

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JÚLIO DE MESQUITA FILHO"  
FACULDADE DE ENGENHARIA DE BAURU  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

REFORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO  
DISCRETO COM RESTRIÇÕES DISJUNTIVAS E DE  
COMPLEMENTARIDADE

MARINA VALENÇA ALENCAR

Bauru  
2023

MARINA VALENÇA ALENCAR

**REFORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO  
DISCRETO COM RESTRIÇÕES DISJUNTIVAS E DE  
COMPLEMENTARIDADE**

Tese de doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Estadual Paulista "Júlio De Mesquita Filho", UNESP, Câmpus de Bauru, como requisito para obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Orientadora: Prof. Dr. Edilaine Martins Soler.  
Coorientador: Prof. Dr. Diego Nunes da Silva

Bauru  
2023

Alencar, Marina Valença.

Reformulação do Problema de Fluxo de Potência Ótimo Discreto com Restrições Disjuntivas e de Complementaridade/ Marina Valença Alencar, 2023  
154 p.: Il., tabs.

Orientadora: Edilaine Martins Soler  
Coorientador: Diego Nunes da Silva

Tese (Doutorado) - Universidade Estadual Paulista (Unesp), Faculdade de Engenharia, Bauru

1. Fluxo de Potência Ótimo. 2. Programação Não Linear Inteira Mista. 3. Zonas de Operação Proibidas. 4. Múltiplas Opções de Combustíveis. 5. Restrições de Complementaridade. 6. Restrições disjuntivas. I. Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia. II. Título.

**ATA DA DEFESA PÚBLICA DA TESE DE DOUTORADO DE MARINA VALENÇA ALENCAR, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA, DA FACULDADE DE ENGENHARIA - CÂMPUS DE BAURU.**

Aos 03 dias do mês de agosto do ano de 2023, às 09:00 horas, por meio de Videoconferência, realizou-se a defesa de TESE DE DOUTORADO de MARINA VALENÇA ALENCAR, intitulada **REFORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO DISCRETO COM RESTRIÇÕES DISJUNTIVAS E DE COMPLEMENTARIDADE**. A Comissão Examinadora foi constituída pelos seguintes membros: Profa. Dra. EDILAINE MARTINS SOLER (Orientador(a) - Participação Virtual) do(a) Departamento de Matematica / Faculdade de Ciências de Bauru, Prof. Dr. LEONARDO NEPOMUCENO (Participação Virtual) do(a) Departamento de Engenharia Eletrica / Faculdade de Engenharia de Bauru, Profa. Dra. SONIA CRISTINA POLTRONIERE SILVA (Participação Virtual) do(a) Departamento de Matematica / Universidade Estadual Paulista - UNESP - Campus de Bauru, Prof. Dr. GUILHERME GUIMARÃES LAGE (Participação Virtual) do(a) Departamento de Engenharia Elétrica / Universidade Federal de São Carlos - UFSCar, Prof.Dr. GERALDO ROBERTO MARTINS DA COSTA (Participação Virtual) do(a) Departamento de Engenharia Elétrica e de Computação / Universidade de São Paulo/São Carlos. Após a exposição pela doutoranda e arguição pelos membros da Comissão Examinadora que participaram do ato, de forma presencial e/ou virtual, a discente recebeu o conceito final: APROVADA. Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que após lida e aprovada, foi assinada pelo(a) Presidente(a) da Comissão Examinadora.



Profa. Dra. EDILAINE MARTINS SOLER

*Dedico este trabalho ao meu pai Richard,  
minha mãe Lúcia e ao meu irmão Leonardo,  
que não mediram esforços para que eu  
chegasse até esta etapa da minha vida.*

# Agradecimento

Agradeço primeiramente a Deus, que me guarda e protege sempre, e permitiu que eu pudesse vivenciar novas experiências.

Aos meus pais, Richard e Lúcia, e meu irmão Leonardo, pelo apoio, incentivo, amor incondicional e por me darem forças para enfrentar essa jornada. Sem eles nada teria sentido. Tudo que sou e realizo é por vocês.

Ao meu noivo, Paulo Henrique, pelo amor, carinho e paciência de enfrentar ao meu lado esse período de inteira dedicação ao doutorado.

À minha família, em especial meus avós Vladimir e Idalina, que sempre serão o meu maior exemplo de fé e caráter.

Ao Prof. Dr. Diego Nunes da Silva, pela coorientação, por toda contribuição, auxílio, incentivo e amizade durante todos esses anos de pós-graduação.

À Prof. Dr. Edilaine Martins Soler, pela orientação, incentivo e dedicação a mim concedida. Agradeço imensamente pela amizade e, principalmente, pela confiança depositada em mim.

Aos professores e funcionários do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da UNESP Bauru e do Departamento de Matemática.

Aos amigos do Laboratório de Otimização e Estudos Econômicos em Sistemas de Potência, que contribuíram com o meu aprendizado e que, de alguma forma, auxiliaram nessa pesquisa.

Ao Programa de Pós-Graduação da FEB em Engenharia Elétrica e à UNESP pela oportunidade de realização do curso de doutorado. À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pela concessão da bolsa de doutorado.

*“Tente uma, duas, três vezes e se possível tente a quarta, a quinta e quantas vezes for necessário. Só não desista nas primeiras tentativas, a persistência é amiga da conquista.*

*Se você quer chegar onde a maioria não chega, faça o que a maioria não faz.”*

*(Bill Gates)*

# Resumo

O sistema elétrico de potência é um sistema complexo, que contém uma série de dispositivos controláveis que influenciam diretamente no seu desempenho. Devido a tal complexidade, abordagens de modelagem e solução a partir de técnicas de otimização têm sido cada vez mais utilizadas para auxiliar na operação de tais sistemas. Entre estas ferramentas, pode-se citar o Fluxo de Potência Ótimo (FPO), o qual pode ser modelado como um problema de otimização restrito, não linear e não convexo. Propõe-se neste trabalho um modelo para o problema de FPO que visa minimizar o custo de geração de potência ativa considerando as variáveis contínuas e discretas, os efeitos de ponto de carregamento de válvula, zonas de operação proibidas, múltiplas opções de combustíveis e a atuação dos dispositivos de controle por meio de restrições de complementaridade. Além disso, propõe-se uma abordagem de resolução que integra estratégias para tratamento da não diferenciabilidade que os efeitos de ponto de carregamento de válvula traz para a função objetivo, para tratamento das restrições disjuntivas relativas às zonas de operação proibidas e às múltiplas opções de combustíveis, bem como o tratamento das variáveis discretas e a reformulação para as restrições de complementaridade por meio de um problema equivalente, tornando-o viável de ser resolvido diretamente por *solvers*. A viabilidade da proposta foi analisada por meio de testes numéricos, utilizando os sistemas elétricos IEEE 30, 118 e 300 barras.

**Palavras-chave:** Fluxo de Potência Ótimo, Programação Não Linear Inteira Mista, Zonas de Operação Proibidas, Múltiplas Opções de Combustíveis, Restrições de Complementaridade, Restrições Disjuntivas.

# Abstract

The electrical power system is a complex system, which contains a series of controllable devices that directly influence its performance. Due to such complexity, modeling and solution approaches based on optimization techniques have been increasingly used to assist in the operation of such systems. Among these tools, we can mention Optimal Power Flow (OPF), which can be modeled as a constraint, non-linear and non-convex optimization problem. This work proposes a model for the OPF problem that aims to minimize the cost of generating active power considering continuous and discrete variables, the effects of valve loading point, prohibited operating zones, multiple fuels and the performance of control devices through complementarity constraints. Furthermore, a resolution approach is proposed that integrates strategies for dealing with the non-smoothness that the valve loading point effects bring to the objective function, for dealing with disjunctive constraints relating to prohibited operating zones and multiple fuel options, as well as the treatment of discrete variables and the reformulation for complementarity constraint through an equivalent problem, making it viable to be solved directly by solvers. The feasibility of the proposal was analyzed through numerical tests, using IEEE 30, 118 and 300-bus systems.

**Keywords:** Optimal Power Flow, Mixed Integer Nonlinear Programming, Prohibited Operation Zones, Multiple Fuel Options, Complementarity Constraints, Disjunctive Constraints.

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>18</b>
<b>2</b>	<b>Métodos de Otimização</b>	<b>21</b>
2.1	Método de Pontos Interiores . . . . .	21
2.2	Método <i>Branch-and-Bound</i> . . . . .	26
2.3	Método de Penalidade para Variáveis Discretas . . . . .	28
2.4	Problemas de Otimização com Restrições de Complementaridade . . . . .	30
2.4.1	Problema de Complementaridade . . . . .	30
2.4.2	Problemas de PNL com Restrições de Complementaridade . . . . .	33
<b>3</b>	<b>Problemas de Fluxo de Potência Ótimo</b>	<b>36</b>
3.1	Nomenclatura . . . . .	36
3.2	Formulação Clássica do Problema de FPO . . . . .	38
3.3	Formulação do Problema de FPO Discreto . . . . .	40
3.4	Formulação do Problema de FPO com Efeito de Carregamento de Ponto de Válvula . . . . .	41
3.5	Formulação do Problema de FPO com Zonas de Operação Proibidas . . . . .	42
3.6	Formulação do Problema de FPO com Múltiplas Opções de Combustíveis . . . . .	44
3.7	Formulação do Problema de FPO com Restrições de Atuação dos Dispositivos de Controles . . . . .	46

3.7.1	Atuação dos Transformadores em-fase . . . . .	46
3.7.2	Atuação dos Bancos de Capacitores e Reatores <i>Shunt</i> . . . . .	48
3.8	Histórico do Problema de FPO . . . . .	49
<b>4</b>	<b>Modelo Proposto e Abordagem de Resolução</b>	<b>56</b>
4.1	Modelagem Matemática Proposta . . . . .	56
4.2	Abordagem de Resolução . . . . .	58
4.2.1	Tratamento das Restrições Disjuntivas e da não Diferenciabilidade .	58
4.2.2	Reformulação das Restrições de Complementaridade Via Desigualdades Válidas . . . . .	59
4.2.3	Tratamento de variáveis discretas . . . . .	61
4.2.3.1	<i>Taps</i> dos transformadores . . . . .	61
4.2.3.2	Susceptâncias <i>shunt</i> de bancos de capacitores e reatores .	62
4.3	Reformulação do Modelo Proposto . . . . .	62
<b>5</b>	<b>Testes Numéricos</b>	<b>64</b>
5.1	Sistema Elétrico IEEE 30 barras . . . . .	65
5.1.1	Dados do Sistema Elétrico . . . . .	65
5.1.2	Versão Contínua . . . . .	66
5.1.3	Versão Discreta . . . . .	69
5.2	Sistema Elétrico IEEE 118 barras . . . . .	71
5.2.1	Dados do Sistema Elétrico . . . . .	71
5.2.2	Versão Contínua . . . . .	72
5.2.3	Versão Discreta . . . . .	77
5.3	Sistema Elétrico IEEE 300 barras . . . . .	81
5.3.1	Dados do Sistema Elétrico . . . . .	81

5.3.2	Versão Contínua . . . . .	83
5.3.3	Versão Discreta . . . . .	92
5.4	Análise de Resultados . . . . .	100
<b>6</b>	<b>Considerações Finais</b>	<b>103</b>
<b>7</b>	<b>Trabalhos publicados</b>	<b>105</b>
<b>A</b>	<b>Cálculo dos parâmetros de custo</b>	<b>112</b>
<b>B</b>	<b>Dados do sistema elétrico</b>	<b>113</b>
B.1	Sistema Elétrico IEEE 30 barras . . . . .	113
B.2	Sistema Elétrico IEEE 118 barras . . . . .	116
B.3	Sistema Elétrico IEEE 300 barras . . . . .	127

# Lista de Figuras

2.1	Árvore de ramificação do <i>branch-and-bound</i> . . . . .	28
3.1	Representação do transformador em-fase. . . . .	39
3.2	Curva de custo de uma unidade geradora com ECPV. . . . .	42
3.3	Curva de custo de uma unidade geradora $k$ considerando ZOP. . . . .	43
3.4	Curva de custo de uma unidade geradora $k$ considerando MOC. . . . .	45
3.5	Circuito equivalente $\pi$ do transformador em-fase. . . . .	46
4.1	Curva de custo de uma unidade geradora $k$ considerando MOC e ZOP. . .	58
5.1	Magnitudes de tensão obtidas nos problemas contínuos para o sistema elétrico IEEE 30 barras. . . . .	67
5.2	Magnitudes de tensão obtidas nos problemas discretos para o sistema elétrico IEEE 30 barras. . . . .	70
5.3	Magnitudes de tensão obtidas nos problemas contínuos para o sistema elétrico IEEE 118 barras. . . . .	75
5.4	Magnitudes de tensão obtidas nos problemas discretos para o sistema elétrico IEEE 118 barras. . . . .	79
5.5	Magnitudes de tensão obtidas nos problemas contínuos para o sistema elétrico IEEE 300 barras. . . . .	89
5.6	Magnitudes de tensão obtidas nos problemas discretos para o sistema elétrico IEEE 300 barras. . . . .	98

# Lista de Tabelas

1.1	Comparação de trabalhos da literatura. . . . .	20
5.1	Estado dos dispositivos de controle de tensão nas soluções contínuas obtidas para o sistema elétrico IEEE 30 barras (p.u.). . . . .	67
5.2	Valores da magnitude de tensão nas barras controladas dos problemas contínuos para o sistema elétrico IEEE 30 barras (p.u.). . . . .	67
5.3	Despachos de potência ativa obtidos nos problemas contínuos para o sistema elétrico IEEE 30 barras. . . . .	68
5.4	Estado dos dispositivos de controle de tensão nas soluções discretas obtidas para o sistema elétrico IEEE 30 barras (p.u.). . . . .	69
5.5	Valores da magnitude de tensão nas barras controladas dos problemas discretos para o sistema elétrico IEEE 30 barras (p.u.). . . . .	69
5.6	Despachos de potência ativa obtidos nos problemas discretos para o sistema elétrico IEEE 30 barras. . . . .	70
5.7	Estado dos dispositivos de controle de tensão nas soluções contínuas obtidas para o sistema elétrico IEEE 118 barras (p.u.). . . . .	73
5.8	Valores da magnitude de tensão nas barras controladas dos problemas contínuos para o sistema elétrico IEEE 118 barras (p.u.). . . . .	74
5.9	Despachos de potência ativa obtidos nos problemas contínuos para o sistema elétrico IEEE 118 barras. . . . .	75
5.10	Estado dos dispositivos de controle de tensão nas soluções discretas obtidas para o sistema elétrico IEEE 118 barras (p.u.). . . . .	77

5.11	Valores da magnitude de tensão nas barras controladas dos problemas discretos para o sistema elétrico IEEE 118 barras (p.u.). . . . .	78
5.12	Despachos de potência ativa obtidos nos problemas discretos para o sistema elétrico IEEE 118 barras. . . . .	79
5.13	Estado dos dispositivos de controle de tensão nas soluções contínuas obtidas para o sistema elétrico IEEE 300 barras (p.u.). . . . .	83
5.14	Valores da magnitude de tensão nas barras controladas dos problemas contínuos para o sistema elétrico IEEE 300 barras (p.u.). . . . .	87
5.15	Despachos de potência ativa obtidos nos problemas contínuos para o sistema elétrico IEEE 300 barras. . . . .	90
5.16	Estado dos dispositivos de controle de tensão nas soluções discretas obtidas para o sistema elétrico IEEE 300 barras (p.u.). . . . .	92
5.17	Valores da magnitude de tensão nas barras controladas dos problemas discretos para o sistema elétrico IEEE 300 barras (p.u.). . . . .	95
5.18	Despachos de potência ativa obtidos nos problemas discretos para o sistema elétrico IEEE 300 barras. . . . .	98
5.19	Função objetivo e tempo computacional obtidos para o sistema elétrico IEEE 30 barras. . . . .	101
5.20	Função objetivo e tempo computacional obtidos para o sistema elétrico IEEE 118 barras. . . . .	101
5.21	Função objetivo e tempo computacional obtidos para o sistema elétrico IEEE 300 barras. . . . .	101
B.1	Dados de barra do sistema elétrico IEEE 30 barras. . . . .	113
B.2	Dados de geração do sistema elétrico IEEE 30 barras. . . . .	114
B.3	Dados de ramos do sistema elétrico IEEE 30 barras. . . . .	114
B.4	Dados de zonas de operação permitidas e opção de combustível para o sistema IEEE 30 barras. . . . .	115

B.5	Dados de barra do sistema elétrico IEEE 118 barras. . . . .	116
B.6	Dados de geração do sistema elétrico IEEE 118 barras. . . . .	119
B.7	Dados de zonas de operação permitidas e opção de combustível para o sistema IEEE 118 barras. . . . .	120
B.8	Dados de ramos do sistema elétrico IEEE 118 barras. . . . .	123
B.9	Dados de barra do sistema elétrico IEEE 300 barras. . . . .	128
B.10	Dados de geração do sistema elétrico IEEE 300 barras. . . . .	135
B.11	Dados de zonas de operação permitidas e opção de combustível para o sistema IEEE 300 barras. . . . .	136
B.12	Dados de ramos do sistema elétrico IEEE 300 barras. . . . .	145

# Lista de Siglas

**BONMIN** *Basic Open-source Nonlinear Mixed Integer programming*

**ECPV** Efeito de Carregamento de Ponto de Válvula

**FPO** Fluxo de Potência Ótimo

**GAMS** *General Algebraic Modeling System*

**IEEE** *Institute of Electrical and Electronics Engineers*

**IPOPT** *Interior Point Optimizer*

**KKT** Karush-Kuhn-Tucker

**MOC** Múltiplas Opções de Combustíveis

**OS** Operadores do Sistema

**PNL** Programação Não Linear

**PNLIM** Programação Não Linear Inteiro Misto

**SEP** Sistema Elétrico de Potência

**ZOP** Zonas de Operação Proibidas

# Capítulo 1

## Introdução

O Sistema Elétrico de Potência (SEP) é um sistema complexo, com vários dispositivos que interferem diretamente em seu desempenho operacional. Com o aumento da demanda por energia elétrica, alguns problemas estruturais se tornaram aparentes e ferramentas computacionais tornaram-se necessárias para operar o sistema da maneira mais eficiente e segura possível. Dentre essas ferramentas estão os modelos e métodos de otimização matemática que desempenham papel fundamental na tomada de decisão dos Operadores do Sistema (OS).

Um destes problemas é o FPO, o qual é formulado como um problema de otimização restrito, não linear e não convexo. Esse problema visa determinar o estado ótimo do sistema elétrico em que suas restrições físicas e operacionais são representadas por equações e inequações. Desde a década de 60 quando o modelo foi proposto por (CARPENTIER, 1962), pesquisadores propuseram diferentes modelagens e abordagens de resolução para o mesmo. A fim de tornar o problema cada vez mais realista, outros aspectos do sistema elétrico foram integrados ao modelo, tais como controles discretos, Efeito de Carregamento de Ponto de Válvula (ECPV), Zonas de Operação Proibidas (ZOP), Múltiplas Opções de Combustíveis (MOC), os quais além de dificultar a resolução do problema, podem resultar em intratabilidade ou falha em encontrar uma solução (POURAKBARI-KASMAEI ET AL., 2019).

Muitos trabalhos da literatura consideram determinadas variáveis de controle como contínuas. Entretanto, na realidade de um sistema elétrico, essas variáveis podem ser

ajustadas somente por passos discretos, impondo maior dificuldade para encontrar uma solução, em especial quando se considera a não linearidade das funções e restrições envolvidas em um problema de Programação Não Linear (PNL) (SOLER, 2011).

Adicionalmente, na modelagem clássica do problema de FPO todas as variáveis de controle são passíveis de ajustes para se determinar o estado ótimo do sistema, o que pode inviabilizar a tomada de decisão dos OS em sistemas de grande porte, devido ao grande número de ajustes necessários. Por isso, a fim de restringir o número de ações de controle, LAGE (2013) propõe modelar a atuação dos dispositivos de controle por meio de restrições de complementaridade.

Outras características operacionais do sistema elétrico podem ser incorporadas aos modelos de FPO para torná-los mais representativos. Durante a operação de um gerador podem ocorrer falhas, devido a vibrações no rolamento do eixo causadas por uma válvula de vapor ou devido ao equipamento auxiliar associado, como caldeiras ou bombas de alimentação, entre outras causas (POURAKBARI-KASMAEI & RASHIDI-NEJAD, 2011). Uma forma de mitigar estes problemas consiste em considerar as ZOP, de modo que algumas faixas de potência para operação do gerador sejam proibidas. Além disso, um gerador pode utilizar mais de um tipo de combustível resultando em diferentes coeficientes de custo na função objetivo, o que pode ser modelado pela introdução das MOC.

Neste sentido, este trabalho propõe um modelo de FPO que objetiva minimizar os custos de geração de potência ativa levando em consideração a natureza discreta dos *taps* dos transformadores variáveis e banco de capacitores/reatores *shunt*, o ECPV, as ZOP, as MOC e as restrições de complementaridade para atuação dos dispositivos de controle de tensão. Além disso, propõe-se uma abordagem de resolução que integra estratégias para tratamento da não diferenciabilidade que o ECPV traz para a função objetivo, para tratamento das restrições disjuntivas relativas às ZOP e às MOC, bem como o tratamento das variáveis discretas e a reformulação para as restrições de complementaridade por meio de um problema equivalente, tornando-o viável de ser resolvido diretamente por *solvers*.

A fim de explorar os impactos da introdução das características operativas ao modelo, testes numéricos com a inserção gradativa de cada uma delas são realizados observando o que esse ganho de representatividade pode trazer em termos de custo computacional e operacional para o problema.

A Tabela 1.1 resume as contribuições do modelo proposto resultante deste trabalho, em relação a outros disponíveis na literatura. No levantamento bibliográfico realizado, não foram encontrados trabalhos que resolvam o problema de FPO discreto considerando ECPV, ZOP, MOC e restrições de atuação dos dispositivos de controle de forma unificada.

Tabela 1.1: Comparação de trabalhos da literatura.

Trabalho	ECPV	ZOP	MOC	Controle discreto	Rest. de compl.
WALTERS & SHEBLE (1993)	✓	-	-	-	-
VAISAKH & SRINIVAS (2011)	-	-	✓	-	-
AMJADY & SHARIFZADEH (2011)	✓	-	✓	✓	-
AMJADY & SHARIFZADEH (2011)	✓	✓	-	✓	-
NARIMANI ET AL. (2013)	✓	✓	✓	-	-
LIANG ET AL. (2016)	✓	✓	-	-	-
REDDY & BIJWE (2016)	✓	-	-	✓	-
REDDY & BIJWE (2016)	-	✓	-	✓	-
REDDY & BIJWE (2016)	✓	✓	-	✓	-
CHAIB ET AL. (2016)	✓	-	-	✓	-
CHAIB ET AL. (2016)	-	-	✓	✓	-
POURAKBARI-KASMAEI & MANTOVANI (2018)	-	✓	-	✓	-
POURAKBARI-KASMAEI & MANTOVANI (2018)	✓	-	-	✓	-
POURAKBARI-KASMAEI ET AL. (2019)	-	✓	✓	-	-
POURAKBARI-KASMAEI ET AL. (2019)	✓	✓	✓	-	-
PINHEIRO ET AL. (2022)	✓	✓	-	-	-
PINHEIRO ET AL. (2022)	-	✓	-	-	-
Proposed model	✓	✓	✓	✓	✓

O restante deste trabalho está organizado da seguinte maneira. No Capítulo 2 são descritos alguns conceitos matemáticos associados à modelagem e à abordagem de resolução adotadas neste trabalho. No Capítulo 3 apresenta-se o problema de FPO com suas variações e uma breve revisão bibliográfica dos principais trabalhos relacionados ao problema estudado. O modelo e abordagens de resolução propostos, bem como o modelo reformulado são apresentados no Capítulo 4. O Capítulo 5 é dedicado à apresentação dos resultados numéricos obtidos para os sistemas elétricos IEEE 30, 118 e 300 barras. No Capítulo 6 são apresentadas as conclusões do trabalho. Para finalizar, no Capítulo 7 são apresentados os trabalhos desenvolvidos e publicados.

## Capítulo 2

# Métodos de Otimização

Neste capítulo, são apresentados algumas abordagens e métodos de otimização que estão relacionados à proposta deste trabalho, descrevendo brevemente o método de pontos interiores, de penalidade, *branch-and-bound* e problemas otimização com restrições de complementaridade.

### 2.1 Método de Pontos Interiores

No método de pontos interiores, o algoritmo gera uma sequência de pontos no interior relativo da região viável, ou seja, que satisfazem as restrições de desigualdade de forma estrita. Portanto, ele evita se aproximar de pontos extremos (vértices) antes que o ponto ótimo seja encontrado e não se restringe apenas a problemas de programação linear, podendo ser aplicado a outras classes de problemas de otimização, como programação não linear, programação quadrática, complementaridade linear e não linear. A cada iteração, o método gera uma direção para o próximo movimento, visando obter uma solução ótima.

Seja um problema de otimização contínua com restrições de igualdade e desigual-

dade, da forma:

$$\min f(z) \tag{2.1a}$$

sujeito a:

$$h_j(z) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, m \tag{2.1b}$$

$$g_i(z) \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, p \tag{2.1c}$$

$$\underline{z}_l \leq z_l \leq \bar{z}_l, \quad l = 1, 2, \dots, n. \tag{2.1d}$$

A fim de transformar as desigualdades do problema (2.1) em igualdades, acrescentam-se as variáveis de folga e de excesso, obtendo o problema (2.2).

$$\min f(z) \tag{2.2a}$$

sujeito a:

$$h_j(z) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, m \tag{2.2b}$$

$$g_i(z) - s_{1i} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, p \tag{2.2c}$$

$$-z_l + \bar{z}_l - s_{2l} = 0, \quad l = 1, 2, \dots, n \tag{2.2d}$$

$$z_l - \underline{z}_l - s_{3l} = 0, \quad l = 1, 2, \dots, n \tag{2.2e}$$

$$s_{1i} \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, p \tag{2.2f}$$

$$s_{2l} \geq 0, \quad l = 1, 2, \dots, n \tag{2.2g}$$

$$s_{3l} \geq 0, \quad l = 1, 2, \dots, n, \tag{2.2h}$$

em que os vetores  $s_1 = [s_{11}, s_{12}, \dots, s_{1p}]^T$  e  $s_2 = [s_{21}, s_{22}, \dots, s_{2n}]^T$  representam as variáveis de excesso e  $s_3 = [s_{31}, s_{32}, \dots, s_{3n}]^T$  representa as variáveis de folga.

Esse método consiste em uma alternativa para o tratamento de problemas com um grande número de restrições de desigualdade. Algoritmos eficientes foram desenvolvidos com propriedades de convergência global e local desejáveis (WÄCHTER & BIEGLER, 2006).

As restrições de não negatividade das variáveis de excesso e folga são tratadas por funções de barreira logarítmica incorporadas à função objetivo do problema, obtendo-se

assim um Problema de Barreira que possui apenas restrições de igualdade:

$$\min \varphi_u(z, s_1, s_2, s_3) = f(z) - \mu \left( \sum_{i=1}^p \ln(s_{1i}) + \sum_{l=1}^n \ln(s_{2l}) + \sum_{l=1}^n \ln(s_{3l}) \right) \quad (2.3a)$$

sujeito a:

$$h_j(z) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (2.3b)$$

$$g_i(z) - s_{1i} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, p \quad (2.3c)$$

$$-z_l + \bar{z}_l - s_{2l} = 0, \quad l = 1, 2, \dots, n \quad (2.3d)$$

$$z_l - \underline{z}_l - s_{3l} = 0, \quad l = 1, 2, \dots, n, \quad (2.3e)$$

em que  $\mu > 0$  é o parâmetro de barreira.

À sequência de parâmetros  $\mu_k, k = 1, 2, 3, \dots$ , está associada uma sequência de problemas do tipo (2.3) e uma sequência de soluções desses problemas  $z^*(\mu_k)$ . Se  $\mu_k \rightarrow 0$  então, sob condições adequadas,  $z^*(\mu_k) \rightarrow z^*$ , em que  $z^*$  é um ótimo local do problema (2.1).

O método visa encontrar uma solução aproximada para o problema (2.3), com uma tolerância  $\epsilon_{tol}^{\mu_k}$  para um valor fixo de  $\mu = \mu_k$ . Uma vez encontrada a solução para o problema de barreira, esse parâmetro é decrescido obtendo-se  $\mu_{k+1}$  e o problema de barreira com  $\mu = \mu_{k+1}$  é resolvido utilizando como ponto inicial a solução obtida para o problema anterior, no qual  $\mu = \mu_k$ . O método se repete até que uma solução com uma tolerância  $\epsilon_{tol}$  seja encontrada. Os parâmetros  $\epsilon_{tol}^{\mu_k}$  são calculados da seguinte forma:

$$\epsilon_{tol}^{\mu_k} = \kappa_{\epsilon} \mu_k, \quad (2.4)$$

em que  $\kappa_{\epsilon} > 0$  é uma constante.

O parâmetro de barreira é decrescido pela regra:

$$\mu_{k+1} = \max \left\{ \frac{\epsilon_{tol}}{10}, \min \left\{ \kappa_{\mu} \mu_k, \mu_k^{s_{\mu}} \right\} \right\}, \quad (2.5)$$

onde as constantes  $\kappa_{\mu} \in (0, 1)$ ,  $s_{\mu} \in (1, 2)$ .

A fim de resolver o problema de barreira (2.3) para um determinado parâmetro

$\mu = \mu_k$ , associa-se a este problema a seguinte Função Lagrangiana:

$$\begin{aligned}
L(z, s_1, s_2, s_3, \lambda, \pi_1, \pi_2, \pi_3) &= f(z) - \mu \left( \sum_{i=1}^p \ln(s_{1i}) + \sum_{l=1}^n \ln(s_{2l}) + \sum_{l=1}^n \ln(s_{3l}) \right) \\
&- \sum_{j=1}^m \lambda_j h_j(z) - \sum_{i=1}^p \pi_{1i} (g_i(z) - s_{1i}) - \sum_{l=1}^n \pi_{2l} (-z_l + \bar{z}_l - s_{2l}) \\
&- \sum_{l=1}^n \pi_{3l} (z_l - \underline{z}_l - s_{3l}), \tag{2.6}
\end{aligned}$$

em que,  $\lambda = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m]^T$ ,  $\pi_1 = [\pi_{11}, \pi_{12}, \dots, \pi_{1p}]^T$ ,  $\pi_2 = [\pi_{21}, \pi_{22}, \dots, \pi_{2n}]^T$  e  $\pi_3 = [\pi_{31}, \pi_{32}, \dots, \pi_{3n}]^T$  são os multiplicadores de Lagrange.

Aplicam-se as Condições Necessárias de Primeira Ordem para a Função Lagrangiana apresentada, impondo-se que  $\nabla L(z, s_1, s_2, s_3, \lambda, \pi_1, \pi_2, \pi_3) = 0$ , resultando no seguinte sistema de equações não lineares:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f}{\partial z_l}(z) - \sum_{j=1}^m \lambda_j \frac{\partial h_j}{\partial z_l}(z) - \sum_{i=1}^p \pi_{1i} \frac{\partial g_i}{\partial z_l}(z) + \pi_{2l} - \pi_{3l} &= 0 \\
\pi_{1i} - \frac{\mu}{s_{1i}} &= 0 \\
\pi_{2l} - \frac{\mu}{s_{2l}} &= 0 \\
\pi_{3l} - \frac{\mu}{s_{3l}} &= 0 \\
-h_j(z) &= 0 \\
g_i(z) - s_{1i} &= 0 \\
-z_l + \bar{z}_l - s_{2l} &= 0 \\
z_l - \underline{z}_l - s_{3l} &= 0, \tag{2.7}
\end{aligned}$$

onde,  $l = 1, 2, \dots, n$ ,  $i = 1, 2, \dots, p$  e  $j = 1, 2, \dots, m$ . As variáveis primais do sistema são  $z$ ,  $s_1$ ,  $s_2$ ,  $s_3$  e as variáveis duais são  $\lambda$ ,  $\pi_1$ ,  $\pi_2$  e  $\pi_3$ .

Por meio do Método de Newton, o sistema não linear (2.7) é resolvido. Seja  $J$  a matriz Jacobiana associada ao sistema. Então, o método de Newton gera direções de busca para a solução do sistema não linear (2.7) a partir da resolução do sistema linear:

$$J\Delta d = -\nabla L, \tag{2.8}$$

em que  $\Delta d = [\Delta z, \Delta s_1, \Delta s_2, \Delta s_3, \Delta \lambda, \Delta \pi_1, \Delta \pi_2, \Delta \pi_3]^T$ .

A partir de um ponto  $z^{(k)}$ ,  $s_1^{(k)}$ ,  $s_2^{(k)}$ ,  $s_3^{(k)}$ ,  $\lambda^{(k)}$ ,  $\pi_1^{(k)}$ ,  $\pi_2^{(k)}$  e  $\pi_3^{(k)}$ , onde  $k$  é o contador

de iterações do método, calcula-se a matriz  $J$  e o vetor  $\nabla L$  neste ponto. Após resolver o sistema (2.8), obtêm-se as direções de busca neste ponto,  $\Delta z^{(k)}, \Delta s_1^{(k)}, \Delta s_2^{(k)}, \Delta s_3^{(k)}, \Delta \lambda^{(k)}, \Delta \pi_1^{(k)}, \Delta \pi_2^{(k)}, \Delta \pi_3^{(k)}$  (SOLER, 2011). Dessa forma as variáveis são atualizadas da seguinte maneira:

$$\begin{aligned}
z^{(k+1)} &= z^{(k)} + \alpha_k \Delta z^{(k)} \\
s_1^{(k+1)} &= s_1^{(k)} + \alpha_k \Delta s_1^{(k)} \\
s_2^{(k+1)} &= s_2^{(k)} + \alpha_k \Delta s_2^{(k)} \\
s_3^{(k+1)} &= s_3^{(k)} + \alpha_k \Delta s_3^{(k)} \\
\lambda^{(k+1)} &= \lambda^{(k)} + \alpha_k \Delta \lambda^{(k)} \\
\pi_1^{(k+1)} &= \pi_1^{(k)} + \alpha_k^\pi \Delta \pi_1^{(k)} \\
\pi_2^{(k+1)} &= \pi_2^{(k)} + \alpha_k^\pi \Delta \pi_2^{(k)} \\
\pi_3^{(k+1)} &= \pi_3^{(k)} + \alpha_k^\pi \Delta \pi_3^{(k)},
\end{aligned} \tag{2.9}$$

em que  $\alpha_k, \alpha_k^\pi \in (0, 1]$  são os passos utilizados para atualização das variáveis e seus cálculos são apresentados em WÄCHTER & BIEGLER (2006). O cálculo do passo pode ser realizado pelo método de busca unidimensional com filtro, a qual é uma derivação do método com filtro inicialmente proposto por FLETCHER & LEYFFER (2002), sendo um procedimento globalmente convergente, considerando o problema de barreira (2.3) como um problema de dois objetivos, minimizar a função objetivo original e minimizar a violação das restrições.

## 2.2 Método *Branch-and-Bound*

Seja o modelo de um problema de Programação Não Linear Inteiro Misto (PNLIM) com variáveis contínuas e discretas, descrito em (2.10):

$$\min f(x, y) \quad (2.10a)$$

sujeito a:

$$h_j(x, y) = 0, j = 1, 2, \dots, r \quad (2.10b)$$

$$g_i(x, y) \leq 0, i = 1, 2, \dots, s \quad (2.10c)$$

$$\underline{x} \leq x \leq \bar{x} \quad (2.10d)$$

$$y_i \in D_{y_i}, i = 1, \dots, n_y, \quad (2.10e)$$

em que os vetores das variáveis de decisão são  $x = [x_1, x_2, \dots, x_{n_x}]^T$  e  $y = [y_1, y_2, \dots, y_{n_y}]^T$ ,  $D_{y_i}$  é o conjunto dos valores discretos para as variáveis  $y_i$ , para  $i = 1, 2, \dots, n_y$  e as funções  $f : \mathbb{R}^{n_x+n_y} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g : \mathbb{R}^{n_x+n_y} \rightarrow \mathbb{R}^s$  e  $h : \mathbb{R}^{n_x+n_y} \rightarrow \mathbb{R}^r$ . Os vetores  $\underline{x} \in \mathbb{R}^{n_x}$  e  $\bar{x} \in \mathbb{R}^{n_x}$  correspondem aos limites inferiores e superiores da variável  $x$ .

O propósito do método *branch-and-bound* é resolver um problema de PNLIM por meio de subproblemas, que fornecem limitantes para descarte de partes da árvore de busca.

O método se inicia resolvendo a relaxação contínua do problema inicial, expressa em (2.11).

$$\min f(x, y) \quad (2.11a)$$

sujeito a:

$$h(x, y) = 0 \quad (2.11b)$$

$$g(x, y) \leq 0 \quad (2.11c)$$

$$\underline{x} \leq x \leq \bar{x} \quad (2.11d)$$

$$\underline{y} \leq y \leq \bar{y}, \quad (2.11e)$$

em que  $\underline{y} = [\underline{y}_1, \underline{y}_2, \dots, \underline{y}_{n_y}]^T$ ,  $\bar{y} = [\bar{y}_1, \bar{y}_2, \dots, \bar{y}_{n_y}]^T$  com  $\underline{y}_i = \min D_{y_i}$  e  $\bar{y}_i = \max D_{y_i}$ , para  $i = 1, \dots, n_y$ .

Após resolver o problema (2.11), verifica-se se a solução obtida é factível para o pro-

blema discreto inicial, isto é, se  $y_i \in D_{y_i}$  para todo  $i = 1, \dots, n_y$ . Caso seja factível, então a solução encontrada é ótima para o problema inicial. Caso contrário, é escolhida uma variável  $y_L$ , cujo valor na solução não respeita a restrição de integralidade para ramificação, resultando em dois subproblemas relaxados, em sub-regiões factíveis disjuntas:

Subproblema 1:

$$\min f(x, y) \tag{2.12a}$$

sujeito a:

$$h(x, y) = 0 \tag{2.12b}$$

$$g(x, y) \leq 0 \tag{2.12c}$$

$$\underline{x} \leq x \leq \bar{x} \tag{2.12d}$$

$$\underline{y} \leq y \leq \bar{y} \tag{2.12e}$$

$$y_L \leq s_L^{inf} \tag{2.12f}$$

Subproblema 2:

$$\min f(x, y) \tag{2.13a}$$

sujeito a:

$$h(x, y) = 0 \tag{2.13b}$$

$$g(x, y) \leq 0 \tag{2.13c}$$

$$\underline{x} \leq x \leq \bar{x} \tag{2.13d}$$

$$\underline{y} \leq y \leq \bar{y} \tag{2.13e}$$

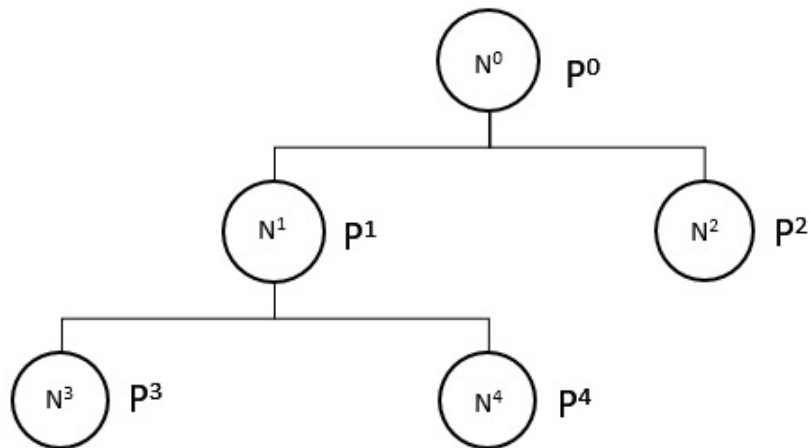
$$y_L \geq s_L^{sup}, \tag{2.13f}$$

em que (2.12) tem a restrição adicional de que a variável  $y_L$  é menor ou igual ao valor discreto mais próximo inferiormente ( $s_L^{inf}$ ) e (2.13) tem a restrição adicional de que a variável  $y_L$  é maior ou igual ao valor discreto mais próximo superiormente ( $s_L^{sup}$ ).

Cada subproblema é denominado nó da árvore *Branch-and-Bound*, e a solução de cada nó fornece um limitante para o problema nas respectivas sub-regiões. Quando a solução do nó é discreta, este deixa de ser explorado e dizemos que o nó é sondado por otimalidade. Uma sub-região pode ser descartada quando a melhor solução discreta encontrada até o momento, chamada de solução incumbente, for melhor que seu limitante.

Neste caso, diz-se que o nó é sondado por qualidade. Caso contrário a região é explorada recursivamente criando, assim, uma árvore de subproblemas. O método para quando não há mais sub-regiões a serem exploradas (SOLER ET AL., 2012). A Figura 2.1 exemplifica a ramificação, em que  $N^0$  é o nó inicial,  $P^0$  é o problema inicial relaxado,  $N^j$  e  $P^j$  com  $j = 1, \dots, 4$ . são respectivamente os nós de ramificação da árvore do *branch-and-bound* e os subproblemas (ALENCAR, 2019).

Figura 2.1: Árvore de ramificação do *branch-and-bound*.



Fonte: ALENCAR (2019).

Neste trabalho o *solver* utilizado para resolução dos problemas propostos foi o *Basic Open-source Nonlinear Mixed Integer programming* (BONMIN), o qual é um *solver* gratuito capaz de resolver problemas de PNLIM. Esse pacote possui cinco algoritmos diferentes para resolver esse tipo de problema, dos quais foi utilizado o algoritmo simples de *Branch-and-Bound* (B-BB) pois, entre os disponíveis, é o recomendado para se resolver problemas com funções não convexas. Esse algoritmo consiste no método *Branch-and-Bound* e utiliza o pacote *Interior Point Optimizer* (IPOPT) para resolver os PNL da árvore de busca (BONAMI & LEE, 2007).

## 2.3 Método de Penalidade para Variáveis Discretas

Esse método é utilizado para tratar variáveis discretas em problemas de programação não linear inteira mista. Uma abordagem que pode ser adotada é relaxá-las continuamente e penalizar a função objetivo quando essas variáveis assumem valores não discretos.

Seja o problema de otimização não linear com variáveis discretas e contínuas, da forma (2.10):

Seja  $\Phi(y)$  a função penalidade proposta por SOLER ET AL. (2013):

$$\Phi(y) = \gamma \sum_{k=1}^{n_y} \left[ \text{sen} \left( \frac{y_k}{s_k^{sup} - s_k^{inf}} \pi + \alpha \right) \right]^{2\beta}, \quad (2.14a)$$

em que  $\gamma > 0$  é o parâmetro de penalidade e fator de ajuste que determina a amplitude da função  $\Phi$ ,  $\beta$  é um número inteiro positivo que influencia na forma da função  $\Phi$ ,  $s_k^{sup}$  e  $s_k^{inf}$  são os valores discretos mais próximos superiormente e inferiormente de  $y_k$  e  $\alpha$  é uma constante escolhida entre  $0 \leq \alpha < \pi$  de modo que a função  $\Phi(y)$  se anule apenas nos valores discretos de  $y_k$  e possua valores positivos somente se  $y_k$  não assumir valores discretos, isto é:

$$\Phi(y) = \begin{cases} 0, & \text{se } y_k \in D_{y_k}, i = 1, 2, \dots, n_y \\ \delta > 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (2.15)$$

A aplicação do método de penalidade a um problema de otimização com variáveis discretas consiste em resolver uma sequência parametrizada de subproblemas contínuos. Para tanto, uma função penalidade, cujo peso é controlado por um parâmetro de penalidade  $\gamma$ , é adicionada à função objetivo, de modo a penalizá-la quando as variáveis não assumirem valores discretos viáveis. Os subproblemas são resolvidos para uma sequência crescente de parâmetros de penalidade (SOLER ET AL., 2013):

$$\min f(x, y) + \Phi(\gamma, y) \quad (2.16a)$$

sujeito a:

$$h_j(x, y) = 0, j = 1, 2, \dots, r \quad (2.16b)$$

$$g_i(x, y) \geq 0, i = 1, 2, \dots, s \quad (2.16c)$$

$$\underline{x} \leq x \leq \bar{x}, \quad (2.16d)$$

$$\underline{y} \leq y \leq \bar{y}, \quad (2.16e)$$

onde  $\underline{y} = (\underline{y}_1, \underline{y}_2, \dots, \underline{y}_{n_y})$ , com  $\underline{y}_k = \min D_{y_k}$ , para  $k = 1, 2, \dots, n_y$ , e  $\bar{y} = (\bar{y}_1, \bar{y}_2, \dots, \bar{y}_{n_y})$ , com  $\bar{y}_k = \max D_{y_k}$ , para  $k = 1, 2, \dots, n_y$ .

Neste trabalho, apenas os *taps* dos transformadores em fase são discretizados pelo método da penalidade senoidal proposto por SOLER ET AL. (2013), mas o parâmetro de penalidade para cada *tap* é atualizado durante as iterações apenas para as variáveis que

não foram discretizadas com uma tolerância pré-definida. Na Subseção 4.2.3, é apresentada em detalhes essa abordagem de resolução.

## 2.4 Problemas de Otimização com Restrições de Complementaridade

De acordo com RODRIGUES (2005) problemas de otimização com restrições de complementaridade têm sido alvo de grande interesse, pois na sua formulação está subjacente a noção de equilíbrio, conceito presente em inúmeras situações da realidade. Portanto, nesse capítulo é apresentado o problema de complementaridade e um problema de otimização com essas restrições.

### 2.4.1 Problema de Complementaridade

A condição de complementaridade é representada pelo produto entre duas variáveis  $x$  e  $y$  igual a zero, conforme (2.17):

$$xy = 0. \quad (2.17)$$

A representação matemática dessa condição se dá pela notação de "complemento", como apresentado em (2.18):

$$x \perp y. \quad (2.18)$$

Dessa forma, essa condição pode ser satisfeita de três maneiras:

1.  $x = 0$  e  $y \neq 0$ ;
2.  $x \neq 0$  e  $y = 0$ ;
3.  $x = 0$  e  $y = 0$ .

Quando ocorre uma das duas primeiras situações, diz-se que a condição de complementaridade é estrita. Por outro lado, se ocorre a terceira situação, diz-se que a condição de complementaridade é não estrita.

Ampliando esse conceito, pode-se aplicar essa condição vetorialmente, para vetores de dimensão  $n$ . Se  $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$  e  $y = [y_1, y_2, \dots, y_n]^T$  são vetores cujas componentes são não negativas, tem-se:

$$x \perp y \Leftrightarrow x^T y = 0 \Leftrightarrow x_i y_i = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (2.19)$$

Um problema de complementaridade objetiva determinar um vetor  $x \in \mathbb{R}^n$  que satisfaça (2.20), em que  $F(x)$  é uma função  $F : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ :

$$0 \leq x \perp F(x) \geq 0. \quad (2.20)$$

Para problemas de otimização com restrições como (2.20), quando o problema é satisfeito de maneira não estrita, ou seja, quando  $x = F(x) = 0$ , a qualificação da restrição de independência linear não se mantém, trazendo dificuldades de resolução para os *solvers* comerciais existentes, dessa forma abordagens de resolução tornam-se necessárias (DE LUJÁN LATORRE & GRANVILLE, 2003). O Capítulo 4 descreve uma maneira de reformular esse tipo de problema de forma que possa ser resolvido diretamente pelos *solvers*.

Pode-se reescrever o problema (2.20) como (2.21a) - (2.21c), de modo que se  $F$  for uma função afim, tem-se um problema de complementaridade linear, e, caso contrário, tem-se um problema de complementaridade não linear (LAGE, 2013):

$$F_i(x) \geq 0 \quad (2.21a)$$

$$x_i \geq 0 \quad (2.21b)$$

$$x_i F_i(x) = 0, \quad (2.21c)$$

para todo  $i = 1, \dots, n$ .

O problema de complementaridade com limites superiores e inferiores, chamado de problema com restrições de complementaridade mista, visa determinar um vetor  $x$ , limitado inferiormente e superiormente que complemente a função  $F(x)$ , de tal forma que:

$$\underline{x} \leq x \leq \bar{x} \perp F(x). \quad (2.22)$$

A expressão (2.22) representa a seguinte condição:

$$\text{se } x = \underline{x} \Rightarrow F(x) \geq 0 \quad (2.23a)$$

$$\text{se } \underline{x} < x < \bar{x} \Rightarrow F(x) = 0 \quad (2.23b)$$

$$\text{se } x = \bar{x} \Rightarrow F(x) \leq 0. \quad (2.23c)$$

De acordo com LAGE (2013) o problema de complementaridade mista (2.22) também pode ser formulado pela associação de dois problemas de complementaridade do tipo (2.20), como segue.

Inicialmente, as restrições canalizadas são desmembradas em desigualdades simples como:

$$0 \leq x - \underline{x} \quad (2.24a)$$

$$0 \leq \bar{x} - x. \quad (2.24b)$$

O valor de  $F$  é definido em função de dois vetores auxiliares  $a$  e  $b$  não negativos como segue:

$$F(x) = a - b. \quad (2.25)$$

Dessa forma, (2.22) também pode ser representada como (2.26):

$$F(x) = a - b \quad (2.26a)$$

$$0 \leq x - \underline{x} \perp a \geq 0 \quad (2.26b)$$

$$0 \leq \bar{x} - x \perp b \geq 0. \quad (2.26c)$$

Nota-se que estas equações também podem ser satisfeitas das três maneiras, como em (2.23):

1. se  $x = \underline{x}$ , então  $a \geq 0$  e  $b = 0 \Rightarrow F(x) \geq 0$ ;
2. se  $x = \bar{x}$ , então  $a = 0$  e  $b \geq 0 \Rightarrow F(x) \leq 0$ ;
3. se  $\underline{x} < x < \bar{x}$ , então  $a = 0$  e  $b = 0 \Rightarrow F(x) = 0$ .

Tais equações também podem ser representadas algebricamente da seguinte maneira:

$$F_i(x) = a_i - b_i \quad (2.27a)$$

$$(x_i - \underline{x}_i)a_i = 0 \quad (2.27b)$$

$$(\overline{x}_i - x_i)b_i = 0 \quad (2.27c)$$

$$x_i - \underline{x}_i \geq 0 \quad (2.27d)$$

$$\overline{x}_i - x_i \geq 0 \quad (2.27e)$$

$$a_i, b_i \geq 0, \quad (2.27f)$$

para todo  $i = 1, \dots, n$ .

## 2.4.2 Problemas de PNL com Restrições de Complementaridade

Um problema de otimização restrito que visa otimizar um determinado critério com restrições de complementaridade é representado por:

$$\min f(x) \quad (2.28a)$$

sujeito a:

$$h_i(x) = 0, \quad i = 1, \dots, p \quad (2.28b)$$

$$g_i(x) \leq 0, \quad i = 1, \dots, q \quad (2.28c)$$

$$\underline{x}_{1_i} \leq x_{1_i} \leq \overline{x}_{1_i}, \quad i = 1, \dots, m_1 \quad (2.28d)$$

$$\underline{x}_{2_i} \leq x_{2_i} \leq \overline{x}_{2_i} \perp F_i(x), \quad i = 1, \dots, m_2 \quad (2.28e)$$

em que  $x_1 \in \mathbb{R}^{m_1}$  e  $x_2 \in \mathbb{R}^{m_2}$ , com  $x = [x_1, x_2]^T$  e  $x \in \mathbb{R}^n$ ;  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ ;  $h : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$ , com  $p < n$ ;  $g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^q$ ; o conjunto de funções  $F_i : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{m_2}$  que possuem uma relação de complementaridade com as variáveis  $x_2$ , e no qual deseja-se minimizar uma dada função  $f(x)$ , sujeito às restrições de igualdade (2.28b), e de desigualdade (2.28c), aos limites (2.28d) e às restrições (2.28e) que consistem em um problema de complementaridade (LAGE, 2013).

Como visto em (2.27), a restrição (2.28e) pode ser representada algebricamente da

seguinte forma:

$$F_i(x) = a_i - b_i \quad (2.29a)$$

$$(x_{2_i} - \underline{x}_{2_i})a_i = 0 \quad (2.29b)$$

$$(\overline{x}_{2_i} - x_{2_i})b_i = 0 \quad (2.29c)$$

$$x_{2_i} - \underline{x}_{2_i} \geq 0 \quad (2.29d)$$

$$\overline{x}_{2_i} - x_{2_i} \geq 0 \quad (2.29e)$$

$$a_i, b_i \geq 0, \quad (2.29f)$$

para todo  $i = 1, \dots, m_2$ .

Portanto, a representação da restrição também pode ser satisfeita da seguinte maneira:

$$\text{se } x_{2_i} = \underline{x}_{2_i}, \text{ então } a_i \geq 0 \text{ e } b_i = 0 \Rightarrow F_i(x) \geq 0;$$

$$\text{se } \underline{x}_{2_i} < x_{2_i} < \overline{x}_{2_i}, \text{ então } a_i = 0 \text{ e } b_i = 0 \Rightarrow F_i(x) = 0;$$

$$\text{se } x_{2_i} = \overline{x}_{2_i}, \text{ então } a_i = 0 \text{ e } b_i \geq 0 \Rightarrow F_i(x) \leq 0.$$

Substituindo (2.29) em (2.28e), tem-se o problema de PNL equivalente ao PNL (2.28) com restrições de complementaridade:

$$\min \quad f(x) \quad (2.30a)$$

sujeito a:

$$h_i(x) = 0, \quad i = 1, \dots, p \quad (2.30b)$$

$$g_i(x) \leq 0, \quad i = 1, \dots, q \quad (2.30c)$$

$$\underline{x}_{1_i} \leq x_{1_i} \leq \overline{x}_{1_i}, \quad i = 1, \dots, m_1 \quad (2.30d)$$

$$F_i(x) = a_i - b_i, \quad i = 1, \dots, m_2 \quad (2.30e)$$

$$(x_{2_i} - \underline{x}_{2_i})a_i = 0, \quad i = 1, \dots, m_2 \quad (2.30f)$$

$$(\overline{x}_{2_i} - x_{2_i})b_i = 0, \quad i = 1, \dots, m_2 \quad (2.30g)$$

$$x_{2_i} - \underline{x}_{2_i} \geq 0, \quad i = 1, \dots, m_2 \quad (2.30h)$$

$$\overline{x}_{2_i} - x_{2_i} \geq 0, \quad i = 1, \dots, m_2 \quad (2.30i)$$

$$a_i, b_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, m_2 \quad (2.30j)$$

No próximo capítulo, são apresentadas algumas formulações e problemas de FPO, bem como um breve histórico dos trabalhos relacionados a essa classe de problema.

## Capítulo 3

# Problemas de Fluxo de Potência Ótimo

Neste capítulo, primeiramente, é apresentada a formulação clássica do problema de FPO. Posteriormente, serão apresentadas algumas variações desse problema, tais como: FPO com controles discretos, FPO com efeitos de ponto de carregamento de válvula, FPO com zonas de operação proibidas, FPO com múltiplas opções de combustíveis e FPO com restrição de atuação dos controles. Adicionalmente, um breve histórico de problemas relacionados ao FPO estudado será apresentado.

### 3.1 Nomenclatura

#### Índices

$k, m$	Barras;
$z$	Zona de operação permitida;
$f$	Tipo de combustível.

#### Conjuntos

$B$	Conjunto de todas as barras;
$G$	Conjunto das barras de geração;
$Z_k$	Conjunto das zonas de operação do gerador situado na barra $k$ ;
$F_k$	Conjunto das opções de combustíveis para a barra $k$ ;

$F_{k,z}$	Conjunto dos combustíveis disponíveis para a zona de operação $z$ do gerador situado na barra $k$ ;
$B_T$	Conjunto de ramos $(k,m)$ com transformador;
$B_T^m$	Conjunto de ramos $(k,m)$ com transformador variável em que os nós finais são barras controláveis;
$B_T^k$	Conjunto de ramos $(k,m)$ com transformador variável em que os nós iniciais são barras controláveis;
$B^{sh}$	Conjunto das barras controladas por banco de capacitores <i>shunt</i> ;
$L_k$	Conjunto das barras diretamente conectadas à barra $k$ ;
$D_{km}^T$	Valores discretos assumidos pelo <i>tap</i> do transformador no ramo $(k,m)$ ;
$D_k^{SH}$	Valores discretos assumidos pela susceptância <i>shunt</i> da barra $k$ .

## Variáveis

$P_k^G$	Potência ativa gerada nas barras de geração;
$P_{km}$	Fluxo de potência ativa no ramo $(k,m)$ ;
$W_{k,z,f}$	Variável auxiliar para reformulação dos termos não-diferenciáveis associados aos pontos de válvula;
$u_{k,z,f}$	Variável binária do status operacional do gerador situado na barra $k$ , na zona de operação permitida $z$ , com o combustível $f$ ;
$Q_k^G$	Potência reativa gerada na barra $k$ ;
$V_k$	Magnitude de tensão da barra $k$ ;
$\theta_k$	Ângulo de tensão da barra $k$ ;
$t_{km}$	<i>Tap</i> do transformador em fase associado ao ramo $(k,m)$ ;
$b_k^{sh}$	Susceptância do banco de capacitores e reatores <i>shunt</i> na barra $k$ .

## Parâmetros

$a_{k,z,f}, b_{k,z,f}, c_{k,z,f}$	Coefficientes de custo da unidade geradora situada na barra $k$ , na zona de operação permitida $z$ , com o combustível $f$ ;
$e_{k,z,f}, f_{k,z,f}$	Coefficientes de custo associados ao efeito de ponto de válvula do gerador situado na barra $k$ , na zona de operação $z$ , com o combustível $f$ ;
$\underline{P}_{k,z,f}^G, \overline{P}_{k,z,f}^G$	Limite mínimo e máximo de potência ativa gerada na barra $k$ , na zona de operação $z$ , com o combustível $f$ ;
$P_k^D, Q_k^D$	Potência ativa e reativa demandada na barra $k$ ;

$\underline{Q}_k^G, \overline{Q}_k^G$	Limite mínimo e máximo de potência reativa gerada na barra $k$ ;
$\underline{V}_k, \overline{V}_k$	Limite mínimo e máximo da magnitude de tensão na barra $k$ ;
$x_{km}$	Reatância série do ramo $(k, m)$ ;
$r_{km}$	Resistência série do ramo $(k, m)$ ;
$g_{km}$	Condutância série do ramo $(k, m)$ ;
$b_{km}$	Susceptância série do ramo $(k, m)$ ;
$fP_{km}$	Valor absoluto do fluxo de potência ativa máximo permitido no ramo $(k, m)$ ;
$b_{km}^{sh}$	Susceptância <i>shunt</i> do ramo $(k, m)$ ;
$\underline{b}_k^{sh}, \overline{b}_k^{sh}$	Limite mínimo e máximo da susceptância do banco de capacitores e reatores <i>shunt</i> na barra $k$ .

## 3.2 Formulação Clássica do Problema de FPO

Problemas de FPO consistem em um conjunto de problemas de otimização cujo propósito é auxiliar na obtenção de um ponto de operação para o sistema elétrico que otimize algum critério de desempenho desse sistema, sem violar restrições técnicas e de operação.

O problema de despacho econômico é uma subclasse de problemas de FPO que, em sua formulação clássica, é modelado como um problema de otimização com restrições de atendimento da demanda de potência ativa e limites operacionais para a saída de potência ativa em cada unidade geradora. Um modelo mais completo para esse problema consiste em incluir a representação da transmissão, ou seja, adicionar restrições de balanço de potência decorrentes das Leis de Kirchoff. Assim, o modelo do problema de FPO clássico, visando a minimização dos custos, é apresentado a seguir.

$$\min \sum_{k \in G} \left[ a_k (P_k^G)^2 + b_k P_k^G + c_k \right] \quad (3.1a)$$

s.a:

$$P_k^G - P_k^D - \sum_{m \in L_k} P_{km}(V, \theta, t_{km}) = 0, \forall k \in B \quad (3.1b)$$

$$Q_k^G - Q_k^D + b_k^{sh} V_k^2 - \sum_{m \in L_k} Q_{km}(V, \theta, t_{km}) = 0, \forall k \in B \quad (3.1c)$$

$$-fP_{km} \leq P_{km} \leq fP_{km}, \forall k \in B, \forall m \in L_k \quad (3.1d)$$

$$\underline{P_k^G} \leq P_k^G \leq \overline{P_k^G}, \forall k \in G \quad (3.1e)$$

$$\underline{Q_k^G} \leq Q_k^G \leq \overline{Q_k^G}, \forall k \in G \quad (3.1f)$$

$$\underline{V_k} \leq V_k \leq \overline{V_k}, \forall k \in B \quad (3.1g)$$

$$\underline{t_{km}} \leq t_{km} \leq \overline{t_{km}}, \forall (k, m) \in B_T \quad (3.1h)$$

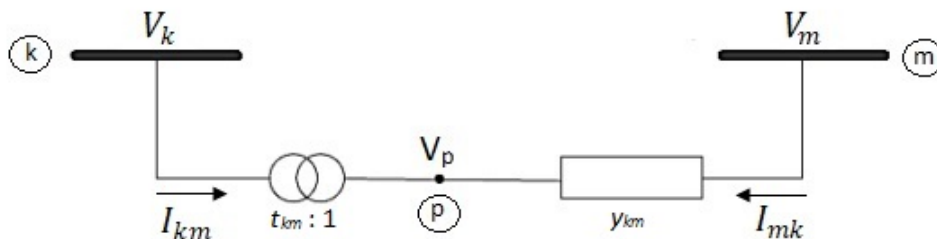
$$\underline{b_k^{sh}} \leq b_k^{sh} \leq \overline{b_k^{sh}}, \forall k \in B^{sh}, \quad (3.1i)$$

em que  $a_k$ ,  $b_k$  e  $c_k$  são os coeficientes de custo da unidade geradora situada na barra  $k$ , e  $B_1$  o conjunto de ramos  $(k, m)$  que são linhas de transmissão,  $B_2$  e  $B_3$ , respectivamente, os conjuntos de ramos  $(k, m)$  com transformador em que  $k$  é barra inicial e  $k$  é barra final.

A função objetivo (3.1a) é a função custo para as unidade de geração do tipo termelétrico obtida pela soma dos custos de cada unidade geradora, representados por meio de funções quadráticas. As restrições (3.1b) e (3.1c) representam, respectivamente, o balanço de potência ativa e o balanço de potência reativa nas barras do sistema. Em que o fluxo de potência ativa e reativa,  $P_{km}$  e  $Q_{km}$ , são funções que dependem do tipo do ramo  $(k, m)$ . Se houver um transformador conectado, é necessário equacionar o fluxo dependendo do lado do barramento (barra inicial ou final) controlado por esse transformador.

A Figura 3.1 representa um transformador em-fase, o qual consiste em uma admittance série  $y_{km}$  e um transformador ideal com relação de transformação série  $t_{km} : 1$ , levando em consideração que, para um transformador em-fase,  $t_{km}$  é um número real (MONTICELLI, 1983).

Figura 3.1: Representação do transformador em-fase.



Fonte: Adaptada de LAGE (2013).

Se houver um transformador associado ao ramo  $(k, m)$ ,  $P_{km}$  e  $Q_{km}$  são expressos como:

- Se  $k$  é uma barra inicial:

$$P_{km}(V, \theta, t_{km}) = \frac{1}{t_{km}^2} V_k^2 g_{km} - \frac{1}{t_{km}} V_k V_m [g_{km} \cos(\theta_{km}) + b_{km} \sin(\theta_{km})]; \quad (3.2)$$

$$Q_{km}(V, \theta, t_{km}) = -\frac{1}{t_{km}^2} V_k^2 b_{km} + \frac{1}{t_{km}} V_k V_m [b_{km} \cos(\theta_{km}) - g_{km} \sin(\theta_{km})]. \quad (3.3)$$

- Se  $k$  é uma barra final:

$$P_{km}(V, \theta, t_{km}) = V_k^2 g_{km} - \frac{1}{t_{km}} V_k V_m [g_{km} \cos(\theta_{km}) + b_{km} \sin(\theta_{km})]; \quad (3.4)$$

$$Q_{km}(V, \theta, t_{km}) = -V_k^2 b_{km} + \frac{1}{t_{km}} V_k V_m [b_{km} \cos(\theta_{km}) - g_{km} \sin(\theta_{km})]. \quad (3.5)$$

Se, no cálculo do fluxo de potência reativa em (3.1c), houver uma linha de transmissão associada ao ramo  $(k, m)$ ,  $P_{km}$  e  $Q_{km}$  são expressos como:

$$P_{km}(V, \theta, t_{km}) = V_k^2 g_{km} - V_k V_m [g_{km} \cos(\theta_{km}) + b_{km} \sin(\theta_{km})]; \quad (3.6)$$

$$Q_{km}(V, \theta, t_{km}) = -V_k^2 (b_{km} + b_{km}^{sh}) + V_k V_m [b_{km} \cos(\theta_{km}) - g_{km} \sin(\theta_{km})], \quad (3.7)$$

em que, os parâmetros de condutância e susceptância da linha são encontrados da seguinte maneira:

$$g_{km} = \frac{r_{km}}{r_{km}^2 + x_{km}^2}, \quad (3.8)$$

$$b_{km} = \frac{-x_{km}}{r_{km}^2 + x_{km}^2}. \quad (3.9)$$

A restrição (3.1d) é relativa ao limite mínimo e máximo para fluxo de potência ativa nos ramos do sistema; em (3.1e) e (3.1f) tem-se, respectivamente, os limites mínimos e máximos de geração de potência ativa e reativa do gerador situado na barra  $k$ ; em (3.1g) impõem-se os limites de magnitude de tensão a todas as barras do sistema elétrico; (3.1h) e (3.1i) representam os limites mínimos e máximos de operação dos *taps* dos transformadores em fase e das susceptâncias *shunt* dos bancos de capacitores e reatores, respectivamente.

### 3.3 Formulação do Problema de FPO Discreto

Em um sistema elétrico de potência, diversos controles somente podem ser ajustados em um conjunto predefinido de valores discretos. Assim, um modelo mais representativo da realidade pode ser obtido considerando a natureza discreta destas variáveis.

Como essas variáveis impõem maiores dificuldades na resolução de problemas de programação não linear, grande parte dos trabalhos da literatura desconsideram sua natureza discreta e tratam-nas como variáveis contínuas (LAGE, 2013).

Neste trabalho, os controles associados aos *taps* variáveis dos transformadores em-fase e as reatâncias *shunt* dos bancos de capacitores e reatores serão considerados como variáveis discretas, tornando-o um problema de programação não linear inteiro misto.

Para sua formulação, as restrições (3.1h) e (3.1i) do modelo apresentado anteriormente para o problema de FPO clássico são substituídas pelas restrições (3.10a) e (3.10b), respectivamente:

$$t_{km} \in D_{km}^T, \forall (k, m) \in B_T \quad (3.10a)$$

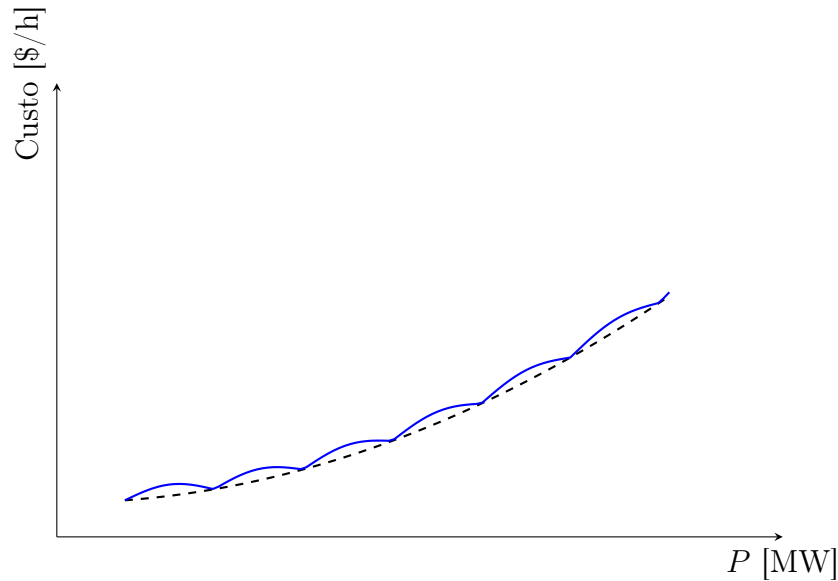
$$b_k^{sh} \in D_k^{SH}, \forall k \in B^{sh}. \quad (3.10b)$$

### 3.4 Formulação do Problema de FPO com Efeito de Carregamento de Ponto de Válvula

Nos geradores com turbinas a vapor, existem válvulas de admissão de vapor, cuja abertura influencia na saída da unidade. Este efeito é conhecido como ponto de carregamento de válvula. Assim, para alguns geradores, a representação das curvas de custo através de uma função quadrática não é a mais adequada (GONÇALVES, 2015).

A Figura 3.2 ilustra o comportamento do custo de geração destes tipos de geradores, de acordo com a saída de potência ativa. Nota-se que a abertura das válvulas produz um efeito de ondulação na curva da função custo (traço contínuo). Para modelar este comportamento, são adicionados termos modulares senoidais à função de custo quadrática (tracejado).

Figura 3.2: Curva de custo de uma unidade geradora com ECPV.



Dessa maneira, a função objetivo expressa em (3.1a) é modificada por (3.11):

$$\min \sum_{k \in G} \left[ a_k (P_k^G)^2 + b_k P_k^G + c_k + |e_k \sin(f_k (\underline{P}_k^G - P_k^G))| \right], \quad (3.11)$$

em que  $a_k$ ,  $b_k$  e  $c_k$  são os coeficientes de custo quadrático da unidade geradora situada na barra  $k$ , enquanto  $e_k$  e  $f_k$  são os coeficientes de custo referentes ao efeito de ponto de carregamento de válvula do gerador situado na barra  $k$ .

Com esta modificação, a função custo de geração termelétrica se torna mais realista, porém mais complexa por ser não convexa e não diferenciável. A não diferenciabilidade da função objetivo, pois não permite a aplicação direta de métodos clássicos de otimização, tornando-se necessário o tratamento matemático da mesma.

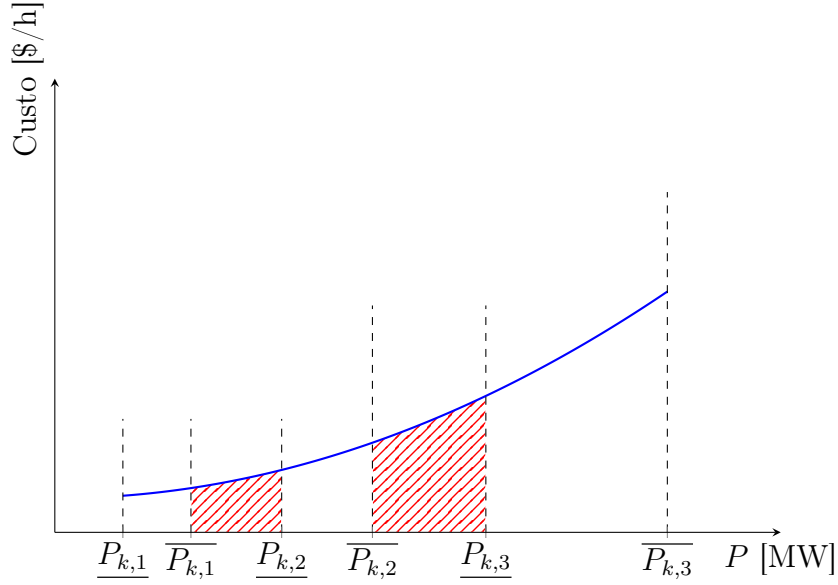
### 3.5 Formulação do Problema de FPO com Zonas de Operação Proibidas

De acordo com OLIVEIRA ET AL. (2008) as zonas de operação proibidas, representadas na curva de custo de uma unidade termelétrica, são criadas para aumentar a confiabilidade do sistema devido a falha de máquinas, oscilações das válvulas a vapor no eixo da máquina ou nos serviços auxiliares como caldeiras, bombas de alimentação, entre

outras causas. A melhor maneira de tratar esse problema é evitando que os geradores operem nessas áreas.

A função custo considerando as ZOP pode ser representada como mostra a Figura 3.3, em que as zonas que não estão hachuradas são as zonas permitidas para operação do gerador.

Figura 3.3: Curva de custo de uma unidade geradora  $k$  considerando ZOP.



Dado um conjunto  $A \subseteq \mathbb{R}$ , para tornar a notação do modelo mais compacta, considera-se a função indicadora do conjunto  $A$ ,  $\chi_A : \mathbb{R} \rightarrow \{0, 1\}$  definida por:

$$\chi_A(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x \in A \\ 0, & \text{se } x \notin A. \end{cases} \quad (3.12)$$

Assim, a formulação matemática para o problema de FPO com ZOP pode ser descrita adaptando a formulação clássica do problema apresentada na Seção 3.2, de modo a considerar apenas as regiões de operação permitidas:

$$\min \sum_{k \in G} \sum_{z \in Z_k} \left[ a_{k,z} (P_k^G)^2 + b_{k,z} P_k^G + c_{k,z} \right] \chi_{[P_{k,z}^G, \overline{P_{k,z}^G}]}(P_k^G) \quad (3.13a)$$

s.a:

$$P_k^G - P_k^D - \sum_{m \in L_k} P_{km}(V, \theta, t_{km}) = 0, \forall k \in B \quad (3.13b)$$

$$Q_k^G - Q_k^D + b_k^{sh} V_k^2 - \sum_{m \in L_k} Q_{km}(V, \theta, t_{km}) = 0, \forall k \in B \quad (3.13c)$$

$$-fp_{km} \leq P_{km} \leq fp_{km}, \forall k \in B, \forall m \in L_k \quad (3.13d)$$

$$P_k^G \in \bigcup_{z \in Z_k} [P_{k,z}^G, \overline{P_{k,z}^G}], \forall k \in G \quad (3.13e)$$

$$\underline{Q}_k^G \leq Q_k^G \leq \overline{Q}_k^G, \forall k \in G \quad (3.13f)$$

$$\underline{V}_k \leq V_k \leq \overline{V}_k, \forall k \in B \quad (3.13g)$$

$$\underline{t}_{km} \leq t_{km} \leq \overline{t}_{km}, \forall (k, m) \in B_T \quad (3.13h)$$

$$\underline{b}_k^{sh} \leq b_k^{sh} \leq \overline{b}_k^{sh}, \forall k \in B^{sh}, \quad (3.13i)$$

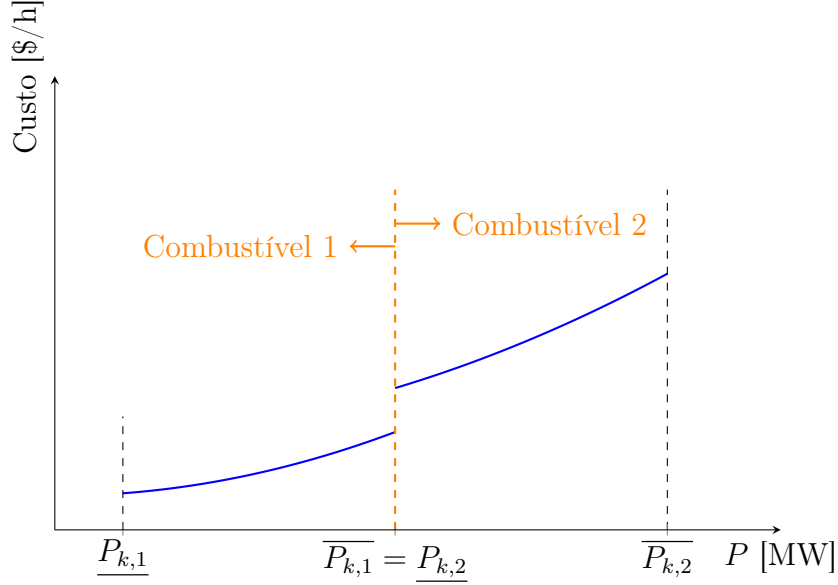
em que  $a_{k,z}$ ,  $b_{k,z}$  e  $c_{k,z}$  são os coeficientes de custo da unidade geradora situada na barra  $k$  e na zona de operação permitida  $z$ ;  $P_k^G$  é a potência ativa gerada na barra  $k$  na zona de operação permitida  $z$ ;  $\underline{P}_{k,z}^G$  e  $\overline{P}_{k,z}^G$  são os limites mínimos e máximos de potência ativa gerada na barra  $k$  na zona permitida  $z$ .

A função objetivo (3.13a) visa minimizar os custos de geração das unidades geradoras situadas na barra  $k$  e operando na zona de operação permitida  $z$ . A função indicadora  $\chi_{[\underline{P}_{k,z}^G, \overline{P}_{k,z}^G]}$  assume o valor 1 se  $P_k^G \in [\underline{P}_{k,z}^G, \overline{P}_{k,z}^G]$ , isto é, se a potência ativa gerada na barra  $k$  estiver na zona de operação permitida  $z$ , e o valor 0, caso contrário; a restrição (3.13e) impõe que a unidade geradora situada na barra  $k$  deve operar em alguma de suas zonas de operação permitidas.

## 3.6 Formulação do Problema de FPO com Múltiplas Opções de Combustíveis

Em um sistema elétrico baseado em múltiplas opções de combustíveis, os geradores podem utilizar mais de um tipo de combustível resultando em diferentes coeficientes de custo para cada gerador. A Figura 3.4 apresenta a curva de custo de uma unidade geradora  $k$  considerando MOC em que em um dado intervalo de potência utiliza um tipo de combustível e em outro intervalo outro tipo de combustível.

Figura 3.4: Curva de custo de uma unidade geradora  $k$  considerando MOC.



Para modelar o problema de FPO com MOC, o objetivo deve consistir na minimização da soma dos custos de cada unidade geradora, utilizando um determinado tipo de combustível, da seguinte maneira:

$$\min \sum_{k \in G} \sum_{f \in F_k} \left[ a_{k,f} (P_k^G)^2 + b_{k,f} P_k^G + c_{k,f} \right] \chi_{[\underline{P}_{k,f}^G, \overline{P}_{k,f}^G]}(P_k^G) \quad (3.14a)$$

s.a:

$$P_k^G - P_k^D - \sum_{m \in L_k} P_{km}(V, \theta, t_{km}) = 0, \forall k \in B \quad (3.14b)$$

$$Q_k^G - Q_k^D + b_k^{sh} V_k^2 - \sum_{m \in L_k} Q_{km}(V, \theta, t_{km}) = 0, \forall k \in B \quad (3.14c)$$

$$-fp_{km} \leq P_{km} \leq fp_{km}, \forall k \in B, \forall m \in L_k \quad (3.14d)$$

$$\underline{P}_k^G \leq P_k^G \leq \overline{P}_k^G, \forall k \in G \quad (3.14e)$$

$$\underline{Q}_k^G \leq Q_k^G \leq \overline{Q}_k^G, \forall k \in G \quad (3.14f)$$

$$\underline{V}_k \leq V_k \leq \overline{V}_k, \forall k \in B \quad (3.14g)$$

$$\underline{t}_{km} \leq t_{km} \leq \overline{t}_{km}, \forall (k, m) \in B_T \quad (3.14h)$$

$$\underline{b}_k^{sh} \leq b_k^{sh} \leq \overline{b}_k^{sh}, \forall k \in B^{sh}, \quad (3.14i)$$

em que  $a_{k,f}$ ,  $b_{k,f}$  e  $c_{k,f}$  são os coeficientes de custo da unidade geradora situada na barra  $k$  utilizando o combustível do tipo  $f$ ;  $\underline{P}_{k,f}^G$  e  $\overline{P}_{k,f}^G$  são os limites mínimos e máximos de potência ativa gerada na barra  $k$  utilizando o tipo de combustível  $f$ .

A função objetivo (3.14a) visa minimizar os custos de geração das unidades geradoras situadas na barra  $k$  e operando com o combustível  $f$ . A função indicadora  $\chi_{[P_{k,f}^G, \overline{P_{k,f}^G}]}$  assume o valor 1 se  $P_k^G \in [P_{k,f}^G, \overline{P_{k,f}^G}]$ , isto é, se a unidade geradora da barra  $k$  estiver operando com o combustível  $f$ , e o valor 0, caso contrário. Cabe notar que cada combustível possui um intervalo de geração de potência ativa específico para uso.

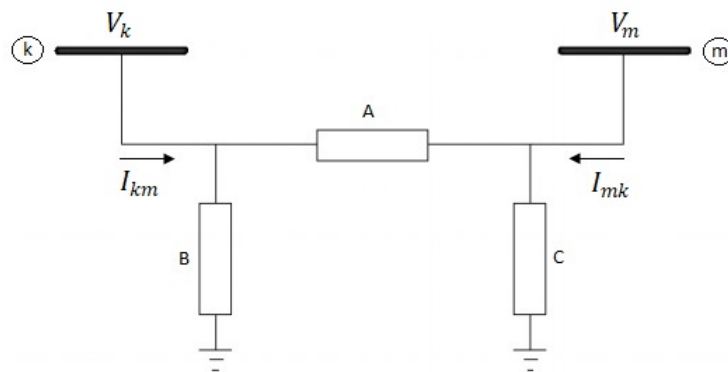
### 3.7 Formulação do Problema de FPO com Restrições de Atuação dos Dispositivos de Controles

Alguns dispositivos, como bancos de capacitores e reatores *shunt*, os transformadores em-fase, geradores e condensadores síncronos são capazes de realizar o controle de tensão em um sistema de potência e impedir que limites operacionais sejam violados. Entretanto, devido à natureza chaveada de alguns destes dispositivos, é desejável que os chaveamentos ocorram somente quando necessários. Dessa forma, o comportamento desses dispositivos em relação à magnitude de tensão pode ser descrito através de problemas de complementaridade mista.

#### 3.7.1 Atuação dos Transformadores em-fase

O transformador da Figura 3.1 pode ser representado por um circuito equivalente no modelo  $\pi$ , como mostra a Figura 3.5.

Figura 3.5: Circuito equivalente  $\pi$  do transformador em-fase.



Fonte: Adaptado de LAGE (2013).

A fim de determinar as admitâncias  $A$ ,  $B$  e  $C$  no circuito equivalente, identificam-se as correntes  $I_{km}$  e  $I_{mk}$  no modelo da Figura 3.1 e, assim, obtém-se:

$$A = \frac{1}{t_{km}} y_{km} \quad (3.15a)$$

$$B = \frac{1}{t_{km}} \left( \frac{1}{t_{km}} - 1 \right) y_{km} \quad (3.15b)$$

$$C = \left( 1 - \frac{1}{t_{km}} \right) y_{km}. \quad (3.15c)$$

Dessa forma, torna-se possível analisar a relação de transformação  $t_{km} : 1$  e as tensões  $V_k$  e  $V_m$ . Se  $t_{km} = 1$ , o circuito equivalente se resume a admitância série  $y_{km}$ , pois as admitâncias  $B$  e  $C$  são nulas. Se  $t_{km} > 1$ , então  $B$  terá sinal contrário a  $y_{km}$  sendo, assim, do tipo capacitivo e  $C$  terá o mesmo sinal de  $y_{km}$  sendo do tipo indutivo; portanto, a tendência será de aumentar a magnitude de tensão na barra  $k$  e diminuir na barra  $m$ . Caso contrário, se  $t_{km} < 1$ , então  $B$  terá mesmo sinal de  $y_{km}$  sendo do tipo indutivo e  $C$  terá o sinal contrário de  $y_{km}$  sendo do tipo capacitivo; portanto a tendência será de diminuir a magnitude de tensão na barra  $k$  e aumentar na barra  $m$ .

Neste sentido, de acordo com LAGE (2013) há dois casos para estudo. O primeiro é o caso no qual a barra controlada pelo dispositivo de controle é a barra  $k$ , de modo que o ajuste de  $t_{km}$  será realizado a partir da análise da admitância  $B$ . E o segundo é o caso em que a barra controlada pelo dispositivo de controle é a barra  $m$ , sendo o ajuste de  $t_{km}$  realizado a partir da admitância  $C$ .

No primeiro caso, portanto, assim que  $V_k$  atinge seu limite máximo,  $t_{km}$  deve ser ajustado para diminuir a magnitude de tensão na barra  $k$ , ou seja, diminuir  $t_{km}$ . Caso contrário, assim que  $V_k$  atinge seu limite mínimo,  $t_{km}$  deve ser ajustado para aumentar a magnitude de tensão na barra  $k$ , ou seja, aumentar  $t_{km}$ . Logo:

$$\text{se } V_k = \underline{V}_k \Rightarrow \Delta t_{km} > 0 \quad (3.16a)$$

$$\text{se } \underline{V}_k < V_k < \overline{V}_k \Rightarrow \Delta t_{km} = 0 \quad (3.16b)$$

$$\text{se } V_k = \overline{V}_k \Rightarrow \Delta t_{km} < 0, \quad (3.16c)$$

em que,  $\Delta t_{km} = t_{km_f} - t_{km_0}$ , onde  $t_{km_f}$  e  $t_{km_0}$  são, respectivamente, o valor final e inicial da variável. Observa-se, portanto, que esta condição pode ser modelada pelo problema

de complementaridade mista (3.17):

$$\underline{V}_k \leq V_k \leq \overline{V}_k \perp \Delta t_{km}. \quad (3.17)$$

No segundo caso, assim que  $V_m$  atinge seu limite máximo,  $t_{km}$  deve ser ajustado para diminuir a magnitude de tensão na barra  $m$ , ou seja, aumentar  $t_{km}$ . Por outro lado, assim que  $V_m$  atingir seu limite mínimo,  $t_{km}$  deve ser ajustado para aumentar a magnitude de tensão na barra  $m$ , ou seja, diminuir  $t_{km}$ . Em suma:

$$\text{se } V_m = \underline{V}_m \Rightarrow \Delta t_{km} < 0 \quad (3.18a)$$

$$\text{se } \underline{V}_m < V_m < \overline{V}_m \Rightarrow \Delta t_{km} = 0 \quad (3.18b)$$

$$\text{se } V_m = \overline{V}_m \Rightarrow \Delta t_{km} > 0. \quad (3.18c)$$

As restrições (3.18) são modeladas pelo problema de complementaridade mista (3.19):

$$\underline{V}_m \leq V_m \leq \overline{V}_m \perp -\Delta t_{km}. \quad (3.19)$$

### 3.7.2 Atuação dos Bancos de Capacitores e Reatores *Shunt*

Os bancos de capacitores e reatores *shunt* conseguem regular a tensão quando conectados em uma barra por meio da injeção ou absorção adequada de potência reativa (CONEJO ET AL., 2009). São susceptâncias conectadas diretamente à barra de modo que se a susceptância  $b_k^{sh}$  for positiva, é do tipo capacitivo, e se a susceptância for negativa, é do tipo indutivo.

De acordo com LAGE (2013), assim que a magnitude de tensão na barra  $k$  atingir seu limite máximo,  $b_k^{sh}$  deve ser ajustada para diminuir a injeção de potência reativa nessa barra, ou seja, o valor de  $b_k^{sh}$  deve ser reduzido. Caso contrário, assim que a magnitude de tensão na barra  $k$  atingir seu limite mínimo,  $b_k^{sh}$  deve ser ajustada para aumentar a injeção de potência reativa nessa barra, ou seja, o valor de  $b_k^{sh}$  deve ser incrementado. De

maneira que:

$$\text{se } V_k = \underline{V}_k \Rightarrow \Delta b_k^{sh} > 0 \quad (3.20a)$$

$$\text{se } \underline{V}_k < V_k < \overline{V}_k \Rightarrow \Delta b_k^{sh} = 0 \quad (3.20b)$$

$$\text{se } V_k = \overline{V}_k \Rightarrow \Delta b_k^{sh} < 0, \quad (3.20c)$$

onde,  $\Delta b_k^{sh} = b_{k_f}^{sh} - b_{k_0}^{sh}$ , em que  $b_{k_f}^{sh}$  e  $b_{k_0}^{sh}$  são, respectivamente, o valor final e inicial da variável. Esta condição pode ser modelada pelo problema de complementaridade mista (3.21):

$$\underline{V}_k \leq V_k \leq \overline{V}_k \perp \Delta b_k^{sh}. \quad (3.21)$$

### 3.8 Histórico do Problema de FPO

Nesta seção são apresentados, de forma sucinta, alguns trabalhos relacionados aos problemas de FPO descritos e suas principais abordagens de resolução.

Na década de 60, CARPENTIER (1962) propôs uma modelagem para o problema de despacho econômico adicionando restrições de fluxo de potência e utilizou a função lagrangiana clássica para transformá-lo em um problema irrestrito. A partir do problema de otimização irrestrito, aplicou as condições necessárias de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) transformando-o em um sistema não linear, que é resolvido pelo método de Gauss-Seidel.

DOMMEL & TINNEY (1968) propuseram um método para resolver o problema de FPO com variáveis de controle, o qual consiste na solução do fluxo de potência pelo método de Newton e o ajuste dos parâmetros de controle pelo método do gradiente. As variáveis do problema são divididas em variáveis de controle e variáveis dependentes, em que as variáveis de controle são inicializadas por um valor inicial factível. As restrições de igualdade do problema são incorporadas na função objetivo através dos multiplicadores de Lagrange, encontrando assim um valor para as variáveis dependentes, e as restrições de desigualdade são tratadas por parâmetros de penalidade. Após calcular os valores das variáveis, resolveram-se as equações obtidas da derivada da função Lagrangiana em relação às variáveis dependentes, obtendo assim os multiplicadores de Lagrange. O tamanho do passo para atualização da variável de controle é calculado através de uma busca unidimensional. Para as variáveis de controle que atingem seus limites, o gradiente projetado

é utilizado. O procedimento é repetido até que o valor do gradiente reduzido seja menor do que a tolerância de convergência exigida.

O método da função penalidade para resolver o problema de FPO foi proposto por SASSON ET AL. (1973). Nesta abordagem, à medida em que as restrições de igualdade ou desigualdade são violadas, a função objetivo é penalizada por funções, transformando o problema restrito em um problema irrestrito. A cada iteração do método, a matriz Hessiana é calculada, as variáveis são atualizadas simultaneamente e os fatores de penalidade são aumentados caso não haja convergência do método para uma solução factível.

FAHMIDEH-VOJDANI & GALIANA (1980) demonstrou através de um contra-exemplo que o procedimento clássico para resolver o problema de despacho econômico na presença de limites superiores e inferiores nos níveis de geração pode falhar no despacho de geração ótimo, apresentando uma maneira de resolver esta desvantagem. Através dos resultados, mostrou que o despacho econômico com limitações de transmissão, bem como restrições de tensão e potência reativa, parece ter certas características particulares que podem ser exploradas.

LEE ET AL. (1988) apresentaram um método para operação ótima de sistemas de energia em grande escala, cujo objetivo principal é minimizar os custos de combustível do sistema. O método de projeção do gradiente é usado para resolver esse problema. Portanto, é necessário um procedimento de cálculo do fluxo de potência para realizar ajustes finos nos valores ótimos, através do método de Newton-Raphson.

Em LIU ET AL. (1992) consideraram a natureza discreta das variáveis do problema de FPO. Propuseram discretizar através de uma função penalidade que é uma aproximação linear da penalidade quadrática para ajustar as variáveis discretas, neste caso, os controles do banco de capacitores e reatores *shunt*. As variáveis discretas são tratadas por uma função penalidade, incorporada à função objetivo por um parâmetro de penalidade. Por meio dos multiplicadores de Lagrange, a função lagrangiana é associada ao problema penalizado. As direções de busca são calculadas pelo método de Newton, considerando todas as variáveis contínuas. Dessa forma, assim que as variáveis discretas vão se aproximando dos seus valores discretos permitidos, seus valores são fixados. O método converge quando as variáveis de controle assumirem valores discretos e as restrições forem atendidas.

Um algoritmo genético foi proposto por WALTERS & SHEBLE (1993) para resolver o problema de despacho econômico considerando pontos de carregamento de válvula. Os operadores genéticos utilizados foram o de reprodução, *crossover* e mutação. Ainda são destacadas a importância de escolher adequadamente os parâmetros para resolução do algoritmo e o tamanho da população, para que o mesmo explore o espaço de busca e otimize a execução do algoritmo.

GRANVILLE (1994) foi um dos pioneiros propondo o método primal-dual de pontos interiores para problemas de FPO com despacho ótimo de reativos. O autor transforma as restrições de desigualdade em igualdade adicionando variáveis de folga ou de excesso, e trata a não negatividade dessas variáveis por meio da incorporação da função barreira logarítmica na função objetivo por meio dos parâmetros de barreira. Aplicou-se as condições necessárias de KKT, resultando em um sistema não linear que foi resolvido pelo método de Newton. O método finaliza e uma solução é obtida quando o parâmetro de barreira é menor do que uma tolerância pré determinada e todas as restrições forem satisfeitas.

TORRES & QUINTANA (1998) resolveram o problema de FPO por meio de um método de pontos interiores primal-dual. Os autores utilizam as tensões em coordenadas retangulares, tornando a função objetivo e restrições quadráticas. Os autores apresentaram técnicas para a escolha do passo, para a redução do parâmetro de barreira e para a utilização de um procedimento previsor-corretor.

ROSEHART ET AL. (2005) propuseram um problema de FPO com restrições de complementaridade aplicado a três conjuntos de problemas, os quais são: o problema de estabilidade máxima, o problema de margem de estabilidade máxima multiestágio e no problema com restrição de segurança de tensão. Uma proposta de reformulação para as restrições de complementaridade é apresentada.

VAISAKH & SRINIVAS (2011) propuseram um algoritmo híbrido de otimização de enxame de partículas e perturbação diferencial de velocidade com coeficiente de aceleração adaptativo, para resolver o problema de FPO com MOC. Essa perturbação diferencial é proposta a fim de atualizar as posições das partículas para a otimização do enxame de partículas.

AMJADY & SHARIFZADEH (2011) propuseram um novo modelo multiobjetivo para o problema de FPO. As duas funções objetivo levadas em consideração foram o custo de

geração e a margem de estabilidade de tensão. Além disso, a formulação proposta contém um modelo de gerador detalhado, incluindo limites de geração de potência ativa e reativa, efeitos de ponto de carregamento de válvula, múltiplas opções de combustível, zonas de operação proibidas das unidades e restrições de segurança. Para resolver este problema, foi proposto um novo algoritmo robusto de evolução diferencial com um novo operador de recombinação.

SOLER ET AL. (2012) propuseram um método para tratar as variáveis discretas do problema de FPO, por meio de uma função de penalidade senoidal que é incluída na função objetivo. Desta forma, obtém-se uma sequência de problemas de programação não linear com apenas variáveis contínuas e as soluções desses problemas convergem para uma solução do problema misto. Os problemas de otimização contínuos obtidos são resolvidos pelo método primal-dual barreira logarítmica.

LAGE (2013) propôs um modelo para o problema de FPO reativo com variáveis de controle discretas e restrições de complementaridade que modelam a atuação dos dispositivos de controle de tensão. Nele, as restrições de complementaridade são transformadas em desigualdades válidas, as variáveis discretas tratadas como contínuas por uma função penalidade senoidal e as restrições de desigualdade são transformadas em igualdade pelo acréscimo de variáveis de folga não negativas. Essa condição de não negatividade é tratada por uma função de barreira modificada com extrapolação quadrática. Ao problema modificado associa-se uma função lagrangiana, à qual são aplicadas as condições necessárias de otimalidade. Uma sequência de problemas modificados é resolvido até que todas as variáveis discretas do problema original assumam valores discretos.

No mesmo ano, NARIMANI ET AL. (2013) propuseram um problema de FPO multiobjetivo considerando condições reais de geração, tais como, as zonas de operação proibidas, o efeito de carregamento de ponto de válvula e unidades geradoras com múltiplos combustíveis. O modelo proposto foi resolvido por meio de um algoritmo híbrido baseado na otimização por enxame de partículas e no algoritmo *Shuffle Frog Leaping* (conhecido também por “Pulo do sapo”).

BOUCHEKARA ET AL. (2014) utilizaram da otimização baseada em ensino - aprendizagem, na resolução do problema de FPO, visando a otimização de diferentes critérios que refletem o desempenho do sistema de potência, como: minimização do custo do com-

bustível na geração considerando o efeito de carregamento de ponto de válvula, melhoria do perfil de tensão, melhoria da estabilidade da tensão, melhoria da estabilidade da tensão durante a condição de contingência.

MURRAY ET AL. (2015) resolveram o problema de FPO discreto, a fim de ajustar os despachos dos geradores e os dispositivos de controle para manter um sistema de energia funcionando de maneira segura e eficiente. Além disso, explorou o uso de uma penalidade indutora de esparsidade para obter um maior controle sobre os ajustes dos parâmetros e o uso de uma busca linear distribuída para explorar o espaço de variáveis discretas.

CHAIB ET AL. (2016) propuseram um método chamado *Backtracking Search Optimization Algorithm* para resolver o problema de FPO. O método é testado para 16 casos diferentes, nos quais foram consideradas múltiplas opções de combustíveis, efeito de ponto de carregamento de válvula e outras complexidades. Além disso, também foram considerados diferentes objetivos, como melhoria do perfil de tensão, aumento da estabilidade de tensão e redução de emissões.

Em REDDY & BIJWE (2016) são apresentadas duas abordagens eficientes para resolução do problema de FPO usando meta-heurísticas. A formulação do FPO proposta inclui os limites de geração de potência ativa e reativa, efeitos de carregamento de ponto de válvula e zonas de operação proibida das unidades geradoras. A primeira abordagem é um algoritmo meta-heurístico híbrido, considerando um algoritmo genético aprimorado e alguns conceitos de programação linear utilizando aproximação sucessiva ou Programação Quadrática. Na segunda, a otimização é realizada determinando os limites inferior e superior para o custo de geração (ou seja, o valor da função objetivo). O limite inferior é determinado pela execução do despacho econômico, portanto, o custo ótimo de geração obtido, servirá como limite inferior. O limite superior pode ser determinado resolvendo o problema de FPO utilizando o método do gradiente.

LIANG ET AL. (2016) apresentaram um algoritmo aprimorado de colônia de abelhas artificiais baseado na otimização de Pareto para resolver o problema de FPO dinâmico multiobjetivo, considerando as ZOP como restrições descontínuas para testar a eficácia da abordagem.

POURAKBARI-KASMAEI & MANTOVANI (2018) propuseram um modelo não linear inteiro misto eficaz para resolver os problemas de FPO na presença de ECPV e ZOP,

por meio de uma reformulação via restrições lógicas dos termos da função objetivo. Esta abordagem visa facilitar as técnicas de pré-solução, a utilização de *solvers* comerciais e, conseqüentemente, proporcionar uma maior eficiência computacional.

MAZZINI ET AL. (2018) apresentaram um modelo de FPO multiobjetivo, em que levaram em consideração dois objetivos conflitantes: minimizar as perdas ativas e o número de ajustes de controle. Variáveis binárias são utilizadas para modelar se as variáveis de controle são ajustadas ou não. Para resolver o problema por métodos clássicos de otimização, os autores converteram as variáveis binárias em contínuas através de uma estratégia heurística que emprega a função sigmoide, associaram cada função objetivo a um coeficiente de ponderação, minimizando a soma ponderada dos objetivos, obtendo assim um problema com um único objetivo em termos de fatores de ponderação.

POURAKBARI-KASMAEI ET AL. (2019) propuseram um modelo e um método de resolução para problemas de FPO disjuntos, não suaves e não convexos, considerando restrições práticas baseadas em lógica, como, MOC, ZOP e ECPV. A solução do mesmo é realizada em duas etapas, a primeira é a etapa de pré-solução, por meio técnicas de pré-processamento a fim de reduzir a complexidade do modelo, com a criação de variáveis de custo auxiliares e com a transmissão para a função objetivo das variáveis primárias de decisão binária que definem as regiões viáveis dos tipos de combustível e zonas operacionais. Em seguida, a segunda etapa consiste no modelo simplificado que é tratado por meio dos algoritmos de otimização mais adequados.

GONÇALVES ET AL. (2019) resolveram o problema de despacho econômico e ambiental considerando o efeito de carregamento de ponto de válvula, a partir de uma abordagem de otimização multiobjetivo, não convexa e não diferenciável. A natureza multiobjetivo do problema é tratada pela estratégia de restrições canalizadas progressivas, enquanto o método da função barreira logarítmica modificada é utilizado para resolver os subproblemas resultantes da mesma. A não diferenciabilidade é tratada por uma técnica de suavização e a estratégia de correção de inércia é usada para gerar apenas direções de descida.

NADERI ET AL. (2019) apresentaram um modelo de FPO que leva em consideração várias restrições práticas do problema, tais como efeito de ponto de carregamento de válvula, múltiplas opções de combustíveis e zonas de operação proibidas. Além disso, os

dispositivos FACTS também são considerados. Foram realizados cinco casos de estudo, cada um deles considerando um tipo de restrição.

CAPITANESCU (2020) propuseram suprimir ações de controle ineficazes em problemas de FPO, calculando automaticamente o número de ações de controle efetivas que não pioram o objetivo do modelo ideal por mais do que uma tolerância especificada. Para isso uma metodologia de três etapas que resolve diferentes problemas de FPO foi aplicada, convertendo o problema inteiro misto em problemas de programação não linear.

PINHEIRO ET AL. (2022) propuseram uma abordagem de pontos interiores primal-dual penalidade para a solução do problema de FPO considerando o efeito do carregamento de ponto de válvula e as zonas de operação proibidas. Apresentaram uma função de interpolação polinomial por partes para lidar com descontinuidades relacionadas às restrições ZOP, e o modelo intermediário equivalente resultante é reformulado para lidar com os termos modulares não suaves referentes a ECPV, resultando em um modelo de FPO suave e contínuo equivalente.

A revisão da literatura e principalmente os trabalhos recentemente publicados nesta área mostram que muitas das abordagens utilizam de heurísticas para resolver os problemas de FPO na presença de zonas de operação proibidas, múltiplas opções de combustíveis e/ou efeitos de ponto de carregamento de válvula. Neste sentido, a proposição de modelos representativos de FPO e abordagens que possibilitem sua resolução direta por *solvers* podem contribuir para a tomada de decisão em sistemas elétricos de potência.

No próximo capítulo são apresentados os modelos propostos e as principais abordagens utilizadas em suas reformulações.

## Capítulo 4

# Modelo Proposto e Abordagem de Resolução

O modelo proposto neste trabalho para o problema de FPO considera a natureza discreta das variáveis de controle relativas aos *taps* dos transformadores em-fase e das susceptâncias *shunt* dos bancos de capacitores e reatores, além de incluir os efeitos de carregamento de ponto de válvula, zonas de operação proibidas, múltiplas opções de combustíveis e restrições de complementaridade para controle da atuação dos transformadores e bancos de capacitores.

São propostas, ainda, abordagens para reformulação do modelo proposto, de modo a viabilizar a resolução do problema pelos *solvers* de otimização. A versão reformulada do modelo, por meio de problemas de PNLIM, é apresentada.

### 4.1 Modelagem Matemática Proposta

O problema de FPO proposto visa minimizar os custos de geração de potência ativa que, além das restrições físicas e operacionais do sistema elétrico de potência, ainda considera características operacionais que trazem mais representatividade ao modelo. Este modelo é apresentado abaixo.

$$\min \sum_{k \in G} \sum_{z \in Z_k} \sum_{f \in F_{k,z}} \left[ a_{k,z,f} (P_k^G)^2 + b_{k,z,f} P_k^G + c_{k,z,f} + \right.$$

$$+ | e_{k,z,f} \text{sen}(f_{k,z,f}(P_k^G - P_k^G)) | \chi_{[\underline{P}_{k,z,f}^G, \overline{P}_{k,z,f}^G]}(P_k^G) \quad (4.1a)$$

$$\text{s.a: } P_k^G - P_k^D - \sum_{m \in L_k} P_{km}(V, \theta, t_{km}) = 0, \quad \forall k \in B \quad (4.1b)$$

$$Q_k^G - Q_k^D + b_k^{sh} V_k^2 - \sum_{m \in L_k} Q_{km}(V, \theta, t_{km}) = 0, \quad \forall k \in B \quad (4.1c)$$

$$-fp_{km} \leq P_{km} \leq fp_{km}, \quad \forall k \in B, \forall m \in L_k \quad (4.1d)$$

$$P_k^G \in \bigcup_{z \in Z_k} \bigcup_{f \in F_{k,z}} [\underline{P}_{k,z,f}^G, \overline{P}_{k,z,f}^G], \quad \forall k \in G \quad (4.1e)$$

$$\underline{Q}_k^G \leq Q_k^G \leq \overline{Q}_k^G, \quad \forall k \in G \quad (4.1f)$$

$$\underline{V}_k \leq V_k \leq \overline{V}_k, \quad \forall k \in B \quad (4.1g)$$

$$\underline{V}_k \leq V_k \leq \overline{V}_k \perp \Delta t_{km}, \quad \forall (k, m) \in B_T^k \quad (4.1h)$$

$$\underline{V}_m \leq V_m \leq \overline{V}_m \perp -\Delta t_{km}, \quad \forall (k, m) \in B_T^m \quad (4.1i)$$

$$\underline{V}_k \leq V_k \leq \overline{V}_k \perp \Delta b_k^{sh}, \quad \forall k \in B^{sh} \quad (4.1j)$$

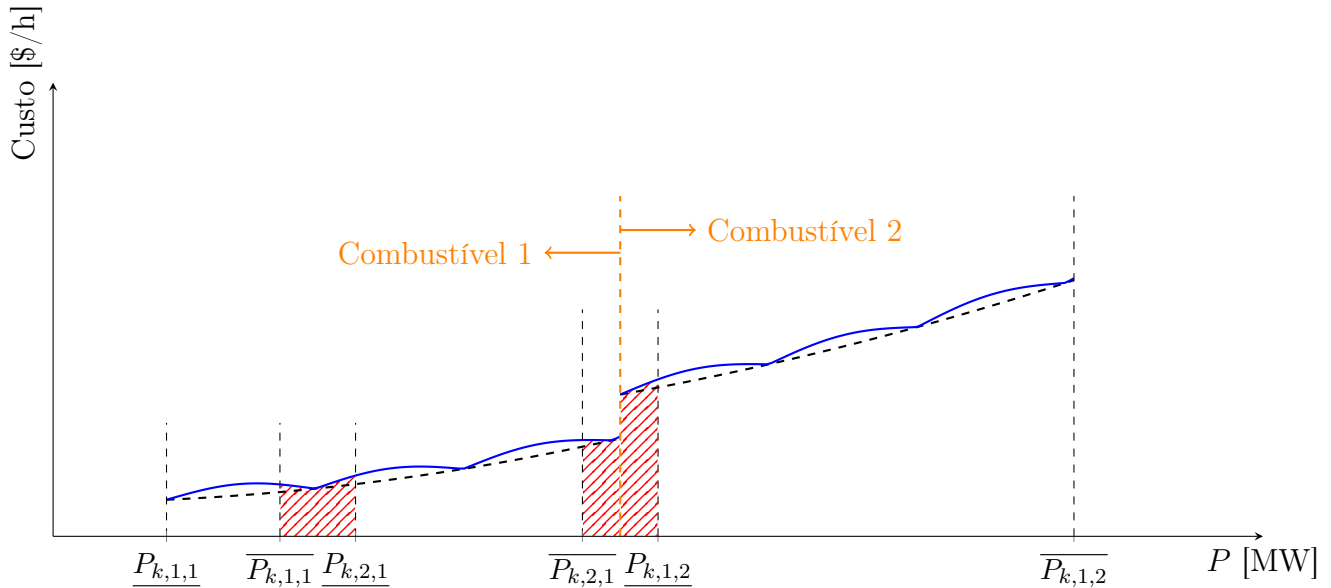
$$t_{km} \in D_{km}^T, \quad \forall (k, m) \in B_T \quad (4.1k)$$

$$b_k^{sh} \in D_k^{SH}, \quad \forall k \in B^{sh}. \quad (4.1l)$$

A função objetivo (4.1a) visa minimizar o somatório dos custos de geração das unidades geradoras situadas na barra  $k$ , operando na zona de operação permitida  $z$  e utilizando o combustível do tipo  $f$  considerando os efeitos de ponto de carregamento de válvula, em que  $\chi_{[\underline{P}_{k,z,f}^G, \overline{P}_{k,z,f}^G]}$  é uma função indicadora do intervalo, a qual assume o valor 1 se  $P_k^G \in [\underline{P}_{k,z,f}^G, \overline{P}_{k,z,f}^G]$  e o valor 0, caso contrário. As restrições (4.1b) e (4.1c) representam as equações de balanço de potência ativa e reativa na barra  $k$ ; as restrições (4.1d) são relativas aos limites mínimos e máximos para os fluxos de potência ativa nos ramos do sistema. A restrição (4.1e) está relacionada às regiões de operação permitidas da unidade geradora situada na barra  $k$  com seus respectivos combustíveis; em (4.1f) tem-se os limites mínimos e máximos de geração de potência reativa pelo gerador situado na barra  $k$ ; em (4.1g) tem-se os limites mínimos e máximos de magnitude de tensão na barra  $k$ ; as restrições de complementaridade (4.1h) - (4.1j) expressam o comportamento dos dispositivos de controle de tensão de forma que eles operem apenas quando um dos limites de tensão na barra controlada por eles for atingido; (4.1k) e (4.1l) representam a natureza discreta dos *taps* dos transformadores e das susceptâncias equivalentes dos bancos de capacitores e reatores *shunt*.

A Figura 4.1 apresenta a curva de custo de um gerador  $k$  com ECPV (traço contínuo) e sem ECPV (tracejado), considerando os limites de três zonas de operação permitidas e duas opções de combustíveis com parâmetros de custo diferentes.

Figura 4.1: Curva de custo de uma unidade geradora  $k$  considerando MOC e ZOP.



Fonte: Adaptada de POURAKBARI-KASMAEI ET AL. (2019).

Devido as dificuldades impostas ao modelo matemático proposto, entre elas, pelas restrições disjuntivas e a não diferenciabilidade relacionado ao ECPV, não é possível a resolução direta do problema por meio de *solvers* de otimização para PNLIM. Neste sentido, a próxima seção apresenta a abordagem de solução proposta neste trabalho que utiliza a reformulação do modelo, de modo a viabilizar sua resolução por meio de *solvers* de PNLIM.

## 4.2 Abordagem de Resolução

### 4.2.1 Tratamento das Restrições Disjuntivas e da não Diferenciabilidade

A restrição disjuntiva (4.1e) pode ser reformulada mediante a introdução de variáveis binárias  $u_{k,z,f}$  e expressas pelas restrições (4.2) e (4.3), as quais, conjuntamente, garantem que a unidade geradora situada na barra  $k$  está operando em uma única zona permitida

$z$  com um único combustível  $f$ :

$$\sum_{z \in Z_k} \sum_{f \in F_{k,z}} u_{k,z,f} \overline{P_{k,z,f}^G} \leq P_k^G \leq \sum_{z \in Z_k} \sum_{f \in F_{k,z}} u_{k,z,f} \overline{P_{k,z,f}^G}, \forall k \in G. \quad (4.2)$$

$$\sum_{z \in Z_k} \sum_{f \in F_{k,z}} u_{k,z,f} = 1, \forall k \in G. \quad (4.3)$$

A função custo associada a cada tipo de combustível pode abranger uma ou mais zonas de operação, portanto, em uma zona de operação permitida pode ocorrer mais que uma opção de combustível diferente.

A não diferenciabilidade relacionada ao ECPV na função objetivo (4.1a) foi tratada de acordo com BERTSEKAS (1997). Nesta abordagem, para cada termo modular adiciona-se uma restrição da forma (4.4) com uma variável auxiliar  $W_{k,z,f}$  que, posteriormente, substitui o módulo na função objetivo:

$$-W_{k,z,f} \leq e_{k,z,f} \operatorname{sen} \left( f_{k,z,f} \left( \overline{P_{k,z,f}^G} - P_k^G \right) \right) \leq W_{k,z,f}, \forall k \in G, \forall z \in Z_k, \forall f \in F_{k,z}. \quad (4.4)$$

Dessa forma, a função objetivo em (4.1a) pode ser reformulada e substituída por (4.5):

$$\min \sum_{k \in G} \sum_{z \in Z_k} \sum_{f \in F_{k,z}} \left[ a_{k,z,f} (P_k^G)^2 + b_{k,z,f} P_k^G + c_{k,z,f} + W_{k,z,f} \right] u_{k,z,f}. \quad (4.5)$$

## 4.2.2 Reformulação das Restrições de Complementaridade Via Desigualdades Válidas

As restrições de complementaridade que modelam o comportamento dos dispositivos de controle de tensão e do controle de fluxo de potência ativa são reformuladas neste trabalho por meio de desigualdades válidas propostas por ROSEHART ET AL. (2005).

O objetivo é obter uma formulação equivalente, convertendo as igualdades que definem a condição de complementaridade em (2.27b) e (2.27c) em restrições de desigualdade

$((x - \underline{x})a \leq 0$  e  $(\bar{x} - x)b \leq 0$ ), resultando na reformulação apresentada abaixo:

$$F(x) = a - b \quad (4.6a)$$

$$(x - \underline{x})a \leq 0 \quad (4.6b)$$

$$(\bar{x} - x)b \leq 0 \quad (4.6c)$$

$$x - \underline{x} \geq 0 \quad (4.6d)$$

$$\bar{x} - x \geq 0 \quad (4.6e)$$

$$a \geq 0 \quad (4.6f)$$

$$b \geq 0. \quad (4.6g)$$

A fim de melhorar a reformulação, isola-se  $a$  e  $b$  em (4.6a):

$$a = F(x) + b \quad (4.7a)$$

$$b = a - F(x). \quad (4.7b)$$

Em seguida, substitui-se  $a$  e  $b$  em (4.6b) e (4.6c), respectivamente, resultando em:

$$\underline{x} \leq x \leq \bar{x} \quad (4.8a)$$

$$F(x) = a - b \quad (4.8b)$$

$$(x - \underline{x})F(x) \leq -(x - \underline{x})b \quad (4.8c)$$

$$-(\bar{x} - x)F(x) \leq -(\bar{x} - x)a \quad (4.8d)$$

$$a \geq 0 \quad (4.8e)$$

$$b \geq 0. \quad (4.8f)$$

Observa-se nas restrições (4.8c) e (4.8d) que, como  $(x - \underline{x})$  e  $(\bar{x} - x)$  são não negativos, e  $a$  e  $b$  são não negativos, o maior valor possível para o lado direito das inequações é zero. Pode-se, assim, remover a dependência das variáveis  $a$  e  $b$  no problema, obtendo a seguinte reformulação para o problema de complementaridade:

$$\underline{x} \leq x \leq \bar{x} \quad (4.9a)$$

$$(x - \underline{x})F(x) \leq 0 \quad (4.9b)$$

$$(x - \bar{x})F(x) \leq 0. \quad (4.9c)$$

Optou-se por reformular todas as restrições de complementaridade do trabalho dessa

maneira, pois em ALENCAR ET AL. (2020) foram obtidos bons resultados na resolução do problema de FPO reativo com este tipo de restrição.

### 4.2.3 Tratamento de variáveis discretas

Levando em consideração a natureza discreta e o aumento crescente dos dispositivos de controle nos sistemas elétricos de grande porte, fez-se necessário o tratamento das variáveis dos *taps* dos transformadores em-fase, pois, diferentemente das susceptâncias *shunt* dos bancos de capacitores e reatores, cada um deles pode assumir um valor discreto dentro de um intervalo maior de valores, dificultando a resolução através do *solver*.

#### 4.2.3.1 Taps dos transformadores

Para realizar a discretização dos *taps* dos transformadores em-fase foi utilizada a penalidade senoidal proposta por SOLER ET AL. (2013) e apresentada anteriormente. A função penalidade  $\Phi$  utilizada foi:

$$\Phi_{\gamma}(t) = \sum_{(k,m) \in BT} \gamma_{km} [\text{sen}(100\pi t_{km})]^2, \quad (4.10)$$

em que  $\gamma > 0$  é o vetor de parâmetros de penalidade.

A função objetivo do subproblema de penalidade é expressa por:

$$\sum_{k \in G} \sum_{z \in Z_k} \sum_{f \in F_{k,z}} \left[ a_{k,z,f} (P_k^G)^2 + b_{k,z,f} P_k^G + c_{k,z,f} + W_{k,z,f} \right] u_{k,z,f} + \Phi_{\gamma}(t). \quad (4.11)$$

Cada parâmetro de penalidade,  $\gamma_{km}$ , associado a cada *tap*,  $t_{km}$ , é atualizado durante as iterações apenas para as variáveis que não foram discretizadas com uma tolerância pré-definida,  $\epsilon$ , utilizando a seguinte regra:

$$\gamma_{km} \leftarrow \alpha \gamma_{km}, \quad (4.12)$$

em que  $\alpha > 1$ , enquanto  $|t_{km} - t'_{km}| > \epsilon$ , sendo  $t_{km}$  o valor do *tap* encontrado ao resolver o subproblema de penalidade e  $t'_{km}$  o valor discreto do *tap* mais próximo de  $t_{km}$ . Quando todos os *taps* são discretizados com a tolerância desejada, o algoritmo pára.

### 4.2.3.2 Susceptâncias *shunt* de bancos de capacitores e reatores

As restrições referentes às susceptâncias *shunt* discretas de bancos de capacitores e reatores foram reformuladas utilizando uma representação de valores discretos proposta por ARENALES ET AL. (2015) que garante que esta variável seja igual a um dos valores discretos dentro do conjunto permitido.

Portanto, considerando um problema em que uma variável  $b_k^{sh}$  só pode assumir valores de um conjunto discreto, como  $\{0; 0.04; 0.05; 0.09\}$ . Para representar esta condição foram definidas as variáveis binárias  $y_i$ , onde  $i$  varia de 1 até o número de valores discretos no conjunto, neste caso  $i = 1, \dots, 4$  e as restrições:

$$b_k^{sh} = 0y_1 + 0.04y_2 + 0.05y_3 + 0.09y_4 \quad (4.13a)$$

$$y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = 1. \quad (4.13b)$$

## 4.3 Reformulação do Modelo Proposto

O modelo proposto (4.1) é reformulado levando em consideração as abordagens de resolução apresentadas acima. Dessa forma, o modelo não diferenciável e com restrições disjuntivas e de complementaridade original é transformado em um problema de PNLIM, que pode ser resolvido diretamente por *solvers* de otimização.

$$\min \sum_{k \in G} \sum_{z \in Z_k} \sum_{f \in F_{k,z}} \left[ a_{k,z,f} (P_k^G)^2 + b_{k,z,f} P_k^G + c_{k,z,f} + W_{k,z,f} \right] u_{k,z,f} + \Phi_\gamma(t) \quad (4.14a)$$

s.a:

$$P_k^G - P_k^D - \sum_{m \in L_k} P_{km} (V, \theta, t_{km}) = 0, \quad \forall k \in B \quad (4.14b)$$

$$Q_k^G - Q_k^D + b_k^{sh} V_k^2 - \sum_{m \in L_k} Q_{km} (V, \theta, t_{km}) = 0, \quad \forall k \in B \quad (4.14c)$$

$$-fp_{km} \leq P_{km} \leq fp_{km}, \quad \forall k \in B, \forall m \in L_k \quad (4.14d)$$

$$\sum_{z \in Z_k} \sum_{f \in F_{k,z}} u_{k,z,f} \overline{P_{k,z,f}^G} \leq P_k^G \leq \sum_{z \in Z_k} \sum_{f \in F_{k,z}} u_{k,z,f} \overline{P_{k,z,f}^G}, \quad \forall k \in G \quad (4.14e)$$

$$\sum_{z \in Z_k} \sum_{f \in F_{k,z}} u_{k,z,f} = 1, \quad \forall k \in G \quad (4.14f)$$

$$-W_{k,z,f} \leq e_{k,z,f} \text{sen} \left( f_{k,z,f} \left( \overline{P_{k,z,f}^G} - P_k^G \right) \right) \leq W_{k,z,f}, \quad \forall k \in G, \forall z \in Z_k, \forall f \in F_{k,z} \quad (4.14g)$$

$$\underline{Q}_k^G \leq Q_k^G \leq \overline{Q}_k^G, \quad \forall k \in G \quad (4.14h)$$

$$\underline{V}_k \leq V_k \leq \overline{V}_k, \quad \forall k \in B \quad (4.14i)$$

$$(V_k - \underline{V}_k)\Delta t_{km} \leq 0, \quad \forall (k, m) \in B_T^k \quad (4.14j)$$

$$(V_k - \overline{V}_k)\Delta t_{km} \leq 0, \quad \forall (k, m) \in B_T^k \quad (4.14k)$$

$$(V_m - \underline{V}_m)(-\Delta t_{km}) \leq 0, \quad \forall (k, m) \in B_T^m \quad (4.14l)$$

$$(V_m - \overline{V}_m)(-\Delta t_{km}) \leq 0, \quad \forall (k, m) \in B_T^m \quad (4.14m)$$

$$(V_k - \underline{V}_k)\Delta b_k^{sh} \leq 0, \quad \forall k \in B^{sh} \quad (4.14n)$$

$$(V_k - \overline{V}_k)\Delta b_k^{sh} \leq 0, \quad \forall k \in B^{sh} \quad (4.14o)$$

$$\underline{t}_{km} \leq t_{km} \leq \overline{t}_{km}, \quad \forall (k, m) \in B_T \quad (4.14p)$$

$$b_k^{sh} \in D_k^{SH}, \quad \forall k \in B^{sh} \quad (4.14q)$$

$$u_{k,z,f} \in \{0, 1\}, \quad \forall k \in G, \forall z \in Z_k, \forall f \in F_{k,z}. \quad (4.14r)$$

Neste modelo a função objetivo (4.1a) é reformulada e substituída por (4.14a) e sua não diferenciabilidade é tratada por meio das variáveis adicionais  $W_{k,z,f}$  e da restrição (4.14g). As restrições (4.14e) e (4.14f) substituem a restrição (4.1e). As restrições de complementaridade (4.1h) - (4.1j) são reformuladas por (4.9), como as restrições (4.14j) - (4.14o).

No próximo capítulo são apresentados os testes numéricos realizados e os resultados obtidos para os sistemas elétricos IEEE 30, 118 e 300 barras.

# Capítulo 5

## Testes Numéricos

A fim de validar o modelo matemático dado em (4.14) e também a abordagem de resolução proposta, foram realizados testes computacionais com os sistemas elétricos IEEE 30, 118 e 300 barras, cujos dados se encontram no Apêndice B. Para cada sistema elétrico foram realizados testes com os seguintes modelos:

- FPO-C: modelo clássico de FPO mostrado em 3.2;
- FPO-D: modelo clássico de FPO mostrado em 3.2 com variáveis de controle discretas como em 3.3;
- FPO-PV-C: modelo clássico de FPO contínuo mostrado em 3.2 considerando ECPV apresentado em 3.4;
- FPO-PV-D: modelo clássico de FPO mostrado em 3.2 considerando ECPV apresentado em 3.4 e com variáveis de controle discretas como em 3.3;
- FPO-PV-ZM-C: Modelo FPO com ZOP e MOC mostrado em 3.5 com 3.6 considerando o ECPV apresentado em 3.4, resultando no modelo 4.1 sem as restrições (4.1h)-(4.1j) mas com as variáveis de controle contínuas;
- FPO-PV-ZM-D: Modelo FPO discreto com ZOP e MOC mostrado em 3.5 com 3.6 considerando o ECPV apresentado em 3.4, resultando no modelo 4.1 sem as restrições (4.1h)-(4.1j);

- FPO-PV-ZM-CP-C: FPO com ECPV, ZOP, MOC e atuação dos dispositivos de controle de tensão que aparecem em 4.1 mas com variáveis de controle contínuas;
- FPO-PV-ZM-CP-D: FPO discreto com ECPV, ZOP, MOC e atuação dos dispositivos de controle de tensão mostrados em 4.1.

Totalizando oito testes para cada sistema elétrico, permitindo estimar e explorar os impactos que essa maior representatividade traz ao adicionar passo a passo ao modelo as restrições que representam estas regras operativas na prática.

Os modelos foram implementados por meio da linguagem *General Algebraic Modeling System* (GAMS) versão 24.5.6, para os problemas inteiros utilizou-se o *solver* para PNLIM BONMIN, e para problemas contínuos utilizou-se o *solver* para PNL IPOPT. Cabe destacar que o *solver* BONMIN utiliza o IPOPT para resolver os subproblemas da árvore *branch-and-bound*. Todos os testes foram realizados em um computador DELL que possui processador Intel Core i7-8565U de 1.8GHz e 8GB de RAM.

## 5.1 Sistema Elétrico IEEE 30 barras

### 5.1.1 Dados do Sistema Elétrico

A seguir são apresentadas as características do sistema elétrico IEEE 30 barras utilizados nesse trabalho:

- 30 barras;
- 6 unidades geradoras nas barras 1, 2, 5, 8, 11 e 13;
- 24 barras de carga;
- 2 bancos de capacitores *shunt* variáveis;
- 4 transformadores com *tap* variável;
- 41 ramos;
- 37 linhas de transmissão;

Os dados do sistema elétrico utilizados foram obtidos em ZIMMERMAN ET AL. (2011). Os dados de geração utilizados para esse sistema, como as zonas de operação permitidas, os tipos de combustíveis e seus respectivos parâmetros de custo foram obtidos em POURAKBARI-KASMAEI ET AL. (2019) e são apresentados no Apêndice B.

Considerou-se que os limites mínimo e máximo de magnitude de tensão para as barras de carga são 0.95 p.u. e 1.05 p.u., respectivamente, enquanto que para as barras de geração são 0.95 p.u. e 1.1 p.u. (POURAKBARI-KASMAEI ET AL., 2019).

Como a natureza dos dispositivos de controle de tensão é discreta, considerou-se que as susceptâncias equivalentes dos bancos de capacitores e reatores *shunt* podem assumir somente os seguintes valores:

$$b_{10}^{sh} \in \{0; 0.05; 0.15; 0.19; 0.20; 0.24; 0.34; 0.39\}$$

$$b_{24}^{sh} \in \{0; 0.04; 0.05; 0.09\}$$

Os valores dos *taps* variaram de 0.95 a 1.1 p.u., com o passo de 0.01 p.u. Os valores iniciais considerados para esses dispositivos são apresentados na Tabela 5.1. Nos testes discretos, para discretização dos *taps* dos transformadores em-fase foi utilizado o parâmetro de penalidade  $\gamma_{km} = 0.001$ , uma constante  $\alpha = 10$  e a tolerância  $\epsilon = 0.0005$ .

### 5.1.2 Versão Contínua

Nesta subseção são apresentados os resultados dos testes para o sistema elétrico IEEE 30 barras realizados com as variáveis de controle contínuas, tais como: FPO clássico (FPO-C), FPO com efeito de carregamento de ponto de válvula (FPO-PV-C), FPO com efeito de carregamento de ponto de válvula com zonas de operação proibidas e múltiplas opções de combustíveis (FPO-PV-ZM-C) e FPO com efeito de carregamento de ponto de válvula com zonas de operação proibidas, múltiplas opções de combustíveis e com restrições de complementaridade na atuação nos dispositivos de controle (FPO-PV-ZM-CP-C).

Os valores obtidos para as variáveis associadas aos dispositivos de controle nos quatro testes são apresentados na Tabela 5.1.

Tabela 5.1: Estado dos dispositivos de controle de tensão nas soluções contínuas obtidas para o sistema elétrico IEEE 30 barras (p.u.).

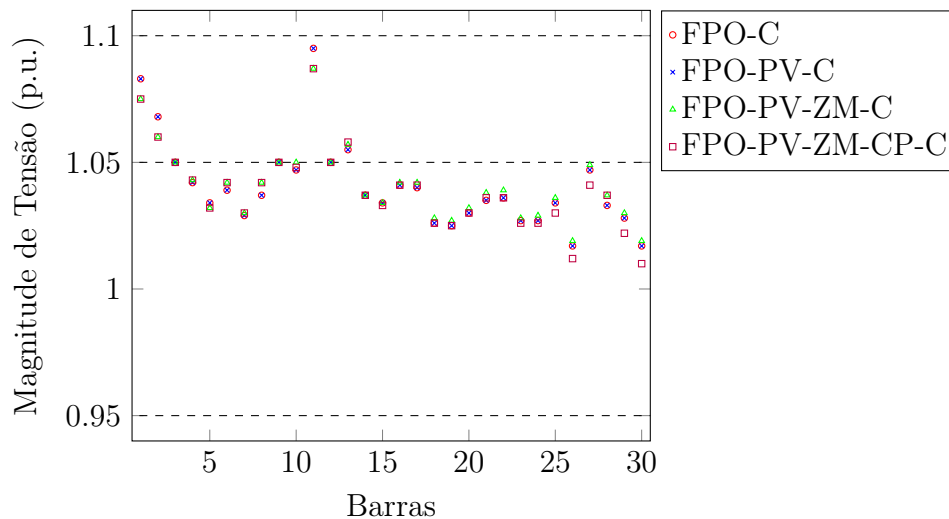
Variável de controle	Valor inicial	FPO-C	FPO-PV-C	FPO-PV-ZM-C	FPO-PV-ZM-CP-C
$t_{6,9}$	0.98	1.026	1.026	1.025	1.022
$t_{6,10}$	0.97	0.968	0.968	0.964	0.97
$t_{4,12}$	0.93	0.964	0.964	0.971	0.971
$t_{28,27}$	0.97	0.96	0.96	0.96	0.97
$b_{10}^{sh}$	0.19	0.178	0.19	0.19	0.19
$b_{24}^{sh}$	0.04	0.043	0.043	0.043	0.04

A Tabela 5.2 apresenta os valores obtidos para as magnitudes de tensão nas barras controladas pelos *taps* do transformadores e banco de capacitores/reatores *shunt* contínuos. Os valores obtidos para as magnitudes de tensão em todas as barras são apresentados na Figura 5.1.

Tabela 5.2: Valores da magnitude de tensão nas barras controladas dos problemas contínuos para o sistema elétrico IEEE 30 barras (p.u.).

$V_k$	FPO-C	FPO-PV-C	FPO-PV-ZM-C	FPO-PV-ZM-CP-C
$V_9$	1.05	1.05	1.05	1.05
$V_{10}$	1.047	1.047	1.05	1.048
$V_{12}$	1.05	1.05	1.05	1.05
$V_{24}$	1.027	1.027	1.029	1.026
$V_{27}$	1.047	1.047	1.049	1.041

Figura 5.1: Magnitudes de tensão obtidas nos problemas contínuos para o sistema elétrico IEEE 30 barras.



Observa-se na Tabela 5.1 que o problema com restrições de atuação dos dispositivos de controle de tensão contínuo (FPO-PV-ZM-CP-C) reduz os ajustes desses dispositivos de modo a atender a condição de complementaridade. As Tabelas 5.1 e 5.2, apresentam, respectivamente, o valor encontrado para as variáveis associadas aos dispositivos de controle de tensão e as magnitudes de tensão nas barras controladas por eles, assim observa-se a restrição de complementaridade (4.14l) - (4.14m) sendo satisfeita para o comportamento de *tap* dos transformadores, e (4.14n) - (4.14o) para o banco de capacitores e reatores *shunt* no barramento, nos quais problemas contínuos e discretos com restrições de atuação de dispositivos de controle de tensão, de forma que esses dispositivos só funcionam quando um dos limites de tensão no barramento por eles controlado é atingido, o que na prática modela o funcionamento de um transformador no sistema elétrico.

A Tabela 5.3 apresenta os despachos de potência ativa nas soluções obtidas.

Tabela 5.3: Despachos de potência ativa obtidos nos problemas contínuos para o sistema elétrico IEEE 30 barras.

Unidade Geradora	$P_k^G$ (MW)	FPO-C	FPO-PV-C	FPO-PV-ZM-C	FPO-PV-ZM-CP-C
1	$P_1^G$	166.2	166.2	140.0	140.0
2	$P_2^G$	80.0	80.0	45.0	45.0
3	$P_5^G$	15.0	15.0	24.4	25.8
4	$P_8^G$	10.0	10.0	35.0	35.0
5	$P_{11}^G$	10.0	10.0	28.0	23.1
6	$P_{13}^G$	12.0	12.0	17.5	20.9

Observa-se nos despachos ativos da Tabela 5.3 que os efeitos de carregamento de pontos de válvulas (FPO-PV-C) não tiveram impacto no despacho. A característica que promoveu maior mudança foram as zonas proibidas e múltiplos combustíveis (FPO-PV-ZM-C), comportamento esperado, uma vez que os intervalos de geração permitidos são limitados.

Nota-se que o fato de considerar restrições de complementaridade (FPO-PV-ZM-CP-C), ainda que os dispositivos de controle atuem sobre variáveis reativas, também teve algum impacto no despacho ativo.

### 5.1.3 Versão Discreta

Os resultados dos testes para o sistema elétrico IEEE 30 barras realizados com as variáveis de controle discretas são apresentados a seguir, tais como: FPO clássico (FPO-D), FPO com efeito de carregamento de ponto de válvula (FPO-PV-D), FPO com efeito de carregamento de ponto de válvula com zonas de operação proibidas e múltiplas opções de combustíveis (FPO-PV-ZM-D) e FPO com efeito de carregamento de ponto de válvula com zonas de operação proibidas e múltiplas opções de combustíveis e com restrições de complementaridade na atuação nos dispositivos de controle (FPO-PV-ZM-CP-D).

Os valores obtidos para as variáveis associadas aos dispositivos de controle nos quatro testes, são apresentados na Tabela 5.4.

Tabela 5.4: Estado dos dispositivos de controle de tensão nas soluções discretas obtidas para o sistema elétrico IEEE 30 barras (p.u.).

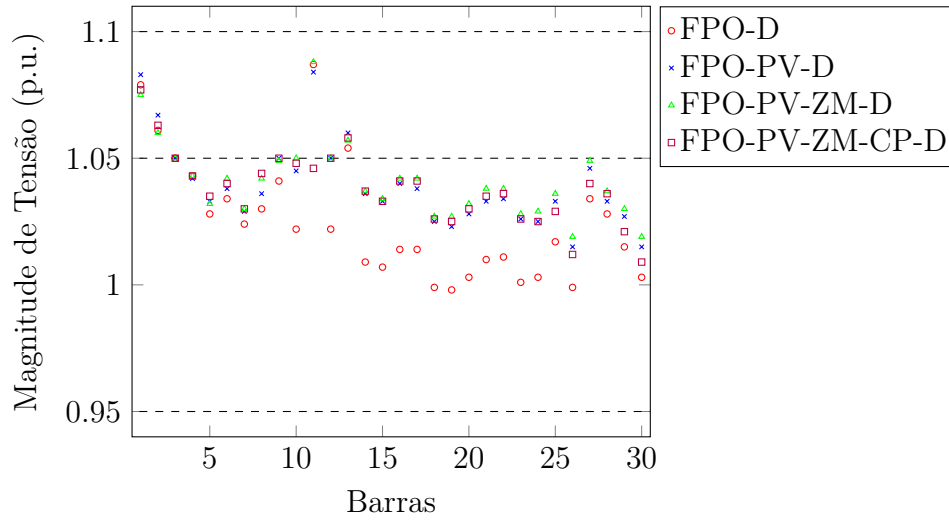
Variável de controle	Valor inicial	FPO-D	FPO-PV-D	FPO-PV-ZM-D	FPO-PV-ZM-CP-D
$t_{6,9}$	0.98	1.00	1.01	1.03	0.98
$t_{6,10}$	0.97	1.05	0.99	0.96	0.97
$t_{4,12}$	0.93	1.04	0.97	0.97	0.97
$t_{28,27}$	0.97	0.96	0.96	0.96	0.97
$b_{10}^{sh}$	0.19	0.15	0.19	0.19	0.19
$b_{24}^{sh}$	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04

A Tabela 5.5 apresenta os valores obtidos para as magnitudes de tensão nas barras controladas pelos *taps* do transformadores e banco de capacitores/reatores *shunt* discretos. Os valores obtidos para as magnitudes de tensão em todas as barras são apresentados na Figura 5.2.

Tabela 5.5: Valores da magnitude de tensão nas barras controladas dos problemas discretos para o sistema elétrico IEEE 30 barras (p.u.).

$V_k$	FPO-D	FPO-PV-D	FPO-PV-ZM-D	FPO-PV-ZM-CP-D
$V_9$	1.041	1.05	1.049	1.05
$V_{10}$	1.022	1.045	1.05	1.048
$V_{12}$	1.022	1.05	1.05	1.05
$V_{24}$	1.003	1.025	1.029	1.025
$V_{27}$	1.034	1.046	1.049	1.040

Figura 5.2: Magnitudes de tensão obtidas nos problemas discretos para o sistema elétrico IEEE 30 barras.



Observa-se que o problema com restrições de atuação dos dispositivos de controle de tensão discreto (FPO-PV-ZM-CP-D) limita os ajustes desses dispositivos de modo a atender a condição de complementaridade. As Tabelas 5.4 e 5.5 que apresentam, respectivamente, o valor encontrado para as variáveis associadas aos dispositivos de controle de tensão e as magnitudes de tensão nas barras controladas por eles, corroboram esta afirmação. A Tabela 5.6 apresenta os despachos de potência ativa nas soluções obtidas.

Tabela 5.6: Despachos de potência ativa obtidos nos problemas discretos para o sistema elétrico IEEE 30 barras.

Unidade Geradora	$P_k^G$ (MW)	FPO-D	FPO-PV-D	FPO-PV-ZM-D	FPO-PV-ZM-CP-D
1	$P_1^G$	166.3	166.2	140.0	140.0
2	$P_2^G$	80.0	80.0	45.0	45.0
3	$P_5^G$	15.0	15.0	24.4	25.8
4	$P_8^G$	10.0	10.0	35.0	35.0
5	$P_{11}^G$	10.0	10.0	28.0	23.1
6	$P_{13}^G$	12.0	12.0	17.5	21.0

Observa-se nos despachos ativos da Tabela 5.6 que os efeitos de carregamento de pontos de válvulas (FPO-PV-D) não tiveram impacto no despacho. A característica que promoveu maior mudança foram as zonas proibidas e múltiplos combustíveis (FPO-PV-ZM-D), comportamento esperado, uma vez que os intervalos de geração permitidos são limitados.

Nota-se que o fato de considerar restrições de complementaridade (FPO-PV-ZM-CP-D), ainda que os dispositivos de controle atuem sobre variáveis reativas, também teve algum impacto no despacho ativo. Pode-se observar também que a comparação de problemas com variáveis contínuas e discretas em dispositivos de controle não teve grande impacto no despacho ativo.

## 5.2 Sistema Elétrico IEEE 118 barras

### 5.2.1 Dados do Sistema Elétrico

A seguir são apresentadas as características do sistema elétrico IEEE 118 barras:

- 118 barras;
- 54 unidades geradoras;
- 64 barras de carga;
- 14 bancos de capacitores *shunt* variáveis;
- 9 transformadores de *tap* variável;
- 186 linhas de transmissão.

Os dados do sistema elétrico utilizados foram obtidos em ZIMMERMAN ET AL. (2011). Os dados de geração utilizados, como as zonas de operação permitidas, os tipos de combustíveis e seus respectivos parâmetros de custo foram obtidos em POURAKBARI-KASMAEI ET AL. (2019) e são apresentados no Apêndice B. Vale ressaltar que os coeficientes de custo relativos aos tipos de combustível 2 e 3 são considerados 10% e 15% superiores ao primeiro tipo de combustível, respectivamente.

Considerou-se que os limites mínimo e máximo de magnitude de tensão para as barras de carga são 0.95 p.u. e 1.05 p.u., respectivamente, enquanto que para as barras de geração são 0.95 p.u. e 1.1 p.u. (POURAKBARI-KASMAEI ET AL., 2019). Foi considerado para os *taps* variáveis os valores de 0.95 a 1.05 p.u., com o passo de 0.01 p.u. Os valores iniciais considerados para esses dispositivos são apresentados na Tabela 5.7. Nos testes

discretos, para discretização dos *taps* dos transformadores em-fase foi utilizado o parâmetro de penalidade  $\gamma_{km} = 0.001$ , uma constante  $\alpha = 10$  e a tolerância  $\epsilon = 0.0005$ . Como a natureza dos dispositivos de controle de tensão é discreta, considerou-se que as susceptâncias equivalentes dos bancos de capacitores e reatores *shunt* podem assumir somente os seguintes valores:

$$b_5^{sh} \in \{-0.40; -0.20; 0\}$$

$$b_{34}^{sh} \in \{0; 0.06; 0.07; 0.13; 0.14; 0.20\}$$

$$b_{37}^{sh} \in \{-0.25; -0.20; 0\}$$

$$b_{44}^{sh} \in \{0; 0.10\}$$

$$b_{45}^{sh} \in \{0; 0.10\}$$

$$b_{46}^{sh} \in \{0; 0.10\}$$

$$b_{48}^{sh} \in \{0; 0.15\}$$

$$b_{74}^{sh} \in \{0.08; 0.12; 0.20\}$$

$$b_{79}^{sh} \in \{0.10; 0.20\}$$

$$b_{82}^{sh} \in \{0.10; 0.20\}$$

$$b_{83}^{sh} \in \{0.10; 0.20\}$$

$$b_{105}^{sh} \in \{0.10; 0.20\}$$

$$b_{107}^{sh} \in \{0; 0.06; 0.07; 0.13; 0.14; 0.20\}$$

$$b_{110}^{sh} \in \{0; 0.06; 0.07; 0.13; 0.14; 0.20\}$$

## 5.2.2 Versão Contínua

Nesta subseção são apresentados os resultados dos testes para o sistema elétrico IEEE 118 barras realizados com as variáveis de controle contínuas, tais como: FPO clássico (FPO-C), FPO com efeito de carregamento de ponto de válvula (FPO-PV-C), FPO com

efeito de carregamento de ponto de válvula com zonas de operação proibidas e múltiplas opções de combustíveis (FPO-PV-ZM-C) e FPO com efeito de carregamento de ponto de válvula com zonas de operação proibidas e múltiplas opções de combustíveis e com restrições de complementaridade na atuação nos dispositivos de controle (FPO-PV-ZM-CP-C).

Os valores obtidos para as variáveis associadas aos dispositivos de controle nos quatro testes são apresentados na Tabela 5.7.

Tabela 5.7: Estado dos dispositivos de controle de tensão nas soluções contínuas obtidas para o sistema elétrico IEEE 118 barras (p.u.).

Variável de controle	Valor inicial	FPO-C	FPO-PV-C	FPO-PV-ZM-C	FPO-PV-ZM-CP-C
$t_{8-5}$	0.99	0.978	0.981	0.962	0.990
$t_{26-25}$	0.96	1.057	1.060	1.069	0.960
$t_{30-17}$	0.96	0.984	0.986	0.982	0.988
$t_{38-37}$	0.94	0.973	0.969	0.983	0.986
$t_{63-59}$	0.96	0.983	0.978	0.981	0.960
$t_{64-61}$	0.99	0.994	0.999	0.991	0.990
$t_{65-66}$	0.94	0.971	0.992	0.975	0.940
$t_{68-69}$	0.94	0.927	0.932	0.900	0.940
$t_{81-80}$	0.94	0.976	0.976	0.977	0.940
$b_5^{sh}$	-0.4	0.00	0.00	-0.400	-0.400
$b_{34}^{sh}$	0.14	0.060	0.034	0.107	0.140
$b_{37}^{sh}$	-0.25	-0.250	-0.250	-0.197	-0.250
$b_{44}^{sh}$	0.1	0.097	0.093	0.100	0.100
$b_{45}^{sh}$	0.1	0.100	0.100	0.100	0.100
$b_{46}^{sh}$	0.1	0.050	0.050	0.050	0.100
$b_{48}^{sh}$	0.15	0.079	0.075	0.078	0.108
$b_{74}^{sh}$	0.12	0.200	0.200	0.200	0.120
$b_{79}^{sh}$	0.2	0.200	0.200	0.200	0.200
$b_{82}^{sh}$	0.2	0.200	0.200	0.200	0.200
$b_{83}^{sh}$	0.1	0.131	0.133	0.127	0.100
$b_{105}^{sh}$	0.2	0.142	0.136	0.137	0.200
$b_{107}^{sh}$	0.06	0.100	0.100	0.100	0.060
$b_{110}^{sh}$	0.06	0.125	0.125	0.126	0.060

A Tabela 5.8 apresenta os valores obtidos para as magnitudes de tensão nas barras controladas pelos *taps* do transformadores e banco de capacitores/reatores *shunt* contínuos.

Observa-se que o problema com restrições de atuação dos dispositivos de controle de tensão contínuo (FPO-PV-ZM-CP-C) limita os ajustes desses dispositivos de modo a atender a condição de complementaridade. As Tabelas 5.7 e 5.8 que apresentam, respectivamente, o valor encontrado para as variáveis associadas aos dispositivos de controle de tensão e as magnitudes de tensão nas barras controladas por eles, corroboram esta afirmação.

Tabela 5.8: Valores da magnitude de tensão nas barras controladas dos problemas contínuos para o sistema elétrico IEEE 118 barras (p.u.).

$V_k$	FPO-C	FPO-PV-C	FPO-PV-ZM-C	FPO-PV-ZM-CP-C
$V_5$	1.050	1.050	1.050	1.047
$V_{17}$	1.050	1.050	1.050	1.050
$V_{25}$	1.072	1.064	1.061	1.072
$V_{34}$	1.046	1.046	1.047	1.049
$V_{37}$	1.050	1.050	1.050	1.050
$V_{44}$	1.029	1.032	1.027	1.030
$V_{45}$	1.025	1.029	1.024	1.027
$V_{46}$	1.037	1.043	1.039	1.043
$V_{48}$	1.048	1.049	1.048	1.050
$V_{59}$	1.052	1.054	1.052	1.047
$V_{61}$	1.052	1.052	1.051	1.035
$V_{66}$	1.063	1.063	1.065	1.076
$V_{69}$	1.078	1.071	1.082	1.082
$V_{74}$	1.038	1.038	1.040	1.036
$V_{79}$	1.046	1.045	1.047	1.049
$V_{80}$	1.060	1.059	1.059	1.061
$V_{82}$	1.038	1.039	1.040	1.040
$V_{83}$	1.039	1.041	1.042	1.041
$V_{105}$	1.036	1.042	1.040	1.037
$V_{107}$	1.030	1.035	1.032	1.029
$V_{110}$	1.037	1.043	1.041	1.039

Os valores obtidos para as magnitudes de tensão em todas as barras são apresentados na Figura 5.3. Desta forma, pode-se observar o comportamento das restrições (4.14l) - (4.14o), limitando o número de ajustes necessários na variável de controle, para que estes dispositivos operem apenas quando um dos limites de tensão na barra controlada por ele for atingido.

A Tabela 5.9 apresenta os despachos de potência ativa nas soluções obtidas.

Figura 5.3: Magnitudes de tensão obtidas nos problemas contínuos para o sistema elétrico IEEE 118 barras.

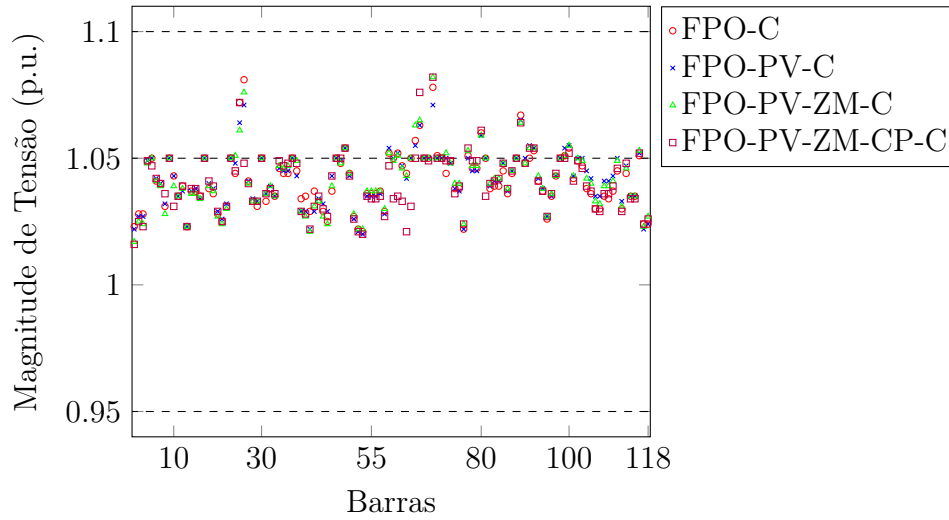


Tabela 5.9: Despachos de potência ativa obtidos nos problemas contínuos para o sistema elétrico IEEE 118 barras.

Unidade Geradora	$P_k^G$ (MW)	FPO-C	FPO-PV-C	FPO-PV-ZM-C	FPO-PV-ZM-CP-C
1	$P_1^G$	25.6	25.0	0.00	0.00
2	$P_4^G$	0.00	25.0	0.00	0.00
3	$P_6^G$	0.00	25.0	0.00	0.00
4	$P_8^G$	0.00	25.0	25.0	25.0
5	$P_{10}^G$	400.4	412.5	275.0	275.0
6	$P_{12}^G$	85.7	46.2	92.5	92.5
7	$P_{15}^G$	19.8	25.0	0.00	0.00
8	$P_{18}^G$	12.0	25.0	25.0	25.0
9	$P_{19}^G$	20.7	25.0	25.0	25.0
10	$P_{24}^G$	0.00	25.0	25.0	25.0
11	$P_{25}^G$	194.9	160.0	160.0	160.0
12	$P_{26}^G$	281.3	207.0	218.3	207.0
13	$P_{27}^G$	11.0	25.0	25.0	25.0
14	$P_{31}^G$	07.2	26.7	26.7	25.7
15	$P_{32}^G$	15.1	25.0	25.0	25.0
16	$P_{34}^G$	3.1	25.0	0.00	0.00
17	$P_{36}^G$	09.2	25.0	25.0	25.0
18	$P_{40}^G$	48.9	25.0	0.00	0.00
19	$P_{42}^G$	41.0	25.0	0.00	0.00
20	$P_{46}^G$	19.0	29.8	29.8	29.8
21	$P_{49}^G$	193.5	52.0	152.0	91.6
22	$P_{54}^G$	49.5	37.0	74.0	74.0
23	$P_{55}^G$	31.7	25.0	25.0	25.0
24	$P_{56}^G$	32.2	25.0	25.0	25.0

Tabela 5.9 – *Continuação*

Unidade Geradora	$P_k^G$ (MW)	FPO-C	FPO-PV-C	FPO-PV-ZM-C	FPO-PV-ZM-CP-C
25	$P_{59}^G$	149.6	127.5	127.5	127.5
26	$P_{61}^G$	148.4	130.0	130.0	65.0
27	$P_{62}^G$	0.00	25.0	25.0	25.0
28	$P_{65}^G$	353.2	368.3	245.5	245.5
29	$P_{66}^G$	349.9	246.0	492.0	492.0
30	$P_{69}^G$	455.9	402.6	603.9	603.9
31	$P_{70}^G$	0.00	25.0	0.00	0.00
32	$P_{72}^G$	0.00	25.0	25.0	25.0
33	$P_{73}^G$	0.00	25.0	25.0	25.0
34	$P_{74}^G$	16.8	25.0	25.0	25.0
35	$P_{76}^G$	22.7	25.0	25.0	25.0
36	$P_{77}^G$	0.00	25.0	25.0	25.0
37	$P_{80}^G$	431.4	432.7	432.7	577.0
38	$P_{85}^G$	0.00	25.0	0.00	0.00
39	$P_{87}^G$	3.6	0.00	0.00	0.00
40	$P_{89}^G$	502.6	411.6	353.5	353.5
41	$P_{90}^G$	0.00	25.0	25.0	25.0
42	$P_{91}^G$	0.00	25.0	25.0	25.0
43	$P_{92}^G$	0.00	25.0	25.0	25.0
44	$P_{99}^G$	0.00	25.0	0.00	0.00
45	$P_{100}^G$	231.1	176.0	264.0	264.0
46	$P_{103}^G$	38.2	35.0	35.0	35.0
47	$P_{104}^G$	0.00	25.0	0.00	0.00
48	$P_{105}^G$	5.1	25.0	25.0	25.0
49	$P_{107}^G$	29.1	25.0	25.0	25.0
50	$P_{110}^G$	7.0	25.0	25.0	25.0
51	$P_{111}^G$	35.2	34.0	34.0	34.0
52	$P_{112}^G$	36.6	25.0	25.0	25.0
53	$P_{113}^G$	0.00	25.0	25.0	25.0
54	$P_{116}^G$	0.00	25.0	0.00	0.00

Pode-se observar na Tabela 5.9 que com a implementação no modelo de características práticas do sistema, como ECPV, ZOP, MOC e acionamento de dispositivos de controle, o despacho é completamente diferente do despacho de um FPO clássico, ou seja, um modo de operação diferente. Observa-se que os pontos de carregamento das válvulas (FPO-PV-C) não tiveram grande impacto no despacho.

A característica que promoveu a maior mudança foram as zonas proibidas e os múltiplos combustíveis (FPO-PV-ZM-C), comportamento esperado, uma vez que os intervalos

de geração permitidos são limitados. Nota-se também que o facto de considerar restrições de complementaridade (FPO-PV-ZM-CP-C), ainda que os dispositivos de controle atuem sobre variáveis reativas, também teve algum impacto no despacho ativo.

### 5.2.3 Versão Discreta

Os resultados dos testes para o sistema elétrico IEEE 118 barras realizados com as variáveis de controle discretas são apresentados a seguir, tais como: FPO clássico (FPO-D), FPO com efeito de carregamento de ponto de válvula (FPO-PV-D), FPO com efeito de carregamento de ponto de válvula com zonas de operação proibidas e múltiplas opções de combustíveis (FPO-PV-ZM-D) e FPO com efeito de carregamento de ponto de válvula com zonas de operação proibidas e múltiplas opções de combustíveis e com restrições de complementaridade na atuação nos dispositivos de controle (FPO-PV-ZM-CP-D).

Os valores obtidos para as variáveis associadas aos dispositivos de controle nos quatro testes, são apresentados na Tabela 5.10.

Tabela 5.10: Estado dos dispositivos de controle de tensão nas soluções discretas obtidas para o sistema elétrico IEEE 118 barras (p.u.).

Variável de controle	Valor inicial	FPO-D	FPO-PV-D	FPO-PV-ZM-D	FPO-PV-ZM-CP-D
$t_{8-5}$	0.99	0.96	0.95	0.95	0.99
$t_{26-25}$	0.96	1.01	1.01	1.00	0.96
$t_{30-17}$	0.96	0.99	0.96	0.97	0.96
$t_{38-37}$	0.94	0.97	0.98	0.99	0.94
$t_{63-59}$	0.96	0.93	0.98	0.95	0.96
$t_{64-61}$	0.99	0.95	1.01	1.00	0.99
$t_{65-66}$	0.94	1.00	0.97	1.01	0.94
$t_{68-69}$	0.94	1.01	0.97	0.90	0.94
$t_{81-80}$	0.94	0.96	0.92	0.97	0.94
$b_5^{sh}$	-0.40	-0.40	-0.40	0.00	-0.40
$b_{34}^{sh}$	0.14	0.07	0.13	0.07	0.14
$b_{37}^{sh}$	-0.25	-0.25	-0.20	-0.25	-0.25
$b_{44}^{sh}$	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10
$b_{45}^{sh}$	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10
$b_{46}^{sh}$	0.10	0.00	0.00	0.10	0.10
$b_{48}^{sh}$	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15
$b_{74}^{sh}$	0.12	0.20	0.20	0.20	0.12
$b_{79}^{sh}$	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20
$b_{82}^{sh}$	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20

Tabela 5.10 – *Continuação*

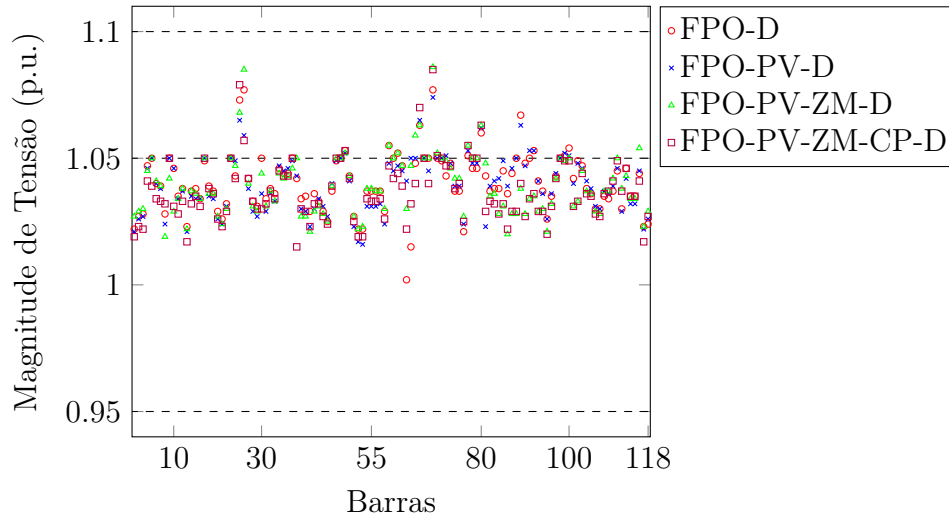
Variável de controle	Valor inicial	FPO-D	FPO-PV-D	FPO-PV-ZM-D	FPO-PV-ZM-CP-D
$b_{83}^{sh}$	0.10	0.10	0.10	0.20	0.10
$b_{105}^{sh}$	0.20	0.10	0.10	0.20	0.20
$b_{107}^{sh}$	0.06	0.13	0.07	0.07	0.06
$b_{110}^{sh}$	0.06	0.13	0.13	0.13	0.06

A Tabela 5.11 apresenta os valores obtidos para as magnitudes de tensão nas barras controladas pelos *taps* do transformadores e banco de capacitores/reatores *shunt* discretos. Os valores obtidos para as magnitudes de tensão em todas as barras são apresentados na Figura 5.4.

Tabela 5.11: Valores da magnitude de tensão nas barras controladas dos problemas discretos para o sistema elétrico IEEE 118 barras (p.u.).

$V_k$	FPO-D	FPO-PV-D	FPO-PV-ZM-D	FPO-PV-ZM-CP-D
$V_5$	1.050	1.050	1.050	1.039
$V_{17}$	1.049	1.050	1.050	1.050
$V_{25}$	1.073	1.065	1.068	1.079
$V_{34}$	1.046	1.047	1.044	1.045
$V_{37}$	1.050	1.049	1.046	1.050
$V_{44}$	1.029	1.031	1.028	1.027
$V_{45}$	1.025	1.027	1.025	1.024
$V_{46}$	1.037	1.040	1.039	1.039
$V_{48}$	1.050	1.050	1.050	1.050
$V_{59}$	1.055	1.048	1.055	1.047
$V_{61}$	1.052	1.047	1.052	1.044
$V_{66}$	1.063	1.065	1.063	1.070
$V_{69}$	1.077	1.074	1.086	1.085
$V_{74}$	1.037	1.039	1.042	1.038
$V_{79}$	1.046	1.048	1.050	1.050
$V_{80}$	1.060	1.062	1.063	1.063
$V_{82}$	1.037	1.039	1.035	1.033
$V_{83}$	1.038	1.041	1.036	1.032
$V_{105}$	1.036	1.038	1.036	1.035
$V_{107}$	1.030	1.030	1.028	1.027
$V_{110}$	1.037	1.039	1.042	1.041

Figura 5.4: Magnitudes de tensão obtidas nos problemas discretos para o sistema elétrico IEEE 118 barras.



Observa-se que o problema com restrições de atuação dos dispositivos de controle de tensão discreto (FPO-PV-ZM-CP-D) limita os ajustes desses dispositivos de modo a atender a condição de complementaridade. As Tabelas 5.10 e 5.11 que apresentam, respectivamente, o valor encontrado para as variáveis associadas aos dispositivos de controle de tensão e as magnitudes de tensão nas barras controladas por eles, corroboram esta afirmação. A Tabela 5.12 apresenta os despachos de potência ativa nas soluções obtidas.

Tabela 5.12: Despachos de potência ativa obtidos nos problemas discretos para o sistema elétrico IEEE 118 barras.

Unidade Geradora	$P_k^G$ (MW)	FPO-D	FPO-PV-D	FPO-PV-ZM-D	FPO-PV-ZM-CP-D
1	$P_1^G$	25.5	25.0	50.0	50.0
2	$P_4^G$	0.00	25.0	0.00	0.00
3	$P_6^G$	0.00	25.0	50.0	0.00
4	$P_8^G$	0.00	25.0	25.0	25.0
5	$P_{10}^G$	400.4	324.9	148.6	165.0
6	$P_{12}^G$	85.6	92.5	92.5	92.5
7	$P_{15}^G$	20.1	25.0	50.0	0.00
8	$P_{18}^G$	12.5	25.0	25.0	25.0
9	$P_{19}^G$	21.0	25.0	25.0	25.0
10	$P_{24}^G$	0.00	25.0	25.0	25.0
11	$P_{25}^G$	194.9	160.0	160.0	187.0
12	$P_{26}^G$	281.2	207.0	310.5	310.5
13	$P_{27}^G$	10.9	25.0	25.0	25.0
14	$P_{31}^G$	7.2	0.00	0.00	0.00
15	$P_{32}^G$	15.1	25.0	25.0	25.0

Tabela 5.12 – *Continuação*

Unidade Geradora	$P_k^G$ (MW)	FPO-D	FPO-PV-D	FPO-PV-ZM-D	FPO-PV-ZM-CP-D
16	$P_{34}^G$	3.4	25.0	0.00	0.00
17	$P_{36}^G$	9.4	25.0	25.0	25.0
18	$P_{40}^G$	49.0	25.0	20.0	20.0
19	$P_{42}^G$	41.0	25.0	20.0	20.0
20	$P_{46}^G$	19.0	29.8	29.8	29.8
21	$P_{49}^G$	193.4	152.0	152.0	210.0
22	$P_{54}^G$	49.5	37.0	74.0	74.0
23	$P_{55}^G$	32.0	25.0	25.0	25.0
24	$P_{56}^G$	32.4	25.0	25.0	25.0
25	$P_{59}^G$	149.8	127.5	127.5	127.5
26	$P_{61}^G$	148.5	130.0	130.0	130.0
27	$P_{62}^G$	0.00	25.0	25.0	25.0
28	$P_{65}^G$	353.2	368.3	368.3	368.3
29	$P_{66}^G$	349.8	369.0	369.0	369.0
30	$P_{69}^G$	455.2	402.6	603.9	603.9
31	$P_{70}^G$	0.00	25.0	0.00	0.00
32	$P_{72}^G$	0.00	25.0	25.0	25.0
33	$P_{73}^G$	0.00	25.0	25.0	25.0
34	$P_{74}^G$	16.4	25.0	25.0	25.0
35	$P_{76}^G$	22.5	25.0	25.0	25.0
36	$P_{77}^G$	0.00	25.0	25.0	25.0
37	$P_{80}^G$	431.4	432.7	432.7	432.7
38	$P_{85}^G$	0.00	25.0	20.0	20.0
39	$P_{87}^G$	3.6	0.00	0.00	0.00
40	$P_{89}^G$	502.6	353.5	120.0	150.0
41	$P_{90}^G$	0.00	25.0	75.0	50.0
42	$P_{91}^G$	0.00	25.0	25.0	25.0
43	$P_{92}^G$	0.00	25.0	25.0	25.0
44	$P_{99}^G$	0.00	25.0	0.00	0.00
45	$P_{100}^G$	231.1	176.0	264.0	264.0
46	$P_{103}^G$	38.2	35.0	35.0	35.0
47	$P_{104}^G$	0.00	25.0	0.00	0.00
48	$P_{105}^G$	5.1	25.0	25.0	25.0
49	$P_{107}^G$	29.1	25.0	25.0	25.0
50	$P_{110}^G$	7.0	25.0	25.0	25.0
51	$P_{111}^G$	35.2	34.0	34.0	34.0
52	$P_{112}^G$	36.6	25.0	50.0	50.0
53	$P_{113}^G$	0.00	25.0	25.0	25.0
54	$P_{116}^G$	0.00	25.0	0.00	0.00

Pode-se observar na Tabela 5.9 que com a implementação no modelo de caracte-

rísticas práticas do sistema, como ECPV, ZOP, MOC e acionamento de dispositivos de controle, o despacho é completamente diferente do despacho de um FPO clássico, ou seja, um modo de operação diferente. Observa-se que os pontos de carregamento das válvulas (FPO-PV-D) tiveram grande impacto no despacho.

A característica que promoveu a maior mudança foram as zonas proibidas e os múltiplos combustíveis (FPO-PV-ZM-D), comportamento esperado, uma vez que os intervalos de geração permitidos são limitados. Nota-se também que o facto de considerar restrições de complementaridade (FPO-PV-ZM-CP-D), ainda que os dispositivos de controle atuem sobre variáveis reativas, também teve algum impacto no despacho ativo.

Neste caso, percebe-se que a comparação dos problemas com variáveis contínuas e discretas nos dispositivos de controle teve impacto no despacho ativo.

## 5.3 Sistema Elétrico IEEE 300 barras

### 5.3.1 Dados do Sistema Elétrico

A seguir são apresentadas as características do sistema elétrico IEEE 300 barras:

- 300 barras;
- 69 unidades geradoras;
- 231 barras de carga;
- 14 bancos de capacitores *shunt* variáveis;
- 107 transformadores de *tap* variável;
- 411 linhas de transmissão.

Foi considerado para os *taps* variáveis os valores de 0.88 a 1.12 p.u., com o passo de 0.01 p.u. Nos testes discretos, para discretização dos *taps* dos transformadores em-fase foi utilizado o parâmetro de penalidade  $\gamma_{km} = 0.001$ , uma constante  $\alpha = 10$  e a tolerância  $\epsilon = 0.0005$ . Os valores iniciais para esses dispositivos são apresentados na Tabela 5.13. Os limites inferiores e superiores considerados para as magnitudes de tensão foram, 0.95 e

1.1 p.u., respectivamente. A susceptância equivalente dos bancos de capacitores e reatores *shunt* podem assumir somente os seguintes valores:

$$b_{96}^{sh} \in \{0; 2; 3.5; 4.5\}$$

$$b_{29}^{sh} \in \{0; 0.25; 0.44; 0.59\}$$

$$b_{133}^{sh} \in \{0; 0.19; 0.34; 0.39\}$$

$$b_{143}^{sh} \in \{-4.5; 0\}$$

$$b_{145}^{sh} \in \{-4.5; 0\}$$

$$b_{152}^{sh} \in \{0; 0.25; 0.44; 0.59\}$$

$$b_{158}^{sh} \in \{0; 0.25; 0.44; 0.59\}$$

$$b_{169}^{sh} \in \{-2.5; 0\}$$

$$b_{210}^{sh} \in \{-4.5; 0\}$$

$$b_{217}^{sh} \in \{-4.5; 0\}$$

$$b_{219}^{sh} \in \{-1.5; 0\}$$

$$b_{227}^{sh} \in \{0; 0.25; 0.44; 0.59\}$$

$$b_{268}^{sh} \in \{0; 0.15\}$$

$$b_{283}^{sh} \in \{0; 0.15\}$$

Os dados do sistema elétrico e de geração, assim como os coeficientes do da função custo quadrática utilizados, foram obtidos em ZIMMERMAN ET AL. (2011). Os coeficientes referentes aos ECPV foram estimados através da abordagem proposta por PINHEIRO ET AL. (2022), como mostrado no Apêndice A. Vale ressaltar que, assim como nos testes anteriores, os coeficientes de custo relativos aos tipos de combustível 2 e 3 são considerados 10% e 15% superiores ao primeiro tipo de combustível, respectivamente. Nesse sistema, pela falta de dados encontrados na literatura, a definição das zonas de operação permitidas foi realiza de maneira similar à heurística proposta por PINHEIRO ET AL. (2022), de modo que os intervalos (5.1) e (5.2) utilizam o combustível do tipo 1, (5.3) e (5.4) utilizam o

combustível do tipo 2 e (5.5) utiliza o combustível do tipo 3:

$$(\underline{P}_{k,1,1}^G, \overline{P}_{k,1,1}^G) = \left( \frac{0}{9}[\overline{P}_k^G - \underline{P}_k^G] + \underline{P}_k^G, \frac{1}{9}[\overline{P}_k^G - \underline{P}_k^G] + \underline{P}_k^G \right), \forall k \in G. \quad (5.1)$$

$$(\underline{P}_{k,2,1}^G, \overline{P}_{k,2,1}^G) = \left( \frac{2}{9}[\overline{P}_k^G - \underline{P}_k^G] + \underline{P}_k^G, \frac{3}{9}[\overline{P}_k^G - \underline{P}_k^G] + \underline{P}_k^G \right), \forall k \in G. \quad (5.2)$$

$$(\underline{P}_{k,1,2}^G, \overline{P}_{k,1,2}^G) = \left( \frac{4}{9}[\overline{P}_k^G - \underline{P}_k^G] + \underline{P}_k^G, \frac{5}{9}[\overline{P}_k^G - \underline{P}_k^G] + \underline{P}_k^G \right), \forall k \in G. \quad (5.3)$$

$$(\underline{P}_{k,2,2}^G, \overline{P}_{k,2,2}^G) = \left( \frac{6}{9}[\overline{P}_k^G - \underline{P}_k^G] + \underline{P}_k^G, \frac{7}{9}[\overline{P}_k^G - \underline{P}_k^G] + \underline{P}_k^G \right), \forall k \in G. \quad (5.4)$$

$$(\underline{P}_{k,1,3}^G, \overline{P}_{k,1,3}^G) = \left( \frac{8}{9}[\overline{P}_k^G - \underline{P}_k^G] + \underline{P}_k^G, \frac{9}{9}[\overline{P}_k^G - \underline{P}_k^G] + \underline{P}_k^G \right), \forall k \in G. \quad (5.5)$$

### 5.3.2 Versão Contínua

Nesta subsecção são apresentados os resultados dos testes para o sistema elétrico IEEE 300 barras realizados com as variáveis de controle contínuas, tais como: FPO clássico (FPO-C), FPO com efeito de carregamento de ponto de válvula (FPO-PV-C), FPO com efeito de carregamento de ponto de válvula com zonas de operação proibidas e múltiplas opções de combustíveis (FPO-PV-ZM-C) e FPO com efeito de carregamento de ponto de válvula com zonas de operação proibidas e múltiplas opções de combustíveis e com restrições de complementaridade na atuação nos dispositivos de controle (FPO-PV-ZM-CP-C).

Os valores obtidos para as variáveis associadas aos dispositivos de controle nos testes realizados, são apresentados na Tabela 5.13.

Tabela 5.13: Estado dos dispositivos de controle de tensão nas soluções contínuas obtidas para o sistema elétrico IEEE 300 barras (p.u.).

Variável de controle	Valor inicial	FPO-C	FPO-PV-C	FPO-PV-ZM-C	FPO-PV-ZM-CP-C
$t_{3-1}$	0.950	1.060	1.067	1.061	0.950
$t_{3-2}$	0.960	0.982	0.982	0.984	0.960
$t_{3-4}$	0.970	1.003	1.004	1.003	0.970
$t_{7-5}$	0.950	0.953	0.951	0.954	0.950
$t_{7-6}$	0.960	0.996	0.998	0.998	0.960
$t_{10-11}$	1.050	1.005	1.001	1.002	1.050
$t_{12-10}$	0.990	0.987	0.992	0.992	0.990
$t_{15-17}$	0.960	0.958	0.966	0.949	0.963

Tabela 5.13 – *Continuação*

Variável de controle	Valor inicial	FPO-C	FPO-PV-C	FPO-PV-ZM-C	FPO-PV-ZM-CP-C
$t_{16-15}$	0.970	0.979	0.985	0.971	0.970
$t_{20-19}$	0.950	0.978	0.980	0.978	0.950
$t_{23-22}$	0.940	1.053	1.051	1.052	0.966
$t_{30-29}$	1.010	0.968	0.975	0.974	1.010
$t_{31-266}$	1.010	0.988	0.988	0.988	1.010
$t_{39-38}$	1.010	0.979	0.987	0.986	1.010
$t_{39-40}$	1.000	0.992	0.992	0.989	1.000
$t_{54-53}$	0.980	0.962	0.958	0.959	0.980
$t_{55-56}$	1.020	1.030	1.044	1.043	1.020
$t_{61-62}$	1.000	1.027	1.023	1.023	1.000
$t_{68-73}$	1.000	0.971	0.966	0.966	1.000
$t_{70-81}$	1.000	1.022	1.044	1.033	1.000
$t_{71-83}$	1.000	1.022	1.038	1.031	1.000
$t_{72-78}$	1.010	1.009	1.014	1.010	1.010
$t_{93-186}$	0.970	1.005	0.988	0.989	0.970
$t_{95-103}$	1.010	0.886	0.903	0.903	1.010
$t_{98-243}$	1.020	0.993	0.993	0.993	1.020
$t_{99-244}$	0.930	1.024	0.903	0.903	0.930
$t_{100-94}$	1.050	0.923	0.924	0.924	1.050
$t_{101-136}$	1.000	1.007	1.005	1.005	1.000
$t_{109-110}$	1.050	1.001	1.001	1.002	1.050
$t_{109-129}$	1.050	1.001	1.002	1.002	1.050
$t_{111-149}$	1.050	0.971	0.971	0.971	1.050
$t_{120-153}$	0.980	0.998	0.991	0.991	0.994
$t_{121-154}$	1.000	0.952	0.945	0.948	1.000
$t_{122-123}$	1.030	1.004	1.002	1.004	1.030
$t_{122-127}$	0.960	0.988	0.989	0.989	0.976
$t_{124-159}$	1.000	0.931	0.925	0.928	1.000
$t_{130-149}$	1.050	0.966	0.963	0.963	1.050
$t_{132-162}$	1.070	0.958	0.960	0.953	1.070
$t_{134-135}$	1.050	0.936	0.944	0.937	1.050
$t_{138-96}$	1.050	1.120	1.120	1.120	1.050
$t_{139-103}$	0.980	0.990	0.989	0.989	0.980
$t_{142-116}$	0.980	0.955	0.952	0.952	0.980
$t_{143-134}$	0.960	1.036	1.028	1.036	0.960
$t_{161-118}$	1.050	0.998	1.001	1.000	1.050
$t_{168-189}$	1.030	1.029	1.030	1.030	1.030
$t_{172-175}$	1.030	1.027	1.026	1.025	1.030
$t_{174-191}$	0.990	0.983	0.984	0.984	0.990
$t_{175-246}$	1.000	0.965	0.966	0.966	1.000
$t_{179-227}$	1.000	1.057	1.058	1.058	1.000
$t_{180-57}$	1.030	1.042	1.046	1.045	1.030

Tabela 5.13 – *Continuação*

Variável de controle	Valor inicial	FPO-C	FPO-PV-C	FPO-PV-ZM-C	FPO-PV-ZM-CP-C
$t_{181-190}$	1.010	1.013	1.015	1.015	1.010
$t_{183-246}$	1.050	1.013	1.014	1.014	1.050
$t_{188-177}$	1.030	1.033	1.034	1.034	1.030
$t_{190-191}$	1.000	1.004	1.006	1.006	1.000
$t_{192-193}$	1.000	0.937	0.937	0.938	1.000
$t_{197-198}$	0.970	1.025	1.023	1.026	0.970
$t_{201-216}$	1.000	0.971	0.969	0.969	1.000
$t_{202-203}$	1.000	1.008	0.999	1.000	1.000
$t_{206-210}$	1.000	0.977	0.977	0.976	1.000
$t_{208-209}$	1.020	0.981	0.983	0.983	1.020
$t_{213-215}$	1.070	0.984	0.986	0.987	1.070
$t_{217-218}$	1.020	0.998	0.998	1.001	1.020
$t_{220-216}$	1.000	0.963	0.963	0.961	1.000
$t_{247-1}$	1.000	0.931	0.930	0.931	1.000
$t_{248-2}$	1.000	0.946	0.946	0.946	1.000
$t_{249-3}$	1.000	0.948	0.949	0.947	1.000
$t_{250-11}$	1.000	0.942	0.943	0.942	1.000
$t_{251-12}$	1.000	0.920	0.919	0.919	1.000
$t_{252-17}$	0.940	0.930	0.930	0.930	0.967
$t_{253-22}$	1.000	0.936	0.936	0.936	1.000
$t_{254-23}$	1.000	0.975	0.975	0.975	1.000
$t_{255-33}$	0.970	0.962	0.957	0.956	1.004
$t_{256-38}$	0.940	0.953	0.945	0.931	0.940
$t_{257-43}$	1.000	0.962	0.950	0.951	1.000
$t_{258-48}$	0.940	0.934	0.936	0.936	0.940
$t_{259-49}$	0.950	0.944	0.947	0.946	0.950
$t_{260-53}$	1.000	0.933	0.933	0.934	1.000
$t_{261-54}$	0.950	0.938	0.935	0.935	0.950
$t_{262-59}$	0.960	0.944	0.943	0.943	0.960
$t_{263-109}$	1.000	0.914	0.910	0.910	1.000
$t_{264-118}$	1.000	0.932	0.931	0.932	1.000
$t_{265-145}$	1.000	0.948	0.948	0.948	1.000
$t_{266-271}$	0.970	0.994	1.006	1.019	0.970
$t_{266-273}$	0.980	0.988	0.988	0.988	0.980
$t_{267-277}$	1.000	0.982	0.982	0.982	1.000
$t_{268-280}$	1.000	0.959	0.963	0.963	1.000
$t_{268-281}$	1.000	0.967	0.971	0.971	1.000
$t_{268-282}$	1.000	0.957	0.961	0.961	1.000
$t_{268-283}$	1.000	0.993	0.998	0.998	1.000
$t_{268-284}$	1.000	0.971	0.976	0.976	1.000
$t_{268-285}$	1.000	0.977	0.982	0.982	1.000
$t_{268-286}$	1.000	0.976	0.980	0.980	1.000

Tabela 5.13 – *Continuação*

Variável de controle	Valor inicial	FPO-C	FPO-PV-C	FPO-PV-ZM-C	FPO-PV-ZM-CP-C
$t_{268-287}$	1.000	0.963	0.968	0.968	1.000
$t_{269-288}$	1.000	0.980	0.985	0.985	1.000
$t_{269-289}$	1.000	0.970	0.975	0.975	1.000
$t_{269-290}$	1.000	0.981	0.985	0.985	1.000
$t_{270-292}$	1.040	1.015	1.054	1.054	1.040
$t_{270-293}$	0.940	0.927	0.927	0.927	0.940
$t_{270-294}$	1.040	1.014	1.040	1.040	1.040
$t_{270-295}$	1.040	1.048	1.049	1.049	1.040
$t_{270-296}$	1.040	1.040	1.027	1.041	1.040
$t_{272-297}$	1.000	0.984	0.986	0.985	1.000
$t_{272-298}$	1.000	0.988	0.990	0.988	1.000
$t_{274-275}$	1.000	0.977	0.977	0.977	1.000
$t_{276-278}$	1.000	0.977	0.977	0.977	1.000
$t_{276-279}$	1.000	0.977	0.977	0.977	1.000
$t_{294-300}$	0.960	1.049	0.997	0.997	0.960
$b_{96}^{sh}$	3.5	2.629	2.674	2.688	3.500
$b_{99}^{sh}$	0.59	0.00	0.590	0.590	0.590
$b_{133}^{sh}$	0.34	0.058	0.057	0.045	0.340
$b_{143}^{sh}$	-1.5	-1.541	-1.540	-1.584	-1.500
$b_{145}^{sh}$	-1.5	-1.401	-1.408	-1.409	-1.500
$b_{152}^{sh}$	0.59	0.521	0.508	0.510	0.590
$b_{158}^{sh}$	0.44	0.531	0.517	0.516	0.440
$b_{169}^{sh}$	-1.5	-2.032	-1.986	-2.002	-1.500
$b_{210}^{sh}$	-1.5	-4.500	-4.500	-4.500	-1.500
$b_{217}^{sh}$	-1.5	0.00	0.00	0.00	-1.500
$b_{219}^{sh}$	-1.5	-0.107	-0.133	-0.127	-1.500
$b_{227}^{sh}$	0.44	0.400	0.406	0.405	0.440
$b_{268}^{sh}$	0.00	0.092	0.120	0.140	0.00
$b_{283}^{sh}$	0.00	0.004	0.004	0.004	0.00

A Tabela 5.14 apresenta os valores obtidos para as magnitudes de tensão nas barras controladas pelos *taps* dos transformadores e banco de capacitores/reatores *shunt* contínuos. Os valores obtidos para as magnitudes de tensão em todas as barras são apresentados na Figura 5.5.

Tabela 5.14: Valores da magnitude de tensão nas barras controladas dos problemas contínuos para o sistema elétrico IEEE 300 barras (p.u.).

$V_k$	FPO-C	FPO-PV-C	FPO-PV-ZM-C	FPO-PV-ZM-CP-C
$V_1$	1.100	1.100	1.100	1.084
$V_2$	1.100	1.100	1.100	1.089
$V_3$	1.100	1.100	1.100	1.053
$V_4$	1.100	1.100	1.100	1.090
$V_5$	1.097	1.098	1.097	1.076
$V_6$	1.096	1.096	1.096	1.085
$V_{10}$	1.100	1.100	1.100	1.084
$V_{11}$	1.098	1.097	1.097	1.073
$V_{12}$	1.098	1.100	1.100	1.056
$V_{15}$	1.085	1.085	1.085	1.086
$V_{17}$	1.100	1.100	1.100	1.100
$V_{19}$	1.080	1.081	1.081	1.074
$V_{22}$	1.100	1.100	1.100	1.100
$V_{23}$	1.090	1.090	1.090	1.075
$V_{29}$	1.083	1.076	1.077	1.053
$V_{33}$	1.098	1.100	1.100	1.100
$V_{38}$	1.097	1.087	1.090	1.072
$V_{40}$	1.099	1.095	1.097	1.098
$V_{43}$	1.080	1.100	1.100	1.088
$V_{48}$	1.088	1.082	1.083	1.067
$V_{49}$	1.100	1.094	1.096	1.067
$V_{53}$	1.100	1.100	1.100	1.061
$V_{54}$	1.100	1.100	1.100	1.086
$V_{56}$	1.070	1.057	1.058	1.069
$V_{57}$	1.057	1.053	1.054	1.038
$V_{59}$	1.076	1.071	1.072	1.042
$V_{62}$	1.076	1.072	1.073	1.071
$V_{73}$	1.097	1.096	1.096	1.085
$V_{78}$	1.085	1.081	1.086	1.048
$V_{81}$	1.064	1.055	1.061	1.042
$V_{83}$	1.075	1.066	1.074	1.053
$V_{94}$	1.100	1.100	1.100	1.027
$V_{96}$	0.977	0.979	0.979	1.008
$V_{99}$	0.982	1.000	1.000	1.022
$V_{103}$	1.100	1.100	1.100	1.071
$V_{109}$	1.100	1.100	1.100	1.067
$V_{110}$	1.097	1.097	1.097	1.037
$V_{116}$	1.093	1.093	1.093	1.088
$V_{118}$	1.100	1.100	1.100	1.059
$V_{123}$	1.100	1.100	1.100	1.083
$V_{127}$	1.100	1.100	1.100	1.100
$V_{129}$	1.099	1.099	1.098	1.037

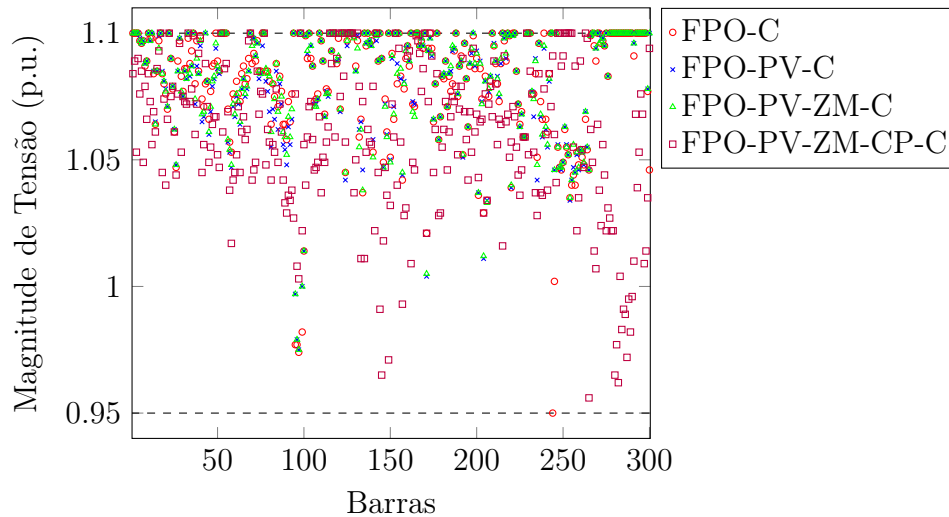
Tabela 5.14 – *Continuação*

$V_k$	FPO-C	FPO-PV-C	FPO-PV-ZM-C	FPO-PV-ZM-CP-C
$V_{133}$	1.066	1.065	1.062	1.011
$V_{134}$	1.037	1.046	1.038	1.073
$V_{135}$	1.100	1.100	1.100	1.011
$V_{136}$	1.095	1.096	1.096	1.053
$V_{143}$	1.089	1.089	1.089	1.045
$V_{145}$	1.090	1.090	1.090	0.965
$V_{149}$	1.100	1.100	1.100	0.971
$V_{152}$	1.066	1.071	1.068	1.059
$V_{153}$	1.100	1.100	1.100	1.100
$V_{154}$	1.080	1.088	1.084	1.040
$V_{158}$	1.078	1.081	1.080	1.028
$V_{159}$	1.090	1.094	1.093	1.031
$V_{162}$	1.100	1.100	1.100	1.009
$V_{169}$	1.094	1.095	1.095	1.086
$V_{175}$	1.065	1.066	1.066	1.045
$V_{177}$	1.100	1.100	1.100	1.084
$V_{186}$	1.080	1.093	1.095	1.075
$V_{189}$	1.075	1.076	1.076	1.052
$V_{190}$	1.087	1.087	1.087	1.070
$V_{191}$	1.091	1.089	1.089	1.079
$V_{193}$	1.096	1.096	1.096	1.069
$V_{198}$	1.099	1.100	1.100	1.094
$V_{203}$	1.074	1.073	1.072	1.066
$V_{209}$	1.100	1.100	1.100	1.067
$V_{210}$	1.095	1.096	1.095	1.089
$V_{215}$	1.100	1.100	1.100	1.016
$V_{216}$	1.097	1.098	1.098	1.091
$V_{217}$	1.089	1.090	1.092	1.065
$V_{218}$	1.100	1.100	1.100	1.068
$V_{219}$	1.099	1.099	1.099	1.051
$V_{227}$	1.059	1.059	1.059	1.059
$V_{243}$	1.100	1.100	1.100	1.071
$V_{244}$	0.950	1.100	1.100	1.091
$V_{246}$	1.100	1.100	1.100	1.041
$V_{266}$	1.099	1.099	1.099	1.062
$V_{268}$	1.095	1.100	1.100	1.014
$V_{271}$	1.100	1.100	1.096	1.038
$V_{273}$	1.097	1.098	1.098	1.056
$V_{275}$	1.100	1.100	1.100	1.022
$V_{277}$	1.100	1.100	1.100	1.027
$V_{278}$	1.100	1.100	1.100	1.022
$V_{279}$	1.100	1.100	1.100	1.022
$V_{280}$	1.100	1.100	1.100	0.965

Tabela 5.14 – *Continuação*

$V_k$	FPO-C	FPO-PV-C	FPO-PV-ZM-C	FPO-PV-ZM-CP-C
$V_{281}$	1.100	1.100	1.100	0.977
$V_{282}$	1.100	1.100	1.100	0.962
$V_{283}$	1.100	1.100	1.100	1.004
$V_{284}$	1.100	1.100	1.100	0.983
$V_{285}$	1.100	1.100	1.100	0.991
$V_{286}$	1.100	1.100	1.100	0.989
$V_{287}$	1.100	1.100	1.100	0.972
$V_{288}$	1.100	1.100	1.100	0.995
$V_{289}$	1.100	1.100	1.100	0.982
$V_{290}$	1.100	1.100	1.100	0.996
$V_{292}$	1.100	1.100	1.100	1.068
$V_{293}$	1.100	1.100	1.100	1.039
$V_{294}$	1.100	1.100	1.100	1.053
$V_{295}$	1.100	1.100	1.100	1.076
$V_{296}$	1.100	1.100	1.100	1.068
$V_{297}$	1.100	1.100	1.100	1.009
$V_{298}$	1.100	1.100	1.100	1.014
$V_{300}$	1.046	1.100	1.100	1.094

Figura 5.5: Magnitudes de tensão obtidas nos problemas contínuos para o sistema elétrico IEEE 300 barras.



Observa-se que o problema com restrições de atuação dos dispositivos de controle de tensão contínuo (FPO-PV-ZM-CP-C), limita os ajustes desses dispositivos de modo a atender a condição de complementaridade. As Tabelas 5.13 e 5.14 que apresentam, respectivamente, o valor encontrado para as variáveis associadas aos dispositivos de controle

de tensão e as magnitudes de tensão nas barras controladas por eles, corroboram esta afirmação. A Tabela 5.15 apresenta os despachos de potência ativa nas soluções obtidas.

Tabela 5.15: Despachos de potência ativa obtidos nos problemas contínuos para o sistema elétrico IEEE 300 barras.

Unidade Geradora	$P_k^G$ (MW)	FPO-C	FPO-PV-C	FPO-PV-ZM-C	FPO-PV-ZM-CP-C
1	$P_8^G$	0.00	25.0	25.0	100.0
2	$P_{10}^G$	0.00	25.0	25.0	100.0
3	$P_{19}^G$	5.6	75.0	25.0	100.0
4	$P_{55}^G$	50.7	25.0	25.0	100.0
5	$P_{63}^G$	100.0	25.0	25.0	100.0
6	$P_{69}^G$	401.9	356.3	356.3	422.2
7	$P_{76}^G$	155.8	127.5	127.5	63.7
8	$P_{77}^G$	284.4	292.5	292.5	346.7
9	$P_{80}^G$	74.7	42.0	84.0	42.0
10	$P_{88}^G$	137.9	108.5	108.5	72.3
11	$P_{98}^G$	1986.0	2030.0	2030.0	2030.0
12	$P_{103}^G$	248.6	170.0	170.0	113.3
13	$P_{104}^G$	79.2	25.0	25.0	100.0
14	$P_{117}^G$	0.00	25.0	25.0	100.0
15	$P_{120}^G$	276.8	190.5	190.5	338.7
16	$P_{122}^G$	661.5	597.0	597.0	707.6
17	$P_{125}^G$	80.1	46.0	92.0	46.0
18	$P_{126}^G$	199.6	158.5	158.5	79.2
19	$P_{128}^G$	96.9	101.5	101.5	50.7
20	$P_{131}^G$	342.0	354.0	236.0	157.3
21	$P_{132}^G$	199.2	158.0	158.0	105.3
22	$P_{135}^G$	0.00	25.0	25.0	100.0
23	$P_{149}^G$	199.3	152.5	152.5	76.3
24	$P_{150}^G$	34.5	25.0	25.0	100.0
25	$P_{155}^G$	196.2	164.0	164.0	82.0
26	$P_{156}^G$	79.4	46.0	92.0	46.0
27	$P_{164}^G$	202.1	150.0	150.0	100.0
28	$P_{165}^G$	1174.0	1300.0	1300.0	1155.6
29	$P_{166}^G$	1177.9	1300.0	1300.0	1155.6
30	$P_{169}^G$	505.5	431.3	431.2	511.1
31	$P_{170}^G$	1875.9	2073.0	2066.9	1842.7
32	$P_{177}^G$	439.7	393.0	393.0	393.0
33	$P_{192}^G$	275.6	279.0	279.0	279.0
34	$P_{199}^G$	107.7	100.0	100.0	50.0
35	$P_{200}^G$	485.0	550.0	412.5	488.9
36	$P_{201}^G$	268.5	262.5	262.5	311.1
37	$P_{206}^G$	326.9	302.3	302.3	358.2
38	$P_{209}^G$	360.3	333.8	333.8	395.6

Tabela 5.15 – *Continuação*

Unidade Geradora	$P_k^G$ (MW)	FPO-C	FPO-PV-C	FPO-PV-ZM-C	FPO-PV-ZM-CP-C
39	$P_{212}^G$	324.2	400.0	300.0	355.6
40	$P_{215}^G$	633.7	525.0	525.0	622.2
41	$P_{217}^G$	264.8	175.0	262.5	311.1
42	$P_{218}^G$	577.1	650.0	650.0	577.8
43	$P_{220}^G$	610.3	506.6	675.4	600.4
44	$P_{221}^G$	176.1	135.0	135.0	67.5
45	$P_{222}^G$	85.7	092.0	92.0	46.0
46	$P_{247}^G$	439.0	283.5	425.3	504.0
47	$P_{248}^G$	565.4	542.3	542.3	642.7
48	$P_{249}^G$	1152.7	1310.0	1310.0	1164.4
49	$P_{250}^G$	225.7	167.0	167.0	83.5
50	$P_{251}^G$	357.4	354.0	354.0	419.6
51	$P_{252}^G$	383.2	430.0	322.5	382.2
52	$P_{253}^G$	167.7	142.5	142.5	71.3
53	$P_{254}^G$	387.0	382.5	382.5	453.3
54	$P_{255}^G$	514.7	450.0	450.0	533.3
55	$P_{256}^G$	39.7	34.3	34.2	121.8
56	$P_{257}^G$	67.9	579.6	599.8	598.8
57	$P_{258}^G$	47.6	36.3	36.2	128.9
58	$P_{259}^G$	159.5	132.5	132.5	66.3
59	$P_{260}^G$	377.3	375.0	375.0	444.4
60	$P_{261}^G$	382.0	375.0	375.0	444.4
61	$P_{262}^G$	135.6	108.0	108.0	54.0
62	$P_{263}^G$	1234.6	1392.0	1392.0	1237.3
63	$P_{264}^G$	712.9	800.0	800.0	795.4
64	$P_{265}^G$	496.3	489.8	489.8	217.7
65	$P_{267}^G$	27.7	25.0	25.0	0.00
66	$P_{292}^G$	51.2	25.0	25.0	100.0
67	$P_{294}^G$	48.2	25.0	25.0	88.9
68	$P_{295}^G$	53.0	37.5	37.5	0.00
69	$P_{296}^G$	8.5	24.5	0.00	0.00

Comparando a quarta com a quinta coluna da Tabela 5.15, é possível observar o impacto reativo e ativo juntos, o quanto as restrições de complementaridade interferem no despacho ativo, mesmo estando conectadas com variáveis reativas. Portanto, inserindo restrições de complementaridade que de fato representam um processo operacional real do transformador, realiza-se o controle local de tensão, alterando completamente o despacho ativo.

### 5.3.3 Versão Discreta

Os resultados dos testes para o sistema elétrico IEEE 300 barras realizados com as variáveis de controle discretas são apresentados a seguir, tais como: FPO clássico (FPO-D), FPO com efeito de carregamento de ponto de válvula (FPO-PV-D), FPO com efeito de carregamento de ponto de válvula com zonas de operação proibidas e múltiplas opções de combustíveis (FPO-PV-ZM-D) e FPO com efeito de carregamento de ponto de válvula com zonas de operação proibidas e múltiplas opções de combustíveis e com restrições de complementaridade na atuação nos dispositivos de controle (FPO-PV-ZM-CP-D).

Os valores obtidos para as variáveis associadas aos dispositivos de controle nos quatro testes realizados, são apresentados na Tabela 5.16.

Tabela 5.16: Estado dos dispositivos de controle de tensão nas soluções discretas obtidas para o sistema elétrico IEEE 300 barras (p.u.).

Variável de controle	Valor inicial	FPO-D	FPO-PV-D	FPO-PV-ZM-D	FPO-PV-ZM-CP-D
$t_{3-1}$	0.95	0.99	0.97	0.99	0.95
$t_{3-2}$	0.96	0.99	1.00	0.91	0.96
$t_{3-4}$	0.97	1.00	1.00	1.03	0.97
$t_{7-5}$	0.95	1.00	0.97	0.99	0.95
$t_{7-6}$	0.96	1.01	1.00	0.94	0.96
$t_{10-11}$	1.05	0.99	0.98	0.96	1.05
$t_{12-10}$	0.99	0.99	1.00	0.91	0.99
$t_{15-17}$	0.96	0.96	0.95	0.99	0.97
$t_{16-15}$	0.97	0.97	0.97	1.01	0.97
$t_{20-19}$	0.95	0.96	0.97	1.06	0.95
$t_{23-22}$	0.94	1.02	1.01	0.93	0.94
$t_{30-29}$	1.01	0.98	0.97	0.91	1.01
$t_{31-266}$	1.01	0.99	1.01	0.91	1.01
$t_{39-38}$	1.01	0.99	0.98	0.91	1.01
$t_{39-40}$	1.00	1.04	1.00	1.04	1.00
$t_{54-53}$	0.98	0.90	0.94	1.03	0.98
$t_{55-56}$	1.02	1.02	1.04	1.03	1.02
$t_{61-62}$	1.00	1.01	1.02	0.99	1.00
$t_{68-73}$	1.00	0.96	0.96	0.90	1.00
$t_{70-81}$	1.00	1.03	0.99	0.98	1.00
$t_{71-83}$	1.00	1.05	1.02	1.09	1.00
$t_{72-78}$	1.01	1.01	1.01	0.95	1.01
$t_{93-186}$	0.97	1.01	1.00	0.94	0.97
$t_{95-103}$	1.01	0.97	0.93	0.93	1.01
$t_{98-243}$	1.02	1.02	1.03	1.03	1.02

Tabela 5.16 – *Continuação*

Variável de controle	Valor inicial	FPO-D	FPO-PV-D	FPO-PV-ZM-D	FPO-PV-ZM-CP-D
$t_{99-244}$	0.93	0.98	0.98	1.00	0.93
$t_{100-94}$	1.05	0.93	0.93	0.94	1.05
$t_{101-136}$	1.00	0.96	1.02	0.92	1.00
$t_{109-110}$	1.05	0.96	1.01	1.06	1.05
$t_{109-129}$	1.05	0.97	1.01	0.95	1.05
$t_{111-149}$	1.05	0.97	0.99	0.91	1.05
$t_{120-153}$	0.98	0.96	0.99	1.08	0.98
$t_{121-154}$	1.00	0.93	0.97	1.00	1.00
$t_{122-123}$	1.03	0.96	0.97	0.91	1.03
$t_{122-127}$	0.96	0.97	0.99	0.91	0.97
$t_{124-159}$	1.00	0.94	0.94	0.95	1.00
$t_{130-149}$	1.05	0.98	0.99	1.02	1.05
$t_{132-162}$	1.07	0.93	0.98	1.05	1.07
$t_{134-135}$	1.05	0.97	0.97	0.91	1.05
$t_{138-96}$	1.05	1.09	1.11	1.02	1.05
$t_{139-103}$	0.98	0.98	0.97	0.96	0.98
$t_{142-116}$	0.98	0.91	0.92	1.08	0.98
$t_{143-134}$	0.96	0.98	0.99	1.00	0.96
$t_{161-118}$	1.05	0.97	1.01	0.96	1.05
$t_{168-189}$	1.03	1.00	1.00	1.04	1.03
$t_{172-175}$	1.03	1.01	1.01	1.05	1.03
$t_{174-191}$	0.99	0.97	1.01	1.08	0.99
$t_{175-246}$	1.00	0.97	0.98	1.00	1.00
$t_{179-227}$	1.00	1.05	1.03	1.08	1.00
$t_{180-57}$	1.03	1.02	1.03	1.04	1.03
$t_{181-190}$	1.01	1.00	1.01	1.02	1.01
$t_{183-246}$	1.05	1.02	1.04	0.99	1.05
$t_{188-177}$	1.03	1.02	1.01	0.96	1.03
$t_{190-191}$	1.00	1.00	1.05	0.96	1.00
$t_{192-193}$	1.00	0.95	0.96	0.94	1.00
$t_{197-198}$	0.97	0.99	1.01	1.03	0.97
$t_{201-216}$	1.00	1.01	1.00	0.98	1.00
$t_{202-203}$	1.00	0.95	0.97	0.94	1.00
$t_{206-210}$	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
$t_{208-209}$	1.02	1.01	1.01	1.04	1.02
$t_{213-215}$	1.07	0.98	0.98	1.03	1.07
$t_{217-218}$	1.02	1.00	1.00	1.04	1.02
$t_{220-216}$	1.00	0.97	0.96	0.96	1.00
$t_{247-1}$	1.00	0.95	0.95	0.95	1.00
$t_{248-2}$	1.00	0.96	0.95	0.96	1.00
$t_{249-3}$	1.00	0.96	0.95	0.95	1.00
$t_{250-11}$	1.00	0.96	0.95	0.97	1.00

Tabela 5.16 – *Continuação*

Variável de controle	Valor inicial	FPO-D	FPO-PV-D	FPO-PV-ZM-D	FPO-PV-ZM-CP-D
$t_{251-12}$	1.00	0.93	0.93	0.94	1.00
$t_{252-17}$	0.94	0.94	0.94	0.98	0.95
$t_{253-22}$	1.00	0.95	0.95	0.95	1.00
$t_{254-23}$	1.00	0.97	0.97	0.95	1.00
$t_{255-33}$	0.97	0.97	0.96	0.96	0.98
$t_{256-38}$	0.94	0.96	0.96	0.95	0.94
$t_{257-43}$	1.00	0.98	0.96	1.01	1.00
$t_{258-48}$	0.94	0.96	0.94	1.01	0.94
$t_{259-49}$	0.95	0.96	0.95	0.99	0.95
$t_{260-53}$	1.00	0.95	0.95	0.99	1.00
$t_{261-54}$	0.95	0.95	0.94	0.94	0.95
$t_{262-59}$	0.96	0.96	0.96	0.97	0.96
$t_{263-109}$	1.00	0.93	0.92	0.93	1.00
$t_{264-118}$	1.00	0.95	0.95	0.94	1.00
$t_{265-145}$	1.00	0.97	0.97	0.97	1.00
$t_{266-271}$	0.97	1.07	1.02	1.08	0.97
$t_{266-273}$	0.98	0.97	0.98	0.89	0.98
$t_{267-277}$	1.00	1.02	1.03	1.00	1.00
$t_{268-280}$	1.00	0.93	0.98	0.98	1.00
$t_{268-281}$	1.00	0.97	0.98	0.99	1.00
$t_{268-282}$	1.00	0.98	0.97	0.98	1.00
$t_{268-283}$	1.00	1.00	1.01	1.01	1.00
$t_{268-284}$	1.00	1.00	0.99	0.99	1.00
$t_{268-285}$	1.00	1.01	0.99	1.00	1.00
$t_{268-286}$	1.00	1.00	0.99	1.00	1.00
$t_{268-287}$	1.00	0.99	0.98	0.98	1.00
$t_{269-288}$	1.00	1.00	1.01	0.99	1.00
$t_{269-289}$	1.00	0.98	1.00	0.98	1.00
$t_{269-290}$	1.00	1.01	1.01	0.99	1.00
$t_{270-292}$	1.04	1.02	1.03	1.04	1.04
$t_{270-293}$	0.94	0.94	0.94	0.97	0.94
$t_{270-294}$	1.04	1.01	1.02	1.03	1.04
$t_{270-295}$	1.04	1.05	1.04	1.05	1.04
$t_{270-296}$	1.04	1.03	1.00	1.03	1.04
$t_{272-297}$	1.00	1.00	1.01	0.99	1.00
$t_{272-298}$	1.00	0.99	1.01	1.00	1.00
$t_{274-275}$	1.00	1.00	1.00	0.99	1.00
$t_{276-278}$	1.00	1.02	1.01	1.03	1.00
$t_{276-279}$	1.00	1.03	1.01	1.03	1.00
$t_{294-300}$	0.96	1.03	1.04	1.05	0.96
$b_{96}^{sh}$	3.50	3.50	3.50	3.50	3.50
$b_{99}^{sh}$	0.59	0.59	0.59	0.25	0.59

Tabela 5.16 – *Continuação*

Variável de controle	Valor inicial	FPO-D	FPO-PV-D	FPO-PV-ZM-D	FPO-PV-ZM-CP-D
$b_{133}^{sh}$	0.34	0.00	0.00	0.19	0.34
$b_{143}^{sh}$	-1.5	-1.50	-1.50	-4.50	-1.50
$b_{145}^{sh}$	-1.5	-1.50	-1.50	-1.50	-1.50
$b_{152}^{sh}$	0.59	0.44	0.59	0.59	0.59
$b_{158}^{sh}$	0.44	0.59	0.59	0.59	0.44
$b_{169}^{sh}$	-1.5	-2.50	-1.50	-1.50	-1.50
$b_{210}^{sh}$	-1.5	-4.50	-4.50	-4.50	-1.50
$b_{217}^{sh}$	-1.5	0.00	0.00	0.00	-1.50
$b_{219}^{sh}$	-1.5	0.00	0.00	0.00	-1.50
$b_{227}^{sh}$	0.44	0.44	0.44	0.59	0.44
$b_{268}^{sh}$	0.00	0.15	0.15	0.15	0.00
$b_{283}^{sh}$	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

A Tabela 5.17 apresenta os valores obtidos para as magnitudes de tensão nas barras controladas pelos *taps* do transformadores e banco de capacitores/reatores *shunt* discretos. Os valores obtidos para as magnitudes de tensão em todas as barras são apresentados na Figura 5.6.

Tabela 5.17: Valores da magnitude de tensão nas barras controladas dos problemas discretos para o sistema elétrico IEEE 300 barras (p.u.).

$V_k$	FPO-D	FPO-PV-D	FPO-PV-ZM-D	FPO-PV-ZM-CP-D
$V_1$	1.099	1.100	1.083	1.082
$V_2$	1.100	1.100	1.097	1.088
$V_3$	1.093	1.097	1.079	1.050
$V_4$	1.095	1.100	1.051	1.088
$V_5$	1.090	1.095	1.072	1.074
$V_6$	1.093	1.095	1.100	1.084
$V_{10}$	1.091	1.080	1.100	1.079
$V_{11}$	1.099	1.100	1.071	1.069
$V_{12}$	1.090	1.096	1.068	1.052
$V_{15}$	1.085	1.087	1.024	1.090
$V_{17}$	1.100	1.100	1.010	1.100
$V_{19}$	1.090	1.086	1.001	1.064
$V_{22}$	1.100	1.100	1.100	1.100
$V_{23}$	1.090	1.090	1.072	1.050
$V_{29}$	1.076	1.080	1.067	1.050
$V_{33}$	1.078	1.099	1.054	1.100
$V_{38}$	1.095	1.096	1.100	1.070
$V_{40}$	1.074	1.095	1.020	1.097

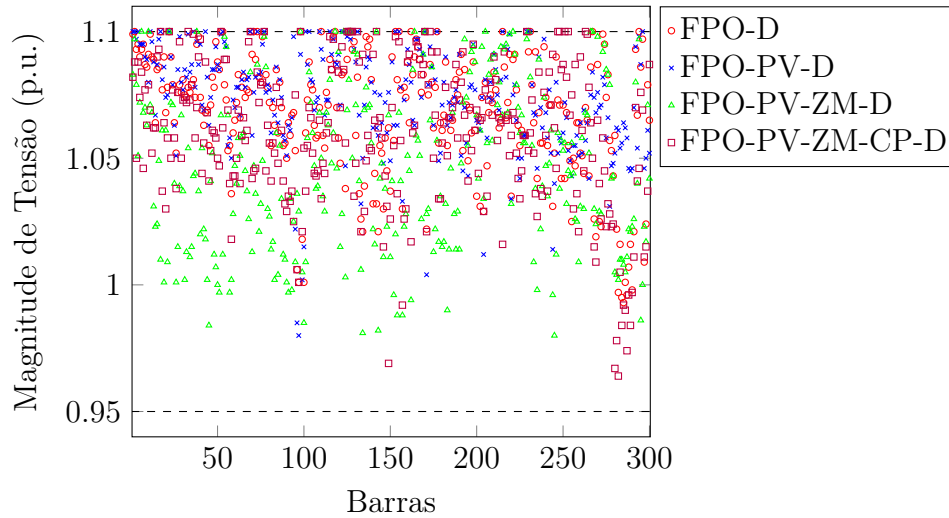
Tabela 5.17 – *Continuação*

$V_k$	FPO-D	FPO-PV-D	FPO-PV-ZM-D	FPO-PV-ZM-CP-D
$V_{43}$	1.068	1.100	1.018	1.088
$V_{48}$	1.078	1.085	1.012	1.060
$V_{49}$	1.096	1.094	1.007	1.058
$V_{53}$	1.100	1.100	1.012	1.062
$V_{54}$	1.079	1.096	1.098	1.089
$V_{56}$	1.053	1.055	1.067	1.069
$V_{57}$	1.055	1.058	0.997	1.040
$V_{59}$	1.060	1.073	1.028	1.043
$V_{62}$	1.083	1.078	1.058	1.069
$V_{73}$	1.100	1.100	1.087	1.084
$V_{78}$	1.083	1.076	1.086	1.045
$V_{81}$	1.055	1.060	1.014	1.041
$V_{83}$	1.063	1.067	1.002	1.052
$V_{94}$	1.068	1.098	1.025	1.025
$V_{96}$	1.006	0.985	1.036	1.006
$V_{99}$	1.018	1.002	1.005	1.021
$V_{103}$	1.088	1.100	1.084	1.070
$V_{109}$	1.070	1.100	1.068	1.065
$V_{110}$	1.100	1.093	1.050	1.034
$V_{116}$	1.085	1.091	1.048	1.085
$V_{118}$	1.100	1.088	1.100	1.058
$V_{123}$	1.084	1.100	1.100	1.085
$V_{127}$	1.100	1.097	1.100	1.100
$V_{129}$	1.096	1.093	1.092	1.035
$V_{133}$	1.026	1.032	1.006	1.021
$V_{134}$	1.021	1.050	0.981	1.091
$V_{135}$	1.039	1.071	1.069	1.029
$V_{136}$	1.098	1.086	1.078	1.049
$V_{143}$	1.021	1.059	0.982	1.062
$V_{145}$	1.052	1.064	1.048	1.058
$V_{149}$	1.062	1.076	1.067	0.969
$V_{152}$	1.057	1.063	0.996	1.055
$V_{153}$	1.100	1.100	1.020	1.098
$V_{154}$	1.081	1.063	0.988	1.036
$V_{158}$	1.078	1.073	1.023	1.026
$V_{159}$	1.074	1.081	1.028	1.030
$V_{162}$	1.100	1.080	0.994	1.017
$V_{169}$	1.083	1.091	1.091	1.087
$V_{175}$	1.062	1.063	1.013	1.050
$V_{177}$	1.100	1.100	1.057	1.092
$V_{186}$	1.065	1.071	1.068	1.070
$V_{189}$	1.075	1.072	1.029	1.058
$V_{190}$	1.084	1.091	1.014	1.073

Tabela 5.17 – *Continuação*

$V_k$	FPO-D	FPO-PV-D	FPO-PV-ZM-D	FPO-PV-ZM-CP-D
$V_{191}$	1.091	1.051	1.048	1.080
$V_{193}$	1.085	1.070	1.097	1.067
$V_{198}$	1.088	1.095	1.094	1.095
$V_{203}$	1.074	1.074	1.094	1.066
$V_{209}$	1.072	1.073	1.057	1.067
$V_{210}$	1.084	1.091	1.091	1.090
$V_{215}$	1.100	1.100	1.067	1.016
$V_{216}$	1.086	1.094	1.093	1.092
$V_{217}$	1.066	1.082	1.095	1.065
$V_{218}$	1.072	1.093	1.068	1.067
$V_{219}$	1.091	1.099	1.099	1.051
$V_{227}$	1.059	1.059	1.056	1.059
$V_{243}$	1.071	1.052	1.061	1.071
$V_{244}$	1.031	1.014	0.996	1.091
$V_{246}$	1.090	1.080	1.012	1.046
$V_{266}$	1.086	1.075	1.100	1.064
$V_{268}$	1.026	1.074	1.030	1.015
$V_{271}$	1.025	1.070	1.029	1.040
$V_{273}$	1.099	1.082	1.092	1.058
$V_{275}$	1.074	1.058	1.085	1.023
$V_{277}$	1.057	1.031	1.079	1.028
$V_{278}$	1.053	1.047	1.042	1.023
$V_{279}$	1.043	1.048	1.043	1.024
$V_{280}$	1.059	1.052	1.005	0.967
$V_{281}$	1.022	1.062	1.004	0.978
$V_{282}$	0.997	1.061	1.002	0.964
$V_{283}$	1.016	1.054	1.010	1.005
$V_{284}$	0.995	1.056	1.010	0.984
$V_{285}$	0.993	1.064	1.008	0.992
$V_{286}$	1.001	1.062	1.005	0.990
$V_{287}$	0.996	1.058	1.011	0.974
$V_{288}$	1.007	1.046	1.022	0.996
$V_{289}$	1.016	1.045	1.021	0.984
$V_{290}$	0.998	1.046	1.023	0.997
$V_{292}$	1.093	1.094	1.080	1.070
$V_{293}$	1.067	1.054	1.040	1.041
$V_{294}$	1.100	1.098	1.097	1.046
$V_{295}$	1.086	1.087	0.986	1.076
$V_{296}$	1.097	1.100	1.000	1.069
$V_{297}$	1.009	1.046	1.023	1.011
$V_{298}$	1.024	1.050	1.017	1.015
$V_{300}$	1.065	1.052	1.042	1.087

Figura 5.6: Magnitudes de tensão obtidas nos problemas discretos para o sistema elétrico IEEE 300 barras.



Observa-se que o problema com restrições de atuação dos dispositivos de controle de tensão discreto (FPO-PV-ZM-CP-D), limita os ajustes desses dispositivos de modo a atender a condição de complementaridade. As Tabelas 5.16 e 5.17 que apresentam, respectivamente, o valor encontrado para as variáveis associadas aos dispositivos de controle de tensão e as magnitudes de tensão nas barras controladas por eles, corroboram esta afirmação. A Tabela 5.18 apresenta os despachos de potência ativa nas soluções obtidas.

Tabela 5.18: Despachos de potência ativa obtidos nos problemas discretos para o sistema elétrico IEEE 300 barras.

Unidade Geradora	$P_k^G$ (MW)	FPO-D	FPO-PV-D	FPO-PV-ZM-D	FPO-PV-ZM-CP-D
1	$P_8^G$	0.00	25.0	88.9	100.0
2	$P_{10}^G$	0.00	25.0	88.9	100.0
3	$P_{19}^G$	4.5	25.0	88.9	25.0
4	$P_{55}^G$	57.1	25.0	100.0	100.0
5	$P_{63}^G$	100.0	25.0	100.0	25.0
6	$P_{69}^G$	401.5	356.3	422.2	422.2
7	$P_{76}^G$	156.0	127.5	63.7	85.0
8	$P_{77}^G$	284.7	292.5	346.7	346.7
9	$P_{80}^G$	74.7	84.0	42.0	42.0
10	$P_{88}^G$	137.8	108.5	56.1	72.3
11	$P_{98}^G$	1990.3	2030.0	1804.4	2030.0
12	$P_{103}^G$	249.1	255.0	302.2	113.3
13	$P_{104}^G$	83.4	50.0	88.9	25.0
14	$P_{117}^G$	0.00	25.0	88.9	100.0
15	$P_{120}^G$	276.5	285.8	338.7	127.0

Tabela 5.18 – *Continuação*

Unidade Geradora	$P_k^G$ (MW)	FPO-D	FPO-PV-D	FPO-PV-ZM-D	FPO-PV-ZM-CP-D
16	$P_{122}^G$	660.9	796.0	707.6	707.6
17	$P_{125}^G$	80.1	92.0	46.0	46.0
18	$P_{126}^G$	199.6	158.5	79.2	105.7
19	$P_{128}^G$	96.9	101.5	50.7	50.7
20	$P_{131}^G$	340.8	354.0	419.6	157.3
21	$P_{132}^G$	197.4	237.0	79.0	105.3
22	$P_{135}^G$	0.00	25.0	88.9	100.0
23	$P_{149}^G$	199.2	228.8	76.3	76.8
24	$P_{150}^G$	37.8	50.0	88.9	25.0
25	$P_{155}^G$	196.6	246.0	82.0	109.3
26	$P_{156}^G$	79.5	92.0	46.0	46.0
27	$P_{164}^G$	203.3	225.0	266.7	100.0
28	$P_{165}^G$	1175.9	975.0	1155.6	1155.6
29	$P_{166}^G$	1179.7	1300.0	1155.6	1155.6
30	$P_{169}^G$	505.4	431.3	431.2	511.1
31	$P_{170}^G$	1876.1	2073.0	1151.7	1842.7
32	$P_{177}^G$	440.1	524.0	393.0	465.8
33	$P_{192}^G$	275.4	186.0	279.0	330.7
34	$P_{199}^G$	107.7	100.0	50.0	50.0
35	$P_{200}^G$	485.0	412.5	550.0	488.9
36	$P_{201}^G$	268.4	262.5	311.1	311.1
37	$P_{206}^G$	327.0	403.0	358.2	358.2
38	$P_{209}^G$	359.9	333.8	395.6	395.6
39	$P_{212}^G$	324.2	300.0	355.6	355.6
40	$P_{215}^G$	633.5	525.0	622.2	622.2
41	$P_{217}^G$	264.7	262.5	311.1	311.1
42	$P_{218}^G$	576.6	650.0	650.0	577.8
43	$P_{220}^G$	610.1	675.4	675.4	675.4
44	$P_{221}^G$	176.1	135.0	240.0	67.5
45	$P_{222}^G$	85.7	92.0	46.0	46.0
46	$P_{247}^G$	438.6	425.3	504.0	504.0
47	$P_{248}^G$	564.4	542.3	642.7	642.7
48	$P_{249}^G$	1151.1	982.5	1164.4	1164.4
49	$P_{250}^G$	225.5	250.5	83.5	84.2
50	$P_{251}^G$	357.0	354.0	419.6	419.6
51	$P_{252}^G$	383.7	322.5	382.2	382.2
52	$P_{253}^G$	167.5	142.5	71.3	71.3
53	$P_{254}^G$	386.6	382.5	453.3	453.3
54	$P_{255}^G$	514.2	450.0	533.3	533.3
55	$P_{256}^G$	39.6	68.3	34.2	34.2
56	$P_{257}^G$	68.2	599.8	584.9	599.8
57	$P_{258}^G$	47.6	36.3	36.2	36.2

Tabela 5.18 – *Continuação*

Unidade Geradora	$P_k^G$ (MW)	FPO-D	FPO-PV-D	FPO-PV-ZM-D	FPO-PV-ZM-CP-D
58	$P_{259}^G$	159.5	132.5	66.3	67.1
59	$P_{260}^G$	377.1	375.0	444.4	444.4
60	$P_{261}^G$	381.9	375.0	444.4	444.4
61	$P_{262}^G$	135.3	108.0	72.0	72.0
62	$P_{263}^G$	1231.0	1044.0	1237.3	1237.3
63	$P_{264}^G$	714.0	800.0	711.1	800.0
64	$P_{265}^G$	491.9	326.5	580.4	580.4
65	$P_{267}^G$	27.8	25.0	88.9	0.00
66	$P_{292}^G$	51.2	25.0	88.9	100.0
67	$P_{294}^G$	48.2	25.0	88.9	100.0
68	$P_{295}^G$	53.0	37.5	37.5	37.5
69	$P_{296}^G$	8.5	26.6	25.0	0.00

Pode-se observar na Tabela 5.15 e Tabela 5.18 que tanto nos testes contínuos quanto nos discretos, com a inserção no modelo das características práticas do sistema, como ECPV, ZOP, MOC, houve alteração nos despachos, mas o maior impacto foi com a implementação do acionamento de controle dos dispositivos com restrições de complementaridade.

## 5.4 Análise de Resultados

A fim de realizar uma análise geral com o objetivo de explorar e dimensionar os impactos que cada das restrições operativas trazem ao problema, de forma que seja possível apresentar o efeito da utilização de um modelo de FPO mais representativo da operação do sistema elétrico.

As Tabelas 5.19, 5.20 e 5.21 apresentam o valor da função objetivo e o tempo computacional obtidos para cada modelo e cada sistema elétrico, de modo que seja possível observar os efeitos dessas restrições.

Tabela 5.19: Função objetivo e tempo computacional obtidos para o sistema elétrico IEEE 30 barras.

Teste	Função Objetivo (\$/h)	Tempo computacional (s)
FPO-C	571.87302	0.460
FPO-PV-C	598.17183	0.172
FPO-PV-ZM-C	717.03886	0.486
FPO-PV-ZM-CP-C	716.23539	0.574
FPO-D	572.171318	2.007
FPO-PV-D	598.185573	1.031
FPO-PV-ZM-D	717.052944	0.594
FPO-PV-ZM-CP-D	716.354244	2.189

Tabela 5.20: Função objetivo e tempo computacional obtidos para o sistema elétrico IEEE 118 barras.

Teste	Função Objetivo (\$/h)	Tempo computacional (s)
FPO-C	129610.52562	0.287
FPO-PV-C	132691.01226	1.913
FPO-PV-ZM-C	135211.82135	8.351
FPO-PV-ZM-CP-C	136747.40377	10.219
FPO-D	129633.70581	6.802
FPO-PV-D	132048.76535	13.847
FPO-PV-ZM-D	137041.78945	32.456
FPO-PV-ZM-CP-D	136240.02079	33.128

Tabela 5.21: Função objetivo e tempo computacional obtidos para o sistema elétrico IEEE 300 barras.

Teste	Função Objetivo (\$/h)	Tempo computacional (s)
FPO-C	718171.81208	0.726
FPO-PV-C	729011.92759	38.662
FPO-PV-ZM-C	813512.57034	54.646
FPO-PV-ZM-CP-C	861673.40827	519.901
FPO-D	718478.06969	133.784
FPO-PV-D	728385.11159	185.535
FPO-PV-ZM-D	863382.47625	1813.281
FPO-PV-ZM-CP-D	855699.11904	836.509

De acordo com as tabelas acima, pode-se realizar duas análises, uma na comparação da utilização de variáveis contínuas ou discretas nos dispositivos de controle, e outra na inserção gradativa das restrições operativas para o problema contínuo e discreto.

Em relação a utilização de variáveis contínuas ou discretas, pode-se observar que, em todos os sistemas elétricos independente das regras operativas impostas, houve grandes impactos computacionais e na função objetivo. Além disso, na função objetivo, observam-se flutuações, devido à natureza não convexa do problema. Analisando o caso FPO-PV-ZM-CP-D das Tabelas 5.20 e 5.21, observa-se um valor menor na função objetivo, fato inesperado visto que os demais casos são problemas relaxados destes, isso ocorre devido a não convexidade o *solver* não tem garantia de otimalidade, portanto não encontrando um ótimo global.

Por outro lado, analisando o valor da função objetivo obtida com a introdução das restrições operativas a fim de tornar o problema mais representativo, observa-se que a característica que trouxe maior impacto ao problema foi a ZOP e MOC. Esse impacto pode ser observado principalmente no sistema elétrico IEEE 300 barras, pois são muito geradores que podem operar em faixas reduzidas e com combustíveis diferentes.

Em ambos os sistemas elétricos, pode-se observar através dos testes que não utilizam restrições de complementaridade que todas as variáveis de controle podem ser ajustadas, o que pode inviabilizar a tomada de decisão pelo operador do sistema. Neste sentido, a restrição dos ajustes nos dispositivos de controle de tensão, de modo que eles operem apenas quando o limite das magnitudes de tensão nas barras controladas forem atingidos, pode contribuir para a operação adequada do sistema elétrico.

Em suma, pode-se observar que a reformulação proposta nesse trabalho possibilita a obtenção de soluções de boa qualidade, através de *solvers* comerciais, com um tempo computacional viável e com restrições adicionais que aumentam a complexidade do mesmo, mas que agregam maior representatividade ao problema de FPO.

## Capítulo 6

# Considerações Finais

Esse trabalho propõe uma abordagem de resolução para o problema de FPO discreto considerando ECPV, ZOP, MOC e atuação dos dispositivos de controle de tensão, por meio da reformulação das restrições disjuntivas, tratamento da não diferenciabilidade da função objetivo e atuação dos dispositivos de controle de tensão por meio de restrições de complementaridade. Analisa-se, ainda, como a inclusão gradativa dessas restrições podem impactar computacionalmente o problema.

Na literatura não foram encontrados trabalhos que consideram todas essas restrições operativas simultaneamente, uma vez que aumentam a complexidade do problema. Por outro lado, quando consideradas de forma unificada, estas restrições trazem mais representatividade ao problema e auxiliam na tomada de decisão do operador do sistema.

No modelo reformulado, as restrições disjuntivas e a não diferenciabilidade da função objetivo são tratadas por meio da inclusão de variáveis de decisão binárias e contínuas auxiliares e um conjunto de restrições. O comportamento dos dispositivos de controle de tensão modelados por restrições de complementaridade são reformulados por meio de restrições equivalentes.

A principal vantagem do modelo reformulado é a possibilidade de obtenção de soluções de boa qualidade para o problema, a partir da aplicação direta de *solvers* comerciais para PNLIM, considerando diversos aspectos operativos do sistema elétrico, em tempo computacional viável.

Os resultados numéricos obtidos para os sistemas elétricos IEEE 30, 118 e 300 barras

mostraram-se coerentes.

Como trabalhos futuros pode-se citar inicialmente a aplicação de uma heurística (como por exemplo, *relax-and-fix*) para fixar algumas variáveis binárias do problema.

## Capítulo 7

### Trabalhos publicados

ALENCAR, M. V.; SILVA, D. N.; SOLER, E. M. Problema de Fluxo de Potência Ótimo Reativo Discreto com Ações de Controle Eficazes. X Seminário do Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, 2020.

ALENCAR, M. V., SOLER, E. M., NEPOMUCENO, L., BALBO, A. R., BAPTISTA, E. C. *Reducing the Number of Control Actions in the Discrete Reactive Optimal Power Flow*. IEEE Latin America Transactions, v. 18, n. 10, p. 1666-1674, 2020.

ALENCAR, M. V.; SILVA, D. N.; SOLER, E. M. Uma Abordagem para o Problema de Fluxo de Potência Ótimo Discreto não Diferenciável com Restrições Disjuntivas. XI Seminário do Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, 2021.

CHAVES, C. N.; CABANA, T. G.; MIQUELIN, L. M.; ALENCAR, M. V.; SOLER, E. M.; NEPOMUCENO, L. *Strategic Offering Problem of a Price-Maker Company: Evaluating the Influence of Bid Forecasting from Other Agents*. XIV Latin-American Congress on Electricity Generation and Transmission - CLAGTEE, 2022.

ALENCAR, M. V.; SILVA, D. N.; SOLER, E. M. Problema de Fluxo de Potência Ótimo Discreto não Diferenciável com Restrições Disjuntivas e Dispositivos FACTS Acoplados. 1º Congresso da Pós-Graduação da Faculdade de Engenharia de Bauru, 2022.

ALENCAR, M. V.; SILVA, D. N.; SOLER, E. M. Uma Abordagem de Resolução para o Problema de Fluxo de Potência Ótimo não Diferenciável com Restrições Disjuntivas e Acoplamento de Dispositivos FACTS. XLI Congresso Nacional de Matemática Aplicada

e Computacional - CNMAC, 2022.

## Referências Bibliográficas

- ALENCAR, M. V. (2019). Reformulação das restrições de complementaridade em problemas de fluxo de potência Ótimo.
- ALENCAR, M. V., SOLER, E. M., NEPOMUCENO, L., BALBO, A. R., & BAPTISTA, E. C. (2020). Reducing the number of control actions in the discrete reactive optimal power flow. *IEEE Latin America Transactions*, 18(10), 1666–1674.
- AMJADY, N. & SHARIFZADEH, H. (2011). Security constrained optimal power flow considering detailed generator model by a new robust differential evolution algorithm. *Electric Power Systems Research*, 81(2), 740–749.
- ARENALES, M., ARMANTENO, V., MORABITO, R., & YANASSE, H. (2015). *Pesquisa Operacional 2<sup>a</sup>ed.* Elsevier.
- BERTSEKAS, D. P. (1997). Nonlinear programming. *Journal of the Operational Research Society*, 48.3, 334–334.
- BONAMI, P. & LEE, J. (2007). Bonmin user’s manual. *Numer Math*, 4, 1–32.
- BOUCHEKARA, H., ABIDO, M., & BOUCHERMA, M. (2014). Optimal power flow using teaching-learning-based optimization technique. *Electric Power Systems Research*, 114, 49–59.
- CAPITANESCU, F. (2020). Suppressing ineffective control actions in optimal power flow problems. *IET Generation, Transmission & Distribution*, 14(13), 2520–2527.
- CARPENTIER, J. (1962). Contribution a l’etude du dispatching economique. 3(8), 431–447.

- CHAIB, A., BOUCHEKARA, H., MEHASNI, R., & ABIDO, M. (2016). Optimal power flow with emission and non-smooth cost functions using backtracking search optimization algorithm. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 81, 64–77.
- CONEJO, A., CANIZARES, C., & GOMEZ-EXPOSITO, A. (2009). *Electric energy systems: analysis and operation*. CRC Press/Taylor & Francis Group, Boca Raton.
- DE LUJÁN LATORRE, M. & GRANVILLE, S. (2003). The stackelberg equilibrium applied to ac power systems—a noninterior point algorithm. *IEEE Transactions on Power Systems*, 18(2), 611–618.
- DOMMEL, H. & TINNEY, W. (1968). Optimal power flow solutions. PAS-87(10), 1866–1876.
- FAHMIDEH-VOJDANI, A. & GALIANA, F. (1980). Economic dispatch with generation constraints. *IEEE Transactions on Automatic control*, 25(2), 213–217.
- FLETCHER, R. & LEYFFER, S. (2002). Nonlinear programming without a penalty function. *Mathematical programming*, 91, 239–269.
- GONÇALVES, E. (2015). Métodos híbridos de pontos interiores/exteriores e de aproximantes de funções em problemas multiobjetivo de despacho econômico e ambiental.
- GONÇALVES, E., BALBO, A. R., DA SILVA, D. N., NEPOMUCENO, L., BAPTISTA, E. C., & SOLER, E. M. (2019). Deterministic approach for solving multi-objective non-smooth environmental and economic dispatch problem. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 104, 880–897.
- GRANVILLE, S. (1994). Optimal reactive dispatch through interior point methods. 9(1), 136–146.
- LAGE, G. G. (2013). *O fluxo de potência ótimo reativo com variáveis de controle discretas e restrições de atuação de dispositivos de controle de tensão*. PhD thesis, Universidade de São Paulo.
- LEE, K., ORTIZ, J., MOHTADI, M., & PARK, Y. (1988). Optimal operation of large-scale power systems. *IEEE transactions on power systems*, 3(2), 413–420.

- LIANG, R.-H., WU, C.-Y., CHEN, Y.-T., & TSENG, W.-T. (2016). Multi-objective dynamic optimal power flow using improved artificial bee colony algorithm based on pareto optimization. *International Transactions on Electrical Energy Systems*, 26(4), 692–712.
- LIU, W.-H., PAPALEXOPOULOS, A. D., & TINNEY, W. F. (1992). Discrete shunt controls in a newton optimal power flow. *IEEE Transactions on Power Systems*, 7(4), 1509–1518.
- MAZZINI, A. P., ASADA, E. N., & LAGE, G. G. (2018). Minimisation of active power losses and number of control adjustments in the optimal reactive dispatch problem. *IET Generation, Transmission & Distribution*, 12(12), 2897–2904.
- MONTICELLI, A. J. (1983). *Fluxo de Carga em Redes de Energia*. Edgard Blucher.
- MURRAY, W., DE RUBIRA, T. T., & WIGINGTON, A. (2015). Optimal power flow with limited and discrete controls. In *2015 IEEE Power & Energy Society Innovative Smart Grid Technologies Conference (ISGT)* (pp. 1–5): IEEE.
- NADERI, E., POURAKBARI-KASMAEI, M., & ABDI, H. (2019). An efficient particle swarm optimization algorithm to solve optimal power flow problem integrated with facts devices. *Applied Soft Computing*, 80, 243–262.
- NARIMANI, M. R., AZIZIPANAH-ABARGHOEE, R., ZOGHDAR-MOGHADAM-SHAHREKOHNE, B., & GHOLAMI, K. (2013). A novel approach to multi-objective optimal power flow by a new hybrid optimization algorithm considering generator constraints and multi-fuel type. *Energy*, 49, 119–136.
- OLIVEIRA, K. W., NASCIMENTO JR, N. T., & SAAVEDRA, O. R. (2008). Uma abordagem via estratégias evolutivas para o despacho econômico considerando restrições de geração. *IEEE Latin America Transactions*, 6(1), 42–50.
- PINHEIRO, R. B., BALBO, A. R., CABANA, T. G., & NEPOMUCENO, L. (2022). Solving nonsmooth and discontinuous optimal power flow problems via interior-point lp-penalty approach. *Computers & Operations Research*, 138, 105607.

- POURAKBARI-KASMAEI, M., LEHTONEN, M., FOTUHI-FIRUZABAD, M., MARZBAND, M., & MANTOVANI, J. R. S. (2019). Optimal power flow problem considering multiple-fuel options and disjoint operating zones: A solver-friendly minlp model. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 113, 45–55.
- POURAKBARI-KASMAEI, M. & MANTOVANI, J. R. S. (2018). Logically constrained optimal power flow: Solver-based mixed-integer nonlinear programming model. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 97, 240–249.
- POURAKBARI-KASMAEI, M. & RASHIDI-NEJAD, M. (2011). An effortless hybrid method to solve economic load dispatch problem in power systems. *Energy conversion and management*, 52(8-9), 2854–2860.
- REDDY, S. S. & BIJWE, P. (2016). Efficiency improvements in meta-heuristic algorithms to solve the optimal power flow problem. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 82, 288–302.
- RODRIGUES, H. S. (2005). *Problema de otimização com restrições de complementaridade: uma aplicação ao mercado de energia eléctrica*. PhD thesis.
- ROSEHART, W., ROMAN, C., & SCHELLENBERG, A. (2005). Optimal power flow with complementarity constraints. 20(2), 813–822.
- SASSON, A. M., VILORIA, F., & ABOYTES, F. (1973). Optimal load flow solution using the hessian matrix. PAS-92(1), 31–41.
- SOLER, E. M. (2011). *Resolução do problema de fluxo de potência ótimo com variáveis de controle discretas*. PhD thesis, Universidade de São Paulo.
- SOLER, E. M., ASADA, E. N., & DA COSTA, G. R. (2013). Penalty-based nonlinear solver for optimal reactive power dispatch with discrete controls. *IEEE transactions on power systems*, 28(3), 2174–2182.
- SOLER, E. M., DE SOUSA, V. A., & DA COSTA, G. R. (2012). A modified primal–dual logarithmic-barrier method for solving the optimal power flow problem with discrete and continuous control variables. *European Journal of Operational Research*, 222(3), 616–622.

- TORRES, G. L. & QUINTANA, V. H. (1998). An interior-point method for nonlinear optimal power flow using voltage rectangular coordinates. *IEEE transactions on Power Systems*, 13(4), 1211–1218.
- VAISAKH, K. & SRINIVAS, L. (2011). Adaptive psodv algorithm for opf with non-smooth cost functions and statistical analysis. *Simulation Modelling Practice and Theory*, 19(9), 1824–1846.
- WÄCHTER, A. & BIEGLER, L. T. (2006). On the implementation of an interior-point filter line-search algorithm for large-scale nonlinear programming. *Mathematical programming*, 106(1), 25–57.
- WALTERS, D. C. & SHEBLE, G. B. (1993). Genetic algorithm solution of economic dispatch with valve point loading. *IEEE transactions on Power Systems*, 8(3), 1325–1332.
- ZIMMERMAN, R. D., MURILLO-SÁNCHEZ, C. E., & THOMAS, R. J. (2011). Matpower: Steady-state operations, planning, and analysis tools for power systems research and education. *IEEE Transactions on Power Systems*, 26(1), 12–19.

# Apêndice A

## Cálculo dos parâmetros de custo

Os cálculos propostos por PINHEIRO ET AL. (2022) para determinar os parâmetros de custo da porção referente ao ECPV no sistema elétrico IEEE 300 barras são apresentados neste Apêndice:

$$e_k = \frac{5}{100} \left[ \frac{(a_k \overline{P_k^{G^2}} + b_k \overline{P_k^G} + c_k) + (a_k \underline{P_k^{G^2}} + b_k \underline{P_k^G} + c_k)}{2} \right], \forall k \in G. \quad (\text{A.1})$$

$$f_k = \frac{4\pi}{\overline{P_k^G} - \underline{P_k^G}}, \forall k \in G. \quad (\text{A.2})$$

# Apêndice B

## Dados do sistema elétrico

Neste apêndice, são apresentados os dados de barras e de linhas dos sistemas elétricos utilizados nos testes numéricos ZIMMERMAN ET AL. (2011). Nas tabelas referentes aos dados de barra, os tipos de barras encontrados são: a barra do tipo 1 é a *slack*, as barras do tipo 2 são as barras de carga e as barras do tipo 3 são as barras de controle de reativo.

### B.1 Sistema Elétrico IEEE 30 barras

Tabela B.1: Dados de barra do sistema elétrico IEEE 30 barras.

Barra	Tipo	$P_k^D$	$Q_k^D$	$b^{sh}$	$V_k$	$\theta_k$
1	3	0	0	0	1.06	0
2	2	21.7	12.7	0	1.043	-5.48
3	1	2.4	1.2	0	1.021	-7.96
4	1	7.6	1.6	0	1.012	-9.62
5	2	94.2	19	0	1.01	-14.37
6	1	0	0	0	1.01	-11.34
7	1	22.8	10.9	0	1.002	-13.12
8	2	30	30	0	1.01	-12.1
9	1	0	0	0	1.051	-14.38
10	1	5.8	2	19	1.045	-15.97
11	2	0	0	0	1.082	-14.39
12	1	11.2	7.5	0	1.057	-15.24
13	2	0	0	0	1.071	-15.24
14	1	6.2	1.6	0	1.042	-16.13
15	1	8.2	2.5	0	1.038	-16.22
16	1	3.5	1.8	0	1.045	-15.83

Tabela B.1 – *Continuação*

Barra	Tipo	$P_k^D$	$Q_k^D$	$b^{sh}$	$V_k$	$\theta_k$
17	1	9	5.8	0	1.04	-16.14
18	1	3.2	0.9	0	1.028	-16.82
19	1	9.5	3.4	0	1.026	-17
20	1	2.2	0.7	0	1.03	-16.8
21	1	17.5	11.2	0	1.033	-16.42
22	1	0	0	0	1.033	-16.41
23	1	3.2	1.6	0	1.027	-16.61
24	1	8.7	6.7	4.3	1.021	-16.78
25	1	0	0	0	1.017	-16.35
26	1	3.5	2.3	0	1	-16.77
27	1	0	0	0	1.023	-15.82
28	1	0	0	0	1.007	-11.97
29	1	2.4	0.9	0	1.003	-17.06
30	1	10.6	1.9	0	0.992	-17.94

Tabela B.2: Dados de geração do sistema elétrico IEEE 30 barras.

Unidade	Barra	$P_k^G$	$Q_k^G$	$\underline{Q}_k^G$	$\overline{Q}_k^G$
1	1	260.2	-16.1	0.0	0.0
2	2	40.0	50.0	50.0	-40.0
3	5	0.0	37.0	40.0	-40.0
4	8	0.0	37.3	40.0	-10.0
5	11	0.0	16.2	24.0	-6.0
6	13	0.0	10.6	24.0	-6.0

Tabela B.3: Dados de ramos do sistema elétrico IEEE 30 barras.

Barra ( $k$ )	Barra ( $m$ )	$r_{km}$	$x_{km}$	$t_{km}$	$b_k^{sh}$	$fp_{km}$
1	2	0.0192	0.0575	0	0.0528	15
1	3	0.0452	0.1652	0	0.0408	15
2	4	0.0570	0.1737	0	0.0368	15
3	4	0.0132	0.0379	0	0.0084	15
2	5	0.0472	0.1983	0	0.0418	15
2	6	0.0581	0.1763	0	0.0374	15
4	6	0.0119	0.0414	0	0.0090	15
5	7	0.0460	0.1160	0	0.0204	15
6	7	0.0267	0.0820	0	0.0170	15

Tabela B.3 – *Continuação*

Barra ( $k$ )	Barra ( $m$ )	$r_{km}$	$x_{km}$	$t_{km}$	$b_k^{sh}$	$fp_{km}$
6	8	0.0120	0.0420	0	0.0090	15
6	9	0.0000	0.2080	0.978	0	15
6	10	0.0000	0.5560	0.969	0	15
9	11	0.0000	0.2080	0	0	15
9	10	0.0000	0.1100	0	0	15
4	12	0.0000	0.2560	0.932	0	15
12	13	0.0000	0.1400	0	0	15
12	14	0.1231	0.2559	0	0	15
12	15	0.0662	0.1304	0	0	15
12	16	0.0945	0.1987	0	0	15
14	15	0.2210	0.1997	0	0	15
16	17	0.0524	0.1923	0	0	15
15	18	0.1073	0.2185	0	0	15
18	19	0.0639	0.1292	0	0	15
19	20	0.0340	0.0680	0	0	15
10	20	0.0936	0.2090	0	0	15
10	17	0.0324	0.0845	0	0	15
10	21	0.0348	0.0749	0	0	15
10	22	0.0727	0.1499	0	0	15
21	22	0.0116	0.0236	0	0	15
15	23	0.1000	0.2020	0	0	15
22	24	0.1150	0.1790	0	0	15
23	24	0.1320	0.2700	0	0	15
24	25	0.1885	0.3292	0	0	15
25	26	0.2544	0.3800	0	0	15
25	27	0.1093	0.2087	0	0	15
28	27	0.0000	0.3960	0.968	0	15
27	29	0.2198	0.4153	0	0	15
27	30	0.3202	0.6027	0	0	15
29	30	0.2399	0.4533	0	0	15
8	28	0.0636	0.2000	0	0.0428	15
6	28	0.0169	0.0599	0	0.0130	15

Tabela B.4: Dados de zonas de operação permitidas e opção de combustível para o sistema IEEE 30 barras.

Barra	Zona	Tipo de combustível	$\overline{P}_{k,z,f}^G$	$\overline{P}_{k,z,f}^G$	$a_{k,z,f}$	$b_{k,z,f}$	$c_{k,z,f}$	$e_{k,z,f}$	$f_{k,z,f}$
1	1	1	50	55	0.005	0.7	55	16.5	0.037
1	2	1	66	80	0.005	0.7	55	16.5	0.037
1	3	1	120	140	0.005	0.7	55	16.5	0.037

Tabela B.4 – *Continuação*

Barra	Zona	Tipo de combustível	$P_{k,z,f}^G$	$\overline{P_{k,z,f}^G}$	$a_{k,z,f}$	$b_{k,z,f}$	$c_{k,z,f}$	$e_{k,z,f}$	$f_{k,z,f}$
1	1	2	140	200	0.0075	1.05	82.5	18.0	0.037
2	1	1	20	21	0.0100	0.3	40.0	14.75	0.038
2	2	1	24	45	0.0100	0.3	40.0	14.75	0.038
2	1	2	55	80	0.0200	0.6	80.0	16.0	0.038
5	1	1	15	30	0.0625	1.0	0.0	14.0	0.040
5	2	1	36	50	0.0625	1.0	0.0	14.0	0.040
8	1	1	10	25	0.0083	3.25	0.0	12.0	0.045
8	2	1	30	35	0.0083	3.25	0.0	12.0	0.045
11	1	1	10	25	0.0250	3.0	0.0	13.0	0.042
11	2	1	28	30	0.0250	3.0	0.0	13.0	0.042
13	1	1	12	24	0.0250	3.0	0.0	13.5	0.041
13	2	1	30	40	0.0250	3.0	0.0	13.5	0.041

## B.2 Sistema Elétrico IEEE 118 barras

Tabela B.5: Dados de barra do sistema elétrico IEEE 118 barras.

Barra	Tipo	$V_k$	$\theta_k$	$P_k^D$	$Q_k^D$	$b^{sh}$
1	2	0.955	10.67	51	27	0
2	1	0.971	11.22	20	9	0
3	1	0.968	11.56	39	10	0
4	2	0.998	15.28	39	12	0
5	1	1.002	15.73	0	0	-40
6	2	0.99	13	52	22	0
7	1	0.989	12.56	19	2	0
8	2	1.015	20.77	28	0	0
9	1	1.043	28.02	0	0	0
10	2	1.05	35.61	0	0	0
11	1	0.985	12.72	70	23	0
12	2	0.99	12.2	47	10	0
13	1	0.968	11.35	34	16	0
14	1	0.984	11.5	14	1	0
15	2	0.97	11.23	90	30	0
16	1	0.984	11.91	25	10	0
17	1	0.995	13.74	11	3	0
18	2	0.973	11.53	60	34	0
19	2	0.963	11.05	45	25	0
20	1	0.958	11.93	18	3	0

Tabela B.5 – *Continuação*

Barra	Tipo	$V_k$	$\theta_k$	$P_k^D$	$Q_k^D$	$b^{sh}$
21	1	0.959	13.52	14	8	0
22	1	0.97	16.08	10	5	0
23	1	1	21	7	3	0
24	2	0.992	20.89	13	0	0
25	2	1.05	27.93	0	0	0
26	2	1.015	29.71	0	0	0
27	2	0.968	15.35	71	13	0
28	1	0.962	13.62	17	7	0
29	1	0.963	12.63	24	4	0
30	1	0.968	18.79	0	0	0
31	2	0.967	12.75	43	27	0
32	2	0.964	14.8	59	23	0
33	1	0.972	10.63	23	9	0
34	2	0.986	11.3	59	26	14
35	1	0.981	10.87	33	9	0
36	2	0.98	10.87	31	17	0
37	1	0.992	11.77	0	0	-25
38	1	0.962	16.91	0	0	0
39	1	0.97	8.41	27	11	0
40	2	0.97	7.35	66	23	0
41	1	0.967	6.92	37	10	0
42	2	0.985	8.53	96	23	0
43	1	0.978	11.28	18	7	0
44	1	0.985	13.82	16	8	10
45	1	0.987	15.67	53	22	10
46	2	1.005	18.49	28	10	10
47	1	1.017	20.73	34	0	0
48	1	1.021	19.93	20	11	15
49	2	1.025	20.94	87	30	0
50	1	1.001	18.9	17	4	0
51	1	0.967	16.28	17	8	0
52	1	0.957	15.32	18	5	0
53	1	0.946	14.35	23	11	0
54	2	0.955	15.26	113	32	0
55	2	0.952	14.97	63	22	0
56	2	0.954	15.16	84	18	0
57	1	0.971	16.36	12	3	0
58	1	0.959	15.51	12	3	0
59	2	0.985	19.37	277	113	0
60	1	0.993	23.15	78	3	0
61	2	0.995	24.04	0	0	0
62	2	0.998	23.43	77	14	0
63	1	0.969	22.75	0	0	0

Tabela B.5 – *Continuação*

Barra	Tipo	$V_k$	$\theta_k$	$P_k^D$	$Q_k^D$	$b^{sh}$
64	1	0.984	24.52	0	0	0
65	2	1.005	27.65	0	0	0
66	2	1.05	27.48	39	18	0
67	1	1.02	24.84	28	7	0
68	1	1.003	27.55	0	0	0
69	3	1.035	30	0	0	0
70	2	0.984	22.58	66	20	0
71	1	0.987	22.15	0	0	0
72	2	0.98	20.98	12	0	0
73	2	0.991	21.94	6	0	0
74	2	0.958	21.64	68	27	12
75	1	0.967	22.91	47	11	0
76	2	0.943	21.77	68	36	0
77	2	1.006	26.72	61	28	0
78	1	1.003	26.42	71	26	0
79	1	1.009	26.72	39	32	20
80	2	1.04	28.96	130	26	0
81	1	0.997	28.1	0	0	0
82	1	0.989	27.24	54	27	20
83	1	0.985	28.42	20	10	10
84	1	0.98	30.95	11	7	0
85	2	0.985	32.51	24	15	0
86	1	0.987	31.14	21	10	0
87	2	1.015	31.4	0	0	0
88	1	0.987	35.64	48	10	0
89	2	1.005	39.69	0	0	0
90	2	0.985	33.29	163	42	0
91	2	0.98	33.31	10	0	0
92	2	0.993	33.8	65	10	0
93	1	0.987	30.79	12	7	0
94	1	0.991	28.64	30	16	0
95	1	0.981	27.67	42	31	0
96	1	0.993	27.51	38	15	0
97	1	1.011	27.88	15	9	0
98	1	1.024	27.4	34	8	0
99	2	1.01	27.04	42	0	0
100	2	1.017	28.03	37	18	0
101	1	0.993	29.61	22	15	0
102	1	0.991	32.3	5	3	0
103	2	1.001	24.44	23	16	0
104	2	0.971	21.69	38	25	0
105	2	0.965	20.57	31	26	20
106	1	0.962	20.32	43	16	0

Tabela B.5 – *Continuação*

Barra	Tipo	$V_k$	$\theta_k$	$P_k^D$	$Q_k^D$	$b^{sh}$
107	2	0.952	17.53	50	12	6
108	1	0.967	19.38	2	1	0
109	1	0.967	18.93	8	3	0
110	2	0.973	18.09	39	30	6
111	2	0.98	19.74	0	0	0
112	2	0.975	14.99	68	13	0
113	2	0.993	13.74	6	0	0
114	1	0.96	14.46	8	3	0
115	1	0.96	14.46	22	7	0
116	2	1.005	27.12	184	0	0
117	1	0.974	10.67	20	8	0
118	1	0.949	21.92	33	15	0

Tabela B.6: Dados de geração do sistema elétrico IEEE 118 barras.

Unidade	Barra	$P_k^G$	$Q_k^G$	$\underline{Q}_k^G$	$\overline{Q}_k^G$
1	1	0	0	15	-5
2	4	0	0	300	-300
3	6	0	0	50	-13
4	8	0	0	300	-300
5	10	450	0	200	-147
6	12	85	0	120	-35
7	15	0	0	30	-10
8	18	0	0	50	-16
9	19	0	0	24	-8
10	24	0	0	300	-300
11	25	220	0	140	-47
12	26	314	0	1000	-1000
13	27	0	0	300	-300
14	31	7	0	300	-300
15	32	0	0	42	-14
16	34	0	0	24	-8
17	36	0	0	24	-8
18	40	0	0	300	-300
19	42	0	0	300	-300
20	46	19	0	100	-100
21	49	204	0	210	-85
22	54	48	0	300	-300
23	55	0	0	23	-8
24	56	0	0	15	-8

Tabela B.6 – *Continuação*

Unidade	Barra	$P_k^G$	$Q_k^G$	$\underline{Q}_k^G$	$\overline{Q}_k^G$
25	59	155	0	180	-60
26	61	160	0	300	-100
27	62	0	0	20	-20
28	65	391	0	200	-67
29	66	392	0	200	-67
30	69	516.4	0	300	-300
31	70	0	0	32	-10
32	72	0	0	100	-100
33	73	0	0	100	-100
34	74	0	0	9	-6
35	76	0	0	23	-8
36	77	0	0	70	-20
37	80	477	0	280	-165
38	85	0	0	23	-8
39	87	4	0	1000	-100
40	89	607	0	300	-210
41	90	0	0	300	-300
42	91	0	0	100	-100
43	92	0	0	9	-3
44	99	0	0	100	-100
45	100	252	0	155	-50
46	103	40	0	40	-15
47	104	0	0	23	-8
48	105	0	0	23	-8
49	107	0	0	200	-200
50	110	0	0	23	-8
51	111	36	0	1000	-100
52	112	0	0	1000	-100
53	113	0	0	200	-100
54	116	0	0	1000	-1000

Tabela B.7: Dados de zonas de operação permitidas e opção de combustível para o sistema IEEE 118 barras.

Barra	Zona	Combustível	$\underline{P}_{k,z,f}^G$	$\overline{P}_{k,z,f}^G$	$a_{k,z,f}$	$b_{k,z,f}$	$c_{k,z,f}$	$e_{k,z,f}$	$f_{k,z,f}$
1	1	1	0	20	100.000000	4000	0	102.50	12.566371
1	2	1	30	50	100.000000	4000	0	102.50	12.566371
1	1	2	50	60	100.000000	4000	0	102.50	12.566371
1	2	2	85	100	100.000000	4000	0	102.50	12.566371
4	1	1	0	20	100.000000	4000	0	102.50	12.566371

Tabela B.7 – *Continuação*

Barra	Zona	Combustível	$P_{k,z,f}^G$	$\overline{P_{k,z,f}^G}$	$a_{k,z,f}$	$b_{k,z,f}$	$c_{k,z,f}$	$e_{k,z,f}$	$f_{k,z,f}$
4	2	1	30	50	100.000000	4000	0	102.50	12.566371
4	1	2	50	60	100.000000	4000	0	102.50	12.566371
4	2	2	85	100	100.000000	4000	0	102.50	12.566371
6	1	1	0	20	100.000000	4000	0	102.50	12.566371
6	2	1	30	50	100.000000	4000	0	102.50	12.566371
6	1	2	50	60	100.000000	4000	0	102.50	12.566371
6	2	2	85	100	100.000000	4000	0	102.50	12.566371
8	1	1	0	100	100.000000	4000	0	102.50	12.566371
10	1	1	0	15	222.222222	2000	0	443.06	2.284795
10	2	1	45	165	222.222222	2000	0	443.06	2.284795
10	1	2	200	395	222.222222	2000	0	443.06	2.284795
10	2	2	410	550	222.222222	2000	0	443.06	2.284795
12	1	1	0	185	1176.47059	2000	0	193.16	6.792633
15	1	1	0	20	100.000000	4000	0	102.50	12.566371
15	2	1	30	50	100.000000	4000	0	102.50	12.566371
15	1	2	50	60	100.000000	4000	0	102.50	12.566371
15	2	2	85	100	100.000000	4000	0	102.50	12.566371
18	1	1	0	100	100.000000	4000	0	102.50	12.566371
19	1	1	0	100	100.000000	4000	0	102.50	12.566371
24	1	1	0	100	100.000000	4000	0	102.50	12.566371
25	1	1	0	40	454.545455	2000	0	276.36	3.926991
25	2	1	65	190	454.545455	2000	0	276.36	3.926991
25	3	1	200	320	454.545455	2000	0	276.36	3.926991
26	1	1	0	75	318.471338	2000	0	343.46	3.035355
26	2	1	95	260	318.471338	2000	0	343.46	3.035355
26	3	1	280	414	318.471338	2000	0	343.46	3.035355
27	1	1	0	100	100.000000	4000	0	102.50	12.566371
31	1	1	0	107	14285.7143	2000	0	462.39	11.744272
32	1	1	0	100	100.000000	4000	0	102.50	12.566371
34	1	1	0	20	100.000000	4000	0	102.50	12.566371
34	2	1	30	50	100.000000	4000	0	102.50	12.566371
34	1	2	50	60	100.000000	4000	0	102.50	12.566371
34	2	2	85	100	100.000000	4000	0	102.50	12.566371
36	1	1	0	100	100.000000	4000	0	102.50	12.566371
40	1	1	0	20	100.000000	4000	0	102.50	12.566371
40	2	1	30	45	100.000000	4000	0	102.50	12.566371
40	3	1	55	100	100.000000	4000	0	102.50	12.566371
42	1	1	0	20	100.000000	4000	0	102.50	12.566371
42	2	1	30	45	100.000000	4000	0	102.50	12.566371
42	3	1	55	100	100.000000	4000	0	102.50	12.566371
46	1	1	0	119	5263.15789	2000	0	245.83	10.559975
49	1	1	0	45	490.196078	2000	0	265.25	4.133675
49	2	1	60	185	490.196078	2000	0	265.25	4.133675

Tabela B.7 – *Continuação*

Barra	Zona	Combustível	$P_{k,z,f}^G$	$\overline{P_{k,z,f}^G}$	$a_{k,z,f}$	$b_{k,z,f}$	$c_{k,z,f}$	$e_{k,z,f}$	$f_{k,z,f}$
49	3	1	200	210	490.196078	2000	0	265.25	4.133675
49	1	2	210	304	490.196078	2000	0	265.25	4.133675
54	1	1	0	148	2083.33333	2000	0	188.08	8.490791
55	1	1	0	100	100.000000	4000	0	102.50	12.566371
56	1	1	0	100	100.000000	4000	0	102.50	12.566371
59	1	1	0	95	645.161290	2000	0	232.38	4.927988
59	2	1	105	140	645.161290	2000	0	232.38	4.927988
59	3	1	155	255	645.161290	2000	0	232.38	4.927988
61	1	1	0	145	625.000000	2000	0	235.63	4.833219
61	2	1	155	210	625.000000	2000	0	235.63	4.833219
61	3	1	230	260	625.000000	2000	0	235.63	4.833219
62	1	1	0	100	100.000000	4000	0	102.50	12.566371
65	1	1	0	180	255.754476	2000	0	399.64	2.559342
65	2	1	200	350	255.754476	2000	0	399.64	2.559342
65	3	1	360	491	255.754476	2000	0	399.64	2.559342
66	1	1	0	492	255.102041	2000	0	400.38	2.554140
69	1	1	0	805.2	193.648335	2000	0	716.48	1.560652
70	1	1	0	20	100.000000	4000	0	102.50	12.566371
70	2	1	30	50	100.000000	4000	0	102.50	12.566371
70	1	2	50	60	100.000000	4000	0	102.50	12.566371
70	2	2	85	100	100.000000	4000	0	102.50	12.566371
72	1	1	0	100	100.000000	4000	0	102.50	12.566371
73	1	1	0	100	100.000000	4000	0	102.50	12.566371
74	1	1	0	100	100.000000	4000	0	102.50	12.566371
76	1	1	0	100	100.000000	4000	0	102.50	12.566371
77	1	1	0	100	100.000000	4000	0	102.50	12.566371
80	1	1	0	577	209.643606	2000	0	462.99	2.177881
85	1	1	0	20	100.000000	4000	0	102.50	12.566371
85	2	1	30	45	100.000000	4000	0	102.50	12.566371
85	3	1	55	100	100.000000	4000	0	102.50	12.566371
87	1	1	0	104	25000.0000	2000	0	728.00	12.083049
89	1	1	0	120	164.744646	2000	0	559.37	1.777422
89	2	1	145	150	164.744646	2000	0	559.37	1.777422
89	1	2	150	410	164.744646	2000	0	559.37	1.777422
89	1	3	460	500	164.744646	2000	0	559.37	1.777422
89	2	3	525	707	164.744646	2000	0	559.37	1.777422
90	1	1	0	100	100.000000	4000	0	102.50	12.566371
91	1	1	0	100	100.000000	4000	0	102.50	12.566371
92	1	1	0	100	100.000000	4000	0	102.50	12.566371
99	1	1	0	20	100.000000	4000	0	102.50	12.566371
99	2	1	30	45	100.000000	4000	0	102.50	12.566371
99	3	1	55	100	100.000000	4000	0	102.50	12.566371
100	1	1	0	352	396.825397	2000	0	298.92	3.569992

Tabela B.7 – *Continuação*

Barra	Zona	Combustível	$\overline{P}_{k,z,f}^G$	$\overline{P}_{k,z,f}^G$	$a_{k,z,f}$	$b_{k,z,f}$	$c_{k,z,f}$	$e_{k,z,f}$	$f_{k,z,f}$
103	1	1	0	140	2500.00000	2000	0	192.50	8.975979
104	1	1	0	20	100.000000	4000	0	102.50	12.566371
104	2	1	30	45	100.000000	4000	0	102.50	12.566371
104	3	1	55	100	100.000000	4000	0	102.50	12.566371
105	1	1	0	100	100.000000	4000	0	102.50	12.566371
107	1	1	0	100	100.000000	4000	0	102.50	12.566371
110	1	1	0	100	100.000000	4000	0	102.50	12.566371
111	1	1	0	136	2777.77778	2000	0	196.44	9.239978
112	1	1	0	100	100.000000	4000	0	102.50	12.566371
113	1	1	0	100	100.000000	4000	0	102.50	12.566371
116	1	1	0	20	100.000000	4000	0	102.50	12.566371
116	2	1	30	45	100.000000	4000	0	102.50	12.566371
116	3	1	55	100	100.000000	4000	0	102.50	12.566371

Tabela B.8: Dados de ramos do sistema elétrico IEEE 118 barras.

Barra ( $k$ )	Barra ( $m$ )	$r_{km}$	$x_{km}$	$b_k^{sh}$	$t_{km}$	$fp_{km}$
1	2	0.0303	0.0999	0.0254	0	15
1	3	0.0129	0.0424	0.01082	0	15
4	5	0.00176	0.00798	0.0021	0	15
3	5	0.0241	0.108	0.0284	0	15
5	6	0.0119	0.054	0.01426	0	15
6	7	0.00459	0.0208	0.0055	0	15
8	9	0.00244	0.0305	1.162	0	15
8	5	0	0.0267	0	0.985	15
9	10	0.00258	0.0322	1.23	0	15
4	11	0.0209	0.0688	0.01748	0	15
5	11	0.0203	0.0682	0.01738	0	15
11	12	0.00595	0.0196	0.00502	0	15
2	12	0.0187	0.0616	0.01572	0	15
3	12	0.0484	0.16	0.0406	0	15
7	12	0.00862	0.034	0.00874	0	15
11	13	0.02225	0.0731	0.01876	0	15
12	14	0.0215	0.0707	0.01816	0	15
13	15	0.0744	0.2444	0.06268	0	15
14	15	0.0595	0.195	0.0502	0	15
12	16	0.0212	0.0834	0.0214	0	15
15	17	0.0132	0.0437	0.0444	0	15
16	17	0.0454	0.1801	0.0466	0	15
17	18	0.0123	0.0505	0.01298	0	15

Tabela B.8 – *Continuação*

Barra ( $k$ )	Barra ( $m$ )	$r_{km}$	$x_{km}$	$b_k^{sh}$	$t_{km}$	$fp_{km}$
18	19	0.01119	0.0493	0.01142	0	15
19	20	0.0252	0.117	0.0298	0	15
15	19	0.012	0.0394	0.0101	0	15
20	21	0.0183	0.0849	0.0216	0	15
21	22	0.0209	0.097	0.0246	0	15
22	23	0.0342	0.159	0.0404	0	15
23	24	0.0135	0.0492	0.0498	0	15
23	25	0.0156	0.08	0.0864	0	15
26	25	0	0.0382	0	0.96	15
25	27	0.0318	0.163	0.1764	0	15
27	28	0.01913	0.0855	0.0216	0	15
28	29	0.0237	0.0943	0.0238	0	15
30	17	0	0.0388	0	0.96	15
8	30	0.00431	0.0504	0.514	0	15
26	30	0.00799	0.086	0.908	0	15
17	31	0.0474	0.1563	0.0399	0	15
29	31	0.0108	0.0331	0.0083	0	15
23	32	0.0317	0.1153	0.1173	0	15
31	32	0.0298	0.0985	0.0251	0	15
27	32	0.0229	0.0755	0.01926	0	15
15	33	0.038	0.1244	0.03194	0	15
19	34	0.0752	0.247	0.0632	0	15
35	36	0.00224	0.0102	0.00268	0	15
35	37	0.011	0.0497	0.01318	0	15
33	37	0.0415	0.142	0.0366	0	15
34	36	0.00871	0.0268	0.00568	0	15
34	37	0.00256	0.0094	0.00984	0	15
38	37	0	0.0375	0	0.935	15
37	39	0.0321	0.106	0.027	0	15
37	40	0.0593	0.168	0.042	0	15
30	38	0.00464	0.054	0.422	0	15
39	40	0.0184	0.0605	0.01552	0	15
40	41	0.0145	0.0487	0.01222	0	15
40	42	0.0555	0.183	0.0466	0	15
41	42	0.041	0.135	0.0344	0	15
43	44	0.0608	0.2454	0.06068	0	15
34	43	0.0413	0.1681	0.04226	0	15
44	45	0.0224	0.0901	0.0224	0	15
45	46	0.04	0.1356	0.0332	0	15
46	47	0.038	0.127	0.0316	0	15
46	48	0.0601	0.189	0.0472	0	15
47	49	0.0191	0.0625	0.01604	0	15
42	49	0.0715	0.323	0.086	0	15

Tabela B.8 – *Continuação*

Barra ( $k$ )	Barra ( $m$ )	$r_{km}$	$x_{km}$	$b_k^{sh}$	$t_{km}$	$fp_{km}$
42	49	0.0715	0.323	0.086	0	15
45	49	0.0684	0.186	0.0444	0	15
48	49	0.0179	0.0505	0.01258	0	15
49	50	0.0267	0.0752	0.01874	0	15
49	51	0.0486	0.137	0.0342	0	15
51	52	0.0203	0.0588	0.01396	0	15
52	53	0.0405	0.1635	0.04058	0	15
53	54	0.0263	0.122	0.031	0	15
49	54	0.073	0.289	0.0738	0	15
49	54	0.0869	0.291	0.073	0	15
54	55	0.0169	0.0707	0.0202	0	15
54	56	0.00275	0.00955	0.00732	0	15
55	56	0.00488	0.0151	0.00374	0	15
56	57	0.0343	0.0966	0.0242	0	15
50	57	0.0474	0.134	0.0332	0	15
56	58	0.0343	0.0966	0.0242	0	15
51	58	0.0255	0.0719	0.01788	0	15
54	59	0.0503	0.2293	0.0598	0	15
56	59	0.0825	0.251	0.0569	0	15
56	59	0.0803	0.239	0.0536	0	15
55	59	0.04739	0.2158	0.05646	0	15
59	60	0.0317	0.145	0.0376	0	15
59	61	0.0328	0.15	0.0388	0	15
60	61	0.00264	0.0135	0.01456	0	15
60	62	0.0123	0.0561	0.01468	0	15
61	62	0.00824	0.0376	0.0098	0	15
63	59	0	0.0386	0	0.96	15
63	64	0.00172	0.02	0.216	0	15
64	61	0	0.0268	0	0.985	15
38	65	0.00901	0.0986	1.046	0	15
64	65	0.00269	0.0302	0.38	0	15
49	66	0.018	0.0919	0.0248	0	15
49	66	0.018	0.0919	0.0248	0	15
62	66	0.0482	0.218	0.0578	0	15
62	67	0.0258	0.117	0.031	0	15
65	66	0	0.037	0	0.935	15
66	67	0.0224	0.1015	0.02682	0	15
65	68	0.00138	0.016	0.638	0	15
47	69	0.0844	0.2778	0.07092	0	15
49	69	0.0985	0.324	0.0828	0	15
68	69	0	0.037	0	0.935	15
69	70	0.03	0.127	0.122	0	15
24	70	0.00221	0.4115	0.10198	0	15

Tabela B.8 – *Continuação*

Barra ( $k$ )	Barra ( $m$ )	$r_{km}$	$x_{km}$	$b_k^{sh}$	$t_{km}$	$fp_{km}$
70	71	0.00882	0.0355	0.00878	0	15
24	72	0.0488	0.196	0.0488	0	15
71	72	0.0446	0.18	0.04444	0	15
71	73	0.00866	0.0454	0.01178	0	15
70	74	0.0401	0.1323	0.03368	0	15
70	75	0.0428	0.141	0.036	0	15
69	75	0.0405	0.122	0.124	0	15
74	75	0.0123	0.0406	0.0103	0	15
76	77	0.0444	0.148	0.0368	0	15
69	77	0.0309	0.101	0.1038	0	15
75	77	0.0601	0.1999	0.04978	0	15
77	78	0.00376	0.0124	0.01264	0	15
78	79	0.00546	0.0244	0.00648	0	15
77	80	0.017	0.0485	0.0472	0	15
77	80	0.0294	0.105	0.0228	0	15
79	80	0.0156	0.0704	0.0187	0	15
68	81	0.00175	0.0202	0.808	0	15
81	80	0	0.037	0	0.935	15
77	82	0.0298	0.0853	0.08174	0	15
82	83	0.0112	0.03665	0.03796	0	15
83	84	0.0625	0.132	0.0258	0	15
83	85	0.043	0.148	0.0348	0	15
84	85	0.0302	0.0641	0.01234	0	15
85	86	0.035	0.123	0.0276	0	15
86	87	0.02828	0.2074	0.0445	1	15
85	88	0.02	0.102	0.0276	0	15
85	89	0.0239	0.173	0.047	0	15
88	89	0.0139	0.0712	0.01934	0	15
89	90	0.0518	0.188	0.0528	0	15
89	90	0.0238	0.0997	0.106	0	15
90	91	0.0254	0.0836	0.0214	0	15
89	92	0.0099	0.0505	0.0548	0	15
89	92	0.0393	0.1581	0.0414	0	15
91	92	0.0387	0.1272	0.03268	0	15
92	93	0.0258	0.0848	0.0218	0	15
92	94	0.0481	0.158	0.0406	0	15
93	94	0.0223	0.0732	0.01876	0	15
94	95	0.0132	0.0434	0.0111	0	15
80	96	0.0356	0.182	0.0494	0	15
82	96	0.0162	0.053	0.0544	0	15
94	96	0.0269	0.0869	0.023	0	15
80	97	0.0183	0.0934	0.0254	0	15
80	98	0.0238	0.108	0.0286	0	15

Tabela B.8 – *Continuação*

Barra ( $k$ )	Barra ( $m$ )	$r_{km}$	$x_{km}$	$b_k^{sh}$	$t_{km}$	$fp_{km}$
80	99	0.0454	0.206	0.0546	0	15
92	100	0.0648	0.295	0.0472	0	15
94	100	0.0178	0.058	0.0604	0	15
95	96	0.0171	0.0547	0.01474	0	15
96	97	0.0173	0.0885	0.024	0	15
98	100	0.0397	0.179	0.0476	0	15
99	100	0.018	0.0813	0.0216	0	15
100	101	0.0277	0.1262	0.0328	0	15
92	102	0.0123	0.0559	0.01464	0	15
101	102	0.0246	0.112	0.0294	0	15
100	103	0.016	0.0525	0.0536	0	15
100	104	0.0451	0.204	0.0541	0	15
103	104	0.0466	0.1584	0.0407	0	15
103	105	0.0535	0.1625	0.0408	0	15
100	106	0.0605	0.229	0.062	0	15
104	105	0.00994	0.0378	0.00986	0	15
105	106	0.014	0.0547	0.01434	0	15
105	107	0.053	0.183	0.0472	0	15
105	108	0.0261	0.0703	0.01844	0	15
106	107	0.053	0.183	0.0472	0	15
108	109	0.0105	0.0288	0.0076	0	15
103	110	0.03906	0.1813	0.0461	0	15
109	110	0.0278	0.0762	0.0202	0	15
110	111	0.022	0.0755	0.02	0	15
110	112	0.0247	0.064	0.062	0	15
17	113	0.00913	0.0301	0.00768	0	15
32	113	0.0615	0.203	0.0518	0	15
32	114	0.0135	0.0612	0.01628	0	15
27	115	0.0164	0.0741	0.01972	0	15
114	115	0.0023	0.0104	0.00276	0	15
68	116	0.00034	0.00405	0.164	1	15
12	117	0.0329	0.14	0.0358	0	15
75	118	0.0145	0.0481	0.01198	0	15
76	118	0.0164	0.0544	0.01356	0	15

### B.3 Sistema Elétrico IEEE 300 barras

Tabela B.9: Dados de barra do sistema elétrico IEEE 300 barras.

Barra	Tipo	$P_k^D$	$Q_k^D$	$V_k$	$\theta_k$	$b^{sh}$
1	1	90.0	49.0	1.0284	5.95	0.0
2	1	56.0	15.0	1.0354	7.74	0.0
3	1	20.0	0.0	0.9971	6.64	0.0
4	1	0.0	0.0	1.0308	4.71	0.0
5	1	353.0	130.0	1.0191	4.68	0.0
6	1	120.0	41.0	1.0312	6.99	0.0
7	1	0.0	0.0	0.9934	6.19	0.0
8	2	63.0	14.0	1.0153	2.4	0.0
9	1	96.0	43.0	1.0034	2.85	0.0
10	2	153.0	33.0	1.0205	1.35	0.0
11	1	83.0	21.0	1.0057	2.46	0.0
12	1	0.0	0.0	0.9974	5.21	0.0
13	1	58.0	10.0	0.9977	-0.55	0.0
14	1	160.0	60.0	0.9991	-4.81	0.0
15	1	126.7	23.0	1.0343	-8.59	0.0
16	1	0.0	0.0	1.0315	-2.65	0.0
17	1	561.0	220.0	1.0649	-13.1	0.0
18	1	0.0	0.0	0.982	1.08	0.0
19	2	605.0	120.0	1.001	-2.46	0.0
20	1	77.0	1.0	0.9752	1.62	0.0
21	1	81.0	23.0	0.9963	-1.97	0.0
22	1	21.0	7.0	1.0501	3.94	0.0
23	1	0.0	0.0	1.0057	6.02	0.0
24	1	45.0	12.0	1.0234	1.44	0.0
25	1	28.0	9.0	0.9986	-1.73	0.0
26	1	69.0	13.0	0.975	-4.9	0.0
27	1	55.0	6.0	1.0244	-12.02	0.0
28	1	0.0	0.0	1.0414	-7.94	0.0
29	1	0.0	0.0	0.9757	-25.72	0.0
30	1	0.0	0.0	1.0011	-22.59	0.0
31	1	85.0	32.0	1.0201	-11.23	0.0
32	1	155.0	18.0	1.0202	-12.56	0.0
33	1	0.0	0.0	1.0535	-5.81	0.0
34	1	46.0	-21.0	1.0216	-12.78	0.0
35	1	86.0	0.0	1.0292	-10.45	0.0
36	1	0.0	0.0	1.0448	-7.44	0.0
37	1	39.0	9.0	1.0006	-16.79	0.0
38	1	195.0	29.0	1.0086	-17.47	0.0
39	1	0.0	0.0	1.0215	-14.74	0.0
40	1	0.0	0.0	1.0344	-11.75	0.0
41	1	58.0	11.8	0.9777	-23.17	0.0
42	1	41.0	19.0	1.0019	-16.09	0.0
43	1	92.0	26.0	1.0475	-2.95	0.0

Tabela B.9 – *Continuação*

Barra	Tipo	$P_k^D$	$Q_k^D$	$V_k$	$\theta_k$	$b^{sh}$
44	1	-5.0	5.0	1.0253	-8.15	0.0
45	1	61.0	28.0	0.9979	-11.86	0.0
46	1	69.0	3.0	0.9959	-17.6	0.0
47	1	10.0	1.0	1.005	-16.25	0.0
48	1	22.0	10.0	1.015	-12.21	0.0
49	1	98.0	20.0	1.0335	-8.0	0.0
50	1	14.0	1.0	0.9918	-5.99	0.0
51	1	218.0	106.0	0.9789	-5.29	0.0
52	1	0.0	0.0	1.0246	-9.56	0.0
53	1	227.0	110.0	0.9906	-3.47	0.0
54	1	0.0	0.0	1.016	-1.1	0.0
55	2	70.0	30.0	0.9583	-17.62	0.0
56	1	0.0	0.0	0.948	-12.97	0.0
57	1	0.0	0.0	0.963	-25.66	0.0
58	1	56.0	20.0	0.9513	-35.16	0.0
59	1	116.0	38.0	0.9793	-29.88	0.0
60	1	57.0	19.0	0.9696	-27.48	0.0
61	1	224.0	71.0	0.9775	-25.77	0.0
62	1	0.0	0.0	0.9964	-22.0	0.0
63	2	208.0	107.0	0.9632	-26.54	0.0
64	1	74.0	28.0	0.9837	-24.94	0.0
65	1	0.0	0.0	0.99	-24.05	0.0
66	1	48.0	14.0	0.982	-24.97	0.0
67	1	28.0	7.0	0.9872	-24.97	0.0
68	1	0.0	0.0	1.034	-18.89	0.0
69	2	37.0	13.0	1.025	-17.16	0.0
70	1	0.0	0.0	0.9872	-17.68	0.0
71	1	0.0	0.0	0.9909	-14.19	0.0
72	1	0.0	0.0	0.9921	-7.77	0.0
73	1	0.0	0.0	1.0151	-20.96	0.0
74	1	44.2	0.0	1.0317	-11.13	0.0
75	1	66.0	0.0	1.0272	-11.23	0.0
76	2	17.4	0.0	1.052	-9.4	0.0
77	2	15.8	0.0	1.052	-6.2	0.0
78	1	60.3	0.0	0.993	-9.42	0.0
79	1	39.9	0.0	1.0183	-13.24	0.0
80	2	66.7	0.0	1.0	-14.6	0.0
81	1	83.5	0.0	0.9894	-20.27	0.0
82	1	0.0	0.0	1.006	-14.45	0.0
83	1	77.8	0.0	1.0008	-15.23	0.0
84	1	32.0	0.0	1.0288	-12.06	0.0
85	1	8.6	0.0	0.9958	-17.33	0.0
86	1	49.6	0.0	1.0223	-12.94	0.0

Tabela B.9 – *Continuação*

Barra	Tipo	$P_k^D$	$Q_k^D$	$V_k$	$\theta_k$	$b^{sh}$
87	1	4.6	0.0	1.0095	-16.03	0.0
88	2	112.1	0.0	0.99	-20.26	0.0
89	1	30.7	0.0	0.9749	-26.06	0.0
90	1	63.0	0.0	0.973	-24.72	0.0
91	1	19.6	0.0	0.9725	-28.69	0.0
92	1	26.2	0.0	0.97	-25.38	0.0
93	1	18.2	0.0	0.9747	-28.59	0.0
94	1	0.0	0.0	0.9603	-13.57	0.0
95	1	0.0	0.0	1.0249	-12.69	0.0
96	1	0.0	0.0	0.9348	-4.72	325.0
97	1	14.1	650.0	0.9298	-4.12	0.0
98	2	0.0	0.0	1.0435	5.17	0.0
99	1	777.0	215.0	0.9584	-8.77	55.0
100	1	535.0	55.0	0.9871	-12.64	0.0
101	1	229.1	11.8	0.9728	-14.36	0.0
102	1	78.0	1.4	1.0006	-17.64	0.0
103	2	276.4	59.3	1.0233	-13.49	0.0
104	2	514.8	82.7	1.0103	-18.43	0.0
105	1	57.9	5.1	0.9978	-12.86	0.0
106	1	380.8	37.0	1.0001	-10.52	0.0
107	1	0.0	0.0	1.0024	-4.78	0.0
108	1	0.0	0.0	1.0028	-4.4	0.0
109	1	0.0	0.0	1.0191	5.56	0.0
110	1	0.0	0.0	0.9861	6.06	0.0
111	1	0.0	0.0	1.0045	3.04	0.0
112	1	0.0	0.0	1.002	-5.46	0.0
113	1	0.0	0.0	1.022	-8.04	0.0
114	1	169.2	41.6	1.0193	-6.76	0.0
115	1	55.2	18.2	1.0476	1.54	0.0
116	1	273.6	99.8	1.0471	-1.45	0.0
117	2	1019.2	135.2	1.055	-6.35	0.0
118	1	595.0	83.3	1.0117	-3.57	0.0
119	1	387.7	114.7	1.043	-3.44	0.0
120	2	145.0	58.0	1.051	0.05	0.0
121	1	56.5	24.5	1.0155	-2.77	0.0
122	2	89.5	35.5	1.0435	4.03	0.0
123	1	0.0	0.0	1.016	-0.7	0.0
124	1	24.0	14.0	1.0081	-0.16	0.0
125	2	0.0	0.0	1.0528	4.32	0.0
126	2	0.0	0.0	1.0528	8.36	0.0
127	1	63.0	25.0	1.0577	0.28	0.0
128	2	0.0	0.0	1.0735	5.23	0.0
129	1	0.0	0.0	0.9869	6.34	0.0

Tabela B.9 – *Continuação*

Barra	Tipo	$P_k^D$	$Q_k^D$	$V_k$	$\theta_k$	$b^{sh}$
130	1	0.0	0.0	1.0048	4.13	0.0
131	2	17.0	9.0	1.0535	9.24	0.0
132	2	0.0	0.0	1.0435	10.46	0.0
133	1	70.0	5.0	0.9663	-1.8	34.5
134	1	200.0	50.0	1.0177	6.75	0.0
135	2	75.0	50.0	0.963	5.15	0.0
136	1	123.5	-24.3	0.9845	-11.93	0.0
137	1	0.0	0.0	0.9987	-11.4	0.0
138	1	33.0	16.5	0.9867	-9.82	0.0
139	1	0.0	0.0	0.9998	-12.55	0.0
140	1	35.0	15.0	1.036	8.85	0.0
141	1	85.0	24.0	0.9918	18.5	0.0
142	1	0.0	0.4	1.041	2.91	0.0
143	1	0.0	0.0	0.9839	9.66	-212.0
144	1	0.0	0.0	1.0002	26.31	0.0
145	1	0.0	0.0	0.9973	30.22	-103.0
146	1	299.9	95.7	0.9715	-6.91	0.0
147	1	0.0	0.0	1.0024	-4.8	0.0
148	1	0.0	0.0	0.9879	-6.68	0.0
149	2	481.8	205.0	0.929	0.09	0.0
150	2	763.6	291.1	0.9829	-9.94	0.0
151	1	26.5	0.0	1.0244	-6.22	0.0
152	1	163.5	43.0	0.9837	-12.75	53.0
153	1	0.0	0.0	1.0622	-2.69	0.0
154	1	176.0	83.0	0.973	-7.21	0.0
155	2	5.0	4.0	1.0522	4.67	0.0
156	2	28.0	12.0	1.0077	0.62	0.0
157	1	427.4	173.6	0.9397	-6.56	0.0
158	1	74.0	29.0	0.9699	-9.37	45.0
159	1	69.5	49.3	0.9793	-3.09	0.0
160	1	73.4	0.0	1.0518	-1.33	0.0
161	1	240.7	89.0	1.0447	-4.19	0.0
162	1	40.0	4.0	0.9717	7.12	0.0
163	1	136.8	16.6	1.0386	-6.85	0.0
164	2	0.0	0.0	1.0522	-4.33	0.0
165	2	59.8	24.3	1.065	2.17	0.0
166	2	59.8	24.3	1.065	1.4	0.0
167	1	182.6	43.6	1.0533	-0.72	0.0
168	1	7.0	2.0	0.9975	-25.84	0.0
169	2	0.0	0.0	1.0551	-20.62	-150.0
170	2	489.0	53.0	1.0435	12.25	0.0
171	1	800.0	72.0	0.9374	-11.18	0.0
172	1	0.0	0.0	0.9897	-26.09	0.0

Tabela B.9 – *Continuação*

Barra	Tipo	$P_k^D$	$Q_k^D$	$V_k$	$\theta_k$	$b^{sh}$
173	1	0.0	0.0	1.0489	-19.21	0.0
174	1	0.0	0.0	1.0357	-20.79	0.0
175	1	10.0	3.0	0.9695	-25.32	0.0
176	1	43.0	14.0	0.9907	-23.72	0.0
177	2	64.0	21.0	1.015	-20.58	0.0
178	1	35.0	12.0	0.9528	-26.05	0.0
179	1	27.0	12.0	0.955	-25.93	0.0
180	1	41.0	14.0	0.9692	-27.49	0.0
181	1	38.0	13.0	0.9908	-25.33	0.0
182	1	42.0	14.0	1.0033	-22.35	0.0
183	1	72.0	24.0	0.9718	-25.7	0.0
184	1	0.0	-5.0	0.9838	-26.07	0.0
185	1	12.0	2.0	0.9992	-27.41	0.0
186	1	-21.0	-14.2	1.0137	-27.44	0.0
187	1	7.0	2.0	0.9929	-26.28	0.0
188	1	38.0	13.0	0.9999	-25.66	0.0
189	1	0.0	0.0	0.9788	-24.22	0.0
190	1	96.0	7.0	1.0017	-23.31	0.0
191	1	0.0	0.0	1.0132	-22.51	0.0
192	2	0.0	0.0	1.01	-11.67	0.0
193	1	22.0	16.0	0.9919	-17.53	0.0
194	1	47.0	26.0	0.9866	-20.23	0.0
195	1	176.0	105.0	0.9751	-22.53	0.0
196	1	100.0	75.0	1.0215	-22.2	0.0
197	1	131.0	96.0	1.0075	-22.63	0.0
198	1	0.0	0.0	1.0554	-21.15	0.0
199	2	285.0	100.0	1.008	-21.73	0.0
200	2	171.0	70.0	1.0	-22.49	0.0
201	2	328.0	188.0	1.05	-23.17	0.0
202	1	428.0	232.0	0.9965	-22.7	0.0
203	1	173.0	99.0	1.0002	-21.55	0.0
204	1	410.0	40.0	0.9453	-11.34	0.0
205	1	0.0	0.0	1.018	-21.61	0.0
206	2	538.0	369.0	1.0	-27.22	0.0
207	1	223.0	148.0	1.0423	-20.94	0.0
208	1	96.0	46.0	1.0496	-19.94	0.0
209	2	0.0	0.0	1.04	-13.82	0.0
210	1	159.0	107.0	1.0535	-21.22	-300.0
211	1	448.0	143.0	1.0414	-23.19	0.0
212	2	404.0	212.0	1.0	-25.9	0.0
213	1	572.0	244.0	1.0387	-20.89	0.0
214	1	269.0	157.0	1.0095	-21.03	0.0
215	2	0.0	0.0	1.0165	-15.4	0.0

Tabela B.9 – *Continuação*

Barra	Tipo	$P_k^D$	$Q_k^D$	$V_k$	$\theta_k$	$b^{sh}$
216	1	0.0	0.0	1.0558	-21.1	0.0
217	2	255.0	149.0	1.01	-20.94	-150.0
218	2	0.0	0.0	1.0	-15.86	0.0
219	1	0.0	0.0	1.0237	-20.14	-140.0
220	2	0.0	0.0	1.05	-16.5	0.0
221	2	0.0	0.0	0.993	-17.53	0.0
222	2	8.0	3.0	1.01	-19.27	0.0
223	1	0.0	0.0	0.9921	-20.21	0.0
224	1	61.0	30.0	0.9711	-20.9	0.0
225	1	77.0	33.0	0.9651	-21.74	0.0
226	1	61.0	30.0	0.9688	-21.67	0.0
227	1	29.0	14.0	0.976	-25.23	45.6
228	1	29.0	14.0	0.9752	-25.65	0.0
229	1	-23.0	-17.0	1.0196	-23.8	0.0
230	1	-33.1	-29.4	1.0251	-20.06	0.0
231	1	115.8	-24.0	1.0152	1.48	0.0
232	1	2.4	-12.6	1.0146	-2.23	0.0
233	1	2.4	-3.9	1.0005	-17.61	0.0
234	1	-14.9	26.5	0.981	-13.69	0.0
235	1	24.7	-1.2	0.975	-23.42	0.0
236	1	145.3	-34.9	0.9429	-34.31	0.0
237	1	28.1	-20.5	0.9723	-37.58	0.0
238	1	14.0	2.5	0.9604	-29.1	0.0
239	1	-11.1	-1.4	1.0009	-23.36	0.0
240	1	50.5	17.4	0.9777	-28.0	0.0
241	1	29.6	0.6	0.9583	-28.79	0.0
242	1	-113.7	76.7	1.0309	-17.0	0.0
243	1	100.31	29.17	1.0128	3.9	0.0
244	1	-100.0	34.17	1.0244	-7.52	0.0
245	1	0.0	0.0	1.0122	-15.18	0.0
246	1	0.0	0.0	0.9653	-14.94	0.0
247	2	0.0	0.0	1.0507	10.79	0.0
248	2	0.0	0.0	1.0507	12.48	0.0
249	2	0.0	0.0	1.0323	13.76	0.0
250	2	0.0	0.0	1.0145	4.99	0.0
251	2	0.0	0.0	1.0507	11.57	0.0
252	2	0.0	0.0	1.0507	-10.47	0.0
253	2	0.0	0.0	1.0507	6.15	0.0
254	2	0.0	0.0	1.029	12.6	0.0
255	2	0.0	0.0	1.05	2.11	0.0
256	2	0.0	0.0	1.0145	-13.92	0.0
257	3	0.0	0.0	1.0507	0.0	0.0
258	2	0.0	0.0	0.9967	-7.5	0.0

Tabela B.9 – *Continuação*

Barra	Tipo	$P_k^D$	$Q_k^D$	$V_k$	$\theta_k$	$b^{sh}$
259	2	0.0	0.0	1.0212	-3.44	0.0
260	2	0.0	0.0	1.0145	1.97	0.0
261	2	0.0	0.0	1.0017	5.8	0.0
262	2	0.0	0.0	0.9893	-25.35	0.0
263	2	0.0	0.0	1.0507	19.02	0.0
264	2	0.0	0.0	1.0507	2.75	0.0
265	2	0.0	0.0	1.0145	35.05	0.0
266	1	0.0	0.0	1.0117	-11.25	0.0
267	2	4.2	0.0	0.9945	-18.86	0.0
268	1	2.71	0.94	0.9833	-19.68	2.4
269	1	0.86	0.28	0.9768	-19.82	0.0
270	1	0.0	0.0	1.0117	-11.32	0.0
271	1	0.0	0.0	1.0029	-17.42	0.0
272	1	0.0	0.0	0.9913	-18.69	0.0
273	1	0.0	0.0	1.0023	-17.27	0.0
274	1	4.75	1.56	0.9887	-19.09	0.0
275	1	1.53	0.53	0.9648	-21.67	0.0
276	1	0.0	0.0	0.9747	-19.41	0.0
277	1	1.35	0.47	0.9706	-21.43	0.0
278	1	0.45	0.16	0.9649	-20.48	0.0
279	1	0.45	0.16	0.9657	-20.39	0.0
280	1	1.84	0.64	0.9318	-25.03	0.0
281	1	1.39	0.48	0.9441	-23.84	0.0
282	1	1.89	0.65	0.9286	-25.33	0.0
283	1	1.55	0.54	0.9973	-21.1	1.72
284	1	1.66	0.58	0.9506	-23.19	0.0
285	1	3.03	1.0	0.9598	-22.67	0.0
286	1	1.86	0.64	0.957	-22.58	0.0
287	1	2.58	0.89	0.9391	-24.41	0.0
288	1	1.01	0.35	0.9636	-21.33	0.0
289	1	0.81	0.28	0.9501	-22.5	0.0
290	1	1.6	0.52	0.9646	-21.42	0.0
291	1	0.0	0.0	0.979	-19.78	0.0
292	2	35.81	0.0	1.0	-19.4	0.0
293	1	30.0	23.0	0.9786	-17.25	0.0
294	2	26.48	0.0	1.0	-17.68	0.0
295	2	0.0	0.0	1.0	-6.83	0.0
296	2	0.0	0.0	1.0	-7.54	0.0
297	1	1.02	0.35	0.9752	-20.48	0.0
298	1	1.02	0.35	0.9803	-19.92	0.0
299	1	3.8	1.25	0.9799	-19.3	0.0
300	1	1.19	0.41	1.0402	-18.24	0.0

Tabela B.10: Dados de geração do sistema elétrico IEEE 300 barras.

Unidade	Barra	$P_k^G$	$Q_k^G$	$\underline{Q}_k^G$	$\overline{Q}_k^G$
1	8	0	0	10	-10
2	10	0	0	20	-20
3	19	0	0	20	-20
4	55	0	0	25	-25
5	63	0	0	35	12
6	69	375	0	240	-240
7	76	155	0	96	-11
8	77	290	0	153	-153
9	80	68	0	56	-30
10	88	117	0	77	-24
11	98	1930	0	1500	-500
12	103	240	0	120	-60
13	104	0	0	200	-25
14	117	0	0	350	-125
15	120	281	0	75	-50
16	122	696	0	300	-100
17	125	84	0	35	-15
18	126	217	0	100	-50
19	128	103	0	50	-25
20	131	372	0	175	-50
21	132	216	0	90	-50
22	135	0	0	15	-10
23	149	205	0	90	-40
24	150	0	0	150	-50
25	155	228	0	90	-45
26	156	84	0	35	-15
27	164	200	0	80	-50
28	165	1200	0	400	-100
29	166	1200	0	400	-100
30	169	475	0	300	-300
31	170	1973	0	1000	-1000
32	177	424	0	260	-260
33	192	272	0	150	-150
34	199	100	0	60	-60
35	200	450	0	320	-320
36	201	250	0	300	-300
37	206	303	0	300	-300
38	209	345	0	250	-250
39	212	300	0	500	-500
40	215	600	0	300	-300

Tabela B.10 – *Continuação*

Unidade	Barra	$P_k^G$	$Q_k^G$	$\underline{Q}_k^G$	$\overline{Q}_k^G$
41	217	250	0	200	-200
42	218	550	0	400	-400
43	220	575.43	0	600	-600
44	221	170	0	100	40
45	222	84	0	80	40
46	247	467	0	210	-210
47	248	623	0	280	-280
48	249	1210	0	420	-420
49	250	234	0	100	-100
50	251	372	0	224	-224
51	252	330	0	350	0
52	253	185	0	120	0
53	254	410	0	224	-224
54	255	500	0	200	-200
55	256	37	0	42	0
56	257	0	0	10	0
57	258	45	0	25	0
58	259	165	0	90	-90
59	260	400	0	150	-150
60	261	400	0	150	0
61	262	116	0	87	0
62	263	1292	0	600	-100
63	264	700	0	325	-125
64	265	553	0	300	-200
65	267	0	0	2	-2
66	292	0	0	17.35	-17.35
67	294	0	0	12.83	-12.8
68	295	50	0	38	-38
69	296	8	0	6	-6

Tabela B.11: Dados de zonas de operação permitidas e opção de combustível para o sistema IEEE 300 barras.

Barra	Zona	Combustível	$\underline{P}_{k,z,f}^G$	$\overline{P}_{k,z,f}^G$	$a_{k,z,f}$	$b_{k,z,f}$	$c_{k,z,f}$
8	1	1	0	11.111111	100	4000	0
8	2	1	22.222222	33.333333	100	4000	0
8	1	2	44.444444	55.555556	110	4400	0
8	2	2	66.666667	77.777778	110	4400	0
8	1	3	88.888889	100	115	4600	0
10	1	1	0	11.111111	100	4000	0

Tabela B.11 – *Continuação*

Barra	Zona	Combustível	$P_{k,z,f}^G$	$\overline{P}_{k,z,f}^G$	$a_{k,z,f}$	$b_{k,z,f}$	$c_{k,z,f}$
10	2	1	22.222222	33.333333	100	4000	0
10	1	2	44.444444	55.555556	110	4400	0
10	2	2	66.666667	77.777778	110	4400	0
10	1	3	88.888889	100	115	4600	0
19	1	1	0	11.111111	100	4000	0
19	2	1	22.222222	33.333333	100	4000	0
19	1	2	44.444444	55.555556	110	4400	0
19	2	2	66.666667	77.777778	110	4400	0
19	1	3	88.888889	100	115	4600	0
55	1	1	0	11.111111	100	4000	0
55	2	1	22.222222	33.333333	100	4000	0
55	1	2	44.444444	55.555556	110	4400	0
55	2	2	66.666667	77.777778	110	4400	0
55	1	3	88.888889	100	115	4600	0
63	1	1	0	11.111111	100	4000	0
63	2	1	22.222222	33.333333	100	4000	0
63	1	2	44.444444	55.555556	110	4400	0
63	2	2	66.666667	77.777778	110	4400	0
63	1	3	88.888889	100	115	4600	0
69	1	1	0	52.777778	266.667	2000	0
69	2	1	105.55556	158.33333	266.667	2000	0
69	1	2	211.11111	263.88889	293.3337	2200	0
69	2	2	316.66667	369.44444	293.3337	2200	0
69	1	3	422.22222	475	306.66705	2300	0
76	1	1	0	28.333333	645.161	2000	0
76	2	1	56.666667	85	645.161	2000	0
76	1	2	113.33333	141.66667	709.6771	2200	0
76	2	2	170	198.33333	709.6771	2200	0
76	1	3	226.66667	255	741.93515	2300	0
77	1	1	0	43.333333	344.828	2000	0
77	2	1	86.666667	130	344.828	2000	0
77	1	2	173.33333	216.66667	379.3108	2200	0
77	2	2	260	303.33333	379.3108	2200	0
77	1	3	346.66667	390	396.5522	2300	0
80	1	1	0	18.666667	1470.588	2000	0
80	2	1	37.333333	56	1470.588	2000	0
80	1	2	74.666667	93.333333	1617.6468	2200	0
80	2	2	112	130.66667	1617.6468	2200	0
80	1	3	149.33333	168	1691.1762	2300	0
88	1	1	0	24.111111	854.701	2000	0
88	2	1	48.222222	72.333333	854.701	2000	0
88	1	2	96.444444	120.55556	940.1711	2200	0
88	2	2	144.66667	168.77778	940.1711	2200	0

Tabela B.11 – *Continuação*

Barra	Zona	Combustível	$P_{k,z,f}^G$	$\overline{P}_{k,z,f}^G$	$a_{k,z,f}$	$b_{k,z,f}$	$c_{k,z,f}$
88	1	3	192.88889	217	982.90615	2300	0
98	1	1	0	225.55556	51.813	2000	0
98	2	1	451.11111	676.66667	51.813	2000	0
98	1	2	902.22222	1127.77778	56.9943	2200	0
98	2	2	1353.3333	1578.8889	56.9943	2200	0
98	1	3	1804.4444	2030	59.58495	2300	0
103	1	1	0	37.777778	416.667	2000	0
103	2	1	75.555556	113.33333	416.667	2000	0
103	1	2	151.11111	188.88889	458.3337	2200	0
103	2	2	226.66667	264.44444	458.3337	2200	0
103	1	3	302.22222	340	479.16705	2300	0
104	1	1	0	11.111111	100	4000	0
104	2	1	22.222222	33.333333	100	4000	0
104	1	2	44.444444	55.555556	110	4400	0
104	2	2	66.666667	77.777778	110	4400	0
104	1	3	88.888889	100	115	4600	0
117	1	1	0	11.111111	100	4000	0
117	2	1	22.222222	33.333333	100	4000	0
117	1	2	44.444444	55.555556	110	4400	0
117	2	2	66.666667	77.777778	110	4400	0
117	1	3	88.888889	100	115	4600	0
120	1	1	0	42.333333	355.872	2000	0
120	2	1	84.666667	127.	355.872	2000	0
120	1	2	169.33333	211.66667	391.4592	2200	0
120	2	2	254.	296.33333	391.4592	2200	0
120	1	3	338.66667	381	409.2528	2300	0
122	1	1	0	88.444444	143.678	2000	0
122	2	1	176.88889	265.33333	143.678	2000	0
122	1	2	353.77778	442.22222	158.0458	2200	0
122	2	2	530.66667	619.11111	158.0458	2200	0
122	1	3	707.55556	796	165.2297	2300	0
125	1	1	0	20.444444	1190.476	2000	0
125	2	1	40.888889	61.333333	1190.476	2000	0
125	1	2	81.777778	102.22222	1309.5236	2200	0
125	2	2	122.66667	143.11111	1309.5236	2200	0
125	1	3	163.55556	184	1369.0474	2300	0
126	1	1	0	35.222222	460.829	2000	0
126	2	1	70.444444	105.66667	460.829	2000	0
126	1	2	140.88889	176.11111	506.9119	2200	0
126	2	2	211.33333	246.55556	506.9119	2200	0
126	1	3	281.77778	317	529.95335	2300	0
128	1	1	0	22.555556	970.874	2000	0
128	2	1	45.111111	67.666667	970.874	2000	0

Tabela B.11 – *Continuação*

Barra	Zona	Combustível	$P_{k,z,f}^G$	$\overline{P}_{k,z,f}^G$	$a_{k,z,f}$	$b_{k,z,f}$	$c_{k,z,f}$
128	1	2	90.222222	112.77778	1067.9614	2200	0
128	2	2	135.333333	157.88889	1067.9614	2200	0
128	1	3	180.444444	203	1116.5051	2300	0
131	1	1	0	52.444444	268.817	2000	0
131	2	1	104.88889	157.333333	268.817	2000	0
131	1	2	209.77778	262.22222	295.6987	2200	0
131	2	2	314.66667	367.11111	295.6987	2200	0
131	1	3	419.55556	472	309.13955	2300	0
132	1	1	0	35.111111	462.963	2000	0
132	2	1	70.222222	105.333333	462.963	2000	0
132	1	2	140.444444	175.55556	509.2593	2200	0
132	2	2	210.66667	245.77778	509.2593	2200	0
132	1	3	280.88889	316	532.40745	2300	0
135	1	1	0	11.111111	100	4000	0
135	2	1	22.222222	33.333333	100	4000	0
135	1	2	44.444444	55.555556	110	4400	0
135	2	2	66.666667	77.777778	110	4400	0
135	1	3	88.888889	100	115	4600	0
149	1	1	0	33.888889	487.805	2000	0
149	2	1	67.777778	101.66667	487.805	2000	0
149	1	2	135.55556	169.44444	536.5855	2200	0
149	2	2	203.333333	237.22222	536.5855	2200	0
149	1	3	271.11111	305	560.97575	2300	0
150	1	1	0	11.111111	100	4000	0
150	2	1	22.222222	33.333333	100	4000	0
150	1	2	44.444444	55.555556	110	4400	0
150	2	2	66.666667	77.777778	110	4400	0
150	1	3	88.888889	100	115	4600	0
155	1	1	0	36.444444	438.596	2000	0
155	2	1	72.888889	109.333333	438.596	2000	0
155	1	2	145.77778	182.22222	482.4556	2200	0
155	2	2	218.66667	255.11111	482.4556	2200	0
155	1	3	291.55556	328	504.3854	2300	0
156	1	1	0	20.444444	1190.476	2000	0
156	2	1	40.888889	61.333333	1190.476	2000	0
156	1	2	81.777778	102.22222	1309.5236	2200	0
156	2	2	122.66667	143.11111	1309.5236	2200	0
156	1	3	163.55556	184	1369.0474	2300	0
164	1	1	0	33.333333	500	2000	0
164	2	1	66.666667	100	500	2000	0
164	1	2	133.333333	166.66667	550	2200	0
164	2	2	200.	233.33333	550	2200	0
164	1	3	266.66667	300	575	2300	0

Tabela B.11 – *Continuação*

Barra	Zona	Combustível	$P_{k,z,f}^G$	$\overline{P}_{k,z,f}^G$	$a_{k,z,f}$	$b_{k,z,f}$	$c_{k,z,f}$
165	1	1	0	144.44444	83.333	2000	0
165	2	1	288.88889	433.33333	83.333	2000	0
165	1	2	577.77778	722.22222	91.6663	2200	0
165	2	2	866.66667	1011.1111	91.6663	2200	0
165	1	3	1155.5556	1300	95.83295	2300	0
166	1	1	0	144.44444	83.333	2000	0
166	2	1	288.88889	433.33333	83.333	2000	0
166	1	2	577.77778	722.22222	91.6663	2200	0
166	2	2	866.66667	1011.1111	91.6663	2200	0
166	1	3	1155.5556	1300	95.83295	2300	0
169	1	1	0	63.888889	210.526	2000	0
169	2	1	127.77778	191.66667	210.526	2000	0
169	1	2	255.55556	319.44444	231.5786	2200	0
169	2	2	383.33333	447.22222	231.5786	2200	0
169	1	3	511.11111	575	242.1049	2300	0
170	1	1	0	230.33333	50.684	2000	0
170	2	1	460.66667	691	50.684	2000	0
170	1	2	921.33333	1151.6667	55.7524	2200	0
170	2	2	1382.	1612.3333	55.7524	2200	0
170	1	3	1842.6667	2073	58.2866	2300	0
177	1	1	0	58.222222	235.849	2000	0
177	2	1	116.44444	174.66667	235.849	2000	0
177	1	2	232.88889	291.11111	259.4339	2200	0
177	2	2	349.33333	407.55556	259.4339	2200	0
177	1	3	465.77778	524	271.22635	2300	0
192	1	1	0	41.333333	367.647	2000	0
192	2	1	82.666667	124	367.647	2000	0
192	1	2	165.33333	206.66667	404.4117	2200	0
192	2	2	248.	289.33333	404.4117	2200	0
192	1	3	330.66667	372	422.79405	2300	0
199	1	1	0	22.222222	1000	2000	0
199	2	1	44.444444	66.666667	1000	2000	0
199	1	2	88.888889	111.11111	1100	2200	0
199	2	2	133.33333	155.55556	1100	2200	0
199	1	3	177.77778	200	1150	2300	0
200	1	1	0	61.111111	222.222	2000	0
200	2	1	122.22222	183.33333	222.222	2000	0
200	1	2	244.44444	305.55556	244.4442	2200	0
200	2	2	366.66667	427.77778	244.4442	2200	0
200	1	3	488.88889	550	255.5553	2300	0
201	1	1	0	38.888889	400	2000	0
201	2	1	77.777778	116.66667	400	2000	0
201	1	2	155.55556	194.44444	440	2200	0

Tabela B.11 – *Continuação*

Barra	Zona	Combustível	$P_{k,z,f}^G$	$\overline{P}_{k,z,f}^G$	$a_{k,z,f}$	$b_{k,z,f}$	$c_{k,z,f}$
201	2	2	233.33333	272.22222	440	2200	0
201	1	3	311.11111	350	460	2300	0
206	1	1	0	44.777778	330.033	2000	0
206	2	1	89.555556	134.33333	330.033	2000	0
206	1	2	179.11111	223.88889	363.0363	2200	0
206	2	2	268.66667	313.44444	363.0363	2200	0
206	1	3	358.22222	403	379.53795	2300	0
209	1	1	0	49.444444	289.855	2000	0
209	2	1	98.888889	148.33333	289.855	2000	0
209	1	2	197.77778	247.22222	318.8405	2200	0
209	2	2	296.66667	346.11111	318.8405	2200	0
209	1	3	395.55556	445	333.33325	2300	0
212	1	1	0	44.444444	333.333	2000	0
212	2	1	88.888889	133.33333	333.333	2000	0
212	1	2	177.77778	222.22222	366.6663	2200	0
212	2	2	266.66667	311.11111	366.6663	2200	0
212	1	3	355.55556	400	383.33295	2300	0
215	1	1	0	77.777778	166.667	2000	0
215	2	1	155.55556	233.33333	166.667	2000	0
215	1	2	311.11111	388.88889	183.3337	2200	0
215	2	2	466.66667	544.44444	183.3337	2200	0
215	1	3	622.22222	700	191.66705	2300	0
217	1	1	0	38.888889	400	2000	0
217	2	1	77.777778	116.66667	400	2000	0
217	1	2	155.55556	194.44444	440	2200	0
217	2	2	233.33333	272.22222	440	2200	0
217	1	3	311.11111	350	460	2300	0
218	1	1	0	72.222222	181.818	2000	0
218	2	1	144.44444	216.66667	181.818	2000	0
218	1	2	288.88889	361.11111	199.9998	2200	0
218	2	2	433.33333	505.55556	199.9998	2200	0
218	1	3	577.77778	650	209.0907	2300	0
220	1	1	0	75.047778	173.783	2000	0
220	2	1	150.09556	225.14333	173.783	2000	0
220	1	2	300.19111	375.23889	191.1613	2200	0
220	2	2	450.28667	525.33444	191.1613	2200	0
220	1	3	600.38222	675.43	199.85045	2300	0
221	1	1	0	30	588.235	2000	0
221	2	1	60	90	588.235	2000	0
221	1	2	120	150	647.0585	2200	0
221	2	2	180	210	647.0585	2200	0
221	1	3	240	270	676.47025	2300	0
222	1	1	0	20.444444	1190.476	2000	0

Tabela B.11 – *Continuação*

Barra	Zona	Combustível	$P_{k,z,f}^G$	$\overline{P}_{k,z,f}^G$	$a_{k,z,f}$	$b_{k,z,f}$	$c_{k,z,f}$
222	2	1	40.888889	61.333333	1190.476	2000	0
222	1	2	81.777778	102.22222	1309.5236	2200	0
222	2	2	122.66667	143.11111	1309.5236	2200	0
222	1	3	163.55556	184	1369.0474	2300	0
247	1	1	0	63	214.133	2000	0
247	2	1	126	189	214.133	2000	0
247	1	2	252	315	235.5463	2200	0
247	2	2	378	441	235.5463	2200	0
247	1	3	504	567	246.25295	2300	0
248	1	1	0	80.333333	160.514	2000	0
248	2	1	160.66667	241	160.514	2000	0
248	1	2	321.33333	401.66667	176.5654	2200	0
248	2	2	482	562.33333	176.5654	2200	0
248	1	3	642.66667	723	184.5911	2300	0
249	1	1	0	145.55556	82.645	2000	0
249	2	1	291.11111	436.66667	82.645	2000	0
249	1	2	582.22222	727.77778	90.9095	2200	0
249	2	2	873.33333	1018.8889	90.9095	2200	0
249	1	3	1164.4444	1310	95.04175	2300	0
250	1	1	0	37.111111	427.35	2000	0
250	2	1	74.222222	111.33333	427.35	2000	0
250	1	2	148.44444	185.55556	470.085	2200	0
250	2	2	222.66667	259.77778	470.085	2200	0
250	1	3	296.88889	334	491.4525	2300	0
251	1	1	0	52.444444	268.817	2000	0
251	2	1	104.88889	157.33333	268.817	2000	0
251	1	2	209.77778	262.22222	295.6987	2200	0
251	2	2	314.66667	367.11111	295.6987	2200	0
251	1	3	419.55556	472	309.13955	2300	0
252	1	1	0	47.777778	303.03	2000	0
252	2	1	95.555556	143.33333	303.03	2000	0
252	1	2	191.11111	238.88889	333.333	2200	0
252	2	2	286.66667	334.44444	333.333	2200	0
252	1	3	382.22222	430	348.4845	2300	0
253	1	1	0	31.666667	540.541	2000	0
253	2	1	63.333333	95	540.541	2000	0
253	1	2	126.66667	158.33333	594.5951	2200	0
253	2	2	190.	221.66667	594.5951	2200	0
253	1	3	253.33333	285	621.62215	2300	0
254	1	1	0	56.666667	243.902	2000	0
254	2	1	113.33333	170	243.902	2000	0
254	1	2	226.66667	283.33333	268.2922	2200	0
254	2	2	340	396.66667	268.2922	2200	0

Tabela B.11 – *Continuação*

Barra	Zona	Combustível	$P_{k,z,f}^G$	$\overline{P}_{k,z,f}^G$	$a_{k,z,f}$	$b_{k,z,f}$	$c_{k,z,f}$
254	1	3	453.33333	510	280.4873	2300	0
255	1	1	0	66.666667	200	2000	0
255	2	1	133.33333	200	200	2000	0
255	1	2	266.66667	333.33333	220	2200	0
255	2	2	400.	466.66667	220	2200	0
255	1	3	533.33333	600	230	2300	0
256	1	1	0	15.222222	2702.703	2000	0
256	2	1	30.444444	45.666667	2702.703	2000	0
256	1	2	60.888889	76.111111	2972.9733	2200	0
256	2	2	91.333333	106.55556	2972.9733	2200	0
256	1	3	121.77778	137	3108.1084	2300	0
257	1	1	0	266.55611	100	4000	0
257	2	1	533.11222	799.66833	100	4000	0
257	1	2	1066.2244	1332.7806	110	4400	0
257	2	2	1599.3367	1865.8928	110	4400	0
257	1	3	2132.4489	2399.005	115	4600	0
258	1	1	0	16.111111	2222.222	2000	0
258	2	1	32.222222	48.333333	2222.222	2000	0
258	1	2	64.444444	80.555556	2444.4442	2200	0
258	2	2	96.666667	112.77778	2444.4442	2200	0
258	1	3	128.88889	145	2555.5553	2300	0
259	1	1	0	29.444444	606.061	2000	0
259	2	1	58.888889	88.333333	606.061	2000	0
259	1	2	117.77778	147.22222	666.6671	2200	0
259	2	2	176.66667	206.11111	666.6671	2200	0
259	1	3	235.55556	265	696.97015	2300	0
260	1	1	0	55.555556	250	2000	0
260	2	1	111.11111	166.66667	250	2000	0
260	1	2	222.22222	277.77778	275	2200	0
260	2	2	333.33333	388.88889	275	2200	0
260	1	3	444.44444	500	287.5	2300	0
261	1	1	0	55.555556	250	2000	0
261	2	1	111.11111	166.66667	250	2000	0
261	1	2	222.22222	277.77778	275	2200	0
261	2	2	333.33333	388.88889	275	2200	0
261	1	3	444.44444	500	287.5	2300	0
262	1	1	0	24	862.069	2000	0
262	2	1	48	72	862.069	2000	0
262	1	2	96	120	948.2759	2200	0
262	2	2	144	168	948.2759	2200	0
262	1	3	192	216	991.37935	2300	0
263	1	1	0	154.66667	77.399	2000	0
263	2	1	309.33333	464	77.399	2000	0

Tabela B.11 – *Continuação*

Barra	Zona	Combustível	$P_{k,z,f}^G$	$\overline{P}_{k,z,f}^G$	$a_{k,z,f}$	$b_{k,z,f}$	$c_{k,z,f}$
263	1	2	618.66667	773.33333	85.1389	2200	0
263	2	2	928.	1082.6667	85.1389	2200	0
263	1	3	1237.3333	1392	89.00885	2300	0
264	1	1	0	88.888889	142.857	2000	0
264	2	1	177.77778	266.66667	142.857	2000	0
264	1	2	355.55556	444.44444	157.1427	2200	0
264	2	2	533.33333	622.22222	157.1427	2200	0
264	1	3	711.11111	800	164.28555	2300	0
265	1	1	0	72.555556	180.832	2000	0
265	2	1	145.11111	217.66667	180.832	2000	0
265	1	2	290.22222	362.77778	198.9152	2200	0
265	2	2	435.33333	507.88889	198.9152	2200	0
265	1	3	580.44444	653	207.9568	2300	0
267	1	1	0	11.111111	100	4000	0
267	2	1	22.222222	33.333333	100	4000	0
267	1	2	44.444444	55.555556	110	4400	0
267	2	2	66.666667	77.777778	110	4400	0
267	1	3	88.888889	100	115	4600	0
292	1	1	0	11.111111	100	4000	0
292	2	1	22.222222	33.333333	100	4000	0
292	1	2	44.444444	55.555556	110	4400	0
292	2	2	66.666667	77.777778	110	4400	0
292	1	3	88.888889	100	115	4600	0
294	1	1	0	11.111111	100	4000	0
294	2	1	22.222222	33.333333	100	4000	0
294	1	2	44.444444	55.555556	110	4400	0
294	2	2	66.666667	77.777778	110	4400	0
294	1	3	88.888889	100	115	4600	0
295	1	1	0	16.666667	2000	2000	0
295	2	1	33.333333	50	2000	2000	0
295	1	2	66.666667	83.333333	2200	2200	0
295	2	2	100	116.66667	2200	2200	0
295	1	3	133.33333	150	2300	2300	0
296	1	1	0	12	12500	2000	0
296	2	1	24	36	12500	2000	0
296	1	2	48	60	13750	2200	0
296	2	2	72	84	13750	2200	0
296	1	3	96	108	14375	2300	0

Tabela B.12: Dados de ramos do sistema elétrico IEEE 300 barras.

Barra ( $k$ )	Barra ( $m$ )	$r_{km}$	$x_{km}$	$b_k^{sh}$	$t_{km}$	$fp_{km}$
31	266	0.00006	0.00046	0.0	1.0082	15
266	270	0.0008	0.00348	0.0	0.0	15
266	271	0.02439	0.43682	0.0	0.9668	15
266	273	0.03624	0.64898	0.0	0.9796	15
270	292	0.01578	0.37486	0.0	1.0435	15
270	293	0.01578	0.37486	0.0	0.9391	15
270	294	0.01602	0.38046	0.0	1.0435	15
270	295	0.0	0.152	0.0	1.0435	15
270	296	0.0	0.8	0.0	1.0435	15
271	272	0.05558	0.24666	0.0	0.0	15
271	268	0.11118	0.49332	0.0	0.0	15
271	268	0.11118	0.49332	0.0	0.0	15
273	267	0.07622	0.43286	0.0	0.0	15
273	267	0.07622	0.43286	0.0	0.0	15
267	274	0.0537	0.07026	0.0	0.0	15
274	276	1.1068	0.95278	0.0	0.0	15
274	275	0.44364	2.8152	0.0	1.0	15
267	277	0.50748	3.2202	0.0	1.0	15
276	278	0.66688	3.944	0.0	1.0	15
276	279	0.6113	3.6152	0.0	1.0	15
272	297	0.4412	2.9668	0.0	1.0	15
272	298	0.30792	2.057	0.0	1.0	15
272	268	0.0558	0.24666	0.0	0.0	15
268	280	0.73633	4.6724	0.0	1.0	15
268	281	0.76978	4.8846	0.0	1.0	15
268	282	0.75732	4.8056	0.0	1.0	15
268	291	0.07378	0.06352	0.0	0.0	15
291	269	0.03832	0.02894	0.0	0.0	15
269	288	0.36614	2.456	0.0	1.0	15
269	289	1.0593	5.4536	0.0	1.0	15
269	290	0.1567	1.6994	0.0	1.0	15
268	283	0.13006	1.3912	0.0	1.0	15
268	284	0.54484	3.4572	0.0	1.0	15
268	285	0.15426	1.6729	0.0	1.0	15
268	286	0.3849	2.5712	0.0	1.0	15
268	287	0.4412	2.9668	0.0	1.0	15
273	299	0.23552	0.99036	0.0	0.0	15
294	300	0.0	0.75	0.0	0.9583	15
1	5	0.001	0.006	0.0	0.0	15
2	6	0.001	0.009	0.0	0.0	15
2	8	0.006	0.027	0.054	0.0	15
3	7	0.0	0.003	0.0	0.0	15
3	18	0.008	0.069	0.139	0.0	15

Tabela B.12 – *Continuação*

Barra ( $k$ )	Barra ( $m$ )	$r_{km}$	$x_{km}$	$b_k^{sh}$	$t_{km}$	$fp_{km}$
3	129	0.001	0.007	0.0	0.0	15
4	16	0.002	0.019	1.127	0.0	15
5	9	0.006	0.029	0.018	0.0	15
7	12	0.001	0.009	0.07	0.0	15
7	110	0.001	0.007	0.014	0.0	15
8	11	0.013	0.0595	0.033	0.0	15
8	14	0.013	0.042	0.081	0.0	15
9	11	0.006	0.027	0.013	0.0	15
11	13	0.008	0.034	0.018	0.0	15
12	20	0.002	0.015	0.118	0.0	15
13	19	0.006	0.034	0.016	0.0	15
14	15	0.014	0.042	0.097	0.0	15
15	31	0.065	0.248	0.121	0.0	15
15	74	0.099	0.248	0.035	0.0	15
15	75	0.096	0.363	0.048	0.0	15
16	36	0.002	0.022	1.28	0.0	15
18	20	0.002	0.018	0.036	0.0	15
18	72	0.013	0.08	0.151	0.0	15
19	21	0.016	0.033	0.015	0.0	15
19	26	0.069	0.186	0.098	0.0	15
20	23	0.004	0.034	0.28	0.0	15
21	22	0.052	0.111	0.05	0.0	15
22	24	0.019	0.039	0.018	0.0	15
23	231	0.007	0.068	0.134	0.0	15
24	25	0.036	0.071	0.034	0.0	15
25	26	0.045	0.12	0.065	0.0	15
25	232	0.043	0.13	0.014	0.0	15
27	28	0.0	0.063	0.0	0.0	15
27	32	0.0025	0.012	0.013	0.0	15
27	34	0.006	0.029	0.02	0.0	15
27	35	0.007	0.043	0.026	0.0	15
28	36	0.001	0.008	0.042	0.0	15
29	60	0.012	0.06	0.008	0.0	15
29	63	0.006	0.014	0.002	0.0	15
29	64	0.01	0.029	0.003	0.0	15
30	73	0.004	0.027	0.043	0.0	15
31	32	0.008	0.047	0.008	0.0	15
31	34	0.022	0.064	0.007	0.0	15
31	35	0.01	0.036	0.02	0.0	15
31	43	0.017	0.081	0.048	0.0	15
31	74	0.102	0.254	0.033	0.0	15
31	75	0.047	0.127	0.016	0.0	15
32	35	0.008	0.037	0.02	0.0	15

Tabela B.12 – *Continuação*

Barra ( $k$ )	Barra ( $m$ )	$r_{km}$	$x_{km}$	$b_k^{sh}$	$t_{km}$	$fp_{km}$
32	37	0.032	0.087	0.04	0.0	15
33	36	0.0006	0.0064	0.404	0.0	15
34	42	0.026	0.154	0.022	0.0	15
35	36	0.0	0.029	0.0	0.0	15
35	43	0.065	0.191	0.02	0.0	15
35	44	0.031	0.089	0.036	0.0	15
36	40	0.002	0.014	0.806	0.0	15
37	38	0.026	0.072	0.035	0.0	15
37	42	0.095	0.262	0.032	0.0	15
37	46	0.013	0.039	0.016	0.0	15
38	41	0.027	0.084	0.039	0.0	15
38	47	0.028	0.084	0.037	0.0	15
39	52	0.007	0.041	0.312	0.0	15
39	62	0.009	0.054	0.411	0.0	15
40	68	0.005	0.042	0.69	0.0	15
41	61	0.052	0.145	0.073	0.0	15
41	92	0.043	0.118	0.013	0.0	15
42	87	0.025	0.062	0.007	0.0	15
43	44	0.031	0.094	0.043	0.0	15
44	45	0.037	0.109	0.049	0.0	15
45	48	0.027	0.08	0.036	0.0	15
46	47	0.025	0.073	0.035	0.0	15
47	48	0.035	0.103	0.047	0.0	15
48	49	0.065	0.169	0.082	0.0	15
49	50	0.046	0.08	0.036	0.0	15
49	55	0.159	0.537	0.071	0.0	15
50	51	0.009	0.026	0.005	0.0	15
51	53	0.002	0.013	0.015	0.0	15
52	54	0.009	0.065	0.485	0.0	15
54	56	0.016	0.105	0.203	0.0	15
54	123	0.001	0.007	0.013	0.0	15
55	236	0.0265	0.172	0.026	0.0	15
57	190	0.051	0.232	0.028	0.0	15
57	66	0.051	0.157	0.023	0.0	15
58	59	0.032	0.1	0.062	0.0	15
58	237	0.02	0.1234	0.028	0.0	15
59	60	0.036	0.131	0.068	0.0	15
59	61	0.034	0.099	0.047	0.0	15
60	64	0.018	0.087	0.011	0.0	15
60	238	0.0256	0.193	0.0	0.0	15
61	63	0.021	0.057	0.03	0.0	15
61	66	0.018	0.052	0.018	0.0	15
62	73	0.004	0.027	0.05	0.0	15

Tabela B.12 – *Continuação*

Barra ( $k$ )	Barra ( $m$ )	$r_{km}$	$x_{km}$	$b_k^{sh}$	$t_{km}$	$fp_{km}$
62	240	0.0286	0.2013	0.379	0.0	15
63	64	0.016	0.043	0.004	0.0	15
64	65	0.001	0.006	0.007	0.0	15
64	67	0.014	0.07	0.038	0.0	15
64	239	0.0891	0.2676	0.029	0.0	15
64	241	0.0782	0.2127	0.022	0.0	15
65	66	0.006	0.022	0.011	0.0	15
65	69	0.0	0.036	0.0	0.0	15
66	190	0.099	0.375	0.051	0.0	15
67	190	0.022	0.107	0.058	0.0	15
68	173	0.0035	0.033	0.53	0.0	15
68	174	0.0035	0.033	0.53	0.0	15
70	71	0.008	0.064	0.128	0.0	15
71	72	0.012	0.093	0.183	0.0	15
71	234	0.006	0.048	0.092	0.0	15
74	76	0.047	0.119	0.014	0.0	15
75	77	0.032	0.174	0.024	0.0	15
76	78	0.1	0.253	0.031	0.0	15
76	79	0.022	0.077	0.039	0.0	15
77	84	0.019	0.144	0.017	0.0	15
77	86	0.017	0.092	0.012	0.0	15
78	79	0.278	0.427	0.043	0.0	15
79	82	0.022	0.053	0.007	0.0	15
79	83	0.038	0.092	0.012	0.0	15
79	84	0.048	0.122	0.015	0.0	15
80	82	0.024	0.064	0.007	0.0	15
80	83	0.034	0.121	0.015	0.0	15
81	87	0.053	0.135	0.017	0.0	15
81	88	0.002	0.004	0.002	0.0	15
81	89	0.045	0.354	0.044	0.0	15
81	90	0.05	0.174	0.022	0.0	15
82	83	0.016	0.038	0.004	0.0	15
83	85	0.043	0.064	0.027	0.0	15
84	86	0.019	0.062	0.008	0.0	15
85	88	0.076	0.13	0.044	0.0	15
85	233	0.044	0.124	0.015	0.0	15
86	87	0.012	0.088	0.011	0.0	15
86	90	0.157	0.4	0.047	0.0	15
88	235	0.074	0.208	0.026	0.0	15
89	90	0.07	0.184	0.021	0.0	15
89	92	0.1	0.274	0.031	0.0	15
89	93	0.109	0.393	0.036	0.0	15
90	91	0.142	0.404	0.05	0.0	15

Tabela B.12 – *Continuação*

Barra ( $k$ )	Barra ( $m$ )	$r_{km}$	$x_{km}$	$b_k^{sh}$	$t_{km}$	$fp_{km}$
91	93	0.017	0.042	0.006	0.0	15
94	101	0.0036	0.0199	0.004	0.0	15
95	99	0.002	0.1049	0.001	0.0	15
96	97	0.0001	0.0018	0.017	0.0	15
97	98	0.0	0.0271	0.0	0.0	15
97	245	0.0	0.6163	0.0	0.0	15
245	99	0.0	-0.3697	0.0	0.0	15
97	100	0.0022	0.2915	0.0	0.0	15
98	99	0.0	0.0339	0.0	0.0	15
98	100	0.0	0.0582	0.0	0.0	15
101	102	0.0808	0.2344	0.029	0.0	15
101	104	0.0965	0.3669	0.054	0.0	15
102	103	0.036	0.1076	0.117	0.0	15
102	104	0.0476	0.1414	0.149	0.0	15
104	105	0.0006	0.0197	0.0	0.0	15
105	106	0.0059	0.0405	0.25	0.0	15
105	108	0.0115	0.1106	0.185	0.0	15
105	111	0.0198	0.1688	0.321	0.0	15
105	136	0.005	0.05	0.33	0.0	15
105	137	0.0077	0.0538	0.335	0.0	15
105	148	0.0165	0.1157	0.171	0.0	15
106	107	0.0059	0.0577	0.095	0.0	15
106	113	0.0049	0.0336	0.208	0.0	15
106	147	0.0059	0.0577	0.095	0.0	15
107	109	0.0078	0.0773	0.126	0.0	15
107	112	0.0026	0.0193	0.03	0.0	15
108	109	0.0076	0.0752	0.122	0.0	15
108	112	0.0021	0.0186	0.03	0.0	15
109	111	0.0016	0.0164	0.026	0.0	15
109	130	0.0017	0.0165	0.026	0.0	15
109	146	0.0079	0.0793	0.127	0.0	15
109	147	0.0078	0.0784	0.125	0.0	15
112	116	0.0017	0.0117	0.289	0.0	15
112	147	0.0026	0.0193	0.03	0.0	15
112	148	0.0021	0.0186	0.03	0.0	15
112	150	0.0002	0.0101	0.0	0.0	15
113	114	0.0043	0.0293	0.18	0.0	15
113	163	0.0039	0.0381	0.258	0.0	15
114	115	0.0091	0.0623	0.385	0.0	15
115	116	0.0125	0.089	0.54	0.0	15
115	131	0.0056	0.039	0.953	0.0	15
116	119	0.0015	0.0114	0.284	0.0	15
116	160	0.0005	0.0034	0.021	0.0	15

Tabela B.12 – *Continuação*

Barra ( $k$ )	Barra ( $m$ )	$r_{km}$	$x_{km}$	$b_k^{sh}$	$t_{km}$	$fp_{km}$
116	165	0.0007	0.0151	0.126	0.0	15
116	167	0.0005	0.0034	0.021	0.0	15
118	151	0.0562	0.2248	0.081	0.0	15
119	120	0.012	0.0836	0.123	0.0	15
119	121	0.0152	0.1132	0.684	0.0	15
119	124	0.0468	0.3369	0.519	0.0	15
119	125	0.043	0.3031	0.463	0.0	15
119	126	0.0489	0.3492	0.538	0.0	15
119	161	0.0013	0.0089	0.119	0.0	15
120	125	0.0291	0.2267	0.342	0.0	15
121	122	0.006	0.057	0.767	0.0	15
122	124	0.0075	0.0773	0.119	0.0	15
122	128	0.0127	0.0909	0.135	0.0	15
124	125	0.0085	0.0588	0.087	0.0	15
124	128	0.0218	0.1511	0.223	0.0	15
125	126	0.0073	0.0504	0.074	0.0	15
127	157	0.0523	0.1526	0.074	0.0	15
127	158	0.1371	0.3919	0.076	0.0	15
131	132	0.0137	0.0957	0.141	0.0	15
132	140	0.0055	0.0288	0.19	0.0	15
133	135	0.1746	0.3161	0.04	0.0	15
133	162	0.0804	0.3054	0.045	0.0	15
134	140	0.011	0.0568	0.388	0.0	15
136	138	0.0008	0.0098	0.069	0.0	15
137	138	0.0029	0.0285	0.19	0.0	15
137	139	0.0066	0.0448	0.277	0.0	15
141	143	0.0024	0.0326	0.236	0.0	15
141	144	0.0018	0.0245	1.662	0.0	15
142	143	0.0044	0.0514	3.597	0.0	15
144	145	0.0002	0.0123	0.0	0.0	15
146	148	0.0018	0.0178	0.029	0.0	15
151	152	0.0669	0.4843	0.063	0.0	15
151	153	0.0558	0.221	0.031	0.0	15
152	153	0.0807	0.3331	0.049	0.0	15
152	154	0.0739	0.3071	0.043	0.0	15
152	155	0.1799	0.5017	0.069	0.0	15
154	155	0.0904	0.3626	0.048	0.0	15
154	158	0.077	0.3092	0.054	0.0	15
155	156	0.0251	0.0829	0.047	0.0	15
156	157	0.0222	0.0847	0.05	0.0	15
157	158	0.0498	0.1855	0.029	0.0	15
157	159	0.0061	0.029	0.084	0.0	15
160	117	0.0004	0.0202	0.0	0.0	15

Tabela B.12 – *Continuação*

Barra ( $k$ )	Barra ( $m$ )	$r_{km}$	$x_{km}$	$b_k^{sh}$	$t_{km}$	$fp_{km}$
160	166	0.0004	0.0083	0.115	0.0	15
163	164	0.0025	0.0245	0.164	0.0	15
165	167	0.0007	0.0086	0.115	0.0	15
166	167	0.0007	0.0086	0.115	0.0	15
167	117	0.0004	0.0202	0.0	0.0	15
168	187	0.033	0.095	0.0	0.0	15
168	188	0.046	0.069	0.0	0.0	15
169	210	0.0004	0.0022	6.2	0.0	15
169	219	0.0	0.0275	0.0	0.0	15
170	171	0.003	0.048	0.0	0.0	15
171	204	0.002	0.009	0.0	0.0	15
172	184	0.045	0.063	0.0	0.0	15
172	187	0.048	0.127	0.0	0.0	15
173	198	0.0031	0.0286	0.5	0.0	15
173	242	0.0024	0.0355	0.36	0.0	15
174	198	0.0031	0.0286	0.5	0.0	15
175	176	0.014	0.04	0.004	0.0	15
175	189	0.03	0.081	0.01	0.0	15
176	177	0.01	0.06	0.009	0.0	15
176	190	0.015	0.04	0.006	0.0	15
177	181	0.332	0.688	0.0	0.0	15
177	182	0.009	0.046	0.025	0.0	15
177	189	0.02	0.073	0.008	0.0	15
177	190	0.034	0.109	0.032	0.0	15
178	179	0.076	0.135	0.009	0.0	15
178	189	0.04	0.102	0.005	0.0	15
179	189	0.081	0.128	0.014	0.0	15
180	183	0.124	0.183	0.0	0.0	15
182	190	0.01	0.059	0.008	0.0	15
183	184	0.046	0.068	0.0	0.0	15
184	185	0.302	0.446	0.0	0.0	15
185	186	0.073	0.093	0.0	0.0	15
185	187	0.24	0.421	0.0	0.0	15
191	194	0.0139	0.0778	0.086	0.0	15
192	193	0.0025	0.038	0.0	1.0	15
193	194	0.0017	0.0185	0.02	0.0	15
193	221	0.0015	0.0108	0.002	0.0	15
194	195	0.0045	0.0249	0.026	0.0	15
195	196	0.004	0.0497	0.018	0.0	15
196	197	0.0	0.0456	0.0	0.0	15
196	198	0.0005	0.0177	0.02	0.0	15
196	199	0.0027	0.0395	0.832	0.0	15
198	216	0.0003	0.0018	5.2	0.0	15

Tabela B.12 – *Continuação*

Barra ( $k$ )	Barra ( $m$ )	$r_{km}$	$x_{km}$	$b_k^{sh}$	$t_{km}$	$fp_{km}$
199	197	0.0037	0.0484	0.43	0.0	15
199	200	0.001	0.0295	0.503	0.0	15
199	217	0.0016	0.0046	0.402	0.0	15
200	202	0.0003	0.0013	1.0	0.0	15
201	216	0.0014	0.0514	0.33	1.0	15
203	204	0.01	0.064	0.48	0.0	15
203	205	0.0019	0.0081	0.86	0.0	15
204	170	0.001	0.061	0.0	0.0	15
205	210	0.0005	0.0212	0.0	0.0	15
206	210	0.0009	0.0472	0.186	1.0	15
207	208	0.0019	0.0087	1.28	0.0	15
207	210	0.0026	0.0917	0.0	0.0	15
207	213	0.0013	0.0288	0.81	0.0	15
208	169	0.0	0.0626	0.0	0.0	15
210	211	0.0002	0.0069	1.364	0.0	15
210	216	0.0001	0.0006	3.57	0.0	15
211	212	0.0017	0.0485	0.0	0.0	15
213	214	0.0002	0.0259	0.144	0.0	15
213	216	0.0006	0.0272	0.0	0.0	15
214	217	0.0002	0.0006	0.8	0.0	15
220	216	0.0005	0.0154	0.0	1.0	15
219	230	0.0003	0.0043	0.009	0.0	15
221	224	0.0082	0.0851	0.0	0.0	15
221	226	0.0112	0.0723	0.0	0.0	15
222	223	0.0127	0.0355	0.0	0.0	15
222	224	0.0326	0.1804	0.0	0.0	15
223	225	0.0195	0.0551	0.0	0.0	15
224	225	0.0157	0.0732	0.0	0.0	15
224	226	0.036	0.2119	0.0	0.0	15
225	226	0.0268	0.1285	0.0	0.0	15
226	227	0.0428	0.1215	0.0	0.0	15
227	228	0.0351	0.1004	0.0	0.0	15
228	229	0.0616	0.1857	0.0	0.0	15
3	1	0.0	0.052	0.0	0.947	15
3	2	0.0	0.052	0.0	0.956	15
3	4	0.0	0.005	0.0	0.971	15
7	5	0.0	0.039	0.0	0.948	15
7	6	0.0	0.039	0.0	0.959	15
10	11	0.0	0.089	0.0	1.046	15
12	10	0.0	0.053	0.0	0.985	15
15	17	0.0194	0.0311	0.0	0.9561	15
16	15	0.001	0.038	0.0	0.971	15
20	19	0.0	0.014	0.0	0.952	15

Tabela B.12 – *Continuação*

Barra ( $k$ )	Barra ( $m$ )	$r_{km}$	$x_{km}$	$b_k^{sh}$	$t_{km}$	$fp_{km}$
23	22	0.0	0.064	0.0	0.943	15
30	29	0.0	0.047	0.0	1.01	15
39	38	0.0	0.02	0.0	1.008	15
39	40	0.0	0.021	0.0	1.0	15
54	53	0.0	0.059	0.0	0.975	15
55	56	0.0	0.038	0.0	1.017	15
61	62	0.0	0.0244	0.0	1.0	15
68	73	0.0	0.02	0.0	1.0	15
70	81	0.0	0.048	0.0	1.0	15
71	83	0.0	0.048	0.0	1.0	15
72	78	0.0	0.046	0.0	1.015	15
93	186	0.0	0.149	0.0	0.967	15
95	103	0.0052	0.0174	0.0	1.01	15
100	94	0.0	0.028	0.0	1.05	15
101	136	0.0005	0.0195	0.0	1.0	15
109	110	0.0	0.018	0.0	1.0522	15
109	129	0.0	0.014	0.0	1.0522	15
111	149	0.001	0.0402	0.0	1.05	15
120	153	0.0024	0.0603	0.0	0.975	15
121	154	0.0024	0.0498	-0.087	1.0	15
122	123	0.0	0.0833	0.0	1.035	15
122	127	0.0013	0.0371	0.0	0.9565	15
124	159	0.0005	0.0182	0.0	1.0	15
130	149	0.001	0.0392	0.0	1.05	15
132	162	0.0027	0.0639	0.0	1.073	15
134	135	0.0008	0.0256	0.0	1.05	15
138	96	0.0	0.016	0.0	1.0506	15
139	103	0.0012	0.0396	0.0	0.975	15
142	116	0.0013	0.0384	-0.057	0.98	15
143	134	0.0009	0.0231	-0.033	0.956	15
161	118	0.0003	0.0131	0.0	1.05	15
168	189	0.0	0.252	0.0	1.03	15
172	175	0.0	0.237	0.0	1.03	15
174	191	0.0008	0.0366	0.0	0.985	15
179	227	0.0	0.22	0.0	1.0	15
180	57	0.0	0.098	0.0	1.03	15
181	190	0.0	0.128	0.0	1.01	15
183	246	0.02	0.204	-0.012	1.05	15
188	177	0.026	0.211	0.0	1.03	15
190	191	0.003	0.0122	0.0	1.0	15
197	198	0.001	0.0354	-0.01	0.97	15
202	203	0.0012	0.0195	-0.364	1.0	15
208	209	0.001	0.0332	0.0	1.02	15

Tabela B.12 – *Continuação*

Barra ( $k$ )	Barra ( $m$ )	$r_{km}$	$x_{km}$	$b_k^{sh}$	$t_{km}$	$fp_{km}$
213	215	0.0005	0.016	0.0	1.07	15
217	218	0.0005	0.016	0.0	1.02	15
175	246	0.0001	0.02	0.0	1.0	15
98	243	0.001	0.023	0.0	1.0223	15
99	244	0.0	0.023	0.0	0.9284	15
248	2	0.001	0.0146	0.0	1.0	15
249	3	0.0	0.01054	0.0	1.0	15
260	53	0.0	0.0238	0.0	1.0	15
261	54	0.0	0.03214	0.0	0.95	15
265	145	0.0	0.0154	0.0	1.0	15
254	23	0.0	0.0289	0.0	1.0	15
247	1	0.0	0.01953	0.0	1.0	15
263	109	0.0	0.0193	0.0	1.0	15
250	11	0.0	0.01923	0.0	1.0	15
253	22	0.0	0.023	0.0	1.0	15
257	43	0.0	0.0124	0.0	1.0	15
264	118	0.0	0.0167	0.0	1.0	15
251	12	0.0	0.0312	0.0	1.0	15
252	17	0.0	0.01654	0.0	0.942	15
255	33	0.0	0.03159	0.0	0.965	15
259	49	0.0	0.05347	0.0	0.95	15
256	38	0.0	0.18181	0.0	0.942	15
258	48	0.0	0.19607	0.0	0.942	15
262	59	0.0	0.06896	0.0	0.9565	15