

PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**“Um Modelo para Condutores Múltiplos considerando a
Distribuição da Corrente nos Subcondutores”**

EDUARDO COELHO MARQUES DA COSTA

Orientador: Prof. Dr. Sérgio Kurokawa

Dissertação apresentada à Faculdade
de Engenharia - UNESP – Campus de
Ilha Solteira, para obtenção do título
de Mestre em Engenharia Elétrica.
Área de Conhecimento: Automação.

**Ilha Solteira – SP
Julho/2009**

FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborada pela Seção Técnica de Aquisição e Tratamento da Informação
Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação da UNESP - Ilha Solteira.

C837m

Costa, Eduardo Coelho Marques da.

Um modelo para condutores múltiplos considerando a distribuição da corrente nos subcondutores / Eduardo Coelho Marques da Costa. -- Ilha Solteira : [s.n.], 2009.

98 f. : il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Automação, 2009

Orientador: Sérgio Kurokawa

Bibliografia: p. 96-98

1. Energia elétrica – Transmissão. 2. Condutores elétricos. 3. Engenharia elétrica.



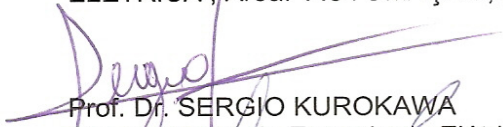
UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA

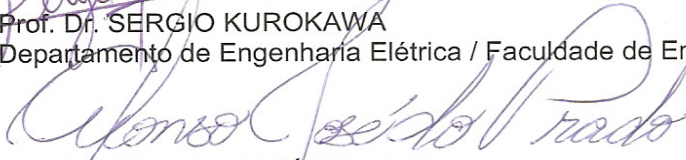
CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

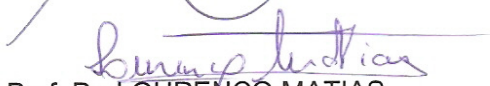
TÍTULO: Um modelo para condutores múltiplos considerando a distribuição da corrente nos subcondutores

AUTOR: EDUARDO COELHO MARQUES DA COSTA
ORIENTADOR: Prof. Dr. SERGIO KUROKAWA

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de MESTRE em ENGENHARIA ELÉTRICA, Área: AUTOMAÇÃO, pela Comissão Examinadora:


Prof. Dr. SERGIO KUROKAWA
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Prof. Dr. AFONSO JOSÉ DO PRADO
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Prof. Dr. LOURENÇO MATIAS
Escola de Engenharia Elétrica e de Computação / Universidade Federal de Goiás

Data da realização: 27 de julho de 2009.

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho deve-se a cooperação e auxílio imprescindível de diversas pessoas e instituições, meus sinceros agradecimentos:

- *Aos meus familiares, em especial a João Adávido Marques da Costa pelo exemplo de trabalho e perseverança; a Dalva Ernandes pelo exemplo singular de amor e dedicação; aos meus irmãos, em especial a João Marques da Costa Netto pelos incentivos e por se fazer constantemente presente; aos entes que se foram, Edyvanna Coelho Marques da Costa, e aos que chegaram, uma preciosidade com nome de João Ricardo Costa Escola.*
- *Ao Prof. Dr. Sérgio Kurokawa pela amizade, pela orientação e, sem dúvida, por me ensinar a fazer boa ciência.*
- *Ao Prof. Dr. Luiz Fernando Bovolato e ao Prof. Dr. Afonso José do Prado, pelas orientações, instruções e conselhos importantíssimos durante o desenvolvimento e finalização do meu trabalho em Ilha Solteira.*
- *Ao Prof. Dr. Lourenço Matias pelas instruções e observações realizadas a respeito do corrente trabalho e pelos momentos de companheirismo.*
- *A Fernanda de Matos Ferraz pela presença, apoio incondicional e por todo carinho.*
- *Aos meus companheiros de trabalho, Germano Ferreira Wedy, Rodrigo Serra Daltin e Fábio Norio Razé Yamanaka.*
- *Aos funcionários da biblioteca e da seção de pós-graduação da FEIS.*
- *Ao Departamento de Engenharia Elétrica e a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo suporte financeiro e por toda contribuição ao desenvolvimento científico e tecnológico brasileiro.*

Quem não deseja das coisas senão conhecê-las, facilmente atinge a paz com sua alma e erra ou peca, como diz o mundo, no máximo por ignorância, dificilmente por avidez. Esse alguém já não quer excomungar e extirpar os desejos; o único objetivo que o domina por completo, o de sempre conhecer tanto quanto for possível, o tornará frio e abrandará toda selvageria de sua natureza.

(Friedrich Nietzsche).

RESUMO

O presente trabalho descreve detalhadamente uma metodologia alternativa para o cálculo dos parâmetros longitudinais e transversais de um condutor múltiplo genérico, com base na configuração de um condutor equivalente. A metodologia proposta considera precisamente o acoplamento mútuo entre os subcondutores que compõem o feixe, a natureza distribuída dos parâmetros e a distribuição da corrente, uniforme ou desigual, através dos subcondutores. São calculados e analisados os parâmetros utilizando a metodologia alternativa proposta e o procedimento clássico baseado na obtenção de um condutor equivalente aplicando o conceito do Raio Médio Geométrico (RMG), para diversos condutores múltiplos, sendo eles simétricos ou não simétricos, convencionais ou não-convencionais. Posteriormente, são comparados os resultados obtidos por ambos os métodos e a partir desses é possível comprovar a eficácia da metodologia proposta e eventuais situações em que a metodologia clássica, envolvendo o conceito do RMG, apresenta algumas imprecisões derivadas da distribuição não uniforme da corrente em condutores múltiplos assimétricos ou pouco convencionais.

Palavras-chave: Linhas de transmissão, condutores múltiplos, parâmetros dependentes da frequência, raio médio geométrico, análise modal.

ABSTRACT

The present work describes an alternative methodology to evaluate the longitudinal and transversal parameters of a generic bundled conductor, based on the configuration of an equivalent conductor. The proposed methodology considers precisely the mutual coupling among subconductors of the bundle, the distributed nature of parameters and the current distribution through subconductors. The parameters are calculated and analyzed using the proposed alternative methodology and the classic procedure, based on equivalent conductor applying the concept of Geometric Mean Radius (GMR), for several bundled conductors, symmetric or non-symmetric, conventional or non-conventional. Subsequently, the obtained results are compared to both methods and then it is possible to verify the efficacy of the proposed methodology and eventual situations where the classic methodology, based on RMG concept, presents inaccuracies due to the non-uniform distribution of the current in non-symmetric or non-conventional bundled conductors.

Keywords: Transmission lines, bundled conductors, frequency-dependent parameters, Geometric Mean Radius, modal analysis.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	10
1.1	CONDUTORES DE COBRE	13
1.2	CONDUTORES DE ALUMÍNIO E ALUMÍNIO-AÇO	13
1.3	CONDUTORES EM LIGA DE ALUMÍNIO	14
1.4	CONDUTORES ALUMOWELD	14
1.5	CONDUTORES MÚLTIPLOS	14
1.6	CONCLUSÕES	19
2	CÁLCULO DOS PARÂMETROS ELÉTRICOS DE LINHAS AÉREAS DE TRANSMISSÃO	
2.1	INTRODUÇÃO	20
2.2	IMPEDÂNCIAS LONGITUDINAIS DA LINHA	21
2.2.1	<i>Impedância externa</i>	21
2.2.2	<i>Impedância interna devido ao efeito pelicular (Skin Effect)</i>	25
2.2.3	<i>Impedância devido ao efeito do solo</i>	33
2.2.4	<i>Impedância longitudinal total da linha</i>	37
2.3	ADMITÂNCIAS TRANSVERSAIS DA LINHA	38
2.4	CONCLUSÕES	42
3	CÁLCULO DE UM CONDUTOR EQUIVALENTE A UM CONDUTOR MÚLTIPLO POR MEIO DO CONCEITO DE RAIO MÉDIO GEOMÉTRICO	
3.1	INTRODUÇÃO	43

3.2	REPRESENTAÇÃO DE UM CONDUTOR EQUIVALENTE A UM CONDUTO MÚLTIPLO UTILIZANDO O CONCEITO DE RMG	44
3.3	CONCLUSÕES	47
4	PROCEDIMENTO ALTERNATIVO PARA O CÁLCULO DOS PARÂMETROS ELÉTRICOS DE UM CONDUTOR MÚLTIPLO GENÉRICO	
4.1	INTRODUÇÃO	48
4.2	DESCRIÇÃO DO PROCEDIMENTO ALTERNATIVO	48
4.2.1	<i>Descrição geral</i>	48
4.2.2	<i>Desenvolvimento do procedimento proposto</i>	54
4.3	ANÁLISE DA FUNÇÃO DE PROPAGAÇÃO γ	63
4.3.1	<i>Procedimento para o ajuste da função de propagação γ</i>	67
4.4	CONCLUSÕES	70
5	APLICAÇÃO E ANÁLISE DA METODOLOGIA PROPOSTA	
5.1	INTRODUÇÃO	72
5.2	APLICAÇÃO DA METODOLOGIA PROPOSTA	73
5.2.1	<i>Aplicação a um condutor múltiplo convencional com quatro subcondutores</i>	73
5.2.2	<i>Aplicação a um condutor múltiplo assimétrico com quatro subcondutores</i>	76
5.2.3	<i>Aplicação a um condutor múltiplo com seis subcondutores</i>	80
5.2.4	<i>Aplicação a um condutor múltiplo não-convencional com sete subcondutores</i>	83
5.3	ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DA DISTRIBUIÇÃO DA CORRENTE SOBRE O CÁLCULO DOS PARÂMETROS LONGITUDINAIS	89
5.4	CONCLUSÕES	91

6	CONCLUSÃO	93
	Referências	96

1 INTRODUÇÃO

Os cabos e condutores múltiplos em linhas de transmissão são os elementos ativos no transporte de energia elétrica. O desempenho na transmissão se deve quase que exclusivamente pela composição física dos cabos condutores e pela configuração geométrica dos condutores múltiplos e das fases na linha de transmissão. Bons exemplos, relativamente atuais para essa afirmação, são as pesquisas em desenvolvimento envolvendo linhas denominadas compactas e as Linhas de Transmissão de Potencial Naturalmente Elevado (LPNE) ou *High Surge Impedance Load Lines* (HSIL), que procuram otimizar a configuração física e geométrica (posição dos condutores e subcondutores da linha) dos condutores das fases de forma a minimizar as perdas durante o transporte da energia.

Dos aspectos físicos e econômicos dos cabos utilizados no projeto de linhas de transmissão, os mais relevantes são:

- a) condutividade elétrica;
- b) custo;
- c) resistência mecânica;
- d) peso específico do material (as estruturas de suporte e torres são dimensionadas para absorver o esforço mecânico proporcionado pelos condutores, podendo ser maior ou menor de acordo com o peso específico do material do qual os cabos são compostos) ;
- e) resistência à corrosão e oxidação.

As características mencionadas anteriormente não são encontradas simultaneamente em algum material em particular. Dentre os metais que possuem a maior parte dessas propriedades, estão o cobre e o alumínio bem como suas ligas, que são empregadas universalmente.

Durante muito tempo, o cobre foi largamente utilizado. Porém, em 1895, foram construídas as primeiras linhas com cabo de alumínio (Estados Unidos e França). Nesse período, foram dois os fatores que limitaram a utilização dos cabos de alumínio em linhas de transmissão: o custo relativamente alto em relação ao cobre e a baixa resistência mecânica dos mesmos.

Em 1908, foram fabricados os primeiros cabos de alumínio com alma de aço, ACSR (*Aluminum Conductor Steel Reinforced*), o que veio a resolver os inconvenientes causados pela baixa resistência mecânica dos cabos de alumínio até então fabricados. Esses cabos foram primeiramente utilizados com sucesso em 1913, nos Estados Unidos, mais precisamente no estado da Califórnia.

O inconveniente decorrente do alto custo na produção de alumínio veio a ser solucionado somente no final dos anos 1930 e primeira metade dos 1940, com o desenvolvimento de novas técnicas na produção de alumínio, o que reduziu drasticamente o custo da fabricação dos cabos de alumínio com alma de aço, inibindo o uso do cobre para os fins em questão.

Nas linhas de transmissão, o uso de fios foi virtualmente abandonado em favor de cabos, obtidos por encordoamento de fios elementares (FUCHS, 1979).

A figura 1.1 mostra um condutor de alumínio com alma de aço. Ou seja, possui o encordado concêntrico composto de uma ou mais camadas (coroas) de fios de alumínio e o núcleo composto por fios galvanizados de aço (CARVALHO, 2007).



Figura 1.1 – Cabo de alumínio com alma de aço.

Vale ressaltar que o núcleo pode ser constituído por um único fio ou por vários fios de aço encordoados, tal como mostrado na figura 1.1. O cabo ilustrado é utilizado geralmente em redes de transmissão aéreas (CARVALHO, 2007).

A figura 1.2 mostra um cabo de alumínio, com o cabo concêntrico composto por uma ou mais coroas de fios de alumínio liga 1120 (CARVALHO, 2007).



Figura 1.2 – Cabo de alumínio liga 1120.

A utilização do cabo de alumínio liga 1120 é uma alternativa para linhas aéreas onde seja necessária uma maior resistência mecânica e maior resistência contra corrosão e oxidação.

Os cabos fabricados nos Estados Unidos e Europa possuem diferentes padrões, bem como no Brasil e América do Sul, logo é possível encontrar uma grande variedade de cabos com configurações diversas. No Brasil, a padronização de condutores é definida pela Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT).

1.1 CONDUTORES DE COBRE

De acordo com a ABNT, os condutores de cobre devem ser especificados em função da seção transversal em milímetros quadrados, da composição ou número de filamentos e da classe de encordoamento. No Brasil, são fabricados cabos de cobre com bitolas de 13 mm^2 até $645,2 \text{ mm}^2$. O encordoamento é feito de acordo com as classes A e AA, definidas por normas. Os encordoamentos classe AA (alma de aço) são empregados em condutores para linhas aéreas. Os condutores classe A (alumínio), para linhas aéreas, são utilizados quando munidos de capa protetora ou quando se deseja maior flexibilidade.

1.2 CONDUTORES DE ALUMÍNIO E ALUMÍNIO-AÇO

Estes condutores são especificados pela ABNT através de EB-219 (fios de alumínio para fins elétricos), EB-292 (fios de aço zincados para alma do cabo de alumínio) e EB-193 que é referente a cabos de alumínio (CA) e cabos de alumínio com alma de aço (CAA) para fins elétricos.

A designação desses condutores deve ser feita por meio da área nominal da seção transversal de alumínio, em mm^2 , pela formação, pelo tipo (CA ou CAA), pela classe de encordoamento correspondente e pela referência comercial (CARVALHO, 2007).

Utiliza-se para designação dos cabos o código canadense de referência comercial. Para os cabos CA são utilizados nomes de flores e para CAA nomes de aves, sempre na língua inglesa. Como por exemplo: TULIP é a denominação do cabo CA composto por 19 filamentos e diâmetro nominal $16,92 \text{ mm}$ e PENGUIN é a denominação para o cabo CAA, composto por um fio de aço e seis fios de alumínio.

1.3 CONDUTORES EM LIGA DE ALUMÍNIO

Estes cabos são utilizados em locais sujeitos a um alto índice de poluição e também à beira-mar, pois são mais resistentes à oxidação (FUCHS, 1979).

Estas ligas recebem nomes comerciais diversos. Na Europa, o cabo de liga de alumínio denominado ALDREY é bastante utilizado, enquanto que nos Estados Unidos e Canadá existem alguns outros cabos de ligas de alumínio bastante utilizados. A esses condutores são aplicadas as siglas AAC (*all aluminum alloy cable*), que são cabos homogêneos compostos de fios iguais em ligas de alumínio de diversas composições e a ACAR (*aluminum conductor alloy reinforced*), que são cabos com configuração idêntica a dos cabos CAA, exceto pelo núcleo composto por fios de liga de alumínio.

1.4 CONDUTORES ALUMOWELD

Os filamentos destes cabos são obtidos pela extrusão de uma capa de alumínio sobre um fio de aço de alta resistência. O uso desse tipo de cabo em linhas de transmissão é limitado a situações especiais em que é necessária a utilização de pequena secção de material condutor com elevada resistência mecânica. Esses condutores são aplicados como cabos pára-raios e também como condutor neutro em sistemas de distribuição (CARVALHO, 2007).

1.5 CONDUTORES MÚLTIPLOS

Em 1950, com o surgimento das primeiras linhas com tensões extra-elevadas, iniciaram-se as pesquisas de novas técnicas capazes de reduzir o gradiente de potencial na superfície dos condutores das fases em linhas de transmissão. A utilização de condutores múltiplos ou enfeixados foi um desses avanços tecnológicos (CARVALHO, 2007).

Nas linhas a partir de 230 kV, as fases são compostas por condutores múltiplos de dois a quatro subcondutores.

A linha de 230 kV, circuito simples, pode ter fases constituídas por um simples condutor ou por um condutor múltiplo com dois subcondutores, enquanto as linhas de 230 kV com circuito duplo possuem fases com feixes de dois subcondutores apenas. As linhas de 345 kV possuem feixes de dois a quatro subcondutores e todas as linhas de transmissão com tensão nominal de 440 kV, seja circuito simples ou duplo, possuem fases com feixes compostos por quatro subcondutores (CARVALHO, 2007).

Um esquema das configurações dos condutores múltiplos convencionais pode ser observado na figura 1.3.

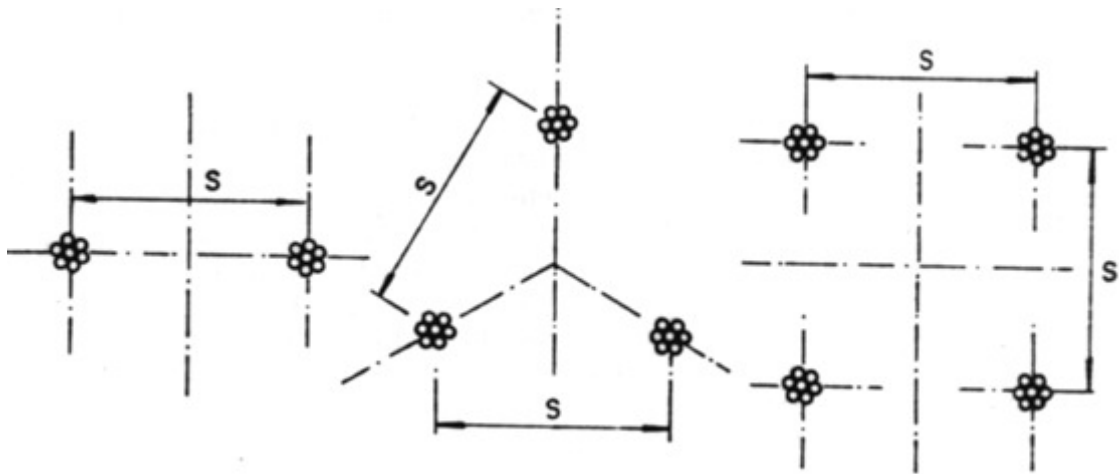


Figura 1.3 – Condutores múltiplos com dois, três e quatro subcondutores (FUCHS, 1979).

O espaçamento S , entre os subcondutores, depende do nível de tensão da linha e do efeito corona. Para condutores múltiplos compostos por dois subcondutores essa distância é de 40 cm, para feixes com três subcondutores o espaçamento S varia entre 40 e 45 cm e para condutores múltiplos com quatro subcondutores essa distância é de 40 a 50 cm.

A imagem de um condutor múltiplo composto por quatro subcondutores e respectivo espaçador pode ser observada na figura 1.4. Vale observar que essa imagem é relativa a uma linha de 440 kV com circuito simples e cadeia de isoladores configurada em “V”.



Figura 1.4 – Condutor múltiplo composto por quatro subcondutores.

Condutores múltiplos são aplicados às linhas de transmissão de elevado potencial com o objetivo de reduzir a reatância série e as perdas, proporcionando considerável aumento na capacidade de transmissão. Outros aspectos importantes a serem considerados na utilização de condutores múltiplos são: significativa redução do gradiente de potencial nos condutores e mitigação da interferência eletromagnética ocasionada pelo sistema de transmissão sobre sistemas de telecomunicações em geral.

Atualmente, como descrito anteriormente, configurações pouco convencionais de condutores múltiplos veem sendo implementadas para construção das linhas de 500 kV denominadas compactas e para as linhas com o potencial naturalmente elevado, também conhecidas pelo termo em inglês *High Surge Impedance Load Lines* (HSIL). Vários trabalhos acadêmicos e projetos experimentais para linhas compactas têm utilizado configurações simétricas com seis ou mais subcondutores por fase, como mostra a figura 1.5.



Figura 1.5 – Condutor múltiplo composto por seis subcondutores.

Nijima et al. (1997) mencionam linhas experimentais em que as fases são constituídas por seis subcondutores com espaçamento de 1,2 m.

A figura 1.6 mostra uma linha com circuito simples, utilizando condutores múltiplos compostos por quatro subcondutores de forma assimétrica. Esta tecnologia, denominada LPNE, foi desenvolvida pela CEPEL (Centro de Pesquisa de Energia Elétrica) e parceiros, minimizando as perdas durante a transmissão. O princípio básico para esta tecnologia está em aumentar substancialmente a eficiência na transmissão de energia por meio de uma configuração geométrica otimizada dos subcondutores que compõe o feixe, de forma a modificar seus parâmetros mútuos e consequentemente a impedância da linha.



Figura 1.6 – Linha de transmissão com potencial naturalmente elevado (condutores múltiplos assimétricos).

Abaixo uma descrição geométrica do condutor múltiplo utilizado nas LPNE.

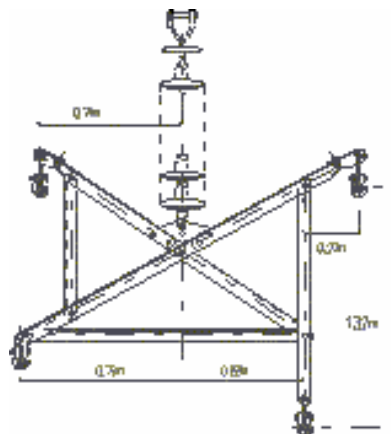


Figura 1.7 – Esquema do condutor múltiplo e espaçador aplicado às LPNE.

Por meio da figura 1.7, vale destacar a configuração assimétrica dos subcondutores no plano transversal. O posicionamento assimétrico dos subcondutores do feixe resultam em um aumento no potencial de transmissão. Isso se deve à diminuição da impedância total do condutor múltiplo, decorrente da otimização dos parâmetros mútuos entre os subcondutores.

1.6 CONCLUSÕES

Neste capítulo foram detalhadas as principais características físicas e configurações dos cabos condutores utilizados em linhas de transmissão, bem como os condutores múltiplos compostos por um número variável de cabos encordoados.

Além das características e peculiaridades dos cabos condutores encordoados e condutores múltiplos, foram também comentadas algumas tecnologias na transmissão de energia elétrica atualmente em desenvolvimento, como as linhas com potencial naturalmente elevado e as linhas compactas.

2 CÁLCULO DOS PARÂMETROS ELÉTRICOS DE LINHAS AÉREAS DE TRANSMISSÃO

2.1 INTRODUÇÃO

No estudo do desempenho das linhas de transmissão, bem como no desenvolvimento de novas técnicas para aperfeiçoamento no potencial de transmissão, verifica-se que o transporte de energia elétrica é decisivamente influenciado pelos valores de seus parâmetros elétricos e pela geometria e composição dos cabos.

O cálculo dos parâmetros, dentro de um mínimo rigor matemático, é necessário para obtenção de dados confiáveis no projeto de linhas de transmissão (FUCHS, 1979).

São quatro os parâmetros principais no projeto de linhas em geral: resistência e indutância longitudinais, capacitância e condutância transversais.

Neste capítulo, é descrito detalhadamente de que forma são calculados os parâmetros próprios e mútuos de uma linha de transmissão polifásica, considerando a natureza distribuída dos mesmos.

A organização dos tópicos deste capítulo é embasada na dissertação de mestrado apresentada por Carvalho (2007). Dados técnicos e equacionamento em geral são obtidos a partir das bibliografias descritas por Fuchs (1979), Stevenson (1978).

2.2 IMPEDÂNCIAS LONGITUDINAIS DA LINHA

As impedâncias, próprias e mútuas, inseridas nas equações de uma linha, representada no domínio da frequência, podem ser obtidas a partir da solução das equações de Maxwell levando em consideração as condições de contorno de três materiais que são o condutor propriamente dito, o ar e o solo (HOFMANN, 2003). Considerando-se que esses três materiais podem ser caracterizados por uma resistência, por uma permeabilidade magnética e por uma permissividade dielétrica, pode-se mostrar que as impedâncias da linha podem ser descritas em função das propriedades físicas do sistema (ar, solo e condutor) e da frequência.

Para fins de cálculo, a impedância longitudinal de uma linha de transmissão é dividida em três componentes (CARVALHO, 2007): impedância externa (Z_{ext}); impedância interna (Z_{int}) e impedância devido ao retorno da corrente através do solo (Z_{solo}).

A impedância total da linha corresponde à soma destas três componentes.

2.2.1 Impedância externa

A impedância externa é resultante da ação do campo magnético no ar, considerando que o condutor e a linha são ideais.

De acordo com a figura 2.1, são descritos os condutores i e k de uma linha de transmissão bifásica genérica, sobre um solo ideal (HOFMANN, 2003).

O raio dos condutores i e k são descritos genericamente como sendo r_i e r_k , respectivamente. Os condutores fictícios i' e k' são imagens dos condutores i e k , respectivamente. A permeabilidade magnética do ar μ_0 é $4\pi \cdot 10^{-4} \text{ H km}^{-1}$.

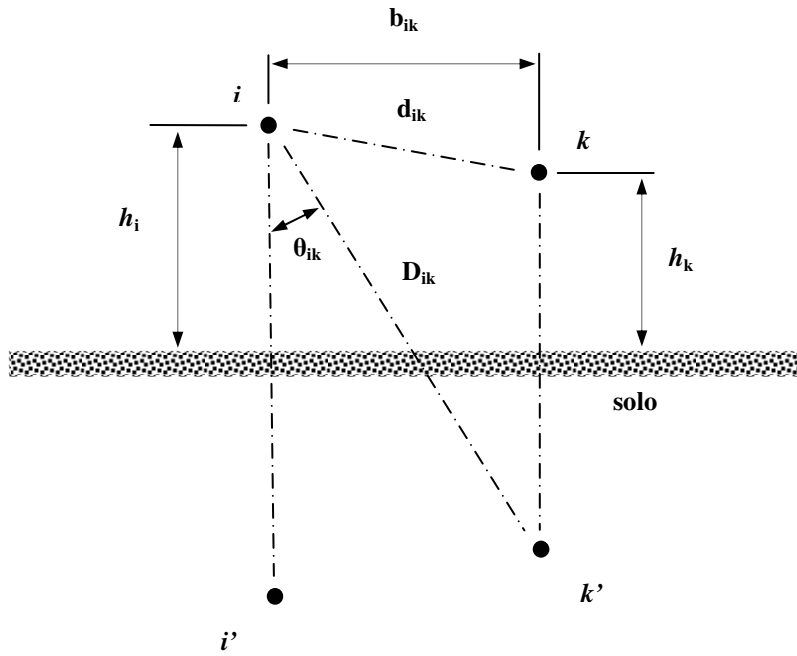


Figura 2.1 – Condutores i e k e suas respectivas imagens i' e k' .

As impedâncias externas mútuas e próprias, relativas aos condutores i e k , são dadas por:

$$Z_{ext_{ik}}(\omega) = Z_{ext_{ki}}(\omega) = j\omega \frac{\mu_o}{2\pi} \ln\left(\frac{D_{ik}}{d_{ik}}\right) \quad (2.1)$$

$$Z_{ext_{ii}}(\omega) = j\omega \frac{\mu_o}{2\pi} \ln\left(\frac{2h_i}{r_i}\right) \quad (2.2)$$

$$Z_{ext_{kk}}(\omega) = j\omega \frac{\mu_o}{2\pi} \ln\left(\frac{2h_k}{r_k}\right) \quad (2.3)$$

Sendo $Z_{ext_{ik}}$ e $Z_{ext_{ki}}$ impedâncias externas mútuas entre os dois condutores, $Z_{ext_{ii}}$ é a impedância externa própria relativa ao condutor i e $Z_{ext_{kk}}$ a impedância externa própria relativa ao condutor k , dadas em $[\Omega \text{ km}^{-1}]$.

Vale ressaltar que ω representa a velocidade angular relacionada a frequência f dada pela equação (2.4):

$$\omega = 2\pi f \quad (2.4)$$

A impedância externa, como observado nas equações anteriores, representa uma reatância indutiva. Logo, a impedância externa pode ser descrita como:

$$Z_{ext}(\omega) = j\omega L_{ext} \quad (2.5)$$

Pode-se definir as indutâncias externas pelas seguintes expressões:

$$L_{ext_{ik}} = L_{ext_{ki}} = \frac{\mu_o}{2\pi} \ln\left(\frac{D_{ik}}{d_{ik}}\right) \quad (2.6)$$

$$L_{ext_{ii}} = \frac{\mu_o}{2\pi} \ln\left(\frac{2h_i}{r_i}\right) \quad (2.7)$$

$$L_{ext_{kk}} = \frac{\mu_o}{2\pi} \ln\left(\frac{2h_k}{r_k}\right) \quad (2.8)$$

Sendo $L_{ext_{ik}}$ e $L_{ext_{ki}}$ as indutâncias externas mútuas entre os dois condutores e $L_{ext_{ii}}$ e $L_{ext_{kk}}$ as indutâncias externas próprias relativas aos condutores i e k , respectivamente. Geralmente, as indutâncias externas longitudinais são dadas em $[\text{mH km}^{-1}]$.

Observando as equações descritas nesta seção, é possível afirmar que essas são dependentes exclusivamente da geometria da linha, das características físicas dos condutores e do meio em que a linha se encontra (CARVALHO, 2007).

Desse modo, para uma linha genérica com nf fases, considerando que cada fase é constituída de um único condutor, pode-se escrever a matriz de impedâncias externas como (CARVALHO, 2007):

$$\begin{aligned}
 [\mathbf{Z}_{ext}] &= j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \begin{bmatrix} \ln \frac{2h_1}{r_1} & \ln \frac{D_{12}}{d_{12}} & \cdots & \ln \frac{D_{1nf}}{d_{1nf}} \\ \ln \frac{D_{21}}{d_{21}} & \ln \frac{2h_2}{r_2} & \cdots & \ln \frac{D_{2nf}}{d_{2nf}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \ln \frac{D_{nf1}}{d_{nf1}} & \ln \frac{D_{nf2}}{d_{nf2}} & \cdots & \ln \frac{2h_{nf}}{r_{nf}} \end{bmatrix} \\
 \therefore [\mathbf{Z}_{ext}] &= \begin{bmatrix} Z_{ext_{11}} & Z_{ext_{12}} & \cdots & Z_{ext_{1nf}} \\ Z_{ext_{21}} & Z_{ext_{22}} & \cdots & Z_{ext_{2nf}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{ext_{nf1}} & Z_{ext_{nf2}} & \cdots & Z_{ext_{nf\ nf}} \end{bmatrix} \quad (2.9)
 \end{aligned}$$

Logo, a equação (2.9) pode ser escrita em sua forma compacta:

$$[\mathbf{Z}_{ext}] = j\omega [\mathbf{L}_{ext}] \quad (2.10)$$

A matriz de indutâncias externas próprias e mútuas, para m fases, pode ser descrita de forma genérica por:

$$[\mathbf{Lext}] = \frac{\mu_0}{2\pi} \begin{bmatrix} \ln \frac{2h_1}{r_1} & \ln \frac{D_{12}}{d_{12}} & \dots & \ln \frac{D_{1nf}}{d_{1nf}} \\ \ln \frac{D_{21}}{d_{21}} & \ln \frac{2h_2}{r_2} & \dots & \ln \frac{D_{2nf}}{d_{2nf}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \ln \frac{D_{nf1}}{d_{nf1}} & \ln \frac{D_{nf2}}{d_{nf2}} & \dots & \ln \frac{2h_{nf}}{r_{nf}} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Observa-se que a matriz $[\mathbf{Lext}]$ está em função da geometria dos condutores e das características físicas do meio, sendo independente da variação da frequência.

2.2.2 Impedância interna devido ao efeito pelicular (Skin Effect)

A distribuição uniforme da corrente através da secção transversal de um condutor é observada quando trata-se de um sistema em corrente contínua. Em corrente alternada, com o aumento da frequência, ocorre a não uniformidade, intensificando a diferença entre as densidades de corrente nas diferentes regiões da secção transversal. Esse fenômeno é denominado efeito pelicular ou *skin effect* (STEVENSON, 1978). Em um condutor com secção transversal circular, a densidade do fluxo de cargas aumenta progressivamente do interior para a superfície externa do condutor, proporcionalmente ao aumento da frequência. Para condutores de raio suficientemente grande, pode-se ter uma densidade de corrente oscilante ao longo do raio.

A figura 2.2, obtida a partir de Stevenson (1978), descreve de forma ilustrativa o efeito pelicular sobre um condutor, baseando-se nas descrições geométricas desse e na densidade de corrente através da secção transversal.

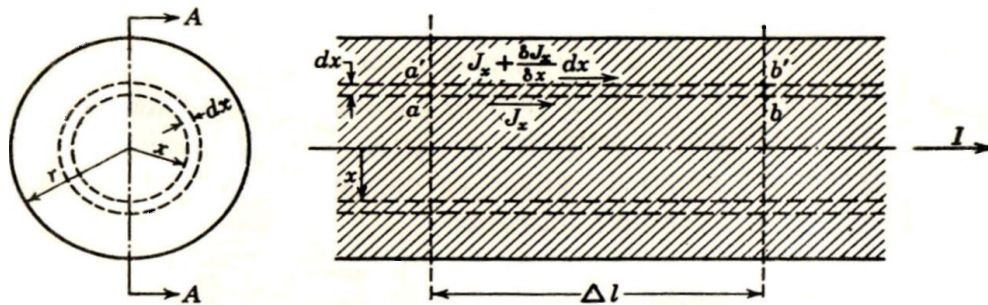


Figura 2.2 – Secção transversal e longitudinal de um condutor cilíndrico (STEVENSON, 1978).

Considerando diferentes filamentos longitudinais normais à secção transversal do condutor na figura 2.2, aqueles situados na superfície não são concatenados pelo fluxo interno. O fluxo concatenado com um filamento próximo à superfície será menor que o fluxo concatenado a um filamento mais interno. A não uniformidade do fluxo concatenado é a causa do efeito pelicular. Em altas frequências e para condutores com raios maiores, o efeito pelicular altera completamente tanto a resistência como a reatância. Mesmo nas frequências usuais em sistemas de potência, esse efeito é bastante acentuado em condutores com maior secção transversal.

A densidade de corrente e, posteriormente, a parcela da impedância decorrente do efeito pelicular no condutor, podem ser obtidas a partir de uma forma especial da equação de Bessel:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dy}{dx} + k^2 y = 0 \quad (2.12)$$

Sendo a equação de Bessel com soluções de n -ésima ordem:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dy}{dx} + \left(k^2 - \frac{n^2}{x^2} \right) y = 0 \quad (2.13)$$

As soluções da equação (2.12) são chamadas de funções de Bessel de ordem zero, sendo o valor de $n = 0$. A equação de Bessel aplicada à densidade de corrente é:

$$\frac{d^2 J_x}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dJ_x}{dx} - \frac{j\omega\mu}{\rho} J_x = 0 \quad (2.14)$$

Na equação (2.14), J_x é o fasor que representa a densidade de corrente em função da distância radial ao centro do condutor, sendo essa uma função complexa. Portanto, a distância

radial x deve ser considerada como componente real de uma variável complexa. Tem-se ρ como a resistividade do condutor e μ a permeabilidade magnética do condutor.

Para solucionar a equação (2.12), é necessário representá-la como uma série infinita:

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_nx^n \quad (2.15)$$

Logo, pode-se determinar que:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 2a_2 + 6a_3x + 12a_4x^2 + 20a_5x^3 + 30a_6x^4 + \dots \quad (2.16)$$

$$\frac{1}{x} \frac{dy}{dx} = \frac{a_1}{x} + 2a_2 + 3a_3x + 4a_4x^2 + 5a_5x^3 + 6a_6x^4 + \dots \quad (2.17)$$

$$k^2y = k^2a_0 + k^2a_1x + k^2a_2x^2 + k^2a_3x^3 + k^2a_4x^4 + \dots \quad (2.18)$$

Para satisfazer a equação (2.12), a soma dos coeficientes de cada potência de x , quando as equações (2.16) e (2.18) são somadas, deve ser igual a zero. Portanto:

$$\begin{aligned} a_1 &= 0 \\ 2a_2 + 2a_2 + k^2a_0 &= 0 \\ 6a_3 + 3a_3 + k^2a_1 &= 0 \\ 12a_4 + 4a_4 + k^2a_2 &= 0 \\ 20a_5 + 5a_5 + k^2a_3 &= 0 \\ 30a_6 + 6a_6 + k^2a_4 &= 0 \end{aligned} \quad (2.19)$$

Todos os coeficientes ímpares são nulos, uma vez que dependem de a_1 e os coeficientes pares dependem de a_0 , portanto:

$$\begin{aligned}
 a_2 &= -\frac{k^2 a_0}{2^2} \\
 a_4 &= \frac{k^4 a_0}{2^2 4^2} \\
 a_6 &= -\frac{k^6 a_0}{2^2 4^2 6^2}
 \end{aligned} \tag{2.20}$$

Substituindo esses coeficientes em (2.15), obtém-se a seguinte série:

$$y = a_0 \left[1 - \frac{(kx)^2}{2^2} + \frac{(kx)^4}{2^2 2^4} - \frac{(kx)^6}{2^2 4^2 6^2} + \dots \right] \tag{2.21}$$

Essa série, conhecida como função de Bessel de primeira classe, de ordem zero e representada por $J_0(kx)$, onde J_0 não deve ser confundido com o símbolo utilizado para densidade de corrente.

A equação (2.14) pode ser solucionada de maneira análoga, supondo que o complexo J_x seja igual a uma série infinita de potências de x . Substituindo

$$\frac{-j\omega\mu}{\rho} = k^2 \tag{2.22}$$

e

$$J_x = y \tag{2.23}$$

em (2.21), obtém-se a mesma solução relativa à equação (2.14), substituindo J_x por uma série de potências crescentes de x . A densidade de corrente a uma distância x do centro do condutor é descrita como:

$$J_x = a_0 \left[1 + \frac{j\omega}{\rho} \mu \frac{x^2}{2^2} - \left(\frac{\omega\mu}{\rho} \right)^2 \frac{x^4}{2^2 4^2} - j \left(\frac{\omega\mu}{\rho} \right)^3 \frac{x^6}{2^2 4^2 6^2} + \dots \right] \quad (2.24)$$

Separando a série (2.24) em uma série real e a outra imaginaria, cada uma delas será uma forma modificada da função de Bessel. Separando os termos reais e imaginários e substituindo

$$m = \sqrt{\frac{\omega\mu}{\rho}} \quad (2.25)$$

obtém-se as seguintes expressões:

$$J_x = a_0 \left[1 - \frac{(mx)^4}{2^2 4^2} + \frac{(mx)^8}{2^2 4^2 6^2 8^2} - \dots \right] + ja_0 \left[\frac{(mx)^2}{2^2} - \frac{(mx)^6}{2^2 4^2 6^2} + \frac{(mx)^{10}}{2^2 4^2 6^2 8^2 10^2} - \dots \right] \quad (2.26)$$

$$J_x = a_0 (bermx + jbeimx) \quad (2.27)$$

sendo:

$$bermx = 1 - \frac{(mx)^4}{2^4 (2!)^2} + \frac{(mx)^8}{2^8 (4!)^2} - \dots \quad (2.28)$$

$$beimx = \frac{(mx)^2}{2^2} - \frac{(mx)^6}{2^6 (3!)^2} + \frac{(mx)^{10}}{2^{10} (5!)^2} - \dots \quad (2.29)$$

Os termos *ber* e *bei* são abreviações de Bessel real e Bessel imaginária respectivamente. Vale observar que, de acordo com a literatura técnica, existem tabelas com os valores de *ber* e *bei* para diferentes argumentos (DWIGHT, 1958; MCLACHLAN, 1955).

O coeficiente a_0 poderá ser determinado se a densidade de corrente fasorial J_r , na superfície do condutor for conhecida, verificando que:

$$J_r = a_0(bermr + jbeimr) \quad (2.30)$$

Isolando a_0 na equação (2.30) e substituindo em (2.27) obtém-se:

$$J_x = J_r \frac{bermx + jbeimx}{bermr + jbeimr} \quad (2.31)$$

A equação (2.31) é a função da densidade de corrente em qualquer ponto do condutor em função da densidade de corrente na superfície.

Para determinar a impedância interna de um condutor quando a corrente não se distribui uniformemente por sua secção transversal, é importante conhecer a densidade de corrente, equacionada em (2.31), em um condutor cilíndrico. Entende-se por impedância interna aquela devida apenas à resistência do condutor e ao fluxo concatenado interno.

A corrente I está relacionada com a intensidade de campo magnético na superfície do condutor, equacionada por:

$$I = 2\pi r H_r \quad (2.32)$$

De acordo com Stevenson (1978), a partir do equacionamento do campo magnético H_x a uma distância x do centro de um condutor cilíndrico de raio r , obtém-se a seguinte função:

$$H_r = -j \frac{1}{m^2} \left(\frac{dJ_x}{dx} \right)_{x=r} \quad (2.33)$$

e substituindo na equação (2.33) a equação (2.31), obtém-se:

$$H_r = -j \frac{1}{m^2} \frac{J_r}{bermr + jbeimr} \left[\frac{d}{dx} (bermx + jbeimx) \right]_{x=r} \quad (2.34)$$

Simplificando a notação:

$$ber' mx = \frac{d}{d(mx)} (bermx) = \frac{1}{m} \frac{d}{dx} (bermx) \quad (2.35)$$

$$bei' mx = \frac{d}{d(mx)} (beimx) = \frac{1}{m} \frac{d}{dx} (beimx) \quad (2.36)$$

A partir de (2.32) e (2.33), com as notações simplificadas em (2.35) e (2.36), a corrente pode ser obtida e descrita por:

$$I = \frac{2\pi r J_r}{m} \frac{bei' mr - jber' mr}{bermr + jbeimr} \quad (2.37)$$

Dividindo (2.37) por m , considerando x igual a r e posteriormente substituindo em (2.38), logo abaixo, obtém-se a impedância interna descrita por (2.39):

$$Z_{int} = \left(\frac{\rho J_x}{I} \right)_{x=r} \quad (2.38)$$

$$\therefore Z_{int} = \frac{\rho m}{2\pi r} \frac{bermr + jbeimr}{bei'mr - jber'mr} \quad (2.39)$$

Logo, a impedância interna de um condutor pode ser determinada para qualquer frequência desde que sejam conhecidos o raio, a resistividade e a permeabilidade. Para ser consistente com o Sistema Internacional de medidas (S.I.), a resistividade é dada em [Ωm^{-1}] (STEVENSON, 1978).

A impedância interna de um condutor é constituída pela resistência e pela reatância indutiva. A parcela real da impedância complexa é a resistência efetiva. A resistência efetiva de um condutor pode ser determinada por meio da racionalização da expressão (2.39) e separando as partes reais e imaginárias. Assim, pode-se determinar:

$$R_{int} = \frac{\rho m}{2\pi r} \frac{bermr bei'mr - beimr ber'mr}{(bei'mr)^2 + (ber'mr)^2} \quad (2.40)$$

$$\omega L_{int} = \frac{\rho m}{2\pi r} \frac{beimr bei'mr + bermr ber'mr}{(bei'mr)^2 + (ber'mr)^2} \quad (2.41)$$

Sendo L_{int} a indutância interna dada em [Hm^{-1}].

Portanto, para uma linha genérica polifásica, com nf fases constituídas por um único condutor, pode-se descrever as seguintes matrizes para as resistências e indutâncias:

$$[\mathbf{R}_{int}(\omega)] = \begin{bmatrix} R_{int_{11}} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & R_{int_{22}} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & R_{int_{nf\ nf}} \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

$$[\mathbf{Lint}(\omega)] = \begin{bmatrix} \text{Lint}_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \text{Lint}_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \text{Lint}_{nf\ nf} \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

Logo, a matriz de impedâncias internas $[\mathbf{Zint}(\omega)]$ genérica, é dada por:

$$[\mathbf{Zint}(\omega)] = \begin{bmatrix} \text{Zint}_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \text{Zint}_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \text{Zint}_{nf\ nf} \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

Sendo a equação matricial de $[\mathbf{Zint}(\omega)]$ dada em $[\Omega\text{m}^{-1}]$ e descrita de forma complexa por:

$$[\mathbf{Zint}(\omega)] = [\mathbf{Rint}(\omega)] + j\omega[\mathbf{Lint}(\omega)] \quad (2.45)$$

Ressaltando que as matrizes relativas à impedância interna são todas matrizes diagonais, pois não possuem componentes mútuas, e variam em função da frequência devido ao efeito pelicular, como descrito anteriormente.

2.2.3 Impedância devido ao efeito do solo

Devido ao fato do solo não ser um condutor ideal e a interação entre o campo magnético da fase e solo, é possível observar uma impedância que assume características mais acentuadas em altas frequências. Esse fenômeno é denominado efeito solo.

Por meio dos termos de correção de Carson é possível determinar a resistência e reatância indutiva do solo, denominadas pela literatura como sendo fatores de correção da

impedância total: $\Delta R'$ e $\Delta X'$, respectivamente. Esses dois termos são funções das características geométricas e físicas da linha, que podem ser observadas na figura 2.1.

A partir de uma integral infinita, Carson determina as resistências e reatâncias indutivas mútuas e próprias desenvolvendo uma somatória baseada em séries trigonométricas infinitas.

Carson considerou condutores paralelos ao solo, admitindo a resistividade como uniforme e tendo extensão infinita. Demonstrou que as impedâncias próprias e mútuas de circuitos com retorno pelo solo são iguais às impedâncias para um circuito envolvendo um solo ideal, no qual considera-se um condutor imagem a mesma profundidade que a altura do condutor acima do solo, acrescida de um fator de correção aplicável a ambas as impedâncias.

O termo de correção foi então associado à impedância devido ao efeito solo. Desse modo, para os condutores i e k , mostrados na figura 2.1, a parcela das impedâncias próprias e mútuas relativas ao efeito solo desses condutores podem ser calculadas, da forma descrita por Fuchs (1979), Stevenson (1978), Deri et al. (1981).

A impedância solo pode ser representada em função dos termos de correção $\Delta R'$ e $\Delta X'$, de forma simplificada como sendo:

$$Z_{\text{solo}} = \Delta R' + j\Delta X' \quad (2.46)$$

Os termos de correção de Carson são funções do ângulo θ , indicado na figura 2.1, e do parâmetro δ .

Considerando as impedâncias solo próprias e mútuas relativas aos condutores i e k , o ângulo θ pode ser zero, no caso da impedância própria, ou igual ao ângulo θ_{ik} entre as imagens i' e k' , para o cálculo dos parâmetros mútuos. O parâmetro δ é dado por:

$$\delta = \begin{cases} \delta_{ii} = 4\pi\sqrt{5}.10^{-4} \sqrt{\frac{\omega}{\pi\rho_s}} h_i \\ \delta_{ik} = 4\pi\sqrt{5}.10^{-4} \sqrt{\frac{\omega}{2\pi\rho_s}} D_{ik} \end{cases} \quad (2.47)$$

Observando que δ_{ii} é relativo à impedância própria e δ_{ik} à impedância mútua. A distância D_{ik} , indicada na figura 2.1, representa a distância entre o condutor i e a imagem k' , a constante h_i representa a altura do condutor i em relação ao solo e ρ_s é a resistividade do solo em $[\Omega\text{m}]$.

Os termos $\Delta R'$ e $\Delta X'$ são iguais a zero quando $\delta \rightarrow \infty$, considerando a resistividade do solo muito pequena. Carson apresentou uma integral infinita para o cálculo desses termos, desenvolvida como uma série infinita de termos trigonométricos. Logo, considerando $\delta \leq 5$, os termos de correção de Carson são dados como:

$$\begin{aligned} \Delta R' = 4\omega 10^{-4} \left\{ \frac{\pi}{8} - b_1 \delta \cos \theta + b_2 [(c_2 - \ln \delta) \delta^2 \cos 2\theta + \theta \delta^2 \sin 2\theta] + b_3 \delta^3 \cos 3\theta - d_4 \delta^4 \cos 4\theta + \right. \\ \left. - b_5 \delta^5 \cos 5\theta + b_6 [(c_6 - \ln \delta) \delta^6 \cos 6\theta + \theta \delta^6 \sin 6\theta] + b_7 \delta^7 \cos 7\theta - d_8 \cos 8\theta - \dots \right\} \end{aligned} \quad (2.48)$$

$$\begin{aligned} \Delta X' = 4\omega 10^{-4} \left\{ \frac{1}{2} (0,6159315 - \ln \delta) + b_1 \delta \cos \theta - d_2 \delta^2 \cos 2\theta + b_3 \delta^3 \cos 3\theta + \right. \\ \left. - b_4 [(c_4 - \ln \delta) \delta^4 \cos 4\theta + \theta \delta^4 \sin 4\theta] + b_5 \delta^5 \cos 5\theta - d_6 \delta^6 \cos 6\theta + b_7 \delta^7 \cos 7\theta \right. \\ \left. - b_8 [(c_8 - \ln \delta) \delta^8 \cos 8\theta + \theta \delta^8 \sin 8\theta] + \dots \right\} \end{aligned} \quad (2.49)$$

Os termos descritos em (2.48) e (2.49) são dados em $[\Omega \text{ km}^{-1}]$.

Os coeficientes b , c e d são constantes e podem ser obtidos a partir das fórmulas recursivas:

$$b_N = |b_{N-2}| \frac{\sigma}{N(N+2)}, \quad (2.50)$$

sendo $b_1 = \sqrt{2}/6$ e $b_2 = 1/16$.

$$\sigma = \begin{cases} +1 & \text{para } N=1, 2, 3, 4, \dots, 9, 10, 11, 12, \dots \\ -1 & \text{para } N=5, 6, 7, 8, \dots, 13, 14, 15, 16, \dots \end{cases} \quad (2.51)$$

Para sistemas de potência considerando-se baixas frequências, apenas alguns termos das séries infinitas de $\Delta R'$ e $\Delta X'$ são necessários para se obter um resultado satisfatório. Para sistemas com altas frequências são necessários mais termos e conforme a frequência aumenta, maior a quantidade de termos requeridos.

Portanto, a partir do equacionamento descrito neste subitem, é possível apresentar a forma matricial de $\Delta R'$, $\Delta X'$ e de Z_{solo} :

$$[\Delta R'(\omega)] = \begin{bmatrix} \Delta R'_{11} & \Delta R'_{12} & \cdots & \Delta R'_{1nf} \\ \Delta R'_{21} & \Delta R'_{22} & \cdots & \Delta R'_{2nf} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Delta R'_{nf1} & \Delta R'_{nf2} & \cdots & \Delta R'_{nf\ nf} \end{bmatrix} \quad (2.52)$$

$$[\Delta X'(\omega)] = \begin{bmatrix} \Delta X'_{11} & \Delta X'_{12} & \cdots & \Delta X'_{1nf} \\ \Delta X'_{21} & \Delta X'_{22} & \cdots & \Delta X'_{2nf} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Delta X'_{nf1} & \Delta X'_{nf2} & \cdots & \Delta X'_{nf\ nf} \end{bmatrix} \quad (2.53)$$

$$[\mathbf{Z}_{\text{solo}}(\omega)] = \begin{bmatrix} Z_{\text{solo}_{11}} & Z_{\text{solo}_{12}} & \cdots & Z_{\text{solo}_{1nf}} \\ Z_{\text{solo}_{21}} & Z_{\text{solo}_{22}} & \cdots & Z_{\text{solo}_{2nf}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{\text{solo}_{nf1}} & Z_{\text{solo}_{nf2}} & \cdots & Z_{\text{solo}_{nfnf}} \end{bmatrix} \quad (2.54)$$

Observa-se que os termos da diagonal principal das matrizes explicitas por (2.52) a (2.54) são componentes próprios. Logo, a partir das mesmas, descreve-se a forma matricial e complexa:

$$[\mathbf{Z}_{\text{solo}}(\omega)] = [\Delta \mathbf{R}'(\omega)] + j[\Delta \mathbf{X}'(\omega)] \quad (2.55)$$

Nas equações (2.52) a (2.55), o termo (ω) indica a dependência da frequência intrínseca aos parâmetros longitudinais descritos.

2.2.4 Impedância longitudinal total da linha

Após o cálculo das parcelas da impedância longitudinal relativas ao efeito pelicular e solo, bem como as impedâncias externas relativas aos condutores de fase de uma linha genérica, é possível então determinar a impedância própria total para cada condutor e a impedância mútua entre condutores.

A impedância longitudinal própria total relativa a um condutor i de uma linha polifásica é dada como:

$$Z_{ii} = Z_{\text{ext}_{ii}} + Z_{\text{int}_{ii}} + Z_{\text{solo}_{ii}} \quad (2.56)$$

A impedância longitudinal mútua entre dois condutores genéricos i e k de uma linha polifásica é dada por:

$$Z_{ik} = Z_{ki} = Z_{ext_{ik}} + Z_{solo_{ik}} \quad (2.57)$$

Logo, se for considerada uma linha bifásica composta pelos condutores i e k somente, a forma matricial das impedâncias longitudinais totais será descrita da seguinte forma:

$$[\mathbf{Z}(\omega)] = \begin{bmatrix} Z_{ii} & Z_{ik} \\ Z_{ki} & Z_{kk} \end{bmatrix} \quad (2.58)$$

Para uma linha de transmissão com nf fases, a matriz Z é dada genericamente como:

$$[\mathbf{Z}(\omega)] = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1nf} \\ Z_{21} & Z_{22} & \cdots & Z_{2nf} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{nf1} & Z_{nf2} & \cdots & Z_{nf\ nf} \end{bmatrix} \quad (2.59)$$

2.3 ADMITÂNCIAS TRANSVERSAIS DA LINHA

Considerando a figura 2.3, com nf condutores representando as nf fases de uma linha polifásica, obtém-se as equações relacionadas às capacitâncias transversais.

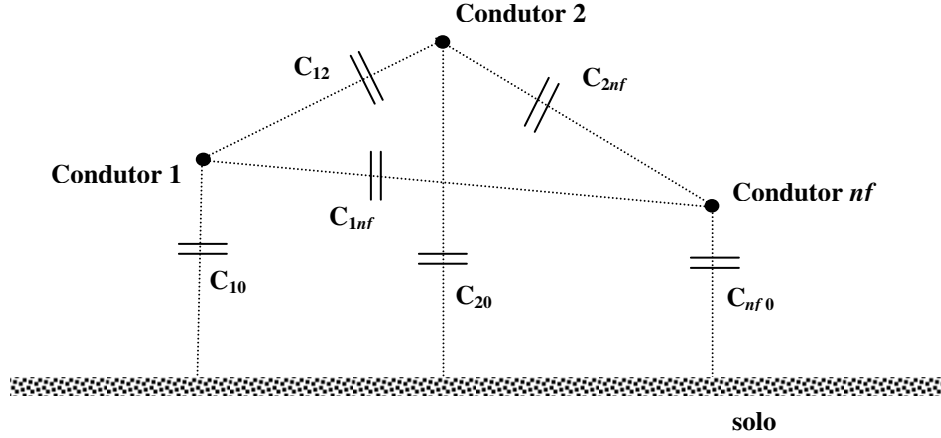


Figura 2.3 – Capacitâncias em um sistema com nf fases.

Sabe-se, de acordo com Fuchs (1979), que a diferença de potencial entre o condutor 1 e o solo é dada por:

$$V_1 = (2\pi\epsilon_0)^{-1} \left(q_1 \ln \frac{2h_1}{r_1} + q_2 \ln \frac{D_{12}}{d_{12}} + \dots + q_{nf} \ln \frac{D_{1nf}}{d_{1nf}} \right) \quad (2.60)$$

Na equação (2.60) q_1 , q_2 , e q_{nf} representam as cargas no primeiro, segundo e nf -ésimo condutor, respectivamente. Estes condutores apresentam raio r com subscritos 1, 2,..., nf para primeiro, segundo e nf -ésimo respectivamente. De forma análoga, pode-se verificar as equações para os demais condutores do sistema:

$$V_2 = (2\pi\epsilon_0)^{-1} \left(q_1 \ln \frac{D_{12}}{d_{12}} + q_2 \ln \frac{2h_2}{r_2} + \dots + q_{nf} \ln \frac{D_{2nf}}{d_{2nf}} \right) \quad (2.61)$$

$$V_{nf} = (2\pi\epsilon_0)^{-1} \left(q_1 \ln \frac{D_{1nf}}{d_{1nf}} + q_2 \ln \frac{D_{2nf}}{d_{2nf}} + \dots + q_{nf} \ln \frac{2h_{nf}}{r_{nf}} \right) \quad (2.62)$$

Escrevendo (2.60) a (2.62) na forma genérica matricial, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_{nf} \end{bmatrix} = (2\pi\epsilon_0)^{-1} \begin{bmatrix} \ln \frac{2h_1}{r_1} & \ln \frac{D_{12}}{d_{12}} & \dots & \ln \frac{D_{1nf}}{d_{1nf}} \\ \ln \frac{D_{12}}{d_{12}} & \ln \frac{2h_2}{r_2} & \dots & \ln \frac{D_{2nf}}{d_{2nf}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \ln \frac{D_{1nf}}{d_{1nf}} & \ln \frac{D_{2nf}}{d_{2nf}} & \dots & \ln \frac{2h_{nf}}{r_{nf}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_{nf} \end{bmatrix} \quad (2.63)$$

A equação matricial (2.63) pode ser descrita como:

$$[\mathbf{V}] = [\mathbf{p}] [\mathbf{Q}] \quad (2.64)$$

sendo:

$[\mathbf{V}]$: vetor com o potencial de cada condutor em relação ao solo;

$[\mathbf{p}]$: matriz com os coeficientes de potencial elétrico ou matriz dos coeficientes de campo elétrico.

A partir da definição de capacitância, tem-se:

$$[\mathbf{Q}] = [\mathbf{C}] [\mathbf{V}] \quad (2.65)$$

A partir da expressão (2.64):

$$[\mathbf{Q}] = [\mathbf{p}]^{-1} [\mathbf{V}] \quad (2.66)$$

Igualando as equações (2.65) e (2.66):

$$\begin{aligned} [\mathbf{C}][\mathbf{V}] &= [\mathbf{p}]^{-1}[\mathbf{V}] \\ \therefore [\mathbf{C}] &= [\mathbf{p}]^{-1} \end{aligned} \quad (2.67)$$

Considerando que os condutores da figura 2.3 estão nos potenciais $V_1, V_2, \dots$ e V_{nf} em relação ao solo, as cargas elétricas armazenadas em cada um dos respectivos condutores são:

$$q_1 = (C_{10} + C_{12} + \dots + C_{1nf})V_1 - C_{12}V_2 - \dots - C_{1nf}V_{nf} \quad (2.68)$$

$$q_2 = (C_{21} + C_{20} + \dots + C_{2nf})V_2 - C_{21}V_1 - \dots - C_{2nf}V_{nf} \quad (2.69)$$

$$q_{nf} = (C_{nf1} + C_{nf2} + \dots + C_{nf0})V_{nf} - C_{nf1}V_1 - C_{nf2}V_2 - \dots \quad (2.70)$$

As equações (2.68), (2.69) e (2.70) podem ser descritas na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_{nf} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (C_{10} + C_{12} + \dots + C_{1nf}) & -C_{12} & \dots & -C_{1nf} \\ -C_{21} & (C_{21} + C_{20} + \dots + C_{2nf}) & \dots & -C_{2nf} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -C_{nf1} & C_{nf2} & \dots & (C_{nf1} + C_{nf2} + \dots + C_{nf0}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_{nf} \end{bmatrix} \quad (2.71)$$

Relacionando a expressão (2.71) com a igualdade (2.67) pode-se concluir que os elementos da diagonal principal correspondem à soma das capacitâncias mútuas entre os nf condutores e a capacitância entre o nf -ésimo condutor e o solo, sendo os outros elementos da matriz $[\mathbf{C}]$ capacitâncias mútuas entre pares de condutores.

Com base na definição de admitância e usando notação matricial, tem-se:

$$[\mathbf{Y}] = j\omega[\mathbf{C}] \quad (2.72)$$

A unidade de medida da admitância transversal é $[S \text{ km}^{-1}]$, a condutância transversal é geralmente desprezada no cálculo de parâmetros de linhas e no estudo de alguns tipos de transitórios eletromagnéticos.

2.4 CONCLUSÕES

Neste capítulo foi descrito o procedimento usualmente aplicado para o cálculo dos parâmetros elétricos de uma linha polifásica genérica.

Os conceitos de impedância e admitância mútua e própria são introduzidos e devidamente equacionados. O efeito pelicular (*skin effect*), relativo à impedância interna ou própria de um condutor, é representado em função da frequência por meio de uma forma modificada da função de Bessel e o efeito do retorno da corrente através do solo sobre os parâmetros, é representado pelas séries infinitas e trigonométricas de Carson, sendo chamados de termos de correção de Carson.

A partir das impedâncias próprias e mútuas é possível determinar a matriz de impedâncias da linha em função da frequência, com dimensão nf . E, a partir das admitâncias transversais próprias e mútuas, é possível determinar a matriz de potencial elétrico. Observando que a matriz de potencial é constante e invariável em função da frequência, dependendo exclusivamente dos dados geométricos da linha.

3 CÁLCULO DE UM CONDUTOR EQUIVALENTE A UM CONDUTOR MÚLTIPLO POR MEIO DO CONCEITO DE RAIOS MÉDIO GEOMÉTRICO

3.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo, será descrito o procedimento para determinação de um condutor equivalente relativo a um condutor múltiplo genérico a partir do conceito de Raio Médio Geométrico (RMG).

Porém, vale ressaltar que o cálculo do RMG de um condutor múltiplo parte da hipótese de que a corrente que percorre o mesmo divide-se igualmente entre todos os subcondutores. Ou seja, considera-se que as impedâncias de todos os subcondutores são iguais. Logo, vale observar que os subcondutores não estão todos a uma mesma altura e, eventualmente, podem não estar igualmente espaçados. Nessas condições, não se pode afirmar que a corrente seja uniformemente distribuída pelos subcondutores do condutor múltiplo. Sendo assim, nesses casos, a utilização do conceito de RMG para a definição de um condutor equivalente, e para o cálculo dos parâmetros elétricos do condutor múltiplo, apresenta imprecisões (FUCHS, 1979).

3.2 REPRESENTAÇÃO DE UM CONDUTOR EQUIVALENTE A UM CONDUTOR MÚLTIPLO UTILIZANDO O CONCEITO DE RMG

O conceito RMG é empregado para o cálculo dos parâmetros elétricos de condutores simples, constituídos por encordoamento de um número variável de fios metálicos cilíndricos e maciços.

No entanto, para determinação do valor da indutância de um condutor múltiplo, ou simplesmente um feixe de condutores, substitui-se o mesmo por um condutor cilíndrico fictício com raio igual ao RMG calculado para esse mesmo condutor, tal que o fluxo magnético que venha produzir seja igual ao fluxo total produzido pelos subcondutores que compõem o condutor múltiplo. Nessas condições, o problema fica resumido na determinação do RMG do condutor múltiplo em questão.

Porém, vale ressaltar, que a introdução de duas considerações, com base na figura 3.1, se faz necessária para que a presente técnica seja aplicada com precisão adequada (FUCHS, 1979):

- a) a distância entre duas fases deve ser muito maior que o valor do raio do feixe que compõe o condutor múltiplo, de forma que as distâncias entre os subcondutores de duas fases distintas da linha possam ser consideradas iguais às distâncias entre os centros geométricos dos condutores múltiplos em questão;
- b) os fluxos magnéticos produzidos individualmente pelas correntes que fluem através dos subcondutores de cada fase se compõem formando um único campo magnético, de forma que a influência das diversas fases entre si é provocada pelos campos magnéticos compostos. Estes são deformados, pois os fluxos magnéticos enlaçados pelos subcondutores mais externos são menores do que aqueles dos subcondutores internos, resultando em indutâncias diferentes. Essa distribuição irregular pode, no entanto, ser desprezada. Porém, considerando um valor de R excessivamente grande quando comparado com as distâncias entre as fases, essa assertiva não pode ser considerada totalmente verdadeira.

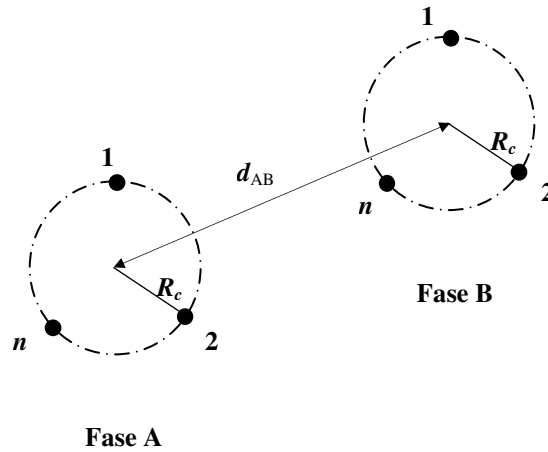


Figura 3.1 – Condutores múltiplos relativos às duas fases de uma linha.

A partir das considerações anteriores, baseadas no esboço ilustrado pela figura 3.1, considera-se então que as correntes através de cada subcondutor sejam iguais, como descreve a equação (3.1) (FUCHS, 1979):

$$I_n = \frac{I}{n} \quad (3.1)$$

Sendo I_n a corrente para o n -ésimo subcondutor e I a corrente total através do condutor múltiplo, ou então, a soma das correntes através dos subcondutores.

Portanto, a partir das considerações anteriores e partindo da hipótese de que os subcondutores que compõe um condutor múltiplo não estão a uma mesma altura em relação ao solo e também pode não estar igualmente espaçados, pode-se considerar que a aplicação do RMG no cálculo de parâmetros, em alguns casos críticos, pode apresentar imprecisões mais acentuadas.

Considera-se então um condutor múltiplo genérico com n subcondutores, como descrito pela figura 3.2:

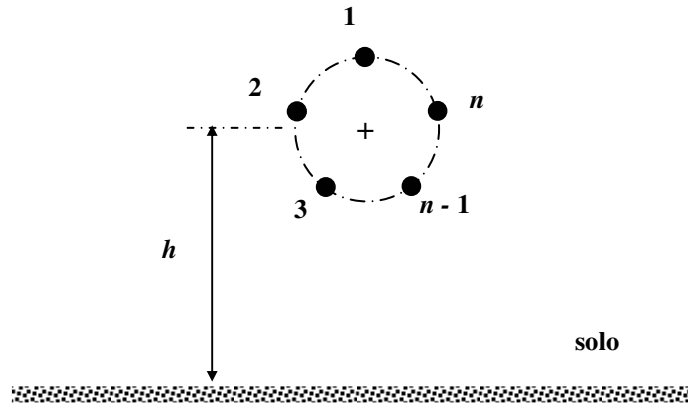


Figura 3.2 – Condutor múltiplo genérico composto por n subcondutores.

A partir da figura 3.2, seguindo as restrições e condições anteriores e através do equacionamento desenvolvido por Fuchs (1979), é possível descrever a fórmula para o cálculo do RMG utilizando a equação (3.2):

$$RMG = \sqrt[n]{r_1 s_{12} s_{13} \dots s_{1n} r_2 s_{21} s_{23} \dots s_{2n} \dots r_n s_{n1} s_{n2} \dots s_{n(n-1)}} \quad (3.2)$$

Sendo r_n o raio médio geométrico do n -ésimo subcondutor, s é a distância entre dois subcondutores respectivamente subscritos, e n o número de subcondutores que compõe o feixe.

Portanto, a partir da equação (3.2), pode-se calcular os parâmetros de um condutor equivalente com raio da secção transversal igual a RMG , conforme a metodologia descrita pelo capítulo 2. O equacionamento completo e maiores detalhes sobre a equação (3.2) podem ser encontrados em Fuchs (1979).

Logo, o condutor equivalente calculado a partir do procedimento descrito é esboçado de forma ilustrativa pela figura 3.3:

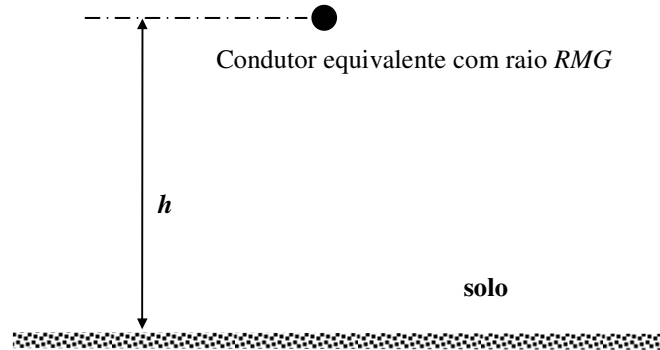


Figura 3.3 – Condutor equivalente com raio da secção transversal igual a RMG .

3.3 CONCLUSÕES

Foi descrito o conceito de RMG , usualmente aplicado na obtenção de um condutor equivalente relativo a um feixe de condutores, ou melhor dizendo, um condutor múltiplo. Porém, de acordo com Fuchs (1979), observa-se que o cálculo do RMG de um condutor múltiplo parte da hipótese de que a corrente que percorre o mesmo divide-se igualmente entre todos os subcondutores. Ou seja, considera-se que as impedâncias de todos os subcondutores são iguais. Ademais, vale ressaltar que os subcondutores frequentemente não estão a uma mesma altura do solo e, eventualmente podem não estar igualmente espaçados. Nessas condições, não se pode afirmar que a corrente seja uniformemente distribuída através de um condutor equivalente e do próprio condutor múltiplo. Sendo assim, nessas ocasiões, a utilização do conceito de RMG para a determinação de um condutor equivalente e, por conseguinte, para o cálculo dos parâmetros do condutor múltiplo propriamente dito, pode apresentar imprecisões. Portanto, a motivação do corrente trabalho é embasada nessas premissas.

4 PROCEDIMENTO ALTERNATIVO PARA O CÁLCULO DOS PARÂMETROS ELÉTRICOS DE UM CONDUTOR MÚLTIPLO GENÉRICO

4.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo é descrito o procedimento alternativo proposto para o cálculo de um condutor equivalente e seus parâmetros elétricos.

A metodologia descrita no corrente capítulo leva em consideração o acoplamento mútuo entre os subcondutores que compõem o condutor múltiplo e a natureza distribuída dos parâmetros elétricos de cada um deles individualmente. Para isso, são calculados os parâmetros elétricos para cada um dos subcondutores da forma clássica descrita no terceiro capítulo e a partir das matrizes de indutância e admitância, em função da frequência, são utilizadas técnicas de decomposição modal.

4.2 DESCRIÇÃO DO PROCEDIMENTO ALTERNATIVO

4.2.1 Descrição geral

Com base no capítulo 6 em Carvalho (2007), que descreve o procedimento para um feixe restrito a dois subcondutores, este capítulo apresenta a metodologia proposta aplicada a um condutor múltiplo genérico, composto por um feixe com n subcondutores.

Considera-se então o condutor múltiplo da figura 3.2, no capítulo anterior, como sendo um feixe de n subcondutores conectados paralelamente por meio de espaçadores a uma

altura h acima de um solo não ideal. A associação em paralelo dos subcondutores pode ser esboçada de forma simplificada pela figura 4.1:

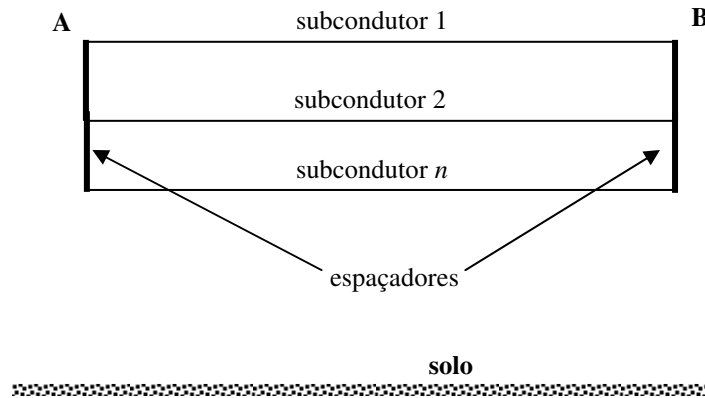


Figura 4.1 – Esquema simplificado de um condutor múltiplo genérico composto por um feixe com n subcondutores interligados em paralelo.

Considerando que as impedâncias e admitâncias próprias e mútuas relativas ao feixe composto por n subcondutores são conhecidas, é possível determinar as matrizes $[\mathbf{Z}]$ e $[\mathbf{Y}]$:

$$[\mathbf{Z}] = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1n} \\ Z_{21} & Z_{22} & \cdots & Z_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{n1} & Z_{n2} & \cdots & Z_{nn} \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

$$[\mathbf{Y}] = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \cdots & Y_{nn} \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Ressaltando que, como já descrito anteriormente, apenas a impedância longitudinal é variável com a frequência, as capacitâncias e condutâncias transversais próprias e mútuas são constantes em função da mesma. Logo, os parâmetros próprios e mútuos são dados como:

$$Z_{ii} = R_{ii} + j\omega L_{ii} \quad (4.3)$$

$$Z_{ik} = R_{ik} + j\omega L_{ik} \quad (4.4)$$

$$Y_{ii} = G_{ii} + j\omega C_{ii} \quad (4.5)$$

$$Y_{ik} = G_{ik} + j\omega C_{ik} \quad (4.6)$$

Nas equações (4.3) a (4.6), os termos Z_{ii} e Y_{ii} são indutância e admitância próprias de um subcondutor i , respectivamente. Enquanto Z_{ik} e Y_{ik} são indutância e admitância mútuas entre os subcondutores i e k . Sendo esses termos, próprios e mútuos, variáveis em função da frequência de acordo com o efeito solo e pelicular (HOFMANN, 2003).

Na equação (4.4), observa-se que a indutância mútua L_{ik} é variável com a frequência devido ao efeito solo. O termo R_{ik} , sendo esse presente entre os parâmetros mútuos e denominado resistência mútua entre os subcondutores i e k , está também em função da frequência de acordo com o efeito solo.

Na equação (4.5), G_{ii} e C_{ii} são respectivamente, condutância e capacitância próprias entre o subcondutor i e o solo. Os termos G_{ik} e C_{ik} na equação (4.6), são a condutância mútua e capacitância mútua entre os subcondutores i e k .

Normalmente, as capacitâncias próprias e mútuas são consideradas constantes com a frequência e de acordo com as equações de potencial elétrico descritas no terceiro capítulo, mais especificamente pela equação matricial (2.63), é possível determinar as equações analíticas para as capacitâncias próprias e mútuas relacionadas aos subcondutores do feixe descrito pela figura 4.1:

$$C_{ii} = 2\pi\epsilon_0 \frac{1}{\ln\left(\frac{2h_i}{r_i}\right)} \quad (4.7)$$

$$C_{ik} = 2\pi\epsilon_0 \frac{1}{\ln\left(\frac{D_{ik}}{d_{ik}}\right)} \quad (4.8)$$

A equação (4.7) descreve a capacitância própria entre o subcondutor i e o solo. E, a equação (4.8), descreve a capacitância mútua entre os subcondutores i e k . Considerando h_i como sendo a distância do subcondutor i em relação ao solo, r_i é o raio da secção transversal do subcondutor i , D_{ik} é a distância entre o subcondutor i e a imagem do subcondutor k , descrita por k' (figura 2.1) e d_{ik} é a distância entre os subcondutores i e k .

Usualmente, na modelagem de linhas de transmissão, as condutâncias são desprezadas de forma que a admitância é representada apenas pela parcela imaginária relativa a reatância capacitiva (MARTINEZ et al., 2005).

Com base no circuito ilustrado pela figura 4.1, considera-se então uma tensão V_A no terminal A e uma tensão V_B no terminal B em aberto. Logo, observa-se que a tensão no terminal A é igual para todos os subcondutores nesse terminal e o mesmo é valido para o terminal B, como mostra a figura 4.2:

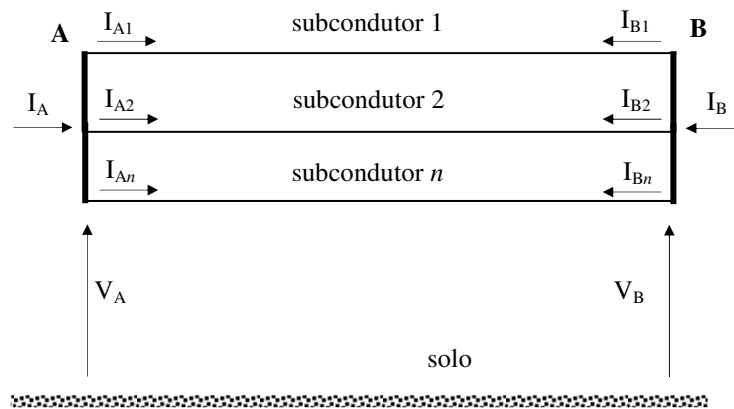


Figura 4.2 – Correntes e tensões nos terminais do condutor múltiplo.

Na figura 4.2, as correntes no terminal A são descritas como I_{A1} , I_{A2} , ..., I_{An} , através dos subcondutores 1, 2, ..., n , respectivamente. E, da mesma maneira, as correntes I_{B1} , I_{B2} , ..., I_{Bn} , representam as correntes relativas aos subcondutores no terminal B. As correntes I_A e I_B são as correntes totais ou a soma das correntes dos subcondutores nos terminais A e B, respectivamente. Vale observar que as correntes e tensões no sistema da figura 4.2 estão no domínio da frequência, no entanto, com o intuito de simplificar a notação, o termo ω é omitido.

Logo, a partir da figura 4.2, são descritas as seguintes equações:

$$I_A = \sum_{i=1}^n I_{Ai} \quad (4.9)$$

$$I_B = \sum_{i=1}^n I_{Bi} \quad (4.10)$$

Considerando a hipótese de que todos os subcondutores estão em um mesmo potencial em seus respectivos terminais, um condutor equivalente pode ser descrito de acordo com a figura 4.3:



Figura 4.3 – Correntes e tensões nos terminais do condutor equivalente.

Considerando que os parâmetros elétricos do condutor equivalente da figura 4.3 são uniformemente distribuídos ao longo de sua extensão, é possível descrever as seguintes equações para as tensões e correntes nos terminais A e B (KUROKAWA, 2003):

$$V_A = V_B \cosh(\gamma d_s) - Z_C I_B \sinh(\gamma d_s) \quad (4.11)$$

$$I_A = \frac{1}{Z_C} V_B \sinh(\gamma d_s) - I_B \cosh(\gamma d_s) \quad (4.12)$$

A variável d_s é o comprimento da linha. Sendo γ a função de propagação e Z_C é a impedância característica do condutor equivalente. Estas funções são descritas como sendo (TESCHE et al., 1997):

$$\gamma = \sqrt{Z_{eq} Y_{eq}} \quad (4.13)$$

$$Z_C = \sqrt{\frac{Z_{eq}}{Y_{eq}}} \quad (4.14)$$

Os termos Z_{eq} e Y_{eq} são, respectivamente, impedância longitudinal e admitância transversal do condutor equivalente e são descritos como:

$$Z_{eq} = R_{eq}(\omega) + j\omega L_{eq}(\omega) \quad (4.15)$$

$$Y_{eq} = G_{eq} + j\omega C_{eq} \quad (4.16)$$

Sendo $R_{eq}(\omega)$ e $L_{eq}(\omega)$ a resistência longitudinal e a indutância longitudinal do condutor equivalente em função da frequência, respectivamente. Na equação (4.16), os termos G_{eq} e C_{eq} são, respectivamente, condutância e capacitância transversais.

Portanto, considerando que as matrizes $[Z]$ e $[Y]$ relativas ao condutor múltiplo são conhecidas, é possível expressar as tensões V_A e V_B e as correntes I_A e I_B como:

$$V_A = F_1([Z],[Y]) \quad (4.17)$$

$$V_B = F_2([Z],[Y]) \quad (4.18)$$

$$I_A = F_3([Z],[Y]) \quad (4.19)$$

$$I_B = F_4([Z],[Y]) \quad (4.20)$$

A metodologia proposta parte do princípio que substituindo as equações (4.17) a (4.20) em (4.11) e (4.12) é possível obter a função de propagação γ e a impedância característica Z_C . E, subsequentemente, a partir das equações (4.13) a (4.16) é possível calcular os parâmetros longitudinais e transversais do condutor equivalente.

4.2.2 *Desenvolvimento do procedimento proposto*

Com base na descrição geral anterior é possível obter as correntes no feixe de subcondutores, ilustrado na figura 4.2, por meio da representação no domínio modal. Logo, o condutor múltiplo com n subcondutores pode ser expresso como n condutores independentes, ou então, como n modos de propagação (BUDNER, 1970; WEDEPOHL et al., 1996).

Os modos de propagação são caracterizados pelas matrizes diagonais $[Z_m]$ e $[Y_m]$ que são, respectivamente, matrizes de impedâncias e admitâncias modais. Essas matrizes podem ser descritas como:

$$[Z_m] = \begin{bmatrix} Z_{m1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & Z_{m2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & Z_{mn} \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

$$[\mathbf{Y}_m] = \begin{bmatrix} Y_{m1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & Y_{m2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & Y_{mn} \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

Verificando que as matrizes $[\mathbf{Z}_m]$ e $[\mathbf{Y}_m]$ são calculadas a partir das matrizes de impedâncias e admitâncias $[\mathbf{Z}]$ e $[\mathbf{Y}]$, descritas pelas equações (4.1) e (4.2), por meio das seguintes equações matriciais (WEDEPOHL et al., 1996):

$$[\mathbf{Z}_m] = [\mathbf{T}]^t [\mathbf{Z}] [\mathbf{T}] \quad (4.23)$$

$$[\mathbf{Y}_m] = [\mathbf{T}]^{-1} [\mathbf{Y}] [\mathbf{T}]^{-t} \quad (4.24)$$

Sendo $[\mathbf{T}]$ a matriz de transformação, cujas colunas são autovetores associados aos autovalores do produto matricial $[\mathbf{Y}][\mathbf{Z}]$. As matrizes $[\mathbf{T}]^t$ e $[\mathbf{T}]^{-1}$ são, respectivamente, matriz transposta e inversa da matriz $[\mathbf{T}]$ (WEDEPOHL et al., 1996).

Uma vez que $[\mathbf{Z}_m]$ e $[\mathbf{Y}_m]$ são matrizes diagonais, os n modos de propagação são desacoplados e podem ser expressados como n condutores independentes. A figura 4.4 descreve o modo k . Sendo I_{Amk} e I_{Bmk} as correntes relativas ao modo k nos terminais A e B, respectivamente. Enquanto, V_{Amk} e V_{Bmk} são, respectivamente, as tensões relativas ao modo k nos terminais A e B.

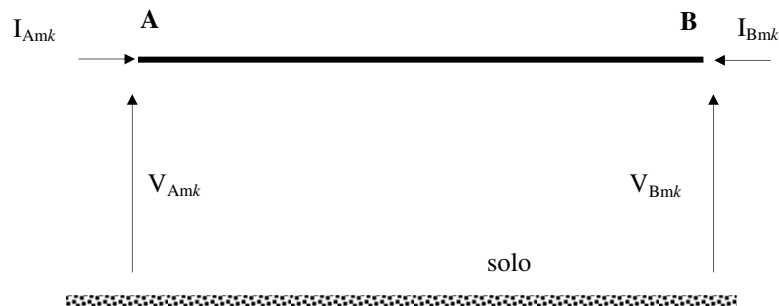


Figura 4.4 – Correntes e tensões nos terminais do modo de propagação k .

Considerando que os parâmetros elétricos são distribuídos ao longo do condutor múltiplo, as equações (4.11) e (4.12) podem ser escritas para o modo k , conforme segue:

$$V_{Amk} = V_{Bmk} \cosh(\gamma_{mk} d_s) - Z_{Cmk} I_{Bmk} \sinh(\gamma_{mk} d_s) \quad (4.25)$$

$$I_{Amk} = \frac{1}{Z_{Cmk}} V_{Bmk} \sinh(\gamma_{mk} d_s) - I_{Bmk} \cosh(\gamma_{mk} d_s) \quad (4.26)$$

Sendo γ_{mk} e Z_{Cmk} a função de propagação e impedância característica do modo k , com base nas equações (4.13) e (4.14), esses termos são dados por:

$$\gamma_{mk} = \sqrt{Z_{mk} Y_{mk}} \quad (4.27)$$

$$Z_{Cmk} = \sqrt{\frac{Z_{mk}}{Y_{mk}}} \quad (4.28)$$

Generalizando a equação (4.25) para os modos de propagação 1, 2, ..., n , obtêm-se:

$$V_{Am1} = V_{Bm1} \cosh(\gamma_{m1} d_s) - Z_{Cm1} I_{Bm1} \sinh(\gamma_{m1} d_s) \quad (4.29)$$

$$V_{Am2} = V_{Bm2} \cosh(\gamma_{m2} d_s) - Z_{Cm2} I_{Bm2} \sinh(\gamma_{m2} d_s) \quad (4.30)$$

$$V_{Amn} = V_{Bmn} \cosh(\gamma_{mn} d_s) - Z_{Cmn} I_{Bmn} \sinh(\gamma_{mn} d_s) \quad (4.31)$$

Generalizando a equação (4.26) para os modos de propagação 1, 2, ..., n relativos aos subcondutores 1, 2, ..., n que compõem um condutor múltiplo genérico, resulta:

$$I_{Am1} = \frac{1}{Z_{Cm1}} V_{Bm1} \sinh(\gamma_{m1} d_s) - I_{Bm1} \cosh(\gamma_{m1} d_s) \quad (4.32)$$

$$I_{Am2} = \frac{1}{Z_{Cm2}} V_{Bm2} \sinh(\gamma_{m2} d_s) - I_{Bm2} \cosh(\gamma_{m2} d_s) \quad (4.33)$$

$$I_{Amn} = \frac{1}{Z_{Cmn}} V_{Bmn} \sinh(\gamma_{mn} d_s) - I_{Bmn} \cosh(\gamma_{mn} d_s) \quad (4.34)$$

Dessa forma, considerando as equações hiperbólicas descritas no domínio modal, pode-se descrevê-las na forma matricial da seguinte forma:

$$[\mathbf{I}_{Am}] = [\mathbf{\Theta}_1][\mathbf{V}_{Bm}] - [\mathbf{\Theta}_2][\mathbf{I}_{Bm}] \quad (4.35)$$

$$[\mathbf{V}_{Am}] = [\mathbf{\Theta}_2][\mathbf{V}_{Bm}] - [\mathbf{\Theta}_3][\mathbf{I}_{Bm}] \quad (4.36)$$

Nas equações (4.35) e (4.36), os vetores $[\mathbf{I}_{Am}]$ e $[\mathbf{V}_{Am}]$ representam as correntes e tensões, respectivamente, no terminal A para os n modos de propagação. As correntes e tensões modais relativas ao terminal B são expressas pelos vetores $[\mathbf{I}_{Bm}]$ e $[\mathbf{V}_{Bm}]$, respectivamente. Logo, esses vetores são descritos de forma transposta como:

$$[\mathbf{I}_{Am}]^t = [I_{Am1} \quad I_{Am2} \quad \dots \quad I_{Amn}] \quad (4.37)$$

$$[\mathbf{I}_{Bm}]^t = [I_{Bm1} \quad I_{Bm2} \quad \dots \quad I_{Bmn}] \quad (4.38)$$

$$[\mathbf{V}_{Am}]^t = [V_{Am1} \quad V_{Am2} \quad \dots \quad V_{Amn}] \quad (4.39)$$

$$[\mathbf{V}_{Bm}]^t = [V_{Bm1} \quad V_{Bm2} \quad \dots \quad V_{Bmn}] \quad (4.40)$$

As matrizes diagonais $[\mathbf{\Theta}_1]$, $[\mathbf{\Theta}_2]$ e $[\mathbf{\Theta}_3]$ são:

$$[\Theta_1] = \begin{bmatrix} \frac{\sinh(\gamma_{m1}d_s)}{Z_{Cm1}} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{\sinh(\gamma_{m2}d_s)}{Z_{Cm2}} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{\sinh(\gamma_{mn}d_s)}{Z_{Cmn}} \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

$$[\Theta_2] = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma_{m1}d_s) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \cosh(\gamma_{m2}d_s) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \cosh(\gamma_{mn}d_s) \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

$$[\Theta_3] = \begin{bmatrix} Z_{Cm1} \sinh(\gamma_{m1}d_s) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & Z_{Cm2} \sinh(\gamma_{m2}d_s) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & Z_{Cmn} \sinh(\gamma_{mn}d_s) \end{bmatrix} \quad (4.43)$$

A relação entre as correntes e tensões nos subcondutores e nos modos de propagação são descritas como (KUROKAWA, 2003):

$$[\mathbf{I}_{Am}] = [\mathbf{T}]^{-1}[\mathbf{I}_A] \quad (4.44)$$

$$[\mathbf{I}_{Bm}] = [\mathbf{T}]^{-1}[\mathbf{I}_B] \quad (4.45)$$

$$[\mathbf{V}_{Am}] = [\mathbf{T}]^t[\mathbf{E}_A] \quad (4.46)$$

$$[\mathbf{V}_{Bm}] = [\mathbf{T}]^t[\mathbf{E}_B] \quad (4.47)$$

Nas equações (4.44) a (4.47), os vetores $[\mathbf{I}_A]$ e $[\mathbf{E}_A]$ são as correntes e tensões no terminal A dos subcondutores. $[\mathbf{I}_B]$ e $[\mathbf{E}_B]$ são os vetores das correntes e tensões no terminal B, respectivamente.

Os vetores de correntes e tensões para os subcondutores nos terminais A e B, de acordo com a figura 4.2, são descritos de forma transposta pelas equações (4.48) a (4.51).

$$[\mathbf{I}_A]^t = [I_{A1} \quad I_{A2} \quad \dots \quad I_{An}] \quad (4.48)$$

$$[\mathbf{I}_B]^t = [I_{B1} \quad I_{B2} \quad \dots \quad I_{Bn}] \quad (4.49)$$

$$[\mathbf{E}_A]^t = [V_{A1} \quad V_{A2} \quad \dots \quad V_{An}] \quad (4.50)$$

$$[\mathbf{E}_B]^t = [V_{B1} \quad V_{B2} \quad \dots \quad V_{Bn}] \quad (4.51)$$

Substituindo-se os vetores expressos por (4.48) a (4.51) nas equações matriciais (4.35) e (4.36), obtêm-se as seguintes equações:

$$[\mathbf{I}_A] = [\mathbf{T}][\boldsymbol{\Theta}_1][\mathbf{T}]^t[\mathbf{E}_B] - [\mathbf{T}][\boldsymbol{\Theta}_2][\mathbf{T}]^{-1}[\mathbf{I}_B] \quad (4.52)$$

$$[\mathbf{E}_A] = [\mathbf{T}]^{-1}[\boldsymbol{\Theta}_2][\mathbf{T}]^t[\mathbf{E}_B] - [\mathbf{T}]^{-1}[\boldsymbol{\Theta}_3][\mathbf{T}]^{-1}[\mathbf{I}_B] \quad (4.53)$$

Com a equação (4.53), é possível descrever o vetor $[\mathbf{I}_B]$ em função de $[\boldsymbol{\Theta}_2]$ e $[\boldsymbol{\Theta}_3]$ e da matriz de transformação $[\mathbf{T}]$, como descrito no equacionamento abaixo:

$$\begin{aligned} [\mathbf{T}]^{-1}[\boldsymbol{\Theta}_3][\mathbf{T}]^{-1}[\mathbf{I}_B] &= [\mathbf{T}]^{-1}[\boldsymbol{\Theta}_2][\mathbf{T}]^t[\mathbf{E}_B] - [\mathbf{E}_A] \\ \therefore [\mathbf{I}_B] &= [\mathbf{T}][\boldsymbol{\Theta}_3]^{-1}[\boldsymbol{\Theta}_2][\mathbf{T}]^t[\mathbf{E}_B] - [\mathbf{T}]^t[\boldsymbol{\Theta}_3]^{-1}[\mathbf{T}][\mathbf{E}_A] \end{aligned} \quad (4.54)$$

Substituindo o vetor $[\mathbf{I}_B]$, representado pela equação (4.54), na equação (4.52) obtém-se o seguinte equacionamento:

$$[\mathbf{I}_A] = [\mathbf{T}][\boldsymbol{\Theta}_1][\mathbf{T}]^t[\mathbf{E}_B] - [\mathbf{T}][\boldsymbol{\Theta}_2][\boldsymbol{\Theta}_3]^{-1}[\boldsymbol{\Theta}_2][\mathbf{T}]^t[\mathbf{E}_B] + [\mathbf{T}][\boldsymbol{\Theta}_2][\boldsymbol{\Theta}_3]^{-1}[\mathbf{T}]^t[\mathbf{E}_A]$$

$$\therefore [\mathbf{I}_A] = [\mathbf{T}][\Theta_2][\Theta_3]^{-1}[\mathbf{T}]^t[\mathbf{E}_A] + \{ [\mathbf{T}][\Theta_1][\mathbf{T}]^t - [\mathbf{T}][\Theta_2][\Theta_3]^{-1}[\Theta_2][\mathbf{T}]^t \}[\mathbf{E}_B] \quad (4.55)$$

Logo, a equação (4.55) pode ser expressa como:

$$[\mathbf{I}_A] = [\mathbf{A}][\mathbf{E}_A] + [\mathbf{B}][\mathbf{E}_B] \quad (4.56)$$

Portanto as matrizes $[\mathbf{A}]$ e $[\mathbf{B}]$ podem ser descritas pelas equações (4.57) e (4.58).

$$[\mathbf{A}] = [\mathbf{T}][\Theta_2][\Theta_3]^{-1}[\mathbf{T}]^t \quad (4.57)$$

$$[\mathbf{B}] = [\mathbf{T}][\Theta_1][\mathbf{T}]^t - [\mathbf{T}][\Theta_2][\Theta_3]^{-1}[\Theta_2][\mathbf{T}]^t \quad (4.58)$$

Substituindo na equação matricial (4.56) os vetores $[\mathbf{I}_A]$, $[\mathbf{V}_A]$ e $[\mathbf{V}_B]$ dados, respectivamente, pelas equações (4.48), (4.49) e (4.50), tem-se:

$$\begin{bmatrix} I_{A1} \\ I_{A2} \\ \vdots \\ I_{An} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & \cdots & A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} & \cdots & A_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{n1} & A_{n2} & \cdots & A_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{A1} \\ V_{A2} \\ \vdots \\ V_{An} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & \cdots & B_{1n} \\ B_{21} & B_{22} & \cdots & B_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ B_{n1} & B_{n2} & \cdots & B_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{B1} \\ V_{B2} \\ \vdots \\ V_{Bn} \end{bmatrix} \quad (4.59)$$

Levando em consideração que as tensões nos terminais A e B dos subcondutores são exatamente iguais, consideram-se então as seguintes igualdades:

$$V_{A1} = V_{A2} = V_{An} = V_A \quad (4.60)$$

$$V_{B1} = V_{B2} = V_{Bn} = V_B \quad (4.61)$$

Portanto, os vetores de tensões $[\mathbf{E}_A]$ e $[\mathbf{E}_B]$, com n elementos, podem ser reescritos como vetores transpostos da seguinte forma:

$$[\mathbf{E}_A]^t = [V_A \quad V_A \quad \dots \quad V_A] \quad (4.62)$$

$$[\mathbf{E}_B]^t = [V_B \quad V_B \quad \dots \quad V_B] \quad (4.63)$$

Dessa forma, a equação (4.59) pode ser também reescrita da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} I_{A1} \\ I_{A2} \\ \vdots \\ I_{An} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & \dots & A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} & \dots & A_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{n1} & A_{n2} & \dots & A_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_A \\ V_A \\ \vdots \\ V_A \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & \dots & B_{1n} \\ B_{21} & B_{22} & \dots & B_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ B_{n1} & B_{n2} & \dots & B_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_B \\ V_B \\ \vdots \\ V_B \end{bmatrix} \quad (4.64)$$

A equação (4.64) determina a corrente no terminal A para cada subcondutor do feixe em função da tensão nos terminais A e B, considerando os parâmetros calculados para cada subcondutor individualmente e representados pelas matrizes $[\mathbf{A}]$ e $[\mathbf{B}]$.

Portanto, considerando-se as igualdades explícitas pelas equações (4.62) e (4.63) e desenvolvendo analiticamente a equação (4.64), a corrente total I_A através do terminal A do condutor múltiplo, expressa por (4.9), pode ser descrita da seguinte forma:

$$I_A = S_A V_A + S_B V_B \quad (4.65)$$

Na equação (4.65), S_A corresponde à somatória de todos os elementos da matriz $[\mathbf{A}]$ e S_B é a somatória dos elementos da matriz $[\mathbf{B}]$, como descrito pelas equações (4.66) e (4.67).

$$S_A = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n A_{ij} \quad (4.66)$$

$$S_B = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n B_{ij} \quad (4.67)$$

A partir da equação (4.11), é possível obter uma equação para I_B , como a seguir:

$$I_B = -\frac{1}{Z_C} \frac{1}{\sinh(\gamma d_s)} V_A + \frac{1}{Z_C} \frac{\cosh(\gamma d_s)}{\sinh(\gamma d_s)} V_B \quad (4.68)$$

Inserindo a equação (4.68) em (4.12), obtém-se a seguinte equação para I_A :

$$I_A = \frac{1}{Z_C} \frac{\cosh(\gamma d_s)}{\sinh(\gamma d_s)} V_A - \frac{1}{Z_C} \frac{1}{\sinh(\gamma d_s)} V_B \quad (4.69)$$

Portanto, de acordo com as equações (4.65) a (4.67) e (4.69), é possível determinar as seguintes similaridades:

$$\frac{1}{Z_C} \frac{\cosh(\gamma d_s)}{\sinh(\gamma d_s)} = S_A \quad (4.70)$$

$$-\frac{1}{Z_C} \frac{1}{\sinh(\gamma d_s)} = S_B \quad (4.71)$$

Substituindo a equação (4.71) em (4.70), obtém-se:

$$\cosh(\gamma d_s) = -\frac{S_A}{S_B} \quad (4.72)$$

A partir da equação (4.72) em função de S_A e S_B é possível obter uma equação para função de propagação γ (CARVALHO, 2007):

$$\gamma = \frac{1}{d_s} \cosh^{-1} \left(-\frac{S_A}{S_B} \right) \quad (4.73)$$

Subsequentemente, calculando-se γ pela equação (4.73), é possível encontrar Z_C em função de S_A ou S_B por meio das equações (4.70) ou (4.71), respectivamente.

Uma vez que a função de propagação γ e a impedância característica Z_C são definidas, com base nas equações (4.13) e (4.14) é possível calcular a impedância Z_{eq} e a admitância Y_{eq} do condutor equivalente por meio das equações (4.74) e (4.75), respectivamente.

$$Z_{eq} = \gamma Z_C \quad (4.74)$$

$$Y_{eq} = \frac{\gamma}{Z_C} \quad (4.75)$$

Sendo Z_{eq} e Y_{eq} descritos como nas equações (4.15) e (4.16), respectivamente.

4.3 ANÁLISE DA FUNÇÃO DE PROPAGAÇÃO γ

Com base na metodologia descrita anteriormente, a função de propagação γ pode ser calculada a partir da equação (4.73), aplicando a função inversa do cosseno em função de S_A e S_B .

De acordo com Kurokawa (2003) e Carvalho (2007), a função de propagação apresenta comportamento conforme os gráficos ilustrados pelas figuras 4.5 e 4.6.

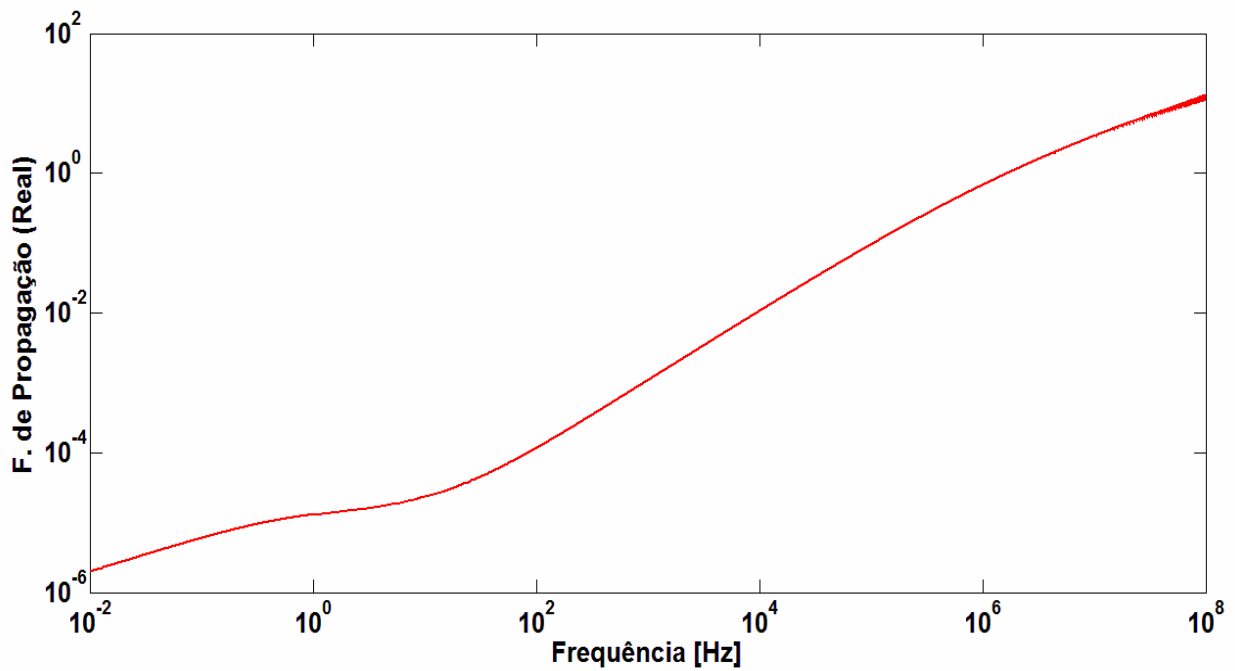


Figura 4.5 – Componente real da função de propagação γ .

A figura 4.5 apresenta o perfil da parcela real da função de propagação complexa γ , calculada a partir da equação (4.13) e dos parâmetros de um condutor múltiplo qualquer aplicando a metodologia clássica, utilizando o conceito do RMG para definição de um condutor equivalente. A figura 4.6 mostra o comportamento da componente imaginária da função γ , obtida a partir desse mesmo condutor.

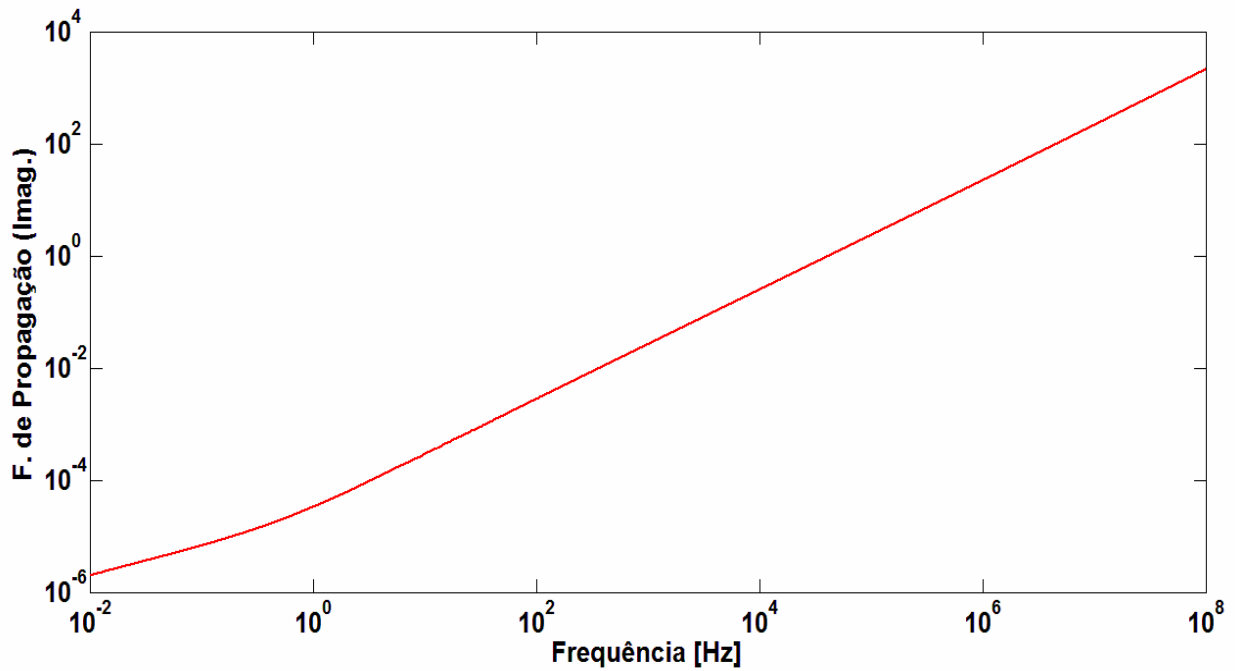


Figura 4.6 – Componente imaginária da função de propagação γ .

Aplicando-se a metodologia proposta para a definição de um condutor equivalente, utiliza-se a equação (4.73) no cálculo de γ em função da frequência. Por meio da figura 4.7 é possível observar o comportamento da função de propagação γ , obtido a partir da metodologia alternativa proposta e pela metodologia clássica utilizando o conceito do RMG.

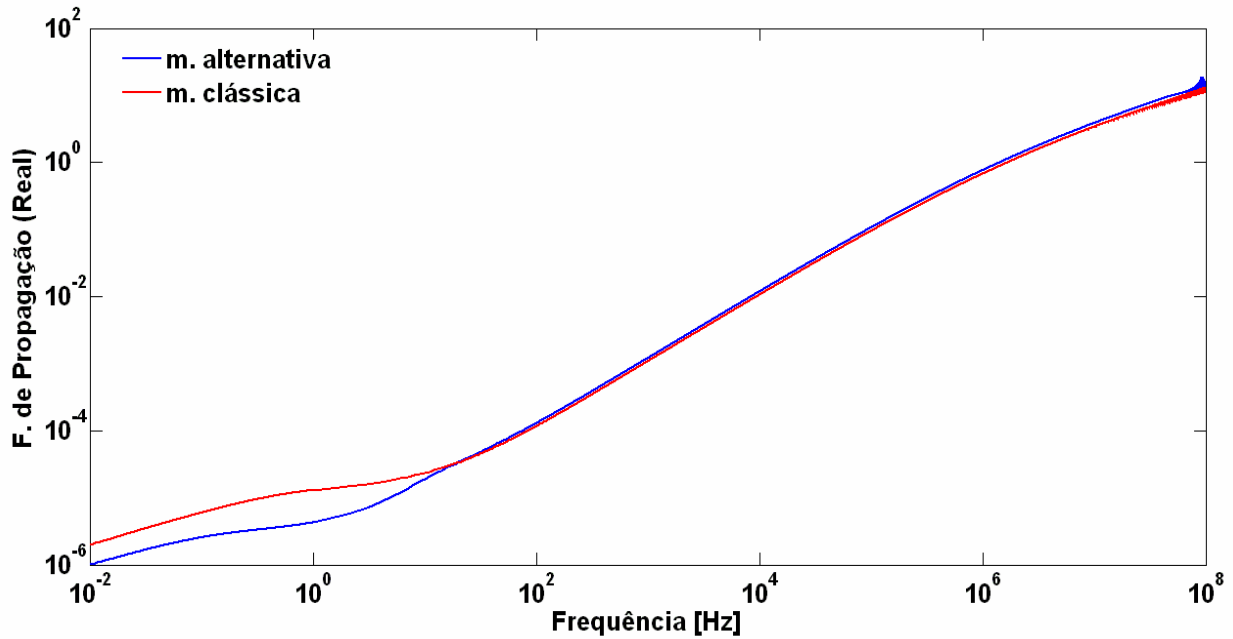


Figura 4.7 – Componente real da função de propagação γ obtida por meio das metodologias alternativa e clássica..

Verifica-se com base na figura 4.7 que o comportamento da parcela real de γ , obtida por meio de ambas as metodologias. No entanto, o perfil da componente imaginária da função γ traçada a partir da equação (4.73), apresenta diversas descontinuidades, como mostra a figura 4.8.

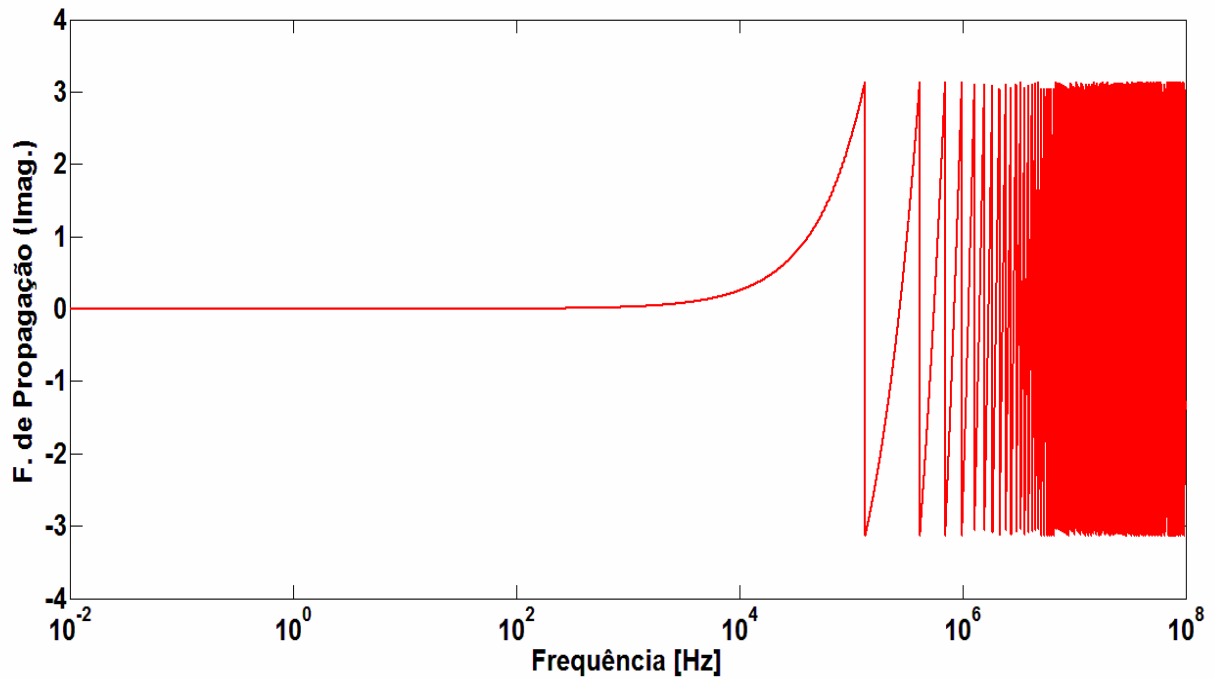


Figura 4.8 – Componente imaginária da função de propagação γ obtida por meio da metodologia alternativa.

Para tanto, em Kurokawa (2003) é desenvolvido um procedimento para correção e ajuste da função de propagação γ obtida a partir da equação (4.73).

4.3.1 Procedimento para o ajuste da função de propagação γ

De acordo com o comportamento observado na figura 4.8, é possível verificar diversas discontinuidades na parcela imaginária da função γ para uma extensa faixa de frequência. A equação (4.73) é representada a partir das somatórias S_A e S_B , descritas pelas equações (4.66) e (4.67), e a partir de uma função inversa do cosseno hiperbólico. Para tanto, essa função é calculada numericamente a partir do *software* Matlab 7.4.0 (R2007a) aplicando-se o comando *acosh(x)*.

A figura 4.9 descreve graficamente esse comando:

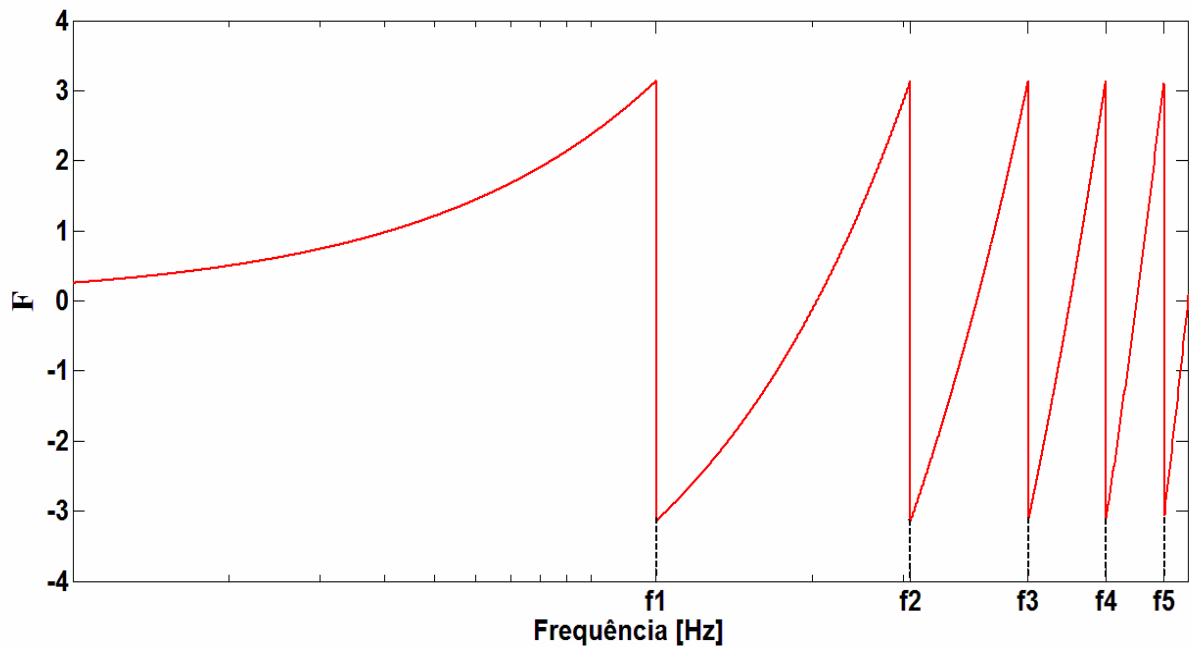


Figura 4.9 – Função F.

A função F é descrita como:

$$F = \text{imag} \left\{ \cosh^{-1}(E(\omega)) \right\} \quad (4.76)$$

No caso, $E(\omega)$ é uma função qualquer e F representa a parte imaginária da função inversa do cosseno hiperbólico descrita entre chaves.

Com base no gráfico observado na figura 4.9, é possível desenvolver um procedimento para transformar a função F, descontínua em função da frequência, em uma função contínua F' , similar ao comportamento observado na figura 4.6.

Portanto, com base na figura 4.10, considera-se a função F' como sendo a curva ajustada e F sendo a curva descontínua relativa a parcela imaginária da função de propagação γ . Essas duas curvas são representadas em um trecho genérico, entre as frequências f_{n-1} e f_{n+1} .

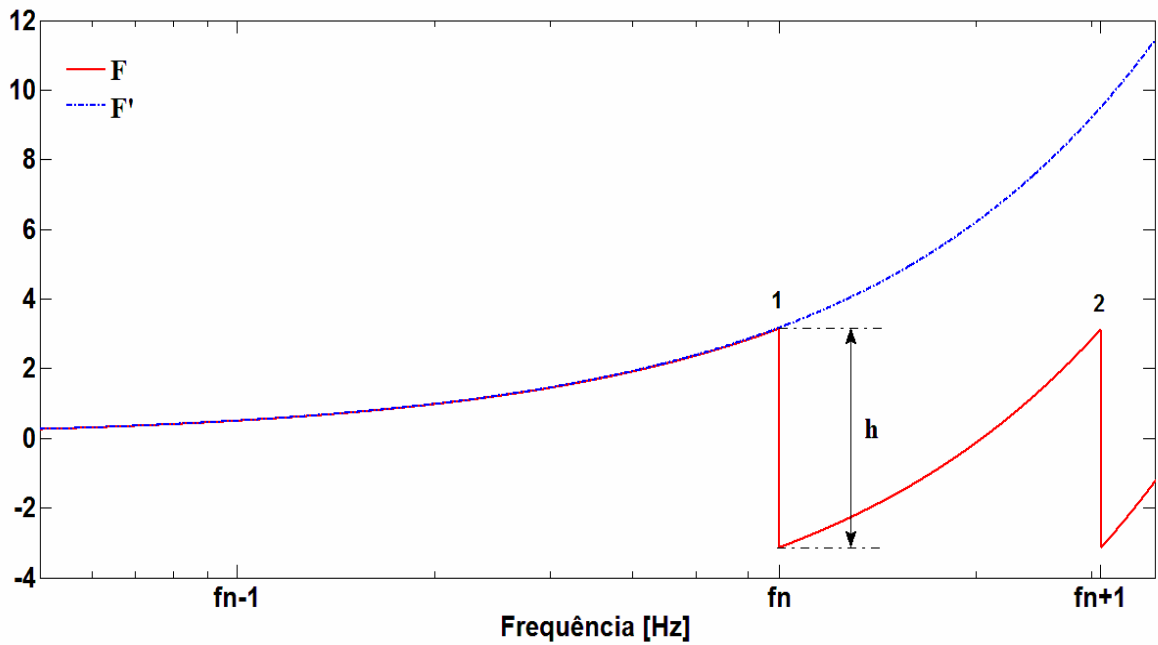


Figura 4.10 – Funções F e F'.

Com base na figura 4.10 é possível expressar F' em função de F por meio do operador $\varphi(F)$ descrito como:

$$\varphi(F) \begin{cases} f \in [f_0, f_1] & F' = F \\ f \in [f_1, f_2] & F' = F + h \\ f \in [f_2, f_3] & F' = F + 2h \\ f \in [f_3, f_4] & F' = F + 3h \\ f \in [f_4, f_5] & F' = F + 4h \end{cases} \quad (4.77)$$

De acordo com a figura 4.10, generalizando (4.77), pode-se expressar o operador $\varphi(F)$ nos intervalos genéricos $[f_{n-1}, f_n]$ e $[f_n, f_{n+1}]$, como sendo (CARVALHO, 2007):

$$\varphi(F) \begin{cases} f \in [f_{n-1}, f_n] & F' = F \\ f \in [f_n, f_{n+1}] & F' = F + nh \end{cases} \quad (4.78)$$

A partir de (4.78) é possível aplicar o mesmo mecanismo sobre a parcela imaginária da função γ , obtida a partir de (4.73). Logo, o gráfico da parte imaginária da função de propagação γ corrigida pelo operador ϕ e da parte imaginária obtida por meio da metodologia clássica, são ilustrados na figura 4.11.

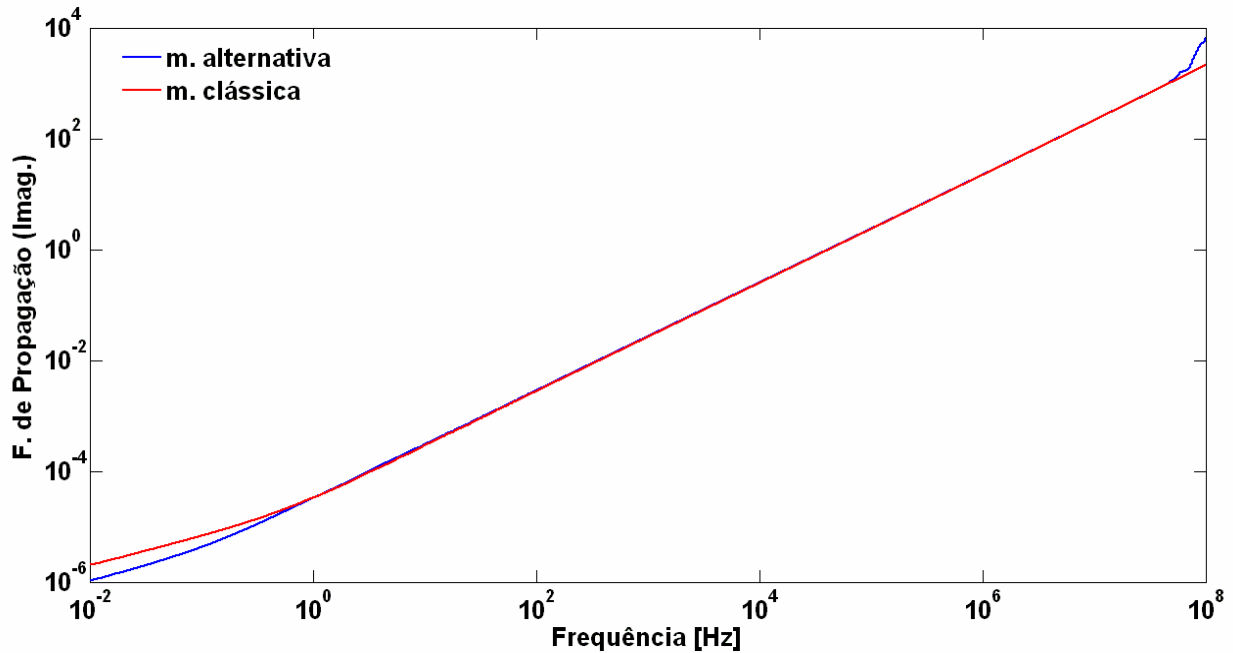


Figura 4.11 – Componente imaginária da função γ corrigida através do operador ϕ (metodologia alternativa) e componente imaginária obtida por meio da metodologia clássica.

Portanto, a partir da figura 4.11 é possível concluir que a função γ , obtida por meio de ambas as metodologias, apresentam praticamente o mesmo comportamento.

4.4 CONCLUSÕES

Neste capítulo foi descrita toda metodologia na qual se embasa o presente trabalho.

O procedimento leva em consideração os parâmetros próprios e mútuos relativos a cada subcondutor do feixe em particular. Para calcular os parâmetros do condutor equivalente,

relativos ao condutor múltiplo genérico com n subcondutores, por meio da metodologia alternativa em questão, são utilizadas as equações trigonométricas hiperbólicas para linhas de transmissão e transformação modal.

Com base nos procedimentos descritos pelo parágrafo anterior, pode-se obter a impedância característica Z_C e a função de propagação γ relativas ao condutor equivalente que representa o condutor múltiplo em questão.

Vale observar, que devido aos procedimentos numéricos intrínsecos do *software* utilizado na realização dos procedimentos iterativos que descrevem a metodologia aplicada neste trabalho, a função trigonométrica inversa do cosseno hiperbólico relativa à equação (4.73), para o cálculo de γ , apresenta comportamento atípico com diversas descontinuidades associadas a parcela imaginária da função complexa em questão. Para tanto, foi descrito e aplicado um mecanismo de correção, representado pelo operador ϕ , corrigindo a parcela imaginária da função de propagação γ .

Por fim, foram descritas as equações (4.74) e (4.75) em função de Z_C e γ . Por meio dessas expressões, tornou-se possível calcular a impedância Z_{eq} e a admitância Y_{eq} relativas ao condutor equivalente obtido a partir da metodologia proposta.

5 APLICAÇÃO E ANÁLISE DA METODOLOGIA PROPOSTA

5.1 INTRODUÇÃO

Nesta seção é aplicada a metodologia alternativa proposta, descrita no quarto capítulo, e concomitantemente a metodologia usual utilizando o conceito do RMG para o cálculo de um condutor equivalente. Logo, por meio desse procedimento, é possível realizar uma análise acurada da performance de ambas às metodologias e posteriores comparações e considerações. Para tanto, são descritas quatro configurações de condutores múltiplos distintos.

O primeiro deles é baseado nos condutores múltiplos relativos às fases de linhas com tensão nominal 440 kV, com quatro subcondutores espaçados uniformemente. A segunda configuração utilizada é baseada no feixe assimétrico, com quatro subcondutores, desenvolvido para as LPNE, descritas pelas figuras 1.6 e 1.7, encontradas no segundo capítulo. O terceiro condutor múltiplo analisado é baseado nas fases de linhas compactas, como a descrita no segundo capítulo pela figura 1.5, contendo seis subcondutores uniformemente espaçados. E, por fim, o quarto condutor múltiplo é embasado no artigo de Trihn e Vicent (1978), onde é descrito um condutor múltiplo pouco convencional, baseado na configuração de cabos blindados, contendo sete subcondutores. Descrevendo que um dos subcondutores encontra-se no centro do feixe e com o raio de sua secção transversal mais de duas vezes maior que os raios dos outros subcondutores periféricos do feixe. O propósito na utilização desse último exemplo é demonstrar a influência da distribuição não uniforme da corrente através do feixe, para ambos os procedimentos anteriormente descritos.

Posteriormente, é realizada uma análise quantitativa da influência da distribuição da corrente, através de um condutor múltiplo composto por dois subcondutores, sobre os parâmetros

longitudinais obtidos a partir de um condutor equivalente calculado por meio de ambos os métodos. A variação da distribuição da corrente no condutor múltiplo é associada à variação do diâmetro da secção transversal de um dos subcondutores, logo altera-se os parâmetros próprios desse subcondutor e os parâmetros mútuos relativos ao feixe propriamente dito.

Os parâmetros relativos aos condutores equivalentes, a partir dos condutores múltiplos citados anteriormente, são calculados considerando-se a resistividade do solo ρ_s igual $1000 \Omega\text{m}$, em uma faixa de frequência de até 1 MHz.

5.2 APLICAÇÃO DA METODOLOGIA PROPOSTA

5.2.1 Aplicação a um condutor múltiplo convencional com quatro subcondutores

Considera-se a seguinte configuração para um condutor múltiplo com quatro subcondutores uniformemente espaçados:

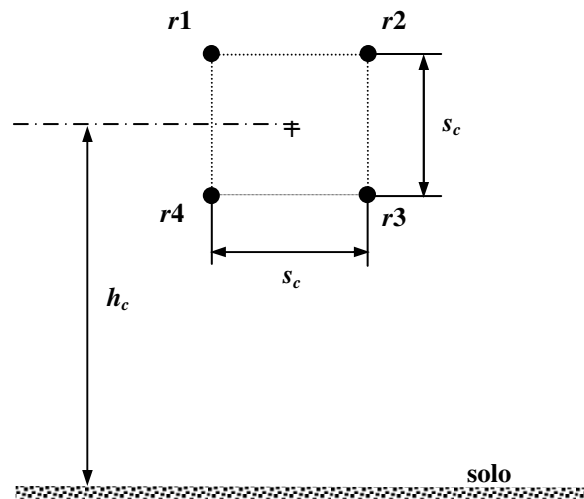


Figura 5.1 – Condutor múltiplo composto por quatro subcondutores iguais.

De acordo com o esquema da figura 5.1, baseada nas configurações dos condutores múltiplos empregados nas linhas de 440 kV, a distância s_c entre subcondutores é 0,4 m e a altura h_c é 12,2 m. Os subcondutores são iguais, do tipo *Grosbeak* (FUCHS, 1979), e possuem o raio da secção transversal igual a 1,021 cm.

Para as análises realizadas neste capítulo, será denominado metodologia alternativa o procedimento para o cálculo do condutor equivalente por meio do método proposto e denominado metodologia clássica o procedimento usual, utilizando o conceito de RMG para calcular os parâmetros do condutor equivalente.

Abaixo são descritas as resistências do condutor equivalente calculado a partir do condutor da figura 5.1, utilizando ambas metodologias.

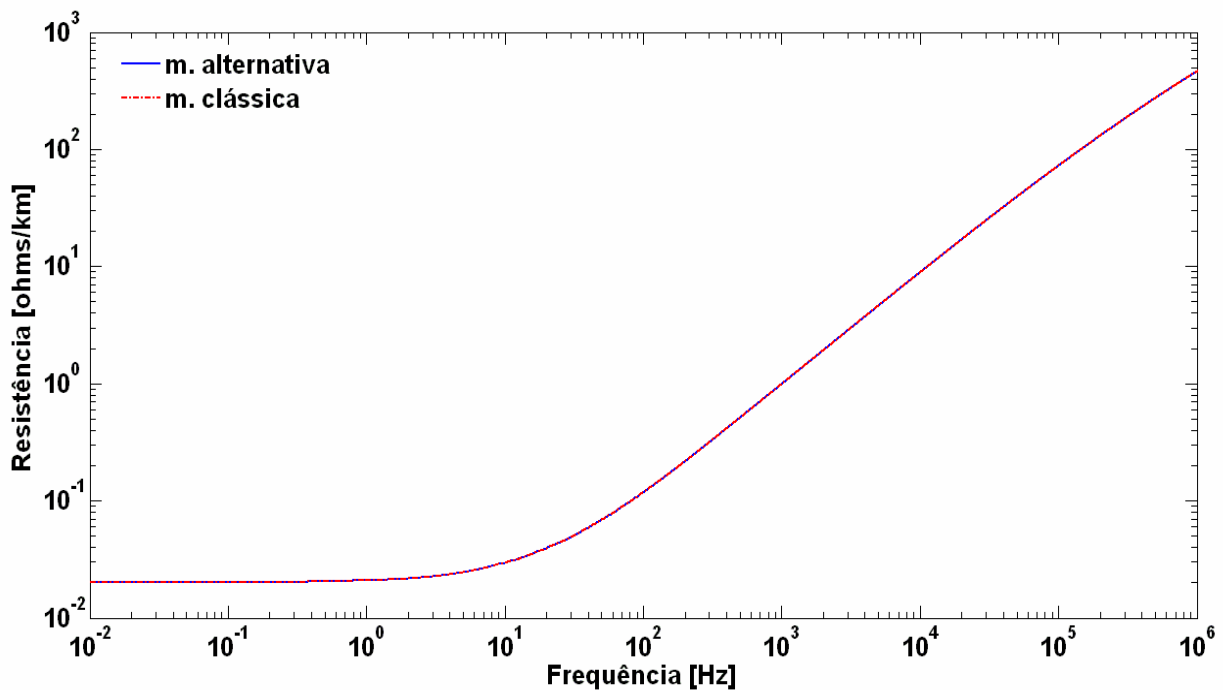


Figura 5.2 – Resistências longitudinais relativas ao condutor múltiplo com quatro subcondutores.

Os resultados obtidos aplicando-se ambas as metodologias são idênticos considerando o condutor múltiplo da figura 5.1. Ressaltando que o condutor possui a distribuição

da corrente, teoricamente, igual entre os subcondutores do feixe, observando que os raios da seção transversal dos subcondutores são exatamente iguais e a influência da distância vertical entre os condutores $r1$ e $r2$, que estão em uma mesma altura em relação ao solo, e $r3$ e $r4$, é praticamente desprezível comparada à altura do centro geométrico do feixe. Logo, considera-se desprezível a influência da diferença de altura entre os subcondutores sobre a distribuição da corrente entre os mesmos.

A figura 5.3 mostra as indutâncias longitudinais obtidas pelas duas metodologias, para o condutor múltiplo em questão.

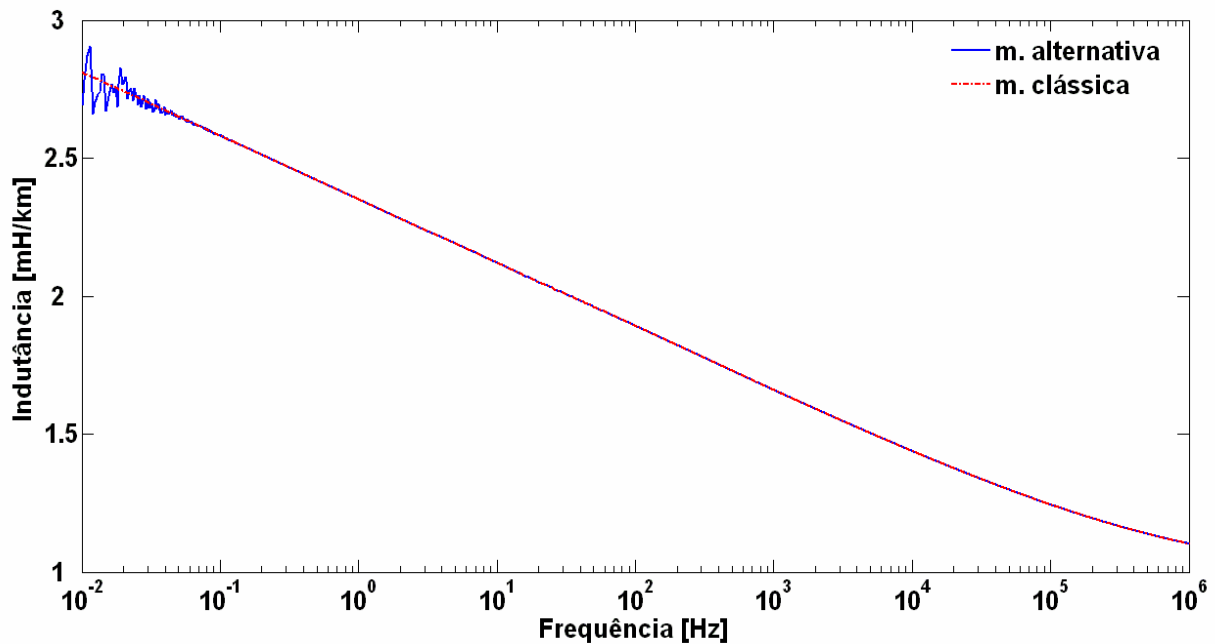


Figura 5.3 – Indutâncias longitudinais relativas ao condutor múltiplo com quatro subcondutores.

Com base na figura 5.3, é possível observar que as indutâncias longitudinais, associadas ao condutor múltiplo da figura 5.1, apresentam comportamento idêntico para ambas as metodologias.

As oscilações observadas, entre 10^{-2} e 10^{-1} Hz, são características de oscilações numéricas decorrentes do cálculo inicial dos autovetores que compõem a matriz de transformação $[T]$, explícitas nas equações (4.23) e (4.24) encontradas no quarto capítulo.

Abaixo, os gráficos que ilustram as capacitâncias transversais obtidas de forma iterativa, pela metodologia alternativa, e de forma analítica, pela metodologia clássica, conforme descreve a equação (4.7):

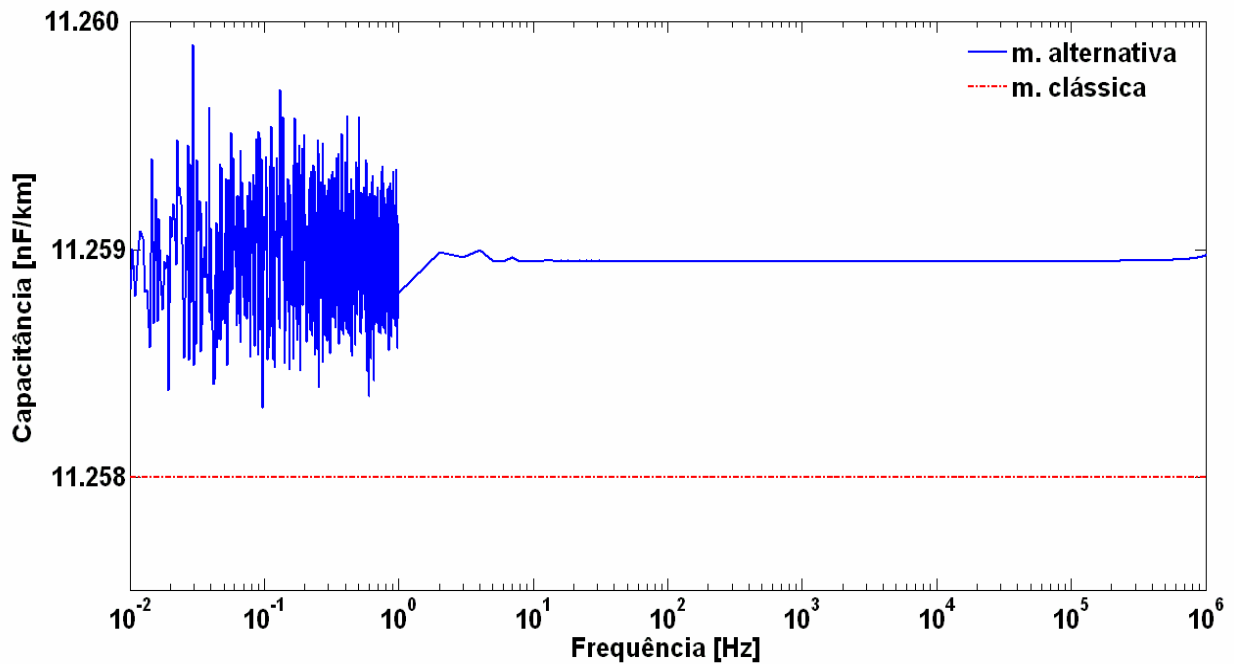


Figura 5.4 – Capacitâncias transversais relativas ao condutor múltiplo com quatro subcondutores.

Observando-se que, assim como a capacitância obtida por meio da metodologia clássica, a capacitância equivalente por meio da metodologia alternativa é invariável em função da frequência. E, a diferença relativa entre os valores obtidos, por meio das duas metodologias, pode ser considerada desprezível (inferior a 0,01%).

5.2.2 Aplicação a um condutor múltiplo assimétrico com quatro subcondutores

O condutor múltiplo, ilustrado de forma esquemática na figura 5.5, é embasado nos condutores múltiplos utilizados pelas linhas com potencial naturalmente elevado (LPNE), descritos com base nas figuras 1.6 e 1.7, no capítulo introdutório. Esse condutor é caracterizado

pela configuração transversal assimétrica dos subcondutores que compõe o feixe e pelo grande espaçamento entre os mesmos.

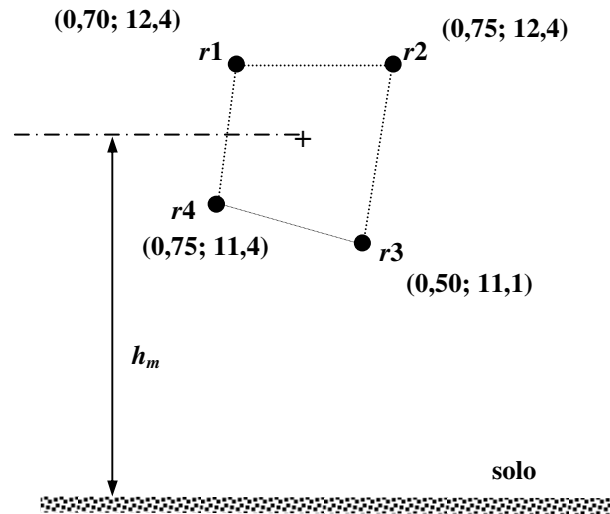


Figura 5.5 – Condutor múltiplo assimétrico composto por quatro subcondutores iguais.

Os raios relativos às secções transversais dos quatro subcondutores são iguais a 1,0 cm. A altura média do feixe, dada por h_m , é igual a 11,825 m. Observando que as coordenadas entre parênteses, relativas à posição dos subcondutores no plano transversal, são dadas em metros.

A partir da figura 5.6, verifica-se o mesmo comportamento decorrente de ambas as metodologias. Assim, pode-se concluir que a assimetria transversal da configuração dos subcondutores do feixe em questão não ocasiona divergências entre os resultados obtidos, relativos a resistência longitudinal, por meio das duas metodologias em questão.

Em sequência, na figura 5.7, é descrita a indutância longitudinal calculada por meio das metodologias alternativa e clássica.

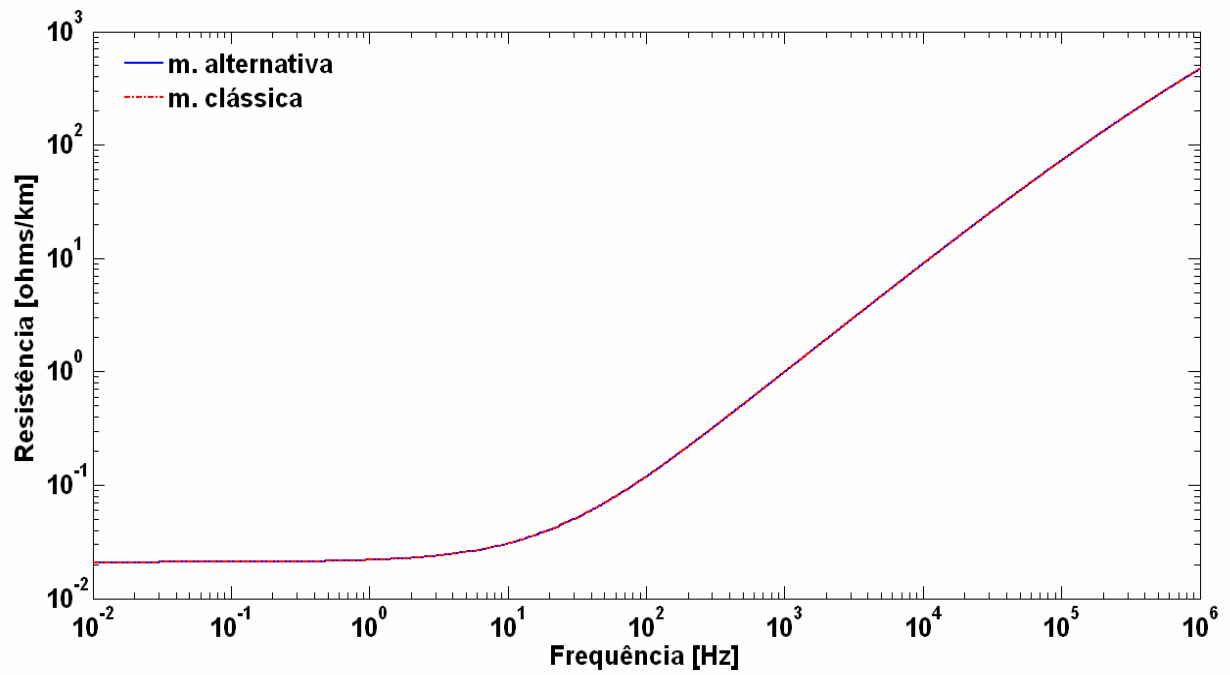


Figura 5.6 – Resistências longitudinais relativas ao condutor múltiplo assimétrico.

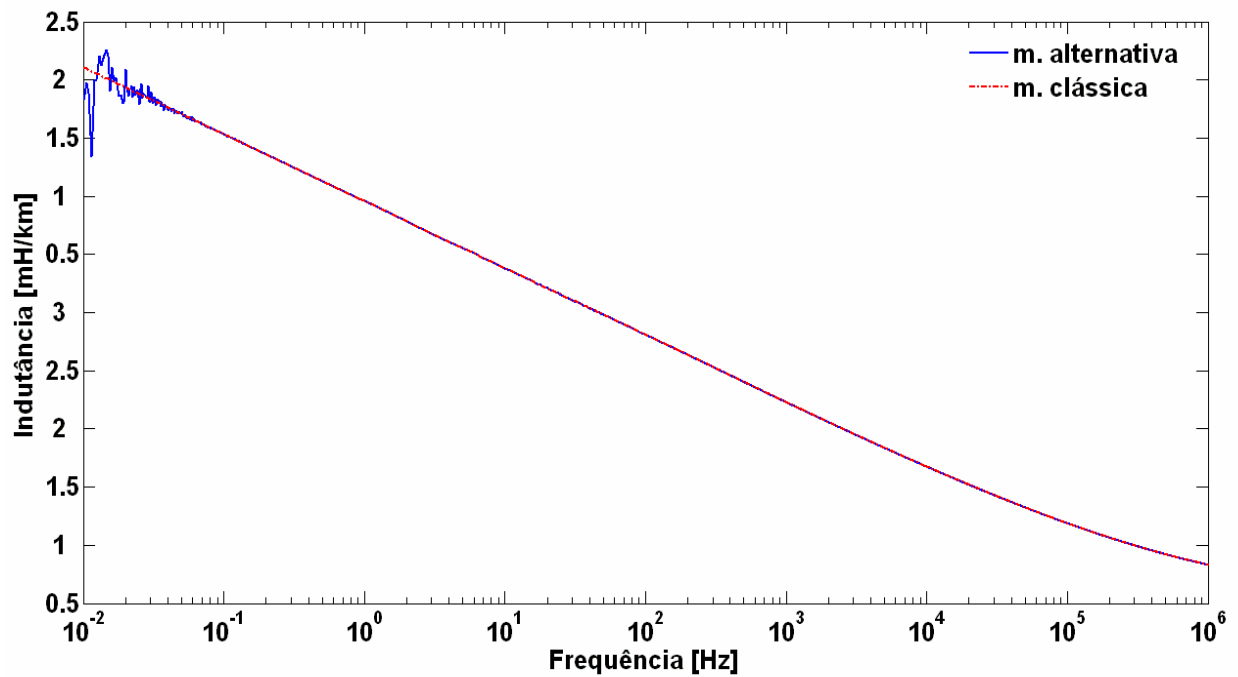


Figura 5.7 – Indutâncias longitudinais relativas ao condutor múltiplo assimétrico.

A partir da figura 5.7, verifica-se o mesmo comportamento nos resultados obtidos relacionados à indutância longitudinal por meio das metodologias alternativa e clássica. Concluindo que a assimetria transversal do feixe e a variação da distância entre os subcondutores não influencia nos resultados obtidos por ambas as metodologias.

A figura 5.8 descreve a capacitância calculada por meio da metodologia clássica e alternativa.

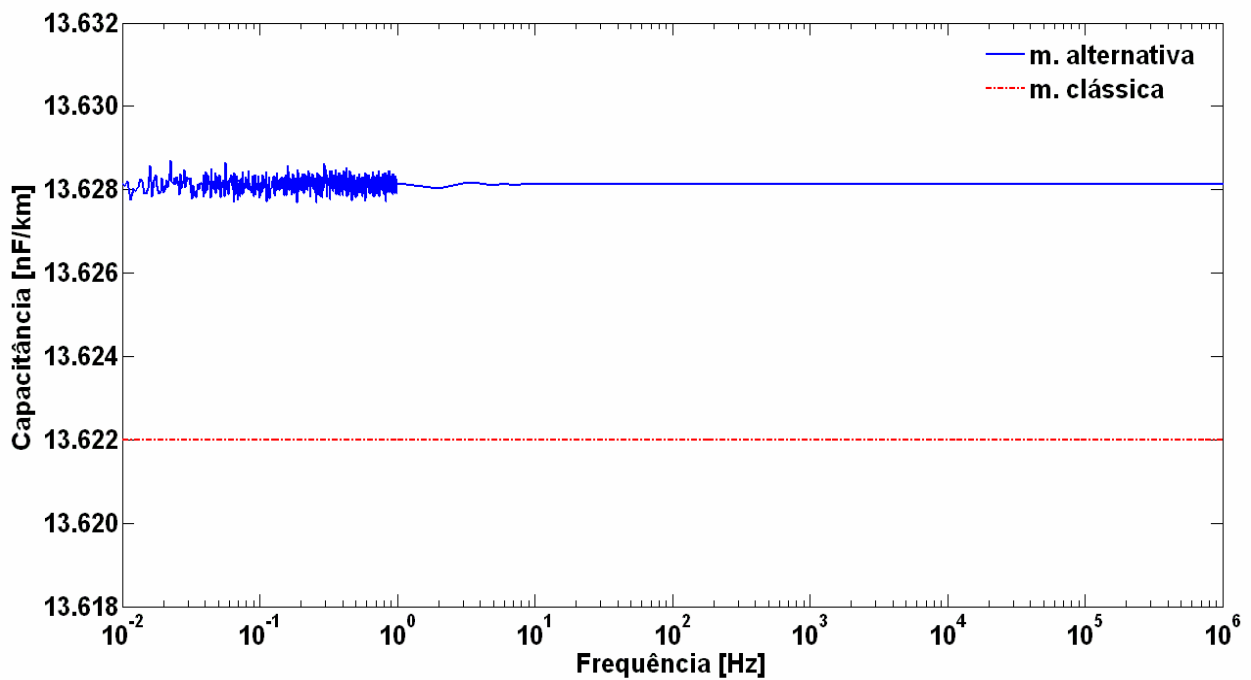


Figura 5.8 – Capacitâncias transversais relativas ao condutor múltiplo assimétrico.

Verifica-se que a capacitância transversal, calculada a partir do condutor múltiplo assimétrico descrito na figura 5.5, é constante em função da frequência. E, para fins práticos, a diferença relativa entre os dados obtidos por meio das duas metodologias pode ser considerada desprezível (inferior a 0,05%).

5.2.3 Aplicação a um condutor múltiplo com seis subcondutores

Com base no feixe ilustrado pela figura 1.5, no capítulo introdutório, é descrito o condutor múltiplo ilustrado na figura 5.9. Esse feixe é constituído por seis subcondutores de raio r e uniformemente espaçados de forma hexagonal. Alguns trabalhos publicados, como por exemplo, Nojima et al. (1997) entre outros, descrevem condutores múltiplos contendo seis subcondutores aplicados às linhas de transmissão compactas.

O feixe descrito na figura 5.9 descreve um condutor múltiplo com seis subcondutores configurados de forma simétrica (formando um hexágono equilátero) e com raio individual de cada subcondutor igual a 1,0 cm. O raio do feixe é descrito por s_c e equivalente a 0,4 m. A altura h_c , relativa ao centro geométrico do feixe, é 12,2 m.

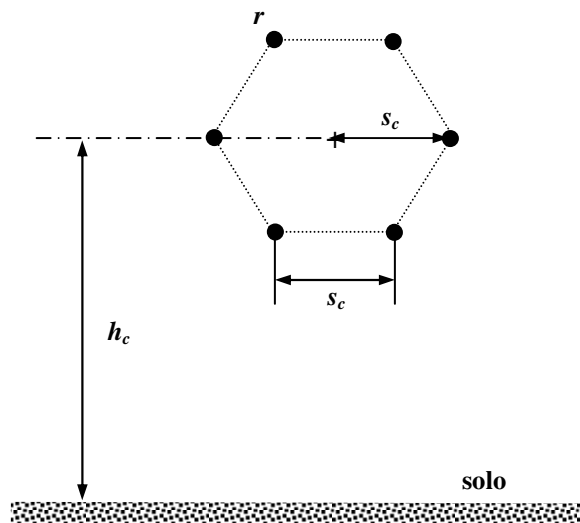


Figura 5.9 – Condutor múltiplo composto por seis subcondutores iguais.

A figura 5.10 mostra as resistências longitudinais calculadas a partir de ambas as metodologias. Observa-se que os resultados relativos às resistências longitudinais, obtidas a partir das metodologias em questão, apresentam o mesmo comportamento.

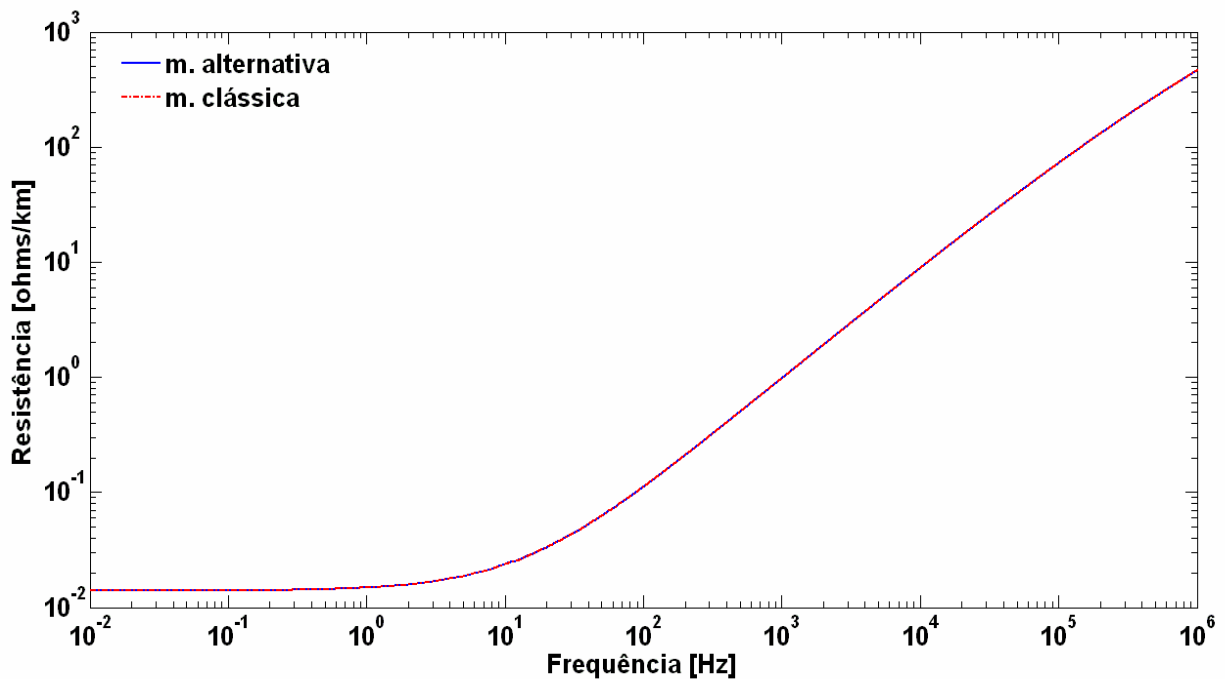


Figura 5.10 – Resistências longitudinais relativas ao condutor múltiplo com seis subcondutores.

A figura 5.11 descreve os gráficos relativos às indutâncias longitudinais do condutor em questão no presente subitem, calculados a partir das metodologias alternativa e clássica. Conclui-se que, assim como a resistência longitudinal, a indutância longitudinal calculada pelas duas metodologias apresenta comportamento semelhante.

Considerando a configuração do feixe em questão, composto por seis subcondutores, é possível concluir que a variação do número de subcondutores que compõe o feixe não difere os resultados obtidos pelas metodologias em análise.

Mais adiante, na figura 5.12, é descrita a capacitância transversal calculada por meio das duas metodologias em questão. Verifica-se que os valores obtidos são praticamente iguais, comparando os resultados obtidos por meio das metodologias em análise, com uma diferença relativa muito pequena, inferior a 0,01% em toda faixa de frequência analisada.

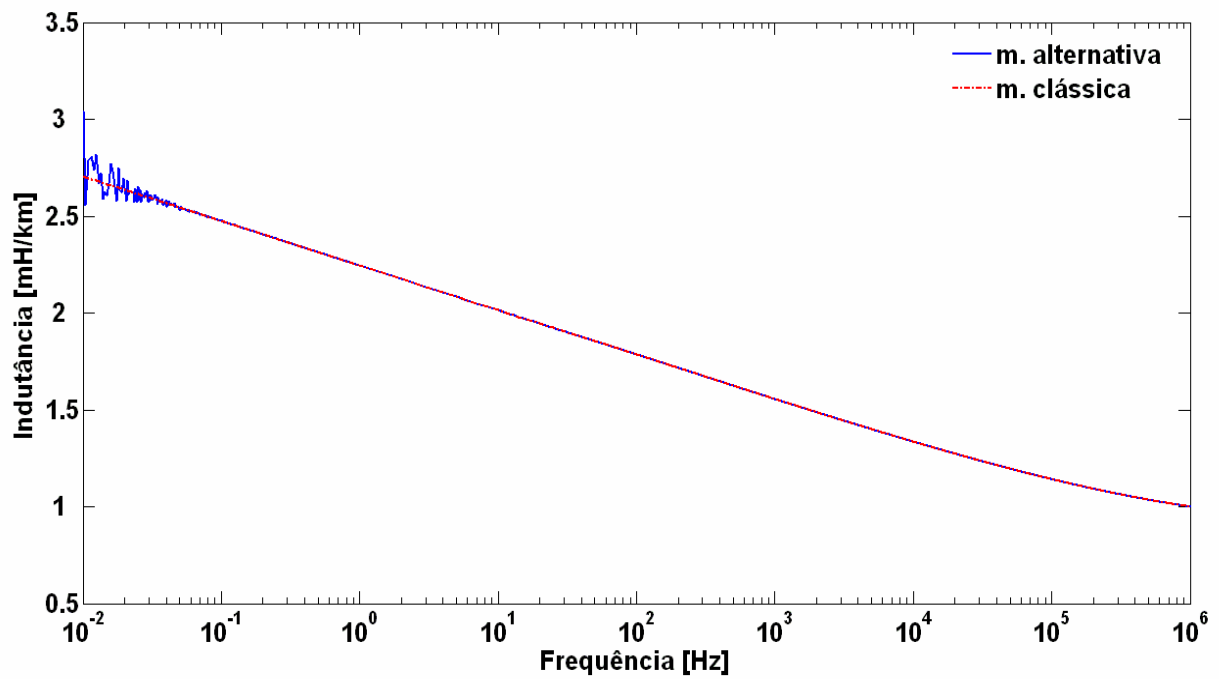


Figura 5.11 – Indutâncias longitudinais relativas ao condutor múltiplo com seis subcondutores.

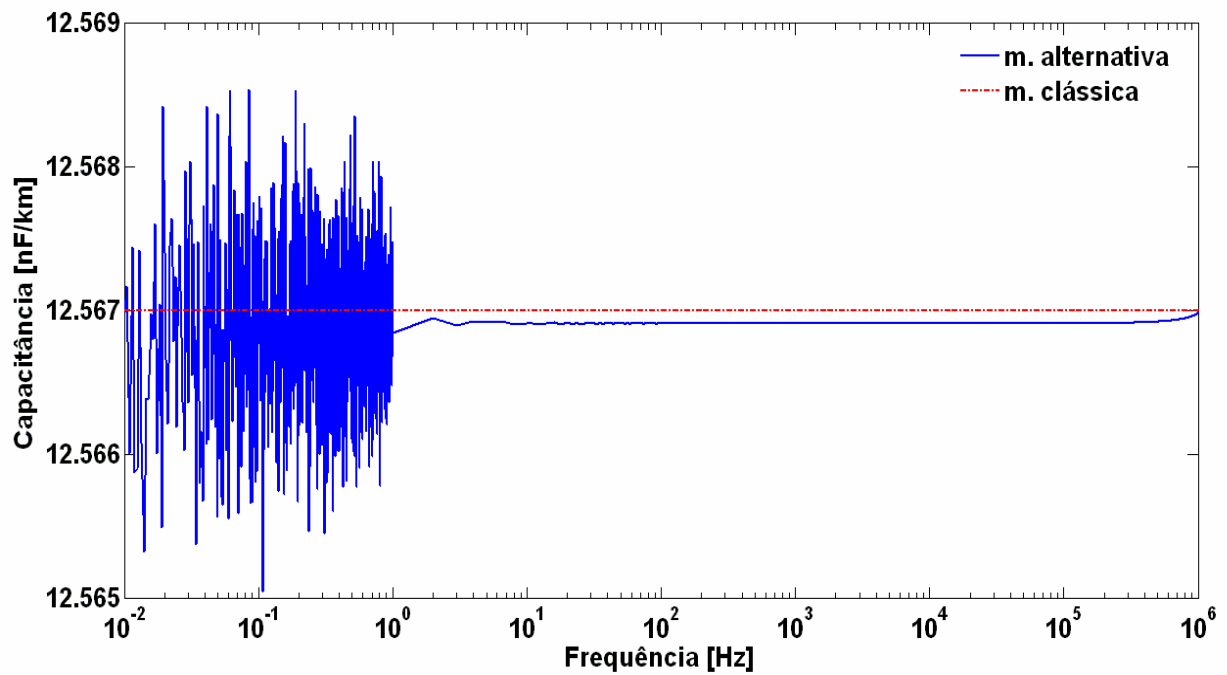


Figura 5.12 – Capacitâncias transversais relativas ao condutor múltiplo com seis subcondutores.

5.2.4 Aplicação a um condutor múltiplo não-convencional com sete subcondutores

Com base no condutor descrito por Trinh e Vicent (1978), é apresentado por meio da figura 5.13, um condutor múltiplo com sete subcondutores:

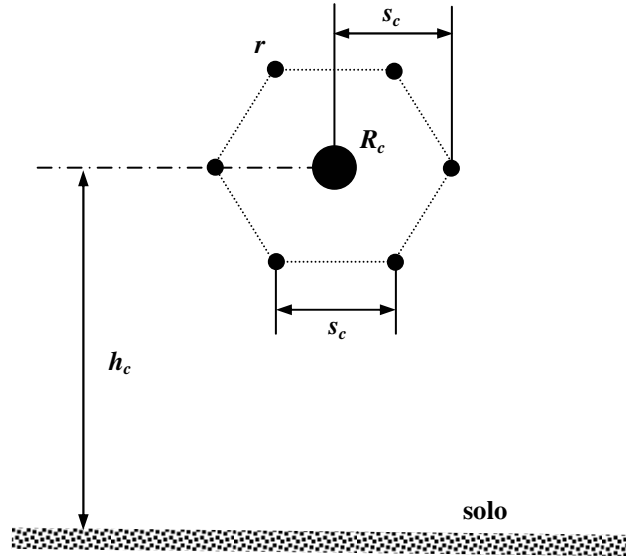


Figura 5.13 – Condutor múltiplo não-convencional composto por sete subcondutores.

O condutor múltiplo fictício ilustrado por meio da figura 5.13 é composto por sete subcondutores, sendo que seis desses subcondutores, com raio da secção transversal r , formam um hexágono equilátero e o sétimo subcondutor, de raio R_c , situa-se no centro do feixe. Os seis subcondutores externos formam uma espécie de blindagem, como na configuração de diversos cabos isolados e subterrâneos.

O espaçamento s_c é igual a 0,1 m, os raios dos subcondutores de menor diâmetro são iguais e equivalentes a 1,0 cm e o raio do subcondutor central R_c é igual a 3,5 cm. O centro geométrico do feixe encontra-se a 12,2 m do solo. Esse é uma forma de proporcionar uma corrente desigual através do feixe, ou do condutor múltiplo propriamente dito, e verificar as possíveis divergências entre os parâmetros obtidos por meio das metodologias em questão.

As figuras 5.14 e 5.15 mostram os gráficos das resistências longitudinais obtidas pelas metodologias:

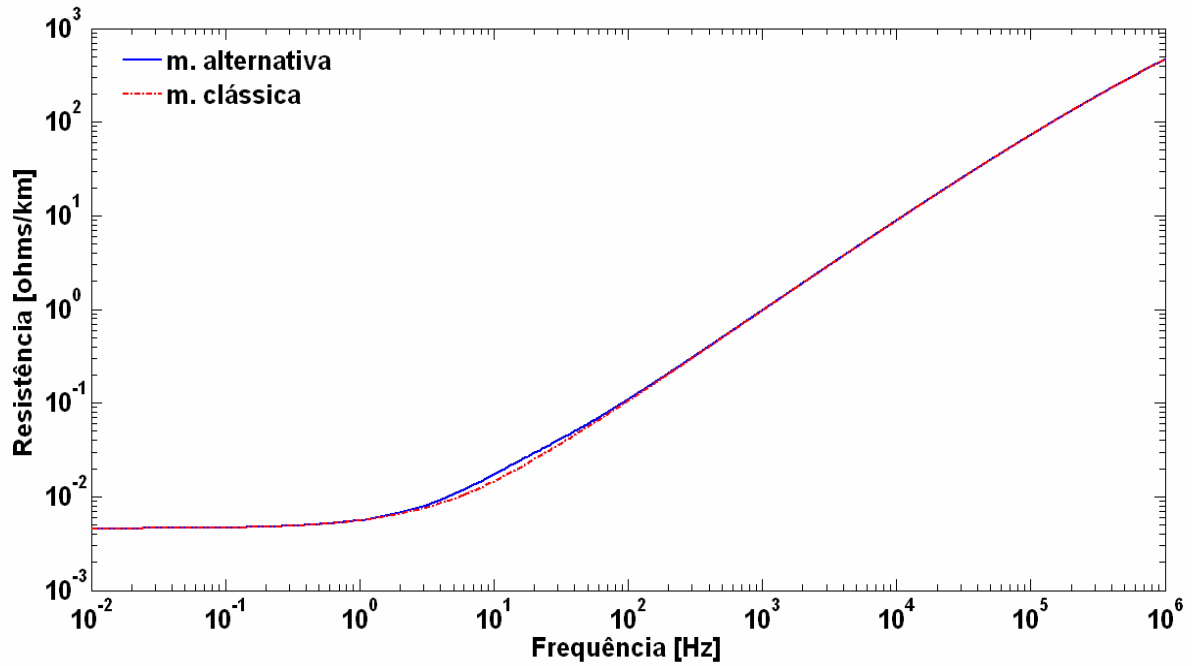


Figura 5.14 – Resistências longitudinais relativas ao condutor múltiplo não-convencional composto por sete subcondutores.

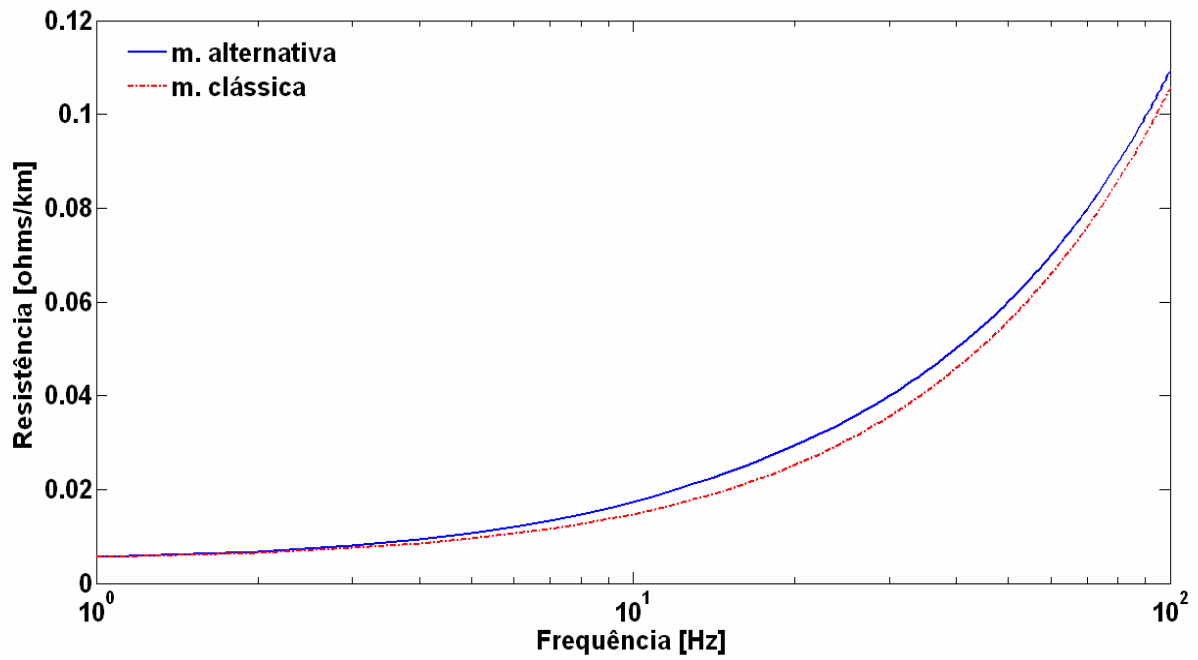


Figura 5.15 – Resistências longitudinais, entre 1 e 100 Hz, relativas ao condutor múltiplo não-convencional composto por sete subcondutores.

A figura 5.15 descreve com detalhes a variação entre os resultados relativos as resistências obtidas por meio de ambas as metodologias.

A diferença entre as mesmas pode ser mensurada considerando a proporção dada pela resistência calculada a partir da metodologia alternativa sobre a metodologia clássica, como descrito na figura 5.16.

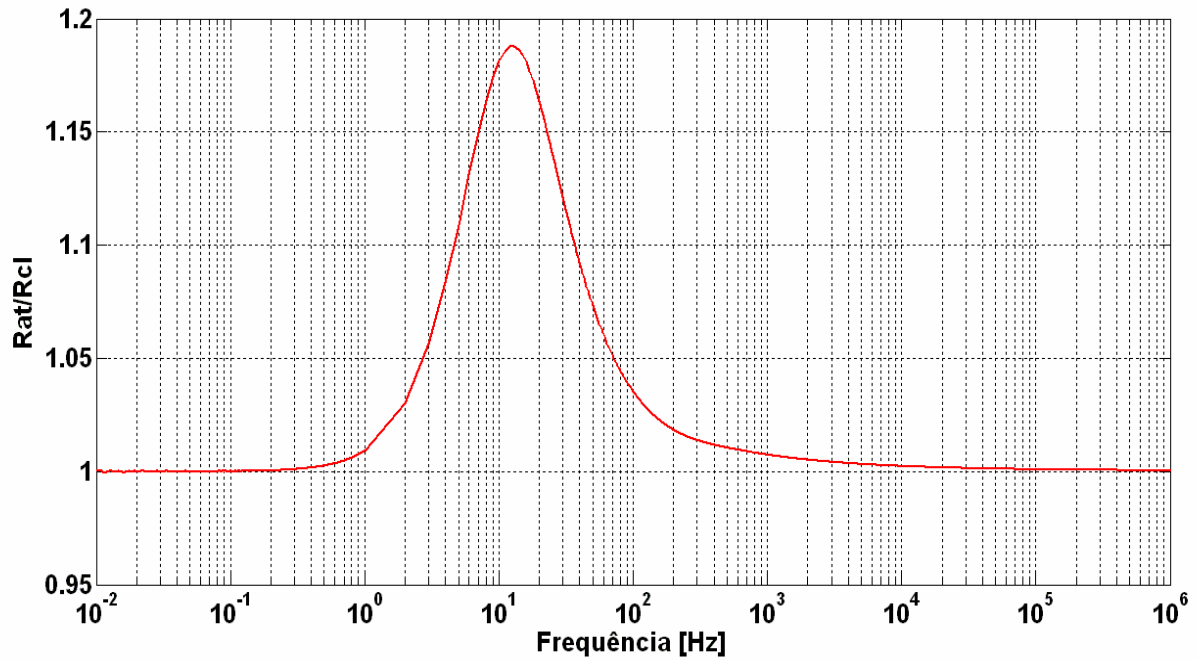


Figura 5.16 – Variação proporcional entre as metodologias alternativa e clássica, relativa à resistência longitudinal do condutor múltiplo não-convencional descrito.

Nesse caso, R_{at} é a resistência longitudinal calculada por meio da metodologia alternativa e R_{cl} é a resistência obtida por meio da metodologia clássica.

Verifica-se que, para o presente caso, as duas metodologias apresentam maiores divergências entre a faixa de frequência que se estende entre 10 e 100 Hz aproximadamente. Em torno de 10 a 20 Hz, observa-se uma variação proporcional entre as duas metodologias de quase 20%, como mostra a figura 5.16. Para 60 Hz a diferença é aproximadamente 6%.

A figura 5.17 descreve as indutâncias longitudinais.

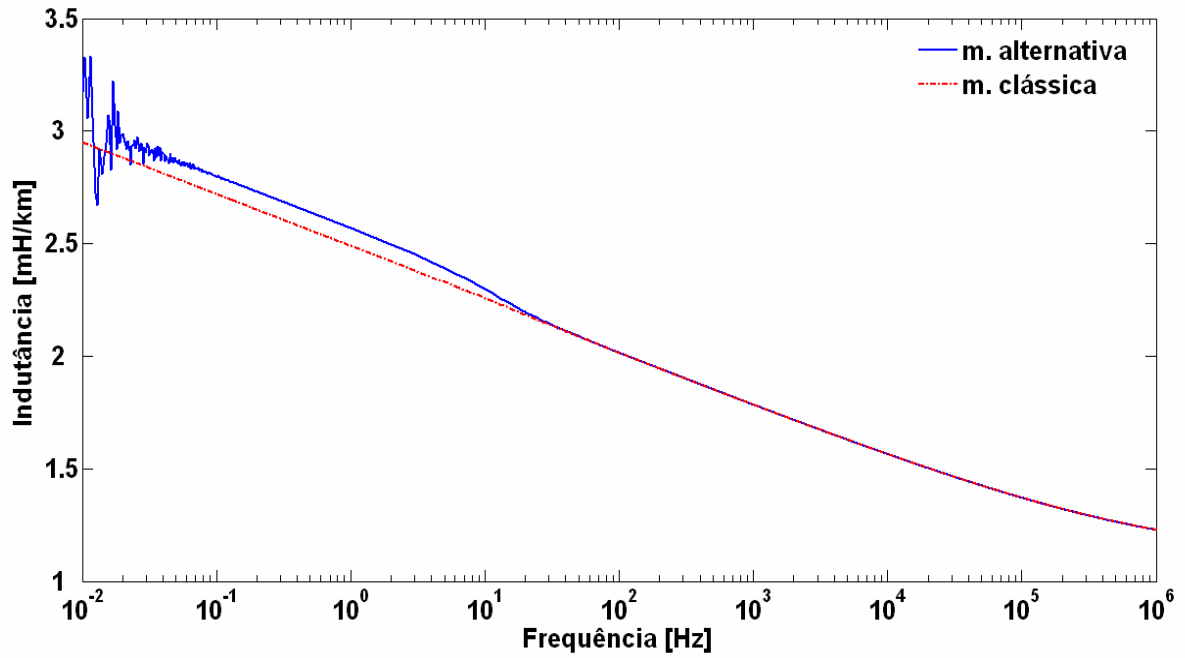


Figura 5.17 – Indutâncias longitudinais relativas ao condutor múltiplo não-convencional composto por sete subcondutores.

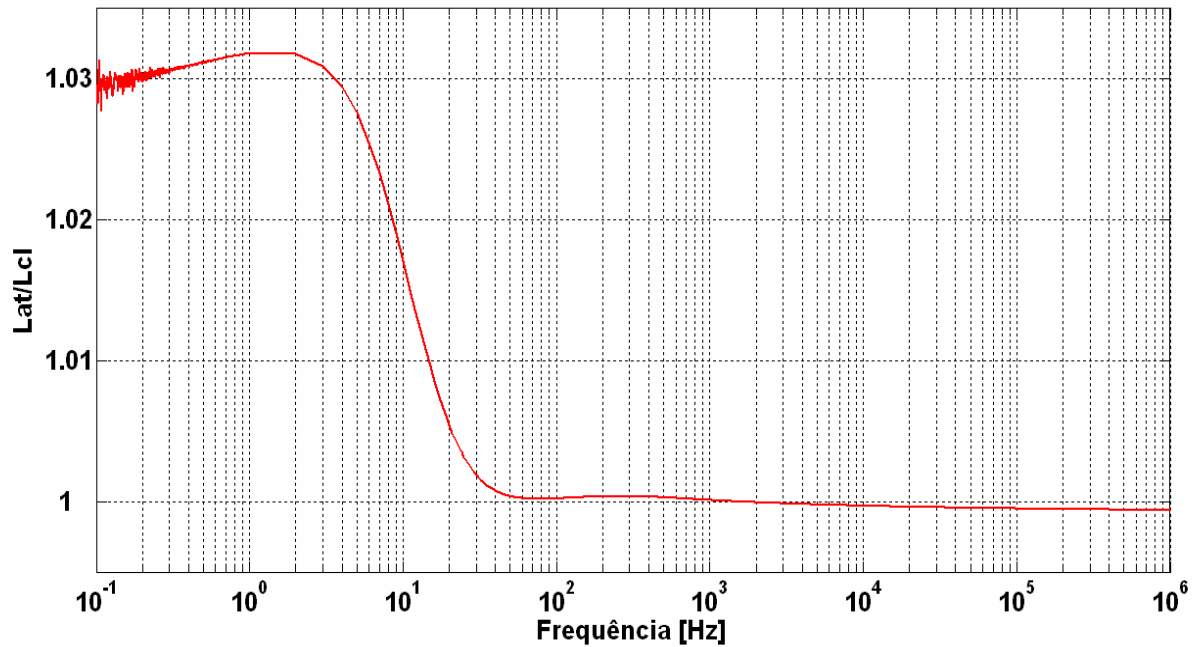


Figura 5.18 – Variação proporcional entre as metodologias alternativa e clássica, relativa à indutância longitudinal do condutor múltiplo não-convencional descrito.

A figura 5.18 descreve a proporção descrita pela indutância calculada através da metodologia alternativa, L_{at} , sobre a indutância obtida pela metodologia clássica L_{cl} . A partir dessa figura, verifica-se que as indutâncias apresentam variações menores que 4%.

A capacitância transversal, associada ao condutor múltiplo em questão, é descrita por meio das duas metodologias por meio da figura 5.19.

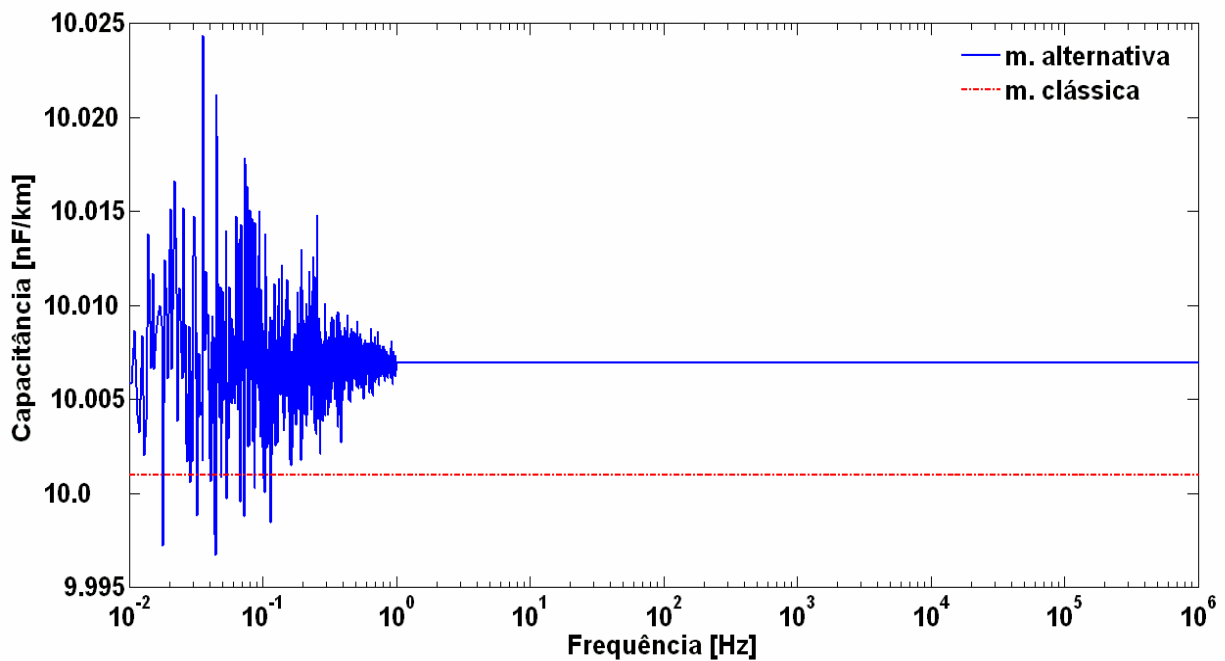


Figura 5.19 – Capacitâncias transversais relativas ao condutor múltiplo não-convencional composto por sete subcondutores.

Nota-se que as capacitâncias são praticamente iguais, apresentando uma diferença relativa inferior a 0,08% em praticamente toda faixa de frequência considerada, logo apresentando comportamento invariável em função da frequência.

5.3 ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DA DISTRIBUIÇÃO DA CORRENTE SOBRE O CÁLCULO DOS PARÂMETROS LONGITUDINAIS

Para analisar a influência da distribuição da corrente pelo condutor múltiplo, sobre o cálculo dos parâmetros longitudinais, é proposto um feixe fictício contendo dois subcondutores de raio $r1$ e $r2$, como mostrado na figura 5.20.

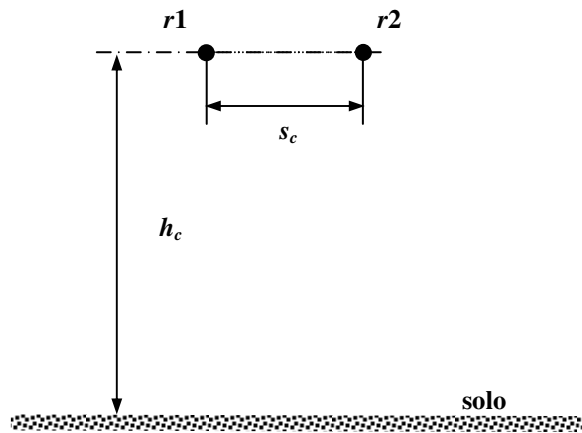


Figura 6.20 – Condutor múltiplo composto por dois subcondutores.

Para induzir a distribuição da corrente de forma não uniforme através do feixe, considera-se $r1$ constante e igual a 1,0 cm, enquanto o valor de $r2$ é variado de forma uniforme de 1,5 a 4,0 cm.

Determinando o condutor equivalente, utilizando as metodologias alternativa e clássica, e posteriormente calculando as resistências e indutâncias longitudinais, é possível apresentar as relações R_{at}/R_{cl} e L_{at}/L_{cl} pelas figuras 5.21 e 5.22, respectivamente.

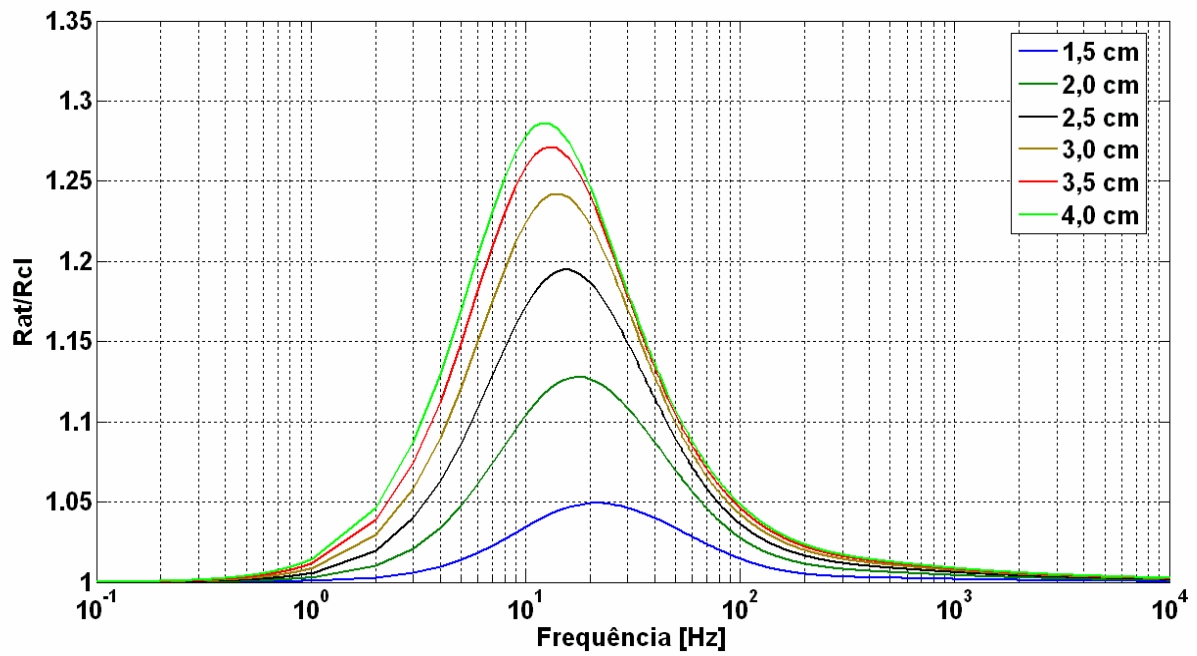


Figura 5.21 – Variações proporcionais relativas às resistências longitudinais calculadas por meio das metodologias alternativa e clássica.

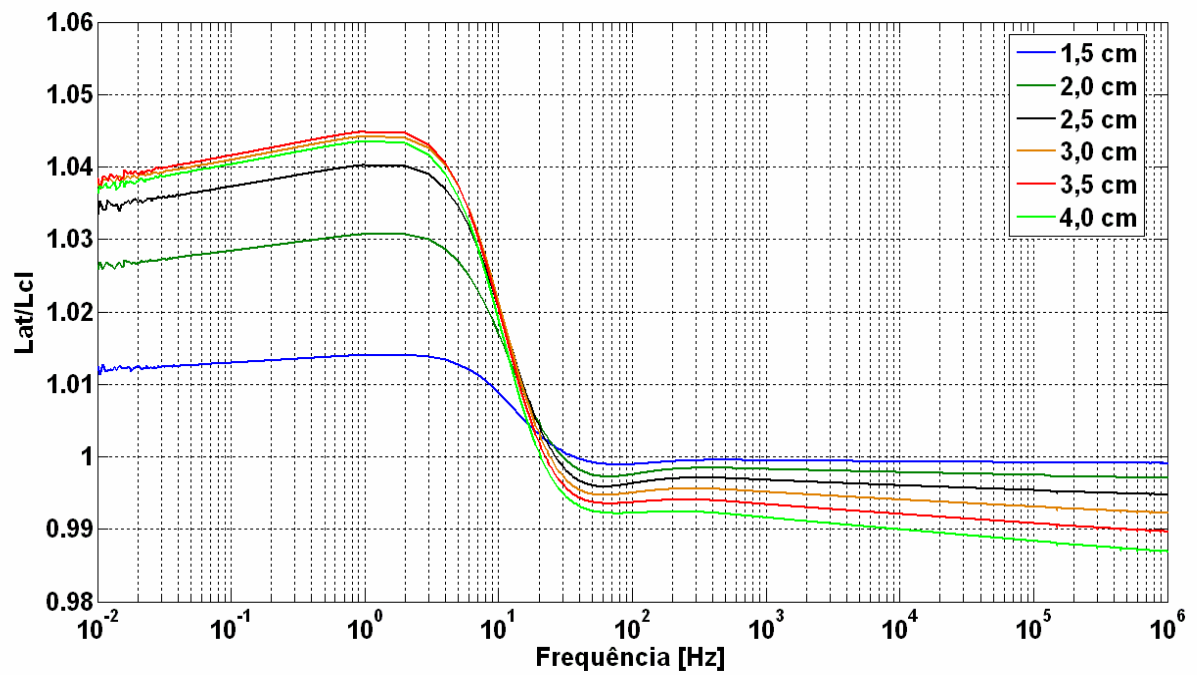


Figura 5.22 – Variações proporcionais relativas às indutâncias longitudinais calculadas por meio das metodologias alternativa e clássica.

As legendas descritas no canto direito superior das figuras 5.21 e 5.22 descrevem o valor de r_2 , indicando a cor da respectiva curva.

Destaca-se, na figura 5.21, uma diferença próxima de 30% entre as resistências obtidas por meio das duas metodologias, quando considerado um condutor múltiplo fictício com o valor de r_2 quatro vezes maior que r_1 .

Analisando a figura 5.22, verifica-se uma modesta variação da indutância, inferior a 5% no amplo espectro de frequências compreendido entre 10^{-2} e 10^6 Hz.

A partir do conjunto de dados e das curvas descritas pelas figuras 5.21 e 5.22, é possível concluir que as metodologias tornam-se mais divergentes proporcionalmente à diferença entre r_1 e r_2 . Ou seja, considerando indiretamente a distribuição de corrente de forma desigual entre os subcondutores do feixe.

5.4 CONCLUSÕES

A partir dos resultados obtidos neste capítulo, é possível concluir que fatores como: altura do condutor múltiplo, espaçamento entre os subcondutores do feixe e número de subcondutores não ocasiona diferença entre os resultados obtidos pelas metodologias alternativa e clássica. Verificou-se com a análise de todos os parâmetros descritos anteriormente, que as duas metodologias analisadas apresentam resultados similares. No entanto, quando algum parâmetro funcional relativo ao condutor múltiplo é variado, proporcionando uma diferença na distribuição da corrente entre os subcondutores que compõem o mesmo, observa-se algumas consideráveis divergências, entre as metodologias analisadas, para uma descrita faixa de frequência.

Vale ressaltar que de acordo com Fuchs (1979), o conceito de RMG é aplicado na obtenção de um condutor equivalente quando considerada uma distribuição igual da corrente, ou fluxo de cargas, através dos subcondutores que compõem o feixe. Logo, verifica-se que o quarto condutor descrito neste capítulo (condutor múltiplo com sete subcondutores) não pode ocasionar correntes iguais através de todos os subcondutores, uma vez que eles não apresentam o mesmo diâmetro. Portanto, por meio de tais considerações, verificou-se claramente a divergência entre as duas metodologias em uma faixa restrita de frequências.

Os parâmetros transversais sofrem alterações desprezíveis (inferiores a 0,1%), considerando uma metodologia à outra. Porém os parâmetros longitudinais, em especial a resistência sofre alterações consideráveis entre 1 e 100 Hz. Sendo essas alterações proporcionais à diferença da secção transversal dos subcondutores e conseqüentemente à indução de um maior fluxo de cargas em um subcondutor em relação aos outros do feixe, como descreve a análise feita no item 6.3.

A partir das conclusões possíveis neste capítulo, é importante observar que o intuito das análises realizadas é demonstrar que a metodologia alternativa proposta pode ser aplicada sem restrições a quaisquer configurações de condutores múltiplos, mostrando ser um método robusto para o cálculo dos parâmetros elétricos de linhas de transmissão.

6 CONCLUSÃO

Inicialmente, foram descritos alguns conceitos e peculiaridades sobre cabos encordoados constituídos de ligas metálicas diversas e condutores múltiplos, bem como suas principais aplicações. Foram comentados no capítulo introdutório alguns conceitos de tecnologias emergentes aplicadas ao setor de transmissão de energia elétrica, tais como as linhas denominadas compactas e as Linhas com Potencial Naturalmente Elevado, que por sua vez, utilizam condutores múltiplos distintos daqueles geralmente aplicados em linhas de transmissão convencionais.

No segundo capítulo, foram descritos os conceitos de indutância longitudinal e admitância transversal, próprias e mútuas, entre as fases de uma linha polifásica. Foram descritos, de forma qualitativa e quantitativa, os conceitos de impedância em função da frequência, efeitos solo e pelicular. Quantitativamente falando, as formas diferenciadas das equações de Bessel e as séries trigonométricas infinitas de *Carson* foram descritas detalhadamente, para o cálculo dos parâmetros longitudinais de linhas de transmissão em função da frequência. Ademais, foi descrito o equacionamento necessário para o cálculo da matriz de potencial, necessária para a solução analítica que descreve os parâmetros transversais da linha. Ou seja, admitâncias e capacitâncias transversais, ressaltando que esses parâmetros dependem exclusivamente da distância entre os condutores da linha, altura dos mesmos e medida da seção transversal.

No segundo capítulo, foi descrito o procedimento clássico para o cálculo de um condutor equivalente a um condutor múltiplo utilizando o conceito do Raio Médio Geométrico (RMG). Foram descritas as premissas e restrições na utilização dessa metodologia, amplamente aplicada no cálculo dos parâmetros elétricos de cabos compostos por filamentos maciços encordoados e condutores múltiplos.

Em sequência, no quarto capítulo, é descrito o procedimento alternativo, utilizando como base os parâmetros calculados individualmente para cada subcondutor do feixe. Essa metodologia parte da condição de contorno em que as tensões nos terminais inicial e final, para cada subcondutor do feixe são exatamente iguais.

Fazendo uso das técnicas de decomposição modal é possível desacoplar cada subcondutor do feixe e a partir de operações algébricas, matriciais e trigonométricas com base nas equações hiperbólicas da linha, aplicadas no domínio modal, é possível encontrar a função de propagação γ e a impedância característica do condutor equivalente Z_C . E, a partir de γ e Z_C , é possível calcular os parâmetros longitudinais e transversais pela metodologia alternativa proposta.

No quinto capítulo, a partir dos resultados obtidos por meio de ambas as metodologias descritas como metodologia alternativa e clássica (RMG), foi possível verificar algumas divergências. Considerando os três primeiros condutores analisados, verificou-se que a distância entre os subcondutores, configuração da simetria radial e número de subcondutores que compõe o feixe não resultam em divergências nos resultados obtidos pelas metodologias. Portanto, até então, os resultados levam à conclusão que a metodologia alternativa proposta está correta, sendo que a mesma apresenta resultados semelhantes à metodologia clássica.

Em sequência, observa-se um condutor múltiplo com sete subcondutores, sendo um deles situado no centro do feixe e com raio da secção transversal 3,5 vezes maior que o raio dos outros seis subcondutores periféricos. A partir desse condutor, verifica-se uma diferença de aproximadamente 20% entre os resultados obtidos para resistência equivalente por meio das duas metodologias, na faixa de frequência entre 10 e 100 Hz aproximadamente. Após essa verificação, foi realizada uma análise para verificar em que medida a diferença entre os raios transversais dos subcondutores de um mesmo condutor múltiplo influenciam os resultados obtidos a partir das duas metodologias. Observou-se então que a divergência entre as metodologias, para resistência e para indutância, é proporcional a diferença entre as secções transversais individuais relativas aos subcondutores do feixe.

Portanto, voltando-se à premissa descrita por Fuchs (1979), em que o conceito de RMG é restrito às situações onde os subcondutores relativos a um mesmo condutor múltiplo apresentam correntes iguais, pode-se afirmar que uma variação na secção transversal em um dos

subcondutores associados a um mesmo feixe é suficiente para ocasionar um fluxo de cargas desigual entre os mesmos. Logo, a partir dessa possibilidade, destaca-se uma restrição descrita para aplicação do RMG na obtenção de um condutor equivalente.

Observa-se nos resultados obtidos que as diferenças entre as metodologias são maiores para os resultados associados às resistências e consideradas discretas (inferior a 6%) para os resultados referentes às indutâncias.

Portanto, a partir do procedimento e dos resultados descritos neste trabalho, apresentou-se uma metodologia alternativa para o cálculo dos parâmetros elétricos associados a condutores múltiplos.

Finalizando as conclusões deste trabalho, fica como sugestão para futuros e possíveis experimentos, a verificação e análise da faixa de frequência específica na qual as diferenças entre as duas metodologias foram mais evidentes (considerando-se condutores múltiplos ou cabos encordoados com o fluxo não-homogêneo da corrente através de suas secções transversais), proporcionalmente a variação do raio dos subcondutores de condutores múltiplos ou filamentos de um mesmo cabo encordoadado. Ou ainda, para cabos encordoados compostos por fios maciços compostos por materiais diferentes, propondo uma metodologia puramente matemática para o cálculo dos parâmetros elétricos dos mesmos.

Referências

BUDNER, A. Introduction of frequency-dependent line parameters into an electromagnetic transients program. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, Denver, v. PAS-89, n. 1, p. 88-97, 1970.

CARVALHO, C. G. **Características dos parâmetros do condutor equivalente a um feixe de subcondutores de linhas de transmissão: análise inicial**. 2007. 149f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Ilha Solteira, 2007.

CHIPMAN, R. A. **Teoria e problemas de linhas de transmissão**. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1976. 276 p.

DERI, A.; TEVAN, G.; SEMLYEN, A. E.; CASTANHEIRA, A. The complex ground return plane – A simplified model for homogeneous and multi-layer earth return. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, New York, v. PAS-100, n. 8, p. 3686-3693, 1981.

DWIGHT, H. B. **Mathematical tables**. Nova York: Dover Publ., 1958. 190 p.

FUCHS, R. D. **Transmissão de energia elétrica: linhas aéreas teoria das linhas em regime permanente**. 2.ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1979. 582 p.

HOFMANN, L. Series expansions for line series impedances considering different specific resistances, magnetic permeabilities, and dielectric permittivities of conductors, air, and ground.

IEEE Transactions on Power Delivery, New York, v. 18, n. 2, p. 564-570, 2003.

KUROKAWA, S. **Parâmetros longitudinais e transversais de linhas de transmissão calculados a partir das correntes e tensões de fase**. 2003. 151f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2003.

MCLACHLAN, N. W. **Bessel functions for engineers**. 2.ed. Oxford: Clarendon Press, 1955. 239 p.

MARTINEZ, J. A.; GUSTAVSEN, B.; DURBAK, D. Parameters determination for modeling system transients – Part I: overhead lines. **IEEE Transactions on Power Delivery**, New York, v. 20, n. 3, p. 2038-2044, 2005.

NOJIMA, T.; SHIMIZU, M.; OGI, I.; OKUMURA, T; NAGATOMI, K.; ITO, H. Development of galloping endurance design for extra large 6-conductor bundle spacers by the experience of full scale 500 kV test line. **IEEE Transactions on Power Delivery**, New York, v. 12, n. 4, p. 1824-1829, 1997.

TESCHE, F. M.; IANOZ, M. V.; KARLSSON, T. **EMC analysis methods and computational models**. Nova York: John Wiley & Sons, 1997. 623 p.

TRINH, N. G.; VINCENT, C. Bundled-conductors for EHV transmission systems with compressed SF₆ insulation. **AIEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, New York, v. 75, n. 6, p. 2198-2206, 1978.

SINCLAIR, A. J.; FERREIRA, J. A. Analysis and design of transmission line structures by means of the geometric mean distance. **Conference IEEE African Conference in Africa**, Stellenbosch, v. 2, n. 4, p. 1062-1065, 1996.

STEVENSON, W. D. **Elementos de análise de sistemas de potência**. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1978. 348 p.

WEDEPOHL L. M.; NGUYEN H. V.; IRWIN, G, D. Frequency-dependent transformation matrices for untransposed transmission lines using Newton-Raphson method. **IEEE Transactions on Power Systems**, New York, v. 11, n.3, p. 1538-1546, 1996.