



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”

CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

MARCELO FRANCISCO DE PAULA SALGADO FILHO

**APLICAÇÃO DE MÉTODOS DE AGLUTINAÇÃO EM PROBLEMAS
COM MÚLTIPLAS RESPOSTAS**

Guaratinguetá

2014

MARCELO FRANCISCO DE PAULA SALGADO FILHO

APLICAÇÃO DE MÉTODOS DE AGLUTINAÇÃO EM PROBLEMAS
COM MÚLTIPLAS RESPOSTAS

Trabalho de Graduação apresentado
ao Conselho de Curso de Graduação
em Engenharia de Produção Mecânica
da Faculdade de Engenharia do
Campus de Guaratinguetá,
Universidade Estadual Paulista, como
parte dos requisitos para obtenção do
diploma de Graduação em Engenharia
de Produção Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Aneirson
Francisco Silva

Guaratinguetá

2014

S164a

Salgado Filho, Marcelo Francisco de Paula

Aplicação de métodos de aglutinação em problemas com múltiplas respostas / Marcelo Francisco de Paula Salgado Filho – Guaratinguetá, 2014.

41 f : il.

Bibliografia: f. 38-41

Trabalho de Graduação em Engenharia de Produção Mecânica – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2014.

Orientador: Prof. Dr. Aneirson Francisco Silva

1. Engenharia de produção 2. Planejamento da produção I. Título

CDU 658.5

MARCELO FRANCISCO DE PAULA SALGDAO FILHO

ESTE TRABALHO DE GRADUAÇÃO FOI JULGADO ADEQUADO COMO
PARTE DO REQUISITO PARA A OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE
"GRADUADO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO MECÂNICA"

APROVADO EM SUA FORMA FINAL PELO CONSELHO DE CURSO DE
GRADUAÇÃO EM NOME DO CURSO

Prof. Dr. ARMINDA EUGÊNIA MARQUES CAMPOS
Coordenador

BANCA EXAMINADORA:


Prof. Dr. ANEIRSON FRANCISCO DA SILVA
Orientador/UNESP-FEG


Prof. Dr. ERICA XIMENES DIAS
UNESP-FEG


Prof. Dr. DOUGLAS MIRANDA RODRIGUES
Membro Externo

DADOS CURRICULARES

MARCELO FRANCISCO DE PAULA SALGADO FILHO

NASCIMENTO	21/11/1989 – São José dos Campos/SP
FILIAÇÃO	Marcelo Francisco de Paula Salgado Maria de Fátima César de Andrade Paula Salgado
2011/2015	Curso de Graduação em Engenharia de Produção Mecânica, na Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá da Universidade Estadual Paulista.

“Retenhamos firmes a confissão da nossa esperança, pois
fiel é Deus quem fez a promessa.” Hebreus 10:23

AGRADECIMENTOS

Agradeço em primeiro lugar a Deus por abrir as portas e permitir a realização desta nova etapa, pois sem Ele jamais conseguiria sozinho.

Ao meu pai, Marcelo Francisco de Paula Salgado, por ser sempre o meu maior incentivador dando sempre todo apoio e suporte necessário para esta realização. Por sempre sonhar junto comigo e por sempre buscar a realização destes sonhos. Por ser meu pai, amigo, companheiro, leal, exemplo, batalhador, entre tantas outras qualidades.

À minha mãe, Maria de Fátima César de Andrade Paula Salgado, agradeço por todo carinho, atenção, preocupação e zelo durante este processo e por toda minha vida. Por ser um exemplo de esposa, pedagoga, filha, amiga e irmã, por ter sucesso em todas elas e ainda assim ter seu maior destaque como mãe.

Ao meu irmão, Matheus Felipe Andrade de Paula Salgado, agradeço o suporte, amizade, por sempre estar ao meu lado e por ser meu grande amigo.

À minha namorada, Flávia Friggi Araújo, pelo apoio, ajuda, carinho e amor nesta etapa tão importante.

Aos amigos da República Sinagoga e apartamento 304, pela amizade e companheirismo de tantos anos.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Aneirson, pelo apoio, dedicação e paciência em toda esta etapa.

SALGADO FILHO, M. F. P. **Aplicação de métodos de aglutinação em problemas com múltiplas respostas**. 2014. 44 p. Trabalho de Graduação em Engenharia de Produção Mecânica - Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista - UNESP, Guaratinguetá, 2014.

RESUMO

Problemas multiobjetivos são muito frequentes em áreas como Otimização, Economia, Engenharia, entre outras áreas, influenciando desta maneira a tomada de decisão. Em geral, estes objetivos são conflitantes e faz-se necessário o uso de técnicas de otimização para a obtenção de melhores resultados. Neste presente trabalho serão estudados alguns métodos para a resolução destes problemas e de, forma geral, este trabalho possui o objetivo de aplicar métodos de aglutinação em problemas de projetos de experimentos com múltiplas respostas. Deste modo, inicialmente foi realizada uma revisão bibliográfica sobre os diferentes métodos utilizados para a resolução destes problemas. A partir disto, foi desenvolvido um método, utilizando a programação por compromisso, para a análise de resultados e comparou-se estes resultados obtidos em relação aos resultados clássicos da função *desirability* de Derringer e Suich (1980) e Khuri e Conlon (1981). O método desenvolvido, ao ser aplicado em diferentes cenários permitiu a verificação de sua resposta em relação às diferentes simulações e o nível de influência de cada alteração imposta nas simulações no seu desempenho final. De modo geral, esta nova proposta apresentou resultados satisfatórios em relação à abordagem tradicional, qualificando esta proposta como uma alternativa na otimização de múltiplas respostas.

PALAVRAS-CHAVE: Problemas multiobjectivos. Métodos de aglutinação. Programação por compromisso. Função *desirability*.

SALGADO FILHO, M. F. P. **Aplicação de métodos de aglutinação em problemas com múltiplas respostas**. 2014. 44 p. Trabalho de Graduação em Engenharia de Produção Mecânica - Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista - UNESP, Guaratinguetá, 2014.

ABSTRACT

Multi-objective problems are very common in areas such as optimization, Economics, Engineering, among other areas, thus, influencing decision making. In general, these objectives are conflicting and it is necessary the use of optimization techniques to obtain better results. In this work we will study some methods to solve these problems and, generally, this work has the purpose of applying agglutination methods in design of experiments in problems with multiple answers. Thus, we initially carried out a literature review on the different methods used to solve these problems. From this a method was desenvolved using the compromise programming, for the analysis of results and compared these results compared to classical results of the desirability function Derringer and Suich (1980) and Khuri and Conlon (1981). The developed method, when applied to different scenarios allowed to check the answer for the different simulations and the level of influence of each change imposed in the simulations in its final performance. Overall, this new proposal presented satisfactory results in relation to the traditional approach, describing this as an alternative in the optimization of multiple responses.

PALAVRAS-CHAVE: Multi-objective problems. *Agglutination methods*. Compromise programming. Desirability function.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Exemplificação do conceito de Pareto.	17
--	----

LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Comparação dos resultados da aplicação da CP com os resultados da função desirability de Derringer e Suich (1980) – Pesos iguais $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = 25\%$	29
Tabela 2. Comparação dos resultados da aplicação da CP com os resultados da função Desirability de Derringer e Suich (1980) – pesos $\alpha_1 = 0,3$; $\alpha_2 = 0,25$; $\alpha_3 = 0,25$; $\alpha_4 = 0,20$	30
Tabela 3. Comparação dos resultados da aplicação da CP com os resultados da função Desirability de Derringer e Suich (1980) – pesos $\alpha_1 = 0,15$; $\alpha_2 = 0,22$; $\alpha_3 = 0,28$; $\alpha_4 = 0,35$	30
Tabela 4. Comparação dos resultados da aplicação da CP com os resultados da função <i>Desirability</i> de Khuri e Conlon (1981) - $\alpha_1 = 0,36$; $\alpha_2 = 0,02$; $\alpha_3 = 0,02$; $\alpha_4 = 0,6$;	31
Tabela 5. Comparação dos resultados da aplicação da CP com os resultados da função Desirability de Khuri e Conlon (1981) - $\alpha_1 = 0,46$; $\alpha_2 = 0,02$; $\alpha_3 = 0,02$; $\alpha_4 = 0,5$	31
Tabela 6. Comparação dos resultados da aplicação da CP com os resultados da função Desirability de Khuri e Conlon (1981) - $\alpha_1 = 0,42$; $\alpha_2 = 0,01$; $\alpha_3 = 0,03$; $\alpha_4 = 0,54$	32
Tabela 7. Comparação dos resultados da aplicação da CP com os resultados da função Desirability de Khuri e Conlon (1981) - $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = 25\%$	32
Tabela 8. Comparação dos resultados da aplicação da CP com os resultados da função Desirability de Khuri e Conlon (1981) - $\alpha_1 = 0,36$; $\alpha_2 = 0,02$; $\alpha_3 = 0,02$; $\alpha_4 = 0,6$; ..	33
Tabela 9. Comparação dos resultados da aplicação da CP com os resultados da função Desirability de Khuri e Conlon (1981) - $\alpha_1 = 0,46$; $\alpha_2 = 0,02$; $\alpha_3 = 0,02$; $\alpha_4 = 0,5$..	33
Tabela 10. Comparação dos resultados da aplicação da CP com os resultados da função Desirability de Khuri e Conlon (1981) - $\alpha_1 = 0,42$; $\alpha_2 = 0,01$; $\alpha_3 = 0,03$; $\alpha_4 = 0,54$.	34
Tabela 11. Comparação dos resultados da aplicação da CP com os resultados da função Desirability de Khuri e Conlon (1981) - $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = 25\%$	34

LISTA DE QUADROS

Quadro 1. Objetivos de otimização no Método de Derringer (1980).	22
Quadro 2. Relações de importância entre o Alvo e os Limites no Desirability.	23

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

DOE	- <i>Design of Experiments</i> ;
MSR	- Metodologia de Superfície de Resposta
CP	- <i>Compromise Programming</i> (Programação por Compromisso)
OM	- Otimização Multiobjetivo
ANOVA	- Análise de Variância
OLS	- <i>Ordinary Least Squares</i> – Método dos Mínimos Quadrados Ordinários
GRG	- Gradiente Reduzido Generalizado
DPM	- Desvio Percentual Médio

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	13
1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	13
1.2 OBJETIVOS E DELIMITAÇÃO DO PROBLEMA.....	14
1.3 JUSTIFICATIVAS	14
1.4 MATERIAIS E MÉTODOS	15
1.5 DELIMITAÇÃO DA PESQUISA	15
1.6 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO.....	15
2. MÉTODOS DE AGLUTINAÇÃO	16
2.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	16
2.2 OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO.....	16
2.3 PROGRAMAÇÃO POR COMPROMISSO.....	18
2.4 TÉCNICAS DE NORMALIZAÇÃO	19
2.5 PROJETO DE EXPERIMENTOS.....	20
2.6 FUNÇÃO <i>DESIRABILITY</i>	21
2.7 GRADIENTE REDUZIDO GENERALIZADO	24
2.8 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	25
3. DESCRIÇÃO E OTIMIZAÇÃO DO PROBLEMA.....	26
3.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	26
3.2 APRESENTAÇÃO DOS PROBLEMA	26
3.3 OTIMIZAÇÃO DOS PROBLEMAS	28
4. CONCLUSÃO E RECOMENDAÇÕES PARA FUTURAS PESQUISAS	36
4.1 VERIFICAÇÃO DOS OBJETIVOS	36
4.2 RECOMENDAÇÕES PARA FUTURAS PESQUISAS.....	37
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	38

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Para a modelagem e otimização de processos com múltiplas respostas é comum a utilização de dois métodos: a experimentação e a otimização (PAIVA, 2008). Ainda conforme Paiva (2008), experimentação é representada pelo Projeto de Experimentos (*Design of Experiments* – DOE), e por meio do DOE são criados modelos matemáticos de processos, tais como, industriais e químicos, enquanto que a otimização visa encontrar as melhores soluções para problemas com múltiplas respostas e esta possui dois tipos de abordagem: a aglutinação e a priorização.

O DOE foi desenvolvido na década de 1920 por Sir R. A. Fisher, e suas aplicações no planejamento estatístico na indústria deram início em 1930, porém o DOE tornou-se mais conhecido em 1951 por meio do estudo sobre superfície de resposta, desenvolvido por Box e Wilson (SILVA e SILVA, 2008).

De acordo com Montgomery (2009), o DOE consiste em um projeto de experimento o qual procura gerar dados adequados para uma análise estatística, tendo que em sua execução os fatores envolvidos são variados simultaneamente, com a finalidade de medir o seu efeito sobre a variável de saída.

A Metodologia de Superfície de Respostas (MSR) é uma eficiente ferramenta utilizada na otimização e na avaliação da significância de vários fatores afetados por interações complexas e seu principal objetivo é encontrar as condições ótimas num dado processo (SANTANA *et al*, 2013). Segundo Lima *et al*.(2013), a aplicação deste método busca reduzir o número de experimentos na modelagem e otimização.

A função *Desirability* foi proposta por Harrington, em 1965, e conforme He, Zhu e Park (2012) a função aprimorada por Derringer e Suich (1980) pode ser aplicada quando houver várias respostas independentes envolvidas.

Segundo Khuri e Conlon (1981), a função *Desirability* foi estendida por Derringer e Suich (1981) apresentando como vantagem uma abordagem de forma simples na otimização, com aplicabilidade fácil, permitindo ao usuário realizar as análises subjetivas sobre a importância de cada resposta.

Em contra partida Chiao e Hamada (2001) afirmam que o método apresenta duas desvantagens: a dificuldade de modelagem da função D, pois trata-se de uma combinação complexa de n respostas, e por fim também apresenta uma dificuldade de afirmar o valor de D esperado (CHIAO; HAMADA, 2001). Sendo que o valor de D é a

combinação dos valores individuais da função *desirability*, com variação entre 0 e 1, utilizando a média geométrica (MARASINI *et al.*, 2012).

Outra desvantagem apresentada é a negligência da estrutura de variância-covariância causando uma solução irreal se a estrutura de variância for significativa (KO; KIM; JUN, 2005).

Por fim, Silva *et al.*, (2013), comentam que na utilização do método de aglutinação *Compromise Programming* – CP é possível obter melhorias nos resultados em comparação ao método de aglutinação *Desirability* quando aplicados em problemas experimentais com múltiplas respostas.

1.2 OBJETIVOS

O objetivo deste trabalho é aplicar métodos de aglutinação em problemas de projetos de experimentos com múltiplas respostas.

Entre os objetivos específicos destacam-se:

- Comparar o desempenho do método de aglutinação CP com o método da função *Desirability*.
- Comparar os resultados clássicos de Derringer e Suich (1980) e Khuri e Colon (1981).

1.3 JUSTIFICATIVAS

Os problemas multiobjetivos podem ser classificados como uma subárea da Programação Matemática, tendo duas abordagens: aglutinação e priorização, sendo que a abordagem por aglutinação utiliza funções escalares por meio das quais as múltiplas funções objetivo são transformadas em uma única função (aglutinada) global (Zeleny, 1973). Conforme Paiva (2008), as abordagens de aglutinação e priorização são utilizadas na composição do algoritmo matemático da solução do problema em casos de otimização multiobjetivo.

Já a abordagem por priorização tem por critério a hierarquização das funções a serem otimizadas (SILVA *et al.*, 2013).

1.4 MATERIAIS E MÉTODOS

Segundo Bertrand e Fransoo (2002), a pesquisa pode ser classificada como uma pesquisa aplicada com objetivos empíricos normativos, pois a pesquisa normativa visa o desenvolvimento de políticas, estratégias e ações, para melhoria dos resultados disponíveis na literatura existente, obter uma solução ótima para um problema recém-definido, ou comparar diferentes estratégias para lidar com um problema específico. A forma de abordagem é quantitativa, sendo o método de pesquisa a modelagem.

Para otimização dos problemas investigados será utilizado o *software Oracle Crystal Ball* em sua versão de avaliação, e também o algoritmo gradiente reduzido generalizado do solver do Ms-Excel.

1.5 DELIMITAÇÃO DA PESQUISA

Neste trabalho, será investigado os métodos de aglutinação CP e função Desirability. Para otimização será utilizado os algoritmos Gradiente Reduzido Generalizado e o algoritmo evolucionário do otimizador *OptQuest*.

Será utilizada apenas a metaheurística programada do *software Crystal Ball*. Sendo assim, não é mérito deste trabalho a aplicabilidade de outras metaheurísticas.

Por fim, este trabalho utilizará de dados oriundos de pesquisas clássicas da literatura sobre problemas com múltiplas respostas.

1.6 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

No capítulo 2 serão abordados fundamentos teóricos sobre otimização multiobjetivo, programação por compromisso, técnicas de normalização, projeto de experimentos, função *desirability*, gradiente reduzido generalizado.

No capítulo 3 será feita a otimização do problema juntamente com a análise dos resultados. No capítulo 4 será realizada a conclusão, verificação dos resultados bem como recomendações para futuras pesquisas.

2 MÉTODOS DE AGLUTINAÇÃO

2.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Neste capítulo, apresenta-se a fundamentação teórica referente aos métodos de aglutinação para múltiplas respostas. Serão vistos os métodos de otimização multiobjetivo, programação por compromisso, técnicas de normalização, função *desirability*, projeto de experimentos e o algoritmo do gradiente reduzido generalizado. Este capítulo possui o intuito de fornecer uma visão geral sobre as técnicas que serão utilizadas para o desenvolvimento de um método de otimização para múltiplas respostas.

2.2 OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO

De acordo com Shah e Reed (2011) a Otimização Multiobjetivo- OM é descrita como um problema de múltiplos objetivos conflitantes entre si, visando o aperfeiçoamento do desempenho de um objetivo em relação ao detrimento do desempenho de outro objetivo.

Conforme Sekulski (2014) há dois métodos para a resolução em casos de OM:

- 1) Problemas de otimização são resolvidos em relação a todos os objetivos de otimização tomados individualmente, enquanto os objetivos remanescentes estão inclusos no conjunto de restrições.
- 2) A função objetivo escalar é formada pela combinação linear dos objetivos iniciais multiplicados pelos coeficientes dos pesos atribuídos corretamente, e então o problema de otimização é resolvido por meio de um objetivo agregado.

A formulação matemática para a OM pode ser apresentada da seguinte forma:

$$\text{Min ou Max } z = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_p(x)) \quad (1)$$

s.a:

$$g(x) \leq b \quad (2)$$

$$x \in X \quad (3)$$

sendo, x é o vetor das variáveis de decisão, X é conjunto de soluções viáveis no espaço decisão; Z é a imagem de X no espaço de objetivos; $z = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_p(x)) \in Z$ é o

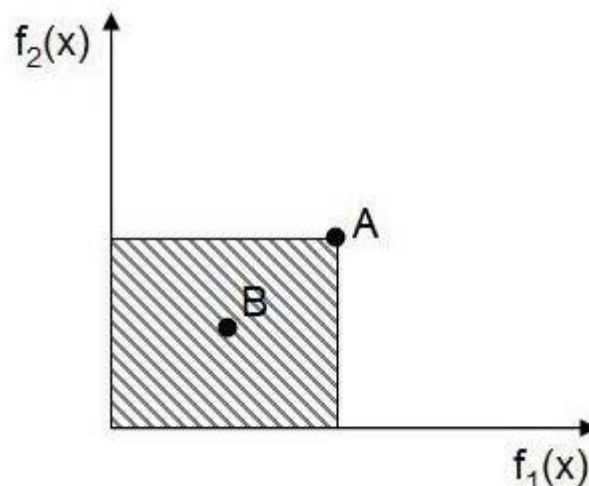
vetor dos objetivos; e (2) e (3) representam as restrições. É possível perceber que, se $p=1$, o problema torna-se de apenas um único objetivo, desta forma, podendo ser resolvido com métodos adequados para este tipo de problema.

Uma solução de problema de decisão multiobjetivo, criado por Francis Ysidro Edgeworth em 1881 e generalizada por Vilfredo Pareto em 1896 é usualmente aceita como medida de qualidade nos problemas de seleção multiobjetivo e recebe o nome de Pareto Ótimo (SEKULSKI, 2014).

Segundo Azuma (2011), é utilizado o conceito de Pareto em casos de OM por meio da comparação entre as soluções do problema, as quais tendo-se duas soluções x e y , de forma que x domina y quando as restrições propostas são satisfeitas, em caso de problema de minimização. Conforme verifica-se nas condições e na Figura 1 abaixo:

- Em todas as funções objetivo a solução x deve ser melhor ou igual a y , ou seja, $f_s(x) \leq f_s(y)$, sendo $s = 1, 2, \dots, S$; sendo S o número de funções objetivo;
- Ao menos em uma função objetivo a solução x deve ser rigorosamente melhor que y , podendo-se dizer que $f_s(x) < f_s(y)$ ao menos em um valor de s .

Figura 1. Exemplificação do conceito de Pareto.



Fonte: Azuma(2011).

Conforme observado na Figura 1, percebe-se que para um problema de minimização o ponto B domina o ponto A, também verifica-se que ambos os pontos

estão plotados em diferentes valores de x dentro do espaço dos objetivos (AZUMA,2011).

O Pareto ótimo pode ser definido quando não há outras variáveis melhores no que diz respeito a pelo menos um objetivo, de maneira que seja igualmente boa a todos os outros objetivos da otimização significando que o Pareto Ótimo não pode ser melhorado sem deteriorar pelo menos um objetivo (SEKULSKI, 2014).

Pareto-ótimo representa a solução do problema e o conjunto de soluções não-dominadas e a fronteira de Pareto é o conjunto dos valores das funções-objetivo das soluções do conjunto Pareto-ótimo (AZUMA, 2011).

2.3 PROGRAMAÇÃO POR COMPROMISSO

A Programação por Compromisso é uma abordagem de múltiplos critérios na tomada de decisão classificando as alternativas de acordo com a sua proximidade com o ponto ótimo (CHENG; HUANG; CAI, 2013).

De acordo com Li *et al.*, (2012), quando os objetivos são conflitantes entre si torna-se impossível alcançar o ponto ótimo, porém este ponto pode servir como um referencial para a busca de uma solução mais próxima, constituindo-se na noção básica da Programação por Compromisso (*Compromise Programming* – CP).

Segundo Zeleny (1973), a CP é caracterizada por ser um processo iterativo obtendo uma solução que está mais próxima de uma solução estabelecida como sendo a de referência.

A Programação por Compromisso pode ser expressa da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} \text{Min } L_i &= \left\{ \sum_{i=1}^n \alpha_i \left[Z_i^* - Z_i(x) \right]^s \right\}^{\frac{1}{s}} \\ \sum_{i=1}^n \alpha_i &= 1 \end{aligned} \quad (4)$$

sendo que Z_i^* é o valor alvo, conhecido como *target*, e s indica a importância do desvio da função objetivo em relação ao seu valor ideal $Z_i(x)$, com $1 \leq s \leq \infty$, geralmente adota-se $s = 2$, os α_i são pesos positivos atribuídos a cada função objetivo $Z_i(x)$, cujo somatório deve ser igual a 100%.

Segundo Li *et al.*, (2012), quando $s = 1$, a CP é equivalente à soma ponderada, desta forma a soma ponderada pode ser tratada como um caso especial da Programação

por Compromisso Ponderada, e por fim quando $2 \leq s \leq \infty$, a função objetivo da CP é não-linear.

2.4 TÉCNICAS DE NORMALIZAÇÃO

De acordo com Silva (2009), as técnicas de normalização tratam problemas de incomensurabilidade e a normalização Euclidiana auxilia na melhora do modelo, tornando-o mais eficiente. Conforme Pessanha, Paz e Prada (2012), a normalização euclidiana é técnica com o intuito de reduzir os módulos dos autovetores e tornar as colunas mais linearmente independentes.

Segundo Ahern e Anandarajah (2007), o resultado obtido na solução do modelo pode sofrer influências das diferenças de unidades de medida e das diferenças na escala de magnitude entre os atributos, tornando o resultado faccioso, portanto para compensar as unidades e diferenças de magnitude utiliza-se a técnica de normalização euclidiana.

A normalização é realizada elevando ao quadrado os coeficientes tecnológicos da matriz e então divide-se, em ambos os lados da equação, os valores das equações pela raiz quadrada deste valor (Silva, 2009).

A forma da matriz de atributos B pode ser apresentada como na equação 5. A matriz é composta por m projetos e n atributos:

$$B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{1j} & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & b_{2j} & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ b_{i1} & b_{i2} & b_{ij} & b_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & b_{mj} & b_{mn} \end{bmatrix} \quad (5)$$

Segundo Ahern e Anandarajah (2007), o elemento d_{ij} da matriz decisão é calculado utilizando a técnica de normalização Euclidiana e é expresso da seguinte forma:

$$d_{ij} = b_{ij} / \sqrt{\sum_{i=1}^m b_{ij}^2}, \quad (6)$$

A forma matricial da meta normalizada euclidiana atributos D é apresentada na equação 7:

$$D = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{1j} & d_{1n} \\ d_{21} & d_{22} & d_{2j} & d_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ d_{i1} & d_{i2} & d_{ij} & d_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ d_{m1} & d_{m2} & d_{mj} & d_{mn} \end{bmatrix} \quad (7)$$

2.5 PROJETO DE EXPERIMENTOS

O Planejamento de Experimento (*Design of Experiment* – DOE) é uma importante técnica estatística que atua em diversas áreas, tais como: Engenharia, Ciências, Biologia, Agricultura, Química, Física, etc (HENRIQUES, 2011).

O DOE é um método experimental ou analítico utilizado para analisar a relação entre os parâmetros de entrada e as respostas de saída, executando o planejamento de experimentos, a coleta e análise de dados (PRASAD; RAO; RAO, 2012).

Segundo Faes *et al.*, (2010), por meio do experimento fatorial os efeitos dos fatores e sua interação com as respostas são observados, com um menor número de experiências. Ainda conforme Faes *et al.*, (2010), estes fatores podem ser qualitativos ou quantitativos e para um experimento simples usa-se somente dois níveis em cada fator, porém em um experimento de fatorial completo todas as combinações e interações são observadas podendo utilizar um experimento fracionado em caso de elevado número de fatores.

Segundo Paiva (2006), quando um teste é repetido por diversas vezes em diferentes unidades experimentais é criada uma variação para a variável resposta, podendo esta ser usada na avaliação da significância estatística do incremento experimental, porém quando um experimento é aleatorizado ocorre o aumento de sua validade, pois eleva a chance dos efeitos desconhecidos serem distribuídos por meio dos níveis dos fatores.

Conforme Prasad, Rao e Rao (2012), no DOE a coesão das técnicas matemáticas e estatísticas, como por exemplo regressão, análise de variância (ANOVA), Otimização Não-Linear e função *Desirability* procuram ajudar na otimização do processo.

Para a estimação dos coeficientes das variáveis independentes, β , propõe a utilização do Método dos Mínimos Quadrados Ordinários (*Ordinary Least Squares – OLS*) por meio da seguinte expressão:

$$\hat{\beta} = (I^T I)^{-1} I^T R \quad (8)$$

onde I é a matriz das variáveis independentes e R é a matriz das variáveis respostas.

Dentro do Projeto de Experimentos é de comum uso a aplicação da Metodologia de Superfície de Resposta – MSR, a qual visa o entendimento do processo analisado como também busca o ponto ótimo conforme a variação dos parâmetros de entrada (HENRIQUES, 2011).

Uma dificuldade e desvantagem destes MSR é que, como a função a ser otimizada não é linear, pode-se convergir para soluções que são ótimos locais e não globais (Silva *et al.*, 2011).

2.6 FUNÇÃO *DESIRABILITY*

Originalmente a função *Desirability* foi proposta por Harrington em 1965 e posteriormente desenvolvida e aprimorada por Derringer e Suich (1980) de forma a tratar problemas de múltiplas respostas.

A função *Desirability* tem sido grandemente utilizada na resolução de problemas de otimização com múltiplas respostas (PATTNAIK, 2014).

Sendo um método multicritério que permite determinar o melhor conjunto de condições para as propriedades estudadas e avaliar o conjunto de respostas (VAN GYSEGHEM *et al.*, 2004)

Para Marasini *et al.* (2012), as respostas individuais são atribuídas à objetivos desejáveis e respostas multicritério são tratadas como problemas de único critério.

Conforme He, Zhu e Park (2012), o índice global D é definido como a média geométrica dos valores individuais . O índice global D é proposto da seguinte forma:

$$D = \left(d_1(Y_1) \cdot d_2(Y_2) \dots d_k(Y_k) \right)^{\frac{1}{k}} \quad \left\{ \begin{array}{l} 0 \leq d_i \leq 1 \end{array} \right\} \quad (9)$$

sendo, k o número de respostas. Se o valor de d_i for indesejável ($d_i = 0$), deste modo a *Desirability* global é zero.

De acordo com He, Zhu e Park (2012), o procedimento do método de Derringer consiste em transformar cada resposta em um valor individual que varia ao longo do intervalo $[0, 1]$, e se a resposta está no seu objetivo ou meta, então $d = 1$, e se a resposta não estiver dentro da região aceitável, $d = 0$. Desta forma, a otimização de diversas respostas se reduz a maximização da *Desirability* global (PAIVA, 2006).

Outra vantagem deste método é a que a utilização da média geométrica faz com que a solução global seja alcançada de maneira balanceada desta forma permitindo que todas as respostas atinjam os valores esperados e forçando o algoritmo a se aproximar das especificações impostas (PAIVA, 2006).

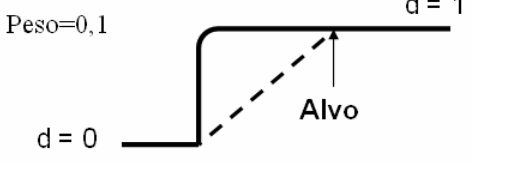
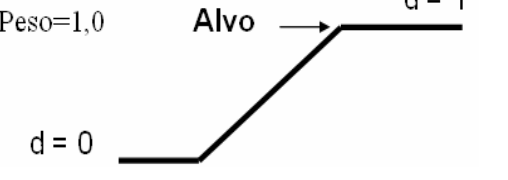
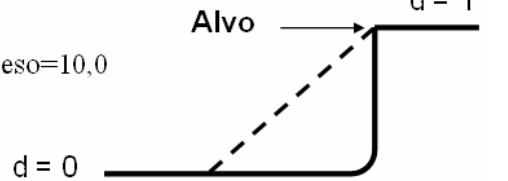
Segundo Paiva (2006), o método de Derringer e Suich (1980) possui uma dependência entre o tipo de otimização utilizada para a resposta, seja de maximização, minimização ou de normalização, dos limites e das respectivas importâncias de cada resposta, assim como é possível visualizar nos Quadros 1 e 2.

Quadro 1. Objetivos de otimização no Método de Derringer (1980).

Objetivo	Características	Representação Esquemática
Minimizar	O valor da função <i>Desirability</i> aumenta enquanto que o valor da resposta original se aproxima de um valor alvo mínimo. Abaixo do alvo, $d = 1$; acima do limite superior, $d = 0$	
Normalizar	Quando a resposta se move em direção alvo, o valor da função <i>Desirability</i> aumenta. Acima ou abaixo dos limites, $d = 0$; no alvo $d = 1$.	
Maximizar	O valor da função <i>Desirability</i> aumenta quando o valor da resposta aumenta. Abaixo do limite inferior, $d = 0$; acima do alvo, $d = 1$.	

Fonte: Paiva (2007).

Quadro 2. Relações de importância entre o Alvo e os Limites no Desirability.

Peso=0,1 	Se o peso é menor que 1 (valor mínimo é 0,1), então, menos ênfase se dá ao alvo.
Peso=1,0 	Quando o peso é igual a 1, a importância dada ao alvo é igual à importância dada aos limites.
Peso=10,0 	Se o peso dado à resposta é maior do que 1 (o valor máximo é 10), então, mais ênfase é dada ao alvo.

Fonte: Paiva (2007).

Conforme Wu (2005) e Murphy, Tsui e Allen (2005), a formulação utilizada em casos de maximização de uma resposta é dada da seguinte forma:

$$d_i = \begin{cases} 0, & \hat{Y}_i < LSL \\ \left(\frac{\hat{Y}_i - L_i}{T_i - L_i} \right)^R, & L_i \leq \hat{Y}_i \leq T_i \\ 1, & \hat{Y}_i > T_i \end{cases} \quad (10)$$

sendo, T_i e L_i são, respectivamente, o maior e menor valor aceitáveis para resposta e o valor de R indica o predomínio dos limites.

Utiliza-se valores maiores que a unidade quando a resposta aumenta rapidamente acima de L_i . Deste modo, ocorre um aumento devagar do o valor de d_i , enquanto o valor da resposta é maximizado. Logo, para se maximizar D , a i -ésima resposta deve ser bem maior que L_i . Pode-se escolher $R < 1$, quando não for crítico se encontrar valores para a resposta abaixo dos limites fixados.

Para um caso de minimização a função é apresentada da seguinte forma:

$$di = \begin{cases} 0, & \hat{Y}_i > LSL \\ \left(\frac{H_i - \hat{Y}_i}{H_i - T_i} \right)^R, & L_i \leq \hat{Y}_i \leq T_i \\ 1, & \hat{Y}_i < T_i \end{cases} \quad (11)$$

sendo, H_i é o valor mais alto aceitável para a i -ésima resposta.

Quando existem restrições de máximo ou de mínimo ocorrem transformações bilaterais e se deseja atingir um valor alvo. A formulação proposta para este caso é:

$$di = \begin{cases} \left(\frac{\hat{Y}_i - L_i}{T_i - L_i} \right)^R, & L_i \leq \hat{Y}_i \leq T_i \\ \left(\frac{H_i - \hat{Y}_i}{H_i - T_i} \right)^R, & T_i \leq \hat{Y}_i \leq H_i \\ 0, & \hat{Y}_i < L_i \text{ ou } \hat{Y}_i > H_i \end{cases} \quad (12)$$

2.7 GRADIENTE REDUZIDO GENERALIZADO

O método de Gradiente Reduzido Generalizado – GRG, foi desenvolvido por Wolf (1963) com o intuito de auxiliar na resolução de problemas de programação não-linear com restrições lineares. Posteriormente em 1964 o método GRG foi generalizado por Abadie e Carpentier (ALMEIDA, 2001).

O algoritmo do gradiente reduzido e sua generalização podem ser considerados como uma extensão dos métodos de otimização linear para programação não-linear (Mouatasim *et al.*, 2013).

O Gradiente Reduzido Generalizado é uma extensão do método Gradiente Reduzido onde são resolvidos unicamente problemas com igualdade (MAIA, 2009). Insere-se variáveis de folga para restrições do tipo $\leq$, ou variáveis de excesso para restrições do tipo $\geq$ (PAIVA, 2006).

As constantes são linearizadas utilizando a matriz jacobiana $\mathbf{Jg}$ de $\mathbf{g}$ e a aproximação:

$$\mathbf{g}(\mathbf{X}) \approx \mathbf{g}(\mathbf{X}^k) + \mathbf{Jg}(\mathbf{X}^k)(\mathbf{X} - \mathbf{X}^k) = \mathbf{0} + \mathbf{A}_k(\mathbf{X} - \mathbf{X}^k) = \mathbf{0} \quad (13)$$

A equação pode ser escrita da seguinte forma:

$$\mathbf{B}_k \mathbf{x}_{\mathbf{B}_k} + \mathbf{N}_k \mathbf{x}_{\mathbf{N}_k} = \mathbf{A}_k \mathbf{X}^k \quad (14)$$

Ao introduzir a seguinte notação $\mathbf{b}_k = \mathbf{A}_k \mathbf{X}^k$, temos:

$$\mathbf{x}_{\mathbf{B}_k} = \mathbf{B}_k^{-1} \mathbf{b}_k - \mathbf{B}_k^{-1} \mathbf{N}_k \mathbf{x}_{\mathbf{N}_k} \quad (15)$$

A partir deste ponto a procura do vetor $\mathbf{d}$ é dada da mesma maneira da forma linear. Devido a não-linearidade das restrições, a igualdade $\mathbf{g}(\mathbf{X}^{k+1}) = \mathbf{g}(\mathbf{X}^k + \eta \mathbf{d}) = 0$, não permanece, sendo necessária uma ação adicional para restaurar a viabilidade.

No método GRG é dada uma suposição inicial viável $\mathbf{X}^0 \in \mathbf{C}$ e a seguinte sequência $\{\mathbf{X}^k\}_{k \geq 0} \subset \mathbf{C}$ é gerada usando iterações da forma geral.

$$\mathbf{X}^{k+1} = \mathbf{Q}_k(\mathbf{X}^k) = \mathbf{X}^k + \eta_k \mathbf{d}^k, \quad k = 0, 1, \dots, K \quad (16)$$

sendo que a escolha ótima de η_k é dada por:

$$\eta_k \in \arg \min \{f(\mathbf{X}^k \eta \mathbf{d}^k) : 0 \leq \eta \leq \eta_{max}\} \quad (17)$$

$$f(x) = \begin{cases} \min_{1 \leq j \leq n} \left\{ \frac{-x_j^k}{d_j^k} : d_j^k < 0 \right\}, & \mathbf{d}^k < 0 \\ \infty, & \mathbf{d}^k \geq 0 \end{cases} \quad (18)$$

Por fim, temos:

$$f(\mathbf{X}^k \eta \mathbf{d}^k) \leq f(\mathbf{X}^k) \quad (19)$$

2.8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo foram discutidos os diferentes métodos estatísticos utilizados na aplicação de problemas com múltiplas respostas. Foi realizada a fundamentação teórica com apresentação de deduções matemáticas.

O próximo capítulo irá tratar de apresentar uma proposta capaz de gerar modelos corretos com a finalidade de minimizar o conjunto de respostas. Também tratará da otimização do problema e comparação dos métodos testados com o intuito de avaliar sua aplicabilidade.

3 DESCRIÇÃO E OTIMIZAÇÃO DO PROBLEMA

3.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Nos capítulos anteriores, foram discutidos os conceitos fundamentais e necessários para a criação de um método de otimização sendo correspondente com os conjuntos de múltiplas respostas.

No capítulo 1, apresentou-se conceitos introdutórios da otimização multi-objetivos além de descrever o método utilizado, objetivo geral e específico, delimitação da pesquisa, justificava e por fim a organização do trabalho.

No capítulo 2, discutiu-se a teoria dos métodos de aglutinação na otimização de processos em problemas de múltiplas respostas. A revisão teórica sobre otimização multiobjetivo, programação por compromisso, projeto de experimentos, a função *desirability* e o gradiente reduzido generalizado.

3.2 APRESENTAÇÃO DOS PROBLEMA

Tendo em vista a seguinte questão de pesquisa: É possível apresentar melhores resultados utilizando o método CP em comparação aos resultados da função *Desirability*, quando estes são aplicados ao DOE com múltiplas respostas?

Para responder a questão de pesquisa foram utilizados os dados e a modelagem proposta por Derringer e Suich (1980) e Khuri e Conlon (1981) para efetuar uma comparação entre os resultados da função *Desirability* e da função CP, *OptQuest* e GRG. No caso de Khuri e Conlon (1981) foi aplicada a normalização Euclidiana com o intuito de minimizar a importância da estimação dos pesos para cada resposta.

Para fins de demonstração a formulação (20) – (30) expõe o modelo tratado por Derringer e Suich (1980) e o tratado por Khuri e Conlon (1981), normalizado, está em (31) – (40): com duas Respostas LTB (*Large to Better*) e duas Respostas NTB (*Nominal to Better*).

Derringer e Suich (1980)

$$Y_1 = 139,12 + 16,49x_1 + 17,88x_2 + 10,91x_3 - 4,01x_1^2 - 3,45x_2^2 - 1,57x_3^2 +$$

$$+ 5,13x_1x_2 + 7,13x_1x_3 + 7,88x_2x_3 \quad (20)$$

$$Y_2 = 126,11 + 268,15x_1 + 246,5x_2 + 139,48x_3 - 83,55x_1^2 - 124,79x_2^2 + 199,17x_3^2 +$$

$$+ 69,38x_1x_2 + 94,13x_1x_3 + 104,38x_2x_3 \quad (21)$$

$$Y_3 = 400,38 - 99,67x_1 - 31,4x_2 + 73,92x_3 + 7,93x_1^2 + 17,31x_2^2 + 0,43x_3^2 +$$

$$+ 8,75x_1x_2 + 6,25x_1x_3 + 1,25x_2x_3 \quad (22)$$

$$Y_4 = 68,91 - 1,41x_1 + 4,32x_2 + 1,63x_3 - 1,56x_1^2 - 0,06x_2^2 - 0,32x_3^2 +$$

$$- 1,63x_1x_2 + 0,13x_1x_3 - 0,25x_2x_3 \quad (23)$$

Sujeito a:

$$Y_1 \geq 120 \quad (24)$$

$$Y_2 \geq 1000 \quad (25)$$

$$400 \leq Y_3 \leq 600 \quad (26)$$

$$60 \leq Y_4 \leq 75 \quad (27)$$

$$-1 \leq x_1 \leq 1 \quad (28)$$

$$-1 \leq x_2 \leq 1 \quad (29)$$

$$-1 \leq x_3 \leq 1 \quad (30)$$

Khuri e Conlon (1981) normalizado com Quatro Respostas LTB (*Large to Better*).

$$Y_1 = 0,870 - 0,328x_1 - 0,299x_2 - 0,098x_1^2 - 0,056x_2^2 - 0,181x_1x_2 \quad (31)$$

$$Y_2 = 0,971 - 0,135x_1 - 0,015x_2 - 0,141x_1^2 - 0,085x_2^2 - 0,103x_1x_2 \quad (32)$$

$$Y_3 = 0,985 - 0,139x_1 - 0,043x_2 - 0,086x_1^2 - 0,044x_2^2 - 0,006x_1x_2 \quad (33)$$

$$Y_4 = 0,937 - 0,262x_1 - 0,146x_2 - 0,052x_1^2 - 0,048x_2^2 - 0,166x_1x_2 \quad (34)$$

Sujeito a:

$$Y_1 \geq 0,21 \quad (35)$$

$$Y_2 \geq 0,44 \quad (36)$$

$$Y_3 \geq 0,61 \quad (37)$$

$$Y_4 \geq 0,46 \quad (38)$$

$$-1 \leq x_1 \leq 1 \quad (39)$$

$$-1 \leq x_2 \leq 1 \quad (40)$$

As equações (41) e (42) contemplam a função CP para o modelo de Derringer e Suich (1980) e Khuri e Conlon (1981), respectivamente.

$$\sqrt{0,25 \cdot (170 - Y_1)^2 + 0,25 \cdot (1.300 - Y_2)^2 + 0,25 \cdot (500 - Y_3)^2 + 0,25 \cdot (67,5 - Y_4)^2} \quad (41)$$

$$\sqrt{\alpha_1 \cdot (1,53 - Y_1)^2 + \alpha_2 \cdot (1,02 - Y_2)^2 + \alpha_3 \cdot (0,94 - Y_3)^2 + \alpha_4 \cdot (1,42 - Y_4)^2} \quad (42)$$

3.3 OTIMIZAÇÃO DOS PROBLEMAS

Para a resolução dos modelos da função CP utilizou-se o *software OptQuest* do programa *Oracle Crystal Ball*, versão de teste, além do método GRG do programa *Microsoft Excel*, sendo utilizado um computador *Intel Dual Core 2,10 GHZ* com 3 GB de RAM e sistema operacional Windows 64 bits.

A Tabela 1 mostra os resultados da CP frente aos resultados de Derringer e Suich (1980), considerando pesos iguais $\alpha_i = 25\%$ para cada uma das quatro respostas. As Tabelas 2 e 3 exibem os resultados da CP frente aos resultados de Derringer e Suich (1980), considerando pesos $\alpha_1 = 0,3$; $\alpha_2 = 0,25$; $\alpha_3 = 0,25$; $\alpha_4 = 0,20$ e Tabela 3 com pesos $\alpha_1 = 0,15$; $\alpha_2 = 0,22$; $\alpha_3 = 0,27$; $\alpha_4 = 0,35$.

Já as Tabelas 4, 5 e 6 mostram os resultados da CP frente aos resultados de Khuri e Conlon (1981) na forma normalizada, considerando pesos diferentes $\alpha_1 = 0,36$; $\alpha_2 = 0,02$; $\alpha_3 = 0,02$; $\alpha_4 = 0,60$, Tabela 5 com $\alpha_1 = 0,46$; $\alpha_2 = 0,02$; $\alpha_3 = 0,02$; $\alpha_4 = 0,5$ e Tabela 6 com $\alpha_1 = 0,42$; $\alpha_2 = 0,01$; $\alpha_3 = 0,03$; $\alpha_4 = 0,54$. Por fim, a Tabela 7 mostra os resultados da função CP frente aos resultados de Khuri e Conlon (1981), considerando pesos iguais $\alpha_i = 25\%$ para as quatro respostas.

Para o cálculo do Desvio Percentual Médio – DPM foi utilizada a equação 43 com a finalidade de comparar o desempenho dos resultados da aplicação da CP, pela função *Desirability*:

$$DPM = \left(\sum_{i=1}^p |R_i - T_i| / T_i \right) / p \quad (43)$$

sendo R_i o valor final da otimização para a resposta i , T_i o valor alvo associado à resposta i e p o número de respostas analisadas.

As tabelas a seguir apresentam a seguinte distribuição: Nas Tabelas 1 a 7, a primeira coluna possui variáveis independentes x_1 , x_2 e x_3 e as variáveis respostas, Y_1 , Y_2 , Y_3 e Y_4 , na segunda, terceira e quarta colunas estão, respectivamente, os resultados com a aplicação da função *Desirability*, resultados da CP, *OptQuest* e GRG. A coluna 5 trata dos valores alvos para cada variável resposta que foram apresentados nos artigos de Derringer e Suich (1980) – para a Tabela 1, 2 e 3, e Khuri e Conlon (1981) – para as Tabelas 4 a 7, e nas colunas 6, 7 e 8 têm-se os valores dos DPM associados a cada variável resposta, respectivamente, para a função *Desirability*, função CP, *OptQuest* e GRG.

Tabela 1. Comparação dos resultados da aplicação da CP com os resultados da função *desirability* de Derringer e Suich (1980) – Pesos iguais $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = 0,25$.

Variáveis	Resultados da Otimização				DPM das Respostas		
	Função <i>Desirability</i> - GRG	CP (OptQuest)	CP (GRG)	Alvos das Respostas	Função <i>Desirability</i>	CP (OptQuest)	CP (GRG)
x_1	-0,05	-0,675	-0,685	-	-	-	-
x_2	0,145	0,813	0,940	-	-	-	-
x_3	-0,868	0,628	0,626	-	-	-	-
Y_1	129,50	142,83	144,18	170,00	0,238235	0,15984	0,15189
Y_2	1.300,00	1.301,24	1301,09	1.300,00	0	0,00095	0,00084
Y_3	465,70	496,96	497,02	500,00	0,0686	0,00608	0,00596
Y_4	68,00	74,31	75,00	67,50	0,007407	0,10091	0,1111
DPM	-	-	-	-	7,86%	6,695%	6,745%

Fonte: Produção do próprio autor

Analisando os dados da Tabela 1 percebe-se, que o método da CP (*OptQuest*) gerou resultados com menor DPM (6,695%) em relação ao método *Desirability* (7,86%).

Tabela 2. Comparação dos resultados da aplicação da CP com os resultados da função Desirability de Derringer e Suich (1980) – pesos $\alpha_1 = 0,3$; $\alpha_2 = 0,25$; $\alpha_3 = 0,25$; $\alpha_4 = 0,20$.

Variáveis	Resultados da Otimização			Alvos das Respostas	DPM das Respostas		
	Função Desirability	CP (OptQuest)	CP (GRG)		Função Desirability	CP (OptQuest)	CP (GRG)
x_1	-0,05	-0,684	-0,682	-	-	-	-
x_2	0,145	0,940	0,941	-	-	-	-
x_3	-0,868	0,625	0,622	-	-	-	-
Y_1	129,50	144,21	144,25	170,00	0,238235	0,15169	0,15144
Y_2	1.300,00	1301,34	1301,31	1.300,00	0	0,00103	0,00101
Y_3	465,70	496,82	496,45	500,00	0,0686	0,00635	0,00710
Y_4	68,00	75,00	75,00	67,50	0,007407	0,11111	0,11111
DPM	-	-	-	-	7,86%	6,755%	6,767%

Fonte: Produção do próprio autor

Percebe-se que o método da CP (*OptQuest*) gerou resultados com menor DPM (6,755%) em relação ao método *Desirability* (7,86%) e o resultado da função CP (GRG) (6,767%). Neste caso, percebe-se que a diferença gerada entre os DPM's da função CP, *OptQuest* e GRG, é de apenas 0,012%.

Tabela 3. Comparação dos resultados da aplicação da CP com os resultados da função Desirability de Derringer e Suich (1980) – pesos $\alpha_1 = 0,15$; $\alpha_2 = 0,22$; $\alpha_3 = 0,28$; $\alpha_4 = 0,35$.

Variáveis	Resultados da Otimização			Alvos das Respostas	DPM das Respostas		
	Função Desirability	CP (OptQuest)	CP (GRG)		Função Desirability	CP (OptQuest)	CP (GRG)
x_1	-0,05	-0,693	-0,693	-	-	-	-
x_2	0,145	0,938	0,938	-	-	-	-
x_3	-0,868	0,634	0,634	-	-	-	-
Y_1	129,50	144,01	144,01	170,00	0,238235	0,15290	0,15290
Y_2	1.300,00	1300,74	1300,74	1.300,00	0	0,00057	0,00057
Y_3	465,70	498,32	498,38	500,00	0,0686	0,00324	0,00324
Y_4	68,00	75,00	75,00	67,50	0,007407	0,11111	0,11111
DPM	-	-	-	-	7,86%	6,696%	6,696%

Fonte: Produção do próprio autor

Para a Tabela 3 verifica-se que ambos os resultados da função CP, *OptQuest* e GRG, possuem os mesmos valores de DPM (6,696%) e resultados iguais para as variáveis em relação aos resultados dos valores alvos. O valor de DPM da função CP, *OptQuest* e GRG, é menor que o DPM gerado pelo método *Desirability* (7,86%).

Verifica-se ainda que o resultado do DPM da Tabela 3 apresenta um melhor resultado em relação a Tabela 2, desta forma melhorando o seu desempenho em relação a função *Desirability*.

Para as Tabelas 4 à 7, apenas nos casos de Khuri e Conlon (1981), foi aplicada a técnica de normalização euclidiana, mencionada no capítulo 2, de forma a reduzir a

distância entre os alvos da resposta (*Target*) procurando desta forma melhorar o modelo. Diferentemente as Tabelas 8 à 11 apresentam os resultados da função CP aplicados em Khuri e Conlon (1981) sem o uso da técnica de normalização.

Tabela 4. Comparação dos resultados da aplicação da CP com os resultados da função *Desirability* de Khuri e Conlon (1981) - $\alpha_1 = 0,36$; $\alpha_2 = 0,02$; $\alpha_3 = 0,02$; $\alpha_4 = 0,6$;

Variáveis	Resultados da Otimização			Alvos das Respostas	DPM das Respostas		
	Função <i>Desirability</i>	CP Normalizado (OptQuest)	CP Normalizado (GRG)		Função <i>Desirability</i>	CP Normalizado (OptQuest)	CP Normalizado (GRG)
x_1	-0,219	0,322	0,322	-	-	-	-
x_2	-1	-1	-1	-	-	-	-
Y_1	2,14	0,94	0,94	1,53	0,2015	0,38542	0,38542
Y_2	0,61	0,88	0,88	1,02	0,1159	0,13769	0,13769
Y_3	1,82	0,93	0,93	0,94	0,0769	0,00493	0,00493
Y_4	0,37	0,98	0,98	1,42	0,4789	0,30912	0,30912
DPM	-	-	-	-	21,83%	20,93%	20,93%

Fonte: Produção do próprio autor

Para a Tabela 4, foram utilizados os valores normalizados da função *Desirability* de Khuri e Conlon (1981). Neste caso, verifica-se que o método CP (*OptQuest*) apresenta um valor de DPM (20,93%) menor e melhor em relação ao resultado obtido pela função *Desirability* (21,83%). Constata-se que o valor apresentado pela função CP (GRG) de DPM (20,93%) é igual ao valor obtido pela função CP (*OptQuest*).

Tabela 5. Comparação dos resultados da aplicação da CP com os resultados da função *Desirability* de Khuri e Conlon (1981) - $\alpha_1 = 0,46$; $\alpha_2 = 0,02$; $\alpha_3 = 0,02$; $\alpha_4 = 0,5$.

Variáveis	Resultados da Otimização			Alvos das Respostas	DPM das Respostas		
	Função <i>Desirability</i>	CP Normalizado (OptQuest)	CP Normalizado (GRG)		Função <i>Desirability</i>	CP Normalizado (OptQuest)	CP Normalizado (GRG)
x_1	-0,219	0,119	0,119	-	-	-	-
x_2	-1	-1	-1	-	-	-	-
Y_1	2,14	1,05	1,05	1,53	0,2015	0,31214	0,31214
Y_2	0,61	0,89	0,89	1,02	0,1159	0,1188	0,1188
Y_3	1,82	0,97	0,97	0,94	0,0769	0,03212	0,03212
Y_4	0,37	0,89	0,89	1,42	0,4789	0,37353	0,37353
DPM	-	-	-	-	21,83%	20,91%	20,91%

Fonte: Produção do próprio autor

Com os pesos da Tabela 5, verifica-se que o método CP (*OptQuest*) apresenta um valor de DPM (20,91%) igual ao valor da função CP (GRG) e também verifica-se que houve uma pequena melhora em relação ao DPM da CP (*OptQuest*) da Tabela 4

(20,93%), desta forma, também melhorando o desempenho em relação a função *Desirability* (21,83%).

Tabela 6. Comparação dos resultados da aplicação da CP com os resultados da função *Desirability* de Khuri e Conlon (1981) - $\alpha_1 = 0,42$; $\alpha_2 = 0,01$; $\alpha_3 = 0,03$; $\alpha_4 = 0,54$.

Variáveis	Resultados da Otimização			Alvos das Respostas	DPM das Respostas		
	Função <i>Desirability</i>	CP Normalizado (OptQuest)	CP Normalizado (GRG)		Função <i>Desirability</i>	CP Normalizado (OptQuest)	CP Normalizado (GRG)
x_1	-0,219	0,200	0,200	-	-	-	-
x_2	-1	-1	-1	-	-	-	-
Y_1	2,14	1,01	1,01	1,53	0,2015	0,34076	0,34076
Y_2	0,61	0,89	0,89	1,02	0,1159	0,12497	0,12497
Y_3	1,82	0,95	0,95	0,94	0,0769	0,01824	0,01824
Y_4	0,37	0,93	0,93	1,42	0,4789	0,34818	0,34818
DPM	-	-	-	-	21,83%	20,80%	20,80%

Fonte: Produção do próprio autor

Na Tabela 6, verifica-se que o método CP (*OptQuest*) apresenta um valor de DPM (20,80%) apresentando uma melhora em relação ao DPM da função *Desirability* (21,83%). Novamente verifica-se que os valores obtidos pela função CP (*OptQuest*) são iguais aos valores obtidos pela função CP (GRG).

Tabela 7. Comparação dos resultados da aplicação da CP com os resultados da função *Desirability* de Khuri e Conlon (1981) - $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = 0,25$.

Variáveis	Resultados da Otimização			Alvos das Respostas	DPM das Respostas		
	Função <i>Desirability</i>	CP Normalizado (OptQuest)	CP Normalizado (GRG)		Função <i>Desirability</i>	CP Normalizado (OptQuest)	CP Normalizado (GRG)
x_1	-0,219	0,076837	0,076837	-	-	-	-
x_2	-1	-1	-1	-	-	-	-
Y_1	2,14	1,073656	1,073656	1,53	0,2015	0,297621	0,297621
Y_2	0,61	0,897414	0,897414	1,02	0,1159	0,116315	0,116315
Y_3	1,82	0,973338	0,973338	0,94	0,0769	0,038839	0,038839
Y_4	0,37	0,871795	0,871795	1,42	0,4789	0,386484	0,386484
DPM	-	-	-	-	21,83%	20,98%	20,98%

Fonte: Produção do próprio autor

Por fim, na Tabela 7 constata-se que para alfas iguais de 25%, é encontrado um valor de DPM na função CP (*OptQuest*) de 20,98% apresentando uma melhora em relação ao valor da função *Desirability* (21,83%), porém apresentando uma pequena piora em relação aos valores das Tabelas 4, 5 e 6, respectivamente.

Nas tabelas a seguir são apresentados os resultados da função CP, *OptQuest* e GRG, comparados aos resultados de Khuri e Conlon (1981) sem a utilização da técnica de normalização euclidiana, deste modo, por meio da análise de resultados é possível verificar o desempenho da técnica euclidiana em sua aplicação.

Tabela 8. Comparação dos resultados da aplicação da CP com os resultados da função Desirability de Khuri e Conlon (1981) - $\square 1 = 0,36$; $\square 2 = 0,02$; $\square 3 = 0,02$; $\square 4 = 0,6$;

Variáveis	Resultados da Otimização			Alvos das Respostas	DPM das Respostas		
	Função Desirability	CP (OptQuest)	CP (GRG)		Função Desirability	CP (OptQuest)	CP (GRG)
x_1	-0,219	-0,499	-0,499	-	-	-	-
x_2	-1	-1,000	-1,000	-	-	-	-
Y_1	2,14	2,51	2,51	2,68	0,2015	0,06234	0,06234
Y_2	0,61	0,69	0,69	0,69	0,1159	0,00485	0,00485
Y_3	1,82	1,99	1,99	1,69	0,0769	0,17526	0,17526
Y_4	0,37	0,29	0,29	0,71	0,4789	0,59316	0,59316
DPM	-	-	-	-	21,83%	20,89%	20,89%

Fonte: Produção do próprio autor

Na Tabela 8, é possível verificar que a função CP, *OptQuest* e GRG, apresentou uma melhora em relação a função desirability por meio dos valores de DPM. Constatou-se que tanto a aplicação do método CP na metaheurística *OptQuest* quanto o uso do algoritmo GRG apresentaram o mesmo valor de DPM (20,89%) sendo inferior ao DPM da função *desirability* (21,83%).

Tabela 9. Comparação dos resultados da aplicação da CP com os resultados da função Desirability de Khuri e Conlon (1981) - $\square 1 = 0,46$; $\square 2 = 0,02$; $\square 3 = 0,02$; $\square 4 = 0,5$.

Variáveis	Resultados da Otimização			Alvos das Respostas	DPM das Respostas		
	Função Desirability	CP (OptQuest)	CP (GRG)		Função Desirability	CP (OptQuest)	CP (GRG)
x_1	-0,219	-0,559	-0,559	-	-	-	-
x_2	-1	-1,000	-1,000	-	-	-	-
Y_1	2,14	2,57	2,57	2,68	0,2015	0,04199	0,04199
Y_2	0,61	0,69	0,69	0,69	0,1159	0,00214	0,00214
Y_3	1,82	2,00	2,00	1,69	0,0769	0,18454	0,18454
Y_4	0,37	0,28	0,28	0,71	0,4789	0,61090	0,61090
DPM	-	-	-	-	21,83%	20,99%	20,99%

Fonte: Produção do próprio autor

Na Tabela 9, verifica-se que o método CP, *OptQuest* e GRG, apresenta um valor de DPM (20,99%) e desta forma ocorre uma melhora em relação ao DPM da função *desirability* (21,83%). Novamente verifica-se que os valores obtidos pela função CP (*OptQuest*) são iguais aos valores obtidos pela função CP (GRG). Os valores de DPM

apresentados na Tabela 9 apresentam uma piora em relação aos valores apresentados na Tabela 8.

Tabela 10. Comparação dos resultados da aplicação da CP com os resultados da função Desirability de Khuri e Conlon (1981) - $\alpha_1 = 0,42$; $\alpha_2 = 0,01$; $\alpha_3 = 0,03$; $\alpha_4 = 0,54$.

Variáveis	Resultados da Otimização			Alvos das Respostas	DPM das Respostas		
	Função Desirability	CP (OptQuest)	CP (GRG)		Função Desirability	CP (OptQuest)	CP (GRG)
x_1	-0,219	-0,536	-0,536	-	-	-	-
x_2	-1	-1,000	-1,000	-	-	-	-
Y_1	2,14	2,55	2,55	2,68	0,2015	0,04982	0,04982
Y_2	0,61	0,69	0,69	0,69	0,1159	0,00319	0,00319
Y_3	1,82	2,00	2,00	1,69	0,0769	0,18096	0,18096
Y_4	0,37	0,28	0,28	0,71	0,4789	0,60408	0,60408
DPM	-	-	-	-	21,83%	20,95%	20,95%

Fonte: Produção do próprio autor

Na Tabela 10, constata-se que a função CP, *OptQuest* e GRG, apresentou um valor de DPM (20,95%) exibindo uma melhora em relação ao DPM da função desirability (21,83%).

Tabela 11. Comparação dos resultados da aplicação da CP com os resultados da função Desirability de Khuri e Conlon (1981) - $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = 25\%$.

Variáveis	Resultados da Otimização			Alvos das Respostas	DPM das Respostas		
	Função Desirability	CP (OptQuest)	CP (GRG)		Função Desirability	CP (OptQuest)	CP (GRG)
x_1	-0,219	-0,485	-0,485	-	-	-	-
x_2	-1	-1,000	-1,000	-	-	-	-
Y_1	2,14	2,50	2,50	2,68	0,2015	0,06729	0,06729
Y_2	0,61	0,69	0,69	0,69	0,1159	0,00550	0,00550
Y_3	1,82	1,98	1,98	1,69	0,0769	0,17301	0,17301
Y_4	0,37	0,29	0,29	0,71	0,4789	0,58884	0,58884
DPM	-	-	-	-	21,83%	20,87%	20,87%

Fonte: Produção do próprio autor

Na Tabela 11 foram aplicados alfas iguais de 25%, e para estes determinados valores de alfa observou-se um valor de DPM do método CP de 20,87% sendo este inferior ao valor apresentação pela função *desirability*, DPM (21,83%). Para os casos de Khuri e Conlon (1981) sem a aplicação da técnica euclidiana verificou-se que os melhores valores foram apresentados na Tabela 11.

Finalmente, ao comparar os resultados obtidos nos casos de Khuri e Conlon (1981) por meio da aplicação de técnicas de normalização euclidiana com os valores

obtidos sem a utilização da técnica, verifica-se que a normalização euclidiana apresentou melhoras em apenas metade dos casos, não apresentando grandes vantagens.

4 CONCLUSÃO E RECOMENDAÇÕES PARA FUTURAS PESQUISAS

4.1 VERIFICAÇÃO DOS OBJETIVOS

Neste presente trabalho, foi discutido a aplicação de métodos de modelagem quantitativa por meio da literatura da Otimização Multiobjetivo. No capítulo 2 foram abordados diferentes métodos de aglutinação e seus conceitos básicos, tais como: Otimização Multiobjetivo, Programação por Compromisso, Técnica de Normalização, Projeto de Experimentos, função *Desirability*, Gradiente Reduzido Generalizado.

Foram apresentados os resultados da função *desirability* provenientes dos estudos clássicos de Derringer e Suich (1980) e Khuri e Conlon (1981) juntamente com os resultados da função da programação por compromisso ao utilizar a metaheurística do *OptQuest* e o algoritmo não-linear do gradiente reduzido generalizado.

Constatou-se que os resultados obtidos pela função CP apresentaram melhorias em relação aos resultados clássicos da função *desirability*. Para os casos de Derringer e Suich (1980), verifica-se que os resultados obtidos pela função CP por meio do algoritmo GRG, apesar de sua melhora em relação aos estudos clássicos, não foram melhores do que os resultados apresentados pela metaheurística do *OptQuest*. Isso se deve ao fato que o algoritmo GRG fica preso em ótimos locais, ou seja, pode não alcançar o valor do ótimo global. Para os casos estudados da função *Desirability*, Khuri e Conlon (1981), constata-se que ambos os resultados apresentados pela função CP, *OptQuest* e GRG, obtiveram os mesmos resultados.

Verifica-se que, para valores de pesos atribuídos adequadamente os resultados da função CP, por meio da metaheurística *OptQuest* e algoritmo GRG, apresentaram melhores resultados de DPM. Quando a atribuição dos pesos é realizada tomando como base algumas regras, constata-se que a incerteza diminui e o resultado final torna-se mais adequado. Com base nisso, os pesos foram atribuídos analisando o valor individual de cada DPM.

Devido as diferenças de medidas e escalas de magnitude entre os atributos, foi aplicada a técnica de normalização Euclidiana no caso de Khuri e Conlon (1981) com o intuito de minimizar a importância da estimação dos pesos para cada resposta.

Por fim, conclui-se que este trabalho atingiu seus objetivos estipulados ao comparar o desempenho da função *Desirability*, nos estudos clássicos de Derringer e

Suich (1980) e Khuri e Conlon (1981), com os resultados da função CP, *OptQuest* e GRG, apresentando desta forma melhorias nos resultados finais.

4.2 RECOMENDAÇÕES PARA FUTURAS PESQUISAS

Considerando a delimitação da pesquisa e os resultados obtidos, sugere-se que:

- Aplicar um estudo relacionado da Programação por Metas (*Goal Programming - GP*) e comparar com os métodos utilizados neste presente trabalho.
- Aplicação de Métodos Híbridos e Mistura
- Aplicação da função *Desirability* por meio da metaheurística do *OptQuest*.

REFERÊNCIAS

- AHERN, R.; ANANDARAJAH, G. Railway projects prioritisation for investment: application of goal programming. **Transport Policy**, v. 14, p. 70-80, 2007. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.tranpol.2006.10.003>>. Acesso em: 20 maio 2014.
- ALMEIDA, R. **Operação de sistemas urbanos de abastecimento de água com base em modelos de otimização não-lineares**. 2001. 281 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia Civil, UNICAMP, Campinas, 2001.
- AZUMA, R. M; **Otimização multiobjetivo em problema de estoque e roteamento gerenciados pelo fornecedor**. 2011. 99 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Faculdade de Engenharia Elétrica, UNICAMP, Campinas, 2011.
- BERTRAND, J. W. M.; FRANSOO, J. C. Modelling and simulation: operations management research methodologies using quantitative modeling. **International Journal of Operations & Production Management**, v. 22, n. 2, p. 241-264, 2002. Disponível em: <<https://doi.org/10.1108/01443570210414338>>. Acesso em: 15 out. 2014.
- CHENG, H; HUANG, W; CAI, J. Solving a fully fuzzy linear programming problem through compromise programming. **Journal of Applied Mathematics**, London, v. 2013. Disponível em: <<http://www.hindawi.com/journals/jam/2013/726296/>>. Acesso em: 07 jul. 2014
- CHIAO, C. H.; HAMADA, M. Analyzing experiments with correlated multiple responses. **Journal of Quality Technology**, Milwaukee, v. 33, n. 4, p. 451-465, 2001.
- COELLO, A. C. **Twenty years of evolutionary multi-objective optimization: a historical view of the field**, Mexico, v.1, n. 1, p.20, 2005.
- DEB, K. **Multi-objective optimization using evolutionary algorithms**. Inglaterra: John Wiley & Sons, 2001.
- DERRINGER, G. E.; SUICH, R. Simultaneous optimization of several response variables. **Journal of Quality Technology**, California, v. 12, n. 4, p. 214-219, 1980.
- FAES, A. et al. Design of experiment approach applied to reducing and oxidizing tolerance of anode supported solid oxide fuel cell. Part I: microstructure optimization. **Journal of Power Source**, Lausanne, Switzerland, v. 196, n. 17, p. 7058-7069, 2010.
- HE. Z; ZHU. F.P; PARK, H. S. A robust desirability function method for multi-response surface optimization considering model uncertainty. **European Journal of Operational Research**, Tehran, Iran, v. 221, n.1, p.241-247, 2012.
- HENRIQUES, Francisco José da Silva. **O uso do DOE em conjunto com FTA no desenvolvimento e melhoria de projetos inovadores**. 2011. 128 f. Dissertação

(Mestrado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia Mecânica, UNICAMP, Campinas, 2011.

KHURI, A. I.; CONLON, M. Simultaneous optimization of multiple responses represented by polynomial regression functions. **Technometrics**, Gainesville, v. 23, n 4, p. 363-375, 1981.

KO, Y. H.; KIM, K. J.; JUN, C. H. (2005). A new loss function-based method for multiresponse optimization, **Journal of Quality Technology**, v. 37, n 1, p. 50-59.

LI, R. et al. An adaptive compromise programming method for multi-objective path optimization, **Journal of Geographical Systems**, v. 15, p. 211-228, 2012.

LIMA, F. C. et al. **Modelagem das componentes da força de usinagem no torneamento do aço ABNT 1045 através da metodologia de superfície de resposta**. Penedo: Associação Brasileira de Engenharia e Ciências Mecânicas, 2013.

MARASINI, N. et. al. Development and Optimization of Self-Nanoemulsifying Drug Delivery System with Enhanced Bioavailability by Box–Behnken Design and Desirability Function. **Journal of Pharmaceutical Sciences**, v. 101, n.12, 2012.

MAIA, J. P. R. **Otimização estrutural: estudo e aplicações em problemas clássicos de vigas utilizando a ferramenta solver**. 2009. 83 p. Dissertação (Mestrado na Área de Concentração em Engenharia de Estruturas) – Faculdade de Engenharia, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2009.

MONTGOMERY, D. C. **Design and analysis of experiments**. 7th ed. New York: Wiley, 2009.

MONTGOMERY, D. C. **Design and Analysis of Experiments**. 4th ed. Wiley, New York, 2001.

MONTGOMERY, D. C.; RUNGER, G. C. Estatística aplicada e probabilidade para engenheiros, 2. ed, Arizona, LTC, 2003.

MOUATASIM, A; ELLAIA, R; CURSI, E.S. Stochastic perturbation of reduced gradient & GRG methods for nonconvex programming problems. **Applied Mathematics and Computation**, v. 226, p. 198 – 211, jan. 2014.

MURPHY, T. E; TSUI, K. L; ALLEN, J. K. A review of robust design methods for multiple responses. **Research in Engineering Design**, v 15, p. 201-215, 2005.

OLIVEIRA, F. A. et al. Portfolio optimization using mixture design of experiments: Scheduling trades within electricity markets. **Energy Economics**. v. 32, p.24-32, 2011.

PATTNAIK, S; KARUNAKAR, D.B; JHA, P.K. Modeling and parametric optimization of investment casting process by uniting desirability function approach and fuzzy logic. **Journal of Intelligent and Fuzzy Systems** 26, p. 1235–1244, 2014.

PAIVA, E. J. et al. Otimização de múltiplas respostas baseada no erro quadrático médio multivariado. In: ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, 28., Rio de Janeiro, 2008. **Anais...** Rio de Janeiro, 2008.

PAIVA, E. J.; FERREIRA, J. R.; PAIVA, A. P. Otimização de processos de manufatura com múltiplas respostas baseada em índices de capacidade Cpm. In: ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, Foz do Iguaçu, Paraná, 2007. **Anais...** Foz do Iguaçu, Paraná, 2007

PAIVA, E. J. **Erro quadrático médio multivariado na otimização do torneamento do aço ABNT 52100 endurecido**. 2012. Tese de Doutorado em Engenharia Mecânica. Universidade Federal de Itajubá, 2012.

PAIVA, A.P.de. **Metodologia de superfície de resposta e análise de componentes principais em otimização de processos de manufatura com múltiplas respostas correlacionadas**. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia do Campus de Itajubá, Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2006.

PESSANHA, J. E. O.; PRADA, R; PAZ, A. A. Aplicação do método GMRES em estudos de estabilidade de sistemas de energia elétrica. **Revista Controle & Automação**, v. 23, n.3, p. 321-330, 2012.

PRASAD, K. S; RAO, C. S; RAO, D. N. Application of design of experiments to plasma arc welding process: a review. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, Rio de Janeiro, v. 34, n. 1, 2012.

RODRIGUES, V. F. C; **Modelação do uso de energias em sistemas de abastecimento de água**. 2011. Dissertação de Mestrado em Sistemas Energéticos Sustentáveis, Universidade de Aveiro, Aveiro, Portugal, 2011.

SANTANA, R. A. C. et al. Otimização das condições de operação para eletrodeposição da liga Ni-W usando a metodologia de superfície de resposta. **Revista Eletrônica de Materiais e Processos**, p. 7, 2013.

SEKULSKI, Z.; Ship hull structural multiobjective optimization by evolutionary algorithm. **Journal of Ship Research**, Szczecin, Poland, v. 58, n. 2, p. 45–69, 2014.

SHAH, R; REED. P.; Comparative analysis of multiobjective evolutionary algorithms for random and correlated instances of multiobjective d-dimensional knapsack problems. **European Journal of Operational Research**, v.211, p. 466–479, 2011.

SILVA, A. F.; MARINS, F. A. S.; MONTEVECHI, J. A. B. Multi-choice mixed integer goal programming optimization for real problems in a sugar and ethanol milling company. **Applied Mathematical Modelling**. v.37, n.9, p.6146-6162. 2013.

SILVA, H. A; SILVA, M. B. Aplicação de um projeto de experimentos (DOE) na soldagem de tubos de zircaloy-4. **Produção & Engenharia**, v. 1, n. 1, p. 41-52, 2008. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.18407/issn.1983-9952.2008.v1.n1.p41-52>>. Acesso em: 10 out. 2014.

SILVA, A.F. **Modelagem do planejamento agregado da produção de uma usina sucroalcooleira**. 2009. Dissertação (Mestrado em Ciências da Engenharia de Produção) – Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2009.

VAN GYSEGHEM, E. et al. Selection of reversed-phase liquid chromatographic columns with diverse selectivity towards the potential separation of impurities in grugs. **Journal of Chromatography A**, n. 1042, p.69-80, 2004.

WANG, C.C; LIN, T.W; HU, S.S. Optimizing the rapid prototyping process by integrating the taguchi method with the gray relational analysis. **Rapid Prototyping Journal**, v. 13, n. 5, p. 304-315.

WU, F. C. Optimization of correlated multiple quality characteristics using desirability function, Taiwan, **Quality Engineering**, v. 17, n. 1, p. 119-126, 2005.

ZELENY, M. **Compromise programming**. Columbia: University of South Carolina Press, 1973.