

UNESP – UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Instituto de Geociências e Ciências Exatas

Campus de Rio Claro

**TEMAS REGIONAIS EM ATIVIDADES DE GEOMETRIA: UMA PROPOSTA
NA FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES DE MANAUS (AM)**

Selma Souza de Oliveira

Orientador: Prof. Dr. Geraldo Perez

Dissertação de Mestrado elaborada junto ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática - Área de Concentração em Ensino e Aprendizagem da Matemática e seus Fundamentos Filosóficos-Científicos, para a obtenção do Título de Mestre em Educação Matemática.

Rio Claro (SP)

2004

516 Oliveira, Selma Souza de
O48t Temas regionais em atividades de geometria : uma proposta na
 formação continuada de professores de Manaus (AM) / Selma
 Souza de Oliveira. – Rio Claro : [s.n.], 2004
174 f. : il., plantas + cd-rom, disquete

Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual Paulista,
Instituto de Geociências e Ciências Exatas
Orientador: Geraldo Perez

1. Geometria. 2. Professores – Formação. 3. Laboratório.
4. Investigação. 5. Reflexão. I. Título

Ficha Catalográfica elaborada pela STATI – Biblioteca da
UNESP
Campus de Rio Claro/SP

Comissão Examinadora

Prof. Dr. Geraldo Perez

Profa. Dra. Cármem Lúcia Brancaglioni Passos

Profa. Dra. Miriam Godoy Penteado

Selma Souza de Oliveira
- aluna-

Rio claro, 02 de dezembro de 2004.

Resultado: Aprovada

Dedico

***Ao Trino Deus, Criador, unicamente, que por Sua provisão me capacitou, Sua criatura, a
esta criação.***

Reconheço

*Que o grande EU SOU, em Seu cuidado por mim, suscitou você Edilson Roberto
qual farol a iluminar meu caminho com sua orientação segura e competente.
O partilhar da concretização deste trabalho foi “algo em torno de”.*

*A você meu amigo querido
Minha profunda gratidão.*

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Doutor Geraldo Perez pela compreensão e apoio ao escolher-me como sua orientanda e acreditar neste trabalho.

À Professora Doutora Cármen Lúcia B. Passos, minha “co-orientadora”, pós-qualificação. Jamais olvidarei o carinho e atenção a mim dispensado e a seriedade com que tratou este trabalho, apontando-me horizontes.

À professora Doutora Miriam Godoy Penteado, minha admiração pela simplicidade e ternura ao lidar com as pessoas; e a certeza de que suas sugestões e críticas construtivas enriqueceram esta investigação.

Ao Professor Doutor Paulo Sérgio Emerique. Procurando palavras para expressar minha gratidão, encontrei somente duas: sem palavras.

À Professora Doutora Rosa S. Baroni com seu jeito querido de ser possibilitou que eu tivesse um outro olhar para alguns tópicos da Análise Matemática.

Aos colegas da UNESP que de alguma forma manifestaram apoio a este trabalho.

Ao Instituto Nacional de Pesquisa da Amazônia (INPA) pela concessão de imagens utilizadas nesta pesquisa, bem como suas catalogações científicas.

À Doutora Ana Rosa Vital Trigo pelo apoio junto ao INPA.

À Escola Superior Batista do Amazonas (ESBAM) que, na pessoa do Dr. Elizeu Rodrigues de Lima, abriu suas portas e proveu meios à realização desta investigação.

Aos professores/alunos da ESBAM pela disponibilidade em participar como sujeitos desta investigação compartilhando suas experiências e revendo suas ações.

À sempre amiga Ireide Cunha pelo carinho, dedicação e disponibilidade em reservar parte do seu precioso tempo em meu favor.

À professora Maria José Melo pelo relevante suporte durante o primeiro ano de Mestrado.

À amiga Paula Edna por gentilmente se dispor em efetuar gratuitamente a revisão ortográfica deste trabalho.

Meu apreço à grande amiga Isolda Costa que nos momentos conturbados me amparou com palavras de conforto, sugestões e orações.

Ao amigo Disney Douglas por acreditar em mim, incentivando-me ao ingresso neste Programa de Mestrado.

À querida D. Mary Lombardi por acolher-me e transformar meus dias, nesta cidade, em “chocolate com afeto”.

À família Vital pela presteza ao reservar um “cantinho” para mim, em seu lar, durante a coleta de dados.

À amiga Cristina Vasquez pela gentileza nas traduções de alguns textos.

SUMÁRIO

ÍNDICE.....	i
ÍNDICE DE FIGURAS.....	ii
RESUMO.....	iii
ABSTRACT.....	iv
CAPÍTULO 1.....	1
CAPÍTULO II – Aportes Teóricos	10
CAPÍTULO III - Geometria – Um breve Histórico.....	37
CAPÍTULO IV – Ensino da Geometria na Formação de Professores: O que revelam as pesquisas.....	50
CAPÍTULO V – Da Pesquisa sobre a Geometria na Formação Continuada de Professores de Manaus(AM).....	69
CAPÍTULO VI – Análise.....	115
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	141
REFERÊNCIAS.....	147
GLOSSÁRIO.....	154
ANEXOS.....	156

ÍNDICE

CAPÍTULO 1

1.1 Introdução.....	1
1.2 Trajetória Pessoal.....	3
1.3 Justificativa.....	8

CAPÍTULO II – Aportes Teóricos

2.1 Laboratório de Ensino.....	10
2.2 Formação de Professores.....	22
2.3 Formação Continuada de Professores.....	25
2.4 Prática Reflexiva.....	30

CAPÍTULO III - Geometria – Um breve Histórico..... 37

CAPÍTULO IV – Ensino da Geometria na Formação de Professores: O que revelam as pesquisas..... 50

CAPÍTULO V – Da Pesquisa sobre a Geometria na Formação Continuada de Professores de Manaus(AM)

5.1 A Proposta.....	69
5.2 Método de Pesquisa.....	78
5.3 Desenvolvimento da Pesquisa.....	82

CAPÍTULO VI – Análise..... 115

CONSIDERAÇÕES FINAIS..... 141

REFERÊNCIAS..... 147

GLOSSÁRIO..... 154

ANEXOS..... 156

ÍNDICE DAS FIGURAS

Figura 1: Folha Simples.....	72
Figura 2: Vitória Amazônica.....	88
Figura 3: Icacinaceae Dendrob.....	91
Figura 4: Folhas simples e compostas, pertencentes ao bosque do Instituto Nacional de Pesquisa da Amazônia – INPA.....	95
Figura 5: Flores exóticas encontradas na Reserva Adolfo Ducke.....	99
Figura 6: Araçá-boi.....	108
Figura 7: Cupuaçu.....	109
Figura 8: Pata-de-vaca.....	110
Figura 9: Lamparina.....	111

RESUMO

Esta pesquisa tem como objetivo discutir uma proposta de trabalho, a partir de temas regionais como uma alternativa para o ensino da Geometria. Foi desenvolvida em um ambiente de reflexão e investigação, caracterizado, pela pesquisadora, como Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática. Desenvolveu-se um Estudo de Caso com enfoque qualitativo sob forma de um curso de Geometria. Em “cenários para investigação” e atividades de caráter aberto, foram investigados que conhecimentos geométricos os professores em formação continuada de Manaus (AM) poderiam obter a partir de imagens da Amazônia. Discutiu-se também a viabilidade desta proposta. A análise dos dados obtidos mostrou a importância de um trabalho com Geometria que estabeleça conexões com a realidade de alunos e professores de uma determinada região. Os resultados deste estudo apontaram que a existência de um ambiente para reflexão, investigação e discussão é uma necessidade “urgente” nas escolas daquela realidade.

Palavras-chave: Geometria, temas regionais, formação continuada, laboratório, “cenários para investigação”.

ABSTRACT

The objective of this research was to discuss an alternative proposal for teaching geometry that is based on regional themes. It was developed in an environment of reflection and investigation, characterized by the researcher as a Mathematics Teaching and Learning Laboratory. A case study was conducted, from a qualitative research perspective, of a geometry course being proffered to teachers engaged in continuing education in Manaus, Amazonas. In different “landscapes of investigation”, and open-ended activities, we investigated the knowledge of geometry that these teachers could acquire when they observed images of the Amazon. The viability of this proposal is also discussed. The analysis of the data obtained pointed to the importance of working with geometry in a way that establishes links with the reality of the region where the students and teachers are from. Results suggest that an environment for reflection, investigation, and discussion is urgently needed in the school in this region.

Key-words: Geometry, regional themes, continuing education, laboratory, “landscapes of investigations”.

CAPÍTULO I

1.1 Introdução

Muito se tem discutido, quer seja em encontros ou congressos pedagógicos, sobre as deficiências no ensino da Geometria. Várias pesquisas têm revelado que nas escolas, principalmente de Ensino Fundamental, pouco tempo é despendido nessa área de estudo. Embora a Geometria seja raramente ministrada, no ambiente escolar, por alguns professores, o que se tem constatado é que falta a esses profissionais mais clareza sobre o que, como, e de que forma, esse trabalho pode ser desenvolvido em sala de aula. É indiscutível que esforços têm sido feitos na busca de possíveis soluções para que esse panorama possa ser minorado.

Na Região Norte, especificamente no Amazonas, o quadro é mais agravante. Além de vários fatores que influenciam para o descaso da Geometria, em sala de aula, existe também a carência de literatura e de cursos de formação continuada para professores nessa área, fator que contribui substancialmente para que não haja muito empenho, por parte desses profissionais, na busca de alternativas para o ensino da Geometria.

A Amazônia tem características peculiares que são evidenciadas na cultura do povo amazonense. Este se orgulha da floresta porque é dela que extrai recursos para sua vida. Em função da proximidade de professores e alunos daquela região, com essa realidade, e considerando que a natureza é rica em formas geométricas, esse ambiente se torna propício para o ensino, aprendizagem e pesquisa.

Elementos da realidade do aluno em conexão com conteúdos geométricos são raramente considerados pelo professor. O ensino da Geometria ainda é muito centrado somente nos conteúdos programáticos faltando, portanto, a aplicação desses conteúdos a realidade do aluno. Em consequência disso, é imprescindível que além de conhecimentos sistematizados, relativos a Geometria, o professor também se aproprie de outros, inerentes a sua cultura, os quais ao serem trazidos para o ambiente escolar podem dar mais sentido ao seu “fazer pedagógico” contribuindo para um ensino mais produtivo.

Considero que o ensino da Geometria direcionado para os aspectos regionais, pode contribuir, como alternativa para o ensino, para que o aluno tenha uma melhor apreensão dos conceitos, relações e propriedades geométricas. Em vista disso, é importante um olhar cuidadoso, do professor, para os elementos existentes na natureza, trazendo-os para o ambiente de trabalho e investigando-os, junto aos alunos, em um ambiente de reflexão e investigação, caracterizado como um Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática. É sobre isso que trata esta pesquisa.

Sob essas perspectivas, organizou-se este trabalho em seis capítulos, contendo ao final minhas considerações, e um glossário para a compreensão do leitor sobre o vocabulário regional.

O Capítulo I apresenta além da introdução, minha trajetória pessoal, bem como justifica a importância deste trabalho para região amazônica. Para responder a

pergunta diretriz busquei na literatura aportes teóricos para esta pesquisa. É o que mostra o Capítulo II.

A inclusão de um breve histórico da Geometria no Capítulo III é de especial relevância neste trabalho, haja vista a carência de literatura sobre esse assunto nas escolas de Manaus. A maioria dos livros utilizados pelos professores naquela região são apenas os didáticos. Além disso, o conhecimento histórico da Geometria pode contribuir no processo educativo visto que, favorece, tanto ao professor, quanto ao aluno, uma melhor compreensão dos conceitos, relações e propriedades geométricas que foram sendo construídos e sistematizados, pelos matemáticos, ao longo da história.

No Capítulo IV emergem algumas considerações sobre o ensino da Geometria a partir do que foi possível encontrar em trabalhos de pesquisadores sobre essa temática, mais precisamente na formação de professores. O objetivo é verificar o que se têm feito nessa área e que contribuições são propostas, por esses autores. No levantamento bibliográfico efetuado em vários trabalhos, pude constatar que apenas alguns, versaram sobre esse tema na formação continuada de professores.

O método de pesquisa em que se fundamenta esta investigação é um estudo de caso com enfoque qualitativo que será discutido no Capítulo V onde estão também reunidos o que foi coletado, as descrições e a proposta deste trabalho. A análise dos dados, organizados em categorias, é apresentada, no Capítulo VI, onde é feito um entrelaçamento dos dados obtidos, via aportes teóricos, com o intuito de buscar possíveis respostas a esta investigação.

Nas considerações finais discute-se o resultado do que foi observado no trabalho com os professores, no decorrer desta investigação, bem como no material coletado. A viabilidade da proposta, a partir de temas regionais, tem neste momento seu desfecho final.

Espera-se que, a proposta a ser discutida, neste trabalho, propicie aos educadores, especialmente aos professores de matemática de Manaus, elementos que possam desencadear uma reflexão e análise crítica possível sobre um trabalho nesses moldes, com intuito de trazer contribuições para o ensino da Geometria e também da Matemática.

1.2 Trajetória Pessoal

Na época em que a palmatória ainda se fazia presente nas sabatinas da tabuada, efetuava-se a “conta de dividir” utilizando o seguinte processo: três vezes quatro doze; para quinze, quanto falta? Nesse contexto cursei o antigo primário em Manaus (AM) no Grupo Escolar Barão do Rio Branco, no período de 1963 a 1967 quando começaram minhas inquietações conseqüentes da falta de compreensão de conceitos fundamentais da matemática, os quais eram apenas “decorados”.

Grandes eram as dificuldades advindas das aulas, as quais eram predominantemente expositivas, dentro de uma abordagem tradicional, em que o

ensino centrava-se na figura do professor. O aluno, portanto, apenas executava o que lhe era determinado.

Almejando saber os porquês, mas não obtendo respostas, optei por ser professora, na esperança de encontrá-los e, ao exercer a profissão, tentar ajudar meus alunos na compreensão dessas questões. Ingressei então no curso Normal (Habilitação para o Magistério) em 1972 no Instituto de Educação do Amazonas.

Nessa época os cursos pré-vestibulares eram raros e caros e, por esse motivo iniciei, no ano seguinte, o curso Científico no Colégio Amazonense D. Pedro II, com o objetivo de obter melhores condições para aprovação no concurso vestibular para o curso de Licenciatura em Matemática. Esses dois cursos foram concluídos, respectivamente, em 1974 e 1975 e me proporcionaram uma visão mais ampla das disciplinas, tanto da área de Educação quanto da área de Exatas.

Ingressei no curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Federal do Amazonas (UA)¹ em 1977, cuja grade curricular não dispunha de disciplinas como, por exemplo: Didática e História da Matemática, as quais entendo que poderiam possibilitar uma melhor compreensão da matemática e do seu ensino.

Minha primeira experiência profissional se deu no período de 1976 a 1978 quando lecionei no antigo primeiro grau² no Centro Educacional Adventista de Manaus (CEAM). Percebi claramente que eu reproduzia o que me fora transmitido, com uma certa diferença, que se caracterizava por deixar meus alunos exporem suas dúvidas. Ao fazer isso, pude constatar que grande parte da dúvida deles era também minha.

Desde essa época eu já tinha interesse em participar de cursos de “atualização” e obter outras literaturas além do livro didático que pudessem auxiliar na minha prática, mas nesse tempo, tudo isso era muito raro em Manaus.

Por motivos pessoais e por um desejo de busca, parti para o Rio De Janeiro, no final do ano de 1978. Lá chegando, dei continuidade aos estudos e iniciei um trabalho no período de 1979 a 1988 no Instituto Adventista Guanabara e na Escola Adventista de Botafogo, lecionando matemática de 5ª a 8ª série.

¹ Sigla atual UFAM.

² Hoje Ensino Fundamental

A necessidade de trabalhar em dois turnos diários fez com que somente me fosse possível estudar no período noturno. Foi então que cursei Licenciatura em Matemática na Fundação Educacional Campograndense (FEUC) curso este concluído no ano de 1984. A grade curricular desse curso diferenciava-se substancialmente do curso da UA de Manaus. Sendo assim, houve necessidade de cursar algumas disciplinas complementares, dentre elas Didática da Matemática, a qual me possibilitou uma nova visão de alguns conceitos fundamentais.

No Rio de Janeiro tive a oportunidade de participar de várias palestras e cursos de formação continuada para professores, dentre elas, o estudo das frações utilizando um material concreto intitulado “Frac-Soma 2,3,5” ministrado, pelo Prof. Dr. Roberto Ribeiro Baldino, em 1984. Nessa ocasião tomei conhecimento da “Educação Matemática” que emergia na UNESP – Universidade Estadual Paulista, no Campus de Rio Claro (SP) e que me despertou para a possibilidade de cursar mestrado nessa área, porém isso não foi possível na época por questões financeiras.

Meu interesse pelo estudo da Geometria surgiu em 1986 ao participar de uma oficina ministrada pelo Prof. Dr. Rodolfo Canniato da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro. Nessa oficina, a Geometria foi estudada a partir de materiais concretos e atividades em grupo que me propiciaram uma nova concepção da disciplina. Esse fato desencadeou um repensar sobre minha prática, resultando em novos procedimentos metodológicos na ação em sala de aula. A partir de então, passei a conceber o meu ambiente de ensino, como um laboratório, e o laboratório como um ambiente de ensino, ou seja, um ambiente de ensino e aprendizagem propício para investigação e reflexão, tanto do professor, quanto do aluno.

Igualmente, as trocas de experiências e o conhecimento adquirido em “Encontros de Atualização Pedagógica” e “Semanas Especiais da Matemática” no Rio de Janeiro e São Paulo, bem como nos Encontros Nacionais de Educação Matemática - ENEM - contribuíram significativamente na minha trajetória, além de me proporcionarem condições para ministrar palestras, cursos e oficinas para professores.

Em 1988, a convite do IBA-Instituto Batista do Amazonas fui a Manaus ministrar um curso de formação continuada para professores de matemática de 1ª a 8ª

série e no ano seguinte, fui contratada por essa escola para exercer a função de coordenadora de matemática do 1º e 2º graus (hoje Ensino Fundamental e Médio).

Ao iniciar o trabalho, pude constatar que os problemas relativos ao ensino e à aprendizagem da matemática, evidenciados por alunos e professores, eram semelhantes aos de outrora. Foram então realizados vários encontros pedagógicos com o objetivo de reestruturar os conteúdos programáticos de cada série da referida escola. Cada professor dispunha de um horário com a coordenação, sob minha responsabilidade, para estudo e discussões acerca de dúvidas e propostas de trabalho.

Constatei que no 1º Grau (Ensino Fundamental) a Geometria raramente era abordada em aulas de matemática e no 2º Grau (Ensino Médio), seu ensino se dava de forma predominantemente expositiva. O professor apresentava as fórmulas na lousa e as aplicava na resolução de problemas padronizados. No final de cada bimestre o resultado desse trabalho era verificado pelo alto índice de reprovação.

Mesmo com a realização de encontros individuais e da implantação, em conjunto, de novas diretrizes, quais sejam, conteúdos, metodologias e avaliação, alguns professores foram muito resistentes a essas mudanças, ocasionando dessa forma dificuldades no trabalho, acarretando prejuízos, tanto pedagógico, quanto financeiro, para a escola.

Contando com o apoio da equipe técnica daquela instituição e de vários professores preocupados em repensar sua prática, foi dado prosseguimento ao desenvolvimento das atividades. A partir dessa preocupação em relação à situação do ensino em Manaus e, por assim ser, busquei conhecer outra realidade, a da escola pública, já que a escola particular apresentava tantos problemas. Prestei o concurso para a Rede Municipal, sendo admitida em 1990 como professora de 5ª a 8ª séries. As dificuldades eram novamente aparentes e semelhantes.

A maioria dos alunos que contatei, nas duas escolas onde trabalhava, não dominava as operações matemáticas fundamentais e os alunos do 2º Grau (Ensino Médio) ao iniciarem o curso, apresentaram dificuldades quanto aos conceitos básicos da Geometria implicando na compreensão dos conteúdos posteriores. Esses alunos quando questionados, em sala de aula, argumentaram que a origem de suas dificuldades encontrava-se em uma das três situações a seguir:

- a) Não estudaram Geometria no Ensino Fundamental.
- b) Por ser o “último” tema do livro, os professores encerravam os conteúdos, não abordando o tema Geometria.
- c) Alguns professores, quando interrogados, justificaram a falta de domínio sobre os conceitos fundamentais da Geometria.

Os fatores acima, bem como o número considerável de alunos por turma daquelas escolas dificultava uma prática pedagógica mais adequada. A partir dessas constatações, ministrei uma série de cursos e oficinas nas escolas em que trabalhava e em várias outras na cidade com os seguintes objetivos: detectar se as dificuldades também eram pertinentes a outras instituições e buscar junto a esses profissionais, soluções para os problemas que eles vivenciavam em sua prática.

O resultado era praticamente o mesmo em todas às escolas nas quais tive acesso e apesar de todo o investimento para que esses cursos pudessem proporcionar reflexões para novas perspectivas do ensino, alguns profissionais não sentiram a necessidade de mudanças. Outros, porém, se propuseram a refletir sobre sua prática e caminhar na busca de soluções para suas dúvidas.

Após o término dessas atividades, elaborei e apresentei um projeto junto aos professores do IBA, intitulado Expogeo-Exposição de Geometria, a qual se realizava no segundo semestre de cada ano letivo e envolvia professores e alunos do Ensino Fundamental e Médio de várias disciplinas, num trabalho interdisciplinar, o qual atraía a comunidade local que prestigiava os diferentes trabalhos construídos pelos alunos em salas de aula durante o primeiro semestre. Esse evento ocorria nos dois turnos de um determinado dia com atividades culturais e artísticas desenvolvidas pelo próprio alunado.

De posse das informações obtidas nos cursos ministrados e do interesse dos professores pelo projeto Expogeo, emergiu a preocupação de se trabalhar com a formação continuada de professores numa perspectiva voltada para o estudo da Geometria, com a conseqüente formação de um grupo de pesquisa, com o intuito de elaborar outros projetos nessa área, em Manaus.

A partir dessas reflexões, o antigo desejo tomou forma e a Educação Matemática se tornou mais próxima academicamente, a partir do ingresso no curso de Mestrado na UNESP-Rio Claro-SP. Meu objetivo com esses estudos é contribuir com o ensino da matemática em Manaus, aproximando os profissionais da Educação, que trabalham com Matemática, à Educação Matemática.

1.2 JUSTIFICATIVA

Durante os cursos e oficinas ministrados, sob minha responsabilidade, a professores de matemática, inclusive de Manaus, foi possível constatar que, a área de Geometria era a mais fragilizada. Os professores, apesar de lecionarem há mais de cinco anos, sentiam na sua própria formação inicial, as seqüelas dessa realidade. Por esse motivo, geralmente se mostravam inseguros diante de um curso de Geometria e suas expectativas eram em torno de conteúdos e propostas metodológicas. Eram notórias as dúvidas e dificuldades desses profissionais, concernentes a conteúdos geométricos e sua aplicabilidade em sala de aula.

Nos trabalhos desenvolvidos com outros professores de outras localidades o quadro era praticamente o mesmo. O ensino da Geometria ficava sempre posto à margem. Como justificativa, os docentes atribuíam a responsabilidade a uma inadequada formação inicial, outorgada pelos sistemas educativos, bem como à falta de apoio por parte das instituições em que trabalhavam.

Apesar das razões apresentadas, observou-se um contra-senso na fala deles, visto que, diante de novas abordagens para o ensino da Geometria, mostradas a eles, em cursos de “atualização”, alguns se mostravam resistentes a mudanças em suas práticas, alegando que, devido ao salário irrisório que recebiam trabalhando em um único turno, necessitavam lecionar em outros horários, portanto não lhes sobrava tempo para efetuar um trabalho diversificado.

Similarmente, eram grandes as dificuldades advindas de vários alunos do Ensino Fundamental e Médio. Ao serem interrogados sobre essas questões, esses estudantes expressavam ojeriza pela Geometria. Achavam-na difícil, repleta de fórmulas e demonstrações, sem nenhum significado real para eles.

Nas aulas com alunos do Ensino Médio, foi possível constatar que vários deles expressavam extrema dificuldade em fazer deduções de fórmulas geométricas por não conseguirem estabelecer conexões entre os conceitos da Geometria plana e espacial.

Nas atividades desenvolvidas em Manaus, tanto nos cursos de “capacitação” para professores, quanto nas aulas ministradas a alunos de Ensino Fundamental e Médio constatou-se que, naquela cidade, havia uma defasagem de cursos e livros paradidáticos de Geometria. A Educação Matemática era pouco conhecida na região e as escolas não possuíam laboratório de ensino de matemática. As aulas de Geometria eram preponderantemente expositivas, sem nenhum atrativo que despertasse o interesse do aluno nas atividades desenvolvidas em sala de aula.

A partir dessas constatações, buscou-se efetuar um trabalho, olhando para Geometria, na formação continuada de professores, com o propósito de contribuir com

o ensino na região, e tornar o laboratório de ensino uma realidade, com um grupo de pesquisa em Educação Matemática vinculado a ele.

A intenção em desenvolver uma pesquisa nessa área, já estava presente na minha trajetória e, ao chegar na Universidade Estadual Paulista - UNESP, fui então motivada a fazer este trabalho, voltado para temas regionais, em uma abordagem que contemplasse aspectos culturais da Amazônia considerando que a proximidade do povo manauara a essa realidade é um fator expressivamente forte em sua cultura.

A Amazônia possui um ecossistema único, devido à diversidade de espécies existentes, tanto na fauna quanto na flora. Desse ambiente, é possível selecionar alguns elementos que apresentam diferentes formas que sugerem relações com elementos geométricos e, por assim ser, esse cenário se constituiu num ambiente propício para esta pesquisa, desenvolvida com os objetivos:

- Verificar se e como o ensino da Geometria é conduzido atualmente por professores de matemática de Manaus.
- Identificar, a partir de temas regionais, conhecimentos de professores de matemática, relativamente à Geometria.
- Verificar como o laboratório, sendo um ambiente de ensino e aprendizagem, pode contribuir na apreensão de conhecimentos de Geometria.

Durante todo esse processo de reflexão uma pergunta foi se constituindo, para qual busca-se possível ou possíveis respostas.

Por que um Laboratório de Ensino de Geometria na formação continuada de professores, em Manaus (AM)?

CAPÍTULO II

APORTES TEÓRICOS

2.1. Laboratório de Ensino

O que significa um laboratório de ensino?

Na concepção de alguns autores foi possível constatar certas similaridades concernentes a um espaço físico, destinado à acomodação de materiais e onde se efetuam experimentos de ensino bem como produção de alguns materiais didáticos.

Segundo Oliveira (1983), o laboratório é um espaço onde se criam situações problemas e a partir delas são elaboradas hipóteses, analisados os resultados na busca de possíveis soluções. Esse espaço é entendido como um local onde se realizam pesquisas educativas, que envolvem projetos e execuções de experiências, ou seja, para essa autora, a conexão entre teoria e prática somente ocorre na experimentação, sendo, portanto, esse ambiente caracterizado por ela, como um “laboratório de práxis educativa” constituindo-se, como um laboratório de matemática, o qual desperta nos alunos o interesse pela pesquisa oportunizando assim o surgimento de “futuros matemáticos”.

Entende-se que não haja similaridade entre um laboratório de matemática e um laboratório de ensino de matemática, visto que, no primeiro a atenção dos pesquisadores é direcionada para a realização da pesquisa em matemática pura ou aplicada sem a preocupação com o ambiente escolar ao passo que, num laboratório de ensino de matemática a ênfase é dada ao processo educativo. Nesse ambiente, alunos e professores investigam, discutem, refletem, produzem e fazem questionamentos na busca de soluções para os problemas que emergem no cotidiano escolar.

Além de se constituir num espaço físico para o acondicionamento de materiais didáticos, Perez (1993) salienta que, o laboratório de ensino deve ser um ambiente agradável, que possibilite ações a fim de incentivar o interesse do aluno, auxiliando-o e motivando-o para a aprendizagem matemática. Esse ambiente vai além de produção e manipulação de materiais porque, alunos e professores interagem, criam e constroem

conhecimentos. Em consequência disso, é fundamental que o professor desenvolva um trabalho com competência e compromisso.

Para esse autor é importante que nesse ambiente de ensino o aluno produza seu próprio material, sob a orientação do professor, e que esse local se torne um ambiente de pesquisa contendo vários materiais didáticos, os quais poderão ser utilizados também em cursos de “capacitação” para professores.

Esses materiais, portanto, devem ser considerados como recursos didáticos importantes nesse processo conquanto não sejam deixados desconectados do real objetivo educativo, visto que, a utilização desses materiais concretos desvinculados de reflexões sobre o conteúdo abordado não propicia a construção do conhecimento matemático. Seu uso, vinculado ao contexto escolar certamente fará diferença na apreensão dos conteúdos, pelos alunos, pretendidos pelo professor.

Ao discutir sobre material didático, Lorenzato (1991) o analisa como fator importante no processo educativo, tendo em vista que, desenvolve no educando a capacidade de raciocinar logicamente, despertando sua criatividade e auxiliando-o na construção de seu conhecimento. Entretanto, o que Fiorentini e Miorim (1990) têm constatado é que nem sempre é claro para o professor a real importância desses materiais para o ensino-aprendizagem da matemática e com que objetivos devem ser utilizados. São importantes, mas não se tornam indispensáveis como mostra a citação:

Não precisamos de objetos na sala de aula, mas de objetivos na sala de aula, mas de situações em que a resolução de um problema implique a utilização dos princípios lógico-matemáticos a serem ensinados. Isto porque o material apesar de ser formado de objetivos, pode ser considerado como um conjunto de objetos “abstratos” porque esses objetos existem apenas na escola, para a finalidade de ensino, e não tem qualquer conexão com o mundo da criança.(CARRAHER & SCHILEMANN apud FIORENTINI & MIORIM, 1990, p.2)

O que se pode observar é que na concepção desses autores os materiais concretos por si só tornam-se completamente sem sentido para os alunos quando utilizados totalmente desvinculados da realidade deles. Assim sendo, esses recursos importantes tornam-se dispensáveis por perderem o objetivo primordial que é a

apreensão de conceitos e propriedades e suas aplicações a situações que surgem no cotidiano do aluno.

Ewbank (1977) representa o laboratório como um lugar, um processo, um procedimento. No que se refere a lugar é uma sala estruturada para experimentos matemáticos e atividades práticas. O termo laboratório é também caracterizado, como uma abordagem utilizada em sala de aula, onde os alunos trabalham de maneira informal, ou seja, se movimentam, discutem, opinam e fazem descobertas. Isso é o que o autor denominou de um processo, um procedimento.

Nesse contexto, a aproximação com o laboratório possibilita ao aluno o envolver-se em experiências matemáticas em um local rico em materiais concretos, os quais ele deverá ter pronto acesso, com o objetivo de desenvolver atitudes de questionamentos e conseqüentemente a descoberta de alguns princípios, padrões ou procedimentos matemáticos.

Para Maldaner (2000) a existência de um espaço adequado é condição necessária, mas não suficiente para uma boa proposta de ensino, tendo em vista que, esse espaço é muitas vezes mal aproveitado pelos professores, devido a falta de preparo desses profissionais na formação inicial. Diante disso, o autor destaca que ocorre um distanciamento entre essa formação e a atuação desses docentes nas atividades do laboratório, em que a teoria é totalmente desvinculada da prática.

Apesar da impossibilidade de uma definição totalmente inclusiva sobre um laboratório de ensino devido aos diversos usos e formas de organização desse espaço, Barson (1977) apontou características comuns pertinentes a muitos laboratórios de ensino de matemática descrevendo-as como segue:

- O laboratório configura-se em uma sala organizada onde são desenvolvidas atividades individuais ou em grupo de forma simultânea com assuntos e materiais diversificados.
- A sala é rica em materiais concretos de preferência elaborados por alunos e professores.

- O trabalho do professor, centrado no aluno, poderá ser desenvolvido de diferentes formas, quais sejam, com pequenos grupos, individualmente ou com a classe toda.
- Aos alunos devem ser oportunizadas situações, para que descobertas, possam ser efetuadas e discutidas em grupo sem a preocupação de tempo delimitado.
- A organização do trabalho no laboratório deveser ser flexível de forma que o aluno possa movimentar-se de uma atividade a outra, dependendo de seus interesses e necessidades.
- Há uma busca de aprendizagem multimídia ou multisensora, usando fitas, filmes, gravações e outros materiais.
- Livros diversificados e panfletos deverão ser utilizados como materiais de referência para o aluno. Devendo abranger várias séries e incluir uma grande variedade de tópicos.

Muitos laboratórios apresentam essas características porque geralmente são centrados nas atividades desenvolvidas pelo aluno. Nesse espaço o educando é colocado diante de uma situação problema e por meio da observação, auto-exploração e da descoberta busca soluções de acordo com experiências adquiridas, necessidades e interesses.

O trabalho desenvolvido no laboratório costuma ser restrito no que se refere ao tempo de contato que, o aluno tem com o material e a essência da compreensão dos conceitos que poderão ser extraídos a partir dos experimentos. É o que mostra a pesquisa de Hodson (apud SILVA e ZANON 2000). Essas autoras apontam algumas limitações pertinentes a um laboratório, como por exemplo, a falta de conexão entre teoria e prática e a insuficiência da motivação para que os alunos se interessem nas atividades práticas.

Entende-se que, embora os alunos percebam o laboratório como um lugar, onde estão ativos, no sentido de estar fazendo algo, muitos deles têm dificuldades de estabelecer conexões entre o que estão fazendo e o que estão aprendendo. Diante disso, as atividades práticas perdem o real sentido a que se propõem.

Um dos objetivos para as atividades no laboratório é a motivação do aluno, entretanto Silva e Zanon (2000) mostraram que isso nem sempre acontece, porque existem alunos que expressam antipatia ao trabalho prático, e o entusiasmo que tal atividade pode causar diminui de maneira significativa na medida em que os docentes vão se tornando mais amadurecidos. Nesse contexto as pesquisadoras pontuam que em um laboratório de ensino, deve-se trabalhar menos prática e mais reflexão. Concepção refutada por Barson (1977) que prioriza a prática nesse ambiente.

Segundo esse autor, basicamente há quatro tipos diferentes de laboratório de ensino de matemática.

- **Laboratório descentralizado:** está localizado na própria sala de aula, ou seja, todas ou algumas salas possuem um espaço próprio para o desenvolvimento das atividades propostas e coordenadas pelo professor regente de classe.
- **Laboratório centralizado:** configura-se em um espaço central, inserido na escola, onde, geralmente, existe um professor responsável pelo desenvolvimento das atividades elaboradas previamente, de acordo com os diferentes níveis escolares obedecendo a um horário destinado a cada uma das turmas da escola.
- **Laboratório de time:** nessa modalidade de laboratório, as atividades são elaboradas por um grupo de professores (times) e a característica marcante é o uso constante desse local pelos alunos que estarão sempre sob a orientação de um dos professores do grupo. Os conceitos matemáticos trabalhados serão de acordo com os interesses dos alunos ou sobre qualquer outro tópico que o time considere relevante para esses educandos.
- **Laboratório errante ou móvel:** o qual é útil quando a escola não dispõe de um local e não pode arcar com a compra de muitos materiais didáticos. Os disponíveis são acondicionados em locais de fácil acesso aos professores, e transportados por eles à sala de aula para que as atividades possam ser desenvolvidas.

Em todos esses tipos mencionados entende-se que existem vantagens e desvantagens. O laboratório descentralizado, por exemplo, facilita a utilização dos materiais didáticos, o movimento dos alunos e o horário para o desenvolvimento das atividades (problema comum existente em outros tipos de laboratório). Esse laboratório, também pode ser organizado em salas ambientes as quais, representam um espaço a ser explorado por alunos e professores atendendo aos seus interesses e aos objetivos das atividades propostas pelo docente.

Entretanto, reorganizar o espaço da sala de aula em salas ambientes não garante por si só a aprendizagem dos alunos e nem mudanças na prática pedagógica, mas pode facilitar o processo educativo quando o professor considera o conteúdo a ser partilhado a estratégia a ser desenvolvida e a avaliação dos resultados obtidos. Nesse contexto, as mudanças da prática pedagógica serão resultantes dessas reflexões e das discussões que o professor faz sobre suas ações e esse “saber fazer” é um processo permanente.

Já no laboratório móvel a desvantagem existente se localiza no aspecto dos materiais concretos, visto que, o acesso a eles nem sempre é imediato quando a necessidade aparece, e muitas vezes o tempo gasto no transporte desses objetos pode contribuir para que as atividades propostas não sejam efetivadas, na sua íntegra, no decorrer daquele horário de aula.

O laboratório de ensino pode proporcionar aos alunos grandes benefícios quando é priorizada tanto prática quanto reflexão, pois é fundamental à prática a proposta que a justifique e isso só é possível mediante a reflexão. Assim sendo, a desconexão entre ambas acarretará prejuízos ao aluno, pois, a prática servirá apenas como caráter motivador e não educativo.

Ao referenciar Ewbank (1977), Weaver adverte que laboratórios, atividades e experiências, podem facilmente tornar-se “modismos” na Educação Matemática na medida em que os projetos elaborados pelos profissionais da Educação não contribuam para o currículo proposto pela instituição. Não obstante, Abreu (1997) mostrou, em sua pesquisa, o quanto o laboratório de ensino pode contribuir na formação continuada do professor de matemática.

A referida autora estabeleceu pontos positivos relacionados ao laboratório, inserido na escola, como um espaço onde os professores discutem sua prática

pedagógica a partir de atividades cotidianas de sala de aula e avaliou o quanto esse ambiente pode colaborar no Ensino de Matemática, principalmente nas séries iniciais. “O aluno precisa ser provocado e desafiado com situações - problemas que o façam buscar e desenvolver novos conceitos matemáticos” (ABREU, 1997, p.7).

Nessa abordagem o laboratório vai além de uma sala montada para guardar materiais didáticos. Constitui-se, portanto, como uma proposta que envolve princípios e objetivos educacionais relativos ao ensino da matemática na formação continuada do professor. É um espaço onde o aluno além de efetuar trabalhos com atividades lúdicas, expõe e partilha suas idéias com liberdade, contribuindo para o crescimento individual e em grupo, buscando soluções para os problemas que emergem no cotidiano escolar.

A autora segue destacando que seria ideal que os professores tivessem também um ambiente que os desafiassem, fazendo-os refletir sobre suas práticas e suas concepções de ensino e aprendizagem. Um espaço reservado para discutir a matemática e o seu ensino a partir da análise de conceitos básicos, das formas de trabalho individual e coletivo, pensando a interdisciplinaridade, e refletindo sobre os caminhos apontados pelos alunos.

Nesse ambiente, as dificuldades dos professores e os problemas que emergem no cotidiano da sala de aula devem ser discutidos em grupo de modo que esse procedimento seja uma constante na formação continuada do professor. Esse local para discussão onde são proporcionados momentos de planejamento e reflexão é o que a autora caracterizou como “Laboratório de Matemática”.

Assim, é preciso que os professores em serviço disponham, na escola em que atuam, de um Laboratório de Matemática que seja um espaço: para construírem os seus materiais didáticos, adaptando-os à sua realidade, criando e refletindo situações próprias de ensino; organizado para discussões em relação ao Ensino da Matemática; para inovar a partir de seus interesses e valores em relação a educação; como um instrumento para ajudar na sua formação continuada (ABREU, 1997, p.53)

Ao investigar o processo de desenvolvimento profissional de professores e professores formadores que participaram de um laboratório de ensino e aprendizagem de ciências e matemática, Guérios (2002) mostrou que a princípio esse ambiente

apresentava-se simplesmente como um espaço físico, mas ao longo do tempo a partir de mudanças de concepções sobre a importância do laboratório, a elaboração em conjunto de projetos e um repensar sobre os objetivos pretendidos, esse ambiente foi se ampliando e transformando-se em um espaço coletivo favorecendo a realização de produções, a troca de experiências e conseqüentemente a mudanças de posturas frente à prática pedagógica desses profissionais.

O laboratório, portanto, se constituiu em um espaço consolidado de trabalho colaborativo, ou seja, um ambiente de pesquisa que possibilitou ações pedagógicas e coletivas em que um dos objetivos a que se propõe é o aperfeiçoamento dos profissionais em serviço com o intuito de resgatar uma formação anterior inadequada bem como proporcionar maior integração entre os professores das escolas e da Universidade por haver anteriormente um distanciamento considerável entre ambas. Além da pesquisa, esse espaço também se destina as atividades de planejamento, formação e avaliação das atividades escolares desenvolvidas pelos profissionais do ensino em todos os níveis de escolaridade.

A autora também constatou que, nesse local, é possível ocorrer mudanças na prática do professor na medida em que ele repensa seu conhecimento e prática pedagógica e conseqüentemente modifica suas concepções e postura frente ao novo conhecimento adquirido e a nova prática pedagógica. Não obstante, esse processo não se dá de forma individual, mas aos pares, é preciso o olhar do outro para que discussões e reflexões possam ser efetuadas e ocorram percepções na busca das razões pelas quais as atividades são desenvolvidas nesse ambiente.

O que é possível constatar nos trabalhos sobre laboratório de ensino é que, os autores, comumente se localizam num mesmo lugar comum, ou seja, *o que é um laboratório de ensino? E como é esse espaço?*

Neste trabalho tenciona-se situar no *por quê?* Esse porquê denota que, a gênese de um laboratório de ensino, está além de sua forma física, ou de seu funcionamento. Essa origem se localiza naquilo que se entende como um ambiente, que vai se constituindo num clima educativo, em decorrência da interação entre professor e aluno e de suas ações a partir do nível de questionamentos e reflexões que se processarão

durante as atividades propostas e mediadas pelo professor dentro ou fora da sala de aula.

Esse ambiente de ensino e aprendizagem se configura, portanto, em um espaço para investigação e reflexão onde professor e aluno interagem, exploram, criam, explicam e produzem conhecimentos. Deve favorecer discussões relativas à prática, teoria e vivências ligadas às realidades do educador e educando. São situações de aprendizagem que podem conduzir o aluno a novos caminhos possibilitando diferentes pontos de vista.

Uma investigação se caracteriza pela averiguação minuciosa daquilo que se desconhece. Nesse processo, busca-se perscrutar situações problemas que serão propostas ou emergirão, das atividades, em um ambiente de ensino e aprendizagem, devendo ser experienciadas por todos os envolvidos.

Segundo Ponte et al (1998) a ênfase das atividades de investigação matemática está nos processos matemáticos, quais sejam, explorar, procurar regularidades, formular, testar, justificar, provar conjecturas, refletir e generalizar.

Esses processos são etapas a serem mediadas pelo professor ao propor atividades desafiadoras de caráter aberto, ou seja, aquelas que não estão totalmente definidas a priori, não sendo tão facilmente acessíveis, possibilitando ao aluno o envolver-se na questão, afim de que, a definição seja aprimorada e transformada de forma concreta pelo próprio estudante. Os resultados não serão únicos, pois é possível apresentarem diferentes soluções advindas de caminhos percorridos por eles.

Um dos aspectos primordiais da investigação se caracteriza, portanto, pelo envolvimento ativo do educando no processo educativo. “O aluno aprende quando mobiliza os seus recursos cognitivos e afetivos com vista a atingir um objetivo” (PONTE et al, 2003, p.23).

Nesse processo, as atividades matemáticas de caráter investigativo propiciam um leque de oportunidades ao aluno direcionando-o a novas descobertas e possibilitando o desenvolvimento do espírito crítico, visto que, é dada a oportunidade ao estudante para agir como um “matemático” ao explorar diferentes situações de aprendizagem formulando e analisando questões, justificando-as, validando-as e discutindo suas concepções.

Essas situações diversificadas que permeiam diferentes ambientes de ensino e aprendizagem e dão suporte a um trabalho de investigação são denominadas por Skovsmose (2000) como “cenários para investigação”.

Ao envolver-se nesses cenários, os alunos tomarão parte ativamente em processos de “exploração” e “argumentação justificada” que podem contribuir para a construção de seus conhecimentos.

Um ensino nesses moldes certamente pode favorecer o alijamento de aulas preponderantemente expositivas e conseqüentemente resultará em reflexões sobre os conteúdos abordados e suas aplicações.

Geralmente nas aulas de matemática tradicionais, são priorizadas técnicas e cálculos de algoritmos seguidos de exercícios padronizados os quais sugerem apenas uma resposta única, objetivando a suposta “fixação da aprendizagem”. Desvinculados de reflexão, compreensão e aplicabilidade esses exercícios mecanizados tornam-se irrelevantes no processo educativo, visto que, não contribuem para a construção do conhecimento.

Embora um trabalho diversificado priorize a reflexão e investigação o professor não deve descartar os exercícios, os problemas, projetos e aulas expositivas dialogadas, desde que sejam coerentes com as atividades propostas, as quais podem transformar-se em “genuínas investigações matemáticas”. Esse trabalho pode ser desenvolvido utilizando como cenários para investigação ambientes de ensino com base no pensamento *se... então*, resultante de questionamentos da forma , *o que aconteceria se....?*

Nesses ambientes, questionamentos são efetuados, tópicos explorados e respostas perseguidas. Os porquês não são respondidos, mas discutidos para que conclusões sejam evidenciadas. A cada investigação concluída pode surgir um novo desafio a ser transposto.

Para que um ambiente como este seja possível é mister que o professor se torne um pesquisador, ou seja, alguém que compreenda seus domínios e se empreenda na busca das razões do que ocorre em sua sala de aula, na compreensão dos interesses e necessidades dos alunos e que juntos possam caminhar por entre os diferentes ambientes de aprendizagem rumo ao encontro de possíveis soluções para seus

questionamentos. Assim sendo, o educador também deve se permitir ser desafiado e juntamente com seus alunos tornam-se responsáveis no processo educativo.

A aceitação dos alunos pelas atividades que serão desenvolvidas nesses ambientes vai depender daquilo que for estabelecido como interesse comum a ambos. “Se um certo cenário pode dar suporte a uma abordagem de investigação ou não é uma questão empírica que tem que ser respondida através da prática dos professores e alunos envolvidos” (SKOVSMOSE, 2000, p. 73).

Cabe, portanto, ao professor-pesquisador oportunizar situações a fim de que os alunos sejam motivados a envolver-se nesse processo para que assim, possam desenvolver a capacidade de reflexão e ação. Deve ser seu principal objetivo prepará-los para que se tornem pensantes e não meros refletores do pensamento de outrem. Jovens que adquiram a capacidade de elaborar suas próprias idéias e tenham independência para concordar, discordar, argumentar e fazer suas próprias escolhas.

Uma pessoa que não tem independência de idéias fica incapacitada de formular questionamentos, criticar de forma construtiva, aprender com os erros e vencer desafios.

Ao invés de limitar seus estudos a aulas preponderantemente expositivas, sejam os alunos encorajados aos vastos campos abertos a pesquisas na busca de outras verdades. Para isso, estratégias devem ser elaboradas, aperfeiçoadas e efetivadas.

Que o professor transforme suas aulas em cenários para investigação fazendo de sua sala de aula um laboratório de ensino, ou seja, um espaço para investigação, reflexão e criação, e não necessariamente um local de experimentos.

Desse modo, a sala de aula se torna um laboratório de “idéias e atitudes” onde os alunos desenvolvem seus projetos de acordo com seus interesses a partir de suas próprias pesquisas, e os conteúdos apresentados pelo professor são desenvolvidos de formas diversificadas e discutidos em conjunto. Nesse ambiente a construção e utilização de materiais didáticos é uma questão de estratégia e se torna importante dependendo dos objetivos a serem alcançados.

Nesse contexto, o laboratório de ensino de matemática é importante para que o aluno aprenda a raciocinar e argumentar matematicamente, a descrever suas descobertas, discutir suas concepções publicamente, e seja capaz de efetuar e se

submeter a críticas construtivas. Dessa forma, o conhecimento é compartilhado nesse ambiente de troca e reciprocidade, onde uns apóiam os outros na construção de seus conhecimentos, estabelecendo assim, o que Ponte et al (2003) denomina de “pequena comunidade matemática” que vai se ampliando e enriquecendo na medida em que se processam as investigações.

Um ensino como esse provê mais do que conteúdos, muitas vezes desprovidos de significados. Vai além das fronteiras de uma Educação predominantemente tradicional que prioriza apenas o “fazer”. Contribui para o exercício da mente, fortalecendo-a e expandindo-a para que o aluno por si mesmo, ou na interação com os pares, possa compreender a essência daquilo que é importante para o desenvolvimento harmônico de suas potencialidades.

Entretanto, essa não é uma tarefa fácil já que, Ponte et al (2003) advertem que a insegurança e limitações do professor, neste tipo de trabalho, aliada à falta de apoio e recursos disponíveis na escola, podem se constituir num entrave ao desenvolvimento de um ensino nesses moldes.

Assim sendo, o professor precisa se permitir ser desafiado. É preciso acreditar em si mesmo e na busca por um fazer pedagógico diversificado, o qual será discutido na formação continuada de professores, que norteie todo o trabalho de forma a oferecer aos estudantes uma nova visão de um ensino mais significativo, substancial, crítico e construtivo.

Esse não deve ser um processo exclusivo do professor. Cabe às instituições de ensino dar condições e apoio ao trabalho pedagógico, e oportunizar momentos de reflexão e discussão para que um trabalho compartilhado, coeso e competente possa ser efetivado, com vistas a obter resultados mais definidos.

Tal ensino se constitui um grande desafio à prática do professor, mas, na medida em que ocorrerem as investigações, na interação com seus alunos, no proporcionar situações para que neles sejam desenvolvidos a capacidade pensante e o espírito crítico e na obtenção de possíveis resultados satisfatórios, certamente os obstáculos iniciais darão lugar a momentos de realização profissional.

Os alunos, nos quais se desenvolve a faculdade de pensar e agir são futuramente os homens que arrostam as responsabilidades, são os dirigentes nos empreendimentos,

influenciam positivamente e fazem escolhas inteligentes. “As instituições de ensino poderão produzir homens fortes para pensar e agir, homens que sejam senhores e não escravos das circunstâncias, homens que possuam amplidão de espírito, clareza de pensamento e coragem nas suas convicções” (WHITE, 1997, p.18).

Um trabalho nesses moldes possibilita condições para que o estudante percorra vias diferentes que o conduza a soluções para os seus questionamentos, tornando-lhe apto a “saber fazer” diante de situações problemas que emergem no ambiente escolar e no seu cotidiano. Dessa forma à sua frente abre-se a senda de um contínuo progresso, pois a escola da vida é um grande laboratório de ensino e aprendizagem. E ao atentar para esse ambiente, busca-se efetivar um trabalho na formação de professores.

2.2. Formação de Professores

A formação de professores é um tema bastante amplo, considerando-se a diversidade de concepções, as quais têm sido discutidas e analisadas por vários autores, sob diferentes perspectivas.

Ponte (1996) especifica a formação como sendo um “mundo” no qual faz parte a formação inicial e continuada, mundo este onde é imprescindível considerar os “modelos”, as “teorias” e a “investigação” sobre a formação bem como é de especial relevância o estudo das práticas dos profissionais e suas experiências adquiridas durante o trajeto docente. Para esse autor a formação é vista como um “campo de luta”, no qual os interesses dos grupos convergem na busca e realização dos anseios ideológicos e políticos.

Essa formação também é destacada por Nóvoa (1995) em uma perspectiva centralizada no âmbito profissional e está relacionada com o desenvolvimento pessoal, caracterizado como “produzir a vida do professor”, “produzir a profissão docente” e “produzir a escola”. Faz-se necessário, portanto, atentar para a trajetória do docente num histórico de sua formação.

Ao citar o contexto profissional, destaca que os professores vivem tempos “difíceis e paradoxais”, uma vez que apesar do descrédito e das críticas concernentes às suas competências profissionais, lhes são imputadas exigências no que diz respeito

aos seus compromissos para com a instituição onde trabalham. Como consequência disso é imprescindível a emergência de uma cultura profissional no seio do professorado e de uma cultura organizacional da escola a fim de que a formação de professores possa desempenhar uma função importante no âmbito de uma “profissionalidade docente”.

Essa “profissionalidade” pode ser entendida como um trabalho em conjunto professor – aluno - escola, com o objetivo de desenvolver no professor e demais profissionais do ensino, uma atitude de ação – reflexão - ação, a qual consiste na observação, interpretação e análise das práticas pedagógicas visando maiores benefícios no processo educativo.

Ainda para esse autor, o desenvolvimento pessoal tem sido ignorado por parte dos docentes, os quais desvinculam o ato de “formar” da ação de “formar-se”. Essa afirmação sobre a ação de “formar-se” está ligada a uma formação crítica-reflexiva, a qual possibilita aos professores condições de desenvolvimento do pensamento autônomo, dando-lhes maior liberdade de ação em sua prática. Nesse contexto cabe a pergunta: o que significa estar em formação?

Nóvoa a considera como um “investimento pessoal”, no qual o profissional é livre para criar e efetivar projetos com vista à construção de uma identidade, a qual é identificada como “identidade profissional”. Essa formação, portanto, não está ligada somente à obtenção de conhecimentos por meio da participação em cursos de formação contínua ou oficinas para professores (ato de formar), mas, sobretudo pelo repensar sobre as práticas efetuadas no dia-a-dia do trabalho do profissional da Educação. Essas práticas são entendidas como “reflexividade crítica” as quais contribuem para a reconstrução permanente da identidade pessoal do professor.

A partir dessa reflexividade o educador volve-se em busca de direcionamentos que lhe propiciem o exercício de um pensar mais estruturado, o qual implicará na ação em prol de um melhor ensino que possibilite ao educando efetuar questionamentos sobre o que lhe é apresentado.

Diante disso, é fundamental que o professor invista em si mesmo e na busca por fundamentos teóricos, os quais podem fornecer ao educador subsídios que o auxiliem no processo educativo.

O que o professor retém como saber de referência deve estar ligado à experiência profissional e a sua identidade adquirida no percurso histórico de sua vida, como se pode observar na citação:

Devolver à experiência o lugar que merece na aprendizagem dos conhecimentos necessários à existência (pessoal, social e profissional) passa pela constatação de que o sujeito constrói o seu saber ativamente ao longo do seu percurso de vida. Ninguém se contenta em receber o saber, como se ele fosse trazido do exterior pelos que detêm os seus segredos formais. A noção de experiência mobiliza uma pedagogia interativa e dialógica (DOMINICÉ apud NÓVOA, 1995, p.25).

Essa experiência pode ser entendida como o ato constante de um repensar sobre os percursos pessoais e profissionais, o qual se torna fundamental na trajetória de cada educador produzindo resultados ao vivenciar troca de conhecimentos adquiridos ao longo de seu caminhar. Para que essa experiência ocorra se faz necessária a articulação do desenvolvimento profissional com as escolas e seus projetos.

A formação de professores deve ser vista como uma das “componentes da mudança” em conexão com outros setores e áreas de ensino. Não há mudança na escola sem o empenho dos professores e estes não podem ter uma nova postura frente à sua prática sem uma transformação das instituições para as quais trabalham. Dessa forma a tríade professor-aluno-escola estará engajada no processo educativo, a partir de um comprometimento mútuo. Assim sendo, a formação de professores constitui-se em um dos pilares da reestruturação do sistema educativo.

O que se tem constatado é que o modelo de formação que tem sido proposto quer seja em congressos, discussões ou debates, baseia-se na reflexão, a qual propicia aos docentes a conscientização de seus métodos e técnicas, bem como o exame de suas práticas, no intuito de obter melhor êxito em metas estabelecidas. Essa reflexão da prática Garcia (1995) a considera como elemento fundamental de “análise” do professor.

Para esse autor a formação de professores é evidenciada como um processo “continuum” no qual devem ser mantidos princípios “éticos”, “didáticos” e “pedagógicos” comuns em todos os níveis da profissionalização, a fim de que seja

criado um elo de coerência no aperfeiçoamento da qualidade do ensino, tendo como marco a formação inicial.

A formação inicial é, portanto o início da formação continuada, sendo que esta deverá acompanhar o docente durante seu percurso profissional. Nesse contexto é que Perrenoud (1993) aponta a importância de um repensar sobre essa formação pelo fato de grande parte dos profissionais não receberem o preparo adequado nessa primeira fase, o que ocasiona um desconforto ao se depararem com problemas complexos e diversificados que surgem no cotidiano de sua profissão.

Segundo esse autor, existem meios para administrar tais problemas, requerendo do profissional além da formação intelectual, uma “autonomia de ação”, uma “liberdade de análise” e uma “auto-imagem” as quais são imprescindíveis na profissionalização, haja vista as constantes transformações que vêm ocorrendo tanto na escola quanto na sociedade.

Ainda para esse autor, a profissionalização pode favorecer ao educador encontrar suas próprias respostas às questões: como devo ensinar? Como começar? O que posso ou devo ensinar? A partir desses questionamentos, essas respostas se tornam mais claras na medida em que, estiverem fundamentadas em embasamentos teóricos e na troca de experiências entre profissionais. Em consequência disso só haverá progresso na profissionalização, se houver um investimento por parte dos sistemas educacionais na fase inicial da carreira do profissional da educação, a qual lhe possibilitará uma melhor transição para a formação continuada.

2.3. Formação Continuada de Professores

O que vem a ser formação continuada de professores?

Barilli (1998) a considera como um processo “contínuo e dinâmico” no qual acham-se envolvidos professores e equipe pedagógica, unidos com o mesmo objetivo qual seja, elevar o nível do desempenho do profissional, com vistas a favorecer o ensino escolar.

Segundo essa autora, existe uma distância significativa entre a formação inicial do professor e sua atuação prática em sala de aula, advinda de seu contexto

profissional. Esse quadro reafirma a necessidade das agências formadoras repensarem nos programas de formação inicial até então oferecidos e do próprio professor gerenciar esse processo, buscando por uma formação contínua e em serviço, a qual poderá lhe propiciar um outro olhar para o seu fazer pedagógico. Assim sendo, a formação continuada não pode ser compreendida apenas como “conserto” a uma formação anterior inadequada.

Tendo em vista que essa formação é um processo que se modifica continuamente, e que está sempre inconclusa, ela se faz necessária, porque além de possibilitar que conteúdos básicos defasados na formação inicial sejam trabalhados, contribui para a atualização do docente na área do conhecimento em que leciona, bem como uma reflexão de sua prática frente às demandas educacionais.

Romanatto (2000) também considera que a formação inicial não está sendo suficiente para dar condições ao profissional de fazer um trabalho com competência e coerência e que por ser incompleta pode “sedimentar” práticas inadequadas que por sua vez se tornam obstáculos para um trabalho qualificado desse profissional. Diante disso, a formação continuada tem como objetivo complementar essa lacuna bem como propiciar aos professores aportes que possibilitem um melhor direcionamento de seu trabalho favorecendo a análise de sua atuação prática levando em conta a realidade dos alunos e da própria instituição de ensino.

Os interesses dos alunos muitas vezes se distanciam daqueles almejados por seus professores e pela própria escola. Nesse aspecto a formação continuada visa oportunizar aos professores discussões que possibilitem um repensar sobre suas ações levando-os a considerar as peculiaridades e motivações desses educandos.

Ao propiciar uma formação que contribua para que os professores se tornem capazes de enfrentar os problemas e desafios que emergem no cotidiano de sua profissão a formação continuada pode favorecer momentos ímpares, destinados a um repensar do professor na individualidade de seu trabalho em conjunto com seus pares e com especialistas da Educação, os quais possibilitarão discussões sobre a complexidade da arte de educar e podem contribuir indicando alternativas metodológicas que os auxiliarão a enfrentarem os desafios e resolverem problemas inusitados com que se deparam no dia-a-dia de sua profissão.

Ao tratar do termo, formação continuada Polettini (1999) analisa sob a perspectiva do desenvolvimento profissional e se remete a várias pesquisas realizadas nas décadas de 60 e 70, as quais sugeriram modelos de desenvolvimento do professor de forma linear, ou seja, em etapas em que o foco de atenção do docente era centralizado no conteúdo a ser ensinado e na disciplina em sala de aula.

Nesse modelo, as questões metodológicas provavelmente eram deixadas em segundo plano, até mesmo pelo contexto de ensino da época em que não eram priorizadas as discussões em grupos, centradas no aluno.

A autora destaca que nos moldes atuais de ensino “a imagem do professor mudou, de uma figura passiva para a de uma figura ativa, construindo perspectivas e escolhendo ações” (POLETTINI, 1999, p.248).

O desenvolvimento profissional passou a ser visto em uma perspectiva mais ampla em que as “características pessoais”, “os interesses” e “as condições de trabalho” do professor devem ser considerados bem como suas experiências vividas e adquiridas em todas as etapas da profissionalização, já que o desenvolvimento pessoal e profissional estão intimamente ligados.

A partir desses questionamentos, a referida autora aponta algumas sugestões para os programas de formação continuada de professores de matemática, quais sejam: incentivar a reflexão sobre as experiências vividas e adquiridas pelo profissional durante sua trajetória; sempre que for possível propiciar a discussão integrada entre o conhecimento do conteúdo, o fazer pedagógico e o currículo; incentivar trabalhos colaborativos na escola; oportunizar experiências de aprendizagem entre alunos e professores o mais cedo possível e propor discussões sobre a importância da Educação Matemática permear todo o trabalho ao invés de um Ensino de Matemática preponderantemente tradicional.

A relevância destas sugestões consiste em favorecer discussões e reflexões sobre novos caminhos a serem percorridos pelos profissionais da Educação, os quais podem contribuir no seu desenvolvimento profissional.

Ponte (1996) evidencia que muitos trabalhos evocam a ideia desse desenvolvimento como um processo em múltiplas etapas e que está sempre

incompleto. Ele segue destacando algumas diferenças entre formação e desenvolvimento, abordando-as em cinco etapas:

- A formação está vinculada à idéia de “frequentar cursos”, enquanto o desenvolvimento profissional é mais abrangente porque além de cursos, também inclui outras atividades, tais como: projetos, debates, experiências vivenciadas e partilhadas, leituras, reflexões e outros.
- A formação consiste em um movimento externo ficando restrito ao professor, a obtenção e assimilação de conhecimentos e informações advindas de várias fontes enquanto no desenvolvimento profissional o movimento é interno, possibilitando ao docente maior autonomia na tomada de decisões, nos questionamentos, na efetivação e execução de projetos.
- A formação é voltada para aquilo em que haja necessidade por parte do professor, enquanto no desenvolvimento profissional a atenção fica em torno das capacidades de realização do docente.
- A formação se apresenta de modo “compartimentado”, por assuntos ou disciplinas, enquanto no desenvolvimento profissional o professor é visto nos seus aspectos “cognitivos”, “afetivos” e “relacionais”.
- A formação se restringe somente à teoria, ao passo que o desenvolvimento profissional é mais amplo, considerando teoria e prática de forma integrada.

Em consequência dessas abordagens, entende-se que o desenvolvimento profissional trata-se de um movimento internalizado e gerenciado pelo professor em sua trajetória profissional resultante de um processo de busca permanente, o qual possibilita ao docente melhores condições pelas quais ele possa atuar em sala de aula, encaminhando um ensino direcionado para os interesses e necessidades do aluno.

Ao discutir sobre o tema desenvolvimento profissional, Mizukami (1996) faz menção a Gonçalves que mostra a trajetória profissional como sendo resultante da ação conjugada de três processos de desenvolvimento, quais sejam: o desenvolvimento pessoal, o da profissionalização e o da socialização profissional.

O desenvolvimento pessoal é decorrente de um crescimento individual considerando aspectos relacionados à capacidade, personalidade, habilidades e interação com o meio. Já a profissionalização resulta de um investimento de aquisição de competências que possibilitem ao profissional melhores condições de atuação no processo educativo. Por conseguinte, a socialização profissional contribui para que o professor, na interação com os colegas em seu ambiente de trabalho, possa vivenciar e trocar experiências de aprendizagem, pois quando os professores partilham suas práticas diferenciadas torna-se mais rica a busca em conjunto por alternativas metodológicas.

A socialização de experiências que foram bem sucedidas ou das dificuldades enfrentadas em sala de aula pode causar impacto entre os professores que se preocupam em questionar e redirecionar sua prática, pois se torna um momento enriquecedor de troca, aprendizagem e efeito multiplicador.

A premissa básica da profissionalização apontada por Mizukami (1996) está intimamente ligada ao movimento interno, que ocorre no profissional considerando o pensamento que faz de si mesmo e a formação adquirida ao longo de sua trajetória profissional. Nesse processo de desenvolvimento considera que as crenças, os valores, as experiências que os professores têm sobre o ensino, conteúdo curricular, alunos e aprendizagem estão baseados em sua prática de sala de aula.

Diante disso, há uma grande necessidade de reflexão por parte do professor sobre sua prática e sobre a concepção de escola como instituição que objetiva transmitir o conhecimento e como local onde é possível ajudar o educando a desenvolver seu potencial, ensinando-o a pensar, auxiliando-o a encontrar seu próprio caminho frente aos problemas que surgem na estrada da vida, falando com ele e não somente para ele, lhe proporcionando condições para que aprenda a ser crítico e livre para tomar decisões que lhe permita uma melhor atuação na sociedade.

Considerando-se as constantes transformações sociais e, a despeito do grande avanço nas ciências e tecnologias, o cenário da atual Educação brasileira não condiz com essa realidade. É possível constatar a falta de investimento por parte dos sistemas educacionais para com a educação refletido nas insatisfações de alunos, pais, professores e demais profissionais, que, descontentes com baixa aprendizagem,

preparo inadequado dos professores, insignificantes salários, falta de verbas para a manutenção das escolas e outros materiais, almejam também um grande crescimento nessa área.

O maior desafio da Educação é, por assim ser, acompanhar esse crescente processo, portanto é mister a capacitação constante do docente, não só para que ele se atualize, mas que também seja capaz de proporcionar condições de preparo ao aluno para que ele possa competir no mercado de trabalho.

O que se vê na maioria das vezes é o mesmo modelo de Educação rígida, centralizada ainda no professor como detentor do saber e de posse de todo poder sobre seus alunos, apenas ditando regras de um ensino formal sem levar em conta os interesses, a realidade e as diferenças individuais dos educandos.

Existe solução? Uma resposta afirmativa é a que se fundamenta na formação do profissional da Educação, a qual deverá constituir novos domínios de ação e investigação, e para isso, se fazem necessárias mudanças de posturas, no pensar e no agir com compromisso e competência. Assim sendo, a formação continuada se constitui em um “espaço” onde a socialização e a troca de experiências possibilitam a construção e a produção de conhecimentos bem como favorecem meios para que o educador se desenvolva profissionalmente.

Partindo desse pressuposto, cabe às instituições formadoras repensar as diretrizes dos cursos de formação inicial e continuada, considerando o desenvolvimento profissional e a reflexão do professor sobre sua prática como fatores relevantes no processo educativo.

2.4. Prática Reflexiva

Na área em que atua, o professor é o principal mediador entre os conhecimentos construídos e o aluno, além disso, muitas vezes esse profissional é visto como modelo, com distintos significados que esse termo pode apresentar, extrapolando inclusive, o aspecto profissional. Em consequência disso, as experiências pessoais adquiridas ao longo de seu trajeto docente bem como a reflexão da prática constituem-se nos elementos fundamentais no seu trabalho.

Esse ato de repensar reflexivamente, na concepção de Perez (1999) é um processo em que o professor analisa sua prática, descreve situações, elabora e efetua projetos partilhando suas idéias com colegas e alunos, estimulando discussões em grupo. Entende-se dessa forma que o professor passa a ser o sujeito do processo, tornando-se um pesquisador em sua sala de aula, observando o desempenho de seus alunos e buscando metodologias alternativas, proporcionando assim um maior envolvimento e dinamismo nas atividades pedagógicas. Como consequência disso, o desenvolvimento profissional e a prática reflexiva, se

constituem as colunas da formação de professores tendo em Schön, Zeichner e outros pesquisadores, fundamentais contribuições.

Em seu texto “Educando o Profissional Reflexivo” (2000) Schön critica a atual condição da educação profissionalizante, pelo fato da grande parte dos profissionais receberem nas universidades uma formação inadequada devido a um currículo preponderantemente normativo, que se traduz no modelo de “racionalidade técnica”, a qual pode ser entendida como uma valorização da teoria em detrimento da prática.

Esse modelo, presente na formação desses profissionais muitas vezes não é suficiente para ajudá-los a administrar problemas complexos e diversificados que emergem no cotidiano de sua profissão. A essas situações conflituosas Schön caracterizou como “zonas indeterminadas da prática”.

A partir de observações sobre a prática desses profissionais e tendo como embasamento seus estudos filosóficos, principalmente sobre Dewey, do qual advem o conceito de experiência e reflexão na experiência e de Luria e Polanyi que enfatizam o conhecimento tácito, Schön propõe uma formação profissional, com base em uma nova “epistemologia da prática”. Nesse novo modelo é priorizado, portanto, o estudo da produção do conhecimento na formação do professor por meio da prática. É nesse contexto que esse autor chama a atenção para as noções de “conhecimento na ação”, “reflexão na ação” e “reflexão sobre a ação”.

O “conhecimento na ação” é o conhecimento tácito, interno, demonstrado pelos profissionais no momento em que ocorre a ação e não a precedendo, tornando-se freqüente no dia-a-dia desses educadores. Entretanto, sozinho, esse conhecimento não é suficiente, pois diante daquelas situações conflituosas, os profissionais, ao refletirem no momento da própria ação, redirecionam, sua prática, e isso acontece somente pelo ato de “reflexão na ação”. Se sua prática for novamente repensada, analisada e reconstruída após a ação, o educador estará frente ao processo de “reflexão sobre a ação”.

Ao enfatizar a reflexão da prática nesses moldes, o referido autor destaca o fazer pedagógico como uma atividade profissional, manifestada pela atuação inteligente e flexível do educador resultante da articulação entre teoria e prática integradas de ciência, técnica e arte, a qual é caracterizada pela criatividade inerente à

prática dos profissionais que se preocupam como a renovação permanente da sua ação pedagógica.

É a busca constante do “saber fazer” com coerência e competência tal que se aproxima de uma sensibilidade artística, a qual Schön (2000) denominou de “artistry” que possibilita ao docente a ação coesa diante de situações instáveis e inusitadas que surgem no cotidiano escolar e que para isso mobiliza um conhecimento tácito muitas vezes incapaz de ser descrito, mas que se faz presente na atuação constante da prática do professor e completa o conhecimento que advem da formação inicial e continuada obtida. “Esta competência, em si mesma, é criativa porque traz consigo o desenvolvimento de novas formas de utilizar competências que já se possuem e traduz-se na aquisição de novos saberes” (ALARCÃO, 1996, p.18).

A reflexão do professor em relação à sua prática Schön (1995) destaca como um processo “individual”, ou seja, é um repensar do profissional na sua própria prática ou nos seus alunos, nos limites da sala de aula. Zeichner (1993) argumenta, que as condições externas à sala de aula também devem ser consideradas.

Um dos aspectos da prática reflexiva no ensino é a tendência de se focalizar a reflexão dos professores de forma individual, desconsiderando-se as condições sociais do ensino, as quais influenciam o trabalho do docente dentro da sala de aula. Essa tendência individualista, na concepção de Zeichner limita muito as possibilidades de crescimento dos profissionais que por pensarem sozinhos sobre seu trabalho, vêem os problemas como sendo apenas seus sem estabelecerem qualquer relação com os problemas dos outros colegas ou com a estrutura da escola e os sistemas educativos.

A partir dessas constatações o autor propõe a reflexão como “prática social”, na qual grupos de professores podem interagir, apoiando e contribuindo para o crescimento uns dos outros.

Nesta pesquisa, a reflexão como “prática social” é de especial relevância, uma vez que ela se faz necessária, pois possibilita que haja interação entre os profissionais, oportunizando o desenvolvimento do pensamento crítico sobre seu trabalho, contribuindo com a troca de experiências e incentivando o surgimento de uma postura coletiva considerando as questões sociais do ensino.

Ao se apropriar dessa reflexão da prática o professor terá melhores condições de administrar os problemas diversificados que certamente surgirão dentro e fora da sala de aula.

Pimenta (2002) mostra que a reflexão é peculiar ao homem, pois todo ser humano reflete, característica que o diferencia dos outros animais, então se isso acontece, por que esse “modismo” de professor reflexivo?

A autora cita que a expressão “professor reflexivo” infiltrou-se no ambiente educativo, no Brasil, no início dos anos 90, causando confusão entre os conceitos de reflexão como atributo inerente aos seres humanos, o qual ela chamou de “adjetivo” e o movimento teórico de compreensão do trabalho docente, caracterizado como “conceito”.

Polettini (1999) pontua que, se pode dizer que todo professor reflete, mas a profundidade da reflexão é que vai determinar suas ações. Zeichner (1993) aponta a necessidade de uma análise cuidadosa da qualidade dessa reflexão. Em consequência disso, entende-se que não é qualquer reflexão, mas uma análise crítica da prática pedagógica por meio da problematização, que significa identificar os objetivos, as intenções e os propósitos do trabalho do profissional.

Nota-se então dois momentos na vida de um profissional, quais sejam:

- A formação inicial em que está exposto somente o que foi assimilado, os conhecimentos apreendidos durante a formação, podendo dificultar a muitos um pensar mais estruturado. Nessa fase o recém formado tende a imitar aqueles antigos professores e suas técnicas,

- E a formação continuada que se dá no cotidiano da prática docente e em cursos específicos. É o momento em que o educador sente a necessidade de um melhor aprimoramento que contribua no seu desenvolvimento profissional, para que, mediante novas experiências e melhores conhecimentos possa atingir seus objetivos propostos.

Nesses dois momentos se faz necessária a arte do pensamento reflexivo, pois pensar sabiamente é uma tarefa que exige exercício e domínio próprio, sendo definido como, “a espécie de pensamento que consiste em examinar mentalmente o assunto e dar-lhe consideração séria e consecutiva” (DEWEY apud ABRANTES E LALANDA, 1996, p. 13) ou seja, pensar reflexivamente, leva sempre a uma conclusão, positiva ou

não. Ainda que o resultado não seja satisfatório, sempre haverá aprendizagem, mesmo com evidências de erros, pois aprendemos também por meio deles.

Esse pensamento, portanto, na concepção de Abrantes e Lalande (1996) é apresentado de duas formas, a saber: forma lógica, ou raciocínio formal, que se apresenta como produto e o pensamento psicológico ou processo. No primeiro a matéria é impessoal, e as atitudes não são levadas em conta, já o segundo é dinâmico, leva em conta a matéria não a desvinculando das atitudes inerentes aos seres humanos, seus questionamentos, problematizações a partir de um conhecimento alicerçado em bases sólidas. É esse pensar real que interessa à Educação.

Considerando as questões pertinentes à Educação, professores que não têm o hábito de questionar não podem estar engajados no ensino reflexivo. O pensar reflexivamente implica em: estar atento aos contextos em que se ensinam, tomar parte no desenvolvimento do currículo, estar envolvido em esforços de mudanças na escola, adquirir responsabilidades no desempenho profissional, análise diária das experiências, ou seja, um ensino reflexivo envolve um comprometimento mútuo no processo educativo.

Compromisso, competência e criatividade são entendidos como fatores fundamentais na formação inicial e continuada do professor, visto que, podem favorecer ambientes de ensino adequados, que propiciem ao aluno discussões e questionamentos a fim de que o educando se torne crítico, atuante, comprometido, envolvido no processo educativo e na arte de pensar. Pensar com sabedoria, pensar o mundo, as emoções, sendo livres, porém com responsabilidade para fazer escolhas inteligentes em sua trajetória de vida partilhando, sendo útil, deixando um ambiente de marcas positivas.

Esse ambiente de ensino e aprendizagem vai se constituindo, se ampliando até “se tornar uma força e um encanto, preenchendo com uma vida nova e mais rica os que se entregam à sua criação” (TEIXEIRA apud PEREZ, 2002, p.60). Tal ambiente é Utopia? Idealismo? As propostas curriculares de ensino nos âmbitos estadual ou municipal em todo o país mostram que não, pois essas diretrizes já são normativas, estão postas, mas apenas na legislação, a prática, no entanto, é bem diferente.

Um professor reflexivo é, portanto, aquele que tem a coragem de desfazer a “teia” de um passado não muito distante e de tomar rédeas para um novo fazer pedagógico. É aquele que encoraja seus alunos, pensando e repensando sua metodologia, valorizando os questionamentos dos discentes, criando um novo ambiente de ensino e aprendizagem, porque somente assim haverá crescimento no “aprender a ensinar” e no “aprender a profissão” que é um processo de uma vida profissional inteira.

O desenvolvimento profissional e a prática reflexiva representam os elementos básicos norteadores na formação inicial e continuada do docente e, somente por meio deles será possível modificar no educador suas posturas, crenças e “competências”, levando-se em consideração seu “saber” e “saber fazer”, seu conhecimento e sua cultura adquiridos durante sua vivência e experiência pessoal e acadêmica. Diante disso, mudanças são necessárias, desde que se efetuem primeiramente em cada um, a partir da reflexão, cooperação e solidariedade, porque somente assim será possível criar novos ambientes de ensino e aprendizagem.

A partir dessas reflexões, concebe-se a formação continuada como um processo em que o docente vivencia, em sua trajetória profissional, momentos de troca de experiências e a busca permanente de aprimoramento pessoal e profissional e um repensar constante sobre sua prática pedagógica, os quais contribuem para o seu desenvolvimento profissional.

É sob esse referencial teórico que se busca verificar que conceitos, relações e propriedades geométricas podem ser evidenciados por professores de formação continuada de Manaus ao trazer para a sala de aula, aspectos regionais, os quais serão estudados em um ambiente de ensino e aprendizagem configurando-se em um laboratório de ensino de matemática. Nesse contexto, é importante situar em um breve histórico, o desenvolvimento da Geometria ao longo do tempo.

CAPÍTULO III

GEOMETRIA: UM BREVE HISTÓRICO

As primeiras considerações geométricas feitas pelo homem datam da antiguidade. Uma das concepções acerca das manifestações geométricas iniciais é apontada por Eves (1992) como tendo origem nas simples observações dos objetos da natureza, por meio da capacidade humana em identificar e comparar formas e, a partir delas, descobrir um padrão.

A necessidade de se estabelecer em seu meio ambiente e a luta pela sobrevivência propiciaram ao homem grandes descobertas geométricas, as quais, no decorrer do tempo, ampliaram-se gradativamente até chegar no patamar que hoje se encontram. Assim sendo, a noção de distância surgiu como um dos primeiros conceitos geométricos a serem desenvolvidos.

Nessa abordagem, outros conceitos, tais como: curvas, áreas, polígonos e volumes, provavelmente foram sendo adquiridos na medida em que o homem observava seu mundo exterior e se beneficiava da natureza, retirando dela tudo o que precisava para sua vida.

A essa Geometria intuitiva, Eves denomina de “subconsciente”, a qual, além de ser utilizada pelo homem primitivo na arte, também “preparou o caminho” para o “desenvolvimento geométrico” subsequente.

Ao tratar sobre a origem da Geometria, Gerdes (1992) refuta a idéia de que as primeiras manifestações geométricas tenham surgido de forma passiva, ou seja, a partir de observações da natureza. Para esse autor, a necessidade que o homem tinha de construção dos objetos importantes para a sua sobrevivência, fê-lo reconhecer na natureza, formas semelhantes às que ele havia construído. Nesse contexto, é a partir do trabalho que o homem reconhece a ordem e a regularidade das formas espaciais.

A princípio, os problemas geométricos eram considerados de forma concreta, individual e sem nenhuma ligação entre eles. Posteriormente, mesmo antes de qualquer registro histórico, foi possível serem extraídas algumas propriedades e relações decorrentes de observações de formas e tamanhos de objetos específicos, resultando a noção de lei ou regra geométrica.

Essas descobertas proporcionaram condições para uma melhor compreensão da Geometria, que no entender de Eves (1992), foi chamada de “científica” a qual se baseava em “indução”, “ensaio e erro” e “procedimentos empíricos”.

O referido autor cita que, não é possível fazer uma estimativa de quantos séculos decorreram até que a Geometria fosse elevada ao status de ciência. Escritores que se dedicaram ao estudo dessa questão são unânimes em concordar que o vale do rio Nilo, no antigo Egito, foi o local onde a Geometria subconsciente (intuitiva) transformou-se em “científica”.

Esses autores argumentam que é possível constatar na agrimensura, prática dos antigos egípcios, os indícios da Geometria como ciência e que os problemas de mensuração desencadearam uma série de fórmulas geométricas. Entretanto, L. Blumenthal enfatiza que esse início se deu na Grécia antiga após a descoberta do método dedutivo (BLUMENTHAL.L apud GERDES, 1992, p.14).

A Geometria científica na concepção de Freudenthal não se inicia em um período tão distante, a partir de definições e teoremas, “mas muito mais cedo com o organizar de experiências espaciais que conduzem a essas definições e proposições” (FREUDENTHAL apud GERDES, 1992, p.15).

J. Coolidge evidencia que a existência da Geometria independe do homem ou de suas observações. Para esse autor, ela sempre existiu, portanto considera como arbitrária a idéia de que a Geometria científica tenha iniciado na Mesopotâmia ou no vale do Nilo. (COOLIDGE. J apud GERDES, 1992, p.14).

Apesar da incerteza de sua origem, é mais viável dizer que a Geometria científica emergiu de “necessidades práticas” que surgiram há vários milênios antes de nossa era, em algumas áreas do antigo Oriente, como ciência, contribuindo assim nas atividades relacionadas à agricultura e às construções.

Relatos históricos mostram a ocorrência desse fato tanto ao longo do rio Nilo quanto nas bacias de grandes rios, tais como: o Tigre e o Eufrates na Mesopotâmia, o Indo e o Ganges na região centro-sul da Ásia, e o Hwang Ho e Yangtzé na Ásia Oriental.

Esses locais constituíram-se “berços” de uma civilização avançada, a qual construiu as primeiras cidades, desenvolveu projetos de irrigação e drenagem a fim de se precaver contra inundações e erigiu monumentos de grande porte para a época, como por exemplo: as Pirâmides, a Esfinge e os Jardins Suspensos da Babilônia.

Esses projetos demandavam o uso de muita Geometria prática. Assim sendo, egípcios, assírios e babilônicos já dispunham do conhecimento das principais figuras geométricas e da noção de ângulo que utilizaram em suas construções e na Astronomia.

O conhecimento de que hoje dispomos referentes à Geometria egípcia antiga provém de algumas fontes de informações, sendo as principais: os papiros Moscou e Rhind, os quais constitui-se de textos matemáticos que datam aproximadamente de 1850 a.C e 1650 a.C. Esses textos contêm, no seu total, 110 problemas, dos quais 26 são de Geometria e que na sua maioria, são oriundos de fórmulas de mensuração para efetuar cálculos de áreas de terras e volumes de celeiros.

Juntamente com as transformações econômicas e políticas ocorridas nos últimos séculos do segundo milênio a.C, veio o declínio do poder do Egito e Babilônia. Conseqüentemente, outros povos ficaram em evidência, dentre eles, hebreus, assírios, fenícios e gregos, cabendo aos últimos o desenvolvimento posterior da Geometria científica, que foi transformada em “sistemática” ou “demonstrativa”, a qual se fundamentava no raciocínio dedutivo.

Eves (2002) faz referências ao Sumário eudemiano de Proclus, como a principal fonte de informações do início da Geometria grega. Ele segue destacando que esse Sumário consiste nas páginas de abertura do Comentário sobre Euclides, Livro I e é um breve resumo do desenvolvimento da Geometria grega, desde os primórdios até Euclides.

O Sumário eudemiano baseia-se supostamente no trabalho de Eudemo de Rhodes, discípulo de Aristóteles que viveu por volta do ano 320 a.C. Essa obra

constitui-se uma história completa da Geometria grega, abrangendo o período anterior a 335 a.C. Apesar do original desse trabalho ter desaparecido, informações contidas nele, foram utilizadas por Proclus que viveu no século V d.C.

Segundo esse Sumário, a Geometria grega, ao que parece, começou com o trabalho de Tales de Mileto e data da primeira metade do século VI a.C. Considerado como um dos “sete sábios” da antiguidade e precursor da Geometria demonstrativa deixou-nos muitas contribuições. Dentre elas, a Escola Jônica (a mais antiga escola filosófica, século VII a. C) e os seguintes fatos elementares:

- Qualquer diâmetro efetua a bissecção do círculo em que é traçado.
- Os ângulos da base de um triângulo isósceles são iguais.
- Ângulos opostos pelo vértice são iguais.
- Se dois triângulos têm dois ângulos e um lado em cada um deles respectivamente iguais, então esses triângulos são iguais.
- Um ângulo inscrito num semi-círculo é reto.

Após Tales aparece o nome de Pitágoras, que deu continuidade ao trabalho iniciado por seu predecessor, cerca de 50 anos antes. Apesar da vida desse geômetra ser envolta em lendas e mistérios, parece certo que seu nascimento se deu por volta do ano 572 a.C. na ilha de Samos, uma das ilhas do mar Egeu, localizada próxima à cidade de Mileto, local onde nasceu Tales, sendo bem provável que Pitágoras tenha sido seu discípulo.

Há indícios de que tenha visitado o Egito e o Oriente. Por questões políticas em Samos, emigrou para Crotona, colônia grega, situada no sul da Itália, onde fundou a escola pitagórica, seita mística, que reverenciava os números e suas relações. Fazia parte de suas crenças que:

O número é todas as coisas, que o número não representa meramente as relações dos fenômenos entre si, mas é a substância das coisas, a causa de todos os fenômenos da natureza. Pitágoras e seus seguidores foram levados a esta suposição ao perceberem como tudo na natureza

é governado por relações numéricas, como a harmonia dos sons musicais depende de intervalos regulares, dos quais a avaliação numérica eles foram os primeiros a determinar.(DREYER apud PITOMBEIRA, 1994, p.6).

Para seus adeptos (os chamados, pitagóricos) era de extrema importância a compreensão das relações entre os números e como elas descreviam a natureza.

Embora envolvida em rituais misteriosos e ensinamentos secretos, essa escola também era voltada para o estudo da filosofia, matemática e ciências naturais. Os pitagóricos produziram um cabedal de consistente matemática no decorrer de 200 anos, após a fundação dessa sociedade.

Em Geometria, devem-se aos pitagóricos grandes contribuições, dentre elas, estudos sobre as propriedades das retas paralelas, as quais foram utilizadas para provar que a soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer é sempre igual a dois ângulos retos, o famoso teorema de Pitágoras, contribuições na álgebra geométrica. Desenvolveram uma teoria das proporções, a qual foi utilizada para a dedução de propriedades de figuras semelhantes e possuíam o conhecimento da existência de, pelo menos, três dos poliedros regulares.

Muitas dessas informações já eram conhecidas pelos egípcios e babilônios, não obstante, os aspectos dedutivos foram investigados e aprimorados de forma substancial pelos pitagóricos, a fim de que a Geometria se constituísse de forma organizada e estruturada.

Hipócrates de Quios (um pitagórico do séc V a. C) foi o primeiro a alcançar êxito, ainda que de forma parcial, ao apresentar a lógica da Geometria sob forma de única cadeia de proposições centradas em definições e suposições iniciais.

Deve-se também a esse matemático, descobertas relativas ao círculo e o estudo de dois problemas que preocupou os matemáticos da antiguidade: a quadratura do círculo e a duplicação do cubo.

Nesse período muitas descobertas foram feitas, tanto na álgebra quanto na geometria. Waerden (apud PITOMBEIRA, 1994, p.7) descreve a matemática grega ao fim do séc V da seguinte forma:

- A Geometria Plana já possuía uma construção sistemática que incluía alguns conhecimentos, quais sejam: a teoria das paralelas, o teorema da soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer, polígonos regulares e o cálculo de suas áreas, ângulos e arcos nos círculos e as proporções.
- A teoria da divisibilidade e das proporções já estava bem desenvolvida.
- O teorema de Hipócrates: “A área de um círculo é proporcional ao quadrado do diâmetro”, já havia sido formulado por ele e possibilitou o cálculo da área de lúnulas³.
- A Álgebra dos babilônios foi transformada em Álgebra Geométrica.
- Na Geometria sólida, já havia as contribuições de Anaxágoras e Demócrito, sendo que este encontrou as fórmulas para os volumes da pirâmide e do cone sem fornecer as possíveis demonstrações.

Por volta do ano 300 a.C, Euclides organizou todo o conhecimento de então, e escreveu sua obra-prima, “Os Elementos”, trabalho composto de 465 proposições distribuídas em 13 livros, os quais versam sobre Geometria plana e espacial, teoria dos números e álgebra geométrica grega.

Essa obra se constituiu no primeiro sistema de idéias desenvolvido pelo homem, de forma rigorosa. Sua beleza como um sistema dedutivo, impulsionou outros estudiosos a se servirem desse método. “São exemplos disto o “Principia” de Sir Isaac Newton, no qual ele tenta apresentar a Física como um sistema dedutivo, e a “Ética” do filósofo Spinoza”(BARBOSA,1994, p.21).

Questionamentos têm sido feito sobre a existência de Euclides tendo em vista que, pouco se sabe a seu respeito, salvo algumas informações esparsas. Alguns autores comentam que o nome “Euclides” trata-se de um pseudônimo para conservar no “anonimato” o grupo de matemáticos que supõem ter escrito os Elementos. Entende-se que são apenas especulações, pois não é possível asseverar esse fato por falta de registros históricos.

³ Região limitada entre dois arcos de circunferência.

Tomei (2003) salienta que Euclides certamente existiu e é provável que em Alexandria tenha liderado um grupo de pesquisa em matemática, que contribuiu nos trabalhos desse geômetra.

Extraordinárias realizações foram feitas pelos gregos durante os três primeiros séculos entre os esforços iniciais de Tales por uma geometria demonstrativa e os famosos “Elementos” de Euclides, oportunizando o surgimento de vários centros de estudo da matemática grega.

É indiscutível, que a contribuição mais importante dos antigos gregos à matemática foi a elaboração do método axiomático⁴ e a persistência desses pesquisadores para que a Geometria fosse sistematizada consoante a esse modelo.

A axiomática de Euclides conduz o processo de demonstração de um teorema, mediante uma cadeia de raciocínios dedutivos, derivados ou não de proposições iniciais aceitas, sem comprovação (axiomas ou postulados). Assim sendo, Euclides construiu sua Geometria a partir de cinco axiomas e cinco postulados, quais sejam:

Axiomas:

1. Coisas iguais a uma terceira são iguais entre si.
2. Quantidades iguais adicionadas a outras iguais, os resultados são iguais.
3. Quantidades iguais subtraídas de iguais, os restos também são iguais.
4. Quantidades que coincidem uma com a outra são iguais.
5. O todo é maior do que qualquer de suas partes.

Postulados:

1. Uma linha reta pode ser traçada ligando dois pontos quaisquer.
2. Uma linha reta pode ser prolongada indefinidamente.
3. Pode-se traçar um círculo com qualquer centro e qualquer raio.
4. Todos os ângulos retos são iguais.
5. Se duas retas, em um mesmo plano, são intersectadas por outra, formando ângulos de um mesmo lado, cuja soma é menor que dois ângulos retos,

⁴ Esse método já era conhecido por Aristóteles.

então essas retas se forem prolongadas indefinidamente, se encontrarão em um ponto desse mesmo lado⁵.

Em decorrência disso a Geometria euclidiana foi o primeiro exemplo de um sistema a ser axiomatizado, tornando-se o marco do rigor matemático e servindo de referencial para toda a matemática. “De fato, o pensamento científico em busca de uma sistematização encontrou no método axiomático o modelo perfeito” (GAZIRE, 2000, p.90).

Eves (1992) pontua que, quase tudo que foi construído de forma significativa em Geometria, tem raiz em algum dos trabalhos de Euclides (c.300 a.C.), Arquimedes (287-272 a.C.) e Apolônio (c.225 a.C.), os quais foram considerados como os mais importantes geômetras gregos da antiguidade.

Arquimedes nasceu em Siracusa e dedicou-se, em especial, ao estudo da Geometria. Foi o primeiro geômetra a mostrar uma forma, (determinou o valor da razão existente entre os comprimentos da circunferência e do diâmetro), para calcular o valor de π com precisão arbitrária, e o localizou entre $223/71$ e $22/7$. Esse procedimento suscitou outras buscas de aproximações mais “acuradas” para esse valor.

Em matemática, escreveu vários Tratados, dos quais muitos se perderam ao longo do tempo. Dos que ainda restam, três versam sobre Geometria plana e dois sobre Geometria espacial. Um deles mostra, pela primeira vez, as fórmulas corretas para o cálculo das áreas da superfície e da calota esféricas e para os volumes da esfera e do segmento esférico de uma base.

Além da Geometria, buscou conhecimento em outras áreas do saber, como a Mecânica, por exemplo. Fez estudos sobre o equilíbrio dos sólidos, o funcionamento da alavanca, o movimento dos corpos celestes e organizou uma coleção de figuras planas com centros de gravidade localizados corretamente.

⁵ Este postulado era conhecido como postulado das paralelas. Embora a palavra “paralela” não apareça nele, ela foi definida posteriormente por Euclides.

Arquimedes também foi o construtor de vários inventos, de maneira que suas contribuições, para a ciência, o consagraram como o maior matemático de todas as épocas. Com ele a matemática grega atingiu o seu apogeu.

Dessa época, também se destaca Eratóstenes de Cirene (273-194 a. C), astrônomo, geógrafo, poeta e matemático. São algumas de suas contribuições: a resolução do problema da duplicação do cubo com o auxílio de um instrumento inventado por ele e a primeira determinação, com precisão, do comprimento do círculo terrestre.

O alto prestígio de Apolônio de Perga é devido, principalmente, ao seu “Tratado de Secções Cônicas”⁶, cujos termos “elipse”, “parábola” e “hipérbole” são partes de sua criação.

Apolônio também escreveu outros trabalhos de cunho geométrico. Um deles trata da construção, com régua e compasso, de um círculo tangente a três círculos dados. A morte desse geômetra põe fim à época áurea da Geometria grega.

Os geômetras que se seguiram, pouco contribuíram com pesquisas originais, antes se detiveram em dar contribuições ou desenvolver algumas teorias, a partir de trabalhos já existentes. Entretanto, vale ressaltar alguns nomes desse período, e suas importantes contribuições, são eles:

- Heron de Alexandria (c.75 a. D): ocupou-se da mensuração plana e sólida.
- Menelau (c. 100) e Cláudio Ptolomeu (c. 85 – c. 165): utilizaram a trigonometria como suporte no estudo da astronomia.
- Papus (c. 320): último geômetra grego criativo, escreveu um importante trabalho “A Coleção”.

A grande importância da “Coleção Matemática” de Papus traduz-se na tentativa de tornar mais acessível a Geometria grega já conhecida, por meio de novas

⁶ Estudo das curvas (circunferência, elipse, hipérbole e parábola), obtidas a partir do corte de um cone circular por um plano em diferentes inclinações.

demonstrações e na riqueza de informações históricas incluídas, sobre a matemática grega.

A partir do séc III Roma entra em cena assumindo o poder, impondo-se como potência militar e após uma sucessão de grandes conquistas, anexou a Grécia, em 146 a.C, aos seus vastos domínios.

Os interesses dos romanos divergiam substancialmente daqueles mantidos pelos gregos. Priorizaram os conhecimentos práticos porque eram úteis em suas conquistas e à sua filosofia de vida. Assim sendo, pouco cultivaram a ciência e não incentivaram e nem valorizaram a cultura e as atividades científicas dos gregos. Em consequência disso, os centros de estudo e pesquisa foram se extinguindo gradativamente, e o conhecimento matemático ficou reduzido a um plano inferior ao de outrora.

Nessa época, já havia algumas traduções para o latim de “Os Elementos”, entretanto, esse fato não era relevante para os romanos. Seu total desinteresse pela cultura grega, provavelmente fez com que alguns estudiosos da época levassem seus conhecimentos a outros continentes, preservando-os fora dos domínios de Roma.

Após a queda do império romano a Europa se viu envolta em densas trevas morais e intelectuais. O conhecimento e a criatividade matemática quase foram completamente extintos. Seguiu-se então, um período improdutivo de contribuições matemáticas que perdurou por vários séculos.

Entretanto, a partir do séc. VI d.C uma luz desponta no mundo islâmico reacendendo o entusiasmo, a criatividade e a sede de conhecimento, espalhando-se por toda a Europa. Antes, porém, durante o período árido do saber grego; árabes e hindus fortemente influenciados pelas grandes conquistas científicas dos gregos, tornaram-se os maiores “depositários” do conhecimento matemático.

Embora os hindus tenham dado sua parcela de contribuição à matemática, em Geometria, não produziram nada em especial. Já os árabes, embevecidos pelos conhecimentos dos gregos, desenvolveram novos métodos de resolução de problemas geométricos. É o início da algebrização geométrica, que se caracterizou pela inserção da álgebra como auxílio à Geometria.

Ao se apropriarem da álgebra, os matemáticos árabes puderam expressar, por meio de equações algébricas, os problemas outrora resolvidos pelos gregos de forma geométrica e aqueles que não tinham soluções se resolvidos com régua e compasso.

De posse dos conhecimentos dos gregos e hindus, os árabes dedicaram-se a traduções de inúmeros trabalhos científicos daqueles povos, preservando assim grande parte da ciência antiga, a qual foi divulgada ao Ocidente.

Além disso, os matemáticos árabes também contribuíram, em Geometria, com alguns trabalhos originais. Vale ressaltar:

- As construções geométricas de Abu'l-Wefa (séc X), com compassos de abertura fixa, ou “compassos enferrujados”, os quais se restringiam sempre a uma mesma abertura ao longo de toda a construção. Wefa também se tornou notável por seus estudos de instrumentos astronômicos nos quais efetuou consideráveis modificações, via construções de tabelas e uso da trigonometria esférica.

- As soluções geométricas para as equações cúbicas fornecidas por Omar Khayyam (c.1044 – c.1123), a partir de estudos das curvas cônicas,

- E as pesquisas de Nasir eddin (c.1250) sobre o quinto postulado de Euclides ou postulado das paralelas.

Deve-se, portanto, aos árabes, a preservação e tradução das produções científicas dos gregos, oportunizando assim a difusão da obra de Euclides a vários povos que, apesar de considerarem-na um trabalho digno de maior respeito pelo seu teor científico, não a isentaram de críticas.

Por cerca de dois mil anos, a Geometria euclidiana permaneceu como um sistema único de Geometria, intocável e imbatível no rigor e na “rígida autoridade”, capaz de fornecer uma única compreensão do espaço físico e suas relações, as quais eram apenas entendidas a partir do referencial euclidiano.

Coutinho (2001) evidencia que ao longo do tempo, matemáticos influenciados por certas afirmações de alguns filósofos, foram levados a questionar a existência de apenas um único sistema de Geometria. Nesse contexto, vários matemáticos (Ptolomeu, Proclus, John Wellis, Girolamo Saccheri, Johann Lambert e outros) tentaram provar o quinto postulado de Euclides, ou postulado das paralelas, pois,

consideravam-no menos intuitivo, de enunciado confuso e decorrente dos outros quatro.

Após séculos de tentativas, em vão, muitos pesquisadores passaram a duvidar da possibilidade de se efetuar tal demonstração. Foi somente na primeira metade do século XIX que os matemáticos chegaram a conclusão de que o quinto postulado não poderia ser demonstrado a partir dos outros quatro. Entretanto, ao substituí-lo, foram criados outros sistemas de Geometria tão consistentes quanto o euclidiano.

A Geometria euclidiana, absoluta, intocável e inquestionável não era a única. Estavam lançadas as bases das geometrias não - euclidianas: a *Geometria Hiperbólica* e a *Geometria Elíptica*.

Um sistema não – euclidiano, portanto, é aquele que utiliza axiomas distintos dos de Euclides, sem desconsiderar os quatro primeiros postulados.

Atribui-se a descoberta dessas geometrias aos matemáticos, Gauss, Janos Bolyai, Nicolai Lobachevsky e Friedrich B. Riemann, os quais trabalharam independentemente. Sendo que, Gauss jamais publicou algo sobre esses trabalhos.

Segundo Davis e Hersh (1989), essa descoberta foi seguida de falsas compreensões, dúvidas, incertezas e hesitações sobre esse mundo novo que se descortinava ante os diferentes olhares desses pesquisadores que após árduas lutas, enfim, conquistaram os lauréis dessa batalha.

O matemático húngaro Janos Bolyai (1802 – 1860), publicou suas descobertas em 1832, como um apêndice de um trabalho de seu pai Farkas Bolyai. Entretanto, o russo Nicolai Lobachevsky (1793 – 1856), já havia apresentado em 1826, teoria, semelhante à de Bolyai, publicando-a em 1829-30, sendo, portanto, o primeiro a revelar ao mundo científico, um novo campo, que a princípio não foi aceito pela comunidade matemática, porque naquele momento se mostrava sem nenhuma aplicação.

Ao se inteirar sobre a publicação dos trabalhos de Lobachevsky, Bolyai ficou desmotivado a prosseguir em suas pesquisas, e apesar de suas convicções, não aprofundou sua teoria, como o fez o russo. É por esse motivo que, a *Geometria Hiperbólica* ficou conhecida como a Geometria de Lobachevsky.

A descoberta dessa nova Geometria ampliou o pequeno mundo, outrora somente euclidiano, propiciou questionamentos acerca da possível existência de outras geometrias e suscitou novas pesquisas. Em consequência disso, o matemático alemão Friedrich B. Riemann (1826 – 1866), em apresentação de sua tese na Universidade de Gottingen, na Alemanha, propôs uma geometria fundamentada na concepção de curvatura, criando assim a *Geometria Elíptica*.

Essa Geometria pode ser construída sobre uma superfície esférica, onde as retas, ilimitadas, e não mais infinitas, se constituem nos círculos máximos ou geodésicas da esfera. No sistema de Riemann ou riemanniano não existem paralelas. Duas retas não determinam um ponto, mas dois pontos em pólos opostos e o conceito de distância entre dois pontos quaisquer é sempre a menor parte do círculo máximo que contém esses pontos.

Para uma melhor compreensão das geometrias não euclidianas foram criados alguns modelos, os quais representavam “supostos mundos” onde a independência do quinto postulado de Euclides valida a existência de novas teorias nas quais valem como verdade os novos postulados que garantem a real consistência dessas geometrias. Colaboraram nessa construção os pesquisadores (Lie, Beltrami, Caley, F. Klein e H. Poincaré).

Na Geometria euclidiana, hiperbólica e elíptica o postulado das paralelas é descrito como se segue:

Geometria Euclidiana: Dada uma reta qualquer e um ponto exterior a ela, existe uma única paralela à reta dada passando por este ponto (versão dada pelo matemático inglês John Playfair (1748 – 1819)).

Geometria Hiperbólica: Dada uma reta qualquer e um ponto exterior a ela existem pelo menos duas retas paralelas à reta dada, passando por este ponto.

Geometria Elíptica: Dada uma reta qualquer e um ponto exterior a ela não existem retas paralelas à reta dada, passando por este ponto.

As geometrias euclidianas e não euclidianas com seus teoremas, fórmulas, aplicações e teorias abordadas sob diferentes aspectos propiciaram um vasto campo a outras investigações e conseqüentemente a criação de novas geometrias no universo da ciência.

Embora diferentes geometrias tenham despontado na comunidade matemática, aquela que continua sendo o referencial, tanto para o professor, quanto para o aluno, é a euclidiana a qual tem sido geralmente deixada à margem, esquecida nos planejamentos escolares, causando preocupação e interesse a vários pesquisadores que evidenciam em seus trabalhos as causas e conseqüências desse abandono e sugerem alternativas para seu ensino.

CAPÍTULO IV

ENSINO DA GEOMETRIA NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES: O QUE REVELAM AS PESQUISAS

Muitos estudos têm mostrado que o ensino da Geometria contribui para que o aluno desenvolva o pensamento lógico e compreenda o ambiente em que vive, aprendendo a descrevê-lo, representá-lo e se localizar nele. Além disso, a apreensão dos conceitos geométricos possibilita ao educando a capacidade de observar formas, identificar regularidades, perceber semelhanças e diferenças, bem como a compreensão de relações e propriedades geométricas.

Desconhecer a Geometria pode interferir na apreensão da relação homem e espaço físico, pois, a “leitura interpretativa” do mundo exterior se torna incompleta, a organização do pensar geométrico fica limitada, dificultando a compreensão da matemática e sua conexão com outras disciplinas. Em consequência disso, é necessário que a Geometria seja objeto de estudo por parte de alunos, professores e pesquisadores, constando nos currículos escolares e sendo efetivamente ministrada em sala de aula.

O que se tem constatado, quer seja nos encontros pedagógicos, cursos de formação continuada, para professores, ou na literatura é que, quando se trata do assunto ensino da Geometria, a tônica é sempre a mesma. A Geometria é comumente deixada à margem, principalmente nas séries iniciais onde a ênfase é dada na aprendizagem do sistema de numeração e das operações aritméticas.

Esse assunto tem sido motivo de discussão e estudo de vários pesquisadores, os quais enfocaram o descaso e o abandono do ensino da Geometria no Ensino Fundamental e Médio no Brasil, dentre eles: (PEREZ, 1991; PAVANELLO, 1993; LORENZATO, 1995).

Ao investigar alunos e professores da rede pública do Estado de São Paulo, Perez (1991) constatou que os alunos não dispunham dos conhecimentos básicos da Geometria, o que dificultou a apreensão de conteúdos posteriores. Entrevistando professores, o autor concluiu que, pelo fato de apresentarem dificuldades na

compreensão de conteúdos e propriedades geométricas, lhes faltaram metodologias alternativas para que o ensino da Geometria se fizesse presente em suas práticas, ou seja, houve, e ainda há, pouca ênfase no ensino da Geometria nos níveis fundamental e médio.

Pavanello (1993) pontua que as transformações sociais e políticas pelas quais passou a Educação Brasileira e o advento do Movimento da Matemática Moderna influenciaram consideravelmente para esse abandono. Ressalta ainda, que a liberdade concedida pela (Lei 5692/71)⁷ às escolas, quanto à elaboração do conteúdo programático que melhor lhes atendesse às necessidades locais, contribuiu para que muitos professores, que se sentindo inseguros quanto ao ensino da Geometria, optassem por desconsiderá-la de suas aulas de matemática ou deixassem-na a mercê do final do ano letivo.

Algumas causas para o abandono do ensino da Geometria, também foram identificadas por Lorenzato (1995) que as relacionou a vários fatores, dentre eles:

- O desconhecimento da Geometria por grande parte dos professores dificultou suas práticas em sala de aula. “Ora, como ninguém pode ensinar bem aquilo que não conhece, está aí mais uma razão para o atual esquecimento geométrico” (LORENZATO, 1995, p.4).
- Os currículos escolares e livros didáticos priorizaram outros conteúdos em detrimento da Geometria. Quando abordada, portanto, é descontextualizada da realidade do aluno, sem nenhuma aplicabilidade a outras disciplinas e por esse motivo é deixada quase sempre à mercê da “falta de tempo” e reduzida ao último capítulo do livro adotado, conforme mostra a citação.

Assim, apresentada aridamente, desligada da realidade, não integrada com as outras partes da própria Matemática, a Geometria, a mais bela página do livro dos saberes matemáticos, tem recebido efetiva contribuição por parte dos livros didáticos para que seja realmente preterida na sala de aula (LORENZATO, 1995, p.4).

⁷ Lei de Diretrizes e Bases para Educação Nacional (LDB)

Igualmente preocupadas com o panorama de crise em que a Geometria aparece como disciplina escolar, tanto Gazire (2000) quanto Pereira (2001) centraram suas pesquisas na busca de justificativas para essa problemática e possíveis contribuições para que o ensino da Geometria seja levado a efeito de forma mais contundente.

Ao efetuar uma pesquisa bibliográfica na busca das causas para o abandono do ensino da Geometria, Pereira (2001) argumentou que reflexões e discussões sobre esse tema, por parte dos educadores, são emergenciais, tendo em vista a suma importância do resgate da Geometria nos currículos escolares. Nesse trabalho a autora compilou algumas pesquisas que trataram dessa temática e sugeriu que outras investigações fossem efetuadas nessa direção.

Gazire (2000) investigou as causas do não resgate da Geometria no Ensino Fundamental e Médio. Para isso, a autora desenvolveu um estudo histórico da Geometria, bem como de seu ensino junto a um grupo de professoras de um curso de Especialização em Educação Matemática.

Os resultados mostraram que, apesar da Geometria se apresentar de forma sistematizada, esse fato não influenciou para que estivesse presente nos currículos escolares. A autora segue destacando que, raramente os professores participam de cursos de Geometria e, por esse motivo, justifica que a situação desses profissionais frente às suas práticas se caracteriza por um estado de “analfabetismo geométrico”, impossibilitando assim, o resgate do ensino da Geometria no ambiente escolar.

Diante de um quadro tão insatisfatório é necessário, portanto, o repensar consciente por parte dos profissionais da Educação sobre o ensino da Geometria, e sua real importância na formação dos educadores e educandos. Nesse contexto, cabe às instituições formadoras, a função primordial em preparar profissionais qualificados para trabalhar com Geometria, bem como oportunizar situações para que o professor desenvolva-se profissionalmente durante toda a sua profissionalização.

Ao analisar essa questão, Lorenzato (1995) afirma que é preciso um amplo e contínuo esforço por partes dos sistemas educacionais para que mudanças sejam efetuadas, no ensino da Geometria, no ambiente escolar. Ressalta ainda, que há necessidade de reestruturação nos currículos dos cursos de formação de professores,

investimento em cursos de Geometria para o professor em serviço e produção de novas publicações nessa área, tanto para o aluno, quanto para o professor.

Salienta-se que, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), referindo-se à Geometria, destacam sua importância no currículo de matemática, nos níveis Fundamental e Médio, tendo em vista que é por meio de seu ensino que o aluno desenvolve competências e habilidades de visualização, argumentação lógica, compreensão de formas geométricas, relações e propriedades, as quais são imprescindíveis para a percepção, interpretação e compreensão de seu espaço físico.

O desenvolvimento das capacidades de raciocínio, abstração, investigação, análise e a apreensão de fatos matemáticos que permitam ao aluno a compreensão e interpretação da própria realidade, bem como o desenvolvimento das competências e habilidades são aspectos fundamentais que devem ser levados em consideração pelo professor e trabalhados em sala de aula.

Além disso, a Geometria é importante para o desenvolvimento cognitivo do aluno, contribuindo na construção do conhecimento matemático ao longo de toda a escolarização e, por assim ser, os conceitos geométricos precisam ser apreendidos desde as séries iniciais, já que favorecem a compreensão de conteúdos posteriores e aspectos de outras áreas do conhecimento.

Segundo Wolff (1996) o apropriar-se de conceitos geométricos consiste em encontrar a combinação de certos atributos, (aquilo que é peculiar à alguém ou a alguma coisa) pertinentes ao conceito, os quais determinam um conceito anteriormente definido pelos matemáticos. Ao identificá-los, o aluno terá condições de reconstruí-los a partir da imagem conceitual adequada apreendida desse conceito.

A imagem conceitual para Hershkowitz (1994) é o resultado dos processos mentais de formação do conceito. Esta se caracteriza pela forma como o conceito é captado pela mente do indivíduo nas diferentes etapas do processo educativo. Diante disso, é imprescindível que o professor se aproprie de conceitos e analise sua estrutura matemática para que seja capaz de compreender como os alunos constroem as imagens conceituais geométricas.

Apesar dessas recomendações estarem postas nos PCNs, e da intencionalidade da LDB, que prevê uma educação integral para o indivíduo, que contribua no

desenvolvimento de suas potencialidades, ainda são discretas as mudanças no cenário atual da Educação Brasileira concernente ao estudo da Geometria no ambiente escolar.

O que se tem constatado, em cursos de Geometria para professores dos dois níveis de escolaridade, é que o ensino da Geometria, quando ministrado em sala de aula, no Ensino Fundamental, fica em torno de tópicos de medidas, nomenclatura de formas geométricas e algumas definições muitas vezes desprovidas de significado.

Já no Ensino Médio a Geometria é trabalhada como um corpo de conhecimento lógico e axiomatizado, constituído de definições, propriedades, nomenclaturas, deduções e aplicações de fórmulas em problemas padronizados, totalmente desvinculados de qualquer compreensão, contextualização ou aplicabilidade prática.

Fainguelernt (1995) evidencia que o ensino da Geometria não pode ser restringido à aplicação de fórmulas e obtenção de resultados estabelecidos por alguns teoremas, sem a preocupação de que os alunos sejam desafiados na busca de caminhos para a compreensão das demonstrações e deduções dessas fórmulas. Para essa autora, a compreensão tem suma importância para o desenvolvimento intelectual do aluno, do seu raciocínio lógico e da passagem da intuição para os processos de abstração e generalização.

Os estudos desenvolvidos por Nacarato e Passos (2003) mostraram que o ensino da Geometria não pode ser focado somente em tópicos de medida ou na identificação e nomenclaturas de formas geométricas, haja vista, que existe maior amplitude e complexidade nesse processo. Em consequência disso, faz-se necessário que os professores que trabalham com Geometria se apropriem dos “elementos teóricos” os quais se constituem nos pilares do conhecimento geométrico.

Outrossim, é fundamental que, além dos conceitos, fórmulas e propriedades geométricas, o professor detenha outros conhecimentos que dêem suporte à sua prática pedagógica e redirecione o ensino da Geometria para além da axiomatização.

Assim sendo, os profissionais da Educação precisam considerar a importância do ensino da Geometria, para a formação integral do alunado, valorizando-o, incluindo-o nos currículos e enfocando-o adequadamente no ambiente escolar. Entretanto, para que isso seja possível, é fundamental que o professor tenha domínio

dos conceitos, relações e propriedades geométricas e como desenvolvê-los no ambiente escolar de forma produtiva.

Pavanello (1993) salienta que o trabalho realizado com a Geometria pode favorecer a análise e deduções de fatos e relações, bem como estabelecer conexões entre eles para que, a partir dessa premissa, possam emergir novos fatos e novas relações. Entende-se que, isto pode propiciar, tanto ao professor, quanto ao aluno, o desenvolvimento do pensamento crítico e autônomo.

Considerando a importância de um trabalho nesses moldes Gaspar (2003) aponta algumas razões para que o ensino da Geometria seja efetivamente ministrado em sala de aula, quais sejam:

- A Geometria faz parte da cultura de um povo, portanto, se constitui fator determinante na organização da sociedade.
- Está presente na vida diária do aluno e possui aplicabilidade na vida real.
- Auxilia na resolução de problemas e contribui para o desenvolvimento de algumas competências e habilidades.
- É importante para o desenvolvimento cognitivo do aluno e do raciocínio lógico-dedutivo.
- É uma forma de representação de outros conceitos e idéias matemáticas e é um saber que estabelece conexões entre os diversos tipos de pensamento matemático.

Essas razões apontam para um ensino da Geometria com enfoque não só nos conteúdos geométricos sistematizados, mas também nos conhecimentos e habilidades que o professor dispõe incorporados à sua cultura e que informam sua percepção geométrica e conferem um sentido ao seu fazer pedagógico.

Nesse contexto, Fonseca et al (2001) enfatizam que a preocupação com conteúdos geométricos a serem ensinados no ambiente da sala de aula não pode ser desconsiderada, mas explicitada, reconhecida, aproveitada, porque revela o conhecimento do professor e retrata sua prática pedagógica.

Em vista disso, cabe aqui a pergunta: como desenvolver um trabalho com Geometria adequado e produtivo na sala de aula?

Preocupados com essa temática, vários pesquisadores, em Educação Matemática, têm discutido essa questão, em seus trabalhos, e apresentado sugestões e propostas para que o ensino da Geometria seja resgatado e ministrado efetivamente no ambiente escolar.

Em suas pesquisas, desenvolvidas com alunos, tanto Lujan (1997) quanto Kobayashi (1998) se fundamentaram na teoria epistemológica de Jean Piaget para investigar algumas atividades geométricas em alunos do início de escolarização. Seus objetivos eram averiguar quais as possíveis relações geométricas presentes nos desenhos produzidos pelas crianças, e se elas poderiam adquirir conceitos geométricos a partir de seus desenhos.

O resultado da pesquisa de Lujan mostrou que as crianças podem compreender conceitos geométricos, se a proposta de trabalho pedagógico for condizente com o nível cognitivo delas. Alguns conceitos geométricos, tais como, simetria, percepção e intersecção de figuras planas podem e devem ser trabalhados com os alunos desde as séries iniciais, com materiais didáticos simples e de fácil confecção. Já Kobayashi constatou que as primeiras relações feitas pelas crianças foram de ordens topológicas, sendo necessário que o professor possibilite, aos alunos, a construção das relações projetivas e euclidianas.

Nessas pesquisas é possível observar a preocupação dos autores em contribuir para que o ensino da Geometria seja desenvolvido no ambiente escolar desde as séries iniciais, confirmando assim o que preconiza Freudenthal, citado por Neeleman (1991), quando enfatiza que a Geometria deve fazer parte dos currículos escolares desde cedo, propiciando condições para que a criança seja capaz de compreender o mundo em que vive e orientar-se nele.

No que se refere a questões metodológicas para o ensino e aprendizagem da Geometria identificam-se, algumas propostas alternativas para a sala de aula nos trabalhos de Silva (1997); Murari (1999); Martos (2002); Martins (2003); Almeida (2003).

Silva propõe um trabalho utilizando representação geométrica por meio de desenhos, tendo como base alguns ornamentos, tais como: faixas, rosetas e mosaicos para que a partir desses elementos, sejam efetuados estudos sobre os movimentos de translação, reflexão e rotação, de figuras, objetivando estimular no aluno o interesse e a criatividade. Murari sugeriu um trabalho diversificado via caleidoscópio, com o intuito de desenvolver no aluno a compreensão de conceitos, relações e propriedades geométricas, bem como despertar no educando o interesse pela Geometria.

Martos utilizou a metodologia desenvolvida por Istvan Lénárt⁸ e apresentou uma proposta de trabalho com Geometria euclidiana e não-euclidiana para o Ensino Fundamental, a partir de materiais didáticos e atividades comparativas entre as geometrias plana e esférica. Além disso, relacionou conceitos geométricos aos conceitos geográficos. A autora ressaltou que embora os conceitos de Geometria esférica não sejam comumente abordados nas aulas de matemática, os professores podem avançar na busca desses novos conhecimentos.

Martins propõe um trabalho diversificado em que são utilizados conjuntamente os recursos didáticos: caleidoscópios, sólidos geométricos, jogos e softwares educacionais na exploração de temas geométricos, como por exemplo: tesselações do plano e do espaço, por polígonos e poliedros regulares, respectivamente.

Esses recursos também foram utilizados por Almeida ao desenvolver sua pesquisa com alunos da 2ª série do Ensino Médio, em que apresentou uma proposta para o ensino da Geometria, via resolução de problemas, abordando no tema “Pavimentações do Plano”, alguns conteúdos como, por exemplo: simetrias, polígonos regulares, seqüências numéricas e outros.

De modo geral, os autores constataram que, os recursos pedagógicos utilizados e explorados pelos alunos nas atividades propostas, possibilitaram a apreensão de conceitos, propriedades e relações geométricas, além de contribuir para o desenvolvimento da percepção espacial, senso crítico, e criatividade dos estudantes, bem como tornaram as aulas diversificadas.

⁸ Educador matemático húngaro

Outros pesquisadores, tais como Henriques (1999); Haruna (2000); Barroso (2000); Leme da Silva (2002), utilizaram softwares de “Geometria Dinâmica” em seus trabalhos como alternativas para o ensino da Geometria.

Os autores investigaram as possíveis contribuições que o software Cabri Géomètre II pode proporcionar ao ensino da Geometria e constataram que o enfoque computacional via Cabri Géomètre II é uma alternativa metodológica tendo em vista que os alunos apresentaram grande interesse nas atividades desenvolvidas e que o dinamismo desse software, caracterizado pela propriedade do “arrastar”, possibilitou a construção e exploração de figuras geométricas, apreensão de seus conceitos e relações, bem como a identificação, verificação e validação de suas propriedades.

Com relação a pesquisas de cunho histórico, foram observados os trabalhos de Peruzzi (1998); Machi (2001); Gaspar (2003) nos quais foram abordados aspectos geométricos, via História da Matemática.

Ao analisar os principais modelos geocêntricos desenvolvidos na Grécia Antiga por filósofos, no período compreendido entre Platão e Ptolomeu, Peruzzi, teve como objetivo primordial possibilitar possíveis reflexões por parte dos professores, sobre a importância dessas teorias como aporte em suas aulas de Geometria.

Machi se deteve em discutir alguns conceitos matemáticos, como por exemplo, áreas e volumes que são utilizados por construtores ou trabalhadores rurais. Com isso, o autor intentou mostrar a aplicabilidade da Geometria em problemas do cotidiano do construtor e do homem do campo e resgatar as origens e as tradições matemáticas, as quais permanecem desde os primórdios das antigas civilizações.

Gaspar efetuou uma pesquisa de caráter bibliográfico sobre os conhecimentos geométricos de algumas civilizações, quais sejam: Babilônia, China, Egito, Índia, alguns indígenas brasileiros e povos africanos. Em consequência disso, propõe aos professores, como utilizar a História da Matemática, como recurso pedagógico, no ensino da Geometria, possibilitando reflexões sobre as formas diversificadas de se trabalhar nesses moldes no Ensino Fundamental e Médio. A autora segue destacando que essas propostas poderão ser aplicadas em outras áreas do conhecimento matemático.

No geral essas pesquisas apontam a importância da História da Matemática como alternativa para o ensino da Geometria. Nessa perspectiva, o professor, deve fundamentar-se e usufruir desse recurso pedagógico, utilizando-o concomitantemente aos conteúdos geométricos desenvolvidos nos diferentes níveis de escolaridade.

Sobre os conceitos e representações geométricas, vários trabalhos têm sido desenvolvidos por alguns pesquisadores, dentre eles Pirola (1995) ; Viana (2000).

Pirola verificou como os conceitos de figuras planas (triângulo e paralelogramo) eram entendidos por alunos de Ensino Fundamental. O autor concluiu que a maioria dos alunos de 5ª série desconhecia o paralelogramo e sua classificação. Com relação aos alunos de 8ª série, constatou que eles não se apropriaram durante as séries anteriores de alguns conceitos e definições geométricas, haja vista que esses alunos não conseguiram escrever, verbalizar e nem mesmo desenhar diferentes tipos de paralelogramos.

Utilizando as teorias de Piaget e Vygotsky, como fundamentação teórica, Viana avaliou o conhecimento geométrico de 377 alunos do CEFAM⁹ sobre figuras espaciais e analisou as habilidades visual/gráfica desses estudantes. A análise foi efetuada de acordo com os níveis de conceituação propostas por Van Hiele¹⁰ e o resultado apresentado pelos sujeitos restringiu-se ao nível 1 (análise) e nível 2 (síntese).

Os trabalhos mencionados até então, desenvolvidos com alunos, apontaram as dificuldades que esses estudantes têm, relativas à apreensão de conceitos e representações, e propõem sugestões e alternativas metodológicas para que o professor possa desenvolver um trabalho de forma diferenciada e produtiva.

Essas e outras investigações, que trazem sugestões e propostas metodológicas para sala de aula, vêm ocupando um espaço significativo na Educação Matemática, haja vista, a quantidade expressiva de trabalhos, com essa temática. Entretanto, ainda são ínfimas as pesquisas, voltadas para o ensino da Geometria, efetuadas junto a professores de formação continuada, que propiciem contribuições para sala de aula.

⁹ Centro Específico de Formação e Aperfeiçoamento do Magistério, no Estado de São Paulo.

¹⁰ Esse modelo sugere que o desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos se dá obedecendo a uma sequência de níveis de compreensão: nível 0 (reconhecimento), nível 1 (análise), nível 2 (síntese), nível 3 (dedução) e nível 4 (rigor)

Diante disso, é relevante que outras pesquisas sejam desenvolvidas com essa temática, já que os fundamentos básicos da Geometria são ou serão ministrados por professores. Acredita-se que mais trabalhos nessa área contribuirão para que os educadores possam refletir e discutir sobre a importância do ensino da Geometria e torná-lo presente em suas aulas de matemática durante todo o ano letivo.

Assim sendo, é mister que haja mais discussões e questionamentos, nos cursos de formação de professores, sobre a relevância da Geometria no âmbito escolar para que seu ensino seja efetivado de forma produtiva em todos os níveis de escolaridade.

Em vista disso, buscou-se verificar alguns trabalhos, principalmente na formação continuada, que foram desenvolvidos com esse enfoque. Efetuou-se, para tanto, uma pesquisa de caráter bibliográfico, em artigos, dissertações e teses publicadas a partir de 1993.

Em sua pesquisa “*Os por quês matemáticos dos alunos e as respostas dos professores*” Lorenzato (1993) propôs a 255 professores do primeiro ciclo do Ensino Fundamental, com cerca de 10 anos de experiência no magistério, oito questões (sugeridas por alunos) referentes a alguns conceitos geométricos, quais sejam, ângulos, paralelismo, perpendicularismo, círculo, área e volume.

A análise dos resultados mostrou que grande parte desses professores não conseguiu resolver de forma acertada as questões propostas. Ao entrevistá-los sobre o trabalho com Geometria desenvolvido em sala de aula, o autor constatou que apenas 8% dos entrevistados admitiram não se apropriar dos conhecimentos geométricos e, portanto, em sua sala de aula, apenas tentavam ensinar Geometria.

O desconhecimento da Geometria por grande parte dos professores é apontado por Lorenzato (1995) como uma das causas para omissão de seu ensino no âmbito escolar. Por conseguinte, se o professor não se apropriar daquilo que vai ensinar é de se esperar que frente a seus alunos ele tente ensinar Geometria sem conhecê-la, apenas para cumprir o programa curricular ou a desconsidere por completo de seu planejamento.

Diante de questões como essa, Gouvêa (1998) propõe em seu trabalho, discussões sobre possíveis mudanças nas práticas pedagógicas dos professores do

Ensino Fundamental, os quais participaram de sua pesquisa num processo que a autora denominou, de formação em Geometria segundo o ponto de vista de seus alunos.

Seu trabalho foi conseqüente de uma análise sobre os resultados fornecidos pelo SARESP¹¹, em abril de 1996, os quais revelaram que, na rede pública, os desempenhos dos alunos de 7ª série e a metodologia dos professores eram insatisfatórios.

Ao entrevistar os sujeitos de sua pesquisa, a autora constatou que um número expressivo deles afirmou que em sua formação inicial não lhes foi concedida a oportunidade de estudar Geometria de forma a obter aportes para trabalhar com seus alunos.

Tendo em vista que o método de ensino desses professores mostrou-se inadequado quando comparado ao resultado da aprendizagem de seus alunos, Gouvêa concluiu que as reflexões da prática e possíveis mudanças por parte dos professores são emergenciais.

Embora as Geometrias não-euclidianas ainda não tenham encontrado espaço nos currículos escolares, algumas pesquisas que vêm sendo desenvolvidas com essa temática têm impulsionado reflexões acerca de se trabalhar com esse tópico em sala de aula, além de apresentarem sugestões para o Ensino Fundamental e Médio. É possível identificar nos trabalhos de Brito (1995); Souza (1998); Bonete (2000); Pataki (2003) algumas dessas contribuições.

Brito realizou um estudo histórico-pedagógico analisando as condições que possibilitaram o surgimento dessas Geometrias. A partir da “desconfiança histórica sobre a possibilidade de demonstração do quinto postulado de Euclides” teceu considerações sobre a parte histórica e discutiu as relações existentes entre a Teoria de Kant e o surgimento desses novos sistemas geométricos.

A autora sugeriu que o estudo sobre Geometrias não-euclidianas e reflexões sobre seu ensino, sejam efetuados pelos professores, pois possibilitam a percepção de outro campo do conhecimento.

O objeto de estudo de Souza foi o quinto postulado de Euclides, o qual foi analisado pela autora sob três pontos de vista, quais sejam, o matemático, o histórico e

¹¹ Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do estado de São Paulo.

o qualitativo. Souza investigou junto a professores de matemática do Ensino Fundamental, Médio e Superior, o que era ensinado sobre Geometrias não-euclidianas e quais as relações que eles estabeleciam entre o conhecimento desse postulado e suas práticas em sala de aula.

A pesquisadora concluiu que ao término do trabalho, mesmo obtendo uma visão mais ampla da Geometria, grande parte dos sujeitos ainda continuava vendo a Geometria euclidiana como sendo o único referencial capaz de descrever o mundo físico.

Bonete analisou uma proposta sobre o ensino dessas Geometrias, com o objetivo de incitar nos futuros professores do Ensino Fundamental e Médio, mudanças em suas concepções sobre “espaço” e “verdade matemática”.

Para isso, realizou três experiências em diferentes salas de aula do curso de Licenciatura em Ciências iniciando com questões sobre a soma dos ângulos internos de um triângulo.

Os resultados mostraram que há necessidade de reestruturação nos programas de formação de professores no sentido de que as Geometrias não-euclidianas sejam discutidas e apreendidas, pois possibilitam, tanto ao professor, quanto ao aluno, uma melhor compreensão do mundo físico.

O trabalho de Pataki foi desenvolvido com professores da rede pública do Estado de São Paulo, em uma seqüência didática¹², com o objetivo de articular os conhecimentos sobre Geometria Esférica e Geografia, propiciando interconexões entre esses saberes, além de proporcionar aos professores apreensões de conceitos da Geometria esférica, bem como oportunizar situações de reflexões e questionamentos sobre os conteúdos e aspectos do ensino dessa Geometria.

A análise dos dados mostrou que apesar dos sujeitos saberem da existência das Geometrias não-euclidianas, até aquele momento, ainda não haviam participado de nenhum estudo sobre elas. Diante disso, ressaltaram a importância de se trabalhar com essas Geometrias em sala de aula.

¹² Constituiu-se de uma série de atividades elaboradas e desenvolvidas com o objetivo de propiciar a construção de um conhecimento específico.

Por conseguinte, a autora concluiu que os conteúdos sobre Geometrias não-euclidianas, ainda não estavam incorporados ao currículo de muitas Universidades, mas é possível abordá-los em sala de aula articulando teoria e prática, ensino e aprendizagem, interdisciplinaridade e contextualização.

Esses estudos evidenciaram a preocupação com o ensino e aprendizagem das Geometrias não-euclidianas e apontaram sugestões no sentido de contribuir para que esses conhecimentos façam parte dos currículos escolares oportunizando, tanto aos professores, quanto aos alunos, o conhecimento de um outro referencial mais adequado para descrever as suas realidades.

Ao trabalharem com professoras de formação continuada, Paiva (1999) e Nacarato (2000) investigaram que concepções essas professoras possuíam e qual a relação entre essas concepções e suas práticas em sala de aula. Paiva concentrou-se no estudo dessas concepções e suas relações.

Nacarato centrou-se na identificação e análise dos saberes curriculares dos sujeitos da pesquisa, relativos à Geometria. A análise dos resultados mostrou que a prática pedagógica e a formação continuada das professoras são instâncias independentes, haja vista as limitações observadas no decorrer da investigação.

A autora segue destacando que os saberes curriculares das professoras, concernentes à Geometria, foram construídos por meio das atividades de reflexão e prática, desenvolvidas ao longo de dois anos de investigação.

Ao final dos trabalhos, tanto Paiva, quanto Nacarato, sugeriram que reflexões e mudanças na formação continuada dos docentes são relevantes, além disso, devem ser consideradas a trajetória do profissional e suas concepções.

Com relação a conceitos e representações geométricas, as pesquisas de Passos (2000); Maioli (2002) oferecem contribuições.

Passos efetuou sua pesquisa com cinco professoras da 4ª série do Ensino Fundamental e seus respectivos alunos. Direccionou um trabalho com Geometria, centrado na visualização mental de conteúdos geométricos e suas representações por meio do desenho. A autora investigou como os alunos representavam e interpretavam noções geométricas, além de verificar como suas professoras percebiam e exploravam essas representações.

A análise dos dados apontou as dificuldades que os alunos apresentaram no reconhecimento de representações planas de objetos tridimensionais, bem como mostrou a importância de ser trabalhada a visualização e a representação geométrica nas aulas de Geometria.

A referida autora ressalta que os professores das séries iniciais precisam se apropriar das noções fundamentais de Geometria e de métodos alternativos para o seu ensino, que propiciem a aprendizagem geométrica dos alunos, tendo em vista que nessa faixa etária as experiências geométricas se tornam de fácil compreensão, para as crianças, quando desenvolvidas a partir da observação do próprio corpo e mediante a exploração, visualização e representação de objetos e do espaço físico.

Com o objetivo de contribuir na formação de professores, no que se refere à aquisição de conhecimentos de conteúdos geométricos, bem como na elaboração de estratégias para um trabalho adequado com Geometria na sala de aula, Maioli (2002), elaborou uma oficina composta de atividades, envolvendo quadriláteros e a desenvolveu com um grupo de professores do Ensino Fundamental e Médio da rede pública do Estado do Paraná.

Durante a oficina, além da apreensão dos conceitos e propriedades pelos professores e demonstrações relativas aos quadriláteros, houve discussões sobre a fundamentação teórica que embasava a estratégia apresentada pela pesquisadora.

A autora concluiu que as atividades desenvolvidas possibilitaram reflexões sobre definições, conjecturas, propriedades, teoremas e demonstrações relativas aos quadriláteros, bem como oportunizou aos professores a descoberta de suas dificuldades na utilização de diferentes registros sobre representações geométricas.

No que diz respeito à demonstração, Maioli enfatizou que a oficina contribuiu no sentido de direcionar os professores à percepção da importância de se trabalhar com esse tópico. Houve avanços nesse sentido, entretanto, a pesquisadora ressaltou que a oficina “não deu conta” de desenvolver conhecimentos para que o professor fosse capaz de desenvolver sozinho uma demonstração completa. Diante disso, enfatizou que se faz necessário um estudo mais amplo sobre demonstrações.

Nas pesquisas citadas, foi possível constatar que a maioria delas expressou a preocupação e interesse dos pesquisadores em abordar questionamentos, propor

reflexões, discutir questões relativas a conteúdos e contribuir com novas estratégias para o ensino e aprendizagem da Geometria.

Para dar conta dessas propostas é necessário, portanto, que o educador tenha condições e conhecimento para desenvolvê-las. Muito tem se discutido que o professor precisa resgatar o ensino da Geometria em suas aulas de matemática. É possível que ele tenha consciência disso, interesse e sinta-se atraído pela proposta. Entretanto, as pesquisas que têm sido desenvolvidas sobre o tema Geometria, revelam que grande parte desses profissionais apresenta limitações para desenvolver um trabalho nesses moldes e geralmente não são incentivados a isso.

Em vista disso, cabem aqui alguns questionamentos:

- a) O que pensam os Sistemas Educacionais diante de um quadro como esse?
- b) De que forma é possível fundamentar o trabalho docente?
- c) Como resgatar nesse profissional a apreensão de conteúdos geométricos defasados ou omitidos em sua formação inicial?
- d) As instituições de ensino têm provido meios para que os problemas educacionais relativos ao ensino da Geometria sejam discutidos no ambiente escolar e possíveis soluções sejam evidenciadas?

Não se pretende aqui responder a essas questões, visto que não se constituem no objeto desta pesquisa. Elas foram explicitadas para efeito de reflexão dos profissionais, preocupados com essa temática, envolvidos no processo educativo.

Outrossim, para que o profissional desenvolva um trabalho com competência são necessários estudos que desafiem o educador a encontrar o “elo” entre ele, o aluno e o seu fazer pedagógico. Assim sendo, cabe aos Sistemas Educacionais apoiarem o professor, oferecendo-lhe melhores condições de trabalho e providenciando recursos pedagógicos. Além disso, às instituições de ensino devem proporcionar a seus docentes um espaço onde reflexões e discussões possam ser efetivadas na busca de possíveis soluções para as questões concernentes ao ensino da Geometria.

É freqüente se ouvir sobre dúvidas e dificuldades como justificativa para a omissão ou pouco tempo dedicado ao trabalho com Geometria. Em consequência

disso, falta aos educadores um ambiente para reflexão e investigação que lhes possibilite maior clareza sobre a importância do ensino da Geometria, o que ensinar e quais as habilidades a serem desenvolvidas em sua prática pedagógica.

Entretanto, questionamentos, reflexões e discussões por si só não são suficientes. É preciso ação por parte dos Sistemas Educativos, professores e equipe pedagógica frente a essas demandas educacionais. Faz-se mister que os cursos de formação continuada e em serviço, voltados para Geometria, sejam oportunizados aos professores e aceitos por eles.

Acredita-se que um curso proveitoso de Geometria poderia ser aquele que ao considerar o professor como principal mediador no processo educativo, oportuniza situações para que ele descubra o que muitas vezes está encoberto por suas limitações e incertezas. Possibilita que ele tome a iniciativa no sentido de esclarecer suas dúvidas, favorecendo-lhe a criatividade no seu fazer pedagógico e o senso crítico em suas ações.

Ao profissional raramente é dada a oportunidade para expor suas limitações, expectativas, fracassos ou êxitos profissionais e uma das razões, pode ser justamente a falta de um espaço para discussões no ambiente escolar. Refere-se a esse espaço como sendo, momentos de trocas de experiências, planejamento, discussões e aprendizados resultantes da reflexão como “prática social”.

A existência desse ambiente educativo é imprescindível para que sejam evidenciadas e discutidas as limitações, quer sejam relativas aos conceitos geométricos, propriedades ou método de ensino concernente à prática pedagógica, bem como a elaboração do planejamento e projetos em conjunto.

Em consequência disso, esse espaço pode se tornar em um laboratório de ensino e aprendizagem, tanto do professor, quanto do aluno já que a Geometria sugere um estudo com base na exploração de situações de natureza investigativa.

Ponte et al (2003) consideram que as investigações geométricas contribuem para a percepção de aspectos relevantes da atividade matemática, como por exemplo, elaboração e validação de conjecturas e a busca e demonstração de generalizações.

Assim sendo, é possível se trabalhar os conteúdos geométricos, utilizando os “cenários para investigação”, de forma adequada a cada nível de escolaridade tendo

em vista que, a exploração das investigações geométricas contribuem no desenvolvimento das capacidades de visualização espacial, percepção e representações matemáticas. Deste modo, as atividades desenvolvidas e partilhadas nesse ambiente se constituirão em momentos ricos de ensino e aprendizagem, e o ensino da Geometria deixa de ser preponderantemente tradicional e passa a ser crítico e construtivo.

Wolff (1996) faz menção a Rosa ao mostrar que, propor questões desafiadoras ou “desequilibrar”, requer domínios dos conteúdos a serem ministrados, além disso, há necessidade de que o docente conheça o desenvolvimento cognitivo do aluno a fim de que, desafiá-lo, em atividades abertas, não se torne objeto de frustração, tanto do professor quanto do aluno, pela impossibilidade de obter soluções.

Assim sendo, é fundamental que o professor tenha plena consciência da importância do ensino da Geometria para o desenvolvimento cognitivo do aluno e se torne ousado no sentido de dar a essas aulas um outro enfoque, proporcionando condições para que o educando seja capaz de construir, explorar e representar formas geométricas, a fim de que nelas possa buscar regularidades, perceber e identificar relações e propriedades geométricas, fazer conjecturas, generalizar e registrar suas conclusões.

Para isso, o professor precisa investir no seu desenvolvimento profissional e “fazer acontecer” mudanças em sua prática. Nesse contexto, tanto D’Ambrosio (1996) quanto Perez (2004) preconizam que cabe ao professor buscar em sua prática, em atitude permanente de ação-reflexão, aquilo que o fará ir se completando em seu percurso. O seu desenvolvimento profissional é de sua inteira responsabilidade em virtude deste lhe proporcionar melhores condições de pensar com sabedoria e exercer um trabalho mais adequado às necessidades e interesses do educando.

Em vista disso, portanto, é mister que os professores de matemática repensem essas questões, discutam-nas em conjunto e caminhem em direção a possíveis soluções, para que o aluno possa usufruir desde a mais tenra idade escolar dos fundamentos básicos da Geometria, os quais o habilitará a prosseguir com menos lacunas na sua trajetória estudantil rumo ao conhecimento de outros conteúdos geométricos mais consistentes.

Como foi possível observar nos trabalhos citados, a preocupação e interesse no resgate da Geometria no âmbito escolar tem direcionado pesquisadores e educadores à reflexão, elaboração e implementação de alternativas metodológicas que busquem superar dificuldades encontradas na abordagem desse tema e propiciem contribuições à prática pedagógica.

Esta pesquisa tem o fito de inserir-se no âmbito dessas contribuições propondo um trabalho, com Geometria, na formação continuada de professores, enfocando temas regionais desenvolvidos em um laboratório de ensino e aprendizagem de matemática. Justifica-se a escolha desta abordagem considerando-se que o estudo da Geometria pode despertar, tanto nos professores, quanto nos alunos, valores culturais e estéticos importantes para a compreensão mais acurada dos elementos de sua realidade.

Abordar temas particulares de uma região significa considerar a cultura e os costumes de um povo, e ao trazer elementos dessa realidade para o ambiente escolar pode dar mais sentido ao ensino e torná-lo mais significativo. Nesse contexto, efetuou-se um trabalho na formação continuada de professores de matemática de Manaus (AM), sob um estudo de caso, com enfoque qualitativo, o qual será discutido a seguir.

CAPÍTULO V

DA PESQUISA SOBRE A GEOMETRIA NA FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES DE MANAUS (AM)

5.1. A Proposta

Algumas pesquisas têm revelado que a “Educação Geométrica” contribui no desenvolvimento de certas habilidades e competências na formação do indivíduo, favorecendo assim a compreensão da idéia matemática. Como já foi dito no Capítulo IV, a visualização é uma dessas habilidades. Diante disso, a intencionalidade desta proposta de trabalho é incentivar os professores em formação continuada a terem um olhar para Geometria, além dos conteúdos programáticos, visualizando-a em cada elemento à sua volta, trazendo-o para sala de aula e investigando-o com seus alunos.

Assim sendo, que conhecimentos geométricos é possível obter a partir de elementos da natureza que estão presentes no cotidiano de alunos e professores de uma determinada região?

Ao olhar para alguns elementos da Amazônia é possível trabalhar vários conceitos, relações e propriedades geométricas.

• VITÓRIA AMAZÔNICA

A) Descrição:

Uma possível descrição pode ser vista no glossário, ao final deste trabalho.

B) Aspectos geométricos na visualização das folhas:

Considerando somente a base, a folha (fig.2 p.88) sugere a forma circular favorecendo o estudo da circunferência. Ao ser considerado também as bordas, sugere o estudo de um cilindro sem uma das bases.

C) Alguns conteúdos desenvolvidos no estudo da circunferência:

- Definição: Circunferência é o conjunto de pontos do plano que eqüidistam de um ponto fixo chamado centro.
- Corda: Segmentos cujas extremidades pertencem à circunferência.
- Diâmetro: Corda que passa pelo centro da circunferência, $d = 2r$.
- Raio: Segmento com extremidade no centro da circunferência e a outra a qualquer de seus pontos, $r = d/2$.
- Círculo: É a reunião da circunferência com seu interior.
- Ângulo Central: É o ângulo cujo vértice está no centro da circunferência e os lados são seus raios.
- Ângulo Inscrito: É o ângulo que tem o vértice na circunferência e os lados são secantes a ela.
- Interior e exterior de uma circunferência: Sendo $\lambda (O, r)$ uma circunferência de um plano α . O conjunto dos pontos internos a ela é seu interior e o conjunto dos pontos externos, seu exterior. Ambos podem ser expressos da seguinte forma: Interior de $\lambda = \{P \in \alpha / d_p, O < r\}$ (um ponto P pertence ao plano α tal que a distância de P ao centro da circunferência é menor que o raio dessa circunferência). Exterior de $\lambda = \{P \in \alpha / d_p, O > r\}$ (um ponto P pertence ao plano α tal que a distância de P ao centro da circunferência é maior que o raio dessa circunferência).

D) Posições relativas de duas circunferências:

Considerando duas circunferências $\lambda_1 (O_1, r_1)$ e $\lambda_2 (O_2, r_2)$ com $r_1 > r_2$ e distância d entre os centros, há cinco possibilidades de posições entre elas: interna, tangente interna, secante, tangente externa e externa. Entretanto, nas folhas da *vitória amazônica*, cuja representação geométrica sugere duas circunferências, há apenas duas dessas possibilidades, quais sejam:

Se $d = r_1 + r_2$ então λ_2 é tangente externa a λ_1 .

Se $d > r_1 + r_2$ então λ_2 é externa a λ_1 .

E) Comprimento da folha:

O comprimento da circunferência é expresso pela fórmula $C = 2\pi r$. Considerando o diâmetro da folha 1,80m e o raio 0,9m. Então:

$$C = 2\pi r$$

$$C = 2.0,9\pi$$

$$C = 1,8\pi \text{ m (substituindo } \pi \text{ por } 3,14)$$

$$C \cong 5,65\text{m}$$

F) Área da base da folha:

A área da base (A_b) corresponde à área do círculo que é expressa pela fórmula:

$$A_b = \pi r^2$$

$$A_b = \pi.(0,9)^2$$

$$A_b = 0,81\pi \text{ m}^2 \text{ (substituindo } \pi \text{ por } 3,14)$$

$$A_b \cong 2,54\text{m}^2$$

G) Área total da folha:

A área total é igual a soma da área da base da folha ($A_b = \pi r^2$) mais a área lateral A_l (bordas). A altura das bordas da *vitória amazônica* chega a atingir 13 cm. Nesse caso a folha sugere um cilindro circular reto¹³, sem uma das bases.

As bordas, planificadas, sugerem um retângulo de dimensões $2\pi r$ (comprimento da circunferência da base) e h (altura do cilindro). A área lateral da folha corresponde à área de um retângulo, expressa pela fórmula ($A_l = 2\pi r h$). Então, a área total (A_t) é indicada por:

$$A_t = A_b + A_l \text{ (substituindo } A_b \text{ e } A_l \text{ temos)}$$

$$A_t = \pi r^2 + 2\pi r h \text{ (colocando } \pi \text{ em evidência)}$$

$$A_t = \pi r (r + 2h) \text{ (substituindo } r = 0,9 \text{ m e } h = 0,13\text{m tem-se)}$$

$$A_t = 0,9 (0,9 + 2.0,13)\pi$$

$$A_t = 0,9.1,16\pi$$

¹³ É todo cilindro circular cujas geratrizes são perpendiculares aos planos das bases. Ele é gerado pela rotação de um retângulo em torno de um de seus lados.

$$A_t = 1,04\pi \text{ m}^2 \text{ (substituindo } \pi \text{ por } 3,14)$$

$$A_t \cong 3,26 \text{ m}^2 \text{ (área total aproximada de uma folha real da vitória amazônica)}$$

- **UMA FOLHA SIMPLES**

A) Descrição:

Uma folha simples é aquela cujo limbo não é dividido em folíolos.

B) Alguns Conceitos:

Podem ser trabalhados alguns conceitos, como por exemplo: curva, linhas abertas e fechadas, paralelismo, perpendicularismo, segmentos, ângulos, área, medidas, cálculo de área.

C) Algumas sugestões para o cálculo da área da folha ou área folhar.

- Primeira sugestão: Usando a proporcionalidade.

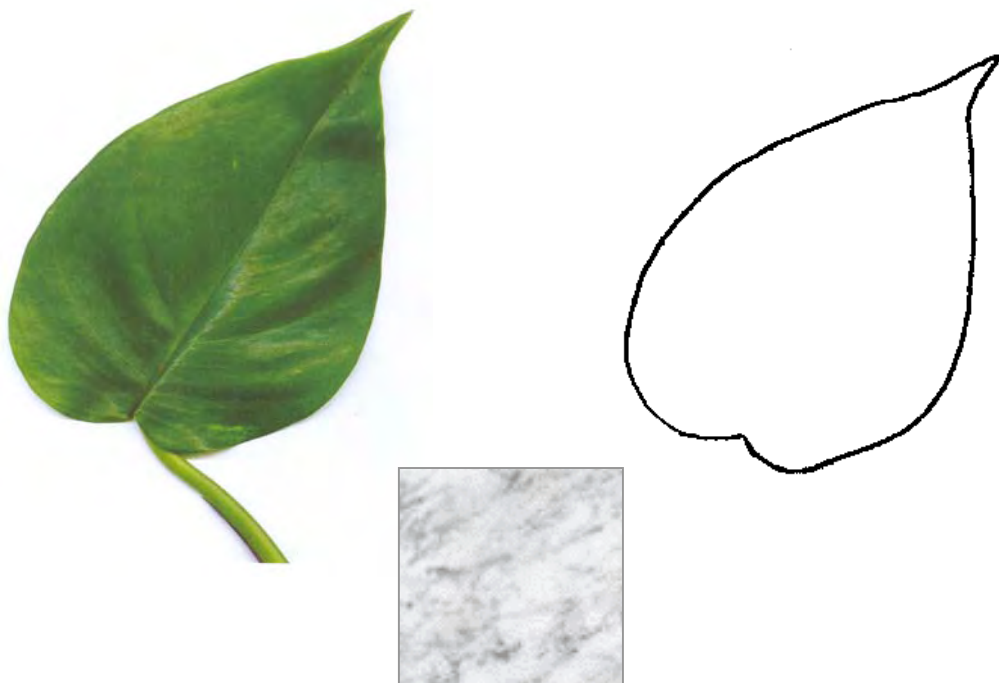


Figura 1. uma folha simples

Para calcular a área folhar da imagem acima, pode ser utilizada uma cópia reproduzida em papel, recortada e pesada numa balança analítica modelo Mettler H31AR. Em

seguida, corta-se um quadrado do mesmo papel com área, por exemplo medindo 9 cm² e efetua-se o mesmo processo, obtendo-se as seguintes medidas:

Peso do quadrado = 0,07 g

Peso da folha = 0,23 g

Usando a proporcionalidade, tem-se:

Área do quadrado — Peso do quadrado

Área da folha — Peso da folha

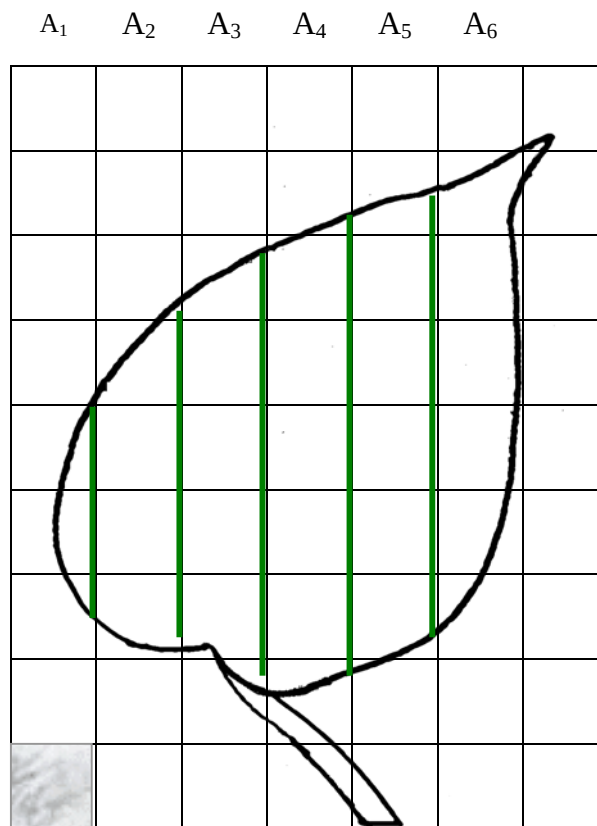
9 cm² — 0,07g

A_f — 0,23g

A_f = 0,23. 9 / 0,07

A_f ≅ 29,57cm²

- Segunda sugestão: Por aproximação.



Usando o cm² como unidade de área é possível fazer uma estimativa da área ocupada pela figura 1 (folha simples) contando os quadrados existentes no interior dela. Na malha quadriculada acima foi utilizado um quadrado de 1,254 cm² de área. Em seguida calculou-se (contando os quadrados) a área de cada região formada sobre ela como segue:

$$A_f = \sum_{n=1}^n A_n \text{ onde } A_f \text{ é a área total da folha e } A_n \text{ é a área de cada uma das regiões}$$

sobre a folha.

$$A_f = A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n$$

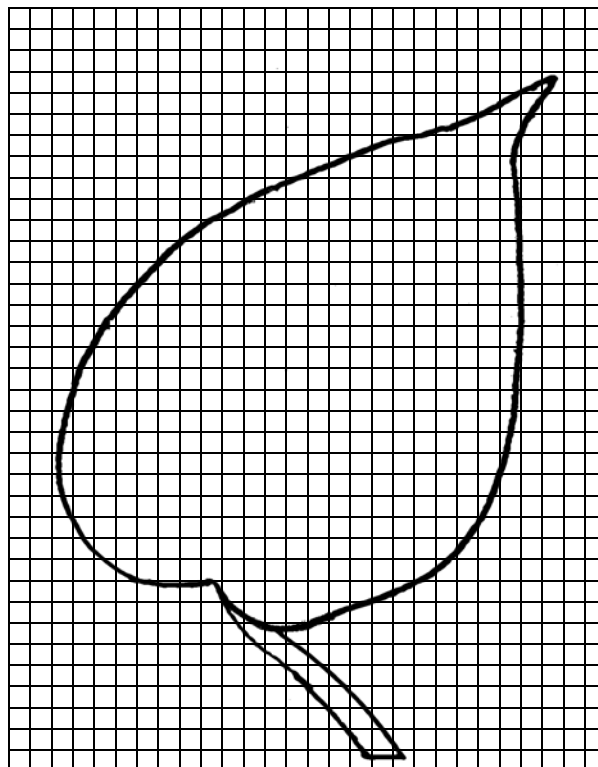
$$A_f = 0,75 + 3,25 + 4,5 + 5,06 + 5,25 + 4,62$$

$$A_f = 23,43 \text{ (quadrados de } 1,254 \text{ cm}^2 \text{ de área)}$$

$$A_f = 23,43 \cdot 1,254$$

$$A_f \cong 29,38\text{cm}^2$$

Se novamente cobrirmos a folha com uma malha de 1/4, 1/8, 1/16 da unidade anterior, e assim por diante, melhor será a aproximação obtida.



Na malha acima foi utilizado um quadradinho de $0,078\text{ cm}^2$ de área e efetuou-se o mesmo processo, obtendo-se:

$$A_f = \sum_{n=1}^n A_n$$

$$A_f = A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n$$

$$A_f = 1,5 + 7,5 + 10,5 + 12,75 + 14,25 + 15,25 + 16,5 + 17 + 18,25 + 19,75 + 20,5 + 21 + 21 + 21 + 21 + 21,25 + 21,25 + 21 + 20,5 + 19,5 + 18,5 + 14,25 + 1,25.$$

$$A_f = 375,25 \text{ (quadrinhos de } 0,078\text{ cm}^2 \text{ de área)}$$

$$A_f = 375,25 \cdot 0,078$$

$$A_f \cong 29,26\text{cm}^2$$

Se prosseguirmos utilizando unidades cada vez menores o somatório dos quadrinhos tenderá para um valor limite. Esse valor limite será a área da folha. Essa é a idéia desenvolvida no cálculo de áreas por integral (Ensino Superior) que pode ser trabalhada desde o Ensino Fundamental.

É muito importante a utilização de diferentes malhas para que o aluno perceba que quanto menor for a unidade utilizada para determinar a área de uma figura plana qualquer, melhor será a aproximação obtida.

Embora possa ter sido utilizada, na primeira sugestão, uma balança analítica, por esta ser mais precisa, pode ser usado qualquer outro tipo. Esse processo é o mais preciso por isso é pertinente que o professor propicie condições ao aluno para

que ele calcule a área de uma figura utilizando métodos diferentes e estabeleça comparações.

Na imagem da *Icacinaceae Dendrob* (fig.3, p.91) pode ser estudado, por exemplo, polígonos inscritos e circunscritos e simetria. A partir da imagem do arará-boi (fig 6, p.108) é possível estudar Geometria esférica.

Da imagem do cupuaçu (fig.7 p.109) podem ser estudadas as cônicas, já que essa fruta sugere um elipsóide (superfície de um corpo cujas secções são todas, ou elipses ou círculos. Já a imagem da lamparina (fig. 9 p.111) favorece o estudo do cone.

Não se pretende aqui esgotar todas as possibilidades daquilo que é possível ser trabalhado a partir dessas imagens oportunizando assim ao professor um outro olhar sobre essas questões. A seguir espera-se contribuir com algumas sugestões de investigações geométricas.

Atividade 1- Explorando uma imagem de sua realidade:

1. Observe e descreva a imagem.
2. Explorá-la sob um olhar geométrico.
3. Propor questões a partir dessa imagem.
4. Registre suas conclusões.

Atividade 2 - Investigando a imagem de uma flor qualquer:

1. Observar a imagem e a partir dela identificar quais conceitos geométricos que podem ser explorados.
2. Definir cada um deles.
3. Quais propriedades podem ser identificadas em cada um desses conceitos?
4. É possível expressar alguma fórmula para alguns desses conceitos? Qual?
5. Imaginar e desenhar uma imagem qualquer
6. Estabelecer semelhanças e diferenças entre a imagem proposta e a que foi criada.
7. Que relações podem ser identificadas entre elas?
8. Registre suas conclusões
9. Propor questões a partir da imagem criada.

Atividade 3 - Construindo e investigando quadrados:

1. Usando sua criatividade construir no papel quadriculado seis quadrados de diferentes tamanhos.

2. Utilizando um quadradinho como unidade de medida, construa uma tabela relacionando o número de quadradinhos utilizados em cada quadrado construído e a medida de seu lado.
3. Que relações podem ser identificadas em cada um dos quadrados construídos?
4. É possível representar por algum símbolo essas relações? Qual?
5. O que aconteceria com o lado, se construíssemos um quadrado utilizando 100 quadradinhos? E se utilizássemos apenas 2 ? E com 5?
6. Que propriedades podem ser identificadas na questão acima.
7. Registre suas conclusões.
8. Compare o que você fez com algum de seus colegas.
9. A que conclusão vocês chegaram?
10. Como você calcularia a área dos quadrados construídos?

Atividade 4 - Construindo e explorando sólidos geométricos:

1. Construir os seguintes sólidos geométricos: hexaedro regular e a pirâmide de base quadrada.
2. Quais elementos são possíveis identificar em cada um deles?
3. Construa uma tabela registrando esses elementos e suas principais características.
4. É possível identificar relações? Quais?
5. Destaque semelhanças e diferenças entre os sólidos construídos.
6. Deduza fórmulas que permitam calcular em cada um dos sólidos: a área da base, área lateral, área total.
7. É possível deduzir outras fórmulas? Quais?
8. Elabore e resolva dois problemas utilizando as fórmulas deduzidas.
9. Registre algumas conclusões obtidas pelo grupo sobre as investigações feitas nesta atividade.

Para levar a efeito esta proposta, que diz respeito à formação continuada de professores e, especificamente em Manaus (AM), buscou-se aportes que pudessem fornecer uma sustentação teórica. Metodologicamente, considera-se este trabalho

como um estudo de caso, em uma abordagem qualitativa, cujo método será discutido a seguir.

5.2. Método de Pesquisa:

Segundo Bogdan e Biklen (1994) a pesquisa com enfoque qualitativo caracteriza-se pela atuação direta do pesquisador no ambiente de investigação e seu envolvimento com a situação que está sendo investigada por meio do trabalho de campo. Nesse contexto, o olhar do investigador para o fenômeno que está sendo investigado vai depender de sua história de vida e vivida em seu ambiente sócio-cultural do qual ele trás consigo valores, aptidões, preferências e conhecimentos os quais o impulsionam a privilegiar aspectos relacionados a sua realidade em detrimentos de outros.

Nesse estudo, a preocupação com o “rigor” e a “abrangência” dos dados coletados é fundamental, ou seja, a garantia de um trabalho fidedigno está na exatidão entre as informações registradas e aquilo que realmente aconteceu “*in loco*”. Com referência ao rigor, é importante que o pesquisador relate com precisão quais os métodos e procedimentos utilizados na investigação, a fim de que haja clareza na forma como os dados foram obtidos e analisados.

Na obtenção desses dados o investigador se preocupa em registrar com detalhes cada situação vivenciada ressaltando mais o processo do que o produto. Assim sendo, um trabalho qualitativo permite o exame atento das ações do indivíduo ou grupos em relação à realidade pesquisada. Para isso, a observação precisa ser controlada e sistematizada, implicando assim na existência de um planejamento cuidadoso do trabalho e uma preparação rigorosa do observador, que precisa preparar com antecedência o que, e como observar.

Nessa fase o investigador precisa aprender a arte da observação minuciosa, efetuar registros descritivos bem como anotações organizadas, saber separar os

detalhes relevantes dos triviais e utilizar métodos rigorosos para validar o que foi detectado.

Além da observação, o pesquisador utiliza outros meios para efetuar seu trabalho como, por exemplo, a entrevista, o registro, as análises documentais, tomadas de decisões e a seriedade de seu propósito. Também é preciso levar em conta outros fatores, tais como: a habilidade, experiência, a possibilidade de acesso aos dados, as evidências e as informações coletadas sobre o assunto pesquisado.

Lüdke e André (1986) enfatizam que, uma pesquisa só poderá ser efetivada se for estabelecido um parâmetro entre os dados, as evidências, as informações adquiridas sobre o tema em estudo e sua fundamentação teórica. O ponto de partida desse percurso é a problematização que impulsiona o investigador a fazer um estudo detalhado sobre o objeto de sua investigação buscando obter possíveis respostas aos seus questionamentos.

Nesse percurso, portanto, o pesquisador estrutura todo o seu trabalho a partir da pergunta diretriz a qual se constitui a problematização. Para isso, existem algumas condições que possibilitam o desenvolvimento de certas regras práticas para essa indagação, quais sejam, o problema deve ser claro e preciso, empírico, suscetível de solução e delimitado a uma dimensão viável a qual estabelece estreita relação com os meios disponíveis para a investigação.

É a partir da interrogação que ele constrói toda a trajetória de coleta de dados com base no conhecimento que ele tem a cerca do assunto que pretende desenvolver. Por conseguinte, em toda a teoria acumulada o pesquisador vai construir o conhecimento sobre o fato pesquisado devendo, portanto, ser capaz de tolerar ambigüidades, trabalhar com responsabilidade, ser comprometido com o trabalho, inspirar confiança e ser capaz de guardar informações confidenciais.

A problematização, coleta e análise de dados constituem-se, portanto, nos degraus de uma investigação, os quais são abordados por Goldenberg (apud MARTINS 2003, p.13) obedecendo a seguinte ordem: Escolha do tema, delimitação do problema, definição do objeto a ser pesquisado, objetivos a serem alcançados, construção do referencial teórico, formulação de hipóteses, elaboração de instrumentos de coleta de dados e análise dos dados obtidos.

Os interesses do pesquisador determinam suas escolhas nesse processo. Essa atividade limita-se aos aspectos restritos no campo do saber, o qual deverá ser construído por ele ao longo de toda a atividade investigativa. Sendo uma atividade humana a pesquisa revela exatamente o olhar do pesquisador, seus interesses, princípios, valores, atitudes e o seu ambiente sócio-cultural. Assim sendo, essas características peculiares certamente nortearão todo o trabalho.

Ao tratar sobre pesquisa qualitativa D'Ambrosio (1996) argumenta que essa abordagem é centrada no indivíduo, com toda a sua complexidade e na sua relação com o meio onde o problema está sendo investigado. Em vista disso, a interação entre “pesquisador-pesquisado” é de fundamental importância, ou seja, em todos os momentos da investigação é mister que o investigador esteja imerso no ambiente natural escolhido e envolvido em todas as etapas que constitui a pesquisa.

Tendo em vista a importância desse trabalho e a inserção do pesquisador no ambiente de investigação, Lüdke e André (1986) pontuam que um estudo qualitativo é aquele que se desenvolve numa situação natural, rico em dados descritivos em um plano aberto e flexível focalizando a realidade de forma complexa e contextualizada.

Dentre as diferentes formas de abordagens qualitativas, encontra-se inserido o estudo de caso, o qual se caracteriza como o estudo de uma situação específica com significado próprio que se supõe única em vários aspectos. Nessa situação “singular” o pesquisador busca descobrir o que existe nela de mais essencial e característico.

Devido sua particularidade esse estudo se constitui em uma unidade inserida em um sistema mais amplo podendo apresentar similaridades a outros casos, mas, contendo particularidades próprias, podendo ser uma importante fonte de dados descritivos em uma situação natural. “O estudo de caso consiste na observação detalhada de um contexto, ou indivíduo, de uma única fonte de documentos ou de um acontecimento específico” (MERRIAM apud BOGDAN; BIKLEN; 1994, p.89).

No estudo de caso a área de trabalho é delimitada e as atividades de pesquisa são direcionadas para os aspectos específicos dentro do contexto, ou seja, a coleta de dados e o que foi planejado são dirigidos diretamente para o ambiente natural de investigação, os sujeitos envolvidos, materiais, assuntos e temas utilizados. Além

disso, são evidenciadas duas fases nesse processo. A fase exploratória, mais ampla e a mais restrita que se configura na análise das informações obtidas.

Nessa modalidade de pesquisa, Lüdke e André (1986) ressaltam algumas características que devem ser observadas pelo investigador que se utiliza desse método em suas investigações. Entretanto, neste trabalho são destacadas apenas aquelas que são relevantes para esta pesquisa.

Os estudos de caso favorecem novas descobertas, as quais só poderão ser evidenciadas no decorrer da pesquisa. Em consequência disso, o pesquisador deverá estar sempre atento e se apropriar desses elementos, que se constituem importantes subsídios ao seu trabalho.

A ênfase do estudo de caso se localiza na interpretação do que está sendo investigado considerando o contexto em que está inserido. Em vista disso, as ações, percepções e atitudes dos sujeitos envolvidos no processo serão bem melhor compreendidas quando comparadas e relacionadas ao meio onde ocorrem considerando as peculiaridades do local em evidência.

Outra característica pertinente ao estudo de caso revela-se na busca em retratar a realidade de forma completa e ampla, ou seja, o problema é focalizado na sua totalidade. Nesse caso, o investigador pondera os fatos e procura desvelar a “multiplicidade de dimensões”, e a variedade de elementos presentes a uma determinada situação dando maior dimensão a ela.

A diversidade de fontes de informações que o pesquisador pode recorrer ao desenvolver um estudo de caso pode auxiliá-lo nas diferentes etapas de sua pesquisa. Na primeira etapa deste trabalho foi necessário coletar informações com alguns botânicos a cerca das imagens e suas catalogações científicas utilizadas no decorrer da investigação.

Outrossim, ao descrever e analisar os dados obtidos, é importante que o pesquisador relate suas experiências adquiridas durante o estudo, possibilitando ao leitor estabelecer comparações com as que ele possui, dando-lhe oportunidade a questionamentos sobre o que poderá aplicar, ou não, em sua prática.

Essa experiencição os autores denominaram de “generalizações naturalísticas”, decorrentes “em função do conhecimento experiencial do sujeito, no momento em que

este tenta associar dados encontrados no estudo com os dados que são frutos das suas experiências pessoais” (STAKE apud LÜDKE; ANDRÉ; 1986, p.19).

Tais características foram fundamentais no desenvolvimento desta pesquisa e após ter definido o problema:

Por que um Laboratório de Ensino de Geometria na formação continuada de professores, em Manaus (AM)?

Tomou-se como sujeitos deste processo professores em formação continuada, pertencentes a uma região particular, inseridos no ambiente natural de ensino (sala de aula) com o pesquisador em contato direto com a situação investigada.

Diante disso, entende-se que a natureza desta investigação aproxima-se da pesquisa de caráter qualitativo com enfoque no estudo de caso, que se constitui numa abordagem inserida em um sistema amplo, único e como valor em si mesmo. Nesse ambiente de investigação a função da pesquisadora foi observar o fenômeno e mediar o processo.

5.3. Desenvolvimento da Pesquisa:

A pesquisa de campo efetivou-se em Manaus (AM) em duas etapas, coleta de materiais e atividades com professores. Na primeira etapa, portanto, imagens de folhas, flores, frutos, objetos da Amazônia e suas respectivas catalogações científicas foram obtidos junto ao Instituto Nacional de Pesquisa da Amazônia (INPA), Museu do Homem do Norte e Biblioteca da Escola Superior Batista do Amazonas (ESBAM).

De posse desses dados e com as atividades estruturadas, em forma de questões abertas, a serem investigadas, pelos professores, a partir das imagens, deu-se início à segunda etapa do trabalho, desenvolvida conforme cronograma abaixo, em uma escola de ensino superior, sob a forma de um curso de Geometria, realizado em dias consecutivos, com duração de 4 h por encontro, perfazendo um total de trinta horas-aula.

Foram sujeitos desta pesquisa 22 professores de matemática, os quais inscreveram-se para fazer o curso, consoante alguns critérios, relevantes para esta

investigação, determinados anteriormente pela pesquisadora, quais sejam: professores de formação continuada e em serviço dos níveis superior, médio e/ou fundamental, oriundos das redes públicas e/ou particular de várias escolas daquela cidade. Dentre os inscritos apenas três possuíam curso de Pós-Graduação¹⁴.

Selecionar um grupo diversificado justifica-se pela necessidade de desenvolver um trabalho com diferentes realidades e concepções na expectativa de se obter maiores contribuições e troca de experiência nas discussões e investigações.

O propósito das atividades era verificar que conhecimentos geométricos os professores em formação continuada e em serviço poderiam obter, a partir das imagens, e se era viável trabalhar com temas regionais, em um ambiente de ensino e aprendizagem, em que essas atividades seriam desenvolvidas e discutidas em um laboratório de ensino e aprendizagem de matemática que propiciasse investigações geométricas e reflexões sobre a prática docente.

CRONOGRAMA

1º Encontro	Questionário e atividades 1 e 2.
2º Encontro	Discussão da atividade 2; atividades 3, 4 e 5.
3º Encontro	Atividade 6 e discussão com todo o grupo
4º Encontro	Atividades 7 e 8
5º Encontro	Atividades 9 e 10
6º Encontro	Discussão da atividade 10; atividades 11 e 12.
7º Encontro	A circunferência; atividades 13 e 14
8º Encontro	Palestra “Geometrias não-euclidianas”; atividade 15; Avaliação.

O primeiro contato com os professores foi estabelecido na semana anterior ao início do curso haja vista que estava se iniciando o período de férias. Isso possibilitaria conhecê-los, averiguar suas disponibilidades em participar da pesquisa, e também verificar quais suas expectativas.

¹⁴ O termo “Pós-Graduação”, para a maioria dos sujeitos desta pesquisa é entendido somente como sinônimo de Especialização.

O grupo era bastante diversificado. Havia professores de outras áreas, como Pedagogia e Letras que, por lecionarem no Ensino Fundamental manifestaram o desejo em participar da pesquisa. As suas expectativas se restringiam à busca de novas metodologias para o ensino da Álgebra. Em nenhum momento foi mencionada pelos participantes a palavra Geometria. Um deles se mostrou ansioso porque pensou que para tomar parte na pesquisa teria que investigar seus alunos.

Foi intencional, por parte da pesquisadora, não falar sobre o teor das atividades que seriam desenvolvidas no decorrer das duas semanas, evitando-se de certa forma, que consultas prévias de conteúdos geométricos, relacionados à pesquisa, pudessem ser efetuadas.

Os encontros foram gravados em fita de vídeo, máquina fotográfica e registrados em diário de campo pela pesquisadora e por uma professora observadora que auxiliou, durante o curso, todas as vezes que a pesquisadora desempenhava a função de professora.

1º ENCONTRO

No primeiro dia do curso foi entregue aos professores um questionário, contendo dez questões (anexo 1) a fim de serem respondidas individualmente. O propósito desse questionário era conhecer os sujeitos da pesquisa e obter algumas informações que eles tinham sobre Geometria.

As respostas às questões foram compiladas como segue:

1) *Você já trabalhou ou trabalha com geometria? Como descreve suas aulas?*

A grande maioria dos 22 professores consultados afirmou fazer uso da Geometria em sua prática pedagógica por meio de aplicações, utilização de materiais concretos, jogos e trabalhos em grupo. Os demais disseram que relacionam a Geometria com o cotidiano dos alunos. Alguns professores ministram aulas preponderantemente expositivas.

2) *Você encontrou dificuldades ao trabalhar com geometria? Quais?*

Metade dos professores respondeu que não. Um deles disse que trabalhar com Geometria requer muita criatividade, entretanto não se manifestou acerca de ter ou não dificuldade em sua prática. Os que responderam afirmativamente, expressaram suas dificuldades atribuindo-as à falta de preparo do professor e também do aluno, às dificuldades em adquirir ou utilizar materiais concretos e pelo fato de não gostar de geometria. Muitos deles reconheceram que o desconhecimento da Geometria se constituía a principal causa de suas dificuldades em trabalhar com os alunos, ao mesmo tempo em que responsabilizaram seu preparo inadequado às Instituições de Ensino durante sua formação inicial. A falta de apoio por parte das escolas em que trabalham é, segundo eles, uma das causas e, portanto, deveria haver mais estrutura no sentido de oferecer melhores recursos, quer seja na aquisição de materiais ou no incentivo de cursos de “capacitação” para professores. Alguns disseram que a falta de base do aluno se constitui um “entrave” para que um trabalho consistente possa ser desenvolvido.

3) *Você já fez algum curso de geometria em nível de atualização ou extensão?*

Grande parte dos professores respondeu negativamente a esta questão. Dentre eles, apenas dois disseram que gostariam de fazer algum curso.

4) *Qual sua concepção sobre geometria?*

As diversas respostas mostraram uma semelhança entre si, já que muitos disseram que a geometria é o estudo de formas e tem aplicações no dia-a-dia.

5) *Por que e para que se ensina geometria?*

Porque geometria ajuda o aluno a compreender o espaço em que vive, bem como a calcular áreas das figuras. Esse foi o tipo de resposta predominante.

6) *Para você o que é um laboratório de ensino?*

Na concepção da maioria, é um local específico onde se realizam experiências práticas com materiais concretos. Alguns disseram que em Manaus não existe nem um “cantinho da matemática”, quanto mais um “laboratório”. Apenas dois se referiram ao laboratório como um ambiente onde alunos e professores aprimoram seus conhecimentos. Um deles explicitou que o laboratório de ensino “*é uma espécie de aulas expositivas com conteúdos ricos em exercícios diversificados*”.

7) *Que estratégias de ensino podem ser utilizadas em aulas de geometria?*

Para grande parte dos professores aulas expositivas são estratégias importantes utilizadas nas aulas de geometria, embora tenham se referido à utilização de outras metodologias como, por exemplo: materiais concretos, jogos e softwares. Apenas três disseram aplicar a geometria ao dia-a-dia do aluno.

8) *Você já leu algum livro sobre geometria? Qual?*

Apenas três disseram haver lido, exemplificando um livro paradidático, um livro de geometria descritiva, o outro professor não lembrava o nome do livro lido.

9) *Apesar da geometria ser um tema presente nos programas pedagógicos de matemática, desde as séries iniciais, alguns professores deixam de abordar esse conteúdo em suas aulas. Como você analisa esta situação?*

Muitos deles atribuíram essa situação ao despreparo do professor na sua formação inicial e à falta de cursos de “capacitação” para professores. As dificuldades que os alunos apresentam é, para uma pequena parte dos participantes, a causa da impossibilidade de uma abordagem mais profunda de conceitos geométricos.

9) *O que significa ser um bom professor de geometria?*

Grande parte dos professores afirmou que significa dominar o conteúdo. Poucos disseram que é preciso estar se aprimorando.

Após a entrega desse questionário foram propostos aos participantes os seguintes questionamentos orais:

- a) Qual sua concepção sobre Formação Continuada?
- b) Você trabalha com geometria? De que forma?

Quanto às respostas à pergunta a), os professores desconheciam o termo “Formação Continuada” portanto, foi cabível uma pequena discussão sobre o assunto.

A pergunta b), embora já tenha sido apresentada no questionário (questão 1), foi novamente abordada, naquele momento, tendo em vista que as respostas seriam somente observadas pela pesquisadora em dias subsequentes. A maioria respondeu afirmativamente a esta questão, descrevendo suas aulas de forma tradicional, descontextualizada da realidade dos alunos.

Como justificativas para as modalidades de suas práticas, os professores apresentaram argumentos, compilados como segue:

- a) Falta de apoio por parte das escolas para as quais trabalham.
- b) Descaso por parte do Sistema Educacional para com a Educação.
- c) Falta de material para as aulas de Geometria.
- d) Preparo inadequado dos professores sobre os conteúdos geométricos.
- e) Salários insignificantes, ocasionando desmotivação.
- f) Cobrança dos pais sobre os conteúdos de álgebra e cálculo.
- g) A Geometria, por estar no final do livro didático, fica fora do planejamento que é elaborado, tendo como base o livro adotado e, na maioria das vezes, não dá tempo de cumprir com todos os conteúdos.

Ao final da discussão os docentes sugeriram programas de “capacitação” em Geometria, sob a forma de cursos, com carga horária suficiente, empregando novas metodologias.

A seguir deu-se prosseguimento a primeira atividade.

Atividade 1 [individual]

Fig. 2



Observar, descrever a imagem e explorá-la sob um olhar geométrico.

Feita a observação solicitada, lhes foi pedido que fizessem a descrição da imagem, examinando-a sob um olhar geométrico, registrando o que poderia ser obtido de Geometria a partir dela. A maioria dos professores a descreveu como uma planta aquática encontrada em lagos Amazônicos, de nome “vitória régia”. Eles desconheciam seu nome verdadeiro, *vitória amazônica*. No que diz respeito à Geometria, a grande parte dos professores identificou somente a forma circular. Apenas dois deles apresentaram cálculos e definições como se observa a seguir.

Nas plantas em forma de quadrilátero, sobre os vários
planos em formas de circunferência, entre eles alguns
Exemplos matemáticos.

$AQ = L \cdot C$ Quadrilátero é uma figura plana
formada por 4 pontos, de lados retilíneos
ângulos internos.

$PC = \pi R^2$ A circunferência é uma figura
~~plana~~ formada por todos os pontos
onde o centro é/qualquer parte dela
é sempre a mesma distância

✓ *Uma folha da vitória régia é uma planta
aquática da região amazônica, que na geometria
poderia chamá-la de circunferência. Sabendo
que seu diâmetro seja 1,80m, poderia explorar
de forma prática conceitos como:*

a) Raio (r):
 $r = \frac{\text{diâmetro}}{2} = \frac{1,80 \text{ m}}{2} = 0,90 \text{ m}$

b) Comprimento (C):
 $C = 2\pi r^2$
 $C = 2 \cdot \pi \cdot (0,9)^2$
 $C = 2 \cdot \pi \cdot 0,81$
 $C = 5,09 \text{ m}$

c) Área (A):
 $A = \pi \cdot r^2$
 $A = \pi \cdot (0,9)^2$
 $A = 2,54 \text{ m}^2$

Essas expressões referem-se, respectivamente, a um professor do Ensino Fundamental (esquerda) e uma professora do Ensino Médio (direita). Ao efetuar os cálculos a professora admitiu o diâmetro da folha como sendo 1,80m e, no cálculo da área total, foi considerada apenas a base, sem levar em conta a altura das bordas. A fórmula do comprimento da circunferência foi expressa como $C=2\pi r^2$ ao invés de $C=2\pi r$.

Outros conceitos relativos ao estudo da circunferência não foram relacionados pela maioria. Apenas um professor do Ensino Fundamental relacionou os seguintes conteúdos: círculo, circunferência, circunferências tangentes, reta, ponto, semi-reta, enfatizando que todos esses elementos que ele conseguiu obter, a

partir da imagem, estavam relacionados com o cálculo de área, comprimento de uma circunferência e distância entre os centros das circunferências.

Após a realização da atividade 1 ficou evidente que um número expressivo dos professores apresentou dúvidas em definir os conceitos que foram obtidos da imagem. Diante disso, foi pertinente trabalhar, a atividade 2, relacionada a definições, oportunizando situações para que, em grupos, eles discutissem, relacionassem os conceitos geométricos, descobrissem e registrassem suas definições, as quais seriam discutidas posteriormente com o grupo todo.

Essa atividade, portanto, intitulada “Descobrimos Conceitos Fundamentais”¹⁵ (anexo 2), composta de tópicos relacionados à Geometria, consistia de um conjunto de asserções, cujo objetivo era trabalhar conceitos geométricos. Nessa atividade, realizada em grupos de três elementos, escolhidos a critério dos professores, eles deveriam relacionar cada conceito que estava sendo definido ao seu correspondente (o que é? e como é?) .

A atividade suscitou discussões, pois alguns membros dos grupos tiveram muita dificuldade para chegar a um consenso sobre o que estava sendo definido, deixando inclusive algumas questões em branco. Houve troca de experiências, dada a diversidade de concepções sobre cada conceito que estava sendo definido. Surgiram alguns questionamentos sobre a circunferência ser ou não um polígono. Ao final, foi discutido, com o grupo todo, a diversidade de definições que emergiram deles e isso possibilitou que, por meio da socialização, os conceitos fossem apreendidos gradativamente.

2º ENCONTRO

No segundo dia retomou-se a discussão sobre a segunda atividade com todo o grupo. Novamente foram notórias as dificuldades apresentadas pelos professores no que concerne aos fundamentos básicos. Das vinte e três questões propostas, nenhum dos grupos obteve 100% de acertos. Os grupos das “Quase Poderosas” e o dos “Meninos” foram os que mais acertaram, obtendo mais de 50% de acertos. O grupo “Amazônia” foi o que menos acertou.

A partir dessas observações, uma intervenção foi feita no sentido de se trabalhar esses conceitos com o grupo todo. Durante a discussão, um professor definiu mediana interna de um triângulo como sendo uma reta e, atribuiu como propriedade do losango, ângulos internos iguais.

Muitas eram as dúvidas, as quais foram sendo discutidas na medida em que os professores refletiam em conjunto, compartilhando e questionando suas experiências. Os professores consideraram essa atividade como sendo bastante criativa, pelo fato de oportunizar à redescoberta de conceitos a partir da reflexão e discussão em grupo.

Como terceira atividade apresentou-se-lhes a imagem de uma flor exótica de tamanho muito pequeno, encontrada na Reserva Ducke¹⁶, cujo nome científico é *Icacinaea Dendrob* (Fig. 3). Essa imagem foi explorada com o grupo todo¹⁷, solicitando-se que a observassem e analisassem-na com os “olhos da geometria”.

¹⁵ Essa atividade foi elaborada e desenvolvida anteriormente pelo Prof. Gelson Iezzi, em um curso de atualização para professores de Manaus, do qual participei.

¹⁶ Reserva ambiental pertencente ao Instituto Nacional de Pesquisa da Amazônia (INPA), com área de 10.000ha, de floresta tropical. Está situada há, aproximadamente, 30 km ao Norte da cidade de Manaus.

¹⁷ Nesse dia, por questões de ordem particular, quatro professores estavam ausentes.

Atividade 3 [com o grupo todo] e Atividade 4 [em duplas]



Fig.3

Os professores identificaram que a forma da flor sugeriu um pentágono e observaram: ângulos, polígonos, círculo, diagonais, cone e circunferência. A partir dessas observações foi-lhes pedido que explorassem esses conceitos, em duplas, e na medida do possível obtivessem outros. Cada dupla deveria ser organizada por séries ou níveis de ensino diferentes, para que pudessem trocar experiências consoante suas realidades. Também deveriam registrar sobre o que essa atividade suscitou para eles e apresentar contribuições.

Os professores organizaram-se como segue:

Dupla A: um professor de 1ª a 4ª série e o outro de 5ª a 8ª série.

Registraram alguns conceitos: ângulos, ângulo central, polígono, pentágono, círculo, cone e definiram somente o polígono da seguinte forma:

“O polígono é uma figuras plana formadas por linhas poligonais fechadas, ou seja, por segmentos consecutivos” . Mencionaram também que, a partir da imagem, é possível trabalhar formas geométricas e que, do ângulo central da flor, pode-se determinar triângulos.

Dupla B: um professor do Ensino Fundamental e outro do Ensino Médio. Desenharam a flor e a inscreveram em uma circunferência registrando o procedimento. Obtiveram apenas os conceitos: semicírculos, raios, cordas e medianas, sem, contudo defini-los. Afirmaram que *“cada ângulo central do pentágono é composto de 72°”*.

Dupla C: um professor do Ensino Fundamental e outro do Ensino Médio. Foram observados os conceitos: polígonos, ângulos, circunferência e cone. Essa dupla apresentou dificuldades em definir o cone e por esse motivo, definiram apenas os três primeiros conceitos como segue:

“Polígonos são formas geométricas, formados por lados e ângulos congruentes ou diferente.”

“Ângulos é o espaço compreendido entre dois segmentos de mesma origem”

“Circunferência é a união de todos os pontos, que tenha a mesma medida do ponto central”.

Dupla D: professoras da Educação Infantil que insistiram em trabalhar juntas. Desenharam a flor dentro de um pentágono e sugeriram um trabalho em que as crianças utilizariam seu próprio corpo para internalizar a compreensão do que seja um pentágono. Essa dupla registrou que *“as crianças passariam a conhecer melhor as formas a partir da imagem”*.

Dupla E: uma professora que trabalha com alfabetização e a outra da 2ª série. Cada uma delas apresentou sugestões de acordo com a série que trabalhavam. A primeira sugeriu que fosse utilizado material concreto para estudar formas. A segunda registrou que ao observar a flor poderiam ser trabalhados conceitos sobre linhas fechadas simples e não simples. Entretanto, não definiu nenhum deles. Sugeriu um trabalho a partir de outras imagens.

Dupla F: duas professoras de 1ª a 4ª séries, as quais apenas observaram os conceitos de reta, semi-reta, triângulo e polígono sem defini-los.

Dupla G: um professor de 7ª e 8ª séries e uma professora de 4ª série. Observaram e definiram os conceitos abaixo, bem como fizeram menção aos ângulos agudo, reto e obtuso.

“Ângulo é o encontro de duas semi-retas de uma mesma origem, formando uma abertura”.

“Círculo: todos os pontos eqüidistam do centro do círculo, formando essa figura”.

“Cone: é composto de círculo e circunferência onde todo e qualquer segmento que parte desse círculo se encontra em um único ponto em comum”

Dupla H: um professor do Ensino Fundamental e uma professora do Ensino Médio. Essa dupla descreveu a imagem como sendo uma flor exótica, típica da região amazônica. Os conceitos observados foram: ângulo e sua classificação, ângulo central, polígono, circunferência. Definiram ângulo como sendo a intersecção de duas semi-retas, polígono como uma figura geométrica de vários lados e ângulo central aquele que se origina a partir do centro da flor estando ele inscrito. Classificaram os ângulos em agudo, reto e obtuso.

Dupla I: um professor de 5ª e 6ª série e uma professora de 6ª série. Essa dupla observou os conceitos de pentágono, triângulo isósceles, ângulo central e círculo. Definiram esses conceitos da seguinte forma:

“Pentágono é um polígono de 5 lados”

“Triângulo Isósceles que têm dois lados e dois ângulos congruentes”

“Ângulo Central determina os triângulos que podem ser: Isósceles, Equiláteros e Escalenos”.

“Círculo é a circunferência”

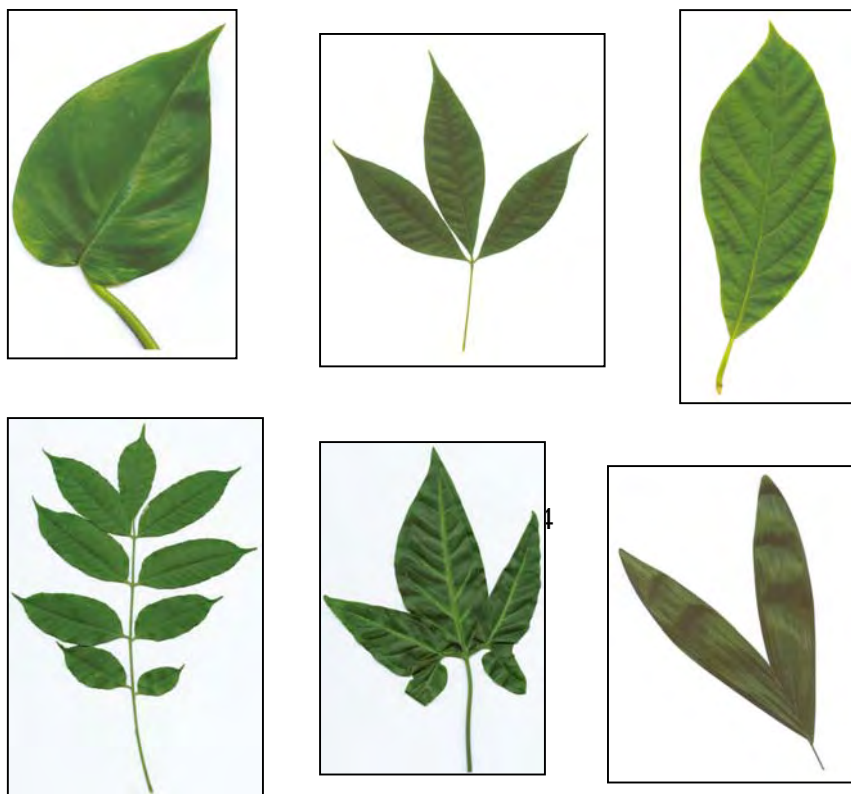
Após o término dessa atividade houve discussão com o grupo todo. A dupla I mencionou não haver diferença entre círculo e circunferência. Outras contestaram salientando que o círculo é apenas o interior e a circunferência o todo. De um modo

geral as duplas definiram e classificaram alguns conceitos sem levar em conta as definições matemáticas precisas.

Como a maioria dos professores apresentou dificuldades em explorar o cone, optou-se, por sugestão deles, em trabalhar Geometria espacial na semana seguinte utilizando-se material concreto.

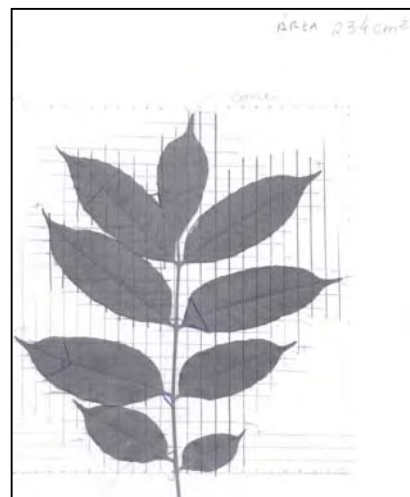
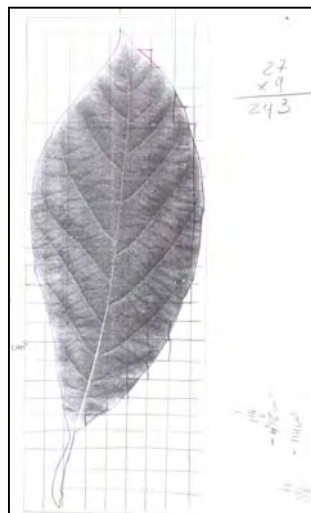
A atividade do dia seguinte foi desenvolvida em grupos de quatro componentes. Foi intencional, em cada atividade, propiciar a mesclagem dos grupos, na medida do possível reunindo professores de séries, escolas ou níveis diferentes para que, por meio da socialização, houvesse troca de experiências, visão de outras realidades e conseqüentemente, mais contribuições.

Atividade 5 [4 componentes]



Não foi possível se obter as descrições científicas dessas folhas, apenas a informação de que se tratam de folhas simples e compostas e que uma delas (centro da fila inferior) é a conhecida popularmente como “pata de vaca”.

Cada grupo recebeu a imagem de uma folha diferente para que a observassem e verificassem o que poderia ser obtido, de Geometria, a partir dela. Os professores identificaram os seguintes conteúdos: retas paralelas, ângulos, polígonos, diagonais e área. Somente um grupo relacionou um folíolo de uma folha composta, com a elipse, entretanto, não explorou o assunto. Alguns grupos tentaram encontrar a área da folha por meio de estimativas, fazendo um quadro ao redor da figura quadriculando-a e numerando cada quadrinho. Uma amostra disso pode ser visto a seguir.



Observa-se, pelas figuras acima que, para determinar a área de cada folha, o procedimento utilizado por eles, foi efetuar o produto de linhas por colunas dos respectivos retângulos quadriculados, encontrando-se, na figura da esquerda 243 para o valor da área da folha, e na figura da direita 234 cm².

Um dos grupos formados por quatro professoras do Ensino Fundamental registrou:

“Envolvendo a geometria com a natureza, podemos trabalhar com as crianças da educação infantil as formas básicas da geometria como: triângulo e as linhas retas, curvas, semi-retas Ex: na forma da folha podemos mostrar que não é só em atividades gráficas que podemos trabalhar a matemática”.

A cada imagem apresentada era-lhes solicitada a descrição. No caso das folhas apenas um grupo descreveu a sua, como folha de pitombeira¹⁸. Como não tinham certeza, no dia seguinte trouxeram a folha da pitombeira para comparar, verificando que tinha apenas alguma semelhança. Outro grupo classificou sua folha com um nome fictício, “folha da descoberta”.

3º ENCONTRO

No terceiro dia optou-se por iniciar as atividades, trabalhando o assunto diagonais, uma vez que dúvidas acerca desse conceito haviam surgido no dia anterior em que alguns professores registraram apenas a fórmula, sem nenhuma evidência de compreensão. Essa sexta atividade (anexo 3) foi desenvolvida novamente em duplas, suscitando dúvidas, sendo necessário discutir-se o conceito de diagonal, pois alguns apenas intuía sobre o assunto. Após esse momento de reflexão, solicitou-se que cada dupla desenhasse alguns polígonos e traçasse todas as diagonais possíveis, considerando inicialmente apenas um vértice e registrando o que foi observado.

As questões registradas foram:

- Cada diagonal divide o polígono em triângulos.*
- A diagonal pode ser traçada a um vértice não consecutivo.*
- Quanto mais diagonais, mais triângulos formados.*
- Por que o triângulo não tem diagonal?*
- Em um polígono de “n” lados, de cada vértice partem (n-3) diagonais*

¹⁸ Árvore da família das Sapindáceas que produz um fruto de sabor agridoce de nome pitomba

Essas questões foram discutidas com todo o grupo. Alguns disseram que o pentágono, sugerido pela *Icacinaeae*, possuía dez diagonais. Essa idéia foi refutada por outros que, ao observarem novamente o desenho perceberam que seus colegas estavam contando cada diagonal duas vezes. Nesse momento, foi-lhes sugerido que calculassem o número de diagonais do pentágono e icoságono, utilizando a fórmula. Alguns professores utilizaram-na corretamente, outros tentaram traçar todas as diagonais do icoságono, mas logo desistiram por achar o processo muitíssimo trabalhoso.

Percebendo que havia algumas dúvidas em relação a compreensão da fórmula, a pesquisadora optou por discuti-la, com os professores, a partir do que eles já haviam observado. Questionou se o fato de terem desenhado as diagonais, considerando inicialmente um único vértice, facilitaria, ou não, a dedução e compreensão da fórmula pelo aluno. Esse procedimento seria melhor? Ou preferiam colocar simplesmente a fórmula no quadro e utilizá-la, como muitos disseram que faziam. As respostas divergiram. Alguns gostaram de iniciar pelo desenho, outros preferiram usar somente a fórmula por ser mais prático.

Ao tentarem traçar diagonais no triângulo surgiram duas questões: “*Por que o triângulo não tem diagonal?*” e “*qual a soma de seus ângulos internos?*” Muitos foram unânimes em responder a segunda dizendo: 180° para qualquer triângulo. Com o objetivo de provocá-los, usou-se o termo “depende do triângulo”. Isso gerou polêmica. Houve preocupação por parte dos docentes do Ensino Superior, ao afirmarem que o desconhecimento, dos professores, sobre Geometria euclidiana e principalmente não-euclidiana (foi a primeira vez que apareceu o termo), não favorecia o estudo desta Geometria, no Ensino Fundamental e Médio e que, portanto, todos deveriam ter cuidado com as informações dadas aos alunos.

Um desses professores disse que a Geometria não-euclidiana é muito complicada para ser mencionada aos alunos de Ensino Fundamental e Médio, pois os deixaria confusos, caso o professor falasse em triângulo hiperbólico ou esférico. Outros disseram que seria interessante trabalhar essa Geometria nesses níveis de ensino, pois o nosso mundo não é plano e, além disso, era a primeira vez que eles ouviam falar em triângulo hiperbólico e esférico e gostariam de saber um pouco mais sobre as Geometrias não-euclidianas.

4º ENCONTRO

Para as atividades do quarto dia foi entregue a cada grupo um roteiro sobre o assunto simetria (anexo 4), espelhos e imagens de flores exóticas da reserva Ducke, de nomes científicos, *Orquídea Trigonidium*, *Leguminosae Eperua*, *Leguminosae Batesia*, *Leguminosae Bauhinia* e *Lentibulariaceae Utric*. Pretendeu-se com essas imagens trabalhar simetria e novamente verificar como eles as analisariam com “os olhos da geometria”.

Atividade 7 [grupos de 4 componentes]

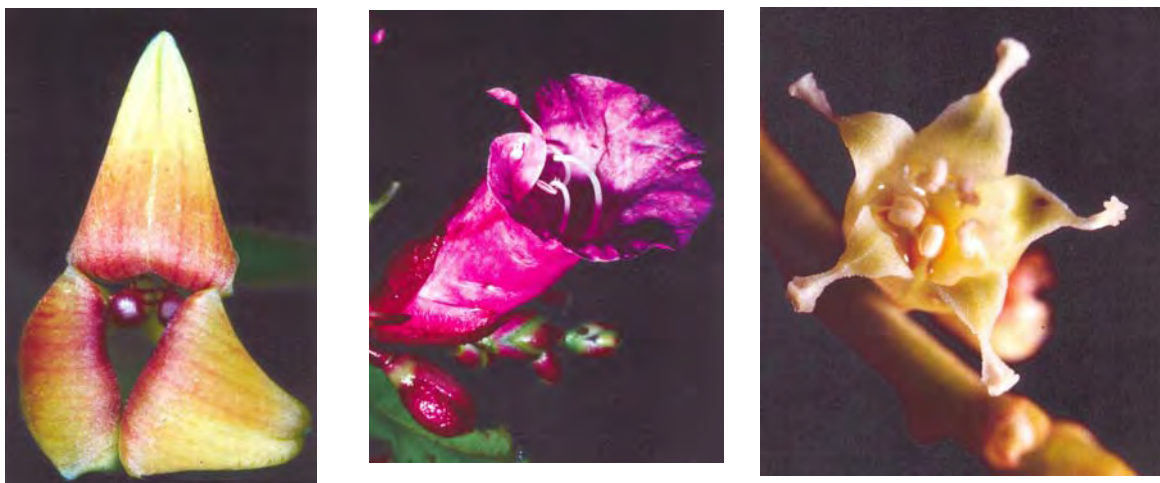


Fig. 5



Ao observarem as imagens, identificaram apenas as formas sem nenhuma análise delas. Alguns grupos verificaram, se as flores eram simétricas e quantos eixos de simetria possuíam. Observaram que algumas tinham simetria e outras não. Ao término dessa atividade lhes foi entregue um texto sobre simetria (anexo 5) para ser discutido com todo o grupo (atividade 8), juntamente com a atividade 7.

Nesse texto, foi discutido o conceito de simetria com enfoque em alguns elementos da floresta amazônica e na cultura dos indígenas brasileiros, em especial os Yanomamis, pela importante contribuição desses povos na cultura do povo amazonense.

Nas discussões, alguns professores afirmaram não ter idéia desse assunto, portanto foi fundamental a intervenção da pesquisadora na discussão desse tópico.

5º ENCONTRO

No quinto dia, pelo fato dos professores terem apresentado, no segundo encontro ao desenvolver a atividade 3, dificuldades em relação aos conceitos inerentes à Geometria espacial, foi então desenvolvida a atividade 9 (Construção dos Sólidos Geométricos), em grupos de 4 professores, utilizando canudinhos de refrigerante. Nesse dia compareceram apenas 16 dos 22 participantes.

Uma professora afirmou não ter paciência para construir os sólidos, argumentando que era mais fácil colocar as fórmulas no quadro e resolver problemas, utilizando-as. Outra professora interferiu dizendo que naquele mesmo dia passara por uma sala de aula e ouvira um colega dar aulas dessa maneira, ou seja, de forma tradicional e isso a fez refletir que essa não é a melhor forma de ensinar, pois não é interessante e não oportuniza compreensão.

Como houve demora na execução dessa atividade, somente foram construídos o cubo e a pirâmide de base quadrada. Dos elementos dos sólidos, foram apenas identificados arestas, faces e vértices e isso somente por alguns grupos. Apenas um grupo identificou o apótema da pirâmide, mas não identificou o apótema da base.

A seguir foi-lhes entregue uma folha (atividade 10) para que copiassem da lousa algumas questões (anexo 6). Dentre elas havia uma proposta para que eles elaborassem e resolvessem dois problemas relacionados a qualquer sólido (construído ou não). Os problemas elaborados (anexo 7) ficaram somente em torno dos sólidos construídos por eles.

Um dos grupos encontrou a área total do cubo utilizando a fórmula $A = l.l$. É curioso notar que ao representar graficamente o problema o grupo esboçou apenas uma das faces do cubo e a tratou como se fosse a área total desse sólido. No cálculo da área da pirâmide de base quadrada consideraram apenas a face triangular, utilizando a fórmula $A = \frac{b.h}{2}$ para o cálculo da área total.

Observou-se que alguns grupos confundiram cubo com quadrado, triângulo com pirâmide, e não conseguiram estabelecer relações entre base (b) do triângulo e aresta (a) da pirâmide, altura (h) do triângulo e apótema (g) da pirâmide nas deduções das fórmulas. Como se demoraram, tanto na construção, quanto na investigação, a discussão com todo o grupo ficou para o dia seguinte.

6º ENCONTRO

No sexto dia, iniciou-se o trabalho pela discussão sobre a atividade 10, a qual fora realizada no dia anterior. Pelo fato das limitações, dos professores, observadas, pela pesquisadora, no quinto encontro, foi pertinente um estudo sobre poliedros. Entretanto, em virtude da restrição do tempo não foi possível fazer uma abordagem completa sobre os corpos redondos. A partir desse estudo, os professores identificaram e definiram os elementos dos seguintes poliedros: cubo e pirâmide de base quadrada, deduzindo as fórmulas para o cálculo de suas áreas e volumes.

Ao identificar as diagonais do cubo, um professor do Ensino Fundamental disse que somente naquele momento pôde entender o conceito de diagonal no poliedro pelo fato de tê-la visualizado, ressaltando a importância de se trabalhar Geometria espacial a partir das construções dos sólidos porque somente assim haverá maior compreensão.

Durante as discussões foram questionadas e sanadas as dúvidas em relação às deduções e aplicações das fórmulas que foram utilizadas nos problemas elaborados e resolvidos por eles.

O próximo trabalho (atividade 11) também foi em grupo. Vale ressaltar que os grupos geralmente eram diferentes para que houvesse maiores contribuições e troca de experiências entre eles. Nessa atividade solicitou-se que cada grupo imaginasse e desenhasse algo da Amazônia, podendo ser imagens relacionadas com a floresta, artes, barcos, folclore etc. Em seguida eles deveriam responder às seguintes questões:

- (a) Descrição da imagem.
- (b) O que poderia ser obtido, de Geometria, a partir dessas imagens.
- (c) Propor questões a partir da imagem criada.

As imagens desenhadas pelos grupos foram: arco e flecha, árvore, canoa amazônica e vitória amazônica.

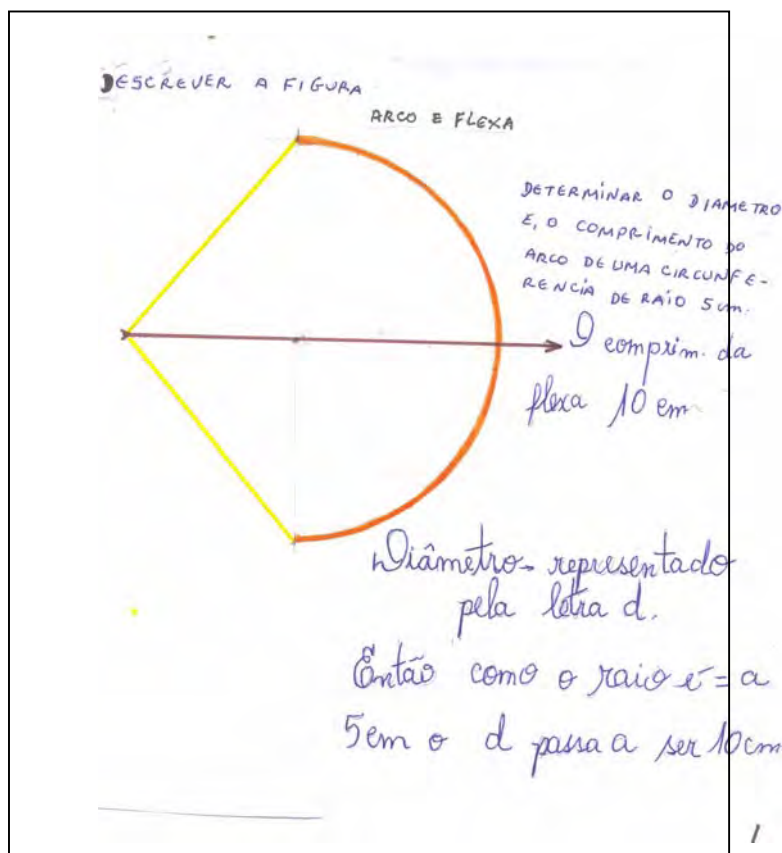
Quanto às respostas para os itens (a) e (b), todos os grupos deram nomes aos seus desenhos sem descrevê-los, identificando apenas as formas geométricas sem explorá-las. De modo geral, as formas obtidas, dos desenhos, pelos grupos, foram as seguintes: *reta, circunferência, triângulo, retângulo, cone, setor circular, raio, diâmetro e semicírculo*.

Nas respostas para o item (c), todos os grupos propuseram questões, as quais foram trocadas entre as equipes para que fossem resolvidas entre eles, apresentadas por um elemento de cada grupo (atividade 12) e discutidas no grupo todo.

Os desenhos foram variados, sendo notória a preocupação de quase todos com cálculos. Apenas um grupo se deteve em verificar quais conceitos geométricos poderiam ser obtidos a partir da imagem criada por eles.

Os resultados dos grupos estão apresentados como segue:

Grupo 1: (4 elementos) Desenharam um arco e uma flecha e propuseram a seguinte questão:



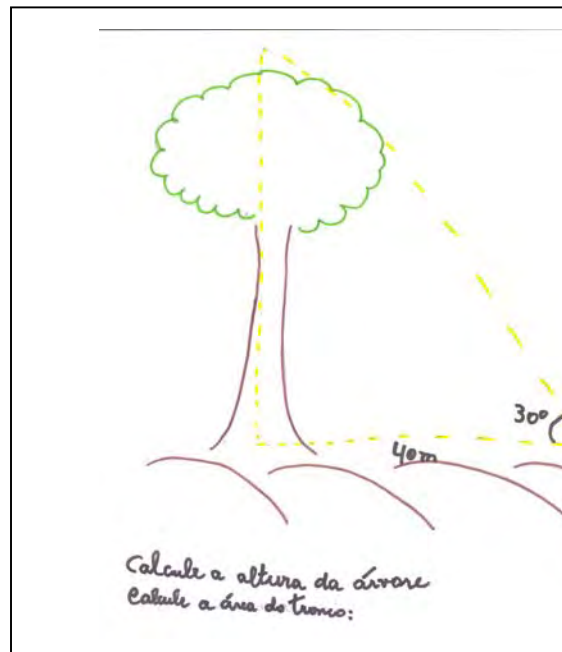
Resolução: Essa questão foi resolvida pelo grupo 2 e a resposta dada foi a seguinte:

Determinar o diâmetro e o comprimento do arco de uma circunferência de raio 5 cm.

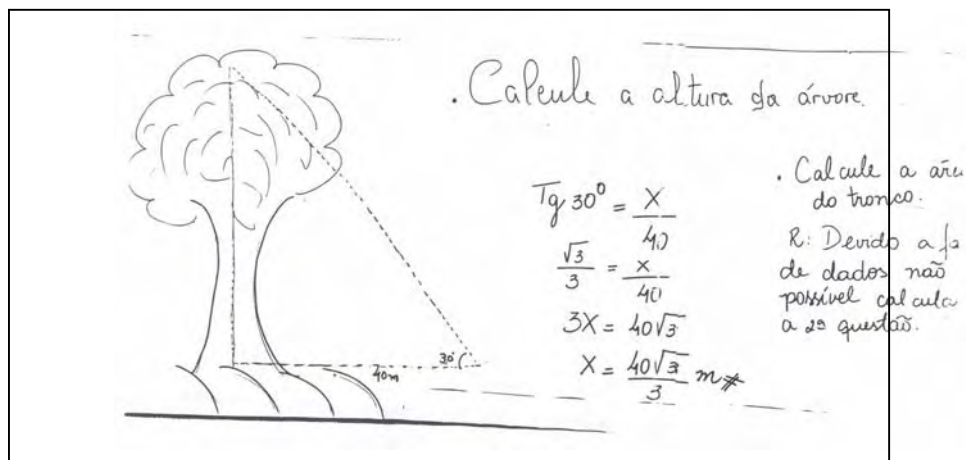
Diâmetro $\rightarrow$ representado pela letra d .
Então como o raio $r = 5$ cm o d precisa ser 10 cm.

Comentário: O grupo 2 se limitou a calcular apenas a medida do diâmetro, sendo que a resposta foi dada para o comprimento da flecha, ou seja, para esse grupo a flecha representava o diâmetro da circunferência de 5 cm de raio.

b) Grupo 2: (5 professores). Desenharam uma árvore propondo a seguinte questão.

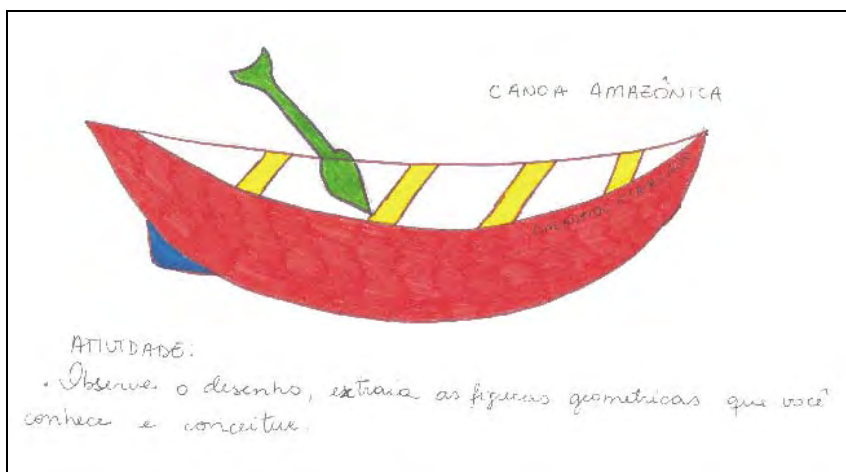


Resolução: a equipe “Natureza” resolveu essa questão da seguinte forma.



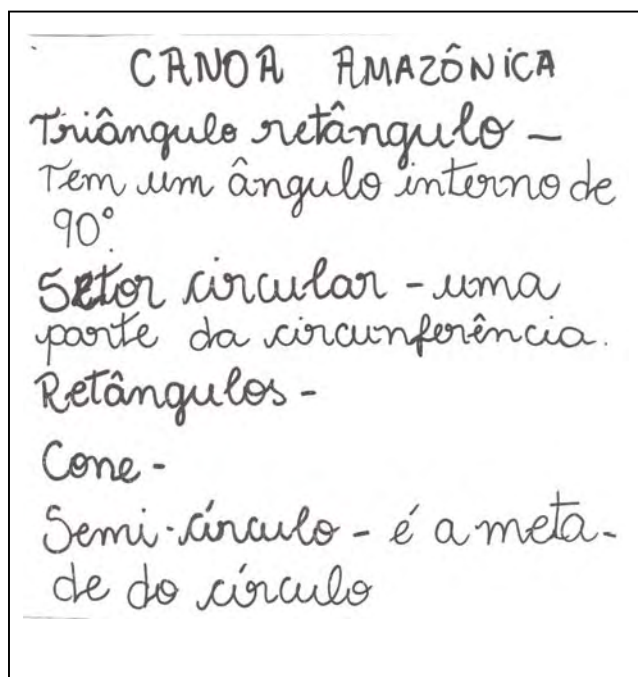
Comentário: Para o cálculo da altura da árvore a equipe natureza utilizou-se de uma das relações trigonométricas no triângulo retângulo, aplicando-a corretamente. Entretanto, eles argumentaram que não foi possível efetuar o cálculo da área do tronco por falta de dados não fornecidos pela equipe 2. Isso gerou discussão no grupo todo. Alguns contestaram que a falta de clareza na questão dificultou sua resolução e que esse fato, lhes fez refletir sobre o cuidado que o professor deve ter em tornar claras as questões propostas a seus alunos.

c) **A equipe Natureza:** composta por 4 professores, desenhou uma canoa amazônica de nome Garantido e Caprichoso¹⁹.



Resolução: Essa questão foi resolvida pela equipe Tufo-do-Borufurufu.

¹⁹ Nomes dos “Bois-Bumbás”, uma expressão folclórica típica do Estado do Amazonas, cujas cores são, respectivamente, vermelho e azul.



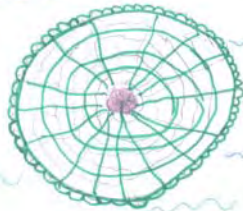
Comentário: A equipe Tufo-do-Borufurufo conceituou o triângulo retângulo, setor circular e semicírculo sem levar em conta as definições matemáticas precisas. O retângulo e o cone não foram conceituados. Quando questionados, os componentes dessa equipe responderam que não os conceituaram porque partiram do pressuposto de que todos que ali estavam já sabiam, portanto, não viram a necessidade de fazê-lo.

Essa resposta gerou polêmica. Os outros grupos contestaram dizendo que, em Educação não se pode partir desse princípio ao que a equipe inquirida lançou a seguinte questão: “*Quem é que não sabe o que é um retângulo aqui?*” Ninguém se manifestou. Assim sendo, o representante do grupo continuou afirmando que era desnecessário definir o retângulo.

Diante disso, foi pertinente a intervenção da pesquisadora concerning a definição do retângulo e do cone.

- c) **A equipe Tufo-do-Borufurufo:** composta por 4 professores, desenhou a vitória amazônica e elaborou um problema propondo-o em três questões.

57



UM PESQUISADOR DO INPA (INSTITUTO DE PESQUISA DA AMAZÔNIA) PASSAVA À BEIRA DE UM LAGO, QUANDO SE DEPAROU COM UMA IMENSA VITÓRIA-REÍNA, CONHECIDA COMO VITÓRIA RÉGIA, INTERESSADO POR SEU TAMANHO, RESOLVEU ENTÃO ESTUDÁ-LA AO SEU TODO, MEDIU PRIMEI- RAMENTE A MEDIDA DE SEU RAIO (1m)

* QUAL SERIA ENTÃO O COMPRIMENTO DA CIRCUNFERÊNCIA DESSE PLANTA?

→ QUAL A ÁREA OCUPADA POR ELE?

→ SABENDO-SE QUE CADA m^2 OCUPADO POR ELA SUPORTA UM PESO DE 5 kg, QUAL O PESO QUE ESSA VITÓRIA SUPORTA, NO TOTAL?

$$C = 2\pi R$$

$$A = \pi R^2$$

$R = 1m$
 $D = 2m$
 $C = 2 \times \pi$
 $C = 2 \times 3,14$
 $C = 6,28 m$

$A = \pi R^2$
 $A = 3,14 \cdot 1^2$
 $A = 3,14 m^2$

PESO = $3,14 \cdot 5$
 PESO = $15,70 kg$

Resolução: ficou a cargo do grupo 1.

RESPOSTA:

a. COMPRIMENTO DA CIRCUNFERÊNCIA

$R = 1m$
 $D = 2m$
 $C = D \cdot \pi = 2 \cdot 3,14 m$
 $C = 6,28 m$

b. ÁREA: $\pi \cdot R^2$

$A = 3,14 \cdot 1^2 = 3,14$
 $A = 3,14 m^2$

PESO: $3,14 \cdot 5 kg$
 PESO SUPORTADO É $15,70 kg$

Comentário: Essa equipe utilizou corretamente a fórmula do comprimento da circunferência, entretanto calculou a área da folha, considerando apenas a área da base sem levar em conta a altura das bordas. Houve preocupação da equipe em fazer cálculos sem refletir na questão proposta.

7º ENCONTRO

Em função das dúvidas apresentadas em relação ao tema “circunferência”, na resolução do problema, pelo grupo 1, sobre a “*vitória amazônica*”, no sétimo encontro foram realizadas atividades contextualizadas a partir da imagem dessa planta.

Durante a atividade os professores identificaram que se as folhas da planta fossem reunidas, ainda assim ficariam “buracos” entre elas. Nesse momento houve intervenção da pesquisadora, questionando-os sobre o porquê disso. A única resposta obtida foi dada após observação da disposição geométrica dos ladrilhos no piso da sala de aula.

Ao questioná-los se era possível pavimentar o plano com círculos, alguns participantes responderam que não, porque a junção desses círculos não somaria 360° , associando-os, em consequência às folhas da Vitória Amazônica. Outros disseram que o mesmo caso aconteceria se fossem pentágonos.

Ao observarem as folhas, os professores identificaram duas das posições relativas entre duas circunferências, quais sejam: a posição tangente externa (quando as circunferências têm um único ponto comum e os demais pontos de uma são externos à outra) e a posição externa (quando os pontos de uma delas são externos à outra). Entretanto, não foram observadas as relações das distâncias entre os centros dessas circunferências e o raio e nem expressaram as suas respectivas fórmulas.

Além dessas relações, que emergiram deles, discutiu-se outras, não só entre duas circunferências, mas também entre ponto e circunferência e reta e circunferência. Um professor observou que as folhas da Vitória Amazônica nunca estariam nas posições tangente interna ou secante por causa do formato e disposição de suas folhas.

Em continuidade ao estudo da circunferência foi desenvolvida uma atividade

(atividade 13) para encontrar o valor de π (anexo 8)²⁰. Os professores não tiveram nenhuma dificuldade nessa atividade e gostaram de realizá-la pelo fato de trabalharem com cálculos. Um professor se expressou dizendo: *“É disso que eu gosto”*; outro argumentou: *“Gostei dessa atividade porque não preciso definir conceitos geométricos”*.

Grande parte dos grupos encontrou valores diferenciados ao efetuar a divisão do comprimento da circunferência pelo diâmetro. Um dos grupos encontrou 3.14 nas quatro divisões dando a impressão, segundo seus colegas, que não mediram a circunferência. Não houve manifestação do grupo sobre isso.

Dando prosseguimento às atividades, foi entregue a cada grupo uma imagem diferente para que a descrevessem e investigassem conceitos, relações e propriedades geométricas a partir dela (atividade 14).

Ao grupo 1 coube a imagem do araçá-boi.



Fig. 6

O grupo não fez a descrição da imagem, porém registrou os seguintes conteúdos: *retas paralelas, superfície esférica, polígonos, triângulo, ângulo, vértices, círculo, segmento de reta e retângulo*. Fez algumas observações quanto a esses conteúdos, quais sejam:

²⁰ Atividade baseada na prática de nº13 do livro Matemática Experimental, Milton Zaro e Vicente Hillebrand, Ática, p.42-44.

“Retas paralelas são as que se cruzam”.

“Superfícies esférica é a distância do centro a qualquer ponto da superfície”

“Extremidade de todos os raios formam uma superfície esférica”

“Há pontos de intersecção entre retas paralelas”

“Passam infinitas retas por um único ponto, que se encontram em um outro ponto num lado oposto da superfície”.

E efetuou as seguintes definições:

“Polígonos: figuras geométricas planas formadas por segmentos consecutivos fechados”

“Triângulo: são polígonos, formados por três ângulos, três vértices e três lados”.

“Círculo: circunferência mais o seu interior”

“Ângulo: é o espaço compreendido entre duas semi-retas de mesma origem”.

“Vértices: é o ponto de origem de dois ou mais segmentos de retas”.

“Segmento de retas: são linhas com origem e extremidade”.

“Retângulo: são quadriláteros formados por pares de segmentos de retas opostos paralelos sendo que tem largura diferente do comprimento”

O grupo 2 observou a imagem do cupuaçu.

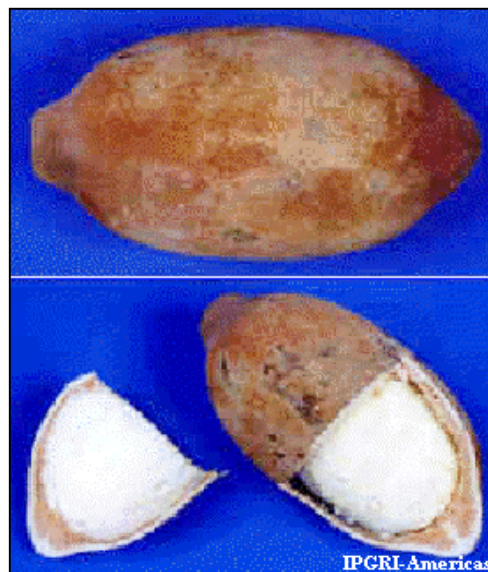


Fig. 7

Esse grupo descreveu a fruta como mostra a seguir:

“É uma fruta típica da região amazônica com o nome de” CUPUAÇU “, ela é ácida e possui caroços que são envolvidos por polpas. A fruta é revestida por uma casca dura e com sua polpa, podemos fazer: sucos, tortas, doces, sorvetes, picolé e etc”.

Quanto aos conteúdos geométricos, não registraram quase nada. Apenas mencionaram que:

“A fruta tem a forma circular, sua casca cortada é triangular, e côncava, é uma figura contida no plano”.

Ao grupo 3 coube a imagem de uma folha simples a qual não foi descrita por eles.



Fig. 8

A partir dela, registraram alguns conteúdos e exemplificaram de que maneira poderiam utilizá-los em sala de aula.

“Cálculo de áreas: pode-se trabalhar na figura, o cálculo de áreas do quadrado, do retângulo e da própria folha que forma aproximadamente uma elipse”.

“Valores aproximados: trabalha-se o cálculo de valores aproximados, pois a figura se completará quando for feita a união de quadrados não preenchidos totalmente pela folha com outros quadrados que apresentem as mesmas características”.

“Medidas de comprimento: trabalha-se as medidas de comprimento, usando-se a régua (ou não) para esquadrinhar toda a figura”.

“Figuras planas: utilizam-se os conceitos de figuras planas como o quadrado, retângulo e elipse para calcular suas respectivas áreas”.

“As formas: trabalham-se ainda as formas geométricas iniciais na formação do educando”.

“As retas: utilizando os postulados euclidianos trabalhamos as retas com seus respectivos pontos de encontros que acabarão por formar um plano”.

Nessas contribuições evidenciou-se que foi relevante o grupo apresentar sugestões, para um trabalho com folhas, porque na atividade 5 apenas tentaram encontrar a área, mas de maneira inadequada. Apesar de se referirem aos postulados de Euclides, alguns os desconheciam.

A imagem da lamparina foi o objeto de estudo do grupo 4.



Fig. 9

Apesar de conhecerem a lamparina, o grupo não fez a descrição. Relacionaram a imagem à figura do cone, esboçando-o em um desenho na tentativa de representá-lo de forma plana e espacial.

Registraram que o objeto era cônico com pavio cilíndrico e base circular. Identificaram o cone como resultado da rotação de um triângulo retângulo ao redor de um dos catetos. Definiram área da base, vértice, área total e volume do cone como sendo propriedades do cone e escreveram apenas algumas fórmulas sem analisá-las, ou mesmo efetuar algum cálculo, como por exemplo, a fórmula para o volume do cone foi escrita: $V = 1/3 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot H$

Ao final de cada atividade desenvolvida, era feita a discussão com todo o grupo. Observando-se o conflito, dos professores, existente entre conceitos e propriedades do cone, a pesquisadora discutiu, com eles, esses assuntos.

Apesar de vários conceitos e propriedades geométricas equivocadas, verificou-se que alguns grupos começaram compreendê-los, a partir das discussões, embora com muitas dificuldades.

8º ENCONTRO

No último dia do curso, foram iniciadas as atividades com uma palestra sobre as Geometrias não-euclidianas, utilizando-se transparências. Em seguida, discutiu-se sobre o tema. Somente alguns professores já tinham ouvido falar sobre o assunto. Outros ficaram surpresos ao tomarem conhecimento da existência de outras Geometrias. Nesse momento retomou-se àquela questão anteriormente levantada sobre a soma dos ângulos internos do triângulo, em que só para provocá-los mencionou-se a frase “depende do triângulo”.

Os professores perceberam que somente na Geometria euclidiana é que a soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer é 180° .

Para uma melhor compreensão disso foram entregues dois balões para cada participante e solicitado que desenhassem um triângulo qualquer em um dos balões e depois o enchessem para ver o que aconteceria com esse triângulo. No outro, foi pedido que desenhassem retas paralelas e feito o mesmo processo.

Ao olharem para o triângulo, puderam perceber que os ângulos internos estavam diferentes e que a soma deles não mais era 180° , portanto esse triângulo não podia fazer parte da Geometria euclidiana. Nesse momento foi discutido sobre a soma dos ângulos internos, dos triângulos hiperbólico e esférico.

Observaram, também, que ao desenharem duas retas paralelas no segundo balão e enchendo-o em seguida, as retas deixaram de ser paralelas, levando-os a concluir que naquele caso elas não estariam presentes. Foi-lhes então explicado que na Geometria elíptica ou esférica não existem paralelas.

Reportaram-se para as imagens observadas nas atividades propostas e constataram que elas não faziam parte da Geometria euclidiana e que suas formas apenas sugeriam objetos dessa Geometria. Sugeriram que houvesse outros cursos nos quais pudessem se fundamentar na Geometria euclidiana e conhecer um pouco mais sobre as outras Geometrias. Afirmaram que seria interessante trabalhar com seus alunos, abordando toda essa temática, uma vez que consideraram importante que o educando obtivesse conhecimento da existência de outras Geometrias, além da euclidiana. Discordando assim, daquele professor do Ensino Superior que se manifestou anteriormente contra o ensino das Geometrias não-euclidianas no Ensino Fundamental e Médio.

Após a palestra, foi-lhes devolvida a primeira atividade (a da Vitória Amazônica) para que eles a refizessem (atividade 15), utilizando tudo que havia sido discutido durante as duas semanas de curso com o objetivo de verificar o que tinha sido assimilado por eles.

Evidenciou-se que ao refazerem a atividade (anexo 9), grande parte dos professores fez uma melhor descrição da imagem, registrando, inclusive, o nome verdadeiro da planta.

Os conteúdos geométricos registrados pela maioria continuaram em torno da circunferência, entretanto, apareceram os nomes triângulos, cone e cilindro. Foram formuladas definições corretas para os conteúdos obtidos. A minoria apenas listou alguns elementos da circunferência, a saber: raio, diâmetro e corda.

Um professor explicitou que ao olhar novamente para essa imagem, pode observar outros conteúdos que poderiam ser explorados, como por exemplo, a

disposição de três folhas formava um triângulo, e esse conteúdo poderia ser trabalhado a partir daí. Mostrou também a importância de um ensino de Geometria além dos livros didáticos, utilizando-se também daquilo que a natureza oferece.

Como última atividade pediu-se-lhes que fizessem uma avaliação sobre o curso (anexo 10), enfatizando-se que não era necessário que eles se identificassem, ficando a critério deles, fazê-lo ou não.

De modo geral os professores falaram da importância de se trabalhar com temas amazônicos e acharam enriquecedora a proposta apresentada, de modo que ao utilizá-la estariam contextualizando a Geometria com a realidade daquela região, tão presente na vida dos alunos do Amazonas.

Consideraram também, que a natureza é rica em formas geométricas e fornece materiais à vontade para o aluno pesquisar, o que resultaria em uma melhor aprendizagem.

Outros mencionaram que a utilidade dessa forma de trabalho é de grande valia para a Amazônia, porém não deixa de ser preocupante devido ao preparo inadequado dos professores e as possíveis dificuldades que teriam para trabalhar com seus alunos.

Apenas um deles mencionou que essa proposta favorece um repensar do professor sobre sua prática.

Os procedimentos metodológicos desta pesquisa, bem como a avaliação do curso constituem-se em dados importantes que serão analisados a seguir com o objetivo de obterem-se possíveis respostas à pergunta que direcionou este trabalho.

Por que um Laboratório de Ensino de Geometria na formação continuada de professores, em Manaus (AM)?

CAPÍTULO VI

ANÁLISE DOS DADOS

A análise desta investigação teve como base os objetivos definidos para esta pesquisa, já descritos no Capítulo I, bem como, a intenção da proposta das atividades desenvolvidas com os professores, explicitadas no Capítulo V, qual seja:

Verificar que conhecimentos geométricos os professores em formação continuada e em serviço poderiam obter, a partir das imagens, e se era viável trabalhar com temas regionais, em um ambiente de ensino e aprendizagem, em que as atividades seriam discutidas em um laboratório de ensino de matemática que propiciasse investigações geométricas e reflexões sobre a prática docente.

A partir dos dados obtidos, provenientes das atividades realizadas, durante o curso de Geometria, em cada encontro, foi possível elencar alguns itens relacionados aos objetivos desta pesquisa, os quais foram agrupados em 4 categorias, compiladas como segue:

1. Descrição da Imagem

2. Conceitos Geométricos

- Listavam apenas conteúdos
- Dificuldades nas definições
- Erros conceituais
- Ênfase em cálculos algébricos

3. Tipos de Discussões

- Metodologia
- Dificuldades com relação à Geometria
- Viabilidade da proposta

4. Laboratório de Ensino

- Concepções dos professores
- Material didático
- Investigações geométricas

No tratamento dessas categorias busca-se possível ou possíveis respostas à pergunta norteadora deste trabalho, qual seja:

Por que um Laboratório de Ensino de Geometria na formação continuada de professores, em Manaus (AM)?

Descrição da Imagem:

A cada imagem apresentada era solicitado aos grupos que fizessem a descrição. Entretanto, de modo geral isso não foi feito, com exceção das imagens da *vitória amazônica*, descrita pela maioria dos grupos, apenas como uma planta aquática encontrada em lagos Amazônicos de nome *vitória régia* e a imagem do cupuaçu descrita pelo grupo 2 (p.109). Nos dois casos as descrições foram efetuadas de forma muito sucinta.

Ao serem informados, pela pesquisadora, sobre o nome verdadeiro da *vitória régia*, os professores ficaram muito surpresos por desconhecerem esse fato. Foi possível constatar, tanto nesse episódio, quanto na ausência de descrições, que apesar deles pertencerem à Região Amazônica e conhecerem cada imagem fornecida, exceto as flores, tinham pouca informação sobre elas, principalmente no caso do cupuaçu. Este, por ser uma fruta muito importante para a economia local e um assunto tão discutido na atualidade, pela mídia, merecia uma melhor descrição²¹.

Tendo em vista que um trabalho, a partir de imagens de elementos da natureza e sua conexão com os conteúdos geométricos não seja comum nas salas de aula de Manaus é possível que o conhecimento das características desses elementos regionais ainda não tenha sido objeto de interesse e estudo dos professores daquela cidade.

Segundo Lorenzato (1995) a imagem exerce função importante na aprendizagem. Sua utilização no processo educativo possibilita que o aluno interprete e entenda melhor aquilo que está sendo apreendido. Diante disso, é inegável o auxílio que a imagem pode oferecer às aulas de Geometria e esta por sua vez, possibilita uma melhor compreensão daquela, favorecendo assim a comunicação da idéia matemática.

²¹ Uma possível descrição pode ser vista, no glossário, ao final deste trabalho.

Assim sendo, é mister que o professor, em suas aulas de Geometria, utilize imagens para que a partir delas os alunos reconstruam, com menor grau de dificuldades, conceitos geométricos, estabeleçam relações e reconheçam propriedades. Isso pode favorecer um ensino mais produtivo.

Para que a imagem seja melhor explorada e compreendida é importante que o educador se aproprie de informações sobre ela, ou seja, descrevê-la deve fazer parte desse processo. Entretanto, para que a descrição seja efetuada adequadamente é preciso pensar no que está sendo descrito. Esse processo pode ser entendido como uma “reflexão na ação” (SCHÖN, 2000).

Ao refletirem sobre o que está sendo descrito, tanto o professor, quanto o aluno, têm a oportunidade de partilhar o que foi apreendido e discutirem em conjunto suas concepções. Schön (2000) evidencia que é no “atelier” da sala de aula que o aluno tem a oportunidade de expor seus conhecimentos, suas incertezas, angústias e expectativas. Isso também deve fazer parte do “atelier” da formação continuada de professores.

Nesse ambiente o professor precisa sentir-se livre para se expor sem ser constrangido e primar pela busca constante por conhecimentos e por um “saber fazer” pedagógico com coerência e competência, principalmente diante de situações inesperadas que surgem no cotidiano de sua profissão. Esse ato se aproxima de uma sensibilidade artística, denominada por Schön (1995) de “artistry”.

Um trabalho com imagens, portanto, requer do professor essa sensibilidade que o impulsiona a ação diferenciada em seu trabalho, tornando-o coeso, competente, produtivo e motivador.

Conceitos Geométricos:

Na observação das imagens, pelos professores, sob um olhar geométrico, foi possível constatar, em várias atividades, que grande parte dos grupos apenas listou alguns conteúdos. Esperava-se que, a partir das imagens, eles identificassem conceitos geométricos, estabelecessem relações e reconhecessem propriedades. Entretanto, os

professores identificaram apenas algumas formas geométricas, como por exemplo, círculo, circunferência, cone, pentágono, triângulo, elipse e esfera.

Salienta-se que, alguns deles tentaram efetuar algumas definições: incorretas, como aquela dada por aquele professor do Ensino fundamental, descrita no 1º Encontro ou algumas um tanto confusas, como por exemplo, as efetuadas pelas duplas G e I, descritas no 2º Encontro (p.93-94). Observou-se, durante o desenvolvimento das atividades, que as definições incorretas ou confusas eram decorrentes de uma visão limitada, dos professores, sobre os conceitos geométricos fundamentais.

Além de identificar formas e listar conteúdos é fundamental que o professor se aproprie dos conceitos geométricos fundamentais para que propicie a aprendizagem geométrica de seus alunos. É responsabilidade de todos os docentes que trabalham com matemática, inclusive dos professores das séries iniciais, por serem estes os primeiros a contribuir na construção do conhecimento geométrico da criança, o qual lhe dará suporte na compreensão de conceitos subsequentes.

Wolff (1996) mostra que o apropriar-se de conceitos geométricos consiste em encontrar a combinação de atributos (aquilo que é peculiar à alguém ou a alguma coisa) que determinam um conceito anteriormente definido pelos matemáticos. Ao identificar os atributos relevantes ao conceito é possível ao indivíduo reconstruí-lo com definições corretas.

A reconstrução de um conceito sem ser levado em conta seus atributos relevantes implica na falta de compreensão desse conceito e conseqüentemente em definições incorretas. Foi o que se pode constatar nas definições dadas, respectivamente, pelos professores do Ensino Fundamental, mencionado anteriormente, e do Ensino Médio, mencionado no 2º Encontro, quais sejam:

“Quadrilátero é uma figura plana formada por 2 pares de retas opostas paralelos”

“Mediana interna de um triângulo é uma reta e o losango possui ângulos internos iguais”.

Observa-se nessas duas definições que elas não provém do conceito decorrente de definições matemáticas, com seus atributos relevantes, para que fossem reconstruídas de maneira positiva. Resultaram da imagem conceitual que tinha se

formado na mente daqueles professores de maneira inadequada. Hershkowitz (1994) evidencia que a imagem conceitual se caracteriza pela forma como o conceito é captado pela mente do sujeito nas diferentes etapas do processo educativo. Assim sendo, foi possível inferir que os atributos relevantes aos conceitos de quadrilátero, mediana interna de um triângulo e do losango ainda não tinham sido internalizados por esses professores, por isso estavam confusos em suas mentes.

De certo modo, havia coerência na definição do professor do Ensino Fundamental, apenas em um ponto. Figura plana realmente é um atributo de quadrilátero. Entretanto, dois pares de retas paralelas opostas não o são, portanto, a combinação desses atributos resultou na definição incorreta.

Um quadrilátero, portanto, pode ser visto como a junção de alguns atributos pertinentes a ele, como por exemplo:

- É uma figura plana
- É um polígono
- Possui quatro lados
- Possui quatro ângulos
- Formado por segmentos de retas
- Formado por segmentos que se interceptam apenas nas extremidades.

A inclusão de características não pertinentes, ou desnecessárias, ao conceito, ocorre em função de como se deu a aprendizagem do indivíduo, ou seja, como a imagem conceitual foi sendo processada na mente dele ao longo de sua trajetória de vida durante o processo de apreensão de conhecimentos.

Passos (2000) enfatiza que o conhecimento histórico da Geometria pode desempenhar uma função importante no processo educativo, porque favorece tanto ao professor, quanto ao aluno, uma melhor compreensão de diferentes conceitos geométricos que foram construídos e desenvolvidos ao longo da história. Assim sendo, a inserção, de um breve histórico da Geometria, no Capítulo III desta pesquisa, pode contribuir nas aulas de matemática dos professores de Manaus.

O desconhecimento histórico da Geometria, revelado pelos sujeitos desta pesquisa, durante a discussão sobre Geometrias não euclidianas e implícito nas respostas dadas às questões 3, 4, 5 e 8 do questionário, descritas no Capítulo V, pode ter sido um dos fatores que contribuíram para as suas dificuldades em identificar e definir conceitos geométricos fundamentais.

Essas dificuldades apareciam na medida em que as atividades eram desenvolvidas quer seja individual ou em grupos, ficando mais evidente no desenvolvimento das atividades 2 (Descobrindo Conceitos Fundamentais, p.90) e atividade 10 (Construção e Estudo dos Sólidos Geométricos, p.99).

Ao definirem conceitos geométricos, durante a atividade 2, cada professor possuía sua própria concepção daquilo que estavam sendo definido e essa divergência fez com que alguns grupos deixassem de efetuar grande parte das definições por não chegarem a um consenso. Além disso, houve muita polêmica porque cada um achava que a sua definição era a correta.

Na atividade 10, os professores tiveram muita dificuldade em estabelecer relações entre os elementos dos objetos tridimensionais e suas faces planificadas. Houve muita confusão entre cubo e quadrado, triângulo e pirâmide. Percebendo a confusão que eles faziam entre os sólidos e seus elementos e nas definições incorretas, a pesquisadora fez uma intervenção discutindo, com todo o grupo, sobre as definições efetuadas por eles e fazendo um estudo do cubo e pirâmide de base quadrada com o intuito de que eles sanassem suas dúvidas.

Embora grande parte dos sujeitos tivesse a mesma formação acadêmica, e trabalhassem com Geometria, conforme evidenciado na resposta dada à questão 1 do questionário (p.84), esses fatos não foram suficientes para que eles depreendessem conceitos geométricos e suas propriedades. Apesar de serem colegas de profissão me pareceu que falavam de mundos completamente distintos.

A compreensão que o indivíduo tem dos conceitos e de suas definições matemáticas é decorrente daquilo que foi vivenciado, por ele, durante sua formação inicial. Barilli (1998); Romanatto (2000) mostraram que essa formação não está sendo suficiente para dar condições ao profissional de fazer um trabalho com competência e coerência. A incompletude dessa formação pode “sedimentar” práticas inadequadas

que por sua vez, constituem-se em obstáculos para um trabalho produtivo. De modo que, as dificuldades, evidenciadas pelos sujeitos desta pesquisa, em definir conceitos geométricos resultando em erros conceituais tem causas profundas.

O currículo, predominantemente formal, oferecido pelos sistemas educacionais, e a carência de cursos de formação continuada em Manaus, na área de Geometria, pode ter contribuído substancialmente para as dificuldades advindas dos professores. Embora, grande parte deles tenha dito, no 1º Encontro que trabalham com Geometria, nas discussões em grupo, reconheceram sua formação inicial como inadequada para efetuar um trabalho de forma mais produtiva nessa área de estudos. Além disso, sugeriram que cursos de Geometria fossem ministrados, naquela cidade, com carga horária suficiente, empregando novas metodologias.

Observou-se que a Geometria presente nos currículos de Manaus está desvinculada daquela utilizada em sala de aula no Ensino Fundamental e Médio. Ela está presente em um currículo puramente “normativo” que segundo Schön (1995) é uma das causas da formação inadequada dos profissionais, pelo fato desse currículo não ter conexões entre teoria e prática. É nesse contexto que Perrenoud (1977) mostra a importância de um repensar sobre a formação inicial que é oferecida aos futuros profissionais da Educação, ou seja, falta um maior investimento nessa formação por parte dos sistemas educativos.

Como a Geometria é geralmente deixada à margem nos currículos escolares, não poderia ser diferente nas salas de aula de professores de Manaus, onde a prioridade é o ensino da Álgebra, haja vista a expectativa dos sujeitos, no 1º Encontro, por metodologias alternativas para essa área de estudo, na ênfase dada em cálculos algébricos e na resposta que predominou na questão 5 do questionário, já descrito no Capítulo V.

A ênfase em cálculos algébricos ficou evidenciada nas respostas, de alguns grupos, às questões propostas a várias atividades desenvolvidas durante o curso. Na atividade 1 (*vitória amazônica*) a questão era: observar e analisar a imagem sob um olhar geométrico. Entretanto, a atenção daquela professora do Ensino Médio, ao visualizar a imagem, foi direcionada apenas para o cálculo do comprimento e da área da folha. O mesmo sucedeu com o trabalho, feito a partir de folhas simples e

compostas, desenvolvido no 2º Encontro, em que alguns grupos, de imediato, tentaram calcular a área das folhas.

Para calcular a área de qualquer uma das folhas poderia ser utilizado um dos processos sugeridos no Capítulo V (p.72-75). Entretanto os professores quadricularam a moldura da imagem e ao contar os quadrados da linha e coluna efetuaram a multiplicação, obtendo assim a área do retângulo que continha a imagem e não necessariamente a área da região interna da folha, ou área folhar.

Outra questão similar foi a resolução dada pela equipe Natureza, no 6º Encontro, sobre o problema da árvore. Observou-se que o cálculo da altura foi imediatamente efetuado porque foram fornecidos os dados, porém para o cálculo da área do tronco como não tinham nenhuma medida, não souberam como proceder. Lorenzato (1995) aponta que comumente, algumas pessoas ficam sem ação ao deparar-se com questões dessa natureza, justificando-se da impossibilidade de resolvê-las porque não lhes foram dados números ou medidas.

Entende-se que isso acontece porque a função da escola tem sido privilegiar as operações com cálculos algébricos e aplicações de fórmulas matemáticas nas resoluções de problemas padronizados trabalhados ao longo de toda escolaridade. O que se tem constatado é que raramente são trabalhados, em sala de aula, problemas que desenvolvam no aluno as capacidades de interpretação, percepção e raciocínio geométrico.

Essa realidade foi observada, pela pesquisadora, ao perceber que, por falta de dados, a equipe Natureza ficou estática diante daquela questão. Faltou-lhes leitura, percepção, raciocínio e linguagem geométrica, fatores fulcrais para que pudessem perceber qual a possibilidade que a Geometria poderia lhes oferecer na resolução da questão.

Uma outra questão em que foi considerado somente cálculos algébricos, também ocorreu no 6º Encontro, foi aquela do arco e flecha elaborada pelo grupo 1 (p.102) e resolvida pelo grupo 2 (p.102). O grupo 2 não percebeu que a flecha não representava o diâmetro da circunferência, portanto não poderia medir 10 cm.

Essas evidências mostraram que um trabalho com Geometria que prioriza cálculos algébricos ainda está muito arraigado aos procedimentos metodológicos dos

professores de Manaus e nesse contexto, os dados são primordiais. Se não houver dados, o problema parece sem solução. É como se a Geometria estivesse sempre ligada à medida e esta parece ser sempre o forte da questão. Esse fato também foi evidenciado, em tempos idos, nos cursos de Geometria, anteriormente ministrados sob minha responsabilidade.

Esse também é o agir do aluno. Ele sempre quer saber qual é a conta? Qual a fórmula a utilizar? O professor tem que lhe dizer tudo o que deve ser feito. Quando isso não ocorre o aluno fica desorientado sem se dar conta que existem outros caminhos que podem ser percorridos na obtenção de resultados.

Essa atitude tanto do professor, quanto do aluno, é o reflexo de aulas tradicionais que priorizam apenas técnicas de algoritmos e aplicações de fórmulas matemáticas desvinculados de compreensão e que raramente possibilitam a participação e o conseqüente envolvimento do educando em atividades de investigações matemáticas.

Situações desse gênero, classificadas como predominantemente expositivas, reforçam certos “papéis” centrados nas figuras do professor como “ensinador” e do aluno como “receptor”, ou seja, esse ambiente não se constitui, portanto, num Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática consoante concepção adotada no Capítulo II desta pesquisa.

Durante grande parte das atividades foi possível perceber a preocupação que os professores tinham com as aplicações de fórmulas matemáticas. Ao se trabalhar com diagonais, no 3º Encontro, verificou-se que alguns deles sabiam aplicar corretamente a fórmula, mas ainda não tinham internalizado o conceito de diagonal. Essa questão ficou mais evidente no episódio ocorrido no 6º Encontro (p.100), no trabalho de construção e estudo dos sólidos geométricos, quando um professor, do Ensino Fundamental disse, que somente após a visualização do cubo foi que ele pode compreender realmente o conceito de diagonal no poliedro.

Dentre as habilidades, discutidas pelos PCNs e que poderão ser desenvolvidas no processo educativo, destaca-se a observação e a visualização. É por meio da visualização que as crianças desenvolvem o senso espacial, identificam, comparam e

desenham formas para que a partir delas sejam capazes de estabelecer relações, reconhecer importantes conceitos e propriedades geométricas (LORENZATO, 1995).

Assim sendo, tanto a escola, quanto o professor, devem proporcionar ao aluno atividades, em sala de aula ou fora dela, que o levem à observar e registrar aspectos do ambiente em que ele vive.

A importância da Geometria no currículo escolar e consequentemente nas aulas de matemática se justifica no desenvolvimento do pensamento geométrico ou do raciocínio visual. Sem essa habilidade dificilmente os alunos conseguirão efetuar leituras interpretativas do mundo em que vivem bem como ficam impossibilitadas de resolver questões de outras áreas do conhecimento (LORENZATO, 1995).

Passos (2000) enfatiza que a visualização de objetos, e sua representação, estão intimamente relacionadas e são pertinentes no currículo de Geometria pelo fato de que o desenvolvimento do pensamento geométrico da criança se dá mediante essas habilidades, que se forem bem trabalhadas, no decorrer de sua trajetória escolar, pode favorecer uma melhor compreensão de conceitos básicos da Geometria, levando-os ao nível de abstração matemática.

Diante disso, entende-se que a escola não pode desconsiderar essa importante questão. Incluir a visualização e representação de objetos ou imagens de elementos da natureza deve fazer parte do processo educativo, pois o desenvolvimento dessas habilidades permite ao aluno um vislumbre inteligente do mundo que o cerca.

A utilização, visualização e análise das imagens de elementos da realidade dos professores de Manaus, bem como a construção dos sólidos geométricos, contribuiu para que alguns conceitos, relações e propriedades geométricas fossem apreendidas por eles, por exemplo, conceitos que foram definidos no 2º Encontro, de forma inadequada, são reelaborados no 7º Encontro, quais sejam:

2º ENCONTRO	7º ENCONTRO
<i>“Ângulo é o encontro de duas semi-retas de uma mesma origem, formando uma abertura”</i>	<i>“Ângulo é o espaço compreendido entre duas semi-retas de mesma origem</i>
<i>“Polígonos são formas geométricas, formados por lados e ângulos congruentes ou diferente”.</i>	<i>“Polígonos: figuras geométricas planas formadas por segmentos consecutivos fechados”</i>
<i>“Círculo é a circunferência”</i>	<i>“Círculo: circunferência mais o seu interior”</i>

A visualização da imagem do arará-boi também contribuiu, substancialmente, para que o grupo 1 percebesse, alguns conceitos, relativos a Geometria Esférica, como, por exemplo, *“Superfície esférica é a distância do centro a qualquer ponto da superfície”*. Outros, ainda estavam um tanto confuso para eles, *“retas paralelas são as que se cruzam”*.

Embora os professores tenham observado que na superfície esférica, existem retas e que há pontos de intersecção entre elas, a princípio, não se deram conta de que não eram paralelas. Foi relevante a percepção que eles tiveram de alguns conceitos. Entretanto, seria exigir demais que eles percebessem de imediato a não existência de paralelas na Geometria Esférica, (quaisquer duas retas dessa Geometria sempre se encontram), mesmo porque não dispunham de conhecimentos suficientes para isso. Grande parte deles desconhecia a existência de outras Geometrias, além da euclidiana.

Assim sendo, optou-se por discutir com o grupo todo no 8º Encontro sobre Geometrias não-euclidianas. Após o trabalho com os balões, descrito no Capítulo V, os professores puderam perceber que retas paralelas não estão presentes naquela Geometria.

Ressalta-se também nesse episódio a importância da visualização. Foi por meio dela que os sujeitos desta pesquisa conseguiram reportar-se para as imagens observadas nas atividades propostas e constatarem que elas faziam parte de outra Geometria diferente da euclidiana. Além disso, perceberam também que é possível estabelecer relações entre os elementos da natureza, a Geometria e outras ciências. É o que diz o comentário de um professor do Ensino Médio:

“É impressionante como passamos pelas coisas e não percebemos a ligação que há entre as coisas, você notará que de figuras como uma flor e o fruto do cupuaçu, consegue-se abstrair o estudo de várias ciências como a botânica, a química, a matemática, etc.

Muitas formas elementares são facilmente identificadas fora do ambiente escolar. Entretanto, na fala desse professor, é possível constatar que falta, a muitos, a percepção entre os elementos da natureza e suas conexões com os conteúdos abordados em sala de aula. Isso pode ser o resultado do reflexo de uma Educação formal que prioriza programas de estudo, geralmente sem sentido para o aluno e desvinculado da realidade dele, alicerçados em um currículo preponderantemente normativo, que se traduz no modelo de “racionalidade técnica” (SCHÖN, 2000).

D’Ambrosio (1996) há algum tempo vem chamando a atenção para a ausência de sentido de um conhecimento que vem sendo produzido alheio à natureza e às origens da comunidade a que diz respeito, ou seja, os elementos que a natureza oferece devem ser trazidos para o ambiente escolar, dentro do contexto da realidade dos alunos para que assim, tanto o professor, quanto o aluno, encontrem no mundo que os cerca um vasto campo para investigações matemáticas.

Diante disso, cabe aqui a pergunta de uma professora do Ensino Fundamental: *“Como fazer isso? Para que estudar isso?”* E registrou:

“Hoje sou professora e sinto muita satisfação em tudo que faço, mas muitas coisas contribui, as vezes para o desânimo, porque acabamos passando para o nosso aluno o que nos passaram, a matemática vazia sem coerência com a realidade. A pergunta que nós fazemos é: Para que estudamos isso?”

Esse é o conflito existente em muitos professores que se caracteriza naquilo que Gazire (2000) denominou de “ciclo vicioso”, ou seja, o professor ensina aquilo que lhe foi ensinado. A escola apenas lhe dá noções de matemática, mas não lhe diz onde ela está inserida ou por que e para que é ensinada.

No desabafo desses dois professores foi possível constatar que embora os conteúdos e as modalidades didáticas, apreendidas na sua formação inicial, os tenham ajudado, parece evidente que não foram suficientes para que eles pudessem efetuar, em

sala de aula, um trabalho diversificado. Foi o sentido que viram naquilo que faziam quando visualizavam e analisavam as imagens que os fez repensar em suas práticas.

Garcia (1995) considera a reflexão da prática como elemento fundamental de análise do professor, pois favorece a conscientização e exame de seus métodos e técnicas, com o objetivo de obter melhor êxito em metas estabelecidas.

Se a formação inicial, daquela professora, não foi suficiente para responder-lhe à questão “*como fazer e para que estudar isso?*” É necessário que outros caminhos sejam percorridos na busca de possíveis respostas. Para isso, a formação continuada se faz necessária.

Como é evidenciado por Barilli (1998) essa formação se caracteriza por um processo “contínuo e dinâmico”, possibilitando que conteúdos básicos defasados na formação inicial sejam trabalhados. É, portanto, a busca do docente, no cotidiano de sua prática ou em cursos específicos, por um melhor aprimoramento que contribua no seu desenvolvimento profissional. Este, por sua vez, é de inteira responsabilidade do profissional (PEREZ 2004), visto que propicia ao professor melhores condições de exercer um trabalho mais produtivo, coeso e competente.

Vale ressaltar que foi durante o caminhar, nas atividades, em busca do *como, por que e para que fazer isso?* mediante a observação e análise dos objetos da natureza e suas conexões com a Geometria que os professores, foram buscando seus próprios caminhos, encontrando algumas respostas e tropeçando em outras. No partilhar e discutir em grupo foram repensando e construindo gradativamente alguns conceitos, descobrindo outros, tentando efetuar uma melhor definição, discutindo e sugerindo outras atividades que poderiam ser desenvolvidas em sala de aula.

Tipos de Discussões:

As discussões em grupo, sugeridas pelos PCNs, aconteceram ao final de cada atividade desenvolvida durante o curso. Além de oportunizar a troca de experiências, propiciou, entre a pesquisadora e os professores, alguns questionamentos e o partilhar em conjunto sobre suas práticas, dúvidas e incertezas.

Como já foi dito no Capítulo V, no 1º Encontro foram efetuados aos professores, pela pesquisadora, dois questionamentos orais, quais sejam:

- Qual sua concepção sobre Formação Continuada?
- Você trabalha com Geometria? De que forma?

Com relação à primeira questão, os docentes desconheciam o termo “Formação Continuada” sendo necessária, portanto, apenas uma pequena discussão sobre o assunto já que o tempo assim o permitia.

Quanto a segunda questão, ela também fazia parte do questionário (anexo 1) que foi entregue aos sujeitos como primeira atividade do curso. Tanto nas respostas escritas quanto nas orais foi possível constatar que 9% dos 22 professores consultados não trabalham com Geometria. Entretanto, a grande maioria, ou seja, 91%, afirmou fazer uso da Geometria em sua prática pedagógica. As formas de expressão desses professores sobre a descrição de suas aulas foram:

- *“Atualmente trabalho com aplicações do cálculo aplicado à Geometria em taxa de variação, volume, área e outros”.*
- *“Procuro usar materiais concretos”*
- *“Conteudistas poderiam ser mais criativas”*
- *“Aulas expositivas: ponto, reta e plano”.*
- *“Costumo trabalhar muito com o lúdico, ou em grupos”.*

A partir da fala desses professores, foi possível elencar quatro tipos de formas de trabalho, que foram categorizadas como segue:

- Uso de aplicações (Aplicações da Geometria no estudo do cálculo).
- Utilização de metodologias alternativas (Usos de materiais concretos, jogos e/ou trabalho em grupo).
- Aulas predominantemente expositivas.
- Contextualização com o cotidiano do aluno.

Salienta-se que pouco mais da metade dos que trabalham com Geometria, descrevem no mínimo duas das formas citadas, sendo que a utilização de materiais

concretos é somente por parte do professor e os jogos são apenas atrativos ao invés de objeto de estudo que possibilite ao aluno a apreensão de conceitos geométricos.

Uma quantidade razoável de professores (35%) ministra aulas preponderantemente expositivas, e apesar de manifestarem que elas poderiam ser mais criativas e dinâmicas, utilizam listas de exercícios prontos, formais e completamente desvinculados da realidade discente. Isso ratifica Lorenzato (1995) ao destacar que, para muitos professores, a Geometria se mostra como um conjunto de expressões e fórmulas, desvinculado quase sempre de atividades práticas. Foi possível notar também que esses professores priorizam essa modalidade de aulas.

Fainguelernt (1995) adverte que o ensino da Geometria não pode se restringir somente à aplicação de fórmulas e à obtenção de resultados estabelecidos por alguns teoremas, sem que haja preocupação, por parte dos docentes, em possibilitar situações de aprendizagem em que os alunos sejam desafiados na busca de caminhos que os levem à compreensão dessas fórmulas e de suas demonstrações matemáticas.

Verificou-se que apesar dos professores se encontrarem presos a uma metodologia centrada em exercícios padronizados e aplicações de fórmulas matemáticas, eles até gostariam de reverter esse quadro, porém as condições em que se encontravam, trabalhando em várias escolas, a falta de conhecimentos geométricos e ainda estudando a noite os impedia de efetuar um trabalho mais produtivo.

Outro fato constatado na resposta à questão 2 do questionário (*Você encontrou dificuldades ao trabalhar com Geometria? Quais?*) foi que metade dos participantes respondeu não encontrar dificuldades ao ensinar Geometria, enquanto 45% afirmaram ter dificuldades e 5% não responderam a essa questão. Os professores que responderam afirmativamente justificaram suas respostas, expressando-se da seguinte forma:

- “Por não gostar de Geometria”.
- “A dificuldade é fazer o aluno entender a importância da Geometria”.
- “A falta de materiais didáticos”.
- “O maior problema foi transmitir os conhecimentos para os alunos, onde a maioria não teve base”.

- *“Falta de uma escola bem estruturada”.*
- *“Falta de oportunidade de engrandecer meus conhecimentos”.*
- *“Falta de esclarecimento sobre conteúdos”.*
- *“Falta de saber como trabalhar, porque a Geometria é muito abstrata se não for trabalhada de maneira concreta”.*

Essas respostas foram reunidas em quatro grupos ou categorias.

- Despreparo do aluno (conteúdo).
- Preparo inadequado do professor (conteúdo e metodologia)
- Materiais didáticos (falta, confecção e/ou utilização).
- Falta de gosto pela Geometria.

Nas descrições de somente dois professores, duas dessas categorias estão presentes, enquanto nas demais respostas, há apenas uma delas.

Ao mencionar a “falta de base” de seus alunos, vários professores justificaram que isso se deve ao fato de que eles próprios reconhecem suas limitações e isso os impedem de efetuar um trabalho satisfatório. Em consequência disso, optam por trabalhar álgebra ao invés da Geometria. Na fala de alguns, foi possível perceber relativo interesse na busca de alternativas para que, na medida do possível, modificações fossem efetivadas em suas práticas, melhorando-as.

É curioso notar que grande parte dos professores que afirmou não ter dificuldades em trabalhar com Geometria nunca havia feito algum curso ou sequer lido algum livro, além dos didáticos nessa área, bem como não manifestaram o interesse na busca de alternativas para o seu crescimento nesse sentido. A consciência da inexistência de dificuldades, conseqüente do excesso de segurança em si próprio, pode ser o fator predominante de uma prática não reflexiva, individual (SCHÖN, 1995) ou social (ZEICHNER, 1993), a qual possibilitaria um repensar na prática desses profissionais e, conseqüentemente, tomadas de decisões em suas respectivas atividades pedagógicas.

Ao analisar as respostas às questões propostas no questionário, e nas conversas com eles durante a pesquisa, foi possível constatar que a metodologia utilizada pela maioria dos professores contatados se caracterizava por:

- Aulas preponderantemente expositivas.
- Somente utilizam o livro didático.
- Sentem-se inseguros ao trabalhar com Geometria, pois lhes faltam conhecimentos básicos nessa área.
- Não há produção de materiais concretos pelos alunos em sala de aula. Somente materiais prontos são utilizados e apenas pelo professor.
- A falta de cursos de Geometria, em Manaus, contribui para que grande parte dos professores sintam-se desmotivada a buscar um aprimoramento em seus conhecimentos nessa área.

Em virtude de suas limitações, grandes eram as dificuldades de muitos desses professores com relação à Geometria, quais sejam:

- Utilização de termos inadequados; círculo e circunferência como sendo a mesma coisa, ângulo central, quadrado e triângulo ao se referirem respectivamente ao ângulo inscrito, ao cubo e a pirâmide.
- Dificuldades em identificar todas as características de uma figura geométrica, por exemplo, no pentágono alguns encontraram 10 diagonais. Na circunferência somente identificaram raio e diâmetro. Outros identificaram o apótema da pirâmide, mas não reconheceram o apótema da base. Observando uma das faces do cubo consideraram-na como área total desse sólido.
- Dificuldades em estabelecer relações e reconhecer propriedades; nas deduções das fórmulas do cubo e pirâmide não conseguiram estabelecer relações entre esses sólidos e suas faces. Não foi observada a relação distância entre os centros de duas circunferências e seus raios. Tinham concepções de que ângulos internos iguais eram pertinentes ao losango. A

área da base, vértice, área total e volume do cone foram vistos como propriedades deste sólido.

Observou-se que as dificuldades dos professores eram pertinentes, considerando a falta que eles têm de aportes que os permitam efetuar um trabalho coeso e competente na área de Geometria. A partir dessas constatações, várias intervenções foram feitas, pela pesquisadora, no sentido de que eles percebessem as características das figuras planas e espaciais, bem como estabelecessem relações e reconhecessem propriedades geométricas, favorecendo assim, que dúvidas fossem esclarecidas na medida do possível.

Durante a construção dos sólidos geométricos, ocorrida no 5º Encontro, houve uma discussão, iniciada por uma professora do Ensino Médio quando afirmou não ter paciência para efetuar aquela construção. Para ela, era mais fácil colocar as fórmulas diretamente no quadro e aplicá-las em problemas propostos do que “perder tempo” em deduzi-las a partir da construção. Nesse momento, outra professora interferiu dizendo que presenciara uma aula de um colega que agia dessa forma e isso a fez refletir que essa não era a melhor maneira de ensinar porque não é interessante e não oportuniza compreensão.

Essa discussão foi muito proveitosa porque se pode direcioná-la para uma reflexão sobre a prática (SCHÖN, 2000), como aspecto fundamental na sala de aula do professor pesquisador.

Provavelmente, esse desconforto entre as duas professoras não será diferente entre seus alunos. Uns certamente vão gostar de realizar um trabalho prático, outros, no entanto podem não apreciá-lo. Silva e Zanon (2000) mostraram, em sua pesquisa, que existem alunos que expressam antipatia a esse tipo de trabalho enquanto outros se sentem motivados. Isso pode ser caracterizado como uma limitação do trabalho prático.

As oportunidades que os professores tem em observar as reações adversas de seus colegas frente à realização de um trabalho diversificado devem ser vistas como uma “resistência” que de forma alguma se caracteriza como falta de “conhecimento do assunto”.

A discussão do texto sobre simetria, ocorrida no 4º Encontro, foi muito pertinente visto que os professores não falavam sobre esse tema em suas aulas, porque alguns não tinham nem idéia do assunto. Quando questionados sobre o porquê disso, argumentaram que esse tópico não aparece no programa curricular das escolas em que trabalham e nem nos livros didáticos adotados.

Observou-se com isso, que embora a simetria esteja presente em muitos objetos da natureza é deixada à margem em muitos currículos escolares e livros didáticos por não priorizarem conteúdos que envolvem a realidade do aluno (LORENZATO, 1995; D'AMBROSIO, 1996). Não dispondo de alternativas, o professor ainda permite que, tanto currículo, quanto livro didático sejam determinantes na ação em sala de aula. É preciso coesão entre o “ato de formar” e a “ação de formar-se”. Esse elo está ligado a uma formação crítica-reflexiva que possibilita ao professor, autonomia e maior liberdade de ação em seu fazer pedagógico (NÓVOA, 1995).

Apesar do tema simetria ter causado estranheza, aos professores, eles gostaram muito de realizar as atividades e ficaram surpresos ao saber que para tirar pupunha é necessário que o gancho da vara seja simétrico. Muitos deles sabiam sobre a arte de tirar um cacho de pupunha do pé e até mesmo como é feita a vara, mas desconheciam a simetria que movimenta essa técnica.

Uma discussão bastante polêmica foi aquela sobre Geometrias não-euclidianas, descrita no 3º Encontro, em que aquele professor do Ensino Superior disse que essa Geometria não deveria ser ensinada aos alunos do Ensino Médio muito menos do Ensino Fundamental, por ser bastante complicada e desconhecida por seus professores. Isso pode ser entendido como o reflexo de um currículo rígido que privilegia o estudo da Geometria euclidiana, em detrimento de outras que podem fornecer uma melhor compreensão do espaço físico e suas relações.

Os trabalhos de (BONETE, 2000; MARTOS, 2002; PATAKI, 2003) mostraram essa realidade. As Geometrias não-euclidianas ainda não encontraram espaço nos currículos escolares e, portanto, são desconhecidas por muitos alunos e professores.

Apesar dos professores terem sido de certa forma desmotivados, por aquele colega, não se intimidaram e desejaram conhecer sobre o que tratavam essas

Geometrias. Diante disso, optou-se por discutir com eles o assunto, no 8º Encontro, conforme cronograma de trabalho (p.83), e utilizando transparências.

Essa discussão foi muito proveitosa, pois fê-los refletir sobre alguns aspectos que não haviam ponderado, por exemplo, que todas as imagens com as quais haviam trabalhado no curso, faziam parte dessas Geometrias e que alguns conceitos aprendidos em sua formação inicial, como únicos, tinham outros significados quando considerados em outros sistemas geométricos.

Eles entenderam que a soma dos ângulos internos de um triângulo nem sempre é 180° , depende que Geometria está sendo considerada. Somente aí compreenderam o que foi dito, pela pesquisadora, ao provocá-los, “depende do triângulo”.

Verificou-se que na medida em que as discussões processavam, alguns grupos avançavam embora com dificuldades. Várias vezes foram necessárias muitas intervenções, por parte da pesquisadora, durante as atividades, dada as limitações dos professores e o pouco tempo que eles dispunham para a duração do curso. Essas intervenções favoreceram a redescoberta, por eles, de conceitos e propriedades geométricas, bem como um repensar sobre suas práticas.

No decorrer das atividades foi intencional, como já foi abordado anteriormente, não mencionar qual era a proposta desta pesquisa, com o intuito de que houvesse percepção, por parte dos professores, se era viável trabalhar com Geometria utilizando temas regionais.

Em um dado momento, durante o 7º Encontro, uma professora do Ensino Médio relacionando a imagem da lamparina ao cone, fez o seguinte comentário:

“Professora, eu já entendi o que você está nos propondo, um ensino de geometria usando as coisas da natureza daqui de Manaus, e eu estou achando muito interessante. Como é que ninguém havia pensado nisso? Assim é bem melhor ensinar geometria, porque faz sentido”.

Na fala dessa professora evidenciou-se que o objetivo foi alcançado, pelo fato de que nesse momento houve muito interesse dos professores sobre esta proposta de trabalho. Diante disso, iniciou-se uma discussão com todo o grupo sobre a viabilidade

de se efetuar um trabalho com Geometria, utilizando temas regionais realidade presente na vida de discentes e docentes de Manaus.

Uma professora do Ensino Fundamental argumentou:

“A proposta vale muito se nós como professores adotarmos em sala de aula, pois realmente é isto que nos falta para que nossos alunos aprendam geometria euclidiana. Manaus é rica em natureza para que possamos fazer nossas atividades como professores só usando pincel e lousa”.

Ao que um professor do Ensino Médio acrescentou:

“Acho uma boa proposta, para a Amazônia será de grande valia, mas me preocupo com a passagem do conhecimento do professor para o aluno, acho que teremos dificuldade”.

Foi possível constatar nas falas desses dois professores que eles consideram viável efetuar um trabalho nos moldes desta proposta, desde que lhes sejam oportunizado aportes para isso. O fato de reconhecer que seu fazer pedagógico pode ser diferenciado e que é possível encontrar alternativas para isso já é um grande avanço em direção ao processo de reflexão sobre a prática pedagógica e o efetuar mudanças. Segundo Perez (1999) o ato de repensar reflexivamente é um processo em que o professor analisa sua prática, descreve situações, “construindo perspectivas e escolhendo ações” (POLETTINI, 1999).

As dificuldades que o professor do Ensino Médio se refere está relacionada com conceitos geométricos. Com relação a isso os trabalhos de Wolff (1996); Passos (2000); Maioli (2002), e outros oferecem contribuições.

Quanto ao verificar se é viável um trabalho nos moldes desta proposta, foi possível constatar que sim considerando o que foi registrado pelos professores na avaliação sobre o curso.

“A proposta de se trabalhar com objetos da natureza em matemática é viável, o aluno precisa trabalhar o concreto, o palpável, tornando assim o aprendizado mais eficaz”.

“Claro que cada pessoa tem sua visão na observação de algo, mas uma coisa é certa que se idéias como estas forem colocadas em prática em sala de aula haverá outras idéias ligadas a matemática, e o aluno aprenderá a fazer uma observação maior das coisas, tornando-o com um raciocínio mais aguçado, criativo e crítico perante as coisas”.

“Cada dia que passa estou aprendendo mais, com passos lentos mais atentos, quanto ao se trabalhar geometria a partir de coisas da natureza, não se tenha dúvida é muito interessante e enriquecedor”.

Laboratório De Ensino:

Ao propor um trabalho na formação continuada de professores de Manaus em um ambiente de investigação e reflexão foi necessário conhecer, inicialmente, que concepções os professores tinham sobre laboratório de ensino. Para isso, a questão 6 do questionário (*Para você o que é um laboratório de ensino?*) possibilitaria averiguá-las.

Nas respostas de muitos deles, foi possível constatar que suas concepções são similares às de alguns autores (OLIVEIRA, 1983; EWBANK, 1977; BARSON, 1977; PEREZ, 1993; ABREU, 1997; MALDANER, 2000) quando se reportam ao laboratório como um local específico destinado à realização de experiências práticas com auxílio de materiais didáticos.

Segundo Abreu (1997) o laboratório de ensino pode contribuir na formação continuada dos professores de matemática, pois nesse espaço eles podem discutir, em grupo, suas práticas pedagógicas a partir das atividades desenvolvidas em sala de aula. Guérios (2002) o especifica como sendo um espaço que possibilita ações pedagógicas e o aprimoramento dos profissionais em serviço, a fim de resgatar conteúdos defasados de uma formação anterior inadequada. Entretanto, os sujeitos desta pesquisa, disseram que, em Manaus, não existe nem um “cantinho da matemática” quanto mais um laboratório. Enfatizaram também, que há muito que se explorar nesse ambiente e lamentaram o fato das escolas não investirem nisso.

Observou-se na fala deles que apesar do interesse pela criação de um laboratório de matemática, no local onde trabalham, só pensavam nele como um

espaço, inserido na escola, destinado apenas ao aluno e à utilização de materiais concretos em experimentos. Esta também é a concepção de muitos, talvez pelo fato das instituições, geralmente, priorizarem o Laboratório de Ciências, caracterizando-o nesses padrões.

Nem todas as escolas daquela cidade podem ter um laboratório devido o seu poder aquisitivo, carência de materiais didáticos ou falta de pessoal capacitado para isso. Porém, se a cada professor for dada a oportunidade de investir na sua formação continuada, buscando devido preparo, suas aulas poderão tornar-se um Laboratório de Ensino e Aprendizagem.

No registro de um professor do Ensino Fundamental:

“Laboratório de ensino é uma espécie de aulas expositivas com conteúdos ricos em exercícios diversificados”

É possível inferir que a percepção desse professor está ligada à ênfase que é dada ao laboratório como local que prioriza a prática. Entretanto, para que o ensino, nesse ambiente, seja produtivo, deve haver harmonia entre prática, teoria e reflexão.

Nesta pesquisa, o Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática não se constitui apenas em um local destinado ao trabalho prático nem ao acondicionamento de materiais didáticos. Está além disso, é uma proposta com princípios e objetivos educacionais, voltada para o ensino da Geometria, desenvolvida num ambiente de investigação e reflexão, tanto do professor, quanto do aluno. Um espaço onde é priorizada a construção do conhecimento e as idéias são compartilhadas e discutidas. Entretanto, isso não impede que materiais didáticos sejam construídos e utilizados, conquanto estejam em conexão com o real objetivo educativo.

Esses materiais constituem-se, para Lorenzato (1991), em fatores importantes no processo educativo porque desenvolve no educando a capacidade de raciocinar logicamente, despertando a criatividade e auxiliando-o na construção de seu conhecimento. É nesse contexto que Perez (1993) salienta que o aluno deve construir seu próprio material, sob a orientação do professor, e isso também pode ser feito, na formação inicial ou continuada de professores.

Foi possível constatar da importância do material concreto como recurso didático, tanto nos trabalhos, sob minha orientação, com alunos do Ensino Fundamental e Médio nas escolas onde trabalhei, quanto nesta pesquisa. Foi somente a partir da atividade de construção e estudo dos sólidos, desenvolvida no 5º Encontro, que os professores compreenderam, gradativamente, os conceitos e as fórmulas, dessas figuras espaciais, embora alguns utilizassem-nas em problemas padronizados.

O registro de um professor do Ensino Médio, ao avaliar o curso, retrata isso.

“Sabemos que há uma grande dificuldade de se observar uma figura espacial quando esta está desenhada em um lugar plano, porém, se fizermos com que os nossos alunos construam as figuras e a partir delas estudá-las, torna-se muito mais fácil o aprendizado, eles passam a entender a origem das fórmulas para se calcular as diversas áreas das figuras”.

Passos (2000) argumenta que o desenho de um objeto tridimensional em uma superfície plana não garante a apreensão das características dele, visto que o plano somente retrata a “tradução”, desse objeto, ou seja, podem ser identificados apenas alguns pontos particulares do conceito visual. Assim sendo, faz-se necessário que ao trabalhar com sólidos geométricos o professor os construa, juntamente com seus alunos, ao invés de desenhá-los na lousa como é costume de alguns.

O processo de construção de uma figura espacial pode favorecer a investigação dos atributos desse objeto, bem como facilita as deduções de fórmulas de suas áreas, diagonal e volume principalmente porque é preciso estabelecer relações entre o sólido e suas faces planificadas.

Outrossim, Fiorentini e Miorim (1990) advertem que o professor precisa de objetivos para trabalhar esses objetos construídos. Diante disso, os materiais concretos se tornam importantes na medida em que estiverem vinculados ao conteúdo abordado e a prática pedagógica. Para isso o professor precisa conhecer a área de estudo que leciona, dominar os conteúdos e repensar constantemente em seu fazer pedagógico, para ter clareza em suas ações.

Com relação às atividades investigativas foi possível constatar que o laboratório contribuiu no sentido de chamar a atenção dos professores para a necessidade da

construção do conhecimento, da criatividade e troca de experiências. Na investigação sobre diagonais, a partir do desenho de polígonos, alguns grupos descobriram relações importantes, como por exemplo:

“A diagonal pode ser traçada a um vértice não consecutivo”

“Em um polígono de n lados, de cada vértice partem $(n-3)$ diagonais”.

Vale ressaltar que a primeira relação foi identificada por uma professora de 4ª série que não trabalhava com Geometria por ter muita dificuldade em relação aos conceitos e propriedades geométricas. Em seguida, ela perguntou: *“Por que o triângulo não tem diagonal?”* A pesquisadora devolveu-lhe a pergunta dizendo: Por que você não verifica fazendo o desenho? Depois de alguns minutos a professora respondeu: *“Um triângulo não pode porque só tem vértice consecutivo”.*

Enquanto alguns professores do Ensino Médio não se desprendiam da fórmula para o cálculo das diagonais dos polígonos $[d = n(n-3) / 2]$, aquela professora descobria nessa importante relação, algo novo para ela. Entretanto, isso só foi possível mediante a investigação da “aluna”, sob a mediação da “professora”. É nesse processo que reside a essência das atividades investigativas de caráter aberto (PONTE et al., 1998).

As atividades 11 e 12, desenvolvidas no 6º Encontro, causou surpresa à pesquisadora, porque fizeram-na refletir sobre sua prática, e aos professores, por considerarem-nas bastante interessantes, bem como, gostaram muito de elaborar questões e resolver aquelas que foram propostas pelos colegas. O relato de uma professora do Ensino Fundamental revela isso.

“Gostei muito de fazer um desenho da nossa Amazônia e elaborar questões em cima do desenho citado e outro grupo tentar responder e comentar. Foi interessante e resolvi fazer o mesmo com meus alunos não só na geometria, mas também nos outros assuntos da matemática de 6ª série”.

O entusiasmo dessa professora e de outros participantes, me fez refletir que talvez devesse ter começado o curso por essa atividade. Minha expectativa estava na atividade 1 (*vitória amazônica*) por ser algo forte na cultura deles. Entretanto, as

atividades 11 e 12 contribuíram para que os professores se envolvessem naquilo que Skovsmose (2000) caracteriza como “cenários para investigação”. Eles tomaram parte ativamente do processo de “exploração” do desenho efetuado, “reflexão” nos problemas propostos e “argumentação justificada” ao discutirem suas idéias sobre o que foi investigado.

Ponte et al (2003) afirmam que as investigações geométricas contribuem para a percepção de aspectos relevantes da atividade matemática. Assim sendo, o explorar, refletir e argumentar são pontos fulcrais do processo investigativo.

Na observação, pela pesquisadora, durante a análise do desenho da canoa amazônica com os nomes Garantido e Caprichoso, feito pela equipe natureza, e na ênfase que deram a esse desenho, foi possível refletir que naquele momento poderia ter sido aproveitada a oportunidade para discutir, com o grupo todo, aspectos culturais (embora esse não fosse o foco desta pesquisa). Entretanto, isso não foi feito. Minha preocupação, naquela atividade, era somente com a Geometria.

O significado, e a representação que os docentes, daquela região, fazem dos códigos culturais estão ligados aos costumes regionais. Diante disso, poderia ter sido explorado, durante as atividades do curso como eles enxergavam essas questões no laboratório de Geometria. Será que a Geometria abriria um leque às questões culturais e sociais daquela região? Quais os pontos fortes e fracos na cultura daqueles professores? Até que ponto essas questões estão presentes na sala de aula do professor de matemática?

Não se pretende aqui responder essas questões, talvez fiquem arquivadas para uma próxima pesquisa.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Considerando que, no ambiente escolar, o professor é o sujeito do seu próprio conhecimento e de suas atitudes, constituiu-se, portanto, o responsável pelo planejar, refletir, agir, repensar e replanejar suas ações pedagógicas exercidas. Assim sendo, é mister que ele se aproprie de aportes teóricos sobre o conteúdo que leciona e busque alternativas metodológicas que o auxiliem no processo educativo.

A possibilidade de uma abordagem de Geometria enfocando temas regionais se constituiu, a partir deste estudo, uma dessas alternativas por possibilitar um ensino diversificado em um ambiente de aprendizagem e pesquisa, condizente com a realidade de professores e alunos de uma determinada região. Ao virem para escola eles trazem certas características culturais que certamente influenciam suas formas de pensar e responder às solicitações e demandas educacionais. Diante disso, um trabalho desenvolvido em um laboratório de ensino e aprendizagem de matemática, que priorize a reflexão e a investigação, pode oferecer uma contribuição inegável sobre a realidade nas dimensões educativa e social de uma comunidade.

O enfoque que foi dado ao laboratório, nesta pesquisa, como um ambiente de reflexão e investigação, tenciona possibilitar, aos professores, uma reflexão sobre o ato de elaborar, organizar e coordenar situações de aprendizagem que envolva temas regionais em investigações geométricas.

Durante as atividades desenvolvidas, nesse ambiente, foi possível constatar que, embora predominasse nas ações dos professores: a influência da “racionalidade técnica”, a concepção de Geometria como “estudo de formas” e a experimentação, como sinônimo de laboratório, foi por entre os “cenários de investigação”, que eles demonstraram progresso. Perceberam que ainda não haviam se permitido, e também aos alunos, investigações geométricas por desconhecerem-nas e não terem aportes para isso. Suas limitações, tanto em conteúdo, quanto em metodologia, os impediam de efetuar um trabalho de caráter aberto, coeso e diversificado.

Além de permitir que, por meio da socialização, alguns conceitos, relações e propriedades geométricas fossem melhor compreendidos e reelaborados, o laboratório

propiciou também que os professores compartilhassem suas experiências e revissem suas ações. Fato observado, pela pesquisadora, no decorrer das atividades e reconhecido por alguns professores que manifestaram suas impressões a cerca de seus desempenhos, sob a forma de registros, demonstrados nas avaliações do curso. Uma amostra disso pode ser observada abaixo.

“Foi maravilhoso compartilhar um pouco do que sei com o muito do que me ensinaste e perceber que a matemática não tem fronteiras” (uma professora da Alfabetização).

“Eu acho muito importante esse tipo de curso para que o professor repense sobre o seu método de ensinar” (um professor do Ensino Médio).

“O aproveitamento foi muito bom enriqueceram mais os meus conhecimentos que na verdade não eram suficientes para transmitir para os alunos” (um professor de 7ª série que trabalha com Geometria).

“Percebi que muita coisa foi motivo para o despertar do conhecimento da geometria, pois no ensino acadêmico o tempo não nos proporciona melhor aprendizagem” (um professor do Ensino Fundamental).

Outro aspecto evidenciado nesta pesquisa foi que a partir das imagens, por grande parte dos professores, foram obtidos conhecimentos geométricos inadequados porque lhes faltavam fundamentos teóricos para isso. A ausência de cursos periódicos de Geometria, em Manaus, bem como a carência de material bibliográfico adequado, além dos livros didáticos, podem ter contribuído para que os professores não estivessem em contato com o conhecimento geométrico.

Nesse contexto, **Por que um Laboratório de Ensino de Geometria na formação continuada de professores, daquela cidade?**

Porque é uma oportunidade de pesquisa, reflexão, construção de conhecimento, discussão sobre aspectos culturais e sociais, criação de idéias, planejamento de ações e mudanças de atitudes. Exemplo disso é que, grande parte dos docentes afirmou sentir a

necessidade da existência de um grupo, na escola, onde trabalham a fim de que possam trocar experiências, efetuar questionamentos e discutir suas dúvidas.

Um laboratório de ensino e aprendizagem de Geometria também contribui para que, principalmente, naquela região, elementos da realidade do aluno, e também de outras regiões, possam ser trazidos para a sala de aula e investigados em situações de aprendizagem.

Em vista disso, um ensino voltado para investigação e reflexão possibilita que aluno e professor saiam do lugar comum e se tornem “seres pensantes”. A arte de pensar diferente favorece na elaboração de idéias, articulação do pensamento crítico, capacidade de demonstração e tomada de iniciativa, e que para alguns autores é entendido como “pensar inteligente”. Um ser pensante, portanto, é aquele que transita no efêmero e perscruta o indelével.

Assim sendo, o laboratório, que se propõe, não se constitui necessariamente num espaço físico, inserido na escola, mas em momentos de reflexão, investigação, discussão e aprendizagem, tanto do professor, quanto do aluno, efetuados no próprio ambiente da sala de aula e no espaço da formação continuada de professores. Neste local, principalmente, para que sejam revistos conteúdos geométricos, obscurecidos ou omitidos por uma formação inicial inadequada. Por conseguinte, materiais concretos também devem ser construídos e utilizados, como recursos didáticos, em investigações matemáticas.

Nos cursos e oficinas anteriormente ministrados, sob minha responsabilidade, já comentados no Capítulo 1, verificou-se que a maioria dos docentes tem limitações, advindas de uma formação inicial inadequada, quanto aos conceitos, relações e propriedades geométricas, de modo que, isso dificulta um ensino de Geometria mais produtivo durante todo o ano escolar.

Em vista disso, Programas de formação continuada são investimentos “urgentes”, principalmente em Manaus, para que o professor possa se aprimorar em conteúdos e metodologias concernentes ao ensino da Geometria, favorecendo mudanças em sua prática e contribuindo para que se torne um pesquisador em sua sala de aula. Ao se apropriar de aportes teóricos, este professor, passa a ser capaz de

dinamizar suas aulas, refletindo e redirecionando sua prática, dentro de sua própria realidade educativa, contribuindo assim, para um melhor desempenho de seus alunos.

Dada a complexidade da Geometria pela amplitude de seu alcance e profundidade de sua atuação, a formação continuada de professores pode favorecer um ensino fundamentado em investigações geométricas. Estas possibilitarão que compreensões divergentes e surpreendentes, sobrevindas de vários olhares, sejam descortinadas por entre os “cenários de investigação”.

Assim sendo, um laboratório de ensino e aprendizagem que priorize a independência de idéias e o despertar de ações pode contribuir para que professor e aluno se tornem pesquisadores desbravando horizontes. Assim, concorda-se com Ponte et al (2003) quando afirmam que nesse ambiente também há lugar para a realização de exercícios, resolução de problemas e elaboração de projetos. “O grande desafio é articular esses diferentes tipos de tarefa de modo a constituir um currículo interessante e equilibrado, capaz de promover o desenvolvimento matemático dos alunos com diferentes níveis de desempenho” (PONTE et al, 2003, p.24)

Neste trabalho, foi possível desenvolver um laboratório como ambiente de ensino e aprendizagem onde a troca de experiências e as discussões em grupo contribuíram para a prática social. Entretanto, as investigações geométricas se processaram com “passos lentos, mas atentos”, haja vista que na atividade 1 (*vitória amazônica*) grande parte dos sujeitos identificaram apenas a forma circular e no retorno dessa mesma atividade (atividade 15), conseguiram avançar reelaborando alguns conceitos e apontando sugestões.

O curso proporcionou ao professor participante uma maior relação com os conceitos geométricos fundamentais e alternativas metodológicas inerentes ao ensino da Geometria. Não obstante, pela falta de tempo e limitações de grande parte dos sujeitos, não foi possível que conhecimentos suficientes fossem propiciados para que os professores identificassem todos os conceitos que poderiam ser obtidos das imagens, trabalhar as diferentes maneiras de calcular a área folhar, estabelecer outras relações e reconhecer diferentes propriedades.

O curso contribuiu para que os professores revissem alguns tópicos da Geometria euclidiana, tomassem conhecimento da Geometria não-euclidiana, refletissem sobre sua prática e discutissem a viabilidade desta proposta.

O resultado desta investigação mostrou que é possível o professor trabalhar conteúdos de Geometria, a partir de temas da realidade do aluno, articulando teoria, reflexão, investigação e prática. Contudo, essa não é uma tarefa fácil, haja vista que existem limitações num trabalho como este.

Ponte et al (2003) advertem que a insegurança e limitações do professor, aliada à falta de apoio e recursos disponíveis na escola, podem se constituir num entrave ao desenvolvimento de um trabalho investigativo. Em vista disso, é imprescindível que a tríade, professor - aluno - escola estejam envolvidos no processo educativo.

Cabe, portanto, às instituições de ensino oportunizarem condições aos professores no sentido de encorajá-los a desenvolverem um trabalho nesses moldes proporcionando-lhes sustentação teórica e conhecimento de metodologias alternativas para isso. Todavia, não podem deixar de considerar que a formação continuada do professor de matemática é imprescindível para que um ensino de Geometria seja levado a efeito de forma mais produtiva.

Outrossim, ao criar na escola um espaço destinado a momentos de reflexão, investigação e discussão de planejamento, conteúdos defasados, e alternativas metodológicas isso se constitui num processo de transformação que certamente repercutirá no meio social. Nesse ambiente o professor é desafiado a vencer obstáculos construindo suas próprias idéias e partilhando ações.

Esta pesquisa percorreu um caminho, o qual, obviamente não tem a pretensão de ser o único. Outras possibilidades podem ser vislumbradas e efetivadas, pois ainda são ínfimos os trabalhos de pesquisa voltados para o ensino da Geometria na formação continuada de professores.

Existem outras realidades onde elementos podem ser explorados e conectados a outras áreas do saber. Outras regiões também são ricas em elementos que podem ser trazidos para o ambiente escolar e investigados nos “cenários de investigação”, a partir ou não da utilização de imagens. A visualização oferece essa oportunidade. Há uma multiplicidade de imagens que nos cercam e, o que pode ser depreendido delas, vai

depende dos diferentes pontos de vista. Nesse contexto, o que poderá ser obtido em imagens como as que seguem?



REFERÊNCIAS

- ABREU, M. D. P. **Laboratório de matemática: um espaço para a formação continuada do professor**. 1997. 196 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 1997.
- ALARCÃO, I. Reflexão crítica sobre o pensamento de D. Schön e os programas de formação de professores. **Revista da Faculdade de Educação**, São Paulo, v. 22, n. 2, p. 11- 42, 1996.
- ALMEIDA, S. T. **Um estudo de pavimentação do plano utilizando caleidoscópios e o software Cabri Géomètre II**. 2003. 144 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2003.
- BARBOSA, J. L. M. **Geometria euclidiana plana**. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 1994.
- BARILLI, C. **Formação continuada de professores: Por quê? Como? E pra quê?** Disponível em: <<http://www.ensp.fiocruz.br/sde/artigos/formação-cont.htm-21k>>. Acesso em: 21 mar. 2003.
- BARROSO, I. C. **Novas perspectivas para o aprendizado da geometria**. 2000. 149 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2000.
- BARSON, A. The mathematics laboratory for the elementary and middle school. In: **THE MATHEMATICS LABORATORY**. Alberta: NCTM, 1977. p. 43-45.
- BOGDAN, R. C; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Tradução de Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. São Paulo: Porto, 1994.
- BONETE, I. P. **As geometrias não-euclidianas em cursos de licenciatura: algumas experiências**. 2000. 239 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas e Universidade Estadual do Centro – Oeste, Guarapuava, 2000.
- BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília, 1997.
- BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros curriculares nacionais: ensino médio**. Brasília, 1999.
- BRITO, A. J. **Geometrias não-euclidianas: um estudo histórico pedagógico**. 1995. 187 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1995.

COUTINHO, L. **Convite às geometrias não – euclidianas**. 2. ed. Rio de Janeiro: Interciência, 2001.

D'AMBROSIO, U. **Educação matemática: da teoria à prática**. Campinas: Papirus, 1996. p. 102-104. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

DAVIS, P. J; HERSH, R. **A experiência matemática**. Tradução de João Bosco Pitombeira. 4. ed. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1989.

EVES, H. **Geometria**. Tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1992. (Tópicos de História da Matemática).

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Tradução de Hygino H. Domingues. 3. ed. Campinas: UNICAMP, 2002.

ENCICLOPÉDIA da flora brasileira. São Paulo: Três, 1984.

EWBANK, W. **The mathematics laboratory: What? Why? When? How?** Alberta: NCTM, 1977. p. 213-219.

FAINGUELERNT, E. K. O ensino de geometria no 1º e 2º graus: **A Educação Matemática em revista – geometria**, Blumenau, v. 3, n. 4, p. 45-53, 1995.

FIORENTINI, D; MIORIM, M. A. **Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no ensino da matemática**. Disponível em: <http://www.matematicahoje.com.br/telas/sala/didáticos/recursos_didáticos.asp?aux=C>. Acesso em: 21 mar. 2004.

FONSECA, M. C. F. R et al. **O Ensino da geometria na escola fundamental: três questões para a formação do professor dos ciclos iniciais**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

GARCIA, C. A Formação de Professores: centro de atenção e pedra de toque. In: NÓVOA, A. (Org.). **Os professores e a sua formação**. Lisboa: Dom Quixote, 1995. p. 53-76.

GASPAR, M. T. J. **Aspectos do desenvolvimento do pensamento geométrico em algumas civilizações e povos e a formação de professores**. 2003. 307 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2003.

GAZIRE, E. S. **O não resgate das geometrias**. 2000. 218 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

GERDES, P. **Sobre o despertar do pensamento geométrico**. Curitiba: Ed. da Universidade Federal do Paraná, 1992. 105 p. (Versão condensada da tese de doutoramento do autor apresentada em 1985).

GOUVÊA, F. A. T. **Aprendendo e ensinando geometria com a demonstração: uma contribuição para a prática pedagógica do professor de matemática do ensino fundamental**. 1998. 250 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1998.

GUÉRIOS, E. C. **Espaços oficiais e intersticiais da formação docente:** histórias de um grupo de professores na área de ciências e matemática. 2002. 217 f. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2002.

HARUNA, N. C. A. **Teorema de Thales:** uma abordagem do processo ensino-aprendizagem. 2000. 283 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2000.

HENRIQUES, A. **Ensino e aprendizagem da geometria métrica:** uma sequência didática com o auxílio do software Cabri-Géomètre II. 1999. 143 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1999.

HERSHKOWITZ, R. **Aspectos psicológicos da aprendizagem da geometria.** Tradução de Hygino H. Domingues, São Paulo: Atual, 1996.(com colaboração de Bem-Chaim, Célia Hoyles, Glenda Lappan, Michael Mitchelmore & Shlomo Vinner).

KOBAYASHI, M. C. M. **A construção das relações espaço-geométricas em crianças de educação infantil:** um estudo de epistemologia genética. 1998. 213 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual Paulista, Marília, 1998.

LALANDA, M. C; ABRANTES, M. M. O conceito de reflexão em J. Dewey. In: ALARCÃO, I. (Org.). **Formação reflexiva de professores:** estratégias de supervisão. Portugal: Porto, 1996. p. 43-61. (Coleção Cidine).

LORENZATO, S. Por que não ensinar geometria? **A Educação Matemática em revista – geometria**, Blumenau, v. 3, n. 4, p. 3-13, 1995.

LORENZATO, S. **“Os por quês matemáticos dos alunos e as respostas dos professores”.** Campinas: Faculdade de Educação; UNICAMP, Campinas, 1993. (Proposições n. 10).

LORENZATO, S. **O uso de materiais concretos.** In: ENCONTRO PAULISTA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2.,1991, Campinas: DEME; FE; UNICAMP, 1991.

LÜDKE, M; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação:** abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.(Temas Básicos em Educação e Ensino).

LUJAN, M. L. S. **A geometria na 1ª série do 1º grau:** um trabalho na perspectiva de Van Hiele. 1997. 128 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1997.

MACHI, M. **Do papiro de Rhind ao pós-moderno:** o que ainda permanece em geometria. 2001. 148 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual Paulista, Marília, 2001.

MAIOLI, M. **Uma oficina para formação de professores com enfoque em quadriláteros.** 2002. 165 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2002.

MALDANER, O. **Formação inicial e continuada de professores de química**. Ijuí: Unijuí, 2000. p. 176-180 (Coleção educação em química).

MARTINS, R. A. **Ensino - aprendizagem de geometria**: uma proposta fazendo uso de caleidoscópios, sólidos geométricos e softwares educacionais. 2003. 246 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2003.

MARTOS, Z. G. **Geometrias não euclidianas**: uma proposta metodológica para o ensino de geometria no ensino fundamental. 2002. 143 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2002.

MIZUKAMI, M. G. N. Docência, trajetórias pessoais e desenvolvimento profissional. In: REALI, A. M. M. R; MIZUKAMI, M. G. N. **Formação de professores**: tendências atuais. São Carlos: Ed. UFSCar, 1996. p. 59-91.

MURARI, C. **Ensino-aprendizagem de geometria nas 7ª e 8ª séries, via caleidoscópios**. 1999. 2 v. 368 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1999.

NACARATO, A. M. **Educação continuada sob a perspectiva da pesquisa-ação**: currículo em ação de um grupo de professoras ao aprender ensinando geometria. 2000. 323 f. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

NACARATO, A. M; PASSOS, C. L. B. **A geometria nas séries iniciais**: uma análise sob a perspectiva da prática pedagógica e da formação de professores. São Carlos: EdUFSCar, 2003.

NEELEMAN, N. Hans Freudenthal. **Bolema**, Rio Claro, v. 6, n. 7, p. 36-46, 1991.

NÓVOA, A. A Formação de Professores e Profissão Docente. In: NÓVOA, A. (Org.). **Os professores e a sua formação**. 2. ed. Lisboa: Dom Quixote, 1995. p.15-33.

OLIVEIRA, A. M. N. **Laboratório de ensino e aprendizagem em matemática**: as razões de sua necessidade. 1983. 138 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1983.

PAIVA, M. A. V. **Concepções do ensino de geometria**: um estudo a partir da prática docente. 1999. 277 f. Tese (Doutorado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1999.

PASSOS, C. L. B. **Representações, interpretações e prática pedagógica**: a geometria na sala de aula. 2000. 349 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

PATAKI, I. **Geometria esférica para a formação de professores**: uma proposta interdisciplinar. 2003. 214 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2003.

PAVANELLO, R. O Abandono do Ensino da Geometria no Brasil: causas e conseqüências. **Zetetiké**, Campinas, n. 1, p. 7-17, 1993.

PEREIRA, M. R. O. **A geometria escolar**: uma análise dos estudos sobre o abandono de seu ensino. 2001. 84 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2001.

PEREZ, G. Formação de Professores de Matemática sob a Perspectiva do Desenvolvimento Profissional. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática**: concepções & perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999. p. 263-282.

PEREZ, G. Prática reflexiva do professor de matemática: In: BICUDO, M. A. V; BORBA, M. C (Org.). **Educação matemática**: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004. p. 250 - 263.

PEREZ, G; COSTA, G. L. M; VIEL, S. R. Desenvolvimento profissional e prática reflexiva. **Bolema**, Rio Claro, v. 15, n. 17, 2002, p. 59-70.

PEREZ, G. **Pressupostos e reflexões teóricas e metodológicas da pesquisa participante no ensino de geometria para as camadas populares**. 1991. 2 v. 348 f. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1991.

PEREZ, G. **O laboratório de ensino e os materiais didáticos no ensino de matemática**. Rio Claro: Universidade Estadual Paulista, 1993. (Manuscrito).

PERRENOUD, P. **Práticas pedagógicas, profissão docente e formação**: perspectivas sociológicas. Lisboa: Publicações Dom Quixote, 1993.

PERUZZI, N. J. **Modelos geocêntricos de Platão a Ptolomeu**: uma contribuição para o ensino da geometria. 1998. 90 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1998.

PIMENTA, S; GHEDIN, E. (Org.). **Professor reflexivo no Brasil**: gênese e crítica de um conceito. São Paulo: Cortez, 2002.

PIROLA, N. A. **Um estudo sobre a formação de conceitos de triângulo e paralelogramo em alunos de 1º grau**. 1995. 114 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1995.

PITOMBEIRA, J. B. Os elementos de Euclides. **Caderno da RPM**, São Paulo, v. 5, n. 1, p. 1- 44, 1994.

POLETINI, A. Análise das experiências vividas determinando o desenvolvimento profissional do professor de matemática. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática**: concepções & perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999. p. 247-261.

PONTE, J. P. Da formação ao desenvolvimento profissional. **Actas do ProfMat**. Lisboa: APM, 1996.

PONTE, J.P. et al. **Histórias de investigações matemáticas**. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, 1998.

PONTE, J. P. et al. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

RIBEIRO, J. et al. **Flora da reserva Ducke**: Guia de identificação das plantas vasculares de uma floresta de terra firme na Amazônia central. Manaus: Instituto Nacional de Pesquisas da Amazônia, 1999.

ROMANATTO, M. C. Educação continuada no ensino da matemática. In: MARIN, A. J. (Org.). **Educação continuada**: reflexões alternativas. Campinas: Papirus, 2000. p. 145-160. (Coleção magistério: formação e trabalho pedagógico).

SCHÖN, D. Formar Professores como Profissionais reflexivos. In: NÓVOA, A. (Org.). **Os professores e a sua formação**. 2. ed. Lisboa: Dom Quixote, 1995. p. 79-91.

SCHÖN, D. **Educando o profissional reflexivo**: um novo design para o ensino e a aprendizagem. Tradução de Roberto Cataldo Costa. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.

SILVA, L; ZANON, L. Experimentação no ensino de ciências. In: SCHNETZLER, R; ARAGÃO R. (Org.). **Ensino de ciências**: fundamentos e abordagens. Piracicaba: Capes; Unimep, 2000. p. 120-153.

SILVA, M. C. L. **Contribuições do uso do ambiente Cabri-Géomètre para a formação inicial e contínua de professores de matemática**. 2002. 220 f. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2002.

SILVA, V. C. **Ensino de geometria através de ornamentos**. 1997. 150 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1997.

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. **Bolema**, Rio Claro, v. 13, n. 14, p. 66-91, 2000.

SOUZA, A. et al. **Fruteiras da Amazônia**. Brasília: Embrapa, 1996, 204p. (Biblioteca Botânica Brasileira, 1).

SOUZA, M. 5º Postulado de Euclides: a fagulha que desencadeou uma revolução no pensamento geométrico. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2., 1998, Rio Claro. **Anais...** Rio Claro: UNESP, 1998. p. 43-44.

TOMEI, C. **Euclides a conquista do espaço**. São Paulo: Odysseus, 2003.

VIANA, O. A. **O conhecimento geométrico de alunos do CEFAM sobre figuras geométricas espaciais**: um estudo das habilidades e dos níveis de conceito. 2000. 150 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

WHITE, E. G. **Educação**. 7. ed. São Paulo: Casa Publicadora Brasileira, 1997.

WOLFF, R. **Construção de conceitos geométricos em sala de aula.** 1996. 129 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1996.

ZEICHNER, K. M. **A formação reflexiva de professores:** idéias e práticas. Lisboa: Educa, 1993.

GLOSSÁRIO

ARAÇÁ-BOI: Fruta originária da Amazônia Peruana, da família das *Myrtaceae*, cujo nome científico é *Eugenia Stipitata Mc Vaugh.* Possui nomes comuns quais sejam, arazá, arazá-boi (Brasil), arazá, guayaba brasilenã, arazá-buey (Peru). É uma fruta ácida, característica que limita seu consumo ao natural, de casca fina e aveludada. Quando madura, seu peso varia de 50 a 800g. É utilizada na alimentação regional.

BOI-BUMBÁ: Festa folclórica de maior significação estética e social na Amazônia. Nesse evento, os bois Garantido e Caprichoso se apresentam durante os três últimos dias do mês de junho, em um espetáculo que atrai pessoas de vários lugares do Brasil e exterior.

CABOCLO: homem de pele morena, que é resultado da miscigenação do indígena com outras raças.

CUPUAÇU: Fruta da família das *Sterculiaceae*, cujo nome científico mais conhecido é *Theobroma Grandiflorum*, embora possua outros. Comumente, é conhecida pelos nomes: cupuaçu-verdadeiro, cupu (Brasil) e copoasu (Colômbia). Seu fruto sugere a forma elipsóide, medindo de 10cm a 40cm, com peso variando de 500g a 3kg. Por ser bastante ácida, o que dificulta seu consumo *in natura*, a polpa é utilizada no preparo de doces e outras iguarias.

LAMPARINA: Objeto feito geralmente de material de sucata, utilizado pelo caboclo ribeirinho.

PALAFITA: Casa construída sobre estacas altas, nos rios, lagos ou áreas sujeitas às grandes inundações.

PATA-DE-VACA: Folha simples, da família das *Araceae*.

PUPUNHA: É uma palmeira cujo nome científico é (*Bactris gasipaes* H.B.K.). Nativa de florestas do norte da América do Sul é muito comum em algumas áreas da Amazônia tropical. Possui muitos espinhos em seu tronco, fator que dificulta a colheita de seus frutos, os quais possuem uma única semente. As várias partes dessa planta têm inúmeras utilidades, quais sejam: os frutos são utilizados, após serem cozidos em água e sal, para o consumo humano ou ao natural para os animais; as sementes utilizadas para obtenção de óleo comestível; as folhas, para alimentação animal e/ou confecções diversas e o tronco para madeira.

RIBEIRINHO: aquele que habita em palafitas, à beira dos rios e lagos amazônicos.

VITÓRIA AMAZÔNICA: Planta aquática, originária da Amazônia, da família das *Nymphaeaceae*, mais conhecida como Vitória-Régia. Possui nomes vulgares, quais sejam, forno-d'água, forno-de-jaçanã, forno-de-jacaré, rainha dos lagos, uaupé e jaçanã (para os índios). As folhas têm a forma circular medindo até dois metros de diâmetro, com bordas chegando a atingir 13 cm de altura. Sua flor é solitária de aroma suave, com cerca de 100 pétalas. É de importância ornamental, alimentícia (suas sementes fazem parte da alimentação dos indígenas) e adstringente (suas folhas são recomendáveis no curtimento de couros e peles finas).

ANEXOS

1 - QUESTIONÁRIO

2 - Descobrindo conceitos fundamentais

3 – Diagonais

4 – Roteiro para o trabalho com simetria

5 - Texto sobre simetria para reflexão

6 – Estudo dos sólidos geométricos

7 - Problemas elaborados e resolvidos pelos professores

8 - Cálculo do valor de π

9 - Refazendo a atividade 1 (Vitória Amazônica)

10 - Avaliação

ANEXO 1: Questionário**QUESTIONÁRIO****Dados pessoais:**

Nome (ou Pseudônimo):.....

Telefone:..... e-mail:

Data de nascimento:.....

Formação docente:

Curso de graduação:.....

Instituição:.....

Ano de conclusão:.....

Curso de pós-graduação:.....

Instituição:

Ano de conclusão:.....

Atuação profissional:

Tempo de serviço:

Escola onde leciona:

Níveis de atuação.....

1. Você já trabalhou ou trabalha com geometria? Como descreve suas aulas?
2. Você encontrou dificuldades ao trabalhar com geometria? Quais?
3. Você já fez algum curso de geometria em nível de atualização ou extensão?

4. Qual sua concepção sobre geometria?
5. Por que e para que se ensina geometria?
6. Para você, o que é um laboratório de ensino?
7. Que estratégias de ensino podem ser utilizadas em aulas de geometria?
8. Você já leu algum livro sobre geometria? Qual?
9. Apesar da geometria ser um tema presente nos programas pedagógicos de matemática, desde as séries iniciais, alguns professores deixam de abordar esse conteúdo em suas aulas. Como você analisa esta situação?
10. O que significa ser um bom professor de geometria?

ANEXO 2: Descobrindo conceitos fundamentais

Descobrindo Conceitos Fundamentais - Atividade 2

Prof (a): Selma Oliveira

Nome do Grupo: _____

Conceito que está sendo definido	Basicamente	Precisamente
	O que é?	Como é?
1. Mediana de um triângulo	_____	_____
2. Bissetriz interna de um triângulo	_____	_____
3. Altura de um triângulo	_____	_____
4. Mediatriz de um segmento de reta	_____	_____
5. Retas Concorrentes	_____	_____
6. Retas Perpendiculares	_____	_____
7. Retas Oblíquas	_____	_____
8. Polígono Simples	_____	_____
9. Polígono Convexo	_____	_____
10. Polígono Regular	_____	_____
11. Diagonal de um polígono	_____	_____
12. Trapézio	_____	_____
13. Paralelogramo	_____	_____
14. Retângulo	_____	_____
15. Losango	_____	_____
16. Quadrado	_____	_____
17. Quadrilátero circunscritível à circunferência	_____	_____
18. Quadrilátero inscritível à circunferência	_____	_____
19. Corda de uma circunferência	_____	_____
20. Diâmetro de uma circunferência	_____	_____
21. Ângulo inscrito em circunferência	_____	_____
22. Projeção ortogonal de um segmento sobre uma reta	_____	_____
23. Distância de um ponto a uma reta	_____	_____

O que é

- a) Um ponto
- b) Uma reta
- c) Uma semi-reta
- d) Um ângulo

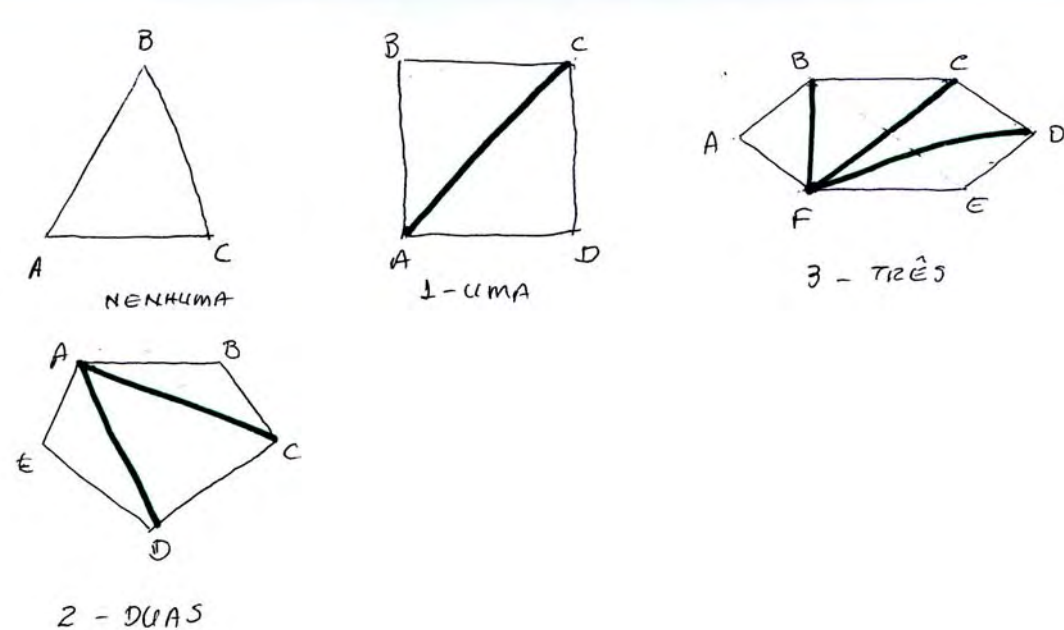
- e) Um segmento de reta
- f) Duas retas
- g) Um polígono
- h) Um quadrilátero
- i) Um triângulo
- j) Uma circunferência

COMO É

- A) Que é a interseção dessa reta com a perpendicular conduzida pelo ponto dado
- B) Que é perpendicular ao segmento e passa pelo seu ponto médio
- C) Que tem como extremidades um vértice e o ponto médio do lado oposto a ele.
- D) Que tem como extremidades um vértice e um ponto da reta suporte do lado oposto e que é perpendicular a esta.
- E) Que tem os lados opostos paralelos.
- F) Que tem como extremidades o ponto dado e a projeção ortogonal dele sobre a reta dada.
- G) Que tem todos os lados congruentes entre si.
- H) Que tem um único ponto comum.
- I) Que são concorrentes e não são perpendiculares.
- J) Em que dois lados não consecutivos têm interseção vazia.
- K) Que tem como extremidades dois vértices não consecutivos.
- L) Que tem dois lados paralelos.
- M) Que tem como extremidades dois pontos dessa circunferência.
- N) Que é uma corda e passa pelo centro da circunferência.
- O) Que tem todos os ângulos internos congruentes entre si.
- P) Em que todos os vértices pertencem à mesma circunferência.
- Q) Que tem vértice na circunferência e lados secantes com ela.
- R) Em que todos os lados são tangentes à mesma circunferência.
- S) Em que a reta suporte de cada lado deixa todos os outros lados no mesmo semiplano de origem nela.
- T) Que tem vértice no centro da circunferência.
- U) Que tem como extremidades as projeções sobre a reta das extremidades do segmento dado.
- V) Que são concorrentes e formam ângulos adjacentes suplementares congruentes.

X) Que tem origem em um vértice e divide o ângulo interno em duas partes congruentes.

ANEXO 3: Diagonais



The diagrams illustrate the number of diagonals that can be drawn from a single vertex in various polygons:

- Triangle (ABC):** Labeled "NENHUMA" (None). No diagonals are shown.
- Quadrilateral (ABCD):** Labeled "1 - UMA" (1 - One). One diagonal (AC) is shown.
- Hexagon (ABCDEF):** Labeled "3 - TRÊS" (3 - Three). Three diagonals (AC, AD, AE) are shown from vertex A.
- Pentagon (ABCDE):** Labeled "2 - DUAS" (2 - Two). Two diagonals (AC, AD) are shown from vertex A.

1) QUADRILÁTERO FORMA 2 DOIS TRIÂNGULOS A PARTIR DO VÉRTICE A: $\triangle ABC$ e $\triangle ACD$.

2) HEXÁGONO FORMA 4 TRIÂNGULOS A PARTIR DO VÉRTICE F: $\triangle FAB$, $\triangle FBC$, $\triangle FCD$ e $\triangle FDE$.

3) PENTÁGONO: FORMA 3 TRIÂNGULOS A PARTIR DO VÉRTICE A: $\triangle AED$, $\triangle ADC$ e $\triangle ABC$.

OBS.: A PARTIR DO $\triangle ABC$ (COMO TRIÂNGULO BASE);
AS OUTRAS FIGURAS COMO: QUADRILÁTERO, HEXÁGONO
E PENTÁGONO TRAÇANDO DIAGONAIS A PARTIR
DE UM VÉRTICE FORMAREMOS TRIÂNGULOS;

ANEXO 4: Roteiro para o trabalho com simetria.

Data: ____/____/____

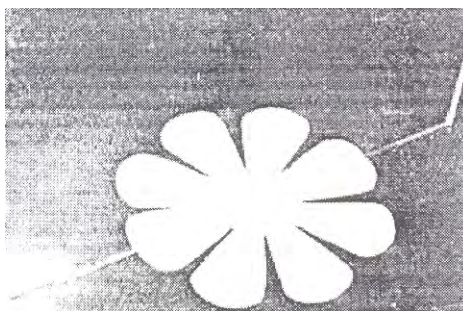
Nome do grupo: _____

Componentes: _____

Professora: Selma Souza de Oliveira

Atividade 07 – Simetria

1. Coloque o espelho sobre a flor como mostra a foto



2. A parte que está em cima da carteira e a sua imagem refletida no espelho formam juntas uma figura. Toda vez que a figura se mostrar inteirinha faça uma marca na segunda coluna do quadro abaixo.

Atenção Você só fará a marca quando a figura se mostrar exatamente como ela é. Você não poderá colocar o espelho na mesma posição mais de uma vez.

Objeto	Número de Posições do espelho
flor	
borboleta	
folha	
arara	

3. Repita a atividade usando a imagem da flor que foi dada ao seu grupo e o rosto de algum de seus colegas.

O número de posições diferentes do espelho em cada um dos casos é o mesmo?

4. Desenhe quatro polígonos coloque o espelho sobre cada um deles de maneira que a parte da peça que está diante do espelho e a sua imagem sejam idênticas.

- a) De quantas maneiras você pode colocar o espelho?
- b) Escreva esse resultado no quadro abaixo.
- c) Imagine algo da floresta amazônica e complete o quadro.

Nome dos Polígonos	Número de maneiras de colocar o espelho

ANEXO 5: Texto sobre simetria para reflexão.

Simetria

I-Introdução:

A flor, a folha, a borboleta e a arara possuem posições em que a imagem refletida no espelho completa a parte que está fora dela. Por isso dizemos que há Simetria.

A idéia de simetria é importante e desde muito tempo o homem a encontra nas coisas que observa e cria. Ao longo do tempo, tanto na matemática, quanto na arte, se utiliza desta idéia.

A simetria, às vezes se impõe como necessária para a funcionalidade de determinados objetos como, por exemplo, no banco construído pelos índios Yanomami para colher os frutos da palmeira Bactris. Além disso, no âmbito ritual, quando um Yanomami morre, o morto é envolvido em um invólucro de ramos e deixado sobre uma plataforma até que seus ossos descarnem; então, os ossos são queimados na praça da aldeia e os parentes mais próximos do falecido comem as cinzas. Tais plataformas têm a mesma forma do banco de subir na palmeira, se os triângulos da plataforma não fossem isósceles os andaimes cairiam imediatamente.

Outras vezes, o homem utiliza a simetria sem que esta se imponha, ou seja, necessária como no trançado dos índios Wayana – Brasil; na decoração de vasos egípcios; no padrão em tecidos de Ghana na África do Sul e na decoração do antigo vaso chinês.

Há muita simetria na música como também muita quebra de simetria na escultura, na pintura e no desenho. Assim a noção de simetria pode ser utilizada para descrever e entender os padrões que acontecem na arte e nos artefatos pertencentes à cultura de cada povo

Ao observar as formas de expressão artística dos indígenas brasileiros é possível perceber uma ênfase no uso de formas geométricas para decorar seus rostos, corpos, cerâmicas, armas, cestos e outros objetos e identificar, em muitas destas composições artísticas, a presença de diversos tipos de simetria.

II-O Conceito de Simetria:

Em geral a palavra simetria tem dois significados:

- a) Harmonia resultante de certas combinações e proporções regulares. Alguma coisa bem proporcional, harmônica, balanceada. A idéia de beleza está ligada à de simetria.

- b) Disposição de duas figuras que se correspondem ponto por ponto de tal sorte que dois pontos correspondentes de uma e da outra estejam em igual distância de um ponto, uma reta ou um plano dado.

III-Simetria em relação a uma reta:

Uma análise de alguns dos desenhos yajé feitos em lanças pelos índios Siona é possível perceber e isto pode ser feito experimentalmente utilizando um espelho que colocamos apoiado sobre a reta e perpendicular ao plano do desenho. Observa-se que cada ponto de um lado tem seu correspondente do outro lado da reta. Isto significa que o desenho é simétrico em relação à reta **r**.

A transformação que associa cada ponto do objeto ao seu simétrico em relação à reta **r** é chamada de reflexão. O eixo de simetria é também chamado de eixo de reflexão.

Muitas figuras ou objetos são simétricos em relação a uma ou mais retas (do plano ou do espaço) que se chamam **eixos de simetria**.

IV-Simetria em relação a um plano:

A simetria bilateral, ou simetria de esquerda e direita é evidente na estrutura dos animais superiores, especialmente no corpo humano. A forma do corpo humano **tem um plano de simetria**. Dizemos que um objeto tem um plano de simetria se cada ponto do objeto tem um correspondente do outro lado do plano. O plano de simetria também funciona como um espelho.

Exemplos de simetrias bilaterais são encontrados nas peças de cestaria, nos vasos de cerâmica e nas pinturas corporais dos indígenas brasileiros.

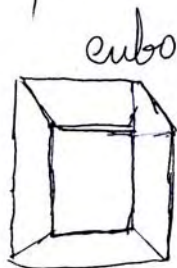
V-Simetria em relação a um ponto:

Uma figura pode não ter nenhum eixo ou plano de simetria, como por exemplo, o padrão decorativo à cerâmica utilizado pelos índios kadiweu. Por outro lado uma análise da figura é possível perceber que qualquer que seja o ponto **P** da figura, existe um ponto **P'** na figura tal que $d(P,O) = d(P',O)$. Nesse caso dizemos que a figura é simétrica em relação ao ponto **O**.

A simetria a um ponto pode ser encontrada na composição do padrão de pintura facial e no de pintura corporal dos índios Kadiweu.

ANEXO 6: Estudo dos sólidos

1º) Montar os sólidos pedidos.



2º) Para cada uma das formas espaciais listar os seus elementos.

Pirâmides → Vertices = é a interseção entre duas ou mais arestas.

Faces → é a região limitada por um polígono.

Aresta → é a interseção entre duas faces.

3º) Destacar semelhanças e diferenças entre elas.

A pirâmides tem ~~5~~ 4 vertices, 5 faces e 8 arestas já o cubo tem 8 vertices 6 faces e 12 arestas a semelhança é que todos dois tem vertices, arestas e face.

2º) Cubo: Vertex = é a interseção entre duas ou mais arestas.

face = é a região limitada por um polígono.

Arestas = é a interseção entre duas faces.

4º) Complete a tabela

Nome do Sólido	nº vértices	nº faces	nº arestas
Pirâmides	5	5	8
Cubo	8	6	12

5º) A partir de cada um sólido, deduzir as seguintes fórmulas:

a) Área da base: $Ab = l^2$

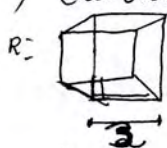
b) Área total: $AT = Ab + Al =$

c) Área lateral: $Al = 4 \cdot l^2$

d) Volume: $Vc = l^3$

e) Elabore e resolva 2 problemas com esses sólidos.

1º) Calcule a área da base do cubo.



$$Ab = l^2$$

$$Ab = 3^2$$

$$Ab = 9$$

2º) Calcule a área lateral da pirâmide.

$$Al = 4 \cdot l^2$$

$$Al = 4 \cdot 9$$

$$Al = 36$$

$$Al = 324$$

$$\begin{array}{r} 81 \\ 4 \\ \hline 324 \end{array}$$

- 1) MONTAR OS SÓLIDOS PEDIDOS
- 2) PARA CADA UMA DAS FORMAS ESPACIAIS, LISTAR OS SEUS ELEMENTOS: CUBO → ARESTAS, VÉRTICES, FACES, BASE, DIAGONAIS FACES e BASE, DIAGONAL DO CUBO
- 3) DESTACAR SEMELHANÇAS E DIFERENÇAS ENTRE ELAS
SEMELHANÇA → BASE QUADRADA. DIFERENÇAS: FACES, ARESTAS E VÉRTICES.
- 4) COMPLETAR A TABELA

NOME DO SÓLIDO	N.º DE VÉRTICES	N.º DE FACES	N.º DE ARESTAS
HEXAEDRO REGULAR (CUBO)	8	6	12
PIRÂMIDE (QUAD)	5	4	8

- 5) A PARTIR DE CADA UM SÓLIDO REDUZA AS seguintes fórmulas.

- a) ÁREA DA BASE → $A_b = l^2$ → CUBO e PIRÂMIDE
- b) ÁREA TOTAL → $(A_T = A_b + A_L)$ → PIRÂMIDE
- c) ÁREA LATERAL $\left\{ \begin{array}{l} A_{Lc} = 6 A_b \\ A_{Lp} = 4 A_{Lp} \end{array} \right.$
- d) VOLUME → $A_{Lc} = A_b = l^2$ → CUBO
 $A_{Lp} = \frac{l^2 \sqrt{3}}{4} \cdot 4 \Rightarrow A_{Lp} = l^2 \sqrt{3}$ #
- e) ELABORE E RESOLVA 2 PROBLEMAS COM ESSES SÓLIDOS.
- f) Volume $\left\{ \begin{array}{l} \text{CUBO } V_c = l^3 \\ \text{PIRÂMIDE } V_p = \frac{1}{3} A_b \cdot h_p \end{array} \right.$

ANEXO 7: Continuação da atividade anterior



$$a^2 = h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$h^2 = a^2 - \frac{a^2}{4}$$

$$h^2 = \frac{4a^2 - a^2}{4}$$

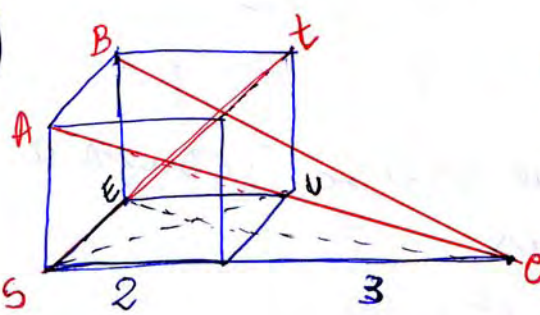
$$h^2 = \frac{3a^2}{4}$$

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$A_L = \frac{a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}}{2}$$

$$A_L = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

1)



CALCULE AS MEDIDAS
 $\overline{AC}$, $\overline{BC}$ e $\overline{ST}$

$\overline{ST}$

$\overline{SU} = \sqrt{4+4}$

$\overline{SU} = \sqrt{8}$

$SU = 2\sqrt{2}$

$(\overline{ST})^2 = (2\sqrt{2})^2 + 2^2$

$= 4 \cdot 2 + 4$

$= 12$

$ST = \sqrt{12} \rightarrow 2\sqrt{3} \times$

$(\overline{AC})^2 = 2^2 + 5^2$

$= 4 + 25$

$\overline{AC} = \sqrt{29}$

$\overline{EC} = \overline{AC} = \sqrt{29}$

$(\overline{BC})^2 = 2^2 + (\sqrt{29})^2$

$= 4 + 29$

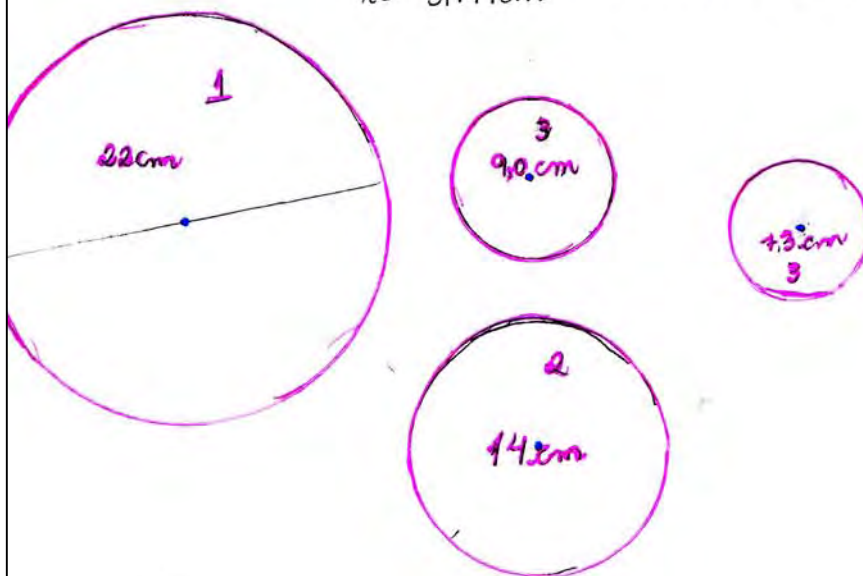
$\overline{BC} = \sqrt{33} \times$

ANEXO 8: Cálculo do valor de π

- 1) Construa 4 circunferências de diferentes tamanhos.
- 2) Corte um pedaço de barbante e contorne cada circunferência.
- 3) Estique o cordão sobre a régua e determine o comprimento da circunferência.
- 4) Faça o mesmo processo para obter o diâmetro e, a seguir, preencha a tabela.

circunferência	comprimento	diâmetro	comprimento/diâmetro
1	22 cm	7 cm	$\cong 3,1428...$
2	14 cm	4,2 cm	$\cong 3,33...$
3	9,0 cm	2,8 cm	$\cong 3,2142...$
4	7,3 cm	2,4 cm	$\cong 3,0416...$
5	_____	_____	_____

- 5) Analisando a razão entre o comprimento e o diâmetro de cada circunferência, o que você concluiu?
R: chegaremos sempre a um número aproximado de 3,1415...
- 6) Qual o valor do número π , expresso em números decimais?
R: 3,1415...



ANEXO 9: Refazendo a atividade 1 (vitória amazônica)

FIGURA DA VITÓRIA AMAZÔNICA

Um conjunto de plantas aquáticas de forma circular (cada planta possui essa forma).

O que se pode extrair de geométrico dessa figura?

Com a forma da planta (circular) podemos trabalhar algumas propriedades e problemas geométricos tais como:

- CALCULAR A ÁREA DA CIRCUNFERÊNCIA ~~PROBLEMA~~ ~~PROBLEMA~~ $A = \pi r^2$
- MEDIR O DIÂMETRO DA CIRCUNFERÊNCIA $[2r]$
- MEDIR O COMPRIMENTO DA CIRCUNFERÊNCIA $C = 2\pi r$
- ENCONTRAR π ATRAVÉS DA DIVISÃO DO COMPRIMENTO DA CIRCUNFERÊNCIA PELO SEU DIÂMETRO
- TRABALHAMOS TAMBÉM MEDIAS DE ARCO, CORDA E ÂNGULO INTRINCO A UMA CIRCUNFERÊNCIA
- RETAS EXTERNAS, TANGENTES E SECANTES À CIRCUNFERÊNCIA.
- A BASE DE UM CONE TAMBÉM É FORMADA POR UMA CIRCUNFERÊNCIA
- A BASE DE UM CILINDRO É FORMADA POR UMA CIRCUNFERÊNCIA
- CALCULA-SE AS RESPECTIVAS ÁREAS DE CONE E CILINDRO, CONSIDERANDO-SE A ÁREA DA BASE.

ANEXO 9: Refazendo a atividade 1 (continuação)

U que podemos extrair de geometria através da imagem da flor Vitória Amazônica:

- * Calcular a área da superfície da planta.
- * Calcular π partindo da informação de que o $\pi = 3,14$ $\frac{C}{d}$ { calcular diâmetro e circunferência dividir e encontrar o π }
- * Qual é a forma da planta.
- * Propõe a discussão sobre a questão "Se seria possível juntar-mos as plantas para formar-mos um todo."
- * Traçar as cordas existentes na planta.
- * Identifique o raio na planta.

Conceituar:

- a) Diâmetro $\rightarrow$ É a corda da circunferência que cruza o ^{seu} cen-
tro.
- b) Circunferência $\rightarrow$ É o contorno da forma.
- c) Raio $\rightarrow$ É a metade de uma circunferência é o eixo
central.
- d) $\pi \rightarrow$ É uma letra grega que começa na palavra
circunferência em latim.
- e) Corda $\rightarrow$ É toda linha que cruza a circunferência de
uma ponta a outra.

ANEXO 10: Avaliação 1

ANEXO 10: Avaliação 2

Eu como aluno do curso de matemática
já concluindo, ou seja 8º período, estou muito
honrando, com o curso ministrado pela aluna
de mestrado que está concluindo a sua pesqui-
sa p/ o mestrado sobre geometria Euclidiana.

Eu além de recapitular, assuntos anteriores
que já havia estudado, aprendi muitas
coisas em relação a geometria Euclidiana,
principalmente estradas ^{travessias} as figuras da na-
tureza, ou seja a forma como a aluna
do curso de mestrado cobreu foi muito
importante não só para enriquecer o
seu trabalho de pesquisa ^{mas} como seu com-
eimento das figuras da floresta amazônica.

É um trabalho novo, que faz parte do dia
a dia de cada aluno, e quem sabe pode
dar certo no campo profissional, principalmente
para os alunos do curso de licenciatura de
matemática.

Parabéns

retas, ponto de intersecção entre retas, entre outras,

A trigonometria também estará presente nesse estudo, pois, perceberemos a presença de figuras trigonométricas, fazendo-se o estudo da aula, tipos de triângulos em relação aos lados e ângulos, etc.

Claro que cada pessoa tem sua visão na observação algo, mas uma coisa é certa que as ideias como estas foram colocadas em prática em sala de aula, haverá outras ideias ligadas a matemática, e o aluno aprenderá a fazer as observações mais das coisas, tornando-os com um raciocínio mais aguçado, crítico e ativo perante as coisas.

ANEXO 10: Continuação da avaliação 2

É impressionante como passamos pelas coisas e não percebemos a ligação que há entre as coisas, você notará que de figuras como uma flor e o fruto do cupuaçu, consegue-se abstrair o estudo de várias ciências como: A botânica, a Química, a matemática, etc.

Vamos centralizar as nossas ideias na matemática e observaremos nas figuras, figuras da geometria espacial, logo poderemos fazer o estudo de áreas, volumes, perímetros, diagonais, vendo que em alguns casos haverá aproximações que formarão as figuras de retas, parábolas, elipses, retas, circunferências, etc. que terão um cálculo bem mais preciso usando noções de limites, derivadas e integrais.

Podemos transportar as figuras em uma determinada escala, em papel comum, caso se tenha noções de desenho ou em papel milimetrado, caso se tenha dificuldade em desenhar, logo teremos a chance de estudar planos cartesianos, retas, distância entre dois pontos, distância entre

— continua —