: 23 de novembro de 2015.

A tecnologia deve participar do processo de aprendizagem de Matemática não apenas em um aspecto instrumental “faça com lápis e papel e, depois, faça no Geogebra”, mas para a problematização, a compreensão e o desenvolvimento conceitual da Matemática. Consonante a isso, o autor propõe um currículo impregnado de TIC (tecnologias da informação e comunicação), uma vez que o aparato tecnológico não serviria apenas à uma “perspectiva procedimental: o uso de determinado software subordinado à explicação prévia no quadro” (BAIRRAL, 2013, p. 3).

De modo geral, Bairral perspectiva um uso de tecnologia pautado no desenvolvimento de processos de pensamento, um cenário no qual o papel da tecnologia é promover o desenvolvimento de um processo objetivado pelo professor e, ainda, permitir que outros processos sejam trabalhados.

A última perspectiva que apresentamos nessa introdução, é a preconizada pelo professor José Armando Valente. Esse autor parte da ideia de letramento e, acredito, seja importante argumentar sobre isso antes de apresentar sua perspectiva de uso de tecnologia na educação.

A tecnologia é algo presente em nossa sociedade e, por isso, é algo que o aprendiz, como cidadão, deverá dominar. De acordo com Valente (2010a) as tecnologias da informação e da comunicação deixaram de ser compreendidas como meras ferramentas com as quais poderíamos executar tarefas, elas “estão sendo incorporadas ao nosso modo de ser, de interagir com os serviços e produções de bens, diminuindo os espaços e tempos de comunicar, de acessar e receber informação”. Assim, elas influenciam o nosso modo de agir e pensar, passando a ser estruturantes do nosso pensamento.

Nesse sentido surge a ideia de letramento digital. De acordo com o autor, o sujeito alfabetizado é aquele que consegue decodificar os sinais gráficos de determinado idioma. O sujeito letrado, por outro lado, mais que apenas decodificar os sinais, tem a capacidade de usar os conhecimentos adquiridos por meio da leitura e da escrita em outras práticas sociais. Em alusão a esse conceito, “é comum encontrarmos a expressão letramento digital designando o domínio das tecnologias digitais, no sentido de alguém não ser um mero apertador de botões (alfabetizado digital), mas sim ser capaz de usar essas tecnologias em práticas sociais” (VALENTE, 2010b).

A partir disso, o autor afirma que a tecnologia deve fazer parte dos processos de aprendizagem, a fim de que os alunos desenvolvam diferentes letramentos (internet, vídeos, fóruns de discussão, redes sociais) em relação à tecnologia.

Além de visar o letramento digital, o autor defende um uso de tecnologia integrado a atividades que atendam ao currículo. Ele entende que a tecnologia tem sido usada como um apêndice em processos educacionais, pois não tem um papel tão central quanto o lápis e papel, por exemplo, e, nesse contexto, o uso da tecnologia fica restrito, muitas vezes, à verificação de algum resultado que já tenha sido trabalhado em sala de aula.

Valente (2010c) cita um exemplo de uma atividade sobre o lançamento de um projétil, que representa uma possibilidade para um uso de tecnologia num sentido diferente do descrito acima. Se a turma contar com o recurso de um *software* que permita simulações desse lançamento, é possível realizar atividade “mais interessantes” que apenas aplicar fórmulas e calcular parâmetros. Os alunos poderiam, por exemplo, investigar qual a melhor angulação para que o projétil atinja um alvo específico para, então, estudar como representar matematicamente o movimento do projétil. Eles poderiam, ainda, voltar ao simulador a fim de atestar que a representação matemática é, realmente, válida.

Outro ponto importante da perspectiva de Valente, é que ela é pautada em atividades que atendam a um currículo da sala de aula digital. Da perspectiva dele, os conteúdos continuam os mesmos, mas os modos de abordá-los mudam. Essa mudança no modo de abordar os conteúdos, deve-se ao fato de que o currículo que aí está foi pensado para atividades a serem realizadas com lápis e papel. Assim, para a inserção massiva de tecnologia nas salas de aula, deve ocorrer uma mudança curricular para adequar o uso dessas tecnologias à um currículo (VALENTE, 2010c).

A proposta preconizada pelo autor, é que os alunos tenham acesso à tecnologia durante toda a aula e fora dela. Os professores não seriam mais responsáveis por transmitir informações a seus alunos, eles trabalhariam como mediadores de projetos que os alunos realizariam, tendo em vista um conteúdo a ser trabalhado, escolhido previamente pelo professor (VALENTE, 2010c). A partir dessa perspectiva, os alunos teriam mais participação na construção do próprio conhecimento durante as aulas.

Essa é a perspectiva defendida pelo autor, ao ser perguntado em relação à possibilidade de uso de recursos como *podcasts*, blogs e redes sociais. O autor afirma que

O que gostaríamos realmente que acontecesse é que esses recursos estivessem a serviço de um desenvolvimento curricular, ou seja, do que acontece na disciplina em sala de aula. Então, por exemplo, o aluno vai fazer um blog, vai tratar de um determinado assunto via blog, isso deveria estar vinculado. O professor deveria estar trabalhando esse conteúdo, esse material, junto com o aluno, de modo que nesse blog fosse tratado junto com outros assuntos, porque é impossível você ficar restrito só àquele assunto que o professor está tratando.

A partir dessas considerações, acreditamos que a perspectiva de uso de tecnologia de Valente fundamenta-se na perspectiva de um desenvolvimento curricular, que teria as mesmas disciplinas do currículo atual, mas que seriam abordadas de uma forma em que a tecnologia ocuparia um lugar central a fim de que o aprendiz possa desenvolver, simultaneamente, um letramento de conteúdos e um letramento tecnológico.

Apresentamos as perspectivas de uso de tecnologia desses três autores, a fim de destacar diferenças e semelhanças entre elas e entre elas e a nossa perspectiva, que apresentamos a seguir.

Nessa pequena apresentação, podemos dizer que uma das principais semelhanças entre as três perspectivas é que a tecnologia deve servir para promover atividades diferentes das que poderiam ser realizadas sem que houvesse o recurso tecnológico, a fim de promover outras atividades matemáticas, o desenvolvimento de diferentes processos de pensamento ou de diferentes letramentos.

2.1 Do outro lado da gangorra: nossa perspectiva de uso de tecnologia

A nossa perspectiva de uso da tecnologia em salas de aula, fundamenta-se no objetivo de promover interações, visando a ampliação de horizontes culturais a partir do compartilhamento de diferenças entre modos de produção de significados. Em outras palavras, fundamentamos essa perspectiva pensando em processos de interação e, a partir disso, problematizamos as possibilidades da inserção da tecnologia nesses processos.

Vamos começar falando sobre diferença. A diferença, que propomos discutir, refere-se à diferença entre modos de produção de significados. Pensamos em como ela pode acontecer e o que fazer com ela, se acontecer.

Tomaz Tadeu da Silva indica que, à primeira vista, é simples definir identidade e diferença. A identidade parece ser, simplesmente, aquilo que sou, “sou brasileiro”, “sou

negro”, “sou cristão”; enquanto que a diferença remete ao outro, ao que o outro é, ao que não sou eu, “ele é italiano”, “ela é branca”, “ela é atea”. A partir dessa perspectiva, identidade e diferença parecem ser coisas que simplesmente estão no mundo, que deveriam ser notáveis, evidentes a todos. A forma positiva como afirmamos a identidade, “sou brasileiro”, por exemplo, parece esconder uma relação que há entre identidade e diferença (SILVA, 2000).

A necessidade de se afirmar brasileiro existe porque existem não brasileiros. Essa afirmação, como todas as outras de identidade e diferença, é “parte de uma extensa cadeia de ‘negações’, de expressões negativas de identidade, de diferenças” (SILVA, 2000, p. 75). Assim, a afirmação “sou brasileiro” é um modo simplificado de afirmar todas as suas negações “não sou coreano”, “não sou argentino”. De modo oculto, é como se afirmasse tudo o que eu não sou, o que é diferente de mim; ou seja, algo que *denota* diferença entre mim e o outro.

O mesmo acontece com afirmações que dizem da diferença. Dizer “ela é coreana” é dizer “ela não é chinesa”, “ela não é argentina”, “ela não é brasileira”; portanto, ela não é o que eu sou, minha identidade. Visto dessa perspectiva, identidade e diferença são inseparáveis, pois, uma depende e constitui a outra.

É importante destacar que, desde esse ponto de vista, Silva (2000) não compreende a diferença como produto da identidade ou vice-versa, pelo contrário, ele acredita que identidade e diferença são mutuamente determinadas.

Vale salientar, também, que para Silva (2002, p. 2) “a diferença não tem nada a ver com o diferente. A redução da diferença ao diferente equivale a uma redução da diferença à identidade”. Assim, dizer “ela é coreana”, por exemplo, é dizer do diferente, é fixar uma identidade para o outro. Mas por dizer do outro, da identidade que fixei para ele, a afirmação “ela é coreana” *denota* diferença entre o que anunciei como a identidade dele e toda sua cadeia de negações, “ela não é japonesa”, “ela não é brasileira”, “ela é o que eu não sou”.

Outro aspecto importante a ser considerado, diz respeito à produção de identidade e diferença. Para o autor, elas não são elementos da natureza e nem têm uma natureza transcendental, que independem de quaisquer outros fatores para existirem. Silva (2000) defende que identidade e diferença são resultado de atos de criação linguística, ou seja, são ativamente produzidas e criadas por meio da linguagem. De acordo com o autor, apesar de parecer óbvia, essa afirmação é importante pois, “como tendemos a tomá-las como dadas, como ‘fatos da vida’, com frequência esquecemos que a identidade e a diferença têm que ser

nomeadas. É apenas por meio de atos de fala que instituímos a identidade e a diferença como tais” (SILVA, 2000, p. 76). Compreender identidade e diferença a partir da perspectiva de que são constituídas por meio de processos, não como coisas dadas, traz implicações que discuto mais à frente.

Por serem constituídas na linguagem, identidade e diferença só são compreendidas nos sistemas de significação em que adquirem sentido. Por exemplo, o signo gráfico “vaca” (ou seu correspondente fonético) não carrega nada em si mesmo que remeta ao que ele se refere. Ele poderia, inclusive, referir outra coisa ou coisa nenhuma (em outro idioma, por exemplo). Dizer, “de dentro” da língua portuguesa, “isso é uma vaca” é uma maneira simplificada de dizer “isso não é um cachorro”, “isso não é uma árvore”. O signo tem esse significado se considerado de dentro de certo sistema de significações (a língua portuguesa, nesse caso) no qual ele remete à coisa.

Isso ocorre com a identidade “ser brasileiro”. Afirmar-se com essa identidade cultural, faz sentido se considerados alguns aspectos. Não são considerados todos os aspectos possíveis. Por exemplo, se considerarmos como condição, para ser brasileiro, a necessidade de ser (verbo) humano, todos os humanos da Terra poderiam se dizer brasileiros. Mas não é isso que é considerado. À primeira vista pode parecer que a condição para ser brasileiro é, apenas, ter nascido no Brasil. Entretanto, apenas para pender a gangorra para o outro lado, vale ressaltar que há casos de pessoas que nasceram fora do Brasil, mas, por serem filhos de brasileiros, são consideradas brasileiras. E aí, será que esses são menos brasileiros que nós, brasileiros nascidos aqui no Brasil?

Se olharmos para a produção de identidade e diferença a partir da perspectiva do MCS, podemos dizer que elas são resultados de processos de produção de significados e que são constituídas de forma coerente ao modo de produção de significados de quem as enuncia. O que Silva (2000) denomina como sistema de significação, nós denominamos como modo de produção de significados.

Da perspectiva do MCS, acreditamos que nos constituímos a partir de culturas que são constituídas por legitimidades. Ao agirmos de forma coerente aos modos legítimos de produção de significados de dada cultura, imergimos nela, nos constituímos a partir das legitimidades que constituem aquela cultura (LINS, 2008).

Nesse sentido, compreendo a identidade como os significados possíveis em relação ao modo como produzo significado, em relação às legitimidades em que me constituo. Identidade é aquilo que pode ser eu, aquilo que não me é estranho. O diferente é aquilo que não pode ser eu. É o resultado de processos de produção de significados que não operam de acordo com legitimidades a partir das quais me constituo. E o diferente, ainda, remete ao processo pelo qual ele é constituído, ele remete à diferença entre meus modos de produzir significados, legítimos para mim, e modos outros de produzir significados, não legitimados na cultura que me constituo.

Dizer, então “ela é chinesa” também é, da perspectiva do MCS, dizer do diferente. Eu fixei, para o outro, uma identidade que é possível para mim. Ou seja, é possível que eu diga “ela é chinesa”, que eu a reconheça a partir dessa identidade. Mas, essa afirmação diz de uma diferença entre mim e ela; entre modos de produzir significados que, a partir da minha enunciação, me constituem como brasileiro e a constituem como chinesa.

Assim como é para Silva (2000), acredito que identidade e diferença são produzidas mutuamente. Elas são inseparáveis pois dependem, de igual modo, dos processos pelos quais produzo significados.

A luta pelo poder determina que modos de produção de significados são legítimos no interior das culturas (LINS, 1997). Uma consequência disso é que, o modo de produção de significado do dominante determina o que é a identidade, o normal, e o que é diferente. “A força da identidade normal é tal que ela nem sequer é vista como uma identidade, mas simplesmente como a identidade. [...] Numa sociedade em que impera a supremacia branca, por exemplo, “ser branco” não é considerado uma identidade étnica ou racial” (SILVA, 2000. p. 83).

No âmbito educacional, vemos isso na determinação de um currículo escolar, por exemplo. Determinar que currículo deve ser executado é um modo de dizer quais conhecimentos são válidos. Entretanto, entender identidade e diferença como resultados de processos (linguísticos ou de produção de significados), como uma construção social, que não têm natureza transcendental, é um modo de permitir outros questionamentos em relação ao conhecimento que está sendo ensinado, que questionem a identidade imposta. Ao invés de se perguntar, apenas, “quais são os conhecimentos válidos?”, se torna possível a pergunta “quais

são os conhecimentos *considerados* válidos?” (SILVA, 2004). Tencionando a discussão de uma outra forma.

Lins e Gimenez (1997) falam dessa luta, na determinação de conhecimentos válidos, a partir da constituição de “mundos diferentes”, o da escola e o da rua. Na escola se aprende uma matemática; “a matemática”. Nela, faz todo o sentido realizar cálculos que envolvem irracionais como o π (pi) ou números complexos. É perfeitamente normal pensar em números sem que eles façam referência a quantidades; qual seria o sentido de, por exemplo multiplicar dois valores negativos se eles representassem, de fato, duas dívidas bancárias?

Mas na rua, não. Na rua os significados são outros. Na rua números são usados para calcular *coisas*: distância, tempo, quantidade, preço. As operações que aprendemos na escola não pertencem à rua; “nenhum de nós espera encontrar na rua um número como $\sqrt{2}$, e menos ainda um número imaginário: Você já pensou que surpresa se o número da casa de seu amigo fosse $\sqrt{-256}$?” (LINS, 1997, p. 14).

Mas os significados do mundo da escola “sempre vencem” na sala de aula. Eles são a identidade. Uma consequência direta disso são as “perspectivas facilitadoras”, que tentam trazer a rua para a escola, o “real” para o “mundo imaginário perfeito” ao qual a matemática se destina. Nesse contexto, os significados da rua que são introduzidos no ambiente escolar, são usados, apenas, como pontes para os significados da escola, “aqueles que são, realmente, importantes”. Como se o que se produz na rua fosse uma visão imperfeita da realidade mais bem representada pela matemática escolar.

No fim das contas, os alunos voltam à rua sem nada de novo. Nada que poderá ser usado por eles na rua. O que houve, em sala de aula, não se constituiu como uma oportunidade de ampliação de seus modos de produção de significados, seus horizontes culturais. Pelo contrário, foi a negação de um modo legítimo para eles em detrimento de outro, a matemática escolar, que não lhe parece útil, que não é própria de seu cotidiano. Em outras palavras, acreditamos que trabalhando “apenas da perspectiva de que significados matemáticos são absolutamente superiores aos significados não-matemáticos, a escola tem tido o efeito de estreitar as possibilidades cognitivas dos alunos, quando deveria ampliá-las [...]” (LINS & GIMENEZ, 1997, p. 28).

A perspectiva de compartilhar diferenças entre modos de produção de significados vai além de apenas introduzir, no ambiente escolar, significados que não são próprios dele, que

não são produzidos por seus modos legítimos de produzir significados. Nessa perspectiva, não basta reconhecer o diferente, o resultado de outros processos, o mais importante é saber do processo pelo qual o diferente é gerado, é lidar com a diferença.

Silva (2002, p. 2) apresenta duas teses que nos ajudam a pensar a partir dessa perspectiva, segundo o autor “A diferença não é uma relação entre o um e o outro. Ela é simplesmente um devir-outro” e “Quando falamos de diferença, não estamos perguntando sobre uma relação entre x e y, mas, antes, sobre como x devém outra coisa”. Portanto, diferente de pensar numa relação entre significados da rua e significados da escola, como nas perspectivas facilitadores, propor o compartilhamento de diferenças entre processos de produção de significados é um modo de ir além, de buscar conhecer como o significado se constitui outro, diferente do que me é possível, do que é a identidade para mim.

Acredito que para lidar com a diferença é necessário a disposição de ler o outro a partir das legitimidades que o constituem. É uma tentativa diferente daquela que busca dizer o que o outro é, ou onde o outro está, tendo como referência um quadro que denota os objetivos a serem alcançados. A disposição de ler o outro pressupõe que o outro é o que eu não posso ser. Ele é diferente de mim como processo e não apenas como resultado, como diferença e não apenas como diferente. A partir disso o objetivo é ler para poder dizer, plausivelmente, do que é que o outro está falando, do modo como o outro se constitui, produz significados (LINS, 2008).

Aqui entra em jogo a noção de descentramento: o esforço de entender do que o outro fala, sem tomar como naturalizados os meus próprios modos de produzir significados, a fim de estabelecer um espaço comunicativo (de compartilhar interlocutores) com o outro para que, a partir daí, possamos dizer coisas novas (OLIVEIRA, 2012). Em outras palavras, poderíamos dizer do processo de descentramento do seguinte modo:

Não sei como você é; preciso saber. Não sei também onde você está (sei apenas que está em algum lugar); preciso saber onde você está para que eu possa ir até lá falar com você e para que possamos nos entender, e negociar um projeto no qual eu gostaria que estivesse presente a perspectiva de você ir a lugares novos. (LINS, 1999, p. 85).

“Como você é” e “onde você está” dizem respeito, nesse caso, a modos legítimos de produzir significados de acordo com as legitimidades que constituem o outro ao qual o autor se refere.

Há um exemplo usado nos trabalhos de Lins (1997, 2012) que pode nos ajudar a argumentar a favor do que propomos aqui. Digamos que um aluno produza significado para equações a partir da balança de dois pratos, ou seja, ele entende que para manter o equilíbrio, é preciso que sejam feitas as mesmas operações dos dois lados da balança. O professor propõe que ele resolva a seguinte equação: $x + 10 = 30$. Enquanto o professor pode pensar com “passa o 10 positivo para o outro lado do igual trocando o sinal, resultando em $x = 20$ ”, o aluno pode pensar “para manter o equilíbrio da balança, se eu tiro 10 quilos de um lado eu devo tirar 10 quilos do outro. Como $30 \text{ quilos} - 10 \text{ quilos} = 20 \text{ quilos}$, tenho $x = 20 \text{ quilos}$ ”.

As legitimidades, nesse caso, são diferentes. Enquanto o professor opera a partir de operações matemáticas, trocando o sinal, simplificando os cálculos, o aluno opera tendo em vista manter uma balança em equilíbrio. Se o professor pedir para esse aluno resolver a equação $x + 30 = 10$, é possível que ele diga “Professor, essa não dá para resolver”, pois como ele poderia tirar 30 quilos, do lado direito da balança, sendo que há apenas 10 quilos? (LINS, 2012).

O descentramento, por parte do professor, seria a tentativa de compreender o modo a partir do qual o aluno opera e que torna legítima a afirmação “Professor, essa não dá para resolver”. É no momento em que professor compreende que seu modo de produzir significado é diferente do modo do aluno, que ele pode dizer que acredita que sabe da diferença entre o que ele e o aluno estão pensando e, então, dizer como o aluno pode pensar diferente (LINS, 2008).

É na tentativa de não naturalizar certo modo de produzir significado, não fixá-lo como a identidade, que reside a possibilidade de compreender a diferença, saindo das beiradas, de dizer, de longe, o que o outro é e indo para o centro, tentando compreender como o outro vem a ser o que é. Nas palavras de Silva (2002, p. 2), “a identidade joga pelas pontas; a diferença, pelo meio”, então, o que propomos aqui é a tentativa de jogar com a diferença, por meio dela.

Nesse sentido, compreendemos o compartilhamento da diferença como uma oportunidade para a ampliação de horizontes culturais. Ao agir de acordo com um outro modo de produção de significados, diferente do que é natural para mim, novos significados tornam-se possíveis, ampliando meus horizontes culturais.

Diferente do que seria se o objetivo fosse promover a identidade da matemática escolar ao invés de compartilhar diferenças, não é preciso abrir mão de um modo de produção de significado em detrimento de outro, pois a diferença não é negada em sala de aula. De uma outra forma, há a possibilidade de optar por algum desses diferentes modos produzir significado, de acordo com a atividade na qual me insiro.

Nesse sentido, compartilhar diferenças é um modo de mostrar quando e porque certas coisas são legítimas num lugar, numa atividade, e não são legítimas noutra. E há, então, uma oportunidade de operar com outro modo de produção de significados, se constituindo a partir de outra cultura; pensando a partir de outros, novos, objetos, mesmo não tendo a necessidade de abrir mão dos objetos “antigos”.

A partir dessa perspectiva, novos modos de produção de significados, diferentes daqueles “esperados” pelo professor e diferentes, também, dos da matemática escolar, podem ser propiciados pelo uso de aparatos tecnológicos, em sala de aula. Essa possibilidade fundamentada na perspectiva de compartilhar diferenças, apresentada anteriormente, se caracteriza como uma oportunidade para aprender, para a ampliação de horizontes culturais.

Vale ressaltar que não fundamentamos essa perspectiva de uso da tecnologia em salas de aula sobre ideia de, apenas, usar a tecnologia a favor de ensinar matemática. Pelo contrário, esperamos que significados “não-matemáticos” sejam produzidos em sala de aula. Concordamos com Lins e Gimenez (1997) ao afirmarem que tanto os significados científicos, tais como a matemática, quanto os significados da rua, são parte do processo de organização da atividade humana e, por isso, um não deve ser privilegiado em relação ao outro.

Na continuação desse capítulo, apresento dois episódios que representam possibilidades de como aparatos tecnológicos, Scratch e GeoGebra, podem proporcionar diferentes modos de produção de significados. Com esses episódios pretendo demarcar o modo pelo qual cada processo de produção de significados ocorreu para poder dar destaque a diferenças entre esses modos.

2.2 Jogo das Moedas

Um professor, em sala de aula, apresenta para seus alunos um jogo denominado Jogo das Moedas, programado no Scratch¹⁷. O jogo funciona da seguinte forma:

Quatro moedas são apresentadas com as coroas voltadas para cima. Em cada jogada vire três moedas. Para jogar basta clicar em três moedas, que ficarão selecionadas, assim que clicar na terceira moeda, as três moedas selecionadas são viradas, deixando a face oposta voltada para cima.

Figura 1 – Jogo das Moedas no Scratch



Fonte: Elaborada pelo autor

Qual é o número mínimo de jogadas necessárias para que todas as moedas exibam com coroas voltadas para cima?

A partir desse enunciado, certo grupo de alunos apresentou uma estratégia para vencer o jogo. Essa estratégia é apresentada na figura 2.

Figura 2 – Uma estratégia utilizada por um grupo de alunos para vencer o jogo

¹⁷ De acordo com o site oficial do Scratch (<https://scratch.mit.edu/>): Scratch é uma linguagem de programação livre, e uma comunidade online onde você pode criar suas próprias histórias interativas, jogos e animações.



Fonte: Elaborada pelo autor

Com essa sequência de movimentos, os alunos conseguiram atingir o objetivo do jogo em quatro jogadas. Nessa estratégia, eles utilizaram apenas aquilo que o jogo lhes fornecia, ou seja, realizaram movimentos nas peças, atentos às regras do jogo, tendo em vista seu objetivo.

Dizer, nesse caso, que quatro é o menor número de jogadas, pode ter como justificacão o fato de não haver jogadas “inúteis” tendo em vista o objetivo de vencer o jogo. Ou seja, eles não fizeram movimentos que voltassem todas as moedas para coroa, por exemplo, pois aumentaria o número de jogadas necessárias para vencer.

Denominamos esse modo de operar, de encontrar uma solução para o jogo, como *modo de produção de significados do jogador*. Os alunos que operaram de acordo com ele, não operaram com coisas de “fora” do jogo. O seu modo de produzir significados, é operado de acordo com os objetos que constituem o objeto como um jogo, com regras, modo de jogar, com um objetivo a ser atingido. Assim, por mais que pareça redundante, é legítimo dizer que o jogador pensa o jogo como algo a ser jogado.

Com isso, queremos dizer que *jogar o jogo* é uma atividade legítima para a sala de aula, pois, jogando, agindo a partir do modo de produção de significados do jogador, os alunos conseguiram atender à necessidade da atividade proposta pelo professor.

Leontiev (1978), afirma que a atividade se constitui por três noções principais: necessidade, motivo e objeto, que chamaremos de objetivo para não confundir com a noção de objeto do MCS. A necessidade é o que provoca uma atividade. Resolver o problema proposto pelo professor, por exemplo, pode ser a necessidade que provocou a atividade dos alunos do

exemplo anterior. O objeto é o propósito, o objetivo que satisfaz a necessidade. No caso da atividade com o Jogo das Moedas, o objetivo é saber qual o número mínimo de jogadas necessárias para vencê-lo.

Ao coincidirmos necessidade a um objetivo, temos o motivo da atividade. O motivo é o que impulsiona a atividade: “uma vez que a necessidade encontra a sua determinação no objeto (se “objetiva” nele), o objeto torna-se motivo da atividade, aquilo que o estimula” (LEONTIEV, 1978, p. 107). Em relação ao caso que apresentamos, a necessidade de resolver o problema se objetivou em saber qual o número mínimo de jogadas, e isso se tornou motivo da atividade dos alunos que se lançaram nela.

Assim, se tomarmos a atividade como unidade de análise, poderemos afirmar que o modo de produção de significados do jogador é, também, um modo legítimo na sala de aula. Nossa perspectiva é que, a partir desse entendimento, o professor poderia propor outras atividades, nas quais o modo de produção de significado do jogador possa não ser tão eficiente. Por exemplo: “E se ao invés de quatro, tivéssemos cinco, seis... vinte moedas, e mantivéssemos a regra de virar três moedas a cada jogada. Qual seria o número mínimo de jogadas necessárias para vencer o jogo em todas essas configurações?”.

Diante disso, vamos supor que os alunos tentam alguma generalização para não ter que resolver o jogo todas as vezes. Para isso, eles começam resolvendo o jogo com cinco moedas, operando com estratégias de um jogador, mas tendo em vista a generalização do número mínimo de jogadas necessárias para vencer em todas as configurações propostas pelo professor.

Figura 3 – Jogo com cinco moedas



Fonte: Elaborada pelo autor

Jogando, eles podem concluir que é possível vencer o jogo com cinco moedas em apenas três jogadas. Para o jogo de seis moedas, os alunos não precisam jogar. Pois, virando três moedas por jogada, é possível vencer o jogo, com essa configuração, em apenas duas jogadas.

A partir daí, ao invés de jogar o jogo com sete moedas, os alunos operam da seguinte forma: $7(\text{moedas}) = 4(\text{moedas}) + 3(\text{moedas})$. Sabemos que para vencer um jogo com quatro moedas são necessárias, no mínimo, quatro jogadas. Então, é possível vencer um jogo com sete moedas em, no mínimo, cinco jogadas: quatro jogadas para quatro moedas e mais uma jogada para virar as três moedas que restam.

Nesse sentido, um jogo com 8 moedas poderia ser visto como: $8(\text{moedas}) = 4(\text{moedas}) + 4(\text{moedas})$. Desse modo, um jogo com 8 moedas seria vencido em 8 jogadas: quatro jogadas para as quatro primeiras moedas, e mais quatro jogadas para as moedas que restam. Mas será que esse é o menor número de jogadas possíveis?

O jogo com 8 moedas poderia ser visto, ainda, como: $8(\text{moedas}) = 5(\text{moedas}) + 3(\text{moedas})$. Desse modo, seriam necessárias 3 jogadas para vencer o jogo com cinco moedas e mais uma jogada para as moedas que restam. Ou seja, o jogo seria vencido em apenas 4 jogadas. Os alunos mantêm esse modo de operar para as demais configurações do jogo.

Quadro 2: Número mínimo de jogadas

Número de moedas	Decomposição	Número de jogadas
8	5 + 3	4
9	3 + 3 + 3	3
10	5 + 5	6
11	6 + 5	5
12	6 + 6	4
13	5 + 8	7

Fonte: Elaborado pelo autor

Os alunos fazem esse esquema e obtêm o menor número de jogadas necessárias para vencer os jogos que são compostos de 4 a 20 moedas. Esses resultados ordenados, em ordem crescente de acordo com o número de moedas por jogo, resultam na seguinte sequência:

$$4, 3, 2, 5, 4, 3, 6, 5, 4, 7, 6, 5, 8, 7, 6, 9, 8$$

Os alunos concluem, então, que a sequência dos números que representam o menor número de jogadas segue o seguinte padrão: inicia em 4 decresce uma unidade duas vezes e, em seguida, cresce 3 unidades. E a sequência do número de moedas por jogo inicia em 4 e cresce de unidade em unidade: 4, 5, 6, 7 ...

Considerando que a quantidade de jogadas será representada, sempre, por um número natural, pois não podemos ter “meia jogada”, por exemplo, os alunos relacionam essas duas sequências do seguinte modo:

Sendo x o número de moedas e m o número de jogadas, onde $x \geq 4$, temos:

$$\text{Se } \frac{x-1}{3} = n \in N \text{ então } m = n + 3$$

$$\text{Se } \frac{x-2}{3} = n \in N \text{ então } m = n + 2$$

$$\text{Se } \frac{x-3}{3} = n \in N \text{ então } m = n + 1$$

Assim, quando o professor pergunta qual o número mínimo de jogadas necessárias para vencer um jogo com 24 moedas, por exemplo, os alunos obtêm a resposta da seguinte forma:

$$\frac{24-1}{3} \cong 7,667 \therefore n \notin N$$

$$\frac{24-2}{3} \cong 7,333 \therefore n \notin N$$

$$\frac{24-3}{3} = 7 \text{ então } m = 7 + 1 \therefore m = 8$$

8 jogadas

Denominamos esse modo de operar como *modo de produção de significados do matemático*. Diferente do jogador, o matemático não usa como justificção apenas o que ele

pode fazer no jogo. No caso que exemplificamos aqui, os alunos operaram de uma maneira que permitiu generalizar a relação entre o número de moedas e o número mínimo de jogadas necessárias para vencer o jogo. Suas enunciações fundamentaram-se no que eles podem dizer a partir da Matemática. É legítimo afirmar, inclusive, que no decorrer dessa atividade, os alunos deixaram de operar com o Jogo das Moedas, para operar com os objetos da matemática do matemático: as operações e regras Matemáticas que permitiram a generalização.

Chamamos atenção para um detalhe importante para compreender a diferença que fizemos entre o modo do jogador e o modo do matemático de produzir significados. Da perspectiva do MCS, um conhecimento é uma crença-afirmação com uma justificação. Nesse caso, a afirmação pode parecer a mesma “para vencer um jogo com quatro moedas, serão necessárias quatro jogadas”, mas, como mostramos nos exemplos, as justificações são diferentes. Enquanto jogadores, os alunos falam a partir das regras do jogo e do fato de terem escolhido as melhores jogadas para vencê-lo e, enquanto matemáticos, eles falam a partir de resultados que obtiveram com a generalização do jogo.

É nesse sentido que destacamos diferenças. Apesar de resultarem na “mesma” resposta, o processo pelo qual as respostas foram obtidas foi diferente em cada um dos momentos. Neste caso, ir além de apenas reconhecer o diferente para lidar com a diferença, seria conhecer esses dois processos.

Numa sala de aula tradicional, ou a partir de uma perspectiva que usa o jogo como ponte para o conteúdo matemático a ser ensinado, o modo como os jogadores operam seria, talvez, deixado de lado, negado, em detrimento do modo dos matemáticos. Mas da perspectiva que acreditamos, ambos os modos são legítimos, pois os consideramos a partir das atividades nas quais cada um é legitimado.

Indo além, a partir da perspectiva de compartilhar diferenças, o modo de produção de significado do jogador é legítimo e *desejável* em sala de aula. Desejável, pois queremos que ele apareça para que possamos dizer ao aluno que existem outros modos de produção de significados (a Matemática, por exemplo) que, apesar de não pertencerem ao cotidiano deles, também são legítimos, pois oferecem resultados que atendem às necessidades de outras atividades.

Entendemos que o modo de produção de significados do jogador é proveniente do cotidiano do aluno, da rua. Ao permitir o jogar, temos uma possibilidade de explicitar e dar

legitimidade, na sala de aula, a esse modo de produção de significado. A partir dessa perspectiva, a Matemática se constitui como um novo modo de produção de significados, novo para o aluno, que não precisa substituir o modo do jogador pelo da Matemática, pois entende que ambos são legítimos de acordo com a atividade.

Com isso, podemos ressaltar que não acreditamos na perspectiva que o aluno aprende Matemática jogando ou que melhora, enquanto jogador, ao aprender Matemática. Eles estão em atividades diferentes ao operarem de acordo com cada um desses modos, portanto eles produzem significados diferentes (LINS, 2012). Além disso, não acreditamos que haja alguma Matemática no jogo, pelo mesmo motivo que não acreditamos que haja conhecimento nos livros; Matemática só existe no jogo enquanto nos colocamos a fazer afirmações sobre ela.

Apenas para radicalizar, talvez nem seja interessante dizer que temos um jogo se queremos, apenas, explorar aspectos da matemática a partir dele, sem considerar a possibilidade de jogar por jogar. Pois, como destacamos, no modo de produção de significado do matemático o objeto jogo foi constituído como algo que o representou matematicamente, e não como algo a ser jogado. Nos parece que jogar para discutir apenas aspectos de alguma matemática presente no jogo, é algo muito próximo de certas propostas que algumas mães fazem a seus filhos: “Filho, vamos brincar de lavar a louça?”, ou “Filho, vamos brincar de quem arruma o quarto mais rápido?”. Então, joguemos por jogar.

Como dissemos no primeiro capítulo, acreditamos que a disposição de professor e alunos é o que muda quando se colocam na atividade de aprendizagem como uma possibilidade de compartilhar diferenças. Propor atividades nas quais um modo de produção de significados é mais eficiente que outro, é uma forma possibilitar o acontecimento da diferença e o compartilhamento dela. E, assim, possibilitar a ampliação dos horizontes culturais de professor e alunos, ao constituírem novos interlocutores para tratar das diferenças que acontecerem.

Se parássemos esse episódio por aqui, poderíamos dizer que a tecnologia foi útil nesse caso, pois o professor não precisou levar mais de 20 moedas para cada grupo de alunos. Assim, a tecnologia possibilita atividades como essa, que não são possíveis, ou que são mais difíceis de serem realizadas, sem o recurso tecnológico. Isso tudo baseado na perspectiva de que diferentes atividades possibilitam diferentes modos de produção de significados; algo que queremos durante as aulas.

No entanto, além dos dois modos de produção de significados destacados anteriormente, vemos, ainda, outra possibilidade. Digamos que os alunos estariam interessados em compreender como o jogo foi desenvolvido, programado. Denominamos como *modo de produção de significado do designer* o modo de operar de quem se coloca na atividade de compreender o desenvolvimento do jogo.

Enfatizamos o aluno concebendo essa atividade, e não o professor propondo, pois é uma tentativa de reforçar que, da perspectiva de compartilhar diferenças de modos de produção de significado, não são apenas as atividades propostas pelo professor que podem ser consideradas como atividades legítimas para a sala de aula. A ideia é que a tecnologia possibilite outras enunciações tanto para professores quanto para alunos proporem atividades.

Voltando ao exemplo, como determinamos que três moedas sejam selecionadas antes delas virarem ao contrário? Como programar o jogo para contar o número de jogadas? Que imagens escolher? Qual será o *layout* do jogo? Essas são perguntas que alguém, que está operando de acordo com modos de produção de significado do *designer*, poderia fazer. Assim, o *designer* concebe o jogo como algo a ser jogado, mas olha para a dimensão de como uma estrutura por trás de objetos trata os eventos, ações de um usuário, e, para isso, escreve algoritmos traduzidos em uma linguagem própria do *software* para, em conjunto com os elementos gráficos, fazer o programa funcionar como um jogo.

Deste modo, suas enunciações se constituem em direções que permitem dizer da estrutura do jogo e, por isso, se constituem em direções diferentes daquelas que atendem às necessidades das atividades propostas pelo professor no exemplo anterior.

Denominamos esse modo como *modo de produção de significados do designer* pois compreendemos que a função principal de um *designer* é planejar ou conceber um projeto. Assim, questões voltadas tanto à programação quanto à estruturação, *layout*, do jogo, são questões que um *designer* provavelmente faria.

Nos casos dos modos do jogador e do matemático, o motivo de suas atividades parecia ocorrer devido a necessidades advindas de propostas do professor. No caso do modo do *designer*, há uma atividade que não foi pensada pelo professor, e que os modos de produção de significados do jogador e do matemático não dão conta de resolver. Nesse caso, abre-se a oportunidade de tentar falar com o aluno para compreender seu modo de produção de

significados e compreender, também, qual a necessidade que levou o aluno a constituir aquela atividade, a fim de participar da atividade com ele.

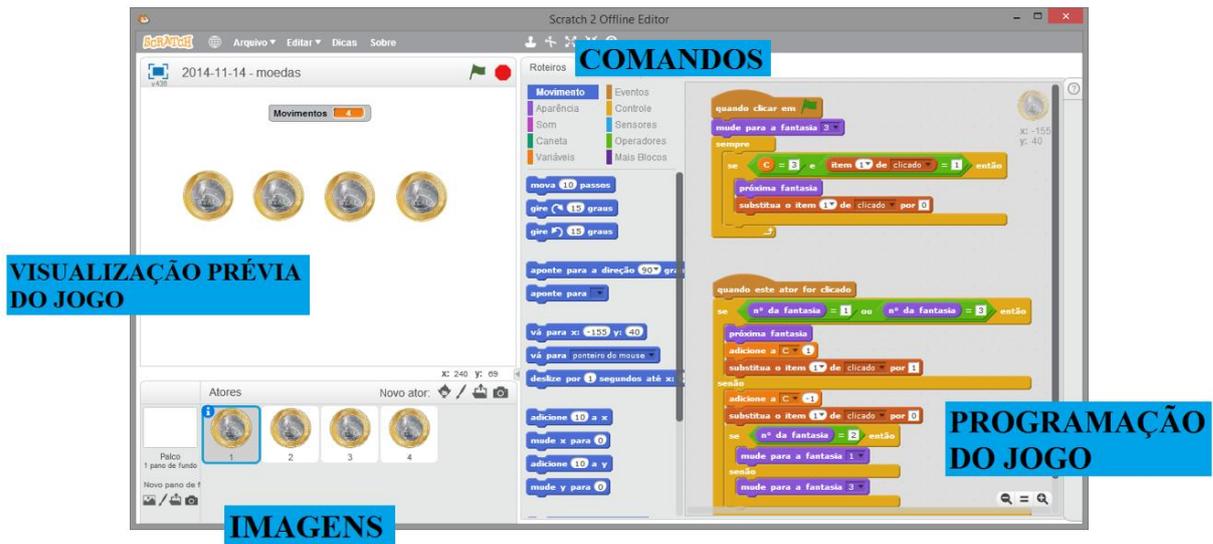
O uso da tecnologia permitiu que essa atividade fosse concebida pelo aluno nesse exemplo, pois se o jogo fosse realizado com moedas “de verdade”, não haveria, talvez, a necessidade de compreender como ele foi desenvolvido.

Em relação ao exemplo dos modos do jogador e do matemático, ensinar como uma tentativa de compartilhar diferenças entre modos de produção de significados, está ligado a falar com o outro (aluno) a fim de conhecer o lugar cognitivo a partir do qual ele fala para, então, poder dizer de outras formas de produção de significados que atendem ao motivo ou propor outras atividades que “forcem” outros modos de produção de significados.

No exemplo do modo de produção de significados do *designer*, essa perspectiva de ensinar passa pela tentativa de compreender qual o motivo da atividade dos alunos que se colocam a falar nessa direção, para, então, compreender o modo como eles produzem significados.

Como nesse exemplo as enunciações dos alunos se constituem numa direção que visa compreender o desenvolvimento do jogo, podemos dizer que as justificações se firmam no que é possível fazer ao trabalhar com o *software* no qual o jogo foi programado, o Scratch. Se o jogo fosse programado no GeoGebra, por exemplo, as justificações seriam outras, pois as ferramentas disponibilizadas e a linguagem de programação, são diferentes das disponíveis e aceitas pelo Scratch.

Figura 4 – Layout do Scratch



Fonte: Elaborada pelo autor

No primeiro caso, no qual destacamos os modos de produção de significados do jogador e do matemático, podemos dizer que a tecnologia se constituiu como um instrumento útil à prática do professor pois, a partir do que era possível fazer com o jogo, o professor pode criar outras necessidades, que colocaram os alunos em outras atividades, criando demandas para a constituição de diferentes modos de produção de significados. O que possibilita o compartilhamento da diferença, à medida em que certo modo não atende ao motivo de certa atividade, o que pode fazer o aluno mudar de modo como produz significados a fim de atendê-la.

No segundo caso, apresentamos um exemplo no qual a tecnologia possibilitou que o aluno constituísse uma atividade diferente da que foi proposta pelo professor. Nesse sentido, a tecnologia pode cumprir um papel fundamental acerca da aprendizagem como oportunidade para o compartilhamento da diferença entre modos de produção de significados: a partir do aparato tecnológico, o aluno pode, por ele mesmo, falar em outras direções. Criando demandas para o surgimento de modos de produção de significados que o professor, eventualmente, não planejou para o momento da aula.

O que há de comum em ambos os casos é a ideia da tecnologia possibilitar diferentes atividades, diferentes enunciações, e diferentes modos de produção de significados.

Acreditamos que essas possibilidades da tecnologia são coerentes à ideia de ensino como uma oportunidade de vir a ser para professores e alunos, pois podemos nos constituir como diferentes do que somos, em outra cultura, a partir de outro modo de produção de

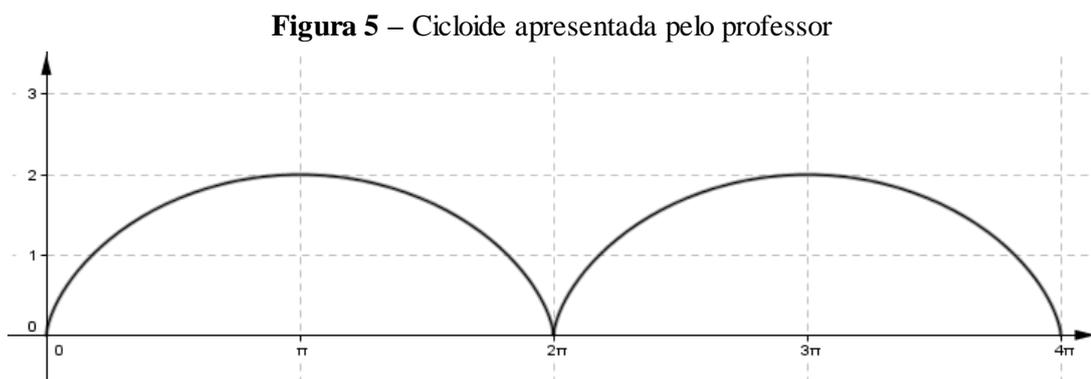
significado, para falarmos em direções que atendam ao motivo de uma nova atividade. Isso sustenta a ideia de que aprender é mergulhar em culturas e poder participar delas, ou seja, agir de forma coerente aos modos de produção de significados de dada cultura, para poder participar de suas atividades (LINS, 2005).

Mas... aprender o quê? Esse capítulo seria nomeado como “[...] e uma perspectiva de uso da tecnologia em salas de aula de matemática a partir dessa crença”. O “de matemática” foi abandonado quando passamos a acreditar que a partir da perspectiva de tentar compartilhar diferenças, não devemos dizer *de que* será a aula. Afinal, não sabemos quais serão os modos de produção de significados a partir dos quais os alunos irão operar e não sabemos, também, quais atividades (necessidades e motivos) eles constituirão durante a aula. Com isso, ao invés de dizer que é “aula de matemática”, preferimos dizer que, talvez, só seja aula de aprender. Ou como Lins diria, “a educação matemática que proponho talvez, às vezes, nem tenha Matemática” (2008, p. 548).

Além do compartilhamento da diferença, esses exemplos se caracterizam como possibilidades de dar legitimidade ao conhecimento matemático desenvolvido em sala de aula, pois ele é desenvolvido de acordo com demandas que geram necessidades e inserem o aluno em atividades. Nesse contexto, o modo de produção de significados do matemático é *um* meio pelo qual os alunos podem atender aos motivos dessas atividades.

2.3 Representação geométrica de uma cicloide

Vamos agora a outro exemplo a partir do qual tecemos outras considerações quanto à nossa perspectiva de uso da tecnologia em sala de aula. Um professor sugere a seguinte tarefa a seus alunos: “Na atividade de hoje, vocês devem construir a seguinte cicloide no GeoGebra”, apresentando a imagem abaixo.



Fonte: Elaborada pelo autor

Supomos que um grupo de alunos saiba que uma cicloide iniciada na origem de um sistema de eixos, criada por uma circunferência de raio r , consiste nos pontos (x,y) com

$$\begin{cases} x = r(t - \text{sen}(t)) \\ y = r(1 - \text{cos}(t)) \end{cases}$$

Em que t é um parâmetro real, e corresponde ao centro do círculo que se desloca girando sobre o eixo x . Além disso, digamos que esses alunos saibam, também, que o comprimento de uma circunferência é dado por duas vezes π , vezes o comprimento do raio, $C = 2\pi r$, e que para obter uma cicloide com duas evoluções é preciso que a circunferência dê duas voltas, assim, t deve variar de 0 a 4π . A partir dessas hipóteses iniciais, os alunos utilizam o comando Curva do GeoGebra, que tem a seguinte sintaxe:

Curva[<Expressão>, <Expressão>, <Variável>, <Valor Inicial>, <Valor Final>]

Essa sintaxe exige que nomeemos cinco parâmetros para que o comando seja executado. Os dois parâmetros denominados <Expressão> referem-se aos parâmetros que definem a curva em x e em y , respectivamente. Em seguida, é necessário nomear qual a variável dos parâmetros de x e y . Por exemplo, se indicamos $x = r(t - \text{sen}(t))$ como expressão do primeiro parâmetro do comando Curva, a variável nomeada será t , e, assim, devemos substituir o parâmetro <Variável> por t . Os dois últimos parâmetros do comando referem-se ao <Valor Inicial> e ao <Valor Final> assumido pela variável, no conjunto dos Reais.

Antes de executar o comando no GeoGebra, os alunos escrevem a equação paramétrica que gera a cicloide que o professor requisitou, para poderem escrever os parâmetros da equação paramétrica na linguagem que o GeoGebra aceita.

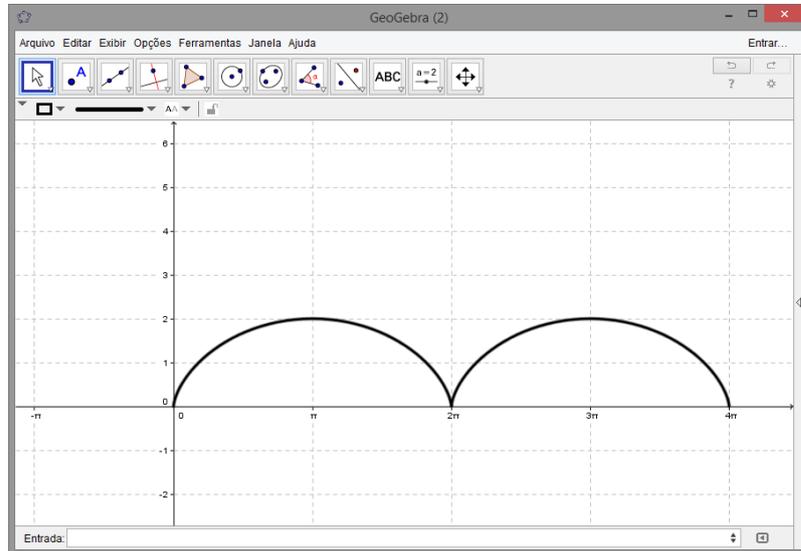
$$\begin{cases} x = 1(t - \text{sen}(t)) \\ y = 1(1 - \text{cos}(t)) \end{cases}$$

Nesse caso, o raio da circunferência que gera a cicloide é 1, pois a cicloide varia de 0 a 2 em y , e a variável t assume valores entre 0 e 4π , pois esse é o intervalo necessário para obter uma cicloide com duas evoluções. Traduzindo esses parâmetros para a linguagem do GeoGebra, os alunos obtêm o seguinte comando:

Curva[(t - sen(t)), (1 - cos(t)), t, 0, 4π]

Assim que os alunos executam o comando, o GeoGebra lhes retorna a seguinte imagem na Janela de Visualização.

Figura 6 – Cicloide no GeoGebra



Fonte: Elaborada pelo autor

Assim, dizemos que os alunos resolveram o desafio proposto pelo professor.

Afirmamos que os alunos basearam suas enunciações, feitas com comandos no GeoGebra, a partir da equação paramétrica geral de cicloide. Essa equação paramétrica geral teve seus parâmetros adequados a um caso particular, o caso da cicloide que o professor propôs, e, então, os alunos traduziram esses parâmetros à linguagem de comandos do GeoGebra.

É plausível dizer que esses alunos operaram a partir da representação algébrica da cicloide, uma vez que obteriam a representação geométrica da cicloide desejada a partir de sua representação algébrica, uma equação paramétrica. Os alunos estavam certos de que obteriam a cicloide desejada se a construíssem a partir de sua representação algébrica; essa poderia ser uma justificação para as enunciações que fizeram com comandos no GeoGebra.

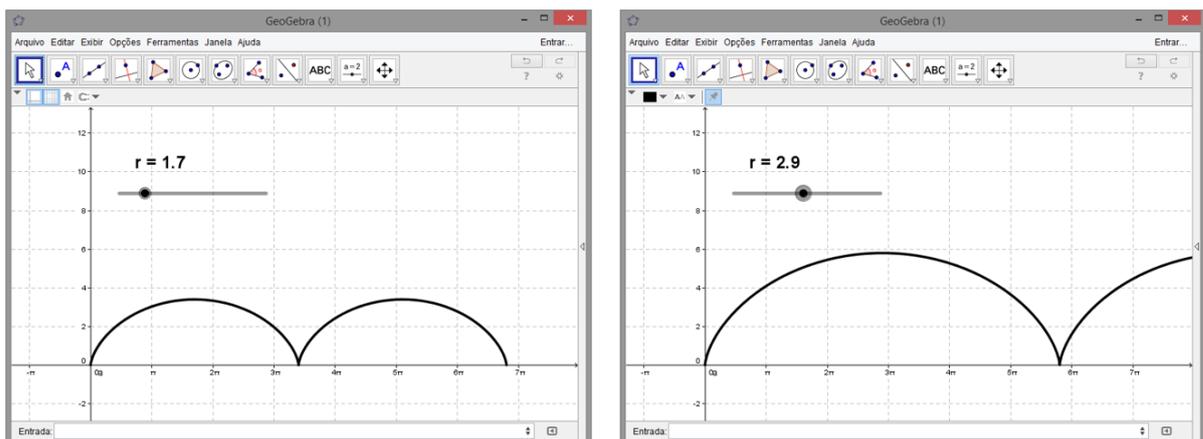
Nesse modo de produzir significados, os alunos tomaram a representação algébrica da cicloide como “[...] estipulações locais, que são, localmente, verdades absolutas, que não requerem, localmente, justificação” (LINS, 2012, p. 26). Por “localmente” entendemos “em certa atividade”. Em outras palavras, podemos afirmar que se os alunos não acreditassem que a representação equação paramétrica geraria a cicloide indicada pelo professor, eles realizariam a construção de outra forma e, da perspectiva do MCS, dizemos “que uma pessoa acredita em algo que diz se age de maneira coerente com o que diz” (LINS, 2012, p. 13).

A tecnologia também assumiu certo papel nesse processo. É plausível dizer que os alunos acreditavam que o comando seria executado corretamente pelo GeoGebra. Assim, se os parâmetros do comando Curva estivessem corretos, se eles representassem a equação paramétrica da cicloide desejada, o GeoGebra plotaria a representação geométrica da cicloide, corretamente. Do mesmo modo que os resultados da matemática, a execução do comando no GeoGebra foi tomada como uma estipulação local e, por isso, a ação de digitar o comando esperando obter a representação geométrica correta, é algo legítimo.

Nesse sentido, a tecnologia assume certo papel durante as aulas. É legítimo plotar gráficos em aplicativos como o GeoGebra porque eles nos oferecem recursos gráficos: precisão, efeitos de estilo, a possibilidade de destacar certos pontos da construção. Além disso, esses aplicativos nos permitem obter diferentes representações (funções, curvas, polígonos) muito mais rapidamente e com mais detalhes que se as fizéssemos à mão livre, com giz no quadro-verde.

No GeoGebra, especificamente, podemos discutir com os alunos a possibilidade de trocar o valor fixo de r , nos parâmetros do comando Curva, por um controle deslizante, para estudar o comportamento da representação geométrica da cicloide conforme alteramos o valor do controle deslizante.

Figura 7 – Comportamento do gráfico da cicloide conforme alteramos o valor de r



Fonte: Elaborada pelo autor

Não é difícil ver relatos de experiência que defendam um uso da tecnologia em aulas de matemática, baseado nas possibilidades gráficas que aplicativos como o GeoGebra podem fornecer. Mas, e além disso? Que papel a tecnologia pode ter além desse que nos ajuda a ver representações geométricas com mais detalhes e precisão gráfica?

Da perspectiva que acreditamos, defender um uso de tecnologia limitado às possibilidades gráficas, não está muito distante de uma perspectiva de aula que os alunos usam lápis e borracha e o professor giz e quadro, pois os objetos com quais se opera, o modo como se produz significado, não mudam: continuamos operando, exclusivamente, com os objetos da matemática.

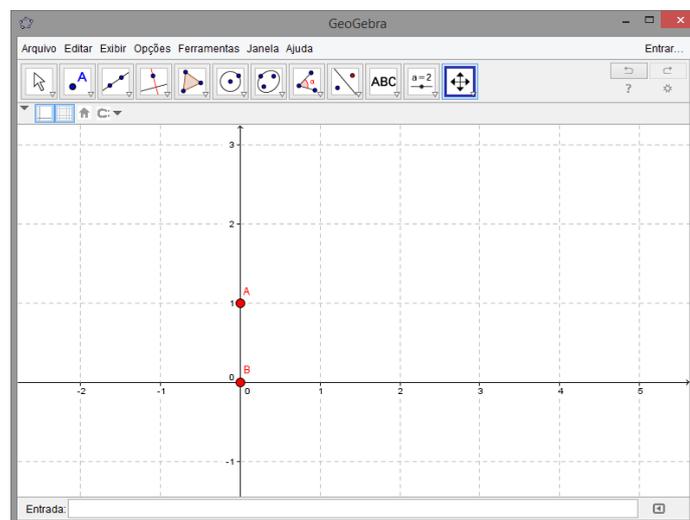
Nós acreditamos que aplicativos como o GeoGebra nos possibilitam operar com outros objetos ao “fazer matemática”, o que torna essa atividade diferente da atividade que exemplificamos anteriormente.

Por exemplo... digamos, então, que em um outro grupo de alunos, alguém diga: “Vocês se lembram que já estudamos esse negócio de cicloide? Ela é o caminho que um ponto faz... Um ponto que está na borda de um círculo. Conforme o círculo gira, sem patinar, sobre uma reta fixa, esse ponto percorre um caminho e esse caminho é uma cicloide”.

A partir daí, podemos dizer que os alunos não tentam encontrar algum comando que permita digitar os parâmetros da equação paramétrica que descreve a cicloide, mas eles tentam simular o giro de um círculo sobre o eixo x, marcando o caminho percorrido por um ponto fixado nele.

Eles começam construindo dois pontos, que determinarão o comprimento do raio do círculo que gera a cicloide, digitando na Entrada os seguintes comandos: $A = (0,1)$ e, depois, $B = (0,0)$.

Figura 9 – Pontos A e B

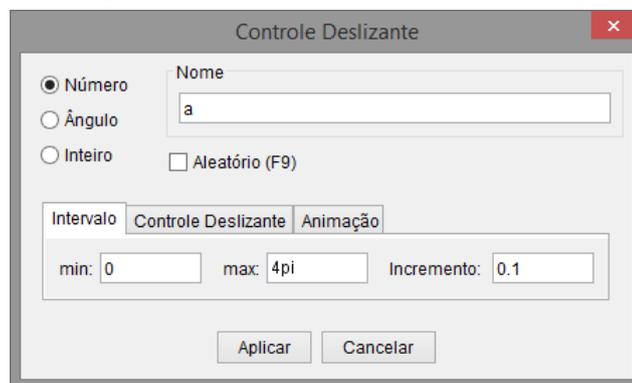


Fonte: Elaborada pelo autor

O próximo passo é construir um ponto que gire em torno de A, passando por B. Com isso, eles podem simular o giro de um círculo de raio 1 em torno de si mesmo, com centro fixado no ponto A. Para criar esse ponto eles constroem um controle deslizante, que determinará o movimento do ponto.

Como a distância entre A e B é 1 e o professor apresentou o desenho de uma cicloide que representa dois giros completos de um círculo sobre o eixo x, o ponto deve “andar” uma distância igual ao comprimento de dois círculos de raio 1, ou seja, 4π . Então, com a ferramenta Controle Deslizante selecionada, constroem um controle deslizante a com valores entre 0 e 4π , variando de 0.1 em 0.1 unidades.

Figura 10 – Criação do controle deslizante



Fonte: Elaborada pelo autor

Em seguida, eles digitam o seguinte comando Girar para obter um ponto que gire em torno de A, passando por B. Esse comando tem a seguinte sintaxe:

$$\text{Girar}[\langle \text{Objeto} \rangle, \langle \hat{\text{Ângulo}} \rangle, \langle \text{Ponto} \rangle]$$

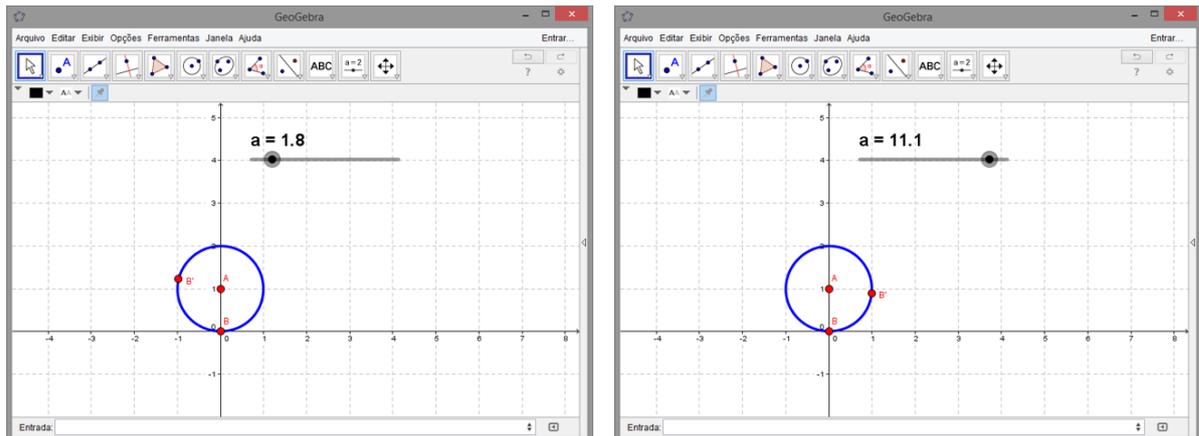
Para executar esse comando, é preciso nomear o objeto a ser girado, o ângulo do giro e o ponto em torno do qual o objeto deve girar. Nesse caso, os alunos executam o comando com os seguintes parâmetros:

$$\text{Girar}[\text{B}, -a, \text{A}]$$

Ou seja, girar o ponto B, no ângulo determinado pelo valor de $-a$, em torno do ponto A. Dessa forma, a quantidade que o ponto B gira em torno do ponto A, depende do valor do controle deslizante. Declarar o valor negativo para o ângulo faz com que o ponto gire da esquerda para a direita. Ao executar esse comando, o GeoGebra constrói um ponto B', que gira em torno do ponto A conforme alteramos o valor do controle deslizante a .

Para simular o movimento de um círculo em torno do ponto A, os alunos selecionam a ferramenta Círculo, clicam em A e B, respectivamente, e constroem um círculo com raio de comprimento AB e centro em A. Conforme o valor do controle deslizante muda, a posição do ponto B' também muda, dando a impressão de que o círculo está girando em torno de si mesmo.

Figura 11 – Simulando o giro do círculo em torno de si mesmo



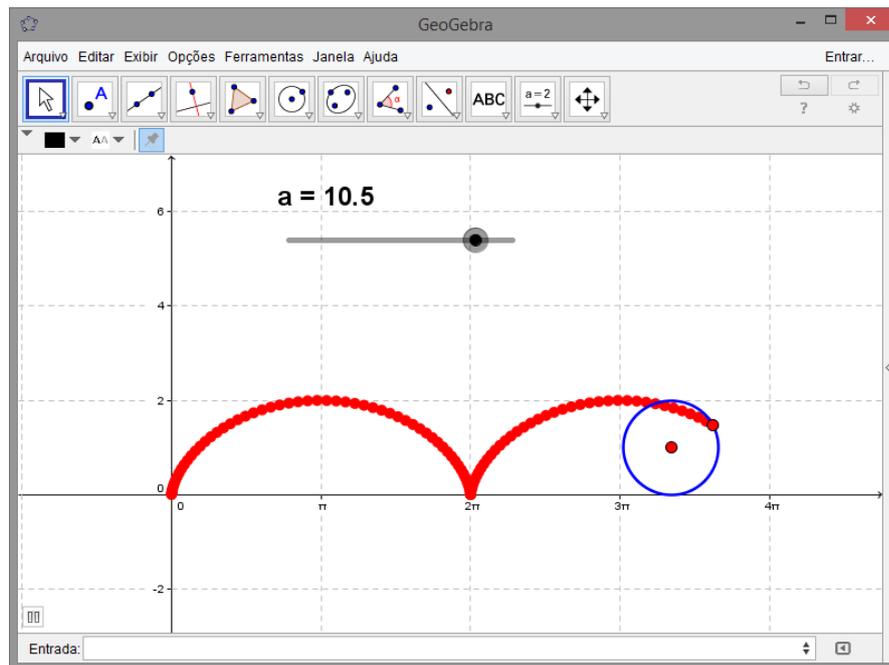
Fonte: Elaborada pelo autor

O desafio, agora, é fazer o círculo se mover para frente, da esquerda para a direita, enquanto o ponto B' gira em torno do ponto A. Com esses movimentos, combinados, o ponto B' descreve o movimento de um ponto fixo no círculo, enquanto esse círculo gira sobre o eixo x sem escorregar: uma cicloide, de acordo com a definição tomada por esses alunos.

Eles alteram os parâmetros dos pontos A e B, que determinam o círculo, deixando as coordenadas x desses pontos dependentes do controle deslizante a . Para isso, digitam os seguintes comandos na Entrada: $A = (a, 1)$ e, depois, $B = (a, 0)$. Assim, conforme alteram o valor do controle deslizante, os pontos e o círculo mudam de lugar, e conforme o círculo se movimenta, o ponto B' gira em torno do ponto A, simulando o movimento de um ponto fixo em um círculo que gira sem deslizar sobre uma reta.

Para finalizar a construção, os alunos ocultam o ponto B, ocultam os rótulos (nomes) dos pontos A e B', e mudam a unidade de marcação do eixo x para π . Para visualizar o caminho do ponto B' conforme o círculo gira, os alunos habilitam o rastro desse ponto. À medida em que alteram o valor do controle deslizante a , eles obtêm a seguinte imagem:

Figura 12 – rastro do movimento do ponto B'



Fonte: Elaborada pelo autor

Diferente do primeiro grupo, esse segundo grupo de alunos não operou a partir de alguma definição algébrica para obter sua representação da cicloide indicada pelo professor.

Por mais que possamos dizer que para ambos os grupos, a atividade consistia em construir uma cicloide no GeoGebra, se analisarmos as ações realizadas para chegar ao objetivo da atividade, observamos que os passos da construção foram diferentes, porque as estipulações locais tomadas por um grupo, foram diferentes das tomadas por outro. Em outras palavras, se irmos além do resultado obtido pelos dois grupos, resultados diferentes entre si, podemos saber da diferença entre os modos como eles realizaram as construções.

Para o segundo grupo, dizemos que as estipulações locais foram o movimento de um ponto fixo sobre um círculo, enquanto esse círculo gira sobre um eixo sem patinar. A partir dessas legitimidades os alunos se lançaram na atividade de obter a cicloide.

A partir daí os eles usaram recursos como giro, rastro, substituíram os parâmetros x dos pontos pelo controle deslizante... recursos que o GeoGebra oferece, a partir dos quais os alunos operaram a fim de obter a representação geométrica da cicloide. Assim, as enunciações desses alunos se constituíram a partir de estipulações diferentes que a dos alunos do primeiro exemplo.

Podemos afirmar, ainda, que essas coisas “nada têm a ver” com a matemática acadêmica, instituída, uma vez que, no GeoGebra, o ponto anda, deixa rastro por onde passa,

círculo gira... coisas que não pertencem à natureza dessa matemática de definições, teoremas e demonstrações. Ou seja, mesmo partindo de uma definição matemática para cicloide, os alunos operaram a partir de recursos que não seriam possíveis sem a inserção do GeoGebra nessa atividade.

Diferente do exemplo com o Jogo das Moedas, no qual o que muda são as necessidades que constituem atividades, nesse exemplo destacamos o modo de agir, de operar na atividade.

De nossa perspectiva, o uso da tecnologia pode promover diferentes modos de operar a fim de atender à necessidade de uma atividade. Uma vez que as diferenças entre esses modos são explicitadas, abre-se a oportunidade do compartilhamento dela. É por isso que descrevemos os processos pelos quais as construções foram obtidas, para destacar diferenças entre as construções finalizadas, os diferentes.

O compartilhamento da diferença acontece, nesse contexto, como uma oportunidade de conhecer outro modo de obter aquela construção, que atende à necessidade da atividade proposta pelo professor. E, também, para conhecer uma cicloide diferente da que eles conhecem.

Podemos dizer que são diferentes não apenas pelo resultado visual obtido no GeoGebra, mas pelo que os alunos conhecem como cicloide. Os alunos do primeiro caso não precisam saber que “é o caminho que um ponto faz... um ponto que está na borda de um círculo, conforme o círculo gira, sem patinar, sobre uma reta fixa, esse ponto percorre um caminho e esse caminho é uma cicloide”, como dito por um dos alunos do outro grupo. E os alunos do segundo caso não precisam saber que a cicloide tem uma representação algébrica para representá-la geometricamente.

Nesse sentido, acreditamos que a tecnologia possibilite modos de produção de significado diferentes do da matemática praticada, tradicionalmente, em sala de aula. Assim, a tecnologia muda o fazer matemática. Muda, pois, permite outras ações, outros modos de operar, e fazemos enunciações diferentes das que faríamos se operássemos do modo como operamos tradicionalmente. Enunciações que se constituem a partir do que pode ser feito com o aplicativo (*software*, linguagem de programação, *applet*) tecnológico em questão.

Nesses exemplos, mostramos dois modos diferentes de obter a construção, mas, em sala de aula poderiam aparecer outros modos, diferentes desses. O objetivo é compartilhar

diferenças a partir desses diferentes modos de fazer, com a intenção de que a sala de aula seja um lugar propício à ampliação de horizontes culturais de professor e alunos. É assim que acreditamos que formar-se, no sentido de tornando-se em outra cultura, é o que possibilita a constituição de outras ações, outros modos de operar.

Acreditamos que essa perspectiva vai num sentido contrário à uma ideia de usar a tecnologia para ensinar, apenas, matemática. Nossa intenção é usar a tecnologia como algo que nos possibilite outras enunciações, e isso pressupõe considerar outras legitimidades que não aquelas com as quais a matemática opera.

Pensando em uma situação de intervenção do professor, e supondo que ele esperasse que os alunos obtivessem a representação geométrica da cicloide a partir do modo como o primeiro grupo obteve, o descentramento por parte dele aconteceria em relação a tentar compreender as legitimidades do modo como o outro grupo fez sua construção. Para, a partir daí, discutir outras, novas, possibilidades, de se obter essa representação.

2.4 A gangorra continua em movimento

Tanto no caso do Jogo das Moedas quanto no caso da representação geométrica da cicloide, o intuito foi mostrar como a tecnologia na sala de aula pode promover diferentes modos de produção de significado.

Nesse sentido, o objetivo é promover um espaço no qual as interações sejam produtivas para a ampliação de horizontes culturais. Argumentamos, a partir disso, que a diferença é uma oportunidade para promover essa ampliação e que a tecnologia pode criar demandas de produção de significados que promovam o compartilhamento dessas diferenças.

Uma das grandes diferenças que considero haver entre a perspectiva que postulamos a as três perspectivas que apresentamos na introdução desse capítulo, diz respeito a considerarmos o desenvolvimento de um espaço no qual os significados matemáticos não são os únicos preconizados ou objetivados. Como afirmamos, nossa perspectiva é que significados matemáticos e significados da rua têm a mesma função, organizar a atividade humana, e, por isso, nenhum deles deve ser privilegiado em relação ao outro sem que seja considerada a atividade na qual nos inserimos.

Uma semelhança entre a nossa perspectiva e as perspectivas apresentadas é que consideramos que a inserção de um aparato tecnológico em uma atividade, permite que novas,

diferentes, enunciações sejam feitas, tendo em vista que podemos operar a partir dos recursos que esse aparato oferece. Mas, como afirmamos, em nosso caso, desejamos que os aparatos tecnológicos permitam a produção não apenas de conhecimentos matemáticos, mas de outros conhecimentos para que possamos compartilhar diferenças entre modos de produzir significados.

Vale destacar que não somos contra o ensino de matemática nas escolas, mas não pretendemos privilegiar o modo matemático de produzir significados em detrimento de outros modos, tão legítimos quanto os da Matemática.

3 “A PLURALIDADE DA EXPRESSÃO FORMAÇÃO DE PROFESSORES PODE SER AMPLIADA PARA A FORMAÇÃO DE DIFERENTES PROFESSORES (...)”

Nesse capítulo, apresento algumas das escolhas que fizemos em relação à estruturação e a nossa posição enquanto professores do Curso de GeoGebra e as analiso, tendo em vista constituir rastros que me permitam dizer sobre possibilidades de formação que possibilitamos no Curso de GeoGebra.

O curso de GeoGebra começou como uma iniciativa do professor Sérgio Carrazedo Dantas¹⁸ a fim de atender demandas de professores da Educação Básica que participavam do projeto Gestão de Aprendizagem Escolar, coordenado pelo professor Romulo Campos Lins. O curso surgiu com o objetivo de capacitar professores em relação a aspectos técnicos do uso do GeoGebra.

Passei a integrar a equipe de formadores a partir da segunda edição do curso. Essa edição foi realizada em parceria com a UNESP de Rio Claro e, nela, formamos cerca de 70 professores de diversas regiões do Brasil. Além de mim, o professor Sérgio Dantas convidou o professor Maurício Barbosa da Silva¹⁹ para trabalharmos como moderadores no curso.

A partir da terceira edição do curso, passamos a ministrá-lo, exclusivamente, para alunos de graduação em Licenciatura em Matemática de diversas universidades do Brasil. A terceira edição foi realizada em parceria com a Universidade Federal do Mato Grosso do Sul, a quarta com a Universidade Federal de São João del Rei e a quinta com a Universidade Federal do Mato Grosso e a Universidade Federal do Pampa.

Em todas as edições do curso, trabalhamos com vídeo-aulas e fóruns de discussão. Os demais materiais que disponibilizamos nas edições mais atuais do curso, foram sendo construídos no decorrer das edições, a partir do que observávamos e do que os cursistas nos indicavam na avaliação final de cada uma das edições. Nessas avaliações nós solicitamos aos cursistas que nos informassem sobre suas impressões, na forma de sugestões ou críticas, em

¹⁸ Docente do departamento de Matemática da Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR), campus de Apucarana/PR.

¹⁹ Docente do departamento de Matemática da Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR), campus de Apucarana/PR.

relação a diversos aspectos do curso: sobre os materiais didáticos, sobre a organização e o modo como abordamos os conteúdos, sobre as tarefas serem realizadas em fóruns, sobre a interação com os moderadores e os demais cursistas.

Da segunda à quinta edição, trabalhei como moderador e tinha como função promover a interação entre os cursistas na realização de atividades em fóruns de discussões. Eu também era responsável por acompanhar as tarefas e dar *feedbacks*, sobre eles, aos cursistas.

A partir da sexta edição, passei a trabalhar como um dos organizadores do curso, juntamente com o professor Sérgio Dantas. Para a realização dessa edição, fizemos todo o material, do *layout* do ambiente de aprendizagem online às vídeo-aulas, o material escrito e as tarefas propostas, enfim, concebemos e implantamos um novo curso. Também elaboramos um site²⁰, a partir do qual os cursistas têm acesso ao ambiente do curso e a demais publicações que fazemos periodicamente: vídeos tutoriais, construções que elaboramos, informações gerais sobre o GeoGebra.

Foi a partir dessa edição, também, que iniciamos um grupo de discussões²¹ no Facebook²², onde inicialmente convidamos ex-cursistas para compartilharem experiências com o aplicativo e, atualmente, contamos com mais de 4000 associados a esse grupo. Nossas escolhas e os resultados obtidos nos possibilitam afirmar que constituímos uma rede de formação sobre GeoGebra, pois aliamos curso, site e grupo de discussões, promovendo a interação entre várias pessoas de várias partes do mundo.

A partir da sexta edição, deixamos de atender apenas a alunos de graduação e passamos a atender professores do Ensino Básico, professores do Ensino Superior e estudantes de pós-graduação em Educação Matemática. Além disso, passamos de um conjunto de cinquenta cursistas para mais de trezentos. No entanto, o objetivo do curso continua sendo o mesmo: fornecer capacitação técnica em relação ao uso do GeoGebra.

Outro fato importante a ser mencionado é que, no decorrer das edições, convidamos ex-cursista para trabalharem conosco na organização e promoção do curso. Atualmente, somos

²⁰ www.ogeogebra.com.br

²¹ Grupo de discussões OGeoGebra: facebook.com/groups/1484362108458057/?fref=ts

²² Facebook é um site e serviço de rede social que foi lançado em 4 de fevereiro de 2004, operado e de propriedade privada da Facebook Inc. Disponível em: <pt.wikipedia.org/wiki/Facebook>. Acesso em 06/11/2015.

uma equipe de mais de 40 pessoas interessadas em fazer o curso acontecer. Os ex-cursistas que convidamos trabalham como moderadores, promovendo interações nos fóruns de discussão.

A sexta, sétima e oitava edição do curso, que estava em andamento durante a escrita deste texto, foram realizadas em parceria com a Universidade Estadual do Paraná – UNESPAR, na qual o professor Sérgio Dantas é docente.

Um dos resultados desse trabalho é que, no decorrer destes anos, publicamos alguns artigos em revistas e eventos nos quais é possível ter vestígios de nossa perspectiva de uso da tecnologia e de como os cursos têm acontecido (DANTAS & FRANCISCO FERREIRA, 2014; LINARDI, FRANCISCO FERREIRA & DANTAS, 2013; FRANCISCO FERREIRA, 2013).

Depois de trabalhar em sete edições do Curso de GeoGebra, passei a questionar-me sobre *que formação* o curso possibilita. A partir desse questionamento inicial, outras questões surgiram: como nossas escolhas em relação à estrutura do curso possibilitam que o cursista se forme? Após concluir o curso de GeoGebra, o cursista deve ser capaz de que, quanto ao GeoGebra?

Lançar um olhar sobre as edições do curso, é um modo de obter indicativos sobre novas escolhas que faremos ao organizarmos outras edições. O que pretendo, nesse capítulo, é argumentar sobre a formação a qual, acredito, um cursista se submete ao participar do Curso de GeoGebra, tendo em vista algumas das escolhas que fizemos ao elaborar e executar esses cursos. Ao final desse texto, espero poder responder algumas dessas questões que me incomodam. Vou me ater, principalmente, à 6ª e à 7ª edição.

3.1 Sobre algumas de nossas escolhas para o curso

A primeira de nossas escolhas sobre as quais escrevo, diz respeito ao material que elaboramos. As 6ª e 7ª edições, contaram com um conjunto de 23 vídeo-aulas²³ e um material escrito²⁴ com 16 capítulos, cerca de 80 páginas, que serviram, principalmente, para complementar os tópicos abordados nas vídeo-aulas. Utilizamos esse conjunto de materiais no decorrer de todos os módulos do curso. A cada semana, disponibilizávamos um novo módulo

²³ Disponíveis em: www.ogeogebra.com.br/site/?page_id=285

²⁴ Disponível em: www.ogeogebra.com.br/site/?page_id=273

no qual o cursista tinha acesso a três ou quatro vídeo-aulas e a um ou dois capítulos do material escrito.

Esse conjunto de materiais foi elaborado visando apresentar possibilidades de uso do GeoGebra. São abordados assuntos variados, de maneira que o cursista tenha uma fonte de apoio para desenvolver suas habilidades em relação ao domínio técnico do uso do aplicativo.

Nesse sentido, posso destacar três assuntos, principais, que abordamos nesses materiais. O primeiro deles diz respeito à apresentação de diversos comandos e ferramentas do GeoGebra, mostrando onde encontrá-los, apresentando a ajuda que o GeoGebra oferece, e abordando possibilidades de como usá-los.

No segundo conjunto de materiais, abordamos o passo a passo da construção de um objeto específico. Nesses, utilizamos recursos abordados em outras vídeo-aulas e outros capítulos do material escrito a fim de construir jogos, mosaicos, sequências de imagens no GeoGebra.

No terceiro conjunto, abordamos tópicos comuns aos trabalhados, usualmente, em salas de aula de Matemática. Esse é o caso dos materiais em que abordamos a construção de polígonos, de linhas retas, que trabalhamos a partir dos pontos notáveis do triângulo; os materiais sobre funções. Nesses casos, discutimos um uso do GeoGebra que, acreditamos, pode ser aplicado diretamente em aulas de matemática, tanto no Ensino Básico quanto no Ensino Superior.

Como já afirmei, as vídeo-aulas e o material escrito têm a função, principal, de apresentar diversas possibilidades de uso do GeoGebra. Em relação a possibilidades de formação, esses materiais são importantes no sentido de que, ao acessá-los, o cursista pode se deparar com uma possibilidade diferente das que ele considerava para o uso do GeoGebra. Se o cursista se colocar numa atividade na qual ele busque compreender o processo pelo qual obtivemos os resultados que apresentamos, o acesso a esses materiais se constitui como uma oportunidade para o cursista construir um repertório de experiências. Em outras palavras, o nosso objetivo com esse material é oportunizar uma variedade de experiências a fim de que o cursista constitua para si um repertório de possibilidades em relação ao uso do GeoGebra.

A possibilidade de construção de repertório deve-se ao fato de que, esses materiais podem ser disparadores que coloquem o cursista em processos de produção de significados nos quais ele passe a operar de um novo modo, o modo como apresentamos nos materiais,

constituindo novos interlocutores, ampliando seus horizontes culturais. Isso possibilita que o cursista se insira em outras práticas sociais em relação ao GeoGebra. Nesse sentido, Lins afirma que

O que internalizamos, nos processos de humanização e do que se costuma chamar de desenvolvimento intelectual, são interlocutores, são legitimidades. [...] a pessoa passa de ser capaz de fazer algo com a ajuda/presença de uma pessoa mais “experiente”, para ser capaz de fazer aquele algo “sozinho”, é o processo no qual a pessoa passa de “precisar emprestar a legitimidade de um terceiro para poder dizer o que diz naquele lugar e momento”, para “fazer de maneira autônoma por ter internalizado interlocutores, legitimidades” (é melhor ainda dizer “por ter sido internalizado por interlocutores, legitimidades”). (LINS, 2012, p. 20)

Lins afirma que é melhor dizer *por ter sido internalizado por interlocutores, legitimidades*, pois é o cursista que se insere em uma prática social e não o contrário.

Nós tivemos uma experiência semelhante a essa que propomos em relação aos materiais do curso. Enquanto elaborávamos a 6ª edição do curso, encontramos, no *Youtube*²⁵, o canal do Daniel Mentrard²⁶. Em alguns de seus vídeos, Mentrard simula efeitos tridimensionais na versão 4 do GeoGebra, sendo que, nessa versão, o aplicativo ainda não disponibiliza a janela de visualização 3D e nem ferramentas próprias à realização de construções que simulam objetos tridimensionais²⁷.

Figura 13 – Exemplo de construção apresentada por Mentrard

²⁵ Youtube.com é um repositório de vídeos online que permite que seus usuários acessem e compartilhem vídeos em formato digital.

²⁶ Endereço do canal de Daniel Mentrard: <http://www.youtube.com/user/DMENT37>

²⁷ Em sua 5ª versão, o GeoGebra passou a disponibilizar, em seu conjunto de ferramentas padrão, a possibilidade simular efeitos tridimensionais.

Solids by function of revolution (GeoGebra 4.2)

Daniel Mentrard

Inscrição 288

1.936

Publicado em 5 de jan de 2014
This applet is on GeogebraTube in private file:
<http://qgbtu.be/mnEdJ5whs>

Próximo

Reprodução automática

Simulasi Volume Benda Putar dengan GeoGebra por Ikhسانudin Adzaky 698 visualizações

GeoGebra - Approximating the Integral por shaunteaches 6.029 visualizações

Fonte: Youtube, 2015

As construções que assistimos no canal de Mentrard mudaram nossa perspectiva quanto ao *que* poderíamos construir no GeoGebra, pois passamos a considerar a possibilidade de realizar construções semelhantes às que ele apresenta. No exercício de desenvolver nosso modo de realizar aquelas construções, mobilizamos conhecimentos de matemática e de GeoGebra, formamo-nos, ampliamos nossos horizontes culturais, constituímos novas legitimidades que nos permitiram realizar novas construções. Construções que, antes, não eram imaginadas, legítimas, para o que considerávamos como possibilidades do que poderíamos realizar com o GeoGebra. Em outras palavras, ter acesso ao material de Mentrard nos permitiu constituir atividades a partir das quais constituímos novos interlocutores e passamos a poder dizer coisas novas.

Mentrard não apresenta tutoriais, mostrando modos de como construir os objetos que ele constrói no aplicativo. No entanto, nossa intenção no curso é que, tanto os vídeos quanto o material escrito, sejam uma fonte de consulta para os cursistas. Assim, mostramos um resultado (uma construção, o uso de um comando, o uso de algum recuso do aplicativo) e apresentamos, logo em seguida, um modo de como obtê-lo no GeoGebra. Como no nosso caso em relação aos materiais de Mentrard, esperamos que a experiência vivida ao acessar os materiais do curso, sirva para o cursista constituir novas atividades a partir das quais ele possa dizer coisas

novas. E que, a partir disso, ele possa aplicar os significados produzidos para os materiais do curso em suas atividades cotidianas, sua realidade.

Ao término de cada edição, pedimos que os cursistas realizem uma avaliação do curso, com perguntas elaboradas por nós e que, acreditamos, nos ajudam a compreender a perspectiva de cada cursista em relação ao curso. Em uma das questões, pedimos que eles escrevessem suas impressões acerca dos conteúdos que selecionamos e do modo como os abordamos, em vídeo-aulas e material escrito. Dentre os cursistas, destacamos às respostas de Alisson e Antônio:

O conteúdo selecionado foi excelente. Abordou conteúdos e ferramentas importantes, **que possibilitam ao professor trabalhar diversos conteúdos em sala de aula. O estudo de módulos mais avançados, como criação de ferramentas, jogos e geogebra 3D é permitem ao cursista um domínio maior do software.** Sugiro para um próximo curso trabalhar o geogebra 5 para trabalhar construções tridimensionais (Alisson, 7ª edição do Curso de GeoGebra).

Gostei muito, ele não fica só no básico, já fui a alguns minicursos em semanas universitárias e sempre vemos como fazer um gráfico, colocar um controle deslizante e só. **Gostei de saber que posso criar minhas próprias ferramentas, construir em 3D, programar para jogos, tenho o objetivo de construir aplicações no Geogebra para ensinar em outra área além da Matemática e o curso tem ajudado bastante** (Antônio, 7ª edição do Curso de GeoGebra).

Em ambos os relatos destacamos que esses cursistas falaram da diversidade de assuntos que abordamos nos materiais do curso, apontado diversas possibilidades de uso do GeoGebra. Além disso, Alisson aponta sobre a possibilidade de trabalhar os conteúdos, abordados nos materiais, em sala de aula. Essa afirmação vai ao encontro da nossa perspectiva de que as experiências que o cursista tivesse, ao acessar os materiais do curso, servissem em suas atividades cotidianas.

Outro objetivo dos materiais é que eles sirvam como disparadores para as tarefas que os cursistas realizarão em cada módulo. Junto com os materiais, disponibilizamos, a cada semana, uma tarefa que se constitui em duas dimensões: uma individual e outra coletiva.

A dimensão individual consiste em o cursista postar uma construção feita no GeoGebra que atenda a algo solicitado no enunciado da tarefa. Essa construção deve ser postada em um fórum, acompanhada de, ora, uma descrição do passo a passo da construção, para que todos tenham acesso ao modo como ele realizou; ora, por uma descrição de como

aquele arquivo seria utilizado em uma situação de sala de aula, na resolução de um exercício ou abordando algum tópico de matemática, por exemplo.

As tarefas propostas no curso são temáticas, com enunciados abertos, a partir dos quais os cursistas produzem suas construções. Não dizemos aos cursistas o que deve ser construído. Apenas propomos uma temática, com o objetivo de colocá-los em certa direção, como exemplifico na imagem a seguir:

Figura 14 – Parte 1 da tarefa do módulo 2 da 7ª edição do curso

Parte 1

Construa um arquivo no GeoGebra tendo em vista abordar um tópico de Matemática em uma aula. Utilize na construção recursos apresentados no Módulo 2. Não é necessário descrever os passos que você utilizou em sua construção, mas sim, descrever como esse arquivo seria usado por você na aula.

Fonte: 7ª edição do curso de GeoGebra

Temos o cuidado de propor tarefas que possam ser realizadas com o que exploramos nos materiais de um determinado módulo, visando que os significados produzidos pelos cursistas para os materiais daquele módulo, sejam úteis na realização das tarefas.

Acredito que propor tarefas com enunciados abertos, nesse formato de temáticas, oferece mais possibilidades de o cursista fazer postagens com construções e propostas que sejam úteis e relevantes às discussões que ele se insere no seu dia a dia, discussões que partem do interesse dele. Se idealizássemos determinada construção, a ser realizada de acordo com determinada sequência de comandos, poderíamos não dar espaço para essa possibilidade.

Não temos a intenção de restringir o processo formativo do cursista apenas ao domínio técnico do aplicativo, queremos que eles participem de outras discussões, formando-se em dimensões não planejadas por nós. Nesse sentido, o formato que escolhemos para apresentar as tarefas, permite que o cursista participe de discussões que não se restringem apenas ao GeoGebra.

Tendo em vista esse objetivo, elaboramos a dimensão coletiva das tarefas que consiste na atividade do cursista analisar a postagem de, no mínimo, outros dois cursistas.

Figura 15 – Parte 2 da tarefa do módulo 2 da 7ª edição do curso

Parte 2

Analise a postagem de dois cursistas tendo em vista a descrição que cada um deles fez sobre como pretende usar o arquivo. Em seguida, faça perguntas, sugira modificações ou acréscimos

Fonte: 7ª edição do Curso de GeoGebra

Na imagem acima, está indicado que o cursista deve interagir tendo em vista o modo como o colega disse que usaria o arquivo que postou. Esse é o enunciado de uma das tarefas do curso. Há outras tarefas nas quais indicamos que os cursistas indiquem outros modos de fazer as construções postadas pelos colegas, que respondam a perguntas que seus colegas fizeram ou que resolvam problemas utilizando o GeoGebra. Diversificamos os enunciados da dimensão coletiva da tarefa, tendo em vista diversificar as possibilidades de interação, indicando diferentes direções nas quais ela pode acontecer.

Ao realizar a dimensão individual das tarefas, o cursista produz uma construção no GeoGebra a partir de conhecimentos oriundos de sua formação, de sua prática, dos conhecimentos que produziu ao ter acesso ao material do curso. O que é enunciado pelo cursista é produzido na direção de interlocutores legítimos para ele. Sua enunciação é coerente às legitimidades da cultura a qual ele se constitui enquanto está na atividade motivada pela tarefa proposta. O cursista *fala* a partir de seus horizontes culturais (LINS, 2012).

A possibilidade de encontro entre os cursistas, a dimensão coletiva da tarefa, permite que os eles se deparem com o resultado de diferentes modos de produzir significados para os enunciados da tarefa, para o modo de realizar construções no GeoGebra ou, ainda, se deparem com diferentes necessidades que motivaram os demais cursistas a estarem na atividade de produzir um objeto e postá-lo no fórum. Uma vez que há a possibilidade desse encontro, há a possibilidade de compartilhamento de diferentes modos de produzir significados.

A escolha por trabalhar a partir de fóruns deve-se ao fato de que, da perspectiva do MCS, acreditamos que o conhecimento é da base da enunciação e não do enunciado, assim, só existe enquanto o enunciamos. Acreditamos, ainda, que o compartilhamento de interlocutores, de modos de produção de significados, possibilita a ampliação de horizontes culturais. Desse modo, os fóruns têm um papel fundamental na formação do cursista que participa do Curso de GeoGebra, por ser o ambiente no qual os cursistas se põe a enunciar, produzir conhecimento, e onde pode haver o compartilhamento de diferentes modos de produção de significado, interlocutores, possibilitando a ampliação de seus horizontes culturais.

Para exemplificar o que destaquei nos parágrafos anteriores, apresento trechos de postagens retirados do ambiente do curso. Os nomes dos cursistas são fictícios e os destaques, em negrito, foram feitos por mim.

Figura 16 – Postagens que indicam o compartilhamento de diferentes modos de produção de significados

<p>Construção da figura 3 GUSTAVO - quarta, 17 setembro 2014, 00:13</p> <p>Com um único comando podemos desenhar a figura 2. Portanto, não vou nem anexar o arquivo. Sequência[Girar[Polígono[(0,0),(4,-1),(4,1)],pi*n/3],n,0,5] Saudações.</p>
<p>Re: Construção da figura 3 MOACIR - quinta, 18 setembro 2014</p> <p>Olá amigo. Ficou legal, mas não gerou exatamente a figura proposta.</p>
<p>Re: Construção da figura 3 GABRIEL - sexta, 19 setembro 2014</p> <p>Você precisa modificar as coordenadas dos vértices do polígono para produzir exatamente a figura 2. Uma sugestão são os pontos (0, 0), (0,4) e (2,2√3).</p>
<p>Re: Construção da figura 3 HELENA - sábado, 20 setembro 2014, 10:19</p> <p>Olá Gustavo! Eu também construí esta figura apesar de não a ter postado aqui. Contudo, primeiro construí o triângulo e só depois digitei o comando sequência de rotações. Penso que a minha construção ficou igual ao que se pretendia. O meu problema é que estou a contactar com isto dos comandos pela primeira vez. Contudo, vou tentar obter a minha construção numa única linha. Parabéns!</p>
<p>Re: Construção da figura 3 HELENA - sábado, 20 setembro 2014, 10:48</p> <p>Olá Gabriel (outra vez!) Estou feliz. Inspirada na sua postagem acabei de criar a figura dois numa só linha. Anexo os 2 ficheiros que criei. O meu primeiro é o adaptado à sua ideia. Abraço.</p>
<p>Re: Construção da figura 3 GUSTAVO - sábado, 20 setembro 2014, 19:02</p> <p>Olá Helena! Acabei de ver os seus ficheiros. Na sua primeira tentativa você fez o desenho MELHOR do que o meu. Conforme o Moacir e o Gabriel disseram, a minha figura não está igual à proposta. Eu deveria ter feito Sequência[Girar[Polígono[(0,0), (0,4), (2,2*sqrt(3))],pi*n/3],n,0,5] Ao invés de Sequência[Girar[Polígono[(0,0),(4,-1),(4,1)],pi*n/3],n,0,5] Abraços,</p>

Fonte: 7ª edição do Curso de GeoGebra

Acredito que para Helena, esse fórum permitiu um encontro com um modo diferente de realizar sua construção. Ao afirmar “primeiro construí o triângulo e só depois digitei o comando sequência de rotações”, podemos dizer que Helena se refere a uma diferença entre o modo como ela fez sua construção e o modo como Gustavo realizou a construção. Ela não havia considerado a possibilidade de fazer a construção com apenas um comando.

A partir da afirmação de Helena, “Contudo, vou tentar obter a minha construção numa única linha”, penso que, ao acessar a postagem de Gustavo, ela constituiu uma nova necessidade, e se colocou em uma nova atividade. Motivada pela necessidade de obter sua construção com apenas um comando, Helena fez uma nova construção.

A princípio Helena falava a um interlocutor para o qual não era possível realizar aquela construção em apenas um comando; ver a postagem de Gustavo permitiu que ela passasse a considerar essa (outra) possibilidade. Em outras palavras, se deparar com o resultado de um modo de produção de significados diferente do seu, permitiu que Helena constituísse um novo interlocutor, ampliando seus horizontes culturais.

A participação de Helena na postagem de Gustavo, fez com que ele pensasse acerca de sua resposta à tarefa. Gustavo afirma que Helena fez a construção “melhor do que ele” e, ainda, que outros dois cursistas, Moacir e Gabriel, lhe disseram que sua construção estava diferente da proposta no enunciado. Na continuação do comentário, ele fala sobre um modo para construir a figura.

Nos comentários de Gustavo, podemos identificar uma mudança de interlocutor para o qual falava, ao afirmar que o que ele havia feito estava diferente do que “deveria” ser feito. Em sua primeira postagem, Gustavo acreditava que o comando descrito por ele construiria a figura indicada no enunciado. Isso era legítimo para ele, mas as intervenções de Moacir e Gabriel e Helena, fizeram ele deixar de acreditar nisso e o colocaram em outro processo, a partir do qual, segundo ele, foi possível obter, exatamente, a figura desejada.

Assim como para Helena, as interações ocorridas nesse fórum permitiram que Gustavo constituísse novas atividades, permitiu que ele desconfiasse de sua certeza e que, a partir disso, constituísse um novo interlocutor para o qual enunciou.

Acredito que esse caso exemplificou o modo como os fóruns, aliados à forma como decidimos que a tarefa seria, possibilita o encontro com diferentes modos de produção de significado. Posso afirmar que tanto Helena quanto Gustavo tiveram seus horizontes culturais ampliados, pois acredito que ambos constituíram novos interlocutores a partir das interações no fórum.

O trecho da próxima postagem que apresento, é um exemplo de como nossas escolhas por propor tarefas que fossem temáticas, sem definir o que deveria ser construído e sem cercar a discussão dos cursistas, dão ao curso a possibilidade de uma formação que vai além do

domínio técnico do GeoGebra, um dos nossos objetivos. Acredito que esse exemplo mostra possibilidades para responder a perguntas como essa: de que modo podemos fazer um curso a distância que atenda às necessidades de cada cursista, sendo que temos cursistas de diferentes países, de diferentes lugares do Brasil, de diferentes realidades?

Vale ressaltar que o enunciado da tarefa de onde retiramos essas postagens, propunha que os cursistas construíssem um arquivo tendo em vista abordar um tópico de Matemática em sala de aula e descrevessem como fariam essa abordagem. Mais uma vez, informo que os nomes são fictícios e os destaques, em negrito, foram feitos por mim.

Figura 17 – Postagens em torno de temas que vão além de discussões em relação ao domínio técnico do GeoGebra

<p>Elementos de uma circunferência, posição relativa de uma circunferência a um ponto ROSANA - quinta, 1 maio 2014, 10:27 arquivo anexado: Atividade 2.ggb e Atividade 2.pdf</p> <p>Olá, bom dia. Bom, escolhi uma situação problema que será trabalhada em uma turma do 8º ano do ensino fundamental maior para fixar o conteúdo. Nesta situação problema irei trabalhar assuntos referentes a circunferência e seus elementos, posição relativa de uma circunferência a um ponto, e assuntos como reta perpendicular, ponto médio, mediatriz e circunferência concêntrica serão necessários. Obs: Planejei a aula para uma turma que nunca trabalhou com o Geogebra (realidade aqui em minha cidade, pouquíssimos professores trabalham de forma diversificada). Aguardo sugestões.</p>
<p>Re: Elementos de uma circunferência, posição relativa de uma circunferência a um ponto HENRIQUE - quinta, 1 maio 2014, 13:28</p> <p>Bom dia Rosana, Para conteúdo de uma aula (imagino de dois tempos) parece-me muito material. Ainda mais especialmente com a apresentação do Geogebra que trará excitação produzindo dispersão da atenção dos alunos para o software. Pergunta: Qual as especificidades ou especificações, do PCN ou PPP da escola, para os conteúdos de circunferência e seus elementos para 8º ano? (Realmente desconheço) 2 sugestões: a) Nos "objetivos da aula" seja mais específica. Ficou muito abrangente "Fixar conteúdo e trabalhar em grupo". Por quê? Nos dá uma percepção maior da metodologia enquanto mapeamento dos problemas que podem ocorrer antes, durante e ao fim da aula assim como boa perspectiva das "cenas dos próximos capítulos" que são as outras aulas por vir. b) Se for possível, dê uma ou mais aulas, independentes com GEOGEBRA para aprendizado do seu uso. Volte-se especialmente para as ferramentas que serão usadas no desenvolvimento dos conteúdos futuros e como recapitulação do que já foi ensinado. Espero que as sugestões se tornem em pensamentos e reflexões.</p>
<p>Re: Elementos de uma circunferência, posição relativa de uma circunferência a um ponto ROSANA - quinta, 1 maio 2014, 18:57</p> <p>Olá Henrique, Acabei esquecendo de colocar a durabilidade da aula. Esta situação problema foi planejada com o intuito de ser desenvolvida em 2 horas/aulas, com esse tempo acredito que, não terá muito conteúdo. Com relação às especificidades do conteúdo de circunferência no 8º ano, os PCN abordam de forma genérica, o assunto de circunferência está na geometria e não colocam especificidades, caso tenha, também desconheço. Já no projeto PPP da escola as especificidades são as seguintes: definição de círculo e circunferência, diferença entre círculo e circunferência, elementos de uma circunferência, posição relativa de uma</p>

reta a uma circunferência, posição relativa de um ponto a uma circunferência, posição relativa entre duas circunferências, triângulos e quadriláteros circunscritos, arcos da circunferência, ângulos inscritos na circunferência, circunferência e suas medidas, ângulo central e medida angular de um arco, medida de um ângulo cujos vértices não pertencem à circunferência (talvez tenha esquecido alguma, mas basicamente são essas).

Com relação aos objetivos, identificar os elementos da circunferência, relembrar os conceitos de retas perpendiculares, ponto médio, mediatriz, segmentos, desperta o interesse dos alunos pela investigação da situação, levar os alunos a pensarem, analisarem e formular estratégias para a resolução do problema, fixar o conteúdo e trabalhar em grupo.

Não sei se isso justifica essa falha, não sou professora apenas bolsista do PIBID, deixei passar os possíveis “problemas, indagações” que pode ocorrer antes, durante e ao fim da aula, mas vou tentar deixar isso claro. Um problema será a falta familiaridade dos alunos com o programa, pode ocorrer também murmúrio entre os alunos em não querer fazer a atividade por ser no laboratório, como esse tipo de aula aqui não é frequente os mesmos podem ter em mente outros objetivos quando vão ao laboratório de informática. **Como a escola em que atuo está localizada em uma área periférica da cidade e as condições financeiras dos alunos são baixas, nem todos têm acesso ao computador, isso pode ser mais um problema.** Acredito que a maior dificuldade que surgirá é em montar uma estratégia para a resolução do problema (método de ensino, tradicional, eles não têm o hábito de pensarem), isso pode levá-los a se recusarem a fazer a atividade e argumentar que não sabem.

Darei aulas independentes com o GEOGEBRA, gostei muito dessa sugestão.

Espero quem tenha esclarecido.

Muito obrigada pelas sugestões e perguntas.

Re: Elementos de uma circunferência, posição relativa de uma circunferência a um ponto
HENRIQUE - quinta, 1 maio 2014, 20:02

Obrigado pelas informações. **Nossa quanto "coisa" para uma escola de periferia. Estou referindo ao PPP. Vou pesquisar sobre o PCN. O que é PIBID?**

Nas aulas independentes com o Geogebra, um dos objetivos específicos poderia ser:

Motivar os alunos a pensarem fazendo uso da tecnologia através do uso do Geogebra com construções lúdicas e animadas.

ORÇAMENTO BAIXO e CONDIÇÕES CARENTES não são negativas, pelo contrário. Todos os seres humanos são singulares por mais rudes que sejam. **Faça uso da própria cultura da cidade deles. Por exemplo: Letra de uma pixação como da Anarquia que parece uma circunferência cortada por três retas que se interceptam duas a duas.** Veja a seguir.



Abraços,

Re: Elementos de uma circunferência, posição relativa de uma circunferência a um ponto
ROSANA – sexta, 2 maio 2014, 11:28

Olá Henrique,

Um excelente dia pra você.

Me referi a periferia, pelo fato de nem todos têm acesso ao computador. São alunos muito bons e costumamos levar isso para a sala de aula.

Costumamos utilizar fatos do dia a dia deles para realizarmos nossas aulas, por exemplo, utilizamos cancela (porteira) para falarmos sobre duas retas paralelas cortada por uma transversal, e a aula ficou muito interessante e produtiva, sei que quando

desenvolvermos aulas levando em consideração o cotidiano dos mesmos encontrarei o resultado desejado, e pretendo da próxima vez ser com o GeoGebra.

Pibid - Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência.

Dê uma olhada neste link.

<http://www.capes.gov.br/educacao-basica/capespibid>

Aqui trabalhamos em grupos, onde desenvolvemos atividade, aulas tendo em vista um ensino de forma diversificada e mostrado que também se aprende, um pouco longe do giz e lousa, saindo do tradicional, levando algo novo do nosso cotidiano.

Gostei muito da sugestão.

Obrigada mais uma vez.

Re: Elementos de uma circunferência, posição relativa de uma circunferência a um ponto

HENRIQUE - sexta, 2 maio 2014, 12:40

Nossa Rosana,

Estou surpreso mesmo. Obrigado pelo esclarecimento do PiBid. Não conhecia. Não faço matemática para Ed. Básica. Mas fiz um curso extra fantástico do "Incluir Brincando" junto com a Vila Sésamo. Veja link: cmais.com.br/vilasesamo. A proposta é incluir de forma lúdica a todos.

Com o relatório do PiBid encontrei vc na lista do mês de pagamento. **Verifiquei sua posição em Itabaina - Sergipe, estou certo?**

Então me dei conta que estamos numa mesma sala de aula virtual online enquanto nossas realidades são totalmente diferentes. Logo eu que estou aqui em Paraty-RJ sei absolutamente nada sobre sua realidade nesse Brasil de Deus.

Gostaria de saber mais sobre a região e escola em que trabalha. Tem fotos? Tem algum blog do trabalho do grupo de vcs? No Facebook, por exemplo? Visitei uma vez Sergipe há muito tempo atrás. Muito mesmo. Quando vc disse "Cancela", imaginei, lugar de bois tipo zona Rural, é isso? Quero dizer aqui também tem bois e não somos zona totalmente rural, logo vcs também não, certo? Enfim, poderia saber mais.

Re: Elementos de uma circunferência, posição relativa de uma circunferência a um ponto

ROSANA - sexta, 2 maio 2014, 20:55

Saudações Henrique,

Isso mesmo, Itabaiana - Sergipe.

Tenho fotos sim.

Veja isso,

<https://www.facebook.com/PibidMatematicaItabaiana?ref=hl>

As fotos e informações que vc encontrará no face são dos PIBID 2010-2013.

Éramos 25 bolsistas, 2 coordenadores, 4 escolas sendo duas estaduais e duas municipais e em cada escola tinha um supervisor que era professor de matemática e na maioria das vezes o professor da turma em que o PIBID desenvolvia as atividades. Os 25 bolsistas foram divididos em grupos de 3, sendo assim havia dois grupos por escola.

A escola municipal Maria Irene Tavares situada na periferia da cidade trabalha de forma diferenciada, pois desenvolvemos (meu grupo atuava nesta escola) um projeto em parceria com a professora de todas as turmas de 6º a 9º ano e supervisora do PIBID na escola. Este projeto foi intitulado de Feira geométrica, pois trabalhamos de forma diversificada com TODOS os conteúdos de geometria, meu grupo ficou responsável pelas turmas do 7º e 8º ano, já o outro grupo ficou com o 6º e 9º ano. A escola tem apenas uma turma do 6º, 7º, 8º e 9º ano (fora as séries dos anos iniciais), o PIBID trabalha apenas com o ensino fundamental maior. Há, já iria esquecendo, temos um subprojeto, que é ler um livro por mês, ao final de cada mês debatemos sobre cada livro.

Agora somos 30 bolsistas no ensino fundamental e 15 no médio, PIBID 2014, uma nova roupagem, ainda não estamos atuando, apenas lendo livros e debatendo. O subprojeto de ler um livro por mês continua, mas com um diferencial, inicialmente estamos lendo um livro indicado pela professora Maria José da PUC, que é nossa parceira, o livro chama-se Educação Matemática, uma nova introdução de Silva Dias Alcântara Machado, os livros continuam sendo de nossa escolha, mas as vezes será indicado pelos coordenadores.

"Cancela", isso mesmo lugar de bois. A escola esta situada na cidade de Itabaiana. Eu e a maioria dos alunos somos da zona rural. Qualquer dúvida ou curiosidade, sintá-se a vontade em perguntar, será um prazer em responder.

Fonte: 6ª edição do Curso de GeoGebra

Essa postagem se caracteriza, para mim, como um momento no qual os cursistas compartilharam necessidades que enfrentam em suas práticas, corriqueiras da profissão. Rosana faz uma postagem em que apresenta uma proposta de atividade que trabalhará com alunos do 8º ano da escola onde trabalha. É importante destacar que, nessa proposta, Rosana parece preocupada em atender às necessidades da realidade de sua prática profissional: “Planejei a aula para uma turma que nunca trabalhou com o Geogebra (realidade aqui em minha cidade, pouquíssimos professores trabalham de forma diversificada)”.

No primeiro comentário, Henrique se posiciona acerca dos objetivos da proposta dada por Rosana. Além de questionar, ele ainda apresenta uma proposta: “Se for possível, dê uma ou mais aulas, independentes com GEOGEBRA para aprendizado do seu uso”. Na sequência da postagem, Rosana diz ter gostado da proposta e a aceita. No próximo comentário Henrique ainda propõe que o objetivo com as aulas de GeoGebra poderia ser “motivar os alunos a pensarem fazendo uso da tecnologia através do uso do Geogebra com construções lúdicas e animadas”.

Até aqui, podemos dizer que a discussão se deu em torno de os alunos não saberem usar o GeoGebra. Nesse caso, o fórum foi um momento em que Rosana pode compartilhar essa necessidade com Henrique e pode constituir um modo de atendê-la.

Na continuação da postagem, Rosana apresenta outra necessidade que enfrenta em seu cotidiano: “Como a escola em que atuo está localizada em uma área periférica da cidade e as condições financeiras dos alunos são baixas, nem todos tem acesso ao computador, isso pode ser mais um problema”. Esse comentário desencadeia uma discussão acerca de possibilidades de usar “a realidade” dos alunos como alternativa às aulas.

Henrique sugere que Rosana “faça uso da própria cultura da cidade deles. Por exemplo: Letra de uma pichação como da Anarquia que parece uma circunferência cortada por três retas que se interceptam duas a duas”. Na continuação da postagem Rosana ainda apresenta o modo como ela diz fazer uso da “realidade” dos alunos em suas aulas: “Costumamos utilizar fatos do dia a dia deles para realizarmos nossas aulas, por exemplo, utilizamos cancela

(porteira) para falarmos sobre duas retas paralelas cortada por uma transversal”. Vemos que ambos não se concentram em falar sobre aspectos técnicos do GeoGebra. Eles falam sobre necessidades e utilizam o fórum como lugar de compartilhamento.

Além do compartilhamento de necessidades, acredito que essa postagem foi um momento que serviu para Henrique refletir acerca da multiplicidade, de realidades e necessidades, que existe num país como o Brasil. Como ele mesmo indica:

Verifiquei sua posição em Itabaina - Sergipe, estou certo? Então me dei conta que estamos numa mesma sala de aula virtual online enquanto nossas realidades são totalmente diferentes. Logo eu que estou aqui em Paraty-RJ sei absolutamente nada sobre sua realidade nesse Brasil de Deus.

Vemos que, nessa postagem, a discussão foi para além do domínio técnico do GeoGebra e constitui-se em torno da prática profissional, necessidades do cotidiano, diferenças entre regiões do Brasil. Proporcionar um espaço no qual o cursista possa falar de sua realidade, compartilhar necessidades, é um modo de tornar o Curso de GeoGebra um curso útil, de fato, ao cotidiano de cada cursista. Falar sobre suas necessidades com outras pessoas, é um modo de permitir que elas sejam, eventualmente, atendidas.

Não acreditamos que apenas fazer um curso que aborde tópicos “interessantes”, que seja abrangente, seja um curso que sirva, que atenda às necessidades de cada cursista. Tomamos a decisão de permitir que o cursista fale. Esse é um modo que encontramos de permitir que o cursista torne o curso útil para si.

Essa possibilidade de interação que os fóruns apresentam fizeram com que, no decorrer das edições do curso, a equipe organizadora passasse a considerá-los tão importantes quanto as vídeo-aulas e o material escrito que elaborou para o curso. Considero que as enunciações feitas pelos cursistas nos fóruns, integram-se às vídeo-aulas e ao material escrito, constituindo-se como material do curso. Essa crença fez com que mudássemos o modo de corrigir as tarefas dos cursistas.

Na 2ª edição do curso, verificávamos quais foram os temas abordados nos materiais do módulo da semana, e corrigíamos as tarefas comparando esses temas com o que os cursistas desenvolviam em suas postagens. Além de nos dar um trabalho imenso, pois eram apenas dois moderadores para cerca de 170 alunos, esse era um modo de olhar a tarefa do cursista pela falta, pelo que não tinha sido feito, e que cerceava a produção do cursista, tanto em relação a *o que* quanto em relação ao *como* deveria ser feito.

Inspirados principalmente pela noção de Leitura Plausível, o esforço de ver o mundo através dos olhos do autor da enunciação (LINS, 1999), começamos a, apenas, verificar se o cursista fez a tarefa. Passamos a compreender que a postagem representa algo que, no entendimento de quem o fez, atende aos critérios estabelecidos no enunciado da tarefa, por isso não deve ser lido pela falta. A partir disso, voltamos nossas atenções a conversar com os cursistas, tentando provocar interações. Não nos importamos mais se a postagem contempla todos os tópicos que abordamos nos materiais do módulo. Nos importa que o cursista poste alguma construção e que esteja disposto a conversar com os demais sobre o que fez.

Esse modo de avaliar gerou um efeito no curso. Em determinado momento, os cursistas deixaram de direcionar suas postagens para os professores ou moderadores. É como se eles esquecessem que estão “sendo filmados”, avaliados. As enunciações dos cursistas direcionaram-se aos demais cursistas, com o objetivo de interagir com eles. Esse é o caso dos exemplos de interações que mostrei anteriormente.

O fato de os cursistas não terem a necessidade de atender as exigências de conteúdo que os professores do curso poderiam requerer, contribuiu para o desenvolvimento de um espaço colaborativo no qual o conhecimento produzido é resultado de atividades não planejadas previamente pela equipe de formadores, mas que aconteceram de acordo com as demandas, necessidades, de cada cursista no momento em que se inseriram nessas atividades. Isso é relevante se considerarmos o objetivo que temos de tornar o curso útil para quem o faz.

O desenvolvimento de um espaço colaborativo, foi destacado por diversos cursistas na avaliação final do curso. Em uma das questões da avaliação, pedimos que os cursistas escrevam sobre a possibilidade de fazer interações com os demais colegas. Dentre as avaliações, destaco as respostas de Angela e Marta:

Achei muito interessante, **nós aprendemos uns com os outros**, quem sabia um pouco mais, observava falhas na construção do colega e orientava para sua correção, detalhes não percebidos por um, era percebido por outros **e assim aprendemos todos juntos** (Angela, 7ª edição do curso de GeoGebra).

Achei interessante, pois é a oportunidade de formalizar nossas construções e colocar **para apreciação dos colegas do curso**. Com os comentários podemos rever nossos pensamentos, acrescentar as opiniões, **o conhecimento torna-se colaborativo** (Marta, 7ª edição do curso de GeoGebra).

Em ambas as respostas, observo a importância dada às interações durante o curso. Tanto Angela quanto Marta parecem acreditar que o conhecimento foi produzido de modo

colaborativo, ou seja, que dependeram diretamente das interações nas quais essas cursistas estiveram envolvidas no decorrer do curso. Essas interações só foram possíveis por termos organizado as tarefas a partir de temáticas e em fóruns de discussões e por assumirmos a postura de tentar tornar esses fóruns um espaço para produzir conhecimento em conjunto, não apenas um espaço a partir do qual os cursistas seriam avaliados.

Se o curso se resumisse apenas em assistir vídeo-aulas, consultar o material escrito e produzir algum material que fosse submetido apenas aos professores e moderadores, as possibilidades de compartilhamento não existiriam de forma tão eminente como existem no modo como o curso está organizado hoje.

3.2 Um curso para todos e para cada um

Acredito que o modo como planejamos o curso possibilita uma formação que vai num sentido contrário aquele que toma como pressuposto transmitir certo conhecimento, tomado como absoluto, e/ou que parte do princípio de tomar como iguais todos os que participarão do processo de formação.

Escolher por não determinar que perspectiva de uso da tecnologia os cursistas devem adotar, para que fim a tecnologia deve servir, ou, determinar como os cursistas devem fazer suas construções nas tarefas que propomos no curso, é uma forma de permitir que cada cursista se forme de acordo com o modo que lhe é conveniente, possível. Que atenda às suas necessidades e interesses. Em outras palavras, posso dizer que o modo como planejamos o curso vai num sentido diferente de uma formação pensada a partir da ideia de

[...] uma criança que dá seus primeiros passos, mas [a pensamos] no sentido da novela de formação, isso é, como um jovem que aprende, através da experiência, qual é a sua própria maneira de ver as coisas, de ler as coisas (LARROSA, 2006, p. 50, comentário meu).

Formar-se é, na perspectiva que adotamos, dizer que os cursistas poderão agir e ser de um modo diferente do que eles poderiam ser antes do processo formativo pelo qual viveram durante o curso. Eles têm seus horizontes culturais ampliados a partir das situações que vivem no processo de formação. Um processo sobre o qual não temos controle pois os caminhos que eles percorreram não foram os caminhos que planejamos, mas caminhos que aconteceram na medida em que iam acontecendo.

Nesse sentido, acredito que a formação que proporcionamos com o curso de GeoGebra é semelhante ao que Viola dos Santos (2012) apresentou sobre experiência como oportunidade de formação. Ele adota uma perspectiva em que a experiência não pode ser antecipada, pré-determinando situações que as proporcionarão e, ao invés de pensar a formação como um destino a ser alcançado, o autor a pensa como um trajeto a ser percorrido. Um trajeto que se constitui na sucessão de seus acontecimentos.

A formação tomada como uma estrada, com fim em si mesma e não em algum destino, oferece, aos licenciandos, possibilidades de construir espaços formativos nos quais atividades e situações possam se constituir nas argumentações, na ampliação de certos modos de produzir significados, contemplações em pensar outras ideias diferentes daquelas já pensadas. Dessa maneira, a formação oportuniza o compartilhamento de ações, falas, gestos, gostos que possam tocar, formar... toquem, formem e transformem formadores e licenciandos (VIOLA DOS SANTOS, 2012, p. 213).

Essa perspectiva é coerente ao modo como planejamos o uso dos materiais do curso. Em que eles têm a função de proporcionar repertório ao cursista e, assim, o importante não é o cursista fazer do modo como fazemos, mas são as demandas de produção de significados que os materiais podem criar, colocando o cursista em diferentes atividades.

Parafraseando o que Larrosa (2011) diz sobre a obra de Kafka, o importante não é o que nós pensamos, mas o modo como, em relação com nossos pensamentos (nos materiais do curso e nas interações que fizermos nos fóruns) os cursistas poderão pensar coisas sobre as quais ainda não podem pensar. Como que nossos pensamentos podem ajudar os cursistas a se transformarem, transformarem seus próprios pensamentos.

É coerente, também, ao modo como pensamos o papel dos fóruns no curso. Os fóruns se constituem como espaços formativos nos quais as atividades em que os cursistas se inserem “não são determinadas, elaboradas e implementadas a priori. Elas são ocasionais, singulares, únicas, inconstantes, não generalizáveis” (VIOLA DOS SANTOS, 2012, p. 213). Essas atividades bastam-se em si mesmas, em seus próprios objetivos. Ou seja, elas não são etapas de um processo de formação e, por isso, as necessidades que as constituíram não precisam atender às demandas dos professores do curso. Elas atendem às demandas dos alunos que as constituíram e participaram delas, enquanto participavam.

Acredito que a pluralidade de discussões que os fóruns permitem, foi aguçada pelo modo como decidimos interagir com os cursistas e corrigir as tarefas que eles realizavam. Não

dizer o que eles deveriam fazer ajudou a promover as discussões que eles desejavam realizar, tornando o curso um espaço onde a diversidade não era reprovada, mas desejada.

Isso implica que, ao término do curso, cada cursista se desenvolveu de forma diferente em relação a aspectos técnicos do uso de ferramentas e recursos do GeoGebra e desenvolveu seu próprio modo de usar o aplicativo. Um modo que, acreditamos, vai ao encontro de suas necessidades; daquilo que cada um enfrenta em seu cotidiano. Além disso, cada cursista se desenvolveu em dimensões que não imaginamos pois não planejamos todo o processo de formação que ele vivenciou. A partir disso, podemos dizer que o Curso de GeoGebra é um curso diferente para cada cursista.

Essa é uma formação pensada no sentido da experiência e não do experimento. “Se um experimento tem que ser homogêneo, isto é, tem que significar o mesmo para todos os que o leem, uma experiência é sempre singular, isto é, para cada um a sua” (LARROSA, 2011, p. 13). O curso é o mesmo desde o ponto de vista do acontecimento, porém singular do ponto de vista do que foi vivido nele, da experiência.

Vemos o resultado dessa perspectiva nos relatos de diversos cursistas. Enviamos e-mails para os cursistas que concluíram a 7ª edição, depois de 6 meses que ele havia terminado. Nessa mensagem, perguntamos:

E daí? O que mudou? Se é que mudou algo. Gostaríamos de saber sobre o que representou para você ter feito o curso de GeoGebra em suas salas de aula. E o que mais você acha que nós poderíamos saber.

Obtivemos diversos tipos de respostas. A partir dessas respostas, conseguimos ter alguma ideia de como o curso serviu para cada cursista. Do modo como cada um aproveitou as situações que viveu durante o período em que realizou o curso.

Há uma grande quantidade de relatos nos quais os cursistas indicaram que o que eles aprenderam é utilizado por eles em sala de aula. Em alguns casos, os cursistas disseram que sua prática em sala de aula mudou depois de realizarem o curso. Vale ressaltar que os destaques, em negrito, foram feitos por mim.

O curso foi de grande importância em minha formação pessoal e profissional. **O software tem me auxiliado no desenvolvimento de estratégias de ensino mais adaptadas as necessidades dos meus educandos.** Sou professor de Matemática no terceiro ano do ensino médio, no qual utilizei o software no estudo da Geometria Analítica, atrelando o ensino teórico com sua exemplificação prática. **Essa ação possibilitou-me a escrita de uns artigos**

científicos, no qual apresentei em alguns eventos. A participação no curso foi importante, **o software tem me auxiliado em meu cotidiano de trabalho.** (Carlos, 7ª edição do Curso de GeoGebra).

Na resposta anterior, podemos afirmar que, além de ter sido importante para a prática de sala de aula desse cursista, o uso do GeoGebra que esse ex-cursista desenvolveu, permitiu que ele participasse de eventos, com publicações. Permitindo a entrada desse professor em discussões que são, frequentemente, dominadas por acadêmicos e professores do Ensino Superior.

Nesse sentido, tivemos outros relatos de cursistas que, depois de terem realizado o curso, começaram a se dedicar a outras atividades como a elaboração de vídeo-aulas, elaboração de materiais que são disponibilizados em blogs, em comunidades de discussão do GeoGebra, ou que são utilizados em oficinas que ministram.

[...] utilizei o software duas vezes para apresentação em uma disciplina que cursei, **uma vez para uma oficina com professores sobre o uso do tangram**, algumas vezes para visualizar construções 3D, facilitando a resolução de exercícios da disciplina de geometria que também cursei e **organizei algumas sugestões de atividades no blog que mantenho.** (Alberto, 7ª edição do Curso de GeoGebra).

[...] **O Geogebra foi o começo para outros softwares educacionais e até criação de vídeo-aulas apesar do meu tempo curto.** O meu projeto de mestrado onde eu focava a utilização do Geogebra e outros softwares foi aceito [...]. (Ricardo, 7ª edição do Curso de GeoGebra).

Apresentei uma oficina básica num evento da Ufscar, com 4 horas de duração, o público alvo foi professores dos anos iniciais. Apresentei o programa e algumas ferramentas, mais voltadas para a construção de figuras geométricas. **No final, brincamos de montar mosaicos com figuras.** Foi bem legal (Silvia, 7ª edição do Curso de GeoGebra).

A ex-cursista Silvia disse que no final de um minicurso que ela ministrou, eles começaram a brincar de montar mosaicos. A construção de mosaicos no GeoGebra é um dos tópicos que abordamos no decorrer do curso. Um indício de que o que abordamos nos materiais do curso estão servindo, diretamente, na prática dessa professora.

Além desses, há outro relato em que o cursista disse sobre como as reflexões que o curso lhe possibilitou, o fizeram pensar sobre o uso do GeoGebra e sobre o modo como ele dava aula.

Sou bacharel em matemática e tenho mestrado em engenharia elétrica (otimização aplicada a telecomunicações), ou seja, não possuo formação na

área de educação matemática. Há 2 anos comecei a me interessar pela educação matemática (e educação de modo geral) devido aos altos índices de reprovação nas disciplinas de Cálculo (leciono cálculo para vários cursos). Eu já "brincava" com o Geogebra há alguns meses antes de fazer o curso, mas utilizei pouquíssimas vezes na sala de aula (antes do curso, é claro). Dava aquele mesmo curso clássico de cálculo: definições, teoremas (metade deles sem demonstrações), MUITAS CONTAS, exemplos e algumas aplicações. **O curso além de ter me dado maior habilidade com o Geogebra, me forneceu também boas reflexões de como utilizá-lo em sala e porque adotá-lo. As discussões nos fóruns me levou pensar sobre a possibilidade de inferir resultados matemáticos de maneira experimental para então formalizar os conceitos matemáticos descobertos.** Notoriamente é mais motivador [...]. No Cálculo de uma variável a experimentação com o Geogebra também ficou bem interessante, infelizmente não pude concluir o trabalho, pois tive que passar a disciplina para uma professora recém chegada e sem carga horária. Mas **levei o Geogebra para discutir funções de modo geral, limites e continuidade (inclusive o Teorema do Sanduíche), assíntotas e o início de derivada com as retas tangentes.** Confesso que fiquei até mais animado para demonstrar os teoremas. (Afonso, 7ª edição do Curso de GeoGebra).

Considero importante destacar que este ex-cursista relatou não ter formação em Educação Matemática. Por não termos a perspectiva de fazer um curso, exclusivamente, para educadores ou para matemáticos, abrimos possibilidades para o compartilhamento de diferenças entre profissionais de outras áreas. No caso desse cursista, acredito que as reflexões que ele teve no curso o fizeram constituir novas atividades, com necessidades diferentes das que ele constituía antes, e que o fizeram mudar o modo como desenvolve suas aulas. Considero esse relato um bom exemplo de como as discussões nos fóruns permitem a ampliação dos horizontes culturais de quem participar deles, cursistas, moderadores ou professores.

Para concluir, gostaria de reiterar uma afirmação que fiz anteriormente. A partir da ideia de formação como experimento, poderíamos dizer, de antemão, o que o cursista saberá, qual será a perspectiva de uso da tecnologia, que discussões ele terá participado ao realizar o curso. A ideia de formação como experiência não nos permite antecipar essas coisas. “Não se pode saber de antemão qual vai ser o resultado de uma experiência, onde pode nos conduzir, o que vai fazer de nós” (LARROSA, 2011, p. 16 do pdf). A partir dessa perspectiva, acredito que o Curso de GeoGebra é diferente para cada um que o faz. Ele é um curso para todos, no sentido do acontecimento, e para cada um, no sentido da experiência de formação.

Acredito, ainda, que a perspectiva e as possibilidades de formação que o Curso de GeoGebra oferece, estão alinhadas à ideia de que

A pluralidade da expressão “formação de professores” pode ser ampliada para formação de diferentes professores que, mesmo estando em uma mesma turma de um determinado curso, se constroem e se transformam em particularidades específicas, conhecimentos e ignorâncias diferentes, dificuldades e possibilidades de superação diversas...” (VIOLA DOS SANTOS, 2012, p. 213)

4 O QUE POSSO DIZER SE AINDA ESTOU VIVENDO O PROCESSO?

A você que aceitou meu convite e veio falar comigo, ler o que escrevi, te agradeço por se dispor a participar desse processo.

Como disse na introdução, esse trabalho se constitui como uma tentativa, minha, em dizer coisas novas. Novas para mim. Que eu ainda não havia dito. Pronto, agora eu as disse. Disse da melhor maneira que pude no tempo que tive, com as teorias que me afetaram, com a capacidade que tive para dizê-las.

Sobre o que escrevi nesse trabalho, posso dizer que o primeiro texto foi um exercício de análise de aspectos do meu processo formativo. Processo, esse, que tem como marco o ano de 2012, antes mesmo de eu vir para Rio Claro, quando passei a integrar a equipe de formadores do Curso de GeoGebra. Minha inserção nesse curso permitiu novas discussões, novos textos, novas possibilidades, que, desde então, têm me modificado drasticamente.

Depois disso, já em Rio Claro, mais próximo das discussões acerca do Modelo dos Campos Semânticos, e participando mais ativamente da organização do curso. Não mais apenas nos fóruns, mas pensando, elaborando, o curso.

Além disso, os encontros de quinta do grupo de estudos Sigma-t, as conversar nas caminhadas, na hora do almoço ou do jantar, todas essas coisas contribuíram, fortemente, para eu me definir. Quem sou eu em relação à Educação Matemática? Em que eu acredito?

É isso que representa, nesse trabalho, o texto *Eu acho que não é possível ensinar algo a alguém*. É um olhar para trás no tempo e em diversas direções em relação ao meu desenvolvimento enquanto participante de um processo de formação. Uma tentativa de compreender aspectos dos caminhos que fiz desde certo tempo até os dias de hoje e que me ajudam a dizer, para mim mesmo, principalmente, quem sou em relação à Educação Matemática. Esse foi o texto que meu deu mais trabalho para escrever. Acho que porque eu estava me inventando e tentando me convencer, a todo momento, que aquela invenção era realmente eu.

Depois de “me definir”, achei que seria interessante apresentar uma perspectiva de uso da tecnologia em salas de aula. Esse é o assunto que mais tem me tocado durante o período que estou no mestrado.

Assim, o que apresento no capítulo [...] e uma perspectiva de uso da tecnologia em salas de aula a partir dessa crença é uma tentativa de responder “o que posso dizer sobre uso da tecnologia em salas de aula a partir das afirmações que apresentei no primeiro texto?”. Em outras palavras, “o que posso dizer sobre o uso da tecnologia em salas de aula a partir do que eu disse que sou eu?”.

As conclusões que lá apresento, são resultado de conversas, de leituras, de discussões. Mas, sobretudo, de ter vivido o processo de estar pensando na elaboração do Curso de GeoGebra. Foram durante os pensamentos e as discussões sobre e para a elaboração da 6ª edição do curso, que comecei a pensar que seria importante ter uma perspectiva de uso da tecnologia em sala de aula em que eu escolhesse acreditar.

Por ser esse momento o que considero o mais importante na escolha por pensar em uma perspectiva de uso da tecnologia, que decidi escrever sobre possibilidades de formação que oferecemos com o curso. Porque, para mim, essa escolha suscitou uma discussão política muito forte: será que todos os cursistas devem escolher acreditar na perspectiva de uso da tecnologia que eu acredito? Será que eu devo querer isso? Será que seria a melhor perspectiva para eles? Essas questões me fizeram pensar em *que* formação oferecemos com os Cursos de GeoGebra.

Essas questões me motivaram a pensar sobre as escolhas que o Sérgio e eu fizemos, junto com mais 40 professores na 7ª edição, e que considero fundamentais no desenvolvimento do curso, no modo como ele está atualmente, em sua 8ª edição. Apresento algumas dessas escolhas e suas implicações no texto “*A pluralidade da expressão ‘formação de professores’ pode ser ampliada para a formação de diferentes professores (...)*”. O título do texto já revela uma crença minha.

Espero que esse último texto sirva para nossa equipe na organização de novos cursos e para outras pessoas que, ao lerem, reflitam acerca de *que* formação esperam possibilitar a seus alunos.

Bem, sobre o trabalho eu acho que não tenho muito mais a dizer além disso.

Sobre o processo de formação, acredito que o mais importante tem sido a possibilidade de eu me constituir numa área de pesquisa. Acredito que ainda estou em processo de formação e que ainda há muito o que caminhar. Mas posso dizer que é gratificante parar, pensar, e poder dizer que mudei.

Ah, lembra-se da história da gangorra? Então, nessa etapa do processo de formação que estou, posso dizer que ganhei mais peso e que estou com as pernas mais fortes do que antes. Sinto-me mais confiante. Parece que agora sei menos sobre menos coisas.

Mas ao mesmo tempo, o outro lado está mais pesado do que antes. Eu enxergo mais coisas do lado da Educação Matemática. Enxergo mais pesquisadores, mais publicações. Pesquisas com perspectivas diferentes da que eu acredito hoje, que me fazem pensar sobre minha própria perspectiva.

É assim, sinto-me mais forte para sustentar a mim mesmo, mas tão incapacitado quanto antes a mover a gangorra para onde eu quero, com a facilidade que desejo. O processo formativo me fez ver minhas incoerências, minhas incapacidades. Sei que ainda preciso correr, mas não quero que a gangorra pare de se movimentar.

CONFISSÕES DE UM PASSADO INVENTADO (PARTE II) - QUANDO LEIO ESSE TRABALHO, TENHO VONTADE DE MUDAR TUDO

Rio Claro, 19 de novembro de 2018

Meu nome é Guilherme, sou um estudante de doutorado no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP de Rio Claro, sob orientação do professor Romulo Campos Lins.

Ao iniciar a escrita da tese, tive vontade de falar sobre minha trajetória de formação, desde a graduação até chegar ao doutorado. Vejo que isso é bem frequente nas dissertações e teses e eu achei interessante destinar um espaço do meu trabalho a falar sobre mim.

Na tentativa por encontrar vestígios que me permitam contar minha história, os colegas do grupo de estudo me sugeriram ler a dissertação que redigi para o mestrado; esse seria um modo de dizer sobre como eu fui mudando, me tornando o que sou hoje. No entanto, ao ler aquela dissertação, não encontrei nada que seja semelhante ao que sou hoje; me nego a acreditar que aquele trabalho foi escrito por mim.

Mas meus colegas de grupo insistem em dizer “Guilherme, você é o autor da dissertação! Veja o nome do autor, Guilherme Francisco Ferreira, não é você? Veja, ainda, os agradecimentos, a dedicatória, os temas abordados... temos certeza de que foi você quem escreveu essa dissertação”.

Perdi o chão! Se aquele era eu, como as crenças, opiniões, o modo de escrever, a argumentação, podem ser tão diferentes do que as que estou construindo na minha tese? Não! Me nego a acreditar que aquele Guilherme sou eu. Vou escrever um texto para mostrar quem sou e, assim, mostrar que eu não sou o autor daquela dissertação...

REFERÊNCIAS

Bairral, M. A., & Maia, R. C. O. (2012). O uso do Google Earth em aulas de matemática. **Linhas Críticas**, vol 19, nº 39, Brasília, p. 373-390. 2012.

BAIRRAL, M. A. As TIC e a licenciatura em matemática: Em defesa de um currículo focado em processos. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática (JIEEM)**, vol 6, nº 1, São Paulo, 2013.

Disponível em: < <http://pgsskroton.com.br/seer/index.php/jieem/article/view/97/87>>. Acesso em: 10 de outubro de 2015.

BAIRRAL, M. A. As tecnologias digitais potencializando a insubordinação criativa no currículo da formação inicial de professores de Matemática. In: B. S. D'AMBROSIO; C. E. LOPES. (Org.). **Vertentes da Subversão na Produção científica em Educação Matemática**. 1ª ed. Campinas: Mercado de Letras, 2015, p. 303-323.

BORBA, M. C. Coletivos seres-humanos-com-mídias e a produção matemática. In: **I Simpósio Brasileiro de Psicologia da Educação Matemática**, 2002, Curitiba. I Simpósio Brasileiro de Psicologia da Educação Matemática, 2002. v. 1. p. 135-146.

BORBA, M. C. Humans with Media: A Performance Collective in the Classroom?. In: George Gadanidis; Cornelia Hoogland. (Org.). **Digital Mathematical Performance**. 1ed. Ontario: Western, 2006, v. 1, p. 15-21.

BORBA, M. C.; MALHEIROS, A. P. S.; ZULATTO, R. B. A. **Educação a Distância online**. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

BORBA, M. C.; SCUCUGLIA, R. R. S; GADANIDIS, G. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento**. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.

DANTAS, S. C; FRANCISCO FERREIRA, G. Criando e integrando novas ferramentas no GeoGebra. **Revista do Professor de Matemática**, v. 1, p. 24-32, 2014.

FILHO, J. S. Marcadores de Tempo Indígenas: Educação Ambiental e Etnomatemática. 2010. 156p. Dissertação (Mestrado em Ciências Ambientais) – Instituto de Ciências Ambientais, Universidade Estadual do Mato Grosso, Cáceres, 2010.

FRANCISCO FERREIRA, G. **Estágio**: um relato de experiência e uma análise das práticas didáticas apoiada nas reflexões dos alunos. 2012. 76p. Trabalho de conclusão de curso (Graduação em Licenciatura em Matemática com ênfase em Informática) – Faculdade de Apucarana – FAP, Apucarana.

FRANCISCO FERREIRA, G. Análise da produção de significados em um curso de Geogebra a distância. In: XXIX Semana da Matemática da UEL, 2013, Londrina. Anais da XXIX Semana da Matemática da UEL, 2013.

LARROSA, J. B. Notas sobre a experiência e o saber da experiência. **Revista Brasileira de Educação**, Rio de Janeiro: Autores Associados, n.19, p. 20-28, 2002.

LARROSA, J. B. Experiência, alteridade e educação. **Reflexão e ação**, Santa Cruz do Sul, v.19, n2, p.04-27, jul./dez. 2011.

LARROSA, J. B. *Pedagogia Profana*. Belo Horizonte: Autentica, 2006

LEONTIEV, A. **O desenvolvimento do psiquismo**. Lisboa: Horizonte Universitário, 1978.

LINARDI, P. R. **Rastros da formação matemática na prática profissional do professor de matemática**. 2006. 291p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

LINARDI, P. R. ; FRANCISCO FERREIRA, G. ; DANTAS, S. C. Produções de significados em um curso de Geogebra a distância. In: VII CIBEM - Congresso Iberoamericano de Educación Matemática, 2013, Montevideo. Anais do VII CIBEM - Congresso Iberoamericano de Educación Matemática, 2013.

LINS, R. C. Luchar por la supervivencia: la producción de significado. **Uno**: Revista de Didáctica de las Matemáticas, Barcelona, nº 14, p. 39-46, 1997.

LINS, R. C. Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: (ORG.), M. A. V. B. **Persquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 75-94.

LINS, R.C. Matemática, monstros, significados e educação matemática. In: BICUDO, M. A. V. & BORBA, M. C. (orgs.). **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004, p. 92-120.

LINS, R. C. A formação pedagógica em disciplinas de conteúdo matemático nas licenciaturas em Matemática. **Revista de Educação PUC-Campinas**, Campinas, v. 18, p. 117-123, 2005.

LINS, R. C. A diferença como oportunidade para aprender. In: Peres, E. et al. (orgs.). **Processos de ensinar e aprender: sujeitos, currículos e cultura: livro 3**. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2008, p. 530-550.

LINS, R. C. O modelo dos campos semânticos: Estabelecimentos e notas de teorizações. In: ANGELO, C. L. et al. (Orgs). **Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática: 20 anos de história**. São Paulo: Midiograf, 2012. p. 11-30.

LINS, R. C. Entrevista com o Romulo: Talvez isto devesse acontecer numa tese. In: **Legitimidades possíveis para a Formação Matemática de Professores de Matemática**. VIOLA DOS SANTOS, J. R. 2012. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2012.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas: Papirus, 1997.

OLIVEIRA, V. C. A. de; Sobre as ideias de estranhamento e descentramento na formação de professores de matemática. In: Claudia Laus Angelo; Edson Pereira Barbosa; João Ricardo

Viola dos Santos; Sérgio Carrazedo Dantas; Viviane Cristina Almada de Oliveira. (Org.). **Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática: 20 anos de história.** 1ª ed., 2012, v. 1, p. 199-216.

SILVA, T. T. A produção social da identidade e da diferença. In: SILVA, T. T. (org.) **Identidade e diferença: A perspectiva dos estudos culturais.** 3. ed. – Petrópolis, RJ: Vozes, 2000. p. 73 – 102.

SILVA, T. T. Identidade e diferença: impertinências. **Educação & Sociedade.** Ano XXIII. n. 29. Agosto, 2002. p. 65 – 66.

SILVA, T. T. **Documentos de identidade: uma introdução às teorias do currículo.** 2. ed., 6ª reimp. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

VALENTE, J. A. **As Tecnologias de Informação e Comunicação no Ensino Médio.** 2010a. Disponível em: <<http://lucianoborgesdebraganca.blogspot.com.br/2011/03/as-tecnologias-de-informacao-e.html>>. Acesso em 23 novembro 2015.

VALENTE, J. A. **As Tecnologias Digitais e os Diferentes Letramentos.** 2010b. Disponível em: <<http://reginadefatima.blogspot.com.br/2010/10/as-tecnologias-digitais-e-os-diferentes.html>>. Acesso em 23 novembro 2015.

VALENTE, J.A. As TICs na escola no contexto da cultura digital. 2010c. **TV Escola/Salto para o Futuro** (Programa de rádio ou TV/Mesa redonda). Disponível em: <<http://tvescola.mec.gov.br/tve/salto/interview;jsessionid=41598B6A17225298A7D340F15A8D9C36?idInterview=8382>>. Acesso em 23 novembro 2015.

VIGOTSKII, L. S.; LURIA, A. R.; LEONTIEV, A. N. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem.** 3.ed. São Paulo: Ícone, 1988.

VIOLA DOS SANTOS, J. R. Legitimidades possíveis para a Formação Matemática de Professores de Matemática. 2012. 360p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2012.

WIKIPEDIA. Youtube. **Wikipedia.** Disponível em:<<https://pt.wikipedia.org/wiki/YouTube>>. Acesso em 28 julho 2015.