

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
FACULDADE DE ENGENHARIA DE SÃO JOÃO DA BOA VISTA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA
(MESTRADO)**

LUCAS VICTORELLI CARAVITA

**UMA AVALIAÇÃO DAS CARACTERÍSTICAS AERODINÂMICAS DE
DIFERENTES MODELOS AEROELÁSTICOS DURANTE O ESTOL DINÂMICO
COM VISTAS AO APERFEIÇOAMENTO DE TÉCNICAS PARA COLHEITA
ELETROMECÂNICA DE ENERGIA**

**SÃO JOÃO DA BOA VISTA
2025**

LUCAS VICTORELLI CARAVITA

**UMA AVALIAÇÃO DAS CARACTERÍSTICAS AERODINÂMICAS DE
DIFERENTES MODELOS AEROELÁSTICOS DURANTE O ESTOL DINÂMICO
COM VISTAS AO APERFEIÇOAMENTO DE TÉCNICAS PARA COLHEITA
ELETROMECHANICA DE ENERGIA**

**Dissertação apresentada como parte dos
requisitos para obtenção do título de
Mestre em Engenharia Elétrica, junto
ao Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Elétrica (Interunidades - ICT
Sorocaba/CE São João da Boa Vista) da
Universidade Estadual Paulista "Júlio de
Mesquita Filho".**

**Orientador: Prof. Dr. Vagner Can-
dido de Sousa**

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
FACULDADE DE ENGENHARIA DE SÃO JOÃO DA BOA VISTA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA
(MESTRADO)**

**SÃO JOÃO DA BOA VISTA
2025**

C262a	Caravita, Lucas Victorelli Uma avaliação das características aerodinâmicas de diferentes modelos aeroelásticos durante o estol dinâmico com vistas ao aperfeiçoamento de técnicas para colheita eletromecânica de energia / Lucas Victorelli Caravita. -- São João da Boa Vista, 2025 85 p. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade de Engenharia, São João da Boa Vista Orientador: Vagner Candido Sousa 1. aerodinâmica não-estacionária. 2. estol dinâmico. 3. modelo de Beddoes-Leishman. 4. captação de energia. 5. placa plana. I. Título.
-------	--

IMPACTO POTENCIAL DESTA PESQUISA

A contribuição deste trabalho para o avanço do conhecimento em aerodinâmica não-estacionária se manifesta em múltiplos aspectos. A análise comparativa do modelo BL para diferentes geometrias permite uma melhor compreensão das capacidades e limitações do modelo na predição do estol dinâmico. O estudo dos coeficientes parciais contribui para o entendimento dos mecanismos físicos envolvidos no fenômeno e do comportamento aerodinâmico de placas planas em condições dinâmicas.

Do ponto de vista prático, este estudo tem implicações significativas para o desenvolvimento de sistemas de captação de energia. A simplicidade geométrica e o baixo custo das placas planas as tornam particularmente atraentes para aplicações práticas, especialmente em sistemas de pequena escala. A compreensão detalhada do comportamento do modelo pode contribuir para o desenvolvimento destas tecnologias, auxiliando na redução de extensivos e custosos experimentos em túnel de vento.

LUCAS VICTORELLI CARAVITA

**UMA AVALIAÇÃO DAS CARACTERÍSTICAS AERODINÂMICAS DE
DIFERENTES MODELOS AEROELÁSTICOS DURANTE O ESTOL DINÂMICO
COM VISTAS AO APERFEIÇOAMENTO DE TÉCNICAS PARA COLHEITA
ELETROMECÂNICA DE ENERGIA**

Dissertação apresentada como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica, junto ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica (Interunidades - ICT Sorocaba/CE São João da Boa Vista) da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho".

Comissão Examinadora

Prof. Dr. Vagner Candido de Sousa

UNESP - São João da Boa Vista

Orientador

Prof. Dr. Ricardo Luiz Barros de Freitas

UNIOESTE - Foz do Iguaçu

Prof. Dr. Arthur Adeodato

UERJ - Nova Friburgo

São João da Boa Vista

28 de maio de 2025



CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO: Uma avaliação das características aerodinâmicas de diferentes modelos aeroelásticos durante o estol dinâmico com vistas ao aperfeiçoamento de técnicas para coleta eletromecânica de energia

AUTOR: LUCAS VICTORELLI CARAVITA

ORIENTADOR: VAGNER CANDIDO DE SOUSA

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica, área: Automação pela Comissão Examinadora:

Prof. Dr. VAGNER CANDIDO DE SOUSA (Participação Virtual)
Departamento de Engenharia Aeronautica / Faculdade de Engenharia de Sao Joao da Boa Vista UNESP

Prof. Dr. RICARDO LUIZ BARROS DE FREITAS (Participação Virtual)
Departamento de Engenharia Elétrica / Universidade Estadual do Oeste do Paraná

Prof. Dr. ARTHUR ADEODATO (Participação Virtual)
Departamento de Engenharia Mecânica e Energia / Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ)

São João da Boa Vista, 28 de maio de 2025

*Dedico este trabalho a meus pais, minha irmã, meus avós, minha namorada e a todos os
companheiros que estiveram comigo nessa jornada.*

*"O acaso favorece a mente preparada".
(Louis Pasteur)*

Resumo

Este trabalho investiga o comportamento de aerofólios sob estol dinâmico, utilizando o modelo de Beddoes-Leishman. Um modelo numérico semi-empírico para simular eventos aerodinâmicos lineares e não lineares. A análise compara o aerofólio NACA0012 e uma placa plana, abrangendo os coeficientes aerodinâmicos parciais e a dinâmica de separação do escoamento em três regimes: limite do estol, estol leve e profundo. O estudo identifica as características aerodinâmicas específicas de cada perfil e suas implicações para aplicações práticas. A integração do acoplamento piezoelétrico ao modelo permite avaliar o potencial de captação de energia das diferentes geometrias, identificando qual perfil é recomendado para a colheita de energia em cada condição. A validação do modelo adaptado é avaliada por meio da raiz do erro quadrático médio normalizado em comparação com formulações anteriores, contribuindo para o avanço da modelagem de fenômenos aeroelásticos.

Palavras-chave: aerodinâmica não-estacionária; estol dinâmico; modelo de Beddoes-Leishman; captação de energia; placa plana.

Abstract

This work investigates the behavior of airfoils under dynamic stall using an adapted Beddoes-Leishman model. A semi-empirical numeric model to simulate linear and non-linear aerodynamic events. The analysis compare the NACA0012 airfoil with a flat plate and covers partial aerodynamic coefficients and flow separation dynamics in three regimes: stall onset, light stall, and deep stall. The study identifies the specific aerodynamic characteristics of each profile and their implications for practical applications. The integration of piezoelectric coupling to the model allows assessment of the energy harvesting potential of different geometries, identifying which profile is recommended for energy harvesting in each condition. The validation of the adapted model is evaluated through normalized root mean square error compared to previous formulations, contributing to the advancement of aeroelastic phenomena modeling.

Keywords: unsteady aerodynamics; dynamic stall; Beddoes-Leishman model; energy harvesting; flat plate.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Momento aerodinâmico	24
Figura 2 – Exemplo de relação $C_l \times \alpha$	25
Figura 3 – Triângulo de forças	26
Figura 4 – Relação $\alpha \times \theta$	27
Figura 5 – Comportamento massa-mola do aerofólio sem escoamento	27
Figura 6 – Camada limite colada	29
Figura 7 – Ponto de separação da camada limite	30
Figura 8 – Contribuições aerodinâmicas causadas pela fase de vórtice	31
Figura 9 – Variação do ângulo de ataque para diferentes condições de estol	46
Figura 10 – Perfis de aerofólio (NACA0012 e placa plana)	47
Figura 11 – Comparação entre os NRMSEs dos coeficientes para os modelos de Santos e Sheng	50
Figura 12 – Comparação do parâmetro θ_{estol} - NACA0012	51
Figura 13 – Comparação do parâmetro θ_{estol} - placa plana	52
Figura 14 – Coeficiente de momento	53
Figura 15 – Coeficiente de força normal	54
Figura 16 – Coeficiente de força na direção da corda	55
Figura 17 – Coeficiente de sustentação	56
Figura 18 – Coeficiente de arrasto	57
Figura 19 – Coeficientes parciais de momento - Impulsivo	58
Figura 20 – Coeficientes parciais de momento - Camada limite	58
Figura 21 – Coeficientes parciais de momento - Vórtices	59
Figura 22 – Coeficientes parciais de força normal - Impulsivo	60
Figura 23 – Coeficientes parciais de força normal - Camada Limite	61
Figura 24 – Coeficientes parciais de força normal - Vórtices	62
Figura 25 – Variação do centro de pressão	63
Figura 26 – Tensão vs Ângulo de Ataque na Condição Limite do Estol	64
Figura 27 – Potência vs Tempo Normalizado na Condição Limite do Estol	65
Figura 28 – Tensão vs Ângulo de Ataque em Condição de Estol Leve	66
Figura 29 – Potência vs Tempo Normalizado em Condição de Estol Leve	67
Figura 30 – Tensão vs Ângulo de Ataque em Condição de Estol Profundo	68
Figura 31 – Potência vs Tempo Normalizado em Condição de Estol Profundo	69
Figura 32 – Fluxo de execução do código	83

Lista de tabelas

Tabela 1 – Parâmetros estruturais do aerofólio	38
Tabela 2 – Coeficientes da Matriz A do modelo Beddoes–Leishman	38
Tabela 3 – Coeficientes da Matriz C do modelo Beddoes–Leishman	39
Tabela 4 – Parâmetros da parte não linear do modelo de Beddoes-Leishman	39
Tabela 5 – Parâmetros de simulação para diferentes condições de estol	46
Tabela 6 – Parâmetros de estol do modelo para NACA0012 e Placa Plana	47
Tabela 7 – Parâmetros do modelo piezoelétrico	48

Lista de abreviaturas e siglas

BL	Beddoes-Leishman
CFD	Dinâmica de Fluidos Computacional (<i>Computational Fluid Dynamics</i>)
CG	Centro de Gravidade
LCO	Oscilação de Ciclo Limite (<i>Limit Cycle Oscillation</i>)
NACA	Comitê Consultivo Nacional para Aeronáutica (<i>National Advisory Committee for Aeronautics</i>)
NRMSE	Erro Quadrático Médio Normalizado (<i>Normalized Root Mean Square Error</i>)
RKF45	Runge-Kutta-Fehlberg de 4ª/5ª ordem
RMS	Valor Quadrático Médio (<i>Root Mean Square</i>)
SS	Espaço de Estados (<i>State Space</i>)

Lista de símbolos

A	Força axial
A_i	Coeficientes da matriz de espaço de estados, $i = 1, 2, 3, 4$
a_{nn}	Parâmetros da diagonal da matriz A
α	Ângulo de ataque
α_0	Ângulo médio de oscilação
α_1	Ângulo de estol
α_{0L}	Ângulo de sustentação nula
α_{ds0}	Ângulo de estol dinâmico
α_E	Ângulo de ataque efetivo
α_{10}	Ângulo de estol estático
α_{ss}	Ângulo de estol estático
b_i	Coeficientes da matriz de espaço de estados, $i = 1, 2, 3, 4, 5$
β	Parâmetro de compressibilidade
c	Corda
C_D	Coeficiente de arrasto
C_c	Coeficiente de força na direção da corda
C_L	Coeficiente de sustentação
C_m	Coeficiente de momento
C_{mea}	Coeficiente de momento em torno do eixo elástico
C_N	Coeficiente de força normal
C_p	Capacitância do material piezoelétrico
$C_{n\alpha}$	Razão entre C_n e α na região linear
C_m^p	Coeficiente de momento linear
C_n^p	Coeficiente de força normal linear

C_{n1}	Coeficiente de força normal no início do estol
c_{mI}	Coeficiente de momento impulsivo
c_{nI}	Coeficiente de força normal impulsivo
c_{mf}	Coeficiente de momento devido ao descolamento
c_{nf}	Coeficiente de força normal devido ao descolamento
c_{mv}	Coeficiente de momento devido aos vórtices
c_{nv}	Coeficiente de força normal devido aos vórtices
c_{cc}	Coeficiente de força na direção da corda
c_{cv}	Coeficiente de força na direção da corda devido aos vórtices
c_{lv}	Coeficiente de sustentação devido aos vórtices
d	Coeficientes da matriz de amortecimento
d_{ij}	Coeficientes de amortecimento, $i, j = 1, 2$
D	Força de arrasto
$\delta_{\alpha 1}$	Maior variação de α_1 na fase de vórtice
δ_{a1}	Variação do ângulo de ataque no estol
E_{total}	Energia total gerada pelo sistema piezoelétrico
$f_{(\alpha)}$	Ponto de descolamento da camada limite
f_0	Ponto de separação total
f_b	Ponto de separação no estol
f_c	Ponto de separação para força na direção da corda
f_m	Ponto de separação para momento
f_n	Ponto de separação para força normal
f'_m	Ponto de separação teórico para momento
f'_n	Ponto de separação teórico para força normal
f'_c	Ponto de separação teórico para força na direção da corda
F_n	Força normal

$F(\theta)$	Função de amortecimento de rotação
h	Deslocamento de flexão
k	Frequência reduzida
K_i	Parâmetros de controle do momento, $i = 0, 1, 2$
K_α	Constante de tempo aerodinâmica
K_M	Fator de peso do momento na geração piezoelétrica
K_q	Constante de tempo aerodinâmica
K_V	Constante de conversão força-tensão
$K_{\alpha M}$	Constante de tempo aerodinâmica para Mach
K_{qM}	Constante de tempo aerodinâmica para Mach
L	Força de sustentação
M	Número de Mach
M	Momento aerodinâmico
m	Massa do aerofólio
m_t	Massa total do sistema
μ_e	Razão entre a massa do aerofólio e do aparato
N	Força normal
ω	Frequência natural ou frequência angular do movimento
ω_h	Frequência natural de flexão
ω_θ	Frequência natural de torção
P	Potência instantânea gerada
q	Taxa de variação do ângulo de ataque
R	Força resultante
R_{load}	Resistência de carga do circuito piezoelétrico
ρ	Densidade do ar
r_θ	Raio de giro

s_i	Parâmetros de controle da separação, $i = 1, 2$
T	Constantes de tempo
T_f	Tempo característico de separação
T_{f0}	Tempo característico de separação inicial
T_I	Tempo característico impulsivo
T_p	Tempo de atraso de pressão
T_{v0}	Tempo inicial da fase de vórtice
T_{vl}	Tempo limite da fase de vórtice
τ_v	Tempo dimensional na fase de vórtice
θ	Ângulo de torção
θ_p	Ângulo de torção pré-fixado
θ_{estol}	Parâmetro de estol
U	Velocidade do escoamento
U_∞	Velocidade do escoamento livre
V	Tensão elétrica gerada pelo material piezoelétrico
V_{cr}	Velocidade crítica de flutter
x	Estados aerodinâmicos
X_{ac}	Posição do centro aerodinâmico
X_{ea}	Posição do eixo elástico
X_θ	Distância entre CG e X_{ea}

Sumário

1	INTRODUÇÃO	18
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	23
2.1	CONCEITOS BÁSICOS DE AERODINÂMICA	23
2.1.1	Forças Aerodinâmicas	23
2.1.2	Coeficientes Aerodinâmicos	24
2.2	FENÔMENOS AEROELÁSTICOS	25
2.2.1	Triângulo de Collar	25
2.3	FLUTTER E ESTOL DINÂMICO	27
2.3.1	Mecanismo do Flutter	27
2.3.2	Estol Dinâmico	28
2.4	MODELO DE BEDDOES-LEISHMAN	31
2.4.1	Formulação Matemática do Modelo	31
2.5	ADAPTAÇÕES AO MODELO	34
2.5.1	Escoamento Colado	34
2.5.2	Ponto de Estol	35
2.5.3	Separação da Camada Limite	35
2.5.4	Desprendimento de Vórtices	36
2.5.5	Coeficientes Finais	37
2.5.6	Parâmetros do Modelo	38
2.6	CAPTAÇÃO DE ENERGIA ATRAVÉS DE MATERIAIS PIEZOELÉTRICOS	40
2.7	MODELAGEM PIEZOELÉTRICA	40
2.7.1	Fundamentos da Piezoelectricidade Aplicada	40
2.7.2	Modelo de Conversão Eletromecânica	41
2.7.3	Circuito Equivalente	42
2.7.4	Parâmetros do Sistema Piezoelétrico	42
2.7.5	Considerações para Otimização	43
2.7.6	Limitações do Modelo Piezoelétrico	43
3	METODOLOGIA	45
3.1	IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL	45
3.2	CONFIGURAÇÃO DAS SIMULAÇÕES	45
3.2.1	Parâmetros dos Aerofólios	46
3.2.2	Parâmetros Piezoelétricos	47
3.3	ANÁLISE DOS COEFICIENTES	48
3.4	ANÁLISE PARAMÉTRICA	48

3.5	VERIFICAÇÃO DO MODELO	49
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	50
4.1	ANÁLISE DO PARÂMETRO θ_{estol}	51
4.2	ANÁLISE DOS COEFICIENTES AERODINÂMICOS	52
4.2.1	Coeficiente de Momento	52
4.2.2	Coeficiente de Força Normal	53
4.2.3	Coeficiente de Força na Direção da Corda	54
4.2.4	Coeficiente de Sustentação	55
4.2.5	Coeficiente de Arrasto	56
4.3	ANÁLISE DOS COEFICIENTES PARCIAIS	57
4.3.1	Coeficientes Parciais de Momento	57
4.3.1.1	Contribuição Impulsiva	57
4.3.1.2	Contribuição do Descolamento	58
4.3.1.3	Contribuição dos Vórtices	59
4.3.2	Coeficientes Parciais de Força Normal	60
4.3.2.1	Contribuição Impulsiva	60
4.3.2.2	Contribuição do descolamento da camada limite	60
4.3.2.3	Contribuição dos Vórtices	61
4.4	ANÁLISE DO CENTRO DE PRESSÃO	62
4.5	ANÁLISE PIEZOELÉTRICA	63
4.5.1	Comparação de Tensão e Potência Estimada	63
4.5.1.1	Limite do Estol	63
4.5.1.2	Estol Leve	65
4.5.1.3	Estol Profundo	67
4.6	DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	69
4.6.1	Análise do Parâmetro θ_{estol}	69
4.6.2	Coeficientes Aerodinâmicos	70
4.6.2.1	Coeficiente de Momento	70
4.6.2.2	Coeficiente de Força Normal	70
4.6.2.3	Coeficientes de Sustentação e Arrasto	71
4.6.2.4	Coeficientes Parciais	71
4.6.3	Implicações para Captação de Energia e Recomendações Práticas	71
5	CONCLUSÕES	73
5.1	PRINCIPAIS RESULTADOS	73
5.2	LIMITAÇÕES E DESAFIOS	75
5.3	CONTRIBUIÇÕES E IMPLICAÇÕES	75
5.4	PERSPECTIVAS FUTURAS	76

	REFERÊNCIAS	77
	APÊNDICE A – DESCRIÇÃO DA IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL	81
A.1	ESTRUTURA GERAL DO CÓDIGO	81
A.2	ALGORITMOS PRINCIPAIS	81
A.3	FLUXO DE EXECUÇÃO	82
A.4	DESCRIÇÃO DOS MÓDULOS	85
A.4.1	Módulo de Inicialização	85
A.4.2	Módulo de Integração Numérica	85
A.4.3	Módulo de Cálculo Aerodinâmico	85
A.4.4	Módulo de Análise e Pós-processamento	86
	APÊNDICE B – PUBLICAÇÕES DECORRENTES DESSE TRABALHO	87

1 INTRODUÇÃO

A aerodinâmica não-estacionária é um campo fundamental da engenharia aeroespacial que estuda o comportamento de corpos imersos em escoamentos variáveis no tempo. Um fenômeno particularmente desafiador neste campo é o estol dinâmico, definido como o fenômeno associado à separação não estacionária do escoamento sobre uma superfície de sustentação quando seu ângulo de ataque efetivo excede o valor de estol estático (Sheng, Galbraith e Coton, 2008).

Este fenômeno ocorre quando o ângulo de ataque local, definido como o ângulo entre o aerofólio e a direção do escoamento, aumenta rapidamente através do ponto de estol estático, e seus efeitos aerodinâmicos não lineares, incluindo a dinâmica do fluxo e a formação de vórtices, podem fornecer mecanismos de impulso para falhas estruturais (Pereira, Schepers e Pavel, 2012).

A modelagem precisa deste fenômeno é essencial para o projeto e análise de diversos sistemas aeronáuticos, desde helicópteros até turbinas eólicas.

O estol dinâmico se distingue do estol estático não apenas pelo seu caráter transitório, mas principalmente por apresentar características únicas, como o atraso significativo no início da separação do escoamento, a formação de vórtices intensos e a presença de pronunciada histerese nos coeficientes aerodinâmicos.

O modelo semi-empírico de Beddoes-Leishman (BL), originalmente desenvolvido para representar as características de sustentação, arrasto e momento de arfagem de aerofólios em condições de estol dinâmico (Leishman e Beddoes, 1989), destaca-se como uma das ferramentas mais eficazes para a previsão do comportamento aerodinâmico em condições não-estacionárias.

A eficiência do modelo deve-se a vários fatores, incluindo seu bom desempenho geral e facilidade de compreensão, implementação e adaptação (McCroskey, 1981), sendo amplamente utilizado tanto na indústria de helicópteros quanto de turbinas eólicas (Chantharasenawong, 2007).

Tem sido demonstrada a importância de avaliar a capacidade preditiva destes modelos clássicos de estol dinâmico, especialmente em aplicações de turbinas eólicas, onde a precisão na previsão das cargas aerodinâmicas é crucial (Pereira, Schepers e Pavel, 2012).

Uma característica fundamental do modelo é sua capacidade de representar a transição progressiva entre as características de estol dinâmico e estático (Leishman e Beddoes, 1989), permitindo análises e previsões mais precisas.

Recentemente, adaptações aprimoraram o modelo de Beddoes-Leishman, aumentando sua precisão para aplicações em baixas velocidades (Santos e Marques, 2021).

A abordagem semi-empírica do modelo BL combina fundamentos teóricos da aerodinâmica com correlações baseadas em dados experimentais, permitindo uma representação eficiente dos complexos fenômenos envolvidos no estol dinâmico.

Nas últimas décadas, a compreensão dos fenômenos aerodinâmicos não-estacionários tem se tornado cada vez mais crucial, impulsionada pela crescente demanda por tecnologias mais eficientes em energia eólica, veículos aéreos não tripulados e sistemas de captação de energia. O estol dinâmico, em particular, tem emergido como um fenômeno chave neste contexto, oferecendo tanto desafios quanto oportunidades para o desenvolvimento de novas tecnologias.

Demonstrou-se que em condições de estol dinâmico, as oscilações em ângulos de ataque elevados são capazes de absorver mais energia do que aquelas associadas a movimentos de mergulho (onde ocorre o deslocamento vertical do aerofólio), revelando um potencial significativo para aplicações em captação de energia (Santos, Pereira e Marques, 2017).

A histerese nos coeficientes aerodinâmicos e a formação de vórtices intensos, características intrínsecas do estol dinâmico, podem tanto limitar o desempenho de sistemas convencionais quanto oferecer oportunidades para novas aplicações, especialmente no campo da captação de energia.

O desenvolvimento de sistemas de captação de energia baseados em fenômenos aeroelásticos tem motivado a busca por modelos matemáticos mais precisos e versáteis. Demonstrou-se que um aerofólio pode experimentar oscilações induzidas por perda além da velocidade crítica de flutter, com amplitudes determinadas por não linearidades aerodinâmicas devido ao estol dinâmico, sendo possível otimizar os parâmetros do sistema para aplicações específicas de colheita de energia (Santos, Marques e Hajj, 2019).

A integração de materiais piezoelétricos a estes sistemas representa uma abordagem interdisciplinar com potencial significativo para aplicações práticas (Akaydin, Elvin e Andreopoulos, 2010).

A análise comparativa da tensão elétrica gerada por diferentes perfis aerodinâmicos em condições de estol dinâmico fornece critérios quantitativos para seleção de geometrias em aplicações de captação de energia. Os estudos preliminares revelam comportamentos distintos de geração de tensão dependendo do regime de operação, com geometrias simples como a placa plana potencialmente superando perfis aerodinâmicos convencionais em condições específicas, apesar de sua aparente desvantagem aerodinâmica tradicional. A relação entre parâmetros aerodinâmicos como θ_{estol} , que representa se o aerofólio está ou não em estol, e a eficiência da transdução piezoelétrica emerge como um campo importante de investigação.

Uma abordagem prática para aplicações aeroelásticas é usar uma formulação em espaço de estados, de modo que tanto as variáveis estruturais quanto as aerodinâmicas possam ser descritas em termos de equações diferenciais de primeira ordem (Hansen, Gaunaa e Madsen,

2004).

Esta formulação é particularmente vantajosa porque permite que as equações que descrevem a aerodinâmica não estacionária sejam diretamente acopladas às equações de resposta estrutural que governam o movimento do aerofólio (Leishman e Beddoes, 1989).

A capacidade de prever com precisão o comportamento de estruturas simples, como placas planas, sob condições de estol dinâmico torna-se fundamental para o projeto e otimização destes sistemas. A característica particular da placa plana de gerar valores mais elevados de momento, mesmo com baixa sustentação, sugere uma capacidade superior de absorção de energia quando comparada a aerofólios convencionais que priorizam alta sustentação e com isso geram o movimento de mergulho. Esta característica única torna a placa plana especialmente interessante para aplicações de captação de energia em condições de estol dinâmico.

Apesar dos avanços significativos na modelagem do estol dinâmico, os modelos existentes ainda apresentam limitações importantes quando aplicados a geometrias simplificadas. Como observado por Sheng, Galbraith e Coton (2008), "as modificações nos modelos geralmente são motivadas pela necessidade de melhorar a aplicação em condições específicas, adaptando as abordagens existentes".

O modelo BL, em sua formulação original, foi desenvolvido e validado para perfis aerodinâmicos específicos, necessitando adaptações para representar adequadamente o comportamento de placas planas. Esta necessidade se torna particularmente evidente em condições de elevados ângulos de ataque e oscilações de grande amplitude, onde os fenômenos não-lineares se tornam mais pronunciados.

A complexidade do problema reside não apenas na natureza altamente não-linear do fenômeno, mas especialmente nos desafios específicos relacionados às placas planas. Destaca-se que a precisão na previsão do início do estol dinâmico e seus efeitos subsequentes sobre as cargas são particularmente desafiadores, com simulações demonstrando diferenças significativas entre medições e modelos, sem que nenhuma abordagem se mostre consistentemente superior em todos os casos (Holierhoek *et al.*, 2012).

Esta dificuldade é amplificada no caso de placas planas, onde o descolamento da camada limite ocorre de maneira distinta em comparação com aerofólios convencionais, devido à ausência de curvatura e à presença de bordos agudos. A formação e desprendimento de vórtices também apresentam características particulares nestas geometrias, com implicações significativas para o comportamento dinâmico do sistema.

Este trabalho tem como objetivo principal analisar o comportamento do modelo de Beddoes-Leishman na predição dos coeficientes aerodinâmicos para a placa plana em comparação com o perfil NACA0012 em condições de estol dinâmico, bem como investigar o potencial de geração de energia piezoelétrica desses perfis, estabelecendo relações diretas entre os parâmetros aerodinâmicos e a eficiência na conversão de energia. O desenvolvimento envolve a análise

detalhada das contribuições de cada componente do modelo, sua capacidade preditiva através de comparação com dados experimentais, e a identificação de possíveis falhas em condições relevantes para sistemas de captação de energia.

A investigação foca na compreensão dos mecanismos físicos representados pelo modelo e como eles se manifestam para diferentes geometrias. Particular atenção é dada à análise do ponto de separação e da dinâmica de formação e desprendimento de vórtices, aspectos fundamentais para a precisão do modelo em condições de estol profundo, onde o aerofólio passa por todos os fenômenos do estol dinâmico com intensidade.

O estudo detalhado destes fenômenos é essencial para compreender como o modelo captura as não-linearidades características do escoamento e suas implicações para o desempenho do sistema. A avaliação é realizada através de comparações sistemáticas com dados experimentais disponíveis na literatura para o perfil NACA0012, enquanto para a placa plana os resultados são analisados de forma qualitativa devido à ausência de dados experimentais.

O estudo apresenta limitações inerentes à natureza do problema que merecem consideração cuidadosa. O modelo mantém a característica semi-empírica do original, requerendo calibração com dados experimentais para diferentes condições de operação. Uma limitação importante é a ausência de dados experimentais para a placa plana em condições de estol dinâmico, o que torna necessária a validação futura dos resultados obtidos para este perfil.

As simulações apresentam limitações específicas em seu escopo de aplicação. São restritas a condições específicas de número de Reynolds e frequência reduzida, refletindo as limitações dos dados experimentais disponíveis para o NACA0012. Efeitos tridimensionais, que podem ser significativos em certas condições de operação, não são considerados no modelo atual.

A ausência de dados experimentais para a placa plana impede uma validação quantitativa dos resultados para esta geometria, sendo necessários estudos futuros em túnel de vento para confirmar as predições do modelo.

A dissertação está organizada em cinco capítulos que seguem uma sequência lógica de desenvolvimento. O Capítulo 2 apresenta a fundamentação teórica, abordando os conceitos básicos de aerodinâmica não-estacionária e a formulação original do modelo BL. São discutidos em detalhe os princípios físicos do estol dinâmico, as equações governantes do modelo BL e as considerações específicas para placas planas.

O Capítulo 3 detalha a metodologia empregada na análise do modelo e os procedimentos de avaliação. São apresentados os métodos de análise dos coeficientes parciais e os critérios de comparação, estabelecendo a base para a discussão dos resultados.

O Capítulo 4 apresenta e discute os resultados obtidos em duas frentes complementares: a análise aerodinâmica e a análise piezoelétrica. Na primeira, é avaliado o desempenho do modelo em diferentes condições de operação, com comparações detalhadas entre dados experimentais

do NACA0012 e análises qualitativas para a placa plana, examinando a capacidade do modelo em prever os coeficientes aerodinâmicos e os fenômenos característicos do estol dinâmico. Na segunda, é investigado o potencial de geração de energia dos perfis através da integração do acoplamento piezoelétrico ao modelo aerodinâmico, estabelecendo a relação direta entre os fenômenos aerodinâmicos e a conversão de energia.

Por fim, o Capítulo 5 sintetiza as principais conclusões do trabalho e apresenta recomendações para investigações futuras. São identificados aspectos que merecem aprofundamento adicional, com ênfase na necessidade de validação experimental para a placa plana.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A compreensão dos fenômenos aeroelásticos e do estol dinâmico requer uma base sólida em conceitos fundamentais de aerodinâmica e suas interações com estruturas flexíveis. Este capítulo apresenta os fundamentos teóricos necessários para o entendimento do modelo de Beddoes-Leishman e sua aplicação na análise de aerofólios sob condições dinâmicas.

2.1 CONCEITOS BÁSICOS DE AERODINÂMICA

A aerodinâmica estuda a interação entre corpos sólidos e o ar em movimento. Quando um aerofólio interage com um escoamento, ocorre uma distribuição de pressão ao longo de sua superfície, resultando em forças e momentos aerodinâmicos. Esta interação é fundamental para compreender o comportamento de aerofólios em diferentes condições de operação.

2.1.1 Forças Aerodinâmicas

A interação entre um aerofólio e o escoamento gera um conjunto de forças aerodinâmicas devido à distribuição de pressão ao longo de sua superfície e aos efeitos viscosos. A força normal (N) atua perpendicularmente à linha central do aerofólio e a força axial (A) atua paralelamente à linha do aerofólio. O ângulo de ataque (α) é um parâmetro crítico que influencia significativamente estas forças aerodinâmicas, afetando diretamente o desempenho do aerofólio.

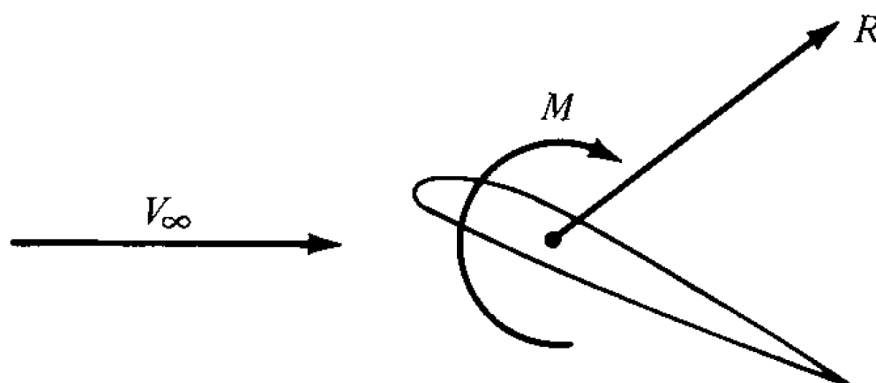
A partir das forças normal e axial, é possível determinar as outras componentes de força sustentação (L) e arrasto (D) através de relações trigonométricas (equação 1). A soma vetorial dessas componentes é a força resultante (R).

$$\begin{cases} L = N\cos(\alpha) - A\sin(\alpha) \\ D = N\sin(\alpha) + A\cos(\alpha) \end{cases} \quad (1)$$

Além das forças aerodinâmicas, o escoamento também gera um momento no aerofólio (Figura 1). Este momento surge quando a força resultante é aplicada em um ponto que não coincide com o centro de gravidade do aerofólio, levando a uma rotação em torno do eixo de rotação (Anderson, 2010).

No caso específico, a força resultante é aplicada no centro aerodinâmico (X_{ac}), enquanto o eixo de rotação do aerofólio livre está em seu centro de gravidade (CG). Quando acoplado a outro corpo, o aerofólio passa a rotacionar em torno da posição do eixo elástico (X_{ea}).

Figura 1 – Momento aerodinâmico



Fonte: Anderson, 2010.

2.1.2 Coeficientes Aerodinâmicos

Os coeficientes aerodinâmicos são parâmetros adimensionais fundamentais que caracterizam o desempenho de um aerofólio. Estes coeficientes são essenciais para a análise e projeto de sistemas aeronáuticos, pois permitem comparar o desempenho de diferentes geometrias independentemente de suas dimensões físicas (Houghton *et al.*, 2013).

O coeficiente de sustentação (C_L) representa a eficiência do aerofólio em gerar força perpendicular ao escoamento, sendo diretamente proporcional ao ângulo de ataque em uma faixa linear de operação. Esta relação linear se mantém até o ponto de estol, onde ocorre uma queda abrupta na sustentação devido ao descolamento da camada limite. A inclinação desta curva linear, conhecida como curva de sustentação, é um parâmetro crucial que caracteriza a eficiência do aerofólio em gerar sustentação.

O coeficiente de arrasto (C_D) quantifica a resistência aerodinâmica e é composto por duas parcelas principais: o arrasto de pressão, resultante da diferença de pressão entre as superfícies do aerofólio, e o arrasto de atrito, causado pelos efeitos viscosos do escoamento. Em baixos ângulos de ataque, o arrasto de atrito é dominante, mas com o aumento do ângulo de ataque, o arrasto de pressão se torna mais significativo, especialmente após o início do descolamento da camada limite.

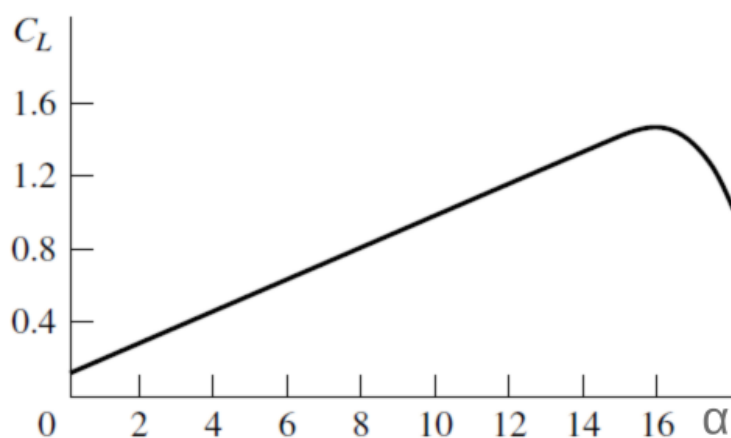
O coeficiente de momento (C_M) caracteriza o momento aerodinâmico em torno do centro de pressão do aerofólio. Este coeficiente é particularmente importante para a análise de estabilidade, pois influencia diretamente a tendência do aerofólio em retornar ou se afastar de sua posição de equilíbrio após uma perturbação. Houghton *et al.* (2013) dizem que a posição do centro de pressão varia com o ângulo de ataque, tornando o comportamento do momento mais complexo em condições não estacionárias.

O coeficiente de força normal (C_N) está relacionado à força perpendicular à corda do

aerofólio e é especialmente relevante na análise do estol dinâmico, pois sua variação indica mudanças no padrão de escoamento sobre o aerofólio.

A relação entre o coeficiente de C_L e α é ilustrada na figura 2.

Figura 2 – Exemplo de relação $C_L \times \alpha$



Fonte: Anderson, 2010.

2.2 FENÔMENOS AEROELÁSTICOS

Os fenômenos aeroelásticos emergem da interação complexa entre forças aerodinâmicas, elásticas e inerciais em estruturas flexíveis. Esta interação pode resultar em comportamentos dinâmicos complexos e, em alguns casos, instabilidades que podem comprometer a integridade estrutural do sistema.

2.2.1 Triângulo de Collar

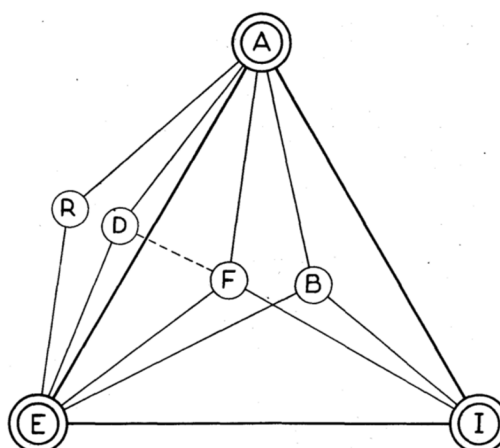
O triângulo de Collar (Collar, 1946) fornece uma representação conceitual das interações entre as três principais forças que governam os fenômenos aeroelásticos (Figura 3).

A compreensão destes fenômenos requer a análise integrada das forças inerciais, do amortecimento estrutural e das forças aerodinâmicas dependentes do escoamento (Dowell, 2015).

As forças aerodinâmicas, originadas da interação com o escoamento, são responsáveis por gerar sustentação e momentos no aerofólio. As forças elásticas, resultantes da deformação estrutural, tendem a restaurar a configuração original do sistema. As forças inerciais, associadas à aceleração da estrutura, influenciam a dinâmica do movimento e podem contribuir para a instabilidade do sistema.

A interação entre estas forças é fundamental para compreender fenômenos como o flutter e o estol dinâmico. Por exemplo, quando um aerofólio sofre uma perturbação, as forças

Figura 3 – Triângulo de forças



Fonte: Collar, 1946.

elásticas tendem a restaurar sua posição original. Entretanto, observa-se que a estabilidade do sistema depende criticamente da magnitude do distúrbio inicial, para pequenas perturbações, as oscilações tendem a se extinguir gradualmente, mas acima de certo limite, podem se amplificar progressivamente (Dowell, 2015).

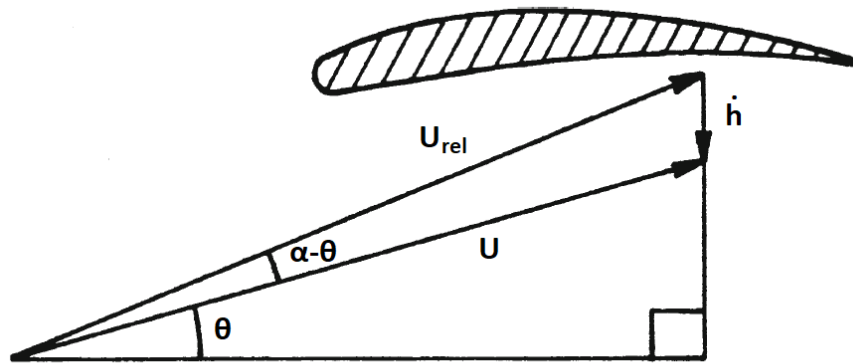
Os fenômenos aeroelásticos só existem porque as estruturas dos aerofólios são flexíveis (Bisplinghoff, Ashley e Halfman, 1996).

Em uma estrutura perfeitamente rígida, não seriam possíveis as deformações necessárias para tais fenômenos. Quando o aerofólio interage com o escoamento, sua estrutura tende a rotacionar e se deslocar verticalmente. Como o aerofólio faz parte de um sistema e não está livre para se movimentar, surgem forças e momentos estruturais que tendem a estabilizar o aerofólio em uma posição neutra.

No caso de um aerofólio acoplado a uma base, a tendência de rotação e deslocamento se manifesta como deformação elástica da estrutura, gerando um ângulo de torção (θ) e um deslocamento de flexão (h). É importante notar que os ângulos α e θ são diferentes, pois além da contribuição de θ , o deslocamento vertical do aerofólio também contribui para o ângulo de ataque efetivo, como ilustrado na Figura 4, onde U é a velocidade do escoamento e U_{rel} é a velocidade do escoamento relativa ao movimento do aerofólio.

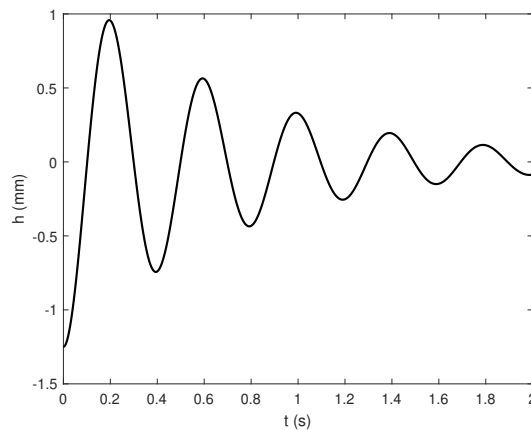
Na ausência de escoamento, a estrutura do aerofólio se comporta como um sistema massa-mola, oscilando e retornando ao equilíbrio após uma perturbação. Entretanto, quando submetido às forças aerodinâmicas, o efeito de mola da estrutura pode não ser suficiente para estabilizar as oscilações causadas por um distúrbio.

A Figura 5, mostra o deslocamento vertical do aerofólio após uma perturbação na ausência de escoamento. É notável como o sistema amortece a perturbação e estabiliza após poucos segundos.

Figura 4 – Relação $\alpha \times \theta$ 

Fonte: Dowell, 2015.

Figura 5 – Comportamento massa-mola do aerofólio sem escoamento



Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

2.3 FLUTTER E ESTOL DINÂMICO

2.3.1 Mecanismo do Flutter

O flutter pode ser definido como uma instabilidade dinâmica de um corpo elástico sujeito a um escoamento (Bisplinghoff, Ashley e Halfman, 1996).

A interação entre a estrutura elástica e o escoamento pode resultar em vibrações com amplitudes crescentes, caracterizando um fenômeno potencialmente catastrófico para a integridade estrutural (Shubov, 2006).

Quando um aerofólio sofre uma perturbação do escoamento, sua tendência natural é se deslocar. Em baixas velocidades (abaixo da velocidade crítica de flutter, V_{cr}), este deslocamento é amortecido naturalmente. Isto ocorre porque as componentes aerodinâmicas (C_l e C_{mea})

são proporcionais à velocidade do escoamento (U), enquanto o amortecimento estrutural do aerofólio depende apenas das amplitudes de θ e h .

Com o aumento de U e sua aproximação de V_{cr} , o amortecimento do sistema começa a diminuir, e o tempo necessário para a estabilização aumenta progressivamente. O flutter pode ser caracterizado como uma vibração autoexcitada resultante da interação entre forças inerciais, aerodinâmicas e elásticas da estrutura (Chai *et al.*, 2021). A velocidade crítica de flutter (V_{cr}) representa o ponto exato onde estas forças se equilibram, resultando em uma amplitude de oscilação constante. A partir deste ponto, inicia-se o fenômeno de flutter propriamente dito, caracterizado pelo crescimento das amplitudes de oscilação com o tempo.

A diferença causada pelas forças inerciais é particularmente evidente ao analisar o comportamento de um aerofólio com e sem a adição de massa. Com exceção de casos específicos onde ocorre o acoplamento de diferentes modos de vibração, a velocidade crítica de flutter (V_{cr}) geralmente diminui com a adição de massa (Lucey, Howell e Pitman, 2010).

Este comportamento ilustra a importância das forças inerciais na dinâmica do sistema.

O momento de restauração da rotação do aerofólio apresenta um comportamento não linear (equação 2). Para pequenos ângulos de torção ($\theta - \theta_p$), este momento pode ser aproximado linearmente (equação 3). Entretanto, com o aumento do ângulo de torção, o momento passa a exibir uma característica cúbica. Os valores de amortecimento são dados por Santos, Pereira e Marques (2017). Este aumento exponencial na capacidade de amortecimento do aerofólio, combinado com os fenômenos aerodinâmicos não lineares que ocorrem em grandes ângulos de ataque, contribui para limitar a amplitude das oscilações em ciclos limite, onde os movimentos do aerofólio atingem um limite no equilíbrio entre as partes aerodinâmicas e estruturais.

$$F(\theta) = 30.7\theta^2 + 6.96 \quad (2)$$

$$F(\theta) = 6.96 \quad (3)$$

A força de restauração do movimento de translação do aerofólio pode ser considerada linear e proporcional a h para qualquer deslocamento, comportando-se como uma mola ideal que obedece à lei de Hooke. Esta característica linear do movimento de translação, combinada com a não linearidade do movimento de rotação, resulta em um sistema complexo cujo comportamento depende fortemente da interação entre os diferentes modos de vibração.

2.3.2 Estol Dinâmico

O estol dinâmico é um fenômeno complexo caracterizado pela separação não estacionária do escoamento em um aerofólio sob condições oscilatórias. Este fenômeno apresenta carac-

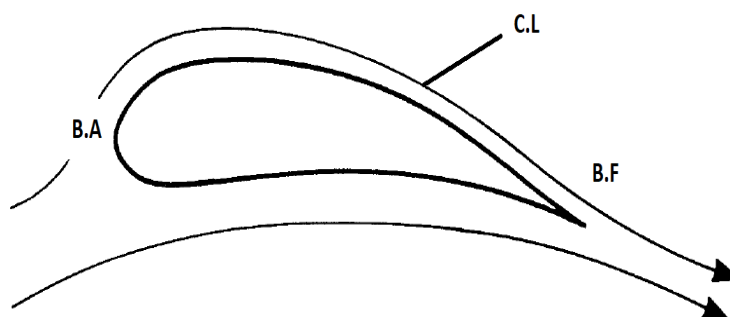
terísticas únicas que o distinguem do estol estático convencional, tornando sua compreensão fundamental para o projeto de sistemas aeronáuticos.

Uma das características mais marcantes deste fenômeno, conforme descrito por Reddy e Kaza (1987), é a formação e liberação de uma forte perturbação em forma de vórtice na região do bordo de ataque. Este vórtice modifica significativamente a distribuição de pressão ao longo da corda do aerofólio, alterando suas características aerodinâmicas.

Estudos experimentais mostram que estas características são fortemente dependentes tanto da geometria do perfil quanto do tipo de movimento realizado, seja ele de arfagem (*pitching*) ou mergulho (*plunging*). Estes fatores influenciam diretamente o desenvolvimento de vibrações induzidas pelo estol (Rasmussen, Madsen e Petersen, 1999).

Em baixos ângulos de ataque, a camada limite (*C.L*) do escoamento permanece colada à superfície do aerofólio desde o bordo de ataque (*B.A*) até o bordo de fuga (*B.F*) (Figura 6). Nesta condição, o comportamento aerodinâmico é previsível e linear, com as forças aerodinâmicas sendo geradas principalmente pela diferença de pressão entre o extradorso e o intradorso do aerofólio (Sadraey, 2017).

Figura 6 – Camada limite colada



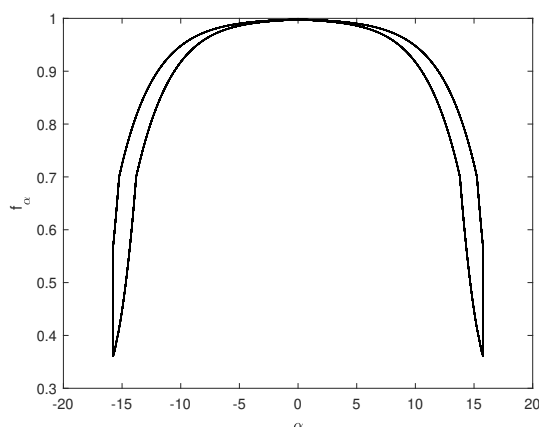
Fonte: Katz, 2010.

Com o aumento dos ângulos de ataque durante as oscilações, inicia-se o descolamento periódico da camada limite nos pontos de máximo e mínimo das oscilações (Dowell, 2015).

O ângulo em que este descolamento começa varia de acordo com a geometria do aerofólio.

O ponto de descolamento da camada limite ($f_{(\alpha)}$) (Figura 7) torna-se um parâmetro fundamental nesta fase do movimento. Este ponto representa a transição entre o escoamento laminar e turbulento ao longo da superfície do aerofólio, sendo crucial para a compreensão do fenômeno.

Figura 7 – Ponto de separação da camada limite



Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

À medida que o ângulo de ataque aumenta, $f(\alpha)$ se aproxima progressivamente do bordo de ataque, aumentando a região de escoamento turbulento. Quando $f(\alpha)$ atinge o bordo de ataque, ocorre um fenômeno particular: a baixa pressão na região entre o escoamento laminar e a superfície do aerofólio, combinada com a incapacidade de $f(\alpha)$ continuar seu deslocamento, resulta no desprendimento de vórtices.

Durante este processo, um vórtice concentrado se forma e se desprende da região da borda de ataque. Este vórtice induz uma onda de pressão que gera sustentação e produz cargas aéreas muito superiores às obtidas sob condições estacionárias (Sheng, Galbraith e Cotton, 2008).

Durante a passagem do vórtice entre o bordo de ataque e o bordo de fuga, ocorre um incremento significativo na sustentação. Este aumento pode atingir valores entre 50% e 100% superiores à sustentação estática para o mesmo ângulo de ataque (Chantharasenawong, 2007).

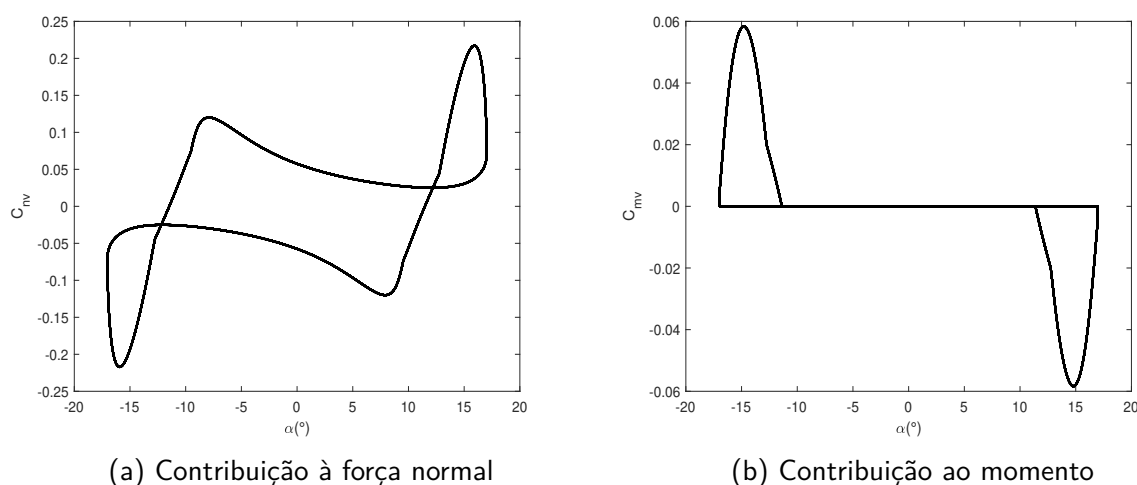
Adicionalmente, este fenômeno gera um momento que tende a restaurar o aerofólio a um ângulo θ neutro (Figura 8).

Após o aerofólio atingir o ângulo máximo, inicia-se uma fase de retorno. O pico de momento gerado pelos fenômenos aerodinâmicos não lineares, combinado com a tendência de restauração estrutural, causa a diminuição dos ângulos de ataque. As forças inerciais contribuem para esta redução, e a camada limite gradualmente retorna à condição laminar.

Este ciclo se repete no sentido oposto ao cruzar o ângulo θ inicial, que não necessariamente é zero devido à possibilidade de um ângulo pré-fixado (θ_p). Uma vez estabelecido este padrão, as oscilações se mantêm contínuas ao longo do tempo, caracterizando as oscilações de ciclo limite (LCOs).

Este comportamento oscilatório persistente emerge da interação entre as não linearidades dinâmicas presentes tanto nos modelos estruturais quanto aerodinâmicos (Zhang, Kou e Wang,

Figura 8 – Contribuições aerodinâmicas causadas pela fase de vórtice



Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

2016).

É importante notar que, embora o fenômeno de LCO seja dominado por estas não linearidades dinâmicas, sua ocorrência não é universal em todos os sistemas não lineares, o que torna sua previsão e análise particularmente desafiadoras no contexto do estol dinâmico.

A modelagem deste fenômeno pode ser realizada através de diferentes abordagens, com destaque para os modelos semi-empíricos. A eficácia destes modelos pode ser avaliada através de diversos critérios, incluindo sua capacidade de prever ciclos de histerese (ciclos onde os coeficientes tem diferentes valores dependendo do sentido instantâneo de oscilação), comportamento de ciclo limite e facilidade de implementação (Reddy e Kaza, 1987).

Particularmente em condições de estol leve, onde as cargas induzidas por vórtices são menos severas, modelos mais simplificados podem oferecer uma boa relação entre precisão e complexidade computacional (Wang e Zhao, 2014).

2.4 MODELO DE BEDDOES-LEISHMAN

O modelo de Beddoes-Leishman representa uma abordagem semi-empírica para a análise do estol dinâmico, combinando teoria de fluxo potencial (teoria que assume o fluxo como inviscido e irrotacional) com correções empíricas para efeitos viscosos. Este modelo tem se mostrado uma ferramenta eficaz para prever o comportamento aerodinâmico de aerofólios sob condições dinâmicas.

2.4.1 Formulação Matemática do Modelo

O modelo de Leishman e Beddoes (1989) representa o comportamento aerodinâmico não estacionário de um aerofólio através de um sistema de equações diferenciais ordinárias. Este modelo divide o fenômeno físico em duas partes principais: uma linear, que descreve os fenômenos não ligados ao descolamento da camada limite e uma não linear, que modela os efeitos do estol dinâmico.

A parte linear do modelo é baseada na teoria de fluxo potencial e utiliza funções indiciais para representar a resposta do sistema a variações no ângulo de ataque e na taxa de rotação. O sistema é descrito na forma de espaço de estados (equação 4).

$$\dot{[x]} = [A][x] + [B] \begin{bmatrix} \alpha \\ q \end{bmatrix} \quad (4)$$

onde o vetor de estados $[x]$ contém as variáveis que descrevem o comportamento aerodinâmico (equação 5).

$$[x] = [x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_7 \ x_8]^T \quad (5)$$

A matriz $[A]$ é diagonal e contém os autovalores do sistema (equação 6).

$$A = \text{diag} [a_{11} \ a_{22} \ \cdots \ a_{77} \ a_{88}] \quad (6)$$

A matriz $[B]$ (equação 7) relaciona as entradas, ângulo de ataque (α) e a variação desse ângulo (q) com as variáveis de estado.

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0.5 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Os coeficientes aerodinâmicos são obtidos através da equação de saída (8).

$$\begin{bmatrix} C_n^p \\ C_m^p \end{bmatrix} = [C][x] + D \begin{bmatrix} \alpha \\ q \end{bmatrix} \quad (8)$$

onde as matrizes $[C]$ e $[D]$, que são coeficientes derivados da teoria de fluxo potencial e são a ponte entre as saídas estruturais e os coeficientes aerodinâmicos da parcela linear, são definidas pelas equações 9 e 10.

$$C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_{21} & c_{22} & 0 & 0 & c_{25} & c_{26} & c_{27} & c_{28} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$D = \begin{bmatrix} \frac{4}{M} & \frac{1}{M} \\ -\frac{1}{M} & -\frac{7}{12M} \end{bmatrix} \quad (10)$$

A parte não linear do modelo introduz estados adicionais para representar os efeitos de separação do escoamento e formação de vórtices. O ponto de separação da camada limite é modelado através da equação 11.

$$\begin{cases} f(\hat{\alpha}) = 1 - 0.3e^{\frac{|\hat{\alpha}| - \alpha_1}{s_1}} & se \ |\hat{\alpha}| \leq \alpha_1 \\ f(\hat{\alpha}) = 0.04 + 0.66e^{\frac{\alpha_1 - |\hat{\alpha}|}{s_2}} & se \ |\hat{\alpha}| > \alpha_1 \end{cases} \quad (11)$$

Onde α_1 é o ângulo de ataque de estol estático, $\hat{\alpha}$ é o ângulo de ataque efetivo e s_1 e s_2 são constantes empíricas ajustadas para o aerofólio em questão. A dinâmica do atraso no descolamento da camada limite é modelada através de equações diferenciais de primeira ordem (12, 13 e 14).

$$\dot{x}_9 = \frac{2U - x_9 + C_n^p(t)}{c} \frac{1}{T_p} \quad (12)$$

$$\dot{x}_{10} = \frac{2U - x_{10} + f(\frac{C_n'}{C_{n\alpha}})}{c} \frac{1}{T_f} \quad (13)$$

$$\dot{x}_{11} = \frac{2U - x_{11} + f(\alpha)}{c} \frac{1}{T_{f0}} \quad (14)$$

Onde T_f é o tempo característico de separação e varia de acordo com as condições do escoamento (equação 15).

$$T_f = \begin{cases} T_{f0} & se \ 0 \leq \tau_v \leq T_{vl} \ e \ \alpha \dot{\alpha} \geq 0 \\ \frac{1}{3}T_{f0} & se \ T_{vl} < \tau_v \leq 2T_{vl} \ e \ \alpha \dot{\alpha} \geq 0 \\ \frac{1}{2}T_{f0} & se \ 0 \leq \tau_v \leq 2T_{vl} \ e \ \alpha \dot{\alpha} < 0 \\ 4T_{f0} & se \ 2T_{vl} < \tau_v \end{cases} \quad (15)$$

A contribuição dos vórtices é modelada através das equações 16 e 17.

$$\begin{cases} C_v = C_n^c [1 - 0.25(1 + \sqrt{f_a(t)})^2] & se \ \tau_v \leq 2T_v l \\ C_v = 0 & se \ \tau_v > 2T_v l \end{cases} \quad (16)$$

$$\dot{x}_{12} = \frac{2U - x_{12} + \dot{C}_v}{c} \frac{1}{T_v} \quad (17)$$

Os coeficientes finais são obtidos através da combinação das contribuições lineares e não lineares (equação 18).

$$\begin{cases} C_n^f(t) = C_n^c(t) \frac{1 + \sqrt{f_a(t)}}{2} \\ C_m^f(t) = \{K_0 + K_1(1 - \hat{f}) + K_2 \text{sen}(\pi \hat{f}^2)\} \\ C_t^f(t) = \eta \sqrt{f_a(t)} C_n^c \\ C_m^v(t) = -0.25 \left[1 - \cos\left(\frac{\pi \tau_v}{T_{vl}}\right) \right] C_n^v \end{cases} \quad (18)$$

O coeficiente de momento no eixo elástico e o coeficiente de sustentação são calculados pelas equações 19 e 20.

$$C_{mea}(t) = C_m^p(t) + C_m^f(t) + C_m^v(t) + [C_n^p(t) - C_n^c(t) + C_n^f(t) + C_n^v(t)](X_{ea} - X_{ac}) \quad (19)$$

$$C_l(t) = [C_n^p(t) - C_n^c(t) + C_n^f(t) + C_n^v(t)] \cos \alpha(t) - C_t^f(t) \text{sen}(\alpha(t)) \quad (20)$$

Esta formulação matemática permite capturar os principais aspectos do estol dinâmico (Leishman e Beddoes, 1989), incluindo o atraso no descolamento da camada limite, a formação e convecção de vórtices, e os efeitos não lineares que caracterizam o fenômeno.

A modularidade do modelo facilita sua adaptação para diferentes geometrias de aerofólio e condições de operação.

2.5 ADAPTAÇÕES AO MODELO

O modelo de Beddoes-Leishman tradicional, embora eficaz em muitas situações, apresenta algumas limitações em condições específicas de escoamento. Foram propostas uma série de adaptações que visam aprimorar a capacidade do modelo em representar fenômenos aerodinâmicos complexos, especialmente durante o estol dinâmico (Santos e Marques, 2021).

Estas adaptações abrangem quatro aspectos fundamentais do modelo: o tratamento do escoamento colado, a caracterização do ponto de estol, o processo de separação da camada limite e o desprendimento de vórtices.

2.5.1 Escoamento Colado

Na fase de escoamento colado, a principal inovação foi a decomposição dos coeficientes lineares em duas componentes distintas: circulatória (equação 21) e impulsiva (equação 22). Os coeficientes circulatórios representam os efeitos da circulação do escoamento ao redor do aerofólio.

$$\begin{cases} c_n^c = c_{n\alpha} \alpha_e \\ c_m^c = c_n^c (0.25 - x_{ac}) - \frac{1}{8} c_{n\alpha} b_5 \beta^2 \frac{U}{b} x_7 \end{cases} \quad (21)$$

Por outro lado, os coeficientes impulsivos, derivados da teoria do pistão, modelam a resposta a variações rápidas no ângulo de ataque.

$$\begin{cases} c_n^I = \frac{4}{M} \dot{x}_3 + \frac{1}{M} \dot{x}_4 \\ c_{mI} = \frac{A_3}{Mb_3 K_{\alpha M} T_I} x_5 + \frac{A_4}{Mb_4 K_{\alpha M} T_I} x_6 - \frac{1}{M} \alpha - \frac{7}{12M} \dot{x}_8 \end{cases} \quad (22)$$

2.5.2 Ponto de Estol

O ponto de estol, que representa o ângulo de ataque no ciclo onde inicia-se o descolamento da camada limite, recebeu atenção especial nas adaptações propostas. Foi introduzido um parâmetro booleano θ_{estol} que indica quando o ângulo de ataque excede α_1 . Para evitar o fenômeno de supressão do estol, foram adicionados dois novos estados ao sistema (equações 23 e 24).

$$\begin{cases} \dot{x}_{13} = \frac{R - x_{13}}{3T_p} \\ x_{13} = R' \end{cases} \quad (23)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_{14} = \frac{R - x_{14}}{T_p / (4 - \gamma_{ss} R'^2)} \\ x_{14} = R'_\theta \end{cases} \quad (24)$$

Onde R é calculado pela equação 25.

$$R = \begin{cases} \frac{|q/2|}{r_0}, & \text{se } |q/2| < r_0 \\ 1, & \text{se } |q/2| > r_0 \end{cases} \quad (25)$$

O novo valor de α_1 é determinado pela equação 26.

$$\alpha_1 = \begin{cases} \alpha_{10}, & \text{se } |q/2| \geq r_0 \\ \delta_{\alpha_1} + R'_\theta (\alpha_{10} - \delta_{\alpha_1}), & \text{se } |q/2| < r_0 \end{cases} \quad (26)$$

2.5.3 Separação da Camada Limite

No que diz respeito à separação da camada limite, a adaptação mais significativa foi a introdução de três pontos de separação teóricos (f'_m , f'_n e f'_c). Esses pontos não existem fisicamente, mas representam variações no efeito do ponto de separação da camada limite em um ciclo de oscilação em cada um dos coeficientes aerodinâmicos. Os pontos de separação são calculados através das equações 27, 28 e 29.

$$f'_n = \begin{cases} 1 - (1 - f_b)e^{[(|\alpha_e| - \alpha_{1n})/S'_{1n}]} & \text{se } |\alpha_e| \leq \alpha_{1n} \\ f_{0n} + (f_b - f_{0n})e^{[(\alpha_{1n} - |\alpha_e|)/S'_{2n}]} & \text{se } |\alpha_e| > \alpha_{1n} \end{cases} \quad (27)$$

$$f'_m = \begin{cases} 1 - (1 - f_b)e^{[(|\alpha_e| - \alpha_{1m})/S'_{1m}]} & \text{se } |\alpha_e| \leq \alpha_{1m} \\ f_{0m} + (f_b - f_{0m})e^{[(\alpha_{1m} - |\alpha_e|)/S'_{2m}]} & \text{se } |\alpha_e| > \alpha_{1m} \end{cases} \quad (28)$$

$$f'_c = \begin{cases} 1 - (1 - f_b)e^{[(|\alpha_e| - \alpha_{1c})/S'_{1c}]} & \text{se } |\alpha_e| \leq \alpha_{1c} \\ f_{0c} + (f_b - f_{0c})e^{[(\alpha_{1c} - |\alpha_e|)/S'_{2c}]} & \text{se } |\alpha_e| > \alpha_{1c} \end{cases} \quad (29)$$

Foram introduzidos também os parâmetros S (equação 30) e P (equação 31) que caracterizam, respectivamente, a ocorrência e a intensidade do estol.

$$S = \begin{cases} 1 & \text{se } |\theta_{estol_{max}}| \geq 1 \text{ e } q\alpha < 0 \\ 0 & \text{em outro caso} \end{cases} \quad (30)$$

$$P = \begin{cases} e^{[-\gamma_{LS}(\theta_{estol_{max}}^4 - 1)]} & \text{se } |\theta_{estol_{max}}| \geq 1 \text{ e } q\alpha < 0 \\ 0 & \text{em outro caso} \end{cases} \quad (31)$$

2.5.4 Desprendimento de Vórtices

A modelagem do desprendimento de vórtices foi substancialmente modificada para considerar os três primeiros vórtices desprendidos durante o estol dinâmico. Os coeficientes de força normal são dados pelas equações 32, 33 e 34.

$$C_{n_1}^v = V_{n_1} V_{x_1} R_{tv1}'^{\mu_1} (f_{ntv1}'' - f) \left(\frac{T_{vL}}{T_{vL1}} \right)^2 \text{sgn}(\theta_{tv1}) \quad (32)$$

$$C_{n_2}^v = \begin{cases} V_{n_2} V_{x_2} R_{tv2}'^{\sqrt{\mu_1}} (f_{ntv1}'' - f) (1 - 4\sigma_2^2) \text{sgn}(\theta_{tv2}) & \text{se } f_{ntv2}'' > f \text{ e } q\alpha > 0 \\ V_{n_2} V_{x_2} R_{tv2}'^{\sqrt{\mu_1}} (f_{ntv1}'' - f) (1 - 4\sigma_2^2) (1 - RP) \text{sgn}(\theta_{tv2}) & \text{se } f_{ntv2}'' > f \text{ e } q\alpha < 0 \\ 0 & \text{em outro caso} \end{cases} \quad (33)$$

$$C_{n_3}^v = \begin{cases} 0.75 V_{n_2} V_{x_3} R_{tv2}'^{\sqrt{\mu_1}} (f_{ntv2}'' - f)^{1/2} (1 - 4\sigma_2^2) \text{sgn}(\theta_{tv2}) & \text{se } f_{ntv2}'' > f \text{ e } q\alpha > 0 \\ 0.75 V_{n_2} V_{x_3} R_{tv2}'^{\sqrt{\mu_1}} (f_{ntv2}'' - f) (1 - 4\sigma_2^2) (1 - RP) \text{sgn}(\theta_{tv2}) & \text{se } f_{ntv2}'' > f \text{ e } q\alpha < 0 \\ 0 & \text{em outro caso} \end{cases} \quad (34)$$

E os coeficientes de momento correspondentes são dados pelas equações 35, 36 e 37.

$$C_{m_1}^v = -V_m C_{n_1}^v \quad (35)$$

$$C_{m_2}^v = -V_m C_{n_2}^v (R'_{tv2})^3 \quad (36)$$

$$C_{m_3}^v = -0.5 V_m C_{n_3}^v (R'_{tv2})^3 \quad (37)$$

O controle do desprendimento de cada vórtice é realizado através dos termos V_x (equações 38, 39 e 40).

$$V_{x_1} = \begin{cases} [\text{sen}(\frac{\pi \tau_v}{2T_{vL1}})]^{(\mu_2 + R'_{tv1})} & \text{se } \tau_v \leq 2T_{vL1} \\ 0 & \text{em outro caso} \end{cases} \quad (38)$$

$$V_{x_2} = \begin{cases} \frac{1}{2} [1 - \cos[\pi(\frac{\tau_v - g_v T_{vL}}{T_{vL2}})]] & \text{se } \tau_v > g_v T_{vL} \text{ e } \tau_v \leq g_v T_{vL} + 2T_{vL2} \\ 0 & \text{em outro caso} \end{cases} \quad (39)$$

$$V_{x_3} = \begin{cases} \frac{1}{2} [1 - \cos[2\pi(\frac{\tau_v - g_v T_{vL} - T_{vL2}}{3T_{vL2}})]] & \text{se } \tau_v > g_v T_{vL} + T_{vL2}/2 \text{ e } \tau_v \leq g_v T_{vL} + 7T_{vL2}/2 \\ 0 & \text{em outro caso} \end{cases} \quad (40)$$

2.5.5 Coeficientes Finais

Os coeficientes finais do modelo adaptado são obtidos através da combinação de todas estas contribuições (equações 41, 42 e 43).

$$C_n = C_n^f + C_n^I + C_{n_1}^v + C_{n_2}^v + C_{n_3}^v \quad (41)$$

$$C_m = C_m^f + C_m^I + C_{m_1}^v + C_{m_2}^v + C_{m_3}^v \quad (42)$$

$$C_c = C_c^f \quad (43)$$

Esta formulação mais abrangente permite que o modelo represente com maior fidelidade o comportamento aerodinâmico em condições complexas de escoamento, especialmente durante o estol dinâmico profundo e em situações com múltiplos desprendimentos de vórtices.

2.5.6 Parâmetros do Modelo

O modelo de Beddoes-Leishman utiliza um conjunto de parâmetros que podem ser divididos em três categorias principais: parâmetros estruturais, parâmetros da parte linear e parâmetros da parte não linear. Estes parâmetros são fundamentais para caracterizar tanto o comportamento do aerofólio quanto sua interação com o escoamento.

Os parâmetros estruturais, apresentados na Tabela 1, descrevem as características físicas e dinâmicas do aerofólio.

Tabela 1 – Parâmetros estruturais do aerofólio

Parâmetro	Valor	Unidade
c	0.5	m
m	1.5	kg
m_t	3.6733	kg
X_θ	0.66	-
r_θ	0.7303	-
ω_h	21.77	rad/s
ω_θ	24.85	rad/s
d_{11}	5.49	-
d_{12}	10.03	-
d_{21}	10.03	-
d_{22}	32.48	-
ρ	1.079	kg/m ³

Fonte: Santos, Pereira e Marques (2017).

A parte linear do modelo é caracterizada pelos coeficientes das matrizes $[A]$ e $[C]$, que determinam a resposta do sistema a pequenas perturbações. Os coeficientes da matriz $[A]$ são apresentados na Tabela 2.

Tabela 2 – Coeficientes da Matriz A do modelo Beddoes–Leishman

Coeficiente	Valor
a_{11}	$-b_1\beta^2\left(\frac{2U}{c}\right)$
a_{22}	$-b_2\beta^2\left(\frac{2U}{c}\right)$
a_{33}	$-\frac{1}{K_q T_I}$
a_{44}	$-\frac{1}{K_q T_I}$
a_{55}	$-\frac{b_3 K_{qM} T_I}{1}$
a_{66}	$-\frac{b_4 K_{qM} T_I}{1}$
a_{77}	$-b_5\beta^2\left(\frac{2U}{c}\right)$
a_{88}	$-\frac{1}{K_{qM} T_I}$

Fonte: Santos, Pereira e Marques (2017).

Os coeficientes da matriz $[C]$, que relacionam os estados do sistema com os coeficientes aerodinâmicos, são apresentados na Tabela 3.

Tabela 3 – Coeficientes da Matriz C do modelo Beddoes–Leishman

Coeficiente	Valor
c_{11}	$C_{n\alpha}\beta^2\left(\frac{2U}{c}\right)A_1b_1$
c_{12}	$C_{n\alpha}\beta^2\left(\frac{2U}{c}\right)A_2b_2$
c_{13}	$\frac{-4}{MK_qT_I}$
c_{14}	$\frac{-1}{MK_qT_I}$
c_{21}	$c_{11}(0.25 - X_{ac})$
c_{22}	$c_{12}(0.25 - X_{ac})$
c_{25}	$-\frac{1}{M} \frac{-A_3}{b_3K_{\alpha M}T_I}$
c_{26}	$-\frac{1}{M} \frac{-A_4}{b_4K_{\alpha M}T_I}$
c_{27}	$-\frac{C_{n\alpha}}{16} b_5\beta^2\left(\frac{2U}{c}\right)$
c_{28}	$\frac{7}{12MK_qM T_I}$

Fonte: Santos, Pereira e Marques (2017).

Os parâmetros da parte não linear do modelo, apresentados na Tabela 4, são fundamentais para caracterizar o comportamento do aerofólio durante o estol dinâmico.

Tabela 4 – Parâmetros da parte não linear do modelo de Beddoes-Leishman

Parâmetro	Valor
T_p	1.7
T_{f0}	3
α_{10}	15.25°
T_{vl}	7
C_{n1}	1.45
T_{v0}	3
δ_{a1}	2.1°
K_0	0.0025
K_1	-0.135
K_2	0.04
s_1	3°
s_2	2.3°

Fonte: Santos, Pereira e Marques 2017.

Estes parâmetros foram calibrados utilizando dados experimentais e representam características específicas do fenômeno de estol dinâmico. Por exemplo, T_p representa o atraso de pressão, T_{f0} é o tempo característico de separação do escoamento, e T_{vl} está relacionado ao tempo de formação e convecção dos vórtices. Os parâmetros K_0 , K_1 e K_2 controlam a contribuição do descolamento da camada limite para o momento aerodinâmico, enquanto s_1 e s_2 determinam a taxa de variação do ponto de separação com o ângulo de ataque.

A calibração adequada destes parâmetros é crucial para a precisão do modelo. Enquanto alguns parâmetros podem ser determinados diretamente a partir de dados experimentais, outros requerem um processo de otimização para encontrar valores que minimizem a diferença entre as previsões do modelo e os resultados experimentais.

2.6 CAPTAÇÃO DE ENERGIA ATRAVÉS DE MATERIAIS PIEZOELÉTRICOS

Materiais piezoelétricos podem converter deformações mecânicas em energia elétrica, possibilitando o aproveitamento de energia de escoamentos fluidos. Esta seção apresenta a modelagem matemática para avaliação dessa conversão de energia.

2.7 MODELAGEM PIEZOELÉTRICA

A modelagem piezoelétrica consiste na representação matemática da conversão de energia mecânica em energia elétrica através da propriedade de determinados materiais que geram potencial elétrico quando deformados. Esta seção apresenta a formulação matemática utilizada para simular a conversão das forças aerodinâmicas em energia elétrica, permitindo a avaliação do potencial de geração de energia dos perfis estudados.

2.7.1 Fundamentos da Piezoeletricidade Aplicada

A piezoeletricidade é um fenômeno físico caracterizado pela transformação de energia mecânica em energia elétrica, assim como de elétrica para mecânica, em certos materiais cristalinos quando submetidos a deformações mecânicas. O efeito piezoelétrico direto, utilizado em aplicações de captação de energia, baseia-se na relação constitutiva entre o campo elétrico e a tensão mecânica (Inman, 2011).

Para aplicações em captação de energia aeroelástica, o comportamento piezoelétrico pode ser descrito através de relações constitutivas simplificadas que relacionam diretamente as deformações estruturais com a geração de tensão elétrica.

No contexto deste trabalho, onde o aerofólio está sujeito a cargas aerodinâmicas cíclicas que causam deformações por flexão e torção, as equações piezoelétrica podem ser representadas na forma unidimensional (equações 44 e 45):

$$\sigma = c^E \varepsilon - d_{33} E \quad (44)$$

$$D = d_{33} \sigma + \varepsilon^S E \quad (45)$$

onde σ é a tensão mecânica uniaxial, ε é a deformação correspondente, E é o campo elétrico, D é o deslocamento elétrico, c^E é o módulo de elasticidade a campo elétrico constante, d_{33} é o coeficiente piezoelétrico na direção de polarização e ε^S é a permissividade dielétrica a deformação constante.

Esta formulação simplificada é adequada para sistemas onde o material piezoelétrico é posicionado estrategicamente nas regiões de máxima deformação do aerofólio (próximo ao eixo

elástico), permitindo uma conversão eficiente das deformações induzidas pelo estol dinâmico em energia elétrica.

2.7.2 Modelo de Conversão Eletromecânica

A partir das relações constitutivas simplificadas apresentadas, desenvolve-se um modelo fenomenológico adequado para a análise comparativa entre diferentes perfis aerodinâmicos. Este modelo relaciona diretamente as cargas aerodinâmicas com a tensão elétrica gerada, representando o acoplamento entre as deformações estruturais induzidas pelo estol dinâmico e a resposta piezoelétrica.

O modelo adotado expressa a tensão elétrica ideal através da equação 46, onde V_{ideal} representa a tensão ideal gerada pelo elemento piezoelétrico, F_n é a força normal atuante no aerofólio, M é o momento aerodinâmico, K_V é uma constante de conversão força-tensão que incorpora as propriedades piezoelétrica e geométricas do transdutor, e K_M é um fator de ponderação que reflete a contribuição relativa do momento para a deformação do material.

$$V_{ideal} = K_V \cdot (|F_n| + K_M \cdot |M|) \quad (46)$$

Esta abordagem fenomenológica considera que:

- As deformações por flexão (relacionadas à força normal F_n) e por torção (relacionadas ao momento M) contribuem simultaneamente para a geração de tensão elétrica
- O coeficiente K_M permite ajustar a influência relativa entre os dois modos de deformação
- A magnitude absoluta das forças é utilizada, pois a energia elétrica gerada independe da direção da deformação (retificação natural do sinal)

Para relacionar estes parâmetros com as grandezas aerodinâmicas adimensionais obtidas do modelo de Beddoes-Leishman, foram aplicadas as conversões eletromecânicas utilizando a força normal (equação 47) e o momento (equação 48) onde c_n é o coeficiente de força normal, c_m é o coeficiente de momento, $q_{dyn} = \frac{1}{2}\rho U^2$ é a pressão dinâmica, e $2b$ é a corda do aerofólio.

$$F_n = c_n \cdot q_{dyn} \cdot 2b \quad (47)$$

$$M = c_m \cdot q_{dyn} \cdot 2b \cdot 2b \quad (48)$$

2.7.3 Circuito Equivalente

Na prática, o material piezoelétrico pode ser representado por um circuito equivalente composto por uma fonte de tensão ideal em paralelo com uma capacitância interna. Quando conectado a uma carga externa, a resposta do sistema incorpora as características deste circuito.

Neste trabalho, implementou-se um modelo de circuito RC para simular o comportamento dinâmico do sistema piezoelétrico. A tensão efetiva nos terminais da carga é governada pela equação 49 onde V é a tensão efetiva nos terminais da carga, V_{ideal} é a tensão ideal gerada pelo elemento piezoelétrico, e $\tau_{RC} = R_{load} \cdot C_p$ é a constante de tempo do circuito, sendo R_{load} a resistência de carga e C_p a capacitância do elemento piezoelétrico.

$$\frac{dV}{dt} = \frac{V_{ideal} - V}{\tau_{RC}} \quad (49)$$

Esta equação diferencial é integrada numericamente em conjunto com as equações aerodinâmicas, utilizando o método de Euler implícito (equação 50).

$$V(t + \Delta t) = V(t) + \frac{V_{ideal}(t + \Delta t) - V(t)}{\tau_{RC}} \cdot \Delta t \quad (50)$$

A potência instantânea dissipada na carga é calculada através da equação 51.

$$P(t) = \frac{V^2(t)}{R_{load}} \quad (51)$$

A energia total gerada durante um ciclo aerodinâmico é obtida através da integração numérica da potência instantânea (equação 52) onde T é o período do ciclo aerodinâmico e N é o número de pontos de discretização.

$$E_{total} = \int_0^T P(t) dt \approx \sum_{i=1}^{N-1} P(t_i) \cdot (t_{i+1} - t_i) \quad (52)$$

2.7.4 Parâmetros do Sistema Piezoelétrico

Os parâmetros do sistema piezoelétrico utilizados no modelo foram estimados de forma a representar características típicas de materiais piezoelétricos comerciais aplicados em estruturas aeronáuticas de pequena escala:

- K_V : Constante de conversão força-tensão, que incorpora o coeficiente piezoelétrico d_{33} , a geometria do transdutor e as propriedades do material, na ordem de 10^{-2} a 10^{-3} V/N
- K_M : Fator de ponderação que quantifica a contribuição relativa das deformações por torção em relação às deformações por flexão, entre 0.1 e 5.0 (adimensional)

- C_p : Capacitância intrínseca do elemento piezoelétrico, relacionada à permissividade ε^S e à geometria, entre 10^{-7} e 10^{-9} F
- R_{load} : Resistência de carga externa, otimizável para maximizar a transferência de potência, na faixa de $10^6 \Omega$

É importante ressaltar que os sistemas piezoelétricos apresentam limitações inerentes, como baixa eficiência de conversão energética (tipicamente entre 1% e 5%), comportamento não-linear em altas deformações e efeitos de histerese não contemplados no modelo linear adotado. Estas limitações são aceitáveis no contexto deste trabalho, cujo foco é a análise comparativa entre diferentes perfis aerodinâmicos.

A escolha destes parâmetros considera as características específicas do material piezoelétrico, a configuração geométrica do sistema e as condições operacionais. Em aplicações práticas, a resistência de carga pode ser otimizada para maximizar a potência extraída do sistema, seguindo o princípio da máxima transferência de potência (Wei e Jing, 2017).

2.7.5 Considerações para Otimização

O desempenho de um sistema de captação de energia piezoelétrica depende da otimização de vários parâmetros interrelacionados (Adhikari, Friswell e Inman, 2009), incluindo:

- **Acoplamento Eletromecânico:** A eficiência da conversão de energia mecânica em elétrica depende do acoplamento entre o campo de deformações mecânicas e o material piezoelétrico
- **Frequência de Operação:** A resposta em frequência do material piezoelétrico pode apresentar ressonância que amplifica a conversão de energia
- **Geometria do Transdutor:** A distribuição do material piezoelétrico deve ser otimizada para capturar as deformações de maior magnitude

2.7.6 Limitações do Modelo Piezoelétrico

Na implementação do modelo piezoelétrico adotado neste trabalho, optou-se por uma abordagem de linearização das equações elétricas. Esta decisão metodológica, embora necessária para viabilizar a convergência numérica das simulações, representa uma simplificação importante das complexidades físicas reais.

Como pode ser observado nas equações 46 e 49 apresentadas anteriormente, o modelo utiliza uma formulação linear para representar o comportamento do circuito piezoelétrico. Esta abordagem linear, embora matematicamente tratável, não captura fenômenos não-lineares significativos que ocorrem em transdutores piezoelétricos reais, como:

- Saturação piezoelétrica em elevadas deformações
- Histerese eletromecânica no acoplamento entre os domínios mecânico e elétrico
- Comportamento não-linear da impedância em função da frequência
- Perdas dielétricas dependentes da amplitude

Tais simplificações tendem a resultar em previsões de potência elétrica superiores às que seriam observadas experimentalmente. Uma formulação mais rigorosa exigiria a inclusão de equações elétricas não-lineares acopladas ao sistema aeroelástico.

Apesar dessa limitação, as análises comparativas entre diferentes perfis e regimes de operação mantêm sua validade relativa, particularmente no que diz respeito às tendências e comportamentos qualitativos identificados nas diferentes condições de estol.

Neste trabalho, o foco está na avaliação comparativa do potencial de diferentes perfis aerodinâmicos para aplicações de captação de energia, mantendo constantes os parâmetros do sistema piezoelétrico. Uma análise mais detalhada da otimização destes parâmetros para cada perfil específico constitui uma extensão para trabalhos futuros.

O aumento de energia com a elevação da amplitude de oscilação do aerofólio trata-se de um desafio bidirecional. Enquanto é desejado aumentar ao máximo a conversão de energia mecânica em elétrica, é necessário garantir a estabilidade estrutural do aerofólio evitando ângulos muito elevados.

3 METODOLOGIA

3.1 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

A implementação computacional utilizada neste trabalho foi baseada nos algoritmos desenvolvidos por Santos e Marques (2021). Para este estudo, foram implementadas modificações adicionais no código para permitir a obtenção e análise dos coeficientes parciais (impulsivos, circulatorios e de vórtices) e outros parâmetros necessários para a caracterização detalhada do comportamento aerodinâmico da placa plana. A execução desses algoritmos foi realizada pelo software MATLAB.

O código está estruturado em três componentes principais:

- **Funções de inicialização:** Responsáveis por preparar o ambiente de simulação, carregar dados experimentais e gerar as matrizes de espaço de estados
- **Funções de simulação:** Implementam a lógica principal do modelo, incluindo integração numérica, cálculo das derivadas temporais e determinação dos coeficientes aerodinâmicos
- **Funções de análise e visualização:** Dedicadas à geração de gráficos, interpolação com dados experimentais e cálculo de métricas de validação

O método de integração numérica utiliza o algoritmo de Runge-Kutta-Fehlberg de 4ª/5ª ordem, que demonstra minimizar o erro de truncamento (Jain e Jain, 1971).

Este método foi especialmente adaptado para lidar com as discontinuidades características do fenômeno de estol dinâmico.

A descrição detalhada da implementação, incluindo algoritmos principais, fluxo de execução e especificações técnicas, está apresentada no Apêndice A.

3.2 CONFIGURAÇÃO DAS SIMULAÇÕES

As simulações foram realizadas considerando um movimento prescrito do aerofólio, onde o ângulo de ataque varia de forma senoidal. Este movimento é definido por três parâmetros principais.

- α_0 : ângulo médio de oscilação
- α_1 : amplitude de oscilação
- κ : frequência reduzida do movimento

A variação temporal do ângulo de ataque é descrita pela equação 53 onde ω é a frequência angular do movimento. A frequência reduzida k é definida pela equação 54 onde c é a corda do aerofólio e U_∞ é a velocidade do escoamento livre. Este parâmetro adimensional caracteriza o regime dinâmico do escoamento, relacionando a frequência do movimento com o tempo característico do escoamento.

$$\alpha(t) = \alpha_0 + \alpha_1 \sin(\omega t) \quad (53)$$

$$k = \frac{\omega c}{2U_\infty} \quad (54)$$

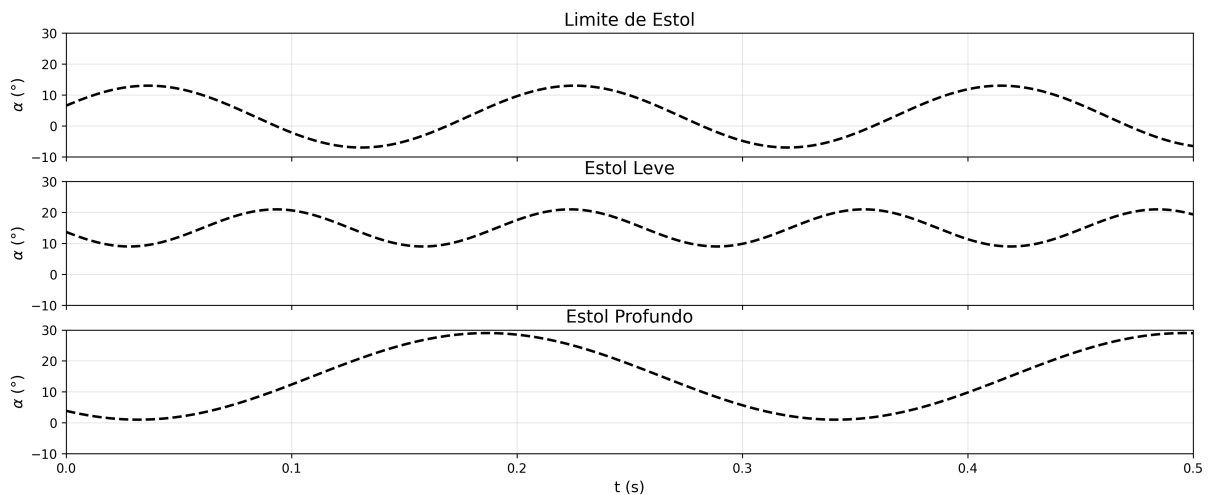
As configurações utilizadas para cada condição são apresentadas na Tabela 5.

Tabela 5 – Parâmetros de simulação para diferentes condições de estol

Condição	α_0	α_1	k
Limite do Estol	3°	10°	0,175
Estol Leve	15°	6°	0.235
Estol Profundo	15°	14°	0.099

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Figura 9 – Variação do ângulo de ataque para diferentes condições de estol



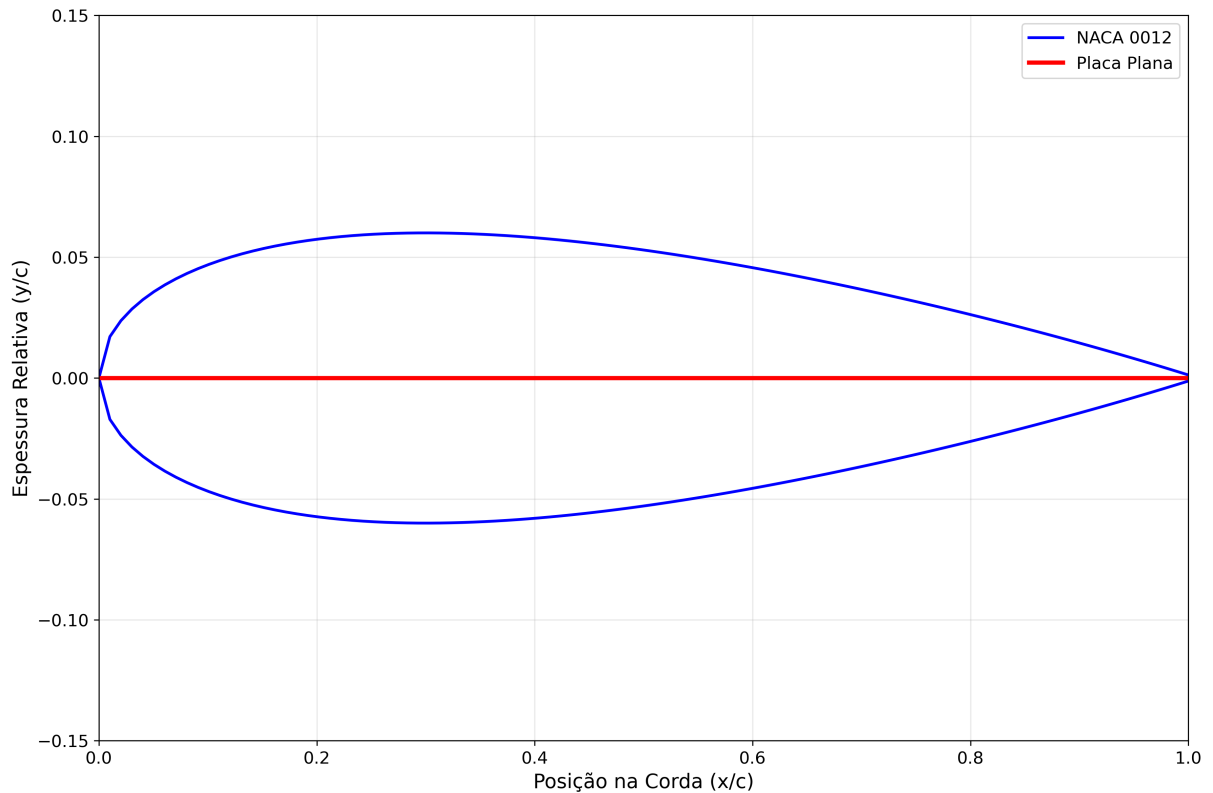
Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

3.2.1 Parâmetros dos Aerofólios

O modelo de Beddoes-Leishman requer um conjunto de parâmetros de entrada que são específicos para cada perfil aerodinâmico (Figura 10). Estes parâmetros podem ser determinados

através de dados experimentais, características geométricas do aerofólio ou estimados através de métodos semi-empíricos quando dados experimentais não estão disponíveis. A Tabela 6 apresenta os principais parâmetros relacionados ao estol para o NACA0012 e para a placa plana.

Figura 10 – Perfis de aerofólio (NACA0012 e placa plana)



Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Tabela 6 – Parâmetros de estol do modelo para NACA0012 e Placa Plana

Parâmetro	NACA0012	Placa Plana
Ângulo de sustentação nula (α_{0L})	-0.3°	0.0°
Ângulo de estol dinâmico (α_{ds0})	15.0°	10.0°
Ângulo de estol estático (α_{ss})	11.9°	8.0°
Ponto de separação no estol (f_b)	0.70	0.40
Ponto de separação total (f_0)	0.01	0.01

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

3.2.2 Parâmetros Piezoelétricos

Para o desenvolvimento do modelo de acoplamento piezoelétrico, foram utilizados os parâmetros definidos na Tabela 7. Estes parâmetros caracterizam a conversão de energia

aerodinâmica em energia elétrica através de materiais piezoelétricos.

Tabela 7 – Parâmetros do modelo piezoelétrico

Parâmetro	Símbolo	Valor
Constante de conversão força-tensão	K_V	0.01 V/N
Fator de peso do momento	K_M	0.5-2.0
Resistência de carga	R_{load}	$10^6 \Omega$
Capacitância do material piezoelétrico	C_p	10^{-6} F
Constante de tempo RC	τ_{RC}	1 ms

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

A modelagem do acoplamento piezoelétrico foi implementada através de uma função que calcula a energia elétrica gerada a partir dos coeficientes aerodinâmicos obtidos na simulação do modelo de Beddoes-Leishman.

3.3 ANÁLISE DOS COEFICIENTES

A análise dos coeficientes aerodinâmicos abrangeu tanto os coeficientes totais quanto suas componentes parciais. No sistema do aerofólio, foram analisados o coeficiente de força normal (C_n), o coeficiente de momento (C_m) e o coeficiente de força na direção da corda (C_c). No sistema do vento, foram estudados o coeficiente de sustentação (C_l) e o coeficiente de arrasto (C_d).

Os coeficientes de força normal e momento foram decompostos em três componentes principais. A componente impulsiva (c_{nI} e c_{mI}) está associada aos efeitos de aceleração do fluido e inerciais do escoamento. A componente de descolamento (c_{nf} e c_{mf}) está relacionada à separação do escoamento e à mudança do ponto de aplicação das forças aerodinâmicas. A componente de vórtices (c_{nv} e c_{mv}) captura os efeitos do desprendimento de vórtices durante o estol.

A análise destes coeficientes e suas componentes permitiu caracterizar o comportamento aerodinâmico do aerofólio em diferentes regimes de escoamento, com especial atenção aos efeitos não-estacionários e à dinâmica do estol.

3.4 ANÁLISE PARAMÉTRICA

A análise paramétrica foi estruturada para investigar a influência dos principais parâmetros do movimento oscilatório:

- Ângulo médio de oscilação (α_0)
- Amplitude de oscilação (α_1)

- Frequência reduzida (κ)

O estudo dos parâmetros de descolamento da camada limite focou em dois aspectos fundamentais: os pontos de separação do escoamento e os critérios de início do estol. Os pontos de separação foram analisados em três componentes: o ponto de separação para força normal (f_n), para momento (f_m) e para força na direção da corda (f_c). Cada um destes pontos indica onde o escoamento se separa da superfície do aerofólio para o cálculo dos respectivos coeficientes. Os critérios de início do estol (θ_{estol}) determinam quando o processo de separação massiva tem início.

3.5 VERIFICAÇÃO DO MODELO

A verificação do modelo foi baseada na metodologia expandida para uma gama maior de situações (Santos e Marques, 2021).

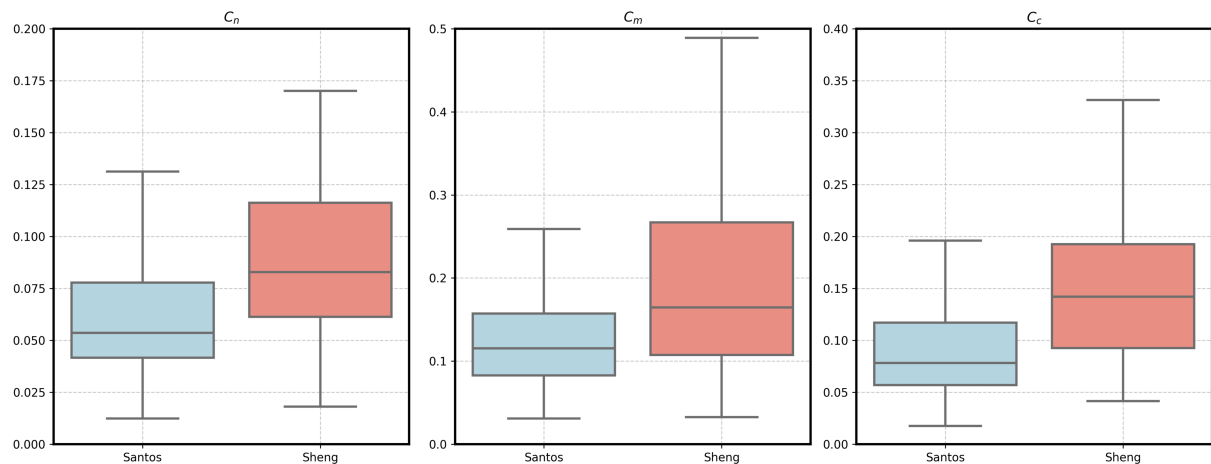
A comparação quantitativa foi realizada através do cálculo do erro RMS entre os resultados numéricos e os dados experimentais de McAlister *et al.* (1982). Os resultados foram apresentados na forma de *boxplots*, permitindo uma comparação direta entre o presente modelo e a versão de Sheng do modelo Beddoes-Leishman, evidenciando a distribuição dos erros para diferentes condições de operação.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para reforçar a verificação de que o modelo de Beddoes-Leishman adaptado apresenta maior exatidão em comparação ao modelo proposto em uma gama ampliada de simulações de estol dinâmico (Santos e Marques, 2021; Sheng, Galbraith e Coton, 2008), foi realizada uma análise comparativa dos erros quadráticos médios normalizados (NRMSE) entre ambos os modelos e os dados experimentais (McAlister *et al.*, 1982).

Essa abordagem seguiu a metodologia de Santos e Marques (2021), mas incorporou um conjunto mais amplo de casos, apresentados por meio de *boxplots* comparativos. A figura 11 ilustra uma diferença significativa entre os modelos, com o NRMSE médio de todos os coeficientes obtidos por Sheng, Galbraith e Coton (2008) situando-se acima do terceiro quartil dos resultados obtidos com o modelo de Santos.

Figura 11 – Comparação entre os NRMSEs dos coeficientes para os modelos de Santos e Sheng



Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

A partir disso, torna-se possível empregar o modelo adaptado para uma compreensão mais aprofundada da variação dos coeficientes e parâmetros envolvidos. Este capítulo tem como objetivo uma análise detalhada comparativa entre o aerofólio NACA0012 e a placa plana, investigando a contribuição de cada fase do fenômeno, bem como do espaço de estados e de outros parâmetros fundamentais ao modelo. A análise abrange a diferença do comportamento dos coeficientes quando comparados a α , considerando três regimes distintos: limite do estol, estol leve e estol profundo.

O aerofólio NACA0012 é amplamente estudado no contexto do estol dinâmico, sendo seu comportamento bem documentado na literatura, servindo como base comparativa para identificar as particularidades da placa plana. Por sua vez, a placa plana representa um caso

especial devido à sua geometria simplificada, apresentando fenômenos aerodinâmicos mais pronunciados e abruptos em comparação com perfis convencionais.

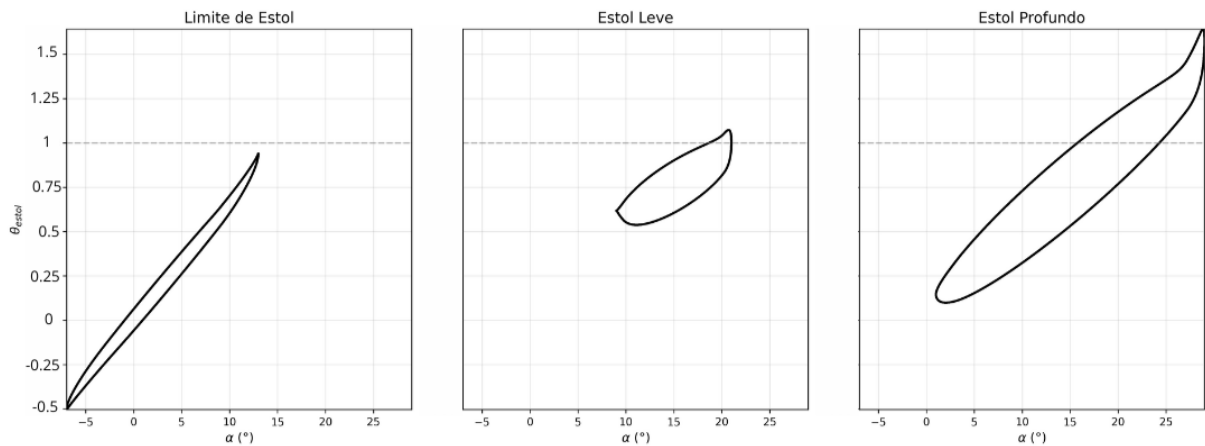
4.1 ANÁLISE DO PARÂMETRO θ_{estol}

O parâmetro θ_{estol} indica a ocorrência ou não do estol dinâmico ao longo do ciclo analisado, sendo o limiar definido como $\theta_{estol} = 1$. Nessa condição, os comportamentos não lineares são acentuados até um ponto onde não é possível considerar o regime linear.

O cálculo de θ_{estol} utiliza como entrada o ângulo de ataque α e sua taxa de variação q , obtidos das equações estruturais do sistema aeroelástico. O parâmetro é determinado quando $|\alpha| > \alpha_1$, onde α_1 é calculado dinamicamente através dos estados x_{13} e x_{14} (equações 23 e 24). As diferenças entre as figuras resultam das distintas geometrias (NACA0012 com $\alpha_{10} = 13^\circ$ vs placa plana com $\alpha_{10} = 8^\circ$) e condições operacionais (amplitudes e frequências de oscilação).

Para o NACA0012 (Figura 12), os três regimes analisados apresentam comportamentos bem definidos: condição pré-estol, estol leve e estol profundo. No primeiro caso, o aerofólio oscila entre -7° e 13° , enquanto θ varia dentro do intervalo de -0.5 a 1 . No estol leve, o aerofólio ultrapassa brevemente a fronteira de estol ($\theta_{estol} > 1$), oscilando entre 9° e 21° e atingindo um valor máximo de $\theta_{estol} > 1.09$. Por fim, no estol profundo, o aerofólio passa por todas as fases do estol dinâmico, com θ_{estol} alcançando valores na ordem de 1.6 .

Figura 12 – Comparação do parâmetro θ_{estol} - NACA0012

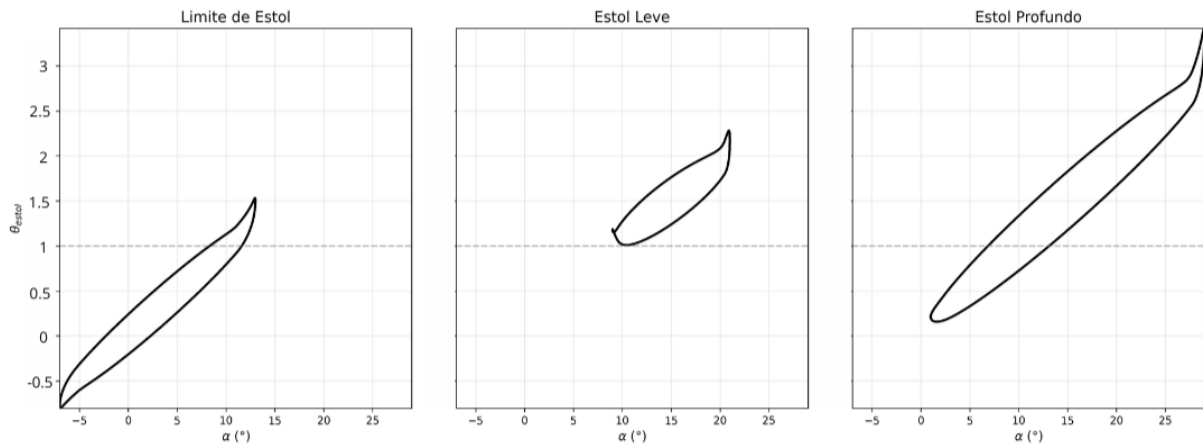


Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

A placa plana (Figura 13) apresenta variações significativas em relação ao NACA0012. É importante destacar que as terminologias limite do estol, estol leve e estol profundo, nesse caso, referem-se às mesmas amplitudes e frequências utilizadas para essas condições no NACA0012, mas não necessariamente indicam que a placa plana apresenta os mesmos regimes de escoamento. Observa-se que θ_{estol} ultrapassa a fronteira do estol em todas as condições

analisadas, comportamento esperado dado que o ângulo de estol estático para a placa plana é de apenas 8° . No limite do estol, o valor de θ_{estol} atinge 1.5, aproximando-se do valor correspondente ao estol profundo do NACA0012. Na condição de estol leve, todo o ciclo ocorre acima da fronteira do estol, alcançando um valor máximo de 2.2. Já no estol profundo, θ_{estol} atinge valores ainda mais elevados, chegando a 3.4.

Figura 13 – Comparação do parâmetro θ_{estol} - placa plana



Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

4.2 ANÁLISE DOS COEFICIENTES AERODINÂMICOS

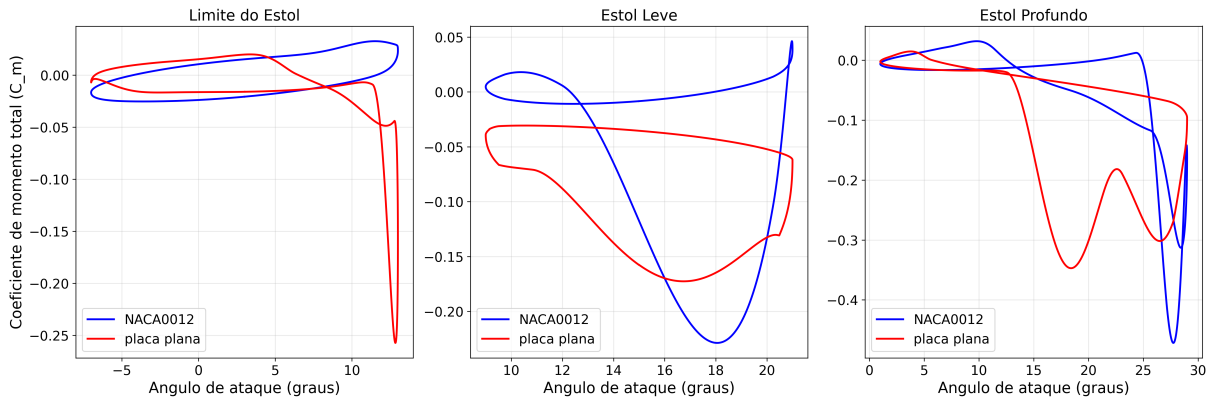
4.2.1 Coeficiente de Momento

O coeficiente de momento (C_m) apresenta diferentes comportamentos para cada uma das três condições analisadas em ambas geometrias (Figura 14).

Para o NACA0012, no limite do estol, ele se mantém relativamente regular, apresentando um crescimento linear de C_m com o aumento de α (correlação positiva). Para ângulos entre -7° e 10° , o coeficiente varia de aproximadamente -0.01 a 0.03. Próximo ao ângulo de estol estático ($\alpha \approx 13^\circ$), observa-se uma variação mais acentuada, com C_m aumentando para cerca de 0.05 na região crítica onde inicia o descolamento da camada limite. No caso do estol leve, o C_m exibe um comportamento aproximadamente linear para $q > 0$. No entanto, observa-se um pico negativo na inversão do movimento do aerofólio. Esse pico atinge um valor mínimo de -0.23 em $\alpha = 19^\circ$ e, embora seja suavizado após esse ponto, ainda persiste durante todo o processo de reanexação do escoamento.

No estol profundo, o comportamento inicial se assemelha ao do estol leve até o pico de C_m , porém, nesse caso, o coeficiente continua diminuindo à medida que o ângulo de ataque cresce, alcançando um valor mínimo de -0.45 em $\alpha = 26^\circ$. Após esse pico, ocorre o retorno para aproximadamente -0.15, seguido por um segundo pico negativo, que atinge -0.3 no limite da amplitude de α .

Figura 14 – Coeficiente de momento



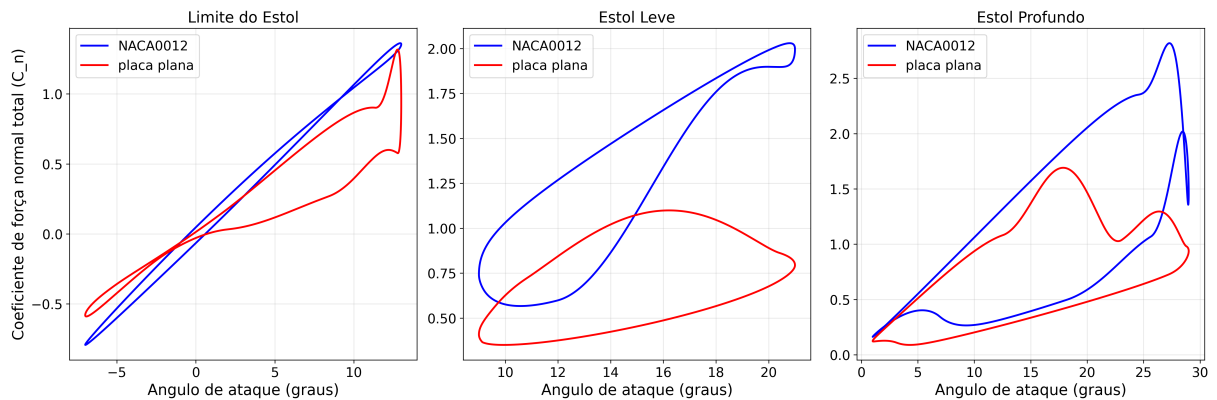
Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

A placa plana apresenta não-linearidades mais pronunciadas que o NACA0012. No limite do estol, o comportamento já apresenta um pico de momento negativo significativo, atingindo -0.26, evidenciando a maior sensibilidade da placa plana ao descolamento do escoamento mesmo nesta condição. No estol leve, o coeficiente mantém-se aproximadamente constante e levemente negativo, em torno de -0.02. No entanto, durante a fase de retorno, observa-se uma histerese que faz o coeficiente atingir valores de até -0.16. No regime de estol profundo, as variações são mais intensas, apresentando dois picos negativos pronunciados: o primeiro em $\alpha = 16^\circ$ atingindo -0.33, e o segundo em $\alpha = 24^\circ$ chegando a -0.31.

4.2.2 Coeficiente de Força Normal

Na simulação dos coeficientes de força normal para o NACA0012 (Figura 15), observa-se que, no limite do estol, o comportamento do C_n se mantém próximo ao linear, seguindo a curva característica de C_l em função de α para o aerofólio NACA0012. No caso de estol leve, o aerofólio começa a exibir a curvatura típica do estol à medida que se aproxima do limite da amplitude. No entanto, durante a fase de reanexação do escoamento, ocorre uma queda acentuada no C_n . Essa queda pode atingir uma diferença de até 1 para $\alpha = 14^\circ$, mesmo para um mesmo valor de ângulo de ataque. No estol profundo, essa mesma tendência de queda se manifesta, porém, diferentemente do estol leve, ela se inicia na fase em que $q > 0$. Além disso, a transição do movimento suaviza essa redução no coeficiente. Assim como no caso anterior, há uma variação significativa no C_n dependendo do sinal de q . Em $\alpha = 20^\circ$, por exemplo, o valor do coeficiente é de 2.2 para q positivo, enquanto para q negativo cai para 0.5.

Figura 15 – Coeficiente de força normal



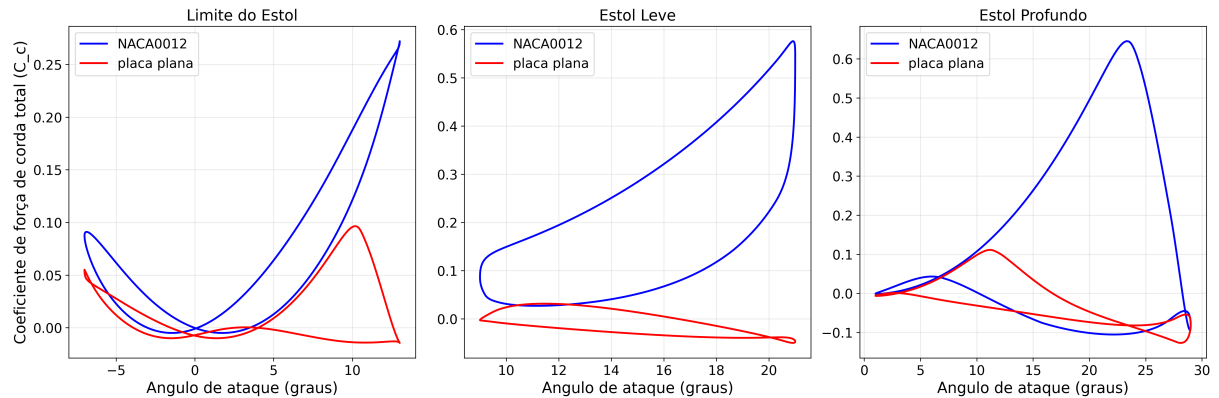
Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

O coeficiente de força normal (C_n) da placa plana apresenta características distintas para cada condição analisada. No limite do estol, exibe um comportamento aproximadamente linear até $\alpha = 10^\circ$, seguido por um pico abrupto em $\alpha = 12.5^\circ$ onde atinge $C_n = 1.25$. A transição entre as fases de aumento e redução do ângulo de ataque apresenta uma histerese moderada. No estol leve, o coeficiente descreve uma trajetória elíptica, com valores oscilando entre 0.2 e 1.1. Esta condição apresenta a menor variação entre os casos analisados, sem picos ou quedas abruptas, sugerindo um regime de escoamento mais estável, ainda que completamente separado. No estol profundo, observam-se dois picos distintos: o primeiro em $\alpha = 15^\circ$ com $C_n = 1.7$, e o segundo em $\alpha = 25^\circ$ atingindo $C_n = 1.3$. Estes picos representam o aumento súbito da força normal devido aos vórtices. A histerese é significativamente maior nesta condição, com os valores durante a fase de retorno aproximando-se de zero. Esta característica indica um descolamento mais severo do escoamento, com recuperação mais lenta das forças aerodinâmicas.

4.2.3 Coeficiente de Força na Direção da Corda

Para o NACA0012, o coeficiente de força na direção da corda (C_c) no caso do limite do estol exibe um comportamento parabólico, com um vale em $\alpha = 0^\circ$ (Figura 16). Além disso, seu valor permanece praticamente independente da direção do movimento. Nos casos de estol leve e estol profundo, o comportamento para $q > 0$ mantém a tendência observada no limite do estol. No entanto, próximo ao limite de amplitude, ocorre uma queda acentuada no valor do coeficiente. No estol leve, essa redução faz com que o coeficiente se aproxime de zero, enquanto no estol profundo ele chega a valores negativos, indicando uma mudança significativa nas forças atuantes sobre o aerofólio.

Figura 16 – Coeficiente de força na direção da corda



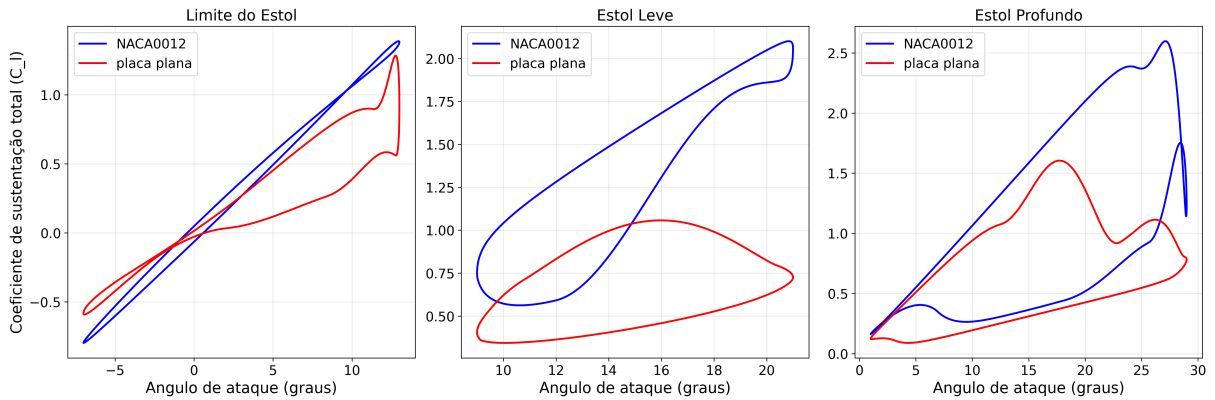
Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

A placa plana apresenta comportamentos distintos para cada condição analisada. No limite do estol, os valores oscilam entre -0.015 e 0.1, com um pico positivo pronunciado em $\alpha \approx 10^\circ$. Uma pequena histerese é observada durante o ciclo, indicando uma dependência moderada da direção do movimento. No estol leve, o coeficiente descreve uma trajetória aproximadamente linear em torno de 0. A transição entre os valores máximo e mínimo ocorre de forma gradual, sem apresentar picos ou quedas abruptas, sugerindo um regime de escoamento mais estável nesta condição. No estol profundo, observa-se um pico positivo pronunciado de aproximadamente 0.1 em $\alpha \approx 12^\circ$, seguido por uma queda acentuada que leva o coeficiente a atingir valores negativos de até -0.1. A histerese é significativamente mais pronunciada nesta condição, e nota-se a presença de um pequeno pico positivo próximo ao final do ciclo, evidenciando a complexidade do escoamento neste regime.

4.2.4 Coeficiente de Sustentação

O comportamento do coeficiente de sustentação do NACA0012 apresenta grande semelhança com o do coeficiente de força normal (Figura 17). Essa correspondência ocorre porque, nos ângulos de ataque analisados, que permanecem dentro de uma faixa moderada, não há efeitos aerodinâmicos significativos que diferenciem de maneira expressiva a sustentação da força normal.

Figura 17 – Coeficiente de sustentação



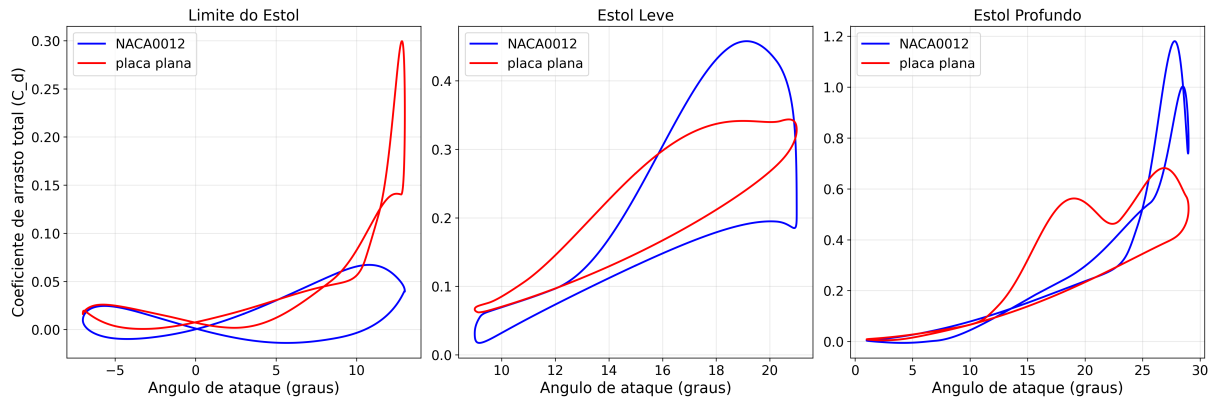
Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Para a placa plana, o coeficiente de sustentação apresenta comportamentos distintos para cada condição analisada. No limite do estol, exibe um comportamento linear até $\alpha \approx 10^\circ$, seguido por um pico abrupto em $\alpha \approx 12^\circ$ onde atinge $C_l \approx 1.25$. Uma histerese moderada é observada entre as fases ascendente e descendente do movimento. No estol leve, o coeficiente varia entre aproximadamente 0.1 e 1.1, descrevendo uma trajetória elíptica bem definida. A transição é mais suave em comparação ao limite do estol, embora a histerese seja mais pronunciada nesta condição. No estol profundo, observam-se dois picos distintos: o primeiro em $\alpha \approx 17^\circ$ atingindo $C_l \approx 1.6$, e o segundo em $\alpha \approx 27^\circ$ alcançando $C_l \approx 1.1$. A histerese é significativamente mais pronunciada nesta condição, com os valores se aproximando de zero durante a fase de retorno.

4.2.5 Coeficiente de Arrasto

O coeficiente de arrasto do NACA0012 apresenta um aumento significativo com o crescimento do ângulo de ataque (Figura 18), sendo esse efeito particularmente evidente no caso de estol profundo, onde os valores podem atingir até 1.2. A inversão da direção do movimento impacta esse coeficiente de forma expressiva tanto no limite do estol quanto no estol leve, reduzindo seu valor para menos da metade. No estol profundo, também ocorre uma queda nesse coeficiente durante a mudança de direção, porém essa redução é momentânea. Logo após, o coeficiente retorna rapidamente ao valor anterior e passa a seguir o mesmo padrão observado para q positivo.

Figura 18 – Coeficiente de arrasto



Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

A placa plana apresenta comportamentos característicos para cada condição analisada. No limite do estol, inicia com valores baixos ($C_d \approx 0.07$) para ângulos negativos, mantendo-se relativamente estável até $\alpha \approx 10^\circ$. Após este ângulo, observa-se um aumento abrupto, atingindo um pico de $C_d \approx 0.2$ em $\alpha \approx 12.5^\circ$. Uma histerese moderada é observada entre as fases ascendente e descendente do movimento. No estol leve, o coeficiente varia entre aproximadamente 0.05 e 0.35, descrevendo uma trajetória elíptica bem definida. O aumento é gradual com o ângulo de ataque, atingindo valores máximos próximos a $\alpha \approx 20^\circ$. A histerese é mais pronunciada que no limite do estol. No estol profundo, observam-se dois picos distintos: o primeiro em $\alpha \approx 15^\circ$ atingindo $C_d \approx 0.55$, e o segundo em $\alpha \approx 25^\circ$ alcançando $C_d \approx 0.7$. Entre estes picos, ocorre um vale com $C_d \approx 0.2$ em $\alpha \approx 20^\circ$. A histerese é significativamente mais pronunciada nesta condição, com valores consideravelmente menores durante a fase de retorno, seguidos por uma recuperação gradual ao final do ciclo.

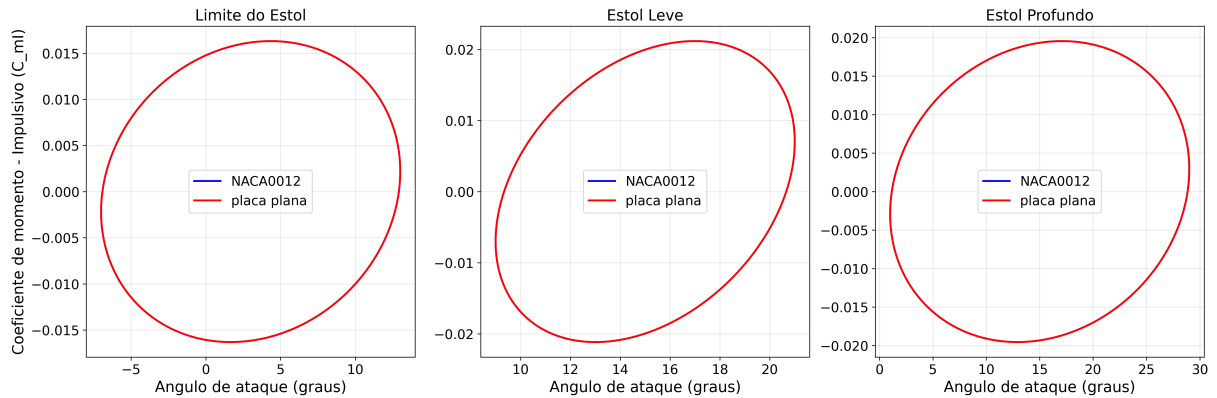
4.3 ANÁLISE DOS COEFICIENTES PARCIAIS

4.3.1 Coeficientes Parciais de Momento

4.3.1.1 Contribuição Impulsiva

Tanto para o NACA0012 como para a placa plana, a contribuição da parcela de momento causada pelo efeito impulsivo (c_{mI}) apresenta um comportamento regular (Figura 19), conforme esperado para um termo que representa efeitos predominantemente lineares. A grande diferença observada entre os valores de c_{mI} para um mesmo ângulo de ataque, dependendo do sinal de q , é o principal fator responsável pela histerese na parte linear de C_m .

Figura 19 – Coeficientes parciais de momento - Impulsivo

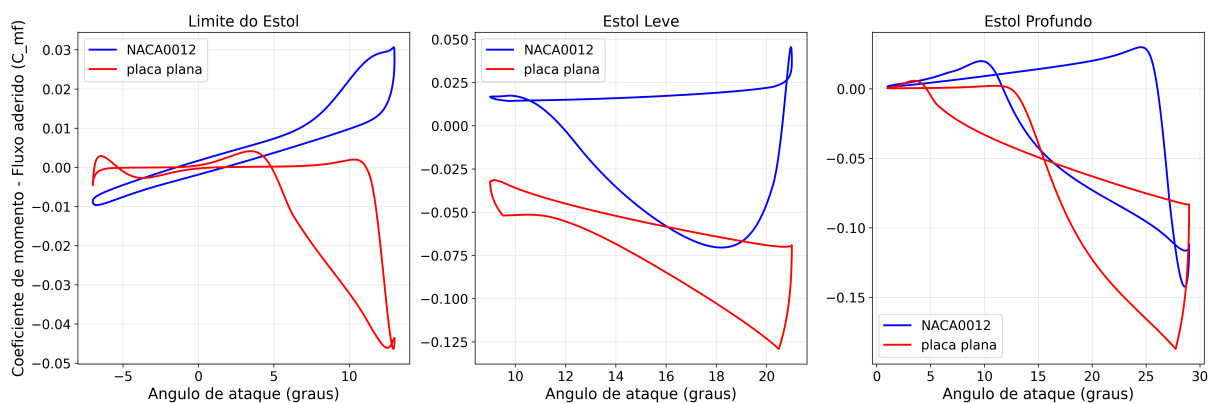


Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

4.3.1.2 Contribuição do Descolamento

O coeficiente de momento associado ao descolamento da camada limite (c_{mf}) do NACA0012 (Figura 20) apresenta um comportamento aproximadamente linear para ângulos de ataque entre -7.5° e 7.5° quando analisado em função de α . A partir de 7.5° , observa-se um pico de momento devido ao descolamento da camada limite. Esse pico de momento surge com a redução do valor de q e retorna de forma bem comportada na condição de limite do estol. Na condição de estol leve, no entanto, esse pico positivo é seguido por um pico negativo de maior intensidade no momento da mudança de direção do movimento do aerofólio. Esse pico negativo persiste ao longo de quase todo o período em que q é negativo antes de retornar ao valor original. Já no estol profundo, um pico de momento negativo também ocorre, mas antes da mudança de direção. Assim como no caso do estol leve, esse coeficiente demora a retornar ao seu valor inicial. Embora esse pico negativo seja menor em relação à fase de vórtice, sua recuperação é mais lenta, prolongando seus efeitos na dinâmica do aerofólio.

Figura 20 – Coeficientes parciais de momento - Camada limite



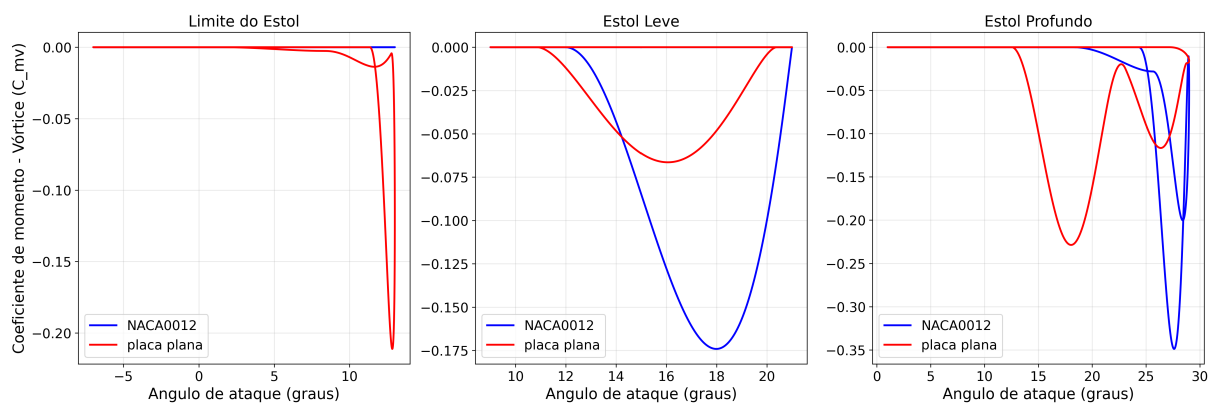
Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Para a placa plana, o coeficiente de momento associado ao descolamento da camada limite (c_{mf}) exibe comportamentos distintos nas três condições. No limite do estol, mantém valores próximos a zero para ângulos baixos, apresentando um pequeno pico positivo em $\alpha = -5^\circ$ seguido de uma queda abrupta após $\alpha = 10^\circ$, atingindo -0.04. A histerese nesta condição é significativa, com a recuperação ocorrendo em ângulos menores durante a fase descendente. No estol leve, o coeficiente inicia em -0.03 e decresce continuamente com o aumento do ângulo de ataque, alcançando -0.125 em $\alpha = 20^\circ$. Em $\alpha = 19^\circ$, observa-se uma mudança abrupta no comportamento do coeficiente, que passa a aumentar sem uma transição suave. A histerese é mais pronunciada nesta condição, com uma diferença de até 0.04 entre as fases ascendente e descendente do movimento para um mesmo ângulo. No estol profundo, observa-se a maior variação, com o coeficiente partindo de valores próximos a zero e decrescendo de forma mais acentuada após $\alpha = 15^\circ$, atingindo -0.19. Em $\alpha = 26^\circ$, assim como no estol leve, ocorre uma mudança abrupta no comportamento do coeficiente, que passa a aumentar sem transição suave. A curva de retorno segue um caminho significativamente diferente, evidenciando o forte efeito de histerese característico do estol profundo.

4.3.1.3 Contribuição dos Vórtices

O coeficiente de momento da fase de vórtice (c_{mv}) do NACA0012 é nulo na condição de limite do estol (Figura 21). No caso de estol leve, observa-se um pico negativo, enquanto no estol profundo surgem dois picos negativos. Estes picos representam momentos gerados pelo desprendimento de vórtices do bordo de ataque. O segundo pico no estol profundo é resultado do desprendimento de um segundo vórtice, fenômeno ausente no estol leve. Para que esse segundo vórtice se forme, o aerofólio precisa continuar aumentando o ângulo de ataque, mesmo sob a influência de um forte momento contrário ($c_{mv} = -0.35$) gerado pelo primeiro vórtice. Essa fase representa os maiores picos de momento contrário ao movimento do aerofólio, embora sua duração seja relativamente curta.

Figura 21 – Coeficientes parciais de momento - Vórtices



Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

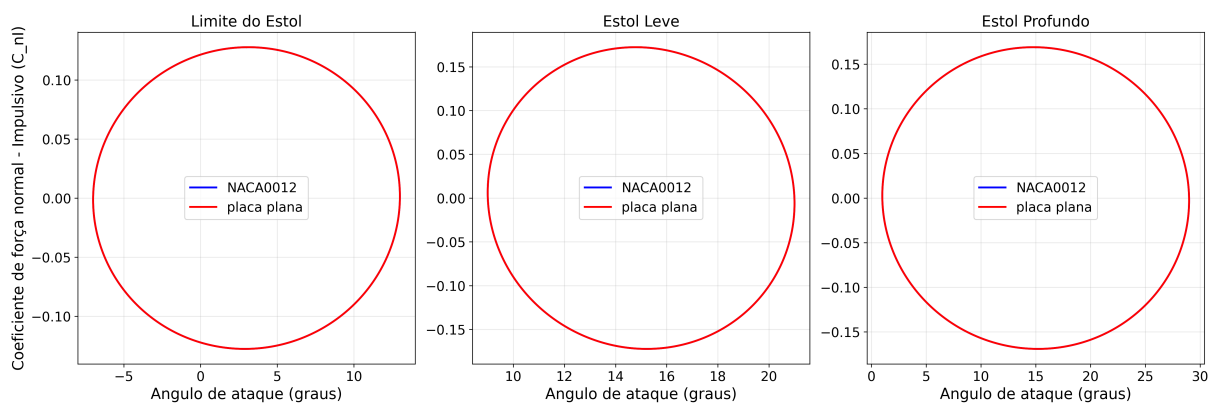
A placa plana apresenta comportamentos marcadamente diferentes. No limite do estol, permanece nulo durante a maior parte do ciclo, apresentando apenas um pico negativo abrupto em $\alpha = 12^\circ$ que atinge -0.23, seguido de uma rápida recuperação. No estol leve, existe um leve pico chegando a -0.06. No estol profundo, observa-se a formação de três picos negativos distintos: o primeiro e mais intenso em $\alpha = 15^\circ$ atingindo -0.23, o segundo em $\alpha = 25^\circ$ com magnitude de -0.11, e o terceiro em $\alpha = 28^\circ$ alcançando -0.03. Estes picos representam momentos devido ao desprendimento de vórtices. A presença do terceiro vórtice, embora mais fraco, indica que a placa plana permanece em condição de desprendimento de vórtices por um período mais prolongado que o NACA0012, característica possivelmente associada à sua geometria mais propensa a manter o processo de formação e desprendimento de vórtices.

4.3.2 Coeficientes Parciais de Força Normal

4.3.2.1 Contribuição Impulsiva

Tanto para o NACA0012 quanto para a placa plana (Figura 22), o coeficiente de força normal impulsivo (C_{nI}) apresenta um comportamento regular. Sua variação depende do sinal de q , porém sua magnitude é significativamente menor em relação a C_{nf} , o que impede que essa variação tenha um impacto relevante em C_n . Outro aspecto importante é que, nos casos de estol leve e profundo, os picos positivo e negativo desse coeficiente ocorrem praticamente nos mesmos ângulos de ataque efetivo e possuem a mesma magnitude. Isso sugere que esses pontos representam, de fato, os valores máximo e mínimo desse coeficiente para o aerofólio NACA0012.

Figura 22 – Coeficientes parciais de força normal - Impulsivo



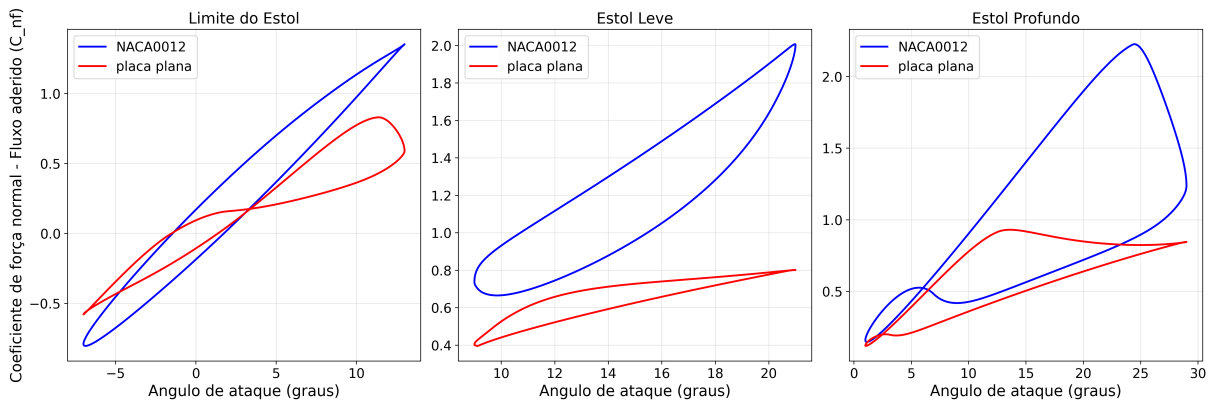
Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

4.3.2.2 Contribuição do descolamento da camada limite

O coeficiente de força normal associado ao descolamento da camada limite do NACA0012 apresenta um comportamento linear em todos os casos antes do estol (Figura 23). Após esse ponto, no entanto, seu comportamento varia para cada condição analisada. No limite do estol,

o coeficiente retorna aos mesmos valores para um mesmo ângulo de ataque efetivo, refletindo a ausência do estol. No caso do estol leve, observa-se uma queda no coeficiente no momento em que q muda de positivo para negativo. Esse valor permanece reduzido durante o retorno do aerofólio e só volta a crescer quando q se torna positivo novamente. No estol profundo, a queda no coeficiente também ocorre, mas antecede a inversão do movimento do aerofólio, assim como o retorno aos valores anteriores, que acontece antes de q voltar a ser positivo. Esse coeficiente exerce um papel predominante na formação de C_n , definindo seu comportamento geral, com apenas pequenas variações devido às contribuições de c_{nI} e c_{nv} .

Figura 23 – Coeficientes parciais de força normal - Camada Limite



Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

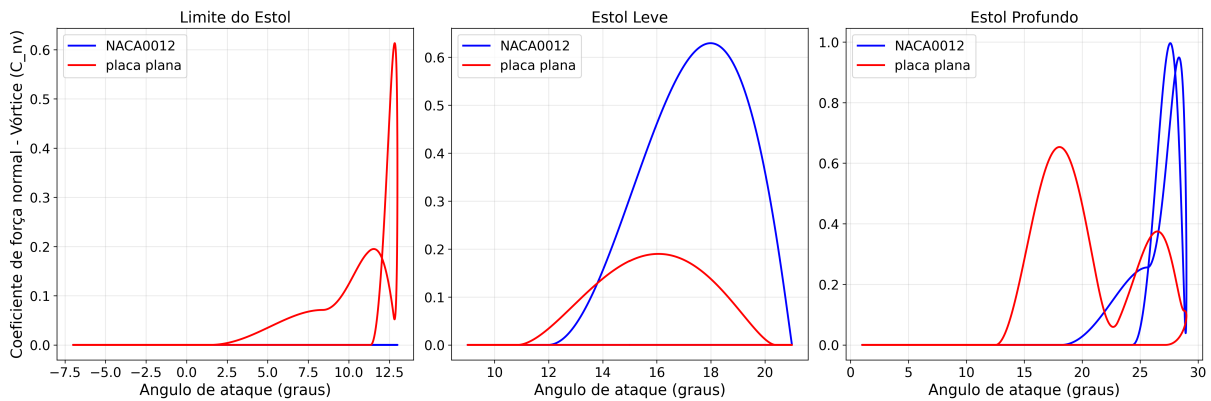
Para a placa plana, o coeficiente de força normal associado à camada limite (c_{nf}) exibe comportamentos distintos nas três condições. No limite do estol, apresenta um comportamento quase linear para ângulos positivos, atingindo um valor máximo de 0.75, com uma histerese moderada durante a fase de retorno. No estol leve, o coeficiente opera em uma faixa mais restrita, entre 0.4 e 0.8, descrevendo uma curva fechada com histerese mais pronunciada que no limite do estol. No estol profundo, a variação é mais expressiva, com valores oscilando entre 0.1 e 0.9. A transição do escoamento colado para separado ocorre de forma mais abrupta próximo a $\alpha = 12^\circ$. A histerese é significativamente maior nesta condição, com uma recuperação notadamente mais lenta durante a fase de retorno, evidenciando a dificuldade de reanexação do escoamento em ângulos elevados.

4.3.2.3 Contribuição dos Vórtices

O coeficiente de força normal associado à fase de vórtice (c_{nv}) do NACA0012 permanece nulo no limite do estol (Figura 24). Nos casos de estol leve e profundo, no entanto, ocorrem picos devido à formação dos vórtice (um no estol leve e dois no estol profundo). Esses picos possuem valores positivos, com magnitudes em torno de 0.6 no estol leve e 1.0 no estol profundo. No estol leve, o pico ocorre a partir da mudança de direção de q , mitigando parcialmente o efeito de c_{nf} e mantendo o valor do coeficiente no retorno próximo ao valor correspondente a q

positivo. Já no estol profundo, o primeiro pico surge antes, no instante em que c_{mf} apresenta uma queda, prolongando a tendência de crescimento da curva de força normal por alguns ângulos adicionais. O segundo vórtice exerce um efeito semelhante, mas restrito a ângulos muito próximos ao limite de amplitude, contribuindo para a redução da diferença entre C_m para q positivo e negativo.

Figura 24 – Coeficientes parciais de força normal - Vórtices



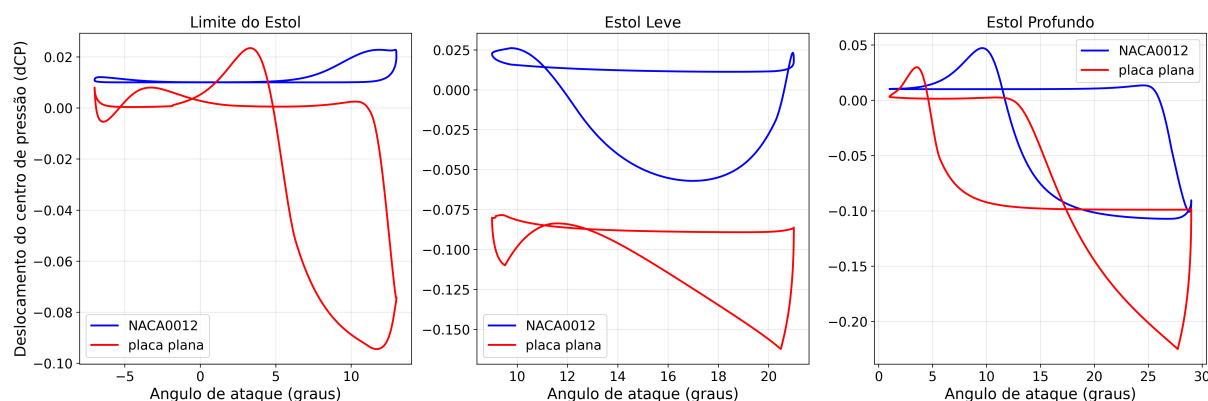
Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Para a placa plana, o coeficiente de força normal devido aos vórtices (c_{nv}) apresenta características distintas em cada condição. No limite do estol, apresenta dois picos abruptos: o primeiro atingindo 0.6 e o segundo 0.2, ambos seguidos de um rápido retorno a zero. No estol leve, o coeficiente permanece nulo durante todo o ciclo, comportamento consistente com a condição de escoamento completamente separado ($\theta_{estol} > 1$), onde o modelo não captura a formação de vórtices devido à ausência de transição entre regimes. No estol profundo, observam-se três picos principais: o primeiro em $\alpha = 15^\circ$ atingindo 0.65, o segundo em $\alpha = 25^\circ$ alcançando 0.55, e o terceiro próximo a 0.18 . Estes picos representam o aumento de força normal devido aos vórtices.

4.4 ANÁLISE DO CENTRO DE PRESSÃO

A análise do centro de pressão para a placa plana mostra o deslocamento do centro de pressão em relação ao eixo rotativo (Figura 25). Observa-se uma variação significativa na posição desse parâmetro com o estol. No caso do limite do estol e do estol profundo a diferença entre o centro de pressão e o eixo rotativo mantém-se praticamente constante em 0 até um ângulo $\alpha = 12^\circ$, quando o centro de pressão varia até -0.1 no limite do estol e -0.22 no estol profundo, valores muito superiores aos observados no NACA0012. No caso do estol leve, por outro lado, a posição do centro de pressão no estol leve se mantém relativamente constante em -0.08.

Figura 25 – Variação do centro de pressão



Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

4.5 ANÁLISE PIEZOELÉTRICA

Esta seção apresenta os resultados da análise piezoelétrica comparativa entre os perfis NACA0012 e placa plana, avaliando seu potencial para aplicações de captação de energia. Os resultados são analisados em termos de tensão gerada ao longo de ciclos aerodinâmicos completos para as três condições de estol investigadas: limite do estol, estol leve e estol profundo.

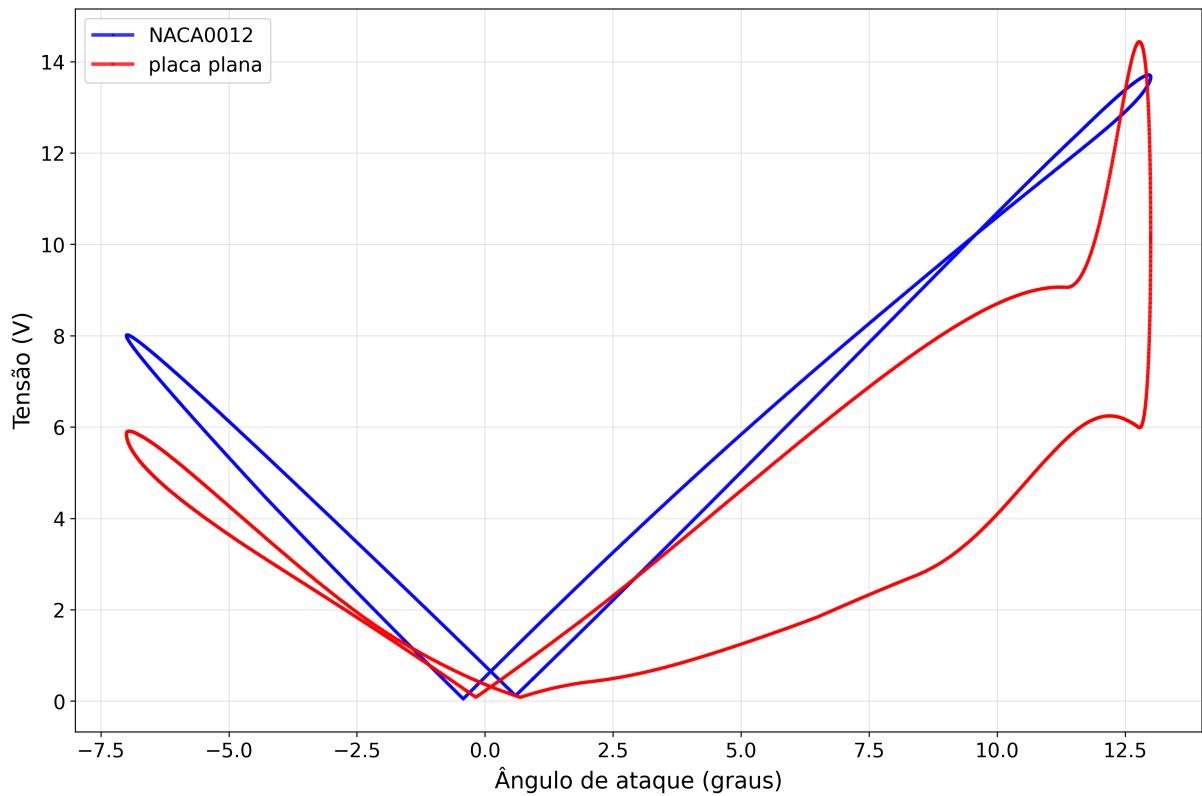
4.5.1 Comparação de Tensão e Potência Estimada

A tensão e potência estimadas do sistema piezoelétrico são parâmetros importantes para a avaliação da viabilidade de aplicações práticas.

4.5.1.1 Limite do Estol

Na condição limite do estol (Figura 26), a placa plana alcança um pico de tensão próximo a 14.5 V, superando o NACA0012 (aproximadamente 13.5 V). Este é o único regime analisado onde a placa plana supera o desempenho do perfil NACA0012. O comportamento dos ciclos é altamente não-linear, com múltiplos laços e inversões, evidenciando a transição entre regimes de escoamento aderido e separado. Ambos os perfis exibem quedas bruscas de tensão nos ângulos próximos a zero, seguidas por um aumento significativo ao se distanciar do ângulo nulo.

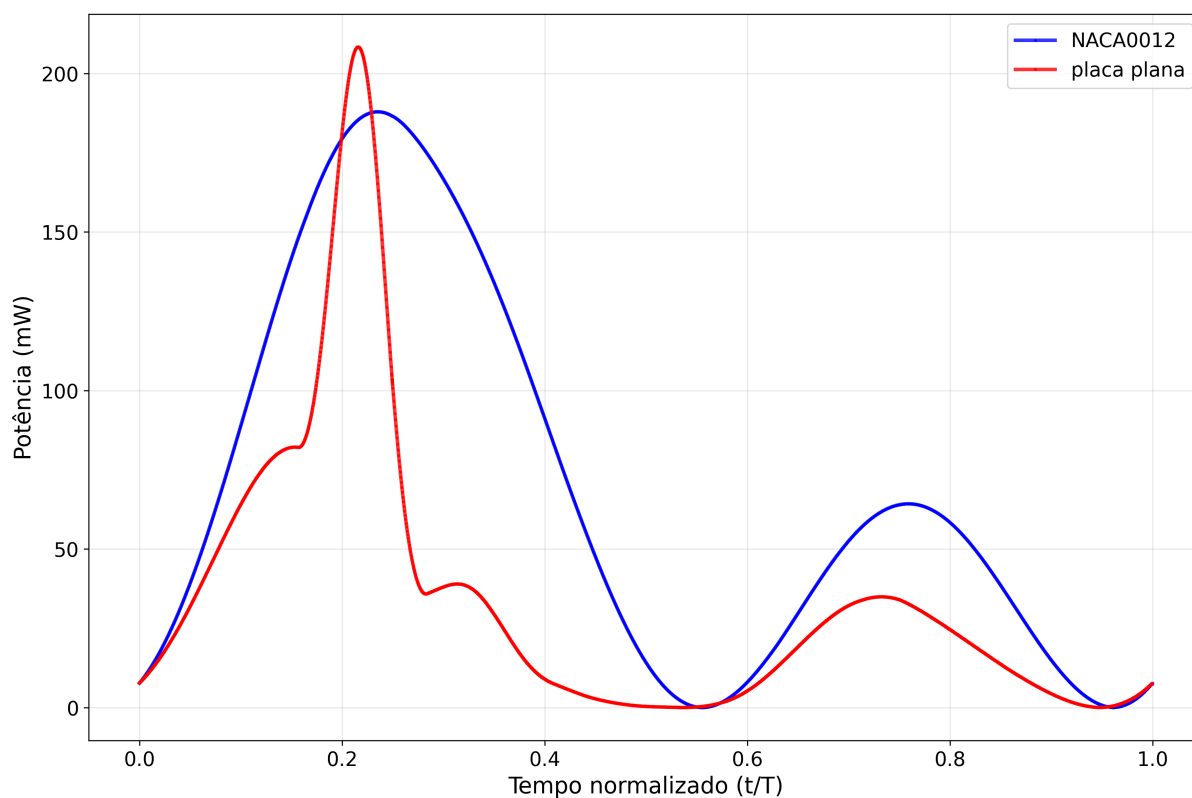
Figura 26 – Tensão vs Ângulo de Ataque na Condição Limite do Estol



Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

A evolução temporal da potência (Figura 27) é apresentada com tempo normalizado para permitir a comparação da captação de energia por ciclo entre diferentes condições operacionais, e utiliza apenas um ciclo completo uma vez que as oscilações de ciclo limite garantem a repetibilidade do comportamento. Os resultados mostram que ambos os perfis apresentam comportamento oscilatório mais sincronizado em comparação com as outras condições. A placa plana alcança pico superior de potência (205 mW em comparação com 180 mW do NACA0012) em $t/T \approx 0.22$. Observa-se um segundo pico menor para ambos os perfis em $t/T \approx 0.8$, sendo este mais pronunciado no NACA0012. Os perfis exibem mínimos sincronizados em $t/T \approx 0.6$ e $t/T \approx 1.0$.

Figura 27 – Potência vs Tempo Normalizado na Condição Limite do Estol

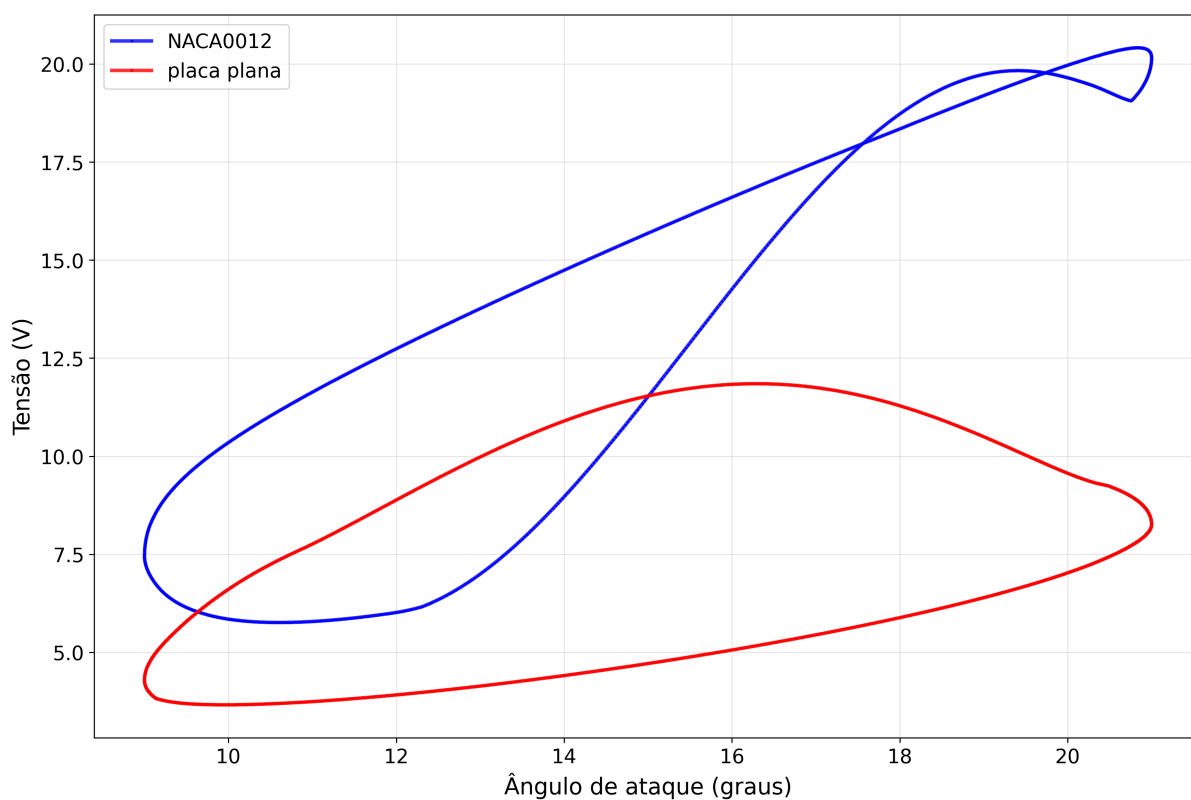


Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

4.5.1.2 Estol Leve

Na condição de estol leve (Figura 28), ambos os perfis apresentam ciclos de histerese mais suaves e compactos em comparação com os outros regimes. O NACA0012 mantém tensões consistentemente mais elevadas, com valor máximo próximo a 21 V, enquanto a placa plana apresenta tensão máxima em torno de 12 V. Neste regime, observa-se que a diferença de desempenho entre os perfis é mais uniforme ao longo de todo o ciclo, sugerindo um comportamento aerodinâmico mais previsível.

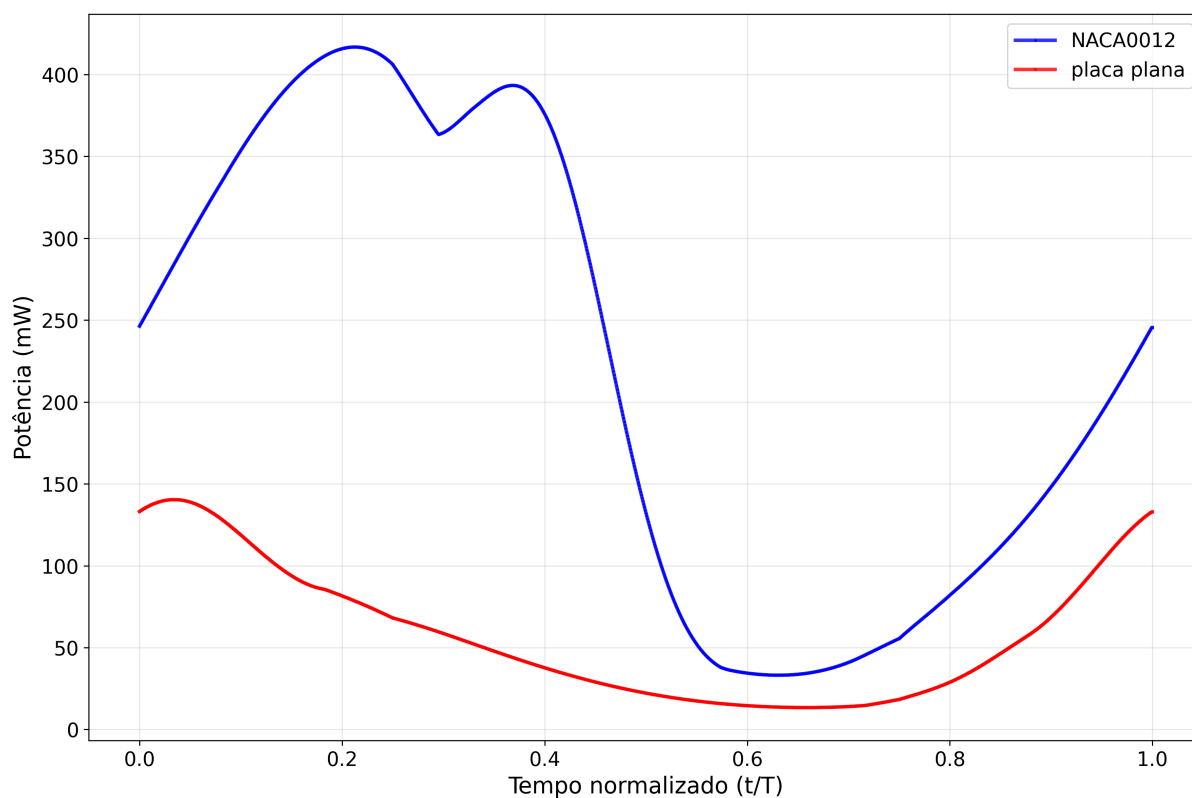
Figura 28 – Tensão vs Ângulo de Ataque em Condição de Estol Leve



Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

A evolução temporal da potência (Figura 29) revela comportamento mais suave e previsível, sem picos abruptos. O NACA0012 mantém valores de potência consistentemente mais altos (410 mW) durante a primeira metade do ciclo, enquanto a placa plana apresenta valores máximos próximos a 140 mW. Ambos os perfis apresentam queda gradual na segunda metade do ciclo, atingindo valores mínimos em $t/T \approx 0.7$, seguida por uma recuperação lenta até o final do ciclo.

Figura 29 – Potência vs Tempo Normalizado em Condição de Estol Leve

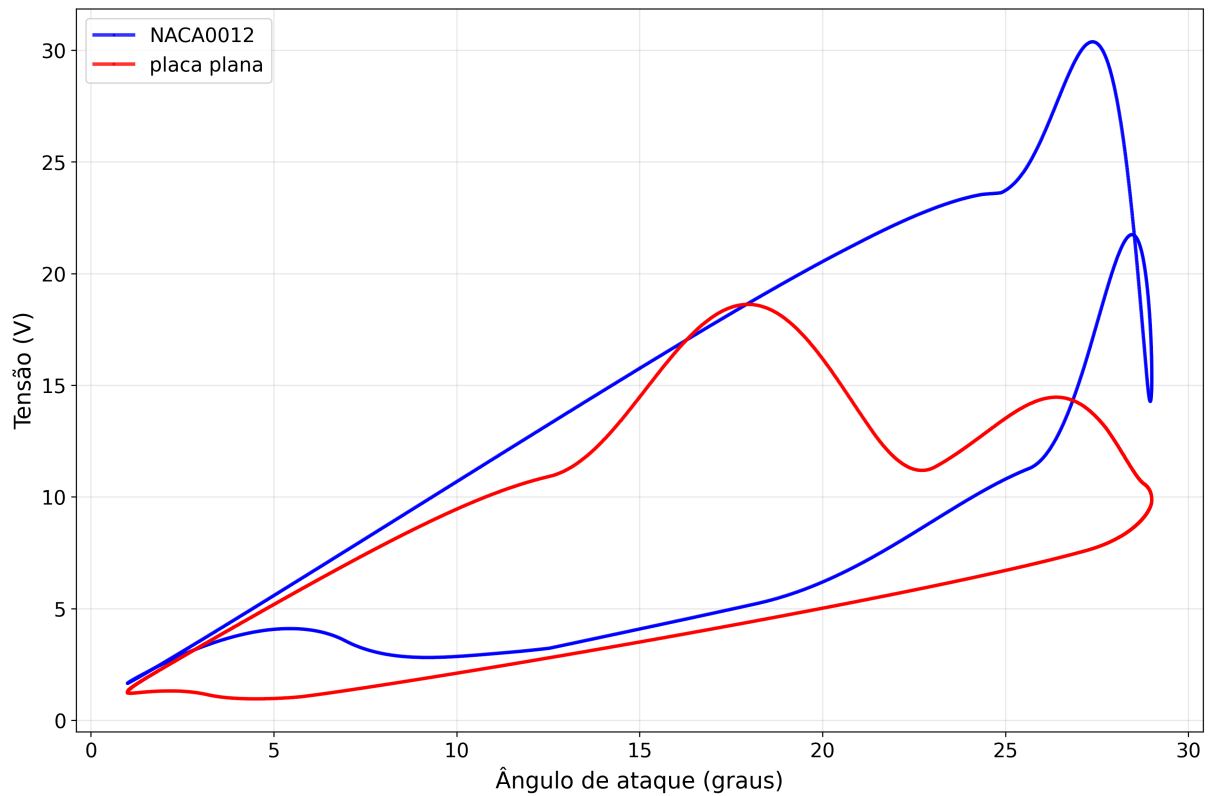


Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

4.5.1.3 Estol Profundo

No regime de estol profundo (Figura 30), observa-se comportamento mais complexo em ambos os perfis. O NACA0012 exibe picos de tensão próximos a 31 V nos maiores ângulos de ataque, enquanto a placa plana apresenta valores máximos em torno de 18 V. Nota-se a presença de múltiplos laços e não-linearidades significativas, indicativas da formação e desprendimento de vórtices e separação massiva do escoamento. A placa plana mostra um segundo pico de tensão em torno de 24°, enquanto o NACA0012 exibe um pico mais pronunciado próximo a 26°.

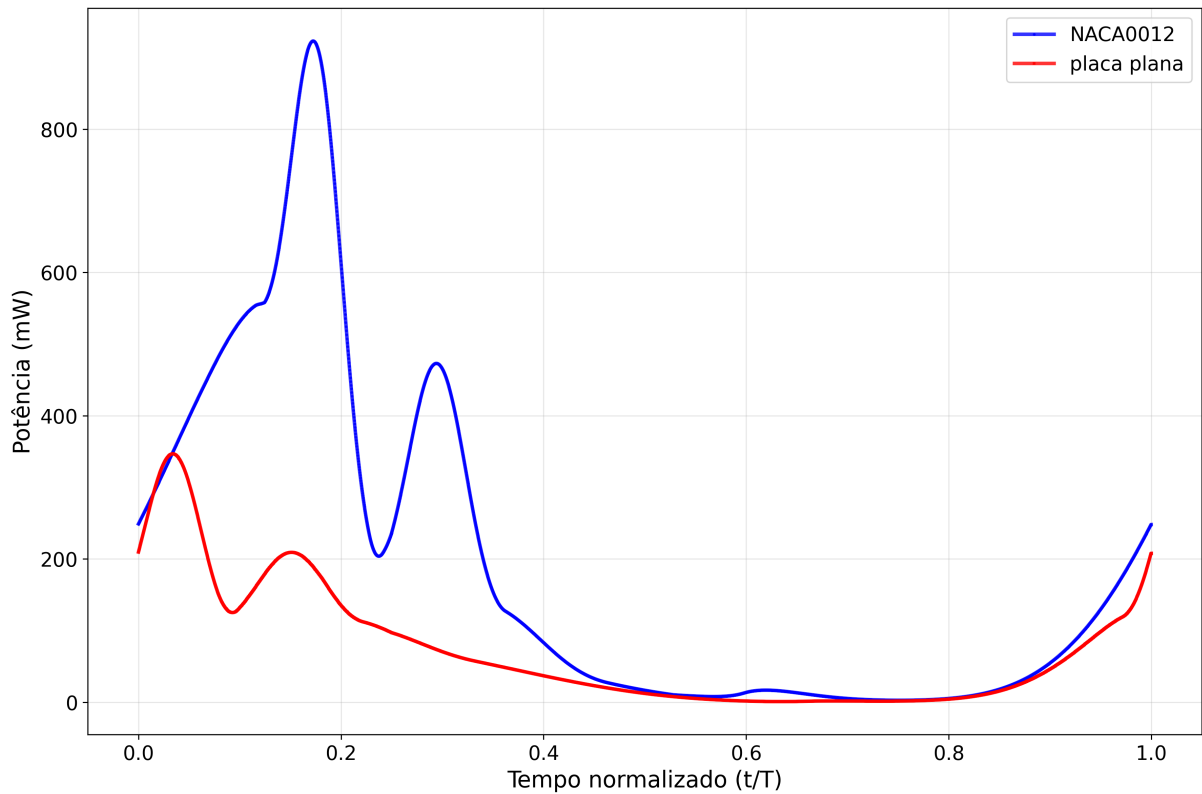
Figura 30 – Tensão vs Ângulo de Ataque em Condição de Estol Profundo



Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

A análise temporal (Figura 31) revela que o NACA0012 apresenta dois picos pronunciados de potência, com magnitude de aproximadamente 950 mW e 450 mW em $t/T \approx 0.2$ e $t/T \approx 0.3$. Valores muito elevados para um material piezoelétrico nessa situação, mas que pode ser explicado pela seção 2.7.6. A placa plana, por sua vez, exibe comportamento mais suave com um pico principal de 350 mW em $t/T \approx 0.05$. A fase descendente ($t/T > 0.4$) mostra valores significativamente mais baixos para ambos os perfis, com um período de regeneração no final do ciclo.

Figura 31 – Potência vs Tempo Normalizado em Condição de Estol Profundo



Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

4.6 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

A análise comparativa entre o NACA0012 e a placa plana revelou diferenças significativas no comportamento aerodinâmico desses dois perfis durante o estol dinâmico. O parâmetro θ_{estol} evidenciou que a placa plana entra em estol com ângulos de ataque menores (8°) em comparação com o NACA0012 (13°), o que resulta em características distintas de estol dinâmico e implicações importantes para aplicações de captação de energia.

4.6.1 Análise do Parâmetro θ_{estol}

A diferença fundamental entre os dois perfis manifesta-se já no parâmetro θ_{estol} . Enquanto o NACA0012 apresenta uma transição gradual entre os regimes, com valores de θ_{estol} variando de -0.5 a 1 no limite do estol, 1.09 no estol leve e 1.6 no estol profundo, a placa plana exhibe valores significativamente mais elevados: 1.5 no limite do estol (equivalente ao estol profundo do NACA0012), 2.2 no estol leve e 3.4 no estol profundo.

Esta diferença nos valores de θ_{estol} reflete a maior susceptibilidade da placa plana ao descolamento do escoamento, uma característica diretamente relacionada à sua geometria simplificada. A ausência de curvatura e espessura resulta em uma separação mais abrupta e em

uma maior dificuldade de reanexação do escoamento, características que podem ser vantajosas em certas aplicações de captação de energia.

4.6.2 Coeficientes Aerodinâmicos

4.6.2.1 Coeficiente de Momento

O coeficiente de momento (C_m) revela diferenças fundamentais entre os dois perfis. No limite do estol, enquanto o NACA0012 mantém um comportamento regular com pequenas variações, a placa plana já apresenta um pico negativo pronunciado de -0.26, evidenciando sua maior susceptibilidade ao descolamento do escoamento.

Na condição de estol leve, observa-se uma limitação do modelo: enquanto o NACA0012 apresenta um pico negativo característico durante a inversão do movimento, a placa plana mantém-se aproximadamente constante em -0.04, com uma histerese que atinge -0.16, sugerindo que o modelo não captura adequadamente o comportamento de um aerofólio que opera continuamente acima do ângulo de estol estático.

No estol profundo, ambos os perfis apresentam dois picos negativos, porém com características distintas. No NACA0012, esses picos são precedidos por uma queda suave, enquanto na placa plana eles são mais duradouros, refletindo a natureza mais severa do descolamento neste perfil, além disso a placa plana desprende os vórtices que causam esses picos antecipadamente, o que faz com que eles ocorram em ângulos mais baixos.

4.6.2.2 Coeficiente de Força Normal

O coeficiente de força normal (C_n) apresenta comportamentos distintos para os dois perfis. No limite do estol, o NACA0012 exibe um comportamento próximo ao linear, com uma pequena histerese. A placa plana, mesmo nesta condição, já apresenta um pico positivo pronunciado próximo ao ângulo máximo, atingindo aproximadamente 1.25.

No estol leve, o NACA0012 desenvolve uma histerese mais pronunciada, com valores entre 0.6 e 2.0, mantendo ainda uma variação relativamente suave. A placa plana apresenta uma forma elíptica mais regular, sem picos pronunciados, operando em uma faixa mais restrita de valores (entre 0.2 e 1.25), evidenciando novamente a limitação do modelo em capturar o comportamento de um perfil que já se encontra em estol.

No estol profundo, as diferenças são ainda mais marcantes. O NACA0012 apresenta uma grande histerese com dois picos positivos distintos, atingindo valores máximos próximos a 2.7. A placa plana também exibe dois picos positivos, porém com magnitudes próximas a 1.7, e uma histerese mais pronunciada na região de baixos ângulos de ataque, refletindo a maior intensidade do descolamento do escoamento desde o início do movimento.

4.6.2.3 Coeficientes de Sustentação e Arrasto

Na análise dos coeficientes de sustentação e arrasto, observa-se que o NACA0012 mantém um comportamento mais regular, com transições suaves entre os regimes. A placa plana apresenta quedas mais acentuadas no coeficiente de sustentação após o estol e um aumento mais rápido no arrasto. No estol profundo, a histerese é mais pronunciada na placa plana, com variações bruscas nos coeficientes, indicando uma maior sensibilidade aos efeitos não-estacionários.

O coeficiente de sustentação da placa plana exhibe comportamento linear até $\alpha \approx 10^\circ$, seguido por um pico abrupto em $\alpha \approx 12^\circ$ onde atinge $C_l \approx 1.25$. No estol leve, varia entre 0.2 e 1.1, e no estol profundo apresenta dois picos distintos: $\alpha \approx 17^\circ$ com $C_l \approx 1.6$ e $\alpha \approx 27^\circ$ com $C_l \approx 1.1$.

O coeficiente de arrasto da placa plana mostra um aumento significativo após $\alpha \approx 10^\circ$, atingindo um pico de $C_d \approx 0.3$ em $\alpha \approx 12.5^\circ$ no limite do estol. No estol leve, varia entre 0.07 e 0.35, e no estol profundo apresenta dois picos: $C_d \approx 0.55$ em $\alpha \approx 15^\circ$ e $C_d \approx 0.7$ em $\alpha \approx 25^\circ$.

4.6.2.4 Coeficientes Parciais

Os coeficientes parciais revelam aspectos importantes das diferenças entre os dois perfis:

1. Coeficiente Impulsivo (c_{mI} e c_{nI}): - Tanto a placa plana quanto o NACA0012 apresentam o mesmo comportamento regular com assimetria significativa dependendo do sinal de q
2. Coeficiente de Descolamento da Camada Limite (c_{mf} e c_{nf}): - No NACA0012, a transição é mais gradual, com comportamento linear até ângulos maiores - Na placa plana, as transições são mais abruptas e ocorrem em ângulos menores - A histerese é mais pronunciada na placa plana, especialmente durante a fase de reanexação
3. Coeficiente de Vórtices (c_{mv} e c_{nv}): - O NACA0012 apresenta um ou dois vórtices dependendo da condição - A placa plana pode desenvolver até três vórtices no estol profundo - As magnitudes dos picos são maiores na placa plana, indicando vórtices mais intensos

4.6.3 Implicações para Captação de Energia e Recomendações Práticas

A análise comparativa entre o NACA0012 e a placa plana, integrando tanto comportamento aerodinâmico quanto piezoelétrico, revela características específicas com implicações diretas para aplicações de captação de energia:

1. Desempenho por Regime de Operação:

- *Limite do Estol*: A placa plana supera o NACA0012 (14.5 V contra 13.5 V), sendo recomendada para esta condição
- *Estol Leve*: O NACA0012 apresenta desempenho superior (21 V contra 12 V), sendo a escolha ideal
- *Estol Profundo*: O NACA0012 gera maior tensão máxima (30 V contra 18 V), enquanto a placa plana oferece operação mais estável

2. Características Operacionais:

- A antecipação do estol na placa plana (8° contra 13° do NACA0012) funciona como mecanismo natural de proteção
- O NACA0012 mantém eficiência mais alta em condições controladas de operação
- A placa plana demonstra maior robustez em condições variáveis, especialmente no limite do estol
- As não-linearidades mais pronunciadas da placa plana facilitam a autorregulação do sistema

3. Recomendações de Aplicação:

- *Ambientes com velocidade constante*: Priorizar o NACA0012 para maior geração energética
- *Condições variáveis*: Optar pela placa plana por sua maior adaptabilidade
- Desenvolver sistemas de condicionamento específicos para cada perfil: circuitos otimizados para múltiplos picos (NACA0012) ou para períodos de tensão mais estável (placa plana)
- Implementar controle adaptativo para manter cada perfil em seu regime ótimo: estol leve/profundo para NACA0012 e limite do estol para placa plana

A escolha do perfil ideal deve considerar não apenas o potencial máximo de geração, mas o comportamento específico em cada regime de operação. O NACA0012 oferece maior potencial energético absoluto na maioria das condições, enquanto a placa plana apresenta vantagens significativas no limite do estol e em aplicações que priorizam robustez sobre eficiência máxima.

5 CONCLUSÕES

Este trabalho demonstrou a superioridade do modelo de Beddoes-Leishman adaptado em relação ao modelo de Sheng, evidenciada pela redução significativa no erro quadrático médio normalizado (NRMSE) para todos os coeficientes aerodinâmicos avaliados. A análise detalhada dos coeficientes aerodinâmicos e do parâmetro θ_{estol} revelou características únicas da placa plana que a tornam adequada para aplicações em captação de energia, especialmente em condições de estol dinâmico.

5.1 PRINCIPAIS RESULTADOS

A análise comparativa entre a placa plana e o NACA0012 revelou diferenças fundamentais em seus comportamentos aerodinâmicos. A placa plana apresenta entrada em estol em ângulos significativamente menores (8° contra 13° do NACA0012), com valores de θ_{estol} mais elevados (1.5 a 3.4 contra -0.5 a 1.6). Esta característica, combinada com transições mais abruptas no descolamento da camada limite, resulta em um comportamento aerodinâmico distinto e potencialmente vantajoso para certas aplicações, como por exemplo condições com velocidade de escoamento variável.

O coeficiente de momento (C_m) apresentou comportamentos diferentes nos três regimes analisados. No limite do estol, a placa plana já demonstrou maior sensibilidade ao descolamento, com um pico negativo significativo de -0.26, enquanto o NACA0012 manteve um comportamento mais regular. No estol leve, a placa plana manteve-se em um patamar aproximadamente constante de -0.03, com uma histerese moderada atingindo -0.17. No estol profundo, foram identificados dois picos negativos intensos: o primeiro em $\alpha = 16^\circ$ atingindo -0.33, e o segundo em $\alpha = 24^\circ$ chegando a -0.31, indicando a formação e desprendimento de vórtices mais energéticos que os observados no NACA0012.

O coeficiente de força normal (C_n) também revelou características distintas. No limite do estol, a placa plana apresentou um pico abrupto em $\alpha = 12.5^\circ$ atingindo $C_n = 1.25$, com uma histerese moderada. No estol leve, o coeficiente descreveu uma trajetória elíptica mais estável, com valores oscilando entre 0.25 e 1.1, sugerindo um regime de escoamento mais estável, ainda que completamente separado. No estol profundo, foram observados dois picos distintos: o primeiro em $\alpha = 15^\circ$ com $C_n = 1.7$, e o segundo em $\alpha = 25^\circ$ atingindo $C_n = 0.3$, com uma histerese significativamente maior durante a fase de retorno.

A análise piezoelétrica revelou resultados significativos para a comparação dos perfis em termos de potencial energético. No limite do estol, a placa plana surpreendentemente superou o NACA0012 em capacidade de captação de tensão (14.5 V vs 13.5 V), sendo o único regime onde isso ocorreu. Em contraste, nos regimes de estol leve e profundo, o NACA0012

demonstrou desempenho superior, captando tensões máximas de 21 V vs 12 V no estol leve (75% maior) e 30 V vs 18 V no estol profundo (66% maior). Essa inversão de desempenho evidencia a importância da seleção do perfil adequado para cada regime específico de operação.

Uma descoberta significativa foi a identificação de três vórtices distintos no regime de estol profundo da placa plana, evidenciados pelos coeficientes de momento devido aos vórtices (c_{mv}). O primeiro e mais intenso vórtice atinge $c_{mv} = -0.23$ em $\alpha = 15^\circ$, seguido por um segundo vórtice com $c_{mv} = -0.12$ em $\alpha = 25^\circ$, e um terceiro mais fraco com $c_{mv} = -0.03$ em $\alpha = 28^\circ$. A formação do primeiro vórtice em um ângulo de ataque relativamente baixo (15°) é particularmente relevante, pois demonstra a capacidade da placa plana de desenvolver estruturas vorticais energéticas mesmo antes de atingir ângulos elevados, característica que pode ser vantajosa para aplicações de captação de energia que necessitam operar em amplitudes moderadas.

Um aspecto notável do comportamento aerodinâmico da placa plana é sua capacidade de gerar coeficientes de momento significativos ($C_m \approx -0.26$) mesmo com valores moderados de força normal ($C_n \approx 1.2$). Esta característica sugere uma eficiência superior na conversão da energia do escoamento em momento, o que é particularmente relevante para sistemas de captação de energia baseados em torção. A maior intensidade dos vórtices, evidenciada pelos valores de c_{mv} , contribui diretamente para este comportamento.

A análise dos coeficientes parciais revelou aspectos importantes do comportamento aerodinâmico. O coeficiente de momento impulsivo (c_{mI}) mostrou um comportamento cíclico bem definido, com amplitudes aumentando progressivamente com a intensidade do movimento oscilatório até atingir um patamar no estol leve. O coeficiente de força normal devido ao descolamento (c_{nf}) exibiu transições mais abruptas na placa plana, com uma recuperação notadamente mais lenta durante a fase de retorno, evidenciando a dificuldade característica de reanexação do escoamento.

A significativa histerese observada nos coeficientes aerodinâmicos, especialmente no estol profundo, indica uma maior capacidade de absorção de energia do escoamento. Este fenômeno ocorre porque a área dentro do ciclo de histerese representa diretamente o trabalho realizado pelo escoamento sobre a estrutura. Esta energia pode ser captada através do acoplamento piezoelétrico, enquanto a parcela não captada é dissipada no escoamento como calor e turbulência. A diferença mais acentuada entre os valores dos coeficientes nas fases ascendente e descendente do movimento, particularmente em C_m , sugere que a placa plana pode extrair mais energia por ciclo quando comparada ao NACA0012, especialmente em condições de escoamento variável.

O deslocamento do centro de pressão também apresentou características distintivas, com variações mais pronunciadas na placa plana durante a mudança na direção do movimento. Enquanto o escoamento permanece colado, a diferença entre o centro de pressão e o eixo rotativo mantém-se praticamente constante em 0.01. No entanto, durante o retorno, observou-

se um deslocamento para trás de aproximadamente 23% do comprimento da corda no estol profundo e 17% no estol leve, valores superiores aos observados no NACA0012.

5.2 LIMITAÇÕES E DESAFIOS

O modelo apresentou uma limitação principal, que está na dificuldade em simular condições onde o ângulo de ataque permanece constantemente acima do ângulo de estol, situação frequente na placa plana. Esta limitação foi particularmente evidente durante o estol leve, onde o modelo não capturou adequadamente o comportamento dos coeficientes aerodinâmicos em regime permanentemente separado.

5.3 CONTRIBUIÇÕES E IMPLICAÇÕES

Este trabalho trouxe contribuições significativas para o entendimento do estol dinâmico em geometrias simplificadas. A validação quantitativa do modelo adaptado de Beddoes-Leishman demonstrou sua superioridade em uma gama mais ampla de condições, com redução significativa no NRMSE em comparação ao modelo de Sheng. A caracterização detalhada do comportamento aerodinâmico da placa plana em diferentes regimes de estol permitiu identificar e quantificar três vórtices distintos no estol profundo, analisar a evolução dos coeficientes parciais em cada regime e caracterizar o deslocamento do centro de pressão e sua influência no comportamento dinâmico.

O estabelecimento de critérios quantitativos para seleção entre placa plana e NACA0012 em aplicações de captação de energia considerou os ângulos de entrada em estol, valores de θ_{estol} e características de formação e desprendimento de vórtices. O comportamento dos coeficientes aerodinâmicos em diferentes regimes forneceu uma base sólida para decisões de projeto em aplicações práticas.

A análise piezoelétrica comparativa entre os perfis revelou aspectos fundamentais para aplicações práticas de captação de energia. A placa plana demonstrou superioridade na geração de tensão (14.5 V vs 13.5 V) no limite do estol, enquanto o NACA0012 apresentou desempenho superior nos regimes de estol leve (21 V vs 12 V) e profundo (31 V vs 13 V). Estes resultados indicam que a seleção do perfil deve ser baseada no regime de operação previsto, com a placa plana sendo mais adequada para operações próximas ao limite do estol e o NACA0012 para condições que envolvam estol desenvolvido.

A placa plana demonstrou características particularmente interessantes para aplicações em captação de energia. Sua entrada em estol em ângulos menores atua como um mecanismo natural de proteção contra sobrecargas, enquanto a formação de múltiplos vórtices pode aumentar a extração de energia em regimes específicos. A maior histerese observada nos coeficientes aerodinâmicos sugere maior capacidade de absorção de energia em condições variáveis de escoamento, embora isso não se traduza diretamente em maior geração de tensão

piezoelétrica em todos os regimes. Esta discrepância pode ser abordada através da otimização do acoplamento estrutural e da sintonização das frequências naturais do sistema para maximizar a transferência de energia aerodinâmica para o elemento piezoelétrico.

5.4 PERSPECTIVAS FUTURAS

Os resultados obtidos apontam para três direções principais de investigação futura. No campo do aprimoramento do modelo matemático, é necessário desenvolver formulações específicas para o tratamento de descontinuidades no ponto de separação, adaptar o modelo para condições de estol prolongado e incorporar efeitos tridimensionais nas extremidades da placa.

A validação experimental constitui uma etapa necessária, requerendo a caracterização detalhada da formação e desprendimento dos três vórtices identificados, a medição das cargas estruturais em diferentes regimes de operação e a validação dos valores de θ_{estol} e sua influência no comportamento dinâmico.

No âmbito do desenvolvimento de sistemas práticos, destaca-se a necessidade de otimização da posição do eixo elástico para maximizar a extração de energia, o estudo da influência da rigidez estrutural na captação de energia e o desenvolvimento de estratégias de controle adaptativo baseadas no θ_{estol} .

Para otimização do desempenho piezoelétrico, futuros estudos devem focar no desenvolvimento de sistemas de condicionamento de sinal específicos para cada perfil, considerando as características distintas de geração de tensão: múltiplos picos abruptos no NACA0012 e comportamento mais suave na placa plana. Adicionalmente, investigações sobre sistemas adaptativos que mantenham cada perfil em seu regime ótimo de operação (limite do estol para placa plana, estol leve ou profundo para NACA0012) representam um caminho efetivo para maximizar o potencial energético.

Embora o NACA0012 demonstre superioridade na captação de energia na maioria dos regimes analisados, a placa plana apresenta-se como uma alternativa viável em aplicações específicas. Sua simplicidade geométrica, características de autorregulação e entrada em estol em ângulos menores oferecem vantagens operacionais que podem compensar a menor eficiência energética, particularmente em sistemas que priorizam robustez e baixo custo de fabricação. As limitações identificadas apontam direções específicas para desenvolvimentos futuros que podem otimizar seu desempenho energético.

REFERÊNCIAS

ADHIKARI, S.; FRISWELL, M. I.; INMAN, D. J. Piezoelectric energy harvesting from broadband random vibrations. **Smart Materials and Structures**, [s. l.], v. 18, n. 11, p. 1–7, set. 2009. DOI: 10.1088/0964-1726/18/11/115005. Disponível em: <https://doi.org/10.1088/0964-1726/18/11/115005>. Acesso em: 15 dez. 2024.

AKAYDIN, H. D.; ELVIN, N.; ANDREOPOULOS, Y. Experimental investigation of energy harvesting fluid-structure interaction with piezoelectric materials. **Experiments in Fluids**, [s. l.], v. 49, p. 291–304, abr. 2010. DOI: 10.1007/s00348-010-0871-7. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s00348-010-0871-7>. Acesso em: 15 dez. 2024.

ANDERSON, Jhon D. **Fundamentals of Aerodynamics**. 5th ed. New York: McGraw-Hill, 2010.

BISPLINGHOFF, Raymond L.; ASHLEY, Holt; HALFMAN, Robert L. **Aeroelasticity**. 2nd ed. Mineola, New York: Dover Publications, 1996.

CHAI, Yuyang; GAO, Wei; ANKAY, Benjamin; LI, Fengming; ZHANG, Chuanzeng. Aeroelastic analysis and flutter control of wings and panels: A review. **International Journal of Mechanical System Dynamics**, [s. l.], v. 1, n. 1, p. 5–34, 2021. DOI: 10.1002/msd2.12015. Disponível em: <https://doi.org/10.1002/msd2.12015>. Acesso em: 15 dez. 2024.

CHANTHARASENAWONG, Chawin. **Nonlinear aeroelastic behaviour of aerofoils under dynamic stall**. 2007. 184 p. Tese (Doutorado em Engenharia Aeronáutica) – Imperial College London (University of London), Londres, 2007.

COLLAR, A. R. The Expanding Domain of Aeroelasticity. **The Journal of the Royal Aeronautical Society**, [s. l.], v. 50, n. 428, p. 613–636, 1946. DOI: 10.1017/S0368393100120358. Disponível em: <https://doi.org/10.1017/S0368393100120358>. Acesso em: 15 dez. 2024.

DOS SANTOS, L.G.P.; MARQUES, F.D. Nonlinear aeroelastic analysis of airfoil section under stall flutter oscillations and gust loads. **Journal of Fluids and Structures**, [s. l.], v. 102, p. 103250, abr. 2021. DOI: 10.1016/j.jfluidstructs.2021.103250. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2021.103250>. Acesso em: 15 dez. 2024.

DOWELL, Earl H. **A Modern Course in Aeroelasticity**. [S. l.]: Springer Nature, 2015. DOI: 10.1007/978-3-319-09453-3. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/978-3-319-09453-3>. Acesso em: 15 dez. 2024.

HANSEN, M. H.; GAUNAA, M.; AAGARD MADSEN, H. **A Beddoes-Leishman type dynamic stall model in state-space and indicial formulations**. Risoe-R-1354(EN). Denmark: Forskningscenter Risoe, 2004. Disponível em:

https://backend.orbit.dtu.dk/ws/portalfiles/portal/7711084/ris_r_1354.pdf. Acesso em: 15 dez. 2024.

HOLIERHOEK, J. G.; DE VAAL, J. B.; VAN ZUIJLEN, A. H.; BIJL, H. Comparing different dynamic stall models. **Wind Energy**, [s. l.], v. 15, n. 2, p. 195–203, 2012. DOI: 10.1002/we.548. Disponível em: <https://doi.org/10.1002/we.548>. Acesso em: 15 dez. 2024.

HOUGHTON, E L; CARPENTER, P W; COLLICOTT, S H; VALENTINE, D T. **Aerodynamics for engineering students**. 6th ed. [S. l.]: Butterworth-Heinemann, 2013.

INMAN, Daniel. **Piezoelectric Energy Harvesting**. [S. l.: s. n.], 2011. DOI: 10.1002/9781119991151.ch10. Disponível em: <https://doi.org/10.1002/9781119991151.ch10>. Acesso em: 15 dez. 2024.

JAIN, R. K.; JAIN, M. K. Optimum Runge-Kutta Fehlberg Methods for First Order Differential Equations. **Institute of Mathematics and its Applications**, Oxford University Press, [s. l.], v. 8, p. 386–396, 1971.

LEISHMAN, J. G.; BEDDOES, T. S. A Semi-Empirical Model for Dynamic Stall. **Journal of the American Helicopter Society**, [s. l.], v. 34, p. 3–17, jul. 1989. DOI: 10.4050/jahs.34.3. Disponível em: <https://doi.org/10.4050/jahs.34.3>. Acesso em: 15 dez. 2024.

LUCEY, Anthony D.; HOWELL, Richard; PITMAN, Mark. **The Effect of Inertial Inhomogeneity on the Flutter of a Cantilevered Flexible Plate**. [S. l.]: Engineers Australia, 2010. 794 p.

MCALISTER, K.W.; PUCCI, S.L.; MCCROSKEY, W.J.; CARR, L.W. **An Experimental Study of Dynamic Stall on Advanced Airfoil Sections. Volume II: Pressure and Force Data**. Moffett Field, California: [s. n.]. NASA TM-84245, 1982. NASA Ames Research Center and U.S. Army Aeromechanics Laboratory (AVRADCOM).

MCCROSKEY, W. J. **The Phenomenon of Dynamic Stall**. Moffett Field, California: [s. n.]. NASA TM-81264, 1981. NASA Ames Research Center and U.S. Army Research and Technology Laboratories (AVRADCOM). USAAVRADCOM TR 81-A-6. Lecture Notes presented at von Kármán Institute Lecture Series, Rhode-Saint-Genèse, Belgium.

PEREIRA, Ricardo; SCHEPERS, Gerard; PAVEL, Marilena D. Validation of the Beddoes–Leishman dynamic stall model for horizontal axis wind turbines using MEXICO data. **Wind Energy**, John Wiley & Sons, Ltd., v. 15, n. 1, p. 31–48, 2012. DOI: 10.1002/we.541. Disponível em: <https://doi.org/10.1002/we.541>. Acesso em: 15 dez. 2024.

RASMUSSEN, Flemming; MADSEN, Helge Aagaard; PETERSEN, J. T. Dynamic Stall and Aerodynamic Damping. **Journal of Solar Energy Engineering**, ASME, v. 121, n. 3, p. 151–155, ago. 1999. DOI: 10.1115/1.2888426. Disponível em: <https://doi.org/10.1115/1.2888426>. Acesso em: 15 dez. 2024.

REDDY, T.S.R.; KAZA, K.R.V. **A Comparative Study of Some Dynamic Stall Models**. Cleveland, Ohio: [s. n.]. NASA TM-88917, 1987. NASA Lewis Research Center. Report Numbers: NAS 1.15:88917, E-3342.

SADRAEY, Mohammad H. **Aircraft Performance: An Engineering Approach**. Boca Raton: CRC Press, 2017. DOI: 10.1201/9781315366913. Disponível em: <https://doi.org/10.1201/9781315366913>. Acesso em: 15 dez. 2024.

SANTOS, Carlos R. dos; MARQUES, Flávio D.; HAJJ, Muhammad R. The effects of structural and aerodynamic nonlinearities on the energy harvesting from airfoil stall-induced oscillations. **Journal of Vibration and Control**, SAGE Publishing, v. 25, p. 1991–2007, 2019. DOI: 10.1177/1077546319844383. Disponível em: <https://doi.org/10.1177/1077546319844383>. Acesso em: 15 dez. 2024.

SANTOS, Carlos R. dos; PEREIRA, Daniel A.; MARQUES, Flávio D. On limit cycle oscillations of typical aeroelastic section with different preset angles of incidence at low airspeeds. **Journal of Fluids and Structures**, v. 74, p. 19–34, 2017. DOI: 10.1016/j.jfluidstructs.2017.07.004. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2017.07.004>. Acesso em: 15 dez. 2024.

SHENG, W.; GALBRAITH, R.A.; COTON, F.N. A modified dynamic stall model for low Mach numbers. **Journal of Solar Energy Engineering**, [s. l.], v. 130, n. 3, 10 p. Mar. 2008. DOI: 10.1115/1.2931509. Disponível em: <https://doi.org/10.1115/1.2931509>. Acesso em: 15 dez. 2024.

SHUBOV, Marianna A. Flutter Phenomenon in Aeroelasticity and Its Mathematical Analysis. **Journal of Aerospace Engineering**, [s. l.], v. 19, n. 1, p. 1–12, 2006. DOI: 10.1061/(ASCE)0893-1321(2006)19:1(1). Disponível em: [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0893-1321\(2006\)19:1\(1\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0893-1321(2006)19:1(1)). Acesso em: 15 dez. 2024.

WANG, Qing; ZHAO, Qijun. Modification of Leishman–Beddoes model incorporating with a new trailing-edge vortex model. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering**, [s. l.], v. 229, n. 9, p. 1606–1615, 2014. DOI: 10.1177/0954410014556113. Disponível em: <https://doi.org/10.1177/0954410014556113>. Acesso em: 15 dez. 2024.

WEI, Chongfeng; JING, Xingjian. A comprehensive review on vibration energy harvesting: Modelling and realization. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, [s. l.], v. 74, p. 1–18, jul. 2017. DOI: 10.1016/j.rser.2017.01.073. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.rser.2017.01.073>. Acesso em: 15 dez. 2024.

ZHANG, Weiwei; KOU, Jiaqing; WANG, Ziyi. Nonlinear Aerodynamic Reduced-Order Model for Limit-Cycle Oscillation and Flutter. **AIAA Journal**, v. 54, n. 5, p. 1019–1028, 2016. DOI: 10.2514/1.J054951. Disponível em: <https://doi.org/10.2514/1.J054951>. Acesso em: 15 dez. 2024.

Apêndices

APÊNDICE A – DESCRIÇÃO DA IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

A.1 ESTRUTURA GERAL DO CÓDIGO

A implementação computacional utilizada neste trabalho foi baseada nos algoritmos desenvolvidos por Santos e Marques (2021). Para este estudo, foram implementadas modificações adicionais no código para permitir a obtenção e análise dos coeficientes parciais (impulsivos, circulatorios e de vórtices) e outros parâmetros necessários para a caracterização detalhada do comportamento aerodinâmico da placa plana. O código está estruturado em três componentes principais: funções de inicialização, funções de simulação e funções de análise e visualização. A execução desses algoritmos foi realizada pelo software MATLAB.

O primeiro componente consiste nas funções de inicialização, responsáveis por preparar o ambiente de simulação. A função principal atua como ponto de entrada, coordenando a configuração inicial do modelo. Esta trabalha em conjunto com rotinas especializadas para carregar dados experimentais, definir os parâmetros iniciais necessários, e gerar as matrizes de espaço de estados que serão utilizadas durante a simulação.

O segundo componente engloba as funções centrais de simulação, que implementam a lógica principal do modelo. Neste grupo, destacam-se:

- Implementação do método de Runge-Kutta-Fehlberg para integração numérica
- Cálculo das derivadas temporais do sistema
- Detecção e caracterização do início do estol
- Cálculo dos pontos de separação do escoamento
- Determinação dos coeficientes aerodinâmicos

O terceiro componente é dedicado à análise e visualização dos resultados. Este módulo inclui funções especializadas para diferentes tipos de visualização e análise, como visualizações em função do ângulo de ataque e análises temporais. As métricas de validação são implementadas através de cálculo de erro quadrático médio, enquanto rotinas de interpolação realizam as comparações necessárias com dados experimentais.

A.2 ALGORITMOS PRINCIPAIS

O núcleo computacional do modelo é constituído por um conjunto de algoritmos especializados, cada um responsável por um aspecto específico da simulação. O cálculo dos coeficientes aerodinâmicos é realizado através de um conjunto integrado de funções.

Os coeficientes de força normal e momento são calculados considerando três contribuições principais:

- Contribuições impulsivas (c_{nI} e c_{mI})
- Contribuições devido ao descolamento (c_{nf} e c_{mf})
- Contribuições devido aos vórtices (c_{nv} e c_{mv})

Estas contribuições são computadas respectivamente pelos algoritmos de força normal e momento. A força na direção da corda é computada separadamente, completando o conjunto de forças aerodinâmicas.

A análise do estol é realizada através de um sistema de monitoramento que inclui:

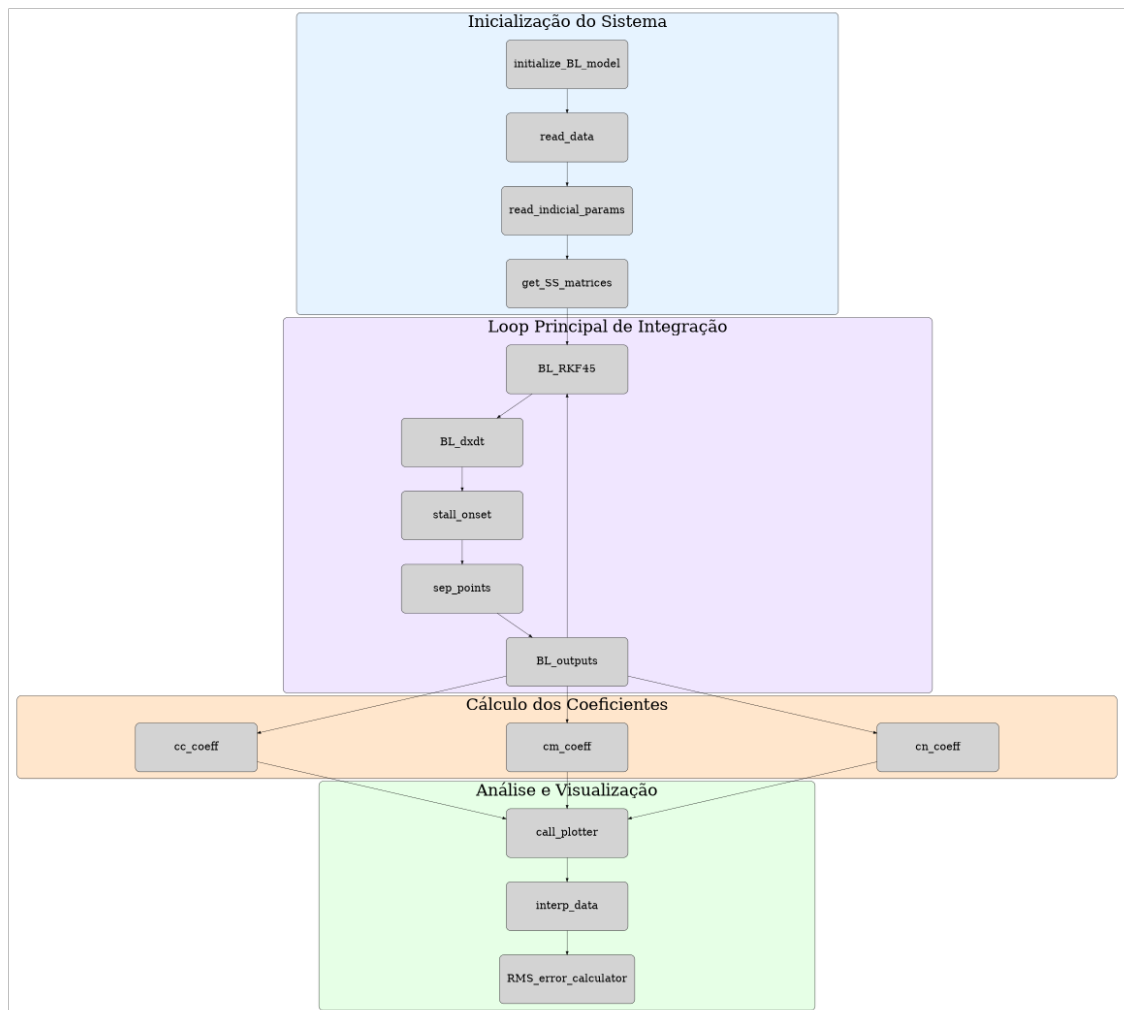
- Detecção do início do estol por comparação com ângulos críticos
- Monitoramento do tempo em condição de estol
- Análise do desprendimento de vórtices e seus efeitos transitórios

Os parâmetros de separação do escoamento são gerenciados por um conjunto especializado de algoritmos. A evolução dos pontos de separação é calculada considerando as condições locais do escoamento, enquanto o ângulo de estol dinâmico é determinado levando em conta os efeitos não-estacionários do escoamento.

A.3 FLUXO DE EXECUÇÃO

O fluxo de execução do código segue uma sequência lógica que conecta as diferentes funções implementadas. A Figura 32 ilustra este processo:

Figura 32 – Fluxo de execução do código



Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

O processo de simulação segue as seguintes etapas:

1. Inicialização do Sistema:

- A rotina principal de inicialização é chamada inicialmente
- Esta aciona o carregamento dos dados experimentais
- Em seguida, configura os parâmetros do modelo
- Por fim, gera as matrizes de espaço de estados

2. Configuração da Simulação:

- O script principal define os parâmetros de movimento (α_0, α_1, k)

- As condições iniciais são estabelecidas para o integrador numérico
- Os limites temporais e critérios de convergência são definidos

3. Loop Principal de Integração:

- O integrador numérico inicia o processo iterativo
- A cada passo temporal:
 - Calculam-se as derivadas do sistema
 - Verifica-se a ocorrência de estol
 - Atualizam-se os pontos de separação
 - Coordena-se o cálculo dos coeficientes
- O passo adaptativo é ajustado conforme necessário

4. Cálculo dos Coeficientes:

- Para cada instante de tempo:
 - Calcula-se o coeficiente de força normal
 - Determina-se o coeficiente de momento
 - Computa-se a força na direção da corda
- Os coeficientes são decompostos em suas componentes

5. Análise e Visualização:

- Coordena-se a geração de gráficos
- Realiza-se a interpolação com dados experimentais
- Avalia-se a precisão dos resultados através do erro quadrático médio

A interação entre estas funções é gerenciada através de estruturas de dados compartilhadas:

- **Estrutura de Estados:** Contém as variáveis dinâmicas do sistema
- **Estrutura de Parâmetros:** Armazena constantes e configurações do modelo
- **Estrutura de Saída:** Organiza os resultados calculados

Este fluxo de execução permite:

- Rastreabilidade completa do processo de simulação
- Modularidade para modificação ou extensão do código
- Consistência na passagem de informações entre funções
- Flexibilidade para implementar diferentes versões do modelo

A.4 DESCRIÇÃO DOS MÓDULOS

Esta seção detalha os módulos específicos da implementação computacional utilizada no estudo. O desenvolvimento foi estruturado de forma modular para facilitar a manutenção, teste e extensão do código.

A.4.1 Módulo de Inicialização

O módulo de inicialização é responsável por preparar todo o ambiente necessário para a execução das simulações. Suas principais funcionalidades incluem:

- Carregamento e validação dos dados experimentais de referência
- Configuração dos parâmetros do modelo aerodinâmico
- Inicialização das variáveis de estado
- Geração das matrizes de espaço de estados
- Verificação da consistência dos parâmetros de entrada

A.4.2 Módulo de Integração Numérica

Este módulo implementa o algoritmo de Runge-Kutta-Fehlberg adaptativo, proporcionando:

- Controle automático do passo de integração
- Monitoramento do erro de truncamento
- Tratamento de descontinuidades do modelo
- Garantia de estabilidade numérica

A.4.3 Módulo de Cálculo Aerodinâmico

O módulo central para cálculo dos coeficientes aerodinâmicos compreende:

- Implementação das equações do modelo de Beddoes-Leishman
- Cálculo das componentes impulsivas, circulatorias e de vórtices
- Determinação dos pontos de separação do escoamento
- Análise das condições de estol

A.4.4 Módulo de Análise e Pós-processamento

Este módulo oferece ferramentas para análise dos resultados:

- Geração de gráficos e visualizações
- Cálculo de métricas de desempenho
- Comparação com dados experimentais
- Exportação de resultados

APÊNDICE B – PUBLICAÇÕES DECORRENTES DESSE TRABALHO

- CARAVITA, L. V.; CASSALES, L. F. M. S.; SILVA, G. S. A.; SOUSA, V. C.
Study of a Nonlinear Aeroelastic Model with Combined SMA-Based Structural Hysteresis and Dynamic Stall, **ABCM International Congress of Mechanical Engineering (COBEM)**, Dezembro, 2023, Florianópolis, SC.
- CASSALES, L. F. M. S. ; CARAVITA, L. V. ; SILVA, G. S. A. ; SOUSA, V. C.
Aeroelastic Behavior Of An Airfoil Typical Section Considering Nonlinear Unsteady Aerodynamics. In: 11nd International **Conference of Mechanical Engineering COMEC 2023**, 2023, Cayos de Villa Clara. Proceedings of the VI Symposium of Computer Aided Design and Engineering, Biomechanics and Mechatronics, 2023. v. 0. p. 1-15.
- CASSALES, L. F. M. S. ; CARAVITA, L. V. ; SILVA, G. S. A. ; SOUSA, V. C.
Numerical study of an aeroelastic energy harvester with operational wind envelope expanded by shape-memory elements and dynamic stall (em revisão)