

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
FACULDADE DE ENGENHARIA
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA

MARIA GABRIELLA RIBEIRO DOS REIS PEGAIANE

OTIMIZANDO VIBRAÇÕES SÍSMICAS EM ESTRUTURAS ATRAVÉS DE
CONTROLES HÍBRIDOS

Ilha Solteira, SP

2014

**Otimizando Vibrações Sísmicas Em Estruturas
Através De Controles Híbridos**

Maria Gabriella Ribeiro dos Reis Pegaiane

Orientador: Prof. Dr. Fábio Roberto Chavarette

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia do Campus de Ilha Solteira – UNESP como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Área de conhecimento: Mecânica dos Sólidos.

Ilha Solteira - SP

Agosto/2014

FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

P376o Pegaiane, Maria Gabriella Ribeiro dos Reis.
Otimizando vibrações sísmicas em estruturas através de controles híbridos /
Maria Gabriella Ribeiro dos Reis Pegaiane. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2014
70 f. : il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de
Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Mecânica dos Sólidos, 2014

Orientador: Fábio Roberto Chavarette
Inclui bibliografia

1. Dinâmica não linear. 2. Controle linear ótimo. 3. Amortecedor magneto
reológico. 4. Vibrações.



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA

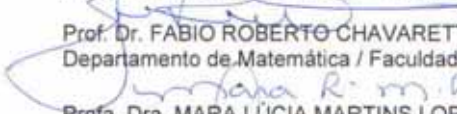
CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO: Otimizando vibrações das ações sísmicas em estruturas através de controles híbridos

AUTORA: MARIA GABRIELLA RIBEIRO DOS REIS

ORIENTADOR: Prof. Dr. FABIO ROBERTO CHAVARETTE

Aprovada como parte das exigências para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Mecânica,
Área: MECANICA DOS SÓLIDOS, pela Comissão Examinadora:


Prof. Dr. FABIO ROBERTO CHAVARETTE

Departamento de Matemática / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Profa. Dra. MARA LÚCIA MARTINS LOPES

Departamento de Matemática / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Prof. Dr. NELSON JOSÉ PERUZZI

Departamento de Ciências Exatas / Faculdade de Ciências Agrárias e Veterinárias de Jaboticabal

Data da realização: 29 de agosto de 2014.

Dedico às pessoas mais importantes de minha vida:

Meu marido, Renan.

Meus Pais, José e Irene.

Minha irmã Stefany Victória.

Pelo imenso amor que recebo todos os dias!

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por tudo que tenho, por todos que tenho, e por tudo que sou. Por ele me dar serenidade e força nos momentos difíceis, por me dar sabedoria para conquistar o necessário e por cuidar da minha vida.

Aos meus pais, meus amores eterno. Pelo esforço e empenho para o desenvolvimento de minha educação e formação do meu caráter ao longo de minha vida. Por me ensinar a amar e cuidar do próximo. Por confiar em mim e por ter me dado forças em todos os momentos.

À minha irmã, Stefany Victória, pelo amor que dedica a mim. Por alegrar a minha vida.

Ao meu amado marido, Renan Pegaiane, pela presença em minha vida. Por toda dedicação e paciência. Por todo carinho, amor e compreensão. Por ser tão importante e fundamental. Por todos os momentos juntos.

Aos meus amigos que a distância não separa, Natallie, Carlos, Murilo e Giulio por serem intensamente presentes em minha vida.

Ao Fábio Roberto Chavarette, pela orientação, amizade, compreensão, atenção e principalmente por confiar este trabalho a mim.

Finalmente, meu muito obrigado a todos os funcionários e professores da UNESP de Ilha Solteira, por todo conhecimento e atenção dedicados a mim ao longo desses anos de pós-graduação.

*"Os homens cultivam cinco mil rosas num
mesmo jardim e não encontram o que
procuram. E, no entanto, o que eles buscam
poderia ser achado numa só rosa."*

O Pequeno Príncipe

RESUMO

Os desastres naturais são de grande interesse para engenharia, pois são fenômenos de caráter dinâmico. O desastre natural estudado neste trabalho é a ocorrência de ações sísmicas sobre estruturas, mais precisamente a ação das vibrações de terremoto em estruturas civis. Para realizar este estudo, o modelo matemático proposto é um pórtico plano simples sob a ação de excitação sísmica Tajimi-Kanai, causando instabilidade na estrutura com um comportamento caótico. A alternativa proposta para minimizar estas vibrações sísmicas e reduzir o movimento oscilatório do sistema para uma órbita estável é o controle híbrido. O controle híbrido é uma combinação de estratégias de controle ativo e semi-ativo, com a função de ajudar a prevenir este desastre natural. O controle ativo utilizado foi o controle linear ótimo e o controle semi-ativo utilizado foi o amortecedor magneto reológico acoplado na estrutura. Com a aplicação desse controle híbrido foi possível minimizar as vibrações sísmicas reduzindo o movimento oscilatório para um comportamento estável.

Palavras-chave – Dinâmica não linear. Controle linear ótimo. Amortecedor magneto reológico.

ABSTRACT

Natural disasters are a major importance for engineering because they are phenomena of nature dynamic. The natural disaster studied in this work is the occurrence of seismic actions on structures, specifically the action of earthquake vibrations in civil structures. To conduct this study, the mathematical model of a simple portico plane under the action of Tajimi-Kanai seismic excitation, causing instability in the structure with a chaotic behavior. The alternative proposed to minimize these seismic vibrations and reducing the oscillatory movement of the system to a stable point is the hybrid control. The hybrid control is a combination of strategies for active and semi-active control, with the function to help prevent this natural disaster. The active control was used as optimal linear control and semi-active control the magneto rheological damper coupled structure. With the application of this hybrid control was possible to minimize seismic vibrations reducing the oscillatory movement to a stable behavior.

Keywords – Nonlinear Dynamics. Optimal Linear Control. Magneto Rheological Damper.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Direção da vibração das partículas e do deslocamento da onda primária.....	19
Figura 2	Direção da vibração das partículas e do deslocamento da onda secundária.....	20
Figura 3	Direção da vibração das partículas e do deslocamento da onda <i>Love</i>	20
Figura 4	Direção da vibração das partículas e do deslocamento da onda <i>Rayleigh</i>	21
Figura 5	Excitação do tipo Tajimi – Kanai.....	22
Figura 6	Retrato de fases do sistema $dx_1/dt = x_2, dx_2/dt = -x_1$	25
Figura 7	Exemplos de estabilidade.....	26
Figura 8	Expoente de Lyapunov.....	29
Figura 9	Cálculo dos expoentes de Lyapunov.....	30
Figura 10	Modelo dinâmico adotado.....	32
Figura 11	Modelo dinâmico adotado com as coordenadas generalizadas.....	33
Figura 12	Histórico no tempo de (x_1, x_2, x_3, x_4) para o sistema sem excitação.....	35
Figura 13	Transformada rápida de Fourier para sistema sem excitação.....	36
Figura 14	Plano de fase para sistema sem excitação.....	37
Figura 15	Dinâmica do expoente de Lyapunov para o sistema sem excitação.....	37
Figura 16	Histórico no tempo de (x_1, x_2, x_3, x_4) para o sistema com excitação periódica.....	38
Figura 17	Transformada rápida de Fourier de (x_1, x_2, x_3, x_4) para o sistema com excitação periódica.....	39
Figura 18	Plano de Fase do sistema com excitação externa senoidal.....	40
Figura 19	Dinâmica do expoente de Lyapunov para o sistema com excitação externa senoidal.....	40
Figura 20	Histórico no tempo de (x_1, x_2, x_3, x_4) para o sistema com excitação Tajimi-Kanai.....	41
Figura 21	Histórico no tempo de (x_1, x_2, x_3, x_4) com excitação sísmica Tajimi-	

	Kanai.....	42
Figura 22	Transformada rápida de Fourier de (x_1, x_2, x_3, x_4) para o sistema com excitação sísmica Tajimi- Kanai.....	43
Figura 23	Plano de fase do sistema com excitação sísmica Tajimi- Kanai.....	44
Figura 24	Dinâmica do Expoente de Lyapunov para o sistema com excitação sísmica.....	44
Figura 25	Zoom do λ_4 do expoente de Lyapunov.....	45
Figura 26	Histórico no tempo de (x_1, x_2, x_3, x_4) para o sistema controlado com controle linear ótimo e não controlado.....	50
Figura 27	Plano de fase do sistema controlado com controle linear ótimo e não controlado.....	51
Figura 28	Ativação do fluido Magneto Reológico.....	52
Figura 29	Amortecedor Magneto Reológico.....	53
Figura 30	Modelo Bouc-Wen para amortecedores Magneto Reológicos.....	54
Figura 31	Modelo Bouc-Wen modificado proposto por Spencer et al. (1996).....	55
Figura 32	Plano de fase do sistema controlado com amortecedor Magneto Reológico e não controlado.....	57
Figura 33	Histórico no tempo de (x_1, x_2, x_3, x_4) para o sistema controlado com amortecedor magneto reológico e não controlado.....	58
Figura 34	Plano de fase do sistema controlado com amortecedor magneto reológico e controle linear ótimo.....	59
Figura 35	Histórico no tempo de (x_1, x_2, x_3, x_4) para o sistema controlado com amortecedor magneto reológico e controle linear ótimo.....	60
Figura 36	Plano de fase do sistema controlado com amortecedor magneto reológico e controle híbrido.....	61
Figura 37	Histórico no tempo de (x_1, x_2, x_3, x_4) para o sistema controlado com amortecedor magneto reológico e controle híbrido.....	62
Figura 38	Plano de fase do sistema controlado com controle linear ótimo e controle híbrido.....	63
Figura 39	Histórico no tempo de (x_1, x_2, x_3, x_4) para o sistema controlado com controle linear ótimo e controle híbrido.....	64

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Parâmetros do modelo de referência.....	35
Tabela 2	Valores da condição inicial.....	35
Tabela 3	Valores dos coeficientes de Lyapunov para um sistema sem excitação.....	37
Tabela 4	Valores dos coeficientes de Lyapunov para um sistema com excitação externa senoidal.....	41
Tabela 5	Valores dos coeficientes de Lyapunov para um sistema com excitações sísmica.....	45
Tabela 6	Parâmetros do modelo Bouc- Wen modificado.....	56

LISTA DE ABREVIATURAS

PSDF – Função de Densidade Espectral de Potência

LQR – Controle Linear Ótimo

MR – Magneto Reológico

L - Lagrangeano

T – Energia Cinética

V – Energia Potencial

LISTA DE SÍMBOLOS

S_g - Densidade espectral de aceleração

f_g - Frequência característica dos mantos do solo local

ξ_g - Razão de amortecimento dos mantos do solo local

S_0 - Intensidade do ruído branco

m_1, m_2 - Massa do pórtico

k_1, k_2 - Coeficiente de rigidez elástica do pórtico

c_1, c_2 - Coeficiente de amortecimento viscoso do pórtico

q_1, q_2 - Coordenadas generalizadas

$\dot{x}_1, \dot{x}_3$ - Velocidade

$\ddot{x}_2, \ddot{x}_4$ - Aceleração

S - Excitação externa

$\dot{S}$ - Velocidade da ação do sismo

$\ddot{S}$ - Acelerograma da ação do Sismo

ω_1, ω_2 - Frequência Natural

f - Frequência

λ - Expoentes de Lyapunov

τ - Amplitude da excitação externa

$u(t)$ - Função controle

U - Controle

F - Força gerada pelo amortecedor magneto reológico

c_{RM} - Coeficiente de amortecimento viscoso do amortecedor magneto reológico

k_{MR} - Coeficiente de rigidez elástica do amortecedor magneto reológico

c_0 - Coeficiente de amortecimento viscoso de Bouc- wen

k_0 - Coeficiente de rigidez elástica de Bouc- wen

x_0 - Deslocamento inicial

α - Coeficiente de rigidez

$\rho, \gamma, \beta, \eta$ - Constantes do amortecedor magneto reológico

v - Voltagem elétrica

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	16
1.1	MOTIVAÇÃO.....	17
1.2	OBJETIVO.....	17
1.3	PLANO DA DISSERTAÇÃO.....	17
2	CONCEITOS BÁSICOS	18
2.1	CARREGAMENTOS DINÂMICOS – TERREMOTOS.....	18
2.2	ACELEROGRAMA.....	20
2.2.1	Tajimi- Kanai.....	20
2.3	SISTEMAS DINÂMICOS.....	21
2.3.1	Espaço de Fase.....	23
2.3.2	Estabilidade.....	24
2.3.3	Linearização.....	25
2.3.4	Pontos de Equilíbrio.....	27
2.3.5	Expoentes de Lyapunov.....	28
3	FORMULAÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO	30
3.1	MODELO PROPOSTO.....	30
3.1.1	Simulações Numéricas sem Excitação.....	33
3.1.2	Simulações Numéricas com Excitação Periódica.....	37
3.1.3	Simulações Numéricas com Excitação Sísmica.....	41
4	PROPOSTA DE CONTROLADOR PARA A VIBRAÇÃO	47
4.1	CONTROLE LINEAR ÓTIMO.....	47
4.1.1	Teoria do Controle Linear Ótimo.....	47
4.1.2	Controle Linear Ótimo aplicado ao Modelo.....	49
4.2	AMORTECEDOR MAGNETO REOLÓGICO.....	52
4.2.1	Princípio de Funcionamento.....	52
4.2.2	Modelagem Matemática.....	53
4.2.3	Amortecedor Magneto Reológico Aplicado ao Modelo.....	57
4.2.4	Controle MR x Controle Ótimo.....	59

4.2.5	Controle Híbrido.....	60
5	CONCLUSÃO	65
	PARTICIPAÇÃO DE CONGRESSOS E SIMPÓSIOS	67
	REFERÊNCIAS	68

1 INTRODUÇÃO

Um desastre segundo UN-ISDR (2009) é quando o andamento de uma sociedade é afetado por perdas humanas, materiais, econômicas e ambientais, de tal maneira que esses impactos chegam a ultrapassar a capacidade dessa sociedade de arcar com as consequências utilizando seus próprios recursos.

De acordo com o Relatório Estatístico Anual do EM-DAT (*Emergency Disasters Data Base*), um desastre é considerado na ocorrência de pelo menos um dos itens:

- 10 ou mais óbitos;
- 100 ou mais pessoas afetadas;
- Declaração de estado emergência;
- Pedido de auxílio internacional;

Os desastres podem ser classificados como antropogênicos e naturais. São desastres antropogênicos aqueles que, são resultantes das atividades dos homens, como, acidentes urbanos, contaminação em rios, etc. São considerados desastres naturais, sempre que os fenômenos naturais afetam as áreas povoadas pelos homens, causando danos (TOMINAGA; SANTORO; AMARAL, 2009).

Os desastres naturais resultantes nos últimos tempos têm exigido dos governantes de diversos países e sociedades, políticas de prevenção e de assistência às vítimas de regiões afetadas por terremotos, furacões e desequilíbrios climáticos, que muitas vezes causam prejuízos biológicos, materiais, danos ou ruínas de construções que podem levar um grande número de vítimas e perdas econômicas. Esses desastres naturais tem sido de grande interesse e um grande desafio da engenharia, visto que esses fenômenos são de caráter dinâmico.

Existem grandes dificuldades em inserir carregamentos dinâmicos e averiguação das respostas na estrutura, à vista disso, utiliza-se modelos matemáticos juntamente com ferramentas computacionais que possibilitam descrever o comportamento dessas estruturas afetadas por esses carregamentos dinâmicos o mais próximo possível da realidade (LAZANHA, 2003).

1.1 MOTIVAÇÃO

A motivação para realização deste trabalho é a ocorrência de ações sísmicas que causam desastres em estruturas.

1.2 OBJETIVO

O presente trabalho tem como principal objetivo controlar as vibrações causadas por ações sísmicas, os terremotos, em um pórtico de plano simples, utilizando uma combinação de controle ativo (Regulador Quadrático Linear) e semi-ativo (Amortecedor Magneto Reológico), a fim de minimizar e auxiliar na prevenção de desastres naturais.

1.3 PLANO DA DISSERTAÇÃO

A dissertação está estruturada em Seis capítulos e referências bibliográficas, detalhados a seguir:

Capítulo 1: Introdução, motivação e objetivo do trabalho.

Capítulo 2: Apresenta conceitos básicos sobre carregamento dinâmico (terremoto), acelerograma, sistema dinâmico e estabilidade.

Capítulo 3: Desenvolvimento do modelo proposto, aplicação de vibração e análise do comportamento do modelo sob ação de excitação sísmica.

Capítulo 4: Conceitos de controle linear ótimo e amortecedor magneto reológico, o desenvolvimento do projeto e os resultados obtidos a partir da aplicação do controle híbrido na estrutura.

Capítulo 5: Conclusão e comentários pertinentes do trabalho, adquiridos por observação do que foi desenvolvido no projeto.

Referências Bibliográficas: Apresenta as referências do tipo: livros, dissertações de mestrado, teses de doutorados e artigos, utilizadas para a revisão bibliográfica geral bem como teorias indispensáveis ao desenvolvimento do projeto.

2 CONCEITOS BÁSICOS

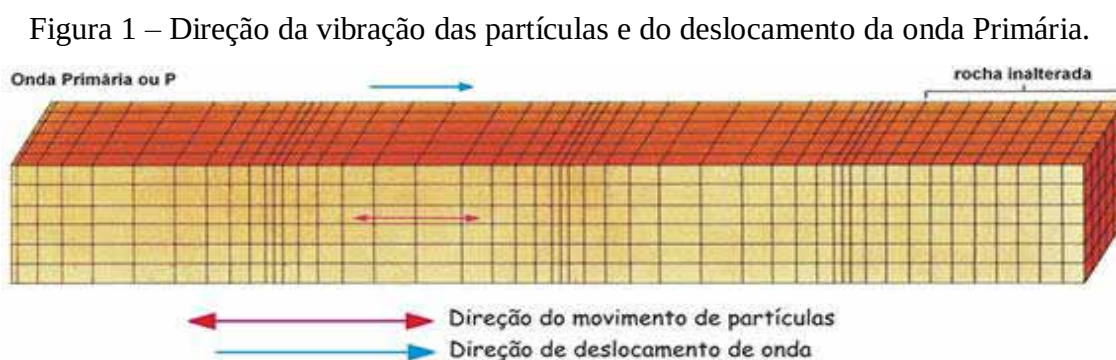
Este capítulo trata da revisão e descrição básica de alguns conceitos que são importantes para o desenvolvimento do trabalho, como, carregamento dinâmico causado por terremotos, acelerograma utilizado para representar a excitação sísmica, sistemas dinâmicos e estabilidade.

2.1 CARREGAMENTOS DINÂMICOS – TERREMOTOS

Um sismo ou um terremoto é a propagação de ondas mecânicas resultantes do movimento de placas rochosas. A propagação dessas ondas geram vibrações fortes o suficiente para causar danos consideráveis. Essas ondas nada mais são que ondas elásticas que se propagam pelo interior da terra transportando energia, podendo percorrer grandes distâncias por todas as direções (SANTOS; AGUIAR, 2012).

Segundo o Observatório Sismológico, existem quatro tipos de ondas sísmicas, a onda Primária (P), a onda Secundária (S), a onda *Love* e a onda de *Rayleigh*.

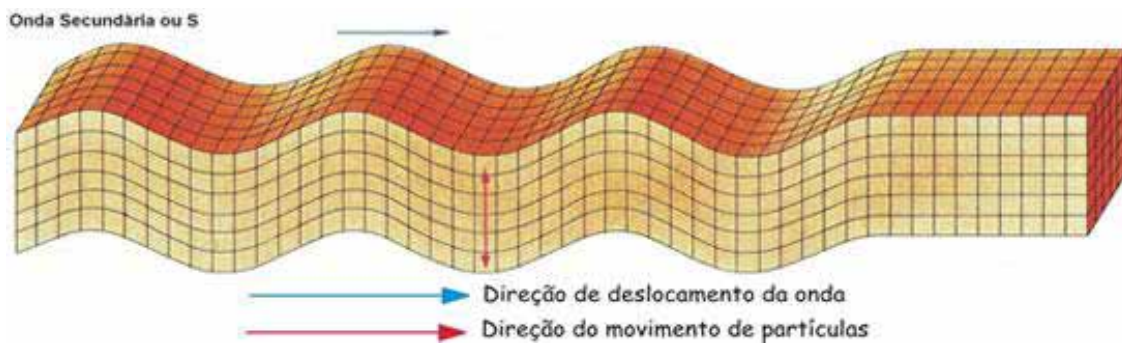
A onda Primária é uma onda longitudinal, as vibrações de suas partículas são paralelas à direção de propagação da onda. Essa onda é considerada mais rápida e pode se propagar em qualquer meio. Um exemplo de onda Primária é a onda sonora. A Figura 1 ilustra a direção do movimento das partículas e a direção de deslocamento de onda.



Fonte: Observatório Sismológico.

A onda Secundária é uma onda transversal, as vibrações de suas partículas seguem movimentos cisalhantes¹ que são perpendiculares à direção de propagação, como ilustra a Figura 2. A onda Secundária não consegue se propagar em meio líquido.

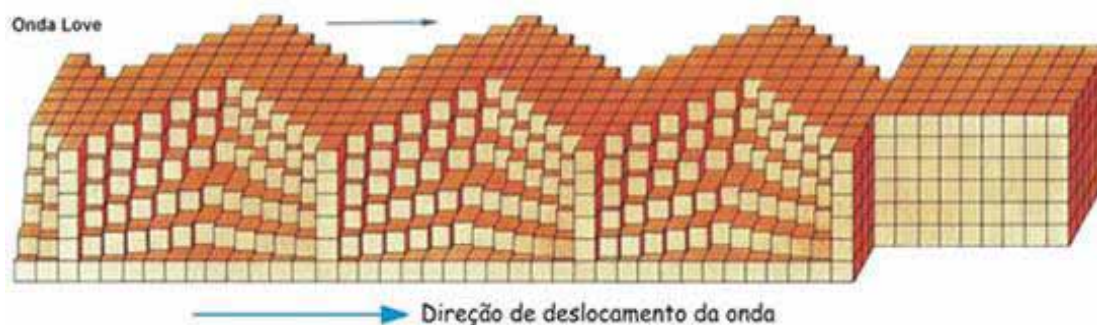
Figura 2 – Direção da vibração das partículas e do deslocamento da onda Secundária.



Fonte: Observatório Sismológico.

As ondas *Love* e *Rayleigh* são as maiores responsáveis pelos desastres em um terremoto, pois são mais lentas, se movem pela superfície da terra, podem percorrer longas distâncias e são de natureza transversal. A onda *Love* tem suas vibrações no plano horizontal perpendicular à direção de propagação da onda, como mostra a Figura 3.

Figura 3 – Direção da vibração das partículas e do deslocamento da onda Love.

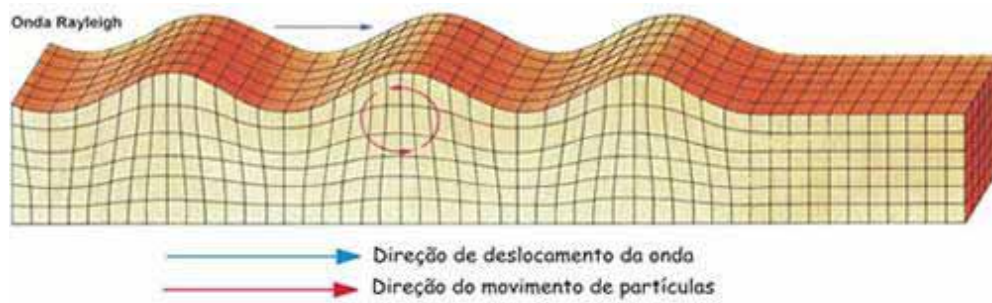


Fonte: Observatório Sismológico.

A onda *Rayleigh* tem sua vibração em um plano vertical à propagação da onda, como é ilustrado na Figura 4.

¹ É uma deformação ou fratura sofrida por um corpo em que é submetido à ação de forças cortantes que atuam em direções paralelas e em sentidos opostos adjacentes ao corpo.

Figura 4 – Direção da vibração das partículas e do deslocamento da onda Rayleigh.



Fonte: Observatório Sismológico.

2.2 ACELEROGRAMA

Um acelerograma é uma representação temporal da aceleração que ocorre no solo em um determinado ponto durante um terremoto. Neste estudo, considera-se o acelerograma como a força externa aplicada a estrutura. O acelerograma pode ser do tipo real ou sintético, sendo real baseado em registros, em forças e intensidades ocorridas, enquanto o sintético é um modelo ajustado levando-se em consideração ou não parâmetros locais que reproduzem o efeito desejado (ESTÊVÃO; OLIVEIRA, 2010).

2.2.1 O modelo de Tajimi-Kanai

O modelo Tajimi-Kanai que simula a aceleração do solo é o modelo mais utilizado na engenharia de estruturas quando se trata de excitações sísmicas do tipo ruído ideal. A excitação sísmica em sua forma original é idealizada como um processo aleatório estacionário, e sua Função de Densidade Espectral de Potência (PSDF), segundo Kanai (1957).

$$S_g(f) = \frac{1 + \xi_g^2 (f/f_g)^2}{[1 - (f/f_g)^2]^2 + (2\xi_g f/f_g)^2} S_0 \quad (1)$$

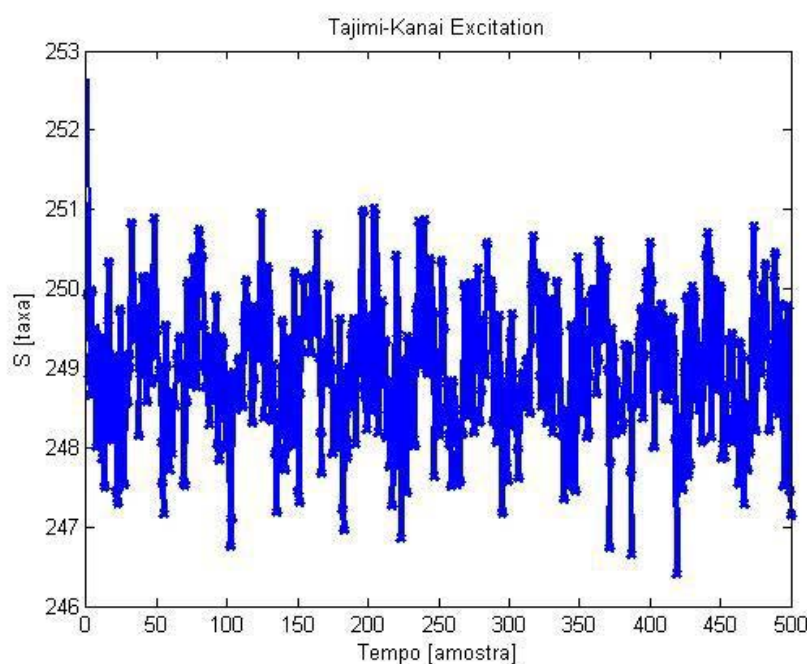
O modelo corresponde à aceleração de uma massa, num amortecedor de mola linear em paralelo. Os parâmetros $S_g(f)$, f_g , ξ_g , S_0 representam respectivamente, a densidade espectral de aceleração na frequência f (que é $F(t) \neq 0$), frequência

característica dos mantos de solo local, a razão do amortecimento dos mantos de solo local e a intensidade do ruído branco.

Esses parâmetros podem ser ajustados de acordo com a magnitude do sismo, frequências de ressonância do solo e atenuação das ondas sísmicas no solo, isto é características geológicas da região.

Algumas das características importante desse modelo é a habilidade de simular a ressonância do solo de uma maneira bem simplificada. A ressonância no solo aparece quando uma onda sísmica é propagada por meio de uma estratificação, sendo também a facilidade na qual as vibrações aleatórias podem ser realizadas sobre um sistema estrutural sob excitação, e em uma situação real as propriedades do solo do local produzem alterações nas propriedades dinâmicas da excitação (KANAI, 1957). A Figura 5 ilustra o comportamento no tempo de uma excitação do tipo Tajimi – Kanai.

Figura 5 – Excitação do tipo Tajimi – Kanai.



Fonte: Elaborado pelo próprio Autor.

2.3 SISTEMAS DINÂMICOS

Inicialmente é importante definir um sistema e Segundo Monteiro (2002), é dito sistema, objetos que possuem interações ou interdependências entre si, que quando agrupados formam um conjunto e que existam relações de causa e efeito nos fenômenos

que ocorrem com os elementos desse conjunto. Esse sistema é considerado dinâmico, se a sua saída depende dos parâmetros de entrada atuais e dos parâmetros passados de entrada, sendo assim algumas grandezas constituintes do sistema variam no tempo.

Para descrever um sistema dinâmico, é fundamental conhecer os componentes do sistema e compreender quais regras governam as mudanças que ocorrerão. Assim, o sistema dinâmico pode ser definido através de modelos matemáticos que tentam melhor descrever essas mudanças que ocorrem ao passar no tempo, não existindo apenas um modelo único e correto, pois existem diversos modos de se expressar um sistema, que depende da análise que se deseja fazer e realizar sobre ele (ZILL, 2001; BOYCE, 2005).

Segundo Boyce (2005), para criar um modelo matemático para um determinado sistema, deve-se equilibrar entre simplicidade e precisão, pois nenhum modelo matemático, por mais próximo que ele seja matematicamente dos parâmetros verdadeiros, representará uma situação exata do sistema real.

Ao obter um modelo matemático, na maioria das vezes são desprezadas algumas propriedades físicas, uma vez que essas propriedades causam efeitos muito pequenos na resposta do sistema. É importante ressaltar que se certos parâmetros forem desprezados ou algumas hipóteses adotadas, o modelo matemático pode apresentar uma situação irreal. Os modelos podem ser de diversos tipos, por exemplo, em relação ao tempo, sendo discreto ou contínuo, linear ou não-linear (ZILL, 2001; BOYCE, 2005).

Um sistema é dito de tempo discreto quando o tempo t é representado por um número inteiro positivo. A evolução um sistema discreto é governada por equações de diferenças finitas. Um sistema é de tempo contínuo se o tempo t é um número real, positivo. A evolução do sistema contínuo é governada por equações diferenciais escritas em termos de variáveis desconhecidas.

Um sistema é considerado linear quando se pode fazer combinação linear dos seus termos, e ponderados por coeficientes, o princípio da aditividade e o princípio da proporcionalidade entre excitação e resposta são válidos para sistemas lineares. Quando os sistemas não podem ser escritos como combinação linear dos termos, os sistemas são considerados não lineares (ZILL, 2001).

Grande parte dos sistemas dinâmicos é de natureza não linear e seus desenvolvimentos matemáticos para obter a solução são complexos e muitas vezes até impossíveis, dessa forma, aproxima-se o modelo não linear através de um modelo linear, através da linearização, com resultados corretos em uma dada região limitada, ou para um ponto de funcionamento.

Para modelar matematicamente um sistema dinâmico é necessário se basear na análise de diversas leis que regem esse sistema, por exemplo, o modelo de um sistema mecânico deve-se associar as leis de mecânica clássica. É importante conhecer as leis que regem o sistema, para fazer uma análise de forma segura e correta (BOYCE, 2005).

No trabalho, foi analisado o sistema de tempo contínuo, e a forma geral de uma equação diferencial para ordem n é dada pela equação (2):

$$a_n(t) \frac{d^n x(t)}{dt^n} + a_{n-1}(t) \frac{d^{n-1} x(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_1(t) \frac{dx(t)}{dt} + a_0(t)x(t) = F(t) \quad (2)$$

2.3.1 Espaço de Fase

O espaço de fase ou espaço de estado de acordo com Monteiro (2002), é um espaço n -dimensional, cujos eixos coordenados são o eixo x_1 , eixo x_2 , ..., eixo x_n . Um estado é representado como um ponto com coordenadas $x_1(t)$, $x_2(t)$, ..., $x_n(t)$ nesse espaço. Conforme o tempo passa, esse ponto se move, sendo sua evolução temporal determinada pelas n equações diferenciais de primeira ordem.

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = \vec{f}(\vec{x}) \quad (3)$$

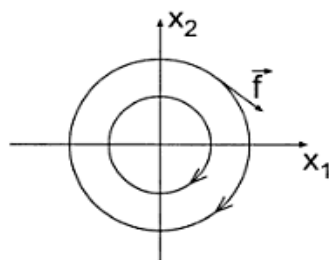
Com $f_j: B \times \mathbb{R}_+ \rightarrow A$ ($j = 1, 2, \dots, n$), sendo $B \subseteq \mathbb{R}^n$, $A \subseteq \mathbb{R}$.

As variáveis dependentes x_j são, como dito anteriormente, chamados de variáveis de estado. As funções f_j definem o campo de velocidades desse sistema, pois a velocidade instantânea é dada por $d\vec{x}/dt = \vec{f}$. A dimensão do espaço de fases é igual ao número de equações de primeira ordem necessário para descrever o sistema, que é igual ao número de variáveis de estado.

Retrato de fases é uma amostra representativa de todas as orbitas pela evolução temporal do sistema a partir de todas as condições iniciais nas quais as funções f_j são definidas (BOYCE, 2005).

A Figura 6 mostra algumas trajetórias num espaço de fases bidimensional.

Figura 6 - Retrato de fases do sistema $dx_1/dt = x_2, dx_2/dt = -x_1$.



Fonte: Monteiro (2002).

Pode-se dizer que uma solução $\vec{x}(t)$ para o sistema (3) é um caminho no espaço de fases percorrido com velocidade $d\vec{x}/dt$, que coincide, em cada ponto, com o campo de velocidades $\vec{f} = (\vec{f}, t)$. Newton chamou a solução $\vec{x}(t)$ de *fluxo*. Ele visualizava a solução de um sistema dinâmico como um fluxo no respectivo espaço de fases. Essa nomenclatura ainda é empregada (MONTEIRO, 2002).

2.3.2 Estabilidade

A estabilidade de uma solução é determinada pelo comportamento das soluções no qual as condições iniciais pertencem à sua vizinhança e a estabilidade de uma equação diferencial é determinada pelo comportamento de equações isomórficas das quais valores dos parâmetros são próximos aos da equação estudada (ZILL, 2001).

Na análise de um sistema dinâmico a estabilidade é simples, pois se uma determinada perturbação não afetar significativamente uma dada solução ela é denominada estável, caso o contrário ela é instável. De acordo com Savi (2006), a estabilidade pode ser classificada como:

1. Equilíbrio metaestável: Quando ocorre uma pequena perturbação do sistema, no qual o corpo retorna a configuração inicial. No entanto, há uma posição de equilíbrio com maior estabilidade que, dependendo da intensidade da perturbação, o sistema busca atingir esta solução.

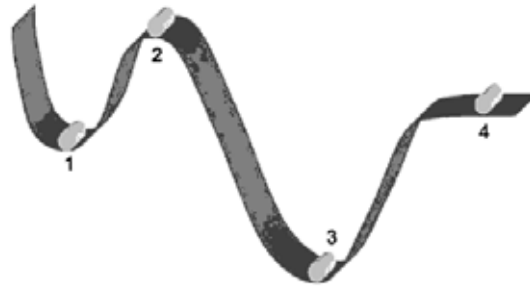
2. Equilíbrio instável: Após a perturbação do sistema, o corpo não retorna à configuração inicial, assumindo uma nova posição distante da origem.

3. Equilíbrio estável: Após uma perturbação, o corpo retorna à configuração inicial.

4. Equilíbrio indiferente: Após uma perturbação, o corpo permanece na sua nova configuração.

A Figura 7 ilustra os tipos de estabilidade.

Figura 7 - Exemplos de estabilidade.



Fonte: Savi (2006).

2.3.3 Linearização

Linearização é uma das técnicas mais utilizadas no estudo de sistemas não lineares. Para o melhor entendimento do processo de linearização, consideramos o seguinte sistema de equações não lineares (FIEDLER-FERRARA, 1995):

$$\dot{x} = f(x, y) \quad (4)$$

$$\dot{y} = g(x, y) \quad (5)$$

tal qual existe um ponto de equilíbrio $P^* = (x^*, y^*)$. A expansão em série de Taylor em torno do ponto de equilíbrio é:

$$\dot{x} = f(x, y) = f(x^*, y^*) + \frac{\partial f(x^*, y^*)}{\partial x} (x - x^*) + \frac{\partial f(x^*, y^*)}{\partial y} (y - y^*) + TOS \quad (6)$$

$$\dot{y} = g(x, y) = g(x^*, y^*) + \frac{\partial g(x^*, y^*)}{\partial x} (x - x^*) + \frac{\partial g(x^*, y^*)}{\partial y} (y - y^*) + TOS \quad (7)$$

Sendo TOS, termos de ordem superior.

Definindo agora as variáveis $\bar{x} = x - x^*$ e $\bar{y} = y - y^*$ e observando-se que $\dot{\bar{x}} = \dot{x}$, $\dot{\bar{y}} = \dot{y}$ e $f(x^*, y^*) = g(x^*, y^*) = 0$, pois (x^*, y^*) são pontos de equilíbrio. Desprezando os termos de ordem superior, obtém-se o seguinte sistema linear:

$$\dot{\bar{x}} = \frac{\partial f(x^*, y^*)}{\partial x} \bar{x} + \frac{\partial f(x^*, y^*)}{\partial y} \bar{y} = a\bar{x} + b\bar{y} \quad (8)$$

$$\dot{\bar{y}} = \frac{\partial g(x^*, y^*)}{\partial x} \bar{x} + \frac{\partial g(x^*, y^*)}{\partial y} \bar{y} = c\bar{x} + d\bar{y} \quad (9)$$

no qual as derivadas $(\partial \dots / \partial \dots)(x^*, y^*)$ são calculadas no ponto fixo $P^* = (x^*, y^*)$. A matriz dos coeficientes é dada por:

$$\vec{J} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \quad (10)$$

$\vec{J}$ é a matriz Jacobiana $\partial(f, g)/\partial(x, y)$ calculada no ponto fixo, as funções $\bar{x}(t)$ e $\bar{y}(t)$ são obtidas resolvendo o sistema (8), (9) e são uma aproximação de primeira ordem para as distâncias entre os pontos $(x(t), y(t))$ da trajetória e o ponto fixo. Com resultado,

$$\bar{x}(t) = x(t) - x^* \quad (11)$$

$$\bar{y}(t) = y(t) - y^* \quad (12)$$

Essa aproximação, é válida para pontos próximos ao ponto fixo $P^* = (x^*, y^*)$ ($\bar{x}(t)$ e $\bar{y}(t)$ descrevem o comportamento local das soluções próximas a P^* , mostra como o sistema evolui quando as condições iniciais desviam ligeiramente do ponto de equilíbrio.

Pode-se utilizar a forma matricial do sistema (8) e (9) dado pela equação 13:

$$\begin{bmatrix} \dot{\bar{x}} \\ \dot{\bar{y}} \end{bmatrix} = \vec{J} \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \end{bmatrix} \quad (13)$$

2.3.4 Pontos de Equilíbrio

Os pontos de equilíbrio representam as soluções estacionárias do sistema dinâmico, ou seja, é o ponto no qual a solução não varia com o tempo.

Logo, os valores de $\vec{x}$ uma vez que $\vec{x} = \vec{x}^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$, o sistema para de se mover no espaço de fases. Dessa forma, $d\vec{x}/dt = 0$ em $\vec{x} = \vec{x}^*$. Ou seja:

$$\vec{f}(\vec{x}^*) = 0 \quad (14)$$

Qualquer ponto $\vec{x}$, que não seja ponto de equilíbrio é um ponto ordinário ou ponto regular. Assim, quando se escolhe uma condição inicial que coincide com um ponto de equilíbrio, ou seja, $\vec{x}(0) = \vec{x}^*$, o sistema permanece indefinidamente (MONTEIRO, 2002).

Desta forma o ponto de equilíbrio pode ser classificado da seguinte forma segundo Monteiro (2002):

Assintoticamente estável: todas as trajetórias $\vec{x}(t)$, das quais condições iniciais estão contidas em uma “esfera” de raio δ com centro em $\vec{x}^*$, tendem para $\vec{x}^*$ conforme o tempo passa². Assim, para qualquer perturbação na condição inicial $\vec{x}(0) = \vec{x}^*$ que não retire o sistema de dentro dessa esfera, tem-se que a trajetória $\vec{x}(t) \rightarrow \vec{x}^*$ quanto $t \rightarrow \infty$.

Estável: define $\vec{x}$ um ponto de equilíbrio estável, se existe uma esfera de raio δ centrada em $\vec{x}^*$ a medida que, para qualquer trajetória com condição inicial $\vec{x}(0)$ pertencente a essa esfera, então $\vec{x}(t)$ permanece dentro de outra esfera de raio ϵ centrada em $\vec{x}^*$, conforme o tempo passa. Nesse caso, porém, $\vec{x}(t)$ não tende para $\vec{x}^*$ para $t \rightarrow \infty$.

Instável: Define-se $\vec{x}^*$ como um ponto de equilíbrio *instável* se não existe esfera de raio δ centrada em $\vec{x}^*$ tal que todas as trajetórias, das quais condições iniciais pertencem a essa esfera, ficariam confinadas no interior de uma segunda esfera de raio ϵ

² “Esfera” vem entre aspas para ressaltar que só se tem, de fato, uma esfera, quando o sistema (e seu espaço de fases) é tridimensional. Caso o mesmo seja bidimensional, tem-se um círculo; quando unidimensional, um segmento de reta. Para dimensões maiores do que três, tem-se uma hiper esfera.

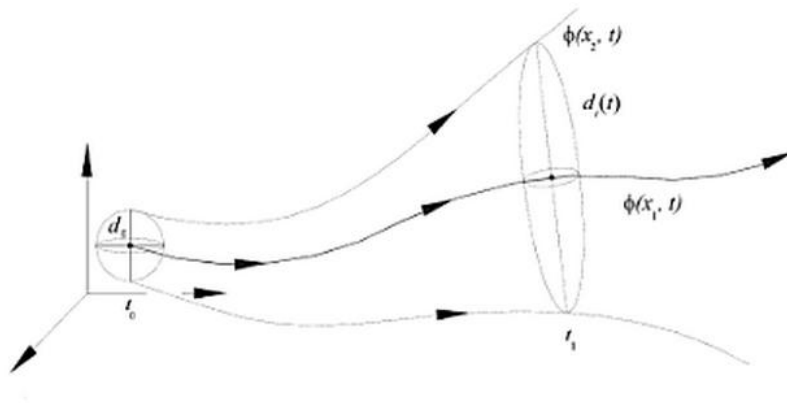
centrada em $\vec{x}^*$. Dessa forma, existe pelo menos uma trajetória com condição inicial $\vec{x}(0)$ pertencente a esfera de raio δ que deixa a esfera de raio ϵ em um tempo infinito.

2.3.5 Expoentes de Lyapunov

Os expoentes de Lyapunov são muito utilizados para analisar a sensibilidade de um sistema às condições iniciais através da divergência exponencial no tempo de trajetórias vizinhas (GREBOGI; YORKE, 1997).

Uma forma de avaliar a divergência entre trajetórias vizinhas é utilizando uma trajetória de referência $\phi(x_1, t)$ em um instante inicial. Toma-se como vizinhança uma hiper-esfera da qual a dimensão está relacionado à dimensão do sistema. Com o passar do tempo a hiper-esfera é deformada em um elipsoide, essa nova condição é analisada como uma trajetória vizinha de referência $\phi(x_2, t)$, no qual x_2 está incluso na hiper-esfera definida a partir de x_1 , que diverge da trajetória de referência $\phi(x_1, t)$. A Figura 8 ilustra a evolução da trajetória.

Figura 8 - Expoente de Lyapunov.



Fonte: Savi (2006).

Dessa forma, os expoentes de Lyapunov determinam a evolução no tempo dos eixos de um pequeno volume esférico de estados ao sistema dinâmico.

A variação do diâmetro desta hiper-esfera pode ser expressa pela equação 15:

$$d(t) = d_0 b^{\lambda t} \quad (15)$$

sendo b uma base de referência que, normalmente se utiliza $b = e$. Logo, os expoentes de Lyapunov são definidos por:

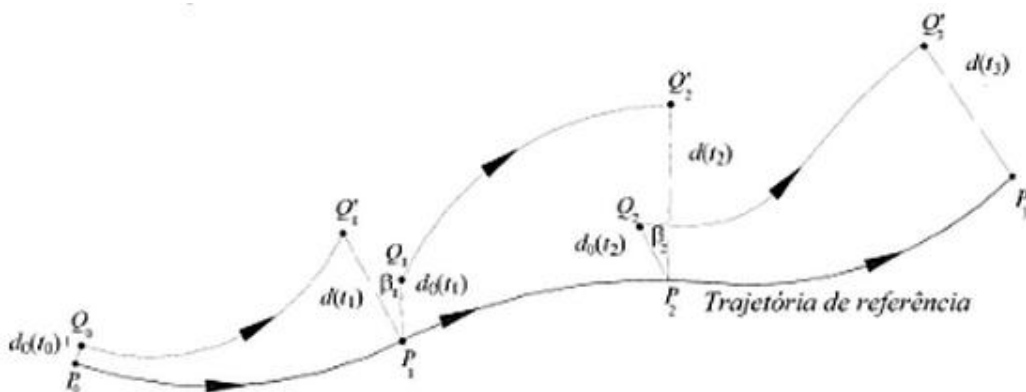
$$\lambda = \frac{1}{t} \log_b \left(\frac{d(t)}{d_0} \right) \quad (16)$$

Os sinais desses expoentes descrevem as direções de instabilidade, se o expoente λ for negativo ou nulo, significa que a trajetória $\phi(x_2, t)$ não diverge em relação a trajetória inicial $\phi(x_1, t)$ e se o valor de λ for positivo, significa que a trajetória $\phi(x_2, t)$ diverge exponencialmente da órbita original, indicando caos (SAVI, 2006).

Todo sistema dinâmico que tem modelo matemático definido que pode ser linearizado em torno de uma determinada trajetória, os expoentes característicos de Lyapunov podem ser calculados a partir de um algoritmo proposto por Wolf *et al.* (1985). É necessária atenção para avaliar a divergência de uma trajetória caótica localmente exponencial. Qualquer distância d entre suas trajetórias que represente um sistema físico, não pode tender ao infinito. Já que a avaliação da divergência das trajetórias deve considerar uma média do crescimento exponencial em vários pontos sobre a trajetória.

Dessa forma, se a distância $d(t)$ for muito grande, defini-se um novo $d_0(t)$ para novamente avaliar a divergência e assim, definir uma média capaz de medir a divergência. A Figura 9 apresenta o cálculo dos expoentes de Lyapunov.

Figura 9 - Cálculo dos expoentes de Lyapunov.



Fonte: Savi (2006).

Os expoentes são definidos pela equação 17 para avaliar uma média da divergência exponencial de uma trajetória:

$$\lambda = \frac{1}{t_n - t_0} \sum_{k=1}^n \log_b \left(\frac{d(t_k)}{d(t_{k-1})} \right) \quad (17)$$

De acordo com Wolf *et al.*(1985), para o maior expoente de Lyanupov usa-se:

$$\lambda_i = \frac{1}{t_E - t_0} \sum_{k=1}^E \log_2 \left(\frac{d(t_k)}{d(t_{k-1})} \right) \quad (18)$$

E é o número total de passos de permutação.

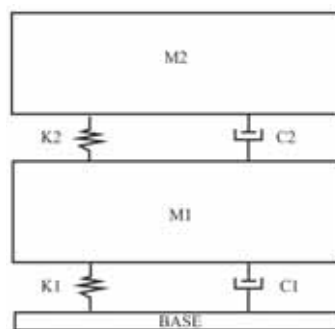
3 FORMULAÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO E SIMULAÇÕES

Este capítulo trata do desenvolvimento do modelo proposto, aplicação de vibração e análise do comportamento do modelo sob ação de excitação sísmica.

3.1 MODELO PROPOSTO.

Para o modelo matemático proposto, derivam-se as equações do movimento para um pórtico plano simples, considerando o encurtamento das barras devido à flexão, o que provoca a não linearidade geométrica. Aplica-se o princípio de Hamilton, que é uma formulação alternativa em que os efeitos das forças atuantes sobre o sistema são levados em conta por meio de variações de energia cinética e potencial (AGUIAR, 2010). A Figura 10 ilustra o modelo dinâmico adotado.

Figura 10 - Modelo dinâmico adotado.



Fonte: Próprio autor.

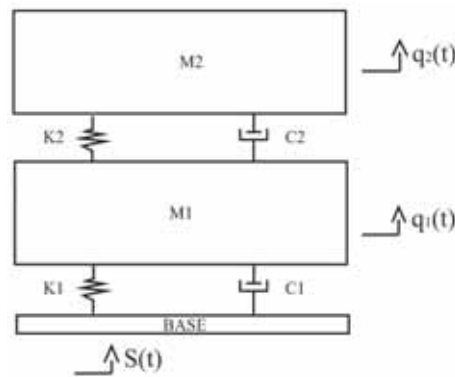
Sendo, m_1 e m_2 , k_1 e k_2 , c_1 e c_2 as massas, os coeficientes de elasticidade e os amortecimentos viscosos, respectivamente.

De acordo com Monteiro (2002), utiliza-se a função Lagrangeana para descrever as equações de movimento que representam o sistema que se move sob a ação de uma força conservativa, sendo a função Lagrangeana:

$$L = T - V \quad (19)$$

Em que T é a energia cinética e V é a energia potencial do sistema. O princípio de Hamilton garante que possam ser aplicadas em qualquer sistema de coordenadas a função Lagrangeana, adotando as coordenadas q_1 e q_2 como mostra a Figura 11.

Figura 11 - Modelo dinâmico adotado com as coordenadas generalizadas.



Fonte: Próprio autor.

A energia cinética total (T) do sistema é:

$$T = \frac{1}{2} \left[m_1 (\dot{S} + \dot{q}_1)^2 + m_2 (\dot{S} + \dot{q}_2)^2 \right] \quad (20)$$

A energia potencial total (V) do sistema é:

$$V = \frac{1}{2} [k_1 q_1^2 + k_2 (q_2 - q_1)^2] \quad (21)$$

Assim, o Lagrangeano ($L = T - V$) é:

$$L = \frac{1}{2} \left[m_1 (\dot{S} + \dot{q}_1)^2 + m_2 (\dot{S} + \dot{q}_2)^2 - (k_1 q_1^2 + k_2 (q_2 - q_1)^2) \right] \quad (22)$$

Logo a equação de Lagrange para coordenada generalizada q_1 é dada pela equação 23:

$$m_1(\ddot{q}_1 + \ddot{S}) + k_1 q_1 - k_2(q_2 - q_1) = -c_1 \dot{q}_1 \quad (23)$$

E a equação de Lagrange para coordenada generalizada q_2 é dada pela equação 24:

$$m_2(\ddot{q}_2 + \ddot{S}) - k_2(q_2 - q_1) = -c_2(\dot{q}_2 - \dot{q}_1) \quad (24)$$

Dessa forma, o modelo pode ser representado pelo sistema de equações:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{q}_1 + k_1 q_1 - k_2(q_2 - q_1) + c_1 \dot{q}_1 = -m_1 \ddot{S} \\ m_2 \ddot{q}_2 + k_2(q_2 - q_1) + c_2(\dot{q}_2 - \dot{q}_1) = -m_2 \ddot{S} \end{cases} \quad (25)$$

Dividindo as equações 25 pelas massas m_1 e m_2 :

$$\begin{cases} \ddot{q}_1 + \frac{k_1}{m_1} q_1 - \frac{k_2}{m_1}(q_2 - q_1) + \frac{c_1}{m_1} \dot{q}_1 = -\ddot{S} \\ \ddot{q}_2 + \frac{k_2}{m_2}(q_2 - q_1) + \frac{c_2}{m_2}(\dot{q}_2 - \dot{q}_1) = -\ddot{S} \end{cases} \quad (26)$$

Sendo,

$$\omega_1^2 = \frac{k_1 + k_2}{m_1} \quad (27)$$

$$\omega_2^2 = \frac{k_2}{m_2} \quad (28)$$

Tem-se:

$$\begin{cases} \ddot{q}_1 + \omega_1^2 q_1 - \frac{k_2}{m_1} q_2 + \frac{c_1}{m_1} \dot{q}_1 = -\ddot{S} \\ \ddot{q}_2 + \omega_2^2 (q_2 - q_1) + \frac{c_2}{m_2} (\dot{q}_2 - \dot{q}_1) = -\ddot{S} \end{cases} \quad (29)$$

em que, $-\ddot{S}$ é o acelerograma da ação do sismo e ω_1 e ω_2 a frequência natural.

Transformando o sistema, em equações de estado para análise e estudo qualitativo do sistema. Fazendo: $x_1 = q_1$, $x_2 = \dot{q}_1$, $x_3 = q_2$, $x_4 = \dot{q}_2$.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\omega_1^2 x_1 + \frac{k_2}{m_1} x_3 - \frac{c_1}{m_1} x_2 - \ddot{S} \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = \omega_2^2 (x_1 - x_3) + \frac{c_2}{m_2} (x_2 - x_4) - \ddot{S} \end{cases} \quad (30)$$

3.1.1 Simulações numéricas sem excitação

Para as simulações numéricas foi implementado um programa no código Matlab®6.5, utilizando o integrador ODE45. Na tabela 1, estão apresentados os valores numéricos para os parâmetros, mantendo as condições necessárias, para que as raízes do polinômio continuem tendo parte real negativa e na tabela 2, estão apresentados os valores da condição inicial do problema (CHAVARETTE *et al*, 2011).

Tabela 1 – Parâmetros do modelo de referência.

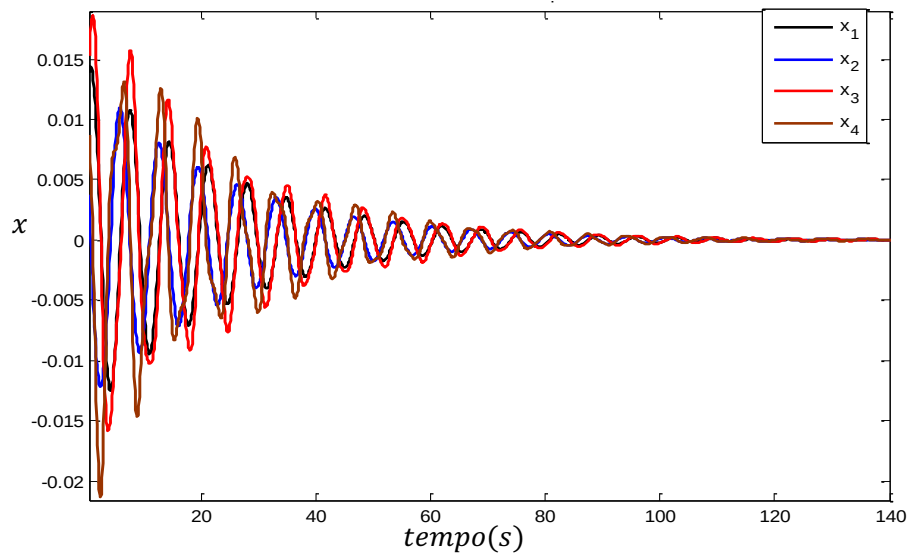
Parâmetros	ω_1	m_1	c_1	ω_2	m_2	c_2	k_2
Valores	1 rad/s	7 Kg	0.6N.s/m	2 rad/s	7 Kg	0.7N.s/m	0.8 N/m

Tabela 2 – Valores da condição inicial.

Parâmetros	x_1	x_2	x_3	x_4
Valores	0.01m	0.01m	0.01m	0.01m

Os testes foram realizados sem excitação externa, ou seja, $S = 0$. No qual foi possível analisar o comportamento estável do sistema dinâmico. As Figuras de 12 a 15 ilustram o comportamento estável do sistema.

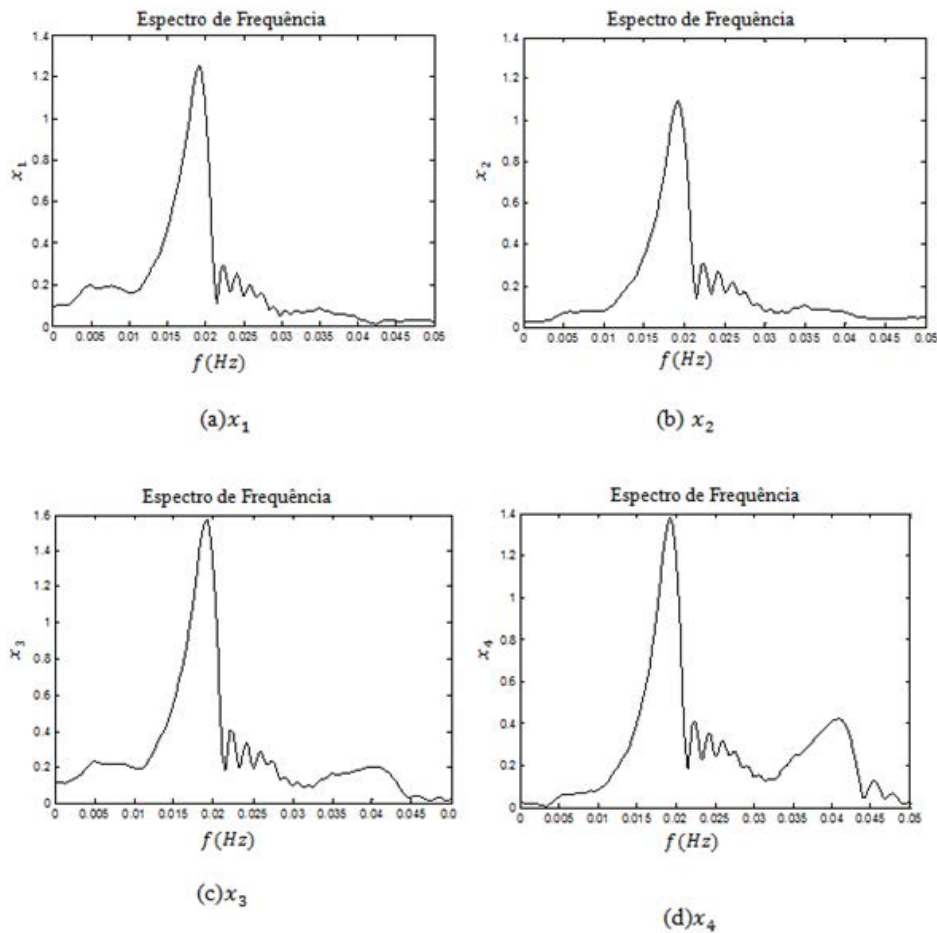
Figura 12 - Histórico no tempo de x_1, x_2, x_3, x_4 para o sistema sem excitação.



Fonte: Dados do próprio autor.

Neste caso é possível notar que, após o regime transiente o sistema volta ao equilíbrio.

Figura 13 - Transformada rápida de Fourier para sistema sem excitação.

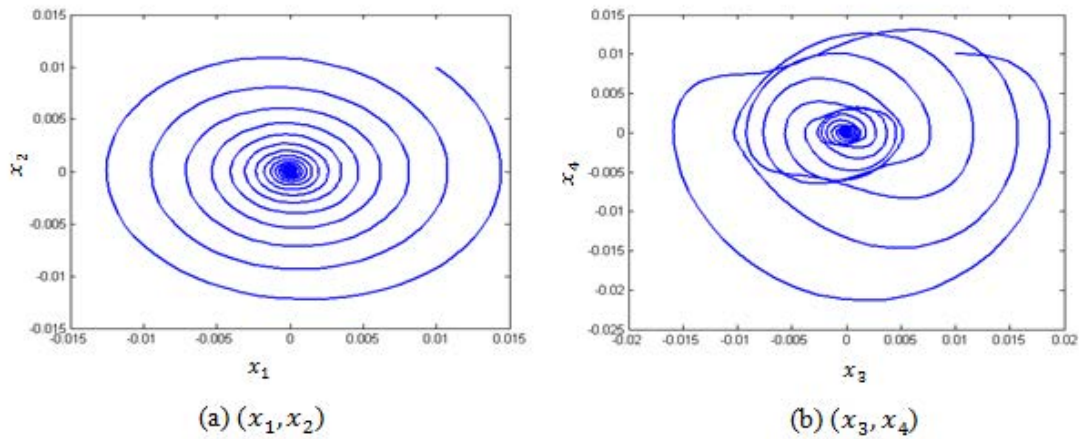


Fonte: Dados do próprio autor.

Nota-se na Figura 12 que, após o regime transiente, o comportamento do sistema tende ao ponto de equilíbrio (0,0,0,0).

O plano de fases ilustrado na Figura 14 é representado como um ponto de coordenada, nesse caso x_1, x_2, x_3 e x_4 que mostra com o passar do tempo a evolução temporal desse ponto e é possível ver a trajetória do sistema tendendo ao ponto de equilíbrio, que pode ser classificado como assintoticamente estável, pois independente a perturbação inicial tem-se a trajetória dentro da esfera.

Figura 14 - Plano de fase para sistema sem excitação.



Fonte: Dados do próprio autor.

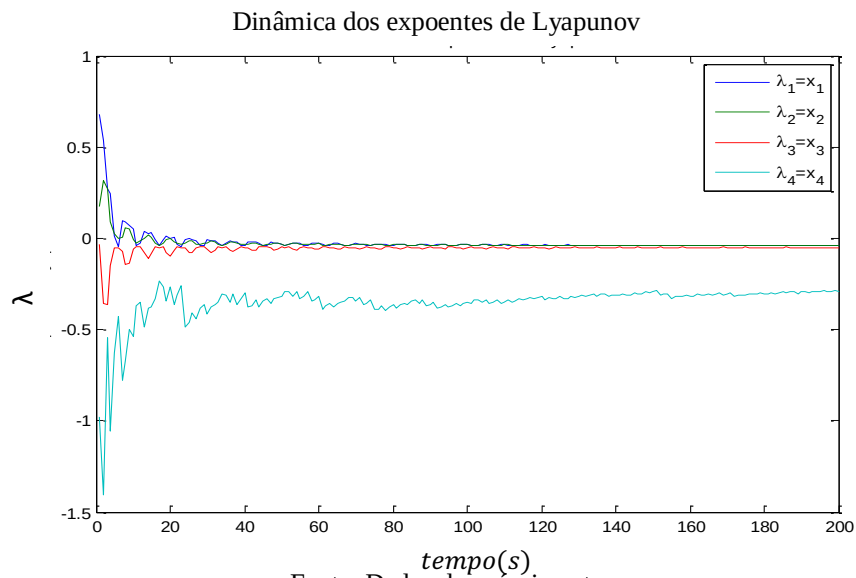
Os autovalores da matriz jacobiana da figura 14, ajuda a comprovar que tem-se uma trajetória assintoticamente estável e seus valores são:

$$\lambda_{1,2} = -0,5142 \pm 2,0353i$$

$$\lambda_{3,4} = -0,4143 \pm 0,9235i$$

A Figura 15 ilustra os expoentes de Lyapunov calculados pelo método Wolf (1985), esse método é utilizado para analisar o sistema quanto as condições iniciais, se sua trajetória final divergiu da sua trajetória inicial. Os sinais dos expoentes descrevem as direções de instabilidade, se $\lambda < 0$ significa que sua trajetória divergiu da trajetória inicial. Nota-se que o sistema possui um comportamento não caótico sendo os expoentes de Lyapunov negativos.

Figura 15 - Dinâmica do Expoente de Lyapunov para o sistema sem excitação.



Na tabela 3 estão os valores dos expoentes de Lyapunov:

Tabela 3 – Valores dos coeficientes de Lyapunov para um sistema sem excitação.

Parâmetros	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4
Valores	-0.0388	-0.0388	-0.0508	-0.2909

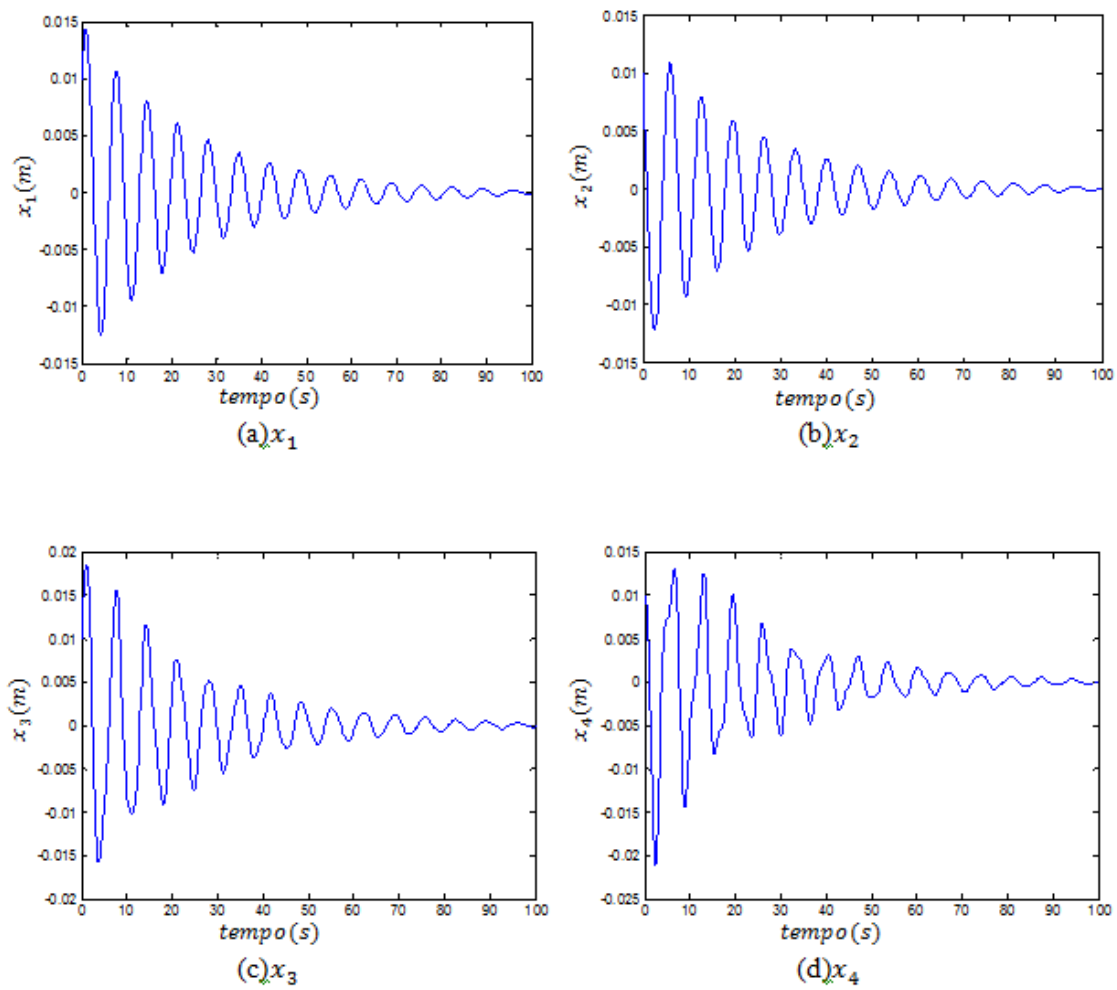
3.1.2 Simulações Numéricas com Excitação Periódica.

Considerando os resultados das simulações numéricas incluindo uma excitação externa, que representa a ação do ambiente sob a estrutura, da forma $S = A \cos(\tau t)$, considerando os seguintes valores para os parâmetros $A = 10^{-5}$ e $\tau = 1$.

As Figuras de 16 e 17 ilustram o histórico no tempo das variáveis de estado (x_1, x_2, x_3, x_4) e suas respectivas Transformadas rápida de Fourier.

Figura 16 - Histórico no tempo de (x_1, x_2, x_3, x_4) para o sistema com Excitação

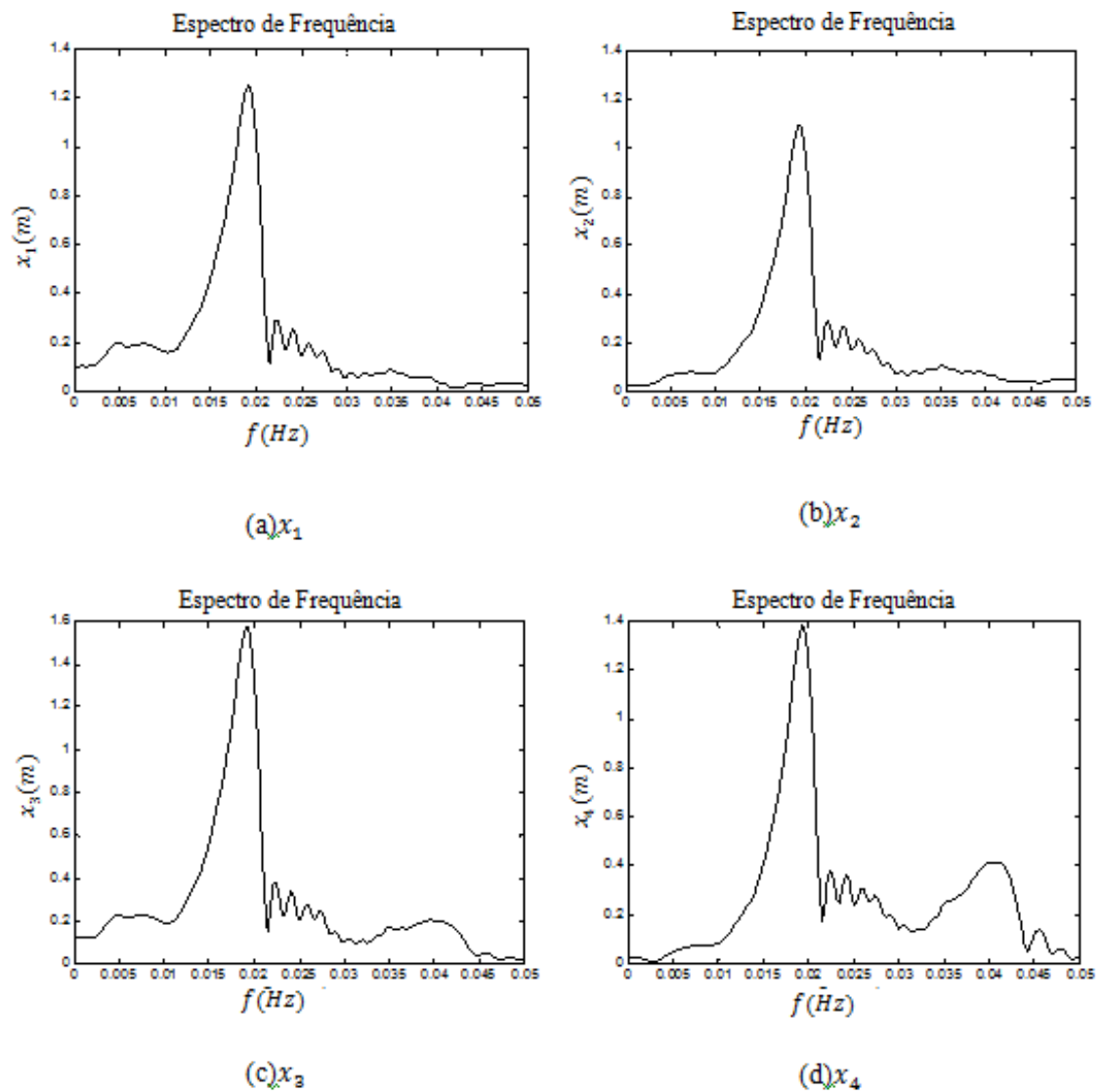
Periódica.



Fonte: Dados do próprio autor.

Neste caso, nota-se que novamente após o regime transiente o sistema retorna ao equilíbrio.

Figura 17 - Transformada rápida de Fourier de x_1, x_2, x_3, x_4 para o sistema com Excitação Periódica.



Espectro de Frequência

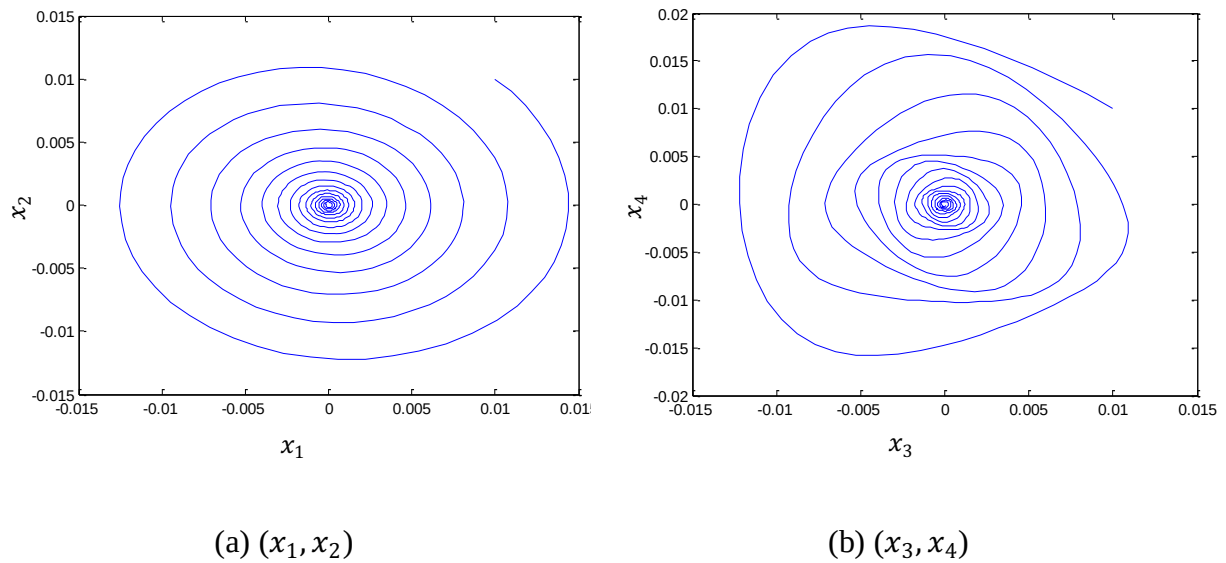
Espectro de Frequência

Fonte: Dados do próprio autor.

Na Figura 16, pode notar-se que assim como sistema sem excitação, que o sistema com excitação periódica tende ao equilíbrio após o regime transiente.

A Figura 18 ilustra a projeção do plano de fases do sistema dinâmico com uma excitação externa senoidal.

Figura 18 - Plano de Fase do sistema com excitação externa senoidal.



Fonte: Dados do próprio autor.

Neste caso, como anteriormente, o sistema também possui um ponto de equilíbrio assintoticamente estável, pois tende ao ponto $(0,0,0,0)$.

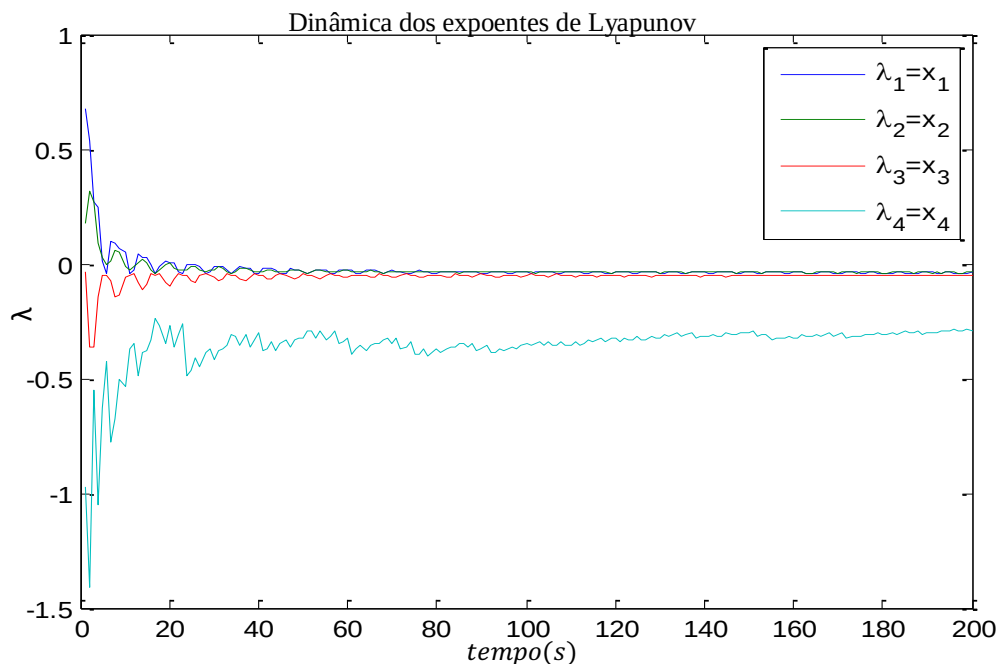
Os autovalores da matriz jacobiana da figura 18, também ajuda a comprovar que tem-se uma trajetória assintoticamente estável e seus valores são:

$$\lambda_{1,2} = -0,5142 \pm 2,0353i$$

$$\lambda_{3,4} = -0,4143 \pm 0,9235i$$

Na Figura 19, ilustra os expoentes de Lyapunov e observa-se mais uma vez que o sistema possui um comportamento não caótico, pois os expoentes de Lyapunov são negativos.

Figura 19 - Dinâmica do Expoente de Lyapunov para o sistema com excitação externa senoidal.



Fonte: Dados do próprio autor.

Na tabela 4 estão os valores dos expoentes de Lyapunov para o sistema com excitação externa senoidal:

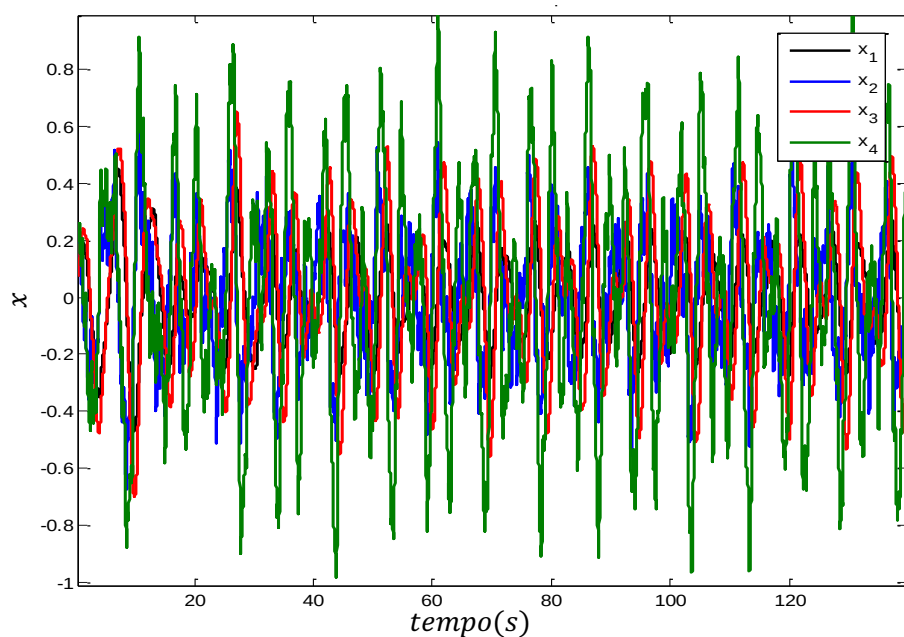
Tabela 4 – Valores dos coeficientes de Lyapunov para um sistema com excitação externa senoidal.

Parâmetros	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4
Valores	-0.0388	-0.0388	-0.0508	-0.3263

3.1.3 Simulações numéricas com excitação sísmica

Neste tópico, apresentam-se resultados das simulações numéricas aplicando a excitação sísmica do tipo Tajimi Kanai (KANAI, 1957), cuja função é apresentada na equação (1). A Figura 20 ilustra o histórico no tempo de (x_1, x_2, x_3, x_4) com a excitação sísmica.

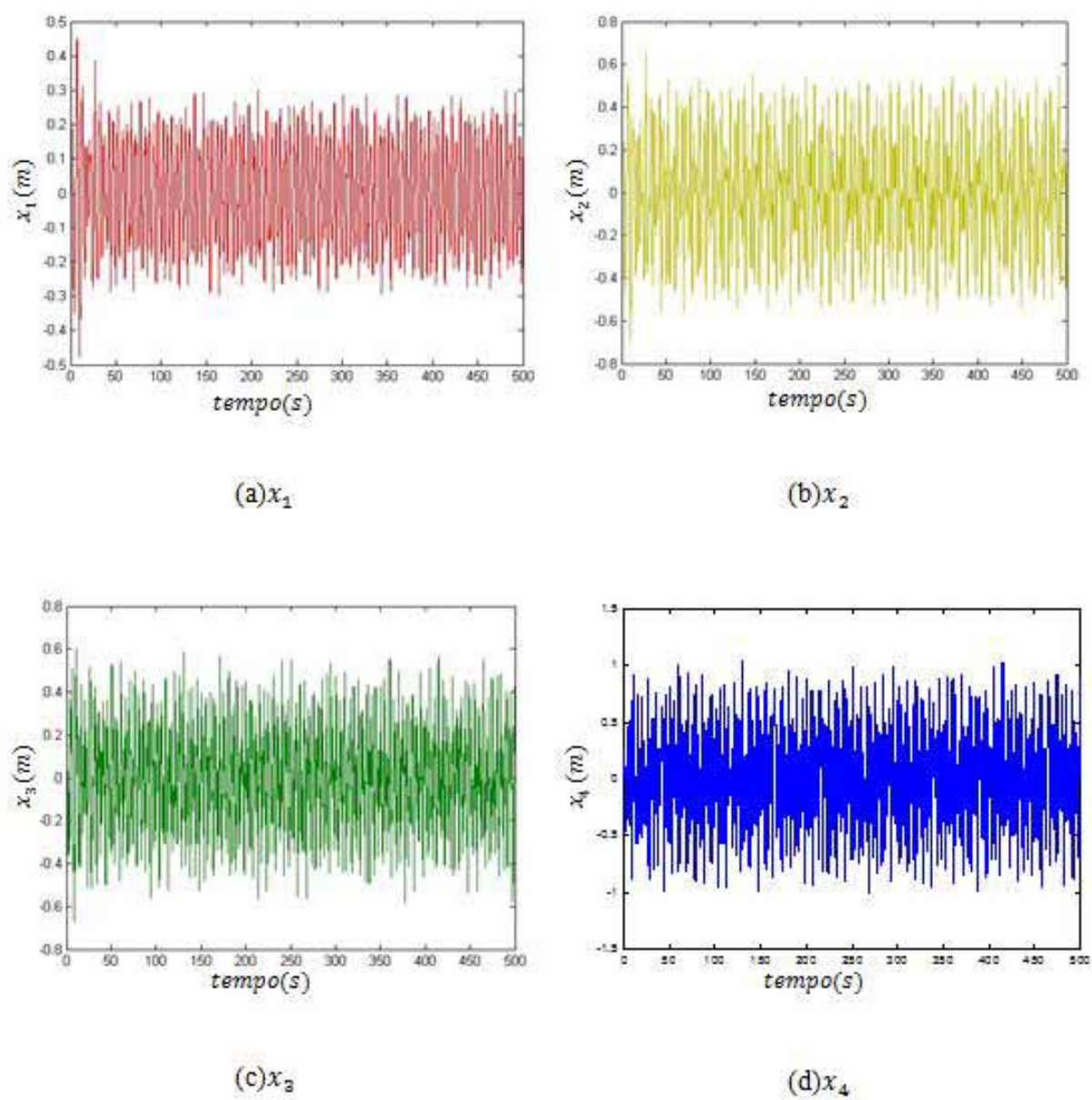
Figura 20 - Histórico no tempo de (x_1, x_2, x_3, x_4) para o sistema com excitação Tajimi-Kanai.



Fonte: Dados do próprio autor.

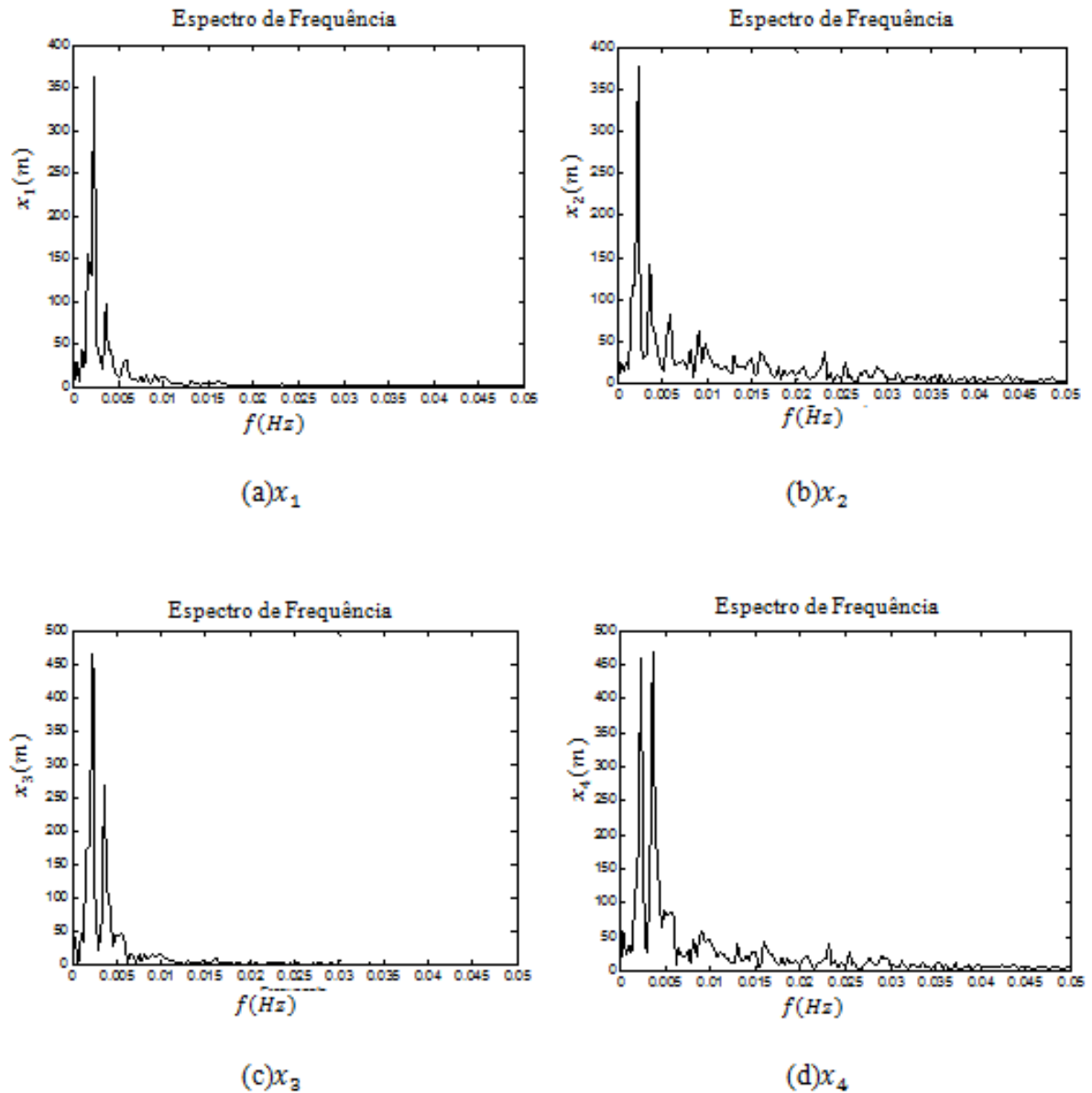
As Figuras de 21 e 22 ilustram o histórico no tempo das variáveis de estado (x_1, x_2, x_3, x_4) e suas respectivas Transformadas rápida de Fourier.

Figura 21 - Histórico no tempo de (x_1, x_2, x_3, x_4) com Excitação Sísmica Tajimi- Kanai.



Fonte: Dados do próprio autor.

Figura 22 - Transformada rápida de Fourier de (x_1, x_2, x_3, x_4) para o sistema com Excitação Sísmica Tajimi- Kanai.

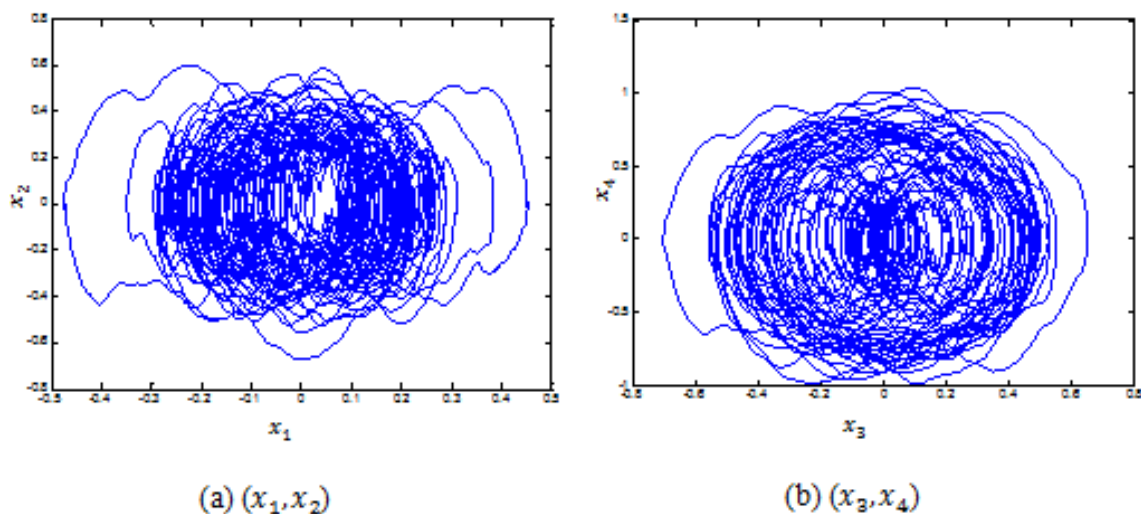


Fonte: Dados do próprio autor.

Na Figura 22 nota-se que figuras com os gráficos do espectro de frequência tem vários picos e nas Figuras 20 e 21, o sistema não tende mais ao equilíbrio.

A Figura 23 ilustra a projeção do plano de fases do sistema dinâmico com excitação sísmica Tajimi- Kanai.

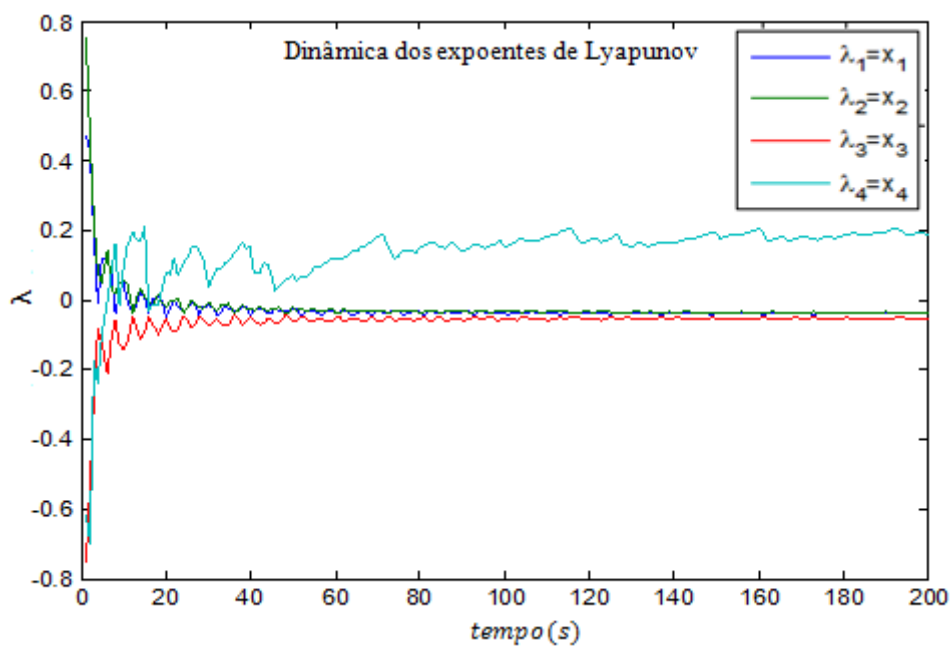
Figura 23 - Plano de Fase do sistema com Excitação Sísmica Tajimi- Kanai.



Fonte: Dados do próprio autor.

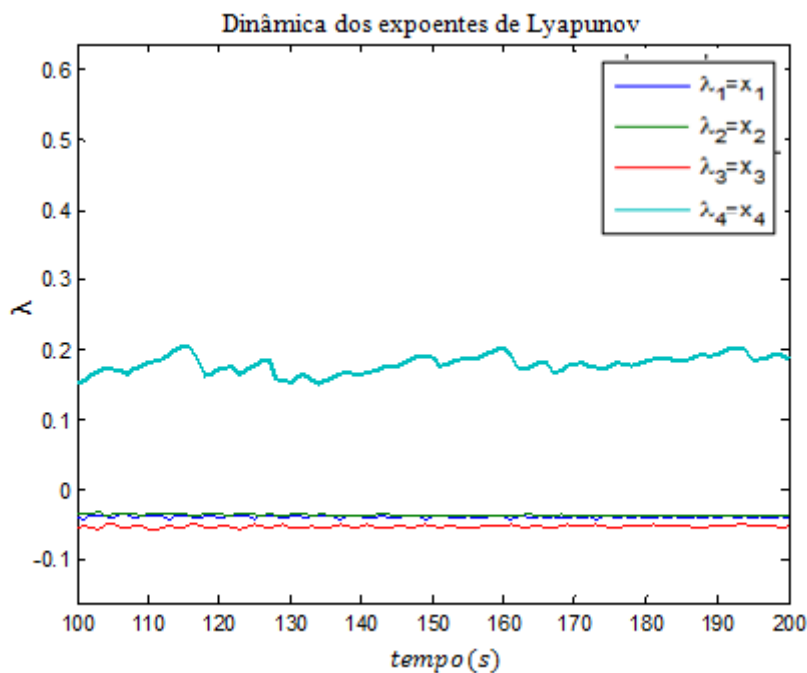
Nota-se que o sistema não apresenta mais um comportamento estável devido à aplicação da excitação do tipo Tajimi-Kanai, por isso um dos expoentes de Lyapunov do sistema se torna positivo, caracterizando assim o sistema com comportamento instável e caótico. As Figuras 24 e 25 ilustram esse resultado.

Figura 24 - Dinâmica do Expoente de Lyapunov para o sistema com excitação sísmica.



Fonte: Dados do próprio autor.

Figura 25 – Dinâmica do expoente de Lyapunov para o parâmetro λ_4 .



Fonte: Dados do próprio autor.

Na tabela 5 estão os valores dos expoentes de Lyapunov:

Tabela 5 – Valores dos coeficientes de Lyapunov para um sistema com excitação sísmica.

Parâmetros	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4
Valores	-0.040825	-0.037170	-0.053748	+0.185649

O valor de λ_4 é positivo, que segundo Savi (2006), isto implica que a trajetória diverge exponencialmente da órbita original, indicando um sistema não estável, do tipo caótico, caracterizando assim o desabamento ou destruição da estrutura.

4 PROPOSTA DE CONTROLADOR PARA A VIBRAÇÃO

Este capítulo apresenta conceitos sobre a técnica do controle linear ótimo, o amortecedor magneto reológico, o desenvolvimento do projeto de controle e os resultados obtidos da aplicação do controle híbrido na estrutura. Os resultados apresentados neste capítulo foram publicados parcialmente em Reis *et al.* (2013).

4.1 CONTROLE LINEAR ÓTIMO

Uma alternativa para minimizar as vibrações instáveis é o controle estrutural. O controle estrutural, basicamente promove alterações nas propriedades de rigidez e amortecimento da estrutura, seja pela adição de dispositivos externos, seja pela ação de forças externas. Nesse tópico foi adotado o projeto de controle linear ótimo proposto por Rafikov e Balthazar (2008), que garantem a aplicação do controle linear em sistemas não lineares. Na teoria do controle existem dois tipos de problemas: o controle de programa e a síntese do controle. Para o primeiro, a função do controle $u(t)$ é encontrada como uma função do tempo, isto é, nesse caso a função de controle ótimo determina uma trajetória ótima que corresponde a uma condição inicial dada do sistema. No segundo caso, a função de controle $u(t, x)$ depende do tempo e de variáveis de estado, esse tipo de controle é chamado controle “feedback” ou controle com realimentação podendo ser aplicado para qualquer condição inicial. Se as variáveis do sistema são desvios do regime desejado, o controle linear ótimo estabiliza em torno da trajetória desejada, minimizando o funcional que caracteriza os desvios quadrados da trajetória e do controle do regime desejado.

4.1.1 Teoria do Controle Linear Ótimo

Consideremos um sistema controlado

$$\dot{x} = Ax + g(x) + U \quad (31)$$

em que $x \in R^n$ é um vetor de estado, $A \in R^{n \times n}$ é uma matriz constante, $g(x)$ um vetor formado de funções contínuas e o vetor controle é dado pela equação 32:

$$U = \tilde{u} + u \quad (32)$$

Sem controle ($U \equiv 0$) o sistema (31) apresenta comportamento caótico para determinados valores dos parâmetros.

Em diversos problemas da engenharia, física, economia, ecologia, etc., o objetivo é escolher a lei U de controle que mova o sistema do regime perturbado a, um ponto fixo de equilíbrio ou uma órbita periódica ou não periódica desejada.

$$\tilde{u} = \dot{\tilde{x}} - A\tilde{x} - g(\tilde{x}) \quad (33)$$

em que o vetor de controle u_t que estabiliza o sistema em torno da trajetória desejada tem a seguinte forma:

$$u_t = Bu \quad (34)$$

sendo $B \in R^{n \times m}$ uma matriz constante.

Definindo,

$$y = x - \tilde{x} \quad (35)$$

sendo o desvio da trajetória do sistema (31), e admitindo (32)-(35), tem-se a equação em desvios:

$$y = Ay + g(x) - g(\tilde{x}) + Bu \quad (36)$$

a parte não linear do sistema (31) pode ser escrita como:

$$g(x) - g(\tilde{x}) = G(x, \tilde{x})(x, \tilde{x}) \quad (37)$$

no qual $G(x, \tilde{x})$ é uma matriz limitada dos quais os elementos dependem de x e $\tilde{x}$.

Admitindo (35), o sistema (36) tem a seguinte forma:

$$\tilde{Q} = Q - G^T(x, \tilde{x})P - PG(x, \tilde{x}) \quad (38)$$

seja definida positiva para G limitada, então o controle linear “feedback”

$$u = -R^{-1}B^T P y \quad (39)$$

é ótimo para transferir o sistema não linear (33) de qualquer estado inicial ao estado final,

$$y(\infty) = 0 \quad (40)$$

minimizando o funcional

$$J = \int_0^\infty (y^T \tilde{Q} y + u^T R u) dt \quad (41)$$

em que a matriz simétrica P é calculada da equação algébrica não linear de Riccati:

$$PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (42)$$

sendo as matrizes $Q \in R^{n \times n}$ e $R \in R^{n \times m}$ são constantes, definidas positivas.

4.1.2 Controle Linear Ótimo aplicado ao Modelo Proposto

Aplicando a técnica do controle linear ótimo no modelo da Equação (30), as equações do sistema controlado podem ser descritas da seguinte forma segundo Raficov:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + U \\ \dot{x}_2 = -\omega_1^2 x_1 + \frac{k_2}{m_1} x_3 - \frac{c_1}{m_1} x_2 - S \ddot{U} \\ \dot{x}_3 = x_4 + U \\ \dot{x}_4 = \omega_2^2 (x_1 - x_3) + \frac{c_2}{m_2} (x_2 - x_4) - \ddot{S} + U \end{cases} \quad (43)$$

Determina-se, $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\tilde{x} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, $Q = \begin{bmatrix} 2.4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2.4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2.4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2.4 \end{bmatrix}$, $R = [0.1]$, sendo

B a matriz peso, $\tilde{x}$ a matriz posição, Q e R são matrizes constantes definidas positivas. E a matriz Jacobiana do sistema é:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -0.000000359 & -0.001 & 0.00000024 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 6.4 * 10^{-9} & 0.001 & -1.92 * 10^{-12} & -0.0001 \end{bmatrix}$$

Considerando que o sistema é dinâmico e controlável, temos que

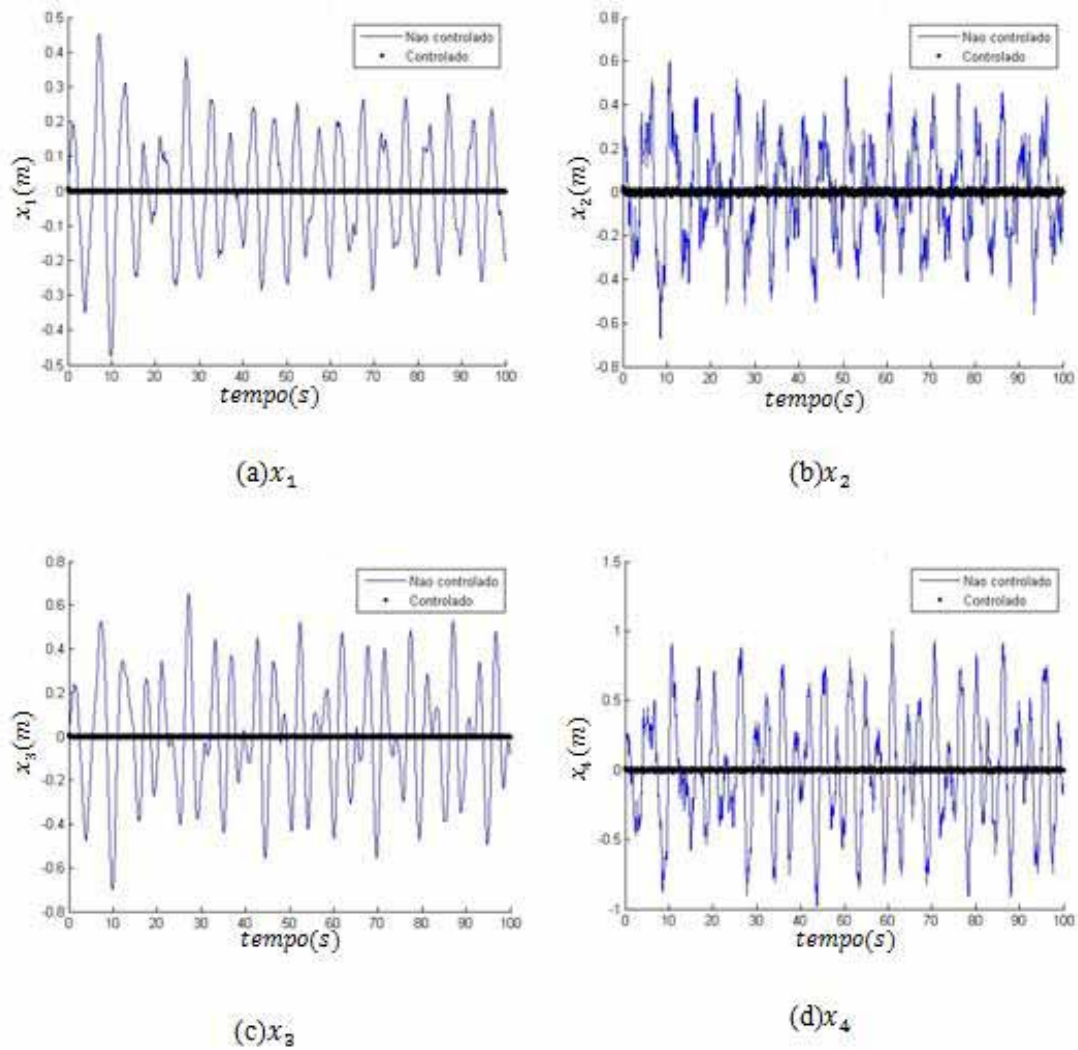
$$P = \begin{bmatrix} 0.000015 & 0.00731 & -0.000001 & -0.00733 \\ 0.007318 & 3.66569 & -0.0003480 & -3.67266 \\ -0.000001 & -0.00034 & 0.000001 & 0.000348 \\ -0.007332 & -3.67266 & 0.000348 & 3.679650 \end{bmatrix} * 10^9 \quad (44)$$

e resolvendo a equação algébrica de Riccati a função de controle ótimo u tem a seguinte forma:

$$u = (0.0157 x_1 - 2.7741 x_2 + 0.04824 x_3 + 2.81492 x_4) * 10^2 \quad (45)$$

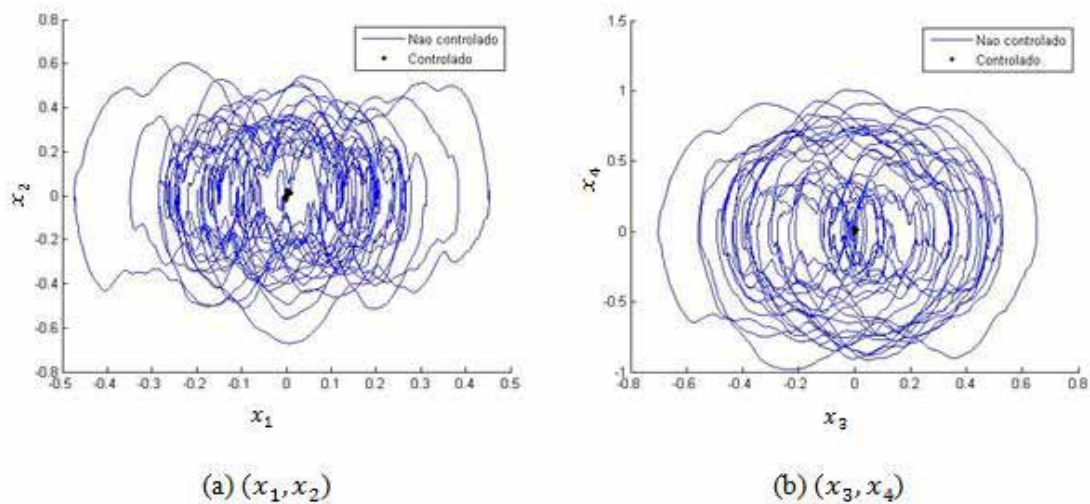
As Figuras 26 e 27 ilustram o comportamento do sistema controlado e a comparação entre o sistema com controle e sem o controle linear ótimo. É possível notar que o sistema foi consideravelmente controlado, pois sua amplitude teve uma diminuição significativa com relação a amplitude sem o controle LQR.

Figura 26 - Histórico no tempo de (x_1, x_2, x_3, x_4) para o sistema controlado com controle linear ótimo e não controlado.



Fonte: Dados do próprio autor.

Figura 27 - Plano de Fase do sistema controlado com controle linear ótimo e não controlado.



4.2 AMORTECEDOR MAGNETO REOLÓGICO

Uma alternativa para minimizar as vibrações instáveis em uma estrutura é a utilização do controle semi-ativo sendo proposto o amortecedor magneto reológico.

4.2.1 Princípio de funcionamento

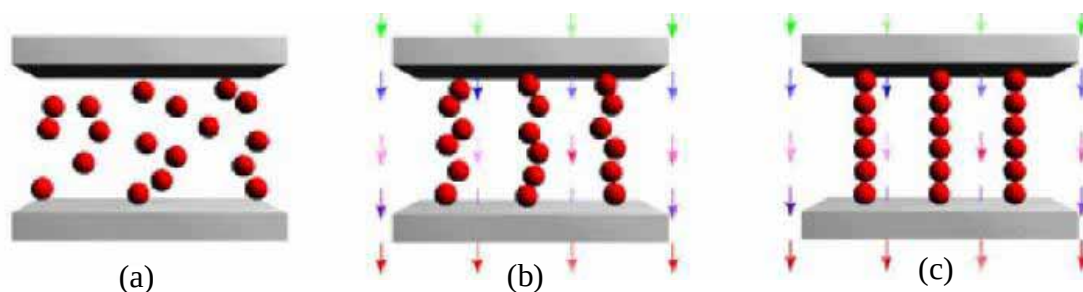
Os amortecedores magneto reológicos (MR) são amortecedores, no qual a força é estimulada por causa da passagem do fluido por um orifício, um fluido MR.

Segundo Tusset (2008), os fluidos MR tem como principal característica a capacidade de mudar de um estado líquido viscoso para um estado semi-sólido em milissegundos ao serem expostos a um campo magnético.

Os fluidos MR tratam de soluções coloidais formadas por 20% a 40% do seu volume de partículas magnetizáveis misturadas com um óleo inerte, geralmente à base mineral ou à base de silicone (WINSLOW, 1947).

Os fluidos MR têm, geralmente, a viscosidade de um óleo de motor, mas quando uma determinada força é aplicada no amortecedor, uma corrente elétrica é alimentada na bobina gerando um campo magnético, com esse campo magnético as partículas suspensas no óleo apresentam um momento de dipolo paralelo à direção das linhas de fluxo do campo magnético, assim as partículas formam estruturas colunares na direção do fluxo magnético, como ilustra a Figura 28. A variação da viscosidade do fluido está relacionada com a magnitude do campo magnético aplicado (YANG, 2001).

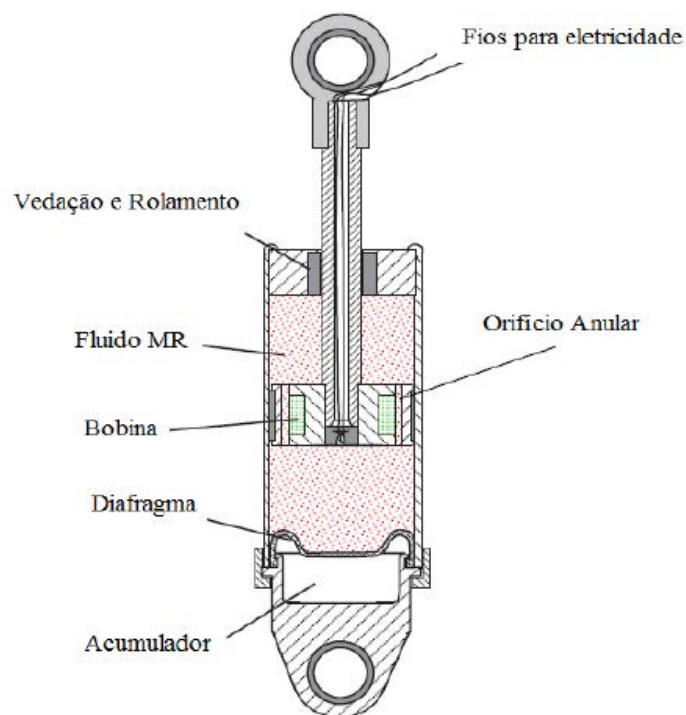
Figura 28 - Ativação do fluido MR: (a) fluido MR na ausência de um campo magnético, (b) campo magnético atuando, (c) partículas alinhadas com campo magnético.



Fonte: Koo (2003).

Com esse alinhamento das partículas, a viscosidade do fluido é aparentemente modificada, passando de um estado líquido para um estado semissólido. Caso o amortecedor MR não seja alimentado por nenhuma corrente na bobina, ele tem seu comportamento semelhante a um amortecedor tradicional. É importante salientar que os amortecedores MR são dispositivos semi-ativos capazes de gerar apenas forças dissipativas, ou seja, é capaz de controlar apenas as forças que se opõem ao movimento. Em casos de restrição ou transmissão de um movimento, ou atenuação de vibrações, as forças dissipativas são predominantes, o que torna os amortecedores semi-ativos atrativos, uma vez que além de serem em geral mais baratos que os atuadores ativos, utilizam pouca energia para sua operação (PASCHOAL, 2011). A Figura 29 representa um amortecedor MR.

Figura 29 - Amortecedor MR.



Fonte: Dyke et al. (1996).

4.2.2 Modelagem Matemática

Para desenvolver algoritmos de controle que utilizem amortecedores MR, um número significativo de modelos matemáticos tem surgido com o objetivo de descrever o comportamento não linear intrínseco destes dispositivos (Spencer *et al.*, 1996).

Os modelos matemáticos são modelos paramétricos, isto é, são funções matemáticas dos quais os coeficientes são ajustados de tal forma que os resultados numéricos se aproximem dos resultados experimentais, assim, a resposta dinâmica dos dispositivos MR é representada por relações semi-empíricas. Tem-se como modelos matemáticos os modelos de (PASCHOAL, 2011):

- Bingham;
- Bingham Modificado;
- Bouc-Wen;
- Bouc-Wen Modificado;

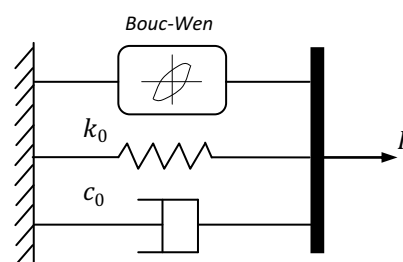
O modelo matemático utilizado no trabalho é o modelo de Bouc-Wen Modificado, este modelo é mais adequado para descrever o comportamento de dispositivos que apresentam uma rápida queda da força (“*roll-off*”) quando a velocidade do pistão passa por zero.

Será feita uma breve descrição do modelo matemático de Bouc-Wen Modificado.

4.2.2.1 Modelo de Bouc-Wen Modificado

De acordo com Dyke (1996), o modelo de Bouc-Wen é extremamente versátil e pode exibir uma grande variedade de comportamento da histerese. A Figura 30 mostra a estrutura do modelo de Bouc-Wen.

Figura 30 - Modelo Bouc-Wen para amortecedores MR.

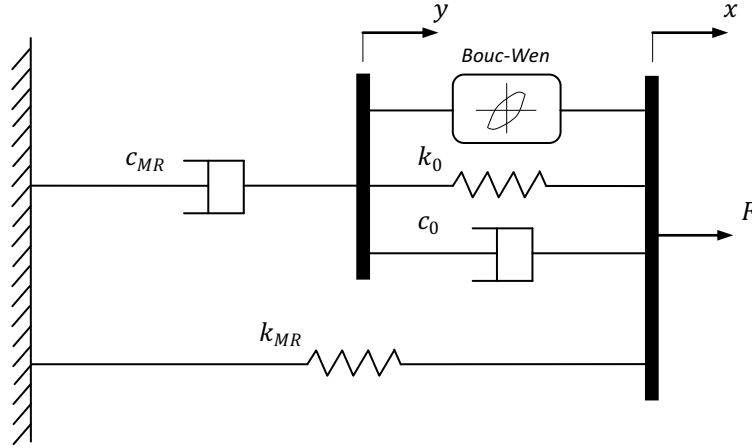


Fonte: Spencer et al. (1996).

Com a intenção de obter modelos ainda mais próximos dos resultados experimentais, Spencer *et al.* (1996) propôs uma modificação no modelo de Bouc-Wen, que baseia-se na introdução de um amortecedor viscoso e uma mola linear no modelo original de Bouc-Wen. Desta forma esse modelo modificado é mais adequado para

descrever o comportamento de dispositivos que apresentam uma rápida queda da força (“roll-off”) quando a velocidade do pistão passa por zero. A Figura 31 ilustra o modelo de Bouc-Wen modificado proposto por Spencer *et al.* (1996).

Figura 31 - Modelo Bouc-Wen modificado proposto por Spencer *et al.* (1996).



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

A força F do sistema é determinada pela relação dada pela equação 46:

$$F = c_{MR} \dot{y} + k_{MR} (x - x_0) \quad (46)$$

sendo,

$$\dot{y} = \frac{1}{c_0 + c_{MR}} [\alpha z + c_0 \dot{x} + k_0 (x - y)] \quad (47)$$

e

$$\dot{z} = -\rho |\dot{x} - \dot{y}| z |z|^{n-1} - \gamma (\dot{x} - \dot{y}) |z|^n + \beta (\dot{x} - \dot{y}) \quad (48)$$

Nas equações 46 e 47, c_0 e k_0 são, respectivamente, o coeficiente de amortecimento viscoso e de rigidez elástica, x_0 é o deslocamento inicial, x é a variável dependente, α é um coeficiente de rigidez e as constantes ρ , γ , β e n dependem das características do amortecedor.

A tensão de cisalhamento do fluido MR depende diretamente do campo magnético aplicado. Assume-se que α e c_0 e c_{MR} das equações (46) e (47), são funções que dependem de uma tensão elétrica (v) aplicada na bobina do amortecedor, na forma:

$$\alpha(u) = \alpha_a + \alpha_b u \quad (49)$$

$$c_0(u) = c_{0a} + c_{0b} u \quad (50)$$

$$c_{MR}(u) = c_{MRa} + c_{MRb} u \quad (51)$$

$$\dot{u} = -\eta(u - v) \quad (52)$$

A voltagem de alimentação (v) para esse amortecedor MR pode variar de 0 a 2 volts, e os parâmetros para o modelo Bouc- Wen modificado estão apresentados na tabela 6 (LAI; LIAO, 2002).

Tabela 6 - Parâmetros do modelo Bouc- Wen modificado.

<i>Parâmetros</i>	<i>Valores</i>
c_{0a}	784 N s/m
c_{0b}	1803 N s/V m
k_0	3610 N/m
c_{MRa}	14649 N s/m
c_{MRb}	34622 N s/V m
k_{MR}	840 N/m
x_0	0,0245 m
α_a	12441 N/m
α_b	38430 N/V m
ρ	136320 m ⁻²
γ	2059020 m ⁻²
β	58
n	2
η	190 s ⁻¹

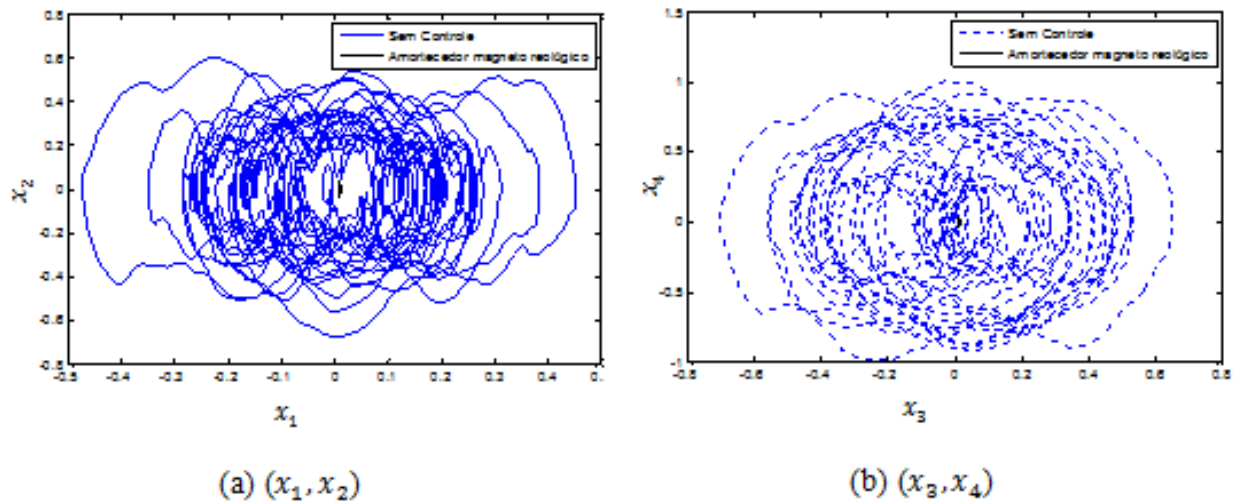
4.2.3 Amortecedor magneto reológico aplicado ao modelo

Aplicando o amortecedor magneto reológico no modelo da equação (30), a equação do sistema controlado pode ser escrita da seguinte forma:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\omega_1^2 x_1 + \frac{k_2}{m_1} x_3 - \frac{c_1}{m_1} x_2 - \ddot{S} - F \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = \omega_2^2 (x_1 - x_3) + \frac{c_2}{m_2} (x_2 - x_4) - \ddot{S} - F \end{cases} \quad (53)$$

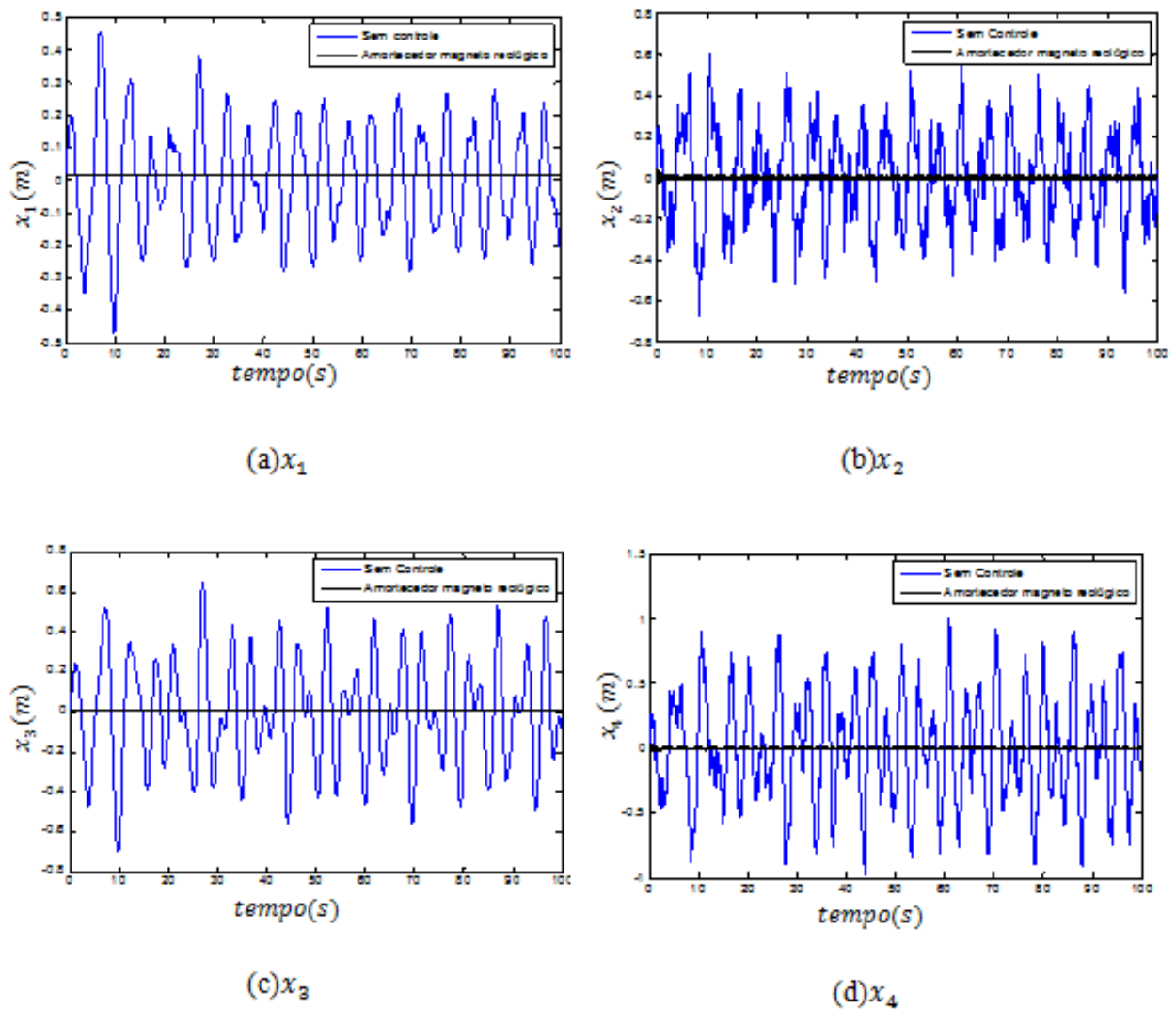
As Figuras 32 e 33 ilustram o comportamento sistema quando o amortecedor magneto reológico é aplicado no modelo e está sem controle.

Figura 32 - Plano de Fase do sistema controlado com amortecedor magneto reológico e não controlado.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 33 - Histórico no tempo de (x_1, x_2, x_3, x_4) para o sistema controlado com amortecedor magneto reológico e não controlado.



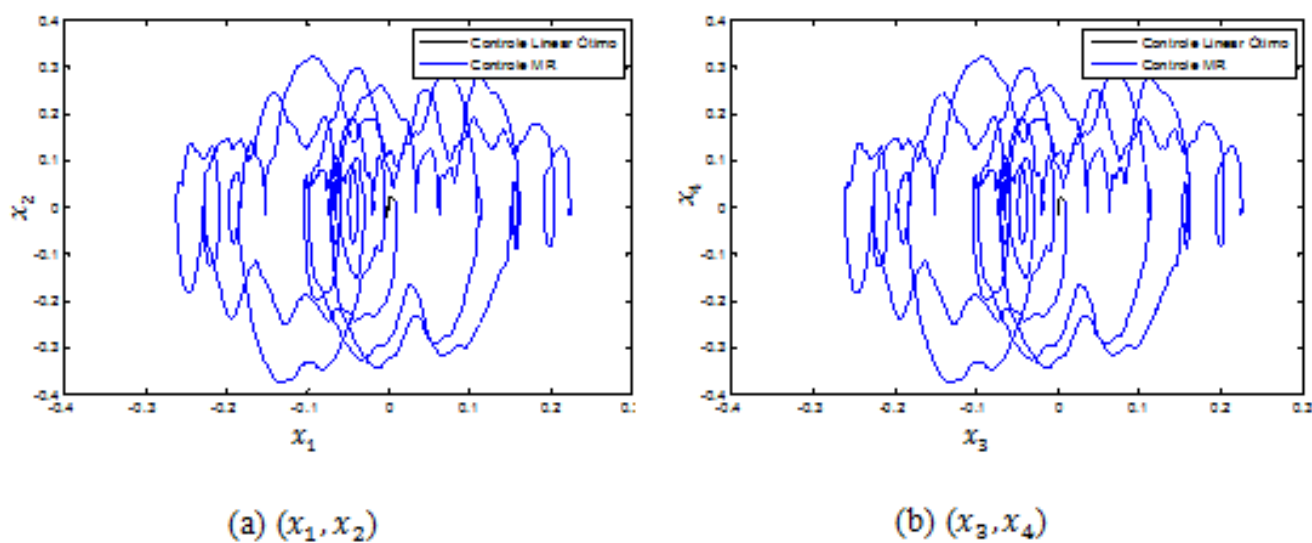
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Utilizando como controlador o amortecedor magneto reológico, nota-se que a excitação sísmica foi controlada consideravelmente, pois a amplitude da excitação foi reduzida chegando ao redor de zero mantendo-se constante.

4.2.4 Controle MR x Controle ótimo

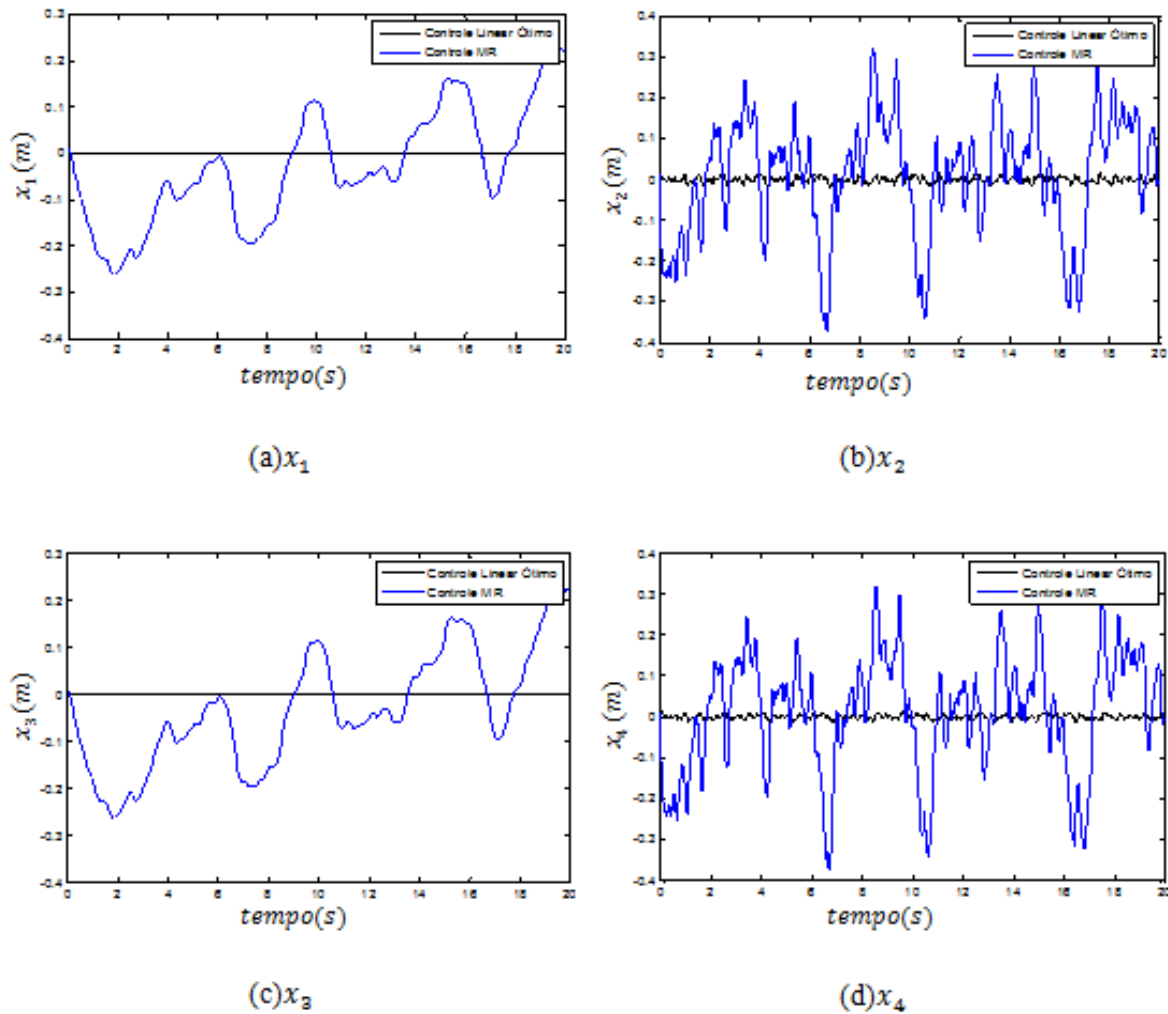
As Figuras 34 e 35 ilustram uma comparação do modelo proposto quando é controlado com amortecedor magneto reológico e com o controle linear ótimo.

Figura 34 - Plano de Fase do sistema controlado com amortecedor magneto reológico e controle linear ótimo.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 35 - Histórico no tempo de (x_1, x_2, x_3, x_4) para o sistema controlado com amortecedor magneto reológico e controle linear ótimo.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Apesar de ambos controladores terem um ótimo desempenho com relação a excitação sísmica, nota-se que o controle linear ótimo obteve melhores resultados se comparado com o amortecedor magneto reológico.

4.2.5 Controle Híbrido

Outra alternativa para minimizar as vibrações instáveis é a utilização do controle híbrido, que é a combinação do controle ativo com o controle semi-ativo. Para o

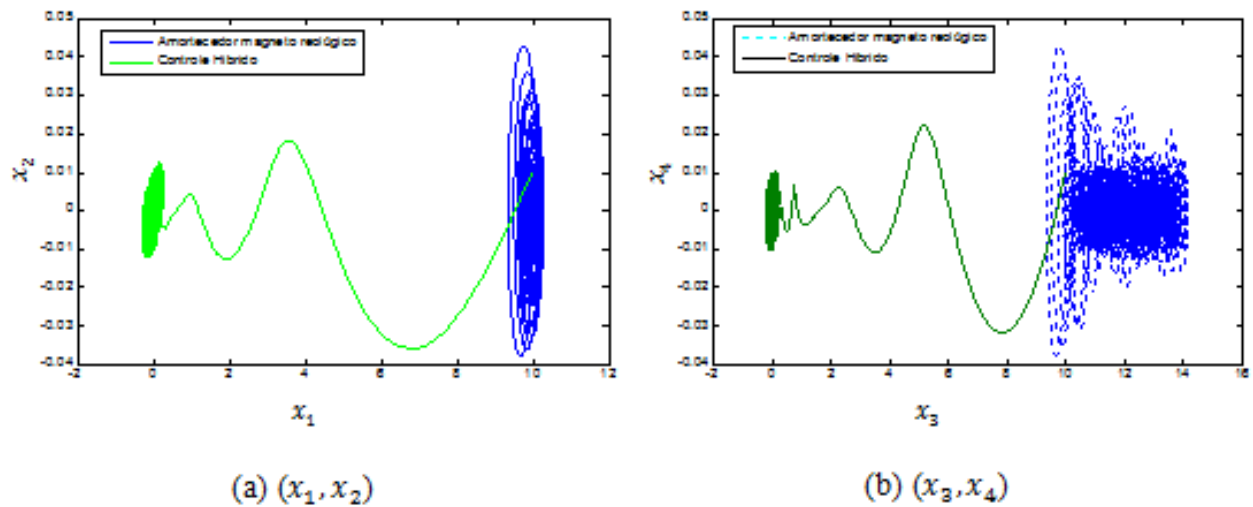
controle ativo utiliza-se o controle linear ótimo e para o controle semi-ativo utiliza-se o amortecedor magneto reológico.

Aplicando os controles na equação (30), temos:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + U \\ \dot{x}_2 = -\omega_1^2 x_1 + \frac{k_2}{m_1} x_3 - \frac{c_1}{m_1} x_2 - \ddot{S} - F \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = \omega_2^2 (x_1 - x_3) + \frac{c_2}{m_2} (x_2 - x_4) - \ddot{S} - F \end{cases} \quad (54)$$

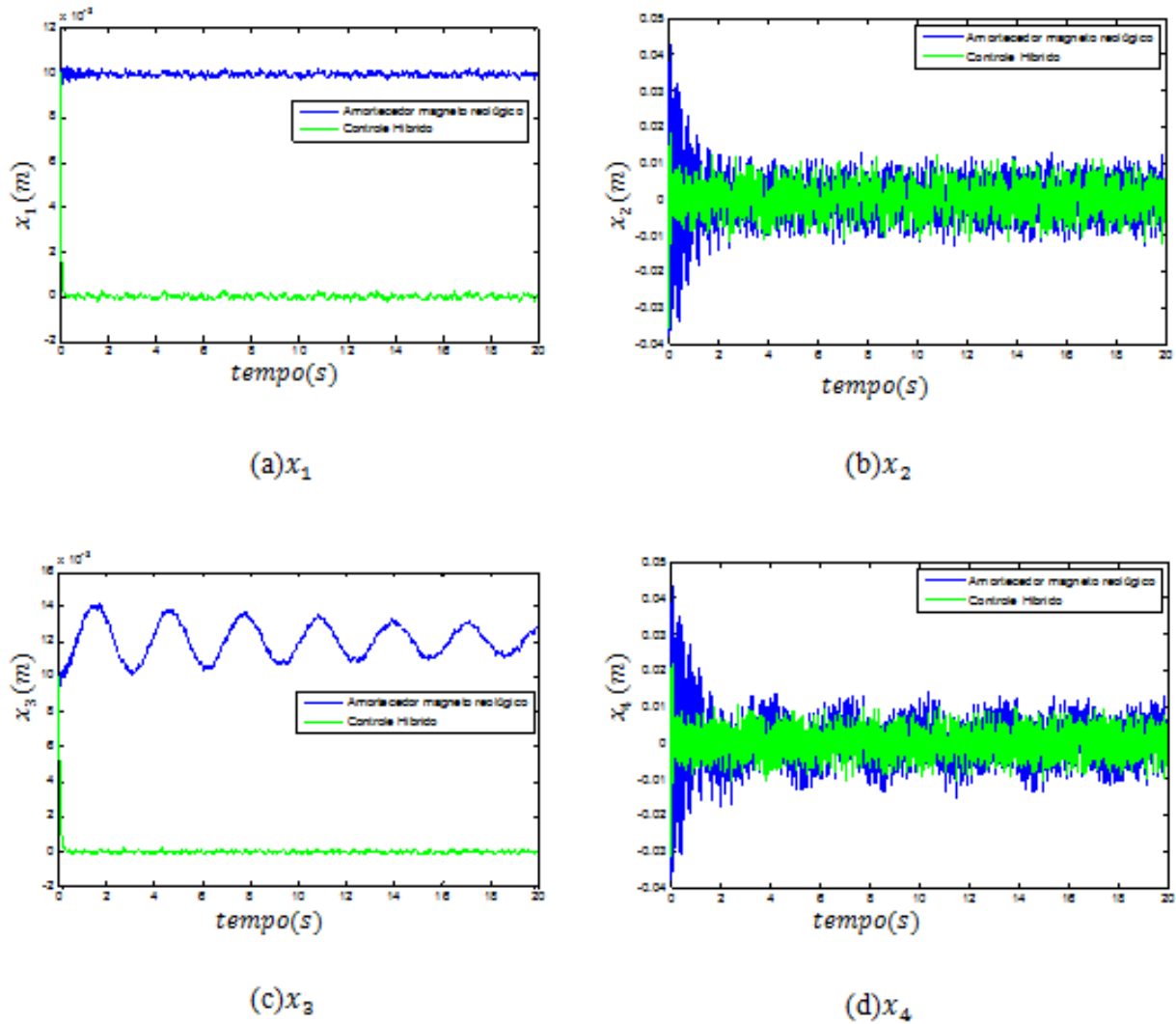
As Figuras 36 e 37, apresentam respectivamente, uma comparação entre a aplicação do amortecedor magneto reológico e o controle híbrido.

Figura 36 - Plano de Fase do sistema controlado com amortecedor magneto reológico e controle híbrido.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 37 - Histórico no tempo de (x_1, x_2, x_3, x_4) para o sistema controlado com amortecedor magneto reológico e controle híbrido.

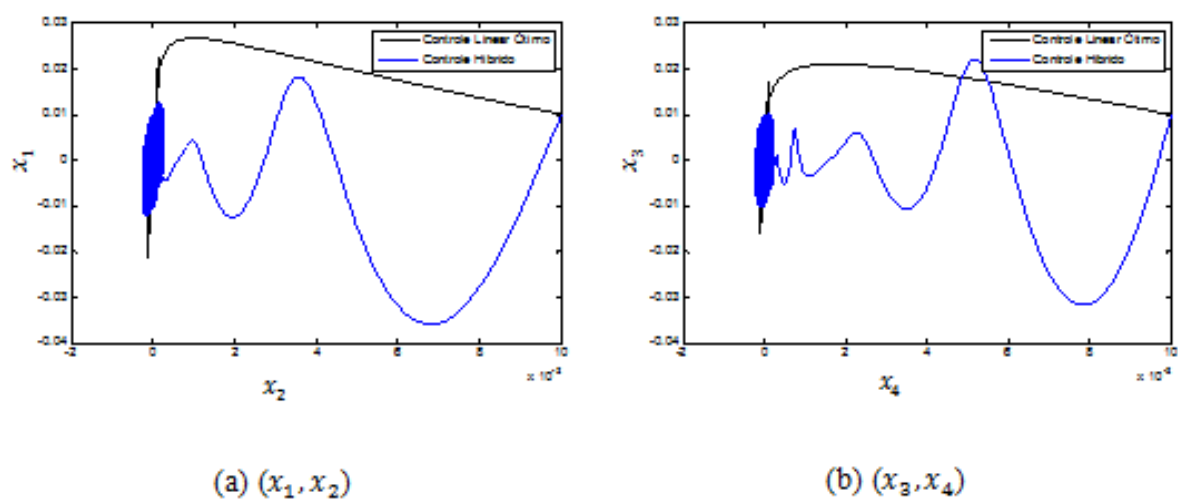


Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

O controle híbrido teve um desempenho muito melhor que a utilização apenas do amortecedor magneto reológico, deixando as amplitudes da excitação ainda mais próximas de zero e mantendo-se constante.

As Figuras 38 e 39 apresentam uma comparação entre a aplicação do controle linear ótimo e o controle híbrido.

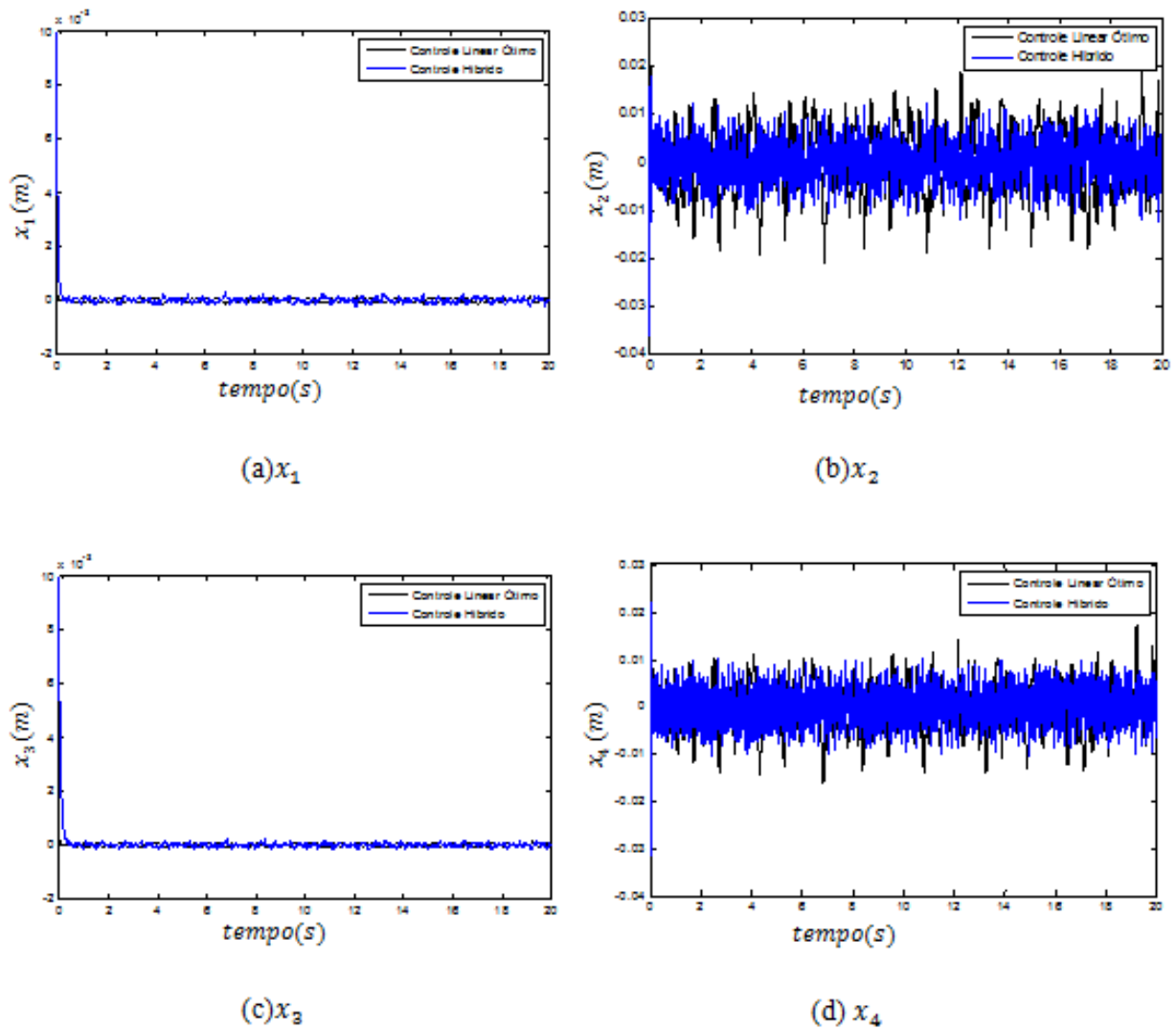
Figura 38 - Plano de Fase do sistema controlado com controle linear ótimo e controle híbrido.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

A Figura 38 (a) e (b) verifica-se que o controle híbrido apresenta uma amplitude menor que o controle linear ótimo.

Figura 39 - Histórico no tempo de (x_1, x_2, x_3, x_4) para o sistema controlado com controle linear ótimo e controle híbrido.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Nota- se mais uma vez que o controle híbrido teve um desempenho muito melhor do que a utilização apenas do LQR, deixando as amplitudes da excitação ainda mais próximas de zero e mantendo- se constante.

5 CONCLUSÃO

Os Desastres Naturais constituem um grande interesse da engenharia, as consequentes catástrofes naturais têm exigido nos últimos tempos dos governantes e sociedades de vários países, políticas de prevenção e ação de socorro às vítimas de regiões atingidas por terremotos, ciclones, e desequilíbrios climáticos, demonstrando ser um tema cada vez mais presente no cotidiano das pessoas.

O Desastre Natural foco deste trabalho foi à ocorrência de ações sísmicas em estruturas, sendo que no Brasil, não é comum a consideração de ações sísmicas em estruturas, entretanto em estruturas especiais, tais como barragens e usinas nucleares, já se consideram essa ação.

Para se investigar a ações sísmicas em estruturas, foi proposto o modelo matemático de um pórtico plano simples, com consideração do encurtamento das barras devido à flexão das mesmas. Por se tratar de uma estrutura simples, a mesma foi modelada de forma que mantivesse sua estrutura estável, mesmo sofrendo excitações periódicas pequenas, o que foi comprovado por este estudo.

A proposta do trabalho foi utilizar uma excitação externa tipo Tajimi-Kanai, que são vibrações excessivas causadas por carregamentos dinâmicos, como o terremoto. Essa excitação considera as propriedades do solo local, uma situação real, que produzem alteração nas propriedades dinâmicas da estrutura, que neste caso, levaram a estrutura a um comportamento caótico.

Este comportamento caótico ilustrado, muitas vezes causam desastres naturais que venham causar perdas biológicas, materiais, danos ou ruína de construções humanas podendo levar a um grande número de vítimas e prejuízos econômicos.

Uma alternativa para minimizar as vibrações instáveis apresentados é o controle estrutural. O controle estrutural, basicamente promove alterações na rigidez e amortecimento da estrutura, quer seja pela inclusão de dispositivos externos, seja pela ação de forças externas. Pode-se adotar vários modelos de controle, como o controle passivo, controle de ativos, controle híbrido e controle semi-ativo. Neste trabalho foi adotado o controle semi-ativo, controle ativo e os controles combinados (híbridos).

Com o objetivo de minimizar as vibrações e reduzir o movimento oscilatório e caótico causado no sistema, foi proposto a aplicação da técnica do controle linear ótimo e do amortecedor magneto reológico que reduziu este movimento caótico para a um

ponto estável, sendo que ambas as técnicas demonstraram eficiência para este problema, podendo assim auxiliar na prevenção deste um tipo de Desastre Natural.

Primeiramente para controlar o movimento caótico, foi utilizado o controle linear ótimo que apresentou ótimos resultados, nas Figuras 26 e 27 é possível ver o comportamento do sistema após ser controlado, sua trajetória reduz para um ponto estável. Em seguida, foi utilizado o amortecedor magneto reológico para controlar o movimento caótico, esse controle também apresentou bons resultados, a vibração pode ser controlada como mostra a Figura 33 e assim como com o controle linear ótimo, o amortecedor magneto reológico também reduziu o movimento caótico para um ponto estável, porém os resultados do controle linear ótimo foram melhores que do amortecedor magneto reológico.

Por fim, foi aplicada a técnica do controle híbrido, que é a junção do amortecedor magneto reológico e o controle linear ótimo, proposto na seção 4.2.5, que demonstrou ser o melhor controlador para vibração do sistema. As Figuras 36 a 39 mostram a comparação do controle híbrido com os controles ótimo e o magneto reológico, podendo comprovar a eficácia da combinação da estratégia de controle de vibrações podendo, portanto, auxiliar na prevenção de um tipo de desastre natural.

PARTICIPAÇÃO DE CONGRESSOS E SIMPÓSIOS

- Reis, Maria Gabriella Ribeiro ; Chavarette, Fábio Roberto . Vibration control of a simple plane frame, coupled to a (mr) magnetorhological damper, vulnerable to excessive vibrations. 22nd International Congress of Mechanical Enginnering - COBEM, 2013, Ribeirão Preto – S.P. Universidade de São Paulo - USP. Apresentação de Pôster.
- Reis, Maria Gabriella Ribeiro ; Chavarette, Fábio Roberto . Controle de Vibrações em um Portico Plano Simples Utilizando Amortecedor Magneto Reologico. In: IX Sciencult - Símposio Cinetifico Cultural, 2012, Paranaíba-MS. Anais do IX Sciencult - Símposio Cinetifico Cultural. Paranaíba-MS: Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul, 2012. v. 5. Apresentação oral.
- Reis, Maria Gabriella Ribeiro ; Chavarette, Fábio Roberto . Desastre Natural: Simulação e Projeto de Controlador. Boletim Técnico da Faculdade de Tecnologia de São Paulo, v. 34, p. 04-04, 2012. Apresentação de Pôster.
- Reis, Maria Gabriella Ribeiro. Produção de Biodiesel utilizando óleo residual. XVII Congresso Nacional de Estudantes de Engenharia Mecânica- CREEM. Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG, 2010. Apresentação Oral.
- Reis, Maria Gabriella Ribeiro. Secagem de óleo de cozinha usado para posterior produção de biodiesel em laboratório. XXI Congresso de Iniciação Científica da UNESP. São José do Rio Preto, SP, 2009. Apresentação Poster.

REFERÊNCIAS

- AGUIAR, M. A. M. **Tópicos de mecânica clássica**. Unicamp: UNICAMP, 2010.
- BOYCE, W. E. ; DIPRIMA, R. C. **Equações diferenciais elementares e problemas de valores de contorno**. Rio de Janeiro: LTC, 2005.
- CHAVARETTE, F. R.; GOUVEIA, M. R. A. ; TONIATI, A. L. Analise do Comportamento Dinamico de uma Estrutura sob Excitação. In: X CONFERÊNCIA BRASILEIRA DE DINÂMICA, CONTROLE E APLICAÇÕES, Dincon 2011, 10, 2011, Aguas de Lindoia. **Anais...** São Carlos: SBMAC, 2011.
- DYKE, S. J. **Acceleration feedback control strategies for active and semi-active control systems: modeling, algorithm development, and experimental verification**. 1996. 274 f. These (Doctorado) - Department of Civil Engineering and Geological Sciences, University of Notre Dame, Notre Dame, 1996.
- DYKE, S. J.; SPENCER, B. F.; SAIN, M. K.; CARLSON, J. D. Modeling and control of magnetorheological dampers for seismic response reduction. **Smart Materials and Structures**, Temple Back, v. 5, p. 565-575. 1996.
- EM-DAT EMERGENCY DATABASE. OFDA/CRED – **The office of us foreign disaster assistance/ centre for research on the epidemiology of disasters**. Brussels: Université Catholique de Louvain, 2013. Belgium. Disponível em: <http://www.emdat.be/> Database. Acesso em: 15 ago. 2013.
- ESTÊVÃO, J. M. C.; OLIVEIRA, C. S. **Utilização de acelerogramas simulados na análise sísmica de estruturas**. CONGRESSO DE SISMOLOGIA E ENGENHARIA SÍSMICA, 8, 2014. Disponível em: <http://www.researchgate.net/publication/259289847_Utilizacao_de_acelerogramas_simulados_na_anlise_ssmica_de_estruturas>. Acesso em: 12 abr. 2014.,
- FIEDLER-FERRARA, N.; PRADO, C. **Caos - uma introdução**. São Paulo: Edgard Blucher, 1995. ISBN 9788521200581. Disponível em: <<http://books.google.com.br/books?id=-bo7HQAACAAJ>>. Acesso em: 12 jan. 2013.
- GREBOGI, C.; YORKE, J. **The impact of chaos on science and society**. New York: University Press, 1997. ISBN 9789280808827. Disponível em: <<http://books.google.com.br/books?id=H1s1vyD1uQMC>>. Acesso em: 12 dez. 2013.
- KANAI, K. Semi-empirical formula for seismic characterisation of the ground. **Bull. Earthquake Research Institute Uniniversity**, Tokyo, v. 35, jun. 1957.
- KOO, J. H. Using Magneto – Rheological Dampers in Smiactive tuned Vibration Absorbers to Control Structural Vibrations. Tese Mechanical Engineering, Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and state University, Blacksburg, Virginia, 2003. Disponível em: http://scholar.lib.vt.edu/theses/available/etd-09192003-103018/unrestricted/ETD_KOO.pdf

LAI, C. Y.; LIAO, W. H. Vibration control of a suspension system via a magnetorheological fluid damper. **Journal of Vibration and Control**, Thousand Oaks, v. 8, n. 4, p. 527-547, 2002.

LAZANHA, E. C. **Análise dinâmica elasto-plástica de estruturas metálicas sob excitação aleatória de vento**. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003. Disponível em: <www.tese.usp/disponíveis/3/3144/tde-05052003-175429/>. Acesso em: 15 mar. 2014.

MONTEIRO, L. H. A. **Sistemas dinâmicos**. São Paulo: Ed. Física, 2002.

OBSERVATÓRIO SISMOLÓGICO. Instituto de Geociências. Universidade de Brasília. Disponível em: <<http://www.obsis.unb.br/>>. Acesso em: 13 jun. 2014.

PASCHOAL, E. F. **Controle semi- ativo de vibrações usando lógica nebulosa e fluido magnetoreológico**. 2011. 117 f. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha solteira, 2011. Disponível em: <<http://base.repositorio.unesp.br/handle/11449/94519>>. Acesso em: 12 jan. 2014.

RAFIKOV, M.; BALTHAZAR, J. M. On control and synchronization in chaotic and hyperchaotic system via linear control feedback. **Nonlinear Science and Numerical Simulation**, New York, v. 1397, p. 1246-1255, 2008.

REIS, M. G. R.; CHAVARETTE, F. R.; PERUZZI, N. J.; BALTHAZAR, J. M. Vibration control of a simple plane frame, coupled to a (MR) magneto rheological damper, vulnerable to excessive vibrations. In: INTERNATIONAL CONGRESS OF MECHANICAL ENGINEERING, COBEM 2013, 22, 2013, Ribeirão Preto. **Anais...** Ribeirão Preto: Cobem, 2013. p. 12-22.

SANTOS, A. C. F.; AGUIAR, C. E. **Ondas e terremotos**. Rio de Janeiro: Instituto de Física/Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2012.

SAVI, M. **Dinâmica não- linear e caos**. 2006. Disponível em: <<http://books.google.com.br/books?id=AlKIjK9zz0oC>>. Acesso em: 12 abr. 2014.

SPENCER, B. F.; DYKE, S. J.; SAIN M. K.; CARLSON, J. D. Phenomenological model of a magneto-rheological damper. **Journal of Engineering Mechanics**, New York, v. 122, n. 3, p. 1-23 1996.

TOMINAGA, L.,K.; SANTORO, J.; AMARAL, R. **Desastres naturais: conhecer para prevenir**. São Paulo: Instituto Geológico, São Paulo, 2009.

TUSSET, A. M. **Controle ótimo aplicado em modelo de suspensão veicular não-linear controlada através de amortecedor magneto- reológico**. Tese (Doutorado) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

UN-ISDR - INTERNATIONAL STRATEGY FOR DISASTER REDUCTION. 2009. **Terminology on disaster risk reduction**. Disponível em: <<http://www.unisdr.org>>. Acesso em: 12 ago. 2013.

WINSLOW, W. M. **Method and means for translating electrical impulses into mechanical force.** 1947. [S.n.t.]. (US Patent No. 2417850, 25 mar 1947).

WOLF, A.; SWIFT, J. B.; SWINNEY, H. L.; VASTANO, J. A. Determining lyapunov exponents from a time series. **Physica D: Nonlinear Phenomena**, Washington, v. 16, n. 3, p.85–317, 1985.

YANG, G. **Large- scale magnetorheological fluid damper for vibration mitigation: modeling, testing and control.** New Delhi: Departiment of Civil Engineering and Geological Sciences Notre Dame, 2001.

ZILL, D. G. E. C. MICHAEL, R. **Equações Diferencias.** São Paulo: São Paulo: Makron Books, 2001.