



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS

Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional

Paula Enéas Musarra

**Modelagem fuzzy do tempo de vida útil de
um transformador e proposta pedagógica de
construção de uma turbina hidrelétrica
utilizando Modelagem Matemática**



RIO CLARO / SP

2019



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
Instituto de Geociências e Ciências Exatas
Câmpus de Rio Claro

Modelagem fuzzy do tempo de vida útil de um transformador e proposta pedagógica de construção de uma turbina hidrelétrica utilizando Modelagem Matemática

Paula Enéas Musarra

Dissertação apresentada como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática, junto ao Programa de Pós-Graduação – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, do Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Câmpus de Rio Claro.

Orientadora
Profa. Dra. Renata Zotin Gomes de Oliveira

2019

M985m Musarra, Paula Enéas
Modelagem fuzzy do tempo de vida útil de um transformador e proposta pedagógica de construção de uma turbina hidrelétrica utilizando Modelagem Matemática / Paula Enéas Musarra. -- Rio Claro, 2019
97 p. : il., tabs.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista (Unesp), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro
Orientadora: Renata Zotin Gomes de Oliveira

1. Modelagem matemática. 2. Lógica Fuzzy. 3. Projeto interdisciplinar. I. Título.

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Biblioteca do Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro. Dados fornecidos pelo autor(a).

Essa ficha não pode ser modificada.

TERMO DE APROVAÇÃO

Paula Enéas Musarra

MODELAGEM FUZZY DO TEMPO DE VIDA ÚTIL DE UM
TRANSFORMADOR E PROPOSTA PEDAGÓGICA DE CONSTRUÇÃO DE
UMA TURBINA HIDRELÉTRICA UTILIZANDO MODELAGEM
MATEMÁTICA

Dissertação APROVADA como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre no Curso de Pós-Graduação – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, do Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, pela seguinte banca examinadora:

Profa. Dra. Renata Zotin Gomes de Oliveira
Orientadora

Profa. Dra. Elaine Cristina Catapani Poletti
FT / UNICAMP / Limeira (SP)

Profa. Dra. Francielle Santo Pedro Simões
UNICAMP / Campinas (SP)

Rio Claro, 06 de maio de 2019

Agradecimentos

Aos meus pais por sempre me incentivarem a correr atrás de meus sonhos e plantarem a semente da fé que a educação transforma o mundo.

Ao meu marido, por amor, compreensão e apoio incondicional.

Aos colegas do curso, por todas as caronas, horas de estudos e torcida para superar as dificuldades apresentadas.

Aos professores do programa PROFMAT - UNESP/Rio Claro que, me tratando como aluna, me ajudaram a pensar em como ser uma professora melhor.

Ao programa PROFMAT que oferece aos professores da rede uma oportunidade de qualificação sem ausentar-se por completo de suas obrigações profissionais.

À minha orientadora Professora Dra. Renata, pelas orientações e cobranças durante o processo de escrita desse trabalho.

À E.E. Dom João Nery por oportunizar a realização da atividade relatada nesse trabalho.

Aos professores que prontamente aceitaram o convite para participarem da banca.

Por fim, a todos que por algum motivo fizeram parte desta etapa da minha vida acadêmica. Meu muitíssimo obrigada.

“O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001”.

*How I choose to look at any situation will greatly affect
whether I have the power to change it
or make matters worse.*
Marshall B. Rosenberg

Resumo

Neste trabalho apresentamos um estudo introdutório à Teoria de Conjuntos Fuzzy e Lógica Fuzzy, mostrando o seu potencial de aplicação através do aperfeiçoamento do cálculo da estimativa do tempo de vida de um transformador de energia elétrica, informação de grande importância para a equipe de qualidade de uma empresa conseguir prever o melhor momento de manutenção. Foi desenvolvido um sistema computacional que consulta uma base de dados já existente e aplica o cálculo do tempo de vida utilizando três métodos diferentes, permitindo ao usuário comparar e selecionar o resultado mais próximo ao real, com base em fatores externos. Como energia elétrica é um tema amplo que aparece em diversos componentes curriculares, facilitando a construção de projetos interdisciplinares, apresentamos uma proposta de projeto onde será criada uma maquete de uma turbina hidrelétrica utilizando conceitos da construção geométrica e a modelagem matemática da tensão gerada por esta turbina, em função da altura. A proposta de projeto foi aplicada no 8º ano do Ensino Fundamental e os resultados estão presentes no trabalho.

Palavras-chave: Modelagem matemática, Lógica Fuzzy, Projeto interdisciplinar.

Abstract

In this work we present an introductory study of Fuzzy Sets Theory and Fuzzy Logic, showing its potential for application through the improvement of the calculation of the life span estimation of an electrical power transformer, information of great importance for the company's quality team to predict the best moment of maintenance. It was developed a computational system that consults the existing database and applies the calculation of the life span using three different methods, allowing the user to compare and select the result closest to the actual based on external factors. Since electric energy is a broad theme that appears in several curricular components, facilitating the construction of interdisciplinary projects, we present a project proposal where a model of a hydroelectric turbine will be created using concepts of geometric construction and the mathematical modelling of the tension generated by this turbine, as a function of height. The project proposal was applied in the 8° year of elementary school and the results are present at work.

Keywords: Mathematical modeling, Fuzzy Logic, Interdisciplinary project.

Lista de Figuras

2.1	O caminho da energia elétrica da geração ao consumidor [1].	23
2.2	Foto pátio da subestação de Emborcação (Catalão - Goiás) [2].	24
3.1	Partes de um transformador de potência [3].	27
3.2	Parte ativa do transformador a óleo [3].	28
3.3	Circuito de um transformador ideal [3].	28
3.4	Sistema isolante em transformadores isolados à óleo [4].	29
3.5	Expectativa de vida do transformador pela normas IEEE Std C57.91 e ABNT NBR 5416/97.	30
3.6	Tempo de vida do isolamento do transformador de classe $65^{\circ}C$	31
3.7	Curva de carga de dois patamares.	32
4.1	Exemplo de função de pertinência.	36
4.2	Operações com subconjuntos fuzzy: (a) união; (b) intersecção; (c) complemento. [5]	37
4.3	Exemplo de função de pertinência.	38
4.4	Alfa-níveis.	38
4.5	Exemplo de número fuzzy triangular.	39
4.6	Exemplo de número fuzzy trapezoidal.	40
4.7	Esquema geral de um Controlador Fuzzy.	43
4.8	Função de pertinência: monóxido de carbono.	44
4.9	Função de pertinência: probabilidade de chuva.	45
4.10	Função de pertinência: índice de qualidade do ar.	45
4.11	Pertinências do monóxido de carbono para 1050 ppb.	46
4.12	Saída final do método de Mamdani.	47
5.1	Conjunto fuzzy: oxigênio.	50
5.2	Conjunto fuzzy: água.	50
5.3	Comparação entre o valor teórico e a modelagem fuzzy para a constante A na faixa de oxigênio baixa.	54
5.4	Constante A - modelagem fuzzy e valor teórico para $O_2 = 3000$	54
5.5	Comparação entre o valor teórico e a modelagem fuzzy para a constante A na faixa de oxigênio médio.	55
5.6	Constante A - modelagem fuzzy e valor teórico para $O_2 = 6200$, $O_2 = 6400$, $O_2 = 6800$ e $O_2 = 7000$	55
5.7	Comparação entre o valor teórico e a modelagem fuzzy para a constante A na faixa de oxigênio alta.	56
5.8	Constante A - modelagem fuzzy e valor teórico para $O_2 = 15000$, $O_2 = 16000$ e $O_2 = 17000$	56

5.9	Comparação dos valores de PU de vida para oxigênio baixo.	57
5.10	Comparação dos valores de PU de vida entre os modelos IEEE, Carriel e Fuzzy para o nível de oxigênio baixo.	58
5.11	Comparação da razão da média dos valores de PU de vida entre os modelos IEEE, Carriel e Fuzzy para o nível de oxigênio baixo.	58
5.12	Comparação dos valores de PU de vida para oxigênio médio.	59
5.13	Comparação dos valores de PU de vida entre os modelos IEEE, Carriel e Fuzzy para o nível de oxigênio médio.	59
5.14	Comparação da razão da média dos valores de PU de vida entre os modelos IEEE, Carriel e Fuzzy para o nível de oxigênio médio.	60
5.15	Comparação dos valores de PU de vida para oxigênio alto.	60
5.16	Comparação dos valores de PU de vida entre os modelos IEEE, Carriel e Fuzzy para o nível de oxigênio alto.	61
5.17	Comparação da razão da média dos valores de PU de vida entre os modelos IEEE, Carriel e Fuzzy para o nível de oxigênio alto.	61
5.18	Tela inicial do programa.	62
5.19	Página com informações dos transformadores da subestação.	62
5.20	Valores de PU a cada uma hora de um transformador gerados pelo programa desenvolvido.	63
5.21	PU médio diário de um transformador.	64
5.22	Análise do TR-01 de ATI01.	65
5.23	Análise do TR-02 de ATI01.	65
5.24	Análise do TR-03 de ATI01.	66
5.25	Análise do TR-01 de BJP01.	66
5.26	Análise do TR-02 de BJP01.	67
5.27	Análise do TR-01 de CAJ01.	67
6.1	Turbina caseira com material reciclado.	71
6.2	Instalação das pás da turbina.	72
6.3	Barbante com lápis amarrado para referência na medição da altura.	74
6.4	Medição da distância entre os lápis amarrados no barbante.	74
6.5	Planilha no Excel com os dados do grupo 1.	77
6.6	Planilha no Excel com os dados do grupo 2.	77
6.7	Planilha no Excel com os dados do grupo 3.	78
6.8	Planilha no Excel com os dados do grupo 4.	78
B.1	Passos para construção do diâmetro da circunferência utilizando régua e compasso.	91
B.2	Passos para construção do centro da circunferência.	92
B.3	Passos para divisão da circunferência em 6 partes iguais.	93
B.4	Passos para divisão da circunferência em 12 partes iguais.	93
B.5	Passos para construção do diâmetro da circunferência utilizando régua e transferidor.	94
B.6	Passos para construção do centro da circunferência.	94
B.7	Passos para construção do centro da circunferência.	95
C.1	Materiais necessários para o gerador da turbina.	97
C.2	Conexão interna do eixo do motor.	98
C.3	Conexão do motor a base da turbina.	98

C.4	Fixação do suporte.	99
C.5	Instalação dos fios.	99

Lista de Tabelas

3.1	Valores de referência para 1 p.u de vida para transformadores das classes 55°C e 65°C.	31
3.2	Valores de A para variação de oxigênio e água ([6], [7]).	33
3.3	Vida do isolamento do transformador (McNutt).	33
3.4	Valores das constantes da expressão de McNutt modificada.	34
4.1	Tabelas verdades dos conectivos clássicos.	41
4.2	Monóxido de carbono e probabilidade de chuva (dados do CPTEC). . .	44
4.3	Classificação do índice da qualidade do ar (dados do CPTEC).	44
4.4	Base de regras da QualiAr.	45
5.1	Entradas fuzzy: oxigênio e água	50
5.2	Valores da constante A dadas pelas equações de Lelekakis, Martin e Wijaya.	51
5.3	Tabela auxiliar para a construção do conjunto fuzzy saída.	52
5.4	Classificação da constante A.	52
5.5	Valores da constante A.	53
5.6	Base de regras.	53
6.1	Tarefa dos integrantes do grupo.	73
6.2	Estrutura da tabela de dados.	74
6.3	Tabela de dados - distâncias entre os lápis.	74
6.4	Tabela de dados - Média das tensões.	75
6.5	Tabela de dados - matematização.	79
A.1	Habilidades de Matemática - 7° ano.	85
A.2	Habilidades de Matemática - 8° ano.	86
A.3	Habilidades de Ciências - 8° ano.	86
A.4	Habilidades de Geografia - 8° ano.	87
A.5	Habilidades de Matemática - 9° ano.	87
A.6	Habilidades: Ciências da natureza e suas tecnologias no Ensino Médio.	88
A.7	Habilidades: Ciências humanas e sociais no Ensino Médio.	88
A.8	Habilidades: Matemática e suas tecnologias no Ensino Médio.	89

Sumário

1	Introdução	21
2	A Energia Elétrica	23
2.1	Geração	23
2.2	Transmissão	24
2.3	Distribuição	24
3	Transformador	27
3.1	Estudos sobre o tempo de vida útil do transformador	29
3.1.1	Aceleração do envelhecimento	32
4	Conjuntos fuzzy - conceitos básicos	35
4.1	Conjuntos fuzzy	35
4.2	Operações com conjuntos fuzzy	36
4.2.1	Alfa-nível	37
4.3	Números fuzzy	39
4.4	Lógica Fuzzy	40
4.4.1	Conectivos básicos da lógica clássica	41
4.5	Conectivos básicos da Lógica Fuzzy	42
4.6	Controle Fuzzy	43
4.6.1	Módulo de fuzzificação	44
4.6.2	Módulo de base de regras fuzzy	45
4.6.3	Módulo de inferência fuzzy	46
4.6.4	Módulo de defuzzificação	47
5	Modelagem fuzzy da expectativa de vida de um transformador	49
5.1	Modelagem Fuzzy	50
5.1.1	Fuzzificação	50
5.1.2	Sistema baseado em regras fuzzy	53
5.2	Cálculo da expectativa do tempo de vida	57
5.3	Interface gráfica do software	62
6	Projeto para o ensino básico relacionado à energia elétrica	69
6.1	Aula 1: Interação	69
6.2	Aula 2: Construção da turbina	70
6.3	Aula 3: Coleta de dados - energia gerada em função da altura	73
6.4	Aula 4: Matematização e modelagem matemática	75
7	Considerações Finais	81

Referências	83
A Base Nacional Comum Curricular	85
A.1 Ensino Fundamental - anos finais	85
A.1.1 7º ano	85
A.1.2 8º ano	86
A.1.3 9º ano	87
A.2 Ensino Médio	87
A.2.1 Ciências da natureza e suas tecnologias	88
A.2.2 Ciências humanas e sociais	88
A.2.3 Matemática e suas tecnologias	89
B Construção geométrica	91
B.1 Método I - régua e compasso	91
B.1.1 Centro da circunferência	91
B.1.2 Divisão em 12 partes iguais	92
B.2 Método II - régua e transferidor	93
B.2.1 Centro da circunferência	93
B.2.2 Divisão em 12 partes iguais	95
C Construção do gerador da turbina	97
C.1 Eixo do motor	97
C.2 Base de sustentação	98

1 Introdução

O atual cenário dos mercados de energia elétrica no mundo tem levado as empresas do setor a operar num meio de competitividade, forçando uma busca constante por maior eficiência, melhor qualidade de fornecimento e menores custos. Este contexto tem levado a uma mudança nas filosofias de manutenção, acelerando a migração da manutenção preventiva para a preditiva. Como um grande transformador custa muito caro, da ordem de alguns milhões, eles são os primeiros equipamentos em que se opera essa mudança de manutenção, visto que, além de essenciais para as redes de transmissão e distribuição de energia elétrica, são em geral os maiores ativos de uma subestação [8].

A proposta da manutenção preditiva é fazer o monitoramento regular das condições dos equipamentos e instalações e, ainda, monitorar o rendimento operacional. Para conhecer, diagnosticar ou prognosticar eventuais problemas se tornou comum a adoção de sistemas de monitoração em tempo real.

A medição das diversas variáveis consideradas importantes para o conhecimento do estado do equipamento é efetuada através de sensores localizados, em geral, junto ao transformador e, em seguida, transmitidas para o sistema de monitoração utilizando-se os meios físicos mais convenientes para a aplicação (celular, rádio, modem, cabos, etc.).

Para que o sistema de monitoração atinja seus objetivos, os dados recebidos devem ser transformados em informações através de algoritmos matemáticos baseados em estudos teóricos que vêm sendo desenvolvidos nos últimos anos.

O Instituto de Engenheiros Eletricistas e Eletrônicos (IEEE), na norma IEEE Std C57.91-1995 [9], traz recomendações gerais para transformadores de distribuição e, em especial, um cálculo para a estimativa do tempo de vida útil do equipamento que se tornou referência de requisitos técnicos operacionais de transformadores de potência.

Durante as últimas décadas diversos estudos foram dedicados a aumentar o tempo de vida de operação do transformador e os três fatores mais influentes foram identificados como o calor, a umidade e o oxigênio. O cálculo sugerido pela IEEE C57.91 é baseado apenas na temperatura de operação do equipamento e não considera a influência dos outros dois fatores o que, de acordo com os estudos de Martins [10], podem diminuir a expectativa de vida do equipamento em mais de 15 anos.

Carriel [11] propõe adicionar um fator de correção na equação da IEEE C57.91 acrescentando funções dependentes da água e oxigênio. Lelekakis, Martin e Wijaya ([6], [7]) também estudaram a influência dos fatores água e oxigênio no cálculo da expectativa de vida do transformador e propuseram três funções diferentes para as três faixas de valores de oxigênio (baixo, médio e alto).

Na primeira etapa deste trabalho propomos a aplicação da Modelagem Fuzzy na tentativa de encontrar um método mais preciso de estimar o tempo de vida de um trans-

formador levando em consideração as informações de oxigênio e água aferidos. Comparamos os valores encontrados através da Modelagem Fuzzy com os valores descritos nos estudos de Lelekakis, Martin e Wijaya. Em seguida, calculamos e comparamos o valor da expectativa de vida por três modelos diferentes: Fuzzy, IEEE e Carriel; disponibilizando o resultado através de um software que pode ser acessado em um navegador de internet. A interface gráfica do programa, assim como todos os cálculos, foram realizados por códigos de programação em linguagem Python.

Finalizamos o trabalho com uma proposta de projeto interdisciplinar para aplicação em sala de aula que utiliza como tema principal a geração de energia elétrica, tendo em vista a inserção deste trabalho no Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT. O projeto abrange diversos assuntos como os conceitos básicos de energia potencial e cinética, a geometria na circunferência e a modelagem matemática de uma equação do 1º grau.

Com o objetivo de melhor descrever o trabalho realizado e os resultados alcançados no desenvolvimento deste estudo, a dissertação foi organizada em capítulos, da forma descrita a seguir.

No capítulo 2 contextualizamos as etapas de geração, transmissão, distribuição e consumo da energia elétrica no Brasil. O capítulo seguinte detalha as partes do transformador e os estudos teóricos do cálculo da expectativa de vida do equipamento.

No capítulo 4 introduzimos os conceitos básicos da Teoria dos Conjuntos Fuzzy que são aplicados nos cálculos descritos posteriormente. No capítulo 5 aplicamos a modelagem fuzzy para a correção do fator de envelhecimento e comparamos com os valores que seriam obtidos seguindo o cálculo proposto pelo IEEE e por Carriel.

No capítulo 6 descrevemos o projeto interdisciplinar proposto e a sua aplicação em sala de aula.

2 A Energia Elétrica

A eletricidade se tornou a principal fonte de luz, calor e força utilizada no mundo moderno. Obtida a partir de todos os outros tipos de energia, a eletricidade é transportada e chega aos consumidores no mundo inteiro por meio de sistemas elétricos complexos, compostos de quatro etapas: geração, transmissão, distribuição e consumo, como ilustra a Figura 2.1.

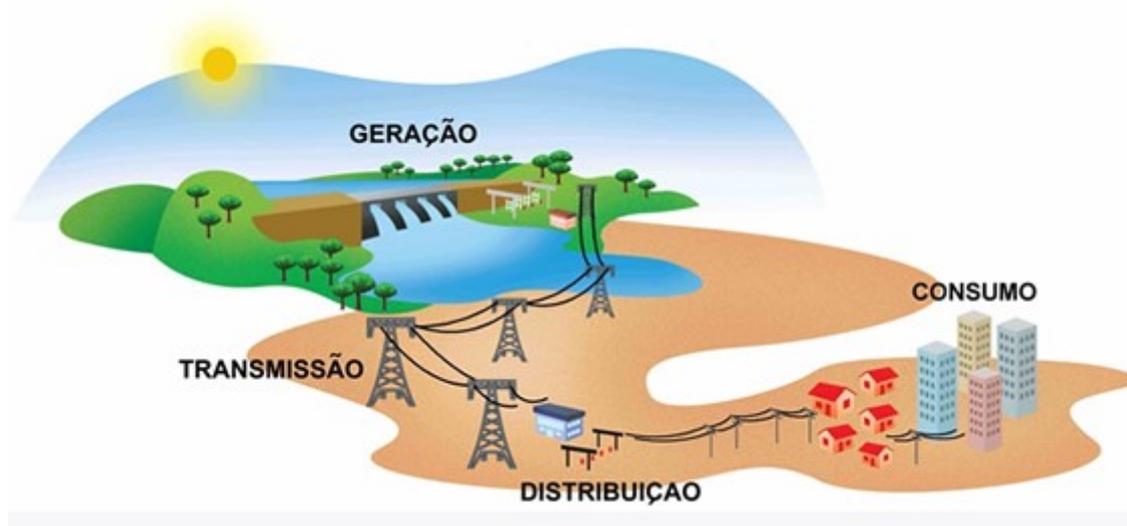


Figura 2.1: O caminho da energia elétrica da geração ao consumidor [1].

2.1 Geração

A geração é o segmento da indústria de eletricidade responsável por produzir energia elétrica e injetá-la nos sistemas de transporte (transmissão e distribuição) para que chegue aos consumidores.

O primeiro passo para produzir energia elétrica é obter a força necessária para girar as turbinas das usinas de eletricidade que transformam a energia mecânica (movimento) em energia elétrica. Essa força pode ser obtida de diversas fontes de energia primária como hidrelétricas, termelétricas, nucleares, etc.

Em 2017, a energia elétrica gerada pelas usinas hidrelétricas correspondiam a aproximadamente 60% da energia total gerada no Brasil, seguida pelas usinas termelétricas (26,5%) e usinas eólicas (7,8%) [12].

2.2 Transmissão

As usinas de energia elétrica são, geralmente, construídas longe dos centros consumidores (cidades e indústrias) e é por isso que a eletricidade produzida pelos geradores tem de viajar por longas distâncias, em um complexo sistema de transmissão.

Ao sair dos geradores, a eletricidade começa a ser transportada através de cabos aéreos, revestidos por camadas isolantes e fixados em grandes torres de metal. Chamamos esse conjunto de cabos e torres de rede de transmissão. No caminho, a eletricidade passa por diversas subestações, onde aparelhos transformadores aumentam ou diminuem sua voltagem, alterando o que chamamos de tensão elétrica. No início do percurso, os transformadores elevam a tensão, evitando a perda excessiva de energia [1].

No Brasil, o segmento de transmissão conta com 77 concessionárias, responsáveis pela administração e operação de mais de cem mil quilômetros de linhas de transmissão espalhadas pelo país, conectando os geradores aos grandes consumidores ou, como é o caso mais comum, às empresas distribuidoras [12].

2.3 Distribuição

Depois de percorrer o longo caminho entre as usinas e os centros consumidores nas redes de transmissão, a energia elétrica chega em subestações que diminuem a sua tensão, para que possa ser iniciado o processo de distribuição. Uma subestação, Figura 2.2, pode possuir mais de um transformador a depender do número de consumidores a quem fornecerá energia. Entretanto, apesar de mais baixa, a tensão ainda não é adequada para o consumo imediato e, por isso, transformadores menores são instalados nos postes de rua. Eles reduzem ainda mais a voltagem da energia que vai diretamente para as residências, o comércio, as empresas e indústrias [1].



Figura 2.2: Foto pátio da subestação de Emborcação (Catalão - Goiás) [2].

No Brasil, a distribuição é composta por 63 concessionárias as quais são responsáveis pela administração e operação de linhas de transmissão de menor tensão e, principalmente, das redes de média e baixa tensão, como aquelas instaladas nas ruas e avenidas das grandes cidades. É a empresa distribuidora quem faz com que a energia elétrica chegue às residências e pequenos comércios e indústrias [12].

As distribuidoras de energia são avaliadas em diversos aspectos no fornecimento da energia elétrica sendo que a qualidade dos serviços prestados compreende a avaliação das interrupções no fornecimento de energia elétrica mensuradas através de indicadores

de continuidade coletivos, DEC e FEC¹, e os indicadores de continuidade individuais DIC, FIC e DMIC². Esses indicadores são apurados por cada empresa e auditados pela ANEEL - Agência Nacional de Energia Elétrica. Se alguma das distribuidoras de energia elétrica não atinge a meta estabelecida pela agência, fica sujeita à multa. Portanto, é de grande interesse da distribuidora o perfeito funcionamento do sistema de distribuição [13].

¹DEC (Duração Equivalente de Interrupção por Unidade Consumidora): indica o número de horas em média que um consumidor fica sem energia elétrica durante um período, geralmente mensal.
FEC (Frequência Equivalente de Interrupção por Unidade Consumidora): indica quantas vezes, em média, houve interrupção na unidade consumidora (residência, comércio, indústria etc).

²DIC (Duração de Interrupção por Unidade Consumidora): indicam por quanto tempo (duração) que uma unidade consumidora ficou sem energia elétrica durante um período considerado.
FIC (Frequência de Interrupção por Unidade Consumidora): indicam o número de vezes (frequência) que uma unidade consumidora ficou sem energia elétrica durante um período considerado.
DMIC (Duração Máxima de Interrupção por Unidade Consumidora): é um indicador que limita o tempo máximo de cada interrupção, impedindo que a distribuidora deixe o consumidor sem energia elétrica durante um período muito longo.

3 Transformador

Uma subestação de distribuição aumenta ou diminui a tensão do sistema elétrico permitindo a distribuição de energia aos consumidores finais como residências, comércios e indústrias. Seu equipamento base é o transformador. É ele que eleva ou rebaixa a tensão para os níveis necessários.

Os transformadores de potência de grande porte são um dos mais caros e críticos componentes de uma planta elétrica de transmissão e distribuição. Um grande esforço vem sendo empregado nos últimos anos para garantir seu bom funcionamento no tocante a evitar as possíveis falhas que venham a ocorrer devido ao seu ciclo natural de vida ou regimes elétricos a que são submetidos.

Transformadores elétricos de potência são equipamentos compostos por várias partes e acessórios conforme especificação e aplicações. Uma das classificações do transformador é a temperatura acima da temperatura ambiente para o qual foi projetado a trabalhar. No Brasil são comuns duas faixas de operação: $55^{\circ}C$ ou $65^{\circ}C$. A Figura 3.1 mostra os principais componentes externos de um transformador a óleo e a parte interna responsável pela característica eletromagnética do transformador, também chamada de parte ativa.

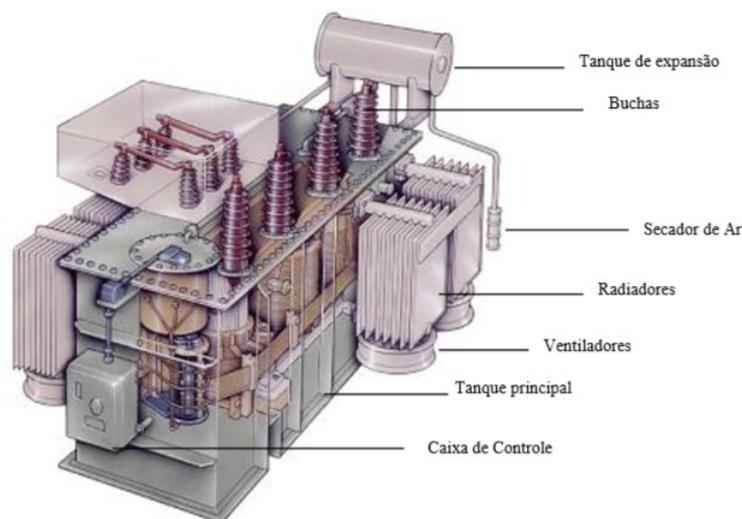


Figura 3.1: Partes de um transformador de potência [3].

Os cabos para transmissão ou distribuição são conectados às buchas: maiores para alta tensão e as menores para baixa tensão. O tanque principal é o compartimento que abriga o núcleo do transformador. Como esta parte se aquece muito, é necessário um sistema de refrigeração. Por esse motivo a parte ativa é envolvida em óleo mineral

que, além de contribuir para a isolação, permite a troca de calor com o ambiente ao circular nos radiadores.

Visando aumentar a eficiência do sistema de refrigeração, acrescenta-se ventilação forçada aos radiadores aumentando a circulação do óleo. O tanque de expansão propicia um espaço livre para o aumento de volume do fluido, no caso de um aumento de temperatura, ou manter uma reserva de fluido, no caso de queda da temperatura.

Durante a expansão e retração do óleo isolante há a entrada de ar no conservador de óleo. Para evitar a entrada de umidade no interior do transformador, utiliza-se o secador de ar, um recipiente contendo um produto químico que absorve a umidade do ar [3].

A parte ativa de um transformador corresponde à parte efetivamente funcional do equipamento. É composta por bobinas de fios de cobre isolados com papel especial, pelo núcleo ferromagnético e a parte de sustentação mecânica e isolamento, conforme mostra a Figura 3.2

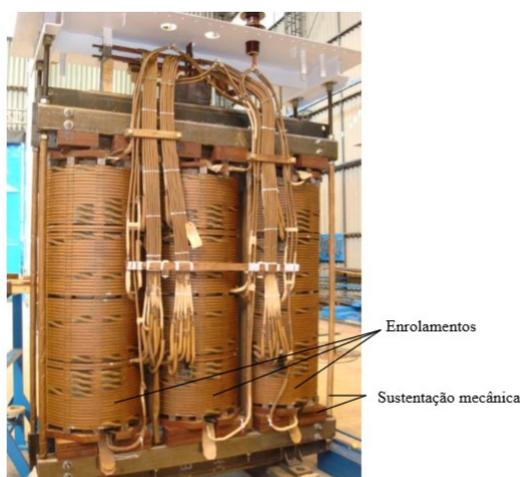


Figura 3.2: Parte ativa do transformador a óleo [3].

Quando se energiza um dos terminais do transformador, há circulação de corrente no enrolamento deste terminal; essa circulação de corrente dá origem a um fluxo magnético (Figura 3.3). Parte desse fluxo concatena o outro enrolamento, induzindo nele uma tensão que será proporcional ao seu número de espiras e ao fluxo que abrange os dois enrolamentos. Quando não há um meio por onde o fluxo possa circular, grande parte dele se dispersa pelo ar; dessa forma, a fim de aumentar o fluxo é introduzido um núcleo de ferro, criado assim um caminho que o fluxo pode percorrer com facilidade [14].

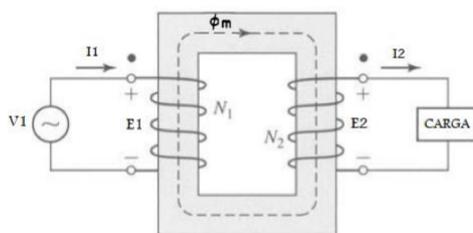


Figura 3.3: Circuito de um transformador ideal [3].

3.1 Estudos sobre o tempo de vida útil do transformador

O papel isolante do transformador é utilizado na forma de finas camadas envolvendo os enrolamentos ou na forma de espaçadores e tubos de alta densidade para promover o isolamento elétrico entre níveis de tensão e entre fases e não pode ser reparado ou substituído, Figura 3.4. Por isso, o tempo de vida do equipamento está intrinsecamente relacionado ao estado do papel.

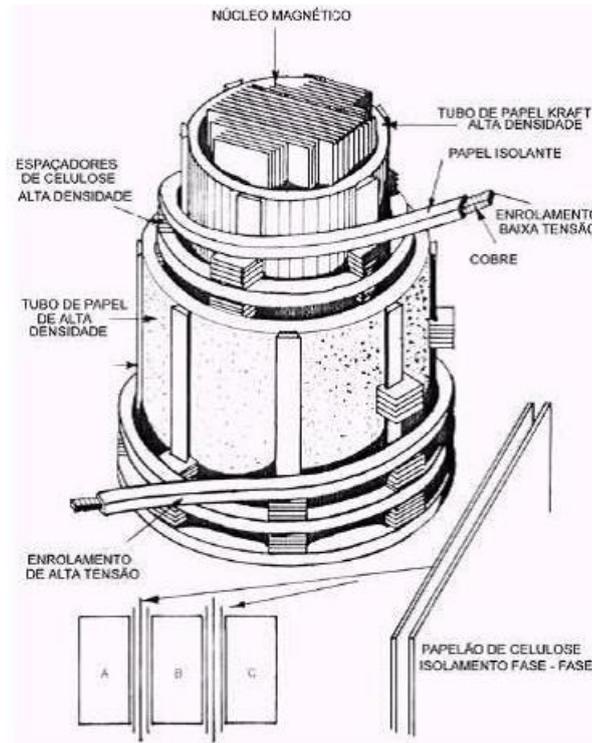


Figura 3.4: Sistema isolante em transformadores isolados à óleo [4].

A condição do papel é quantificada pelo número médio de ligações de glicose por macromolécula chamado grau de polimerização, DP. O papel dentro de um transformador nunca utilizado possui um grau de polimerização geralmente em torno de 1000 e a vida útil final do papel tem em torno de 200 números de ligações. Neste ponto, o papel torna-se quebradiço e perde sua resistência mecânica [6].

Dakin [15] reconheceu a natureza química do processo de envelhecimento térmico que ocorre nos materiais isolantes. Ele sugeriu que a taxa de mudança de qualquer propriedade física medida do isolamento deve ser expressa na forma da equação de Arrhenius. Com base na analogia, ele propôs a expressão de cálculo da vida térmica do isolamento, amplamente aceita, dada pela Equação (3.1):

$$t = \bar{A}e^{\frac{\bar{B}}{T+273}}, \quad (3.1)$$

onde:

- t : tempo, em horas, para alcançar o fim de vida definido;
 \bar{A} : constante determinada para estabelecer o fim de vida;
 \bar{B} : constante da taxa envelhecimento térmico determinada pelo material usado no sistema de isolamento e é uma medida da energia de ativação necessária para alterações químicas;
 T : temperatura absoluta em graus Kelvin.

Os pesquisadores divergem quanto à definição do tempo de vida de operação de um transformador, variando de 10 a 60 anos. A norma IEEE Std C57.91 sugere como expectativa de vida 180.000 horas (20,6 anos) enquanto a norma ABNT NBR 5416/97 [16] sugere 65.000 horas (7,4 anos) para as mesmas condições, conforme Figura 3.5.

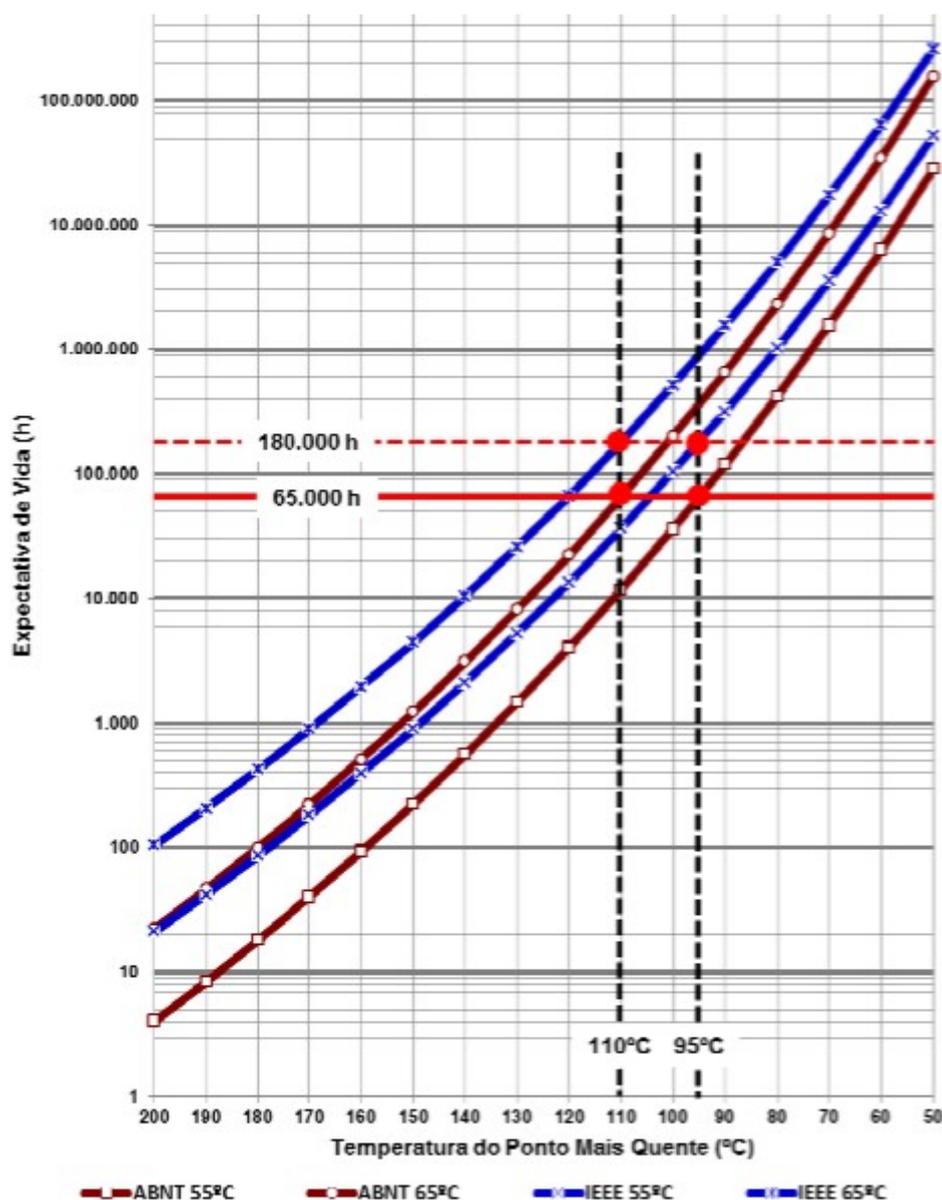


Figura 3.5: Expectativa de vida do transformador pela normas IEEE Std C57.91 e ABNT NBR 5416/97.

Devido à divergência do tempo de vida útil do papel isolante do transformador e dos diversos valores para a taxa envelhecimento encontrados empiricamente, McNutt

[17] propôs uma nova curva de “vida do isolamento de transformador”. McNutt faz uma relação da temperatura do ponto mais quente do condutor, chamada *hot-spot*, e se refere a uma vida por unidade (pu) reescrevendo a Equação (3.1) na forma da Equação (3.2):

$$Vida(pu) = Ae^{\frac{B}{T}}, \quad (3.2)$$

onde

A é uma constante que depende da classe do transformador;

B é a constante de envelhecimento térmico, $B=15000$;

T é a temperatura do ponto mais quente do condutor (Kelvin).

Os valores para a constante A foram escolhidos para que a vida de referência de 1,0 pu ocorresse para os valores da Tabela 3.1, que são os valores da IEEE Std C57.91.

Descrição	Classe 55°C	Classe 65°C
T	95°C	110°C
A	$1,985 \cdot 10^{-18}$	$9,8 \cdot 10^{-18}$

Tabela 3.1: Valores de referência para 1 p.u de vida para transformadores das classes 55°C e 65°C.

A curva da equação por unidade de vida para um transformador de classe 65°C é mostrada na Figura 3.6.

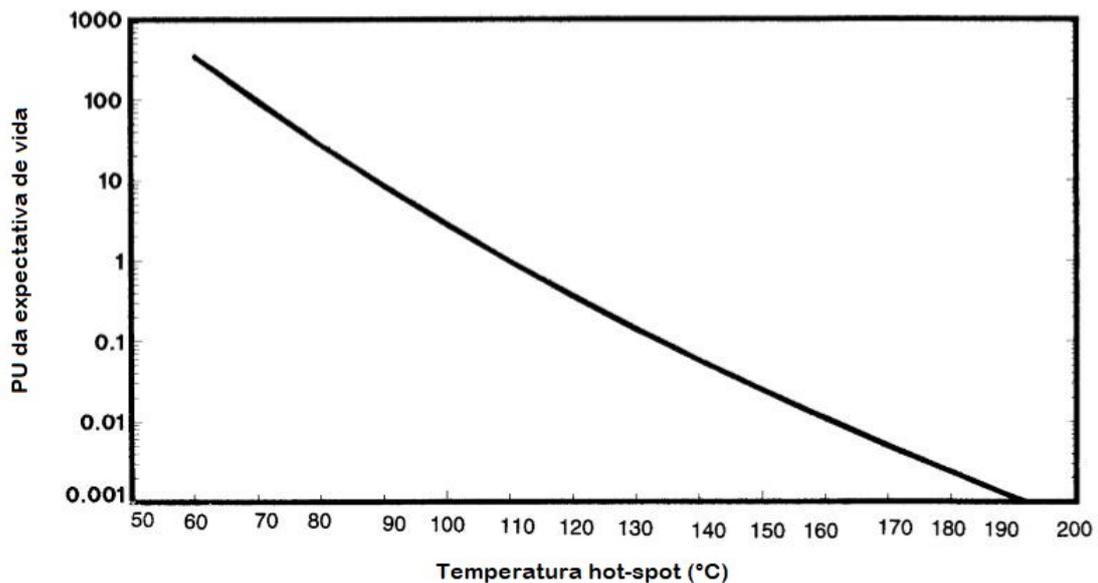


Figura 3.6: Tempo de vida do isolamento do transformador de classe 65°C.

A curva indica que a idade do papel isolante é acelerada acima da sua taxa normal quando a temperatura do ponto mais quente do enrolamento for superior a 110°C e desacelerada para temperaturas abaixo de 110°C.

Genericamente, o isolamento sólido é projetado para ser “consumido” numa fração máxima diária de sua vida total, em condições de carregamento conhecidas. A base deste cálculo é sua potência nominal e temperatura ambiente constantes. Assim, a

operação aquém destas condições garante uma “economia de vida”, enquanto seu uso além dela, um desgaste acelerado.

Ocorre que o ciclo de carga diário aplicado ao transformador não é continuamente igual à carga nominal. Durante a madrugada a carga está abaixo da capacidade nominal e no período entre 17 e 21 horas atinge o seu ápice para em seguida retornar a um patamar inferior. Além disso, no início de operação do transformador a carga de consumo é baixa e aumenta à medida que os anos se passam e a região elétrica atendida cresce [11].

Este comportamento sazonal da carga introduz um processo de compensação, no qual o transformador poupa vida em relação à nominal quando sua carga está aquém daquela que levaria o enrolamento a operar acima de certa temperatura e consome vida além da nominal quando seu carregamento é excessivo.

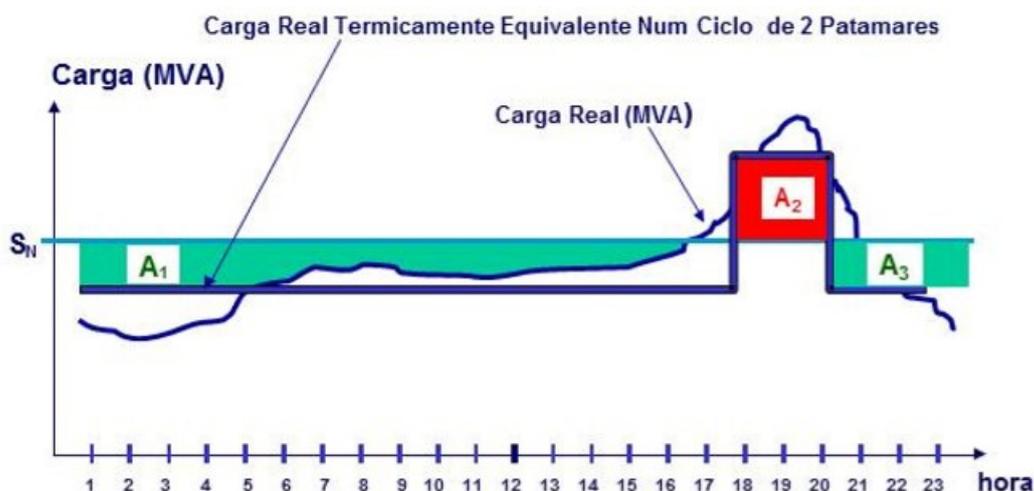


Figura 3.7: Curva de carga de dois patamares.

Na Figura 3.7, a área verde indica que o transformador está sendo pouco solicitado. Por outro lado, a área vermelha indica que ele está sendo muito solicitado, ou seja, que ele está se desgastando. Se, ao longo do dia, a soma das áreas A1 e A3 for maior que a área A2, o transformador foi subutilizado, e a vida resultante pode ser creditada ao seu balanço de vida útil. Caso contrário, foi sobreutilizado, e a vida consumida além da nominal deve ser debitada deste.

Não há um critério único para a avaliação do fim da vida do transformador. Entretanto, é possível fazer-se uma avaliação da velocidade do envelhecimento adicional a que está sendo submetido o equipamento, comparando a perda de vida com uma taxa de perda de vida média de referência.

3.1.1 Aceleração do envelhecimento

Os transformadores em operação, devido à filosofia no projeto da conservação do óleo isolante ou má manutenção do óleo, possibilitam a penetração de contaminantes como o oxigênio e a água, acelerando o processo de envelhecimento. À medida que os valores de teor de água e índice de neutralização do óleo isolante de um transformador se afastam da característica do óleo novo, aumenta-se o desvio em relação ao valor de referência, uma vez que o envelhecimento do papel isolante passa a ser influenciado, também, pela ação dos agentes contaminantes [16].

Lelekakis, Martin e Wijaya

Lelekakis, Martin e Wijaya ([6], [7]) estudaram a degradação do papel isolante do transformador devido à temperatura e à umidade em três concentrações de oxigênio (baixo, médio e alto) e propuseram uma nova equação relacionando a energia de ativação (E_a) requerida para a reação química, a umidade do papel e a concentração de oxigênio.

A equação da expectativa de vida (em horas) utilizada neste estudo foi proposta por Emsley e é dada pela equação (3.3).

$$EV = \frac{\frac{1}{DP_{end}} - \frac{1}{DP_{start}}}{A} e^{\frac{E_a}{RT}}, \quad (3.3)$$

onde

- DP_{end} : grau de polimerização final do papel isolante;
- DP_{start} : grau de polimerização inicial do papel isolante;
- A : constante determinada pelas quantidade de água e oxigênio no papel isolante;
- E_a : energia de ativação requerida para a reação química;
- R : constante universal dos gases ($R=8.314$ J/mol/K);
- T : temperatura absoluta em graus Kelvin.

Os valores encontrados para A por Lelekakis, (et al) variam com a quantidade de oxigênio e água conforme a Tabela 3.2 onde x é a porcentagem de água no papel.

Oxigênio	
Baixo (0 a 6000ppm)	$A(x) = 1,78 \cdot 10^{12} x^2 + 1,10 \cdot 10^{10} x + 5,28 \cdot 10^7$
Médio (7000 a 14000ppm)	$A(x) = 1,20 \cdot 10^{11} x - 1,21 \cdot 10^8$
Alto (16000 a 25000ppm)	$A(x) = 1,71 \cdot 10^{11} x + 1,55 \cdot 10^8$

Tabela 3.2: Valores de A para variação de oxigênio e água ([6], [7]).

Carriel

Carriel [11] propõe uma correção na expressão de McNutt, Equação (3.2), considerando a taxa de envelhecimento dependendo da umidade e da oxigenação. McNutt [17] observou os efeitos da umidade e de oxidação e, utilizando como critério de fim de vida um DP=200, propôs novos valores para o tempo de vida do isolamento reproduzidos na Tabela 3.3.

Oxigênio	Água(%)	Tempo de vida (horas)
Baixo	0,5	158000
Baixo	1,0	79000
Baixo	2,0	39000
Alto	0,5	63200
Alto	1,0	31600
Alto	2,0	15800

Tabela 3.3: Vida do isolamento do transformador (McNutt).

Segundo a Tabela 3.3, a vida do isolamento cai pela metade toda vez que o teor de água da celulose dobra. Assim, Carriel propôs inserir duas variáveis à equação de McNutt para representar os efeitos da umidade:

a_1 : constante de envelhecimento por umidade;

n_1 : teor de umidade da celulose, expresso em % por massa do isolamento.

Carriel, baseado em dados publicados por Clark [18], decidiu empregar o índice de acidez do óleo para representar os efeitos da oxidação em razão do papel da acidez no processo de oxidação e inseriu mais duas variáveis à equação:

a_2 : constante de envelhecimento por oxidação;

n_2 : índice de acidez expresso em mg KOH/g.

A expressão modificada de McNutt é dada pela Equação (3.4).

$$Vida(pu) = \frac{\ln(n_2)}{n_1} \cdot e^{\frac{B+a_1+a_2}{T}}. \quad (3.4)$$

Em seu estudo Carriel considerou o valor inicial $n_1 = 0,5$ e $n_1 = 0,3$, para as classes $55^\circ C$ e $65^\circ C$, respectivamente, e $n_2 = 0,03$ para ambas as classes. Com estes valores determinou as constantes a_1 e a_2 conforme a Tabela 3.4.

Descrição	Classe $55^\circ C$	Classe $65^\circ C$
a_1	-255,1	-461,1
a_2	-461,7	-480,5

Tabela 3.4: Valores das constantes da expressão de McNutt modificada.

Neste trabalho propomos a determinação da constante A da Equação (3.3) através da aplicação da lógica fuzzy e sua comparação com os valores estimados por Lelekakis, Martin e Wijaya.

Utilizando este novo valor para a constante A calculamos a estimativa do tempo de vida útil do transformador e o comparamos com o valor obtido pelo método descrito na IEEE C57.91-1995 e com o método de Carriel.

4 Conjuntos fuzzy - conceitos básicos

A Lógica Fuzzy tem como principal objetivo a modelagem computacional do raciocínio humano, impreciso, ambíguo e vago. Tomando como exemplo a frase: “Embora o transformador esteja um pouco carregado, pode-se utilizá-lo por um tempo.”, percebemos que existem dois termos (um pouco e por um tempo) bastante subjetivos e difíceis de representar.

A ideia de interpretar termos subjetivos numericamente foi primeiramente introduzida em 1930 pelo filósofo e lógico polonês Jan Lukasiewicz. Através do estudo de termos do tipo alto, velho e quente, ele propôs a utilização de um intervalo de valores $[0,1]$ que indicaria a possibilidade que uma declaração fosse verdadeira ou falsa. Em 1965, Lofti Zadeh publicou o artigo “Fuzzy Sets”, que ficou conhecido como a origem do termo Lógica Fuzzy. Zadeh redescobriu a ideia de fuzzificação, identificou e explorou tal conceito e é conhecido como o “mestre” da Lógica Fuzzy [19].

Na lógica clássica (também chamada lógica crisp) uma proposição não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo e toda proposição é verdadeira ou falsa, não existindo outra possibilidade. Por exemplo, em uma partida de tênis ou você vence ou perde e podemos associar a esses dois estados os algarismos 0 (perder) e 1 (ganhar) [20].

Existem situações em que um elemento não está totalmente em um conjunto: por exemplo, a cor verde está no conjunto amarelo? Está em parte, pois a cor verde é a combinação da cor azul com a cor amarela. Portanto, podemos dizer que a cor verde pertence parcialmente ao conjunto amarelo ou têm um grau de pertinência ao conjunto amarelo. A Lógica Fuzzy explora essas situações.

Veremos neste capítulo o que são os conjuntos fuzzy, suas operações e o que é um número fuzzy. A teoria desse capítulo têm como referência [5].

4.1 Conjuntos fuzzy

Definição 4.1. *Seja U um conjunto e A um subconjunto de U . A função característica de A , $\mathcal{X}_A : U \rightarrow [0, 1]$, é dada por*

$$\mathcal{X}_A(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x \in A; \\ 0, & \text{se } x \notin A. \end{cases}$$

Observe que a função característica descreve o conjunto, indicando quais elementos pertencem ou não ao conjunto.

Definição 4.2. *Seja U um conjunto (clássico). Um subconjunto fuzzy F de U é caracterizado por uma função*

$$\varphi_F : U \rightarrow [0, 1]$$

pré-fixada, chamada função de pertinência do subconjunto fuzzy F .

Observe que $\varphi_F(x)$ indica o grau com que $x \in U$ está em F .

Exemplo 4.1. Podemos ver na Figura 4.1 o conjunto F dos números reais próximos de 3. Se definirmos a função $\varphi_F : U \rightarrow [0, 1]$, que associa cada x real ao valor de proximidade ao ponto 3 pela expressão

$$\varphi_F(x) = \begin{cases} 1 - |x - 3|, & \text{se } 2 \leq x \leq 4; \\ 0, & \text{se } x \notin [2, 4]. \end{cases}$$

então o subconjunto fuzzy F dos pontos próximos de 3, caracterizado por φ_F , é tal que

$$\varphi_F(5) = 0, \text{ ou seja, } x = 5 \text{ não é próximo de 3.}$$

$\varphi_F(3.01) = 0.99$, ou seja, $x = 3.01$ é um ponto próximo de 3 com grau de pertinência 0.99

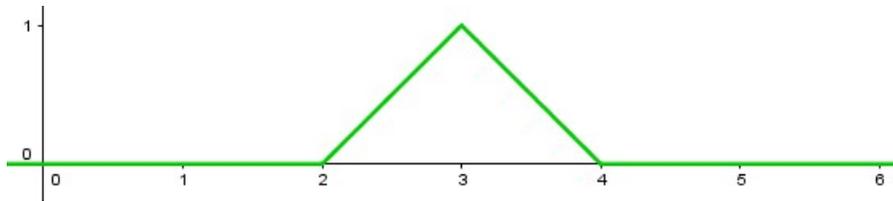


Figura 4.1: Exemplo de função de pertinência.

4.2 Operações com conjuntos fuzzy

Dados dois subconjuntos fuzzy A e B de U , tais que suas funções de pertinência são φ_A e φ_B respectivamente, podemos definir as operações de união, intersecção e complementar, a seguir.

Definição 4.3. (União) A união entre A e B é o subconjunto fuzzy de U cuja função de pertinência é dada por

$$\varphi_{A \cup B}(x) = \max\{\varphi_A(x), \varphi_B(x)\}, x \in U.$$

Observamos que esta definição é uma extensão do caso clássico. De fato, quando A e B são subconjuntos clássicos de U temos:

$$\begin{aligned} \max\{\mathcal{X}_A(x), \mathcal{X}_B(x)\} &= \begin{cases} 1, & \text{se } x \in A \text{ ou } x \in B; \\ 0, & \text{se } x \notin A \text{ e } x \notin B. \end{cases} \\ &= \begin{cases} 1, & \text{se } x \in A \cup B; \\ 0, & \text{se } x \notin A \cup B. \end{cases} \\ &= \mathcal{X}_{A \cup B}(x), x \in U. \end{aligned}$$

Definição 4.4. (Intersecção) A intersecção entre A e B é o subconjunto fuzzy de U cuja função de pertinência é dada por

$$\varphi_{A \cap B}(x) = \min\{\varphi_A(x), \varphi_B(x)\}, x \in U.$$

Considerando que na lógica clássica a intersecção de dois conjuntos tem como resultado um conjunto com todos os elementos em comum desses conjuntos, e os valores menores (mínimos) estão contidos em valores maiores, essa definição também é uma extensão do caso clássico.

Definição 4.5. (*Complementar de subconjuntos fuzzy*) O complementar de A é o subconjunto fuzzy A' de U cuja função de pertinência é dada por

$$\varphi_{A'}(x) = 1 - \varphi_A(x), x \in U.$$

Podemos verificar graficamente as operações na Figura 4.2.

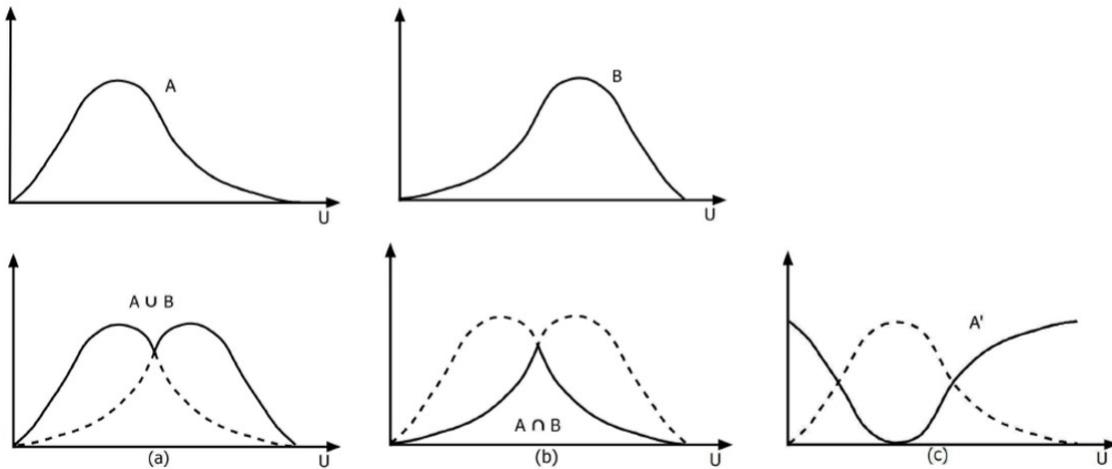


Figura 4.2: Operações com subconjuntos fuzzy: (a) união; (b) intersecção; (c) complemento. [5]

4.2.1 Alfa-nível

Os elementos de um subconjunto fuzzy A de U possuem uma certa ordem que podemos classificar por graus. Um elemento x de U está em uma classe se seu grau de pertinência é maior que um determinado valor limiar ou nível $\alpha \in [0, 1]$ que define aquela classe. O conjunto clássico de tais elementos é um α -nível de A , denotado por $[A]^\alpha$.

Definição 4.6. (*suporte*) Seja A um subconjunto fuzzy de U . O suporte de A é o conjunto clássico

$$\text{supp}A = \{x \in U : \varphi_A(x) > 0\}$$

Definição 4.7. (α -nível) Seja A um subconjunto fuzzy de U e $\alpha \in [0, 1]$. O α -nível de A é o subconjunto clássico de U definido por

$$[A]^\alpha = \{x \in U : \varphi_A(x) \geq \alpha\} \text{ para } 0 < \alpha \leq 1.$$

O nível 0 de um subconjunto fuzzy A é definido como sendo o menor subconjunto (clássico) fechado de U que contém o conjunto suporte de A . Numa linguagem matemática, $[A]^0$ é o fecho do suporte de A e é indicado por $\overline{\text{supp}A}$.

Exemplo 4.2. Voltando ao exemplo da Figura 4.1, onde a função de pertinência é dada por

$$\varphi_F = \begin{cases} 1 - |x - 3|, & \text{se } 2 \leq x \leq 4; \\ 0, & \text{se } x \notin [2, 4], \end{cases}$$

tendo por gráfico temos

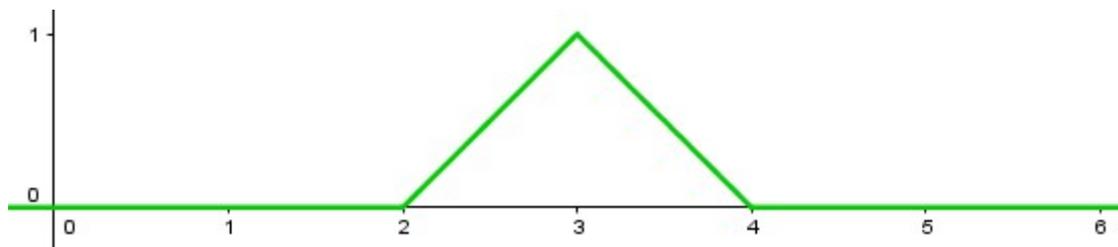


Figura 4.3: Exemplo de função de pertinência.

$$[A]^{0.75} = \{x \in [0, 6] \mid 2.75 \leq x \leq 3.25\}$$

$$[A]^{0.5} = \{x \in [0, 6] \mid 2.5 \leq x \leq 3.5\}$$

$$[A]^0 = \{x \in [0, 6] \mid 2 \leq x \leq 4\}$$

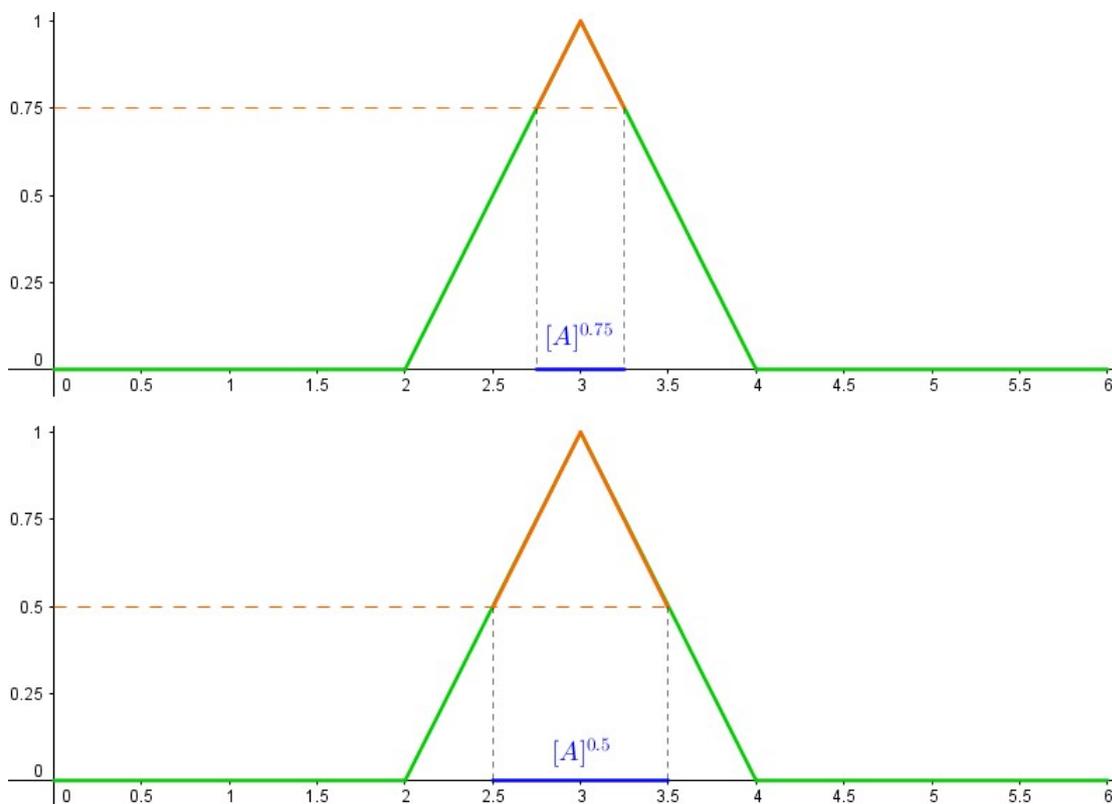


Figura 4.4: Alfa-níveis.

4.3 Números fuzzy

Na nossa vida, quando efetuamos alguns tipos de medições, como por exemplo o nosso peso, conseguimos um valor que é impreciso; na verdade o que temos é um valor “em torno de”, e optamos por usar um valor preciso (um número real) p para o peso. Matematicamente, podemos indicar a expressão em torno de p por um subconjunto fuzzy A cujo domínio da função de pertinência φ_A é o conjunto dos números reais e podemos esperar que $\varphi_A(p) = 1$, sendo que escolhemos os números reais como domínio pois os valores para peso são números reais.

Definição 4.8. Um subconjunto fuzzy A é chamado de número fuzzy quando o conjunto universo no qual φ_A está definida, é o conjunto dos números reais \mathbb{R} e satisfaz às condições:

1. todos os α -níveis de A são não vazios, com $0 \leq \alpha \leq 1$;
2. todos os α -níveis de A são intervalos fechados de \mathbb{R} ;
3. $\overline{\text{supp}}A = \{x \in \mathbb{R} : \varphi_A(x) > 0\}$ é limitado.

Os números fuzzy mais comuns são os triangulares, trapezoidais e os em forma de sino.

Definição 4.9. Um número fuzzy A é dito triangular se sua função de pertinência é da forma

$$\varphi_A(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x \leq a; \\ \frac{x-a}{u-a}, & \text{se } a < x \leq u; \\ \frac{x-u}{b-u}, & \text{se } u < x < b; \\ 0, & \text{se } x \geq b. \end{cases}$$

Um número fuzzy triangular não é necessariamente simétrico já que $b - u$ pode ser diferente $u - a$. Podemos dizer que o número fuzzy triangular é um modelo matemático razoável para a expressão linguística “perto de u ” e para a expressão “em torno de u ”, pois espera-se uma simetria. A imposição de simetria acarreta uma simplificação na definição de número fuzzy triangular. De fato, seja u simétrico em relação a a e b , isto é, $u - a = b - u = \delta$. Neste caso

$$\varphi_A(x) = \begin{cases} 1 - \frac{|x-u|}{\delta}, & \text{se } u - \delta \leq x \leq u + \delta; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

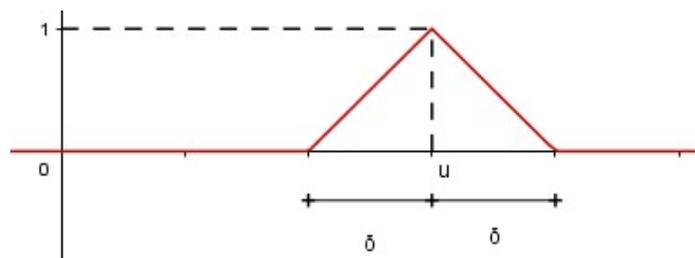


Figura 4.5: Exemplo de número fuzzy triangular.

Definição 4.10. Um número fuzzy A é dito trapezoidal se sua função de pertinência tem a forma de um trapézio e é dada por

$$\varphi_A(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a}, & \text{se } a \leq x < b; \\ 1, & \text{se } b \leq x \leq c; \\ \frac{d-x}{d-c}, & \text{se } c < x \leq d; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

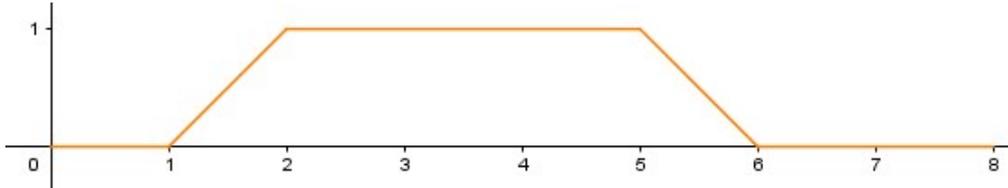


Figura 4.6: Exemplo de número fuzzy trapezoidal.

Definição 4.11. Um número fuzzy tem forma de sino se a função de pertinência for suave e simétrica em relação a um número real. A seguinte função de pertinência tem estas propriedades para u , a e δ dados

$$\varphi_A(x) = \begin{cases} \exp -\left(\frac{x-u}{a}\right)^2, & \text{se } u - \delta \leq x \leq u + \delta; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

4.4 Lógica Fuzzy

A Teoria de Conjuntos Fuzzy vem se mostrando muito útil devido ao seu caráter prático, já que possibilita chegar a conclusões a partir de proposições incertas. A área que lida com a formalização dessas proposições é conhecida como raciocínio aproximado [21].

Exemplo 4.3. Considere as seguintes proposições:

1. Pressão alta provoca dor de cabeça forte;
2. Dor de cabeça forte provoca muito desconforto;

Conclusão: Pressão alta provoca muito desconforto.

Note que a conclusão é uma dedução obtida a partir das premissas 1 e 2, porém alguns dos termos utilizados são imprecisos, tais como: “forte”, “alta” e “muito”. Sentenças desse tipo são normalmente expressas em linguagem natural sem o formalismo matemático. Um dos principais objetivos da Lógica Fuzzy é conseguir um modelo matemático para essas situações. Para formalizar tais sentenças faz-se necessário a definição de variável linguística.

Definição 4.12. Uma variável linguística X no universo U é uma variável cujos valores assumidos por ela são subconjuntos fuzzy de U .

Intuitivamente, uma variável linguística é um substantivo, enquanto seus valores são adjetivos, representados por conjuntos fuzzy. Por exemplo, “gripe” é uma variável linguística que pode assumir os atributos “forte” ou “fraca”. Sentenças em que aparecem variáveis linguísticas junto com seus atributos são geralmente chamadas de **proposições fuzzy**. Exemplos:

1. A umidade do ar é alta.
2. A temperatura é baixa.

As proposições fuzzy se relacionam através de diferentes operadores como os conectivos lógicos **e** e **ou**, a negação **não** e o operador **se...então**. Exemplos:

1. A umidade do ar é baixa **e** a temperatura é alta.
2. A temperatura é alta **ou** a temperatura é agradável.
3. **Se** a umidade do ar é baixa **ou** a temperatura é alta, **então** o desconforto é alto.

4.4.1 Conectivos básicos da lógica clássica

Os conectivos são dispostos em tabelas verdades onde obtém-se o valor lógico da sentença. Sentenças verdadeiras na lógica clássica tem valor lógico igual a 1, enquanto as falsas tem valor lógico igual a 0.

Como extensão para a Lógica Fuzzy, utilizaremos os seguintes símbolos para os conectivos:

- \wedge para a conjunção **e**;
- \vee para **ou**;
- \sim para **negação**; e
- \Rightarrow para implicação **se...então**

Sendo p e q proposições, as tabelas verdades para cada conectivo clássico estão na Tabela 4.1.

p	q	$p \wedge q$	p	q	$p \vee q$	p	$\sim p$	p	q	$p \Rightarrow q$
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1
1	0	0	1	0	1	1	1	1	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
(a) Conectivo e			(b) Conectivo ou			(c) Negação		(d) Implicação		

Tabela 4.1: Tabelas verdades dos conectivos clássicos.

Os valores nas tabelas verdades são apenas 0 e 1 e por isso a lógica clássica às vezes é chamada “lógica a dois valores”. Temos também as seguintes operações:

- Conectivo \wedge
 $\wedge : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$
 $(p, q) \mapsto \wedge(p, q) = p \wedge q = \min\{p, q\}.$

- Conectivo \vee
 $\vee : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$
 $(p, q) \mapsto \vee(p, q) = p \vee q = \max\{p, q\}$.
- Conectivo \sim
 $\sim : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$
 $p \mapsto \sim p$, onde $\sim 1 = 0$ e $\sim 0 = 1$.
 Verificamos que $\sim p = 1 - p$.
- Conectivo \Rightarrow
 $\Rightarrow : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$
 $(p, q) \mapsto \Rightarrow(p, q) = (p \Rightarrow q)$.

4.5 Conectivos básicos da Lógica Fuzzy

Uma vez que a Lógica Fuzzy é uma extensão da lógica clássica, as extensões dos conectivos clássicos são feitas através das normas e conormas triangulares.

Definição 4.13. (*t-norma*) O operador $\Delta : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$, $\Delta(x, y) = x \Delta y$, é uma *t-norma*, se satisfizer as seguintes condições:

1. elemento neutro: $\Delta(1, x) = 1 \Delta x = x$;
2. comutativa: $\Delta(x, y) = x \Delta y = y \Delta x = \Delta(y, x)$;
3. associativa: $x \Delta (y \Delta z) = (x \Delta y) \Delta z$;
4. monotonicidade: se $x \leq u$ e $y \leq v$, então $x \Delta y \leq u \Delta v$.

Exemplo 4.4. Considerando o operador $\Delta_1(x, y) = \min\{x, y\} = x \wedge y$. Somente resultará o valor 1 se $x = 1$ e $y = 1$, qualquer outro valor será o menor entre x e y (na lógica clássica o 0).

Podemos ver que o operador *t-norma* estende o operador \wedge do conectivo “e”.

Definição 4.14. (*t-conorma*) O operador $\nabla(x, y) = x \nabla y$, é uma *t-conorma* se satisfizer as seguintes condições:

1. elemento neutro: $\nabla(0, x) = 0 \nabla x = x$;
2. comutativa: $\nabla(x, y) = x \nabla y = y \nabla x = \nabla(y, x)$;
3. associativa: $x \nabla (y \nabla z) = (x \nabla y) \nabla z$;
4. monotonicidade: se $x \leq u$ e $y \leq v$, então $x \nabla y \leq u \nabla v$.

Exemplo 4.5. O operador

$$\nabla_1(x, y) = \max\{x, y\} = x \vee y.$$

reproduz a tabela verdade do conectivo \vee .

Portanto o operador *t-conorma* estende o operador \vee do conectivo “ou”.

Definição 4.15. (negação) Uma aplicação $\eta : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ é uma negação se satisfizer as seguintes condições:

1. fronteiras: $\eta(0) = 1$ e $\eta(1) = 0$;
2. involução: $\eta(\eta(x)) = x$;
3. monotonicidade: se $x \leq y$ então $\eta(y) \leq \eta(x)$.

Definição 4.16. (implicação fuzzy) Um operador $\Rightarrow : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ é uma implicação fuzzy se satisfizer as seguintes condições:

1. reproduzir a tabela de implicação clássica;
2. for decrescente na primeira variável, ou seja, para cada $x \in [0, 1]$ tem-se

$$(a \Rightarrow x) \leq (b \Rightarrow x) \text{ se } a \geq b;$$

3. for crescente na segunda variável, ou seja, para cada $x \in [0, 1]$ tem-se

$$(x \Rightarrow a) \leq (x \Rightarrow b) \text{ se } a \geq b.$$

Assim, a classe das implicações fuzzy consiste de todas as aplicações do quadrado $[0, 1] \times [0, 1]$ em $[0, 1]$ cuja restrição aos vértices coincide com os valores da implicação clássica; que sejam decrescentes com relação às abscissas e crescentes em relação às ordenadas.

4.6 Controle Fuzzy

Um Controlador Fuzzy pode ser considerado como uma maneira de reproduzir um controlador humano, sendo um caso típico de um Sistema Baseado em Regras Fuzzy (SBRF), isto é, um sistema que se utiliza da Lógica Fuzzy para produzir saídas para cada entrada fuzzy.

Para a construção desse sistema, foi definido um processo dividido em quatro passos: módulo de fuzzificação, módulo de base de regras fuzzy, módulo de inferência fuzzy, e módulo de defuzzificação. Na Figura 4.7 vemos um esquema geral de um controlador fuzzy.

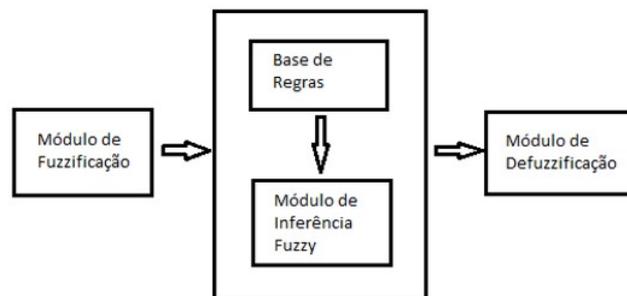


Figura 4.7: Esquema geral de um Controlador Fuzzy.

Para ilustrar cada uma das etapas, considere a empresa fictícia “QualiAr” contratada para medir a qualidade do ar de uma região baseada na quantidade de monóxido de carbono e nas condições meteorológicas desfavoráveis à dispersão dos poluentes. A QualiAr utiliza os critérios de classificação do CPTEC, Centro de Previsão de Tempo e Estudos Climáticos - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais.

4.6.1 Módulo de fuzzificação

Neste primeiro estágio as entradas do sistema são modeladas por conjuntos fuzzy em seus respectivos domínios. É muito importante a atuação de especialistas na modelagem das funções de pertinência. No entanto, neste exemplo ilustrativo, as funções foram construídas pela autora. Mesmo que os conjuntos sejam crisp, eles são transformados em conjuntos fuzzy por meio de sua função característica.

Exemplo 4.6. A empresa QualiAr tem como entrada no SBRF dois valores: quantidade de monóxido de carbono e probabilidade de chuva (Tabela 4.2).

CO (ppb)	Descrição	Chuva (%)	Descrição
0 a 200	Bom	0 a 40	Baixa
250 a 400	Moderado	50 a 70	Média
500 a 1000	Ruim	80 a 100	Alta
1200 a 1500	Péssimo		
1700 a 3000	Crítico		

(a) Monóxido de carbono (b) Probabilidade de chuva

Tabela 4.2: Monóxido de carbono e probabilidade de chuva (dados do CPTEC).

A saída, índice da qualidade do ar, é classificada conforme a Tabela 4.3.

Índice da qualidade do ar	Descrição
0 a 40	Boa
50 a 80	Moderada
90 a 120	Ruim
140 a 180	Muito ruim
200 a 300	Péssima

Tabela 4.3: Classificação do índice da qualidade do ar (dados do CPTEC).

As funções de pertinência de cada uma das entradas foram definidas nas Figuras 4.8 e 4.9. A função de pertinência da saída foi definida na Figura 4.10.

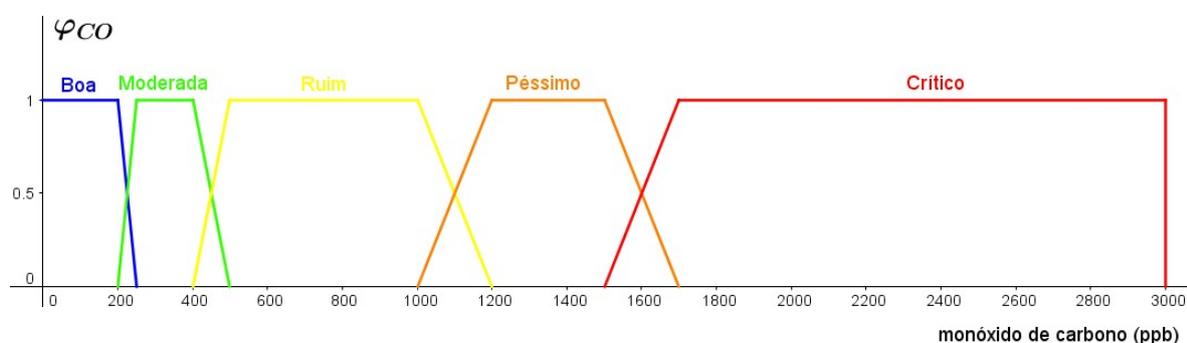


Figura 4.8: Função de pertinência: monóxido de carbono.

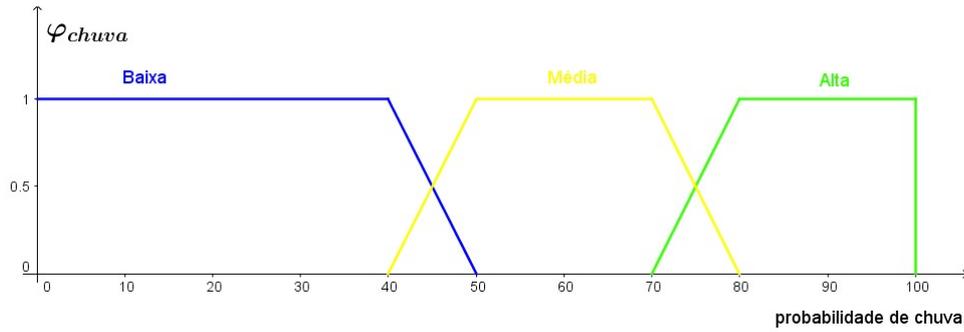


Figura 4.9: Função de pertinência: probabilidade de chuva.



Figura 4.10: Função de pertinência: índice de qualidade do ar.

4.6.2 Módulo de base de regras fuzzy

Este módulo é composto por proposições fuzzy que são descritas na forma linguística se “condição” **então** “ação” de acordo com as informações de um especialista. A base de regras cumpre o papel de “traduzir” matematicamente as informações que formam a base de conhecimentos do sistema fuzzy.

Exemplo 4.7. A QualiAr determinou as seguintes regras:

Regra	Monóxido de carbono	Probabilidade de chuva	Qualidade do ar
R1	Bom	-	Boa
R2	Moderado	Alta	Boa
R3	Moderado	Média	Moderada
R4	Moderado	Baixa	Moderada
R5	Ruim	Alta	Moderada
R6	Ruim	Média	Ruim
R7	Ruim	Baixa	Muito ruim
R8	Péssimo	Alta	Muito ruim
R9	Péssimo	Média	Muito ruim
R10	Péssimo	Baixa	Péssima
R11	Crítico	-	Péssima

Tabela 4.4: Base de regras da QualiAr.

4.6.3 Módulo de inferência fuzzy

A inferência fuzzy é um processo de avaliação de entradas com o objetivo de, através das regras previamente definidas e das entradas, obter conclusões utilizando-se a Teoria de Conjuntos Fuzzy. Esse processo pode ser feito através de modelos de inferência, cuja escolha deve levar em consideração o tipo de problema a ser resolvido, obtendo-se assim um melhor processamento [19]. Existem vários métodos de inferência e o método de que será utilizado neste trabalho é o Método de Inferência de Mamdani.

Método de Inferência de Mamdani

O Método de Inferência de Mamdani foi criado pelo professor Ebrahim Mamdani, da Universidade de Londres (Reino Unido), em 1975, no contexto do desenvolvimento de sistemas fuzzy baseando-se em regras de conjuntos fuzzy com o intuito de representar experiências da vida real [19].

O método de Mamdani é baseado na regra de composição de inferência max-min conforme o procedimento:

- Em cada regra R_j da base de regras fuzzy, a condicional “se x é A_j então u é B_j ” é modelada pela aplicação \wedge (mínimo)
- Adota-se a t-norma Δ (mínimo) para o conectivo lógico “e”;
- Para o conectivo lógico “ou” adota-se a t-conorma ∇ (máximo) para conectar as regras fuzzy da base de regras.

Formalmente, a relação fuzzy M é o subconjunto fuzzy de $X \times U$ cuja função de pertinência é dada por

$$\varphi_M(x, u) = \max_{1 \leq j \leq r} (\varphi_{R_j}(x, u)) = \max_{1 \leq j \leq r} [\varphi_{A_j}(x) \wedge \varphi_{B_j}(x)], \quad (4.1)$$

onde r é o número de regras que compõem a base de regras e, A_j e B_j são os subconjuntos fuzzy da regra j . Cada um dos valores $\varphi_{A_j}(x)$ e $\varphi_{B_j}(x)$ são interpretados como os graus com que x e u estão nos subconjuntos A_j e B_j , respectivamente, de maneira que M nada mais é que a união dos produtos cartesianos fuzzy entre os antecedentes e os consequentes de cada regra.

Exemplo 4.8. Considere que a empresa QualiAr obteve uma medição de monóxido de carbono de 1050 ppb e 93 de probabilidade de chuva. As pertinências nos conjuntos fuzzy monóxido de carbono são dadas na Figura 4.11 e $\varphi_{Chuva_{Alta}} = 1$.

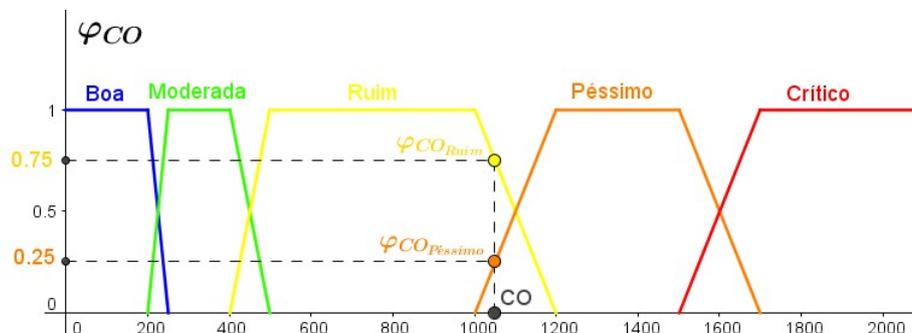


Figura 4.11: Pertinências do monóxido de carbono para 1050 ppb.

A saída do método Mamdani será a Figura 4.12.

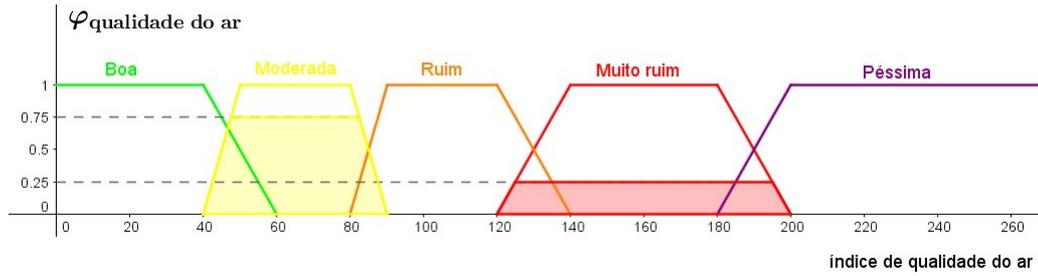


Figura 4.12: Saída final do método de Mamdani.

4.6.4 Módulo de defuzzificação

Em um Controlador Fuzzy, para cada entrada fuzzy o módulo de inferência produz uma saída fuzzy, mesmo que a entrada seja crisp. Assim é necessário indicar um método para defuzzificar a saída e obtermos um número real que servirá para o controle. Existem diversos métodos de defuzzificação e utilizaremos neste trabalho o método de Centro de Gravidade.

Centro de gravidade

Este método é semelhante à média aritmética para uma distribuição de frequências de uma dada variável, com a diferença que os pesos aqui são os valores $\varphi_B(u_i)$, que indicam o grau de compatibilidade do valor u_i com o conceito modelado pelo conjunto fuzzy B . O método Centro de Gravidade dá a média das áreas de todas as figuras que representam os graus de pertinência de um subconjunto Fuzzy. As equações (4.2) e (4.3) referem-se ao domínio discreto e domínio contínuo, respectivamente.

$$G(B) = \frac{\sum_{i=0}^n u\varphi_B(u_i)}{\sum_{i=0}^n \varphi_B(u_i)}; \tag{4.2}$$

$$G(B) = \frac{\int_R u \cdot \varphi_B(u) du}{\int_R \varphi_B(u) du}. \tag{4.3}$$

Exemplo 4.9. Para representar a saída do método Mandani da Figura 4.12 aplicamos o método do centro de gravidade e obtemos:

$$G(CO_{1050}) = \frac{\int_R \varphi_{Moderada}(u)udu + \int_R \varphi_{MuitoRuim}(u)udu}{\int_R \varphi_{Moderada}(u)du + \int_R \varphi_{MuitoRuim}(u)du}, \tag{4.4}$$

sendo que

$$\begin{aligned} \int_R \varphi_{Moderada}(u)udu &= \int_{40}^{47,5} (0,1u - 4)udu + \int_{47,5}^{82,5} (0,75)udu + \int_{82,5}^{90} (-0,1u + 9)udu \\ &= 126,6 + 1706,25 + 239,0625 \\ &= 2071,875; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_R \varphi_{MuitoRuim}(u)udu &= \int_{120}^{125} (0,05u - 6)udu + \int_{125}^{195} (0,25)udu + \int_{195}^{200} (-0,05u + 10)udu \\ &= 77,08 + 2800 + 122,82 \\ &= 3000; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\int_R \varphi_{Moderada}(u) du &= \int_{40}^{47,5} (0,1u - 4) du + \int_{47,5}^{82,5} (0,75) du + \int_{82,5}^{90} (-0,1u + 9) du \\
&= 2,813 + 26,25 + 2,8125 \\
&= 31,875;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\int_R \varphi_{MuitoRuim}(u) du &= \int_{120}^{125} (0,05u - 6) du + \int_{125}^{195} (0,25) du + \int_{195}^{200} (-0,05u + 10) du \\
&= 10,625 + 17,5 + 0,625 \\
&= 28,75;
\end{aligned}$$

Substituindo os valores calculados na equação (4.4) temos

$$G(CO_{1050}) = \frac{2071,875 + 3000}{31,875 + 28,75} = \frac{5071,875}{60,625} = 83,66.$$

Portanto, utilizando o sistema baseado em regras fuzzy apresentado, com método de inferência de Mamdani e método de defuzzificação de centro de gravidade, o índice da qualidade do ar será 83,66 (moderado/ruim).

Diante da fundamentação teórica apresentada, apresentamos a aplicação da modelagem matemática de um problema real alvo deste estudo, em que faz-se necessária a Lógica Fuzzy para seu desenvolvimento.

5 Modelagem fuzzy da expectativa de vida de um transformador

Nos estudos dedicados a aumentar o tempo de operação do transformador foram identificados três fatores de grande influência na expectativa de vida: a temperatura, a umidade e o oxigênio.

O método mais utilizado atualmente, IEEE, é baseado apenas na temperatura de operação do equipamento e utiliza a equação de McNutt (5.1).

$$Vida(pu) = Ae^{\frac{B}{T}}, \quad (5.1)$$

onde

A é uma constante a ser modelada;

B é a constante de envelhecimento térmico, $B=15000$;

T é a temperatura do ponto mais quente do condutor (Kelvin).

Neste capítulo apresentamos a modelagem fuzzy para determinar um novo valor da constante A , presente na Equação (5.1), que considera o valor da água e do oxigênio envolvidos no processo.

Para modelar a constante A utilizamos as equações (5.2), (5.3) e (5.4) encontradas nos estudos de Lelekakis, Martin e Wijaya, onde x é a porcentagem de água encontrada no papel.

- Oxigênio baixo:

$$A(x) = 1,78 \cdot 10^{12} x^2 + 1,10 \cdot 10^{10} x + 5,28 \cdot 10^7; \quad (5.2)$$

- Oxigênio médio:

$$A(x) = 1,20 \cdot 10^{11} x - 1,21 \cdot 10^8; \quad (5.3)$$

- Oxigênio alto:

$$A(x) = 1,71 \cdot 10^{11} x + 1,55 \cdot 10^8; \quad (5.4)$$

Com o valor da constante A encontrado com a modelagem fuzzy, calculamos a expectativa do tempo de vida de um transformador de classe 65°C por três métodos e comparamos estes valores entre si.

- Modelagem IEEE: utiliza a Equação (5.1) e $A = 9,8 \cdot 10^{-18}$, independentemente do valor da água e do oxigênio.
- Modelagem Fuzzy: aplica na Equação (5.1) o valor da constante A obtido com um sistema de base de regras fuzzy.

- Modelagem Carriel: utiliza a Equação (5.5) modificada de McNutt por Carriel, onde n_1 é o teor de umidade (%) e n_2 é o valor do oxigênio (ppm):

$$Vida(pu) = \frac{\ln\left(\frac{n_2}{100000}\right)}{n_1} \cdot e^{\frac{B-461,1-480,5}{T}}. \quad (5.5)$$

5.1 Modelagem Fuzzy

5.1.1 Fuzzificação

O processo de fuzzificação constitui na criação dos conjuntos fuzzy que classificam as variáveis oxigênio e água baseado nos estudos sobre a degradação do papel isolante do transformador e nas instruções obtidas com o setor de qualidade da empresa.

Os conjuntos que caracterizam essas variáveis podem ser observados na Tabela 5.1 e Figuras 5.1 e 5.2.

Oxigênio (ppm)	
Baixo	0 a 6000
Médio	7000 a 14000
Alto	16500 a 25000

Água (%)	
Baixo	0 a 0,2
Normal	0,8 a 1,3
Alto	1,7 a 2,0
Muito Alto	2,5 a 3,0

(a) Classificação do oxigênio. (b) Classificação da água.

Tabela 5.1: Entradas fuzzy: oxigênio e água

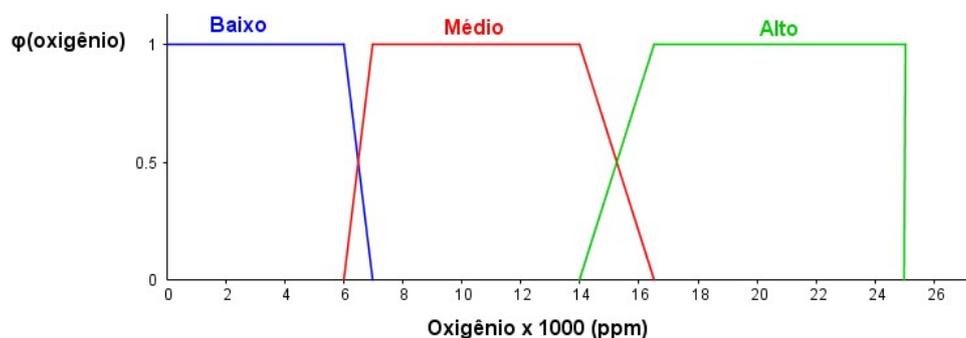


Figura 5.1: Conjunto fuzzy: oxigênio.

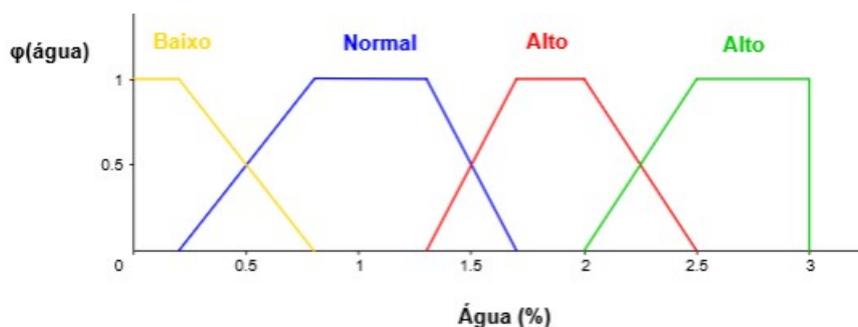


Figura 5.2: Conjunto fuzzy: água.

A saída resultante da modelagem do problema é o conjunto fuzzy para a constante (A) que aparece na Equação (5.1). Este conjunto foi construído baseado na aplicação das equações encontradas por Lelekakis, Martin e Wijaya e considerações da equipe de especialistas da concessionária de energia elétrica. A primeira etapa foi determinar todos os valores possíveis para a constante A aplicando as Equações (5.2), (5.3) e (5.4) para $x \in [0, 1; 3, 0]$, conforme Tabela 5.2.

	Água (%)	A (Teórico)		
		O2 Baixo	O2 Médio	O2 Alto
Baixo	0,1%	6,56E+07	0,00E+00	3,26E+08
Baixo	0,2%	8,19E+07	1,00E+08	4,97E+08
Baixo	0,3%	1,02E+08	2,00E+08	6,68E+08
Baixo	0,4%	1,25E+08	3,00E+08	8,39E+08
Baixo	0,5%	1,52E+08	4,00E+08	1,01E+09
Baixo	0,6%	1,83E+08	5,00E+08	1,18E+09
Baixo	0,7%	2,17E+08	6,00E+08	1,35E+09
Normal	0,8%	2,55E+08	7,00E+08	1,52E+09
Normal	0,9%	2,96E+08	8,00E+08	1,69E+09
Normal	1,0%	3,41E+08	9,00E+08	1,87E+09
Normal	1,1%	3,89E+08	1,00E+09	2,04E+09
Normal	1,2%	4,41E+08	1,10E+09	2,21E+09
Normal	1,3%	4,97E+08	1,20E+09	2,38E+09
Normal	1,4%	5,56E+08	1,30E+09	2,55E+09
Normal	1,5%	6,18E+08	1,40E+09	2,72E+09
Normal	1,6%	6,84E+08	1,50E+09	2,89E+09
Normal	1,7%	7,54E+08	1,60E+09	3,06E+09
Alto	1,8%	8,28E+08	1,70E+09	3,23E+09
Alto	1,9%	9,04E+08	1,80E+09	3,40E+09
Alto	2,0%	9,85E+08	1,90E+09	3,58E+09
Alto	2,1%	1,07E+09	2,00E+09	3,75E+09
Alto	2,2%	1,16E+09	2,10E+09	3,92E+09
Alto	2,3%	1,25E+09	2,20E+09	4,09E+09
Alto	2,4%	1,34E+09	2,30E+09	4,26E+09
Muito alto	2,5%	1,44E+09	2,40E+09	4,43E+09
Muito alto	2,6%	1,54E+09	2,50E+09	4,60E+09
Muito alto	2,7%	1,65E+09	2,60E+09	4,77E+09
Muito alto	2,8%	1,76E+09	2,70E+09	4,94E+09
Muito alto	2,9%	1,87E+09	2,80E+09	5,11E+09
Muito alto	3,0%	1,98E+09	2,90E+09	5,29E+09

Tabela 5.2: Valores da constante A dadas pelas equações de Lelekakis, Martin e Wijaya.

A condição de operação “normal” de um transformador é com o nível de oxigênio baixo e a porcentagem de água próximo a 0,8%. Considerando o valor de $A_{O2Baixo}(0,8\%)$ como o valor de referência, calculamos a razão entre $A(x)$ e $A_{O2Baixo}(0,8\%)$ para todos os valores da Tabela 5.2, construindo a Tabela 5.3.

O valor de referência de 100% indica que a vida útil do transformador será o tempo especificado pelo fabricante. Se o transformador operar nas condições em que o valor de referência é inferior a 100%, o desgaste do equipamento será inferior ao esperado e portanto a vida útil será maior. Se o dispositivo operar nas condições em que o valor de referência é maior que 100%, o desgaste do equipamento será superior ao esperado e portanto o tempo de operação será reduzido.

	Água (%)	A (Teórico)			Referência		
		O2 Baixo	O2 Médio	O2 Alto	O2 Baixo	O2 Médio	O2 Alto
Baixo	0,1%	6,56E+07	0,00E+00	3,26E+08	26%	0%	128%
Baixo	0,2%	8,19E+07	1,00E+08	4,97E+08	32%	39%	195%
Baixo	0,3%	1,02E+08	2,00E+08	6,68E+08	40%	79%	262%
Baixo	0,4%	1,25E+08	3,00E+08	8,39E+08	49%	118%	329%
Baixo	0,5%	1,52E+08	4,00E+08	1,01E+09	60%	157%	397%
Baixo	0,6%	1,83E+08	5,00E+08	1,18E+09	72%	196%	464%
Baixo	0,7%	2,17E+08	6,00E+08	1,35E+09	85%	236%	531%
Normal	0,8%	2,55E+08	7,00E+08	1,52E+09	100%	275%	598%
Normal	0,9%	2,96E+08	8,00E+08	1,69E+09	116%	314%	665%
Normal	1,0%	3,41E+08	9,00E+08	1,87E+09	134%	353%	732%
Normal	1,1%	3,89E+08	1,00E+09	2,04E+09	153%	393%	799%
Normal	1,2%	4,41E+08	1,10E+09	2,21E+09	173%	432%	866%
Normal	1,3%	4,97E+08	1,20E+09	2,38E+09	195%	471%	934%
Normal	1,4%	5,56E+08	1,30E+09	2,55E+09	218%	510%	1001%
Normal	1,5%	6,18E+08	1,40E+09	2,72E+09	243%	550%	1068%
Normal	1,6%	6,84E+08	1,50E+09	2,89E+09	269%	589%	1135%
Normal	1,7%	7,54E+08	1,60E+09	3,06E+09	296%	628%	1202%
Alto	1,8%	8,28E+08	1,70E+09	3,23E+09	325%	667%	1269%
Alto	1,9%	9,04E+08	1,80E+09	3,40E+09	355%	707%	1336%
Alto	2,0%	9,85E+08	1,90E+09	3,58E+09	387%	746%	1404%
Alto	2,1%	1,07E+09	2,00E+09	3,75E+09	420%	785%	1471%
Alto	2,2%	1,16E+09	2,10E+09	3,92E+09	454%	824%	1538%
Alto	2,3%	1,25E+09	2,20E+09	4,09E+09	490%	864%	1605%
Alto	2,4%	1,34E+09	2,30E+09	4,26E+09	527%	903%	1672%
Muito alto	2,5%	1,44E+09	2,40E+09	4,43E+09	565%	942%	1739%
Muito alto	2,6%	1,54E+09	2,50E+09	4,60E+09	605%	981%	1806%
Muito alto	2,7%	1,65E+09	2,60E+09	4,77E+09	647%	1021%	1873%
Muito alto	2,8%	1,76E+09	2,70E+09	4,94E+09	690%	1060%	1941%
Muito alto	2,9%	1,87E+09	2,80E+09	5,11E+09	734%	1099%	2008%
Muito alto	3,0%	1,98E+09	2,90E+09	5,29E+09	779%	1139%	2075%

Tabela 5.3: Tabela auxiliar para a construção do conjunto fuzzy saída.

Analisando a Tabela 5.3 e considerando os valores das colunas “Referência”, os especialistas da área criaram a classificação para a constante A descrita na Tabela 5.4.

A	Mínimo	Máximo	Descrição
Excelente	0%	100%	< 1x o valor de referência
Bom	100%	200%	< 2x o valor de referência
Regular	200%	300%	< 3x o valor de referência
Ruim	300%	400%	< 4x o valor de referência
Crítico	400%	-	> 4x o valor de referência

Tabela 5.4: Classificação da constante A.

Aplicando a definição da classificação da constante A da Tabela 5.4 e a Tabela 5.3, construímos, junto aos especialistas do setor de qualidade, a classificação para o conjunto saída fuzzy descrita na Tabela 5.5.

Classificação	A (10^8)
Excelente	0,0 a 2,2
Bom	2,5 a 5,0
Regular	6,0 a 8,0
Ruim	9,0 a 13,0
Crítico	14,0 a 50

Tabela 5.5: Valores da constante A.

5.1.2 Sistema baseado em regras fuzzy

O SBRF foi desenvolvido de acordo com a Tabela 5.3 e a definição da Tabela 5.4. A base de regras pode ser vista na Tabela 5.6.

Regra	Oxigênio	Água	A
R1	Baixo	Baixo	Excelente
R2	Baixo	Normal	Bom
R3	Baixo	Alto	Ruim
R4	Baixo	Muito alto	Crítico
R5	Médio	Baixo	Bom
R6	Médio	Normal	Ruim
R7	Médio	Alto	Crítico
R8	Médio	Muito alto	Crítico
R9	Alto	Baixo	Regular
R10	Alto	Normal	Crítico
R11	Alto	Alto	Crítico
R12	Alto	Muito alto	Crítico

Tabela 5.6: Base de regras.

Para resolver o sistema baseado em regras fuzzy (SBRF) proposto foi desenvolvido um programa em linguagem Python aplicando o método de inferência de Mamdani e o método de defuzzificação do centro de gravidade. O algoritmo em Python utilizou algumas bibliotecas prontas disponíveis na internet:

- scikit-fuzzy: conjunto de algoritmos lógicos Fuzzy;
- numPy: pacote de processamento de matriz de uso geral projetado para manipular grandes matrizes multidimensionais sem sacrificar muita velocidade para matrizes multidimensionais pequenas;
- pandas: biblioteca que fornece estruturas de dados de alto desempenho, fácil de usar e ferramentas de análise de dados.

Para validar a base de regras proposta calculamos o valor da constante A para os valores de água entre 0 a 3%, com intervalo de 0,1 %, para as três faixas de oxigênio: baixo, médio e alto.

Oxigênio baixo

Conforme observamos na Figura 5.3 e Figura 5.4, o valor da constante A para a faixa de oxigênio baixa (0 a 6000 ppm) varia próximo ao valor teórico obtido com a equação (5.2) para $x \in [0, 2]$. Para $x > 2$, que representa a faixa de água alta, o valor encontrado pela modelagem fuzzy é aproximadamente duas vezes maior que o valor teórico.

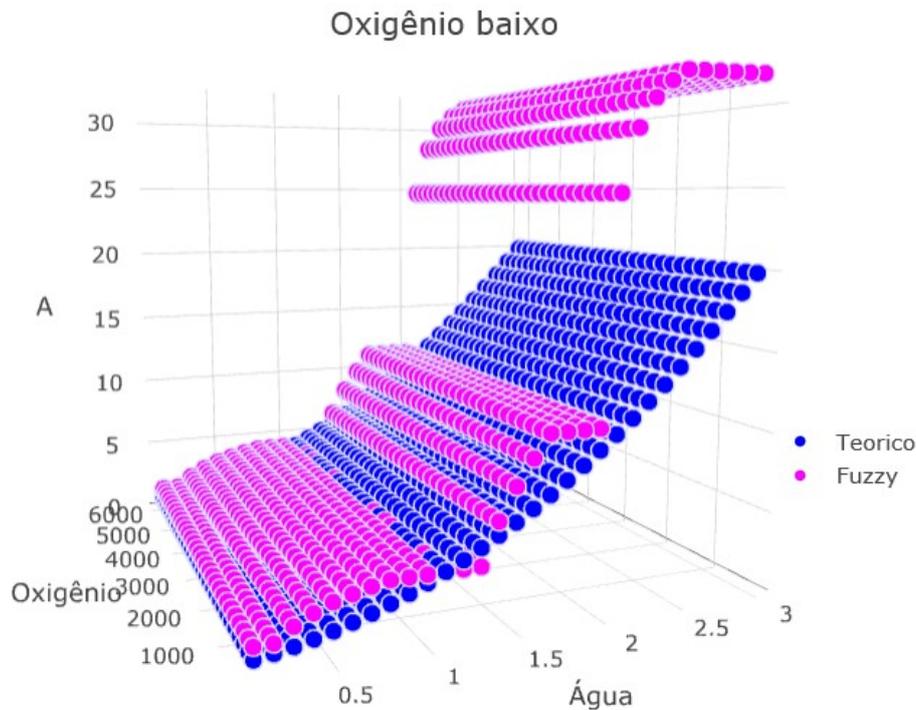


Figura 5.3: Comparação entre o valor teórico e a modelagem fuzzy para a constante A na faixa de oxigênio baixa.

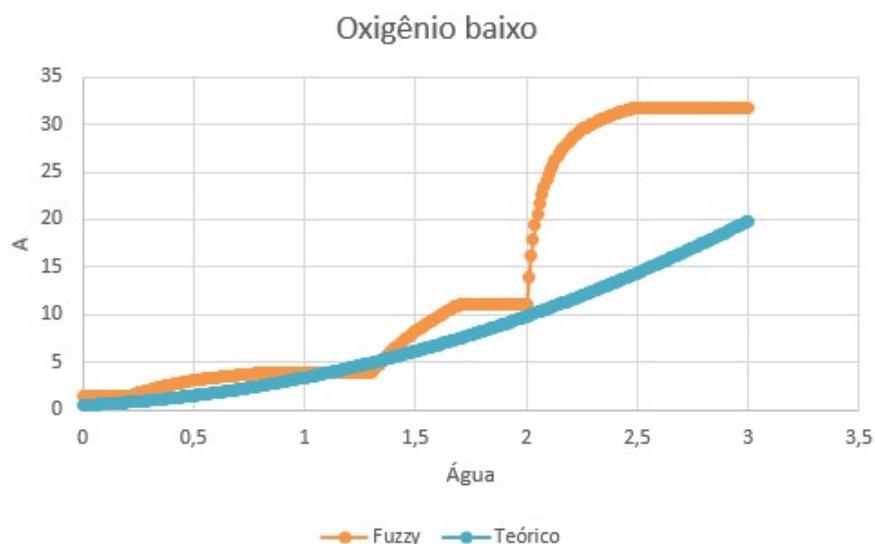


Figura 5.4: Constante A - modelagem fuzzy e valor teórico para $O_2 = 3000$.

Oxigênio médio

Observamos na Figura 5.5 e Figura 5.6, o valor da constante A para a faixa de oxigênio médio (7000 a 14000 ppm) e também para a faixa de transição, 6000 a 7000 ppm, varia próximo ao valor teórico obtido com a equação (5.3) para $x \in [0, 3]$.

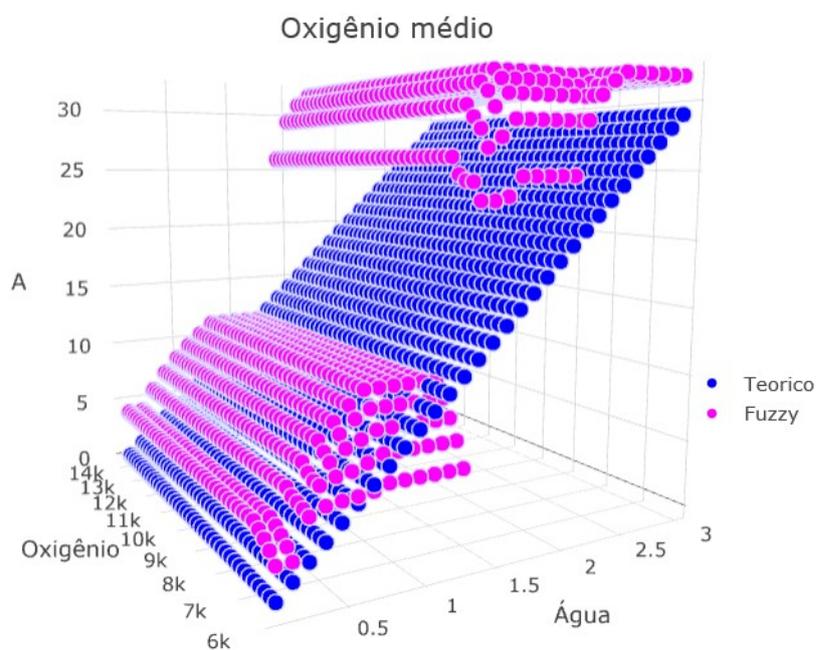


Figura 5.5: Comparação entre o valor teórico e a modelagem fuzzy para a constante A na faixa de oxigênio médio.

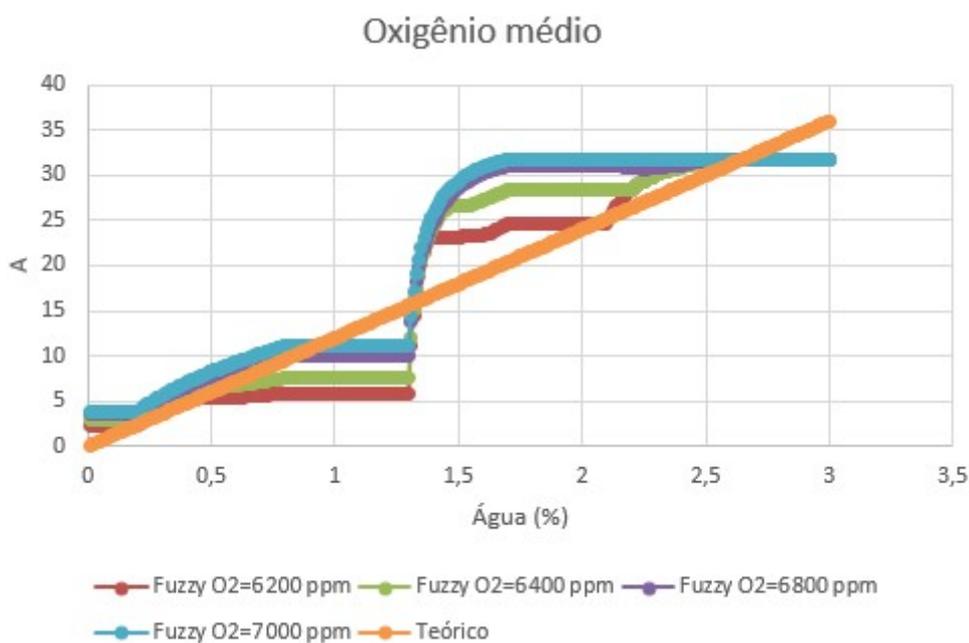


Figura 5.6: Constante A - modelagem fuzzy e valor teórico para $O_2 = 6200$, $O_2 = 6400$, $O_2 = 6800$ e $O_2 = 7000$.

Oxigênio alto

Na Figura 5.7 e Figura 5.8, o valor da constante A para a faixa de oxigênio alta (16000 a 25000 ppm) varia próximo ao valor teórico obtido com a equação (5.4) nos intervalos $x \in [0; 0,25]$ e $x \in [1,5; 2]$.

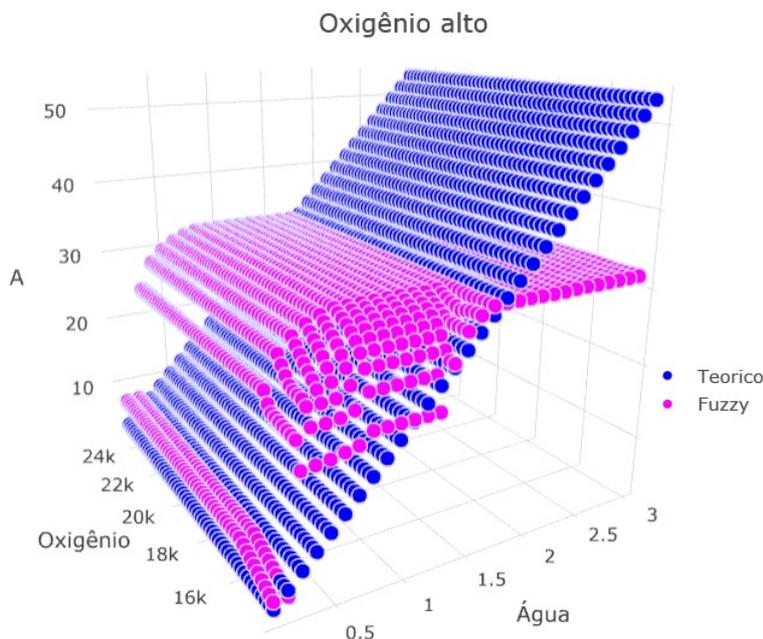


Figura 5.7: Comparação entre o valor teórico e a modelagem fuzzy para a constante A na faixa de oxigênio alta.

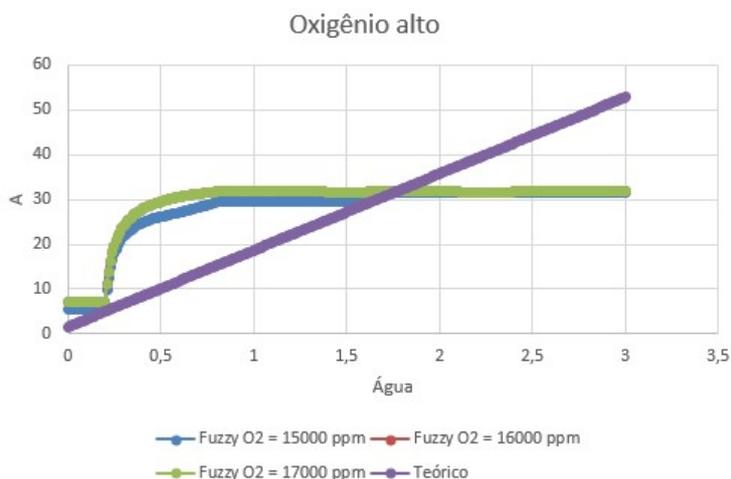


Figura 5.8: Constante A - modelagem fuzzy e valor teórico para $O_2 = 15000$, $O_2 = 16000$ e $O_2 = 17000$.

Lelekakis, Martin e Wijaya ([6], [7]) obtiveram uma equação linear para a constante A e oxigênio médio e alto devido a poucos pontos no experimento do laboratório e sugerem um novo estudo para obter novas amostras de valores. Dentro destas limitações podemos verificar que os valores de A encontrados pela modelagem fuzzy estão validados.

5.2 Cálculo da expectativa do tempo de vida

Para validar os valores encontrados pela modelagem Fuzzy proposta, foi desenvolvido um programa em Python que calcula a expectativa de vida de um transformador de classe 65°C pelos três métodos descritos anteriormente: IEEE, Fuzzy e Carriel. O programa simulou valores de temperatura entre 80 e 140°C e água entre 0 a 3% para as três faixas de oxigênio: baixo, médio e alto. Para comparar os valores de PU de vida retornados pelos diferentes métodos construímos os gráficos:

- Gráfico 3D: PU de vida em função da água e da temperatura;
- Gráfico 2D: PU de vida em função da temperatura para as quatro faixas de água: baixo, normal, alto e muito alto;
- Gráfico de colunas: razão entre o PU encontrado pelas modelagens IEEE e Carriel em relação à modelagem Fuzzy.

Oxigênio baixo

Na Figura 5.9 podemos ver a média da expectativa de vida em função da temperatura e água.

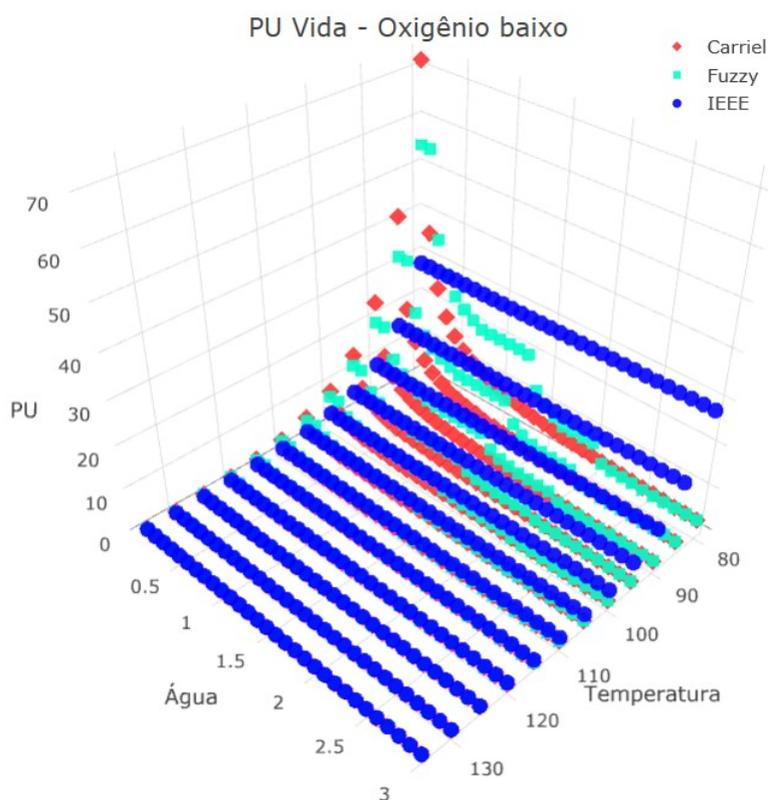


Figura 5.9: Comparação dos valores de PU de vida para oxigênio baixo.

Observamos na Figura 5.10 que apenas quando a quantidade de oxigênio e água são baixos os modelos Fuzzy e Carriel obtêm uma expectativa de vida superior à calculada pela IEEE. À medida que o valor de água aumenta, a expectativa de vida da IEEE é superestimada em relação aos demais modelos.

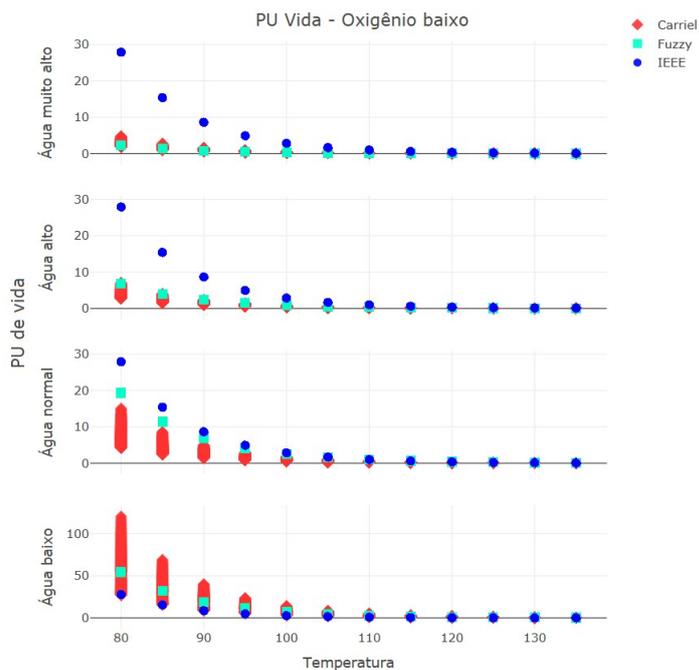


Figura 5.10: Comparação dos valores de PU de vida entre os modelos IEEE, Carriel e Fuzzy para o nível de oxigênio baixo.

Comparando a razão entre a média dos valores obtidos pelos métodos de Carriel e IEEE e a modelagem Fuzzy, observamos na Figura 5.11 que a razão entre o valor Carriel e o Fuzzy é aproximadamente 1 para o nível de água baixo, indicando que os dois métodos se aproximam nessas condições. A razão entre o valor IEEE e o Fuzzy é aproximadamente 1 apenas quando o valor da água é normal e está próxima a 110°C.

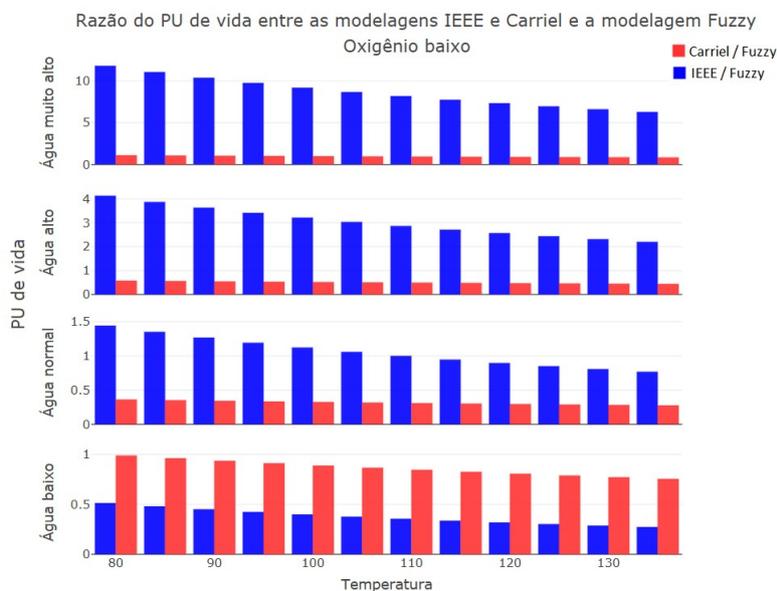


Figura 5.11: Comparação da razão da média dos valores de PU de vida entre os modelos IEEE, Carriel e Fuzzy para o nível de oxigênio baixo.

Oxigênio médio

Na Figura 5.12 podemos ver a média da expectativa de vida em função da temperatura e água.

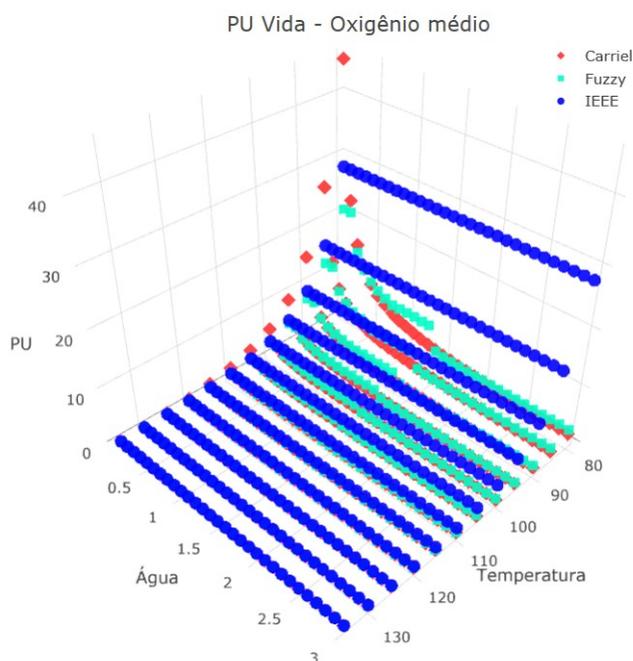


Figura 5.12: Comparação dos valores de PU de vida para oxigênio médio.

Os valores obtidos com a modelagem Fuzzy se mantêm entre os valores obtidos nas demais modelagens, conforme visto na Figura 5.13.

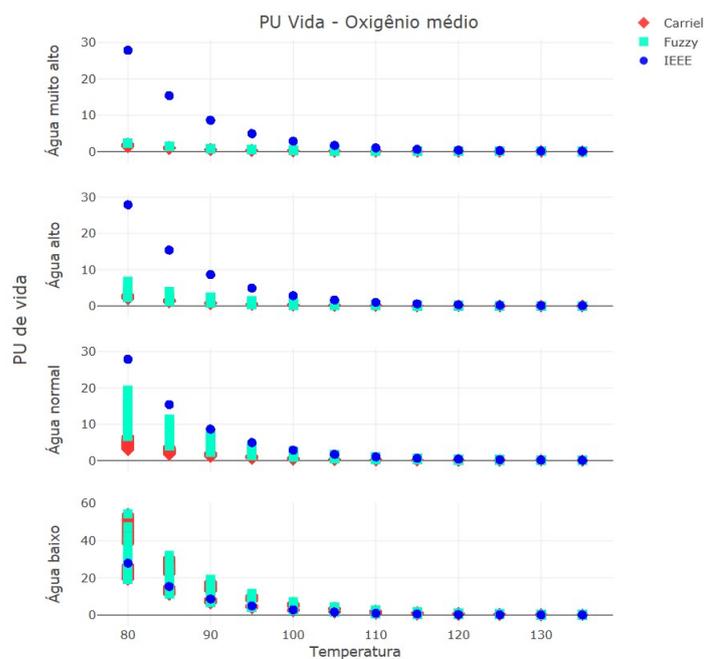


Figura 5.13: Comparação dos valores de PU de vida entre os modelos IEEE, Carriel e Fuzzy para o nível de oxigênio médio.

Observamos na Figura 5.14 que razão entre os valores dos modelos IEEE e Fuzzy são próximos a 1 para o nível de água baixo e temperatura inferior a 110°C. À medida que a quantidade de água aumenta, esta razão também aumenta chegando a valores 10 vezes maiores. A razão entre os valores dos modelos Carriel e Fuzzy são próximos a 1,5 para o nível de água baixo e próximos a 0,8 para os demais níveis de água.

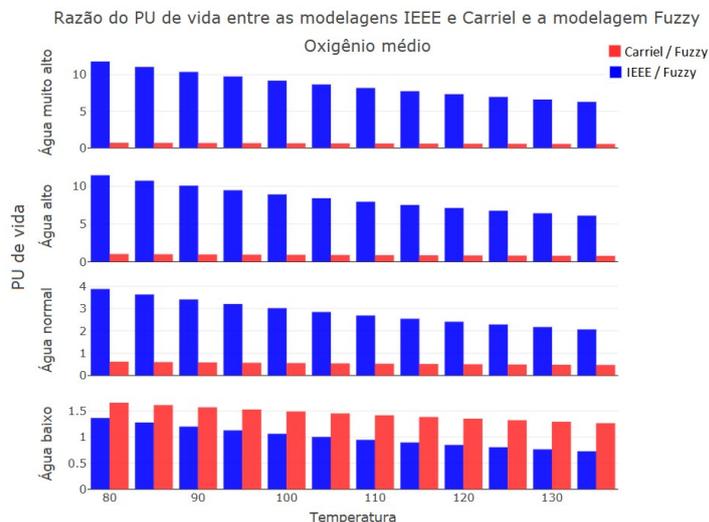


Figura 5.14: Comparação da razão da média dos valores de PU de vida entre os modelos IEEE, Carriel e Fuzzy para o nível de oxigênio médio.

Oxigênio alto

Para o nível de oxigênio alto a expectativa de vida da modelagem Fuzzy é sempre inferior ao modelo IEEE, como podemos ver nas Figuras 5.15 e 5.16.

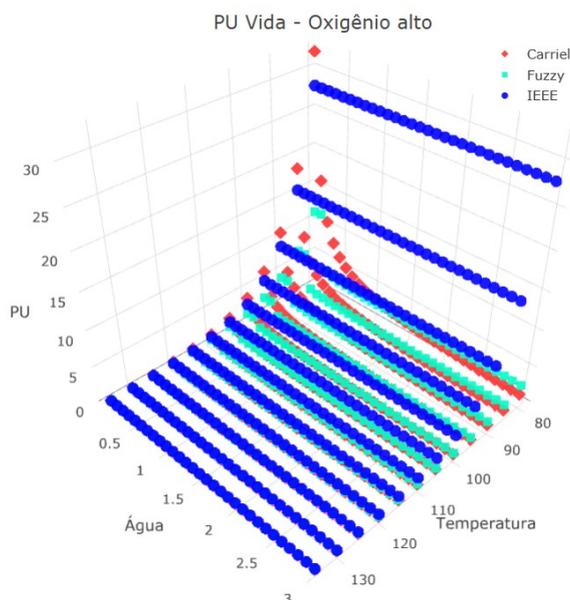


Figura 5.15: Comparação dos valores de PU de vida para oxigênio alto.

Na Figura 5.17 observamos que a razão entre a modelagem Carriel e Fuzzy, e a razão entre a modelagem IEEE e Fuzzy se aproximam do valor 2 para o nível de água

baixo, o que significa que nestas condições a modelagem Fuzzy subestima o tempo de vida em relação aos demais métodos.

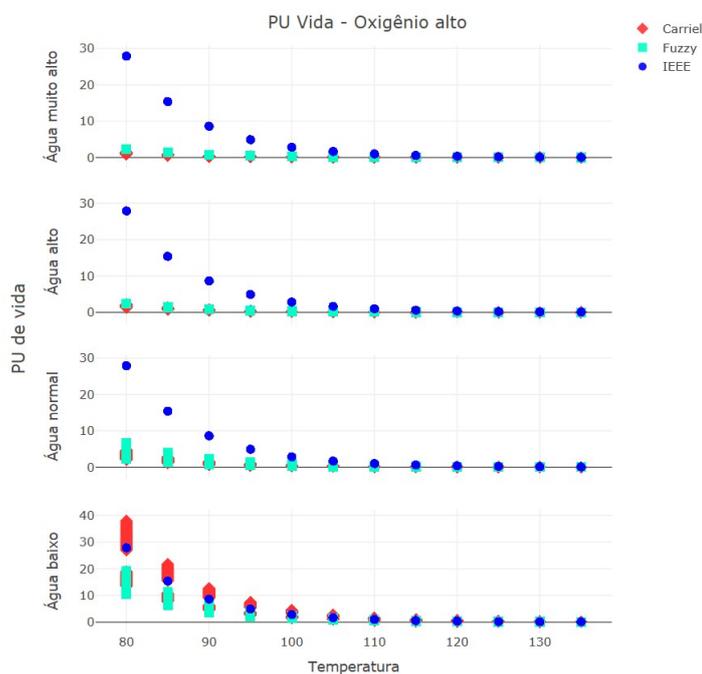


Figura 5.16: Comparação dos valores de PU de vida entre os modelos IEEE, Carriel e Fuzzy para o nível de oxigênio alto.

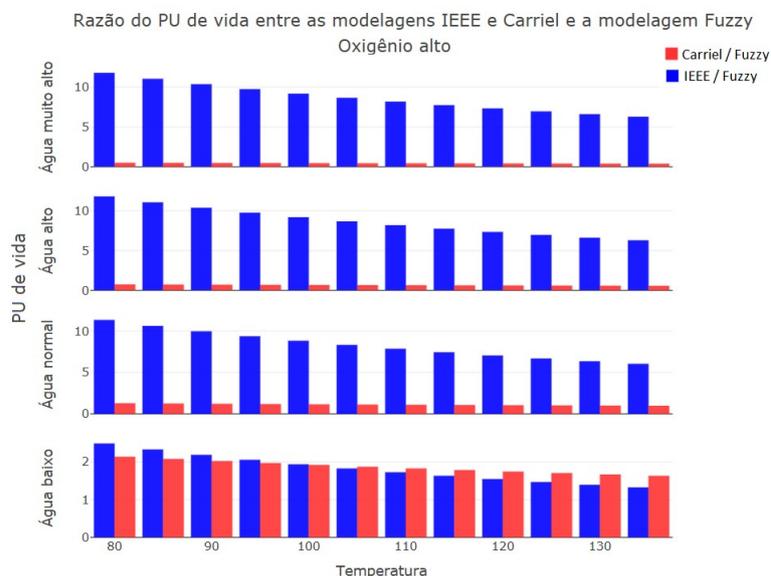


Figura 5.17: Comparação da razão da média dos valores de PU de vida entre os modelos IEEE, Carriel e Fuzzy para o nível de oxigênio alto.

Tanto a modelagem proposta por Carriel quanto a Fuzzy informam que é possível dobrar o valor do tempo de vida calculado pela norma IEEE quando o transformador é operado com baixo oxigênio e baixo nível de umidade.

5.3 Interface gráfica do software

A modelagem fuzzy proposta retornou valores plausíveis e será validada nos próximos meses na empresa que nos auxiliou neste trabalho. Uma cópia da interface gráfica está disponível para acesso público no endereço paulaeneas.pythonanywhere.com.

A interface gráfica foi desenvolvida utilizando o Django, que é um framework para aplicações web gratuito e de código aberto, escrito em Python. As páginas são escritas em html e para o gráfico é utilizado o Chart.js, que é um código aberto sobre a licença MIT. Para deixar a aplicação disponível na internet foi utilizado o provedor PythonAnywhere e o serviço de hospedagem de código GitHub.



Figura 5.18: Tela inicial do programa.

A Figura 5.18 exibe a tela inicial da aplicação. No menu à esquerda temos as subestações organizadas nas quatro regiões em que estão classificadas. Ao clicar sobre o nome da subestação o usuário é direcionado para a página de detalhes dos transformadores da subestação escolhida, Figura 5.19.

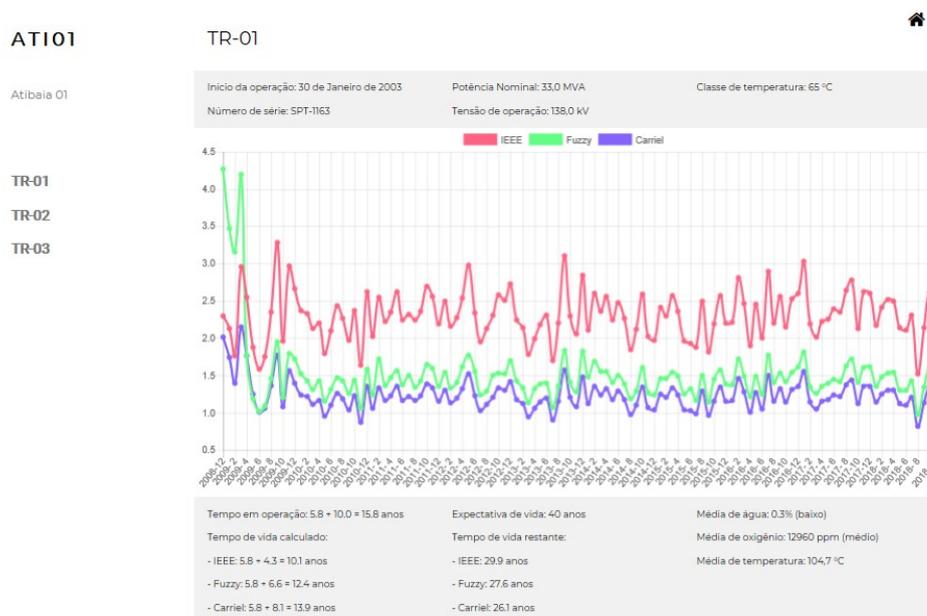


Figura 5.19: Página com informações dos transformadores da subestação.

A página da subestação possui um menu a esquerda com a sigla de seus transformadores. A área principal exhibe as informações do transformador selecionado:

- Dados cadastrais: data de instalação, número de série, potência nominal, tensão de operação e classe de temperatura;
- Gráfico com os valores de PU calculado;
- Tempo de vida calculado para cada um dos métodos: IEEE, Fuzzy e Carriel;
- Tempo de vida real desde o início da operação;
- Média da água, oxigênio e temperatura do período calculado.

Por questões confidenciais, as informações disponibilizadas foram geradas através de um algoritmo que simula o comportamento de seis transformadores de três subestações diferentes nos últimos dez anos da empresa.

Para cada transformador, há informações do valor da temperatura a cada 5 minutos e valores de oxigênio e água diários desde dezembro de 2008. Estes dados foram submetidos ao programa desenvolvido em Python que calcula a expectativa de vida do transformador pelos três métodos apresentados durante este capítulo e retorna uma tabela com valores a cada uma hora com as colunas: oxigênio, água, média de temperatura, PU calculado para os métodos IEEE, Fuzzy e Carriel. Um exemplo de dados pode ser visto na Figura 5.20.

dia	hora	temperatura	agua	oxigenio	IEEE	Fuzzy	Carriel
2013-06-11	00:00:00	108,7	0,2	8500	1,143	1,126	0,797
2013-06-11	01:00:00	107,6	0,2	8500	1,281	1,246	0,886
2013-06-11	02:00:00	106,6	0,2	8500	1,421	1,366	0,977
2013-06-11	03:00:00	105,2	0,2	8500	1,644	1,556	1,121
2013-06-11	04:00:00	105,8	0,2	8500	1,544	1,472	1,057
2013-06-11	05:00:00	106,6	0,2	8500	1,421	1,366	0,977
2013-06-11	06:00:00	107,3	0,2	8500	1,321	1,281	0,913
2013-06-11	07:00:00	107,8	0,2	8500	1,254	1,223	0,869
2013-06-11	08:00:00	107,5	0,2	8500	1,294	1,257	0,895
2013-06-11	09:00:00	107,1	0,2	8500	1,349	1,305	0,931
2013-06-11	10:00:00	109,4	0,2	8500	1,064	1,056	0,745
2013-06-11	11:00:00	110,9	0,2	8500	0,913	0,922	0,645
2013-06-11	12:00:00	112,7	0,2	8500	0,760	0,783	0,544
2013-06-11	13:00:00	110,1	0,2	8500	0,990	0,991	0,697
2013-06-11	14:00:00	112,5	0,2	8500	0,776	0,798	0,554
2013-06-11	15:00:00	112,4	0,2	8500	0,784	0,805	0,560
2013-06-11	16:00:00	112,2	0,2	8500	0,800	0,819	0,570
2013-06-11	17:00:00	112,4	0,2	8500	0,784	0,805	0,560
2013-06-11	18:00:00	113,3	0,2	8500	0,716	0,742	0,514

Figura 5.20: Valores de PU a cada uma hora de um transformador gerados pelo programa desenvolvido.

O programa utiliza os dados horários para calcular a média diária e mensal criando duas novas tabelas. Os dados mensais são utilizados apenas para plotar o gráfico e os dados diários, Figura 5.21, são utilizados no cálculo de tempo de vida do transformador.

dia	temperatura	agua	oxigenio	IEEE	Fuzzy	Carriel
2013-06-01	106,25	0,20	8050	1,8028	1,6587	1,2349
2013-06-02	97,36	0,20	8150	4,6034	3,8289	2,9624
2013-06-03	104,21	0,20	8150	2,1714	1,9640	1,4659
2013-06-04	109,85	0,19	8100	1,0404	1,0333	0,7430
2013-06-05	108,60	0,20	8200	1,2162	1,1843	0,8545
2013-06-06	110,02	0,20	8200	1,0572	1,0450	0,7492
2013-06-07	109,29	0,20	8250	1,0972	1,0839	0,7754
2013-06-08	107,93	0,20	8350	1,3197	1,2720	0,9151
2013-06-09	109,70	0,15	8450	1,0757	1,0627	0,7529
2013-06-10	109,28	0,20	8450	1,1203	1,1021	0,7823
2013-06-11	110,08	0,20	8500	1,0377	1,0289	0,7261
2013-06-12	104,52	0,20	8600	2,0824	1,8928	1,3796
2013-06-13	97,55	0,19	8550	4,3073	3,6275	2,7388
2013-06-14	93,59	0,17	8650	6,5196	5,2473	4,0202
2013-06-15	100,91	0,15	8650	3,1800	2,7507	2,0430
2013-06-16	107,16	0,20	8650	1,4919	1,4142	1,0101
2013-06-17	101,92	0,20	8700	2,9737	2,5798	1,9089

Figura 5.21: PU médio diário de um transformador.

O fator de redução do envelhecimento do equipamento é calculado como sendo a razão entre a soma do PU médio diário e o número de dias da tabelas para cada uma das colunas IEEE, Fuzzy e Carriel conforme Equação (5.6).

$$fator_{vida} = \frac{\sum PU}{\text{numero dias tabela}} \quad (5.6)$$

O $fator_{vida} = 4$, por exemplo, significa que o transformador viverá 4 vezes mais que o esperado, ou seja, os 10 anos de operação gastaram apenas 2,5 anos da expectativa de vida. Se $fator_{vida} = 0,5$, significa que o transformador viverá metade do tempo esperado, ou seja, os 10 anos de operação equivaleram a 20 anos da expectativa de vida.

O tempo de vida calculado para cada método é dado pela Equação (5.7).

$$anos_{calculados} = \frac{\text{numero dias tabela}}{365 \cdot fator_{vida}} \quad (5.7)$$

A expectativa de vida do transformador considerada pela empresa é de 40 anos mas há somente dados dos últimos 10 anos. Para facilitar a comparação dos valores obtidos pelos três métodos, os dados são exibidos no formato da Equação (5.8).

$$anos_{vida} = anos_{antestabela} + anos_{calculados} \quad (5.8)$$

Na Figura 5.22 observamos para o TR-01 de ATI-01 que nos últimos 10 anos a média de água se manteve baixa mas o valor do oxigênio está na faixa média, o que faz com que o método Carriel e Fuzzy estimem um envelhecimento maior que a norma IEEE. Como a média de temperatura de operação está abaixo do 110°C, os anos consumidos da expectativa de vida é inferior ao tempo real vivido.

No TR-02 de ATI-01 observamos na Figura 5.23 que os valores calculados para os métodos IEEE e Fuzzy foram muito similares com um valor médio próximo a 2 enquanto

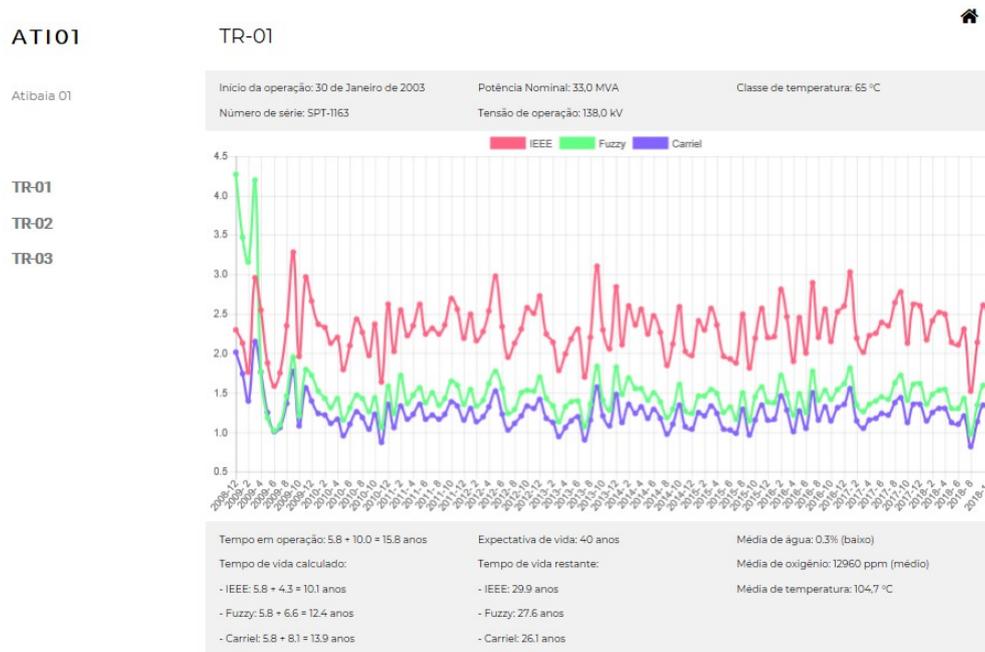


Figura 5.22: Análise do TR-01 de ATI01.

o método Carriel se aproxima do valor 1. Este é um equipamento relativamente novo, apenas 6 anos de operação, e uma diferença entre os valores calculados pelos métodos Fuzzy e Carriel sugere uma atenção ao nível de oxigênio encontrado.

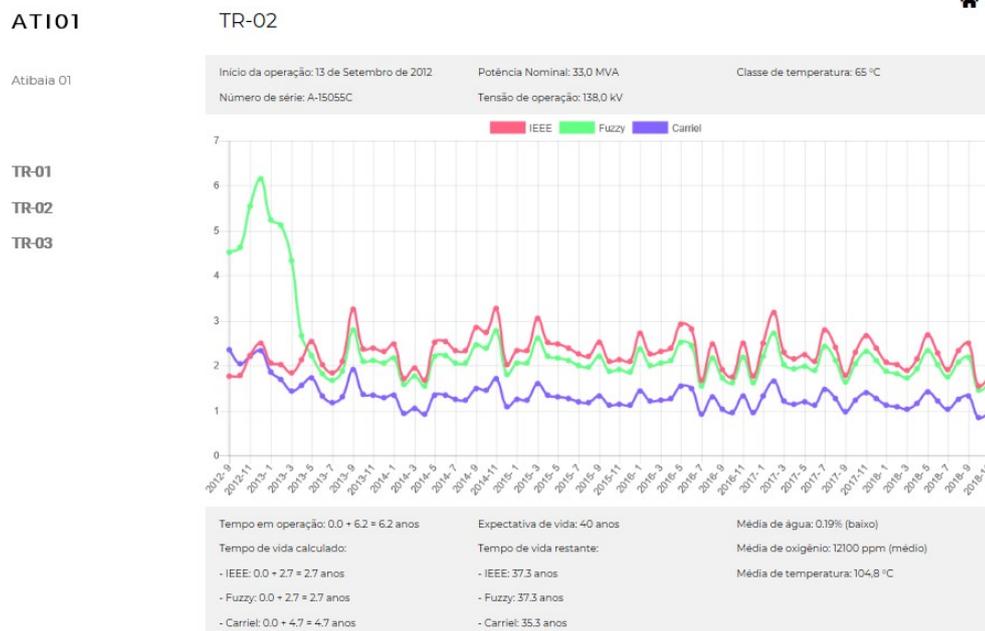


Figura 5.23: Análise do TR-02 de ATI01.

O TR-03 de ATI-01, Figura 5.24, nos seus quatro anos e meio de operação permanece com os valores de água e oxigênio baixos e a temperatura inferior ao limite de operação, o que faz com que o método Fuzzy estime que o tempo de vida será aproximadamente 5 vezes o esperado enquanto os métodos IEEE e Carriel se mantêm com uma expectativa próxima a duas vezes o valor normal.



Figura 5.24: Análise do TR-03 de ATI01.

Observamos em BJP-01, Figura 5.25 e Figura 5.26, que os transformadores operaram a maior parte do tempo com a temperatura 15°C abaixo de limite normal de operação. Com isso o método IEEE estima que o equipamento irá ampliar a sua vida útil em aproximadamente 5 a 6 vezes, já que leva em consideração apenas a temperatura. Os métodos Fuzzy e Carriel, apesar da excelente faixa de operação de temperatura, mantem a expectativa de vida inferior a 2 PUs devido ao nível médio de oxigênio e o valor normal da água.

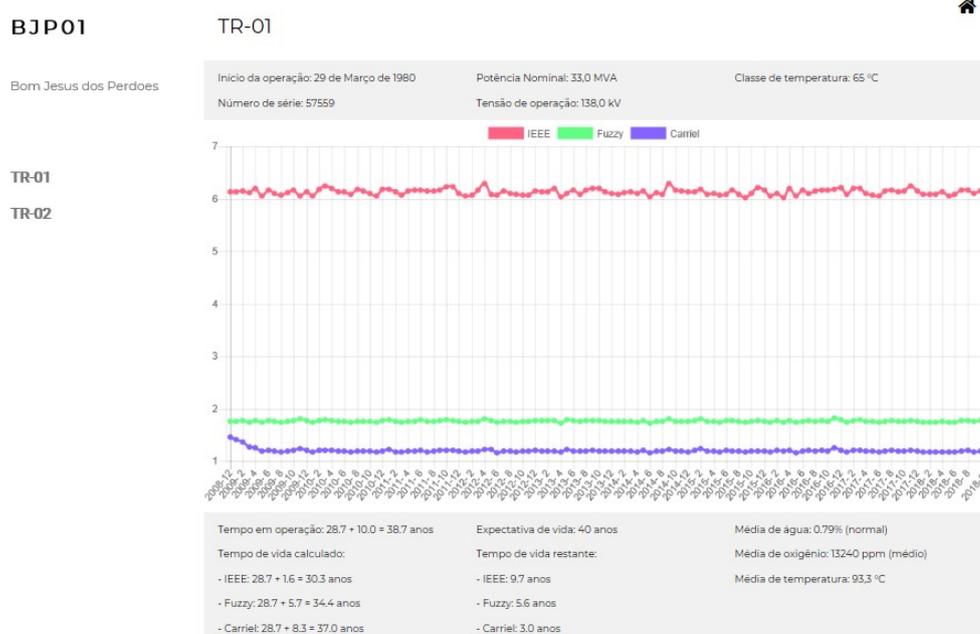


Figura 5.25: Análise do TR-01 de BJP01.



Figura 5.26: Análise do TR-02 de BJP01.

O TR-01 de CAJ01 (Figura 5.27) é um transformador antigo, há quase 50 anos em operação. Nos últimos 10 dez anos operou com uma temperatura em média 15°C abaixo de limite normal de operação o que prolonga a sua vida de acordo com o método IEEE.



Figura 5.27: Análise do TR-01 de CAJ01.

Devido ao valor de água e oxigênio, o método de Carriel retornou uma aceleração no tempo de vida do transformador: os 10 anos em operação equivaleram a 11,6 anos da expectativa de vida. Por não termos os dados mais antigos, não há como prever o gasto de vida útil total mas provavelmente o equipamento está operando na mesma

faixa de temperatura há mais tempo pois sua expectativa de vida supera os 40 anos iniciais.

A modelagem proposta por Carriel e a Fuzzy informam que ao considerar a quantidade de oxigênio e água no cálculo da expectativa de vida do transformador é possível estimar valores de tempo de operação mais próximos aos reais em relação aos valores encontrados pela norma IEEE. Na prática, muitas empresas conseguiram provar essa teoria alcançando 40 anos de operação ao invés dos 20 anos previstos inicialmente.

6 Projeto para o ensino básico relacionado à energia elétrica

A área de Matemática, no Ensino Fundamental, está centrada no desenvolvimento da compreensão de conceitos e procedimentos em seus diferentes campos, visando a resolução de situações-problema. No Ensino Médio, na área de Matemática e suas Tecnologias, os estudantes devem utilizar conceitos, procedimentos e estratégias não apenas para resolver problemas, mas também para formulá-los, descrever dados, selecionar modelos matemáticos e desenvolver o pensamento computacional, por meio da utilização de diferentes recursos da área [22].

Este projeto pode ser trabalhado em todas as séries a partir do 7º ano do Ensino Fundamental seguindo a proposta da Base Nacional Comum Curricular descrita no anexo A.

Neste capítulo é descrito a aplicação da proposta para o 8º ano do Ensino Fundamental da E.E. Dom João Nery, na cidade de Campinas, em dezembro de 2018.

Os conteúdos abordados tiveram como objetivos:

- Discutir algumas formas de energia existentes na natureza;
- Conceituar energia cinética, energia potencial gravitacional e energia mecânica;
- Mostrar o processo de transformação de energia mecânica em energia elétrica;
- Expressar um modelo matemático que caracteriza a energia elétrica;
- Aplicar conhecimentos de geometria para a construção da turbina da usina hidrelétrica.

6.1 Aula 1: Interação

Objetivo: reconhecimento da situação-problema e a familiarização com o assunto

Tempo: 50 minutos

Recursos necessários: sala de vídeo

Na primeira aula do projeto foi proposto o tema *Energia* para discussão com base nas seguintes perguntas provocativas:

- Quais formas de energia você conhece?
- Como podemos *criar* energia?
- Quais formas de energia vocês já estudaram em Ciências?

- Qual o tipo de geração de energia elétrica é a mais utilizada no Brasil? Por que?

Durante a debate inicial assistimos o vídeo *Tipos de energia*¹(2min34s) de Alfonso Pérez Aguilera e discutimos sobre os tipo de energia citada no vídeo (energia potencial, cinética, elástica, térmica, elétrica, radiante e nuclear) [23].

A discussão foi direcionada para as formas de gerar energia no Brasil, em especial as usinas hidrelétricas, e assistimos ao vídeo *Como funciona uma usina hidrelétrica?*²(2min46s) do Complexo Tapajós [24].

O debate foi encerrado com uma última pergunta: O que será que influencia a quantidade de energia gerada em uma hidrelétrica (quantidade de água, altura da queda d'água, etc)?

Em seguida foi esclarecido à turma que o objetivo do trabalho será relacionar a energia elétrica gerada com a altura da queda d'água e exibido o vídeo *Como fazer uma turbina caseira (energia hidrelétrica)*³ (11min39) do professor Evandro Veras [25].

A aula foi finalizada distribuindo a lista de materiais que cada grupo de 6 alunos deveria providenciar para a construção da turbina:

Itens obrigatórios:

- 2 CDs;
- 12 colheres descartáveis;
- 1 quadrado de isopor de 14 cm de lado;
- 1 transferidor;
- 1 régua.

Itens recomendados:

- 1 compasso;
- 1 porta CDs;
- 1 garrafa PET;
- 1 motor de passo de impressora;
- 1 cano PVC;
- 1 caneta (com suporte conectável).

6.2 Aula 2: Construção da turbina

Objetivo: Aplicar conhecimentos de geometria para que, dada uma circunferência, seja possível localizar o seu centro e dividi-la em 12 partes iguais.

Tempo: 1 hora e 40 minutos

Recursos necessários:

¹https://www.youtube.com/watch?v=oEU_H73EAdk

²<https://www.youtube.com/watch?v=iYPMZamqSH4>

³https://www.youtube.com/watch?v=3L2j3_OHek0

- 2 CDs por grupo;
- 12 colheres descartáveis por grupo;
- 1 quadrado de isopor de 14 cm de lado por grupo;
- 1 transferidor por aluno;
- 1 régua por aluno;
- 1 compasso por aluno (opcional).

Material auxiliar:

- caneta macador (escrever em CD);
- cola;
- estilete;
- papel sulfite;
- lápis;
- ferro de solda (opcional).

A aula foi iniciada exibindo aos alunos uma maquete da turbina pronta (Figura 6.1) e propondo o problema: *Como distribuir igualmente 12 pás em torno de uma circunferência (CD)?*



Figura 6.1: Turbina caseira com material reciclado.

Combinamos que ao final da aula cada aluno entregaria uma folha de papel com uma circunferência do tamanho do CD dividida em 12 partes iguais e cada grupo (6 alunos) entregaria uma turbina construída com o isopor, os CDs e as colheres de plástico.

Relembramos os principais elementos da circunferência (corda, diâmetro e raio) e como localizar o centro de uma circunferência utilizando régua e compasso ou régua e transferidor, conforme descrito no Anexo B. Acordamos que cada aluno poderia escolher o método que desejava aplicar e deveria traçar 3 diâmetros para garantir que o centro da circunferência estava correto.

Em seguida discutimos as formas de dividir uma circunferência em 12 partes, como fatias de pizza. Os alunos sugeriram dividir 360° em 12 partes de 30° e utilizar o transferidor. Dois alunos perguntaram como fazer essa divisão utilizando o compasso. O professor demonstrou o passo a passo da construção de um hexágono regular na lousa (Anexo B) mas todos os alunos preferiram fazer a divisão da circunferência com o transferidor e a régua.

Os alunos do grupo que finalizaram o projeto no papel da divisão da circunferência corretamente iniciaram a construção da turbina:

- Colocar o CD sobre o papel sulfite e marcar os 12 pontos da circunferência no CD.
- Repetir o item anterior para o segundo CD.
- Colar um CD no isopor.
- Furar o isopor no centro do CD (pode-se utilizar um ferro de solda).
- Colocar o CD+isopor no porta CD com o lado do isopor para cima.
- Colar o segundo CD no isopor alinhando os pontos da circunferência dos CDs, utilizando o porta CD como suporte.
- Retirar o conjunto isopor-CDs do porta CD e, com o estilete, recortar o isopor para ficar do mesmo tamanho e formato que os CDs.
- Inserir as colheres de plástico no isopor nos pontos marcados anteriormente, Figura 6.2.

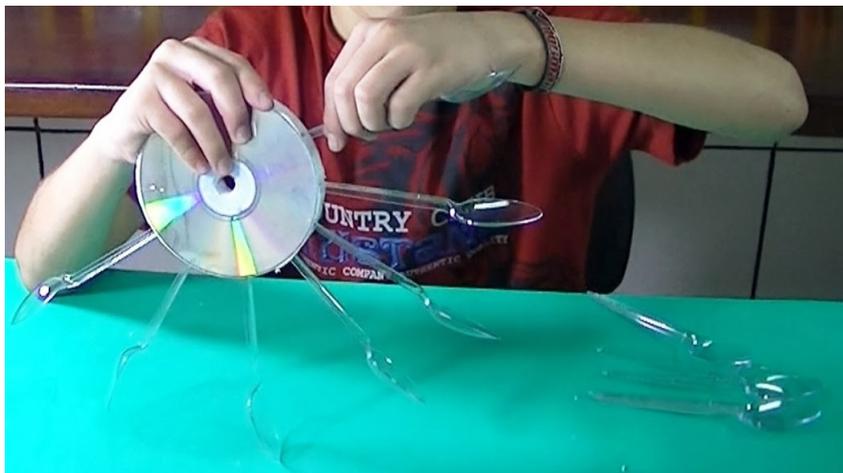


Figura 6.2: Instalação das pás da turbina.

Finalizamos a aula personalizando os CDs das turbinas com a caneta marcador.

6.3 Aula 3: Coleta de dados - energia gerada em função da altura

Objetivo: coletar dados da relação entre a altura da queda d'água com a tensão gerada pela turbina além de construir uma tabela e um gráfico com estes dados.

Tempo: 1 hora e 40 minutos

Recursos necessários:

- pátio da escola com fácil acesso à torneira com água;
- mangueira de água;
- vassoura ou cabo de vassoura;
- 3 metros de barbante por grupo;
- 6 lápis coloridos por grupo;
- lápis e borracha;
- papel quadriculado;
- régua ou fita métrica;
- multímetro.

Na sala de aula foi explicado o objetivo da aula, foram divididas as tarefas entre os integrantes do grupo conforme a Tabela 6.1 e preparado o material para a coleta dos dados. Como tínhamos apenas uma magueira, uma vassoura, uma torneira e um gerador da turbina (Anexo C) combinamos de revezar a utilização desses recursos.

Aluno	Tarefa	Material
A	Anotação dos dados	Papel e lápis
B	Divisão do barbante	Lápis colorido
C	Medição das divisões no barbante	Régua ou fita métrica
D	Posicionar a queda d'água	Cabo de vassoura e mangueira
E	Controle da água	Torneira
F	Leitura do multímetro	Multímetro

Tabela 6.1: Tarefa dos integrantes do grupo.

A sala debateu como anotaria os dados e todos os grupos concordaram com a estrutura da Tabela 6.2 que foi desenhada na lousa. Enquanto o aluno A construía no papel quadriculado esta tabela (uma folha por grupo), os alunos D fixaram a mangueira na vassoura e mediram a distância do chão à magueira (130 cm). Em paralelo, os alunos B amarraram no barbante os lápis coloridos distribuídos aleatoriamente no fio como uma rabiola de pipa tomando o cuidado de deixar um pouco de barbante livre em uma das pontas para amarrá-lo posteriormente na vassoura (Figura 6.3).

Lápis	Altura	Tensão
1	130	
2		
3		
4		
5		
6		

Tabela 6.2: Estrutura da tabela de dados.



Figura 6.3: Barbante com lápis amarrado para referência na medição da altura.

Após a “rabiola de lápis” ser finalizada, o aluno C mediu as distâncias entre os lápis amarrados (Figura 6.4), começando do lado que será preso à vassoura, e o aluno A anotou os dados na tabela conforme exemplo da Tabela 6.3.

Lápis	Altura	Tensão
1	130	
2	$130 + 27 = 157$	
3	$157 + 36 = 193$	
4	$193 + 29 = 222$	
5	$222 + 33 = 255$	
6	$255 + 31 = 286$	

Tabela 6.3: Tabela de dados - distâncias entre os lápis.



Figura 6.4: Medição da distância entre os lápis amarrados no barbante.

No pátio da escola, a magueira foi conectada à torneira. Para manter sempre o mesmo fluxo de água, os alunos decidiram regular a abertura da torneira de modo que demorasse, em média, t segundos para encher um copo de 200 ml onde cada grupo escolheu o seu tempo. Sempre que a torneira era fechada e aberta novamente, o fluxo era regulado utilizando este critério e o mesmo tempo pré-escolhido.

A aferição da tensão gerada pela turbina seguiu o roteiro abaixo:

- O aluno B amarrou o barbante no cabo de vassoura de modo que o primeiro lápis ficasse o mais rente possível à vassoura;
- O aluno E abriu a torneira de água e regulou o fluxo;
- O aluno D posicionou a vassoura em pé e mirou a água nas pás da turbina. Desse modo a saída d'água ficou a 130 cm de altura em relação ao chão;
- O aluno F fez a leitura da tensão no multímetro;
- O aluno A anotou o valor da tensão do ponto 1 na tabela de dados;
- o aluno D levantou o cabo de vassoura até encostar o próximo lápis no chão;
- O aluno F fez a leitura da tensão no multímetro;
- O aluno A anotou o valor da tensão na tabela na respectiva linha;
- Os três últimos itens são repetidos até medir a tensão gerada em relação à altura dos 6 lápis.

A leitura do multímetro variou bastante para cada altura e então os alunos decidiram anotar os 3 maiores valores para cada lápis, criando uma nova coluna na tabela com a média das medições, Tabela 6.4. Após o 4º lápis, o vento atrapalhou muito a quantidade de água que acertava as pás e então encerramos as medições no quarto lápis.

Lápis	Altura(cm)	T_1	T_2	T_3	Média (mV)
1	130				
2	$130 + 27 = 157$				
3	$157 + 36 = 193$				
4	$193 + 29 = 222$				

Tabela 6.4: Tabela de dados - Média das tensões.

No verso do papel quadriculado cada grupo desenhou o gráfico da altura x média da tensão e entregou ao professor.

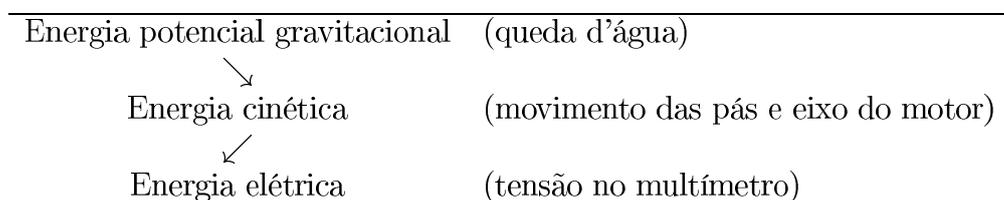
6.4 Aula 4: Matemática e modelagem matemática

Objetivo: escrever uma equação para os dados e comparar a energia elétrica gerada com energia potencial gravitacional

Tempo: 1 hora e 40 minutos

Recursos necessários: laboratório de informática e tabela de dados da última aula.

Iniciamos lembrando os tipos de energia envolvidos na geração de energia elétrica de uma turbina:



A energia potencial gravitacional (E_p) é uma equação de 1° grau onde o coeficiente linear é o peso do objeto da queda:

$$E_p(h) = m \cdot g \cdot h, \quad (6.1)$$

onde m é a massa do objeto (kg), g é a gravidade da Terra ($g = 9,8m/s^2$) e h é altura (m).

Após uma rápida explicação sobre o Sistema Internacional (SI) de medidas, discutimos como descobrir o peso da água que fez girar a turbina. Durante o debate a turma observou que o peso da água deveria levar em consideração a quantidade de água que saía da torneira, regulada no experimento pelo tempo para encher um copo de 200ml. Considerando que, para a água (densidade = $1g/cm^3$), 200ml equivale a 200g e que a água tocou a pá por 1 segundo, a massa pode ser obtida pela Equação (6.2)

$$m = \frac{200}{t}, \quad (6.2)$$

onde t é o tempo para encher o copo de 200ml na vazão de água escolhida.

Exemplo: Suponhamos que o tempo necessário para encher o copo foi de 5 segundos. Então,

$$m = \frac{200}{5} = 40g = 0,04kg. \quad (6.3)$$

Após esta discussão nos dirigimos ao laboratório de informática pois a próxima atividade seria desenvolvida no Excel. Foi explicado aos alunos como organizar e analisar as informações na planilha, chamando atenção para as unidades das medidas que devem estar no SI:

1. Calcular a massa de água do experimento do grupo;
2. Criar a tabela relacionando a energia potencial em cada altura;
3. Desenhar um gráfico da altura x energia potencial gravitacional;
4. Incluir no mesmo gráfico os dados da tensão do experimento;

A Figura 6.5 exibe o resultado do grupo 1.

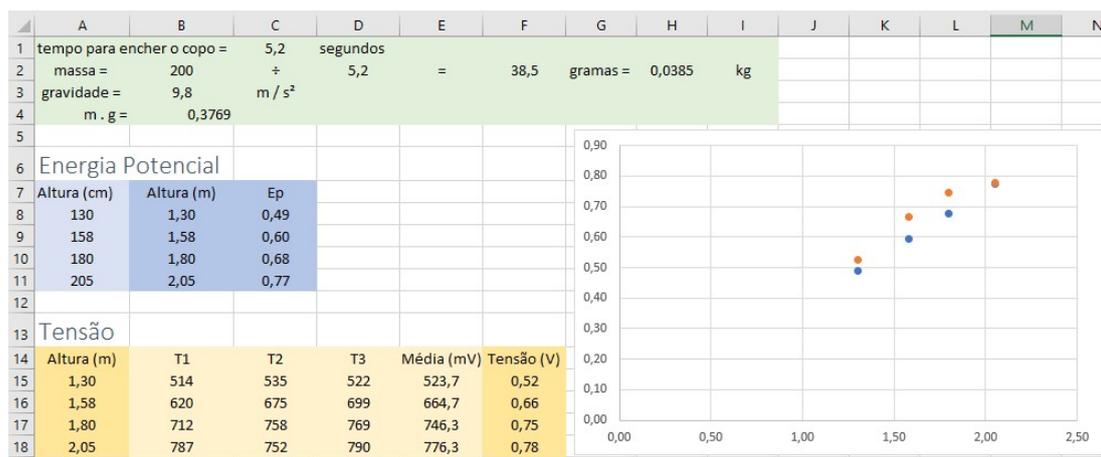


Figura 6.5: Planilha no Excel com os dados do grupo 1.

Uma nova discussão foi iniciada com base nas perguntas:

- O que podemos falar sobre a tensão medida?
- O gráfico ajuda a analisar os dados?
- Parece existir um relação entre a altura e a tensão?

Aproveitando a observação “Os pontos estão mais ou menos alinhados” de alguns alunos, foi explicado o recurso “Linha de tendência” do gráfico do Excel e pedido para habilitar a opção “Exibir a equação no gráfico”. As Figuras 6.6, 6.7 e 6.8 exibem os resultados dos grupos.

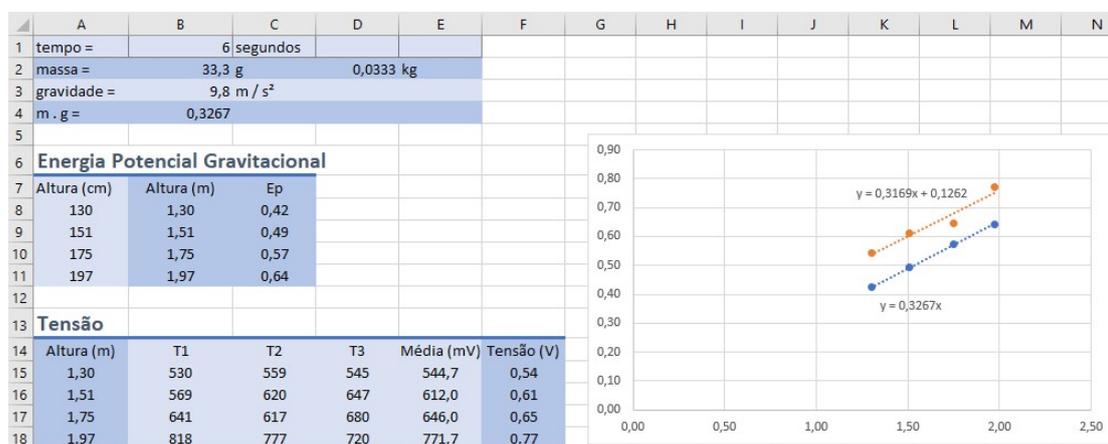


Figura 6.6: Planilha no Excel com os dados do grupo 2.

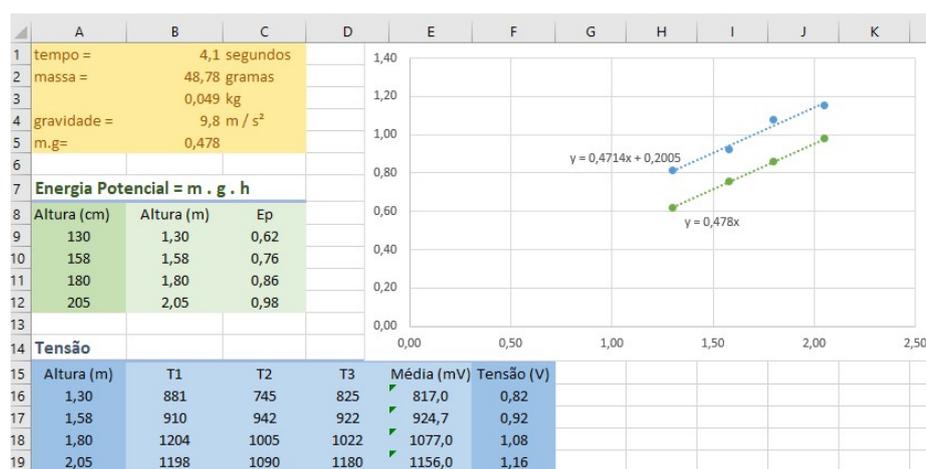


Figura 6.7: Planilha no Excel com os dados do grupo 3.

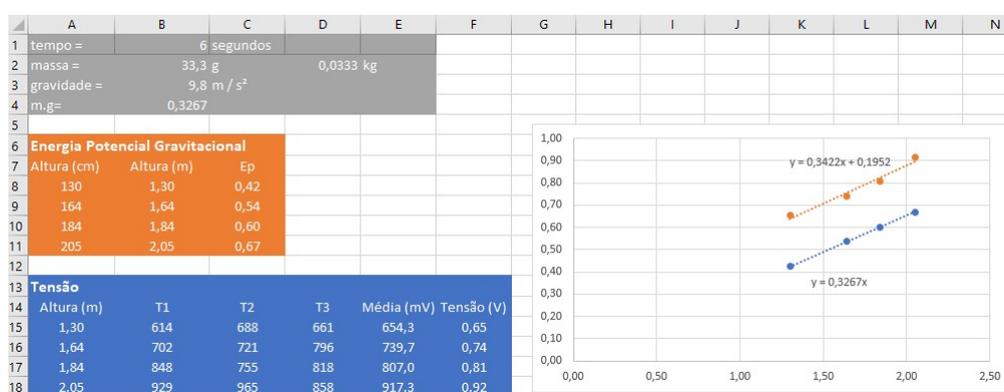


Figura 6.8: Planilha no Excel com os dados do grupo 4.

Novas observações surgiram:

Observação: Os coeficientes lineares são valores próximos.

Reflexão: Próximos quanto? Como calcular este valor?

Afirmiação: O coeficiente linear da equação da tensão é aproximadamente 1,1 vezes o coeficiente linear da energia potencial.

Observação: A equação da tensão tem um termo a mais.

Reflexão: Ele é positivo ou negativo? O que pode significar este termo em cada um dos casos.

Afirmiação: O termo independente da equação da tensão pode estar relacionado ao atrito na rotação, à imperfeições na montagem da turbina, a perdas na transformação da energia, entre outros fatores.

Observação: A tensão para alturas maiores se distanciam mais da energia potencial

Reflexão: Por quê?

Afirmiação: Para alturas maiores o vento teve grande influência na quantidade de água a acertar as pás, diminuindo a tensão medida. Seria interessante refazer a experiência em um ambiente sem vento ou com o controle maior da água.

Para compararmos os valores obtidos pela turma, construímos uma tabela com as equações, o peso da água e relação entre os coeficientes lineares obtidos por cada grupo, conforme Tabela 6.5.

Grupo	tempo	Peso = m.g	$ax + b$	Peso / a
1	5,2	0,3769	$0,3421x + 0,1022$	1,10
2	6,0	0,3267	$0,3169x + 0,1262$	1,03
3	4,1	0,4780	$0,4714x + 0,2005$	1,01
4	6,0	0,3267	$0,3422x + 0,1952$	0,95

Tabela 6.5: Tabela de dados - matemática.

Os alunos observaram que apesar de cada grupo ter escolhido uma vazão de água diferente, identificado como o tempo para encher o copo de água, todos obtiveram o valor próximo a 1 ao calcular a razão entre o peso e o coeficiente angular da equação.

7 Considerações Finais

O principal objetivo deste trabalho foi a modelagem matemática do tempo de vida útil de um transformador de energia elétrica levando em consideração os fatores que mais influenciam no desgaste do equipamento. Esta nova informação, adicionada aos modelos já existentes, auxilia na tomada de decisão quanto ao melhor momento de intervenção ou manutenção, diminuindo custos desnecessários e ajudando na previsão da substituição do transformador.

Ao longo deste trabalho foram apresentados conceitos fuzzy que possibilitaram a modelagem matemática desse problema acompanhados de exemplos para elucidar os temas apresentados. Unindo à fundamentação teórica da lógica Fuzzy, foram utilizadas informações reais disponibilizadas pela equipe de qualidade da empresa de distribuição de energia elétrica que se mostrou interessada em adicionar uma ferramenta matemática capaz de auxiliar o planejamento das ações sobre o equipamento em estudo.

O trabalho apresentou como resultado um software que auxilia na análise da situação do transformador, disponibilizando de maneira amigável uma estimativa do tempo de vida útil consumido nos últimos 10 anos de operação e o tempo de vida útil restante para três modelos matemáticos. Será realizado um acompanhamento e validação dessas informações durante os próximos meses e foi iniciado um novo estudo para utilizar este resultado como entrada para o cálculo do índice de saúde do equipamento.

Nas últimas décadas, o tema geração de energia elétrica é um dos assuntos mais discutidos na sociedade causando impactos sociais, ambientais e financeiros. No currículo nacional da Educação Básica o conteúdo “energia” aparece em diversos anos sendo um ótimo tema para projetos interdisciplinares. A proposta apresentada revisou com os alunos os conceitos de energia na natureza e discutiu mais a fundo a transformação de energia potencial em energia elétrica por uma turbina hidrelétrica.

A construção da turbina exigiu conhecimentos geométricos e os alunos se mostram receptivos e interessados na utilização de régua, transferidor e compasso para a construção da maquete da turbina. O interesse dos alunos se manteve na segunda parte da proposta durante a utilização da turbina para a modelagem matemática da tensão gerada em função da altura, curiosos com o resultado final. A classe demonstrou inicialmente uma dificuldade de organização e planejamento que foi rapidamente mitigado com a mediação do professor e o trabalho em equipe.

Esperamos que nossa atividade contribua para melhorar a aprendizagem com mais este exemplo em que a modelagem matemática se comprovou uma possibilidade metodológica para o ensino-aprendizagem de caráter interdisciplinar onde o discente é o protagonista do processo.

Referências

- [1] ELETROBRAS. *Na trilha da energia - Importância da energia elétrica*. [S.l.], 2005.
- [2] CARDOSO, A.; LAMOUNIER, E. A.; BARCELOS, M. A. Ferramentas de apoio ao ensino de componentes de subestações de energia elétrica com uso de realidade virtual e aumentada. *Iniciação - Revista de Iniciação Científica, Tecnológica e Artística*, v. 4, 2014.
- [3] ANTUNES, H. A.; BRITO, M. P. *Comissionamento de transformadores de força: do projeto à entrada em operação*. Tese (Doutorado) — Centro Tecnológico da Universidade Federal do Espírito Santo, 2010.
- [4] MILASCH, M. *Manutenção de Transformadores em Líquidos Isolantes*. 1. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1984.
- [5] BARROS, L. C. de; BASSANEZI, R. C. *Tópicos de lógica fuzzy e biomatemática*. 6. ed. São Paulo: IMECC - UNICAMP, 2010.
- [6] LELEKAKIS, N.; MARTIN, D.; WIJAYA, J. Ageing rate of paper insulation used in power transformers part 1: Oil/paper system with low oxygen concentration. *Dielectrics and Electrical Insulation, IEEE Transactions on*, v. 19, p. 1999–2008, 12 2012.
- [7] LELEKAKIS, N.; MARTIN, D.; WIJAYA, J. Ageing rate of paper insulation used in power transformers part 2: Oil/paper system with medium and high oxygen. *Dielectrics and Electrical Insulation, IEEE Transactions on*, v. 19, p. 2009–2018, 12 2012.
- [8] ALVES, M. E. G.; VASCONCELLOS, V. *Especificação de Sistemas de Monitoração On-line para Transformadores de Potência Baseados em uma Arquitetura Descentralizada*. [S.l.], 2007.
- [9] C57.91-1995, I. S. *IEEE Guide for Loading Mineral-Oil-Immersed Transformers*. New York, NY 10016-5997, USA, 1996.
- [10] MARTINS, M. A. Monitorização da degradação térmica do papel isolante usado em transformadores: Papel "thermally upgraded" versus papel kraft. *Ciência e Tecnologia dos Materiais*, v. 19, p. 14–18, 2007.
- [11] CARRIEL, L. P. *Carregamento e Envelhecimento de Transformadores Elétricos de Potência e Aspectos Prioritários Para a Manutenção Baseada na Condição*. Tese (Doutorado) — Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP, 2012.
- [12] ABRADÉE. *Setor elétrico - Visão Geral do Setor*. [S.l.], 2015.

-
- [13] ANEEL. *Informações Gerenciais e Indicadores da Distribuição*. [S.l.], 2017.
- [14] AMARAL, N. B. de S. *Estudo sobre critérios para a especificação de transformadores elevadores de estações geradoras*. Tese (Doutorado) — Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2007.
- [15] DAKIN, T. Electrical insulation deterioration treated as a chemical rate phenomenon. *AIEE Transactions*, v. 66, p. 113–122, 1947.
- [16] ABNT. *NBR 5416 - Aplicação de cargas em transformadores de potência - Procedimento - NBR 5416/97*. [S.l.], 1997.
- [17] MCNUTT, W. Insulation thermal life considerations for transformer loading guides. *Transactions on Power Delivery*, v. 7, p. 392–398, 1992.
- [18] CLARK, F. *Insulating Materials for Design and Engineering Practice*. [S.l.], 1962.
- [19] MARRO, A. A. et al. *Lógica Fuzzy: Conceitos e aplicações*. [S.l.], 2013.
- [20] COSTA, J. L. *Modelagem e controle fuzzy*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do ABC, 2017.
- [21] SANTOS, A. F. A. C. dos. *Lógica Fuzzy*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Sergipe, 2014.
- [22] MEC. *Base Nacional Comum Curricular - Educação é a base*. Brasília, DF, 2018.
- [23] AGUILERA, A. P. *Tipos de energia*. 2015. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=oEUH73EAdk>>.
- [24] TAPAJOS, C. *Como funciona uma usina hidrelétrica*. 2009. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=iYPMZamqSH4>>.
- [25] VERAS, E. *Como fazer uma turbina caseira (energia hidrelétrica)*. 2009. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=3L2j3OHek0>>.

A Base Nacional Comum Curricular

Ao longo da Educação Básica os alunos devem desenvolver dez competências gerais, que pretendem assegurar, como resultado do seu processo de aprendizagem e desenvolvimento, uma formação humana integral que vise à construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva [22].

A.1 Ensino Fundamental - anos finais

Na BNCC, cada área do conhecimento abriga componentes curriculares com suas competências específicas e conjuntos de habilidades relacionados a diferentes objetos de conhecimento.

A.1.1 7º ano

Para o 7º ano do Ensino Fundamental a proposta abrange as habilidades de Matemática descritas na Tabela A.1.

Matemática

Objetos de conhecimento	Habilidades
Linguagem algébrica: variável e incógnita	(EF07MA13) Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita.
Problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais	(EF07MA17) Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas.
Equações polinomiais do 1º grau	(EF07MA18) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade.

Tabela A.1: Habilidades de Matemática - 7º ano.

A.1.2 8º ano

Para o 8º ano do Ensino Fundamental a proposta relaciona as habilidades das disciplinas de Matemática, Ciências e Geografia descritas nas tabelas A.2, A.3 e A.4.

Matemática

Objetos de conhecimento	Habilidades
Equação polinomial de 2º grau do tipo $ax^2 = b$	(EF08MA09) Resolver e elaborar, com e sem uso de tecnologias, problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau do tipo $ax^2 = b$.
Varição de grandezas: diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais	(EF08MA12) Identificar a natureza da variação de duas grandezas, diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando a relação existente por meio de sentença algébrica e representá-la no plano cartesiano.
Construções geométricas: ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares	(EF08MA15) Construir, utilizando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares. (EF08MA16) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um hexágono regular de qualquer área, a partir da medida do ângulo central e da utilização de esquadros e compasso.

Tabela A.2: Habilidades de Matemática - 8º ano.

Ciências

Objetos de conhecimento	Habilidades
Fontes e tipos de energia	(EF08CI02) Construir circuitos elétricos com pilha/bateria, fios e lâmpada ou outros dispositivos e compará-los a circuitos elétricos residenciais.
Transformação de energia	(EF08CI06) Discutir e avaliar usinas de geração de energia elétrica (termelétricas, hidrelétricas, eólicas etc.), suas semelhanças e diferenças, seus impactos socioambientais, e como essa energia chega e é usada em sua cidade, comunidade, casa ou escola.

Tabela A.3: Habilidades de Ciências - 8º ano.

Geografia

Objetos de conhecimento	Habilidades
Diversidade ambiental e as transformações nas paisagens na América Latina	(EF08GE22) Identificar os principais recursos naturais dos países da América Latina, analisando seu uso para a produção de matéria-prima e energia e sua relevância para a cooperação entre os países do Mercosul.

Tabela A.4: Habilidades de Geografia - 8º ano.

A.1.3 9º ano

Para o 9º ano do Ensino Fundamental a proposta abrange as habilidades da disciplina de Matemática descrita na tabela A.5.

Objetos de conhecimento	Habilidades
Funções: representações numérica, algébrica e gráfica	(EF09MA06) Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis.
Grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais	(EF09MA08) Resolver e elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas.
Polígonos regulares	(EF09MA15) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular cuja medida do lado é conhecida, utilizando régua e compasso, como também softwares.

Tabela A.5: Habilidades de Matemática - 9º ano.

A.2 Ensino Médio

Na Base Nacional Comum Curricular, o Ensino Médio está organizado em quatro áreas do conhecimento: Linguagens e suas tecnologias, Matemática e suas tecnologias, Ciências da natureza e suas tecnologias e Ciências Humanas e Sociais Aplicadas. A organização por áreas não exclui necessariamente as disciplinas, com suas especificidades e saberes próprios historicamente construídos, mas, sim, implica o fortalecimento das relações entre elas e a sua contextualização para apreensão e intervenção na realidade.

Cada área do conhecimento estabelece competências específicas de área e a cada uma delas é relacionado um conjunto de habilidades, cujo desenvolvimento deve ser promovido ao longo dessa etapa. A proposta abrange as habilidades das áreas Ciências da natureza e suas tecnologias (Tabela A.6), Ciências humanas e sociais (Tabela A.7) e Matemática e suas tecnologias (Tabela A.8).

A.2.1 Ciências da natureza e suas tecnologias

Habilidades

(EM13CNT101) Analisar e representar as transformações e conservações em sistemas que envolvam quantidade de matéria, de energia e de movimento para realizar previsões em situações cotidianas e processos produtivos que priorizem o uso racional dos recursos naturais.

(EM13CNT106) Avaliar tecnologias e possíveis soluções para as demandas que envolvem a geração o transporte, a distribuição e o consumo de energia elétrica, considerando a disponibilidade de recursos, a eficiência energética, a relação custo/benefício, as características geográficas e ambientais, a produção de resíduos e os impactos socioambientais.

(EM13CNT301) Construir questões, elaborar hipóteses, previsões e estimativas, empregar instrumentos de medição e representar e interpretar modelos explicativos, dados e/ou resultados experimentais para construir, avaliar e justificar conclusões no enfrentamento de situações-problema sob uma perspectiva científica.

Tabela A.6: Habilidades: Ciências da natureza e suas tecnologias no Ensino Médio.

A.2.2 Ciências humanas e sociais

Habilidades

(EM13CHS302) Analisar e avaliar os impactos econômicos e socioambientais de cadeias produtivas ligadas à exploração de recursos naturais e às atividades agropecuárias em diferentes ambientes e escalas de análise, considerando o modo de vida das populações locais e o compromisso com a sustentabilidade.

(EM13CHS304) Analisar os impactos socioambientais decorrentes de práticas de instituições governamentais, de empresas e de indivíduos, discutindo as origens dessas práticas, e selecionar aquelas que respeitem e promovam a consciência e a ética socioambiental e o consumo responsável.

(EM13CHS306) Contextualizar, comparar e avaliar os impactos de diferentes modelos econômicos no uso dos recursos naturais e na promoção da sustentabilidade econômica e socioambiental do planeta.

Tabela A.7: Habilidades: Ciências humanas e sociais no Ensino Médio.

A.2.3 Matemática e suas tecnologias

Habilidades

(EM13MAT101) Interpretar situações econômicas, sociais e das Ciências da Natureza que envolvem a variação de duas grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação com ou sem apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT301) Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, incluindo ou não tecnologias digitais.

(EM13MAT302) Resolver e elaborar problemas cujos modelos são as funções polinomiais de 1º e 2º graus, em contextos diversos, incluindo ou não tecnologias digitais.

(EM13MAT501) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 1º grau.

(EM13MAT510) Investigar conjuntos de dados relativos ao comportamento de duas variáveis numéricas, usando tecnologias da informação, e, se apropriado, levar em conta a variação e utilizar uma reta para descrever a relação observada.

Tabela A.8: Habilidades: Matemática e suas tecnologias no Ensino Médio.

B Construção geométrica

Neste projeto precisamos encontrar o centro da circunferência externa do CD, que chamaremos de \mathcal{C} , e dividi-la em 12 partes congruentes. Como na escola pode não haver compasso para todos os alunos, descrevemos dois métodos para encontrar o centro de uma circunferência: régua e compasso ou régua e transferidor.

B.1 Método I - régua e compasso

B.1.1 Centro da circunferência

Todos os diâmetros de uma circunferência se intersectam no centro da mesma. Vamos traçar três diâmetros diferentes para confirmar esta afirmação.

Para traçar um diâmetro utilizando régua e compasso siga os passos :

- Trace uma corda da circunferência \mathcal{C} e marque os pontos de intersecção como A e B (Figura B.1a);
- Com o compasso, trace uma circunferência de centro A e raio \overline{AB} e uma segunda circunferência de centro B e raio \overline{AB} ;
- Marque as intersecções das circunferências como D e E (Figura B.1b);
- Trace a reta que passa por D e E (Figura B.1c). Essa reta é a **mediatriz** de \overline{AB} . O **diâmetro** de \mathcal{C} é dado pela distância entre os pontos de intersecção desta reta com a circunferência.

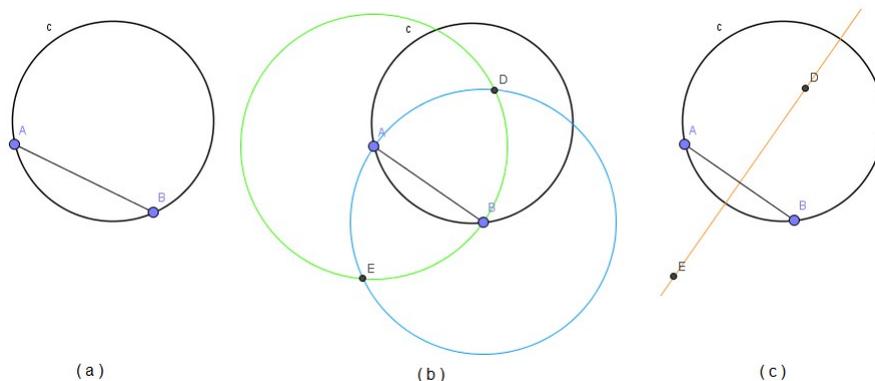


Figura B.1: Passos para construção do diâmetro da circunferência utilizando régua e compasso.

Desenhe o segundo diâmetro:

- Trace uma segunda corda da circunferência \mathcal{C} e marque os pontos de intersecção como F e G ;
- Trace a mediatriz do segmento \overline{FG} ;
- Marque a intersecção das mediatrizes como ponto O . Este é o **centro** de \mathcal{C} (Figura B.2).

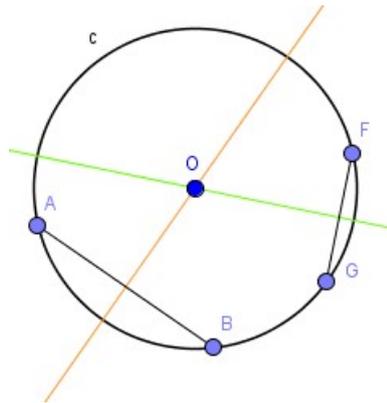


Figura B.2: Passos para construção do centro da circunferência.

Desenhe um terceiro diâmetro e verifique que ele intersecta os outros dois diâmetros no ponto O .

B.1.2 Divisão em 12 partes iguais

Vamos dividir inicialmente a circunferência em 6 partes iguais:

- Com o compasso, trace uma circunferência de centro A e raio \overline{OA} ;
- Marque as intersecções desta circunferência com a circunferência \mathcal{C} como A_1 e A_5 (Figura B.3a);
- Trace uma circunferência de centro A_1 e raio OA ;
- Marque a intersecção desta circunferência com a circunferência \mathcal{C} como A_2 (Figura B.3b);
- Trace uma circunferência de centro A_2 e raio OA ;
- Marque a intersecção desta circunferência com a circunferência \mathcal{C} como A_3 (Figura B.3c);
- Trace uma circunferência de centro A_3 e raio OA ;
- Marque a intersecção desta circunferência com a circunferência \mathcal{C} como A_4 (Figura B.3d).

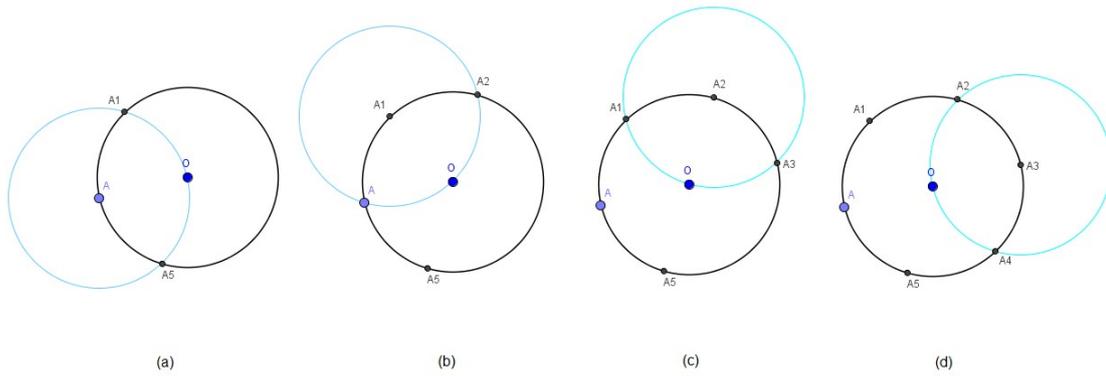


Figura B.3: Passos para divisão da circunferência em 6 partes iguais.

Dividiremos cada parte na metade:

- Trace a mediatriz de $\overline{A_1A_2}$;
- Marque as intersecções da mediatriz com a circunferência C como B_1 e B_4 (Figura B.4a);
- Trace a mediatriz de $\overline{A_2A_3}$;
- Marque as intersecções da mediatriz com a circunferência C como B_2 e B_5 (Figura B.4b);
- Trace a mediatriz de $\overline{A_3A_4}$;
- Marque as intersecções da mediatriz com a circunferência C como B_3 e B_6 (Figura B.4c).

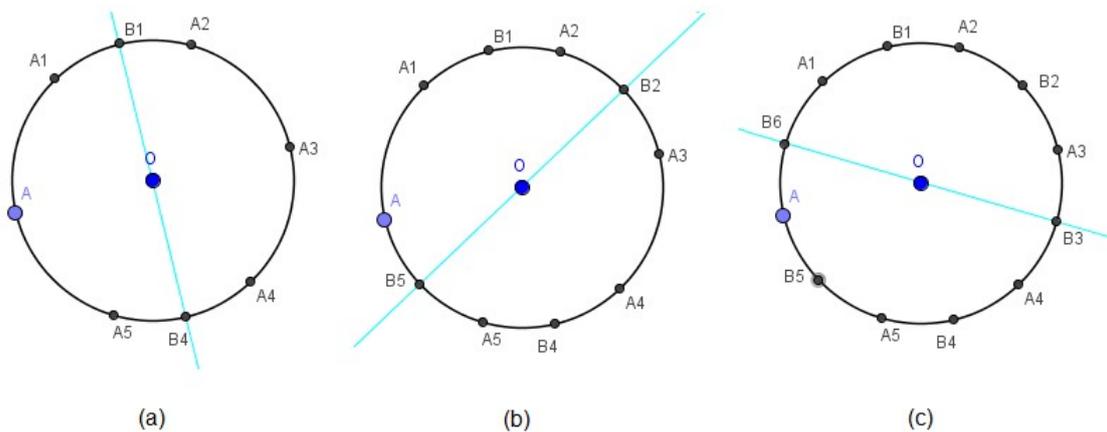


Figura B.4: Passos para divisão da circunferência em 12 partes iguais.

B.2 Método II - régua e transferidor

B.2.1 Centro da circunferência

Todos os diâmetros de uma circunferência se intersectam no centro da mesma. Vamos traçar três diâmetros diferentes para confirmar esta afirmação.

Para traçar um diâmetro utilizando régua e transferidor siga os passos :

- Trace uma corda da circunferência \mathcal{C} . Dica: trace uma corda cuja medida seja um inteiro, por exemplo, 4cm ;
- Marque os pontos de intersecção como A e B (Figura B.5);
- Com o régua, marque o ponto médio M do segmento \overline{AB} (Figura B.5b);
- Com o transferidor, marque o ponto C de modo que \overline{MC} faça um ângulo de 90° com o segmento \overline{AB} ;
- Trace a reta que passa por M e C (Figura B.5c). Essa reta é a **mediatriz** de \overline{AB} . O **diâmetro** de \mathcal{C} é dado pela distância entre os pontos de intersecção desta reta com a circunferência.

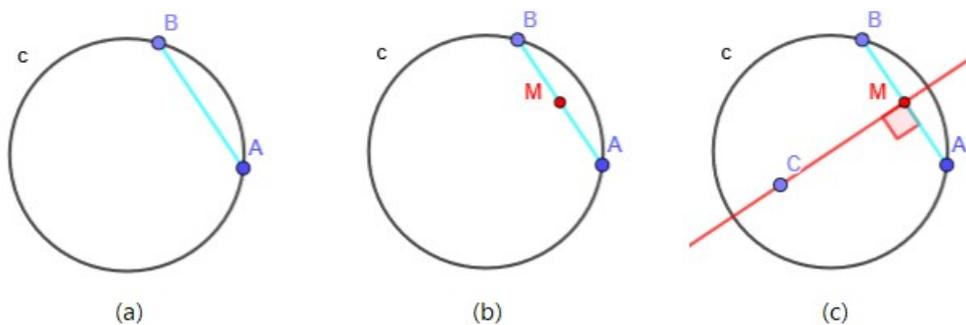


Figura B.5: Passos para construção do diâmetro da circunferência utilizando régua e transferidor.

Desenhe o segundo diâmetro:

- Trace uma segunda corda da circunferência \mathcal{C} ;
- Marque os pontos de intersecção como D e E ;
- Com o régua, marque o ponto médio N do segmento \overline{DE} ;
- Trace a mediatriz do segmento \overline{DE} ;
- Marque a intersecção das mediatrizes como ponto O . Este é o **centro** de \mathcal{C} .

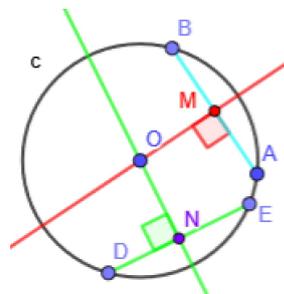


Figura B.6: Passos para construção do centro da circunferência.

Desenhe um terceiro diâmetro e verifique que ele intersecta os outros dois diâmetros no ponto O .

B.2.2 Divisão em 12 partes iguais

Uma circunferência têm 360° . Dividindo em 12, obtemos 30° para cada parte.

- Coloque a origem do transferidor no ponto O , centro da circunferência;
- Alinhe a linha-base do transferidor com um dos diâmetros;
- Marque a folha nos grau de medida múltiplos de 30° : 30° , 60° , 90° , 120° , 150° , 180° , 210° , 240° , 270° , 300° , 330° (Figura B.7a);
- Una os pontos opostos ao centro traçando 6 novos diâmetros (Figura B.7b).

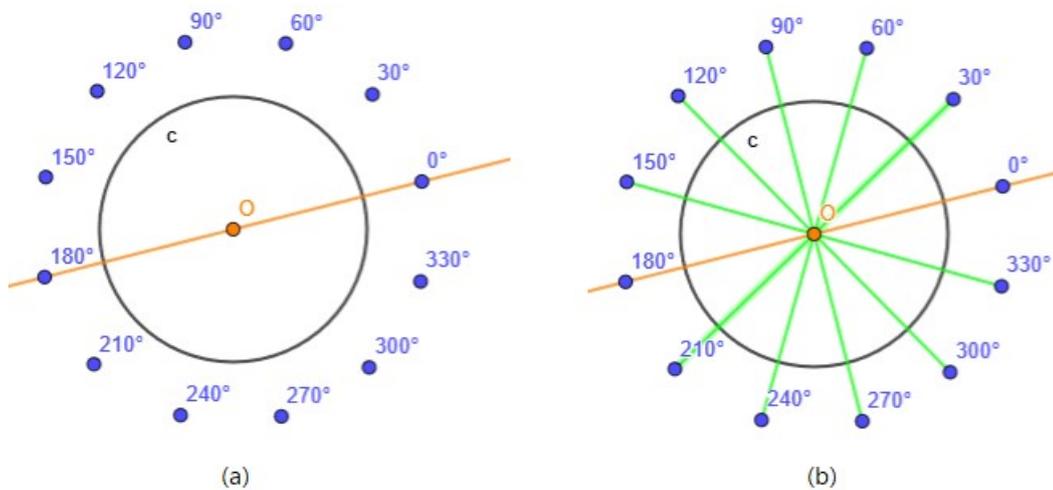


Figura B.7: Passos para construção do centro da circunferência.

C Construção do gerador da turbina

O gerador da turbina deste projeto é um motor de impressora usado. É provável que os alunos não consigam um motor por grupo e assim, é aconselhável o professor levar esta parte do experimento pronta.

Material necessário (Figura C.1):

- Motor de impressora
- Caneta comum
- fio de cobre para fixação
- Caneta com suporte conectável



Figura C.1: Materiais necessários para o gerador da turbina.

C.1 Eixo do motor

O eixo do motor será preso ao porta CD utilizando a caneta com suporte conectável.

- Cortar aproximadamente 4cm da caneta e prendê-la ao eixo do motor;
- Cortar o suporte da caneta conectável do tamanho do orifício inferior do porta CD;
- Encaixar o eixo do motor na caneta conectável (Figura C.2);

- Encaixar o motor no porta-CD.



Figura C.2: Conexão interna do eixo do motor.



Figura C.3: Conexão do motor a base da turbina.

Coloque o conjunto das hélices no porta CD. Simule o movimento de rotação das hélices. O eixo do motor deve acompanhar o movimento.

C.2 Base de sustentação

A base de sustentação deve ser pesada para não cair ao jogarmos água na turbina.

- Fixe a tampa da garrafa PET na lateral do cano de PVC com um parafuso ou cola (Figura C.4).
- Encha a garrafa PET com areia ou água e feche com a tampa.
- Posicione o motor dentro do cano de PVC puxando os fios para o lado oposto ao motor (Figura C.5).



Figura C.4: Fixação do suporte.



Figura C.5: Instalação dos fios.

Para aumentar a base de sustentação cole um CD sob a garrafa PET.