

Camilo Rocha Araújo

**Controle Ativo de Vibrações utilizando a histerese de fios de Liga com Memória de Forma para aumentar a energia dissipada pelo sistema.**

Ilha Solteira

2021

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JULIO DE MESQUITA FILHO"  
FACULDADE DE ENGENHARIA  
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA

**Camilo Rocha Araújo**

**Controle Ativo de Vibrações utilizando a histerese de fios de Liga  
com Memória de Forma para aumentar a energia dissipada pelo  
sistema.**

Dissertação apresentada ao Programa de  
Pós-Graduação em Engenharia Mecânica,  
Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira -  
UNESP como parte dos requisitos necessá-  
rios para a obtenção do título de Mestre em  
Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Gustavo Luiz Chagas Manhães de Abreu

Ilha Solteira  
2021

FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

A663c Araújo, Camilo Rocha.  
Controle ativo de vibrações utilizando a histerese de fios de liga com memória de forma para aumentar a energia dissipada pelo sistema / Camilo Rocha Araújo. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2021  
52 f. : il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Mecânica dos Sólidos, 2021

Orientador: Gustavo Luiz Chagas Manhães de Abreu  
Inclui bibliografia

1. Controle passivo. 2. Controle Ativo. 3. Liga com memória de forma. 4. Lei de controle. 4. Oscilador.

**CERTIFICADO DE APROVAÇÃO**

**TÍTULO DA DISSERTAÇÃO:** Controle Ativo de Vibrações utilizando a histerese de fios de Liga com Memória de Forma para aumentar a energia dissipada pelo sistema.

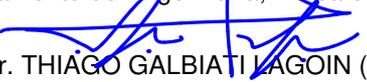
**AUTOR: CAMILO ROCHA ARAUJO**

**ORIENTADOR: GUSTAVO LUIZ CHAGAS MANHAES DE ABREU**

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Mestre em ENGENHARIA MECÂNICA, área: Mecânica dos Sólidos pela Comissão Examinadora:

  
Prof. Dr. GUSTAVO LUIZ CHAGAS MANHAES DE ABREU (Participação Virtual)  
Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP

  
Prof. Dr. FABIO ROBERTO CHAVARETTE (Participação Virtual)  
Departamento de Engenharia, Física e Matemática / Instituto de Química de Araraquara - UNESP

  
Prof. Dr. THIÁGO GALBIATI LAGOIM (Participação Virtual)  
Departamento de Engenharia de produção / Universidade Federal de Mato Grosso do Sul - UFMS

Ilha Solteira, 10 de dezembro de 2021

## RESUMO

Esta Dissertação de Mestrado visa propor uma Lei de Controle Ativo, a fim de controlar vibrações utilizando a histerese de fios de Liga com Memória de Forma (LMF), para aumentar a dissipação de energia pelo sistema. Para isso, o modelo constitutivo que descreve o comportamento da LMF proposto por Tanaka et al. (1994) Modificado foi implementado e validado com dados bibliográficos. Em seguida, foi feito o Controle Passivo, em que foi determinada a temperatura que minimiza a máxima amplitude de vibração do oscilador, quando excitado por uma força tipo Chirp. A partir da análise dos resultados obtidos no Controle Passivo, foi proposta uma Lei de Controle e aplicado um Controle Ativo, o qual apresentou resultados satisfatórios na atenuação de vibração (cerca de 24 % de redução), demonstrando o potencial das LMF para serem utilizadas como atuadores de sistemas mecânicos vibratórios mais complexos.

**Palavras-chave:** Controle Passivo; Controle Ativo; Liga com Memória de Forma; Lei de Controle; Oscilador.

## ABSTRACT

This work aims at proposing an Active Control Law in order to control vibrations using the hysteresis of Shape-Memory Alloy wires (SMA), increasing the dissipated energy by the oscillator. For this, the modified constitutive model proposed by Tanaka et al. (1994) which describe the SMA behaviour was implemented. Then, the Passive Control was applied, in which the temperature that minimizes the maximum amplitude of vibration of the oscillator was identified, after the system was excited by a chirp force. From the analysis of the Passive Control results, a Control Law was formulated and an Active Control was applied to the system which showed satisfactory results in the vibration attenuation (about 24 % of reduction), meaning that the SMA has a great potential to be used as actuators of more complex mechanical systems.

**Keywords:** Passive Control; Active Control; Shape-Memory Alloy; Control Law; Oscillator.

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1</b> - Oscilador com molas de Liga com Memória de Forma. . . . .	12
<b>Figura 2</b> - Oscilador: (a) excitação ideal. (b) excitação não ideal. . . . .	12
<b>Figura 3</b> - (a) Rotor flexível com um dos mancais suspenso por molas de LMF. (b) Amplitudes de vibração para temperaturas constantes das molas de LMF (30 °C e 70 °C) e com o controle Fuzzy. . . . .	13
<b>Figura 4</b> - (a) Modelo 3D do suporte do mancal tracionado lateralmente por fios de LMF; Sendo: (F) soprador térmico; (J) fios de LMF; (K),(L) e (M) tensionadores (N) câmaras de aquecimento e (O) mancal. (b) Representação esquemática da atuação dos fios de LMF durante o funcionamento do rotor. . . . .	14
<b>Figura 5</b> - Simulação - Geronel. . . . .	14
<b>Figura 6</b> - Efeito Memória de Forma. . . . .	15
<b>Figura 7</b> - Efeito da Pseudoplasticidade/Superelasticidade. . . . .	16
<b>Figura 8</b> - Diagrama de transformação de fases   Temperatura Constante. . .	18
<b>Figura 9</b> - Diagrama de transformação de fases   Temperatura Variável. . . .	20
<b>Figura 10</b> - Modelo com Tensão Prescrita - $T^{cte}$   Um ciclo de transformação incompleta. . . . .	21
<b>Figura 11</b> - Modelo com Tensão Prescrita - $T^{cte}$   Vários ciclos com transformações incompletas. . . . .	22
<b>Figura 12</b> - Modelo com Tensão Prescrita - $\sigma^{cte}$   Um ciclo de transformação incompleta. . . . .	22
<b>Figura 13</b> - Modelo com Tensão Prescrita - $\sigma^{cte}$   Vários ciclos de transformações incompletas. . . . .	23
<b>Figura 14</b> - Diagrama Tensão - Deformação   $\sigma$ diminui abaixo de $\sigma_{Ms}$ . . . . .	24
<b>Figura 15</b> - Tensão aplicada e tensões de início e fim de transformações   $\sigma$ diminui abaixo de $\sigma_{Ms}$ . . . . .	24
<b>Figura 16</b> - Diagrama Tensão - Deformação   $\sigma$ diminui acima de $\sigma_{Ms}$ . . . . .	25
<b>Figura 17</b> - Tensão aplicada e tensões de início e fim de transformações   $\sigma$ diminui acima de $\sigma_{Ms}$ . . . . .	26
<b>Figura 18</b> - Modelo com Tensão Prescrita   $T$ e $\sigma$ variáveis. . . . .	27
<b>Figura 19</b> - Modelo com Tensão Prescrita   $T$ e $\sigma$ variáveis. . . . .	27

<b>Figura 20</b> - Modelo com Tensão Prescrita   Tanaka Modificado. . . . .	28
<b>Figura 21</b> - Modelo com Tensão Prescrita - Detalhe da região de início de transformação martensítica. . . . .	29
<b>Figura 22</b> - Modelo com Tensão Prescrita - Detalhe da região final de transformação martensítica. . . . .	29
<b>Figura 23</b> - Deformação e Tensão Prescritas   $T = 270 K$ . . . . .	31
<b>Figura 24</b> - Deformação e Tensão Prescritas   $T$ variável. . . . .	31
<b>Figura 25</b> - Deformação e Tensão Prescritas   $T = 100 ^\circ C$ . . . . .	32
<b>Figura 26</b> - Deformação e Tensão Prescritas   $T$ variável. . . . .	32
<b>Figura 27</b> - Sistema Massa-Mola-Amortecedor acoplado a fios de LMF. . . . .	33
<b>Figura 28</b> - Esquema ilustrativo para o cálculo de $F_{LMF}$ . . . . .	34
<b>Figura 29</b> - Fluxograma do algoritmo implementado. . . . .	37
<b>Figura 30</b> - Teste de convergência. . . . .	38
<b>Figura 31</b> - Área negativa da histerese. . . . .	39
<b>Figura 32</b> - Área positiva da histerese. . . . .	39
<b>Figura 33</b> - Deslocamento do Oscilador com e sem os fios de LMF. . . . .	40
<b>Figura 34</b> - Perfis de Temperatura e Tensão Elétrica. . . . .	40
<b>Figura 35</b> - Diagrama Tensão - Deformação. . . . .	41
<b>Figura 36</b> - Máxima Amplitude de Vibração e Área de Histerese em função da Temperatura. . . . .	41
<b>Figura 37</b> - Diagrama Tensão - Deformação para diferentes Temperaturas. . . . .	42
<b>Figura 38</b> - Deslocamento ao longo do tempo para os casos Sem e Com Controle Passivo . . . . .	43
<b>Figura 39</b> - Diagrama Tensão - Deformação para os casos Sem e Com Controle Passivo . . . . .	43
<b>Figura 40</b> - Perfis de Temperatura e Tensão Elétrica   Sem Controle . . . . .	44
<b>Figura 41</b> - Perfis de Temperatura e Tensão Elétrica   Com Controle Passivo . . . . .	44
<b>Figura 42</b> - Deslocamento ao longo do tempo para os casos sem e com Controle Ativo. . . . .	45
<b>Figura 43</b> - Diagrama Tensão - Deformação para os casos sem e com Controle Ativo. . . . .	46
<b>Figura 44</b> - Deslocamento ao longo do tempo para os casos com Controle Passivo ( $T = 90 ^\circ C$ ) e com Controle Ativo. . . . .	46
<b>Figura 45</b> - Diagrama Tensão - Deformação para os casos com Controle Passivo ( $T = 90 ^\circ C$ ) e com Controle Ativo. . . . .	47
<b>Figura 46</b> - Comparação entre os perfis de Temperaturas. . . . .	47

<b>Figura 47</b> - Comparação entre os perfis de Tensão Elétrica. . . . .	48
<b>Figura 48</b> - Resultados dos controles Passivo ( $T = 90\text{ }^{\circ}C$ ) e Ativo. . . . .	48

## LISTA DE TABELAS

<b>Tabela 1</b> -	Propriedades termo-mecânicas do fio de LMF - Liga 1. . . . .	21
<b>Tabela 2</b> -	Propriedades do Sistema Massa-Mola-Amortecedor. . . . .	35
<b>Tabela 3</b> -	Propriedades relacionadas à Transferência de Calor. . . . .	35
<b>Tabela 4</b> -	Propriedades termo-mecânicas do fio de LMF - Liga 2. . . . .	35
<b>Tabela 5</b> -	Propriedades mecânicas da LMF - Liga 2. . . . .	36
<b>Tabela 6</b> -	Propriedades do fio de LMF - Liga 2. . . . .	36

## LISTA DE SÍMBOLOS

### Letras Latinas

$A_F$	-	Temperatura final de formação de Austenita
$A_S$	-	Temperatura de início de formação de Austenita
$a_M$	-	Constante do material
$a_A$	-	Constante do material
$b_M$	-	Constante do material
$b_A$	-	Constante do material
$C_A$	-	Coefficiente de influência de tensão (Austenita)
$C_M$	-	Coefficiente de influência de tensão (Martensita)
$E$	-	Módulo de elasticidade
$F_{Chirp}$	-	Excitação do sistema
$F_{LMF}$	-	Força do fio de LMF
$M_F$	-	Temperatura final de formação de Martensita
$M_S$	-	Temperatura inicial para formação de Austenita
$m$	-	Massa do sistema mecânico
$c$	-	Amortecimento do sistema mecânico
$k$	-	Rigidez do sistema mecânico
$x$	-	Deslocamento da massa
$\dot{x}$	-	Velocidade da massa
$\ddot{x}$	-	Aceleração da massa

## Letras Gregas

$\varepsilon$	-	Deformação do material
$\varepsilon_L$	-	Deformação residual
$\varepsilon_{AF}$	-	Deformação final de transformação de Austenita
$\varepsilon_{AS}$	-	Deformação de início de transformação de Austenita
$\varepsilon_{MF}$	-	Deformação final de transformação
$\varepsilon_{MS}$	-	Deformação de início de transformação de Martensita
$\xi_M$	-	Fração Martensítica
$\xi_{M0}$	-	Fração Martensítica inicial
$\xi_A$	-	Fração Austenítica
$\xi_{A0}$	-	Fração Austenítica inicial
$\sigma$	-	Tensão mecânica
$\sigma_{AF}$	-	Tensão final de transformação de Austenita
$\sigma_{AS}$	-	Tensão de início de transformação de Austenita
$\sigma_{MF}$	-	Tensão final de transformação
$\sigma_{MS}$	-	Tensão de início de transformação de Martensita

## Lista de Siglas

*LMF* - Liga com Memória de Forma.

## SUMÁRIO

	Página
<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> 11
1.1	OBJETIVO . . . . . 16
<b>2</b>	<b>MODELOS CONSTITUTIVOS DA LIGA COM MEMÓRIA DE FORMA</b> 17
2.1	MODELO DE TANAKA ET. AL . . . . . 18
2.2	MODELO DE TANAKA ET. AL MODIFICADO . . . . . 20
<b>3</b>	<b>IMPLEMENTAÇÃO DOS MODELOS CONSTITUTIVOS DA LMF</b> 21
3.1	MODELOS COM TENSÃO PRESCRITA . . . . . 21
3.1.1	TANAKA . . . . . 21
3.1.2	TANAKA MODIFICADO . . . . . 28
3.2	MODELOS COM DEFORMAÇÃO PRESCRITA . . . . . 30
3.2.1	TANAKA . . . . . 30
3.2.2	TANAKA MODIFICADO . . . . . 32
<b>4</b>	<b>MODELAGEM DO OSCILADOR E RESOLUÇÃO DAS EQUA- ÇÕES</b> 33
4.1	MODELO MATEMÁTICO . . . . . 33
4.2	RESOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES . . . . . 37
<b>5</b>	<b>CONTROLE ATIVO DE VIBRAÇÕES COM FIOS DE LMF</b> 39
5.1	CONTROLE PASSIVO . . . . . 40
5.2	CONTROLE ATIVO . . . . . 45
<b>6</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> 49
	<b>REFERÊNCIAS</b> 50

## 1 INTRODUÇÃO

Em máquinas e equipamentos industriais, a presença de perturbações causadas por forças excitadoras pode ocasionar grandes níveis de vibrações, especialmente quando se atinge regiões de ressonância. A presença de vibrações indesejadas provoca uma diminuição no tempo de vida das máquinas, demandam manutenções periódicas mais frequentes e, em algumas situações, podem colocar em risco a sua operação segura. Este fenômeno é naturalmente tanto mais importante quanto mais refinado e preciso é o desempenho esperado para o sistema (ALVES et al., 2018).

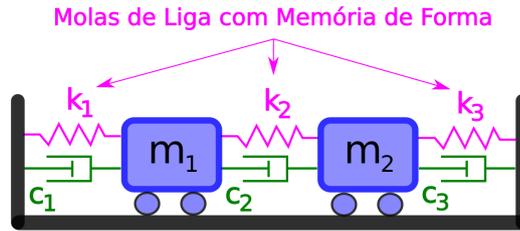
O problema do amortecimento dos níveis de vibrações é indiscutivelmente um dos temas mais importantes da dinâmica e a literatura é rica em propostas de solução para esta questão. Os procedimentos se diferenciam ou pela natureza das forças de amortecimento empregadas, ou pelo modo de operação dos controladores: Ativos ou Passivos (SIMOES, 2006; SENKO, 2018).

Tradicionalmente, uma máquina pode passar com segurança por suas regiões de ressonância ao aumentar rapidamente a frequência de excitação. Porém, esse método é ineficaz e geralmente falha, principalmente nos casos em que a máquina não possui alta potência requerida. Outro método que vem sendo estudado pelos pesquisadores é a capacidade de controlar a rigidez e amortecimento do sistema utilizando materiais inteligentes. Tais materiais possuem a capacidade de mudar suas características mecânicas, tais como rigidez e amortecimento, quando submetidos a um determinado estímulo como: variação de temperatura, tensão mecânica ou campo elétrico aplicado (TAKEDA; KUMAIIDO, 1987; SEGALMAN et al., 1993; LEES A.W.; JANA, 2007; GUPTA et al., 2003).

Pesquisas mais recentes com materiais inteligentes (HE et al., 2006; AQUINO, 2011; MA et al., 2014; ALVES et al., 2015; ENEMARK et al., 2015; BORGES et al., 2018; ALVES et al., 2018; ABREU et al., 2019) demonstram que as Ligas com Memória de Forma (LMF) possuem grande potencial de aplicação no controle de vibrações.

Machado et al. (2003) realizou um estudo da dinâmica de um oscilador, de dois graus de liberdade, cujas massas foram conectadas por molas de LMF e elementos de amortecimento viscoso, conforme mostrado na Fig. 1.

**Figura 1-** Oscilador com molas de Liga com Memória de Forma.

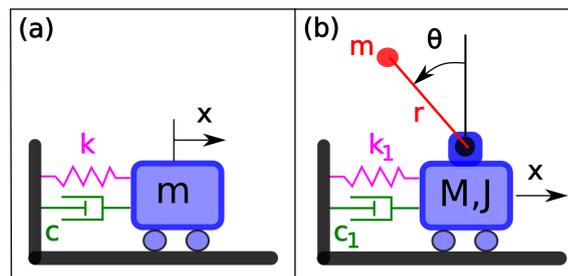


Fonte: Adaptado de Machado et al. (2003).

Neste estudo foi realizada uma análise de estabilidade do sistema em função da temperatura, i.e, em função das fases (Martensita/Austenita) presentes na LMF. Além disso, constatou-se que a variação da temperatura das molas de LMF implica alterações ou na amplitude ou no tipo das respostas: o sistema possui transição de comportamento, a saber, resposta Periódica  $\rightarrow$  Caos  $\rightarrow$  Hipercaos. Assim, ficou evidenciado o potencial de aplicação das LMF como atuadores, utilizando a temperatura como variável de controle.

Tendo em vista a possibilidade de comportamento caótico de osciladores com molas de LMF, posteriormente, Piccirillo et al. (2009a) aplicou um Controle Ativo a tais sistemas. O trabalho foi dividido em duas partes: na primeira, foi considerado um oscilador com um grau de liberdade (Fig. 2a), excitado por um força ideal (PICCIRILLO et al., 2009a); na segunda, considerou-se um oscilador com dois graus de liberdade, com uma fonte de excitação não ideal (há um acoplamento dinâmico entre a fonte de excitação e o sistema) (PICCIRILLO et al., 2009b).

**Figura 2-** Oscilador: (a) excitação ideal. (b) excitação não ideal.



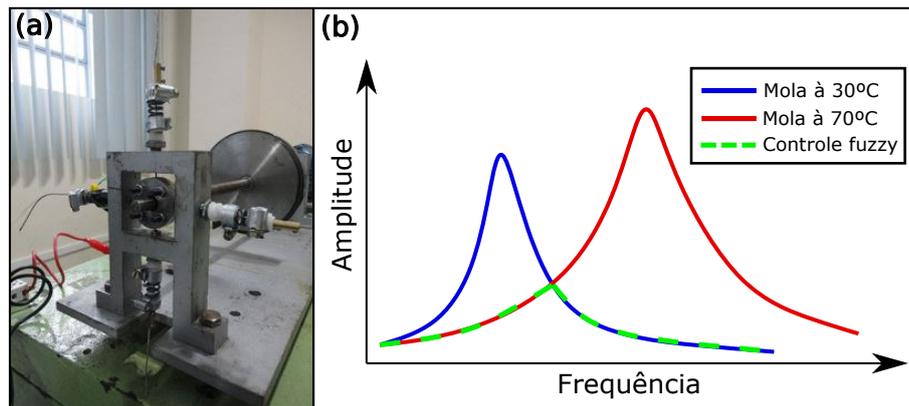
Fonte: Adaptado de (a) Piccirillo et al. (2009a) e (b) Piccirillo et al. (2009a).

Em ambos os casos foi possível realizar o controle dos sistema com comportamento caótico utilizando um Controle Linear Ótimo, o qual foi implementado, pela primeira vez, no controle de um sistema não ideal de vibração.

Tais estudos demonstram a grande capacidade de elementos de LMF modificarem a resposta de um sistema, logo, possuem potencial para serem utilizados como atuadores, fato explorado, posteriormente, por outros pesquisadores.

Borges et al. (2018) e Alves et al. (2018) realizaram trabalhos utilizando elementos de LMF como atuadores no controle de vibração de rotores. O primeiro propôs a suspensão de um dos mancais do rotor por quatro molas fabricadas com LMF, conforme ilustrado na Fig. 3a.

**Figura 3-** (a) Rotor flexível com um dos mancais suspenso por molas de LMF. (b) Amplitudes de vibração para temperaturas constantes das molas de LMF (30 °C e 70 °C) e com o controle Fuzzy.



Fonte: Adaptado de Borges et al. (2018).

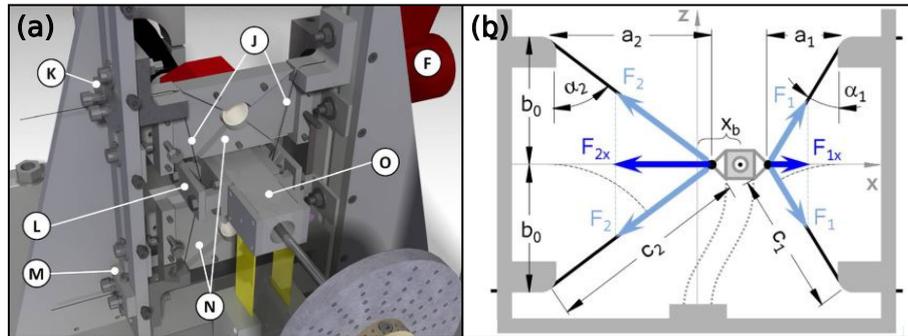
Para o controle de vibração durante a passagem pela primeira velocidade crítica do rotor, Borges et al. (2018) desenvolveu um sistema de controle ativo de temperatura, baseado na lógica Fuzzy, no qual as amplitudes de vibração foram reduzidas devido a mudança de rigidez do sistema, obtida através da variação da temperatura. Dessa forma, foi possível alterar, de maneira conveniente, a velocidade crítica do rotor, de modo a evitar a passagem pela zona de ressonância durante a aceleração e desaceleração como indicado na Fig. 3b.

Com o objetivo de mitigar a vibração durante a passagem pelas velocidades críticas, Alves et al. (2018) propôs um controle semiativo de vibrações em rotores flexíveis usando fios de LMF. O rotor em questão foi apoiado sobre dois mancais com bases flexíveis e suspenso por fios de LMF. O controle de vibrações foi realizado pelo tracionamento dos fios em ambos os lados do mancal de base flexível, funcionando como um amortecedor. Com isso, a pré-tensão gerada é obtida de modo que haja um ângulo entre o fio e a vertical, fazendo com que as forças exercidas pelos fios sejam decompostas em um plano e as atuantes estejam na direção horizontal. A suspensão do mancal foi encapsulada por uma câmara de aquecimento que visa controlar a temperatura dos fios de LMF (Fig. 4).

Aproveitando a ideia de suspender o mancal com fios de LMF, GERONEL (2018) propôs, ao invés de manter a temperatura constante durante toda aceleração do rotor

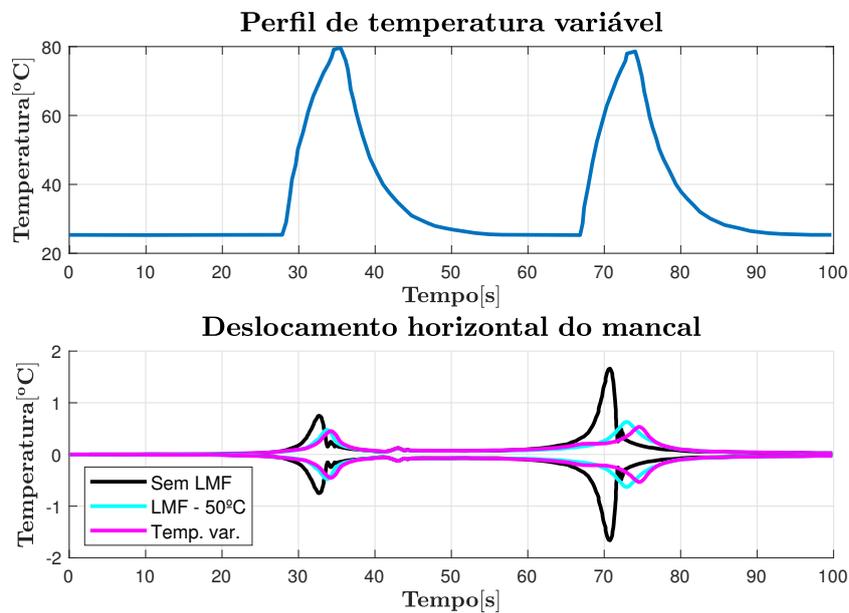
(como feito por Alves et al. (2018)), criar um perfil de temperatura, no qual o fio de LMF fosse aquecido somente durante um intervalo de frequências próximas às duas primeiras velocidades críticas do rotor (Fig. 5).

**Figura 4-** (a) Modelo 3D do suporte do mancal tracionado lateralmente por fios de LMF; Sendo: (F) soprador térmico; (J) fios de LMF; (K),(L) e (M) tensionadores (N) câmaras de aquecimento e (O) mancal. (b) Representação esquemática da atuação dos fios de LMF durante o funcionamento do rotor.



Fonte: Adaptado de Alves et al. (2018).

**Figura 5-** Simulação - Geronel.



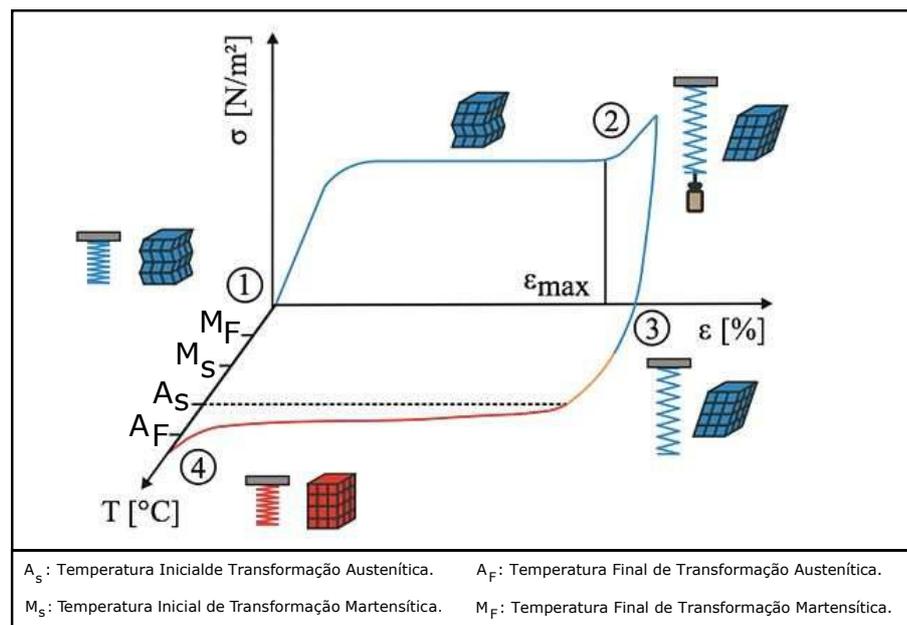
Fonte: Adaptado de GERONEL (2018).

Tais aplicações das LMF são possíveis graças ao seu comportamento singular caracterizado pela capacidade de recuperar a geometria original (ou de desenvolver consideráveis forças de restituição ao se restringir sua recuperação) através da imposição de um campo

de temperatura e/ou de tensão mecânica, devido a transformações de fase induzidas no material (BRINSON, 1993; PAIVA, 2004). Estas transformações de fase são processos não difusivos envolvendo fases sólidas que ocorrem a velocidades muito elevadas, sendo que as LMF apresentam dois tipos de microestruturas (SILVA, 2017): a Austenita (estável a alta temperatura) e a Martensita (estável a baixa temperatura). A variação entre estas duas microestruturas (Austenita e Martensita) provocadas pela variação da temperatura, geram efeitos termomecânicos tais como: Efeito Memória de Forma, explorado por Borges et al. (2018) e o Efeito da Pseudoplasticidade (ou Superelasticidade), explorado por Alves et al. (2018).

A seguir, na Fig. 6, pode-se observar uma ilustração gráfica do Efeito Memória de Forma, no qual há a recuperação de uma deformação residual após a aplicação de um campo de temperatura.

**Figura 6-** Efeito Memória de Forma.

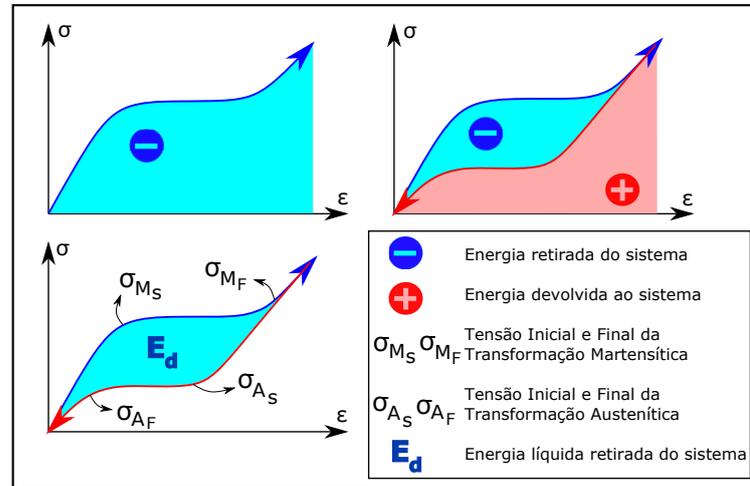


Fonte: Institute of Microstructure Technology (IMT). Thermal Shape Memory Effect. Disponível em: < <https://www.imt.kit.edu/889.php> >. Data de acesso: 30/07/2019.

Além da habilidade de recuperar a sua forma quando aquecida a determinada temperatura, a LMF, estando na fase Austenítica (temperatura acima de  $A_F$ ), quando submetida a um determinado nível de carregamento cíclico de tensão mecânica, sofre transformação reversível de fase, gerando um laço de histerese responsável por dissipar uma quantidade considerável de energia do sistema, caracterizando o Efeito da Pseudoplasticidade ou Superelasticidade. Esta característica faz com que as LMF sejam uma boa alternativa para a absorção de impactos e amortecimento de vibrações (LAGOUDAS, 2008).

O Efeito da Pseudoplasticidade/Superelasticidade pode ser observado na Fig. 7.

**Figura 7-** Efeito da Pseudoplasticidade/Superelasticidade.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

As LMF vêm sendo aplicadas nas mais diversas áreas comerciais como: aeroespacial (CALKINS et al., 2006; ABREU et al., 2014; MAESTA, 2016), biomédica (HAGA et al., 2005; LORENZA; FRANCESCO, 2011; FERDINANDO et al., 2015) entre outras (LAGOUDAS, 2008; ANARGYROS et al., 2019; KARAKALAS et al., 2019; THEODOROS et al., 2019), destacando - se também no controle de vibrações (SILVA, 2017; SHAW; WANG, 2019; ABREU et al., 2019). Entretanto, nenhum dos trabalhos citados teve como proposta o projeto de um Controlador Ativo objetivando aumentar a dissipação de energia pelo sistema devido ao fenômeno da Superelasticidade da LMF (que ocorre a altas temperaturas -  $T > A_F$ ). Portanto, considerando a capacidade da LMF em alterar significativamente a resposta do sistema (demonstrado pelos trabalhos de Machado et al. (2003) e Piccirillo et al. (2009a), Piccirillo et al. (2009b)) aliada a ideia de utilizar fios de LMF como atuadores, que permitem rápido aquecimento e fácil fabricação (trabalhos de Alves et al. (2018) e GERONEL (2018)), esta Dissertação de Mestrado visa propor uma Lei de Controle Ativo de vibrações utilizando a histerese de fios de LMF (Superelasticidade) para reduzir as amplitudes de vibração de um Oscilador, devido ao aumento da energia dissipada pelo sistema.

## 1.1 OBJETIVO

Propor uma Lei de Controle Ativo de vibrações valendo-se da histerese de fios de LMF para mitigar as vibrações de um Oscilador, devido ao aumento da energia dissipada pelo sistema.

## 2 MODELOS CONSTITUTIVOS DA LIGA COM MEMÓRIA DE FORMA

A equação que rege o comportamento da LMF é a seguinte:

$$\dot{\sigma} = E\dot{\epsilon} + F\dot{T} + G\dot{\xi}_M \quad (1)$$

Em que  $\dot{\sigma}$ ,  $\dot{\epsilon}$ ,  $\dot{T}$  e  $\dot{\xi}_M$  são as taxas de variação da tensão, deformação, temperatura e fração volumétrica de Martensita da LMF;  $E$  e  $F$  são, respectivamente, o módulo de elasticidade e o coeficiente de dilatação térmica;  $G$  é uma propriedade do material.

Integrando a equação 1:

$$\sigma - \sigma_0 = E(\epsilon - \epsilon_0) + F(T - T_0) + G(\xi - \xi_0) \quad (2)$$

$G$  pode ser determinado pela seguinte expressão:

$$G = -\epsilon_L E \quad (3)$$

Sendo que  $\epsilon_L$  é a deformação residual da LMF, quando a mesma é carregada e descarregada (tensão mecânica) abaixo da temperatura  $A_s$ . Reescrevendo a equação (2):

$$\sigma - \sigma_0 = E(\epsilon - \epsilon_0) + F(T - T_0) + \epsilon_L E(\xi - \xi_0) \quad (4)$$

A fração volumétrica da Martensita  $\xi_M$  descreve a transformação de fase entre Martensita/Austenita. Sendo que:

$$\xi_M = f(\sigma, T) \quad (5)$$

Em que  $f$  denota uma função que modela  $\xi_M$ .

Diversos autores propuseram tipos diferentes para a função  $f$  (TANAKA; NAGAKI, 1982; LIANG; ROGERS, 1990; BRINSON, 1993; BOYD; LAGOUDAS, 1996). Para o desenvolvimento deste trabalho, será utilizado, devido ao menor grau de complexidade, o modelo de Tanaka et al. (1994) Modificado.

## 2.1 MODELO DE TANAKA ET. AL

Tanaka et al. (1994) propuseram funções ( $f$ ) exponenciais para modelarem a transformação de fase Martensita/Austenita.

$$\xi_{M,A \rightarrow M} = 1 - \exp[b_M C_M (\mu(\xi_{A0}) - T) + b_M \sigma] \xi_{A0} \quad (6)$$

$$\xi_{M,M \rightarrow A} = \exp[b_A C_A (\alpha(\xi_{M0}) - T) - b_A \sigma] \xi_{M0} \quad (7)$$

Em que  $C_M$ ,  $b_M$ ,  $C_A$ ,  $b_A$  são parâmetros do material;  $\xi_{A0}$  e  $\xi_{M0}$  são as frações volumétricas iniciais da Austenita e Martensita;  $\mu$  e  $\alpha$  são as temperaturas iniciais de transformação Martensítica e Austenítica após transformações incompletas.

$$b_M = \frac{\text{Ln}(100\xi_{A0})}{C_M[M_F - \mu(\xi_{A0})]} \quad (8)$$

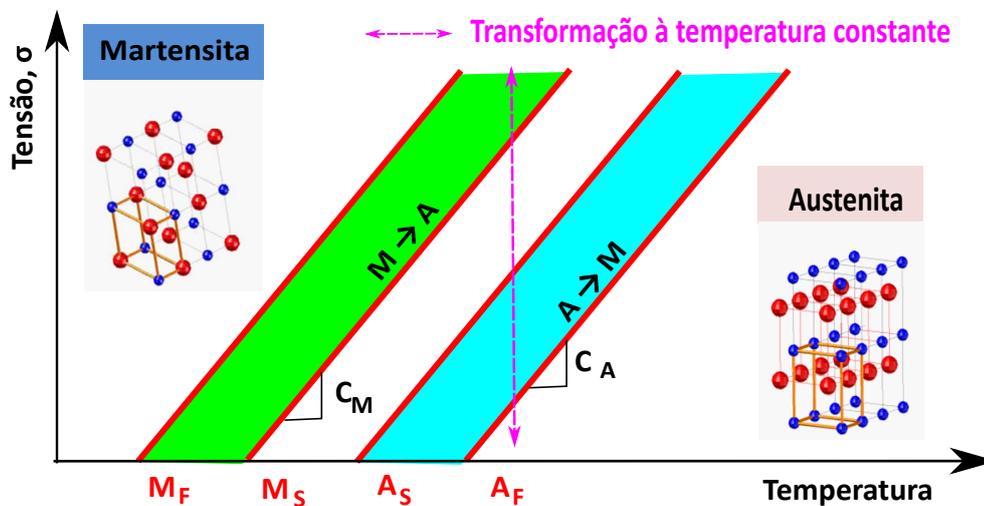
$$b_A = \frac{\text{Ln}(100\xi_{M0})}{C_A[A_F - \alpha(\xi_{A0})]} \quad (9)$$

$$\mu(\xi_{A0}) = \frac{M_S + (A_S - M_S)(1 - \xi_{A0})}{2} + \frac{M_S(M_S - M_F)\text{Ln}(100) + \text{Ln}(\xi_{A0})}{2(M_S - M_F)\text{Ln}(100)} \quad (10)$$

$$\alpha(\xi_{M0}) = \frac{A_S + (M_S - A_S)(1 - \xi_{M0})}{2} + \frac{A_S(A_S - A_F)\text{Ln}(100) + \text{Ln}(\xi_{M0})}{2(A_S - A_F)\text{Ln}(100)} \quad (11)$$

As equações (6) e (7) são válidas apenas quando há transformação de fases, sendo que a região de transformação é definida pela tensão e pela temperatura conforme a Fig. 8.

**Figura 8-** Diagrama de transformação de fases | Temperatura Constante.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Sendo que  $C_M$  e  $C_A$  são, respectivamente, os coeficientes angulares das linhas finais (ou iniciais) de transformação Martensítica e Austenítica, conforme pode ser observado na Fig. 8;  $M_F$  e  $M_S$  são as temperaturas de fim e de início da transformação Martensítica quando não há tensão aplicada na LMF;  $A_F$  e  $A_S$  são as temperaturas de fim e de início da transformação Austenítica quando não há tensão aplicada na LMF.

Considerando a temperatura constante, as tensões de início das transformações Martensítica e Austenítica ( $\sigma_{M_S}$  e  $\sigma_{A_S}$ ) são definidas pelas linhas de início de transformação, ilustradas na Fig. 8. Substituindo as temperaturas de início de transformação para o caso livre de tensão ( $M_S$  e  $A_S$ ) pelas temperaturas de início de transformação após uma transformação de fase incompleta ( $\mu(\xi_{A0})$  e  $\alpha(\xi_{M0})$ ):

$$\sigma_{M_S} = C_M[T - M_S] \rightarrow \sigma_{M_S} = C_M[T - \mu(\xi_{A0})] \quad (12)$$

$$\sigma_{A_S} = C_A[T - A_S] \rightarrow \sigma_{A_S} = C_A[T - \alpha(\xi_{M0})] \quad (13)$$

As tensões finais de transformações de fase ( $\sigma_{M_F}$  e  $\sigma_{A_F}$ ) podem ser obtidas ou pelas linhas de fim de transformação ilustradas na Fig. 8, ou a partir das equações 6 e 7, isolando  $\sigma$ , tomando  $\xi_M \rightarrow 0$  e  $\xi_M \rightarrow 1$ , respectivamente. Para fins de implementação computacional, o fim de transformação Martensítica será considerado quando  $\xi_M = 0.9999$  e o fim da transformação Austenítica, quando,  $\xi_M = 0.0001$ . Dessa forma, uma das possibilidades de escrever as tensões finais de transformação é:

$$\sigma_{M_F} = C_M T - \frac{1}{b_M} \text{Ln}[100\xi_{A0}] - C_M \mu(\xi_{A0}) \quad (14)$$

$$\sigma_{A_F} = C_A T - \frac{1}{b_A} \text{Ln}[100\xi_{M0}] - C_A \alpha(\xi_{M0}) \quad (15)$$

Dessa forma o comportamento da fração volumétrica da Martensita fica definido por:

$$\xi_{M,A \rightarrow M} = 1 - \exp[b_M C_M (\mu(\xi_{A0}) - T) + b_M \sigma] \xi_{A0}; \quad \sigma_{A_F} \leq \sigma \leq \sigma_{A_S} \quad (16)$$

$$\xi_{M,M \rightarrow A} = \exp[b_A C_A (\alpha(\xi_{M0}) - T) - b_A \sigma] \xi_{M0}; \quad \sigma_{M_S} \leq \sigma \leq \sigma_{M_F} \quad (17)$$

$$\xi_M = 0; \quad \sigma \leq \sigma_{A_F} \quad (18)$$

$$\xi_M = 1; \quad \sigma \geq \sigma_{M_F} \quad (19)$$

Para uma situação em que a tensão e a temperatura variam simultaneamente, as condições que definem o comportamento da fração volumétrica de Martensita são:

$$\xi_{M,A \rightarrow M} = 1 - \exp[b_M C_M (\mu(\xi_{A0}) - T) + b_M \sigma] \xi_{A0}; \quad \sigma_{A_F} \leq \sigma \leq \sigma_{A_S} \quad \dot{\sigma} \leq \dot{\sigma}_{A_F} \quad (20)$$

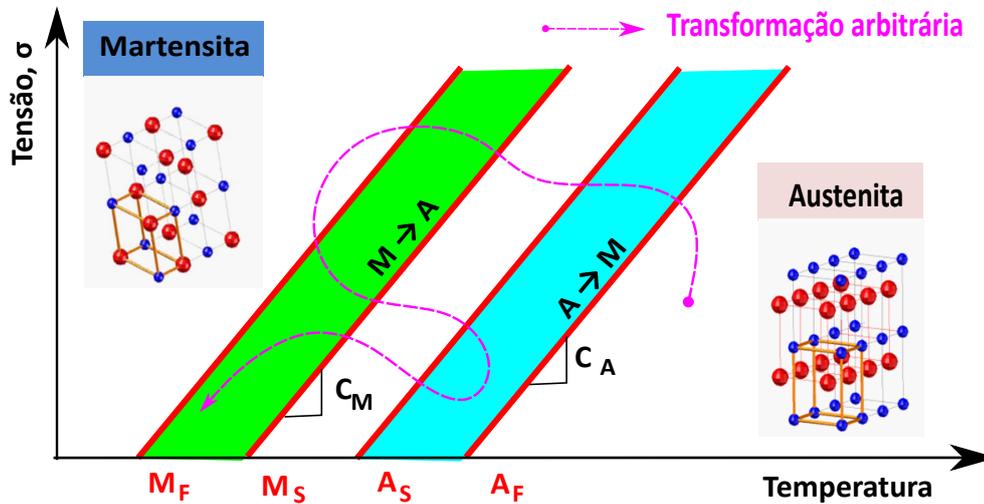
$$\xi_{M,M \rightarrow A} = \exp[b_A C_A (\alpha(\xi_{M0}) - T) - b_A \sigma] \xi_{M0}; \quad \sigma_{M_S} \leq \sigma \leq \sigma_{M_F} \quad \dot{\sigma} \geq \dot{\sigma}_{M_F} \quad (21)$$

$$\xi_M = 0; \quad \sigma \leq \sigma_{A_F} \quad (22)$$

$$\xi_M = 1; \quad \sigma \geq \sigma_{M_F} \quad (23)$$

Uma representação gráfica que traduz as equações de 20 a 23 pode ser observada na Fig. 9.

**Figura 9-** Diagrama de transformação de fases | Temperatura Variável.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

## 2.2 MODELO DE TANAKA ET. AL MODIFICADO

O modelo original de Tanaka não prevê variação do módulo de elasticidade; entretanto, na prática, os módulos de elasticidade da Austenita e da Martensita são distintos, logo, a medida que há mudança de fase, o módulo de elasticidade da LMF varia. Sendo assim, é proposta uma variação linear do módulo de elasticidade em função da fração volumétrica de Martensita ( $\xi_M$ ):

$$E = E_A + (E_M - E_A)\xi_M \quad (24)$$

Em que  $E_A$  e  $E_M$  são os módulos de elasticidade da Austenita e da Martensita, respectivamente.

### 3 IMPLEMENTAÇÃO DOS MODELOS CONSTITUTIVOS DA LMF

#### 3.1 MODELOS COM TENSÃO PRESCRITA

Os modelos da LMF com Tensão Prescrita são os que têm como variáveis conhecidas a temperatura ( $T$ ) e a tensão ( $\sigma$ ).

##### 3.1.1 TANAKA

Para a implementação do modelo de Tanaka et al. (1994) foi utilizado uma LMF com os seguintes parâmetros:

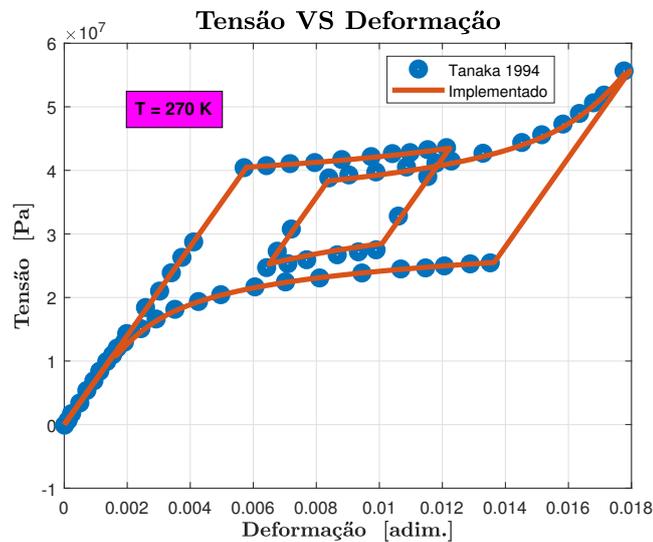
**Tabela 1-** Propriedades termo-mecânicas do fio de LMF - Liga 1.

$E$	$G$	$F$	$M_F$	$M_S$	$A_S$	$A_F$	$C_A$	$C_M$
[Pa]	[Pa]	[Pa/K]	[K]	[K]	[K]	[K]	[MPa/K]	[Pa/K]
$7x10^9$	$-7x10^7$	0	233	243	253	263	$1.5x10^6$	$1.5x10^6$

Fonte: Tanaka et al. (1994).

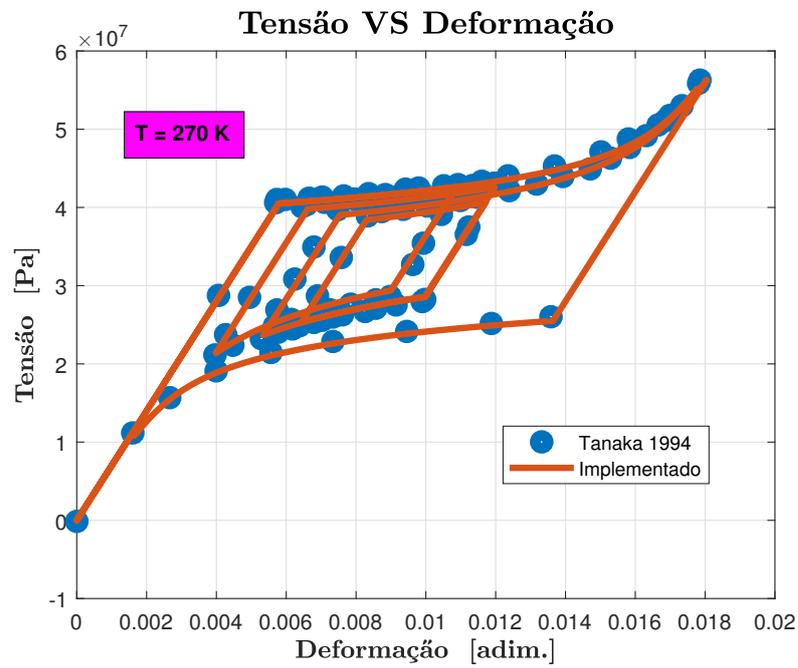
Após a implementação computacional das equações (1-23), obtiveram-se os seguintes resultados:

**Figura 10-** Modelo com Tensão Prescrita -  $T^{cte}$  | Um ciclo de transformação incompleta.

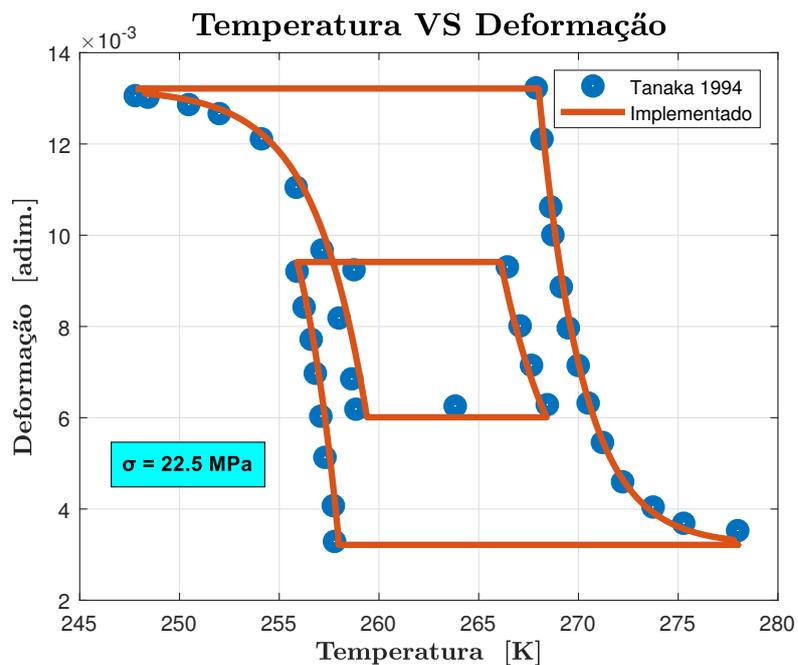


Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

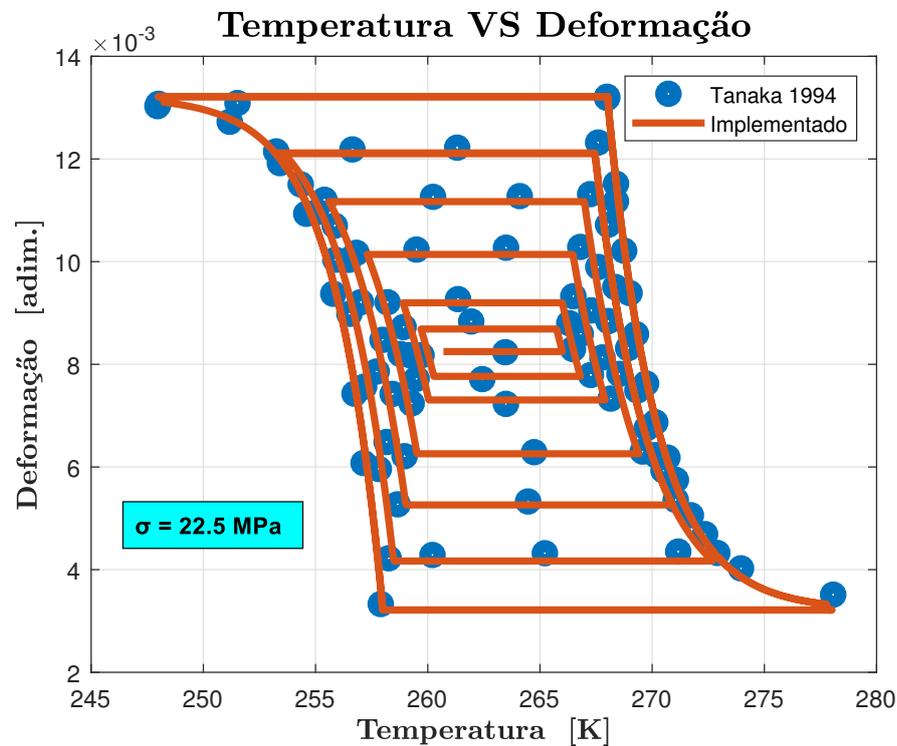
**Figura 11-** Modelo com Tensão Prescrita -  $T^{cte}$  | Vários ciclos com transformações incompletas.



**Figura 12-** Modelo com Tensão Prescrita -  $\sigma^{cte}$  | Um ciclo de transformação incompleta.



**Figura 13-** Modelo com Tensão Prescrita -  $\sigma^{cte}$  | Vários ciclos de transformações incompletas.



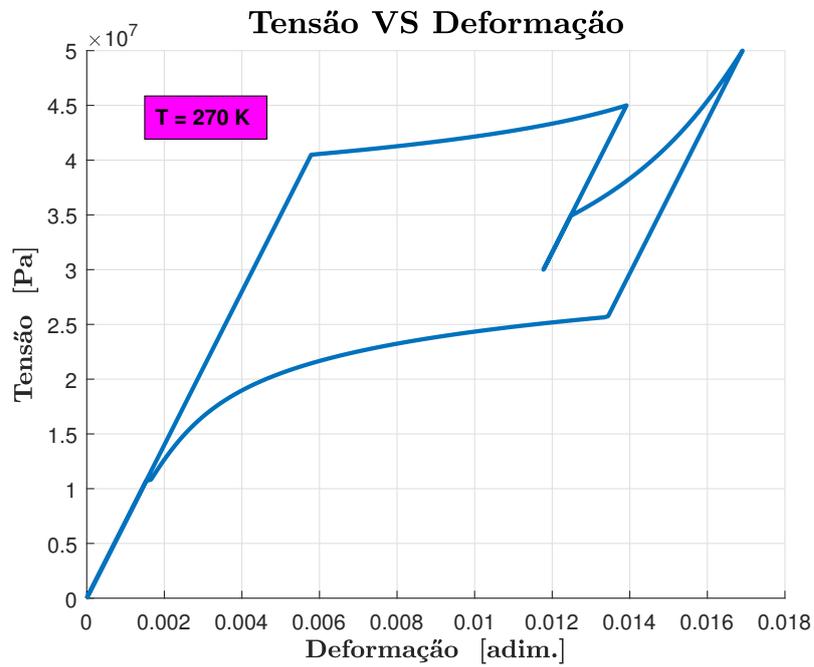
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Nas Fig. 10, 11, 12 e 13, pode-se observar que os resultados obtidos com o modelo implementado são similares aos resultados apresentados no artigo de Tanaka et al. (1994).

Para casos de temperatura e tensão variáveis, quando, após uma transformação de fase incompleta, a LMF encontra-se no interior da região de transformação, não há dados de comparação. Para exemplificar o que foi descrito, segue um exemplo:

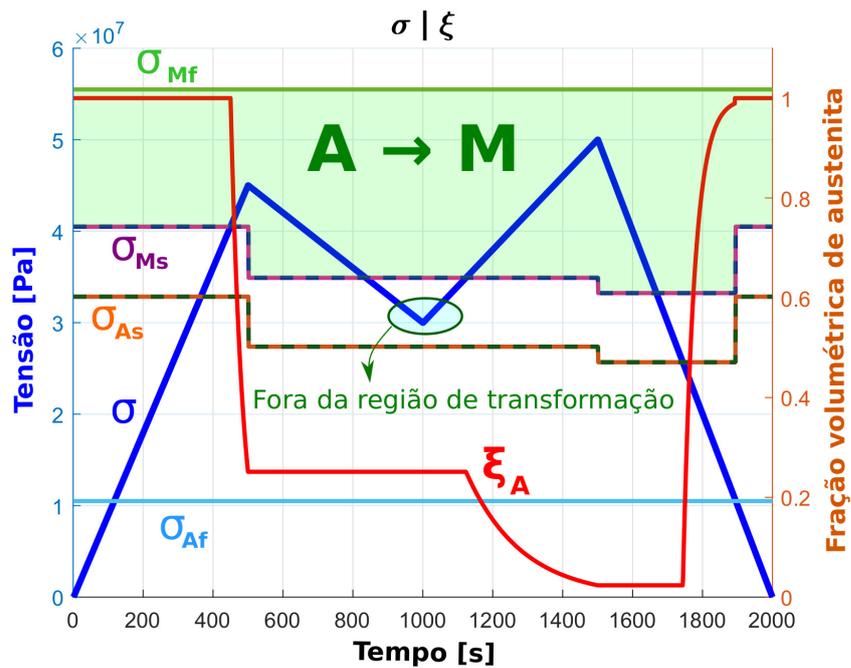
Primeiro, uma situação na qual após uma transformação incompleta, a LMF estará fora da região de transformação, situação na qual valem as equações 12 e 13 para definir o início das transformações de fase. Na Fig. 14 é possível observar o Diagrama Tensão - Deformação para tal caso. Porém, para identificar o fato de a LMF encontrar-se fora da região de transformação após a transformação incompleta, deve-se olhar para o gráfico da Fig. 15, no qual é possível observar que, após a transformação incompleta, o nível de tensão diminui abaixo de  $\sigma_{Ms}$  e, posteriormente, a LMF adentra, novamente, na região de transformação de fase, completando a transformação.

Figura 14- Diagrama Tensão - Deformação |  $\sigma$  diminui abaixo de  $\sigma_{Ms}$ .



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 15- Tensão aplicada e tensões de início e fim de transformações |  $\sigma$  diminui abaixo de  $\sigma_{Ms}$ .



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Se, após a transformação incompleta de fase, a tensão não cair abaixo de  $\sigma_{M_S}$ , quando a LMF retornar à transformação de fase ela já estará dentro da região de transformação. Dessa forma, se for mantida as condições iniciais de transformação (equações 12 e 13) haverá uma descontinuidade no gráfico. Portanto, para contornar esse problema, as condições iniciais de transformação são recalculadas considerando que a tensão e a temperatura atuais são a tensão e temperatura de início de transformação.

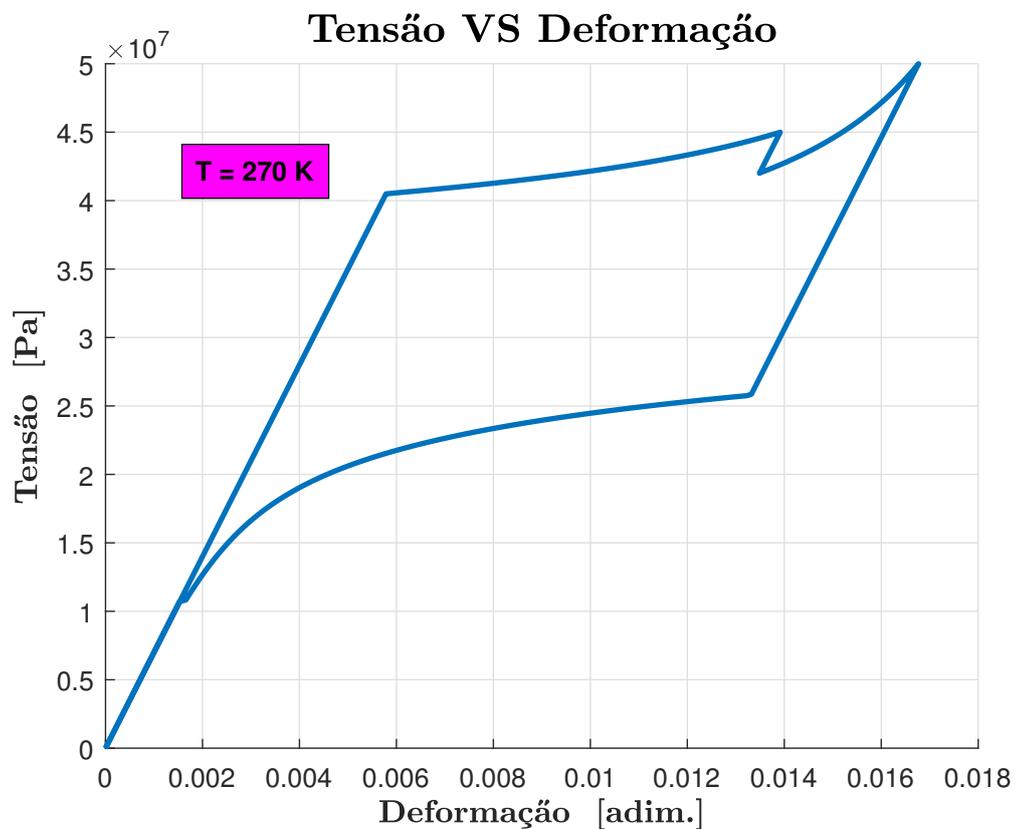
$$\sigma_{M_S}^* = \sigma \quad (25)$$

$$\mu^* = T - \frac{\sigma}{C_M} \quad (26)$$

$$b_M^* = \frac{\text{Ln}(100\xi_{A0})}{C_M(M_F - \mu^*)} \quad (27)$$

Após recalculas as condições iniciais de transformação, não haverá descontinuidade no gráfico como pode ser observado na Fig. 16.

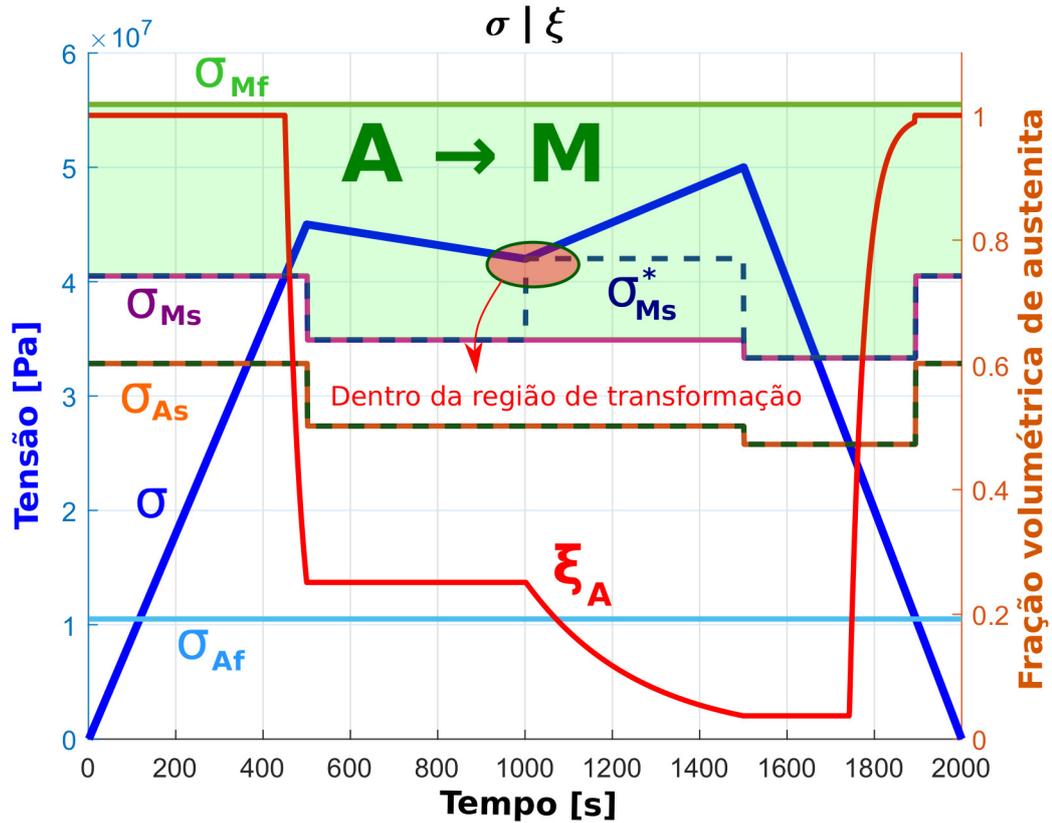
**Figura 16-** Diagrama Tensão - Deformação |  $\sigma$  diminui acima de  $\sigma_{M_S}$ .



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Na Fig. 17 pode ser observado que a LMF retorna à transformação de fase já estando dentro da região de transformação.

**Figura 17-** Tensão aplicada e tensões de início e fim de transformações |  $\sigma$  diminui acima de  $\sigma_{Ms}$ .



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

De modo análogo, a tensão de início de transformação Austenítica deve ser recalculada caso haja início de transformação quando a LMF já estiver dentro da região de transformação.

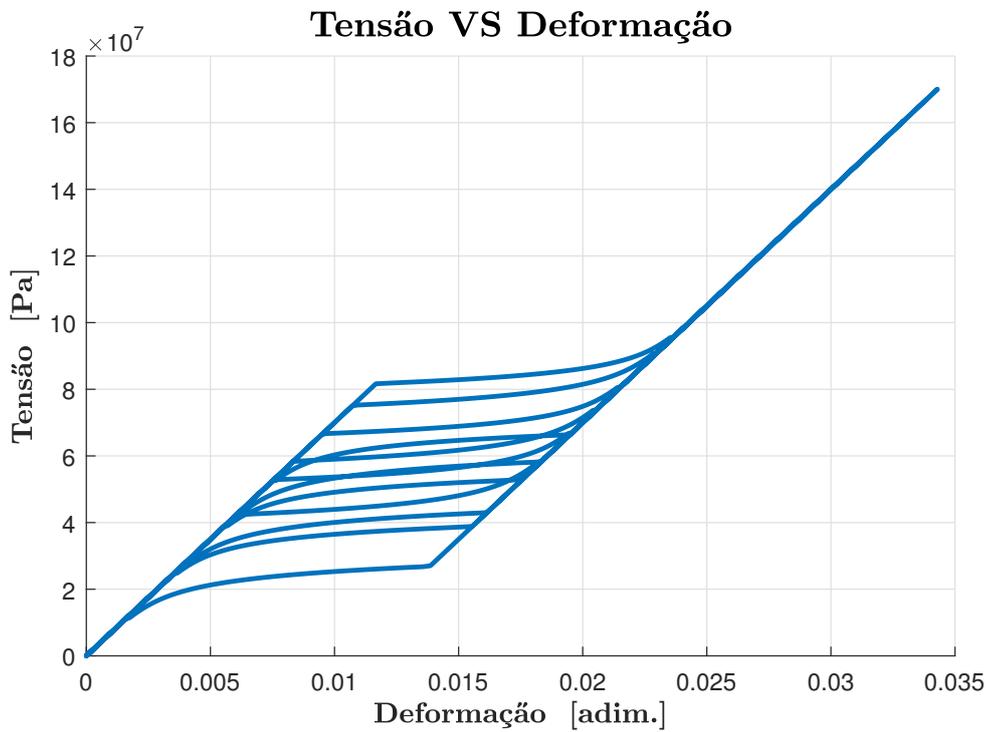
$$\sigma_{Ms}^* = \sigma \quad (28)$$

$$\alpha^* = T - \frac{\sigma}{C_A} \quad (29)$$

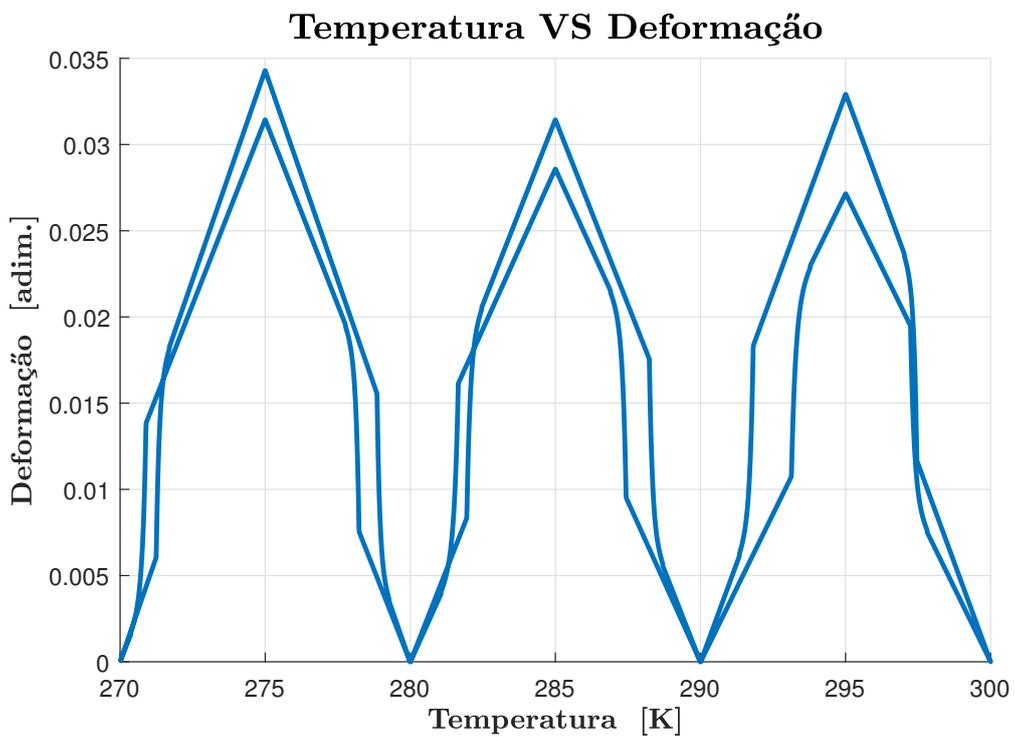
$$b_A^* = \frac{\ln(100\xi_{M0})}{C_A(A_F - \alpha^*)} \quad (30)$$

Por fim, nas Fig. 18 e 19 pode ser observado uma situação de variação simultânea de tensão e temperatura.

**Figura 18-** Modelo com Tensão Prescrita |  $T$  e  $\sigma$  variáveis.



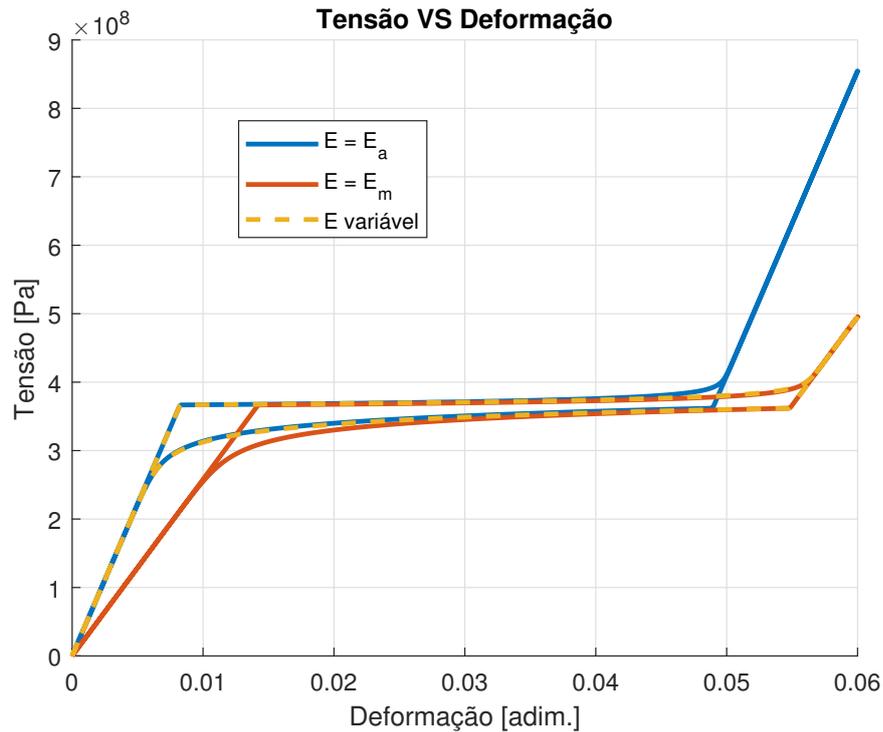
**Figura 19-** Modelo com Tensão Prescrita |  $T$  e  $\sigma$  variáveis.



### 3.1.2 TANAKA MODIFICADO

Para a verificação do modelo de Tanaka Modificado foram comparados os Diagramas Tensão - Deformação entre três casos, a saber, considerando o módulo de elasticidade constante igual: ao da Austenita; ao da Martensita; e variável. Na Fig. 20, pode-se observar a comparação entre os Diagramas Tensão - Deformação.

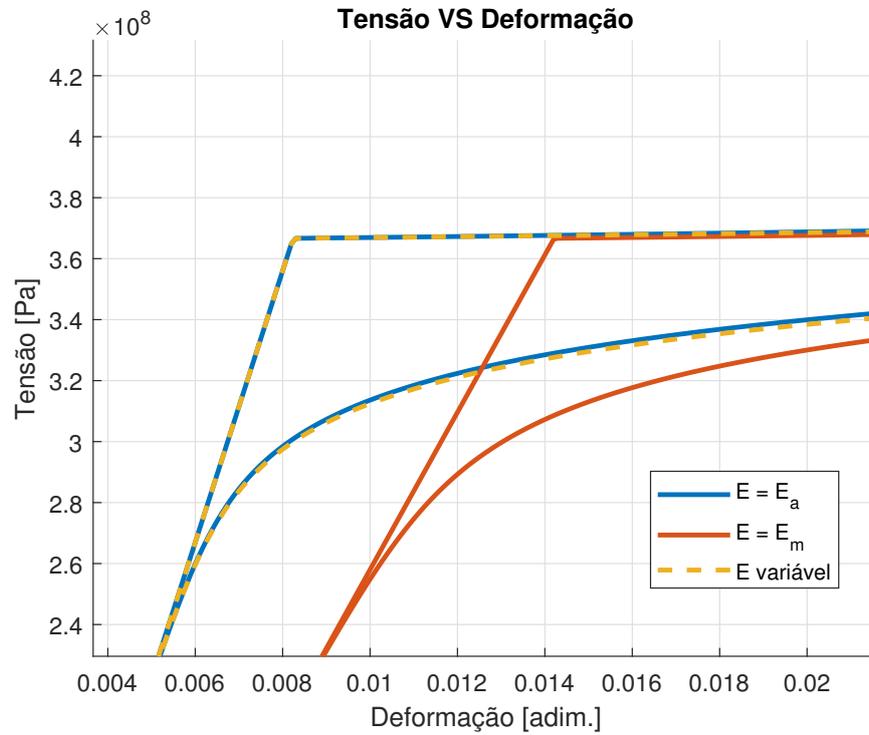
**Figura 20-** Modelo com Tensão Prescrita | Tanaka Modificado.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

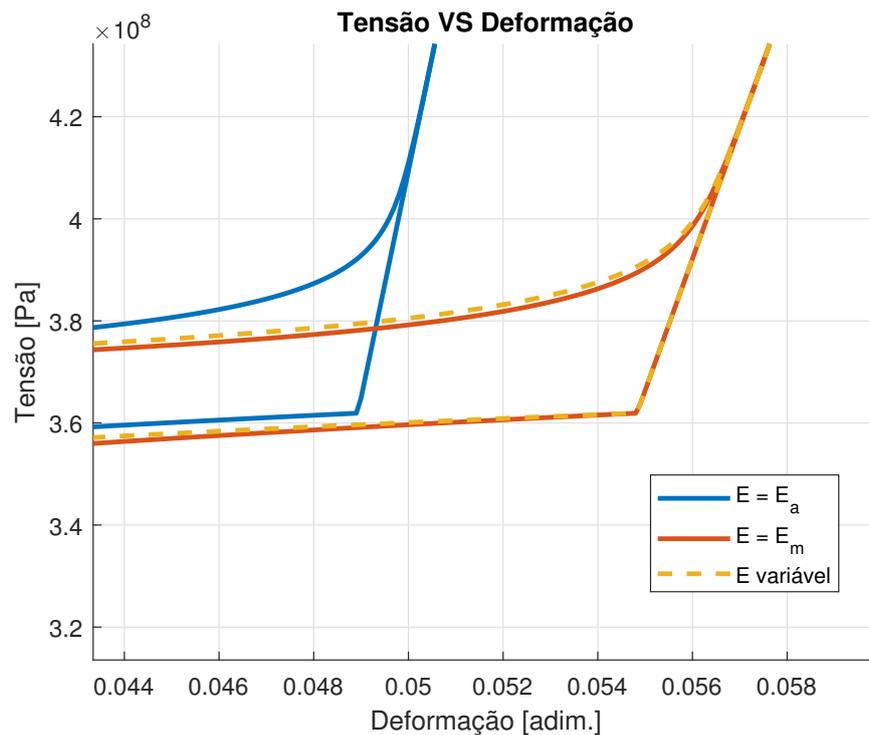
Nota-se, da Fig. 20, que o caso de módulo de elasticidade variável (gráfico amarelo tracejado) se aproxima da curva azul (módulo de elasticidade constante igual ao da Austenita) à medida que a transformação tende a formação de Austenita, ao passo que se aproxima do gráfico vermelho (módulo de elasticidade constante igual ao da Martensita) a proporção que a transformação tende à formação de Martensita. Esse fato pode ser observado com mais detalhes nas Fig. 21 e 22, respectivamente.

**Figura 21-** Modelo com Tensão Prescrita - Detalhe da região de início de transformação martensítica.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

**Figura 22-** Modelo com Tensão Prescrita - Detalhe da região final de transformação martensítica.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

### 3.2 MODELOS COM DEFORMAÇÃO PRESCRITA

Os modelos da LMF com Deformação Prescrita são os que têm como variáveis conhecidas a temperatura ( $T$ ) e a deformação ( $\epsilon$ ). Tais modelos são necessários para acoplamento do modelo da LMF com sistemas mecânicos vibratórios.

Como a tensão ( $\sigma$ ) é desconhecida, as condições para haver ou não transformação são dadas pela deformação ( $\epsilon$ ):

$$\epsilon_{M_S} = \left[ \frac{\sigma_{M_S} - G\xi_{M0}}{E} \right]; \quad \text{Deformação inicial de transformação Martensítica} \quad (31)$$

$$\epsilon_{M_F} = \left[ \frac{\sigma_{M_F} - G}{E} \right]; \quad \text{Deformação final de transformação Martensítica} \quad (32)$$

$$\epsilon_{A_S} = \left[ \frac{\sigma_{A_S} - G\xi_{M0}}{E} \right]; \quad \text{Deformação inicial de transformação Austenítica} \quad (33)$$

$$\epsilon_{A_F} = \left[ \frac{\sigma_{A_F}}{E} \right]; \quad \text{Deformação final de transformação Austenítica} \quad (34)$$

Sendo assim, o comportamento da fração volumétrica da Martensita/Austenita é governado pelas seguintes equações.

Modelo de Tanaka et al. (1994):

$$\xi_{M,A \rightarrow M} = 1 - \exp[b_M c_M (\mu(\xi_{A0}) - T) + b_M \sigma] \xi_{A0}; \quad \epsilon_{M_S} \leq \epsilon \leq \epsilon_{M_F} \quad \dot{\epsilon} \geq \dot{\epsilon}_{M_F} \quad (35)$$

$$\xi_{M,M \rightarrow A} = \exp[b_A c_A (\alpha(\xi_{M0}) - T) - b_A \sigma] \xi_{M0}; \quad \epsilon_{A_F} \leq \epsilon \leq \epsilon_{A_S} \quad \dot{\epsilon} \leq \dot{\epsilon}_{A_F} \quad (36)$$

$$\xi_M = 0; \quad \epsilon \leq \epsilon_{A_F} \quad (37)$$

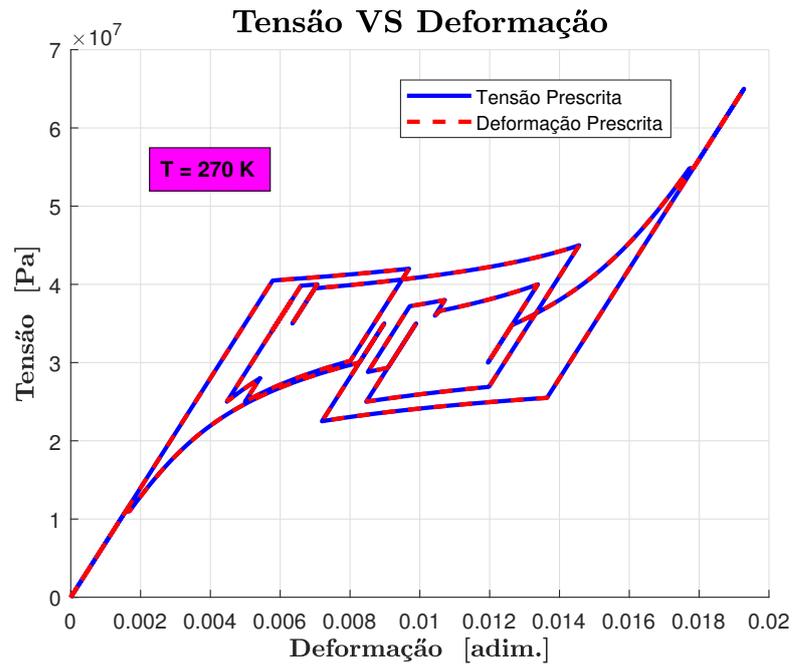
$$\xi_M = 1; \quad \epsilon \geq \epsilon_{M_F} \quad (38)$$

Utilizando as equações (31 - 38) (TANAKA et al., 1994) com a equação (4), obtêm-se equações em função da incógnita  $\sigma$ , porém, não é possível explicitá-la. Sendo assim é necessário recorrer a um método numérico para a resolução de raiz de equações não lineares.

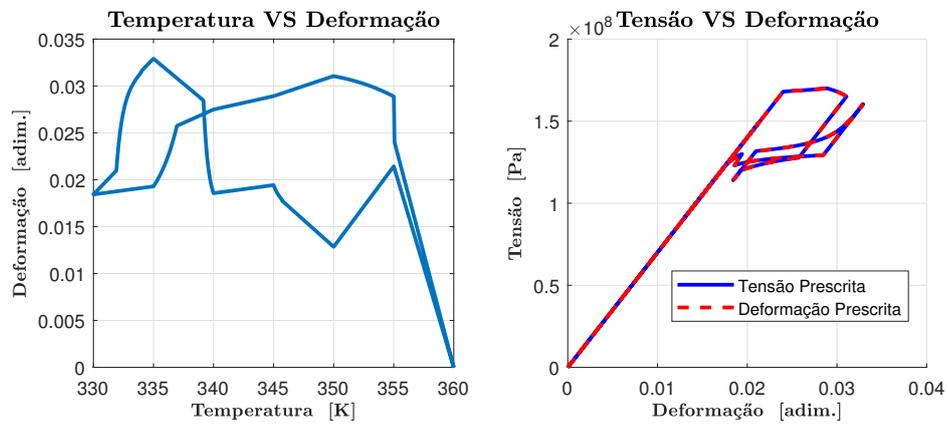
#### 3.2.1 TANAKA

Após implementação das equações (31 - 38), obteve-se o modelo com Deformação Prescrita de Tanaka et al. (1994). Nas Fig. 23 e 24 pode ser observado a comparação entre os modelos com Tensão Prescrita e com Deformação Prescrita, em que pode-se verificar que ambos os modelos apresentaram praticamente os mesmos resultados.

**Figura 23-** Deformação e Tensão Prescritas |  $T = 270\text{ K}$ .



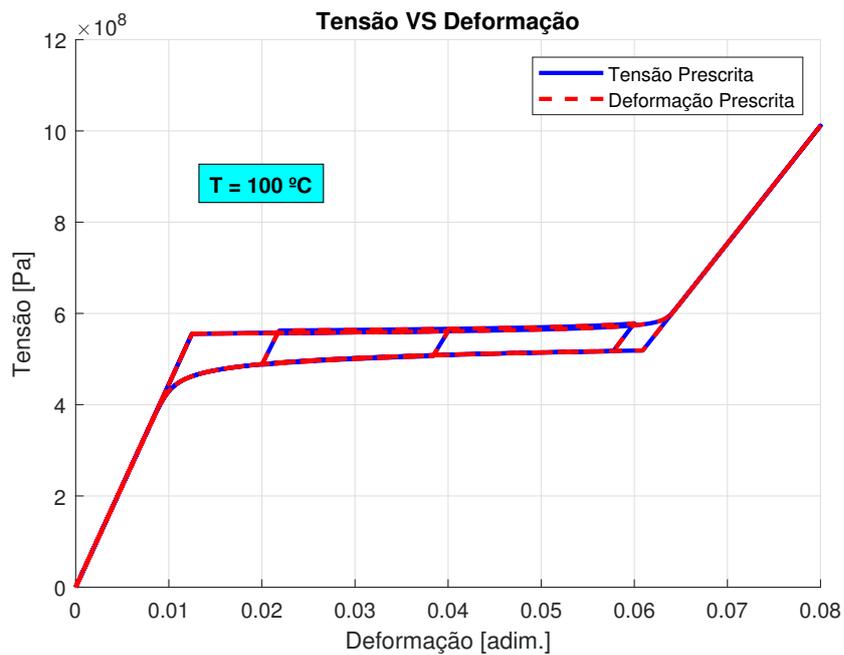
**Figura 24-** Deformação e Tensão Prescritas |  $T$  variável.



### 3.2.2 TANAKA MODIFICADO

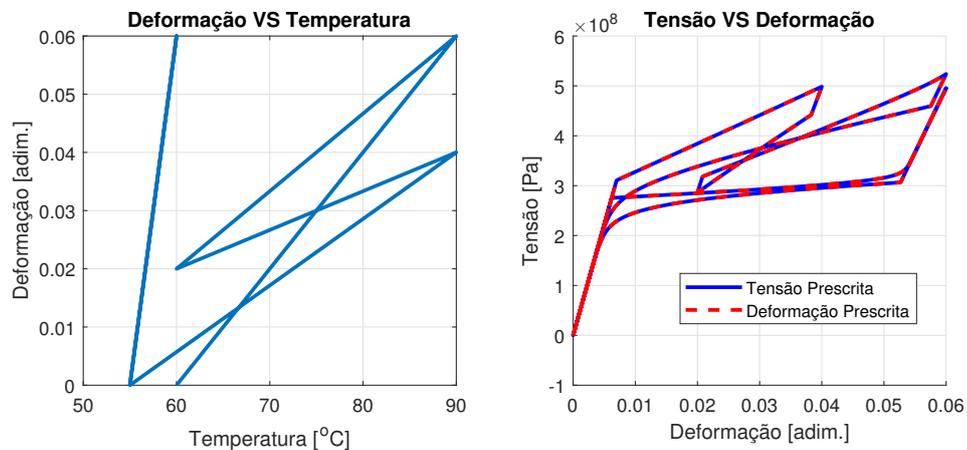
A comparação entre os modelos de Tensão e Deformação Prescritas, para o caso do modelo de Tanaka Modificado, pode ser observada nas Fig. 25 e 26; e, novamente, observa-se que os resultados de ambos os modelos foram praticamente iguais.

**Figura 25-** Deformação e Tensão Prescritas |  $T = 100\text{ }^{\circ}\text{C}$ .



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

**Figura 26-** Deformação e Tensão Prescritas |  $T$  variável.



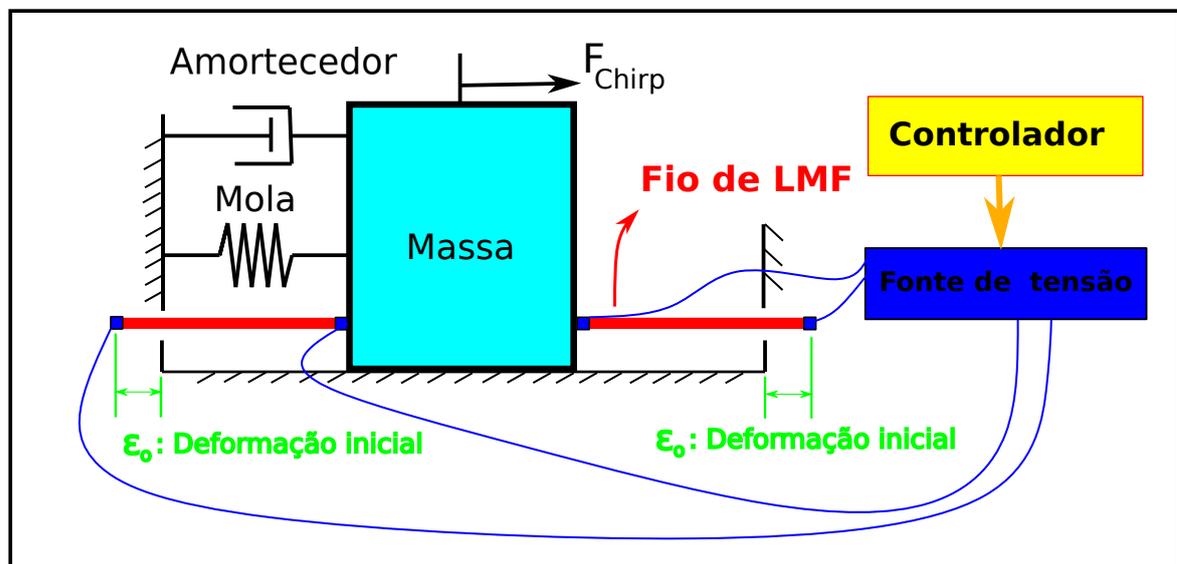
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

## 4 MODELAGEM DO OSCILADOR E RESOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES

### 4.1 MODELO MATEMÁTICO

Para a análise do controle será considerado um sistema Massa-Mola-Amortecedor acoplado a dois fios de LMF (pré-tensionados), os quais serão aquecidos por Efeito Joule, devido à passagem de corrente elétrica, conforme ilustrado na Fig. 27.

**Figura 27-** Sistema Massa-Mola-Amortecedor acoplado a fios de LMF.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Os fios de LMF foram escolhidos como atuadores do sistema por dois motivos, a saber: primeiro, porque se trata de um elemento cujo modelo matemático é simples; segundo, trata-se de uma continuação do estudo proposto por Alves et al. (2018) e GERONEL (2018) sobre o uso de fios de LMF para mitigar vibrações, valendo-se do efeito da Superelasticidade ( $T > A_F$ ).

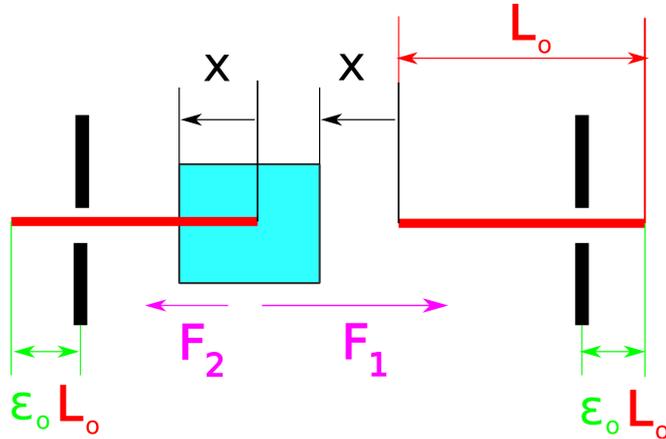
Aplicando a 2ª Lei de Newton ao sistema mecânico ilustrado na Fig. 27:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_{Chirp} - F_{LMF} \quad (39)$$

Onde  $m$ ,  $c$  e  $k$  são os parâmetros do sistema: massa, amortecimento e rigidez;  $\ddot{x}$ ,  $\dot{x}$  e  $x$  são: a aceleração, a velocidade e o deslocamento horizontais do sistema;  $F_{Chirp}$  é a excitação externa;  $F_{LMF}$  é a força resultante dos fios de LMF.

Considerando que os fios devem receber uma pré-tensão,  $F_{LMF}$  é a resultante da força aplicada por ambos os fios. Na Fig. 28, pode-se observar um esquema que auxilia a descrição de  $F_{LMF}$ .

**Figura 28-** Esquema ilustrativo para o cálculo de  $F_{LMF}$ .



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Considerando-se um deslocamento da massa para a esquerda (sentido negativo), o fio da direita será esticado além da sua deformação inicial (pré-tensão), de modo a exercer uma força  $F_1$  sobre o sistema:

$$F_1 = \sigma_{LMF}(\epsilon)A \quad (40)$$

Onde:  $\sigma_{LMF}$  é a tensão mecânica do fio de LMF, que é função da deformação ( $\epsilon$ );  $A$  é a área da seção transversal do fio.

Sendo que:

$$\epsilon = x/L_o + \epsilon_o \quad (41)$$

Concomitantemente, o fio da esquerda, enquanto estiver tracionado, i.e, para  $x/L_o < \epsilon_o$ , exercerá uma força oposta à  $F_1$ :

$$F_2 = -AE(\epsilon_o - x/L_o) \quad (42)$$

Sendo assim:

$$F_{LMF} = F_1 + F_2 \quad (43)$$

Para o aquecimento é proposto a passagem de corrente elétrica pelos fios, enquanto que o resfriamento é feito por convecção natural. Dessa forma, aplicando a 1ª Lei da Termodinâmica no fio de LMF, obtém-se o seguinte modelo para a variação de temperatura nos fios:

$$\dot{T} = \left( \frac{1}{A\rho c_p} \right) \left[ \frac{V^2}{R} - (hA_c)(T - T_{amb}) \right] \quad (44)$$

Em que:  $\dot{T}$  é a taxa de variação da temperatura ao longo do tempo;  $A$  é a área circular da seção transversal do fio;  $\rho$  é a densidade da LMF;  $c_p$  é o calor específico a pressão constante da LMF;  $V$  é a tensão elétrica aplicada nas extremidades dos fios;  $R$  é a resistência elétrica da LMF;  $A_c$  é a área superficial do fio por unidade de comprimento;  $h$  é o coeficiente convectivo do ar;  $T_{amb}$  é a temperatura do ambiente.

Resolvendo as equações (39) e (44) junto com o modelo da LMF é possível simular o controle do sistema ilustrado na Fig 27.

As propriedades do sistema Massa-Mola-Amortecedor estão apresentadas na Tab. 2.

**Tabela 2-** Propriedades do Sistema Massa-Mola-Amortecedor.

<i>Massa - m</i>	<i>Rigidez - k</i>	<i>Amortecimento - c</i>
[kg]	[N/m]	[Ns/m]
10	900	15

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Os valores dos parâmetros relacionados à transferência de calor estão apresentados na Tab. 3.

**Tabela 3-** Propriedades relacionadas à Transferência de Calor.

<i>A</i>	<i>ρ</i>	<i>c<sub>p</sub></i>	<i>R</i>	<i>h</i>	<i>A<sub>c</sub></i>	<i>T<sub>amb</sub></i>
[m <sup>2</sup> ]	[kg/m <sup>3</sup> ]	[J/kgC]	[Ω]	[W/m <sup>2</sup> C]	[m <sup>2</sup> ]	[C]
196.35E-9	6.45E3	837	3.75	70	1.57E-3	25C

Fonte: Adaptado de GERONEL (2018).

Na Tab. 4 podem ser observadas as propriedades termomecânicas da LMF.

**Tabela 4-** Propriedades termo-mecânicas do fio de LMF - Liga 2.

<i>ε<sub>R</sub></i>	<i>F</i>	<i>M<sub>F</sub></i>	<i>M<sub>S</sub></i>	<i>A<sub>S</sub></i>	<i>A<sub>F</sub></i>	<i>C<sub>A</sub></i>	<i>C<sub>M</sub></i>
[%]	[Pa/K]	[C]	[C]	[C]	[C]	[MPa/K]	[Pa/K]
4.08	0	-6.5	11.8	0.8	17	6.3E6	5.23E6

Fonte: Adaptado de GERONEL (2018).

As propriedades módulo de elasticidade e limite de escoamento da LMF estão apresentados na Tab. 5.

**Tabela 5-** Propriedades mecânicas da LMF - Liga 2.

<b>Módulo de Elasticidade</b> Austenita ( $E_A$ ) [ $Pa$ ]	<b>Módulo de Elasticidade</b> Martensita ( $E_M$ ) [ $Pa$ ]	<b>Limite de escoamento</b> [ $Pa$ ]
$44.5E9$	$25.8E9$	$6E8$

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Os valores dos parâmetros geométricos do fio de LMF estão dispostos na Tab. 6.

**Tabela 6-** Propriedades do fio de LMF - Liga 2.

<b>Parâmetros geométricos do fio de LMF</b>	<b>Unidade</b>	<b>Dimensão</b>
<b>Diâmetro</b>	mm	0.5
<b>Comprimento</b>	mm	100

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Para a simulação, o sistema mecânico foi excitado com um sinal tipo Chirp, varrendo as frequências de 0 a 30 rad/s, no intervalo de tempo de 70 a 80 s, com amplitude de 45 N. São esperados 70 s para que ocorra o equilíbrio térmico dos fios de LMF na temperatura que se deseja iniciar o movimento.

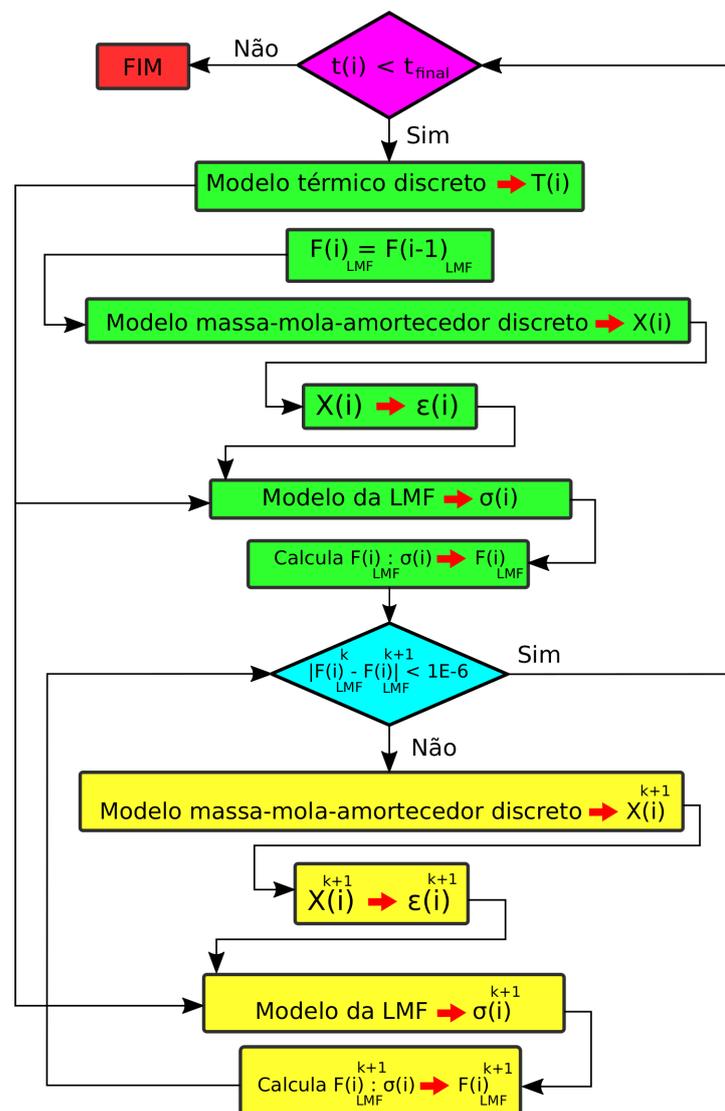
## 4.2 RESOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES

Para a resolução do sistema de equações, inicialmente, foi feita a discretização das equações diferenciais, de modo a se obter expressões algébricas de recorrência. Na equação 45, pode ser observado o princípio de discretização, quando se considera uma diferença finita tomada para trás (garantir maior estabilidade do erro numérico).

$$f'(t) = \frac{f(t_i) - f(t_{i-1})}{t_i - t_{i-1}} \quad (45)$$

A lógica para a construção do algoritmo de resolução do sistema de equações pode ser observada na Fig. 29.

**Figura 29-** Fluxograma do algoritmo implementado.

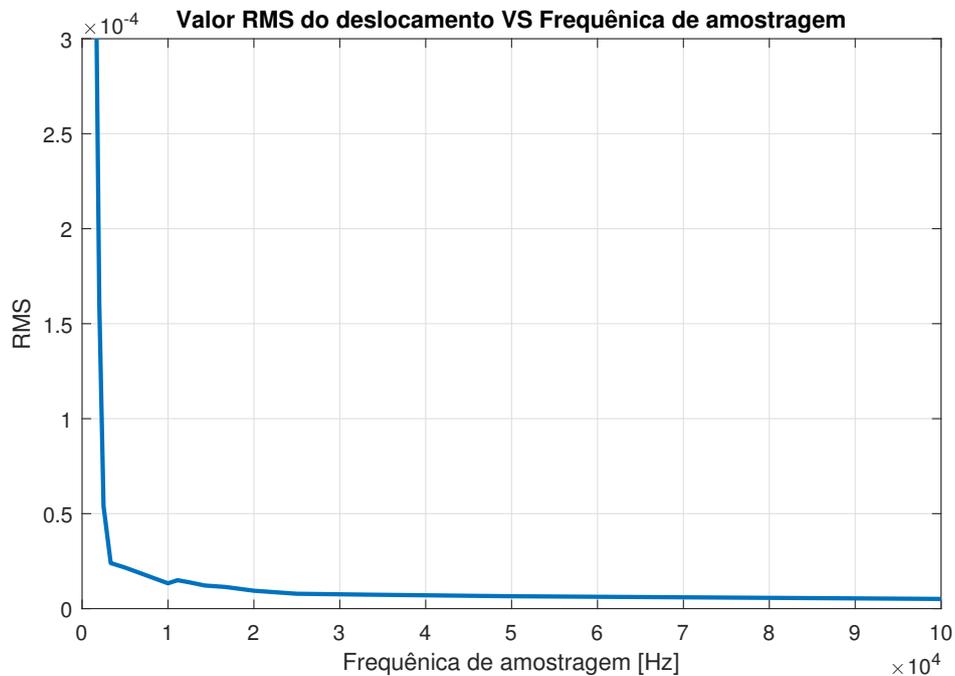


Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Na Fig. 29, os retângulos em verde são a parte da predição, enquanto que a parte amarela é a correção. Desse modo, constrói-se um algoritmo do tipo preditor - corretor, haja vista que nas equações que modelam a LMF não é possível explicitar a variável  $\sigma$  (tensão na extremidade da LMF).

Após a implementação computacional, foi feito um teste de convergência para se estabelecer a frequência de amostragem a ser utilizada. Para isso foram feitas várias simulações, aumentando paulatinamente a frequência de amostragem, de modo a se construir um gráfico do valor RMS do deslocamento da massa ao longo do tempo em função da frequência de amostragem, como pode ser observado na Fig. 30.

**Figura 30-** Teste de convergência.



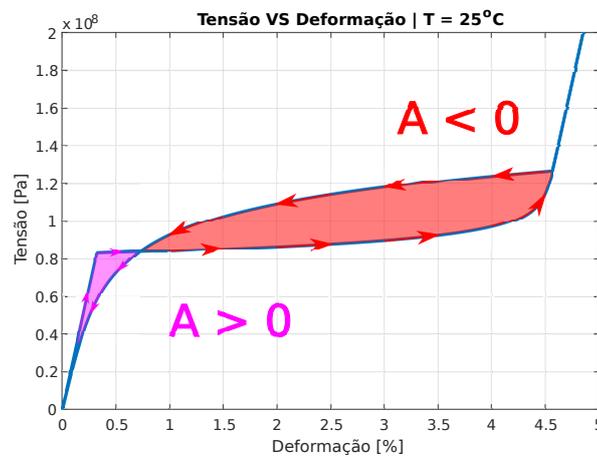
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Dessa forma, escolheu-se usar o valor de  $f = 10E4$ , i.e,  $dt = 1E-5$ .

## 5 CONTROLE ATIVO DE VIBRAÇÕES COM FIOS DE LMF

Apesar de a Superelasticidade ocorrer em temperaturas acima de  $A_F$ , no modelo de Tanaka Modificado com as propriedades da LMF escolhidas, caso a temperatura não seja suficientemente alta, a histerese gera área negativa, como pode ser observado na Fig. 31.

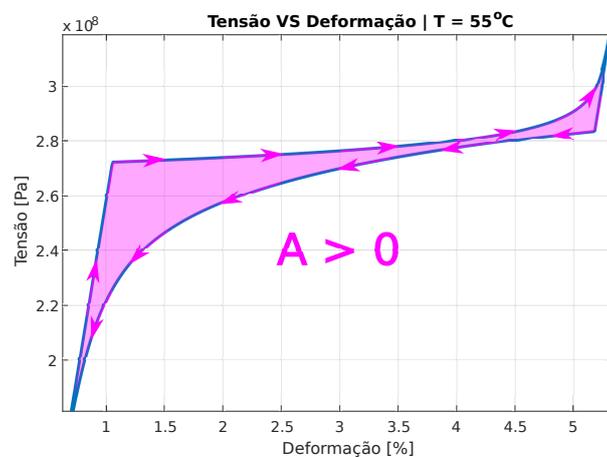
**Figura 31-** Área negativa da histerese.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Dessa forma, nas simulações, inicialmente, sempre se aquecerá o fio até  $55\text{ }^\circ\text{C}$ , temperatura na qual a área da histerese passa a ser positiva (Fig. 32).

**Figura 32-** Área positiva da histerese.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

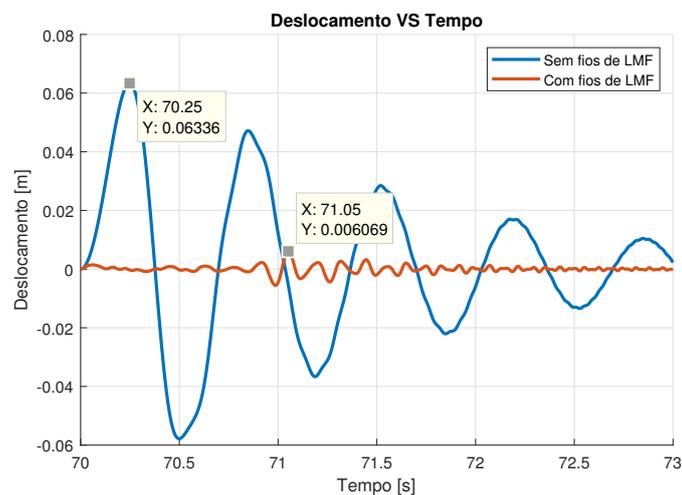
Portanto, antes de iniciar a excitação do sistema mecânico, espera-se 70 s para que os fios de LMF atinjam a temperatura desejada.

## 5.1 CONTROLE PASSIVO

O comportamento vibratório do sistema com e sem os fios de LMF pode ser observado na Fig. 33. Nota-se que a introdução dos fios de LMF, no Oscilador, reduz a vibração, haja vista o aumento da rigidez do sistema.

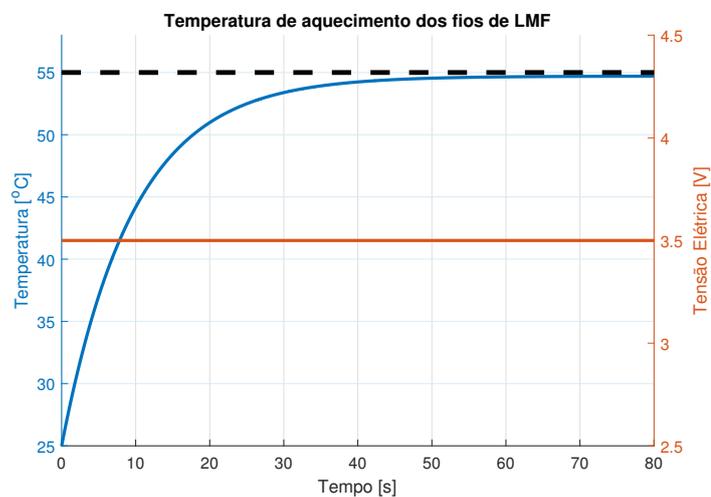
A temperatura mantida nos fios foi de  $55\text{ }^{\circ}\text{C}$ , que é a mínima temperatura para que a histerese da LMF ocorra no sentido horário (positiva), de modo a dissipar energia do sistema. Para a manutenção da temperatura foi aplicada uma tensão elétrica de  $3.5\text{ V}$  nos fios e esperado  $70\text{ s}$  para que se atingisse o equilíbrio térmico. Na Fig. 34, pode-se observar os Perfis de Temperatura e de Tensão Elétrica.

**Figura 33-** Deslocamento do Oscilador com e sem os fios de LMF.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

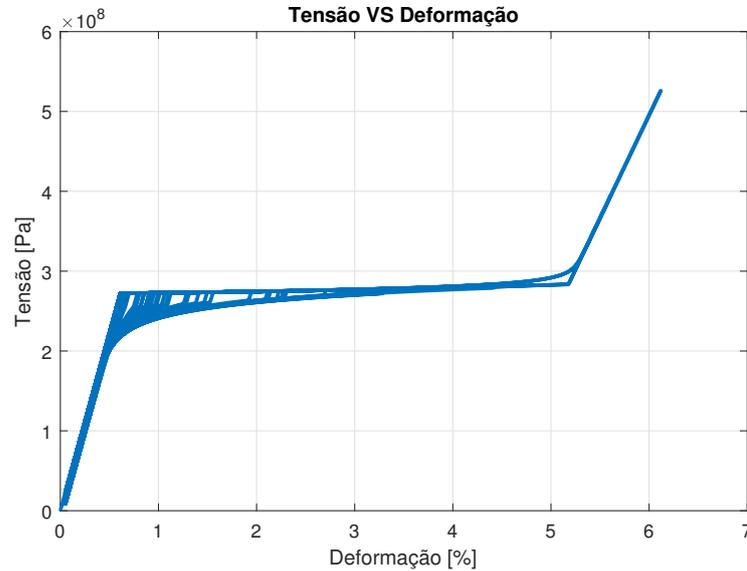
**Figura 34-** Perfis de Temperatura e Tensão Elétrica.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

O Diagrama Tensão - Deformação dos fios de LMF está apresentado na Fig. 35.

**Figura 35-** Diagrama Tensão - Deformação.

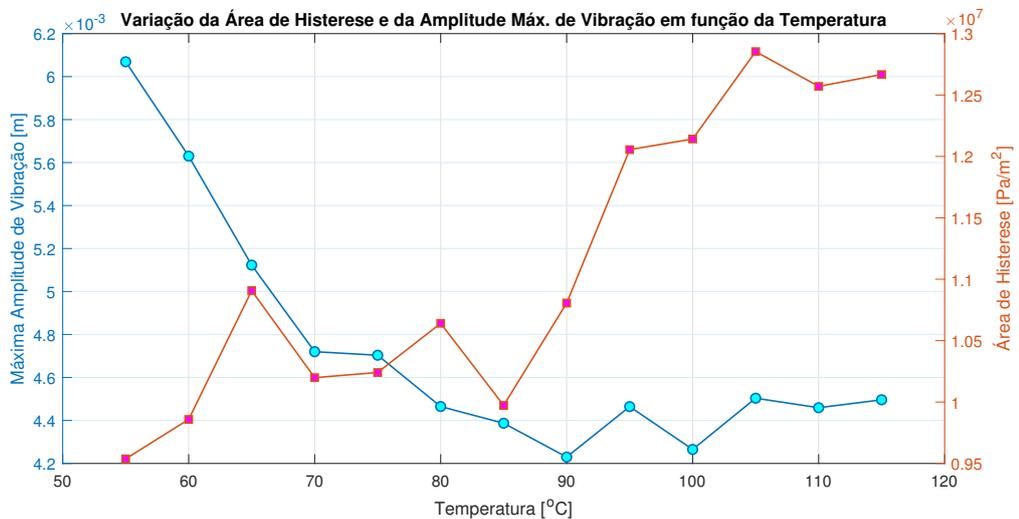


Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Observa-se, na Fig 35, que a área de histerese é pequena, resultando em pouca energia dissipada pelo sistema. Sendo assim, elevar a temperatura é uma alternativa para diminuir a vibração, uma vez que se aumenta a área de histerese.

Na Fig.36, pode-se observar a área de histerese, bem como a máxima amplitude de oscilação, em função da temperatura nos fios de LMF. Para cada temperatura foi escolhido um valor de tensão elétrica para que se atingisse a temperatura desejada antes de 70 s.

**Figura 36-** Máxima Amplitude de Vibração e Área de Histerese em função da Temperatura.

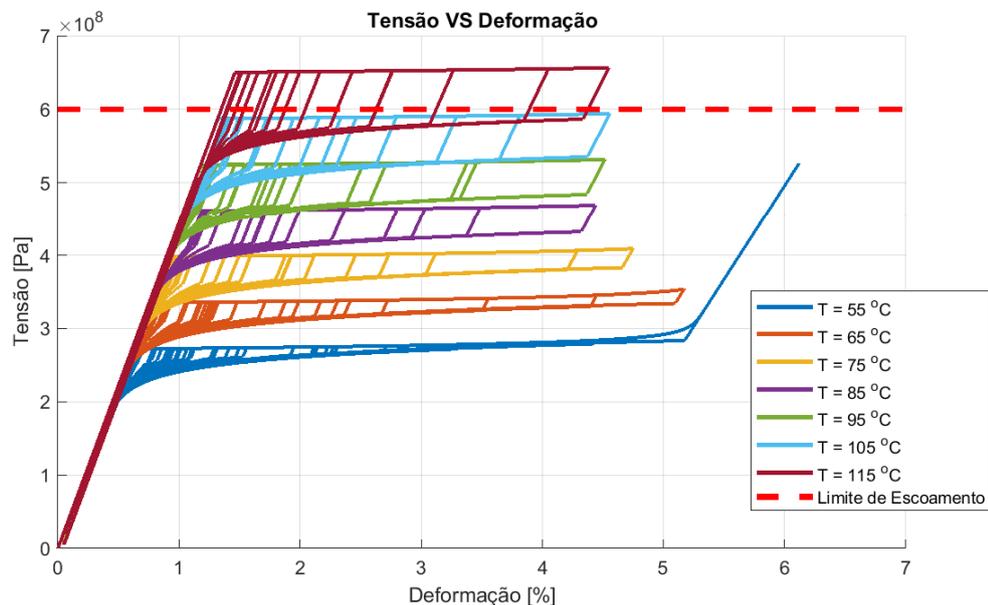


Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Observa-se, na Fig. 36, que de fato a área da histerese é pequena em baixas temperaturas, sendo observado um aumento com o aumento da temperatura e consequente diminuição da máxima amplitude de vibração, devido ao aumento da energia dissipada pelo sistema.

Ademais, nota-se que a amplitude começa a aumentar mesmo com o aumento da área, tal fato é explicado porque a histerese começa a se localizar em altos níveis de tensão mecânica, de modo que o sistema passa a ter que vibrar em maiores amplitudes para atingi-la. Isso pode ser observado na Fig. 37.

**Figura 37-** Diagrama Tensão - Deformação para diferentes Temperaturas.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

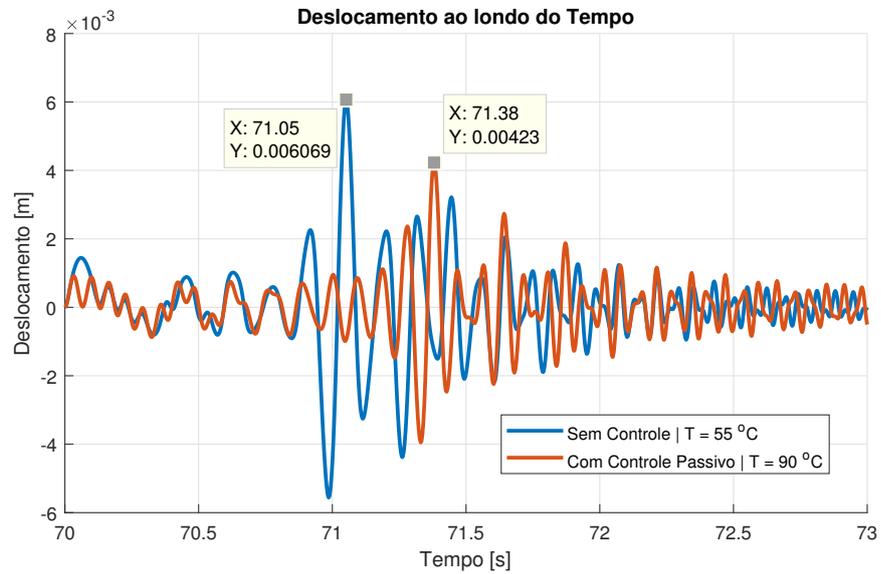
A partir da análise da Fig. 37, nota-se que, apesar de a área aumentar com o aumento da temperatura, o sistema passa a oscilar em maiores níveis de tensão. Além disso, atinge-se o limite de escoamento da LMF a partir de determinada temperatura ( $T = 115 \text{ }^\circ\text{C}$ ).

Sendo assim, verifica-se que a temperatura dos fios de LMF não deve ultrapassar certo valor ( $T \leq 105 \text{ }^\circ\text{C}$ ) para não haver escoamento; e não é conveniente ultrapassar a temperatura que minimiza a vibração ( $T = 90 \text{ }^\circ\text{C}$ ).

Na Fig. 38, pode-se observar a comparação do deslocamento do sistema para os casos de  $T = 55 \text{ }^\circ\text{C}$  (menor temperatura que se pode utilizar na simulação - Sem Controle) e  $T = 90 \text{ }^\circ\text{C}$  (temperatura que minimiza a máxima amplitude de vibração - Com Controle Passivo). Nota-se que a redução da máxima amplitude de vibração é de 30 %. A mesma análise pode ser feita observando o Diagrama Tensão - Deformação, na Fig. 39, na qual

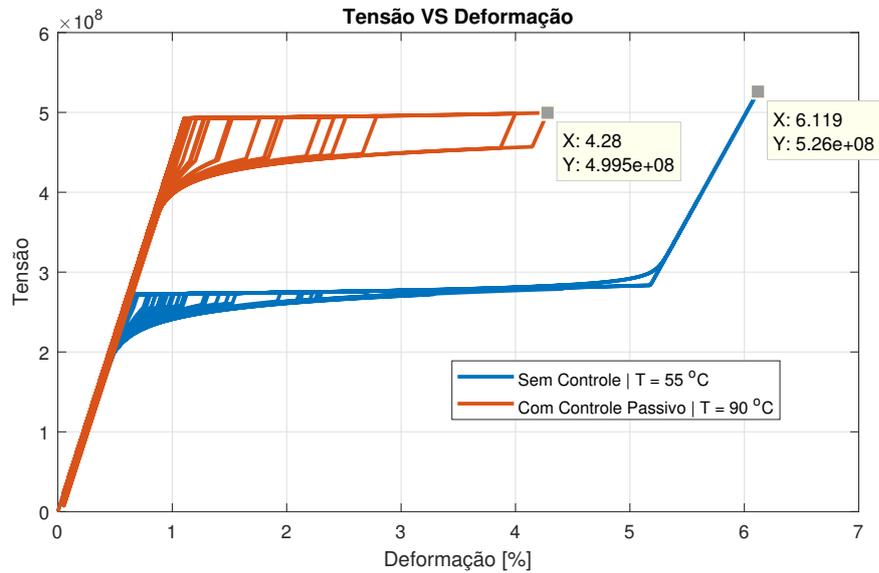
se verifica o mesmo percentual de redução de vibração (30 %).

**Figura 38-** Deslocamento ao longo do tempo para os casos Sem e Com Controle Passivo



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

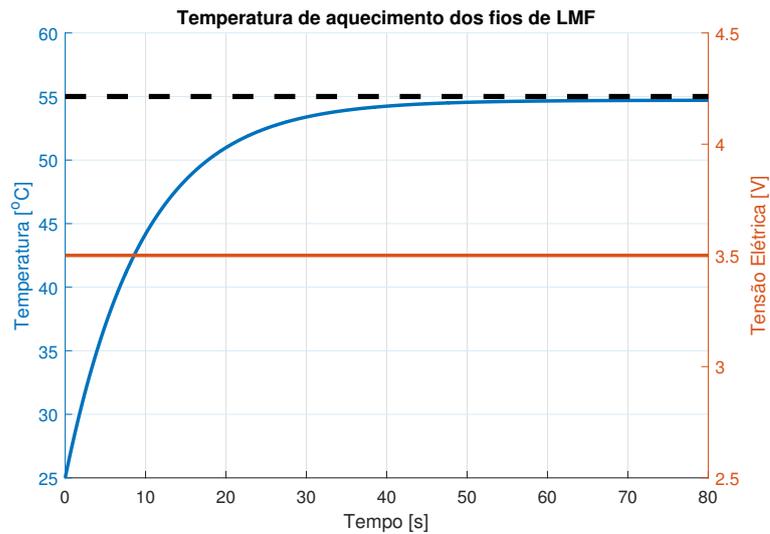
**Figura 39-** Diagrama Tensão - Deformação para os casos Sem e Com Controle Passivo



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

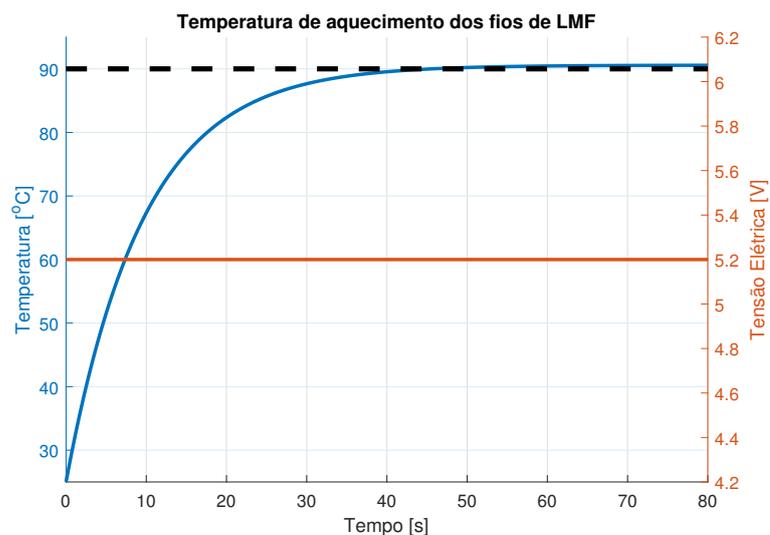
Nas Fig. 40 e 41 são apresentados os perfis de temperatura, bem como os de tensão elétrica, para os casos de  $T = 55\text{ }^{\circ}\text{C}$  (Sem Controle) e  $T = 90\text{ }^{\circ}\text{C}$  (com Controle Passivo). As áreas abaixo dos gráficos de tensão elétrica representam a energia elétrica gasta, sendo assim, para cada caso, tem-se 280  $\text{V}\cdot\text{s}$  e 416  $\text{V}\cdot\text{s}$ . Dessa forma, é conveniente propor uma atuação nos fios de LMF apenas nos momentos necessários, visando reduzir o gasto de energia.

**Figura 40-** Perfis de Temperatura e Tensão Elétrica | Sem Controle



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

**Figura 41-** Perfis de Temperatura e Tensão Elétrica | Com Controle Passivo



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

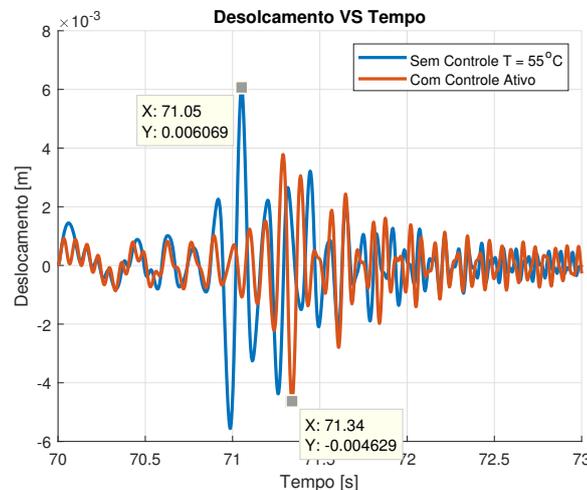
## 5.2 CONTROLE ATIVO

Observando o Diagrama Tensão - Deformação do Controle Passivo, ilustrado na Fig. 37, nota-se que temperaturas baixas não é conveniente para mitigar as vibrações, entretanto, aumentar a temperatura acima de certo limite não gera diminuição da vibração, além de poder ocasionar escoamento da LMF. Sendo assim, propõe-se uma Lei de Controle que inicie o aquecimento dos fios de LMF quando os fios atingirem a deformação de início de transformação de fase da Austenita para a Martensita, i.e., início da transformação Martensítica ( $\epsilon_{M_S}$ ), porém, pare o aquecimento quando a temperatura atingir a temperatura que minimiza a vibração no caso Passivo ( $T = 90^\circ C$ ). Dessa forma, fica estabelecida a seguinte Lei de Controle:

$$\begin{aligned} \text{Se } |\epsilon| > \epsilon_{M_S} \text{ e } T \leq 90^\circ C \rightarrow V = V_{max} = 100[V] \\ \text{Caso contrário: } V = 0[V] \end{aligned} \quad (46)$$

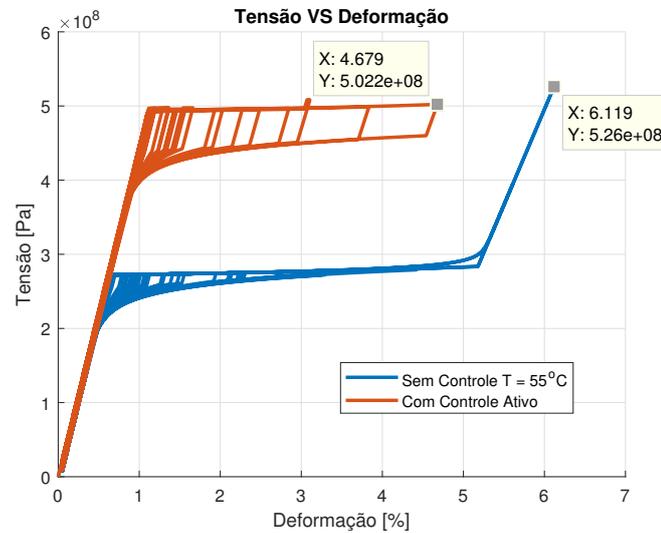
Na Fig. 42, pode ser observada a comparação dos deslocamentos ao longo do tempo entre os casos Sem Controle e Com Controle Ativo. Pode-se observar que os deslocamentos máximos em cada caso foram, respectivamente, de  $0.006069 \text{ m}$  e  $0.004629 \text{ m}$ , tendo, então, uma redução de cerca de 24 %. Alternativamente, tal cálculo pode ser feito observando as deformações nos fios de LMF Sem e Com Controle Ativo (Fig. 43) que foram de 6.1 % e 4.7 %, respectivamente; obtendo-se, como esperado, o mesmo valor de redução de vibração (24 %).

**Figura 42-** Deslocamento ao longo do tempo para os casos sem e com Controle Ativo.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

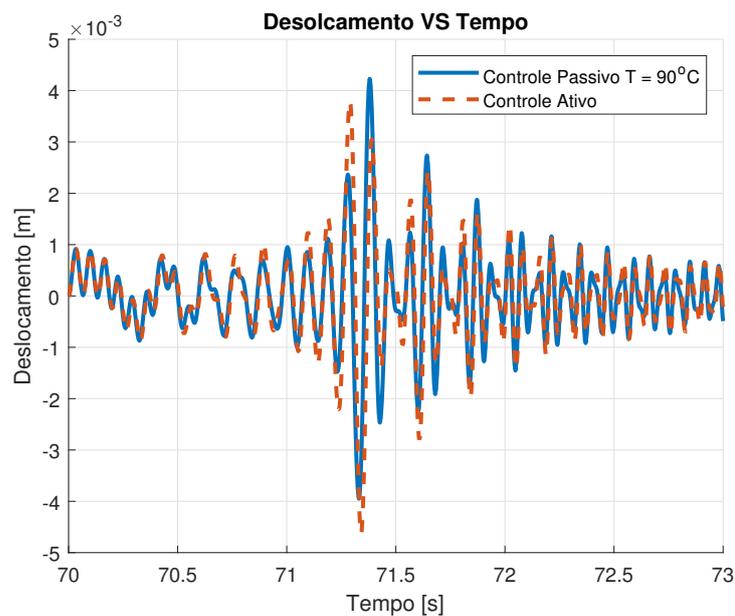
**Figura 43-** Diagrama Tensão - Deformação para os casos sem e com Controle Ativo.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

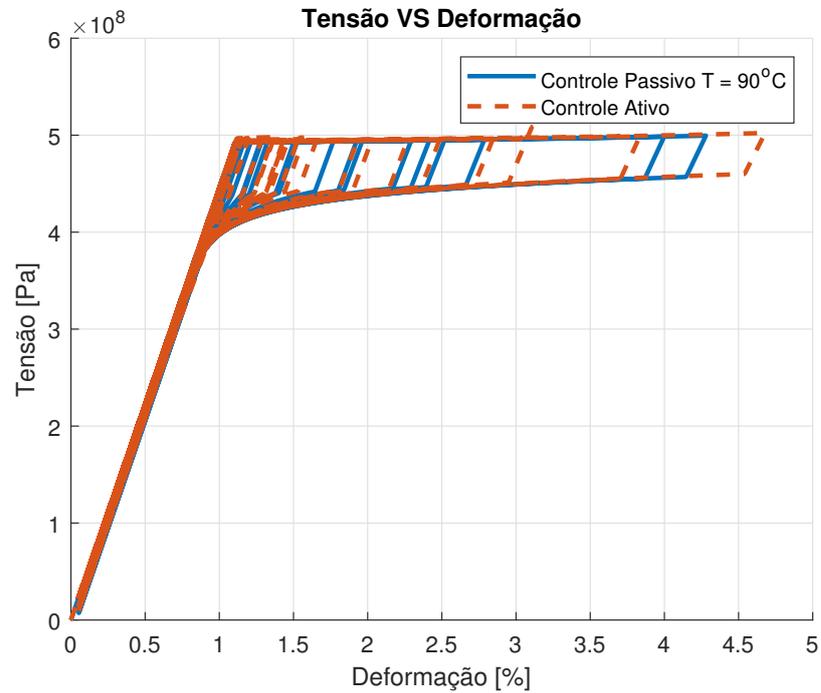
Os deslocamentos ao longo do tempo, bem como os Diagramas Tensão - Deformação, para os casos Com Controle Passivo e Com Controle Ativo são apresentados, respectivamente, nas Fig. 44 e 45. Nota-se que o controle Passivo foi melhor na mitigação de vibração, como já havia sido calculado: 30 % para o Controle Passivo e 24 % para o Controle Ativo.

**Figura 44-** Deslocamento ao longo do tempo para os casos com Controle Passivo ( $T = 90\text{ }^{\circ}\text{C}$ ) e com Controle Ativo.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

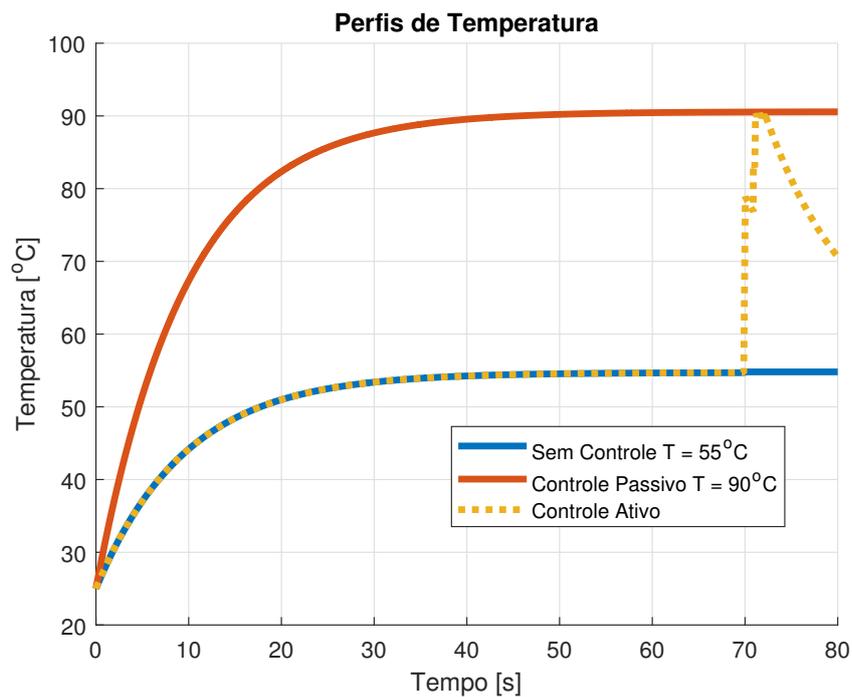
**Figura 45-** Diagrama Tensão - Deformação para os casos com Controle Passivo ( $T = 90\text{ }^{\circ}\text{C}$ ) e com Controle Ativo.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

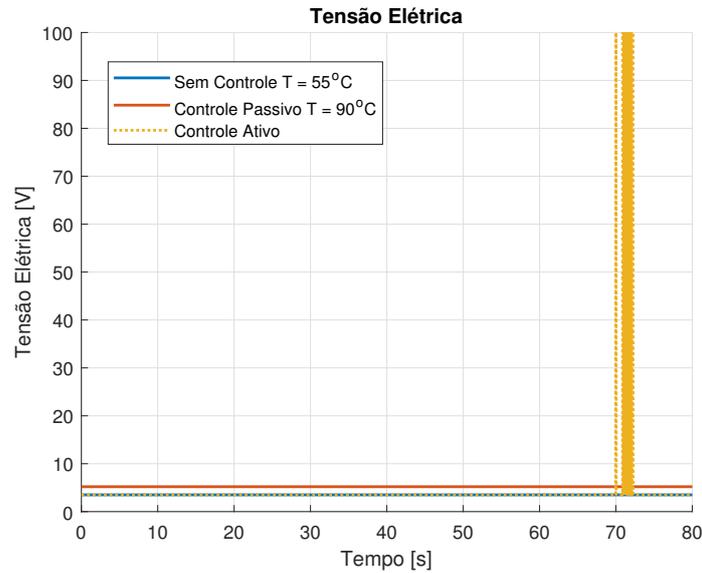
Nas Fig. 46 e 47 são apresentados os Perfis de Temperatura e Tensão Elétrica, respectivamente, para os casos Sem Controle, Com Controle Passivo e Com Controle Ativo.

**Figura 46-** Comparação entre os perfis de Temperaturas.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

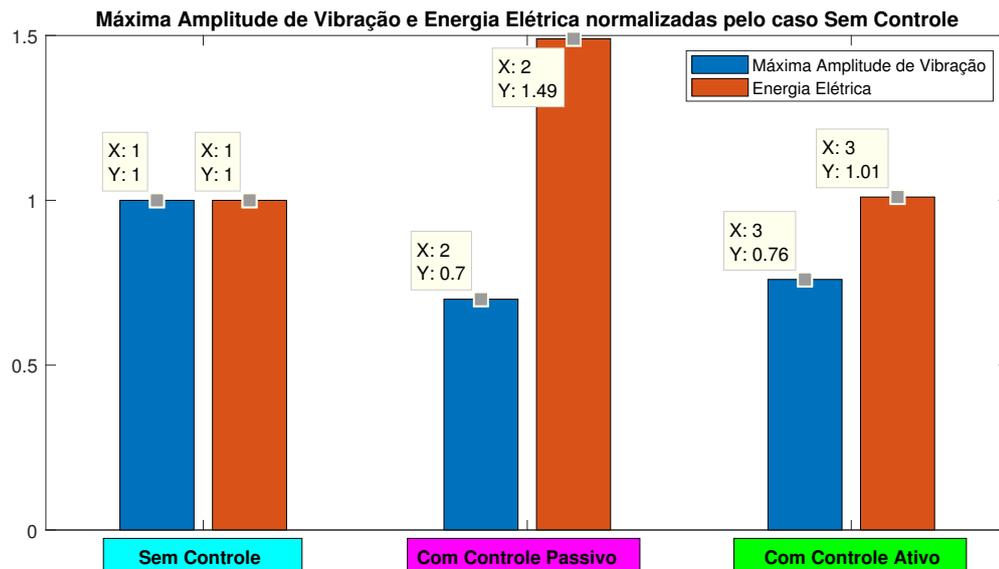
**Figura 47-** Comparação entre os perfis de Tensão Elétrica.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

A partir dos gráficos dos Perfis de Tensão Elétrica apresentados na Fig. 47, pode-se calcular a energia gasta em cada situação. Esse resultado é mostrado na Fig. 48, em que se pode observar que o Controle Ativo, apesar de reduzir um pouco menos as vibrações em relação ao Controle Passivo (6 % a menos), há um gasto de energia elétrica consideravelmente menor (48 % a menos).

**Figura 48-** Resultados dos controles Passivo ( $T = 90\text{ }^{\circ}\text{C}$ ) e Ativo.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O modelo constitutivo que descreve o comportamento termomecânico da LMF proposto por Tanaka et al. (1994) Modificado pôde ser implementado e validado com os dados presentes na bibliografia. Então, foi possível utilizar tal modelo para simular o comportamento dinâmico de um sistema mecânico Massa-Mola-Amortecedor acoplado a fios de LMF, quando excitado por uma força do tipo Chirp.

No Controle Passivo (manter constante a temperatura dos fios de LMF), observou-se que posicionar a histerese da LMF a níveis baixos de tensão mecânica (baixa temperatura) não é conveniente para a atenuação da vibração, ao mesmo tempo em que o seu posicionamento a níveis altos de tensão (alta temperatura) implica tendência de aumento da vibração e risco de escoamento da LMF. Sendo assim, foi identificada uma temperatura intermediária ( $90\text{ }^{\circ}\text{C}$ ) que minimiza o nível de vibrações em cerca de 30 % com um gasto de energia elétrica de cerca de 149 % em relação ao caso em que não há controle (fios mantidos a  $55\text{ }^{\circ}\text{C}$ ).

Baseado no Controle Passivo, foi proposto uma Lei de Controle para que os fios de LMF sejam aquecidos apenas quando se inicia o processo de transformação Martensítica, porém, pare quando atingirem a temperatura que minimiza a vibração no caso Passivo.

Ao aplicar o Controle Ativo, observou-se efetiva atenuação da vibração do sistema, cerca de 24 %. Entretanto, os resultados foram piores que os do Controle Passivo (redução de 30 %). Contudo, houve um gasto de energia elétrica de apenas 1 % maior do que o caso Sem Controle e 48 % menor do que o Controle Passivo. Portanto, o Controle Ativo proposto e os fios de LMF utilizados como atuadores demonstraram grande potencial para serem aplicados em sistemas mecânicos vibratórios mais complexos.

Propostas para trabalhos futuros: avaliar o desempenho dos fios de LMF como atuadores juntamente com o Controle Ativo proposto neste trabalho em sistemas mecânicos mais complexos (rotores, por exemplo); verificar a possibilidade de aplicar tal controle em outros tipos de atuadores, como molas de LMF.

## REFERÊNCIAS

- ABREU, G. L. C. M.; MAESTA, M.; JUNIOR, V. L.; JUNIOR, C. D. M.; FARIA, C.; INMAN, D. Active angular control of a sectioned airfoil using shape memory alloys and fuzzy controller. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, v. 37, 1555–1567, 09 2014. Disponível em: <<https://link.springer.com/article/10.1007%2Fs40430-014-0293-1>>.
- ABREU, G. L. C. M.; PRETO, E.; FERNANDES, D. S. Investigação experimental do controle de vibrações em rotores flexíveis utilizando fios de liga com memória de forma. In: **Conferência Brasileira de Dinâmica, Controle e Aplicações - Dincon 2019**. São Carlos-SP: [s.n.], 2019.
- ALVES, M.; ENEMARK, S.; STEFFEN, V.; SANTOS, I. Vibration control of a flexible rotor using shape memory alloy wires. In: . [s.n.], 2015. Disponível em: <[https://www.researchgate.net/publication/278671297\\_Vibration\\_control\\_of\\_a\\_flexible\\_rotor\\_using\\_shape\\_memory\\_alloy\\_wires](https://www.researchgate.net/publication/278671297_Vibration_control_of_a_flexible_rotor_using_shape_memory_alloy_wires)>.
- ALVES, M. T. S. **Controle de vibrações em máquinas rotativas usando ligas com memória de forma**. 2015. 119 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) — Universidade Federal de Uberlândia (UFU), 2015. Disponível em: <<https://repositorio.ufu.br/handle/123456789/14768>>. Acesso em: 20 out. 2017.
- ALVES, M. T. S.; JR, V. S.; SANTOS, M. C. dos; SAVI, M. A.; ENEMARK, S.; SANTOS, I. F. Vibration control of a flexible rotor suspended by shape memory alloy wires. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 29, n. 11, 2309–2323, 2018. Disponível em: <<https://doi.org/10.1177/1045389X18758179>>.
- ANARGYROS, A.; THEODOROS, T.; DIMITRIS, A. Effect of shape memory alloys partial transformation on the response of morphing structures encompassing shape memory alloy wire actuators. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 30, n. 11, 1682–1698, 2019. Disponível em: <<https://doi.org/10.1177/1045389X19844008>>.
- AQUINO, A. **Controle de Vibrações de um Sistema sob Desbalanceamento Rotativo utilizando Atuador de Liga com Memória de Forma**. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Uberlândia, MG, 2011.
- BORGES, J.; ALMEIDA, A.; ARAUJO, C. D.; PIMENTEL, R.; AQUINO, A.; SENKO, R.; REIS, R. P. D. On the active control of a rotor-bearing system using shape memory alloy actuators: an experimental analysis. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, v. 40, 05 2018.
- BOYD, J.; LAGOUDAS, D. A thermodynamical constitutive model for shape memory materials. part i. the monolithic shape memory alloy. **International Journal of Plasticity**, v. 12, n. 6, 805 – 842, 1996. ISSN 0749-6419. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0749641996000307>>.

BRINSON, L. One-dimensional constitutive behavior of shape memory alloys: Thermomechanical derivation with non-constant material functions and redefined martensite internal variable. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 4, n. 2, 229–242, 1993. Disponível em: <<https://doi.org/10.1177/1045389X9300400213>>.

CALKINS, T.; MABE, J.; BUTLER, G. Boeing's variable geometry chevron, morphing aerostructure for jet noise reduction. **American Institute of Aeronautics and Astronautics**, v. 2142, 04 2006.

ENEMARK, S.; SANTOS, I.; SAVI, M. Shape memory alloys applied to improve rotor-bearing system dynamics, an experimental investigation. In: **DINAME - Proceedings of the XVII International Symposium on Dynamic Problems of Mechanics**. [s.n.], 2015. Disponível em: <<https://findit.dtu.dk/en/catalog/2398090329>>.

ENEMARK, S.; SAVI, M. A.; SANTOS, I. F. Nonlinear dynamics of a pseudoelastic shape memory alloy system—theory and experiment. **Smart Materials and Structures**, IOP Publishing, v. 23, n. 8, 085018, jul 2014. Disponível em: <<https://doi.org/10.1088%2F0964-1726%2F23%2F8%2F085018>>.

FERDINANDO, A.; ELISA, B.; MICHELE, C. Chapter 12 - sma cardiovascular applications and computer-based design. In: LECCE, L.; CONCILIO, A. (Ed.). **Shape Memory Alloy Engineering**. Boston: Butterworth-Heinemann, 2015. 343 – 367. ISBN 978-0-08-099920-3. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780080999203000127>>.

GERONEL, R.

**Controle de Vibrações em Rotores Flexíveis Utilizando Fios de Liga com Memória de Forma** Dissertação () — Universidade Estadual Paulista - Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, 2018.

GUPTA, K.; SAWHNEY, S.; JAIN, S.; DARPE, A. Stiffness characteristics of fibre-reinforced composite shaft embedded with shape memory alloy wires. **Defence Science Journal**, v. 53, 04 2003.

HAGA, Y.; MIZUSHIMA, M.; MATSUNAGA, T.; ESASHI, M. Medical and welfare applications of shape memory alloy microcoil actuators. **Smart Materials and Structures**, IOP Publishing, v. 14, n. 5, S266–S272, aug 2005. Disponível em: <<https://doi.org/10.1088%2F0964-1726%2F14%2F5%2F015>>.

HE, Y.-Y.; OI, S.; CHU, F.-L.; LI, H.-X. Vibration control of a rotor-bearing system using shape memory alloy: I. theory. **Smart Materials and Structures**, IOP Publishing, v. 16, n. 1, 114–121, dec 2006. Disponível em: <<https://doi.org/10.1088%2F0964-1726%2F16%2F1%2F014>>.

KARAKALAS, A.; MANOLAS, D.; MACHAIRAS, T.; RIZIOTIS, V.; SARAVANOS, D. Active load alleviation potential of adaptive wind turbine blades using shape memory alloy actuators. **Wind Energy**, v. 22, 01 2019.

LAGOUDAS, D. **Shape memory alloys: modeling and engineering applications**. [S.l.]: Springer US, 2008.

LAGOUDAS, D. **Shape memory alloys: modeling and engineering applications**. New York, USA, 2008. (New York: Springer ebook collection / Chemistry and Materials Science). Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=jY-qVrZkqBEC>>. Acesso em: 11 maio 2017.

LEES A.W.; JANA, S. I. D. e. C. M. The control of bearing stiffness using shape memory alloy. In: **XXV Conference and Exposition on Structural Dynamics**. [S.l.: s.n.], 2007.

LIANG, C.; ROGERS, C. One-dimensional thermomechanical constitutive relations for shape memory materials. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 1, n. 2, 207–234, 1990. Disponível em: <<https://doi.org/10.1177/1045389X9000100205>>.

LORENZA, P.; FRANCESCO, M. Biomedical applications of shape memory alloys,. **Journal of Metallurgy**, 15, 2011. Disponível em: <<https://doi.org/10.1155/2011/501483>>.

MA, Y.; ZHANG, Q.; ZHANG, D.; SCARPA, F.; LIU, B.; HONG, J. A novel smart rotor support with shape memory alloy metal rubber for high temperatures and variable amplitude vibrations. **Smart Materials and Structures**, IOP Publishing, v. 23, n. 12, 125016, oct 2014. Disponível em: <<https://doi.org/10.1088%2F0964-1726%2F23%2F12%2F125016>>.

MACHADO, L. G.; SAVI, M. A.; PACHECO, P. M. C. Nonlinear dynamics and chaos in coupled shape memory oscillators. **International Journal of Solids and Structures**, v. 40, n. 19, 5139–5156, 2003. ISSN 0020-7683. PACAM VII Special issue. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0020768303002609>>.

MAESTA, M. **Controle angular ativo de um aerofólio adaptativo utilizando fios de liga de memória de forma**. Tese (Doutorado) — Universidade Estadual Paulista - Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, 2016.

PAIVA, A. **Modelagem do comportamento termomecânico das ligas com memória de forma**. Tese (Doutorado) — PUC, Rio de Janeiro, 2004.

PICCIRILLO, V.; BALTHAZAR, J.; PONTES, B.; FELIX, J. Chaos control of a nonlinear oscillator with shape memory alloy using an optimal linear control: Part i: Ideal energy source. **Nonlinear Dynamics**, v. 55, 139–149, 01 2009.

PICCIRILLO, V.; BALTHAZAR, J.; PONTES, B.; FELIX, J. Chaos control of a nonlinear oscillator with shape memory alloy using an optimal linear control: Part ii: Nonideal energy source. **Nonlinear Dynamics**, v. 56, 243–253, 2009. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s11071-008-9396-5>>.

SAVI, M. A.; PAIVA, A. Sobre os modelos constitutivos com cinética de transformação assumida para ligas com memória de forma. In: **XV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica - COBEM**. [s.n.], 1999. Disponível em: <<https://www.abcm.org.br/anais/cobem/1999/pdf/AACAHH.pdf>>.

SEGALMAN, D.; PARKER, G.; INMAN, D. Vibration suppression by modulation of elastic modulus using shape memory alloy. In: **Conference on vibration and noise, Albuquerque, NM (United States)**. [s.n.], 1993. Disponível em: <<https://www.osti.gov/biblio/10143025>>.

SENKO, R. **Atenuação Passiva de um Sistema Rotativo utilizando Lâminas de LMF Superelásticas**. Tese (Doutorado) — Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2018.

SHAW, J.; WANG, C. Design and control of adaptive vibration absorber for multimode structure. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 30, 1045389X1982883, 02 2019.

SILVA, R.

**Atenuação de Vibrações em Sistemas que utilizam Molas de Liga de Memória de Forma** Dissertação () — Universidade Estadual Paulista - Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, 2017.

SIMOES, R. **Controle Modal Ótimo de um Rotor Flexível Utilizando Atuadores Piezelétricos do Tipo Pilha**. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Uberlândia, MG, 2006.

TAKEDA, Y. T. K. N. S.; KUMAIIDO, T. Active control method for passing through critical speeds of rotating shafts by changing stiffnesses of the supports with use of memory metals. **Journal of Sound and Vibration**, v. 113, n. 2, 307 – 315, 1987. ISSN 0022-460X. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X87802171>>.

TANAKA, K.; NAGAKI, S. A thermomechanical description of materials with internal variables in the process of phase transitions. **Archive of Applied Mechanics**, v. 51, 287–299, 1982. Disponível em: <<https://link.springer.com/article/10.1007/BF00536655>>.

TANAKA, K.; NISHIMURA, F.; TOBUSHI, H. Phenomenological analysis on subloops in shape memory alloys due to incomplete transformations. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 5, n. 4, 487–493, 1994. Disponível em: <<https://doi.org/10.1177/1045389X9400500404>>.

THEODOROS, T.; ALEXANDROS, G.; ANARGYROS, A.; DIMITRIS, A. Effect of shape memory alloy actuator geometric non-linearity and thermomechanical coupling on the response of morphing structures. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 30, n. 14, 2166–2185, 2019. Disponível em: <<https://doi.org/10.1177/1045389X19862362>>.