

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Instituto de Geociências e Ciências Exatas

Departamento de Física

Campus de Rio Claro

**Distribuição de Lei de Potência Gradualmente Truncada
aplicada na Educação:
Vestibular da Academia da Força Aérea**

Sidney Jorge Schinaider

Orientador: Prof. Dr. Hari Mohan Gupta

**Dissertação de Mestrado
elaborada junto ao Programa
de Pós-Graduação em Física –
Área de Concentração em
Física Aplicada, para obtenção
do título de Mestre em Física.**

Rio Claro (SP)

2006

511.8 Schinaider, Sidney Jorge
S336d Distribuição de lei de potência gradualmente truncada aplicada na educação: vestibular da Academia da Força Aérea / Sidney Jorge Schinaider. – Rio Claro: [s.n.], 2006
66 f. : il., gráfs., tabs.

Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual Paulista,
Instituto de Geociências e Ciências Exatas
Orientador: Hari Mohan Gupta

1. Modelos matemáticos. 2. Sistemas complexos. 3. Educação em Ciências – Ensino médio. 4. Lei de potência. I. Título.

Ficha Catalográfica elaborada pela STATI – Biblioteca da UNESP
Campus de Rio Claro/SP

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Instituto de Geociências e Ciências Exatas

Departamento de Física

Campus de Rio Claro

Distribuição de Lei de Potência Gradualmente Truncada aplicada na Educação: Vestibular da Academia da Força Aérea

Aluno: Sidney Jorge Schinaider

Orientador: Prof. Dr. Hari Mohan Gupta

Comissão Examinadora

Prof. Dr. Hari Mohan Gupta – Orientador
IGCE/UNESP/Rio Claro

Prof. Dr. Gerson Antonio Santarine
IGCE/UNESP/Rio Claro

Prof. Dr. Osvaldo Missiato
AFA/SP

Rio Claro, 8 de junho de 2006.

Resultado: Aprovado .

DEDICATÓRIA

A Natureza.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Hari Mohan Gupta, meu orientador, por ter-me recebido como seu aluno, pela paciência, amizade, incentivo, e atenção dispensada para a elaboração e desenvolvimento deste trabalho.

Ao Prof. Dr. Gerson Antonio Santarine e ao Prof. Dr. Osvaldo Missiato, pela atenção e sugestões para o enriquecimento do trabalho.

Ao Prof. Dr. José Roberto Campanha, pela orientação, compreensão e amizade.

Ao Prof. Dr. Marcus Aloizio Martinez de Aguiar pelas sugestões para o aprimoramento deste trabalho.

A Academia da Força Aérea e ao Ten Cel Edimir Neves, pelo apoio e disponibilização dos dados.

A Profa. Maria Inêz Stabalito Rodrigues Fonseca pela revisão gramatical.

A todos os docentes e funcionários do Departamento de Física, pela forma carinhosa e gentil com que sempre me trataram.

A Rosana, pela colaboração, carinho e alegria.

Aos meus amigos da AFA, e, em especial, Luciano, Natale e Salomão pelo apoio e incentivo.

A minha esposa e companheira, Nilza, pela cumplicidade, amor, paciência e por acreditar em mim.

Obrigado.

SUMÁRIO

Índice.....	vii
Índice de Tabelas.....	viii
Índice de Figuras.....	ix
Resumo.....	xii
Abstract.....	xiii
1 – Introdução.....	1
2 – Sistemas Complexos.....	4
3 – Distribuições Estatísticas.....	12
4 – Academia da Força Aérea e o Exame de Admissão.....	28
5 – Análise das Notas obtidas no Exame de Admissão.....	33
6 – Discussão e Conclusão.....	59
Referências Bibliográficas.....	62

ÍNDICE

1 – Introdução.....	1
2 – Sistemas Complexos.....	4
2.1 – Natureza e Sistemas Complexos.....	4
2.2 – Características da Teoria dos Sistemas Complexos.....	7
2.3 – Distribuição de Lei de Potência.....	8
2.4 – Geometria Fractal.....	9
2.5 – Ruído 1/f.....	10
2.6 – Lei de Zipf.....	11
3 – Distribuições Estatísticas.....	12
3.1 – Distribuição Normal.....	13
3.2 – Distribuição Log-Normal.....	17
3.3 – Distribuição Exponencial.....	21
3.4 – Distribuição de Lei de Potência.....	22
3.5 – Dist. de Lei de Potência Gradualmente Truncada.....	25
4 – Academia da Força Aérea e o Exame de Admissão.....	28
4.1 – Histórico.....	28
4.2 – Vestibular da Academia da Força Aérea.....	31
5 – Análise das Notas obtidas no Exame de Admissão.....	33
5.1 – Análise da Distribuição das notas de Física.....	34
5.2 - Análise da Distribuição das notas de Matemática.....	41
5.3 - Análise da Distribuição das notas de Inglês.....	47
5.4 - Análise da Distribuição das notas de Português.....	53
6 – Discussão e Conclusão.....	59
Referências Bibliográficas.....	62

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela I	Lista de parâmetros para a disciplina de Física	40
Tabela II	Lista de parâmetros para a disciplina de Matemática	46
Tabela III	Lista de parâmetros para a disciplina de Inglês	52
Tabela IV	Lista de parâmetros para a disciplina de Português	58

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.	Distribuição Normal	13
Figura 2.	Média e Desvio Padrão da Distribuição Normal	14
Figura 3.	Distribuição Normal Padronizada	16
Figura 4.	Distribuição Log-Normal	17
Figura 5.	Distribuição Exponencial	21
Figura 6.	Distribuição de lei de Potência	23
Figura 7.	Gráfico log-log da Distribuição de Lei de Potência	23
Figura 8.	Gráfico log-log da Distribuição de Lei de Potência Gradualmente Truncada	27
Figura 9.	Organograma da Força Aérea Brasileira	31
Figura 10.	Gráfico Log $N(x)$ (número dos candidatos) versus Log x (notas dos candidatos) obtidas no exame de admissão para a distribuição das notas de Física do ano 1999.	36
Figura 11.	Gráfico Log $N(x)$ (número dos candidatos) versus Log x (notas dos candidatos) obtidas no exame de admissão para a distribuição das notas de Física do ano 2000.	36
Figura 12.	Gráfico Log $N(x)$ (número dos candidatos) versus Log x (notas dos candidatos) obtidas no exame de admissão para a distribuição das notas de Física do ano 2001.	37
Figura 13.	Gráfico Log $N(x)$ (número dos candidatos) versus Log x (notas dos candidatos) obtidas no exame de admissão para a distribuição das notas de Física do ano 2002.	37
Figura 14.	Gráfico Log $N(x)$ (número dos candidatos) versus Log x (notas dos candidatos) obtidas no exame de admissão para a distribuição das notas de Física do ano 2003.	38
Figura 15.	Gráfico Log $N(x)$ (número dos candidatos) versus Log x (notas dos candidatos) obtidas no exame de admissão para a distribuição das notas de Física do ano 2004.	38
Figura 16.	Gráfico $N(x)$ (número dos candidatos) versus x (notas dos candidatos) obtidas no exame de admissão para a distribuição das notas de Física entre os anos de 1999 a 2004.	39

Figura 17.	Gráfico Log N(x) (número dos candidatos) versus Log x (notas dos candidatos) obtidas no exame de admissão para a distribuição das notas de Física entre os anos de 1999 a 2004.	39
Figura 18.	Gráfico Log N(x) (número dos candidatos) versus Log x (notas dos candidatos) obtidas no exame de admissão para a distribuição das notas de Matemática do ano 1999.	42
Figura 19.	Gráfico Log N(x) (número dos candidatos) versus Log x (notas dos candidatos) obtidas no exame de admissão para a distribuição das notas de Matemática do ano 2000.	42
Figura 20.	Gráfico Log N(x) (número dos candidatos) versus Log x (notas dos candidatos) obtidas no exame de admissão para a distribuição das notas de Matemática do ano 2001.	43
Figura 21.	Gráfico Log N(x) (número dos candidatos) versus Log x (notas dos candidatos) obtidas no exame de admissão para a distribuição das notas de Matemática do ano 2002.	43
Figura 22.	Gráfico Log N(x) (número dos candidatos) versus Log x (notas dos candidatos) obtidas no exame de admissão para a distribuição das notas de Matemática do ano 2003.	44
Figura 23.	Gráfico Log N(x) (número dos candidatos) versus Log x (notas dos candidatos) obtidas no exame de admissão para a distribuição das notas de Matemática do ano 2004.	44
Figura 24.	Gráfico N(x) (número dos candidatos) versus x (notas dos candidatos) obtidas no exame de admissão para a distribuição das notas de Matemática entre os anos de 1999 a 2004.	45
Figura 25.	Gráfico Log N(x) (número dos candidatos) versus Log x (notas dos candidatos) obtidas no exame de admissão para a distribuição das notas de Matemática entre os anos de 1999 a 2004.	45
Figura 26.	Gráfico Log N(x) (número dos candidatos) versus Log x (notas dos candidatos) obtidas no exame de admissão para a distribuição das notas de Inglês do ano 1999.	48
Figura 27.	Gráfico Log N(x) (número dos candidatos) versus Log x (notas dos candidatos) obtidas no exame de admissão para a distribuição das notas de Inglês do ano 2000.	48
Figura 28.	Gráfico Log N(x) (número dos candidatos) versus Log x (notas dos candidatos) obtidas no exame de admissão para a distribuição das notas de Inglês do ano 2001.	49
Figura 29.	Gráfico Log N(x) (número dos candidatos) versus Log x (notas dos candidatos) obtidas no exame de admissão para a distribuição das notas de Inglês do ano 2002.	49

Figura 30.	Gráfico Log N(x) (número dos candidatos) versus Log x (notas dos candidatos) obtidas no exame de admissão para a distribuição das notas de Inglês do ano 2003.	50
Figura 31.	Gráfico Log N(x) (número dos candidatos) versus Log x (notas dos candidatos) obtidas no exame de admissão para a distribuição das notas de Inglês do ano 2004.	50
Figura 32.	Gráfico N(x) (número dos candidatos) versus x (notas dos candidatos) obtidas no exame de admissão para a distribuição das notas de Inglês entre os anos de 1999 a 2004.	51
Figura 33.	Gráfico Log N(x) (número dos candidatos) versus Log x (notas dos candidatos) obtidas no exame de admissão para a distribuição das notas de Inglês entre os anos de 1999 a 2004.	51
Figura 34.	Gráfico Log N(x) (número dos candidatos) versus Log x (notas dos candidatos) obtidas no exame de admissão para a distribuição das notas de Português do ano 1999.	54
Figura 35.	Gráfico Log N(x) (número dos candidatos) versus Log x (notas dos candidatos) obtidas no exame de admissão para a distribuição das notas de Português do ano 2000.	54
Figura 36.	Gráfico Log N(x) (número dos candidatos) versus Log x (notas dos candidatos) obtidas no exame de admissão para a distribuição das notas de Português do ano 2001.	55
Figura 37.	Gráfico Log N(x) (número dos candidatos) versus Log x (notas dos candidatos) obtidas no exame de admissão para a distribuição das notas de Português do ano 2002.	55
Figura 38.	Gráfico Log N(x) (número dos candidatos) versus Log x (notas dos candidatos) obtidas no exame de admissão para a distribuição das notas de Português do ano 2003.	56
Figura 39.	Gráfico Log N(x) (número dos candidatos) versus Log x (notas dos candidatos) obtidas no exame de admissão para a distribuição das notas de Português do ano 2004.	56
Figura 40.	Gráfico N(x) (número dos candidatos) versus x (notas dos candidatos) obtidas no exame de admissão para a distribuição das notas de Português entre os anos de 1999 a 2004.	57
Figura 41.	Gráfico Log N(x) (número dos candidatos) versus Log x (notas dos candidatos) obtidas no exame de admissão para a distribuição das notas de Português entre os anos de 1999 a 2004.	57

RESUMO

Educação e aprendizado são assuntos de grande importância para a sociedade em vista do desenvolvimento tecnológico e do progresso social. No presente trabalho analisamos a distribuição estatística das notas dos candidatos ao vestibular (Exame de Admissão) da Academia da Força Aérea, situada em Pirassununga, Estado de São Paulo – Brasil, onde se formam os Oficiais da Aeronáutica (Força Aérea Brasileira), entre os anos de 1999 a 2004, em busca de algumas características que indiquem o processo de aprendizagem em cada disciplina do vestibular. O exame de admissão consta de 4 disciplinas: Física, Matemática, Inglês e Português, todos com questões objetivas. Os candidatos melhor classificados são selecionados de acordo com o número de vagas determinado pelo Comando da Aeronáutica. Notou-se, claramente, que, nas disciplinas Física, Matemática e Inglês, as notas obedecem a uma distribuição do tipo Lei de Potência Gradualmente Truncada, como também foi observado anteriormente nas disciplinas, em conjunto, de Ciências Exatas e Biológicas. Na disciplina Português as notas obedecem a uma distribuição normal, resultado que se explica, considerando-se a dependência dos assuntos dados na área de Física, Matemática e Inglês (língua estrangeira) aos assuntos ministrados anteriormente, enquanto em Português, (língua materna) cada capítulo é relativamente independente. Também apresentamos sugestão para melhorar o ensino de ciências e matemáticas.

Palavras-chave: Distribuição de Lei de Potência Gradualmente Truncada, Sistemas Complexos, Educação em Ciências no Ensino Médio, Vestibular.

ABSTRACT

Science and Mathematic Education is a subject of great importance for the society in sight of recent technological and social program. In the present work, we study the statistical distribution of the marks obtained by the candidates in entrance examination of Air Force Academy, which prepare officers for Brazilian Air Force and is situated at Pirassununga – São Paulo, in the period of 1999-2004. Our object is to find some characteristics of the process of learning in various disciplines. The admission examination consist of four disciplines; Physics, Mathematics, English and Portuguese. The candidates are selected in accordance with the merit list in the examination and number of seats available as determined by the Air Force Command. We showed that in the discipline of Physics, Mathematics and English, the distribution of marks obtained is in accordance with Gradually Truncated Power Law as also have been reported earlier in Exact and Biological Sciences in University entrance examination. In Portuguese the Distribution is Normal. We explained these results considering importance of the understanding of material given previously to understand a new chapter in area of Physics, Mathematics and English as our foreign language. In the case of Portuguese (Native Language), each chapter is relatively independent and thus not require knowledge of previous chapters. We also presented some suggestions to improve the science and Mathematics Education at High School level.

Keywords: Gradually Truncated Power Law, Complex Systems, University Entrance Examination, High School Science Education.

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Este trabalho tem por objetivo a aplicação de conceitos da Física e da Estatística na descrição e análise de sistemas educacionais, mais especificamente sob o ponto de vista da teoria de Sistemas Complexos.

O Ensino Médio, em geral, comporta-se como um caso particular de Sistemas Complexos, onde existe interação entre professores, alunos, família, condição sócio-econômica e até política educacional do governo. Além disso, cada disciplina tem características particulares de aprendizagem.

Neste estudo tratamos o Ensino Médio como um Sistema Complexo, estudando a distribuição estatística de um parâmetro: o das notas obtidas pelos candidatos num exame geral de admissão para um curso superior.

O Sistema Educacional a ser tratado é o do Exame de Vestibular para a Academia da Força Aérea nos anos de 1999 a 2004, que consta de 4 disciplinas: Física, Matemática, Inglês e Português; estudamos as distribuições obtidas a partir das notas dos candidatos oriundos de todo o país.

O Vestibular da Academia da Força Aérea, atualmente, é constituído de duas provas: a primeira, com as disciplinas Inglês e Português, e, a segunda, com Física e Matemática. Cada disciplina compõe-se de 30 questões objetivas, para um total de candidatos inscritos de, aproximadamente 8000, para 65 vagas.

Escolhemos o Vestibular da AFA pela quantidade de dados, disponíveis, consideramos as notas dos anos 1999 a 2004, totalizando, aproximadamente 50000 notas para cada disciplina, o que viabiliza a análise estatística de cada disciplina, isto é, Física, Matemática, Inglês e Português. No recente trabalho de Gupta, Campanha et al. (2000, 2002) sobre o vestibular da UNESP, em que foi observada a Distribuição de Lei de Potência na distribuição das notas em Ciências Exatas e Biológicas. Neste trabalho foram consideradas as notas de um conjunto de disciplinas, isto é, Física, Química e Matemática para Ciências Exatas, e Física, Química e Biologia para Ciências Biológicas. Assim não foi possível ver o efeito, em cada disciplina, ou características de aprendizagem de cada uma delas. Como em nosso caso temos as notas de cada disciplina, individualmente, é possível separar as características delas e formar uma teoria de aprendizagem.

O trabalho apresentado está dividido nos seguintes capítulos:

O primeiro, de Introdução, que contém a descrição dos objetivos e características do trabalho;

O segundo, com as principais idéias e características da teoria dos Sistemas Complexos;

O terceiro com uma breve descrição das principais distribuições estatísticas usadas;

No quarto capítulo abordamos a missão da Academia da Força Aérea (AFA) e o Exame de Admissão (Vestibular);

O quinto foi destinado à análise das notas obtidas no Exame de Admissão (Vestibular da AFA);

O sexto e último foi dedicado à discussão e conclusões sobre os resultados obtidos.

CAPÍTULO 2

2 – Sistemas Complexos

2.1 – Natureza e Sistemas Complexos

O Universo supostamente evoluiu de acordo com as leis da Física. Os físicos, através de observações e experimentos em laboratórios, conseguiram encontrar leis gerais da natureza, bem como explicar a estrutura da matéria, desde os quarks até as grandes galáxias. Também a partir dessas leis desenvolveram-se tecnologias, para a produção de um grande número de aparelhos, dispositivos e materiais disponibilizados para o conforto do ser humano.

Estas leis poderiam ser descritas, em poucas páginas, por equações, mas a matemática envolvida para solucionar as equações da Física é extremamente complexa, principalmente envolvendo sistemas com três ou mais corpos, como por exemplo, o cálculo do movimento de dois planetas na presença de outros planetas e do Sol, que requer cálculos extremamente laboriosos.

Em certos casos específicos, os físicos conseguiram explicar, com detalhes, o comportamento de vários sistemas, como, por exemplo, os cristais, porque eles podem ser divididos em células contendo poucos átomos. Como todas as células são iguais, o entendimento de uma delas, permite entender todo o cristal onde existe uma ordem perfeita. Também podemos estudar os gases com os princípios básicos da Física, porque todas as partículas de gás são estatisticamente iguais, e sem qualquer ordem. Por enquanto, líquidos ou sólidos, em geral, são difíceis de estudar, porque existe ordem local, num curto espaço.

O homem não vive em um mundo simples de cristais ou gases. Na terra há rios, montanhas, mar, pedras etc.; nossa história registra guerras, revoluções, desenvolvimento, entre outros acontecimentos; a economia é composta por produtores, consumidores, governos etc.; a Educação é composta por escolas, alunos, professores, poder aquisitivo dos alunos, religião, governo etc. Todos são exemplos de sistemas com estruturas muito variadas. Além disso, todos esses sistemas interagem constantemente uns com os outros, o que torna impossível a simples utilização das leis básicas da Física para o seu estudo e entendimento.

A grande maioria dos sistemas naturais possui várias interações ocorrendo ao mesmo tempo e na presença de muitos elementos.

Esses sistemas, denominados Sistemas Complexos, são formados por:

- muitas partículas ou corpos;
- inúmeras interações entre seus elementos;
- e não possuem estados de equilíbrio.

A computação, foi o instrumento importante, que deu aos cientistas a possibilidade de entender a dinâmica de sistemas como o cérebro humano, a economia, uma colméia de abelhas, um bando de andorinhas e até a eleição em um país. Todos esses sistemas têm grupos de elementos distintos (neurônios, empresas, abelhas, pássaros, eleitores) que, ao exercitarem motivações individuais, acabam produzindo efeitos característicos de algo maior (sistema), que não pode ser deduzido a partir do comportamento de cada elemento considerado isoladamente, mas que surge das interações entre eles.

Entender o comportamento de sistemas complexos significa compreender como suas diversas partes agem em conjunto, de forma a produzirem o comportamento do todo. Em decorrência disso surgem os fenômenos coletivos e as propriedades que não estão presentes nas partes quando analisadas separadamente.

Devido à sua complexidade, esses sistemas são estudados através de métodos estatísticos e, portanto, não produzem detalhes específicos de uma partícula individual, mas apenas previsões sobre o comportamento de sistemas como um todo. Por exemplo, pode-se prever a média de notas que será obtida num vestibular, mas não se pode prever a nota de um aluno, especificamente. Nesse sentido, este tipo de trabalho na educação seria importante do ponto de vista do planejamento educacional das disciplinas.

O propósito é extrair princípios gerais que tenham validade num espectro mais amplo, mas, ao perseguir tal meta, é preciso lembrar que cada sistema complexo tem individualidade e dinâmica própria.

2.2 – Características da Teoria dos Sistemas Complexos

Os sistemas complexos são formados de muitas partículas simples, mas as inúmeras interações existentes entre elas podem influenciar o comportamento de todo o sistema, que, no entanto, não pode ser verificado nas partes, quando analisadas separadamente. Ao se trabalhar com sistemas complexos, estuda-se basicamente a probabilidade estatística da ocorrência de um determinado comportamento e, portanto, não se consegue mostrar detalhes específicos dos mesmos.

Dentre os vários sistemas com essas características, alguns exemplos podem ser destacados, tais como:

- o cérebro;
- a população de indivíduos de uma determinada espécie;
- o clima;
- a extinção de espécies;
- a economia;
- os vestibulares;
- os batimentos cardíacos;
- os terremotos, etc.
- as citações de publicações científicas e de cientistas etc.

Através de observações empíricas em várias áreas do conhecimento, podemos destacar algumas características peculiares aos sistemas complexos: Distribuição de Lei de Potência, Geometria Fractal, Ruído $1/f$ e Lei de Zipf.

2.3 – Distribuição de Lei de Potência

Devido à interação entre seus elementos, os sistemas complexos podem exibir um comportamento catastrófico, onde uma parte pode afetar a outra, em um efeito dominó.

Esse mecanismo é o de realimentação positiva (feedback positivo – “bola de neve”), em que, quando acontece um evento, há um outro elemento que ajuda a aumentar a magnitude desse evento. Esse tipo de estrutura cíclica também pode ser chamado de laço de realimentação, (Capra, 1996)

Exemplos:

- os clientes satisfeitos com um produto contam para os amigos, que compram o produto e ficam satisfeitos, e então fazem propaganda para seus amigos...;

- um indivíduo joga bem futebol, e grupo a que pertence nota essa qualidade e fornece-lhe melhores condições para a prática do esporte, fazendo com que se torne um jogador melhor...;

- um milionário tem condições de ficar ainda “mais rico” através de uma maior taxa de retorno do investimento, por causa do grande valor aplicado;

- um aluno apresenta alguma habilidade em determinada área, os pais e professores dão-lhe mais condições para que aumente e desenvolva os seus conhecimentos, de modo que ele acaba se sobressaindo entre os demais colegas, o que chama atenção do meio externo que lhe fornece maiores incentivos como bolsa, estágios etc.

2.4 - Geometria Fractal

O termo “**fractal**” significa fragmentado, quebrado, (latim: fractus) foi introduzido na década de 70 pelo matemático Benoit Mandelbrot para designar objetos e estruturas complexas, dotadas de propriedade de auto-similaridade, (que nunca perdem a sua estrutura qualquer que seja a distância de visão), e dimensões fracionárias. (Addison, 1997).

Mandelbrot percebeu a quase impossibilidade de descrever a natureza usando apenas a geometria Euclidiana, ou seja, em termos de linhas retas, círculos, cubos etc. Portanto, ele criou a geometria fractal para descrever e analisar a complexidade das formas irregulares do mundo natural como, por exemplo, as árvores, os raios, a costa de um país etc.

A idéia básica de Mandelbrot foi a de determinar a distância entre dois pontos, A e B, da costa de um país, em um trabalho denominado “How long is the Coast of Britain? Statistical self-similarity and fractional dimension” (Mandelbrot, 1967).

O contorno de nuvens, as rachaduras em uma parede, o contorno de montanhas, a folha de uma samambaia, são alguns exemplos de fractais naturais. Dizemos que os três primeiros exemplos têm **auto-similaridade estatística** (possuem o mesmo grau de irregularidade) e, no caso da folha de samambaia, ela tem **auto-similaridade exata** (cada pedaço da folha é uma mini-cópia do todo).

Embora se tenham sido realizado muitos estudos com fractais, não existe qualquer lei geral da Física que possa explicar o surgimento da geometria fractal na natureza.

2.5 - Ruído 1/f

O ruído 1/f é um tipo de ruído cujo espectro de frequência segue uma lei de potência que o relaciona inversamente com a sua frequência f . A potência da componente de frequência é maior para as frequências menores, sendo inversamente proporcional à frequência, sendo, por isso chamado de comportamento 1/f, embora o correto fosse tratá-lo como sinal e não como ruído.

Hurst (1951) passou parte de sua vida estudando o nível de água do rio Nilo, em várias escalas de tempo, (de minutos até anos), e observou que essa série temporal pode ser vista graficamente como uma superposição de todas as variações do nível do rio, ou seja, com uma superposição de sinais periódicos de todas as frequências.

Em geral, o nível de um rio A é dado por

$$A = a_1 \cos w_1 t + a_2 \cos w_2 t + a_3 \cos w_3 t + \dots$$

Onde:
$$a_n \propto \frac{1}{f_n}$$

Isso se chama ruído (1/f), que, em geral, é (1/f ^{α}). Existem casos em que o gráfico de frequência não pode ser distribuído como sinal 1/f, mas como 1/f ^{α} , onde α é um expoente com valor entre 0 e 2, e f é a frequência, mas continuam sendo denominado ruído do tipo 1/f.

Este tipo de ruído 1/f pode ser encontrado em uma grande variedade de sistemas complexos como:

- Variação de preço da bolsa de valores;
- Tráfego de uma rodovia;
- Temperatura média global;
- Luminosidade das estrelas etc.

2.6 - Lei de Zipf

O professor George Kingsley Zipf (1949) fez várias observações para algumas regularidades simples de sistemas na área de ciências humanas. Trabalhando com número de habitantes de cidades, ele tomou a cidade com maior número de habitantes e atribuiu o rank $r = 1$; à segunda maior cidade, o rank $r = 2$ e, assim sucessivamente. Traçando o gráfico log do rank do número de habitantes versus log do número de habitantes, obteve uma linha reta com inclinação próxima a 1.

Da mesma forma Zipf trabalhou com a frequência de aparecimento de determinadas palavras em um livro. À palavra com maior frequência foi atribuído o rank = 1, e assim sucessivamente, de forma decrescente. Da mesma forma, através de um gráfico log do rank versus log da frequência de cada palavra, obteve como resultado uma reta com inclinação próxima a 1.

Portanto, a lei de Zipf afirma a existência de sistemas nos quais determinadas variáveis são inversamente proporcionais à sua classificação, ou seja, $f(r) \sim r^{-\alpha}$ onde r é o rank e f é a frequência de determinada ocorrência, com $\alpha \sim 1$.

Zipf explicou essas observações em termos de “Princípio do Mínimo esforço” (1949).

CAPÍTULO 3

3 – Distribuições Estatísticas

Distribuições estatísticas formam a base do estudo de sistemas compostos por um grande número de partículas e, portanto, são de grande interesse para a Física e outras disciplinas.

Os estudos iniciais de estatística em Física focavam distribuições com médias e variâncias bem definidas. O exemplo principal é o da Lei de Erros de Gauss, onde a média representa tradicionalmente o valor mais provável de uma série de medidas de certa quantidade fixa e a variância era relacionada com a incerteza dessas medidas.

3.1 – Distribuição Normal

A distribuição normal surgiu no século XVIII, ligada ao estudo de erros de medições repetidas de uma mesma quantidade. Suas propriedades matemáticas foram estudadas por De Moivre (1733), com o objetivo de aproximá-la da distribuição binomial; Laplace (1781), que usou a curva normal para descrever a distribuição dos erros; e por Gauss (1809), que a utilizou para analisar dados de astronomia, sendo, a distribuição, por isso, conhecida como Distribuição de Gauss ou Distribuição Gaussiana. Muitas vezes, ela é, também, chamada de *curva em forma de sino*, como ilustra a figura abaixo.

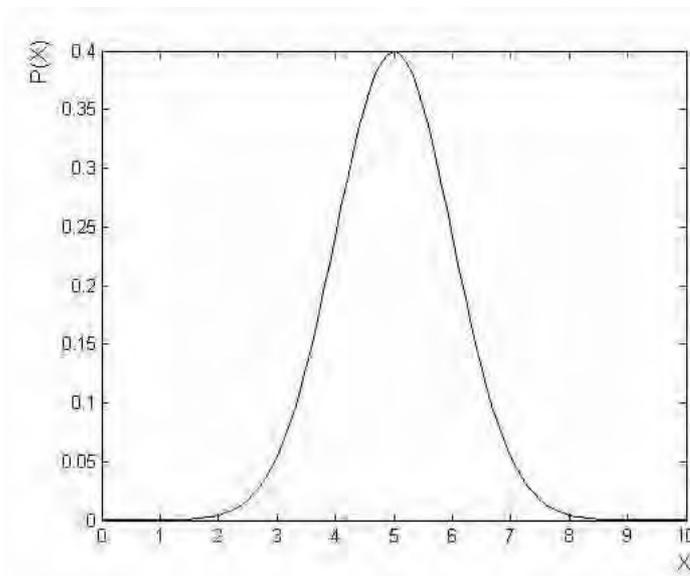


Figura 1 - Gráfico da Distribuição Normal

As principais razões da sua importância devem-se à quase normalidade das muitas variáveis que ocorrem na natureza, sejam elas físicas, biométricas, econômicas ou sociais. Mesmo variáveis não normais podem, às vezes, ser normalizadas, ou ainda, em outros casos, a parte central da distribuição pode estar razoavelmente próxima de uma normal.

A distribuição normal é dada por:

$$P(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}, \quad -\infty < x < +\infty, \quad -\infty < \mu < +\infty, \quad 0 < \sigma < +\infty \quad (3.1)$$

onde $P(x)$ é a densidade de probabilidade da variável aleatória contínua x , μ é a média aritmética e σ o desvio padrão populacional (ou equivalentemente a variância populacional σ^2). As estimativas de μ e σ são dadas por:

$$\mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad \text{e} \quad \sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2} \quad (3.2)$$

A média refere-se ao centro da distribuição e o desvio padrão à dispersão dos dados em torno da média (espalhamento de curva). A distribuição normal é simétrica. O importante é que a curva é afetada pelos valores numéricos de μ e σ . A representação da curva por $N(\mu, \sigma)$, é mostrada no diagrama abaixo.

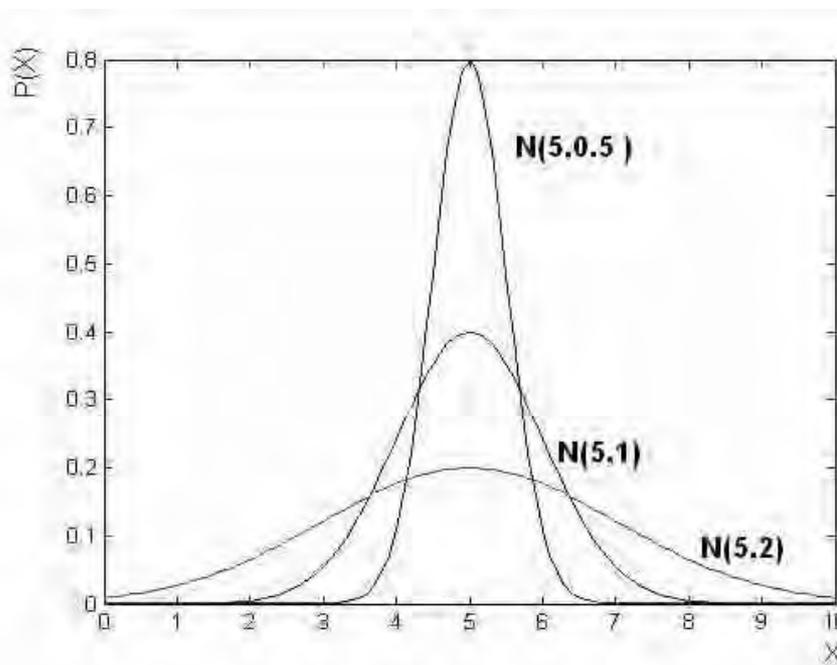


Figura 2 - Gráfico da Média e Desvio Padrão da Distribuição Normal

A área sob a curva normal ou sob qualquer função densidade de probabilidade é 1. Então, para quaisquer dois valores específicos, podemos determinar a probabilidade ou a proporção de área sob a curva entre esses dois pontos.

Para a Distribuição Normal temos as seguintes proporções para os intervalos abaixo:

Intervalo	Proporção
$\mu \pm 1\sigma$	68.3%
$\mu \pm 2\sigma$	95.5%
$\mu \pm 3\sigma$	99.7%

Na prática, conhecendo-se as estimativas de μ e σ , usamos a Distribuição Normal Padronizada, pois é tabelada.

Se considerarmos

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma} \tag{3.3}$$

então $P(Z)$ é dada por:

$$P(Z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{Z^2}{2}} \tag{3.4}$$

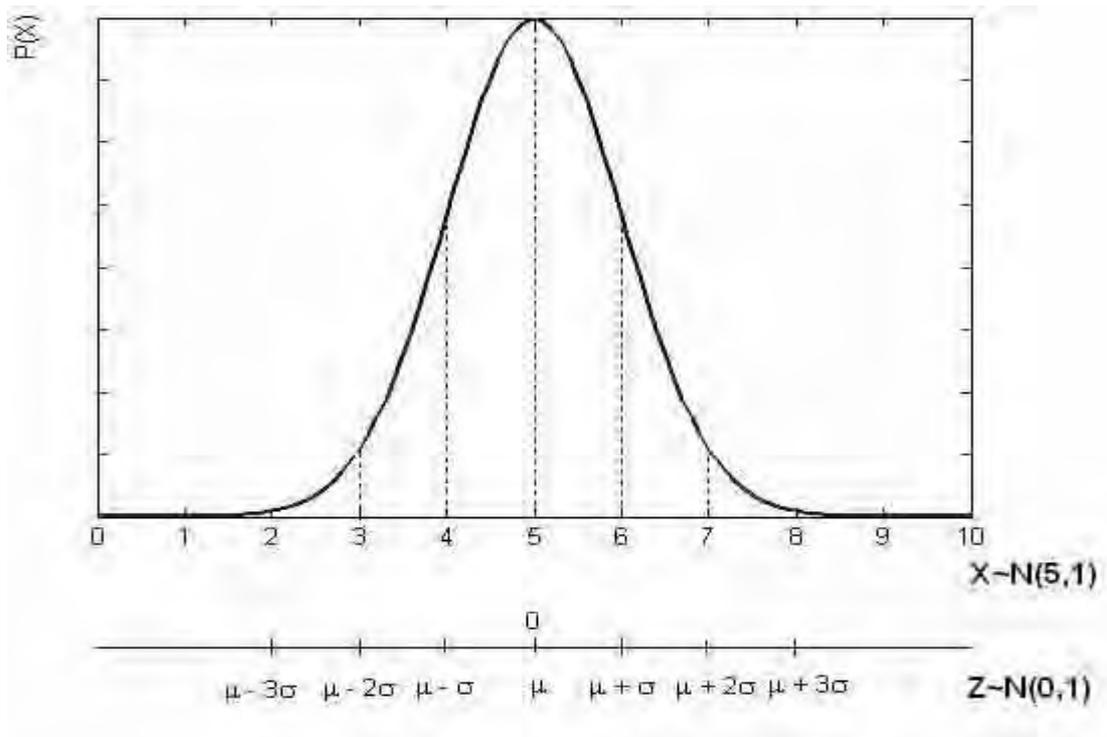


Figura 3 – Gráfico da Distribuição Normal Padronizada

A maioria das tabelas da distribuição normal padrão são fornecidas somente para valores positivos da variável, e os valores negativos são encontrados pela simetria da distribuição em torno do zero.

Distribuições Normais ou Gaussianas são, supostamente, a norma da natureza, cuja larga aplicabilidade resulta do Teorema do Limite Central (W. Feller, 1971), em qualquer caso onde um grande número de eventos aleatórios independentes contribuem para um determinado resultado, que seguirá a Distribuição Normal.

Teorema do Limite Central: sejam X_1, X_2, X_3, \dots uma seqüência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas (iid) com média μ e desvio padrão σ ; então, a distribuição de S , onde $S = \sum_{i=1}^n X_i$, tende à Distribuição Normal para grandes valores de n , isto é, as distribuições estatísticas convergem para a distribuição normal quando o número de elementos amostrais n , tende a infinito.

3.2 – Distribuição Log-Normal

Uma distribuição freqüentemente associada a uma distribuição com caudas longas é a Distribuição Log-normal, definida por

$$P(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\log x - \mu}{\sigma}\right)^2} \quad (3.5)$$

As estimativas de μ_{\log} e σ_{\log} são dadas por

$$\mu_{\log} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \log(x_i) \quad \text{e} \quad \sigma_{\log} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\log x_i - \mu_{\log})^2} \quad (3.6)$$

Neste caso o desvio padrão e a média para x são dados por

$$\mu_x = e^{(\mu_{\log} + \sigma_{\log}^2)/2} \quad \text{e} \quad \sigma_x = e^{(\sigma_{\log}^2 + 2\mu_{\log})} \cdot (e^{\sigma_{\log}^2} - 1) \quad (3.7)$$

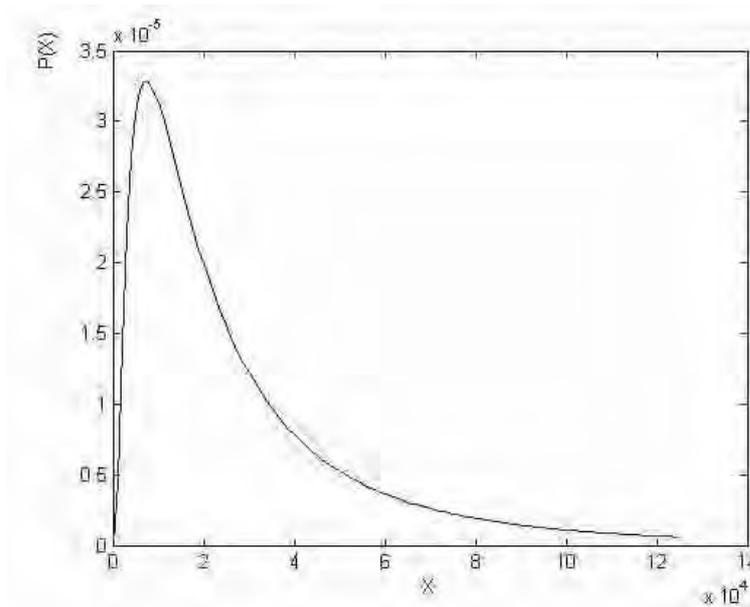


Figura 4 - Gráfico da Distribuição Log-normal

Shockley (1957) propôs o seguinte mecanismo para explicar porque caudas longas existem em uma distribuição que exija um bom resultado para diversos empreendimentos, em que o fracasso de um deles provocaria o fracasso do projeto. Ele usou a publicação de documentos técnicos como exemplo e, considerou importantes as situações abaixo:

1. Habilidade de obter um bom tema;
2. Habilidade para trabalhar nele;
3. Habilidade para reconhecer soluções que valham a pena;
4. Habilidade de tomar decisões de quando parar ou obter resultados;
5. Habilidade de redigir adequadamente;
6. Habilidade de aproveitar-se construtivamente das críticas;
7. Determinação para apresentar o trabalho em jornais;
8. Disposição para agüentar julgamentos de oposição.

Ele relata que a probabilidade de um pesquisador produzir um trabalho de sucesso em tempo determinado seria o produto de um conjunto de probabilidades que provocaria o sucesso do empreendimento, ou seja, se cada uma das habilidades da relação anterior estiver presente, o sucesso estará garantido.

$$P = p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot p_4 \cdot p_5 \cdot p_6 \cdot p_7 \cdot p_8 \quad (3.8)$$

O aspecto log-normal torna-se evidente ao considerarmos os logaritmos na equação acima,

$$\log P = \log p_1 + \log p_2 + \dots + \log p_8 \quad (3.9)$$

Desde que $\log P$ seja a soma de um conjunto de variáveis, cada qual com sua própria função de distribuição, o teorema do limite central é aplicável, de modo que a distribuição da função $\log P$ poderia ser Gaussiana.

Durante os últimos 90 anos, a Distribuição Log-normal tem sido observada em muitos sistemas, incluindo os relacionados a Ecologia, à Medicina, ao Meio Ambiente, à Lingüística, entre outros. Vejamos alguns exemplos em:

- **Lingüística** – O número de letras por palavra e o número de palavras por sentença seguem uma Distribuição Log-normal (Herdan, 1958; Williams, 1940).
- **Tecnologia de Alimentos** – Diâmetro médio de uma gota de óleo na maionese (Limpert et. al., 2000).
- **Ecologia** – Na maioria das comunidades de plantas e animais, a abundância de espécies segue a Distribuição Log-normal (truncada) (Sugihara, 1980; Magurran, 1988).
- **Ciências Sociais e Econômicas** – Exemplos de Distribuição Log-normal nas Ciências Sociais e Econômicas incluem idade de casamento, tamanho de fazendas e rendimentos. (Preston, 1981).
- **Fisiologia das plantas** – Recentemente, evidências convincentes foram apresentadas vindas da fisiologia de plantas, indicando que existe uma Distribuição Log-normal para a permeabilidade de água nas folhas (Baur, 1997).
- **Fitomedicina e Microbiologia** – Exemplos vindos da Microbiologia e da Fitomedicina incluem a distribuição de sensibilidade a fungicidas em populações e distribuição do tamanho de populações (Romero e Sutton, 1997).
- **Meio Ambiente** – A distribuição de partículas, produtos químicos e microorganismos no meio ambiente seguem freqüentemente, à Distribuição Log-normal (Biondini, 1976).

- **Medicina Humana** – Uma variedade de exemplos vindos da medicina segue a Distribuição Log-normal. Períodos de latência (tempo da infecção até o primeiro sintoma) de doenças infecciosas são freqüentemente descritos pela Distribuição Log-normal. (Sartwell, 1950, 1952, 1966; Kondo, 1977). Também o tempo de sobrevivência após o diagnóstico de um câncer (Boag, 1949).
- **Geologia e Mineração** – Na crosta-terrestre, a concentração de elementos e sua radioatividade seguem, usualmente, a Distribuição Log-normal (Razumovsky, 1940; Ahrens, 1954; Malanca et al., 1996).

3.3 - Distribuição Exponencial

Dizemos que uma variável aleatória x tem distribuição exponencial de parâmetro λ se a sua função densidade de probabilidade for dada por:

$$P(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < 0 \\ \lambda e^{-\lambda x} & \text{se } x \geq 0 \end{cases} \quad (3.10)$$

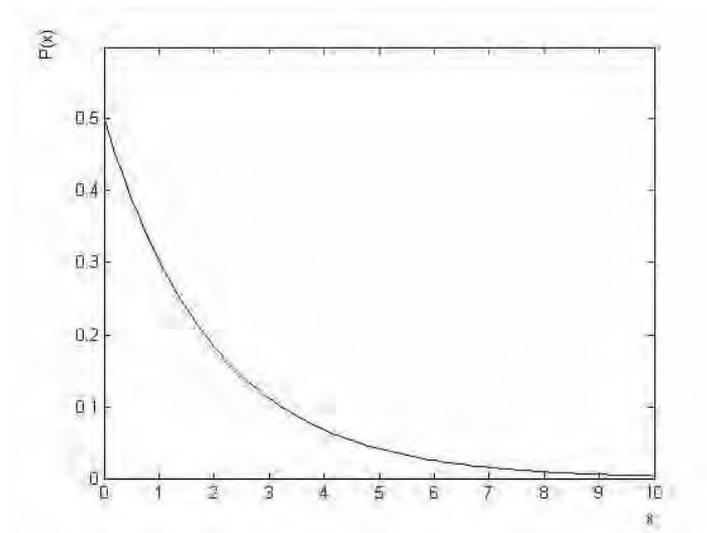


Figura 5 - Gráfico da Distribuição Exponencial

As estimativas de μ e σ são dadas por:

$$\mu_{\text{exp}} = \frac{1}{\lambda} \quad \text{e} \quad \sigma_{\text{exp}} = \frac{1}{\lambda} \quad (3.11)$$

Essa distribuição pode descrever inúmeros fenômenos físicos, como o tempo x para o decaimento de um núcleo radioativo, ou o tempo x para um componente falhar.

3.4 - Distribuição Lei de Potência

A distribuição de Lei de Potência foi primeiramente notada por Pareto na distribuição de rendimentos pessoais, (Pareto, 1896), e é dada por

$$P(x) = A x^{-\alpha} \quad (3.12)$$

onde P é o número de pessoas com rendimento maior ou igual a x , e A e α são constantes da distribuição. Então, temos que

$$\log(P(x)) = -\alpha \log(x) + k, \quad \text{onde } k \text{ é uma constante.} \quad (3.13)$$

Assim, podemos dizer que os gráficos do tipo $\log x$ vs $\log P(x)$, que apresentam como resultado uma linha reta, descrevem a distribuição de Lei de Potência com α sendo a inclinação desta reta.

Posteriormente outros pesquisadores também a verificaram, em muitos sistemas complexos físicos (Solomon, 1993; Chabaud et. al., 1994), biológicos (Peng, 1993; Bassingthwaighite, 1994), econômicos (Ott, 1990; Mandelbrot, 1963) e educacionais (Gupta et. al., 2003).

Pareto considerou que a distribuição se deve à realimentação positiva, como, por exemplo, pessoas com maiores rendimentos conseguem em suas aplicações financeiras, maiores taxas de retorno, e, dessa forma, um rendimento maior.

Em geral, a densidade de probabilidade dessa distribuição (Mandelbrot, 1963) é dada por

$$P(x) = \frac{C \cdot P(x_m)}{C + (|x - x_m|)^{1+\alpha}} \quad (3.14)$$

onde x_m é o valor de x para a probabilidade máxima, C é uma constante de renormalização e α o expoente da Distribuição de Lei de Potência

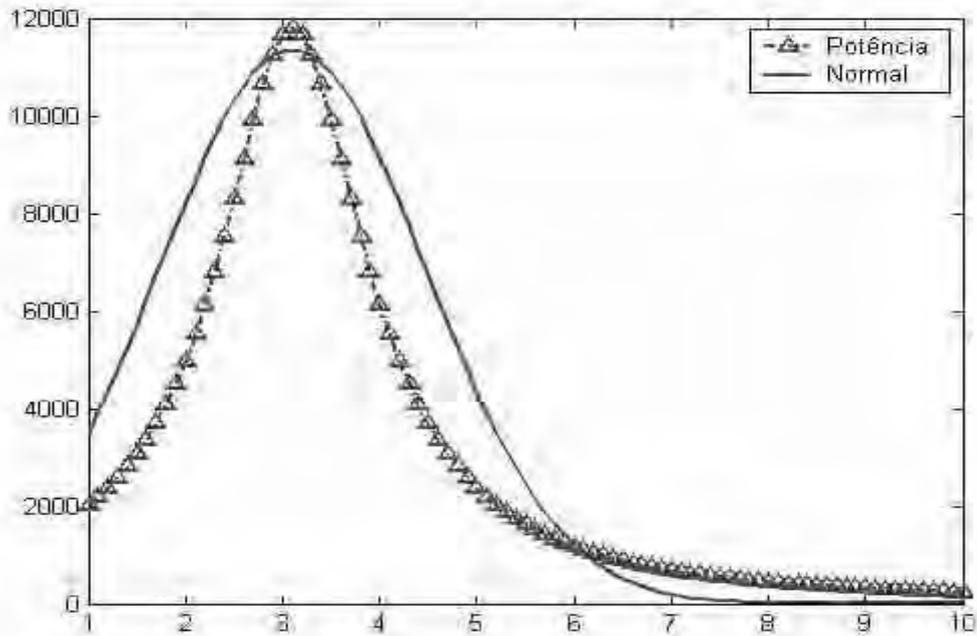


Figura 6 – Gráfico da Distribuição Lei de Potência

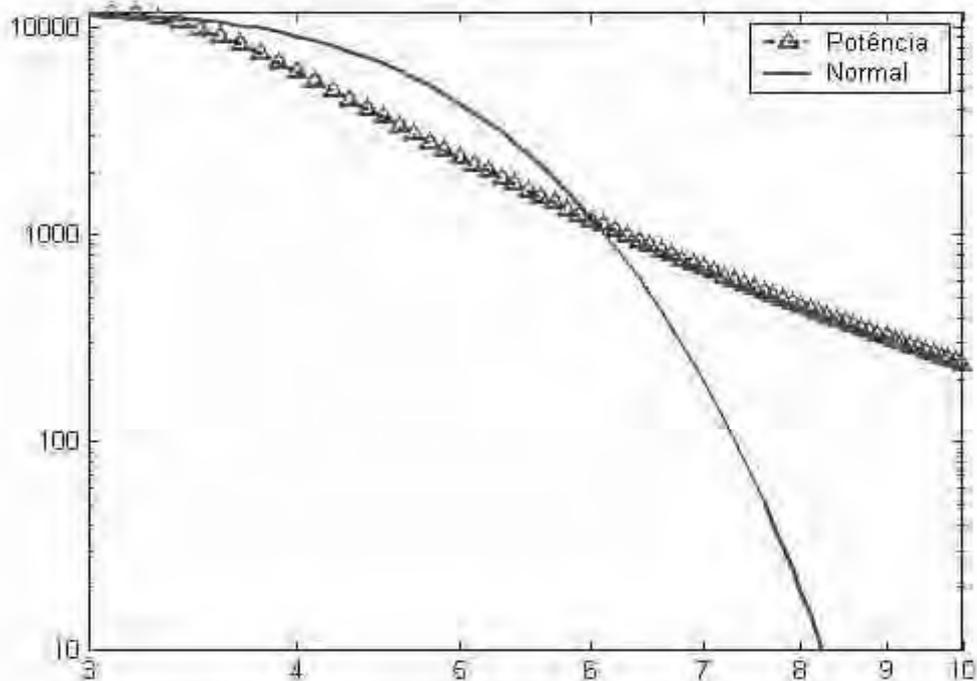


Figura 7 – Gráfico Log-Log da Distribuição Lei de Potência

Nas figuras 6 e 7 mostramos a Distribuição Normal e a Distribuição Lei de Potência em escala normal e Log-Log.

Essa distribuição foi observada em vários sistemas complexos (Tsallis, 1999; Bak, 1997; Schoreder, 1991), como, por exemplo, no estudo da energia liberada por um terremoto (Geller, 1997), ou de um tornado, da variação de preços de algodão, da extinção de espécies (Vines, 1999).

Quando o valor de $x \gg x_m$, $P(x)$ pode ser aproximada por

$$P(x) = c \cdot x^{-(1+\alpha)} \quad (3.15)$$

3.5 - Distribuição de Lei de Potência Gradualmente Truncada

A Distribuição de Lei de Potência tem pelo menos, um dos momentos infinito, embora os sistemas físicos reais apresentem desvio padrão finito. Ao aplicarmos, então, a distribuição de Lévy(1937) ou Pareto, aos sistemas físicos reais, precisamos truncar as distribuições após um determinado valor, para evitar um desvio padrão infinito.

Pareto propôs a Distribuição de Lei de Potência baseado na realimentação positiva. Gupta e Campanha (1999) consideram que a validade da Lei de Potência tem um limite devido à capacidade física do sistema e, portanto, a realimentação positiva também deveria cessar após um certo valor crítico de alguma variável. Como em sistemas complexos temos várias interações e um grande número de componentes interagindo de maneiras diferentes, esperamos que o truncamento da realimentação positiva seja gradual após um ponto crítico.

A distribuição proposta por Gupta e Campanha (1999, 2000), denominada Distribuição de Lei de Potência Gradualmente Truncada é dada por,

$$P_{GT}(x) = P(x)f(x) \quad (3.16)$$

onde $P(x)$ é a distribuição de Lei de Potência:

$$P(x) = \frac{c}{c_1 + (|x - x_m|)^{1+\alpha}} \quad (3.17)$$

$P(x)$ é a probabilidade de x , x_m é o valor de x , onde a probabilidade é máxima, c e c_1 são constantes:

$$c = c_1 P(x_m) \quad (3.18)$$

e c pode ser obtido através da condição de renormalização,

$f(x)$ é dada por

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } |x| \leq x_c \\ e^{-\left(\frac{|x-x_c|}{k}\right)^\beta} & \text{se } |x| > x_c \end{cases} \quad (3.19)$$

onde α é o expoente de Lei de Potência, $\beta = 3-\alpha$, x_c é o ponto crítico, onde começa o truncamento gradual devido ao limite físico do sistema, (geralmente é muito maior do que x_m), e k é uma constante de truncamento gradual. Para valores menores de k , o truncamento será mais rápido. Nós escolhemos $\beta = 3 - \alpha$, assim como mostrado por Gupta e Campanha (2000), para que essa distribuição se aproxime da Distribuição Normal para grandes escalas.

A distribuição tem desvio padrão finito e também variância finita. No limite obtemos uma Distribuição Normal, como exigido pelo Teorema do Limite Central (Gupta e Campanha, 2000); e, além disso, a distribuição também obedece à Lei de Potência em sua parte central e decaimento exponencial nos valores extremos de x .

Na figura 8, mostramos a Distribuição Normal, a Distribuição Lei de Potência, a Distribuição Lei de Potência Gradualmente Truncada e o ajustamento aos dados empíricos como exemplo.

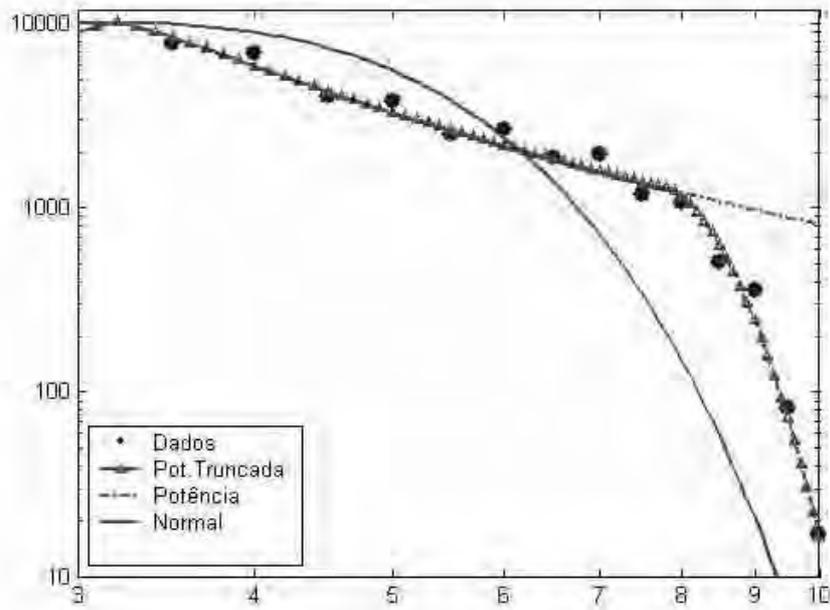


Figura 8 – Gráfico Log-Log da Distribuição Lei de Potência Gradualmente Truncada

CAPÍTULO 4

ACADEMIA DA FORÇA AÉREA E O EXAME DE ADMISSÃO

4.1 – HISTÓRICO

Inicialmente a Escola de Aviação Naval(1916) e a Escola de Aviação Militar(1919) formavam os oficiais Aviadores Militares.

Em março de 1941 instituiu-se a Escola de Aeronáutica no Campo dos Afonsos – Estado do Rio de Janeiro, Brasil, como centro de formação dos Oficiais Aviadores da Força Aérea Brasileira. Os Alunos da escola passaram a ser denominados Cadetes da Aeronáutica.

Em março de 1942, constatou-se que o Campo dos Afonsos não mais atendia às exigências das operações aéreas e, depois de pesquisas e estudos, foi indicada a cidade de Pirassununga, Estado de São Paulo, para a nova escola.

A partir de 1952, iniciou-se a construção da nova escola em Pirassununga, em 1964, os cadetes do último ano já recebiam instrução aérea.

Em 1971, deu-se a transferência definitiva da Escola para Pirassununga, com o nome de **ACADEMIA DA FORÇA AÉREA (AFA)**.

A Academia da Força Aérea oferece três cursos de formação para os oficiais da ativa:

1 – **CURSO DE FORMAÇÃO DO OFICIAL AVIADOR – CFOAV**, que forma o piloto militar, cuja formação compreende, entre outras, as disciplinas básicas relacionadas com a aeronáutica como, por exemplo: aerodinâmica, eletricidade etc.; instruções em manobras de precisão, acrobacias aéreas, vôos de formatura, de precisão e por instrumentos.

2 – **CURSO DE FORMAÇÃO DO OFICIAL INTENDENTE – CFOINT**, que forma o oficial intendente, cuja formação compreende treinamento em ciência, tecnologia moderna da gestão econômico-financeira e serviços especializados de intendência e suprimento técnico.

3 – **CURSO DE FORMAÇÃO DO OFICIAL INFANTE – CFOINF**, que forma o oficial de infantaria, cuja formação compreende a instrução em métodos de defesa e segurança de instalações militares, emprego de defesa antiaérea, comando de tropa, emprego de armamento etc.

E paralelamente, todos os cadetes freqüentam o Curso de Administração, implantado a partir de 2004. Todos os cursos têm duração de quatro anos.

A carreira do oficial militar na Aeronáutica, após a formatura, compreende os seguintes postos:

- Aspirante a Oficial;
- Segundo Tenente;
- Primeiro Tenente;
- Capitão;
- Major;
- Tenente Coronel;
- Coronel
- Brigadeiro;
- Major Brigadeiro;
- Tenente Brigadeiro;
- Marechal-do-Ar.

Em julho de 2005, a Força Aérea Brasileira contava com o efetivo de 73.500 pessoas, sendo 66.020 militares e 7480 civis.

O efetivo militar era assim distribuído:

- Homens: 61.880 (93,74%);
- Mulheres: 4.140 (6,27%);

sendo:

- Oficiais: 8.416 (12,75%);
- Suboficiais e Sargentos: 25.437 (38,53%);
- Cabos, Soldados e Taifeiros: 29.064 (44,02%);
- Alunos: 3.103 (4,7%).

A Força Aérea Brasileira é subordinada ao Ministério da Defesa do Brasil. O comando militar da Força é exercido pelo Comando da Aeronáutica – COMAER; ao qual estão subordinados três comandos – gerais: Comando de Operações Aéreas – COMGAR; Comando de Apoio – COMGAP; Comando de Pessoal – COMGEP; juntamente com quatro departamentos: Departamento de Aviação Civil – DAC; Departamento de Controle do Espaço Aéreo – DECEA; Departamento de Ensino da Aeronáutica – DEPENS; Departamento de Pesquisas e Desenvolvimento – DEPED. Diversos outros órgãos estão relacionados ao funcionamento e administração da aviação brasileira, tanto militar como civil.

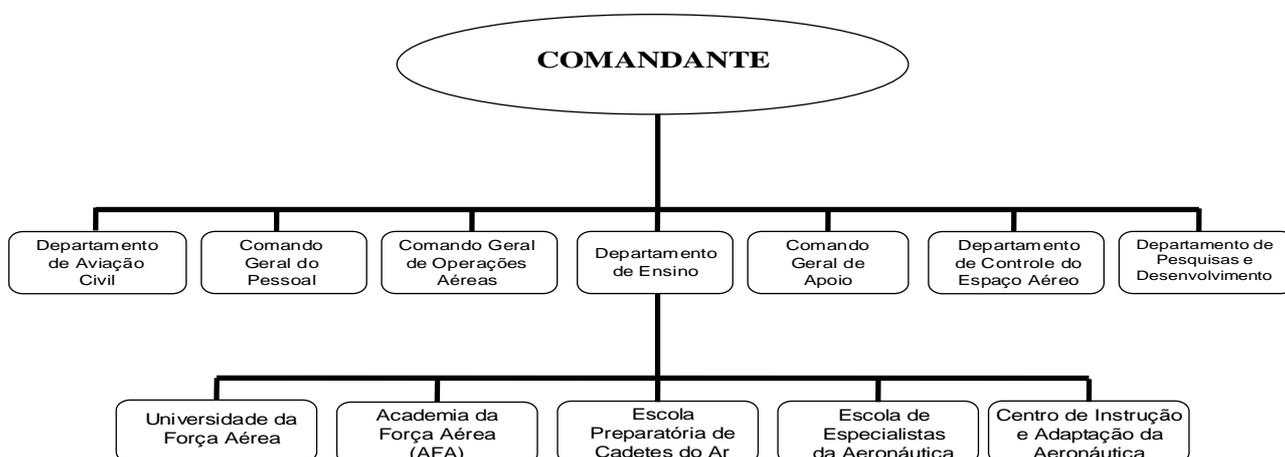


Figura 9 – Organograma da Força Aérea Brasileira

4.2 – O VESTIBULAR DA ACADEMIA DA FORÇA AÉREA

A Academia da Força Aérea recebe todos os alunos aprovados no CURSO PREPARATÓRIO DE CADETES – CPCAR, escola do Comando da Aeronáutica, (cujo curso é equivalente ao Ensino Médio), localizada em Barbacena, Estado de Minas Gerais, para matrícula no Curso de Formação do Oficial Aviador – CFOAV da Academia da Força Aérea.

Em função do aproveitamento/matrícula desses alunos, a Aeronáutica estabelece o número de vagas para o Vestibular dos três cursos. Atualmente o número de vagas para o Curso de Formação do Oficial Aviador - CFOAV -, é 20 (vinte); para o Curso de Formação do Oficial Intendente - CFOINT -, é 30 (trinta) e para o Curso de Formação do Oficial Infante - CFOINF -, é 15 (quinze).

O CPCAR – Curso Preparatório de Cadetes prepara/confecciona as questões do vestibular para quatro áreas de conhecimento/disciplinas: Física, Matemática, Inglês e Português, cada uma com 30 (trinta) questões do tipo múltipla escolha com 4 (quatro) alternativas. Para a realização dos exames são destinados 2 (dois) dias, sendo o primeiro, às provas Inglês e Matemática, e, segundo, para as provas de Física e Português.

Para a inscrição no vestibular os candidatos devem ter completado o ensino médio e ter menos de 21 anos de idade. Temos, aproximadamente, 8000 candidatos inscritos por ano, sendo 4000, para o curso CFOAV, 3000, para o curso CFOINT e 1000, para o curso CFOINF.

Após a correção das provas, e já classificados os aprovados por ordem descendente de notas, são convocados 5(cinco) vezes o número de vagas para cada curso, para que os aprovados sejam encaminhados aos exames psicológicos, médicos e físicos. Após a triagem o número de vagas é preenchido.

A AFA é a única escola onde se formam os Oficiais Aviadores, Intendentes e Infantes da Aeronáutica (Força Aérea Brasileira). Os candidatos ao vestibular concorrem a poucas vagas, e o exame de admissão é aplicado em dois dias, nas capitais dos Estados onde existe o Comando Aéreo Regional (COMAR) e em outras cidades que contam com unidades da FAB, geralmente no mês de setembro pela AFA.

O vestibular é um processo competitivo, que reúne candidatos oriundos de todo o país, provenientes de classes sociais diversas, com renda familiar e nível de conhecimento variado.

CAPÍTULO 5

ANÁLISES DA DISTRIBUIÇÃO DE NOTAS DO VESTIBULAR DA AFA

Recentemente Gupta, Campanha et al. (2000, 2002), estudaram a distribuição estatística das notas dos candidatos ao vestibular da UNESP e observaram que, na área de Ciências Exatas e Biológicas, a distribuição das notas obedece a uma Distribuição de Lei de Potência Gradualmente Truncada, enquanto na área de ciências humanas e Língua Portuguesa obedece a uma Distribuição Gaussiana. Nesse trabalho foram consideradas as notas de um conjunto de disciplinas, isto é, Física, Química e Matemática para Ciências Exatas, e Física, Química e Biologia, para Ciências Biológicas, não sendo

possível observar o efeito de cada disciplina ou características de aprendizagem de cada uma isoladamente.

Neste capítulo abordamos as distribuições das notas dos candidatos do vestibular entre 1999 a 2004, nas disciplinas de Física, Matemática, Inglês e Português, em busca de alguma característica para cada disciplina. Não consideramos a nota zero, candidatos faltosos ou abandono das provas.

Para realização das análises, utilizamos o software MATLAB, versão 6.5, e ajustamentos pelo “Toolbox”, opção “Curve Fitting”, com o algoritmo Trust-Region, que é o padrão.

5.1 – Análise da Distribuição das notas de Física

Nas figuras de número 9 a 14, comparamos a distribuição das notas de Física para os anos 1999 a 2004, na escala Log-Log com a Distribuição Gaussiana (Normal) e a Distribuição de Lei de Potência Gradualmente Truncada. Os parâmetros das distribuições teóricas obtidos, para o melhor ajustamento com os pontos empíricos, são exibidos na tabela I. Os parâmetros $(1+\alpha)$, X_m , X_c , K são da Distribuição de Lei de Potência Gradualmente Truncada; μ e σ são da Distribuição Gaussiana e \bar{x} e s referem-se à nota média e desvio padrão obtidos através das notas empíricas. Usamos a escala Log-Log para mostrar a linha reta entre $\log(\text{Frequência})$ versus $\log(\text{Notas})$, que é uma característica da Distribuição de Lei de Potência. Além disso, o gráfico Log-Log mostra claramente a discordância dos pontos empíricos com a Distribuição Gaussiana.

Na figura 16 comparamos a distribuição de todas as notas compreendidas entre os anos de 1999 a 2004, com a Distribuição Gaussiana (Normal) e a Distribuição de Lei de Potência Gradualmente Truncada na escala normal, i.é, Frequência versus Notas. Na figura 17 mostramos a escala Log-Log.

Desenhemos a distribuição das notas iguais ou maiores que 3. Para as notas abaixo de 3, a frequência empírica é bem menor do que o valor dado por qualquer distribuição teórica. Supomos que a diferença entre o valor teórico e o valor empírico se deve ao número de candidatos que simplesmente não entram nesse exame de admissão, porque sabem muito bem que não têm qualquer chance de sucesso. Demonstram, então, interesse pela carreira militar esforçando-se mais para em um exame para um cargo “inferior” como, por exemplo, o de sargento.

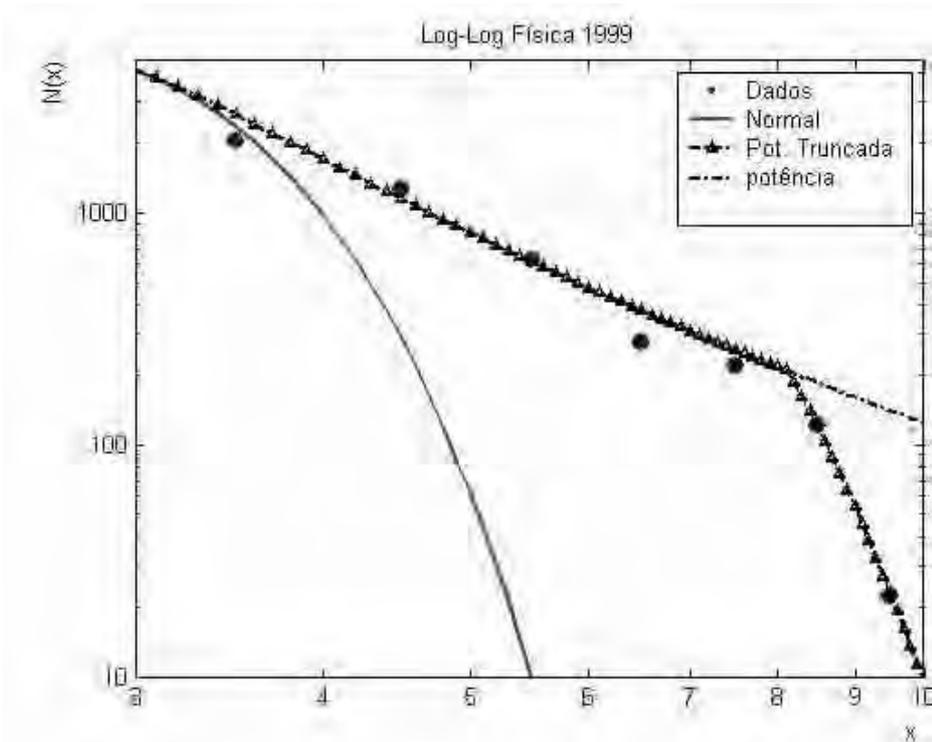


Figura 10 – Gráfico $\text{Log } N(x)$ (número dos candidatos) versus $\text{Log } x$ (notas dos candidatos) obtidas no exame de admissão para a distribuição das notas de Física do ano 1999.

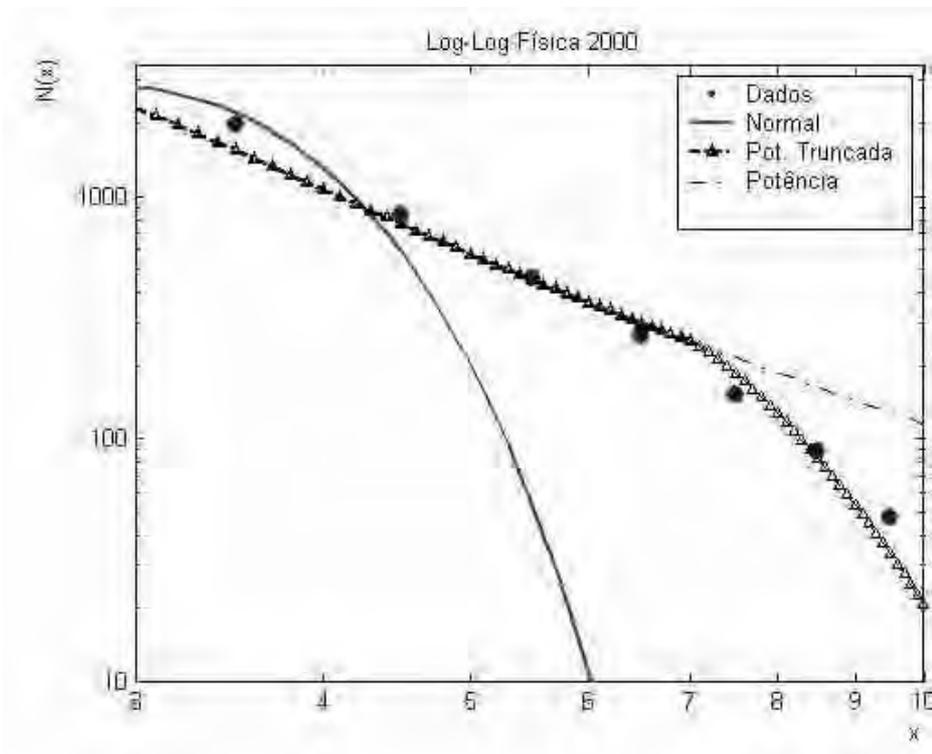


Figura 11 – Gráfico $\text{Log } N(x)$ (número dos candidatos) versus $\text{Log } x$ (notas dos candidatos) obtidas no exame de admissão para a distribuição das notas de Física do ano 2000.

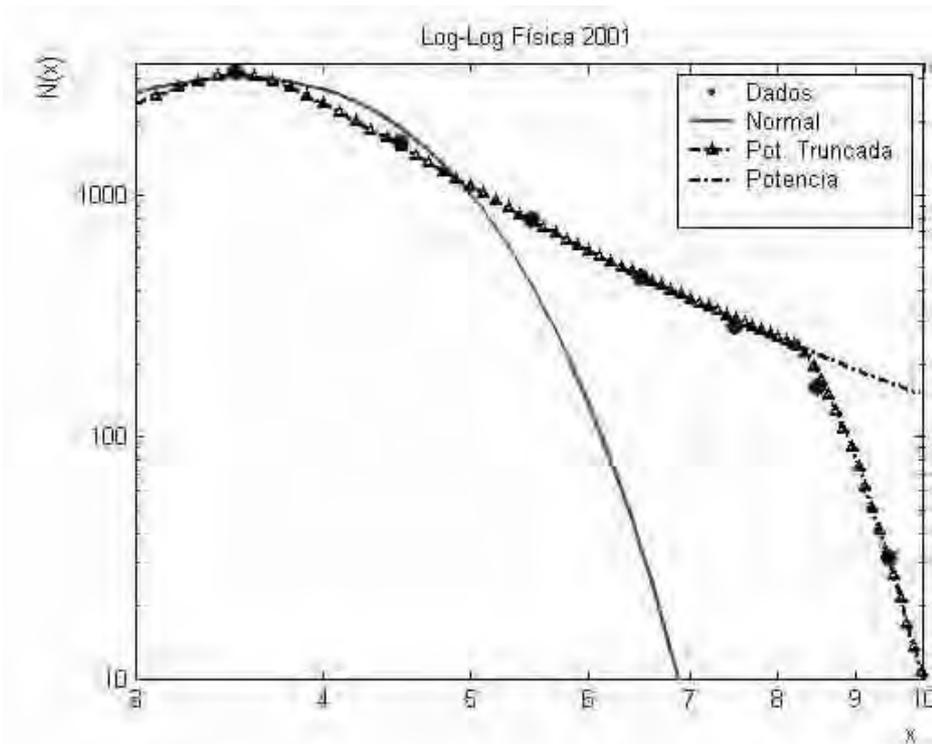


Figura 12 – Gráfico $\text{Log } N(x)$ (número dos candidatos) versus $\text{Log } x$ (notas dos candidatos) obtidas no exame de admissão para a distribuição das notas de Física do ano 2001.

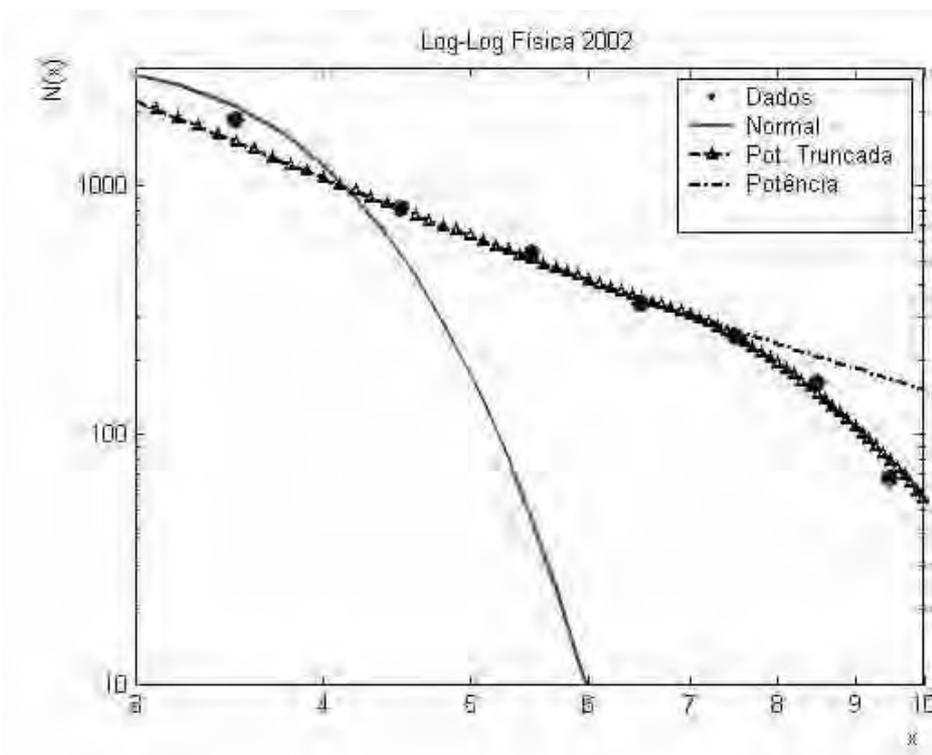


Figura 13 – Gráfico $\text{Log } N(x)$ (número dos candidatos) versus $\text{Log } x$ (notas dos candidatos) obtidas no exame de admissão para a distribuição das notas de Física do ano 2002.

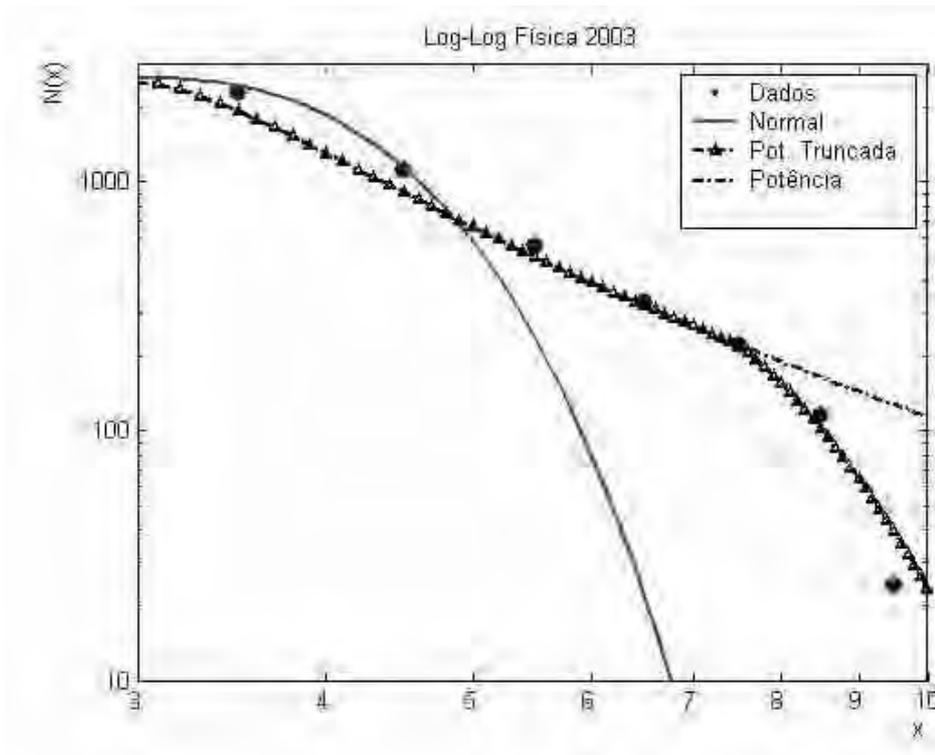


Figura 14 – Gráfico $\text{Log } N(x)$ (número dos candidatos) versus $\text{Log } x$ (notas dos candidatos) obtidas no exame de admissão para a distribuição das notas de Física do ano 2003.

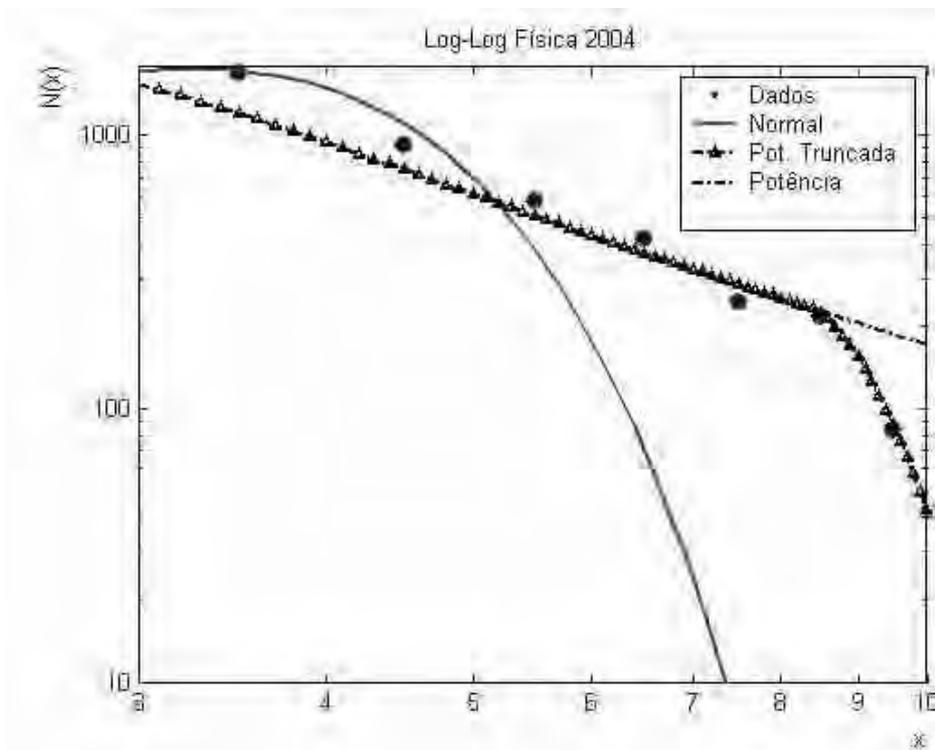


Figura 15 – Gráfico $\text{Log } N(x)$ (número dos candidatos) versus $\text{Log } x$ (notas dos candidatos) obtidas no exame de admissão para a distribuição das notas de Física do ano 2004.

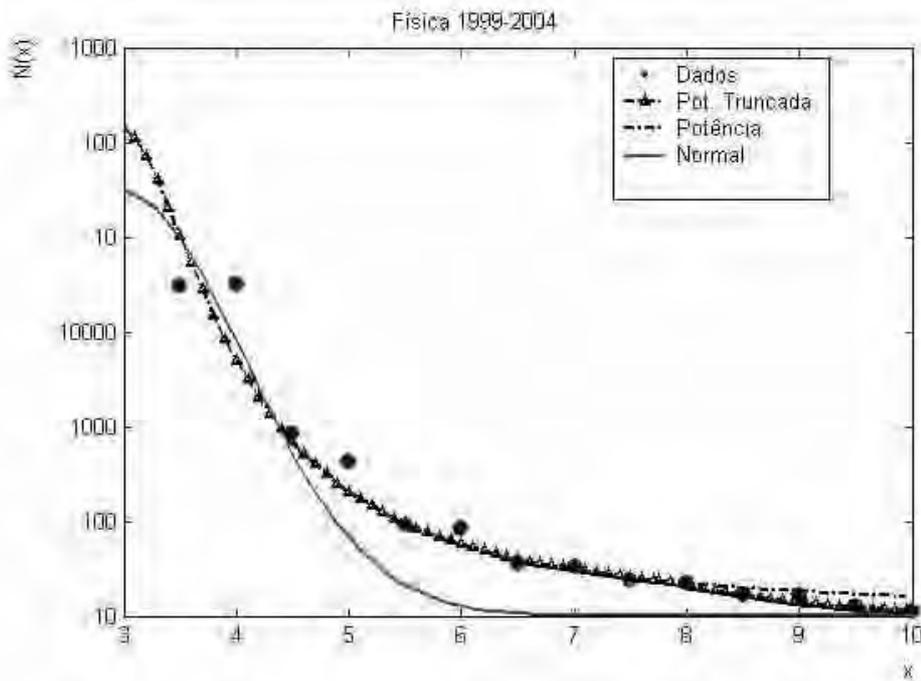


Figura 16 – Gráfico $N(x)$ (número dos candidatos) versus x (notas dos candidatos) obtidas no exame de admissão para a distribuição das notas de Física entre os anos de 1999 a 2004.

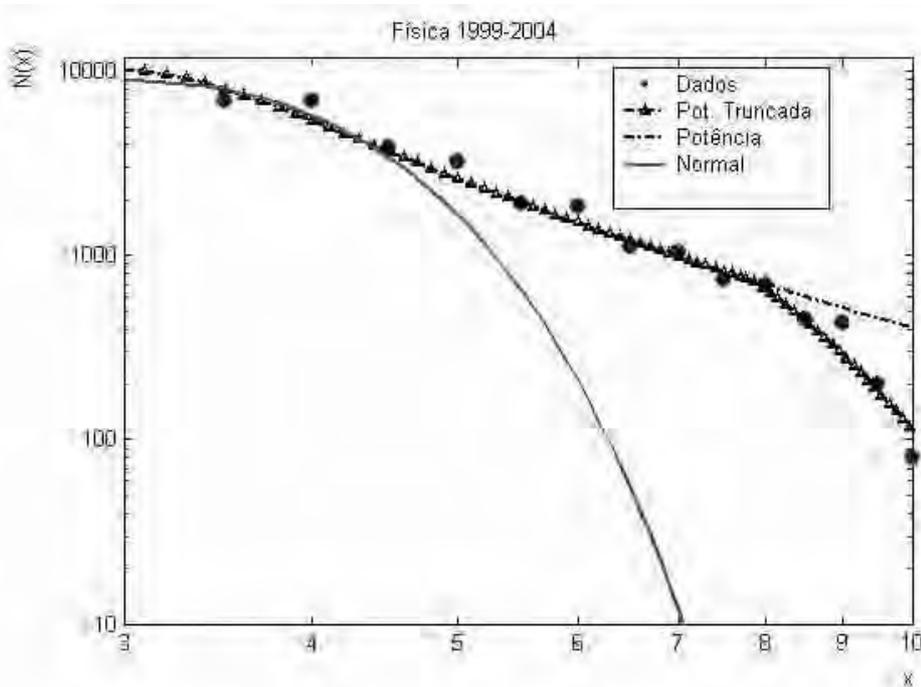


Figura 17 – Gráfico $\text{Log } N(x)$ (número dos candidatos) versus $\text{Log } x$ (notas dos candidatos) obtidas no exame de admissão para a distribuição das notas de Física entre os anos de 1999 a 2004.

FÍSICA							
	1999	2000	2001	2002	2003	2004	1999-2004
$1+\alpha$	1.85	1.63	1.61	1.45	1.60	1.40	1.69
X_m	2.50	2.50	3.50	2.50	3.00	2.70	3.00
X_c	8.10	7.00	8.25	7.00	7.40	8.40	7.75
K	0.83	2.02	0.85	2.97	1.86	1.30	1.85
μ	2.39	2.78	3.53	2.73	3.08	3.29	2.96
σ	0.88	0.96	0.99	0.96	1.11	1.27	1.11
\bar{x}	2.98	3.44	4.16	3.58	3.74	4.18	3.61
s	1.45	1.45	1.45	1.70	1.54	1.83	1.61

Tabela I – Lista de parâmetros para a disciplina Física.

Observamos o melhor ajustamento dos dados empíricos a uma Distribuição de Lei de Potência Gradualmente Truncada em comparação com uma Distribuição Gaussiana (Normal). Conforme o valor de $R^2 = 0.93$, (Coeficiente de Determinação), para a distribuição das notas compreendidas no período de 1999 a 2004, onde R^2 é dado por:

$$R^2 = 1 - (\text{S.Q. RESÍDUO} / \text{S.Q. TOTAL})$$

Ou

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_i^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_n (y_i - \bar{y})^2} \quad (5.1)$$

Onde y_i = ordenada empírica

\hat{y}_i = ordenada estimada

\bar{y} = média das ordenadas

5.2 – Análise da Distribuição das notas de Matemática

Nas figuras de número 18 a 23, comparamos a distribuição das notas de Matemática com a Distribuição de Lei de Potência Gradualmente Truncada e a Distribuição Gaussiana, para os anos 1999 a 2004. As figuras de número 24 e 25 mostram a distribuição de todas as notas de 1999 a 2004. Os valores dos parâmetros são listados na tabela II.

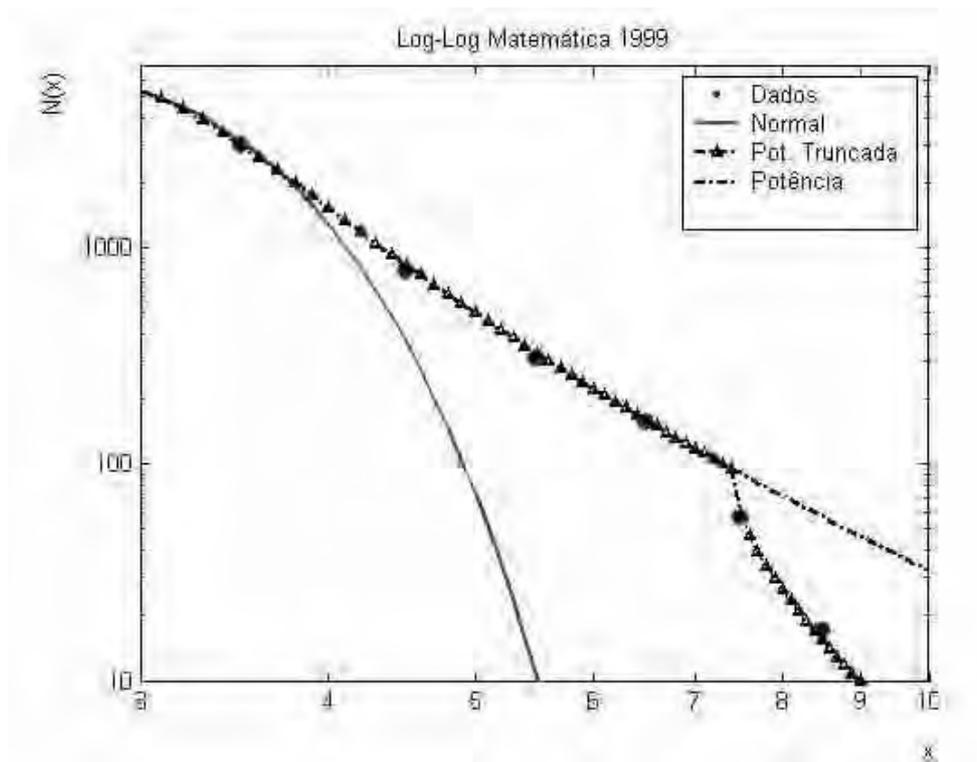


Figura 18 – Gráfico $\text{Log } N(x)$ (número dos candidatos) versus $\text{Log } x$ (notas dos candidatos) obtidas no exame de admissão para a distribuição das notas de Matemática do ano 1999.

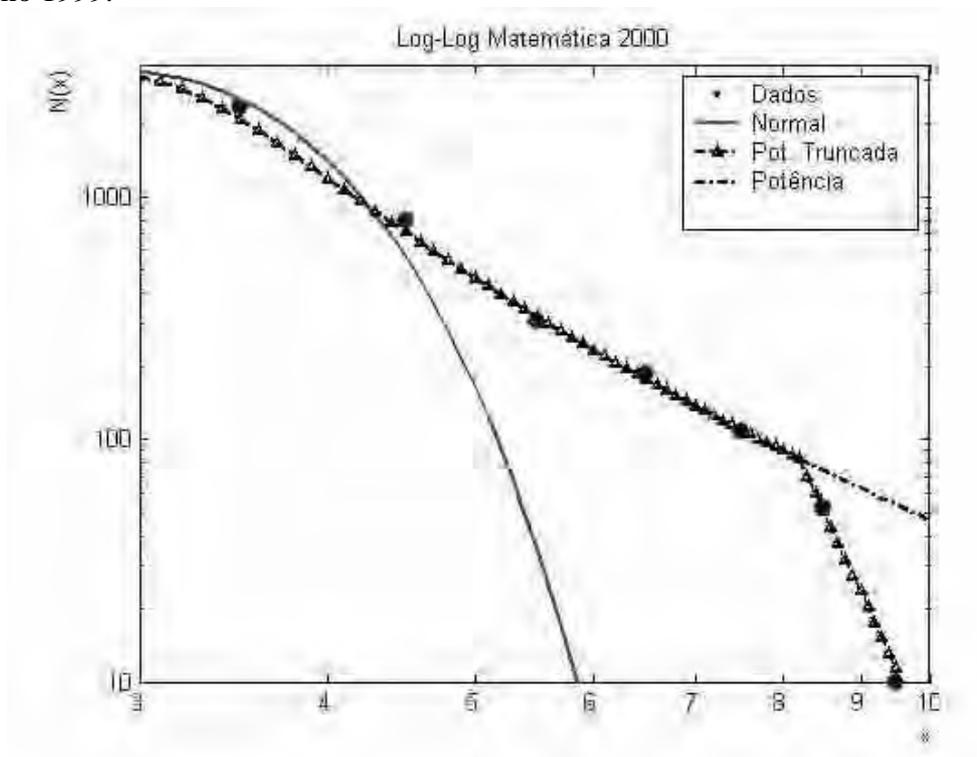


Figura 19 – Gráfico $\text{Log } N(x)$ (número dos candidatos) versus $\text{Log } x$ (notas dos candidatos) obtidas no exame de admissão para a distribuição das notas de Matemática do ano 2000.

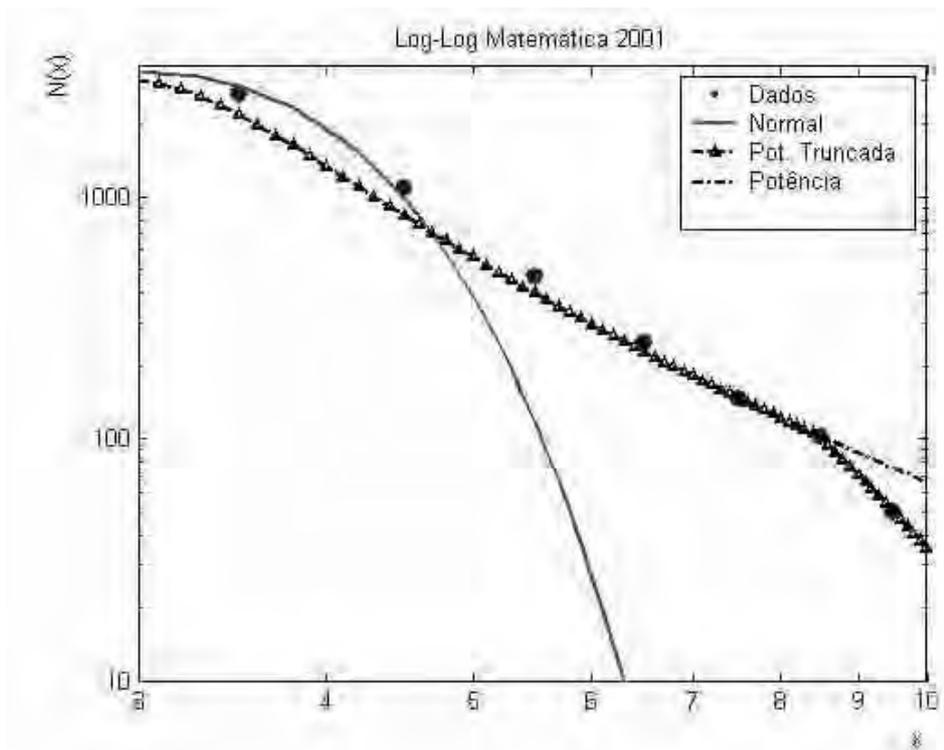


Figura 20 – Gráfico $\text{Log } N(x)$ (número dos candidatos) versus $\text{Log } x$ (notas dos candidatos) obtidas no exame de admissão para a distribuição das notas de Matemática do ano 2001.

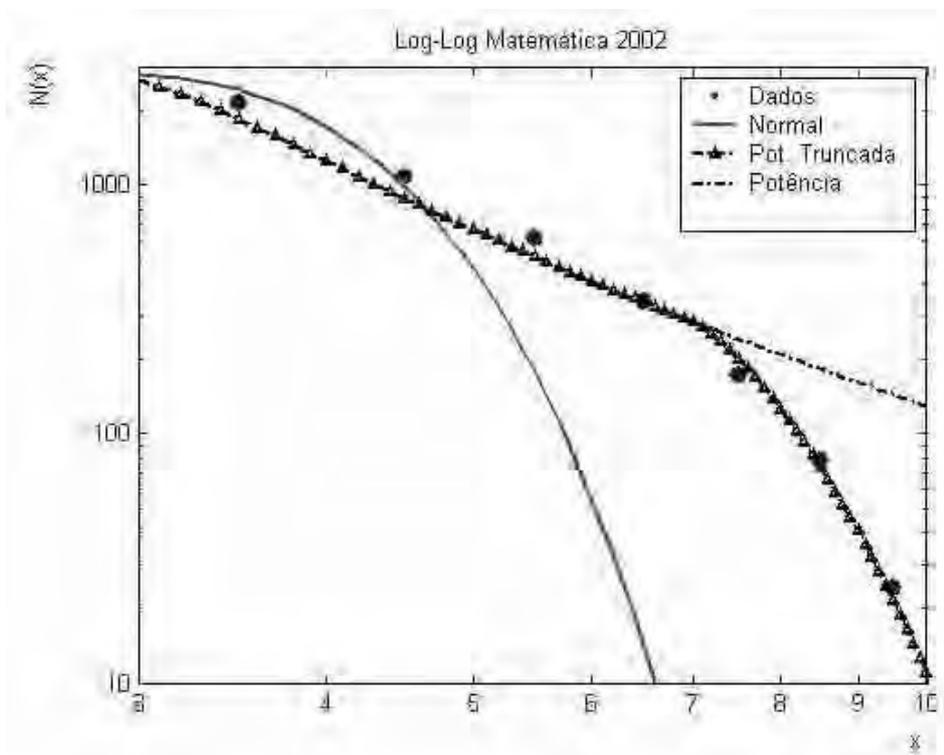


Figura 21 – Gráfico $\text{Log } N(x)$ (número dos candidatos) versus $\text{Log } x$ (notas dos candidatos) obtidas no exame de admissão para a distribuição das notas de Matemática do ano 2002.

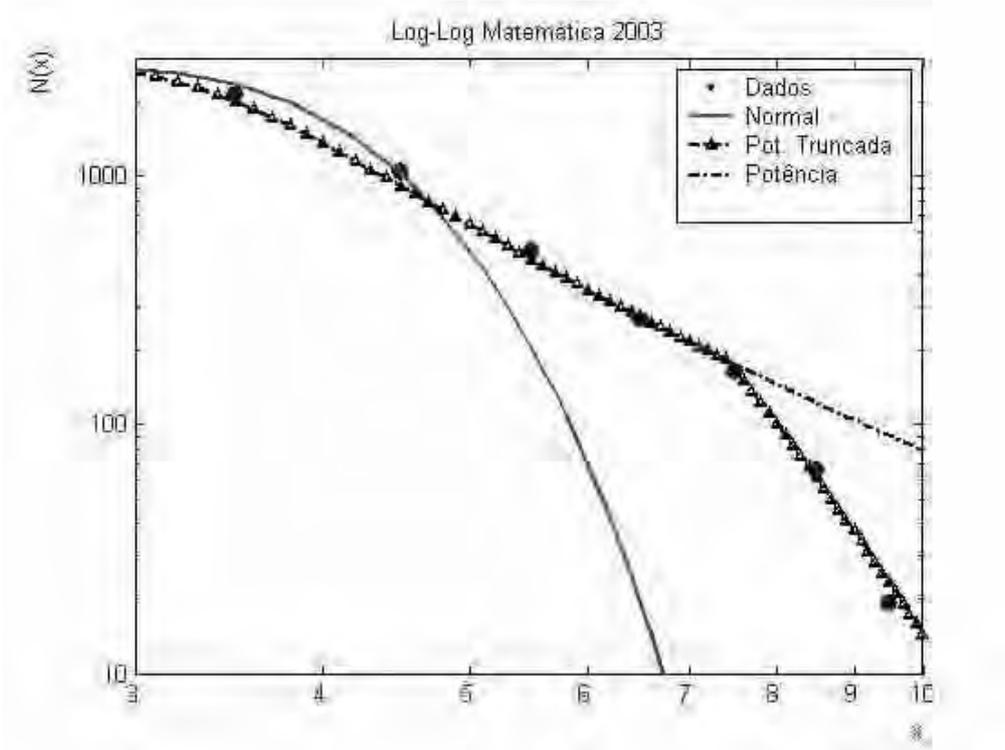


Figura 22 – Gráfico $\text{Log } N(x)$ (número dos candidatos) versus $\text{Log } x$ (notas dos candidatos) obtidas no exame de admissão para a distribuição das notas de Matemática do ano 2003.

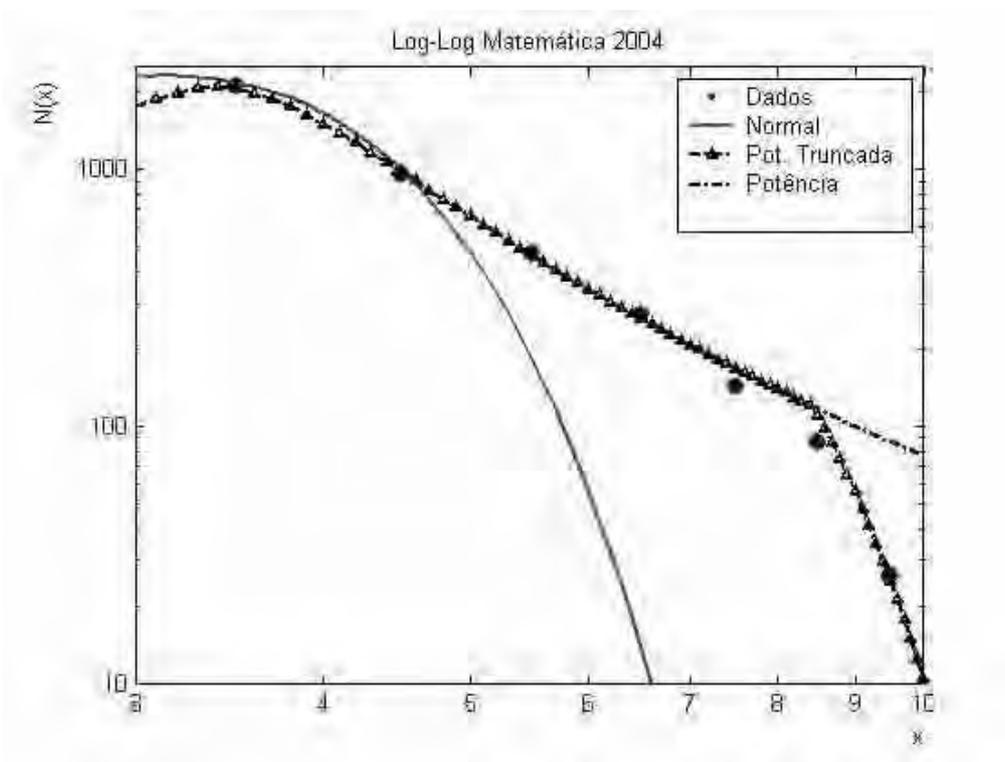


Figura 23 – Gráfico $\text{Log } N(x)$ (número dos candidatos) versus $\text{Log } x$ (notas dos candidatos) obtidas no exame de admissão para a distribuição das notas de Matemática do ano 2004.

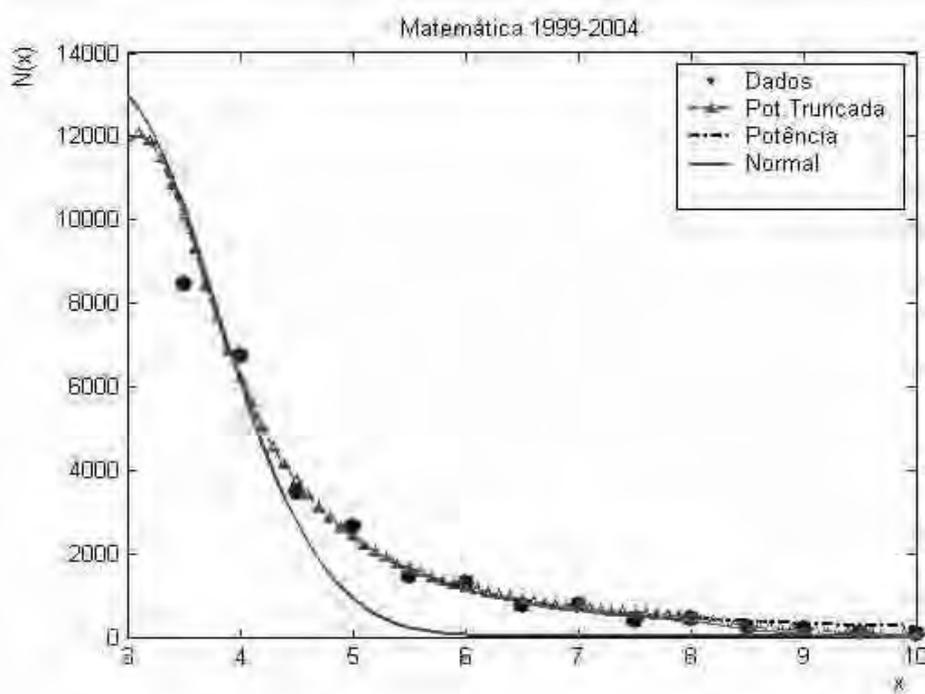


Figura 24 – Gráfico $N(x)$ (número dos candidatos) versus x (notas dos candidatos) obtidas no exame de admissão para a distribuição das notas de Matemática entre os anos de 1999 a 2004.

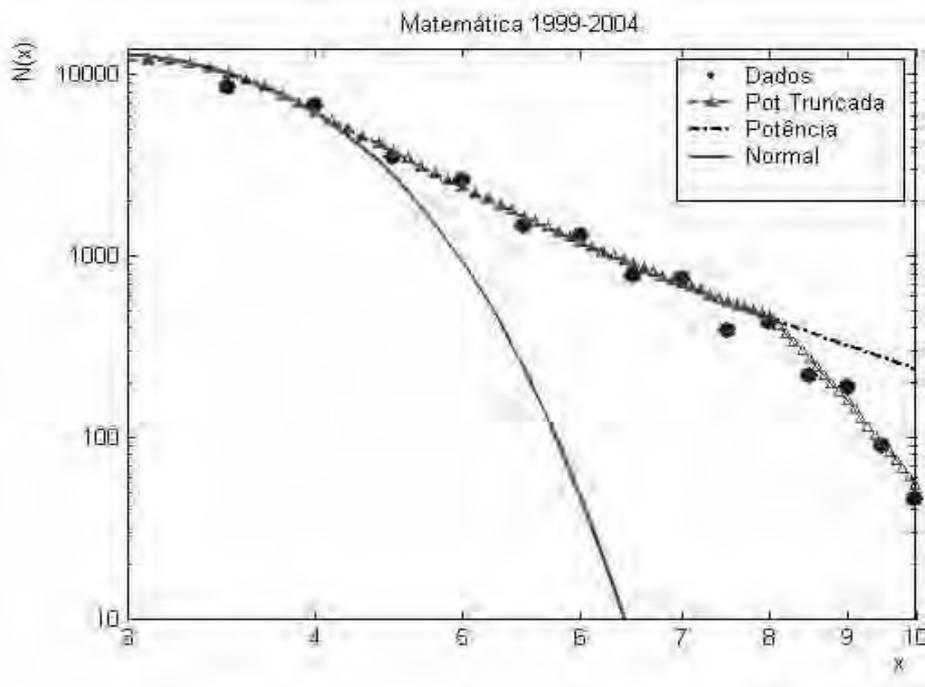


Figura 25 – Gráfico $\text{Log } N(x)$ (número dos candidatos) versus $\text{Log } x$ (notas dos candidatos) obtidas no exame de admissão para a distribuição das notas de Matemática entre os anos de 1999 a 2004.

MATEMÁTICA							
	1999	2000	2001	2002	2003	2004	1999-2004
$1+\alpha$	2.56	2.05	1.90	1.56	1.96	1.76	1.94
X_m	2.50	2.80	2.90	2.80	2.80	3.40	3.10
X_c	7.40	8.20	8.40	7.00	7.40	8.40	8.00
K	0.59	0.81	2.44	1.60	1.55	0.92	1.37
μ	2.51	2.83	3.00	2.93	2.92	3.14	2.84
σ	0.84	0.89	0.97	1.10	1.14	1.05	0.94
\bar{x}	2.85	3.30	3.50	3.57	3.50	3.77	3.36
s	1.06	1.27	1.42	1.50	1.47	1.47	1.37

Tabela II – Lista de parâmetros para a disciplina Matemática.

Observamos o melhor ajustamento dos dados empíricos a uma Distribuição de Lei de Potência Gradualmente Truncada em comparação com uma Distribuição Gaussiana (Normal). Conforme o valor de $R^2 = 0.88$, (Coeficiente de Determinação), para a distribuição das notas compreendidas no período de 1999 a 2004, onde R^2 é dado por:

$$R^2 = 1 - (\text{S.Q. RESÍDUO} / \text{S.Q. TOTAL})$$

5.3 – Análise da Distribuição das notas de Inglês

Nas figuras de número 26 a 31, comparamos a distribuição das notas de Inglês com a Distribuição de Lei de Potência Gradualmente Truncada e a Distribuição Gaussiana, para os anos 1999 a 2004. As figuras de número 32 e 33 mostram a distribuição de todas as notas de 1999 a 2004. Os valores dos parâmetros são listados na tabela III.

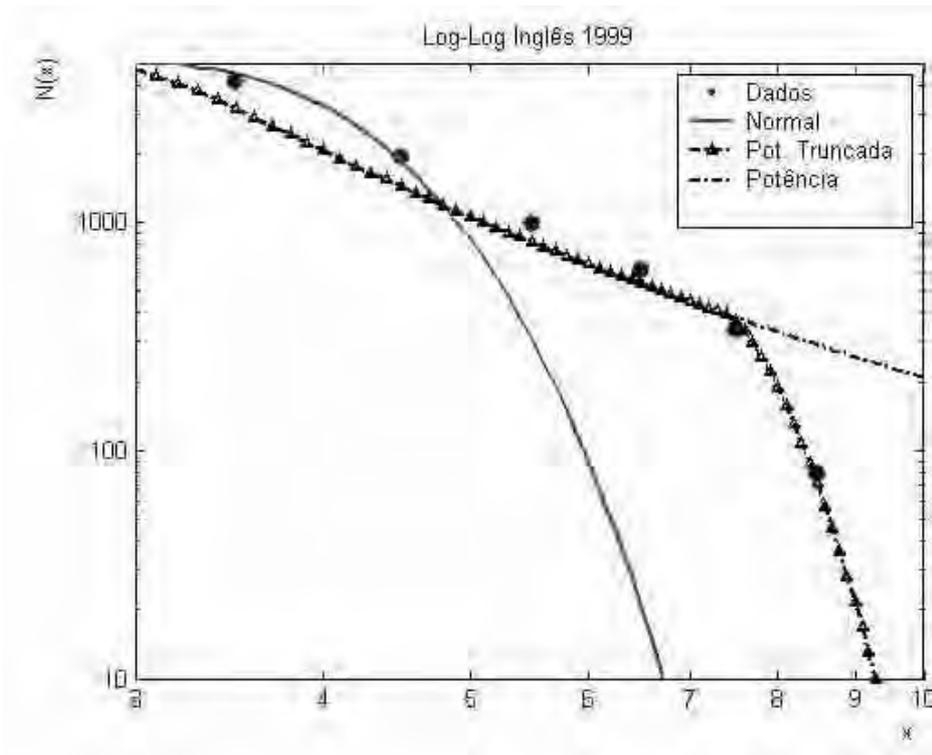


Figura 26 – Gráfico $\text{Log } N(x)$ (número dos candidatos) versus $\text{Log } x$ (notas dos candidatos) obtidas no exame de admissão para a distribuição das notas de Inglês do ano 1999.

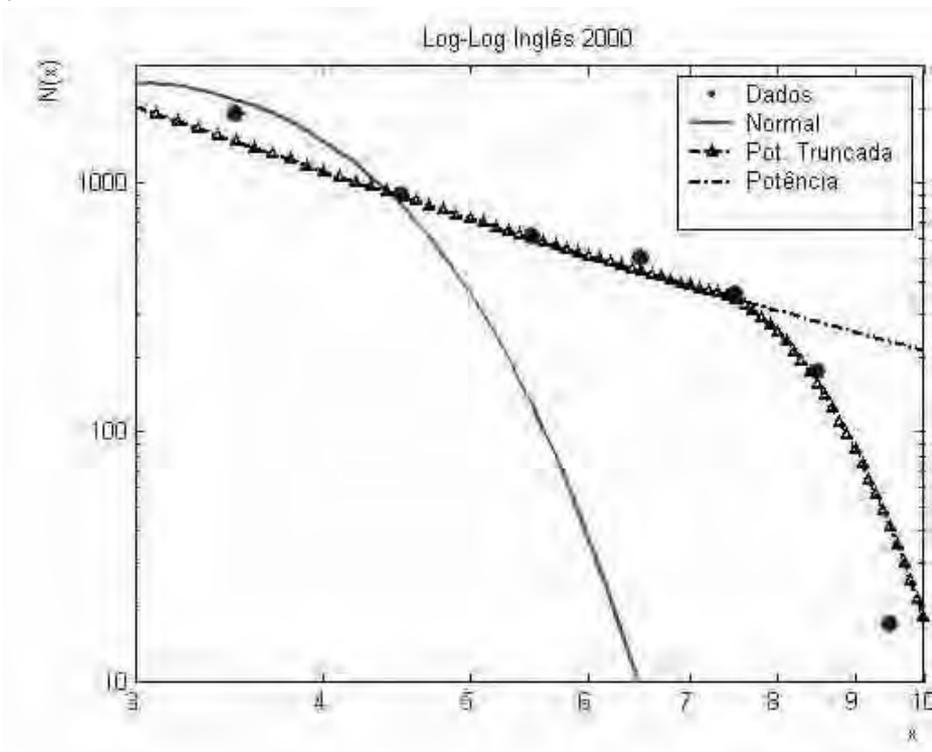


Figura 27 – Gráfico $\text{Log } N(x)$ (número dos candidatos) versus $\text{Log } x$ (notas dos candidatos) obtidas no exame de admissão para a distribuição das notas de Inglês do ano 2000.

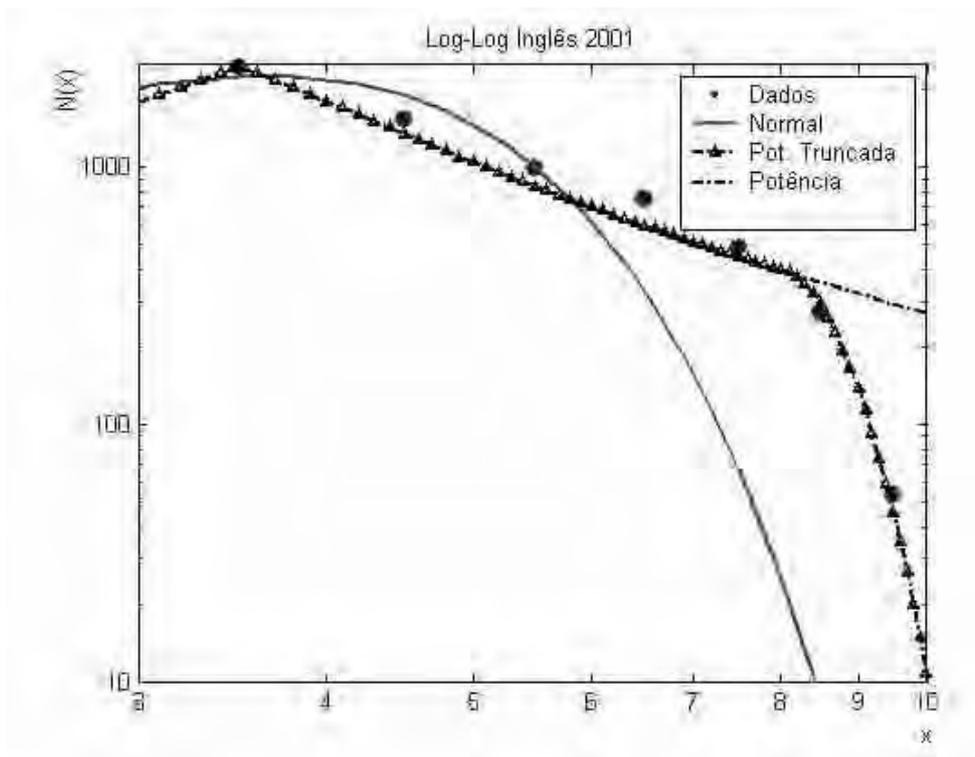


Figura 28 – Gráfico $\text{Log } N(x)$ (número dos candidatos) versus $\text{Log } x$ (notas dos candidatos) obtidas no exame de admissão para a distribuição das notas de Inglês do ano 2001.

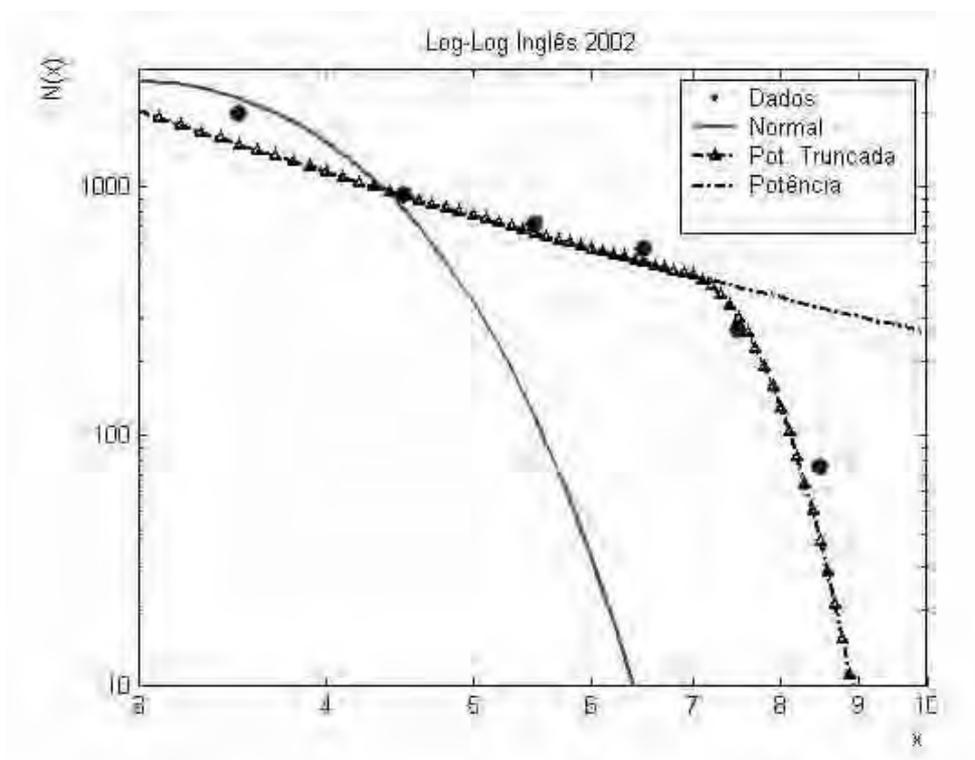


Figura 29 – Gráfico $\text{Log } N(x)$ (número dos candidatos) versus $\text{Log } x$ (notas dos candidatos) obtidas no exame de admissão para a distribuição das notas de Inglês do ano 2002.

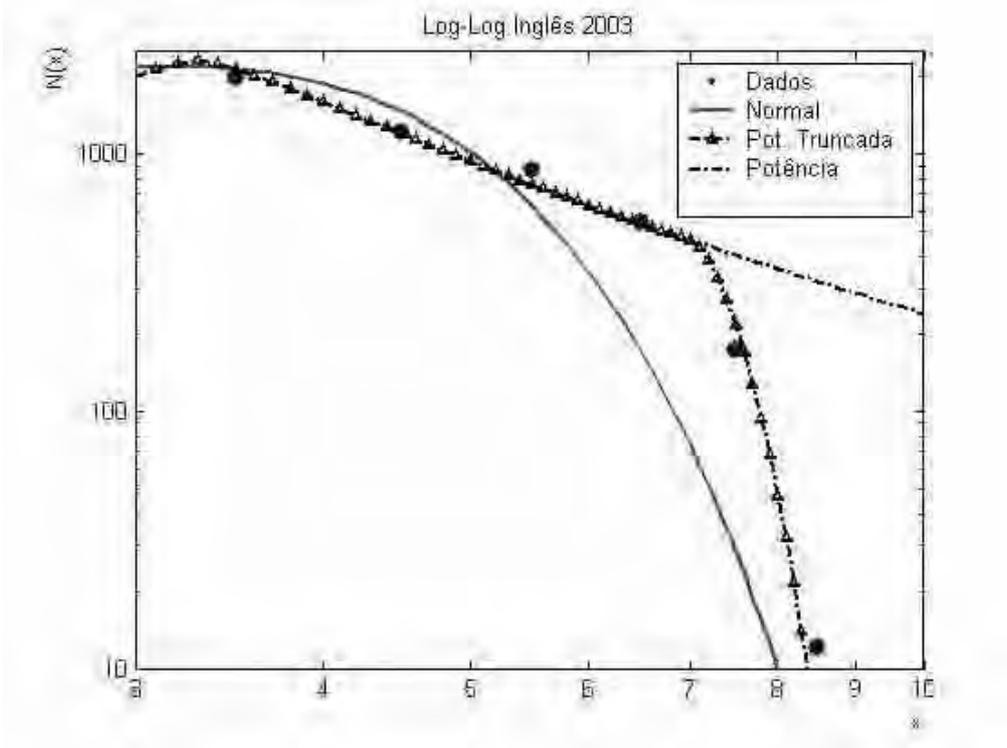


Figura 30 – Gráfico $\text{Log } N(x)$ (número dos candidatos) versus $\text{Log } x$ (notas dos candidatos) obtidas no exame de admissão para a distribuição das notas de Inglês do ano 2003.

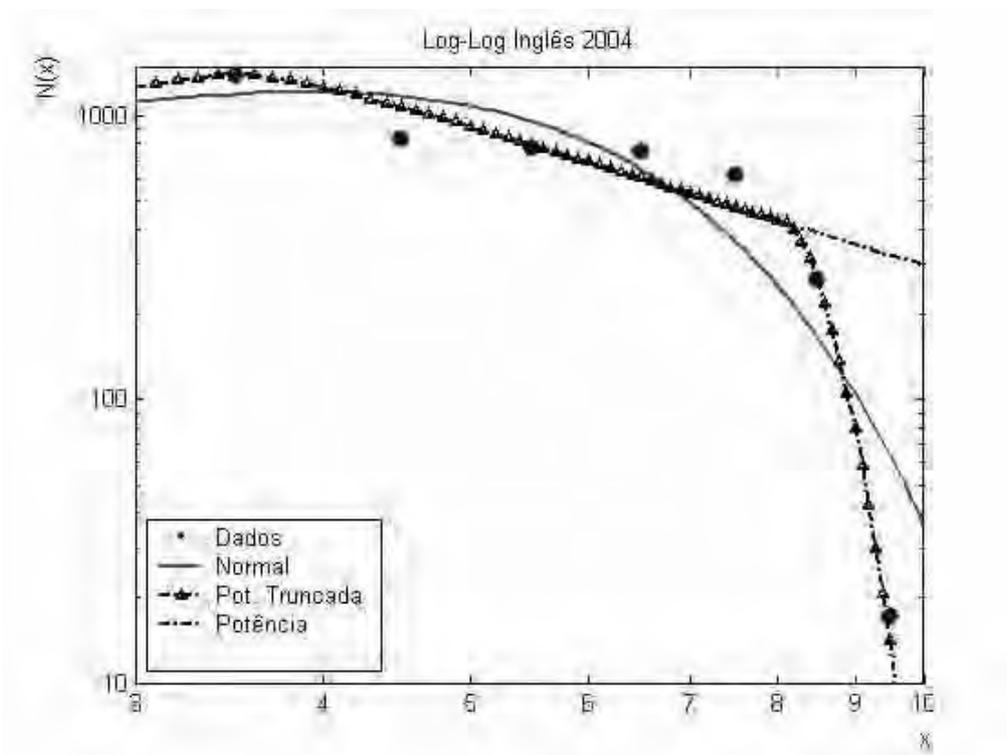


Figura 31 – Gráfico $\text{Log } N(x)$ (número dos candidatos) versus $\text{Log } x$ (notas dos candidatos) obtidas no exame de admissão para a distribuição das notas de Inglês do ano 2004.

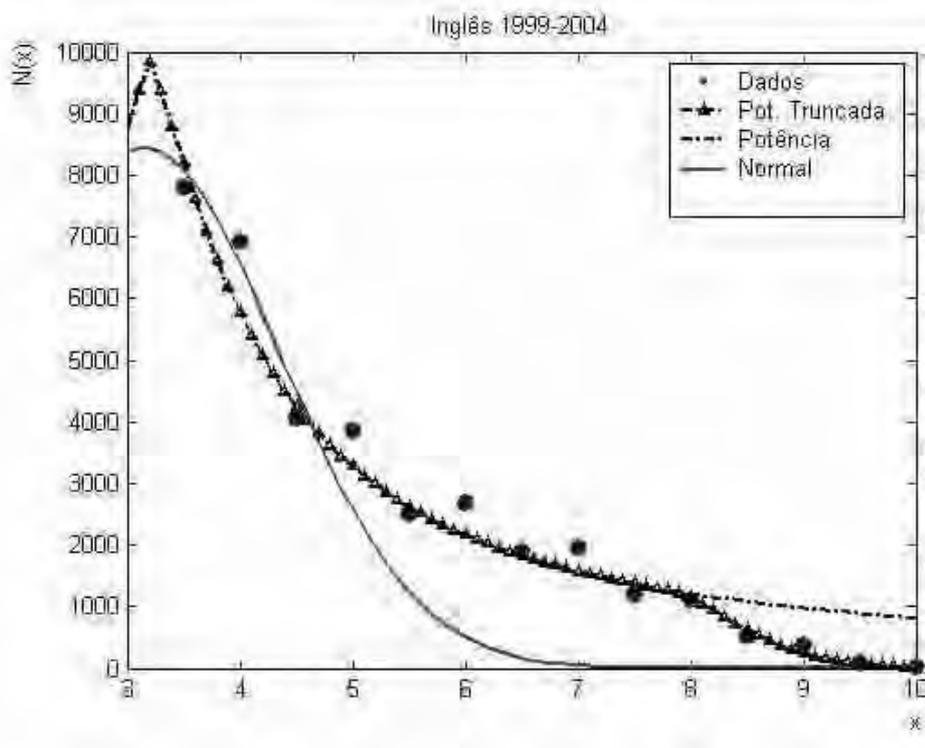


Figura 32 – Gráfico $N(x)$ (número dos candidatos) versus x (notas dos candidatos) obtidas no exame de admissão para a distribuição das notas de Inglês entre os anos de 1999 a 2004.

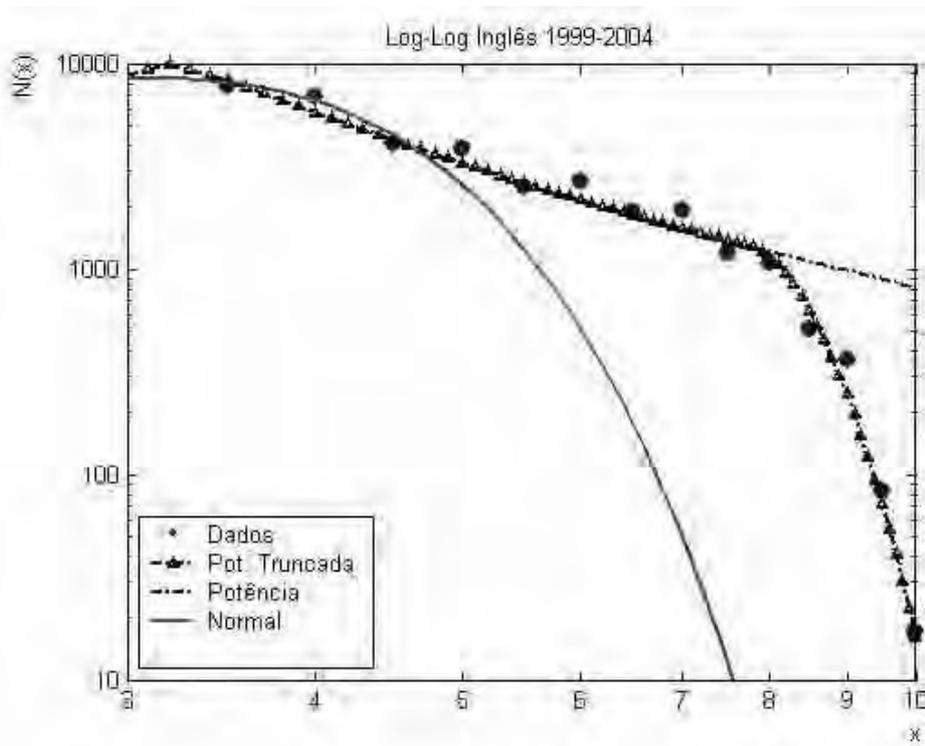


Figura 33 – Gráfico $\text{Log } N(x)$ (número dos candidatos) versus $\text{Log } x$ (notas dos candidatos) obtidas no exame de admissão para a distribuição das notas de Inglês entre os anos de 1999 a 2004.

INGLÊS							
	1999	2000	2001	2002	2003	2004	1999-2004
$1+\alpha$	1.50	1.31	1.23	1.17	1.30	1.32	1.29
X_m	2.90	2.50	3.50	2.50	3.30	3.50	3.20
X_c	7.40	7.40	8.10	7.00	7.00	8.10	7.80
K	0.87	1.52	0.98	0.98	0.66	0.71	0.99
μ	3.03	2.87	3.65	2.86	3.19	3.93	3.15
σ	1.05	1.08	1.45	1.06	1.47	2.30	1.21
\bar{x}	3.62	3.76	4.37	3.68	3.74	4.54	3.90
s	1.41	1.74	1.73	1.60	1.53	1.99	1.65

Tabela III – Lista de parâmetros para a disciplina Inglês

Observamos o melhor ajustamento dos dados empíricos a uma Distribuição de Lei de Potência Gradualmente Truncada em comparação com uma Distribuição Gaussiana (Normal). Conforme o valor de $R^2 = 0.88$ (Coeficiente de Determinação), para a distribuição das notas compreendidas no período de 1999 a 2004, onde R^2 é dado por:

$$R^2 = 1 - (\text{S.Q. RESÍDUO} / \text{S.Q. TOTAL})$$

5.4 – Análise da Distribuição das notas de Português

Como mostram as figuras de número 34 a 39, comparamos a distribuição das notas de Português, onde obtivemos a Distribuição Normal, usando como parâmetros μ , σ , \bar{x} e s , para os anos 1999 a 2004; e a figura 40 mostra a distribuição de todas as notas de Português compreendidas entre os anos de 1999 a 2004, a Distribuição Normal e a Distribuição de Lei de Potência, e, a figura 41 mostra a escala Log-Log. Os parâmetros para a Distribuição Normal são listados na tabela IV.

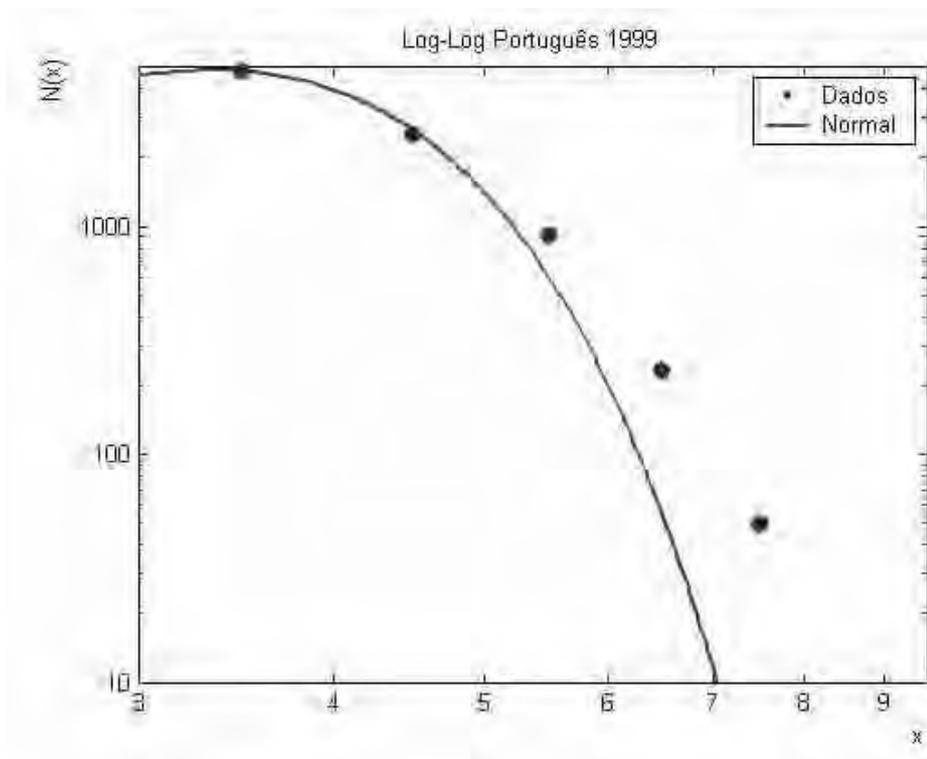


Figura 34 – Gráfico Log $N(x)$ (número dos candidatos) versus Log x (notas dos candidatos) obtidas no exame de admissão para a distribuição das notas de Português do ano 1999.

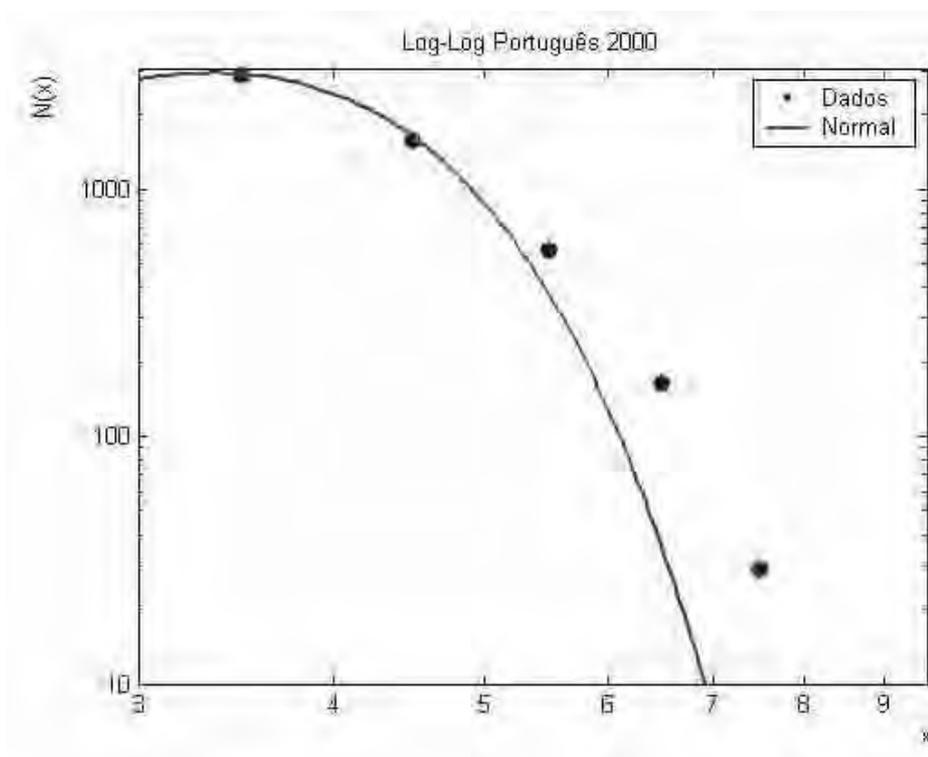


Figura 35 – Gráfico Log $N(x)$ (número dos candidatos) versus Log x (notas dos candidatos) obtidas no exame de admissão para a distribuição das notas de Português do ano 2000.

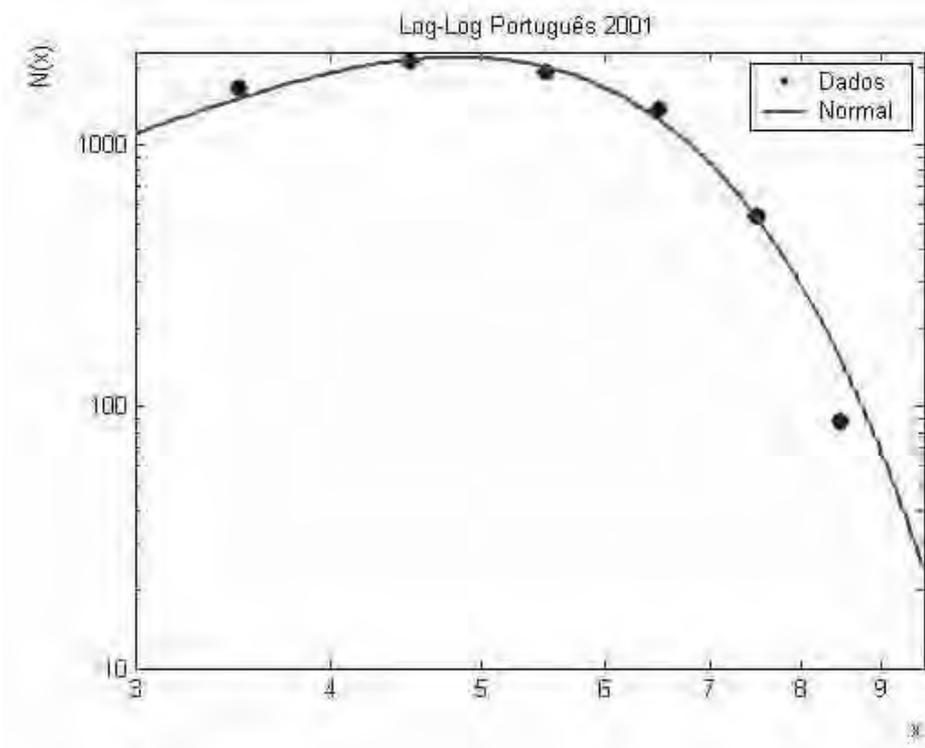


Figura 36 – Gráfico Log $N(x)$ (número dos candidatos) versus Log x (notas dos candidatos) obtidas no exame de admissão para a distribuição das notas de Português do ano 2001.

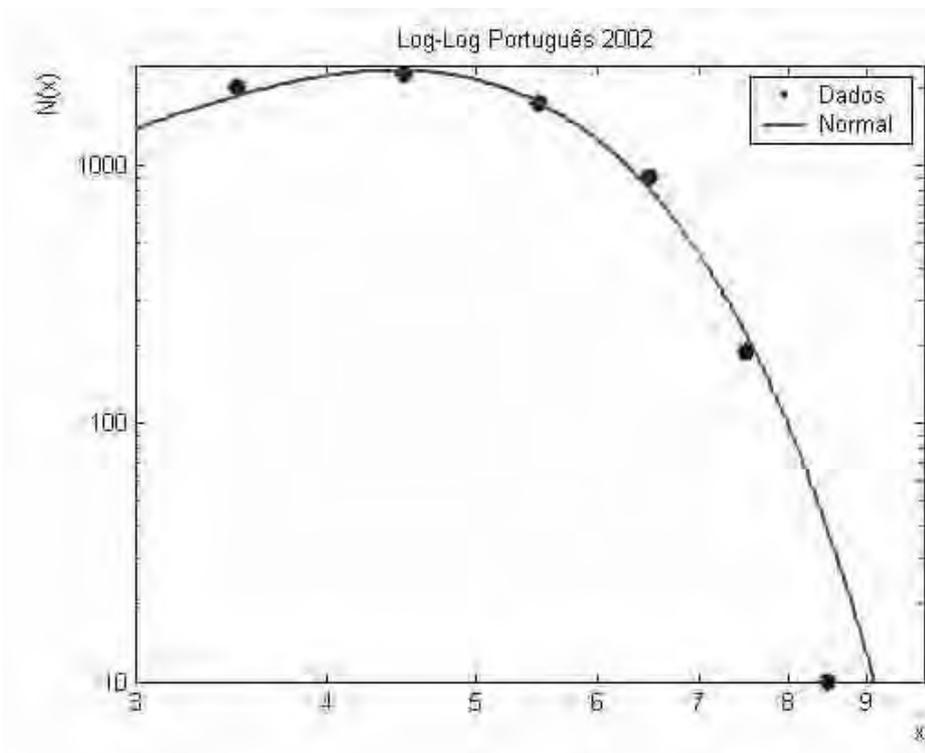


Figura 37 – Gráfico Log $N(x)$ (número dos candidatos) versus Log x (notas dos candidatos) obtidas no exame de admissão para a distribuição das notas de Português do ano 2002.

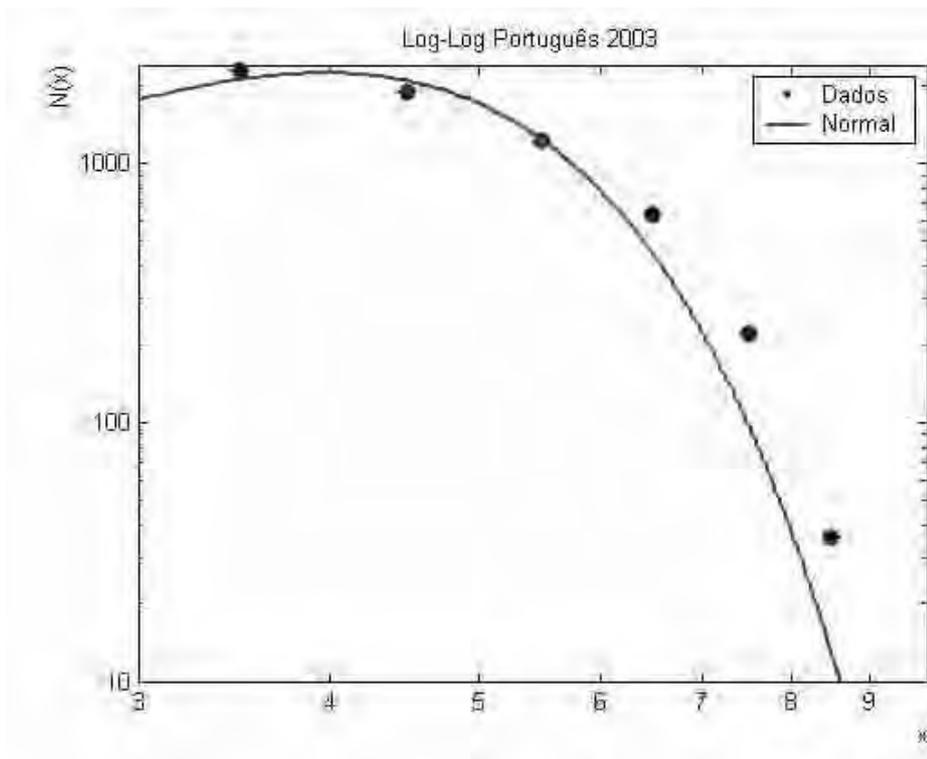


Figura 38 – Gráfico Log $N(x)$ (número dos candidatos) versus Log x (notas dos candidatos) obtidas no exame de admissão para a distribuição das notas de Português do ano 2003.

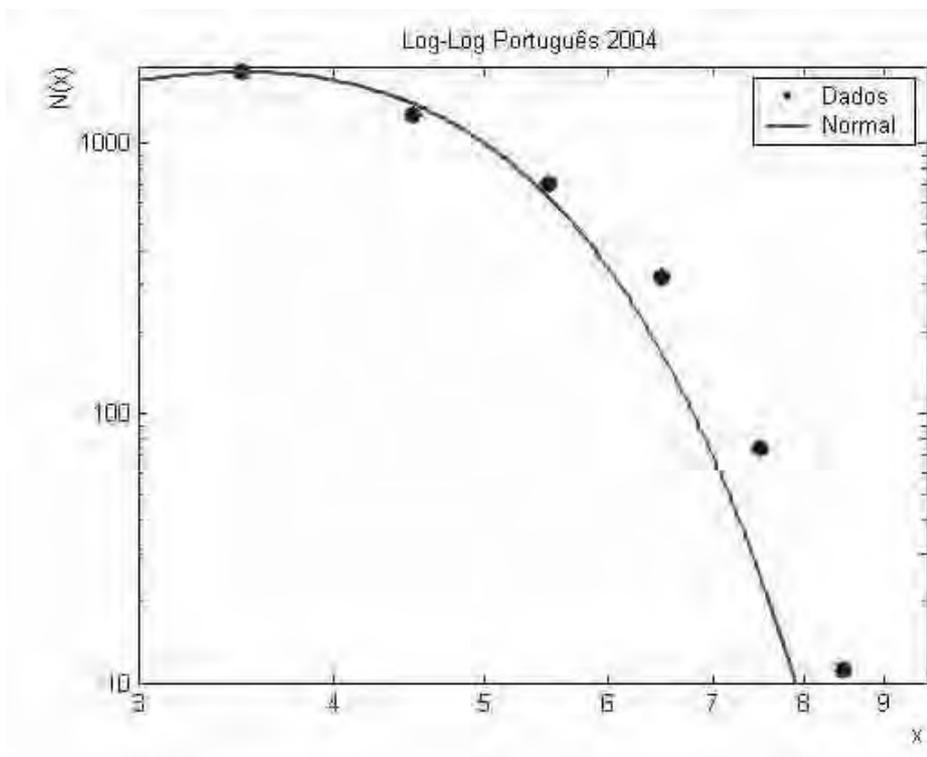


Figura 39 – Gráfico Log $N(x)$ (número dos candidatos) versus Log x (notas dos candidatos) obtidas no exame de admissão para a distribuição das notas de Português do ano 2004.

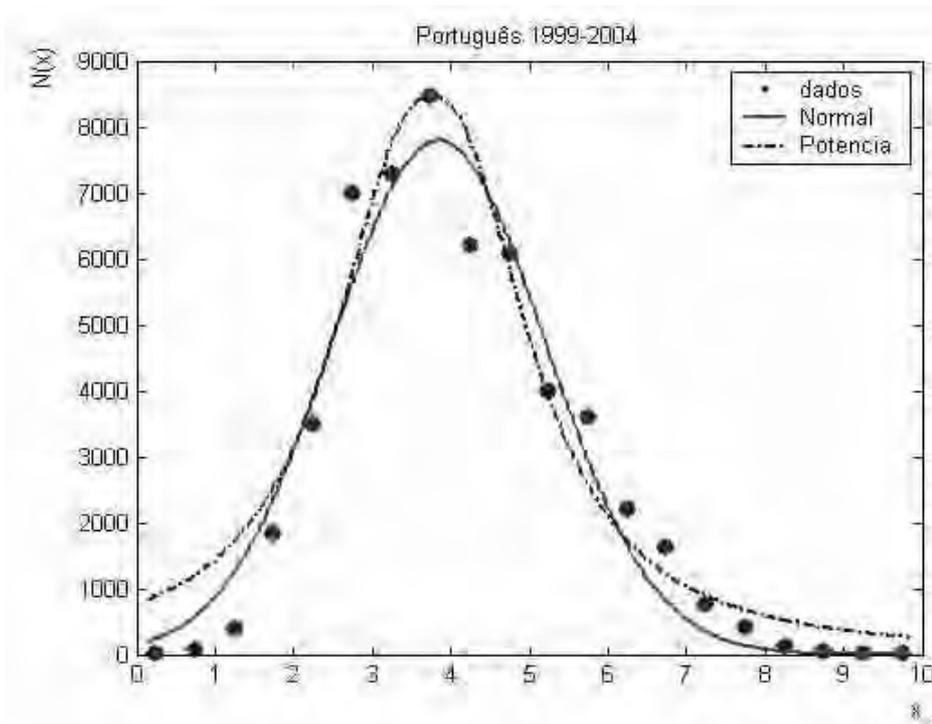


Figura 40 – Gráfico $N(x)$ (número dos candidatos) versus x (notas dos candidatos) obtidas no exame de admissão para a distribuição das notas de Português entre os anos de 1999 a 2004.

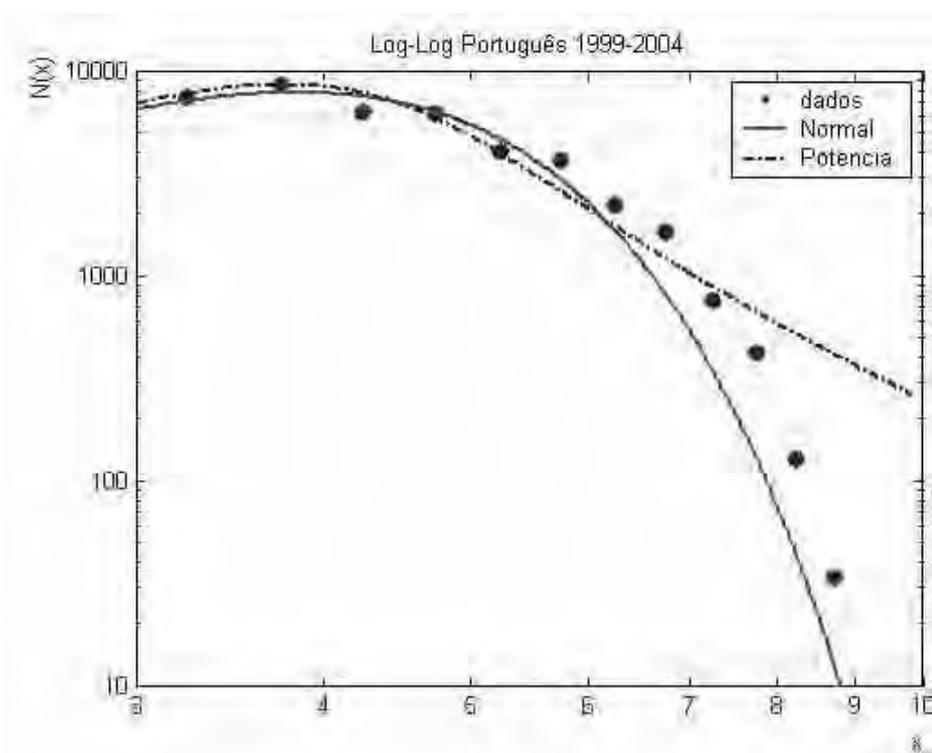


Figura 41 – Gráfico $\text{Log } N(x)$ (número dos candidatos) versus $\text{Log } x$ (notas dos candidatos) obtidas no exame de admissão para a distribuição das notas de Português entre os anos de 1999 a 2004.

PORTUGUÊS							
	1999	2000	2001	2002	2003	2004	1999-2004
μ	3.35	3.36	4.83	4.44	3.97	3.50	3.84
σ	1.05	1.05	1.59	1.42	1.42	1.37	1.37
\bar{x}	3.60	3.64	5.00	4.60	4.34	3.87	4.18
s	1.08	1.08	1.42	1.27	1.39	1.36	1.36

Tabela IV – Lista de parâmetros para a disciplina Português

Conforme mostram as figuras de número 34 a 39 e os valores dos parâmetros ajustados pela tabela 4, foram desenhadas as curvas em função dos dados empíricos, distribuição das notas do exame de admissão da disciplina de Português, com a Distribuição Normal; e para as figuras 40 e 41, (escala normal e log-log), observamos o ajustamento dos dados empíricos a uma Distribuição Normal, com valor de $R^2 = 0,90$ (Coeficiente de Determinação), para a distribuição das notas compreendidas no período de 1999 a 2004, como foi observado no trabalho de Gupta, Campanha et al. (2000, 2002), e a discordância dos pontos empíricos com a Distribuição de Lei de Potência.

CAPÍTULO 6

DISCUSSÃO E CONCLUSÃO

Recentemente Gupta, Campanha e Fabio (2002), estudaram a distribuição estatística das notas dos candidatos do vestibular da UNESP e observaram que as notas dos alunos, na área de ciências exatas e biológicas, são distribuídas de acordo com a Lei de Potência Gradualmente Truncada, mas não sendo possível ver o processo de aprendizagem em cada disciplina isolada, porque o exame de Ciências Exatas consta de três disciplinas: Física, Química e Matemática e o exame de Ciências Biológicas, com as disciplinas: Física, Química e Biologia.

Neste trabalho temos as distribuições das notas dos exames de Admissão à Academia da Força Aérea, nas disciplinas Física, Matemática, Inglês (língua estrangeira) e Português (língua materna). Com as análises podemos concluir sobre o processo de aprendizagem para cada disciplina isoladamente. Tendo em vista, que esses candidatos não têm interesse particular em qualquer outra área, uma vez que somente desejam seguir a carreira militar de oficial da Força Aérea Brasileira.

Física, Matemática e Inglês são disciplinas de estudo sistemático e depende do aluno aprender regularmente. O aprendizado do conteúdo de um capítulo atual depende de suporte fornecido no capítulo anterior. Para os alunos que aprenderam, desde o primeiro capítulo, será mais fácil o aprendizado dos capítulos subseqüentes. Assim, tem-se o efeito de realimentação positiva, razão para a Lei de Potência. Desse modo, os alunos que entenderam menos no primeiro capítulo, entenderão, ainda menos no segundo, e assim por diante, dessa forma, agravando cada vez mais o aprendizado da disciplina. No caso de Português (língua materna), cada tópico é relativamente independente, além do fato de os alunos aprenderem mais naturalmente na vida cotidiana. Dessa forma, concluímos que se o aluno aprende pouco no primeiro capítulo, isto não influencia a aprendizagem do segundo capítulo, e assim por diante, fazendo que as notas da disciplina de Português obedeçam a uma Distribuição Gaussiana.

Este assunto é importantíssimo e deveria ser explorado em vista das regras/normas da pedagogia visando a melhoraria do ensino das disciplinas de ciências. Observa-se que a deficiência de entendimento de ensino de ciências é muito séria na grande maioria dos alunos do ensino médio no mundo ocidental.

Os alunos asiáticos (japoneses, indianos e coreanos) são muito melhores em ciências e matemática em comparação aos estudantes do mundo ocidental. Por essa razão os profissionais destes países estão se destacando mais e mais nesta área, particularmente em ciências da computação. Talvez uma razão seja a disciplina familiar nestes países, e por isso força os alunos desde o começo a estudar e prestar atenção nos estudos, levando a sério. As

famílias ajudam no ensino, através de apoio, incentivo e tirando dúvidas. Isso cria uma condição para uma aprendizagem eficiente, e uma possível falha inicial não atrapalha os estudos de outro capítulo, porque a família consegue suprir a falha.

Nós supomos que as disciplinas Física, Matemática e Inglês (língua estrangeira) deveriam ser ensinadas de uma maneira “mais natural”, menos teórica, pelo menos no nível médio do ensino, i.é, para Inglês deveríamos aprender a conversação, ouvir a pronuncia das palavras, “acostumar o ouvido”, tentar entender os diálogos dos filmes em inglês; em Física e Matemática deveríamos observar os experimentos em laboratórios e os efeitos na vida cotidiana, e relacionar isso com a aprendizagem teórica, o que formaria mais fácil a visualização, entendimento e assimilação dos conteúdos dessas disciplinas. Essas observações também foram feitas pelo Premio Nobel P.G. De Gennes, em seu livro *Fragile Objects*, (1996) sobre aprendizagem de ciências.

Como verificamos, as notas das disciplinas Física, Matemática e Inglês, obedecem a uma Distribuição de Lei de Potência Gradualmente Truncada, em que os assuntos são interligados e dependentes. O aluno deve ser regular, pois precisa aprender gradativamente, ou seja, acumular os conhecimentos de capítulo em capítulo.

Como contribuição deste trabalho, sugerimos um estudo aprofundado para desenvolver um modelo com base em princípios pedagógicos de aprendizagem nas áreas de Matemática e Física, para explicar as distribuições das notas nessas disciplinas. Isso ajudaria a conhecer melhor quantitativamente, o processo de aprendizagem nessas áreas, e conseqüentemente poderia contribuir para melhoria do ensino de ciências em geral.

Referências Bibliográficas

Addison, Paul S. Fractals and Chaos – An illustrated course. IOP Publishing Ltd., 1997.

Ahrens, L. H. The log-normal distribution of the elements (A fundamental law of geochemistry and its subsidiary). *Geochimica et Cosmochimica Acta* **5**, p. 49-73, 1954.

Bak, P. How Nature Works. Oxford University Press, Oxford, 1997.

Bassingthwaighte, J. B., Liebovitch, L. S. and West, B. J. Fractal Physiology. Oxford Univ. Press, New York, 1994.

- Baur, P. Log-normal distribution of water permeability and organic solute mobility in plant cuticles. *Plant, Cell and Environment*. **V20**, p. 167-177, 1997.
- Biondini, R. Cloud motion and rainfall statistics. *Journal of Applied Meteorology*. **V15**, p. 205-224, 1976.
- Boag, J. W. Maximum likelihood estimates of the proportion of patients cured by cancer therapy. *Journal of the Royal Statistical Society B* **11**, p. 15-53, 1949.
- Bortolotti, G.M.F., A Distribuição Estatística das notas do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM): Um Sistema Complexo Educacional. Dissertação de Mestrado. UNESP. 2003.
- Campanha, J.R., Sistemas Complexos e Aplicações. Tese de Livre Docência. UNESP. 2004.
- Capra, F. A teia da vida. Uma Nova Compreensão Científica dos Sistemas Vivos. Editora Cultrix, São Paulo, 1996.
- Chabaud B., Naert, A., Peinke, J., Chillà, F., Castaing, B. and Hébral, B. Transition Toward Developed Turbulence. *Phys. Rev. Lett.* **73**, p. 3227-3230, 1994.
- De Moivre, A. The Doctrine of Chances: or, a Method of Calculating the Probability of Events in Play. W. Pearson, 3nd. edition, Woodfall, London, 1733.
- Di Giorgio, C., Krempff, A., Guiraud. H., Binder, P., Tiret, C. and Dumenil, G. Atmospheric pollution by airborne microorganisms in the City of Marseilles. *Atmospheric Environment* **30**, p. 155-160, 1996.
- Einstein, A. and Infield, L. (1966). The Evolution of Physics From Early Concepts to Relativity and Quanta. Simeon and Schuster, New York, 1966.

- Galambos, J. The Assymptotic Teory of Extreme Order Statistics. John Wiley & Sons, New York, 1978.
- Gauss, K. F. Theoria motus corporum coelestium in sectionibus conicis Solem ambientium. F. Perthes and I.H. Besser, Hamburg, Germany, 1809.
- Geller, R. J. Earthquake prediction: a critical review. Geophysical Journal International **131**, p. 425-450, 1997.
- Genes, P.G., and Badoz, J., Fragile Objects, Copernicus, N.Y., 1996.
- Gleria, I., Matsushita, R. e Silva, S. da. Sistemas Complexos, criticalidade e leis de potência. Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 26, n. 2, p. 99-108, 2004.
- Gupta, H. M., Campanha, J. R. and Chavarette, F. R. Power Law Distribution in Education: Effect of Economical Teaching and Study Conditions in University Entrance Examination. Int. Journal of Modern Physics C, **14**, p. 449-457, 2003.
- Gupta, H. M., Campanha, J. R. e Pesce, R.A.G., Distribuições Estatísticas: Citações de Publicações Científicas e de Cientistas. Brazilian Journal of Physics, v35, n.4A, p. 981-986. 2005.
- Gupta, H. M., Campanha, J. R. and Prado, F. D. Power Law Distribution in Education: University Entrance Examination. Int. Journal of Modern Physics C, **11**, p. 1273-1279, 2000.
- Gupta, H. M., Campanha, J. R. The gradually truncated Lévy flight: stochastic process for complex systems. Physica A **275**, p. 531-543, 2000.
- Herdan, G. The relation between the dictionary distribution and the occurrence distribution of word length and its importance for the study of quantitative linguistics. Biometrika **45**, p. 222-228, 1958.

- Hurst, H. E. Long-term storage capacity of reservoirs. Transactions of the American Society of Civil Engineers, **116**, pp. 770-799, 1951.
- Laherrere, J., Sornette, D. Stretched exponential distributions in nature and economy: “fat tails” with characteristic scales. Eur. Phys. J. B **2**, p. 525-539, 1998.
- Laplace, P. S. Mémoire sur les probabilités. Mémoires de l’Académie Royale des Sciences de Paris, 1781.
- Lévy, J. S. War in the Modern Great Power System 1495-1975. Lexington: University of Kentucky Press, 1983.
- Lévy, P. Théorie de l’Addition des Variables Aléatoires. Gauthier-Villars, Paris, 1937.
- Limpert, E., Abbt, M., Asper, R., Graber, W. K. Godet, F., Stahel, W. A. and Windhab, E. J. Life is log normal. Keys and clues to understand patterns of multiplicative interactions from the disciplinary to the transdisciplinary level. Technology and Society, Zurich, p. 20-24, 2000.
- Macau, E. E. N. Sistemas Complexos. Anais do I Congresso de Dinâmica e Aplicações, Rio Claro, v. 1, p. 29-49, 2002.
- Magurran, A. E. Ecological Diversity and its Measurement. Croom Helm, London, 1988.
- Malamud, B., Morein, G. and Turcotte, D. Forest fires: an exemple of self-organized critical behaviour. Science **281**, p. 1840-2, 1998.
- Malanca, A. Gaidolfi, L., Pessina, V. and Dallara, G. Distribution of 226-Ra, 232-Th, and 40-K in soils of Rio Grande do Norte (Brazil). Journal of Environmental Radioactivity **30**, p. 55-67, 1996.

Mandelbrot, B. The Variation of Certain Speculative Prices. *Journal of Business* **36**, p. 394-419, 1963.

Meadows, A. J. *A comunicação Científica*. Brasília: Briquet de Lemos, 2000.

Pareto, V. *Cours d'Économie Politique*. Reprinted as a volume of *Oeuvres Complètes*, Droz, Geneva, 1896-1965.

Peng, C. K., Mietus, J., Hausdorff, J. M., Havlin, S., Stanley, H. E. and Goldberger, A. L. Long Range Anticorrelations and Non-Gaussian Behavior of the Heartbeat. *Phys. Rev. Lett.* **70**, p. 1343-1346, 1993.

Shockley, W. On the statistics of individual variations of productivity in research laboratories. *Proc IRE* **45**, p. 279-290, 1957.

Zipf, G. K. *Human Behavior and the Principle of Least Effort*. Addison-Wesley, 1949.