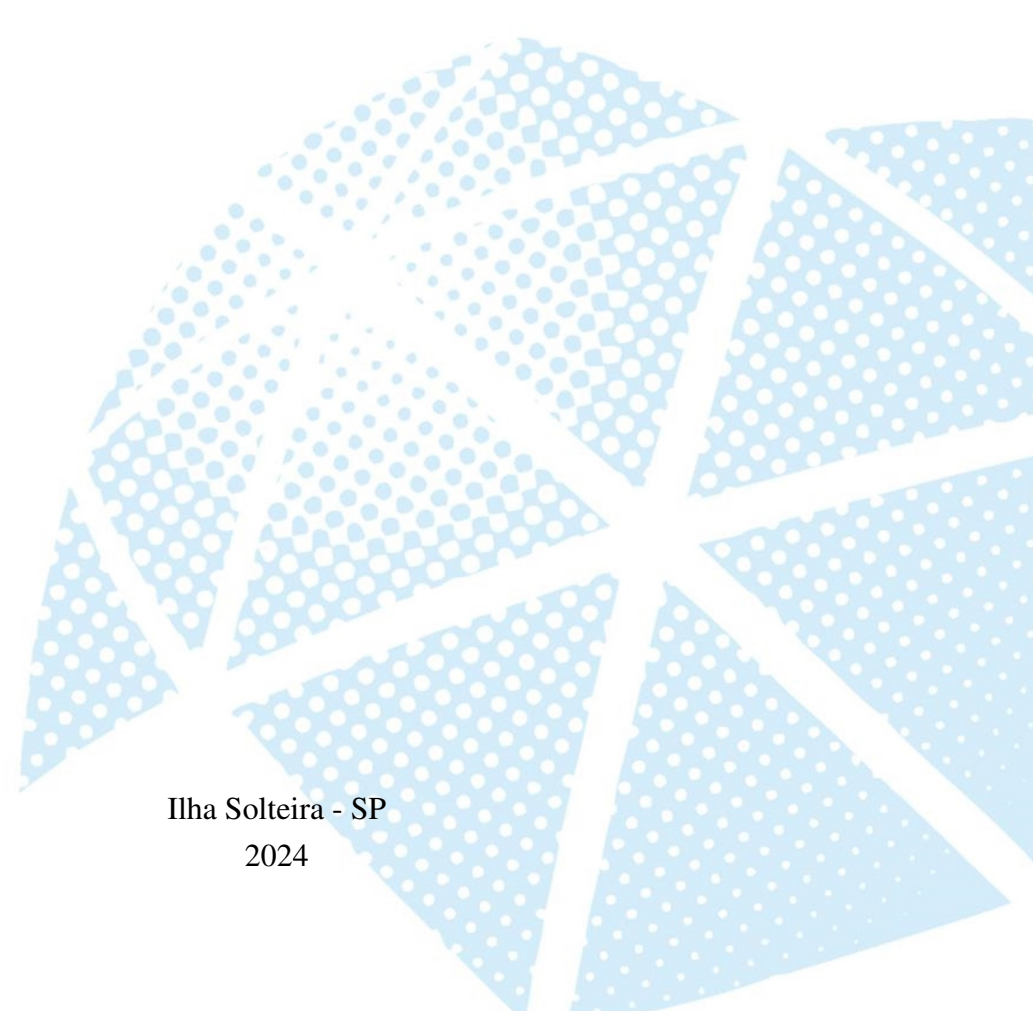


UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
FACULDADE DE ENGENHARIA
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA

MARCOS DANIEL SCHIAVINATO

**ANÁLISE COMPARATIVA DE MODELOS RELAXADOS NO PLANEJAMENTO DA
EXPANSÃO DE SISTEMAS DE TRANSMISSÃO**

Ilha Solteira - SP
2024



MARCOS DANIEL SCHIAVINATO

**ANÁLISE COMPARATIVA DE MODELOS RELAXADOS NO PLANEJAMENTO DA
EXPANSÃO DE SISTEMAS DE TRANSMISSÃO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
à Universidade Estadual Paulista (UNESP),
Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira
(FEIS), para obtenção do título de Bacharel em
Engenharia Elétrica

Prof. Dr. Rubén Augusto Romero Lázaro
Orientador

FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

- S329a Schiavinato, Marcos Daniel.
Análise comparativa de modelos relaxados no planejamento da expansão de sistemas de transmissão / Marcos Daniel Schiavinato. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2024
72 f.
- Trabalho de conclusão de curso (Graduação em Engenharia Elétrica) - Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade de Engenharia, Ilha Solteira, 2024
- Orientador: Rubén Augusto Romero Lázaro
- Inclui bibliografia
1. Modelo híbrido linear. 2. Otimização de sistemas elétricos. 3. Planejamento da expansão de sistemas de transmissão. 4. Programação linear.

IMPACTO POTENCIAL DESTA PESQUISA

Os estudos realizados aplicando-se os modelos matemáticos possuem um impacto significativo no planejamento da expansão de sistemas de transmissão de energia elétrica. Esses modelos permitem simular e prever o comportamento dos sistemas de transmissão sob diferentes cenários, condições e contextos, facilitando a identificação de pontos críticos e a otimização das infraestruturas. Através desses estudos é possível reduzir os custos envolvidos no processo, além de se aperfeiçoar a sua eficiência, garantindo a segurança e a confiabilidade do fornecimento de energia elétrica. Nesse contexto, a Empresa de Pesquisa Energética (EPE) utiliza essas ferramentas para avaliar cenários futuros, analisando-se o impacto de novos projetos e garantindo que as necessidades energéticas do país sejam atendidas de forma eficiente.

POTENTIAL IMPACT OF THIS RESEARCH

The studies conducted by applying mathematical models have a significant impact on the planning of the expansion of electrical power transmission systems. These models allow for the simulation and prediction of the behavior of transmission systems under different scenarios, conditions, and contexts, facilitating the identification of critical points and the optimization of infrastructure. Through these studies, it is possible to reduce the costs involved in the process, as well as improve its efficiency, ensuring the safety and reliability of the electricity supply. In this context, the Energy Research Company (EPE) uses these tools to evaluate future scenarios, analyze the impact of new projects, and ensure that the country's energy needs are met efficiently.



ATA DE DEFESA DE TRABALHO DE GRADUAÇÃO

Aos seis dias do mês de dezembro de dois mil e vinte e quatro, o discente **Marcos Daniel Schiavinato**, matriculado sob o nº182055159, tendo como banca examinadora o seu orientador, o *Prof. Dr. Rubén Augusto Romero Lázaro*, a *Doutoranda Inés Celsa Dominguez Castillo* e o *Dr. José Eduardo Chillogalli Astudillo*, apresentou o Trabalho de Graduação intitulado "**Análise comparativa de modelos relaxados no planejamento da expansão de sistemas de transmissão**", obtendo a nota 9,8 (nove oito) e conceito aprovado.

Prof. Dr. Rubén Augusto Romero Lázaro

- orientador -

Marcos Daniel Schiavinato

- discente -

Doutoranda Inés Celsa Dominguez Castillo

- Membro da Banca -

Dr. José Eduardo Chillogalli Astudillo

- Membro da Banca -

DEDICATÓRIA

Aos meus pais Marcos e Rosana, e minha irmã Danielle, pelo apoio e incentivo durante minha jornada.

AGRADECIMENTOS

À minha família, pelo apoio e incentivo ao longo da graduação, especialmente à minha mãe, Rosana Torquette Schiavinato, ao meu pai, Marcos Schiavinato, e à minha irmã, Danielle Schiavinato.

Ao meu orientador, Rubén Augusto Romero Lázaro, pela oportunidade de pesquisa e auxílio no desenvolvimento dos trabalhos ao longo desses anos, e também, pelos ensinamentos em sala de aula.

Aos meus colegas de estudo e grupos de bancada por compartilharem e auxiliarem nas dificuldades encontradas.

Aos meus companheiros da República Moita, por proporcionarem um dos melhores momentos vividos nessa maravilhosa cidade.

A todos que cruzaram o meu caminho ao longo dessa jornada, meu muitíssimo obrigado por colaborarem com minha evolução pessoal e profissional.

*"Só fazemos melhor aquilo que repetidamente insistimos em melhorar. A busca da excelência
não deve ser um objetivo, e sim um hábito."
(Aristóteles)*

RESUMO

O objetivo do planejamento da expansão de sistemas de transmissão visa atingir o plano ótimo. Isso implica em determinar quando, onde e quais tipos de equipamentos devem ser instalados ao longo de um determinado período com o objetivo de minimizar os custos, garantindo que o sistema atenda às demandas da rede de energia elétrica e opere com segurança. Dado o grande número de variáveis envolvidas nesse problema e as múltiplas combinações de opções de investimento, vários modelos matemáticos foram propostos. Esses modelos variam de acordo com as restrições aplicadas, ou seja, alguns modelos menos restritivos fornecem resultados mais rapidamente, exigindo menos tempo de processamento computacional. No entanto, esses modelos raramente alcançam a solução ideal do problema e não oferecem informações sobre a qualidade da solução obtida. Contudo, a utilização de modelos mais robustos demandam de um grande esforço computacional para retornar uma solução ótima. Nesse estudo, o alvo principal é encontrar as soluções ótimas do Sistema Norte-Nordeste Brasileiro, Plano P1 (2002) e Plano P2 (2008). Para abordar esse problema, os modelos foram implementados usando a linguagem AMPL e resolvidos com o auxílio do solver CPLEX. Os sistemas testes analisados incluíram o Sistema de 6 Barras de Garver, o Sistema IEEE de 24 Barras, o Sistema Sul Brasileiro de 46 Barras, o Sistema Colombiano de 93 Barras e o Sistema Norte-Nordeste Brasileiro de 87 Barras (Planos P1 e P2). Com o objetivo de buscar uma solução ideal, foi proposta uma estratégia que reduz o espaço de busca. Essa estratégia envolve a implementação das soluções geradas pelos modelos menos restritivos e a utilização delas como restrições em modelos mais robustos através da definição de limitantes inferiores e superiores no problema, além de propor uma diminuição do número máximo de linhas candidatas a adição por cada caminho. Através da aplicação dessa estratégia de redução do espaço de busca, foi possível encontrar a solução ótima para o Plano P1 utilizando-se o solver CPLEX para o modelo linear disjuntivo (modelo DC).

Palavras-chave: Modelo híbrido linear; otimização de sistemas elétricos; planejamento da expansão de sistemas de transmissão; programação linear; programação não linear.

ABSTRACT

The objective of transmission system expansion planning is to achieve the optimal plan. This involves determining when, where, and what types of equipment should be installed over a certain period to minimize costs while ensuring that the system meets the demands of the electrical energy network and operates safely. Given the large number of variables involved in this problem and the numerous combinations of investment options, various mathematical models have been proposed. These models vary according to the applied constraints, meaning that some less restrictive models provide results more quickly, requiring less computational processing time. However, these models rarely reach the ideal solution of the problem and do not provide information about the quality of the obtained solution. On the other hand, the use of more robust models demands significant computational effort to return an optimal solution. In this study, the main goal is to find the optimal solutions for the Brazilian North-Northeast System, Plan P1 (2002), and Plan P2 (2008). To address this problem, the models were implemented using the AMPL language and solved with the assistance of the CPLEX solver. The analyzed mathematical models included the 6-Bus Garver System, the 24-Bus IEEE System, the 46-Bus Southern Brazilian System, the 93-Bus Colombian System, and the 87-Bus North-Northeast Brazilian System (P1 and P2 plans). In order to seek an ideal solution, a strategy was proposed to reduce the search space. This strategy involves implementing solutions generated by less restrictive models and using them as constraints in more robust models by defining lower and upper bounds in the problem. It also proposes a reduction in the maximum number of candidate rows to be added for each path. Through the application of this search space reduction strategy, it was possible to find the optimal solution for Plan P1 using the CPLEX solver for the disjunctive linear model (DC model).

Keywords: Linear hybrid model; optimization of electrical systems; transmission systems expansion planning; linear programming; nonlinear programming.

LISTA DE FIGURAS

1	Modelo Ilustrativo - Sistema de 6 Barras de Garver	38
2	Modelo Ilustrativo - Sistema IEEE de 24 Barras	39
3	Modelo Ilustrativo - Sistema Sul Brasileiro de 46 Barras	40
4	Modelo Ilustrativo - Sistema Colombiano de 93 Barras	41
5	Modelo Ilustrativo - Sistema Norte-Nordeste Brasileiro de 87 barras	42

LISTA DE TABELAS

1	Comparativo das Soluções Encontradas	33
2	Comparativo das Topologias Encontradas	34
3	Dados das Barras - Sistema de 6 Barras de Garver	42
4	Dados dos Circuitos - Sistema de 6 Barras de Garver	43
5	Dados das Barras - Sistema IEEE de 24 Barras	43
6	Dados dos Circuitos - Sistema IEEE de 24 Barras	44
7	Dados das Barras - Sistema Sul Brasileiro de 46 Barras	45
8	Dados dos Circuitos - Sistema Sul Brasileiro de 46 Barras	47
9	Dados das Barras - Sistema Colombiano de 93 Barras	49
10	Dados dos Circuitos - Sistema Colombiano de 93 Barras	52
11	Dados das Barras - Sistema Norte-Nordeste (2002)	57
12	Dados dos Circuitos - Sistema Norte-Nordeste (2002)	58
13	Dados das Barras - Sistema Norte-Nordeste (2008)	64
14	Dados dos Circuitos - Sistema Norte-Nordeste (2008)	67

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

AHC	Algoritmo Heurístico Construtivo
DC	Direct Current
GRASP	Greedy Randomized Adaptive Search Procedure
IEEE	Institute of Electrical and Electronic Engineers
MH	Meta-Heurística
MHNL	Modelo Híbrido Não Linear
MHL	Modelo Híbrido Linear
MLD	Modelo Linear Disjuntivo
MT	Modelo de Transportes
MUS\$	Milhões de Dólares
PEST	Planejamento da Expansão de Sistemas de Transmissão
PLIM	Problema Linear Inteiro Misto
PLK	Primeira Lei de Kirchhoff
PNLIM	Problema Não Linear Inteiro Misto
SLK	Segunda Lei de Kirchhoff

SUMÁRIO

1	Introdução	15
2	Modelos Matemáticos no Planejamento da Expansão de Sistemas de Transmissão	17
2.1	Introdução	17
2.2	Modelo de Transportes	19
2.3	Modelo Híbrido Linear	20
2.4	Modelo Híbrido Não Linear	21
2.5	Modelo Linear Disjuntivo - Modelo DC	22
3	Testes Usando os Modelos Matemáticos	25
3.1	Sistema de 6 Barras de Garver	25
3.2	Sistema IEEE de 24 Barras	26
3.3	Sistema Sul Brasileiro de 46 Barras	27
3.4	Sistema Colombiano de 93 Barras	28
3.5	Sistema Norte-Nordeste Brasileiro de 87 Barras	29
4	Conclusões	32
	Referências Bibliográficas	37
A	Modelos Ilustrativos	38
B	Dados dos Sistemas Usados	42

1 Introdução

O objetivo do Planejamento da Expansão de Sistemas de Transmissão (PEST) visa alcançar o plano ótimo, ou seja, determinar onde, quando e que tipos de equipamentos (linhas e/ou transformadores) devem ser instalados ao menor custo possível em determinados caminhos da rede de um dado sistema ao longo de um período para que o mesmo atenda a demanda da rede de energia elétrica e opere de forma segura.

Devido a enorme quantidade de variáveis envolvidas no PEST, como redes iniciais não conexas (barras e/ou linhas isoladas do sistema) e a enorme quantidade de combinações de alternativas de investimento, são propostos diversos modelos matemáticos que variam em relação as restrições utilizadas, sendo assim, alguns modelos mais relaxados proporcionam resultados mais rápidos, necessitando de um menor tempo de processamento computacional, porém, raramente retornam a solução ótima do problema, além de não fornecerem informações sobre a qualidade da solução obtida.

Dentre os modelos apresentados na literatura, pode-se destacar três dos mais utilizados no PEST: o modelo DC, o modelo de transportes, e os modelos híbridos. De modo geral, o modelo DC é o que representa de maneira mais adequada o sistema elétrico de potência, utilizando-se as duas leis de Kirchhoff como restrições em sua modelagem matemática, sendo os outros modelos versões relaxadas do mesmo, cuja utilização é uma alternativa mais simples para incorporar redes não conexas no problema e se aproximar da solução fornecida pelo modelo DC.

O modelo de Transportes foi um dos primeiros modelos matemáticos a serem apresentados para resolver o problema de PEST. Em sua definição, tanto os circuitos existentes quanto os circuitos adicionados devem obedecer apenas a Primeira Lei de Kirchhoff (PLK), além de possuir restrições em relação aos limites de geração e capacidade de transmissão de energia elétrica. A principal vantagem de se utilizar o modelo de transportes é a facilidade de se resolver problemas de programação linear, entretanto, a solução obtida por esse modelo se afasta da solução fornecida pelo modelo DC. Sendo assim, o modelo entrega uma solução cuja região de investimento seria um ponto de partida a ser incorporado em modelos mais restritivos para se encontrar a solução ótima global. Em decorrência das restrições adotadas, o modelo se torna um Problema Linear Inteiro Misto (PLIM), cuja solução é facilmente obtida através de métodos clássicos de programação matemática.

O modelo híbrido linear é uma alternativa aos modelos matemáticos mais restritivos que necessitam de um maior esforço computacional para solucionar o problema de PEST. Em sua modelagem matemática, todos os circuitos (existentes e futuros) devem obedecer a Primeira Lei de Kirchhoff, enquanto apenas os caminhos existentes na configuração base devem respeitar a Segunda Lei de Kirchhoff (SLK), além de possuir restrições com relação aos limites de geração e capacidade das linhas de transmissão. Sendo uma combinação do modelo de transportes e do modelo DC, o modelo híbrido linear é interessante pois se resolve apenas problemas de programação linear, e também, irá se aproximar da solução proporcionada pelo modelo DC.

Ademais, a solução obtida pelo modelo híbrido linear poderá ser um ponto de partida para modelos mais exatos. Devido as restrições utilizadas, esse modelo ainda será um PLIM, cuja complexidade se assemelha ao modelo de transportes.

O modelo híbrido não linear exige em sua formulação matemática que tanto a parcela correspondente aos caminhos que já possuem circuitos em sua configuração base quanto aos circuitos que são adicionados em paralelo aos circuitos já existentes devem obedecer as duas leis de Kirchhoff, enquanto que a parcela correspondente aos circuitos que serão adicionados em novos caminhos devem obedecer apenas a PLK. Assim como o modelo híbrido linear, o modelo híbrido não linear é uma combinação entre o modelo de transportes e o modelo DC. A utilização desse modelo, assim como o modelo híbrido linear, auxilia no contorno de problemas ao se utilizar o modelo de transportes e o modelo DC, uma vez que o modelo de transportes possui facilidade para se trabalhar com redes não conexas, porém, se afastando da solução fornecida pelo modelo DC, cujo modelo apresenta dificuldades para se trabalhar com redes não conexas. O modelo híbrido não linear foi pouco utilizado por pesquisadores no planejamento de sistemas de transmissão devido a necessidade de se utilizar as mesmas técnicas de solução para o modelo DC, sendo preferível trabalhar diretamente com esse em virtude de ser considerado o modelo mais adequado para a representação do sistema elétrico de potência e mais fácil de resolver.

O modelo matemático que representa de maneira mais adequada o sistema elétrico de potência para o problema PEST é conhecido como modelo DC, o qual é um Problema Não Linear Inteiro Misto (PNLIM). Para facilitar a solução desse modelo, foi proposto uma transformação de variáveis inteiras e reais em variáveis binárias e reais através da separação dos termos quadráticos em relações lineares, dando origem ao modelo linear disjuntivo. Nesse modelo, todos os circuitos devem obedecer as duas leis de Kirchhoff, ocasionando uma grande complexidade para solucionar sistemas de grande porte. Deste modo, a principal vantagem do modelo linear disjuntivo é a modelagem matemática linear proporcionada pela transformação de variáveis e a sua aproximação da solução ótima do problema, enquanto que a sua maior desvantagem é o aumento da complexidade do problema para sistemas de grande porte devido a introdução de variáveis binárias.

Para que seja possível solucionar os modelos matemáticos adotados, são utilizadas técnicas das quais podem ser separadas em: métodos heurísticos e métodos de otimização clássica. Os métodos heurísticos conseguem fornecer resultados de boa qualidade, necessitando de pouco esforço computacional, entretanto, dificilmente fornecem a solução ótima do problema. Os métodos de otimização clássica representam a melhor alternativa para busca da solução ótima de problemas convexos, entretanto, para sistemas de grande porte demandam extremo esforço computacional para retornar a solução ótima.

2 Modelos Matemáticos no Planejamento da Expansão de Sistemas de Transmissão

Devido ao problema de PEST se tornar extremamente complexo em razão do grande número de variáveis envolvidas no processo, é vantajoso separar o problema em duas partes: definir qual modelo matemático será utilizado e qual a técnica de solução escolhida para resolver o modelo. A escolha do modelo a ser utilizado é importante pois o mesmo irá representar o problema da vida real matematicamente, assim como é necessário escolher técnicas de solução adequadas para o modelo adotado em decorrência do esforço computacional disponível.

2.1 Introdução

Um dos principais modelos relaxados propostos é o modelo de transportes, apresentado em [1]. Sendo este um modelo relaxado em comparação aos modelos híbridos e DC, significa que a solução obtida estará distante da solução ótima, além disso, o mesmo irá considerar apenas o fluxo de potência ativa, consequentemente, irá resolver apenas o problema de capacidade de transmissão de energia elétrica. Neste modelo, é utilizada como restrição apenas a Primeira Lei de Kirchhoff em conjunto com a capacidade de operação de circuitos e geradores. Dentre os modelos matemáticos abordados, o modelo de transportes foi um dos primeiros modelos matemáticos apresentados nos estudos de PEST, apresentando baixa complexidade para se obter uma solução, visto que suas restrições utilizam apenas a PLK, e assim, tornam sua solução simples, porém, se afastando da solução ótima global. A principal vantagem de se utilizar o modelo de transportes é a facilidade de se resolver problemas de programação linear para sistemas não conexos, entretanto, a desvantagem é o provável distanciamento da solução obtida pelo modelo DC, devido a sua modelagem matemática não satisfazer a Segunda Lei de Kirchhoff.

Os modelos híbridos foram apresentados com o objetivo de combinar a facilidade da solução do modelo de transportes e a aproximação da solução fornecida pelo modelo DC. O modelo híbrido não linear utiliza a PLK para todos os circuitos envolvidos (existentes e futuros), e também exige a obrigatoriedade da SLK para os circuitos existentes e para os circuitos adicionados em paralelo à configuração base. Em decorrência de suas restrições, encontrar a solução ótima do modelo híbrido não linear pode ser tão complexo quanto o modelo DC devido a não linearidade imposta pelas suas restrições. Assim, por conta dessas restrições, esse modelo foi pouco estudado por apresentar uma complexidade que se assemelha a modelos mais robustos. O modelo híbrido linear foi inicialmente apresentado em [2] e [3], apresentando em suas restrições a obrigatoriedade da PLK para os circuitos existentes na configuração base e para os circuitos que serão adicionados, enquanto que a SLK será utilizada como restrição apenas para os circuitos existentes na configuração inicial, e assim, tornando o modelo matemático em um Problema Linear Inteiro Misto. A complexidade desse modelo se assemelha ao modelo de transportes, onde a solução proporcionada pelo modelo poderá ser utilizada como ponto de partida para modelos

mais robustos.

O modelo DC é o modelo que representa de maneira mais adequada o sistema elétrico de potência para o planejamento de expansão de redes elétricas, porém, devido as restrições utilizadas o modelo se torna um PNLIM [4]. Em sua definição, os circuitos existentes e futuros deverão obedecer a SLK. Devido a essa restrição, o problema se torna extremamente complexo para sistemas de grande porte. Para facilitar a solução fornecida pelo modelo DC, é possível transformar as variáveis inteiras e reais em variáveis binárias e reais. Assim, essa transformação dá origem ao modelo linear disjuntivo.

O modelo linear disjuntivo possui as mesmas restrições impostas pelo modelo DC, entretanto, sua principal vantagem é a modelagem matemática linear proporcionada pela transformação de variáveis e a sua aproximação da solução ótima do problema. Porém, a dimensão do problema aumenta ao se utilizar essa modelagem matemática devido à introdução de variáveis binárias.

Para que seja possível resolver os modelos matemáticos, são utilizadas técnicas de solução variadas, entre elas, destacam-se: os métodos heurísticos e os métodos de otimização clássica. Os métodos heurísticos geralmente encontram boas soluções ótimas locais necessitando de pouco esforço computacional, sendo assim, é vantajoso utilizar esse método quando se pretende alcançar uma solução ótima local que será utilizada como ponto de partida para outros métodos de otimização, não se necessitando alcançar a solução ótima global inicialmente. Também é oportuno utilizar-se dos métodos heurísticos quando o problema não possui uma modelagem matemática, visto que o método se baseia apenas na solução corrente do problema. Uma das técnicas heurísticas mais utilizadas é o Algoritmo Heurístico Construtivo (AHC), no qual seu funcionamento se baseia num processo passo a passo, em que cada etapa o AHC seleciona um elemento ou uma componente da solução em construção a ser inserida no problema utilizando-se um indicador de sensibilidade que elege o melhor elemento a ser incluído na resolução do problema a partir da configuração base. Um indicador de sensibilidade é um critério que está relacionado com a função objetivo do problema, sendo responsável por selecionar o melhor parâmetro para a configuração corrente, e cuja qualidade da solução dependerá desse indicador. As meta-heurísticas são os métodos de solução mais utilizados para resolver problemas de planejamento para sistemas de grande porte, visto que sua utilização é de fácil implementação e encontram soluções ótimas para sistemas de grande porte e complexos, porém, com um elevado esforço de processamento. Alguns algoritmos genéticos que fazem parte das meta-heurísticas são: *tabu search*, *simulated annealing*, *ant algorithms*, *particle swarm*, *GRASP* e outros. Determinadas aplicações das meta-heurísticas para o problema de PEST podem ser encontradas em [5], [6]. Entre os métodos de otimização clássica, a decomposição de Benders e o método Branch and Bound foram amplamente utilizados para resolver o problema de planejamento de sistemas de transmissão, entretanto, tais algoritmos retornam soluções ótimas apenas para sistemas pequenos e de baixa complexidade, tendo problemas de convergência e de esforço de processamento para sistemas de grande porte e complexos. Algumas aplicações com a decom-

posição de Benders para o problema de PEST podem ser encontradas em [3], [6] e [7]. Para a análise do modelo híbrido linear usado no planejamento da expansão de sistemas de transmissão será utilizado o *solver* comercial CPLEX.

2.2 Modelo de Transportes

O modelo de transportes foi um dos primeiros modelos matemáticos a serem apresentados para resolver o problema de PEST. Em sua definição, tanto os circuitos existentes quanto os circuitos adicionados devem obedecer apenas a PLK, além de possuir restrições em relação aos limites de geração e capacidade de transmissão de energia elétrica. A principal vantagem de se utilizar o modelo de transportes é a facilidade de se resolver problemas de programação linear, entretanto, a solução obtida por esse modelo se afasta da solução ótima fornecida pelo modelo DC. Sendo assim, o modelo entrega uma solução cuja região de investimento seria um ponto de partida a ser incorporado em modelos mais restritivos para se encontrar a solução ótima global. Em decorrência das restrições adotadas, o modelo se torna um PLIM, cuja solução é facilmente obtida através dos métodos de solução.

A modelagem matemática proposta pelo modelo de transportes assume a seguinte forma:

$$\min v = \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} n_{ij} \quad (1)$$

s.a.

$$\sum_{ji \in \Omega_l} f_{ji} - \sum_{ij \in \Omega_l} f_{ij} + g_i = d_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (2)$$

$$|f_{ij}| \leq (n_{ij} + n_{ij}^0) \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (3)$$

$$0 \leq g_i \leq \bar{g}_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (4)$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (5)$$

$$n_{ij} \text{ inteiro} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (6)$$

Onde c_{ij} é o custo de implementação de novos circuitos no caminho ij . n_{ij} , n_{ij}^0 e $\bar{n}_{ij}$ são, respectivamente, o número de circuitos adicionados, o número de circuitos existentes na configuração base e o número máximo de circuitos que podem ser adicionados no caminho ij . f_{ij} e $\bar{f}_{ij}$ representam, respectivamente, o fluxo de potência ativa total e o fluxo de potência ativa máximo permitido para cada linha no caminho ij . g_i e $\bar{g}_i$ são, respectivamente, a geração total e a geração máxima na barra i . d_i é a demanda total na barra i . Sendo Ω_b o conjunto de barras do sistema de transmissão e Ω_l o conjunto de ramos do sistema de transmissão.

Para esse sistema, a equação (1) representa o custo de investimento v por circuito adicionado ao sistema de transmissão; a PLK está representada em termos de fluxo de potência na restrição (2); o limite da capacidade das linhas de transmissão está representado na restrição (3); o limite

de geração por barra está indicado na restrição (4); o número máximo de circuitos que podem ser instalados no caminho ij está indicado na restrição (5).

2.3 Modelo Híbrido Linear

O modelo híbrido linear é uma alternativa aos modelos matemáticos mais restritivos que necessitam de um maior esforço computacional para solucionar o problema de PEST. Em sua modelagem matemática, todos os circuitos (existentes e futuros) devem obedecer a PLK, enquanto apenas os caminhos existentes na configuração base devem respeitar a SLK, além de possuir restrições com relação aos limites de geração e capacidade das linhas de transmissão. Sendo uma combinação do modelo de transportes e do modelo DC, o modelo híbrido linear é interessante pois se resolve apenas problemas de programação linear, e também, irá se aproximar da solução proporcionada pelo modelo DC. Ademais, a solução obtida pelo modelo híbrido linear poderá ser um ponto de partida para modelos mais exatos. Devido as restrições utilizadas, esse modelo ainda será um PLIM, cuja complexidade se assemelha ao modelo de transportes.

A modelagem matemática do modelo híbrido linear assume a seguinte forma:

$$\min v = \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} n_{ij} \quad (7)$$

s.a.

$$\sum_{ji \in \Omega_l} f_{ji} - \sum_{ij \in \Omega_l} f_{ij} + \sum_{ji \in \Omega_l^0} f_{ji}^0 - \sum_{ij \in \Omega_l^0} f_{ij}^0 + g_i = d_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (8)$$

$$f_{ij}^0 = n_{ij}^0 \frac{\theta_i - \theta_j}{x_{ij}} \quad \forall ij \in \Omega_l^0 \quad (9)$$

$$|f_{ij}^0| \leq n_{ij}^0 \bar{f}_{ij}^0 \quad \forall ij \in \Omega_l^0 \quad (10)$$

$$|f_{ij}| \leq n_{ij} \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (11)$$

$$0 \leq g_i \leq \bar{g}_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (12)$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (13)$$

$$n_{ij} \text{ inteiro} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (14)$$

Onde c_{ij} é o custo de implementação de novos circuitos no caminho ij . n_{ij}^0 , n_{ij} e $\bar{n}_{ij}$ são, respectivamente, o número de circuitos existentes na configuração base, o número de circuitos adicionados e o número máximo de circuitos que podem ser adicionados no caminho ij . f_{ij}^0 e $\bar{f}_{ij}^0$ representam, respectivamente, o fluxo total de potência ativa e o fluxo de potência ativa máximo por circuito existente na configuração base. f_{ij} e $\bar{f}_{ij}$ representam, respectivamente, o fluxo de potência ativa total e o fluxo de potência ativa máximo permitido por linha no caminho ij . g_i e $\bar{g}_i$ são, respectivamente, a geração total e a geração máxima na barra i . d_i é a demanda total na barra i . x_{ij} é a reatância do circuito no caminho ij e θ_i é o ângulo de fase no caminho

i. Sendo Ω_b o conjunto de barras do sistema de transmissão, Ω_l^0 o conjunto de ramos existentes na configuração base da rede elétrica e Ω_l o conjunto de ramos do sistema de transmissão.

Nesse sistema, a equação (7) representa o custo de investimento v da linha de transmissão por circuito adicionado; a restrição indicada em (8) representa a PLK em termos de fluxo de potência; a SLK está indicada na restrição (9), sendo válida apenas para os circuitos existentes; as restrições (10) e (11) indicam, respectivamente, o limite da capacidade das linhas de transmissão existentes e futuras; o limite da capacidade de geração das barras está indicada na restrição (12); o número de circuitos máximos que podem ser instalados no caminho ij está indicado na restrição (13).

2.4 Modelo Híbrido Não Linear

O modelo híbrido não linear exige em sua formulação matemática que tanto a parcela correspondente aos caminhos que já possuem circuitos em sua configuração base quanto aos circuitos que são adicionados em paralelo aos circuitos já existentes devem obedecer as duas leis de Kirchhoff, enquanto que a parcela correspondente aos circuitos que serão adicionados em novos caminhos devem obedecer apenas a PLK. Sendo assim, o modelo híbrido não linear é uma mistura entre o modelo de transportes e o modelo DC. A utilização desse modelo, assim como o modelo híbrido linear, auxilia no contorno de problemas ao se utilizar os modelos de transportes e DC, uma vez que o modelo de transportes possui facilidade para se trabalhar com redes não conexas, porém, se afastando da solução fornecida pelo modelo DC, cujo modelo apresenta dificuldades para se trabalhar com redes não conexas. O modelo híbrido não linear foi pouco utilizado por pesquisadores no planejamento de sistemas de transmissão devido a necessidade de se utilizar as mesmas técnicas de solução para o modelo DC, sendo preferível trabalhar diretamente com esse em virtude de ser considerado o modelo ideal e mais fácil para de se resolver.

A modelagem matemática utilizada pelo modelo híbrido não Linear é representada por:

$$\min v = \sum_{ij \in \Omega_l^1} c_{ij} n_{ij}^1 + \sum_{ij \in \Omega_l^2} c_{ij} n_{ij}^2 \quad (15)$$

s.a.

$$\sum_{ji \in \Omega_l^2} f_{ji}^2 - \sum_{ij \in \Omega_l^2} f_{ij}^2 + \sum_{ji \in \Omega_l^1} f_{ji}^1 - \sum_{ij \in \Omega_l^1} f_{ij}^1 + g_i = d_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (16)$$

$$f_{ij}^1 = (n_{ij}^1 + n_{ij}^0) \frac{\theta_i - \theta_j}{x_{ij}} \quad \forall ij \in \Omega_l^1 \quad (17)$$

$$|f_{ij}^1| \leq (n_{ij}^1 + n_{ij}^0) \bar{f}_{ij}^1 \quad \forall ij \in \Omega_l^1 \quad (18)$$

$$|f_{ij}^2| \leq n_{ij}^2 \bar{f}_{ij}^2 \quad \forall ij \in \Omega_l^2 \quad (19)$$

$$0 \leq g_i \leq \bar{g}_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (20)$$

$$0 \leq n_{ij}^1 \leq \bar{n}_{ij}^1 \quad \forall ij \in \Omega_l^1 \quad (21)$$

$$0 \leq n_{ij}^2 \leq \bar{n}_{ij}^2 \quad \forall ij \in \Omega_l^2 \quad (22)$$

$$n_{ij}^1 \text{ inteiro} \quad \forall ij \in \Omega_l^1 \quad (23)$$

$$n_{ij}^2 \text{ inteiro} \quad \forall ij \in \Omega_l^2 \quad (24)$$

Onde n_{ij}^1 é o número de circuitos adicionados em paralelo aos circuitos existentes; n_{ij}^2 é o número de circuitos adicionados em novos caminhos; f_{ij}^1 e $\bar{f}_{ij}^1$ são, respectivamente, o fluxo de potência ativa total e o fluxo de potência ativa máximo de uma linha no caminho ij para os circuitos existentes; f_{ij}^2 e $\bar{f}_{ij}^2$ são, respectivamente, o fluxo de potência ativa total e o fluxo de potência ativa máximo de uma linha no caminho ij para os novos caminhos; θ_i é o ângulo de fase da barra i e x_{ij} é a reatância do caminho ij . Sendo Ω_l^1 o conjunto de caminhos que possuem circuitos na configuração base e Ω_l^2 o conjunto de caminhos novos.

No caso deste modelo, a equação (15) representa o custo de investimento v por circuito instalado paralelamente ou em novas linhas; a PLK está representada em termos de fluxo de potência na restrição indicada em (16); a restrição indicada em (17) representa a SLK em termos de fluxo de potência; as restrições (18) e (19) indicam os limites da capacidade das linhas de transmissão em paralelo, existentes e futuras; o limite de geração de cada barra está indicada na restrição (20); as restrições indicadas em (21) e (22) representam, respectivamente, o número máximo de circuitos que podem ser adicionados nos caminhos em paralelo e em novos caminhos.

2.5 Modelo Linear Disjuntivo - Modelo DC

O modelo DC é uma generalização do modelo de fluxo de carga DC, sendo atualmente o modelo mais adequado para a representação do sistema elétrico de potência para o planejamento de expansão de redes elétricas. Em sua modelagem matemática, o sistema de transmissão deve obedecer as duas leis de Kirchhoff. Sendo assim, devido as restrições impostas, o modelo se

torna um PNLIM, assumindo a seguinte forma:

$$\min v = \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} n_{ij} \quad (25)$$

s.a.

$$\sum_{ji \in \Omega_l} f_{ji} - \sum_{ij \in \Omega_l} f_{ij} + g_i = d_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (26)$$

$$f_{ij} = (n_{ij} + n_{ij}^0) \frac{\theta_i - \theta_j}{x_{ij}} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (27)$$

$$|f_{ij}| \leq (n_{ij} + n_{ij}^0) \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (28)$$

$$0 \leq g_i \leq \bar{g}_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (29)$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (30)$$

$$n_{ij} \text{ inteiro} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (31)$$

Neste modelo, a equação (25) indica o custo de investimento v na linha de transmissão devido a construção de novos circuitos; a restrição (26) corresponde a PLK em termos de fluxo de potência; a restrição (27) representa a SLK em termos de fluxo de potência, responsável pela não linearidade do problema; o limite de capacidade de transmissão das linhas de transmissão está indicado em (28); os limites de geração das barras estão indicados em (29); o número máximo de circuitos que podem ser adicionados no caminho ij estão indicados em (30).

Para facilitar a solução desse modelo, foi proposto uma transformação de variáveis inteiras e reais em variáveis binárias e reais através da separação dos termos quadráticos em relações lineares. Sendo assim, nesse modelo todos os circuitos devem obedecer as duas leis de Kirchhoff, ocasionando uma grande complexidade para solucionar sistemas de grande porte. Deste modo, a principal vantagem do modelo linear disjuntivo é a modelagem matemática linear proporcionada pela transformação de variáveis e a sua aproximação da solução ótima do problema, enquanto a sua maior desvantagem é o aumento da complexidade do problema para sistemas de grande porte devido a introdução de variáveis binárias.

A modelagem matemática utilizada para o modelo linear disjuntivo é dada por:

$$\min v = \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} \sum_{y \in Y} w_{ij,y} \quad (32)$$

s.a.

$$\sum_{ji \in \Omega_l} (\sum_{y \in Y} f_{ji,y} + f_{ji}^0) - \sum_{ij \in \Omega_l} (\sum_{y \in Y} f_{ij,y} + f_{ji}^0) + g_i = d_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (33)$$

$$f_{ij}^0 = n_{ij}^0 \frac{\theta_i - \theta_j}{x_{ij}} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (34)$$

$$|f_{ij}^0| \leq n_{ij}^0 \bar{f}_{ij}^0 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (35)$$

$$|x_{ij} f_{ij,y} - (\theta_i - \theta_j)| \leq M(1 - w_{ij,y}) \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y \quad (36)$$

$$|f_{ij,y}| \leq w_{ij,y} \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y \quad (37)$$

$$0 \leq g_i \leq \bar{g}_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (38)$$

$$\sum_{y \in Y} w_{ij,y} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (39)$$

$$w_{ij,y} \leq w_{ij,y-1} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y | y > 1 \quad (40)$$

$$w_{ij,y} \text{ binario} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y \quad (41)$$

Onde c_{ij} é o custo para incluir novos circuitos no caminho ij . $w_{ij,y}$ é a transformação da variável inteira n_{ij} em um conjunto Y de variáveis binárias. f_{ij}^0 e $\bar{f}_{ij}^0$ representam, respectivamente, o fluxo total de potência ativa e o fluxo de potência ativa máximo por circuito existente. $f_{ij,y}$ e $\bar{f}_{ij}$ representam, respectivamente, o fluxo de potência ativa em cada linha y do ramo ij e o fluxo de potência ativa máximo permitido por linha no caminho ij . g_i e $\bar{g}_i$ são, respectivamente, a geração total e a geração máxima na barra i . d_i é a demanda total na barra i . n_{ij}^0 e $\bar{n}_{ij}$ são, respectivamente, o número de circuitos existentes e o número máximo de circuitos que podem ser adicionados no caminho ij . x_{ij} é a reatância do circuito no caminho ij . θ_i é o ângulo de fase no caminho i e M (big M) é um valor constante suficientemente grande. Sendo Ω_b o conjunto de barras do sistema de transmissão e Ω_l o conjunto de ramos do sistema de transmissão.

Para o modelo linear disjuntivo, a equação (32) representa o custo de investimento na rede de transmissão; a restrição (33) é referente a PLK, ou seja, indica o balanço de potência para cada barra do sistema; a restrição (34) é referente a SLK para as linhas existentes, sendo a restrição (36) referente a SLK para as novas linhas; as restrições (35) e (37) indicam o limite da capacidade de operação do sistema para as linhas existentes e novas, respectivamente, sendo que para a restrição (35) a limitação é feita para a soma do fluxo das linhas existentes no caminho ij , enquanto para a restrição (37), a limitação é feita individualmente para cada linha nova do ramo ij ; a restrição (38) indica o limite de geração de cada barra do sistema, sendo a limitação de linhas a serem construídas em cada ramo ij indicadas na restrição (39); a restrição (40) é utilizada para a instalação sequencial.

3 Testes Usando os Modelos Matemáticos

Para que fosse possível se obter as soluções dos sistemas de transmissão, foram utilizados os seguintes modelos matemáticos para o problema de PEST: modelo de transportes, modelo híbrido linear, modelo híbrido não linear e o modelo linear disjuntivo. A implementação computacional foi realizada através do solver CPLEX no ambiente AMPL.

3.1 Sistema de 6 Barras de Garver

Utilizando-se o modelo de transportes, os resultados obtidos para o Sistema de 6 Barras de Garver (Figura 1), com redespacho, foram os seguintes:

- **Investimento:** $v = 110,00$ milhões de dólares
- **Linhas adicionadas:**
 $n_{2-6} = 1, \quad n_{3-5} = 1, \quad n_{4-6} = 2$

Para o modelo híbrido linear, com redespacho, os resultados foram:

- **Investimento:** $v = 110,00$ milhões de dólares
- **Linhas adicionadas:**
 $n_{2-6} = 1, \quad n_{3-5} = 1, \quad n_{4-6} = 2$

Para o modelo híbrido não linear, sem redespacho, obteve-se:

- **Investimento:** $v = 200,00$ milhões de dólares
- **Linhas adicionadas:**
 $n_{2-6} = 3, \quad n_{3-5} = 1, \quad n_{4-6} = 3$

Considerando o redespacho, foi obtido os seguintes resultados:

- **Investimento:** $v = 110,00$ milhões de dólares
- **Linhas adicionadas:**
 $n_{3-5} = 1, \quad n_{4-6} = 3$

Para o modelo linear disjuntivo, com redespacho, os resultados alcançados foram:

- **Investimento:** $v = 110,00$ milhões de dólares
- **Linhas adicionadas:**
 $n_{3-5} = 1, \quad n_{4-6} = 3$

Pode-se observar pelos resultados que os modelos matemáticos retornaram as mesmas soluções. Esse resultado encontrado através do solver CPLEX indica que, para sistemas de pequeno porte, modelos menos restritivos conseguem retornar uma boa solução devido a menor quantidade de alternativas de combinações. É possível reparar que os modelos matemáticos retornaram o mesmo custo total de investimentos na rede (110,00 MUS\$) e número de circuitos adicionados em determinados caminhos, especificamente, 1 circuito no caminho 9 (interligando as barras 2 e 6), 1 circuito no caminho 11 (interligando as barras 3 e 5) e 2 circuitos no caminho 14 (interligando as barras 4 e 6).

3.2 Sistema IEEE de 24 Barras

Utilizando-se o modelo de transportes, os resultados obtidos para o Sistema IEEE de 24 Barras (Figura 2), com redespacho, foram os seguintes:

- **Investimento:** $v = 102,00$ milhões de dólares

- **Linhas adicionadas:**

$$n_{6-10} = 1, \quad n_{7-8} = 2, \quad n_{14-16} = 1$$

Para o modelo híbrido linear, com redespacho, os resultados foram:

- **Investimento:** $v = 132,00$ milhões de dólares

- **Linhas adicionadas:**

$$n_{6-10} = 1, \quad n_{11-13} = 1, \quad n_{6-7} = 1$$

Para o modelo híbrido não linear, com redespacho, obteve-se:

- **Investimento:** $v = 152,00$ milhões de dólares

- **Linhas adicionadas:**

$$n_{6-10} = 1, \quad n_{7-8} = 2, \quad n_{10-12} = 1, \quad n_{14-16} = 1$$

Para o modelo linear disjuntivo, com redespacho, os resultados alcançados foram:

- **Investimento:** $v = 152,00$ milhões de dólares

- **Linhas adicionadas:**

$$n_{6-10} = 1, \quad n_{7-8} = 2, \quad n_{10-12} = 1, \quad n_{14-16} = 1$$

Para o Sistema IEEE de 24 Barras, percebe-se que as soluções encontradas pelos modelos começaram a se divergir devido ao maior número de combinações. O modelo de transportes retornou um custo total de investimento de 102,00 MUS\$, tendo 1 circuito adicionado no caminho 10 (interligando as barras 6 e 10), 2 circuitos adicionados no caminho 11 (interligando as

barras 7 e 8) e 1 circuito adicionado no caminho 23 (interligando as barras 14 e 16), enquanto o modelo híbrido linear retornou um custo de 132,00 MUS\$, tendo 1 circuito adicionado no caminho 10 (interligando as barras 6 e 10), 1 circuito adicionado no caminho 18 (interligando as barras 11 e 13) e 1 circuito adicionado no caminho 37 (interligando as barras 6 e 7). Entretanto, ao comparar os resultados obtidos pelo modelo híbrido não linear e pelo modelo linear disjuntivo, observa-se que ambos retornaram as mesmas soluções para o custo de investimento (152,00 MUS\$) e do número de circuitos adicionados para os mesmos caminhos, indicando que os resultados encontrados pelos modelos matemáticos mais relaxados começaram a se afastar da solução ideal do problema devido ao aumento do número de combinações possíveis.

3.3 Sistema Sul Brasileiro de 46 Barras

Utilizando-se o modelo de transportes, as soluções encontradas para o Sistema Sul Brasileiro de 46 Barras, considerando o redespacho, foram as seguintes:

- **Investimento:** $v = 53,33$ milhões de dólares

- **Linhas adicionadas:**

$$n_{33-34} = 1, \quad n_{20-21} = 2, \quad n_{42-43} = 1, \quad n_{5-11} = 2, \quad n_{46-11} = 2$$

Para o modelo híbrido linear, com redespacho, os resultados foram:

- **Investimento:** $v = 63,16$ milhões de dólares

- **Linhas adicionadas:**

$$n_{20-23} = 1, \quad n_{20-21} = 2, \quad n_{42-43} = 1, \quad n_{46-6} = 1, \quad n_{5-6} = 2$$

Para o modelo híbrido não linear, sem redespacho, obteve-se:

- **Investimento:** $v = 141,35$ milhões de dólares

- **Linhas adicionadas:**

$$\begin{aligned} n_{20-21} = 1, \quad n_{42-43} = 2, \quad n_{46-6} = 1, \quad n_{25-32} = 1, \quad n_{31-32} = 1, \quad n_{28-31} = 1, \\ n_{28-30} = 1, \quad n_{26-29} = 2, \quad n_{24-25} = 2, \quad n_{29-30} = 1, \quad n_{5-6} = 1 \end{aligned}$$

Considerando o redespacho, foi obtido os seguintes resultados:

- **Investimento:** $v = 70,29$ milhões de dólares

- **Linhas adicionadas:**

$$n_{13-20} = 1, \quad n_{20-23} = 1, \quad n_{20-21} = 2, \quad n_{42-43} = 1, \quad n_{46-6} = 1, \quad n_{5-6} = 2$$

Para o modelo linear disjuntivo, com redespacho, os resultados alcançados foram:

- **Investimento:** $v = 72,87$ milhões de dólares

- **Linhas adicionadas:**

$$n_{2-5} = 1, \quad n_{13-20} = 1, \quad n_{20-23} = 1, \quad n_{20-21} = 2, \quad n_{42-43} = 1, \quad n_{46-6} = 1, \quad n_{5-6} = 2$$

Semelhantemente ao Sistema IEEE de 24 Barras, os modelos matemáticos utilizados retornaram soluções próximas para o Sistema Sul Brasileiro de 46 Barras em relação ao número de circuitos adicionados em determinados caminhos, porém, começaram a divergir em relação ao custo de investimento total. O modelo de transportes retornou um custo de investimento de 53,33 MUS\$, enquanto o modelo híbrido linear obteve um custo de 63,16 MUS\$. Nota-se que houve adição de circuitos em caminhos semelhantes para ambos os modelos, sendo esse um indicador que a solução ótima pode possuir esses caminhos em seu resultado para modelos mais restritivos.

3.4 Sistema Colombiano de 93 Barras

Utilizando-se o modelo de transportes, os resultados obtidos para o Sistema Colombiano de 93 barras (Figura 4), sem redespacho, foram os seguintes:

- **Investimento:** $v = 315,35$ milhões de dólares

- **Linhas adicionadas:**

$$n_{52-88} = 1, \quad n_{43-88} = 2, \quad n_{57-81} = 1, \quad n_{14-31} = 1, \quad n_{55-84} = 1, \quad n_{55-62} = 1, \\ n_{19-66} = 2, \quad n_{68-86} = 1$$

Para o modelo híbrido linear, sem redespacho, os resultados foram:

- **Investimento:** $v = 470,36$ milhões de dólares

- **Linhas adicionadas:**

$$n_{52-88} = 1, \quad n_{43-88} = 2, \quad n_{57-81} = 1, \quad n_{14-31} = 1, \quad n_{15-18} = 1, \quad n_{55-84} = 1, \\ n_{55-62} = 1, \quad n_{69-70} = 1, \quad n_{9-69} = 1, \quad n_{60-69} = 3, \quad n_{31-72} = 3, \quad n_{19-22} = 1, \\ n_{5-6} = 1, \quad n_{19-58} = 1, \quad n_{27-64} = 1, \quad n_{19-66} = 3, \quad n_{34-70} = 1, \quad n_{50-54} = 1, \\ n_{68-86} = 1$$

Para o modelo híbrido não linear, sem redespacho, obteve-se:

- **Investimento:** $v = 536,15$ milhões de dólares

- **Linhas adicionadas:**

$$n_{43-88} = 2, \quad n_{57-81} = 1, \quad n_{27-89} = 1, \quad n_{74-89} = 1, \quad n_{15-18} = 1, \quad n_{55-57} = 1, \\ n_{55-84} = 1, \quad n_{55-62} = 1, \quad n_{27-64} = 1, \quad n_{62-73} = 1, \quad n_{45-81} = 1, \quad n_{19-82} = 2, \\ n_{5-6} = 1, \quad n_{82-85} = 1, \quad n_{68-86} = 1$$

Para o modelo linear disjuntivo, sem redespacho, os resultados alcançados foram:

- **Investimento:** $v = 562,42$ milhões de dólares

- **Linhas adicionadas:**

$$\begin{aligned} n_{43-88} = 2, \quad n_{15-18} = 1, \quad n_{30-65} = 1, \quad n_{30-72} = 1, \quad n_{55-57} = 1, \quad n_{55-84} = 1, \\ n_{56-57} = 1, \quad n_{55-62} = 1, \quad n_{27-64} = 1, \quad n_{27-29} = 1, \quad n_{50-54} = 1, \quad n_{62-73} = 1, \\ n_{54-56} = 1, \quad n_{72-73} = 1, \quad n_{19-82} = 2, \quad n_{82-85} = 1, \quad n_{68-86} = 1 \end{aligned}$$

Para o Sistema Colombiano de 93 Barras, o modelo de transportes retornou um custo total de 315,35 MUS\$, enquanto o modelo híbrido linear obteve um custo de 470,36 MUS\$. Nota-se que ambos modelos obtiveram resultados semelhantes para os circuitos adicionados em determinados caminhos, ou seja, tais caminhos são pontos de escolha para serem utilizados em modelos mais restritivos, a fim de se obter a solução ótima global.

3.5 Sistema Norte-Nordeste Brasileiro de 87 Barras

Utilizando-se o modelo de transportes, os resultados obtidos para o Sistema Norte-Nordeste Brasileiro (Figura 5), Planos P1 e P2, sem redespacho, foram os seguintes:

Plano P1

- **Investimento:** $v = 1194,56$ milhões de dólares

- **Linhas adicionadas:**

$$\begin{aligned} n_{2-60} = 2, \quad n_{5-58} = 2, \quad n_{5-60} = 2, \quad n_{5-68} = 1, \quad n_{8-17} = 1, \quad n_{8-62} = 2, \\ n_{9-10} = 1, \quad n_{10-11} = 1, \quad n_{11-17} = 1, \quad n_{13-15} = 2, \quad n_{14-59} = 1, \quad n_{15-16} = 2, \\ n_{16-44} = 3, \quad n_{17-18} = 2, \quad n_{18-50} = 6, \quad n_{20-21} = 1, \quad n_{20-38} = 1, \quad n_{24-43} = 1, \\ n_{25-55} = 1, \quad n_{30-63} = 1, \quad n_{35-51} = 1, \quad n_{40-45} = 1, \quad n_{41-64} = 3, \quad n_{42-44} = 2, \\ n_{42-85} = 1, \quad n_{43-55} = 1, \quad n_{43-58} = 1, \quad n_{48-49} = 3, \quad n_{54-58} = 1, \quad n_{54-63} = 1, \\ n_{62-67} = 2, \quad n_{63-64} = 1, \quad n_{67-69} = 1, \quad n_{69-87} = 1 \end{aligned}$$

Plano P2

- **Investimento:** $v = 2370,68$ milhões de dólares

- **Linhas adicionadas:**

$$\begin{aligned} n_{1-2} = 1, \quad n_{2-60} = 1, \quad n_{4-5} = 2, \quad n_{4-6} = 1, \quad n_{4-68} = 1, \quad n_{4-81} = 3, \\ n_{5-58} = 3, \quad n_{5-60} = 1, \quad n_{13-15} = 4, \quad n_{14-45} = 1, \quad n_{15-16} = 4, \quad n_{16-44} = 6, \\ n_{16-61} = 1, \quad n_{18-50} = 11, \quad n_{18-74} = 6, \quad n_{20-21} = 2, \quad n_{20-38} = 2, \quad n_{22-23} = 1, \\ n_{22-58} = 2, \quad n_{24-43} = 1, \quad n_{25-55} = 3, \quad n_{26-29} = 2, \quad n_{29-30} = 2, \quad n_{39-86} = 4, \\ n_{40-45} = 2, \quad n_{41-64} = 2, \quad n_{42-44} = 1, \quad n_{43-55} = 2, \quad n_{43-58} = 2, \quad n_{48-49} = 2, \\ n_{49-50} = 3, \quad n_{52-59} = 1, \quad n_{53-86} = 1, \quad n_{61-64} = 1, \quad n_{61-85} = 2, \quad n_{67-68} = 1, \\ n_{67-69} = 1, \quad n_{67-71} = 3, \quad n_{71-72} = 1, \quad n_{72-73} = 1, \quad n_{73-74} = 2, \quad n_{73-75} = 1, \\ n_{75-81} = 1 \end{aligned}$$

Para o modelo híbrido linear, sem redespacho, os resultados dos Planos P1 e P2 foram:

Plano P1

- **Investimento:** $v = 1260,04$ milhões de dólares

- **Linhas adicionadas:**

$$\begin{aligned} n_{2-60} = 2, \quad n_{5-58} = 2, \quad n_{5-60} = 2, \quad n_{5-68} = 1, \quad n_{8-17} = 1, \quad n_{8-62} = 2, \\ n_{9-10} = 1, \quad n_{10-11} = 1, \quad n_{11-12} = 1, \quad n_{12-15} = 1, \quad n_{12-17} = 1, \quad n_{13-14} = 1, \\ n_{13-15} = 1, \quad n_{14-59} = 1, \quad n_{15-16} = 1, \quad n_{16-44} = 2, \quad n_{17-18} = 2, \quad n_{18-50} = 6, \\ n_{19-20} = 1, \quad n_{20-21} = 2, \quad n_{20-38} = 1, \quad n_{22-58} = 1, \quad n_{24-43} = 1, \quad n_{25-55} = 1, \\ n_{26-29} = 2, \quad n_{26-54} = 2, \quad n_{29-30} = 2, \quad n_{30-31} = 1, \quad n_{34-41} = 2, \quad n_{36-46} = 1, \\ n_{39-86} = 1, \quad n_{40-45} = 1, \quad n_{43-55} = 1, \quad n_{43-58} = 1, \quad n_{44-46} = 1, \quad n_{48-49} = 2, \\ n_{46-50} = 1, \quad n_{52-59} = 1, \quad n_{53-86} = 1, \quad n_{54-58} = 1, \quad n_{61-85} = 3, \quad n_{61-86} = 1, \\ n_{62-67} = 2, \quad n_{67-69} = 1, \quad n_{69-87} = 1 \end{aligned}$$

Plano P2

- **Investimento:** $v = 2422,67$ milhões de dólares

- **Linhas adicionadas:**

$$\begin{aligned} n_{1-2} = 1, \quad n_{2-60} = 1, \quad n_{4-81} = 6, \quad n_{5-58} = 3, \quad n_{5-60} = 1, \quad n_{5-68} = 1, \\ n_{6-67} = 2, \quad n_{12-17} = 1, \quad n_{13-14} = 1, \quad n_{13-15} = 2, \quad n_{13-17} = 1, \quad n_{14-59} = 1, \\ n_{15-16} = 1, \quad n_{15-46} = 1, \quad n_{16-44} = 6, \quad n_{16-61} = 1, \quad n_{16-77} = 3, \quad n_{17-18} = 2, \\ n_{18-50} = 11, \quad n_{18-74} = 3, \quad n_{19-20} = 1, \quad n_{20-21} = 1, \quad n_{20-21} = 2, \quad n_{20-38} = 2, \\ n_{22-23} = 1, \quad n_{22-58} = 2, \quad n_{24-43} = 1, \quad n_{25-55} = 3, \quad n_{26-29} = 2, \quad n_{27-53} = 1, \\ n_{29-30} = 2, \quad n_{36-46} = 1, \quad n_{39-42} = 1, \quad n_{39-86} = 3, \quad n_{40-45} = 1, \quad n_{40-46} = 2, \\ n_{41-64} = 2, \quad n_{43-55} = 2, \quad n_{43-48} = 2, \quad n_{48-49} = 1, \quad n_{49-50} = 4, \quad n_{52-59} = 1, \\ n_{53-86} = 1, \quad n_{61-64} = 1, \quad n_{61-85} = 2, \quad n_{67-69} = 1, \quad n_{69-87} = 1, \quad n_{73-74} = 1, \\ n_{73-75} = 1, \quad n_{75-76} = 1, \quad n_{75-81} = 2, \quad n_{76-77} = 1, \end{aligned}$$

Para o modelo híbrido não linear, sem redespacho, Planos P1 e P2, obteve-se os seguintes resultados:

Plano P1

- **Investimento:** $v = 1277,72$ milhões de dólares

- **Linhas adicionadas:**

$$\begin{aligned} n_{2-60} = 2, \quad n_{5-58} = 2, \quad n_{5-60} = 2, \quad n_{5-68} = 1, \quad n_{8-17} = 1, \quad n_{8-62} = 2, \\ n_{9-10} = 1, \quad n_{10-11} = 1, \quad n_{11-12} = 1, \quad n_{12-15} = 1, \quad n_{12-17} = 1, \quad n_{13-14} = 1, \\ n_{13-15} = 1, \quad n_{14-59} = 1, \quad n_{15-16} = 2, \quad n_{16-44} = 4, \quad n_{17-18} = 2, \quad n_{18-50} = 6, \\ n_{20-21} = 2, \quad n_{20-38} = 2, \quad n_{22-58} = 1, \quad n_{24-43} = 1, \quad n_{25-55} = 2, \quad n_{27-53} = 1, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
n_{30-63} &= 1, & n_{35-51} &= 1, & n_{36-46} &= 1, & n_{39-42} &= 1, & n_{40-45} &= 1, & n_{41-64} &= 2, \\
n_{42-44} &= 2, & n_{42-85} &= 1, & n_{43-55} &= 1, & n_{43-58} &= 1, & n_{48-49} &= 1, & n_{49-50} &= 2, \\
n_{52-59} &= 1, & n_{54-58} &= 1, & n_{54-63} &= 1, & n_{62-67} &= 2, & n_{63-64} &= 1, & n_{67-69} &= 1, \\
n_{69-87} &= 1
\end{aligned}$$

Plano P2

- **Investimento:** $v = 2447,13$ milhões de dólares

- **Linhas adicionadas:**

$$\begin{aligned}
n_{1-2} &= 1, & n_{2-60} &= 1, & n_{4-5} &= 1, & n_{4-6} &= 2, & n_{4-68} &= 1, & n_{4-81} &= 3, \\
n_{5-58} &= 3, & n_{5-60} &= 1, & n_{12-15} &= 1, & n_{13-14} &= 1, & n_{13-15} &= 4, & n_{14-59} &= 1, \\
n_{15-16} &= 4, & n_{15-46} &= 1, & n_{16-44} &= 6, & n_{16-61} &= 1, & n_{18-50} &= 11, & n_{18-74} &= 6, \\
n_{20-21} &= 2, & n_{20-21} &= 1, & n_{20-38} &= 2, & n_{22-23} &= 1, & n_{22-58} &= 2, & n_{23-24} &= 1, \\
n_{24-43} &= 1, & n_{25-55} &= 4, & n_{26-29} &= 2, & n_{27-53} &= 1, & n_{29-30} &= 2, & n_{36-46} &= 1, \\
n_{39-86} &= 3, & n_{40-45} &= 1, & n_{40-46} &= 1, & n_{41-64} &= 2, & n_{42-44} &= 1, & n_{43-55} &= 2, \\
n_{43-58} &= 2, & n_{48-49} &= 1, & n_{49-50} &= 4, & n_{52-59} &= 1, & n_{53-86} &= 1, & n_{61-64} &= 1, \\
n_{61-85} &= 2, & n_{67-68} &= 1, & n_{67-69} &= 1, & n_{67-71} &= 3, & n_{71-72} &= 1, & n_{72-73} &= 1, \\
n_{73-74} &= 2, & n_{73-75} &= 1, & n_{75-81} &= 1
\end{aligned}$$

Para o modelo linear disjuntivo, sem redespacho, obteve-se os seguintes resultados para os Planos P1 e P2:

Plano P1

- **Investimento:** $v = 1352,45$ milhões de dólares

- **Linhas adicionadas:**

$$\begin{aligned}
n_{2-60} &= 1, & n_{2-87} &= 1, & n_{5-58} &= 2, & n_{5-60} &= 1, & n_{5-68} &= 2, & n_{8-17} &= 2, \\
n_{8-62} &= 2, & n_{10-11} &= 1, & n_{13-14} &= 1, & n_{13-15} &= 2, & n_{13-17} &= 1, & n_{15-16} &= 1, \\
n_{15-46} &= 1, & n_{16-44} &= 2, & n_{17-18} &= 3, & n_{18-50} &= 6, & n_{20-21} &= 2, & n_{20-38} &= 2, \\
n_{22-37} &= 1, & n_{25-55} &= 4, & n_{26-29} &= 2, & n_{29-30} &= 2, & n_{30-31} &= 1, & n_{34-41} &= 2, \\
n_{35-51} &= 1, & n_{36-39} &= 1, & n_{36-46} &= 1, & n_{39-86} &= 2, & n_{40-45} &= 1, & n_{43-55} &= 2, \\
n_{43-58} &= 2, & n_{44-46} &= 1, & n_{48-49} &= 1, & n_{49-50} &= 2, & n_{53-86} &= 1, & n_{61-85} &= 2, \\
n_{61-86} &= 1, & n_{62-67} &= 2, & n_{67-69} &= 1, & n_{68-69} &= 1, & n_{68-87} &= 1
\end{aligned}$$

Plano P2

- **Investimento:** $v = 2546,42$ milhões de dólares

- **Linhas adicionadas:**

$$\begin{aligned}
n_{1-2} &= 1, & n_{2-87} &= 1, & n_{4-5} &= 4, & n_{4-68} &= 1, & n_{4-81} &= 3, & n_{5-56} &= 1, \\
n_{5-58} &= 3, & n_{6-37} &= 1, & n_{12-15} &= 1, & n_{13-15} &= 4, & n_{14-45} &= 1, & n_{15-16} &= 4,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
n_{15-46} &= 1, & n_{16-44} &= 6, & n_{16-61} &= 2, & n_{18-50} &= 11, & n_{18-74} &= 6, & n_{21-57} &= 2, \\
n_{22-23} &= 1, & n_{22-37} &= 2, & n_{25-55} &= 4, & n_{26-54} &= 1, & n_{27-53} &= 1, & n_{29-30} &= 1, \\
n_{30-31} &= 2, & n_{30-63} &= 2, & n_{35-51} &= 2, & n_{36-39} &= 1, & n_{36-46} &= 3, & n_{40-45} &= 2, \\
n_{41-64} &= 2, & n_{43-55} &= 2, & n_{43-58} &= 2, & n_{48-49} &= 1, & n_{49-50} &= 4, & n_{52-59} &= 1, \\
n_{54-58} &= 1, & n_{54-63} &= 1, & n_{56-57} &= 1, & n_{61-64} &= 1, & n_{61-85} &= 3, & n_{67-69} &= 2, \\
n_{67-71} &= 3, & n_{69-87} &= 1, & n_{71-72} &= 1, & n_{72-73} &= 1, & n_{73-74} &= 2, & n_{73-75} &= 1, \\
n_{75-81} &= 1
\end{aligned}$$

Para o Sistema Norte-Nordeste Brasileiro fica evidente a demanda de esforço computacional necessária para retornar uma solução ao se utilizar modelos mais restritivos em conjunto com sistemas de grande porte. Para o Sistema Norte-Nordeste (2002), o modelo de transportes obteve um custo de investimento de 1194,56 milhões de dólares, tendo um tempo de processamento igual a 2,14 segundos, enquanto que para o modelo híbrido linear, o custo de investimento foi de 1260,04 milhões de dólares, tendo um tempo de processamento igual a 32,61 segundos para retornar a solução. Para o Sistema Norte-Nordeste (2008), o modelo de transportes retornou um custo total de 2370,68 milhões de dólares, possuindo um tempo de processamento igual a 38,91 segundos, enquanto o modelo híbrido linear obteve um custo total de 2422,67 milhões de dólares, com um tempo de processamento de 202,81 segundos para retornar a solução.

Utilizando-se o modelo linear disjuntivo, obteve-se um custo de investimento igual a 1352,45 milhões de dólares com um tempo de processamento de com um gap de 7,9% para o Plano P1, ou seja, a solução ótima pode ser de até 106,84 milhões de dólares menor, enquanto que para o Plano P2 obteve-se um custo de investimento de 2546,41 milhões de dólares com um gap de 5%, ou seja, com uma provável solução ótima de até 127,32 milhões de dólares menor.

4 Conclusões

As soluções ótimas dos sistemas Garver de 6 Barras, IEEE de 24 Barras, Sul Brasileiro de 46 Barras e Colombiano de 93 Barras para os diferentes modelos relaxados (modelo de transportes e modelos híbridos) e também para o modelo linear disjuntivo (que tem solução ótima igual ao do modelo DC) são facilmente encontradas pelo solver CPLEX. Dessa forma, esses testes visam apenas verificar a programação computacional e conhecer algumas dessas soluções ótimas que não eram conhecidas.

As soluções ótimas para o modelo de transportes são encontradas em menos de um minuto para os Planos P1 e P2 do sistema Norte Nordeste Brasileiro de 87 Barras. Entretanto essa solução ótima não representa uma boa limitante inferior. As soluções ótimas para o modelo híbrido linear são encontradas em menos de 4 minutos para os Planos P1 e P2 do sistema Norte Nordeste Brasileiro. Essas soluções ótimas apresentam um limitante inferior de qualidade razoável e foram utilizadas para fazer testes com o Plano P1. Dessa forma, foi encontrada uma solução de qualidade e em torno de 8 milhões de dólares menor que a melhor solução conhecida

na literatura especializada. Entretanto o gap (diferença entre a melhor solução encontrada e a limitante inferior) é ainda significativo.

A implementação computacional para tentar encontrar as soluções ótimas para o modelo híbrido não linear aumentam de forma significativa quando comparado com os tempos computacionais dos modelos lineares (transportes e híbrido linear). Assim, o tempo de processamento passa para a faixa de horas de processamento. O solver CPLEX encontra a solução ótima do modelo híbrido não linear para o Plano P1, mas encontra apenas uma solução de excelente qualidade para o Plano P2. Esses testes mostram o grau de dificuldade em resolver problemas de elevada complexidade.

Deve-se observar que o CPLEX não encontra a solução ótima dos Planos P1 e P2 do sistema Norte Nordeste Brasileiro para o modelo DC (linear disjuntivo). Para o modelo tradicional, sem estratégias de redução do espaço de busca, o CPLEX encontra apenas uma solução de excelente qualidade, mas o gap é significativo. Isso significa que existe ainda uma diferença de mais de 60 milhões de dólares no Plano de P1 e de mais de 100 milhões de dólares no Plano P2. Nesses testes, o solver CPLEX termina o processamento por falta de memória e após de vários dias de processamento.

Assim, os custos de investimento obtidos (em milhões de dólares) para os testes realizados utilizando-se os modelos matemáticos mencionados anteriormente, para os diversos sistemas, podem ser visualizados na Tabela 1. Para os sistemas 6 barras de Garver, IEEE de 24 barras e Sul Brasileiro de 46 barras foi considerado a reprogramação da geração. Para os sistemas Colombiano de 93 barras e Norte Nordeste Brasileiro de 87 barras não foi considerado a reprogramação da geração.

Tabela 1: Comparativo das Soluções Encontradas

Sistemas	MT	MHL	MHNL	MLD
6 Barras de Garver	110.00	110.00	110.00	110.00
IEEE de 24 Barras	102.00	132.00	152.00	152.00
Sul Brasileiro de 46 Barras	53.33	63.16	70.29	72.87
Colombiano de 93 Barras	315.35	470.36	536.15	562.42
Norte-Nordeste (2002)	1194.56	1260.04	1277.72	1352.45
Norte-Nordeste (2008)	2370.68	2422.67	2447.13	2546.42
Observação: Valores em MUS\$.				

A solução ótima para o Sistema Norte-Nordeste Brasileiro para o Plano P1 (indicada na última coluna da Tabela 2) foi encontrada usando o solver CPLEX para o modelo linear disjuntivo (modelo DC) do problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão incorporando as seguintes estratégias de redução do espaço de busca:

- Foi colocada uma limitante superior que é o investimento da melhor solução encontrada

por uma meta-heurística (a penúltima coluna da Tabela 2).

- Foi colocada como limitante inferior a solução ótima fornecida pelo modelo híbrido não linear.
- Foi diminuído o número máximo de linhas candidatas a adição por cada caminho. Para isso foram usadas as informações do número máximo de linhas adicionadas em cada caminho por cada uma das 4 técnicas mostradas na Tabela 2. Assim, por exemplo, para o caminho 115, o número máximo de linhas adicionadas foi de 3 (pelo modelo de transportes). Dessa forma o número máximo permitido foi esse máximo incrementado por uma linha adicional, isto é, 4 linhas de transmissão. Para caminhos sem adição de linhas foi alocado um máximo de uma linha candidata a ser adicionada.

Com essas estratégias incorporadas foi encontrada a solução ótima mostrada na última coluna da Tabela 2.

Tabela 2: Comparativo das Topologias Encontradas

Caminho	MT	MHL	MHNL	MH	Proposta
3 (2-60)	2	2	2	2	2
13 (4-68)	0	0	0	0	1
20 (5-58)	2	2	2	2	2
21 (5-60)	2	2	2	2	2
22 (5-68)	1	1	1	0	1
35 (8-12)	0	0	0	0	1
36 (8-17)	1	1	1	0	0
38 (8-62)	2	2	2	0	2
40 (9-10)	1	1	1	0	1
41 (10-11)	1	1	1	0	1
42 (11-12)	0	1	1	0	1
44 (11-17)	1	0	0	0	0
46 (12-13)	0	0	0	1	0
47 (12-15)	0	1	1	2	0
48 (12-17)	0	1	1	0	2
51 (13-14)	0	1	1	0	1
52 (13-15)	2	1	1	0	2
58 (14-59)	1	1	1	1	1
59 (15-16)	2	1	2	2	1

Continua na próxima página

Tabela 2: Comparativo das Topologias Encontradas

Caminho	MT	MHL	MHNL	MH	Proposta
61 (15-46)	0	0	0	0	1
63 (16-44)	3	2	4	3	2
67 (17-18)	2	2	2	0	2
69 (18-50)	6	6	6	6	6
71 (18-74)	0	0	0	3	0
72 (19-20)	0	1	0	0	0
74 (20-21)	1	0	0	2	0
75 (20-21)	0	2	2	0	2
76 (20-38)	1	1	2	1	2
80 (22-23)	0	0	0	1	0
81 (22-37)	0	0	0	0	1
82 (22-58)	0	1	1	3	0
83 (23-24)	0	0	0	1	0
85 (24-43)	1	1	1	0	0
88 (25-55)	1	1	2	2	4
91 (26-29)	0	2	0	1	2
92 (26-54)	0	2	0	0	0
95 (27-53)	0	0	1	1	0
97 (29-30)	0	2	0	1	2
98 (30-31)	0	1	0	0	1
99 (30-63)	1	0	1	0	0
104 (34-39)	0	0	0	1	0
105 (34-41)	0	2	0	2	2
106 (35-46)	0	0	0	0	1
108 (35-51)	1	0	1	0	0
110 (36-46)	0	1	1	1	0
111 (39-42)	0	0	1	1	2
112 (39-86)	0	1	0	3	4
113 (40-45)	1	1	1	1	1
115 (41-64)	3	0	2	0	0
116 (42-44)	2	0	2	2	1
117 (42-85)	1	0	1	1	1
118 (43-55)	1	1	1	0	2
119 (43-58)	1	1	1	0	2
120 (44-46)	0	1	0	0	2

Continua na próxima página

Tabela 2: Comparativo das Topologias Encontradas

Caminho	MT	MHL	MHNL	MH	Proposta
122 (48-49)	3	2	1	2	1
123 (48-50)	0	0	0	0	1
125 (49-50)	0	1	2	1	2
127 (52-59)	0	1	1	0	1
131 (53-86)	0	1	0	0	1
133 (54-58)	1	1	1	0	0
134 (54-63)	1	0	1	0	0
142 (61-85)	0	3	0	0	0
143 (61-86)	0	1	0	0	0
144 (62-67)	2	2	2	0	2
147 (63-64)	1	0	1	0	0
150 (67-68)	0	0	0	1	0
151 (67-69)	1	1	1	1	1
152 (67-71)	0	0	0	3	0
156 (69-87)	1	1	1	0	1
158 (71-72)	0	0	0	1	0
161 (72-73)	0	0	0	1	0
163 (73-74)	0	0	0	1	0
Custo total (MUS\$)	1194,56	1260,04	1277,72	1360,96	1343,05

Referências Bibliográficas

- [1] L. L. Garver, “Transmission network estimation using linear programming,” *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. PAS-89, pp. 1688–1697, 1970.
- [2] R. Villasana, L. L. Garver e S. J. Salon, “Transmission Network planning using linear programming,” *IEEE Trans. Power App. Systems*, v. PAS-104, n. 2, pp. 731–742, 2007.
- [3] S. Granville e M. V. F. Pereira, “Analysis of the linearized power flow model in Benders decomposition,” *EPRI-Report RP 2473-6, Stanford University*, 1985.
- [4] E. F. da Silva, “Planejamento estocástico da expansão da rede de transmissão de energia elétrica multiestágio considerando restrições de segurança,” *Tese de doutorado, UNESP*, 2013.
- [5] E. L. Da Silva, J. M. Areiza, G. C. De Oliveira e S. Binato, “Transmission network expansion planning under a tabu search approach,” *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 16, n. 1, pp. 62–68, 2001.
- [6] S. Binato, G. C. de Oliveira e J. L. de Araujo, “A greedy randomized adaptive search procedure for transmission expansion planning,” *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 16, n. 2, pp. 247–253, 2001.
- [7] R. Romero, A. Monticelli, A. Garcia e S. Haffner, “Test systems and mathematical models for transmission network expansion planning,” *IEE Proceedings Generation, Transmission and Distribution*, v. 149, n. 1, pp. 27–36, 2002.

A Modelos Ilustrativos

Figura 1: Modelo Ilustrativo - Sistema de 6 Barras de Garver

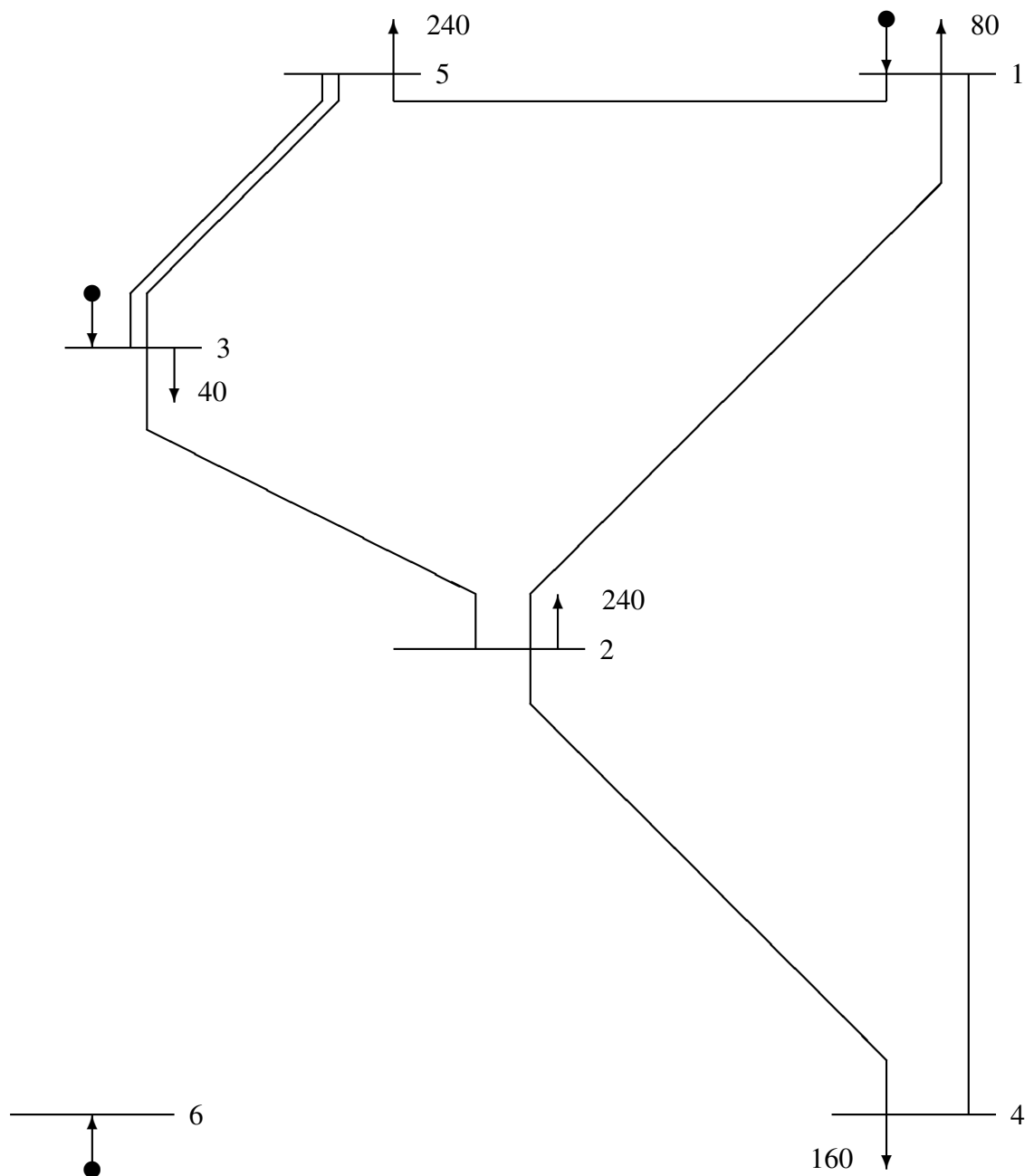


Figura 2: Modelo Ilustrativo - Sistema IEEE de 24 Barras

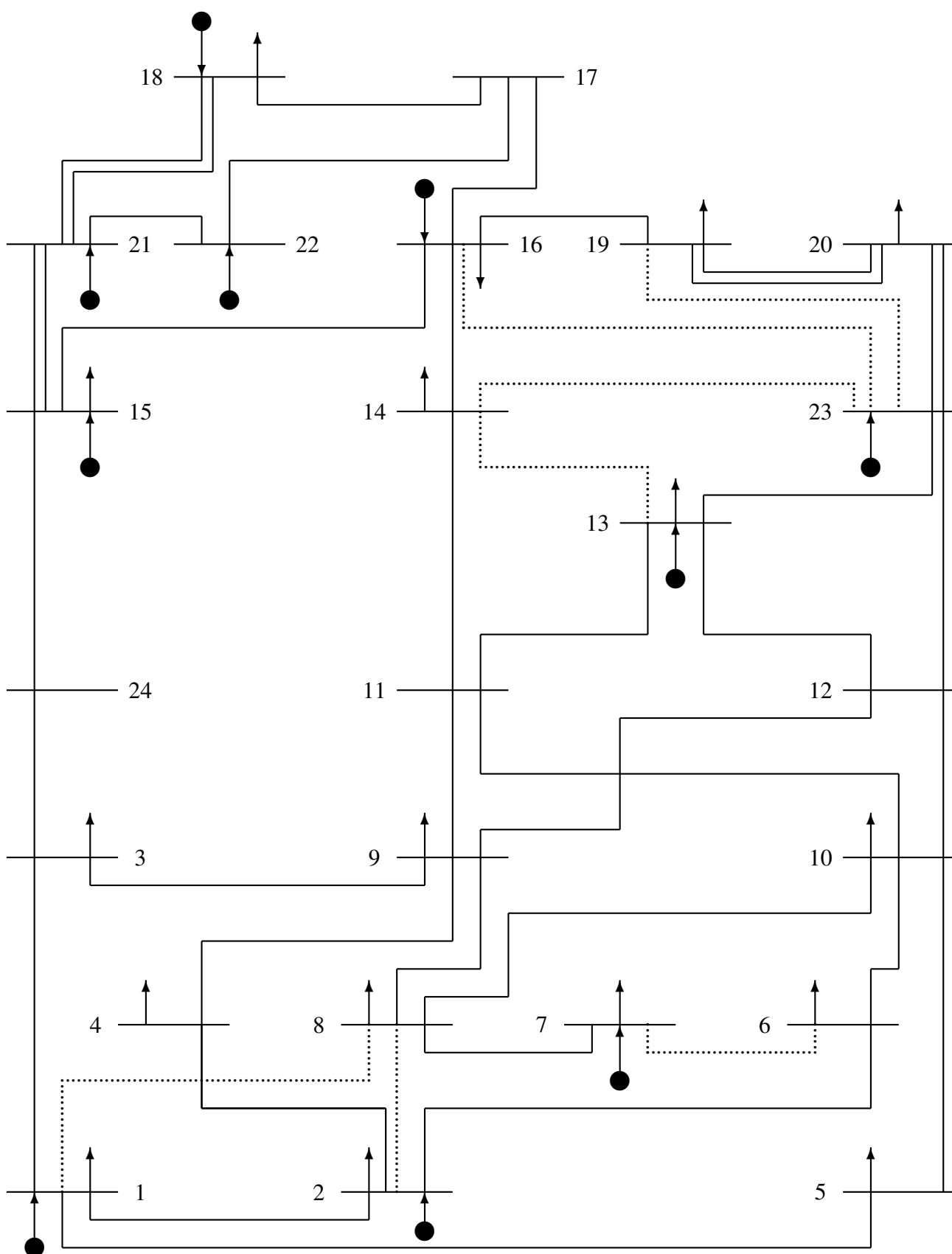


Figura 3: Modelo Ilustrativo - Sistema Sul Brasileiro de 46 Barras

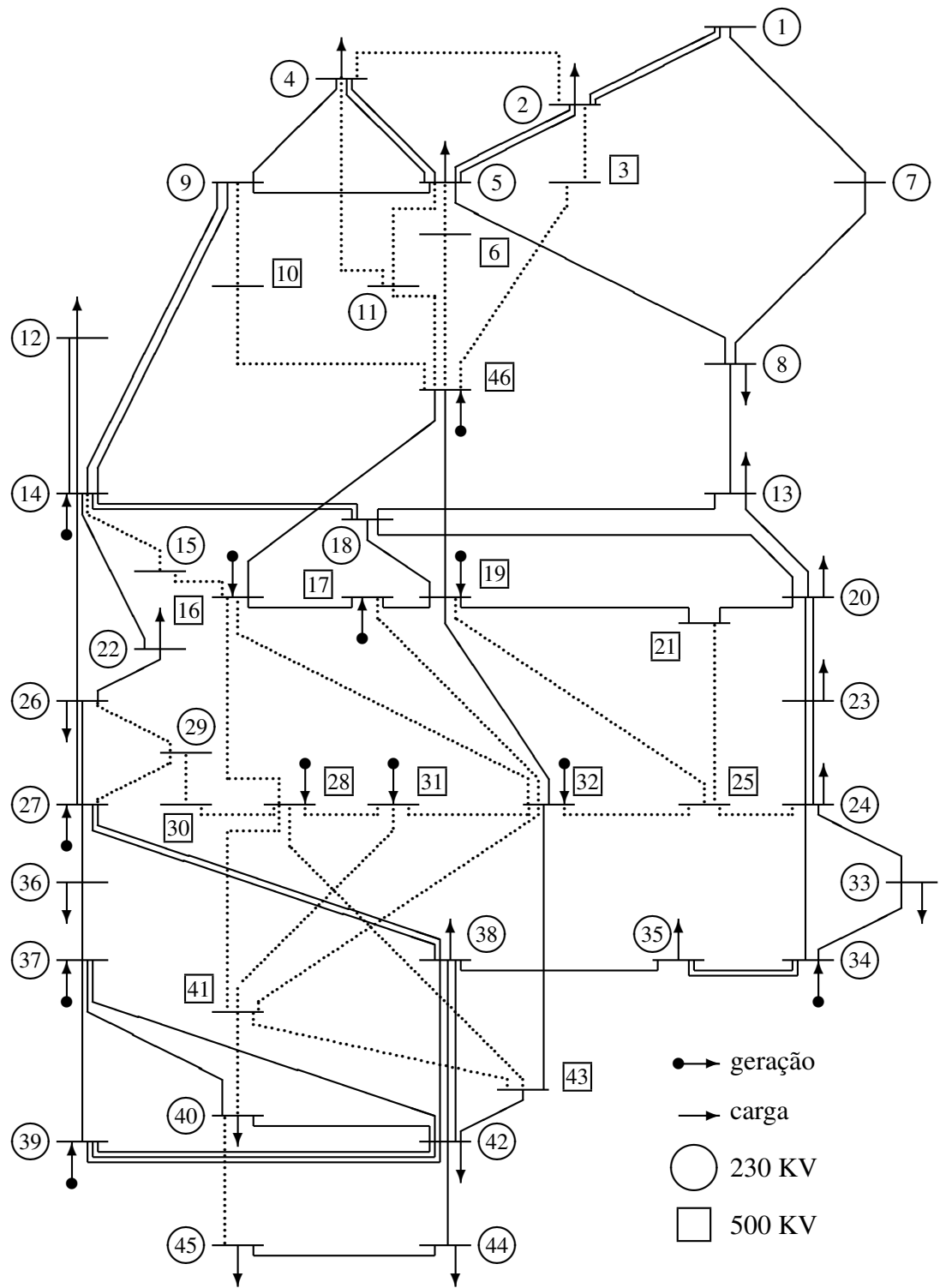


Figura 4: Modelo Ilustrativo - Sistema Colombiano de 93 Barras

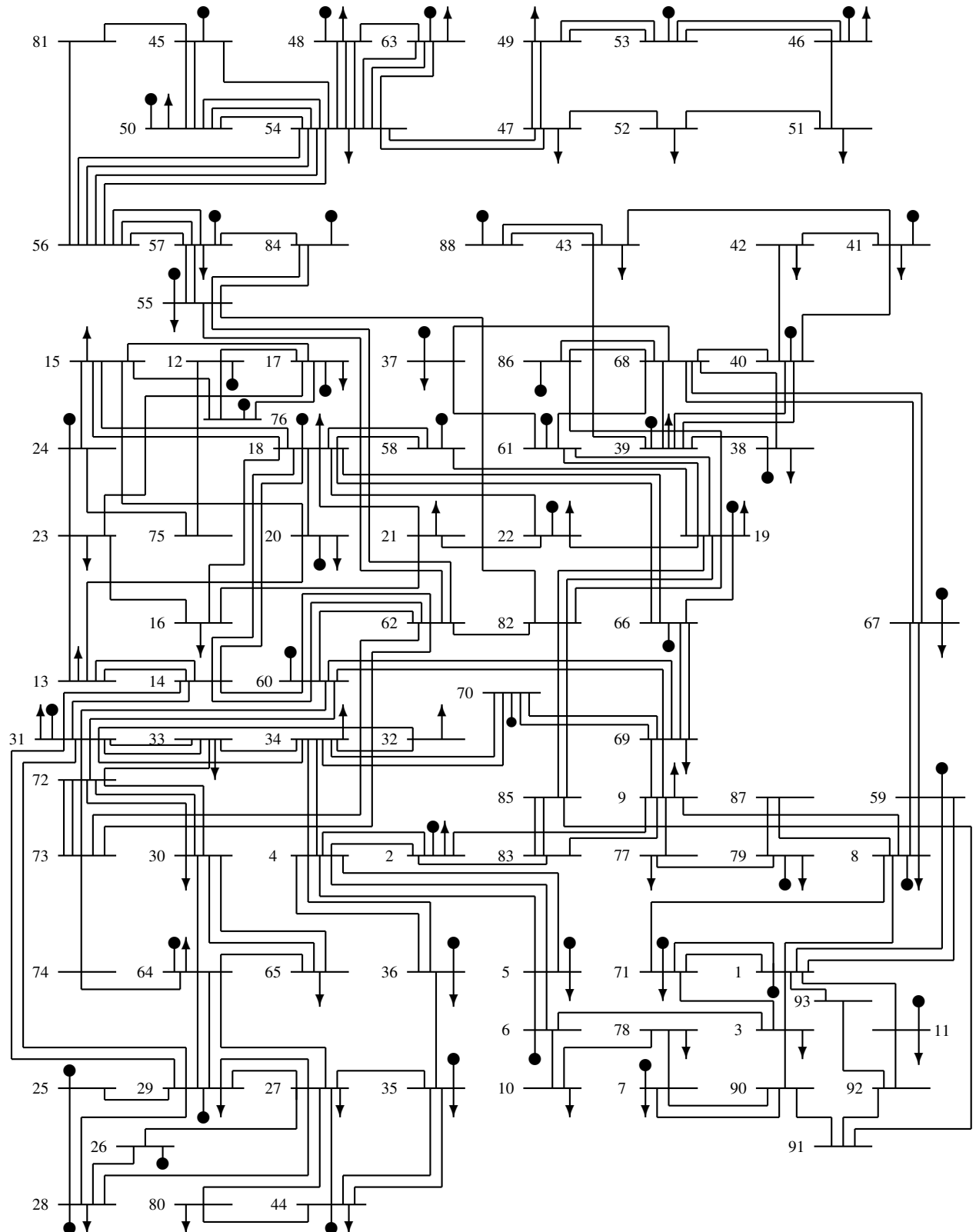
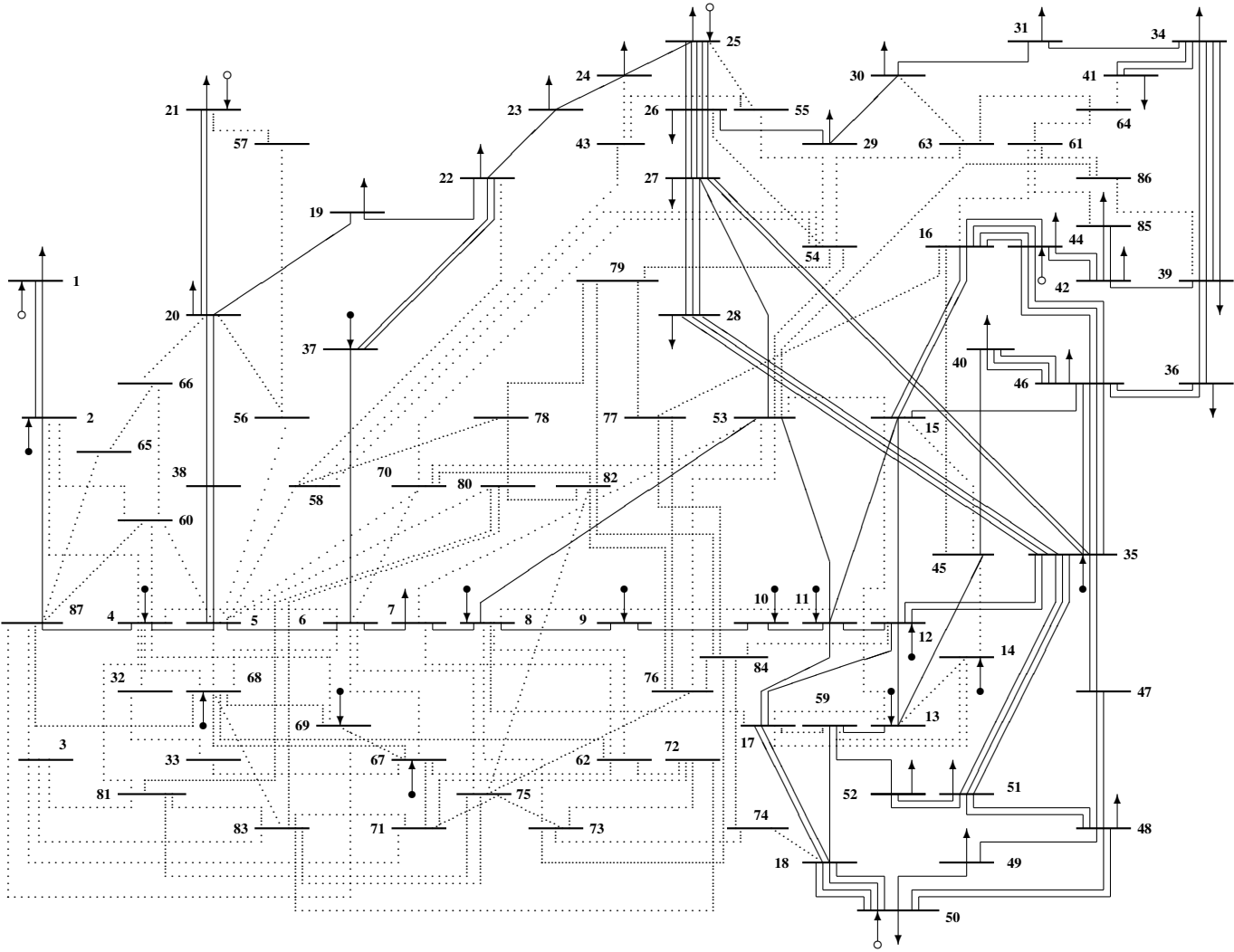


Figura 5: Modelo Ilustrativo - Sistema Norte-Nordeste Brasileiro de 87 barras



B Dados dos Sistemas Usados

Tabela 3: Dados das Barras - Sistema de 6 Barras de Garver

Barra	Tipo	Geração Máxima (MW)	Demanda (MW)
1	1	150	80
2	0	0	240
3	0	360	40
4	0	0	160
5	0	0	240
6	0	600	0

Tabela 4: Dados dos Circuitos - Sistema de 6 Barras de Garver

Caminho	n_{ij}^0	Reatância (p.u)	$\tilde{f}_{ij}(MW)$	Custo (MUS\$)	$\tilde{n}_{ij}$
1 (1-2)	1	0.40	100	40	3
2 (1-3)	0	0.38	100	38	3
3 (1-4)	1	0.60	80	60	3
4 (1-5)	1	0.20	100	20	3
5 (1-6)	0	0.68	70	68	3
6 (2-3)	1	0.20	100	20	3
7 (2-4)	1	0.40	100	40	3
8 (2-5)	0	0.31	100	31	3
9 (2-6)	0	0.30	100	30	3
10 (3-4)	0	0.59	82	59	3
11 (3-5)	1	0.20	100	20	3
12 (3-6)	0	0.48	100	48	3
13 (4-5)	0	0.63	75	63	3
14 (4-6)	0	0.30	100	30	3
15 (5-6)	0	0.61	78	61	3

Tabela 5: Dados das Barras - Sistema IEEE de 24 Barras

Barra	Tipo	Geração Máxima (MW)	Demanda (MW)
1	0	576	324
2	0	576	291
3	0	0	540
4	0	0	222
5	0	0	213
6	0	0	408
7	0	900	375
8	0	0	513
9	0	0	525
10	0	0	585

Continua na próxima página

Tabela 5: Dados das Barras - Sistema IEEE de 24 Barras - Continuação

Barra	Tipo	Geração Máxima (MW)	Demanda (MW)
11	0	0	0
12	0	0	0
13	0	1773	795
14	0	0	582
15	0	645	951
16	0	465	300
17	0	0	0
18	0	1200	999
19	0	0	543
20	0	0	384
21	0	1200	0
22	0	900	0
23	1	1980	0
24	0	0	0

Tabela 6: Dados dos Circuitos - Sistema IEEE de 24 Barras

Caminho	n_{ij}^0	Reatância (p.u)	$\bar{f}_{ij}(MW)$	Custo (MUS\$)	$\bar{n}_{ij}$
1 (1-2)	1	0.0139	175	3	5
2 (1-3)	1	0.2112	175	55	5
3 (1-5)	1	0.0845	175	22	5
4 (2-4)	1	0.1267	175	33	5
5 (2-6)	1	0.1920	175	50	5
6 (3-9)	1	0.1190	175	31	5
7 (3-24)	1	0.0839	400	50	5
8 (4-9)	1	0.1037	175	27	5
9 (5-10)	1	0.0883	175	23	5
10 (6-10)	1	0.0605	175	16	5
11 (7-8)	1	0.0614	175	16	5
12 (8-9)	1	0.1651	175	43	5
13 (8-10)	1	0.1651	175	43	5
14 (9-11)	1	0.0839	400	50	5
15 (9-12)	1	0.0839	400	50	5

Continua na próxima página

Tabela 6: Dados dos Circuitos - Sistema IEEE de 24 Barras - Continuação

Caminho	n_{ij}^0	Reatância (p.u)	$\tilde{f}_{ij}(MW)$	Custo (MUS\$)	$\tilde{n}_{ij}$
16 (10-11)	1	0.0839	400	50	5
17 (10-12)	1	0.0839	400	50	5
18 (11-13)	1	0.0476	500	66	5
19 (11-14)	1	0.0418	500	58	5
20 (12-13)	1	0.0476	500	66	5
21 (12-23)	1	0.0966	500	134	5
22 (13-23)	1	0.0865	500	120	5
23 (14-16)	1	0.0389	500	54	5
24 (15-16)	1	0.0173	500	24	5
25 (15-21)	2	0.0490	500	68	5
26 (15-24)	1	0.0519	500	72	5
27 (16-17)	1	0.0259	500	36	5
28 (16-19)	1	0.0231	500	32	5
29 (17-18)	1	0.0144	500	20	5
30 (17-22)	1	0.1053	500	146	5
31 (18-21)	2	0.0259	500	36	5
32 (19-20)	2	0.0396	500	55	5
33 (20-23)	2	0.0216	500	30	5
34 (21-22)	1	0.0678	500	94	5
35 (1-8)	0	0.1344	500	35	5
36 (2-8)	0	0.1267	500	33	5
37 (6-7)	0	0.1920	500	50	5
38 (13-14)	0	0.0447	500	62	5
39 (14-23)	0	0.0620	500	86	5
40 (16-23)	0	0.0822	500	114	5
41 (19-23)	0	0.0606	500	84	5

Tabela 7: Dados das Barras - Sistema Sul Brasileiro de 46 Barras

Barra	Tipo	Geração Máxima (MW)	Demanda (MW)
1	0	0.0	0.0
2	0	0.0	443.1

Continua na próxima página

Tabela 7: Dados das Barras - Sistema Sul Brasileiro de 46 Barras - Continuação

Barra	Tipo	Geração Máxima (MW)	Demanda (MW)
3	0	0.0	0.0
4	0	0.0	300.7
5	0	0.0	238.0
6	0	0.0	0.0
7	0	0.0	0.0
8	0	0.0	72.2
9	0	0.0	0.0
10	0	0.0	0.0
11	0	0.0	0.0
12	0	0.0	511.9
13	0	0.0	185.8
14	0	1257.0	0.0
15	0	0.0	0.0
16	1	2000.0	0.0
17	0	1050.0	0.0
18	0	0.0	0.0
19	0	1670.0	0.0
20	0	0.0	91.2
21	0	0.0	0.0
22	0	0.0	81.9
23	0	0.0	458.1
24	0	0.0	478.2
25	0	0.0	0.0
26	0	0.0	231.9
27	0	220.0	0.0
28	0	800.0	0.0
29	0	0.0	0.0
30	0	0.0	0.0
31	0	700.0	0.0
32	0	500.0	0.0
33	0	0.0	229.1
34	0	748.0	0.0
35	0	0.0	216.0
36	0	0.0	90.1
37	0	300.0	0.0

Continua na próxima página

Tabela 7: Dados das Barras - Sistema Sul Brasileiro de 46 Barras - Continuação

Barra	Tipo	Geração Máxima (MW)	Demanda (MW)
38	0	0.0	216.0
39	0	600.0	0.0
40	0	0.0	262.1
41	0	0.0	0.0
42	0	0.0	607.9
43	0	0.0	0.0
44	0	0.0	79.1
45	0	0.0	86.7
46	0	700.0	0.0

Tabela 8: Dados dos Circuitos - Sistema Sul Brasileiro de 46 Barras

Caminho	n_{ij}^0	Reatância (p.u)	$\bar{f}_{ij}(MW)$	Custo (MUS\$)	$\bar{n}_{ij}$
1 (1-7)	1	0.0616	270	4.349	5
2 (1-2)	2	0.1065	270	7.076	5
3 (4-9)	1	0.0924	270	6.217	5
4 (5-9)	1	0.1173	270	7.732	5
5 (5-8)	1	0.1132	270	7.480	5
6 (7-8)	1	0.1023	270	6.823	5
7 (4-5)	2	0.0566	270	4.046	5
8 (2-5)	2	0.0324	270	2.581	5
9 (8-13)	1	0.1348	240	8.793	5
10 (9-14)	2	0.1756	220	11.267	5
11 (12-14)	2	0.0740	270	5.106	5
12 (14-18)	2	0.1514	240	9.803	5
13 (13-18)	1	0.1805	220	11.570	5
14 (13-20)	1	0.1073	270	7.126	5
15 (18-20)	1	0.1997	200	12.732	5
16 (19-21)	1	0.0278	1500	32.632	5
17 (16-17)	1	0.0078	2000	10.505	5
18 (17-19)	1	0.0061	2000	8.715	5
19 (14-26)	1	0.1614	220	10.409	5

Continua na próxima página

Tabela 8: Dados dos Circuitos - Sistema Sul Brasileiro de 46 Barras - Continuação

Caminho	n_{ij}^0	Reatância (p.u)	$\bar{f}_{ij}(MW)$	Custo (MUS\$)	$\bar{n}_{ij}$
20 (14-22)	1	0.0840	270	5.712	5
21 (22-26)	1	0.0790	270	5.409	5
22 (20-23)	2	0.0932	270	6.268	5
23 (23-24)	2	0.0774	270	5.308	5
24 (26-27)	2	0.0832	270	5.662	5
25 (24-34)	1	0.1647	220	10.611	5
26 (24-33)	1	0.1448	240	9.399	5
27 (33-34)	1	0.1265	270	8.288	5
28 (27-36)	1	0.0915	270	6.167	5
29 (27-38)	2	0.2080	200	13.237	5
30 (36-37)	1	0.1057	270	7.025	5
31 (34-35)	2	0.0491	270	3.591	5
32 (35-38)	1	0.1980	200	12.631	5
33 (37-39)	1	0.0283	270	2.329	5
34 (37-40)	1	0.1281	270	8.389	5
35 (37-42)	1	0.2105	200	13.388	5
36 (39-42)	3	0.2030	200	12.934	5
37 (40-42)	1	0.0932	270	6.268	5
38 (38-42)	3	0.0907	270	6.116	5
39 (32-43)	1	0.0309	1400	35.957	5
40 (42-44)	1	0.1206	270	7.934	5
41 (44-45)	1	0.1864	200	11.924	5
42 (19-32)	1	0.0195	1.800	23.423	5
43 (46-19)	1	0.0222	1800	26.365	5
44 (46-16)	1	0.0203	1.800	24.319	5
45 (18-19)	1	0.0125	600	8.178	5
46 (20-21)	1	0.0125	600	8.178	5
47 (42-43)	1	0.0125	600	8.178	5
48 (2-4)	0	0.0882	270	5.965	5
49 (14-15)	0	0.0374	270	2.884	5
50 (46-10)	0	0.0081	2000	10.889	5
51 (4-11)	0	0.2246	240	14.247	5
52 (5-11)	0	0.0915	270	6.167	5
53 (46-6)	0	0.0128	2000	16.005	5
54 (46-3)	0	0.0203	1800	24.319	5

Continua na próxima página

Tabela 8: Dados dos Circuitos - Sistema Sul Brasileiro de 46 Barras - Continuação

Caminho	n_{ij}^0	Reatância (p.u)	$\bar{f}_{ij}(MW)$	Custo (MUS\$)	$\bar{n}_{ij}$
55 (16-28)	0	0.0222	1800	26.365	5
56 (16-32)	0	0.0311	1400	36.213	5
57 (17-32)	0	0.0232	1700	27.516	5
58 (19-25)	0	0.0325	1400	37.748	5
59 (21-25)	0	0.0174	2000	21.121	5
60 (25-32)	0	0.0319	1400	37.109	5
61 (31-32)	0	0.0046	2000	7.052	5
62 (28-31)	0	0.0053	2000	7.819	5
63 (28-30)	0	0.0058	2000	8.331	5
64 (27-29)	0	0.0998	270	6.672	5
65 (26-29)	0	0.0541	270	3.894	5
66 (28-41)	0	0.0339	1300	39.283	5
67 (28-43)	0	0.0406	1200	46.701	5
68 (31-41)	0	0.0278	1500	32.632	5
69 (32-41)	0	0.0309	1400	35.957	5
70 (41-43)	0	0.0139	2000	17.284	5
71 (40-45)	0	0.2205	180	13.994	5
72 (15-16)	0	0.0125	600	8.178	5
73 (46-11)	0	0.0125	600	8.178	5
74 (24-25)	0	0.0125	600	8.178	5
75 (29-30)	0	0.0125	600	8.178	5
76 (40-41)	0	0.0125	600	8.178	5
77 (2-3)	0	0.0125	600	8.178	5
78 (5-6)	0	0.0125	600	8.178	5
79 (9-10)	0	0.0125	600	8.178	5

Tabela 9: Dados das Barras - Sistema Colombiano de 93 Barras

Barra	Tipo	Geração Máxima (MW)	Demanda (MW)
1	1	240.00	0.00
2	0	165.00	486.66
3	0	0.00	587.08
Continua na próxima página			

Tabela 9: Dados das Barras - Sistema Colombiano de 93 Barras - Continuação

Barra	Tipo	Geração Máxima (MW)	Demanda (MW)
4	0	0.00	0.00
5	0	40.00	351.42
6	0	34.00	0.00
7	0	136.00	448.03
8	0	230.00	505.87
9	0	0.00	519.69
10	0	0.00	88.84
11	0	108.00	220.15
12	0	47.00	0.00
13	0	0.00	260.08
14	0	0.00	0.00
15	0	0.00	562.84
16	0	0.00	351.90
17	0	35.00	203.00
18	0	540.00	54.10
19	0	1340.00	29.28
20	0	45.00	302.27
21	0	0.00	277.44
22	0	200.00	79.17
23	0	0.00	302.27
24	0	150.00	0.00
25	0	86.00	0.00
26	0	70.00	0.00
27	0	0.00	396.71
28	0	14.00	486.39
29	0	618.00	505.96
30	0	0.00	199.55
31	0	189.00	391.88
32	0	0.00	188.33
33	0	0.00	247.24
34	0	0.00	115.81
35	0	200.00	256.86
36	0	44.00	167.29
37	0	138.00	176.30
38	0	15.00	129.72

Continua na próxima página

Tabela 9: Dados das Barras - Sistema Colombiano de 93 Barras - Continuação

Barra	Tipo	Geração Máxima (MW)	Demanda (MW)
39	0	15.00	268.19
40	0	305.00	0.00
41	0	100.00	81.85
42	0	0.00	152.39
43	0	0.00	52.90
44	0	23.00	384.64
45	0	1208.00	0.00
46	0	150.00	181.62
47	0	0.00	61.60
48	0	885.00	896.26
49	0	0.00	193.27
50	0	240.00	632.75
51	0	0.00	190.45
52	0	0.00	55.60
53	0	320.00	0.00
54	0	0.00	114.19
55	0	40.00	333.59
56	0	0.00	0.00
57	0	130.00	336.94
58	0	190.00	0.00
59	0	160.00	0.00
60	0	1216.00	0.00
61	0	155.00	0.00
62	0	0.00	0.00
63	0	1090.00	52.77
64	0	280.00	132.35
65	0	0.00	197.58
66	0	300.00	0.00
67	0	474.00	397.98
68	0	0.00	0.00
69	0	0.00	106.61
70	0	180.00	0.00
71	0	424.00	471.21
72	0	0.00	0.00
73	0	0.00	0.00

Continua na próxima página

Tabela 9: Dados das Barras - Sistema Colombiano de 93 Barras - Continuação

Barra	Tipo	Geração Máxima (MW)	Demanda (MW)
74	0	0.00	0.00
75	0	0.00	0.00
76	0	40.00	0.00
77	0	0.00	82.85
78	0	0.00	54.07
79	0	300.00	146.87
80	0	0.00	88.34
81	0	0.00	0.00
82	0	0.00	0.00
83	0	0.00	0.00
84	0	500.00	0.00
85	0	0.00	0.00
86	0	850.00	0.00
87	0	0.00	0.00
88	0	300.00	0.00
89	0	0.00	0.00
90	0	0.00	0.00
91	0	0.00	0.00
92	0	0.00	0.00
93	0	0.00	0.00

Tabela 10: Dados dos Circuitos - Sistema Colombiano de 93 Barras

Caminho	n_{ij}^0	Reatância (p.u)	$\bar{f}_{ij}(MW)$	Custo (MUS\$)	$\bar{n}_{ij}$
1 (52-88)	0	0.0980	300.0	34.190	4
2 (43-88)	0	0.1816	250.0	39.560	4
3 (57-81)	0	0.0219	550.0	58.890	4
4 (73-82)	0	0.0374	550.0	97.960	4
5 (27-89)	0	0.0267	450.0	13.270	4
6 (74-89)	0	0.0034	550.0	14.570	4
7 (73-89)	0	0.0246	550.0	66.650	4
8 (79-83)	0	0.0457	350.0	15.400	4

Continua na próxima página

Tabela 10: Dados dos Circuitos - Sistema Colombiano de 93 Barras - Continuação

Caminho	n_{ij}^0	Reatância (p.u)	$\bar{f}_{ij}(MW)$	Custo (MUS\$)	$\bar{n}_{ij}$
9 (8-67)	0	0.2240	250.0	29.200	4
10 (39-86)	0	0.0545	350.0	9.880	4
11 (25-28)	1	0.0565	320.0	9.767	4
12 (25-29)	1	0.0570	320.0	9.882	4
13 (13-14)	2	0.0009	350.0	3.902	4
14 (13-20)	1	0.0178	350.0	5.742	4
15 (13-23)	1	0.0277	350.0	7.007	4
16 (14-31)	2	0.1307	250.0	18.622	4
17 (14-18)	2	0.1494	250.0	20.232	4
18 (14-60)	2	0.1067	300.0	15.977	4
19 (2-4)	2	0.0271	350.0	6.662	4
20 (2-9)	1	0.0122	350.0	5.282	4
21 (2-83)	1	0.0200	570.0	5.972	4
22 (9-83)	1	0.0200	400.0	5.972	4
23 (15-18)	1	0.0365	450.0	7.927	4
24 (15-17)	1	0.0483	320.0	9.422	4
25 (15-20)	1	0.0513	320.0	9.652	4
26 (15-76)	1	0.0414	320.0	9.882	4
27 (15-24)	1	0.0145	350.0	5.282	4
28 (37-61)	1	0.0139	350.0	4.937	4
29 (19-61)	2	0.1105	250.0	16.092	4
30 (61-68)	1	0.0789	250.0	12.412	4
31 (37-68)	1	0.0544	320.0	9.652	4
32 (40-68)	1	0.1320	320.0	18.162	4
33 (12-75)	1	0.0641	320.0	11.492	4
34 (24-75)	1	0.0161	350.0	5.512	4
35 (35-36)	1	0.2074	250.0	27.362	4
36 (27-35)	1	0.1498	250.0	22.072	4
37 (35-44)	2	0.1358	250.0	20.347	4
38 (38-68)	1	0.0389	350.0	7.927	4
39 (38-39)	1	0.0300	350.0	6.317	4
40 (27-80)	1	0.0242	350.0	7.007	4
41 (44-80)	1	0.1014	250.0	17.587	4
42 (56-81)	1	0.0114	550.0	32.858	4
43 (45-54)	1	0.0946	320.0	13.562	4

Continua na próxima página

Tabela 10: Dados dos Circuitos - Sistema Colombiano de 93 Barras - Continuação

Caminho	n_{ij}^0	Reatância (p.u)	$\bar{f}_{ij}(MW)$	Custo (MUS\$)	$\bar{n}_{ij}$
44 (45-50)	2	0.0070	350.0	4.362	4
45 (10-78)	1	0.0102	350.0	4.937	4
46 (7-78)	1	0.0043	350.0	4.132	4
47 (30-64)	1	0.1533	250.0	20.577	4
48 (30-65)	1	0.0910	250.0	13.677	4
49 (30-72)	2	0.0173	350.0	5.512	4
50 (55-57)	1	0.0174	600.0	46.808	4
51 (57-84)	1	0.0087	600.0	26.658	4
52 (55-84)	1	0.0087	600.0	26.658	4
53 (56-57)	2	0.0240	600.0	62.618	4
54 (9-77)	1	0.0190	350.0	5.857	4
55 (77-79)	1	0.0097	350.0	5.167	4
56 (1-59)	2	0.0232	350.0	6.202	4
57 (59-67)	2	0.1180	250.0	16.667	4
58 (8-59)	2	0.1056	250.0	15.402	4
59 (1-3)	1	0.1040	250.0	15.862	4
60 (3-71)	1	0.0136	450.0	5.167	4
61 (3-6)	1	0.0497	350.0	9.422	4
62 (55-62)	1	0.0281	550.0	70.988	4
63 (47-52)	1	0.0644	350.0	10.572	4
64 (51-52)	1	0.0859	250.0	12.872	4
65 (29-31)	2	0.1042	250.0	32.981	4
66 (41-42)	1	0.0094	350.0	4.707	4
67 (40-42)	1	0.0153	350.0	5.167	4
68 (46-53)	2	0.1041	250.0	14.597	4
69 (46-51)	1	0.1141	250.0	16.322	4
70 (69-70)	2	0.0228	350.0	6.202	4
71 (66-69)	2	0.1217	250.0	17.127	4
72 (9-69)	2	0.1098	350.0	15.747	4
73 (60-69)	2	0.0906	350.0	13.677	4
74 (31-32)	1	0.0259	350.0	6.547	4
75 (32-34)	1	0.0540	350.0	9.767	4
76 (16-18)	1	0.0625	350.0	10.917	4
77 (16-23)	1	0.0238	350.0	6.892	4
78 (16-21)	1	0.0282	350.0	6.892	4

Continua na próxima página

Tabela 10: Dados dos Circuitos - Sistema Colombiano de 93 Barras - Continuação

Caminho	n_{ij}^0	Reatância (p.u)	$\bar{f}_{ij}(MW)$	Custo (MUS\$)	$\bar{n}_{ij}$
79 (31-34)	1	0.0792	250.0	12.412	4
80 (31-33)	2	0.0248	350.0	6.432	4
81 (31-60)	2	0.1944	250.0	25.982	4
82 (31-72)	2	0.0244	350.0	6.317	4
83 (47-54)	2	0.1003	250.0	14.252	4
84 (47-49)	2	0.0942	250.0	13.562	4
85 (18-58)	2	0.0212	350.0	5.742	4
86 (18-20)	1	0.0504	350.0	9.537	4
87 (18-66)	2	0.0664	350.0	11.377	4
88 (18-21)	1	0.0348	350.0	7.467	4
89 (18-22)	1	0.0209	350.0	6.432	4
90 (19-22)	1	0.0691	350.0	11.722	4
91 (4-5)	3	0.0049	350.0	4.247	4
92 (5-6)	2	0.0074	350.0	4.477	4
93 (17-23)	1	0.0913	250.0	12.987	4
94 (17-76)	1	0.0020	350.0	3.902	4
95 (12-17)	1	0.0086	350.0	4.707	4
96 (1-71)	2	0.0841	250.0	14.367	4
97 (1-8)	1	0.0810	250.0	13.217	4
98 (1-11)	1	0.0799	250.0	12.527	4
99 (4-36)	2	0.0850	250.0	13.562	4
100 (19-58)	1	0.0826	320.0	11.722	4
101 (27-64)	1	0.0280	350.0	6.777	4
102 (27-28)	1	0.0238	350.0	6.202	4
103 (27-44)	1	0.0893	250.0	16.322	4
104 (26-27)	1	0.0657	350.0	10.917	4
105 (27-29)	1	0.0166	350.0	5.052	4
106 (19-66)	1	0.0516	350.0	9.307	4
107 (73-74)	1	0.0214	600.0	58.278	4
108 (64-65)	1	0.0741	350.0	11.837	4
109 (29-64)	1	0.0063	350.0	4.362	4
110 (4-34)	2	0.1016	270.0	14.942	4
111 (34-70)	2	0.0415	350.0	8.272	4
112 (33-34)	1	0.1139	320.0	16.322	4
113 (8-71)	1	0.0075	400.0	4.477	4

Continua na próxima página

Tabela 10: Dados dos Circuitos - Sistema Colombiano de 93 Barras - Continuação

Caminho	n_{ij}^0	Reatância (p.u)	$\bar{f}_{ij}(MW)$	Custo (MUS\$)	$\bar{n}_{ij}$
114 (54-63)	3	0.0495	320.0	9.077	4
115 (48-63)	1	0.0238	350.0	6.317	4
116 (67-68)	2	0.1660	250.0	22.072	4
117 (39-68)	1	0.0145	350.0	5.282	4
118 (8-9)	1	0.0168	350.0	5.972	4
119 (79-87)	1	0.0071	350.0	4.477	4
120 (8-87)	1	0.0132	350.0	5.167	4
121 (39-43)	1	0.1163	250.0	16.552	4
122 (41-43)	1	0.1142	250.0	16.322	4
123 (23-24)	1	0.0255	350.0	6.317	4
124 (21-22)	1	0.0549	350.0	9.882	4
125 (26-28)	1	0.0512	350.0	9.307	4
126 (28-29)	1	0.0281	350.0	6.777	4
127 (6-10)	1	0.0337	350.0	7.582	4
128 (33-72)	1	0.0228	350.0	6.202	4
129 (39-40)	2	0.1020	250.0	16.207	4
130 (12-76)	1	0.0081	350.0	4.707	4
131 (48-54)	3	0.0396	350.0	8.042	4
132 (50-54)	2	0.0876	250.0	12.872	4
133 (62-73)	1	0.0272	750.0	73.158	4
134 (49-53)	2	0.1008	250.0	14.252	4
135 (40-41)	1	0.0186	350.0	5.742	4
136 (45-81)	1	0.0267	450.0	13.270	4
137 (64-74)	1	0.0267	500.0	13.270	4
138 (54-56)	3	0.0267	450.0	13.270	4
139 (60-62)	3	0.0257	450.0	13.270	4
140 (72-73)	2	0.0267	500.0	13.270	4
141 (19-82)	1	0.0267	450.0	13.270	4
142 (55-82)	1	0.0290	550.0	77.498	4
143 (62-82)	1	0.0101	600.0	30.998	4
144 (83-85)	2	0.0267	450.0	13.270	4
145 (82-85)	1	0.0341	700.0	89.898	4
146 (19-86)	1	0.1513	300.0	20.922	4
147 (68-86)	1	0.0404	350.0	8.272	4
148 (7-90)	2	0.0050	350.0	4.247	4

Continua na próxima página

Tabela 10: Dados dos Circuitos - Sistema Colombiano de 93 Barras - Continuação

Caminho	n_{ij}^0	Reatância (p.u)	$\tilde{f}_{ij}(MW)$	Custo (MUS\$)	$\bar{n}_{ij}$
149 (3-90)	1	0.0074	350.0	4.592	4
150 (90-91)	1	0.0267	550.0	13.270	4
151 (85-91)	1	0.0139	600.0	40.298	4
152 (11-92)	1	0.0267	450.0	13.270	4
153 (1-93)	1	0.0267	450.0	13.270	4
154 (92-93)	1	0.0097	600.0	30.068	4
155 (91-92)	1	0.0088	600.0	27.588	4

Tabela 11: Dados das Barras - Sistema Norte-Nordeste (2002)

Barra	Tipo	Geração Máxima (MW)	Demanda (MW)
1	0	0.0	0.0
2	0	0.0	443.1
3	0	0.0	0.0
4	0	0.0	300.7
5	0	0.0	238.0
6	0	0.0	0.0
7	0	0.0	0.0
8	0	0.0	72.2
9	0	0.0	0.0
10	0	0.0	0.0
11	0	0.0	0.0
12	0	0.0	511.9
13	0	0.0	185.8
14	0	944.0	0.0
15	0	0.0	0.0
16	1	1366.0	0.0
17	0	1000.0	0.0
18	0	0.0	0.0
19	0	773.0	0.0
20	0	0.0	1091.2
21	0	0.0	0.0

Continua na próxima página

Tabela 11: Dados das Barras - Sistema Norte-Nordeste (2002) - Continuação

Barra	Tipo	Geração Máxima (MW)	Demanda (MW)
22	0	0.0	81.9
23	0	0.0	458.1
24	0	0.0	478.2
25	0	0.0	0.0
26	0	0.0	231.9
27	0	54.0	0.0
28	0	730.0	0.0
29	0	0.0	0.0
30	0	0.0	0.0
31	0	310.0	0.0
32	0	450.0	0.0
33	0	0.0	229.1
34	0	221.0	0.0
35	0	0.0	216.0
36	0	0.0	90.1
37	0	212.0	0.0
38	0	0.0	216.0
39	0	221.0	0.0
40	0	0.0	262.1
41	0	0.0	0.0
42	0	0.0	1607.9
43	0	0.0	0.0
44	0	0.0	79.1
45	0	0.0	86.7
46	0	599.0	0.0

Tabela 12: Dados dos Circuitos - Sistema Norte-Nordeste (2002)

Caminho	n_{ij}^0	Reatância (p.u)	$\bar{f}_{ij}(MW)$	Custo (MUS\$)	$\bar{n}_{ij}$
1 (1-2)	2	0.0374	1000	44.056	11
2 (2-4)	0	0.0406	1000	48.880	11
3 (2-60)	0	0.0435	1000	52.230	11
Continua na próxima página					

Tabela 12: Dados dos Circuitos - Sistema Norte-Nordeste (2002) - Continuação

Caminho	n_{ij}^0	Reatância (p.u)	$\tilde{f}_{ij}(MW)$	Custo (MUS\$)	$\bar{n}_{ij}$
4 (2-87)	1	0.0259	1000	31.192	11
5 (3-71)	0	0.0078	3200	92.253	11
6 (3-81)	0	0.0049	3200	60.153	11
7 (3-83)	0	0.0043	3200	53.253	11
8 (3-87)	0	0.0058	1200	21.232	11
9 (4-5)	1	0.0435	1000	52.230	11
10 (4-6)	0	0.0487	1000	58.260	11
11 (4-32)	0	0.0233	300	7.510	11
12 (4-60)	0	0.0215	1000	26.770	11
13 (4-68)	0	0.0070	1000	10.020	11
14 (4-69)	0	0.0162	1000	20.740	11
15 (4-81)	0	0.0058	1200	21.232	11
16 (4-87)	1	0.0218	1000	26.502	11
17 (5-6)	1	0.0241	1000	29.852	11
18 (5-38)	2	0.0117	600	8.926	11
19 (5-56)	0	0.0235	1000	29.182	11
20 (5-58)	0	0.0220	1000	27.440	11
21 (5-60)	0	0.0261	1000	32.130	11
22 (5-68)	0	0.0406	1000	48.880	11
23 (5-70)	0	0.0464	1000	55.580	11
24 (5-80)	0	0.0058	1200	21.232	11
25 (6-7)	1	0.0288	1000	35.212	11
26 (6-37)	1	0.0233	300	7.510	11
27 (6-67)	0	0.0464	1000	55.580	11
28 (6-68)	0	0.0476	1000	56.920	11
29 (6-70)	0	0.0371	1000	44.860	11
30 (6-75)	0	0.0058	1200	21.232	11
31 (7-8)	1	0.0234	1000	29.048	11
32 (7-53)	0	0.0452	1000	54.240	11
33 (7-62)	0	0.0255	1000	31.460	11
34 (8-9)	1	0.0186	1000	23.420	11
35 (8-12)	0	0.0394	1000	47.540	11
36 (8-17)	0	0.0447	1000	53.570	11
37 (8-53)	1	0.0365	1200	44.190	11
38 (8-62)	0	0.0429	1000	51.560	11

Continua na próxima página

Tabela 12: Dados dos Circuitos - Sistema Norte-Nordeste (2002) - Continuação

Caminho	n_{ij}^0	Reatância (p.u)	$\tilde{f}_{ij}(MW)$	Custo (MUS\$)	$\bar{n}_{ij}$
39 (8-73)	0	0.0058	1200	21.232	11
40 (9-10)	1	0.0046	1000	7.340	11
41 (10-11)	1	0.0133	1000	17.390	11
42 (11-12)	1	0.0041	1200	6.670	11
43 (11-15)	1	0.0297	100	36.284	11
44 (11-17)	1	0.0286	1200	35.078	11
45 (11-53)	1	0.0254	1000	31.326	11
46 (12-13)	1	0.0046	1200	7.340	11
47 (12-15)	1	0.0256	1200	31.594	11
48 (12-17)	1	0.0246	1200	30.388	11
49 (12-35)	2	0.0117	600	8.926	11
50 (12-84)	0	0.0058	1200	21.232	11
51 (13-14)	0	0.0075	1200	10.690	11
52 (13-15)	0	0.0215	1200	26.770	11
53 (13-17)	0	0.0232	1200	28.780	11
54 (13-45)	1	0.0290	1200	35.480	11
55 (13-59)	1	0.0232	1200	28.780	11
56 (14-17)	0	0.0232	1200	28.780	11
57 (14-45)	0	0.0232	1200	28.780	11
58 (14-59)	0	0.0157	1200	20.070	11
59 (15-16)	2	0.0197	1200	24.760	11
60 (15-45)	0	0.0103	1200	13.906	11
61 (15-46)	1	0.0117	600	8.926	11
62 (15-53)	0	0.0423	1000	50.890	11
63 (16-44)	4	0.0117	600	8.926	11
64 (16-45)	0	0.0220	1200	27.440	11
65 (16-61)	0	0.0128	1000	16.720	11
66 (16-77)	0	0.0058	1200	21.232	11
67 (17-18)	2	0.0170	1200	21.678	11
68 (17-59)	0	0.0170	1200	21.678	11
69 (18-50)	4	0.0117	600	8.926	11
70 (18-59)	1	0.0331	1200	40.170	11
71 (18-74)	0	0.0058	1200	21.232	11
72 (19-20)	1	0.0934	170	5.885	11
73 (19-22)	1	0.1877	170	11.165	11

Continua na próxima página

Tabela 12: Dados dos Circuitos - Sistema Norte-Nordeste (2002) - Continuação

Caminho	n_{ij}^0	Reatância (p.u)	$\tilde{f}_{ij}(MW)$	Custo (MUS\$)	$\bar{n}_{ij}$
74 (20-21)	1	0.0715	300	6.960	11
75 (20-21)	1	0.1032	170	6.435	11
76 (20-38)	2	0.1382	300	12.840	11
77 (20-56)	0	0.0117	600	8.926	11
78 (20-66)	0	0.2064	170	12.210	11
79 (21-57)	0	0.0117	600	8.926	11
80 (22-23)	1	0.1514	170	9.130	11
81 (22-37)	2	0.2015	170	11.935	11
82 (22-58)	0	0.0233	300	7.510	11
83 (23-24)	1	0.1651	170	9.900	11
84 (24-25)	1	0.2153	170	12.705	11
85 (24-43)	0	0.0233	300	7.510	11
86 (25-26)	2	0.1073	300	29.636	11
87 (25-26)	3	0.1691	170	10.120	11
88 (25-55)	0	0.0117	600	8.926	11
89 (26-27)	2	0.1404	300	25.500	11
90 (26-27)	3	0.2212	170	12.760	11
91 (26-29)	1	0.1081	170	6.710	11
92 (26-54)	0	0.0117	600	8.926	11
93 (27-28)	3	0.0826	170	5.335	11
94 (27-35)	2	0.1367	300	25.000	11
95 (27-53)	1	0.0117	600	8.926	11
96 (28-35)	3	0.1671	170	9.900	11
97 (29-30)	1	0.0688	170	4.510	11
98 (30-31)	1	0.0639	170	4.235	11
99 (30-63)	0	0.0233	300	7.510	11
100 (31-34)	1	0.1406	170	8.525	11
101 (32-33)	0	0.1966	170	11.660	11
102 (33-67)	0	0.0233	300	7.510	11
103 (34-39)	2	0.1160	170	7.150	11
104 (34-39)	2	0.2968	80	6.335	11
105 (34-41)	2	0.0993	170	6.215	11
106 (35-46)	4	0.2172	170	12.705	11
107 (35-47)	2	0.1327	170	8.085	11
108 (35-51)	3	0.1602	170	9.625	11

Continua na próxima página

Tabela 12: Dados dos Circuitos - Sistema Norte-Nordeste (2002) - Continuação

Caminho	n_{ij}^0	Reatância (p.u)	$\tilde{f}_{ij}(MW)$	Custo (MUS\$)	$\bar{n}_{ij}$
109 (36-39)	2	0.1189	170	7.315	11
110 (36-46)	2	0.0639	170	4.235	11
111 (39-42)	1	0.0973	170	6.105	11
112 (39-86)	0	0.0233	300	7.510	11
113 (40-45)	1	0.0117	600	8.926	11
114 (40-46)	3	0.0875	170	5.500	11
115 (41-64)	0	0.0233	300	7.510	11
116 (42-44)	2	0.0698	170	4.565	11
117 (42-85)	2	0.0501	170	3.465	11
118 (43-55)	0	0.0254	1000	31.326	11
119 (43-58)	0	0.0313	1000	38.160	11
120 (44-46)	3	0.1671	170	10.010	11
121 (47-48)	2	0.1966	170	11.660	11
122 (48-49)	1	0.0757	170	4.895	11
123 (48-50)	2	0.0256	170	2.090	11
124 (48-51)	2	0.2163	170	12.760	11
125 (49-50)	1	0.0835	170	5.335	11
126 (51-52)	2	0.0560	170	3.795	11
127 (52-59)	1	0.0117	600	8.926	11
128 (53-54)	0	0.0270	1000	32.120	11
129 (53-70)	0	0.0371	1000	44.860	11
130 (53-76)	0	0.0058	1200	21.232	11
131 (53-86)	0	0.0389	1000	46.870	11
132 (54-55)	0	0.0206	1000	25.028	11
133 (54-58)	0	0.0510	1000	60.940	11
134 (54-63)	0	0.0203	1000	25.430	11
135 (54-70)	0	0.0360	1000	43.520	11
136 (54-79)	0	0.0058	1200	21.232	11
137 (56-57)	0	0.0122	1000	16.050	11
138 (58-78)	0	0.0058	1200	21.232	11
139 (60-66)	0	0.0233	300	7.510	11
140 (60-87)	0	0.0377	1000	45.530	11
141 (61-64)	0	0.0186	1000	23.420	11
142 (61-85)	0	0.0233	300	7.510	11
143 (61-86)	0	0.0139	1000	18.060	11

Continua na próxima página

Tabela 12: Dados dos Circuitos - Sistema Norte-Nordeste (2002) - Continuação

Caminho	n_{ij}^0	Reatância (p.u)	$\tilde{f}_{ij}(MW)$	Custo (MUS\$)	$\bar{n}_{ij}$
144 (62-67)	0	0.0464	1000	55.580	11
145 (62-68)	0	0.0557	1000	66.300	11
146 (62-72)	0	0.0058	1200	21.232	11
147 (63-64)	0	0.0290	1000	35.480	11
148 (65-66)	0	0.3146	170	18.260	11
149 (65-87)	0	0.0233	300	7.510	11
150 (67-68)	0	0.0290	1000	35.480	11
151 (67-69)	0	0.0209	1000	26.100	11
152 (67-71)	0	0.0058	1200	21.232	11
153 (68-69)	0	0.0139	1000	18.060	11
154 (68-83)	0	0.0058	1200	21.232	11
155 (68-87)	0	0.0186	1000	23.240	11
156 (69-87)	0	0.0139	1000	18.060	11
157 (70-82)	0	0.0058	1200	21.232	11
158 (71-72)	0	0.0108	3200	125.253	11
159 (71-75)	0	0.0108	3200	125.253	11
160 (71-83)	0	0.0067	3200	80.253	11
161 (72-73)	0	0.0100	3200	116.253	11
162 (72-83)	0	0.0130	3200	149.253	11
163 (73-74)	0	0.0130	3200	149.253	11
164 (73-75)	0	0.0130	3200	149.253	11
165 (73-84)	0	0.0092	3200	107.253	11
166 (74-84)	0	0.0108	3200	125.253	11
167 (75-76)	0	0.0162	3200	185.253	11
168 (75-81)	0	0.0113	3200	131.253	11
169 (75-82)	0	0.0086	3200	101.253	11
170 (75-83)	0	0.0111	3200	128.253	11
171 (76-77)	0	0.0130	3200	149.253	11
172 (76-82)	0	0.0086	3200	101.253	11
173 (76-84)	0	0.0059	3200	70.953	11
174 (77-79)	0	0.0151	3200	173.253	11
175 (77-84)	0	0.0115	3200	132.753	11
176 (78-79)	0	0.0119	3200	137.253	11
177 (78-80)	0	0.0051	3200	62.253	11
178 (79-82)	0	0.0084	3200	98.253	11

Continua na próxima página

Tabela 12: Dados dos Circuitos - Sistema Norte-Nordeste (2002) - Continuação

Caminho	n_{ij}^0	Reatância (p.u)	$\tilde{f}_{ij}(MW)$	Custo (MUS\$)	$\tilde{n}_{ij}$
179 (80-81)	0	0.0101	3200	117.753	11
180 (80-82)	0	0.0108	3200	125.253	11
181 (80-83)	0	0.0094	3200	110.253	11
182 (81-83)	0	0.0016	3200	23.253	11
183 (82-84)	0	0.0135	3200	155.253	11

Tabela 13: Dados das Barras - Sistema Norte-Nordeste (2008)

Barra	Tipo	Geração Máxima (MW)	Demanda (MW)
1	0	0	2747
2	0	4550	0
3	0	0	0
4	0	6422	0
5	0	0	0
6	0	0	0
7	0	0	31
8	0	82	0
9	0	465	0
10	0	538	0
11	0	2260	0
12	0	4312	0
13	0	5900	0
14	0	542	0
15	0	0	0
16	0	0	0
17	0	0	0
18	0	0	0
19	0	0	125
20	0	0	181
21	0	0	1044
22	0	0	446
23	0	0	84

Continua na próxima página

Tabela 13: Dados das Barras - Sistema Norte-Nordeste (2008) - Continuação

Barra	Tipo	Geração Máxima (MW)	Demanda (MW)
24	0	0	230
25	0	0	2273
26	0	0	68
27	0	0	546
28	0	0	273
29	0	0	68
30	0	0	273
31	0	0	225
32	0	0	0
33	0	0	0
34	0	0	107
35	0	1531	0
36	0	0	325
37	0	114	0
38	0	0	0
39	0	0	269
40	0	0	1738
41	1	0	752
42	0	0	494
43	0	0	0
44	0	0	5819
45	0	0	0
46	0	0	297
47	0	0	0
48	0	0	432
49	0	0	1124
50	0	0	7628
51	0	0	420
52	0	0	1024
53	0	0	0
54	0	0	0
55	0	0	0
56	0	0	0
57	0	0	0
58	0	0	0

Continua na próxima página

Tabela 13: Dados das Barras - Sistema Norte-Nordeste (2008) - Continuação

Barra	Tipo	Geração Máxima (MW)	Demanda (MW)
59	0	0	0
60	0	0	0
61	0	0	0
62	0	0	0
63	0	0	0
64	0	0	0
65	0	0	0
66	0	0	0
67	0	1242	0
68	0	888	0
69	0	902	0
70	0	0	0
71	0	0	0
72	0	0	0
73	0	0	0
74	0	0	0
75	0	0	0
76	0	0	0
77	0	0	0
78	0	0	0
79	0	0	0
80	0	0	0
81	0	0	0
82	0	0	0
83	0	0	0
84	0	0	0
85	0	0	705
86	0	0	0
87	0	0	0

Tabela 14: Dados dos Circuitos - Sistema Norte-Nordeste
(2008)

Caminho	n_{ij}^0	Reatância (p.u)	$\bar{f}_{ij}(MW)$	Custo (MUS\$)	$\bar{n}_{ij}$
1 (1-2)	2	0.0374	1000	44.056	11
2 (2-4)	0	0.0406	1000	48.880	11
3 (2-60)	0	0.0435	1000	52.230	11
4 (2-87)	1	0.0259	1000	31.192	11
5 (3-71)	0	0.0078	3200	92.253	11
6 (3-81)	0	0.0049	3200	60.153	11
7 (3-83)	0	0.0043	3200	53.253	11
8 (3-87)	0	0.0058	1200	21.232	11
9 (4-5)	1	0.0435	1000	52.230	11
10 (4-6)	0	0.0487	1000	58.260	11
11 (4-32)	0	0.0233	300	7.510	11
12 (4-60)	0	0.0215	1000	26.770	11
13 (4-68)	0	0.0070	1000	10.020	11
14 (4-69)	0	0.0162	1000	20.740	11
15 (4-81)	0	0.0058	1200	21.232	11
16 (4-87)	1	0.0218	1000	26.502	11
17 (5-6)	1	0.0241	1000	29.852	11
18 (5-38)	2	0.0117	600	8.926	11
19 (5-56)	0	0.0235	1000	29.182	11
20 (5-58)	0	0.0220	1000	27.440	11
21 (5-60)	0	0.0261	1000	32.130	11
22 (5-68)	0	0.0406	1000	48.880	11
23 (5-70)	0	0.0464	1000	55.580	11
24 (5-80)	0	0.0058	1200	21.232	11
25 (6-7)	1	0.0288	1000	35.212	11
26 (6-37)	1	0.0233	300	7.510	11
27 (6-67)	0	0.0464	1000	55.580	11
28 (6-68)	0	0.0476	1000	56.920	11
29 (6-70)	0	0.0371	1000	44.860	11
30 (6-75)	0	0.0058	1200	21.232	11
31 (7-8)	1	0.0234	1000	29.048	11
32 (7-53)	0	0.0452	1000	54.240	11
33 (7-62)	0	0.0255	1000	31.460	11

Continua na próxima página

Tabela 14: Dados dos Circuitos - Sistema Norte-Nordeste (2008) - Continuação

Caminho	n_{ij}^0	Reatância (p.u)	$\tilde{f}_{ij}(MW)$	Custo (MUS\$)	$\bar{n}_{ij}$
34 (8-9)	1	0.0186	1000	23.420	11
35 (8-12)	0	0.0394	1000	47.540	11
36 (8-17)	0	0.0447	1000	53.570	11
37 (8-53)	1	0.0365	1200	44.190	11
38 (8-62)	0	0.0429	1000	51.560	11
39 (8-73)	0	0.0058	1200	21.232	11
40 (9-10)	1	0.0046	1000	7.340	11
41 (10-11)	1	0.0133	1000	17.390	11
42 (11-12)	1	0.0041	1200	6.670	11
43 (11-15)	1	0.0297	1200	36.284	11
44 (11-17)	1	0.0286	1200	35.078	11
45 (11-53)	1	0.0254	1000	31.326	11
46 (12-13)	1	0.0046	1200	7.340	11
47 (12-15)	1	0.0256	1200	31.594	11
48 (12-17)	1	0.0246	1200	30.388	11
49 (12-35)	2	0.0117	600	8.926	11
50 (12-84)	0	0.0058	1200	21.232	11
51 (13-14)	0	0.0075	1200	10.690	11
52 (13-15)	0	0.0215	1200	26.770	11
53 (13-17)	0	0.0232	1200	28.780	11
54 (13-45)	1	0.0290	1200	35.480	11
55 (13-59)	1	0.0232	1200	28.780	11
56 (14-17)	0	0.0232	1200	28.780	11
57 (14-45)	0	0.0232	1200	28.780	11
58 (14-59)	0	0.0157	1200	20.070	11
59 (15-16)	2	0.0197	1200	24.760	11
60 (15-45)	0	0.0103	1200	13.906	11
61 (15-46)	1	0.0117	600	8.926	11
62 (15-53)	0	0.0423	1000	50.890	11
63 (16-44)	4	0.0117	600	8.926	11
64 (16-45)	0	0.0220	1200	27.440	11
65 (16-61)	0	0.0128	1000	16.720	11
66 (16-77)	0	0.0058	1200	21.232	11
67 (17-18)	2	0.0170	1200	21.678	11
68 (17-59)	0	0.0170	1200	21.678	11

Continua na próxima página

Tabela 14: Dados dos Circuitos - Sistema Norte-Nordeste (2008) - Continuação

Caminho	n_{ij}^0	Reatância (p.u)	$\tilde{f}_{ij}(MW)$	Custo (MUS\$)	$\bar{n}_{ij}$
69 (18-50)	4	0.0117	600	8.926	11
70 (18-59)	1	0.0331	1200	40.170	11
71 (18-74)	0	0.0058	1200	21.232	11
72 (19-20)	1	0.0934	170	5.885	11
73 (19-22)	1	0.1877	170	11.165	11
74 (20-21)	1	0.0715	300	6.960	11
75 (20-21)	1	0.1032	170	6.435	11
76 (20-38)	2	0.1382	300	12.840	11
77 (20-56)	0	0.0117	600	8.926	11
78 (20-66)	0	0.2064	170	12.210	11
79 (21-57)	0	0.0117	600	8.926	11
80 (22-23)	1	0.1514	170	9.130	11
81 (22-37)	2	0.2015	170	11.935	11
82 (22-58)	0	0.0233	300	7.510	11
83 (23-24)	1	0.1651	170	9.900	11
84 (24-25)	1	0.2153	170	12.705	11
85 (24-43)	0	0.0233	300	7.510	11
86 (25-26)	2	0.1073	300	29.636	11
87 (25-26)	3	0.1691	170	10.120	11
88 (25-55)	0	0.0117	600	8.926	11
89 (26-27)	2	0.1404	300	25.500	11
90 (26-27)	3	0.2212	170	12.760	11
91 (26-29)	1	0.1081	170	6.710	11
92 (26-54)	0	0.0117	600	8.926	11
93 (27-28)	3	0.0826	170	5.335	11
94 (27-35)	2	0.1367	300	25.000	11
95 (27-53)	1	0.0117	600	8.926	11
96 (28-35)	3	0.1671	170	9.900	11
97 (29-30)	1	0.0688	170	4.510	11
98 (30-31)	1	0.0639	170	4.235	11
99 (30-63)	0	0.0233	300	7.510	11
100 (31-34)	1	0.1406	170	8.525	11
101 (32-33)	0	0.1966	170	11.660	11
102 (33-67)	0	0.0233	300	7.510	11
103 (34-39)	2	0.1160	170	7.150	11

Continua na próxima página

Tabela 14: Dados dos Circuitos - Sistema Norte-Nordeste (2008) - Continuação

Caminho	n_{ij}^0	Reatância (p.u)	$\tilde{f}_{ij}(MW)$	Custo (MUS\$)	$\bar{n}_{ij}$
104 (34-39)	2	0.2968	80	6.335	11
105 (34-41)	2	0.0993	170	6.215	11
106 (35-46)	4	0.2172	170	12.705	11
107 (35-47)	2	0.1327	170	8.085	11
108 (35-51)	3	0.1602	170	9.625	11
109 (36-39)	2	0.1189	170	7.315	11
110 (36-46)	2	0.0639	170	4.235	11
111 (39-42)	1	0.0973	170	6.105	11
112 (39-86)	0	0.0233	300	7.510	11
113 (40-45)	1	0.0117	600	8.926	11
114 (40-46)	3	0.0875	170	5.500	11
115 (41-64)	0	0.0233	300	7.510	11
116 (42-44)	2	0.0698	170	4.565	11
117 (42-85)	2	0.0501	170	3.465	11
118 (43-55)	0	0.0254	1000	31.326	11
119 (43-58)	0	0.0313	1000	38.160	11
120 (44-46)	3	0.1671	170	10.010	11
121 (47-48)	2	0.1966	170	11.660	11
122 (48-49)	1	0.0757	170	4.895	11
123 (48-50)	2	0.0256	170	2.090	11
124 (48-51)	2	0.2163	170	12.760	11
125 (49-50)	1	0.0835	170	5.335	11
126 (51-52)	2	0.0560	170	3.795	11
127 (52-59)	1	0.0117	600	8.926	11
128 (53-54)	0	0.0270	1000	32.120	11
129 (53-70)	0	0.0371	1000	44.860	11
130 (53-76)	0	0.0058	1200	21.232	11
131 (53-86)	0	0.0389	1000	46.870	11
132 (54-55)	0	0.0206	1000	25.028	11
133 (54-58)	0	0.0510	1000	60.940	11
134 (54-63)	0	0.0203	1000	25.430	11
135 (54-70)	0	0.0360	1000	43.520	11
136 (54-79)	0	0.0058	1200	21.232	11
137 (56-57)	0	0.0122	1000	16.050	11
138 (58-78)	0	0.0058	1200	21.232	11

Continua na próxima página

Tabela 14: Dados dos Circuitos - Sistema Norte-Nordeste (2008) - Continuação

Caminho	n_{ij}^0	Reatância (p.u)	$\tilde{f}_{ij}(MW)$	Custo (MUS\$)	$\bar{n}_{ij}$
139 (60-66)	0	0.0233	300	7.510	11
140 (60-87)	0	0.0377	1000	45.530	11
141 (61-64)	0	0.0186	1000	23.420	11
142 (61-85)	0	0.0233	300	7.510	11
143 (61-86)	0	0.0139	1000	18.060	11
144 (62-67)	0	0.0464	1000	55.580	11
145 (62-68)	0	0.0557	1000	66.300	11
146 (62-72)	0	0.0058	1200	21.232	11
147 (63-64)	0	0.0290	1000	35.480	11
148 (65-66)	0	0.3146	170	18.260	11
149 (65-87)	0	0.0233	300	7.510	11
150 (67-68)	0	0.0290	1000	35.480	11
151 (67-69)	0	0.0209	1000	26.100	11
152 (67-71)	0	0.0058	1200	21.232	11
153 (68-69)	0	0.0139	1000	18.060	11
154 (68-83)	0	0.0058	1200	21.232	11
155 (68-87)	0	0.0186	1000	23.240	11
156 (69-87)	0	0.0139	1000	18.060	11
157 (70-82)	0	0.0058	1200	21.232	11
158 (71-72)	0	0.0108	3200	125.253	11
159 (71-75)	0	0.0108	3200	125.253	11
160 (71-83)	0	0.0067	3200	80.253	11
161 (72-73)	0	0.0100	3200	116.253	11
162 (72-83)	0	0.0130	3200	149.253	11
163 (73-74)	0	0.0130	3200	149.253	11
164 (73-75)	0	0.0130	3200	149.253	11
165 (73-84)	0	0.0092	3200	107.253	11
166 (74-84)	0	0.0108	3200	125.253	11
167 (75-76)	0	0.0162	3200	185.253	11
168 (75-81)	0	0.0113	3200	131.253	11
169 (75-82)	0	0.0086	3200	101.253	11
170 (75-83)	0	0.0111	3200	128.253	11
171 (76-77)	0	0.0130	3200	149.253	11
172 (76-82)	0	0.0086	3200	101.253	11
173 (76-84)	0	0.0059	3200	70.953	11

Continua na próxima página

Tabela 14: Dados dos Circuitos - Sistema Norte-Nordeste (2008) - Continuação

Caminho	n_{ij}^0	Reatância (p.u)	$\tilde{f}_{ij}(MW)$	Custo (MUS\$)	$\tilde{n}_{ij}$
174 (77-79)	0	0.0151	3200	173.253	11
175 (77-84)	0	0.0115	3200	132.753	11
176 (78-79)	0	0.0119	3200	137.253	11
177 (78-80)	0	0.0051	3200	62.253	11
178 (79-82)	0	0.0084	3200	98.253	11
179 (80-81)	0	0.0101	3200	117.753	11
180 (80-82)	0	0.0108	3200	125.253	11
181 (80-83)	0	0.0094	3200	110.253	11
182 (81-83)	0	0.0016	3200	23.253	11
183 (82-84)	0	0.0135	3200	155.253	11