



**Estudo do comportamento populacional do processo de
transmissão da COVID-19 considerando diferentes taxas de
vacinação**

Tiago Macedo da Cunha e Silva

Orientadora: Profa. Dra. Daniela Renata Cantane

Coorientadora: Me. Letícia Ferreira Godoi

Botucatu
2023



Estudo do comportamento populacional do processo de transmissão da COVID-19 considerando diferentes taxas de vacinação

Tiago Macedo da Cunha e Silva

Orientadora: Profa. Dra. Daniela Renata Cantane

Coorientadora: Me. Letícia Ferreira Godoi

Monografia apresentada ao Instituto de Biociências da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (Unesp), como parte dos requisitos para obtenção do título de Bacharel em Física Médica.

Botucatu
2023

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA SEÇÃO TÉC. AQUIS. TRATAMENTO DA INFORM.
DIVISÃO TÉCNICA DE BIBLIOTECA E DOCUMENTAÇÃO - CÂMPUS DE BOTUCATU - UNESP

BIBLIOTECÁRIA RESPONSÁVEL: ROSEMEIRE APARECIDA VICENTE-CRB 8/5651

Silva, Tiago Macedo da Cunha e.

Estudo do comportamento populacional do processo de transmissão da COVID-19 considerando diferentes taxas de vacinação / Tiago Macedo da Cunha e Silva. - Botucatu, 2023

Trabalho de conclusão de curso (bacharelado - Física Médica) - Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Instituto de Biociências de Botucatu

Orientador: Daniela Renata Cantane

Coorientador: Letícia Ferreira Godoi

Capes: 10102043

1. COVID-19 (Doença). 2. Doenças - Prevenção. 3. Modelos matemáticos. 4. Vacinação. 5. População - Comportamento.

Palavras-chave: COVID-19; Controle de doença; Modelagem matemática.

Agradecimentos

Primeiramente agradeço a meus pais, Greicy e Antoninho, que me apoiaram, me incentivaram e trabalharam duro prezando minha educação e de meu irmão. Agradeço também meu irmão Felipe por sempre me alegrar mesmo durante tempos difíceis, obrigado também a meus demais familiares.

Agradeço, especialmente, Sabrina Spigaroli por estar ao meu lado dos primeiros aos últimos dias de graduação, por ser minha dupla nos melhores e nos piores momentos.

Agradeço os amigos que fiz na faculdade: Ana Carolina, Beatriz, Enzo, Gabriele, Helena, Isabella, Lorraine, Pamela, Victória e Vinícius pelos bons e memoráveis momentos que passamos.

Agradeço minha orientadora Daniela Renata Cantane e minha coorientadora Letícia Ferreira Godoi pelos ensinamentos e grande ajuda, sem elas o presente trabalho não seria possível.

O presente trabalho foi realizado com apoio EDITAL Nº 001/2021 PROGRAD/-PROPE/PROEC/ACI/AUIN UNESP PRESENTE e Projeto Universal CNPq/MCTI/FNDCT 405716/2021-4.

Resumo

Desde seu surgimento em dezembro de 2019, o vírus causador da COVID-19 tem alarmado a sociedade sendo, de interesse geral conter sua proliferação, devido questões de saúde e socioeconômicas. O vírus SARS-CoV-2 tem uma alta capacidade de contaminação, que ocorre a partir do contato de gotículas de saliva expelidas por indivíduos infectados e a mucosa de indivíduos saudáveis. Há diversas estratégias para conter a disseminação do vírus, como distanciamento social, higienização das mãos, uso de máscaras, entre outros, mas o principal meio de controlar o espalhamento da COVID-19 é a vacinação. Neste contexto, o objetivo do presente trabalho consiste no estudo de um modelo matemático aplicado à dinâmica de propagação da COVID-19 composto por cinco equações diferenciais ordinárias, considerando diferentes taxas de vacinação e diferentes datas iniciais de vacinação. Além disso, é realizado um estudo para analisar como as datas de início e as diferentes taxas de vacinação alteram a dinâmica do modelo estudado em diferentes cenários populacionais, o município de Botucatu, o estado de São Paulo e Brasil. As simulações foram realizadas utilizando métodos numéricos implementados na linguagem de programação C++.

Palavras-chave: Modelagem Matemática, Controle de Doença, SARS-Cov-2.

Lista de Figuras

1	Comportamento da taxa de infecção para diferentes taxas de vacinação. . .	7
2	Distribuição de doses de imunizantes pelo Ministério da Saúde no Brasil [4].	8
3	Fluxo populacional para um modelo tipo SIR.	9
4	Modelo Compartimental [10].	10
5	Comportamento populacional da $Inst_1$ para Sit_1	14
6	Comportamento populacional da $Inst_2$ para Sit_1	15
7	Comportamento populacional da $Inst_3$ para Sit_1	15
8	Curva de infectados da $Inst_1$ para Sit_1	16
9	Curva de infectados da $Inst_2$ para Sit_1	16
10	Curva de infectados da $Inst_3$ para Sit_1	17
11	Comportamento populacional da $Inst_1$ para Sit_2	19
12	Comportamento populacional da $Inst_2$ para Sit_2	19
13	Comportamento populacional da $Inst_3$ para Sit_2	20
14	Curvas de infectados para Sit_2 aplicada à população de Botucatu sob diferentes valores de τ ($Inst_1$ e C_1 , C_2 e C_3).	20
15	Curvas de infectados para Sit_2 aplicada à população de São Paulo sob diferentes valores de τ ($Inst_2$ e C_4 , C_5 e C_6).	21
16	Curvas de infectados para a Sit_2 aplicada à população do Brasil sob diferentes valores de τ ($Inst_3$ e C_7 , C_8 e C_9).	21
17	Comportamento populacional da $Inst_1$ para Sit_3	23
18	Comportamento populacional da $Inst_2$ para Sit_3	24
19	Comportamento populacional da $Inst_3$ para Sit_3	24
20	Comportamento populacional da $Inst_1$ para Sit_4	26
21	Comportamento populacional da $Inst_2$ para Sit_4	26
22	Comportamento populacional da $Inst_3$ para Sit_4	27
23	Curvas de infectados para a Sit_4 aplicada à população de Botucatu sob diferentes valores de τ ($Inst_1$ e C_1 , C_2 e C_3).	27
24	Curvas de infectados para a Sit_4 aplicada à população de São Paulo sob diferentes valores de τ ($Inst_2$ e C_4 , C_5 e C_6).	28
25	Curvas de infectados para a Sit_4 aplicada à população do Brasil sob diferentes valores de τ ($Inst_3$ e C_7 , C_8 e C_9).	28
26	Comportamento populacional da $Inst_1$ para Sit_5	30
27	Comportamento populacional da $Inst_2$ para Sit_5	30
28	Comportamento populacional da $Inst_3$ para Sit_5	31
29	Curvas de infectados para a Situação 5 aplicada à população de Botucatu sob diferentes valores de τ ($Inst_1$, C_1 , C_2 e C_3).	31

30	Curvas de infectados para a Situação 5 aplicada à população de São Paulo sob diferentes valores de τ ($Inst_2$, C_4 , C_5 e C_6).	32
31	Curvas de infectados para a Situação 5 aplicada à população do Brasil sob diferentes valores de τ ($Inst_3$, C_7 , C_8 e C_9).	32

Lista de Tabelas

1	Valores utilizados para os parâmetros [10].	12
2	Descrição dos cenários utilizados.	14
3	Picos de infecção viral da $Inst_1$ para Sit_1	17
4	Picos de infecção viral da $Inst_2$ para Sit_1	18
5	Picos de infecção viral da $Inst_3$ para Sit_1	18
6	Picos de infecção viral de $Inst_1$, C_1 , C_2 e C_3 para Sit_2	22
7	Picos de infecção viral de $Inst_2$, C_4 , C_5 e C_6 para Sit_2	22
8	Picos de infecção viral de $Inst_3$, C_7 , C_8 e C_9 para Sit_2	23
9	Área sobre as curvas de infectados e suas variações para diferentes valores de τ para $Inst_1$, C_1 , C_2 e C_3 para Sit_3	25
10	Área sobre as curvas de infectados e suas variações para diferentes valores de τ para $Inst_2$, C_4 , C_5 e C_6 para Sit_3	25
11	Área sobre as curvas de infectados e suas variações para diferentes valores de τ para $Inst_3$, C_7 , C_8 e C_9 para Sit_3	25
12	Picos de infecção viral de $Inst_1$, C_1 , C_2 e C_3 para Situação 4.	29
13	Picos de infecção viral de $Inst_2$, C_4 , C_5 e C_6 para Situação 4.	29
14	Picos de infecção viral de $Inst_3$, C_7 , C_8 e C_9 para Situação 4.	29
15	Área sobre as curvas de infectados e suas variações para diferentes valores de τ para $Inst_1$, C_1 , C_2 e C_3 para Sit_5	33
16	Área sobre as curvas de infectados e suas variações para diferentes valores de τ para $Inst_2$, C_4 , C_5 e C_6 para Sit_5	33
17	Área sobre as curvas de infectados e suas variações para diferentes valores de τ para $Inst_3$, C_7 , C_8 e C_9 para Sit_5	33

Sumário

1	Introdução	6
2	Modelos Matemáticos	8
2.1	Modelo Epidemiológico SIR	9
2.2	Modelo Matemático Aplicado à Dinâmica de Propagação da COVID-19 . .	10
3	Resultados Computacionais	11
3.1	Condições Iniciais, Instâncias, Cenários e Situações Utilizadas nas Simulações	12
3.2	Simulações da Situação 1	14
3.3	Simulações da Situação 2	18
3.4	Simulações da Situação 3	23
3.5	Simulações da Situação 4	25
3.6	Simulações da Situação 5	30
4	Conclusão	34
A	Apresentações	36
B	Código	36

1 Introdução

No dia 31 de dezembro de 2019, o governo da China comunicou pela primeira vez à Organização Mundial da Saúde (OMS) sobre casos de pneumonia até então de causa desconhecida. Em 7 de janeiro de 2020, foi descoberto e catalogado o vírus causador da COVID-19, o vírus RNA SARS-CoV-2 [3]. Desde então, o mundo mudou e se adaptou para tentar controlar a epidemia que enfrentamos até os dias de hoje. No Brasil, o primeiro caso registrado foi no dia 26 de fevereiro de 2020, importado de um passageiro que havia passado férias na Itália [3], e a primeira das muitas mortes ocorreu no dia 16 de março do mesmo ano.

A transmissão do vírus causador de COVID-19 decorre através do contato entre gotículas de saliva liberadas na fala, respiração, espirros e tosses de indivíduos infectados e as mucosas de indivíduos saudáveis. Devido à facilidade de contágio, em apenas seis meses, a COVID-19 já havia se alastrado por 216 países [3]. Até setembro de 2022 já tinham sido registrados 608.328.548 casos e 6.501.469 mortes, sendo os Estados Unidos da América o país mais afetado, com 94.237.260 casos confirmados e 1.041.323 óbitos [9]. Este fato que pode ser explicado pela ausência de um sistema de saúde pública e pela forte cultura antivacina existente no país.

A pandemia de COVID-19 também trouxe diversas problemáticas para o Brasil, principalmente na saúde pública, de acordo com a Organização Mundial da Saúde, foram registrados 34.558.902 casos confirmados e 685.121 mortos [9], sendo o segundo país com maior número de mortos. Durante os picos de infecção, que ocorreram entre os meses de março e junho de 2021, a média móvel indicava 3.000 óbitos diários [4], decorrente do desgaste do sistema público de saúde, crises sanitárias locais, deficiência de equipamentos médicos, falta de insumos para UTI e também pelo esgotamento da força de trabalho dos profissionais da saúde. Mortes essas que poderiam ser evitadas com um plano de vacinação ágil e funcional.

A superlotação dos leitos de UTI se deve, principalmente a dois fatores, primeiro pelo número dos leitos de UTI oferecidos pelo SUS e pelos serviços de Saúde Complementar. De acordo com o levantamento feito pelo Cadastro Nacional de Estabelecimento de Saúde (CNES) em fevereiro de 2020, 90,4 % dos municípios não dispunham de serviços de tratamento intensivo, e se possuíam, esse serviço era distribuído de maneira muito desigual e com extrema carência, principalmente nas regiões Norte, Nordeste e Centro-Oeste. Ao decorrer da pandemia, os serviços de UTI foram ampliados em todo país, mas isso não foi suficiente para evitar a calamidade sanitária que atingiu o Brasil, durante os picos de infecção a região Centro-Oeste e os estados de Santa Catarina e Goiás foram os mais prejudicados, alcançando taxas de ocupação superiores a 80% durante algumas semanas [4]. Essa problemática atingiu também pessoas com outros problemas de saúde que não tiveram acesso aos cuidados necessários devido ao colapso sanitário. O segundo fator é o

comportamento da curva de infectados. No Brasil, observou-se que os picos mais elevados de infecção ocorreram em um curto período de tempo, resultando em uma maior incidência simultânea de casos graves e, conseqüentemente, uma demanda maior por tratamento intensivo. O cenário ideal seria se o número de infecções fosse distribuído em um maior intervalo de tempo e que seu pico de infecção fosse atrasado, evitando uma sobrecarga do sistema público de saúde. Caso medidas governamentais, como a vacinação, tivessem sido tomadas rapidamente, a curva de infectados teria uma representação diferente, já que a propagação da doença ocorreria de forma mais lenta e controlada, "achatando" assim a curva de infectados, como mostra a Figura 1.

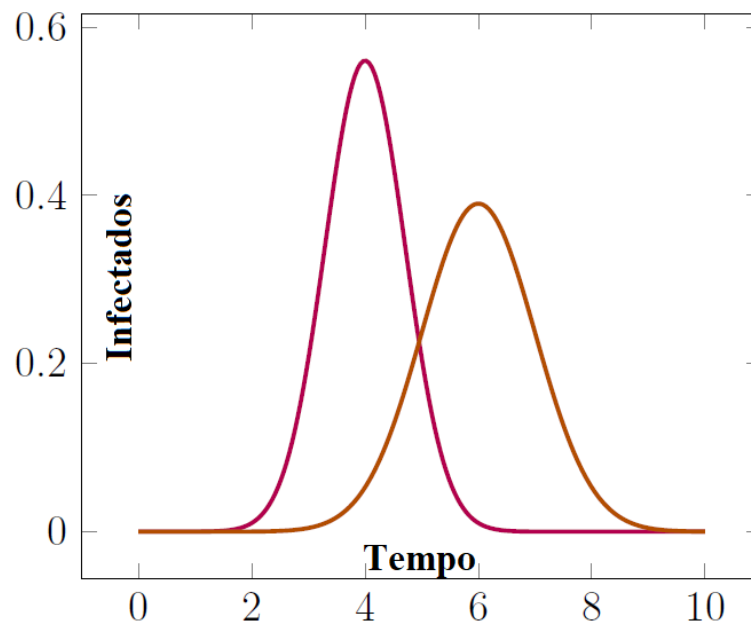


Figura 1: Comportamento da taxa de infecção para diferentes taxas de vacinação.

A vacinação no Brasil teve seu início em 17 de janeiro de 2021 [4], sendo possível observar entre os meses de julho e dezembro uma redução efetiva no número de casos e óbitos. Assim, houve uma grande diminuição na ocupação de leitos de UTI de COVID-19 para adultos [4]. A Figura 2 mostra a distribuição de doses da vacina pelo Ministério da Saúde no Brasil ao longo de um ano.

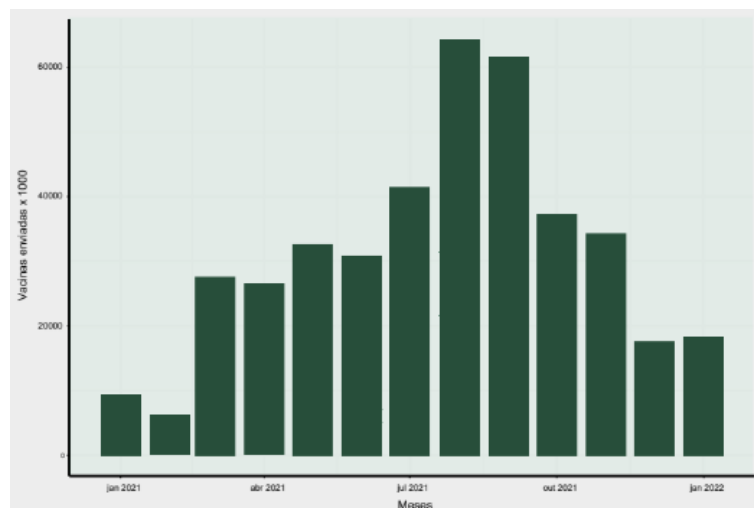


Figura 2: Distribuição de doses de imunizantes pelo Ministério da Saúde no Brasil [4].

Uma das formas de estudar a disseminação do SARS-CoV-2 é por meio da modelagem matemática, que consiste em uma ferramenta capaz de prever e minimizar os danos sanitários causados pela doença. Podemos compreender o comportamento de uma pandemia através da formulação de um conjunto de equações que representam quantitativamente o problema real. Ao traduzirmos o fenômeno para a linguagem matemática, podemos analisar diferentes cenários, variando parâmetros e taxas escolhidas [8]. Essa abordagem permite a investigação do impacto de diferentes medidas de controle e intervenções para reduzir a propagação da doença. De fato, a modelagem matemática é uma ferramenta importante para entender e prever o comportamento das doenças infecciosas, permitindo a tomada de decisões informadas sobre as políticas de saúde pública.

O objetivo do presente trabalho consiste em estudar o modelo matemático proposto por [10] que descreve a dinâmica de propagação da COVID-19 para os dados do Brasil, estado de São Paulo e a cidade de Botucatu, além de analisar os resultados considerando diferentes instâncias populacionais e cenários de vacinação, a fim de verificar a influência desses parâmetros na contenção da doença.

2 Modelos Matemáticos

A modelagem matemática é amplamente utilizada em diversas áreas da ciência, como Física, Economia, Biologia, Demografia e Engenharia, entre outras. Para que um modelo matemático seja eficaz, ele deve simplificar de forma conveniente um sistema real [8], capturando as características essenciais do problema de interesse. O objetivo é que o modelo seja capaz de reproduzir o comportamento do sistema real de forma semelhante, permitindo que sejam feitas previsões ou análises sobre o sistema de interesse.

2.1 Modelo Epidemiológico SIR

Os modelos epidemiológicos mais utilizados são do tipo SIR, proposto inicialmente por Kermack e McKendrick em 1927 em [7]. Em sua forma mais simples, o modelo divide uma população total N em três classes disjuntas: suscetíveis (S), que são aqueles indivíduos saudáveis, propensos à uma possível infecção, os infectados (I), que representam aqueles indivíduos infecciosos, contaminados pela doença e vetores de contaminação para indivíduos suscetíveis, e os recuperados (R), que correspondem à classe dos indivíduos que já se recuperam da doença e, por consequência, imunes a uma reinfecção, em que $N = S + I + R$. Todos os indivíduos nascem suscetíveis e as interações entre os compartimentos do modelo se dão de forma homogênea, onde a transferência de um indivíduo da classe S para I ocorre de maneira probabilística, ou seja, há uma certa probabilidade de um indivíduo saudável se contaminar [5]. A Figura 3 ilustra o fluxo populacional de um modelo tipo SIR.

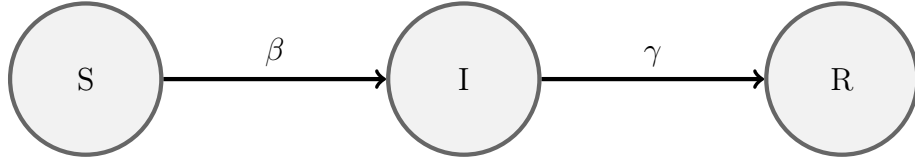


Figura 3: Fluxo populacional para um modelo tipo SIR.

Os tamanhos dos compartimentos populacionais variam com o tempo, tais variações são descritas como um sistema de equações diferenciais ordinárias [7]:

$$\begin{cases} \frac{dS(t)}{dt} = -\beta S(t)I(t) \\ \frac{dI(t)}{dt} = \beta S(t)I(t) - \gamma I(t) \\ \frac{dR(t)}{dt} = \gamma I(t) \end{cases} \quad , \quad (1)$$

em que β é a taxa de transmissão per capita e γ é a taxa de recuperação, por consequência o tempo médio de infecção é expresso por $1/\gamma$ [1]. Os gráficos de $S(t)$, $I(t)$ e $R(t)$ contêm fortes semelhanças com curvas epidemiológicas observáveis, como foi exposto em [7]. É esperado que o primeiro indivíduo infectado contamine $\mathbb{R}_0 = \beta N/\gamma$ indivíduos suscetíveis, o chamado *número básico de reprodução*. Para o modelo SIR básico, uma pandemia ocorre somente quando $\mathbb{R}_0 > 1$ [1].

2.2 Modelo Matemático Aplicado à Dinâmica de Propagação da COVID-19

O modelo proposto por [10], e que é o foco deste trabalho, é uma extensão do modelo SIR. Como apresentado no modelo compartimental da Figura 4, o modelo divide a população total N em cinco classes disjuntas: suscetíveis, (S), vacinados, (V), assintomáticos, (A), sintomáticos, (I) e recuperados (R). Dessa forma, temos que $N = S + V + A + I + R$.

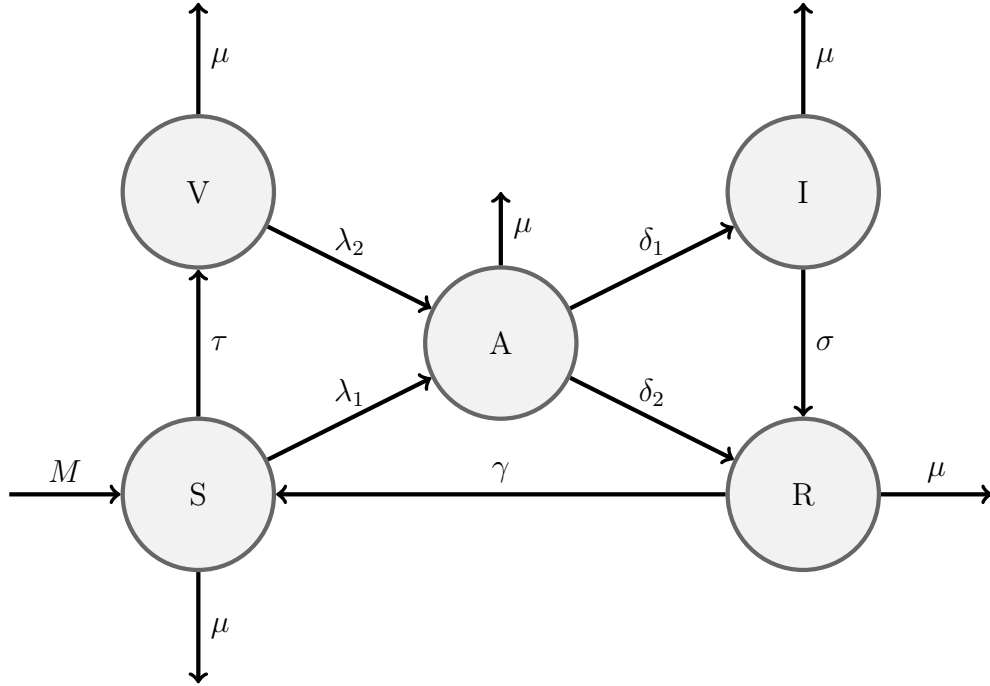


Figura 4: Modelo Compartimental [10].

A descrição dos componentes que regem o fluxo dos indivíduos entre os cinco grupos do modelo é dada por:

- λ_1 : infecção assintomática de indivíduos suscetíveis em função do tempo, em que $\lambda_1(t) = \frac{\alpha[I(t) + \beta A(t)]}{N(t)}$;
- λ_2 : infecção assintomática de indivíduos vacinados em função do tempo, em que $\lambda_2(t) = \frac{\rho\alpha[I(t) + \beta A(t)]}{N(t)}$;
- δ_1 : taxa de desenvolvimento para um quadro sintomático de indivíduos, desta forma o tempo médio de infecção assintomática é $1/\delta_1 = 1/\delta$;
- δ_2 : taxa de recuperação de indivíduos assintomáticos, em que $\delta_2 = (1 - \theta)\delta$;
- γ : taxa de perda de imunização de indivíduos recuperados;
- τ : taxa de vacinação de indivíduos suscetíveis;

- M : taxa de natalidade;
- μ : taxa de mortalidade;
- σ : taxa de recuperação de indivíduos sintomáticos, desta forma o tempo médio de recuperação de indivíduos sintomáticos é $1/\sigma$;
- θ : proporção de indivíduos assintomáticos que desenvolvem casos sintomáticos;
- α : taxa de transmissão por indivíduos sintomáticos;
- β : fator de correção para a taxa de transmissão por indivíduos assintomáticos;
- ρ : ineficácia da vacina.

O sistema proposto por [10] é composto por um sistema de equações diferenciais ordinárias apresentado por:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dS(t)}{dt} = M - \tau S(t) - \frac{\alpha[I(t) + \beta A(t)]S(t)}{N(t)} - \mu S(t) + \gamma R(t) \\ \frac{dV(t)}{dt} = \tau S(t) - \frac{\rho\alpha[I(t) + \beta A(t)]V(t)}{N(t)} - \mu V(t) \\ \frac{dA(t)}{dt} = \frac{\alpha[I(t) + \beta A(t)]S(t)}{N(t)} + \frac{\rho\alpha[I(t) + \beta A(t)]V(t)}{N(t)} - \delta A(t) - \mu A(t) \\ \frac{dI(t)}{dt} = \theta\delta A(t) - \sigma I(t) - \mu I(t) \\ \frac{dR(t)}{dt} = (1 - \theta)\delta A(t) + \sigma I(t) - \gamma R(t) - \mu R(t) \\ \frac{dN(t)}{dt} = M - \mu N(t) \end{array} \right. . \quad (2)$$

O modelo (3) é aplicado aos dados do Brasil, estado de São Paulo e município de Botucatu.

3 Resultados Computacionais

O sistema (3) foi implementado utilizando a linguagem computacional C++ e resolvido pelo método numérico de Runge-Kutta de 4ª Ordem, com passo $h = 0,01$. O período de tempo utilizado nas simulações foi de 600 dias, já que assim é possível observar os picos de infecção, tanto da primeira, quanto da segunda onda de infecção. Os parâmetros apresentados no sistema (3) estão apresentados na Tabela 1.

Tabela 1: Valores utilizados para os parâmetros [10].

Parâmetro	Valor	Unidade de Medida
α	0,8883	1/dia
β	0,45	1/dia
γ	0,005	1/dia
μ	$3,349 \cdot 10^{-5}$	1/dia
$1/\sigma$	10	dia
$1/\delta$	7	dia
$1 - \rho$	0,8	adimensional
$1 - \theta$	0,8	adimensional

Foram construídas três instâncias e nove cenários para a análise de diferentes populações e taxas de vacinação. A partir da solução computacional, para melhor compreender o impacto tanto da data em que se iniciam as vacinações, quanto a taxa de vacinação da população, foram selecionados resultados como as datas em que os picos de dada simulação ocorrem, os valores numéricos dos picos de infecção (P) obtidos pelo método de Runge-Kutta, os valores das integrais das curvas de infecção total (a) obtidos pelo método de integração numérica da Regra de 3/8 de Simpson.

As variações percentuais que um pico de infecção oriundo de determinada instância sofre ao se aplicarem diferentes valores de τ são expressas por:

$$\Delta P_{ij} = \frac{P_i - P_j}{P_i} \cdot 100\%. \quad (3)$$

As variações percentuais que as áreas sobre as curvas de infectados de determinada Instância sofrem ao se aplicarem diferentes valores de τ são dadas por:

$$\Delta a_{ij} = \frac{a_i - a_j}{a_i} \cdot 100\%, \quad (4)$$

em que $i = 1, 2, 3$ é referente às 3 possíveis instâncias e $j = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ caracteriza os 9 diferentes cenários definidos neste trabalho, e por fim as variações percentuais que um pico de uma determinada onda de infecção (O_n) sofre em relação ao pico da onda que o sucede (O_{n-1}) dentro de uma mesma instância:

$$\Delta O_{n-1,n} = \frac{O_{n-1} - O_n}{O_{n-1}} \cdot 100\%. \quad (5)$$

3.1 Condições Iniciais, Instâncias, Cenários e Situações Utilizadas nas Simulações

Como o objetivo deste trabalho é estudar o modelo para as três instâncias escolhidas, Botucatu, São Paulo e Brasil, é preciso estabelecer alguns parâmetros específicos de cada

instância:

- Instância 1 ($Inst_1$): População $N_{Bot}(0) = 149.718$ habitantes, taxa de natalidade $M_{Bot} = 5$ habitantes por dia, taxa de vacinação $\tau_{Bot} = 0,02/\text{dia}$, suscetíveis iniciais $S_{Bot}(0) = 149.188$ habitantes, assintomáticos iniciais $A_{Bot}(0) = 500$ habitantes, sintomáticos iniciais $I_{Bot}(0) = 20$ habitantes, recuperados iniciais $R_{Bot}(0) = 10$ habitantes e vacinados iniciais $V_{Bot}(0) = 0$ assumidos pelo autor.
- Instância 2 ($Inst_2$): População $N_{Sp}(0) = 46.649.132$ habitantes, taxa de natalidade $M_{Sp} = 1.700$ habitantes por dia, taxa de vacinação $\tau_{Sp} = 0,015/\text{dia}$, suscetíveis iniciais $S_{Sp}(0) = 46.647.982$ habitantes, assintomáticos iniciais $A_{Sp}(0) = 1.000$ habitantes, sintomáticos iniciais $I_{Sp}(0) = 100$ habitantes, recuperados iniciais $R_{Sp}(0) = 50$ habitantes e vacinados iniciais $V_{Sp}(0) = 0$ assumidos pelo autor.
- Instância 3 ($Inst_3$): População $N_{Br}(0) = 213.317.639$ habitantes, taxa de natalidade $M_{Br} = 7.700$ habitantes por dia, taxa de vacinação $\tau_{Br} = 0,01/\text{dia}$, suscetíveis iniciais $S_{Br}(0) = 213.313.039$ habitantes, assintomáticos iniciais $A_{Br}(0) = 4000$ habitantes, sintomáticos iniciais $I_{Br}(0) = 400$ habitantes, recuperados iniciais $R_{Br}(0) = 200$ habitantes e vacinados iniciais $V_{Br}(0) = 0$ assumidos pelo autor.

Também foi estudado o comportamento do modelo para diferentes datas de início de vacinação, sendo cada situação classificada como:

- Situação 1 (Sit_1): considerando que não há aplicação de vacinas na população;
- Situação 2 (Sit_2): considerando o início da campanha de vacinação no dia 0 de simulação;
- Situação 3 (Sit_3): considerando o início da campanha de vacinação no dia 137 de simulação, quando a primeira dose de uma vacina contra COVID-19 foi aplicada no mundo [2];
- Situação 4 (Sit_4): considerando o início da campanha de vacinação no dia 250 de simulação;
- Situação 5 (Sit_5): considerando o início da campanha de vacinação no dia 327 de simulação, quando a primeira dose de uma vacina contra COVID-19 foi aplicada no Brasil [4].

Parâmetros como a população total e a taxa de natalidade foram retirados de IBGE [6]. Evidentemente, cada cenário teve um projeto de vacinação próprio, sendo o de Botucatu muito efetivo, enquanto o de São Paulo foi eficiente e o projeto de vacinação do país como um todo careceu em atender todos de maneira efetiva. Cada cenário foi classificado

de acordo com a taxa de vacinação e os valores iniciais de cada grupo populacional que compõem o modelo (3), sendo apresentados na Tabela 2.

Assim, as simulações a seguir estão organizadas da seguinte maneira: para cada situação k , $k = 1, 2, 3, 4, 5$, consideram-se as instâncias i , $i = 1, 2, 3$, e para cada situação k , $k = 2, 3, 4, 5$, consideram-se os cenários j , $j = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$.

Tabela 2: Descrição dos cenários utilizados.

Cenários	Valores populacionais	Taxa de vacinação
C_1	$N_{Bot}, S_{Bot}, A_{Bot}, I_{Bot}, R_{Bot}$	τ_{Sp}
C_2		τ_{Br}
C_3		$\tau = 0$
C_4	$N_{Sp}, S_{Sp}, A_{Sp}, I_{Sp}, R_{Sp}$	τ_{Bot}
C_5		τ_{Br}
C_6		$\tau = 0$
C_7	$N_{Br}, S_{Br}, A_{Br}, I_{Br}, R_{Br}$	τ_{Bot}
C_8		τ_{Sp}
C_9		$\tau = 0$

3.2 Simulações da Situação 1

As Figuras 5, 6 e 7 expõem as soluções numéricas das instâncias $Inst_1$, $Inst_2$ e $Inst_3$ considerando o descontrole da doença, onde não há métodos profiláticos para conter a disseminação do vírus e a imunização ocorre somente de maneira temporária por aqueles que se recuperaram da COVID-19.

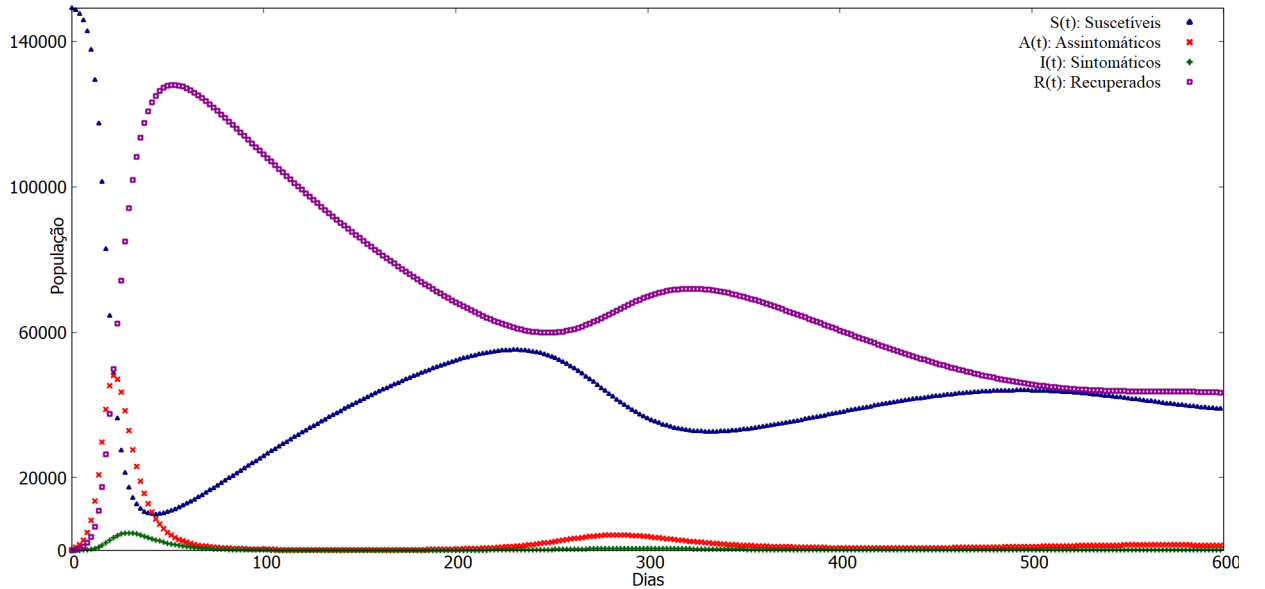


Figura 5: Comportamento populacional da $Inst_1$ para Sit_1 .

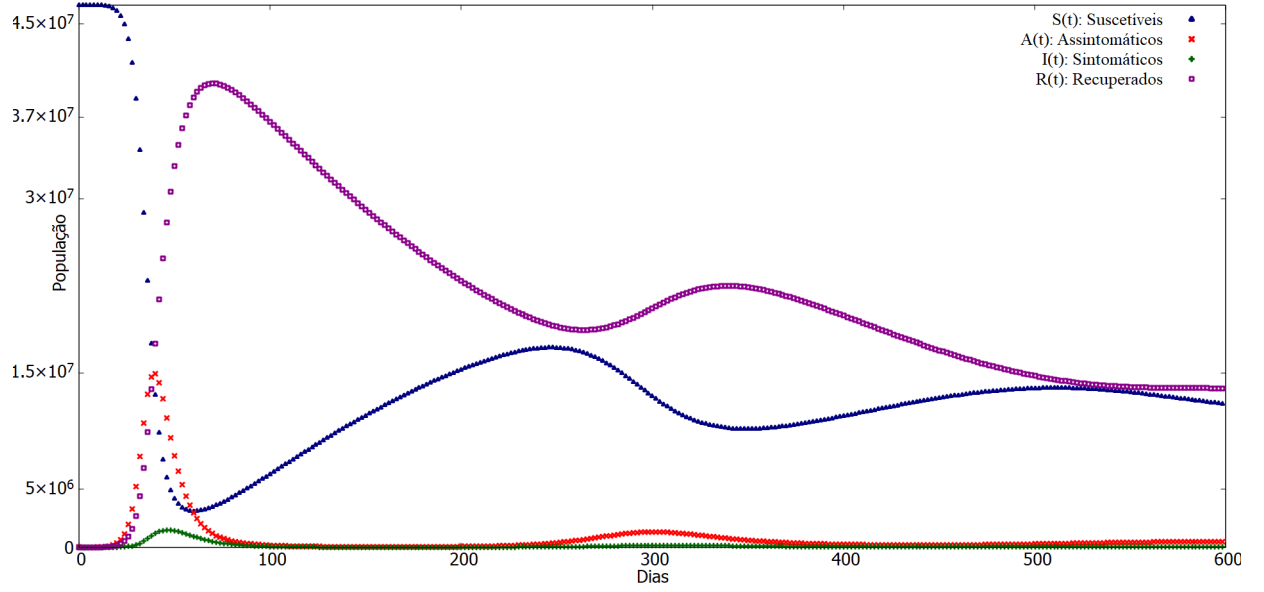


Figura 6: Comportamento populacional da $Inst_2$ para Sit_1 .

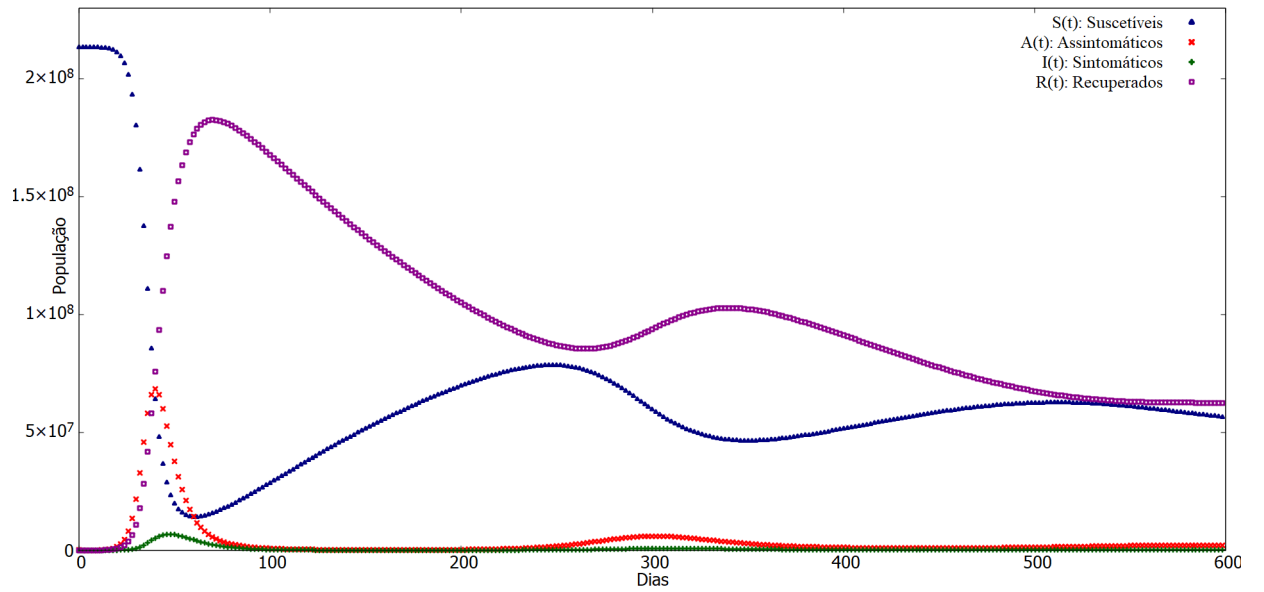


Figura 7: Comportamento populacional da $Inst_3$ para Sit_1 .

A falta de vacinas não contém o espalhamento do SARS-CoV-2. No período de 600 dias foi possível observar a formação de três picos de infecção, onde esses ocorrem de maneira suavizada em função do tempo, ou seja, conforme o tempo avança a epidemia de COVID-19 atinge estado de endemia até que um controle profilático seja aplicado ao modelo (3). As Figuras 8, 9 e 10 descrevem as soluções numéricas das curvas de infectados totais, somando os grupos A e I , evidenciando seus picos de infecção para Sit_1 .

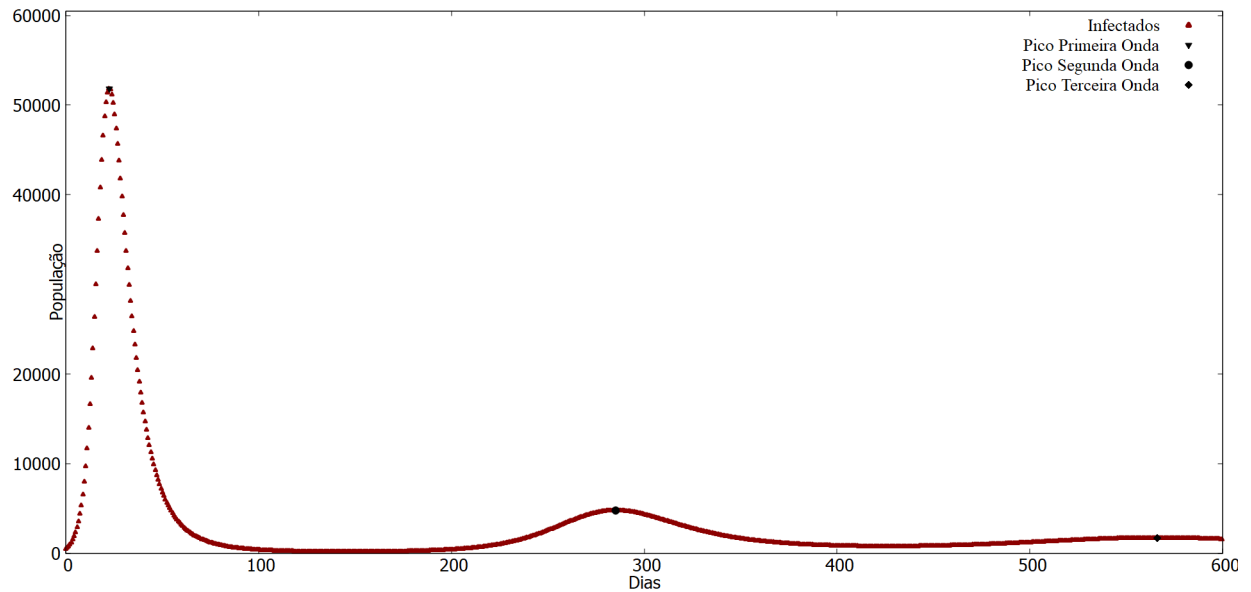


Figura 8: Curva de infectados da $Inst_1$ para Sit_1 .

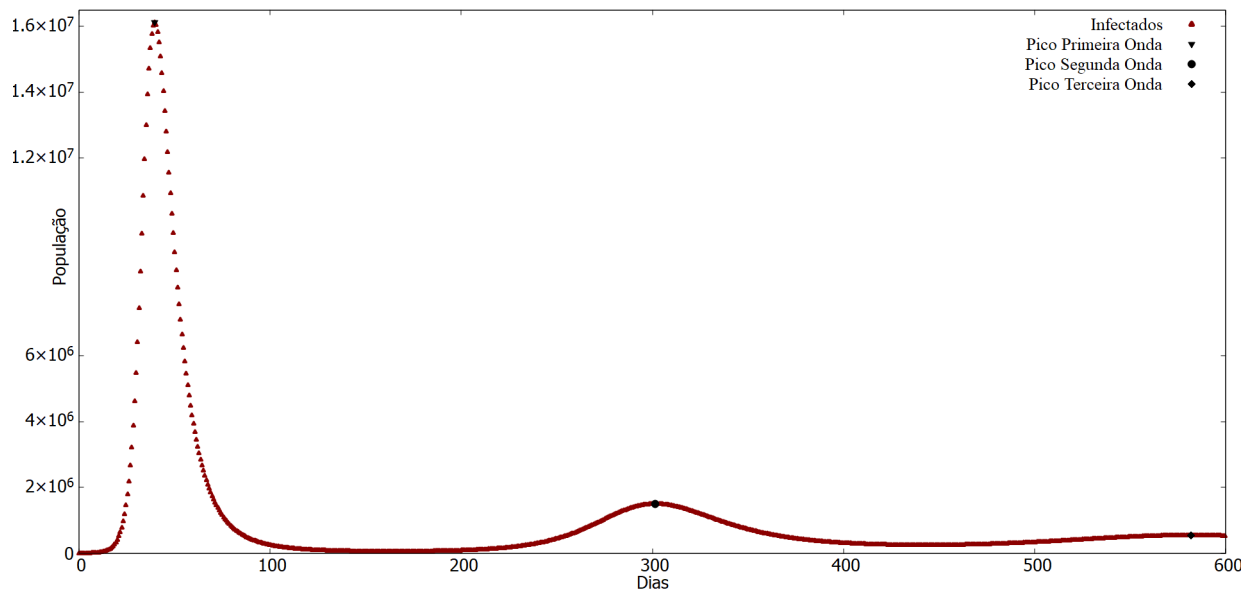


Figura 9: Curva de infectados da $Inst_2$ para Sit_1 .

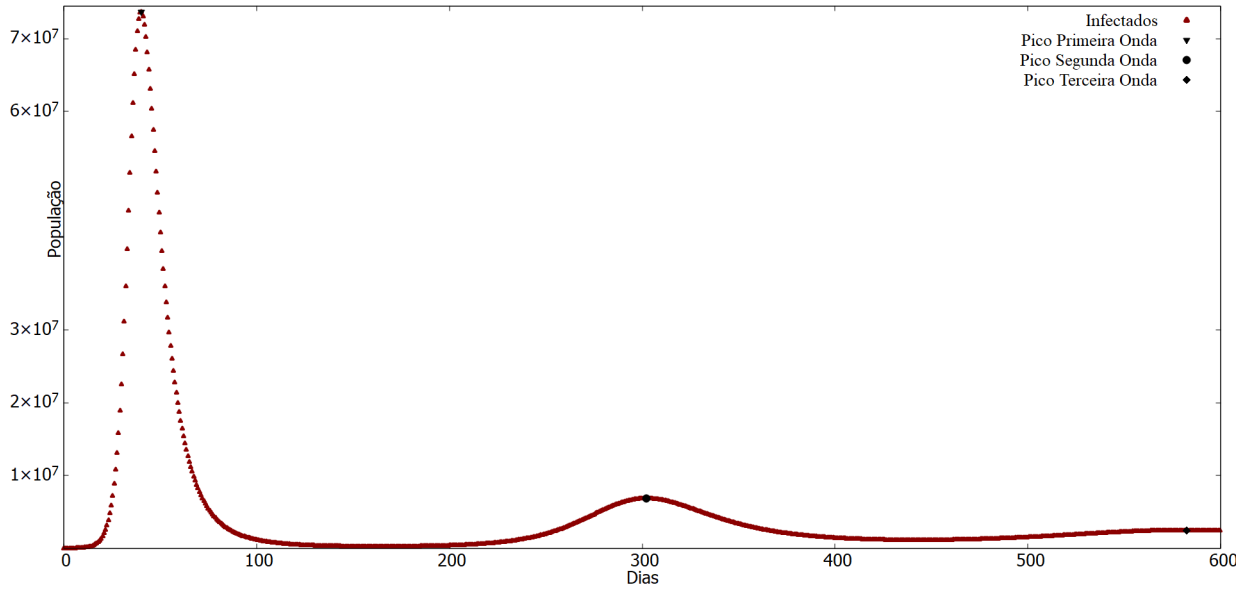


Figura 10: Curva de infectados da $Inst_3$ para Sit_1 .

A Tabela 3 nos permite analisar os picos de infecção. O primeiro pico atinge cerca de 51.838 indivíduos e, após 262,36 dias, é alcançado o pico da segunda onda de infecção, sofrendo uma redução de 47.036 indivíduos em relação ao primeiro. Por fim, o pico da terceira onda de infecção atinge seu máximo 280,95 dias após o segundo, aproximadamente 2.197 indivíduos, cerca de 3.068 infectados a menos que o pico anterior de infecção.

Tabela 3: Picos de infecção viral da $Inst_1$ para Sit_1 .

Pico de infecção	Dia	Indivíduos	$\Delta O_{n-1,n}$
Primeiro	22,76	51.838,4375	
Segundo	285,12	4.802,2671	-90,74%
Terceiro	566,07	1.734,866	-63,87%

O comportamento da curva de infectados da $Inst_2$ é similar à curva da $Inst_1$, ainda que o primeiro pico tenha demorado a ocorrer em relação ao caso anterior, os intervalos entre os picos da $Inst_2$ se mostram muito próximos aos da $Inst_1$, como é possível constatar pela Tabela 4. O intervalo de tempo entre o primeiro pico de infecção e o segundo é de 261,86 dias, com uma redução de aproximadamente 14.619.059 indivíduos, e o tempo entre o segundo e o terceiro pico de infecção durou 280,1 dias, reduzindo o número de indivíduos infectados em 955.310 em relação ao anterior.

Tabela 4: Picos de infecção viral da $Inst_2$ para Sit_1 .

Picos de infecção	Dia	Indivíduos	$\Delta O_{n-1,n}$
Primeiro	39, 78	16.118.963	
Segundo	301, 64	1.499.904, 25	-90, 7%
Terceiro	581, 74	544.594, 0625	-63, 7%

A $Inst_3$ manteve o mesmo comportamento das outras duas simulações aplicadas à Sit_1 , já que os intervalos entre os picos de infecção são próximos aos que ocorrem em $Inst_1$ e $Inst_2$, como mostrado na Tabela 5. O primeiro intervalo, aquele que ocorre entre o pico da primeira e da segunda onda de infecção, durou 261, 91 dias. O segundo intervalo por sua vez é de 280, 1 dias.

Tabela 5: Picos de infecção viral da $Inst_3$ para Sit_1 .

Picos de infecção	Dia	Indivíduos	$\Delta O_{n-1,n}$
Primeiro	40, 23	73.708.288	
Segundo	302, 14	6.856.752, 5	-90, 7%
Terceiro	582, 32	2.488.278, 5	-63, 71%

As reduções de infectados entre um pico de infecção e seu sucessor são semelhantes nas três simulações realizadas nessa seção, sendo a redução média de infectados dos primeiros para os segundos picos de infecção é de 90, 71% com um desvio padrão de 0, 0191, enquanto a redução média dos segundos para os terceiros picos de infecção foi de 63, 76% com desvio padrão de 0, 0779.

3.3 Simulações da Situação 2

As Figuras 11, 12 e 13 exibem as soluções numéricas do modelo (3) para as instâncias $Inst_1$, $Inst_2$ e $Inst_3$, em que as taxas de vacinação correspondem às respectivas populações originais, considerando o início da vacinação ao público no dia zero de simulação. A Situação 2 apresentou, tanto para $Inst_1$ como para $Inst_2$ e $Inst_3$, um controle efetivo da disseminação da doença, visto que não há uma segunda onda de infecção. Isso decorre graças ao início da vacinação juntamente ao espalhamento da COVID-19, garantindo a imunidade da população, retirando rapidamente uma grande parcela populacional do grupo S e os alocando no grupo V , diminuindo a probabilidade dos indivíduos desenvolverem a doença.

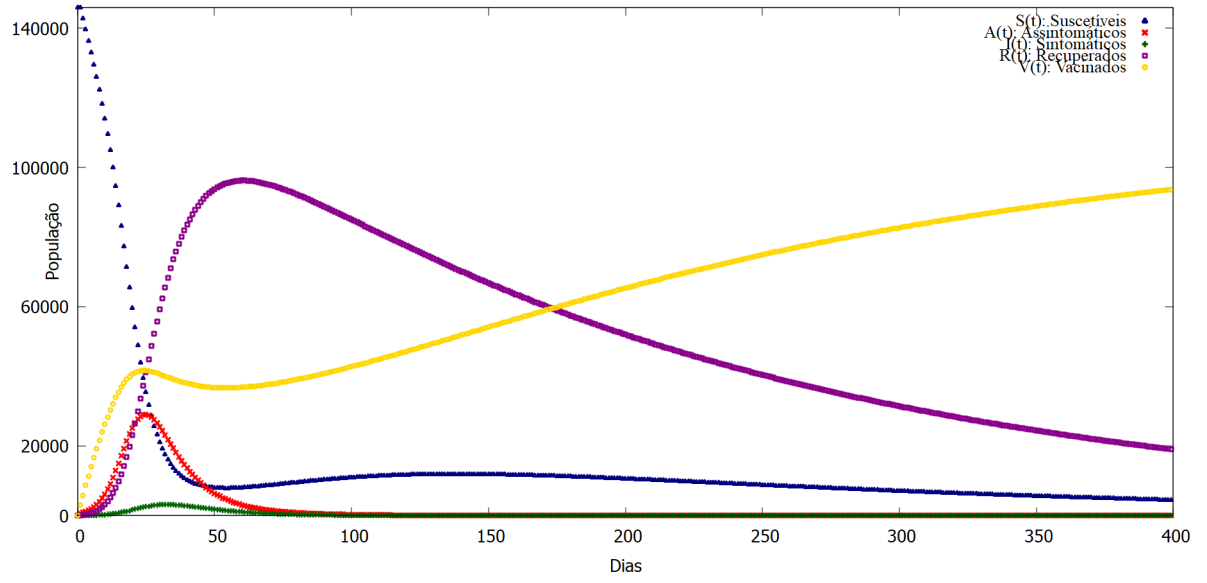


Figura 11: Comportamento populacional da $Inst_1$ para Sit_2 .

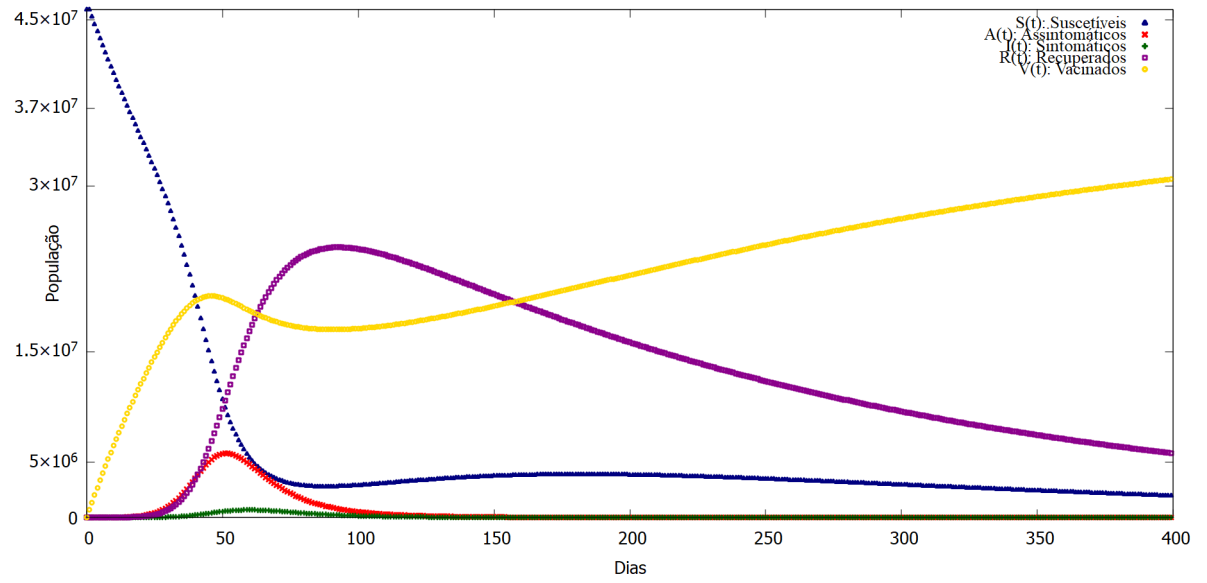


Figura 12: Comportamento populacional da $Inst_2$ para Sit_2 .

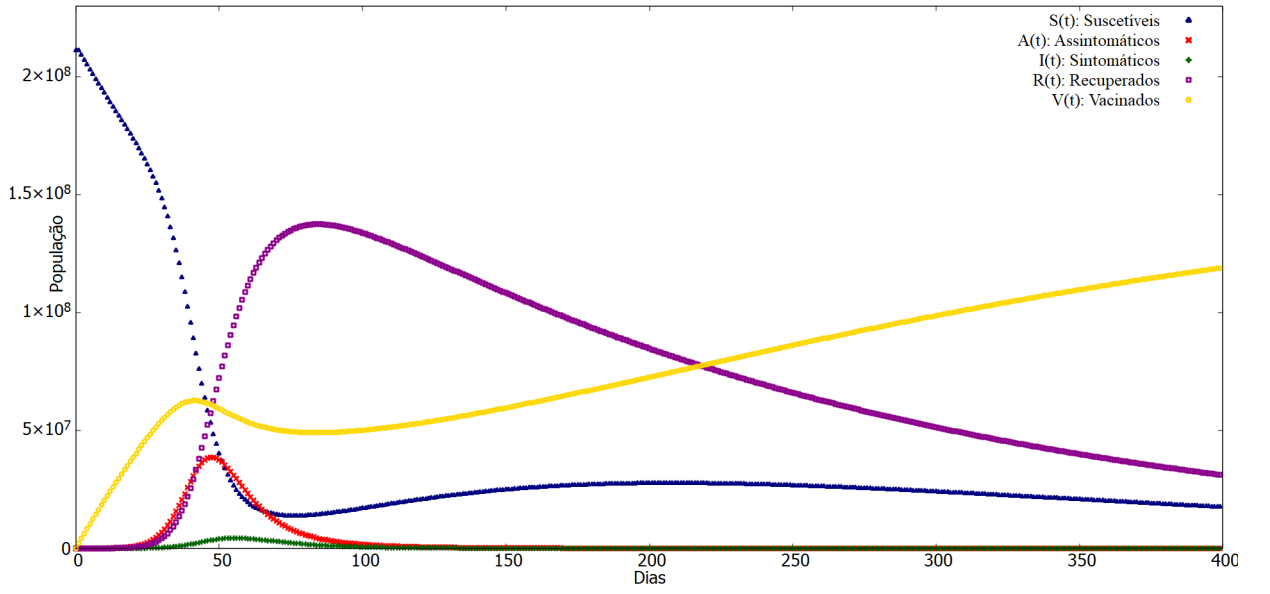


Figura 13: Comportamento populacional da $Inst_3$ para Sit_2 .

As Figuras 14, 15 e 16 apresentam as soluções numéricas da população infectada de cada instância e os cenários que variam suas taxas de vacinação.

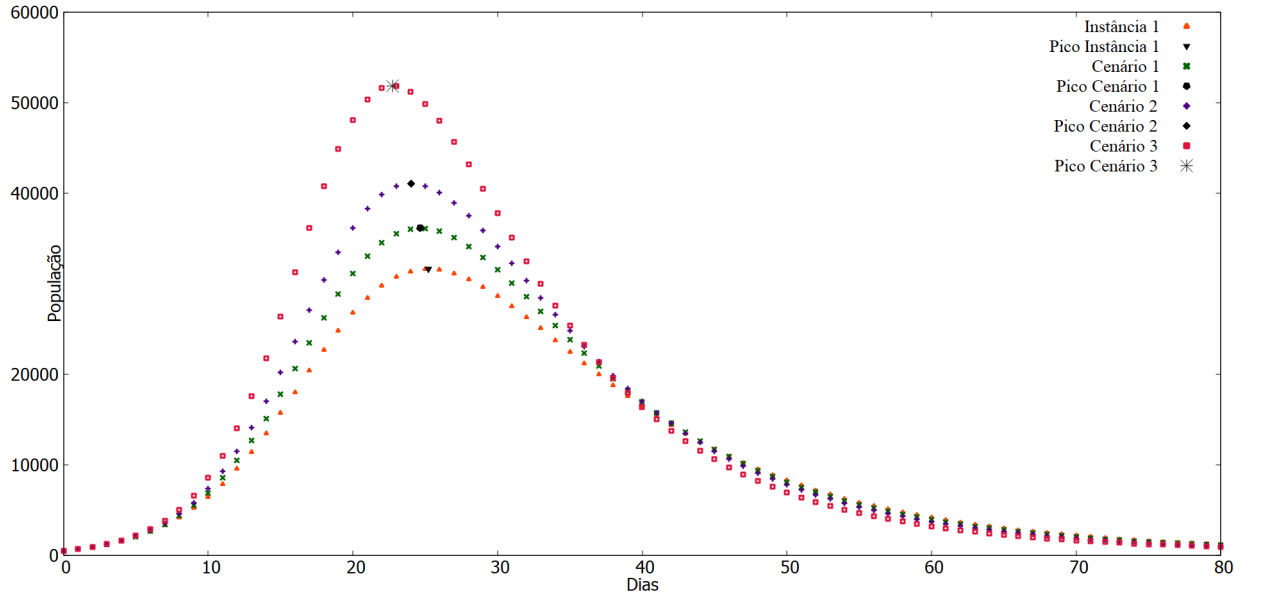


Figura 14: Curvas de infectados para Sit_2 aplicada à população de Botucatu sob diferentes valores de τ ($Inst_1$ e C_1 , C_2 e C_3).

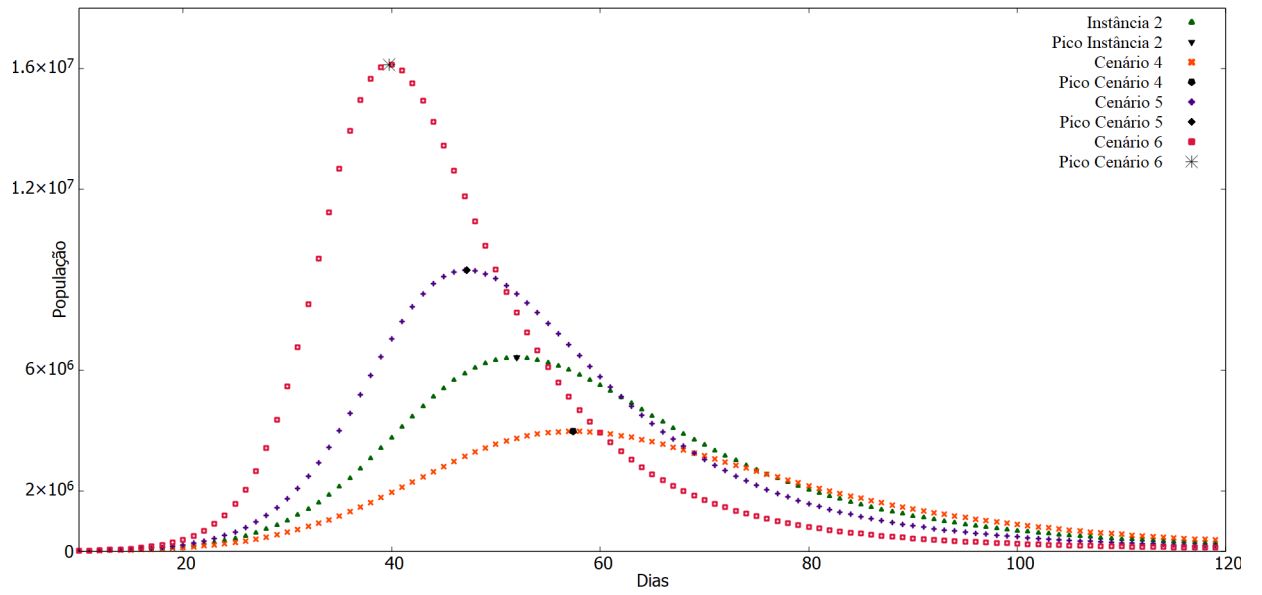


Figura 15: Curvas de infectados para Sit_2 aplicada à população de São Paulo sob diferentes valores de τ ($Inst_2$ e C_4 , C_5 e C_6).

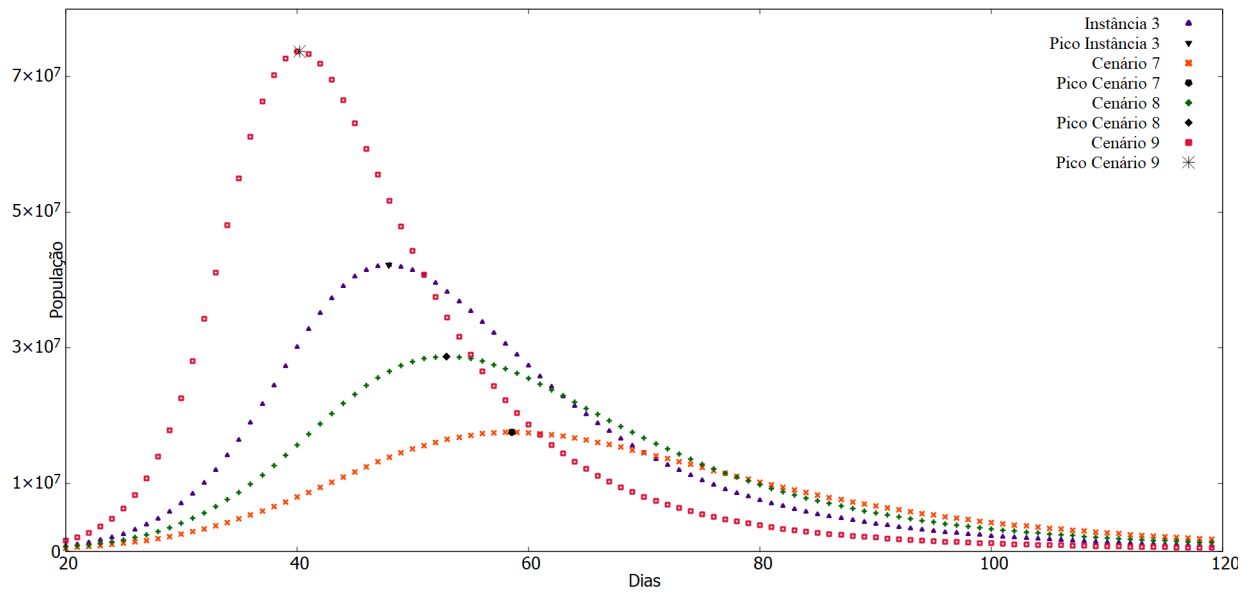


Figura 16: Curvas de infectados para a Sit_2 aplicada à população do Brasil sob diferentes valores de τ ($Inst_3$ e C_7 , C_8 e C_9).

O número de infectados diminui conforme a taxa de vacinação aumenta. Outros pontos que variam de acordo com os valores de τ são os valores dos picos de infecção bem como os dias em que ocorrem. O ponto de interesse a ser estudado na Situação 2 é o pico de infecção da contaminação total que ocorre nos primeiros dias de pandemia, como exposto na Tabela 6.

Tabela 6: Picos de infecção viral de $Inst_1$, C_1 , C_2 e C_3 para Sit_2 .

Simulação	Dia	Pico de Infecção	ΔP	Integral [0,600]	Δa
$Inst_1$	25,2205	31.600,2598		960.100,25	
C_1	24,6405	36.127,9339	+14,33%	1.035.084,375	+7,81%
C_2	24,0305	41.025,6992	+29,83%	1.109.535,875	+15,56%
C_3	22,7604	51.838,4375	+64,04%	1.984.015,5	+106,65%

Para C_1 houve um adiantamento mínimo de 0,58 dia para ocorrer o pico de infecção em comparação a $Inst_1$, além disso decorreu um aumento de 4523 infectados totais aproximadamente. Para C_2 , o adiantamento foi de 1,19 dias e um aumento próximo de 9425 doentes se comparado com $Inst_1$. C_3 por sua vez, devido à ausência de vacina, foi o cenário que mais se distancia dos valores simulados de $Inst_1$, onde o pico é adiantado em 2,46 dias enquanto o número de infectados ultrapassa $Inst_1$ em cerca de 10.812 indivíduos.

A Tabela 7 mostra que para C_4 , quando há um aumento da taxa de vacinação em relação a $Inst_2$, o pico de infectados sofre um atraso de 5,3691 dias e uma diminuição de 2.434.222 infectados. Para C_5 , onde houve uma diminuição da taxa de vacinação, o pico foi adiantado em 4,8192 dias e um aumento do pico de infectados totais em 2.910.178 pessoas. Como era esperado, C_6 é o cenário que apresenta o pior resultado em relação à $Inst_2$, o pico de infecção atinge 9.708.562 habitantes e é adiantado em 12,248 dias.

Tabela 7: Picos de infecção viral de $Inst_2$, C_4 , C_5 e C_6 para Sit_2 .

Simulação	Dia	Pico de Infecção	ΔP	Integral [0,600]	Δa
$Inst_2$	52,0173	6.410.401,5		253.580.208	
C_4	57,3864	3.976.180	-37,97%	194.143.856	-23,44%
C_5	47,1981	9.320.579	+45,40%	305.758.752	+20,58%
C_6	39,7693	16.118.963	+151,45%	611.027.648	+140,96%

A Tabela 8 mostra os resultados das consequências em aumentar a taxa de vacinação. Para C_7 houve um atraso de 10.6382 dias para o pico de infecção e um decréscimo de 24.655.898 de infectados em comparação a $Inst_3$, para C_8 o atraso foi de 5.0192 dias e uma diminuição de 13.457.068 doentes, por sua vez C_9 , que tem taxa de vacinação $\tau = 0$, apresenta um aumento de 31.505.604 no pico de infectados e se adianta em 7,6787 dias relativo à $Inst_3$.

Tabela 8: Picos de infecção viral de $Inst_3$, C_7 , C_8 e C_9 para Sit_2 .

Simulação	Dia	Pico de Infecção	ΔP	Integral [0,600]	Δa
$Inst_3$	47,9080	42.202.684		1.392.646.144	
C_7	58,5462	17.546.786	-58.42%	871.148.672	-37,45%
C_8	52,9271	28.745.616	-31.87%	1.149.270.400	-17,48%
C_9	40,2293	73.708.288	+74,65%	2.792.465.408	+100,52%

3.4 Simulações da Situação 3

As Figuras 17, 18 e 19 mostram as soluções numéricas do modelo (3) para as Instâncias $Inst_1$, $Inst_2$ e $Inst_3$ considerando que a campanha de vacinação teve início no 137º dia de simulação, dia em que a primeira dose da vacina contra a COVID-19 foi aplicada no mundo.

Nesta situação não foi possível conter a primeira onda de infecção devido a alta taxa de disseminação do SARS-CoV-2. Para o modelo (3), a única maneira de diminuir o número de infectados da primeira onda de infecção é iniciando a vacinação logo nos primeiros dias de contaminação, entre o 1º e o 60º dia. Todas as curvas das instâncias e cenários aplicados a essa situação se comportam como se estivessem aplicados à Sit_1 ($\tau = 0$) até o dia 137º quando a vacinação se inicia. Como o primeiro pico de contaminação ocorre antes desse momento, podemos concluir que tanto os primeiros picos de infecção simulados para a Sit_3 são iguais aos picos obtidos em Sit_1 expostos nas Tabelas 3, 4 e 5.

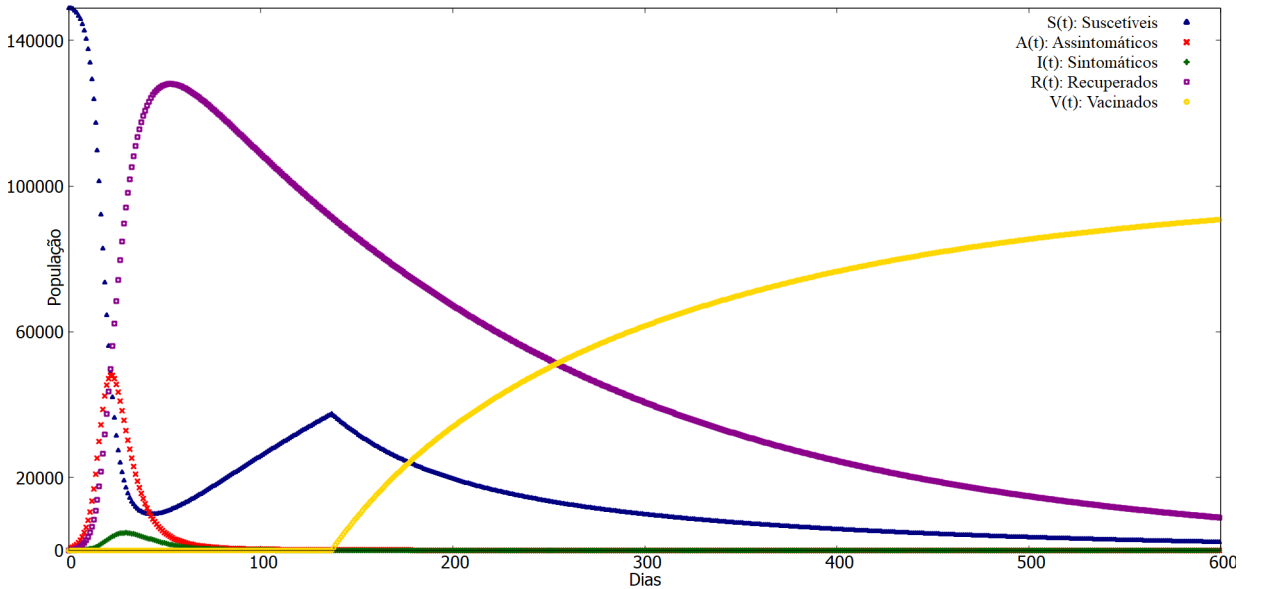


Figura 17: Comportamento populacional da $Inst_1$ para Sit_3 .

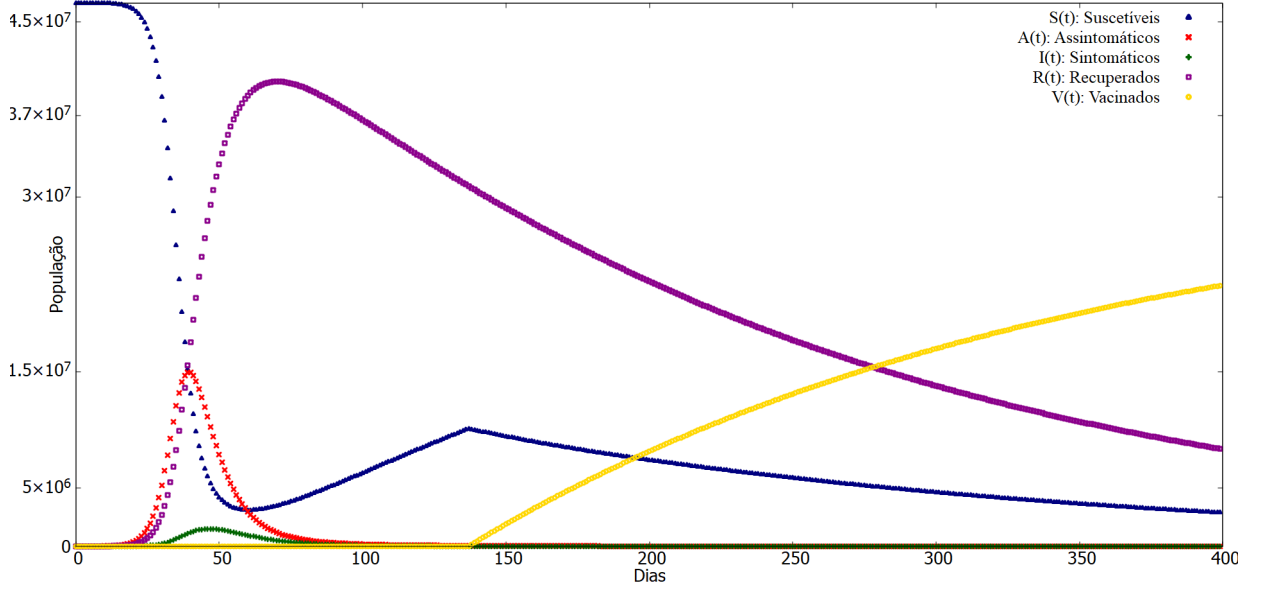


Figura 18: Comportamento populacional da $Inst_2$ para Sit_3 .

Contudo, o início da campanha de vacinação da Sit_3 foi capaz de conter por completo a segunda onda de infecção, que pelo modelo (3) tem início no 200º dia e fim no 350º dia, isso ocorre devido à rápida retirada de indivíduos do grupo S para o grupo V . Podemos afirmar que os Cenários C_3 , C_6 e C_9 têm, para todas as situações, o mesmo comportamento que as Instâncias $Inst_1$, $Inst_2$ e $Inst_3$ quando aplicadas à Sit_1 .

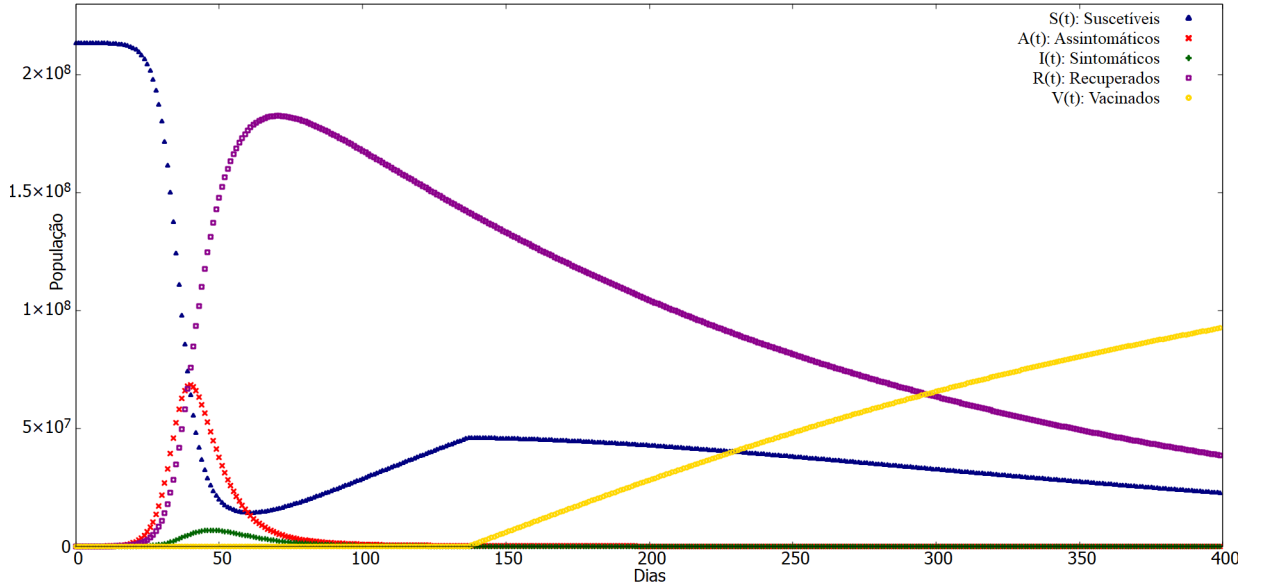


Figura 19: Comportamento populacional da $Inst_3$ para Sit_3 .

Como não é relevante estudar os picos de contaminação para Sit_3 , pois os picos se coincidem, podemos então analisar as consequências de variar τ para as áreas sobre as curvas de infecção, assim mensuramos a variação percentual de infectados totais para todo

intervalo de tempo simulado, visto que há uma relação direta entre a magnitude da curva de infectados e a área sob a curva.

As Tabelas 9, 10 e 11 mostram que tanto diminuir, quanto aumentar a taxa de vacinação gera variações pequenas das áreas das curvas de infectados, ou seja, a data em que a vacinação tem início é capaz de conter o crescente número de indivíduos suscetíveis para τ_{Bot} , τ_{Sp} e τ_{Bra} , diminuindo a probabilidade dos indivíduos vacinados se contaminarem. Porém, não vacinar a população em momento algum causa um impacto negativo, as variações das áreas que ocorreram comparando $Inst_1$ a C_3 , $Inst_2$ a C_6 e $Inst_3$ a C_9 ultrapassam +55%, sendo $\Delta a_{13} = +57,69\%$, $\Delta a_{26} = +56,03\%$ e $\Delta a_{39} = +55,53\%$.

Tabela 9: Área sobre as curvas de infectados e suas variações para diferentes valores de τ para $Inst_1$, C_1 , C_2 e C_3 para Sit_3 .

Simulação	Integral [0, 600]	Δa
$Inst_1$	1.258.199,875	
C_1	1.260.023,75	+0,15%
C_2	1.265.248,125	+0,56%
C_3	1.984.015,5	+57,69%

Tabela 10: Área sobre as curvas de infectados e suas variações para diferentes valores de τ para $Inst_2$, C_4 , C_5 e C_6 para Sit_3 .

Simulação	Integral [0, 600]	Δa
$Inst_2$	391.599.424	
C_4	391.178.272	-0,11%
C_5	392.673.504	+0,27%
C_6	611.027.648	+56,03%

Tabela 11: Área sobre as curvas de infectados e suas variações para diferentes valores de τ para $Inst_3$, C_7 , C_8 e C_9 para Sit_3 .

Simulação	Integral [0, 600]	Δa
$Inst_3$	1.795.420.800	
C_7	1.788.645.248	-0,38%
C_8	1.790.559.616	-0,27%
C_9	2.792.465.408	+55,53%

3.5 Simulações da Situação 4

As soluções numéricas do modelo (3) para a Situação 4 aplicada a $Inst_1$, $Inst_2$ e $Inst_3$ estão expostos nas Figuras 20, 21 e 22 respectivamente, onde a vacinação contra a

COVID-19 teve início no 250^o dia.

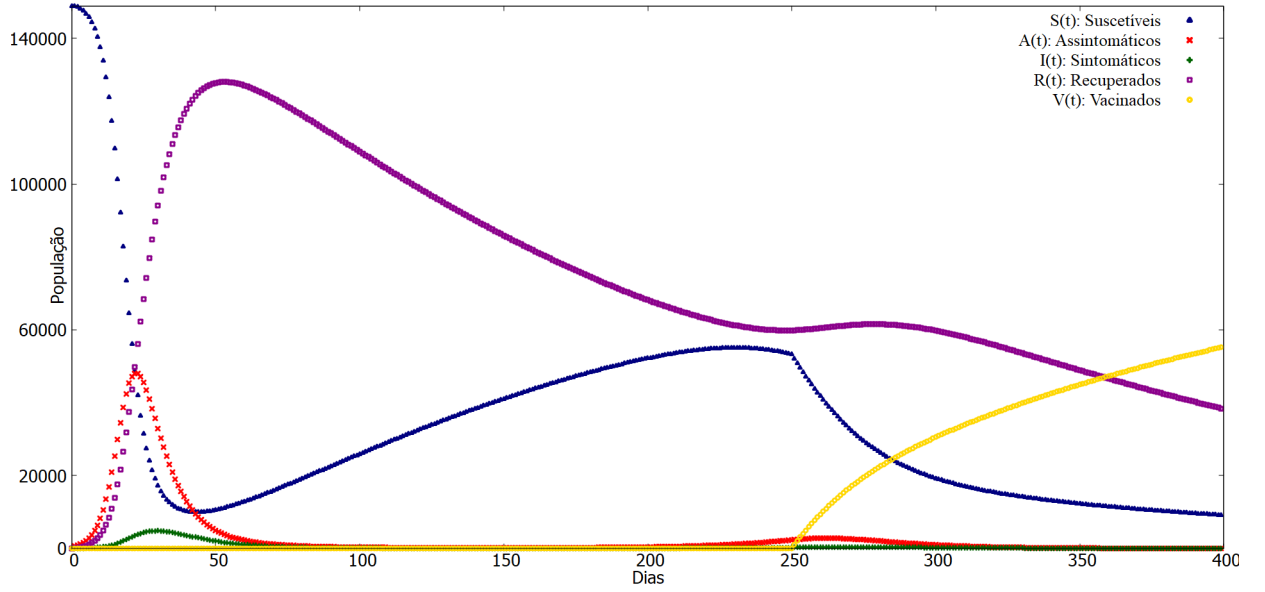


Figura 20: Comportamento populacional da $Inst_1$ para Sit_4 .

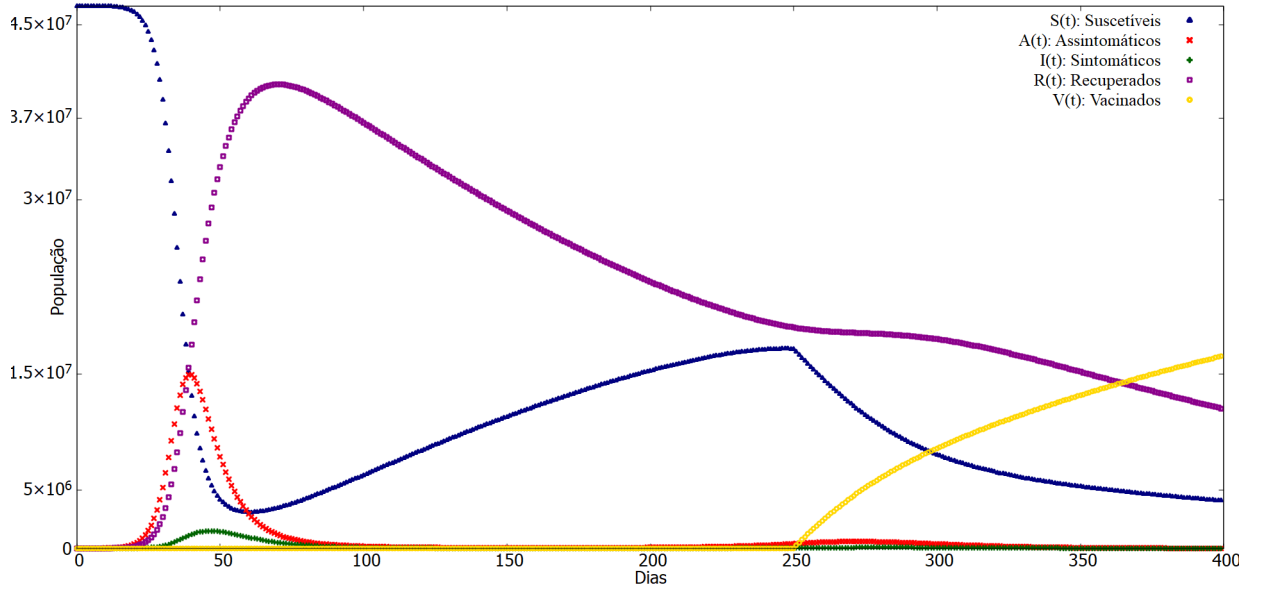


Figura 21: Comportamento populacional da $Inst_2$ para Sit_4 .

É possível notar que, similar à Sit_3 , não há alterações no comportamento da primeira onda de infecção, visto que ela ocorre antes do início da vacinação. Contudo, nessa situação temos a presença de uma segunda onda de infecção, podemos então estudar a curva de infectados totais bem como seus picos de infecção.

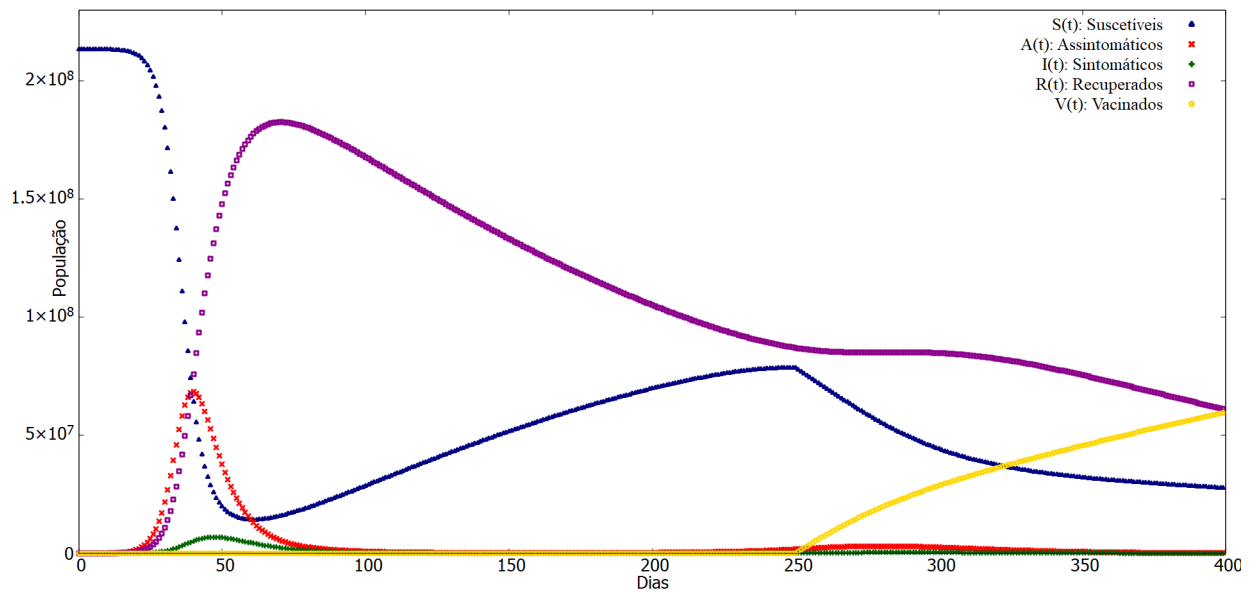


Figura 22: Comportamento populacional da $Inst_3$ para Sit_4 .

A Figura 23 apresenta as curvas de infectados totais de $Inst_1$, C_1 , C_2 e C_3 sob diferentes taxas de vacinação, a Figura 24 mostra os infectados totais do Estado de São Paulo para cada taxa de vacinação, $Inst_2$, C_4 , C_5 e C_6 , e por fim, a Figura 25 expõe os comportamentos dos infectados totais de todo território nacional, denotados por $Inst_3$, C_7 , C_8 e C_9 .

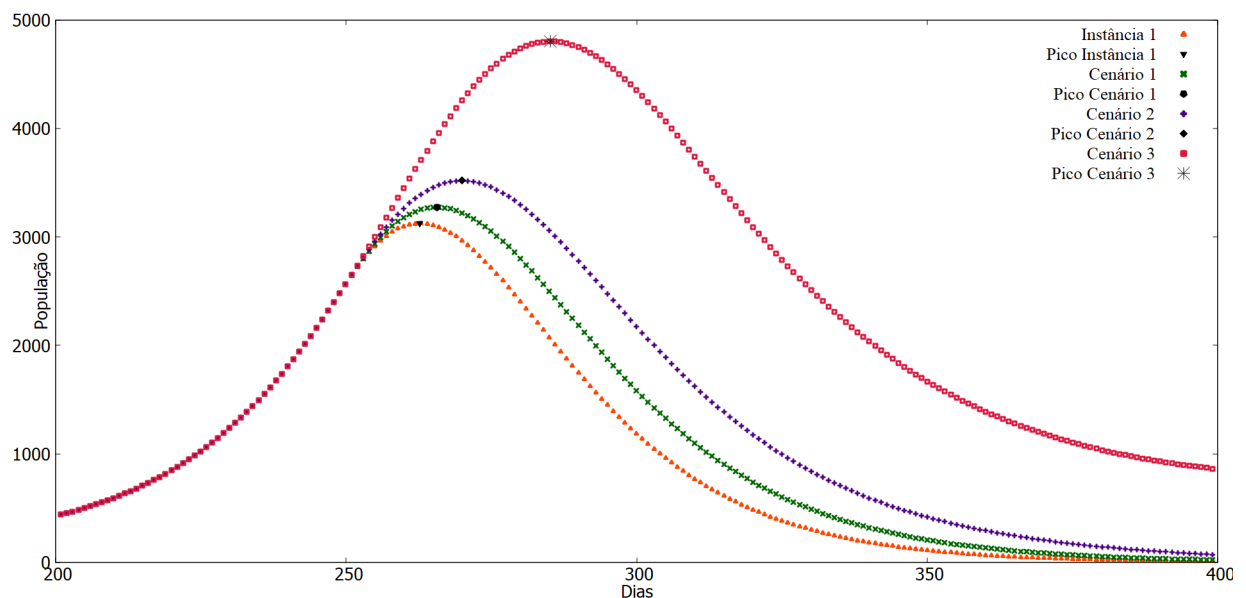


Figura 23: Curvas de infectados para a Sit_4 aplicada à população de Botucatu sob diferentes valores de τ ($Inst_1$ e C_1 , C_2 e C_3).

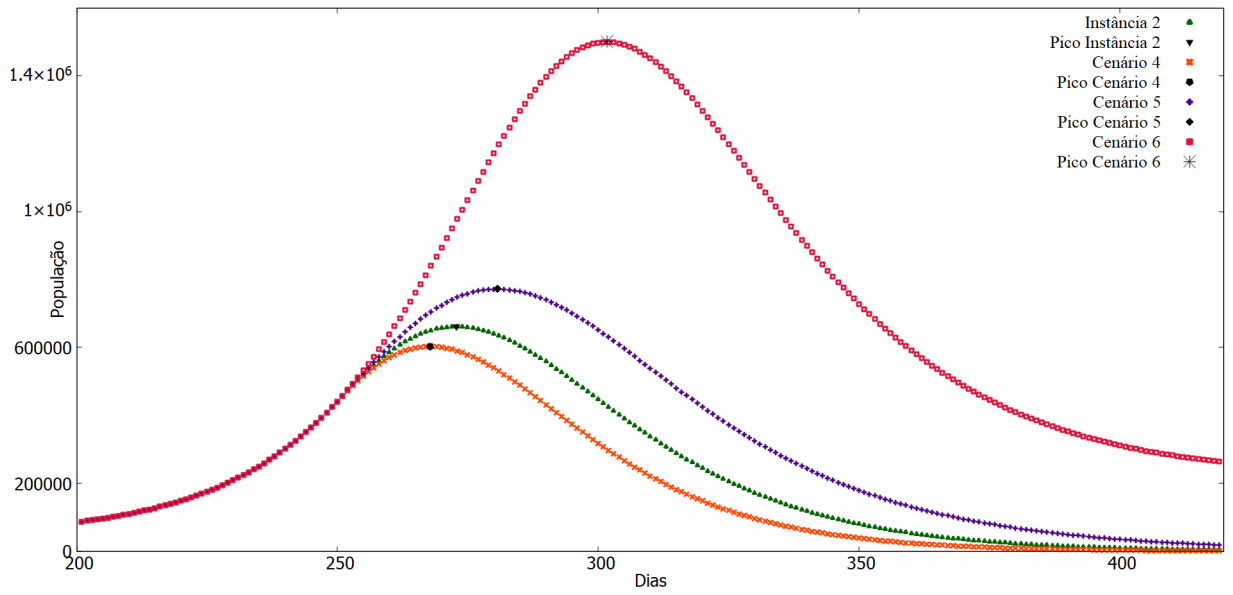


Figura 24: Curvas de infectados para a Sit_4 aplicada à população de São Paulo sob diferentes valores de τ ($Inst_2$ e C_4 , C_5 e C_6).

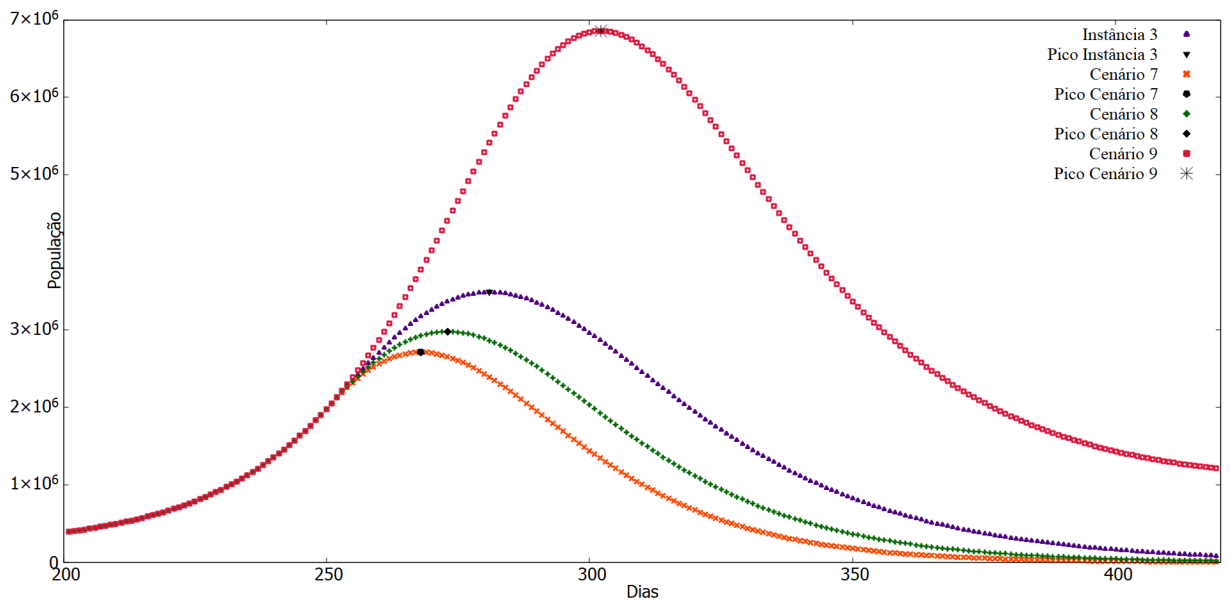


Figura 25: Curvas de infectados para a Sit_4 aplicada à população do Brasil sob diferentes valores de τ ($Inst_3$ e C_7 , C_8 e C_9).

É possível notar nas Figuras 23, 24 e 25 que ocorre o desejado achatamento da curva, bem como um adiamento e um decrescimento do pico de infecção de acordo com o aumento da taxa de vacinação.

A Tabela 12 apresenta as consequências de diminuir a taxa de vacinação para a população do município de Botucatu.

Tabela 12: Picos de infecção viral de $Inst_1$, C_1 , C_2 e C_3 para Situação 4.

Simulação	Dia	Pico de Infecção	ΔP	Integral [0,600]	Δa
$Inst_1$	262,6751	3.122,8882		1.472.690,25	
C_1	265,6180	3.272,9036	+1,12%	1.500.347,375	+1,88%
C_2	269,9622	3.517,3953	+2,77%	1.544.924,125	+4,9%
C_3	285,1170	4.802,2671	+53,78%	1.984.015,5	+34,72%

Para C_1 houve um atraso de 2,9672 dias e um acréscimo de 150,0154 no pico de infectados totais em relação à $Inst_1$, já em C_2 o atraso no pico foi de 7,2871 dias e um aumento em 394,5071 no máximo de doentes simultâneos. Por fim, em C_3 , quando $\tau = 0$, o pico de infecção da segunda onda ocorreu 22,44 dias e alcançou 1.679 indivíduos a mais que $Inst_1$.

A Tabela 13 por sua vez apresenta que ao aumentar a vacinação no estado de São Paulo, ocasiona-se uma diminuição nos infectados totais, onde o pico de infectados totais diminuiu em 58708,375 e o momento em que o pico ocorre é de 5,074951 dias antes para C_4 em relação à $Inst_2$, em contraponto temos que para o C_5 , quando a taxa de vacinação diminui, tem-se um aumento de 110515,75 doentes no pico, onde este ocorre 7,837647 dias após o pico de $Inst_2$, já quando aplicamos taxa de vacinação nula, o pico ocorre 28,8 dias depois de $Inst_2$ com 838.302 infectados a mais.

Tabela 13: Picos de infecção viral de $Inst_2$, C_4 , C_5 e C_6 para Situação 4.

Simulação	Dia	Pico de Infecção	ΔP	Integral [0,600]	Δa
$Inst_2$	272,8350	661.601,9375	0%	445.374.944	
C_4	267,7600	602.893,5625	-1,86%	436.282.272	-0,38%
C_5	280,6726	772.117,6875	+2,87%	462.053.248	+3,74%
C_6	301,6431	1.499.904,2500	+126,71%	611.027.648	+37,19%

A Tabela 14 expõe os benefícios de aumentar a taxa de vacinação para a população nacional.

Tabela 14: Picos de infecção viral de $Inst_3$, C_7 , C_8 e C_9 para Situação 4.

Simulação	Dia	Pico de Infecção	ΔP	Integral [0,600]	Δa
$Inst_3$	280,9930	3.485.286		2.109.799.680	
C_7	267,8802	2.710.206	-4,67%	1.991.985.152	-5,58%
C_8	273,0252	2.978.126	-2,84%	2.033.465.472	-3,62%
C_9	302.1436	6.856.752.5	+96,73%	2.792.465.408	+32,36%

Comparando C_8 a $Inst_3$, temos que o número de infectados totais no pico de infecção diminuiu em 507.160 indivíduos, e este pico foi adiantado em 7,973 dias, por sua vez o

C_7 apresentou um decréscimo de 775.080 indivíduos no pico e um atraso do mesmo em 13,11 dias, já para C_9 o pico sofreu um incremento de 3.371.466 doentes 21,15 dias após o pico de $Inst_3$.

3.6 Simulações da Situação 5

As Figuras 26, 27 e 28 representam o comportamento do modelo (3) para as Instâncias $Inst_1$, $Inst_2$ e $Inst_3$, tomando o início das vacinações no 327º dia de pandemia, justamente quando oficialmente foi iniciada a campanha de vacinação pelo Ministério da Saúde [4].

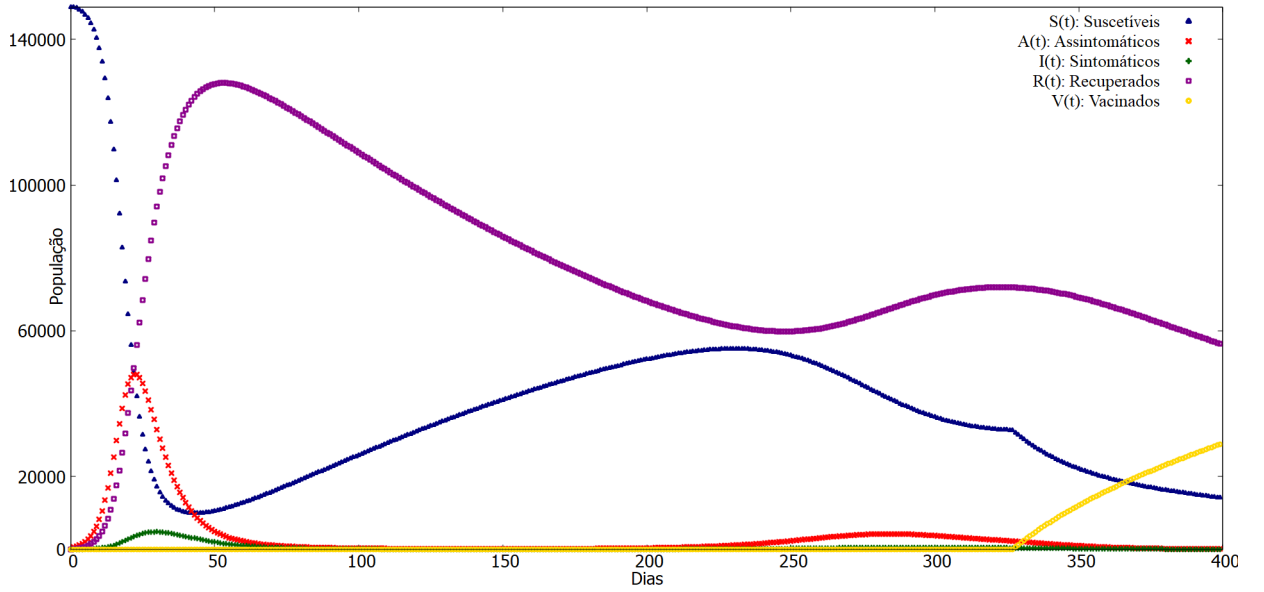


Figura 26: Comportamento populacional da $Inst_1$ para Sit_5 .

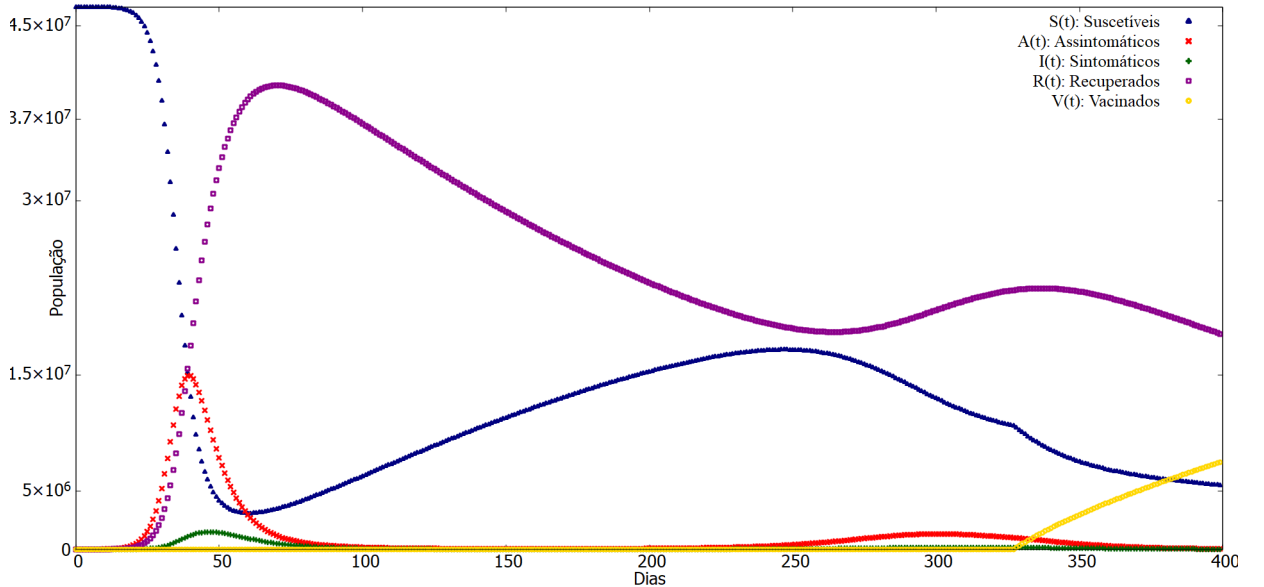


Figura 27: Comportamento populacional da $Inst_2$ para Sit_5 .

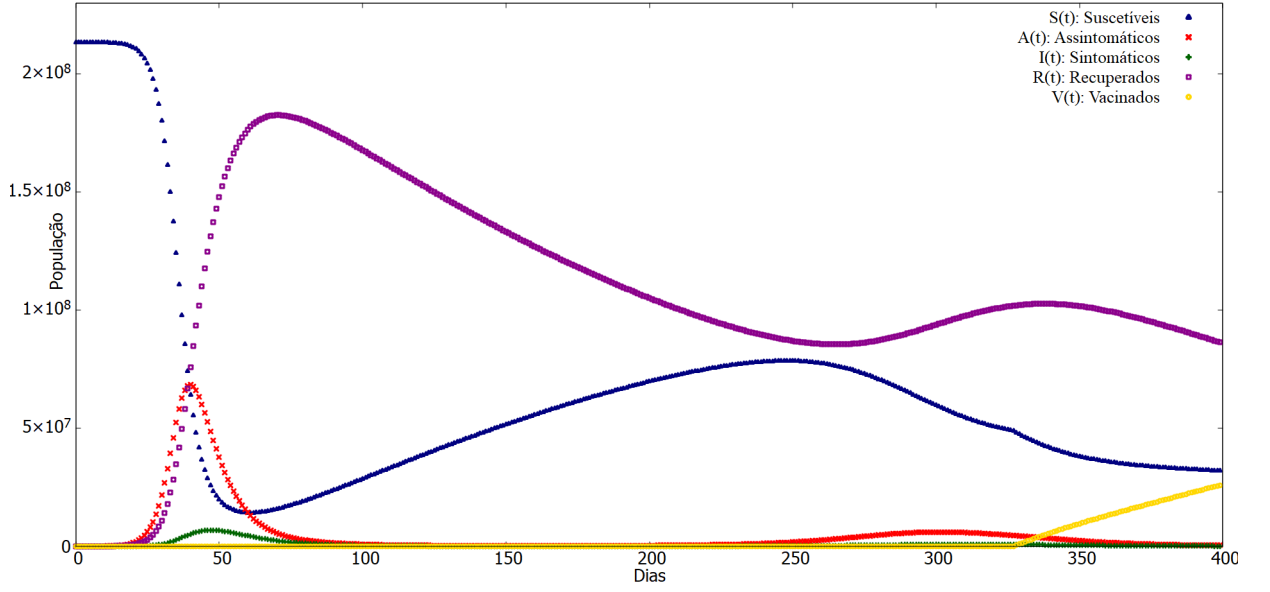


Figura 28: Comportamento populacional da $Inst_3$ para Sit_5 .

Similar às Situações Sit_3 e Sit_4 , não houve contenção da primeira onda de contaminação e notamos alterações no comportamento do modelo (3) apenas após o início das vacinações. Devido ao longo tempo sem vacina ao público, podemos notar a presença da segunda onda de infecção nas Figuras 26, 27 e 28. Tomemos então as Figuras 29, 30 e 31 para estudo, onde essas representam, respectivamente, as curvas de infectados totais para $Inst_1$ e suas variações C_1 , C_2 e C_3 , da Instância $Inst_2$ e os Cenários C_4 , C_5 e C_6 e por fim, de $Inst_3$, C_7 , C_8 e C_9 .

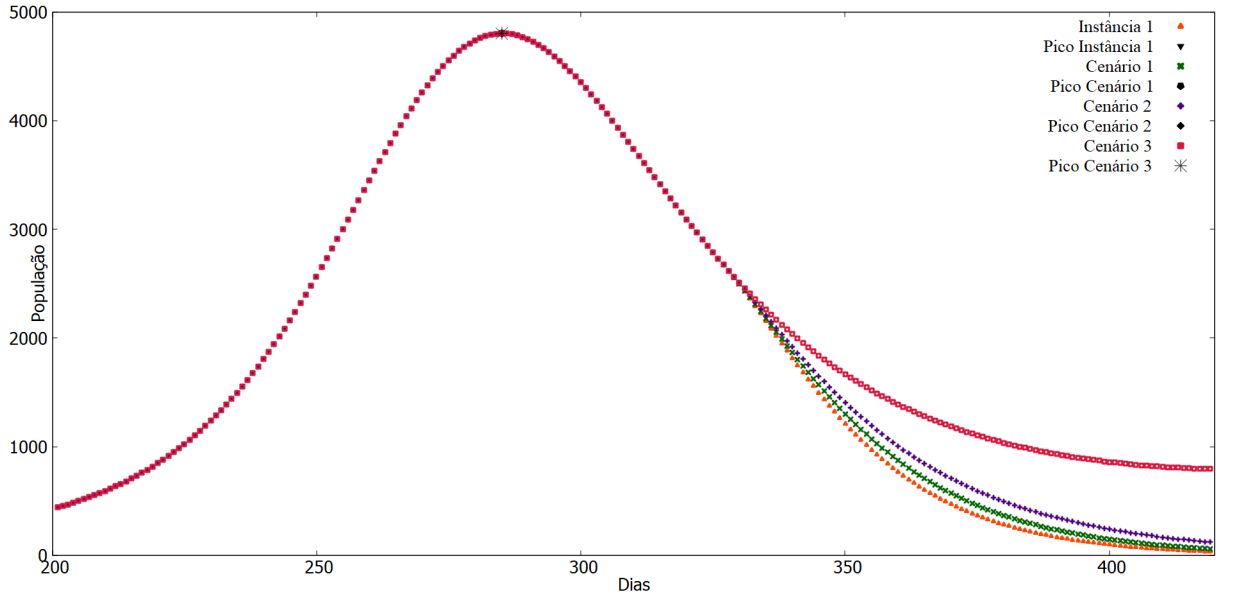


Figura 29: Curvas de infectados para a Situação 5 aplicada à população de Botucatu sob diferentes valores de τ ($Inst_1$, C_1 , C_2 e C_3).

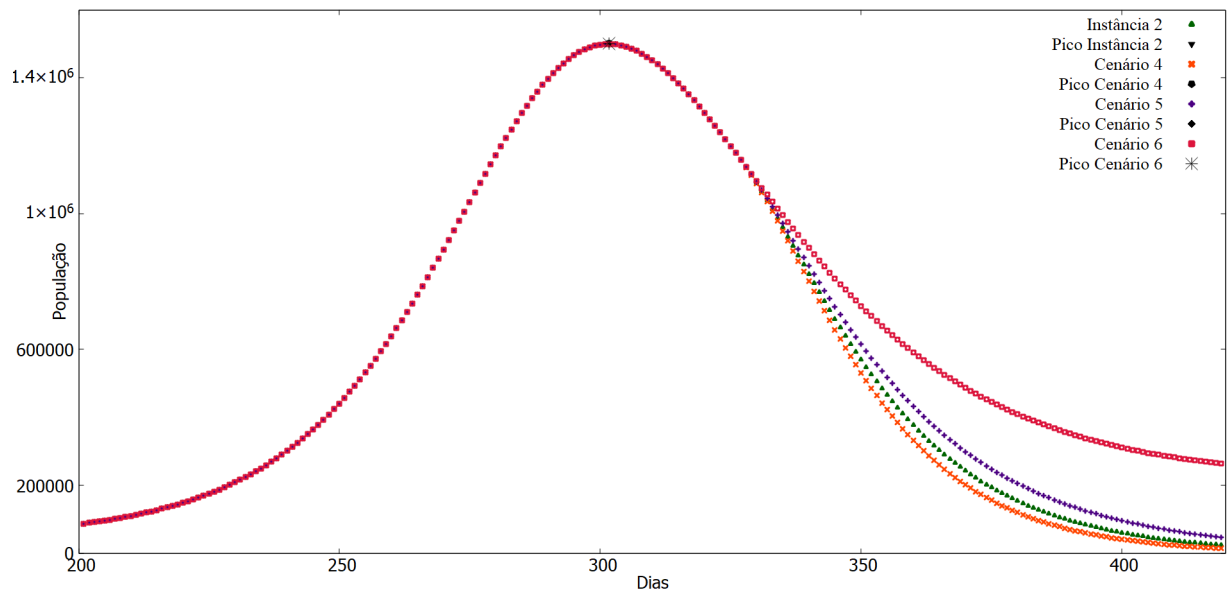


Figura 30: Curvas de infectados para a Situação 5 aplicada à população de São Paulo sob diferentes valores de τ ($Inst_2$, C_4 , C_5 e C_6).

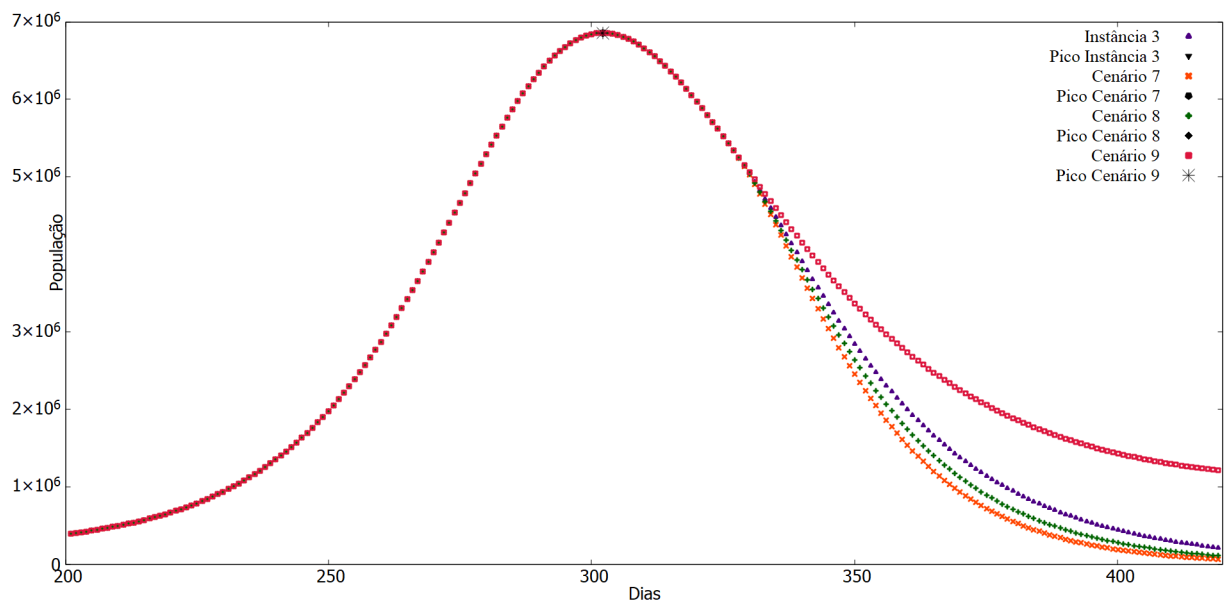


Figura 31: Curvas de infectados para a Situação 5 aplicada à população do Brasil sob diferentes valores de τ ($Inst_3$, C_7 , C_8 e C_9).

A vacinação iniciada tardiamente não foi capaz de reduzir efetivamente o número de infecções da COVID-19 durante a segunda onda. As curvas de infecção dos cenários de simulação e suas respectivas instâncias apresentam picos simultâneos, sugerindo que a vacinação não foi capaz de conter a segunda onda de infecção da COVID-19 de forma eficaz. No entanto, a introdução da vacinação resultou em uma pequena redução no número de infectados, conforme evidenciado nas Figuras 29, 30 e 31. As Tabelas 15, 16

e 17 descrevem as implicações dessas mudanças nas áreas sob as curvas de infecção dos cenários em relação às suas respectivas instâncias.

Tabela 15: Área sobre as curvas de infectados e suas variações para diferentes valores de τ para $Inst_1$, C_1 , C_2 e C_3 para Sit_5 .

Simulação	Integral [0, 600]	Δa
$Inst_1$	1.696.550, 125	
C_1	1.703.136, 75	+0, 39%
C_2	1.713.777, 75	+1, 02%
C_3	1.984.015, 5	+16, 94%

Tabela 16: Área sobre as curvas de infectados e suas variações para diferentes valores de τ para $Inst_2$, C_4 , C_5 e C_6 para Sit_5 .

Simulação	Integral [0, 600]	Δa
$Inst_2$	523.986.048	
C_4	521.270.464	-0, 52%
C_5	528.220.384	+0, 81%
C_6	61.1027.648	+16, 61%

Tabela 17: Área sobre as curvas de infectados e suas variações para diferentes valores de τ para $Inst_3$, C_7 , C_8 e C_9 para Sit_5 .

Simulação	Integral [0, 600]	Δa
$Inst_3$	2.414.303.488	
C_7	2.382.243.840	-1, 33%
C_8	2.394.780.416	-0, 81%
C_9	2.792.465.408	+15, 66%

Observa-se que a variação da taxa de vacinação tem poucas alterações sobre as áreas sob as curvas de infectados, devido ao início da campanha de vacinação ocorrer nos dias finais da segunda onda de infecção. Isso resulta em uma redução no número de infectados para valores maiores de τ e um aumento para valores menores de τ . No entanto, a data inicial da vacinação foi eficaz em conter completamente a terceira onda de infecção presente na Situação 1. As reduções em relação às áreas de Instância 1, Instância 2 e Instância 3 aplicadas à Situação 5 representam mais de 15% para cada uma, onde $\Delta a_{13} = +16, 94\%$, $\Delta a_{26} = +16, 61\%$ e $\Delta a_{39} = +15, 66\%$.

4 Conclusão

Pelos resultados computacionais, aumentar a taxa de vacinação traz benefícios em todas as situações, por reduzir a população suscetível, reduzindo assim a probabilidade desses indivíduos serem contaminados e diminuindo o número de infectados.

Os resultados apontam que, considerar a vacinação como estratégia de controle da COVID-19 desde o primeiro dia de simulação produz mudanças significativas nas curvas que representam a população de infectados totais, sintomáticos e assintomáticos, dado que neste caso foram evitadas por completo a segunda e terceira ondas de infecção, mesmo que não seja considerada a vacinação em nível máximo. Da utilização da vacinação após a primeira onda de propagação da doença, temos que esta é capaz de evitar a segunda e terceira onda da doença com eficiência, porém, quando a estratégia é aplicada tardiamente, não é capaz de conter a segunda onda de infecção. Dessa forma, os resultados corroboram a hipótese de que a doença pode ser contida com maior eficiência se as estratégias de vacinação tiverem início o mais rápido possível.

Considerando as diferentes populações simuladas que se aproximam da realidade brasileira, do estado de São Paulo e da cidade de Botucatu, não foram verificadas grandes mudanças no comportamento dos resultados, se utilizadas as mesmas estratégias de controle da doença. Porém, dentre as taxas de vacinação estudadas no trabalho, a que apresentou maior eficiência na contenção da propagação da COVID-19 foi a referente ao caso de Botucatu. Os resultados mostram também que o início da campanha de vacinação adotada pelo governo federal não foi capaz de conter de maneira efetiva as duas ondas de contaminação, e que se as vacinas fossem iniciadas com maior antecedência a segunda onda de infecção poderia ter sido controlada.

Com trabalhos futuros, pretende-se considerar outras medidas de controle, como o uso de máscaras, distanciamento social e higienização das mãos, além de desenvolver um modelo de otimização para encontrar o controle ótimo de propagação da doença.

Referências

- [1] F. Brauer, P. Van den Driessche, J. Wu, and L. J. Allen. *Mathematical Epidemiology*, volume 1945. Springer, 2008.
- [2] CNN Brasil. Veja quais países iniciaram a vacinação contra a COVID-19; Brasil está fora. *CNN Brasil*, Março 2022. Disponível em: <https://www.cnnbrasil.com.br/saude/quais-os-paises-que-ja-comecaram-a-vacinacao-contra-a-covid-19/>.
- [3] P. da Silva Martin, S. L. Gonçalves, P. do Santos Goularte, E. P. Dias, A. E. Leonardi, D. G. Tiezzi, S. A. Gabriel, and C. M. Chin. História e Epidemiologia da COVID-19. *Ulakes Journal of Medicine*, 1, 2020.
- [4] C. M. de Freitas et al. Boletim Observatório Fiocruz COVID-19: boletim especial: balanço de dois anos da pandemia COVID-19: janeiro de 2020 a janeiro de 2022. 2022.
- [5] A. V. Farias. Um estudo da modelagem epidemiológica SIR usando conceitos de derivadas de ordem inteira e fracionária. *Monografia, UFRG*, 2017.
- [6] IBGE. Panorama Brasil. Disponível em: <https://cidades.ibge.gov.br/brasil/panorama>. Acesso em: 01 de jun. de 2022.
- [7] W. O. Kermack and A. G. McKendrick. A contribution to the mathematical theory of epidemics. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A*, 115(772):700–721, 1927.
- [8] U. Sodré. Modelos matemáticos. Apostila de Notas de Aula de Matemática. *Monografia, UFRG*, 2017.
- [9] World Health Organization. WHO Crononavirus (COVID-19) Dashboard. Disponível em <https://covid19.who.int>. Acesso em: 19 de setembro de 2022.
- [10] B. Yang, Z. Yu, and Y. Cai. The impact of vaccination on the spread of COVID-19: Studying by a mathematical model. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2022.

A Apresentações

Enquanto este trabalho era desenvolvido, os resultados até então obtidos foram apresentados em eventos científicos. Em ordem cronológica, o trabalho foi apresentado com o título "ESTUDO DA TAXA DE VACINAÇÃO COMO PARÂMETRO DE CONTROLE DA PROPAGAÇÃO DE COVID-19 PARA UM MODELO DO TIPO SIR" nos seguintes eventos:

1. III Workshop de Otimização;
2. XVII Congresso de Física Aplicada à Medicina (CONFIAM), onde a apresentação foi condecorada com honra ao mérito na modalidade apresentação de pôster;
3. XXXIV Congresso de Iniciação Científica da Unesp (CIC).

B Código

Nesta seção está apresentado o algoritmo programado a fim de resolver o sistema de equações (6) usando o método numérico de Runge-Kutta de 4ª Ordem.

```
1  int main(void){
2      float dS[60000];
3      float dV[60000];
4      float dA[60000];
5      float dI[60000];
6      float dR[60000];
7      float dN[60000];
8      float T[60000];
9      float dInfTot[60000];
10     printf("Digite em que dia a partir da simulacao as vacinas se
11     iniciam:\n");
12     scanf("%d", &dia);
13     for(swt_pop=1; swt_pop<=3; swt_pop++){
14         for(swt_vac=1; swt_vac<=4; swt_vac++){
15             if(swt_pop==1){/*BOTUCATU*/
16                 dS[0]= 149188.000000;
17                 dV[0]= 0.000000;
18                 dA[0]= 500.000000;
19                 dI[0]= 20.000000;
20                 dR[0]= 10.000000;
21                 dN[0]= 149718.000000;
22                 T[0]= 0.000000;
23                 dInfTot[0]=0;
```



```

23         printf("dS[0]=%f\n\n",dS[0]);
24         M=5.000000;
25     }
26     if(swt_pop==2){/*SAO PAULO*/
27         dS[0]= 46647982.000000;
28         dV[0]= 0.000000;
29         dA[0]= 1000.000000;
30         dI[0]= 100.000000;
31         dR[0]= 50.000000;
32         dN[0]= 46649132.000000;
33         T[0]= 0.000000;
34         dInfTot[0]=0;
35         printf("dS[0]=%f\n\n",dS[0]);
36         M=1700.000000;
37     }
38     if(swt_pop==3){/*BRASIL*/
39         dS[0]= 213313039.000000;
40         dV[0]= 0.000000;
41         dA[0]= 4000.000000;
42         dI[0]= 400.000000;
43         dR[0]= 200.000000;
44         dN[0]= 213317639.000000;
45         T[0]= 0.000000;
46         dInfTot[0]=0;
47         printf("dS[0]=%f\n\n",dS[0]);
48         M=7700.000000;
49     }
50     float tau,placeholder;
51     if(swt_vac==1){/*CENARIO DE VACINACAO BOTUCATU*/
52         placeholder=0.02;
53     }
54     if(swt_vac==2){/*CENARIO DE VACINACAO SAO PAULO*/
55         placeholder=0.015;
56     }
57     if(swt_vac==3){/*CEN RIO DE VACINACAO BRASIL*/
58         placeholder=0.01;
59     }
60     if(swt_vac==4){/*CENARIO SEM VACINACAO*/
61         placeholder=0.0;
62     }
63     /*RUNGE KUTTA 4 ORDEM*/

```

```

64         for(i=0;i<60000;i++){
65             if(i>dia*100){
66                 tau=placeholder;
67             }
68             /*DIAS*/
69             T[i+1]=T[i]+h;
70             printf("Dia %f\n",T[i]);
71             /*SUSCETIVEIS*/
72             k1_s= M-(tau*dS[i])-(alfa*(dI[i]+(beta*dA[i]))*(dS[
i]))/(dN[i])-mi*dS[i]+gama*dR[i]);
73             k2_s= M-tau*(h_2*k1_s+ dS[i])-(alfa*((h_2*k1_s+dI[i
]))+beta*(h_2*k1_s+dA[i]))*(h_2*k1_s+dS[i]))/(h_2*k1_s+dN[i])-mi
*(h_2*k1_s+dS[i])+gama*(h_2*k1_s+dR[i]);
74             k3_s= M-tau*(h_2*k2_s+ dS[i])-(alfa*((h_2*k2_s+dI[i
]))+beta*(h_2*k2_s+dA[i]))*(h_2*k2_s+dS[i]))/(h_2*k2_s+dN[i])-mi
*(h_2*k2_s+dS[i])+gama*(h_2*k2_s+dR[i]);
75             k4_s= M-tau*(h*k3_s+dS[i])-(alfa*((h*k3_s +dI[i])+
beta*(h*k3_s+dA[i]))*(h_2*k3_s+dS[i]))/(h_2*k3_s+dN[i])-mi*(h*
k3_s+dS[i])+gama*(h*k3_s+dR[i]);
76             dS[i+1]=dS[i]+h_seis*(k1_s+2*k2_s+2*k3_s+k4_s);
77             /*VACINADOS*/
78             k1_v= tau*dS[i]-(ro*alfa*(dI[i]+beta*dA[i])*dV[i])
/(dN[i])- mi*dV[i];
79             k2_v= tau*(h_2*k1_v+dS[i])-(ro*alfa*((h_2*k1_v+dI[i
]))+beta*(h_2*k1_v+dA[i]))*(h_2*k1_v+dV[i]))/(h_2*k1_v+dN[i])-mi
*(h_2*k1_v+dV[i]);
80             k3_v= tau*(h_2*k2_v+dS[i])-(ro*alfa*((h_2*k2_v+dI[i
]))+beta*(h_2*k2_v+dA[i]))*(h_2*k2_v+dV[i]))/(h_2*k2_v+dN[i])-mi
*(h_2*k2_v+dV[i]);
81             k4_v= tau*(h*k3_v+dS[i])-(ro*alfa*((h*k3_v+dI[i])+
beta*(h*k3_v+dA[i]))*(h*k3_v+dV[i]))/(h*k3_v+dN[i])-mi*(h*k3_v+
dV[i]);
82             dV[i+1]=dV[i]+h_seis*(k1_v+2*k2_v+2*k3_v+k4_v);
83             /*ASSINTOMATICOS*/
84             k1_a= (alfa*(dI[i]+beta*dA[i])*dS[i])/(dN[i])+(ro*
alfa*(dI[i]+beta*dA[i])*dV[i])/(dN[i])-delta*dA[i]-mi*dA[i];
85             k2_a= (alfa*((h_2*k1_a+dI[i])+beta*(h_2*k1_a+dA[i])
)*(h_2*k1_a+dS[i]))/(h_2*k1_a+dN[i])+(ro*alfa*((h_2*k1_a+dI[i])+
beta*(h_2*k1_a+dA[i]))*(h_2*k1_a+dV[i]))/(h_2*k1_a+dN[i])-delta
*(h_2*k1_a+dA[i])-mi*(h_2*k1_a+dA[i]);

```

```

86         k3_a= (alfa*((h_2*k2_a+dI[i])+beta*(h_2*k2_a+dA[i]))
) * (h_2*k2_a+dS[i])) / (h_2*k2_a+dN[i]) + (ro*alfa*((h_2*k2_a+dI[i])+
beta*(h_2*k2_a+dA[i])) * (h_2*k2_a+dV[i])) / (h_2*k2_a+dN[i]) - delta
* (h_2*k2_a+dA[i]) - mi * (h_2*k2_a+dA[i]);
87         k4_a= (alfa*((h*k3_a+dI[i])+beta*(h*k3_a+dA[i])) * (h
* k3_a+dS[i])) / (h*k3_a+dN[i]) + (ro*alfa*((h*k3_a+dI[i])+beta*(h*
k3_a+dA[i])) * (h*k3_a+dV[i])) / (h*k3_a+dN[i]) - delta * (h*k3_a+dA[i])
- mi * (h*k3_a+dA[i]);
88         dA[i+1]=dA[i]+h_seis*(k1_a+2*k2_a+2*k3_a+k4_a);
89         /*SINTOMATICOS*/
90         k1_i= teta*delta*dA[i]-sigma*dI[i]-mi*dI[i];
91         k2_i= teta*delta*(h_2*k1_i+dA[i])-sigma*(h_2*k1_i+
dI[i])-mi*(h_2*k1_i+dI[i]);
92         k3_i= teta*delta*(h_2*k2_i+dA[i])-sigma*(h_2*k2_i+
dI[i])-mi*(h_2*k2_i+dI[i]);
93         k4_i= teta*delta*(h*k3_i+dA[i])-sigma*(h*k3_i+dI[i]
)]-mi*(h*k3_i+dI[i]);
94         dI[i+1]=dI[i]+h_seis*(k1_i+2*k2_i+2*k3_i+k4_i);
95         /*RECUPERADOS*/
96         k1_r= (1-teta)*delta*dA[i]+sigma*dI[i]-gama*dR[i]-
mi*dR[i];
97         k2_r= (1-teta)*delta*(h_2*k1_r+dA[i])+sigma*(h_2*
k1_r+dI[i])-gama*(h_2*k1_r+dR[i])-mi*(h_2*k1_r+dR[i]);
98         k3_r= (1-teta)*delta*(h_2*k2_r+dA[i])+sigma*(h_2*
k2_r+dI[i])-gama*(h_2*k2_r+dR[i])-mi*(h_2*k2_r+dR[i]);
99         k4_r= (1-teta)*delta*(h*k3_r+dA[i])+sigma*(h*k3_r+
dI[i])-gama*(h*k3_r+dR[i])-mi*(h*k3_r+dR[i]);
100        dR[i+1]=dR[i]+h_seis*(k1_r+2*k2_r+2*k3_r+k4_r);
101        /*POPULACAO TOTAL*/
102        k1_n= M-mi*(dN[i]);
103        k2_n= M-mi*(h_2*k1_n+dN[i]);
104        k3_n= M-mi*(h_2*k2_n+dN[i]);
105        k4_n= M-mi*(h*k3_n+dN[i]);
106        dN[i+1]=dN[i]+h_seis*(k1_n+2*k2_n+2*k3_n+k4_n);
107        /*TOTAL DE INFECTADOS*/
108        dInfTot[i]=dA[i]+dI[i];
109    }
110    /*PICO*/
111    for(i=0;i<60000;i++){
112        if(i<20000){
113            if(dInfTot[i]>maior1){

```

```

114         maior1=dInfTot[i];
115         tempo1=T[i];
116     }
117 }
118 if(i>20000){
119     if(dInfTot[i]>maior2){
120         maior2=dInfTot[i];
121         tempo2=T[i];
122     }
123 }
124 if(i>50000){
125     if(dInfTot[i]>maior3){
126         maior3=dInfTot[i];
127         tempo3=T[i];
128     }
129 }
130 }
131 /*INTEGRAL 3/8 SIMPSON*/
132 soma_S=dI[0]+dI[60000];
133 soma_A=dA[0]+dA[60000];
134 soma_InfTot=dInfTot[0]+dInfTot[60000];
135 for(i=1;i<60000;i++){
136     resto=i%3;
137     if(resto==0){
138         soma_I=soma_I+2*dI[i];
139         soma_A=soma_A+2*dA[i];
140         soma_InfTot=soma_InfTot+2*dInfTot[i];
141     }
142     if(resto!=0){
143         soma_I=soma_I+3*dI[i];
144         soma_A=soma_A+3*dA[i];
145         soma_InfTot=soma_InfTot+3*dInfTot[i];
146     }
147 }
148 integral_I=p*h*soma_I;
149 integral_A=p*h*soma_A;
150 integral_InfTot=p*h*soma_InfTot;
151 }
152 }
153 }

```