



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

ÁREA DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA
MATEMÁTICA E SEUS FUNDAMENTOS FILOSÓFICO-CIENTÍFICOS

**Performance Matemática Digital e GeoGebra:
possibilidade Artístico Tecnológica em Educação
Matemática**

Carla Vital

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS

RIO CLARO
2018

CARLA VITAL

**Performance matemática digital e GeoGebra: possibilidade
artístico-tecnológica em educação matemática**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática do Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, campus de Rio Claro, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Ricardo Scucuglia Rodrigues da Silva.

Rio Claro - SP
2018

510.07 Vital, Carla
V836p Performance matemática digital e GeoGebra:
possibilidade-artístico tecnológica em educação matemática /
Carla vital. - Rio Claro, 2018
136 f. : il., figs., fots., quadros

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista,
Instituto de Geociências e Ciências Exatas
Orientador: Ricardo Scucuglia Rodrigues da Silva

1. Matemática - Estudo e ensino. 2. GeoGebra. 3.
Performance matemática digital. 4. GIF. 5. Geometria. 6.
Artes. I. Título.

CARLA VITAL

Performance Matemática Digital e GeoGebra: Possibilidade Artístico-Tecnológica em Educação Matemática

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática do Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, campus de Rio Claro, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Ricardo Scucuglia Rodrigues da Silva.

Comissão Examinadora

Prof. Dr. Ricardo Scucuglia Rodrigues da Silva - Orientador
IBILCE/UNESP/São José do Rio Preto (SP)

Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Borba
IGCE/UNESP/Rio Claro (SP)

Prof. Dr. Carlos Roberto Vianna
UFPR/Curitiba (PR)

Rio Claro, SP, 15 de junho de 2018.

Resultado: Aprovada

Dedico este trabalho ao meu irmão mais novo, Marocas.

AGRADECIMENTOS

Agradeço as minhas famílias: a Fortaleza, Dona Aparecida que sempre me incentivou, apesar de todas as adversidades. Ao Art e Vivi pelo amor e carinho enorme, que mesmo de longe pude sentir através de ligações e chamadas de vídeo. Ao Cássio que sempre me ajudou em todos os momentos que precisei. Ao Mestre dos Magos pelo apoio, incentivo e por sempre me propor os maiores desafios. Em especial agradeço ao Marocas que permite que eu faça parte de toda a sua intensidade e insanidade, mesmo com todas as idas e vindas. Principalmente, agradeço-os por compreenderem minha ausência e falta de tempo durante a minha jornada; a de São Paulo (sem exceção) que me acolheu da melhor maneira possível e que de alguma maneira tornou esse percurso mais suave, em especial: Isabela, Laurinha, Nina, Vinicinho, Vitão, Paulinho, Jenny, Caio, Tia Lenita, Tio Cido, Cocó, Vicente e Vó Maria. Ao meu tio Xiroco agradeço de maneira única, pela amizade e por me receber tão bem; a de Rio Claro composta por Egidio, Clênia, Luelmy, Sandro, Dete, Aisha, Lahis e Anderson que sempre se fez presente em todos os momentos, obrigada por serem minha família.

A todos os meus amigos: de graduação Nara, Mariza, Paulo, Roberto, André e Marcos, que sempre se fizeram presentes mesmo com toda a distância; a dona Leila, por me tratar tão bem e sempre estar disposta a me ajudar, a Vi pelas sobremesas e mimos durante a minha estadia em Rio Claro e às minhas companheiras de casa Karine, Fran, Janaína e Rubi, em especial Marly que além de companheira de casa se tornou confidente e amiga para todas as horas; Ao “Clube da Zoeira”, grupo de Whatsapp: Best, Amanda, Big, Ronny, Minduim e Bruno. E, especialmente, Andressa e Maick; aos amigos que mesmo longe estão sempre torcendo por mim: Renata, Fabiana, Sandra, Stefany, Valkiria, Juliana Brandão, Iuna, Eduardo, Natália, Davi, Anita, Lílian, Hitalita, Paulo Torrens, Diess, Chai, Bruna Proença, Marck, Pedro Gonçalves e Michel Stiakakis; Ao PH, além de amigo, meu maior incentivador em todas as caminhadas que eu decidi trilhar; a Lís por ser a minha irmã e maior companheira nessa trajetória; ao Franz por toda amizade, irmandade, cuidado, carinho, também pela tatuagem (Fibonacci) que marcou meu percurso durante o mestrado.

Ao Ivan por me apoiar e estar presente em todos os momentos.

Agradeço profundamente aos meus professores de graduação: Carol e Cleiton (*in memoriam*) por me incentivarem e acreditarem na minha capacidade profissional.

Aos meus professores da Universidade Estadual Paulista, pois suas contribuições foram primordiais a minha formação enquanto profissional.

A todos que foram meus alunos nesse período, vocês foram muito importante, em especial ao Victor e sua mãe, Alessandra, que foram fiéis a mim incondicionalmente, também por sempre cuidarem de mim e acreditarem no meu trabalho.

Aos colegas do GPIMEM (Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática) que me acompanharam e me acolheram durante esse processo,

principalmente ao Jonson por tornar a viagem do mestrado mais divertida e alegre assim como Emily e a Dona de Ilhéus, mais conhecidas como Bárbara e Liliane.

Agradeço aos meus colegas de pós-graduação, em especial Lilian e Rose, que estiveram perto em momentos divertidos, ouvindo meus desabafos, principalmente nos momentos de dificuldade.

Agradeço imensamente aos alunos do curso de extensão, a todos que participaram e contribuíram com esta pesquisa de alguma forma.

Agradeço a CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pelo financiamento desta pesquisa.

A todos que fazem a Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” pelo compromisso e responsabilidade ao possibilitar essa realização tão significativa.

Agradeço aos membros da banca pelas orientações e sugestões, Prof. Dr. Carlos Viana e, especialmente ao Prof. Dr. Marcelo Borba por contribuir para esta pesquisa desde antes de eu ingressar no mestrado.

Agradeço muito ao meu orientador, o Prof. Dr. Ricardo Scucuglia, por todo o conhecimento compartilhado, além disso, pela amizade e paciência.

“Depois que um certo nível de conhecimento técnico é atingido, ciência e arte tendem a coalescer em estética, plasticidade e forma. Os maiores cientistas são artistas também”.

(Albert Einstein)

RESUMO

Esta dissertação busca investigar o processo de produção de Performances Matemáticas Digitais (PMD) com o auxílio do *software* GeoGebra em ambientes educacionais voltados à formação de estudantes e professores de Matemática. Especificamente, o objetivo é investigar o papel das Artes e das tecnologias digitais na comunicação de ideias matemáticas. Dessa maneira, a pergunta que norteou essa pesquisa foi: Como estudantes de Matemática produzem PMD sobre Geometria considerando o uso do *software* GeoGebra? PMD concerne no uso das Artes e das tecnologias digitais em Educação Matemática, com o objetivo de compartilhar ideias matemáticas de uma maneira alternativa. O GeoGebra é um *software* livre e possui muito prestígio no ensino e aprendizagem de Matemática, pois ele possibilita a exploração de aspectos como a visualização e experimentação com tecnologias. Com o intuito de investigar interpretativamente tais aspectos envolvendo a produção de PMD, esta pesquisa é de natureza qualitativa. Os dados foram produzidos por meio da realização de um curso de extensão universitária de 18 horas sobre Geometria que envolveu a produção de PMD e o uso do *software* GeoGebra. Este foi ministrado na Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP), Campus de Rio Claro. Durante os encontros os estudantes e professores de Matemática criaram três tipos de PMD: *Graphics Interchange Format (GIFs)*, música e clipe. As ideias matemáticas comunicadas tiveram origem em uma atividade sobre um triângulo equilátero e outra sobre um tetraedro regular. Os registros dos dados foram feitos por meio do diário de campo e consideraram-se como dados as PMD, as filmagens das seções do curso, gravações das telas e dos áudios dos computadores dos participantes, interações em um grupo no Facebook e as anotações dos cursistas nas atividades impressas. A análise dos dados explora aspectos artísticos, tecnológicos e matemáticos desenvolvidos durante o curso e no processo de produção PMD. Os resultados mostram que a criação de PMD pode ser uma possibilidade para o ensino de Matemática destacando-se, principalmente, fatores artísticos e os coletivos pensantes a respeito do processo de pensar-com-PMD. Podendo transmitir emoções para os espectadores dessas PMD.

Palavras-chave: GeoGebra; Performance Matemática Digital; *GIF*; Geometria; Artes.

ABSTRACT

This work aims to investigate the production process of Digital Mathematical Performances (DMP) with the use of GeoGebra software in educational environments aimed at the training of students and teachers of Mathematics. Specifically, the objective is to investigate the role of the Arts and Digital Technologies in the communication of mathematical ideas. Thus, the question that guided this research was: how do math students develop DMP about Geometry considering the use of GeoGebra software? DMP refers to the use of the Digital Arts and Technologies in Mathematics Education, aiming to share mathematical ideas in an innovative way. GeoGebra is a free software and has educational prestige in the teaching and learning of mathematics, as it enables the exploration of aspects such as visualization and experimentation with technologies. In order to investigate such aspects involving the production of DMP, this research is qualitative in nature. The data were produced through the accomplishment of a 18-hours knowledge mobilization course about Geometry that involved the production of DMP and the use of GeoGebra software. It was taught at Sao Paulo State University “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP), Campus of Rio Claro. During the sessions, the students and teachers of Mathematics created three types of DMP: Graphics Interchange Format (*GIF*), music and video clip. The mathematical ideas communicated had originated in an activity on an equilateral triangle and another on a regular tetrahedron. The data records were made by means of field diaries, the produced DMP, video recordings of the sessions, videotape of the participants' computer screens, interactions in a Facebook group, and notes of the participants in the activities were considered as data printed. The data analysis explores artistic, technological and mathematical aspects present during the course development and the DMP. The results show that creation of DMP can be a possibility for the teaching of mathematics emphasizing, mainly, artistic factors and the collective thinking about the process of thinking-with-DMP. It can convey emotions to the audience of these DMP.

Keywords: GeoGebra; Digital Mathematical Performance; GIF; Geometry; Art.

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

CNPq – Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico

DMP – *Digital Mathematical Performance*

GIF – *Graphics Interchange Format*

GPIMEM – Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática

IC – Iniciação Científica

IGI – *International GeoGebra Institute*

LEM – Laboratório de Ensino em Matemática

MAES – Grupo de Pesquisa Matemática e Ensino

PMD – Performances Matemáticas Digitais

PNLD – Programa Nacional do Livro Didático

PPGEM – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática

SSHRC – *Social Sciences and Humanities Council of Canada*

TCC – Trabalho de Conclusão de Curso

UECE – Universidade Estadual do Ceará

UNESP – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – GeoGebraTube.....	25
Figura 2 – Atividade 3	41
Figura 3 – Atividade 1	43
Figura 4 – Imagem estática do GIF triângulo equilátero	44
Figura 5 – Empolgação da participante.....	45
Figura 6 – Esboço do roteiro.....	47
Figura 7 – Modelo de análise de vídeos de Powell, Francisco e Maher	49
Figura 8 – Parte 1 da atividade 1.....	54
Figura 9 – Parte 2 da atividade 1.....	55
Figura 10 – Código QR.....	56
Figura 11 – GIF 1A.....	57
Figura 12 – GIF 1B	58
Figura 13 – GIF 1C	59
Figura 14 – GIF 2A.....	60
Figura 15 – GIF 2B	61
Figura 16 – GIF 2C	62
Figura 17 – Construção do GIF 2A.....	65
Figura 18 – Alterações de cores para construção do GIF 2B.....	68
Figura 19 – Construção do GIF 1A.....	69
Figura 20 – Ponto I.....	70
Figura 21 – Sugestão de refrão	78
Figura 22 – Discussão do roteiro do clipe.....	83
Figura 23 – Alunos em fila	91
Figura 24 – Alunos entrando na sala.....	91
Figura 25 – Hélio atrasado pedindo para entrar	91
Figura 26 – Hélio entrando na sala	91
Figura 27 – Professora explicando.....	92
Figura 28 – Alunos sem entender	92
Figura 29 – Professora demonstra ter uma ideia.....	92
Figura 30 – Professora a frente da fila	93
Figura 31 – Alunos em fila	93
Figura 32 – Alunos no laboratório de informática.....	93
Figura 33 – Hélio indo embora	94
Figura 34 – Professora sorrindo	95
Figura 35 – Alunos utilizando o GeoGebra	95
Figura 36 – GIF 1B e GIF 2B durante o clipe	96
Figura 37 – GIF 1C e GIF 2B durante o clipe	96
Figura 38 – Comentários sobre o clipe	98

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Aspectos emergentes ao curso.....	52
Quadro 2 – GIFs	71
Quadro 3 – Letra da paródia, roteiro do clipe, cenas e características de PMD conceitual	91

Sumário

Capítulo 1 - Introdução	13
Capítulo 2 - Artes, Educação Matemática e Tecnologias Digitais.....	18
2.1 Situando a pesquisa	18
2.2 Geometria e Artes.....	20
2.3 Geometria e Tecnologias Digitais	21
2.4 Arte Digital e Graphics Interchange Format	28
2.5 Performance Matemática Digital.....	31
Capítulo 3 - Metodologia da Pesquisa.....	38
3.1 Pesquisa qualitativa	38
3.2 A Audiência.....	40
3.3 A Performance Extensionista	42
3.4 Registro do Espetáculo	48
3.5 Avaliação do espetáculo	49
Capítulo 4 - Análise de dados	52
4.1 Animações Geométricas.....	53
4.2 A Produção Musical	74
4.3 A Produção do Clipe	83
4.4 Considerações	99
Capítulo 5 - Conclusão	101
REFERÊNCIAS	105
APÊNDICE A	111
APÊNDICE B	113

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

Em minha vivência como estudante na educação básica, tive contato com o uso de tecnologias informáticas como calculadoras, computadores e a *internet*. No entanto, essas experiências foram, em sua maioria, pedagogicamente superficiais, pois em suas aulas, alguns professores buscavam ensinar procedimentos técnicos como: ligar e desligar um computador, utilizar recursos básicos de um sistema operacional de computador, iniciar um editor de textos e abrir um navegador de acesso à *internet*. Minhas experiências escolares que vivi na Educação Básica não ofereceram meios para que ocorresse o uso inteligente de tecnologias na escola (VALENTE, 1997).

As oportunidades de formação dessa natureza que tive durante esse período ocorreram por meio de meu engajamento em cursos extraescolares e por “aprendizagem autodidata”, com a utilização de computadores, telefones celulares, câmeras digitais e a *internet* para interagir social e culturalmente. Ao refletir sobre tais fatos, compreendo que muitos de meus professores não tinham conhecimento/formação sobre o uso de tecnologias digitais. Quando raramente utilizadas, o uso era domesticado (BORBA; PENTEADO, 2015), ou seja, os professores apenas reproduziam suas práticas didáticas usuais, utilizando as tecnologias informáticas de maneira idêntica à qual usavam giz, lousa e retroprojetores. Os professores não criavam cenários de investigação matemática (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2006).

No ensino superior, cursei a licenciatura em Matemática na Universidade Estadual do Ceará (UECE). Ao relembrar minhas aulas enquanto graduanda em Matemática, também tenho refletido sobre como ocorreu o uso de tecnologias digitais do ponto de vista da formação inicial de professores de Matemática (VALENTE, 1999). Reconheço que tecnologias eram usadas nas disciplinas da graduação, mas elas poderiam ter sido utilizadas de maneira investigativa em diversas situações as quais não foram, ou então, foram “subutilizadas” do ponto de vista investigativo. Alguns professores usavam computadores, projetores multimídia e se correspondiam com os alunos via *e-mail*.

No entanto, existiam outras possibilidades de uso das tecnologias digitais em nossa formação, as quais não tivemos oportunidade de engajamento. Dentre essas, encontramos diversos exemplos nas pesquisas produzidas pelos integrantes do Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática (GPIMEM) (BORBA; CHIARI, 2013), o qual a presente pesquisa está vinculada.

Durante o curso de graduação obtive algumas experiências profissionais, em 2011 e 2012 eu fui professora no projeto Mais Educação, programa do governo federal, cuja proposta é “fomentar a educação integral de crianças, adolescentes e jovens, por meio do apoio a atividades sócio-educativas no contra turno escolar” (BRASIL, 2007, p. 1).

Inicialmente comecei a lecionar Matemática para alunos dos 6º e 7º anos do Ensino Fundamental II. As aulas tinham o intuito de ser um auxílio para que os alunos pudessem tirar dúvidas e fazer exercícios que o professor da turma regular passava. Porém não era o que acontecia, os alunos sempre pediam para que eu ensinasse novamente o conteúdo que o professor já havia discutido. Aquilo me incomodou, pois percebia que alguns alunos não aprendiam nas aulas regulares. Então eu comecei a revisar conteúdos iniciais que os alunos já deveriam dominar, por exemplo, ajudá-los a interpretar o enunciado de uma questão, fazer as quatro operações básicas, dentre outros.

Daí surgiu uma inquietação a respeito da maneira de passar o conteúdo para o aluno, questionei-me se seria uma professora que ensinaria algo para os alunos e eles não aprenderiam. Eu realmente queria ser uma professora que conseguisse ensinar com o intuito de que os alunos gostassem da minha aula. Após algum tempo surgiu à oportunidade de lecionar mais uma disciplina do projeto, chamava-se “Jogos”. Seu objetivo era ser um momento de lazer para os alunos. A partir de então comecei a pensar em minhas aulas de maneira integrada, tanto de Matemática quanto de Jogos.

Isso foi muito proveitoso, pois pude mostrar aos alunos que a Matemática não é algo isolado que aprendemos na escola e sim que a utilizamos em nosso cotidiano. Apresentei a eles diversos jogos que exigem um pouco de raciocínio, fizemos até um campeonato de xadrez com premiação, além disso, levei-os para o laboratório de Informática diversas vezes onde usamos diversos objetos educacionais e também, jogos matemáticos.

Nesse momento percebi o quanto precisava melhorar a minha formação como professora, assim de maneira alternativa em comparação com a formação (regular) da maioria de meus colegas de graduação, tive a oportunidade de aprimorar meus conhecimentos e práticas sobre o uso de tecnologias digitais em Educação Matemática, ao desenvolver um projeto de pesquisa em nível de Iniciação Científica (IC).

Durante dezesseis meses fui bolsista da Universidade Estadual do Ceará (IC/UECE) e integrante do Grupo de Pesquisa Matemática e Ensino (MAES). O projeto de IC intitulado “Laboratório Virtual de Matemática e a Construção de Conceitos

Matemáticos” tinha foco na investigação a respeito do pensamento matemático de professores ao utilizarem um ambiente virtual/*online* de aprendizagem o que possibilitou articular o uso de materiais manipulativos e de tecnologias em vez de vê-los de maneira isolada como nas disciplinas durante a graduação.

O Laboratório Virtual incluiu também a versão presencial, Laboratório de Ensino em Matemática (LEM), que segundo Lorenzato (2006), pode ser apenas um lugar para depositar materiais para auxiliar as aulas ou um ambiente destinado à aprendizagem em que há espaço para a pesquisa em Matemática. Em meu estudo defendi a segunda concepção de LEM que, além dos recursos industrializados, possibilitava que os próprios alunos, com ajuda do professor, construíssem objetos manipuláveis, sendo um ambiente de criação, raciocínio e questionamentos. Segundo o autor, o objetivo principal do LEM não é construção dos conceitos em curto prazo, mas sim um constante aprendizado na elaboração de conceitos matemáticos desenvolvendo a autonomia do aluno.

Além disso, durante a IC, fiz parte de um grupo de pesquisa, o MAES, cujo aprendizado foi enriquecedor para a minha formação como pesquisadora. Participei desde reuniões administrativas até grupos de estudos, com isso pude entender como um grupo de pesquisa funciona, iniciar os estudos teóricos e trazê-los para a Educação Matemática. Nesse período meu foco de estudo juntamente com outros mestrandos e pesquisadores em nível de IC era a Teoria da Atividade. Também tive contato com professores da escola básica e pós-graduandos do Programa de Pós-Graduação em Educação da UECE.

Essas experiências foram de suma importância para a minha formação enquanto pesquisadora, diante disso passei a ter um olhar mais crítico tanto para o que aprendia na graduação, como para a profissional que almejava ser.

No final do meu curso de graduação participei do projeto O Círculo da Matemática do Brasil. Ele foi desenvolvido em nível nacional fomentado pelo Instituto TIM. Seu principal objetivo era incentivar as crianças a gostarem de Matemática, para tanto as aulas eram no contraturno escolar nas escolas públicas. O público alvo eram crianças com idade entre 7 e 10 anos. A metodologia de ensino era diferenciada, originalmente conhecida como *Math Circle*, desenvolvida pelos professores Bob e Ellen Kaplan da universidade de Harvard. Um dos seus grandes diferenciais era incentivar o diálogo com os alunos e chegar às respostas junto com eles, tentando explorar o erro de uma maneira construtiva.

Em paralelo a essa atuação, eu estava escrevendo o meu Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) no qual investiguei o LEM *online* e presencial na formação de

professores de Matemática. Fiz uma pesquisa a respeito do seu uso nos cursos de Licenciatura em Matemática nas universidades públicas do estado do Ceará. Todo esse processo formativo inicial (IC e TCC) como professora e pesquisadora, pude conhecer possibilidades e complexidades científicas no que se refere ao uso de tecnologias digitais na formação inicial e continuada de professores de Matemática (LORENZATO, 1995; BORBA; PENTEADO, 2015).

Ainda no que se refere à minha formação, tive a oportunidade de participar e organizar eventos acadêmicos de matemática e Educação Matemática, tanto locais quanto estaduais. Num desses eventos conheci o Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEM) da Universidade Estadual Paulista (UNESP), campus de Rio Claro/SP. Com o intuito de melhorar a minha formação como educadora matemática interessei-me em conhecer o PPGEM.

Portanto, após concluir a graduação, ingressei no PPGEM como “aluna especial”, inicialmente, cursei quatro disciplinas. Nesse período também participei das jornadas de avaliação continuada e dos seminários de Matemática, Educação Matemática e outros assuntos. Com base nessa experiência, pude aprimorar significativamente minha formação enquanto pesquisadora, estudando diferentes tendências em Educação Matemática, metodologias de pesquisas, dentre outras questões.

Além disso, conheci especificidades investigadas em diferentes linhas de pesquisa e algumas dinâmicas de Grupos de Pesquisa do PPGEM. Nesse período tive o primeiro contato com as Performances Matemáticas Digitais (PMD), o que me incitou e fez com que me aprofundasse nos estudos sobre essa temática. Dessa maneira surgiu o projeto de pesquisa desta dissertação, com o qual pude unir as Artes e as tecnologias digitais para lecionar Matemática.

Assim, a presente dissertação é composta por cinco capítulos: Introdução; Artes, Educação Matemática e tecnologias digitais; Metodologia da Pesquisa; Análise de Dados; e Conclusão. Na Introdução, apresentei minha trajetória acadêmica, bem como o que me levou a elaboração dessa pesquisa.

No capítulo 2, Artes e Educação Matemática e Tecnologias Digitais, apresento o objetivo da pesquisa, a pergunta diretriz e justificativa. São constituídas breves discussões sobre as temáticas: uso de Tecnologias Digitais, PMD, GeoGebra e Artes. Ainda, consta o referencial teórico a respeito de PMD enquanto linha de pesquisa em fase de

implementação no Brasil, destacando aspectos artísticos presentes na Matemática, principalmente, na Geometria.

No capítulo 3 exponho os métodos que foram utilizados para a produção e coleta dos dados dessa pesquisa. São detalhados o contexto, os sujeitos, a forma de registro e os procedimentos para análise dos mesmos. Da mesma maneira discuto as características que definem este estudo como qualitativo.

Na análise de dados, descrevo como foram analisadas as filmagens, as PMD criadas durante o curso e os registros feitos pelo grupo fechado do Facebook. O objetivo de tal análise, apoiada no referencial teórico, é responder à pergunta diretriz, originando três temáticas.

O último capítulo é a respeito das considerações finais e reflexões que surgiram durante a elaboração deste estudo. Trago ainda, no apêndice A, o documento de autorização para uso de dados com finalidade para esta pesquisa. E no apêndice B mostro as atividades utilizadas durante o curso de extensão.

CAPÍTULO 2 - ARTES, EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E TECNOLOGIAS DIGITAIS

2.1 Situando a pesquisa

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) propõe diversas competências específicas para a disciplina de Matemática na educação básica, uma delas é o uso de tecnologias digitais, especificamente, “utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados” (BRASIL, 2017, p. 225).

Nesse sentido, pode-se notar e justificar a pertinência na realização de iniciativas educacionais e pesquisas sobre o ensino-aprendizagem de Geometria e o uso de tecnologias digitais. Na literatura sobre formação de professores, por exemplo, Lorenzato (1995) afirma que “o professor que não conhece Geometria também não conhece o poder, a beleza e a importância que ela possui para a formação do futuro cidadão, então, tudo indica que, para esses professores, o dilema é tentar ensinar Geometria sem conhecê-la ou então não ensiná-la” (LORENZATO, 1995, p. 3).

No âmbito da discussão sobre o uso de tecnologias digitais, Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014) argumentam que estamos vivenciando, atualmente, uma quarta fase no que diz respeito ao uso de tecnologias digitais em Educação Matemática. Nessa perspectiva, a primeira fase diz respeito ao uso de calculadoras, do aplicativo LOGO e a elaboração do construcionismo. A segunda fase se refere ao uso de *softwares* de geometria dinâmica e *softwares* gráficos, na qual pesquisas exploram questões sobre visualização e pensamento matemático, múltiplas representações de funções e experimentação com tecnologias. A terceira fase, segundo os autores, é caracterizada pelo surgimento da *internet* e a educação a distância *online*.

O atual momento, ou seja, a quarta fase, pode ser caracterizada pelos seguintes aspectos: (a) surgimento do software GeoGebra, que transformou qualitativamente a segunda fase ao integrar geometria dinâmica e software gráfico em uma mesma plataforma computacional; (b) surgimento da Internet rápida, que permitiu o suporte e compartilhamento de arquivos ou textos multimodais, principalmente os vídeos digitais; (c) acessibilidade a tecnologias digitais portáteis com acesso à Internet, como notebooks, tablets, telefones celulares, câmeras digitais etc. (d) uso da Internet em sala de aula presencial (...) (e) surgimento da noção e produção de PMD (BORBA; SCUCUGLIA, 2015, p. 24).

Dentre as concepções discutidas por Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014) no contexto das quatro fases do uso de tecnologias digitais em Educação Matemática, a presente pesquisa aborda fundamentalmente aspectos da quarta fase. Especificamente, o uso do *software* GeoGebra e a produção de PMD. Devido ao fato de existirem engendramentos entre as fases, este estudo também aborda concepções teóricas como a visualização e a experimentação com tecnologias digitais. De maneira específica, propõe-se explorar aspectos a respeito da produção de PMD sobre Geometria. Em tempo, é fundamental enunciar o seguinte: PMD se refere ao uso integrado das Artes (performáticas) e das tecnologias digitais em Educação Matemática (SCUCUGLIA, 2012).

Dessa maneira a pergunta diretriz deste estudo é: Como estudantes de Matemática produzem PMD sobre Geometria considerando o uso do *software* GeoGebra? A fim de responder tal questionamento, delimitou-se o seguinte objetivo desta pesquisa: investigar o papel das tecnologias digitais e das Artes na criação de PMD. Estritamente, o objetivo específico é analisar o processo de produção de PMD em um cenário no qual professores e futuros professores de Matemática exploram atividades de Geometria por meio do uso do *software* GeoGebra envolvendo a produção de PMD. Em termos de justificativa e relevância, cabe destacar, em nível de mestrado, a pertinência/necessidade em desenvolver um estudo que estabeleça uma interlocução entre PMD e GeoGebra no âmbito da pesquisa sobre o uso de tecnologias digitais em Educação Matemática.

Considerando que PMD possui uma literatura nova, ela oferece a possibilidade de trazer diversos aspectos prazerosos para a sala de aula através da união das tecnologias digitais e das Artes, além da interdisciplinaridade que essas duas áreas possibilitam (SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2013). Dessa maneira, professores e alunos podem dar um significado diferente às aulas de Matemática, ou seja, a possibilidade de transformação da imagem pública da Matemática e dos matemáticos (SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2013; SCUCUGLIA, 2014).

É importante destacar o fato de ainda não existir uma pesquisa em Educação Matemática que investigue aspectos artísticos em um cenário envolvendo a produção de PMD com base em atividades sobre o uso do GeoGebra. A esse respeito, cabe destacar que este é um *software* inovador de muito prestígio acadêmico na Educação Matemática que une Geometria e Álgebra de uma maneira dinâmica (SCUCUGLIA, 2015; BORBA,

2012). Possibilitando diversas interações dentro do *software*, uma delas é a visualização que

envolve um esquema mental que representa a informação visual ou espacial. É um processo de formação de imagens que torna possível a entrada em cena das representações dos objetos matemáticos para que possamos pensar matematicamente. Ela oferece meios para que conexões entre representações possam acontecer. Assim, a visualização é protagonista na produção de sentidos e na aprendizagem matemática (BORBA; SCUCUGLIA; GADANADIS, 2014, p. 53).

Por existir certa “tradição” na exploração dessas perspectivas nas pesquisas desenvolvidas por integrantes do GPIMEM (ZULLATO, 2002; MALTEMPI; JAVARONI; BORBA, 2011), optou-se em abordar tais concepções de maneira apropriada em outro momento: no escopo da dissertação. Visando atribuir aspectos de originalidade no âmbito específico das perspectivas teóricas exploradas nas pesquisas em PMD.

2.2 Geometria e Artes

Desde os primórdios, há relatos sobre a presença da arquitetura e da Matemática, na divisão de alimentos, medidas e/ou cálculos. No século VI os filósofos gregos iniciaram estudos a respeito da natureza e da origem das coisas, em seguida fizeram pesquisas sobre a sociedade e a cultura, o que deu início ao ponto de vista reflexivo crítico, estendido às Artes (ZALESKI FILHO, 2013). De acordo com Cândido (2012, p. 6), “a geometria e a arte se vinculam ao longo da história de seu desenvolvimento, processam-se e se completam, uma influencia, interage e determina a outra. Assim, os vínculos entre essas duas áreas do conhecimento são indiscutíveis”.

Segundo Zaleski Filho (2013), desde o final do império romano até os séculos XII e XIII não existem documentos sobre o conhecimento formal de Geometria. Na “idade das trevas”, que durou aproximadamente 500 anos na Europa, houve grande perda do meio intelectual e artístico. O mesmo ocorreu no período medieval, momento em que os registros da Geometria foram perdidos. Porém, “a tradição geométrica medieval teve mais ligações com o cotidiano nos seus usos do que em propriedades racionais” (ZALESKI FILHO, 2013, p. 36). Dessa maneira, é possível ver que talvez os registros não fossem tão importantes, visto que tal ciência era praticada na vida das pessoas, assim não se perderia facilmente, pois os costumes seriam passados através das gerações.

Os gregos utilizaram a Geometria para medir espaços e terrenos. Já no Egito, “o pensamento geométrico, que foi pré-requisito para a agrimensura, acabou se articulando em um método que originou a Geometria” (ZALESKI FILHO, 2013, p.39), que se tornou uma arte liberal a partir do saber egípcio. Mais tarde, quando Platão e Aristóteles enfatizaram o poder da palavra, a Geometria perdeu o caráter de arte liberal.

Após Aristóteles, a ênfase nos conhecimentos linguísticos aumentou e a Geometria foi saindo de cena, recebendo um lugar menos expressivo, perdendo espaço na formação superior, pois

a Geometria não chegou a ser objeto de um projeto sistemático. Pouco a pouco, com o desaparecimento das instituições romanas, das matérias que fizeram parte do *quadrivium*, somente a aritmética e a música interessavam ao clero e, assim, a Geometria foi desaparecendo dos textos. (ZALESKI FILHO, 2013, p. 41).

Os matemáticos Isidoro de Sevilha (560 d.C. - 636 d. C.) e Cassiodoro (485 d.C. - 585 d.C) avançaram nos problemas de Geometria, porém apenas com Boécio (480 - 525) ela recebe tratamento diferenciado. Com Fibonacci (1170-1250) a Geometria recuperou o prestígio, com as obras *Practicia Geometriae* e *Liber Quadratorum*, respectivamente sobre Geometria e Trigonometria; e, análise indeterminada. A Geometria continua sem importância no ensino superior, mas volta a ter destaque nas Artes renascentistas a partir do século XII. (EVES, 2004; ZALESKI FILHO, 2013).

2.3 Geometria e Tecnologias Digitais

A carência no ensino de Geometria é algo que vem sendo transmitido através de gerações, bem como a aproximação e distanciamento da mesma como disciplina fundamental nos programas de estudos. No final do século XX, a Geometria era normalmente ensinada se houvesse tempo, pois este conteúdo era deixado por último nos livros didáticos (LORENZATO, 2006).

Devido a fatores como esse, seu ensino se tornou ausente e deficiente na educação brasileira, principalmente nesse período. Além disso, há dois fatores que estão diretamente ligados à sala de aula: muitos professores não possuem os devidos conhecimentos exigidos para lecionar conteúdos de Geometria e a supervalorização do livro didático (LORENZATO, 1995).

Após esse abandono, o ensino de Geometria foi bastante discutido em eventos acadêmicos de Educação Matemática, nacionais e internacionais, voltando a ter seu espaço nos livros didáticos (PASSOS; NACARATO, 2014). Apesar disso, nas escolas a realidade é diferente (BRAGA, 2016), pois a ausência da Geometria nos anos precedentes deixou consequências para “várias gerações de estudantes e são sentidas até hoje pelos professores que não tiveram a formação geométrica quando estudantes” (PASSOS; NACARATO, 2014, p. 1148).

Assim, tem surgido uma maior preocupação com a formação tecnológica e geométrica dos professores de Matemática, principalmente para o uso de *softwares* de Geometria e de Geometria Dinâmica (ZULATTO, 2002; PROCÓPIO, 2011). Diante do exposto, a possibilidade de utilizar as PMD e o GeoGebra para promoção do aprendizado geométrico pode ser interessante.

Segundo o guia de livros didáticos, Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), para a disciplina de Matemática “um entre os vários conjuntos de competências matemáticas é utilizar as novas tecnologias de computação e informação” (BRASIL, 2008, p. 16), o que está dentro da proposta das PMD, que segundo Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014), visam à inovação tecnológico-artística e educacional no ensino e aprendizagem da matemática.

Diante da necessidade de usar tecnologia na sala de aula e devido à precariedade do ensino de Geometria desde os anos 70 (ALMOULD; MARINQUE, 2001; PAVANELLO, 1993), esta dissertação explora o uso de PMD no ensino de Geometria, pois esse contexto pode ser uma possibilidade para melhorar o ensino da mesma e auxiliar sua compreensão, criatividade e desenvolvimento do raciocínio geométrico e a utilização de materiais concretos (LORENZATO, 2006) e das tecnologias digitais.

Um aspecto importante na aprendizagem de Geometria é que

a compreensão espacial é necessária para interpretar, compreender e apreciar nosso mundo, o qual é intrinsecamente geométrico. Para que ela ocorra é preciso que aos alunos sejam dadas oportunidades para explorar relações de tamanho, direção e posição no espaço; analisar e comparar objetos, incluindo as figuras geométricas planas e espaciais; classificar e organizar objetos de acordo com diferentes propriedades que eles tenham ou não em comum; construir modelos e representações de diferentes situações que envolvam relações espaciais, usando recursos como desenhos, maquetes, dobraduras e outros. (SMOLE; DINIZ; CÂNDIDO, 2000, p.17).

As tecnologias digitais podem auxiliar nessas atividades de uma maneira mais prática, pois ao serem usadas para fazer construções e cálculos de modo ágil, possibilitam

maior tempo para reflexões e conjecturas. Do mesmo modo, as tecnologias digitais são importantes, também porque “palavras não alcançam o mesmo efeito que conseguem os objetos ou imagens, estáticos ou em movimento” (LORENZATO, 2010, p.17). Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014) ressaltam a importância histórica das tecnologias digitais para a formação educacional do ser humano.

Nesse âmbito, o desenho passou a ter bastante destaque na Geometria durante a Idade Média, pois ele expressa “as ideias subjacentes às representações geométricas” (ZALESKI FILHO, 2013, p. 37). “Só a “imagem” poderia bastar ao entendimento, contudo o poder da palavra ainda se faz maior para expressar as representações geométricas” (ZALESKI FILHO, 2013, p. 38).

Desde então a visualização passou a ter destaque no ensino de Geometria. Autoras como Passos e Nacarato salientam a sua importância como um processo de representação, pois elas veem

a visualização como a habilidade de pensar, em termos de imagens mentais (representação mental de um objeto ou de uma expressão), naquilo que não está ante os olhos, no momento da ação do sujeito sobre o objeto. Seria a percepção visual do sujeito enquanto a construção de um processo visual, o qual sofre interferências de sua experiência prévia, associada a outras imagens mentais armazenadas em sua memória. O significado léxico atribuído à visualização é o de transformar conceitos abstratos em imagens reais ou mentalmente visíveis (PASSOS; NACARATO, 2014, p. 1154).

Para elas visualização para a Geometria é vista como os diferentes modos de se fazer uma representação, podendo ser de qualquer natureza, desde gestos até um desenho no papel ou objeto manipulável. Elas destacam ainda, que a visualização é importante em outros contextos além do matemático, pois nela estão envolvidas a “capacidade de criar, manipular e ler imagens mentais; de visualizar informação espacial e quantitativa e interpretar visualmente informação que lhe seja apresentada; de rever e analisar situações anteriores com objetos manipuláveis” (PASSOS; NACARATO, 2014, p. 1154).

Borba e Villarreal (2005) falam sobre existência de diferentes definições para a visualização e destacam sua relevância para a Educação Matemática, pois “a compreensão de conceitos matemáticos requer múltiplas representações, e a representação visual pode transformar a própria compreensão” (BORBA;

VILLARREAL, 2005, p. 96, tradução nossa) ¹. Ou seja, a visualização possibilita uma reflexão durante o aprendizado de matemática que pode levar o aluno a transformá-lo.

Concordando com Dias (2009, p. 49) quando defende que a “utilização de *softwares* de geometria dinâmica no ensino e aprendizagem de Geometria, tanto pode ser mais uma ilustração para a aula, como um rico material didático que instiga a curiosidade dos alunos e aguça seu espírito investigativo, levando-os a elaborar conjecturas sobre situações diversas”.

Assim, é possível ver a importância da visualização no ensino de Matemática e no de Geometria, como já exposto ela pode ser proporcionada por diferentes modos, não só por desenhos, mas também por vídeos, representação com materiais concretos, animações, dentre outros. É nesse escopo, a seguir, que as tecnologias digitais e o *software* GeoGebra, são apresentados como ferramentas para tal experiência.

A principal tecnologia digital presente nesta dissertação, o *software* GeoGebra, ele é gratuito, escrito na linguagem de programação Java, desenvolvido na Universidade de Salzburg na Áustria. Suas versões, para os sistemas operacionais Windows, Mac OS X e Linux, estão disponíveis em português e em mais de 35 idiomas, além de possuir também uma versão para celulares que possuem o sistema operacional Android. Seu foco é educacional e possibilita reunir problemas de Geometria, álgebra linear e cálculo (derivação e integração simbólica). Na área de Geometria, é possível não só construir figuras geométricas livremente, com o uso do mouse, mas também inserir equações e coordenadas com o teclado.

Considerando a interface PMD/GeoGebra, é importante mencionar as recentes e inovadoras iniciativas referentes ao GeoGebra. O GeoGebraTube² que é um repositório *online* de atividades/trabalhos criados utilizando o *software*. Assim, basta entrar no *site* do GeoGebra e procurar por materiais de sua preferência. Todo o material disponível no GeoGebraTube é feito por qualquer pessoa que tenha criado alguma atividade utilizando-o e que possua cadastro no *site* do *software* para fazer o *upload* de suas atividades.

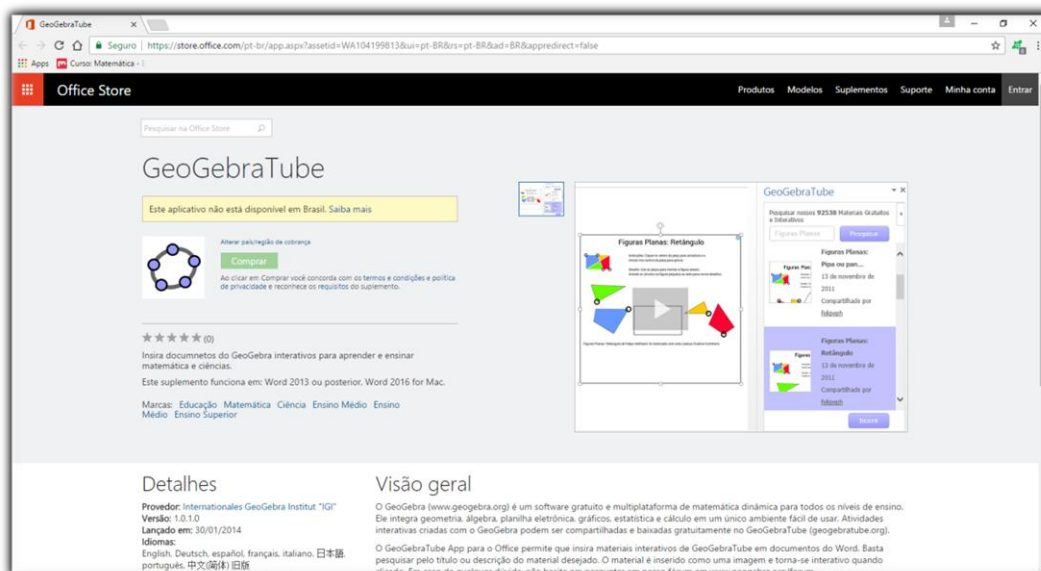
Quando um *upload* é feito no *site* existem três opções: baixar, onde se pode fazer o *download* do arquivo; compartilhar, há um *link* que abre o *applet* gerado; embutir, nessa área o GeoGebraTube disponibiliza automaticamente códigos para incorporar o *applet* em diferentes tipos de páginas na *internet*, por exemplo, *sites* e *blogs*.

¹ “The comprehension of mathematical concepts requires multiple representations, and visual representation may transform understanding in itself” (BORBA; VILLARREAL, 2005, p. 96).

² Disponível em <<https://www.geogebra.org/materials/>>. Acesso em 21 de jun. de 2017.

Atualmente o GeoGebraTube está disponível também como um suplemento para o Microsoft Word, porém sua compra ainda não está disponível no Brasil, ver a Figura 1 a seguir:

Figura 1 – GeoGebraTube



Fonte: Site Office Store³.

O GeoGebra possui ainda, o *International GeoGebra Institute (IGI)*, uma rede de institutos sem fins lucrativos, que desenvolve estudos e trabalhos com o *software* em uma parceria mundial composta por Institutos GeoGebra, presentes em todos os continentes. Fazem parte dos *IGI* professores e pesquisadores que tem como objetivo ampliar o uso deste *software* a fim de compartilhar, difundir, disseminar, desenvolver e promover o ensino e aprendizagem de Matemática. Dentre seus objetivos está à criação e melhoria de atividades gratuitas e a formação de professores, presencial e a distância, com o intuito de que eles conheçam melhor o *software* (MARQUES, 2016).

O GeoGebra é um *software* de matemática dinâmica que possui diversos recursos que possibilitam a interação do aluno com a tecnologia. Ele vem ganhando muito prestígio na Educação Matemática por reunir conteúdos algébricos, geométricos e gráficos em uma única plataforma, já que

no GeoGebra, pontos podem ser criados sobre gráficos de funções de modo que, ao movê-los, eles continuem sempre sobre o gráfico da função. Os valores das coordenadas desses pontos podem ser então

³ Disponível em: < <https://store.office.com/pt-br/app.aspx?ui=pt-BR&rs=pt-BR&ad=BR&assetid=WA104199813&appredirect=false> > Acesso: 8. fev. 2017.

recuperados e usados em cálculos ou na criação de outros elementos geométricos (pontos, segmentos e retas). Esse tipo de recurso permite ao usuário estudar (graficamente, algebricamente e numericamente) como, por exemplo, características locais da função (taxas de variação média e instantânea) mudam de acordo com a posição do ponto sobre o gráfico da função (REZENDE; PESCO; BORTOLOSSI, 2012, p. 78).

A interface PMD/GeoGebra vem corroborar esse cenário de inovação tecnológica em Educação Matemática. No contexto da pesquisa em PMD e do uso de tecnologias digitais em maneira geral, os processos de visualização e experimentação com tecnologias têm grande destaque no que se refere à compreensão de processos relacionados à produção de significados e conhecimentos matemáticos. Nesse sentido, é importante destacar que as atividades matemáticas desenvolvidas com o uso de recursos tecnológicos, como *softwares* e calculadoras gráficas,

além de naturalmente trazer a visualização para o centro da aprendizagem matemática, enfatizam um aspecto fundamental na proposta pedagógica da disciplina: a experimentação. As novas mídias, como os computadores com softwares gráficos e calculadoras gráficas, permitem que o aluno experimente bastante” (BORBA; PENTEADO, 2015, p. 37).

Há ainda estudos, como o de Zulatto (2002), que defendem a utilização de *softwares* de Geometria dinâmica, onde se enquadra o GeoGebra, devido às diversas propriedades que os mesmos proporcionam: visualização e dinamismo, principalmente com a ferramenta arrastar. O que está diretamente ligado com a experimentação que o *software* proporciona. A BNCC também destaca tal fato, pois “é de fundamental importância considerar o papel heurístico das experimentações na aprendizagem de Matemática” (BRASIL, 2017, p. 263).

Tal caráter é muito relevante para o desenvolvimento do raciocínio matemático, pois “o enfoque experimental explora ao máximo as possibilidades de rápido *feedback* das mídias informáticas e a facilidade de geração de inúmeros gráficos, tabelas e expressões algébricas” (BORBA; PENTEADO, 2015).

Nesse sentido, Borba e Villarreal destacam a importância do *software* e da visualização proporcionada por ele, pois o “a função do software é primordial, promovendo aos estudantes a oportunidade de explorar ideias matemáticas, analisar exemplos e contraexemplos, ganhar a intuição visual necessária para alcançar os conhecimentos formais” (2005, p. 91, tradução nossa)⁴.

⁴ In this sense, the function of the software is paramount, providing the students with the opportunity to explore mathematical ideas, analyze examples and counter-examples, and then

Esses autores defendem que as tecnologias, de quaisquer naturezas, que auxiliem na produção de conhecimento matemático em conjunto com os seres humanos formam coletivos pensantes: seres-humanos-com-mídias (BORBA; VILLAREAL, 2005). Tal construto oferece a possibilidade para analisar a natureza dos coletivos presentes nessa pesquisa, abordados posteriormente. Assim, são apresentadas, a seguir, as ideias centrais utilizadas no desenvolvimento de tal construto teórico.

A teoria da complementação de Tikhomirov, apresentada por Borba (2002) diz que o computador complementa o ser humano, o pensamento é dividido em partes e tanto o computador como o ser humano têm funções importantes na resolução dos problemas. O autor defende, ainda, que o computador, em vez de substituir ou complementar o ser humano, reorganiza a atividade humana, sendo visto como um recurso que molda o ser humano e que ao mesmo tempo é moldado por ele.

Uma das bases desse constructo é noção de reorganização, proposta por Tikhomirov, em contraste com a de complementação que diz que as tecnologias suplementam os seres humanos, o que permite divisão entre as atividades humanas e tecnológicas, como a do computador, onde não há interação entre o pensamento e a tecnologia a ser utilizada. Nesse sentido essa noção é fundamental ao construto teórico de seres-humanos-com-mídias: “é que pensemos que tipo de problema pode ser gerado e/ou resolvido por um sistema formado por ser-humano-computador” (BORBA, 2002, p. 137).

O segundo aspecto importante para o coletivo seres-humanos-com-mídias é o que defende Levy sobre as tecnologias da inteligência, elas foram presentes ao longo da história da humanidade, referindo-se à escrita, à informática e à oralidade (BORBA, 2002). O mesmo autor entende, ainda que a informática

é uma nova extensão de memória, com diferenças qualitativas em relação às outras tecnologias da inteligência e permite que a linearidade de raciocínios seja desafiada por modos de pensar, baseados na simulação, na experimentação e em uma “nova linguagem” que envolve escrita, oralidade, imagens e comunicação instantânea (BORBA, 2002, p. 138).

Com essas duas grandes noções, surgiu a noção de seres-humanos-com-mídias que propõe que seres humanos e as tecnologias devem atuar juntos na produção de conhecimento matemático, já que ambos estão unidos, pois os “humanos são perpassados

gain the necessary visual intuitions to attain powerful formal insights (BORBA; VILLARREAL, 2005, p. 91).

por tecnologias, assim como as tecnologias estão impregnadas de humanidade” (ALMEIDA, 2016, p. 27). Essa ideia

sintetiza uma visão da cognição e da história das tecnologias que possibilita analisar a participação das novas tecnologias da informação como ‘atores’ nesse coletivo pensante, de forma a não julgar se houve ‘melhoria’ ou não, e sim identificar transformações que ocorreram em uma prática (BORBA; VILLARREAL, 2005, p. 23, tradução nossa)⁵.

Havendo assim uma moldagem recíproca, definida pelos autores, como a moldagem que as tecnologias proporcionam aos seres humanos e como esses são moldados por elas. Por exemplo, a utilização de quadro branco e pincel, quando um professor fala sobre alguma demonstração matemática. Essas tecnologias, geralmente, aliadas à tecnologia oralidade, moldam e transmitem o conhecimento. Essa comunicação não seria possível apenas com o ser humano e nem apenas com as tecnologias mencionadas, daí a ideia de um coletivo pensante (BORBA; VILLARREAL, 2005; ALMEIDA, 2016).

Dessa maneira, as mídias e tecnologias digitais são recursos fundamentais no processo de aprendizagem juntamente com a experiência do professor (BORBA; PENTEADO, 2015). Nesse âmbito específico das perspectivas exploradas, a noção de PMD vem comprovar o cenário da pesquisa.

2.4 Arte Digital e Graphics Interchange Format

Graphics Interchange Format (GIF) é um tipo de formato digital de arquivos de imagem, traduzindo, literalmente significa formato de intercâmbio de gráficos. Este tipo de arquivo surgiu por volta de 1987, ele foi criado pela CompuServe e tinha como objetivo comprimir informações para serem compartilhadas (NADAL, 2014), visto que outros formatos de arquivos eram pesados demais para serem transmitidos com a velocidade lenta da *internet* na época.

Inicialmente esse formato era apenas para imagens estáticas, com a sua evolução ele passou a compilar uma sequência de várias imagens que dão a ilusão de movimento,

⁵ “synthesizes a view of cognition and of the history of technology that makes it possible to analyze the participation of new information technology ‘actors’ in these thinking collectives in a way that we do not judge whether there is ‘improvement’ or not, but rather identify transformations in practice” (BORBA; VILLARREAL, 2005, p. 23).

ou seja, vários quadros. Dando origem aos *GIFs* animados, apesar de serem popularmente denominados apenas como *GIFs*.

Nos *GIFs* é possível controlar quanto tempo uma imagem dura na sua animação. Eles foram desenvolvidos “para uma *internet* de baixa velocidade de transmissão de arquivos. Dessa forma, ele compacta as imagens de forma eficiente, o que resulta em perda de qualidade” (ALVES, 2015, p. 16). O que o torna um arquivo limitado em relação à qualidade digital. Comparando com vídeos digitais, eles possuem sons e a sua definição em *pixels* é muito mais alta do que *GIFs*, que não possuem sons e a qualidade de suas cores é bem menor do que imagens em outros formatos ou vídeos. Isso se deve ao fato de que o *GIF* possui o padrão de imagens em 8 *bits*, suportando até 256 cores (NADAL, 2014; ALVES, 2015). Tais características fornecem aos *GIFs* a possibilidade de serem compartilhados de maneira rápida, visto que seu *download* e *upload* podem ser feitos de maneira ágil devido ao tamanho desse tipo de arquivo.

A interação do usuário com o *GIF* é de iniciar a sua reprodução uma única vez e ver o arquivo entrar em *looping*, ou seja, repetir automaticamente sua animação. A iteração só é interrompida pelo telespectador. Tal tipo de animação permite ao *GIF* a possibilidade de abranger, perpassar e, amalgamar diferentes temáticas culturais, como “arte, cinema, design, educação, entretenimento, fotografia, moda, notícias e publicidade” (NADAL, 2014, p. 4).

Diante do exposto surge um questionamento: o que faz com que os *GIFs* mesmo sem sons, com qualidade tão baixa e limitada continuem sendo utilizados na quarta fase das tecnologias digitais em Educação Matemática, sendo que uma das características fundamentais dela é a rapidez da *internet*? Weiner (2010) atribui esse fato a nostalgia, a estética e a imperfeição presente neles. Características que fornecem ao espectador sensações distintas dos outros formatos de arquivos digitais, o *looping* é uma dessas características, pois possibilita que a audiência seja levada diretamente ao clímax, o que o torna visceral. Já que para assistir um vídeo uma única vez demanda-se um pouco de tempo em contrapartida, utilizando esse mesmo tempo é possível ver um *GIF* inúmeras vezes, tal economia é atraente (WEINER, 2010).

Com a sua evolução,

a vitalidade do GIF, incomum para os padrões tecnológicos digitais reforça a seguinte hipótese: o GIF, que existia enquanto uma simples extensão para comprimir gráficos, revela-se uma fonte potencial para a criação de produtos culturais específicos, a aproximação com os indivíduos, liberta-o do caráter exclusivamente funcional e transforma o

GIF em uma estrutura para formas de enunciações que revelam modos de pensar e de sentir na sociedade contemporânea (NADAL, 2014, p. 8).

Dessa maneira, os *GIFs* que possuem aspectos artísticos e matemáticos podem ser entendidos como PMD, visto que eles podem abranger diferentes tipos de comunicações como cores, formas, velocidade de movimentos e, principalmente, pelo fato de ser uma tecnologia digital visceral por si só, em razão da rapidez com que ele é reproduzido. É uma maneira de levar a audiência direto às constatações importantes, visto que não há tempo para mostrar muitas coisas.

Os *GIFs* que são realizados inteiramente através de *softwares* de computadores, são considerados artefatos artísticos, mais especificamente como arte digital. Ela é definida como todas as manifestações artísticas feitas no computador, mas nem todas as criações digitais são consideradas como arte digital, visto que ela articula arte, ciência e tecnologia (LIESER, 2010). Para tanto Lieser define as produções digitais como arte quando

conceptualmente se utilizam as possibilidades do computador ou da internet com um resultado que não seria alcançável com outros meios. Do mesmo modo, pertencem à arte digital as obras artísticas que, por um lado, têm uma linguagem visual especificamente mediática e, por outro, revelam características do meio (LIESER, 2010, p.12).

Por exemplo, uma foto digital tirada por uma câmera e editada por um computador não é considerada uma arte digital, pois o fotógrafo capturou na imagem um lugar físico, se ela tivesse sido criada, por exemplo, em um *software* de desenho ou até mesmo aplicativos de simulação virtual ela seria considerada uma arte digital. Visto que

através de seus muitos modos de expressão, a arte digital exhibe continuamente imagens sempre novas: arte de software na tela e como objetos de arte, arte na internet, instalações interativas que enchem uma sala inteira, desenhos de gráficos e animações, que existem como imagens em movimento ou impressões em uma tela, material fotográfico ou papel, são apenas algumas das muitas possibilidades de expressão artística que este meio fornece. Pode-se também experimentar arte digital em espaços públicos através de projeções e instalações (DAM Projects GmbH, 2006, tradução nossa)⁶.

⁶ “Through its many modes of expression, digital art continuously displays ever new images: software art on the screen and as art objects respectively, art on the internet, interactive installations that fill an entire room, plotter drawings and animations, which exist as moving images or prints on a canvas, photographic material or paper, are merely some of the many possibilities of artistic expression this medium provides. One can also experience digital art in public spaces through projections and installations” (DAM Projects GmbH, 2006).

O que a diferencia de outros tipos de arte é que a “obra é primeiro estruturada e construída no *self*, só depois é escolhido o suporte adequado para a sua realização. É pois necessário um computador para a sua realização e ao mesmo tempo indispensável a sua partilha em rede” (RODRIGUES, 2012, p. 8, grifo do autor). Inicialmente o artista deve pensar naquilo que ele quer retratar para depois escolher quais são os seus instrumentos de trabalho. Um dos grandes diferenciais da arte digital é o seu compartilhamento através da *internet*.

Existem diversos museus de arte digital *online*, por exemplo, o *Digital Art Museum*, que possui prestígio internacional, foi fundado por Wolf Lieser em 1998 e se tornou galeria virtual no ano 2000, o museu possui prestígio internacional. Outros sites como o Flickr⁷, YouTube⁸ e Facebook⁹ também podem ser repositórios para exposição de arte digital, pois neles é possível fazer o *upload* de diversos tipos de arquivos como *GIFs*, imagens e vídeos, que podem ser ou não arte digital e, em seguida, compartilhar na *internet*.

2.5 Performance Matemática Digital

A ideia de PMD originalmente concebida como *Digital Mathematical Performance (DMP)* se iniciou em 2005 a partir da colaboração entre George Gadanidis (*Western University*, Canadá) e Marcelo Borba (UNESP, Rio Claro), ambos com interesses na interlocução entre tecnologias digitais e as Artes performáticas, como a música, o teatro e a poesia em Educação Matemática. Esses pesquisadores submeteram um projeto de pesquisa ao *Social Sciences and Humanities Council of Canada (SSHRC)*, agência de fomento canadense, que foi aprovado e teve início em 2006. Desde então, diversos projetos têm sido desenvolvidos com apoio do *SSHRC*. (GADANIDIS; BORBA, 2008).

Algumas das primeiras inquietações de pesquisa sobre PMD foram:

o que aconteceria se os matemáticos e os educadores matemáticos se movessem além do domínio da avaliação (onde performance possui um significado diferente) e usassem uma lente artística para “realizar performance” matemática? Se nós olharmos a matemática (fazer, ensinar e aprender) como expressão performática, o que veremos? Pensamento matemático e ensino e aprendizagem de matemática como

⁷ <https://www.flickr.com/>

⁸ <https://www.youtube.com/>

⁹ <https://www.facebook.com/>

performance podem ajudar a desestabilizar e reorganizar nossa compreensão sobre o que significa fazer matemática com tecnologia (GADANIDIS; BORBA, 2006, tradução nossa)¹⁰.

Ou seja, e se os educadores matemáticos fossem além do convencional e levassem a Matemática para o lado artístico. Isso inclui o uso das Artes performáticas e das tecnologias digitais para representar, disseminar e comunicar ideias matemáticas. Diante disso, não há uma definição específica sobre PMD (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014; GREGORUTTI, 2015), pois

a noção de PMD envolve pluralidade semântica e conceitual. Por exemplo, algumas situações que concebemos PMD enquanto linha de pesquisa (em potencial fase de consolidação em educação matemática). Em outros momentos discutimos a PMD enquanto enfoque didático e pedagógico para o ensino e aprendizagem de Matemática. Contudo, acreditamos que um dos sentidos mais usuais atribuídos ao “PMD” é o texto-narrativa digital multimodal, principalmente em formato de vídeo digital, embora outros tipos de mídias digitais também sejam explorados (BORBA, SCUCUGLIA, GADANIDIS, 2014, p. 107).

A multimodalidade é um aspecto relevante para as PMD, Walsh (2011) defende que ela é caracterizada pela produção de registros educacionais, impressos ou digitais, sua finalidade é buscar significados. Uma característica que a diferencia da sala de aula habitual é a possibilidade de ampliar a interação, por exemplo, os alunos podem compartilhar seus produtos digitais (vídeos, textos digitais, animações, etc.) com quem eles quiserem através do uso da *internet*.

Dessa maneira, PMD pode ser caracterizada como uma expressão matemático-artístico-tecnológica, o que inclui encenação, escrita, declamação e registros digitais de poemas, animações, vídeos digitais, músicas, objetos de aprendizagem, dentre outros, sejam elas quaisquer comunicações de ideias matemáticas com o auxílio das Artes e das tecnologias digitais.

Embora nem todas as expressões tenham uma natureza fundamentalmente performática, a proposta em se utilizar o termo performance em PMD é como uma alternativa do significado de *performance*, em inglês, quer dizer “desempenho”, mas em

¹⁰ “What if as mathematicians, as math educators, or as students of mathematics we moved outside of the domain of assessment (where performance takes on a different meaning) and used an artistic lens to look at how we ‘perform’ mathematics? If we view mathematics (doing, teaching and learning) as embodied performance, what do we see differently? Thinking of mathematics and mathematics teaching and learning as performance may help to destabilize and reorganize our thinking about what it means to do and teach mathematics with technology” (GADANIDIS; BORBA, 2006).

PMD o seu significado é diferente. Desde a década de 70 o termo performance é visto como uma maneira de expressar ideias artisticamente (GOLDBERG, 2015).

No sentido artístico performance inclui “dançar, cantar, usar máscaras e/ou roupas, personificando outros humanos, animais, ou sobrenaturais, encenando histórias [...], isolando e preparando lugares especiais e/ou tempo para essas apresentações, e individualmente ou preparação em grupo ou ensaiando coexistindo com a condição humana” (SCHECHNER, 2003, p. 66, tradução nossa)¹¹.

Dessa maneira, performance em PMD une o seu significado artístico às práticas educacionais a fim de se elaborar propostas voltadas à inovação educacional, por meio das Artes e das tecnologias digitais direcionadas à produção audiovisual e a popularização social das ideias matemáticas por meio da *internet*.

Nesse âmbito, desde 2006 vêm sendo desenvolvidas diversas pesquisas que envolvem PMD. Scucuglia (2012) defendeu a primeira tese de doutorado a respeito dessa temática, na *Western University*, no Canadá. O autor analisou 22 PMD criadas por alunos de Ensino Fundamental. Essas PMD foram também submetidas, na primeira edição, em 2008, ao festival *Math+Science Performance Festival*¹², idealizado por George Gadanidis e Marcelo Borba. O festival reunia PMD em um ambiente *online* com o intuito de compartilhá-las com a comunidade.

Para Gadanidis e Hughes (2011), a Matemática poderia ser reinventada, os alunos poderiam explicar sobre o que eles aprenderam em suas aulas de Matemática para a comunidade em geral, a fim de auxiliá-la em sua compreensão trazendo belas ideias a respeito da Matemática, desmistificando e contrabalanceando as percepções negativas a respeito desta disciplina. Assim, criar músicas e/ou filmes com esse fim pode proporcionar uma surpresa para a audiência e, de forma criativa, comunicar as ideias matemáticas. Segundo os mesmos autores, os alunos realmente conseguiriam assimilar e experimentar o significado de ensino e aprendizagem de Matemática se eles pudessem discuti-la com seus amigos, familiares e colegas de escola assim como fazem com seu filme ou livro favorito.

¹¹“dancing, singing, wearing masks and/or costumes, impersonating others humans, animals, or supernaturals, acting out stories [...], isolating and preparing special places and/or times for these presentations, and individual or group preparations or rehearsals are coexisting with the human condition” (SCHECHNER, 2003, p. 66).

¹² Disponível em <<http://www.edu.uwo.ca/>>. Acesso em 21 de jun. de 2017.

Em seus estudos, Gadanidis e Hughes (2011) falaram sobre a importância de se ter grandes ideias matemáticas e de saber transmiti-las para outras pessoas através da escrita, da leitura, de materiais concretos, dramatizando e cantando, o que eles denominam de boas histórias matemáticas. Para isso, os autores definiram o que faz boas histórias matemáticas a partir dos critérios de Boorstin (1990) para análise de filmes.

Assim, uma boa história matemática deve apresentar três prazeres distintos: 1 – experimentar algo novo que transmita uma surpresa matemática; 2 – experimentar emoções matemáticas; 3 – o prazer visceral de sentir a beleza da matemática. Para tal, definiram como fundamental a utilização de Grandes Ideias Matemáticas que possuam teto alto e chão baixo (“*Low Floor, High Ceiling*”), ou seja, ideias profundas e avançadas matematicamente que podem ser transmitidas e compreendidas por indivíduos de diferentes níveis de ensino, sendo necessário possuir apenas conhecimento matemático básico (GREGORUTTI, 2016).

Aprendendo através das Grandes Ideias Matemáticas, os estudantes têm

oportunidades de ver conexões, serem surpreendidos, sentir a beleza, e se conectar emocionalmente à matemática. Tais experiências estabelecem o palco para compartilhar boas histórias de matemática com seus colegas, sua família e amigos, e a comunidade em geral (GADANIDIS; HUGHES, 2011, p. 44, tradução nossa)¹³.

A partir das ideias de Boorstin (1990) acerca de elementos fundamentais para que um filme seja bom, tais categorias devem, principalmente, proporcionar ao público três prazeres descritos a seguir, são eles: *voyeuristic*, *vicarious eye* e *visceral*, traduzindo para o português: observador, emocional e visceral.

Observador: o olhar do observador de maneira racional, o sentido e a realidade que os fatos podem acontecer no filme. Se houver algo totalmente impossível de acontecer fora da lógica da narrativa, por exemplo, a audiência pode parar de assistir ao filme. A surpresa é uma das características fundamentais para chamar a atenção do público, pois “as pessoas amam serem levadas a lugares nunca vistos por elas antes” (BOORSTIN, 1990, p. 16, tradução nossa)¹⁴; emocional: quando a audiência consegue sentir as mesmas emoções que os atores, como se estivessem em seu lugar e, ao mesmo

¹³ “they have opportunities to see connections, be surprised, sense beauty, and connect emotionally to mathematics. Such experiences set the stage for sharing good math stories with their peers, their family and friends, and the wider community” (GADANIDIS; HUGHES, 2011, p. 44).

¹⁴ “People love to be taken to a place that's like nothing they've seen before” (BOORSTIN, 1990, p. 16).

tempo, conseguem julgar os fatos por si mesmos, sem essa interferência emocional. Por exemplo, em um filme, pode-se ter qualquer atitude perante as decepções, diferentemente da vida real que há possibilidade de represálias; visceral: quando o público sente as suas próprias emoções sendo transmitidas pelos diversos tipos de cenas, por exemplo, ação e terror. Visceral está relacionada a sensações que podem ser descritas facilmente, diferente das emoções que são sentimentos mais complexos, o prazer visceral é algo relacionado ao que você sente diante dos sentimentos que o filme transmite, por exemplo, em um filme de terror, quando uma pessoa está com medo, ela geralmente grita ou fecha os olhos.

Scucuglia (2012), assim como Gadanidis e Hughes (2011), baseado nas categorias supracitadas de Boorstin (1990), criou critérios fundamentais para uma PMD conceitual. Resumidamente, elas fazem com que uma PMD seja boa, visceral, que chame atenção da plateia, dentre outras especificidades. Tais categorias serão a teoria para analisar as PMD produzidas por esta pesquisa. Assim, as apresento trazendo a tradução feita por Gregorutti (2016): 1 – Observador – novo, maravilhoso, surpresa; 2 – Observador – sentido da ideia matemática; 3 – Vicária; e 4 – Visceral.

A primeira categoria diz respeito ao prazer de vivenciar algo novo que envolve a Matemática. Essa categoria explora o uso de Grandes Ideias Matemáticas a fim de surpreender o público. A segunda fala sobre o sentido que as ideias matemáticas devem ter, isto é, as PMD devem ser estruturadas de uma maneira que faça sentido à audiência. Boas PMD devem ser vicárias, ou seja, transmitir emoções que “são sentidas na medida em que os estudantes e os professores vivenciam aspectos humanos no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática” (GREGORUTI, 2016, p. 22). Além disso, as emoções e os sentimentos presentes na PMD devem estar relacionados a conceitos matemáticos. Finalmente, as emoções viscerais estão ligadas ao movimento da Matemática, de sua estética no sentido que Sinclair (2001) traz, por exemplo, padrões e encaixe.

Outra característica fundamental e marcante de uma PMD é a multimodalidade,

Tradicionalmente, a comunicação e o fazer matemático estão fundamentados na linguagem escrita. Em sala de aula, a oralidade e a gestualidade também estão bastante presentes, mas esses modos de comunicação comumente não são fixados, ou seja, embora diversos modos de comunicação estejam envolvidos no processo de aprendizagem e de produção de significados e conhecimentos matemáticos, há certa hegemonia no que se refere a comunicação escrita em matemática, incluindo a realização de processos avaliativos (SCUCUGLIA; GREGORUTTI, 2015, p 13).

Além disso, “as PMD têm, portanto, a capacidade de dialogar matematicamente em um cenário mais amplo do que aquele definido pela sala de aula convencional, limitada pelas quatro paredes, testes e outras normas” (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014, p. 118). Elas também são vistas como “performances mediadas digitalmente, especialmente porque agora podem ter um componente forte e interativo, ao invés de simplesmente atuar como um arquivo de performances efêmeras “ao vivo”” (GEROFSKY, 2006, p. 1, tradução nossa)¹⁵.

A respeito dos espaços que são utilizados para fazer performance, Gerofsky (2006) os define como *liminal spaces*. Segundo a autora, quaisquer lugares podem se configurar como *liminal spaces*, pois eles são vistos como locais flexíveis em que podem acontecer diversas possibilidades, por exemplo, “uma sala de aula pode ser tão mutável quanto um espaço de teatro” (GEROFSKY, 2006, p. 7, tradução nossa)¹⁶.

No Brasil, nos últimos anos têm-se desenvolvido diversos estudos a respeito das PMD em diversos âmbitos. Scucuglia e Rodrigues (2015) falaram sobre possibilidades a respeito da produção de PMD com professores e alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Scucuglia (2014) averiguou a respeito da imagem pública da Matemática e dos matemáticos. Atualmente como docente da UNESP é responsável por uma pesquisa, financiada pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), que investiga aspectos sobre a natureza e a produção de PMD ao se produzir músicas e vídeos sobre a imagem pública dos matemáticos por meio de atividades de ensino e extensão universitária na formação inicial de professores (licenciandos em Matemática e Pedagogia).

Lacerda (2015) defendeu a primeira dissertação do Brasil sobre PMD, associando teatro e Educação Matemática a partir de um diálogo com a noção de PMD, onde surgiu a ideia de performances matemáticas teatrais. A autora realizou atividades com alunos de oitavo e nono anos abordando aspectos teatrais a fim de que os alunos pudessem criar e encenar uma peça de teatro e filmá-la com o intuito de transformar as cenas em PMD teatrais, metodologicamente foi uma pesquisa qualitativa e fez uso de entrevistas semiestruturadas, caderno de campo, grupo focal, observação participante e a filmagem dos encontros com os alunos.

¹⁵ “especially since these can now have a strong interactive, “live” component rather than simply acting as an archive of an ephemeral live performances” (GEROFSKY, 2006, p. 1).

¹⁶ “a classroom can be as mutable as a theatre space” (GEROFSKY, 2006, p. 7).

Scucuglia e Gregorutti (2015) articulam a imagem pública da Matemática na formação inicial de professores de Matemática explorando o teorema fundamental das quatro cores com PMD através de um curso de extensão universitária. Seu público-alvo eram alunos de licenciatura em Matemática e, ao todo, foram criadas cinco PMD sobre os aspectos do teorema das quatro cores. Em sua pesquisa utilizaram o estudo de caso da análise de PMD conceitual.

Gregorutti (2016) defendeu a segunda dissertação sobre essa temática, seu foco era sobre a imagem pública da Matemática e produção de PMD na formação de licenciandos em Matemática e a opinião dos mesmos a respeito da função das Artes e das tecnologias no ensino de Matemática. Sua metodologia foi qualitativa, utilizando *Arts-Based Research*, pois o autor produziu poemas para comunicar sua pesquisa. O cenário foi um curso de extensão universitária para alunos da graduação em Matemática. Ao final do curso os alunos produziram PMD sobre o teorema das quatro cores e série geométrica convergente.

Oliveira (2017) baseado nas ideias a respeito das PMD desenvolveu sua pesquisa de mestrado visando à produção de Performances Matemáticas Musicais como metodologia alternativa para lecionar Matemática. Seus sujeitos de pesquisa foram alunos do nono ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede privada em Belém, no Pará. Essas performances constituíam-se de músicas escolhidas pelos alunos, com o intuito de apresentar os conteúdos matemáticos estudados por eles.

Além disso, é possível notar que as pesquisas sobre PMD dialogam entre si e se completam, tal noção é chamada de mosaico de pesquisas (BORBA; CHIARI, 2013). Assim esta dissertação contribui para este mosaico e, além disso, diferencia-se por ser a primeira a utilizar o GeoGebra para a produção de PMD, dentre outros aspectos referentes aos diferentes tipos de PMD que surgiram durante a produção de dados.

CAPÍTULO 3 - METODOLOGIA DA PESQUISA

Neste capítulo será apresentada a metodologia utilizada descrevendo sobre o cenário em que os dados foram produzidos e os sujeitos participantes da pesquisa. Pormenorizando os métodos e procedimentos usados, tanto para a sua coleta, quanto para a sua análise.

3.1 Pesquisa qualitativa

Normalmente o início de uma pesquisa qualitativa é a partir da sua pergunta, o que você quer comunicar com o seu trabalho? Em seguida, procura-se a melhor metodologia para realizá-la, para isso é necessário escolher com cuidado, os sujeitos que irão responder ao questionamento norteador. Dessa maneira, o estudo vai sendo moldado por cada um desses elementos (DENZIN; LINCOLN, 1994).

Esta dissertação é de natureza qualitativa, pois essa modalidade abrange tanto dados objetivos quanto subjetivos, oferecendo flexibilidade na maneira de agir, de pensar, além de possibilitar à investigação um caráter mais dinâmico, focando na qualidade, nas sensações e opiniões, podendo utilizar múltiplos procedimentos, o que favorece a confiabilidade da pesquisa (ARAÚJO; BORBA, 2007, BORBA, 2004). Ela possui um caráter mais amplo, pois “os dados qualitativos consistem em descrições detalhadas de situações com o objetivo de compreender os indivíduos em seus próprios termos” (GOLDENBERG, 2004, p. 53).

O foco é nos métodos, na maneira, nos procedimentos que foram utilizados para chegar a determinado fim e não nos seus resultados finais, preocupando-se com a relação que o sujeito possui com as atividades propostas. De acordo com Denzin e Lincoln,

a pesquisa qualitativa é uma atividade situada que localiza o observador no mundo. É constituída por um conjunto de interpretações, práticas materiais que tornam o mundo visível. Estas práticas transformam o mundo. Eles transformam o mundo em uma série de representações, incluindo notas de campo, entrevistas, conversas, fotografias, gravações e notas particulares. A este nível, a pesquisa qualitativa envolve uma abordagem interpretativa naturalista do mundo. Isso significa que os pesquisadores qualitativos estudam as coisas em seus cenários naturais, tentando dar sentido ou interpretar fenômenos em termos de significado as pessoas atribuem a eles (DENZIN; LINCOLN, 2005, p. 5).

Corroborando, a modalidade qualitativa proporciona uma flexibilidade em relação à pesquisa e no foco dos dados, pois o pesquisador irá analisar mais profundamente aquilo que fizer sentido para ele (BICUDO, 2005). O que o torna participante desse movimento, além de selecionar, ele também se propõe a analisar e a comunicar tudo aquilo que foi vivido durante a pesquisa. Nesse sentido, Borba (2004) define como pesquisa qualitativa aquela que antepõe os processos descritivos, focando no sentido abstrato a fim de analisar detalhadamente os diversos significados, já que a verdade é algo mutável dentro desse contexto. A respeito dos procedimentos a serem utilizados durante a pesquisa, Borba defende que

o tipo de pergunta que é feito, a interrogação de pesquisa e a visão de conhecimento também constituem e definem os procedimentos. Dessa forma, quando falo de pesquisa qualitativa, estou falando de uma forma de conhecer o mundo que se materializa fundamentalmente através dos procedimentos conhecidos como qualitativos, que entende que o conhecimento não é isento de valores, de intenção e da história de vida do pesquisador, e muito menos das condições sócio-políticas do momento (BORBA, 2004, p. 2).

Dessa maneira, faz-se totalmente viável utilizar a metodologia qualitativa, pois os procedimentos propostos podem ser relativamente modificados visando à adequação investigativa da pesquisa. Tal possibilidade de alteração é também uma de suas características, a qual atribui flexibilidade à proposta inicial de procedimentos a serem realizados. É importante também mencionar que, a proposição em buscar compreender, por meio de uma pesquisa, aspectos sobre o papel das tecnologias digitais e das Artes na criação de PMD perpassa pelo reconhecimento do papel intersubjetivo do pesquisador (interpretativo-analítico), perspectiva essa que encontra fundamentação nas ideias apresentadas por Bicudo (2011).

Diante dos dados que foram produzidos durante a coleta, a interrogação diretriz mudou (ARAÚJO; BORBA, 2007). Inicialmente a indagação era: como estudantes e professores de matemática investigam atividades voltadas ao uso de *software* GeoGebra e a produção de PMD? No decorrer do planejamento do curso, no cenário da produção dos dados houve a possibilidade de explorar PMD de uma maneira mais específica. O que foi interessante, visto que existem poucos trabalhos na área. Assim a pergunta foi se modificando e atualmente é: **Como estudantes de matemática produzem PMD sobre Geometria considerando o uso do *software* GeoGebra?**

3.2 A Audiência

Com base nesses fundamentos sobre a pesquisa qualitativa, o cenário da produção dos dados ocorreu por meio da realização de um curso de extensão universitária na UNESP “Júlio de Mesquita Filho”, Campus Rio Claro, coordenado pelos professores Dr. Ricardo Scucuglia Rodrigues da Silva, orientador desta dissertação, e Dr. Marcelo de Carvalho Borba, coordenador do Grupo de Pesquisa GPIMEM.

As atividades matemáticas desenvolvidas para o curso foram produto de uma colaboração entre os três mestrandos do PPGEM da UNESP: eu, Rita e Vinícius, os quais também coletaram dados durante sua elaboração e execução, orientados pelo professor Ricardo¹⁷. Foram feitas diversas reuniões para elaborar, apresentar, discutir e melhorá-las, as quais abordavam Geometria, tanto plana quanto espacial, o uso do *software* GeoGebra e a produção de PMD. Por julgar pertinente ter um olhar além do nosso para as atividades, nós as discutimos com os membros do GPIMEM, com isso pudemos refinar e finalizá-las para, finalmente, serem apresentadas durante o curso.

Assim, as atividades assumem uma natureza didático-pedagógica semiaberta do ponto de vista investigativo. Ou seja, as atividades foram aprimoradas ao longo das investigações realizadas pelos pesquisadores envolvidos, bem como pelos participantes do curso. De acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2006), um cenário de investigação matemática envolve a exploração de atividades que ofereçam a elaboração, teste e refinamento de conjecturas, bem como a exploração simbólica voltada à demonstração ou formalização matemática.

O caráter das atividades é semiaberto, pois há orientações presentes no enunciado delas, ver Figura 2. Mesmo com tal caráter elas se apresentam como atividades matemáticas investigativas, pois enfatizam a visualização e a experimentação com tecnologias (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014), elas são baseadas no uso de tecnologias sendo elaboradas, adaptadas e reestruturadas mediante as potencialidades oferecidas por uma tecnologia e o surgimento de novas.








¹⁷ Quando for usada terceira pessoa do plural, refere-se aos mestrandos que participaram da elaboração do curso.

Figura 2 – Atividade 3

ATIVIDADES – CURSO GEOGEBRA
Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática
GPIMEM - Universidade Estadual Paulista –Campus Rio Claro - 2016

ATIVIDADE 3

Parte 1

1. Construa um triângulo utilizando a ferramenta “Polígono” .
2. Encontre os pontos médios de cada lado do triângulo utilizando a ferramenta “Ponto Médio ou Centro”  (Encontra-se na aba “Ponto” ). Para isso é necessário clicar nos lados do triângulo ou nos seus vértices, dois a dois.
3. Com a ferramenta “Segmento”  (Encontra-se na aba “Reta” ) , construa os segmentos que ligam os pontos médios aos vértices opostos. Estes segmentos construídos são chamados **medianas** do triângulo.
4. **O que é observado em relação às medianas encontradas? O que é observado após arrastar os vértices do triângulo?**
5. O ponto de encontro das medianas é o **baricentro** do triângulo. Com a ferramenta “Interseção de Dois Objetos”  (Encontra-se na aba “Ponto” ) , construa tal ponto.

Ativar o W
Acesse Config

Fonte: dados da pesquisa.

De acordo com as atividades, inicialmente pensamos em limitar o curso para professores e futuros professores de Matemática, porém por algumas delimitações normativas para a realização de cursos de extensão da UNESP e, além disso, como queríamos abordar conteúdos não triviais de Matemática, era necessário que os participantes tivessem conhecimentos básicos em Geometria. Dessa maneira decidimos destiná-lo a alunos de graduação e pós-graduação da UNESP e membros da comunidade escolar externa à UNESP (principalmente professores de Matemática) que tivessem interesse na temática que iríamos abordar.

Após delimitar a audiência, elaboramos uma carta de consentimento e autorização para a pesquisa (Anexo A). Ela continha uma breve apresentação do professor Ricardo e das pesquisas que seriam engendradas e pedia autorização para usarmos a imagem dos alunos, assim como suas opiniões e falas que seriam registradas durante o curso. Nela, demos a opção para usarmos nomes fictícios para eles ou os nomes verdadeiros, apenas

dois alunos preferiram que ocultássemos suas identidades então foram criados nomes fictícios.

Assim, finalmente, os sujeitos dessa pesquisa foram oito alunos. Seis estudavam na UNESP, dentre eles quatro cursavam licenciatura em Matemática, dois faziam mestrado em Matemática no Programa de Pós-Graduação. Havia dois membros externos à universidade, um se formou em licenciatura em Matemática e outro em Engenharia Mecânica. Todos demonstraram ter interesse pelo curso devido ao seu título: “Introdução ao GeoGebra: Geometria e Performance Matemática Digital”, alguns já conheciam o *software*, mas todos desconheciam sobre PDM.

3.3 A Performance Extensionista

O curso foi dividido em seis encontros de três horas cada, realizados as terças e quintas-feiras no turno da noite, totalizando uma carga horária de 18 horas. Ele foi ministrado no GPIMEM, localizado na UNESP de Rio Claro, pois nele havia todos os materiais necessários para o bom andamento do curso, a saber: computadores com *internet*, projetor, televisão, quadro branco, dentre outros.

No primeiro dia, o professor Marcelo apresentou-se junto ao professor Ricardo, depois apresentou os três mestrandos, Rita, Vinícius e eu e falou que nós iríamos liderar os próximos encontros. Em seguida, explanou como o curso e as atividades foram elaboradas, convidou os alunos a nos ajudarem a melhorá-las. Posteriormente, pediu que cada um deles se apresentasse de maneira rápida falando o que faziam academicamente. Havia alunos que estavam atrasados, por isso tivemos a ideia de criar um grupo fechado na rede social Facebook, para que pudesse haver interação mesmo se os alunos não pudessem estar presentes em todas as aulas. A inclusão de todos foi fácil, pois todos os participantes possuíam cadastro no Facebook.

Após conhecermos um pouco mais de cada aluno, introduzi a eles sobre PMD, já que esse termo era desconhecido. Fiz uma explicação sobre o que é exatamente, quem a desenvolveu, explicitando o papel dos pesquisadores do GPIMEM no seu aperfeiçoamento e evolução desde 2006. Citei algumas pesquisas que foram desenvolvidas no Brasil e no Canadá. Mostrei alguns exemplos de PMD, no caso, vídeos e músicas para que eles pudessem ter maior familiaridade com o que as PMD visam comunicar. E que ao final do curso gostaríamos que eles produzissem PMD sobre um

assunto abordado que fosse de interesse deles. Isso gerou um pouco de inquietação, pois eles ficaram um pouco pensativos sobre o que e como deveriam produzir.

Em seguida, Rita explanou sobre o GeoGebra, como ele surgiu e o porquê dele estar em constante mudança, os institutos GeoGebra espalhados pelo mundo e como utilizar as principais ferramentas disponíveis no *software*, alguns alunos já tinham um certo conhecimento a seu respeito. Foi bem interessante essa introdução, pois os que o desconheciam ficaram surpresos com a variedade de possibilidades Matemáticas que poderiam ser exploradas.

Logo após nós dividimos os participantes em uma dupla e dois trios, de modo que cada grupo utilizaria um computador. Neste dia foram utilizados três computadores. O desígnio de desenvolver as atividades com um colega era que eles pudessem discuti-las e interagir. Nesse primeiro dia o exercício era sobre um triângulo equilátero com um segmento de reta interno. Ver a figura seguir:


Figura 3 – Atividade 1

ATIVIDADES – CURSO GEOGEBRA
Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática
GPIMEM Universidade
Estadual Paulista – Campus Rio Claro 2016

ATIVIDADE 1

Com relação a figura ao lado, suponha:

- A figura é um triângulo equilátero;
- Há um segmento de reta interno paralelo a base do triângulo.



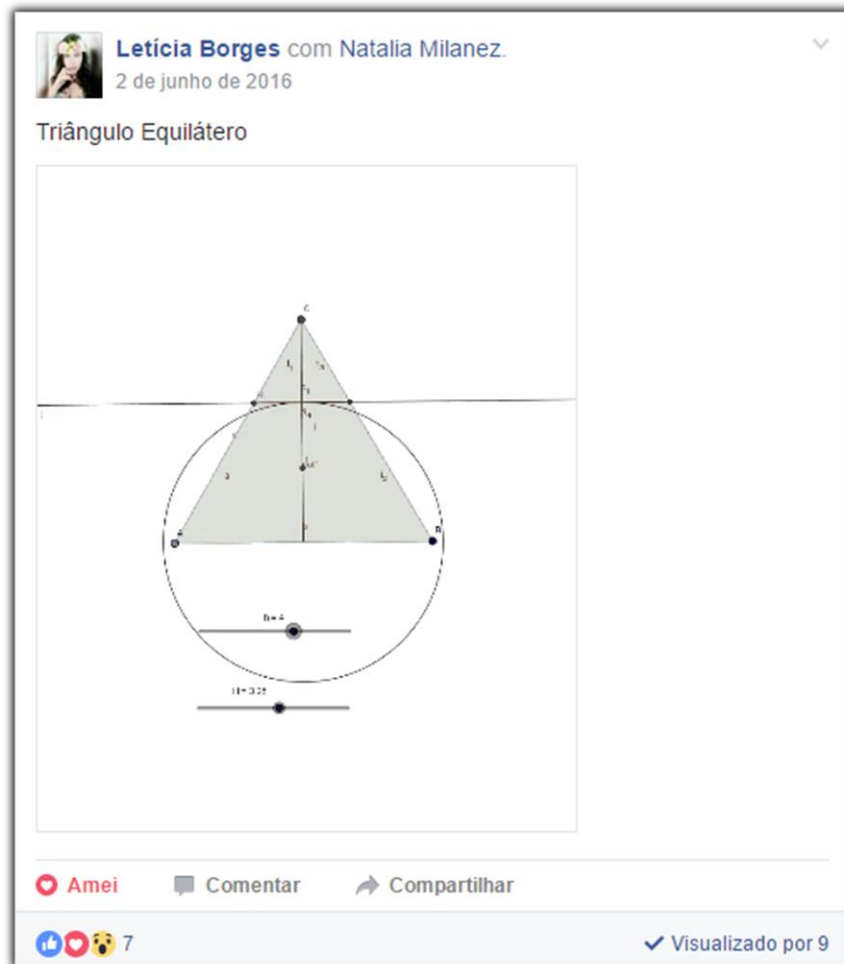
Fonte: dados da pesquisa.

A primeira parte dessa atividade era sobre Geometria plana. Para melhor visualização do problema, foi proposto que eles fizessem com que o segmento paralelo fosse móvel. Já a segunda parte transformaria o triângulo equilátero num tetraedro regular e o segmento num plano.

Quase todas as atividades propunham no final, o desenvolvimento de um *GIF*, com o auxílio da ferramenta “Controle Deslizante”, presente no *software*. Isso foi algo novo para alguns deles, a maioria não sabia sobre tal mecanismo do GeoGebra. Os alunos fizeram dois *GIFs* ao final desta aula. Um do triângulo equilátero cujo segmento paralelo

à base se movimentava, ver figura 4, e outro do tetraedro regular, onde o plano paralelo à base se movia. Os alunos se mostraram empolgados ao serem capazes de construir esse tipo de animação. Pedimos para que eles compartilhassem o produto das atividades no grupo do Facebook.

Figura 4 – Imagem estática do GIF triângulo equilátero



Fonte: dados da pesquisa.

Apesar da figura 4 ser estática, no *GIF* o segmento paralelo à base do triângulo equilátero se movimenta de acordo com o tamanho da circunferência.

Depois de todos os grupos finalizarem, discutimos com eles sobre as possibilidades e potencialidades das atividades, explorando diferentes competências, não só as que estavam propostas no enunciado. Foi muito produtivo, pois eles opinaram sobre a atividade, em seguida a aula foi finalizada.

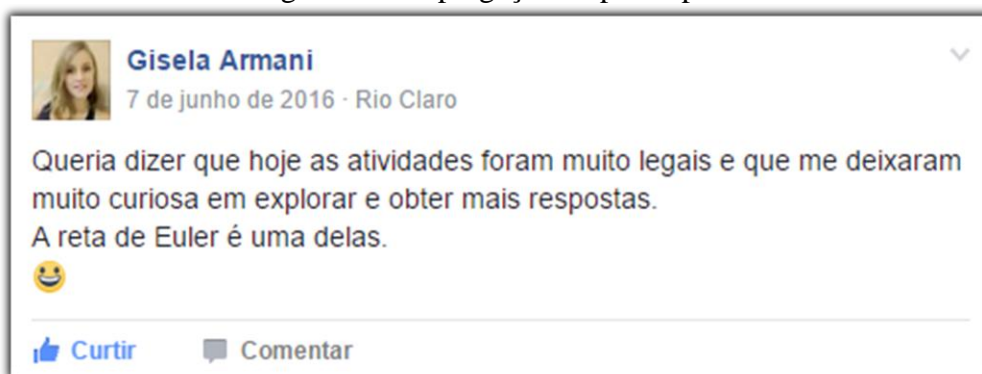
No segundo dia foram realizadas duas atividades mais longas do que a primeira, visto que o tempo seria maior, pois agora os alunos estavam mais familiarizados com a

noção de PMD e com o GeoGebra e, assim, poderiam ter mais autonomia diante do que seria proposto neste encontro.

A atividade 2 era sobre ângulos entre as diagonais do cubo e a atividade 3, sobre a reta de Euler e os pontos notáveis do triângulo: baricentro, ortocentro e circuncentro. Neste dia apenas quatro alunos estavam presentes, diante disso eles foram divididos em duas duplas.

Apesar de poucos participantes terem comparecido ao curso, foi bastante proveitoso, pois ao realizar as atividades, principalmente a 3, eles se mostraram muito empolgados. Os participantes comentaram que este encontro foi divertido e prazeroso, pois as atividades fizeram com que eles descobrissem as propriedades que queríamos, por si só, a partir do roteiro proposto. O que podemos ver na figura 5 quando uma aluna posta no grupo do Facebook sobre o que foi realizado neste dia.

Figura 5 – Empolgação da participante



Fonte: dados da pesquisa.

Uma das vantagens de ter o grupo do curso no Facebook foi a facilidade de comunicação entre os participantes. Mesmo quem havia faltado se manifestou em uma publicação que o professor Marcelo fez, na qual ele perguntou quem não iria comparecer. Outro ponto positivo foi a divulgação das atividades no grupo para quem faltou poder explorá-las em casa.

Para o terceiro dia foram realizadas duas atividades. A atividade 4 tratou da intersecção entre planos e poliedros e a 5 foi sobre construções geométricas no espaço. Para a realização da quinta atividade, era imprescindível a utilização da janela de visualização 3D do GeoGebra. Como ela já havia sido utilizada na atividade 1, foi algo tranquilo, neste dia seis participantes estavam presentes e foram utilizados três computadores. Para o próximo encontro enviamos por e-mail um texto que falava sobre

PMD com o intuito de conversar sobre ele e fazer com que os sujeitos participantes da pesquisa amadurecessem a ideia de criar uma PMD ao final do curso.

Já no quarto dia, apenas uma atividade foi feita. A atividade 6, sobre o método de Ernest Hobson para a quadratura do círculo. Em seguida, discutimos sobre o texto enviado na aula anterior. O professor Ricardo apresentou algumas possibilidades para a produção de PMD: música, poema, clipe, dentre outros. O tempo restante foi para que os alunos pensassem sobre que tipo de PMD eles gostariam de produzir.

Nesse dia não surgiram muitas ideias, eles fizeram uma votação para decidir qual temática eles abordariam na PMD, a atividade escolhida foi a 1. Então, decidiram que fariam a paródia de uma música, mas não conseguiram idealizar a letra de maneira clara. Assim ficou acordado que eles pensariam em casa e se tivessem alguma proposta, postariam no grupo do Facebook para que todos pudessem contribuir. Além disso, enviamos para eles um texto sobre tecnologias digitais e Educação Matemática.

No dia seguinte, na quarta-feira, fiz uma publicação no grupo perguntando se eles conseguiram pensar em algo, para instigá-los. Aos poucos foram surgindo algumas interações e o esboço do refrão paródia surgiu. Esses aspectos mais detalhados serão abordados no próximo capítulo.

No quinto encontro foi feita a atividade 7 sobre prismas, mais especificamente sobre as propriedades de seus vértices, faces e arestas. Discutimos, também, um texto enviado no encontro anterior. Gerando uma reflexão sobre o uso das tecnologias digitais na sala de aula.

O último dia foi um dos mais proveitosos a respeito da criação de PMD. No início os alunos estavam um pouco acanhados, pois seria o dia em que finalmente iriam desenvolver a PMD final do curso. Um dos colaboradores do curso tocava violão, ele já foi para o encontro sabendo tocar a melodia da música que seria feita a paródia. Inicialmente eles decidiram fazer a letra, depois de várias discussões e ajustes, o Facebook foi utilizado para registrar a versão final.

Em seguida, viram a necessidade de gravarmos um clipe para melhor entendimento do que a letra da música gostaria de comunicar, assim eles fizeram um esboço de roteiro para o clipe, como mostra a figura 6.

Figura 6 – Esboço do roteiro

<p>Cena 0</p> <p>Todo mundo junto na sala conversando (introdução)</p> <p>Cena 1:</p> <p>Um aluno saindo de casa e indo para a escola</p> <p>Entra na sala e senta</p> <p>Cena 2: Linhas 1 a 4</p> <p>Todo mundo em fila</p> <p>Todo mundo no GPIMEM</p> <p>Cena 3: linhas 5 a 7</p> <p>Aluno explorando o GEOGEBRA</p> <p>Cena 4: linhas 8 a 10</p> <p>Alunos saindo da sala mais sorrisão da professora</p> <p>Cena 5: Linhas 11 a 13</p> <p>Alunos mexendo no GEOGEBRA</p> <p>Mostrar a tela da atividade da Bárbara, Gisela e Nayara</p> <p>Cena 6: Linhas 17 a 24</p> <p><u>GIFs</u></p>
--

Fonte: dados da pesquisa.

A escolha dos protagonistas que iriam atuar no clipe foi feita através de um sorteio, em seguida as cenas foram filmadas. Logo após os alunos gravaram a música. O clipe possui aspectos do curso inteiro, desde os *GIFs* feitos por eles, aspectos matemáticos da atividade escolhida para ser explorada na PMD até o ambiente de sala de aula e a relação professor/aluno. Todos esses pormenores foram idealizados pelos alunos.

Após a gravação da música e das cenas do clipe, juntamente com os alunos nós decidimos, que como não havia mais tempo disponível para editar o vídeo, por isso fiquei responsável em fazer a edição de acordo com o roteiro criado por eles. Para isso utilizei o MovieMaker¹⁸ e em seguida postei a PMD completa no grupo do Facebook.

¹⁸ Disponível em: < <https://www.microsoft.com/pt-br/store/p/movie-maker-free/9mvfq4lmz6c9>> Acesso em 3 abr. 2018.

3.4 Registro do Espetáculo

Diante do exposto na seção anterior, agora serão apresentados como os dados desta pesquisa foram registrados. Houve cinco procedimentos diferentes para a produção dos dados: diário de campo, filmagens das seções do curso, gravação das telas e do áudio dos computadores dos participantes do curso, registros do grupo do Facebook, anotações feitas pelos participantes nas atividades impressas e as PMD produzidas durante o curso. Todos esses procedimentos dão maior credibilidade à pesquisa qualitativa, visto que são diferentes fontes de dados (ARAÚJO; BORBA, 2007).

A seguir explicarei como foram utilizados cada um desses instrumentos de pesquisa. O diário de campo foi utilizado para anotar minhas percepções e o máximo de detalhes durante (BOGDAN; BLINKEN, 2004) a realização do curso, para assim poder nortear adequadamente a descrição dos dados.

A filmagem do curso foi de suma importância, pois nela contém tudo o que foi realizado durante os encontros, desde a explanação dos responsáveis até as reações dos participantes. Fizemos também, a filmagem das telas dos computadores dos participantes com o *aTube Catcher*¹⁹, que é um *software* gratuito, a fim de compreender melhor o processo de construção das atividades no GeoGebra. Ressalto que ambas filmagens são importantes, pois uma complementa a outra, visto que as dos encontros possibilitaram uma melhor compreensão das que são vistas nas gravações das telas dos computadores e dos respectivos áudios, pois ao gravar somente a tela do computador não era possível ver a interação entre os participantes. A filmagem dos encontros foi feita com uma filmadora, sua posição foi de tal maneira que abrangesse principalmente os participantes, visto que já tínhamos os registros dos computadores em outra mídia.

Além das filmagens, os cursistas fizeram anotações nas atividades impressas, elas foram escaneadas para posterior análise. Os registros feitos no grupo do Facebook foram transferidos para um arquivo do Microsoft Word, visto que a qualquer momento algum sujeito participante da pesquisa poderia retirar-se do grupo ou apagar algum comentário ou publicação feita por ele, podendo ocasionar informações incompletas.

¹⁹ Disponível em <<http://www.atube.me/pt-br/>> Acesso em 21 de junho de 2017.

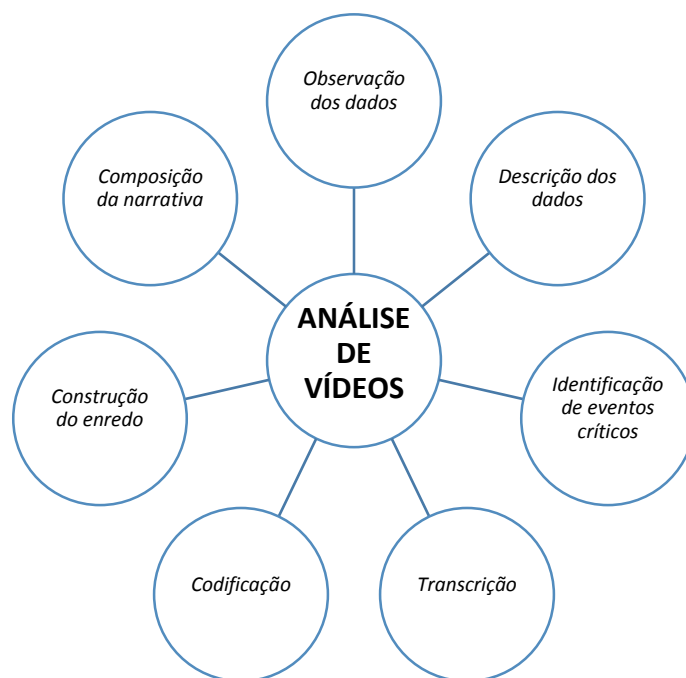
3.5 Avaliação do espetáculo

O procedimento analítico de tais dados fundamentou-se no modelo de análise de vídeos proposto por Powell, Francisco e Maher (2004). De acordo com os autores,

a capacidade de gravar em vídeo o desvelar momento-a-momento de sons e imagens de um fenômeno tem se transformado numa ampla e poderosa ferramenta da comunidade de pesquisa em Educação Matemática. Utilizando os registros de vídeo como dados, pesquisadores têm produzido descrições fascinantes de professores e estudantes em cenários clínicos e de sala de aula envolvidos numa matriz de tarefas matemáticas” (POWELL; FRANCISCO; MAHER, 2004, p.4).

Tal modelo pode ser utilizado para análise de sessões de experimentos de ensino e outros tipos de situações de ensino-aprendizagem, como o curso de extensão que é investigado nesta pesquisa. Essa perspectiva analítica é, portanto, pertinente ao objetivo proposto com relação à investigação de aspectos sobre a produção de PMD. O modelo de análise de vídeos proposto por Powell, Francisco e Maher (2004) é composto pelos procedimentos descritos na representação a seguir, na figura 7:

Figura 7 – Modelo de análise de vídeos de Powell, Francisco e Maher



Fonte: a autora.

Ressalto que essa sequência de etapas não é uma regra a ser seguida em relação à análise de vídeos, mas é uma possibilidade que os autores julgam pertinentes para tal tipo de análise. (POWELL; FRANCISCO; MAHER, 2004). Para os autores, as etapas

consistem em 7 passos: inicialmente é interessante que os vídeos sejam vistos várias vezes para que o pesquisador se familiarize com os dados, desconsiderando as perspectivas analíticas. O segundo consiste em descrever a imensa quantidade de informações presentes em um vídeo a fim de conhecê-las de maneira detalhada. No terceiro, o pesquisador revê os vídeos com o intuito de identificar eventos críticos, os quais são caracterizados por se apresentarem de maneira significativa em relação a interrogação da pesquisa.

O quarto passo resume-se em transcrever os dados na posição de ouvinte com o intuito de “transferir para o papel o som e o posicionamento sequencial da conversa” (POWELL; FRANCISCO; MAHER, 2004, p. 189). O quinto se resume na codificação, que visa identificar e auxiliar na interpretação dos dados a partir de uma teoria, para isso são identificados temas. No sexto, é construído um enredo organizado criteriosamente a partir dos temas identificados anteriormente. O sétimo e último passo constitui-se na criação da narrativa norteada pelas perspectivas teóricas. Tal modelo de análise de vídeos foi utilizado tanto para as filmagens dos encontros quanto para a gravação das telas dos computadores dos sujeitos participantes da pesquisa.

Finalmente, nesse escopo, apresento o modelo de análise de PMD conceitual proposto por Scucuglia (2012), o qual visa analisar aspectos que tornam uma PMD boa e atraente ao público. Tal perspectiva analítica apresenta-se como uma pertinente lente teórica interpretativa para analisar os dados da pesquisa no que se refere à produção de PMD com auxílio do *software* GeoGebra.

Com base nas categorias de Boorstin (1990) na área do cinema que caracterizam o que faz com que um filme seja envolvente para os espectadores, Scucuglia (2012) propôs quatro aspectos que caracterizam as PMD conceituais. Tais fatores enfatizam a natureza da ideia ou conceito matemático explorado na PMD, o papel das Artes e das tecnologias digitais na produção de significados e conhecimentos matemáticos na constituição de coletivos pensantes e inteligências coletivas, a imaginação e criatividade artística e a qualidade tecnológica da PMD.

As categorias propostas por Scucuglia para elaboração e análise de PMD conceituais são as seguintes:

1. **Surpresa matemática:** a ideia explorada deve oferecer surpresa a matemática, explicitando-a como atividade humana e estética;
2. **Sentido matemático:** a PMD deve comunicar claramente a ideia matemática de maneira conceitualmente correta;

3. **Emoções matemáticas:** se refere a natureza multimodal da narrativa digital, na qual são enfatizados modos alternativos de comunicação como a oralidade, a gestualidade, a espacialidade e a visualização, além da linguagem escrita tradicional no fazer matemático e a articulação entre multimodalidade e sensibilidade artística na narrativa matemática.

4. **Sensações viscerais:** diz respeito ao desejo em matemática e à aspectos estéticos como a identificação de padrões, simetrias, generalizações, etc. (SCUCUGLIA; GREGORUTTI, 2015, p.7).

Scucuglia defende que uma PMD é boa, atraente quando contempla essas quatro categorias. Portanto, para compor a análise das PMD desenvolvidas durante o curso, irei olhar cada um desses aspectos nas PMD produzidas durante o mesmo.

Apresentados, neste capítulo o cenário da pesquisa, os sujeitos, os procedimentos metodológicos e a forma de análise dos dados, bem como os aspectos qualitativos pertinentes a esse estudo. Podem ser citadas as emoções que a audiência pode sentir ao ver as PMD criadas neste estudo. Ressaltamos que os instrumentos tanto para a coleta quanto para a análise de dados foram importantes: desde a filmagens das aulas e das telas dos computadores até a transcrição e análise segundo os modelos utilizados. A seguir são apresentados os temas que emergiram dos dados: *GIFs*, música e clipe.

CAPÍTULO 4 - ANÁLISE DE DADOS

Neste capítulo apresento os resultados da pesquisa, discutindo aspectos acerca da investigação proposta com base no seguinte questionamento diretriz: Como estudantes de Matemática produzem PMD sobre Geometria considerando o uso do *software* GeoGebra? Esta indagação se refere a entender de que maneira alunos que cursam ou cursaram graduação em Matemática produzem PMD sobre Geometria com o auxílio do GeoGebra. Mais especificamente, tal interrogação visa entender diversos aspectos acerca desse processo de produção artística e digital em Educação Matemática, desde a forma que as ações foram planejadas, até a sua execução. Dessa maneira, os elementos provenientes dos dados produzidos no que se refere à PMD e ao seu processo de criação são analisados.

A produção de PMD é discutida por meio de três temáticas principais as quais elenquei de acordo com os tipos de PMD que surgiram: *GIFs*, produção musical e produção de vídeo digital, mais especificamente: um clipe. Assim, analiso elementos provenientes dos dados produzidos no que se refere à PMD e ao seu processo de criação considerando três temáticas emergentes. As perspectivas teóricas apresentadas nos capítulos anteriores permeiam a análise realizada com base também em três aspectos principais nas PMD desenvolvidas. São eles: 1) Matemática, referindo-se à ideia matemática envolvida; 2) tecnologia, são os recursos tecnológicos utilizados na produção das PMD; e 3) Artes, destacam-se características artísticas nessas PMD, como pode ser visualizado no Quadro 1.

Quadro 1 – Aspectos emergentes ao curso

	Arte	Tecnologias Digitais	Matemática
<i>GIF</i>	Cores Simetria Movimento Formas	Computador GeoGebra	Atividade 1 Triângulo equilátero Tetraedro regular
Música	Melodia	Computador <i>Internet</i>	

Clipe	Melodia Cores Simetria Movimento Formas Encenação	Computador <i>Internet</i> GeoGebra MovieMaker Filmadora	
--------------	--	--	--

Fonte: elaborado pela autora.

Este capítulo está dividido em três seções. A primeira discute aspectos relacionados à construção dos *GIFs* animados durante o curso; a segunda trata da elaboração da letra da música e o seu desenvolvimento; e a terceira relata e discute sobre as etapas de produção do clipe, desde a sua idealização até a execução. Ressalto que o clipe compila a música e os *GIFs*.

Como aporte para análise dos dados, consideramos o modelo de PMD conceitual proposto por Scucuglia (2012). Os aspectos propostos pelo autor serão abordados nas três PMD que surgiram durante o curso, possibilitando a realização de uma discussão mais profunda no âmbito desse tema. Além disso, são utilizados elementos relevantes do construto teórico seres-humanos-com-mídias, a fim de tratar sobre o papel das tecnologias digitais no processo de produção de PMD.

4.1 Animações Geométricas

Nesta seção, retrato a maneira que os sujeitos participantes da pesquisa desenvolveram os *GIFs* animados e quais as suas impressões a respeito desse tipo de PMD. Ressalto que foram criados alguns *GIFs* diferentes durante o curso, porém irei explorar apenas dois deles: o triângulo equilátero e o tetraedro regular, respectivamente, *GIF 1* e *GIF 2*, pois esses são os que estão presentes nas PMD que emergiram durante o curso.

A atividade 1 tratou da construção de tetraedro regular a partir de um triângulo equilátero no GeoGebra. Ela estava dividida em sete itens com instruções para a construção do triângulo e oito para a construção do tetraedro, sendo que nos itens finais estavam as orientações para criar os *GIF 1* e *GIF 2*, respectivamente (Apêndice B). A primeira parte da atividade 1 é apresentada a seguir na figura 8.

Figura 8 – Parte 1 da atividade 1

Triângulo Equilátero

1. Mude o incremento do controle deslizante para **0.5**: clique com o botão direito sobre o controle, selecione propriedades e digite **0.5** no incremento.
2. Anime o controle deslizante **h** da construção: Clique com o botão direito do mouse sobre o controle deslizante e selecione a opção *Animar*.
3. No *menu* do GeoGebra, selecione a opção *Arquivo* → *Exportar* → *Janela de Visualização como GIF Animado*.
4. Em *Controle Deslizante*, selecione **h**.
5. Configure o parâmetro *Tempo entre Quadrados* em 1 ms.
6. Selecione a opção *Repetição Automática da Repetição*.
7. Salve o arquivo .gif no local desejado.

Fonte: dados da pesquisa.

O valor do incremento refere-se à unidade utilizada, ou seja, quando o controle deslizante aumenta ou diminui em uma unidade, o incremento aumenta ou diminui apenas **0.5** unidades. O *Tempo entre Quadrados* representa a variação do controle deslizante, em milissegundos e a seleção da repetição automática é importante para que o *GIF* fique sempre em movimento. Assim quando ele termina um ciclo da variação do controle deslizante ele inicia outro automaticamente, parando apenas quando o usuário pausar a sua reprodução manualmente.

Para o tetraedro regular o padrão é o mesmo, apenas o **h** torna-se **H**, pois agora ele é um plano e não mais um segmento de reta como mostra a segunda parte da atividade 1 na figura Figura 9:

Figura 9 – Parte 2 da atividade 1

Tetraedro Regular

1. Mude o incremento do controle deslizante para **0.5**: clique com o botão direito sobre o controle, selecione propriedades e digite **0.5** no incremento.
2. Anime o controle deslizante **H** da construção: Clique com o botão direito do mouse sobre o controle deslizante e selecione a opção *Animar*.
3. Feche a Janela de Visualização.
4. No *menu* do GeoGebra, selecione a opção *Arquivo* → *Exportar* → *Janela de Visualização como GIF Animado*.
5. Em *Controle Deslizante*, selecione **H**.
6. Configure o parâmetro *Tempo entre Quadrados* em 1 ms.
7. Selecione a opção *Repetição Automática da Repetição*.
8. Salve o arquivo .gif no local desejado.

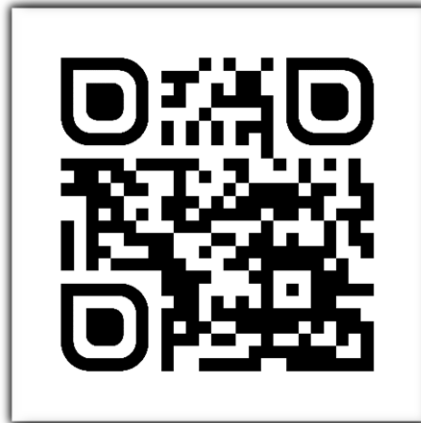
Fonte: dados da pesquisa.

Todos os grupos fizeram os dois *GIFs* aqui analisados. Eles se diferem em poucas características, como: cores, elementos que estavam ocultos que foram utilizados para a construção e o tamanho das figuras geométricas. Com o intuito de identificar quem fez cada *GIF*, denominei-os como *GIF 1A* e *GIF 2A*, feitos pelo grupo A, composto por Bárbara, Letícia e Nayara. O grupo B, formado por Letícia e Laura, construiu os *GIF 1B* e *GIF 2B* e grupo C, cujos integrantes eram Angelo, Hélio e Rafael, criaram os *GIF 1C* e *GIF 2C*. Devido a problemas técnicos no computador dos integrantes do grupo C, não houve a gravação da sua tela/desktop, tendo apenas como dados desse grupo os *GIFs* produzidos por eles.

A seguir apresento os *GIFs* 1 e 2 finais de cada grupo. Apresento duas imagens de cada *GIF*, lado a lado, a fim de dar a noção de movimento. O valor e a posição de **h** e **H** variam, respectivamente nos *GIFs* 1 e nos *GIFs* 2. Os *GIFs* também estão disponíveis no Google Drive²⁰ ou no código QR a seguir:

²⁰ <https://drive.google.com/open?id=0Bwk0a9sfVZqKQWhjVW05V3FXNnc>

Figura 10 – Código QR

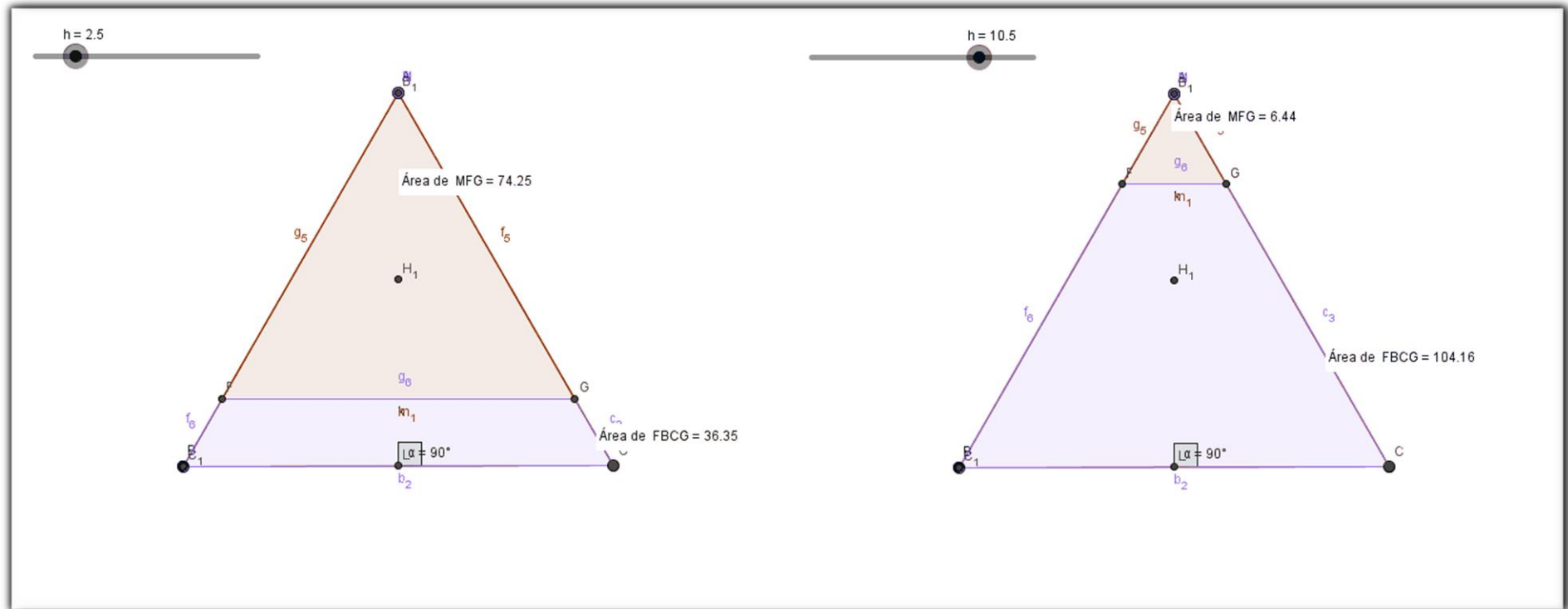


Fonte: <https://app.qr-code-generator.com/>

Os *GIFs* 1A, 1B e 1C dizem respeito a um triângulo equilátero, no qual existe um segmento de reta paralelo à sua base. No GeoGebra foi criado um controle deslizante atrelado a esse segmento de reta. Tal ferramenta possibilita que o segmento de reta se movimente dentro do triângulo alterando assim os valores das áreas do triângulo menor, do triângulo maior e do trapézio. Para essa atividade, as áreas mais importantes estão presentes nesse *GIF*, as do triângulo menor e do trapézio. Com as figuras relacionadas aos *GIFs* 1, apresentadas a seguir, é possível perceber a maneira que esses valores variam de acordo com a posição do segmento.

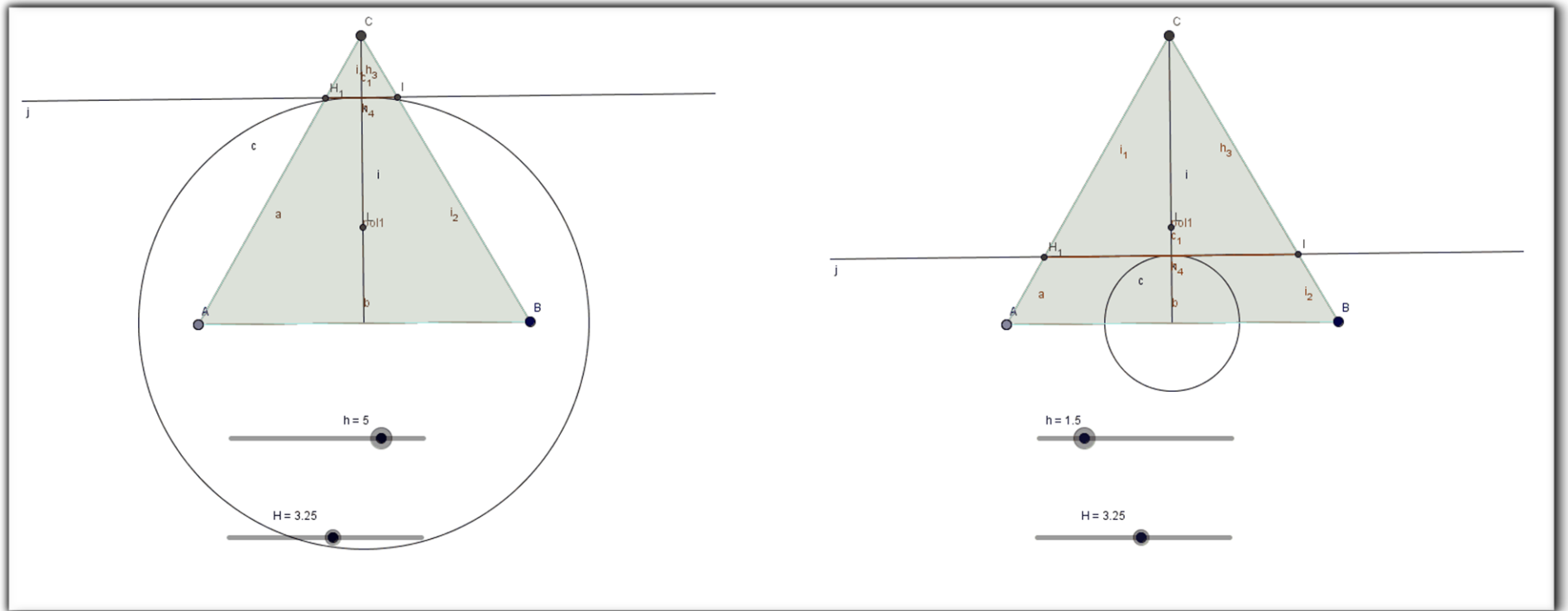
Já nos *GIFs* 2A, 2B e 2C vê-se um tetraedro regular que é dividido por um plano em uma pirâmide na parte superior e em um tronco na inferior. O plano está atrelado ao controle deslizante e é possível que ele mude de posição verticalmente. Nos *GIFs* 2A, 2B e 2C são apresentados os valores dos volumes das pirâmides (volume de c e volume de t) e dos volumes dos troncos (volume de u e volume de d), quando variam a posição do plano. Ou seja, quando o plano está mais próximo do vértice superior da pirâmide, menor será o seu volume e maior será o volume do tronco, analogamente quando o plano estiver mais próximo à base do tronco, menor será o seu volume e maior será o da pirâmide.

Figura 11 – GIF 1A



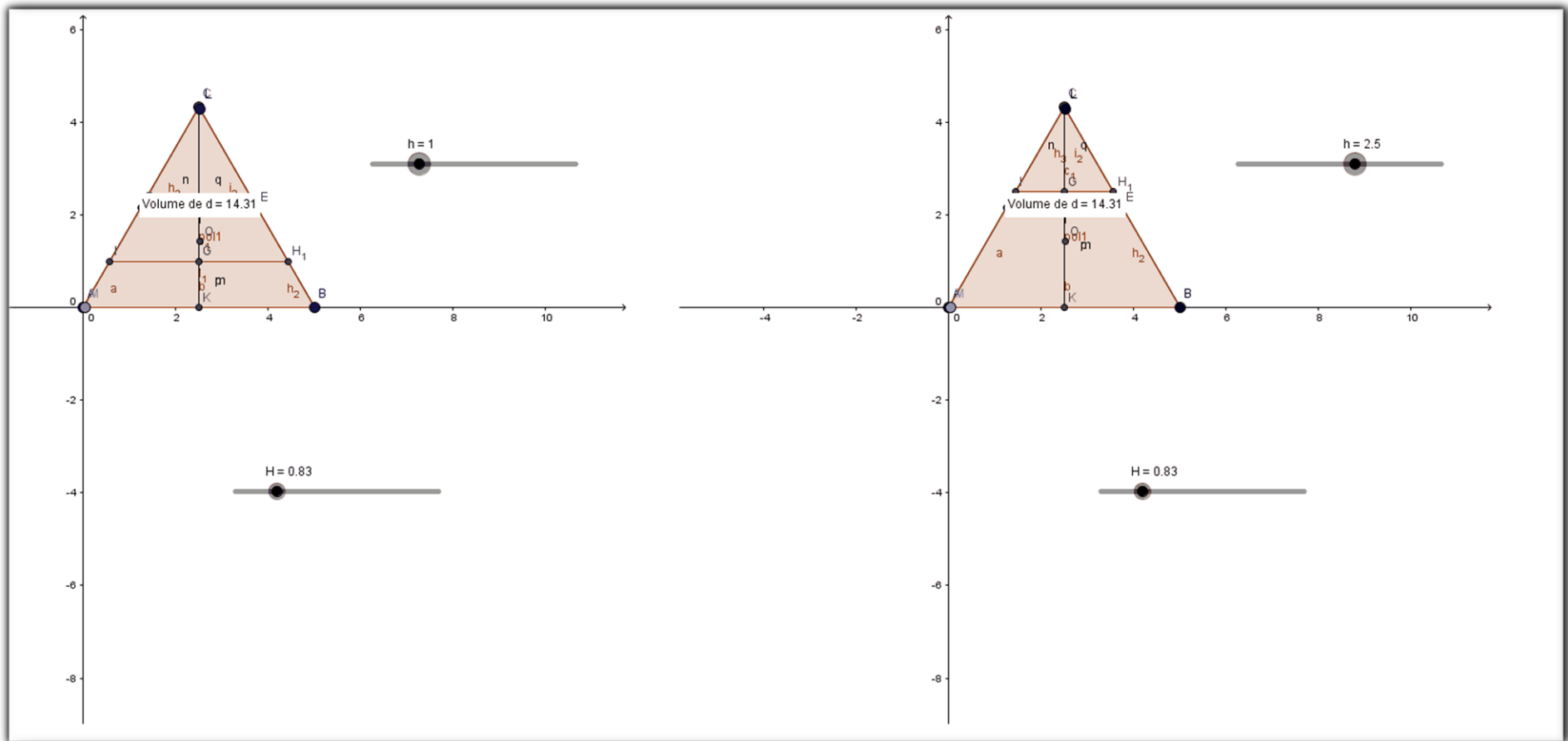
Fonte: dados da pesquisa.

Figura 12 – GIF 1B



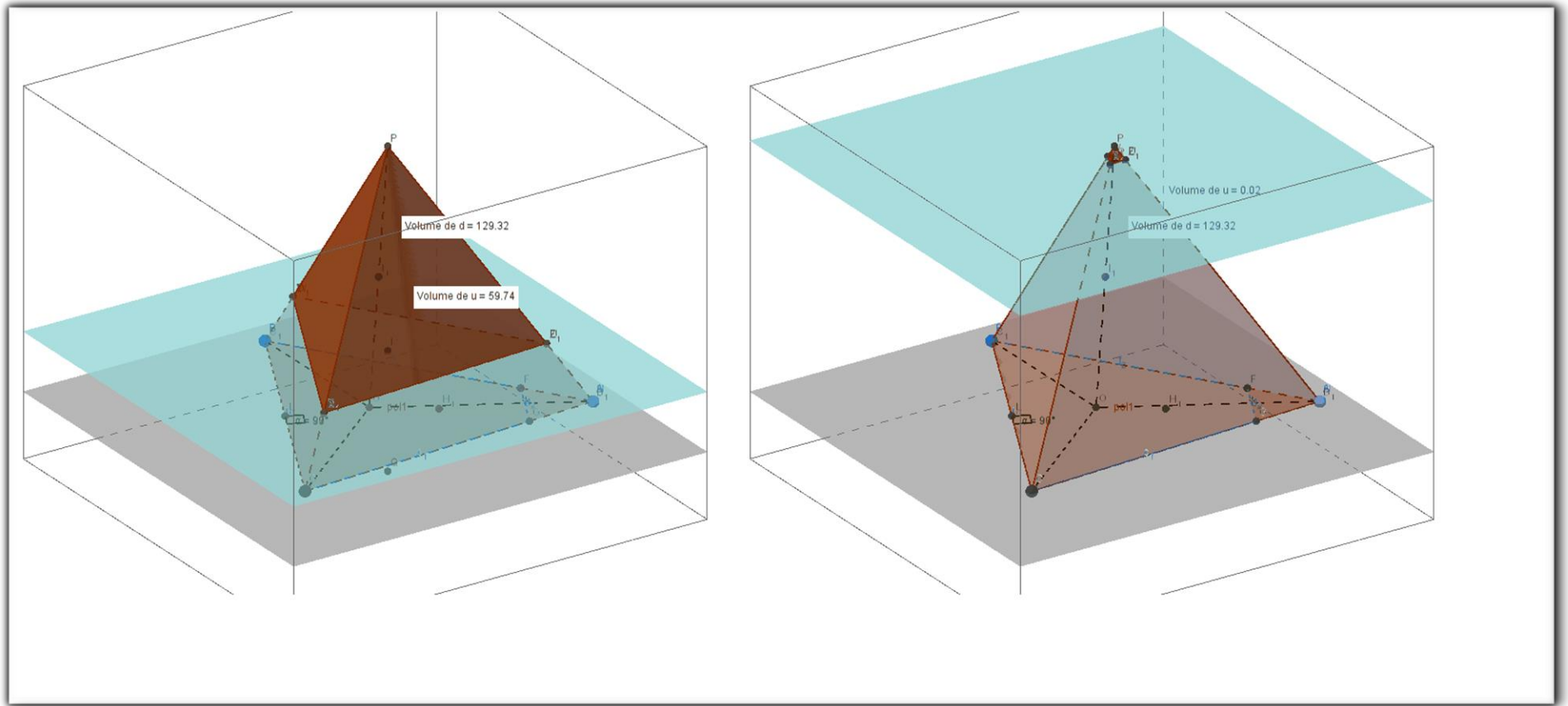
Fonte: dados da pesquisa.

Figura 13 – GIF 1C



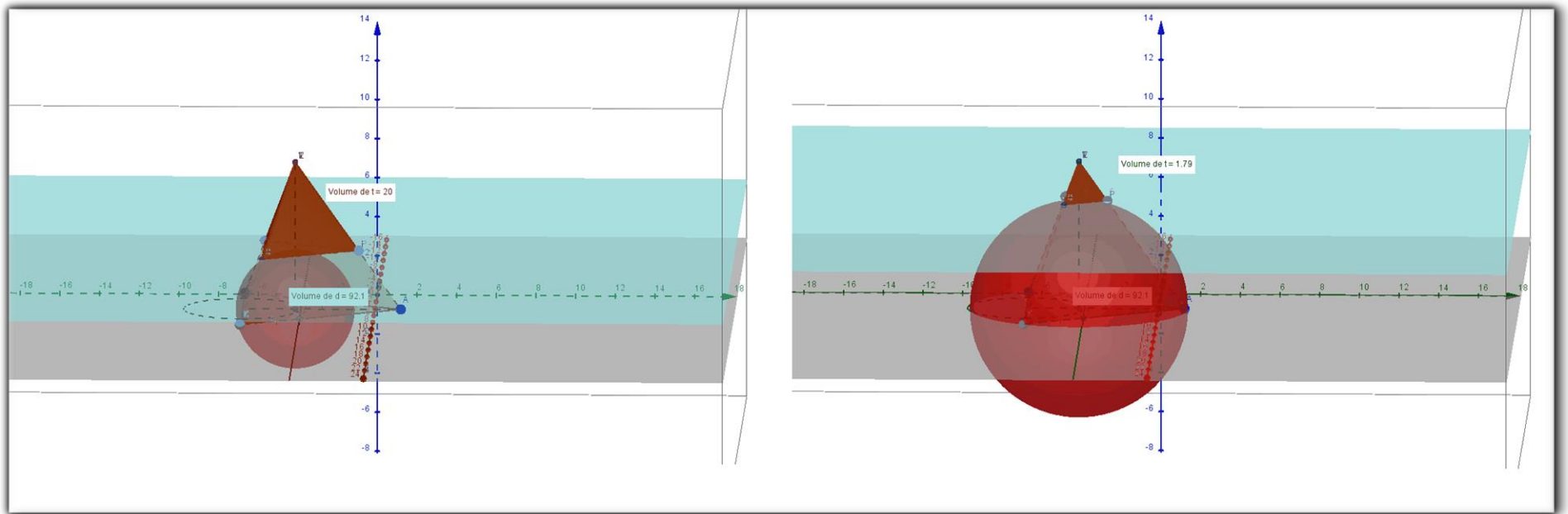
Fonte: dados da pesquisa.

Figura 14 – GIF 2A



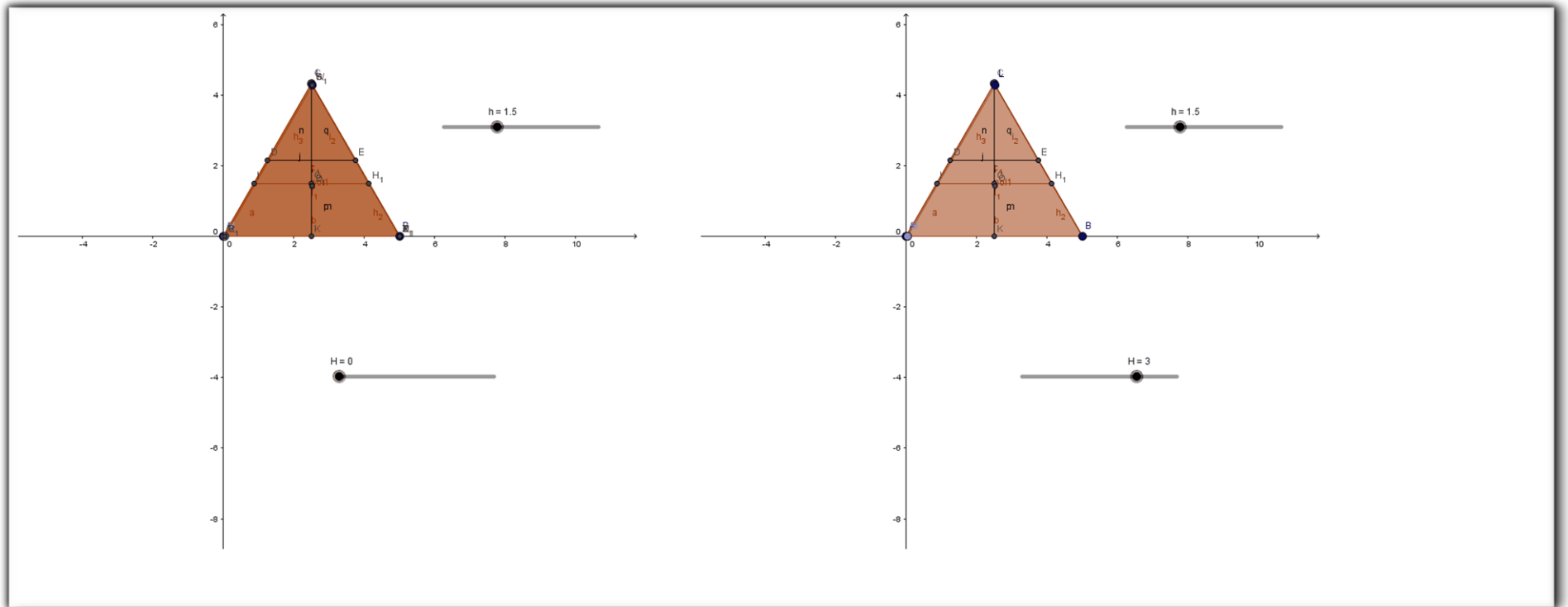
Fonte: dados da pesquisa.

Figura 15 – GIF 2B



Fonte: dados da pesquisa.

Figura 16 – GIF 2C



Fonte: dados da pesquisa.

Agora que já foram retratados os *GIFs* produzidos, a seguir são apresentados alguns diálogos dos sujeitos participantes da pesquisa que se destacaram e que considero importantes para entender o seu processo de produção, como já foi dito, os procedimentos para a criação dos *GIFs* foram os mesmos, mas agora será possível entender o porquê dos *GIFs* terem algumas diferenças.

Para criar os *GIFs*, um aspecto importante foi o fato de os alunos interagirem com o computador e com o *software* possibilitando diversas experiências: visualizar o que a atividade pedia de uma maneira diferente daquela que seria representada apenas por um desenho no papel e explorar as construções, podendo mudar a cor, o tamanho, dentre outros elementos. Dessa maneira o GeoGebra e o alunos se transformam em um coletivo que pode ser chamado de seres-humanos-com-GeoGebra, pois o *software* e os estudantes realizam uma moldagem recíproca, “essa noção é apropriada por mostrar como o pensamento é reorganizado com a presença de tecnologias da informação e quais tipos de problemas são gerados por coletivos que incluem seres humanos e mídias” (BORBA, VILLARREAL, 2005, p. 23, tradução nossa)²¹.

Alguns aspectos artísticos também se destacam, principalmente a noção de movimento que os *GIFs* transmitem, pois

a repetição das imagens no cotidiano expande seu contato com os indivíduos, desta maneira, o leitor consegue ultrapassar a apresentação inicial na qual a imagem parece ser delimitada por seus elementos plásticos. Nesse movimento, o indivíduo passa a encontrar diferentes camadas de sentido, que são possibilitadas pelos diálogos entre a imagem e os textos adjacentes (NADAL, 2014, p. 9).

As figuras geométricas, bem como as letras que são utilizadas para denominar cada elemento estão interligados, ou seja, há dependência entre os objetos da construção, possibilitando ao expectador ver os elementos matemáticos presentes durante a animação dos *GIFs*. Do ponto de vista artístico e matemático, há uma característica interessante presente nos *GIFs* durante o curso: a simetria, que segundo Rohde, está

ligada a duas representações. Uma representação geométrico-matemática, envolvendo as duas invariantes descobertas nas Ciências Naturais e outra representação, a social-visual, notadamente apresentada pelas Artes Visuais e sem o rigor formal da Ciência (ROHDE, 1977, p. 10).

²¹ “This notion is appropriate for showing how thinking is reorganized with presence of information technologies, and what types of problems are generated by collectives that include humans e media” (BORBA, VILLARREAL, 2005, p. 23).

Ou seja, a Matemática pode ser ou não atestada por meio de cálculos e medidas, ou visualmente, segundo princípios artísticos. No caso dos *GIFs* 1 e *GIFs* 2, se pensarmos em um eixo vertical no meio das figuras construídas, é possível ver a simetria das figuras. Se da mesma maneira pensarmos em um eixo horizontal, constataremos que não existe simetria e sim assimetria que remete a uma “irregularidade formal na formulação de novas formas, estruturas” (ROHDE, 1977, p. 148). Sendo ambas peculiaridades tanto esteticamente quanto artisticamente.

Além disso, nesta pesquisa os *GIFs* se mostram como PMD possibilitando que a Matemática seja vista como algo atrativo e interativo, indo ao encontro do que defende Gerofsky (2006, p. 2, tradução nossa)²², de que é “incomum (e empolgante) vincular os matemáticos e a Educação Matemática com performance, porque muitas das coisas que fazem as performances distintas e interessantes vão contra muitas das longas tradições da Matemática”.

A autora ainda fala sobre performance espaço-tempo, referindo-se aos espaços que são utilizados para realizar performances matemáticas, ou de outros tipos, caracterizando-os como espaços que “reconfiguram nossa percepção de tempo e espaço criando lugares para jogar e transformar e perturbar a ordem convencional das coisas” (GEROFSKY, 2006, p. 7, tradução nossa)²³. Ou seja, as salas de aula podem ser tão potenciais para uma performance quanto um espaço de teatro, por exemplo. Dessa maneira, o ambiente escolar possui diversas alternativas, basta que o professor se proponha a explorar as possibilidades e que as políticas públicas não dificultem o uso das Tecnologias Digitais.

O grupo A fez inicialmente o *GIF* 2, pois estavam com a janela com a construção do tetraedro aberta quando chegaram na parte 5 da atividade, a qual tinha as instruções para a construção dos *GIFs*.

Bárbara: Selecione arquivo, exportar, como GIF animado. No controle deslizante selecione H, já está. Configure o parâmetro do tempo entre quadrados e selecione a opção automática da repetição, salve o GIF no local desejado.

Gisela: Na nossa pastinha.

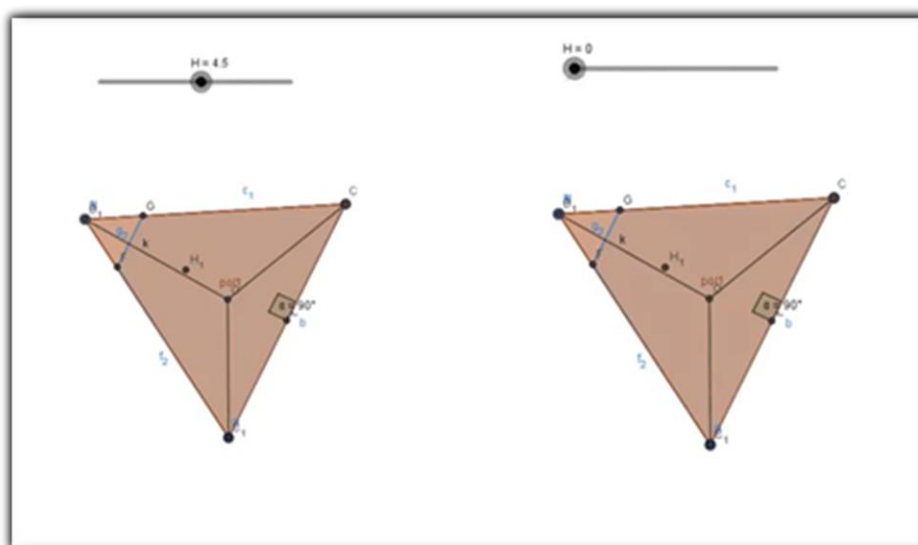
²² “It is unusual (and energizing) to link mathematics and math education with performance, in no small part because many of the things that make a performance distinctive and interesting go squarely against many of the long-held traditions of mathematics” (GEROFSKY, 2006, p. 2).

²³ “Performance traditions of all kinds reconfigure our perceptions of time and space, creating places for play and transformation and disturbing the conventional order of things” (GEROFSKY, 2006, p. 7).

Nayara: *Pronto, vamos ver como ficou? Só minimiza porque acho que o outro tá aí ainda.*

Inicialmente, mesmo os componentes do grupo A tendo seguido as instruções na atividade 1, o GIF 2 não funcionou adequadamente. Mesmo que o valor de H mude nada acontece com a construção, nenhum segmento, ponto ou valor se modificam. Como é possível ver nas figuras a seguir, o *GIF* não possui movimento.

Figura 17 – Construção do *GIF* 2A



Fonte: dados da pesquisa.

No momento que elas abriram o *GIF* e perceberam que ele estava estático. No entanto, diante da sugestão de mediação, conseguiram dar encaminhamento a uma solução ao problema identificado.

Bárbara: *O que é isso gente?*

Gisela: *Ops!*

Bárbara: *O que é isso, meu Deus do céu? Ah, gente!!*

Nayara: *Vamos voltar lá.*

Rita: *Deu certo o de vocês?*

Nayara: *Não (risos).*

Rita: *O que aconteceu? Você está fazendo 3D, você tem que abrir a janela de visualização 3D.*

Nayara: *Aaah, mostra para ela. Olha que lindo!*

Rita: *Ah entendi, é que tinha que estar clicado na 3D, mas o primeiro deu certo?*

Nayara: *A gente fez o segundo primeiro.*

Rita. *Ah, entendi.*

Em seguida elas fizeram o que a Rita pediu, abriram a janela de visualização 3D e criaram outro *GIF*, o *GIF 2A*. A reação delas foi boa, tendo em vista que estavam desanimadas porque não conseguiram fazer corretamente na primeira vez, possível ver nas falas destacadas de Gisela e Bárbara.

O problema que aconteceu na construção desse grupo foi que elas não abriram essa janela de visualização 3D, então o *software* construiu o *GIF*, porém apenas em duas dimensões, por isso a figura não está tridimensional. Ao abrir a janela de visualização 3D é possível ver a construção tridimensionalmente, como no *GIF 2A*. Dessa maneira elas conseguiram fazê-lo.

Gisela: *Aaaha!*

Bárbara: *Ah, ficou bonitinho!!!*

Aparentemente o mesmo aconteceu com o grupo C, quando olhamos para o *GIF 2C*, o único elemento que varia é o valor de **H**, porém o que se altera na figura geométrica do *GIF 2C* é apenas a cor do triângulo. Ao analisar o *GIF* criado por esse grupo, uma hipótese é que eles podem não ter aberto a janela de visualização, pois para fazer o *GIF 3D* é necessário que a janela de visualização 3D esteja aberta e selecionada.

As integrantes do grupo B testaram as suas hipóteses com o intuito de descobrir algo através da experimentação proporcionada pelo *software*, pois “a tecnologia tem um papel primordial em relação ao uso de experimentos em matemática, bem como na educação matemática” (BORBA; VILLARREAL, 2005, p. 67, tradução nossa)²⁴. Os *GIFs* foram construídos por seres-humanos-com-GeoGebra, pois os seres humanos utilizaram as tecnologias digitais para testar, investigar e atestar conjecturas acerca das funcionalidades do GeoGebra para produzir os *GIFs*. Assim é possível perceber que essa característica pertence a todos os *GIFs* produzidos pelos sujeitos participantes da pesquisa, pois o pensamento desse coletivo se apresenta impregnado de tecnologias digitais.

Com relação ao grupo B, as integrantes se mostraram bastante empolgadas, pelas falas de Laura e Letícia destacadas a seguir, com a realização da atividade, pois o controle deslizante foi algo novo para elas.

Laura: *Você vem aqui nas propriedades do controle deslizante e ele é fixo ou aleatório.*

²⁴ “Technology has a paramount role relative to the use of experiments in mathematics as well as in mathematics education” (BORBA; VILLARREAL, 2005, p. 67).

Letícia: *Aaah, entendi.*

Laura: *Quando você o coloca no aleatório ele consegue, mas é só uma vez.*

Letícia: *Aaah, que legal, uma descoberta!*

A utilização do controle deslizante, que foi uma experiência nova, uma comoção, pois apesar de alguns conhecerem o *software*, poucos conheciam esse recurso. Representando uma surpresa, que “se refere às ideias que oferecem ao público maneiras de ver o novo e o maravilhoso em matemática” (SCUCUGLIA, 2012, p. 25, tradução nossa)²⁵.

Isto parece ter sido gratificante para eles, criar algo que não fizeram antes, além disso, puderam atestar as hipóteses construídas por elas nos *GIFs* tanto a da variação das áreas e dos volumes, indo ao encontro do que Borba e Villarreal (2005) defendem a respeito do processo de experimentação-com-tecnologia. Para eles “um experimento é realizado para descobrir algo desconhecido, para verificar a verdade de uma hipótese, para aceitá-la ou rejeitá-la ou fornecer exemplos (ilustrar) de uma verdade conhecida” (BORBA; VILLARREAL, 2005, p.65, tradução nossa)²⁶.

Umas das características do modelo de PMD conceitual é a importância de trazer para o observador algo novo e surpreendente nas PMD, pois isso possibilita a transmissão de emoções à audiência, chamando sua atenção, pois “os sentidos racionais e lógicos são importantes para a experiência de observação. Isto é, as surpresas devem ter sentido para serem efetivas” (SCUCUGLIA, 2012, p. 73). A seguir, o grupo B fala sobre a sensação de experimentar uma novidade, o que as levou a personalizar o *GIF* 2B de uma maneira diferente em relação às cores e à transparência das mesmas:

Letícia: *Vamos deixar bonitinho para enxergar direitinho.*

Laura: *Ah, coloca outra cor, que cor horrorosa!*

Letícia: *Tá estranho essa cor.*

Laura: *Ah, coloca outra vai, eu espero.*

Letícia: *Vamos mudar a cor da esfera, que tá muito ruim essa cor aqui dentro, não ver, não tá aparecendo, como chama? A esfera.*

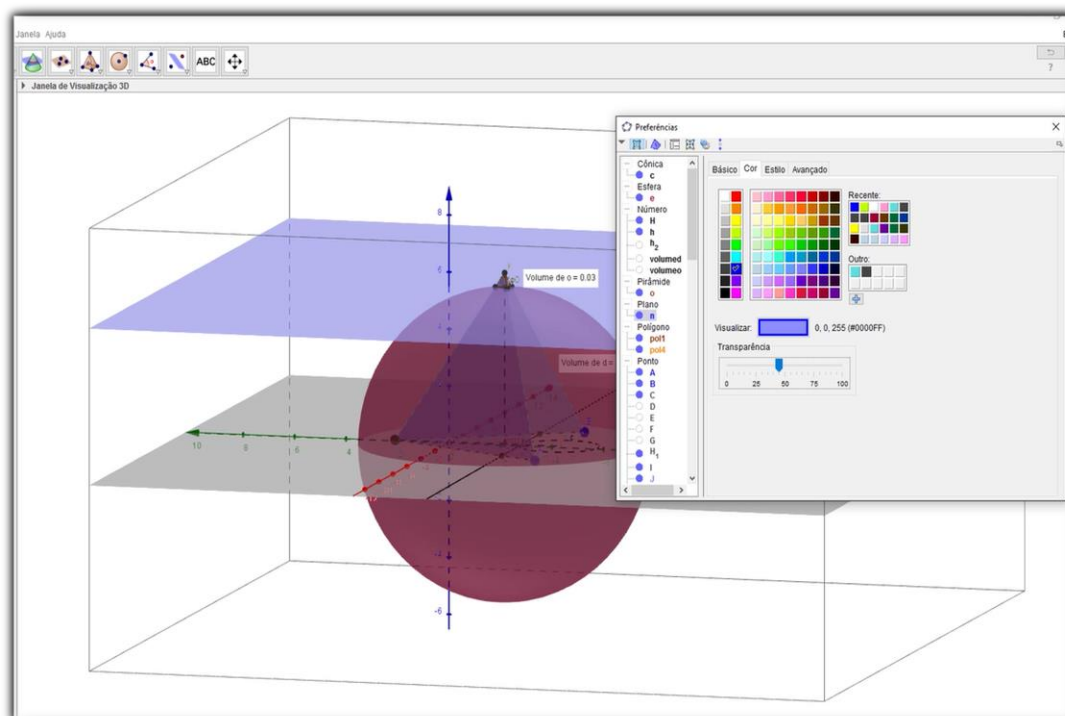
Laura: *Deixa rosa.*

²⁵ “Wich refer to ideas that offer to the audience ways to see the new and wonderful in mathematics” (SCUCUGLIA, 2012, p. 25)

²⁶ “An experiment is carried out to discover something unknown, to verify the truth of hypothesis in order to accept or reject it or to provide examples (illustrate) of a known truth” (BORBA; VILLARREAL, 2005, p.65).

Elas ajustaram a transparência e mudaram as cores de acordo com o que preferiram, para melhor entendimento do que estão fazendo no momento desse diálogo. A figura Figura 18 mostra as cores que Letícia e Laura escolheram durante a construção do tetraedro regular no GeoGebra. Todos os elementos presentes estão em cores diferentes: os eixos do plano cartesiano, o tetraedro, a esfera, o plano onde se encontra a base do tetraedro e o plano móvel.

Figura 18 – Alterações de cores para construção do *GIF 2B*



Fonte: dados da pesquisa.

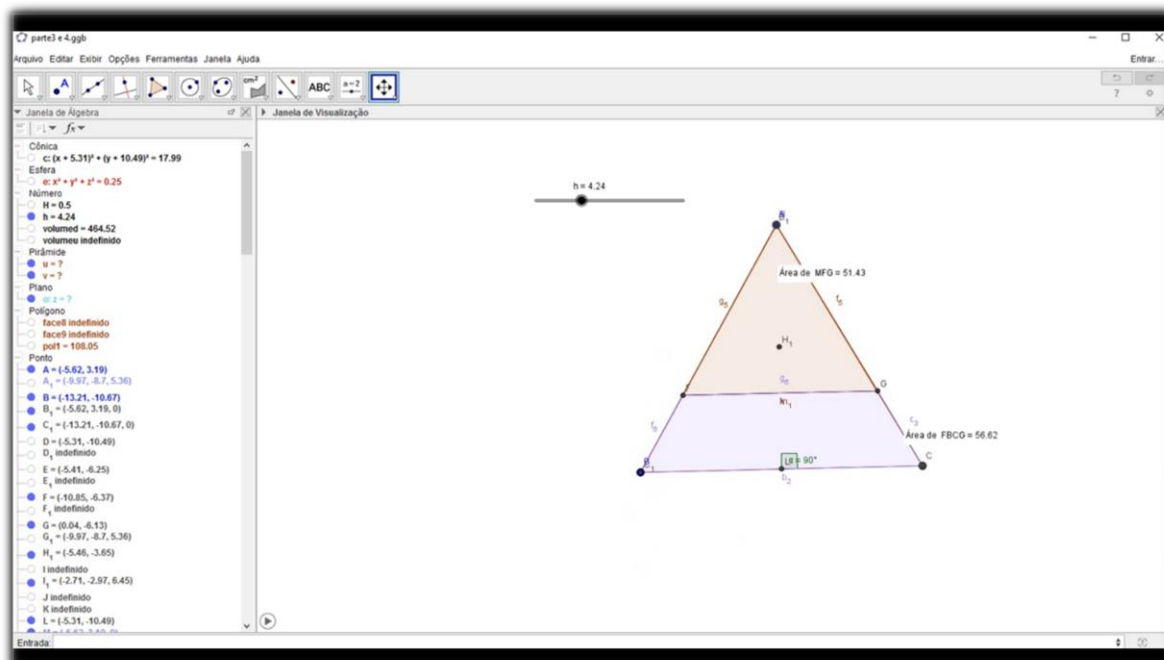
Os aspectos das cores são relevantes no sentido artístico, pois elas podem transmitir diferentes emoções (SCUCUGLIA, 2012), que remetem ao caráter multimodal (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2004) do *GIF* que “refere-se à criação de significado que ocorre através da leitura, visualização, compreensão, resposta e produção e interação com textos multimídia e digitais” (WALSH, 2011, p. 213, tradução nossa)²⁷ proporcionados pelo GeoGebra. Nos *GIFs* é possível ver a representação visual geométrica das figuras e também os aspectos matemáticos referentes a cada um deles, possibilitando que os sujeitos participantes da pesquisa utilizem “capacidades essenciais,

²⁷ “Multimodal literacy refers to meaning-making that occurs through the reading, viewing, understanding, responding to and producing and interacting with multimedia and digital texts” (WALSH, 2011, p. 213).

como formular, empregar, interpretar e avaliar” (BRASIL, 2017, p. 275) na realização de atividades matemáticas.

Mesmo que as cores estejam diferentes do *GIF* 2B em relação à figura Figura 18, é possível ver a experimentação-com-tecnologias (BORBA; VILLARREAL, 2005) que elas tiveram ao modificar as cores com o intuito de possibilitar a percepção da construção como um todo para quem for ver o *GIF*. Dessa maneira há uma interlocução importante entre: a tecnologia; o GeoGebra e as cores; arte/estética/visceral em termos de pensamento matemático, pois esses elementos estão se complementando. O grupo A fez o *GIF* 2 primeiro, então tiveram que modificar um pouco a sua construção para que ela ficasse bidimensional para construir o *GIF* 1. Assim foram apagando ou ocultando elementos que acharam desnecessários, todo esse processo de testes possibilitou a elas fazer experimentações com o auxílio do *software* (BORBA; VILLAREAL, 2005), o resultado da construção é o que mostra a figura Figura 19. Então foram feitos dois polígonos, um triângulo e um trapézio de forma que suas áreas ficassem visíveis. Em seguida as alunas salvaram a animação como *GIF* e obtém o *GIF* 1A.

Figura 19 – Construção do *GIF* 1A

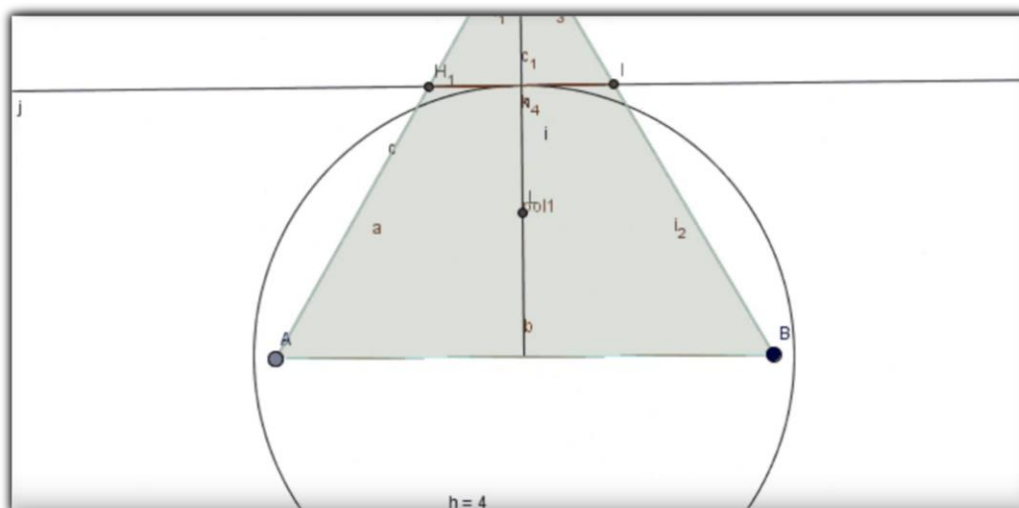


Fonte: dados da pesquisa.

Os outros dois grupos também fizeram o *GIF* 1. Um fator interessante foi a animação do Grupo B nas falas de Letícia e Laura, destacadas a seguir, ao terminar de construir o *GIF* 1.

Laura: *Tomara que tenha dado certo.*
 Letícia: *Ah, travou!*
 Laura: *E agora?*
 Letícia: *Eu vou fechar o GeoGebra e abrir de novo.*
 Rita: *O que foi?*
 Laura: *Travou.*
 Rita: *Esse computador deve estar com problema.*
 Letícia: *AAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAH! DEU CERTO!!!*
 Laura: *Agora foi, Letícia, o seu grito vai aparecer no áudio de todo mundo.*
 Rita: *Mas é. O GeoGebra pode travar um pouquinho mesmo, mas agora ficou certinho.*
 Laura: *Vamos postar no Facebook!*
 Letícia: *No Facebook não fica muito bonito, né? Fica muito pequeno.*
 Letícia: *Sabe por que tem esse ponto aqui (ponto I)?*

Figura 20 – Ponto I



Fonte: dados da pesquisa.

Letícia: *Eu não sei por que tem esse ponto aqui. Lembra que eu falei que não sabia para que servia esse ponto? Mas eu descobri, quer ver por quê?*
 Laura: *Por quê?*
 Letícia: *Porque nesse daqui [na construção 3D], ó, tem um ponto bem no meio, um ponto está ligado com o plano de baixo que toca o céu [referindo-se à parte superior da construção].*

O diálogo de Letícia e Laura é importante para perceber que foram diversas as maneiras que elas puderam experimentar e explorar algo desconhecido com o GeoGebra, pois “a tecnologia tem um papel primordial em relação ao uso de experimentos em matemática, bem como em educação matemática” (BORBA; VILLARREAL, 2005, p.

67, tradução nossa)²⁸. Desde os tons e transparências das cores até a opção de ocultar e mostrar elementos da construção, para tanto elas ocultaram o que era dispensável ao olhar do observador, tentando fazer uma PMD atrativa à audiência (SCUCUGLIA, 2012).

Diante do exposto, apresento em seguida um quadro com as principais diferenças entre os *GIFs* discutidos. A quantidade de cores que estão representadas na terceira coluna do quadro se refere à cor de cada elemento da construção, por exemplo, *GIF 1*: as cores presentes no triângulo e trapézio. *GIF 2*: as cores dos planos, do tetraedro e da circunferência interna ao tetraedro.

Quadro 2 – *GIFs*

	<i>GIF 1</i>	<i>GIF 2</i>
Grupo A	2 Cores Segmento limitado às extremidades do triângulo	3 Cores 2 Planos
Grupo B	1 Cor Circunferência Segmento ultrapassa as extremidades do triângulo Altura H	4 Cores 2 Planos Esfera
Grupo C	1 Cor Plano Cartesiano Altura H	1 Cor Plano Cartesiano

Fonte: dados da pesquisa.

No decorrer dessa seção foram abordadas algumas referências teóricas, mas considero importante discuti-las juntas, pois mesmo que os *GIFs 1* e os *GIFs 2* tenham pequenas diferenças, a essência das ideias matemáticas (SCUCUGLIA, 2012) abordadas é a mesma. Nos diálogos dos participantes da pesquisa é possível ver a interação que eles tiveram ao criar os *GIFs*. Segundo Borba e Villarreal (2005), ensinar de maneira tradicional é importante, mas também é desejável utilizar diferentes métodos para ensinar,

²⁸ “Technology has a paramount role relative to the use of experiments in mathematics as well as in mathematics education” (BORBA; VILLARREAL, 2005, p. 67).

como fazer perguntas ou discutir em grupos, como os sujeitos participantes da pesquisa fizeram. Eles conversaram e testaram possibilidades com o auxílio do GeoGebra.

No diálogo do grupo B é possível perceber algumas características, como “*insights, conjecturas e crenças informais* que estão conectadas à origem das descobertas matemáticas” (BORBA; VILLAREAL, 2005, p. 69, tradução nossa, grifo dos autores)²⁹. Nos *GIFs* apresentados, a visualização possui papel importante. Segundo os mesmos autores, ela pode ser compreendida de diferentes formas, desde a habilidade de interpretar informações e conseguir fazer uma representação mental, até construir a própria imagem num papel ou com uma noção espacial, construção tridimensional, por exemplo (BORBA; VILLARREAL, 2005).

No que se refere às PMD, pensando nas categorias que caracterizam as PMD conceituais (SCUCUGLIA, 2012), os *GIFs 1* e *GIFs 2* podem ser vistos como narrativas multimodais (WALSH, 2011). Eles apresentam emoções vicárias, trazendo sensações para a audiência, principalmente pela mistura de cores e pelos movimentos rápidos presentes na animação (WEINER, 2010). A característica visceral é muito peculiar, pois é difícil descrever quais tipos de sensações/emoções o público poderá sentir ao iniciar a reprodução de *GIFs* de qualquer natureza. Nesse caso, possivelmente os espectadores podem ficar inquietos e tentar reproduzir o problema no papel ou até mesmo no GeoGebra.

Além disso, a ideia Matemática é profunda, visto que os principais aspectos presentes nos *GIFs* são as relações que a atividade 1 pede: *GIF 1* - a relação entre as áreas do triângulo menor e do trapézio formados pelo segmento que dividia o triângulo maior; *GIF 2* - a relação dos volumes entre os sólidos gerados pelo plano móvel que dividia o tetraedro. Apesar de só ser possível ver nos *GIFs*, respectivamente o valor das alturas e dos volumes, ressalto que existe um processo matemático para a sua construção até chegar à animação, a saber cálculos e construções complexas, visto que os participantes fizeram diversos experimentos no *software*, a fim de entender o problema tanto algebricamente quanto geometricamente, e só depois de tais experimentações eles conseguiram construir e entender de maneira clara o que os *GIFs* queriam transmitir.

Isso vai ao encontro do que Borba defende quanto ao uso de tecnologias digitais na sala de aula,

²⁹ “*insights, conjectures and informal beliefs* that are connected to the very origin of mathematical discoveries itself” (BORBA; VILLAREAL, 2005, p. 69).

a disponibilidade de softwares de geometria dinâmica pode transformar os tipos de tarefas que podem ser desenvolvidas em sala de aula. Por exemplo, os problemas podem ser atribuídos de uma forma que incentiva os alunos a experimentar diferentes construções e ver se existem invariantes depois de arrastar uma figura (BORBA, 2006, p. 1, tradução nossa)³⁰.

Ademais, esse processo se apresenta como um fundamento matemático importante para a compreensão e solução do problema, pois os *GIFs* podem facilitar a compreensão e resolução do problema por meio da visualização devido à síntese de ideias contidas nele. O *GIF* traz as informações compiladas de maneira simples, mesmo que o processo de construção tenha sido complexo.

Artisticamente é possível ver aspectos das formas geométricas e das cores. Além disso, é destacada a sensação de movimento de *looping* provocado pelos *GIFs*. Tornando-o atraente ao público, pois essa mídia consegue comunicar ideias de maneira direta e rápida, transformando-o mais visceral do que vídeos que duram alguns minutos e demoram a chegar ao auge das ideias presentes neles (WEINER, 2010). Os *GIFs* se mostram também, como uma ferramenta cultural para a comunicação da maneira de pensar e de sentimentos na coletividade social moderna (NADAL, 2014).

A natureza multimodal da comunicação nesse cenário criativo (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014; WALSH, 2011) une-se aos aspectos artísticos dos *GIFs*, pois são comunicadas ideias através de diferentes modos, por exemplo, a movimentação, a noção de espacialidade das construções geométricas, a visualização e a representação da Matemática, nesse caso o que se destaca é a presença das formas geométricas e do valor de suas áreas e volumes. A surpresa matemática é transmitida pelo controle deslizante, este faz com que o segmento e o plano se movimentem alterando o valor das suas áreas e volumes, respectivamente.

No que se refere ao construto teórico seres-humanos-com-mídias, percebo que a partir da construção e interação dos sujeitos com os *GIFs*, ou seja, pensar-com-*GIF*, que é uma ação do coletivo seres-humanos-com-*GIFs*, os fez perceber detalhes nos problemas propostos: variar suas cores, o seu tamanho, ocultar ou não elementos. A possibilidade de animação/movimentação do *GIF* pôde moldar a maneira que os alunos perceberam o

³⁰ “The availability of dynamic geometry software can transform the types of tasks that can be developed in the classroom. For instance, problems can be assigned in a way that encourages students to try out different constructions and see if there are invariants after dragging a figure” (BORBA, 2006, p. 1).

problema, pois à medida que o valor da área do triângulo e do trapézio variavam, a posição do segmento de reta que estava dentro do triângulo maior também variava.

Da mesma maneira com o *GIF 2*, mas em relação ao volume do tetraedro regular e do outro sólido em relação ao plano que os dividia. À medida que o plano se desloca para cima, os volumes do tetraedro regular e do tronco, respectivamente, diminui e aumenta; da mesma maneira, quando o plano se desloca para baixa acontece o inverso com os seus volumes. Esses fatores unem-se a possibilidade de experimentação (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014) que tal construto oferece, visto que as tecnologias, nesse caso, *software* e computador, proporcionaram a construção dos *GIFs*, gerando assim um coletivo pensante: seres-humanos-com-*GIFs*.

4.2 A Produção Musical

Neste segundo episódio, falo sobre como surgiu a música e quais as principais ideias que os cursistas quiseram comunicar através da sua letra. Além de analisar os aspectos presentes nessa PMD. Ela surgiu durante o quarto encontro que houve a discussão sobre um texto de PMD que enviamos para os cursistas lerem.

O professor Ricardo deixou disponível para os alunos a parte instrumental de uma música que ele criou, mas que não tinha finalizado ainda. No início, todos ficaram inibidos em sugerir algo, parecia que eles ainda não estavam familiarizados com aspectos artísticos, então ele sugeriu algumas ideias para que eles pudessem pensar:

Professor Ricardo: explicar o problema e a gente coloca a música [instrumental] de fundo, são várias opções e pode ser que não aconteça também. [...] a gente tá lidando com uma fronteira, ela tem um lado frustrante mas tem um lado bastante encantador. A matemática, ela é o símbolo da objetividade. É o certo, o correto, o de não dar margem a erros. Está matematicamente provado, contra números não há argumentos, por [outro] lado estamos lidando com as artes, nós queremos expressar essas ideias artisticamente, que tem todo o lado da subjetividade. [...] falar sobre performance e o que ajuda bastante é essa ferramenta de animação do GeoGebra [...] fazer animação em formato de vídeo com uma ideia profunda, poderia ter só um fundo musical, tem letra, tem poema, as possibilidades de expressões artísticas são diversas.

A fala do professor Ricardo, portanto, sugere que por mais que a matemática seja vista como uma “ciência exata”, é importante desmistificar esse estigma. Ele enfatiza ainda, que esse é um dos grandes desafios da criação de PMD, pois elas permitem que a

Matemática seja vista de maneira diferente trazendo aspectos subjetivos para a Matemática, por meio das Artes (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014; GREGORUTTI, 2016). Uma das propostas de fazer o uso de PMD é proporcionar aos estudantes a multidisciplinaridade entre a Matemática, as Artes e as tecnologias possibilitando, nesse contexto, que a Matemática seja vista como algo prazeroso e humano (GADANIDIS; SCUCUGLIA, 2010), “dessa forma, a proposta de um trabalho envolvendo matemática e música objetiva abstrair alguns conceitos e buscar possibilidades de pensá-la além dos estereótipos associados a ela” (GRANJA, 2007, p. 39).

Depois dessa introdução do professor Ricardo sobre os desafios e propostas a respeito da produção de PMD tentei mediar a conversa, deixando os alunos ficarem livres para decidir o que iriam fazer:

Carla: A ideia é que vocês criem alguma coisa sobre performance. Alguém tem alguma afinidade com música, ou poesia ou toca instrumento? Ou encenação, alguma coisa?

Gisela: O desafio é legal, propor isso pra gente.

Carla: Então a gente vai separar um tempo hoje para pensar. Vocês pensarem nisso, para discutir e ver que ideias que vocês tem.

Angelo: Eu nunca fiz algo do tipo, então o desafio é bom.

Gisela: Eu também.

O único que disse possuir afinidade com aspectos artísticos foi o Rafael, que sabe tocar violão. No decorrer da discussão eles tiveram algumas ideias. Decidiram que iriam fazer uma música, mas primeiramente precisavam escolher um tema para abordar na música:

Gisela: A gente tem que, primeiramente assim, como a gente trabalhou muitas coisas no GeoGebra, acho que a gente tem que sentar e escolher um tema primeiro. Escolher e aprofundar naquilo, todo mundo expõe o que a gente explorou no GeoGebra e o que conseguimos construir e a partir disso a gente começa a pensar numa letra (todos concordam com a cabeça).

Dessa maneira eles vão conversando sobre o que querem fazer, além da música, surgiu a ideia de fazer um clipe com o intuito de fazer a encenação do que eles iriam narrar na letra da música. Diante da sua inexperiência com habilidades artísticas, eles sentiram a necessidade de fazer algo mais completo:

Angelo: Então, aí é que tá, eu sou péssimo pra cantar, eu sou péssimo em peça de teatro, e, geralmente essas coisas inovadoras não são muito comigo não. Mas aí, a ideia [...]. Eu andei olhando

esse vídeo do Harlem Shake [...] eu pensei em criar alguma coisa nesse sentido, já que nós vamos criar a música, a gente pode utilizar a música e um vídeo, como que seria essa música, a música a gente tá falando sobre o GeoGebra, certo? Poderia ser numa sala de aula com um professor dando uma aula bem tradicional, assim com uma expressão um pouco séria, sobre geometria ou alguma coisa assim. Os alunos lá bem firmes, aí de repente poderia entrar um aluno com o rádio, ele põe o rádio em cima da mesa do professor e aí ele toca o play e aí começa a tocar a nossa música. Essa música que nós criamos, aí no momento que toca essa música, de um certo modo contagia os alunos, os alunos começam a cantar. E aí o professor meio perdido ali. Aí de repente aquilo infecta ele também, e aí ele tem uma mudança, ou poderia ser em vez de tocar música, poderia de repente o rapaz lá tocando o violão (referência a Rafael) aí ele entra senta na mesa lá, começa a tocar o negócio, cantar a música. Ele puxa a letra e os outros começam a cantar.

É possível perceber o quanto Angelo se põe no lugar do observador (SCUCUGLIA, 2012), ele quer que a audiência perceba cada trecho da letra da música, por isso sugere o vídeo. Nesse sentido, ao mesmo tempo em que é uma surpresa, a ideia que eles querem transmitir passa a fazer mais sentido, tanto matematicamente (SCUCUGLIA, 2012), quanto pelo teatro e pela letra da música podendo transmitir as emoções que os atores do clipe estão sentindo, as emoções vicárias. E por último, as emoções viscerais são transmitidas pelos padrões matemáticos existentes nesse PMD que apenas com a letra da música fica incompleta, segundo Angelo. É possível perceber que ele gostaria de retratar uma situação referente ao ensino e aprendizagem matemática, o que segundo Scucuglia (2014), nas PMD, é mais comum do que representar ideias matemáticas.

Durante essas discussões surgem várias ideias em relação à música. Eles não se sentiram confortáveis em utilizar a melodia proposta pelo professor Ricardo, pois acharam difícil criar uma letra a partir de uma melodia. O que os levou a pensar em fazer uma paródia de uma música já existente:

Carla: [...] vocês poderiam ir pensando nisso ou também na letra da música.

Angelo: Apesar que a música, o difícil é a gente, tem músicas que são cantadas que elas não tem, assim, nenhuma rima, mas a pessoa consegue cantar ela de tal forma que funciona.

[...]

Gisela: Eu acho que esse, esse, o áudio que ele deixou pra gente, do instrumental é muito difícil.

Letícia: *Eu ia perguntar isso. Supondo que a gente vai usar o dele. A gente vai se matar pra conseguir alguma coisa, acho que a gente pode criar alguma coisa.*

Carla: *Mas daí vocês são livres pra fazer o que vocês quiserem e o que tiver dentro do nosso alcance, não precisa ser aquela melodia, a gente pode criar alguma coisa mais simples, fazer umas notinhas de violão e tal.*

Laura: *eu acho que é mais fácil criar em cima de uma música que já existe.*

Em seguida surgiram várias sugestões de músicas para a paródia. Mas primeiro eles quiseram escolher a ideia matemática (SCUGULIA, 2012) que iriam abordar. Tal espaço foi importante para discussões, críticas e reflexões (GADANIDIS; BORBA, 2008) indo ao encontro do que Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014) defendem quanto ao uso de PMD no ensino de Matemática, desmistifica-la como ciência fria. Os sujeitos gostaram bastante da atividade sobre pontos colineares, mas acharam difícil comunicar a ideia matemática da atividade em uma música, então pensaram em outra atividade que fosse mais simples matematicamente:

Gisela: *Assim, por exemplo a gente estava pensando naquela que os três pontos colineares, é legal, mas é muito conteúdo pra gente por numa música, pra gente tá fazendo em pouco tempo, acho que as primeiras atividades são mais simples.*

[...]

Gisela: *Como o tempo é curto eu acho que pegar as mais simples pra estar explorando o conteúdo, acho que fica melhor.*

Laura: *A gente podia pegar a primeira atividade.*

Assim, fizeram uma votação e decidiram que seria a atividade 1, pois as ideias matemáticas abordadas nela eram mais simples o que facilitava a sua comunicação. Em seguida, eles ficaram um pouco nervosos com relação à criação da letra da música, pois para eles o tempo não seria suficiente. Então um dos alunos sugeriu que eles pensassem individualmente em casa e se comprometeriam a postar suas ideias no grupo do Facebook, para que todos pudessem interagir e pensar juntos. Em seguida decidiram utilizar a música “No Dia Em Que Eu Saí de Casa” interpretada pelos artistas Zezé Di Camargo e Luciano. Assim foram surgindo ideias para a paródia da música durante os momentos finais daquele encontro.

Parecia que eles ainda não estavam totalmente à vontade no ambiente do curso para pensar em algo. Quando estavam criando a letra, eles cantavam para ver se a melodia ficou boa e ficavam um pouco envergonhados com a presença da câmera que estava

filmando os encontros. Eles falaram que se sentiriam mais a vontade de pensar sozinhos em casa:

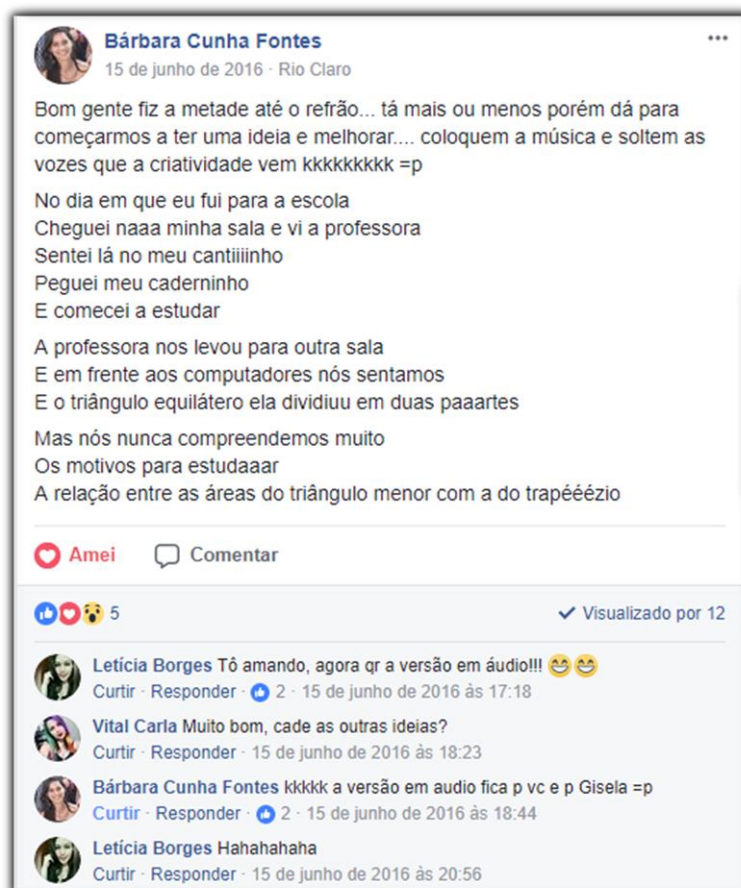
Gisela: *É muito mais fácil a gente tentar fazer em casa porque a gente vai poder cantar sozinho (risos) e olhando pro espelho sem ter esse negócio (apontando para a câmera).*

Hélio: *Sem ter plateia.*

Foi um momento bastante rico, pois eles pensaram em várias coisas para colocar na música, pensaram na maneira que iriam explorar a ideia matemática da atividade escolhida. Pensaram sempre num comparativo com a letra original da música a fim de que a paródia criada por eles fizesse sentido e fosse fácil de ser cantada. Além disso, foi bastante prazeroso para eles, pois sugeriram os trechos para escrever na letra e ao mesmo tempo riam e se divertiam imaginando as cenas do clipe da música.

No dia seguinte, eu os instiguei a postar alguma ideia no grupo do Facebook. Algumas meninas se manifestaram, falaram que estavam tímidas. Nessa noite, Bárbara postou uma ideia de refrão para a música, como é possível ver na figura a seguir:

Figura 21 – Sugestão de refrão



Fonte: dados da pesquisa.

Alguns se manifestaram curtindo a publicação dela e outros comentando. No encontro seguinte, após fazer as atividades propostas, discutimos com os alunos novamente sobre a letra da paródia. Imprimi algumas cópias da letra original da música para que eles discutissem em duplas sobre como mudariam a letra. Eles se preocuparam, principalmente com os aspectos geométricos e matemáticos (SCUCUGLIA, 2012) da atividade que iriam abordar na letra da música.

Gisela: Através do triângulo equilátero.

Laura: É melhor falar da escola.

Gisela: Mas aí a gente perde um parágrafo pra falar da escola e um pra falar da geometria, o próximo parágrafo a gente pode falar da escola.

Laura: O dia em que eu fui aprender geometria.

Gisela: A gente pode mudar entendeu, pra tentar fazer sentido, porque ó, se a gente falar primeiro da geometria e segundo falar do triângulo... aí no refrão a gente entra com o conceito.

Eles discutiram diversos aspectos que deveriam ser envolvidos na música. Desde as características geométricas do triângulo equilátero e do tetraedro regular até pequenos detalhes sobre mencionar o GeoGebra e quem seriam os personagens principais durante a música: uma professora e um aluno. Assim essa PMD mostra, principalmente os aspectos artísticos e matemáticos que eles quiseram comunicar, tanto a necessidade de fazer com que a audiência sentisse emoções vicárias e viscerais, até os aspectos matemáticos que eram importantes (SCUCUGLIA, 2012). Dessa maneira é possível perceber nessa PMD a importância da música para os alunos comunicarem as suas ideias matemáticas (OLIVEIRA, 2017), a preocupação deles é elaborar uma letra que tenha sentido matemático e lógico (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014; SCUCUGLIA, 2012), mas que também seja algo que o ouvinte entenda.

Dessa maneira é possível perceber que a ciência e a arte estão juntas, nesse caso, matemática e música, respectivamente. Segundo Granja (2006, p. 104)

tanto a ciência como a arte são formas simbólicas que buscam criar uma significação do mundo e da vida. O que as diferencia, essencialmente, são as formas de expressão e percepção. A arte nos atinge de uma maneira mais sintética e direta, o que chamamos de percepção estética. Sua linguagem é mais aberta a interpretações e tem um caráter mais expressivo do que explicativo. Nesse contexto, a linguagem musical se caracteriza como uma das manifestações artísticas que mais envolvem a participação integral dos sentidos e do corpo, tanto na sua produção como na sua apreciação.

Foram diversos aspectos que se mostraram significativos para eles durante o curso. Isso fica visível ao vermos a letra da música, pois os alunos gostariam de passar a visualização do que estava sendo narrado na canção ativando outras percepções e sentidos, além da audição. Também é importante mencionar que ao compor a narrativa musical “os alunos se colocam no lugar do outro, no caso do professor, expressando não só a imagem que construíram do professor, mas também comunicam suas impressões a respeito da imagem que os professores têm deles mesmos enquanto alunos” (OLIVEIRA, 2017, p. 44).

O processo de finalizar a música foi um período trabalhoso, pois eles cantavam a música e conferiam se fazia sentido cantar com as palavras que eles escolheram. Mesmo depois de terem feito um rascunho, tiveram que mudar muitos detalhes devido à dificuldade de cantar certas palavras ou por causa de suas rimas até terminarem o processo com a seguinte letra. Note que a melodia da música é um importante aspecto artístico (SCUCUGLIA, 2012) e também no sentido de transmitir uma boa história de matemática (GADANIDIS; HUGHES, 2011):

*No dia em que fui pra escola
A professora me disse: querido vem cá.
Senta ai nessa carteira, pegue esse caderno,
E vamos estudar!!
Diante as dificuldades a professora disse q ia inovar,
E em minhas orações eu vou pedir a Deus
que ela ilumine os passos meus!*

*Com o GeoGebra pude compreender,
A construção do tetraedro regular
Mas sabemos que quando a gente mexe as propriedades vão
continuar*

*Eu bem queria continuar ali,
Mas a aula tinha que acabar e,
com o olhar de satisfação na porta a professora deu um lindo
sorrisão!*

*E o GeoGebra naquele dia me mostrou como a semelhança é
1/4 era a proporção das áreas dos triângulos que eu aprendi
E sempre ao lado do colega no GPIMEM eu discuti*

*A professora disse:
Meu aluno explore,
O Geogebra é todo seu!!*

*Com o GeoGebra pude compreender,
A construção do tetraedro regular
Mas sabemos que quando a gente mexe as propriedades vão
Continuar*

*Eu bem queria continuar ali,
Mas a aula tinha que acabar e,
Com o olhar de satisfação na porta a professora deu um lindo
sorrisão!*

Eles ficaram em dúvida se gravariam a música em alguma versão de karaokê como fundo para cantar ou se o Vinícius iria tocar o violão enquanto todos cantavam. Testaram as duas versões e decidiram que ficou melhor com o violão de fundo.

No trecho em que a professora fala que existem dificuldades e que irá inovar utilizando o *software* GeoGebra, é possível perceber que, para eles, a Matemática ainda é vista como uma ciência que poucas pessoas entendem, como algo frio e exato (GREGORUTTI, 2016). Além disso, esse fato demonstra a importância do uso das tecnologias (BORBA; VILLAREAL, 2005) para os sujeitos, é algo tão relevante que eles fazem questão de transmitir isso à audiência.

O arquivo digital tanto da música escrita, como cantada, constituem-se como PMD, analisando de acordo com as categorias de Scucuglia (2012), têm-se que a ideia matemática apresentada é profunda por fazer alusão às áreas dos triângulos presentes no problema e, também, por falar sobre a sua construção que foi feita por meio do *software*. Visto que, por mais que ela não mostre nada visualmente, é possível que os espectadores imaginem a complexidade de sua construção com as informações descritas.

Nessa PMD a surpresa matemática e as emoções matemáticas estão interligadas em vários trechos dessa narrativa e são descritas em diversos acontecimentos ligados ao protagonista da música e da professora. Dentre eles, destaco que ambos tiveram dificuldade durante a aula, mas no decorrer da história tanto o aluno quanto a professora estavam felizes, o aluno por não querer ir embora da aula e a professora por se despedir com um sorriso.

Além disso, “a linguagem musical tem um potencial transformador enorme, pois é um conhecimento que valoriza o que há de mais humano nas pessoas: a emoção, o transcendental e a paixão” (GRANJA, 2006, p.106). Tais sentimentos são chamados de sensações viscerais, pois há a possibilidade de que os ouvintes podem sentir vontade de cantar a música por gostar da melodia e da letra, também é possível que público se sinta no lugar do aluno, protagonista da música, lembrando-se de sua época de escola, podendo deixá-lo alegre em se remeter a algum momento vivido por ele.

Já a multimodalidade da narrativa

tem um papel fundamental com relação aos processos de produção de significados matemáticos. São enfatizados os modos de comunicação oferecidos pelas mídias digitais (gestos, elementos visuais, sons, espaços, vocabulários, materiais manipuláveis, dentre outros) (SCUCUGLIA, 2014, p. 958).

E, durante a elaboração da letra da música, ela fica nítida, pois os cursistas fizeram interações, principalmente pelo grupo do Facebook durante os dias que não houve curso, reorganizando o pensamento de maneira coletiva (BORBA; VILLAREALL, 2005). Outro exemplo de coletivo formado nessa PMD foi durante a elaboração da paródia presencialmente, pois em diversos momentos, além de conversarem bastante entre eles, consultaram a letra da música diversas vezes, além de pesquisarem sinônimos para palavras que eles achavam que não rimavam quando cantavam. Ademais, também procuraram a melodia em karaokê para que a paródia ficasse de acordo com a música original.

Mesmo tendo feito a letra completa, para os sujeitos, a ideia de trazer apenas a música ficou incompleta. Segundo eles, seria muito difícil que a audiência compreendesse o que eles queriam transmitir apenas através da paródia. Então eles decidiram fazer um clipe para fazer uma PMD mais completa. Assim, julgaram importante comunicar-se através de encenações e imagens o que proporcionaria uma representação visual (BORBA; VILLAREAL, 2005; BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014; LACERDA, 2015) mais clara do que a letra da paródia queria representar.

4.3 A Produção do Clipe

Reafirmando, surgiu dos próprios alunos a ideia de trazer a encenação em um clipe, a fim de transformar a PMD em algo mais completo. O momento de discussão sobre a criação do clipe foi no encontro seguinte, o último. Todos estavam sentados à mesa, em círculo como é possível ver na figura a seguir, o que possibilitou explicações, discussões e interação entre todos (BORBA; VILLARREAL, 2004).

Figura 22 – Discussão do roteiro do clipe



Fonte: dados da pesquisa.

Nesse momento imprimi algumas cópias das letras da paródia e distribuí para eles, pedi para que ficassem em duplas, pois não havia letra suficiente para todos. Iniciei a discussão a respeito da filmagem das cenas, o ponto de partida que eles escolheram foi criar um roteiro.

Carla: *Que ideias? Como seria o vídeo? Para a gente fazer o vídeo é bom a gente pensar antes como que ele vai ser, pra ficar mais fácil. Daí é interessante que vocês deem as ideias aí no final eu posso fazer. Assim, a gente gravava as cenas.*

Bárbara: *Fazer um roteiro.*

Carla: *Isso, boa ideia.*

Em seguida eles pensaram nos principais aspectos que deveriam estar presentes no clipe:

Bárbara: *É, acho que também tem que aparecer o GIF lá.*

Laura: *É, então aí aparece a gente indo pra... a gente aqui [GPIMEM].*

Bárbara: *Cadê a parte da matemática?*

Laura: *[...] com o GeoGebra lalala, aí aparece o GIF.*

Eles consideram importante trazer o *GIF* para comunicar a parte matemática que descreveram na letra da música. Ressalto a importância de terem lembrado as noções matemáticas presentes nas atividades, refletindo a partir de um enfoque metodológico diferenciado. Além disso, eles quiseram mostrar suas ideias matemáticas em contextos diferenciados do tradicional e esse é um dos objetivos importantes da matemática escolar, segundo a BNCC (BRASIL, 2017). Eles foram conversando sobre outros aspectos que queriam trazer para o clipe, então surgiu uma ideia mais elaborada:

Angelo: [...] mas tem algumas partes da letra que são bem marcantes, eu acho que seria interessante, é, fazer algumas filmagens isoladas, pra ficar assim, pra criar aquela história por trás da música, se vocês quiserem, pra ficar mais interessante [...] por exemplo, aqui tem a parte de uma pessoa mexendo no GeoGebra e ela compreende, aí aqui tem a construção do tetraedro, então pelo menos é, se tivesse o GeoGebra aberto com um tetraedro construído, pelo menos assim, mexendo, e filmar pelo menos pra se ter uma ideia né? Que é de mostrar realmente de mexer naquilo pra visualizar a música né? [...] mas pelo menos pra ficar mais assim a música né? Seria legal a gente colocar uns pontos desses, então a gente poderia ler uns trechos e seguindo isso aqui [...] aí o que a gente precisar colocar pra ficar bem marcante, a gente colocaria, gravaria umas cenas, mas eu acho que essa parte do aluno aqui seria bem importante ter é, essa pessoa.

Bárbara: Escolher uma pessoa.

Angelo: É, e o professor, aham.

Nesse trecho surgem várias ideias importantes para a execução do clipe. Angelo julga interessante destacar aspectos marcantes da música e dar ênfase a eles, encenando ou mostrando as gravações de telas dos computadores em que o GeoGebra é utilizado. Observe a relevância do uso de tecnologias, tal fato gera diversas possibilidades para a experimentação (BORBA; VILLARREAL, 2005). Dessa maneira, todos esses aspectos seriam planejados e em seguida, as cenas necessárias seriam gravadas.

Todos concordaram com o que Angelo sugeriu, assim para a filmagem das cenas, todos acharam importante escolher duas pessoas para que fossem as protagonistas do clipe. Então eles decidiram que seriam escolhidos uma mulher e um homem, de acordo com a letra da música, mulher para ser professora e um homem para ser o aluno, o personagem principal. Assim fizeram dois sorteios, um entre os meninos para decidir e outro entre as meninas, os demais seriam alunos figurantes. Um aspecto relevante foi a interação dos participantes conosco que estávamos ministrando o curso, pois eles fizeram questão que eu, Rita e Vinícius fizessemos parte do clipe. No primeiro sorteio eles deixam

isso bem claro, escrevi o nome de cada uma das meninas em pedaços pequenos de papel e pedi para a Laura conferir:

Laura: *Ah, tá faltando nomes aqui.*

Carla: *É eu coloquei as meninas, coloquei vocês.*

Letícia: *Tá faltando o seu e o da Rita, achou que ia se safar, né?*

A interação que tiveram conosco, pesquisadores, foi interessante, pois para eles era interessante ter um coletivo composto por todos aqueles que se fizeram presentes durante o curso. Indo ao encontro do que Borba e Villarreal (2004) defendem como importante para a experimentação-com-tecnologia e, também, mostrando que a possibilidade de compartilhar as ideias matemáticas de maneira flexível com a Arte e as tecnologias (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014). Assim eles iniciaram a construção de uma narrativa digital/construção de identidade (GADANIDIS; BORBA, 2008) para o clipe.

Dessa maneira, eu e Hélio fomos os sorteados. Em seguida eles começaram a discutir sobre o que gravariam primeiro, a música ou o clipe, decidindo que seria melhor pensar primeiro em um roteiro para o clipe, logo após gravar as cenas e, por último, gravar a música.

Vinícius: *É, assim deixa eu perguntar uma coisa. Vocês vão ensaiar a música antes? ainda antes de ir lá gravar? Por que vocês querem ensaiar agora? Ou vocês querem ensaiar primeiro e depois gravar?*

Laura: *Aaah, vamos gravar as cenas primeiro e depois a gente grava a música. Porque daí a gente fica aqui até a música ficar boa.*

Laura: *É, aí eu acho que é igual ele tinha falado (Angelo), né? Ou ela (Gisela).*

Gisela: *Ele.*

Laura: *Todo mundo sentadinho e aí falta o aluno principal (aponta pro Hélio) que daí ele vai entrar na sala e a professora tá lá fora esperando os alunos.*

Gisela: *É.*

Laura: *Aí ele senta, daí vai ter depois a outra (cena), a gente saindo de fila indiana, aí sai todo mundo daí aparece a cena da gente aqui (no GPIMEM).*

Gisela: *Sim.*

Laura: *Aí depois que aparece a cena da gente aqui aí vai pra essa segunda parte aqui, que aí vai aparecer dos nossos GIFs.*

Gisela: *Não, então, mas aí tem que aparecer em especial o aluno*

Laura: *Então...*

Hélio: *Primeiro aparece o aluno sem o GeoGebra assistindo aula, sem o GeoGebra.*

Gisela: *É.*

Carla: *Então pelo que eu entendi vai estar todo mundo na sala de aula, né? Aí você que é o aluno chega depois?*

Hélio: *É, bota lá uma demonstração.*

Carla: *Ah, bota um triângulo.*

Angelo: *Põe algo no quadro.*

Laura: *Porque ó, nessa parte aqui, diante as dificuldades a professora disse que ia inovar, aí nessa hora a gente faz a fila indiana e vem pra cá.*

Assim eles estavam decidindo como seria a filmagem de cada cena, formando um coletivo, o qual seria um conjunto dos atores e das cenas, o que os levou a pensar como um coletivo: pensar-com-câmera-digital, pois era importante que todos tivessem as cenas em mente para em seguida apenas gravá-las. Dessa maneira, foram surgindo várias ideias sobre as cenas:

Gisela: *Sabe o que que eu acho? eu acho que poderia fazer assim, pega esse corredor (aponta para o do lado e na frente do GPIMEM), que a gente vai pra sala alí (do outro lado do GPIMEM) [...] qualquer coisa pega esse corredor, filma meio tipo dessa introdução a galera meio que andando todo mundo junto assim com o material, indo pra escola, aí tipo a hora que começar, mostra ele só entrando na sala de aula.*

Angelo: *Ah, legal.*

Gisela: *Como se ele fosse o último a chegar.*

Carla: *Ou então, tipo ele podia sair alí, não tem aquela parte que tem uma porta (antes do bebedor e banheiros). A gente fechava a porta e fazia ele saindo dali como se fosse a casa dele, talvez... E aí ele entrava lá na salinha.*

Letícia: *É que aqui já fala, o dia em que eu fui pra escola.*

Carla: *Ou então, pronto, já grava ele entrando na sala... e pronto.*

Laura: *É, só tem essa parte aí de resolvi inovar, acho que nessa parte a gente já que tá com fila indiana saindo.*

Bárbara: *Aí na parte diante as dificuldades a professora disse que ia inovar?*

Laura: *Isso a gente já tá em fila indiana saindo.*

Gisela: *Eu acho que na hora que começar diante as dificuldades vamos estudar aí tipo a gente fica tudo com o coleguinha (como se tivesse tirando dúvida ou discutindo).*

Laura: *Fazendo tipo, não estou entendendo nada, ela tá louca.*

Laura: *Aí diante as dificuldades é quando a gente formando fila indiana pra sair.*

Bárbara: *Aí depois, com o GeoGebra eu pude compreender, vai mostrar a pessoa mexendo no GeoGebra?*

Gisela: *É, aí a gente já tá aqui (no GPIMEM).*

Laura: *Aí a gente já está aqui.*

Laura: *E depois essa segunda parte dos GIFs e depois no final a gente saindo da sala indo embora e a professora abrindo um sorriso.*

Gisela: *Professora, sorriaaaa!! (Todos riem).*

Laura: *No final tem que aparecer o rosto dela*

Letícia: *A gente vai ganhar algum prêmio com essa música, eu tenho certeza. (Ela fala rindo).*

Carla: *Nas linhas 8 a 10, com o GeoGebra eu pude compreender, nessa parte vai ser vocês aqui (GPIMEM) com o GeoGebra aberto.*

Nayara: *E o zoom (aponta pro Hélio) no aluno com o tetraedro no GeoGebra, rodando, mexendo.*

Laura: *Acho que essa segunda parte podia ser isso, a primeira parte... porque a segunda parte tem bastante coisa, na segunda parte aparece todos os GIFs.*

Gisela: *É porque aqui tá falando da exploração, né? E do que a gente, entendeu? Então aí aparece só os GIFs.*

Laura: *Isso, aí no segundo aparece só os GIFs e só no final aparece a gente indo embora e a professora abrindo um sorriso, tendeu?? Aí a segunda parte vai ser só os GIFs, aí aparece o de todo mundo.*

Bárbara: *É, também acho.*

Angelo: *Quando for filmar perto, não estou conseguindo imaginar a cena que vocês falaram, mas a gente poderia fazer mais ou menos assim, pega uns 3 computadores, deixa ele aberto (o GeoGebra) só que não usa (...) pega primeiro uma filmagem do pessoal mexendo e deixa meio que aberto lá, aí a gente simula que tá mexendo em alguma coisa, aí depois você pode jogar o GIF em seguida.*

Carla: *Eu não entendi.*

Angelo: *Eu falo assim, por exemplo, essa parte da filmagem aqui, que ajudou (o GeoGebra) a entender alguma coisa, daí usa os GIFs.*

Carla: *As filmagens da tela.*

Angelo: *Então mas eu acho que poderia usar sem ser um pouco a filmagem da tela e depois jogar a filmagem da tela se precisar.*

Gisela: *A gente mexendo no computador.*

Carla: *Ah entendi... primeiro mexendo e depois a tela*

Angelo: *Porque ai já entra na construção, a gente pode iniciar*

Gisela: *Eu acho que nem precisava mostrar a construção, poderia ser só a gente mostrando*

Laura: *A gente mexendo e depois os GIFs.*

Diante desse diálogo é possível perceber a quantidade de detalhes que eles queriam mostrar com o clipe. Por exemplo: a relação de todas as cenas do vídeo com a letra da música, os ambientes em que elas seriam gravadas: o laboratório de informática (GPIMEM) e a sala de aula. Tudo isso tentando oferecer emoções à audiência por meio de uma produção narrativa digital (SCUCUGLIA, 2012; LACERDA, 2015). As performances possibilitam a expressão de ideias artisticamente, (GOLDBERG, 2015), que é possível ver, em especial nos personagens principais, a professora e Hélio visto que eles são o foco da música e do clipe.

Após toda essa discussão surgiu o roteiro de gravação do clipe, que pode ser visto no quadro a seguir, de acordo com as estrofes da música. A primeira coluna é a letra da música; a segunda é o roteiro de gravação, descrevendo o que seria filmado; a terceira são os números das cenas de acordo com a denominação dos alunos; na última, trago características das PMD conceituais (SCUCUGLIA, 2012) presentes em cada uma das linhas. As especificidades descritas na quarta coluna estão na ordem em que estão destacadas: primeiro as presentes na primeira coluna, e em seguida as da segunda coluna. Quando houver apenas uma palavra na quarta coluna, quer dizer que todos os trechos destacados nessa linha correspondem aquela característica.

Quadro 3 – Letra da paródia, roteiro do clipe, cenas e características de PMD conceitual

Letra da paródia	Roteiro do clipe	Cena	PMD conceitual
Introdução instrumental	Alunos <u>juntos conversando</u> e andando para a sala de aula.	0	Emocional/Vicária
No dia em que fui pra escola, a professora me disse: <u>querido vem cá.</u> senta aí nessa carteira, pegue esse caderno, e vamos estudar!!	O aluno protagonista <u>chega por último</u> na sala e pergunta para a professora se ele pode entrar, entra e senta na cadeira.	1	Emocional/Vicária
Diante as dificuldades a professora disse que <u>ia inovar,</u> E em minhas orações eu vou pedir a Deus que ela <u>ilumine os passos meus!</u>	A professora está ensinando sobre triângulos, porém nem todos estão entendendo o que ela fala. Então ela <u>demonstra ter uma ideia</u> para melhorar aquela aula.	2	Surpresa Emocional Surpresa
Com o GeoGebra pude compreender, a construção do tetraedro regular Mas sabemos que quando a gente <u>mexe as</u> <u>propriedades vão continuar.</u>	A professora leva os alunos, em <u>fila indiana,</u> para o laboratório de informática para que eles <u>explorem triângulos e tetraedros no GeoGebra.</u> Os alunos estão com o <i>software</i> aberto mexendo nas atividades que fizeram durante o curso.	3	Visceral Visceral Emocional
Eu bem <u>queria continuar ali,</u> Mas a aula tinha que acabar e, com o <u>olhar de satisfação</u> na porta a <u>professora deu um lindo sorriso!</u>	Em seguida a aula acaba. Todos os alunos vão saindo da sala, enquanto o protagonista fica por último. Quando ele sai da sala a <u>professora se despede dele com um sorriso na porta da sala.</u>	4	Emocional/Surpresa

<p>E o <u>GeoGebra</u> naquele dia me mostrou como a <u>semelhança é $\frac{1}{4}$ era a proporção</u> das áreas dos triângulos que eu aprendi E sempre ao lado do colega no GPIMEM eu discuti</p>	<p>Os alunos no GPIMEM <u>mexendo no GeoGebra</u>, mostrando as atividades na tela dos computadores dos alunos.</p>	<p>5</p>	<p>Emocional Surpresa Emocional</p>
<p>A professora disse: Meu aluno explore, O <u>GeoGebra</u> é todo seu</p>	<p><u>Mostrar os GIFs</u> feitos pelos alunos.</p>	<p>6</p>	<p>Emocional</p>
<p>Com o GeoGebra pude compreender, a construção do tetraedro regular Mas sabemos que quando a gente <u>mexe as propriedades</u> vão continuar.</p>	<p>A professora leva os alunos, em <u>fila indiana</u>, para o laboratório de informática para que eles <u>explorem triângulos e tetraedros no GeoGebra</u>. Os alunos estão com o <i>software</i> aberto mexendo nas atividades que fizeram durante o curso.</p>	<p>7</p>	<p>Visceral Visceral Emocional</p>
<p>Eu bem <u>queria continuar ali</u>, Mas a aula tinha que acabar e, com o <u>olhar de satisfação</u> na porta a <u>professora deu um lindo sorriso!</u></p>	<p>Em seguida a aula acaba. Todos os alunos vão saindo da sala, enquanto o protagonista fica por último. Quando ele sai da sala a <u>professora se despede dele com um sorriso na porta da sala.</u></p>	<p>8</p>	<p>Emocional/Surpresa</p>

Fonte: dados da pesquisa.

Nesse quadro estão presentes todas as características abordadas por Scucuglia (2012) em seu modelo de PMD conceitual. Desde a ideia matemática, falando sobre os triângulos da atividade 1, até aspectos emocionais em relação ao ambiente da sala de aula e da relação entre a professora e o aluno. A professora quis sair da sua zona de conforto (BORBA; PENTEADO, 2015) ao tentar leva-los para utilizar o GeoGebra. Artisticamente ela está tentando comunicar as suas ideias de maneira performática (GOLDBERG, 2015), mais especificamente, ideias matemáticas (SCUCUGLIA, 2012).

A seguir apresento algumas imagens do clipe de acordo com as cenas descritas acima. Ressalto que não foi possível gravar o processo de produção do clipe, pois a única câmera disponível foi utilizada para gravar o clipe.

Cena 0

Figura 23 – Alunos em fila



Fonte: dados da pesquisa.

Figura 24 – Alunos entrando na sala



Fonte: dados da pesquisa.

Cena 1

Figura 25 – Hélio atrasado pedindo para entrar



Fonte: dados da pesquisa.

Figura 26 – Hélio entrando na sala



Fonte: dados da pesquisa.

Mesmo que os aspectos emocionais estejam evidentes no roteiro, as cenas 0 e 1 mostram o ambiente e a interação dos personagens do clipe, possibilitando que o espectador sinta as emoções que os atores estão sentindo, trazendo assim principalmente a característica vicária (SCUCUGLIA, 2012). Tal representação foi possível, pois eles pensaram o clipe como um coletivo, já mencionado anteriormente: pensar-com-câmera-digital. Na cena 1 em que Hélio chegou atrasado também pode remeter a audiência à sua época escolar. A seguir apresento as próximas cenas:

Cena 2

Figura 27 – Professora explicando



Fonte: dados da pesquisa.

Figura 28 – Alunos sem entender



Fonte: dados da pesquisa.

Figura 29 – Professora demonstra ter uma ideia



Fonte: dados da pesquisa.

Cena 3

Figura 30 – Professora a frente da fila



Fonte: dados da pesquisa.

Figura 31 – Alunos em fila



Fonte: dados da pesquisa.

Figura 32 – Alunos no laboratório de informática



Fonte: dados da pesquisa.

Já as cenas 2 e 3 apresentam características interessantes, quando a professora demonstra que teve uma ideia, na figura Figura 29. Fica nítida a sua surpresa (SCUCUGLIA, 2012) ao conseguir pensar em utilizar um método diferente saindo da forma tradicional (BORBA; PENTEADO, 2015) para ensinar com auxílio de tecnologias, a fim de que os alunos pudessem compreender o conteúdo (BORBA; VILLARREAL, 2005). Demonstrando estar aberta a novas discussões e reflexões, nesse trecho fica

evidente o coletivo seres-humanos-com-mídias/pensar-com-câmera-digital, pois os alunos juntamente com o computador estavam reorganizando a maneira de pensar sobre a atividade inicial proposta apenas na lousa e giz, na cena que foi pensada foram pensadas para poder mostra-la à audiência.

Na cena 3, os padrões e a estética (SCUCUGLIA, 2012) estão presentes ao mostrar os triângulos e tetraedros sendo explorados nas telas dos computadores dos alunos, fazendo alusão à visualização (BORBA; VILLARREAL, 2004) o que a torna visceral. Ainda, quando a professora leva os alunos em fila indiana, como é visto nas figuras dessa cena, podendo remeter o espectador ao seu tempo de escola.

Cena 4

Figura 33 – Hélio indo embora



Fonte: dados da pesquisa.

Figura 34 – Professora sorrindo



Fonte: dados da pesquisa.

Cena 5

Figura 35 – Alunos utilizando o GeoGebra

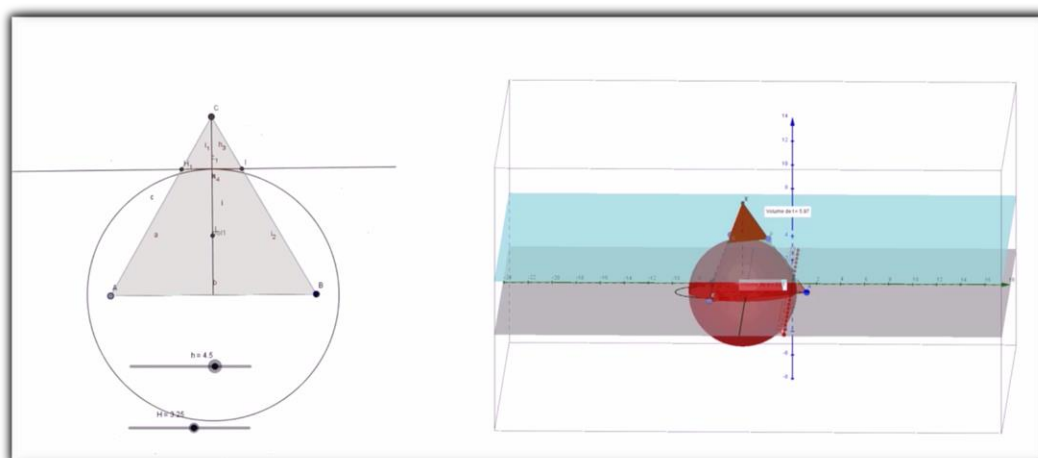


Fonte: dados da pesquisa.

As expressões performáticas (GOLDBERG, 2015) das cenas 4 e 5 são intensas, pois as emoções (SCUCUGLIA, 2012; BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014) transmitidas pelos alunos: mexer e conseguir entender a proporção matemática da atividade; explorar o GeoGebra; a satisfação de Hélio ao ter conseguido ir bem na aula e não querer ir embora, bem como as emoções de felicidade e satisfação da professora ao se despedir com um sorriso no rosto.

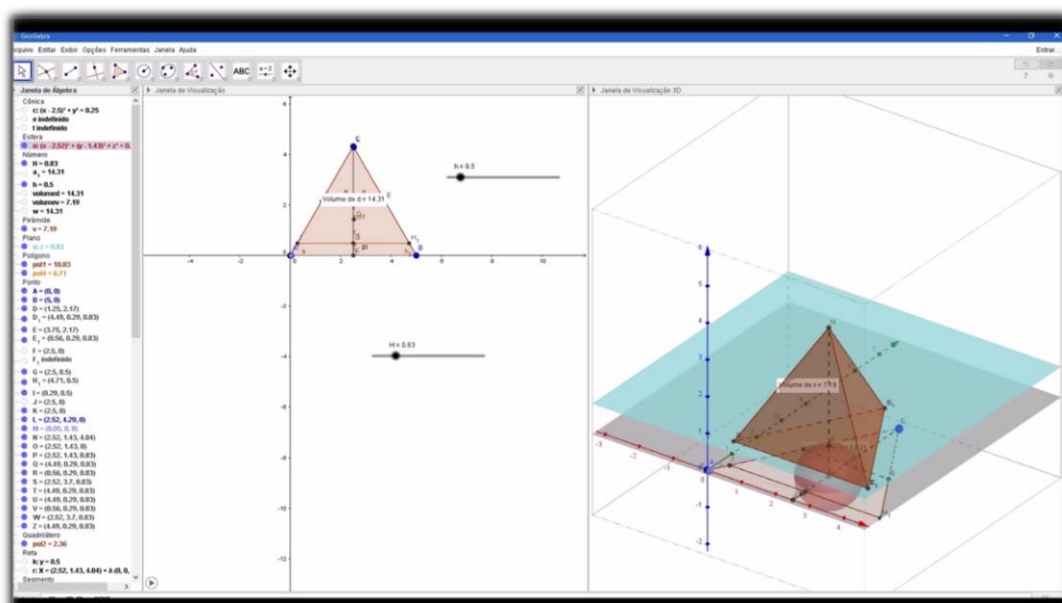
Cena 6

Figura 36 – GIF 1B e GIF 2B durante o clipe



Fonte: dados da pesquisa.

Figura 37 – GIF 1C e GIF 2B durante o clipe



Fonte: Dados da pesquisa.

Os *GIFs* presentes na cena 6 apresentam basicamente a característica emocional ao trazer formas, cores e movimento (NADAL, 2014) atraindo a audiência pela sua estética (WEINER, 2010). Desse modo podemos perceber o quanto a Arte pode trazer também aspectos de surpresa para as PMD, que segundo Scucuglia (2012) é uma característica importante para uma PMD conceitual. Não irei tratar das cenas 7 e 8, pois elas são repetições respectivamente das cenas 3 e 4.

Ressalto que essa PMD reuniu diversos enfoques: música, os *GIFs* produzidos pelos alunos durante o curso e a encenação do que foi descrita na letra da paródia. Essa PMD reuniu às outras PMD já descritas, além de ficarem destacados fatores artísticos (GOLDBERG, 2015), a encenação teatral (LACERDA, 2015) é um deles. Mesmo que nenhum dos sujeitos da pesquisa tivesse formação para atuar, eles conseguiram transmitir a ideia principal do clipe por meio de cada uma das cenas.

O sentido matemático e as emoções matemáticas são representados, pois as cenas condizem com o que a letra quer transmitir. Um trecho em que isso fica bem claro é quando a professora estava ensinando sobre triângulos, mas os alunos não estavam compreendendo bem. Então ela decidiu levá-los para o laboratório de Informática a fim de melhorar a sua aula para que eles pudessem entender o conteúdo de maneira clara, o que resultou na exploração do triângulo equilátero e do tetraedro regular, gerando os *GIFs*. Em seguida eles trouxeram outro aspecto matemático, a relação entre as áreas dos triângulos exploradas durante a atividade 1.

As sensações viscerais estão sendo transmitidas de maneira multimodal (WALSH, 2011), através de diversos tipos de linguagem, sendo “ênfatizados modos alternativos de comunicação como a oralidade, a gestualidade, a espacialidade e a visualização, além da linguagem escrita tradicional no fazer matemático e a articulação entre multimodalidade e sensibilidade artística na narrativa matemática” (SCUCUGLIA; GREGORUTTI, 2015, p.7). Outra emoção que pode ser despertada no público é a empolgação com as cenas, trazendo lembranças da época em que estudavam na escola, como já mencionado na subseção anterior. Porém nessa PMD, as emoções desse tipo se tornam mais viscerais devido ao uso de cenas, trazendo como característica forte a visualização (BORBA; VILLARREAL, 2004), presente na multimodalidade (WALSH, 2011).

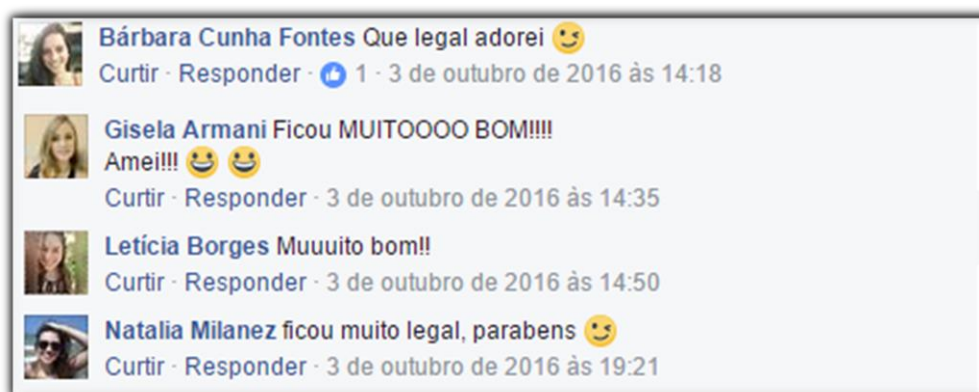
Os diversos tipos de representações presentes no clipe mostram como a multimodalidade é importante para uma PMD conceitual. As três PMD se comunicam de maneira multimodal, mas essa última se mostra como a mais completa, reunindo todos os aspectos das primeiras PMD e, agregando diferentes interações, por exemplo, o contexto

social e de aprendizagem, nesse caso a sala de aula, em que as cenas foram gravadas (WALSH, 2011).

Destaco, ainda, que essa PMD foi a que mais houve coletivos pensantes, pois ela abrange os coletivos formados pelas outras duas PMD já descritas, além de trazer aspectos diferentes, como a câmera digital, pensar-com-câmera-digital, que ainda não havia sido utilizada antes. E, também, o pensar-com-*movie-maker*, pois mesmo que a edição do vídeo tenha sido feita posteriormente, todas as cenas foram pensadas de uma maneira que facilitasse a edição. Os alunos se preocuparam como a audiência iria compreender suas representações e encenações e por isso elaboraram um planejamento cuidadoso. Eles o fizeram discutindo entre eles, tendo como base a paródia da música e anotando em um arquivo do Microsoft Word as decisões que iriam aplicar para o roteiro. Utilizaram a filmadora para gravar as cenas e usaram diversos cenários para trazer contexto à sua encenação, a saber: sala de aula, corredores e sala de Informática (o GPIMEM). Em seguida, houve toda a interação com o *software* de edição de vídeos para cortar, acelerar e acrescentar os *GIFs*.

Baseada no construto teórico seres-humanos-com-mídias (BORBA; VILLAREALL, 2005), constatei que as tecnologias e as mídias, proporcionaram a reorganização do pensamento dos alunos para que pudessem comunicar e representar suas ideias matemáticas com intencionalidade artística. Esse fato foi eficaz uma vez o vídeo foi a PMD que eles mais demonstraram ficar satisfeitos. Após a edição do vídeo eu o compartilhei no grupo do Facebook. A seguir apresento as falas de alguns sujeitos, referentes ao clipe:

Figura 38 – Comentários sobre o clipe



Fonte: dados da pesquisa.

Finalmente, destaca-se que o compartilhamento de PMD em redes sociais também

tem um papel pedagógico e social significativo do ponto de vista narrativo (BORBA; GADANIDIS, 2008). Muitas vezes, a Matemática produzida em sala de aula não atinge outros ambientes sociais. No entanto, o acesso *online* a *internet* permite que ideias matemáticas de estudantes, comunicadas/representadas com intencionalidade artística possam ser acessadas e compartilhadas em ambientes sociais diversos.

4.4 Considerações

Neste capítulo, foi apresentada a análise dos dados da pesquisa, a qual investigou o processo de produção de PMD sobre Geometria em um cenário de formação de professores, enfocando, principalmente o papel do *software* GeoGebra. Foram produzidas três PMD. Na primeira, o GeoGebra teve um papel protagonista, pois foram produzidos *GIFs* como PMD. Nesse âmbito destacou-se o caráter visual e experimental das construções, os quais envolviam movimentos, cores, dentre outros elementos. No geral, o processo de pensar-com-GeoGebra teve grande destaque na produção dessas PMD. Além disso, essa PMD também é considerada uma arte digital, pois o *GIF* foi produzido totalmente no computador. Lieser (2010) define como arte digital a combinação de três características fundamentais: Artes, ciência e tecnologia, neste caso, elas são representadas, respectivamente por: caráter visual artístico, matemático e GeoGebra.

Na segunda PMD, a produção musical teve grande destaque do ponto de vista artístico, mas o GeoGebra também teve uma presença significativa em aspectos importantes, como a descrição de suas potencialidades para o pensamento geométrico na letra da música. Finalmente, para a produção da terceira PMD (em formato de vídeo clipe) a produção de vídeos e a comunicação multimodal tiveram destaques no processo criativo, mas, novamente, o GeoGebra teve um papel importante, pois os *GIFs* animados foram elementos utilizados na narrativa digital produzida. Conclui-se, portanto, que o GeoGebra assumiu diferentes papéis na produção das PMD, com maior ou menor protagonismo, mas que em todas as situações, o pensar-com-GeoGebra foi fundamental para a produção das PMD e desenvolvimento do pensamento matemático dos envolvidos no processo criativo.

Embora a discussão apresentada destaque o uso do GeoGebra e da produção musical na criação de PMD, a produção de vídeos digitais ainda se mostra como significativa para produção de PMD, fundamentalmente devido pluralidade de sua natureza multimodal. De acordo com Domingues

sem dúvida, o avanço das tecnologias está modificando nossos alunos, a sala de aula e a própria noção de ser humano. Nos dias atuais, produzir um vídeo não se torna uma tarefa tão difícil, pois os alunos possuem celulares inteligentes capazes de realizar filmagens e até mesmo edições de vídeos. Com a evolução da internet, os alunos podem criar materiais para serem divulgados fora da sala de aula, para seus amigos e familiares (DOMINGUES; BORBA, 2017, p. 47).

Assim considera-se que esta pesquisa corrobora estudos anteriores (SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2013) e avança em aspectos específicos, como o uso do GeoGebra na produção de PMD, a produção musical de PMD, a confecção de diferentes tipos de PMD e dos coletivos pensantes, seres-humanos-com-mídias, criados quando são desenvolvidas PMD. Além disso, a relação entre arte digital e a PMD também é explorada.

CAPÍTULO 5 - CONCLUSÃO

No capítulo anterior foram descritos três episódios, neles foram discutidos os métodos que os sujeitos planejaram e elaboraram a construção de cada uma das PMD que surgiram durante o curso. Levando em consideração a questão norteadora, pode-se dizer que para a produção de PMD sobre Geometria com o *software* GeoGebra é importante que os alunos tenham conhecimento básico a respeito dele, além de ter domínio sobre conceitos geométricos. A respeito, especificamente, das PMD é pertinente que eles conheçam algumas tecnologias digitais, como computadores, *internet*, filmadora, editores de texto, editores de vídeo etc. Além disso é necessário escolher uma ideia matemática específica para comunicar, decidir qual tipo de PMD será criada, em seguida fazer o planejamento e reunir os materiais necessários para poder executá-lo com êxito. E, finalmente, produzir a PMD.

Constatou-se que é importante, para uma PMD produzida em grupo, que as ideias estejam em consonância, sendo necessário bastante diálogo entre os percussores da PMD. Inicialmente é notável que eles tenham domínio a respeito da ideia matemática que eles queiram abordar. Em seguida é necessário que eles decidam qual o tipo de PMD a ser elaborada, planejando cada passo a ser executado a fim de fazer uma PMD conceitual (SCUCUGLIA, 2012), ainda é importante listar cada material que é necessário para que possam executar a produção das PMD: desde os materiais fundamentais para a reprodução dos conteúdos matemáticos até instrumentos para gravação de áudio e/ou vídeo.

Os *GIFs* nem sempre podem ser considerados PMD, pois em um curto período de tempo é difícil conseguir comunicar uma ideia matemática de maneira efetiva mesmo que os outros aspectos sejam abordados com êxito (tecnológico e artístico). Por exemplo, um *GIF* com apenas imagens de pessoas fazendo cenas/expressões pode não ser considerado uma PMD, já que nesse caso não há nenhuma ideia matemática.

Além disso, os *GIFs* criados no GeoGebra podem ser considerados como arte digital, pois eles são animações criadas inteiramente no computador oferecendo, também, aspectos artísticos como as cores e movimento, pois segundo Lieser (2010) a arte digital são obras artísticas que possuem caráter visual mediático que caracterizam o meio e, ainda, que utilizam as potencialidades do computador e *internet* surgindo um resultado que não poderia ser alcançado com outros meios. Indo ao encontro do que Borba e

Penteado (2015) defendem a respeito da domesticação das mídias, que significa utilizar as tecnologias digitais sem explorar suas potencialidades, ou seja, fazer algo da mesma forma que seria feito com a lousa e pincel.

Ressalto, ainda, que uma PMD potencial pode ser a música, pois ela “é uma linguagem capaz de articular, ao mesmo tempo, as dimensões perceptiva e conceitual do conhecimento. Ela aproxima elementos aparentemente distintos como razão e emoção, mito e logos, liberdade e disciplina” (GRANJA, 2006, p. 151) podendo trazer diversas sensações à audiência. Já o vídeo precisa ser uma PMD mais elaborada devido a toda a representação visual e musical, pois além da ideia matemática ser importante, todas as imagens e/ou encenações são relevantes para que espectadores possam compreender aquilo que deseja ser comunicado, tanto a matemática quanto a parte artística e digital.

Além disso, criar uma PMD conceitual é, ainda, um desafio, pois são diversos aspectos importantes que ela precisa contemplar. É necessário ter domínio sobre: o conteúdo matemático a ser comunicado; as tecnologias digitais necessárias; e a parte artística a ser abordada. Ainda, é crucial ter bastante cuidado durante o planejamento da PMD para que a sua execução seja boa. Tanto para a elaboração de uma música, ou criação de um *GIF* ou gravação de um clipe. Sendo difícil abordar todas as características de maneira efetiva, pois nem sempre o espectador pode conseguir compreender aquilo que as PMD pretendem comunicar.

Assim, podemos concluir que o aprendizado antes com conceitos imaginários e abstratos feitos apenas em duas dimensões, tanto na lousa quanto em papéis e cadernos, hoje podem ser visualizados e alterados de forma interativa com o auxílio de *softwares*, como o GeoGebra. Além disso, a mobilidade é um aspecto importante, uma vez que os *softwares* podem ser utilizados em *tablets*, *smartphones* ou até em TVs *smart* que são tecnologias portáteis e podem ser levados para qualquer ambiente de estudo possibilitando o fácil acesso do conhecimento.

Diante do exposto também se pode considerar importante os coletivos presentes quando são criadas PMD, desde o espaço-tempo (GEROSKY, 2006) até recursos tecnológicos com os seres-humanos (BORBA; VILLARREAL, 2005) sendo essas possibilidades didático-pedagógicas (SCUCUGLIA; GADANIDIS; BORBA, 2011; BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014) para o ensino e aprendizagem de matemática.

A multimodalidade se mostrou como fundamental para a comunicação de ideias matemáticas, por apresentar diferentes tipos de linguagem (WALSH, 2010), mesmo que

a Matemática, normalmente seja transmitida em linguagem escrita a PMD busca maneiras diferentes de fazer a audiência se interessar pela sua apresentação.

Ainda, as PMD podem ser vistas como uma alternativa para facilitar o aprendizado de Matemática, pois com tais recursos (Artes e tecnologia) é possível mostrar a Matemática de uma maneira diferente daquela que normalmente os alunos estão acostumados, de que ela é uma ciência fria e exata, oferecendo a eles uma Matemática mais humana.

Mesmo com essas potencialidades que as PMD oferecem, elas também possuem deficiência, uma citada pelos sujeitos participantes da pesquisa foi que uma música por si só, geralmente é “fraca” para comunicar ideias matemáticas. Como visto, daí surgiu a necessidade de criar um clipe a fim de representar melhor aquilo que eles gostariam de comunicar. A letra ou melodia de uma música por si só torna o entendimento de seus aspectos matemáticos algo trabalhoso, pois muitas vezes a comunicação de ideias matemáticas através da música precisa ser de maneira rápida visto que há pouco tempo para cantar/falar, assim é difícil expressar ideias matemáticas profundas. Conseqüentemente, o processo de produção de PMD é importante para o desenvolvimento e aprendizagem da Matemática (GREGORUTTI, 2016)

Da mesma maneira, um *GIF* pode ser uma PMD “fraca” ou conceitual dependendo do que antecede a sua construção, desde as cores, as formas e a ideia matemática (SCUCUGLIA, 2012). Também é necessário que a audiência tenha um conhecimento prévio do que a PMD comunica já que nessa PMD não há muitas explicações sobre o que é abordado. Outro fator a ser apontado é que talvez, tais limitações existem pelo fato dos percussores da PMD serem amadores no que se refere às Artes e as tecnologias digitais.

Os resultados permitem argumentar sobre os significados espaciais-visuais- artísticos intrínsecos à produção de *GIFs*, considerando-se nuances acerca do processo de pensar-com-PMD. Além disso, a criação de música e clipe atribui especificidades semânticas e sentimentais ao fazer matemático com artes e tecnologias, como as emoções que podem transmitidas à audiência.

O GeoGebra possui diversas possibilidades como utilização de funções algébricas, construção e a possibilidade de explorar as figuras em duas ou três dimensões, criação de *GIFs*, animações que podem ser feitas com o controle deslizante, dentre outras, que atreladas à criação de PMD podem ser potencializadas para o ensino e aprendizagem de Matemática.

Esta pesquisa contribui, portanto, para o mosaico de pesquisas (BORBA; CHIARI, 2013) do GPIMEM, mais especificamente levando em consideração um mini mosaico, composto pelas três pesquisas que foram realizadas a partir do mesmo curso de extensão. Os três estudos complementam-se, pois os seus enfoques foram diferentes: uma pesquisa tratou do processo de produção das atividades que foram utilizadas, outra foi a respeito dos conhecimentos matemáticos docentes que emergiram durante a realização do curso e esta contribui com o processo de produção de PMD sobre geometria utilizando o GeoGebra.

Trazendo, em particular, uma discussão sobre como o GeoGebra pode ser uma tecnologia protagonista na produção de vídeos de caráter artísticos, em combinação com a produção musical, na comunicação de ideias matemáticas. Ainda, traz a possibilidade de que uma PMD pode ser considerada arte digital corroborando a noção de domesticação de mídias.

Por se tratar de uma perspectiva recente em Educação Matemática, existe a necessidade de realização de mais estudos acerca dessa temática de investigação.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, H. R. F. L. **Polidocentes-com-Mídias e o Ensino de Cálculo I**. 2016. 217 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2016.
- ALMOULOUD, S. A.; MANRIQUE, A. L. **A geometria no Ensino Fundamental: concepções de professores e de alunos**. In: XXIV Reunião da ANPED, 2001, Caxambú - Minas Gerais. p. 1-22. 2001.
- ALVES, C. M. **Animação de movimentos em repetição: uma ênfase nas possibilidades do formato GIF**. 2015. 39 f. Trabalho de Conclusão de Curso (bacharelado - Artes Visuais) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Artes, 2015. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/11449/136492>>
- ARAÚJO, J. L.; BORBA, M. C. Construindo Pesquisas Coletivamente em Educação Matemática. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2007. p. 31–51.
- BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa qualitativa segundo a visão fenomenológica**. 1ªed.São Paulo: Editora Cortez, 2011, v. 1, p. 11-28.
- BICUDO, M. A. V. Pesquisa Qualitativa: significados e a razão que a sustenta. **Revista Pesquisa Qualitativa**, São Paulo, v. 1, n. 1, p. 7-26. 2005.
- BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Qualitative Research for Education: An Introduction to Theories and Methods**. 5th ed. Pearson/Allyn and Bacon. 2007. [CV1]
- BOORSTIN, J. **The Hollywood Eye**. What makes movies work. New York: Cornelia & Michael Bessie Books, 1990.
- BORBA, M. C. A Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática. Publicado em CD nos Anais da 27ª reunião anual da **Anped**, Caxambu, MG, 21-24 nov. 2004. Acesso 5 fev. 2017. Disponível em: <http://www.rc.unesp.br/gpimem/downloads/artigos/borba/borba-minicurso_a-pesquisa-qualitativa-em-em.pdf>.
- BORBA, M. C. Coletivos seres-humanos-com-mídias e a produção matemática. In: **I Simpósio Brasileiro de Psicologia da Educação Matemática**, 2001, Curitiba. I Simpósio Brasileiro de Psicologia da Educação Matemática, 2002. p. 135-146.
- BORBA, M. C. Humans-with-media and continuing education for mathematics teachers in online environments. **ZDM Mathematics Education**, Berlin. Print, v. 44, p. 1-14, jun. 2012.
- BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. 5. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2015.

- BORBA, M. C.; SCUCUGLIA, R. R. S. O que significa Performance Matemática Digital? **Didáctica sin Fronteras, Argentina**, p. 23 - 24, 15 set. 2015.
- BORBA, M. C.; SCUCUGLIA, R. R. S.; GADANIDIS, G. **Fases das Tecnologias Digitais em Educação Matemática: Sala de Aula e Internet em Movimento**. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.
- BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. E. **Humans-With-Media and the reorganization of Mathematical Thinking: information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization**. New York: Springer, 2005. v. 39.
- BORBA, M.; CHIARI, A. **Tecnologias digitais e Educação Matemática**. São Paulo, Brasil: Editora Livraria da Física, 2013.
- BRAGA, L. S. **Tecnologias digitais na educação básica: um retrato de aspectos evidenciados por professores de matemática em formação continuada**. 2016. 141 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2016.
- BRASIL. **Guia de Livros Didáticos, PNLD 2008, Matemática**. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/Avalmat/pnlmat07.pdf>>. Acesso em: 20 jun. 2013.
- BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular: Educação é a Base**. Brasília; Ministério da Educação. 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_20dez_site.pdf> Acesso em: 9 jan. 2018.
- BRASIL, **Ministério da Educação**. Portaria Normativa Interministerial nº- 17, 24 abr. 2007.
- DAM Projects GmbH. **Digital Art in the 21. Century**. Berlim, 2017. Disponível em <<http://www.ddaa-online.de/digital-art-21>>. Acesso em: 7 set. 2017
- CÂNDIDO, P. Caminhos para o ensino e a aprendizagem da arte e da geometria. In: **Boletim Arte na Escola**. Arte e Matemática conheça as relações entre as duas disciplinas e o seu papel na educação do século XXI. V.65. 2012.
- DENZIN, N.; LINCOLN, Y. Introduction: the discipline and practice of qualitative research. In: N.K. Denzin, & Y.S Lincoln, (Eds). **The Sage Handbook of Qualitative Research**. (pp.1-32). 3ed. Thousand Oaks, CA: Sage, 2005.
- DIAS, M. S. S. **Um estudo da demonstração no contexto da licenciatura em matemática: uma articulação entre os tipos de prova e os níveis de raciocínio geométrico**. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2009.
- DOMINGUES, N. S.; BORBA, M. C. Vídeos Digitais nos Trabalhos de Modelagem Matemática. **Educação Matemática em Revista**, v. 22, p. 38-50, 2017.

- EVES, H. **Introdução à história da Matemática**. Campinas: Editora da UNICAMP, 2004.
- GADANIDIS, G.; BORBA, M. C. **Digital Mathematical Performance**. 2006. [S.l: s.n.]. Disponível em: <<http://www.edu.uwo.ca/dmp/>>. Acesso em: 12. jun. 2015.
- GADANIDIS, G.; BORBA, M. C. **Our lives as performance mathematicians**. For the Learning of Mathematics, v. 28, n. 1, p. 44–51, 2008.
- GADANIDIS, G.; HUGHES, J. Performing big math ideas across the grades. **Teaching children mathematics**, 2011.
- GADANIDIS, G.; SCUCUGLIA, R. Windows into elementary mathematics: alternate mathematics images of mathematics and mathematicians. **Acta Scientiae**, 12, 2010. 24-42.
- GEROFSKY, S. Performance Time & Space. In: **DIGITAL MATHEMATICS PERFORMANCE SYMPOSIUM**, 2006, Ontario. *Anais...* Ontario: UWO, 2006. p. 1–11.
- GOLDBERG, R. **A Arte da Performance: do Futurismo ao Presente**. Tradução de J. F. Camargo. 3. ed. São Paulo: Livraria Martins Fontes Editora Ltda., 2015.
- GOLDENBERG, M. **A arte de pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais**. Rio de Janeiro: Record, 2004.
- GRANJA, C. E. S. C. **Musicalizando a escola: música, conhecimento e educação**. 1ªed. (Coleção Ensino Transversais). São Paulo. Editora: Escrituras. 2006.
- GREGORUTTI, G. S. Performance Matemática Digital e a Imagem Pública da Matemática. In: Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação, XIX, 2015, Juiz de Fora - MG. Anais do **XIX Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática**, 2015. Sessão A.
- GREGORUTTI, G. S. **Performance Matemática Digital e imagem pública da matemática: viagem poética na formação inicial de professores**. 2016, 63 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista, “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2016.
- LACERDA, H. D. G. **Educação Matemática encena**. 2015, 179 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista, “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2015.
- LIESER, W. **ARTE DIGITAL: Novos Caminhos na Arte**. Tradução de H. Morbey. Ed. H. F. Hullman. 2010.
- LORENZATO, S. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: LORENZATO, S. **Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2006. p. 3-38.

LORENZATO, S. **Para Aprender Matemática**. 3. ed. Campinas: Autores associados, 2010.

LORENZATO, S. Por Que Ensinar Geometria? **Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática**. São Paulo, ano 3, n 5, 1995.

MALTEMPI, M. V.; JAVARONI, S. L.; BORBA, M. C. Calculadoras, computadores e Internet em Educação Matemática - dezoito anos de pesquisa. *Bolema*. **Boletim de Educação Matemática**, v. 25, p. 43–72, 2011.

MARQUES, E. M. R. **Apresentação do Instituto**. 2016. Disponível em: <<http://www2.fc.unesp.br/sgcd/#!/igeogebra>>. Acesso em: 8 fev. 2017.

NADAL, J. H. D. **A CULTURA DO GIF**: reconfigurações de imagens técnicas a partir dos usos e apropriações de narrativas cíclicas. 2014. 174 f. Dissertação (Mestrado em Comunicação e Linguagens) - Universidade Tuiti do Paraná, Curitiba, 2014.

OLIVEIRA, R. P. **Educação matemática**: construindo performances matemático-musicais. 2017, 72 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas) Universidade Federal do Pará, Belém, 2017.

PASSOS, C. L. B.; NACARATO, A. M. O ensino de geometria no ciclo de alfabetização: um olhar a partir da provinha Brasil. **Revista Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v. 16, n. 4, pp. 1147-1168, 2014.

PAVANELLO, M. R. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e conseqüências. In: **Revista Zetetiké Revista de Educação Matemática**, ano 1, no 1, p. 07-17. São Paulo: UNICAMP, Faculdade de Educação, 1993.

PONTE, J. P.M.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

POWELL, A. B.; FRANCISCO, J.; MAHER, C. Uma abordagem à análise de dados de vídeo para investigar o desenvolvimento das ideias matemáticas e do raciocínio de estudantes. **Bolema**, 21, 2004. 81-140.

PROCÓPIO, W. **O Currículo de Matemática do Estado de São Paulo**: sugestões de atividades com o uso do GeoGebra. 2011 108 f. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Educação Matemática). Instituição de Ensino: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2011.

REZENDE, W. M.; PESCO, D. U.; BORTOLOSSI, H. J. Explorando aspectos dinâmicos no ensino de funções reais com recursos do GeoGebra. **Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo**, v. 1, p. 74–89, 2012.

RODRIGUES, M. A. **Arte Digital**. 2012. Dissertação (Mestrado em História da Arte Contemporânea) – Faculdade de Ciências Sociais e Humanadas. Universidade Nova de Lisboa, Portugal. 2012. Disponível em <<https://run.unl.pt/bitstream/10362/8734/1/ARTE%20DIGITAL.pdf>>. Acesso em 12. ago. 2017.

ROHDE; G. M. **Simetria: Rigor e imaginação**. Porto Alegre: EDIPUCRS, 1977.

SCHECHNER, R. **Performancy Theory**. Londres: Routledge, 2003.

SCUCUGLIA, R. Narrativas multimodais: a imagem dos matemáticos em performances matemáticas digitais. **BOLEMA**, Boletim de Educação Matemática. Rio Claro, v. 28, n. 49, p. 950-973, ago. 2014.

SCUCUGLIA, R. R. S. **On the nature of students' digital mathematical performance**. 2012. Tese (Doutorado em Educação) – University of Western Ontario, London, 2012.

SCUCUGLIA, R. R. S. The Pedagogic Role of the Arts and Digital Media in the Practice of the Ontario Mathematics Curriculum. **BOLEMA**, Boletim de Educação Matemática. Rio Claro, v. 29, p. 1043-1065, dez. 2015.

SCUCUGLIA, R.; GADANIDIS, G. Performance Matemática: Tecnologias Digitais e Artes da Escola Pública de Ensino Fundamental. In: BORBA, M. C.; CHIARI, A. S. S. (Org.). **Tecnologias Digitais e Educação Matemática**. 1. ed. São Paulo: Livraria da Física, p. 325–363. 2013.

SCUCUGLIA, R. R. S.; GREGORUTTI, G. S. Explorando o Teorema das Quatro Cores em Performances Matemáticas Digitais. **BoEM, Boletim online de Educação Matemática**, Joinville, v.3. n.5, p. 2-17, ago./dez. 2015.

SCUCUGLIA, R. R. S.; RODRIGUES, A. F. B. Discursos de Professores e Futuros Professores dos Anos Iniciais sobre Aprendizagem Significativa em Performance Matemática Digital. In: Rute Borba, Gilda Guimarães. (Org.). **Pesquisa e Atividades para o Aprendizado Matemático na Educação Infantil e nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental**. [livro eletrônico]. 1ed. Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática - SBEM, 2015, v. 1, p. 97-120. Disponível em. Acesso em: 9. jun. 2016.

SINCLAIR, N. The aesthetic is relevant. **For the Learning of Mathematics**, v. 21, n. 1, p. 25–33, 2001.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I.; CÂNDIDO, P. **Figuras e Formas**. V. 2. Porto Alegre: Artmed, 2000.

VALENTE, J. A. **O Computador na Sociedade do Conhecimento**. Campinas, SP: UNICAMP/NIED, 1999.

VALENTE, J. A. **O uso inteligente do computador na educação**. Disponível em: <<http://www.educacaopublica.rj.gov.br/biblioteca/educacao/0024.html>>. Acesso em 25 mai. 2014. **Revista Pátio**, v1, 1, 1997.

WALSH, M. Multimodal literacy: What does it mean for classroom practice? **Australian Journal of Language and Literacy**, 3. v. 33, p. 211–223, 2010.

WEINER, J. **Christina Hendricks on an Endless Loop**: The glorious GIF renaissance, 2010. Disponível em: <http://www.slate.com/articles/arts/culturebox/2010/10/christina_hendricks_on_an_endless_loop.html>. Acesso em 18 abr. 2017.

ZALESKI FILHO, D. **Matemática e Arte**. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

ZULATTO, R. B. A. **Professores de matemática que utilizam softwares de geometria dinâmica: suas características e perspectivas**. 2002. 119 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2002.

APÊNDICE A

CARTA DE INFORMAÇÃO - PARTICIPAÇÃO EM PESQUISA

GEOGEBRA E PERFORMANCE MATEMÁTICA DIGITAL

Introdução

Meu nome é Ricardo Scucuglia Rodrigues da Silva, sou professor do Departamento de Educação da Universidade Estadual Paulista (UNESP), Campus São José do Rio Preto. Estou atualmente conduzindo uma pesquisa sobre o uso software GeoGebra e a produção de Performances Matemáticas Digitais.

Objetivo do estudo

O objetivo deste estudo é investigar o processo de elaboração e investigação de atividades matemáticas, o pensamento matemático-geométrico de estudantes e professores e aspecto sobre a formação de professores em ambientes educacionais como salas de aula e cursos de extensão universitária.

Consentimento de Participação

Se você concordar em participar deste estudo, você será observado e filmado durante as atividades educacionais que realizará. Também serão realizadas entrevistas com alguns participantes. A equipe de pesquisa, além do docente responsável, é também formada por alunos de pós-graduação, os quais irão fazer anotações de observação para fins de pesquisa e conduzir parcial ou integralmente os procedimentos mencionados (atividades didáticas, filmagens, entrevistas e outros de mesma natureza).

Confidencialidade

A informação recolhida será utilizada somente para fins de pesquisa. Transcrições de falas, imagens e registros de ações dos participantes serão utilizados/revelados em relatórios de pesquisa e, principalmente, na publicação de vídeos, artigos, livros, dissertações de mestrado, teses de doutorado e outros textos acadêmicos, tanto no contexto acadêmico como social (jornais, revistas, redes sociais e canais na Internet). A autoria dos materiais publicados terá a supervisão do docente responsável pela pesquisa. Nas divulgações dos resultados da pesquisa será mantido o anonimato do participante, o qual será referenciado por meio da criação de nomes fictícios nos relatos. Questões concernentes a esses procedimentos, ou outros que considerar pertinentes, devem ser informadas pelo participante na carta de consentimento (verso).

Riscos e Participação voluntária

Não há riscos conhecidos para participar deste estudo. A participação neste estudo é voluntária. Esta carta de informação e consentimento tem como objetivo fundamental a ciência e autorização do uso da imagem do participante na realização e na publicação de relatos públicos da pesquisa.

Perguntas

Se você tiver qualquer dúvida sobre a conduta deste estudo ou os seus direitos como participante da pesquisa pode contactar o professor Ricardo Scucuglia Rodrigues da Silva.

Fone: (17) 3221-2751. E-mail: ricardos@ibilce.unesp.br

CARTA DE CONSENTIMENTO DE PARTICIPAÇÃO EM PESQUISA
GEOGEBRA E PERFORMANCE MATEMÁTICA DIGITAL

Declaro que li a carta de informação, entendi a natureza do estudo e concordo em participar da pesquisa.

Declaro ciência e concordância com relação as questões éticas sobre uso público de imagens no desenvolvimento e divulgação dos resultados da pesquisa.

Nome do participante: _____

RG: _____

Local: _____

Data: _____

Assinatura: _____

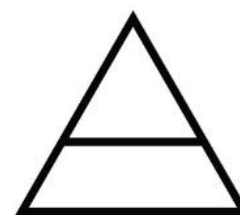
Comentários do participante:

APÊNDICE B






Atividade 1 – Triângulo Equilátero e Tetraedro Regular

Com relação a figura ao lado, suponha:






- A figura é um triângulo equilátero;
- Há um segmento de reta interno paralelo a base do triângulo.


















Parte 1: Construa um triângulo equilátero utilizando o GeoGebra.

1. Clique na aba “Polígono”  e selecione “Polígono Regular” . Construa dois vértices do triângulo e, em seguida, digite 3 como número de vértices do polígono regular.
2. Na aba “Ângulo” , selecione a ferramenta “Área”  e clique sobre o triângulo, dessa forma, será exibido o valor da área do triângulo.
3. Com a ferramenta “Mover”  arraste um dos vértices do triângulo. Observe que a figura não deixa de ser um triângulo equilátero.
4. **De que outras maneiras diferentes podemos construir um triângulo equilátero utilizando o GeoGebra?**

Parte 2: Construa o segmento de reta interno paralelo a base.






1. Clique na aba “Ponto”  e selecione a ferramenta “Ponto Médio ou Centro” . Em seguida, clique em um dos lados do triângulo, construindo seu ponto médio.
2. Clique na aba “Reta”  e selecione a ferramenta “Segmento” , construa um segmento ligando o ponto médio ao vértice oposto. Tal segmento é a **altura do triângulo equilátero**.
3. Selecione a ferramenta “Controle Deslizante”  e clique em algum ponto distante do triângulo. Na janela “Controle Deslizante”, digite **h** em “Nome”; em “Intervalo”, digite **0** (zero) em “min” e, em “max”, digite a letra correspondente ao comprimento da **altura do triângulo**; em “Incremento” digite **0.001**.

4. Na aba “Círculo dados Centro e Um de seus Pontos” , selecione a ferramenta “Círculo dados Centro e Raio” , clique no ponto médio construído e digite **h** em raio.
5. Clique na aba “Ponto”  e selecione a ferramenta “Interseção de Dois Objetos” , construindo o ponto de interseção da **altura** e da circunferência construída.
6. Clique na aba “Reta Perpendicular”  e selecione a ferramenta “Reta Paralela” . Clique no lado do triângulo do qual havia construído o ponto médio e clique no ponto de interseção da **altura** e da circunferência, construindo uma reta paralela à base do triângulo equilátero.
7. Clique na aba “Ponto”  e selecione a ferramenta “Interseção de Dois Objetos” , construindo os pontos de interseção da reta paralela à base com os outros lados do triângulo.
8. Clicar sobre o ícone azul: , referente aos objetos: ponto médio do lado, o ponto de interseção da altura com a circunferência, a altura, a circunferência e a reta paralela à base; na “Janela de Álgebra” do lado esquerdo da tela. O ícone ficará branco: ; sempre que for necessário ocultar ou expor um objeto é desta forma que se deve proceder.
9. Clique na aba “Reta”  e selecione a ferramenta “Segmento” , ligando os pontos de interseção da reta paralela à base com os outros lados do triângulo, construindo o segmento paralelo à base.
10. O segmento paralelo à base divide o triângulo em um triângulo menor e um trapézio. Com a ferramenta “Polígono” , construa tais polígonos.
11. Na aba “Ângulo” , selecione a ferramenta “Área”  e clique sobre o triângulo menor e sobre o trapézio, fazendo exibir o valor da área dos polígonos.







Perguntas











- Se o segmento de reta interno estiver interceptando o ponto médio da altura do triângulo, qual a relação entre as áreas do triângulo menor do trapézio?
- Em que posição o segmento interno deve interceptar a altura do triângulo inicial para que a área dos dois polígonos tenha o mesmo valor?

Parte 3: A partir do triângulo original construa um tetraedro regular.

1. Na guia “Exibir”, clique em “Janela de Visualização 3D” .
2. Clique na aba “Pirâmide”  e selecione “Tetraedro Regular” , em seguida clique sobre dois vértices do triângulo em sentido anti-horário, construindo o tetraedro regular.
3. Na aba “Ângulo” , selecione a ferramenta “Volume”  e clique sobre tetraedro, fazendo exibir o valor do seu volume.

Parte 4: Construa um plano paralelo a base do tetraedro.

1. Com a ferramenta “Reta Perpendicular” , construa uma reta perpendicular ao plano em que o triângulo inicial se encontra, passando pelo vértice superior do tetraedro; para isso clique no vértice e, em seguida, no plano.
2. Clique na aba “Ponto”  e selecione a ferramenta “Interseção de Dois Objetos” , construindo o ponto de interseção da reta perpendicular com o plano; clicando na reta e no plano.
3. Oculte a reta construída, Clique na aba “Reta”  e selecione a ferramenta “Segmento” , ligando os pontos de interseção ao vértice superior do tetraedro, construindo a **altura do tetraedro**.
4. Selecione a ferramenta “Controle Deslizante”  e clique em algum ponto distante da construção Na janela “Controle Deslizante”, digite **H** em “Nome”; em “Intervalo”, digite **0** (zero) em “min” e, em “max”, digite a letra correspondente ao comprimento da **altura do tetraedro**; em “Incremento” digite **0.001**.

5. Clique na aba “Esfera dados Centro e Um de Seus Pontos”  e selecione “Esfera dados Centro e Raio” . Clique no ponto de interseção da reta perpendicular com o plano e digite **H** como valor do raio na janela que aparece.
6. Clique na aba “Ponto”  e selecione a ferramenta “Interseção de Dois Objetos” , construindo o ponto de interseção da altura do tetraedro com a esfera construída. Oculte a esfera e a altura do tetraedro.
7. Clique na aba “Plano por três pontos”  e selecione a ferramenta “Plano Paralelo” . Clique sobre o plano e sobre o ponto de interseção da esfera com a altura do tetraedro, construindo o plano paralelo a base do tetraedro.
8. Com a ferramenta “Interseção de Duas Superfícies” , clique sobre o plano paralelo e sobre as faces do tetraedro regular que ele intersecta, fazendo com que sejam exibidos os segmentos de sua interseção.
9. Com a ferramenta “Pirâmide” , construa a pirâmide cuja base é a interseção do plano paralelo com as faces do tetraedro regular e o vértice superior coincide com o vértice do tetraedro; para isso clicar nos vértices do triângulo da base, construindo o polígono e, em seguida, clicar no vértice superior. Na aba “Ângulo” , selecione a ferramenta “Volume”  e clique sobre a pirâmide, fazendo exibir o valor do seu volume.

Perguntas:

- Se o plano construído estiver no ponto médio da altura do tetraedro regular, qual a relação entre os volumes da pirâmide e do tronco?
- Em que altura o plano deve estar situado para que os volumes dos sólidos gerados sejam iguais?

Parte 5: Construa uma animação .gif para cada uma das construções elaboradas.

Triângulo Equilátero

1. Mude o incremento do controle deslizante para **0.5**: clique com o botão direito sobre o controle, selecione propriedades e digite **0.5** no incremento.

2. Anime o controle deslizante **h** da construção: Clique com o botão direito do mouse sobre o controle deslizante e selecione a opção *Animar*.
3. No *menu* do GeoGebra, selecione a opção *Arquivo* → *Exportar* → *Janela de Visualização como GIF Animado*.
4. Em *Controle Deslizante*, selecione **h**.
5. Configure o parâmetro *Tempo entre Quadrados* em 1 ms.
6. Selecione a opção *Repetição Automática da Repetição*.
7. Salve o arquivo .gif no local desejado.

Tetraedro Regular

1. Mude o incremento do controle deslizante para **0.5**: clique com 3o botão direito sobre o controle, selecione propriedades e digite **0.5** no incremento.
2. Anime o controle deslizante **H** da construção: Clique com o botão direito do mouse sobre o controle deslizante e selecione a opção *Animar*.
3. Feche a Janela de Visualização.
4. No *menu* do GeoGebra, selecione a opção *Arquivo* → *Exportar* → *Janela de Visualização como GIF Animado*.
5. Em *Controle Deslizante*, selecione **H**.
6. Configure o parâmetro *Tempo entre Quadrados* em 1 ms.
7. Selecione a opção *Repetição Automática da Repetição*.
8. Salve o arquivo .gif no local desejado.

Parte 6: Compartilhe suas animações no Facebook

1. Acesse <http://giphy.com/>
2. Crie uma conta usando seu perfil do Facebook
3. Clique sobre a opção **UPLOAD**
4. Arraste o arquivo .gif sobre a opção **BROWSE YOUR GIF FILES**
5. Aguarde o processamento e compartilhe no perfil ou grupo do Facebook desejado por meio do slot **SHARE**.

Atividade 2: Ângulo entre as Diagonais de um Cubo

O primeiro problema matemático apresentado por Polya (1995) no livro *A Arte de Resolver Problemas* pode ser enunciado da seguinte maneira:


▪ calcule o valor da medida da diagonal de um prisma no qual as medidas das arestas são a , b e c .

Neste caso, utilizando o Teorema de Pitágoras, é possível calcular, primeiramente, o valor da medida da diagonal do retângulo que forma a base do prisma: $x = \sqrt{a^2 + b^2}$. Em seguida, novamente utilizando o Teorema de Pitágoras, pode-se calcular a medida desejada: $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.


A resolução de problemas é conceituada com base em 4 fases. Além da compreensão do problema, elaboração e aplicação de um plano ou estratégia de resolução, a última fase diz respeito à revisão ou análise retrospectiva do problema e sua resolução. Uma das possibilidades de atuação nessa fase se refere a extensão do problema proposto a novos problemas. Nesse sentido, recordamos de um dos problemas apresentados por Santos (2006), o qual propomos de modo adaptado como atividade.


Encaminhamentos:

1. Construção





a) Na janela de visualização 2D construa um controle deslizante  com as seguintes condições: nome = a , intervalo = min: 1 e max: 4, incremento = 0.5; mude para a janela animação e insira velocidade = 5.

b) Com a ferramenta Ponto insira o ponto A na origem (0,0) do plano cartesiano. Na caixa de entrada digite o ponto B da seguinte forma: $B=(a,0)$.

c) No menu exibir abra a janela de visualização 3D, clique em “Pirâmide” 

e selecione “Cubo” . Utilize os pontos A e B para criar um Cubo.

Obs: Na janela de álgebra, à esquerda da tela, na nomeação “quadrilátero” oculte as faces do cubo clicando nas bolinhas azuis.

- d) Com a ferramenta “segmento” , trace duas diagonais opostas do Cubo. Marque a interseção entre essas diagonais utilizando a ferramenta “ponto”  ou “Interseção de Dois Objetos” . Com a Ferramenta “Ângulo”  explore o ângulo entre estas diagonais.
- e) Clique com o botão direito sobre o controle deslizante e ative a opção “Animar”.
- f) O que acontece com o ângulo entre as diagonais enquanto variamos o lado do cubo? Por que motivo você imagina que isso acontece.

2. Criar um .gif da atividade

- a) Deixe o controle deslizante sendo animado. Clique na janela de visualização 3D de maneira que a barra de ferramentas mostre os recursos tridimensionais. Desta forma o .gif gerado será da janela 3D.
- b) Vá até o menu “Arquivo” e selecione Exportar/Janela de Visualização com GIF Animado. Na opção de “Tempo entre Quadros” retire o 500 e digite 1. Ative a caixa de Repetição Automática da Animação. Salve o .gif onde desejar, aguarde o .gif ser gerado e abra o arquivo.








Referências

POLYA, G. *A Arte de Resolver Problemas*. Rio de Janeiro. Interciência, 1995. 196p.






SANTOS, C. *Produção Matemática em um Ambiente Virtual de Aprendizagem: o caso da geometria euclidiana espacial*. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2006.



ATIVIDADE 3 – Reta de Euler

Parte 1



1. Construa um triângulo utilizando a ferramenta “Polígono” .
2. Encontre os pontos médios de cada lado do triângulo utilizando a ferramenta “Ponto Médio ou Centro”  (Encontra-se na aba “Ponto” )
Para isso é necessário clicar nos lados do triângulo ou nos seus vértices, dois a dois.
3. Com a ferramenta “Segmento”  (Encontra-se na aba “Reta” )
construa os segmentos que ligam os pontos médios aos vértices opostos. Estes segmentos construídos são chamados **medianas** do triângulo.
4. **O que é observado em relação às medianas encontradas? O que é observado após arrastar os vértices do triângulo?**
5. O ponto de encontro das medianas é o **baricentro** do triângulo. Com a ferramenta “Interseção de Dois Objetos”  (Encontra-se na aba “Ponto” )
, construa tal ponto.

Parte 2

1. Oculte os pontos médios, as medianas e o baricentro, ao clicar sobre o ícone azul: , referente a cada objeto na “Janela de Álgebra” do lado esquerdo da tela. O ícone ficará branco: ; sempre que for necessário fazer ocultar ou exibir um objeto é desta forma que se deve proceder.
2. Com a ferramenta “Reta Perpendicular” , clique em um dos vértices e no segmento oposto. Faça isso para os demais vértices.
3. Com a ferramenta “Interseção de Dois Objetos”  (Encontra-se na aba “Ponto” )
, construa o ponto de interseção das retas com os lados que elas interceptam.

6. Oculte as retas; com a ferramenta “Segmento”  (Encontra-se na aba “Reta” ) , construa os segmentos que ligam os pontos de interseção aos vértices opostos. Estes segmentos construídos são chamados **alturas relativas** do triângulo.


4. O que é observado em relação às alturas relativas do triângulo? O que acontece quando você arrasta os vértices? Qual a relação do que é observado em relação às alturas relativas e o que foi observado em relação às medianas?

5. O ponto de encontro das alturas é o **ortocentro** do triângulo. Com a ferramenta “Interseção de Dois Objetos”  (Encontra-se na aba “Ponto” ), construa tal ponto.



Parte 3


1. Oculte as alturas relativas, os pontos de interseção das alturas relativas com os lados do triângulo e o ortocentro.

2. Exiba novamente os pontos médios dos lados do triângulo.

3. Com a ferramenta “Reta Perpendicular”  clique em cada ponto médio e no lado que ele se encontra; construindo as **mediatrizes** do triângulo.

4. O que é observado em relação às mediatrizes? O que acontece quando você arrasta os vértices? Qual a relação do que foi observado com a construção das medianas e alturas relativas e o que é observado com a construção das mediatrizes?

5. O ponto de encontro das mediatrizes é o **circuncentro** do triângulo. Com a ferramenta “Interseção de Dois Objetos”  (Encontra-se na aba “Ponto” ), construa tal ponto.

6. Com a ferramenta “Círculo dados Centro e Um de seus Pontos”  clique no circuncentro e num dos vértices do triângulo, construindo uma circunferência.

7. Arraste os vértices do triângulo e observe o que acontece.


8. O que podemos inferir sobre o ponto notável “circuncentro” do triângulo?

Parte 4

1. Após construir os pontos notáveis baricentro, ortocentro e circuncentro, você acredita que estes pontos estejam relacionados? Por quê?

2. Oculte os pontos médios, as mediatrizes e a circunferência. Exiba os outros pontos notáveis baricentro e ortocentro; de modo que na sua tela esteja o triângulo e os pontos baricentro, ortocentro e circuncentro.



3. Observando os pontos notáveis construídos, você consegue perceber a relação entre eles? Explique. Sua previsão estava correta?

4. Os três pontos notáveis são colineares. Essa reta é conhecida como a **Reta de Euler**. Construa a Reta de Euler, com a ferramenta “Reta” , ao clicar em dois dos pontos notáveis.

Parte 5



1. Oculte a Reta de Euler e exiba as alturas relativas do triângulo.



2. Exiba os pontos de interseção das alturas relativas com os lados do triângulo.

3. Com a ferramenta “Ponto Médio ou Centro”  (Encontra-se na aba “Ponto” , encontre os pontos médios entre o ortocentro e os vértices do triângulo, nas alturas relativas.

4. Oculte as alturas relativas.

5. Exiba os pontos médios dos lados do triângulo.

6. Com a ferramenta “Círculo definido por Três Pontos”  (Encontra-se na aba “Círculo dados Centro e Um de seus Pontos” , ligue três pontos: um dos pontos de interseção das alturas relativas com os lados; um dos pontos médios dos lados do triângulo; e um dos pontos médios entre o ortocentro e os vértices, construindo uma circunferência.

7. **O que é observado em relação a esses nove pontos?**
8. A circunferência encontrada é chamada **Circunferência de Nove Pontos**.
9. **Você acredita que a Circunferência de Nove Pontos e a Reta de Euler tem alguma relação? Por quê?**
10. Exiba a Reta de Euler.
11. Com a ferramenta “Ponto Médio ou Centro”  (Encontra-se na aba “Ponto” ) , clique na Circunferência de Nove Pontos, fazendo aparecer seu centro.
12. **Qual a relação entre a Circunferência de Nove Pontos e a reta de Euler?**

Referências

AMADO, N.; SANCHEZ, J.; PINTO, J. A Utilização do Geogebra na Demonstração Matemática em Sala de Aula: o estudo da reta de Euler. *Bolema*, Rio Claro (SP), v. 29, n. 52, p. 637-657, ago. 2015.

BRAZ, A. P. N.; BRAZ, R. A. F. S. O uso do Geogebra nas visualizações gráficas de teoremas. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13. 2011, Recife, *Anais...* Recife: 2011.

FELÍCIO, A. C. *Determinação dos Pontos Notáveis de um Triângulo Utilizando o Software Geogebra*. 2013. 95 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal de São Carlos. São Carlos: 2013.

ATIVIDADE 4: A Quadratura do Círculo Método de Ernest Hobson




Existem três famosos problemas gregos, caracterizados pela impossibilidade da construção apenas com régua não graduada e compasso. Esses problemas são: (i) Duplicação do Cubo, (ii) Trissecção do Ângulo e (iii) Quadratura do Círculo. Esses problemas foram discutidos durante muitos anos, mas só no século XIX houveram demonstrações algébricas que verificaram suas impossibilidades nos referidos termos.

Ernest Willian Hobson foi um matemático inglês, nasceu em 1856 e faleceu aos 76 anos em 1933, ele foi um matemático de bastante prestígio, recebeu dois prêmios, em 1907 a Medalha Real, concedida pela família real, anualmente, para as duas as maiores contribuições para o avanço da natureza e uma para contribuições extraordinárias no campo das ciências aplicadas e em 1920 a Medalha de Morgan, concedida pela London Mathematical Society às contribuições de destaque na Matemática. Ao todo, Ernest escreveu quatro obras, uma delas foi “Squaring the Circle - A History of the Problem” que fala sobre a história do problema da quadratura do círculo. Esta atividade baseia-se na demonstração criada por Ernest Hobson. Vamos abordar o problema da **Quadratura do Círculo** utilizando o GeoGebra.



Nessa construção, enfatizaremos o uso de um segmento de reta de comprimento 1,77247. Note que o valor 1,77247 é uma aproximação para a raiz quadrada de π , considerando-se de um círculo de raio unitário. Se um quadrado for construído a partir de um segmento com esta medida como lado, o valor da área será aproximadamente π , que é igual a área do círculo de raio unitário.



Faça essa construção no GeoGebra conforme as indicações a seguir.



Encaminhamentos:

1. Inicialmente crie um “Controle Deslizante”  , denomine-o a . Coloque a variação do intervalo valor mínimo 1, o valor máximo 4 e incremento 0.5 (utilize o “.”).
2. Descreva uma circunferência de raio a com centro em O e diâmetro AOB .
 - Crie a circunferência com a ferramenta “Círculos dados Centro e Raio”  , com raio a .
 - Com ferramenta em “Reta”  , trace uma reta que passe pelo centro O . Oculte o ponto criado. Em seguida marque as interseções entre a reta e



a circunferência com a ferramenta “Interseção de Dois Objetos”  e denomine os pontos de A e B .

3. Crie uma circunferência utilizando “Círculos dados Centro e Raio”  com raio igual a $3/5a$ e centro em O . Marque o ponto C , entre B e O , interseção entre a reta AB e esta circunferência criada. Utilize a ferramenta “Interseção de Dois Objetos” . Agora clique no botão azul ao lado da equação desta circunferência para ocultá-la.




4. Crie uma circunferência utilizando “Círculos dados Centro e Raio”  com raio igual a $1/2a$ e centro em O . Marque o ponto D , entre A e O , interseção entre a reta AB e esta circunferência criada. Utilize a ferramenta “Interseção de Dois Objetos” . Agora clique no botão azul ao lado da equação desta circunferência para ocultá-la.

5. Crie uma circunferência utilizando “Círculos dados Centro e Raio”  com raio igual a $3/2a$ e centro em O . Marque o ponto E , interseção desta circunferência e a reta AB , de maneira que ele fique mais próximo ao ponto A . Utilize a ferramenta “Interseção de Dois Objetos” . Agora clique no botão azul ao lado da equação desta circunferência para ocultá-la.



6. Marque o ponto médio do segmento CD , denomine esse ponto de F . Em seguida trace o arco CD .

- Utilize a ferramenta “Ponto Médio ou  Centro”
- Descreva o arco CD utilizando a ferramenta “Semicírculo Definido por Dois Pontos” . Primeiro clique no ponto C em seguida no ponto D .


7. Descreva o arco inferior de diâmetro BE com centro em G .


- Marque o ponto G de tal  maneira que ele seja o ponto médio de BE . ferramenta “Ponto Médio ou  Centro”
- Descreva o semicírculo inferior de diâmetro BE utilizando a ferramenta “Semicírculo Definido por Dois Pontos” , para isso clique primeiro no ponto E e em seguida no ponto B .

8. Trace uma reta perpendicular à reta AB , passando por O e marque os pontos H e I com as interseções com os arcos CD e BE , respectivamente:

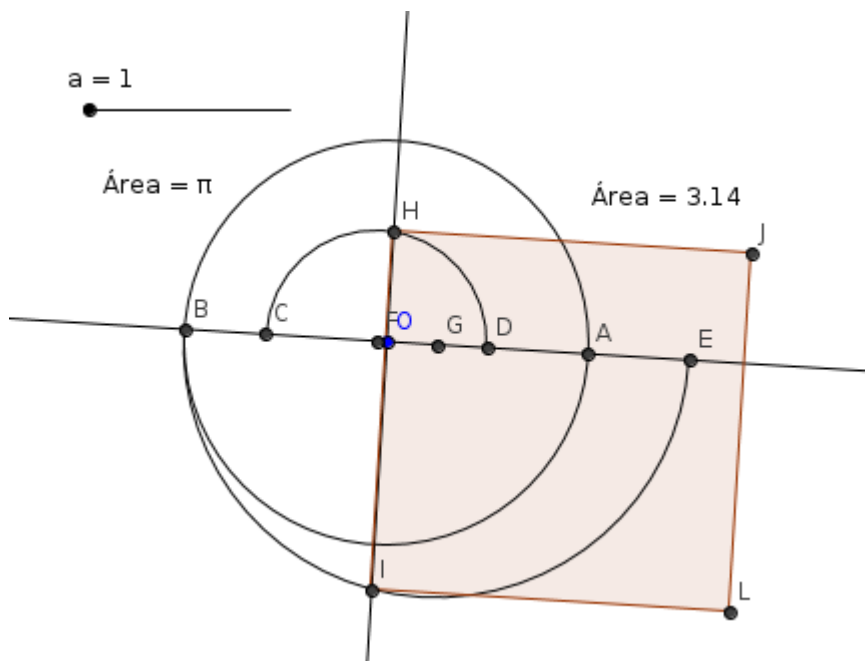
- Selecione a ferramenta “Reta Perpendicular” , clique na reta AB e em seguida no ponto O .
- Marque o ponto H na intersecção da perpendicular com o arco CD e o ponto I na intersecção da perpendicular com o arco BE . Com a ferramenta “Interseção de Dois Objetos”  .

9. Construa um quadrado de lado HI .

- Para construir o quadrado utilize a ferramenta  “Polígono Regular” , clique no ponto H , em seguida no ponto I e coloque “4” no número de vértices.

10. Na aba ângulo selecione a ferramenta “Área”  e coloque para aparecer a área do quadrado e a da circunferência criada inicialmente.

Ao realizar a construção proposta (encaminhamentos 1 à 10), é esperado obter-se o seguinte:



Perguntas:

Por que não é possível encontrar o valor exato de π ?

Compare o valor da área da circunferência inicial e do quadrado. O que pode ser observado entre as duas áreas?

Com o raio da circunferência inicial igual a 1, o que podemos intuir em relação às áreas e em relação à medida do lado do quadrado?

E se aumentarmos o valor deste raio, o que acontece com as áreas?

Referência

EVES. Howard. **Introdução a História da Matemática**. Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 2004.


Atividade 5 – Prismas


Parte 1


Faça uma previsão (sem utilizar cálculos ou o GeoGebra): quantas faces tem um poliedro cujos vértices são os pontos médios das arestas de um prisma triangular?

1. Construção de um prisma triangular.

a) Construa um triângulo utilizando a ferramenta “Polígono” .

b) Na guia “Exibir”, clique em “Janela de Visualização 3D” .



c) Clique na janela 3D, em seguida em “Pirâmide”  e depois


selecione “Fazer Extrusão para Prisma ou Cilindro” , após clicar na região da área do triângulo construído, digite um valor entre 3 e 5 para a altura do prisma.


d) **Quantas faces, arestas e vértices o prisma possui?** (Complete a tabela seguinte com tais informações)

Prisma Triangular		
Faces	Arestas	Vértices

2. Construção do poliedro cujos vértices são pontos médios das arestas do prisma triangular.

a) Com a ferramenta “Ponto Médio ou Centro”  (Encontra-se na aba “Ponto” , construa os pontos médios das arestas do prisma.

b) Com a ferramenta “Polígono” , construa os **polígonos das faces desse poliedro**, ligando os pontos médios das arestas do prisma.

c) Para facilitar a visualização oculte o prisma, clicando sobre o ícone azul: , referente a esse objeto na “Janela de Álgebra” do lado esquerdo da tela.

d) **Quantas faces possui o poliedro encontrado? Quais polígonos são encontrados em suas faces? Sua previsão em relação ao número de faces do poliedro estava correta?**

Parte 2

Faça uma previsão (sem utilizar cálculos ou o GeoGebra): quantas faces tem um poliedro cujos vértices são os pontos médios das arestas de um prisma quadrangular?

1. Construa um prisma quadrangular.

a) **Quantas faces, arestas e vértices o prisma possui?** (Complete a tabela seguinte com tais informações)

Prisma Quadrangular		
Faces	Arestas	Vértices

2. Construa um poliedro, de tal forma que seus vértices são os pontos médios das arestas do prisma quadrangular.

a) **Quantas faces possui o poliedro encontrado? Quais figuras geométricas são encontradas em suas faces? Sua previsão em relação ao número de faces do poliedro estava correta?**

Parte 3

Faça uma previsão (sem utilizar cálculos ou o GeoGebra): quantas faces tem um poliedro cujos vértices são os pontos médios das arestas de um prisma pentagonal?

1. Construa um prisma pentagonal.

a) **Quantas faces, arestas e vértices o prisma possui?** (Complete a tabela seguinte com tais informações)

Prisma pentagonal		
Faces	Arestas	Vértices

2. Construa um poliedro, de tal forma que seus vértices são os pontos médios das arestas do prisma pentagonal.

a) **Quantas faces possui o poliedro encontrado? Quais figuras geométricas são encontradas em suas faces? Sua previsão em relação ao número de faces do poliedro estava correta?**


Parte 4


1) Complete os valores na tabela a seguir.




Lados da base do prisma	Arestas	Vértices	Faces	Faces do poliedro cujos vértices são pontos médios das arestas do prisma
3				
4				
5				
6				
7				
8				
n				

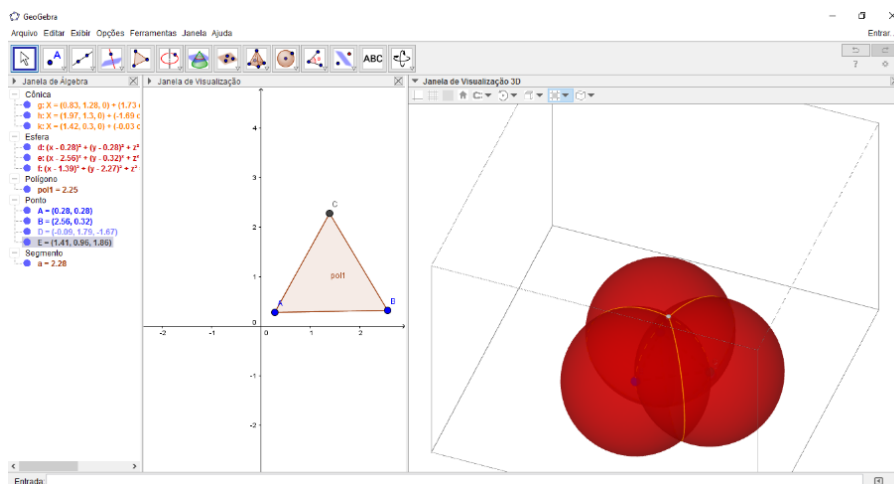
Atividade 6 – Construções Geométricas no Espaço

1. Construa um poliedro de acordo com suas propriedades geométricas.

a) Construir um triângulo regular (na janela de visualização 2D) utilizando a ferramenta polígono regular .

b) Na janela de visualização 3D (menu exibir), construa 3 esferas com centro nos três vértices do triângulo e raio igual ao tamanho do lado do triângulo (use um vértice como centro e outro como ponto qualquer das esferas). Utilize a ferramenta “Esfera dados Centro e Um de Seus Pontos” .

c) Marque as interseções das esferas duas a duas utilizando o comando “interseção de duas superfícies”  e em seguida marque um e apenas um ponto comum destas três interseções utilizando a ferramenta “ponto”  ou “interseção de dois objetos” . Sua construção deve se aproximar do que é mostrado na figura abaixo:



Obs: utilize a janela de álgebra para ocultar as esferas e também as circunferências de interseção para ter uma melhor vista.

d) Ligue os vértices do Triângulo até o ponto gerado na interseção utilizando segmentos de reta.

e) Qual o poliedro gerado? Justifique sua resposta.

f) Os softwares de Geometria dinâmica “permitem que construções geométricas possam ser arrastadas pela tela mantendo-se os vínculos estabelecidos durante a realização da construção” (ZULATTO, 2003). Nesse sentido, um quadrado, construído por suas propriedades geométricas num software com esta característica, não deixará de ser um quadrado quando for

arrastado por um de seus pontos móveis. Com base nessa ideia, pode-se dizer que os procedimentos realizados nesta atividade caracterizam uma construção geométrica?

2. Se utilizarmos um quadrado como figura inicial, marcando a interseção superior e inferior das esferas (que serão quatro, agora) qual poliedro geramos? Este poliedro é regular? Justifique.

3. Utilize polígonos regulares, esferas, retas perpendiculares e paralelas, planos e o que mais quiser para construir um Cubo e um Prisma Reto ou oblíquo de base qualquer segundo suas propriedades. Especifique o que utilizou para suas construções.



Referências Bibliográficas

ZULATTO, R. B. A. **O perfil dos professores de matemática que utilizam softwares de geometria dinâmica em suas aulas.** In: VALENTE, V. R. (Org.) **Anais do II SIPEM.** São Paulo. SBEM, 2003.


Atividade 7 - Intersecção entre plano e poliedros

1) Clique no menu “Exibir” e então em “Janela de visualização 3D”. Construa uma pirâmide da seguinte maneira:


a) Na janela 2D crie os pontos $A=(-1,0)$ e $B=(1,0)$.

b) Na janela 3D clique em “Pirâmide”  e depois em “Cubo” . Construa o cubo clicando em B e depois em A.

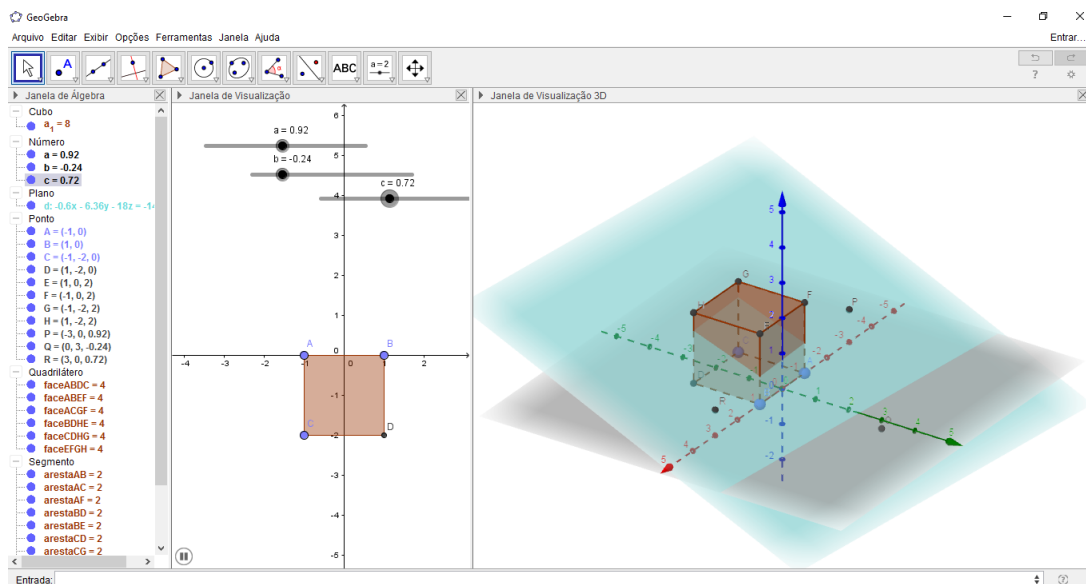
2) Crie um plano da seguinte maneira:


a) Construa três controles deslizantes  com os nomes a, b e c, intervalo entre 0 e 3 e na janela animação altere a velocidade para 3.

b) Na caixa de entrada insira os seguintes pontos $P = (-3,0,a)$, $Q = (0,3,b)$ e $R = (3,0,c)$.

c) Utilize a ferramenta “plano por 3 pontos”  e crie um plano clicando em P, Q e R que devem estar posicionados sobre as retas. Clique com o botão direito sobre cada controle e ative a função “Animar”.

Sua construção deve se parecer com o mostrado na figura abaixo:



3) Selecione a ferramenta “intersecção de duas superfícies”  e na janela de álgebra clique na pirâmide e no plano. O que você observa? Indique as figuras geradas pela intersecção. Quantos lados tem o cubo? Quantos lados tem essas figuras?

4) Explore o recurso “criar vista 2D de (...)” clicando com o botão direito sobre o polígono gerado (dentro da tela de 3D ou na janela de álgebra) pela interseção. Neste momento uma nova janela a esquerda deve surgir. O que você observa? Esta janela confirma ou incrementa suas respostas o item 3?

5) Oculte o plano e os pontos, apague o cubo e em seu lugar construa uma pirâmide, acenda novamente o cubo e os pontos e ative a animação. Quantas faces possui a pirâmide? Quantas arestas possuem os polígonos gerados na interseção?

6) Você consegue estabelecer uma relação entre o número de faces do poliedro explorado e o número de lados dos polígonos gerados pela interseção entre o poliedro e plano em cada situação? Procure generalizar seu pensamento. Se achar necessário faça mais interseções com poliedros de sua escolha.

7) É possível obter triângulos regulares, quadrados, retângulos e pentágonos regulares a partir da interseção de planos com cubos? Como? Justifique.