



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
Câmpus de Presidente Prudente

Programa de Pós-Graduação em Ciências Cartográficas

LETICIA CRISTINA RIBEIRO

**CONTRIBUIÇÃO PARA O ESTABELECIMENTO
DO IHRF NO ESTADO DE SÃO PAULO**

PRESIDENTE PRUDENTE
2019

LETICIA CRISTINA RIBEIRO

CONTRIBUIÇÃO PARA O ESTABELECIMENTO DO IHRF NO ESTADO DE SÃO PAULO

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciências Cartográficas da FCT\UNESP - Câmpus de Presidente Prudente, como parte dos requisitos parciais para a obtenção do título de Mestre em Ciências Cartográficas.

Orientador: Prof. Paulo de Oliveira Camargo
Coorientador: Prof. Gabriel do Nascimento
Guimarães

PRESIDENTE PRUDENTE
2019

FICHA CATALOGRÁFICA

Ribeiro, Leticia Cristina.

Contribuição para o estabelecimento do IHRF no estado de São Paulo / Leticia Cristina Ribeiro – Presidente Prudente: [s.n.], 2019.
98 f.

Orientador: Paulo de Oliveira Camargo

Coorientador: Gabriel do Nascimento Guimarães

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Ciências e Tecnologia

Inclui bibliografia

1. IHRS. 2. Geopotencial. 3. Altitude. I. Camargo, Paulo de Oliveira. II. Guimarães, Gabriel do Nascimento. III. Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Ciências e Tecnologia. IV. Título.



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Câmpus de Presidente Prudente

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO: Contribuição para o estabelecimento do IHRF no estado de São Paulo

AUTORA: LETICIA CRISTINA RIBEIRO

ORIENTADOR: PAULO DE OLIVEIRA CAMARGO

COORIENTADOR: GABRIEL DO NASCIMENTO GUIMARAES

Aprovada como parte das exigências para obtenção do Título de Mestre em CIÊNCIAS CARTOGRÁFICAS, área: Aquisição, Análise e Representação de Informações Espaciais pela Comissão Examinadora:

Prof. Dr. PAULO DE OLIVEIRA CAMARGO

Departamento de Cartografia / Faculdade de Ciências e Tecnologia de Presidente Prudente

Profa. Dra. REGIANE DALAZOANA

Departamento de Geomática / Universidade Federal do Paraná

Profa. Dra. ALESSANDRA SVONKA PALMEIRO

Seropédica / Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro

Presidente Prudente, 25 de fevereiro de 2019

DEDICATÓRIA

*Aos meus pais, Lucimeres e Celso, tudo
isso é possível graças ao apoio,
compreensão e amor incondicional que
sempre me deram.*

AGRADECIMENTOS

A realização desta dissertação de mestrado só se tornou possível devido a importantes apoios e incentivos pelos quais eu sou e sempre estarei grata.

Em primeiro lugar agradeço aos meus pais Lucimeres e Celso e também a minha irmã Patricia, que durante toda minha caminhada foram meu porto seguro, meu abrigo e minha inspiração. À vocês o meu mais carinhoso agradecimento.

Agradeço ao meu orientador Paulo, pelo conhecimento que me transmitiu, além das críticas que me ajudaram a crescer e por ter tornado possível a realização do sonho de mestrado.

Da mesma forma, o meu sincero agradecimento ao meu coorientador Gabriel, que além de todos os ensinamentos e colaboração, me transmitiu também palavras de incentivo e tranquilidade.

Às minhas vizinhas Dona Lourdes e Lita que durante o tempo de mestrado se tornaram mais uma parcela da minha família.

Os meus agradecimentos também vão aos meus velhos amigos que estão comigo durante toda minha caminhada, em especial a Analis que sempre passou por todos os momentos comigo e também agradecer ao Fernando, um novo amigo que o mestrado me proporcionou e que me ajudou a passar por diversos momentos.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

EPÍGRAFE

Se apenas houvesse uma única verdade,
não poderiam pintar-se cem telas sobre o
mesmo tema.
(Pablo Picasso)

RESUMO

A definição e determinação da coordenada vertical de pontos da superfície terrestre é alvo de pesquisas atualmente. As técnicas de posicionamento *Global Navigation Satellite System* (GNSS) proporcionam o conhecimento das altitudes de forma rápida e fácil; porém, a componente fornecida por estas técnicas possui caráter geométrico, ou seja, a altitude corresponde à distância normal entre o ponto mensurado e o elipsoide de revolução. Esta altitude tem sua importância, porém não possui caráter físico. Em obras de engenharia, é fundamental o conhecimento da altitude física, pois é a do sentido de escoamento da água. Este fator físico corresponde ao geopotencial, que quando relacionado com dados gravimétricos resulta em uma altitude física que representa a distância entre a superfície equipotencial do ponto de interesse e a superfície equipotencial de referência. Em 2015, a *International Association of Geodesy* (IAG) publicou uma resolução de fundamental importância na integração dos sistemas de altitudes entre os países, visando à formação de um Sistema Internacional de Referência Altimétrico, o *International Height Reference System* (IHRs). Dessa forma, para que as altitudes possam ser integradas ao IHRs é necessário calcular o valor do geopotencial. Os dados gravimétricos disponíveis no estado de São Paulo possibilitaram o cálculo do geopotencial, uma vez que o estado possui distribuição gravimétrica homogênea, que é uma das sugestões de condições para determinar o valor do potencial. Assim, levando em consideração a importância da integração das altitudes brasileiras com um sistema global, foi calculado o número geopotencial para as estações PPTE e NEIA do estado de São Paulo. Nestes cálculos foram aplicados os Modelos Globais do Geopotencial (MGs) EIGEN-6C4, GECO, GOCO05c e XGM2016 para grau e ordem $n=m=200$ e aplicado os métodos da Colocação por Mínimos Quadrados (CMQ), Integral de Stokes via *Fast Fourier Transform* (FFT) e Integral de Hotine. Os resultados obtidos foram consistentes entre os modelos e os métodos aplicados. A estação NEIA apresentou resultados menos precisos do que a estação PPTE o que pode ser explicado pelo uso dos dados gravimétricos de um modelo global marinho.

Palavras chaves: IHRs. Geopotencial. Altitude.

ABSTRACT

Knowledge the vertical coordinate of points of the terrestrial surface is currently under investigation. *Global Navigation Satellite System* (GNSS) techniques provide the heights quickly and easily; however, the component provided by these techniques has a geometric character, that is, the height corresponds to the normal distance between the measured point and the revolution ellipsoid. This height has its importance, but it does not have physical meaning. In engineering works, it is fundamental to know the physical height, because it is the one that the direction of water flow obeys. This physical factor corresponds to the geopotential, which when related to gravimetric data results in a physical height. Represents the distance between the equipotential surface of the point of interest and the equipotential reference surface. In 2015, the *International Association of Geodesy* (IAG) published a resolution of fundamental importance in the integration of height systems between countries, aiming at the formation of a global altimetric system, the International Height Reference System (IHR). Thus, in order for the heights to be integrated into the IHR, it is necessary to calculate the potential value. Thus, considering the importance of integrating Brazilian heights with a global system, the geopotential number for the PPTE and NEIA stations in the state of São Paulo was calculated. In these calculations were applied the Global Geopotential Models (GGMs) EIGEN-6C4, GECO, GOCO05c and XGM2016 for degree and order $n=m=200$ and the methods of the Least Squares Collocation (LSC), Stokes Integral via Fast Fourier Transform (FFT) and Hotine Integral. The results obtained were consistent between the models and the methods applied. The NEIA station presented less precise results than the PPTE station, which can be explained by the use of the gravimetric data of a global marine model.

Keywords: IHR. Geopotential. Height.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Proposta das estações IHRF.....	21
Figura 2 - Distribuição das estações do ITRF2014	25
Figura 3 - Localização do ponto.	27
Figura 4 - Superfícies equipotenciais	28
Figura 6 - Estações gravimétricas absolutas no estado de São Paulo.....	40
Figura 7 - Modelo de ondulação geoidal MAPGEO2015.	42
Figura 8 - Diferença entre GNSS/RN e o MAPGEO2015.	43
Figura 9 - Diferença altimétrica entre os países	44
Figura 10 - Contribuição em grau e ordem para o modelo EIGEN-6C4.....	48
Figura 11 - Função covariância	52
Figura 12 - Distribuição gravimétrica terrestre no entorno das estações de estudo	58
Figura 13 - Requisitos para a distribuição gravimétrica.....	59
Figura 14 - Dados utilizados no cálculo do potencial para estação NEIA	60
Figura 15 - Distúrbios da gravidade pontual em um raio de 210 km das estações	76
Figura 16 - Distúrbios de gravidade residuais em um raio de 210 km das estações	77
Figura 17 - Modelo Digital do Terreno em um raio de 210 km das estações	78
Figura 18 - Função covariância para modelo EIGEN-6C4	81
Figura 19 - Potencial da gravidade (m^2/s^2) para a estação PPTE	82
Figura 20 - Gráfico de desvio padrão (m) das anomalias de altura residuais e das ondulações geoidais residuais.....	86
Figura 21 - Comportamento do potencial da gravidade para a estação NEIA	87

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Parâmetros elipsoidais para o GRS80 adotados pelas convenções do IERS.	30
Tabela 2 - Coordenadas das estações de estudo	57
Tabela 3 - Gravidade teórica e potencial normal - PPTE	78
Tabela 4 - Valores estatísticos (em metros) das ondulações geoidais residuais e anomalias de altura residuais - PPTE	79
Tabela 5 - Potencial perturbador (m^2/s^2) para a estação PPTE utilizando distúrbios e anomalias de gravidade	79
Tabela 6 - Diferença (m^2/s^2) entre T_P obtidos com T_P apresentado por Matos e Blitzkow (2018)	80
Tabela 7 - Potencial de gravidade W_P (m^2/s^2) para a estação PPTE.....	81
Tabela 8 - Discrepância (m^2/s^2) entre W_P calculado para o MGG EIGEN-6C4 com $W_{P(MAPGEO)}$ para a estação PPTE	82
Tabela 9 - Altitudes normais (m) calculadas com distúrbios de gravidade para a estação PPTE.....	83
Tabela 10 - Discrepância (m) entre H_N calculado e $H_{N(MAPGEO)}$ para a estação PPTE ...	83
Tabela 11 - Gravidade teórica e potencial normal - NEIA.....	84
Tabela 12 - Valores estatísticos (em metros) das ondulações geoidais residuais e anomalias de altura residuais – NEIA	85
Tabela 13 - Potencial perturbador (m^2/s^2) para a estação NEIA utilizando distúrbios de gravidade	86
Tabela 14 - Potencial de gravidade W_P (m^2/s^2) para a estação NEIA	87
Tabela 15 - Discrepância (m^2/s^2) entre W_P calculado para o MGG EIGEN-6C4 com $W_{P(MAPGEO)}$ para a estação NEIA	88
Tabela 16 - Altitudes normais (m) calculadas com distúrbios de gravidade para a estação NEIA.....	88
Tabela 17 - Discrepância (m) entre H_N calculado e $H_{N(IGGE)}$ para a estação NEIA.....	89

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ANN	<i>Artificial Neural Network</i>
ANP	Agência Nacional do Petróleo
BNDG	Banco Nacional de Dados Gravimétricos
CENEGEO	Centro de Estudos de Geodesia
CHAMP	<i>CHAllenging Minisatellite Payload</i>
CMQ	Colocação por Mínimos Quadrados
CNES	<i>Centre National d'Etudes Spatiales</i>
CT	Correção do Terreno
DORIS	<i>Doppler Orbitography Radiopositionning Integrated by Satellite</i>
EGM2008	<i>Earth Gravitational Model 2008</i>
EIGEN	<i>European Improved Gravity model of the Earth by New techniques</i>
EOPs	<i>Earth Orientation Parameters</i>
EPUSP	Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
ESA	<i>European Space Agency</i>
FCT	Faculdade de Ciências e Tecnologia
FFT	<i>Fast Fourier Transform</i>
GAGS	<i>Global Absolute Gravity Reference System</i>
GECO	<i>GOCE and EGM2008 Combination</i>
GFZ	<i>GeoForschungsZentrum</i>
GGM	<i>Global Geopotential Model</i>
GGMs	<i>Global Geopotential Models</i>
GGOS	<i>Global Geodetic Observing System</i>
GGRF	<i>Global Geodetic Reference Frame</i>
GNSS	<i>Global Navigation Satellite System</i>
GOCE	<i>Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer</i>
GOCO	<i>Gravity Observation COmbination</i>
GPS	<i>Global Positioning System</i>
GRACE	<i>Gravity Recovery and Climate Experiment</i>
GRGS	<i>Groupe de Recherche de Géodésie Spatiale</i>
GRS80	<i>Geodetic Reference System 1980</i>

GSI	<i>Geospatial Information Authority of Japan</i>
IAG	<i>International Association of Geodesy</i>
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
ICGEM	<i>International Centre for Global Earth Models</i>
ICRS	<i>International Celestial Reference System</i>
IDS	<i>International DORIS Service</i>
IERS	<i>International Earth Rotation and Reference System Service</i>
IGC	Instituto Geográfico e Cartográfico
IGS	<i>International GNSS Service</i>
IHRF	<i>International Height Reference Frame</i>
IHRS	<i>International Height Reference System</i>
ILRS	<i>International Laser Ranging Service</i>
ITRF	<i>International Terrestrial Reference Frame</i>
ITRFs	<i>International Terrestrial Reference Frames</i>
ITRS	<i>International Terrestrial Reference System</i>
IUGG	<i>International Union of Geodesy and Geophysics</i>
IVS	<i>International VLBI Service for Geodesy & Astrometry</i>
LAGEOS	<i>LAser GEOdynamics Satellite</i>
LLR	<i>Lunar Laser Ranging</i>
LSC	<i>Least Squares Collocation</i>
LTG	Laboratório de Topografia e Geodesia
MDT	Modelo Digital do Terreno
MGG	Modelo Global do Gepotencial
MGGs	Modelos Globais do Gepotencial
MVC	Matriz Variância e Covariância
NMM	Nível Médio do Mar
ON	Observatório Nacional
PETROBRAS	Petróleo Brasileiro S.A.
PPGCC	Programa de Pós-Graduação em Ciências Cartográficas
PSD	<i>Post-Seismic Deformation</i>
PVCG	Problema do Valor de Contorno da Geodésia
RAAP	Rede Altimétrica de Alta Precisão
RBMC	Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo

RCR	Remove-Calcula-Restaura
REALT	Reajustamento Altimétrico
REGRAB	Rede Gravimétrica Absoluta
RRNN	Referências de Nível
RTC	<i>Residual Terrain Correction</i>
SAD69	<i>South American Datum of 1969</i>
SGB	Sistema Geodésico Brasileiro
SGG	<i>Satellite Gravity Gradiometry</i>
SHGEO	<i>Stokes-Helmert GEOid software</i>
SINEX	<i>Software Independent Exchange</i>
SIRGAS2000	Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas
SLR	<i>Satellite Laser Ranging</i>
SSCs	<i>Set of Station Coordinates</i>
SST	<i>Satellite-to-Satellite Tracking</i>
SVRG	Sistema Vertical de Referência Global
TRF	<i>Terrestrial Reference Frame</i>
TRS	<i>Terrestrial Reference System</i>
UFPR	Universidade Federal do Paraná
UFU	Universidade Federal de Uberlândia
UNB	Universidade de Brasília
UNESP	Universidade Estadual Paulista
USP	Universidade de São Paulo
VLBI	<i>Very Long Baseline Interferometry</i>
XGM2016	<i>Experimental Gravity Field Model 2016</i>

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	17
1.1.	Considerações Gerais	17
1.2.	Objetivos	19
1.3.	Justificativa	20
2.	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	21
2.1.	Sistemas geodésicos de referência	21
2.1.1	<i>International Terrestrial Reference System (ITRS) e International Terrestrial Reference Frame (ITRF)</i>	<i>22</i>
2.1.2	<i>International Height Reference System (IHRS) e International Height Reference Frame (IHRF)</i>	<i>25</i>
2.1.3.	<i>Global Geodetic Reference System (GGRS) e Global Geodetic Reference Frame (GGRF)</i>	<i>30</i>
2.2.	Sistema Geodésico Brasileiro (SGB)	31
2.2.1.	Rede altimétrica brasileira	33
2.2.2.	Altitudes.....	35
2.2.2.1.	Altitudes geométricas	35
2.2.2.2.	Altitudes físicas	36
2.2.3.	Rede Gravimétrica Brasileira	38
2.2.4.	MAPGEO2015	40
2.2.5.	Conexão altimétrica entre países	44
2.3.	Modelos Globais do Geopotencial	46
2.3.1.	EIGEN-6C4	47
2.3.2.	GECO	48
2.3.3.	XGM2016.....	49
2.3.4.	GOCO05C	50
2.4.	Colocação por Mínimos Quadrados - CMQ	50
2.5.	Integral de Stokes e Integral de Hotine	53
2.5.1.	Integral de Stokes	53
2.5.2.	Integral de Hotine	55
3.	MATERIAL E MÉTODOS	56

3.1.	Material	56
3.2.	Métodos.....	57
3.2.1.	Cálculos RCR por meio da FFT	64
3.2.2.	Cálculos RCR por meio da Integral de Hotine	70
3.2.3.	Cálculos RCR por meio da CMQ	72
3.2.4.	Cálculo do potencial perturbador (T_P) e do potencial da gravidade (W_P) ...	75
4.	RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	76
4.1.	Resultados obtidos para a estação PPTE	78
4.2.	Resultados obtidos para a estação NEIA.....	84
5.	CONSIDERAÇÕES, CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES.....	90
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	93

1. INTRODUÇÃO

1.1. Considerações Gerais

Para determinar e investigar os processos geodinâmicos e as mudanças climáticas da Terra, sistemas geodésicos de referência estáveis, ao longo do tempo e com consistência homogênea em todo o globo, são exigidos (IHDE et al., 2015). A realização de um referencial geodésico global integrado, envolvendo coordenadas cartesianas, potencial do campo da gravidade, vetor da gravidade e altitudes físicas, com qualidade milimétrica é um desafio para a Geodésia. Para alcançar tal objetivo, as inconsistências entre modelos, análises estratégicas e produtos relacionados à geometria e ao campo de gravidade da Terra têm que ser solucionadas.

Assim, para resolver essas questões, foi criado o Sistema Geodésico Global de Observação (*Global Geodetic Observing System* - GGOS) (GGOS, 2018). Esse é um sistema que foi estabelecido visando integrar as três áreas da Geodésia (estudo da forma e da dimensão da Terra, parâmetros de orientação da Terra no espaço e o campo de gravidade da Terra) e assim, produzir um Sistema Geodésico de Referência Global (*Global Geodetic Reference System* – GGRS). O GGRS é formado por modelos matemáticos e físicos, teorias e metodologias geodésicas (CORRÊA E CASTRO JÚNIOR, 2018) que preconizam que a posição de um ponto no espaço será representada por meio das suas coordenadas cartesianas tridimensionais (X, Y, Z), pelo potencial de gravidade da Terra real (W), uma altitude física (H) e pelo vetor de aceleração de gravidade (g).

As coordenadas cartesianas geocêntricas, juntamente com sua variação, é uma realidade consolidada por meio do Sistema Internacional de Referência Terrestre (*International Terrestrial Reference System* - ITRS); assim, o desafio agora consiste na determinação e realização de um Sistema Internacional de Referência Altimétrico (*International Height Reference System* - IHRS) que proporcionará a determinação do potencial de gravidade e, com isso, a determinação de altitudes físicas.

As altitudes fornecem o conhecimento da componente vertical do ponto de interesse em relação a uma superfície de referência. Quando esta superfície está relacionada ao elipsoide, a altitude tem caráter geométrico. Quando são associadas medições de aceleração de gravidade (significado físico), resulta em altitudes físicas e a superfície de referência é uma superfície que possui valores físicos associados.

O conhecimento de altitudes físicas torna-se importante, pois possibilita a concepção de um sistema global de altitudes, visto que todos os países poderão utilizar um mesmo sistema de altitude, uma vez que as altitudes estarão vinculadas a uma mesma superfície equipotencial ou geopotencial de referência. Além disso, são importantes também para obras de engenharia, principalmente as obras cujo componente principal é a água, como em obras de irrigação, drenagem, etc., uma vez que a água respeita o sentido físico (altitudes físicas) e não o sentido geométrico (altitudes geométricas). Logo, se faz necessário o cálculo de altitudes físicas para trabalhos como a distribuição de água, construção de barragens e canais, saneamento básico, agricultura, etc. A água se move obedecendo a gravidade, que, por sua vez, pode ser determinada pela gravimetria.

A gravimetria é uma técnica na qual se obtém o valor de aceleração da gravidade. Os dados gravimétricos em conjunto com nivelamento permitem o cálculo do número geopotencial. O número geopotencial dividido por um valor particular de gravidade propicia a obtenção de altitudes físicas.

Desde 2006, o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) realiza campanhas de levantamentos gravimétricos sobre as linhas de nivelamento da Rede Altimétrica de Alta Precisão (RAAP) (IBGE, 2017), o que possibilitou o cálculo de altitudes físicas, as altitudes normais, no novo reajustamento altimétrico. Atualmente, o intuito é integrar esta rede com o IHRS, partindo deste mesmo conceito.

A rede altimétrica existente até 2018, vinculada ao *datum* vertical de Imbituba e também ao *datum* de Santana, foi estabelecida com a determinação do Nível Médio do Mar (NMM) para um determinado período de tempo, este sistema de altitudes regente no país não levava em consideração a gravidade, apenas aplicava a correção do não paralelismo das superfícies equipotenciais baseada na gravidade teórica, que em conjunto com o erro sistemático do *datum* produzia inconsistência na conexão da rede (MOREIRA; FREITAS, 2016). Em 2018, foi publicado um novo reajustamento da rede altimétrica (IBGE, 2018b), onde foram considerados os números geopotenciais, obtidos por meio do transporte do número geopotencial adquiridos nas estações de Imbituba e Santana para as demais estações. Significando, portanto, que estes novos valores (altitudes normais) ainda estão vinculados aos *data* altimétricos nacionais.

Dessa forma, estudos relacionados à realização de um sistema de referência altimétrico possibilitarão auxiliar a integração do sistema de altitude brasileiro com um

sistema global, onde a superfície de referência é uma superfície equipotencial com Geopotencial W_0 .

Em 2015, IAG publicou a resolução N° 1 (IAG, 2015), na qual dispõe sobre a criação do IHRS (*International Height Reference System*). Nela consta as informações das condições necessárias para a realização do IHRS, o *International Height Reference Frame* (IHRF). Com isso, os sistemas de altitudes de todos os países deverão ter como referência a mesma superfície equipotencial, que por ser de natureza física, possibilita a integração destas altitudes.

Em abril de 2017 foi publicada a proposta de localização das estações que materializarão o IHRF, as quais totalizam 163 estações (SÁNCHEZ et al., 2017b), sendo que 6 estão distribuídas no Brasil e uma destas encontra-se no município de Presidente Prudente/SP. Trata-se da estação PPTE que faz parte da Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo (RBMC).

Sánchez e Sideris (2017) realizaram uma avaliação inicial, na qual usaram para o cálculo do geopotencial um modelo global do campo de gravidade. Com esta primeira avaliação, mesmo sem considerar dados de gravidade locais, os autores demonstraram que os parâmetros do *datum* vertical (diferença entre a superfície potencial de referência e uma superfície potencial local) podem ser estimados com precisão melhor que ± 5 cm, em regiões com maior abundância de dados, e ± 40 cm em regiões com escassez de dados.

Assim, diante destes esforços de criação do IHRS, este trabalho contribuirá com estudos ainda não realizados no estado de São Paulo.

1.2. Objetivos

Este projeto de pesquisa tem como objetivo estimar o potencial de gravidade nas estações PPTE e NEIA, visando colaborar para a realização do Sistema Internacional de Referência Altimétrico.

Tem como objetivos específicos:

- Analisar a distribuição espacial das informações gravimétricas no entorno das estações PPTE e NEIA.
- Verificar a consistência dos modelos do geopotencial (XGM2016, EIGEN-6C4, GECO e GOCO05C);

- Utilizar duas técnicas diferentes para a obtenção do N_{res} (Colocação por Mínimos Quadrados e Integral de Stokes via FFT);
- Contribuir nos estudos sobre o *Internacional Height Reference System*.

1.3. Justificativa

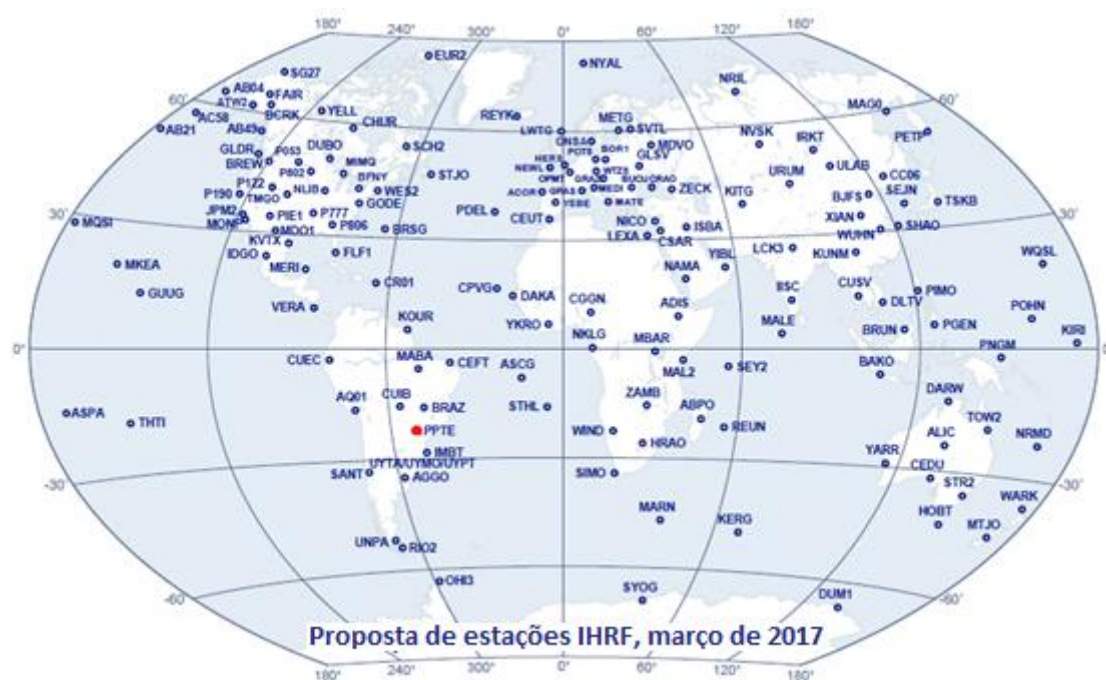
As coordenadas altimétricas podem ser advindas das altitudes elipsoidais (h) obtidas com posicionamento *Global Navigation Satellite System* (GNSS), das altitudes físicas (H) (derivadas do nivelamento e de reduções gravimétricas) e a partir da combinação com a ondulação geoidal (N) ($H \cong h - N$). Entretanto, na prática, existem diferentes parâmetros do elipsoide (a , GM), as altitudes físicas estão referidas a diferentes referenciais verticais (*data*), as altitudes (H e h) são fornecidas em diferentes épocas, além de serem utilizados diferentes sistemas de marés para H , h e N .

Uma forma de padronizar e minimizar as dificuldades apresentadas é a utilização do número geopotencial, por exemplo, isso porque o número geopotencial é unívoco, em outras palavras, ele não depende do caminho percorrido. Este número pode ser obtido também com a determinação do potencial perturbador no ponto com base na solução do Problema do Valor de Contorno da Geodésia (PVCG). Diante destes problemas, a IAG publicou uma resolução em julho de 2015 (IAG, 2015) que dispõe sobre a definição e realização de um Sistema Internacional de Referência Altimétrico. Tal resolução refere-se à determinação de um sistema global de altitudes, assim como os sistemas globais existentes atualmente, como, por exemplo, o Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas (SIRGAS2000).

Para que possam existir conexão e homogeneidade nos valores das altitudes entre os países é necessário que as altitudes tenham significado físico. Isso ocorre por meio do conhecimento do valor do geopotencial de uma determinada estação de referência. O Brasil possui uma rede altimétrica ajustada, uma distribuição gravimétrica com um grau de homogeneidade bastante adequado em algumas áreas do Sul e Sudeste e, principalmente no estado de São Paulo. Além disso, o estado possui uma rede gravimétrica absoluta. Dessa forma, o estado de São Paulo possui as propriedades (gravimetria absoluta e distribuição gravimétrica homogênea) necessárias para a realização do IHRS, se tornando um potencial para que estudos acerca do IHRS sejam realizados.

No trabalho optou-se pelas estações PPTE (Presidente Prudente) e NEIA (Cananéia) devido ao fato de que PPTE é uma das estações previstas para fazer parte da realização do IHRs (Figura 1) e por NEIA ser uma estação localizada no litoral, o que faz com que nem todo seu entorno possua gravimetria, tornando-se uma estação interessante para estudo.

Figura 1 - Proposta das estações IHRF.



Fonte: Adaptado de SÁNCHEZ et al. (2017b).

Na Figura 1 são mostradas ao todo um total de 163 estações, dentre as quais 6 estão localizadas no Brasil. Porém Wang et al. (2018) afirmam que mais três estações foram adicionadas no Japão (Ishioka, Osumi, Wakkanai) por recomendação da *Geospatial Information Authority of Japan* (GSI).

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1. Sistemas geodésicos de referência

Sistemas de referência são usados para identificar a localização de um objeto em um determinado espaço. Quando a localização é dada sobre a superfície terrestre eles são chamados de sistemas geodésicos de referência.

Eles são baseados em sistemas cartesianos considerados fixos à Terra, que tem como base para o cálculo das coordenadas uma superfície que mais se aproxima da forma da Terra. A criação de um sistema de referência consiste em duas etapas: a definição e realização.

Definição trata-se da sua concepção teórica no espaço, onde são definidos modelos, parâmetros e convenções que descrevem o estado geométrico do sistema. A realização é envolta por coleta de observações visando a materialização do sistema. Essa materialização é naturalmente associada a erros, porém deve se aproximar ao máximo da definição teórica.

A União Internacional de Geodésia e Geofísica (*International Union of Geodesy and Geophysics* - IUGG), criou em 1991 a resolução N°2 (IUGG, 1991) sobre sistemas de referência visando atender a necessidade de determinação da posição de um objeto ao nível milimétrico, resultando assim na criação do Sistema Internacional de Referência Terrestre (*International Terrestrial Reference System* - ITRS).

As suas mais recentes realizações oferecem coordenadas ao nível milimétrico, porém a coordenada altimétrica é referenciada ao elipsoide (ALTAMIMI et al., 2014). Visando a criação de um sistema de altitudes que possua significado físico, surgiu uma nova resolução da IAG em 2015 (IAG, 2015) que aborda a criação do *IHRS*. Sendo assim, abaixo segue uma breve descrição destes dois sistemas citados.

2.1.1 *International Terrestrial Reference System (ITRS) e International Terrestrial Reference Frame (ITRF)*

O Sistema de Referência Terrestre (*Terrestrial Reference System* - TRS) é conceitualmente um objeto matemático que introduz a definição de um sistema ideal onde o posicionamento será expresso. Corresponde à superfície que mais se aproxima da forma da Terra, e sobre a qual são desenvolvidos todos os cálculos das suas coordenadas. Chama-se Rede de Referência Terrestre (*Terrestrial Reference Frame* - TRF), uma materialização física do TRS, que faz uso de observações derivadas de técnicas de Geodésia Espacial.

Cada técnica e cada análise de dados definem e realizam um próprio TRS, ou seja, poderia existir uma infinidade de TRF, tendo diferenças sistemáticas e tendências em comparações um a um. Este fato levou a IUGG e a IAG a adotar um único TRS,

chamado Sistema Internacional de Referência Terrestre (ITRS) aplicável em todas as ciências da Terra.

O ITRS corresponde a um conjunto de prescrições e convenções junto com a modelagem necessária para a definição da origem, escala, orientação e evolução temporal do TRS. O ITRS é um sistema de referência ideal definido na resolução número nº2 da IUGG (IUGG, 1991). O sistema é realizado pelo *International Terrestrial Reference Frame* (ITRF), baseado nas coordenadas e velocidades estimadas das estações a partir de observações *Very Long Baseline Interferometry* (VLBI), *Lunar Laser Ranging* (LLR), *Global Positioning System* (GPS), *Satellite Laser Ranging* (SLR) e *Doppler Orbitography Radiopositioning Integrated by Satellite* (DORIS) (IERS, 2017).

A diferença entre definição (*system*) e realização (*frame*) é basicamente que o primeiro é algo invariável, são parâmetros fixados, porém inacessível em termos físicos, enquanto o segundo é acessível, passível de aperfeiçoamento e alterações. O intuito básico do ITRF, sob responsabilidade do IERS (*International Earth Rotation and Reference System Service*), é combinar posições de estações (e velocidades) providas de vários centros de análise, usando observações de técnicas de Geodésia Espacial, como VLBI, LLR e SLR, GPS e DORIS (ALTAMINI et al., 2011).

As realizações são feitas pelo ajustamento conjunto de coordenadas (SSCs - *Set of Station Coordinates*) e respectiva Matriz Variância e Covariância (MVC) (ALTAMINI et al., 2011). As combinações desses métodos são eficientes para realizar uma referência global que se beneficia dos pontos fortes das diferentes técnicas.

O elemento chave das combinações do ITRF é a disponibilidade de locais que possuem dois ou mais instrumentos que fazem uso de diferentes técnicas de Geodésia Espacial em operação e onde coordenadas diferenciais, nestes pontos de referência, são determinadas. Como qualquer técnica Geodésica Espacial individual (VLBI, SLR, DORIS, GNSS) não é capaz de fornecer todas as informações necessárias à definição do TRF (origem, escala, orientação), a combinação de realizações de referenciais fornecidos por técnicas independentes tem sido o método padrão para implementar sistemas de referência terrestres globais (MONICO, 2008).

Para facilitar o manuseio dos resultados entre as técnicas de Geodésia Espacial pelos centros de análise e grupos de pesquisa, tem-se trabalhado com o formato de arquivos chamado *Software Independent Exchange* (SINEX), sugerido por Blewitt et al. (1994), o qual passou a ser adotado pelos centros de análise do *International GNSS*

Service (IGS) e do IERS. Os arquivos com essa extensão contêm parâmetros estimados como posições de estações, velocidades, parâmetros de orientação da Terra e matrizes estimadas a priori (injunções).

O ITRF possui em seu histórico uma série de realizações (por exemplo: ITRF2000, ITRF2005, ITRF2008 e ITRF2014), uma vez que, é atualizado regularmente objetivando incluir não apenas os novos dados acumulados, mas também melhores estratégias de análise aplicadas pelos centros técnicos.

O ITRF2014 trata-se da nova realização do ITRS. Ele é resultado de reproprocessamentos dos dados utilizados nas versões anteriores. Assim como os seus antecessores, o ITRF2014 utiliza as soluções VLBI, SLR, GNSS, DORIS, porém o seu diferencial em relação aos ITRFs anteriores é que nele foram adicionados os termos anuais e semianuais de posições de estações e de parâmetros de orientação da Terra (ALTAMINI, 2016).

Segundo Altamini et al. (2011), desde a realização 2008, a solução IGS reproprocessada envolve novos modelos e variações para satélites e estações e um novo modelo troposférico; a reanálise da solução *International VLBI Service for Geodesy & Astrometry* (IVS) conta com a correção média da maré polar após as convenções IERS, um mais avançado modelo da troposfera e correções para deformações térmicas da antena; a melhora na solução *International Laser Ranging Service* (ILRS) leva em conta novos valores das tendências, uma nova modelagem troposférica; e pela primeira vez a solução combinada DORIS envolveu sete Centros de Análise *International DORIS Service* (IDS).

Estes novos termos adicionados (anuais e semianuais) foram estimados para estações com intervalos de tempo suficientes das 4 técnicas durante as séries temporais correspondentes. Os modelos de deformação pós-sísmica (*Post-Seismic Deformation - PSD*) foram determinados pela montagem de dados GNSS/GPS em locais de grandes terremotos, assim estes modelos foram aplicados às três outras técnicas nos locais de co-localização (ALTAMINI et al., 2016).

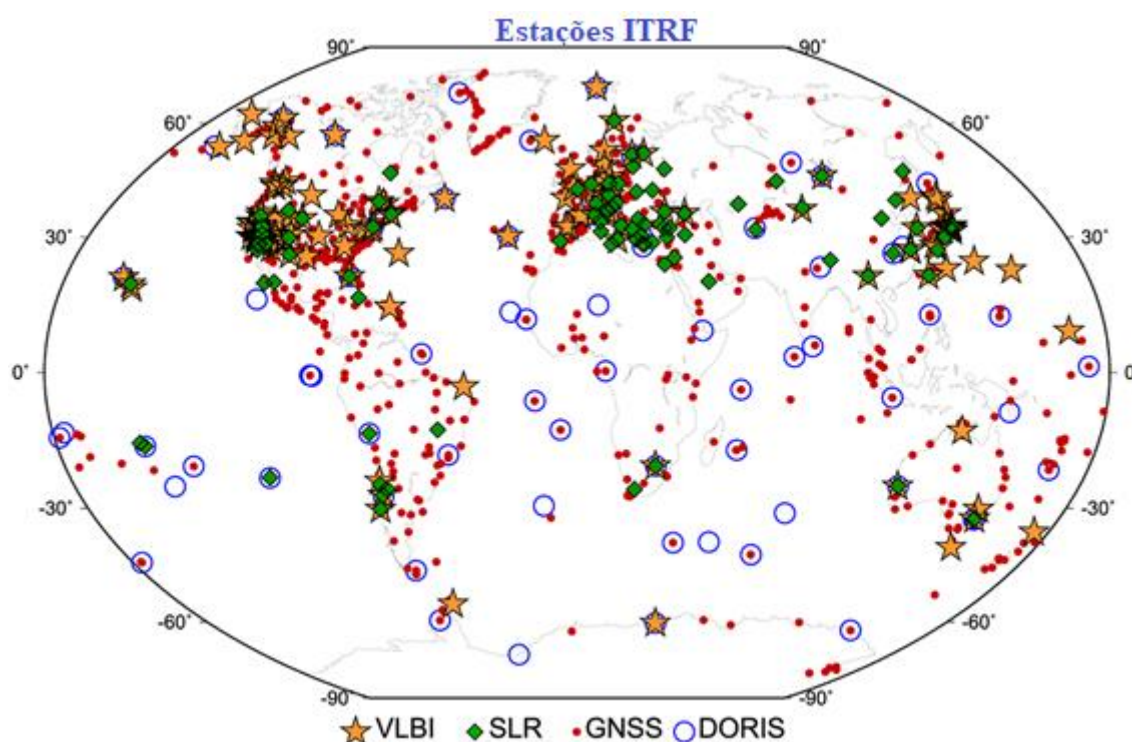
Na realização de 2014, a origem é definida de forma que os parâmetros de translação sejam nulos na época 2010.0, e também nula a taxa de translação entre a solução de longo prazo ITRF2014 e ILRS, obtida das séries temporais do ILRS. Já a escala do ITRF2014 é definida de tal forma que seja zero e a taxa de variação da escala entre ITRF2014 e a média das escalas/taxas VLBI e SLR também seja zero. A

orientação é definida de forma que os parâmetros de rotação sejam nulos na época 2010.0 e a taxa de rotação também seja nula entre o ITRF2014 e o ITRF2008.

Como produto o ITRF2014 fornece além da posição, velocidade e EOPs (*Earth Orientation Parameters*), os modelos de deformação pós-sísmica.

A Figura 2 esquematiza a rede ITRF2014 completa, compreendendo 1499 estações localizadas em 975 locais, onde cerca de 10% dos locais contam com dois, três ou quatro instrumentos geodésicos espaciais distintos.

Figura 2 - Distribuição das estações do ITRF2014.



Fonte: ALTAMINI et al. (2016).

As séries temporais enviadas pelo IGS compreendem 7714 soluções diárias, resultantes de um reprocessamento nos valores que já existiam, e abrangem o período de tempo 1994.0 - 2015.

2.1.2 International Height Reference System (IHRs) e International Height Reference Frame (IHRF)

O GGOS, criado em 2003 e operando de forma completa desde 2005 (DREWES, 2005), foi estabelecido com o intuito de integrar as três áreas fundamentais

da Geodésia, também denominadas os pilares da Geodésia, que se voltam para a determinação e evolução da Geometria da Terra (topografia, gelo, nível dos mares), a rotação e orientação da Terra no espaço (movimento do polo, variação da rotação, nutação e etc.) e o campo de gravidade da Terra (gravidade, geoide). Estas três áreas, em conjunto, visam a criação de um referencial geodésico global (MONICO, 2018). A sua implementação e completa realização inclui coordenadas cartesianas geocêntricas e sua variação ao longo do tempo ($X, \dot{X}$), o potencial do campo de gravidade da Terra e sua variação ao longo do tempo ($W, \dot{W}$), o vetor de gravidade e sua variação ao longo do tempo ($g, \dot{g}$) e altitude física e sua variação ao longo do tempo ($H, \dot{H}$) (SÁNCHEZ et al., 2017b).

A criação do GGOS se justifica uma vez que para a determinação e investigação global das mudanças da Terra é necessário um sistema geodésico de referência estável em longo prazo e homogêneo em todo globo. Outro fato é que a mensuração das mudanças milimétricas sofridas no nível do mar ao longo do ano só é possível com um sistema de referência espacial global estável e de alta acurácia, onde são realizadas observações durante um longo período.

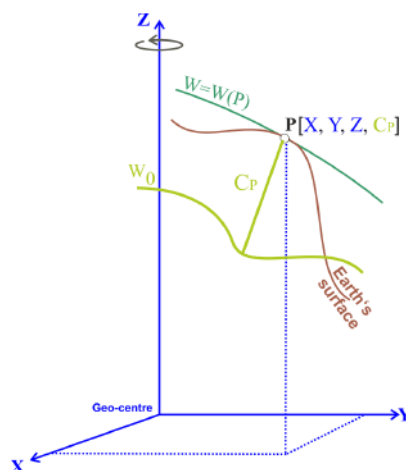
Dessa forma, mostra-se necessária a implementação de uma referência geodésica global, com precisão milimétrica. Assim, a IAG juntamente com o GGOS está trabalhando para a implementação e integração da realização do GGRS.

As coordenadas cartesianas geocêntricas, juntamente com suas variações, é uma realidade consolidada por meio do ITRS. O qual é um sistema global com alta precisão nas coordenadas planimétricas e também nas altitudes elipsoidais. Porém, o ITRS não possui o valor físico associado à sua coordenada vertical.

Sendo assim, o novo alvo de esforços de realização é o Sistema Internacional de Referência Altimétrico (IHRs). Este sistema foi definido em julho de 2015, na resolução N° 1 (IAG, 2015) publicada pela IAG, em uma reunião da IUGG em Praga.

Esta resolução aborda a definição e a realização do IHRs. Assim, como pode ser observado na Figura 3, um determinado ponto terá mais uma componente de coordenada, o número geopotencial.

Figura 3 - Localização do ponto.



Fonte: SÁNCHEZ et al. (2017a).

Como todo sistema de referência, para concretizar a definição (IHRF) e a realização (IHRF) do sistema de referência altimétrico são necessários modelos e convenções que abordem uma definição consistente e uma realização de confiança. A resolução indica 5 parâmetros para a definição de um IHRF (IAG, 2015):

- O nível de referência é uma superfície equipotencial do campo de gravidade da Terra com o valor do potencial no geoide (W_0);
- Parâmetros, observações e dados devem ser relacionados com o sistema médio de marés ou crosta média;
- A unidade de comprimento é o metro e a unidade de tempo é o segundo;
- A coordenada vertical é a diferença entre o potencial W_P do campo de gravidade no ponto P e o valor do potencial W_0 no geoide, esta diferença de potencial designa o número geopotencial (C_P), $C_P = W_0 - W_P$;
- As coordenadas de posição do ponto P são as coordenadas mensuradas no ITRS.

Foi definido também, 5 requisitos para estabelecimento das estações do IHRF (SÁNCHEZ et al., 2016):

- Estações IHRF preferencialmente em pontos da Rede Vertical e ITRF;
- Pontos gravimétricos distribuídos homogeneamente ao redor das estações (um raio de 210 km);
- Precisão desejável dos valores de gravidade $\pm 1 \mu\text{m.s}^{-2}$ ($\pm 100 \mu\text{gal}$) ou melhor;

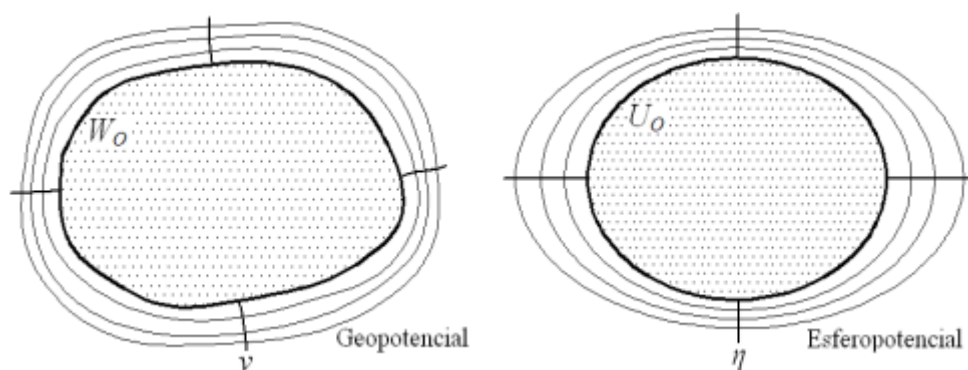
- Coordenadas dos pontos gravimétricos com GNSS melhor que ± 10 cm;
- Em áreas montanhosas aproximadamente 50% a mais de pontos gravimétricos.

Em março de 2017, foi publicada a proposta de localização das estações que materializarão o IHRS. A Figura 1, apresentada na seção 1.3, esquematiza essa localização. Ao todo são 163 estações, onde, dentre elas, seis estão no território brasileiro e uma é a estação PPTE, localizada em Presidente Prudente, que faz parte deste estudo.

Essa mesma resolução também aborda que a definição do IHRS é dada em termos de parâmetros de geopotencial (CARRIÓN SÁNCHEZ, 2017). Assim as coordenadas verticais são números geopotenciais que tem como referência uma superfície equipotencial global W_0 , cujo valor é $62.636.853,4 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$ (SÁNCHEZ et al., 2016).

Superfícies equipotenciais são superfícies onde o valor do potencial de gravidade é constante. Seu comportamento depende do corpo de referência adotado, que pode ser a Terra real (geopotencial) ou a Terra normal (esferopotencial), representado na Figura 4.

Figura 4 - Superfícies equipotenciais.



Fonte: SEVERO et al. (2013).

De acordo com Severo et al. (2013) a distância entre as superfícies equipotenciais da Terra real varia de acordo com a latitude e com a distribuição das massas na crosta terrestre. Considerando como superfície de referência o geoide (W_0). Na Terra normal o espaçamento entre as superfícies varia somente com a latitude, a superfície de referência (U_0) é o elipsoide de revolução.

O número geopotencial (C) corresponde à diferença de potencial entre uma superfície equipotencial (W_p) e uma superfície equipotencial de referência (W_0) ao longo da vertical (SÁNCHEZ, 2012). Esta superfície equipotencial de referência é geralmente o geóide ou um *datum* vertical e o W_p corresponde à superfície equipotencial do ponto de interesse.

Por ser uma grandeza física o número geopotencial não pode ser medido; porém, pode ser determinado pela equação (IBGE, 2018b):

$$C_P = W_0 - W_P = \int_0^P g \, dH \cong \sum_{i=1}^K (g^{obs} \Delta H^{obs}) \quad (1)$$

onde C_P é o número geopotencial em um ponto P ; g o valor da gravidade ponto a ponto da seção; dH é o diferencial em relação a altitude; g^{obs} é o valor da gravidade observado no ponto P ; e ΔH^{obs} é o valor do desnível altimétrico observado.

O número do geopotencial está diretamente ligado à altitude, pois possibilita a determinação do significado físico, permitindo a criação de um sistema global de altitude. Com o valor de W_0 publicado na resolução da IAG (IAG, 2015) a diferença de geopotencial (C_P), em unidades de m^2s^{-2} , é dada por:

$$C_P = W_0 - W_P = 62.636.853,4 - W_P. \quad (2)$$

Porém, devido à sua complexidade de compreensão e percepção da sua dimensão, uma vez que a unidade do número geopotencial é dada em m^2s^{-2} , são usados valores de gravidade específicos para o cálculo da altitude, transformando assim, seu valor em unidade de comprimento. Assim, a altitude física (H_F) para as estações de interesse (P) é calculada dividindo-se o número geopotencial (C) por um valor de gravidade (G), conforme a Equação (3). Portanto, a gravidade pode assumir diversos valores, dependendo do sistema de altitudes físicas escolhido pelo país. Exemplos de altitudes físicas estão apresentados na seção 2.2.2.2.

$$H_F = \frac{C}{G}, \quad (3)$$

A determinação de altitudes físicas, no contexto de um IHRs, pressupõe a definição de uma superfície de referência e cálculo de desníveis que dependem da

combinação da componente física associada ao geopotencial e da componente geométrica associada ao modelo elipsoidal, portanto, implica na necessidade de combinação das componentes de caráter físico e geométrico (CARRIÓN SÁNCHEZ, 2017). O que justifica a necessidade da integração com o ITRF.

O ITRS define parâmetros essenciais para esta combinação, como o elipsoide convencional de referência para as coordenadas de altitude elipsoidal. É também estabelecido o modelo de Terra Normal que deve ser usado em âmbito global. Sendo assim, fica definido que o sistema geodésico de referência que será adotado no ITRS será o *Geodetic Reference System 1980* (GRS80). Os seus parâmetros, adotados pelas convenções do IERS em 2010 (CARRIÓN SÁNCHEZ, 2017), são apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 - Parâmetros elipsoidais para o GRS80 adotados pelas convenções do IERS.

Parâmetros do elipsoide	Valores
a (m)	$6378136,6 \pm 0,1$
J ₂	$108263,59 \times 10^{-8}$
GM (m ³ s ⁻²)	$3986004,418 \pm 0,008$
U ₀ /W ₀ (m ² s ⁻²)	$62636856,0 \pm 0,5$
γ _e (ms ⁻²)	9,7803267715
ω (rad s ⁻¹)	7292115×10^{-11}

Fonte: Adaptado de IHDE et al. 2017.

2.1.3. *Global Geodetic Reference System* (GGRS) e *Global Geodetic Reference Frame* (GGRF)

A necessidade de monitoramento, compreensão e representação do planeta Terra, provocada por seu dinamismo, impulsionou a criação de uma infraestrutura de nível global que seja precisa e que acompanhe este dinamismo. A Geodésia, ciência que acompanha as evoluções tecnológicas, fornece referenciais estáveis e consistentes capazes de proporcionar este controle.

Com base nestas informações, a Assembleia Geral das Nações Unidas adotou a resolução (IAG, 2016) que aborda a Rede Global de Referência Geodésica (*Global Geodetic Reference Frame* - GGRF) em 26 de fevereiro de 2015. Esta resolução trata da

realização do GGRS, que, por sua vez, é um sistema que visa correlacionar áreas da Geodésia, integrando-as em um único sistema de âmbito global.

O GGRS é formado por modelos matemáticos e físicos, teorias e metodologias geodésicas (CORRÊA E CASTRO JÚNIOR, 2018). É um sistema que compreende as componentes terrestres e celestes. As componentes terrestres abrangem a geometria e o campo de gravidade da Terra, onde um ponto na superfície física P tem suas coordenadas cartesianas (X, Y, Z) , o potencial do campo de gravidade (W) , altitude física (H) e o vetor da gravidade (g) . Já as componentes celestes têm fundamento no Sistema Internacional de Referência Celeste (*International Celestial Reference System - ICRS*), uma vez que os EOPs fornecem, além de parâmetros de transformação entre o ITRS e ICRS, a relação geométrica e gravimétrica entre diferentes quantidades (IAG, 2016).

O GGRF é estabelecido por meio de pontos na superfície física, satélites de baixa órbita e objetos celestes fornecendo parâmetros que descrevem a geometria e a gravidade ao longo do tempo. O intuito do GGRF é produzir uma rede de pontos terrestres a nível global, com densificações nacionais e regionais de infraestrutura geodésica.

De acordo com Corrêa e Castro Júnior (2018) o GGRS/GGRF tem como propósito a compatibilização da infraestrutura global de referência posicional entre diversos segmentos de usuários espalhados pelo globo. Os autores ainda destacam que o pleno estabelecimento deste sistema engloba o ITRF, o IHRF e o Sistema de Referência Global de Gravidade Absoluta (*Global Absolute Gravity Reference System – GAGS*) que é um sistema definido na resolução Nº 2 da IAG (IAG, 2015) e que representa a vertente gravimétrica.

São diversas as aplicações do GGRF, como por exemplo, no monitoramento e gerenciamento de desastres naturais, mudanças climáticas e monitoramento do nível do mar, informações geoespaciais, mapeamento e navegação, além de proporcionar, também, benefícios econômicos de acordo com UN-GGIM (2015).

2.2. Sistema Geodésico Brasileiro (SGB)

O Sistema Geodésico Brasileiro compreende toda a infraestrutura de dados espaciais que representam os controles horizontais e verticais fundamentais para a localização e representação do território nacional.

No Brasil os referenciais planimétricos, altimétricos e gravimétricos definidos para o SGB são de responsabilidade do IBGE. O SGB teve em sua história três importantes sistemas geodésicos: Córrego Alegre, *South American Datum* (SAD 69) e atualmente o Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas (SIRGAS 2000).

Segundo Dalazoana e Freitas (2002) a implantação do SGB começou a ser estabelecida na década de 40 (*datum* Córrego Alegre) e foi se atualizando, sendo que até 1991 as materializações do SGB eram realizadas de forma clássica. Após 1991 as materializações foram realizadas por meio da adoção do GPS, e; no fim de 1996 o IBGE concluiu o reajustamento da rede horizontal/ planimétrica resultando numa nova realização do SAD69.

Durante muito tempo no Brasil utilizou-se do elipsoide Hayford, usado no Córrego Alegre, sendo finalizado sua utilização na década de 70, assim passando a ser utilizado o *datum* desenvolvido pela Associação Internacional de Geodésia em 1967, denominado *South American Datum of 1969* – SAD69.

O SAD69 é um sistema de referência que tem origem no vértice CHUÁ, localizado em Uberaba, Minas Gerais. Neste vértice a ondulação geoidal (N) é arbitrada como zero. Até o início da década de 90 sua realização foi feita com o emprego de métodos clássicos de triangulação e poligonação. Ele possui duas realizações a mais nova realização é chamada de SAD69/96 a sua antecessora é chamada de SAD69. A última surgiu do reajustamento da Rede Geodésica Brasileira (IBGE, 2018b).

O SIRGAS é o sistema de referência geodésico que deve ser adotado nas Américas. Ele começou a ser implantado em 2000, e foi oficialmente adotado em 2005. Com isso o SGB passou por um período de transição que se finalizou em 2015, onde passou a adotar o SIRGAS como o sistema de referência oficial no Brasil. Atualmente, no Brasil, o SIRGAS possui 1903 estações regionais (SIRGAS, 2018). Ele é um sistema vinculado à época 2000,4 e suas coordenadas são obtidas por meio de técnicas de posicionamento que incluem soluções VLBI, LLR, SLR, DORIS e GNSS. Proposto em 1993, o SIRGAS foi inicialmente projetado para a América Latina e foi estendido para as três Américas.

O SGB também possui um modelo de ondulação geoidal, o MAPGEO, que abrange todo o país. Ele possui algumas realizações (MAPGEO92, MAPGEO2004, MAPGEO2010 e MAPGEO2015), a mais recente possui suas coordenadas referenciadas ao SIRGAS2000.

2.2.1. Rede altimétrica brasileira

O nivelamento geométrico de referência do SGB, que compõe a rede altimétrica brasileira, começou a ser feito em 1945 pelo IBGE. Este partiu da primeira referência de nível que se localiza em Santa Catarina no município de Urussanga (IBGE, 2011).

No ano seguinte este nivelamento chegou ao marégrafo de Torres, localizado no Rio Grande do Sul, o que possibilitou a associação da altitude para as estações de referência criadas. Posteriormente, no ano de 1958 (IBGE, 2011), esse marégrafo foi substituído pelo atual marégrafo, o de Imbituba, localizado no estado de Santa Catarina.

O marégrafo de Imbituba corresponde a um *datum* vertical que é considerado a origem do sistema altimétrico. Assim, a partir dele foram implantadas as Referências de Nível (RRNN) que constituem a rede altimétrica brasileira. Porém, no baixo do Rio Amazonas foi impossível o estabelecimento de RRNN e conexão com o marégrafo, levando assim à criação e associação ao *datum* de Santana, de onde iniciou o nivelamento da rede do Amapá.

A chamada Rede Altimétrica de Alta Precisão (RAAP) corresponde à rede altimétrica do SGB, na qual foram realizados ajustamentos das observações de nivelamento. De acordo com IBGE (2011) a RAAP passou por diversos ajustamentos, nos anos 1948, 1952, 1959, 1962, 1963, 1966, 1970, 1975, 1993 e; a partir de 2005 o ajustamento passou a ser realizado com todos os dados processados em um único sistema de equações.

Quando se realiza um nivelamento geométrico com circuito fechado, mesmo que se tenha realizado com todo cuidado possível, no final haverá um erro no fechamento. Isso ocorre devido ao fato que as linhas de colimação dos níveis são tangentes à superfície equipotencial no ponto nivelado (FREITAS; BLITZKOW, 1999). As superfícies equipotenciais possuem diferença de potencial constante entre si e não a separação. Nota-se assim, que a altitude nivelada não satisfaz a condição de holonomicidade. Para resolver esse problema é necessário dar sentido físico à altitude, isso é feito definindo uma grandeza física holonômica chamada número geopotencial (C).

Devido a este fato e, principalmente, devido às recomendações da IAG (IAG, 2015) em 2015 o IBGE iniciou um novo ajustamento da RAAP, visando à divulgação de altitudes com significado físico e segundo IBGE (2018) aliada à disponibilidade de observações de gravidade no território brasileiro.

Este ajustamento utilizou dados do, até então, mais recente ajustamento realizado na RAAP, o ajustamento de 2011, e foi ainda, acrescentado a ele informações dos nivelamentos realizados posteriormente. Ao todo foram inseridas 2142 novas RRNN referenciadas ao *datum* de Imbituba neste Reajustamento Altimétrico (REALT) realizado em 2018 (IBGE, 2018).

O REALT disponibilizou valores de altitudes normais para as RRNN existentes. Para isso foi necessário o cálculo do valor do número geopotencial, que foi obtido por meio dos desníveis altimétricos em conjunto com os valores de gravidade existentes no país.

O cálculo do número geopotencial realizado no REALT foi feito por meio da obtenção de desníveis geopotenciais, ou seja:

$$\Delta C_{AB} = C_B - C_A = - (W_B - W_A) \approx g_{AB}^{obs} \Delta H_{AB}^{obs}, \quad (4)$$

onde ΔC_{AB} corresponde a diferença do número geopotencial entre o ponto A e o ponto B; C_B é o número geopotencial em B; C_A é o número geopotencial em A; W_B é o geopotencial em B; W_A é o geopotencial em A; g_{AB}^{obs} é a gravidade média observada entre A e B; e ΔH_{AB}^{obs} é o desnível observado entre A e B.

Para aplicar a Equação (4) foi necessário calcular os números geopotenciais para os *data* de Imbituba e Santana. Os geopotenciais para os *data* foram calculados com a Equação (5). O valor de altitude utilizado foi a altitude até então existente na RAAP, isso se deve ao fato que, segundo IBGE (2018), conceitualmente, ao nível do mar as diferentes altitudes físicas assumem os mesmos valores.

$$H_c = \frac{c}{\gamma}, \quad (5)$$

onde γ é a gravidade normal do ponto.

A partir do ajustamento dos valores provenientes da Equação (4) foram obtidos os números geopotenciais. Assim, nota-se que todos os outros valores de geopotencial da rede estão referenciados aos *data* verticais vigentes no Brasil. Isto faz com que os valores do REALT sejam ainda inviáveis, no que se refere à vinculação ao IHRs, tanto

pelo método de cálculo do número geopotencial quanto pelo fato de que a superfície de referência destas novas altitudes ainda é uma superfície local.

2.2.2. Altitudes

As técnicas GNSS tem se destacado como grandes colaboradoras na determinação de valores de altitude; pois, com a utilização de satélites para a obtenção da posição dos pontos de interesse a altitude passou a ser obtida de forma mais simples e rápida.

Quando se utiliza desta técnica, a altitude obtida é uma grandeza referenciada a um elipsoide, ou seja, possui carácter geométrico. Em trabalhos de engenharia, estas altitudes elipsoidais, não são recomendadas devido à falta de valores físicos associados, uma vez que a água obedece a este sentido físico, necessitando, portanto, da utilização de altitudes que estejam vinculadas ao campo de gravidade, as quais são chamadas de altitudes físicas.

Outro fator que destaca a importância destas altitudes é que possibilitam a integração das altitudes entre países, formando assim um sistema global de altitudes. Isso se deve ao fato de que são vinculadas à uma superfície física, ou seja, a uma superfície equipotencial.

Assim, destaca-se que as altitudes se dividem em dois segmentos, as altitudes geométricas e as altitudes físicas. A primeira não é vinculada ao campo da gravidade terrestre, já as físicas são ligadas ao potencial da gravidade originado dos potenciais de atração e de rotação da Terra. A escolha de qual tipo de altitude se deve utilizar depende da finalidade.

2.2.2.1. Altitudes geométricas

As altitudes geométricas representam a distância entre duas superfícies de referência, ou seja, possuem valores geométricos associados. Estas altitudes geométricas se dividem em duas classes, as altitudes elipsoidais e as altitudes niveladas.

As altitudes niveladas (Figura 5) são obtidas por meio de métodos convencionais da Geodésia, que utilizam os níveis ópticos ou digitais. Em cada medição obtém-se um desnível, a somatória desses desníveis resulta na diferença de nível entre os pontos de interesse.

Já a altitude elipsoidal é a quantificação da distância entre a superfície terrestre e o elipsoide de referência (BLITZKOW et al., 2004). As altitudes elipsoidais são medidas ao longo da normal (FREITAS; BLITZKOW, 1999) que passa pelo elipsoide. Estas altitudes passaram a ser muito utilizadas com o avanço da era espacial para determinação da posição no espaço, pois por meio do GNSS são fornecidas as coordenadas planimétricas e ainda a componente altimétrica.

2.2.2.2. Altitudes físicas

As altitudes geométricas são grandezas estimadas sobre superfícies geométricas, o que as tornam inviáveis à integração a um sistema global de altitudes e em aplicações de armazenamento e transporte de água. Para a solução deste problema são aplicadas as altitudes físicas, também conhecidas como altitudes científicas.

As altitudes físicas possibilitam o controle e o monitoramento da variação temporal das altitudes (BLITZKOW et al., 2004), que pode variar em função de deslocamentos ou deformações das estruturas e ainda em função dos movimentos da crosta terrestre. Este monitoramento é possível devido ao fato de que a superfície física pode ser adotada como referência.

Pouco utilizadas devido à sua complexidade, estas altitudes (m) são obtidas por meio da divisão do número geopotencial (m^2/s^2) por um valor da gravidade (m/s^2). Como pode ser visto na Equação (3), apresentada na seção 2.1.2.

Existem diversos tipos de altitudes físicas, as mais conhecidas são: altitude ortométrica, altitude ortométrica de Helmert, altitude normal e altitude dinâmica. A altitude dinâmica (H_D) é calculada dividindo o número geopotencial (C) por um valor constante de gravidade normal (γ_0) (Equação 5), o qual, geralmente, é utilizado em latitude padrão de 45° . Esta altitude tem caráter puramente físico, o que torna seu uso pouco recomendável, pois percebe-se que se a região for muito extensa, a altitude apresentará distorções acentuadas, devido ao fato da influência de densidade da crosta terrestre não ser aplicada (FREITAS; BLITZKOW, 1999) tornando seu uso inviável para estudos vinculados ao transporte de água

$$H_D = \frac{C}{\gamma_0} . \quad (6)$$

Altitudes ortométricas (H_0) se caracterizam como a distância, ao longo da vertical, entre a superfície geoidal e a superfície terrestre (Equação 6). No seu cálculo são utilizados o valor da gravidade média ($\bar{g}$) entre o ponto de interesse e o geoide.

$$H_0 = \frac{C}{\bar{g}} \quad (7)$$

A altitude ortométrica é difícil de obter, uma vez que, para isso, é necessário conhecer a densidade e a distribuição do material que compõe a litosfera (SEVERO, 2013). Atualmente, o estado da arte se volta para a obtenção da chamada altitude ortométrica rigorosa, como pode ser visto em Foroughi et al. (2018). Neste trabalho, os autores destacam que apesar de ser um processo lento, é possível obter altitudes ortométricas rigorosas devido à disponibilidade de informação topográfica precisa, fornecidas pelas missões de satélites, e, também, por meio de variações da densidade lateral obtidas a partir de mapas litosféricos disponíveis globalmente.

Uma forma simples de determinação da altitude ortométrica é aplicando a redução gravimétrica simplificada de Poincaré-Prey, conhecida como Altitude ortométrica de Helmert. Tal redução aplica uma série de simplificações com respeito às massas externas ao geoide, como a negligência da correção do terreno e variações de densidade nas massas topográficas. A aproximação é dada pela seguinte expressão (HEISKANEN; MORITZ, 1967):

$$\bar{g} = g_p + 0,0424H_p, \quad (8)$$

onde g_p (Gal) é o valor da gravidade observada no ponto P sobre a superfície terrestre, a constante 0,0424 é o valor constante de Poincaré-Prey e H_p (Km) é a altitude ortométrica de P que é obtida por meio da Equação (6).

A altitude normal (H_N) (Equação (9)) é medida ao longo da linha vertical normal, isto significa que esta linha é ortogonal às superfícies equipotenciais do campo normal (IBGE, 2018b). Assim, o campo de gravidade usado é o campo normal (U_0), enquanto na altitude ortométrica (Equação 7) é o campo real (W_0). Portanto, para seu cálculo, é utilizado o $\bar{\gamma}$ que corresponde ao valor médio da gravidade normal medida ao longo da linha normal entre o teluroide, esse que por sua vez não é uma superfície equipotencial, e o elipsoide de referência.

$$H_N = \frac{C}{\gamma} \quad (9)$$

Um modelo altimétrico consistente se faz por meio do estabelecimento de altitudes físicas, que é resultado da junção do nivelamento geométrico com dados gravimétricos, para o cálculo de C.

2.2.3. Rede Gravimétrica Brasileira

A gravidade envolve as massas e o efeito rotacional da Terra. O campo de gravidade varia em função da densidade no interior da Terra, da interação da Terra com o Sol e a Lua e também em função da altitude e posição geográfica (AMARANTES, 2012; SÁ, 2004).

Por meio da gravimetria determina-se o módulo do vetor de gravidade (g) com medições realizadas sobre ou próximas à superfície terrestre, esses valores variam em função da posição de medição e do tempo.

O valor da aceleração de gravidade (g) pode variar desde 978 mGal no equador até 983 mGal nos polos (VANÍČEK; KRAKIWSKY, 1986). Em Geodésia, a unidade empregada para representar g é o Gal, em homenagem a Galileu Galilei. Geralmente, a aceleração de gravidade é obtida com medições que são realizadas por meio de gravímetros, os quais realizam a coleta dos dados por meio de medições de pequenos intervalos de tempo e de variações de distâncias durante a queda de uma massa, e também por meio da medição de deformação de uma mola. Estes conceitos são aplicados para medições absolutas e medições relativas.

Os gravímetros absolutos fornecem diretamente o valor da gravidade da própria estação medida, geralmente eles são utilizados na marcação de referências gravimétricas. As medições utilizando gravímetros relativos partem de pontos com gravidade conhecida.

A obtenção dos dados gravimétricos, quando realizada com gravímetro relativo, é mais rápida e fácil. Seu funcionamento é baseado na medição da variação de uma massa, por meio da relação de equilíbrio da força de gravidade e outra força presente nos gravímetros, conhecidas como força mecânica nos gravímetros analógicos e força eletromagnética nos gravímetros digitais. Nos gravímetros relativos, as medições

ocorrem por meio de circuitos, compostos por estações de referência, nas quais o valor da gravidade é conhecido e também por estações complementares, que são instaladas nos pontos em que se deseja obter o valor da aceleração.

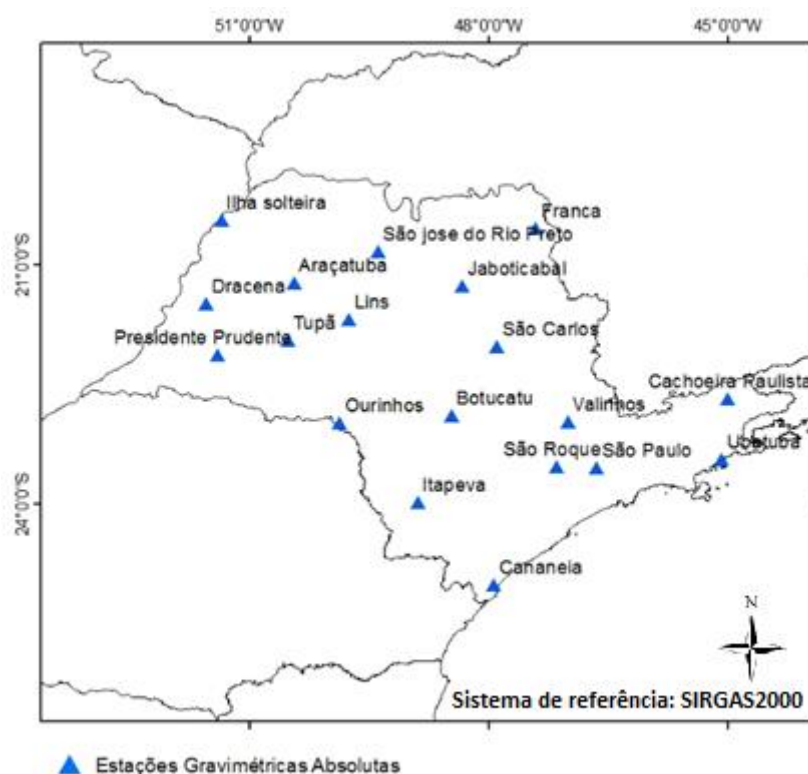
Em 1956, para o estabelecimento do *datum* Chuá, foram levantadas cerca de 2.000 estações gravimétricas ao redor do vértice (IBGE, 2018b). Porém, Gemael (1999) relata que os levantamentos gravimétricos se iniciaram por volta de 1967, com determinações pendulares no Estado da Paraíba. Mas a gravimetria adquiriu caráter sistemático somente na década de 90, que foi quando o IBGE estabeleceu estações gravimétricas para recobrir os grandes vazios gravimétricos existentes no país (IBGE, 2018b).

Desde então, órgãos contribuíram e contribuem na organização, planejamento, execução e controle dos levantamentos gravimétricos. Vários órgãos e universidades têm se destacado, entre eles o Observatório Nacional (ON), a Universidade Federal do Paraná (UFPR), a Universidade de Brasília (UNB), a Petróleo do Brasil S.A (PETROBRAS), a Agência Nacional de Petróleo (ANP), o IBGE, a Universidade de São Paulo (USP) e recentemente a Universidade Federal de Uberlândia (UFU). As informações gravimétricas levantadas por estes órgãos e universidades são reunidas e disponibilizadas, também, por meio do Banco Nacional de Dados Gravimétricos (BNDG) que é um banco de dados que disponibiliza todas as informações gravimétricas do país.

Porém, ainda são poucas as áreas com densificação gravimétrica, somente o estado de São Paulo, uma parte de Minas Gerais e do Paraná e algumas regiões de Goiás possuem medições gravimétricas realizadas numa distância de 5 a 8 km. O restante do país possui valores gravimétricos apenas sobre algumas linhas de nivelamento.

Já a rede gravimétrica absoluta do Brasil (REGRAB) é composta por 38 estações, onde, destas, 19 se concentram no estado de São Paulo. A rede de estações absolutas de gravidade no estado de São Paulo (Figura 6) foi implantada por meio de uma iniciativa do laboratório de Topografia e Geodésia (LTG) do PTR-EPUSP, do Instituto Geográfico e Cartográfico do Estado de São Paulo (IGC), do IBGE e do Centro de Estudos de Geodésia (CENEGEO).

Figura 5 - Estações gravimétricas absolutas no estado de São Paulo



Fonte: A autora.

2.2.4. MAPGEO2015

Para a representação da forma da Terra, duas superfícies são possíveis de serem utilizadas: o elipsoide (superfície matemática) e o geoide (superfície equipotencial). A superfície topográfica representa a real forma da Terra; porém, não é possível de ser modelada. Dessa forma, o geoide passa a ser a superfície modelada que mais se aproxima da forma da Terra.

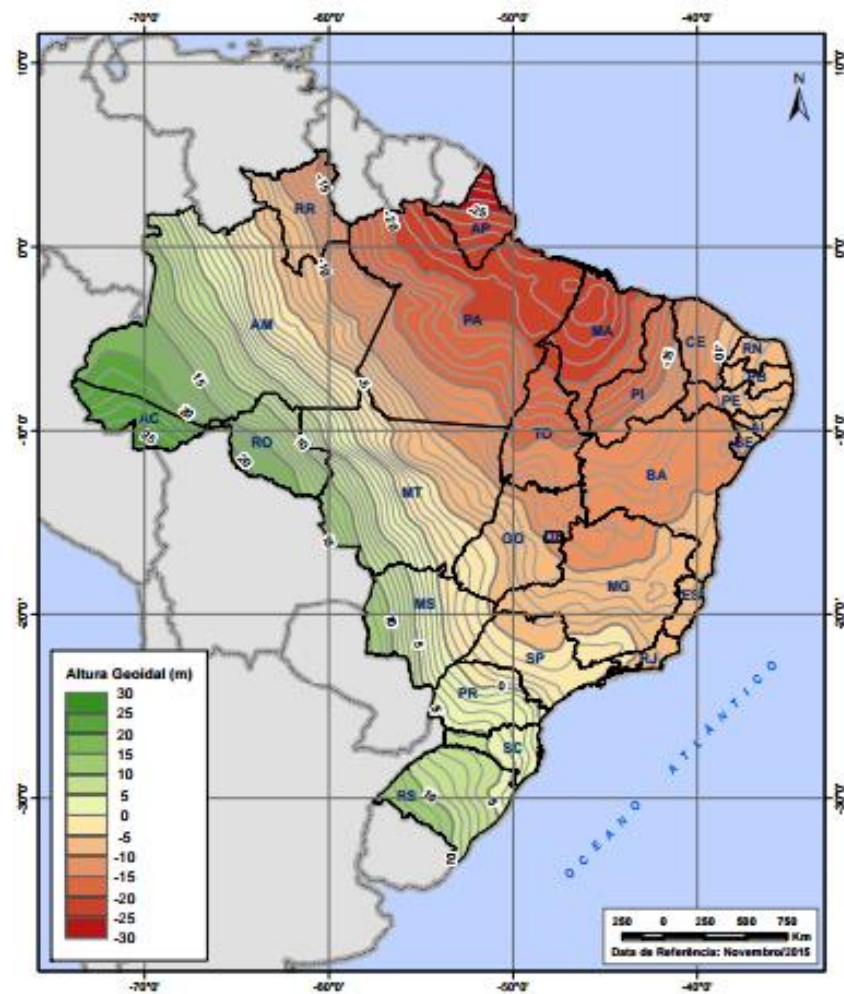
O geoide foi definido por C. F. Gauss, em 1828, como uma superfície equipotencial do campo de gravidade que melhor se ajusta com o nível médio não perturbado dos mares em um dado instante. Porém, o termo geoide foi introduzido apenas em 1873 por J. F. Listing (NGS, 2001). Já Gemael (1999) define que o geoide é uma superfície equipotencial do campo de gravidade que mais se aproxima do nível médio dos mares. Porém, a definição mais aceita atualmente, diz que o geoide é a superfície equipotencial do campo de gravidade da Terra, que mais se aproxima do NMM, no sentido do método dos mínimos quadrados (MARQUES, 2017), essa definição de geoide é conhecida como definição oceanográfica ou de Gaus-Listing.

O MAPGEO2015 é um modelo de ondulação geoidal brasileiro que possibilita a conversão de altitudes geométricas em ortométricas, foi lançado em dezembro de 2015 e é uma atualização dos modelos anteriores MAPGEO92, MAPGEO2004 e MAPGEO2010. Surgiu devido ao uso cada vez maior do GNSS para o posicionamento, principalmente na obtenção de altitudes, associado às novas informações geodésicas e modelos de geopotencial e de terreno disponíveis recentemente (IBGE, 2015)..

O modelo geoidal MAPGEO2015 foi desenvolvido com resolução de 5 minutos e incluiu mais de 18.485 estações gravimétricas em sua elaboração, a Figura 7 mostra a ondulação geoidal. No seu cálculo utilizou-se a transformada rápida de Fourier para o cálculo das ondulações geoidais (BLITZKOW et al., 2016). Ele é um *software* livre, que é encontrado para *download* na página do IBGE (https://ww2.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/formas_de_acesso.shtm), que fornece o valor da altura geoidal de um ou mais pontos que estão em coordenadas SIRGAS2000, e que também pode ser acessado *online*.

O modelo do geopotencial utilizado como referência para o cálculo do MAPGEO2015 foi o EIGEN-6C4 (*European Improved Gravity model of the Earth by New techniques*). Esse modelo é considerado completo com grau e ordem até 2190, foi determinado com a contribuição das informações gravimétricas dos satélites: *LAser GEOdynamics Satellite* (LAGEOS), *Gravity Recovery and Climate Experiment* (GRACE) e *Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer* (GOCE) e dos modelos DTU12 e *Earth Gravitational Model 2008* (EGM2008) (IBGE, 2015).

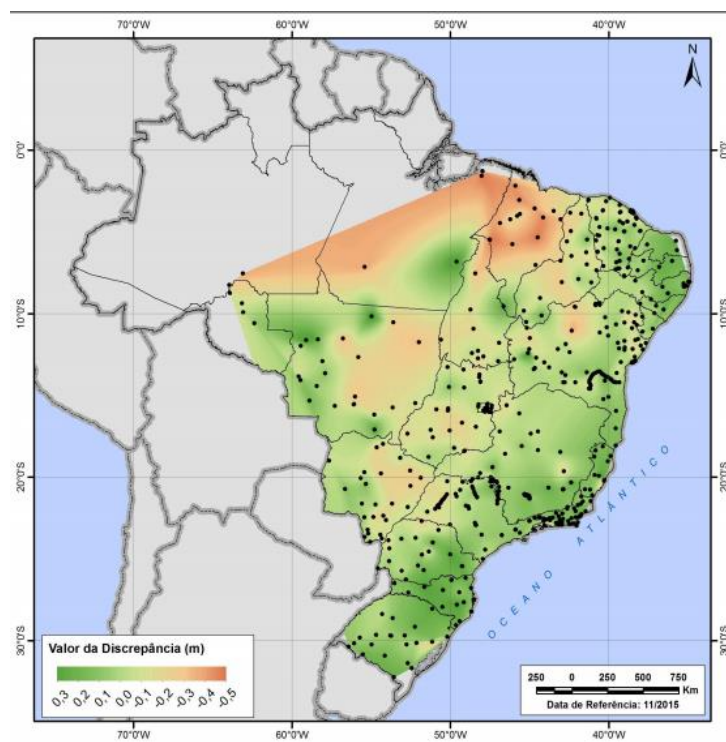
Figura 6 - Modelo de altura geoidal MAPGEO2015.



Fonte: IBGE (2017).

A validação do MAPGEO2015 foi feita por meio da comparação da ondulação geoidal obtida pela diferença de altitudes ortométricas por altitudes geométricas sobre 592 estações GPS/RN (IBGE, 2015). A Figura 8 mostra as discrepâncias encontradas.

Figura 7 - Diferença entre GNSS/RN e o MAPGEO2015.



Fonte: IBGE (2015).

Ao ser comparado com o modelo MAPGEO2010, o modelo de 2015 apresentou melhoras de 20% (IBGE, 2015) na consistência entre as alturas geoidais dos pontos analisados. O RMS para o MAPGEO2015 foi de 0,17 m e para o MAPGEO2010 0,21 m. As regiões que apresentaram maior diferença entre os modelos estão justamente nos lugares com menor quantidade de dados gravimétricos.

Dentre as novidades desse modelo, em relação aos anteriores, destaca-se a utilização Redes Neurais Artificiais (*Artificial Neural Network* - ANN) nas regiões Sul e Sudeste do Brasil, para obtenção de anomalias de Helmert em regiões com vazios gravimétricos (MACHADO; BLITZKOW; MATOS, 2013). Outro fator de destaque é o uso da FFT e a integral modificada de Stokes, juntamente com uso da técnica Remove-Calcula-Restaura (RCR), no processo de geração do MAPGEO2015.

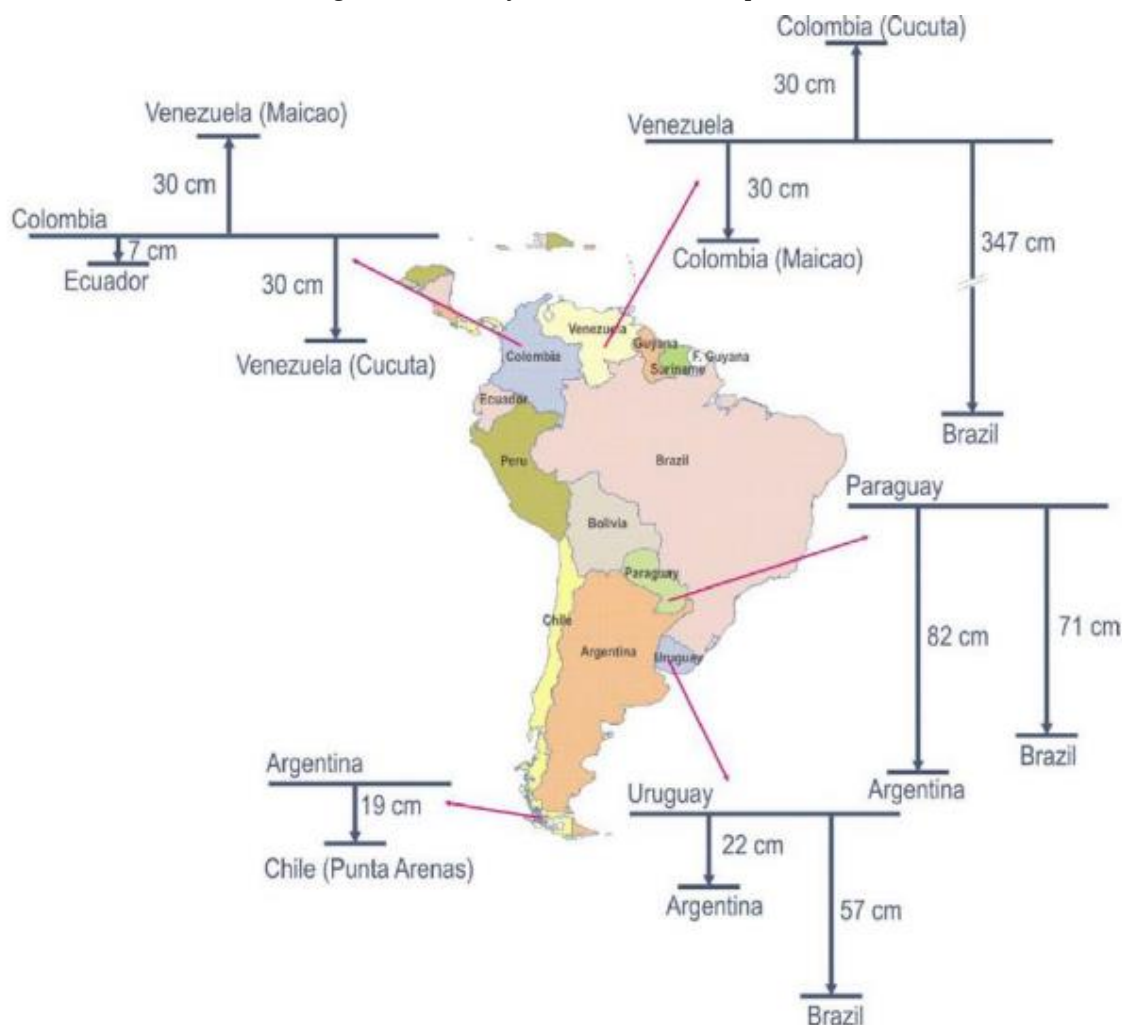
O MAPGEO2015 abrange a área compreendida pelas latitudes $5^{\circ}57'30''$ N e $34^{\circ}57'30''$ S e pelas longitudes de $30^{\circ}02'30''$ W e $74^{\circ}57'30''$ W, cujo sistema de referência é o SIRGAS2000, época 2000,4.

2.2.5. Conexão altimétrica entre países

Os países têm diferentes níveis de referência, diferentes *data* verticais, marégrafos, registros do nível médio do mar, metodologias de levantamento. Possuem também circuitos de nivelamento de alta precisão, mas sem correção dos efeitos do campo da gravidade, isso provoca a impossibilidade da troca de informação. Além de que existe a variabilidade da altitude e do nível de referência ao longo do tempo.

A Figura 9 mostra a diferença de altitude em pontos de conexão da rede de nivelamento dos países vizinhos do Brasil.

Figura 8 - Diferença altimétrica entre os países



Fonte: SÁNCHEZ (2005).

GOMEZ et al. (2015) apresentam um trabalho no qual analisam a discrepância entre as redes altimétricas do Brasil e Argentina. Neste trabalho é realizado uma

comparação entre as redes verticais dos dois países por meio de dois métodos: nivelamento geométrico e GPS/nivelamento com modelo global de gravidade EGM2008. Foi utilizado dados da rede de nivelamento brasileira do ano de 1993 e 2011. No trabalho os autores relatam que o modelo EGM2008 melhor se adaptou à Argentina, isso porque existe a influência da natureza nos dados do modelo, ou então até mesmo a ausência de dados causada por esta influência como, por exemplo, na região Amazônica devido à sua densa floresta.

Como resultado, o método de nivelamento geométrico apresentou a diferença de 72 cm e 54 cm, para os dados de 1993 e 2011, respectivamente. Já para o método que utiliza o modelo do campo de gravidade a diferença altimétrica entre os países foi de 57 cm. Isso, excluindo um dos três pontos de análise, pois este ponto havia apresentado valores muito discrepantes, que foi julgado ser consequência de um erro desconhecido, uma vez que ele retornou a diferença entre os países de quase 1 m. Assim, GOMEZ et al. (2015) concluíram que o Brasil está numa altitude abaixo da Argentina e que a diferença entre os dois métodos analisados foi de 3 cm, ainda sugeriram que seja feito um estudo sobre as deformações na realização altimétrica brasileira.

Outro trabalho que analisa a diferença de altitude entre países é o de RIVERA et al. (2015). Neste, a análise foi aplicada entre a Bolívia e o Brasil. Foi realizado o nivelamento geométrico e levantamento gravimétrico. Como resultado, foi obtido uma discrepância de 50 cm para 4 pontos analisados.

Estes estudos mostram a dificuldade da integração altimétrica entre países, o que impossibilita a criação de um sistema global de altitude. Uma solução para esse problema é a adoção de uma superfície equipotencial como superfície de referência. E é esse o intuito do IHRS.

Na resolução do IAG (IAG, 2015) foi definido que o geoide será a superfície equipotencial de referência para calcular as diferenças de geopotenciais, possibilitando assim a unificação global altimétrica, uma vez que todos deverão usar a mesma superfície. Portanto, foi estabelecido que o geoide corresponde a superfície cujo potencial possui o valor $62.636.853,4 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$.

2.3. Modelos Globais do Geopotencial

Os Modelos Globais do Geopotencial (MGG) (*Global Geopotential Model* - GGMs) são formados por conjuntos de coeficientes de uma função harmônica e fornecem ao usuário diferentes produtos, dentre eles a ondulação geoidal (ARANA, 2016).

As missões espaciais *CHallenging Minisatellite Payload* (CHAMP) (REIGBER et al., 1996), *Gravity Recovery and Climate Experiment* (GRACE) (GRACE, 1998) e *Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Explorer* (GOCE) (ESA, 2006), proporcionaram uma melhoria na acurácia dos modelos. A missão GOCE é a principal responsável pela produção destes modelos geopotenciais. GOCE foi desenvolvido pela Agência Espacial Europeia (*European Space Agency* – ESA), lançado em 2009 e com término de suas operações em 2013. A missão tinha por principais objetivos, medir o campo de gravidade estacionário da Terra com acurácia de 1mGal e modelar o geoide com uma acurácia entre 1 - 2 cm (JAMUR et al., 2010).

GOCE, utilizava técnicas *Satellite-to-Satellite Tracking* (SST) e de gradiometria, portanto, a modelagem do campo de gravidade a partir do espaço, não era baseada puramente nas perturbações de órbita, porque media do espaço os gradientes de gravidade de forma direta (JAMUR et al., 2010). Assim, com um receptor GPS de dupla frequência era determinada a órbita do satélite GOCE e derivadas as informações de gravidade a partir dessa órbita (ALVES, 2007).

No site do *International Centre for Global Earth Models* (ICGEM) são fornecidos vários modelos geopotenciais, aproximadamente 150 MGGs (BARTHELMES e KÖHLER, 2012). Os valores funcionais do campo da gravidade podem ser obtidos em forma de grade, do tamanho escolhido pelo usuário, por completo onde são obtidos valores funcionais do mundo todo, ou até mesmo de forma pontual.

Entende-se que, em um aspecto global, pode-se adotar os modelos de geopotencial como um modelo geoidal do globo terrestre, uma vez que esses modelos fornecem as ondulações do geoide; isso se não se considerar os valores de gravidade terrestre e da correção do terreno (ARANA, 2016).

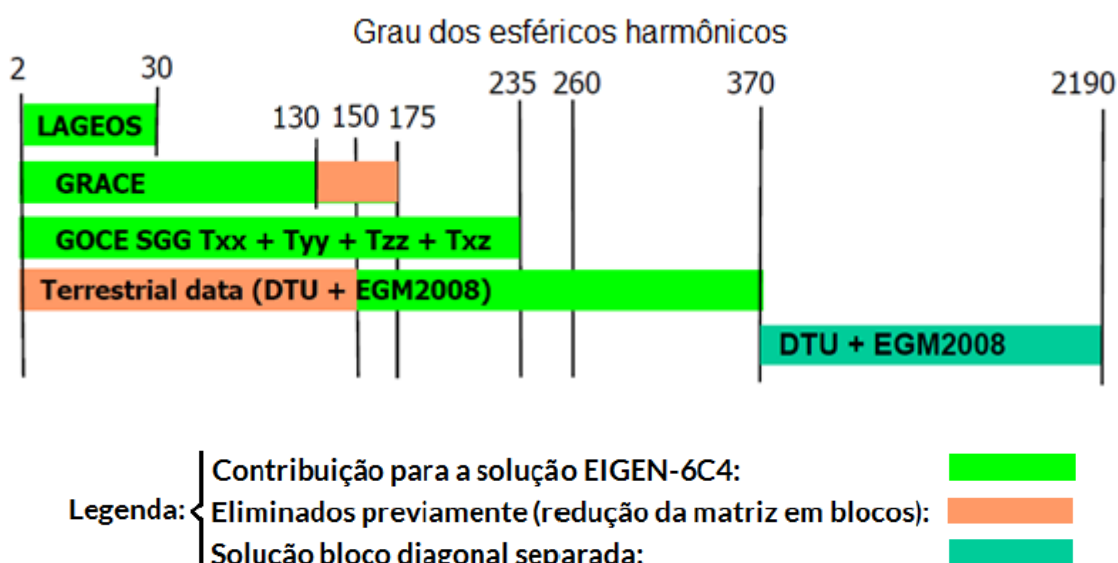
2.3.1. EIGEN-6C4

EIGEN é uma série de realizações acerca do campo gravimétrico global. Trata-se do resultado de uma cooperação entre o Centro de Pesquisa Alemão de Geociências, em Potsdam, Alemanha (*GeoForschungsZentrum* - GFZ) e o Grupo de Pesquisa de Geodésia Espacial, em Toulouse, França (*Groupe de Recherche de Géodésie Spatiale/Centre National d'Etudes Spatiales* - GRGS/CNES Toulouse) (FÖRSTE et al., 2014).

A primeira realização é o EIGEN-6C publicada em 2011 (FÖRSTE et al., 2014), foi a primeira combinação do campo gravimétrico global contendo dados do GOCE que na época era completo até grau e ordem 1440. As realizações posteriores foram EIGEN-6C2, publicada em 2012, e EIGEN-6C3stat, publicada em 2013, que estavam completas até grau e ordem 1949.

A realização mais recente da série é EIGEN-6C4, publicada em 2014 (FÖRSTE et al., 2014), possui grau e ordem completo até 2190, constituída com os seguintes dados de satélite: LAGEOS-1/2 com dados do SLR de 1985 a 2010 fornece contribuição de grau e ordem 2 até 30; dados GNSS-SST da missão GRACE que fornece contribuição de grau e ordem de 2 até 130, com dados de 2003 a 2012; e o GOCE, com dados de *Satellite Gravity Gradiometry* (SGG) de 01 novembro de 2009 até 20 de outubro de 2013, onde foram aplicadas equações normais individuais para cada componente SGG até grau e ordem 300. Além destes dados de satélite, EIGEN-6C4 também é constituído de dados terrestres que contribuíram até grau e ordem 370, obtidos por meio do EGM2008 e com *grid* global de anomalia de gravidade DTU12 (2'x 2') (FÖRSTE et al., 2014; KOSTELECKY et al., 2015). A Figura 10 esquematiza cada uma das contribuições em grau e ordem dadas pelos satélites e pelos dados terrestres.

Figura 9 - Contribuição em grau e ordem para o modelo EIGEN-6C4



Fonte: Adaptado de FÖRSTE et al. (2014) e NICACIO; DALAZOANA (2018).

De acordo com Kostelecky et al. (2015) a combinação destes dados de satélite com dados terrestres foi realizada por meio da combinação de equações normais, geradas das equações de observação para os coeficientes de harmônicos esféricos, isso gerou uma contribuição de grau e ordem até 370. Esta solução resultante foi estendida até grau e ordem 2190 por meio de uma solução diagonal de blocos usando os dados do *grid* global de anomalia de gravidade DTU10.

2.3.2. GECO

GOCE and EGM2008 COmbination (GECO) é um modelo global do geopotencial desenvolvido por Gilardoni et al. (2015), resultante da integração de informações do modelo EGM2008 e do satélite GOCE.

Os dados usados na produção do GECO, derivados do EGM2008 foram: coeficientes de harmônicos esféricos e seus correspondentes desvios padrão e um *grid* global dos desvios padrão com resolução de $5' \times 5'$. Já os dados fornecidos pela solução do GOCE foram: coeficientes dos harmônicos esféricos e o bloco diagonal da matriz covariância dos coeficientes.

As ondulações geoidais do GECO foram calculadas com um *grid* geoidal global resultante da combinação dos modelos EGM2008 e GOCE, de resolução $0,5^\circ \times 0,5^\circ$, realizando uma síntese dos coeficientes fornecendo até grau e ordem 359. A análise é

realizada até grau 359, a partir do grau 360 até o grau 2190 os coeficientes GECO são os mesmos do EGM2008. Os erros dos coeficientes do GECO são calculados como média ponderada dos erros dos coeficientes do EGM2008 e da solução TIM R5 (GILARDONI et al., 2015).

Em análise comparativa, Gilardoni et al. (2015) relatam que o GECO apresenta melhor desempenho do que os outros modelos globais combinados, em áreas com poucos dados de gravidade terrestres disponíveis, como por exemplo na Antártica.

2.3.3. XGM2016

O *Experimental Gravity Field Model 2016* (XGM2016) é um modelo global do geopotencial desenvolvido em grau e ordem até 719 e foi calculado com um *grid* global de anomalias de gravidade terrestres de 15' x 15' (PAIL et al., 2016).

O diferencial deste modelo é a combinação dos novos dados terrestres com as informações das missões espaciais (dados da missão gravitacional GRACE do período de 2002 a 2013 e da missão gravitacional GOCE dos anos 2009 a 2013), combinação, esta, realizada por meio da solução completa de equações normais até grau máximo de expansão 719 e também uma estratégia de ponderação regionais dependente que permitem a consideração de acurácia individual em cada célula dos dados altimétricos e terrestres (PAIL et al., 2016; NICACIO; DALAZOANA, 2018). De acordo com Nicacio e Dalazoana (2018) isso permite que a transição entre dados inferidos de satélite para dados terrestres e altimétricos seja modelada individualmente em cada célula. O modelo estocástico da base de dados terrestres é deduzido por comparações com soluções somente satélite no intervalo de médio ao longo comprimento de onda.

Em comparação, Nicacio e Dalazoana (2018) relatam que o XGM2016, em grau de desenvolvimento próximo a 700, apresentou melhores resultados em termos do erro médio quadrático para o Brasil do que os modelos GOCO05C e EIGEN-6C4 em grau completo (2190). O modelo também apresentou resultados favoráveis para o Canadá, Estados Unidos e Japão. Já para a Austrália o XGM2016 ainda se mostrou deficiente (PAIL et al., 2016).

2.3.4. GOCO05C

Os modelos *Gravity Observation COmbination* (GOCO) possuem solução baseada nas missões GOCE e GRACE e também empregam dados terrestres gravimétricos e altimétricos (FECHER et al., 2016).

O modelo GOCO05C foi desenvolvido no ano de 2016 e possui grau e ordem desenvolvidos até 720, foi calculado com uma solução combinada de informações de modelos gravimétricos derivados de satélites, com um conjunto global de dados de anomalias de gravidade (grade de $15^{\circ} \times 15^{\circ}$) (FECHER et al., 2017).

É o primeiro modelo do campo de gravidade normal baseado na combinação de sistemas completos de equações normais, que é independente do modelo EGM2008, em outras palavras, modelo que não utiliza soluções do modelo EGM2008 em sua produção. É também o primeiro modelo combinado produzido por dados da missão completa do GOCE, aproximadamente 10 anos de dados da missão GRACE e por informações adicionais de satélites de baixas órbitas e SLR (FECHER et al., 2016, NICACIO; DALAZOANA, 2018).

Outro fator de destaque do modelo é que se trata do primeiro modelo produzido que aplica ponderação individual por região, assim, o GOCO05c utiliza pesos maiores para dados de melhor qualidade, apresentados por algumas regiões. Essa ponderação provoca alta correlação entre todos os parâmetros do campo de gravidade (FECHER et al., 2017; FECHER et al., 2016; NICACIO; DALAZOANA, 2018).

2.4. Colocação por Mínimos Quadrados - CMQ

Moritz (1980) relata que Colocação por Mínimos Quadrados (CMQ) é um método que permite, através de combinação de observações geodésicas, determinar o campo da gravidade anômalo. O método de CMQ teve origem baseada na teoria desenvolvida por Krarup em 1969 (KRARUP, 1969), que contribuiu para a formulação da hipótese estocástica para o campo de gravidade, modificando a teoria geral do campo da gravidade. Esta teoria tinha como objetivo a predição de qualquer grandeza relacionada com o campo de gravidade terrestre. Com isso, a CMQ passou a ser aplicada em estudos de estimação e interpolação do campo de gravidade.

Ao aplicar a CMQ determina-se o potencial perturbador (T) a partir de observações geodésicas de diferentes tipos. Ao considerar o vetor l como o vetor das

observações (anomalias de gravidade, distúrbios da gravidade ou deflexões da vertical), e supondo que o vetor l é afetado por erros aleatórios (n) de observação e, que, LT representa uma função linearmente dependente de T (GUIMARÃES et al., 2014; CATALÃO, 2000) tem-se:

$$l = LT + n \quad (10)$$

Substituindo $LT = s$ (vetor dos sinais, componente aleatória da observação), a equação (10) passa a ser:

$$l = s + n \quad (11)$$

Assim, tem-se que o vetor l é decomposto em sinal (s) e ruído (n), onde o sinal representa o efeito gravitacional e o ruído é o sinônimo dos erros aleatórios (GUIMARÃES et al., 2014). Adicionando a parte sistemática e aleatória de l em (11), obtém-se:

$$l = AX + s + n, \quad (12)$$

onde A é a matriz que expressa o efeito dos parâmetros X nas observações l .

O conhecimento da função de covariância do potencial perturbador (grandeza obtida ao aplicar a CMQ) é essencial, pois representa a relação entre esta função com outra função de covariância do campo de gravidade. A função de covariância representa a correlação estatística de duas grandezas no campo de gravidade em dois diferentes pontos. Teoricamente, qualquer tipo de dado do campo gravítico pode ser usado para obter a função covariância (GUIMARÃES, 2013). A função de covariância, proposta por Tscherning e Rapp (1974) é a seguinte:

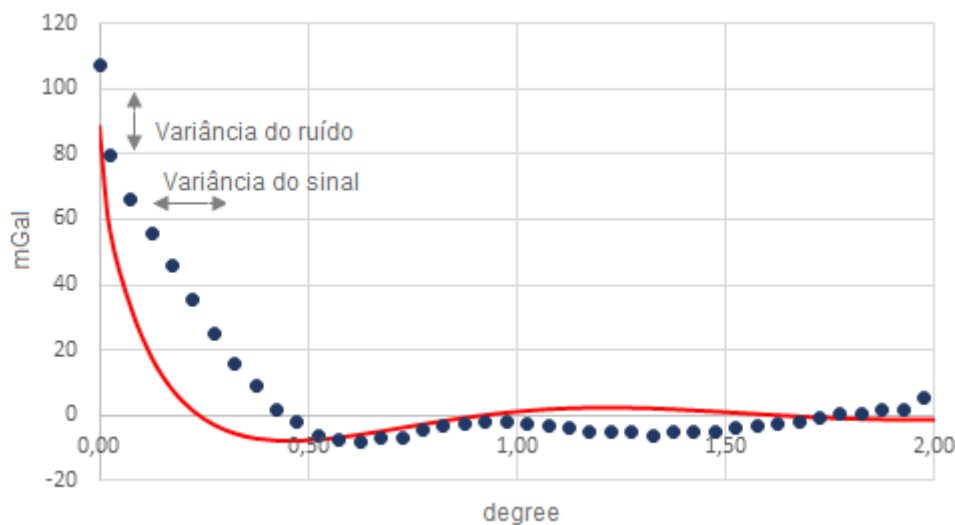
$$K(P,Q) = \sum_{n=2}^N K_n \left(\frac{R_B^2}{r_P r_Q} \right)^{n+2} P_n(\cos\psi) + \sum_{n=N+1}^{\infty} \frac{A(n-1)}{(n-2)(n+24)} \left(\frac{R_B^2}{r_P r_Q} \right)^{n+2} P_n(\cos\psi), \quad (13)$$

onde $K(P,Q)$ representa a função de covariância entre os pontos $P(\theta, \lambda)$ e $Q(\theta, \lambda)$, N é o número truncado do modelo geopotencial, K_n é o erro de grau da variância contida no

modelo geopotencial, R_B e A são determinados por ajustamento não linear, r_P e r_Q são o vetor de raio dos pontos P e Q ; e ψ distância esférica entre os pontos P e Q .

Mais detalhes da expressão (Equação 13) e o cálculo das variáveis pode ser visto em Guimarães (2013). A Figura 11 esquematiza a função de covariância empírica (azul) e ajustada (vermelho) utilizando o modelo GOCO05c para grau e ordem $n=m=200$, utilizando dados de distúrbios da estação PPTE.

Figura 10 - Função covariância



Fonte: A autora.

A CMQ possui a vantagem de possibilitar a utilização de dados heterogêneos, permite a utilização de dados com distribuição espacial tanto regular (dados em grade) como irregular (pontos discretos), fornece o erro associado às ondulações geoidais calculadas, além de ser um interpolador eficiente, uma vez que se adapta aos dados por meio da estimativa da função de covariância empírica. Possui como desvantagem o fato de que a sua solução se baseia na resolução de sistemas lineares que podem exigir um grande esforço computacional.

Neste contexto, Bottoni e Barzaghi (1993) desenvolveram o método *Fast Collocation* que se trata da modificação do método de CMQ visando a diminuição de tempo de cálculo e de recursos computacionais. Este método impõe que os dados de entrada estejam em grade e que sejam homogêneos, o que faz que a matriz de covariância seja uma matriz simétrica Toeplitz e que cada bloco seja uma matriz simétrica Toeplitz (estrutura conhecida como Toeplitz/Toeplitz). Isso faz que seja

possível calcular soluções de grandes conjuntos de dados, cobrindo grandes áreas de uma maneira simples e rápida sem a separação dos dados em subconjuntos (GUIMARÃES et al., 2014; CARRIÓN SÁNCHEZ, 2017).

A seguir está descrito a sistemática de resolução de covariância e dos blocos de matriz Toeplitz, geralmente se trata de uma matriz de ordem 3, onde cada bloco é uma matriz Toeplitz simétrica que também possui ordem 3 (GUIMARÃES, 2013):

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ & C_{22} & C_{23} \\ sim & & C_{33} \end{bmatrix}, \quad (14)$$

onde C_{11} corresponde a:

$$C_{11} = \begin{bmatrix} C(d_{11}) & C(d_{12}) & C(d_{13}) \\ C(d_{21}) & C(d_{22}) & C(d_{23}) \\ C(d_{31}) & C(d_{32}) & C(d_{33}) \end{bmatrix}, \quad (15)$$

Mais detalhes sobre a solução da matriz Toeplitz podem ser encontrados em Guimarães (2013).

2.5. Integral de Stokes e Integral de Hotine

Nesta seção está contida uma breve descrição da Integral de Stokes, a qual foi aplicada neste trabalho para os dados de anomalias de gravidade e, sobre a Integral de Hotine, que se assemelha à integral de Stokes; porém, em seu cálculo são aplicados valores de distúrbios da gravidade.

2.5.1. Integral de Stokes

A Integral de Stokes estabelece a relação entre as anomalias de gravidade (Δg) sobre o geoide e o potencial perturbador (T) sobre um ponto (HIRT et al., 2011):

$$T = \frac{R}{4\pi} \iint_{\sigma} \Delta g S(\psi) d\sigma, \quad (16)$$

onde R é o raio médio da Terra e $S(\psi)$ é o núcleo de Stokes (17) ou outra modificação do núcleo.

$$S(\psi) = \frac{1}{\sin(\frac{\psi}{2})} - 6 \sin\left(\frac{\psi}{2}\right) + 1 - 5\cos\psi - 3\cos\psi \ln \left[\sin\left(\frac{\psi}{2}\right) + \sin^2\left(\frac{\psi}{2}\right) \right] \quad (17)$$

Pelo teorema de Bruns, o potencial perturbador é convertido em ondulação (N) (HIRT et al., 2011):

$$N = \frac{R}{4\pi\gamma_0} \iint_{\sigma} \Delta g S(\psi) d\sigma, \quad (18)$$

Neste trabalho foi usado o núcleo modificado de Featherstone (FEATHERSTONE et al., 1998). Esta modificação é obtida subtraindo o valor numérico do núcleo esférico de Stokes no raio de truncamento $S(\psi_0)$ do núcleo original de Stokes:

$$S_{me}(\psi) = S(\psi) - S(\psi_0), \quad \text{para } 0 \leq \psi \leq \psi_0. \quad (19)$$

Assim, a integral de Stokes modificada para obter N , para o ponto de coordenadas geocêntricas $\Omega(\varphi, \lambda)$, está representada na seguinte equação (ELLMANN; VANÍČEK, 2007):

$$N(\Omega) = \frac{R}{4\pi\gamma_0(\phi)} \iint_{\Omega_{\psi_0}} S^M(\psi_0, \Psi(\Omega, \Omega')) \Delta g(r_g, \Omega) d\Omega' + \frac{R}{2\gamma_0(\phi)} \sum_{n=2}^M \frac{2}{n-1} \Delta g_n^h(r_g, \Omega) + \frac{\delta V^t(r_g, \Omega)}{\gamma_0(\phi)}, \quad (20)$$

onde R é o raio médio da Terra, r o raio geocêntrico, $S^M(\psi_0, \Psi(\Omega, \Omega'))$ o núcleo modificado de Stokes, $\Psi(\Omega, \Omega')$ corresponde à distância esférica entre o ponto a ser calculado e o ponto de integração, $\Delta g(r_g, \Omega)$ é a anomalia gravimétrica residual, $d\Omega'$ corresponde a área do elemento de integração e $\frac{\delta V^t(r_g, \Omega)}{\gamma_0(\phi)}$ trata-se da correção do efeito topográfico indireto primário.

Já a anomalia gravimétrica residual expressada sobre o geoide é calculada por (GUIMARÃES, 2013; CORRÊA E CASTRO JÚNIOR, 2018):

$$\Delta g(r_g, \Omega) = \Delta g^h(r_T, \Omega) - \sum_{n=2}^M \Delta g_n^h(r_g, \Omega), \quad (21)$$

Geralmente, na Geodésia, são processados muitos dados, que na maioria das vezes são dados apresentados de forma discreta (medições gravimétricas, dados derivados de altimetria por radar, modelos digitais do terreno) o que pode levar muito tempo de processamento.

Uma forma de solucionar este problema é aplicar algoritmos que visam agilizar o processo de cálculo. Um desses algoritmos é conhecido como Transformada Rápida de Fourier (*Fast Fourier Transform* - FFT). Guimarães (2013) relata que a FFT resolve a Integral de Stokes de forma rápida, processando uma grade regular. O processamento da FFT devolve os dados na mesma grade que os dados de entrada. Como resultado, a FFT produz valores de altura geoidal para todos os pontos da grade de anomalias de gravidade de entrada. O autor ainda destaca que a FFT fornece uma cobertura homogênea de resultados.

A FFT de uma função $h(x, y)$ é definida como (PAPOULIS, 1977):

$$H(k_x, k_y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(x, y) e^{-i(k_x x + k_y y)} dx dy = F[h(x, y)], \quad (22)$$

onde F é o operador de Fourier 2-D, H é o espectro da função $h(x, y)$, k_x , k_y , são os números de onda correspondentes às coordenadas espaciais x e y , respectivamente, e i é a unidade imaginária ($i = \sqrt{-1}$). Mais detalhes sobre a FFT podem ser encontrados em Papoulis (1977) e Bracewell (1986).

2.5.2. Integral de Hotine

A integral de Hotine estabelece a relação entre a ondulação geoidal e o distúrbio de gravidade δg (HIRT et al., 2011):

$$N = \frac{R}{4\pi\gamma_0} \iint_{\sigma} \delta g A(\psi) d\sigma, \quad (23)$$

onde $A(\psi)$ corresponde a:

$$A(\psi) = \frac{1}{\sin(\frac{\psi}{2})} - \ln \left(1 + \frac{1}{\sin(\frac{\psi}{2})} \right). \quad (24)$$

3. MATERIAL E MÉTODOS

Nesta etapa estão descritos os materiais utilizados e os métodos aplicados para a execução deste trabalho.

3.1. Material

Esta pesquisa foi desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Ciências Cartográficas (PPGCC) da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual Paulista (FCT/UNESP). Na execução deste trabalho foram necessários dados da Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo (RBMC) que fizeram parte da realização do ITRS (ITRF2014), uma vez que a resolução N°1 da IAG (IAG, 2015) diz que os pontos da realização do ITRS devem possuir coordenadas mensuradas no ITRF, os quais estão disponíveis no IBGE, bem como dados de nivelamento geométrico da RAAP. Também, foram utilizados dados gravimétricos terrestres disponíveis em um raio de 210 km ao redor das estações, que foram obtidos no site do IBGE.

Além destes, o estado também possui uma rede gravimétrica absoluta. Dentre estas estações absolutas, encontram-se as estações de estudo localizadas em Presidente Prudente e em Cananéia. Estas estações serviram como referência para o transporte do valor de gravidade para os pontos de interesse (estações PPTE e NEIA) que ficam próximos, cerca de 100 metros, das estações absolutas. As informações destas estações encontram-se disponibilizadas no site do CENEGEO (<http://www.cenegeo.com.br/rede-absoluta-sao-paulo>).

Durante o processamento foram usados os seguintes programas:

- MAPGEO2015 (IBGE, 2018a);
- Plataforma WinSCP.exe (PRIKRYL, 2017);
- Pacote de programas SHGEO (ELLMANN; VANÍČEK, 2007);
- Pacote de programas GRAVSOFT (FORSBERG; TSCHERNING, 2008).

As coordenadas de localização das estações de estudo seguem apresentadas na Tabela 2. O sistema de referência adotado é o SIRGAS2000.

Tabela 2 – Coordenadas das estações de estudo

Estação	Latitude	Longitude
PPTE	-22°07'02,9640"	-51°24'21,4092"
NEIA	-25°01'12,8615"	-47°55'29,8867"

Fonte: IBGE, 2018b.

3.2. Métodos

Durante o projeto foi realizada uma revisão bibliográfica sobre o cálculo do potencial e sobre o Sistema Internacional de Referência Altimétrico para possível adequação do tema proposto.

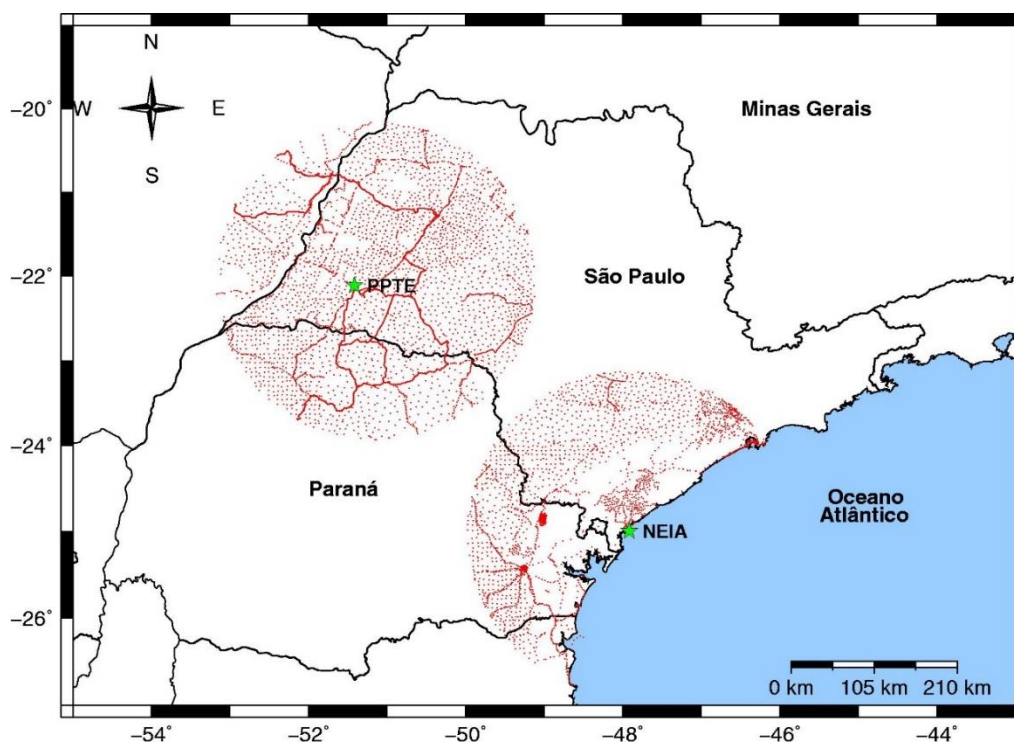
O cálculo do potencial foi baseado no trabalho apresentado por Vergos; Tziavos (2017). Este trabalho foi escolhido uma vez que na época de proposta do projeto de pesquisa era um dos únicos trabalhos publicados, que abordavam sobre o IHRF, que apresentavam metodologia adequada à requerida para obtenção da precisão adequada, como pode ser visto em Sánchez et al. (2016). Os autores realizaram o cálculo do geopotencial para uma estação da rede de estações da Europa, a estação AUT1, localizada em Tessalônica na Grécia. Neste estudo, foram aplicados dados de altitude geométrica, altitude ortométrica, valores de gravidade terrestre, além de diferentes modelos do geopotencial (EGM2008, XGM2016, GOCO05s) oriundos das missões gravimétricas e de diferentes métodos de interpolação dos valores (*spline*, *Krigagem*, *bilinear*). Sendo assim, foi usado nesta pesquisa os valores de altitude geométrica, altitude normal, ondulações geoidais e aceleração da gravidade, aplicando metodologia semelhante à dos autores.

Destaca-se que o recomendável, como apresentado em Sánchez et al. (2016), é que se aplique a Correção do Terreno (CT), com um Modelo Digital do Terreno (MDT) apropriado para a área de estudo. Porém nesta pesquisa, optou-se em não aplicar esta correção uma vez que os únicos valores que se tem, atualmente, para efeitos de comparação com os resultados obtidos, são os apresentados por Matos; Blitzkow (2018) que não levaram em consideração esta influência do terreno.

As estações escolhidas para trabalho são PPTE, localizada em Presidente Prudente e NEIA localizada em Cananéia, ambas no Estado de São Paulo. Conforme o item 1.3 descreve, optou-se por estas estações devido ao fato de que a estação PPTE possui todas as informações para cálculo do potencial (estação ITRS, dados

gravimétricos distribuídos homogeneamente em um raio de 210km), a partir da metodologia escolhida e NEIA por proporcionar condições diferentes entre elas, uma vez que NEIA é uma estação localizada no litoral, isso acarreta na ausência de dados gravimétricos terrestres na região oceânica. Além de que, o seu entorno possui vazios gravimétricos. A Figura 12 mostra a distribuição gravimétrica terrestre, em um raio de 210 km para as duas estações.

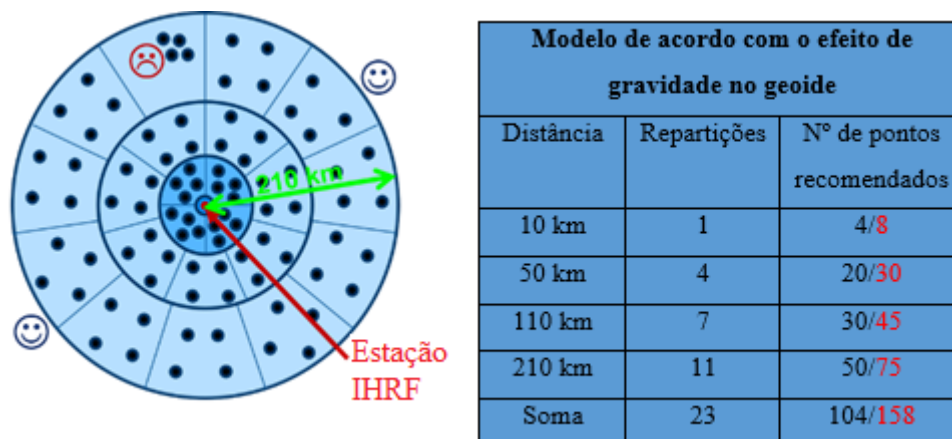
Figura 11 - Distribuição gravimétrica terrestre no entorno das estações de estudo



Fonte: A autora

Esta condição de distribuição gravimétrica para as duas estações segue a sugestão apresentada por Sánchez et al. (2016), que diz que em um raio de 210 km ao redor do ponto deve haver distribuição gravimétrica homogênea. Nota-se que para a estação PPTE é apresentado um cenário ideal, enquanto que para NEIA há vazios gravimétricos na região costeira fruto da dificuldade de acesso devido à inexistência de caminhos na região de serra. Portanto, foi realizada uma análise da distribuição espacial gravimétrica, principalmente em Cananeia devido aos vazios apresentados. Essa análise se baseou na sugestão de distribuição gravimétrica que Sánchez et al. (2017b) apresentam, esquematizado na Figura 13. Nela pode-se perceber quando ocorre uma distribuição gravimétrica satisfatória (rosto feliz) em termos de homogeneidade e não satisfatório (rosto triste).

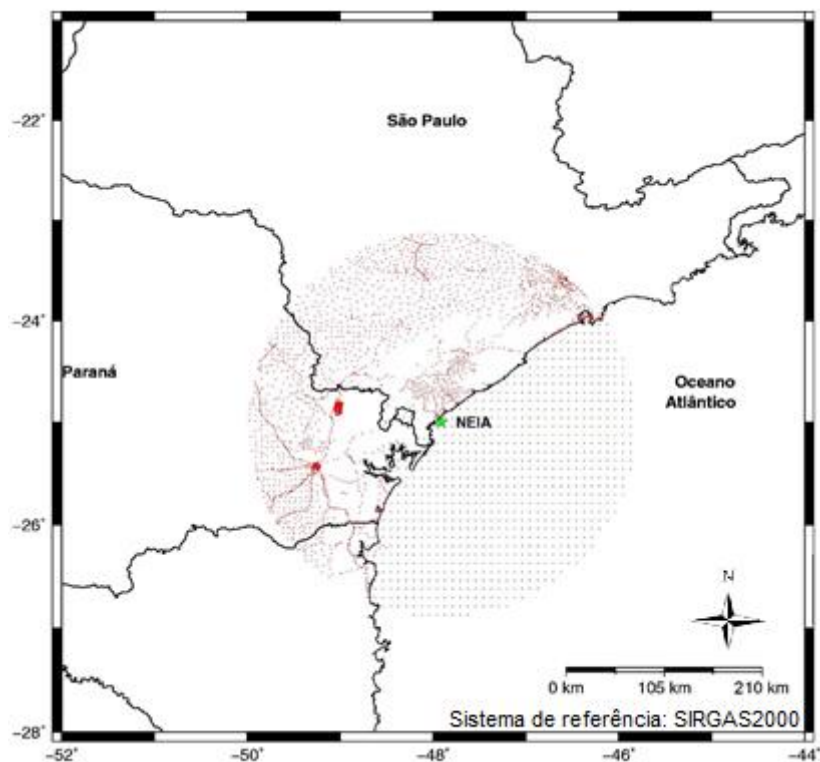
Figura 12 - Requisitos para a distribuição gravimétrica



Fonte: Adaptado de SÁNCHEZ et al., 2017b.

A estação PPTE, ao contrário da estação NEIA, não possui conexão gravimétrica; porém, existe uma estação absoluta localizada próxima (aproximadamente 100 metros), que possibilitou a realização do levantamento gravimétrico. Já para suprir a ausência de dados gravimétricos terrestres, para a estação NEIA, na região marinha, foram utilizados dados do modelo gravimétrico global marinho de Sandwell et al. (2014), que foi produzido por dados advindos de satélites altimétricos. A Figura 14 mostra a distribuição dos dados utilizados do entorno da estação NEIA. Foram utilizados dados de uma grade de 3' e de 5' (aplicadas na *Fast Fourier Transform* (FFT) e na Colocação por Mínimos Quadrados (CMQ) e Hotine respectivamente). Destaca-se que o sistema de maré adotado foi o *Tide Free* (sistema livre de maré).

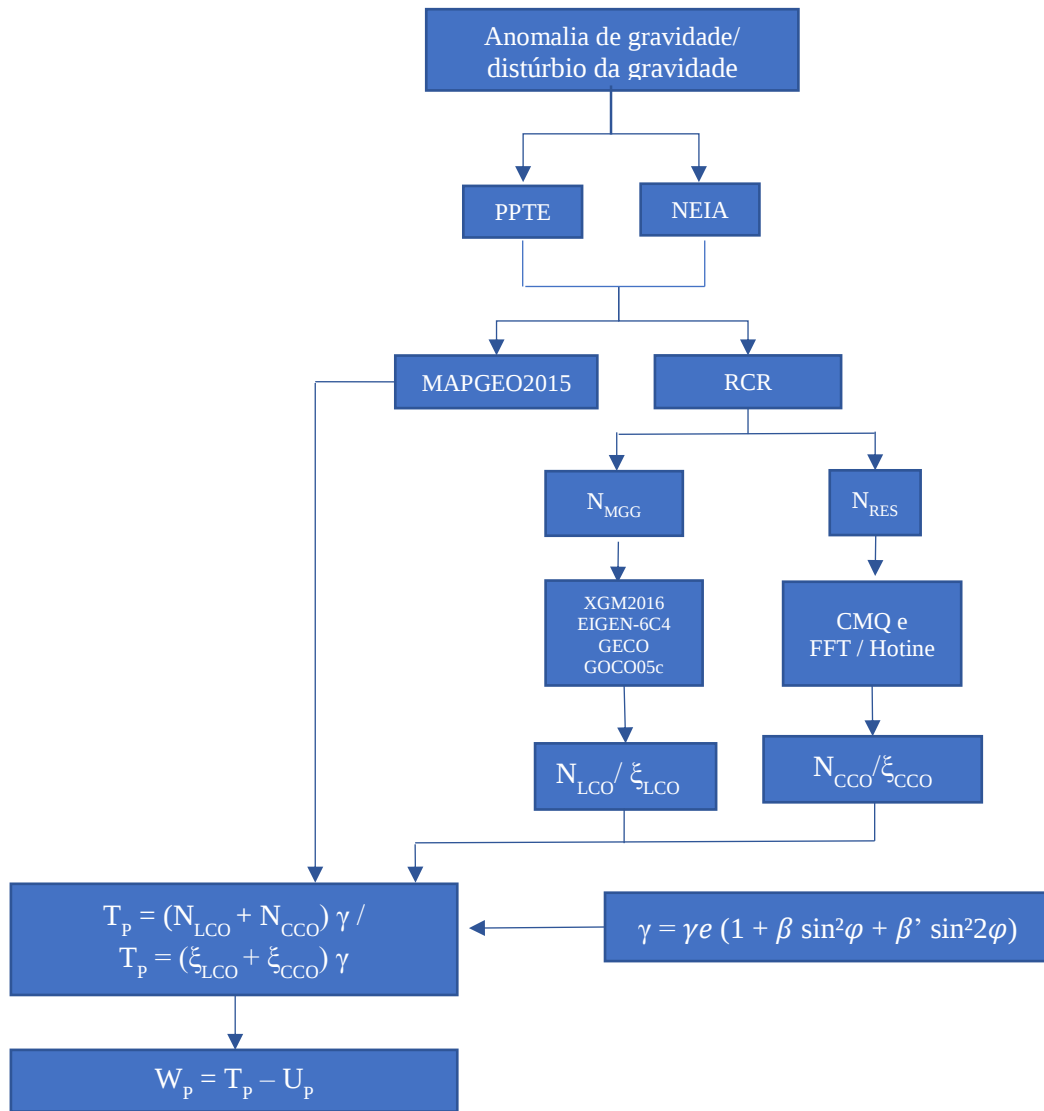
Figura 13 – Dados utilizados no cálculo do potencial para estação NEIA



Fonte: A autora.

A metodologia aplicada nesta pesquisa, está esquematizada no Fluxograma 1.

Fluxograma 1 – Fluxograma da metodologia desenvolvida



Fonte: A autora.

De acordo com a metodologia apresentada no fluxograma, o cálculo do potencial (W_P) nas duas estações foi realizado a partir da equação:

$$W_P = T_P - U_P , \quad (25)$$

onde U_P corresponde ao potencial normal no ponto P (Equação 26) e T_P corresponde ao potencial perturbador no ponto P (Equação 29)).

O potencial normal no ponto P (U_P) foi calculado utilizando a seguinte expressão (IHDE et al., 2017):

$$U_P = U_0 + \frac{\partial U_0}{\partial h} h, \quad (26)$$

que linearizada resulta-se em:

$$U_P = U_0 + (\gamma^* h), \quad (27)$$

onde U_0 corresponde ao potencial normal no elipsoide.

Nesta pesquisa foram usados os parâmetros do elipsoide GRS80 ($U_0 = 62.636.860,850 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$ (MORITZ, 2000)), h a altitude elipsoidal e γ a gravidade teórica do ponto P , calculada como:

$$\gamma = \gamma_e (1 + \beta \sin^2 \varphi + \beta' \sin^2 2\varphi), \quad (28)$$

onde γ_e é a gravidade normal no equador (978031,846 mGal), β e β' são coeficientes do campo de gravidade normal (0,0052884 e -0,0000059, respectivamente (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2006)); os quais foram adotados em uma assembleia da IAG realizada em Estocolmo em 1930; e φ a latitude do ponto.

O potencial perturbador no ponto P (T_P) foi calculado utilizando a seguinte expressão:

$$T_P = (N_{MGG} - N_{res})\gamma, \quad (29)$$

onde N_{MGG} corresponde à contribuição dos longos comprimentos de onda (N_{MGG} quando utilizados valores de anomalias de gravidade no processamento e ξ_{MGG} quando utilizados valores de distúrbios de gravidade no processamento), N_{res} corresponde à contribuição dos curtos comprimentos de onda (N_{res} quando utilizados valores de anomalias de gravidade no processamento e ξ_{res} quando utilizados valores de distúrbios de gravidade no processamento) e γ corresponde à gravidade teórica do ponto (28).

Os longos e os curtos comprimentos de onda foram calculados por meio do conceito RCR. Este conceito é derivado da decomposição espectral onde é realizada a

modelagem de altas frequências dado por Forsberg; Tscherning (1997). Neste conceito a grandeza residual é resultante da subtração do efeito do terreno e da contribuição dos MGGs do valor de gravidade observada. Assim, neste trabalho, N_{MGG} corresponde a ondulação derivada de MGGs, para este experimento foram utilizados os modelos: XGM2016, EIGEN-6C4; GECO e GOCO05c de grau e ordem até 200, os quais proporcionaram a contribuição da informação proveniente dos longos comprimentos de onda, e N_{res} a ondulação geoidal residual calculada a partir das anomalias e dos distúrbios de gravidade (curtos comprimentos de onda).

Nesta pesquisa, N_{res} foi obtido a partir do emprego da CMQ (*Least Square Collocation - LSC*) via *Fast Collocation* e também pela integral de Stokes via FFT (para dados de anomalia) e Integral de Hotine, para dados de distúrbios da gravidade. Para a CMQ foi utilizado o pacote GRAVSOFT (FORSBERG; TSCHERNING, 2008), enquanto que para a integral de Stokes via FFT o pacote SHGEO (ELLMANN; VANÍČEK, 2007). Os cálculos para a Integral de Stokes via FFT, Integral de Hotine e CMQ estão elucidados nos tópicos 3.2.1., 3.2.2. e 3.2.3., respectivamente.

O processamento foi realizado utilizando valores de anomalias de gravidade e de distúrbios de gravidade para ambas as estações, quando aplicado o método CMQ. Já utilizando o método FFT aplicou-se valores de anomalias de gravidade, uma vez que a fórmula de Stokes é voltada para valores de anomalia e, para os dados de distúrbio aplicou-se a integral de Hotine. Optou-se por utilizar distúrbios e anomalias, pois assim, o potencial será obtido na superfície terrestre e no geoide respectivamente.

Uma vez obtidos os valores do potencial para cada estação, com as diferentes metodologias, a validação dos resultados seguiu a seguinte sistemática: Para a estação PPTE comparou-se o valor do potencial perturbador obtido pelos diferentes MGGs, utilizando dados de distúrbios da gravidade, com o valor do potencial perturbador apresentado por Matos e Blitzkow (2018), com $n=m=200$, além de uma comparação do resultado (WP) obtido pelo MGG EIGEN-6C4, utilizando anomalias de gravidade, com o valor de potencial obtido utilizando o valor de ondulação fornecido pelo MAPGEO2015.

Foi realizada também a comparação em termos de altitude normal obtida com os valores de potencial advindos dos distúrbios de gravidade, calculada por meio da (9), com a altitude normal obtida por uma aproximação, aplicando a (30), utilizando o MAPGEO2015 para a obtenção da ondulação geoidal, uma vez que a estação não possui nivelamento. A comparação não foi realizada com os valores obtidos com anomalias de

gravidade uma vez que não se conhece o valor de gravidade média e sim a gravidade teórica. Destaca-se que para realizar a comparação deste valor de altitude normal obtido com o MAPGEO2015, com os valores de altitude normal obtidos com distúrbios de gravidade, deveria ser aplicado ξ ; porém, para a estação PPTE este valor não é conhecido.

$$H_N \cong h - N. \quad (30)$$

Para a estação NEIA, a análise dos resultados foi realizada por meio da comparação do potencial obtido pelo MGG EIGEN-6C4, utilizando anomalias de gravidade, com o valor de potencial obtido pela ondulação fornecida pelo MAPGEO2015. Também foi realizada a comparação da altitude normal, obtida com os valores de potencial advindos dos valores de distúrbios de gravidade, com o valor da altitude normal da estação fornecida pelo IBGE.

Ressalta-se que os valores de C_p utilizados no cálculo da altitude normal do IBGE estão referenciados a uma superfície equipotencial local, de Imbituba, e não ao W_0 global, o qual foi aplicado nos cálculos desta pesquisa. Se, em algum momento, o valor de W em Imbituba for determinado, será possível realizar a transformação, por meio da seguinte expressão (SÁNCHEZ et al., 2017a):

$$W_P = (W_0^{local} + \delta W) - C_P, \quad (31)$$

onde:

$$\delta W = (W_0^{IHRF} - W_0^{local}). \quad (32)$$

A partir destes experimentos foi possível avaliar qual o método de integração numérica e qual modelo do geopotencial foram mais consistentes para a área de estudo. Também, foi realizada uma análise estatística da qualidade dos resultados.

3.2.1. Cálculos RCR por meio da FFT

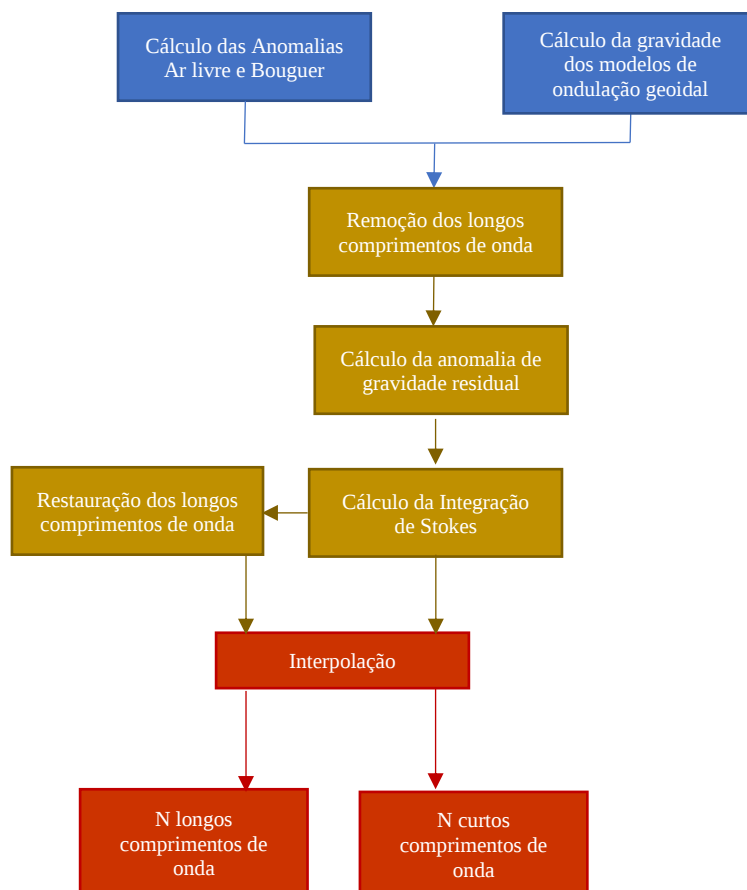
Esta etapa trata-se do cálculo da ondulação geoidal (N_P) com base na fórmula de Stokes. Para isso foi utilizado o pacote computacional *Stokes-Helmert GEOid software*

(SHGEO) de origem canadense e que foi elaborado na década de 80 (CORRÊ E CASTRO JÚNIOR, 2018).

Em primeira instância foi realizado o cálculo para a estação PPTE, uma vez que esta estação se encontra em condições propícias, no que tange aos dados gravimétricos, para o cálculo. Posteriormente, calculou-se para a estação NEIA, que por ser uma estação litorânea, utilizou-se para complementação dos dados, valores de gravimetria provenientes do modelo gravimétrico marinho de Sandwell et al. (2014).

O cálculo por meio da FFT segue a sistemática apresentada, de uma forma geral, no Fluxograma 2.

Fluxograma 2 – Etapas no cálculo por meio da FFT



Fonte: A autora.

A seguir foram criados tópicos explicando cada etapa presente no Fluxograma 2.

- Cálculo das anomalias Ar livre e Bouguer

Inicialmente foram realizados os cálculos das anomalias Ar livre e Bouguer. Para isso foram necessários os dados gravimétricos. O arquivo contendo estes dados possuía as informações de longitude, latitude, altitude elipsoidal, gravidade e a identificação de cada ponto. Foram selecionados para o processamento os dados gravimétricos de uma grade retangular que abrange a área de interesse, portanto, uma grade que abrange o raio de 210 km ao entorno da estação PPTE. Assim, os dados compõem uma grade que se inicia nas coordenadas $20^{\circ}\phi$ S e $53^{\circ}\lambda$ W e termina nas coordenadas $24^{\circ}\phi$ S e $49^{\circ}\lambda$ W, somando um total de 8167 pontos.

Foi realizado o cálculo das anomalias Ar livre e Bouguer e Bouguer completa. Para isto, foi utilizado o programa “anomaly.f” desenvolvido na UFU.

- Cálculo das ondulações geoidais dos modelos

Nesta etapa foi necessário primeiramente realizar o *download* dos modelos do geopotencial de interesse, o EIGEN-6C4, GECO, GOCO05C e XGM2016. O *download* é feito no site do ICGEM, o qual possui 168 modelos disponíveis. O modelo é obtido com seu grau e ordem completo específico.

Nesta pesquisa foram realizados cálculos com grau e ordem 200. O cálculo das ondulações foi realizado pelo programa “hsynth_WGS84.f” elaborado por Holmes e Pavlis em 2008. Este programa realiza o cálculo das alturas geoidais por meio da síntese dos harmônicos esféricos utilizando coeficientes do sistema de referência WGS84. Para isso, utiliza como informações iniciais um arquivo de localização dos pontos, que neste caso se refere aos mesmos pontos da grade gravimétrica, e o arquivo do modelo do geopotencial. O programa também permite a correção do termo de ordem zero, que no trabalho foi adotado o valor de -0,41 m. O valor deste termo traduz as alturas geoidais, que estão referenciadas a um elipsoide médio da Terra em valores que são referenciados ao WGS84 (GUIMARÃES, 2010). Foi realizado o processamento do termo de ordem zero utilizando o valor 0m. Porém não houve diferença no resultado final. Sendo assim, assumiu-se o valor -0,41m visto que no cálculo do MAPGEO e em outras referências, como Corrêa e Castro Junior (2010), este foi o valor utilizado.

- Remoção dos longos comprimentos de onda

Antes de aplicar a FFT é necessário remover os longos comprimentos de onda que são fornecidos pelos modelos do geopotencial. A extração destas informações provenientes dos modelos (EIGEN6C4, GECO, GOCO05C e XGM2016) até grau e ordem $n=m=200$ foi realizada através do programa “Remove.f”, desenvolvido na Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (EPUSP). Esse procedimento serve para que o cálculo da integral de Stokes seja realizado somente com as informações gravimétricas terrestres, e, portanto, se trabalhar com dados mais lineares.

O programa foi aplicado nos dados de anomalia de ondulações geoidais proveniente da etapa anterior. Assim, obteve-se informações de gravidade terrestre em quadriculas de 5', onde o arquivo de saída foi um arquivo de texto contendo valores de anomalias de gravidade sem a informação dos longos comprimentos de onda.

- Cálculo da anomalia de gravidade residual

No cálculo de anomalia de gravidade residual por meio das fórmulas de Stokes deve-se considerar a inexistência teórica de massas externas à superfície geoidal. Assim faz-se necessário aplicar reduções ou correções gravimétricas, para que haja a desconsideração das massas topográficas sobre os valores observados de gravidade (GEMAEL, 1999).

Essa redução leva em conta as anomalias de gravidade que utilizam em suas fórmulas o gradiente Ar livre da Terra normal, coincidente com a anomalia Ar livre (CORRÊA E CASTRO JÚNIOR, 2018). A redução considerando a anomalia Ar livre leva os valores da superfície até o quase geoide. Com estas reduções obtém-se o valor de gravidade residual.

Portanto a anomalia de gravidade residual corresponde ao produto derivado da subtração dos valores de anomalia Ar livre e valores de ondulação do modelo do geopotencial, essa subtração está esquematizada na seguinte equação:

$$\Delta g_{res} = \Delta g_{FA} - \Delta g_{MGG} , \quad (33)$$

onde Δg_{res} corresponde a anomalia de gravidade residual; Δg_{FA} valores da anomalia Ar livre e Δg_{MGG} valores da ondulação do modelo do geopotencial.

O cálculo foi realizado por meio do programa “`xmoment3.sh`”, que seguiu a ordem: organização dos dados necessários em cada arquivo, organização das linhas dos arquivos em ordem crescente de latitude e posteriormente a subtração dos valores desejados, resultando assim o arquivo com a anomalia de gravidade residual de cada ponto e também um arquivo de estatística, com valores de média, desvio padrão, variância, etc.

Como os dados utilizados estavam distribuídos espacialmente em ordem irregular foi realizada, ainda nesta etapa, a criação de uma grade de pontos. Assim, foi efetivado a transformação dos dados em uma grade retangular regular de 5'x5', para atender o formato de entrada da FFT. Para isso, os dados foram interpolados pelo método de colocação por mínimos quadrados. O programa usado foi o “`gegrit95.f`” (do pacote GRAVSOFT), que realiza a interpolação pelo método de Krigagem por meio da seleção dos 10 pontos mais próximos ao ponto de interesse. O intervalo de 5' e de 10 pontos podem ser alterados no programa de acordo com a necessidade.

Com isso foi gerado um arquivo em grade com valores de gravidade residual de 5' em 5'. E, esses dados foram novamente transformados em um arquivo de linha, o programa usado nesta transformação foi o “`grtofl.f`”, resultando ao todo 2304 pontos. O último passo foi a execução de um comando de linha que organizou o arquivo no formato para o cálculo da FFT, portanto, um arquivo com valores de latitude, longitude e os valores da gravidade residual.

Ressalta-se que foi realizado um teste em relação ao método de interpolação dos dados para serem colocados em grade. Esta interpolação foi realizada tanto pelo programa que utiliza o método dos mínimos quadrados quanto por um programa que realiza a interpolação por vizinho mais próximo; porém, os resultados foram semelhantes, com uma diferença irrelevante. Como posteriormente será realizado o cálculo RCR pela CMQ optou-se por utilizar a colocação, uma vez que o arquivo foi utilizado no cálculo da CMQ.

- Cálculo da integração de Stokes

O cálculo da integral de Stokes é realizado visando a obtenção da ondulação geoidal (N). Assim, nesta etapa primeiramente foi necessário colocar as informações de anomalia de gravidade residual obtida na etapa anterior em um arquivo matricial,

visando facilitar o esforço computacional durante o processamento da integral de Stokes. Essa criação do arquivo matricial foi realizada por meio do programa, desenvolvido na EPUSP, “geragrad_cab1.f”. Esse programa transformou um arquivo com 2304 linhas em um arquivo matricial de 49 linhas, uma linha de cabeçalho criado, por 48 colunas. Assim, esse arquivo gerado (fftar.d) ficou no formato de entrada para o programa “fftmod.f”.

O “fftmod.f” foi desenvolvido por Li e Sideris em 1993 (LI; SIDERIS, 1993), ele transforma os valores de anomalias em ondulações geoidais e também estima os erros de ondulação geoidal por meio das variâncias das anomalias de gravidade, via fórmula de Stokes. Durante a sua execução é necessário inserir algumas informações, visto que ele é um programa interativo que permite a inserção de variáveis de interesse do usuário, como por exemplo, qual o objetivo de cálculo, o sistema operacional usado, método de cálculo, o número de grau e ordem que se está usando do modelo geoidal, o raio de integração, etc.

Ao final do processamento, o “fftmod.f” produz um arquivo matricial contendo os valores das ondulações residuais e ainda um arquivo de estatísticas destas ondulações e das anomalias de gravidade residuais que foram inseridas inicialmente e usadas para o cálculo. Estas estatísticas são importantes, pois fornecem um conhecimento da qualidade do processamento e dos dados que estão sendo trabalhados. Para finalizar esta etapa foi realizada a transformação do arquivo resultante em um arquivo de linhas. Esta transformação foi realizada por meio do programa “grd2xyz.f”, desenvolvido na EPUSP.

- Restauração dos longos comprimentos de onda

Os longos comprimentos de onda provenientes dos modelos geopotenciais que haviam sido removidos anteriormente foram restaurados neste passo, uma vez que, suas informações foram necessárias no cálculo do N_p .

O processo de restauração se deu por meio do programa “restaura.f”, que foi desenvolvido na EPUSP. O arquivo de entrada foi o resultante da etapa anterior que continha as informações de longitude, latitude e a altura geoidal do curto comprimento de onda para todos os 2304 pontos. Além disso, também foram necessários os arquivos originais dos modelos geopotenciais utilizados.

Durante a restauração aplicou-se o termo de ordem zero, foi utilizado o valor de -0,41 m.

- Interpolação

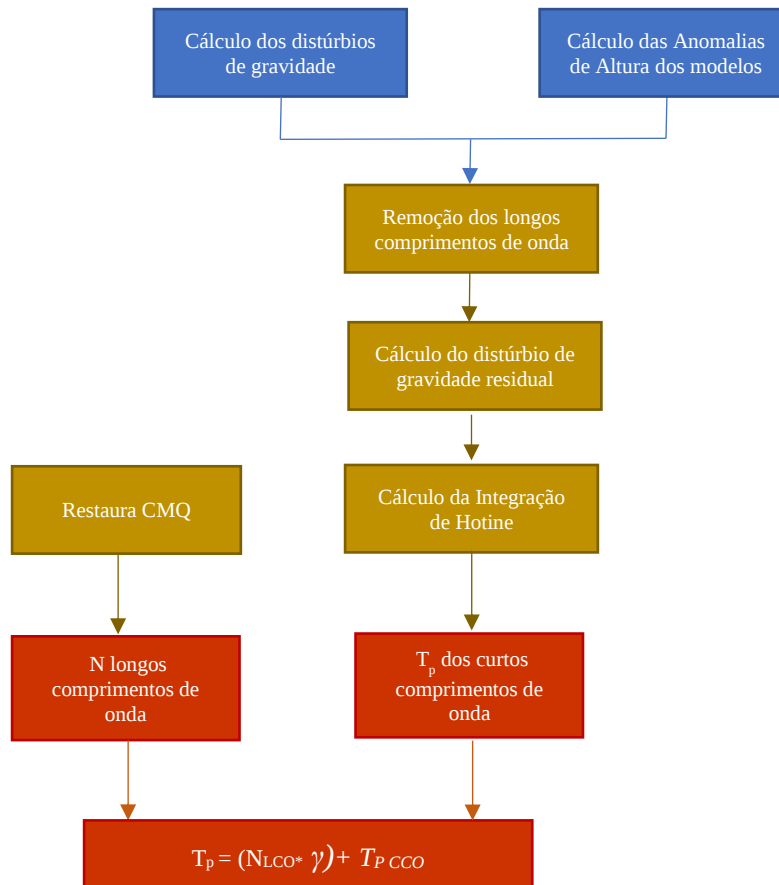
Esta etapa corresponde ao transporte de todas as informações obtidas no processamento, para a estação PPTE. O programa utilizado foi o “int5min.f”, que realiza a interpolação por meio de uma superfície polinomial. Para a interpolação foi necessário a inserção do arquivo contendo a localização da estação de interesse e o arquivo com os valores que se deseja interpolar; sendo, portanto, o arquivo contendo o valor da ondulação geoidal residual somado à ondulação resultante da correção do terreno, formando assim um arquivo contendo os valores dos curtos comprimentos de onda e o valor da ondulação geoidal contendo os longos comprimentos de onda, obtido na etapa de restauração.

O produto final é um arquivo com valores de longitude, latitude e o valor da contribuição para a ondulação geoidal das componentes de curtos comprimentos de ondas e; da mesma forma, um outro arquivo contendo a contribuição para a ondulação geoidal fornecida pelos longos comprimentos de onda para a estação PPTE e para a estação NEIA. Também foi realizado o cálculo estatístico para ambas componentes por meio do programa “xmoment3.sh”.

3.2.2. Cálculos RCR por meio da Integral de Hotine

Nesta etapa foi realizado o cálculo da anomalia de altura com os valores de distúrbio de gravidade para as estações PPTE e NEIA. O cálculo foi aplicado sobre os arquivos de distúrbios de gravidade residuais, removidos os longos comprimentos de onda, e posteriormente foi realizada a restauração dos longos comprimentos de onda, como mostra o Fluxograma 3. Estas etapas são idênticas as mesmas etapas descritas na seção 3.2.1. Sendo assim, nesta etapa está descrito somente como foi realizado o cálculo aplicando a Integral de Hotine.

Fluxograma 3 - Etapas no cálculo por meio da Integral de Hotine



Fonte: A autora.

- Integral de Hotine

O programa que calcula a Integral de Hotine modificada é chamado “hotine_5min.f”, desenvolvido pela EPUSP, é um programa que trabalha com uma grade de 5' x 5'. O programa calcula o curto comprimento de onda e fornece o resultado em termos de potencial. O seu cálculo é feito ponto a ponto, portanto, a rotina calcula os valores de potencial para cada ponto da grade; porém, interpola para o ponto de interesse. Assim, é necessário entrar com um arquivo de coordenadas do ponto de interesse.

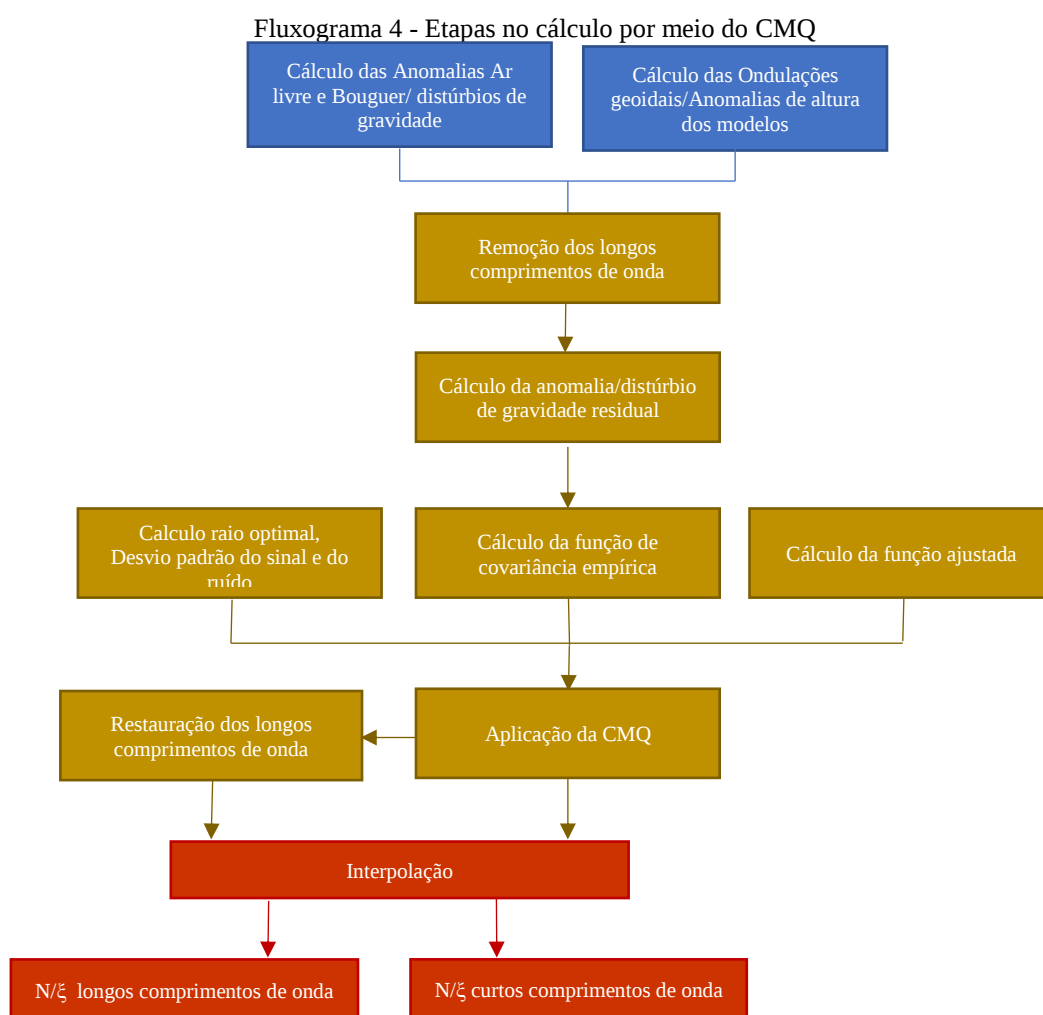
Como resultado o programa fornece o valor em termos de potencial da contribuição dos curtos comprimentos de onda para o ponto de interesse, que neste trabalho são as estações PPTE e NEIA. Sendo assim, para o cálculo do potencial perturbador utilizou-se os longos comprimentos de onda obtidos com a CMQ multiplicados pela gravidade teórica, os transformando assim em potencial, possibilitando a soma com o valor fornecido pela Integral.

3.2.3. Cálculos RCR por meio da CMQ

Nesta etapa foi realizado o cálculo da ondulação geoidal (N_p) utilizando como princípio a Colocação por Mínimos Quadrados. Seu cálculo foi realizado por meio de programas presentes no pacote de programas GRAVSOFT (FORSBERG; TSCHERNING, 2008).

A CMQ permite a manipulação de dados de anomalias e de distúrbios de gravidade. Portanto, o cálculo foi realizado utilizando estas duas variáveis, além de terem sido usados os mesmos modelos geopotenciais aplicados na FFT (EIGEN-6C4, GECO, GOCO05c e XGM20016) e com grau e ordem $n=m=200$. No cálculo da CMQ também não foram utilizados os valores de correção do terreno.

O cálculo da CMQ foi realizado seguindo as etapas apresentadas no Fluxograma 4.



Fonte: A autora.

A seguir foram criados tópicos explicando as etapas presentes no Fluxograma 4, com exceção dos tópicos já descritos na seção 3.2.1, que são: Cálculo das anomalias Ar livre e Bouguer/ distúrbios de gravidade; Cálculo das ondulações geoidais dos modelos; Remoção dos longos comprimentos de onda; Cálculo da anomalia/distúrbio de gravidade residual; Restauração dos longos comprimentos de onda; Interpolação; N/ξ longos comprimentos de onda, N/ξ curtos comprimentos de onda. Os cálculos dos distúrbios da gravidade não estão descritos; porém, seguem a mesma metodologia e as mesmas etapas que o processamento com anomalias de gravidade.

- Cálculo do raio *ótimo*, desvio padrão do sinal e do ruído

A primeira etapa foi a realização do cálculo do raio *ótimo* dos valores de anomalias de gravidade residual e de distúrbios de gravidade residual, além dos desvios padrão do sinal e dos desvios padrão do ruído, para a estação PPTE e NEIA.

O cálculo foi realizado por meio do programa “corona.f”, e como entrada são necessários a identificação do ponto, latitude, longitude e os valores residuais das ondulações geoidais e das anomalias de altura. Os resultados são fornecidos para o usuário.

- Cálculo da função de covariância empírica

A função de covariância empírica diz respeito à função formada pelos dados de entrada. Nesta pesquisa, foi calculada por dois programas o “correl.f” e o “empcov.f”, visando verificar qual se adapta melhor aos dados. Para ambos os programas é necessário inserir o valor do raio *ótimo* obtido na etapa anterior. Além de que o programa “empcov.f” exige ainda a inserção do número de linhas do arquivo de entrada e permite a distinção dos dados que estão sendo processados, como de distúrbios ou anomalias.

No final foram produzidos arquivos contendo os valores de variâncias das funções empíricas, que posteriormente foram inseridas no programa Excel, e, assim, produzido os gráficos.

- Cálculo da função ajustada

Esta etapa fornece a função covariância ajustada dos valores, com a qual, os valores obtidos na etapa anterior são comparados e analisados. O cálculo desta função ajustada (Equação 12) é realizada pelo programa “covfit.f”.

Para sua aplicação é necessário inserir o valor da variância das ondulações geoidais e anomalias de altura, o grau e ordem do modelo, o raio ótimo em minutos (valor resultante da primeira etapa multiplicado por 60') e o arquivo de erro do grau do modelo geopotencial, além da definição entre distúrbios ou anomalias de gravidade.

Os erros dos graus do modelo foram calculados com o programa “errordegree.f”, também desenvolvido pelos mesmos autores do pacote GRAVSOFT (FORSBERG; TSCHERNING, 2008).

Como produto do processamento, é produzido um arquivo contendo os valores de variâncias ajustadas, que foram inseridos na tabela criada no Excel anteriormente, para efeito de análise dos valores empíricos em relação aos ajustados.

- Aplicação da Colocação por Mínimos Quadrados

O método *Fast Collocation* foi usado neste trabalho com o intuito de obter o valor dos curtos comprimentos de onda e posteriormente o potencial para as estações PPTE e NEIA. Para a realização desta etapa foi necessário o arquivo do erro do grau da variância do modelo geopotencial, o arquivo de anomalias e distúrbios residuais organizados por ordem crescente de latitude. O programa compilado foi o “fastcol.f” que pede como informações o número de linhas e colunas do arquivo de entrada, a variância dos valores, o grau e ordem do modelo geopotencial que foi usado no processamento e também o ruído da variância.

Ao fim do processamento foram gerados arquivos contendo o valor dos curtos comprimentos de onda para cada estação utilizada para cálculo. Portanto, a próxima etapa foi a restauração dos longos comprimentos de onda e a interpolação destes valores para as estações de estudo (método de restauração e interpolação descrito na seção 3.2.1).

3.2.4. Cálculo do potencial perturbador (T_P) e do potencial da gravidade (W_P)

O cálculo do potencial perturbador do ponto de interesse leva em consideração três componentes: a componente dos longos comprimentos de onda, dos curtos comprimentos de onda e a gravidade teórica.

A gravidade teórica foi calculada utilizando a Equação (28), com isso, foi possível aplicar a Equação (29) e, conseqüentemente, obter o valor do potencial perturbador (T_P) para as estações PPTE e NEIA.

Feito isso, a próxima etapa foi calcular o potencial normal (U_P) por meio da Equação (26), e, com isso, calcular W_P aplicando a Equação (25). Estes cálculos foram realizados, também, por meio do Excel.

Assim, obteve-se o valor do potencial para as estações PPTE e NEIA com o método de cálculo que aplica a fórmula de Stokes/Hotine e de CMQ, para os quatro modelos geopotenciais, usando grau e ordem $n=m=200$.

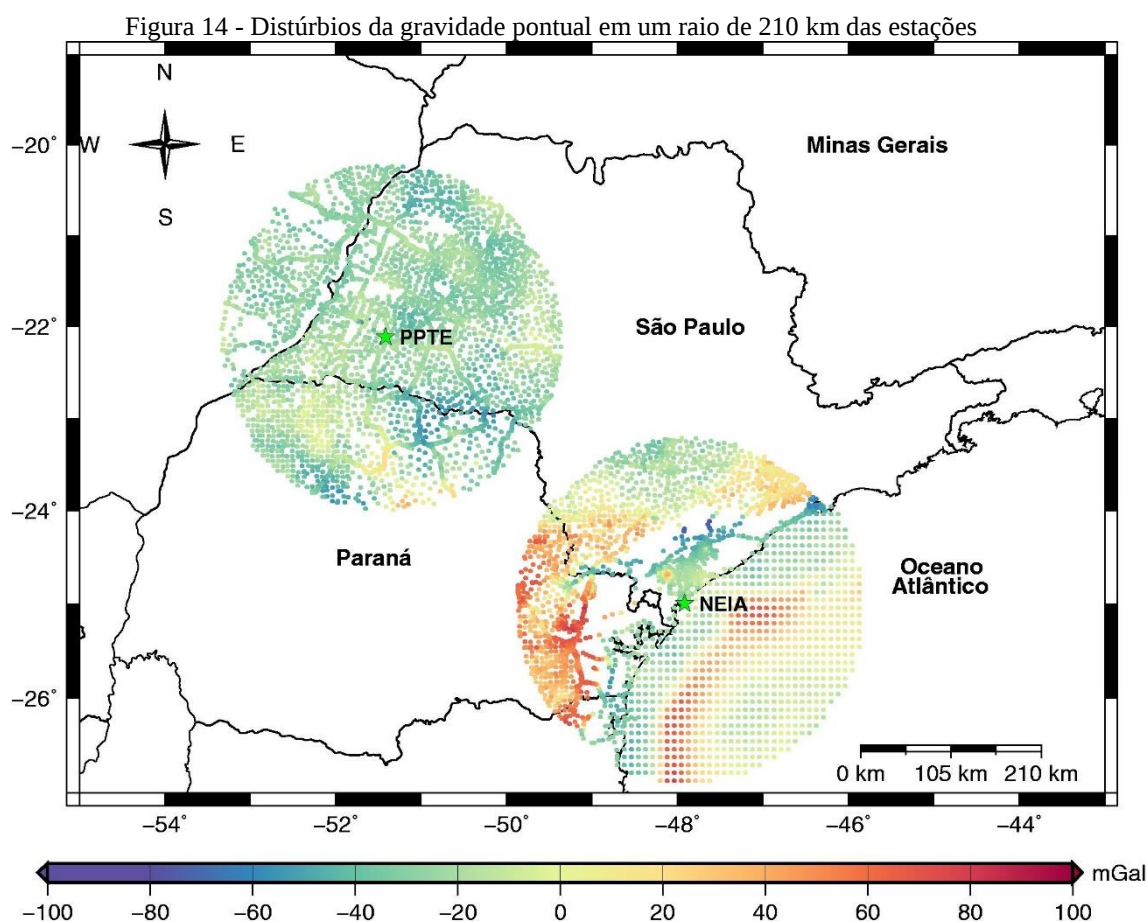
Porém, para efeitos de realizar mais comparações e validar os resultados, foram calculadas as altitudes normais, para as estações, aplicando a Equação (9). O cálculo de C , utilizado na equação, foi realizado aplicando Equação (2).

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

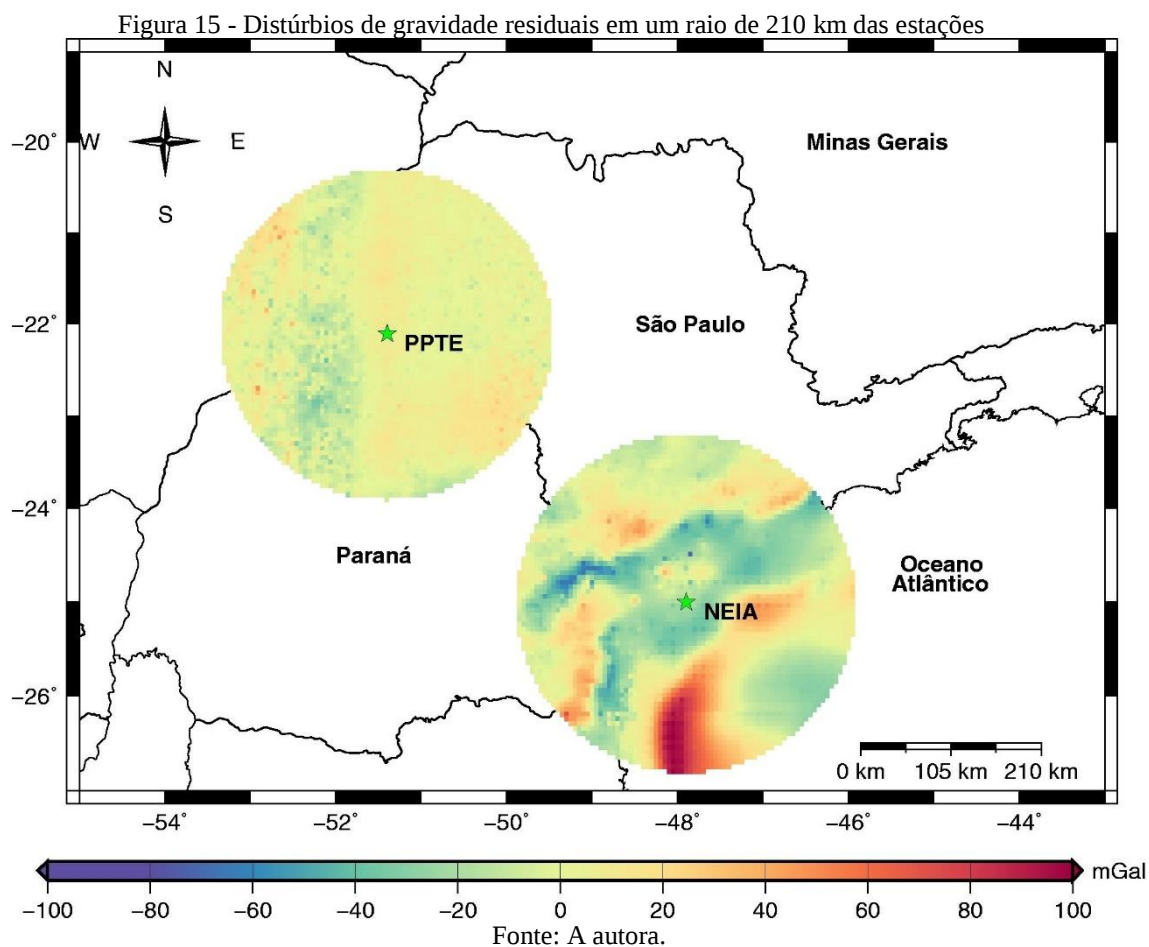
Nesta pesquisa foram calculados os potenciais (W_P) para as estações PPTE e NEIA. Este potencial foi calculado com duas fontes de dados: de distúrbios de gravidade e anomalias de gravidade, nos quais foram aplicadas duas metodologias de cálculo, ou seja, CMQ e FFT/Hotine, testando o comportamento de quatro MGG, o EIGEN-6C4, GECO, GOCO05c e XMG2016.

Esta seção apresenta os resultados obtidos e está dividida em duas subseções, uma para mostrar os resultados com relação a estação PPTE e outra para a estação NEIA.

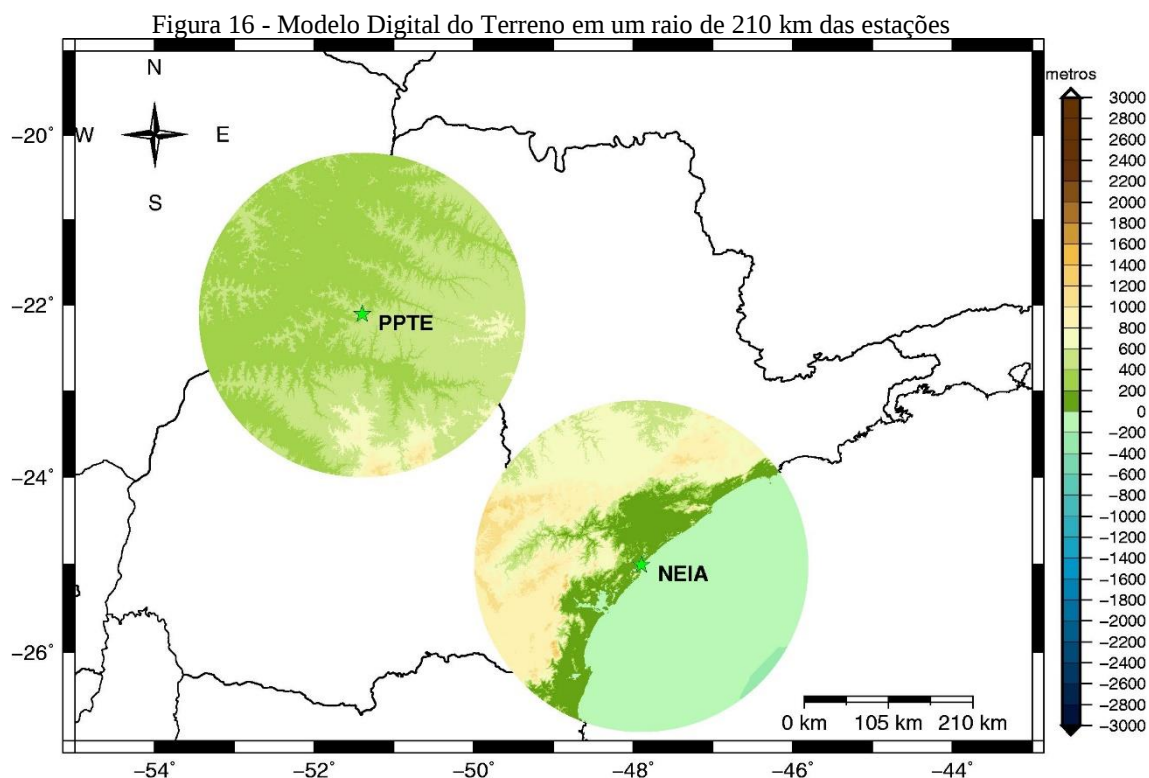
A Figura 15 mostra os valores de distúrbios de gravidade pontuais calculados a partir do modelo GOCO05c, com $n=m=200$, para as estações PPTE e NEIA. Para os outros modelos os distúrbios de gravidade não foram apresentados, pois as suas variações são imperceptíveis.



Por meio da Figura 15 nota-se uma maior variação para a estação NEIA, tanto na região marinha quanto terrestre, do que para a estação PPTE. A Figura 16 apresenta os valores de distúrbios de gravidade residuais calculados a partir dos distúrbios de gravidade.



A Figura 16 evidencia os diferentes comportamentos do distúrbio da gravidade para as estações. Nota-se que os valores residuais para a estação NEIA sofrem maior variação quando comparados com a estação PPTE. Na região marinha isso ocorre devido à qualidade dos dados de gravidade apresentados pelo modelo gravimétrico marinho e na parte terrestre é devido a maior variação topográfica. A Figura 17 apresenta o Modelo Digital do Terreno para estas estações. Nela pode-se observar essa maior variabilidade topográfica no entorno da estação NEIA.



Pela Figura 17 percebe-se que a topografia ao redor da estação NEIA varia desde -5 m à 1000 m aproximadamente, enquanto que para a estação PPTE essa variação é de 400 m, presente em sua maior parte, a 800 m, de forma aproximada.

4.1. Resultados obtidos para a estação PPTE

A seguir estão descritos os resultados obtidos para a estação PPTE. A Tabela 3 mostra os valores constantes de gravidade teórica (γ) e potencial normal (U_P) para a estação PPTE.

Tabela 3 - Gravidade teórica e potencial normal - PPTE

γ (Gal)	9.781,136250
U_P (m ² /s ²)	62.632.644,701

Fonte: A autora.

Durante o processamento foram produzidas estatísticas intermediárias para analisar a consistência do processamento e dos resultados. A Tabela 4 apresenta os valores de média, desvio padrão, máximo e mínimo das anomalias de altura residuais resultantes do método de CMQ e das ondulações geoidais residuais resultante dos

métodos de CMQ e FFT. Para as anomalias de altura calculadas pelo método de Hotine não foi possível obter estes valores estatísticos uma vez que o programa faz o cálculo ponto a ponto e interpola o valor para o ponto desejado, assim, como resultado, o programa fornece somente o valor de anomalia de altura da estação de entrada.

Tabela 4 - Valores estatísticos (m) das ondulações geoidais residuais e anomalias de altura residuais - PPTE

		Anomalias de altura residuais			
		EIGEN-6C4	GECO	GOCO05C	XGM2016
CMQ	Média	1,157	1,189	1,202	1,226
	Desvio Padrão	14,586	14,431	14,365	14,366
		Ondulações geoidais residuais			
CMQ	Média	1,979	2,010	2,030	2,054
	Desvio Padrão	13,893	13,736	13,684	13,680
FFT	Média	2,003	2,026	2,029	2,039
	Desvio Padrão	6,884	6,835	6,786	6,763

Fonte: A autora.

Analisando a Tabela 4 nota-se similaridade dos valores entre os MGGs, o que permite afirmar que todos os MGGs se adequam a área de estudo e que, devido à consistência apresentada, os dados de entrada foram validados. Verifica-se também, analisando os desvios padrão que os valores produzidos pelo método FFT apresentaram menor discrepância, sendo cerca de duas vezes mais precisos.

Após a validação dos dados processados, foram calculados os valores de potencial perturbador (T_P) para a estação PPTE, utilizando distúrbios de gravidade e anomalias de gravidade, pelo método CMQ e por Stokes/Hotine, os resultados estão apresentados na Tabela 5.

Tabela 5 - Potencial perturbador (m^2/s^2) para a estação PPTE utilizando distúrbios e anomalias de gravidade

	EIGEN-6C4	GECO	GOCO05c	XGM2016
(T _P) Distúrbios da Gravidade				
CMQ	-48,778	-48,671	-48,299	-48,455
Hotine	-51,366	-51,207	-50,854	-50,986
(T _P) Anomalias da Gravidade				
CMQ	-50,128	-49,883	-49,756	-49,864
Stokes	-49,277	-49,042	-49,120	-49,042

Fonte: A autora.

Analisando a Tabela 5 percebe-se que os resultados estão consistentes entre si. Os resultados apresentados pelo método de Hotine, a partir dos distúrbios da gravidade, apresentaram uma pequena diferença em relação aos demais experimentos, mas ainda assim estão consistentes, pois a diferença é considerada pequena.

Matos e Blitzkow (2018) apresentam o resultado em termos de potencial perturbador para a estação PPTE, usando $n=m=200$, com distúrbios de gravidade para o MGG GOCO05c, usando a Integral de Hotine. A Tabela 6 apresenta a diferença dos resultados obtidos com os distúrbios de gravidade, em relação aos apresentados em Matos e Blitzkow (2018), para a estação PPTE, que obteve para o potencial perturbador o valor de: $T_P = -46,982 \text{ m}^2/\text{s}^2$.

Tabela 6 – Diferença (m^2/s^2) entre T_P obtidos com T_P apresentado por Matos e Blitzkow (2018)

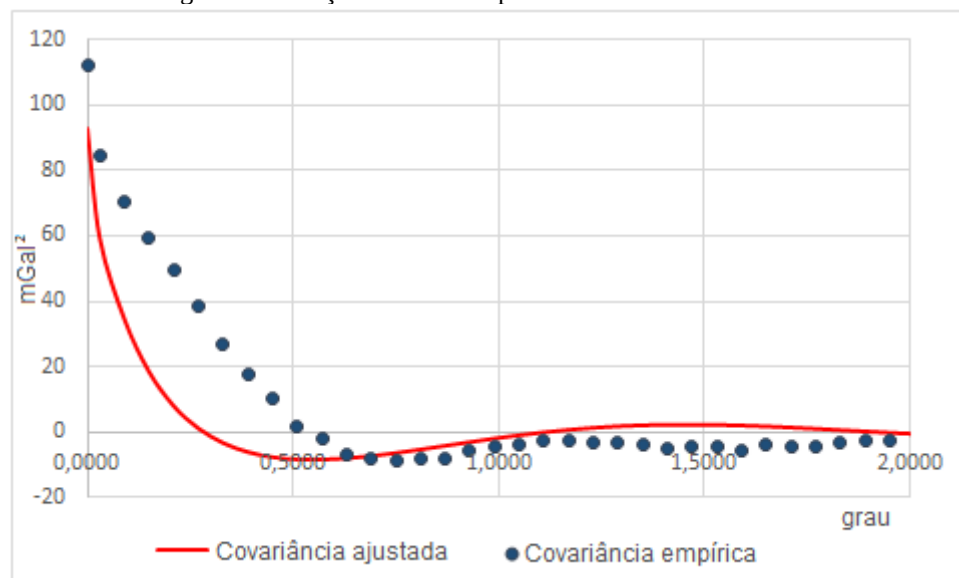
	EIGEN-6C4	GECO	GOCO05c	XGM2016
CMQ	1,796	1,689	1,317	1,474
Hotine	4,385	4,227	3,873	4,005

Fonte: A autora.

A Tabela 6 evidencia que os valores obtidos com o método de Hotine apresentaram maiores discrepâncias do que o método de CMQ, apesar de que o método utilizado pelos autores foi a Integração de Hotine. O modelo que apresentou menor discrepância foi o GOCO05c, que é o mesmo modelo utilizado no cálculo pelos autores. Estas diferenças obtidas são consideradas insignificantes. Assim, acatando os resultados apresentados por Matos e Blitzkow (2018) como verdade, pode-se afirmar que os métodos de processamento bem como os modelos utilizados apresentaram resultados consistentes e satisfatórios.

Durante o processamento pela CMQ foram gerados os gráficos das funções de covariância empírica. Porém, não foram apresentados todos, visto que eles possuem o mesmo comportamento. A Figura 18 corresponde à função de covariância gerada pelos dados de distúrbios de gravidade, para o modelo EIGEN-6C4. Nela pode-se perceber que os dados apresentam uma alta variância no início e com uma maior quantidade de dados a variância diminui.

Figura 17 - Função covariância para modelo EIGEN-6C4



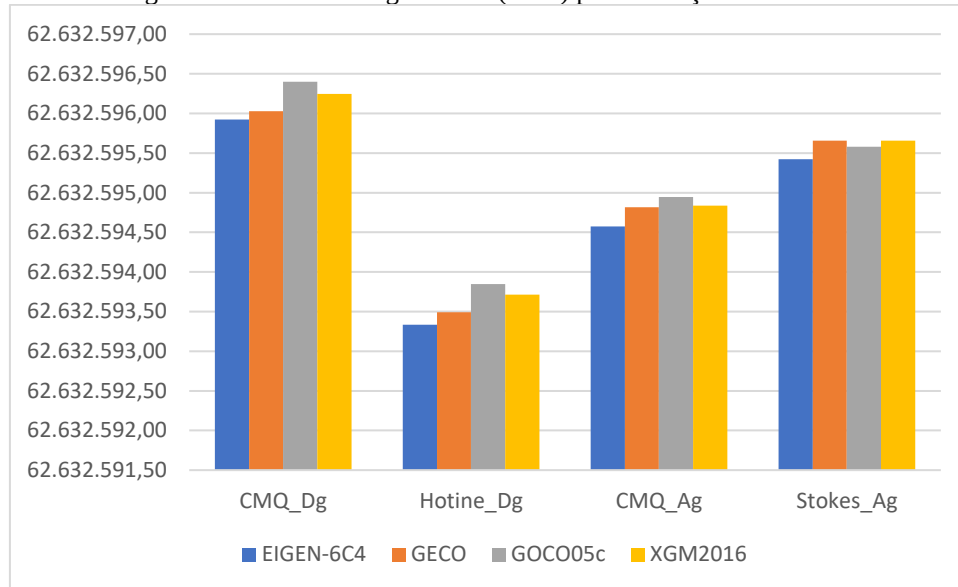
Fonte: A autora.

Os valores de potencial de gravidade (W_P) obtidos com o processamento dos dados, para a estação PPTE, utilizando distúrbios e anomalias de gravidade, estão apresentados na Tabela 7.

Tabela 7 - Potencial de gravidade W_P (m^2/s^2) para a estação PPTE				
	EIGEN-6C4	GECO	GOCO05c	XGM2016
(W _P) Distúrbios da gravidade				
CMQ	62.632.595,922	62.632.596,030	62.632.596,401	62.632.596,245
Hotine	62.632.593,334	62.632.593,492	62.632.593,846	62.632.593,714
(W _P) Anomalias da gravidade				
CMQ	62.632.594,573	62.632.594,817	62.632.594,944	62.632.594,837
Stokes	62.632.595,424	62.632.595,658	62.632.595,580	62.632.595,658

Fonte: A autora.

Por meio da análise da Tabela 7 verifica-se que os valores de potencial também estão consistentes entre si. A maior diferença foi proporcionada com o método de cálculo pela Integral de Hotine, como pode ser visto na Figura 19, por meio desta, também pode-se perceber que os modelos GOCO05c e XGM2016 foram os que apresentaram comportamentos mais semelhantes.

Figura 18 - Potencial da gravidade (m^2/s^2) para a estação PPTE.

Fonte: A autora.

Foi realizada a comparação, em termos de potencial de gravidade, entre os resultados obtidos utilizando o modelo EIGEN-6C4 com o valor do potencial calculado por meio do valor de ondulação geoidal fornecido pelo MAPGEO2015 para PPTE, cujo potencial da gravidade foi de $W_{P(\text{MAPGEO})} = 62.632.595,502$. A Tabela 8 evidencia a discrepância entre estes valores.

Tabela 8 - Discrepância (m^2/s^2) entre W_P calculado para o MGG EIGEN-6C4 com $W_{P(\text{MAPGEO})}$ para a estação PPTE

$W_P - W_{P(\text{MAPGEO})}$	
Distúrbios da gravidade	
CMQ	0,420
Hotine	-2,170
Anomalias da gravidade	
CMQ	-0,930
Stokes	-0,080

Fonte: A autora.

Com a Tabela 8 nota-se que o método de Stokes foi o que apresentou resultado mais semelhante com o valor de potencial calculado utilizando a ondulação fornecida pelo MAPGEO2015. No experimento o método em que foi aplicado a Integral de Hotine apresentou a maior discrepância.

Os valores das altitudes normais calculadas com os distúrbios de gravidade estão apresentados na Tabela 9. Salienta-se novamente que o cálculo não foi realizado para as

anomalias de gravidade uma vez que não se conhece a gravidade média e sim a gravidade teórica.

Tabela 9 – Altitudes normais (m) calculadas com distúrbios de gravidade para a estação PPTE.

	EIGEN-6C4	GECO	GOCO05c	XGM2016
CMQ	435,274	435,263	435,225	435,241
Hotine	435,539	435,523	435,487	435,500

Fonte: A autora.

O valor da altitude normal aproximada obtida com o valor da ondulação geoidal, fornecida pelo MAPGEO2015, foi de $H_N(\text{MAPGEO})$ 436,079 m. Ressalta-se mais uma vez que o ideal seria calcular utilizando um modelo quase geoidal (que fornece anomalia de altura) ao invés de um modelo geoidal (que fornece ondulação geoidal), uma vez que a altitude normal se vincula ao modelo quase geoidal; porém este modelo quase geoidal não está disponível. Outra informação relevante é que os valores de altitude normal obtidos com o processamento estão vinculados ao W_0 global, enquanto que as altitudes normais fornecidas pelo IBGE estão vinculadas ao *datum* de Imbituba, que por sua vez está vinculado a um W_0 local, assim é coerente que haja diferenças entre os resultados. As discrepâncias entre os valores calculados e este valor obtido pelo MAPGEO2015 estão apresentadas na Tabela 10.

Tabela 10 - Discrepância (m) entre H_N calculado e $H_{N(\text{MAPGEO})}$ para a estação PPTE.

	EIGEN-6C4	GECO	GOCO05c	XGM2016
CMQ	-0,805	-0,816	-0,854	-0,838
Hotine	-0,540	-0,556	-0,592	-0,579

Fonte: A autora.

Na comparação apresentada na Tabela 10, verifica-se que o método de cálculo que utiliza a Integral de Hotine apresentou as menores discrepâncias na altitude normal, sendo que o modelo EIGEN-6C4, apesar de pequena, também apresentou menor discrepância para a CMQ; isso pode ser explicado pelo fato de o MAPGEO2015 utilizar o MGG EIGEN-6C4 na sua produção. A média das diferenças obtidas foi de 0,697 m. Estas diferenças são significantes principalmente para aplicações em obras de engenharia que necessitam da gravidade para o transporte de água. Tal discrepância pode ser pelo fato de o valor da altitude normal $H_{N(\text{MAPGEO})}$ ter sido calculada considerando o modelo de ondulação geoidal ao invés do modelo quase geoidal e também pelo fato de estarem sobre superfícies de referência diferentes, os valores

calculados estão vinculados ao W_0 global enquanto o $H_{N(\text{MAPGEO})}$ ainda está vinculado ao *datum* de Imbituba.

4.2. Resultados obtidos para a estação NEIA

Os experimentos para a estação NEIA foram realizados aplicando os MGGs EIGEN-6C4, GECO, GOCO05C e XGM2016, para $n=m=200$, utilizando o método da CMQ, FFT e Hotine. A seguir estão descritos os resultados obtidos com os experimentos.

A Tabela 11 apresenta os valores calculados para a gravidade teórica e potencial normal para a estação NEIA.

Tabela 11 - Gravidade teórica e potencial normal – NEIA.

γ (Gal)	9.780,967500
U_p (m ² /s ²)	62.636.801,626

Fonte: A autora.

Para análise intermediária e validação dos dados de entrada foram realizados cálculos estatísticos de média, desvio padrão, máximo e mínimo das anomalias de altura residuais resultantes do método de CMQ e das ondulações geoidais residuais resultante dos métodos de CMQ e FFT. Ressalta-se mais uma vez que para o método de Hotine não foi possível obter estes valores estatísticos uma vez que o programa fornece como resultado somente o valor de anomalia de altura da estação de entrada. Estes valores estatísticos estão representados na Tabela 12.

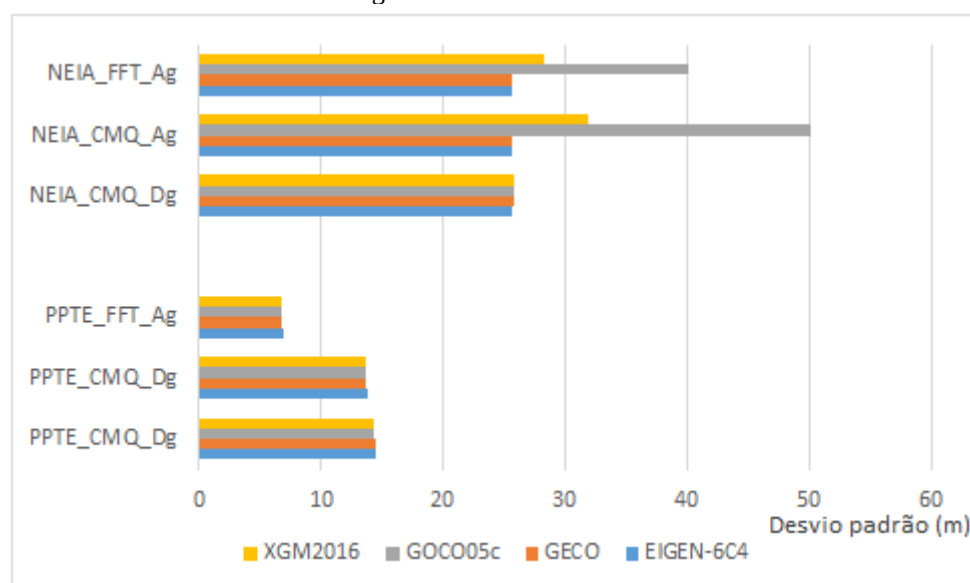
Tabela 12 - Valores estatísticos (m) das ondulações geoidais residuais e anomalias de altura residuais – NEIA

Anomalias de altura residuais		EIGEN-6C4	GECO	GOCO05C	XGM2016
CMQ	Média	-1,584	-1,450	-1,444	-1,357
	Desvio Padrão	25,728	25,836	25,787	25,851
Ondulações geoidais residuais		EIGEN-6C4	GECO	GOCO05C	XGM2016
CMQ	Média	-1,8592	-1,7266	14,0282	-1,6317
	Desvio Padrão	25,6178	25,7289	50,0548	31,9398
FFT	Média	-2,430	-2,453	0,346	-3,904
	Desvio Padrão	25,582	25,654	40,121	28,255

Fonte: A autora.

Para os dados de distúrbio, a Tabela 12 mostra homogeneidade entre os valores para todos os MGGs. Já para os dados de anomalia, percebe-se através dos valores de desvio padrão, que os modelos XGM2016 e principalmente o modelo GOCO05C apresentaram maior discrepância, que para o MGG GOCO05C é aproximadamente 2 vezes maior tanto para a CMQ quanto para a FFT. Nota-se também que comparando com os valores de desvio padrão apresentados pela estação PPTE os dados da estação NEIA apresentam maiores discrepâncias, cerca de duas vezes, em outras palavras, são duas vezes menos precisos. Isso pode ser explicado pelo uso dos dados gravimétricos marinhos derivados de altimetria por satélite; pelos vazios gravimétricos ao redor da estação NEIA e também pela não consideração do Modelo Digital do Terreno, uma vez que a estação NEIA possui maior variação altimétrica que a estação PPTE. A Figura 20 mostra os valores de desvio padrão das estações PPTE e NEIA, nela Dg é abreviação para distúrbio de gravidade e Ag para anomalia de gravidade.

Figura 19 - Gráfico de desvio padrão (m) das anomalias de altura residuais e das ondulações geoidais residuais.



Fonte: A autora.

Na Figura 20 fica clara a discrepância apresentada pelo modelo GOCO05C para os dados de anomalias. Também é evidente a maior precisão nos dados da estação PPTE.

Após análises foi realizado o cálculo do potencial perturbador (T_P) para a estação NEIA, utilizando distúrbios de gravidade e anomalias de gravidade, pelo método CMQ e por Stokes/Hotine. Os resultados estão apresentados na Tabela 13.

Tabela 13 - Potencial perturbador (m^2/s^2) para a estação NEIA utilizando distúrbios de gravidade.

	EIGEN-6C4	GECCO	GOCO05c	XGM2016
(T _P) Distúrbios da gravidade				
CMQ	-23,445	-23,288	-23,073	-23,200
Hotine	-19,308	-19,098	-18,802	-18,808
(T _P) Anomalias da gravidade				
CMQ	-23,367	-23,211	-25,353	-27,358
Stokes	-26,879	-26,693	-24,101	-26,174

Fonte: A autora.

Analisando a Tabela 13 nota-se consistência entre os resultados apresentados pelo método da CMQ, para os distúrbios e anomalias de gravidade, exceto os modelos GOCO05c e XGM2016 com dados de anomalias. Já os resultados quando calculados utilizando a Integral de Hotine apresentaram valores consistentes entre si, porém diferente dos demais métodos, isso pode ser devido ao fato de haver vazios gravimétricos na região ao redor da estação, e como a Integral de Hotine realiza a

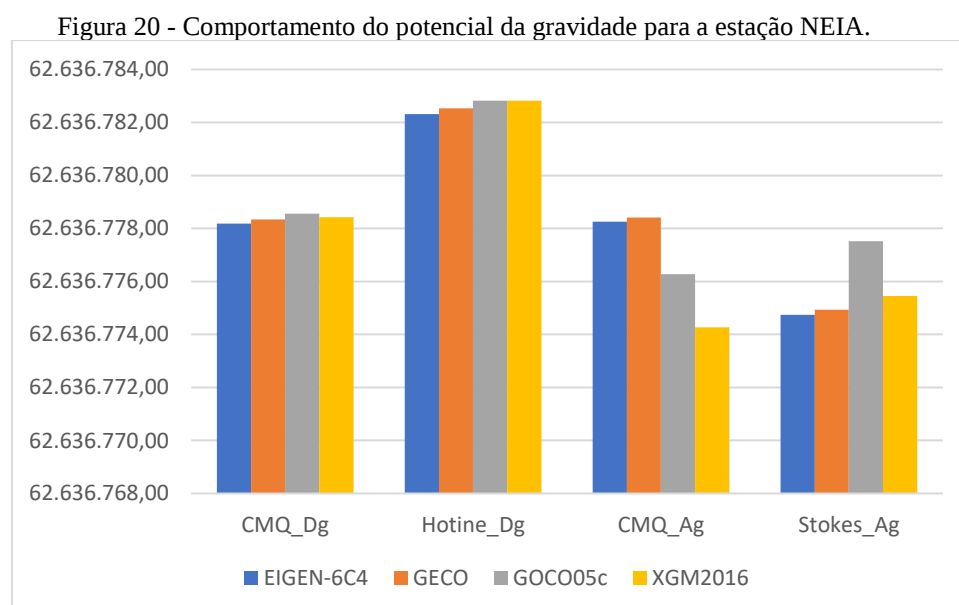
integração ponto a ponto, os resultados podem não ser satisfatórios. Os valores, quando utilizado a Integral de Stokes, também ficaram coerentes entre si, com exceção do modelo GOCO05c.

Os potenciais de gravidade (W_P) calculados para a estação NEIA seguem apresentados na Tabela 14, para os dados de distúrbios de gravidade e de anomalias de gravidade.

Tabela 14 - Potencial de gravidade W_P (m^2/s^2) para a estação NEIA.				
	EIGEN-6C4	GECO	GOCO05c	XGM2016
(W _P) Distúrbios da gravidade				
CMQ	62.636.778,181	62.636.778,338	62.636.778,553	62.636.778,426
Hotine	62.636.782,318	62.636.782,528	62.636.782,824	62.636.782,818
(W _P) Anomalias da gravidade				
CMQ	62.636.778,259	62.636.778,415	62.636.776,273	62.636.774,268
Stokes	62.636.774,747	62.636.774,933	62.636.777,525	62.636.775,452

Fonte: A autora.

Assim como para a estação PPTE, o método que utiliza a Integral de Hotine apresentou resultados mais discrepantes para distúrbios e anomalias quando analisados com os demais métodos. A Figura 21 mostra o comportamento do potencial da gravidade obtidos nos experimentos, é possível observar comportamento semelhante entre os modelos EIGEN-6C4 e GECO, e entre os modelos GOCO05c e XGM2016.



Fonte: A autora.

A Tabela 15 mostra a diferença entre os valores de W_P calculados utilizando o MGG EIGEN-6C4 com o valor de potencial $W_{P(MAPGEO)}$ calculado com o valor da ondulação geoidal fornecida pelo MAPGEO2015 para a estação NEIA.

Tabela 15 - Discrepância (m^2/s^2) entre W_P calculado para o MGG EIGEN-6C4 com $W_{P(MAPGEO)}$ para a estação NEIA

$W_P - W_{P(MAPGEO)}$	
Distúrbios de gravidade	
CMQ	-5,057
Hotine	-0,920
Anomalias de gravidade	
CMQ	-4,979
Stokes	-8,491

Fonte: A autora.

A Tabela 15 mostra uma discrepância significativa entre os valores calculados com o valor apresentado pelo potencial obtido com o MAPGEO2015. O método que aplica a Integral de Hotine foi o que apresentou menor discrepância. Este comportamento de altas discrepâncias, que não ocorreu para a estação PPTE, pode ser explicado pelo uso dos dados gravimétricos marinhos que não foram compatíveis, em termos de precisão, com os dados gravimétricos terrestres.

Os valores de altitude normal calculados com dados de distúrbios de gravidade para a estação NEIA estão esquematizados na Tabela 16. Cabe destacar novamente que o cálculo não foi realizado para as anomalias de gravidade uma vez que não se conhece o valor de gravidade média para as estações.

Tabela 16 - Altitudes normais (m) calculadas com distúrbios de gravidade para a estação NEIA

	EIGEN-6C4	GECO	GOCO05c	XGM2016
CMQ	7,690	7,674	7,652	7,665
Hotine	7,267	7,246	7,216	7,216

Fonte: A autora.

No descritivo da estação NEIA, fornecido pelo IBGE, o valor da altitude normal é $H_{N(IBGE)} = 7,764$ m. Assim, a Tabela 17 mostra as discrepâncias entre as altitudes calculadas e o valor fornecido pelo IBGE.

Tabela 17 - Discrepância (m) entre H_N calculado e $H_{N(IGE)}$ para a estação NEIA

	EIGEN-6C4	GECO	GOCO05c	XGM2016
CMQ	-0,074	-0,090	-0,112	-0,099
Hotine	-0,497	-0,518	-0,548	-0,548

Fonte: A autora.

Assim como na análise dos valores de potencial, percebe-se na Tabela 17 que os valores calculados pela Integral de Hotine apresentaram maiores discrepâncias do que o método da CMQ. Nota-se que os valores da CMQ estão consistentes entre si, o que evidencia certa igualdade entre os modelos para a área de estudo.

5. CONSIDERAÇÕES, CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Nesta pesquisa foram calculados valores de potenciais de gravidade para as estações PPTE e NEIA aplicando o ajustamento pelo método Colocação por Mínimos Quadrados (CMQ), via *Fast Collocation*, Integral de Stokes, via *Fast Fourier Transform* (FFT) e Integral de Hotine. Foram também utilizados quatro Modelos Globais do Geopotencial (MGGs): EIGEN-6C4, GECO, GOCO05c e XGM2016, até grau e ordem $n=m=200$. Além de terem sido usadas separadamente duas fontes de dados, os distúrbios e as anomalias de gravidade. Nos cálculos, foi usada a superfície equipotencial de referência W_0 e observados os aspectos estabelecidos na Resolução N° 1 (IAG, 2015), na qual dispõe sobre a criação do *International Height Reference Frame* (IHRF), que consta as condições necessárias para a realização do IHRF.

A análise espacial das informações gravimétricas ao redor das estações enfatizou a importância de se ter distribuição gravimétrica homogênea. Isso é pautado no fato de que a estação PPTE se adaptou melhor aos cálculos do que a estação NEIA. A estação PPTE apresentou melhores resultados, o que pode ser explicado pelo fato de possuir uma distribuição gravimétrica homogênea em seu entorno e por NEIA estar uma região de relevo acidentado, com áreas sem observações da gravidade, o que causou uma maior variação altimétrica, devido a distribuição não homogênea dos dados e também por ser uma estação litorânea.

Para a estação PPTE, os resultados obtidos foram consistentes uma vez que apresentaram coerência entre os si para os diferentes MGGs tanto para os distúrbios quanto para as anomalias de gravidade. A consistência dos resultados também é evidenciada quando são comparados os valores de potencial perturbador com o valor apresentado por Matos e Blitzkow (2018), com destaque para o método de CMQ que apresentou as menores discrepâncias.

A comparação entre os potenciais obtidos no processamento utilizando o MGG EIGEN-6C4 com o potencial calculado utilizando a ondulação do MAPGEO2015 mostrou-se satisfatória, uma vez que as discrepâncias apresentaram pequenos valores, que foi em média da ordem de $0,900 \text{ m}^2.\text{s}^{-2}$. Destaca-se os resultados obtidos com o método de Hotine que se diferenciaram dos outros valores, apresentando uma discrepância, em média, 4 vezes maior que os outros modelos.

Dentre os métodos de cálculo da ondulação geoidal residual e anomalia de altura residual, a Integral de Hotine apresentou maiores discrepâncias ao ser comparado com

os outros métodos, o que pode ser explicado pelo seu método de cálculo, que é ponto a ponto. Com exceção na comparação entre os valores de H_N calculados e o $H_{N(MAPGEO)}$ obtido por uma aproximação para a estação, a discrepância para a Integral de Hotine foi em média 0,50 m, enquanto que, para a CMQ foi de, 0,83 m.

Para a estação NEIA os resultados apresentaram uma maior variação do que para a estação PPTE. Isto pode ser explicado pelo uso do modelo gravimétrico de Sandwell et al. (2014) para a região marinha, que no método de Integração de Hotine não se adaptou aos cálculos, apresentando resultados não satisfatórios.

A comparação entre os valores de H_N calculados com o $H_{N(IBGE)}$ fornecido pelo IBGE mostraram um resultado satisfatório para o método CMQ, isso porque a discrepância obtida em média foi de 0,094 m, enquanto que para Hotine a média de discrepância foi de aproximadamente 0,528 m.

Já na comparação entre o valor de potencial, para o MGG EIGEN-6C4 com o potencial calculado a partir da ondulação fornecida pelo MAPGEO2015, o método de Integração de Hotine foi o que apresentou menor discrepância, enquanto o método de Stokes apresentou o maior valor.

Assim, entre os métodos de cálculo utilizados na pesquisa (CMQ, Integral de Stokes e Integral de Hotine) destaca-se que o método de Integração de Hotine apresentou resultados diferentes dos demais. Para a estação PPTE esta diferença foi pequena, o que o torna aceitável, já para a estação NEIA a diferença foi maior, tornando o método não recomendável.

Para as estações PPTE e NEIA as funções de covariância validaram os dados utilizados no trabalho, uma vez que elas apresentaram o comportamento de convergência esperado, em outras palavras, quanto maior a quantidade de dados menor a variância dos valores de ondulação geoidal residual e anomalias de altura residual.

Com os resultados obtidos notou-se que os valores alcançados para a estação PPTE foram mais precisos, o que é explicado pelo fato do uso de dados gravimétricos do modelo global marinho de Sandwell et al. (2014), produzido por satélite altimétrico. Na estação NEIA, por haver vazios gravimétricos ao redor da estação e, também, por ser uma estação localizada em região com muitas variações no relevo, uma vez que não foram consideradas as correções do terreno.

Quanto aos MGGs não se pode decidir e indicar qual melhor se adapta para a área de estudo, isto porque os potenciais obtidos com os métodos para cada modelo não apresentaram resultados discrepantes entre si, pelo contrário, apresentaram valores

próximos. O único destaque está para a estação NEIA, cujo MGG GOCO05c apresentou diferença no potencial perturbador nos resultados do método de CMQ e no da Integral de Stokes. Também, apresentou maior valor de desvio padrão para os dados de anomalias de gravidade para a estação NEIA.

Os resultados obtidos no trabalho foram satisfatórios principalmente para a estação PPTE, tanto os métodos como os MGGs analisados apresentaram consistência no resultado, mostrando assim que a metodologia usada pode ser aplicada para o cálculo do potencial e consequentemente do número geopotencial.

Recomenda-se que seja realizado testes com diferentes interpoladores para avaliar qual se adapta melhor, bem como a realização dos cálculos considerando a correção do terreno. Também recomenda-se:

- estudo vinculando o sistema altimétrico brasileiro (Imbituba e Santana) ao W_0 ;
- Constante densificação gravimétrica para que atenda ao requisito da IAG;
- Investigação sobre a qualidade dos dados de gravimetria marinha para estações IHRF, que estão no litoral.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALTAMIMI, Z., P. REBISCHUNG, L. MÉTIVIER, AND X. COLLILIEUX (2016), ITRF2014: A new release of the International Terrestrial Reference Frame modeling nonlinear station motions, **J. Geophys. Res. Solid Earth**, 121, 6109–6131, doi:10.1002/2016JB013098.
- ALTAMIMI, Z. COLLILIEUX, X, MÉTIVIER, L. ITRF2008: an improved solution of the international terrestrial reference frame. **J Geod** (2011) 85:457–473.DOI 10.1007/s00190-011-0444-4.
- ALTAMIMI, Z. COLLILIEUX, X, MÉTIVIER, L. **The International Terrestrial Reference Frame: preparation for ITRF2013** (sd), Disponível em: <ftp://ftp.ecgs.lu/public/publications/jlg/jlg97/JLG97_2013_Abstract_10-Altamimi.pdf>. Acesso em: 10 set 2014.
- ALVES, A. P. **Sobre a Técnica Fast Collocation (Colocação Rápida) na Determinação do Geóide do Estado de São Paulo Utilizando Dados das Missões Champ e Grace**. 2007. 134 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós-graduação em Sensoriamento Remoto. Sensoriamento Remoto, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre.
- AMARANTES, R. R. **Sistematização do processamento de dados gravimétricos aplicados à determinação do modelo geoidal**. 2012. 152 f. Tese de Doutorado em Engenharia Civil. Universidade de Campinas, Campinas, 2012.
- ARANA, D. **Modelos geoidais híbridos para o Estado de São Paulo: Desenvolvimento e avaliação**. 2016. Dissertação (Mestrado), Programa de Pós-Graduação em Ciências Cartográficas, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente, SP.
- BARTHELMES, F.; KÖHLER, W. International Centre for Global Earth Models (ICGEM). **Journal of Geodesy**, v. 86, n. 10, p. 932-934, out. 2012.
- BLEWITT, G., Y. BOCK, and J. KOUBA, **Constraining the IGS polyhedron by distributed processing, in Densification of ITRF Through Regional GPS Networks**. Edited by J. F. Zumberge and R. Liu, pp. 21–37. IGS Cent. Bur., Jet Propul. Lab., Pasadena, Calif., 1994.
- BLITZKOW, D.; CAMPOS, I. O.; FREITAS, S. R. C. **Altitude: O que interessa e como equacionar**. Anais do I Simpósio de Ciências Geodésicas e Tecnologia da Geoinformação, Recife, 2004.
- BLITZKOW, D.; MATTOS, A. C. O. C.; MACHADO, W. C.; NUNES, M. A.; LENGROBER, N. V.; XAVIER, E. M. L.; FORTES, L. P. S. **MAPGEO2015: O novo modelo de ondulação geoidal do Brasil**. Revista Brasileira de Cartografia. 2016. Sociedade Brasileira de Cartografia, Geodésia, Fotogrametria e Sensoriamento Remoto ISSN: 1808-0936. Disponível em:

<<http://www.lsie.unb.br/rbc/index.php/rbc/article/viewFile/1802/1057>>. Acesso em: 8 jan. 2019.

BOTTONI, G. P.; BARZAGHI, R. Fast collocation. **Bulletin Géodésique**. v. 67, p. 119-126, 1993.

BRACEWELL, R. **The Fourier transform and its applications**. 3rd edition, McGraw Hill, New York, 1986.

CARRIÓN SÁNCHEZ, J. L. **Vínculo do Datum Vertical Equatorialiano do International Height Reference System – IHRS**. Tese de doutorado em Ciências Geodésicas – Universidade Federal do Paraná. Curitiba, 2017.

CATALÃO, J. **A colocação por mínimos quadrados e sua aplicação à Geodésia Física**. Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa – Departamento de matemática. Lisboa, 2000.

CORRÊA E CASTRO JÚNIOR, C. A. **Arcabouço gravimétrico brasileiro e o meio ambiente: possibilidades e perspectiva**. 2018. 234f. Tese de doutorado em Ciências Ambientais. Universidade Federal de Goiás. Goiânia, 2018.

DALAZOANA, R.; FREITAS, S. R. C. de. **Efeitos na Cartografia Devido a Evolução Do Sistema Geodésico Brasileiro a Adoção de um Referencial Geocêntrico**. **Revista Brasileira de Cartografia**. Rio de Janeiro, v. 54, p.66-76, 2002. Disponível em: <[http://www.ltid.inpe.br/cursoadistancia/SIRGAS/Efeitos na cartografia.pdf](http://www.ltid.inpe.br/cursoadistancia/SIRGAS/Efeitos%20na%20cartografia.pdf)>. Acesso em: 22 nov. 2014.

DREWES, H. El proyecto “Sistema de Observación Geodésico Global” [Global Geodetic Observing System (GGOS)] de la Asociación Internacional de Geodesia (IAG). **Reunión IPGH**. Caracas, Venezuela. 17 de nov. 2005.

ELLMANN, A.; VANÍČEK, P. UNB applications of Stokes-Helmert’s approach to geoid computation. **Journal of Geodynamics**, v. 43, p. 200-213, 2007.

ESA – EUROPEAN SPACE AGENCY. **ESA’s gravity mission – GOCE**. BR-2009. Revised June 2006. ESA Publications Division. ESTEC, Noordwijk, The Netherlands, 2006.

FEATHERSTONE, W. E.; EVANS, J.; OLLIVER, J. A Meissl-modified Vaníček and Kleusberg kernel to reduce the truncation error in gravimetric geoid computations. **Journal of Geodesy**, v.72, p. 154-160, 1998.

FECHER, T.; PAIL, R.; GRUBER, T. **GOCO05c: A new combined gravity field model based on full normal equations and regionally varying weighting**. *Surveys in Geophysics*. Jan, 2017.

FECHER, T.; PAIL, R.; GRUBER, T. **The combined gravity field model GOCO05c**.

EGU General Assembly. Vienna, 2016. Disponível em: < <http://icgem.gfz-potsdam.de/getmodel/doc/17de3c1a5391d7d0397425eb7cfc8367ccbf77e33b8709600550ff8ea7ae9ceb> >. Acesso em: dez. 2018.

FOROUGH, I.; SANTOS, M. C.; AFRASTEY, Y.; KINGDON, R.; VANÍČEK, P. Rigorous Orthometric Heights: theoretical overview and advantages of use. **Geophysical Research Abstracts**. Vol. 20. 2018. EGU General Assembly, 2018.

FORSBERG, R.; TSCHERNING, C. C. **An overview manual for the GRAVSOFT geodetic gravity field modelling programs**. 2nd edition, Denmark, 2008.

FORSBERG, R.; TSCHERNING, C. C. **Topographic effects in gravity field modelling for BVP**. *Geodetic Boundary Value Problems in View of the One Centimeter Geoid*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg 1997. p. 239-272. doi: 10.1007/BFb0011707.

FÖRSTE, C.; BRUINSMA, S. L.; ABRIKOSOV, O.; LEMOINE, J-M; MARTY, J C; FLECHTNER, F; BALMINO, G.; BARTHELMES, F.; BIANCALE, R. (2014). EIGEN-6C4 The latest combined global gravity field model including GOCE data up to degree and order 2190 of GFZ Potsdam and GRGS Toulouse. GFZ Data Services. <http://doi.org/10.5880/icgem.2015.1>. **5th GOCE User Workshop**. Paris, 25 – 28 de nov. 2014. Acessado em mai. 2018.

FREITAS, S. R. C.; BLITZKOW, D. **Altitudes e Geopotencial**. IGES Bulletin, Milan, Special Issue for South America, 9: 47-62, 1999.

GEMAEL, C. **Introdução a Geodésia Física**. Curitiba: Editora UFPR, 1999. 304 p. ISBN: 8573350296.

GGOS – Global Geodetic Observing System. **Global Geodetic Observing System**. Disponível em: <<http://176.28.21.212/en/about/ggos-infos/>>. Acesso em: 12 de set. 2018.

GILARDONI, M.; REGUZZONI, M.; SAMPIETRO, D. **GECO: a global gravity model by locally combining GOCE data and EGM2008**. *Studia Geophysica et Geodaetica*, 60(2), pp.228-247. 2015.

GOMEZ, M. E; PEREIRA, R. A. D; FERREIRA, V. G.; DEL COGLIANO, D.; LUZ, R. T.; DE FREITAS, S. R. C.; FARIAS, C.; PERDOMO, R.; TOCHO, C.; CIMBARO, S. **Analysis of the Discrepancies Between the Vertical Reference Frames of Argentina and Brazil**. International Association of Geodesy Symposia. 2015.

GRACE – GRAVITY RECOVERY AND CLIMATE EXPERIMENT. **Science and mission**. Requirements document, revision A, JPLD-15928, NASA's Earth System Science Pathfinder Program, 1998.

GUIMARÃES, G. N. **A altimetria e o modelo geoidal no Estado de São Paulo**. São Paulo, 119p. Dissertação (Mestrado), Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Transportes. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. 2010.

GUIMARÃES, G. N. **A geoid model in the state of São Paulo: An attempt for the evaluation of different methodologies.** Tese de doutorado. 146p. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo, 2013.

GUIMARÃES, G. N.; BLITZKOW, D.; BARZAGHI, R.; MATOS, A. C. O. C. The computation of the geoid model in the state of São Paulo using two methodologies and GOCE models. **Bol. Ciênc. Geod.**, sec. Artigos, Curitiba, v. 20, no 1, p.183-203, jan-mar, 2014.

HEISKANEN, W. A.; MORITZ, H. **Physical Geodesy.** 373p. W. H. Freeman and Company. San Francisco, 1967.

HIRT, C.; FEATHERSTONE, W. E.; CLAESSENS, S. J. On the accurate numerical evaluation of geodetic convolution integrals. **Journal of Geodesy.** 2011. doi: 10.1007/s00190-011-0451-5.

HOFMANN-WELLENHOF, B.; MORITZ, H. **Physical Geodesy.** 2nd Edition, New York: Springer. 403 p. 2006.

IAG - INTERNATIONAL ASSOCIATION OF GEODESY. **Description of the Global Geodetic Reference Frame (GGRF).** Position paper adopted by the IAG Executive Committee. 2016. Disponível em: <http://iag.dgfi.tum.de/fileadmin/IAG-docs/GGRF_description_by_the_IAG_V2.pdf>. Acesso em: 7 de jan. 2019.

IAG – International Association of Geodesy. **Resolution nº 1.** Prague, July 2015.

IBGE – INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **MAPGEO2015 - Modelo de ondulação geoidal. Apresentação.** Disponível em: ftp://geoftp.ibge.gov.br/modelos_digitais_de_superficie/modelo_de_ondulacao_geoidal/aplicativo/setup_mapgeo2015_v1.exe. Acesso em: 22 de jul. 2018a.

IBGE – INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **O novo modelo de ondulação geoidal do Brasil MAPGEO2015.** Rio de Janeiro, nov. 2015. Disponível em: <ftp://geoftp.ibge.gov.br/modelos_digitais_de_superficie/modelo_de_ondulacao_geoidal/cartograma/rel_mapgeo2015.pdf> Acesso em: 14 de nov. 2017.

IBGE - INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Relatório do Ajustamento Simultâneo da Rede Altimétrica de Alta Precisão do Sistema Geodésico Brasileiro.** 2011. Disponível em: <<ftp://geoftp.ibge.gov.br/documentos/geodesia/relatorioajustamento.pdf>>. Acesso em: 14 de fev. 2017.

IBGE – INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Relatório do Reajustamento da Rede Altimétrica com Números Geopotenciais REALT-2018.** Rio de Janeiro, 2018b. Disponível em: ftp://geoftp.ibge.gov.br/informacoes_sobre_posicionamento_geodesico/rede_altimetrica/relatorio/relatorio_REALT_2018.pdf. Acesso em: 30 de jul. 2018.

IERS – INTERNATIONAL EARTH ROTATION AND REFERENCE SYSTEMS SERVICE. **IERS Conventions (2010)**. 2010. Disponível em: <<https://www.iers.org/IERS/EN/Publications/TechnicalNotes/tn36.html?nn=12932>>. Acesso em: dez. 2018.

IERS – INTERNATIONAL EARTH ROTATION AND REFERENCE SYSTEMS SERVICE. **The International Terrestrial Reference System**. Disponível em: <<https://www.iers.org/IERS/EN/DataProducts/ITRS/itrs.html>>. Acesso em: 25 abr. de 2017.

IHDE, J.; BARZAGHI, R.; MARTI, U.; SÁNCHEZ, L.; SIDERIS, M.; DREWES, H.; FÖRSTE, C.; GRUBER, T.; LIEBSCH, G.; PAIL, R. **Report of the Ad-hoc Group on an International Height Reference System (IHR)**. International Union of Geodesy and Geophysics. 2015.

IHDE, J.; SÁNCHEZ, L.; BARZAGHI, R.; DREWES, H.; FOERSTE, C.; GRUBER, T.; LIEBSCH, G.; MARTI, U.; PAIL, R.; SIDERIS, M. Definition and Proposed Realization of the International Height Reference System (IHR). **Surveys in Geophysics**, 2017.

IUGG - INTERNATIONAL UNION OF GEODESY AND GEOPHYSICS. **Resolution - Conventional Terrestrial Reference System**. Vienna, 23 aug. 1991.

JAMUR, K. P.; MELO, L.; FREITAS, S. R. C. **Avaliação dos Modelos do Campo da Gravidade Terrestre Advindos da Missão Goce - Gravity Field And Steady-State Ocean Circulation Explorer**. Paraná. 2010. Disponível em: <http://www.sirgas.org/fileadmin/docs/Boletines/Bol15/46a_Jamur_et_al_evaluacion_modelos_GOCE.pdf>. Acesso em: 14 de jun. 2017.

JARAMILO, A. G. S.; DALAZOANA, R. **Fundamentos de geodésia**. Universidade Federal do Paraná. 2015.

KRARUP, T. **A Contribution to the Mathematical Foundation of Physical Geodesy**. Geodætisk institut, 1969.

KOSTELECKÝ, J.; KLOKOCNÍK, J.; BUCHA, B.; BEZDEK, A.; FÖRSTE, C. **Evaluation of the gravity field model EIGEN-6C4 in comparison with EGM2008 by means of various functions of the gravity potential and by GNSS/levelling**. Geoinformatics FCE CTU 14(1). 2015. Doi:10.14311/gi.14.1.1.

LI, Y., SIDERIS, M. Estimation and minimization of geoid undulation errors, In: INTERNATIONAL ASSOCIATION OF GEODESY GENERAL MEETING. Beijing, China, **IAG Proceedings**. 1993.

LIMA, E. M.; SOUZA, S. F.; COLLISCHONN, C.; MATSUOKA, M. T.; KLEIN, I. Avaliação do novo geóide local GNSS da cidade de Porto Alegre/RS. In: XXVI Congresso Brasileiro de Cartografia. Gramado/RS. 2014. **Anais do XXVI Congresso Brasileiro de Cartografia**. 2014. v. 1. p. 1-9.

LISTING, J.B. **Über unsere jetzige Kenntnis der Gestalt und Grosse der Erde, Nachr. d. Kgl.**, Gesellsch. d. Wiss. und der Georg-August-Univ., 33-98, Gottingen. 1873.

MACHADO, W. C.; BLITZKOW, D.; MATOS, A. C. O. C. **Interpolação de anomalias de gravidade através de Redes Neurais visando o cálculo do modelo geoidal de Santa Catarina**. VIII Colóquio Brasileiro de Ciências Geodésicas, Curitiba, 2013.

MARQUES, É. T. **Automação do processo de modelagem geoidal aplicando diferentes métodos de redução gravimétrica em áreas geologicamente distintas**. Universidade Federal de Viçosa. Viçosa, jul. de 2017.

MATOS, A. C. O. C.; BLITZKOW, D. **Metodologia de cálculo para o estabelecimento do IHRF no Brasil**. SIMGEO2018. Recife, 2018.

MONICO, J. F. G. **Introdução a geodésia: perspectiva atual**. Universidade estadual Paulista – UNESP. Presidente Prudente, mar. 2018.

MONICO, J. F. G. **Posicionamento pelo GNSS: Descrição, fundamentos e aplicações**. 2ª ed. São Paulo: Editora UNESP. 2008.

MOREIRA, R. M.; FREITAS, S. R. C. Conexão de sistemas verticais de referência locais ao sistema geodésico brasileiro com base em um sistema vertical de referência global. **Bol. Ciênc. Geod.**, sec. Artigos. Curitiba. v. 22. Nº 2, p.232-247. Abr - jun, 2016.

MORITZ, H. **Advanced physical geodesy**. Karlsruhe : Wichmann; Tunbridge, Eng.: Abacus Press, 1980., v. 1, p. 506, 1980.

MORITZ, H. Geodetic reference system 1980. **Journal of Geodesy**, 74, 128-133. 2000.

NGS – NATIONAL GEODETIC SURVEY. **What is the geoid?** 2001. Disponível em: <https://www.ngs.noaa.gov/GEOID/geoid_def.html>. Acesso em: 30 de nov. 2017.

NICACIO, E.; DALAZOANA, R. **Passado e presente dos Modelos Globais do Geopotencial: Uma abordagem conceitual sobre sua evolução**. Revista Eletrônica Multidisciplinar – FACEAR. ISSN: 2316-2317. Abr. 2018. Disponível em: [http://www.revista.facear.edu.br/artigo/\\$/passado-e-presente-dos-modelos-globais-do-geopotencial-uma-abordagem-conceitual-sobre-sua-evolucao](http://www.revista.facear.edu.br/artigo/$/passado-e-presente-dos-modelos-globais-do-geopotencial-uma-abordagem-conceitual-sobre-sua-evolucao). Acesso em: 14 de jul. 2018.

PAIL, R. et al. *The Experimental Gravity Field Model XGM2016*. In: **1st Joint Comission 2 and International Symposium on Gravity, Geoid and Height Systems 2016**. Thessaloniki, Grécia, 2016.

PAPOULIS, A. **Signal analysis**. McGraw-Hill, New York, 1977.

PRIKRYL, M. **WinSCP Free SFTP, SCP and FTP client for Windows**. Versão 5.13. Dez. 2017. Disponível em: <https://winscp.net/eng/download.php>. Acesso em: 22 de jul. 2018.

REIGBER, C.; et al. **CHAMP phase-B executive summary**. GFZ, STR96/13, 1996.

RIVERA, A. E.; HECK, J.; PEREIRA, N. R. D. M.; CASTRO JÚNIOR, C. A. C. **Conexão altimétrica Brasil – Bolívia**. Simpósio SIRGAS 2015 y VII Escuela SIRGAS em Sistemas de Referência. República Dominicana, nov. 2015.

SÁ, N. C. **O campo de gravidade, o geoide e a estrutura crustal na América do Sul Novas estratégias de representação**. Tese de Livre Docência na IAG/USP. 2004.

SÁNCHEZ, L.; DENKER, H.; PAIL, R.; LIEB, V.; HUANG, J.; ROMAN, D.; ÅGREN, J.; AMOS, M.; IHDE, J.; BARZAGHI, R.; SIDERIS, M.; OSHCHEPKOV, I.; BLITZKOW, D.; MATOS, A.C.O.C.; PIÑON, D.; AVALOS, D.; FREITAS, S.R.C.; LUZ, R. **A first approximation to the International Height Reference Frame (IHRF)**. Joint Scientific Assembly of the International Association of Geodesy and the International Association of Seismology and Physics of the Earth's Interior (IAG-IASPEI 2017). Kobe, Japan. Ago, 2017a.

SÁNCHEZ, L.; IHDE, J.; PAIL, R.; BARZAGHI, R.; MARTI, U.; ÅGREN, J.; SIDERIS, M.; NOVÁK, P. **Strategy for the Realization of the International Height Reference System (IHR)**. Deutsches Geodätisches Forschungsinstitut (DGFI-TUM). Technische Universität München. Equador. Nov. 2016.

SÁNCHEZ, L.; IHDE, J.; PAIL, R.; GRUBER, T.; BARZAGHI, R.; MARTI, U.; ÅGREN, J.; SIDERIS, M.; NOVÁK, P. **Towards a first realization of the International Height Reference System (IHR)**. European Geosciences Union General Assembly. Viena, Austria. April, 2017b.

SÁNCHEZ, L.; SIDERIS, M. Vertical datum unification for the International Height Reference System (IHR). **Geophysical Research Abstracts**. Vol. 19. EGU General Assembly. 2017.

SÁNCHEZ, L. **SIRGAS-GTIII: Datum Vertical. Reporte 2005**. Reunión SIRGAS 2005. Caracas, nov. 2005.

SÁNCHEZ, L. Towards a vertical datum standardisation under the umbrella of Global Geodetic Observing System. **Journal of Geodetic Science**. p. 325-342. Munich, Germany. 2012.

SANDWELL, D. T.; MÜLLER, R. D.; SMITH, W. H. F.; GARCIA, E.; FRANCIS, R. New global marine gravity model from CryoSat-2 and Jason-1 reveals buried tectonic structure. **Science**. Vol. 346. Issue 6205, pp. 65-67. DOI: 10.1126/science.1258213. Science, oct. 2014.

SEVERO, T. C. **Estudo das Altitudes Físicas Aplicado à Rede Altimétrica Fundamental do Brasil no Estado do Rio Grande do Sul**. 2013. 96 f. Dissertação de

Mestrado em Sensoriamento Remoto. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2013.

SEVERO, T. C.; SOUZA, S. F.; MATSUOKA, M. T.; GEHLEN, A. K. Estudo das correções gravimétricas para altitudes físicas aplicadas aos desníveis da RAAP. **Bol. Ciênc. Geod.**, sec. Artigos. Curitiba. v. 19. Nº 3, p.472-497. Jul-set, 2013.

SILVEIRA, R. M. P.; SILVEIRA, C. T. Análise comparativa entre modelos digitais de elevação com distintas características de processamento e aquisição. **Bol. geogr., Maringá**. v. 33. Número especial, p. 106-121, 2015.

SIRGAS – SISTEMA DE REFERÊNCIA GEOCÊNTRICO PARA LAS AMÉRICAS. **Densificações nacionais do SIRGAS**. Disponível em: < <http://www.sirgas.org/pt/national-densifications/>>. Acesso em: dez. 2018.

TSCHERNING C.C.; RAPP, R.H. Closed covariance expressions for gravity anomalies, geoid undulation and deflections of the vertical implied by the anomaly degree covariance models. **Report of the Ohio State University**. Columbus, n. 208, 1974.

UN-GGIM - UNITED NATIONS INITIATIVE ON GLOBAL GEOSPATIAL INFORMATION MANAGEMENT. **The Global Geodetic Reference Frame for Sustainable Development**. 2015. Disponível em < <http://www.Unggrf.org>>. Acesso em: nov. 2018.

VANÍČEK, P.; KRAKIWSKY, E. **Geodesy: the concepts**. Holland: North-Holland, 1986. 697 p.

VERGOS, G. S.; TZIAVOS, I. N. Establishing an IHRS reference station. **IAG- IASPEI 2017**. Session G2.6. Kobe, Japan. Jul-Ago, 2017.

WANG, Y. M.; SÁNCHEZ, L.; ÅGREN, J. HUANG, J. Strategy for the Realization of the International Height Reference System (IHRS). GGOS Focus Area Unified Height System (GGOS-FA-UHS). **Joint Working Group (JWG)**. Sep. 2018.