# UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JÚLIO DE MESQUITA FILHO" CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

JULIO CESAR MONTEIRO DOS SANTOS

Fluxo de material para o disco circumplanetário necessário para a formação de satélites de planetas gigantes

Guaratinguetá 2022

### Julio Cesar Monteiro dos Santos

# Fluxo de material para o disco circumplanetário necessário para a formação de satélites de planetas gigantes

Dissertação de mestrado apresentada ao Conselho de Curso de Pós-Graduação em Mestrado em Física da Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estatual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do título de mestre em Física.

Orientador: Profº Dr. Ernesto Vieira Neto

Guaratinguetá 2022

Santos, Julio Cesar Monteiro dos Fluxo de material para o disco circumplanetário necessário para a formação de S237f satélites de planetas gigantes / Julio Cesar Monteiro dos Santos - Guaratinguetá, 2022. 76 f : il. Bibliografia: f. 73-76 Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2022. Orientador: Prof. Dr. Ernesto Vieira Neto 1. Satélites - Órbitas. 2. Integração numérica. 3. Sistema solar. I. Título. CDU 629.783(043) Luciana Máximo

Bibliotecária CRB-8/3595



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

### JULIO CESAR MONTEIRO DOS SANTOS

### ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE "MESTRADO EM FÍSICA"

PROGRAMA: FÍSICA CURSO: MESTRADO

APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO

ml

Prof. Dr. Ernesto Vieira Neto Coordenador

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. ERNESTO VIEIRA NETO Orientador - UNESP participou por videconferência

Prof. Dr. RAFAEL RIBEIRO DE SOUSA UNESP

participou por videconferência

Prof. Dr. FÉRNANDO VIRGILIO ROIG Observatório Nacional participou por videconferência

Maio de 2022

## DADOS CURRICULARES

### JULIO CESAR MONTEIRO DOS SANTOS

NASCIMENTO	21/04/1996 - Pindamonhangaba / SP
FILIAÇÃO	Patrícia Aparecida Monteiro dos Santos
2020 / 2022	Mestrado em Física
	Universidade Estadual Paulista "Júlio de
	Mesquita Filho", Campus de Guaratin-
	guetá
2016 / 2019	Graduação em Física
	Universidade Estadual Paulista "Júlio de
	Mesquita Filho", Campus de Guaratin-
	guetá

Aos meus avós Maria e Pedro que me ensinaram que a distância entre sonho e realidade é apenas uma atitude, eu dedico esse trabalho.

#### AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por sua graça e sabedoria que me capacitaram a realizar este trabalho.

A minha família, em especial aos meus avós maternos Maria e Pedro que apesar de não estarem mais aqui, sempre me apoiaram e enfrentaram comigo os momentos mais difíceis. Agradeço ao apoio e carinho de meus tios André e Daniela e minha mãe Patrícia.

Agradeço também ao apoio da minha linda esposa Laís, pois ela me encorajou quando achei que não era capaz, e agradeço por estar ao meu lado durante todo o processo deste trabalho e por ser minha companheira e melhor amiga.

Ao meu orientador Ernesto Vieira Neto por toda dedicação e incentivo para comigo. Obrigado por acreditar em mim e me inspirar a ser um pesquisador melhor a cada dia.

Agradeço aos meus professores Ricardo Aparecido de Moraes e Rafael Ribeiro de Sousa por responderem aos meus infinitos e-mails de dúvidas e por me ajudarem sempre.

Aos meus amigos João, Évelin e Millena por mesmo longe fazerem parte do meu mestrado através de conselhos e ajuda.

Agradeço à FAPESP - Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo pelo apoio financeiro referente a bolsa de Mestrado vinculada ao Projeto Temático "A Relevância dos Pequenos Corpos em Dinâmica Orbital".

Este trabalho contou com o apoio da seguinte entidade:

FAPESP - Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo - (2019/21857-3) vinculado ao Projeto Temático "A Relevância dos Pequenos Corpos em Dinâmica Orbital" (2016/24561-0).

"Sempre fui grato aos meus mentores [...] e tentei me certificar de que cada um deles soubesse do meu apreço. Mas parece-me claro que não aprendi sobre as coisas mais essenciais com os meus professores [...], aprendi com meus avós, que nada sabiam sobre ciência" (parafraseado de Carl Sagan)

#### RESUMO

O sistema de satélites galileanos tem uma arquitetura similar a do Sistema Solar, entre as similaridades está o fato dos satélites apresentarem órbitas quase circulares e coplanares com o plano equatorial de Júpiter. Uma outra característica dos galileanos é que esses apresentam densidade decrescente conforme se afastam do planeta, ou seja, o mais denso é o satélite mais próximo ao planeta enquanto o menos denso é o mais distante (Lunine e Stevenson, 1982). Existem modelos de formação dos satélites galileanos equivalentes aos da formação dos planetas, todavia na escala do disco circumplanetário. Neste trabalho de dissertação de mestrado são considerados dois modelos principais que descrevem a formação desses satélites através do disco circumplanetário. O modelo de Massa Mínima para a Sub-Nébula (MMSN) (Lunine e Stevenson, 1982) sugere que os satélites galileanos se formaram em um disco circumplanetário ao redor de Júpiter durante o último estágio de formação do planeta. Nessa fase o disco não recebe mais material e pode ser aproximado por um disco circumplanetário não-turbulento, sem a formação de vortexes, com baixa possibilidade de aglomeração de material em zonas especificas no disco ou transporte descontínuo durante a formação dos satélites. Por outro lado, o segundo modelo (Canup e Ward, 2002) sugere um outro tipo de disco circumplanetário: o disco possui inicialmente pouca massa em gás e poeira e vai crescendo em massa adquirindo material oriundo do disco circunstelar. Neste trabalho é estudada a formação de sistemas de satélites sob as considerações do modelo MMSN e também do modelo do Disco com Déficit de Gás. São realizadas simulações numéricas hidrodinâmicas com o objetivo de se obter informações que caracterizam o disco de gás em volta do planeta. As simulações são feitas utilizando o código hidrodinâmico FARGO 3D (Benitez-Llambay e Masset, 2016), entretanto esse tipo de código traz consigo dificuldades como a resolução necessária para obter informações com precisão devido a simplicidade se seu integrador de N-corpos do tipo Rung-Kutta. Assim, para se obter resultados mais rápidos são utilizadas as simulações hidrodinâmicas para entender o comportamento do disco de gás ao redor do planeta e então essas informações são usadas no pacote de integração numérica de N-corpos REBOUND. Portanto, foram realizadas simulações numéricas com o uso do REBOUND (Rein e Liu, 2012) adaptando o código para estudar o crescimento dos satélites durante a fase colisional. Durante as simulações, são explorados parâmetros como a distribuição radial e a massa dos sólidos no disco, a densidade da nuvem de gás e a proporção de massa e gás do disco, como também a posição da linha de gelo ao longo do disco, considerando as informações obtidas através das simulações hidrodinâmicas. Isso é feito para elucidar em comparação com o modelo de Déficit de Gás a relevância do fluxo de matéria durante a formação dos satélites.

PALAVRAS-CHAVE: Formação de satélites. Integração Numérica. Satélites Galileanos.

### ABSTRACT

The Galilean satellite system has an architecture similar to that of the Solar System, among the similarities is the fact that the satellites present almost circular and coplanar orbits with the equatorial plane of Jupiter, in addition the Galileans also present decreasing density as they move away from the planet, that is, the densest is the satellite closest to the planet while the least dense is the most distant (Lunine and Stevenson, 1982), as observed for terrestrial planets in the Solar System. There are models for the formation of Galilean satellites equivalent to the formation of planets, however on the scale of the circumplanetary disk. There are two main models that describe the formation of these satellites across the circumplanetary disk. The Minimum Mass Sub-Nebula (MMSN) model (Lunine and Stevenson, 1982) suggests that Galilean satellites form in a circumplanetary disk around Jupiter during the last stage of planet formation. At this stage, the disk does not receive any more material and can be approximated by a non-turbulent circumplanetary disk, without the formation of vortexes, with little possibility of agglomeration of material in specific zones in the disk or discontinuous transport during the formation of the satellites. The second model (Canup and Ward, 2002) suggests, on the other hand, another type of circumplanetary disk: the disk initially has little mass in gas and dust and then grows in mass acquiring material from the circumstellar disk. In this work, the formation of satellite systems is studied under the considerations of the MMSN model and the reproduction of the Disk with Gas Deficit model is also carried out. Hydrodynamic simulations are performed in order to obtain information that characterizes the gas disk around the planet. The simulations are performed using the FARGO 3D hydrodynamic code (Benitez-Llambay and Masset, 2016), however this type of code brings with it difficulties such as the resolution required to obtain information accurately due to the simplicity of its Rung-Kutta N-body type integrator. Thus, in order to obtain faster results, hydrodynamic simulations are used to understand the behavior of the gas disk around the planet and then this information is used in the REBOUND N-body package. Therefore, numerical simulations were performed using REBOUND (Rein and Liu, 2012) adapting the code to study the growth of satellites during the collision phase. During the simulations, parameters such as the radial distribution and the mass of the solids in the disk, the density of the gas cloud and the proportion of mass and gas of the disk, as well as the position of the ice line along the disk are explored considering the information obtained through hydrodynamic simulations. This is done to elucidate in comparison with the Gas Deficit model the relevance of the flow of matter during the formation of the satellites.

**KEYWORDS:** Satellites formation. NUmeric integration. Galilean Satellites.

## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
2	METODOLOGIA	14
2.1	Simulações hidrodinâmicas: estudo da dinâmica da parte gasosa do disco circum-	
	planetário	14
2.1.1	FARGO: um código para simulações hidrodinâmicas e magnetohidrodinâmicas	15
2.1.2	Disco com déficit de gás e fluxo de matéria para o disco circumplanetário	16
2.2	Simulações de N-corpos: estudo da dinâmica da parte sólida do disco circumplanetário	18
2.2.1	<b>REBOUND: um integrador de N-corpos</b>	18
2.2.2	O modelo de massa mínima para a sub-nébula e a implementação das forças	
	sobre os sólidos do disco circumplanetário	20
2.2.2.1	Implementação das forças extras nas simulações de N-corpos	20
3	RESULTADOS	26
3.1	Simulações hidrodinâmicas: características dos discos simulados e análises	26
3.2	Simulações de N-corpos realizadas e estudos analíticos	33
3.2.1	Migração	33
3.2.2	Estudos analíticos	35
3.2.3	Simulações de N-corpos considerando diferentes perfis de densidade $eta$	<b>40</b>
3.2.3.1	Perfil de densidade $\beta = 1$	40
3.2.3.2	Perfil de densidade $\beta = 1/2$	41
3.2.4	Estudos analíticos	42
3.2.5	Simulações de N-corpos considerando diferentes parâmetros de viscosidade $lpha$	47
3.2.5.1	Disco de dissipação mais lenta ( $lpha=4.0 imes10^{-5}$ )	48
3.2.5.2	Disco de dissipação mais rápida ( $lpha=5.0 imes10^{-3}$ )	51
3.2.6	Arrasto sobre satelitesimais	55
3.2.7	Estudos adicionais para aplicação nas simulações de N-corpos na fase colisional	57
3.2.8	Simulações de N-corpos: estudo da fase colisional de formação dos satélites .	59
3.2.8.1	Simulações de N-corpos com $h = 0.05$	62
3.2.8.2	Simulações de N-corpos com $h = 0.10$	65
3.2.8.3	Simulações de N-corpos com $h = 0.15$	69
4	CONSIDERAÇÕES FINAIS	72
	REFERÊNCIAS	74

### 1 INTRODUÇÃO

É comum definir que os planetas gigantes possuem duas categorias de satélites: satélites regulares e os satélites irregulares. Ficam definidos como satélites regulares aqueles que apresentam órbitas prógradas próximas ao planeta, aproximadamente circulares e aproximadamente coplanares com o equador do planeta (Lubow e Martin, 2013; Barr, 2016). Esses satélites podem ter sido formados próximos ao corpo que orbitam, em um disco ou anel circumplanetário. Entretanto, outras possibilidades são possíveis para a formação dos satélites regulares, como por exemplo, no caso da Lua, um satélite regular da Terra, formado a partir de material oriundo da colisão do planeta com um corpo externo (Canup e Asphaug, 2001; Canup, 2004, 2012). Os satélites irregulares por sua vez são mais prováveis de terem sido formados em outras regiões, mais afastadas da região de maior atração gravitacional dos seus planetas, e capturados a partir de uma instabilidade dinâmica que os jogaram em encontros próximos com os planetas (Nesvorný, Vokrouhlický e Morbidelli, 2007) ou a partir de efeitos dissipativos como o arrasto aerodinâmico (Ćuk e Burns, 2004). Os satélites irregulares apresentam órbitas mais excêntricas e mais inclinadas que os satélites regulares, um resultado provável da dinâmica de captura que estes satélites sofreram.

O Sistema Solar possui satélites que apresentam características bem peculiares. Entre eles pode-se citar o sistema de satélites galileano, Io, Europa, Ganimedes e Calisto, além do único satélite do Sistema Solar com atmosfera, Titã, e também possui um sistema de anéis que interagem com seus satélites. Os satélites galileanos encontram-se em órbitas aproximadamente circulares e coplanares, o que indica que possivelmente eles devem ter se formado em um disco circumplanetário. Todavia, como os quatro satélites possuem composições distintas em relação a porcentagem de rocha e gelo, acredita-se que eles se formaram em diferentes regiões do disco cujo qual possui uma distribuição de temperatura em que os satélites rochosos são formados nas regiões mais quentes, enquanto que os satélites com maior fração de gelo se formam além da temperatura de condensação da água. Essa linha de gelo existente no disco circumplanetário se dá principalmente pela presença de fontes de aquecimento como: aquecimento viscoso no disco, aquecimento devido a acreção de material pelo disco circumplanetário, luminosidade advinda do planeta pai e a temperatura ambiente da nebulosa da estrela (Heller e Pudritz, 2015). Além disso, Io, Europa e Ganimedes encontram-se em cadeias de ressonância de movimento médio o que pode indicar que houve uma migração destes satélites durante a sua formação e pelos seus efeitos com o gás que resultou em captura em ressonância de movimento médio (Ogihara e Ida, 2012).

AS características dos satélites do Sistema Solar, tanto orbitais, quanto química, indicam que não há um único processo de formação, e portanto é preciso considerar as caracteristicas singulares de cada sistema de satélites para propor os modelos de formação. Lunine e Stevenson (1982) sugeriram a ideia de um disco de material sólido e gás em torno de Júpiter, com uma quantidade mínima de massa que poderia providenciar a massa de rocha necessária para formar os satélites galileanos com a composição de rocha que esses possuem. Em seu trabalho, os autores concluem que seu modelo é capaz de explicar uma formação rápida dos satélites galileanos, mas não conseguem explicar as

diferenças nas superfícies de Ganímedes e Calisto, sobretudo a não diferenciação observada em Calisto. O modelo de Lunine e Stevenson (1982) ficou conhecido como Modelo de Massa Mínima para a Sub-nébula, em inglês MMSN ("Minimal Mass Sub-Nebula").

O modelo de massa mínima para a sub-nébula passou por aprimorações devido a contribuições de trabalhos como o de Mosqueira e Estrada (2003a,b). Nesses trabalhos os autores consideram uma nuvem de gás densa dentro do raio centrífugo do planeta, onde o envelope gasoso alcança o balanço centrífugo, e depois dessa fronteira a nuvem de gás fica com pouca densidade, se estendendo até uma fração do Raio de Hill ( $R_H$ ) do planeta. Todavia, no trabalho de Moraes, Kley e Vieira Neto (2018) é discutido um modelo para o disco circumplanetário de Júpiter onde é admitido que embriões de satélites, quando possuem massa o suficiente, se desacoplam do gás e as forças de arrasto deixam de ser significativas. Os autores argumentam isso baseados em resultados de simulações hidrodinâmicas.

O modelo de massa mínima para a sub-nébula não apresenta fluxo de massa vindo de ambiente exterior ao disco circumplanetário, ou seja, dado o perfil do gás existente na nuvem, não há mais entrada de matéria. Um modelo de formação dos satélites galileanos alternativo ao MMSN é o modelo proposto por Canup e Ward (2002). Os autores propuseram um modelo onde o processo de formação de satélites ocorre nos momentos finais da formação do planeta gigante, de forma que o disco circumplanetário ainda está sendo suprido por material vindo do disco circunstelar (Kley, 1999; Lubow, Seibert e Artymowicz, 1999). Nesse modelo, o disco circumplanetário apresenta uma densidade três ordens de grandeza menor de gás para a formação de satélites quando comparada com o MMSN. Esse modelo é conhecido como Modelo de Disco com Déficit de Gás ("gas-starved disk") (Canup e Ward, 2002, 2006, 2009). No modelo de déficit de gás, satélites são formados, migram e colidem, muitos são absorvidos pelo planeta, e os satélites observados são os sobreviventes desse processo (Moraes, Kley e Vieira Neto, 2018). Esse processo explica certas características dos satélites dos planetas gigantes, como a diferenciação incompleta de Calisto (Canup e Ward, 2002). Entretanto, em seu trabalho Mosqueira e Estrada (2003b) argumentam que esse processo pode atrasar a formação dos satélites e, até mesmo, prevenir sua formação, pois nesse modelo, durante a formação do planeta, a quantidade de material sólido no disco circumplanetário deve ser insuficiente, mesmo que haja material sólido e gasoso entrando no disco circumplanetário nesse ponto da formação do planeta.

Considerando os dois modelos clássicos, MMSN e disco com déficit de gás, a grande diferença entre eles está no fato da entrada, ou não, de matéria, já que no modelo de massa mínima o disco é estático, ou seja, não há entrada de massa, enquanto no modelo de disco com déficit de gás, o disco circumplanetário é continuamente alimentado pelos braços espirais que o conectam ao disco protoplanetário. Neste projeto de dissertação de mestrado o objetivo é estudar o fluxo de material do disco protoplanetário para dentro do disco circumplanetário. Em adição a isso, verificar como a variação de parâmetros que caracterizam o disco de poeira e gás influenciam sobre as características dos satélites formados.

Neste trabalho de dissertação foi empregado esforço em estudar as bibliografias publicadas que tratam sobre os dois modelos de formação de satélites citados, MMSN e disco com déficit de gás, assim como reproduzi-los. Além disso, foi estudado o pacote FARGO 3D utilizado para realizar simulações hidrodinâmicas(Benitez-Llambay e Masset, 2016), pois através dele é possível estudar as

características e a evolução do disco quando um corpo esta imerso nele, como por exemplo, perfil de densidade superficial do disco, perfil de temperatura do disco, e é também possível observar os efeitos que o corpo, seja planeta ou satélite, que está imerso no disco produz no próprio disco de gás, assim como é possível verificar o tipo de migração que esses corpos apresentam em relação a esse disco. Foi também realizado o estudo do pacote REBOUND (Rein e Liu, 2012), que é um integrador de N-corpos que permite a adição de outras forças em um sistema, forças adicionais à força gravitacional entre os N corpos.

O pacote FARGO foi utilizado para obter informações que caracterizam o disco de gás em volta do planeta, assim como usado para estudar os modelos MMSN e de Déficit de Gás, sobretudo para verificar a formação dos braços espirais que conectam o disco circumplanetário ao disco protoplanetário (Canup e Ward, 2002). Szulágyi et al. (2014) estudaram como a viscosidade influencia a taxa de acreção de planetas com massas comparáveis a de Júpiter quando imersos em um disco de gás. Neste trabalho foram realizadas simulações hidrodinâmicas considerando um disco não viscoso e um disco com baixa viscosidade para verificar a influencia desse parâmetro sobre a quantidade de material que é transportado do disco protoplanetário para o disco circumplanetário. O pacote hidrodinâmico FARGO 3D (Benitez-Llambay e Masset, 2016) permite a modelagem do disco protoplanetário como fluídos de densidades diferentes, assim é possível simular as partículas de poeira existente no disco como um fluído pressurizado (Benitez-Llambay e Pessah, 2018). Entretanto, um problema com a utilização desse tipo de código é a resolução necessária para obter informações com precisão devido a simplicidade de seu integrador de N-corpos do tipo Runge-Kutta. Desse modo, as simulações hidrodinâmicas são usadas para entender o comportamento das partículas no disco protoplanetário e então são utilizadas essas informações no pacote de N-corpos REBOUND, para estudar a fase colisional que deverá provocar o crescimento dos satélites, assim como implementar as forças extras sobre embriões e satelitesimais tais como definidas por Moraes, Kley e Vieira Neto (2018). O pacote REBOUND foi utilizado para implementar as forças extras a que estão sujeitos embriões e satelitesimais, estudar a coerência dessa implementação com os resultados esperados, além de fazer um estudo do perfil de densidade do disco  $\beta$ . Posteriormente com o pacote REBOUND serão simulados discos circumplanetários compostos de milhares de corpos, sendo eles embriões e satelitesimais.

### **2 METODOLOGIA**

Neste trabalho, busca-se estudar e entender os dois modelos clássicos de formação de satélites, o modelo de massa mínima para sub-nébula e o modelo do disco com déficit de gás, e como esses modelos explicam a formação do sistema de satélites galileanos. Além disso, procura-se entender como o fluxo de massa para o disco circumplanetário exerce influência sobre a formação de satélites em torno de um planeta com as caraterísticas de Júpiter.

Dentro deste projeto de dissertação de mestrado foram estudadas as principais bibliografias sobre formação de satélites. Também foram estudados os pacotes numéricos FARGO 3D e REBOUND que realizam simulações hidrodinâmicas e de N-corpos respectivamente, com o objetivo de estudar a dinâmica da parte gasosa e da parte sólida do disco circumplanetário.

Foram realizadas simulações hidrodinâmicas com o uso do pacote FARGO 3D com o objetivo de estudar como ocorre o fluxo de material do disco protoplanetário para o disco circumplanetário através dos braços espirais descritos por Canup e Ward (2002), modelo de disco com déficit de gás.

Para verificar como os corpos rochosos acretam e ficam mais massivos, conforme o disco circumplanetário evolui ao longo do tempo, foi utilizado o pacote de N-corpos REBOUND para verificar esse crescimento durante a fase colisional. Os corpos sólidos que compõem o disco foram considerados como embriões e satelitesimais, de acordo com sua massa e tamanho. Cada corpo, interage com o disco de gás de uma determinada forma (Moraes, Kley e Vieira Neto, 2018). Inicialmente, no código utilizado para realizar as primeiras simulações de N-corpos foram adicionadas as forças de migração e amortecimento na excentricidade e inclinação sobre os embriões e a força de arrasto sobre os satelitesimais tal como fizeram Moraes, Kley e Vieira Neto (2018), posteriormente todos os corpos foram expostos a todas as forças mencionadas acima.

Além das simulações numéricas foram feitos estudos analíticos para verificar se as forças implementadas numericamente tem o comportamento analítico esperado para a variação das órbitas dos corpos que sofrem estas forças. Os estudos analíticos foram realizados sobre a força de migração sobre os embriões, mais especificamente sobre como o perfil de densidade local altera o comportamento da migração. Foi estudado também o comportamento da força de arrasto sobre os satelitesimais durante a realização das simulações numéricas ao se modificar a densidade desses corpos.

# 2.1 SIMULAÇÕES HIDRODINÂMICAS: ESTUDO DA DINÂMICA DA PARTE GASOSA DO DISCO CIRCUMPLANETÁRIO

Nesta seção é feita um revisão bibliográfica sobre o pacote de simulações hidrodinâmicas FARGO 3D. Essa revisão foi importante para adaptar o pacote computacional para a realização das simulações númericas. O FARGO3D foi utilizado para analisar a evolução do disco dentro do modelo do disco com déficit de gás e o fluxo de material entre os dois discos protoplanetário e circumplanetário. Planetas com a massa de Júpiter abrem um gap no disco e criam braços espirais que podem ligar estes discos e portanto transportar material (gás e poeira) (Canup e Ward, 2002).

### 2.1.1 FARGO: um código para simulações hidrodinâmicas e magnetohidrodinâmicas

O FARGO (Fast Advection in Rotating Gaseous Objects) é um integrador numérico hidrodinâmico que resolve as equações diferenciais parciais que definem as propriedades de um fluido e as equações diferenciais gravitacionais entre planeta-disco e planeta-planeta. A versão FARGO 3D mantém as principais características da versão original, porém apresenta também alguns novos conceitos. De modo geral entre as características que a nova versão apresenta estão: ela é multidimensional (1D, 2D e 3D), ou seja, é possível realizar simulações dos três tipos; comporta geometria cartesiana, cilíndrica e esférica; possui em seu código a implementação das equações de estado adiabática e isotérmica; apesar de ser desenvolvido principalmente para discos, o código consegue trabalhar com outros problemas; resolve equações hidrodinâmicas como a da continuidade, Navier-Stokes e energia e também equações magnetohidrodinâmicas; inclui difusão do campo magnético; inclui o tensor de tensão totalmente viscoso nas três dimensões; possui um integrador de N-corpos do tipo Runge-Kutta de quinta ordem; além dessas características é possível utilizar diversas plataformas para realizar a integração, ou seja, o código FARGO 3D pode ser integrado usando o modo sequencial processado em uma CPU ou em modo paralelo utilizando um cluster de CPUs. Além desses, é possível realizar as simulações em ambos os modos utilizando GPU's. Entretanto, o código FARGO 3D ainda apresenta algumas restrições, entre elas está o fato de que o código impõe a conservação da massa e do momento para manter a precisão das integrações, porém não impõe a conservação da energia total, além disso o código sempre assume a direção x como sendo periódica. Nas geometrias cilíndrica e esférica corresponde à direção azimutal.

Tanto a versão 2D, original, quanto a versão 3D do código FARGO são escritas em linguagem C. A primeira versão do código começou a ser desenvolvida em 1999 por Frederic Masset em um trabalho conjunto com Richard Nelson e John Papaloizou (Masset, 2000), desde então o pacote vem sendo melhorado, como é o caso da sua última versão, FARGO 3D, que permite realizar simulações em malhas 3D.

O pacote FARGO 3D pode ser adquirido gratuitamente no *site* http://fargo.in2p3.fr/. Na página é possível encontrar um link para um repositório git para realizar o download da versão 3D. No *site* é possível encontrar o manual sobre a versão FARGO 3D que auxilia no entendimento do código, trazendo informações sobre como ele realiza as integrações numéricas, como inicializar as condições iniciais do problema entre outras. No site existe também uma página dedicada à publicações que utilizaram o FARGO ou alguma de suas versões como ferramenta.

Em seu trabalho Masset (2000) descreve como o código FARGO, em sua versão original, é implementado de modo a modificar a maneira com a qual é realizada o transporte de matéria entre as células, tal rotina numérica diminui significativamente o tempo computacional gasto na execução desse processo. Nessa versão o código utiliza uma malha bidimensional para representar um disco kepleriano sem auto-gravidade onde a viscosidade é modelada utilizando a prescrição  $\alpha$  de Shakura e Sunyaev (1973). Essa prescrição para a viscosidade também é utilizada na versão 3D, todavia o código também permite simular um disco cuja viscosidade seja constante. Na seção 3.2 é feito um estudo sobre como a viscosidade influencia sobre a quantidade de matéria transportada no interior do disco. Ainda no trabalho de Masset (2000) são mostrados exemplos comparando o algorítimo FARGO para a advecção orbital com o tradicional esquema de advecção.

Sobre a versão FARGO 3D, em seu trabalho Benitez-Llambay e Masset (2016) destacam o fato de que a nova versão do pacote passa a ser capaz de considerar a advecção não apenas na sua versão hidrodinâmica, mas também na versão magnetohidrodinâmica onde existe um campo magnético associado à matéria. Os autores também trazem exemplos considerando as versões hidrodinâmicas e magnetohidrodinâmicas. O uso de uma ou outra versão é realizado através da definição de uma variável dentro dos arquivos de condição inicial do próprio FARGO 3D. O algorítimo de transporte FARGO e também a versão 3D utilizam um esquema de *upwind* de van Leer em uma malha escalonada com um slope harmônico de segunda ordem como limitante Van Leer (1977).

Em ambas as versões, original e 3D, o sistema de referência utilizado é fixo no corpo central e é não inercial. É possível decidir entre um sistema fixo, que gira com uma velocidade especificada nas condições iniciais ou um sistema em corrotação com um dos corpos, por definição o primeiro planeta inicializado, ou ainda um sistema que rotaciona com o *guiding center* de um corpo, também por definição o primeiro planeta inicializado. Conforme a necessidade com a qual se usa o FARGO, é possível alterar a resolução dos arquivos impressos pela rotina, para isso basta alterar a quantidade de zonas que compõem o disco, nas três direções, quanto maior o número de zonas maior será o número de células que compõem a malha e dessa forma os resultados terão uma resolução melhor.

Assim como a versão original, a versão 3D também é construída baseada em ideias similares àquelas usadas no código ZEUS (Stone e Norman, 1992) onde as velocidades não estão centradas na célula, mas sim escalonadas em suas faces. Conforme definem Benitez-Llambay e Masset (2016) isso permite o cálculo mais fácil dos fluxos de massa e momento, e energia específica nas bordas das células, utilizando métodos de *upwind*. A parte hidrodinâmica é responsável por toda a interação do gás com o sistema, com isso é responsável por resolver as equações de Navier-Stokes e continuidade para um disco exposto à força gravitacional proveniente do corpo central e dos planetas imersos no disco. Em relação a parte responsável pela integração de N-corpos, a versão 3D permanece utilizando um integrador Runge-Kutta de quinta ordem assim como na versão original.

Na versão FARGO 3D, o disco é organizado de tal forma que em cada célula que o compõe encontram-se as componentes vetoriais, como velocidade e campo magnético no centro das faces da célula, enquanto no centro das células estão as quantidades escalares: energia interna e densidade.

Na figura 1 é possível ver que as quantidades vetoriais, velocidade  $\nu$  e campo magnético B, estão no centro das face da célula, enquanto as quantidades físicas escalares: como energia interna e e densidade  $\rho$ , estão no centro da célula, enquanto forças eletromotivas  $\epsilon$  são definidas no meio das arestas.

Na versão FARGO 2D que se utiliza de uma malha em duas dimensões, a densidade superficial  $\Sigma$  se encontra no centro da malha, enquanto a velocidade  $\nu$  nas bordas dela, como mostra a figura 2.

### 2.1.2 Disco com déficit de gás e fluxo de matéria para o disco circumplanetário

Canup e Ward (2002) propuseram um modelo onde os satélites galileanos teriam sido formados através da acreção de material em um disco circumplanetário nos últimos estágios da acreção de gás por Júpiter (Kley, 1999; Lubow, Seibert e Artymowicz, 1999). Um total de 0.02% massas de Júpiter em gás e sólidos ainda comporiam o disco circumplanetário, porém segundo o modelo proposto



Esquema de uma célula utilizada por FARGO 3D. Fonte: Benitez-Llambay e Masset (2016).





Fonte: Russel (2011).

pelos autores essa massa não necessariamente estaria presente toda ao mesmo tempo, ou seja, o disco circumplanetário não seria um sistema fechado para entrada de material do seu exterior, sendo constantemente alimentado por um fluxo de matéria (que envolve gás e sólidos) de cerca de  $2 \times 10^{-7}$  massas de Júpiter por ano. Os autores defendem que esse modelo seria mais consistente em explicar as condições necessárias para a formação dos galileanos, como exemplo a baixa temperatura suficiente para formar gelo e o tempo prolongado de acreção dos satélites da ordem de  $10^5$  anos. Canup e Ward (2002) abordaram o fato de que o modelo de disco com déficit de gás possui densidade superficial de gás algumas ordens de grandeza inferiores ao modelo MMSN, além disso observam que os sólidos que entram no disco circumplanetário acumulam-se ao longo de muitos ciclos viscosos do disco, o que resulta em uma grande redução da relação gás-sólido durante os estágios finais de acreção do satélite.

A principal diferença entre o modelo de disco com déficit de gás e o modelo de massa mínima para a sub-nébula é a existência ou não de fluxo de matéria para o disco circumplanetário de fonte externa. Sendo que no primeiro o disco recebe um fluxo de sólidos e gás, enquanto no último o disco é totalmente fechado. Para reproduzir o modelo do disco de déficit de gás e estudar parâmetros que podem influenciar a evolução do disco circumplanetário (Szulágyi et al, 2014), neste trabalho foi

considerado um disco de gás centrado na estrela, onde um planeta com características de Júpiter em seus últimos estágios de acreção de gás está orbitando a estrela imerso no disco protoplanetário.

O pacote FARGO 3D permite realizar simulações em três dimensões, porém também é compatível com problemas que envolvam menos dimensões como duas e até uma. Neste trabalho foram simulados discos em duas dimensões em coordenadas polares. Os discos foram simulados em duas dimensões para verificar compatibilidade com simulações como as de Canup e Ward (2002). Ao estudar a viscosidade, Szulágyi et al (2014) realizam simulações utilizando um disco 3D. Todavia, simulações 3D com alta resolução, requerem um tempo computacional alto e, devido a problemas causados pela pandemia do novo coronavírus, desejou-se encontrar formas de otimizar o tempo das simulações realizadas. Dessa forma, aqui é feito um estudo em um disco 2D, pois o objetivo é estudar como a viscosidade afeta o fluxo de material para o disco circumplanetário, mais precisamente estudar parâmetros como a densidade superficial ao longo do disco circumplanetário, e para isso foi requerida uma alta resolução sobre o disco nas simulações realizadas. Dessa forma a simulações mente estudar parâmetros como a densidade superficial ao longo do disco circumplanetário, e para isso foi requerida uma alta resolução sobre o disco nas simulações realizadas. Dessa forma para tornar a simulação mais rápida e também usar a resolução necessária o disco foi simulado em 2D.

### 2.2 SIMULAÇÕES DE N-CORPOS: ESTUDO DA DINÂMICA DA PARTE SÓLIDA DO DISCO CIRCUMPLANETÁRIO

Nesta seção é feita uma revisão bibliográfica para mostrar os diversos integradores presentes no pacote de integração. Dentre os integradores estão os integradores simpléticos e também integradores não simpléticos e com passo de tempo adaptativo. O pacote REBOUND é utilizado para estudar a dinâmica da parte sólida do disco circumplanetário. Durante a fase colisional embriões e satelitesimais colidem entre si e formam os satélites, esses corpos por estarem imersos no disco circumplanetário sentem forças extras devido a interação com o gás. O pacote REBOUND permite que essas forças sejam adicionadas à rotina de modo a calcular seus efeitos sobre os corpos durante a integração. Nesta seção são implementadas as forças sobre embriões e satelitesimais conforme consta no trabalho de Moraes, Kley e Vieira Neto (2018). Também é feito um estudo sobre o perfil de densidade local do disco  $\beta$ . Faz-se também um estudo sobre a densidade dos satelitesimais e também sobre a influência do parâmetro de viscosidade  $\alpha$ .

### 2.2.1 REBOUND: um integrador de N-corpos

O pacote REBOUND é um integrador de N-corpos capaz de integrar o movimento de corpos sob a influência da gravidade. Os corpos utilizadas em uma determinada simulação podem ser estrelas, planetas, luas, anéis ou mesmo partículas de poeira. O REBOUND é um código extremamente flexível de modo que pode ser adaptado para resolver muitos problemas em astrofísica através também da possibilidade de adição de forças extras a gravitacional (Rein e Liu, 2012).

O REBOUND conta com um integrador não simplético de passo adaptativo, esse integrador é chamado de IAS15 e é um integrador de Gauss-Radau de  $15^a$  ordem (Rein e Spiegel, 2015). Esse integrador suporta condições de contorno como aberta e periódica e devido ao seu passo de tempo adaptativo ele é capaz de registrar colisões com maior precisão.

O REBOUND ainda conta com suporte para dinâmica colisional através de várias rotinas de detecção de colisões. Todo o código é inteiramente escrito em C, porém existe também a versão em *python* para aqueles que a preferem, contudo todas as parte de maior consumo computacional permanecem escritas em C de modo a otimizar o tempo das integrações. As saídas do REBOUND podem ser feitas em arquivos do tipo ASCII ou em arquivos binários. O pacote REBOUND pode ser baixado gratuitamente através do *site* https://rebound.readthedocs.io/en/latest/index.html. No *site* é possível encontrar instruções sobre como realizar o *download*, assim como um manual de instruções sobre as principais funções do REBOUND, uma lista de exemplos prontos que vem com o integrador e como eles podem ser integrados, assim como uma explicação sobre o problema físico que representam. No *site* é possível encontrar uma lista de vídeos que descrevem o funcionamento do REBOUND, como também artigos já publicados sobre o REBOUND e seus integradores.

Em astrofísica, simulações colisionais de N-corpos são amplamente usadas, como por exemplo no estudo de anéis planetários (Rein e Papaloizou, 2010). Nessas simulações a auto-gravidade desempenha um importante papel, como nas partes densas de Saturno (Schmidt et al. 2009). Além disso colisões são importantes no estudo de formação planetária e também em formação de satélites.

Os integradores simpléticos seguem um esquema conhecido como *Drift-Kick-Drift*, passo-chutepasso, nesse esquema a evolução da partícula é descrita em termos da hamiltoniana geralmente escrita como  $H = H_1(p) + H_2(q)$ , onde  $H_1(p)$  é parte cinética da hamiltoniana enquanto  $H_2(q)$  é a parte potencial, onde  $q \in p$  são as coordenadas e momentos canônicos. Nesse esquema as partículas durante o primeiro *drift* evoluem sob a hamiltoniana  $H_1(p)$  por metade do passo de tempo (dt/2), então durante o *kick* as partículas evoluem segundo a hamiltoniana  $H_2(q)$  por um passo de tempo completo dt e, por fim as partículas evoluem novamente sob a hamiltoniana  $H_1(p)$  por mais metade do passo de tempo (dt/2). É importante observar que as partículas se tornam sincronizadas com o tempo apenas após o termino dos passos do esquema DKD (Rein e Liu, 2012).

Os integradores pertencentes ao pacote REBOUND usa o mesmo passo de tempo para todos os corpos dentro da rotina. Com exceção do IAS 15 o passo de tempo não muda durante a integração, e é comum defini-lo como uma fração do tempo dinâmico do problema. O REBOUND não inicializa um passo de tempo automático, dessa forma é responsabilidade do indivíduo que o usa inicializar um passo de tempo pequeno o suficiente que garanta que não haja problemas com os resultados. Isso é extremamente relevante para situações onde ocorrem muitas colisões. Rein e Liu (2012) aconselham que o modo de garantir a convergência numérica é realizar a mesma simulação utilizando diferentes passos de tempo. Os autores aconselham a fazer isso sempre que um novo parâmetro for estudado.

Neste trabalho, em fase posterior, serão feitas simulações onde o disco circumplanetário é composto por milhares de corpos, dessa forma colisões entre eles são eventos corriqueiros. Por isso, desde o início optou-se por trabalhar com um integrador entre os integradores do REBOUND que melhor operasse com encontros próximos e colisões. O integrador utilizado neste trabalho é o integrador IAS 15. O integrador IAS 15 é um integrador baseado na quadratura de Gauss-Radau (Everheart, 1985). Esse é um integrador de  $15^a$  ordem e é utilizado para resolver forças conservativas e também forças não conservativas (Rein e Spiegel, 2015).

O integrador IAS 15 possui um esquema de controle do passo de tempo de forma a sempre escolher

o melhor deles. Esse integrador é uma ferramenta para trabalhar com encontros próximos e também órbitas com alta excentricidade. No trabalho de Rein e Spiegel (2015) é mostrado que simulações realizadas utilizando o integrador IAS 15 apresentam erros sistemáticos bem menores que a precisão da máquina. O IAS 15 apresenta erros de ordem bem menores quando usado para simulação de longa duração e comparados com pacotes como o MERCURY (Chambers, 1999), além disso os autores mostram que o IAS 15 é melhor que integradores mistos, ou seja, que possuem uma parte simplética e também é melhor que outros integradores mais populares. O IAS 15 é baseado no esquema de integração de Gauss-Radau a partir do trabalho de Everhart (1985). O integrador apresenta uma série de melhorias, por exemplo o IAS 15 miniminiza a perda de precisão em operações de ponto flutuante, além de possuir passo de tempo adaptativo. O passo de tempo diminui de valor quando a simulação se depara com um encontro próximo entre corpos de modo a garantir uma excelente precisão dos resultados. Por fim, Rien e Spiegel (2015) realizam testes comparativos entre o IAS 15 e outros integradores utilizando algumas métricas, elas são o erro na energia, fase, momento e constante de Jacobi. Os autores mostram que os erros obtidos utilizando o IAS 15 são bem menores quando comparados com os demais integradores. Além disso o IAS 15 também pode operar com sistemas dissipativos, ou seja, onde há forças não conservativas ou dependentes da velocidade em relação aos integradores simpléticos. Dessa forma, neste trabalho é usado o pacote REBOUND e mais especificamente o integrador IAS 15, pois se trabalha com forças dependentes da velocidade e um sistema onde colisões são eventos corriqueiros.

# 2.2.2 O modelo de massa mínima para a sub-nébula e a implementação das forças sobre os sólidos do disco circumplanetário

O modelo de massa mínima afirma que um disco em torno de Júpiter deve conter  $2 \times 10^{-2} M_J$  em gás, onde  $M_J$  é massa de Júpiter, e  $2 \times 10^{-4} M_J$  em massa de sólidos de modo a reproduzir o sistema desde o momento onde existem satelitesimais até a formação o sistema de satélites galileanos.

### 2.2.2.1 Implementação das forças extras nas simulações de N-corpos

As condições usadas nesta seção para o disco circumplanetário foram obtidas a partir do trabalho de Moraes, Kley e Vieira Neto (2018). Isso foi feito para verificar a reprodutibilidade das equações implementadas pelos autores sobre embriões e satelitesimais, como também verificar a validade do código implementado neste trabalho com o uso do aplicativo REBOUND e utilizando o integrador IAS 15 uma vez que os autores utilizaram o pacote MERCURY. Os resultados obtidos neste trabalho, a partir das simulações hidrodinâmicas aqui realizadas são utilizados na implementação das simulações de N-corpos.

Conforme o trabalho de Moraes, Kley e Vieira Neto (2018), para tratar da migração dos corpos presentes no disco ao redor de Júpiter foram usadas expressões analíticas derivadas a partir de simulações hidrodinâmicas, assim como os efeitos de amortecimento na excentricidade e inclinação dos corpos (Creswell e Nelson, 2008).

Neste trabalho foi considerado um sistema de coordenadas centrado no planeta. Foi considerado um sistema dado pelo Planeta mais o disco de sólidos e gás. Nos últimos estágios de formação do

21

planeta, o disco circumplanetário encontra-se imerso em uma falha que foi aberta pelo próprio Júpiter no disco protoplanetário, de modo que esses dois discos se comunicam pela presença de braços espirais (Canup e Ward, 2002), veja a figura 5.

O disco ao redor do planeta será composto por gás, embriões e satelitesimais. Embriões são corpos que originam os satélites, esses corpos interagem gravitacionalmente com todos os outros corpos do sistema durante a simulação e podem acretar satelitesimais e outros embriões, já os satelitesimais são corpos que não interagem gravitacionalmente entre si, além disso eles interagem apenas com os embriões e o planeta, e eles não acretam material durante a simulação. Em relação a acreção, foi utilizado dentro do REBOUND a rotina que conserva massa e momento quando ocorre uma colisão. As simulações foram realizadas integrando embriões e satelitesimais conforme Moraes, Kley e Vieira Neto (2018). Simulações onde integra-se embriões e satelitesimais juntos de modo a compor  $2 \times 10^{-4} M_J$  em massa de sólidos, conforme previsto no modelo MMSN também foram realizadas.

Conforme Moraes, Kley e Vieira Neto (2018), quando um corpo se torna grande o suficiente para produzir ondas no gás, a força de arrasto gerado pelo gás só será relevante sobre esses corpos quando eles estiverem localizados nas partes mais densas do disco de gás, ou seja, próximos ao planeta. Conforme Tanigawa, Ohtsuki e Machida (2012) nas regiões próximas ao planeta a distribuição de gás é axi-simétrica. Assim, a distribuição radial para a densidade de gás no disco é dado por (Moraes, Kley e Vieira Neto, 2018):

$$\rho_{gas}(r,z) = \frac{\Sigma_{gas}(r,t)}{\sqrt{\pi}H} \exp\left(\frac{-z^2}{H^2}\right)$$
(2.1)

onde  $\Sigma_{gas}(r,t)$  e H são a densidade superficial do gás e altura relativa do disco respectivamente. Sendo:

$$\Sigma_{gas}(r,t) = \Sigma_{gas,t} \left(\frac{r}{R_0}\right)^{-\beta}$$
(2.2)

e

$$H = 0.05r \tag{2.3}$$

onde  $R_0 = 150 R_J$ , sendo  $R_J$  raio de Júpiter, e  $\beta$  é o perfil de densidade local (Suetsugu e Ohtsuki, 2017). De maneira a modelar a dissipação do gás, Moraes, Kley e Vieira Neto (2018) implementam uma função dada pelo seguinte modelo exponencial:

$$\Sigma_{gas,t} = \Sigma_{gas,0} \exp\left(\frac{-t}{\tau_{disc}}\right)$$
(2.4)

de modo que t é o tempo,  $\Sigma_{gas,0}$  é a densidade superficial inicial em  $R_0$  e  $\tau_{disc}$  é o tempo de difusão do disco obtido a partir do trabalho de Miguel e Ida (2016):

$$\tau_{disc} \sim 3 \times 10^5 \frac{R_{disc}}{100 R_J} \left(\frac{\alpha}{10^{-5}}\right)^{-1}$$
 (2.5)

sendo  $R_{disc}$  o tamanho efetivo do disco e  $\alpha$  o parâmetro de viscosidade. Conforme trabalhos de Turner, Lee e Sano (2014) e também Fujii et al. (2017), existe regiões do disco onde a instabilidade magneto-rotacional (MRI) não é ativa, o que sugere valores de  $\alpha < 10^{-3}$ . Neste trabalho foram realizadas simulações variando o parâmetro  $\alpha$  de modo a estudar sua influência sobre a migração de satélites no disco de gás. Como a razão de aspecto (h) utilizada é constante, h = H/r = 0.05, o perfil de temperatura fica definido como em Moraes, Kley e Vieira Neto (2018):

$$T = T_0 \left(\frac{r}{R_J}\right)^{-1} \tag{2.6}$$

onde  $T_0$  é a temperatura em 1  $R_J$  e é definida como:

$$T_0 = \frac{h^2 G M_p \mu}{\mathcal{R}} \tag{2.7}$$

onde G é a constante gravitacional,  $M_p$  é a massa do planeta,  $\mu$  é massa molecular média e  $\mathcal{R}$  é a constante dos gases. Utilizando  $G = 6.67 \times 10^{-8} \text{ cm}^3/\text{gs}^2$ ,  $M_p = 1.0 M_J$ ,  $\mu = 2.3 \text{ e} \mathcal{R} = 8.31 \times 10^7$ , obtém-se  $T_0 \approx 545 K$ .

As equações do movimento para um sistema coordenado centrado no planeta ficam definidas por:

$$\frac{d^{2}\vec{r_{k}}}{dt^{2}} = -GM_{p}\frac{\vec{r_{k}}}{|\vec{r_{k}}|^{3}} - \sum_{i \neq k}GM_{i}\frac{\vec{r_{k}} - \vec{r_{i}}}{|\vec{r_{k}} - \vec{r_{i}}|^{3}} - \sum_{i}GM_{i}\frac{\vec{r_{i}}}{|\vec{r_{i}}|^{3}} + \vec{F_{mig}} + \vec{F_{damp,e}} + \vec{F_{damp,I}} + \vec{F_{drag}}$$
(2.8)

onde  $r_k$  é a distância do corpo k a Júpiter e k, i = 1, 2, ..., n. No lado direito da equação 2.8 está a força gravitacional do corpo central, a interação gravitacional entre os corpos, os termos indiretos, a força responsável pela migração dos embriões, as forças de amortecimento na excentricidade e na inclinação e a força de arrasto aerodinâmico sobre os satelitesimais.

Em seu trabalho Moraes, Kley e Vieira Neto (2018) em relação ao perfil de densidade do gás utilizam uma única lei de potência para todo o disco circumplanetário, em concordância com os modelos tradicionais de formação planetária, considerando arrastos diferentes dependendo do tamanho do corpo que sente os efeitos do disco gasoso. Dessa forma segundo os autores, embriões e satelitesimais irão interagir com o disco circumplanetário de maneira distinta. Os satelitesimais, por serem corpos de menores dimensões, sentem apenas o *headwind* do gás, que é a força que age no sentido contrário ao deslocamento do corpo. Por sua vez, os embriões possuem massa suficiente para gerar ondas no disco, essas ondas irão produzir torques que afetam a evolução dos embriões. Desse modo, seguindo a prescrição de Moraes, Kley e Vieira Neto (2018), embriões e satelitesimais estarão sob a ação de forças de formas diferentes, ou seja, os corpos irão interagir com o gás de forma distinta. Os satelitesimais estarão sujeitos à força de arrasto, enquanto os embriões estarão sujeitos às forças de migração e de amortecimento da excentricidade e da inclinação. Em relação a ordem de grandeza da massa desses corpos, foi considerado que satelitesimais possuem o equivalente a cerca de  $10^{-7}M_J$ , enquanto embriões possuem massa cuja ordem de grandeza está entre  $10^{-5}M_J$  e  $10^{-4}M_J$ .

O gás transfere momento para os satelitesimais através da força de arrasto. De maneira geral, o gás está girando com velocidade sub-kepleriana e a sua interação com os satelitesimais faz com que os corpos migrem em direção ao planeta. Desse modo, para reproduzir a aceleração devido ao arrasto sobre os satelitesimais, foi utilizada a prescrição de Adachi, Hayashi, Nakazawa (1976), assim como

em Moraes, Kley e Vieira Neto (2018):

$$\vec{a}_{drag} = -\frac{3C_d \rho_{gas} v_{rel}}{8\rho_{sat} R_{sat}} \vec{v}_{rel}$$
(2.9)

onde  $C_d$  é o coeficiente de arrasto,  $v_{rel}$  é a velocidade relativa dos satelitesimais em relação ao gás e  $\rho_{sat}$  e  $R_{sat}$  são a densidade e o raio dos satelitesimais respectivamente. A intensidade do arrasto gasoso depende das dimensões dos satelitesimais, como o raio e massa, assim nas simulações aqui realizadas todos os satelitesimais simulados foram inicializados com raio de 10 km.

O coeficiente de arrasto,  $C_d$ , é obtido como função de três números, o número de Mach  $(\mathcal{M})$ , o número de Reynolds (Re) e o número de Knudsen  $(\mathcal{K})$ . O número de Mach é escrito através da razão entre a velocidade relativa do corpo em relação ao gás  $(v_{rel})$  e a velocidade do som no gás  $(c_s)$ :

$$\mathcal{M} = \frac{v_{rel}}{c_s} \tag{2.10}$$

O número de Knudsen é obtido pela razão entre o caminho livre das moléculas do gás e o tamanho dos satelitesimais e conforme trabalho de Brasser, Duncan e Levinson (2007), e é dado por:

$$\mathcal{K} = \frac{1.67 \times 10^{-8}}{\rho_{gas} R_{sat}}$$
(2.11)

O número de Reynolds é aquele que mede a turbulência do gás no disco de gás e pode ser escrito em função dos números de Mach e de Knudsen segundo a prescrição de Adachi, Hayashi e Nakazawa (1976):

$$Re \approx 4.44 \frac{\mathcal{M}}{\mathcal{K}}$$
 (2.12)

De acordo com o esquema adotado por Brasser, Duncan, Levison (2007) o coeficiente de arrasto é calculado da forma como segue:

$$C_{d} = \begin{cases} 2, \text{ se } \mathcal{M} \ge 1, \\ 0.44 + 1.56\mathcal{M}^{2}, \text{ se } \mathcal{M} < 1 \text{ e } Re > 10^{3} \\ \frac{24(1+0.15Re^{0.687})}{Re}, \text{ se } \mathcal{M} < 1 \text{ e } Re < 10^{3} \end{cases}$$
(2.13)

Segundo Moraes, Kley e Vieira Neto (2018), para reproduzir os efeitos do disco de gás nos embriões dos satélites é necessário considerar que a resposta dos embriões às ondas de densidade produzidas no disco faz com esses corpos troquem momento angular com o disco e migrem em direção ao planeta em migração do tipo I. Além disso, se os embriões descrevem órbitas que apresentam excentricidade e/ou inclinação, então a interação com o disco fará com que a excentricidade e a inclinação dos corpos seja suavizada levando esses corpos a terem órbitas circulares e coplanares, como observado também por Izidoro, Morbidelli e Raymond (2014). Para considerar esses efeitos sobre os corpos, é seguido o formalismo introduzido por Tanaka e Ward (2004) e desenvolvido também por Papaloizou e Larwood (2000) e Cresswell e Nelson (2008), para incluir altas excentricidades, definindo uma escala de tempo

(Moraes, Kley e Vieira Neto, 2018):

$$t_{wave} = \frac{M_p}{M_{emb}} \frac{M_p}{\Sigma_{gas} a^2} h^4 \Omega_k^{-1}$$
(2.14)

sendo  $M_p$  a massa do planeta, h a razão de aspecto do disco e  $M_{emb}$ , a e  $\Omega_k$  a massa, o semieixo maior e a frequência kepleriana dos embriões. As escalas de tempo usadas para a migração  $(t_{mig})$  e o amortecimento da excentricidade  $(t_e)$  e inclinação  $(t_I)$  usadas por Moraes, Kley e Vieira Neto (2018) são descritas pelas seguintes equações, dadas em Izidoro et al. (2016) e derivadas a partir de ajustes numéricos de simulações hidrodinâmicas realizadas por Cresswell e Nelson (2008) e válidas para discos isotermos:

$$t_{mig} = \frac{2.0}{2.7 + 1.1\beta} \left( \frac{1 + \left(\frac{e}{1.3h}\right)^5}{1 - \left(\frac{e}{1.1h}\right)^4} \right) t_{wave} h^{-2}$$
(2.15)

$$t_e = \frac{t_{wave}}{0.780} \left( 1 - 0.14 \left(\frac{e}{h}\right)^2 + 0.06 \left(\frac{e}{h}\right)^3 + 0.18 \left(\frac{e}{h}\right) \left(\frac{I}{h}\right)^2 \right)$$
(2.16)

e

$$t_{I} = \frac{t_{wave}}{0.544} \left( 1 - 0.30 \left( \frac{I}{h} \right)^{2} + 0.24 \left( \frac{I}{h} \right)^{3} + 0.14 \left( \frac{e}{h} \right)^{2} \left( \frac{I}{h} \right) \right)$$
(2.17)

onde  $e \in I$  são a excentricidade e inclinação dos embriões e  $\beta$  é o perfil de densidade local. Considera-se baixas inclinações de modo que valha a aproximação  $I = \sin I$ .

No trabalho de Moraes, Kley e Vieira Neto (2018), a equação 2.17 deste trabalho encontra-se escrita com um termo diferente. Em comunicação com os autores foi constatado que havia um erro em um dos termos nessa equação e que o correto é como consta na equação 2.17.

Utilizando as equações 2.15, 2.16 e 2.17 e segundo Cresswell e Nelson (2008) as acelerações sintéticas exercidas sobre os embriões pelo disco de gás podem ser escritas como:

$$\vec{a}_{mig} = -\frac{\vec{v}}{t_{mig}} \tag{2.18}$$

$$\vec{a}_{damp,e} = -2\frac{\vec{v}\cdot\vec{r}}{r^2 t_e}\vec{r}$$
(2.19)

e

$$\vec{a}_{damp,I} = -\frac{v_z}{t_I}\hat{k} \tag{2.20}$$

onde  $\hat{k}$  é o versor na direção do eixo z. É fácil ver que as as acelerações descritas nas equações 2.9, 2.18, 2.19 e 2.20 podem ser facilmente transformadas nas forças extras presentes na equação 2.8.

No trabalho de Moraes, Kley e Vieira Neto (2018) foram obtidas prescrições a partir do estudo de trabalhos como o Takata e Stevenson (1996), entre elas está o fato de que os autores ao estudarem a interação magnética do campo magnético do planeta com o disco viram que o disco é truncado no raio de corrotação do planeta. Desse modo, seguindo a prescrição de Sasaki, Stewart e Ida (2010) foi introduzido uma cavidade interna no disco em  $2.25 R_J$ , dentro dessa cavidade os efeitos do gás não são calculados, assim como em Moraes, Kley e Vieira Neto (2018). Seguindo as prescrições de

Moraes, Kley e Vieira Neto (2018) não foi considerado migração do tipo II.

#### **3 RESULTADOS**

### 3.1 SIMULAÇÕES HIDRODINÂMICAS: CARACTERÍSTICAS DOS DISCOS SIMULADOS E ANÁLISES

As simulações hidrodinâmicas realizadas foram feitas considerando um planeta com massa de Júpiter imerso em um disco de gás. O sistema de coordenadas utilizado foi o polar com a estrela no centro. O planeta foi inicializado em uma órbita circular na posição r = 1, ou seja, foi cosiderado 5.2au como sendo a unidade distância do planeta à estrela. Nas simulações trabalhou-se com um sistema de unidades adimensionalizadas de modo que a massa da estrela foi admitida como sendo unitária, a unidade de comprimento utilizada foi o raio da órbita do planeta. O tempo obedece à terceira lei de Kepler, de modo que o período orbital do planeta seja  $2\pi$ . Desse modo a constante da gravitação também ficou estabelecida como sendo unitária. O sistema de coordenadas foi escolhido em corrotação com o planeta. Nas simulações o intervalo usado para o azimute foi de  $-\pi < \theta < \pi$ , enquanto o intervalo do raio do disco ficou entre 0.4 < r < 2.5. As condições de contorno utilizadas em todas as simulações foram condições reflexivas na direção radial e condições periódicas na direção azimutal.

A densidade superficial foi definida como sendo  $\Sigma = \Sigma_0 (r/r_0)^{-1.5}$ , onde  $r_0$  é o raio da órbita do planeta  $(r_0 = 1)$  e  $\Sigma_0$  como sendo a densidade superficial inicial do disco em r = 1, escolhida por ser o valor mais comumente usado tal com em Szulágyi et al. (2014), sendo  $\Sigma_0 = 6.3661977237 \times 10^{-4}$ nas unidades do código  $(M_{sol}/R_0^2)$ , onde  $M_{sol}$  é a massa do Sol e  $R_0$  é semieixo maior de Júpiter (5.2 au). Em relação à massa do planeta, esse foi inicializado com a massa de 0.001 unidades de massa, onde a massa da estrela é a unidade. Essa massa equivale a massa de um planeta como Júpiter imerso em um disco de gás (Lubow, Seibert e Artymowicz, 1999; Szulágyi et al, 2014). Nas simulações foi considerado que o planeta acretava massa, para isso o código FARGO permite que seja inicializado o inverso do tempo de acreção do planeta (Kley, 1999), foi considerado o tempo de acreção de Júpiter como sendo de 400 000 anos conforme resultados obtidos por Szulágyi et al (2014). Esse valor foi mantido constante durante as simulações, pois o objetivo é estudar o fluxo de material para o disco circumplanetário e não a taxa de acreção do planeta. Esse valor obtido pelos autores concorda com aquele esperado por Canup e Ward (2002) para explicar a formação tardia de Calisto.

Os discos simulados são discos localmente isotermos com razão de aspecto H/r = 0.05, onde  $H = c_s/\Omega$ , sendo  $c_s$  a velocidade do som e  $\Omega$  a velocidade angular. Não foi considerada a presença de campo magnético nas simulações. Em relação ao passo do tempo, esse é feito dentro do código de modo a respeitar a condição de Courant–Friedrichs–Lewy. Seu significado físico é que as informações não podem passar por mais de uma célula por passo de tempo (Benitez-Llambay e Masset, 2016). O código FARGO 3D é escrito de modo a satisfazer essa condição.

Foram realizadas simulações com baixa resolução e simulações com resolução mais alta. Aquelas de baixa resolução foram realizadas para estudar de forma qualitativa o comportamento do gás ao longo do disco durante 240 órbitas do planeta em torno da estrela, esse valor foi escolhido de modo a grantir o tempo necessário para a aberto de *gap* pelo planeta no disco protoplanetário (Szulágyi et al., 2014), enquanto as simulações de melhor resolução foram feitas com o mesmo objetivo, mas também o de

realizar uma análise quantitativa do material transportado pelos braços espirais do disco protoplanetário para o disco circumplanetário. Sobre as resoluções, as simulações com menor resolução foram feitas considerando  $384 \times 128$  células em relação as direções azimutal e radial respectivamente, para as simulações com maior resolução foram utilizadas  $1200 \times 1000$  células em relação as direções azimutal e radial respectivamente.

Para evitar uma singularidade o potencial do planeta é suavizado como:

$$U_p = -\frac{GM_p}{\sqrt{r_p^2 + r_{sm}^2}} \tag{3.1}$$

onde  $r_p$  é a distância ao planeta,  $M_p$  é a massa do planeta, enquanto  $r_{sm}$  é chamado de distância de suavização do potencial calculado sobre a malha, que foi utilizado para que não haja divergências numéricas quando o gás está muito próximo do planeta. No pacote FARGO,  $r_{sm}$  fica definido como sendo uma fração do raio de de Hill do planeta ( $R_H$ ). Foi utilizado  $r_{sm} = 0.4R_H$ .

Foram realizadas quatro simulações hidrodinâmicas. Elas foram divididas em duas simulações de baixa resolução e duas de alta resolução. Quanto às simulações elas foram feitas aos pares, ou seja, para uma simulação em baixa resolução existe a simulação com as mesmas condições iniciais, todavia com a resolução mais alta. Dentro da mesma resolução, existem duas simulações. Elas diferem quanto a viscosidade. Utilizando o parâmetro  $\alpha$  definido por Shakura e Sunyaev (1973) para tratar da viscosidade do disco, a viscosidade pode ser tratada como  $\nu = \alpha c_s H$ . As simulações foram divididas em uma simulação não viscosa, ou seja, onde foi utilizado  $\alpha = 0$  e uma simulação viscosa, mas com baixa viscosidade  $\alpha = 4.0 \times 10^{-5}$ . As imagens a seguir trazem a situação do disco de gás após 240 órbitas do planeta.

A figura 3 trás o resultado das duas simulações de baixa resolução, ou seja, o resultado das simulações onde foi utilizado  $384 \times 128$  células em relação as direções azimutal e radial respectivamente. O gráfico superior se refere a simulação onde foi usado  $\alpha = 0$ , enquanto o gráfico inferior trás o resultado da simulação onde foi utilizado  $\alpha = 4.0 \times 10^{-5}$ . A unidade de medida usada nos gráficos para a distância é a unidade astronômica (au).



Figura 3 - Simulações de baixa resolução

Fonte: Produzida pelo autor. Simulações com  $384 \times 128$  células em relação as direções azimutal e radial respectivamente. Gráfico superior:  $\alpha = 0$ . Gráfico inferior:  $\alpha = 4.0 \times 10^{-5}$ .

As simulações de baixa resolução foram realizadas para se fazer um estudado qualitativo da distribuição de gás ao longo do disco. A figura 3 mostra que para uma simulação não viscosa (gráfico superior), o gás se distribui de modo a gerar uma acúmulo nas regiões mais internas do disco circumestelar, e na região do planeta. Todavia para o caso em que  $\alpha = 4.0 \times 10^{-5}$ , gráfico inferior, é possível ver que o acúmulo de gás se dá preferencialmente em torno do planeta, ponto localizado em (-5.2,0) no gráfico. Isso deve indicar que que a viscosidade influencia na direção do fluxo de gás para o disco circumplanetário, isso é, aquele que se forma ao redor do planeta e é alimentado pelos braços espirais como se pode ver na imagem. Szulágyi et al (2014) em seu trabalho observam a influência da viscosidade sobre o fluxo radial do gás para o disco circumplanetário. Conforme os autores, quanto

menor a viscosidade, mais próximo ao planeta as ondas de gás se propagam e se chocam, assim o tamanho do disco circumplanetário é influenciado pela viscosidade no disco.

A figura 4 trás o resultado das duas simulações de alta resolução, ou seja, o resultado das simulações onde foi utilizado  $1\,200 \times 1\,000$  células em relação as direções azimutal e radial respectivamente. O gráfico superior se refere a simulação onde foi usado  $\alpha = 0$ , enquanto o gráfico inferior trás o resultado da simulação onde foi utilizado  $\alpha = 4.0 \times 10^{-5}$ .



Figura 4 – Simulações de alta resolução

Fonte: Produzida pelo autor. Simulações com  $1200 \times 1000$  células em relação as direções azimutal e radial respectivamente. Gráfico superior:  $\alpha = 0$ . Gráfico inferior:  $\alpha = 4.0 \times 10^{-5}$ .

As simulações de alta resolução foram realizadas para se fazer um estudado quantitativo da distribuição de gás ao longo do disco. Conforme visto na seção 3.1, o pacote FARGO calcula o valor da densidade de gás no centro das células, desse modo quanto maior for o número de células que compõem o disco, menor será o tamanho individual de cada célula e consequentemente o valor da densidade que é calculado no centro da célula será mais preciso. A figura 4 traz resultados numéricos mais precisos que os da figura 3, mas ainda assim em relação a análise qualitativa essas figuras concordam entre si, pois ambas mostram que para uma simulação não viscosa (gráfico superior), o gás se distribui de modo a gerar uma acúmulo nas regiões mais internas do disco circunstelar, e na região do planeta. Todavia, para o caso em que  $\alpha = 4.0 \times 10^{-5}$ , gráfico inferior, é possível ver que o acúmulo de gás se dá preferencialmente em torno do planeta, ponto localizado em (-5.2,0) no gráfico, o que deve indicar assim como a figura 3 que a viscosidade influencia na direção do fluxo de gás para o disco circumplanetário, isso é, aquele que se forma ao redor do planeta e é alimentado pelos braços espirais como se pode ver na imagem.

De modo a verificar a quantidade de gás ao redor do planeta, a figura 5 trás o corte do disco na região do planeta para as simulações de alta resolução, ou seja, ela mostra a região do disco ao redor do planeta que está localizado em ( $\pi$ , 5.2), onde  $\pi$  é o valor do ângulo azimutal e 5.2 au a distância do planeta à estrela. Os gráficos estão organizados de modo que o eixo vertical corresponde ao raio em unidades astronômicas e o eixo horizontal ao ângulo azimutal em radianos. O gráfico superior se refere a simulação onde foi usado  $\alpha = 0$ , enquanto o gráfico inferior trás o resultado da simulação onde foi utilizado  $\alpha = 4.0 \times 10^{-5}$ .



Figura 5 – Região do disco ao redor do planeta

Fonte: Produzida pelo autor. Simulações com  $1200 \times 1000$  células em relação as direções azimutal e radial respectivamente. Gráfico superior:  $\alpha = 0$ . Gráfico inferior:  $\alpha = 4.0 \times 10^{-5}$ .

De modo a verificar a elucidar ainda mais a compreensão de como a viscosidade pode influenciar no fluxo de gás para o disco circumplanetário, a figura 6 a seguir traz a gráfico da região do planeta com os braços espirais além dos vetores de velocidade do gás, em vermelho, e sua respectivas *streamlines*, onde *streamlines* são linhas tangentes em todos seus pontos ao campo velocidade, num dado instante de tempo:



### Figura 6 - Vetor velocidade do gás na região do planeta



Fonte: Produzida pelo autor. Simulações com  $1200 \times 1000$  células em relação as direções azimutal e radial respectivamente. Gráfico superior:  $\alpha = 0$ . Gráfico inferior:  $\alpha = 4.0 \times 10^{-5}$ .

A partir da figura 5 é possível verificar que os braços espirais que conectam o disco circunstelar ao disco circumplanetário fazem com que gás seja trazido para próximo do planeta assim como observado por Canup e Ward (2002). Entretanto, observa-se que há uma diferença na quantidade de gás transportado, pois para o disco não viscoso (gráfico superior) a quantidade de gás ao redor do planeta é muito menor quando comparado com o disco em que foi utilizada viscosidade  $\alpha = 4.0 \times 10^{-5}$  (gráfico inferior), além disso é possível observar uma diferença entre o tamanho do disco circumplanetário para as duas simulações.

Observa-se que para o caso não viscoso, apesar da maior quantidade de gás o disco circumplanetário é menor em relação ao caso onde foi considerada viscosidade. Esse resultado concorda com o trabalho de Szulágyi et al. (2014), pois em seu trabalho os autores verificam que quanto menor a viscosidade, mais próximo ao planeta as ondas de gás se propagam e se chocam, desse modo o gás passa a apresentar trajetória circular em torno do planeta mais próximo a ele formando assim o disco circumplanetário.

Através da figura 6 é possível também observar o comportamento da velocidade do gás na região do disco circumplanetário através dos vetores velocidade e *streamlines*. Observa-se que para o caso viscoso, gráfico inferior da figura 6 o fluxo é na direção do disco circumplanetário para fora, enquanto na simulação sem viscosidade, o fluxo e para dentro na direção do planeta. Isso contribui para a diferença no tamanho disco circumplanetário. Isso acontece devido ao choque entre *streamlines*, pois assim o fluxo de gás perde momento angular e é atraído em direção ao planeta. O planeta acreta todo o gás que vêm dessa região de choque, assim o tamanho do disco circumplanetário reduz em relação ao caso viscoso, contudo existe mais gás nessa região. Esses resultados estão em concordância com o que foi visto na literatura (Szulágyi et al., 2014). Além disso pela maior presença de gás nos discos sem viscosidade em comparação com os discos viscosos pode-se inferir que discos mais viscosos tendem a se dissipar mais rapidamente. Esse resultado será validado mais a frente com os resultados das simulações de N-corpos. Assim, dessa seção concluí-se que o fluxo de material para o disco circumplanetário e influenciado pela viscosidade do disco.

### 3.2 SIMULAÇÕES DE N-CORPOS REALIZADAS E ESTUDOS ANALÍTICOS

No sentido de testar a implementação das forças de migração, amortecimento e arrasto foram realizadas simulações de N-corpos. Para verificar a correta implementação dessas forças optou-se por inicialmente implementá-las em rotinas separadas, ou seja, foram realizadas simulações de N-corpos considerando o planeta e os embriões sujeitos às forças de migração e amortecimento, e outras simulações considerando o comportamento dos satelitesimais sob a força de arrasto. Esse procedimento foi adotado de modo a verificar a validade do código, além disso como Moraes, Kley e Vieira Neto (2018), neste trabalho os corpos sentem forças distintas, embriões estão sujeitos à força de migração e às forças de amortecimento da excentricidade e inclinação, enquanto satelitesimais estão sujeitos à força de arrasto.

As características do disco de gás foram simuladas conforme as equações descritas na seção anterior para todas as simulações, sendo que em todas as simulações realizadas a razão de aspecto (h = H/r) utilizada foi constante tal que h = 0.05 durante todas as simulações aqui realizadas.

### 3.2.1 Migração

No sentido de estudar a implementação da força de migração sobre os embriões, foi realizada uma simulação considerando a migração de um grupo de satélites com a mesma massa que os satélites galileanos possuem hoje. Como os satélites já possuem a massa dos galileanos, acredita-se que eles já tenham passado por uma migração, assim como uma porção do gás já tenha se dissipado. Desse modo, assim como em Moraes, Kley e Vieira Neto (2018) foi escolhido um disco de gás com 60% da massa total prescrita pelo modelo de massa mínima para a sub-nébula. Io, Europa e Ganimedes encontram-se

em ressonância de movimento médio do tipo 1: 2: 4, isso corresponde a um fator de separação radial de aproximadamente 1.6 de um satélite para o outro, desse modo assim como no trabalho dos autores citados, aqui os satélites foram inicializados separados por um fator 2, assim o satélite mais interno está em 13.4  $R_J$ , e os demais em 26.8  $R_J$ , 53.6  $R_J$  e 107.2  $R_J$ . em órbitas aproximadamente circulares e coplanares. A excentricidade e a inclinação dos satélites foram escolhidas aleatoriamente dentro da rotina utilizando as funções do REBOUND. A excentricidade foi escolhida aleatoriamente entre 0 a  $5.0 \times 10^{-3}$ , enquanto a inclinação foi escolhida entre 0° a  $0.5^{\circ}$ . Longitude do nodo ascendente, argumento do pericentro e anomalia verdadeira foram escolhidos aleatoriamente no intervalo de 0° a  $360^{\circ}$ . O perfil de densidade utilizado foi de  $\beta = 3/2$ , enquanto o parâmetro de viscosidade  $\alpha = 5 \times 10^{-4}$ , assim como em Moraes, Kley e Vieira Neto (2018). A massa total de gás prevista pelo modelo MMSN é de  $2.0 \times 10^{-2} M_J$ , onde  $M_J$  é a massa de Júpiter. De modo a obter a densidade superficial inicial  $\Sigma_0$  utiliza-se a seguinte equação:

$$M_{total} = 2\pi \int_{r_{min}}^{r_{max}} \Sigma_0 \left(\frac{r}{150R_J}\right)^{-\beta} r \, dr \tag{3.2}$$

onde  $r_{min} = 2.25 R_J$ , cavidade interna do disco de gás e  $r_{max} = 150 R_J$ , tamanho do disco, e  $\beta = 3/2$ , como já foi definido. A equação 3.2 resulta em  $\Sigma_0 = 8.06 \times 10^{-8} M_J/R_J^2$ , porém como é utilizado apenas 60% da massa total de gás o valor utilizado para a densidade superficial inicial em  $R_0$  foi de  $\Sigma_0 = 4.84 \times 10^{-8} M_J/R_J^2$ .

De modo a facilitar a compreensão, os satélites por apresentarem a mesma massa dos galileanos, foram nomeados com o nome dos galileanos respeitando a distância ao planeta, ou seja, o mais próximo ao planeta chamado de Io, enquanto o mais distante de Calisto. Na figura 7 é possível ver a evolução do semieixo maior dos satélites ao longo do tempo sob a ação da força de migração, tal como descrita na forma de aceleração na equação 2.18.
Figura 7 – Semieixo maior × tempo



Fonte: Produzida pelo autor. Gráfico da evolução do semieixo maior ao longo do tempo dos quatro satélites simulados.

Observa-se que o comportamento obtido não coincide com aquele obtido por Moraes, Kley e Vieira Neto (2018). É possível ver que os dois satélites mais internos, Io e Europa, colidem em menos de 300 anos, enquanto no trabalho dos autores os quatro satélites atingem uma configuração próxima àquela observada para os galileanos. A simulação não foi realizada por 10 mil anos assim como no trabalho dos autores, pois antes desse tempo já havia sido observada a colisão caracterizando uma diferença entre a simulação realizada neste trabalho e aquela descrita em Moraes, Kley e Vieira Neto (2018), dessa forma simulou-se até mil anos.

De modo a verificar o porquê dessa diferença, sendo que as forças implementadas foram obtidas a partir do trabalho de Moraes, Kley e Vieira Neto (2018), foi realizado um estudo analítico de modo a verificar se o comportamento aqui obtido está de acordo com o esperado pela teoria, ou se de fato havia algum erro na implementação das forças neste código.

### 3.2.2 Estudos analíticos

De modo a estudar o comportamento do semieixo maior de corpos sob ação de forças externas, foi utilizado o formalismo das equações de Gauss que obtêm a variação dos elementos orbitais de um corpo, como o semieixo maior, a partir da força perturbadora (Brouwer e Clemence, 1961; Roy, 1978).

Derivada a partir de trabalhos como o de Brouwer e Clemence (1961) e Roy (1978) a equação que descreve a variação do semieixo maior ao longo do tempo de um corpo sob a ação de uma força

externa, por vezes chamada de força perturbadora, é definida como:

$$m\frac{da}{dt} = \frac{2a^{3/2}}{\sqrt{GM}(1-e^2)} [F_r e \sin f + F_\theta (1+e\cos f)]$$
(3.3)

onde m é massa do corpo, M a massa de Júpiter, G é constante da gravitação, e a excentricidade do corpo, f a anomalia verdadeira do corpo,  $F_r$  a componente radial da força perturbadora e  $F_{\theta}$  a componente tangencial da força. A partir da equação 2.18 a força de migração é escrita como:

$$\vec{F}_{mig} = -m \frac{\vec{v}}{t_{mig}} \tag{3.4}$$

Considerando o fato que neste trabalho se está trabalhando com órbitas quase circulares ( $e \rightarrow 0$ ), a equação 3.3 pode ser aproximada por:

$$m\frac{da}{dt} = \frac{2a^{3/2}}{\sqrt{GM}}[F_{\theta}] \tag{3.5}$$

Tem-se que  $\vec{F}_{mig} = F_0 v_r \hat{r} + F_0 v_\theta \hat{\theta}$ , onde  $v_\theta = \Omega_k a$ , sendo  $\Omega_k$  a frequecia kepleriana do corpo, a o semieixo maior e  $F_0 = -m/t_{mig}$ , assim pode-se escrever:

$$m\frac{da}{dt} = \frac{2a^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{GM}} \left[ -\frac{m}{t_{mig}} \Omega_k a \right]$$
(3.6)

Deve-se agora desenvolver o termo  $t_{mig}$ . Considerando o caso  $e \rightarrow 0$  a equação 2.15 pode ser escrita como:

$$t_{mig} = \frac{2.0}{2.7 + 1.1\beta} t_{wave} h^{-2}$$
(3.7)

A partir da equação 2.14, definição de  $t_{wave}$ , é possível escrever a equação 3.7 como:

$$t_{mig} = \frac{2.0}{2.7 + 1.1\beta} \frac{M^2}{m} \frac{h^2 \Omega_k^{-1}}{\Sigma_{qas} a^2}$$
(3.8)

Utilizando a definição de  $\Sigma_{gas}$  das equações 2.2 e 2.4, com  $\beta = 3/2$  e lembrando que  $\Omega_k = (GM/a^3)^{1/2}$ , pode-se escrever a equação 3.8 como:

$$t_{mig} = \mathbf{C}a \exp(-t/\tau_{disc}) \tag{3.9}$$

onde C é uma constante dada por:

$$\mathbf{C} = \frac{2.0}{2.7 + 1.1\beta} \frac{M^2}{m} \frac{h^2}{\sum_0 R_0^{3/2} (GM)^{1/2}}$$
(3.10)

Assim, a equação 3.6 fica escrita como:

$$m\frac{da}{dt} = \frac{2a^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{GM}} \left[ -\frac{m}{\mathbf{C}a \exp(-t/\tau_{disc})} \Omega_k a \right]$$
(3.11)

Utilizando a definição de C e  $\Omega_k = (GM/a^3)^{1/2}$  é possível escrever a equação 3.11 como:

$$\frac{da}{dt} = -\mathbf{D}\exp(-t/\tau_{disc}) \tag{3.12}$$

onde:

$$\mathbf{D} = \frac{(2.7 + 1.1\beta)m\Sigma_0 R_0^{3/2} (GM)^{1/2}}{M^2 h^2}$$
(3.13)

Desse modo:

$$\int_{a_0}^a da' = -\mathbf{D} \int_0^t \exp(-t'/\tau_{disc})$$
(3.14)

Por fim, fica definido:

$$a(t) = a_0 + \frac{\tau_{disc}(2.7 + 1.1\beta)m\Sigma_0 R_0^{3/2} (GM)^{1/2}}{M^2 h^2} [\exp(-t/\tau_{disc}) - 1]$$
(3.15)

Onde  $\tau_{disc}$  se encontra definido na equação 2.5. É válido lembrar que esse resultado foi obtido considerando  $\beta = 3/2$ . Sabendo que a constante  $\tau_{disc}$  é definida em função do parâmetro de viscosidade  $\alpha$ , é relevante recordar que o valor utilizado na simulação de N-corpos aqui realizada é de  $\alpha = 5 \times 10^{-4}$  e  $a_0$  é o semieixo maior inicial.

Assim, de modo a verificar a validade do código implementado neste trabalho foi realizada uma simulação numérica considerando um sistema de dois corpos com Júpiter no centro e um corpo com a massa e raio de Calisto numa distância inicial de  $107.2R_J$ . A excentricidade foi de  $1.0 \times 10^{-5}$ , e inclinação, longitude do nodo ascendente, argumento do pericentro e anomalia verdadeira de  $5 \times 10^{-5}$  graus, ou seja, um corpo em órbita praticamente circular e coplanar. A simulação numérica ocorreu por cerca de 650 anos que é quando ocorre a colisão do satélite com Júpiter. A figura 8 trás o comportamento do semieixo maior desse corpo obtido a partir da simulação numérica e obtido através da teoria utilizando a equação 3.15.



Fonte: Produzida pelo autor. Gráfico da evolução do semieixo maior ao longo do tempo para um corpo com as dimensões de Calisto. Traço em amarelo corresponde aos resultados obtidos a partir de simulação numérica. Traço em verde corresponde ao comportamento esperado pela teoria prevista na equação 3.15.

A figura 9 trás o erro relativo entre os resultados numérico e o obtido pela equação 3.15. O erro relativo fica definido como o módulo da diferença entre o semieixo maior obtido pelas simulações e pela teoria dividido pelo semieixo maior esperado pela teoria:

erro relativo = 
$$\frac{\mid a(t)_{num} - a(t)_{an} \mid}{a(t)_{an}}$$
(3.16)

onde  $a(t)_{num}$  é o valor de semieixo maior obtido atráves da simulação numérica e  $a(t)_{an}$  é o semieixo maior obtido através do estudo analítico.

0.014 0.012 0.01 0.008 Erro relativo 0.006 0.004 0.002 0 0 100 200 300 400 500 600 700 tempo (anos)

Fonte: Produzida pelo autor. Gráfico do erro relativo entre o resultado numérico e o resultado obtido a partir da equação 3.15.

É possível verificar a partir da figura 8 que os resultados obtidos pela simulação e pela teoria concordam muito bem, pois as linhas que os representam se sobrepõem no gráfico dessa figura. Além disso, é possível ver que o erro relativo entre o resultado analítico e o numérico é da ordem de  $10^{-2}$ , ou seja, um desvio de cerca de 1% que ocorre a partir do instante em que o satélite entra em colisão com o planeta na simulação. Além disso resultados ainda mais precisos serão obtidos ao considerar diferentes perfis de densidade. Isso significa que a implementação da força de migração neste trabalho foi bem sucedida e que o resultado apresentado na figura 7 é um resultado verdadeiro, apesar de não concordar com o resultado do trabalho de Moraes, Kley e Vieira Neto (2018). Em comunicação com os autores, foi discutido que há um erro apenas na seção 3.1 de seu trabalho. Nessa seção de seu trabalho, os autores usaram densidade volumétrica ao invés de superficial no cálculo das forças de migração, o que ocasionou o erro. As demais seções encontram-se todas corretas e os autores destacaram que o erro cometido na figura não alteram os demais resultados e conclusões e as demais seções de seu trabalho estão de acordo com o esperado. Os autores disseram que explicação posterior será realizada em um trabalho futuro. O autores recomendaram que como ao utilizar um perfil de densidade  $\beta = 3/2$ o decaimento do semieixo maior apresenta um comportamento linear, seria interessante realizar neste trabalho uma investigação de como seria o comportamento observado para o perfil de densidade com valores menores como  $\beta = 1$  e  $\beta = 1/2$ .

### 3.2.3 Simulações de N-corpos considerando diferentes perfis de densidade $\beta$

Nas próximas seções serão realizadas simulações considerando diferentes perfis de densidade. Espera-se obter a captura dos satélites mais internos em cadeia de ressonância de movimento médio.

## 3.2.3.1 Perfil de densidade $\beta = 1$

Assim como na seção 4.3.1 foi simulado um grupo de satélites com a mesma massa que os satélites galileanos possuem hoje. As condições iniciais permanecem as mesmas que na seção mencionada. Todavia diferentemente da seção 4.3.1 aqui o perfil de densidade utilizado foi de  $\beta = 1$ , enquanto o parâmetro de viscosidade foi mantido como  $\alpha = 5 \times 10^{-4}$ , assim como em Moraes, Kley e Vieira Neto. A massa total de gás prevista pelo modelo MMSN é de  $2.0 \times 10^{-2} M_J$ , onde  $M_J$  é a massa de Júpiter. De modo a obter a densidade superficial inicial  $\Sigma_0$  utiliza-se a seguinte equação:

$$M_{total} = 2\pi \int_{r_{min}}^{r_{max}} \Sigma_0 \left(\frac{r}{150R_J}\right)^{-\beta} r \, dr \tag{3.17}$$

onde  $r_{min} = 2.25 R_J$ , cavidade interna do disco de gás e  $r_{max} = 150 R_J$ , tamanho do disco, e  $\beta = 1$ , como já foi definido. A equação 3.17 resulta em  $\Sigma_0 = 1.42 \times 10^{-7} M_J/R_J^2$ , como é utilizado apenas 60% da massa total de gás, o valor da densidade inicial em  $R_0$  utilizado foi de  $\Sigma_0 = 8.62 \times 10^{-8} M_J/R_J^2$ 

De modo a facilitar a compreensão os satélites, por apresentarem a mesma massa dos galileanos, foram nomeados com o nome dos galileanos respeitando a distância ao planeta, ou seja, o mais próximo ao planeta chamado de Io, enquanto o mais distante de Calisto. Na figura 10 é possível ver a evolução do semieixo maior dos satélites ao longo do tempo sob a ação da força de migração, tal como descrita na forma de aceleração na equação 2.18.

Observa-se em comparação com a figura 7 que os corpos passam a migrar mais devagar visto que Io colide após 400 anos na simulação apresentada na figura 10, enquanto na figura 7 essa colisão ocorre ocorre antes de 300 anos. Para esse perfil ainda não obteve-se a reprodução de um sistema de satélites como os galileanos.





Fonte: Produzida pelo autor. Gráfico da evolução do semieixo maior ao longo do tempo dos quatro satélites simulados ( $\beta = 1$ ).

## 3.2.3.2 Perfil de densidade $\beta = 1/2$

Assim como na seção 4.3.1 foi simulado um grupo de satélites com a mesma massa que os satélites galileanos possuem hoje. As condições iniciais permanecem as mesmas que na seção mencionada. Todavia, diferentemente da seção 4.3.1 aqui o perfil de densidade utilizado foi de  $\beta = 1/2$ , enquanto o parâmetro de viscosidade foi mantido  $\alpha = 5 \times 10^{-4}$ , assim como em Moraes, Kley e Vieira Neto. A massa total de gás prevista pelo modelo MMSN é de  $2.0 \times 10^{-2} M_J$ , onde  $M_J$  é a massa de Júpiter. De modo a obter a densidade superficial inicial  $\Sigma_0$  utiliza-se a seguinte equação:

$$M_{total} = 2\pi \int_{r_{min}}^{r_{max}} \Sigma_0 \left(\frac{r}{150R_J}\right)^{-\beta} r \, dr \tag{3.18}$$

onde  $r_{min} = 2.25 R_J$ , cavidade interna do disco de gás e  $r_{max} = 150 R_J$ , tamanho do disco, e  $\beta = 1/2$ , como já foi definido. A equação 3.18 resulta em  $\Sigma_0 = 2.13 \times 10^{-7} M_J/R_J^2$ , como é utilizado apenas 60% da massa total de gás, o valor da densidade inicial em  $R_0$  utilizado foi de  $\Sigma_0 = 1.28 \times 10^{-8} M_J/R_J^2$ .

Na figura 11 é possível ver a evolução do semieixo maior dos satélites ao longo do tempo sob a ação da força de migração, tal como descrita na forma de aceleração na equação 2.18.

Observa-se em comparação com as figuras 7 e 10 que os corpos passam a migrar mais devagar visto que Io colide após 1500 anos na simulação apresentada na figura 11, enquanto na figura 7 essa colisão ocorre ocorre antes de 300 anos e na figura 10 ocorre após 400 anos. Entretanto, não observou-se a captura dos satélites mais internos em cadeia de ressonância de movimento médio assim como os





Fonte: Produzida pelo autor. Gráfico da evolução do semieixo maior ao longo do tempo dos quatro satélites simulados ( $\beta = 1/2$ ).

galileanos reais. Estudos analíticos para esses perfis de densidade também foram realizados.

## 3.2.4 Estudos analíticos

Seguindo a mesma metodologia da seção 4.4 foram obtidas expressões para o comportamento do semieixo maior considerando diferentes perfis de densidade, no caso  $\beta = 1/2$  e  $\beta = 1$ . A solução obtida para  $\beta = 1$  é:

$$a(t) = \left[\frac{\tau_{disc}(2.7+1.1\beta)m\Sigma_0 R_0(GM)^{1/2}}{2M^2 h^2} [\exp(-t/\tau_{disc}) - 1] + a_0\right]^2$$
(3.19)

A solução obtida para  $\beta=1/2$  é:

$$a(t) = a_0 \exp\left[\frac{\tau_{disc}(2.7 + 1.1\beta)m\Sigma_0 R_0^{1/2} (GM)^{1/2}}{M^2 h^2} \left[\exp(-t/\tau_{disc}) - 1\right]\right]$$
(3.20)

Assim como na seção 4.4 foram realizadas simulações numéricas considerando um sistema de dois corpos com Júpiter no centro e um corpo com a massa e raio de Calisto numa distância inicial de 107.2  $R_J$ . A excentricidade foi de  $1.0 \times 10^{-5}$ , e inclinação, longitude do nodo ascendente, argumento do pericentro e anomalia verdadeira de  $5 \times 10^{-5}$  graus, ou seja, um corpo em órbita praticamente circular e coplanar. Uma simulação foi realizada utilizando  $\beta = 1$  e a outra  $\beta = 1/2$ . Sabendo que a constante  $\tau_{disc}$  é definida em função do parâmetro de viscosidade  $\alpha$ , é relevante recordar que o valor

utilizado nas simulações de N-corpos aqui realizada é de  $\alpha = 5 \times 10^{-4}$ .

A figura 12 trás o resultado da simulação onde foi utilizado  $\beta = 1$ , linha amarela, e comportamento previsto pela teoria através da equação 3.19, linha verde. A simulação ocorreu até cerca de 917 anos que é quando o corpo colide com Júpiter.

### Figura 12 – Semieixo maior $\times$ tempo



Fonte: Produzida pelo autor. Gráfico da evolução do semieixo maior ao longo do tempo para um corpo com as dimensões de Calisto. Traço em amarelo corresponde aos resultados obtidos a partir de simulação numérica. Traço em verde corresponde ao comportamento esperado pela teoria prevista na equação  $3.19 \ (\beta = 1)$ .

A figura 13 trás o resultado da simulação onde foi utilizado  $\beta = 1/2$ , linha amarela, e comportamento previsto pela teoria através da equação 3.20, linha verde. A simulação ocorreu por 2 000 anos sem obter colisão com Júpiter.



Figura 13 – Semieixo maior × tempo

Fonte: Próprio autor. Gráfico da evolução do semieixo maior ao longo do tempo para um corpo com as dimensões de Calisto. Traço em amarelo corresponde aos resultados obtidos a partir de simulação numérica. Traço em verde corresponde ao comportamento esperado pela teoria prevista na equação  $3.20 \ (\beta = 1/2)$ .

As figuras corroboram o fato de que o código aqui implementado foi feito com sucesso, pois em ambas as figuras é possível averiguar que os resultados obtidos através das simulações numéricas concordam muito bem com os resultados esperados pela teoria previstos nas equações 3.19 e 3.20, pois as linhas no gráfico se sobrepõem.

As figuras 14 e 15 trazem o erro relativo, definido conforme equação 3.16, referente às simulações apresentadas na figura 12, simulação onde  $\beta = 1$ , e na figura 13, onde foi usado  $\beta = 1/2$ .



Figura 14 – Erro relativo  $\times$  tempo

Fonte: Produzida pelo autor. Gráfico do erro relativo entre o resultado numérico, simulação com  $\beta = 1$ , e o resultado obtido a partir da equação 3.19.



Fonte: Produzida pelo autor. Gráfico do erro relativo entre o resultado numérico, simulação com  $\beta = 1/2$ , e o resultado obtido a partir da equação 3.20.

É possível verificar a partir das das figuras 14 e 15 que o erro relativo entre o resultado numérico e o resultado obtido pela teoria é da ordem de  $10^{-3}$  para o caso em que  $\beta = 1$ , sendo que os desvios maiores se observam quando o satélite está em colisão com o planeta. Já para o caso em que  $\beta = 1/2$  onde não ocorre colisão durante o período de integração, observa-se que o erro relativo é da ordem de  $10^{-5}$ , ou seja, o código aqui implementado está implementado de maneira correta.

Além disso, é possível verificar que o perfil de densidade que apresenta o decaimento do semieixo maior segundo um comportamento exponencial é o de  $\beta = 1/2$ . Todavia, foi visto através das figuras 7, 10 e 11, que nenhuma das simulações apresenta como resultado a captura dos três satélites mais internos em ressonância, como estão os três galileanos, além disso observa-se que nas três simulações há colisão de corpos. Desse modo, foi realizado o estudo de outro parâmetro de modo a buscar reproduzir a configuração dos galileanos como se observa atualmente. O parâmetro estudado foi o tempo de dissipação do disco de gás ( $\tau_{disc}$ ). Como esse parâmetro é uma constante em função do parâmetro de viscosidade  $\alpha$ , o parâmetro que foi variado de modo a estudar diferentes cenários foi o próprio parâmetro  $\alpha$ , assim além de estudar a dissipação do gás estudou-se como a viscosidade do disco de gás pode levar a diferentes cenários.

## 3.2.5 Simulações de N-corpos considerando diferentes parâmetros de viscosidade $\alpha$

Nas próximas seções serão realizadas simulações variando o parâmetro de viscosidade  $\alpha$ . Isso será feito de modo a verificar a influência desse parâmetro sobre a migração dos satélites.

## 3.2.5.1 Disco de dissipação mais lenta ( $\alpha = 4.0 \times 10^{-5}$ )

Pela definição do tempo de dissipação do disco de gás visto na equação 2.5 é possível verificar que este é dependente do parâmetro de viscosidade  $\alpha$ . De modo a obter um disco que se dissipa mais lentamente, nesta seção é utilizado um parâmetro de viscosidade menor, de modo que as simulações aqui realizadas são feitas com  $\alpha = 4.0 \times 10^{-5}$ , sendo que anteriormente o valor utilizado foi de  $\alpha = 5.0 \times 10^{-4}$ .

São realizadas três simulações, onde altera-se apenas o perfil de densidade  $\beta = 1/2$ ,  $\beta = 1$  e  $\beta = 3/2$ . De modo a verificar a influência do parâmetro de viscosidade sobre a migração dos satélites, assim como o tempo de dissipação do disco de gás, as simulações realizadas possuem as condições iniciais tais como descritas na seção 4.3.1, para  $\beta = 3/2$ , na seção 4.5.1 para  $\beta = 1$  e na seção 4.5.2 para  $\beta = 1/2$ . O resultado das simulações para  $\beta = 3/2$ ,  $\beta = 1$  e  $\beta = 1/2$  utilizando  $\alpha = 4.0 \times 10^{-5}$  podem ser vistos nas figuras 16, 17 e 18 respectivamente.



Fonte: Produzida pelo autor. Gráfico da evolução do semieixo maior ao longo do tempo dos quatro satélites simulados, onde foi usado  $\alpha = 4.0 \times 10^{-5}$  e  $\beta = 3/2$ .



Fonte: Produzida pelo autor. Gráfico da evolução do semieixo maior ao longo do tempo dos quatro satélites simulados, onde foi usado  $\alpha = 4.0 \times 10^{-5}$  e  $\beta = 1$ .





Fonte: Produzida pelo autor. Gráfico da evolução do semieixo maior ao longo do tempo dos quatro satélites simulados, onde foi usado  $\alpha = 4.0 \times 10^{-5}$  e  $\beta = 1/2$ .

Como o objetivo nesta seção era verificar se ao utilizar um disco de gás que dissipa mais devagar, utilizando  $\alpha = 4.0 \times 10^{-5}$ , seria capaz de produzir a configuração dos galileanos tal que se vê hoje, as simulações foram realizadas até que se observasse alguma colisão. É possível verificar que em todas simulações ocorreram colisões sendo que essas ocorreram até mais rapidamente do que no caso em que  $\alpha = 5.0 \times 10^{-4}$ , como se pode verificar ao comparar as figuras 18 e 11, sendo que na primeira Io colide antes de 1500 anos, enquanto na segunda Io colide apenas após esse período. Desse modo foi possível verificar que quanto mais devagar o gás se dissipa, mais rápido os satélites migram e acabam por colidir com o planeta. Assim, discos com viscosidade mais baixa tendem a fazer com que os satélites migrem mais rapidamente. Assim, na próxima seção será estudado o caso em que o disco se dissipa mais rapidamente, utilizando o parâmetro  $\alpha = 5.0 \times 10^{-3}$ .

3.2.5.2 Disco de dissipação mais rápida ( $\alpha = 5.0 \times 10^{-3}$ )

De modo a obter um disco que se dissipa mais rapidamente, nesta seção é utilizado um parâmetro de viscosidade maior, de modo que as simulações aqui realizadas são feitas com  $\alpha = 5.0 \times 10^{-3}$ .

São realizadas três simulações, onde altera-se apenas o perfil de densidade  $\beta = 1/2$ ,  $\beta = 1$  e  $\beta = 3/2$ . De modo a verificar a influência do parâmetro de viscosidade sobre a migração dos satélites, assim como o tempo de dissipação do disco de gás, as simulações realizadas possuem as condições iniciais tais como descritas na seção 4.3.1, para  $\beta = 3/2$ , na seção 4.5.1 para  $\beta = 1$  e na seção 4.5.2 para  $\beta = 1/2$ . O resultado das simulações para  $\beta = 3/2$ ,  $\beta = 1$  e  $\beta = 1/2$  utilizando  $\alpha = 5.0 \times 10^{-3}$  podem ser vistos nas figuras 19, 20 e 21 respectivamente.



Fonte: Produzida autor. Gráfico da evolução do semieixo maior ao longo do tempo dos quatro satélites simulados, onde foi usado  $\alpha = 5.0 \times 10^{-3}$  e  $\beta = 3/2$ .



Fonte: Produzida pelo autor. Gráfico da evolução do semieixo maior ao longo do tempo dos quatro satélites simulados, onde foi usado  $\alpha = 5.0 \times 10^{-3}$  e  $\beta = 1$ .

Figura 21 – Semieixo maior × tempo



Fonte: Produzida pelo autor. Gráfico da evolução do semieixo maior ao longo do tempo dos quatro satélites simulados, onde foi usado  $\alpha = 5.0 \times 10^{-3}$  e  $\beta = 1/2$ .

Como o objetivo nesta seção era verificar se ao utilizar um disco de gás que dissipa mais rapidamente, usando  $\alpha = 5.0 \times 10^{-3}$ , seria capaz de produzir a configuração dos galileanos tal que se vê hoje as simulações foram realizadas até que se observa-se alguma colisão. Com exceção da simulação onde  $\beta = 1/2$  que foi realizada por 10 mil anos sem apresentar colisão, é possível verificar que as simulações onde ocorreram colisões são aquelas em que  $\beta = 3/2$  e  $\beta = 1$  o que concorda com a teoria, pois foi visto pela teoria que para esses perfis de densidade os corpos devem migrar mais rapidamente. Todavia, apesar da colisão esses corpos migram mais devagar quando comparados com aqueles em simulações de igual perfil de densidade, porem utilizando  $\alpha$  menores. A figura 21 apresenta o cenário que estava sendo buscado, pois é possível verificar que a partir de 2000 anos os satélites deixam de migrar e apresentam um semieixo constante. A figura 22 mostra o comportamento da excentricidade dos satélites presentes na simulação da figura 21:



Figura 22 – Excentricidade  $\times$  tempo

Fonte: Produzida autor. Gráfico da evolução da excentricidade ao longo do tempo dos quatro satélites simulados, onde foi usado  $\alpha = 5.0 \cdot 10^{-3}$  e  $\beta = 1/2$ .

É possível verificar que os satélites encontram-se presos em cadeia de ressonância, sendo que suas posições finais são de 2.49  $R_J$ , 3.95  $R_J$ , 5.19  $R_J$  e 14.6  $R_J$ , para Io, Europa, Ganimedes e Calisto respectivamente. Essas posições são mais próximas ao planeta do que as observadas no sistema galileano real, entretanto esse resultado é válido, pois mostra que um disco com perfil de densidade  $\beta = 1/2$  e mais viscoso, ou seja, com parâmetro de viscosidade  $\alpha = 5.0 \times 10^{-3}$  e que dessa forma se dissipa mais rapidamente, é capaz de produzir um cenário semelhante ao observado para os galileanos reais.

## 3.2.6 Arrasto sobre satelitesimais

Nesta seção, o objetivo é estudar o efeito do arrasto do gás sobre os satelitesimais. A aceleração sobre os satelitesimais devido ao arrasto está definida na equação 2.9. As características utilizadas para o disco de gás nas simulações são aquelas definidas na seção 4.2. No trabalho de Moraes, Kley e Vieira Neto (2018) utiliza-se para os satelitesimais uma massa de  $10^{-7} M_J$  de modo a obter uma massa total de sólidos de  $2.0 \times 10^{-4} M_J$  ao simular 2000 satelitesimais, entretanto o objetivo foi estudar o comportamento dos satelitesimais sob ação da força de arrasto. Dessa forma, foram simulados apenas alguns satelitesimais variando sua massa de modo a verificar a influência do arrasto sobre corpos de diferentes massas. Nas simulações foi retirada a cavidade interna do disco, ou seja, o disco se estende até o planeta, de modo a permitir que o corpo migre até o planeta e melhor visualizar a ação da força de migração, assim como reduzir o tempo computacional das simulações.

Primeiramente, foram simulados 4 satelitesimais com a massa de  $10^{-7} M_J$  e raio de 10 km, assim

como no trabalho de Moraes, Kley e Vieira Neto (2018). Todavia com essas dimensões a densidade dos satelitesimais possuem valor de  $4.53 \times 10^4$  g/cm<sup>3</sup>, uma densidade bem alta. Em comunicação com os autores, foi discutido que isso é feito para se ter a massa em sólidos prevista pelo modelo MMSN, porém utilizando menos corpos, cerca de 2000, pois um número maior de corpos para atender a massa em sólidos do modelo MMSN não é factível numericamente. Dessa forma será estudada também a ação da força de arrasto em corpos com densidade mais razoável (2.0 g/cm<sup>3</sup>), um modo de utilizar densidades factíveis para os satelitesimais e ainda atender a massa do modelo MMSN está em estudo e será tratado em fase posterior neste projeto de mestrado.

A figura 23 traz o resultado de uma simulação onde foram considerados 4 satelitesimais com massa de  $10^{-7}$   $M_J$  e raio de 10 km, assim como no trabalho de Moraes, Kley e Vieira Neto (2018). Os corpos foram inicializados com semieixo maior de 50  $R_J$ , 100  $R_J$ , 150  $R_J$  e 180  $R_J$ . A excentricidade foi escolhida aleatoriamente entre 0 a  $5.0 \times 10^{-3}$ , enquanto a inclinação foi escolhida aleatoriamente entre 0° a  $0.5^{\circ}$ . Longitude do nodo ascendente, argumento do pericentro e anomalia verdadeira foram escolhidos aleatoriamente no intervalo de 0° a  $360^{\circ}$ . O perfil de densidade utilizado foi de  $\beta = 1/2$ , enquanto o parâmetro de viscosidade  $\alpha = 5 \times 10^{-3}$ , pois foram aqueles que apresentaram melhor cenário para a migração. A densidade superficial inicial usada foi de  $\Sigma_0 = 2.13 \times 10^{-7} M_J/R_J^2$ .





Fonte: Produzida pelo autor. Gráfico da evolução do semieixo maior ao longo do tempo de quatro satelitesimais de massa  $10^{-7} M_J$  e raio de 10 km.

Observa-se que para um corpo com massa da ordem de  $10^{20}$  kg, apenas a força de arrasto não é capaz de fazer com que esses corpos apresentem decaimento do semieixo maior em direção ao planeta. Desse modo foi realizada uma simulação com as mesmas condições iniciais da simulação anterior, porém considerando os corpos com massa de  $8.38 \times 10^{15}$  kg de modo que a densidade dos corpos seja

de 2 g/cm<sup>3</sup>. A figura 24 apresenta o resultado dessa simulação.





Fonte: Próprio autor. Gráfico da evolução do semieixo maior ao longo do tempo de quatro satelitesimais de massa  $8.38 \cdot 10^{15}$  kg e raio de 10 km.

Observa-se que para corpos menos massivos, massa da ordem de  $10^{15}$  kg, os corpos passam a apresentar o comportamento esperado pela literatura que é o de migrar em direção ao planeta. Desse modo, será feito em fase posterior a implementação de satelitesimais com densidade factível e que atenda a massa total de sólidos prevista no modelo MMSN.

### 3.2.7 Estudos adicionais para aplicação nas simulações de N-corpos na fase colisional

Neste trabalho, foi utilizada a prescrição de Moraes, Kley e Vieira Neto (2018) de que embriões e satelitesimais estariam sob a ação de forças diferentes. Todavia, nesta seção é simulado um embrião sob a ação das forças de migração, amortecimento e também sob a ação do arrasto, ao passo que também é feita uma simulação onde considera-se um satelitesimal que além de sentir a força de arrasto, está sob a ação das forças de migração e amortecimento.

A figura 25 traz os resultados de uma simulação numérica considerando um sistema de dois corpos com Júpiter no centro e um corpo com a massa e raio de Calisto numa distância inicial de 107.2  $R_J$ ,. A excentricidade foi de  $1.0 \times 10^{-5}$ , e inclinação, longitude do nodo ascendente, argumento do pericentro e anomalia verdadeira de  $5 \times 10^{-5}$  graus, ou seja, um corpo em órbita praticamente circular e coplanar. As duas curvas se referem ao fato de que para esse corpo foram realizadas duas simulações, uma onde ele está apenas sob a ação das forças de migração e amortecimento, e outra onde é adicionada a força de arrasto. A simulação foi realizada por 2 000 anos.



Fonte: Produzida pelo autor. Gráfico da evolução do semieixo maior do satélite sob a ação apenas das forças de migração e amortecimento (curva amarela) e sob a ação dessas forças e mais a de arrasto (linha azul)

Da figura 23 foi visto que para corpos massivos, a força de arrasto não exerce influência sobre esses corpos, todavia para corpos massivos como o simulado na figura 25 onde o corpo está também sujeito a forças de migração e amortecimento, a força de arrasto faz com esse corpo migre mais rápido em direção ao planeta quando o corpo está nas regiões mais densas do disco de gás que é na região próxima ao planeta, ou seja, sob um corpo massivo a força de arrasto se torna relevante quando sob esse corpo também atuam forças de migração e amortecimento.

Na imagem 25 foi estudado a influência do arrasto sobre um embrião. A figura 26 traz o resultado da simulação de um satelitesimal que além de estar sob a ação da força de arrasto, está também sob a ação das forças de migração e amortecimento. A figura compara com uma simulação onde o satelitesimal está apenas sob a ação do arrasto tal como no trabalho de Moraes, Kley e Vieira Neto (2018). A simulação numérica foi feita considerando um sistema de dois corpos com Júpiter no centro e um corpo com a massa de  $8.38 \times 10^{15}$  kg e raio de 10 km, com semieixo inicial de 140  $R_J$ . A excentricidade foi de  $1.0 \times 10^{-5}$ , e inclinação, longitude do nodo ascendente, argumento do pericentro e anomalia verdadeira de  $5 \times 10^{-5}$  graus, ou seja, um corpo em órbita praticamente circular e coplanar. A simulação foi realizada até o satelitesimal colidir com o planeta. Não foi considerada a cavidade interna do disco.



Fonte: Produzida pelo autor. Gráfico da evolução do semieixo maior do satelitesimal sob a ação apenas da força de arrasto (curva azul) e sob a ação dessa força e mais as forças de migração e amortecimento (curva vermelha)

A partir da sobreposição das curvas vista na figura 26 é possível ver que a força de migração, definida em forma de aceleração na equação 2.18, possui efeito apenas em corpos massivos visto que não alterou o decaimento do semieixo maior do satelitesimal em direção ao planeta. Dessa forma, assim como considerado por Moraes, Kley e Vieira Neto (2018), apenas corpos massivos o suficiente como os embriões são capazes de criar ondas no disco onde essas ondas geram torques que alteram a evolução dos embriões no disco.

Desse ponto em diante serão realizadas as simulações numéricas realizadas de modo a considerar a fase de colisão entre satelitesimais e embriões.

## 3.2.8 Simulações de N-corpos: estudo da fase colisional de formação dos satélites

Nesta seção é estudada a influência de parâmetros que definem o comportamento do gás sobre a fase colisional de formação dos satélites. Nesta fase ocorre a colisão entre embriões os corpos rochosos que levam a seu crescimento e origem dos satélites ao final da simulação. Todas as simulações são realizadas considerando um período de 10 mil anos, além disso em todas elas são inicializados 2021 corpos massivos. Sendo o planeta, 20 embriões e 2000 satelitesmais. Todos os satelistesimais foram inicializados em toda simulação com massa igual a  $7.0 \cdot 10^{-8} M_J$ . Quanto a distribuição de massa dos embriões, ela obedece a relação  $r^{3((2-\beta)/2}\Delta^{3/2}$  (Kokubo e Ida 2002; Raymond, Quinn e Lunine 2005; Izidoro, Morbidelli e Raymond 2014), onde  $\Delta$  é o número do raio de Hill mútuo:

$$\Delta = \frac{a_i + a_j}{2} \left( \frac{M_i + M_J}{3M_P} \right) \tag{3.21}$$

Neste trabalho, teve como objetivo buscar uma sofisticação para a composição dos corpos rochosos, quanto a considerar uma composição em gelo e rocha para cada um dos satelitesimais e embriões dada a sua distância ao planeta no disco circumplanetário. Em seu trabalho FORTNEY, MARLEY e BARNES, 2007), trazem uma função que calcula a partir da massa e da composição em gelo do corpo o seu raio, todavia essa fórmula não se aplica a corpos menos massivos que 0.02 massas da Terra, que é o caso dos satélites galileanos, assim neste trabalho buscou-se uma alternativa para também implementar coposição em gelo e rocha. A alternativa foi utilizar regressão polinomial, no caso cúbica que explicasse a relação entre densidade das luas galileanas e sua porcentagem em gelo. A figura 27 traz o resultado dessa regressão:







Fonte: Produzida pelo autor. Gráfico da densidade pela fração de gelo dos satélites galileanos (círculo roxo) e resultado da regressão polinomial (linha verde)

A equação que define a curva em verde na figura acima é:

$$\rho = -6943.16 \cdot fmg^3 + 11553 \cdot fmg^2 - 7317.3 \cdot fmg + 3528 \tag{3.22}$$

onde fmg é a porcentagem em gelo do corpo e  $\rho$  sua densidade. Essa equação foi utilizada para definar a porcentagem em gelo dos satelitesimais e embriões. Uma vez definida a massa dos embriões e satelitesimais a porcentagem em gelo dos corpos era definida pela equação abaixo:

$$fmg = \frac{509.63}{T} - 1.36575 \tag{3.23}$$

$$fmg = \frac{0.648791}{T} - 0.497625 \tag{3.24}$$

onde T é a temperatura do corpo rochoso. A equação 3.23 determina a porcentagem em gelo para corpos com temperatura T tal que  $273.15 \le T < 373.15$  e a equação 3.24 para corpos com T < 273.15. Para corpos com  $T \ge 373.15$  a porcentagem em gelo ficou definida como sendo nula. Essa temperatura é dita como igual aquela do disco na posição em que o corpo está imerso.

Uma vez definida a porcentagem em gelo dos corpos pela equação 3.23 e com ela calculada a densidade do corpo pela equação 3.22, calcula-se o raio do corpo.

De modo a atualizar a temperatura e a massa perdida pela evaporação da água dos corpos, considerou-se a taxa de ablação dos corpos tal como definido no trabalho de ERIKSSON, RON-NET e JOHANSEN (2021):

$$\dot{m}_{abl,H_2O} = -4\pi R^2 PT \sqrt{\frac{\mu_{H_2O}}{2\pi R_g T}}$$
(3.25)

onde R é o raio do embrião ou satelitesimal, P é a pressão de vapor da água, T é a temperatura do embrião ou satelitesimal,  $\mu_{H_2O}$  é p peso molecular da água e  $R_g$  é constante ideal dos gases. A temperatura dos corpos é atualizada conforme a seguinte equação:

$$T^{4} = T_{gas}^{4} + \frac{C_{D}\rho v_{rel}^{3}}{32\sigma_{sb}} - \frac{PT}{\sigma_{sb}}\sqrt{\frac{\mu_{H_{2}O}}{2\pi R_{g}T}}L_{H_{2}O}$$
(3.26)

onde  $T_{gas}$  é a temperatura do disco de gás na posição onde o corpo está,  $C_D$  é o coeficiente de arrasto,  $v_{rel}$  é a velocidade relativa do corpo ao gás,  $\sigma_{sb}$  é constante de Stefan-Boltzmann e  $L_{H_2O}$  é o calor latente de vaporização da água. Nesta seção é considerado que todos os corpos sofrem a ação das forças de arrasto, migração e amortecimento da excentricidade e inclinação.

As simulações foram realizadas utilizando dois diferentes valores para o parâmetro de viscosidade  $\alpha$  e são eles  $5 \cdot 10^{-4}$  e  $5 \cdot 10^{-3}$ , foi considerado o perfil de densidade superficial  $\beta = 0.5$  e três valores diferentes para a razão de aspecto h = 0.05, 0.10 e 0.15. Dessa forma foram realizadas 6 simulações diferentes. As condições iniciais, assim como o nome para cada simulação pode ser visto na tabela abaixo:

Condições Iniciais		
Simulação	h	α
h05b12	0.05	$5 \cdot 10^{-4}$
h05b12alpha	0.05	$5 \cdot 10^{-3}$
h10b12	0.10	$5 \cdot 10^{-4}$
h10b12alpha	0.10	$5 \cdot 10^{-3}$
h15b12	0.15	$5 \cdot 10^{-4}$
h15b12alpha	0.15	$5 \cdot 10^{-3}$

Além das condições mencionadas no parágrafo anterior, assim como na tabela, é valido destacar que em todas as simulações a densidade superficial inicial do gás usada foi de  $1.7615 \cdot 10^{-7} M_J/R_J^2$ . Todos os embriões e satelitesimais não possuem inclinação. O semieixo maior foi escolhido de forma aleatória segundo uma distribuição uniforme entre 21 a 170  $R_J$ . Excentricidade também escolhida de forma aleatória segundo uma distribuição uniforme entre 0 e 0.001. Os valores para longitude do nodo ascendente, argumento do pericentro e anomalia verdadeira também foram gerados aleatoriamente segundo uma distribuição uniforme no intervalo de 0 a 360°.

# 3.2.8.1 Simulações de N-corpos com h = 0.05

A figura a seguir traz a distribuição inicial de massa, assim como composição em gelo e distância em relação ao planeta dos embriões para as simulações com razão de aspecto igual a 0.05. O gráfico superior se refere a simulação h05b12 e o inferior à simulação h05b12alpha.



Figura 28 – Distribuição inicial de massa

Fonte: Produzida pelo autor. Gráfico superior: distribuição inicial de massa para a simulação h05b12. Gráfico inferior: distribuição inicial de massa para a simulação h05b12alpha.

Pode-se observar que a composição em gelo nas duas simulações variam de cerca de 50% a

70%, esse comportamento é esperado ser igual, pois conforme as equações 2.6 e 2.7, seção **2.2.2**, a temperatura o disco é diretamente proporcional a razão de aspecto, assim uma diferença na composição inicial de gelo será observada quando se comparar simulações de diferentes razões de aspecto. Quanto a massa observa-se o mesmo intervalo, observa-se uma diferença entre a distribuição dos corpos quanto a distância ao planeta, todavia isso é esperado uma vez que os elementos orbitais dos corpos foram gerados de forma aleatória nas simulações. A figura a seguir traz a evolução dos embriões para as duas simulações, h05b12 e h05b12alpha, ao longo dos 10 mil anos.





Fonte: Produzida pelo autor. Gráfico superior: simulação h05b12. Gráfico inferior: simulação h05b12alpha. Os gráficos trazem a evolução do semieixo dos 20 embriões ao longo de 10 mil anos

A figura a seguir traz a distribuição final de massa, assim como composição em gelo e distância em relação ao planeta dos satélites formados para as simulações com razão de aspecto igual a 0.05. O gráfico superior se refere a simulação h05b12 e o inferior à simulação h05b12alpha.



Figura 30 – Distribuição final de massa

Fonte: Produzida pelo autor. Gráfico superior: distribuição final de massa para a simulação h05b12. Gráfico inferior: distribuição final de massa para a simulação h05b12alpha.

Observa-se a partir das figuras 29 e 30 que foram formados satélites, todavia para a simulação h0512 que apresenta parâmetro  $\alpha$  menor a migração dos embriões se deu de forma mais prolongada, como esperado, e formaram-se 4 satélites, ao passo que por dissipar de forma mais rápida o disco de gás, a simulação h05b12alpha apresenta a formação de 7 satélites em regiões mais distantes ao planeta quando comparado ao caso menos viscoso. Isso se dá devido a atenuação da ação do gás sobre a migração dos corpos, uma vez que esse se dissipa mais rapidamente. Quanto a composição em gelo, observa-se que elas tiveram uma alteração baixa e não condiz com o que se observa para os satélites Io, Europa, Ganimedes e Calisto, dessa forma além dos mecanismos de aquecimento dos corpos devido as forças sofridas pela interação com o gás, como o arrasto considerado na taxa de ablação, devem ser adicionadas outras forças que geram calor nos corpos e eventual perda de água, como por exemplo força de maré. Assim, observa-se que sistemas com maior viscosidade favorecem a

formação satélites em regiões mais distantes, dessa forma um valor entre o usado nas duas simulações poderia favorecer a formação de satélites nas posições onde se encontram as luas de Galileu. Essa viscosidade mais elevada já é um parâmetro distinto daquele usado no MMSN, que considera sistemas com menor viscosidade, dessa forma o resultado aqui mostrado pode sugerir a possibilidade de um modelo híbrido que considere características do MMSN e também do modelo de disco com déficit de gás, uma vez que nesse modelo considera-se sistemas com maior viscosidade.

## 3.2.8.2 Simulações de N-corpos com h = 0.10

A figura a seguir traz a distribuição inicial de massa, assim como composição em gelo e distância em relação ao planeta dos embriões para as simulações com razão de aspecto igual a 0.10. O gráfico superior se refere a simulação h10b12 e o inferior à simulação h10b12alpha.



Figura 31 – Distribuição inicial de massa

Fonte: Produzida pelo autor. Gráfico superior: distribuição inicial de massa para a simulação h10b12. Gráfico inferior: distribuição inicial de massa para a simulação h10b12alpha.

Pode-se observar que a composição em gelo nas duas simulações variam de cerca de 50% a 55%, esse comportamento é esperado ser igual, pois conforme as equações 2.6 e 2.7 a temperatura o disco é diretamente proporcional a razão de aspecto, entretanto quando comparados com os gráficos da figura 31 observa-se que os embriões apresentam um menor percentual em gelo devido ao fato do disco de gás ser mais quente que para o caso em que h = 0.05. Quanto a massa observa-se o mesmo intervalo, observa-se uma diferença entre a distribuição dos corpos quanto a distância ao planeta, todavia isso é esperado uma vez que os elementos orbitais dos corpos foram gerados de forma aleatória nas simulações. A figura a seguir traz a evolução dos embriões para as duas simulações, h10b12 e h10b12alpha, ao longo dos 10 mil anos.



Figura 32 – Semieixo maior x tempo

Fonte: Produzida pelo autor. Gráfico superior: simulação h10b12. Gráfico inferior: simulação h10b12alpha. Os gráficos trazem a evolução do semieixo dos 20 embriões ao longo de 10 mil anos

A figura a seguir traz a distribuição final de massa, assim como composição em gelo e distância em relação ao planeta dos satélites formados para as simulações com razão de aspecto igual a 0.10. O gráfico superior se refere a simulação h10b12 e o inferior à simulação h10b12alpha.



Figura 33 – Distribuição final de massa

Fonte: Produzida pelo autor. Gráfico superior: distribuição final de massa para a simulação h10b12. Gráfico inferior: distribuição final de massa para a simulação h10b12alpha.

Observa-se a partir das figuras 32 e 33 que foram formados satélites, todavia para a simulação h1012 que apresenta parâmetro  $\alpha$  menor a migração dos embriões se deu de forma mais prolongada, sendo que mesmo ao final da simulação observa-se que os satélites ainda estão migrando e formaram-se 6 satélites, todavia não se pode garantir que não haverá colisão entre eles, uma vez que os mesmos paraecem estar ainda migrando. Por dissipar de forma mais rápida o disco de gás, a simulação h10b12alpha apresenta a formação de 7 satélites em regiões mais distantes ao planeta quando comparado ao caso menos viscoso. Isso se dá devido a atenuação da ação do gás sobre a migração dos corpos, uma vez que esse se dissipa mais rapidamente. Quanto a composição em gelo, observa-se que elas tiveram uma alteração baixa e não condiz com o que se observa para os satélites Io, Europa, Ganimedes e Calisto, análise semelhante ao caso em que h = 0.05 deve ser considerada aqui.

#### 3.2.8.3 Simulações de N-corpos com h = 0.15

A figura a seguir traz a distribuição inicial de massa, assim como composição em gelo e distância em relação ao planeta dos embriões para as simulações com razão de aspecto igual a 0.15. O gráfico superior se refere a simulação h15b12 e o inferior à simulação h15b12alpha.



Figura 34 - Distribuição inicial de massa

Fonte: Produzida pelo autor. Gráfico superior: distribuição inicial de massa para a simulação h15b12. Gráfico inferior: distribuição inicial de massa para a simulação h15b12alpha.

Pode-se observar que a composição em gelo nas duas simulações variam de cerca de 50% a 52%, esse comportamento é esperado ser igual, pois conforme as equações 2.6 e 2.7 a temperatura o disco é diretamente proporcional a razão de aspecto, observa-se que os corpos aqui apresentam menor composição em gelo quando comparados àqueles das figuras 28 e 31. Quanto a massa observa-se o mesmo intervalo, observa-se uma diferença entre a distribuição dos corpos quanto a distância ao planeta, todavia isso é esperado uma vez que os elementos orbitais dos corpos foram gerados de forma

aleatória nas simulações. A figura a seguir traz a evolução dos embriões para as duas simulações, h15b12 e h15b12alpha, ao longo dos 10 mil anos.



Figura 35 – Semieixo maior x tempo

Fonte: Produzida pelo autor. Gráfico superior: simulação h15b12. Gráfico inferior: simulação h15b12alpha. Os gráficos trazem a evolução do semieixo dos 20 embriões ao longo de 10 mil anos

A figura a seguir traz a distribuição final de massa, assim como composição em gelo e distância em relação ao planeta dos satélites formados para as simulações com razão de aspecto igual a 0.15. O gráfico superior se refere a simulação h15b12 e o inferior à simulação h15b12alpha.


Figura 36 – Distribuição final de massa

Fonte: Produzida pelo autor. Gráfico superior: distribuição final de massa para a simulação h15b12. Gráfico inferior: distribuição final de massa para a simulação h15b12alpha.

Observa-se a partir das figuras 35 e 36 que foram formados satélites, todavia para a simulação h1512 que apresenta parâmetro  $\alpha$  menor a migração dos embriões se deu de forma mais prolongada, e ainda permanece mesmo após 10 mil anos, e formaram-se 4 satélites, entretanto não se pode dizer que esse sistema é estável e que eles não iram colidir entre si ou com o planeta uma vez que permanecem migrando. Por dissipar de forma mais rápida o disco de gás, a simulação h15b12alpha apresenta a formação de 7 satélites em regiões mais distantes ao planeta quando comparado ao caso menos viscoso, sendo que um deles se encontra a  $300R_J$ . Isso se dá devido a atenuação da ação do gás sobre a migração dos corpos, uma vez que esse se dissipa mais rapidamente. Quanto a composição em gelo, observa-se que elas tiveram uma alteração baixa e não condiz com o que se observa para os satélites Io, Europa, Ganimedes e Calisto. Análise semelhante aos casos anteriores, h = 0.05, 0.10 é válida aqui.

## **4 CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Este projeto de mestrado tem por objetivo estudar o fluxo de material para o disco circumplanetário e identificar possíveis inconsistências nos modelos de formação de satélites mais aceitos, o de massa mínima e o de déficit de gás. Para realizar esse objetivo são utilizadas ferramentas computacionais como o FARGO e o REBOUND para a reprodução dos modelos clássicos, sendo eles o modelo de disco com déficit de gás (Canup e Ward, 2002) e modelo de massa mínima para a sub-nébula (Lunine e Stevenson, 1982). Além disso estuda-se o fluxo de material para o disco circumplanetário de modo a verificar a viabilidade da implementação de um modelo misto que considere as melhores características dos modelos clássicos.

Neste trabalho foram estudadas as ferramentas computacionais FARGO e REBOUND, sendo que a primeira ferramenta foi utilizada para realizar simulações hidrodinâmicas e dessa forma estudar a dinâmica da parte gasosa do disco. O pacote REBOUND foi utilizado para realizar simulações de N-corpos e dessa forma estudar a dinâmica da parte sólida do disco circumplanetário.

A partir da reprodução do modelo de disco com déficit de gás e do estudo da influência da viscosidade sobre o disco de gás, seção 3, foi possível verificar que através dos braços espirais que se formam no disco de gás (ver figura 5), ocorre o transporte de matéria do disco protoplanetário para o disco circumplanetário. Foi visto que a viscosidade influencia sobre o tamanho do disco circumplanetário, além da quantidade de gás presente na região próxima ao planeta. Esse resultado concorda com o trabalho de Szulágyi et al. (2014), pois em seu trabalho os autores verificam que quanto menor a viscosidade, mais próximo ao planeta as ondas de gás se propagam e se chocam. O disco circumplanetário se forma nas regiões próximas ao planeta onde o gás passa a apresentar trajetória circular em torno do planeta, o que ocorre mais próximo ao planeta quanto menor for a viscosidade.

Observou-se também que para o caso viscoso, o fluxo de material para o disco circumplanetário é na verdade na direção do disco circumplanetário para fora, enquanto na simulação sem viscosidade, o fluxo é para dentro na direção do planeta. Isso contribui para a diferença no tamanho disco circumplanetário. Isso acontece devido ao choque entre *streamlines*, pois assim o fluxo de gás perde momento angular e é atraído em direção ao planeta. O planeta acreta todo o gás que vêm dessa região de choque, assim o tamanho do disco circumplanetário reduz em relação ao caso viscoso, embora exista mais gás nessa região. Essa observação concorda com o que é discutido no trabalho de Szulágyi et al. (2014).

O parâmetro de viscosidade  $\alpha$  mostrou ser importante também nas simulações de N-corpos. Na seção 4 é possível ver que discos mais viscosos,  $\alpha$  da ordem de  $10^{-3}$ , parecem favorecer a migração dos satélites e sua eventual captura em cadeia de ressonância de movimentos médio, tal como observado para os três satélites mais internos do sistema galileano: Io, Europa e Ganimedes que estão em ressonância de movimento médio 1:2:4. Todavia, o parâmetro  $\alpha$  sozinho não é capaz de produzir esse cenário, visto que nas figuras 19 e 20 apesar de usar  $\alpha = 5.0 \cdot 10^3$  os satélites colidem com o planeta. O parâmetro que foi alterado de modo a produzir a captura dos satélites internos em cadeia de ressonância foi o perfil de densidade local  $\beta$ , sendo que na figura 21 o valor usado foi de  $\beta = 1/2$ . Desse modo,

pode-se verificar a relevância do estudo dos parâmetros  $\alpha \in \beta$ . Sendo que discos mais viscosos e com densidade que se comporta como uma função  $\approx r^{-1/2}$  são bem sucedidos em reproduzir a migração de satélites como os galileanos.

Com os estudos prévios a respeito da fase colisional pode-se dar sequencia a este trabalho de dissertação e realizar simulações considerando 2021 corpos, sendo o planeta, 20 embriões e 2000 satelitesimais. Os parâmetros estudados foram o parâmetro  $\alpha$  de viscosidade e a razão de aspecto h, além de considerar um esquema para a composição dos corpos e perda da água que os constituem durante sua evolução. Foi observado que as simulações com maior viscosidade tendem a formar mais satélites e em regiões mais distantes ao planeta quando comparado ao caso menos viscoso. Isso se dá devido a atenuação da ação do gás sobre a migração dos corpos, uma vez que esse se dissipa mais rapidamente. Quanto a composição em gelo, observa-se que elas tiveram uma alteração baixa ao longo das simulações e não condiz com o que se observa para os satélites Io, Europa, Ganimedes e Calisto, dessa forma além dos mecanismos de aquecimento dos corpos devido as forças sofridas pela interação com o gás, como o arrasto considerado na taxa de ablação, devem ser adicionadas outras forças que geram calor nos corpos e eventual perda de água, como por exemplo força de maré. O estudo realizado serviu para compreender o comportamento da parte gasosa e sólida do disco circumplanetário, tal como a dinâmica do disco e suas características descritas através de parâmetros como o parâmetro de viscosidade  $\alpha$  e o perfil de densidade local  $\beta$  e a razão de aspecto, assim como o fluxo de gás para o disco circumplanetário. Observa-se também que sistemas com maior viscosidade favorecem a formação satélites em regiões mais distantes, dessa forma um valor entre o usado nas duas simulações poderia favorecer a formação de satélites nas posições onde se encontram as luas de Galileu. Essa viscosidade mais elevada já é um parâmetro distinto daquele usado no MMSN, que considera sistemas com menor viscosidade, dessa forma o resultado aqui mostrado pode sugerir a possibilidade de um modelo híbrido que considere características do MMSN e também do modelo de disco com déficit de gás, uma vez que nesse modelo considera-se sistemas com maior viscosidade.

## REFERÊNCIAS

- ADACHI, Isao; HAYASHI, Chushiro; NAKAZAWA, Kiyoshi. The gas drag effect on the elliptic motion of a solid body in the primordial solar nebula. **Progress of Theoretical Physics**, v. 56, n. 6, p. 1756-1771, 1976.
- 2. BARR, Amy C. Formation of exomoons: a solar system perspective. **Astronomical Review**, v. 12, n. 1-4, p. 24-52, 2016.
- 3. BRASSER, R.; DUNCAN, M. J.; LEVISON, H. F. Embedded star clusters and the formation of the Oort cloud. **Icarus**, v. 2, n. 191, p. 413-433, 2007.
- 4. BROUWER, Dirk; CLEMENCE, Gerald M. Methods of celestial mechanics. Academic Press, 1961.
- 5. BENÍTEZ-LLAMBAY, Pablo et al. Planet heating prevents inward migration of planetary cores. **Nature**, v. 520, n. 7545, p. 63-65, 2015.
- 6. BENÍTEZ-LLAMBAY, Pablo; MASSET, Frédéric S. FARGO3D: a new GPU-oriented MHD code. **The Astrophysical Journal Supplement Series**, v. 223, n. 1, p. 11, 2016.
- 7. BENÍTEZ-LLAMBAY, Pablo; PESSAH, Martin E. Torques Induced by Scattered Pebble-flow in Protoplanetary Disks. **The Astrophysical Journal Letters**, v. 855, n. 2, p. L28, 2018.
- CANUP, Robin M. Simulations of a late lunar-forming impact. Icarus, v. 168, n. 2, p. 433-456, 2004.
- CANUP, Robin M. Forming a Moon with an Earth-like composition via a giant impact. Science, v. 338, n. 6110, p. 1052-1055, 2012.
- 10. CANUP, Robin M.; ASPHAUG, Erik. Origin of the Moon in a giant impact near the end of the Earth's formation. **Nature**, v. 412, n. 6848, p. 708-712, 2001.
- 11. CANUP, Robin M.; WARD, William R. Formation of the Galilean satellites: Conditions of accretion. **The Astronomical Journal**, v. 124, n. 6, p. 3404, 2002.
- 12. CANUP, Robin M.; WARD, William R. A common mass scaling for satellite systems of gaseous planets. Nature, v. 441, n. 7095, p. 834-839, 2006.
- 13. CANUP, Robin M.; WARD, William R. Origin of Europa and the Galilean satellites. **Europa**, p. 59-83, 2009.
- CHAMBERS, John E. A hybrid symplectic integrator that permits close encounters between massive bodies. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, v. 304, n. 4, p. 793-799, 1999.

- 15. CILIBRASI, Marco et al. An N-body population synthesis framework for the formation of moons around Jupiter-like planets. **arXiv preprint arXiv:2011.11513**, 2020.
- CRESSWELL, Paul; NELSON, Richard P. Three-dimensional simulations of multiple protoplanets embedded in a protostellar disc. Astronomy Astrophysics, v. 482, n. 2, p. 677-690, 2008.
- ĆUK, Matija; BURNS, Joseph A. Gas-drag-assisted capture of Himalia's family. Icarus, v. 167, n. 2, p. 369-381, 2004.
- 18. ERIKSSON, Linn EJ; RONNET, Thomas; JOHANSEN, Anders. The fate of planetesimals formed at planetary gap edges. **Astronomy Astrophysics**, v. 648, p. A112, 2021.
- EVERHART, Edgar. An efficient integrator that uses Gauss-Radau spacings. In: International Astronomical Union Colloquium. Cambridge University Press, 1985. p. 185-202.
- FORTNEY, Jonathan J.; MARLEY, Mark S.; BARNES, Jason W. Planetary radii across five orders of magnitude in mass and stellar insolation: application to transits. The Astrophysical Journal, v. 659, n. 2, p. 1661, 2007.
- 21. FUJII, Yuri I. et al. Orbital Evolution of Moons in Weakly Accreting Circumplanetary Disks. **The Astronomical Journal**, v. 153, n. 4, p. 194, 2017.
- 22. HELLER, René; PUDRITZ, Ralph. Water ice lines and the formation of giant moons around super-jovian planets. **The Astrophysical Journal**, v. 806, n. 2, p. 181, 2015.
- IZIDORO, André; MORBIDELLI, Alessandro; RAYMOND, Sean N. Terrestrial planet formation in the presence of migrating super-Earths. The Astrophysical Journal, v. 794, n. 1, p. 11, 2014.
- 24. IZIDORO, André et al. The asteroid belt as a relic from a chaotic early solar system. **The Astrophysical Journal**, v. 833, n. 1, p. 40, 2016.
- 25. KLEY, Willy. Mass flow and accretion through gaps in accretion discs. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, v. 303, n. 4, p. 696-710, 1999.
- 26. LUNINE, Jonathan I.; STEVENSON, David J. Formation of the Galilean satellites in a gaseous nebula. **Icarus**, v. 52, n. 1, p. 14-39, 1982.
- 27. LUBOW, S. H.; SEIBERT, M.; ARTYMOWICZ, P. Disk accretion onto high-mass planets. The Astrophysical Journal, v. 526, n. 2, p. 1001, 1999.
- LUBOW, Stephen H.; MARTIN, Rebecca G. Dead zones in circumplanetary discs as formation sites for regular satellites. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, v. 428, n. 3, p. 2668-2673, 2013.
- 29. MASSET, F. FARGO: A fast eulerian transport algorithm for differentially rotating disks. Astronomy and Astrophysics Supplement Series, v. 141, n. 1, p. 165-173, 2000.

- 30. MIGUEL, Yamila; IDA, Shigeru. A semi-analytical model for exploring Galilean satellites formation from a massive disk. **Icarus**, v. 266, p. 1-14, 2016.
- 31. MORAES, Ricardo A.; KLEY, Wilhelm; VIEIRA NETO, E. Growth and evolution of satellites in a Jovian massive disc. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, v. 475, n. 1, p. 1347-1362, 2018.
- MOSQUEIRA, Ignacio; ESTRADA, Paul R. Formation of the regular satellites of giant planets in an extended gaseous nebula I: subnebula model and accretion of satellites. Icarus, v. 163, n. 1, p. 198-231, 2003a.
- MOSQUEIRA, Ignacio; ESTRADA, Paul R. Formation of the regular satellites of giant planets in an extended gaseous nebula II: satellite migration and survival. Icarus, v. 163, n. 1, p. 232-255, 2003b.
- NESVORNÝ, David; VOKROUHLICKÝ, David; MORBIDELLI, Alessandro. Capture of irregular satellites during planetary encounters. The Astronomical Journal, v. 133, n. 5, p. 1962, 2007.
- 35. OGIHARA, Masahiro; IDA, Shigeru. N-body simulations of satellite formation around giant planets: origin of orbital configuration of the Galilean moons. **The Astrophysical Journal**, v. 753, n. 1, p. 60, 2012.
- PAPALOIZOU, John CB; LARWOOD, John D. On the orbital evolution and growth of protoplanets embedded in a gaseous disc. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, v. 315, n. 4, p. 823-833, 2000.
- 37. REIN, Hanno; LIU, S.-F. REBOUND: an open-source multi-purpose N-body code for collisional dynamics. Astronomy Astrophysics, v. 537, p. A128, 2012.
- 38. REIN, Hanno; PAPALOIZOU, John CB. Stochastic orbital migration of small bodies in Saturn's rings. Astronomy Astrophysics, v. 524, p. A22, 2010.
- 39. REIN, Hanno; SPIEGEL, David S. IAS15: a fast, adaptive, high-order integrator for gravitational dynamics, accurate to machine precision over a billion orbits. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 446, n. 2, p. 1424-1437, 2015.
- 40. ROY, Archie E. Orbital motion. 1978.
- 41. RUSSELL, John L. Development of a Self-Consistent Gas Accretion Model for Simulating Gas Giant Formation in Protoplanetary Disks. 2011. Tese de Doutorado.
- 42. SASAKI, Takanori; STEWART, Glen R.; IDA, Shigeru. Origin of the different architectures of the jovian and saturnian satellite systems. **The Astrophysical Journal**, v. 714, n. 2, p. 1052, 2010.

- 43. SCHMIDT, Jürgen et al. Dynamics of Saturn's dense rings. In: **Saturn from Cassini-Huygens**. Springer, Dordrecht, 2009. p. 413-458.
- 44. SHAKURA, Ni I.; SUNYAEV, Rashid Alievich. Black holes in binary systems. Observational appearance. Astronomy and Astrophysics, v. 24, p. 337-355, 1973.
- STONE, James M.; NORMAN, Michael L. ZEUS-2D: a radiation magnetohydrodynamics code for astrophysical flows in two space dimensions. I-The hydrodynamic algorithms and tests. The Astrophysical Journal Supplement Series, v. 80, p. 753-790, 1992.
- SUETSUGU, Ryo; OHTSUKI, Keiji. Distribution of Captured Planetesimals in Circumplanetary Gas Disks and Implications for Accretion of Regular Satellites. The Astrophysical Journal, v. 839, n. 1, p. 66, 2017.
- 47. SZULÁGYI, Judit et al. Accretion of Jupiter-mass planets in the limit of vanishing viscosity. **The Astrophysical Journal**, v. 782, n. 2, p. 65, 2014.
- 48. TAKATA, Toshiko; STEVENSON, David J. Despin mechanism for protogiant planets and ionization state of protogiant planetary disks. **Icarus**, v. 123, n. 2, p. 404-421, 1996.
- 49. TANAKA, Hidekazu; WARD, William R. Three-dimensional interaction between a planet and an isothermal gaseous disk. II. Eccentricity waves and bending waves. **The Astrophysical Journal**, v. 602, n. 1, p. 388, 2004.
- 50. TANIGAWA, Takayuki; OHTSUKI, Keiji; MACHIDA, Masahiro N. Distribution of accreting gas and angular momentum onto circumplanetary disks. The Astrophysical Journal, v. 747, n. 1, p. 47, 2012.
- 51. TURNER, N. J.; LEE, Man Hoi; SANO, T. Magnetic coupling in the disks around young gas giant planets. **The Astrophysical Journal**, v. 783, n. 1, p. 14, 2014.
- 52. VAN LEER, Bram. Towards the ultimate conservative difference scheme. IV. A new approach to numerical convection. Journal of computational physics, v. 23, n. 3, p. 276-299, 1977.