



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA  
“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”  
Câmpus de Ilha Solteira

**SAULO CRNKOWISE GARCIA**

**APLICAÇÕES DE CONTROLE VETORIAL E ANÁLISE DA  
ROBUSTEZ EM MOTORES DE INDUÇÃO TRIFÁSICOS COM  
ATRASSO NO CONTROLE**

Ilha Solteira

2018

**SAULO CRNKOWISE GARCIA**

**APLICAÇÕES DE CONTROLE VETORIAL E ANÁLISE DA  
ROBUSTEZ EM MOTORES DE INDUÇÃO TRIFÁSICOS COM  
ATRASSO NO CONTROLE**

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Estadual Paulista – UNESP – Câmpus de Ilha Solteira, como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica. Área de Concentração: Controle e Automação.

Prof. Dr. Falcondes José Mendes de Seixas  
**Orientador**

Ilha Solteira

2018

FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

Garcia, Saulo Crnkowise.  
G261a      Aplicações de controle vetorial e análise da robustez em motores de indução trifásicos com atraso no controle / Saulo Crnkowise Garcia. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2018  
164 f. : il.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Controle e Automação, 2018

Orientador: Falcondes José Mendes de Seixas  
Inclui bibliografia

1. Motor de indução trifásico. 2. Atraso no sinal de controle. 3. Controle com estrutura variável e modos deslizantes. 4. Controladores PI. 5. Condições de estabilidade de Lyapunov.

**CERTIFICADO DE APROVAÇÃO**

**TÍTULO DA TESE:** Aplicações de Controle Vetorial e Análise da Robustez em Motores de Indução Trifásicos com Atraso no Controle

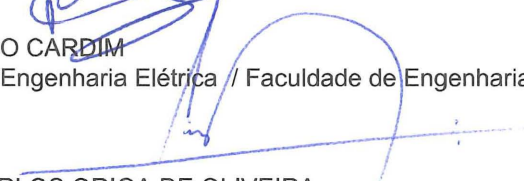
**AUTOR:** SAULO CRNKOWISE GARCIA

**ORIENTADOR:** FALCONDES JOSE MENDES DE SEIXAS

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Doutor em ENGENHARIA ELÉTRICA, área: Automação pela Comissão Examinadora:

  
Prof. Dr. FALCONDES JOSE MENDES DE SEIXAS  
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

  
Prof. Dr. RODRIGO CARDIM  
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

  
Prof. Dr. LUIS CARLOS ORIGA DE OLIVEIRA  
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

  
Prof. Dr. ALFREDO DEL SOLE LORDELO  
Centro de Engenharia, Modelagem e Ciências / Universidade Federal do ABC

  
Prof. Dr. CRISTIANO QUEVEDO ANDREA  
Centro de Ciências Exatas e Tecnologia / Universidade Federal de Mato Grosso do Sul

Ilha Solteira, 27 de novembro de 2018

À minha família e a todas as pessoas que me apoiaram para que eu  
alcançasse meu objetivo nesta etapa da minha vida.  
DEDICO.

## **AGRADECIMENTOS**

Desejo exprimir meus mais sinceros agradecimentos a todos que tornaram este trabalho possível e ajudaram, cada um à sua maneira, fazer da vida um desafio e torna-la um campo de conhecimentos sem fim.

Agradeço primeiramente a meu pai, José Paulo Fernandes Garcia, e à minha mãe, Lizete Maria Crnkowise Fernandes Garcia, por todo apoio, força e amor que eles transmitem para mim em todas as fases da minha vida, sem eles não teria conseguido alcançar meus objetivos e, muito menos, a felicidade. Gostaria de agradecer todos os professores que eu tive, pois eles me proporcionaram aprendizados além do que eu imaginava. Principalmente meus pais, que foram os grandes professores da minha vida e que, além de conhecimento, me ensinam o que é ter amor por outras pessoas. Amo vocês dois.

Ao meu orientador e amigo, Prof. Dr. Falcondes José Mendes de Seixas, agradeço por todas as oportunidades que me foram abertas graças a ele, pela confiança depositada em mim e toda ajuda que ele deu para que fosse possível realizar este trabalho. Agradeço também a todos os professores do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da FEIS/UNESP que auxiliaram na minha formação acadêmica nesta etapa.

Agradeço a todos os meus amigos, principalmente aqueles que estiveram presente nessa etapa final do meu trabalho, pois alguns deles ajudam a enxergamos um rumo mesmo quando tudo parece sem sentido. E à Lua minha companheira de estudos desde o início da minha graduação.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

## RESUMO

O foco principal deste trabalho é a investigação de métodos de controle capazes de rejeitar perturbações, incertezas e influências degenerativas do atraso no problema referente ao controle vetorial por campo orientado do Motor de Indução Trifásico (MIT), através de um modelo matemático não linear deste. Dá-se ênfase à utilização do método de controle Proporcional-Integral em conjunto com o Controle com Estrutura Variável e Modos Deslizantes, sendo que este tem como principal característica a rejeição de perturbações e incertezas. São realizadas análises da robustez da estabilidade e também das influências que as incertezas e atrasos exercem sobre o comportamento dinâmico deste sistema. Para corroborar com as análises, são feitas simulações utilizando exemplos numéricos num sistema linear de ordem dois e aplicações no MIT através de um modelo matemático não linear.

**Palavras-chaves:** Motor de indução trifásico. Atraso no sinal de controle. Controle com estrutura variável e modos deslizantes. Controladores PI. Condições de estabilidade de Lyapunov.

## ABSTRACT

This work deals the investigation of control methods capable of rejecting perturbations, uncertainties and degenerative influence of input time-delay in the Three-phase Induction Motor (TIM) vector control problem, through a nonlinear mathematical model. The main focus is the use of the Proportional-Integral control method in conjunction with the Variable Structure Control with Sliding Mode, which has as main characteristic the rejection of perturbations and uncertainties. Analyzes are performed on the stability robustness and also on the influence that the uncertainties and input time-delay on the dynamic behavior of this system. In order to corroborate with the analyzes simulations are made using numerical examples of two-order linear system and applications in a non-linear mathematical model of a Three-phase Induction Motor.

**Keywords:** Three-phase induction motor. Input time-delay. Variable structure control with sliding mode. PI controllers. Lyapunov stability conditions.

## LISTA DE FIGURAS

|           |                                                                                                                                              |     |
|-----------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Figura 1  | Esquema implementado para simulações dos exemplos 1 e 2.....                                                                                 | 35  |
| Figura 2  | Comparação dos planos de fase: CEV versus CONVENCIONAL, sistema sem perturbação.<br>.....                                                    | 37  |
| Figura 3  | Comparação dos estados no tempo: CEV versus CONVENCIONAL, sistema sem<br>perturbação.....                                                    | 37  |
| Figura 4  | Comparação dos sinais de controle: CEV versus CONVENCIONAL, sistema sem<br>perturbação.....                                                  | 38  |
| Figura 5  | $\sigma(t)$ para o sistema nominal - CEV versus CONVENCIONAL, sistema sem perturbação.                                                       | 38  |
| Figura 6  | Comparação dos planos de fase: CEV versus CONVENCIONAL, sistema sem perturbação,<br>$\delta = 0,01$ . ....                                   | 39  |
| Figura 7  | Comparação dos estados no tempo: CEV versus CONVENCIONAL, sistema sem<br>perturbação, $\delta = 0,01$ .....                                  | 40  |
| Figura 8  | Comparação dos sinais de controle: CEV versus CONVENCIONAL, sistema sem<br>perturbação, $\delta = 0,01$ .....                                | 40  |
| Figura 9  | $\sigma(t)$ para o sistema nominal - CEV versus CONVENCIONAL, sistema sem perturbação,<br>$\delta = 0,01$ . ....                             | 41  |
| Figura 10 | Atratividade: exemplo numérico para faixa de variação $-0,02 < \sigma(t) < 0,02$ . ....                                                      | 46  |
| Figura 11 | Atratividade: ampliação enfatizando intervalo de não atratividade: $\sigma(t)\dot{\sigma}(t) > 0$ . ....                                     | 46  |
| Figura 12 | Exemplo numérico para variação do ganho $(-10)(\sigma(t))/( \sigma(t)  + \delta)$ para $-0,1 < \sigma(t) < 0,1$ .<br>.....                   | 47  |
| Figura 13 | Exemplo numérico: valores de $\sigma(t)\text{sgm}(\sigma(t))/ \sigma(t) $ para $-0,1 < \sigma(t) < 0,1$ ....                                 | 48  |
| Figura 14 | Respostas e sinais de controle: CEV (vermelho) versus CONVENCIONAL (azul), sistema<br>com perturbação e com $\delta = 0,01$ .....            | 52  |
| Figura 15 | Respostas e sinais de controle: CEV (vermelho) versus CONVENCIONAL (azul), sistema<br>com perturbação e com $\delta = 0,05$ . ....           | 53  |
| Figura 16 | Comparação dos planos de fase: CEV versus CONVENCIONAL, sistema com perturbação<br>e com $\delta = 0,01$ e $\delta = 0,05$ .....             | 53  |
| Figura 17 | Comparação dos planos de fase: CEV versus CONVENCIONAL, sistema com perturbação<br>e com atraso intermitente. ....                           | 55  |
| Figura 18 | Ampliação da Figura 17: “Comparação dos planos de fase: CEV versus<br>CONVENCIONAL, sistema com perturbação e com atraso intermitente”. .... | 56  |
| Figura 19 | Comparação dos estados no tempo: CEV versus CONVENCIONAL, sistema com<br>perturbação e com atraso intermitente.....                          | 56  |
| Figura 20 | Comparação dos sinais de controle: CEV versus CONVENCIONAL, sistema com<br>perturbação e com atraso intermitente.....                        | 57  |
| Figura 21 | Superfície de deslizamento para sistema nominal – CEV versus CONVENCIONAL,<br>sistema com perturbação e com atraso intermitente.....         | 57  |
| Figura 22 | Relações angulares dos vetores correntes do MIT.....                                                                                         | 60  |
| Figura 23 | Esquema de potência e controle do MIT. ....                                                                                                  | 66  |
| Figura 24 | Valores da velocidade de referência do rotor e da carga mecânica utilizados nas simulações.<br>.....                                         | 101 |

|           |                                                                                                                                                                                                                                                                          |     |
|-----------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Figura 25 | MIT sem incertezas e sem atraso com controle PI: (a) Velocidade do rotor; (b) Torque eletromecânico. ....                                                                                                                                                                | 103 |
| Figura 26 | MIT sem incertezas e sem atraso com controle PI: (a) Correntes trifásicas; (b) Ampliação do gráfico das correntes trifásicas na partida; (c) Ampliação do gráfico das correntes trifásicas no intervalo em que ocorre a mudança em degrau referência de velocidade. .... | 104 |
| Figura 27 | MIT sem incertezas e sem atraso com controle PI: (a) Corrente de magnetização; (b) Correntes de controle. ....                                                                                                                                                           | 105 |
| Figura 28 | Modelo do MIT incerto: (a) Variações paramétricas; (b) Distúrbios nas entradas de controle. ....                                                                                                                                                                         | 107 |
| Figura 29 | MIT com incertezas, com perturbações e sem atraso com controle PI: (a) Velocidade do rotor; (b) Torque eletromecânico. ....                                                                                                                                              | 108 |
| Figura 30 | MIT com incertezas, com perturbações e sem atraso com controle PICEV: (a) Velocidade do rotor; (b) Torque eletromecânico. ....                                                                                                                                           | 108 |
| Figura 31 | MIT com incertezas, com perturbações e sem atraso com CEV: (a) Velocidade do rotor; (b) Torque eletromecânico. ....                                                                                                                                                      | 109 |
| Figura 32 | MIT com incertezas, com perturbações e sem atraso com controle PI: (a) Correntes trifásicas; (b) Ampliação do gráfico das correntes na partida (c) Ampliação do gráfico das correntes trifásicas em torno do degrau de referência. ....                                  | 110 |
| Figura 33 | MIT com incertezas, com perturbações e sem atraso com controle PICEV: (a) Correntes trifásicas; (b) Ampliação do gráfico das correntes na partida (c) Ampliação do gráfico das correntes trifásicas em torno do degrau de referência. ....                               | 110 |
| Figura 34 | MIT com incertezas, com perturbações e sem atraso com CEV: (a) Correntes trifásicas; (b) Ampliação do gráfico das correntes na partida (c) Ampliação do gráfico das correntes trifásicas em torno do degrau de referência. ....                                          | 111 |
| Figura 35 | MIT com incertezas, com perturbações e sem atraso com controle PI: (a) Corrente de magnetização; (b) Correntes de controle. ....                                                                                                                                         | 112 |
| Figura 36 | MIT com incertezas, com perturbações e sem atraso com controle PICEV: (a) Corrente de magnetização; (b) Correntes de controle. ....                                                                                                                                      | 112 |
| Figura 37 | MIT com incertezas, com perturbações e sem atraso com CEV: (a) Corrente de magnetização; (b) Correntes de controle. ....                                                                                                                                                 | 113 |
| Figura 38 | Atraso real no sinal de controle do MIT. ....                                                                                                                                                                                                                            | 114 |
| Figura 39 | MIT sem incertezas, sem perturbações e com atraso, controle PI: (a) Velocidade do rotor; (b) Torque eletromecânico. ....                                                                                                                                                 | 115 |
| Figura 40 | MIT sem incertezas, sem perturbações e com atraso, controle PICEV: (a) Velocidade do rotor; (b) Torque eletromecânico. ....                                                                                                                                              | 115 |
| Figura 41 | MIT sem incertezas, sem perturbações e com atraso, CEV: (a) Velocidade do rotor; (b) Torque eletromecânico. ....                                                                                                                                                         | 116 |
| Figura 42 | MIT sem incertezas, sem perturbações e com atraso, controle PI: Correntes trifásicas. ....                                                                                                                                                                               | 117 |
| Figura 43 | MIT sem incertezas, sem perturbações e com atraso, controle PICEV: Correntes trifásicas. ....                                                                                                                                                                            | 117 |
| Figura 44 | MIT sem incertezas, sem perturbações e com atraso com CEV: Correntes trifásicas. ....                                                                                                                                                                                    | 118 |
| Figura 45 | Esquema de potência e controle do MIT com atraso no sinal de controle. ....                                                                                                                                                                                              | 126 |
| Figura 46 | MIT com incertezas, com perturbações e sem atraso com controle PI-P: (a) Velocidade do rotor; (b) Torque eletromecânico. ....                                                                                                                                            | 143 |
| Figura 47 | MIT com incertezas, com perturbações e sem atraso com controle PICEV-P: (a) Velocidade do rotor; (b) Torque eletromecânico. ....                                                                                                                                         | 143 |

|           |                                                                                                                                                                                                                                              |     |
|-----------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Figura 48 | MIT com incertezas, com perturbações e sem atraso com CEV-P: (a) Velocidade do rotor; (b) Torque eletromecânico. ....                                                                                                                        | 144 |
| Figura 49 | MIT com incertezas, com perturbações e sem atraso com controle PI-P: (a) Correntes trifásicas; (b) Ampliação do gráfico das correntes na partida (c) Ampliação do gráfico das correntes trifásicas em torno do degrau de referência. ....    | 145 |
| Figura 50 | MIT com incertezas, com perturbações e sem atraso com controle PICEV-P: (a) Correntes trifásicas; (b) Ampliação do gráfico das correntes na partida (c) Ampliação do gráfico das correntes trifásicas em torno do degrau de referência. .... | 145 |
| Figura 51 | MIT com incertezas, com perturbações e sem atraso com CEV-P: (a) Correntes trifásicas; (b) Ampliação do gráfico das correntes na partida (c) Ampliação do gráfico das correntes trifásicas em torno do degrau de referência. ....            | 146 |
| Figura 52 | MIT com incertezas, com perturbações e sem atraso com controle PI-P: (a) Corrente de magnetização; (b) Correntes de controle. ....                                                                                                           | 147 |
| Figura 53 | MIT com incertezas, com perturbações e sem atraso com controle PICEV-P: (a) Corrente de magnetização; (b) Correntes de controle. ....                                                                                                        | 147 |
| Figura 54 | MIT com incertezas, com perturbações e sem atraso com CEV-P: (a) Corrente de magnetização; (b) Correntes de controle. ....                                                                                                                   | 148 |
| Figura 55 | MIT com incertezas, com perturbações e com atraso, controle PI-P: (a) Velocidade do rotor; (b) Torque eletromecânico. ....                                                                                                                   | 149 |
| Figura 56 | MIT com incertezas, com perturbações e com atraso, controle PICEV-P: (a) Velocidade do rotor; (b) Torque eletromecânico. ....                                                                                                                | 150 |
| Figura 57 | MIT com incertezas, com perturbações e com atraso, CEV-P: (a) Velocidade do rotor; (b) Torque eletromecânico. ....                                                                                                                           | 151 |
| Figura 58 | MIT com incertezas, com perturbações e com atraso, controle PI-P: Correntes trifásicas. ....                                                                                                                                                 | 152 |
| Figura 59 | MIT com incertezas, com perturbações e com atraso, controle PICEV-P: Correntes trifásicas. ....                                                                                                                                              | 152 |
| Figura 60 | MIT com incertezas, com perturbações e com atraso com CEV-P: Correntes trifásicas. ....                                                                                                                                                      | 153 |
| Figura 61 | MIT com incertezas, com perturbações e com atraso com controle PI-P: (a) Corrente de magnetização; (b) Correntes de controle. ....                                                                                                           | 154 |
| Figura 62 | MIT com incertezas, com perturbações e com atraso com controle PICEV-P: (a) Corrente de magnetização; (b) Correntes de controle. ....                                                                                                        | 154 |
| Figura 63 | MIT com incertezas, com perturbações e com atraso com CEV-P: (a) Corrente de magnetização; (b) Correntes de controle. ....                                                                                                                   | 155 |

## LISTA DE SÍMBOLOS

|                                                  |                                                                                                                                                               |
|--------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\mathbf{x}(t) \in \mathfrak{R}^n$               | Vetor de estados de dimensão $n \times 1$ , pertencente ao conjunto de números reais.                                                                         |
| $\dot{\mathbf{x}}(t) = d\mathbf{x}(t) / dt$      | Derivada no tempo do vetor $\mathbf{x}(t)$ .                                                                                                                  |
| $u_i(t)$                                         | i-ésima lei de controle.                                                                                                                                      |
| $\boldsymbol{\eta}(\mathbf{x}, t, \mathbf{u})$   | Vetor função linear ou não linear contínua no tempo.                                                                                                          |
| $\sigma_i(t)$                                    | i-ésima superfície de chaveamento ou de deslizamento.                                                                                                         |
| $V(\mathbf{x}, t, \boldsymbol{\sigma})$          | Função de Lyapunov.                                                                                                                                           |
| $\ \mathbf{x}(t)\ $                              | Norma euclidiana do vetor $\mathbf{x}(t)$ ; $\ \mathbf{x}(t)\  = \sqrt{\mathbf{x}(t)^T \mathbf{x}(t)}$ .                                                      |
| $\inf f(t)$                                      | Ínfimo da função $f(t)$ .                                                                                                                                     |
| $\sup f(t)$                                      | Supremo da função $f(t)$ .                                                                                                                                    |
| $ f(t) $                                         | Módulo de $f(t)$ .                                                                                                                                            |
| $\text{sgn } \sigma_i(t)$                        | Função sinal da i-ésima superfície de deslizamento; $\text{sgn}(\sigma_i(t)) = \sigma_i(t) /  \sigma_i(t) $ .                                                 |
| $\text{sgm } \sigma_i(t)$                        | Função sinal suavizado da i-ésima superfície de deslizamento; $\text{sgm}(\sigma_i(t)) = \sigma_i(t) / ( \sigma_i(t)  + \delta)$ ; $\delta \rightarrow 0^+$ . |
| $m_d(t)$                                         | Torque eletromecânico do motor de indução.                                                                                                                    |
| $m_L(t)$                                         | Torque de carga do motor de indução.                                                                                                                          |
| $\text{Im}[i_s^*]$                               | Parte imaginária do conjugado do vetor complexo $i_s$ .                                                                                                       |
| $\underline{i}_s = i_s(t) e^{j\varsigma(t)}$     | Vetor complexo corrente do estator, de módulo $i_s$ e ângulo $\varsigma$ .                                                                                    |
| $\underline{i}_r = i_r(t) e^{j\varepsilon(t)}$   | Vetor complexo corrente do rotor, de módulo $i_r$ e ângulo $\varepsilon$ .                                                                                    |
| $\underline{i}_{mR} = i_{mR}(t) e^{j\varphi(t)}$ | Vetor complexo corrente de magnetização, de módulo $i_{mR}$ e ângulo $\varphi$ .                                                                              |
| $i_{sd}(t)$                                      | Componente de corrente de eixo direto do vetor corrente de armadura.                                                                                          |
| $i_{sq}(t)$                                      | Componente de corrente de eixo em quadratura do vetor corrente de armadura.                                                                                   |
| $\sigma_R; L_R; R_R$                             | Fator de dispersão; Indutância e resistência do rotor referidas ao estator.                                                                                   |
| $L_0; L_S; R_S$                                  | Indutância mútua; Indutância e resistência do estator.                                                                                                        |

|                                                  |                                                                       |
|--------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------|
| $\tau_R = L_R / R_R ; J$                         | Constante elétrica do rotor; Constante de inércia do rotor.           |
| $\omega(t) = d\varepsilon(t)/dt$                 | Velocidade angular do rotor.                                          |
| $\omega_{mR}(t) = d\varphi(t)/dt$                | Velocidade angular do vetor corrente de magnetização.                 |
| $x_1(t) = I_{mR}(t)$                             | Variável de estado igual ao módulo do vetor corrente de magnetização. |
| $x_2(t) = \varphi(t)$                            | Variável de estado igual ao ângulo do vetor corrente de magnetização. |
| $x_3(t) = \omega(t)$                             | Variável de estado igual à velocidade angular do rotor.               |
| $u_1(t) = I_{sd}(t)$                             | Sinal de controle para o eixo direto.                                 |
| $u_2(t) = I_{sq}(t)$                             | Sinal de controle para o eixo em quadratura.                          |
| $\tilde{\mathbf{x}}(t)$                          | Vetor de estados estimado do vetor de estados real $\mathbf{x}(t)$ .  |
| $\tilde{\mathbf{x}}_p(t)$                        | Vetor de estados preditivos estimado.                                 |
| $L_1; L_2$                                       | Ganhos dos observadores.                                              |
| $k_{p1}; k_{i1}; k_{p2}; k_{i2}$                 | Ganhos proporcionais e integrais do controlador PI.                   |
| $k_{p1}; k_{i1}; k_{p2}; k_{i2}; \rho_1; \rho_2$ | Ganhos do controlador PICEV.                                          |
| $c_1; c_2; P_{1c}; P_{2c}$                       | Ganhos dos controladores CEV.                                         |
| $DV$                                             | Índice de Desempenho para o rastreamento da velocidade.               |
| $DT$                                             | Índice de Desempenho para o torque eletromecânico e carga mecânica.   |
| $DM$                                             | Índice de Desempenho para o rastreamento da corrente de magnetização. |

## SUMÁRIO

|          |                                                                                                                          |           |
|----------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>INTRODUÇÃO.....</b>                                                                                                   | <b>15</b> |
| 1.1      | HISTÓRICO E ESTADO DA ARTE DO CONTROLE DE MOTORES ELÉTRICOS                                                              | 15        |
| 1.2      | MOTIVAÇÃO PARA A PESQUISA .....                                                                                          | 21        |
| 1.3      | ORGANIZAÇÃO DO TEXTO .....                                                                                               | 22        |
| <b>2</b> | <b>CONTROLE COM ESTRUTURA VARIÁVEL E MODOS DESLIZANTES ....</b>                                                          | <b>24</b> |
| 2.1      | INTRODUÇÃO .....                                                                                                         | 24        |
| 2.2      | CONDIÇÕES DE EXISTÊNCIA DE UM MODO DESLIZANTE .....                                                                      | 25        |
| 2.3      | PROJETO DO CONTROLADOR .....                                                                                             | 27        |
| 2.3.1    | <b>Modelo do Sistema.....</b>                                                                                            | <b>27</b> |
| 2.3.2    | <b>Projeto da Superfície de Deslizamento .....</b>                                                                       | <b>27</b> |
| 2.3.3    | <b>Projeto do Controlador .....</b>                                                                                      | <b>32</b> |
| 2.3.4    | <b>Exemplos de Aplicações: Sistema sem Incertezas .....</b>                                                              | <b>34</b> |
| 2.4      | ANÁLISE DA ROBUSTEZ DO CONTROLE COM ESTRUTURA VARIÁVEL E MODOS DESLIZANTES .....                                         | 41        |
| 2.4.1    | <b>Definições.....</b>                                                                                                   | <b>41</b> |
| 2.4.2    | <b>Sensibilidade do sistema durante o modo deslizante: Condições de Invariância ..</b>                                   | <b>42</b> |
| 2.4.3    | <b>Suavização da lei de controle com estrutura variável: efeito da camada limite na condição de modo deslizante.....</b> | <b>44</b> |
| 2.4.4    | <b>Robustez do Controle com Estrutura Variável e Modos Deslizantes considerando incertezas e atraso no controle.....</b> | <b>48</b> |
| 2.4.5    | <b>Exemplos de aplicações .....</b>                                                                                      | <b>50</b> |
| 2.5      | COMENTÁRIOS .....                                                                                                        | 58        |
| <b>3</b> | <b>MODELO MATEMÁTICO DO MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO (MIT) PARA CONTROLE VETORIAL POR CORRENTE IMPOSTA .....</b>           | <b>59</b> |
| 3.1      | INTRODUÇÃO .....                                                                                                         | 59        |
| 3.2      | MODELO DO MIT .....                                                                                                      | 59        |
| <b>4</b> | <b>CONTROLE DE VELOCIDADE/TORQUE DO MIT .....</b>                                                                        | <b>66</b> |
| 4.1      | ESQUEMA DE CONTROLE DE VELOCIDADE/TORQUE PARA O MIT .....                                                                | 66        |
| 4.2      | OBSERVADOR COM ESTRUTURA VARIÁVEL (OEV) PARA O MIT .....                                                                 | 68        |
| 4.3      | PROJETO DE CONTROLE PROPORCIONAL-INTEGRAL PARA O MIT.....                                                                | 73        |
| 4.3.1    | <b>Análise do controle PI para o sistema nominal sem incertezas e sem perturbações .....</b>                             | <b>73</b> |
| 4.3.2    | <b>Análise da robustez do controle PI considerando incertezas e perturbações .....</b>                                   | <b>77</b> |

|       |                                                                                                                                    |            |
|-------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 4.3.3 | <b>Análise da robustez do controle PI considerando incertezas, perturbações e atraso no sinal de controle .....</b>                | <b>80</b>  |
| 4.4   | <b>PROJETO DE CONTROLE PROPORCIONAL-INTEGRAL COM ESTRUTURA VARIÁVEL (PICEV) PARA O MIT .....</b>                                   | <b>82</b>  |
| 4.4.1 | <b>Projeto do controle PICEV para o MIT .....</b>                                                                                  | <b>83</b>  |
| 4.4.2 | <b>Análise da robustez do controle PICEV considerando as incertezas e perturbações.....</b>                                        | <b>84</b>  |
| 4.4.3 | <b>Análise da robustez do controle PICEV considerando incertezas, perturbações e atraso no sinal de controle .....</b>             | <b>87</b>  |
| 4.5   | <b>PROJETO DE CONTROLE COM ESTRUTURA VARIÁVEL E MODOS DESLIZANTES (CEV) PARA O MIT .....</b>                                       | <b>89</b>  |
| 4.5.1 | <b>Controle com Estrutura Variável e Modos Deslizantes para o MIT .....</b>                                                        | <b>89</b>  |
| 4.5.2 | <b>Análise do CEV para o sistema nominal sem incertezas, sem perturbações e sem atraso no MIT .....</b>                            | <b>91</b>  |
| 4.5.3 | <b>Análise da robustez do CEV considerando incertezas e perturbações no MIT sem atraso.....</b>                                    | <b>91</b>  |
| 4.5.4 | <b>Análise da robustez da estabilidade do CEV considerando incertezas, perturbações e atraso no sinal de controle no MIT .....</b> | <b>94</b>  |
| 4.6   | <b>COMENTÁRIOS .....</b>                                                                                                           | <b>97</b>  |
| 5     | <b>SIMULAÇÕES COMPUTACIONAIS UTILIZANDO PI, PICEV E CEV NO MIT .....</b>                                                           | <b>99</b>  |
| 5.1   | <b>VALORES NUMÉRICOS DOS PARÂMETROS PARA O MIT DE 25 CV .....</b>                                                                  | <b>99</b>  |
| 5.2   | <b>RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES E ANÁLISES .....</b>                                                                                  | <b>101</b> |
| 5.2.1 | <b>Modelo do MIT sem incertezas, sem perturbações e sem atraso: controlador PI....</b>                                             | <b>102</b> |
| 5.2.2 | <b>Modelo do MIT com incertezas, com perturbações e sem atraso: controladores PI, PICEV e CEV.....</b>                             | <b>105</b> |
| 5.2.3 | <b>Modelo do MIT sem incertezas, sem perturbações e com atraso: controladores PI, PICEV e CEV.....</b>                             | <b>113</b> |
| 5.3   | <b>COMENTÁRIOS .....</b>                                                                                                           | <b>118</b> |
| 6     | <b>PROJETO DE CONTROLE DO MIT CONSIDERANDO ATRASO NO CONTROLE.....</b>                                                             | <b>120</b> |
| 6.1   | <b>MODELO DO MIT COM ATRASO NO CONTROLE .....</b>                                                                                  | <b>120</b> |
| 6.2   | <b>OBSERVADOR DE ESTADO PREDITIVO DE ESTRUTURA VARIÁVEL (OEV-P).....</b>                                                           | <b>121</b> |
| 6.2.1 | <b>Equações do observador de estados preditivos (OEV-P) e análise da robustez .</b>                                                | <b>121</b> |
| 6.2.2 | <b>Análise da robustez da estabilidade .....</b>                                                                                   | <b>124</b> |

|       |                                                                                                               |            |
|-------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 6.3   | PROJETO DE CONTROLE PI PREDITIVO (PI-P) PARA O MIT .....                                                      | 128        |
| 6.3.1 | <b>Equações do controlador PI-P .....</b>                                                                     | <b>128</b> |
| 6.3.2 | <b>Análise da robustez do controle PI-P considerando atraso no sinal de controle</b> .....                    | <b>129</b> |
| 6.4   | PROJETO DE CONTROLE PICEV PREDITIVO (PICEV-P) PARA O MIT .....                                                | 131        |
| 6.4.1 | <b>Equações do controlador PICEV-P .....</b>                                                                  | <b>131</b> |
| 6.4.2 | <b>Análise da robustez do controle PICEV-P considerando atraso no sinal de controle .....</b>                 | <b>133</b> |
| 6.5   | PROJETO CEV PREDITIVO (CEV-P) PARA O MIT .....                                                                | 135        |
| 6.5.1 | <b>Projeto do CEV-P para o MIT .....</b>                                                                      | <b>135</b> |
| 6.5.2 | <b>Análise da robustez do CEV-P considerando atraso no sinal de controle.....</b>                             | <b>137</b> |
| 6.6   | COMENTÁRIOS .....                                                                                             | 140        |
| 7     | <b>SIMULAÇÕES COMPUTACIONAIS UTILIZANDO PI-P, PICEV-P E CEV-P NO MIT .....</b>                                | <b>141</b> |
| 7.1   | VALORES NUMÉRICOS DOS PARÂMETROS PARA O MIT DE 25 CV .....                                                    | 141        |
| 7.2   | RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES E ANÁLISES .....                                                                    | 141        |
| 7.2.1 | <b>Modelo do MIT com incertezas, com perturbações e sem atraso: controladores PI-P, PICEV-P e CEV-P .....</b> | <b>142</b> |
| 7.2.2 | <b>Modelo do MIT com incertezas, com perturbações e com atraso: controladores PI-P, PICEV-P e CEV-P .....</b> | <b>148</b> |
| 7.3   | COMENTÁRIOS .....                                                                                             | 155        |
| 8     | <b>CONCLUSÕES.....</b>                                                                                        | <b>157</b> |
|       | <b>REFERÊNCIAS.....</b>                                                                                       | <b>159</b> |

## 1 INTRODUÇÃO

Este capítulo apresenta o histórico e estado da arte do controle de motores elétricos, baseados em diversos artigos e livros, sendo o enfoque principal o controle de motores de indução. A motivação para a pesquisa e a organização do trabalho também são apresentadas.

### 1.1 HISTÓRICO E ESTADO DA ARTE DO CONTROLE DE MOTORES ELÉTRICOS

Na transformação de energia em sua forma geral para energia mecânica estima-se que mais de 50% é executada por motores elétricos rotativos. Para esta finalidade, as máquinas mais utilizadas são os motores de corrente contínua (CC), os motores de indução (MI), os motores síncronos e os motores de passo (KINGSLEY JR. et al, 2006). Todas estas máquinas utilizam o mesmo princípio, muito bem estabelecido pela física clássica, que é a interação do campo magnético com a corrente elétrica entre partes móveis da máquina (VILLATE, 2011). Desta forma, o comportamento geral de todos estes tipos de máquinas é o mesmo. Apesar disto, são grandes as diferenças com relação aos aspectos físicos, de operação, manutenção e controle entre estes tipos de máquinas.

Os motores CC possuem disposição estacionária ortogonal desacoplada entre os fluxos gerados pelas partes móveis, o que proporciona um controle de velocidade e torque muito simples e eficiente. No entanto, este tipo de motor apresenta grande desvantagem em relação ao custo, manutenção e segurança na operação quando comparado aos motores de indução.

Os motores de indução do tipo gaiola de esquilo, responsáveis por 60% do consumo industrial (HANNAN et al, 2017), são vantajosos no que diz respeito à sua robustez física, ao custo de construção, à manutenção e à segurança na operação. Quando ligado diretamente à linha de alimentação com tensão e frequência constantes, este tipo de motor opera essencialmente dentro de uma faixa de velocidade abaixo da síncrona estabelecida pela frequência da rede. Esta faixa varia com a carga mecânica, tendo aplicabilidade em atividades industriais e/ou domésticas as quais não necessitam de um controle exato de velocidade e torque. Para operações intermitentes, com velocidade reduzida e carga leve, o controle do motor através da variação da tensão imposta pela fonte variável é satisfatório, apesar de não ser eficiente no que diz respeito à exatidão e rapidez de resposta.

A partir da década de 1980 alguns fatores foram cruciais aos avanços da melhoria do controle do motor de indução. A disponibilidade e a contínua diminuição dos custos dos conversores de potência e o desenvolvimento e popularização de processadores de sinais digitais ampliaram o uso destes motores (BOSE, 1997). Desta forma, dispondo-se de dispositivos conversores eletrônicos capazes de alterar o valor eficaz e a frequência da tensão imposta, um método clássico mais eficiente de controle foi viabilizado, chamado “controle escalar”. O controle escalar impõe ao motor uma determinada tensão visando manter o “valor eficaz (V) e frequência (f)” numa relação  $V/f$  constante. Isso permite o controle da velocidade e torque em regime permanente do motor, permanecendo a amplitude do campo magnético constante num nível desejado. O controle é realizado em malha aberta ou fechada (BEHERA et al, 2014) e a precisão da velocidade é função do escorregamento do motor, que varia em função da carga, uma vez que a frequência no estator é imposta. Assim, com o desenvolvimento dos dispositivos de eletrônica de potência e controle digital, o controle escalar passou a ser o mais utilizado na indústria, devido à sua viabilidade técnica, simplicidade e ao fato de que na maioria das aplicações não requer grande exatidão e/ou rapidez de resposta transitória no controle de velocidade e torque.

Os métodos citados, os quais têm sua eficácia em regime permanente, têm uma vasta empregabilidade, tanto na indústria quanto em alguns aparelhos domésticos e estão muito bem divulgados em livros consolidados de cursos de graduação em engenharia elétrica (KINGSLEY JR. et al, 2006; CHAPMAN, 2013). No entanto, a indústria está cada vez mais exigindo aplicações de motores com alto desempenho.

Os motores elétricos de alto desempenho têm algumas características específicas, tais como: alta confiabilidade; alta eficiência na conversão da energia; rápidas respostas de torque, posição e velocidade; baixo custo; e controladores eficazes no que diz respeito à robustez em relação a variações paramétricas, distúrbios de carga externa e falhas devido a curto circuito entre espiras da mesma bobina, por exemplo. Neste sentido, diversos artigos científicos e livros foram disponibilizados a partir dos anos 1980 apresentando novas propostas tanto em termos de materiais e projetos, no intuito de melhorar a eficiência da conversão eletromecânica das máquinas (GUTFLEISCH et al, 2011; SUGIMOTO, 2008), assim como propor novas estratégias e dispositivos de controle (BOSE, 1997; KRAUSE, 1986; LEONHARD, 1985; TAKAHASHI e OHMORI, 1994).

A partir dos anos 1970 foi introduzido e divulgado o conceito de controle por campo orientado (BLASCHKE, 1972) para efetuar o controle do fluxo e torque do motor de indução.

A técnica de controle por campo orientado (FOC, do inglês “*field-oriented control*”) desacopla os controles de fluxo e torque, para que o controle se torne mais simples e eficaz tanto em regime permanente quanto em regime transitório. Sob este novo enfoque, a complexa estrutura do motor de indução se transforma em modelos equivalentes ao do motor CC excitado separadamente, mantendo suas demais vantagens sobre este.

Ampliando o conceito de FOC, estabeleceu-se nos anos 1980 o conceito de “controle vetorial”. Dependendo das variáveis utilizadas, diversos modelos do MI podem ser utilizados. Para cada modelo, têm-se determinadas variáveis a serem realimentadas para os controladores, por medidas diretas ou por estimativas indiretas. Para estes modelos e variáveis de realimentação foi criada uma classificação que envolve diferentes técnicas de medições e cálculos para prover a alimentação controlada dos motores.

O problema de controle do MI por variação da frequência (VFD, do inglês “*variable frequency drives*”) pode ser classificado em duas grandes áreas (HOLTZ, 2002; HANNAN et al, 2017): (I) controle escalar; (II) controle vetorial. O controle vetorial por sua vez se ramifica em: (II.1) controle por campo orientado (FOC); (II.1.1) FOC direto; (II.1.2) FOC indireto; (II.2) controle direto do torque (DTC: “*direct torque control*”); (II.2.1) auto controle direto (DSC: “*direct self-control*”); (II.2.2) modulação do vetor espacial (SVM: “*space vector modulation*”). Cada um destes métodos estão muito bem detalhados em livros clássicos de dinâmica e controle de motores de indução, como em KRAUSE (1986), ou em publicações um pouco menos conhecidas, porém de ótima qualidade e disponíveis facilmente, tal como em POPESCU (2000).

Na máquina CC os fluxos de campo e de armadura são ortonogonais e estacionários entre si e, portanto, desacoplados. Este desacoplamento entre os campos magnéticos gerados pelas bobinas do campo (eixo direto, d) e da armadura (eixo em quadratura, q) é que torna o controle mais simples e menos sujeito a não linearidades, permitindo a aplicação de técnicas de controle clássicas existentes na literatura básica (OGATA, 2010). Além do mais, o acesso às correntes do estator e do rotor é fisicamente muito simples na máquina CC, de modo que um controle por realimentação destes estados também é muito simples. No caso do motor de indução de rotor gaiola de esquilo, por mais que o controle vetorial simplifique seu modelamento em pseudos-enrolamentos ortogonais entre si (modelos d-q), a validade dos modelos para um controle eficaz é totalmente dependente da decomposição ortogonal instantânea exata do vetor espacial fluxo de armadura sobre o vetor espacial fluxo de magnetização, numa mesma referência de velocidade. Isto requer o conhecimento instantâneo

da posição angular dos fluxos a cada instante, o que por sua vez implica no conhecimento instantâneo de suas velocidades, magnitudes e posição angular. Realizar estas medidas diretamente torna o controle do MI inviável. Assim, cada técnica classificada anteriormente, realiza esforços no sentido de melhor sensoriar variáveis as quais indiretamente possibilitem o conhecimento instantâneo dos vetores espaciais para sua posterior decomposição segundo os eixos direto e em quadratura numa mesma referência de velocidade.

Quanto mais exatas forem estas estimativas e posteriores decomposições e ações de controle, mais eficiente será o desempenho do motor. A exatidão destas técnicas é dependente do conhecimento mais preciso dos parâmetros dos modelos d-q da máquina (FAN et al, 2014). Assim, as mudanças nestes parâmetros muitas vezes causam a não sincronização da orientação do campo e degradam também o desempenho dos atuadores do controle (“*motor drive*”), os quais têm seus limites elétricos de saturação no que diz respeito à capacidade da relação torque/corrente, principalmente diante de mudanças abruptas de cargas (perturbações externas) ou de ponto de operação (“*set-point*”) (BOSE, 2002; HANNAN et al, 2017). Desta forma, o enfoque das pesquisas passou a ser a busca por técnicas de controle robustas, as quais proporcionam ao motor um bom desempenho mesmo diante de incertezas/variações paramétricas e/ou perturbações externas (SAGHAFINIA et al, 2015).

Segundo Saghafina, Wooi e Rahman (2010), de forma geral, os métodos de controle do MI podem ser classificados em três principais categorias (SAGHAFINIA et al, 2015): ganhos fixos ou método linear; métodos adaptativos e métodos de inteligência artificial. Qualquer combinação destes métodos pode ser utilizada. Controles lineares, os quais incluem os controladores Proporcional-Integral (PI) ou Proporcional-Integral-Derivativo (PID) são os mais utilizados na indústria. Os controles PI projetados através da teoria clássica de controle (OGATA, 2010) são bem aceitos para controle de processos lineares cujo conhecimento do modelo é exato.

O projeto do controlador PI robusto consiste em ajustar seus ganhos de modo a garantir uma boa rejeição de distúrbios na banda operacional, o que exige um preciso conhecimento dos parâmetros do motor e carga mecânica. Alguns parâmetros do modelo do motor não são muito bem conhecidos e/ou estão sujeitos a variações conforme o ponto de operação, o que degrada a atuação dos controladores PI (NORDIN et al, 1985; MAITI et al, 2008). Devido à popularidade destes controladores, diferentes estratégias de controle não lineares têm sido propostas na literatura para auto-ajuste dos ganhos do PI (ZHEN e XU,

1998; CHAO e LIAW, 2000; WANG e SHAO, 2000; SAGHAFINIA et al, 2010; MASIALA et al, 2006; SAGHAFINIA et al, 2013).

À parte dos controladores PI, outras técnicas de controles robustos não lineares e adaptativos foram desenvolvidas e utilizadas isoladamente ou em conjunto com outras no controle do MI. A grande maioria destas técnicas exige o conhecimento exato do modelo e de seus parâmetros, o que de fato constitui-se numa dificuldade. Para contornar este problema, nas últimas quatro décadas as aplicações de controladores Fuzzy se expandiram para aplicações industriais e consequentemente no controle do MI. Esta é a área com maior número de publicações em revistas científicas quando se trata de controle de motores de indução (ZHEN e XU, 1998; OROWSKA-KOWALSKA et al, 2010; RAI e NIGAM, 2017).

Uma estratégia de controle não linear robusto, muito difundida a partir dos anos 1960, é o Controle com Estrutura Variável (CEV) (DRAZENOVIC, 1969; UTKIN, 1978). Este método força a trajetória de estados do sistema controlado a seguir determinadas superfícies pré-estabelecidas, chamadas de superfícies de deslizamento, independentemente das incertezas e/ou perturbações a que está sujeita a planta controlada. Para isso, o sinal de controle executa chaveamentos de frequência infinita em torno das superfícies de deslizamento conduzindo a trajetória de estados em um “modo deslizante”. Para o caso de chaveamento ideal (frequência de chaveamento infinita), o sistema torna-se “zero-sensível” diante de determinadas incertezas e/ou perturbações ditas “casadas” (DECARLO, 1988).

Na prática, o chaveamento com frequência infinita é irrealizável e este método apresenta o problema da “trepidação”, o qual consiste em que o sinal de controle contém sinais de alta frequência de chaveamento que, além de provocar elevado esforço de controle, pode excitar partes não modeladas da planta controlada. Para contornar este problema foi introduzido um controle suavizado, o qual estabelece uma “camada limite”, que é uma reduzida região no espaço de estados situada em torno das superfícies de deslizamento ideais, onde o sistema fica sujeito às perturbações e incertezas (EDWARDS e SPURGEON, 1998). Este método tem encontrado diversas aplicações na engenharia sistemas de controle divulgadas em livros, mais recentemente (PERRUQUETTI e BARBOT, 2002; DERBEL et al, 2017). Desde sua divulgação, esta estratégia foi utilizada para o controle de motores de indução gerando inúmeras publicações científicas (SABANOVIC e IZOSIMOV, 1981; UTKIN, 1993; EL-KHOLY, 2005; EL-GENDY et al, 2013; SALEM e DERBEL, 2017).

A disponibilização de inúmeros métodos robustos de controle, no entanto, por si só não seria suficiente para implementações em motores. Isto porque, com a sofisticação das

estratégias de estimação das variáveis e computação das leis de controle robusto, vieram também as demandas para realização dos cálculos necessários para gerar os sinais de controle. Assim, a viabilização de controladores mais sofisticados foi possível devido aos avanços na área de computação digital de sinais através de microprocessadores especializados (DSP, do inglês “*digital signal processor*”).

As pesquisas nestas últimas décadas não só flexibilizaram a computação de diversos cálculos através de inúmeros *softwares* de programação, assim como permitiram o processamento de elevado número de operações em períodos de aquisição de dados cada vez menores devido ao desenvolvimento do *hardware* (PARHI, 1999; PANTSAR-SYVÄNIEMI et al, 2006). O período de aquisição, que é o tempo em que o dispositivo digital faz a amostragem de determinados sinais e a computação destes, é uma condição importante no que diz respeito à robustez da estabilidade para sistemas com dinâmica rápida. Também, foram desenvolvidas metodologias de projeto de controle digital, nas quais os efeitos do período de amostragem são incorporados ao projeto (FRANKLIN et al, 1998; DORF e BISHOP, 2010).

Especificamente para o controle com estrutura variável, o qual utiliza rápidos chaveamentos de sinais para manter a trajetória em deslizamento, este tempo de amostragem pode deteriorar o desempenho ou mesmo levar o sistema à instabilidade, caso não seja levado em consideração no projeto (GARCIA et al, 2005). Inúmeras publicações em artigos científicos podem ser encontradas no que diz respeito à aplicação de CEV digital no problema de controle do motor de indução (VESELIC et al, 2008; CHIHAI et al, 2017; VIEIRA et al, 2017).

Uma vantagem adicional do tratamento digital do sinal no problema do controle é que, com esta estratégia, o controle pode ser realizado a distância, ou seja, os equipamentos geradores dos comandos de controle podem estar alocados em locais distantes dos atuadores e das plantas controladas. Essa possibilidade constitui-se em uma vantagem em ambientes industriais onde as condições físicas e ambientais podem degradar o equipamento digital de controle, o qual constitui-se geralmente de *hardware* de natureza mais suscetível a ambientes hostis. Nesta estratégia, o envio e recebimento dos sinais digitais de medições e comandos são realizados através de protocolos de redes de comunicação sem fio, desenvolvidos nas últimas décadas, como Ethernet e Internet (STALLINGS, 2000; MINOLI e SCHMIDT, 1999). Assim, de forma geral, o uso destas redes de comunicação sem fio para fins de controle e automação de processos industriais (NCS, do inglês “*networked control systems*”) permite a redução de custos relacionados às conexões físicas por fiação além de reduzir a manutenção

(TIPSUWAN e CHOW, 2003; ZAMPIERI, 2008; WANG e LIU, 2008). Agregados a estas vantagens, inúmeros problemas pesquisados são relacionados à automação e controle de processos, os quais envolvem as questões de falhas por perdas de dados e/ou atraso nos sinais de controle, sendo que estas questões tornam-se mais relevantes quando se trata de controle a distância de sistemas dinâmicos (HESPANHA et al, 2014; ZHANG et al, 2001; MA et al, 2016).

## 1.2 MOTIVAÇÃO PARA A PESQUISA

Especificamente sobre CEV, a implementação de NCS torna o problema de falhas por perda de dados e/ou de atraso ainda mais agravante, uma vez que esta estratégia de controle utiliza chaveamentos de alta frequência para manter a planta na condição de modos deslizantes de forma a rejeitar incertezas e perturbações. Para sistemas com dinâmica rápida o problema de atraso deteriora de forma contundente o desempenho da planta podendo até desestabilizá-la. Alguns pesquisadores tratam o problema como uma falha a ser identificada por observadores de estado e acomodada através de controladores adequados (PATTON et al, 2000; GARCIA et al, 2009), outros executam projetos de controle robusto ao atraso baseados em preditores de estado (XIA e JIA, 2003; XIA et al, 2007; LOUKIANOV et al, 2006; CAMACHO et al, 2007; KUMAR et al, 2013; GARCIA et al, 2015).

Pesquisas de CEV atuando em motores de indução trifásicos (MIT) com atraso no controle são escassas. Contudo, a utilização do CEV pode solucionar problemas devido às incertezas e perturbações, tendo em vista que é projetado para ter uma melhor rejeição destas variáveis do que os controladores convencionais, tal como o controlador PID. O problema causado pelo atraso no controlador CEV vem sendo estudado nos últimos anos e, como mencionado, algumas estratégias eficazes já foram desenvolvidas, mas poucas foram aplicadas no MIT. A pesquisa para auxiliar nas propostas de soluções para o problema gerado pelo atraso poderá contribuir para viabilizar o uso mais frequente de controle a distância do MIT de alto desempenho no setor produtivo industrial, tal como no setor automotivo, abrangendo novas possibilidades para aplicações práticas.

### 1.3 ORGANIZAÇÃO DO TEXTO

No Capítulo 2 apresenta-se a teoria clássica do CEV sob o enfoque de duas leis que levam o sistema ao modo de deslizamento. Uma das leis utiliza estrutura variável através da função sinal (“sgn”) e a outra lei utiliza uma técnica com transição suavizada (“sgm”). Neste capítulo também são feitas as análises de robustez da estabilidade em relação às incertezas paramétricas, perturbações e atraso no sinal de controle. Os resultados destas análises são corroborados por meio de simulações, realizadas através do software MatLab/Simulink®, em um sistema de segunda ordem.

No Capítulo 3 apresenta-se uma revisão de um modelo matemático não linear de um motor de indução trifásico (MIT) para o controle vetorial por campo orientado. No Capítulo 4 propõe-se projetos de três estratégias de controle de velocidade/torque do MIT, sendo estas estratégias “Proporcional-Integral (PI)”, “Proporcional-Integral atuando em conjunto com Controle de Estrutura Variável (PICEV)” e “Controle com Estrutura Variável (CEV)”. Análises referentes à robustez da estabilidade em relação às incertezas, perturbações e atraso de controle são realizadas também neste capítulo.

No Capítulo 5, para comprovar as análises feitas no Capítulo 4, são mostrados resultados de simulações computacionais, realizadas através do software MatLab/Simulink®, do controle de um MIT de 25 CV. As simulações são feitas considerando três casos do modelo do MIT: (i) modelo nominal; (ii) modelo com incertezas e perturbações; (iii) modelo nominal com atrasos no sinal de controle. São feitas comparações entre os resultados utilizando os controladores PI, PICEV e CEV.

No Capítulo 6 propõe-se o projeto de um observador de estados preditivo que considera o atraso no sinal de controle do MIT, sendo que os controladores utilizados foram os mesmos do Capítulo 4, porém atuando em conjunto com o preditor. Análises referentes à robustez da estabilidade em relação às incertezas, perturbações e atraso também são realizadas neste capítulo para o caso em que há o preditor.

O Capítulo 7 contém, para corroborar as análises realizadas no Capítulo 6, os resultados de simulações computacionais utilizando o software MatLab/Simulink® do controle do MIT de 25 CV para os casos: (i) modelo com preditor, incertezas e perturbações e sem atraso; (ii) modelo com preditor, incertezas, perturbações e com atraso. São feitas comparações entre os resultados utilizando os controladores PI-P, PICEV-P e CEV-P, sendo estes os mesmos do Capítulo 6, mas com preditor atuando no sistema.

No Capítulo 8 tem-se a conclusão geral do trabalho a respeito das análises matemáticas e dos resultados computacionais obtidos.

## 2 CONTROLE COM ESTRUTURA VARIÁVEL E MODOS DESLIZANTES

Este capítulo tem como objetivo apresentar os aspectos mais relevantes da teoria de Controle com Estrutura Variável e Modos Deslizantes. Os textos foram baseados em Decarlo, Zak e Matthews (1988). Para melhor ilustrar a teoria apresentada foram realizados projetos de controle e apresentados resultados de simulações de um sistema de ordem dois.

### 2.1 INTRODUÇÃO

A característica principal de um sistema de controle com estrutura variável é a realimentação de variáveis para gerar um sinal de controle a partir de funções não lineares que possuem descontinuidades sobre uma ou mais superfícies no espaço de estado, ditas superfícies de deslizamento. Assim, a estrutura do sistema de realimentação é alterada, ou chaveada, conforme os estados atravessam cada superfície de deslizamento. Em consequência deste fato, o sistema de malha fechada é descrito como sendo um sistema de controle com estrutura variável, considerado como a combinação de subsistemas, cada qual com uma estrutura fixa e que opera em uma região específica do espaço de estado.

O controle com estrutura variável é caracterizado pela existência do modo deslizante. Isto ocorre quando o estado do sistema cruza repetidamente a superfície de chaveamento, pois todos os movimentos nas vizinhanças da superfície estão direcionados a ela. Dependendo da forma da lei de controle selecionada, o movimento deslizante pode ocorrer em superfícies de chaveamento individuais no espaço de estado, sobre um conjunto de superfícies ou em todas as superfícies de chaveamento juntas. Quando o último caso ocorrer, o sistema é dito estar em modo deslizante (DECARLO; ZAK; MATTHEWS, 1988).

Considere o seguinte sistema dado pelas equações (1) e (2):

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \boldsymbol{\eta}(\mathbf{x}, t, \mathbf{u}), \quad (1)$$

$$u_i(t) = \begin{cases} u_i^+(x, t) \rightarrow \sigma_i(t) > 0 \\ u_i^-(x, t) \rightarrow \sigma_i(t) < 0 \end{cases}, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (2)$$

sendo que  $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$  é o vetor de estados,  $\mathbf{u}(t) \in \mathbb{R}^m$  é o vetor de controle,  $\boldsymbol{\eta}(\mathbf{x}, t, \mathbf{u})$  é um vetor função linear ou não linear contínuo no tempo e  $\boldsymbol{\sigma}(t) = [\sigma_1(t) \ \sigma_2(t) \ \dots \ \sigma_m(t)]^T \in \mathbb{R}^m$  é o vetor de superfícies de chaveamento. O projeto do CEV consiste em duas etapas: (i) determinação das superfícies  $\sigma_{i=1\dots m}(t) = 0$  no espaço de estado, em que o controle é descontínuo; (ii) seleção das funções de controle descontínuas  $u_{i=1\dots m}^+(x, t)$  e  $u_{i=1\dots m}^-(x, t)$ . A derivada do vetor de estado deve estar direcionada para uma das superfícies e um modo deslizante pode ocorrer sobre ela, isto pode acontecer também sobre a intersecção das superfícies.

## 2.2 CONDIÇÕES DE EXISTÊNCIA DE UM MODO DESLIZANTE

A existência de um modo deslizante requer estabilidade da trajetória de estado para a superfície de deslizamento  $\boldsymbol{\sigma}(t) = \mathbf{0}$  no mínimo em uma vizinhança de  $\{\mathbf{x}(t) | \boldsymbol{\sigma}(t) = \mathbf{0}\}$ , isto é, o ponto representativo deve aproximar-se da superfície assintoticamente. Esta questão assemelha-se a um problema de estabilidade generalizado. Para isto, o segundo método de Lyapunov fornece ferramentas para a análise. Especificamente, a estabilidade para a superfície de chaveamento requer a seleção de uma função de Lyapunov generalizada  $V(\mathbf{x}, t, \boldsymbol{\sigma})$  que é definida positiva e tem uma derivada no tempo definida negativa na região de atração. A Definição 1 e o Teorema 1 foram retirados de Utkin (1978).

Definição 1: Um domínio  $D$  no espaço fechado  $\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$  é um domínio de modo deslizante se para cada  $\gamma > 0$ , existe  $\delta > 0$ , tais que qualquer movimento iniciado dentro de uma vizinhança  $\delta$  de dimensão  $n$  de  $D$  pode deixar a vizinhança  $\gamma$  de dimensão  $n$  de  $D$  somente através da vizinhança  $\gamma$  de dimensão  $n$  da fronteira.

Teorema 1: Para o domínio  $D$  de dimensão  $n-m$  ser o domínio de um modo deslizante, é suficiente que em algum domínio de dimensão  $n$ ,  $\Omega \supset D$ , existe uma função  $V(\mathbf{x}, t, \boldsymbol{\sigma})$  continuamente diferenciável com respeito a todos os seus argumentos, satisfazendo as seguintes condições:

$V(\mathbf{x}, t, \boldsymbol{\sigma})$  é definida positiva com respeito a  $\sigma$ , isto é,  $V(\mathbf{x}, t, \boldsymbol{\sigma}) > 0$  com  $\boldsymbol{\sigma} \neq \mathbf{0}$  e  $t, \mathbf{x}$  arbitrários, e  $V(\mathbf{x}, t, \boldsymbol{\sigma})$ ; sobre a esfera  $\|\boldsymbol{\sigma}\| = \mu$  para todo  $\mathbf{x} \in \Omega$  e qualquer  $t$  possui as relações conforme as equações (3) e (4).

$$\inf_{\|\boldsymbol{\sigma}\|=\mu} V(t, \mathbf{x}, \boldsymbol{\sigma}) = h_\rho \quad h_\rho > 0, \quad (3)$$

$$\sup_{\|\boldsymbol{\sigma}\|=\mu} V(t, \mathbf{x}, \boldsymbol{\sigma}) = H_\rho \quad H_\rho > 0, \quad (4)$$

sendo que  $h_\rho$  e  $H_\rho$  dependem de  $\gamma$  ( $h_\rho \neq 0$  se  $\gamma \neq 0$ ).

A derivada no tempo de  $V(\mathbf{x}, t, \boldsymbol{\sigma})$  para o sistema dado em (1) tem um supremo negativo para todo  $\mathbf{x} \in \Omega$  exceto para  $\mathbf{x}(t)$  sobre a superfície de chaveamento onde as entradas de controle são indefinidas e a derivada de  $V(\mathbf{x}, t, \boldsymbol{\sigma})$  não existe.

Um modo deslizante é globalmente alcançável se o domínio de atração é o espaço de estado completo, ou seja, para qualquer condição inicial o sistema alcança a superfície de deslizamento. Caso contrário o domínio de atração é um subconjunto do espaço de estado.

A estrutura da função  $V(\mathbf{x}, t, \boldsymbol{\sigma})$  determina a facilidade com que se calcula os ganhos de realimentação. Para uma função de Lyapunov mal escolhida, os cálculos dos ganhos de realimentação podem ser insustentáveis.

Para todos os sistemas de entrada simples uma candidata à função de Lyapunov adequada é  $V(\mathbf{x}, t) = 0,5\sigma^2(t)$  que claramente é globalmente definida positiva. No CEV,  $\sigma(t)$  dependerá do controle e, conseqüentemente, os ganhos de realimentação chaveados podem ser escolhidos de maneira que se a condição de existência

$$\begin{cases} 0,5 \frac{\partial (\sigma(t)^2)}{\partial t} = \sigma(t) \frac{\partial \sigma(t)}{\partial t} \\ \quad \quad \quad = \sigma(t) \dot{\sigma}(t) < 0; \sigma(t) \neq 0 \end{cases} \quad (5)$$

seja satisfeita no domínio de atração, então a trajetória de estado converge para a superfície e é restrita à superfície para todo tempo posterior.

## 2.3 PROJETO DO CONTROLADOR

Neste item serão apresentados os principais aspectos que possibilitarão a realização sistematizada do projeto da lei CEV (UTKIN, 1978). Todo o texto aqui apresentado foi baseado em Decarlo, Zak e Matthews (1988).

### 2.3.1 Modelo do Sistema

Considera-se uma classe de sistemas tendo um modelo de estado não linear no vetor de estado  $\mathbf{x}(t)$  e linear no vetor de controle  $\mathbf{u}(t)$  da forma (6)

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \boldsymbol{\eta}(\mathbf{x}, t, \mathbf{u}) \\ \quad = \mathbf{q}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{B}(\mathbf{x}, t)\mathbf{u}(t), \end{cases} \quad (6)$$

sendo  $\mathbf{x}(t) \in \mathfrak{R}^n$  o vetor de estado,  $\mathbf{u}(t) \in \mathfrak{R}^m$  o vetor de controle,  $\mathbf{q}(\mathbf{x}, t) \in \mathfrak{R}^n$  e  $\mathbf{B}(\mathbf{x}, t) \in \mathfrak{R}^{n \times m}$ . Cada entrada em  $\mathbf{q}(\mathbf{x}, t)$  e  $\mathbf{B}(\mathbf{x}, t)$  é assumido ser contínuo com derivada limitada contínua com respeito a  $\mathbf{x}(t)$ .

Cada entrada  $u_i(t)$  do controle chaveado  $\mathbf{u}(t) \in \mathfrak{R}^m$  tem a forma

$$u_i(\mathbf{x}, t) = \begin{cases} u_i^+(\mathbf{x}, t) \rightarrow \sigma_i(\mathbf{x}) > 0 \\ u_i^-(\mathbf{x}, t) \rightarrow \sigma_i(\mathbf{x}) < 0 \end{cases} \quad i = 1, \dots, m, \quad (7)$$

sendo  $\sigma_i(\mathbf{x}) = 0$  é a  $i$ -ésima superfície de chaveamento.

O projeto do CEV divide-se em duas fases. A fase 1 implica na elaboração das superfícies de chaveamento de maneira que o sistema, restrito às superfícies, produza o comportamento desejado. A fase 2 implica na elaboração dos ganhos de realimentação chaveados que leva a trajetória de estados da planta à superfície e a mantém ali.

### 2.3.2 Projeto da Superfície de Deslizamento

Uma técnica simples facilmente aplicável para sistemas multi-entradas é o método de controle equivalente, como proposto por Decarlo, Zak e Matthews (1988) e Utkin (1978).

### 2.3.2.1 Método de Controle Equivalente

O método de controle equivalente é um meio de determinação do movimento do sistema restrito à superfície de chaveamento  $\sigma(t) = 0$ . Supondo a condição de deslizamento em  $t_0$ , a trajetória de estado da planta intercepta a superfície de chaveamento e um modo deslizante existe para  $t \geq t_0$ . A existência de um modo deslizante implica:

- 1)  $\sigma(x(t)) = 0$ ;
- 2)  $\dot{\sigma}(x(t)) = 0$  para todo  $t \geq t_0$ .

Da regra da cadeia  $[\partial\sigma/\partial\mathbf{x}]\dot{\mathbf{x}} = 0$ . Logo, utilizando (6), em modo deslizante tem-se:

$$\left[ \frac{\partial\sigma}{\partial\mathbf{x}} \right] \dot{\mathbf{x}} = \left[ \frac{\partial\sigma}{\partial\mathbf{x}} \right] [\mathbf{q}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{B}(\mathbf{x}, t) \mathbf{u}_{eq}(t)] = \mathbf{0}, \quad (8)$$

sendo que  $\mathbf{u}_{eq}(t)$  é o chamado controle equivalente que resolve esta equação. Para calcular  $\mathbf{u}_{eq}(t)$  assume-se que o produto da matriz  $[\partial\sigma/\partial\mathbf{x}]\mathbf{B}(\mathbf{x}, t)$  é não singular (matriz invertível) para todo  $\mathbf{x}$  e  $t$ . Então,

$$\mathbf{u}_{eq}(t) = - \left\{ \left[ \frac{\partial\sigma(t)}{\partial\mathbf{x}} \right] \mathbf{B}(\mathbf{x}, t) \right\}^{-1} \frac{\partial\sigma(t)}{\partial\mathbf{x}} \mathbf{q}(\mathbf{x}, t), \quad (9)$$

portanto, dado  $\sigma(\mathbf{x}(t_0)) = 0$ , a dinâmica do sistema sobre a superfície de chaveamento para  $t \geq t_0$  é dada por

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \left\{ \mathbf{I} - \mathbf{B}(\mathbf{x}, t) \left[ \frac{\partial\sigma}{\partial\mathbf{x}} \mathbf{B}(\mathbf{x}, t) \right]^{-1} \frac{\partial\sigma}{\partial\mathbf{x}} \right\} \mathbf{q}(\mathbf{x}, t). \quad (10)$$

No caso especial de uma superfície de chaveamento linear,  $\sigma(\mathbf{x}) = \mathbf{S}\mathbf{x}(t) = 0$ , sendo  $\mathbf{S} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ , tal que  $\partial\sigma/\partial\mathbf{x} = \mathbf{S}$ , então (10) se reduz a

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \left\{ \mathbf{I} - \mathbf{B}(\mathbf{x}, t) [\mathbf{S}\mathbf{B}(\mathbf{x}, t)]^{-1} \mathbf{S} \right\} \mathbf{q}(\mathbf{x}, t). \quad (11)$$

Observe que (11) em conjunto com a limitação  $\sigma(t) = \mathbf{0}$  determina o movimento do sistema sobre a superfície de chaveamento. Assim, o movimento sobre a superfície de chaveamento será regido por um conjunto de equações de ordem reduzida. Esta redução de ordem acontece por causa do conjunto de limitações das variáveis  $\sigma(t) = \mathbf{0}$ .

### 2.3.2.2 Redução de Ordem

Focando sobre o caso de superfície de chaveamento linear,  $\sigma(t) = \mathbf{S}\mathbf{x}(t) = \mathbf{0}$ , o sistema equivalente deve satisfazer não somente à dinâmica de estado  $n$ -dimensional, mas também às " $m$ " equações algébricas  $\sigma_i(t) = 0$ ;  $i = 1, \dots, m$ . O uso de ambas as limitações reduz a dinâmica do sistema de um modelo de  $n$ -ésima ordem para um modelo de  $(n-m)$ -ésima ordem.

Especificamente, supõe-se que o sistema não linear (6) é restrito à superfície de chaveamento  $\sigma(t) = \mathbf{S}\mathbf{x}(t) = \mathbf{0}$ , com dinâmica do sistema dada por (11). Então é possível resolver para  $m$  variáveis de estado, em termos das  $n-m$  variáveis de estado restantes, sendo  $\text{rank}[\mathbf{S}] = m$ . Substitui-se estas relações nas  $n-m$  equações restantes de (11) e as equações correspondendo às  $m$  variáveis de estado. O sistema de ordem  $n-m$  resultante descreve completamente o sistema equivalente dado uma condição inicial satisfazendo  $\sigma(t) = \mathbf{0}$ .

Uma observação muito importante é que a dinâmica do sistema original deve ser dada na forma canônica de Luenberger [Ogata, 2010]. Os sistemas que não estão nesta forma frequentemente exigem uma transformação para uma forma mais geral denominada forma regular.

### 2.3.2.3 Forma Regular e Dinâmica de Ordem Reduzida

A forma regular da dinâmica da planta descrita em (6) é

$$\dot{\mathbf{x}}_1(t) = \mathbf{q}_1(\mathbf{x}, t) \quad (12)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_2(t) = \mathbf{q}_2(\mathbf{x}, t) + \mathbf{B}_2(\mathbf{x}, t)\mathbf{u}(t), \quad (13)$$

sendo  $\mathbf{x}_1(t) \in \mathbb{R}^{n-m}$  e  $\mathbf{x}_2(t) \in \mathbb{R}^m$ .

Em (14), assume-se que  $\mathbf{S}_2$  é não singular. Assim, em um modo deslizante tem-se a dinâmica dada por (15) que é de ordem reduzida  $n-m$ .

$$\begin{cases} \boldsymbol{\sigma}(t) = \mathbf{S}\mathbf{x}(t) = \mathbf{0} \\ \begin{bmatrix} \mathbf{S}_1 & \mathbf{S}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1(t) \\ \mathbf{x}_2(t) \end{bmatrix} = \mathbf{0} \\ \mathbf{x}_2(t) = -\mathbf{S}_2^{-1}\mathbf{S}_1\mathbf{x}_1(t) \end{cases} \quad (14)$$

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_1(t) = \mathbf{q}_1(\mathbf{x}, t) \\ \quad = \mathbf{q}_1(\mathbf{x}_1, -\mathbf{S}_2^{-1}\mathbf{S}_1\mathbf{x}_1, t). \end{cases} \quad (15)$$

A questão é como transformar a dinâmica do sistema dado (6) na forma regular (12) e (13). Primeiro considera-se o caso de uma superfície de chaveamento linear e uma transformação linear invariante no tempo não singular  $\mathbf{z}(t) = \mathbf{T}\mathbf{x}(t)$ . Tomando a derivada de  $\mathbf{z}(t)$  tem-se

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{T}\dot{\mathbf{x}}(t) \\ \quad = \mathbf{T}\mathbf{q}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{T}\mathbf{B}(\mathbf{x}, t)\mathbf{u}(t). \end{cases} \quad (16)$$

Para um sistema linear invariante no tempo, tem-se:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t); \mathbf{A} \in \mathfrak{R}^{n \times n}, \mathbf{B} \in \mathfrak{R}^{n \times m} \\ \mathbf{q}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) \\ \mathbf{x}(t) = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{z}(t) \\ \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{T}^{-1}\dot{\mathbf{z}}(t). \end{cases} \quad (17)$$

Substituindo (17) em (16):

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{T}\mathbf{A}\mathbf{T}^{-1}\mathbf{z}(t) + \mathbf{T}\mathbf{B}\mathbf{u}(t) \\ \quad = \mathbf{N}\mathbf{z}(t) + \mathbf{M}\mathbf{u}(t), \end{cases} \quad (18)$$

sendo:

$\mathbf{A}$  – matriz de estado;

$\mathbf{B}$  – matriz entrada;

$\mathbf{T}$  – matriz de transformação linear, em que,

$$\begin{cases} \mathbf{N} = \mathbf{TAT}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix} \\ \mathbf{M} = \mathbf{TB} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix}, \end{cases} \quad (19)$$

sendo:

$\mathbf{A}_{11}$  : (n-m) x (n-m) matriz constante;

$\mathbf{A}_{12}$  : (n-m) x (m) matriz constante;

$\mathbf{A}_{21}$  : (m) x (n-m) matriz constante;

$\mathbf{A}_{22}$  : (m) x (m) matriz constante;

$\mathbf{I}$  : Matriz Identidade de ordem m;

n: número de variáveis de estado;

m: número de entradas da lei de controle  $u(t)$ .

Assim, de (17), (18) e (19), tem-se

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{z}}_1(t) \\ \dot{\mathbf{z}}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{z}_1(t) \\ \mathbf{z}_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} \mathbf{u}(t). \quad (20)$$

No deslizamento, tem-se a condição  $\mathbf{S}_1 \mathbf{x}_1(t) + \mathbf{S}_2 \mathbf{x}_2(t) = \mathbf{0}$  e, portanto, a dinâmica de ordem reduzida torna-se

$$\dot{\mathbf{z}}_1(t) = \left[ \mathbf{A}_{11} - \mathbf{A}_{12} \mathbf{S}_2^{-1} \mathbf{S}_1 \right] \mathbf{z}_1(t), \quad (21)$$

a qual tem a estrutura de realimentação  $(\mathbf{A}_{11} + \mathbf{A}_{12} \mathbf{F})$  com  $\mathbf{F} = -\mathbf{S}_2^{-1} \mathbf{S}_1$  e  $\mathbf{A}_{12}$  desempenhando o papel de matriz de entrada  $\mathbf{B}$  da equação de estado dada em (17). Se o par  $(\mathbf{A}_{11}, \mathbf{A}_{12})$  é

controlável, então é possível usar efetivamente as técnicas de controle de realimentação clássica para calcular  $\mathbf{F}$  tal que  $(\mathbf{A}_{11} + \mathbf{A}_{12}\mathbf{F})$  tenha as características desejadas. Obtendo  $\mathbf{F}$ , pode-se calcular  $[\mathbf{S}_1 \ \mathbf{S}_2]$  tal que  $\mathbf{F} = -\mathbf{S}_2^{-1}\mathbf{S}_1$ , assim completando o projeto da superfície de chaveamento. Note que pode-se usar a técnica de alocação de polos, técnica de controle linear ótimo, etc, para projetar  $\mathbf{F}$  (OGATA, 2010).

A seguir é dado um algoritmo para o cálculo da superfície de chaveamento:

1-Determinar a matriz transformação linear  $\mathbf{T}$ ;

2-Cálculo das matrizes  $(\mathbf{A}_{11}, \mathbf{A}_{12})$ ;

3-Escolha da técnica para cálculo dos coeficientes da superfície de deslizamento.

Após o cálculo da superfície utilizando métodos computacionais a partir da forma regular do sistema, deve-se projetar o controlador, cujo objetivo é determinar os ganhos de realimentação chaveados que levarão a trajetória de estados da planta à superfície de chaveamento, mantendo-a na condição de modo deslizante.

### 2.3.3 Projeto do Controlador

Na teoria, variedades infinitas de estratégias de controle da forma (7) são possíveis. Uma alternativa para o CEV é

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}_{eq}(t) + \mathbf{u}_N(t), \quad (22)$$

sendo que  $\mathbf{u}_{eq}(t)$  é a componente do controle equivalente contínua e  $\mathbf{u}_N(t)$  é a parte descontínua ou chaveada de (7).

Para controladores tendo a estrutura (22), aplicado em sistemas lineares (17), no deslizamento, tem-se que

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\sigma}}(\mathbf{x}) = \mathbf{S} \dot{\mathbf{x}}(t) \\ \quad = \mathbf{S}[\mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}_{eq}(t)] = \mathbf{0}. \end{cases} \quad (23)$$

Assim, pode-se chegar a uma expressão para a parcela de controle contínua  $\mathbf{u}_{eq}$ , que é dada por

$$\begin{cases} \mathbf{u}_{eq}(t) = -(\mathbf{SB})^{-1}(\mathbf{SA})\mathbf{x}(t) \\ \quad \quad \quad = \mathbf{F}_{eq}\mathbf{x}(t). \end{cases} \quad (24)$$

Uma vez determinada a parcela de controle contínua, a qual determina a dinâmica do sistema no modo deslizante, deve-se determinar a parcela descontínua  $\mathbf{u}_N(t)$ , a qual direciona o sistema ao deslizamento e o mantém nesta condição por todo o tempo subsequente. Para o sistema linear (17), com  $\boldsymbol{\sigma}(t) = \mathbf{S}\mathbf{x}(t)$ , tem-se:

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\sigma}}(t) = \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}}{\partial \mathbf{x}} \dot{\mathbf{x}}(t) \\ \quad \quad \quad = \mathbf{S}[\mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(\mathbf{u}_{eq}(t) + \mathbf{u}_N(t))]. \end{cases} \quad (25)$$

Substituindo (24) na expressão (25) tem-se:

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}(t) = \mathbf{SB}\mathbf{u}_N(t), \quad (26)$$

sem perda de generalidade, considera-se  $\mathbf{SB} = \mathbf{I}$ , onde  $\mathbf{I}$  é a matriz identidade, de forma que  $\dot{\boldsymbol{\sigma}}(t) = \mathbf{u}_N(t)$ . Esta condição permite uma verificação fácil das condições de suficiência para que a existência e alcançabilidade de um modo deslizante, dada pela condição

$$\boldsymbol{\sigma}^T(t) \dot{\boldsymbol{\sigma}}(t) < 0, \quad (27)$$

seja satisfeita quando  $\boldsymbol{\sigma}(t) \neq \mathbf{0}$ .

A seguir são mostradas duas estruturas possíveis de controle  $\mathbf{u}_N(t)$  (DECARLO; ZAK; MATTHEWS, 1988) tais que satisfazem a condição de alcançabilidade (27).

1) Função Sinal sgn com ganhos constantes:

$$u_{iN}(t) = \begin{cases} -\rho_i \operatorname{sgn}(\sigma_i(t)) = \rho_i \frac{\sigma_i(t)}{|\sigma_i(t)|}, & \rho_i > 0, \quad i=1, \dots, m, \quad \text{se } \sigma_i(t) \neq 0, \\ 0 & \text{se } \sigma_i(t) = 0. \end{cases} \quad (28)$$

A condição suficiente para a existência de um modo deslizante é obtida da seguinte forma:

$$\sigma_i(t) \dot{\sigma}_i(t) = -\rho_i \sigma_i(t) \operatorname{sgn}(\sigma_i(t)) < 0, \text{ se } \sigma_i(t) \neq 0. \quad (29)$$

Note que a condição de atratividade (29) é satisfeita para todo  $\sigma_i(t) \neq 0$ , uma vez que o produto  $\sigma_i(t) \operatorname{sgn}(\sigma_i(t))$  é sempre positivo exceto para  $\sigma_i(t) \neq 0$ .

2) Função Sinal Suavizada sgm com ganhos constantes: a estrutura (28) pode ser modificada tal que o chaveamento da função sinal sgn, dada por  $\sigma_i(t)/|\sigma_i(t)|$ , seja computada com transição suave obtida pela função sgm, dada em (30):

$$\begin{cases} u_{iN}(t) = -\rho_i \frac{\sigma_i(t)}{|\sigma_i(t)| + \delta_i} \\ \quad = -\rho_i \operatorname{sgm} \sigma_i, \quad \rho_i > 0; \delta_i \rightarrow 0^+, \quad i = 1, \dots, m. \end{cases} \quad (30)$$

O valor numérico de  $\delta_i$  determina o “tamanho” da região chamada camada limite como será visto na Seção 2.4.3.

Neste trabalho será utilizada a lei de Controle com Estrutura Variável e Modos Deslizantes (CEV) suavizada dada em (30).

#### 2.3.4 Exemplos de Aplicações: Sistema sem Incertezas

Neste tópico são explorados dois exemplos, aplicando as leis de controle com estrutura variável e modos deslizantes, Equações (22), (24), (28) e (30), em um sistema de segunda ordem sem incertezas.

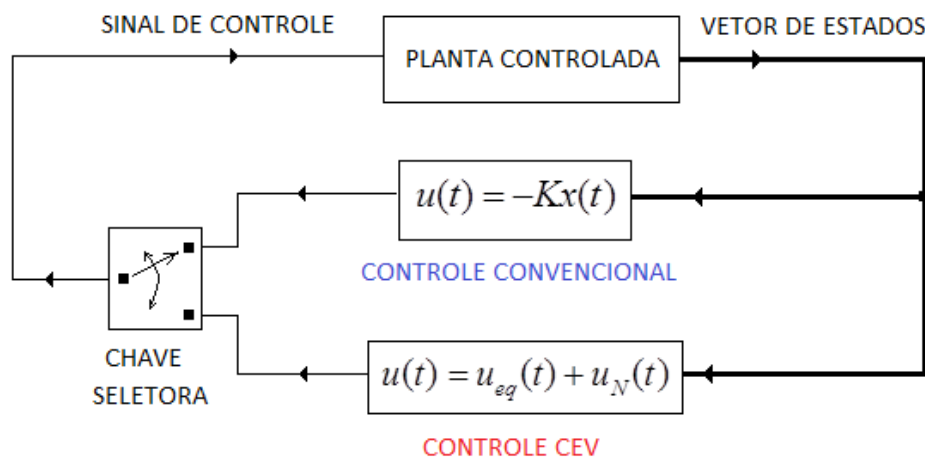
Para todos os exemplos, com o intuito de comparação com o CEV, fez-se também o projeto e a simulação no software MatLab/Simulink<sup>®</sup> do sistema controlado por realimentação dos estados por alocação de polos, designado como controle CONVENCIONAL. Esta lei de controle é dada por

$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{K}\mathbf{x}(t), \quad (31)$$

sendo que a matriz de ganhos de realimentação  $\mathbf{K}$ , foi projetada tal que o sistema em malha fechada tenha autovalores iguais a “-2” e “-4,1”. De tal forma que resulta em  $\mathbf{K} = [7, 2 \quad 4, 1]$ . O esquema é ilustrado na Figura 1.

Os resultados das simulações dos exemplos 1 e 2 para o CEV são apresentados nos gráficos na cor vermelha, e os resultados por alocação de polos (CONVENCIONAL) são mostrados na cor azul.

Figura 1 - Esquema implementado para simulações dos exemplos 1 e 2.



Fonte: Próprio autor.

### Exemplo 1: Lei CEV com função sinal, sistema sem incertezas.

Neste exemplo utiliza-se o seguinte sistema:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -x_1(t) - 2x_2(t) + u(t), \end{aligned} \quad (32)$$

sendo que  $u(t)$  é a lei de controle dada por (28), tal como :

$$\begin{cases} u(t) = u_{eq}(t) + u_N(t) \\ \quad = -(\mathbf{SB})^{-1}(\mathbf{SA})\mathbf{x}(t) - \rho \frac{\sigma(\mathbf{x})}{|\sigma(\mathbf{x})|}, \rho > 0. \end{cases} \quad (33)$$

A superfície de deslizamento  $\sigma(t)$  é dada por

$$\sigma(t) = \mathbf{S}\mathbf{x}(t), \quad (34)$$

em que a matriz de ganhos  $\mathbf{S}$  foi projetada tal que o sistema de ordem reduzida, em malha fechada, na condição de deslizamento tenha autovalor igual a “-2” (dimensão reduzida de ordem  $n-m$ ). De tal forma que resulta em  $\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix}$ , sendo o ganho  $\rho = 10,0$ . A condição inicial dos estados é dada por  $\begin{bmatrix} x_1(0) & x_2(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}$ .

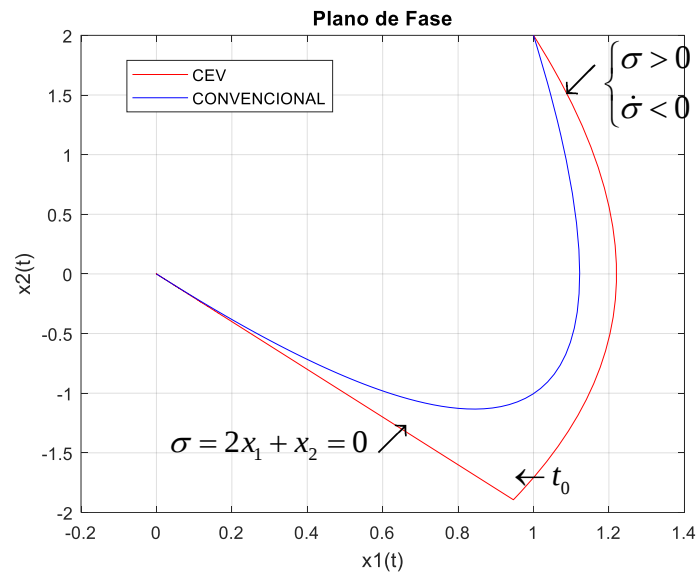
Nota-se na Figura 2, onde se compara os planos de fase do sistema controlado por CEV com o sistema controlado pelo controle CONVENCIONAL, que ambos os controladores proporcionaram bons desempenhos, levando o sistema para origem. Nota-se também que a trajetória de estados do sistema controlado por CEV atinge a superfície de deslizamento e nela permanece, sendo esta dada por  $\sigma = 2x_1 + x_2 = 0$  a partir do instante  $t_0$  assinalado no gráfico.

Analisando-se a evolução temporal dos estados, mostrada na Figura 3, observa-se que o tempo de estabelecimento foi em torno de 3 segundos para ambos os sistemas.

Na Figura 4, têm-se os sinais de controle dos dois controladores. É evidente o maior esforço de controle do CEV, em relação ao CONVENCIONAL, devido à trepidação a partir do instante em que a trajetória de estados alcança a superfície de deslizamento.

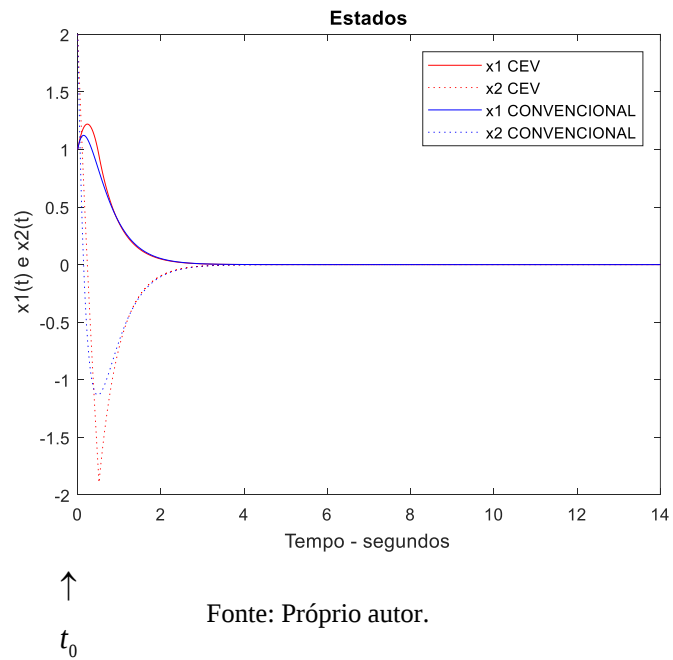
Na Figura 5, tem-se o gráfico de  $\sigma(t)$  do CEV, onde se nota que o tempo de alcance ao deslizamento foi em torno de  $t_0 \cong 0,4$  segundos. Este tempo pode ser reduzido com o aumento do módulo do ganho  $\rho$ .

Figura 2 - Comparação dos planos de fase: CEV versus CONVENCIONAL, sistema sem perturbação.



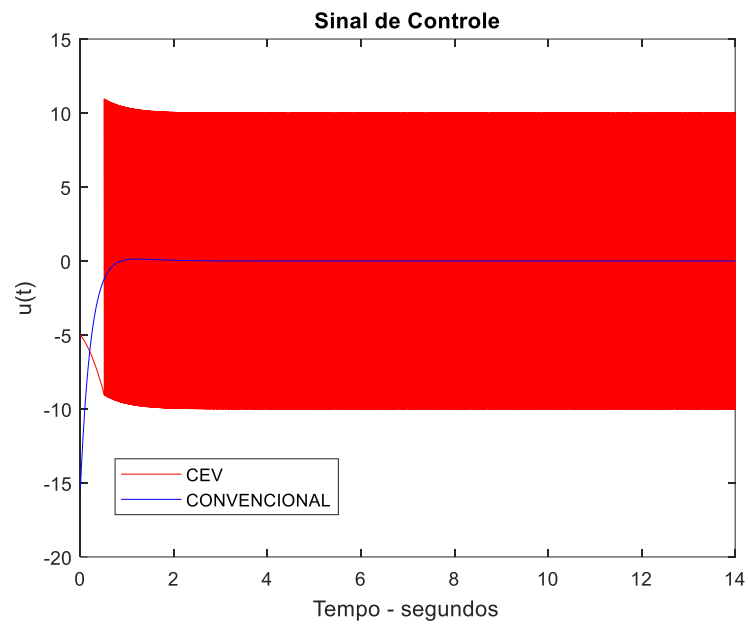
Fonte: Próprio autor.

Figura 3 - Comparação dos estados no tempo: CEV versus CONVENCIONAL, sistema sem perturbação.



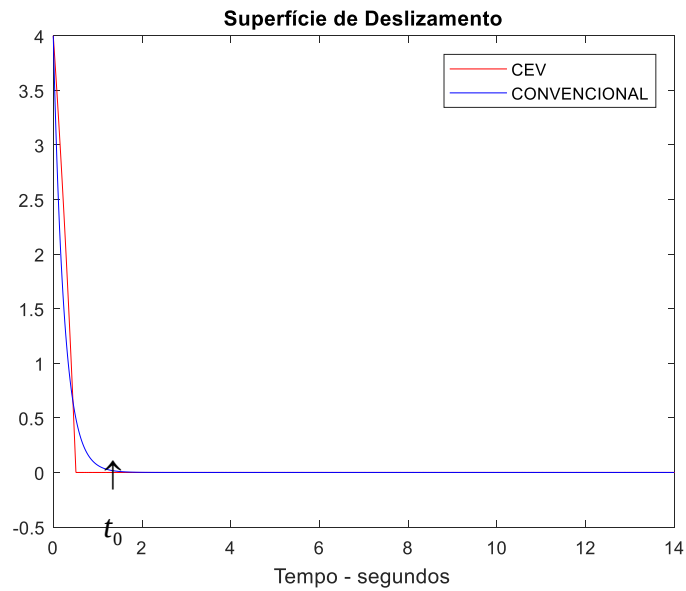
Fonte: Próprio autor.

Figura 4 - Comparação dos sinais de controle: CEV versus CONVENCIONAL, sistema sem perturbação.



Fonte: Próprio autor.

Figura 5 -  $\sigma(t)$  para o sistema nominal - CEV versus CONVENCIONAL, sistema sem perturbação.



Fonte: Próprio autor.

**Exemplo 2: Lei CEV com função sgm, sistema sem incertezas.**

Neste exemplo utiliza-se a lei suavizada dada em (30). A lei de controle é dada por:

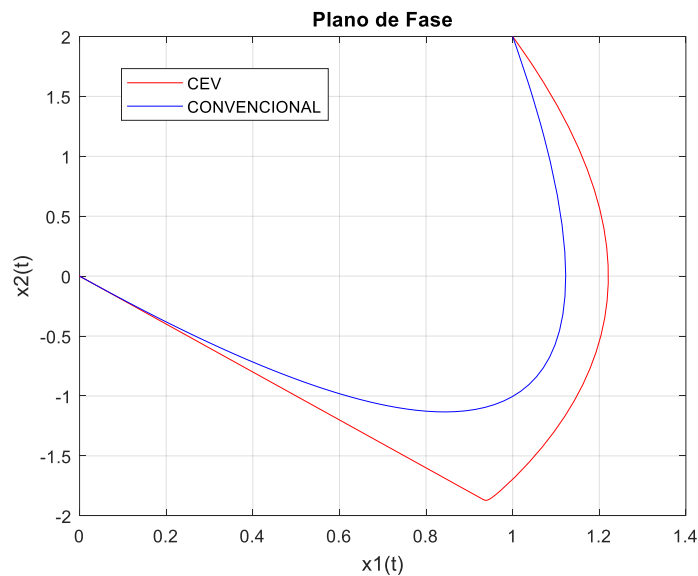
$$\begin{cases} u(t) = u_{eq}(t) + u_N(t) \\ = -(\mathbf{SB})^{-1}(\mathbf{SA})\mathbf{x}(t) - 10 \underbrace{\frac{\sigma(t)}{|\sigma(t)| + 0,01}}_{\text{sgm } \sigma(t)} \end{cases} \quad (35)$$

que tem como objetivo minimizar os esforços de controle elevados devido à trepidação. Nota-se que para isto utilizou-se uma constante de valor reduzido no denominador, a qual transforma a função sinal “sgn”, em uma função sinal suavizada, “sgm”. Os resultados são apresentados da Figura 6 à Figura 9, para  $\rho = 10$  e o valor da constante no denominador é  $\delta = 0,01$ .

Na Figura 6, tem-se a comparação dos planos de fase do sistema controlado pelo CEV com o sistema controlado pelo controle CONVENCIONAL, sendo este o mesmo utilizado no Exemplo 1. Observa-se que os dois controladores levaram o sistema para origem como nos casos do exemplo anterior.

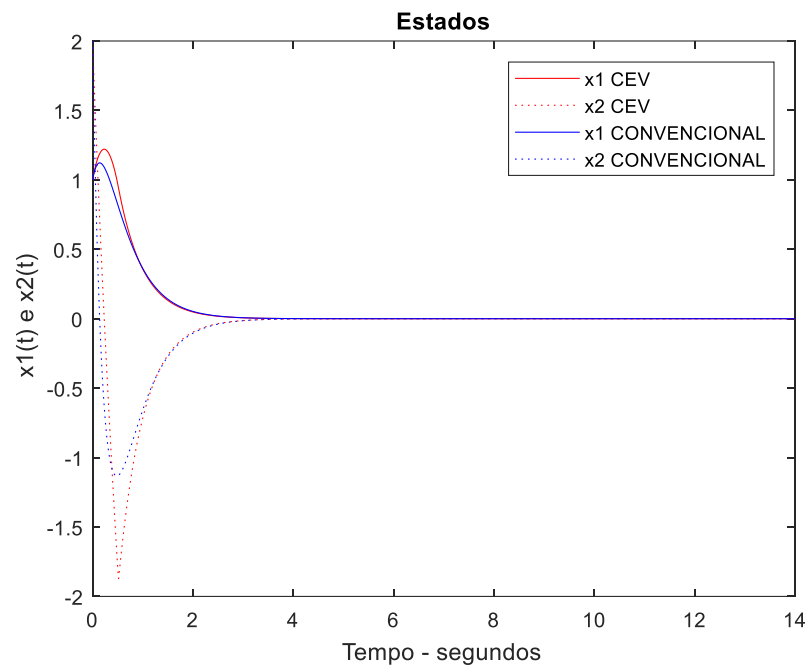
Pode-se observar, na Figura 7, o tempo de estabelecimento para os dois casos de controladores, sendo que este tempo é próximo de 3 segundos em ambos.

Figura 6 - Comparação dos planos de fase: CEV versus CONVENCIONAL, sistema sem perturbação,  $\delta = 0,01$ .



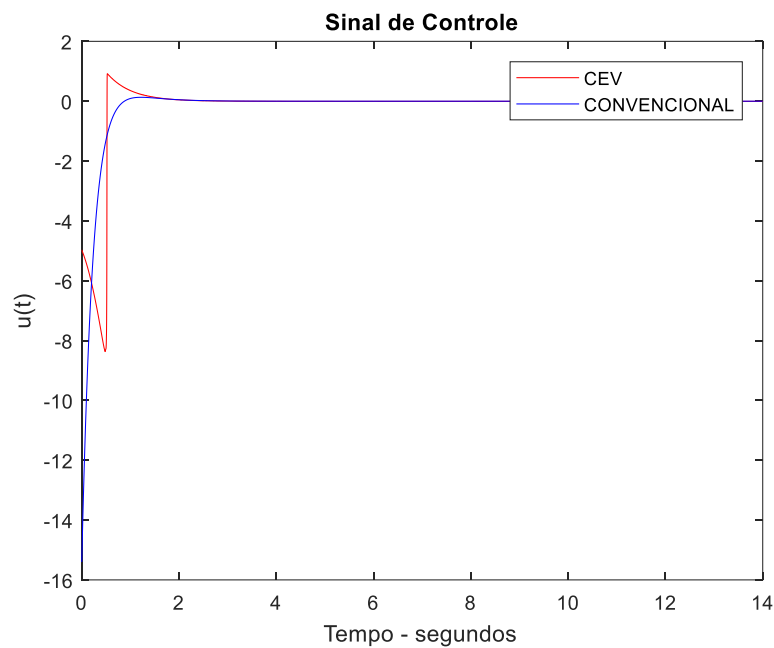
Fonte: Próprio autor.

Figura 7 - Comparação dos estados no tempo: CEV versus CONVENCIONAL, sistema sem perturbação,  $\delta = 0,01$ .



Fonte: Próprio autor.

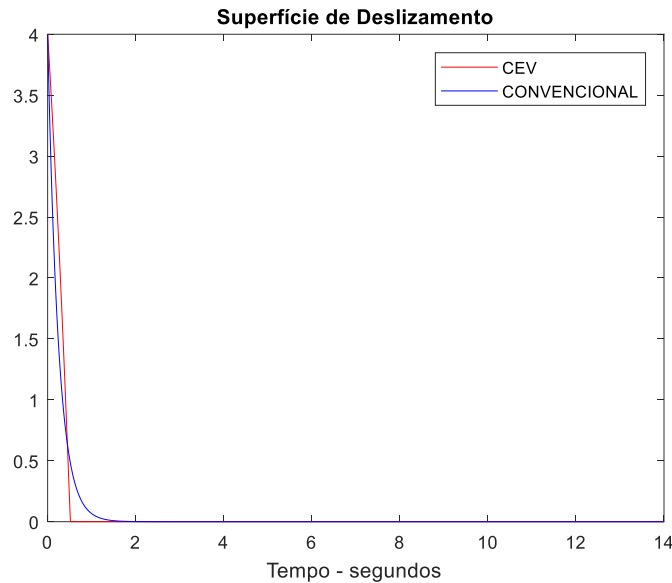
Figura 8 - Comparação dos sinais de controle: CEV versus CONVENCIONAL, sistema sem perturbação,  $\delta = 0,01$ .



Fonte: Próprio autor.

Na Figura 9, onde tem-se a superfície de deslizamento, nota-se que o tempo de alcance ao deslizamento foi o mesmo do que o do Exemplo 1 (Figura 5).

Figura 9 -  $\sigma(t)$  para o sistema nominal - CEV versus CONVENCIONAL, sistema sem perturbação,  $\delta = 0,01$ .



Fonte: Próprio autor.

Na Figura 8, têm-se os esforços de controle para ambos os controladores. Nota-se que, comparando esta figura com a do Exemplo 1 (Figura 1), os esforços de controle do CEV diminuíram drasticamente. Isto deve-se ao fato de que o controle com estrutura variável foi transformado em um controle suavizado pela função “sgm”, sendo que agora o controle tornou-se de implementação mais viável do ponto de vista prático.

Na próxima seção será abordada a questão da robustez do CEV em relação às incertezas, perturbações no sistema e atraso no sinal de controle.

## 2.4 ANÁLISE DA ROBUSTEZ DO CONTROLE COM ESTRUTURA VARIÁVEL E MODOS DESLIZANTES

Este item é baseado em Drazenovic (1969) e proporciona fundamentação teórica necessária à classificação dos tipos de incertezas: casadas e não casadas.

### 2.4.1 Definições

A resposta de um CEV consiste em três fases:

- 1 – Sistema ainda não alcançou o modo deslizante (modo de alcance);

- 2 – Sistema atinge o modo deslizante;
- 3 – Sistema atinge o regime de estado permanente.

As análises em relação à robustez e sensibilidade deverão abordar estas três etapas.

As questões de sensibilidade e robustez são esclarecidas no texto a seguir retirado de Drazenovic (1969):

1 - Um sistema é dito sensível às variações dos parâmetros, se uma medida “ $\Phi$ ” é diferente de zero. No caso especial em que  $\Phi=0$ , o sistema é dito ser zero-sensível.

Essa definição de sensibilidade envolve puramente uma propriedade local dos valores dos parâmetros nominais e restringe-se às pequenas variações dos mesmos. Na prática, grandes, mas limitadas, variações dos parâmetros são mais importantes. Desta forma, uma avaliação pode ser encontrada sem considerar apenas sensibilidade. Então os controladores serão ditos robustos de acordo com a seguinte definição:

2 – Um sistema é dito robusto se a propriedade de interesse do sistema permanece em uma região limitada em face de uma classe de perturbações limitadas.

#### 2.4.2 Sensibilidade do sistema durante o modo deslizante: Condições de Invariância

Considere o sistema do tipo

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = (\mathbf{A} + \Delta\mathbf{A}(t))\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{D}\mathbf{g}(t) \\ \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{f}(t) \\ \mathbf{f}(t) = \Delta\mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{g}(t), \end{cases} \quad (36)$$

sendo  $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$  os estados do sistema;  $\mathbf{u}(t) \in \mathbb{R}^m$  a lei de controle;  $\Delta\mathbf{A}(t) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $\mathbf{g}(t) \in \mathbb{R}^m$  e  $\mathbf{f}(t) \in \mathbb{R}^n$  representam as incertezas paramétricas e perturbações, desconhecidas mas limitadas;  $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ;  $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  e  $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  estabelecem a estrutura física do sistema.

Neste sistema pode-se projetar uma lei de controle  $\mathbf{u}(t)$  tal que seja garantida a condição de atratividade. Contudo é interessante saber o quanto este sistema é sensível às incertezas.

Drazenovic (1969) elaborou as condições nas quais o sistema é zero-sensível, chamada aqui, genericamente, de condições de invariância, e que vêm de certa forma responder à questão anteriormente colocada.

Seja o sistema sujeito às incertezas e perturbações descritas em (36), cuja superfície de chaveamento é dada por  $\sigma(t) = \mathbf{S} \mathbf{x}(t)$ . No deslizamento, considerando  $\sigma(t) = \mathbf{0}$  e  $\dot{\sigma}(t) = \mathbf{0}$ , tem-se que

$$\mathbf{u}_{eq}(t) = -(\mathbf{SB})^{-1} \mathbf{S} [\mathbf{Ax}(t) + \Delta \mathbf{A}(t) \mathbf{x}(t) + \mathbf{Dg}(t)]. \quad (37)$$

Portanto chega-se a:

$$\dot{\sigma}(t) = [\mathbf{I} - \mathbf{B}(\mathbf{SB})^{-1} \mathbf{S}] \cdot [\mathbf{Ax}(t) + \Delta \mathbf{A}(t) \mathbf{x}(t) + \mathbf{Dg}(t)]. \quad (38)$$

Para que o sistema, no modo deslizante, seja zero-sensível às perturbações  $\mathbf{g}(t)$  e  $\Delta \mathbf{A}(t)$ , as seguintes condições devem ser satisfeitas:

$$\begin{cases} [\mathbf{I} - \mathbf{B}(\mathbf{SB})^{-1} \mathbf{S}] \mathbf{Dg}(t) = \mathbf{0} \\ \mathbf{Dg}(t) = \mathbf{B}(\mathbf{SB})^{-1} \mathbf{S} \mathbf{Dg}(t), \end{cases} \quad (39)$$

$$\begin{cases} [\mathbf{I} - \mathbf{B}(\mathbf{SB})^{-1} \mathbf{S}] \Delta \mathbf{A}(t) \mathbf{x}(t) = \mathbf{0} \\ \Delta \mathbf{A}(t) \mathbf{x}(t) = \mathbf{B}(\mathbf{SB})^{-1} \mathbf{S} \Delta \mathbf{A}(t) \mathbf{x}(t). \end{cases} \quad (40)$$

Então:

1 – Em (39), para que  $\mathbf{Dg}(t) = \mathbf{B}(\mathbf{SB})^{-1} \mathbf{S} \mathbf{Dg}(t)$  seja satisfeita, é necessário que:

$$\text{rank}[\mathbf{B} \quad \mathbf{D}] = \text{rank}[\mathbf{B}], \quad (41)$$

ou seja, que todas as colunas de  $\mathbf{D}$  sejam combinações lineares das colunas de  $\mathbf{B}$ .

2 – Em (40), para que  $\Delta \mathbf{A}(t) \mathbf{x}(t) = \mathbf{B}(\mathbf{SB})^{-1} \mathbf{S} \Delta \mathbf{A}(t) \mathbf{x}(t)$ , sujeito a  $\mathbf{Sx}(t) = \mathbf{0}$ , considere que as colunas da matriz  $\mathbf{T}$  sejam a base vetorial do subespaço  $R^{(n-m)}$ . Neste caso  $\mathbf{x} = \mathbf{T} \mathbf{x}^r$ , onde  $\mathbf{x}^r \in R^{(n-m)}$ . Então (40) toma a forma:

$$\Delta \mathbf{A}(t) \mathbf{T} \mathbf{x}(t) = \mathbf{B}(\mathbf{S}\mathbf{B})^{-1} \mathbf{S} \Delta \mathbf{A}(t) \mathbf{T} \mathbf{x}(t). \quad (42)$$

A Equação (42) será satisfeita se:

$$\text{rank}[\mathbf{B} \quad \Delta \mathbf{A}(t) \mathbf{T}] = \text{rank}[\mathbf{B}]. \quad (43)$$

Quando as equações (41) e (43) são satisfeitas diz-se que as incertezas e perturbações são do tipo casadas. Assim, as equações (41) e (43) mostram em que condições o sistema é zero-sensível às variações dos parâmetros. Deve-se observar que as condições de invariância analisadas devem-se somente à física do sistema.

### 2.4.3 Suavização da lei de controle com estrutura variável: efeito da camada limite na condição de modo deslizante

A função sinal, além de ser de difícil implementação prática, pois requer chaveamento de frequência infinita quando o sistema está em modo deslizante, poderá causar trepidação indesejável no sistema controlado, excitando modos não modelados em alta frequência. Para contornar este problema utilizam-se expressões que substituem a função sinal chaveada por uma função que executa o chaveamento suave entre “+1” e “-1”, provocando o surgimento da camada limite. Desta forma a condição de deslizamento conduz a trajetória do sistema “em torno” de uma trajetória ideal de deslizamento. Nesta região, em torno da superfície ideal, o sistema fica sujeito às incertezas/perturbações, mesmo casadas.

Considere o caso mais simples no qual o sistema possui uma entrada de controle sem atraso e com perturbação, ou seja, em (36)  $\mathbf{f}(t) \neq 0$ . Então, aplicando as leis (22), (24) e (28) no sistema incerto (36) e através de (27), tem-se o seguinte desenvolvimento:

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma(t) \dot{\sigma}(t) &= \sigma(t) \left[ \mathbf{S} \mathbf{A} \mathbf{x}(t) + \mathbf{S} \mathbf{B} \underbrace{u_{eq}(t)}_{-(\mathbf{S}\mathbf{B})^{-1}(\mathbf{S} \mathbf{A} \mathbf{x}(t))} + \mathbf{S} \mathbf{B} \underbrace{u_N(t)}_{-(\mathbf{S}\mathbf{B})^{-1}(\rho \text{sgn } \sigma(t))} + \mathbf{S} \mathbf{f}(t) \right] \\ &= \sigma(t) \underbrace{[-\rho \text{sgn } \sigma(t) + \mathbf{S} \mathbf{f}(t)]}_{\dot{\sigma}(t)} \end{aligned} \right.$$

$$\sigma(t) \dot{\sigma}(t) = - \underbrace{\rho}_{>0} \underbrace{\sigma(t) \text{sgn } \sigma(t)}_{|\sigma(t)| > 0} + \sigma(t) \mathbf{S} \mathbf{f}(t) < 0. \quad (44)$$

Para satisfazer (44) utilizando a função  $\text{sgn}$ , tem-se a seguinte condição:

$$\rho > \sup |\mathbf{Sf}(t)|, \quad (45)$$

sendo  $\sup |\mathbf{Sf}(t)|$  o supremo do módulo de  $\mathbf{Sf}(t)$  em todo o tempo  $t$ .

Caso a lei (30) seja utilizada, ou seja, a função “ $\text{sgn}$ ” seja substituída pela função “ $\text{sgm}$ ” tem-se a seguinte condição:

$$\begin{cases} \sigma(t)\dot{\sigma}(t) = \sigma(t) \left( -\rho \frac{\sigma(t)}{|\sigma(t)| + \delta} + \mathbf{Sf}(t) \right) \\ \quad = -\rho \underbrace{\sigma(t)\text{sgm}(\sigma(t))}_{>0} + \sigma(t)\mathbf{Sf}(t) < 0. \end{cases} \quad (46)$$

A condição (46) somente será satisfeita numa região do espaço tal que o módulo da função deslizamento seja maior do que  $\delta$ , conforme (47),

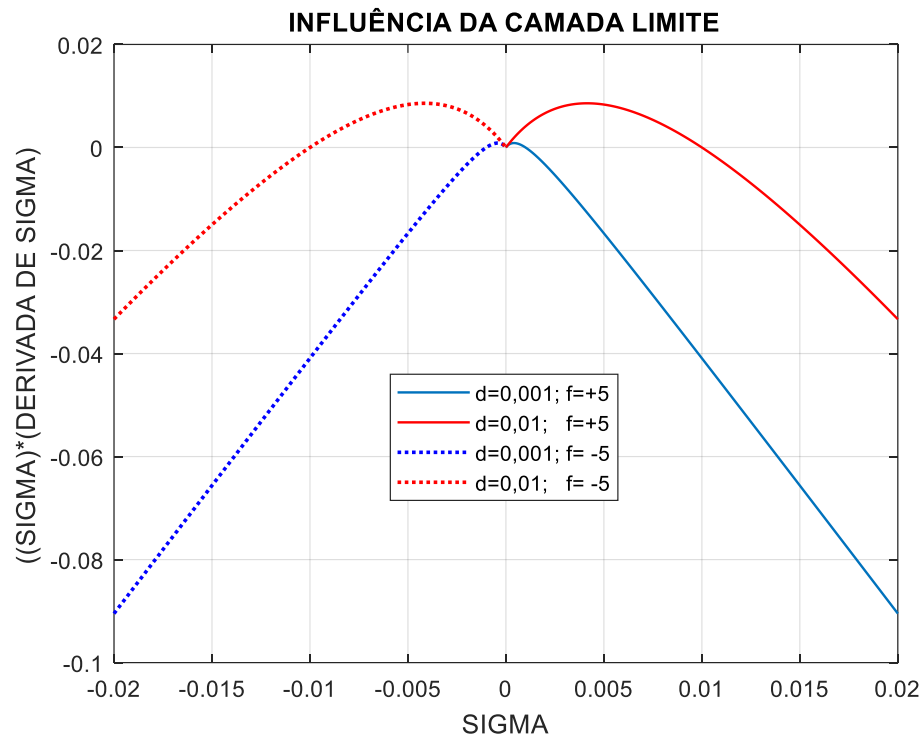
$$\begin{cases} (i) \ \rho > \sup |\mathbf{Sf}(t)|; \ \forall t \\ (ii) \ |\sigma(t)| > \delta, \end{cases} \quad (47)$$

neste caso haverá uma camada limite de modo que o deslizamento ficará em torno de uma região.

Para ilustrar a camada limite, na Figura 10 e na Figura 11 mostra-se, através de exemplo numérico, os valores obtidos de  $\sigma(t)\dot{\sigma}(t)$  em (46), considerando a faixa de transição  $-0,02 < \sigma(t) < 0,02$ ; sendo  $\rho = 10,0$  e  $|\mathbf{Sf}(t)| = 5,0$ .

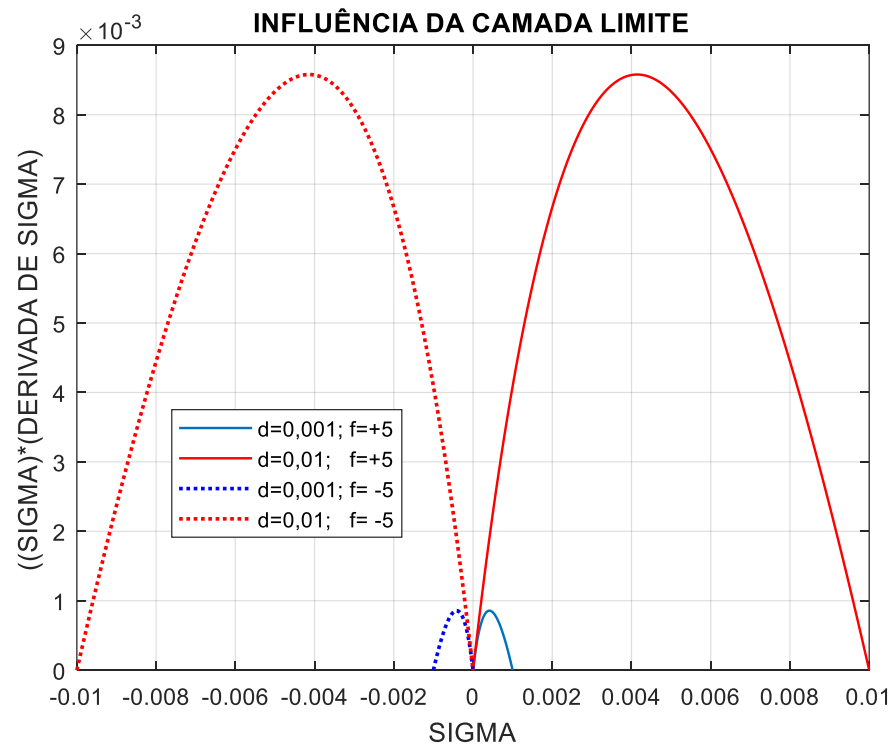
Foram utilizados dois valores numéricos para  $\delta$ :  $\delta = d_1 = 0,01$  e  $\delta = d_2 = 0,001$ . Em ambos os casos nota-se que o valor numérico da expressão  $\sigma(t)\dot{\sigma}(t) = \rho\sigma(t)\text{sgm}\sigma(t) + |\mathbf{Sf}(t)|$  é positivo quando  $|\sigma(t)| < \delta$ , fato este que implica na não atratividade ao deslizamento nesta faixa, que é chamada de camada limite.

Figura 10 - Atratividade: exemplo numérico para faixa de variação  $-0,02 < \sigma(t) < 0,02$ .



Fonte: Próprio autor.

Figura 11 - Atratividade: ampliação enfatizando intervalo de não atratividade:  $\sigma(t)\dot{\sigma}(t) > 0$ .



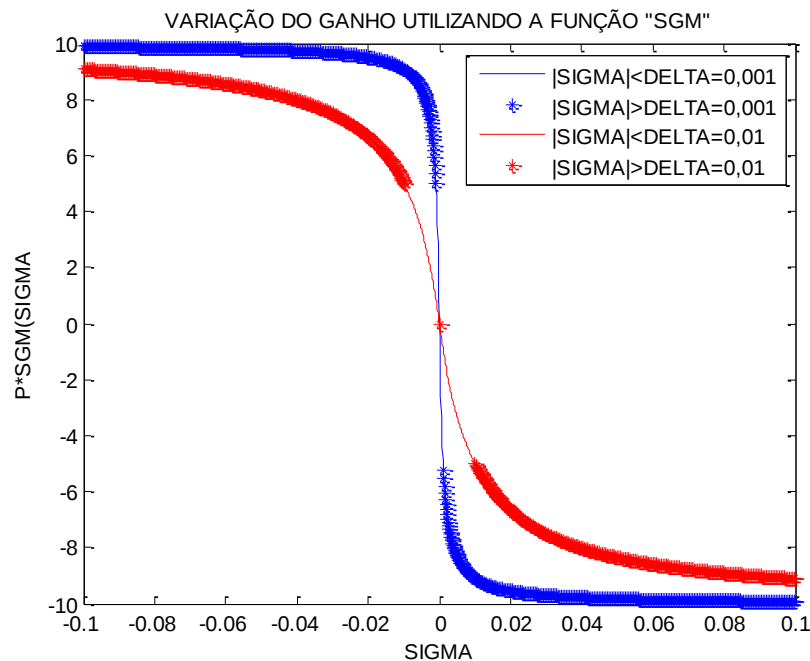
Fonte: Próprio autor.

Na Figura 12 ilustra-se a transição do ganho  $(-\rho)[\text{sgm}(\sigma(t))]=(-\rho)\left[\sigma(t)/(|\sigma(t)|+\delta)\right]$  com  $\rho=10$  para um faixa hipotética de transição da superfície de deslizamento  $\sigma(t)=\text{SIGMA}$  variando entre  $-0,1$  e  $+0,1$ , ou seja,  $-0,1 < \sigma(t) < +0,1$ .

São plotadas curvas para valores de  $\delta = \text{DELTA}$  iguais a  $0,001$  e  $0,01$ . Os segmentos das curvas plotados em asterisco indicam valores numéricos de  $(\rho)[\text{sgm}(\sigma(t))]$  nos quais a condição de atratividade é satisfeita, ou seja  $|\sigma(t)| > \delta$ . Nas faixas de transições com linha contínua, a condição de atratividade não é satisfeita, ou seja  $|\sigma(t)| < \delta$ , de forma que, mesmo na condição de deslizamento, o sistema estará sujeito às influências das incertezas casadas.

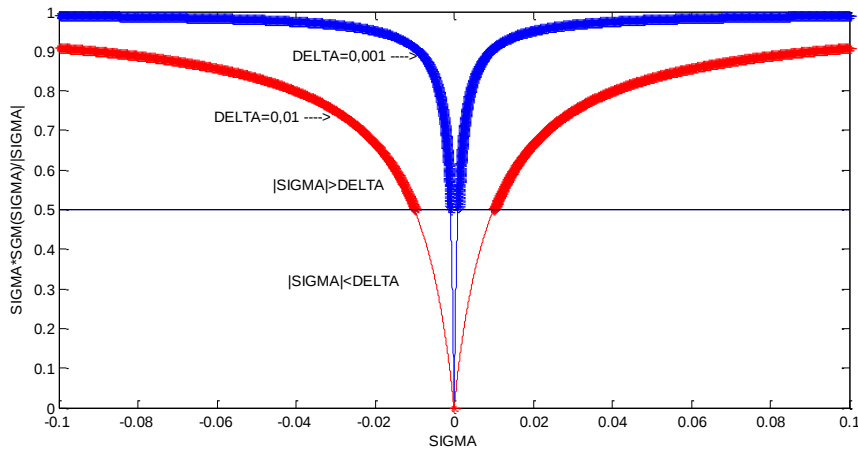
Na Figura 13 são plotados os valores  $\sigma(t)\text{sgn}(\sigma(t))/|\sigma(t)|$  onde se nota que quanto maior for o valor de  $\delta$  maior será a diferença que existe da função  $\text{sgn}$  uma vez que  $\sigma(t)\text{sgn}(\sigma(t))/|\sigma(t)|=1$ , para  $\forall \sigma(t) \neq 0$ .

Figura 12 - Exemplo numérico para variação do ganho  $(-10)(\sigma(t))/(|\sigma(t)|+\delta)$  para  $-0,1 < \sigma(t) < 0,1$ .



Fonte: Próprio autor.

Figura 13 - Exemplo numérico: valores de  $\sigma(t)\text{sgm}(\sigma(t))/|\sigma(t)|$  para  $-0,1 < \sigma(t) < 0,1$  .



Fonte: Próprio autor.

Desta forma, só haverá atratividade ao deslizamento a partir de uma região no espaço de estados delimitado pela camada limite  $\delta$ . Neste caso, dentro da camada limite, o desempenho do sistema será influenciado, mesmo que de forma reduzida, também pelas incertezas casadas.

#### 2.4.4 Robustez do Controle com Estrutura Variável e Modos Deslizantes considerando incertezas e atraso no controle

Considere o sistema incerto dado por

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t-h) + \mathbf{f}(t), \quad (48)$$

em que o vetor de estados é  $\mathbf{x}(t) \in \mathfrak{R}^n$ ,  $\mathbf{f}(t) \in \mathfrak{R}^n$  representa as incertezas casadas e/ou não casadas e  $h$  representa o atraso no sinal de controle, o qual poderá assumir valor igual a zero (sistema sem atraso no controle) ou maior do que zero (sistema com atraso no controle). A superfície de chaveamento é dada por  $\sigma(t) = \mathbf{S}\mathbf{x}(t)$  com  $\sigma(t) \in \mathfrak{R}^m$ ,  $\mathbf{S} \in \mathfrak{R}^{m \times n}$ . O controle é dado por  $\mathbf{u}(t-h) = \mathbf{u}_{eq}(t-h) + \mathbf{u}_N(t-h)$ ,  $\mathbf{u}(t-h) \in \mathfrak{R}^m$ , com a lei  $\mathbf{u}_{eq}(t-h)$  sendo dada por

$$\begin{cases} \mathbf{u}_{eq}(t-h) = -(\mathbf{SB})^{-1}(\mathbf{SA})\mathbf{x}(t-h) \\ \quad \quad \quad = \mathbf{F}_{eq}\mathbf{x}(t-h) \end{cases} \quad (49)$$

e  $\mathbf{u}_N(t-h) \in \mathcal{R}^m$  é a parte descontínua dada por

$$\mathbf{u}_N(t-h) = -(\mathbf{SB})^{-1}(\rho) \begin{bmatrix} \text{sgn}(\sigma_1(t-h)) & \text{sgn}(\sigma_2(t-h)) & \dots & \text{sgn}(\sigma_m(t-h)) \end{bmatrix}^T, \quad \rho > 0, \quad (50)$$

sendo

$$\text{sgn}(\sigma_i(t-h)) = \frac{\sigma_i(t-h)}{|\sigma_i(t-h)|}, \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (51)$$

Então a condição de atratividade ao deslizamento no instante "t",  $\boldsymbol{\sigma}(t)^T \dot{\boldsymbol{\sigma}}(t) < 0$ , fica

$$\boldsymbol{\sigma}(t)^T \left[ \mathbf{SAx}(t) + \mathbf{SBu}_{eq}(t-h) + \mathbf{SBu}_N(t-h) + \mathbf{Sf}(t) \right] < 0. \quad (52)$$

Substituindo (49) e (50) em (52), tem-se:

$$\boldsymbol{\sigma}(t)^T \left[ \begin{array}{l} \mathbf{SAx}(t) - (\mathbf{SAx}(t-h)) + \mathbf{Sf}(t) \\ - \left\{ \begin{bmatrix} \text{sgn}(\sigma_1(t-h)) & \text{sgn}(\sigma_2(t-h)) & \dots & \text{sgn}(\sigma_m(t-h)) \end{bmatrix}^T \rho \right\} \end{array} \right] < 0. \quad (53)$$

Então, reescrevendo (53), tem-se:

$$(-\rho) \sum_{i=1}^m [\sigma_i(t)] [\text{sgn}(\sigma_i(t-h))] < -[\boldsymbol{\sigma}(t)]^T [\mathbf{SAx}(t) - (\mathbf{SAx}(t-h)) + \mathbf{Sf}(t)]. \quad (54)$$

Caso o sistema seja livre de atraso, ou seja " $h = 0$ ", a desigualdade (54) torna-se:

$$(-\rho) \left[ |\sigma_1(t)| + |\sigma_2(t)| + \dots + |\sigma_m(t)| \right] < -[\boldsymbol{\sigma}(t)]^T [\mathbf{Sf}(t)]. \quad (55)$$

A constante real positiva  $\rho$  deverá, portanto, ser de uma ordem de grandeza tal que a condição (56) seja satisfeita:

$$(\rho) \left[ \sum_{i=1}^m |\sigma_i(t)| \right] > \left| [\sigma(t)]^T [\mathbf{S}\mathbf{f}(t)] \right|; \quad \forall t. \quad (56)$$

Considerando que os chaveamentos de (51) sejam de frequência infinita, então valem as condições de invariância, mostradas na Seção 2.4.2, e o sistema em deslizamento não será influenciado pelas perturbações do tipo casadas, ou seja, será influenciado apenas pelas incertezas não casadas. Caso a função sinal “sgn” seja substituída pela função sinal suavizada “sgm”,

$$\text{sgm}(\sigma_i(t)) = \frac{\sigma_i(t)}{|\sigma_i(t)| + \delta}, \quad \delta \rightarrow 0^+, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (57)$$

então as condições de invariância são válidas somente para a região fora da camada limite, ou seja para  $|\sigma_i(t)| > \delta$ .

Vale ressaltar que caso o sistema tenha atraso no controle, ou seja, “ $h > 0$ ”, então a condição de atratividade ao deslizamento não poderá ser garantida pelo ganho “ $\rho$ ”. Para este caso as condições passam a ser conforme as condições em dadas em (58):

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{(i)} \quad \text{sgn}(\sigma_i(t)) = \text{sgn}(\sigma_i(t-h)), \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad \forall t \\ \text{(ii)} \quad (\rho) \sum_{i=1}^m \sigma_i(t) [\text{sgn}(\sigma_i(t-h))] > \left| [\sigma(t)]^T [\mathbf{S}\mathbf{A}\mathbf{x}(t) - (\mathbf{S}\mathbf{A}\mathbf{x}(t-h)) + \mathbf{S}\mathbf{f}(t)] \right|; \quad \forall t. \end{array} \right. \quad (58)$$

Comparando-se as condições (56) e (58) nota-se claramente a fragilidade da estratégia CEV diante da ocorrência de atraso no controle, principalmente para sistemas com rápida dinâmica ou mediante abruptas mudanças de ponto de operação, sendo que a condição (58)(i) dificilmente será satisfeita.

## 2.4.5 Exemplos de aplicações

Neste tópico, tem-se os Exemplos 3 e 4, em que é aplicada a lei de controle com estrutura variável e modos deslizantes, equações (22), (24) e (30), em um sistema de segunda ordem, em que estão sempre presentes incertezas. O atraso no sinal de controle de forma intermitente está presente somente no Exemplo 4.

Com o intuito de comparação com o CEV, fez-se também o projeto e a simulação no software MatLab/Simulink® do sistema controlado por realimentação dos estados por alocação de polos, este que por simplicidade será designado por controle “CONVENCIONAL”. Esta lei de controle é dada por

$$u(t) = -\mathbf{K}\mathbf{x}(t),$$

sendo que a matriz de ganhos de realimentação  $\mathbf{K}$  foi projetada tal que o sistema em malha fechada tenha polos iguais a “-2” e “-4,1”, de tal forma que resulta em  $\mathbf{K} = [7,2 \quad 4,1]$ .

Os resultados das simulações para CEV são sempre apresentados nos gráficos na cor vermelha e os resultados por alocação de polos (CONVENCIONAL) são apresentados na cor azul.

### Exemplo 3: Lei CEV com sgm, sistema com incertezas e sem atraso no controle

Neste exemplo utilizou-se o mesmo sistema anterior, onde foi incluída uma incerteza senoidal, conforme modelo a seguir:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -x_1(t) - 2x_2(t) + 1,0 \sin(2\pi 0,5t) + u(t),\end{aligned}\tag{59}$$

sendo que  $u(t)$  é a lei CEV, dada por:

$$\begin{cases} u(t) = u_{eq}(t) + u_N(t) \\ \quad = -(\mathbf{SB})^{-1}(\mathbf{SA})\mathbf{x}(t) - 10,0 \frac{\sigma(t)}{|\sigma(t)| + \delta}, \\ \delta = 0,01 \text{ ou } 0,05. \end{cases}\tag{60}$$

Na Figura 14 e na Figura 15, tem-se os resultados computacionais, com  $\delta = 0,01$  e  $\delta = 0,05$  respectivamente, para os casos em que o sistema é controlado pelo CEV e CONVENCIONAL, neste caso o sistema tem perturbações mas é livre do atraso. Os resultados dos dois controladores foram colocados sobrepostos para melhor comparação.

Na Figura 14(a) e na Figura 15(a) são apresentados os estados  $x_1(t)$  (linhas contínuas) e  $x_2(t)$  (linhas pontilhadas), onde nota-se o melhor desempenho do CEV em relação a rejeição das perturbações, algo que o controle convencional não conseguiu realizar de maneira eficaz.

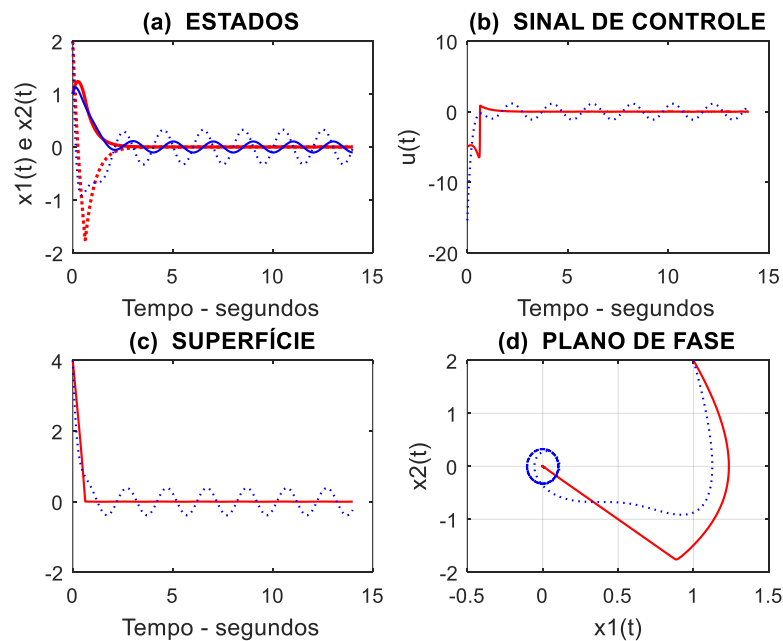
Nas Figura 14(b) e Figura 15(b) tem-se os sinais de controle do CEV e do CONVENCIONAL, respectivamente. Nelas observa-se o melhor desempenho em termos de esforço de controle do CEV em relação ao CONVENCIONAL.

Fica nítido na Figura 14(c) e na Figura 15(c) que em ambos os casos o CEV adere rapidamente na superfície de deslizamento. Isto é muito importante pois a partir do instante em que o CEV alcança a superfície ele consegue rejeitar as perturbações.

Na Figura 16, que é uma sobreposição da Figura 14(d) e da Figura 15(d) com uma ampliação próximo da origem, nota-se que quanto menor o valor de  $\delta$ , mais perto da origem o regime permanente dos estados estará, ou seja, a camada limite será menor e, portanto, o sistema consegue rejeitar melhor as incertezas e perturbações. Através dos índices de desempenho,  $J = 6,3961$  para  $\delta = 0,01$  e  $J = 6,6285$  para  $\delta = 0,05$ , pode-se constatar numericamente o que foi comentado anteriormente, tendo em vista que quanto menor o valor numérico deste índice melhor é o desempenho do controlador, sendo ele calculado conforme (61):

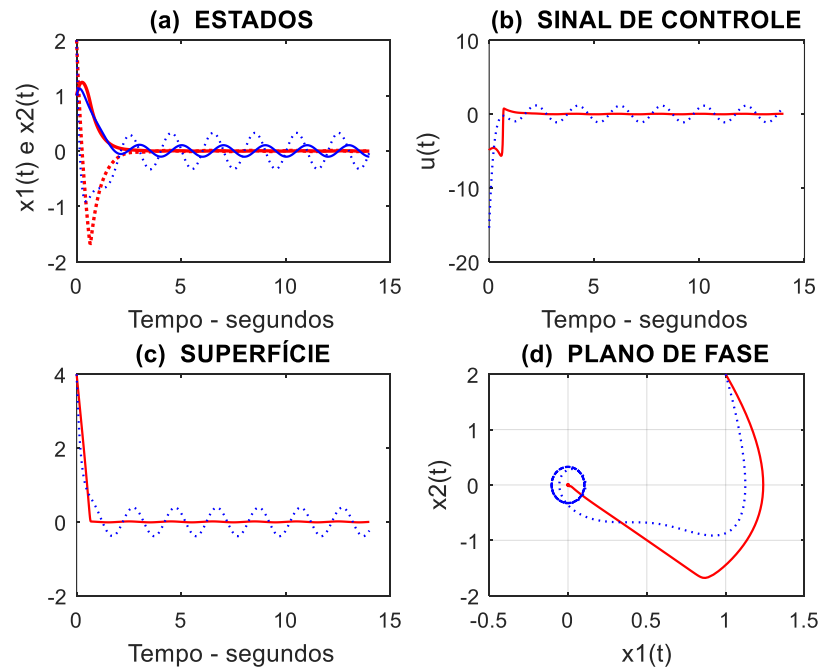
$$J = \int \left[ (|x_1(t)| + |x_2(t)|) + |u(t)| \right] dt. \quad (61)$$

Figura 14 - Respostas e sinais de controle: CEV (vermelho) versus CONVENCIONAL (azul), sistema com perturbação e com  $\delta = 0,01$ .



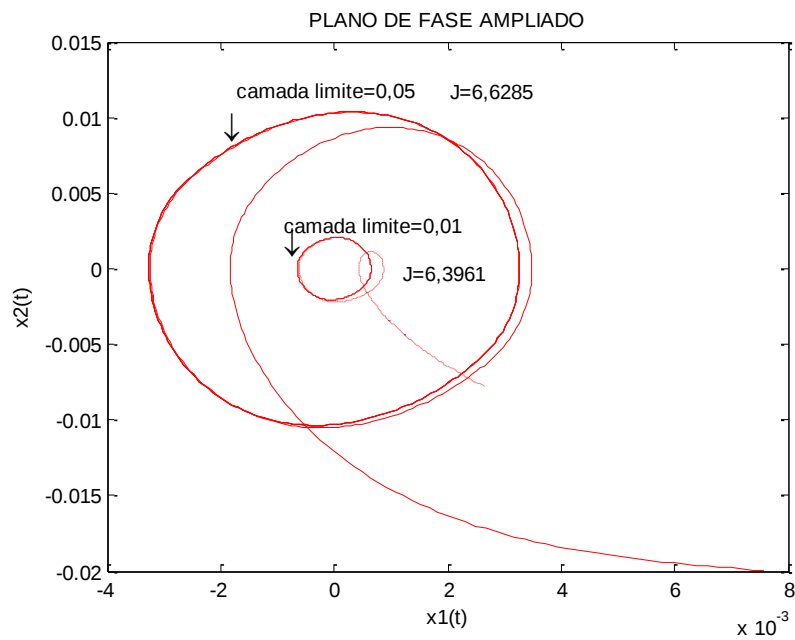
Fonte: Próprio autor.

Figura 15 - Respostas e sinais de controle: CEV (vermelho) versus CONVENCIONAL (azul), sistema com perturbação e com  $\delta = 0,05$ .



Fonte: Próprio autor.

Figura 16 - Comparação dos planos de fase: CEV versus CONVENCIONAL, sistema com perturbação e com  $\delta = 0,01$  e  $\delta = 0,05$ .



Fonte: Próprio autor.

#### Exemplo 4: Lei CEV com sgm, sistema com incertezas e atraso no controle

Neste exemplo utilizou-se o mesmo sistema de ordem 2 dos exemplos anteriores, onde foi incluída uma incerteza e o atraso no sinal de controle, conforme modelo a seguir:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -x_1(t) - 2x_2(t) + 1,0 \sin(2\pi 0,5t) + u(t-h),\end{aligned}\tag{62}$$

sendo que  $u(t)$  é a lei CEV, dada por:

$$\begin{cases} u(t-h) = u_{eq}(t-h) + u_N(t-h) \\ \quad = -(\mathbf{SB})^{-1}(\mathbf{SA})\mathbf{x}(t-h) - 10,0 \frac{\sigma(t-h)}{|\sigma(t-h)| + 0,01}. \end{cases}\tag{63}$$

O atraso  $h$  foi inserido de forma intermitente conforme a seguir listado na Tabela 1.

Tabela 1: Períodos de atrasos.

| Descrição dos parâmetros | Simbologia                             | Intervalo de tempo (Segundos)                                                                                                                 | Valores                                                                                                                                             |
|--------------------------|----------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Atraso real na entrada   | $h \rightarrow h_{atr}$ e/ou $h_{dig}$ | $\begin{cases} 0 \leq t < 2 \\ 2 \leq t < 4 \\ 4 \leq t < 6 \\ 6 \leq t < 8 \\ 8 \leq t < 10 \\ 10 \leq t < 12 \\ 12 \leq t < 14 \end{cases}$ | $\begin{cases} 0 \\ h_{atr} = 20\text{ ms} \\ 0 \\ h_{dig} = 20\text{ ms} \\ 0 \\ h_{atr} + h_{dig} = 20\text{ ms} + 20\text{ ms} \\ 0 \end{cases}$ |

Fonte: Próprio autor.

Na Tabela 1,  $h_{atr}$  é o atraso por transmissão de dados e  $h_{dig}$  é o atraso devido à digitalização do controle.

A superfície de deslizamento  $\sigma(t)$  é dada por

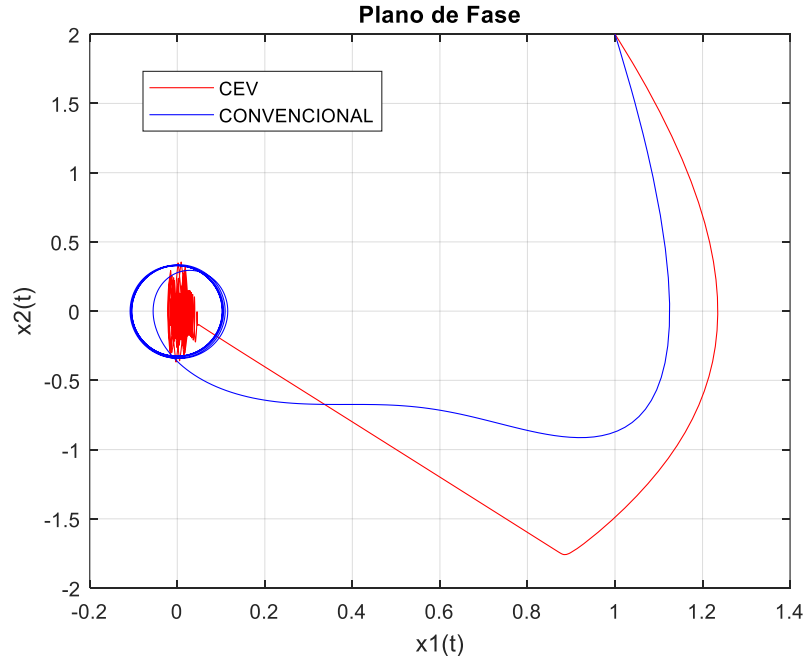
$$\sigma(t) = \mathbf{S}\mathbf{x}(t),$$

sendo que a matriz de ganhos  $\mathbf{S}$  foi projetada tal que o sistema de ordem reduzida na condição de deslizamento tenha autovalor “-2”. Assim,  $\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix}$ .

Os resultados obtidos neste exemplo estão na Figura 17 à Figura 21. Na Figura 17, pode-se comparar o plano de fase entre o sistema controlado pelo CEV com o sistema controlado pelo CONVENCIONAL. Na Figura 18 tem-se uma ampliação da Figura 17 nas proximidades da origem. Observa-se que ambos os controladores tentam levar o sistema para a origem, contudo eles não conseguem devido à influência das incertezas e do atraso.

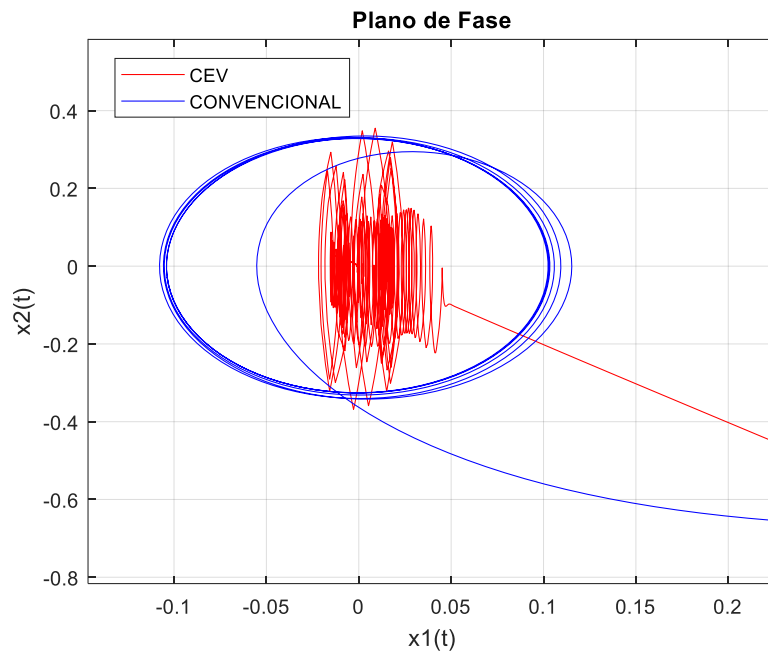
Pode-se ter uma melhor noção da influência da perturbação analisando a Figura 19, onde são mostradas as evoluções temporais das respostas do sistema com ambos os controladores. Nela nota-se que o CEV praticamente eliminou a influência das incertezas, enquanto o controle CONVENCIONAL não conseguiu este êxito. Evidencia-se assim uma grande vantagem da estratégia CEV, porém nos intervalos de tempo em que há atraso no sinal de controle o desempenho deste é muito deteriorado, apresentando um resultado insatisfatório para a utilização do controlador CEV.

Figura 17 - Comparação dos planos de fase: CEV versus CONVENCIONAL, sistema com perturbação e com atraso intermitente.



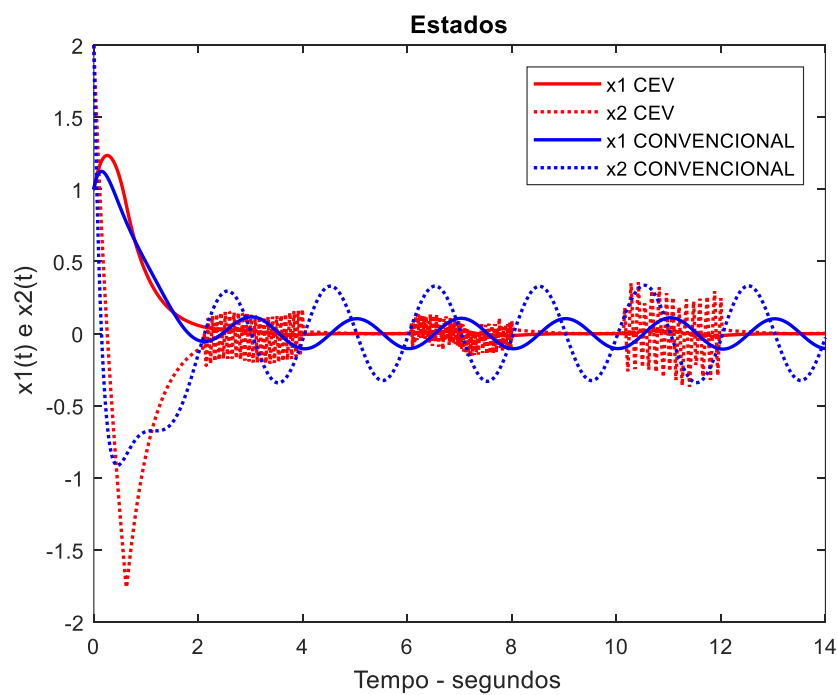
Fonte: Próprio autor.

Figura 18 Ampliação da Figura 17: “Comparação dos planos de fase: CEV versus CONVENCIONAL, sistema com perturbação e com atraso intermitente”.



Fonte: Próprio autor.

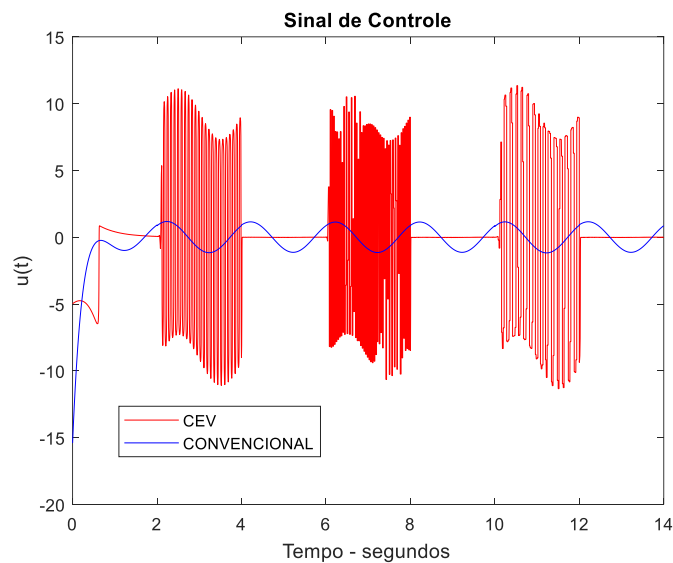
Figura 19 - Comparação dos estados no tempo: CEV versus CONVENCIONAL, sistema com perturbação e com atraso intermitente.



Fonte: Próprio autor.

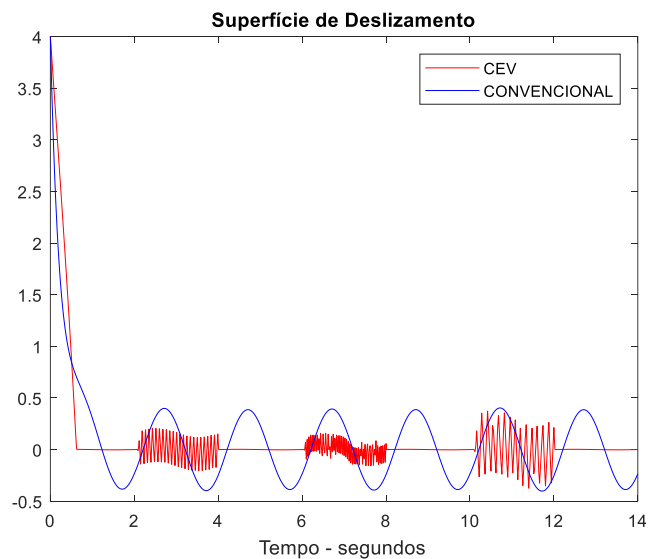
Na Figura 21, nota-se que o CEV atingiu rapidamente a superfície de deslizamento, lembrando que isto é fundamental, pois, a partir deste instante, o sistema torna-se menos sensível à influência das incertezas casadas. E isto foi conseguido sem grandes esforços de controle como nota-se na Figura 20. No entanto, mesmo na condição de deslizamento observa-se a influência degenerativa do atraso, tanto no sinal de controle quanto no deslizamento, inviabilizando a estratégia CEV.

Figura 20 - Comparação dos sinais de controle: CEV versus CONVENCIONAL, sistema com perturbação e com atraso intermitente.



Fonte: Próprio autor.

Figura 21 - Superfície de deslizamento para sistema nominal – CEV versus CONVENCIONAL, sistema com perturbação e com atraso intermitente.



Fonte: Próprio autor.

## 2.5 COMENTÁRIOS

Através das simulações corroboraram-se as análises feitas nas seções 2.4.2 e 2.4.3, cujas condições são evidenciadas nas Equações (41), (43), (56) e (58), referentes às rejeições das incertezas casadas e influência do atraso no desempenho da estratégia CEV.

Diferentemente do controle CONVENCIONAL apresentado, o CEV tem bom desempenho no que diz respeito à rejeição das perturbações e incertezas, mas o seu desempenho é deteriorado na presença de atraso, tanto para o caso em que há atraso na transmissão do sinal quanto para o caso em que há atraso devido ao tempo de amostragem do controle digital. Todavia, devido ao bom desempenho do controlador CEV no que diz respeito à rejeição das perturbações e incertezas, é interessante investigar uma estratégia para minimizar os efeitos degenerativos que o atraso causa no desempenho desta estratégia de controle.

Nos próximos capítulos serão investigadas as influências das perturbações, incertezas e atraso para o controle de um motor de indução trifásico (MIT), através de um modelo matemático não linear para controle por campo orientado, o qual será revisado no próximo capítulo.

### 3 MODELO MATEMÁTICO DO MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO (MIT) PARA CONTROLE VETORIAL POR CORRENTE IMPOSTA

É revisado neste capítulo o modelo matemático do motor de indução trifásico para controle vetorial por corrente imposta, o qual será utilizado nos projetos de controle que serão propostos neste trabalho.

#### 3.1 INTRODUÇÃO

O modelo matemático não linear do Motor de Indução Trifásico (MIT) em coordenadas de campo com corrente de estator imposta é apresentado em Leonhard (1985) e em Silva (1998). Também é apresentado com maior detalhamento em Popescu (2000) e é revisado nesta seção. Este modelo consiste na transformação de coordenadas das variáveis da máquina para um sistema de coordenadas definido por uma variável que representa o fluxo magnético no rotor. Dessa forma, pode-se obter um modelo semelhante ao da máquina CC e que proporciona um controle mais efetivo no MIT, denominado controle vetorial por campo orientado.

#### 3.2 MODELO DO MIT

A expressão para o torque eletromecânico do MIT é dada por

$$m_d(t) = \frac{2}{3} L_0 \text{Im} \left[ \underline{i}_s \left( \underline{i}_r e^{j\varepsilon(t)} \right)^* \right], \quad (64)$$

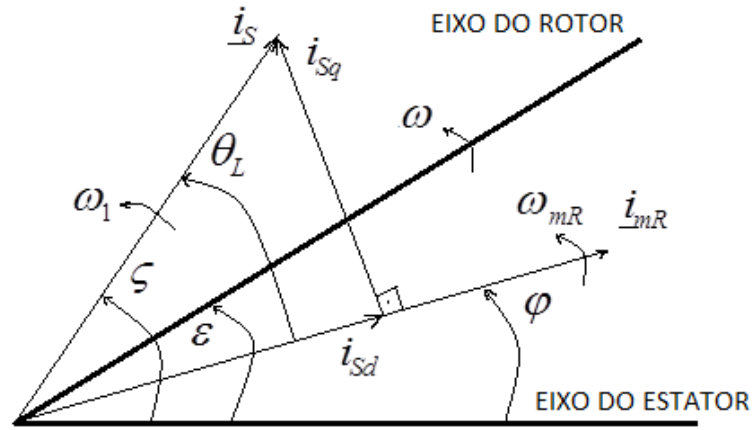
tal que  $L_0$  é a indutância mútua,  $\underline{i}_s$  o vetor corrente do estator,  $\underline{i}_r$  o vetor corrente do rotor,  $\varepsilon(t)$  é o ângulo do rotor e  $\text{Im}[\underline{i}^*]$  representa a parte imaginária do vetor corrente complexo conjugado. A relação angular dos vetores correntes é representada na Figura 22. Através de (64), nota-se que o torque eletromecânico é obtido descrevendo a interação entre as correntes do rotor e a onda de fluxo resultante das correntes do estator. Como as correntes do rotor não podem ser medidas em máquinas com rotor gaiola de esquilo, é apropriado substituir  $\underline{i}_r e^{j\varepsilon(t)}$  por uma grandeza equivalente que pode ser medida ou estimada baseada no estator. Uma

escolha adequada é o vetor corrente de magnetização do rotor representando o fluxo no rotor definido nas coordenadas do estator, tal como apresentado em (65),

$$\begin{cases} \underline{i}_{mR} = \underline{i}_s + (1 + \sigma_R) \underline{i}_r e^{j\varepsilon(t)} \\ = i_{mR}(t) e^{j\varphi(t)}, \end{cases} \quad (65)$$

sendo que,  $\sigma_R$  é o fator de dispersão do rotor e  $\varphi(t)$  é a fase do vetor corrente de magnetização no rotor.

Figura 22 - Relações angulares dos vetores correntes do MIT.



Fonte: Adaptado de Lee et al (1984) e Silva et al (1998).

Através de (65), substituindo a corrente do rotor  $\underline{i}_r$  em (64) como função de  $\underline{i}_{mR}$ , tem-se a seguinte equação:

$$m_d(t) = \frac{2}{3} \frac{L_0}{1 + \sigma_R} \text{Im} \left[ \underline{i}_s (\underline{i}_{mR} - \underline{i}_s)^* \right]. \quad (66)$$

Esta expressão pode ser simplificada como

$$m_d(t) = \frac{2}{3} \frac{L_0}{1 + \sigma_R} \text{Im} \left[ \underline{i}_s \underline{i}_{mR}^* \right]. \quad (67)$$

Inserindo o vetor corrente de magnetização conforme (65), tem-se:

$$m_d(t) = \frac{2}{3} \frac{L_0}{1 + \sigma_R} i_{mR}(t) \text{Im} \left[ \underline{i}_s e^{-j\varphi(t)} \right], \quad (68)$$

sendo que,  $\underline{i}_s e^{-j\varphi(t)}$  representa o vetor corrente do estator visto de uma referência móvel, definido pelo vetor corrente de magnetização  $\underline{i}_{mR}(t)$ . O vetor corrente do estator em coordenadas de campo consiste, portanto, de duas componentes ortogonais conforme (69),

$$\begin{cases} i_{sd}(t) = \text{Re}[\underline{i}_s e^{-j\varphi(t)}] = i_s(t) \cos \theta_L(t) \\ i_{sq}(t) = \text{Im}[\underline{i}_s e^{-j\varphi(t)}] = i_s(t) \sin \theta_L(t), \end{cases} \quad (69)$$

sendo que  $\theta_L(t)$  é o ângulo de carga;  $i_{sd}(t)$  é a corrente do estator direta na direção do vetor corrente de magnetização  $\underline{i}_{mR}(t)$ ; e  $i_{sq}(t)$  é a corrente do estator em quadratura perpendicular ao vetor corrente de magnetização.

Introduzindo a componente de corrente em quadratura em (68), tem-se uma expressão simples, apresentada em (70):

$$m_d(t) = \frac{2}{3} \frac{L_0}{1 + \sigma_R} i_{mR}(t) i_{sq}(t). \quad (70)$$

A Equação (70) assemelha-se à expressão para o torque eletromecânico de uma máquina CC, tal que  $i_{mR}$  corresponde ao fluxo principal e  $i_{sq}$  à corrente de armadura. Portanto,  $i_{sq}$  e  $i_{sd}$  são as duas grandezas de entrada independentes controlando o torque do motor e  $\theta_L(t)$  representa o ângulo de carga que se anula na ausência de carga.

Para obter o modelo completo da máquina assíncrona em coordenadas de campo com corrente de estator imposta considera-se a seguinte equação de tensão do rotor em gaiola de esquilo:

$$R_R \underline{i}_R + L_R \frac{d\underline{i}_R}{dt} + L_0 \frac{d}{dt} (\underline{i}_s e^{-j\varphi(t)}) = 0, \quad (71)$$

sendo que  $L_R$  é a indutância do rotor. Substituindo (65) em (71), tem-se:

$$R_R \underline{i}_R + L_0 \frac{d}{dt} \underbrace{\left[ (1 + \sigma_R) \underline{i}_R + \underline{i}_s e^{-j\varphi(t)} \right]}_{\underline{i}_{mR} e^{-j\varphi(t)}} = 0. \quad (72)$$

A partir de (72), efetua-se o desenvolvimento a seguir:

$$\begin{cases} R_R \left[ \frac{e^{-j\varepsilon(t)}}{(1+\sigma_R)} (\underline{i}_{mR} - \underline{i}_S) \right] + L_0 \left[ e^{-j\varepsilon(t)} \frac{d\underline{i}_{mR}}{dt} + \underline{i}_{mR} \frac{de^{-j\varepsilon(t)}}{dt} \right] = 0 \\ \underbrace{\frac{R_R}{(1+\sigma_R)L_0}}_{L_R} e^{-j\varepsilon(t)} (\underline{i}_{mR} - \underline{i}_S) + \left[ e^{-j\varepsilon(t)} \frac{d\underline{i}_{mR}}{dt} - j\underline{i}_{mR} e^{-j\varepsilon(t)} \frac{d\varepsilon(t)}{dt} \right] = 0 \\ \frac{R_R}{L_R} (\underline{i}_{mR} - \underline{i}_S) + \left[ \frac{d\underline{i}_{mR}}{dt} - j\omega(t)\underline{i}_{mR} \right] = 0, \end{cases}$$

o qual resulta em:

$$\tau_R \frac{d\underline{i}_{mR}}{dt} + (1 - j\omega(t)\tau_R) \underline{i}_{mR} = \underline{i}_S, \quad (73)$$

sendo que  $\tau_R = L_R/R_R$  é a constante elétrica do rotor e  $\omega(t) = d\varepsilon(t)/dt$  é a velocidade angular.

Da Figura 22, deduz-se a velocidade angular instantânea do vetor corrente de magnetização  $\omega_{mR}(t)$ , do vetor corrente do estator  $\omega_1(t)$  e a diferença de velocidade entre o vetor corrente de magnetização e a velocidade do rotor  $\omega_2(t)$ , tal como apresentadas em (74):

$$\begin{cases} \frac{d\varphi(t)}{dt} = \omega_{mR}(t) \\ \frac{d\zeta(t)}{dt} = \omega_1(t) = \omega_{mR}(t) + \frac{d\theta_L(t)}{dt} \\ \omega_2(t) = \omega_{mR}(t) - \omega(t). \end{cases} \quad (74)$$

Multiplicando (73) por  $e^{-j\varphi(t)}$  e expandindo a expressão do lado esquerdo, tem-se:

$$\underbrace{\tau_R \frac{d\underline{i}_{mR}(t)}{dt} + j\omega_{mR}(t)\tau_R \underline{i}_{mR}(t)}_{\left( \tau_R \frac{d\underline{i}_{mR}}{dt} \right) e^{-j\varphi(t)}} + (1 - j\omega(t)\tau_R) \underline{i}_{mR}(t) = \underline{i}_S e^{-j\varphi(t)}, \quad (75)$$

que pode ser dividida em partes reais e imaginárias:

$$\tau_R \frac{di_{mR}(t)}{dt} + i_{mR}(t) = i_{sd}(t) \quad (76)$$

$$\frac{1}{\omega_B} \frac{d\varphi(t)}{dt} = \frac{\omega(t)}{\omega_B} + \frac{i_{sq}(t)}{\omega_B \tau_R i_{mR}} = \frac{\omega(t)}{\omega_B} + \frac{\omega_2(t)}{\omega_B}. \quad (77)$$

Na Equação (78), tem-se a expressão mecânica do MIT,

$$J \frac{d\omega(t)}{dt} = m_d(t) - m_L(t). \quad (78)$$

Substituindo (70) em (78) tem-se:

$$J \frac{d\omega(t)}{dt} = \frac{2}{3} \frac{L_0}{1 + \sigma_R} i_{mR}(t) i_{sq}(t) - m_L(t), \quad (79)$$

sendo  $J$  o momento de inércia da máquina e  $m_L(t)$  é o torque de carga externa aplicado à máquina.

As duas correntes de entrada orientadas por campo  $i_{sd}(t)$  e  $i_{sq}(t)$  são computadas transformando as correntes do estator com base no ângulo do fluxo  $\varphi(t)$ . Isto é realizado primeiramente convertendo as três correntes do estator para um sistema bifásico ortogonal, apresentado nas Equações (80) e (81), considerando a condição  $i_{s1}(t) + i_{s2}(t) + i_{s3}(t) = 0$ :

$$\begin{cases} \underline{i}_s(t) = i_{s1}(t) + i_{s2}(t)e^{j\gamma} + i_{s3}(t)e^{j2\gamma} \\ \quad = i_{sa}(t) + ji_{sb}(t), \quad \gamma = \frac{2\pi}{3} \end{cases} \quad (80)$$

$$\begin{cases} i_{sa}(t) = \frac{3}{2} i_{s1}(t) \\ i_{sb}(t) = \frac{\sqrt{3}}{2} (i_{s2}(t) - i_{s3}(t)). \end{cases} \quad (81)$$

Estas correntes alternadas (CA) são transformadas em coordenadas de campo:

$$\begin{cases} \underline{i}_s e^{-j\varphi(t)} = (i_{sa}(t) + ji_{sb}(t))(\cos\varphi(t) - j\sin\varphi(t)) \\ \underline{i}_s e^{-j\varphi(t)} = i_{sd}(t) + ji_{sq}(t). \end{cases} \quad (82)$$

De (82), tem-se:

$$\begin{cases} i_{sd}(t) = i_{sa}(t)\cos\varphi(t) + i_{sb}(t)\sin\varphi(t) \\ i_{sq}(t) = i_{sb}(t)\cos\varphi(t) - i_{sa}(t)\sin\varphi(t). \end{cases} \quad (83)$$

Na presença de algum desequilíbrio entre as fases, oscilações surgirão nas correntes  $i_{sd}(t)$  e  $i_{sq}(t)$ .

O ângulo do fluxo  $\varphi(t)$  é obtido pela integração da Equação (77), ou seja, é uma variável interna. A transformação de coordenada essencialmente constitui-se uma demodulação.

Reescrevendo (76), (77) e (79) tem-se:

$$\frac{di_{mR}(t)}{dt} = -\frac{1}{\tau_R} i_{mR}(t) + \frac{1}{\tau_R} i_{sd}(t) \quad (84)$$

$$\frac{d\varphi(t)}{dt} = \omega(t) + \frac{1}{\tau_R} \frac{i_{sq}(t)}{i_{mR}(t)} \quad (85)$$

$$\frac{d\omega(t)}{dt} = \frac{1}{J} \frac{2}{3} \frac{L_0}{(1+\sigma_R)} i_{mR}(t)i_{sq}(t) - \frac{1}{J} m_L(t) \quad (86)$$

Considerando os valores base da corrente, velocidade angular e torque mecânico da carga  $I_B$ ,  $\omega_B$  e  $m_B$ , respectivamente, o modelo matemático do motor normalizado, incluindo-se incertezas/perturbações, é dado por:

$$\frac{dx_1(t)}{dt} = \dot{x}_1(t) = -\left(\frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr}(t)\right)x_1(t) + \left(\frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr}(t)\right)(u_1(t) + \Delta_{u1}(t)) \quad (87)$$

$$\frac{dx_2(t)}{dt} = \dot{x}_2 = \omega_B x_3(t) + \left(\frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr}(t)\right) \frac{(u_2(t) + \Delta_{u2}(t))}{x_1(t)} \quad (88)$$

$$\frac{dx_3(t)}{dt} = \dot{x}_3(t) = \left( \frac{k_M}{\tau_m} + \Delta_{km}(t) \right) x_1(t) (u_2(t) + \Delta_{u2}(t)) - \frac{1}{\tau_m} \nu(t) \quad (89)$$

tal que  $u_1(t) = i_{sd}(t)/I_B$  e  $u_2(t) = i_{sq}(t)/I_B$  são as entradas de controle normalizadas,  $x_1(t) = i_{mR}(t)/I_B$  é a amplitude do vetor corrente de magnetização no rotor normalizado, sendo que seu valor inicial dado por  $x_1(0) = i_{mR}(0)/I_B = \Phi_0 \neq 0$  é o fluxo de magnetização residual,  $x_2(t) = \varphi(t)$  é a fase do vetor corrente de magnetização do rotor,  $x_3(t) = (\omega(t)/\omega_0)$  é a velocidade angular normalizada,  $k_M = (2L_0 I_B^2) / [3(1 + \sigma_R) m_B]$ ,  $\tau_m = (J \omega_B) / m_B$  é a constante mecânica da máquina de indução e  $\nu(t) = m_L(t)/m_B$  é o torque da carga normalizado. Sendo que  $\Delta_{u1}(t)$ ,  $\Delta_{u2}(t)$ ,  $\Delta_{tr}(t)$ ,  $\Delta_{km}(t)$  são incertezas/perturbações desconhecidas e limitadas,  $[k_M/\tau_m + \Delta_{km}] > 0$  e  $[1/\tau_R + \Delta_{tr}(t)] > 0$ . A única variável acessível é a velocidade do rotor  $x_3(t) = \omega(t)$ .

As equações (87) a (89) representam o modelo matemático não linear e incerto do MIT, e serão utilizadas nos projetos de controladores no próximo capítulo.

## 4 CONTROLE DE VELOCIDADE/TORQUE DO MIT

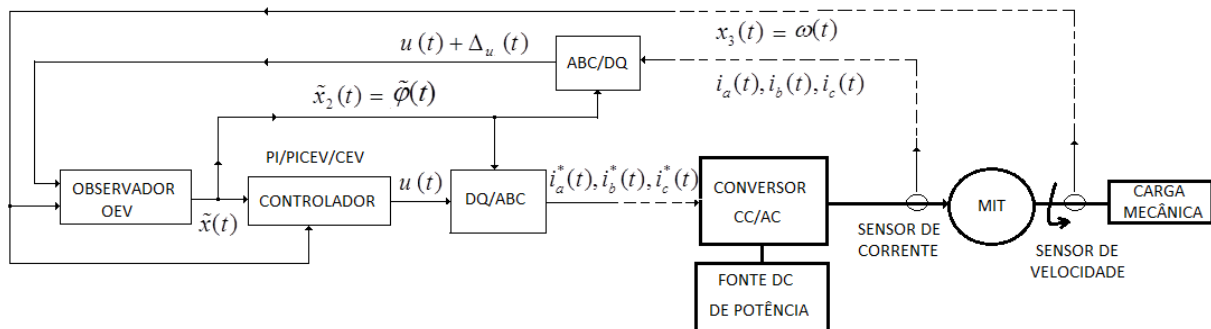
Neste capítulo são apresentadas três propostas de projetos de controle para o MIT, considerando o modelo não linear incerto revisado no Capítulo 3. As leis de controle são computadas utilizando-se variáveis de estado estimadas a partir de um observador de estados com estrutura variável (OEV). Nos projetos dos controladores são exploradas as técnicas de controle Proporcional-Integral (PI) e Controle com Estrutura Variável (CEV) operando isoladamente ou em conjunto.

### 4.1 ESQUEMA DE CONTROLE DE VELOCIDADE/TORQUE PARA O MIT

O principal objetivo do controle do MIT através de correntes impostas é gerar correntes de estator trifásicas tais que a velocidade do rotor rastreie uma velocidade de referência  $x_{Ref}(t) = \omega_{Ref}(t)$ . A estratégia geralmente utilizada em coordenadas de campo é, como num motor CC com excitação independente, manter a corrente de magnetização  $x_1(t) = i_{mR}(t)/I_B$  em um valor de referência constante  $i_{mRRef} = x_{1Ref}$ .

As variáveis consideradas disponíveis são: a velocidade do rotor  $\omega(t) = x_3(t)$  e as correntes trifásicas  $i_a(t)$ ,  $i_b(t)$  e  $i_c(t)$ . Assim  $x_1(t) = i_{mR}(t)/I_B$  e  $x_2(t) = \varphi(t)$  são variáveis internas de modo que devem ser estimadas através de observadores de estado. Os estados estimados são  $\tilde{x}_1(t) = \tilde{i}_{mR}(t)/I_B$  e  $\tilde{x}_2(t) = \tilde{\varphi}(t)$ . Na Figura 23 mostra-se o esquema de potência e o esquema de controle do MIT.

Figura 23 - Esquema de potência e controle do MIT.



Fonte: Próprio autor.

As correntes de controle  $i_{sd}(t) = u_1(t)$  e  $i_{sq}(t) = u_2(t)$  geram as correntes trifásicas de referência do estator,  $i_a^*(t)$ ,  $i_b^*(t)$  e  $i_c^*(t)$ , para a entrada do conversor de potência CC-CA e são computadas pelas equações  $DQ \rightarrow ABC$  a seguir:

$$DQ \rightarrow ABC : \begin{cases} i_a^*(t) = \frac{2}{3} i_{s1}(t) \\ i_b^*(t) = -\frac{1}{3} i_{s1}(t) + \frac{\sqrt{3}}{3} i_{s2}(t) \\ i_c^*(t) = -\frac{1}{3} i_{s1}(t) - \frac{\sqrt{3}}{3} i_{s2}(t), \end{cases} \quad (90)$$

sendo

$$\begin{cases} i_{s1}(t) = i_{sd}(t) \cos \tilde{\varphi}(t) - i_{sq}(t) \sin \tilde{\varphi}(t) \\ i_{s2}(t) = i_{sd}(t) \sin \tilde{\varphi}(t) + i_{sq}(t) \cos \tilde{\varphi}(t). \end{cases} \quad (91)$$

A transformação inversa, que é a obtenção do controle real (com perturbações),  $u_1(t) + \Delta_{u1}(t) = i_{sd}(t) + \Delta_{i_{sd}}(t)$  e  $u_2(t) + \Delta_{u2}(t) = i_{sq}(t) + \Delta_{i_{sq}}(t)$ , pode ser obtida através da medição das correntes reais  $i_a(t)$ ,  $i_b(t)$  e  $i_c(t)$  e a computação é realizada pelas equações  $ABC \rightarrow DQ$  a seguir :

$$ABC \rightarrow DQ : \begin{cases} i_{sd}(t) + \Delta_{i_{sd}}(t) = i_{s1}(t) \cos \tilde{\varphi}(t) + i_{s2}(t) \sin \tilde{\varphi}(t) = u_1(t) + \Delta_{u1}(t) \\ i_{sq}(t) + \Delta_{i_{sq}}(t) = i_{s2}(t) \cos \tilde{\varphi}(t) - i_{s1}(t) \sin \tilde{\varphi}(t) = u_2(t) + \Delta_{u2}(t), \end{cases} \quad (92)$$

sendo

$$\begin{cases} i_{s1}(t) = \frac{3}{2} i_a(t) \\ i_{s2}(t) = \frac{\sqrt{3}}{2} (i_b(t) - i_c(t)). \end{cases} \quad (93)$$

No próximo item propõe-se um projeto de observador com estrutura variável e modos deslizantes.

## 4.2 OBSERVADOR COM ESTRUTURA VARIÁVEL (OEV) PARA O MIT

Neste trabalho, apenas a saída da planta,  $x_3(t) = \omega(t)$ , é disponível, sendo assim, um observador de estados é necessário. Propõe-se um observador com estrutura variável (OEV) descrito pelas equações (94) a (97) (SILVA et al, 1998):

$$\dot{\tilde{x}}_1(t) = -\frac{1}{\tau_R} \tilde{x}_1(t) + \frac{1}{\tau_R} (u_1(t) + \Delta u_1(t)) \quad (94)$$

$$\dot{\tilde{x}}_2(t) = \omega_B \tilde{x}_3(t) + \frac{1}{\tau_R} \frac{(u_2(t) + \Delta u_2(t))}{\tilde{x}_1(t)} \quad (95)$$

$$\dot{\tilde{x}}_3(t) = \frac{1}{\tau_m} [k_M \tilde{x}_1(t) (u_2(t) + \Delta u_2(t)) - \tilde{v}(t)] + L_1 \text{sgm}(x_3(t) - \tilde{x}_3(t)) \quad (96)$$

$$\dot{\tilde{v}}(t) = L_2 \text{sgm}(x_3(t) - \tilde{x}_3(t)), \quad (97)$$

sendo que,  $\tilde{x}_1(t)$ ,  $\tilde{x}_2(t)$  e  $\tilde{x}_3(t)$ , são os valores estimados das variáveis de estado e  $\tilde{v}(t)$  é o valor estimado da carga mecânica; os ganhos do observador são  $L_2 = -K_o L_1$ ,  $K_o > 0$ ,  $L_1 > 0$ . Através da medição das correntes reais,  $i_a(t)$ ,  $i_b(t)$  e  $i_c(t)$ , a computação de  $(u_1(t) + \Delta u_1(t))$  e  $(u_2(t) + \Delta u_2(t))$  é realizada utilizando-se (92) e (93). As incertezas paramétricas  $\Delta_{tr}$  e  $\Delta_{km}$  das equações (87) a (89) são desconhecidas, de modo que não podem ser utilizadas para computar as variáveis estimadas.

Definem-se os erros conforme as equações (98) a (101).

$$e_1(t) = x_1(t) - \tilde{x}_1(t) \quad (98)$$

$$e_2(t) = x_2(t) - \tilde{x}_2(t) \quad (99)$$

$$e_3(t) = x_3(t) - \tilde{x}_3(t) \quad (100)$$

$$e_4(t) = v(t) - \tilde{v}(t) \quad (101)$$

A superfície de deslizamento é dada por:

$$\begin{cases} \sigma(t) = x_3(t) - \tilde{x}_3(t) \\ = e_3(t). \end{cases} \quad (102)$$

A candidata à função de Lyapunov é dada por:

$$V(t) = \frac{1}{2} (e_3(t))^2. \quad (103)$$

A condição de existência do modo deslizante é:

$$\dot{V}(t) = e_3(t) \dot{e}_3(t) < 0. \quad (104)$$

Da condição (104), tem-se o seguinte desenvolvimento:

$$\begin{cases} \dot{e}_3(t) = \dot{x}_3(t) - \dot{\tilde{x}}_3(t) \\ = \left( \frac{k_M}{\tau_m} + \Delta_{km} \right) x_1(t) (u_2(t) + \Delta_{u2}) - \frac{1}{\tau_m} v(t) \\ \quad - \frac{1}{\tau_m} \left[ k_M \tilde{x}_1(t) (u_2(t) + \Delta_{u2}) - \tilde{v}(t) \right] - L_1 \text{sgm}(x_3(t) - \tilde{x}_3(t)) \\ = \left( \frac{1}{\tau_m} \right) k_M x_1(t) (u_2(t) + \Delta_{u2}) - \frac{1}{\tau_m} v(t) + \Delta_{km} x_1(t) (u_2(t) + \Delta_{u2}) \\ \quad - \left( \frac{1}{\tau_m} \right) k_M \tilde{x}_1(t) (u_2(t) + \Delta_{u2}) + \frac{1}{\tau_m} \tilde{v}(t) - L_1 \text{sgm}(x_3(t) - \tilde{x}_3(t)) \\ = \left( \frac{1}{\tau_m} \right) \left[ k_M e_1(t) (u_2(t) + \Delta_{u2}) - e_4(t) \right] \\ \quad + \Delta_{km} x_1(t) (u_2(t) + \Delta_{u2}) - L_1 \text{sgm}(e_3(t)) \end{cases} \quad (105)$$

$$\dot{e}_3(t) = -L_1 \text{sgm}(e_3(t)) + \left\{ \frac{1}{\tau_m} \left[ k_M e_1(t) (u_2(t) + \Delta_{u2}) - e_4(t) \right] + \Delta_{km} x_1(t) (u_2(t) + \Delta_{u2}) \right\}.$$

De (104) e (105), tem-se

$$e_3(t)\dot{e}_3(t) = -L_1 e_3(t) \text{sgm}(e_3(t)) + e_3(t) \left\{ \frac{1}{\tau_m} [k_M e_1(t)(u_2(t) + \Delta_{u_2}) - e_4(t)] + \Delta_{km} x_1(t)(u_2(t) + \Delta_{u_2}) \right\}. \quad (106)$$

Assim, de (106), para que haja modo deslizante é necessário que as condições (107) sejam satisfeitas:

$$\begin{cases} (i) L_1 > \sup \left\{ \left| \frac{1}{\tau_m} [k_M e_1(t)(u_2(t) + \Delta_{u_2}) - e_4(t)] + \Delta_{km} x_1(t)(u_2(t) + \Delta_{u_2}) \right| \right\} \\ (ii) |\sigma(t)| > \delta, \quad \text{sgm } \sigma(t) = \sigma(t) / (|\sigma(t)| + \delta). \end{cases} \quad (107)$$

Para que exista um ganho  $L_1$  limitado, tal que (i) de (107) seja satisfeita, é necessário que  $|e_1(t)|$ ,  $|e_4(t)|$ ,  $|u_2(t)|$  e  $|x_1(t)|$  tenham seus valores máximos limitados, uma vez que supõe-se que as incertezas  $\Delta_{km}$  e  $\Delta_{u_2}$  são limitadas. Para que as variáveis  $|u_2(t)|$  e  $|x_1(t)|$  sejam limitadas o requisito é que o controlador seja tal que o sistema seja estável, ou seja, sendo a entrada de controle  $u_2(t)$  limitada, então a saída (ou o estado interno)  $x_1(t)$  também deve ser limitado. Vale ressaltar que para o sistema nominal, ou seja, para  $\Delta_{km} = 0$  e  $\Delta_{u_2} = 0$ , a condição (i) de (107) torna-se

$$L_1 > \sup \left\| \left[ \frac{1}{\tau_m} (k_M e_1(t) u_2(t) - e_4(t)) \right] \right\|. \quad (108)$$

sendo  $\sup \left\| \left[ \frac{1}{\tau_m} (k_M e_1(t) u_2(t) - e_4(t)) \right] \right\|$  o supremo do módulo de  $\left[ \frac{1}{\tau_m} (k_M e_1(t) u_2(t) - e_4(t)) \right]$  para todo o tempo  $t$ .

Para a dinâmica do erro  $e_1(t)$  do sistema incerto tem-se o desenvolvimento a seguir.

$$\begin{cases}
\dot{e}_1(t) = \dot{x}_1(t) - \dot{\tilde{x}}_1(t) \\
= -\left(\frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr}\right)x_1(t) + \left(\frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr}\right)(u_1(t) + \Delta_{u1}) \\
+ \frac{1}{\tau_R}(\tilde{x}_1(t) - u_1(t) - \Delta_{u1}) \\
= -\frac{1}{\tau_R}x_1(t) + \frac{1}{\tau_R}\tilde{x}_1(t) - \Delta_{tr}[x_1(t) - (u_1(t) + \Delta_{u1})] \\
+ \frac{1}{\tau_R}u_1(t) - \frac{1}{\tau_R}u_1(t) + \frac{1}{\tau_R}\Delta_{u1} - \frac{1}{\tau_R}\Delta_{u1} \\
\dot{e}_1(t) = -\frac{1}{\tau_R}e_1(t) - \underbrace{\Delta_{tr}[x_1(t) - (u_1(t) + \Delta_{u1})]}_{\Delta(t)}.
\end{cases} \quad (109)$$

Pela Equação (109), pode-se observar que  $\lim_{t \rightarrow \infty} e_1(t) < \infty$  para  $\Delta(t)$  limitado. Para o sistema nominal, com  $\Delta(t) = 0$ , então em regime permanente tem-se  $\lim_{t \rightarrow \infty} e_1(t) = 0$ .

No deslizamento, considerando a influência das incertezas nulas, tem-se  $\dot{e}_3(t) = 0$  e de (109) tem-se que  $\lim_{t \rightarrow \infty} e_1(t) = 0$ , então em regime tem-se:

$$\begin{cases}
\dot{e}_3(t) = 0 = \left[ \frac{1}{\tau_m} \begin{pmatrix} k_M u_2(t) & e_1(t) & -e_4(t) \\ 0 \end{pmatrix} - L_1 \text{sgm}(e_3(t)) \right] \\
-L_1 \text{sgm}(e_3(t)) = \frac{1}{\tau_m} e_4(t) \\
\text{sgm}(e_3(t)) = -\frac{1}{L_1 \tau_m} e_4(t).
\end{cases} \quad (110)$$

Tomando  $L_2 = -K_o L_1$ , tal que  $K_o$  e  $L_1$  são positivos, então

$$\begin{cases}
\dot{e}_4(t) = \dot{v}(t) - \dot{\hat{v}}(t) \\
= [-L_2 \text{sgm}(e_3(t))] \\
= -[-K_o L_1] \left[ -\frac{1}{L_1 \tau_m} e_4(t) \right]
\end{cases} \quad (111)$$

$$\dot{e}_4(t) = -\frac{K_o}{\tau_m} e_4(t). \quad (112)$$

A dinâmica do erro (112) implica que em regime permanente tem-se  $\lim_{t \rightarrow \infty} e_4(t) = 0$ .

Para o erro  $e_2(t)$ , tem-se a seguinte análise para a dinâmica:

$$\left\{ \begin{aligned} \dot{e}_2(t) &= \dot{x}_2(t) - \dot{\tilde{x}}_2(t) \\ &= \omega_B x_3(t) + \left( \frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr} \right) \frac{(u_2(t) + \Delta_{u2})}{x_1(t)} - \omega_B \tilde{x}_3(t) - \frac{1}{\tau_R} \frac{(u_2(t) + \Delta_{u2})}{\tilde{x}_1(t)}, \\ &= \omega_B e_3(t) + \frac{1}{\tau_R} \frac{u_2(t)}{x_1(t)} - \frac{1}{\tau_R} \frac{u_2(t)}{\tilde{x}_1(t)} + \frac{1}{\tau_R x_1(t)} \Delta_{u2} + \Delta_{tr} \frac{(u_2(t) + \Delta_{u2})}{x_1(t)} - \frac{1}{\tau_R} \frac{\Delta_{u2}}{\tilde{x}_1(t)} \\ &= \omega_B e_3(t) + \frac{1}{\tau_R} u_2(t) \left( \frac{1}{x_1(t)} - \frac{1}{\tilde{x}_1(t)} \right) + \frac{1}{\tau_R x_1(t)} \Delta_{u2} + \Delta_{tr} \frac{(u_2(t) + \Delta_{u2})}{x_1(t)} - \frac{1}{\tau_R} \frac{\Delta_{u2}}{\tilde{x}_1(t)} \\ &= \omega_B e_3(t) - \frac{1}{\tau_R} u_2(t) \left( \frac{e_1(t)}{x_1(t) \tilde{x}_1(t)} \right) + \frac{1}{\tau_R x_1(t)} \Delta_{u2} + \Delta_{tr} \frac{(u_2(t) + \Delta_{u2})}{x_1(t)} - \frac{1}{\tau_R} \frac{\Delta_{u2}}{\tilde{x}_1(t)} \\ &= \omega_B e_3(t) - \frac{1}{\tau_R} u_2(t) \left( \frac{e_1(t)}{x_1(t) \tilde{x}_1(t)} \right) - \frac{\Delta_{u2}}{\tau_R} \left( \frac{e_1(t)}{x_1(t) \tilde{x}_1(t)} \right) + \Delta_{tr} \frac{(u_2(t) + \Delta_{u2})}{x_1(t)} \end{aligned} \right.$$

$$\dot{e}_2(t) = \omega_B e_3(t) - \frac{1}{\tau_R} \left( \frac{e_1(t)}{x_1(t) \tilde{x}_1(t)} \right) (u_2(t) + \Delta_{u2}) + \Delta_{tr} \frac{(u_2(t) + \Delta_{u2})}{x_1(t)}. \quad (113)$$

No deslizamento, considerando a influência das incertezas nulas, tem-se  $e_3(t) = 0; e_1(t) = 0$  e  $\Delta_{tr} = 0$ . Então, segue que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{e}_2(t) = 0. \quad (114)$$

A dinâmica do erro (114) implica que em regime permanente  $\lim_{t \rightarrow \infty} e_2(t) < \infty$ , ou seja, existe um erro estacionário em relação ao ângulo estimado, constante e limitado.

Desta forma, no deslizamento em regime permanente, tem-se:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_1(t) = 0 \quad (115)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{e}_2(t) = 0; \lim_{t \rightarrow \infty} e_2(t) < \infty \quad (116)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_3(t) = 0 \quad (117)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_4(t) = 0 \quad (118)$$

Tendo o observador erros em regime limitados ou nulos, conforme as equações (115) a (118), é possível estabelecer projetos de controladores os quais computam os sinais de controle a partir das variáveis estimadas. No próximo item propõe-se um projeto de controlador Proporcional-Integral (PI) para o MIT.

#### 4.3 PROJETO DE CONTROLE PROPORCIONAL-INTEGRAL PARA O MIT

O controle Proporcional-Integral (PI) para o modelo incerto não linear do MIT apresentados pelas equações (87) a (89) é proposto como:

$$u_1(t) = - \left[ (k_{p1}) (\tilde{x}_1(t) - x_{1ref}(t)) + (k_{i1}) \int (\tilde{x}_1(t) - x_{1ref}(t)) dt \right] \quad (119)$$

$$u_2(t) = - \frac{1}{\tilde{x}_1(t)} \left[ (k_{p2}) (x_3(t) - x_{3ref}(t)) + (k_{i2}) \int (x_3(t) - x_{3ref}(t)) dt \right], \quad (120)$$

sendo que  $\bar{k}_{p1}$ ,  $\bar{k}_{p2}$ ,  $k_{p1} = (\bar{k}_{p1})(\tau_R)$  e  $k_{p2} = (\bar{k}_{p2})(\tau_m / k_M)$  são os ganhos proporcionais positivos e  $\bar{k}_{i1}$ ,  $\bar{k}_{i2}$ ,  $k_{i1} = (\bar{k}_{i1})(\tau_R)$  e  $k_{i2} = (\bar{k}_{i2})(\tau_m / k_M)$  são ganhos positivos dos integradores.

##### 4.3.1 Análise do controle PI para o sistema nominal sem incertezas e sem perturbações

A análise de estabilidade e de desempenho para o MIT sujeito ao controle PI proposto, considerando-se as equações (87) a (89) sem incertezas e sem perturbações no controle (sistema nominal), é apresentada a seguir.

Substituindo (119) em (87), desconsiderando-se as incertezas, perturbações e fazendo  $\tilde{x}_1(t) = x_1(t)$ , tem-se:

$$\dot{x}_1(t) = -\frac{1}{\tau_R} \left[ x_1(t) + \underbrace{\left( \bar{k}_{p1} \right)}_{\bar{k}_{p1}(\tau_R)} \left( x_1(t) - x_{1ref}(t) \right) + \underbrace{\left( \bar{k}_{i1} \right)}_{\bar{k}_{i1}(\tau_R)} \int \left( x_1(t) - x_{1ref}(t) \right) dt \right], \quad (121)$$

e com condições iniciais  $x_1(0) \rightarrow 0^+$ , pode-se aplicar a Transformada de Laplace em (121) e fazer o desenvolvimento a seguir:

$$sX_1(s) - \underbrace{X_1(0)}_0 = - \left[ \frac{1}{\tau_R} X_1(s) + \left( \bar{k}_{p1} \right) \left( X_1(s) - X_{1ref}(s) \right) + \frac{\left( \bar{k}_{i1} \right)}{s} \left( X_1(s) - X_{1ref}(s) \right) \right]$$

$$sX_1(s) = - \left[ \frac{1}{\tau_R} X_1(s) + \left( \bar{k}_{p1} \right) X_1(s) - \left( \bar{k}_{p1} \right) X_{1ref}(s) + \frac{\left( \bar{k}_{i1} \right)}{s} X_1(s) - \frac{\left( \bar{k}_{i1} \right)}{s} X_{1ref}(s) \right]$$

$$= - \left\{ \left[ \frac{1}{\tau_R} + \left( \bar{k}_{p1} \right) + \frac{\left( \bar{k}_{i1} \right)}{s} \right] X_1(s) + \left[ \left( -\bar{k}_{p1} \right) - \frac{\left( \bar{k}_{i1} \right)}{s} \right] X_{1ref}(s) \right\}$$

$$sX_1(s) = - \left[ \frac{1}{\tau_R} + \left( \bar{k}_{p1} \right) + \frac{\left( \bar{k}_{i1} \right)}{s} \right] X_1(s) - \left[ \left( -\bar{k}_{p1} \right) - \frac{\left( \bar{k}_{i1} \right)}{s} \right] X_{1ref}(s)$$

$$\left\{ s + \left[ \frac{1}{\tau_R} + \left( \bar{k}_{p1} \right) + \frac{\left( \bar{k}_{i1} \right)}{s} \right] \right\} X_1(s) = \left[ \left( \bar{k}_{p1} \right) + \frac{\left( \bar{k}_{i1} \right)}{s} \right] X_{1ref}(s)$$

$$\frac{X_1(s)}{X_{1ref}(s)} = \frac{\left[ \left( \bar{k}_{p1} \right) + \frac{\left( \bar{k}_{i1} \right)}{s} \right]}{\left\{ s + \left[ \frac{1}{\tau_R} + \left( \bar{k}_{p1} \right) + \frac{\left( \bar{k}_{i1} \right)}{s} \right] \right\}}$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{X_1(s)}{X_{1ref}(s)} &= \frac{\frac{1}{s} \left[ (\bar{k}_{p1})s + (\bar{k}_{i1}) \right]}{\left\{ s + \frac{1}{s} \left[ \frac{1}{\tau_R} s + (\bar{k}_{p1})s + (\bar{k}_{i1}) \right] \right\}} \\ &= \frac{\frac{1}{s} \left[ (\bar{k}_{p1})s + (\bar{k}_{i1}) \right]}{\frac{1}{s} \left\{ s^2 + \left[ \frac{1}{\tau_R} + (\bar{k}_{p1}) \right] s + (\bar{k}_{i1}) \right\}}. \end{aligned} \right.$$

Chega-se em (122):

$$\frac{X_1(s)}{X_{1ref}(s)} = \frac{(\bar{k}_{p1})s + (\bar{k}_{i1})}{\left[ s^2 + \left( \frac{1}{\tau_R} + \bar{k}_{p1} \right) s + (\bar{k}_{i1}) \right]}. \quad (122)$$

Pelo critério de Routh-Hurwitz (OGATA, 2010), as condições para a estabilidade são:

$$\left\{ \begin{aligned} (i) \quad & \left( \frac{1}{\tau_R} + \bar{k}_{p1} \right) > 0 \\ (ii) \quad & \bar{k}_{i1} > 0 \end{aligned} \right. \quad (123)$$

Neste caso, pode-se aplicar o Teorema do Valor Final (OGATA, 2010) para determinar o valor de regime permanente. Por exemplo, para corrente de magnetização de referência de valor constante  $A$  com  $X_{1ref}(s) = A/s$ , de (122) tem-se:

$$\left\{ \begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} x_1(t) &= \lim_{s \rightarrow 0} s X_1(s) \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} \left\{ \frac{(\bar{k}_{p1}s + \bar{k}_{i1})}{\left[ s^2 + \left( \frac{1}{\tau_R} + \bar{k}_{p1} \right) s + \bar{k}_{i1} \right]} A \right\} \\ &= A. \end{aligned} \right. \quad (124)$$

Desta forma, para o sistema nominal, o controle PI possibilita que a corrente de magnetização rastreie a referência degrau sem erro de regime. Para a análise transitória, na Equação (122), se o denominador dado por (125),

$$\left[ s^2 + \left( \frac{1}{\tau_R} + \bar{k}_{p1} \right) s + \bar{k}_{i1} \right], \quad (125)$$

for comparado à expressão convencional para sistemas de segunda ordem (OGATA, 2010)

$$\left[ s^2 + (2\xi\omega_n)s + (\omega_n^2) \right], \quad (126)$$

sendo  $\xi$  o coeficiente de amortecimento e  $\omega_n$  a frequência natural, então tem-se:

$$\begin{cases} \omega_{n1} = \sqrt{\bar{k}_{i1}} \\ \xi_1 = \frac{\left( \frac{1}{\tau_R} + \bar{k}_{p1} \right)}{2\left( \sqrt{\bar{k}_{i1}} \right)} \end{cases} \quad (127)$$

Assim, conhecendo-se o valor exato da constante de tempo do rotor  $\tau_R$ , pode-se atribuir valores aos ganhos do PI,  $\bar{k}_{i1}$  e  $\bar{k}_{p1}$ , tais que atendam requisitos clássicos de projeto tais como sobreamortecimento, amortecimento crítico ou subamortecimento, tempo de estabelecimento, máximo sobre sinal, taxa de decaimento, e outros (OGATA, 2010).

Para o controle da velocidade,  $x_3(t) = \tilde{x}_3(t) = \omega(t)$ , substituindo (120) em (89), considerando o sistema nominal sem incertezas e  $x_1(t) = \tilde{x}_1(t)$ , tem-se:

$$\dot{x}_3(t) = \left[ \frac{k_M}{\tau_m} \right] x_1(t) \left\{ - \frac{1}{x_1(t)} \left[ \underbrace{\frac{k_{p2}}{\bar{k}_{p2} \frac{\tau_m}{k_M}}}_{\bar{k}_{p2} \frac{\tau_m}{k_M}} (x_3(t) - x_{3ref}(t)) + \underbrace{k_{i2}}_{\bar{k}_{i2} \frac{\tau_m}{k_M}} \int (x_3(t) - x_{3ref}(t)) dt \right] \right\} - \frac{1}{\tau_m} v(t). \quad (128)$$

Considerando condições iniciais nulas,  $x_3(0) = 0$ , e o sistema não forçado, ou seja, com  $v(t) = 0$ , aplicando a Transformada de Laplace em (128), tem-se:

$$\begin{aligned}
sX_3(s) - \underbrace{X_3(0)}_0 &= - \left[ \bar{k}_{p2} (X_3(s) - X_{3ref}(s)) + \bar{k}_{i2} \frac{1}{s} (X_3(s) - X_{3ref}(s)) \right] - \frac{1}{\tau_m} V(s) \\
sX_3(s) &= - \left( \bar{k}_{p2} + \bar{k}_{i2} \frac{1}{s} \right) X_3(s) + \left( \bar{k}_{p2} + \bar{k}_{i2} \frac{1}{s} \right) X_{3ref}(s) \\
\left( s + \bar{k}_{p2} + \bar{k}_{i2} \frac{1}{s} \right) X_3(s) &= \left( \bar{k}_{p2} + \bar{k}_{i2} \frac{1}{s} \right) X_{3ref}(s) \\
\frac{X_3(s)}{X_{3ref}(s)} &= \frac{s\bar{k}_{p2} + \bar{k}_{i2}}{(s^2 + s\bar{k}_{p2} + \bar{k}_{i2})}.
\end{aligned} \tag{129}$$

Portanto as condições para a estabilidade são:

$$\begin{cases} (i) \bar{k}_{p2} > 0 \\ (ii) \bar{k}_{i2} > 0 \end{cases} \tag{130}$$

Novamente, o controle PI possibilita seguir a referência degrau sem erro de regime e pode-se projetar o amortecimento e a frequência natural conforme (131).

$$\begin{cases} \omega_{n2} = \sqrt{\bar{k}_{i2}} \\ \xi_2 = \frac{(\bar{k}_{p2})}{2(\sqrt{\bar{k}_{i2}})} \end{cases} \tag{131}$$

Neste caso, conhecendo-se os valores exatos de  $(\tau_m / k_M)$ , os ganhos do PI,  $\bar{k}_{i2}$  e  $\bar{k}_{p2}$ , determina-se os requisitos clássicos de projeto tais como tempo de estabelecimento, máximo sobre sinal, taxa de decaimento e outros (OGATA, 2010).

Nas análises anteriores considerou-se o modelo nominal do MIT. Na seção a seguir serão feitas análises considerando a existência de incertezas e/ou perturbações no modelo.

#### 4.3.2 Análise da robustez do controle PI considerando incertezas e perturbações

Lembrando a definição de erro do observador dada por  $e_1(t) = x_1(t) - \tilde{x}_1(t)$ , considere as definições dadas por:  $\bar{x}_1(t) = \tilde{x}_1(t) - x_{1ref}(t)$  e  $\bar{x}_3(t) = x_3(t) - x_{3ref}(t)$ . Desta forma, tem-se:

$$\bar{x}_1(t) = \underbrace{x_1(t) - e_1(t)}_{\tilde{x}_1(t)} - x_{1ref}(t) \quad (132)$$

$$\bar{x}_3(t) = x_3(t) - x_{3ref}(t). \quad (133)$$

Sob outro ângulo, (132) e (133) tornam-se:

$$x_1(t) = \bar{x}_1(t) + e_1(t) + x_{1ref}(t) \quad (134)$$

$$x_3(t) = \bar{x}_3(t) + x_{3ref}(t). \quad (135)$$

Com estas definições, a análise a respeito da robustez da estabilidade do sistema pode ser desenvolvida como a seguir. Considere a candidata à função de Lyapunov como sendo

$$V(t) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \bar{x}_1(t) & \bar{x}_3(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x}_1(t) \\ \bar{x}_3(t) \end{bmatrix}, \quad (136)$$

então as condições de Lyapunov para estabilidade, dadas por  $\dot{V}(t) < 0$ , resulta em:

$$\begin{cases} \bar{x}_1(t) \dot{\bar{x}}_1(t) < 0 \\ \bar{x}_3(t) \dot{\bar{x}}_3(t) < 0. \end{cases} \quad (137)$$

Desta forma, tem-se para  $\bar{x}_1(t)$  o seguinte desenvolvimento:

$$\begin{aligned} \bar{x}_1(t) &= x_1(t) - e_1(t) - x_{1ref}(t) \\ \dot{\bar{x}}_1(t) &= - \underbrace{\left( \frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr} \right) \left[ \underbrace{x_1(t)}_{\bar{x}_1(t) + e_1(t) + x_{1ref}(t)} - (u_1(t) + \Delta_{u1}) \right]}_{\dot{x}_1(t)} - \dot{e}_1(t) - \dot{x}_{1ref}(t) \\ &= - \left( \frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr} \right) \left[ \bar{x}_1(t) \left( 1 + (k_{p1}) \right) + (k_{i1}) \int \bar{x}_1(t) dt - \Delta_{u1} \right] \\ &\quad - \dot{e}_1(t) - \dot{x}_{1ref}(t) - \left( \frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr} \right) (e_1(t) + x_{1ref}(t)), \end{aligned}$$

obtém-se então (138):

$$\begin{aligned} \bar{x}_1(t) \dot{\bar{x}}_1(t) = & - \left( \frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr} \right) \left[ \left( \bar{x}_1(t) \right)^2 (1 + k_{p1}) \right] \\ & - \bar{x}_1(t) \left[ \dot{e}_1(t) + \dot{x}_{1ref}(t) + \left( \frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr} \right) \left( e_1(t) + x_{1ref}(t) + (k_{i1}) \int \bar{x}_1(t) dt - \Delta_{u1} \right) \right]. \end{aligned} \quad (138)$$

A condição para estabilidade é, então, dada por (139):

$$\left( \frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr} \right) \left[ \left( \bar{x}_1(t) \right)^2 (1 + k_{p1}) \right] > \left| \bar{x}_1(t) \left[ \dot{e}_1(t) + \dot{x}_{1ref}(t) + \left( \frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr} \right) \left( e_1(t) + x_{1ref}(t) + (k_{i1}) \int \bar{x}_1(t) dt - \Delta_{u1} \right) \right] \right|; \forall t. \quad (139)$$

Se a condição para estabilidade dada por (139) for satisfeita, então  $\lim_{t \rightarrow \infty} \bar{x}_1(t) = 0$ , como  $\bar{x}_1(t) = x_1(t) - e_1(t) - x_{1ref}(t)$ , então  $\lim_{t \rightarrow \infty} x_1(t) = x_{1ref}(t)$ ,  $\forall t \geq t_0$ , uma vez que no deslizeamento  $\lim_{t \rightarrow \infty} e_1(t) = 0$ , conforme apresentado em (115).

Para o caso da velocidade  $x_3(t) = \bar{x}_3(t) + x_{3ref}(t)$ , as condições de estabilidade são determinadas a partir da seguinte análise:

$$\begin{aligned} \bar{x}_3(t) &= x_3(t) - x_{3ref}(t) \\ \dot{\bar{x}}_3(t) &= \underbrace{\left( \frac{k_M}{\tau_m} + \Delta_{km} \right) x_1(t) (u_2(t) + \Delta_{u2}) - \frac{1}{\tau_m} v(t) - \dot{x}_{3ref}(t)}_{\dot{\bar{x}}_3(t)} \\ &= - \left( \frac{k_M}{\tau_m} + \Delta_{km} \right) \left( \frac{x_1(t)}{\tilde{x}_1(t)} \right) \left( k_{p2} \bar{x}_3(t) + k_{i2} \int \bar{x}_3(t) dt - \Delta_{u2} \right) - \frac{1}{\tau_m} v(t) - \dot{x}_{3ref}(t), \end{aligned}$$

assim,

$$\bar{x}_3(t) \dot{\bar{x}}_3(t) = - \left( \frac{k_M}{\tau_m} + \Delta_{km} \right) \left( \frac{x_1(t)}{\tilde{x}_1(t)} \right) \left( k_{p2} \left( \bar{x}_3(t) \right)^2 \right) - \bar{x}_3(t) \left[ \frac{1}{\tau_m} v(t) + \dot{x}_{3ref}(t) + \left( \frac{k_M}{\tau_m} + \Delta_{km} \right) \left( \frac{x_1(t)}{\tilde{x}_1(t)} \right) \left( k_{i2} \int \bar{x}_3(t) dt - \Delta_{u2} \right) \right]. \quad (140)$$

Lembrando que  $\text{sgn}(x_1(t)) = \text{sgn}(\tilde{x}_1(t))$ ;  $x_1(t) = i_{mR}(t) > 0$ ,  $\forall t \geq 0$ , então a condição para estabilidade é dada por:

$$\left[ \frac{k_M}{\tau_m} + \Delta_{km} \right] \left[ \frac{x_1(t)}{\tilde{x}_1(t)} \right] \left[ k_{p2} (\bar{x}_3(t))^2 \right] > \left| \bar{x}_3(t) \left[ \frac{1}{\tau_m} v(t) + \dot{x}_{3ref}(t) + \left[ \frac{k_M}{\tau_m} + \Delta_{km} \right] \left[ \frac{x_1(t)}{\tilde{x}_1(t)} \right] \left[ k_{i2} \int (\bar{x}_3(t)) dt - \Delta_{u2} \right] \right] \right|; \forall t. \quad (141)$$

Se as condições de estabilidade (141) forem satisfeitas, então  $\lim_{t \rightarrow \infty} \bar{x}_3(t) = 0$  como  $\bar{x}_3(t) = x_3(t) - x_{3ref}(t)$ , então  $\lim_{t \rightarrow \infty} x_3(t) = x_{3ref}(t)$ ,  $\forall t$ .

Nota-se que as condições (139) e (141) podem ser facilmente satisfeitas, uma vez que as incertezas e perturbações são limitadas e, portanto, existem valores limitados para os ganhos  $k_{p1}$  e  $k_{p2}$  tais que satisfaçam (139) e (141).

#### 4.3.3 Análise da robustez do controle PI considerando incertezas, perturbações e atraso no sinal de controle

Considere o controlador PI, equações (119) e (120), sob influência de atraso  $h$ :

$$u_1(t-h) = - \left[ (k_{p1}) (\tilde{x}_1(t-h) - x_{1ref}(t-h)) + (k_{i1}) \int (\tilde{x}_1(t-h) - x_{1ref}(t-h)) dt \right] \quad (142)$$

$$u_2(t-h) = \frac{-1}{\tilde{x}_1(t-h)} \left[ k_{p2} (x_3(t-h) - x_{3ref}(t-h)) + k_{i2} \int (x_3(t-h) - x_{3ref}(t-h)) dt \right]. \quad (143)$$

Neste tópico, para simplicidade de análises, considera-se  $x_1(t) = \tilde{x}_1(t)$ . A análise de estabilidade pode ser feita a partir da condição  $\bar{x}_1(t) \dot{\bar{x}}_1(t) < 0$ , desta forma tem-se o seguinte desenvolvimento:

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}}_1(t) &= \dot{x}_1(t) - \dot{x}_{1ref}(t) = - \left( \frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr} \right) \underbrace{x_1(t)}_{\tilde{x}_1(t) + x_{1ref}} + \left( \frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr} \right) (u_1(t-h) + \Delta_{u1}) - \dot{x}_{1ref}(t) \\ \dot{\bar{x}}_1(t) &= - \left( \frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr} \right) \bar{x}_1(t) - \left( \frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr} \right) \left[ (k_{p1}) \bar{x}_1(t-h) + (k_{i1}) \int \bar{x}_1(t-h) dt - \Delta_{u1} \right] - \dot{x}_{1ref}(t) - \left( \frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr} \right) x_{1ref} \\ \bar{x}_1(t) \dot{\bar{x}}_1(t) &= \bar{x}_1(t) \left[ - \left( \frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr} \right) \bar{x}_1(t) - \left( \frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr} \right) \left( k_{p1} \bar{x}_1(t-h) + k_{i1} \int \bar{x}_1(t-h) dt - \Delta_{u1} \right) \right] - \bar{x}_1(t) \left[ \dot{x}_{1ref}(t) + \left( \frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr} \right) x_{1ref} \right] \\ &= \left[ - \left( \frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr} \right) (\bar{x}_1(t))^2 - \left( \frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr} \right) \left( k_{p1} \bar{x}_1(t-h) \bar{x}_1(t) + k_{i1} \bar{x}_1(t) \int \bar{x}_1(t-h) dt - \bar{x}_1(t) \Delta_{u1} \right) \right] - \bar{x}_1(t) \left[ \dot{x}_{1ref}(t) + \left( \frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr} \right) x_{1ref} \right] \end{aligned}$$

$$\bar{x}_1(t)\dot{\bar{x}}_1(t) = -\left(\frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr}\right) \left[ \frac{(\bar{x}_1(t))^2}{+k_{p1}\bar{x}_1(t-h)\bar{x}_1(t)} \right] - \bar{x}_1(t) \left[ \dot{x}_{1ref}(t) + \left(\frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr}\right) \left( \frac{k_{i1} \int \bar{x}_1(t-h)dt}{-\Delta_{u1} + x_{1ref}} \right) \right]. \quad (144)$$

Das Equações (144) e (137), as condições para estabilidade são:

$$\begin{cases} (i) \text{sgn}(\bar{x}_1(t)) = \text{sgn}(\bar{x}_1(t-h)); \forall t \\ (ii) \left(\frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr}\right) \left[ \frac{(\bar{x}_1(t))^2}{+k_{p1}\bar{x}_1(t-h)\bar{x}_1(t)} \right] > \left| \bar{x}_1(t) \left[ \dot{x}_{1ref}(t) + \left(\frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr}\right) \left( \frac{k_{i1} \int \bar{x}_1(t-h)dt}{-\Delta_{u1} + x_{1ref}} \right) \right] \right|; \forall t. \end{cases} \quad (145)$$

Então, se as condições de estabilidade (145) forem satisfeitas,  $\lim_{t \rightarrow \infty} \bar{x}_1(t) = 0 \rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} x_1(t) = x_{1ref}(t)$ .

Deve-se notar que, devido ao atraso, acrescentou-se a condição (i)  $\text{sgn}(\bar{x}_1(t)) = \text{sgn}(\bar{x}_1(t-h))$ , a qual poderá ser muito restritiva, prejudicando a condição (ii), isto pode comprometer as condições de estabilidade. Quando altos ganhos estão presentes, surgem rápidos transitórios e, desta forma, os sinais das variáveis da condição (145)-(i) em instantes diferentes podem ser opostos, dificultando a condição para a estabilidade do MIT.

Para o caso da velocidade  $\bar{x}_3(t) = x_3(t) - x_{3ref}(t)$ , as condições de estabilidade são determinadas a partir da seguinte análise:

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}}_3(t) &= \left(\frac{k_M}{\tau_m} + \Delta_{km}\right) x_1(t) [u_2(t-h) + \Delta_{u2}] - \frac{1}{\tau_m} v(t) - \dot{x}_{3ref}(t) \\ &= \left(\frac{k_M}{\tau_m} + \Delta_{km}\right) x_1(t) \left[ \frac{-1}{\tilde{x}_1(t-h)} (k_{p2}(\bar{x}_3(t-h)) + k_{i2} \int (\bar{x}_3(t-h)) dt) + \Delta_{u2} \right] - \frac{1}{\tau_m} v(t) - \dot{x}_{3ref}(t), \end{aligned}$$

obtém-se então a Equação (146):

$$\begin{aligned} \bar{x}_3(t)\dot{\bar{x}}_3(t) &= -\left(\frac{k_M}{\tau_m} + \Delta_{km}\right) \left( \frac{x_1(t)}{\tilde{x}_1(t-h)} \right) \left[ (k_{p2})(\bar{x}_3(t-h))\bar{x}_3(t) \right] \\ &\quad - \bar{x}_3(t) \left[ \frac{1}{\tau_m} v(t) + \dot{x}_{3ref}(t) \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{k_M}{\tau_m} + \Delta_{km}\right) \left( \frac{x_1(t)}{\tilde{x}_1(t-h)} \right) \left[ (k_{i2}) \int (\bar{x}_3(t-h)) dt + \Delta_{u2} \right] \right]. \end{aligned} \quad (146)$$

As condições para estabilidade são:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{(i) } \text{sgn}(\bar{x}_3(t)) = \text{sgn}(\bar{x}_3(t-h)); \forall t \\ \text{(ii) } \left( \frac{k_M}{\tau_m} + \Delta_{km} \right) \left( \frac{x_1(t)}{\tilde{x}_1(t-h)} \right) \left[ (k_{p2}) (\bar{x}_3(t-h)) \bar{x}_3(t) \right] > \left| \bar{x}_3(t) \left[ \frac{1}{\tau_m} v(t) + \dot{x}_{3ref}(t) \right. \right. \\ \left. \left. + \left( \frac{k_M}{\tau_m} + \Delta_{km} \right) \left( \frac{x_1(t)}{\tilde{x}_1(t-h)} \right) \left[ (k_{i2}) \int (\bar{x}_3(t-h)) dt + \Delta_{u2} \right] \right] \right|; \forall t. \end{array} \right. \quad (147)$$

Então se as condições de estabilidade (147) forem satisfeitas  $\lim_{t \rightarrow \infty} \bar{x}_3(t) = 0 \rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} x_3(t) = x_{3ref}(t)$ .

Novamente, deve-se notar que, devido ao atraso, acrescentou-se a condição (i)  $\text{sgn}(\bar{x}_3(t)) = \text{sgn}(\bar{x}_3(t-h))$ , a qual poderá ser muito restritiva, prejudicando a condição (ii), fato que pode comprometer a estabilidade. Quando elevados ganhos estão presentes, diante de mudanças abruptas de carga ou de velocidade de referência surgem rápidos transitórios, e, desta forma, os sinais das variáveis da condição (147)-(i) em instantes diferentes podem ser opostos, dificultando a condição para a estabilidade do MIT.

Nota-se que as condições (145) e (147) não dependem exclusivamente dos ganhos  $k_{p1}$  e  $k_{p2}$ , mas também das condições  $\text{sgn}(\bar{x}_1(t)) = \text{sgn}(\bar{x}_1(t-h))$  e  $\text{sgn}(\bar{x}_3(t)) = \text{sgn}(\bar{x}_3(t-h))$ .

Utilizando o controle PI, pode-se notar que, apesar da robustez analisada na Seção 4.3.2, as incertezas e perturbações influenciam o desempenho dinâmico do MIT. Nota-se também que o atraso no controle pode prejudicar as condições de estabilidade, conforme análises desenvolvidas na Seção 4.3.3.

No próximo item propõe-se uma estratégia na qual o controlador PI opera em conjunto com o CEV, de modo a minimizar as influências degenerativas das perturbações.

#### 4.4 PROJETO DE CONTROLE PROPORCIONAL-INTEGRAL COM ESTRUTURA VARIÁVEL (PICEV) PARA O MIT

A estratégia de controle com estrutura variável e modos deslizantes tem como característica principal conduzir e manter a trajetória dos estados numa superfície de deslizamento a qual alcança o ponto de equilíbrio e lá permanece. Quando isto ocorre diz-se que o sistema está em modo deslizante, sendo que inúmeras leis de controle podem proporcionar esta condição. A vantagem deste método reside no fato de que, quando em modo deslizante, determinada classe de incertezas e perturbações, ditas casadas, não influenciam a dinâmica do sistema (DRAZENOVIC, 1969).

Neste item propõe-se um projeto de controle com estrutura variável (CEV) para atuar em conjunto com o controle PI analisado na seção anterior. O controle proposto, denominado PICEV, é aplicado no modelo matemático do MIT descrito pelas Equações (87) a (89). O objetivo desta estratégia de controle é manter a velocidade angular do motor e o módulo do vetor corrente de magnetização da máquina assíncrona em seus respectivos sinais de referência com a mínima influência degenerativa de perturbações e incertezas da planta.

#### 4.4.1 Projeto do controle PICEV para o MIT

A lei de controle escolhida (PICEV) é formada por uma parte linear e outra não linear e descontínua, apresentada em (148):

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{eq1}(t) \\ u_{eq2}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_{NL1}(t) \\ u_{NL2}(t) \end{bmatrix} \\ \mathbf{u}(t) = \mathbf{u}_{eq}(t) + \mathbf{u}_{NL}(t) \end{cases} \quad (148)$$

sendo que  $\mathbf{u}_{eq}(t) \in \mathfrak{R}^2$  é o controle equivalente, o qual estabelece a dinâmica do sistema em deslizamento; e  $\mathbf{u}_{NL}(t) \in \mathfrak{R}^2$  é o controle não linear, o qual mantém o sistema na condição de deslizamento.

Com o objetivo de controlar as variáveis  $x_1(t)$  e  $x_3(t)$ , uma escolha para  $u_{eq}(t)$  e  $u_{NL}(t)$  é dada por:

$$u_{eq1}(t) = - \left[ (k_{p1}) (\tilde{x}_1(t) - x_{1ref}(t)) + (k_{i1}) \int (\tilde{x}_1(t) - x_{1ref}(t)) dt \right] \quad (149)$$

$$u_{eq2}(t) = - \frac{1}{\tilde{x}_1(t)} \left[ k_{p2} (x_3(t) - x_{3ref}(t)) + k_{i2} \int (x_3(t) - x_{3ref}(t)) dt \right] \quad (150)$$

$$u_{NL1}(t) = -\rho_1 \operatorname{sgm} \sigma_1(t) \quad (151)$$

$$u_{NL2}(t) = -\frac{1}{\tilde{x}_1(t)} \rho_2 \operatorname{sgm} \sigma_2(t). \quad (152)$$

Os parâmetros  $k_{p1} = (\bar{k}_{p1})(\tau_R)$ ,  $k_{p2} = (\bar{k}_{p2})(\tau_m / k_M)$ ,  $k_{i1} = (\bar{k}_{i1})(\tau_R)$ ,  $k_{i2} = (\bar{k}_{i2})(\tau_m / k_M)$ ,  $\rho_1 = \tau_R P_1$ ,  $\rho_2 = \frac{\tau_m}{k_M} P_2$ ,  $\bar{k}_{p1}$ ,  $\bar{k}_{p2}$ ,  $\bar{k}_{i1}$ ,  $\bar{k}_{i2}$ ,  $P_1$  e  $P_2$  são constantes de projeto positivas,  $x_{1ref}$  e  $x_{3ref}$  são as entradas de referência “por unidade” (p.u.). A função “sgm” é dada por  $\text{sgm} \sigma(t) = \sigma(t) / (\sigma(t) + \delta)$ ;  $\delta \rightarrow 0^+$ . A variável  $\tilde{x}_1(t)$  é estimada pelo observador OEV conforme (94).

As Superfícies de Deslizamentos  $\sigma_1(t)$  e  $\sigma_2(t)$  são escolhidas como sendo:

$$\begin{cases} \sigma_1(t) = \bar{x}_1(t) \\ \sigma_2(t) = \bar{x}_3(t), \end{cases} \quad (153)$$

sendo que  $\bar{x}_1(t) = \tilde{x}_1(t) - x_{1ref}(t)$  e  $\bar{x}_3(t) = x_3(t) - x_{3ref}(t)$ .

Como os controles  $u_{eq1}(t)$  e  $u_{eq2}(t)$  são os controladores PI apresentados em (119) e (120), a análise da dinâmica no deslizamento é semelhante àquela apresentada na Seção 4.3.1. Apresenta-se a seguir a análise da robustez da estabilidade do sistema com incertezas e perturbações para o controle PICEV.

#### 4.4.2 Análise da robustez do controle PICEV considerando as incertezas e perturbações

Considerando as incertezas/perturbações e fazendo  $\bar{x}_1(t) = \tilde{x}_1(t) - x_{1ref}(t)$  e  $\bar{x}_3(t) = x_3(t) - x_{3ref}(t)$ , tem-se a análise sobre a robustez da estabilidade do sistema apresentada a seguir para este caso.

Considerando a candidata à função de Lyapunov como sendo

$$\begin{cases} V(t) = \sigma(t)^T \sigma(t) \\ = [\bar{x}_1(t) \quad \bar{x}_3(t)] \begin{bmatrix} \bar{x}_1(t) \\ \bar{x}_3(t) \end{bmatrix}, \end{cases} \quad (154)$$

então as condições para estabilidade ao modo deslizante são dadas por  $\dot{V}(t) < 0$ , ou seja:

$$\begin{cases} \bar{x}_1(t) \dot{\bar{x}}_1(t) < 0 \\ \bar{x}_3(t) \dot{\bar{x}}_3(t) < 0 \end{cases} \quad (155)$$

A partir da Equações (87), (149), (151), (154) e (155) e, por simplicidade, fazendo  $\tilde{x}_1(t) = x_1(t)$ , considerando que  $\dot{x}_1(t) = \dot{\bar{x}}_1(t) + \dot{x}_{1ref}(t)$ , tem-se o seguinte desenvolvimento:

$$\bar{x}_1(t) = x_1(t) - x_{1ref}(t) \rightarrow \dot{\bar{x}}_1(t) = \dot{x}_1(t) - \dot{x}_{1ref}(t); \sigma_1(t) = \bar{x}_1(t)$$

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}}_1(t) &= -\left(\frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr}\right) x_1(t) + \left(\frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr}\right) (u_1(t) + \Delta_{u1}) - \dot{x}_{1ref}(t) \\ &= -\left(\frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr}\right) (\bar{x}_1(t) + x_{1ref}(t)) - \left(\frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr}\right) \left[ (k_{p1}) \bar{x}_1(t) + (k_{i1}) \int \bar{x}_1(t) dt + \rho_1 \text{sgm} \sigma_1(t) - \Delta_{u1} \right] - \dot{x}_{1ref}(t) \\ &= -\left(\frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr}\right) (\bar{x}_1(t)) - \left(\frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr}\right) \left[ (k_{p1}) \bar{x}_1(t) + (k_{i1}) \int \bar{x}_1(t) dt + \rho_1 \text{sgm} \sigma_1(t) - \Delta_{u1} + x_{1ref} \right] - \dot{x}_{1ref}(t) \\ \bar{x}_1(t) \dot{\bar{x}}_1(t) &= \bar{x}_1(t) \left\{ -\left(\frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr}\right) \bar{x}_1(t) - \left(\frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr}\right) \left[ (k_{p1}) \bar{x}_1(t) + (k_{i1}) \int \bar{x}_1(t) dt + \rho_1 \text{sgm} \bar{x}_1(t) - \Delta_{u1} + x_{1ref} \right] \right\} - \bar{x}_1(t) \dot{x}_{1ref}(t) \\ &= \bar{x}_1(t) \left\{ -\left(\frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr}\right) \left[ (1 + k_{p1}) \bar{x}_1(t) + k_{i1} \int \bar{x}_1(t) dt + \rho_1 \text{sgm} \bar{x}_1(t) - \Delta_{u1} + x_{1ref} \right] \right\} - \bar{x}_1(t) \dot{x}_{1ref}(t), \end{aligned}$$

obtem-se então a Equação (156):

$$\begin{aligned} \bar{x}_1(t) \dot{\bar{x}}_1(t) &= -\left(\frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr}\right) \left[ (1 + k_{p1}) (\bar{x}_1^2(t)) + \rho_1 \bar{x}_1(t) \text{sgm} \bar{x}_1(t) \right] \\ &\quad - \bar{x}_1(t) \left[ \dot{x}_{1ref}(t) + \left(\frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr}\right) \left( k_{i1} \int \bar{x}_1(t) dt + x_{1ref} - \Delta_{u1} \right) \right]. \end{aligned} \quad (156)$$

Para que as condições de estabilidade sejam satisfeitas, ou seja,  $\bar{x}_1(t) \dot{\bar{x}}_1(t) < 0$ , de (156) tem-se que:

$$\begin{cases} (i) \left(\frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr}\right) \left[ (1 + k_{p1}) (\bar{x}_1^2(t)) + \rho_1 \bar{x}_1(t) \text{sgm} \bar{x}_1(t) \right] > \left| \bar{x}_1(t) \left[ \dot{x}_{1ref}(t) + \left(\frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr}\right) \left( k_{i1} \int \bar{x}_1(t) dt + x_{1ref} - \Delta_{u1} \right) \right] \right|; \forall t \\ (ii) |\bar{x}_1(t)| > \delta, \text{sgm} \bar{x}_1(t) = \bar{x}_1(t) / (\bar{x}_1(t) + \delta) \text{ (camada limite)}. \end{cases} \quad (157)$$

Então, se as condições de estabilidade (157) forem satisfeitas, tem-se  $\lim_{t \rightarrow \infty} \bar{x}_1(t) = 0 \rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} x_1(t) = x_{1ref}(t)$ .

Nota-se que o termo  $\rho_1 \bar{x}_1(t) \text{sgm } \bar{x}_1(t)$  do CEV melhora a robustez do sistema junto com o termo  $(1+k_{p1})(\bar{x}_1^2(t))$  do PI, permitindo maior margem de estabilidade ao controlador. Deve-se observar que a atratividade ao deslizamento é garantida somente na região fora da camada limite ou seja para  $|\sigma_1(t)| > \delta$ .

Para o caso da velocidade  $\bar{x}_3(t) = x_3(t) - x_{3ref}(t)$ , fazendo  $\tilde{x}_1(t) = x_1(t)$ , através das Equações (89), (150), (152) e (155) as condições de estabilidade são determinadas a partir do seguinte desenvolvimento:

$$\begin{aligned} \bar{x}_3(t) = x_3(t) - x_{3ref}(t) &\rightarrow \dot{\bar{x}}_3(t) = \dot{x}_3(t) - \dot{x}_{3ref}(t); \sigma_2(t) = \bar{x}_3(t) \\ \dot{\bar{x}}_3(t) &= \left( \frac{k_M}{\tau_m} + \Delta_{km} \right) x_1(t) [u_2(t) + \Delta_{u2}] - \frac{1}{\tau_m} v(t) - \dot{x}_{3ref}(t) \\ &= \left( \frac{k_M}{\tau_m} + \Delta_{km} \right) x_1(t) \left[ -\frac{1}{x_1(t)} \left( k_{p2} \bar{x}_3(t) + k_{i2} \int \bar{x}_3(t) dt + \rho_2 \text{sgm } \bar{x}_3(t) \right) + \Delta_{u2} \right] - \frac{1}{\tau_m} v(t) - \dot{x}_{3ref}(t), \end{aligned}$$

tal que:

$$\begin{aligned} \bar{x}_3(t) \dot{\bar{x}}_3(t) &= - \left( \frac{k_M}{\tau_m} + \Delta_{km} \right) \left[ k_{p2} (\bar{x}_3(t))^2 + \rho_2 \bar{x}_3(t) \text{sgm } \bar{x}_3(t) \right] \\ &\quad - \bar{x}_3(t) \left[ \frac{1}{\tau_m} v(t) + \dot{x}_{3ref}(t) + \left( \frac{k_M}{\tau_m} + \Delta_{km} \right) k_{i2} \int \bar{x}_3(t) dt + \Delta_{u2} \right]. \end{aligned} \quad (158)$$

Para que as condições de estabilidade sejam satisfeitas, ou seja,  $\bar{x}_3(t) \dot{\bar{x}}_3(t) < 0$ , de (158) tem-se:

$$\left\{ \begin{aligned} (i) & \left( \frac{k_M}{\tau_m} + \Delta_{km} \right) \left[ k_{p2} (\bar{x}_3(t))^2 + \rho_2 \bar{x}_3(t) \text{sgm } \bar{x}_3(t) \right] > \left| \bar{x}_3(t) \left[ \frac{1}{\tau_m} v(t) + \dot{x}_{3ref}(t) + \left( \frac{k_M}{\tau_m} + \Delta_{km} \right) k_{i2} \int \bar{x}_3(t) dt + \Delta_{u2} \right] \right|; \forall t \\ (ii) & |\bar{x}_3(t)| > \delta; \text{sgm } \{\bar{x}_3(t)\} = \bar{x}_3(t) / (|\bar{x}_3(t)| + \delta) \text{ (camada limite)}. \end{aligned} \right. \quad (159)$$

Então, se as condições de estabilidade (159) forem satisfeitas, tem-se  $\lim_{t \rightarrow \infty} \bar{x}_3(t) = 0 \rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} x_3(t) = x_{3ref}(t)$ .

Nota-se que as condições (157) e (159) podem ser facilmente satisfeitas uma vez que dependem dos valores de projeto dos ganhos  $k_{p1}$ ,  $k_{p2}$ ,  $\rho_1$  e  $\rho_2$ . Observa-se que os ganhos do PICEV  $\rho_1$  e  $\rho_2$  melhoram as margens de estabilidade diante das incertezas e perturbações, além disso a parcela com estrutura variável tem como principal vantagem a rejeição das influências das perturbações quando em modo deslizante..

#### 4.4.3 Análise da robustez do controle PICEV considerando incertezas, perturbações e atraso no sinal de controle

Considere a lei PICEV, equações (148) a (153), com atraso  $h$ :

$$u(t-h) = u_{eq}(t-h) + u_{NL}(t-h) \quad (160)$$

tal que:

$$u_{eq1}(t-h) = - \left[ (k_{p1}) (\tilde{x}_1(t-h) - x_{1ref}(t-h)) + (k_{i1}) \int (\tilde{x}_1(t-h) - x_{1ref}(t-h)) dt \right] \quad (161)$$

$$u_{eq2}(t-h) = - \frac{1}{\tilde{x}_1(t-h)} \left[ k_{p2} (x_3(t-h) - x_{3ref}(t-h)) + k_{i2} \int (x_3(t-h) - x_{3ref}(t-h)) dt \right] \quad (162)$$

$$u_{NL1}(t-h) = - \underbrace{\tau_R P_1}_{\rho_1} \text{sgm} \sigma_1(t-h) \quad (163)$$

$$u_{NL2}(t-h) = - \frac{1}{\tilde{x}_1(t-h)} \underbrace{\frac{\tau_m}{k_M} P_2}_{\rho_2} \text{sgm} \sigma_2(t-h). \quad (164)$$

As Superfícies de Deslizamento com atraso,  $\sigma_1(t-h)$  e  $\sigma_2(t-h)$ , tornam-se:

$$\begin{cases} \sigma_1(t-h) = \bar{x}_1(t-h) \\ \sigma_2(t-h) = \bar{x}_3(t-h). \end{cases} \quad (165)$$

Considerando  $\bar{x}_1(t) = x_1(t) - x_{1ref}(t)$  e, por simplicidade de análise, fazendo  $\tilde{x}_1(t) = x_1(t)$ , tem-se o seguinte desenvolvimento para a condição de estabilidade:

$$\begin{aligned}
\dot{\bar{x}}_1(t) &= \dot{x}_1(t) - \dot{x}_{1ref}(t) = -\left(\frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr}\right) \underbrace{x_1(t)}_{\bar{x}_1(t) + x_{1ref}} + \left(\frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr}\right) (u_1(t-h) + \Delta_{u1}) - \dot{x}_{1ref}(t) \\
\dot{\bar{x}}_1(t) &= -\left(\frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr}\right) (\bar{x}_1(t) + x_{1ref}) - \left(\frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr}\right) \left[ (k_{p1}) \bar{x}_1(t-h) + (k_{i1}) \int \bar{x}_1(t-h) dt + \rho_1 \operatorname{sgm} \sigma_1(t-h) - \Delta_{u1} \right] - \dot{x}_{1ref}(t) \\
&= -\left(\frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr}\right) (\bar{x}_1(t)) - \left(\frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr}\right) \left[ (k_{p1}) \bar{x}_1(t-h) + (k_{i1}) \int \bar{x}_1(t-h) dt + \rho_1 \operatorname{sgm} \sigma_1(t-h) - \Delta_{u1} + x_{1ref} \right] - \dot{x}_{1ref}(t) \\
\bar{x}_1(t) \dot{\bar{x}}_1(t) &= \bar{x}_1(t) \left\{ -\left(\frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr}\right) \bar{x}_1(t) - \left(\frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr}\right) \left[ (k_{p1}) \bar{x}_1(t-h) + (k_{i1}) \int \bar{x}_1(t-h) dt + \rho_1 \operatorname{sgm} \bar{x}_1(t-h) - \Delta_{u1} + x_{1ref} \right] \right\} - \bar{x}_1(t) \dot{x}_{1ref}(t).
\end{aligned}$$

Tem-se então:

$$\bar{x}_1(t) \dot{\bar{x}}_1(t) = -\left(\frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr}\right) \left[ \bar{x}_1^2(t) + (k_{p1}) \bar{x}_1(t) \bar{x}_1(t-h) \right] - \bar{x}_1(t) \left\{ \dot{x}_{1ref}(t) + \left(\frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr}\right) \left[ (k_{i1}) \int \bar{x}_1(t-h) dt \right] \right\} - \bar{x}_1(t) \left[ -\Delta_{u1} + x_{1ref} \right]. \quad (166)$$

Para que as condições de estabilidade sejam satisfeitas, ou seja,  $\bar{x}_1(t) \dot{\bar{x}}_1(t) < 0$ , tem-se as seguintes condições:

$$\left\{ \begin{array}{l} (i) \operatorname{sgn} \bar{x}_1(t) = \operatorname{sgn} \bar{x}_1(t-h), \forall t \\ (ii) \left(\frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr}\right) \left[ \bar{x}_1^2(t) + (k_{p1}) \bar{x}_1(t) \bar{x}_1(t-h) \right] + \left[ \rho_1 \bar{x}_1 \operatorname{sgm} \bar{x}_1(t-h) \right] > \left| \bar{x}_1(t) \left\{ \dot{x}_{1ref}(t) + \left(\frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr}\right) \left[ (k_{i1}) \int \bar{x}_1(t-h) dt \right] \right\} \right|, \forall t \\ (iii) |\sigma_1(t-h)| > \delta; \operatorname{sgm}(\sigma_1(t-h)) = \sigma_1(t-h) / (|\sigma_1(t-h)| + \delta). \end{array} \right. \quad (167)$$

Neste caso, com a presença do atraso, a condição  $\operatorname{sgn} \bar{x}_1(t) = \operatorname{sgn} \bar{x}_1(t-h), \forall t \geq 0$  faz com que a inclusão do CEV no PI torne mais difícil a condição de estabilidade uma vez que a condição (ii) é dependente dessa imposição.

Para o caso da velocidade  $\bar{x}_3(t) = x_3(t) - x_{3ref}(t)$ , as condições de estabilidade são determinadas a partir da seguinte análise:

$$\begin{aligned}
\dot{\bar{x}}_3(t) &= \dot{x}_3(t) - \dot{x}_{3ref}(t) = \left(\frac{k_M}{\tau_m} + \Delta_{km}\right) x_1(t) [u_2(t-h) + \Delta_{u2}] - \frac{1}{\tau_m} v(t) - \dot{x}_{3ref}(t) \\
\dot{\bar{x}}_3(t) &= \left(\frac{k_M}{\tau_m} + \Delta_{km}\right) x_1(t) \left[ -\frac{1}{x_1(t-h)} \left( k_{p2} \bar{x}_3(t-h) + k_{i2} \int \bar{x}_3(t-h) dt + \rho_2 \operatorname{sgm} \sigma_2(t-h) \right) + \Delta_{u2} \right] - \frac{1}{\tau_m} v(t) - \dot{x}_{3ref}(t).
\end{aligned}$$

Desta forma tem-se:

$$\bar{x}_3(t)\dot{\bar{x}}_3(t) = -\left(\frac{k_M}{\tau_m} + \Delta_{km}\right) \frac{x_1(t)}{x_1(t-h)} \left( k_{p2}\bar{x}_3(t)\bar{x}_3(t-h) + \rho_2\bar{x}_3(t)\text{sgm}\bar{x}_3(t-h) \right) - \bar{x}_3(t) \left[ \frac{1}{\tau_m} v(t) + \dot{x}_{3ref}(t) + \left(\frac{k_M}{\tau_m} + \Delta_{km}\right) x_1(t)\Delta_{u2} + \left(\frac{k_M}{\tau_m} + \Delta_{km}\right) \frac{x_1(t)}{x_1(t-h)} \left( k_{i2} \int \bar{x}_3(t-h)dt \right) \right]. \quad (168)$$

Para que as condições de estabilidade sejam satisfeitas, ou seja,  $\bar{x}_3(t)\dot{\bar{x}}_3(t) < 0$ , tem-se:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{(i) } \text{sgn } \bar{x}_3(t) = \text{sgn } \bar{x}_3(t-h); \forall t \\ \text{(ii) } \left( \frac{k_M}{\tau_m} + \Delta_{km} \right) \frac{x_1(t)}{x_1(t-h)} \left( k_{p2}\bar{x}_3(t)\bar{x}_3(t-h) + \rho_2\bar{x}_3(t)\text{sgm}\bar{x}_3(t-h) \right) > \left| \bar{x}_3(t) \left[ \frac{1}{\tau_m} v(t) + \dot{x}_{3ref}(t) + \left(\frac{k_M}{\tau_m} + \Delta_{km}\right) x_1(t)\Delta_{u2} + \left(\frac{k_M}{\tau_m} + \Delta_{km}\right) \frac{x_1(t)}{x_1(t-h)} \left( k_{i2} \int \bar{x}_3(t-h)dt \right) \right] \right|; \forall t \\ \text{(iii) } |\sigma_2(t-h)| > \delta; \text{sgm}(\sigma_2(t-h)) = \sigma_2(t-h) / (|\sigma_2(t-h)| + \delta). \end{array} \right. \quad (169)$$

Nota-se que, pelas condições (167) e (169), a inclusão do CEV no controle PI tornou a robustez da estabilidade mais difícil de ser obtida quando se considera a presença do atraso, uma vez que as condições (i) de (167) e (169) são muito restritivas, principalmente quando existem rápidos transitórios. Assim, para o caso em que os ganhos dos controladores são elevados, abruptas trocas de cargas mecânicas ou abruptas mudanças nos sinais de referência podem prejudicar o desempenho do controlador e até mesmo levar o sistema à instabilidade.

#### 4.5 PROJETO DE CONTROLE COM ESTRUTURA VARIÁVEL E MODOS DESLIZANTES (CEV) PARA O MIT

Neste item propõe-se um projeto de controle com estrutura variável (CEV) com modificações em relação ao PICEV proposto na seção anterior. O controle proposto, denominado CEV, é aplicado no modelo matemático do MIT descrito pelas Equações (87) a (89). O objetivo de controle é manter a velocidade angular do motor e o módulo do vetor corrente de magnetização da máquina assíncrona em seus respectivos sinais de referência com a mínima influência degenerativa de perturbações e incertezas da planta.

##### 4.5.1 Controle com Estrutura Variável e Modos Deslizantes para o MIT

A lei de controle escolhida é formada por uma parte linear contínua ( $u_{eq}(t)$ ) e outra descontínua ( $u_{NL}(t)$ ), conforme (170):

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{eq1}(t) \\ u_{eq2}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_{NL1}(t) \\ u_{NL2}(t) \end{bmatrix} \\ \mathbf{u}(t) = \mathbf{u}_{eq}(t) + \mathbf{u}_{NL}(t) \end{cases} \quad (170)$$

sendo que  $\mathbf{u}_{eq}(t) \in \Re^2$  é o controle equivalente, o qual estabelece a dinâmica do sistema em deslizamento; e  $\mathbf{u}_{NL}(t) \in \Re^2$  é o controle não linear, o qual mantém o sistema na condição de deslizamento .

Como o objetivo de controle refere-se às variáveis  $x_1(t)$  e  $x_3(t)$  , uma proposta para  $u_{eq}(t)$  e  $u_{NL}(t)$  é dada por (SILVA et al, 1998):

$$u_{eq1}(t) = \tilde{x}_1(t) - \tau_R c_1 (\tilde{x}_1(t) - x_{1ref}) \quad (171)$$

$$u_{eq2}(t) = \frac{1}{k_M \tilde{x}_1(t)} \left[ \tilde{v}(t) - \tau_m c_2 (x_3(t) - x_{3ref}) \right] \quad (172)$$

$$u_{NL1}(t) = -\tau_R P_{1c} \operatorname{sgm}(\sigma_1(t)) \quad (173)$$

$$u_{NL2}(t) = -\frac{\tau_m}{k_M \tilde{x}_1(t)} P_{2c} \operatorname{sgm}(\sigma_2(t)). \quad (174)$$

Os parâmetros  $c_1$  ,  $c_2$  ,  $P_{1c}$  e  $P_{2c}$  são constantes de projeto positivas e  $x_{1ref}$  e  $x_{3ref}$  são as entradas de referência em “por unidade” (p.u.). A função “sgm” é dada por  $\operatorname{sgm} \sigma(t) = \sigma(t) / (\sigma(t) + \delta)$ ;  $\delta \rightarrow 0^+$  . A variável  $\tilde{x}_1(t)$  é estimada pelo observador OEV conforme (94).

As superfícies de deslizamento,  $\sigma_1(t)$  e  $\sigma_2(t)$  , são escolhidas como sendo:

$$\sigma_1(t) = \tilde{x}_1(t) + c_1 \int_0^t (\tilde{x}_1(\tau) - x_{1ref}) d\tau \quad (175)$$

$$\sigma_2(t) = x_3(t) + c_2 \int_0^t (x_3(\tau) - x_{3ref}) d\tau. \quad (176)$$

#### 4.5.2 Análise do CEV para o sistema nominal sem incertezas, sem perturbações e sem atraso no MIT

Os estados  $\tilde{x}_1(t) = x_1(t)$ ,  $\tilde{v}(t) = v(t)$  e  $x_3(t)$  na condição de deslizamento, em que as incertezas não influenciam, ou seja,  $\Delta_{u1}(t) = \Delta_{u2}(t) = \Delta_{tr}(t) = \Delta_{km}(t) = 0$ , têm o seguinte comportamento dinâmico:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= -\frac{1}{\tau_R} x_1(t) + \frac{1}{\tau_R} u_{eq1}(t) \\ &= -\frac{1}{\tau_R} x_1(t) + \frac{1}{\tau_R} \left[ x_1(t) - \tau_R c_1 (x_1(t) - x_{1ref}) \right] \\ \dot{x}_1(t) &= -[c_1] [x_1(t) - x_{1ref}];\end{aligned}\tag{177}$$

$$\begin{aligned}\dot{x}_3(t) &= \frac{k_M}{\tau_m} x_1(t) u_{eq2}(t) - \frac{1}{\tau_m} v(t) \\ &= \frac{k_M}{\tau_m} x_1(t) \left[ \frac{1}{k_M x_1(t)} \left[ v(t) - \tau_m c_2 (x_3(t) - x_{3Ref}) \right] \right] - \frac{1}{\tau_m} v(t) \\ \dot{x}_3(t) &= -[c_2] (x_3(t) - x_{3Ref}).\end{aligned}\tag{178}$$

Assim, neste projeto, a dinâmica no deslizamento das variáveis  $\tilde{x}_1(t) = x_1(t)$  e  $x_3(t)$  são definidas pelos ganhos  $C_1$  e  $C_2$  das equações (177) e (178).

Na próxima seção será analisada a condição de existência do modo deslizante considerando as incertezas.

#### 4.5.3 Análise da robustez do CEV considerando incertezas e perturbações no MIT sem atraso

Seja a candidata à função de Lyapunov dada por:

$$\begin{cases} V(t) = \frac{1}{2} \boldsymbol{\sigma}(t)^T \boldsymbol{\sigma}(t) \\ = \frac{1}{2} [\sigma_1(t) \quad \sigma_2(t)] \begin{bmatrix} \sigma_1(t) \\ \sigma_2(t) \end{bmatrix}. \end{cases} \quad (179)$$

A condição de existência do modo deslizante para o modelo matemático do MIT com incertezas, descrito pelas Equações (87) a (89), são:

$$\begin{cases} \dot{V}(t) = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} ([\sigma_1(t) \quad \sigma_2(t)] [\sigma_1(t) \quad \sigma_2(t)]^T) \\ = \sigma_1(t) \dot{\sigma}_1(t) + \sigma_2(t) \dot{\sigma}_2(t) < 0. \end{cases} \quad (180)$$

Para a superfície  $\sigma_1(t)$  e, por simplicidade de análise, fazendo-se  $\tilde{x}_1(t) = x_1(t)$  e  $\tilde{v}(t) = v(t)$ , tem-se o seguinte desenvolvimento para a condição de estabilidade:

$$\begin{aligned} & \begin{cases} \sigma_1(t) = x_1(t) + c_1 \int_0^t (x_1(\tau) - x_{1\text{ref}}) d\tau \\ \dot{\sigma}_1(t) = \dot{x}_1(t) + c_1 (x_1(t) - x_{1\text{ref}}) \\ \dot{x}_1(t) = -\left(\frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr}\right) x_1(t) + \left(\frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr}\right) [u_1(t) + \Delta_{u1}] \\ u_1(t) = \underbrace{x_1 - \tau_R c_1 (x_1(t) - x_{1\text{ref}})}_{u_{eq1}(t)} - \underbrace{\tau_R P_{1c} \text{sgm}(\sigma_1(t))}_{u_{NL1}(t)} \end{cases} \\ & \sigma_1(t) \dot{\sigma}_1(t) = \sigma_1(t) \left\{ \underbrace{-\left(\frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr}\right) \left[ x_1(t) - \underbrace{\left( \overbrace{x_1(t) - \tau_R c_1 (x_1(t) - x_{1\text{ref}})}^{u_1(t)} \right)}_{\bar{x}_1(t)} - \tau_R P_{1c} \text{sgm}(\sigma_1(t)) \right]}_{\dot{x}_1(t)} + \Delta_{u1} + c_1 \underbrace{(x_1(t) - x_{1\text{ref}})}_{\bar{x}_1(t)} \right\} \\ & = \sigma_1(t) \left\{ -\left(\frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr}\right) \left[ \tau_R (P_{1c} \text{sgm}(\sigma_1(t)) + c_1 (\bar{x}_1(t))) + \Delta_{u1} \right] + c_1 (\bar{x}_1(t)) \right\} \\ & \sigma_1(t) \dot{\sigma}_1(t) = \left[ -\left(\frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr}\right) \tau_R P_{1c} \sigma_1(t) \text{sgm}(\sigma_1(t)) \right] - \sigma_1(t) \left[ \left(\frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr}\right) \left( \tau_R c_1 \bar{x}_1(t) + \Delta_{u1} \right) - c_1 (\bar{x}_1(t)) \right]. \quad (181) \end{aligned}$$

Pela Equação (181), para que  $\sigma_1(t) \dot{\sigma}_1(t) < 0$  seja satisfeita, as condições são dadas em (182):

$$\begin{cases} (i) \left( \frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr} \right) \tau_R P_{1c} \sigma_1(t) \text{sgm}(\sigma_1(t)) > \left| \sigma_1(t) \left[ \left( \frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr} \right) \left( \tau_R c_1 \bar{x}_1(t) \right) - c_1(\bar{x}_1(t)) \right] \right|; \forall t \\ (ii) |\sigma_1(t)| > \delta, \quad \text{sgm} \sigma_1(t) = \sigma_1(t) / (|\sigma_1(t)| + \delta). \end{cases} \quad (182)$$

A condição (i) de (182) será satisfeita desde que exista um valor finito para  $P_{1c}$ , ou seja, depende apenas deste parâmetro de projeto. Caso as incertezas e perturbações sejam nulas, a condição (182) torna-se:

$$\begin{cases} (i) P_{1c} > 0 \\ (ii) |\sigma_1(t)| > \delta, \quad \text{sgm} \sigma_1(t) = \sigma_1(t) / (|\sigma_1(t)| + \delta). \end{cases} \quad (183)$$

Para que  $\sigma_2(t)\dot{\sigma}_2(t) < 0$ , as condições para estabilidade são dadas em (185), conforme o desenvolvimento a seguir, chegando-se nas condições (185):

$$\begin{cases} \sigma_2(t) = x_3(t) + c_2 \int_0^t (x_3(\tau) - x_{3\text{ref}}) d\tau \\ \dot{\sigma}_2(t) = \dot{x}_3(t) + c_2 (x_3(t) - x_{3\text{ref}}) \\ \dot{x}_3(t) = \left( \frac{k_M}{\tau_m} + \Delta_{km} \right) x_1(t) [u_2(t) + \Delta_{u2}] - \frac{1}{\tau_m} v(t) \\ u_2(t) = \underbrace{\frac{1}{k_M x_1} \left[ v(t) - \tau_m c_2 (x_3(t) - x_{3\text{ref}}) \right]}_{u_{eq2}} - \underbrace{\frac{\tau_m}{k_M x_1(t)} P_{2c} \text{sgm} \sigma_2(t)}_{u_{NL2}} \end{cases}$$

$$\sigma_2(t) \dot{\sigma}_2(t) = \sigma_2(t) \left\{ \underbrace{\left( \frac{k_M}{\tau_m} + \Delta_{km} \right) x_1(t) \left[ \frac{1}{k_M x_1(t)} \left[ v(t) - \tau_m c_2 \underbrace{(x_3(t) - x_{3\text{ref}})}_{\bar{x}_3(t)} \right] - \frac{\tau_m}{k_M x_1(t)} P_{2c} \text{sgm} \sigma_2(t) + \Delta_{u2} \right]}_{\dot{x}_3(t)} - \frac{1}{\tau_m} v(t) + c_2 \underbrace{(x_3(t) - x_{3\text{ref}})}_{\bar{x}_3(t)} \right\}$$

$$\sigma_2(t) \dot{\sigma}_2(t) = - \left( \frac{k_M}{\tau_m} + \Delta_{km} \right) \left( \frac{\tau_m}{k_M} P_{2c} \sigma_2(t) \text{sgm} \sigma_2(t) \right) + \sigma_2(t) \left[ \left( \frac{k_M}{\tau_m} + \Delta_{km} \right) \begin{pmatrix} x_1(t) \Delta_{u2} + \frac{1}{k_M} v(t) \\ -\frac{\tau_m}{k_M} c_2 \bar{x}_3(t) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \frac{1}{\tau_m} v(t) \\ -c_2 \bar{x}_3(t) \end{pmatrix} \right], \quad (184)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (i) \left( \frac{k_M}{\tau_m} + \Delta_{km} \right) \left( \frac{\tau_m}{k_M} P_{2c} \sigma_2(t) \operatorname{sgm} \sigma_2(t) \right) > \left| \sigma_2(t) \left[ \left( \frac{k_M}{\tau_m} + \Delta_{km} \right) \begin{pmatrix} x_1(t) \Delta_{u2} + \frac{1}{k_M} v(t) \\ -\frac{\tau_m}{k_M} c_2 \bar{x}_3(t) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \frac{1}{\tau_m} v(t) \\ -c_2 \bar{x}_3(t) \end{pmatrix} \right] \right|; \forall t \\ (ii) |\sigma_2(t)| > \delta, \operatorname{sgm} \sigma_2(t) = \sigma_2(t) / (|\sigma_2(t)| + \delta). \end{array} \right. \quad (185)$$

A condição (i) de (185) será satisfeita desde que exista um valor finito para  $P_{2c}$ , ou seja, depende apenas deste parâmetro de projeto. Caso as incertezas e perturbações sejam nulas, a condição (185) torna-se:

$$\left\{ \begin{array}{l} (i) P_{2c} > 0 \\ (ii) |\sigma_2(t)| > \delta, \operatorname{sgm} \sigma_2(t) = \sigma_2(t) / (|\sigma_2(t)| + \delta). \end{array} \right. \quad (186)$$

#### 4.5.4 Análise da robustez da estabilidade do CEV considerando incertezas, perturbações e atraso no sinal de controle no MIT

Considere as leis CEV, equações (170) a (176), com atraso:

$$u(t-h) = u_{eq}(t-h) + u_{NL}(t-h) \quad (187)$$

$$u_{eq1}(t-h) = \tilde{x}_1(t-h) - \tau_R c_1 (\tilde{x}_1(t-h) - x_{1ref}(t-h)) \quad (188)$$

$$u_{eq2}(t-h) = \frac{1}{k_M \tilde{x}_1(t-h)} \left[ \tilde{v}(t-h) - \tau_m c_2 (x_3(t-h) - x_{3ref}(t-h)) \right] \quad (189)$$

$$u_{NL1}(t-h) = -\tau_R P_{1c} \operatorname{sgm} \sigma_1(t-h) \quad (190)$$

$$u_{NL2}(t-h) = -\frac{\tau_m}{k_M \tilde{x}_1(t-h)} P_{2c} \operatorname{sgm} \sigma_2(t-h) \quad (191)$$

$$\sigma_1(t-h) = \tilde{x}_1(t-h) + c_1 \int_0^t (\tilde{x}_1(t-h) - x_{1ref}(t-h)) d\tau \quad (192)$$

$$\sigma_2(t-h) = x_3(t-h) + c_2 \int_0^t (x_3(t-h) - x_{3\text{ref}}(t-h)) d\tau \quad (193)$$

Os comportamentos dinâmicos de  $\tilde{x}_1(t) = x_1(t)$  e  $x_3(t)$  no deslizamento (sem influência das incertezas) são dados por (194) e (195), conforme a seguir:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= -\frac{1}{\tau_R} x_1(t) + \frac{1}{\tau_R} u_{eq1}(t-h) \\ &= -\frac{1}{\tau_R} x_1(t) + \frac{1}{\tau_R} \left[ x_1(t-h) - \tau_R c_1 (x_1(t-h) - x_{1\text{ref}}(t-h)) \right] \\ \dot{x}_1(t) &= -\frac{1}{\tau_R} \left[ \underbrace{x_1(t) - x_1(t-h)}_{\neq 0} + \tau_R c_1 (x_1(t-h) + x_{1\text{ref}}(t-h)) \right], \end{aligned} \quad (194)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_3(t) &= \frac{k_M}{\tau_m} x_1(t) u_{eq2}(t-h) - \frac{1}{\tau_m} v(t) \\ &= \frac{k_M}{\tau_m} x_1(t) \left[ \frac{1}{k_M x_1(t-h)} \left[ v(t-h) - \tau_m c_2 (x_3(t-h) - x_{3\text{ref}}(t-h)) \right] \right] - \frac{1}{\tau_m} v(t) \\ \dot{x}_3(t) &= -c_2 \underbrace{\frac{x_1(t)}{x_1(t-h)}}_{\neq 1} (x_3(t-h) - x_{3\text{ref}}(t-h)) + \underbrace{\frac{x_1(t)}{x_1(t-h)} \frac{1}{\tau_m} v(t-h) - \frac{1}{\tau_m} v(t)}_{\neq 0}. \end{aligned} \quad (195)$$

Através de (194) e (195), nota-se que a dinâmica no deslizamento das variáveis  $\tilde{x}_1(t) = x_1(t)$  e  $x_3(t)$  não podem ser estabelecidas apenas pelos ganhos  $c_1$  e  $c_2$  como no caso sem atraso, equações (177) e (178), uma vez que devido ao atraso não há garantias de que existam igualdades entre as variáveis no instante  $t$  e no instante  $t-h$ .

A condição de existência do modo deslizante considerando as incertezas e o atraso no controle é analisada a seguir considerando, por simplicidade de análise,  $\tilde{x}_1(t) = x_1(t)$  e  $\tilde{v}(t) = v(t)$ :

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2} \frac{d}{dt} \left( \begin{bmatrix} \sigma_1(t) & \sigma_2(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1(t) & \sigma_2(t) \end{bmatrix}^T \right) &= \sigma_1(t) \dot{\sigma}_1(t) + \sigma_2(t) \dot{\sigma}_2(t) < 0 \\
\sigma_1(t) &= x_1(t) + c_1 \int_0^t (x_1(\tau) - x_{1\text{ref}}(\tau)) d\tau \\
\dot{\sigma}_1(t) &= \dot{x}_1(t) + c_1 (x_1(t) - x_{1\text{ref}}(t)) \\
\dot{x}_1(t) &= - \left( \frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr} \right) x_1(t) + \left( \frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr} \right) (u_1(t-h) + \Delta_{u1}) \\
u_1(t-h) &= \underbrace{x_1(t-h) - \tau_R c_1 (x_1(t-h) - x_{1\text{ref}}(t-h))}_{u_{eq1}(t-h)} - \underbrace{\tau_R P_{1c} \text{sgm}(\sigma_1(t-h))}_{u_{NL1}(t-h)} \\
\sigma_1(t) \dot{\sigma}_1(t) &= \sigma_1(t) \left\{ - \left( \frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr} \right) \underbrace{\left( x_1(t) - x_1(t-h) + \tau_R c_1 (x_1(t-h) - x_{1\text{ref}}(t-h)) \right)}_{\bar{x}_1(t)} + c_1 (x_1(t) - x_{1\text{ref}}(t)) \right\} \\
&= \sigma_1(t) \left[ - \left( \frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr} \right) (\tau_R P_{1c} \text{sgm}(\sigma_1(t-h))) \right] + \sigma_1(t) \left[ c_1 (\bar{x}_1(t)) - \left( \frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr} \right) \left( x_1(t) - x_1(t-h) + \tau_R c_1 (\bar{x}_1(t-h)) - \Delta_{u1} \right) \right], \\
\sigma_1(t) \dot{\sigma}_1(t) &= - \left( \frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr} \right) \tau_R \left[ P_{1c} \sigma_1(t) \text{sgm}(\sigma_1(t-h)) \right] + \sigma_1(t) \left[ c_1 (\bar{x}_1(t)) - \left( \frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr} \right) \left( x_1(t) - x_1(t-h) + \tau_R c_1 (\bar{x}_1(t-h)) - \Delta_{u1} \right) \right]. \quad (196)
\end{aligned}$$

Para que as condições de estabilidade sejam satisfeitas, ou seja,  $\sigma_1(t) \dot{\sigma}_1(t) < 0$ , tem-se:

$$\begin{cases}
(i) \text{sgn}(\sigma_1(t-h)) = \text{sgn}(\sigma_1(t)); \forall t \\
(ii) \left( \frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr} \right) \tau_R P_{1c} \sigma_1(t) \text{sgm}(\sigma_1(t-h)) > \left| \sigma_1(t) \left[ c_1 (\bar{x}_1(t)) - \left( \frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr} \right) \left( x_1(t) - x_1(t-h) + \tau_R c_1 (\bar{x}_1(t-h)) - \Delta_{u1} \right) \right] \right|; \forall t \\
(iii) |\sigma_1(t)| > \delta, \quad \text{sgm} \sigma_1(t) = \sigma_1(t) / (|\sigma_1(t)| + \delta).
\end{cases} \quad (197)$$

Note que a condição (i) de (197),  $\text{sgn}(\sigma_1(t-h)) = \text{sgn}(\sigma_1(t))$ , torna a condição (ii) bastante restritiva, quando se leva em consideração a situação em que há rápidos chaveamentos entre valores positivos e negativos de  $\sigma_1(t)$ . Desta forma, a condição de existência não mais apenas depende do ganho  $P_{1c}$ .

Com respeito à condição  $\sigma_2(t) \dot{\sigma}_2(t) < 0$ , tem-se o seguinte desenvolvimento:

$$\begin{aligned}
\sigma_2(t) &= x_3(t) + c_2 \int_0^t (x_3(\tau) - x_{3\text{ref}}(\tau)) d\tau \\
\dot{\sigma}_2(t) &= \dot{x}_3(t) + c_2 (x_3(t) - x_{3\text{ref}}(t)) \\
\dot{x}_3(t) &= \left( \frac{k_M}{\tau_m} + \Delta_{km} \right) x_1(t) [u_2(t-h) + \Delta_{u2}] - \frac{1}{\tau_m} v(t) \\
u_2(t-h) &= \underbrace{\frac{1}{k_M x_1(t-h)} [v(t-h) - \tau_m c_2 (x_3(t-h) - x_{3\text{ref}}(t-h))]}_{u_{eq2}} - \underbrace{\frac{\tau_m}{k_M x_1(t-h)} P_{2c} \text{sgn} \sigma_2(t-h)}_{u_{NL2}} \\
\sigma_2(t) \dot{\sigma}_2(t) &= \sigma_2(t) \left\{ \underbrace{\left( \frac{k_M}{\tau_m} + \Delta_{km} \right) x_1(t) \left[ \frac{1}{k_M x_1(t-h)} [v(t-h) - \tau_m c_2 (x_3(t-h) - x_{3\text{ref}}(t-h))] - \frac{\tau_m}{k_M x_1(t-h)} P_{2c} \text{sgm} \sigma_2(t-h) + \Delta_{u2} \right]}_{\dot{x}_3(t)} - \frac{1}{\tau_m} v(t) + c_2 (x_3(t) - x_{3\text{ref}}(t)) \right\}, \\
\sigma_2(t) \dot{\sigma}_2(t) &= - \left( \frac{k_M}{\tau_m} + \Delta_{km} \right) \left( \frac{\tau_m}{k_M} \right) \left( \frac{x_1(t)}{x_1(t-h)} \right) P_{2c} \sigma_2(t) \text{sgm} \sigma_2(t-h) + \sigma_2(t) \left[ \begin{aligned} & - \frac{1}{\tau_m} v(t) + c_2 (\bar{x}_3(t)) \\ & + \left( \frac{k_M}{\tau_m} + \Delta_{km} \right) \left( \frac{1}{k_M} \right) \left( \frac{x_1(t)}{x_1(t-h)} \right) \left( v(t-h) + \Delta_{u2} \right) \\ & - \tau_m c_2 (\bar{x}_3(t-h)) \end{aligned} \right]. \quad (198)
\end{aligned}$$

Da Equação (198), para que as condições de estabilidade sejam satisfeitas, ou seja,  $\sigma_2(t) \dot{\sigma}_2(t) < 0$ , tem-se:

$$\left\{ \begin{aligned} & (i) \text{sgn}(\sigma_2(t-h)) = \text{sgn}(\sigma_2(t)); \forall t \\ & (ii) \left( \frac{k_M}{\tau_m} + \Delta_{km} \right) \left( \frac{\tau_m}{k_M} \right) \left( \frac{x_1(t)}{x_1(t-h)} \right) P_{2c} \sigma_2(t) \text{sgm} \sigma_2(t-h) > \left| \sigma_2(t) \left[ \begin{aligned} & - \frac{1}{\tau_m} v(t) + c_2 (\bar{x}_3(t)) \\ & + \left( \frac{k_M}{\tau_m} + \Delta_{km} \right) \left( \frac{1}{k_M} \right) \left( \frac{x_1(t)}{x_1(t-h)} \right) \left( v(t-h) + \Delta_{u2} \right) \\ & - \tau_m c_2 (\bar{x}_3(t-h)) \end{aligned} \right] \right|; \forall t \\ & (iii) |\sigma_2(t)| > \delta, \text{sgm} \sigma_2(t) = \sigma_2(t) / (|\sigma_2(t)| + \delta). \end{aligned} \right. \quad (199)$$

Note que a condição (i) de (199),  $\text{sgn}(\sigma_2(t-h)) = \text{sgn}(\sigma_2(t))$ , torna a condição (ii) bastante restritiva, quando se leva em consideração a situação em que há rápidos chaveamentos entre valores positivos e negativos de  $\sigma_2(t)$ . Desta forma, a condição de existência não mais apenas depende do ganho  $P_{2c}$ .

#### 4.6 COMENTÁRIOS

Apesar do modelo do MIT ser não linear, conhecendo-se os valores numéricos dos parâmetros de forma exata e sem incerteza, o projeto do controlador PI pode ser realizado

utilizando-se técnicas clássicas para as especificações de amortecimento, tempo de estabelecimento e outros. No entanto, com a inclusão das incertezas, é possível estabelecer somente as condições para que o sistema seja estável desde que se conheça os valores máximos das incertezas/perturbações.

Associando o projeto de controle PI à estratégia de controle com estrutura variável, PICEV, objetiva-se que haja rejeição das incertezas e perturbações, de modo a contemplar as vantagens de ambas as metodologias num só projeto. No entanto, com a presença de atraso no sinal de controle, demonstrou-se a fragilidade da robustez da estabilidade de ambas as técnicas. A mesma análise em relação ao atraso se aplica ao CEV proposto.

Através de simulações computacionais efetuadas no modelo de um MIT de 25 CV, no próximo capítulo, pretende-se corroborar as análises realizadas neste capítulo e no anterior em relação a todos os aspectos dos controles propostos PI, PICEV e CEV.

## 5 SIMULAÇÕES COMPUTACIONAIS UTILIZANDO PI, PICEV E CEV NO MIT

Com o intuito de corroborar as análises realizadas no Capítulo 4, realizaram-se simulações computacionais utilizando o software MatLab/Simulink<sup>®</sup> referentes a um MIT de 25 CV de alto desempenho cujos dados foram retirados do manual de fabricante [2010]. Neste capítulo são apresentados os resultados e as análises dessas simulações.

### 5.1 VALORES NUMÉRICOS DOS PARÂMETROS PARA O MIT DE 25 CV

As Equações (87), (88) e (89), as quais representam o modelo não linear incerto do MIT, foram implementadas no Software MatLab/Simulink<sup>®</sup>. Os valores nominais do MIT de 25 CV são apresentados na Tabela 2. Na Tabela 3, têm-se os valores dos ganhos dos controladores PI, PICEV e CEV. Na Tabela 4 e na Figura 24 são apresentados os valores da velocidade de referência do rotor e da carga mecânica utilizados nas simulações, as quais têm um intervalo de duração de 0 a 160 segundos.

Tabela 2: Valores nominais do MIT de 25 CV.

| MIT 25 CV                                  |                  |                          |
|--------------------------------------------|------------------|--------------------------|
| Descrição dos Parâmetros do Motor de 25 CV | Simbologia       | Valores                  |
| Tensão                                     | $U_B$            | 220 V                    |
| Corrente do Estator                        | $I_B$            | 59,7 A                   |
| Velocidade                                 | $\omega_B (n_B)$ | 122,5rad/s (1.170 rpm)   |
| Torque                                     | $m_B$            | 15,5 kgf (149,24 N.m)    |
| Resistência do Rotor referida ao Estator   | $R_R$            | 0,9 $\Omega$             |
| Indutância do Rotor referida ao Estator    | $L_R$            | 100 mH                   |
| Indutância Mútua                           | $L_0$            | 92 mH                    |
| Momento de Inercia (Com carga mecânica)    | $J$              | 1,4155 kg.m <sup>2</sup> |

|                                      |                                             |                |
|--------------------------------------|---------------------------------------------|----------------|
| Coeficiente de Dispersão do Rotor    | $\sigma_R$                                  | 0,08           |
| Constante de Tempo Elétrica do Rotor | $\tau_R = \frac{L_R}{R_R}$                  | 111,1 ms       |
| Constante de Tempo Mecânica          | $\tau_m = (J\omega_B)/m_B$                  | 1,155 s        |
| Constante Elétrica                   | $k_M = (2L_0 I_B^2) / (3(1 + \sigma_R)m_B)$ | 1,3499         |
| Fluxo Residual de magnetização       | $i_{mR}(0) = \Phi_0$                        | $10^{-8}$ p.u. |

Fonte: (WEG 2010)

Tabela 3: Valores dos ganhos do controlador PI, PICEV e CEV.

| Descrição dos Parâmetros do Motor de 25 CV          | Simbologia                                                       | Valores                          |
|-----------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|----------------------------------|
| Ganho do observador OEV<br>Eq. (96)                 | $L_1$                                                            | 10                               |
| Ganho do observador OEV<br>Eq.(97)                  | $L_2$                                                            | 7                                |
| Ganho dos controladores PI<br>Eqs. (119) e (120)    | $(k_{p1}; k_{i1}); (k_{p2}; k_{i2})$                             | (15;15);(15;15)                  |
| Ganho dos controladores PICEV<br>Eqs. (149) a (153) | $(k_{p1}; k_{i1}); (k_{p2}; k_{i2}); (\rho_1; \rho_2); (\delta)$ | (15;15);(15;15);(0,5;0,5);(0,01) |
| Ganho dos controladores CEV<br>Eqs. (171) a (176)   | $(c_1; c_2); (P_{1c}; P_{2c}); (\delta)$                         | (5;5);(10;10);(0,01)             |

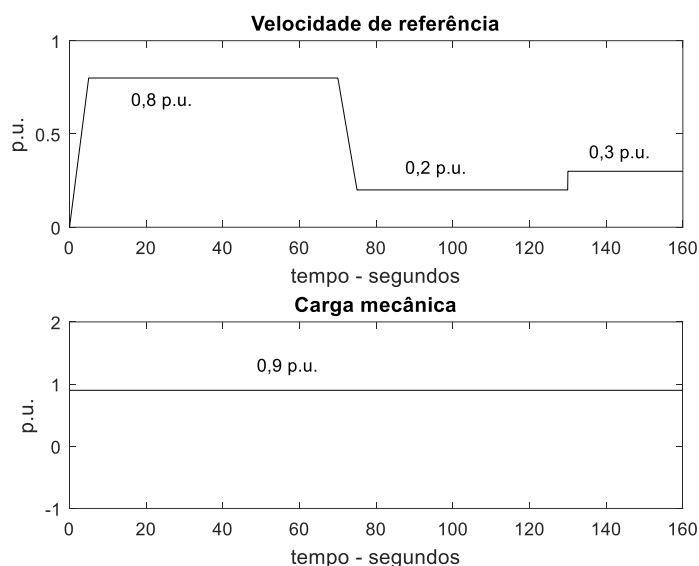
Fonte: Próprio autor.

Tabela 4: Velocidade de referência e carga mecânica do MIT utilizadas nas simulações.

| Descrição dos parâmetros          | Simbologia                | Intervalo de tempo (Segundos)                                                                                                 | Valores (p.u.)                                                                                                                   |
|-----------------------------------|---------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Referência de velocidade do rotor | $\omega_{ref} = X_{3ref}$ | $\begin{cases} 0 \leq t < 5 \\ 5 \leq t < 70 \\ 70 \leq t < 75 \\ 75 \leq t < 120 \\ t = 120 \\ 120 < t \leq 160 \end{cases}$ | $\begin{cases} \text{rampa (0 a 0,8)} \\ 0,8 \\ \text{rampa (0,8 a 0,2)} \\ 0,2 \\ \text{degrau (0,2 a 0,3)} \\ 0,3 \end{cases}$ |
| Carga mecânica                    | $m_L = \nu$               | $0 \leq t \leq 160$                                                                                                           | 0,9                                                                                                                              |

Fonte: Próprio autor.

Figura 24 - Valores da velocidade de referência do rotor e da carga mecânica utilizados nas simulações.



Fonte: Próprio autor.

## 5.2 RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES E ANÁLISES

Através do software MatLab/Simulink<sup>®</sup> implementou-se o esquema mostrado na Figura 23, sendo que o modelo do MIT utilizado foi computado através das equações (87) a (89). Os estados foram estimados através da computação das equações (94) a (97) de OEV. As leis de controle foram computadas utilizando as equações (119) e (120) para a estratégia de controle PI; as equações (148) a (153) para a estratégia de controle PICEV e (170) a (176) para o CEV. O período de aquisição de dados foi de 1 ms. O passo da resolução dos cálculos integrais utilizado foi 0,0001.

Três situações de operação do MIT foram simuladas:

- (i) Modelo do MIT sem incertezas, sem perturbações e sem atraso: controlador PI
- (ii) Modelo do MIT com incertezas, com perturbações e sem atraso: controladores PI, PICEV e CEV
- (iii) Modelo do MIT sem incertezas, sem perturbações e com atraso: controladores PI, PICEV e CEV

Para comparações de resultados, além da análise visual das respostas gráficas, tem-se também atribuição de valores numéricos através de Índices de Desempenho conforme a

seguir, sendo que quanto mais próximo de zero estes índices estiverem significa que melhor é o desempenho do controlador.

- (a) Índice de Desempenho para o rastreamento da velocidade (  $DV$  ), computado através de (200):

$$\begin{aligned} DV &= \int_0^{160} \left| \left( x_3(t) - x_{3Ref}(t) \right) \right| dt \\ &= \int_0^{160} \left| \left( \omega(t) - \omega_{Ref}(t) \right) \right| dt. \end{aligned} \quad (200)$$

- (b) Índice de Desempenho para o torque eletromecânico e carga mecânica (  $DT$  ), computado através de (201):

$$\begin{aligned} DT &= \int_0^{160} \left| \left( v(t) - m_d(t) \right) \right| dt \\ &= \int_0^{160} \left| \left( m_L(t) - m_d(t) \right) \right| dt. \end{aligned} \quad (201)$$

- (c) Índice de Desempenho para o rastreamento da corrente de magnetização (  $DM$  ), computado através de (202):

$$\begin{aligned} DM &= \int_0^{160} \left| \left( x_1(t) - x_{1Ref}(t) \right) \right| dt \\ &= \int_0^{160} \left| \left( I_{mR}(t) - I_{mRRef}(t) \right) \right| dt. \end{aligned} \quad (202)$$

Os resultados das simulações são apresentados e analisados a seguir.

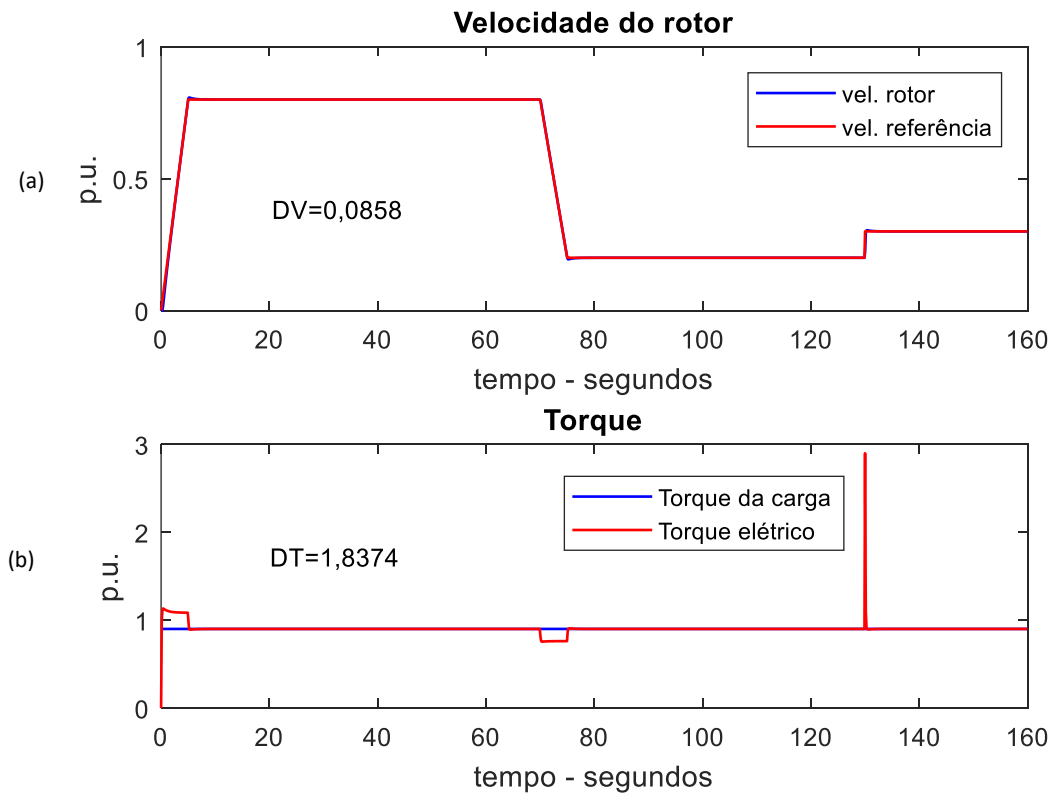
### 5.2.1 Modelo do MIT sem incertezas, sem perturbações e sem atraso: controlador PI

Neste caso, as incertezas paramétricas,  $\Delta_{tr}$  e  $\Delta_{km}$ , e as perturbações no controle,  $\Delta_{u1}$  e  $\Delta_{u2}$ , são consideradas nulas, ou seja, as simulações são feitas considerando o modelo nominal do MIT. Também, as entradas de controle são livres de atraso. A lei de controle é

computada através do controlador PI, equações (119) e (120) com os valores numéricos dos ganhos do PI conforme apresentados na Tabela 3.

Na Figura 25a tem-se sobrepostos os gráficos da velocidade de referência do rotor e o da velocidade real do mesmo. Nota-se que o controlador PI proporciona um resultado com excelente desempenho, tendo em vista que a velocidade real do rotor rastreia de maneira eficiente a velocidade de referência, mesmo em momentos de variações abruptas, sendo que o valor numérico é  $DV=0,0858$  para o seu desempenho, conforme indicado na Figura 25a .

Figura 25 - MIT sem incertezas e sem atraso com controle PI: (a) Velocidade do rotor; (b) Torque eletromecânico.



Fonte: Próprio autor.

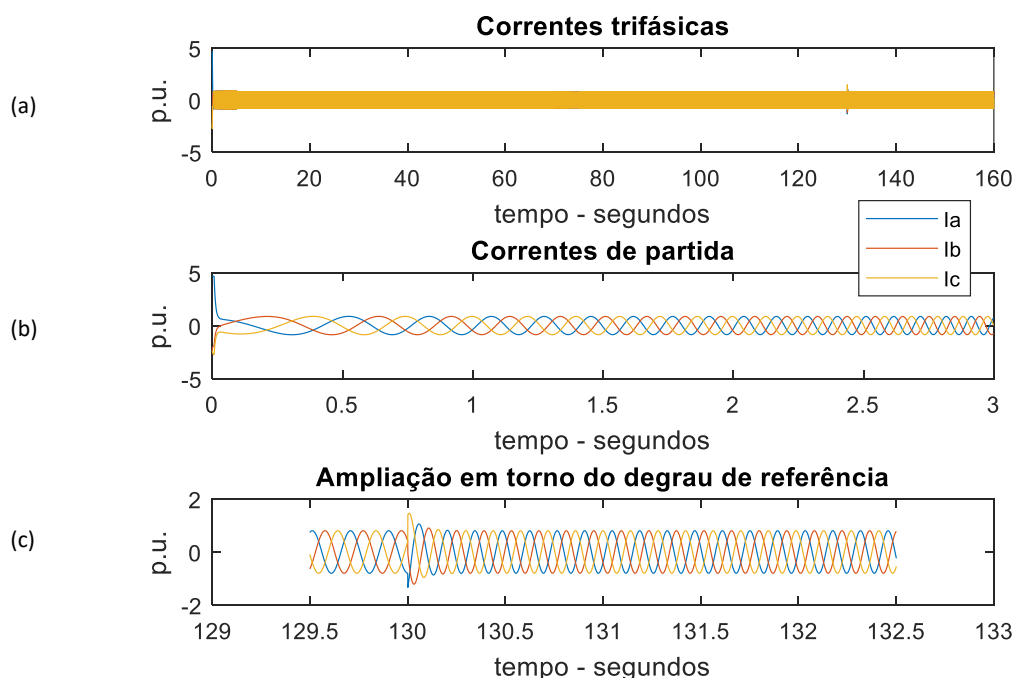
Na Figura 25b tem-se o gráfico do torque de carga real e o torque eletromecânico real do MIT, o qual foi computado por (203):

$$m_d(t) = \tau_m \left( \frac{k_M}{\tau_m} + \Delta_{km} \right) x_1(t) [u_2(t) + \Delta_{u2}]. \quad (203)$$

Na Figura 25b observa-se que nos instantes de transição em rampa da referência o controlador apresentou uma diferença constante em relação aos torques de carga e eletromecânico. Isto ocorre, pois o controle PI é incapaz de seguir a rampa sem erro estacionário, o que provoca pequenos erros nestes instantes. Na mudança abrupta em degrau, o torque eletromecânico transitório não ultrapassou o valor de 5 p.u. e nos demais instantes o torque eletromecânico igualou-se ao da carga imposta proporcionando velocidade constante ao MIT, seguindo a referência com exatidão, obtendo o valor numérico  $DT = 1,8374$  para o seu desempenho, conforme indicado na Figura 25b.

Na Figura 26a apresenta-se o gráfico das correntes trifásicas do estator. A Figura 26b e a Figura 26c apresentam ampliações dos gráficos das correntes nos instantes de partida e mudança em degrau da referência, respectivamente. Nota-se que, mesmo nos momentos de transição de velocidade do MIT, as correntes não ultrapassam valores acima de 5 p.u., ou seja, ficaram dentro da faixa de valores aceitáveis em curto período de tempo.

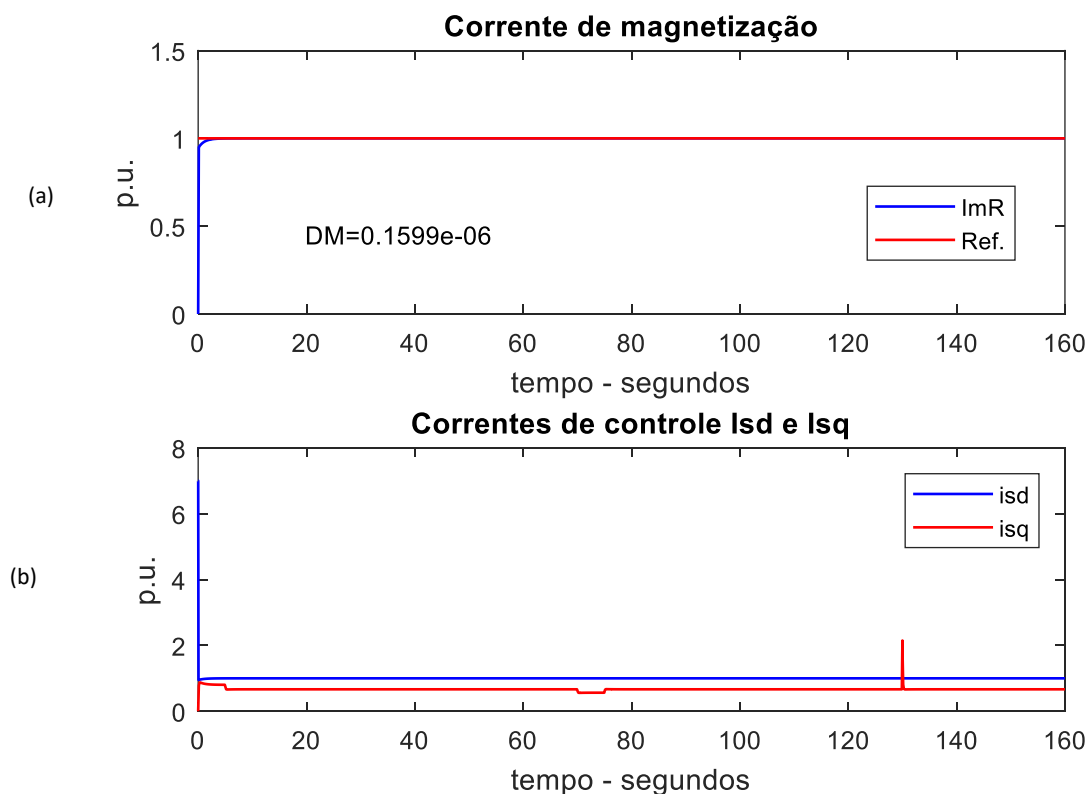
Figura 26 - MIT sem incertezas e sem atraso com controle PI: (a) Correntes trifásicas; (b) Ampliação do gráfico das correntes trifásicas na partida; (c) Ampliação do gráfico das correntes trifásicas no intervalo em que ocorre a mudança em degrau referência de velocidade.



Fonte: Próprio autor.

Na Figura 27a apresenta-se a corrente de magnetização  $I_{mR}$ , a qual tem como referência 1 p.u. Pode-se observar que ela segue a referência com excelente desempenho, com valor numérico praticamente nulo,  $DM=0,1599e^{-06}$ . Na Figura 27b tem-se as correntes de controle de eixo direto  $i_{sd}$  e em quadratura  $i_{sq}$ .

Figura 27 - MIT sem incertezas e sem atraso com controle PI: (a) Corrente de magnetização; (b) Correntes de controle.



Fonte: Próprio autor.

Portanto, pelos resultados gráficos obtidos, comprova-se o excelente desempenho do controlador PI para o sistema nominal sem incertezas, sem perturbações, sem atraso e com rápidas respostas transitórias exigindo esforços de controle dentro das faixas de operação aceitáveis.

### 5.2.2 Modelo do MIT com incertezas, com perturbações e sem atraso: controladores PI, PICEV e CEV

Nesta série de simulações foram acrescentadas incertezas e perturbações ao modelo nominal do MIT conforme as Equações (87) a (89). Além disto, os resultados obtidos são

provenientes de três séries de simulações: (i) Com o controlador PI; (ii) utilizando o controlador PICEV; (iii) utilizando o controlador CEV.

Para as incertezas paramétricas,  $\Delta_{tr}$  e  $\Delta_{km}$ , definem-se as expressões  $dtr(t)$  e  $dkt(t)$ , as quais são índices das incertezas, apresentadas em

(204):

$$\left\{ \begin{array}{l} dtr(t) = \frac{\left[ \frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr}(t) \right]}{\left[ \frac{1}{\tau_R} \right]}; \quad dk t = \frac{\left[ \frac{k_M}{\tau_m} + \Delta_{km}(t) \right]}{\left[ \frac{k_M}{\tau_m} \right]}. \end{array} \right. \quad (204)$$

Os distúrbios  $\Delta_{u1}(t)$  e  $\Delta_{u2}(t)$  nos sinais de controle representam, por exemplo, possíveis falhas devido a curto circuito entre espiras de uma mesma bobina ou flutuações de tensão no barramento CC do conversor CC-CA. Eles afetam diretamente a dinâmica do sistema em modo deslizante, mesmo nos controles PICEV e CEV devido à existência da camada limite. Define-se a expressão  $du_1(t) = du_2(t)$ , as quais são índices das perturbações nas entradas de controle, apresentadas em (205), para ambos os sinais de controle:

$$du_i(t) = \frac{u_i(t) + \Delta_{ui}(t)}{u_i(t)}, \quad i = 1, 2. \quad (205)$$

Os valores numéricos adotados para as variações paramétricas (204) e perturbações no controle (205) são mostrados na Tabela 5..

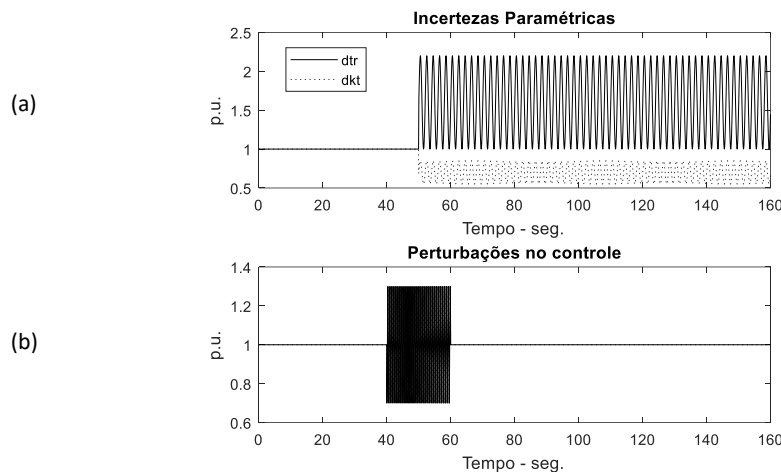
Tabela 5: Incertezas paramétricas e perturbações no controle.

| Descrição dos parâmetros                             | Simbologia    | Intervalo de tempo (segundos)                                                     | Valor numérico                                                                                                                     |
|------------------------------------------------------|---------------|-----------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Incerteza na constante de tempo do rotor             | $dtr$         | $\begin{cases} 0 \leq t < 50 \\ 50 \leq t \leq 160 \end{cases}$                   | $\begin{cases} 1 \rightarrow \text{sem variações} \\ 1,6 + (0,6) \sin(\pi t) \end{cases}$                                          |
| Incerteza nas constantes de tempo mecânica/ elétrica | $dkt$         | $\begin{cases} 0 \leq t < 50 \\ 50 \leq t \leq 160 \end{cases}$                   | $\begin{cases} 1 \rightarrow \text{sem variações} \\ 0,7 + (0,15) \sin(\pi t) \end{cases}$                                         |
| Perturbações nos sinais de controle                  | $du_1 = du_2$ | $\begin{cases} 0 \leq t < 40 \\ 40 \leq t < 60 \\ 60 \leq t \leq 160 \end{cases}$ | $\begin{cases} 1,0 \rightarrow \text{sem distúrbio} \\ 1 + 0,3 \sin(10 \pi t) \\ 1,0 \rightarrow \text{sem distúrbio} \end{cases}$ |

Fonte: Próprio autor.

Na Figura 28a são apresentadas em forma gráfica as variações dos valores numéricos adotados para as incertezas paramétricas, dadas em (204). Na Figura 28b são apresentadas em forma gráfica as variações dos valores numéricos adotados para as perturbações nos sinais de controle, dadas em (205).

Figura 28 - Modelo do MIT incerto: (a) Variações paramétricas; (b) Distúrbios nas entradas de controle.

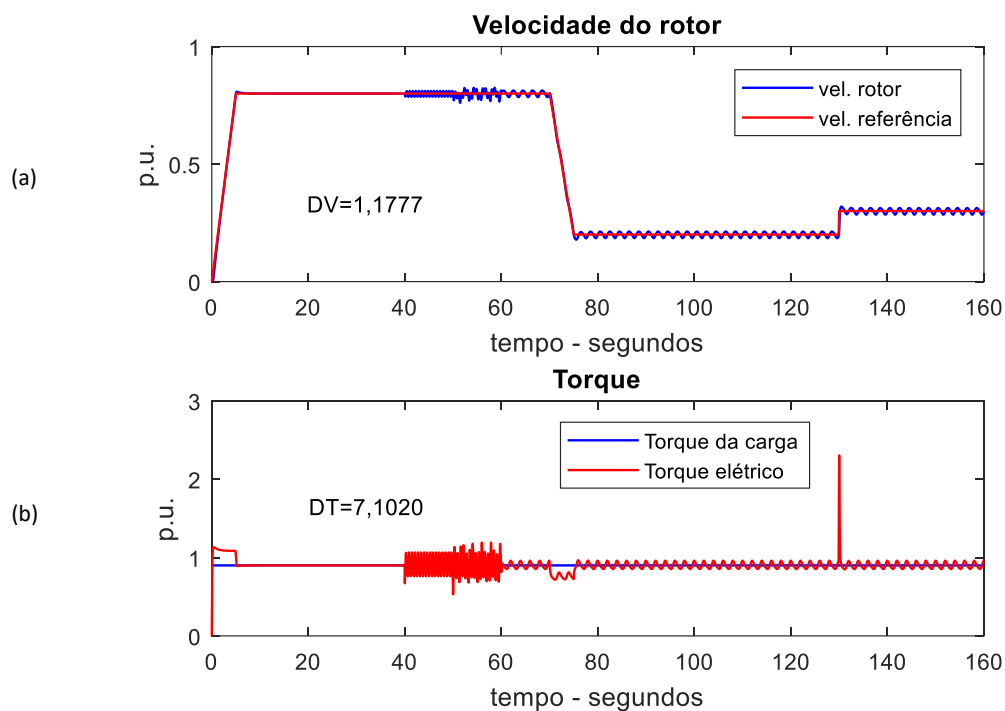


Fonte: Próprio autor.

Na Figura 29a e na Figura 30a apresentam-se os resultados de velocidade do rotor para o MIT controlado por PI e PICEV, respectivamente. Nota-se que para o caso em que utilizou-se o controlador PI, o desempenho foi deteriorado devido à influência das incertezas e perturbações, apresentando índice  $DV = 1,1777$ . Contudo, essas influências são quase que totalmente rejeitadas no caso em que se utilizou o controlador PICEV, como se pode notar pela Figura 30a, onde nota-se claramente a rejeição das incertezas paramétricas e perturbações no controle, apresentando um índice de desempenho bem menor,  $DV = 0,3899$ . Isto corrobora com o que foi demonstrado na Seção 2.4.2, a qual abordou a questão da sensibilidade do sistema controlado por CEV, ou seja, as condições de invariância.

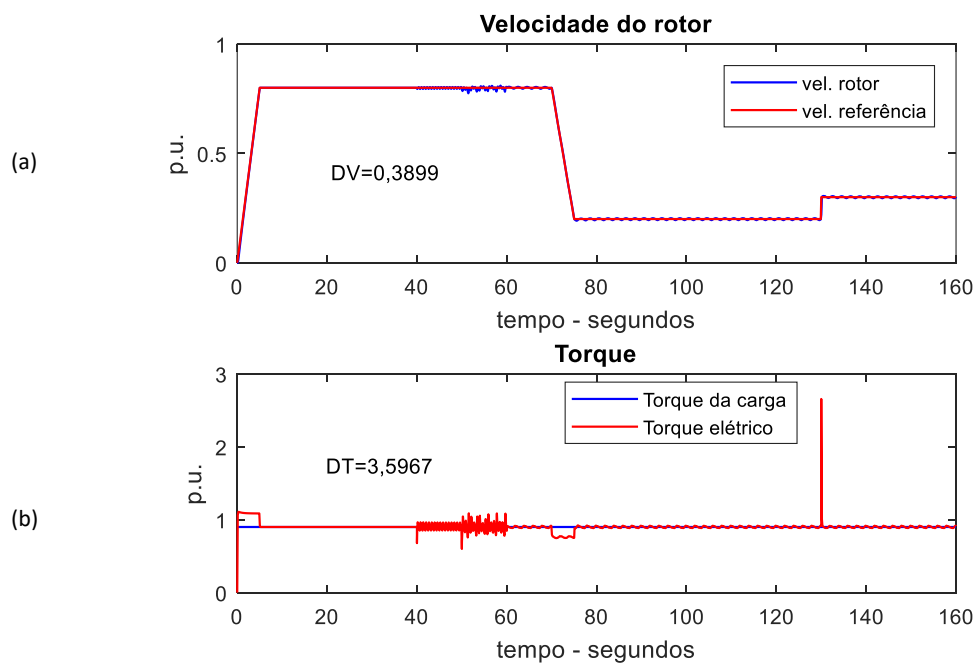
Apresentam-se os resultados do torque eletromecânico do MIT na Figura 29b e Figura 30b, utilizando-se os controladores PI e PICEV, respectivamente. A computação do torque eletromecânico foi realizada através de (203). No caso do PI, o torque eletromecânico oscilou em torno da carga mecânica real (0,9 p.u.) devido às perturbações e incertezas, ou seja, teve seu resultado deteriorado, obtendo  $DT = 7,1020$ . No caso do PICEV, pela Figura 30b nota-se a influência das perturbações, porém com menor intensidade, obtendo um valor numérico do desempenho bem melhor,  $DT = 3,5967$ .

Figura 29 - MIT com incertezas, com perturbações e sem atraso com controle PI: (a) Velocidade do rotor; (b) Torque eletromecânico.



Fonte: Próprio autor.

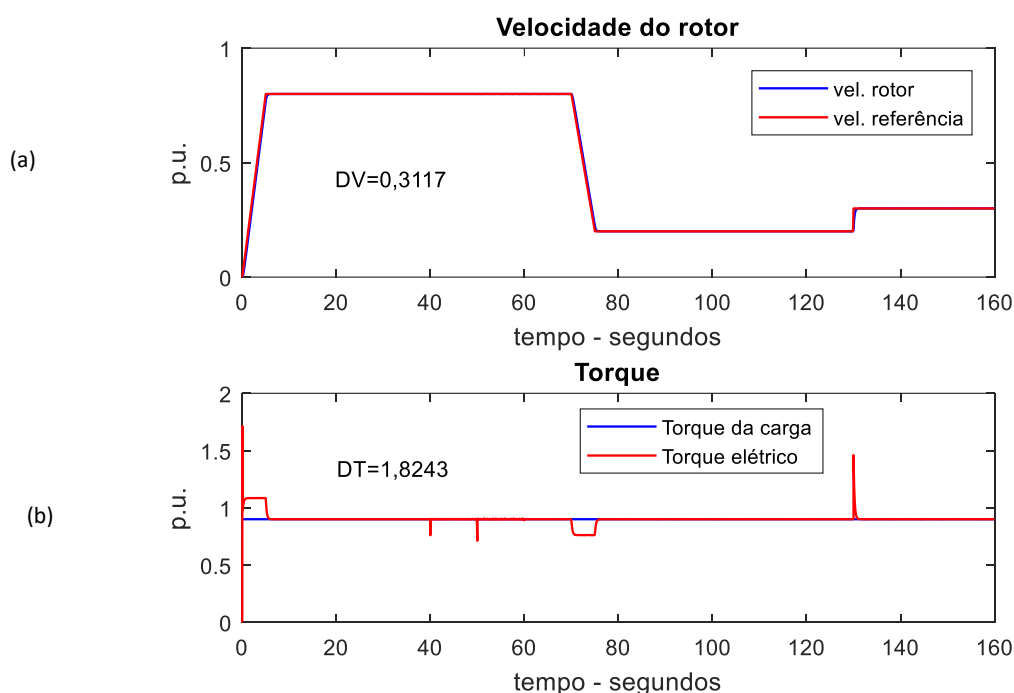
Figura 30 - MIT com incertezas, com perturbações e sem atraso com controle PICEV: (a) Velocidade do rotor; (b) Torque eletromecânico.



Fonte: Próprio autor.

Na Figura 31a e Figura 31b tem-se os resultados para velocidade e torque, respectivamente, para o MIT controlado pelo controlador CEV. Pelos valores numéricos obtidos nos índices de desempenho,  $DV=0,3117$  e  $DT=1,8243$ , observa-se que este projeto resultou em maior rejeição das perturbações, quando comparado aos desempenhos do MIT controlado por PI e PICEV.

Figura 31 - MIT com incertezas, com perturbações e sem atraso com CEV: (a) Velocidade do rotor; (b) Torque eletromecânico.

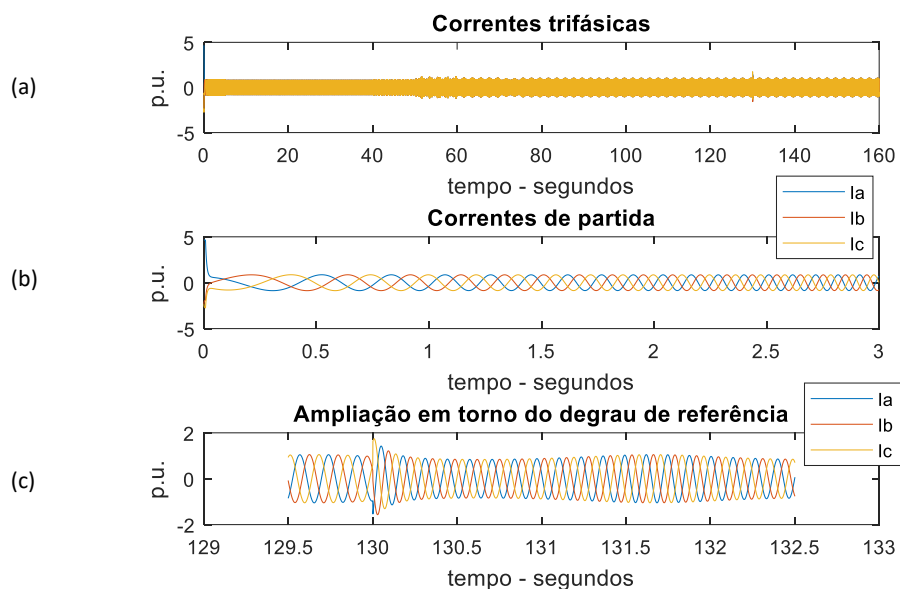


Fonte: Próprio autor.

Da Figura 32a à Figura 34a são mostradas as correntes trifásicas do MIT quando controlado por PI, PICEV e CEV, respectivamente. Ampliação dos instantes de partida são mostrados na Figura 32b à Figura 34b. Da Figura 32c à Figura 34c são mostradas as ampliações das correntes em torno do instante 130 segundos, momento em que há uma mudança em degrau na referência de velocidade.

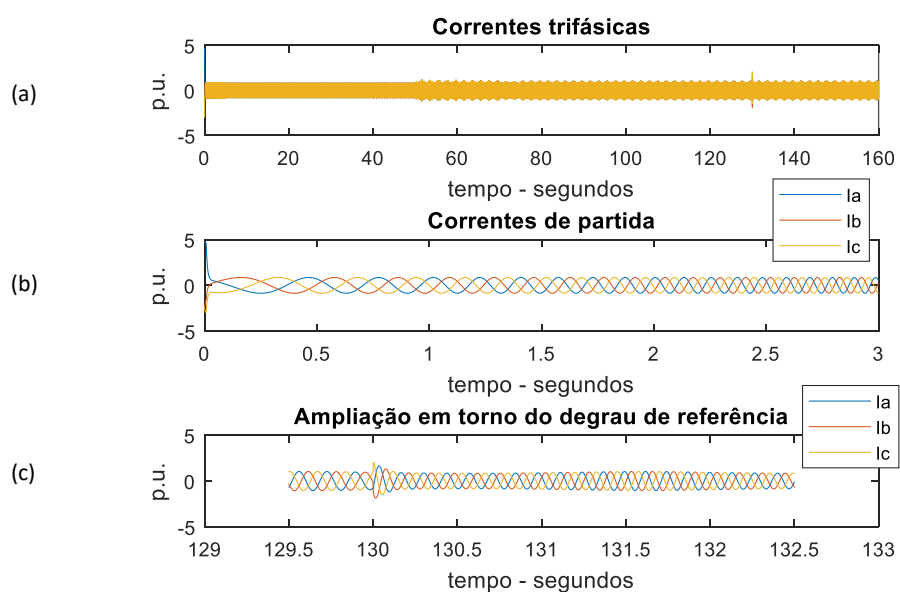
Nota-se que, para todos os casos, ocorreram oscilações de amplitudes devido às influências das incertezas e perturbações, contudo as correntes geradas por meio do PICEV e CEV foram mais eficientes no sentido de prover melhor desempenho para a velocidade e torque. Também, em nenhum momento as correntes ultrapassaram valores acima de 5 p.u. durante os transitórios, isso significa que as correntes ficaram dentro da faixa aceitável de operação.

Figura 32 - MIT com incertezas, com perturbações e sem atraso com controle PI: (a) Correntes trifásicas; (b) Ampliação do gráfico das correntes na partida (c) Ampliação do gráfico das correntes trifásicas em torno do degrau de referência.



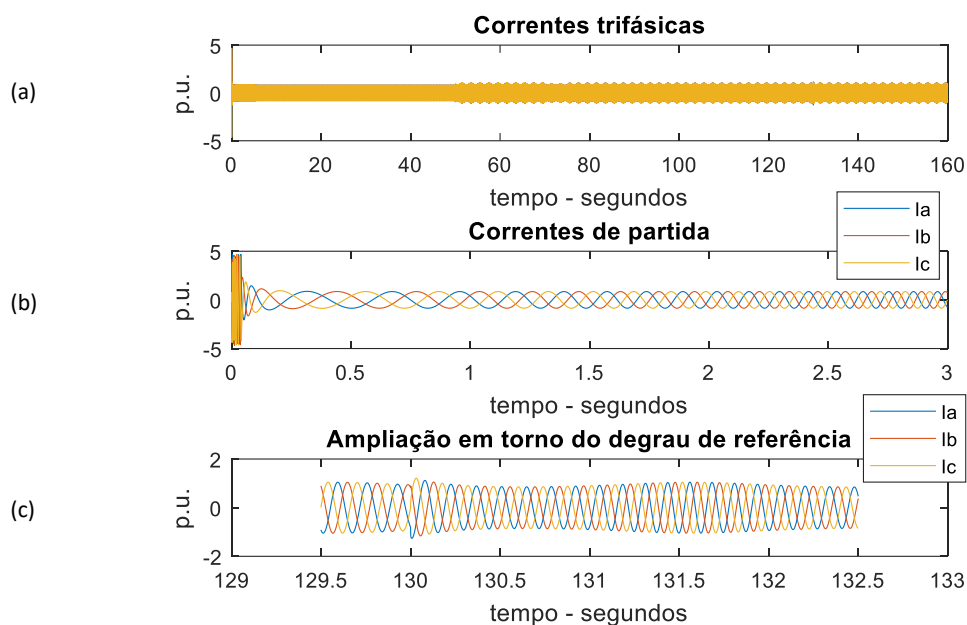
Fonte: Próprio autor.

Figura 33 - MIT com incertezas, com perturbações e sem atraso com controle PICEV: (a) Correntes trifásicas; (b) Ampliação do gráfico das correntes na partida (c) Ampliação do gráfico das correntes trifásicas em torno do degrau de referência.



Fonte: Próprio autor.

Figura 34 - MIT com incertezas, com perturbações e sem atraso com CEV: (a) Correntes trifásicas; (b) Ampliação do gráfico das correntes na partida (c) Ampliação do gráfico das correntes trifásicas em torno do degrau de referência.

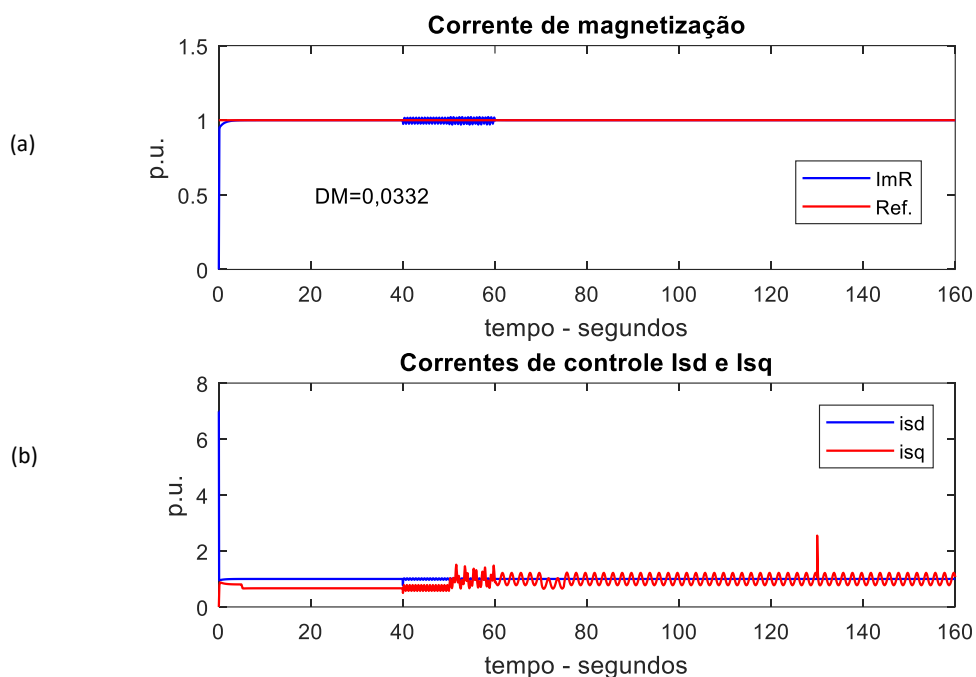


Fonte: Próprio autor.

Da Figura 35a à Figura 37a são apresentadas as correntes de magnetização para o MIT controlado por PI, PICEV e CEV, respectivamente. A referência da corrente é o valor de 1 p.u. em todos os casos. Observa-se a influência da perturbação do controle, ocorrida no intervalo de 40 a 60 segundos, em todos os casos. Os valores numéricos dos índices de desempenho obtidos para os controladores PI, PICEV e CEV são, respectivamente,  $DM=0,0332$ ,  $DM=0,0117$  e  $DM=0,0091$ . Estes números indicam que houve melhor rejeição à influência das perturbações na corrente de magnetização no caso em que o controle usado foi o CEV.

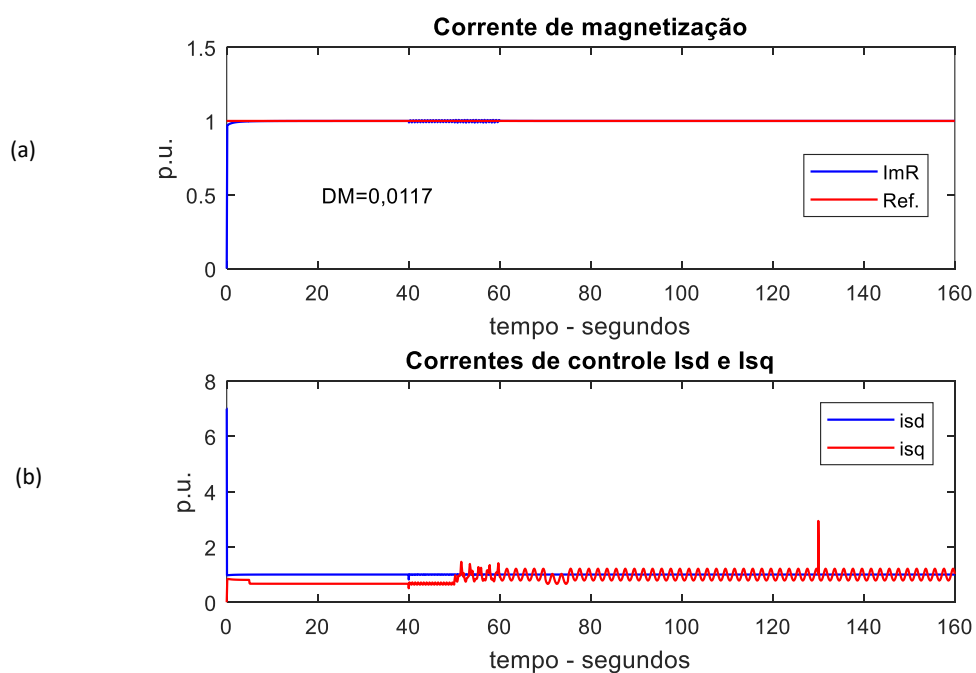
Da Figura 35b a Figura 37b, têm-se as correntes de controle de eixo direto e em quadratura para o MIT controlado por PI, PICEV e CEV, respectivamente.

Figura 35 - MIT com incertezas, com perturbações e sem atraso com controle PI: (a) Corrente de magnetização; (b) Correntes de controle.



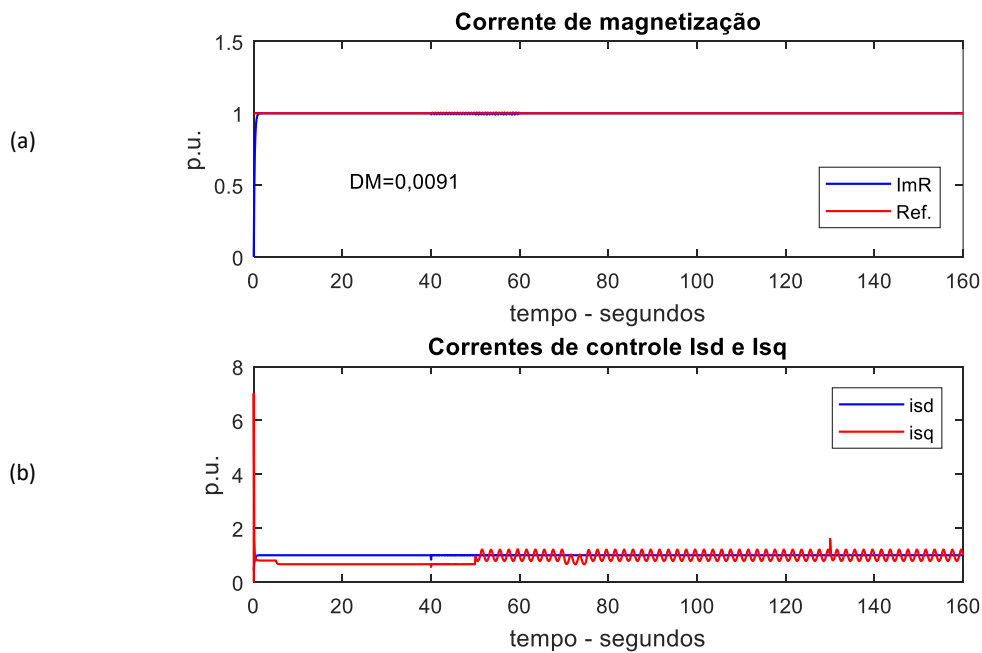
Fonte: Próprio autor.

Figura 36 - MIT com incertezas, com perturbações e sem atraso com controle PICEV: (a) Corrente de magnetização; (b) Correntes de controle.



Fonte: Próprio autor.

Figura 37 - MIT com incertezas, com perturbações e sem atraso com CEV: (a) Corrente de magnetização; (b) Correntes de controle.



Fonte: Próprio autor.

Dos resultados apresentados, pode-se concluir que os controladores PICEV e CEV apresentaram, em relação ao controlador PI, melhores desempenhos com relação à rejeição das perturbações e incertezas, corroborando a teoria apresentada na Seção 2.4.2. As pequenas influências que ocorreram, quando utilizados os controladores PICEV e CEV, foram devido à existência da camada limite, conforme apresentado na Seção 2.4.4.

### 5.2.3 Modelo do MIT sem incertezas, sem perturbações e com atraso: controladores PI, PICEV e CEV

Neste item, simula-se o modelo nominal do MIT, ou seja, sem incertezas e perturbações. No entanto, inclui-se atraso  $h \neq 0$  no sinal de controle. Sabe-se que o atraso deteriora o desempenho dos controladores PI, PICEV e CEV, conforme demonstrado através das condições (145) e (147), para o caso em que utiliza-se o controlador PI, condições (167) e (169), para o caso em que utiliza-se o controlador PICEV e condições (197) e (199), para o caso em que utiliza-se o controlador CEV.

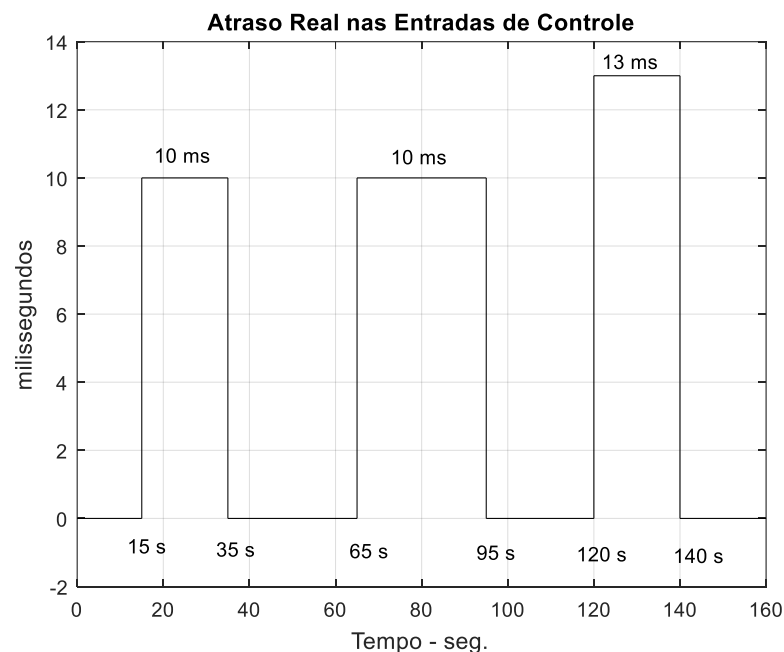
Nas simulações, são considerados atrasos intermitentes conforme apresentados na Tabela 6 e na Figura 38.

Tabela 6: Atraso real no sinal de controle do MIT.

| Descrição dos parâmetros | Simbologia | Intervalo de tempo (segundos) | Valor numérico |
|--------------------------|------------|-------------------------------|----------------|
| Atraso no controle       | $h$        | $0 \leq t < 15$               | 0              |
|                          |            | $15 \leq t < 35$              | 10ms           |
|                          |            | $35 \leq t < 65$              | 0              |
|                          |            | $65 \leq t < 95$              | 10ms           |
|                          |            | $95 \leq t < 120$             | 0              |
|                          |            | $120 \leq t < 140$            | 13ms           |
|                          |            | $140 \leq t \leq 160$         | 0              |

Fonte: Próprio autor.

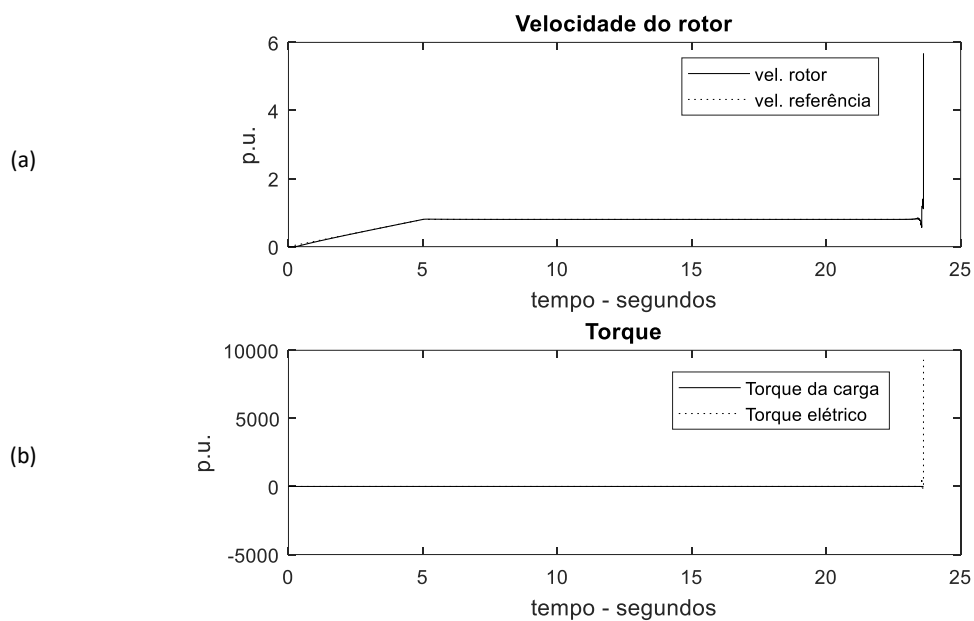
Figura 38 - Atraso real no sinal de controle do MIT.



Fonte: Próprio autor.

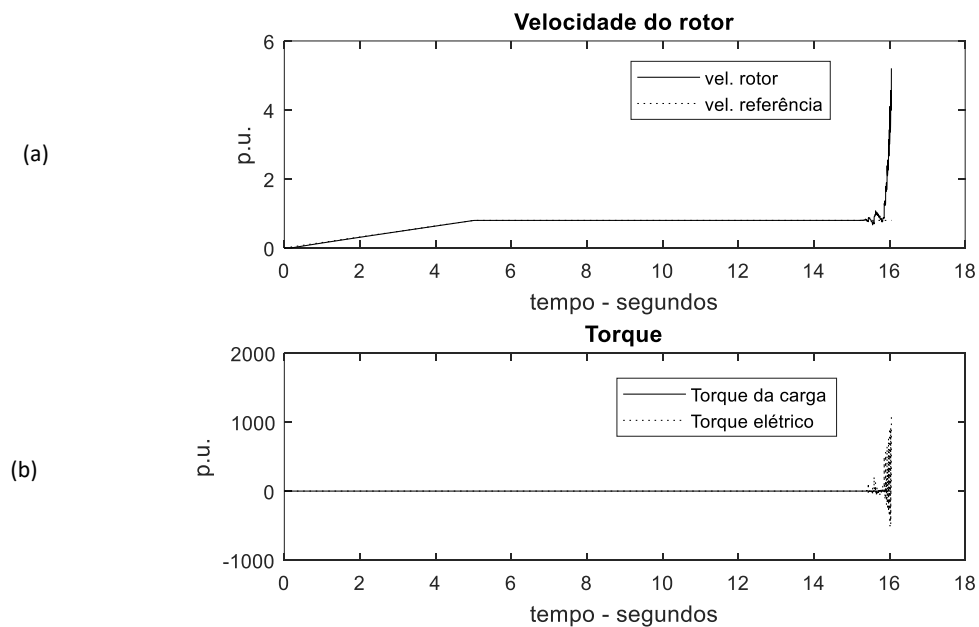
Na Figura 39a e na Figura 40a são apresentados os resultados de velocidade do rotor para o MIT controlador por PI e PICEV, respectivamente. Na Figura 39b e Figura 40b são mostrados os resultados do torque eletromecânico para os controladores PI e PICEV, respectivamente. Nestas figuras, observa-se que o MIT controlado por PI tornou-se instável a partir do instante 23 segundos aproximadamente, conforme Figura 39. No caso do controlador PICEV, pela Figura 40, observa-se que a instabilidade ocorreu quase no instante em que surgiu o atraso, isto é, a partir de 15 segundos de simulação. Este fato confirma as análises feitas na Seção 4.4.3, onde se demonstrou que o controle PICEV torna o MIT mais sensível ao atraso do que quando utiliza-se o PI.

Figura 39 - MIT sem incertezas, sem perturbações e com atraso, controle PI: (a) Velocidade do rotor; (b) Torque eletromecânico.



Fonte: Próprio autor.

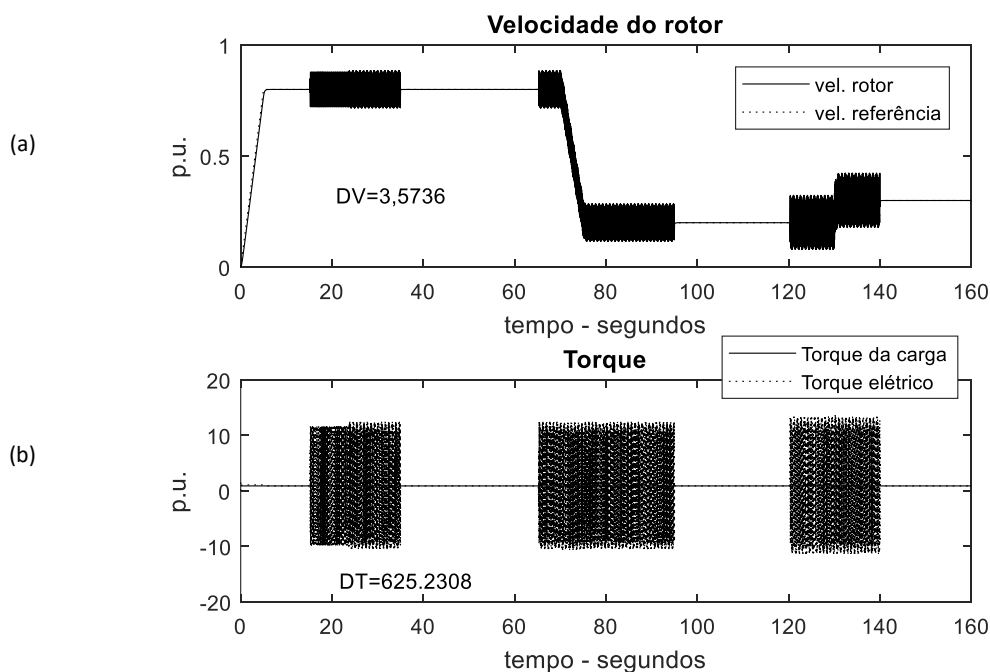
Figura 40 - MIT sem incertezas, sem perturbações e com atraso, controle PICEV: (a) Velocidade do rotor; (b) Torque eletromecânico.



Fonte: Próprio autor.

Na Figura 41 são apresentados os resultados de velocidade do rotor e torque para o MIT controlado por CEV. Nesta figura, nota-se claramente o efeito degenerativo do atraso no controle, pois nos períodos de tempo onde há ocorrência de atraso o sinal de controle trepida nas extremidades da camada limite, tentando manter a estabilidade de forma ineficiente. Com isto, os índices de desempenho atingem valores elevados. Para a velocidade, tem-se na Figura 41a  $DV=3,5736$ . Para o torque eletromecânico, tem-se na Figura 41b  $DT=625,2308$ , com valores de 10 p.u., incluindo valores negativos, de modo que este cenário é impraticável.

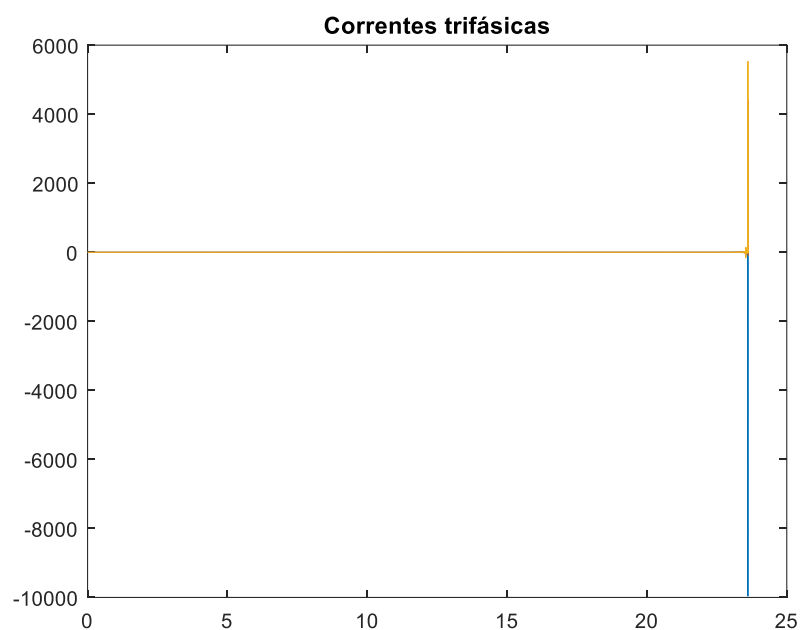
Figura 41 - MIT sem incertezas, sem perturbações e com atraso, CEV: (a) Velocidade do rotor; (b) Torque eletromecânico.



Fonte: Próprio autor.

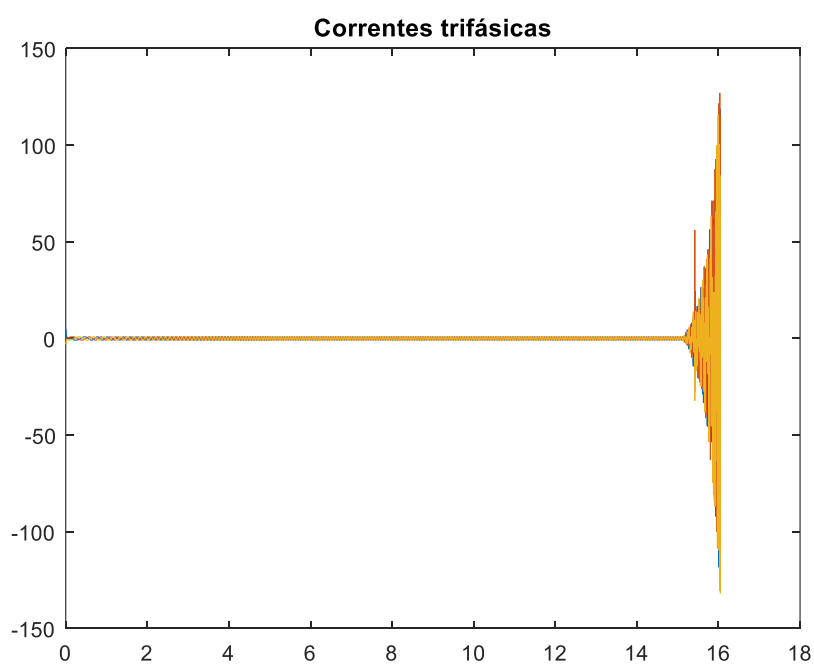
Na Figura 42 e na Figura 43 são apresentados os resultados de correntes trifásicas para o MIT controlador por PI e PICEV, respectivamente. Na Figura 44 mostra-se o caso em que o MIT é controlado por CEV. Os valores das correntes a partir da ocorrência de atraso são impraticáveis em todos os casos, demonstrando a ineficiência de todos os controladores diante da ocorrência de atraso, conforme análises feitas nas seções 4.3.3, 4.4.3 e 4.5.4.

Figura 42 - MIT sem incertezas, sem perturbações e com atraso, controle PI: Correntes trifásicas.



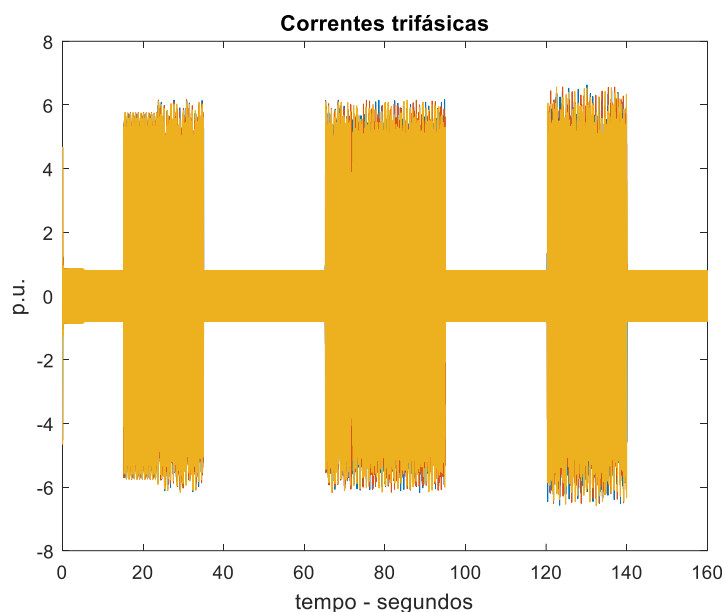
Fonte: Próprio autor.

Figura 43 - MIT sem incertezas, sem perturbações e com atraso, controle PICEV: Correntes trifásicas.



Fonte: Próprio autor.

Figura 44 - MIT sem incertezas, sem perturbações e com atraso com CEV: Correntes trifásicas.



Fonte: Próprio autor.

### 5.3 COMENTÁRIOS

Para o caso em que não há incertezas, perturbações e atraso, o projeto de controlador PI proporcionou um bom desempenho para o controle do modelo nominal não linear do MIT.

Quando incertezas e perturbações estão presentes no modelo, o controlador PI não apresenta bons resultados. Contudo, quando o controlador PI é utilizado em conjunto com a estratégia de controle com estrutura variável, PICEV, ocorre rejeição de grande parcela das perturbações e incertezas do sistema, proporcionando bom desempenho para o controle do MIT, assim, neste projeto misto proposto, as qualidades de ambas as estratégias garantem eficiência no controle.

Na presença de atraso no sinal de controle, os resultados mostraram que ambos os controladores, PI e PICEV, são altamente sensíveis a este tipo de contingência, levando o sistema à instabilidade. Mesmo com todas as vantagens da inclusão do CEV ao PI, o PICEV mostrou-se mais sensível ao atraso do que o PI, ressaltando que o PI também tornou o sistema instável, ou seja, nenhum destes dois controladores apresentou resultado satisfatório para os casos simulados com atraso.

Por sua vez o CEV consegue rejeitar de forma mais eficiente, que qualquer um dos outros dois controladores, as perturbações e incertezas. Contudo ele tem seu resultado totalmente deteriorado quando há presença de atraso no sinal de controle. Portanto é necessário que se faça um projeto de controle visando minimizar os efeitos degenerativos do atraso, algo que será proposto nos capítulos seguintes para todos os três controladores, PI, PICEV e CEV.

## 6 PROJETO DE CONTROLE DO MIT CONSIDERANDO ATRASO NO CONTROLE

Como foi demonstrado nos capítulos anteriores, o atraso no sinal de controle degrada o desempenho do controle do MIT quando não é levado em conta no projeto dos controladores. Neste capítulo propõe-se uma alternativa para os projetos dos controladores PI, PICEV e CEV tal que o atraso é levado em consideração de modo que sua influência degenerativa no desempenho do MIT é minimizada. Os controladores com essa característica serão denominados PI-P, PICEV-P e CEV-P, respectivamente. Primeiramente, apresenta-se o modelo do MIT utilizado considerando o atraso, depois são apresentados o observador e os controladores, ditos neste trabalho “preditivos”. Análises de robustez da estabilidade em relação às incertezas, perturbações e atraso no sinal de controle são efetuadas.

### 6.1 MODELO DO MIT COM ATRASO NO CONTROLE

Considera-se agora que as equações da máquina contenham um atraso  $h$  no controle e incertezas/perturbações  $\Delta_{u1}, \Delta_{u2}, \Delta_{tr}, \Delta_{km}$ , conforme a seguir:

$$\dot{x}_1(t) = -\left(\frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr}(t)\right)x_1(t) + \left(\frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr}(t)\right)(u_{1p}(t-h) + \Delta_{u1}(t-h)) \quad (206)$$

$$\dot{x}_2(t) = \omega_B x_3(t) + \left(\frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr}(t)\right) \frac{(u_{2p}(t-h) + \Delta_{u2}(t-h))}{x_1(t)} \quad (207)$$

$$\dot{x}_3(t) = \left(\frac{k_M}{\tau_m} + \Delta_{km}(t)\right)x_1(t)(u_{2p}(t-h) + \Delta_{u2}(t-h)) - \frac{1}{\tau_m}v(t), \quad (208)$$

sendo que  $u_{1p}(t-h)$  e  $u_{2p}(t-h)$  são as entradas de controle preditivas, computadas a partir de controladores nos quais são realizados os cálculos utilizando os estados estimados denominados preditivos  $\tilde{x}_{1p}(t)$ ,  $\tilde{x}_{2p}(t)$ ,  $\tilde{x}_{3p}(t)$  e a carga mecânica estimada preditiva  $\tilde{v}_p(t)$ . Estes estados são obtidos através do observador de estado preditivo conforme proposto no próximo item.

## 6.2 OBSERVADOR DE ESTADO PREDITIVO DE ESTRUTURA VARIÁVEL (OEV-P)

Neste item propõe-se a estimação dos estados preditivos tal que  $\tilde{x}_p(t-h) = x(t)$ . As entradas de controle preditivas  $u_p(t)$  transformam o sistema com atraso em um sistema livre do atraso, como representado nas Equações (209):

$$\begin{cases} u_p(t-h) = f(\tilde{x}_p(t-h)) \\ \quad = f(x(t)) \\ \quad = u(t). \end{cases} \quad (209)$$

### 6.2.1 Equações do observador de estados preditivos (OEV-P) e análise da robustez

O estado preditivo estimado  $\tilde{x}_{1p}(t) = \tilde{i}_{mR\ p}(t)$  pode ser computado por (210) (FURUKAWA; SHIMEMURA, 1983; ROH; OH, 2000), conforme desenvolvimento a seguir:

$$\tilde{x}_{1p}(t) = e^{\left(-\frac{1}{\tau_R}\right)h} \tilde{x}_1(t) + \int_t^{t+h} e^{\left(-\frac{1}{\tau_R}\right)(t+h-\tau)} \frac{1}{\tau_R} u_{1p}(\tau-h) d\tau$$

fazendo  $\theta = \tau - t - h$  chega-se a (210):

$$\tilde{x}_{1p}(t) = e^{\left(-\frac{1}{\tau_R}\right)h} \tilde{x}_1(t) + \int_{-h}^0 e^{\left(\frac{1}{\tau_R}\right)\theta} \frac{1}{\tau_R} u_{1p}(t+\theta) d\theta. \quad (210)$$

sendo  $h$  o atraso real. O estado estimado  $\tilde{x}_1(t)$  de (210) é obtido através da Equação (94) do observador OEV.

Para calcular a derivada de  $\tilde{x}_{1p}(t)$ , considere a função genérica

$$F(x) = \int_{g(t)}^{q(t)} f(\tau, t) d\tau. \quad (211)$$

A derivada de  $\tilde{x}_{1p}(t)$  é obtida utilizando a fórmula de Leibnitz, e calculada como

$$\dot{F}(x) = \frac{d}{dt} \left( \int_{g(t)}^{q(t)} f(\tau, t) d\tau \right) = \int_{g(t)}^{q(t)} \frac{\partial f}{\partial t} d\tau + f(q(t), t) \frac{dq(t)}{dt} - f(g(t), t) \frac{dg(t)}{dt}. \quad (212)$$

Fazendo analogia entre (210) e (211), usando (94) e resolvendo a derivada em (210) conforme desenvolvimento a seguir, chega-se a (213):

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_{1p}(t) = e^{\left(-\frac{1}{\tau_R}\right)h} \dot{\tilde{x}}_1(t) + \frac{1}{\tau_R} u_{1p}(t) - e^{\left(-\frac{1}{\tau_R}\right)h} \frac{1}{\tau_R} u_{1p}(t-h) + \frac{1}{\tau_R} \int_{-h}^0 e^{\left(\frac{1}{\tau_R}\right)\theta} \frac{1}{\tau_R} u_{1p}(t+\theta) d\theta, \\ \dot{\tilde{x}}_1(t) = -\left(\frac{1}{\tau_R}\right) \left[ \tilde{x}_1(t) - (u_{1p}(t-h) + \Delta_{u1}(t-h)) \right] \\ \tilde{x}_{1p}(t) = e^{\left(-\frac{1}{\tau_R}\right)h} \tilde{x}_1(t) + \int_{-h}^0 e^{\left(\frac{1}{\tau_R}\right)\theta} \frac{1}{\tau_R} u_{1p}(t+\theta) d\theta, \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_{1p}(t) &= \left(\frac{1}{\tau_R}\right) e^{\left(-\frac{1}{\tau_R}\right)h} \underbrace{(u_{1p}(t-h) - u_{1p}(t-h) + \Delta_{u1}(t-h))}_{\Delta u_{1p}(t)} \\ &\quad - \left(\frac{1}{\tau_R}\right) \underbrace{\left[ e^{\left(-\frac{1}{\tau_R}\right)h} \tilde{x}_1(t) + \int_{-h}^0 e^{\left(\frac{1}{\tau_R}\right)\theta} \frac{1}{\tau_R} u_{1p}(t+\theta) d\theta \right]}_{\tilde{x}_{1p}(t)} + \left(\frac{1}{\tau_R}\right) u_{1p}(t) \\ \dot{\tilde{x}}_{1p}(t) &= -\left(\frac{1}{\tau_R}\right) \tilde{x}_{1p}(t) + \left(\frac{1}{\tau_R}\right) u_{1p}(t) + \left(\frac{1}{\tau_R}\right) \Delta u_{1p}(t), \end{aligned} \quad (213)$$

sendo

$$\Delta u_{1p}(t) = e^{\left(-\frac{1}{\tau_R}\right)h} \Delta_{u1}(t-h), \quad (214)$$

em que  $\Delta_{u1}(t-h)$  é a perturbação na entrada de controle no modelo real com atraso, conforme (206). Da Equação (213) nota-se que a dinâmica de  $\tilde{x}_{1p}(t)$  é livre de atraso.

Como as incertezas, perturbações e o atraso do modelo incerto real (206) são desconhecidos e, portanto, não podem ser computados em (210) para o cálculo de  $\tilde{x}_{1p}(t)$ , então há um erro definido em (215):

$$e_{1p}(t) = x_1(t) - \tilde{x}_{1p}(t-h). \quad (215)$$

A dinâmica de  $e_{1p}(t)$  é dada por (216), conforme a seguir:

$$\begin{cases} \dot{e}_{1p}(t) = \dot{x}_1(t) - \dot{\tilde{x}}_{1p}(t-h) \\ \dot{x}_1(t) = -\left(\frac{1}{\tau_R}\right)x_1(t) + \left(\frac{1}{\tau_R}\right)(u_{1p}(t-h) + \Delta_{u1}(t-h)) - \Delta_{tr}(x_1(t) - u_{1p}(t-h) - \Delta_{u1}(t-h)) \\ \dot{\tilde{x}}_{1p}(t-h) = -\left(\frac{1}{\tau_R}\right)\tilde{x}_{1p}(t-h) + \left(\frac{1}{\tau_R}\right)(u_{1p}(t-h) + \Delta_{u1p}(t-h)) \end{cases}$$

$$\dot{e}_{1p}(t) = -\left(\frac{1}{\tau_R}\right)e_{1p}(t) + \left(\frac{1}{\tau_R}\right)(\Delta_{u1p}(t-h) - \Delta_{u1}(t-h)) - \Delta_{tr}(x_1(t) - u_{1p}(t-h) - \Delta_{u1}(t-h)) \quad (216)$$

Observa-se pela Equação (216) que o erro  $e_{1p}(t)$  é limitado, uma vez que  $\Delta_{tr}$  e  $\Delta_{u1}$  são incertezas e perturbações limitadas. Caso as incertezas  $\Delta_{tr}$  e perturbações  $\Delta_{u1}$  sejam nulas, então o erro convergirá para zero, ou seja,  $\lim_{t \rightarrow \infty} e_{1p}(t) = 0$  e  $\tilde{x}_{1p}(t-h) = x_1(t) = i_{mRp}(t)$ .

As demais variáveis são computadas conforme equações (217) a (219), de forma semelhante às do OEV, equações (95) a (97), porém utilizando as leis de controle  $u_{1p}(t)$  e  $u_{2p}(t)$  geradas nos controladores e não nos atuadores (conversores CC-CA). Assim, não são computados os atrasos e as perturbações que possam existir no controle real do MIT. A não computação das incertezas no sinal de controle torna as estimativas destas variáveis menos precisas, porém, possibilita que sejam preditivas das variáveis reais no caso da existência de possíveis atrasos no controle do MIT.

$$\dot{\tilde{x}}_{2p}(t) = \omega_B \tilde{x}_{3p}(t) + \frac{1}{\tau_R} \frac{u_{2p}(t)}{\tilde{x}_{1p}(t)} \quad (217)$$

$$\dot{\tilde{x}}_{3p}(t) = \frac{1}{\tau_m} \left( k_M \tilde{x}_{1p}(t) u_{2p}(t) - \tilde{v}_p(t) \right) + L_1 \text{sgm} \left( x_3(t) - \tilde{x}_{3p}(t) \right) \quad (218)$$

$$\dot{\tilde{v}}_p(t) = L_2 \text{sgm} \left( x_3(t) - \tilde{x}_{3p}(t) \right) \quad (219)$$

O estimador dos estados preditivos OEV-P é então composto pelas equações (210), (217), (218) e (219). Estas equações também serão designadas como “o sistema preditivo” do modelo do MIT.

A conexão com o sistema real, esteja ele com atraso ou não, se faz através do chaveamento em torno da superfície de deslizamento que é dada em função do erro entre a velocidade real do rotor e a velocidade estimada. Assim, a superfície de deslizamento é dada por:

$$\sigma_p(t) = x_3(t) - \tilde{x}_{3p}(t) = e_{3pp}(t). \quad (220)$$

### 6.2.2 Análise da robustez da estabilidade

A condição de existência do modo deslizante é dada por:

$$\sigma_p(t) \dot{\sigma}_p(t) < 0. \quad (221)$$

A prova da existência é desenvolvida a seguir.

Considere que o MIT com atraso no controle dado pelas equações (206) a (208) seja estabilizado por  $u_{2p}(t-h) + \Delta_{u2}(t-h)$ , ou seja, o sinal de controle é finito para todo tempo. Então este pode ser representado por

$$u_{2p}(t-h) + \Delta_{u2}(t-h) = u_{2p}(t) + \Delta_{u2h}(t) + \Delta_{u2}(t-h) = u_{2p}(t) + \bar{\Delta}_{u2}(t),$$

sendo  $u_{2p}(t)$  e  $\bar{\Delta}_{u2}(t)$  com valores finitos. Então, tem-se o seguinte desenvolvimento:

$$\begin{aligned}
\dot{e}_{3pp}(t) &= \dot{x}_3(t) - \dot{\tilde{x}}_{3p}(t) = \left( \frac{k_M}{\tau_m} + \Delta_{km}(t) \right) x_1(t) (u_{2p}(t-h) + \Delta_{u2}(t-h)) - \frac{1}{\tau_m} v(t) \\
&\quad - \frac{1}{\tau_m} (k_M \tilde{x}_{1p}(t) u_{2p}(t) - \tilde{v}_p(t)) - L_1 \text{sgm}(e_{3pp}(t)) \\
\dot{e}_{3pp}(t) &= \dot{x}_3(t) - \dot{\tilde{x}}_{3p}(t) = \left( \frac{k_M}{\tau_m} + \Delta_{km}(t) \right) x_1(t) (u_{2p}(t) + \bar{\Delta}_{u2}(t)) - \frac{1}{\tau_m} v(t) \\
&\quad - \frac{1}{\tau_m} (k_M \tilde{x}_{1p}(t) u_{2p}(t) - \tilde{v}_p(t)) - L_1 \text{sgm}(e_{3pp}(t)) \\
\dot{e}_{3pp}(t) &= \dot{x}_3(t) - \dot{\tilde{x}}_{3p}(t) = \frac{1}{\tau_m} (k_M x_1(t) u_{2p}(t) - v(t)) - \frac{1}{\tau_m} (k_M \tilde{x}_{1p}(t) u_{2p}(t) - \tilde{v}_p(t)) \\
&\quad + \Delta_{km}(t) x_1(t) (u_{2p}(t) + \bar{\Delta}_{u2}(t)) + \left( \frac{1}{\tau_m} \right) k_M x_1(t) (\bar{\Delta}_{u2}(t)) \\
&\quad - L_1 \text{sgm}(e_{3pp}(t)) \\
\dot{e}_{3pp}(t) &= \dot{x}_3(t) - \dot{\tilde{x}}_{3p}(t) = -L_1 \text{sgm}(e_{3pp}(t)) + \frac{1}{\tau_m} \left( k_M \underbrace{e_{1pp}(t)}_{x_1(t) - \tilde{x}_{1p}(t)} u_{2p}(t) - \underbrace{e_{4pp}(t)}_{v(t) - \tilde{v}_p(t)} \right) \\
&\quad + \Delta_{km}(t) x_1(t) (u_{2p}(t) + \bar{\Delta}_{u2}(t)) + \left( \frac{1}{\tau_m} \right) k_M x_1(t) (\bar{\Delta}_{u2}(t)) \\
e_{3pp}(t) \dot{e}_{3pp}(t) &= -L_1 e_{3pp}(t) \text{sgm}(e_{3pp}(t)) + e_{3pp}(t) \left\{ \begin{aligned} &\frac{1}{\tau_m} (k_M e_{1pp}(t) u_{2p}(t) - e_{4pp}(t)) \\ &+ \Delta_{km}(t) x_1(t) (u_{2p}(t) + \bar{\Delta}_{u2}(t)) \\ &+ \left( \frac{1}{\tau_m} \right) k_M x_1(t) (\bar{\Delta}_{u2}(t)) \end{aligned} \right\} \quad (222)
\end{aligned}$$

Assim, de (222), para que haja modo deslizante é necessário que as condições (223) sejam satisfeitas:

$$\begin{cases} (i) L_1 > \sup \left\{ \left| \frac{1}{\tau_m} (k_M e_{1pp}(t) u_{2p}(t) - e_{4pp}(t)) + \Delta_{km}(t) x_1(t) (u_{2p}(t) + \bar{\Delta}_{u2}(t)) + \left( \frac{1}{\tau_m} \right) k_M x_1(t) (\bar{\Delta}_{u2}(t)) \right| \right\} \\ (ii) |\sigma(t)| > \delta, \quad \text{sgm } \sigma(t) = \sigma(t) / (|\sigma(t)| + \delta). \end{cases} \quad (223)$$

sendo  $e_{1pp}(t) = x_1(t) - \tilde{x}_{1p}(t)$  e  $e_{4pp}(t) = v(t) - \tilde{v}_p(t)$ .



$$\begin{cases} (i) \dot{x}_1(t) = -\left[\frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr}\right]x_1(t) + \left[\frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr}\right]\left[u_{1p}(t-h) + \Delta_{u1}(t-h)\right] \\ (ii) \dot{x}_2(t) = \omega_B x_3(t) + \left[\frac{1}{\tau_R} + \Delta_{tr}\right]\frac{[u_{2p}(t-h) + \Delta_{u2}(t-h)]}{x_1(t)} \\ (iii) \dot{x}_3(t) = \left[\frac{k_M}{\tau_m} + \Delta_{km}\right]x_1(t)[u_{2p}(t-h) + \Delta_{u2}(t-h)] - \frac{1}{\tau_m}v(t) \end{cases} \quad (225)$$

Nas Equações (226), tem-se o observador OEV-P dado pelas equações (213), (217), (218) e (219) o qual será denominado sistema preditivo.

$$\begin{cases} (i) \dot{\tilde{x}}_{1p}(t) = -\left[\frac{1}{\tau_R}\right]\tilde{x}_{1p}(t) + \left[\frac{1}{\tau_R}\right](u_{1p}(t) + \tilde{\Delta}u_{1p}(t)) \\ (ii) \dot{\tilde{x}}_{2p}(t) = \omega_B \tilde{x}_{3p}(t) + \frac{1}{\tau_R} \frac{u_{2p}(t)}{\tilde{x}_{1p}(t)} \\ (iii) \dot{\tilde{x}}_{3p}(t) = \frac{1}{\tau_m}(k_M \tilde{x}_{1p}(t)u_{2p}(t) - \tilde{v}_p(t)) + L_1 \text{sgm}(x_3(t) - \tilde{x}_{3p}(t-h)) \\ (iv) \dot{\tilde{v}}_p(t) = L_2 \text{sgm}(x_3(t) - \tilde{x}_{3p}(t-h)) \end{cases} \quad (226)$$

sendo  $\tilde{\Delta}u_{1p}(t) = e^{\left(-\frac{1}{\tau_R}\right)h_R} \{u_{1p}(t-h) - u_{1p}(t-h_R) + \Delta_{u1}(t-h)\}$

e  $\Delta_{u1}(t-h)$  é a perturbação na entrada de controle no modelo real com atraso.

A análise da robustez da estabilidade será feita através das proposições a seguir.

**Proposição 1:** Desde que o sistema preditivo (226) é livre de atraso, pode-se usar técnicas de dimensão finita para o projeto do controlador robusto para este sistema manter-se estável.

Para a Proposição 2 a seguir, considere a definição do seguinte vetor de erros:

$$[e_p(t)] = \begin{bmatrix} e_{1p}(t) \\ e_{2p}(t) \\ e_{3p}(t) \\ e_{4p}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1(t) - \tilde{x}_{1p}(t-h) \\ x_2(t) - \tilde{x}_{2p}(t-h) \\ x_3(t) - \tilde{x}_{3p}(t-h) \\ v(t) - \tilde{v}_p(t-h) \end{bmatrix}. \quad (227)$$

Considere ainda que a norma do vetor de erros  $\|e_p(t)\|$  seja limitada. Então segue a Proposição 2 (ARTSTEIN, 1982; PARK et al, 1999).

**Proposição 2:** O controlador que estabiliza o sistema (226) estabiliza também o sistema com atraso (225).

Utilizando os estados preditivos computados por OEV-P, pode-se implementar estratégias de controle, ditas preditivas neste trabalho, propostas e analisadas nos próximos itens.

### 6.3 PROJETO DE CONTROLE PI PREDITIVO (PI-P) PARA O MIT

O controle preditivo PI-P possui as mesmas equações do controle PI, com a diferença de que utiliza-se para a computação das leis de controle as variáveis preditivas estimadas pelo observador de estados preditivo OEV-P.

#### 6.3.1 Equações do controlador PI-P

O controle Proporcional-Integral Preditivo (PI-P), para o modelo incerto não linear do MIT com atraso no controle apresentado pelas Equações (206) a (208), é dado por:

:

$$u_{1p}(t) = - \left[ (k_{p1}) (\tilde{x}_{1p}(t) - x_{1ref}(t)) + (k_{i1}) \int (\tilde{x}_{1p}(t) - x_{1ref}(t)) dt \right] \quad (228)$$

$$u_{2p}(t) = - \frac{1}{\tilde{x}_{1p}(t)} \left[ (k_{p2}) (\tilde{x}_{3p}(t) - x_{3ref}(t)) + (k_{i2}) \int (\tilde{x}_{3p}(t) - x_{3ref}(t)) dt \right], \quad (229)$$

sendo que  $\bar{k}_{p1}$ ,  $\bar{k}_{p2}$ ,  $k_{p1} = (\bar{k}_{p1})(\tau_R)$  e  $k_{p2} = (\bar{k}_{p2})(\tau_m / k_M)$  são os ganhos proporcionais positivos e  $\bar{k}_{i1}$ ,  $\bar{k}_{i2}$ ,  $k_{i1} = (\bar{k}_{i1})(\tau_R)$  e  $k_{i2} = (\bar{k}_{i2})(\tau_m / k_M)$  são ganhos positivos dos integradores. As variáveis  $\tilde{x}_{1p}(t)$  e  $\tilde{x}_{3p}(t)$  são computadas pelo observador OEV-P conforme equações (210) e (218), respectivamente.

A análise de estabilidade e de desempenho para o MIT sujeito ao controle PI-P proposto, considerando-se as Equações (206) e (208) sem incertezas e sem perturbações no

controle (sistema nominal), sendo  $x_1(t) = \tilde{x}_{1p}(t-h)$  e  $x_3(t) = \tilde{x}_{3p}(t-h)$ , é semelhante àquela apresentada conforme equações (121) a (131), na seção 4.3.1.

Tendo em mente as proposições 1 e 2, no item a seguir serão feitas análises considerando a existência de incertezas paramétricas, perturbações e atraso no sinal de controle, conforme o modelo do MIT com atraso no controle dado pelas equações (206) a (208).

### 6.3.2 Análise da robustez do controle PI-P considerando atraso no sinal de controle

As condições para estabilidade robusta utilizando o controlador PI-P no sistema preditivo (226) são apresentadas a seguir.

Considere o controlador PI-P dado pelas equações (228) e (229). Substituindo as equações (228) e (229) nas equações (i) e (iii) do sistema preditivo (226) e fazendo  $\bar{x}_{1p}(t) = \tilde{x}_{1p}(t) - x_{1ref}(t)$  e  $\bar{x}_{3p}(t) = \tilde{x}_{3p}(t) - x_{3ref}(t)$  e ainda considerando que  $\bar{k}_{p1}$ ,  $\bar{k}_{p2}$ ,  $k_{p1} = (\bar{k}_{p1})(\tau_R)$  e  $k_{p2} = (\bar{k}_{p2})(\tau_m / k_M)$  são os ganhos proporcionais positivos e  $\bar{k}_{i1}$ ,  $\bar{k}_{i2}$ ,  $k_{i1} = (\bar{k}_{i1})(\tau_R)$  e  $k_{i2} = (\bar{k}_{i2})(\tau_m / k_M)$  são ganhos positivos do integrador, então chega-se ao sistema de malha fechada preditivo dado por (230).

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_{1p}(t) = - \left[ \tilde{x}_{1p}(t) \left( \frac{1}{\tau_R} + \bar{k}_{p1} \right) + (\bar{k}_{i1}) \int (\tilde{x}_{1p}(t)) dt \right] - \left[ \frac{1}{\tau_R} \right] x_{1ref}(t) - \dot{x}_{1ref}(t) + \left[ \frac{1}{\tau_R} \right] \tilde{\Delta} u_{1p}(t) \\ \dot{\tilde{x}}_{2p}(t) = \omega_B \tilde{x}_{3p}(t) - \frac{1}{\tau_R} \left[ \frac{\tilde{x}_{1p}(t)}{\tilde{x}_{1p}(t)} \left[ (k_{p2})(\tilde{x}_{3p}(t)) + (k_{i2}) \int (\tilde{x}_{3p}(t)) dt \right] \right] + \omega_B x_{3ref}(t) \\ \dot{\tilde{x}}_{3p}(t) = - (\bar{k}_{p2})(\tilde{x}_{3p}(t)) - (\bar{k}_{i2}) \int (\tilde{x}_{3p}(t)) dt - \frac{1}{\tau_m} \tilde{v}_p(t) + L_1 \text{sgm}(x_3(t) - \tilde{x}_{3p}(t-h)) - \dot{x}_{3ref}(t) \\ \dot{\tilde{v}}_p(t) = L_2 \text{sgm}(x_3(t) - \tilde{x}_{3p}(t-h)) \end{cases} \quad (230)$$

As variáveis controladas de interesse são  $\tilde{x}_{1p}(t) = I_{mR\ p}(t)$  e  $\tilde{x}_{3p}(t) = \omega_p(t)$ . Assim, um sistema estável é aquele que garanta convergência destas variáveis para uma região na vizinhança do equilíbrio. Desta forma, estabelece-se que a condição para estabilidade do sistema preditivo é dada por:

$$\begin{cases} \bar{\tilde{x}}_{1p}(t)\dot{\tilde{x}}_{1p}(t) < 0 \\ \bar{\tilde{x}}_{3p}(t)\dot{\tilde{x}}_{3p}(t) < 0. \end{cases} \quad (231)$$

Assim tem-se para  $\bar{\tilde{x}}_{1p}(t)\dot{\tilde{x}}_{1p}(t)$ :

$$\bar{\tilde{x}}_{1p}(t)\dot{\tilde{x}}_{1p}(t) = -\left(\bar{\tilde{x}}_{1p}(t)\right)^2\left(\frac{1}{\tau_R} + \bar{k}_{p1}\right) - \bar{\tilde{x}}_{1p}(t)\left[\left(\bar{k}_{i1}\right)\int\left(\bar{\tilde{x}}_{1p}(t)\right)dt + \left[\frac{1}{\tau_R}\right]\left(x_{1ref}(t) - \tilde{\Delta}u_{1p}(t)\right) + \dot{x}_{1ref}(t)\right]. \quad (232)$$

As condições para estabilidade são dadas por:

$$\left(\bar{\tilde{x}}_{1p}(t)\right)^2\left(\frac{1}{\tau_R} + \bar{k}_{p1}\right) > \left|\bar{\tilde{x}}_{1p}(t)\left[\left(\bar{k}_{i1}\right)\int\left(\bar{\tilde{x}}_{1p}(t)\right)dt + \left[\frac{1}{\tau_R}\right]\left(x_{1ref}(t) - \tilde{\Delta}u_{1p}(t)\right) + \dot{x}_{1ref}(t)\right]\right|, \forall t. \quad (233)$$

Como todas as variáveis de (233) são limitadas, então existe  $\bar{k}_{p1}$  positivo e limitado tal que a condição de estabilidade  $\bar{\tilde{x}}_{1p}(t)\dot{\tilde{x}}_{1p}(t) < 0$  seja satisfeita.

Fazendo  $\bar{\tilde{x}}_{3p}(t) = \tilde{x}_{3p}(t) - x_{3ref}(t)$ , tem-se, para  $\bar{\tilde{x}}_{3p}(t)\dot{\tilde{x}}_{3p}(t)$ ,:

$$\bar{\tilde{x}}_{3p}(t)\dot{\tilde{x}}_{3p}(t) = -\left(\bar{k}_{p2}\right)\left(\bar{\tilde{x}}_{3p}(t)\right)^2 - \left(\bar{\tilde{x}}_{3p}(t)\right)\left[\left(\bar{k}_{i2}\right)\int\left(\bar{\tilde{x}}_{3p}(t)\right)dt + \frac{1}{\tau_m}\tilde{v}_p(t) - L_1\text{sgm}\left(\underbrace{x_3(t) - \tilde{x}_{3p}(t-h)}_{e_{3p}(t)}\right) + \dot{x}_{3ref}(t)\right]. \quad (234)$$

As condições para estabilidade são:

$$\left(\bar{k}_{p2}\right)\left(\bar{\tilde{x}}_{3p}(t)\right)^2 > \left|\left(\bar{\tilde{x}}_{3p}(t)\right)\left[\left(\bar{k}_{i2}\right)\int\left(\bar{\tilde{x}}_{3p}(t)\right)dt + \frac{1}{\tau_m}\tilde{v}_p(t) - L_1\text{sgm}\left(e_{3p}(t)\right) + \dot{x}_{3ref}(t)\right]\right|, \forall t. \quad (235)$$

Como todas as variáveis da desigualdade (235) são limitadas, então existe  $\bar{k}_{p2}$  positivo e limitado tal que a condição de estabilidade  $\bar{\tilde{x}}_{3p}(t)\dot{\tilde{x}}_{3p}(t) < 0$  seja satisfeita.

Com (233) e (235) satisfeitas, na condição ideal, tem-se em regime permanente :

$$\begin{cases} \lim_{t \rightarrow \infty} \bar{\tilde{x}}_{1p}(t) = 0 \rightarrow \tilde{x}_{1p}(t) = x_{1\text{ref}}(t) \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \bar{\tilde{x}}_{3p}(t) = 0 \rightarrow \tilde{x}_{3p}(t) = x_{3\text{ref}}(t). \end{cases} \quad (236)$$

Segundo a proposição 2, se existe um controlador que estabiliza o sistema preditivo (226), então ele irá controlar e estabilizar também o sistema com atraso (225). Assim, as variáveis  $x_1(t) = I_{\text{mR}}(t)$  e  $x_3(t) = \omega(t)$  seguem os respectivos sinais de referência com atraso  $h$ .

Nota-se que as condições (233) e (235) dependem exclusivamente dos ganhos  $\bar{k}_{p1}$  e  $\bar{k}_{p2}$ . Assim, utilizando os estados preditivos computados por OEV-P, o atraso não afeta de forma contundente as condições de estabilidade.

#### 6.4 PROJETO DE CONTROLE PICEV PREDITIVO (PICEV-P) PARA O MIT

O controle preditivo PICEV-P possui as mesmas equações do controle PICEV, mas com a diferença que utiliza-se para a computação das leis de controle as variáveis preditivas estimadas pelo observador de estados preditivo OEV-P.

##### 6.4.1 Equações do controlador PICEV-P

A lei de controle escolhida (PICEV-P) é formada por uma parte contínua e outra descontínua, apresentada em (237):

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{eq1}(t) \\ u_{eq2}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_{NL1}(t) \\ u_{NL2}(t) \end{bmatrix} \\ \mathbf{u}(t) = \mathbf{u}_{eq}(t) + \mathbf{u}_{NL}(t) \end{cases} \quad (237)$$

sendo que  $\mathbf{u}_{eq}(t) \in \mathfrak{R}^2$  é o controle equivalente, o qual estabelece a dinâmica do sistema em deslizamento; e  $\mathbf{u}_{NL}(t) \in \mathfrak{R}^2$  é o controle descontínuo, o qual mantém o sistema na condição de deslizamento.

Com o objetivo de controlar as variáveis  $x_1(t)$  e  $x_3(t)$ ,  $u_{eq\,p}(t)$  e  $u_{NL\,p}(t)$  são computados conforme (238) a (241):

$$u_{eq\,1\,p}(t) = - \left[ (k_{p1}) (\tilde{x}_{1p}(t) - x_{1ref}(t)) + (k_{i1}) \int (\tilde{x}_{1p}(t) - x_{1ref}(t)) dt \right] \quad (238)$$

$$u_{eq\,2\,p}(t) = - \frac{1}{\tilde{x}_1(t)} \left[ k_{p2} (\tilde{x}_{3p}(t) - x_{3ref}(t)) + k_{i2} \int (\tilde{x}_{3p}(t) - x_{3ref}(t)) dt \right] \quad (239)$$

$$u_{NL\,1\,p}(t) = -\rho_1 \operatorname{sgm} \sigma_{1p}(t) \quad (240)$$

$$u_{NL\,2\,p}(t) = -\frac{1}{\tilde{x}_{1p}(t)} \rho_2 \operatorname{sgm} \sigma_{2p}(t) \quad (241)$$

Os parâmetros  $k_{p1} = (\bar{k}_{p1})(\tau_R)$ ,  $k_{p2} = (\bar{k}_{p2})(\tau_m / k_M)$ ,  $k_{i1} = (\bar{k}_{i1})(\tau_R)$ ,  $k_{i2} = (\bar{k}_{i2})(\tau_m / k_M)$ ,  $\rho_1 = \tau_R P_1$ ,  $\rho_2 = \frac{\tau_m}{k_M} P_2$ ,  $\bar{k}_{p1}$ ,  $\bar{k}_{p2}$ ,  $\bar{k}_{i1}$ ,  $\bar{k}_{i2}$ ,  $P_1$  e  $P_2$  são constantes de projeto positivas,  $x_{1ref}$  e  $x_{3ref}$  são as entradas de referência “por unidade” (p.u.). A função “sgm” é dada por  $\operatorname{sgm} \sigma(t) = \sigma(t) / (\sigma(t) + \delta)$ ;  $\delta \rightarrow 0^+$ . As variáveis  $\tilde{x}_{1p}(t)$  e  $\tilde{x}_{3p}(t)$  são computadas pelo observador OEV-P conforme equações (210), (217), (218) e (219).

As Superfícies de Deslizamentos  $\sigma_{1p}(t)$  e  $\sigma_{2p}(t)$  são escolhidas como sendo:

$$\begin{cases} \sigma_{1p}(t) = \bar{x}_1(t) \\ \sigma_{2p}(t) = \bar{x}_3(t) \end{cases} \quad (242)$$

sendo que  $\bar{x}_1(t) = \tilde{x}_{1p}(t) - x_{1ref}(t)$  e  $\bar{x}_3(t) = \tilde{x}_{3p}(t) - x_{3ref}(t)$ .

Como os controles  $u_{eq\,1\,p}(t)$  e  $u_{eq\,2\,p}(t)$  são semelhantes aos controladores PI apresentados nas equações (119) e (120), a análise da dinâmica no deslizamento é semelhante àquela apresentada no item 4.3.1.

Na seção a seguir serão feitas análises considerando a existência de incertezas paramétricas, perturbações e atraso no sinal de controle, conforme o modelo do MIT incerto com atraso utilizando o controlador PICEV-P dado pelas equações (225).

### 6.4.2 Análise da robustez do controle PICEV-P considerando atraso no sinal de controle

As condições para estabilidade robusta utilizando o controlador PICEV-P no sistema preditivo (226) são apresentadas a seguir.

Substituindo as equações (238) a (242) no sistema preditivo OEV-P e fazendo  $\bar{\tilde{x}}_{1p}(t) = \tilde{x}_{1p}(t) - x_{1ref}(t)$  e  $\bar{\tilde{x}}_{3p}(t) = \tilde{x}_{3p}(t) - x_{3ref}(t)$ , tem-se:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_{1p}(t) = -\left[\tilde{x}_{1p}(t)\left(\frac{1}{\tau_R} + \bar{k}_{p1}\right) + (\bar{k}_{i1})\int(\tilde{x}_{1p}(t))dt + P_1 \text{sgm} \tilde{x}_{1p}(t)\right] - \left[\frac{1}{\tau_R}\right]x_{1ref}(t) - \dot{x}_{1ref}(t) + \left[\frac{1}{\tau_R}\right]\tilde{\Delta}u_{1p}(t) \\ \dot{\tilde{x}}_{2p}(t) = \omega_B \bar{\tilde{x}}_{3p}(t) - \frac{1}{\tau_R} \left[ \frac{1}{\tilde{x}_{1p}(t)} \left[ (k_{p2})(\bar{\tilde{x}}_{3p}(t)) + (k_{i2})\int(\bar{\tilde{x}}_{3p}(t))dt + \rho_2 \text{sgm} \bar{\tilde{x}}_{3p}(t) \right] \right] + \omega_B x_{3ref}(t) \\ \dot{\tilde{x}}_{3p}(t) = -(\bar{k}_{p2})(\bar{\tilde{x}}_{3p}(t)) - (\bar{k}_{i2})\int(\bar{\tilde{x}}_{3p}(t))dt - P_2 \text{sgm} \bar{\tilde{x}}_{3p}(t) - \frac{1}{\tau_m} \tilde{v}_p(t) + L_4 \text{sgm}(x_3(t) - \tilde{x}_{3p}(t-h)) - \dot{x}_{3ref}(t) \\ \dot{\tilde{v}}_p(t) = L_2 \text{sgm}(x_3(t) - \tilde{x}_{3p}(t-h)) \end{cases} \quad (243)$$

As variáveis controladas de interesse são  $\tilde{x}_{1p}(t) = I_{mR_p}(t)$  e  $\tilde{x}_{3p}(t) = \omega_p(t)$ . Assim, um sistema estável é aquele que garanta convergência destas variáveis para uma região na vizinhança limitada destes estados no equilíbrio. Desta forma, estabelece-se que a condição para estabilidade do sistema preditivo é dada por:

$$\begin{cases} \bar{\tilde{x}}_{1p}(t) \dot{\tilde{x}}_{1p}(t) < 0 \\ \bar{\tilde{x}}_{3p}(t) \dot{\tilde{x}}_{3p}(t) < 0 \end{cases} \quad (244)$$

Assim para  $\bar{\tilde{x}}_{1p}(t) \dot{\tilde{x}}_{1p}(t)$ , tem-se o seguinte :

$$\bar{\tilde{x}}_{1p}(t) \dot{\tilde{x}}_{1p}(t) = -\left[ \left( \bar{\tilde{x}}_{1p}(t) \right)^2 \left( \frac{1}{\tau_R} + \bar{k}_{p1} \right) + P_1 \bar{\tilde{x}}_{1p}(t) \text{sgm} \bar{\tilde{x}}_{1p}(t) \right] - \bar{\tilde{x}}_{1p}(t) \left[ \left( \bar{k}_{i1} \right) \int \left( \bar{\tilde{x}}_{1p}(t) \right) dt + \left[ \frac{1}{\tau_R} \right] \left( x_{1ref}(t) - \tilde{\Delta}u_{1p}(t) \right) + \dot{x}_{1ref}(t) \right]. \quad (245)$$

As condições para estabilidade são:

$$\left\{ \begin{array}{l} (i) \left[ \begin{array}{l} \left( \tilde{x}_{1p}(t) \right)^2 \left( \frac{1}{\tau_R} + \bar{k}_{p1} \right) \\ + P_1 \tilde{x}_{1p}(t) \operatorname{sgm} \tilde{x}_{1p}(t) \end{array} \right] > \left| \tilde{x}_{1p}(t) \left[ \begin{array}{l} \left( \bar{k}_{i1} \right) \int \left( \tilde{x}_{1p}(t) \right) dt \\ + \left[ \frac{1}{\tau_R} \right] \left( x_{1ref}(t) - \tilde{\Delta} u_{1p}(t) \right) + \dot{x}_{1ref}(t) \end{array} \right] \right|, \forall t \\ (ii) \left| \tilde{x}_{1p}(t) \right| > \delta, \quad \operatorname{sgm} \tilde{x}_{1p}(t) = \tilde{x}_{1p}(t) / \left( \tilde{x}_{1p}(t) + \delta \right). \end{array} \right. \quad (246)$$

Como todas as variáveis da desigualdade (i) de (246) são limitadas, então existe  $\bar{k}_{p1}$  e  $P_1$  positivos e limitados tal que a condição de estabilidade  $\tilde{x}_{1p}(t) \dot{\tilde{x}}_{1p}(t) < 0$  seja satisfeita.

Para  $\tilde{x}_{3p}(t) \dot{\tilde{x}}_{3p}(t)$ , tem-se:

$$\tilde{x}_{3p}(t) \dot{\tilde{x}}_{3p}(t) = - \left[ \begin{array}{l} \left( \bar{k}_{p2} \right) \left( \tilde{x}_{3p}(t) \right)^2 \\ + P_2 \tilde{x}_{3p}(t) \operatorname{sgm} \tilde{x}_{3p}(t) \end{array} \right] - \left( \tilde{x}_{3p}(t) \right) \left[ \begin{array}{l} \left( \bar{k}_{i2} \right) \int \left( \tilde{x}_{3p}(t) \right) dt + \frac{1}{\tau_m} \tilde{v}_p(t) \\ - L_1 \operatorname{sgm} \left( \underbrace{x_3(t) - \tilde{x}_{3p}(t-h)}_{e_{3p}(t)} \right) + \dot{x}_{3ref}(t) \end{array} \right]. \quad (247)$$

As condições para estabilidade são:

$$\left\{ \begin{array}{l} (i) \left[ \begin{array}{l} \left( \bar{k}_{p2} \right) \left( \tilde{x}_{3p}(t) \right)^2 \\ + P_2 \tilde{x}_{3p}(t) \operatorname{sgm} \tilde{x}_{3p}(t) \end{array} \right] > \left| \tilde{x}_{3p}(t) \left[ \begin{array}{l} \left( \bar{k}_{i2} \right) \int \left( \tilde{x}_{3p}(t) \right) dt + \frac{1}{\tau_m} \tilde{v}_p(t) \\ - L_1 \operatorname{sgm} \left( e_{3p}(t) \right) + \dot{x}_{3ref}(t) \end{array} \right] \right|, \forall t \\ (ii) \left| \tilde{x}_{3p}(t) \right| > \delta, \quad \operatorname{sgm} \tilde{x}_{3p}(t) = \tilde{x}_{3p}(t) / \left( \tilde{x}_{3p}(t) + \delta \right). \end{array} \right. \quad (248)$$

Como todas as variáveis da desigualdade (i) de (248) são limitadas, então existe  $\bar{k}_{p2}$  e  $P_2$  positivo e limitado tal que a condição de estabilidade  $\tilde{x}_{3p}(t) \dot{\tilde{x}}_{3p}(t) < 0$  seja satisfeita.

Com (246) e (248) satisfeitas, na condição ideal em regime permanente, tem-se:

$$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{x}_{1p}(t) = 0 \rightarrow \tilde{x}_{1p}(t) = x_{1ref}(t) \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{x}_{3p}(t) = 0 \rightarrow \tilde{x}_{3p}(t) = x_{3ref}(t). \end{array} \right. \quad (249)$$

Segundo a Proposição 2, se existe um controlador que estabiliza o sistema preditivo (226), então ele irá controlar e estabilizar também o sistema com atraso (225). Assim, as

variáveis  $x_1(t) = I_{mR}(t)$  e  $x_3(t) = \omega(t)$  seguem os respectivos sinais de referência com atraso  $h$ .

Nota-se que as condições (246) e (248) dependem exclusivamente dos ganhos  $\bar{k}_{p1}$ ,  $\bar{k}_{p2}$ ,  $P_1$  e  $P_2$ . Assim, com os estados preditivos computados por OEV-P, o atraso não afeta de forma contundente as condições de estabilidade.

## 6.5 PROJETO CEV PREDITIVO (CEV-P) PARA O MIT

Neste item propõe-se um projeto de controle com estrutura variável preditivo (CEV-P) com modificações em relação ao PICEV-P proposto na seção anterior. O controle proposto, denominado CEV-P, é aplicado no modelo matemático com atraso no sinal de controle do MIT descrito pelas equações (225). O objetivo de controle é manter a velocidade angular do motor e o módulo do vetor corrente de magnetização da máquina assíncrona em seus respectivos sinais de referência com a mínima influência degenerativa de perturbações, incertezas e atraso na entrada da planta.

### 6.5.1 Projeto do CEV-P para o MIT

A lei de controle escolhida é formada por uma parte contínua e outra descontínua, conforme (250):

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{eq1}(t) \\ u_{eq2}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_{NL1}(t) \\ u_{NL2}(t) \end{bmatrix} \\ \mathbf{u}(t) = \mathbf{u}_{eq}(t) + \mathbf{u}_{NL}(t) \end{cases} \quad (250)$$

sendo que  $\mathbf{u}_{eq}(t) \in \Re^2$  é o controle equivalente, o qual estabelece a dinâmica do sistema em deslizamento; e  $\mathbf{u}_{NL}(t) \in \Re^2$  é o controle descontínuo, o qual mantém o sistema na condição de deslizamento.

Como o objetivo de controle refere-se às variáveis  $x_1(t)$  e  $x_3(t)$ , uma proposta para  $u_{eq}(t)$  e  $u_{NL}(t)$  é dada por (251) a (256).

$$u_{eq1p}(t) = \tilde{x}_{1p}(t) - \tau_R c_1 (\tilde{x}_{1p}(t) - x_{1ref}) \quad (251)$$

$$u_{eq2p}(t) = \frac{1}{k_M \tilde{x}_{1p}(t)} \left[ \tilde{v}_p(t) - \tau_m c_2 (x_{3p}(t) - x_{3ref}) \right] \quad (252)$$

$$u_{NL1p}(t) = -\tau_R P_{1c} \text{sgm} \sigma_{1p}(t) \quad (253)$$

$$u_{NL2p}(t) = -\frac{\tau_m}{k_M \tilde{x}_{1p}(t)} P_{2c} \text{sgm} \sigma_{2p}(t) \quad (254)$$

Os parâmetros  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $P_{1c}$  e  $P_{2c}$  são constantes de projeto positivas e  $x_{1ref}$  e  $x_{3ref}$  são as entradas de referência em “por unidade” (p.u.).

As superfícies de deslizamento,  $\sigma_{1p}(t)$  e  $\sigma_{2p}(t)$ , são escolhidas como sendo:

$$\sigma_{1p}(t) = \tilde{x}_{1p}(t) + c_1 \int_0^t (\tilde{x}_{1p}(\tau) - x_{1ref}) d\tau \quad (255)$$

$$\sigma_{2p}(t) = \tilde{x}_{3p}(t) + c_2 \int_0^t (\tilde{x}_{3p}(\tau) - x_{3ref}) d\tau \quad (256)$$

O sistema preditivo (226), na condição de deslizamento, em que as incertezas não influenciam, ou seja,  $\Delta_{u1}(t) = \Delta_{u2}(t) = \Delta_{tr}(t) = \Delta_{km}(t) = 0$ , tem o comportamento dinâmico conforme as equações (257) e (258).

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_{1p}(t) &= -\frac{1}{\tau_R} \tilde{x}_{1p}(t) + \frac{1}{\tau_R} u_{eq1p}(t) \\ \dot{\tilde{x}}_{1p}(t) &= -\frac{1}{\tau_R} \tilde{x}_{1p}(t) + \frac{1}{\tau_R} \left[ \tilde{x}_{1p}(t) - \tau_R c_1 (\tilde{x}_{1p}(t) - x_{1ref}) \right] \\ \dot{\tilde{x}}_{1p}(t) &= -[c_1] [\tilde{x}_{1p}(t) - x_{1ref}]; \end{aligned} \quad (257)$$

$$\begin{aligned}
\dot{\tilde{x}}_{3p}(t) &= \frac{k_M}{\tau_m} \tilde{x}_{1p}(t) u_{eq2p}(t) - \frac{1}{\tau_m} v_p(t) \\
&= \frac{k_M}{\tau_m} \tilde{x}_{1p}(t) \left[ \frac{1}{k_M \tilde{x}_{1p}(t)} \left[ v_p(t) - \tau_m c_2 (\tilde{x}_{3p}(t) - x_{3ref}) \right] \right] - \frac{1}{\tau_m} v(t) \\
\dot{\tilde{x}}_{3p}(t) &= -[c_2] (\tilde{x}_{3p}(t) - x_{3ref}).
\end{aligned} \tag{258}$$

Assim, neste projeto, a dinâmica no deslizamento das variáveis  $\tilde{x}_{1p}(t)$  e  $x_{3p}(t)$  são definidas pelos ganhos  $C_1$  e  $C_2$  das equações (251),(252),(255) e (256).

Na próxima seção será analisada a condição de existência do modo deslizante considerando as incertezas.

### 6.5.2 Análise da robustez do CEV-P considerando atraso no sinal de controle

As condições para estabilidade robusta utilizando o controlador CEV-P no sistema preditivo (226) são apresentadas a seguir.

A condição de estabilidade para o sistema preditivo (226) é dada por:

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} \left( \begin{bmatrix} \sigma_{1p}(t) & \sigma_{2p}(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{1p}(t) & \sigma_{2p}(t) \end{bmatrix}^T \right) = \sigma_{1p}(t) \dot{\sigma}_{1p}(t) + \sigma_{2p}(t) \dot{\sigma}_{2p}(t) < 0. \tag{259}$$

Então tem-se o seguinte desenvolvimento, chegando-se às condições (261) e (263):

$$\begin{aligned}
\sigma_{1p}(t) &= \tilde{x}_{1p}(t) + c_1 \int_0^t (\tilde{x}_{1p}(\tau) - x_{1ref}(\tau)) d\tau \\
\dot{\sigma}_{1p}(t) &= \dot{\tilde{x}}_{1p} + c_1 (\tilde{x}_{1p} - x_{1ref}) \\
\dot{\tilde{x}}_{1p}(t) &= -\frac{1}{\tau_R} \tilde{x}_{1p}(t) + \frac{1}{\tau_R} \left[ u_{1p}(t) + \tilde{\Delta}_{u1p} \right] \\
u_{1p}(t) &= \underbrace{\tilde{x}_{1p}(t) - \tau_R c_1 (\tilde{x}_{1p}(t) - x_{1ref}(t))}_{u_{eq1p}} \underbrace{- \tau_R P_{1c} \text{sgm}(\sigma_{1p}(t))}_{u_{NL1p}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_{1p}(t)\dot{\sigma}_{1p}(t) &= \sigma_{1p}(t) \left\{ -\frac{1}{\tau_R} \tilde{x}_{1p}(t) + \frac{1}{\tau_R} \left[ \tilde{x}_{1p}(t) - \tau_R c_1 (\tilde{x}_{1p}(t) - x_{1\text{ref}}(t)) \right] \right. \\
&\quad \left. - \tau_R P_{1c} \text{sgm}(\sigma_{1p}(t)) + \tilde{\Delta}_{u1p} \right\} \\
&= \sigma_{1p}(t) \left\{ -c_1 (\tilde{x}_{1p}(t) - x_{1\text{ref}}(t)) + c_1 (\tilde{x}_{1p}(t) - x_{1\text{ref}}(t)) \right. \\
&\quad \left. - P_{1c} [\text{sgm}(\sigma_{1p}(t))] + \frac{1}{\tau_R} \tilde{\Delta}_{u1p} \right\} \\
&= \sigma_{1p}(t) \left\{ -P_{1c} [\text{sgm}(\sigma_{1p}(t))] + \frac{1}{\tau_R} \tilde{\Delta}_{u1p} \right\} \\
\sigma_{1p}(t)\dot{\sigma}_{1p}(t) &= -P_{1c} \sigma_{1p}(t) \text{sgm}(\sigma_{1p}(t)) + \sigma_{1p}(t) \frac{1}{\tau_R} \tilde{\Delta}_{u1p}. \tag{260}
\end{aligned}$$

Desta forma, de (260), a condição para estabilidade  $\sigma_{1p}(t)\dot{\sigma}_{1p}(t) < 0$  é dada por:

$$\begin{cases} (i) P_{1c} > \sup \left| \frac{1}{\tau_R} \tilde{\Delta}_{u1p} \right| \\ (ii) |\sigma_{1p}(t)| > \delta; \text{sgm} \sigma_{1p}(t) = \sigma_{1p}(t) / (\sigma_{1p}(t) + \delta). \end{cases} \tag{261}$$

Para  $\sigma_{2p}(t)\dot{\sigma}_{2p}(t) < 0$ , tem-se o seguinte desenvolvimento:

$$\begin{aligned}
\sigma_{2p}(t) &= \tilde{x}_{3p}(t) + c_2 \int_0^t (\tilde{x}_{3p}(\tau) - x_{3\text{ref}}(\tau)) d\tau \\
\dot{\sigma}_{2p}(t) &= \dot{\tilde{x}}_{3p}(t) + c_2 (\tilde{x}_{3p}(t) - x_{3\text{ref}}(t)) \\
\dot{\tilde{x}}_{3p}(t) &= \frac{1}{\tau_m} (k_M \tilde{x}_{1p}(t) u_{2p}(t) - \tilde{v}_p(t)) + L_1 \text{sgm}(x_3(t) - \tilde{x}_{3p}(t)) \\
u_{2p}(t) &= \underbrace{\frac{1}{k_M \tilde{x}_{1p}(t)} [\tilde{v}_p(t) - \tau_m c_2 (\tilde{x}_{3p}(t) - x_{3\text{ref}}(t))]}_{u_{eq2p}} - \underbrace{\frac{\tau_m}{k_M \tilde{x}_{1p}(t)} P_{2c} \text{sgm} \sigma_{2p}(t)}_{u_{NL2p}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_{2p}(t)\dot{\sigma}_{2p}(t) &= \sigma_{2p}(t) \left\{ \frac{1}{\tau_m} (k_M \tilde{x}_{1p}(t) u_{2p}(t) - \tilde{v}_p(t)) + L_1 \text{sgm}(x_3(t) - \tilde{x}_{3p}(t)) + c_2 (\tilde{x}_{3p}(t) - x_{3\text{ref}}(t)) \right\} \\
&= \sigma_{2p}(t) \left\{ \frac{1}{\tau_m} \left[ k_M \tilde{x}_{1p}(t) \left[ \frac{1}{k_M \tilde{x}_{1p}(t)} [\tilde{v}_p(t) - \tau_m c_2 (\tilde{x}_{3p}(t) - x_{3\text{ref}}(t))] \right] - \frac{\tau_m}{k_M \tilde{x}_{1p}(t)} P_{2c} \text{sgm} \sigma_{2p}(t) \right] - \tilde{v}_p(t) \right\} \\
&\quad + L_1 \text{sgm}(x_3(t) - \tilde{x}_{3p}(t)) + c_2 (\tilde{x}_{3p}(t) - x_{3\text{ref}}(t)) \\
&= \sigma_{2p}(t) \left\{ \left[ \frac{1}{\tau_m} [\tilde{v}_p(t) - \tau_m c_2 (\tilde{x}_{3p}(t) - x_{3\text{ref}}(t))] \right] - \frac{1}{\tau_m} \tilde{v}_p(t) \right\} \\
&\quad - P_{2c} \text{sgm} \sigma_{2p}(t) + L_1 \text{sgm}(x_3(t) - \tilde{x}_{3p}(t)) + c_2 (\tilde{x}_{3p}(t) - x_{3\text{ref}}(t)) \\
&= \sigma_{2p}(t) [-P_{2c} \text{sgm} \sigma_{2p}(t) + L_1 \text{sgm}(x_3(t) - \tilde{x}_{3p}(t))] \\
\sigma_{2p}(t)\dot{\sigma}_{2p}(t) &= \sigma_{2p}(t) \{-P_{2c} \text{sgm} \sigma_{2p}(t) + L_1 \text{sgm}(x_3(t) - \tilde{x}_{3p}(t))\}. \tag{262}
\end{aligned}$$

Então, de (262), a condição para estabilidade  $\sigma_{2p}(t)\dot{\sigma}_{2p}(t) < 0$  é dada por:

$$\begin{cases} (i) P_{2c} > L_1 \\ (ii) |\sigma_{2p}(t)| > \delta; \text{sgm} \sigma_{2p}(t) = \sigma_{2p}(t) / (\sigma_{2p}(t) + \delta). \end{cases} \tag{263}$$

Com (261) e (263) satisfeitas, na condição ideal em regime permanente, tem-se:

$$\begin{cases} \lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{x}_{1p}(t) = 0 \rightarrow \tilde{x}_{1p}(t) = x_{1\text{ref}}(t) \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{x}_{3p}(t) = 0 \rightarrow \tilde{x}_{3p}(t) = x_{3\text{ref}}(t). \end{cases} \tag{264}$$

Segundo a Proposição 2, se existe um controlador que estabiliza o sistema preditivo (226), então ele irá controlar e estabilizar também o sistema com atraso (225). Assim, as variáveis  $x_1(t) = I_{\text{mR}}(t)$  e  $x_3(t) = \omega(t)$  seguem os respectivos sinais de referência com atraso  $h$ .

Nota-se que as condições (261) e (263) dependem exclusivamente dos ganhos  $P_{1c}$  e  $P_{2c}$ . Assim, com os estados preditivos computados por OEV-P, o atraso não afeta de forma contundente as condições de estabilidade.

## 6.6 COMENTÁRIOS

Devido à influência degenerativa do atraso no sinal de controle no desempenho do sistema, propôs-se um observador de estados preditivo com estrutura variável com o intuito de minimizar esses efeitos no MIT.

Os mesmos controladores do Capítulo 4, PI, PICEV e CEV foram analisados, mas neste caso atuando em conjunto com o preditor, e denominados PI-P, PICEV-P e CEV-P. Análises da robustez da estabilidade demonstraram que o sistema fica livre do atraso em todos os casos, tal como desejado.

Através de simulações computacionais efetuados no modelo de um MIT de 25 CV, no próximo capítulo, pretende-se corroborar as análises realizadas em relação aos aspectos dos controles propostos PI-P, PICEV-P e CEV-P.

## 7 SIMULAÇÕES COMPUTACIONAIS UTILIZANDO PI-P, PICEV-P E CEV-P NO MIT

Com o intuito de corroborar as análises realizadas no Capítulo 6, realizaram-se simulações computacionais utilizando o software MatLab/Simulink® referentes ao mesmo MIT de 25 CV de alto desempenho simulado no Capítulo 5. Este capítulo apresenta os resultados e as análises de simulação para o MIT controlado por OEV-P, PI-P, PICEV-P e CEV-P, conforme definidos no capítulo anterior.

### 7.1 VALORES NUMÉRICOS DOS PARÂMETROS PARA O MIT DE 25 CV

As Equações (206), (207) e (208), as quais representam o modelo não linear incerto do MIT com atraso no sinal de controle, foram implementadas no MatLab/Simulink®. Os valores nominais do MIT de 25 CV são os mesmos apresentados na Tabela 2 (WEG) do Capítulo 5. Os valores dos ganhos de OEV-P, PI-P, PICEV-P e CEV-P são os mesmos valores de OEV, PI, PICEV e CEV mostrados na Tabela 3 do Capítulo 5.

As condições de carga mecânica e da referência de velocidade são as mesmas apresentadas na Tabela 4 e na Figura 24.

### 7.2 RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES E ANÁLISES

Através do software MatLab/Simulink® implementou-se o esquema mostrado na Figura 45, sendo que o modelo do MIT utilizado foi computado através das equações (206) a (208). Os estados foram estimados através das equações (210), (217), (218) e (219) de OEV-P. As leis de controle foram realizadas utilizando as equações (228) e (229) para a estratégia de controle PI-P; as equações (237) a (242) para a estratégia de controle PICEV-P e (250) a (256) para o controle CEV-P. O passo da resolução dos cálculos integrais utilizado é 0,0001.

Duas situações de operação do MIT foram simuladas:

- (iv) Modelo do MIT com incertezas, com perturbações e sem atraso: controladores PI-P, PICEV-P e CEV-P;
- (v) Modelo do MIT com incertezas, com perturbações e com atraso: controladores PI-P, PICEV-P e CEV-P.

Para comparações de resultados, além da análise visual das respostas gráficas, tem-se também atribuição de valores numéricos através de Índices de Desempenhos  $DV$ ,  $DT$  e  $DM$  definidos no Capítulo 5, conforme equações (200) a (202).

Os resultados das simulações são apresentados e analisados nos subitens a seguir.

### 7.2.1 Modelo do MIT com incertezas, com perturbações e sem atraso: controladores PI-P, PICEV-P e CEV-P

Nestas simulações computou-se o modelo do MIT conforme as equações (206) a (208), considerando o sistema sem atraso, ou seja,  $h = 0$ . Os resultados obtidos são provenientes de três series de simulações: uma feita com o controlador PI-P, outra utilizando o controlador PICEV-P e, por fim, utilizando o controlador CEV-P. Apesar de se realizar as simulações com  $h = 0$ , as variáveis estimadas são provenientes do sistema preditivo, equações (210), (217), (218) e (219) com atraso estimado  $h_R = 10$  ms.

As incertezas paramétricas  $\Delta_{tr}$  e  $\Delta_{km}$  são as mesmas de (204) e seus valores numéricos dados na Tabela 5 do Capítulo 5.

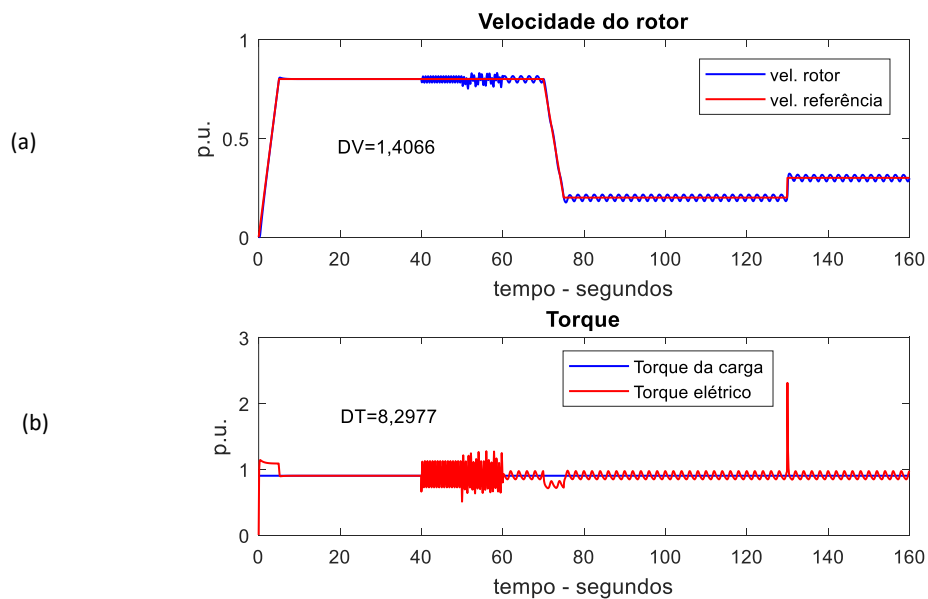
Os distúrbios  $\Delta_{u1}(t)$  e  $\Delta_{u2}(t)$  nos sinais de controle são os mesmos definidos em (205) com valores numéricos dados na Tabela 5 e formas gráficas apresentadas na Figura 28b, do Capítulo 5.

Na Figura 46a e na Figura 47a são apresentados os resultados de velocidade do rotor para o MIT controlado por PI-P e PICEV-P, respectivamente. Nota-se que, para o caso em que utilizou-se o controlador PI-P, o desempenho foi deteriorado devido à influência das incertezas e perturbações, apresentando  $DV = 1,4066$ . Contudo essas influências são quase que totalmente rejeitadas no caso em que se utilizou o controlador PICEV-P, pela Figura 47a nota-se claramente a rejeição das incertezas paramétricas e perturbações no controle, apresentando um índice de desempenho bem menor,  $DV = 0,6176$ . Isto corrobora com o que foi demonstrado na Seção 2.4.2, o qual abordou a questão da sensibilidade do sistema controlado por CEV, ou seja, as condições de invariância.

Os resultados do torque eletromecânico do MIT são apresentados na Figura 46b e na Figura 47b, utilizando-se os controladores PI-P e PICEV-P, respectivamente. O cálculo do torque eletromecânico foi realizado através de (203). No caso do PI-P, o torque eletromecânico oscilou em torno da carga mecânica real (0,9 p.u.) devido às perturbações e

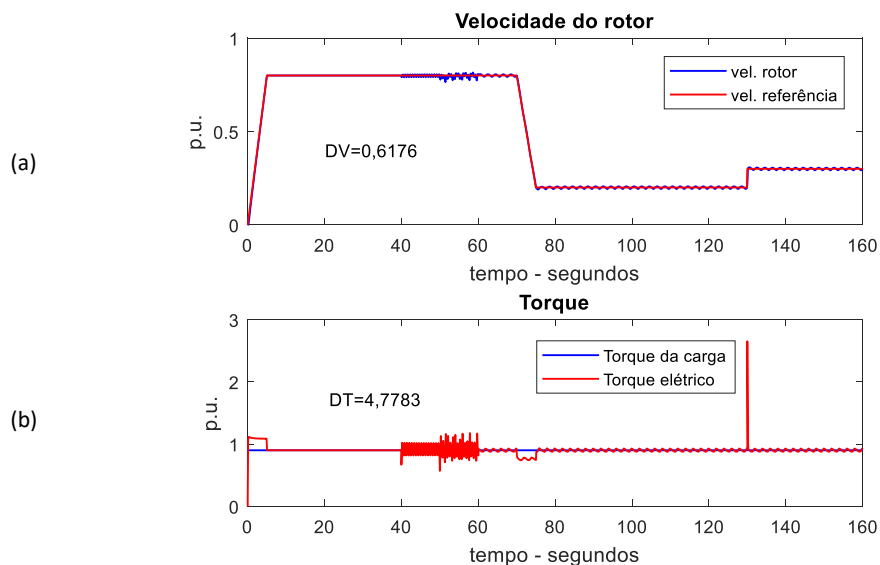
incertezas, ou seja, teve seu resultado deteriorado, obtendo  $DT=8,2977$ . No caso do PICEV-P, pela Figura 47b, nota-se a influência das perturbações, porém com menor intensidade do que quando utilizado o controle PI-P, obtendo um valor numérico do desempenho bem melhor,  $DT = 4,7783$ .

Figura 46 - MIT com incertezas, com perturbações e sem atraso com controle PI-P: (a) Velocidade do rotor; (b) Torque eletromecânico.



Fonte: Próprio autor.

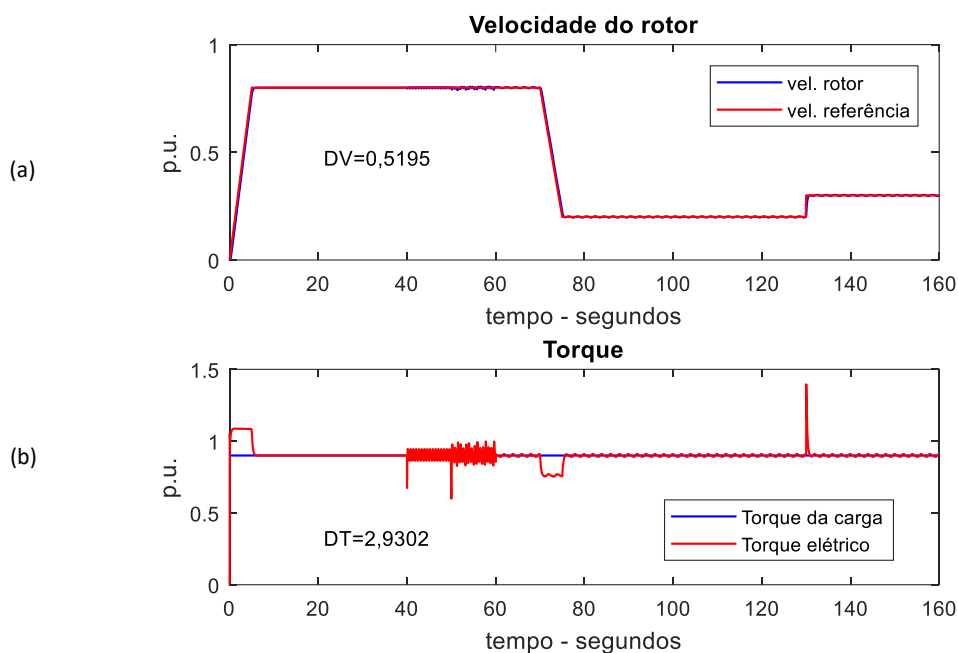
Figura 47 - MIT com incertezas, com perturbações e sem atraso com controle PICEV-P: (a) Velocidade do rotor; (b) Torque eletromecânico.



Fonte: Próprio autor.

Na Figura 48a e na Figura 48b, tem-se os resultados para velocidade e torque, respectivamente, para o MIT controlado pelo controlador CEV-P. Através dos resultados gráficos e dos valores numéricos, obtidos nos índices de desempenho  $DV=0,5195$  e  $DT=2,9302$ , observa-se que este projeto resultou em maior rejeição das perturbações quando comparado aos desempenhos do MIT controlado por PI-P e PICEV-P.

Figura 48 - MIT com incertezas, com perturbações e sem atraso com CEV-P: (a) Velocidade do rotor; (b) Torque eletromecânico.

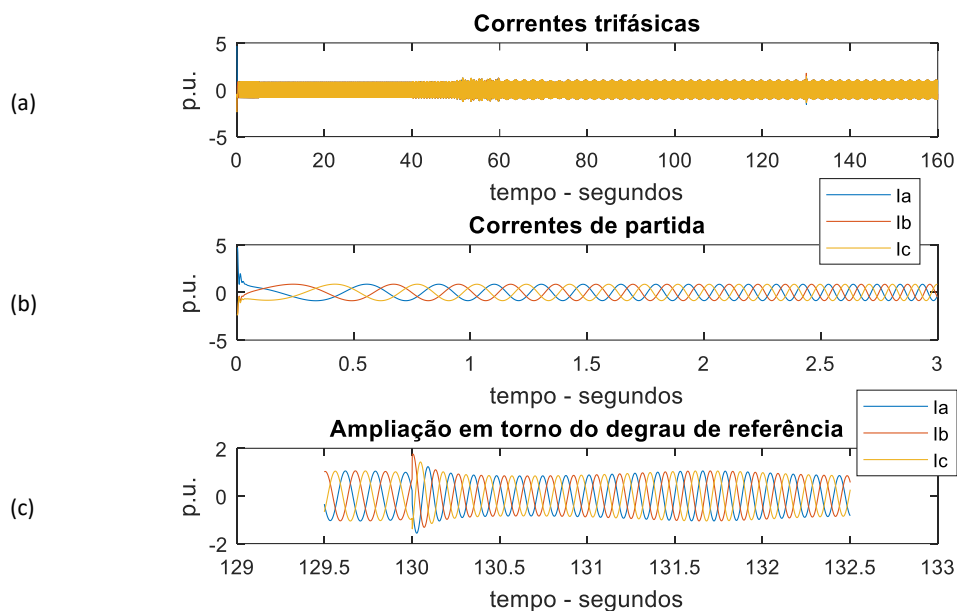


Fonte: Próprio autor.

Da Figura 49a à Figura 51a são mostradas as correntes trifásicas do MIT quando controlado por PI-P, PICEV-P e CEV-P, respectivamente. Ampliação das Figura 49a à Figura 51a nos instantes de partida são mostrados na Figura 49b à Figura 51b. Da Figura 49c à Figura 51c são mostradas as ampliações das Figura 49a à Figura 51a em torno do instante 130 segundos, momento em que há uma mudança em degrau na referência de velocidade.

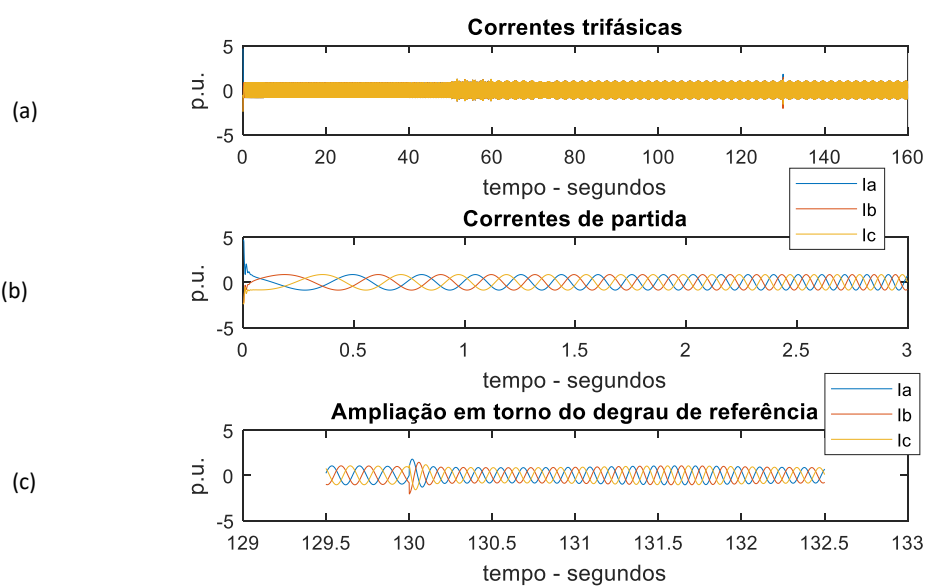
Nota-se que, para todos os casos, ocorreram oscilações de amplitudes devido às influências das incertezas e perturbações, contudo as correntes geradas por meio do PICEV-P e CEV-P foram mais eficientes no sentido de prover melhor desempenho para a velocidade e o torque. Também, em nenhum momento as correntes ultrapassaram valores acima de 5 p.u. durante os transitórios, sendo que este valores estão dentro da faixa aceitável de funcionamento do MIT.

Figura 49 - MIT com incertezas, com perturbações e sem atraso com controle PI-P: (a) Correntes trifásicas; (b) Ampliação do gráfico das correntes na partida (c) Ampliação do gráfico das correntes trifásicas em torno do degrau de referência.



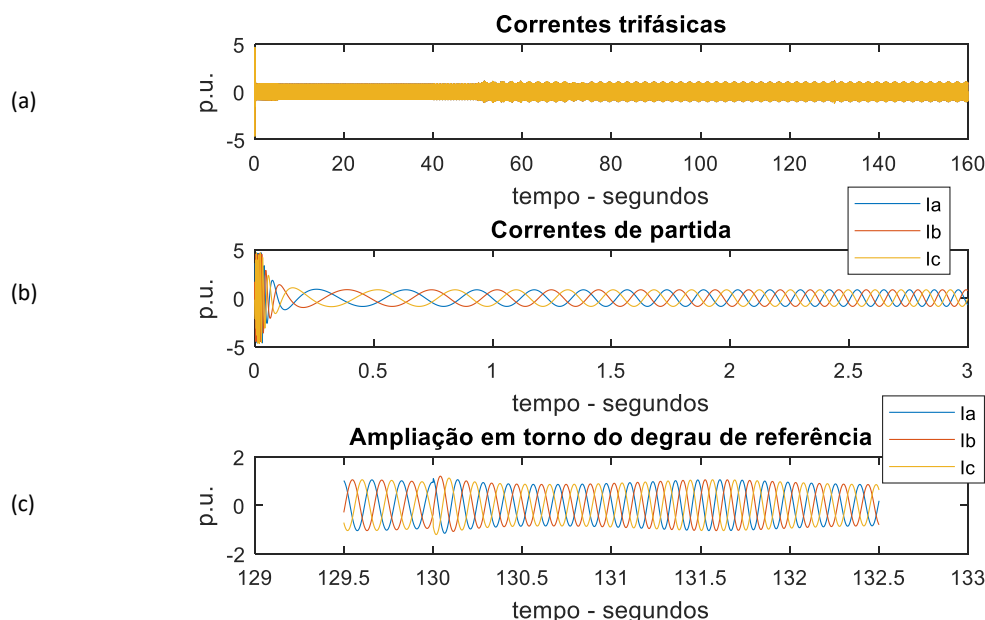
Fonte: Próprio autor.

Figura 50 - MIT com incertezas, com perturbações e sem atraso com controle PICEV-P: (a) Correntes trifásicas; (b) Ampliação do gráfico das correntes na partida (c) Ampliação do gráfico das correntes trifásicas em torno do degrau de referência.



Fonte: Próprio autor.

Figura 51 - MIT com incertezas, com perturbações e sem atraso com CEV-P: (a) Correntes trifásicas; (b) Ampliação do gráfico das correntes na partida (c) Ampliação do gráfico das correntes trifásicas em torno do degrau de referência.

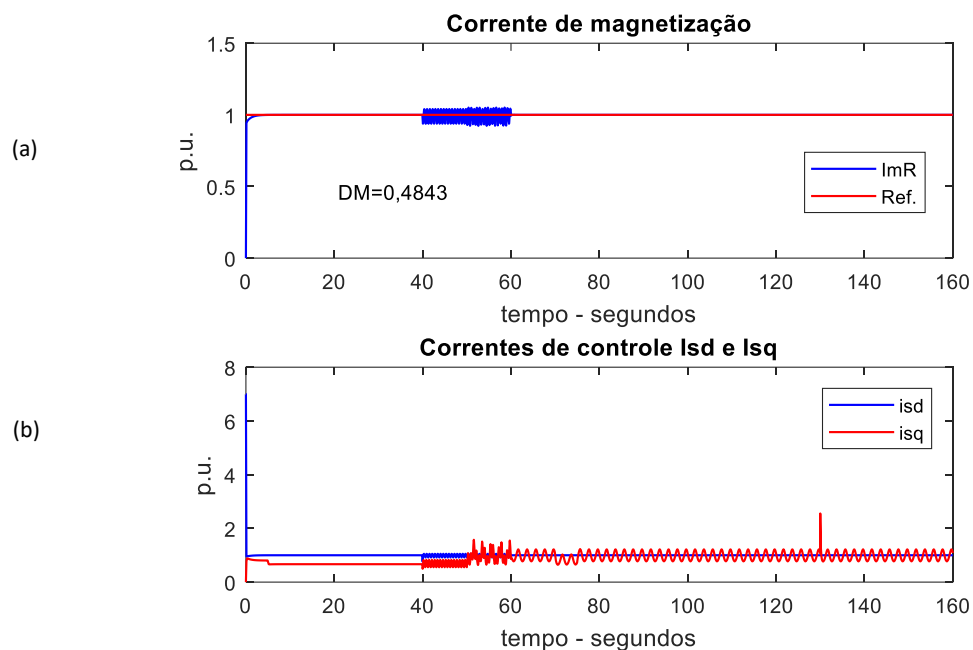


Fonte: Próprio autor.

Na Figura 52a e Figura 54a, são apresentadas as correntes de magnetização para o MIT controlado por PI-P, PICEV-P e CEV-P, respectivamente. A referência da corrente é o valor de 1 p.u. em todos os casos. Observa-se a influência da perturbação do controle, ocorrida no intervalo de 40 a 60 segundos, em todos os casos. Os valores numéricos obtidos para os controladores PI-P, PICEV-P e CEV-P são, respectivamente,  $DM=0,4843$ ,  $DM=0,4741$  e  $DM=0,4711$ . Estes números indicam que houve melhor rejeição à influência das perturbações na corrente de magnetização no caso em que o controle usado foi o CEV-P.

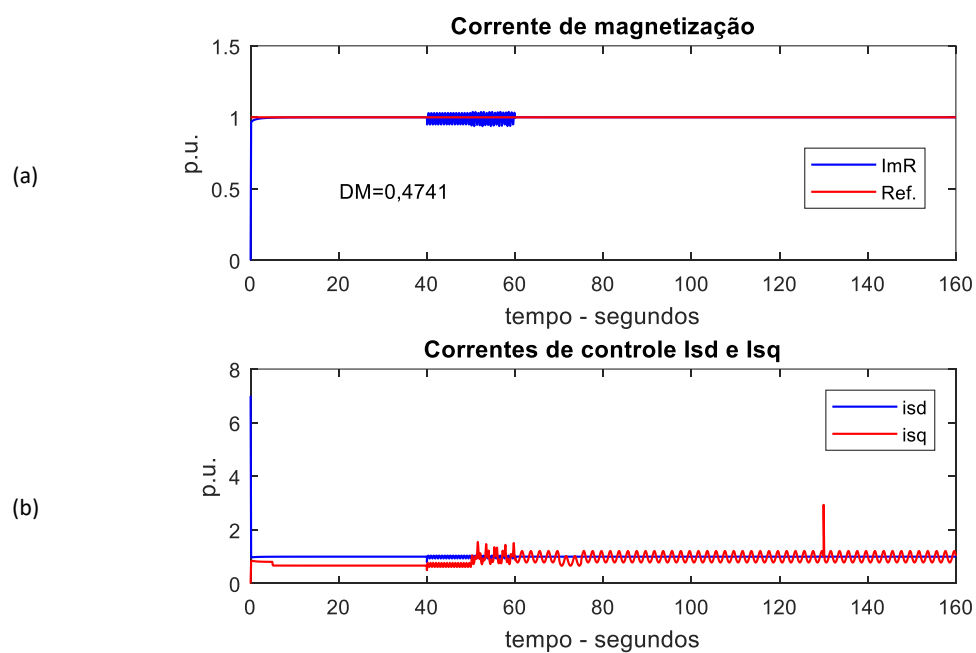
Na Figura 52b à Figura 54b, têm-se as correntes de controle de eixo direto e em quadratura para o MIT controlado por PI-P, PICEV-P e CEV-P, respectivamente.

Figura 52 - MIT com incertezas, com perturbações e sem atraso com controle PI-P: (a) Corrente de magnetização; (b) Correntes de controle.



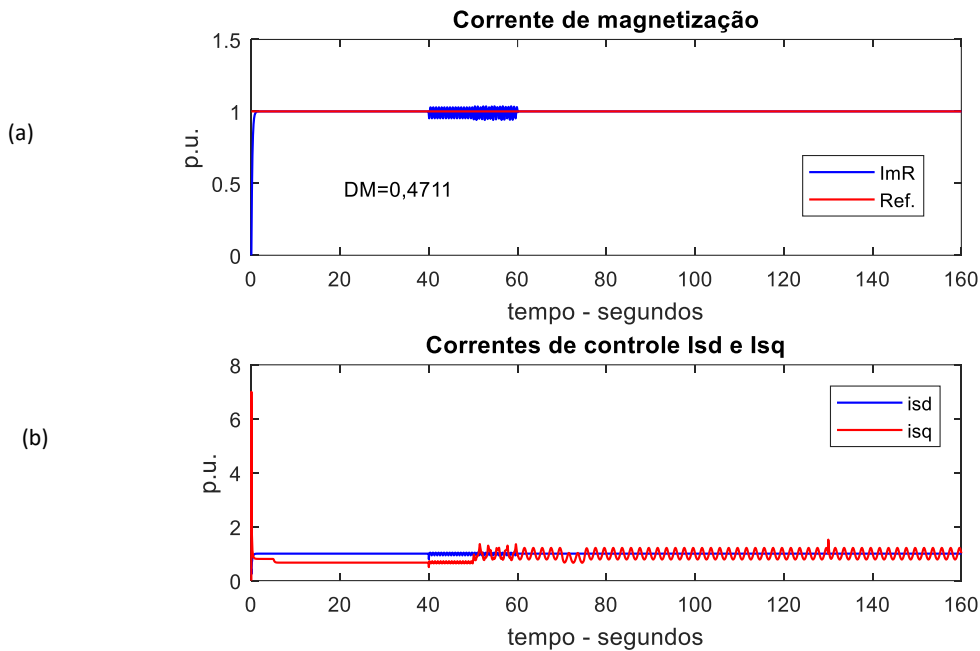
Fonte: Próprio autor.

Figura 53 - MIT com incertezas, com perturbações e sem atraso com controle PICEV-P: (a) Corrente de magnetização; (b) Correntes de controle.



Fonte: Próprio autor.

Figura 54 - MIT com incertezas, com perturbações e sem atraso com CEV-P: (a) Corrente de magnetização; (b) Correntes de controle.



Fonte: Próprio autor.

Dos resultados apresentados, pode-se concluir que os controladores PICEV-P e CEV-P apresentaram, em relação ao controlador PI-P, melhores desempenhos com relação à rejeição das perturbações e incertezas, corroborando a teoria apresentada na Seção 2.4.2. As pequenas influências que ocorreram, quando utilizados os controladores PICEV e CEV, foram devido à existência da camada limite, conforme apresentado na Seção 2.4.3.

O mais importante nesta seção foi comprovar, através das simulações, que mesmo não havendo atraso no sinal de controle, os controladores utilizando preditor atuaram de maneira satisfatória e eficaz no MIT.

Na próxima seção será explorada a eficácia do preditor em relação ao caso em que o MIT apresenta atraso no sinal de controle.

### 7.2.2 Modelo do MIT com incertezas, com perturbações e com atraso: controladores PI-P, PICEV-P e CEV-P

Nesta seção, além de incertezas e perturbações no modelo da planta do MIT conforme a Tabela 5 inclui-se atraso  $h \neq 0$  no sinal de controle. No Capítulo 5 confirmou-se nas simulações que o atraso deteriora o desempenho dos controladores PI, PICEV e CEV. Nesta

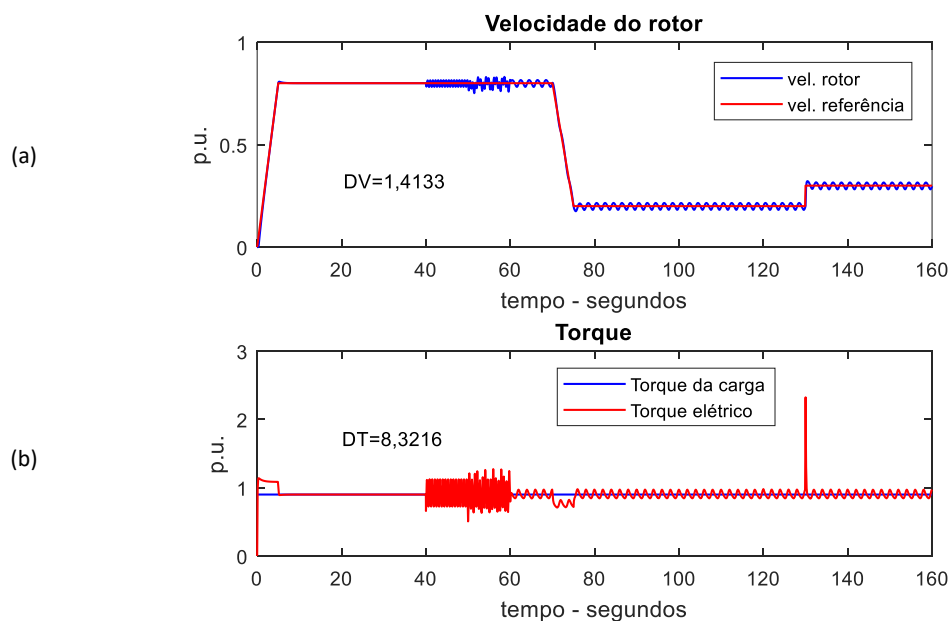
série de simulações serão testados os controladores PI-P, PICEV-P e CEV-P diante dos das mesmas situações de atrasos do Capítulo 5, conforme apresentado na Tabela 6 e na Figura 38. No entanto, com objetivo de melhor avaliação dos controladores, será considerado que o sistema apresenta incertezas e perturbações, conforme seção anterior, além do atraso.

Na Figura 55a e na Figura 56a são apresentados os resultados de velocidade do rotor para o MIT controlado por PI-P e PICEV-P, respectivamente.

Na Figura 55b e na Figura 56b são mostrados os resultados do torque eletromecânico para os controladores PI-P e PICEV-P, respectivamente.

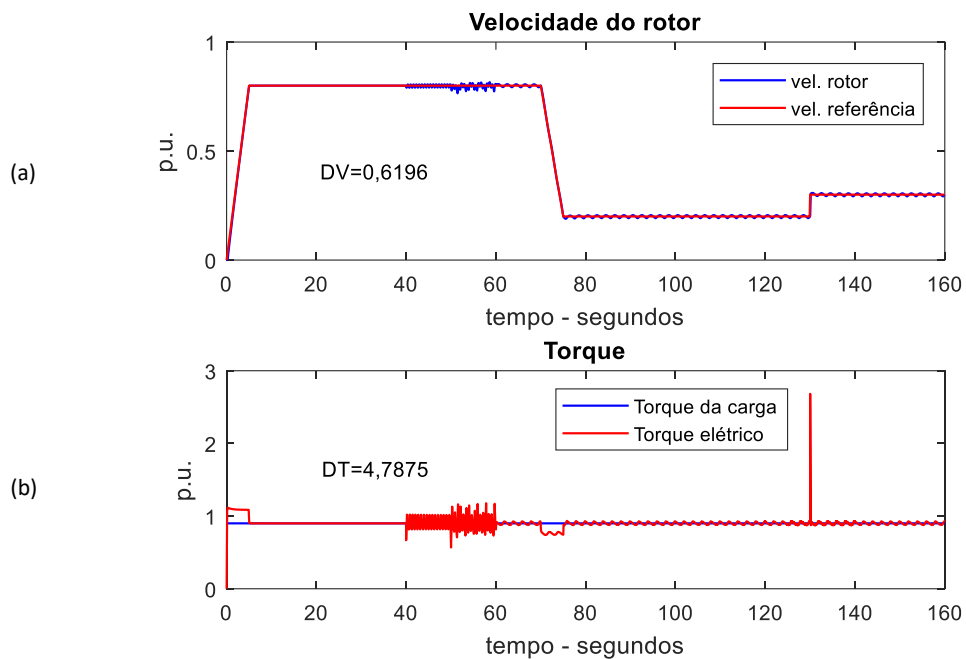
Nota-se que os resultados obtidos foram satisfatórios para ambos os controladores utilizando o preditor OEV-P, portanto a utilização deste solucionou o problema de instabilidade causado pelo atraso no sinal de controle, corroborando com as análises feitas nas seções 6.3.2 e 6.4.2. Observa-se graficamente e através dos índices de desempenho que os resultados em relação a rejeição das perturbações foram muito bons quando utilizou-se o controle PICEV-P, que obteve  $DV=0,6196$  e  $DT=4,7875$ . Enquanto o controle PI-P apresentou maior sensibilidade em relação às perturbações, sendo que  $DV=1,4133$  e  $DT=8,3216$ .

Figura 55 - MIT com incertezas, com perturbações e com atraso, controle PI-P: (a) Velocidade do rotor; (b) Torque eletromecânico.



Fonte: Próprio autor.

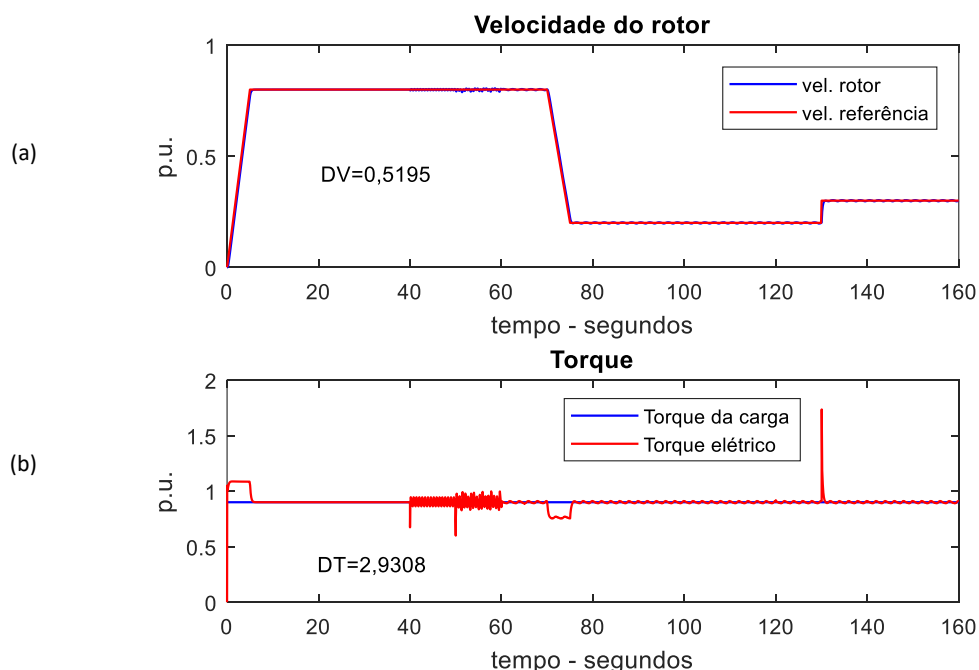
Figura 56 - MIT com incertezas, com perturbações e com atraso, controle PICEV-P: (a) Velocidade do rotor; (b) Torque eletromecânico.



Fonte: Próprio autor.

Na Figura 57 são apresentados os resultados de velocidade do rotor e torque para o MIT controlador por CEV-P. Nesta figura nota-se que, com a utilização do preditor OEV-P, o efeito degenerativo do atraso foi solucionado, corroborando com as análises da Seção 6.5.2, desta forma o CEV-P apresentou um excelente desempenho controlando o MIT, de forma a conseguir rejeitar praticamente toda influência gerada pelas incertezas, sendo que este apresentou índices de desempenho melhor que os outros dois controladores,  $DV=0,5195$  e  $DT=2,9308$ , ou seja, apresentou melhores resultados.

Figura 57 - MIT com incertezas, com perturbações e com atraso, CEV-P: (a) Velocidade do rotor; (b) Torque eletromecânico.

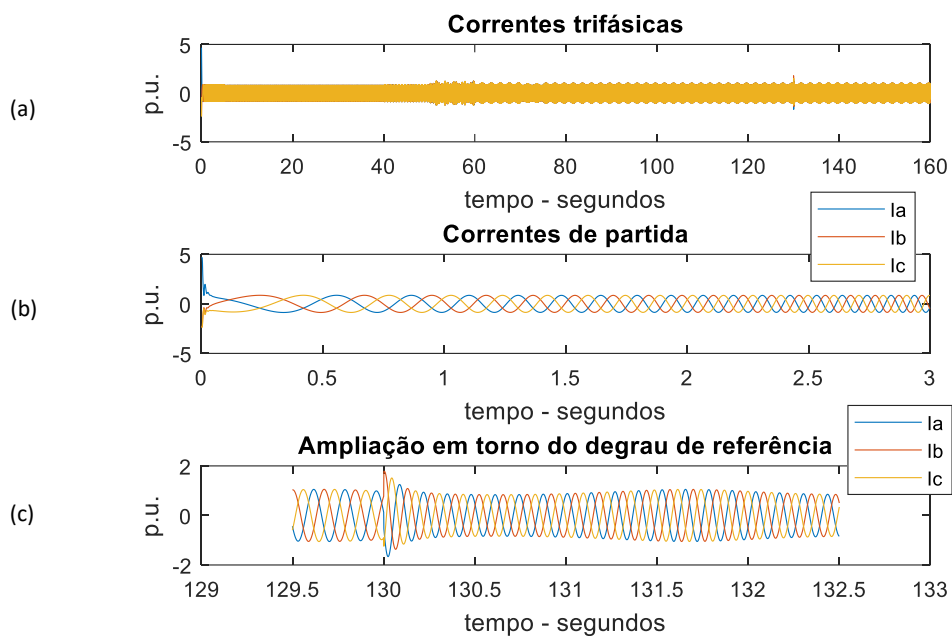


Fonte: Próprio autor.

Da Figura 58a à Figura 60a são mostradas as correntes trifásicas do MIT quando controlado por PI-P, PICEV-P e CEV-P, respectivamente. Ampliação das Figura 58a à Figura 60a nos instantes de partida são mostrados na Figura 58b à Figura 60b. Da Figura 58c à Figura 60c são mostradas as ampliações das Figura 58a à Figura 60a em torno do instante 130 segundos, momento em que há uma mudança em degrau na referência de velocidade.

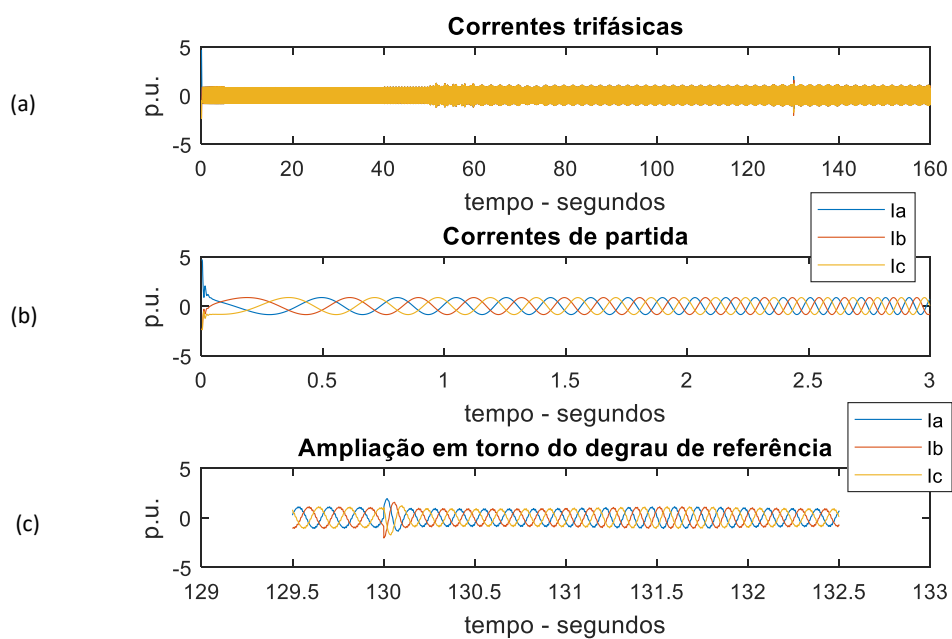
Para todos os casos as corrente trifásicas ficaram dentro da faixa de valores aceitáveis para o controle do MIT, ou seja, em nenhum momento as correntes ultrapassaram valores acima de 5 p.u. durante os transitórios. Contudo, é visível nas três figuras a variação da amplitude das corrente quando há perturbações, mas todos os controladores apresentaram resultados satisfatórios, sendo que as correntes geradas pelo CEV-P foram mais eficientes no sentido de prover melhor desempenho para a velocidade e o torque.

Figura 58 MIT com incertezas, com perturbações e com atraso, controle PI-P: Correntes trifásicas.



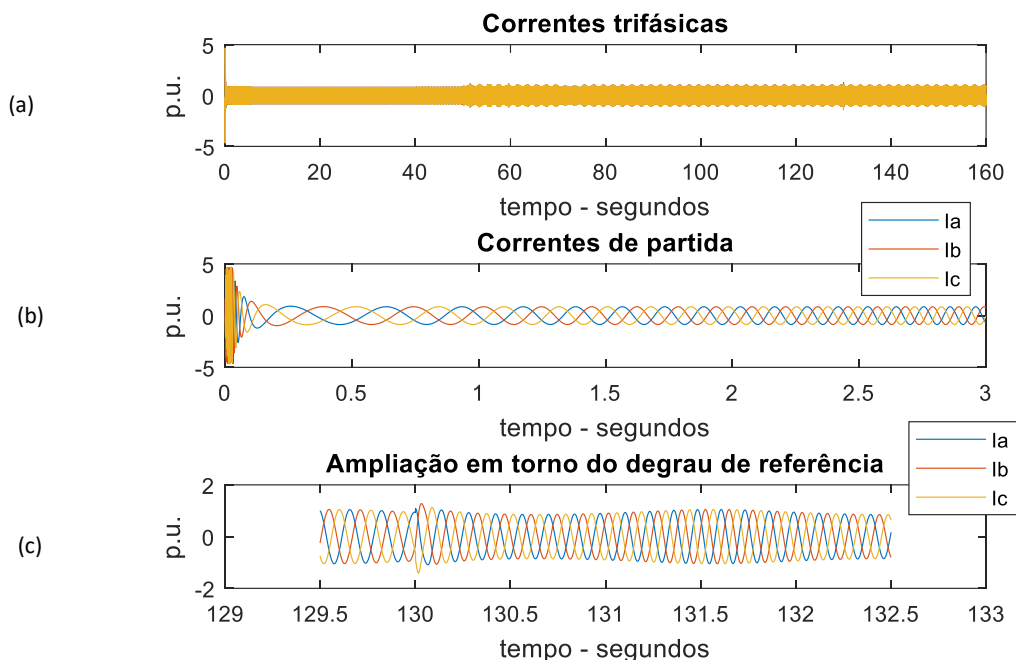
Fonte: Próprio autor.

Figura 59 - MIT com incertezas, com perturbações e com atraso, controle PICEV-P: Correntes trifásicas.



Fonte: Próprio autor.

Figura 60 - MIT com incertezas, com perturbações e com atraso com CEV-P: Correntes trifásicas.

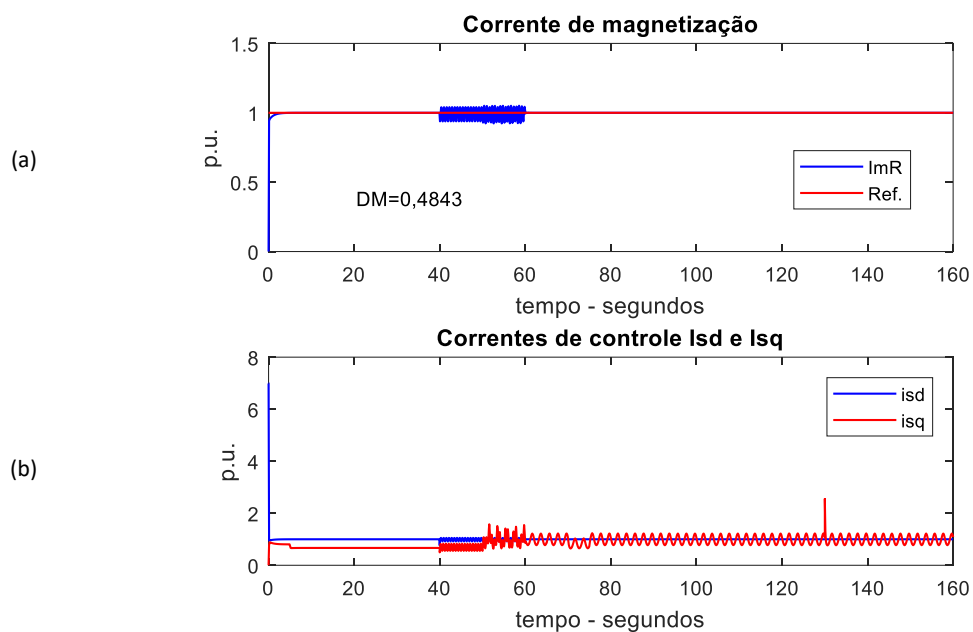


Fonte: Próprio autor.

Da Figura 61a a Figura 63a apresentam-se as correntes de magnetização para o MIT controlado por PI-P, PICEV-P e CEV-P, respectivamente. A referência da corrente é o valor de 1 p.u. em todos os casos. Observa-se a influência da perturbação do controle, ocorrida no intervalo de 40 a 60 segundos, em todos os casos. Os valores numéricos obtidos para os controladores PI-P, PICEV-P e CEV-P são, respectivamente,  $DM=0,4843$ ,  $DM=0,4881$  e  $DM=0,4711$ . Estes números indicam que houve melhor rejeição à influência das perturbações na corrente de magnetização no caso em que o controle usado foi o CEV-P.

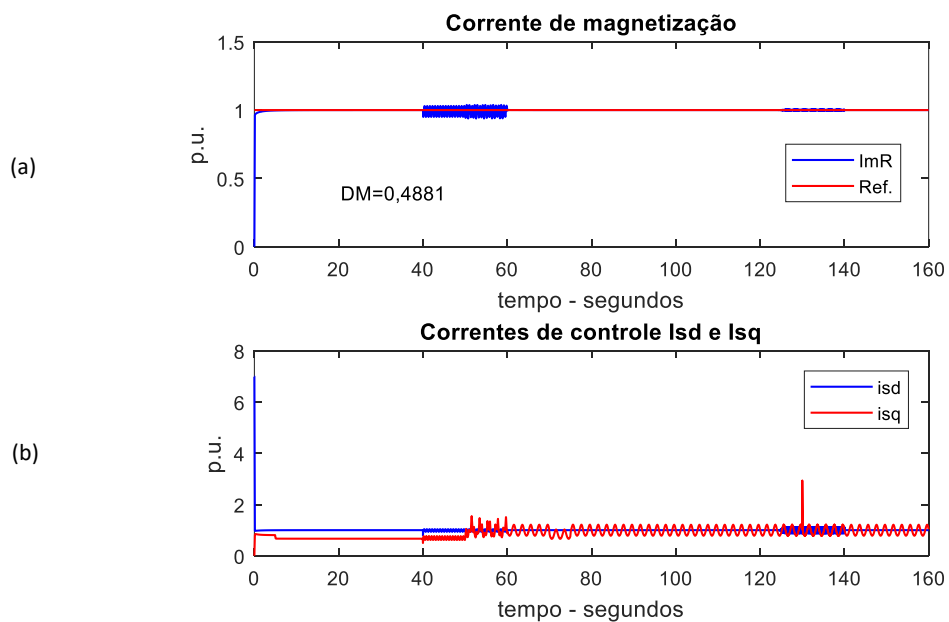
Da Figura 61b a Figura 63b têm-se as correntes de controle de eixo direto e em quadratura para o MIT controlado por PI-P, PICEV-P e CEV-P, respectivamente.

Figura 61 - MIT com incertezas, com perturbações e com atraso com controle PI-P: (a) Corrente de magnetização; (b) Correntes de controle.



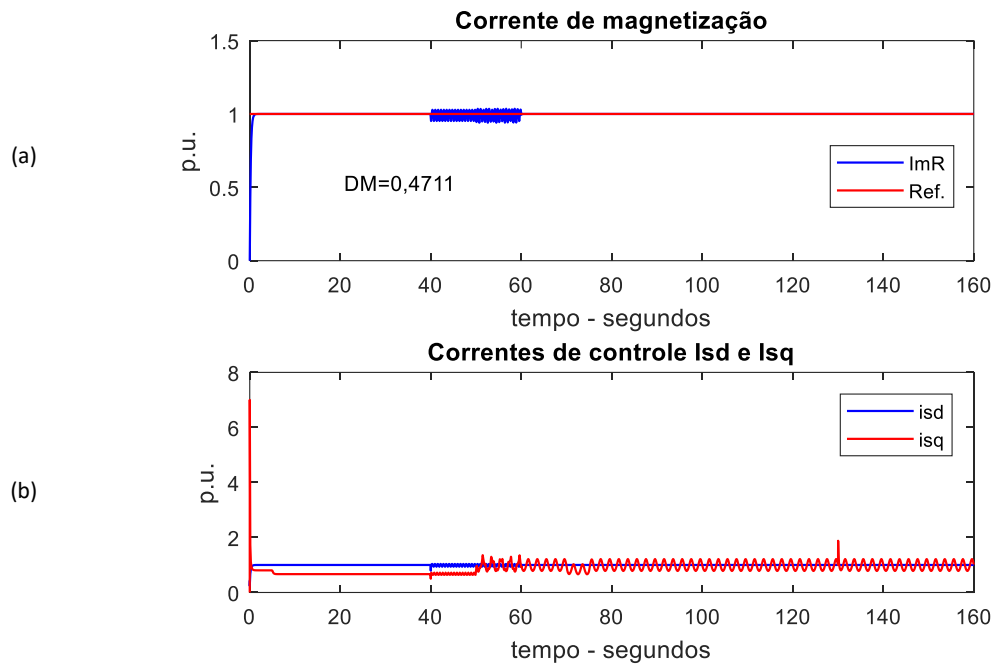
Fonte: Próprio autor.

Figura 62 - MIT com incertezas, com perturbações e com atraso com controle PICEV-P: (a) Corrente de magnetização; (b) Correntes de controle.



Fonte: Próprio autor.

Figura 63 - MIT com incertezas, com perturbações e com atraso com CEV-P: (a) Corrente de magnetização; (b) Correntes de controle.



Fonte: Próprio autor.

### 7.3 COMENTÁRIOS

Na Tabela 7 são apresentados os índices de desempenho para cada caso simulado dos capítulos 5 e 7, visando facilitar a comparação entre o desempenho de cada controlador.

Os resultados numéricos indicam que, com a utilização do controle com estrutura variável, obteve-se melhor rejeição das perturbações e incertezas.

Nota-se também que o preditor conseguiu rejeitar o efeito degenerativo do atraso no sinal de controle de forma eficaz, sendo que, sem a utilização dele e com a presença do atraso, os resultados foram insatisfatórios para todos os controladores.

Tabela 7: Índices de Desempenho para cada caso simulado.

| <b>Descrição das simulações / Índices de Desempenho</b>                                      | <i>DV</i><br>Rastreamento de<br>velocidade | <i>DT</i><br>Torque da carga<br>Torque eletromec. | <i>DM</i><br>Rastreamento de<br>corrente de<br>magnetização |
|----------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------|---------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|
| (i) Modelo do MIT sem incertezas, sem perturbações e sem atraso: controlador <b>PI</b>       | 0,0858                                     | 1,8874                                            | 0,1599e-6                                                   |
| (ii) Modelo do MIT com incertezas, com perturbações e sem atraso: controlador <b>PI</b>      | 1,1777                                     | 7,1020                                            | 0,0332                                                      |
| (ii) Modelo do MIT com incertezas, com perturbações e sem atraso: controlador <b>PICEV</b>   | 0,3899                                     | 3,5967                                            | 0,0117                                                      |
| (ii) Modelo do MIT com incertezas, com perturbações e sem atraso: controlador <b>CEV</b>     | 0,3117                                     | 1,8243                                            | 0,0091                                                      |
| (iii) Modelo do MIT sem incertezas, sem perturbações e com atraso: controlador <b>PI</b>     | $\infty$                                   | $\infty$                                          | $\infty$                                                    |
| (iii) Modelo do MIT sem incertezas, sem perturbações e com atraso: controlador <b>PICEV</b>  | $\infty$                                   | $\infty$                                          | $\infty$                                                    |
| (iii) Modelo do MIT sem incertezas, sem perturbações e com atraso: controlador <b>CEV</b>    | -                                          | -                                                 | -                                                           |
| (iv) Modelo do MIT com incertezas, com perturbações e sem atraso: controlador <b>PI-P</b>    | 1,4066                                     | 8,2977                                            | 0,4843                                                      |
| (iv) Modelo do MIT com incertezas, com perturbações e sem atraso: controlador <b>PICEV-P</b> | 0,6176                                     | 4,7783                                            | 0,4741                                                      |
| (iv) Modelo do MIT com incertezas, com perturbações e sem atraso: controlador <b>CEV-P</b>   | 0,5195                                     | 2,9302                                            | 0,4711                                                      |
| (v) Modelo do MIT com incertezas, com perturbações e com atraso: controlador <b>PI-P</b>     | 1,4133                                     | 8,3216                                            | 0,4843                                                      |
| (v) Modelo do MIT com incertezas, com perturbações e com atraso: controlador <b>PICEV-P</b>  | 0,6196                                     | 4,7875                                            | 0,4881                                                      |
| (v) Modelo do MIT com incertezas, com perturbações e com atraso: controlador <b>CEV-P</b>    | 0,5195                                     | 2,9308                                            | 0,4711                                                      |

Fonte: Próprio autor.

## 8 CONCLUSÕES

O enfoque principal deste trabalho foi a análise da robustez da estabilidade em relação às influências de incertezas, perturbações e atraso no controle do Motor de Indução Trifásico (MIT). Para isto foram propostos três projetos de controladores (PI, PICEV e CEV) utilizando observador de estado com modos deslizantes para o controle do MIT cujo modelo matemático é não linear.

O controlador Proporcional-Integral (PI) teve um bom desempenho para o controle do modelo nominal do MIT. Contudo, na presença de incertezas e perturbações, o desempenho deste foi deteriorado e, portanto, insatisfatório para um motor do qual é exigido alto desempenho.

Foi acrescentada a estratégia de Controle com Estrutura Variável ao controlador Proporcional-Integral (PICEV) e este conseguiu rejeitar de forma eficiente as incertezas e perturbações no MIT, apresentando um resultado satisfatório em relação a este quesito. Portanto, conseguiu-se combinar a vantagem do controle com estrutura variável, que é a rejeição das perturbações e incertezas, Seção 4.4.2, ao controle PI que é muito aceito e utilizado na prática.

Para o caso em que havia atraso no sinal de controle, ambos os controladores PI e PICEV, tornaram o controle do MIT instável. Desta forma foi possível, através das simulações computacionais, corroborar as análises realizadas na Seção 4.4.3, que mostram a grande influência degenerativa que o atraso pode causar.

Utilizando o Controle com Estrutura Variável (CEV) isoladamente para o controle do MIT, foi possível comprovar, através das simulações, o excelente desempenho do CEV em relação às rejeições das perturbações e incertezas, apresentando melhor desempenho que os outros dois controladores utilizados. Contudo, o CEV também teve um resultado insatisfatório quando há a presença do atraso no sinal de controle, corroborando com as análises realizadas na Seção 4.5.4.

Portanto, os três projetos de controladores mostraram-se sensíveis ao atraso no sinal de controle apresentando resultados insatisfatórios.

Ao utilizar um preditor de estados, visando minimizar os efeitos degenerativos do atraso, os resultados foram satisfatórios para o controle do MIT em todos os casos analisados. Sendo que mesmo sem atraso no sistema, mas com a utilização do preditor, os três

controladores obtiveram desempenhos satisfatórios, ou seja, a utilização do preditor não atrapalha de forma relevante o desempenho dos controladores quando não há atraso no sistema. Ressalta-se também que os controladores com estrutura variável, PICEV e CEV, rejeitaram as incertezas e perturbações com grande eficiência mesmo com o preditor, apresentando excelente desempenho no geral.

Para os casos em que havia atraso no controle, a utilização do preditor minimizou os efeitos degenerativos, e desta forma, todos os três controladores apresentaram bons desempenhos, sendo que em nenhum caso o sistema tornou-se instável. Os melhores resultados foram apresentados pelo CEV, pois este conseguiu rejeitar melhor, além do efeito degenerativo do atraso, as influências das incertezas e perturbações do que os outros dois controladores.

Portanto, o preditor proposto foi eficaz em minimizar a influência degenerativa do atraso no sinal de controle de modo a fazer com que os controladores utilizados pudessem apresentar bons desempenhos para o controle do MIT, corroborando com as análises realizadas nos itens 6.2 a 6.5.

Tendo em vista que a principal motivação da pesquisa deste trabalho foi apresentar projetos de controle com atraso para motores de indução de alto desempenho, conclui-se que minimizando os efeitos degenerativos do atraso, foi possível contornar este problema comum que pode inviabilizar o funcionamento nestes tipos de motores, e, desta forma, abrir um novo leque de implementação de controladores.

Lembrando que uma vantagem do tratamento digital de sinal é que o controle pode ser realizado à distância e, desta forma, os equipamentos geradores dos comandos de controle podem ser alocados em locais distantes dos atuadores e das plantas controladas. Isto constitui-se em uma vantagem em ambientes industriais onde as condições físicas e ambientais podem degradar o equipamento digital de controle. Contudo, esta estratégia pode gerar atraso de modo a inviabilizar a utilização de técnicas de controle de alto desempenho. Para trabalhos futuros propõe-se pesquisas com implementação prática em motores de alto desempenho com o preditor e os controladores propostos neste trabalho utilizando redes sem fio com atraso.

## REFERÊNCIAS

- ARTSTEIN, Z. Linear systems with delayed control: a reduction. **IEEE Transactions on Automatic Control**, Pistacaway, v. 27, p. 869–879, 1982.
- BEHERA, P. K.; BEHERA, M. K.; SAHOO, A.K. Speed Control of Induction Motor using Scalar Control Technique. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON EMERGENT TRENDS IN COMPUTING AND COMMUNICATION – ETCC, 2014, [S.l.]. **Proceedings** [...] [S. l.: s. n.], 2014. p. 37-39.
- BLASCHKE, F. The principle of field orientation applied to the new transvector closed-loop control system for rotating field machines. **Siemens-Rev.**, [S. l.], 39, p. 84-90, 1972.
- BOSE, B. K. **Modern power electronics and AC drives**. Upper Saddle River: Prentice Hall, 2002.
- BOSE, B. K. High performance control estimation in AC drives. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON INDUSTRIAL ELECTRONICS CONTROL AND INSTRUMENTATION - IECON 97, 23rd, New Orleans, v. 2, p. 377-385, 1997. **Proceedings** [...] Pistacaway: IEEE, 1997.
- CAMACHO, O.; ROJAS, R.; GARCÍA-GABÍN, W. Some long time delay sliding mode control approaches. **ISA Transactions**, New York, v. 46, p. 95–101, 2007.
- CHAPMAN, S. J. **Fundamentos de máquinas elétricas**. 5. ed. New York: McGraw-Hill, 2013.
- CHIH, A.; BEN AZZA, H.; JEMLI M.; SELLAMI, A. Nonlinear discrete-time integral sliding mode control of an induction motor: real-time implementation. **Studies in Informatics and Control**, v. 26, n. 1, p. 23-32, 2017.
- CHAO, K. H.; LIAW, C. M. Fuzzy robust speed controller for detuned field-oriented induction motor drive. **IEE Proceedings on Electric Power Applications**, Pistacaway, v. 147, p. 27–36, 2000.
- DECARLO, R. A.; ZAK, S. H.; MATTHEWS, G. P. Variable structure control of nonlinear and multivariable systems: a tutorial. **Proceedings of the IEEE**, Pistacaway, v. 76, n. 3, p. 212-232, 1988.
- DERBEL, N.; GHOMMAM, J.; ZHU, Q. **Applications of sliding mode control**. London: Springer, 2017.
- DORF, R. C.; BISHOP, R. H. **Modern control systems**. 12th ed. New York: Pearson, 2010.
- DRAZENOVIC, B. The invariance conditions in variable structure systems. **Automatica**, Kidlington, v. 5, n. 3, p. 287-295, 1969.
- EDWARDS, C.; SPURGEON, S.K. **Sliding mode control: theory and application**. London: Taylor & Francis, 1998. 237 p.

EL-GENDY, E.; IBRAHIM, A. F.; SARAYA, S. F.; FAYES, F. G. A sliding mode controller for a three phase induction motor. **International Journal of Computer Applications**, New York, v. 64, n. 11, p. 482-487, 2013.

EL-KHOLY, E. E. High performance induction motor drive based on adaptive variable structure control. **Journal of electrical engineering**, Bratislava, v. 56, n. 3-4, p. 64–70, 2005.

FAN, B.; YANG, Z.; XU, W.; WANG, X. Rotor resistance online identification of vector controlled induction motor based on neural network. **Mathematical Problems in Engineering**, New York, p. 1-10, 2014. v. 2014 (2014),

FRANKLIN, G. F., J.; POWELL, D.; WORKMAN, M. L. **Digital control of dynamic systems**. 3rd ed. New York: Pearson, 1998.

FURUKAWA, T., SHIMEMURA, E. Predictive control for systems with time delay. **International Journal of Control**, Abingdon, v. 37, n. 2, p. 399–412, 1983.

GARCIA, J. P. F.; RIBEIRO, J. M. S.; MARTINS, E. S. Continuous-time and discrete-time sliding mode control accomplished using a computer. **IEE Proceedings - Control Theory and Applications**, Pistacaway, v. 152, p. 220 – 228, 2005.

GARCIA, J. P. F.; GARCIA, L. M. C. F.; APOLINÁRIO, G. C. ; RODRIGUES, F. B. Sliding mode for detection and accommodation of computation time delay fault, **Mathematics and Computers in Simulation**, Amsterdam, v. 80, n. 2, p. 449–465, 2009.

GARCIA, S. C., TEIXEIRA, M. C. M.; GARCIA, J. P. F.; ALVES, U. N. L. T., RIBEIRO, J. M. S. Discrete-time sliding mode control for uncertain networked system subject to time delay. **Mathematical Problems in Engineering**, New York, v. 2015, p. 1-10, 2015. Doi:10.1155/2015/195120.

GUTFLEISCH, O.; WILLARD, M. A.; BRÜCK, E.; CHEN, C. H.; SANKAR, S. G.; LIU, P. P. **Magnetic materials and devices for the 21st century: stronger, lighter, and more energy efficient**. Weinheim: WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2011.

HANNAN, M.A.; ALI, J. A.; MOHAMED, A.; HUSSAIN, A. Optimization techniques to enhance the performance of induction motor drives: a review. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, Kidlington, v. 81, n. 2, p. 1-16, 2017.

HESPANHA, J. P.; NAGHSHTABRIZI, P.; XU, Y. A survey of recent results in networked control systems. **Proceedings of the IEEE**, Pistacaway, v. 95, n. 1 , p. 138-162, 2007. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=4118465&tag=1>. Acesso em: 18 set. 2014.

HOLTZ, J. Sensorless control of induction motor drives. **Proceedings of the IEEE**, Pistacaway, v. 90, n. 8, p. 1359-1394, 2002.

KINGSLEY JR., C.; UMANS, S. D.; FITZGERALD, A. E. **Máquinas elétricas**. 6. ed. Artmed, 2006.

KRAUSE, P. C. **Analysis of electric machinery**. New York: Mc-Graw-Hill, 1986.

KUMAR, R. ; AGARWAL, S. ; GOYAL, V. ; DEOLIA, V. K. A discrete-time sliding mode controller for time-delay linear time-invariant systems with uncertainty. In: INTERNATIONAL CONFERENCE AND COMPUTATIONAL INTELLIGENCE AND COMMUNICATION NETWORKS, 5th, 2013, Mathura. **Proceedings** [...], New York: IEEE, 2013.

LEE, R. J.; PILLAY, P.; HARLEY R. G. D, Q Reference Frames for the Simulation of Induction Motors. **Electric Power Systems Research**, Amsterdam, v. 8, p. 15-26, 1984Doi:10.1016/0378-7796(84)90030-0,

LEONHARD, W. **Control of electrical drives**. New York: Spring-Verlag, 1985.

LOUKIANOV, A. G.; ESPINOSA-GUERRA, O.; CASTILHO-TOLEDO, B.; UTKIN, V. A. Integral sliding mode control for systems with time delay. In: INTERNATIONAL WORKSHOP ON VARIABLE STRUCTURE SYSTEMS, 2006, Alghero. **Proceedings** [...] New York: IEEE, 2006.

MA, L. ; ZHAO, B. ; SUN, L. Fault detection of networked control systems: an input delay approach. In: IEEE CHINESE GUIDANCE, NAVIGATION AND CONTROL CONFERENCE (CGNCC) IEEE CHINESE, 2016, Nanjing. **Proceedings** [...] Piscataway: IEEE, 2016. p. 450-454.

MAITI, S.; CHAKRABORTY, C.; HORI, Y.; TA, M. C. Model reference adaptive controller-based rotor resistance and speed estimation techniques for vector controlled induction motor drive utilizing reactive power. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, Piscataway, v. 55, p. 594–601, 2008.

MASIALA, M.; VAFAKHAH, B.; SALMON, J.; KNIGHT, A. M. Fuzzy self-tuning speed control of an indirect field-oriented control induction motor drive. in In: ANNUAL MEETING OF THE IEEE-INDUSTRY-APPLICATIONS-SOCIETY, 41st, 2006, Tampa. **Proceedings** [...] New York: IEEE, 2006. p. 1732–1740.

MINOLI, D.; SCHMIDT, A. **Internet architectures**. New York: Wiley, 1999.

NORDIN, K. B.; NOVOTNY, D. W.; ZINGER, D. S. The influence of motor parameter deviations in feedforward field orientation drive systems. **IEEE Transactions on Industry Applications**, Piscataway, v. 4, p. 1009–1015, 1985.

OGATA, K. **Engenharia de controle moderno**. 5. ed. Rio de Janeiro: Pearson, 2010.

OROWSKA-KOWALSKA, T.; KAMINSKI, M.; SZABAT, K. Implementation of a sliding mode controller with an integral function and fuzzy gain value for the electrical drive with an elastic joint. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, Piscataway, v. 57, p. 1309–1317, 2010.

PANTSAR-SYVÄNIEMI, S., TARAMAA, J., NIEMELÄ, E. Organizational evolution of digital signal processing software development. **Journal of software: evolution e process**. Oxford, v. 18, n. 4, p. 1-13, 2006. Doi: 10.1002/smr.334. 2006.

PARK, P., MOON, Y. S., KWON, W. H., A stabilizing output-feedback linear quadratic control for pure input-delayed systems. **International Journal of Control**, Abingdon, v. 72, n. 5, p. 385–391, 1999.

PARHI, K.K. **VLSI digital signal processing systems: design and implementation**. New York: John Wiley, 1999.

PATTON, R. J.; FRANK, P. M; CLARK, R. N. **Issues of fault diagnostic for dynamic systems**. London: Springer-Verlag, 2000.

PERRUQUETTI, W.; BARBOT, J. P. **Sliding mode control in engineering**. New York: Marcel Dekker, 2002.

POPESCU, M. **Induction motor modelling for vector control purposes**. Helsinki: University of Technology, Laboratory of Electromechanics, 2000. 144 p.

RAI, D.; NIGAM, S. R. Speed control of three phase induction motor using fuzzy logic techniques. **International Journal of Emerging Technology and Advanced Engineering**, Madhya Pradesh, v. 7, n. 6, p. 13650-13656, 2017.

ROH. Y. H., OH. J. H., Sliding mode control with uncertainty adaptation for uncertain input-delay systems. **International Journal of Control**, Abingdon, v. 73, n. 13, p. 1255–1260, 2000.

SABANOVIC, A.; IZOSIMOV, D. B. Application of sliding modes to induction motor control. **IEEE Transactions on industry applications**, Pistacaway, v. IA-17, n. 1, p. 41-49, 1981.

SAGHAFINIA, A.; WOOL, P. H.; RAHMAN, M. High performance induction motor drive using hybrid fuzzy-PI and PI controllers: a review. **International Review of Electrical Engineering**, Wantag, v. 5, p. 2000–2012, 2010.

SAGHAFINIA, A.; PING, H. W.; UDDIN, M. N. Sensored field oriented control of a robust induction motor drive using a novel boundary layer fuzzy controller. **Sensors**, Basel, v. 13, p. 17025–17056, 2013.

SAGHAFINIA, A.; AMINDOUST, A. Development of fuzzy applications for high performance induction motor drive. In: GREGOR, R. (Ed.) **Induction motors: applications, control and fault diagnostics**. [S. l.]: InTech. 2015. Cap. 7, p. 181-207. DOI: 10.5772/61071.

SALEM, F. B.; DERBEL, N. DTC-SVM-Based Sliding Mode Controllers with Load Torque Estimators for Induction Motor Drives. **Applications of Sliding Mode Control**, [S. l.], v. 79, p. 269-297, 2017.

SILVA, S.; GARCIA, J. P. F.; TEIXEIRA, M. C. M. Variable structure controller and observer applied to induction machine. In: INTERNATIONAL WORKSHOP ON ADVANCED MOTION CONTROL AMC'98, 5th, 1998, Coimbra. **Proceedings [...]** New York: IEEE, 1998. p. 123-128, 1998.

STALLINGS, W. **Data & computer communication**. Upper Saddle River: Prentice-Hall. 2000.

SUGIMOTO, S. Current status and recent topics of rare-earth permanent magnets. **Journal of Physics D: Applied Physics**, Bristol, v. 44, n. 6, p. 1-11, 2011.

TAKAHASHI, I.; OHMORI, I. High-performance direct torque control of an induction motor. **IEEE Control Systems**, Piscataway, v. 14, n. 4, 1994.

TIPSUWAN, Y.; CHOW, Mo-Yuen. Control methodologies in networked control systems. **Control Engineering Practice**, Kidlington, v. 11, p. 1099–1111, 2003.

UTKIN, V. I. **Sliding modes and their applications in variable structure systems**. Moscow: Mir, 1978.

UTKIN, V. I. Sliding mode control design principles and applications to electric drives. **IEEE Transactions on industrial electronics**, Piscataway, v. 40, n. 1, 1993.

VESELIC, B.; PERUNICIC-DRAZENOVIC, B.; MILOSAVLJEVIC, C. High-performance position control of induction motor using discrete-time sliding-mode control. **IEEE Transactions on industrial electronics**, Piscataway, v. 55, n. 11, p. 3809-3817, 2008.

VIEIRA, R. P.; GABBI, T. S.; GRÜNDLING, H. A. Combined Discrete-time Sliding Mode and Disturbance Observer for Current Control of Induction Motors. **Journal of Control, Automation and Electrical Systems**, Heidelberg, v. 28, n. 3, p. 380–388, 2017.

VILLATE, J. E. **Física 2: eletricidade e magnetismo**. Porto: Universidade do Porto, 2011.

XIA, Y.; LIU, G. P.; SHI, P.; CHEN, J.; REES, D.; LIANG, J. Sliding mode control of uncertain linear discrete time systems with input delay. **IET - Control Theory & Applications**, Stevenage, v. 1, n. 4, p. 1169–1175, 2007.

XIA Y. ; JIA, Y. Robust sliding-mode control for uncertain time-delay systems: an LMI approach. **IEEE Transactions on Automatic Control**, Piscataway, v. 48, n. 6, p. 1086-1092, 2003.

WANG, Y.; SHAO H. Optimal tuning for PI controller. **Automatica**, Oxford, v. 36, p. 147–152, 2000.

WANG, Fei-Yue; LIU, D. **Networked control systems: theory and applications**. London: Springer-Verlag, 2008. DOI: 10.1007/978-1-84800-215-9.

WEG. **Manual de produtos: motores** elétricos de corrente alternada. Site. [S. l.], 2018. Disponível em: <http://www.weg.net/institutional/BR/pt/>. Acesso em: 18 set. 2014.

ZAMPIERI, S. Trends in networked control systems. **IFAC Proceedings Volumes**, Korea, v. 41, n. 2, p. 2886-2894, 2008.

ZHEN L.; XU, L. On-line fuzzy tuning of indirect field-oriented induction machine drives. **IEEE Transactions on Power Electronics**, Piscataway, v. 13, n. 1, p. 134–141, 1998.

ZHANG, W.; BRANICKY, M. S.; PHILLIPS, S. M. Stability of networked control systems. **IEEE Control Systems Magazine**, Piscataway, v. 21, n. 1, p. 89-99, 2001.