

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
FACULDADE DE ENGENHARIA DE BAURU
PROGRAMA DE PÓS – GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

**CAOS E CONTROLE DE MICROVIGA EM BALANÇO DE
UM MICROSCÓPIO DE FORÇA ATÔMICA, OPERANDO
EM MODO INTERMITENTE, NA RESSONÂNCIA**

Autor: Kleber dos Santos Rodrigues
Orientador: Prof. Dr. José Manoel Balthazar

Bauru, 2011
SP, Brasil

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
FACULDADE DE ENGENHARIA DE BAURU
PROGRAMA DE PÓS – GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

**CAOS E CONTROLE DE MICROVIGA EM BALANÇO DE
UM MICROSCÓPIO DE FORÇA ATÔMICA, OPERANDO
EM MODO INTERMITENTE, NA RESSONÂNCIA**

Autor: Kleber dos Santos Rodrigues

Orientador: Prof. Dr. José Manoel Balthazar

Dissertação de mestrado apresentada à comissão de Pós Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Bauru, 2011
SP, Brasil

Rodrigues, Kleber dos Santos.

Caos e controle de microviga em balanço de um microscópio de força atômica, operando em modo intermitente, na ressonância. / Kleber dos Santos Rodrigues, 2011
118 f.

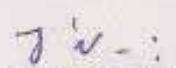
Orientador: José Manoel Balthazar

Dissertação (Mestrado)-Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia, Bauru, 2011

1. Caos. 2. Microscopia de Força Atômica. 3. Ressonância. 4. SDRE. 5. Sincronização. 6. Realimentação Com Sinal Atrasado I. Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia Bauru. II. Título.

ATA DA DEFESA PÚBLICA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE KLEBER DOS SANTOS RODRIGUES, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA, DO(A) FACULDADE DE ENGENHARIA DE BAURU.

Aos 10 dias do mês de novembro do ano de 2011, às 14:00 horas, no(a) ANFITEATRO DA SEÇÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO DA FACULDADE DE ENGENHARIA, reuniu-se a Comissão Examinadora da Defesa Pública, composta pelos seguintes membros: Prof. Dr. JOSE MANOEL BALTHAZAR do(a) Departamento de Estatística, Matemática Aplicada e Computação / Instituto de Geociências e Ciências Exatas de Rio Claro - UNESP, Prof. Dr. ÁTILA MADUREIRA BUENO do(a) Departamento de Estatística, Matemática Aplicada e Computação / Instituto de Geociências e Ciências Exatas de Rio Claro - UNESP, Prof. Dr. BENTO RODRIGUES DE PONTES JUNIOR do(a) Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Bauru - UNESP, sob a presidência do primeiro, a fim de proceder a arguição pública da DISSERTAÇÃO DE MESTRADO de KLEBER DOS SANTOS RODRIGUES, intitulado "CAOS E CONTROLE DE MICROVIGA EM BALANÇO DE UM MICROSCÓPIO DE FORÇA ATÔMICA, OPERANDO EM MODO INTERMITENTE, NA RESSONÂNCIA". Após a exposição, o discente foi arguido oralmente pelos membros da Comissão Examinadora, tendo recebido o conceito final: Aprovado. Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que, após lida e aprovada, foi assinada pelos membros da Comissão Examinadora.


Prof. Dr. JOSE MANOEL BALTHAZAR


Prof. Dr. ÁTILA MADUREIRA BUENO


Prof. Dr. BENTO RODRIGUES DE PONTES JUNIOR

DEDICATÓRIA

À minha esposa, Daniela, que mesmo vivendo o momento mais difícil de sua vida, conseguiu me apoiar e dar suporte para que eu conseguisse realizar esse projeto.

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais, Antônio e Magdalena, por terem sempre me apoiado e confiado em mim e em minhas decisões, mesmo quando essas não pareciam ser as melhores. À minha irmã Margarette, que sempre esteve ao meu lado, me ajudando e apoiando. Aos professores Balthazar, Ângelo e Bento, que viabilizaram a execução desse projeto com idéias, dicas, conselhos e muito conhecimento.

Não posso deixar de citar o Japonês, Ricardo Nozaki, que me apresentou ao programa de mestrado e dividiu comigo quilômetros e quilômetros de rodovia de Santo André à Bauru. Aos meninos Itamar, Hassan, Willians e, mais recentemente, Carlos, pela inestimável amizade e companheirismo. À única menina, Dailhane, pela também inestimável amizade. A todos que cruzaram meu caminho e me ajudaram de alguma maneira. Ao rock and roll que serviu de trilha sonora em todas as minhas idas e vindas à Bauru e para finalizar, à minha família, Daniela (esposa) e José Bartolomeu (Yorkshire), por me darem suporte e suportarem minha presença ansiosa e às vezes bem mal humorada.

“Você pode lutar sem nunca vencer, mas você nunca vencerá sem antes lutar.”

-Neil Peart-

RESUMO

Rodrigues, K. S., *Caos E Controle De Microviga De Um Microscópio De Força Atômica Em Balanço, Operando Em Modo Intermitente, Na Ressonância*, Bauru: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, 2011, 118 p., Dissertação (Mestrado).

Desde 1986, quando Binnig *et al* (1986) criaram o microscópio de força atômica (AFM), esse aparelho se tornou um dos mais importantes microscópios de varredura (SPM), sendo usado para análise de DNA, nanotubos, etc. (Rützel *et al*, 2006). O AFM tem como componente principal uma microviga, com uma ponteira em uma das extremidades, que vibra próximo de sua frequência de ressonância para mandar sinais a um fotodetector que traduz esse sinal e gera as imagens da superfície da amostra. O modo de operação tapping é o mais usado, e o comportamento caótico é muito comum nesse modo de operação, por esse motivo, AFM se tornou um assunto muito interessante no mundo científico. Nesse trabalho, a microviga é modelada com o uso das equações de Bernoulli, as interações entre ela e a amostra são modeladas usando o potencial de Lennard Jones. Simulações numéricas detectam movimento caótico no sistema, a necessidade de estabilizá-lo nos leva a usar os seguintes métodos: Método do Balanço Harmônico, sincronização de Sistemas Não Lineares, Método das Equações de Estado Dependentes de Riccati (SDRE), Método de Realimentação de Sinal Atrasado. Por fim, a aplicação dos métodos se mostra eficiente, com pequeno erro e fácil implementação.

Palavras chave: Caos, Microscopia de Força Atômica, Ressonância, SDRE, Sincronização, Realimentação com Sinal Atrasado.

ABSTRACT

Rodrigues, K. S., Chaos And Control Of An Atomic Force Microscope Micro Cantilever On Balance, Operating In Intermittent Mode, In Resonance., Bauru: Mechanic Engineering Department, UNESP, “Júlio de Mesquita Filho” University, 2011, 118 p., Dissertation (Master Degree).

Since 1986, when Binnig et al (1986) created the atomic force microscope (AFM), this unit became one of the most important scanning probe microscopes (SPM) being used for DNA analysis, nano tubes, etc. (Rutzel et al, 2006). The AFM has as a main component, a micro cantilever, with a tip at its free end, which vibrates near its resonance frequency to send signals to a photo detector that translates the signal and generates images of the sample surface. The tapping mode of operation is the most widely used and chaotic behavior is very common in this mode, therefore, AFM has become a very interesting subject in the scientific world. In this work, the micro cantilever is modeled using Bernoulli's equation and the interactions between the tip and the sample are modeled using the Lennard Jones potential. Numerical simulations detect chaotic motion in the system and the need to stabilize it leads us to use the following methods, Harmonic Balance Method; Synchronization of Nonlinear Systems; the State Dependent Riccati Equation control method (SDRE); the Method of Feedback Delay. Finally, the application of the methods proved to be effective, with small error and easy implementation.

Keywords: Chaos, Atomic Force Microscope, Resonance, SDRE, Synchronization, Method of Feedback Delayed.

SUMÁRIO

RESUMO	viii
ABSTRACT	ix
SUMÁRIO	x
LISTA DE FIGURAS E TABELAS	xii
NOMENCLATURA	xv
 CAPÍTULO 1	 1
1. INTRODUÇÃO	1
1.1 Motivação e Objetivos	3
1.1.1. Motivação	3
1.1.2. Objetivos	5
1.2. Descrição Do Trabalho	5
 CAPÍTULO 2	 7
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	7
2.1. Do primeiro microscópio aos microscópios eletrônicos.	7
2.2. Microscopia de tunelamento	8
2.3. Microscópio de força atômica	9
2.3.1. Vantagens e limitações no uso do microscópio de força atômica	11
2.4. Forças de interação entre ponteira e amostra	13
2.4.1. Forças de Van de Waals	14
2.4.2. O potencial de Lennard Jones	17
2.4.3. Derjaguin-Müller-Toporov (DMT)	18
2.5. Modelos matemáticos	19
2.5.1. Modelo proposto por Sebastian <i>et al</i> (2001)	20
2.5.2. Modelo proposto por Misra <i>et al</i> (2009)	23
2.5.3. Modelo proposto por Stark (2004)	24
2.5.4. Modelo proposto por Rützel <i>et al</i> (2006)	26
2.6. Soluções periódicas para sistemas dinâmicos não lineares	27
2.6.1. Método do Balanço Harmônico	29
2.6.2. Sistema com comportamento periódico	29
2.7. Métodos de controle	30
2.7.1. Equação De Riccati Dependente Do Estado (SDRE)	32
2.7.1.1. Formulação do Método SDRE	32
2.7.1.2. Características do método SDRE.	35
2.7.2. Método de pré-alimentação (Feedfoward).	35
2.7.3. Método de controle com realimentação de sinal atrasado	36
 CAPÍTULO 3	 39
3. MODELAGEM MATEMÁTICA	39
3.1. Obtenção da equação geral da flexão de uma viga engastada em uma das extremidades, e em balanço.	39
3.2. Equações governantes da microviga	42
3.3.1. Condições de contorno	45

3.3.	Equações que representam as interações entre ponteira e amostra.....	46
3.4.	Equação governante do movimento de flexão da microviga	47
3.6.	Uso do método de Galerkin e adimensionalização do sistema	48
3.5.	Aproximação com o uso do método de Galerkin.....	48
CAPÍTULO 4.....		55
4.	SIMULAÇÕES NUMÉRICAS	55
4.1.	Análise de Estabilidade.....	55
4.1.1.	Diagrama de bifurcação	55
4.1.2.	Expoentes de Lyapunov	57
4.2.	Simulações numéricas:.....	58
CAPÍTULO 5.....		64
5.	SOLUÇÕES PERIÓDICAS	64
5.1.	Aplicação do Método do Balanço Harmônico.....	64
5.2.	Sistema com comportamento periódico.....	69
CAPÍTULO 6.....		73
6.	APLICAÇÃO DOS MÉTODOS DE CONTROLE	73
6.1.	Método SDRE.....	73
6.1.	Aplicação do método SDRE para levar o comportamento caótico para a órbita periódica encontrada com o Método do Balanço Harmônico.....	77
6.2.	Sincronização de sistemas não lineares	80
6.3.	Método de realimentação com sinal atrasado	83
CAPÍTULO 7.....		86
7.	RESULTADOS E TRABALHOS FUTUROS.....	86
7.1.	Resultados	86
7.2.	Trabalhos futuros	88
CAPÍTULO 8.....		90
8.	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	90
APÊNDICE.....		98
A.1.	Análise AFM operando no modo tapping.....	98
A.2.	Simulações Numéricas:.....	99
SÚMULA CURRICULAR.....		103
Trabalhos Aceitos em Eventos com Arbitragem		103
Trabalhos Submetidos em Revista com Arbitragem		103

LISTA DE FIGURAS E TABELAS

FIGURAS

Figura 1.1 - Esquema de funcionamento do AFM (Kuroda <i>et al</i> (2008)).	02
Figura 1.2 – Imagens obtidas por um Microscópio de Força Atômica (Hu e Raman, 2006).	04
Figura 2.1- Esquema sobre funcionamento de um Microscópio de Força Atômica, (Bowen and Hilal 2009).	10
Figura 2.2 - Tipos de microviga, A, B, C e D (Bowen and Hilal 2009).	11
Figura 2.3 - Representação das forças de interação interatômica versus distância entre ponteira da microviga e amostra (Jalili e Laxmirayana, (2004).	14
Figura 2.4 – Forças de interação entre a ponteira da microviga e a superfície da amostra.	15
Figura 2.5 - Interação entre esfera de raio R e superfície elástica.	18
Figura 2.6 - Esquema da interação ponteira-amostra (Sebastian <i>et al</i> , 2001).	20
Figura 2.7 - Modelo de modo de tapping (toques rápidos) (Sebastian <i>et al</i> (2001)).	21
Figura 2.8 – Esquema representando a ponteira da microviga.	23
Figura 2.9 – Modelo que representa as deflexões da microviga e as interações ponteira amostra (Stark, 2004).	25
Figura 2.10 – Um esquema de (a) inicial, (b) intermediário, e (c) configurações da deformação da microviga. (Qin-Quan, Chen, 2006).	27
Figura 2.11 – Fluxograma do método SDRE.	34
Figura 2.12 – Esquema de funcionamento do método de pré-alimentação.	36

Figura 2.13 – Esquema de funcionamento do método de realimentação por sinal atrasado.	37
Figura 3.1(a) – Viga em flexão.	40
Figura 3.1 (b) – Diagrama de corpo livre para um elemento de viga (Meirovitch, 2001).	40
Figura 4.1 - Diagrama de Bifurcação com variação do parâmetro η .	56
Figura 4.2 – Expoente de Lyapunov.	58
Figura 4.3 - Retrato de fase com comportamento irregular.	59
Figura 4.4 – Mapa de Poincaré com atrator estranho.	60
Figura 4.5 – Ampliação da figura 4.4.	61
Figura 4.6 – Histórico de deslocamento sem período aparente.	61
Figura 4.7 – FFT com espectro irregular e picos de ressonância.	62
Figura 5.1 – Solução periódica encontrado com HBM.	67
Figura 5.2 – Deslocamento da órbita periódica.	67
Figura 5.3 – Histórico de tempo com movimento caótico e periódico.	68
Figura 5.4 – Retrato de fase do movimento caótico e periódico.	68
Figura 5.5 – Diagrama de bifurcação da região $0 \leq \eta \leq 0.2$.	69
Figura 5.6 – Ampliação da figura 3.12.	70
Figura 5.7 – Retrato de fase da órbita periódica.	70
Figura 5.8 – Histórico de deslocamento de órbita periódica.	71
Figura 5.9 – Sistema caótico e periódico no mesmo retrato de fase.	71
Figura 6.1 – Órbita controlada do sistema.	77
Figura 6.2 – Sistema com controle e sem controle.	78
Figura 6.3 – Sistema com controle e sem controle.	78
Figura 6.4 – Órbita periódica comparada à órbita de controle.	79

Figura 6.5 – Ampliação da figura 6.4.	79
Figura 6.6 – Histórico de deslocamento comparando o sistema mestre e o sistema escravo.	81
Figura 6.7 – Ampliação da figura 6.6.	81
Figura 6.8 – Sistema mestre e escravo no mesmo sistema.	82
Figura 6.9 – Zoom da figura 6.8.	82
Figura 6.10 – Comparativo entre sistema controlado e sistema com comportamento caótico.	84
Figura 6.11 – Órbita periódica instável encontrada com o método do sinal atrasado.	84
Figura A.1 – Retrato de fase com comportamento irregular.	99
Figure A.2 – Histórico de deslocamento com $t = 300s$.	100
Figura A.3 – Histórico de deslocamento com $t=100s$.	100
Figura A.4 – FFT com espectro irregular.	101
Figura A.5 – Expoentes de Lyapunov com λ positivo.	101
Figura A.6 – Ampliação da figura A.5.	102

TABELAS

Tabela 2.1 – Comparativo dos meios de magnificação existentes.	9
Tabela 3.1 - Propriedades e dimensões da microviga (Rützel <i>et al</i> (2006)).	53
Tabela 7.1 – Figuras obtidas com simulações numéricas.	86
Tabela 7.2 – Relação de figuras com soluções periódicas.	87
Tabela 7.3 – Lista de figuras que mostram os métodos de controle aplicados.	88

NOMENCLATURA

LETRAS LATINAS

H	Constante de Hamaker
R	Raio de uma esfera
Z	Distância entre esfera e amostra
$P_{L,R}$	Potencial de Lennard-Jones
D	Distância entre amostra e área de contato
K	Coefficiente de elasticidade da mola
M	Massa da ponteira
ω_0	Frequência natural
x, y, u	Posição
$\dot{x}, \dot{y}, \dot{u}$	Velocidade
$\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{u}$	Aceleração
E	Módulo de Young
t, t^*	Tempo
$w^*(L)$	Função de flexão da ponta da microviga
$q(x)$	Função posição
A	Matriz de estado do polinômio de Riccati
F	Vetor não linear
U	Função de controle
u_f	Controle por pré-alimentação
U	Controle de realimentação
B	Vetor bidimensional
$P(x)$	Polinômio de Riccati
Q, R	Matrizes LQR
$C_{11}, C_{12}, E_1, d_1, D_1$	Constantes adimensionais obtidas na adimensionalização
c_1, c_2	Par de coeficientes de interação do potencial intermolecular
L	Comprimento da microviga
I	Momento de inércia
A	Seção de área
K	Ganho de realimentação

A_0, A_1, A_2, B_1, B_2	Constantes de Fourier
$q(t)$	Função de tempo

LETRAS GREGAS

Ω	Frequência de excitação
$\forall$	Para todo (proposição matemática)
$\phi_n(x)$	Autofunção
H	Amplitude de vibração da base da microviga
ρ_1, ρ_2	Constante de densidade das moléculas
λ	Autovalor
τ	Correção de tempo
π	Número Pi
δ	Delta de dirac

ACRÔNICOS

STM	Scanning Tunneling Microscope
SPM	Scanning Probe Microscope
SNOM	Scanning Near-Field Optical Microscope
MFM	Magnetic Force Microscope
EFM	Electric Force Microscope
AFM	Atomic Force Microscope
SDRE	State Dependent Riccati Equation
EDO	Equação Diferencial Ordinária
EDP	Equação Diferencial Parcial
HBM	Harmonic Balance Method
DMT	Derjaguin-Müller-Toporov

CAPÍTULO 1

1. INTRODUÇÃO

Desde sua criação, em meados do século XV, os microscópios sofreram enorme evolução, recentemente uma das áreas da microscopia que mais se desenvolve é a microscopia por varredura (SPM). Seu início se deu no ano de 1981, dois pesquisadores, Gerd Binnig e Heinrich Rohrer, a serviço da IBM Suíça, inventaram o Microscópio de Tunelamento (STM), que é capaz de analisar e manipular amostras de tamanho atômico (IEEE Global History Network, 2010). Após essa invenção, outros tipos de microscópios de varredura foram desenvolvidos, tais como Microscópio de Força Atômica (AFM), o Microscópio Óptico de Campo Próximo (SNOM), entre outros. Esse tipo de microscópio funciona basicamente com uma sonda guiada por um braço robótico sobre a superfície de uma amostra microscópica (Tusset e Balthazar, 2010).

Neste trabalho, estuda-se o Microscópio de Força Atômica (AFM), que usa como braço robótico uma microviga, de aproximadamente $449\mu\text{m}$ e uma sonda em sua ponta livre com o tamanho aproximado de um átomo (Bowen e Hilal, 2009). No AFM, existem três modos de operação para a microviga: o modo sem contato, contato e modo de toques rápidos (tapping), sendo o último modo o mais usado (Rützel *et al*, 2006).

Na figura 1.1, há um esquema de funcionamento do AFM. Ao vibrar, a sonda possui seu movimento modulado por um laser, que envia sinais para um fotodetector, e assim as imagens da amostra são obtidas.

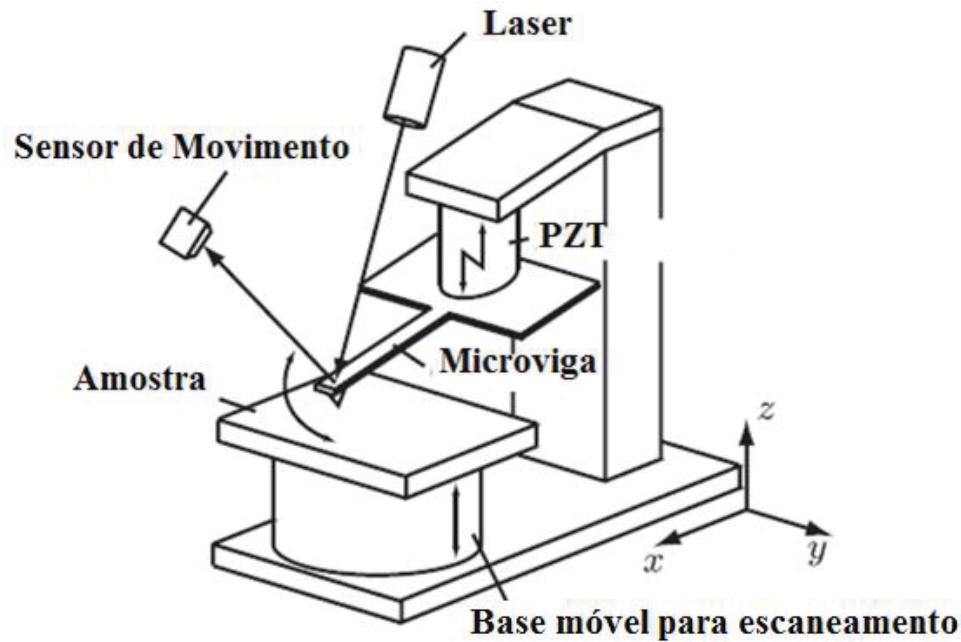


Figura 1.1-Esquema de funcionamento do AFM (Kuroda *et al* (2008)).

Na literatura científica, vale mencionar Sebastian *et al* (2001) que utilizou um modelo de um grau de liberdade, com coeficientes lineares para descrever as forças atrativas e repulsivas. Garcia e San Paulo (2000) usaram a equação de massa-mola para descrever o comportamento da microviga, e a descrição utilizada por DMT e van der Waals para descrever as interações ponteira-amostra. Em Rützel *et al* (2006), a microviga é modelada usando as equações de Bernoulli, e as interações entre ponteira-amostra são modeladas com o potencial de Lennard Jones, sem mencionar as várias outras publicações existentes na literatura específica.

Esta dissertação originou-se após estudo do modelo proposto Rützel *et al* (2006), e nela tem-se a modelagem matemática, feita para obter as equações governantes do sistema e as simulações numéricas para entender o comportamento do mesmo, tais como o diagrama de bifurcação, expoente Lyapunov, retrato de fase, entre outros. Com esse estudo é possível identificar caos no sistema (Moon, 1992). Em outro estágio do

trabalho, duas soluções periódicas são encontradas, uma usando o Método do Balanço Harmônico e outra com a mudança de parâmetros do sistema. Ao final do trabalho, para garantir a estabilidade e eficiência do sistema, usa-se o método SDRE, levando o movimento caótico para a solução encontrada com o Método do Balanço Harmônico, e o método de Pré-alimentação para manter o sistema controlado. Em outra situação, o método SDRE também é usado para fazer a sincronização de sistemas não lineares, e o método de Realimentação por Sinal Atrasado é usado para encontrar uma órbita periódica instável e manter o sistema controlado.

Na próxima seção, mostra-se a motivação e os objetivos deste trabalho.

1.1 Motivação e Objetivos

Nesta seção são apresentadas a motivação e os objetivos do trabalho.

1.1.1. Motivação

O estudo do comportamento da microviga é a motivação principal do trabalho, pois seu movimento irregular, e muitas vezes caótico, prejudica a obtenção de imagens na análise de amostras.

A figura 1.2 mostra a influência do comportamento caótico da ponteira de um AFM durante o escaneamento de uma superfície HOPG.

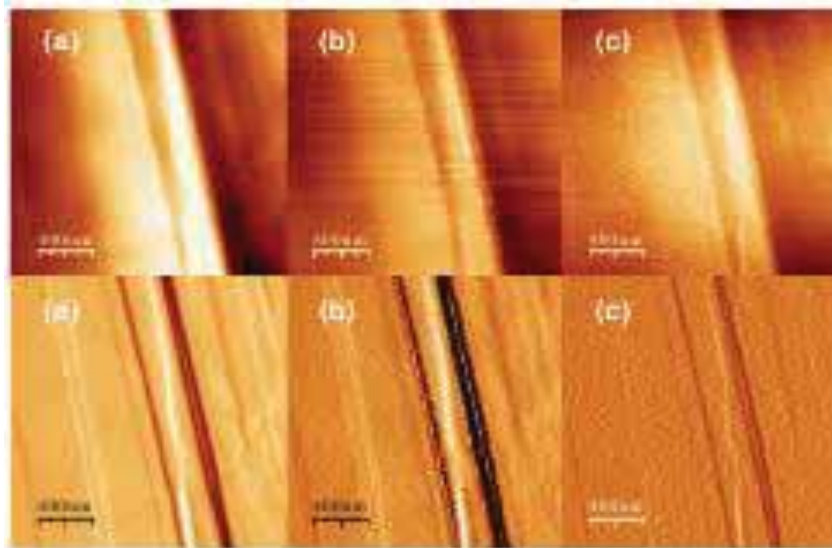


Figura 1.2 – Imagens obtidas por um Microscópio de Força Atômica (Hu e Raman, 2006).

Na figura 1.2, observa-se a topologia (parte de cima) sem presença de caos, e o erro na obtenção das imagens (parte de baixo) com presença de caos. As amplitudes usadas no experimento são:

- (a) 0.49nm (período 1- modo sem contato);
- (b) 1.97nm (período 2 – caos no modo tapping);
- (c) 14.76nm (período 3 – caos no modo tapping).

A região da amostra analisada tem $2 \times 2 \mu\text{m}^2$, e nesse caso o movimento caótico ocorre na transição do modo não contato para o modo tapping (Hu e Raman, 2006).

1.1.2. Objetivos

Este trabalho tem por objetivo estudar o movimento da microviga, e através de modelagem matemática e de simulações numéricas, entender seu movimento e descobrir se o comportamento caótico pode ocorrer. Caso seja detectado, haverá implementação de métodos de controle para assegurar a estabilidade e eficiência do sistema.

Na próxima sessão, a descrição sucinta do trabalho é realizada.

1.2. Descrição Do Trabalho

O presente trabalho está dividido em oito capítulos e um apêndice. Neste capítulo inicial, é feita uma breve introdução do trabalho, constando a motivação e os objetivos do mesmo, em seguida, é feita a descrição sucinta dos capítulos desta dissertação.

No capítulo 2, é apresentada a revisão bibliográfica, conceitos teóricos importantes usados no trabalho, e trabalhos publicados usados para situar o mesmo na literatura científica atual.

No capítulo 3, é realizada a modelagem do problema em estudo, uma abordagem Newtoniana é usada, e as equações de Bernoulli representam o movimento da microviga. Em seguida, o potencial de Lennard Jones é usado para representar as interações entre a ponteira da microviga e a amostra. Por fim, o método de Galerkin é usado para aproximar a Equação Diferencial Parcial obtida a uma Equação Diferencial Ordinária.

No capítulo 4, apresenta-se um estudo de estabilidade, usando diagrama de bifurcação e expoente de Lyapunov, a partir desse estudo, o parâmetro que representa a amplitude do sistema é escolhido. Após essa escolha, simulações numéricas geram figuras que mostram a presença de movimento caótico no sistema.

No capítulo 5, usa-se o Método do Balanço Harmônico e a mudança de parâmetros para encontrar soluções periódicas para o sistema.

No capítulo 6, são apresentados três métodos de controle diferentes: O método SDRE, a Sincronização de Sistemas Não Lineares e o Método de Realimentação com Sinal Atrasado.

No capítulo 7, são apresentados os resultados obtidos e as sugestões para futuros trabalhos.

A dissertação prossegue com a listagem das referências bibliográficas utilizadas no decorrer desta pesquisa.

No apêndice A, tem-se um estudo de caso com um dos modelos físicos apresentados na revisão bibliográfica.

CAPÍTULO 2

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo, conta-se um pouco da história dos microscópios, desde sua invenção até os modernos microscópios eletrônicos de varredura. Alguns conceitos básicos do funcionamento desse tipo de microscópio são mostrados e alguns modelos matemáticos usados na literatura são apresentados. Também são apresentados alguns conceitos teóricos utilizados no trabalho.

2.1. Do primeiro microscópio aos microscópios eletrônicos.

O ser humano sempre buscou o desconhecido, o improvável, com habilidade e persistência sempre procurou formas de entender o meio em que está inserido. Com a evolução no manuseio de materiais como vidro, aço, madeira, entre outros, criou ferramentas que possibilitariam entender fenômenos até então incompreensíveis ou até mesmo desconhecidos. No século XVII, é atribuído à família Jennisens da Suécia, a construção do primeiro microscópio óptico composto. Com esse aparelho era possível realizar análises de ordem celular, ou seja, ordem microscópica (Prof2000, 1999).

Com o passar dos séculos, grandes inovações ocorreram com esse tipo de aparelho, até que no início dos anos 30, o alemão Ernest Ruska inventou o microscópio eletrônico. Esse tipo de microscópio usa feixes de elétrons e lentes eletromagnéticas, permitindo

ampliações de até um milhão de vezes o tamanho de um corpo. Existem três tipos básicos de microscópio eletrônicos: transmissão (para observação de cortes ultrafinos), varredura (para observação de superfícies) e tunelamento (para visualização de átomos) (Wikipédia, 2011).

2.2. Microscopia de tunelamento

Em 1981, Gerd Binnig e Heinrich Rohrer, dois pesquisadores a serviço da IBM de Zurich, inventam o microscópio de tunelamento (STM). Graças a essa invenção, passou a ser possível não só ver, mas medir e manipular átomos ou moléculas. A invenção do STM desencadeou o desenvolvimento de uma grande variedade de microscópios de varredura por sonda (SPM), tais como o Microscópio De Força Atômica (AFM), o Microscópio De Força Magnética (MFM), o Microscópio De Força Eletrostática (EFM), o Microscópio Óptico De Campo Próximo (SNOM), e todos os derivados desse tipo de microscopia (IEEE Global History Network, 2010).

O STM foi o primeiro microscópio capaz de gerar imagens reais da superfície de um átomo e rendeu a seus inventores o prêmio Nobel de física no ano de 1986, atribui-se a essa invenção o início da nanotecnologia (IEEE Global History Network, 2010). Seu funcionamento se dá por um bastão com uma ponta minúscula, um átomo de largura, que se move sobre a amostra, guiado por um braço robótico. Uma deficiência desse microscópio é que somente materiais com superfícies condutoras podem ser analisados, um elaborado preparo deve ser realizado e isso gera um alto custo operacional para a obtenção de imagens (IEEE Global History Network, 2010).

Na tabela 2.1, é possível analisar a versatilidade de alguns meios de magnificação:

	Aumento	Meio	Imagem	Danos
Microscópio Óptico	10^3	Ar e líquidos	2-D	Nenhum
Varredura Laser	10^4	Ar	2-D	Mínimos
Feixe de Íons	10^5	Vácuo	2-D	Graves
SEM	10^6	Vácuo	2-D	Alguns
SPM	10^9	Líquido, ar e vácuo	3-d	Mínimos ou nenhum

Tabela 2.1 – Comparativo dos meios de magnificação existentes.

2.3. Microscópio de força atômica

A partir de uma modificação do microscópio de tunelamento (STM), combinado com um profilômetro *Stylus* (aparelho para medir rugosidade em escala microscópica), Binnig, Quate e Gerber (Binnig *et al.*, 1986) desenvolveram o Microscópio de Força Atômica (AFM) em 1986. Já que o *Stylus* toca a amostra, não há a necessidade de a mesma ser um material condutor e ele acaba funcionando como o STM, no sentido de manipular os átomos, dessa maneira, os cientistas têm usado o AFM para desenvolver máquinas minúsculas e dispositivos eletrônicos, como transistores (IEEE Global History Network, 2010).

O Microscópio de Força Atômica (AFM) é uma ferramenta poderosa em microscopia de varredura de sonda, a sua aplicação inclui a manipulação de nanotubos de carbono, a imagem do DNA e atuação em nano-eletrônica, entre outros (Ruetzel *et al*, 2003).

No núcleo de um instrumento de AFM, há uma ponteira, montada na extremidade de uma microviga que pode ser de silício (SiO₂ ou Si₃N₄), diamante, etc. Essa microviga

percorre a superfície de interesse nas direções x, y e z (Wikipedia, 2011). O movimento vibratório da ponteira é detectado por um laser que manda sinais para um fotodiodo, dessa maneira são geradas as imagens em alta resolução. Esse movimento da microviga pode variar dependendo da necessidade e do tipo de material que está sendo analisado. Os modos de operação da microviga incluem técnicas estáticas como o modo contato, e técnicas dinâmicas como o modo não-contato e o modo tapping (Bowen and Hilal 2009).

Na Figura 2.1, temos a configuração básica de um AFM, as microvigas são comumente em forma de V, como mostrado, também podem ser retangulares, tendo em sua ponta livre uma sonda. Essa ponteira é comumente usada sob a forma de uma pirâmide com base quadrada ou um cone cilíndrico. Alguns exemplos de diferentes configurações de microvigas e ponteiros são mostrados na Figura 2.2. Sondas fabricadas comercialmente são feitas predominantemente de nitreto de silício (Si_3N_4). Normalmente a superfície superior da microviga, oposta à ponta, é revestida com uma fina superfície reflexiva, geralmente de ouro (Au) ou alumínio (Al). A sonda é trazida para dentro e para fora da área de contato com a superfície da amostra pelo uso de um *piezocrystal* (Bowen and Hilal, 2009).

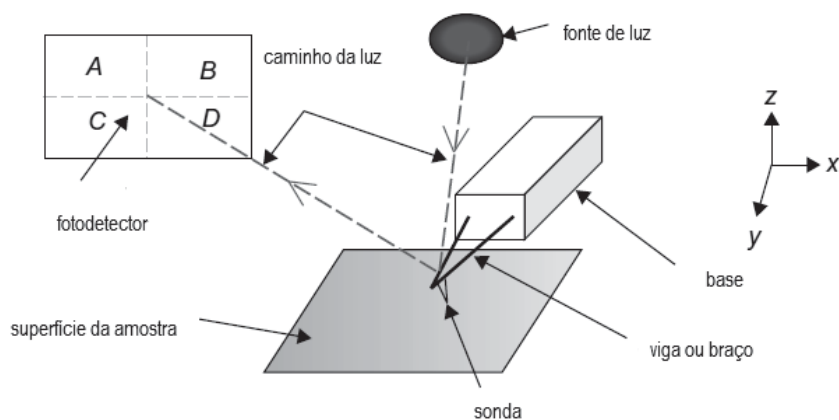


Figura 2.1 Esquema de funcionamento de um Microscópio de Força Atômica, (Bowen and Hilal 2009).

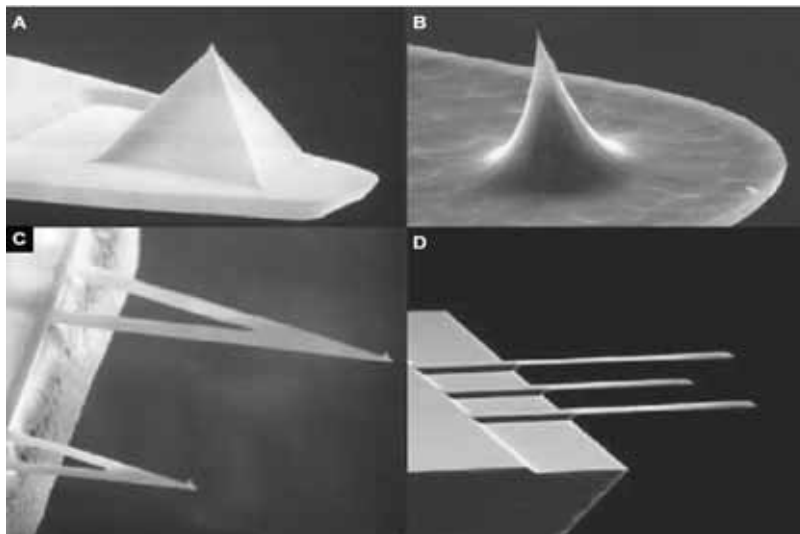


Figura 2.2 – Tipos de microviga, A, B, C e D (Bowen and Hilal 2009).

Na figura 2.2, temos:

A - Sonda Piramidal;

B - Sonda de alta resolução de aspecto cônico para imagens de alta resolução;

C - Duas microvigas em forma de V para o modo de imagem de contato;

D - Chip com uma série de alavancas em forma de viga de diferentes comprimentos.

A seguir, algumas vantagens e restrições do uso do AFM são listadas:

2.3.1. Vantagens e limitações no uso do microscópio de força atômica

Aplicações e vantagens

- O microscópio eletrônico de varredura faz uma projeção bidimensional de uma determinada amostra, enquanto o AFM fornece uma imagem tridimensional da amostra em estudo;

- Por não usar corrente de tunelamento investiga também materiais isolantes;
- Realiza análise de qualquer tipo de material;
- Na análise, é utilizado um pequeno volume de amostra, com a necessidade de uma preparação simples ou nenhuma. Não é necessário nenhum tratamento especial (como metal ou revestimento de carbono) que poderia alterar ou danificar a mesma;
- É possível analisar amostras biológicas vivas, sem retirá-la de seu meio e sem perder suas propriedades, havendo a possibilidade de explorar eventos moleculares no nível da interação entre as moléculas;
- Realiza a análise em diversas condições ambientais (presença de ar, meios líquidos, temperatura ambiente), reduzindo assim seu custo;
- Pode ser utilizado para acompanhar processos, porque possui baixo tempo de análise;
- A alta resolução AFM é compatível a resolução do microscópio de tunelamento e do microscópio eletrônico de transmissão;
- Uma outra aplicação é a espectroscopia de força atômica, consiste na medição das forças de interação em função da distância entre a ponta e a superfície, o resultado desta medida é chamado de curva força-distância;
- O AFM tem sido muito utilizado para a medição de diversas forças em nanoescala, como: ligação atômica, as forças de Van der Waals e forças de Casimir, forças de dissolução em líquidos e forças de alongamento e ruptura. A Espectroscopia de força atômica pode ser feita tanto com os modos contato ou não contato (Wikipédia1, 2011).

Limitações

- As vibrações podem atrapalhar o funcionamento do microscópio de força atômica, por isso, o equipamento deve ser montado em uma mesa com um sistema de amortecimento em uma sala fechada;
- O processo de obtenção de imagens limita a velocidade de escaneamento;
- A presença de contaminantes na superfície podem conduzir a uma imagem irreal, pois o AFM analisa apenas a última superfície da amostra;
- O movimento da ponta do MFA pode ocasionar alterações na superfície;
- A imagem é a convolução da forma da ponta com a superfície, diferentes pontas podem ocasionalmente gerar diferentes imagens (Wikipedia1, 2011).

2.4. Forças de interação entre ponteira e amostra

As forças provenientes das interações entre corpos de tamanho microscópico têm características diferentes das interações macroscópicas. No caso do AFM, as interações entre ponteira e amostra são microscópicas. A seguir, a figura 2.3 representa a ação dessas forças (Bowen and Hilal 2009):

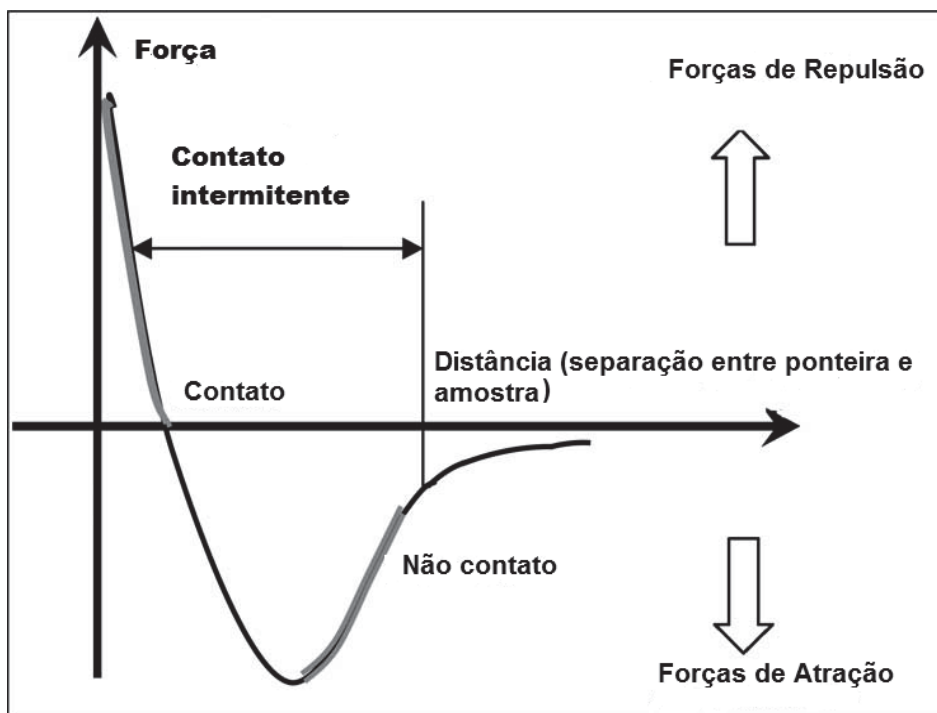


Figura 2.3 – Representação das forças de interação interatômica versus distância entre ponteira da microviga e amostra (Jalili e Laxmirayana, 2004).

Na área abaixo da linha de força nula (abscissa), as forças são atrativas, acima desta linha, as forças são repulsivas. Esse tipo de força é proveniente do potencial de interação entre dois ou mais átomos. Nesta seção, serão mostrados alguns modelos usados para representar as forças: as de van de Waals, o potencial de Lennard Jones, e a representação de Derjaguin-Müller-Toporov, (DMT).

2.4.1. Forças de Van de Waals

Certas forças, como as de van der Waals, são forças intermoleculares com características atrativas de longo alcance e repulsivas de curto alcance (Eisenschitz and London, 1930). A figura 2.4 mostra um sistema massa-mola, e a atuação das forças de van der Waals agindo entre a superfície e a ponteira que é representada por uma esfera

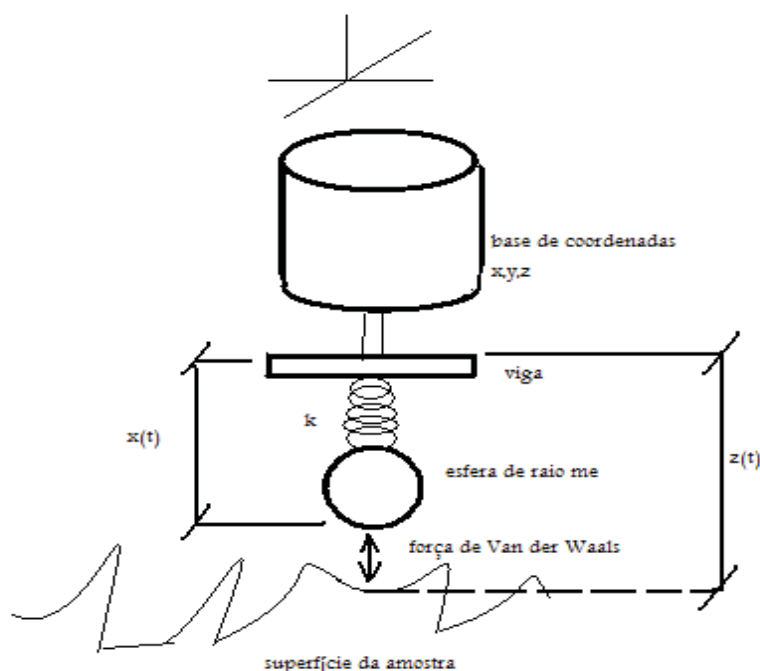


Figura 2.4 – Forças de interação entre a ponteira da microviga e a superfície da amostra.

Em 1873, Van der Waals postulou a existência das forças intermoleculares, que passaram a ser designadas de forças de van der Waals. Fritz London descreveu a natureza dessas forças e as atribuiu ao movimento dos elétrons dentro das moléculas. A interação das forças de van der Waals são devidas especificamente às flutuações dos elétrons em moléculas, que ficaram conhecidas com os nomes de London, flutuação de cargas eletrodinâmicas, ou dispersão. Essas interações estão presentes até em moléculas polares permanentes e, em geral, são a maior contribuição para as forças intermoleculares (Israelachvili, 1991).

Segundo Israelachvili (1991), as forças de van der Waals agindo entre dois átomos ou moléculas podem ser classificadas como forças de orientação, de indução e de dispersão. As forças de orientação resultam da interação entre duas moléculas polares com momentos dipolares permanentes. As forças de indução se devem à interação de uma molécula polar e uma não polar, em que a polar induz uma polaridade nas

vizinhanças da outra. O campo elétrico da molécula polar destrói a simetria da distribuição de cargas da molécula não polar, resultando em uma atração semelhante à registrada entre moléculas polares (Israelachvili, 1991).

As moléculas não polares possuem dipolos flutuantes finitos e momentos multipolares grandes em intervalos de tempo muito curtos, os quais interagem, dando lugar a forças de dispersão entre eles. Para as moléculas não polares, a distribuição eletrônica é, em média, simétrica, mas a cada instante, uma parte da molécula possui mais elétrons que outra (Eisenschitz and London, 1930).

Assim, cada molécula (ou átomo) se comporta como polar, mas esta "polarização" varia constantemente em grandeza e direção. Temos, então, momentos flutuantes. As forças de dispersão geralmente são maiores que as de orientação e de indução, exceto no caso de moléculas polares muito fortes como as de água. As forças de dispersão ou, em geral, as forças de van der Waals são normalmente atrativas e crescem rapidamente quando as moléculas, átomos ou corpos se aproximam uns dos outros (Israelachvili, 1991).

A força de van der Waals pode ser representada por:

$$F_{vdW} = -\frac{HR}{6z^2} \quad 2.1$$

Onde H é a constante de Hamaker e R é o raio de uma esfera (em AFM é a ponteira da microviga), z representa a distância entre a esfera e a amostra (Israelachvili, 1991).

2.4.2.O potencial de Lennard Jones

O potencial de Lennard Jones (também conhecido como potencial L-J, potencial 12-6 ou potencial 6-12) é um modelo matemático simples usado para representar as interações entre duas moléculas ou átomos. A forma de representação do potencial de Lennard Jones foi primeiramente proposta por John Lennard-Jones no ano de 1924, e foi assim formulada:

$$V_{LJ} + 4\varepsilon \left\{ \left(\frac{\sigma}{r} \right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{r} \right)^6 \right\} \quad 2.2$$

O termo $\left(\frac{\sigma}{r} \right)^{12}$ dominante em curtas distâncias trata da repulsão entre os átomos quando trazidos muito próximos uns dos outros. Sua origem física está relacionada com o princípio de Pauli: quando as nuvens eletrônicas ao redor dos átomos começam a sobrepor-se, a energia do sistema aumenta abruptamente. O expoente 12 foi escolhido após experiências práticas. O outro termo diz respeito às grandes distâncias e modela a atração no sistema. O termo $\left(\frac{\sigma}{r} \right)^6$ é originado das forças de van der Waals dissipadas no sistema.

Para um sistema de esfera em contato com uma superfície elástica, o potencial de Lennard Jones fica:

$$U_{L,J} = \frac{A_1 R}{180z^8} - \frac{A_2 R}{6z^2} \quad (2.3)$$

onde

$$P_{L,J}(z) = \frac{\partial U_{L,J}}{\partial z} = \frac{A_1 R}{1260 z^7} - \frac{A_2 R}{6z} \quad (2.4)$$

Sendo R o raio da esfera e z a distância entre a superfície e a esfera (Rützel *et al*, 2006).

2.4.3. Derjaguin-Müller-Toporov (DMT)

As forças DMT representam as interações de uma esfera de raio R , com uma superfície elástica, quando existe contato de uma esfera (representada pela ponteira da microviga) e uma superfície elástica (amostra), conforme representado na figura 2.5:

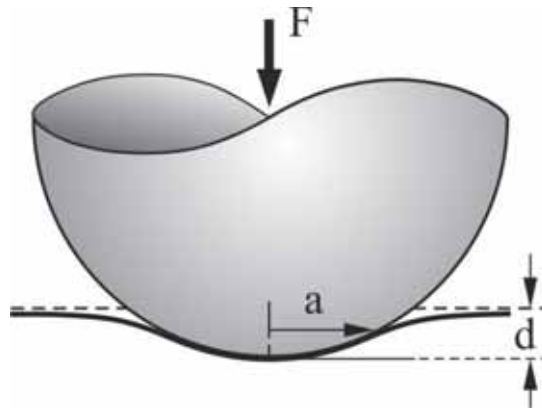


Figura 2.5 – Interação entre esfera de raio R e superfície elástica.

A figura 2.5 representa o toque de uma esfera de raio R e uma superfície elástica, onde d é a distância de deflexão da superfície de contato, em que vale a relação $a = \sqrt{Rd}$, dessa forma a força F é:

$$F = \frac{4}{3} E^* \sqrt{R} d^{\frac{3}{2}} \quad (2.5)$$

Onde

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \quad (2.6)$$

Onde E_1 e E_2 são os módulos de elasticidade e ν_1 e ν_2 são as relações de Poisson.

2.5. Modelos matemáticos

A produção científica cresceu muito nos últimos anos e a Microscopia de Força Atômica tornou-se assunto de grande interesse, resultando em uma grande quantidade de trabalhos publicados e o desenvolvimento de vários modelos matemáticos com o objetivo de estudar o problema.

A seguir, alguns modelos envolvendo o modo tapping são mostrados com o sentido de contextualizar o trabalho na literatura científica.

2.5.1. Modelo proposto por Sebastian *et al* (2001)

A figura 2.6 mostra o modelo proposto por Sebastian *et al* (2001), nesse modelo a microviga tem uma ponta livre e outra apoiada em um PZT que produz oscilações periódicas. A frequência de vibração da microviga é próxima à frequência de ressonância da mesma, além da aceleração no sistema provocada pelo PZT, a microviga sofre ação das forças de interação entre a amostra e sua ponta, do amortecimento intrínseco do sistema, e do amortecimento causado pelas condições do ambiente. Um fotodiodo detecta a vibração da ponteira, gerando as imagens a serem analisadas. A figura 2.6 é uma representação simples de como é o sistema ponteira-amostra.

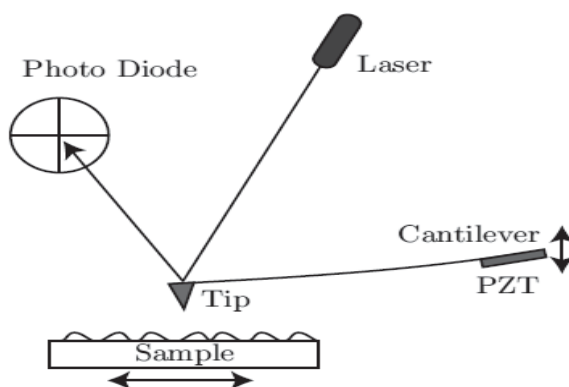


Figura 2.6 - Esquema da interação ponteira-amostra (Sebastian *et al*, 2001).

A interação ponteira-amostra é caracterizada por forças de atração de longo alcance e por forças de repulsão de curto alcance, relativo à escala de tamanho da microviga. As forças de atração e repulsão sofrem grandes mudanças em pequenos espaços de movimento. Na figura 2.7, num modelo físico simplificado de uma microviga, as forças de atração são representadas por uma mola linear de rigidez negativa, e as forças de repulsão são representadas por uma mola linear de rigidez positiva, amortecedores

lineares são introduzidos para dar conta da dissipação de energia durante a interação ponteira-amostra (Sebastian *et al*, 2001).

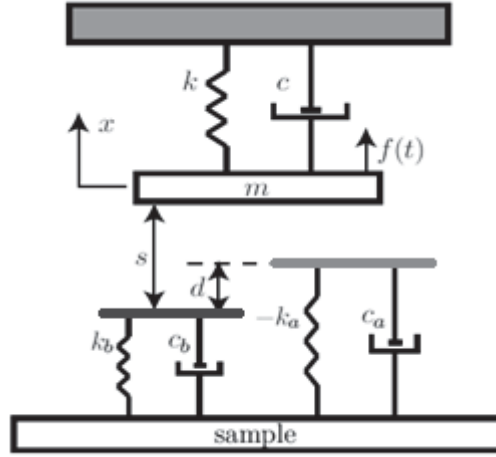


Figura 2.7 - Modelo de modo de *tapping* (Sebastian *et al*, 2001).

A dinâmica do sistema é governada por um modelo descontínuo, e é correspondente às equações do movimento. Na figura 2.7, m representa a ponteira suspensa por uma base e sob ação de uma mola de coeficiente k , com um amortecedor c . Ao encontrar a região alta, a ponteira do microscópio sofre a ação das forças de atração e ao encontrar a região mais baixa, a mesma sofre a ação das forças de atração e repulsão, representadas por $-k_a$ e k_b respectivamente.

Podemos descrever o movimento da ponteira, sem ação dessas forças, usando a equação de movimento:

$$m\ddot{x} + C\dot{x} + kx = \gamma \cos(\omega t) \quad (2.7)$$

Divisão por m :

$$\ddot{x} + \frac{1}{m}C\dot{x} + \frac{1}{m}kx = \gamma \cos(\omega t) \quad (2.8)$$

Multiplicação e divisão por $2\omega_0$, segue:

$$\ddot{x} + \frac{1}{m} \frac{2}{2} \frac{\omega_0}{\omega_0} C\dot{x} + \omega_0^2 x = \gamma \cos(\omega t) \quad (2.9)$$

Assume-se que γ é a aceleração do PZT, e sabe-se que $\xi = \frac{C}{2m\omega_0}$, então 2.9 fica:

$$\ddot{x} + 2\xi\omega_0\dot{x} + \omega_0^2 x = \gamma \cos(\omega t) + h(x, \dot{x}) \quad (2.10)$$

$$h(x, \dot{x}) = \begin{cases} 0 & x + s \geq d \\ -\frac{k_a}{m}(x + s - d) + \frac{c_a}{m}\dot{x} & 0 \leq x + s \leq d \\ \frac{k_b}{m}(x + s) + \frac{c_b}{m}\dot{x} - \frac{k_a}{m}(x + s - d) + \frac{c_a}{m}\dot{x} & x + s < 0 \end{cases} \quad (2.11)$$

A equação formada por 2.10 e 2.11 descreve a interação ponteira-amostra, neste caso x mede a deflexão da ponteira da microviga, em relação à sua posição de equilíbrio na ausência de oscilações do suporte, $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ é a frequência de ressonância, $\xi = \frac{c}{2m\omega_0}$ é

o coeficiente de amortecimento intrínseco e do ambiente, $m\gamma$ e ω representam respectivamente a amplitude de excitação e a frequência de oscilação do transdutor piezoelétrico. Temos também o parâmetro s , que representa a distância de equilíbrio

entre a ponteira da microviga e as interações de repulsão do conjunto ponteira-amostra. Por fim, d representa a distância entre o início das forças atrativas para o início das forças repulsivas e reflete uma propriedade material da amostra.

2.5.2. Modelo proposto por Misra *et al* (2009)

No modelo proposto por Misra *et al* (2009), o modelo físico pode ser representado pela figura 2.8.

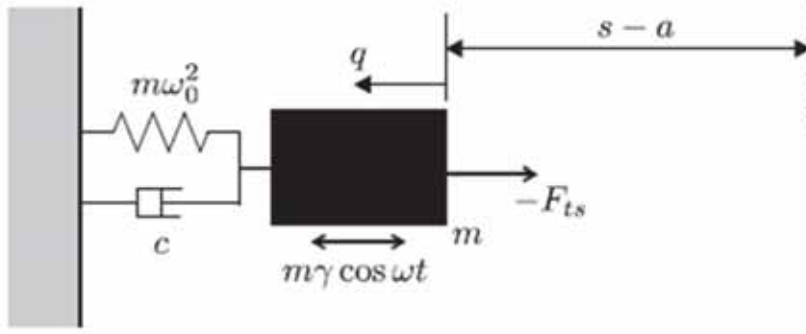


Figura 2.8 – Esquema representando a ponteira da microviga.

De acordo com García e San Paulo (2000), a equação que descreve o modelo é:

$$m\ddot{q} + c\dot{q} + m\omega_0^2 q = m\gamma \cos \omega t + F_{ts}(q + s) \quad (2.12)$$

Onde m é a massa da ponteira, q é o deslocamento da ponteira em direção à amostra, s denota o ponto médio de separação entre a amostra e a base da ponteira, $m\omega_0$ é o coeficiente elástico da mola, c representa o amortecimento intrínseco da microviga,

assim como as forças dissipadas no ambiente, γ e ω denotam a amplitude da aceleração e a frequência angular do piezo usado para excitar a microviga.

O termo $F_{ts}(q+s)$ descreve as forças de interação entre ponteira e amostra e é descrito por:

$$F_{ts} : z \rightarrow \begin{cases} -\frac{HR}{6z^2}, & z > a \\ -\frac{HR}{6z^2} + \frac{4}{3}E^*\sqrt{R}(a-z)^{\frac{3}{2}}, & z \leq a \end{cases} \quad (2.13)$$

Nesse caso, t denota o tempo, H é a constante de Hamaker para a superfície da amostra, R é o raio da ponta da microviga, E^* representa o Módulo de Young para interações de contato e a é a distância intermolecular característica.

Por definição, a é descrito como (Misra *et al* (2009)):

$$a \stackrel{def}{=} \frac{m\gamma}{\sqrt{m^2(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + c^2\omega^2}} \quad (2.14)$$

2.5.3. Modelo proposto por Stark (2004)

A figura 2.9 é a representação do modelo físico utilizado por Stark (2004) que representa o movimento da microviga e as interações entre ponteira e amostra.

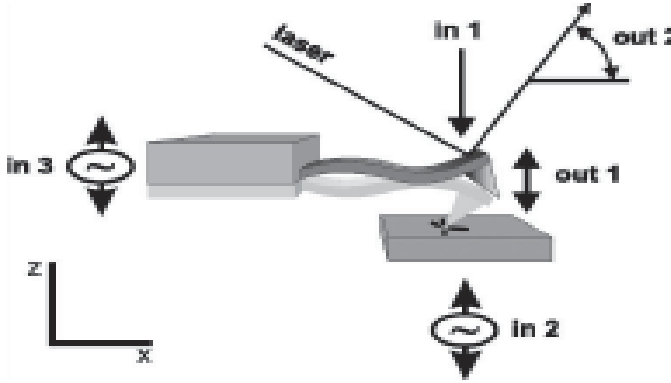


Figura 2.9 – Modelo que representa as deflexões da microviga e as interações ponteira amostra (Stark, 2004).

A equação do movimento para um deslocamento transversal $z(\xi, t)$ de uma microviga livre sem amortecimento é:

$$EI \frac{\partial^4 z(\xi, t)}{\partial \xi^4} + m \frac{\partial^2 z(\xi, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (2.15)$$

Com a posição normalizada $\xi \in [0, 1]$ ao longo da microviga, o tempo é t , a rigidez da flexão é EI , a constante de massa por comprimento é m . As frequências de ressonância ω_n são dadas pelos respectivos autovalores k_n , dados por:

$$\omega_n^2 = (k_n)^4 \frac{EI}{m} \quad (2.16)$$

As formas modais $\varphi(\xi)$ são determinadas pelas condições de contorno. Na base da microviga com $\xi = 0$, a mesma está presa, então as condições de contorno são: $\varphi(0) = 0$ para o deslocamento e $\varphi'(0) = 0$ para a velocidade. Na ponta livre, com $\xi = 1$,

os valores correspondentes são: $\varphi''(1) = 0$ $\varphi'''(1) = 0$. Os autovalores na ponta livre são representados pela equação característica $\cos(k_n) \cosh(k_n) = -1$.

Nesse modelo, as interações ponteira amostra são representadas pelas equações:

$$F_{ts}(z) = \begin{cases} \frac{-HR}{[6(z_s - z)^2]} & z_s - z \geq a_0 \\ \frac{-HR}{6a_0^2} + \frac{4}{3} E^* \sqrt{R} (z_s - z + a_0)^{\frac{3}{2}} & z_s - z < a_0 \end{cases} \quad (2.17)$$

Na região sem contato as forças de van der Waals são consideradas, enquanto que na de contato temos também as forças de DMT.

2.5.4. Modelo proposto por Rützel *et al* (2006)

Neste modelo, representa-se a deflexão da microviga com as equações de Euler-Bernoulli-Lagrange, e as interações entre ponteira e amostra são representadas pelo potencial de Lennard Jones. Na modelagem, surge uma EDP que é adimensionalizada e, depois, aproximada a uma EDO pelo método de Galerkin (Rützel *et al*, 2006). Na figura 2.10, pode-se observar o modelo físico que explica o comportamento da microviga durante o movimento para obtenção das imagens, em seguida, temos a equação governante do movimento da mesma.

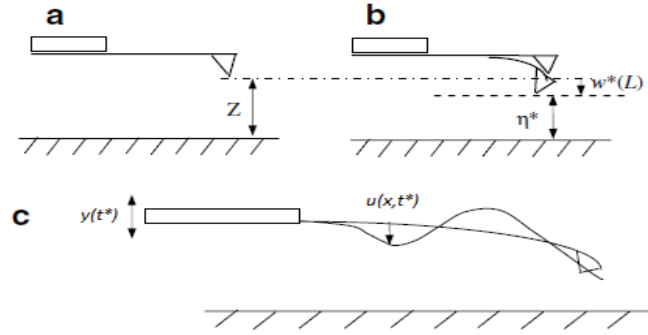


Figura 2.10 – Um esquema de (a) inicial, (b) intermediário, e (c) configurações da deformação da microviga (Qin-Quan, Chen, 2006).

$$\ddot{y} = -d_1 \dot{y} - y + B_1 + \frac{C_{11}}{(1 - y - \eta \sin \Omega t)^8} + \frac{C_{12}}{(1 - y - \eta \sin \Omega t)^2} + \eta \Omega^2 E_1 \sin \Omega t \quad (2.18)$$

Na equação acima, y é o deslocamento da ponta da microviga através da amostra, η é a amplitude adimensional da vibração do atuador PZT, ambos adimensionalizados pela distância de equilíbrio entre a amostra e a ponta da microviga, no caso em que a frequência de excitação da microviga é próxima à frequência natural, $\Omega = 1$.

2.6. Soluções periódicas para sistemas dinâmicos não lineares

Ao estudar um sistema dinâmico, principalmente sistemas dinâmicos com não linearidades, a busca por soluções periódicas se torna uma tarefa difícil (Guran, 1997). Os modelos apresentados na seção anterior tratam de sistemas, que representam o comportamento da ponteira da microviga de um Microscópio de Força Atômica,

operando no modo tapping. Segundo Rützel *et al* (2006), esse modo de funcionamento é caracterizado por sistemas com fortes não linearidades. Essas soluções são importantes, pois ajudam na aplicação de alguns métodos de controle.

Na busca por soluções periódicas, alguns métodos se destacam na literatura por serem usados com bastante frequência pelos pesquisadores, segundo Guran (1997) os métodos tradicionais mais usados para encontrar soluções periódicas em sistemas não lineares são o método das múltiplas escalas e o método da média.

Sistemas não lineares podem ser classificados como fraca ou fortemente não lineares (Guran, 1997). Os fracamente não lineares são caracterizados como sistemas lineares que sofrem pequenas perturbações para gerar movimento caótico, autores como Nozaki *et al.* (2010), Aime' *et al.* (1999), Boisgard *et al.* (1999), Nony *et al.* (2001) e Couturier *et al.* (2002) usam esses métodos de perturbação em seus trabalhos obtendo bons resultados.

Os sistemas considerados fortemente não lineares são sistemas que geram movimentos irregulares sem nenhum tipo de perturbação, esses sistemas requerem um tratamento diferente, pois o uso do método das múltiplas escalas e da média é difícil e até inviável. Diferente dos sistemas fracamente não lineares, em geral, nos sistemas fortemente não lineares não é possível usar a solução da parte linear para encontrar uma solução periódica (Guran, 1997). Poucos métodos são usados para sistemas com fortes não linearidades, dentre eles podemos citar o Método do Balanço Harmônico (HBM) (Nayfeh, 1995), e a busca por soluções periódicas dentro do próprio sistema, com a mudança de parâmetros. Na próxima seção, o HBM é apresentado, e também alguns casos em que a mudança de parâmetros se mostrou bem sucedida.

2.6.1. Método do Balanço Harmônico

Segundo Meirovitch (1975), o Método do Balanço Harmônico é um método aproximado que tem como principal característica a simplicidade em sua aplicação. Este método também é chamado de método de linearização harmônica, e difere do método de linearização por não substituir a função não linear por uma série de Taylor. A idéia principal do Método do Balanço Harmônico (HBM) é encontrar um ciclo limite dentro do sistema usando uma série de Harmônicos, acrescidos de uma constante, tal qual uma série de Fourier (Sampaio, 2004):

$$y(t) = \sum_{n=0}^N A_n \cos(n\omega t) + B_n \sin(n\omega t) \quad (2.19)$$

2.6.2. Sistema com comportamento periódico

Além dos métodos analíticos, é possível encontrar comportamento periódico em um sistema não linear com comportamento irregular alterando alguns parâmetros, em Qing-Quan Hu e Li Qun-Chen, (2006), os autores encontram uma órbita periódica em um modelo de Microscopia de Força Atômica com comportamento caótico mudando o valor da amplitude do sistema. Em Tusset e Balthazar (2010), outro modelo de Microscopia de Força Atômica tem uma órbita periódica encontrada com a mudança de parâmetros após análise do diagrama de bifurcações. Devido às dificuldades de

encontrar métodos analíticos para encontrar soluções periódicas nesses sistemas, este tipo de procedimento se torna uma opção simples e valiosa.

2.7. Métodos de controle

Há quase três décadas, o comportamento atípico de sistemas não lineares e com comportamento caótico tem atraído a atenção de diferentes campos científicos. O comportamento caótico de sistemas dinâmicos tem sido observado em inúmeras situações diferentes como em modelos físicos, químicos, biológicos, etc.

Na última década, nas áreas de engenharia mecânica e química, a produção científica na área de controle de caos em sistemas dinâmicos aumentou de forma significativa.

O desenvolvimento deste campo foi desencadeado pela publicação de um artigo dos autores Ott, Grebogi e Yorke (1990), em que o termo controle de caos foi criado. O controle de caos é baseado no fato de um atrator caótico possuir infinitas órbitas periódicas instáveis, em geral, os métodos de controle usam uma dessas órbitas que seja conhecida e enviam o movimento caótico para a mesma. No artigo mencionado, os autores demonstram que uma significativa mudança no comportamento do sistema caótico pode ser feita por pequenos ajustes dos parâmetros.

Essa demonstração abriu possibilidades para mudar o comportamento do sistema sem interferir em suas propriedades inerentes (Fradkov e Evans, 2005), desde então, várias estratégias de controle foram desenvolvidas e utilizadas na busca de soluções de problemas em ciências de engenharia e sistemas complexos.

Quando se fala em sistemas dinâmicos, não se pode deixar de lado os sistemas forçados, que são sistemas dinâmicos excitados e são classificados em sistemas ideais e sistemas não ideais. Um sistema é dito ideal quando sua excitação é fixa, na prática essa

excitação pode ser um motor com corrente constante. Já em modelos matemáticos, essa excitação é dada por um termo periódico como $a.\sin(w.t)$, por exemplo, onde a é a amplitude do sistema e w é a frequência do mesmo.

Em sistemas não ideais, um caso prático seria um motor com corrente alternada, que há oscilação em seu movimento e, com isso, pode existir uma interação entre os movimentos do motor e do sistema. Em modelos matemáticos, essa excitação pode ser dada por uma função, que acoplada ao sistema, interage com o mesmo durante esse movimento. Entre os trabalhos de controle para problemas não ideais, mencionam-se os publicados por Yamanaka e Murakami (1989) que utilizaram a técnica dos gradientes conjugados em um problema de rotores; Diemetenberg *et al* (1997) que utilizou em um problema de um grau de liberdade, métodos heurísticos no controle da amplitude de vibração na passagem do mesmo pela ressonância. Balthazar *et al* (2001) utilizou a técnica de Tikhonov na obtenção de tempo mínimo de passagem pela ressonância, em um problema vibratório não ideal de dois graus de liberdade.

Pontes Jr.(2003) desenvolveu um procedimento de controle de sistemas com atrito adere-desliza utilizando um controle chaveado inspirado na técnica de controle de estrutura variável, Palácios (2002) apresentou resultados numéricos da técnica de controle por saturação aplicado em um problema do pórtico plano excitado por um motor não ideal, Peruzzi *et al* (2007) utilizou a teoria de Floquet na solução de um problema não ideal, baseado em técnicas de controle desenvolvidos por Sinha *et al* (2000), finalmente, em Piccirillo (2008), um sistema vibratório modelado com memória de forma e excitado por fontes de energia do tipo ideal e não- ideal é controlado, usando o método de Controle Linear Ótimo (Rafikov *et al*, 2008).

Em modelos ideais, podemos citar Nozaki *et al* (2011) que num modelo de AFM, operando no modo não contato, usou o método das múltiplas escalas para encontrar uma

solução periódica e o Controle Linear Ótimo (Rafikov *et al*, 2008) para estabilizar o sistema nessa órbita, em Salaryeh e Alasty (2007) um modelo de AFM, operando em modo tapping, é controlado usando o método de realimentação atrasada baseado na minimização da entropia do sistema; em Fenili e Balthazar (2010) um braço rígido-flexível é modelado e o controle é feito usando o método das Equações Dependentes de Estado de Ricatti (SDRE) e, por fim, em Bueno *et al* (2010), o autor usou o esquema PLL de alta ordem para estabilizar e garantir a performance de um sistema FM-AFM. Nesta seção, alguns métodos de controle são apresentados para contextualizar os próximos passos do trabalho.

2.7.1. Equação De Riccati Dependente Do Estado (SDRE)

A idéia de usar as equações de realimentação de estados de Riccati para sistemas lineares em sistemas não lineares teve início em 1962 (Pearson, 1962). Três décadas passaram e poucas idéias novas surgiram sobre esse método, até que em 1992, Banks (Banks e Manha, 1992) e em 1996, Cloutier (Cloutier, 1997) surgiram com novas idéias para o método. Embora a teoria adjacente seja um pouco escassa, impressionantes resultados com simulações numéricas causaram o aumento do uso do método SDRE no desenvolvimento de controladores não lineares (Erden, 2001).

2.7.1.1. Formulação do Método SDRE

Considere o sistema não linear, representado da seguinte forma:

$$\dot{x} = A(x)x + g(x)u \quad (2.20)$$

E o funcional de desempenho,

$$J = \int_0^{\infty} (e^T Q(e)e + u_r^T R(u)u_r) dt \quad (2.21)$$

que permite a relação entre o erro x e o controle de entrada u , com o uso das matrizes de ponderação $Q(x) \geq 0$, $R(x) > 0 \quad \forall x$, respectivamente, com $x \in R^n$, $u \in R^m$, $f(x) \in C^k$, $g(x) \in C^k$, $Q(x) \in C^k$ e $R(x) \in C^k$, com $k \geq 0$. Ao assumir que $f(0) = 0$ e $g(x) \neq 0 \quad \forall x$, é necessário encontrar uma lei para o controle de realimentação $u(x)$, que levará o sistema para a origem $\forall x$. O método SDRE trabalha com o problema da mesma maneira que o método LQR para sistemas lineares, dessa maneira, as equações do problema são escritas como:

$$\dot{x} = A(x)x + B(x)u \quad (2.22)$$

Onde $f(x) = A(x)x$ é a matriz de estados do sistema e $g(x) = B(x)$. A parametrização anterior só é possível se $f(0) = 0$ e $f(x)$ é diferenciável contínua (Banks e Manha, 1992 e Cloutier, 1996). Dessa forma, procede-se como no caso de um sistema linear invariante, e a lei de controle linear por realimentação de estados u é dada por:

$$u = -R^{-1}(x)B^T(x)P(x) = -K(x)u \quad (2.23)$$

Onde $P(x)$ é a única, simétrica, definida-positiva solução para a equação algébrica das equações dependentes de Riccati:

$$P(x)A(x) + A^T(x)P(x) - P(x)B(x)R^{-1}(x)B^T(x)P(x) + Q(x) = 0 \quad (2.24)$$

A figura 2.10 mostra o fluxograma do funcionamento do método S DRE.

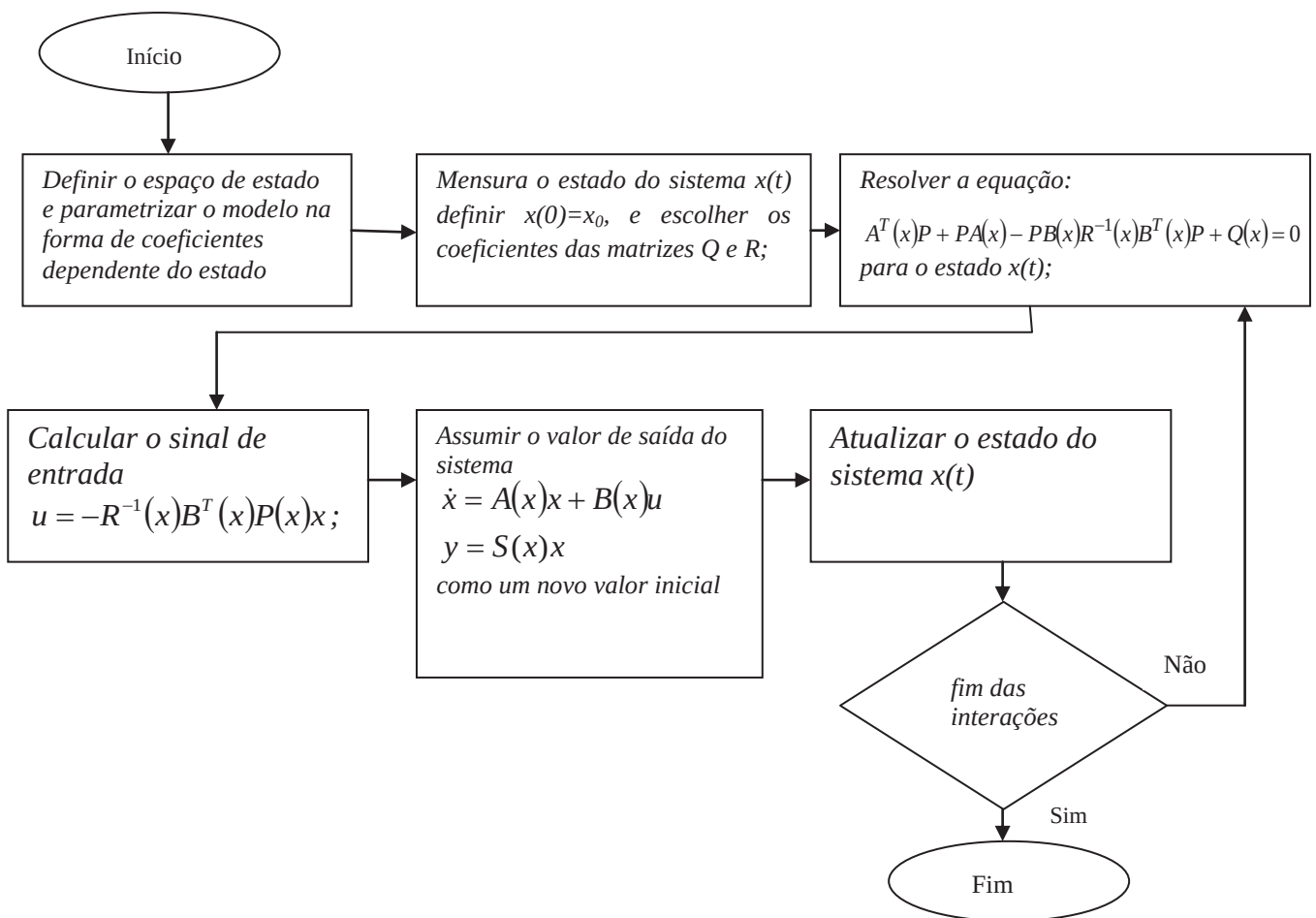


Figura 2.11 – Fluxograma do método SDRE.

2.7.1.2. Características do método SDRE.

No método de controle SDRE, a formulação e o cálculo são processos simples e sistemáticos aplicáveis a uma ampla gama de sistemas dinâmicos não lineares. Há um número infinito de escolhas para a parametrização de $A(x)$ e $B(x)$, entre os quais um par com estabilidade pontual deve ser escolhido. Para sistemas de graus inferiores, a escolha de $A(x)$ e $B(x)$ é simples, já para sistemas com mais graus de liberdade a não unicidade das matrizes dependentes de estado pode ser usado para melhorar o funcionamento do controlador.

A maior vantagem do método de controle SDRE é que as características físicas do modelo podem permanecer intactas, já que o desenvolvedor do controle pode ajustar diretamente o desempenho do método por meio das matrizes $Q(x)$ e $R(x)$. Em outras palavras, a flexibilidade do sistema de controle LQR é diretamente traduzido para o controle de sistemas não lineares. Além disso, $Q(x)$ e $R(x)$ podem variar em função da matriz de estados, dessa forma, diferentes modos de comportamento podem ser impostos em diferentes regiões do espaço de estados.

2.7.2. Método de pré-alimentação (Feedforward).

O controle de pré-alimentação é um método que utiliza um controle do tipo realimentação para manter o sinal estabilizado. Ele não serve para controlar o sinal do sistema, mas para minimizar o erro entre o sinal controlado e o sinal desejado. O controle por pré-alimentação pode responder mais rapidamente para tipos de perturbações conhecidas e mensuráveis, porém não muito com novas perturbações. O

controle por pré-alimentação manuseia qualquer desvio do comportamento desejado de um sistema, mas exige que a variável controlada (saída) do sistema reaja ao distúrbio a fim de notificar o desvio (Seborg *et al*, 1989). A seguir, na figura 2.12 é possível observar um esquema de funcionamento do método em um sistema sofrendo uma perturbação.

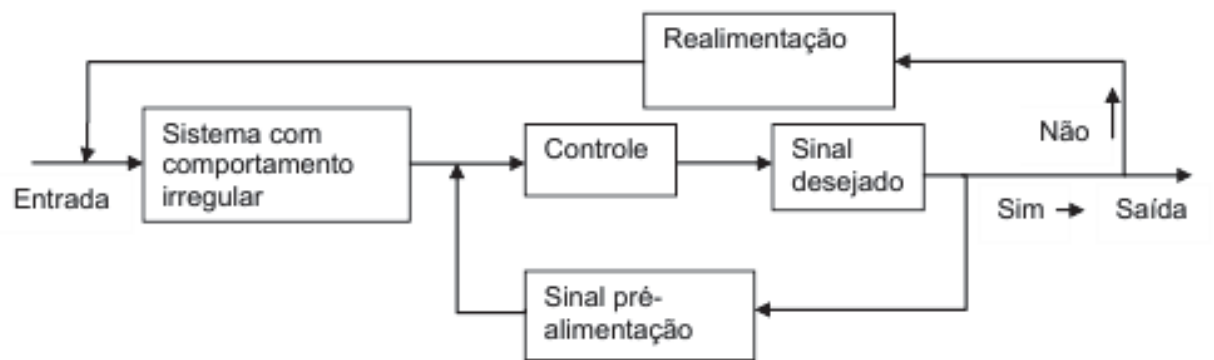


Figura 2.12 – Esquema de funcionamento do método de pré-alimentação.

2.7.3. Método de controle com realimentação de sinal atrasado

Nesse método, o controle de entrada u que estabiliza o sistema caótico é dado pela diferença entre o sinal de saída atual e o sinal de saída passado (Yamasue and Hikiyara, 2006 e Pyragas, 1992, 2002). Uma característica importante do método é que para sua aplicação não há a necessidade de conhecer as características do sistema, nem uma órbita periódica do mesmo. O método busca dentro do sistema uma órbita periódica instável, somente com a mudança do tempo de simulação. A lei de u é dada por:

$$u = K \{ g[x_1(t-\tau), x_2(t-\tau)] - g[x_1(t), x_2(t)] \} \quad (2.16)$$

Onde τ é o sinal a e K é o ganho de realimentação.

O termo $g[x_1(t), x_2(t)]$ e o termo $[x_1(t-\tau), x_2(t-\tau)]$ são escalares do sinal de saída medidos no tempo t atual e no tempo passado $(t-\tau)$ respectivamente. O sinal de controle de entrada representado por 2.16 depende do sinal de saída, e o tempo do atraso τ é ajustado ao período de uma órbita periódica instável que pode estabilizar o sistema dentro do atrator caótico. O sinal de controle de entrada converge para zero depois de estabilizar o sistema para a órbita procurada (Yamasue and Hikiyara, 2006).

Em seguida, na figura 2.13, um esquema simples do funcionamento do método de realimentação atrasada é mostrado.

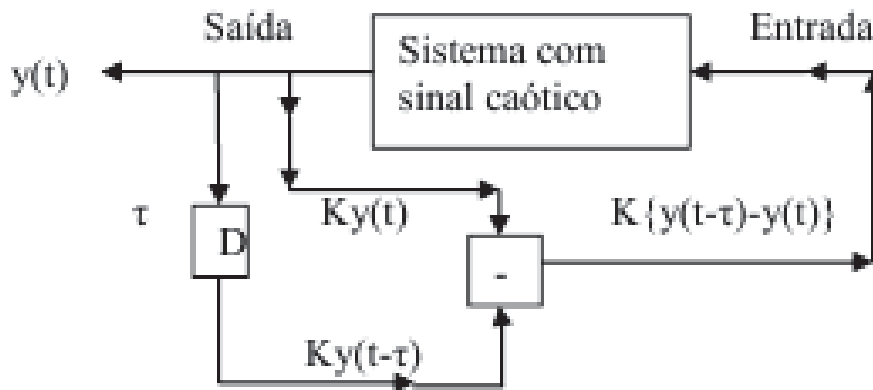


Figura 2.13 – Esquema de funcionamento do método de realimentação por sinal atrasado.

No próximo capítulo, a modelagem do sistema é realizada, e o modelo escolhido para o estudo é o modelo proposto por Rützel *et al* (2006). Essa escolha foi feita porque ao

contrário dos outros modelos, essa proposta não é descontínua e ao modelar a microviga, maiores possibilidades de exploração do sistema podem ocorrer em trabalhos futuros.

CAPÍTULO 3

3. MODELAGEM MATEMÁTICA

Neste capítulo, o modelo sugerido por Rützel *et al* (2006) é escolhido para ser estudado, essa escolha é feita porque nessa formulação, o problema de descontinuidade desse tipo de modo de operação do Microscópio de Força Atômica (modo *Tapping*) é contornado de forma simples, como resultado obtém-se uma Equação Diferencial Ordinária adimensional, o que facilita o seu estudo numérico e analítico.

3.1. Obtenção da equação geral da flexão de uma viga engastada em uma das extremidades, e em balanço.

Usa-se uma abordagem Newtoniana para obtenção da equação da microviga, que é também conhecida como teoria de Euler-Bernoulli para vigas, em seguida, faz-se a adequação dessas equações para o modelo usado no trabalho. Nesta teoria, a rotação e os efeitos de cisalhamento podem ser ignorados (Meirovitch, 2001). Na figura 3.1A, pode-se observar um modelo simplificado de viga em flexão e, na figura 3.1B, é possível verificar o modelo físico que pode ser usado para representar o comportamento de uma viga genérica.

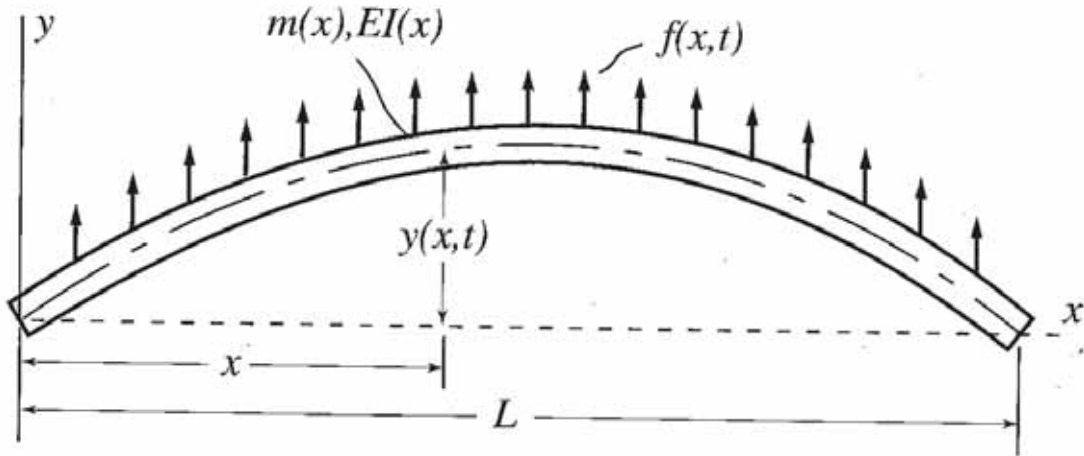


Figura 3.1A – Viga em flexão.

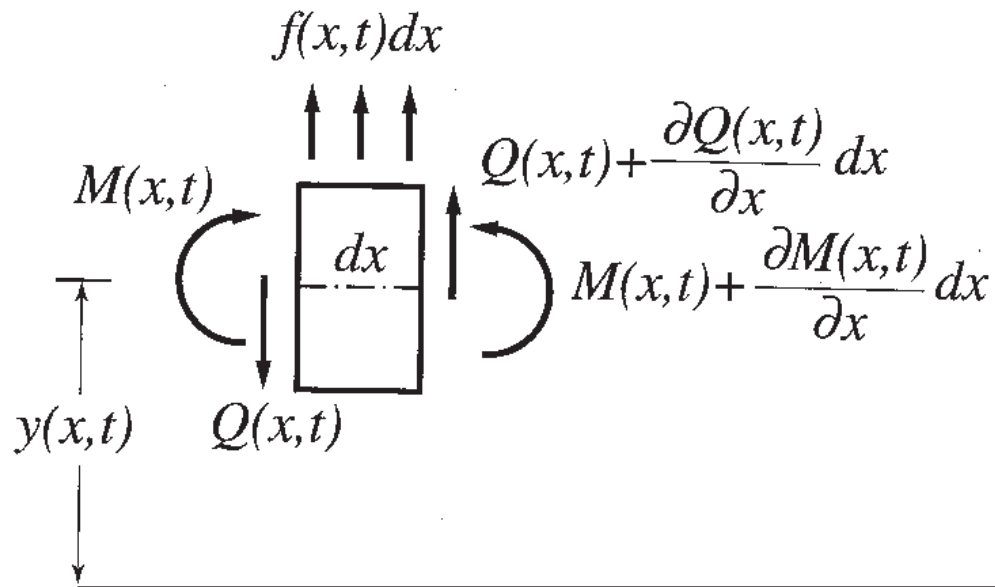


Figura 3.1 B – Diagrama de corpo livre para um elemento de viga (Meirovitch, 2001).

Nesse caso o movimento considerado é na direção vertical, e para esse modelo a equação da força no movimento vertical é (Meirovitch, 2001):

$$\left[Q(x,t) + \frac{\partial Q(x,t)}{\partial x} dx \right] - Q(x,t) + f(x,t)dx = m(x)dx \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}, \quad 0 < x < L \quad (3.1)$$

Além disso, supondo que o produto do momento de inércia do elemento em estudo e da aceleração angular é desprezível, a equação de momento do movimento sobre um eixo normal XY e que passa pelo centro da área da seção transversal é:

$$\left[M(x,t) + \frac{\partial M(x,t)}{\partial x} dx \right] - M(x,t) + \left[Q(x,t) + \frac{\partial Q(x,t)}{\partial x} dx \right] dx + f(x,t) dx \frac{dx}{2} = 0, 0 < x < L \quad (3.2)$$

Ignorando o termo de segunda ordem em dx , e cancelando os termos apropriados, a equação (3.2) do momento se reduz a (Meirovitch, 2001):

$$\frac{\partial M(x,t)}{\partial x} + Q(x,t) = 0, 0 < x < L \quad (3.3)$$

Além disso, cancela-se alguns termos adequadamente, divide-se por dx e substitui-se a equação (3.3) na equação da força (3.1), dessa maneira obtém-se (Meirovitch, 2001):

$$\frac{\partial^2 M(x,t)}{\partial x^2} + f(x,t) = m(x) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}, 0 < x < L \quad (3.4)$$

A equação (3.4) representa o momento de flexão $M(x,t)$ e a força transversal $f(x,t)$ do deslocamento de flexão $y(x,t)$. Segundo Beer e Jonhston (1992), para conseguir uma expressão em função de $y(x,t)$ e $f(x,t)$ temos:

$$M(x,t) = EI(x) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} \quad (3.5)$$

Em seguida, a substituição de 3.5 em 3.3 resulta:

$$Q(x,t) = -\frac{\partial}{\partial x} \left[EI(x) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \right] \quad (3.6)$$

Ao substituir 3.5 em 3.4, obtemos a equação geral de deflexão de uma viga engastada, que como se observa é uma equação diferencial parcial de quarta ordem:

$$m(x) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI(x) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \right] = f(x,t), \quad 0 < x < L \quad (3.7)$$

3.2. Equações governantes da microviga

A seguir, a figura 2.10 representa os modos de flexão da microviga de um microscópio de força atômica operando no modo tapping, já que a figura foi apresentada no capítulo anterior, permanece a numeração original.

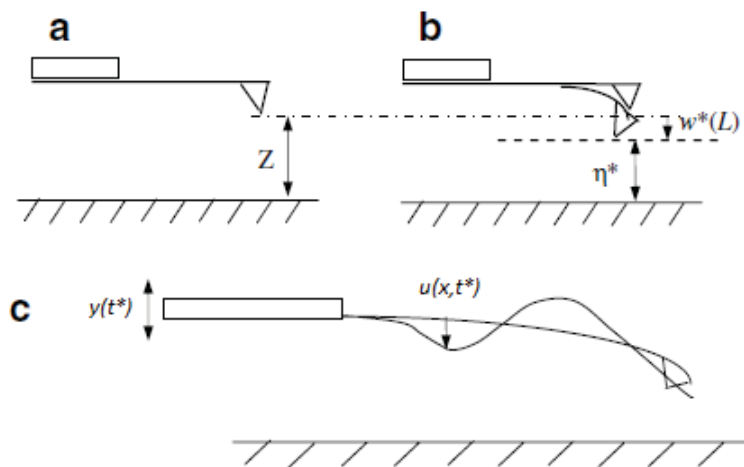


Figura 2.10 – Esquema de deflexão da microviga (Qin-Quan, Chen, 2006).

Na figura 2.10, temos os momentos de deflexão da microviga em:

- (a) inicial;
- (b) intermediário;
- (c) corrente configuração da deformação da microviga.

Nesse modelo, Z é a distância entre a ponteira e a amostra, $w^*(L)$ mostra a deflexão da ponta da microviga em relação ao seu comprimento L , $\eta^* = Z - w^*(L)$ é a distância de equilíbrio entre a ponteira e a amostra considerando a deflexão $w^*(L)$. A deflexão da microviga é representada por $u(x, t^*)$ e a densidade de massa por ρ , E é o módulo de Young e A representa uma secção de área com momento de inércia I . A microviga está presa em $x=0$ e livre em $x=L$.

Na figura 2.10a, as forças de interação entre ponteira e amostra estão inoperantes, em 2.10b, a deflexão $w^*(L)$ ocorre devido às forças de atração e repulsão existentes entre amostra e ponteira, nesse caso, existem não linearidades no movimento da ponta da microviga. A figura 2.10c, representa a atuação das forças de interação na microviga, e sua deflexão, que já está representada por $u(x, t^*)$. Por fim, a vibração do atuador piezoelétrico é representada pela equação $y(t) = Y \sin \Omega t$, onde Ω e Y são a frequência e amplitude da excitação respectivamente. Usando a equação 3.7, com os parâmetros do modelo apresentado, obtemos a equação que representa a relação entre a microviga e uma carga aplicada sobre ela:

$$\rho A \frac{\partial^2 u(x, t^*)}{\partial t^{*2}} + \left(EI \frac{\partial^4 u(x, t^*)}{\partial x^4} \right) + \left(EI \frac{\partial^4 w^*(x)}{\partial x^4} \right) = q(x)u(x, t^*) \quad (3.8)$$

A seguir, usa-se a equação de Lagrange-Bernoulli para descrever a dinâmica do movimento da microviga:

$$S = \int_0^L \left[\frac{1}{2} \rho A \left(\frac{\partial u(x, t^*)}{\partial t^*} \right)^2 - \frac{1}{2} EI \left(\left(\frac{\partial^2 u(x, t^*)}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 \omega^*(x)}{\partial x^2} \right)^2 \right) + q(x) u(x, t^*) \right] dx \quad (3.9)$$

O primeiro termo representa a energia cinética do sistema, o segundo a energia potencial devido às forças internas, e o terceiro a energia potencial devido às forças externas.

A equação de Euler-Lagrange é usada para minimizar o funcional S . Desta maneira, a equação de Euler-Lagrange aplicada à equação e Euler-Bernouli fica:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI \left(\left(\frac{\partial^2 u(x, t^*)}{\partial x^2} \right) + \left(\frac{\partial^2 \omega^*(x)}{\partial x^2} \right) \right) \right) = -\rho A \left(\frac{\partial^2 u(x, t^*)}{\partial t^{*2}} \right) + q(x) \quad (3.10)$$

Ao simplificar a equação 3.10, obtém-se:

$$\rho A \left(\frac{\partial^2 u(x, t^*)}{\partial t^{*2}} \right) + EI \left(\left(\frac{\partial^4 u(x, t^*)}{\partial x^4} \right) + \left(\frac{\partial^4 \omega^*(x)}{\partial x^4} \right) \right) = q(x) \quad (3.11)$$

Nesse caso $q(x)$ representa a força distribuída ao longo da microviga.

3.3.1. Condições de contorno

Observa-se que a equação 3.11 é uma equação diferencial parcial de quarta ordem, por conta disso, é necessário o uso de condições de contorno para encontrar a solução $u(x, t^*)$. Nesse caso, a força $q(x)$ ao longo da microviga é uma função descontínua, o que possibilita o uso da função δ de Dirac (Witmer, 1992):

$$u(x, t^*)|_{x=0} = 0, \quad \left. \frac{du(x, t^*)}{dx} \right|_{x=0} = 0, \quad \left. \frac{d^2 u(x, t^*)}{dx^2} \right|_{x=L} = 0,$$

Por definição, a função delta de Dirac é:

$$\int_x^L q(x) \delta(L - x) = q(x),$$

Conclui-se que

$$q(x) = -q(x) \delta(L - x) = q(x) \delta(x - L) \quad (3.12)$$

Substitui-se 3.12 em 3.11, então se obtém a equação de deflexão da microviga:

$$\rho A \ddot{u}(x, t^*) + EI(u'''' + \omega^* u''(x)) = q(x) \delta(x - L) \quad (3.13)$$

Na próxima seção, $q(x)$ é modelada como força de atração/repulsão derivada do potencial de interação de Lennard-Jones (Salarieh e Alasty, 2007).

3.3. Equações que representam as interações entre ponteira e amostra

O potencial de Lennard-Jones representa o potencial de interações entre amostra e uma ponteira esférica (Rützel *et al*, 2006). Segundo Basso *et al* (2000) e Israelachvili (1991), a representação das interações entre uma ponteira de raio R e a superfície da amostra com uma distância z é:

$$U_{L,J} = \frac{A_1 R}{1260z^7} - \frac{A_2 R}{6z} \quad (3.14)$$

Ao derivar 3.14 em z , obtemos o potencial de Lennard Jones $P_{L,J}$:

$$P_{L,J}(z) = -\frac{\partial U_{L,J}}{\partial z} = +\frac{A_1 R}{180z^8} - \frac{A_2 R}{6z^2} \quad (3.15)$$

Onde A_1 e A_2 são as constantes de Hamaker, e representam simultaneamente o potencial atrativo e repulsivo. As constantes de Hamaker são dadas pelas expressões:

$$A_1 = \pi^2 \rho_1 \rho_2 c_1 \text{ e } A_2 = \pi^2 \rho_1 \rho_2 c_2 .$$

A distância z , no modelo representado pela figura 2.10, é dada por:

$$z = \eta^* - u(L, t^*) - Y \sin(\Omega t^*) \quad (3.16)$$

Substituição de 3.16 em 3.15 origina:

$$P_{L,J}(z) = -\frac{A_1 R}{180(\eta^* - u(L, t^*) - Y \sin(\Omega t^*))^8} + \frac{A_2 R}{6(\eta^* - u(L, t^*) - Y \sin(\Omega t^*))^2} \quad (3.17)$$

3.4. Equação governante do movimento de flexão da microviga

No modelo em estudo, tem-se que $q(x) = P_{L,J}(z)$. Da substituição de 3.17 em 3.13 obtém-se a equação diferencial parcial que representa o movimento de flexão da microviga e as interações entre ponteira e amostra.

$$\begin{aligned} \rho A \ddot{u}(x, t^*) + EI(u''''(x, t^*) + \omega^{*''''}(x)) = \\ = \left(-\frac{A_1 R}{180(\eta^* - u(L, t^*) - Y \sin \Omega t^*)^8} + \frac{A_2 R}{6(\eta^* - u(L, t^*) - Y \sin \Omega t^*)^2} \right) \cdot \delta(x - L) + \\ + \rho A \Omega^2 Y \sin \Omega t^* \end{aligned} \quad (3.18)$$

3.6. Uso do método de Galerkin e adimensionalização do sistema

A formulação matemática mais usada para representar sistemas envolvendo duas ou mais variáveis tais como: tempo, comprimento, ângulo, entre outros, é a equação diferencial parcial (Wóznicki, 2010). Na prática, as equações diferenciais parciais são mais difíceis de analisar e encontrar soluções, neste caso, é mais simples encontrar soluções para equações diferenciais ordinárias, por isso, é comum aproximar sistemas contínuos (Equações Diferenciais Parciais) a sistemas discretos (Equações Diferenciais Ordinárias) (Meirovitz, 2001). Nesse trabalho, o método de Galerkin é usado para realizar essa aproximação no sistema contínuo representado pela equação (3.18).

3.5. Aproximação com o uso do método de Galerkin

O método de Galerkin consiste em um método de aproximação de equações diferenciais parciais em equações diferenciais ordinárias e pode ser classificado genericamente como um método de resíduos ponderados (Meirovitch, 1997 e Shabana, 1991). A equação 3.18 pode ser reescrita de uma forma mais geral, e ser representada por:

$$M(u(x, t^*)) - F(x, t) = 0 \quad (3.19)$$

Sendo:

$$M(u(x, t^*)) = \rho A \ddot{u}(x, t^*) + EI(u''''(x, t^*) + \omega^{*''''}(x)) \quad (3.20)$$

e

$$F(x, t) = \left(-\frac{A_1 R}{180(\eta^* - u(L, t^*) - Y \sin \Omega t^*)^8} + \frac{A_2 R}{6(\eta^* - u(L, t^*) - Y \sin \Omega t^*)^2} \right) \delta(x - L) + \\ + \rho A \Omega^2 Y \sin \Omega t^* \quad (3.21)$$

Ao usar a abordagem de separação de variáveis, o método de Galerkin aproxima a solução $u(x, t^*)$ pela série:

$$\hat{u}(x, t^*) = \sum_1^n \phi_i(x) q_i(t^*) \quad (3.22)$$

Sendo $\phi_i(x)$ funções espaciais chamadas de funções de aproximação, e $q_i(t^*)$ coordenadas temporais por hora desconhecidas. É claro que a aproximação sugerida não satisfaz exatamente a solução da equação 3.18, portanto, o lado direito da equação 3.19 fica:

$$M(u(x, t^*)) - F(x, t) = R_e$$

Sendo R_e o erro resultante da aproximação, também chamado de resíduo, uma variação virtual na solução aproximada resulta:

$$\delta \hat{u}(x, t^*) = \phi_i(x) \delta q_i \quad (3.23)$$

Multiplicação de ambos os lados de 3.21 por 3.23, e integração de 0 a L resulta:

$$\sum_{i=1}^n \left\{ \int_0^L [M(\hat{u}(x, t^*)) - F(x, t^*) - R_e] \phi_i(x) dx \right\} \delta q_i(t) = 0 \quad (3.24)$$

Como as coordenadas temporais são supostas linearmente independentes, a equação 2.24 resulta em:

$$\int_0^L [M(\hat{u}(x, t^*)) - F(x, t^*)] \phi_i(x) dx = \int_0^L R_e \phi_i(x) dx, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.25)$$

No método de Galerkin, as funções de aproximação são escolhidas de forma que o resíduo seja ortogonal ao espaço gerado por elas, ou seja:

$$\int_0^L R_e \phi_i(x) dx = 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.26)$$

Na ausência de forças internas adicionais e sob forças que atuam perto das frequências de ressonância, apenas um modo de vibrar da microviga é levado em consideração (Qin-Quan e Chen, 2007). Uma aproximação para uma solução exata pode ser dada por:

$$u(x, t^*) = \phi_1(x) q_1(t^*) \quad (3.27)$$

A variação virtual é, portanto:

$$\delta u(x, t^*) = \phi_1(x) \delta q_1 \quad (3.28)$$

Usando 3.27 em 3.25 e 3.26, obtém-se:

$$\int_0^L [M(u(x, t^*)) - F(x, t^*)] \phi_1(x) dx = \int_0^L R_e \phi_1(x) dx \quad (3.29)$$

e,

$$\int_0^L R_e \phi_1(x) dx = 0 \quad (3.30)$$

Dessa forma, segue:

$$\int_0^L [M(\phi_1(x) q_1(t)) - F(\phi_1(x) q_1(t))] \phi_1(x) dx = 0 \quad (3.31)$$

A equação 3.31 pode ser escrita da seguinte maneira:

$$\int_0^L [M(\phi_1(x) q_1(t))] \phi_1(x) dx = \int_0^L [F(\phi_1(x) q_1(t))] \phi_1(x) dx \quad (3.32)$$

Usando 3.20 e 3.21 em 3.32, tem-se:

$$\begin{aligned}
 & \int_0^L \left[\rho A (\ddot{\phi}_1(x) \ddot{q}_1(t^*)) + EI (\phi_1''''(x) q_1''''(t^*) + \omega^{*''''}(x)) \right] \phi_1(x) dx = \\
 & = \int_0^L \left[\left(-\frac{A_1 R}{180(\eta^* - \phi_1(L) q_1(t^*) - Y \sin \Omega t^*)^8} + \frac{A_2 R}{6(\eta^* - \phi_1(L) q_1(t^*) - Y \sin \Omega t^*)^2} \right) \phi_1(x) dx + \right. \\
 & \left. + \int_0^L \rho A \Omega^2 Y \sin \Omega t^* \phi_1(x) dx \right]
 \end{aligned}$$

Reescrevendo a equação acima:

$$\begin{aligned}
 & \rho A \int_0^L \ddot{\phi}_1(x) \phi_1(x) \ddot{q}_1(t^*) dx + EI \int_0^L \phi_1(x) \phi_1''''(x) q_1''''(t^*) dx + \int_0^L \phi_1(x) \omega^{*''''}(x) dx \\
 & = \int_0^L \left(\frac{A_1 R}{180(\eta^* - \phi_1(L) q_1(t^*) - Y \sin \Omega t^*)^8} \right) \phi_1(x) dx + \\
 & + \int_0^L \left(\frac{A_2 R}{6(\eta^* - \phi_1(L) q_1(t^*) - Y \sin \Omega t^*)^2} \right) \phi_1(x) dx + \\
 & + \int_0^L \rho A \Omega^2 Y \sin \Omega t^* \phi_1 dx
 \end{aligned} \tag{3.33}$$

Para adimensionalizar e obter a equação que diferencial que rege o sistema temos:

$$x_1(t^*) = \phi_1(L) q_1(t^*), \quad y = \frac{x_1(t^*)}{\eta^*}, \quad t^* = \omega_0 t, \quad \eta^* = Z - w^*(L), \quad \bar{\Omega} = \frac{\Omega}{\omega_0}, \quad d_1 = \frac{c_1}{\omega_0 \rho A \int_0^L \phi_1^2 dx},$$

$$D_1 = (1 - \bar{\alpha}) \Gamma_1, \quad C_{11} = -\frac{A_1 R}{180 k (\eta^*)^9} \Gamma_1, \quad C_{12} = -\frac{A_2 R}{6 k (\eta^*)^3} \Gamma_1, \quad \eta = \frac{Y}{\eta^*}, \quad \omega_0^1 = \frac{EI \int_0^L \phi_1 \phi_1'''' dx}{\rho A \int_0^L \phi_1^2 dx},$$

$$\bar{\alpha} = \frac{Z}{\eta^*}, \quad k = \frac{3EI}{L^3}, \quad \Gamma_1 = \frac{k \phi_1^2(L)}{\omega_0^2 \rho A \int_0^L \phi_1^2 dx}, \quad E_1 = \frac{\phi_1(L) \int_0^L \phi_1 dx}{\int_0^L \phi_1^2 dx},$$

Ao usar os dados da tabela 3.1, a seguir, com uma microviga do tipo Si-Si (111) e com uma amostra de silicone, obtém-se:

$$\ddot{y} = -d_1 \dot{y} - y + D_1 + \frac{C_{11}}{(1 - y - \eta \sin \bar{\Omega} t)^8} + \frac{C_{12}}{(1 - y - \eta \sin \bar{\Omega} t)^2} + \eta \bar{\Omega}^2 E_1 \sin \bar{\Omega} t \quad (3.34)$$

Com os seguintes parâmetros:

$$d_1 = 0.01, \quad D_1 = -0.148967, \quad C_{11} = -4.59118 \times 10^{-5}, \quad C_{12} = 0.149013, \quad E_1 = 1.57367, \\ \bar{\Omega} = 1$$

Sendo η a amplitude adimensional do sistema.

Descrição	Símbolo	Tipo Si-Si(111)
Comprimento	L	449 μm
Largura	B	46 μm
Espessura	H	1.7 μm
Raio da ponteira	R	150 nm
Dens. Do material	ρ	2 330 kg m ⁻³
Rigidez estática	K	0.11 N m ⁻¹
Módulo elástico	E	176 gpa
1ª ressonância	F_1	11.804 khz
Fator Q (ar)	Q	100
Hamaker (at.)	A_2	$1.865 \times 10^{-19} J$
Hamaker (rep.)	A_1	$11.359 6 \times 10^{-70} J m^6$

Tabela 3.1 - Propriedades e dimensões da microviga (Rützel *et al*, 2006).

Na equação 3.34, y é o deslocamento da ponta da microviga em direção à amostra, que foi adimensionalizado em função da distância de equilíbrio entre a ponteira e a amostra.

O parâmetro η representa a amplitude da vibração do atuador piezo elétrico. Os

parâmetros C_{11} , C_{12} , d_1 , D_1 e E_1 foram obtidos no processo de adimensionalização.

Notas-se que $D_1 + C_{11} + C_{12} = 0$ na substituição de $y = \eta = 0$, então a equação 3.34 é totalmente satisfeita.

No próximo capítulo, simulações numéricas são realizadas no sistema com o objetivo de encontrar comportamento caótico no mesmo.

CAPÍTULO 4

4. SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

Neste capítulo, a dinâmica do sistema representado pela equação 3.34 é analisada através de simulações numéricas com o uso do software Matlab®, e do integrador ODE45, com esse estudo, é possível identificar a presença de caos no sistema.

4.1. Análise de Estabilidade

Nesta seção, a estabilidade do sistema é analisada através do diagrama de bifurcações e com a obtenção dos expoentes de Lyapunov.

4.1.1. Diagrama de bifurcação

Uma importante ferramenta para entender o comportamento do sistema é o diagrama de bifurcação, com ele é possível analisar o sistema quando um dado do parâmetro varia e verificar se existem pontos de bifurcação, ou regiões de caos.

Para a simulação, os parâmetros escolhidos são os encontrados durante a adimensionalização usando a tabela 3.1. Para o sistema:

$$\ddot{y} = -d_1 \dot{y} - y + D_1 + \frac{C_{11}}{(1 - y - \eta \sin \bar{\Omega} t)^8} + \frac{C_{12}}{(1 - y - \eta \sin \bar{\Omega} t)^2} + \eta \bar{\Omega}^2 E_1 \sin \bar{\Omega} t \quad (3.34)$$

E com parâmetros:

$$d_1 = 0.01, \quad D_1 = -0.148967, \quad C_{11} = -4.59118 \times 10^{-5}, \quad C_{12} = 0.149013, \quad E_1 = 1.57367,$$

$$\bar{\Omega} = 1$$

Obtém-se a figura 4.1, com o valor de η variando de 0 a 2:

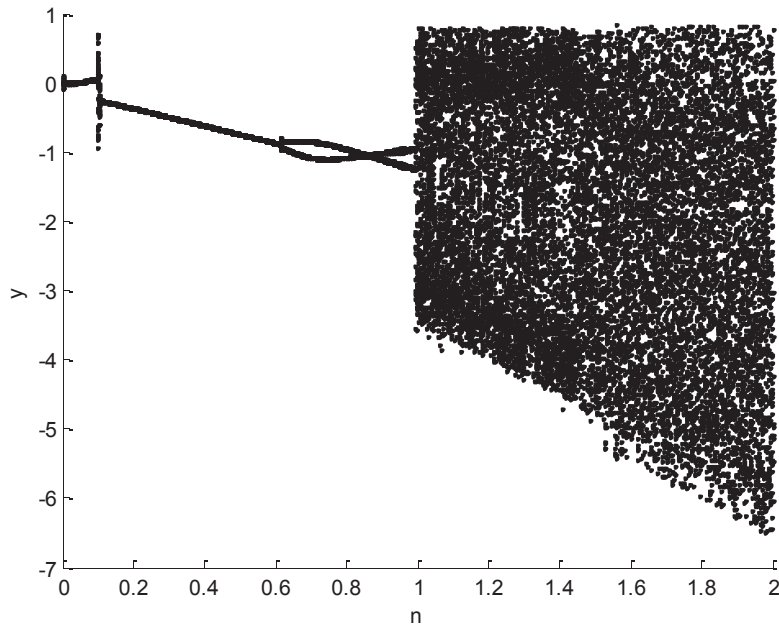


Figura 4.1 - Diagrama de Bifurcação com variação do parâmetro η .

Para $0 \leq \eta < 0.613$ observa-se que o comportamento do sistema é periódico, para $\eta = 0.613$, observa-se a primeira bifurcação e o sistema se torna 2-periódico, para $\eta \geq 0.99$ o comportamento do sistema é caótico.

4.1.2. Expoentes de Lyapunov

O expoente de Lyapunov λ é um parâmetro de caracterização dinâmica de atratores. Ele mede a taxa de divergência de órbitas vizinhas dentro do atrator e, assim, quantifica a sensibilidade do sistema às condições iniciais. Analogamente, pode-se dizer que o expoente de Lyapunov fornece uma indicação de quão rápido perde-se informação movendo-se ao longo do atrator. Em sistemas caóticos, associados a um atrator estranho, a dependência das condições iniciais implica na existência de pelo menos um expoente de Lyapunov positivo (Gandur, 2001).

Em seguida, através de simulações numéricas, os expoentes de Lyapunov são calculados, e a figura 4.2 mostra o comportamento dos mesmos ao longo do tempo.

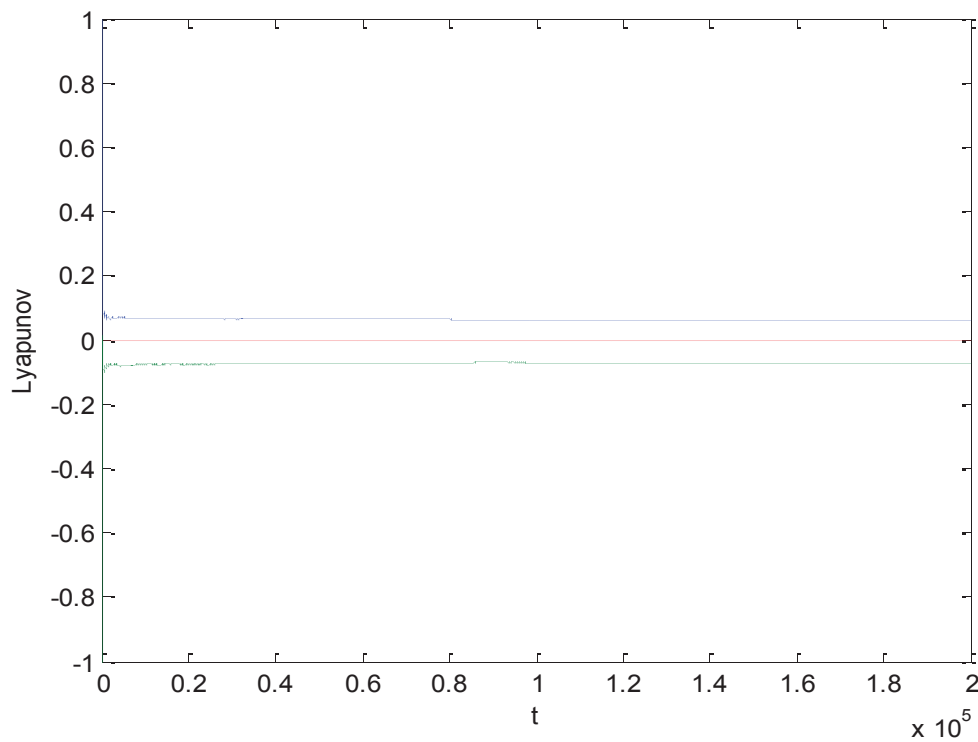


Figura 4.2 – Expoente de Lyapunov.

Os valores para os expoentes de Lyapunov são: $\lambda_1 = 0.062205$, $\lambda_2 = 0$, e $\lambda_3 = -0.072190$. A simulação foi realizada com $t = 2 \times 10^5$ e o valor do expoente positivo manteve-se estável, segundo o teorema 4.1, é possível afirmar que o sistema é instável.

Na sequência do trabalho, para garantir que o sistema é caótico, observa-se o comportamento do mesmo para as simulações que seguem.

4.2. Simulações numéricas:

Ao considerar o sistema 3.34 escrito na forma de estados e com as seguintes trocas de variáveis, $x_1 = y$, $x_2 = \dot{y}$, temos:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -x_1 - d_1 x_2 + B_1 + \frac{C_{11} + C_{12}(1 - x_1 - \eta \sin(\Omega t))^6}{(1 - x_1 - \eta \sin(\Omega t))^8} + \eta \Omega^2 E_1 \sin(\Omega t)\end{aligned}\quad (4.1)$$

Os parâmetros obtidos, após a adimensionalização realizada no capítulo anterior e análise de estabilidade da seção anterior, são:

$$d_1 = 0.01, \quad D_1 = -0.148967, \quad C_{11} = -4.59118 \times 10^{-5}, \quad C_{12} = 0.149013, \quad E_1 = 1.57367, \\ \eta = 0.99 \text{ e } \omega = 1$$

A figura 4.3 é o retrato de fase do sistema, esta figura mostra o comportamento do mesmo e faz um gráfico da posição $x(t)$ pela velocidade $\dot{x}(t)$, na figura gerada é possível observar comportamento irregular do sistema e a presença de vários períodos e de atratores estranhos.

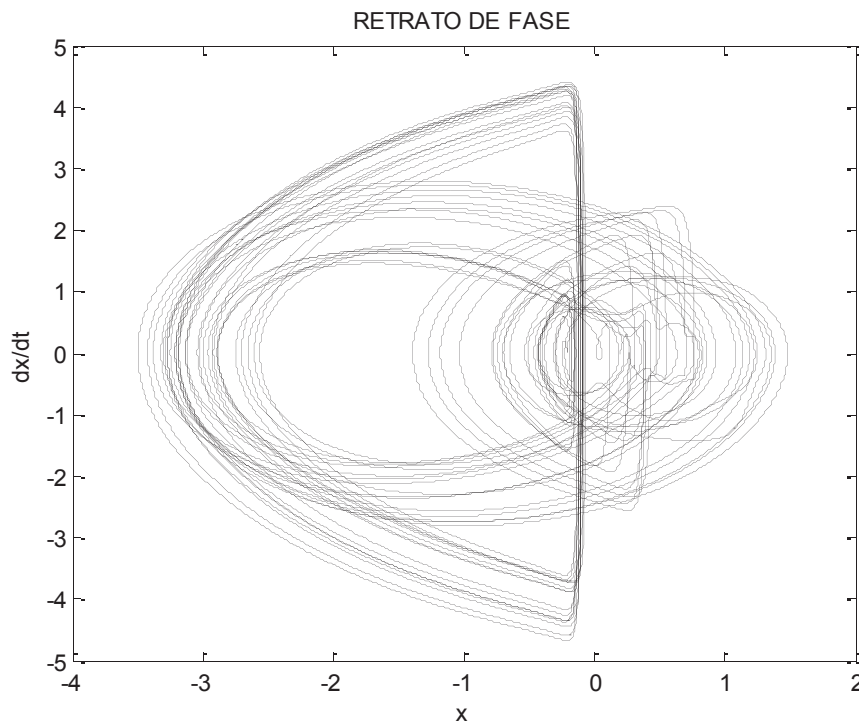


Figura 4.3 - Retrato de fase com comportamento irregular.

O próximo gráfico é o mapa de Poincaré, ele mostra uma visão lateral do retrato de fase, em que cada ponto é a passagem de uma linha do retrato mostrado na figura 4.3. Nesta imagem, é possível verificar a existência de um atrator estranho.

A seguir, na figura 4.4, observa-se o mapa de Poincaré e na figura 4.5, tem-se a ampliação da figura 4.4.

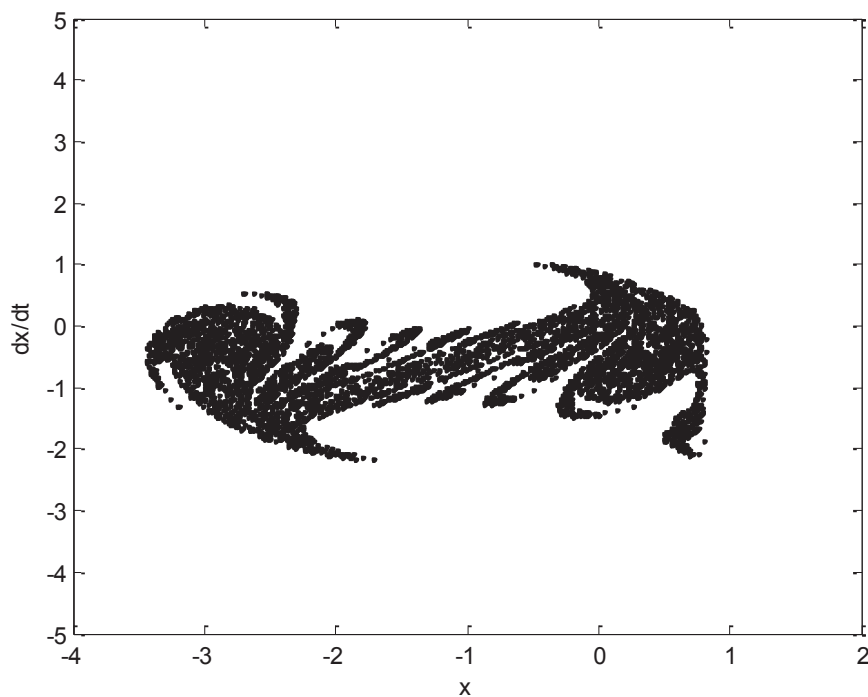


Figura 4.4 – Mapa de Poincaré com atrator estranho.

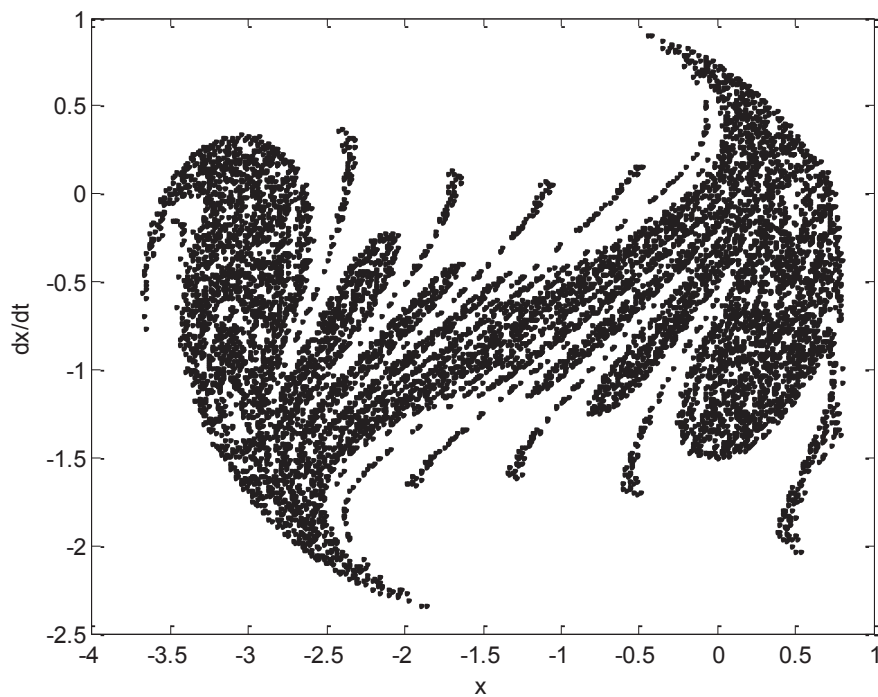


Figura 4.5 – Ampliação da figura 4.4.

Na figura 4.6, a figura trata do histórico do tempo, nesse gráfico, não é possível detectar a presença de comportamento periódico no sistema.

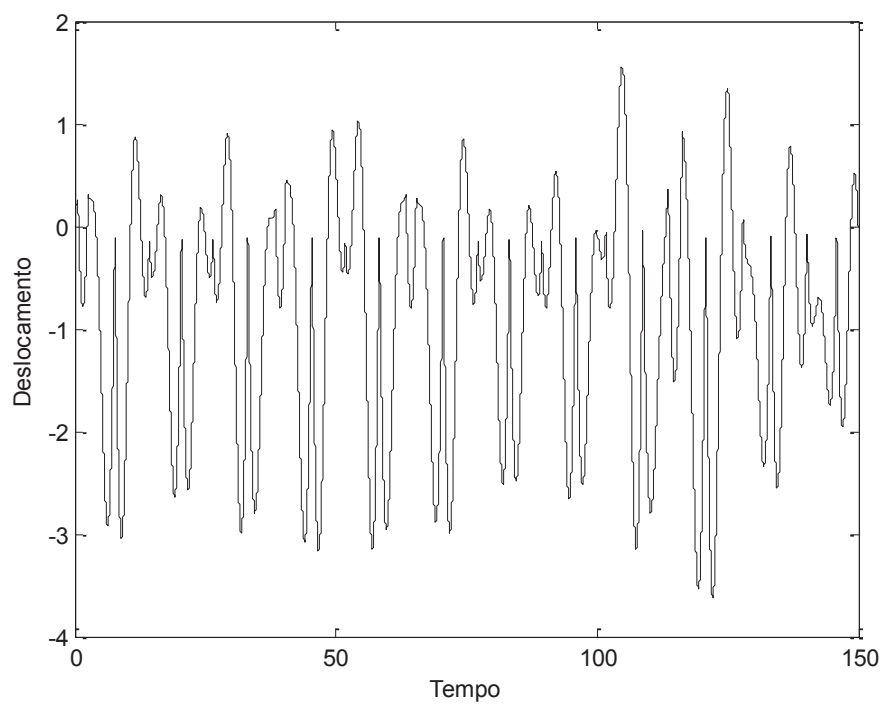


Figura 4.6 – Histórico de deslocamento sem período aparente.

Em seguida, a figura 4.7 mostra a FFT do sistema, com espectro irregular, mais um indício de que o sistema pode apresentar comportamento caótico.

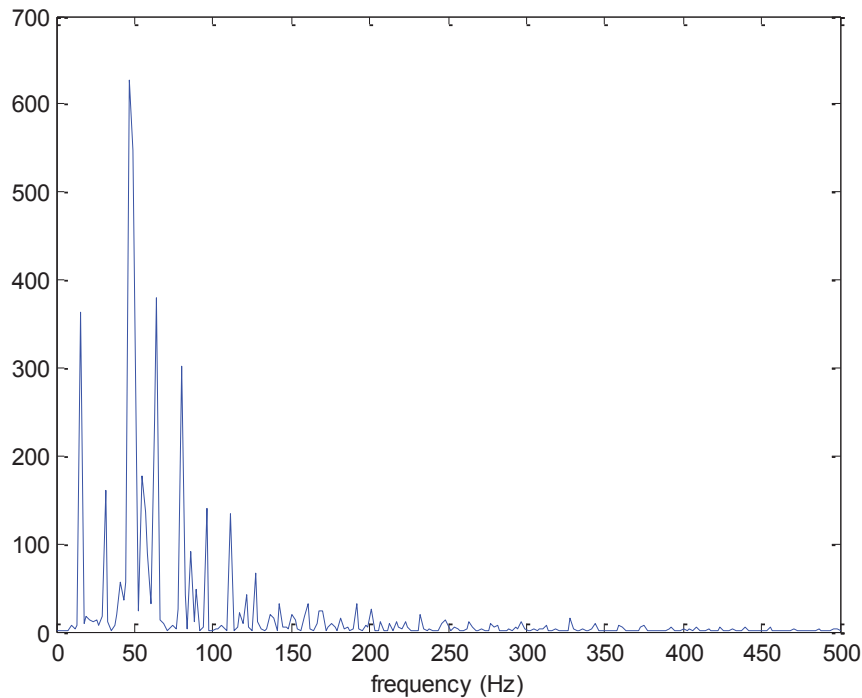


Figura 4.7 – FFT com espectro irregular e picos de ressonância.

Após análise de estabilidade realizada na seção 4.1, e das simulações numéricas representadas pelas figuras de 4.3 à 4.7, é certo afirmar que o sistema apresenta comportamento caótico. O retrato de fase, figura 4.3, apresenta movimento irregular e a presença de atratores estranhos. Em seguida, o histórico de deslocamento 4.4 não apresenta período aparente, em seguida, o espectro de Fourier mostra a presença de comportamento irregular. Por fim, o mapa de Poincaré mostra um atrator estranho, outro forte indício de comportamento caótico.

Ao pensar na análise como um todo, desde o diagrama de bifurcação e a escolha do parâmetro η , pode-se afirmar que para $\eta = 0.99$ e com os outros parâmetros usados, o sistema representado pela equação 3.34 é caótico. No próximo capítulo, soluções

periódicas são buscadas com o uso do HBM e com a mudança de parâmetros no sistema.

CAPÍTULO 5

5. SOLUÇÕES PERIÓDICAS

Neste capítulo, apresentam-se dois métodos para encontrar soluções periódicas no sistema 3.34, o primeiro é o Método do Balanço Harmônico e o segundo consiste em encontrar solução periódica no sistema com a mudança de alguns parâmetros.

5.1. Aplicação do Método do Balanço Harmônico

No capítulo 2, o método do balanço harmônico é descrito e nesta seção é aplicado ao sistema. Ao usar uma série de harmônicos parecida com a série de Fourier, obtém-se:

$$y(t) = \sum_{n=0}^N A_n \cos(n\omega t) + B_n \sin(n\omega t) \quad (5.1)$$

Escolhe-se o primeiro harmônico na busca da solução periódica:

$$y(t) = A_0 + A_1 \cos(\omega t) + B_1 \sin(\omega t) \quad (5.2)$$

Com as condições iniciais, $y(0) = y_0$, e $\dot{y}(0) = \dot{y}_0$, obtém-se:

Para $y(0) = y_0$;

$$y(0) = A_0 + A_1 \cos(\omega.0) + B_1 \text{sen}(\omega.0) \quad (5.3)$$

De 5.3, obtém-se:

$$A_0 + A_1 = y_0 \quad (5.4)$$

Para $\dot{y}(0) = \dot{y}_0$;

$$\dot{y}(0) = -A_1 \text{sen}(\omega.0).\omega + B_1 \cos(\omega.0).\omega \quad (5.5)$$

De 5.5, obtém-se:

$$B_1 = \dot{y}_0 \quad (5.6)$$

Substituição de 5.3 em 3.34 obtém-se:

$$\begin{aligned} & -d_1(-A_1 \text{sen}(\omega t)\omega - B_1 \cos(\omega t).\omega) - (A_0 + A_1 \cos(\omega t) + B_1 \text{sen}(\omega t)) + \\ & + D_1 + \frac{C_{11}}{(1 - (A_0 + A_1 \cos(\omega t) + B_1 \text{sen}(\omega t)) - \eta \text{sen} \bar{\Omega} t)^8} + \\ & + \frac{C_{12}}{(1 - (A_0 + A_1 \cos(\omega t) + B_1 \text{sen}(\omega t)) - \eta \text{sen} \bar{\Omega} t)^2} + \eta \omega^2 E_1 \text{sen} \bar{\Omega} t = 0 \end{aligned} \quad (5.7)$$

Ao equacionar 5.7, obtém-se:

$$-A_1 \cos(\omega t) \omega^2 - B_1 \sin(\omega t) \omega^2 = 0 \quad (5.8)$$

$$d_1(-A_1 \sin(\omega t) \omega - B_1 \cos(\omega t) \omega) = 0 \quad (5.9)$$

$$+(A_0 + A_1 \cos(\omega t) + B_1 \sin(\omega t)) - D_1 =$$

$$\frac{C_{11}}{(1 - (A_0 + A_1 \cos(\omega t) + B_1 \sin(\omega t)) - \eta \sin \bar{\Omega} t)^8} + \frac{C_{12}}{(1 - (A_0 + A_1 \cos(\omega t) + B_1 \sin(\omega t)) - \eta \sin \bar{\Omega} t)^2} +$$

$$\eta \omega^2 E_1 \sin \bar{\Omega} t \quad (5.10)$$

Considerando 5.4, 5.6, 5.8, 5.9 e 5.10, obtém-se os seguintes termos constantes:

$$A_0 + B_1 = 0 \quad (5.11)$$

Por fim, usando as condições iniciais $y(0) = 0.2$ e $\dot{y}(0) = 0$, obtém-se:

$$y = -0.148967 + 0.348967 \cos(t) \quad (5.12)$$

A seguir, podemos observar nas figuras 5.1 e 5.2, a periodicidade da solução encontrada:

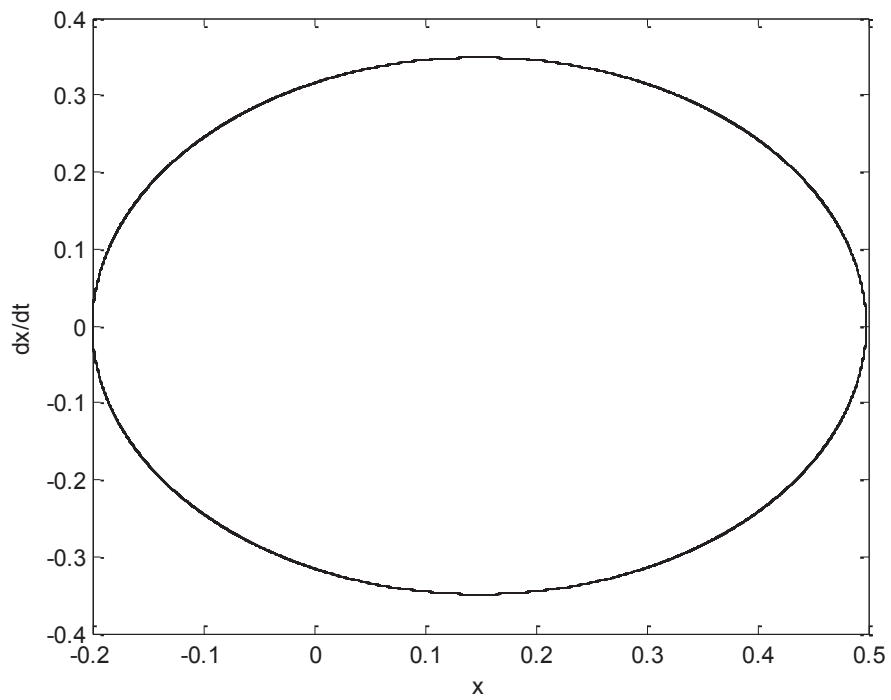


Figura 5.1 – Solução periódica encontrado com HBM.

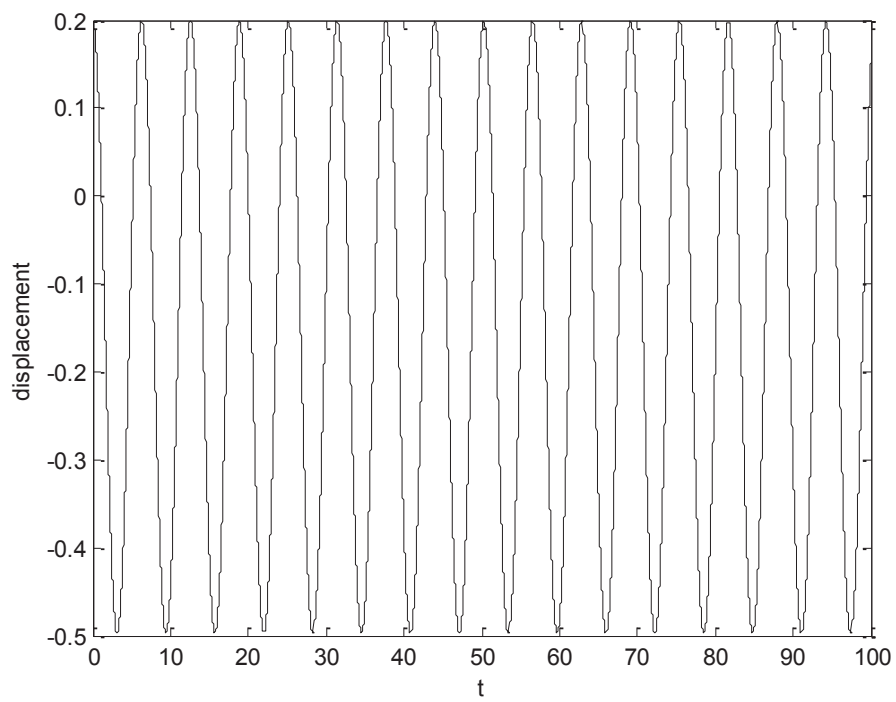


Figura 5.2 – Deslocamento da órbita periódica.

Nas figuras 5.3 e 5.4, é possível observar a órbita encontrada juntamente com o sistema com comportamento caótico.

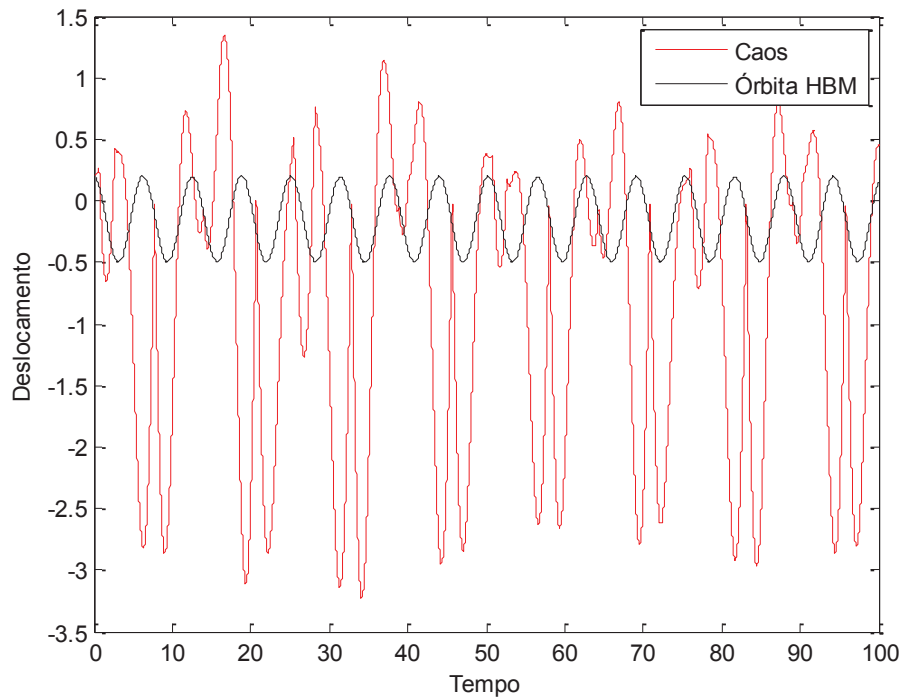
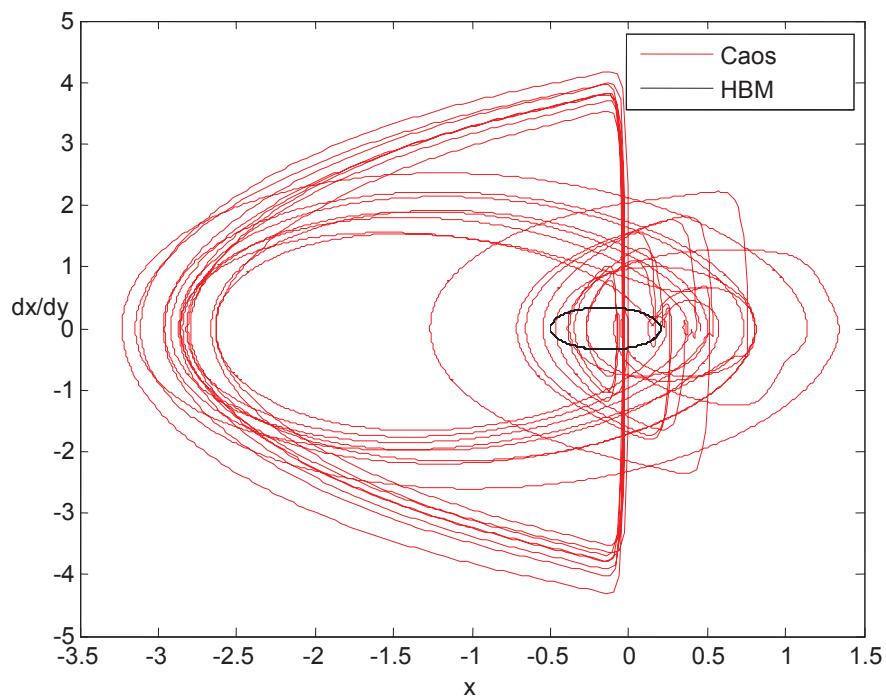


Figura 5.3 – Histórico de tempo com movimento caótico e periódico.



5.4 – Retrato de fase do movimento caótico e periódico.

Como visto nas figuras 5.3 e 5.4, a busca por uma solução periódica dentro do sistema 3.34 obteve êxito. Na próxima seção, a busca por uma solução periódica não será analítica, será através da mudança de alguns parâmetros do sistema 3.34.

5.2. Sistema com comportamento periódico

Assim como mencionado anteriormente, nesta seção a busca por uma resposta periódica do sistema será através da mudança de alguns parâmetros. Para isso, analisa-se o seguinte diagrama de bifurcação:

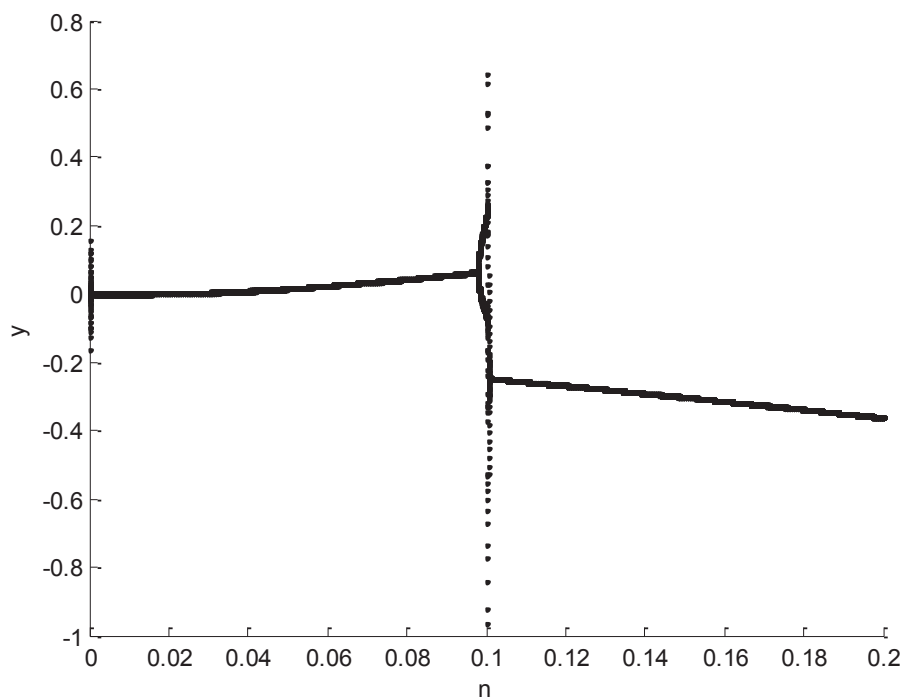


Figura 5.5 – Diagrama de bifurcação da região $0 \leq \eta \leq 0.2$.

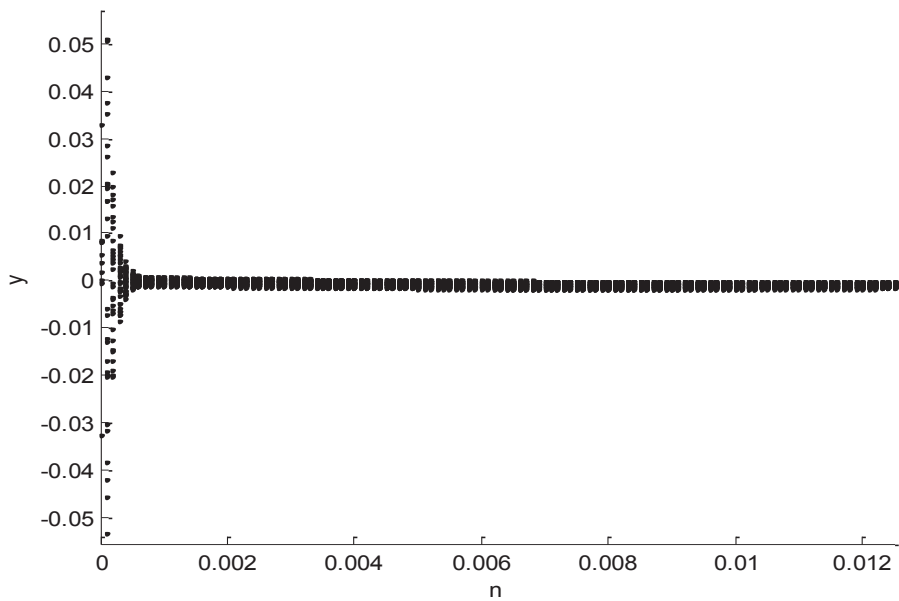


Figura 5.6 – Ampliação da figura 5.5.

Nas figuras 5.5 e 5.6, observa-se que para $0 \leq \eta \leq 0.2$, o sistema é periódico. Ao adotar os parâmetros $E_1 = 50$ e $\eta = 0.01$, obtém-se as figuras 5.7 e 5.8 que são o retrato de fase e histórico de deslocamento respectivamente:

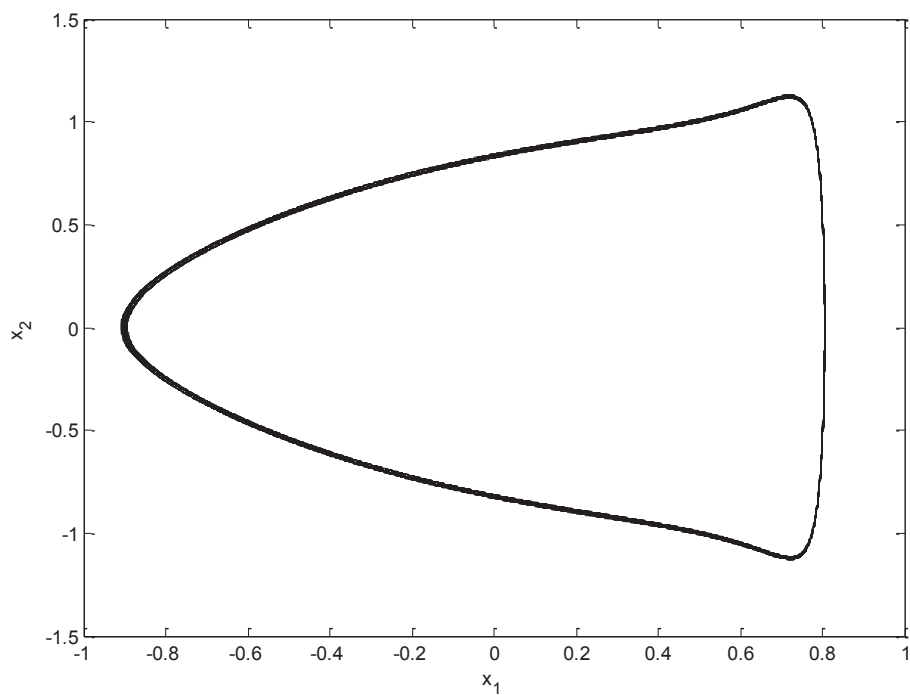


Figura 5.7 – Retrato de fase da órbita periódica.

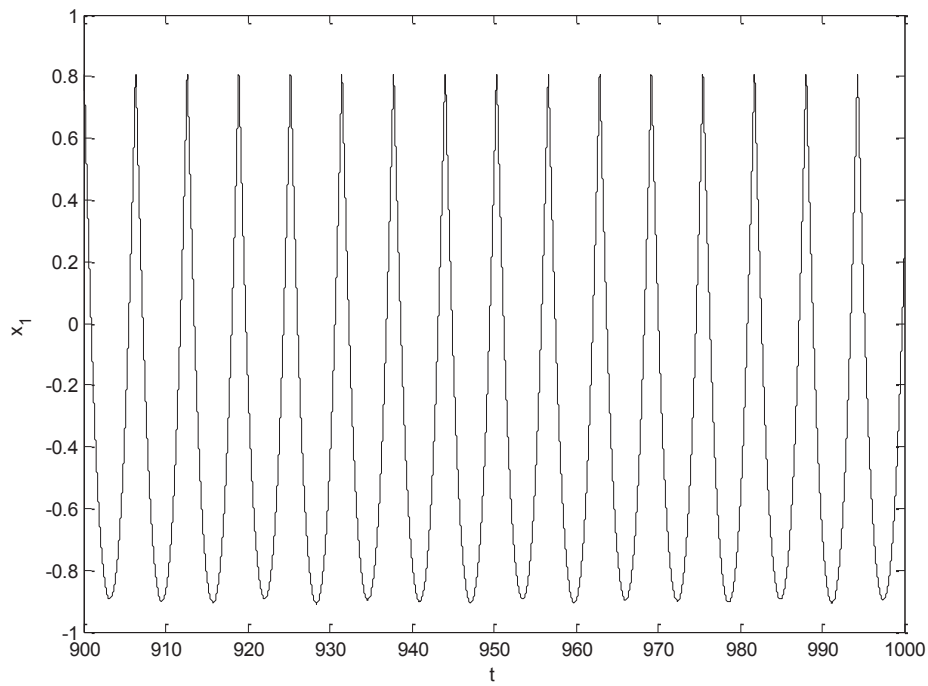


Figura 5.8 – Histórico de deslocamento de órbita periódica.

A figura 5.9 mostra o retrato de fase para os dois sistemas, o caótico e o periódico.

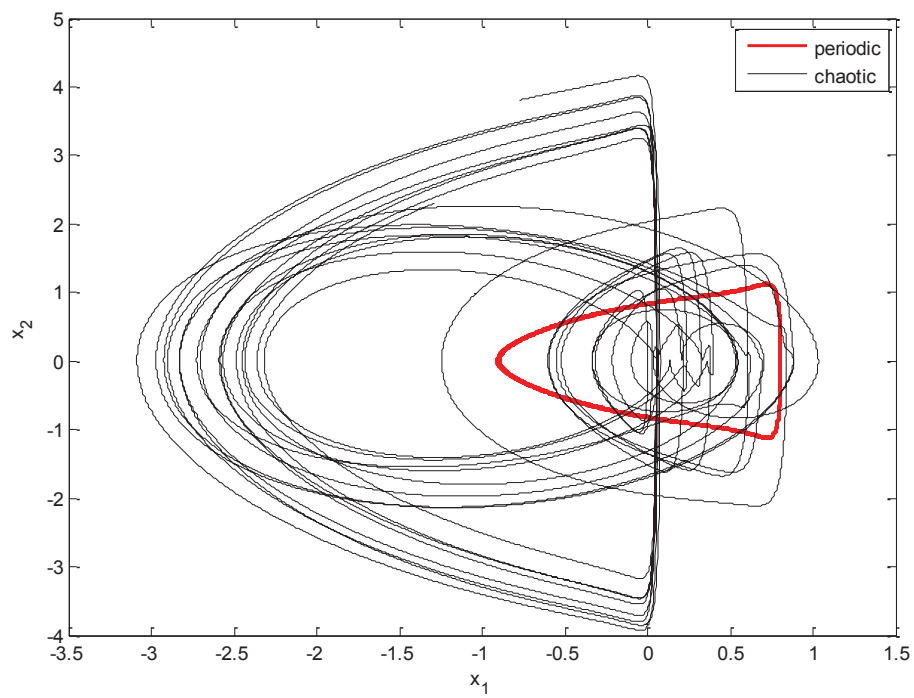


Figura 5.9 – Sistema caótico e periódico no mesmo retrato de fase.

Nas figuras 5.7 e 5.8, é possível observar que o sistema com os novos parâmetros mostra comportamento periódico, o tempo usado para estabilizar o sistema e para eliminar os transientes foi $900 \leq t \leq 1000$. No próximo capítulo, métodos de controle serão usados para estabilizar o sistema nas orbitas periódicas encontradas neste capítulo e garantir o desempenho do mesmo sem movimento caótico.

CAPÍTULO 6

6. APLICAÇÃO DOS MÉTODOS DE CONTROLE

Neste capítulo, os métodos de controle mostrados no capítulo 2 são aplicados ao sistema, com a intenção de estabilizar e garantir o desempenho do mesmo sem movimento caótico.

Em primeiro lugar, o método SDRE é aplicado ao sistema para levar o sistema com comportamento caótico até a órbita encontrada através do HBM, em seguida, o mesmo método é usado para fazer a sincronização dos sistemas não lineares. Por fim, o método de realimentação atrasada é aplicado a fim de levar o comportamento caótico a uma órbita periódica instável.

6.1. Método SDRE

O sistema a ser estudado é representado em forma de estados como:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -x_1 - d_1 x_2 + B_1 + \frac{C_{11} + C_{12}(1 - x_1 - \eta \sin(\Omega t))^6}{(1 - x_1 - \eta \sin(\Omega t))^8} + \eta \Omega^2 E_1 \sin(\Omega t)\end{aligned}\tag{4.1}$$

Considere o sistema não-linear (4.1) representado na seguinte forma:

$$\dot{x} = A(x)x + F \quad (6.1)$$

Onde $x \in R^n$ são os vetores de estado, $A \in R^{n \times n}$ é uma matriz dependente dos estados, F é um vetor não linear dos termos que não dependem dos estados.

Introduzindo o controle no sistema por 6.7, obtém-se:

$$\dot{x} = A(x)x + F + U \quad (6.2)$$

Onde:

$$U = u_f + u \quad (6.3)$$

sendo u_f o controle pré-alimentação:

$$u_f = -F \quad (6.4)$$

Considera-se que $x(0) = x_0$, e ao substituir (6.3) em (6.2) o sistema (6.2) pode ser representado na seguinte forma:

$$\dot{x} = A(x)x + Bu \quad (6.5)$$

Onde: $B \in R^{n \times m}$ é uma matriz constante, e u o controle linear por realimentação de estados, O controle por realimentação de estados u pode ser obtido considerando o método de controle das Equações de Riccati Dependentes de Estado (SDRE).

Ao escrever o sistema dinâmico definido por (4.1) na forma (6.2), obtém-se:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -x_1 - d_1 x_2 + F\end{aligned}\tag{6.6}$$

onde:

$$F = B_1 + \frac{c + C(1 - x_1 - \eta \sin(\Omega t))^6}{(1 - x_1 - \eta \sin(\Omega t))^8} + \eta \Omega^2 E_1 \sin(\Omega t)\tag{6.7}$$

Ao introduzir o controle (6.3), no sistema (6.6) obtém-se (Shawky *et al.*, 2007):

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & x_2 \\ -x_1 & -d_1 x_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u\tag{6.8}$$

O sistema descrito por (6.8) implica que a origem é um ponto de equilíbrio, condição que permite aplicar o controle SDRE para obtenção do controle u .

A matriz A e a matriz B são representadas por:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & x_2 \\ -x_1 & -d_1 x_2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\tag{6.9}$$

O controle de realimentação de estados é obtido de:

$$u = -R^{-1}(x)B^T(x)P(x) = -K(x)e \quad (6.10)$$

sendo $e = (x - x^*)$, onde x é o sinal do sistema com comportamento caótico e x^* é o sinal do sistema com sinal periódico, $P(x)$ é a solução da Equação de Riccati Dependente do Estado:

$$P(x)A(x) + A^T(x)P(x) - P(x)B(x)R^{-1}(x)B^T(x)P(x) + Q(x) = 0 \quad (6.11)$$

Define-se Q e R :

$$Q = \begin{bmatrix} 10^3 & 0 \\ 0 & 10^3 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad R = [10^{-5}],$$

Assim o funcional de desempenho a ser minimizado através do Controle SDRE é:

$$J = \int_0^{\infty} (e^T Q(e)e + u_r^T R(u)u_r) dt \quad (6.12)$$

6.1. Aplicação do método SDRE para levar o comportamento caótico para a órbita periódica encontrada com o Método do Balanço Harmônico

A figura 6.1 mostra a órbita encontrada com o método de controle SDRE ao levar o sistema caótico para o sistema periódico encontrado com o Método do Balanço Harmônico:

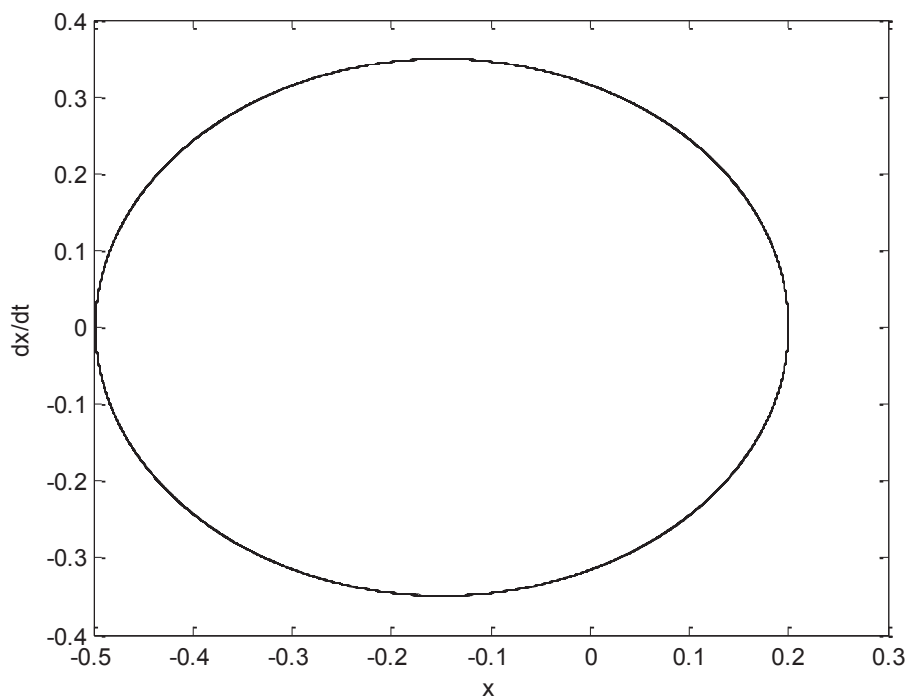


Figura 6.1 – Órbita controlada do sistema.

Na figura 6.2, observa-se o controle aplicado ao sistema em estudo, a linha mais grossa mostra o comportamento periódico comparado ao sistema caótico.

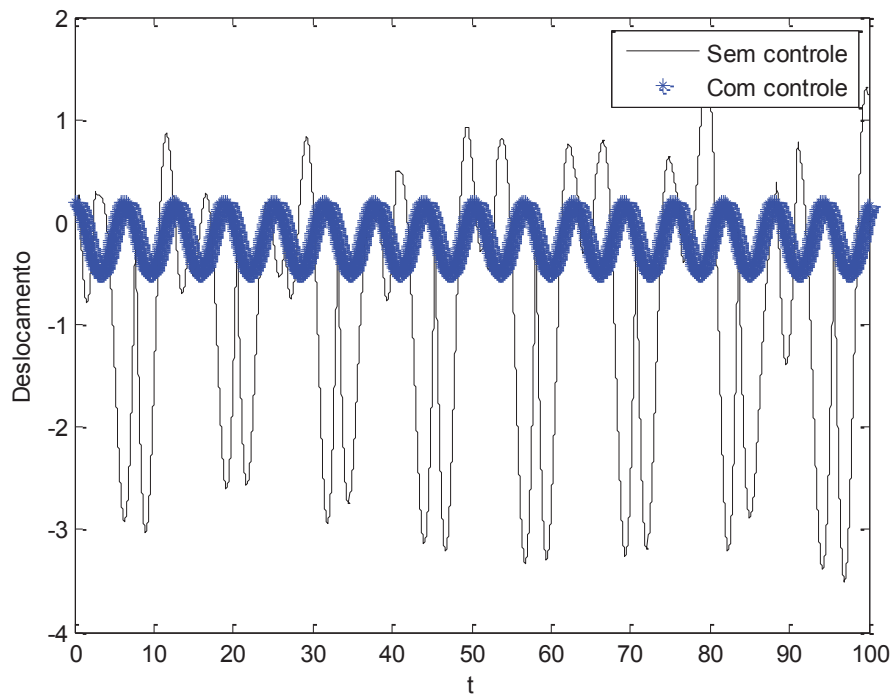


Figura 6.2 – Sistema com controle e sem controle.

Na figura 6.3, o retrato de fase mostra o controle aplicado ao sistema.

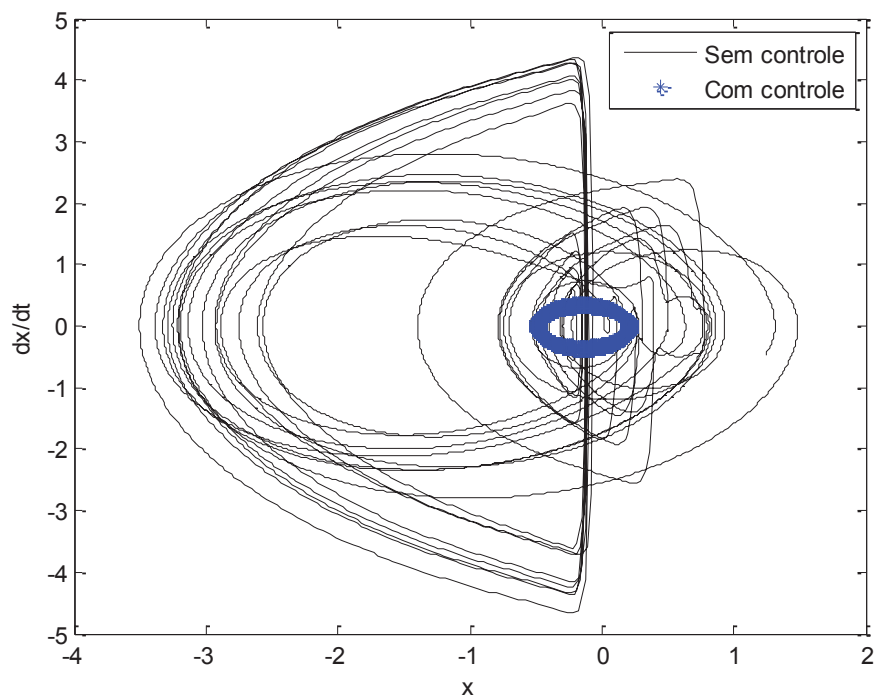


Figura 6.3 – Sistema com controle e sem controle.

No centro da figura 6.3, observa-se a órbita controlada juntamente com o retrato de fase do movimento caótico. Por fim, a comparação entre a órbita de controle e a órbita periódica é mostrada nas figuras 6.5 e 6.6.

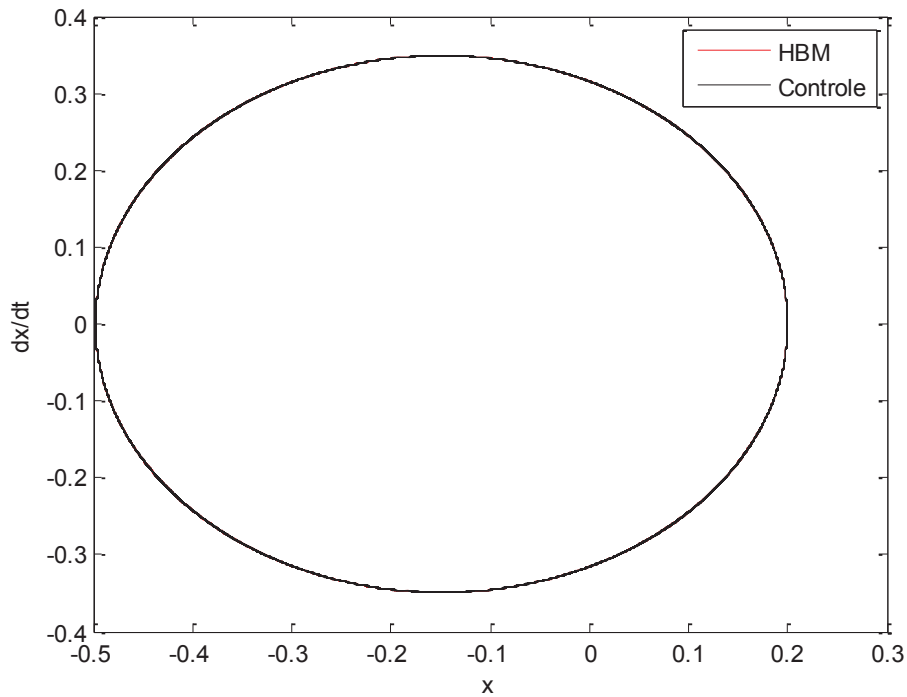


Figura 6.4 – Órbita periódica comparada à órbita de controle.

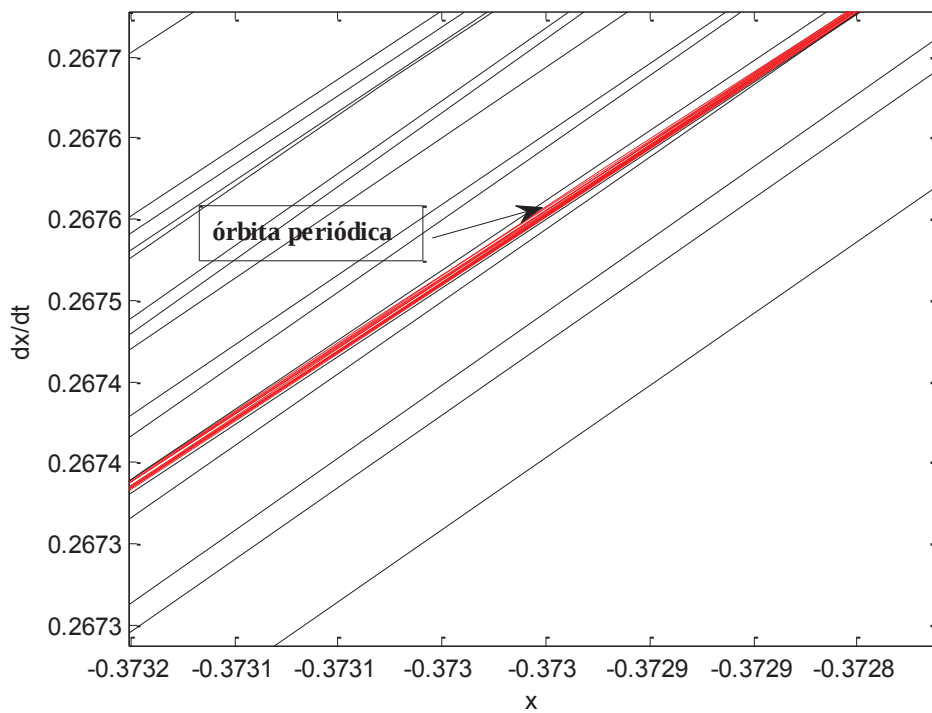


Figura 6.5 – Ampliação da figura 6.4.

Ao analisar as figuras 6.5 e 6.6, observa-se que o controle foi efetivo, já que o erro obtido foi $\max |x - x^*| = 0.000015$, com tempo de simulação $t \leq 100s$.

6.2. Sincronização de sistemas não lineares

Desde que Pechora e Carrol (1990) introduziram um método para realizar a sincronização de dois sistemas caóticos com condições iniciais diferentes, outros estudos seguindo essa linha de pesquisa surgiram na literatura científica. Para realizar a sincronização de sistemas caóticos é necessário um sistema de realimentação que conduza o sistema *escravo* (com movimento caótico) para o sistema *mestre* (com comportamento periódico). Para realizar a sincronização de sistemas caóticos, Astakhov *et al* (1997) e Blazejczyk-Okolewska *et al* (2001) usaram o Método de Perturbação Periódica Paramétrica e Yang *et al* (1999) usou o método de sincronização por resposta de acionamento, outros exemplos podem ser encontrados em Haeri e Khademian (2006).

Assim como a sincronização de osciladores pode ocorrer de forma espontânea, ela pode também ser induzida ou forçada através de metodologias de controle. Assim, dois ou mais osciladores podem ser levados artificialmente a sincronizarem suas trajetórias. Tal medida justifica-se em aplicações práticas, em que é necessário que a sincronização ocorra e que ocorra rapidamente. Em se tratando de sincronização, a trajetória desejada de um sistema *escravo* é a trajetória de um sistema *mestre*, e o sinal de controle (a realimentação) em determinado instante é função da diferença entre as trajetórias no instante anterior.

Neste trabalho, a proposta é usar o método SDRE como controle de realimentação e o método de pré-alimentação (feedforward) para manter o sistema estabilizado. Ao usar os resultados encontrados na seção 6.4.1, observa-se nas figuras 6.6 e 6.7 a aplicação do método no sistema.

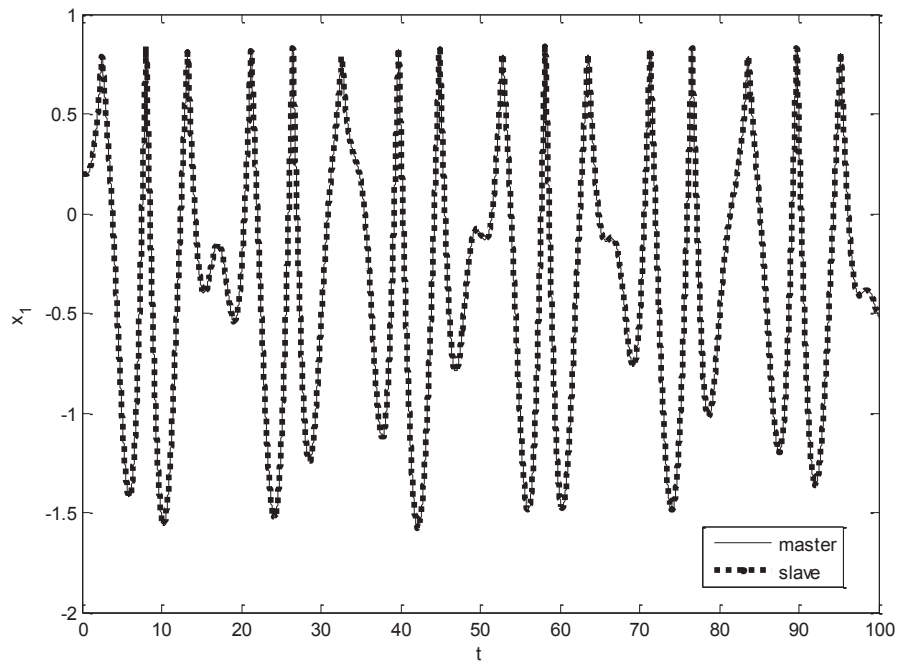


Figura 6.6 – Histórico de deslocamento com o sistema mestre e o sistema escravo.

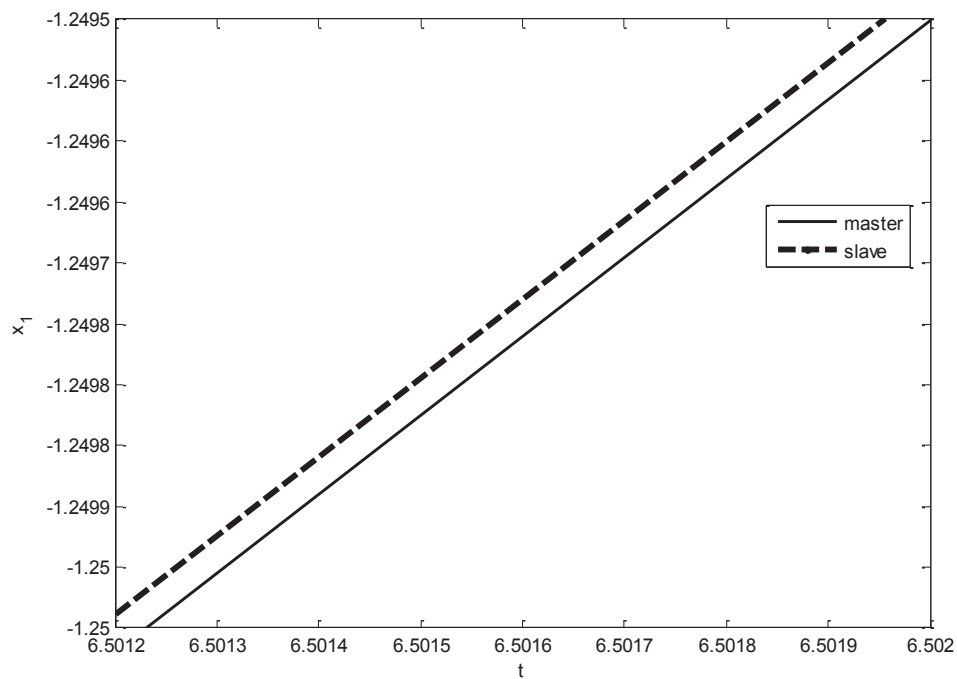


Figura 6.7 – Ampliação da figura 6.6.

Na figura 6.8, o retrato de fase mostra os dois sistemas sincronizados, e 6.9 o zoom da figura 6.8 explicita a sincronização de forma detalhada.

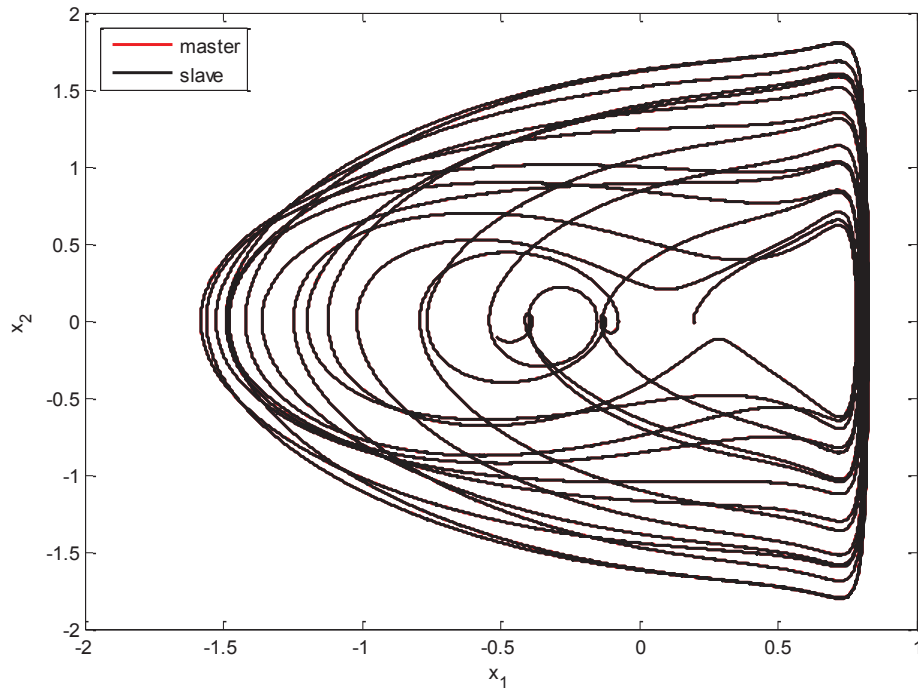


Figura 6.8 – Sistema mestre e escravo no mesmo sistema.

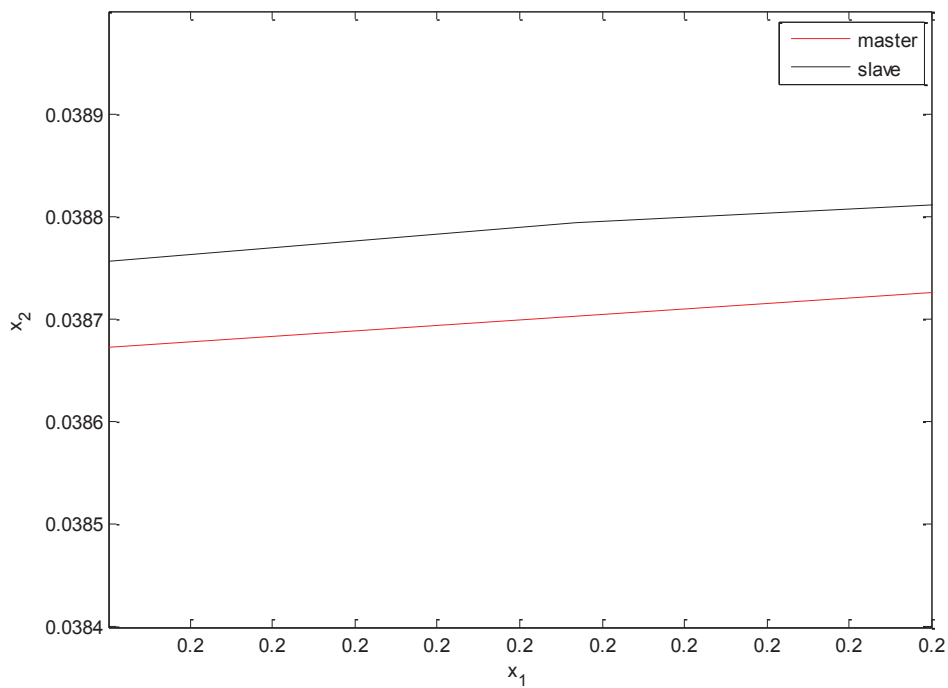


Figura 6.9 – Ampliação da figura 6.8.

É possível observar que a sincronização foi realizada com êxito, e o uso do método SDRE mostrou-se muito efetivo, com erro $\max|x - x^*| = 0.0003$ e tempo $t \leq 100$. Em seguida, o método de realimentação de sinal atrasado é aplicado ao sistema, na tentativa de encontrar uma órbita periódica instável no sistema.

6.3. Método de realimentação com sinal atrasado

Assume-se que a velocidade da oscilação é medida como um sinal de saída u , do sistema não linear 4.1, então;

$$u = K[x_2(t - \tau) - x_2(t)] \quad (6.13)$$

Dessa maneira, o sistema 4.1 com o controle 6.13 pode ser escrito como:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -x_1 - d_1 x_2 + B_1 + \frac{C_{11} + C_{12}(1 - x_1 - \eta \sin(\Omega t))^6}{(1 - x_1 - \eta \sin(\Omega t))^8} + \eta \Omega^2 E_1 \sin(\Omega t) + K[x_2(t - \tau) - x_2(t)] \end{aligned} \quad (6.14)$$

O tempo de atraso τ e o ganho de realimentação K são importantes parâmetros de controle com substanciais efeitos no desempenho do controle. O tempo de atraso τ é

ajustado para $\tau = \frac{2\pi}{\Omega} = 2\pi$ para estabilizar uma órbita com a mesma frequência das forças externas da microviga, e o ganho de realimentação é ajustado para $K = 0.2$, assim como proposto em Yamasue e Hikiyara (2006). Nas figuras 6.10 e 6.11, observa-se a aplicação do controle e a órbita encontrada pelo método:

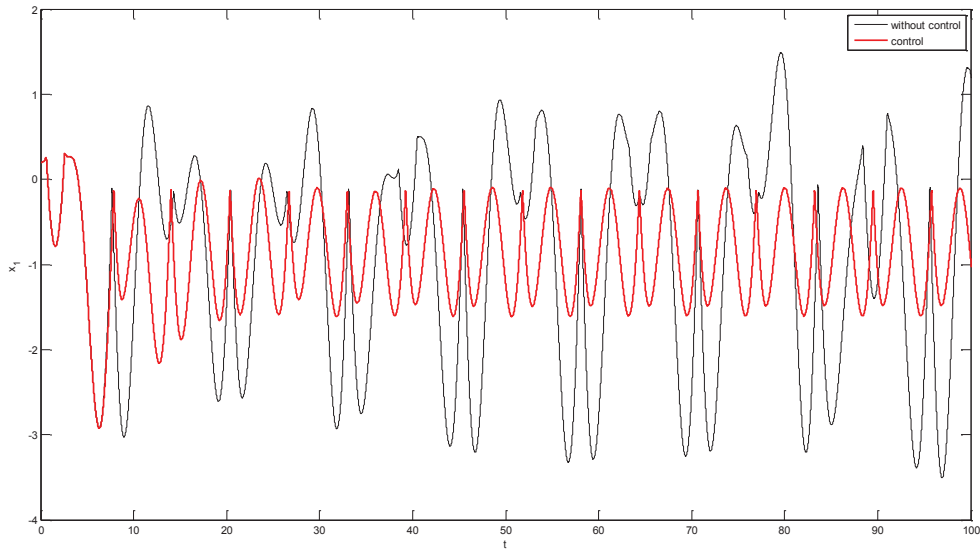


Figura 6.10 – Sistema controlado e sistema com comportamento caótico.

Na figura 6.11, o retrato de fase mostra os dois sistemas, com controle e sem controle.

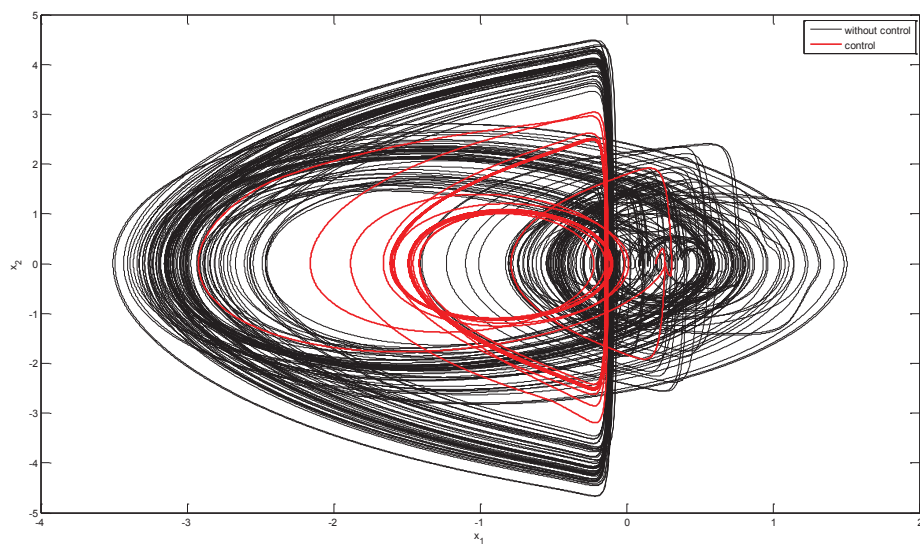


Figura 6.11 – Órbita periódica instável encontrada com o método do sinal atrasado.

O método de sinal atrasado se mostrou eficiente ao encontrar uma órbita periódica instável para o sistema.

No próximo capítulo, mostram-se os resultados obtidos no trabalho e projetos para trabalhos futuros.

CAPÍTULO 7

7. RESULTADOS E TRABALHOS FUTUROS

Após a leitura de vários artigos relacionados ao assunto estudado no trabalho, inclusive os que constam na revisão bibliográfica, o artigo citado na seção 2.9.4, página 42, foi escolhido como base para o trabalho. Essa escolha foi feita por que na modelagem, o problema de descontinuidade que sempre está presente em modelos físicos do modo tapping é contornado de forma satisfatória.

A seguir os resultados encontrados no trabalho são citados e listados.

7.1. Resultados

No capítulo 3, a modelagem matemática mostra a equação governante do sistema, Equação 3.34, página 68, que foi usada ao longo do trabalho.

No capítulo 4, as figuras mostram as simulações numéricas realizadas com o sistema estudado. A seguir na tabela 7.1, as figuras obtidas são listadas:

<i>Página</i>	<i>Número</i>	<i>Legenda</i>
57	4.1	Diagrama de bifurcações com o parâmetro η variando, $\eta=0.99$ é escolhido.
58	4.2	Expoente de Lyapunov mostra que sistema é instável.
60	4.3	Retrato de fase com comportamento irregular.
60	4.4	Histórico de tempo também com comportamento irregular.
61	4.5	FFT com espectro irregular.
62	4.6	Mapa de Poincaré com atrator estranho.

Tabela 7.1 – Figuras obtidas com simulações numéricas.

Após análise das figuras listadas na tabela 7.1, pode-se afirmar que o sistema tem comportamento caótico.

Em seguida, no capítulo 5, segue a busca por soluções periódicas, e os dois métodos escolhidos são usados com sucesso. A primeira solução periódica é encontrada com o uso do Método do Balanço Harmônico e a equação 5.12, na página 66, é obtida.

Para a segunda solução, os parâmetros η e E_1 são mudados, e outra solução periódica é encontrada.

<i>Página</i>	<i>Número</i>	<i>Legenda</i>
67	5.1	Órbita periódica obtida com HBM.
70	5.7	Órbita periódica obtida com mudança de parâmetros.

Tabela 7.2 – Relação de figuras com soluções periódicas.

No capítulo 6, os métodos de controle são aplicados ao sistema e os resultados são bem satisfatórios. Três métodos foram usados, o Método SDRE, o Método de Sincronização e o Método de Realimentação Atrasada.

Na primeira situação, o Método SDRE leva o sistema com comportamento caótico para a órbita periódica encontrada com o HBM, na segunda, a sincronização entre sistemas não lineares é feita e o método SDRE, que sincroniza o sistema com comportamento caótico com o sistema com comportamento periódico.

Por fim, o método de realimentação atrasada encontra uma órbita periódica instável e controla o sistema.

Na tabela 7.3, os retratos de fase que mostram os controles são listados:

<i>Página</i>	<i>Número</i>	<i>Legenda</i>
78	6.4	Controle SDRE aplicado ao sistema.
82	6.8	Sistema periódico e caótico sincronizados.
86	6.11	Método de realimentação atrasada aplicado ao sistema.

Tabela 7.3 – Lista de figuras que mostram os métodos de controle aplicados.

O método SDRE se mostrou flexível, eficiente, de fácil implementação computacional, e eficaz ao levar o sistema com comportamento caótico para as órbitas periódicas encontradas. O método de Realimentação Atrasada se mostrou eficaz ao encontrar uma órbita periódica instável para o sistema, e ao controlá-lo sem conhecer suas características. Comparado ao método SDRE, ele se mostrou mais difícil e lento, ao ser implementado computacionalmente.

Na próxima seção, listam-se ideias interessantes para trabalhos futuros.

7.2. Trabalhos futuros

As ideias para trabalhos futuros serão listadas a seguir.

Continuação do trabalho:

- Usar um sistema de excitação não ideal para a microviga;
- Usar um sistema de absorção NESS para estudar a transferência de energia;
- Usar o NESS como atuador de controle para a microviga;
- Realizar análise de sensibilidade com os principais parâmetros do sistema.

Trabalho com base em outros artigos:

- Usar os modelos citados no capítulo 2 e estudá-los a fim de entender o comportamento dos mesmos;
- Encontrar maneiras de contornar os problemas de descontinuidade desses modelos físicos;
- Estudo de estabilidade;
- Estudo de sensibilidade dos parâmetros;
- Busca por métodos para encontrar soluções periódicas;
- Implementação de métodos de controle.

CAPÍTULO 8

8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Aime', J. P., Boisgard, R., Nony, L. & Couturier, G. 1999 Nonlinear dynamic behavior of an oscillating tip–micro lever system and contrast at the atomic scale. *Phys. Rev. Lett.* 82, 3388–3391.

Astakhov, V.V., Anishchenko, V.S., Kapitaniak, T., Shabunin A.V., Synchronization of chaotic oscillators by periodic parametric perturbations. *Phys. D.* 1997; 109:11–6.

Balthazar, J.M., Cheshankov, B. I., Ruschev, D. T., Barbantin, L., Weber, H. I., Remarks on the passage through resonance of a vibrating system with two degree of freedom, excited by a non ideal source. *Journal of Sound and Vibration*, 295 (5), p. 1075 – 1085, 2001.

Banks, S. P., and Manha, K. J., “Optimal Control and Stabilization for Nonlinear Systems”, *IMA Journal of Mathematical Control and Information*, vol. 9 pp. 179-196, 1992.

Basso, M., Giarre, L., Dahleh, M. and Mezic, I., 2000, “Complex dynamics in a harmonically excited Lennard-Jones Oscillator: micro-cantilever sample interaction in scanning probe microscopes”, *J. Dynam. Syst. Meas. Control* Vol 122, pp. 240–245.

Beer, F. P., Johnston, E. R. Jr., *Mechanics of Materials*, 2nd ed., McGraw-Hill, New York, 1992.

Binnig, G., Gerber, C., Quate C., Atomic Force Microscope, *Phys. Rev. Lett.*, 56, 930-933, 1986.

Blazejczyk, O. B., Brindley, J., Czolczynski, K., Kapitaniak, T., Antiphase synchronization of chaos by noncontinuous coupling: two impacting oscillators. *Chaos, Solitons & Fractals* 2001; 12: 1823–6.

Boisgard, R., Michel, D. & Aimé, J. P., Hysteresis generated by attractive interaction: oscillating behavior of a vibrating tip–micro-cantilever system near a surface. *Surf. Sci.* 401, 199–205, 1999.

Bowen, W. R., Hilal, N., *Atomic force microscopy in process engineering*. Elsevier Ltda. 2009.

Cloutier, J. R., “State-Dependent Riccati Equation Techniques: An Overview”, *Proceedings of the American Control Conference*, vol.2, pp.932-936, 1997.

Couturier, G., Nony, L., Boisgrad, R., Aimé, J. P., Stability of an oscillating tip in noncontact atomic force microscopy: theoretical and numerical investigations. *J. Appl. Phys.* 91, 2537–2543, 2002.

Dimentberg, M. F., Mcgovern, L., Norton, R. L., Chapdelaine, J., Harrison, R., Dynamics of an unbalanced shaft interacting with limited power supply. *Nonlinear Dynamic*, 13, p.171 – 187, 1997.

Erden. E. B., “Analysis And Real-Time Implementation Of State-Dependent Riccati Equation Controlled Systems”, Tese de doutorado apresentada na Universidade de Illinois em Urbana-Champaign, 2001.

Fradkov, A. L., Evans, R. J., Control of chaos: Methods and applications in engineering, *Annual Reviews in Control*, 29, p. 33 – 56, 2005.

Gandur, M. C., Comportamento dinâmico complexo em despelamento de fitas adesivas, Tese de Doutorado, Universidade de Campinas, Instituto de Química, 2001.

Garcia R., San Paulo A., Dynamics of a vibrating tip near or in intermittent contact with a surface; 2000. *Physical Review B* 61, 20.

Guran, A., 1997, *Nonlinear Dynamics: The Richard Rand 50th anniversary volume*, World scientific publishing, Co Pte Ltda, Series on stability, vibration and control of systems. Series B: Vol 2 -24,25.

Haeri, M., Khademian, B., Comparison between different synchronization methods of identical chaotic systems. *Chaos, Solitons & Fractals* 2006; 29: 1002-10222.

Hale, J. K., Koçak, H., *Dynamics and Bifurcations* Springer-Verlag, 1991.

Hu, S., Raman, A., Chaos in Atomic Force Microscopy., Physical Review Letters ., DOI: 10.1103/PhysRevLett.96.036107, 2006.

IEEE Global History Network. Scanning Tunneling and Atomic Force Microscopes, 2010, Disponível em: <http://www.ieeeeghn.org/wiki/index.php/Scanning_Tunneling_and_Atomic_Force_Microscopes>. Acesso em 15 de junho de 2011.

Israelachvili, J., 1991, Intermolecular and surface forces, 2nd ed. London.

Kuroda M., Yabuno H., Hayashi K., Ashida K., Amplitude Control in a van der Pol-Type Self-Excited AFM Microcantilever, Journal of System Design and Dynamics. Vol. 2, n. 3, 2008.

Leipholtz, H., Stability Theory, New York, Academic Press. 1970, 277 p.

Meirovitch, L., Principles and techniques of vibrations, Prentice-Hall, 1997.

Meirovitz, L., Fundamentals of Vibrations, Mc Graw-Hill International Edition, 2001, Virginia, USA

Misra, S., Dankowicks, H., Paul, M.R., Event-driven feedback tracking and control of tapping-mode atomic force microscopy. First Cite Publishing; 2007

Moon, C. F., Chaotic and Fractal Dynamics, an introduction for applied scientists and engineers., Wiley VCH, New York, 1992.

Ott, E., Grebogi, C., Yorke, J., Controlling chaos, Physics Review Letters, 64, p. 1196 – 1199, 1990.

Palácios, J. L., Teoria de sistemas vibratórios aporticados não lineares e não ideais. Tese de Doutorado, UNICAMP – Campinas, 2002.

Pearson, J. D., “Approximation Methods in Optimal Control”, Journal of Electronics and Control, vol.13, pp. 453-465, 1962.

Pecora, L. M., Carroll, T. L., “Synchronization in chaotic system”. Phys Rev Lett. 1990; 64(8): 821–5.

Peruzzi, N., Balthazar, J. M., Pontes Jr., B. R., Nonlinear dynamics and control of an ideal/non ideal load transportation system with periodic coefficients. Journal of Computational and Nonlinear Dynamics, v. 2, p. 32-39, 2007.

Piccirillo, V., Dinâmica Não Linear e Controle de um Sistema Vibratório Modelado com Memória de Forma e, Excitado por Fontes de Energia do Tipo Ideal e Não- Ideal, Dissertação de Mestrado – Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia Mecânica, Bauru, 2008.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Pontes Jr., B. R., Dinâmica e controle de sistemas não lineares com interação auto excitadora, sujeitos a fontes de energia do tipo ideal e não ideal. Tese de Doutorado, EESC/USP – São Carlos, 2003.

Prof2000, origem e evolução do microscópio, 1999, disponível em <<http://www.prof2000.pt/users/biologia/historia.htm>>, acesso em 15 de novembro de 2010.

Rafikov, M., Balthazar, J. M., Tusset. A. M., An Optimal linear Control Design for Nonlinear Systems, J. of the Braz. Soc. Of Mech. Sci. & Eng., 4, p. 279-284, 2008.

Rützel, S., Lee, S.I., Raman, A., Nonlinear dynamics of atomic force microscope probes driven in Lennard-Jones potentials. Proc. R. Soc. London A. 2003; 459: 1925–48

Salarieh, H., Alasty, A., “Control of chaos in atomic force microscopes using delayed feedback based on entropy minimization”, Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2007, Vol 14, pp. 637- 644.

Sampaio, A. E. G., Análise de comportamento dinâmico de colunas semi-senterradas, Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio. Área de Concentração: Estruturas, Rio de Janeiro, 2004.

Sebastian, A., Salapaka, M. V., Chen, D. J., and Cleveland, J. P., Harmonic and power balance tools for tapping mode atomic force microscope; 2001. Journal of Applied Physics, 89, pp. 6473–6480.

Seborg, D. E., Edgar T. F., and Mellichamp, D. A., “Process Dynamics and Control”, John Wiley & Sons, NY. 1989.

Shabana, A. A., Theory of vibration volume II: discrete and continuous systems.

Sinha, S. C., Henrichs, J. T., Ravindra, B. A., A general approach in the design of active controllers for nonlinear systems exhibiting chaos, International Journal of Bifurcation and Chaos, 165- 178, 2000. Springer-Verlag, 1991.

Stark, R.W., Schitter, G., Stark, M., Guckenberger, R., Stemmer, A., State-space model of freely vibrating and surface-coupled cantilever dynamics in atomic force microscopy. Physical Review B 69. 2004.

Tusset, A. M., Balthazar, J. M., Microscopia De Força Atômica: Controle de uma Microviga Modelada Matematicamente com Comportamento Não-Linear e sob a ação de Amortecimento Hidrodinâmico, 9TH Brazilian Conference on Dynamics, Control and Their Applications, DINCON 2010, 2010.

Wikipédia, microscópio, disponível em <<http://pt.wikipedia.org/wiki/Microsc%C3%B3pio>>, acesso em 20 de junho de 2011.

Wikipédia1, microscópio de força atômica, 2011, disponível em
 <http://pt.wikipedia.org/wiki/Microsc%C3%B3pio_de_for%C3%A7a_at%C3%B4mica
 >, acesso em 25 de setembro de 2011.

Witmer, E.A., "Elementary Bernoulli-Euler Beam Theory". *MIT Unified Engineering Course Notes*. pp. 114-164, 1992.

Wóznicki, Z. I., Solving Linear Systems; An Analysis of Matrix Prefactorization Iterative Methods. Matrix Editions, Scitech book news, 2010.

Yamanaka, H., Murakami, S., Optimum design of operating curves for rotating shaft systems with limited power supply. In: Chung, H. (ed.), *Current Topics in Structural Mechanics PVP*, 179, ASME NY, p. 181 – 185, 1989.

Yamasue, K. and Hikiyara, T., 2006, "Control of microcantilevers in dynamic force microscopy using time delayed feedback", *Review of Scientific Instruments* 77, 053703, pp. 1-6.

Yang, X. S., Duan, C. K., Liao, X. X., A note on mathematical aspects of drive-response type synchronization. *Chaos, Solitons & Fractals* 1999;10:1457–62.

APÊNDICE

Neste capítulo, é apresentado um estudo de caso feito com o artigo citado no capítulo 2, seção 2.9.1, página 21. Este estudo gerou um artigo que foi apresentado no 10TH Brazilian Conference on Dynamics, Control and Their Applications, DINCON 2011.

A.1. Análise AFM operando no modo tapping.

Nesta seção, o modelo proposto por Sebastian *et al* (2001) é analisado e uma busca por comportamento caótico é realizada no mesmo. A seguir, as simulações numéricas realizadas e os resultados obtidos são mostrados. As equações governantes do sistema são as equações 2.10 e 2.11 da página 24, as simulações numéricas são realizadas após adimensionalização dessas equações, e com os parâmetros apresentados a seguir.

Adimensionalizado, o sistema 2.10 e 2.11 fica:

$$\ddot{u} + B\dot{u} + u = \alpha \cos t^* + H(u, \dot{u}) \quad (\text{A.1})$$

Com

$$H(u, \dot{u}) = \begin{cases} 0 & u + s^* \geq d^* \\ -A(u + s^* - d^*) + B_a \dot{u} & 0 \leq u + s^* \leq d^* \\ A_0(u + s^*) + B_b \dot{u} - A(u + s^* - d^*) + B_a \dot{u} & u + s^* < 0 \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

Mudança de variáveis: $(x, t) \rightarrow (u, t^*)$

$$t^* = \omega_0 t, \quad u = \frac{x}{u_0}, \quad \omega_0^2 = \frac{k}{m}, \quad \omega_b^2 = \frac{k_b}{m}, \quad \omega_a^2 = \frac{k_a}{m}, \quad \alpha = \frac{\gamma}{\omega_0^2}, \quad B = \frac{c}{m\omega_0},$$

$$B_a = \frac{c_a}{m\omega_0}, \quad B_b = \frac{c_b}{m\omega_0}, \quad A = \frac{\omega_a^2}{\omega_0^2}, \quad A_0 = \frac{\omega_b^2}{\omega_0^2}, \quad s^* = \frac{s}{u_0}, \quad d^* = \frac{d}{u_0}.$$

Os parâmetros usados para as simulações são:

$$A_0 = 1; \quad B_a = 0; \quad B_b = 0.0000001; \quad s^* = 0.01; \quad d^* = 0.01; \quad A = 0.000001; \quad \alpha = 0.01$$

A.2. Simulações Numéricas:

Com o uso do software Matlab®, integrador ode 45, passo de integração 10^{-3} , obtém-se na figura 1.A o retrato de fase que mostra movimento irregular do sistema.

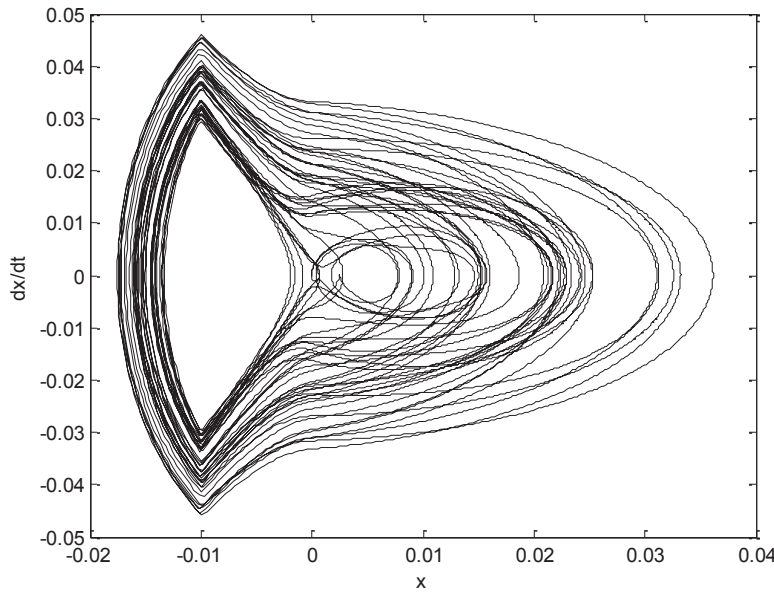


Figure A.1 – Retrato de fase com comportamento irregular.

A seguir, na figura A.2, o histórico do deslocamento não apresenta movimento periódico aparente.

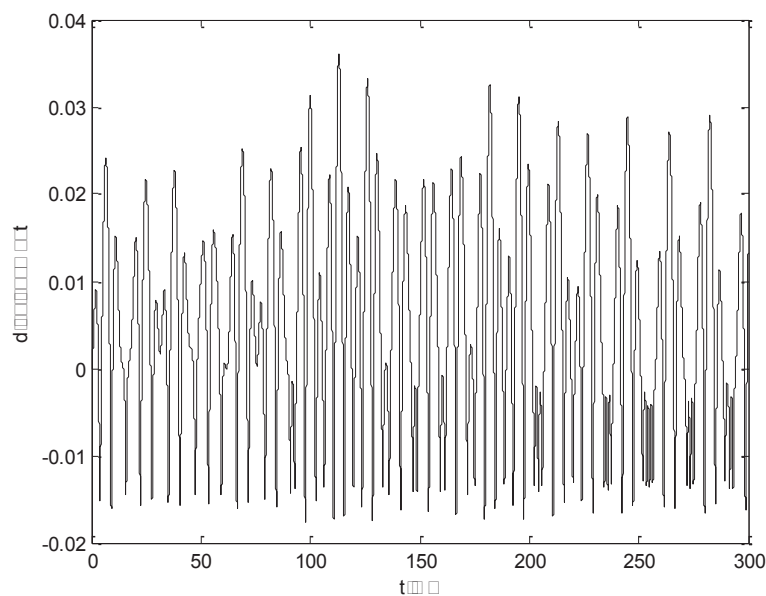


Figure A.2 – Histórico de deslocamento com $t = 300s$.

Na figura A.3, o histórico é mostrado com intervalo de tempo menor.

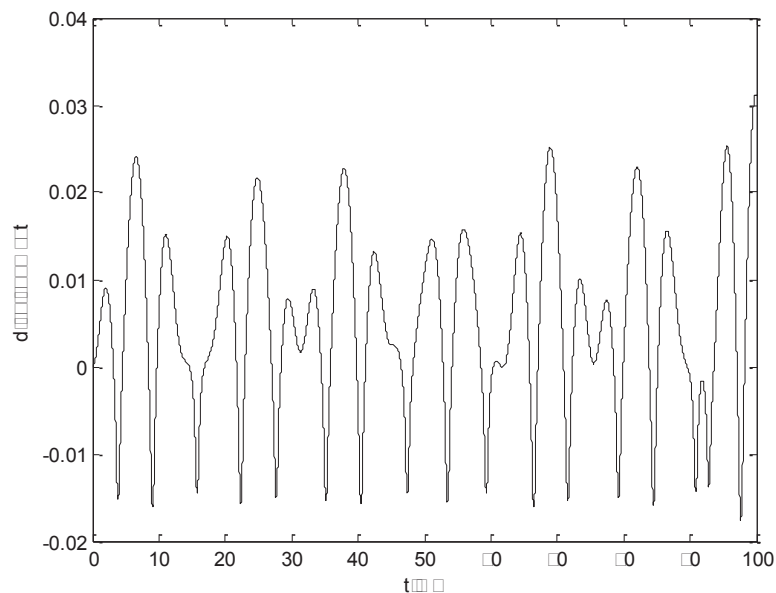


Figure A.3 – Histórico de deslocamento com $t=100s$

Na figura A.4, a FFT mostra espectro irregular.

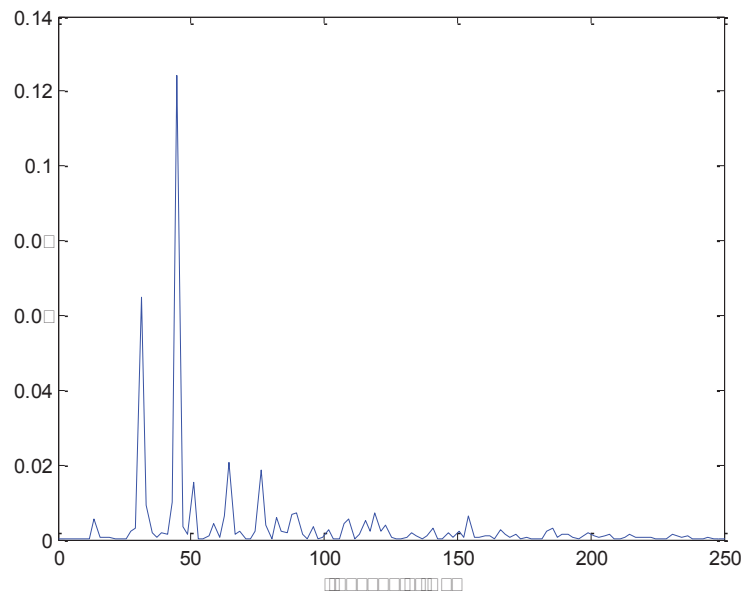


Figura A.4 – FFT com espectro irregular.

Na figura A.5, temos os expoentes de Lyapunov, com a presença de expoente positivo.

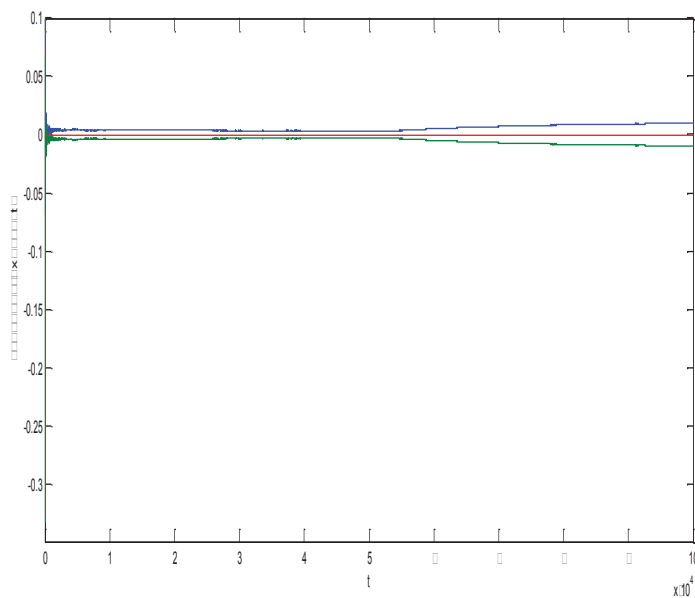


Figura A.5 – Expoentes de Lyapunov com λ positivo

Em A.6, o zoom de A.5 explicita melhor o comportamento dos expoentes.

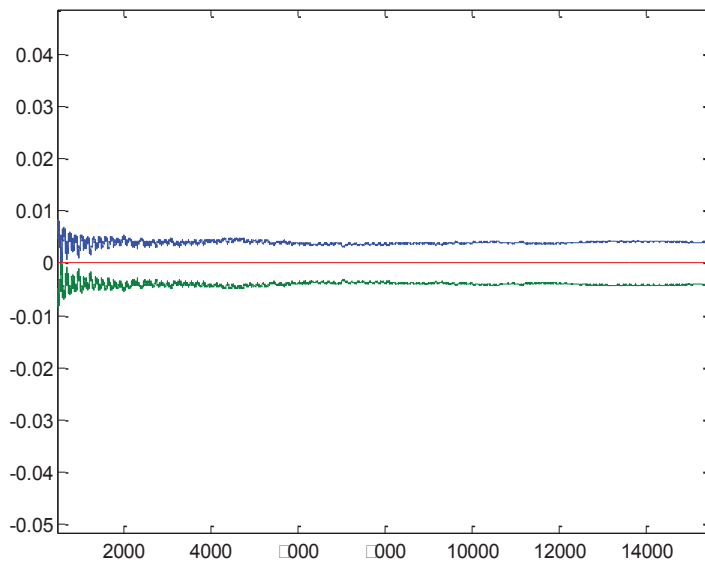


Figura A.6 – Zoom da figura A.5.

Com os resultados obtidos através das figuras mostradas anteriormente, é possível afirmar que o comportamento caótico acontece no sistema no intervalo tempo usado na simulação do expoente de Lyapunov. Apesar de ocorrer em intervalo de tempo limitado, movimento caótico atrapalha a geração de imagens pelo AFM, sendo um comportamento indesejado.

SÚMULA CURRICULAR

Trabalhos Aceitos em Eventos com Arbitragem

RODRIGUES, K. S., BALTHAZAR, J. M., TUSSET, A. M., PONTES JR, B. R., On A Control Design To An AFM Microcantilever Beam, Operating In A Tapping-Mode, With Irregular Behavior, ASME 2011 International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference IDETC/CIE, , Order 1872-DV, DETC 2011-4754, Washington – DC, 2011.

RODRIGUES, K. S., BALTHAZAR, J. M., TUSSET, A. M., PONTES JR, B. R., Control of chaotic motion in atomic force microscope, Proceedings of 21st International Congress of Mechanical Engineering, Vol 21, COBEM, Natal- RN, 2011.

RODRIGUES, K. S., BALTHAZAR, J. M., TUSSET, A. M., PONTES JR, B. R., Dynamical study of a piecewise-smooth model in tapping mode atomic Force Microscope, 10th Brazilian Conference on Dynamics, Control and their Applications, DINCON, Águas de Lindóia – SP, 2011.

Trabalhos Submetidos em Revista com Arbitragem

RODRIGUES, K. S., BALTHAZAR, J. M., TUSSET, A. M., PONTES JR, B. R., On An Periodic Solution And Stabilization Of A Chaotic Micro-Cantilever Of The Atomic Force Microscopy Vibrating Problem Operating, In Tapping Mode, Via Control Methods, Journal of Vibration and Acoustics, 2011

BALTHAZAR, J. M., PONTES JR, B. R., TUSSET, A. M., BUENO, A. M., NOZAKI, R., RODRIGUES, K., S., ILIUK, I., Nanotecnologia (“Nems”): Comportamento Dinâmico E Controle Em Microscopia De Força Atômica(Afm), Usando Micro-Vigas Em Balanço E De Um Colhedor De Energia(“Harvester”) Para Dispositivos Baseados Em “Mems”, Ebook: Nanotecnologia: uma nova ferramenta para a Engenharia, Odontologia e Meio ambiente, 2011, UNESP.