

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
FACULDADE DE ENGENHARIA
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA

**CONTROLE DAS PROPRIEDADES DINÂMICAS DE SISTEMAS
MECÂNICOS ATRAVÉS DA UTILIZAÇÃO DE MOLAS INTELIGENTES**

Edson Luiz Valverde Castilho Filho
Engenheiro Mecânico

Ilha Solteira - SP
2015

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

**CONTROLE DAS PROPRIEDADES DINÂMICAS DE SISTEMAS
MECÂNICOS ATRAVÉS DA UTILIZAÇÃO DE MOLAS INTELIGENTES**

Edson Luiz Valverde Castilho Filho

Orientador: Prof. Dr. Michael John Brennan

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica

Ilha Solteira – SP
Maio/2015

FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

- C352c Castilho Filho, Edson Luiz Valverde.
 Controle das propriedades dinâmicas de sistemas mecânicos através da
 utilização de molas inteligentes / Edson Luiz Valverde Castilho Filho. -- Ilha
 Solteira: [s.n.], 2015
 116 f. : il.
- Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de
 Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Mecânica dos Sólidos, 2015
- Orientador: Michael John Brennan
 Inclui bibliografia
1. Engenharia mecânica. 2. Mecânica dos sólidos. 3. Controle de sistemas
 mecânicos.



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO: Controle das Propriedades Dinâmicas de Sistemas Mecânicos através da Utilização de Molas Inteligentes

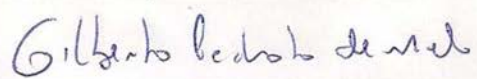
AUTOR: EDSON LUIZ VALVERDE CASTILHO FILHO

ORIENTADOR: Prof. Dr. MICHAEL JOHN BRENNAN

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Mecânica ,
Área: MECANICA DOS SÓLIDOS, pela Comissão Examinadora:


Prof. Dr. MICHAEL JOHN BRENNAN

Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Prof. Dr. GILBERTO PECHOTO DE MELO

Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Prof. Dr. ALDEMIR APARECIDO CAVALINI JUNIOR

Faculdade de Engenharia Mecânica / Universidade Federal de Uberlândia

Data da realização: 31 de agosto de 2015.

Dedico este trabalho a meu avô, Romão Valverde Castilho, *in memoriam*

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por me dar a oportunidade de concluir a graduação e o mestrado nesta Universidade a qual devo, certamente, os melhores anos da minha vida.

À minha família, em especial aos meus pais Edson e Rosemeire, e às minhas irmãs Heloisa e Helena, por todo o apoio fornecido e pela compreensão pelos momentos de ausência.

À minha noiva Suzane, por me incentivar e cooperar, em todos os momentos desde o início do namoro, com palavras de carinho e orientação.

Ao grande amigo Rafael de Oliveira Mathias pelos bons momentos e ensinamentos de vida. Aos companheiros de república, Caio Cesar Balestra, Carlos Henrique Vasques, Giulio Cervo Dalmolin e Murilo Parra Cuerva, pelo auxílio desde o início da graduação até o ultimo momento em Ilha Solteira.

Ao grande amigo e colaborador deste trabalho, Vinícius Fernandes, quem muito me auxiliou desde os tempos de Iniciação Científica.

Ao professor Gilberto Pechoto de Melo, pela paciência e sabia orientação durante todos esses anos e ao professor Michael John Brennan por me ajudar a enxergar a engenharia a partir de uma perspectiva diferente e estimular minha busca pelo conhecimento.

A todos os professores e corpo técnico do Departamento de Engenharia Mecânica da Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira da UNESP que me propiciaram uma excelente formação, e com quem divido todas as vitórias de minha vida profissional.

A CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior), pelo suporte financeiro. Ao GMSINT (Grupo de Materiais e Sistemas Inteligentes) pelo apoio técnico e material para a conclusão deste projeto.

A banca examinadora, em especial ao professor Vicente Lopes Junior, pelas ideias significativas e orientação nos primórdios deste trabalho.

“The mind that opens to a new idea never returns to its original size”

Albert Einstein

RESUMO

Os sistemas produtivos modernos requerem, cada vez mais, confiabilidade e bom desempenho de seus equipamentos que, ao apresentarem níveis de vibração elevados, tendem a se deteriorar precocemente e produzir variações no processo produtivo, comprometendo assim sua utilização. Dado o interesse em mitigar os efeitos da vibração, nos últimos anos o estudo de sistemas que sejam capazes de controlar os deslocamentos e as forças dinâmicas geradas por equipamentos vem ganhando espaço considerável na engenharia. Este trabalho apresenta o estudo de uma técnica de controle semiativo que emprega a alteração das propriedades dinâmicas através da modificação da rigidez do sistema, para produzir o efeito de atenuação de vibrações. Foi desenvolvida uma metodologia para avaliação do efeito de alteração da rigidez do sistema através de análise adimensional dinâmica do sistema e, além disso, foram também equacionados analiticamente todos os parâmetros envolvidos no controle das propriedades do sistema. Foi desenvolvido o projeto teórico de um dispositivo capaz de realizar a modificação da rigidez de um sistema mecânico, sendo este simulado em condições de aplicação na atenuação de vibrações de um equipamento que atravessa sua frequência natural. Os resultados demonstram que o dispositivo tem aplicação bastante efetiva para pequenas estruturas e que o conceito pode ser estendido para experimentos com sistemas reais.

Palavras-chave: Controle Semiativo de vibrações. Alteração de propriedades dinâmicas. Modificação de rigidez.

ABSTRACT

Modern production systems increasingly require good reliability and performance of their machines and equipment. Those which have high vibration levels tend to deteriorate sooner and to produce poor production processes, which means that the maximum availability cannot be exploited. In recent years, due to the desire to mitigate the effects of vibration, systems which are capable of controlling the dynamic displacements and forces generated by equipment, have been studied. The work in this dissertation presents a study of a semi-active control technique which changes the dynamic properties of a machine, through the modification of the system stiffness, to produce the effect of vibration reduction. A methodology is developed to evaluate the effect of the system stiffness alteration through dynamic analysis. A potential implementation of a design capable of modifying the stiffness of a mechanical system is presented, and simulations are carried out into its performance as a machine passes through its natural frequency. The results show that the design works in principle and has the potential to work in a real experimental system.

Keywords: Semi-Active vibration control. Dynamic properties alteration. Stiffness changing.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Sistema de 1 grau de liberdade para o modelo	31
Figura 2	(a) FRF do sistema e alguns elementos de compreensão (b) Gráfico de fases de alguns elementos de compreensão	35
Figura 3	(a) Comparativo das FRF do Sistema com rigidez total e removida. (b) Comparativo da inversão de fases do Sistema com rigidez total e removida	37
Figura 4	(a) FRF da Curva de Operação de um sistema com controle de vibração por alteração de rigidez (b) Gráfico de Fase da Curva de Operação de um sistema com controle de vibração por alteração de rigidez	39
Figura 5	Comportamento dos picos das FRF do Sistema com variação dinâmica de rigidez para várias razões de rigidez remanescente (γ) impostas ao modelo	45
Figura 6	Sistema de 1 grau de liberdade com rigidez total	47
Figura 7	Sistema de 1 grau de liberdade com rigidez removida	49
Figura 8	Comportamento no domínio adimensional referente ao tempo da força de excitação	51
Figura 9	Comparação entre o comportamento no domínio adimensional referente ao tempo entre o sistema sem remoção de rigidez e o sistema com rigidez removida	52
Figura 10	Comportamento no domínio adimensional referente ao tempo para o sistema com alteração de rigidez	53
Figura 11	Localização da frequência adimensional de troca de rigidez	55
Figura 12	FRF para o Sistema Original e com Rigidez Removida comparado com o Sistema em Operação com Alteração de Rigidez	58
Figura 13	Comportamento dos Picos da FRFs do Sistema com alteração de rigidez em função da frequência resultante do pico (para a razão de rigidez remanescente variando de 0,3 a 1)	60
Figura 14	Comparação dos valores RMS de deslocamento adimensional do sistema	61
Figura 15	Comportamento do sistema nas duas diferentes regiões	62
Figura 16	Comportamento da fase do sistema com alteração de rigidez	64

Figura 17	Comparação entre a Função de Resposta em Frequência e a Transformada de Hilbert da Resposta no Tempo para um caso simulado	65
Figura 18	Comparação das respostas do sistema original no domínio adimensional do tempo para os casos de taxa de alteração de frequência de 3×10^{-3} e 6×10^{-3} .	66
Figura 19	Esboço do dispositivo proposto	70
Figura 20	Gráfico da Rigidez da Viga em função da distância da aplicação da força do sistema para cada condição de contorno da extremidade oposta ao engaste e a curva resultante da razão de rigidez	72
Figura 21	Esquema experimental concebido para avaliação dos parâmetros teóricos do sistema mecânico com variação de rigidez	73
Figura 22	Detalhe do atuador disponível para a montagem experimental (Stack Piezelétrico CEDRAT PPA40L)	77
Figura 23	Função de Resposta em Frequência (acima) e gráfico das fases para o sistema projetado para alteração de rigidez.	83
Figura 24	Resposta no domínio do tempo do sistema com rigidez removida e do sistema original quando submetidos à mesma excitação.	84
Figura 25	Resposta no domínio do tempo do sistema original e do sistema com remoção de rigidez em operação comparados quando submetidos à mesma excitação.	85
Figura 26	(a) Resposta no domínio do tempo do sistema original, sistema com rigidez removida e com alteração de rigidez em diferentes instantes de tempo durante a excitação do sistema. (b) Resposta no domínio do tempo do sistema com alteração de rigidez em diferentes instantes de tempo durante a excitação do sistema	86
Figura 27	Comparação dos valores RMS dos sistemas controlados, original e com rigidez removida quando sujeitos à mesma excitação.	87
Figura 28	(a) FRF do sistema original, sistema com rigidez removida e com alteração de rigidez, comparadas com a transformada de Hilbert da resposta no domínio do tempo para dois casos de controle. (b) Detalhe para a FRF do sistema com alteração de rigidez e as transformadas de	89

Hilbert das respostas no domínio do tempo.

Figura 29	FRF do sistema original, sistema com rigidez removida e com alteração de rigidez, comparadas com a transformada de Hilbert da resposta no domínio do tempo para o caso de controle com maior eficiência.	90
Figura 30	Comparação dos valores RMS do sistema original e do sistema controlado com troca de rigidez em diferentes instantes de tempo.	91
Figura 31	Concepção do Atuador com Stacks Piezelétricos.	99
Figura 32	A)Coluna de ligação com o elemento de freio. B)Elemento de mola (viga).	99
Figura 33	Elemento de conexão entre a coluna de ligação com o elemento de freio.	100
Figura 34	Elemento de freio.	100
Figura 35	Montagem do Sistema.	101

LISTA DE SIMBOLOS

Letras Latinas

m	massa
f	função da força
t	tempo
k	coeficiente de rigidez total
Δk	coeficiente de rigidez removida
c	coeficiente de amortecimento
c_1	coeficiente de amortecimento para sistema com rigidez total
c_2	coeficiente de amortecimento para sistema com rigidez removida
x	função do deslocamento
$\dot{x}$	função da velocidade
$\ddot{x}$	função da aceleração
x_s	deslocamento estático para o sistema com rigidez total
x_{sII}	deslocamento estático para o sistema com rigidez removida
$\hat{x}$	deslocamento normalizado
$\hat{x}_{P1}$	deslocamento máximo para o sistema com rigidez total
$\hat{x}_{P2}$	deslocamento máximo para o sistema com rigidez removida
X	amplitude da função do deslocamento
F	amplitude da função da força
P_1	pico da FRF do sistema com rigidez total
P_2	pico da FRF do sistema com rigidez removida
P_S	pico da FRF do sistema controlado
j	número complexo imaginário puro
k_{on}	rigidez da viga engastada-apoiada
k_{off}	rigidez da viga engastada-livre
$\hat{k}_{on}$	rigidez adimensional da viga engastada-apoiada
$\hat{k}_{off}$	rigidez adimensional da viga engastada-livre
A	área da seção transversal da viga

E	modulo elasticidade do material da viga
I	momento de inercia da viga
L	comprimento da viga
a	distância de aplicação da força na viga
F	fator de adimensionalização de rigidez da viga
TR	transmissibilidade de força
F_s	força de frenagem
N	força do atuador
$F_{m\acute{a}x}$	amplitude máxima da força de excitação da viga
d	máximo deslocamento na ponta da viga
L_{Col}	comprimento esbelto da coluna de ligação
P_{Crit}	carga crítica de flambagem da coluna de ligação

Letras Gregas

ω	frequência de excitação
ω_n	frequência natural
ω_{off}	frequência para o sistema com rigidez removida
Ω	frequência adimensional para o sistema com rigidez total
Ω_s	frequência adimensional de atuação do controle
Ω_{off}	frequência adimensional para o sistema com rigidez removida
ζ	razão de amortecimento
ζ_1	razão de amortecimento para o sistema com rigidez total
ζ_2	razão de amortecimento para o sistema com rigidez removida
γ	razão de rigidez remanescente
τ	tempo adimensional
δ	fator de normalização de comprimento da viga
ρ	densidade do material da viga
$\beta_n L$	fator de formada frequência natural da viga
μ_s	coeficiente de atrito estático
μ_d	coeficiente de atrito dinâmico
ω_{nCol}	frequência natural da coluna de ligação

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	18
1.1	CONCEITOS	18
1.2	RELEVÂNCIA DO TEMA	19
1.3	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	21
1.4	OBJETIVOS	27
1.5	CONTRIBUIÇÕES DA PESQUISA	28
1.6	ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	29
2	ALTERAÇÃO DE RIGIDEZ EM UM SISTEMA DE UM GRAU DE LIBERDADE – DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA	30
2.1	MODELO MATEMÁTICO DO SISTEMA	30
2.1.1	Equação do Movimento para o Sistema Proposto	31
2.1.2	Adimensionalização do Problema	32
2.2	COMPORTAMENTO DE UM SISTEMA COM ALTERAÇÃO DE RIGIDEZ	33
2.2.1	Descrição da Amplitude da Função de Reposta em Frequência	33
2.2.2	Descrição da Fase da Função de Reposta em Frequência	36
2.3	DETERMINAÇÃO DO PONTO DE ALTERAÇÃO DE RIGIDEZ	40
2.3.1	Determinação da Expressão Analítica para a Frequência onde ocorre a alteração de rigidez	41
2.3.2	Determinação da Expressão Analítica para a Máxima Amplitude do Sistema que Atravessa uma Alteração de Rigidez	42
2.3.3	Comportamento do Ponto de Alteração de Rigidez com relação à Rigidez Alterada	44
2.4	CONCLUSÕES	46
3	ALTERAÇÃO DE RIGIDEZ EM UM SISTEMA DE UM GRAU DE LIBERDADE – DOMÍNIO DO TEMPO	47

3.1	MODELO MATEMÁTICO PARA O DOMÍNIO DO TEMPO	47
3.2	COMPORTAMENTO DE UM SISTEMA COM ALTERAÇÃO DE RIGIDEZ	50
3.2.1	Deslocamento no Domínio do Tempo	50
3.2.2	Discussão sobre os resultados previstos pela solução da equação	53
3.3	DETERMINAÇÃO DO INSTANTE DE TEMPO PARA ALTERAÇÃO DE RIGIDEZ	54
3.4	CONCLUSÕES	56
4	DISCUSSÕES SOBRE O MODELO DE UM GRAU DE LIBERDADE ADOTADO	57
4.1	EFETIVIDADE DA AÇÃO DE ALTERAÇÃO DE RIGIDEZ COMO MECANISMO DE ATENUAÇÃO DE VIBRAÇÕES NESTE MODELO	57
4.1.1	Comparação da Redução de Vibração no Domínio da Frequência	57
4.1.2	Comparação da Redução de Vibração no Domínio do Tempo	61
4.1.3	Comparação dos Resultados no Domínio do Tempo e no Domínio da Frequência (Função de Resposta em Frequência x Envelope da Resposta no Tempo)	62
4.2	REPRESENTATIVIDADE DO MODELO ADOTADO E SUAS LIMITAÇÕES	67
4.3	CONCLUSÕES	68
5	PROJETO DE UM SISTEMA MECÂNICO QUE PERMITA ALTERAÇÃO DE RIGIDEZ	69
5.1	FORMAS DE PRODUZIR ALTERAÇÕES DE RIGIDEZ NO SISTEMA PROPOSTO	69

5.2	PROJETO DOS COMPONENTES DO SISTEMA	72
5.2.1	Projeto da Viga	73
5.2.2	Projeto do Sistema de Frenagem	75
5.2.3	Projeto da Coluna de Ligação	77
5.3	CONCLUSÕES	79
6	SIMULAÇÃO DO SISTEMA PROJETADO	81
6.1	DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS ANALÍTICOS DO SISTEMA	81
6.2	FUNÇÃO DE RESPOSTA EM FREQUÊNCIA (FRF) DO SISTEMA	82
6.3	RESPOSTA DO SISTEMA NO DOMÍNIO DO TEMPO	84
6.4	COMPARAÇÃO DOS VALORES DO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA E O ENVELOPE DA RESPOSTA NO DOMÍNIO DO TEMPO	88
6.5	DETERMINAÇÃO DA EFICIÊNCIA DO SISTEMA CONTROLADO	90
6.6	CONCLUSÕES	91
7	CONCLUSÕES	93
7.1	CONSIDERAÇÕES FINAIS	93
7.2	PROPOSTA PARA TRABALHOS FUTUROS	94
	REFERÊNCIAS	96
	APÊNDICE A – Desenhos do dispositivo	99
	APÊNDICE B - Simulações Computacionais	102

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONCEITOS

Dentro do universo do controle de vibrações em sistemas mecânicos pontuam-se em geral, três formas de controle susceptíveis ao emprego: O controle Ativo, o Semiativo e o Passivo. A utilização do controle Passivo implica que a ação de controle é inexistente, não há atuadores nem um sistema de controle; Somente o sistema, por si só, através de formas construtivas ou emprego de algum acessório, deverá responder às excitações dinâmicas de forma a provocar o mínimo possível de vibração. O controle Ativo opera de forma completamente oposta, requerendo a utilização de sensores e atuadores que, conectados por meio de uma malha de controle, atuam permanentemente, durante todo o instante em que o objeto de controle apresentar uma resposta dinâmica que produza uma reação da malha de controle. Já as filosofias de controle Semiativo apresentam um conceito intermediário, realizando as ações de controle variando o estado do sistema, alterando-o de forma a permitir que o conjunto responda na condição onde a resposta dinâmica produzir o menor nível de vibrações.

As técnicas de controle Semiativo produzem resultados bastante razoáveis, e são preferíveis às técnicas de controle Ativo em sistemas onde não se requer um controle muito minucioso das vibrações induzidas na estrutura, por sua relativa simplicidade de concepção e menores exigências técnicas. Existem também sistemas em que é inviável, seja tecnicamente ou economicamente, o emprego de controle Ativo, fazendo com que o controle Semiativo seja uma opção mais tangível.

Uma das formas em que se processa com mais eficiência o controle Semiativo é a alteração das propriedades dinâmicas do sistema mecânico, fazendo com que sua resposta a estímulos externos se dê de forma diferente em comparação à resposta sem controle devido à alteração da função de transferência do sistema. O desenvolvimento de um dispositivo capaz de alterar as propriedades dinâmicas de uma estrutura principal é uma ideia consolidada e atualmente pertence a diversos segmentos da engenharia. Na indústria civil como exemplo, já foram desenvolvidas estruturas com capacidades adaptativas às diferentes situações dinâmicas às quais a mesma pode estar submetida, como pontes suspensas com controle de rigidez e amortecimento nos seus cabos de sustentação e colunas de suporte. O desenvolvimento destas tecnologias também vem crescendo substancialmente nos últimos anos para máquinas rotativas,

o que leva a crer que este é um campo de pesquisa favorável, principalmente em se tratando da aplicação de materiais inteligentes para efetuar controle de vibrações.

Devido à vastidão de opções em termos de métodos de controle com aplicação de materiais inteligentes, é necessário ressaltar o avanço que vem sendo feito em pesquisas em que são empregados. Aplicações recentes indicam o uso de Piezeletric Friction Dampers (PFDs) os amortecedores de fricção piezelétricos, com o intuito de alterar as propriedades dinâmicas de um sistema. Algumas pesquisas envolvendo PFDs utilizam um sistema mecânico patenteado denominado “Smart Spring”, as molas inteligentes. Esse aparato utiliza um mecanismo semelhante aos PFDs para variar propriedades como massa, rigidez e amortecimento quando acoplado a uma estrutura primária.

A ideia principal dos dispositivos capazes de alterar a rigidez de um sistema é produzir uma alteração na frequência natural da estrutura, de tal forma que, dependendo da frequência em que o sistema está sendo excitado, ele assuma a configuração com a frequência natural que produza menor amplitude de resposta. Caso o sistema seja excitado com forças de frequências variantes, o dispositivo atua ou deixa de atuar seguindo uma lei de controle elaborada através das funções de resposta em frequência do sistema em seus dois diferentes estados, configurando o seu uso como o de um controlador on-off. É evidente que, caso haja necessidade, mais de um dispositivo pode ser empregado, gerando combinações de coeficientes de rigidez produzindo uma gama maior de frequências naturais. De tal forma o sistema possuiria condições de responder melhor a uma faixa mais abrangente de frequências de excitação, no entanto deve-se avaliar se, tecnicamente, é a melhor solução a se empregar, pois com a adição de variáveis o controlador se torna cada vez mais complexo, podendo ser mais viável aplicar outro tipo de controle.

1.2 RELEVÂNCIA DO TEMA

Nos últimos anos, a crescente demanda do setor industrial e o aumento da competitividade entre as empresas vêm exigindo maiores velocidades de operação com o menor número possível de intervenções para manutenção dos seus equipamentos. Sabe-se que estas exigências formam um par antagônico dentro do projeto de um conjunto mecânico, já que quanto mais os componentes são exigidos, maior é a probabilidade de apresentarem algum defeito dentro do seu tempo médio de substituição. Além desta implicação, o aumento de velocidades de operação resulta também em efeitos dinâmicos que devem ser levados em consideração para

minimizar o desgaste das peças de uma máquina. Contudo, estes efeitos são raramente eliminados e constantemente são precursores da elevação de níveis de vibração.

Apesar dos benefícios trazidos pelos avanços tecnológicos na área de manutenção, existem situações em que mesmo a máxima utilização da capacidade de uso e a substituição em tempo oportuno dos componentes, que é o que este tipo de operação permite, não são suficientes para a redução dos custos incorridos ao funcionamento de equipamentos e ao seu funcionamento com segurança. Nestes casos é necessário recorrer a sistemas que minimizem os causadores do desgaste das peças de um conjunto, e a solução, em grande parte das vezes, é a aplicação de sistemas de controle para atenuação de vibrações. O emprego desta solução motiva a busca por técnicas inovadoras, que possibilitem a mitigação eficaz das vibrações utilizando aparatos que apresentem viabilidade técnica e econômica para a sua realização, incluindo a análise de compatibilidade com o sistema físico em que será inserido e do processamento computacional requerido.

Neste contexto se inserem os dispositivos com capacidade de variação das propriedades físicas do sistema, que são projetados com o intuito de alterar as variáveis do sistema em situações onde se atingem níveis preestabelecidos de vibração. Uma aplicação muito satisfatória deste sistema se daria em conjuntos mecânicos onde as forças de excitação possuem graduais alterações significativas de frequência, como por exemplo, sistemas rotativos de elevada inércia, que não tem capacidade de atravessar suas velocidades críticas rapidamente, o que evitaria níveis elevados de vibração, por períodos relativamente longos, durante a aceleração ou desaceleração da máquina. Nesses sistemas, um variador de rigidez possuiria o papel de alterar as velocidades críticas que a máquina atravessa durante a aceleração do conjunto rotativo, ou seja, o dispositivo alteraria a frequência natural do sistema quando a frequência de excitação estivesse se aproximando da frequência natural durante a rampa de aceleração.

Existem outras possibilidades de aplicação, como por exemplo, a alteração da razão de amortecimento do sistema através de amortecedores com coeficiente controlável, contudo este trabalho relata o estudo da aplicação desta técnica, com um dispositivo específico para variação de rigidez com controle tipo on-off, devido a simplicidade de implementação do algoritmo de controle, velocidade de resposta, e possibilidade de construção de um dispositivo que tenha viabilidade de emprego em sistemas reais.

Além disso, o trabalho analisa a influência do dispositivo na construção do sistema e da interação com a instalação. Esta análise é primordial para sistemas de grande porte, onde se torna imprescindível a compreensão de como o conjunto interage com a fundação, que mesmo em projetos de dimensão considerável é muitas vezes negligenciado. Este procedimento faz parte de

uma série de critérios a serem considerados em etapas anteriores ao comissionamento de um equipamento e provisiona as condições de adequação do equipamento à fundação.

1.3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O controle de vibrações já vem, há tempos, conquistando um grande espaço no campo da engenharia devido à necessidade de convivermos com respostas dinâmicas das mais variadas, sejam em equipamentos, veículos, estruturas, ou mesmo em nossos próprios corpos. A preocupação com a construção de sistemas de controle de vibração robustos e que respondam eficientemente às perturbações provocadas no objeto de controle é essencial em todos os projetos onde se preveem situações críticas à resposta dinâmica da estrutura controlada. O grande problema destes sistemas é: como responder de forma robusta a perturbações pertencentes a um amplo espectro de possibilidades, de forma eficiente, considerando que temos como obstáculo as limitações nos atuadores, seja em termos de frequência que possam atender, seja em termos de força ou deslocamento que possam atingir?

Em parte, a resposta para esta questão está nos controles semiativos, que em geral são mais viáveis que os controles ativos, devido não exigirem uma disponibilidade e capacidade tão grande dos atuadores, aplicando uma estratégia de controle otimizada, que emprega seus recursos de forma a atender as especificações requeridas com o mínimo de custo, seja ele computacional ou físico. Segundo Spencer Jr. e Nagarajaiah (2003), o controle semiativo parece reunir as melhores características dos controles ativo e passivo; Oferecem a flexibilidade dos dispositivos de controle ativo, porém sem a necessidade de fontes de energia com capacidades consideráveis, uma vez que esta forma de controle não insere energia mecânica no sistema, mas possui a capacidade de alterar as suas propriedades para responder da melhor forma à perturbação.

Um bom exemplo da aplicação do controle semiativo pode ser encontrado no trabalho de Lu e Lin (2009), que aplicando controle semiativo através de amortecedores variáveis de fricção controlados por lógica *fuzzy*, atestaram numericamente a supressão dos efeitos de terremotos nos isoladores de uma estrutura. Evidentemente a eficiência do sistema varia de acordo com a intensidade do terremoto, porém, foi através de um controle semiativo, regido por uma lógica que otimizou sua aplicação, que foi possível verificar que há uma redução significativa nos níveis de deslocamento dos isoladores e consequentemente mitigou a vibração na estrutura, independentemente da intensidade de terremoto. Anteriormente, Lu e Lin (2008) já expunham

este sistema, contudo o controlador utilizado empregava uma lei de controle pré-determinada, que foi comprovadamente considerada inferior que a lógica *fuzzy*, pois o sistema que era objeto de controle necessitava de uma lei de controle mais flexível e adaptável às perturbações. É visível através deste exemplo que para um controle ser eficiente e robusto, não basta à ação de controle ser simples, a lei de controle que o rege deve ser otimizada para aquela situação.

No caso anterior, vemos que a necessidade do sistema requer que o controlador seja flexível, para admitir perturbações variadas. O sistema responde a um terremoto, que apresenta um espectro de frequências amplo, baseado na aleatoriedade das forças que por ele são geradas. Contudo, existem sistemas com perturbações mais comportadas, e nesses casos, não há sentido em utilizar um controlador que responda tão bem a uma ampla extensão de frequências. É onde entra a otimização dos recursos, simplificando o controle, aumentando a velocidade com que ele é processado e obtendo resultados mais práticos. Liu et al. (2008) apresenta uma abordagem prática do controle On-Off , que como o próprio nome sugere, apresenta uma ação pra uma determinada situação e quando fora desta determinada condição, não atua. Em seu trabalho, eles combinam a variação de rigidez e amortecimento através de um dispositivo de Voigt (que se trata de uma mola de rigidez constante com um amortecedor controlável) produzindo uma rigidez equivalente que pode ser controlada pelo próprio amortecimento. Aplicando este controle a excitações senoidais obtiveram ótimos resultados, tanto em excitações pela base quanto por ação de outras formas de excitação.

O trabalho mencionado aborda um tema amplamente difundido entre os pesquisadores de controle e mitigação de vibrações: a alteração das propriedades mecânicas de um sistema como forma de controle semiativo. É bem sabido que, ao se alterar alguma propriedade do sistema seja ela massa, rigidez ou amortecimento, sua resposta dinâmica apresentará uma alteração e é este fenômeno que se deseja produzir através deste tipo de controle.

Liu et al. (2006) aplicaram este conceito ao propor um dispositivo que conseguisse produzir variações de rigidez e amortecimento através do controle da viscosidade de fluido magneto reológico, produzindo bons resultados para as regiões de ressonância e de alta frequência de seu sistema. Em um trabalho anterior, Liu et al. (2005) realizaram um estudo sobre qual propriedade a ser controlada, entre rigidez e amortecimento, apresentaria maior eficácia no controle das vibrações através do isolamento de um sistema, concluindo que a combinação de controle da rigidez concomitante ao controle do amortecimento produzem melhores resultados para sistemas excitados pela base e o controle de rigidez, por si só, apresenta melhores resultados para sistemas com excitação de forças externas.

As técnicas de controle utilizadas para avaliação da rigidez a ser imposta ao sistema são das mais variadas. Ramaratnam e Jalili (2005) apresentam, de forma bastante intuitiva, um controlador através de observadores de estado, utilizando a velocidade como elemento de realimentação, aplicável à variação de rigidez, atestando a dissipação de energia necessária para a supressão de vibração em níveis desejados em tempo real.

Fica evidente que a alteração de rigidez é uma técnica bastante popular, sendo verificada por um grande número de autores. Ao se alterar a rigidez de um sistema, alteram-se também suas frequências naturais e consequentemente, sua função de resposta em frequência (FRF). É simples imaginar uma aplicação em que um sistema esteja sendo excitado em uma de suas frequências naturais e um dispositivo altere sua rigidez retirando o sistema da condição de ressonância, e basicamente, é este o princípio que cerca a maior parte destas aplicações.

Nagarajaiah (2000) patenteou um dispositivo que atua como um amortecedor estrutural de vibrações com variação contínua de rigidez, capaz de manter a estrutura em um estado não ressonante de vibração durante perturbações dinâmicas, como terremotos ou ventanias.

Em seu trabalho, Nasu et al (2001) realizou um levantamento sobre a aplicabilidade dos dispositivos de variação de rigidez contínua em casos reais. Através da simulação de um algoritmo de controle de seleção de rigidez alimentado com históricos de terremotos passados, atestou a eficiência deste tipo de controle em manter as estruturas em condições não ressonantes. Desta forma, fica exposta a natureza prática deste tipo de aplicação para estruturas civis.

Considerando os avanços realizados com isoladores de vibração, Cronjé et al (2004) apresentou a variação de rigidez como um mecanismo de alteração da frequência de isolamento e do amortecimento, de eliminadores de vibração por inércia de líquido (Liquid Inertia Vibration Eliminators), produzindo um isolador ajustável. Foram alcançados bons resultados com uma ampla variação da frequência de isolamento e da razão de amortecimento.

A variação de rigidez é também aplicável à neutralizadores de vibração, sendo assim capazes de ampliar o escopo de sua utilização ao torná-los adaptáveis. Walsh e Lamancusa (1991) já aplicavam o conceito de alteração de rigidez em neutralizadores de vibração para minimizar os níveis de vibração em regime transiente nas condições de partida e parada de máquina e na tentativa de torná-los adaptáveis às diversas velocidades de operação em regime permanente. Os resultados foram bastante produtivos, incentivando as pesquisas neste campo.

Kidner e Brennan (2001) apresentaram um neutralizador de vibrações que, através de um controlador fuzzy alimentado pelo rastreamento da frequência de excitação, produzia alterações em sua razão de amortecimento e rigidez, possibilitando de tal forma, uma melhora da atenuação das vibrações no sistema.

Mais tarde, Bonello, Brennan e Elliott (2004) aplicaram o conceito de alteração em tempo real da rigidez de absorvedores de vibrações ajustáveis de uma nova forma, através da alteração da geometria do elemento de rigidez. Utilizando colunas paralelas com sua curvatura alterável por atuação de elementos piezelétricos, foi comprovada a adaptabilidade do absorvedor, tendo como limitações somente a voltagem de alimentação dos elementos piezelétricos, que induziam uma rigidez residual ao absorvedor.

Bonello et al. (2005) realizaram um levantamento de novas formas de se alterar a rigidez através da geometria do absorvedor inspirados por paradigmas biológicos. Para alteração da curvatura, foram determinadas três formas, realizáveis por duas ferramentas de atuação, atuação piezelétrica e uso de pressão hidráulica em compósitos para geração do tensionamento desejado.

No início da década de 90, Ramesh, Utku e Wada (1991) traziam o controle de rigidez em estruturas treliçadas, através da alteração de sua geometria, para grandes deslocamentos, introduzindo a possibilidade de controle de vibrações induzidas pelo alongamento e taxas de alongamento dos elementos ativos da treliça. Na década posterior, ficou claro para os pesquisadores que este era apenas um dos métodos para alteração de rigidez. Winthrop, Baker, e Cobb (2005) enumeram alguns dos inúmeros dispositivos que estão disponíveis hoje em dia para alteração de rigidez. Neste trabalho, introduzem uma ferramenta para a seleção destes dispositivos, fornecendo como opções as ligas de memória de forma, elastômeros e fluídos magneto reológicos, atuadores piezelétricos e dispositivos mecânicos, classificando-as por um parâmetro de seleção que leva em conta a extensão de frequências que podem ser atingidas e pela a taxa de rigidez que pode ser obtida entre a máxima e a mínima rigidez gerada pelo dispositivo.

As formas mais intuitivas, as que se tem percepção de uma relação direta da alteração de rigidez, com boas correlações e resultados bem descritos na literatura, são as ligas de memória de forma (Shape Memory Alloys - SMAs) e as cerâmicas piezelétricas.

As ligas de memória de forma possuem um comportamento de difícil determinação e modelagem, devido a interdependência das propriedades dos materiais que as constituem, como é colocado por Daghia et al. (2008). Os autores propuseram um modelo em elementos finitos para modelar placas de compósitos híbridas, embebidas com ligas de memória de forma, para prever qual seria seu comportamento no controle de forma e rigidez. Faria e Silva (2006) também realizaram a modelagem de um compósito semelhante, na configuração de uma viga, para determinação de sua alteração de frequência natural em virtude do controle de temperatura das ligas de memória de forma. Ambas as aplicações sinalizam a possibilidade da modelagem e do emprego de ligas de memória de forma para controle de rigidez.

Aplicando estas ligas para a construção de absorvedores dinâmicos de vibração com possibilidade de ajuste de rigidez, Rustighi, Brennan e Mace (2004), obtiveram um dispositivo de construção mecânica simples que enfrenta, porém, dificuldades devido aos parâmetros de ajuste dependerem de forma fortemente não linear da corrente elétrica que altera as propriedades da liga de memória de forma, além do que o absorvedor apresenta uma resposta demorada ao estímulo da corrente elétrica dada à elevada inércia térmica da liga. Estas dificuldades comprometem a resposta eficiente desta liga como mecanismo de variação de rigidez.

Apesar destas desvantagens, Lees et al. (2007) aplicaram a liga de memória de forma para a variação de rigidez de mancais e consequente controle de vibrações por estes meios. Através da compressão de um *o-ring* que envolve o mancal, através de esforços realizados pela liga de memória de forma, é possível realizar a alteração da rigidez do mancal, alterando a velocidade crítica do conjunto e possibilitando a alteração da mesma no momento em que o rotor esteja prestes a atravessar a mesma, evitando assim o fenômeno da ressonância e diminuindo as vibrações em regime transiente.

Majewska e Ostachowicz (2010) utilizaram ligas de memória de forma magnéticas (MSMs) através da mesma filosofia, alterando as frequências naturais do conjunto quando da passagem pelas velocidades críticas do sistema durante o aumento da rotação do rotor. Foram obtidos bons resultados, exceto quando a frequência de ativação das ligas era a mesma, ou múltipla, da frequência natural do rotor.

O uso de materiais piezelétricos possui também certas limitações, no entanto suas aplicações são mais numerosas na literatura, no que diz respeito a controle de vibrações. Suas limitações se devem aos cuidados que devem acerrar a construção do circuito que retifica e condiciona o sinal que é utilizado para energização da liga, além de limitações físicas de deformação, já que os materiais que constituem os atuadores mais eficientes se apresentam, na maioria delas, na forma de materiais cerâmicos, porém, sua elevada velocidade de resposta os transforma em excelentes candidatos a controle de vibrações.

Ramaratna, Jalili e Dawson (2004) trazem um exemplo típico de utilização de atuadores piezelétricos. Fixando PZTs em diferentes posições de uma viga, produzindo, com a atuação destes elementos, alteração da rigidez da viga, foram capazes de estudar a energia dissipada e a supressão de vibração atingida.

Simões et al. (2006) utilizou atuadores piezelétricos do tipo pilha (*stacks*), controlando de forma ativa a rigidez de um rotor para minimizar a vibração nos regimes transiente e permanente do sistema, colocando a possibilidade de uso em caso de desbalanceamento do rotor. Em sua tese

Simões (2006) informa o modo que, aplicando controle modal através de um controlador LQR, obtêm ótimos resultados de atenuação de vibrações utilizando este tipo de atuador.

Se aproveitando da versatilidade destes tipos de atuadores, as pilhas piezelétricas (*stacks*), Nitzsche (1999) patenteou um dispositivo, que mais tarde viria a ser batizado como “Smart Spring”, que possui a capacidade de controlar as vibrações de um sistema mecânico através da variação de sua rigidez estrutural. A invenção possuía a aplicação particular de sanar os problemas provenientes das respostas dinâmicas em rotores de helicópteros. Este dispositivo embasou diversas discussões técnicas e pesquisas, apresentando uma nova abordagem para o controle semiativo de rigidez de estruturas.

No estudo da utilização do objeto da patente descrita, para o fim o qual foi desenvolvido (atenuação de vibrações em hélices de helicópteros), Nitzsche et al. (2004) explica a alteração de impedância mecânica causada pelo dispositivo e experimentalmente comprova, em túneis de vento, a eficiência na supressão das vibrações induzidas pelo escoamento de ar na hélice. Afagh, Nitzsche e Morovosa (2004) abordam a modelagem de uma estrutura com a “Smart Spring” incorporada, atentando para a explicação do amortecimento modal propiciado, estudando a estabilidade da estrutura concebida. Chen, Wickramsinghe e Zimcik (2004 e 2005) também estudaram experimentalmente a atenuação de vibração utilizando “Smart Springs” atuando na ligação da hélice com o rotor através de algoritmos adaptativos de controle e demonstraram que para maior eficiência deste dispositivo, para evitar perturbações significativas no torque do rotor devido à alteração da frequência natural da hélice, seria necessário aperfeiçoar a aplicação do mesmo. Viresh et al. (2005) contribuíram com o estudo da utilização de algoritmos de controle adaptativo, avaliando a melhoria da performance em supressão de vibrações pela detecção da frequência de vibração das hélices e inclusão na ação de controle.

Nitzsche e Harold (2004) trabalharam na identificação experimental da “Smart Spring” relatando a ampla banda de aplicação do dispositivo para controle de vibrações devido sua alta capacidade de alterar frequências naturais e amortecimento modal. Nitzsche et al (2004) demonstram, em seu artigo, as possibilidades de utilização deste dispositivo, atestando seus efeitos de alteração de impedância mecânica, alertando para potenciais aplicações desta ferramenta, o que inclusive foi um dos motivadores deste trabalho.

Buscando obter a máxima extração de energia do sistema com o uso do mecanismo da “Smart Spring”, Nitzsche et al. (2005) apresentam uma estratégia de controle onde as características de impedância do dispositivo é alterada continuamente no intuito de atingir os objetivos supracitados.

Daley et al. (2003) aplicou o mecanismo de variação de rigidez através de “Smart Springs” em uma filosofia semiativa, para controle dos modos de corpo rígido de estruturas navais. Em conjunto com esta abordagem, propuseram também o controle ativo de amortecimento através de uma técnica conhecida por “amortecimento seletivo”, obtendo resultados muito satisfatórios para atenuação da amplitude de resposta dinâmica em equipamentos de grande porte. Daley, Hätönen e Owens (2005) destacam a degradação da atenuação das vibrações por métodos passivos devido à compliância de estrutura, propondo uma abordagem de controle repetitivo via reguladores quadráticos lineares do mecanismo anteriormente estudado, comprovando experimentalmente a aplicabilidade industrial das “Smart Springs”.

A aplicação do controle de rigidez semiativo para minimização das vibrações em um rotor atravessando suas velocidades críticas, foi empregada por Cavalini Jr. et al. (2011), através da utilização de uma “Smart Spring” com seus parâmetros construtivos otimizados por algoritmos genéticos. As simulações indicaram que não houve instabilidade do sistema, mesmo com uma diferença de 65% entre os dois estados de rigidez estudados.

A riqueza na literatura, as vantagens e bons resultados apresentadas pelos estudiosos do campo de controle de vibrações através de técnicas semiativas, encorajaram a elaboração de um estudo da dinâmica de resposta de sistemas controlados por estas técnicas, voltado para a aplicação no sistema mecânico, objetivando acrescentar à literatura, resultados conclusivos sobre os parâmetros de influência no sistema.

1.4 OBJETIVOS

O trabalho desenvolvido busca o estudo e compreensão de técnicas de controle semiativo para o controle de vibrações através da alteração de propriedades dinâmicas de um sistema mecânico. Para isso propõe-se o estudo de um dispositivo capaz de controlar a amplitude das vibrações produzidas durante o funcionamento de um sistema, minimizando o efeito do fenômeno de ressonância durante a passagem pela velocidade crítica do mesmo, através da alteração de sua frequência natural.

A variação de rigidez do sistema foi eleita como mecanismo de alteração de propriedades dinâmicas capaz de executar a função de controle. Assim, o objetivo desta dissertação é:

- Desenvolver um modelo simplificado de sistema mecânico, em que se observem com clareza os efeitos produzidos pela alteração da rigidez durante a sua excitação, realizada com frequências que se alteram ao longo do tempo.
- Adimensionalizar o modelo construído, para que não sejam induzidas influências de grandezas na análise do problema de forma que seja possível comparar situações diversas em que ocorrem variações de parâmetros.
- Determinar uma função de controle para atuação no sistema, apresentando de qual maneira o dispositivo é acionado e quais as variáveis que possuem influência no controle.
- Analisar a resposta do sistema ao controle nos domínios do tempo e da frequência, de forma a ser possível determinar a eficiência do mecanismo de controle.
- Projetar um sistema fisicamente capaz de produzir as ações de controle que se deseja implementar através deste método e realizar a averiguação de seu funcionamento através de simulações computacionais.

1.5 CONTRIBUIÇÕES DA PESQUISA

A principal contribuição efetiva do trabalho é a abordagem do problema em si, da forma que foi feita. O tema apresenta interesse crescente no meio acadêmico e tecnológico, sendo assim, o trabalho contribui com o campo de pesquisa no qual se insere, trazendo uma interpretação que não é recorrente no estado da arte do controle de sistemas mecânicos.

A modelagem do sistema propôs uma análise inovadora dos parâmetros funcionais do sistema de controle, tanto no domínio do tempo, quanto no domínio da frequência, possibilitando uma avaliação comportamental abrangente do sistema. Estas informações trouxeram como resultado a caracterização do comportamento de um sistema mecânico que tem sua rigidez alterada durante a fase transiente da resposta a uma excitação. As análises subsequentes ao desenvolvimento do modelo abrangem sua representatividade, possibilitando o delineamento das suas limitações e os problemas com a utilização do controle da maneira como é proposto.

Ratificando as proposições do trabalho, o projeto prático de um dispositivo capaz de produzir alterações nas propriedades dinâmicas de um sistema e as simulações realizadas com o modelo do dispositivo, possibilitou a compreensão da atuação do controle em um sistema real através de um experimento virtual.

1.6 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Esta dissertação foi dividida em sete capítulos. Uma introdução ao tema da pesquisa é feita no Capítulo 1, apresentando a motivação para a pesquisa dada às necessidades atuais de controle de vibrações em sistemas mecânicos. No mesmo capítulo são descritos ainda os objetivos e as contribuições do trabalho. Por fim é realizado um levantamento do estado da arte no controle de propriedades dinâmicas de sistemas mecânicos.

No Capítulo 2, é tratada a resposta no domínio da frequência de um sistema, mediante a alteração da rigidez, sendo introduzida a abordagem inicial à temática de alteração de propriedades dinâmicas através de um sistema de um grau de liberdade. São desenvolvidos alguns modelos com remoção de rigidez do sistema em funcionamento e determinado o ponto onde há maior eficiência para a realização do controle.

No Capítulo 3, é tratada a resposta do sistema no domínio do tempo em caráter transitório para o mesmo sistema. Neste capítulo é determinado também, o ponto de mudança de rigidez no tempo que implica em menor amplitude de resposta transiente em respeito à alteração da função de transferência do sistema pela alteração de suas propriedades dinâmicas.

O Capítulo 4 traz uma discussão sobre o modelo adotado, realizando uma análise comparativa de valores de redução de amplitude de movimento com a utilização da alteração de rigidez como método de controle de vibrações.

No Capítulo 5 é proposto um projeto de um sistema mecânico que seja capaz de realizar a alteração da rigidez, abordando formas em que se é possível produzir este efeito, apresentando também o dimensionamento prático de um dispositivo deste tipo. O Capítulo 6 apresenta a simulação deste sistema projetado, trazendo todas as análises apresentadas anteriormente através da interpretação da resposta à excitação no domínio da frequência e comparação da mesma com a resposta no domínio do tempo com auxílio do envelope de resposta e do espectrograma, além de um estudo sobre a eficiência do sistema controlado. Por fim, no último capítulo são apresentadas as conclusões gerais sobre o trabalho.

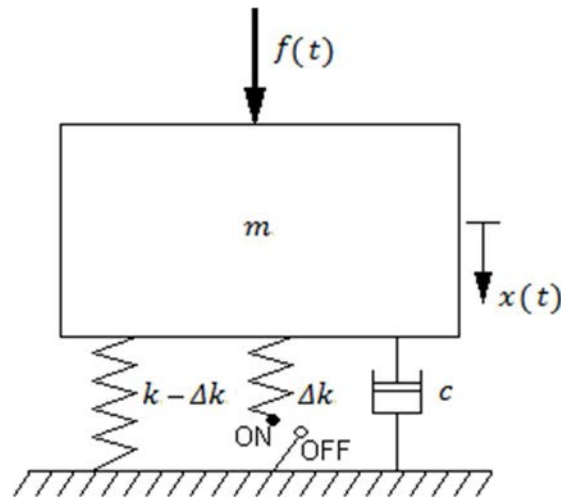
2 ALTERAÇÃO DE RIGIDEZ EM UM SISTEMA DE UM GRAU DE LIBERDADE – DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

Com o objetivo de se compreender os efeitos dinâmicos causados pela alteração de rigidez em um sistema mecânico, neste capítulo será desenvolvido um modelo com remoção de rigidez, além da determinação do ponto onde há menor amplitude de resposta à alteração deste parâmetro físico do sistema. O equacionamento dessas alterações será modelado estipulando a remoção de um percentual de rigidez de um elemento de mola gerando dois coeficientes de rigidez diferentes que possuem uma função de interdependência entre si. Empregando-se este modelo, é possível determinar como este se adéqua a formulação matemática que futuramente será empregada em análises no domínio do tempo.

2.1 MODELO MATEMÁTICO DO SISTEMA

Para elaboração deste modelo, considera-se um sistema de um grau de liberdade, massa-mola-amortecedor, que possua duas molas com coeficientes de rigidez $k-\Delta k$ e Δk , ligadas em paralelo ao sistema de massa m , e que uma dessas molas, a de coeficiente de rigidez Δk , possa ter sua conexão à massa condicionada por um modelo *on-off* (conectada ou desconectada), conforme sugere a Fig. 2.1, na qual $f(t)$ descreve a força de excitação em função do tempo, c é o coeficiente de amortecimento também ligado em paralelo às molas do sistema, e x , $\dot{x}$, $\ddot{x}$ representam o deslocamento, a velocidade e a aceleração do sistema em relação a um referencial inercial localizado no ponto de equilíbrio estático do sistema. O sistema descrito visivelmente possui duas configurações diferentes, onde podemos assumir que a rigidez total se determine pelo estado da ligação da segunda mola, quando conectada ($k_{on} = k$) e quando não conectada ($k_{off} = k - \Delta k$).

Figura 1 – Sistema de 1 grau de liberdade para o modelo



Fonte: Elaboração do Autor.

2.1.1 Equação do Movimento para o Sistema Proposto

Para equacionar o modelo proposto, considera-se inicialmente o caso onde a segunda mola esteja conectada ao sistema, caso no qual a denominação para o valor de rigidez total do sistema é k .

Para este caso, é bem sabido que o diagrama de esforços sobre a massa indica que a força resultante obedece a uma equação diferencial de segunda ordem no domínio do tempo:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f(t) \quad (1)$$

Assumindo o pressuposto da Eq.(1) sendo interpretada em um intervalo de tempo e em regime permanente, onde o deslocamento e suas derivadas sejam uma função harmônica de mesma frequência que a função harmônica resultante da equação diferencial, ou seja, que a força que excita o sistema possui a mesma frequência do deslocamento, a Função de Resposta em Frequência (FRF) do sistema é descrita por:

$$\frac{X}{F} = \frac{1}{k - \omega^2 m + j\omega c} \quad (2)$$

Onde ω representa a frequência da força e do deslocamento harmônico associado pelo sistema.

2.1.2 Adimensionalização do Problema

Para que o problema seja tratado do ponto de vista adimensional, o que facilita a análise em termos de grandezas que influenciaram na expressividade do modelo, é necessário realizar algumas manobras algébricas. Considerando as identificações de variáveis para a frequência natural do sistema $\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$, e a razão de amortecimento $\zeta = \frac{c}{2m\omega_n}$. Além da criação da variável de frequência adimensional $\Omega = \frac{\omega}{\omega_n}$, podemos verificar a veracidade da identidade criada pela Eq.(3), que introduz a forma adimensional da Função de Reposta em Frequência do sistema:

$$\frac{X.k}{F} = \frac{1}{1 - \Omega^2 + j2\zeta\Omega} \quad (3)$$

Com base nesta solução genérica, pode-se determinar a solução para referenciais diferentes de rigidez. Mantendo a rigidez total, k , como referencial para o sistema, pode-se avaliar qual o efeito da redução da rigidez para cada valor de Δk que for analisado, permitindo que o ponto de referência contenha o maior valor de rigidez possível e que os pontos subsequentes tenham coeficientes de rigidez cada vez menores, possibilitando a construção de uma linha de tendência onde a rigidez tem seu limite mínimo tendendo à zero. Ao se tentar operar da mesma forma com o modelo de adição de rigidez, o valor de referência não é o maior valor que se pode obter com o sistema, pois se pode adicionar rigidez indefinidamente e a linha de tendência terá seu limite estabelecido no infinito, sendo este um dos motivos que levou ao trabalho adotar o modelo com remoção de rigidez.

Ao se estudar este sistema, foi verificado que se fazia necessária à criação de adimensionais que retratassem a diferença entre os coeficientes de rigidez. A primeira ideia, e mais intuitiva, é a divisão direta da rigidez a ser removida pela que resta no sistema quando a anterior é removida, resultando em uma razão de coeficientes de rigidez. Para mitigar estes efeitos, foi criado em processo reverso um novo adimensional: a razão de rigidez remanescente. Ou seja, após a formulação do problema todo, se buscou a forma original que produziria o menor

número de algebrismos possíveis para se determinar a forma final. A relação entre os coeficientes de rigidez e a razão de rigidez remanescente é dada por:

$$\gamma = \frac{k-\Delta k}{k} \quad (4)$$

Portanto, a Eq. (3) continua apresentando a forma resultante da FRF do sistema quando ambas as molas estão acopladas. Então, é possível se obter a FRF do sistema com rigidez desacoplada manuseando as equações da mesma forma. Evidenciando-se a constante de rigidez k , tem-se uma expressão em função da razão de rigidez remanescente.

$$\frac{X.k}{F} = \frac{1}{\gamma - \Omega^2 + j2\zeta\Omega} \quad (5)$$

2.2 COMPORTAMENTO DE UM SISTEMA COM ALTERAÇÃO DE RIGIDEZ

De posse do modelo obtido, tem-se embasamento o suficiente para discutir o comportamento dinâmico do sistema no domínio da frequência e verificar de que forma se pode relacionar a imposição de forças harmônicas ao sistema com o deslocamento do mesmo através de sua FRF.

2.2.1 Descrição da Amplitude da Função de Reposta em Frequência

Avaliando inicialmente a Eq.(3) que expressa o caso mais genérico utilizando a rigidez total como referência para o sistema, notam-se algumas características interessantes que dão forma a amplitude de resposta em função da frequência adimensional.

Considerando um caso em que uma força será exercida no sistema com frequência nula, ou seja, é uma força estática em que a frequência de excitação é nula, a frequência adimensional, Ω , também assumirá este valor. Considerando a substituição deste valor de frequência na equação, tem-se que a amplitude de resposta assume o valor unitário. Redistribuindo os denominadores, encontra-se a identidade $F=k.X$, que realiza a função de transferência de uma força aplicada para deslocamento nos casos estáticos, o que de fato não é nada desconhecido.

Passa-se então a aumentar a frequência de excitação deste sistema até que a frequência assuma o valor da frequência natural do sistema. Neste ponto, tem-se que a frequência adimensional assumirá o valor unitário, e realizando a substituição deste valor na Eq.(3) tem-se que o valor da resposta será de $(2\zeta)^{-1}$.

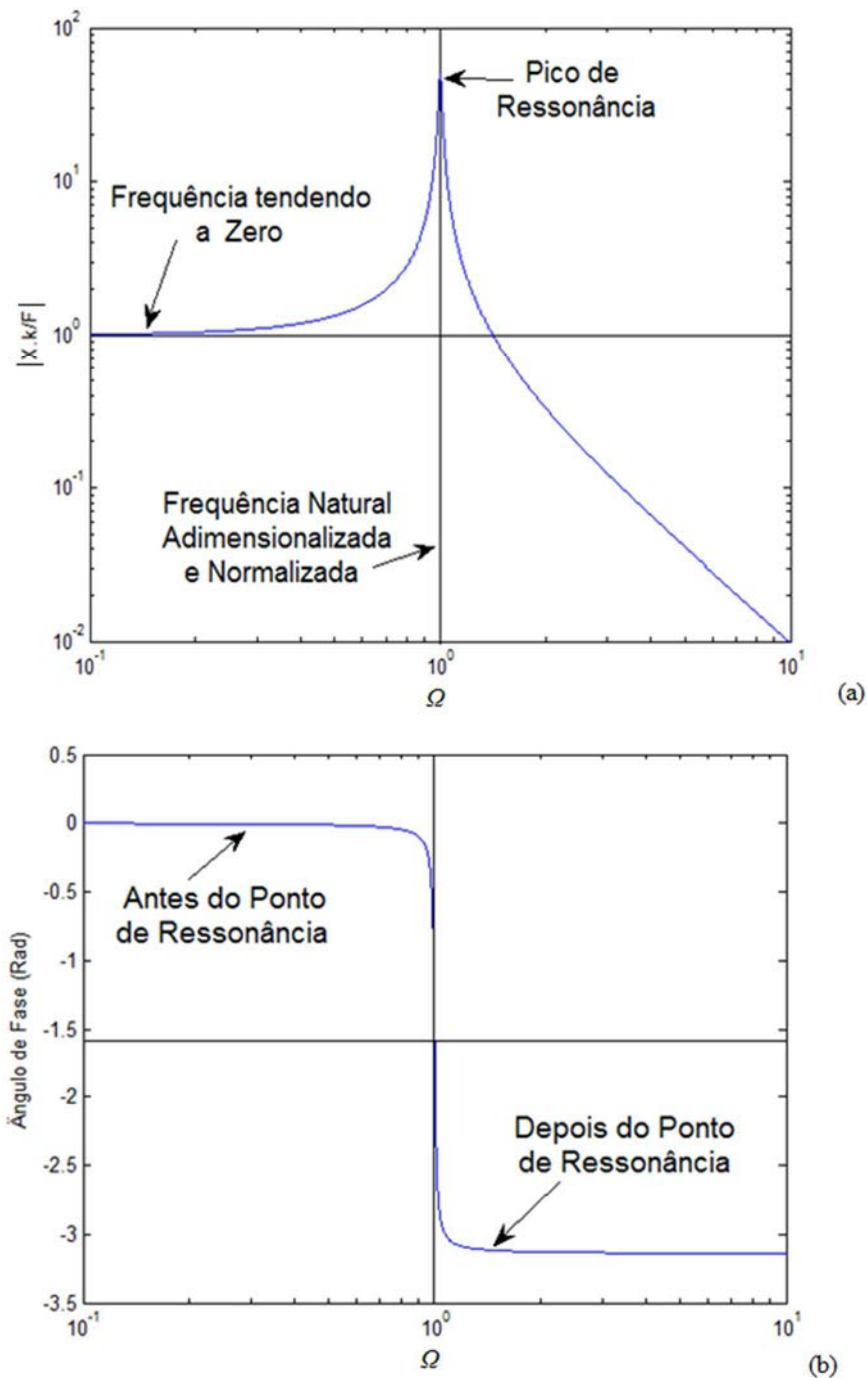
Continuando a ampliar a frequência de excitação, em certo momento chega-se a um ponto onde os demais valores do denominador da FRF não terão ordem de grandeza significativa para alterar o valor do denominador, pois há a subtração do quadrado de uma frequência adimensional. Ignorando a alteração provocada pelos demais elementos do denominador, o valor da resposta será $(\Omega)^{-2}$, que representado através de um gráfico de escala logarítmica gera uma reta descendente. Com esta variável assumindo um valor muito elevado, chega-se a um ponto em que o valor da função de transferência entre a força e a rigidez multiplicada pela excitação é zero, ou seja, não há mais influência da rigidez sobre a resposta do sistema. Estas conclusões podem ser verificadas na Figura 2 (a).

Apesar de já conhecidas, estas características são importantes para a descrição de aspectos comparativos. Na Fig. 3 (a) podemos averiguar como ocorrem as mudanças na função resposta para o sistema com rigidez removida.

Quando se remove a rigidez do sistema, uma das características que se observa de imediato é a relação de amplificação da resposta quando a frequência adimensional tende a zero. O fator de amplificação se relaciona com o inverso da razão de rigidez remanescente (γ), já que como dito anteriormente, para a frequência adimensional tendendo a zero, teríamos a aplicação estática da força.

Estendendo a discussão para a frequência natural, é fácil de imaginar que o ponto de ressonância para o sistema ocorra em uma frequência inferior à frequência natural do sistema com a rigidez total acoplada, sendo a redução realizada do valor de $\gamma^{1/2}$. O valor de pico, como é de se esperar, também sofrerá alterações dado que o valor da frequência adimensional assume o valor da frequência natural do sistema com rigidez removida, normalizada pela frequência natural do sistema original. Com esta variável determinada, ao aplica-la na Eq.(5), encontra-se o valor de pico de $(2\zeta\gamma)^{-1}$ para a resposta deste sistema.

Figura 2 – (a) FRF do sistema e alguns elementos de compreensão
(b) Gráfico de fases de alguns elementos de compreensão



Fonte: Elaboração do Autor.

Não se pode considerar o mesmo valor de razão de amortecimento para ambas as expressões de valor de pico, dado que este valor depende do coeficiente de amortecimento crítico que é o denominador. Como o valor deste coeficiente é uma função da frequência natural do sistema, que é diferente para cada caso, as razões de amortecimento seriam diferentes.

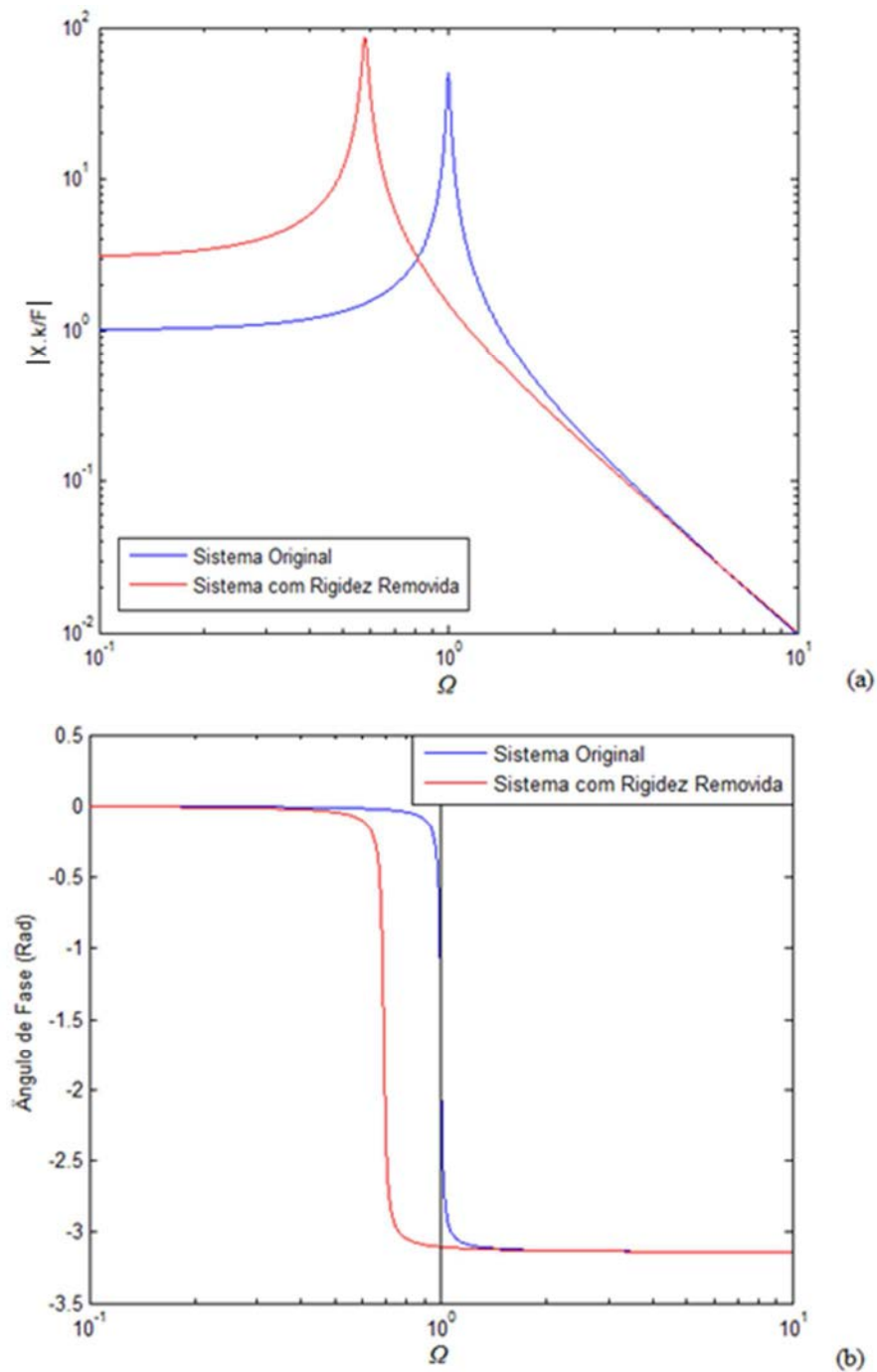
2.2.2 Descrição da Fase da Função de Reposta em Frequência

Uma análise primordial para a compreensão do comportamento do sistema é a descrição do comportamento da fase da FRF do sistema. Uma informação que o gráfico da FRF de um sistema não fornece é a fase da função de resposta, que indica a complacência entre a função que exerce a excitação (força) e a função de resposta (deslocamento). Quando as duas funções estão em fase, ou seja, a fase resultante da FRF é de zero radiano, o sentido do movimento e o sentido da força são os mesmos para todos os instantes de tempo em que ocorre a excitação. Quando as duas funções estão fora de fase, ou completamente defasadas, a fase resultante da FRF é de π e o sentido do movimento e o sentido da força são contrários para todos os instantes de tempo onde ocorre a excitação.

Para um sistema mecânico de um grau de liberdade, pode-se segregar duas regiões para o gráfico de sua fase: a primeira antes do ponto de ressonância, na qual a parte Real positiva é dominante na FRF, e a segunda após o ponto de ressonância, onde a parte Real negativa é dominante na FRF. Antes do ponto de ressonância, o movimento e sua excitação ocorrem em fase, e após a ressonância ocorrem em completa defasagem, como pode ser verificado na Figura 2 (b).

A compreensão para este fenômeno pode ser satisfeita com um exemplo simples: Imaginando um sistema massa-mola com uma força estática sendo aplicada sobre ele. Se esta força iniciar lentamente um ciclo harmônico de baixa frequência, consegue-se inferir que o movimento do sistema acompanhará o sentido da força, no entanto, se a força aplicada iniciar repentinamente um ciclo harmônico de alta frequência, pode-se imaginar que no tempo em que a massa completa a chegada ao ponto de máxima deflexão, a excitação já estará forçando a massa para retornar ao sentido contrário.

**Figura 3 – (a) Comparativo das FRF do Sistema com rigidez total e removida.
(b) Comparativo da inversão de fases do Sistema com rigidez total e removida**



Fonte: Elaboração do Autor.

Comparando o gráfico de fase do sistema com rigidez removida e do sistema original, encontramos uma diferença fundamental: a frequência em que ocorre a inversão de fase para os sistemas. Já que a inversão ocorre na frequência natural do sistema, é compreensível que a inversão de fases ocorra para uma frequência adimensional menor para o sistema com rigidez

removida, como pode ser visto na Figura 3 (b). A compreensão deste efeito será de suma importância para o entendimento de fenômenos que serão descritos nos próximos capítulos.

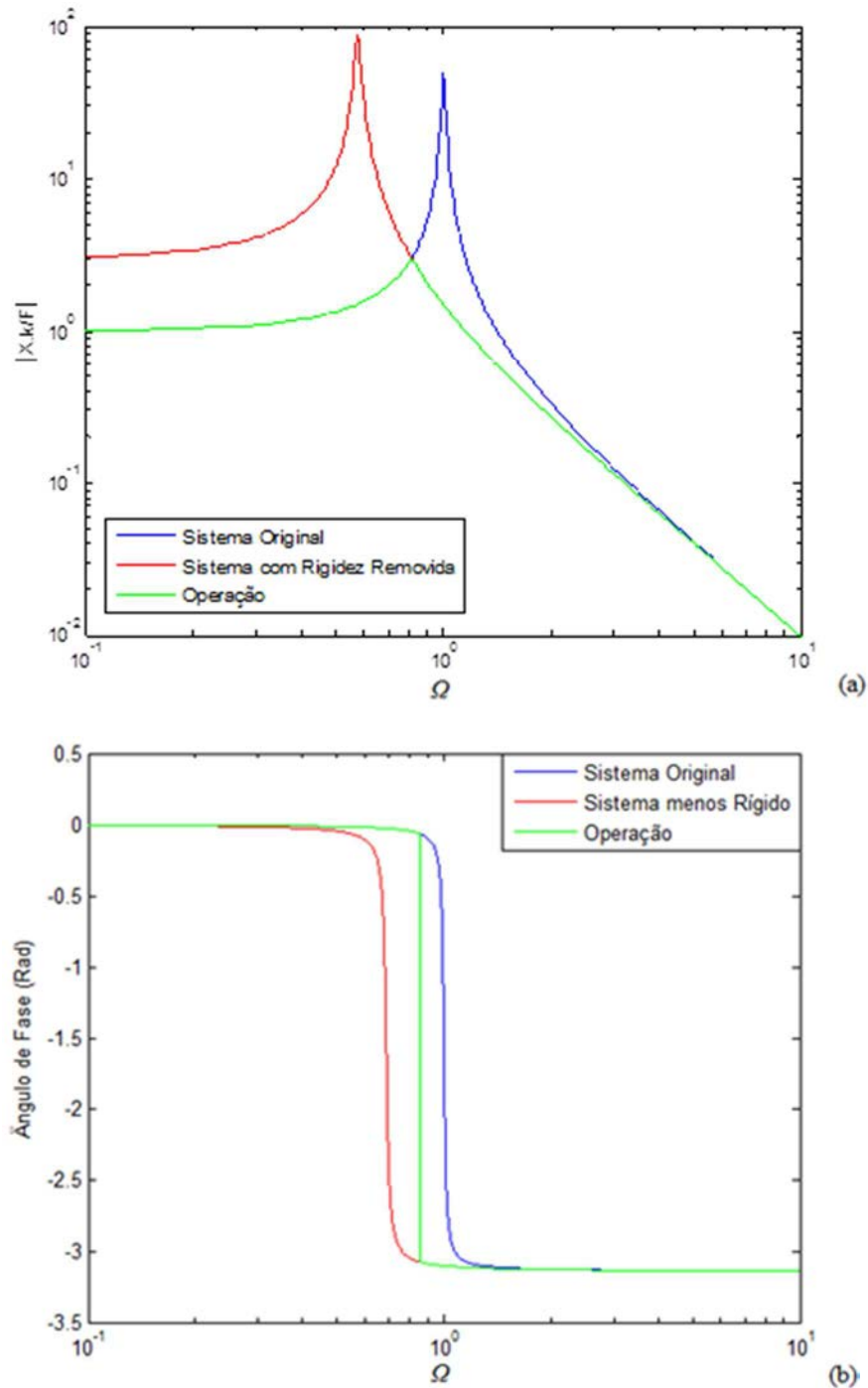
Partindo da compreensão dos efeitos básicos da alteração da rigidez sobre o sistema, o emprego desta ferramenta na análise de um sistema em operação que sofrerá uma alteração de rigidez passa a ser discutido. Avaliando as duas curvas de FRF na Fig. 3, pode-se intuir que, se fosse possível alterar a rigidez de um sistema durante a excitação de uma força harmônica, que sofre um aumento gradual de frequência, e que essa frequência só deixaria de variar após ultrapassar a frequência natural do sistema, poder-se-ia fazer com que o sistema sofresse menos com a amplificação do deslocamento por seu comportamento dinâmico natural ao alterar suas propriedades dinâmicas durante o período em que ele é excitado com uma frequência variante.

Exemplificando de forma simples, pode-se supor a existência de um motor acionando um rotor desbalanceado (que gera uma excitação ao sistema de frequência idêntica à de sua rotação), sendo que este motor obedece a uma curva linear de aceleração da rotação. Se este motor operar a uma frequência superior a frequência natural do conjunto, em algum momento durante sua aceleração, o conjunto motor-rotor atravessará sua velocidade crítica, levando níveis de vibração prejudiciais aos componentes do sistema. Mas se durante sua aceleração, fosse possível alterar sua rigidez de modo a deixar o sistema menos rígido, teríamos a possibilidade de não atravessar nenhuma frequência natural, conforme sugere a Figura 4 (a).

Segundo a própria figura, há um ponto em que, na mesma frequência, o sistema com menor rigidez tem a amplificação de sua resposta com valor idêntico ao do sistema original, mais rígido. Isso torna este ponto elegível para se tornar o ponto onde haverá a mudança de rigidez, e através dele se determina a frequência onde ocorrerá esta mudança. É importante ressaltar esta característica deste tipo de controle, pois através dela pode-se notar que, o controle não só exclui a possibilidade da travessia sobre uma região de ressonância, como também possibilita ao sistema operar com o menor fator de amplificação possível, pois sua curva de operação sempre estará abaixo da FRF que resulta o menor fator de amplificação para a resposta, transformando este controle em uma opção viável para sistemas que requeiram soluções simples para atenuação de vibração.

Figura 4 – (a) FRF da Curva de Operação de um sistema com controle de vibração por alteração de rigidez

(b) Gráfico de Fase da Curva de Operação de um sistema com controle de vibração por alteração de rigidez



Fonte: Elaboração do Autor.

Analisando esta ideia, de imediato surgem dois questionamentos possíveis: Porque não acelerar rapidamente o sistema para que ele não permaneça tempo suficiente sofrendo a ação

prejudicial da influência de forças que o excitam perto de sua frequência natural, e porque reduzir a rigidez ao invés de aumentar, como forma de controle? A resposta para a primeira pergunta reside no exemplo da existência de máquinas rotativas de grande inércia, com curvas de aceleração compostas por vários estágios e muito complexas. Nestes casos, não há um acionador capaz de impor uma quantidade significativa de energia ao sistema para que ele ultrapasse a região de frequência natural rapidamente, além de existirem limitações mecânicas associadas à existência de grandes forças inerciais capazes de danificar o sistema. A resposta para a segunda pergunta é mais óbvia, basta pensar que, neste caso, a frequência a partir da qual seria vantajoso realizar adição de rigidez ao sistema está localizada após a frequência natural do sistema menos rígido, ou seja, o sistema atravessaria de qualquer forma uma frequência natural.

Outra verificação importante a ser feita é na fase do sistema seguindo a curva de operação proposta. A Fig. 4 (b) traz um esboço de como seria a resposta da fase do sistema neste caso. Fica evidente que, da mesma forma que ocorre a mudança repentina de rigidez alterando o sistema e sua FRF, há um impacto também na fase da curva de operação, que não possui uma transição suave. O motivo se deve à troca de regiões de operação: quando o sistema operava na configuração mais rígida, operava numa região onde a parte real positiva dominava a expressão da FRF, e quando passou operar na configuração menos rígida, a parte real negativa dominou a FRF. Porém esta explicação será mais bem detalhada no Capítulo 4.

2.3 DETERMINAÇÃO DO PONTO DE ALTERAÇÃO DE RIGIDEZ

Como pôde ser verificado no item anterior, o sistema que possui a capacidade de alterar sua rigidez durante seu funcionamento apresenta uma curva ótima de resposta, que na verdade, nada mais é do que a junção das duas funções de resposta em frequência abaixo da linha de intersecção das duas funções. É justamente nesse ponto, na intersecção entre as funções de resposta em frequência do sistema mais rígido e do menos rígido, que o controle do sistema deve agir para realizar a remoção da rigidez. Existem duas formas de se determinar este ponto a partir de um sistema de controle: uma delas é utilizar um gatilho a partir do nível da resposta, que realizaria a ação se o sistema atingisse certa altura na curva de resposta em frequência. Mas, como bem se sabe, para realizar o controle desta maneira, seria necessário ter como parâmetros de alimentação da malha, a amplitude de vibração e a força gerada, para que se possa assim, determinar qual a amplitude da função de resposta em frequência que o sistema está. A outra forma é determinar a frequência em que as duas curvas de FRF dos sistemas se interceptam,

sendo o controle realizado por uma malha que utiliza como parâmetro de entrada a frequência de excitação do sistema, e o gatilho para a ação de controle seria a frequência pré-determinada para a remoção de rigidez. Em um conjunto mecânico rotativo, a segunda opção seria mais viável, pois a frequência de excitação do sistema obedeceria à rampa de aceleração da rotação do eixo, e neste caso, a alimentação da malha de controle seria realizada de forma mais simples.

2.3.1 Determinação da Expressão Analítica para a Frequência onde ocorre a alteração de rigidez

Para se determinar a frequência em que se deve realizar a remoção de rigidez, a ideia é bastante intuitiva. Como esta frequência é no ponto de intersecção das duas funções de resposta, basta igualarmos as equações das duas funções. Aplicando assim a igualdade para a Eq.(5) nos casos onde razão de rigidez remanescente assume o valor unitário (sistema original) e onde assume o valor γ (após a remoção de rigidez), tem-se a frequência adimensional de troca de rigidez, ou de atuação do controle (Ω_s).

$$\Omega_s = \sqrt{\frac{\gamma+1}{2}} \quad (6)$$

Outra discussão cabível, quando se trata da determinação desta frequência de alteração de rigidez, é a análise das considerações adotadas para obtenção deste modelo. Para orientação geral deste trabalho, considerou-se que durante a alteração de rigidez, o adimensional razão de amortecimento (ζ) é constante. Para utilização desta hipótese, é necessário compreender que a frequência de alteração de rigidez é independente da razão de amortecimento ou o coeficiente de amortecimento. Para exemplificar esta consideração, determinam-se os valores de razão de amortecimento para ambas as situações, do sistema com rigidez do sistema original e removida, que podem ser verificadas respectivamente:

$$\zeta_1 = \frac{c}{2\sqrt{m \cdot k}} \quad (7)$$

$$\zeta_2 = \frac{c}{2\sqrt{m(k-\Delta k)}} \quad (8)$$

Considerando a aplicação destes valores nas funções de resposta em frequência do sistema com rigidez removida e no sistema original, e realizando o mesmo processo descrito para a Eq. (6), encontra-se uma expressão para a frequência em que ocorre a variação de rigidez para este modelo:

$$\left| \frac{X.k}{F} \right| = \left| \frac{1}{1 - \Omega^2 + 2\zeta_1 j\Omega} \right| \quad (9)$$

$$\left| \frac{X.k}{F} \right| = \left| \frac{1}{\gamma - \Omega^2 + 2\zeta_2 j\Omega\sqrt{\gamma}} \right| \quad (10)$$

$$\Omega_S = \sqrt{\frac{1 - \gamma^2}{2 - 2\gamma}} = \sqrt{\frac{1 + \gamma}{2}} \quad (11)$$

Comparando as Eq. (6) e a Eq. (11) identifica-se que as expressões são as mesmas, suportando a conclusão de que, independente da consideração utilizada, seja com a razão de amortecimento constante, seja com o coeficiente de amortecimento constante, o valor para a frequência de alteração de rigidez resultará no mesmo valor.

2.3.2 Determinação da Expressão Analítica para a Máxima Amplitude do Sistema que Atravessa uma Alteração de Rigidez

Para definição da expressão analítica do ponto de máximo para a função de resposta em frequência de um sistema que tem sua rigidez alterada a partir de determinada frequência, é necessário que, para que se possa avaliar a expressão gerada, determinem-se os picos das funções de resposta em frequência para o sistema original e para o sistema após a remoção de rigidez. As expressões, a partir daí geradas, fornecerão um embasamento comparativo para estudo da expressão do pico da FRF do sistema com alteração de rigidez.

Para determinar os picos de referência, ou seja, os pontos de máximo das FRF do sistema original (P_1) e com rigidez removida (P_2), deve-se inicialmente determinar a expressão da frequência natural adimensional daquele sistema e depois disso, substituir este valor na respectiva FRF. Para isso, considera-se a Eq. (5) no caso onde a razão de rigidez remanescente é unitária, ou seja, não há rigidez removida. Neste caso, frequência natural adimensional para este sistema é unitária, pois o eixo das frequências é adimensionalizado através da frequência natural

deste sistema, como proposto já no primeiro paragrafo da seção 2.1.2. Substituindo o valor de Ω por 1, na Eq. (3) temos que a expressão para o pico desta FRF é dado por:

$$P_1 = \left| \frac{1}{2\zeta j} \right|_{\Omega=1} = \frac{1}{2\zeta} \quad (12)$$

Para o caso do sistema com remoção de rigidez, a razão de rigidez remanescente assume o valor γ . Assim, a expressão dada pela Eq. (5) permanece idêntica, quando expressa em termos de γ . A frequência natural adimensional, neste caso, pode ser determinada através da mesma consideração:

$$\Omega_{off} = \frac{\omega_{off}}{\omega_n} = \frac{\sqrt{\frac{k-\Delta k}{m}}}{\sqrt{\frac{k}{m}}} = \sqrt{\frac{k-\Delta k}{k}} = \sqrt{\gamma} \quad (13)$$

Substituindo este valor na expressão da Eq. (5), tem-se como resultado a expressão para o pico da FRF para o sistema com rigidez removida. Para esta solução, é importante lembrar que o valor da razão de rigidez remanescente é sempre positivo e se mantém no intervalo]0,1] sendo este dado por:

$$P_2 = \frac{1}{2\zeta \sqrt{\gamma}} \quad (14)$$

Com as bases comparativas já construídas, tem-se argumentos analíticos para avaliar a expressão do ponto de máximo do sistema que possui alteração de rigidez dinâmica (P_S). Para determinar este pico, a operação a ser realizada é de substituição da frequência adimensional pela expressão dada pela Eq. (6), em qualquer das duas FRF possíveis, na do sistema original ou do sistema com rigidez removida, pois para este valor de frequência adimensional (Ω_S) as funções resultarão em um mesmo valor por se tratar de um ponto de cruzamento das FRF. Realizando esta operação, origina-se a expressão para P_S :

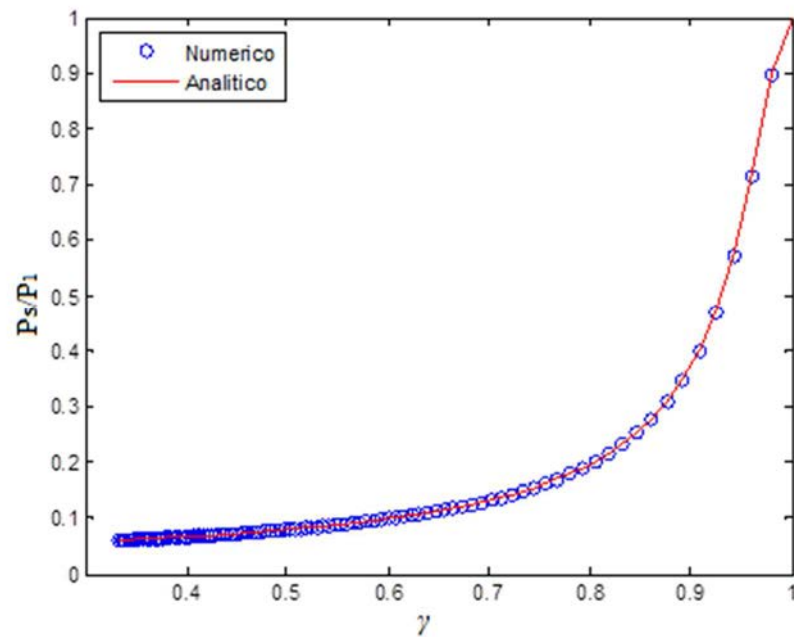
$$P_S = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1-\gamma}{2}\right)^2 + 4\zeta^2 \left(\frac{1+\gamma}{2}\right)}} \quad (15)$$

Uma verificação possível é o teste, dentro do intervalo de valores possíveis para a razão de rigidez remanescente, de avaliação da expressão final. Para isso, a expressão originada pela Eq. (15) deve ser idêntica uma expressão já conhecida para um determinado valor de razão de rigidez remanescente. Toma-se o caso onde γ é unitário, o caso onde o sistema não sofreu alteração de rigidez. Substituindo este valor de γ na Eq. (15) obtém-se uma expressão idêntica à Eq.(12), o que comprova o atendimento da expressão Eq. (15) ao modelo.

2.3.3 Comportamento do Ponto de Alteração de Rigidez com relação à Rigidez Alterada

Avaliando-se o comportamento dos picos da FRF de um sistema que possui a característica de alterar sua rigidez quando a frequência da força de excitação incidente sobre o sistema é aumentada gradativamente, e o sistema responde com a alteração de suas propriedades dinâmicas no ponto onde a frequência de excitação atinge o valor determinado pela Eq.(6), para sucessivos valores de rigidez alterada se é capaz de inferir a influência destes parâmetros no sistema. Dessa forma, é apresentado a seguir, o gráfico do comportamento destes picos em função do adimensional de alteração de rigidez na Figura 5. Para averiguar o comportamento destas funções, os valores resultantes dos picos das curvas de FRF do sistema alterando sua rigidez no ponto mais favorável, foram normalizados pelo pico do sistema sem alteração de rigidez (P_1). Dessa forma, pode-se verificar o ganho em termos percentuais para a alteração de rigidez, quantificando o quanto o sistema pode ter seu desempenho melhorado quanto à redução de vibrações.

Figura 5 – Comportamento dos picos das FRF do Sistema com variação dinâmica de rigidez para várias razões de rigidez remanescente (γ) impostas ao modelo



Fonte: Elaboração do Autor.

Pode-se verificar que quando a razão de rigidez remanescente é unitária, também é unitário o valor de pico normalizado, pois quando este adimensional possui este valor, é sinal de que não houve alteração no sistema e o valor resultante do pico da FRF é o mesmo do sistema original. Contudo, conforme se reduz o valor de rigidez remanescente, ou seja, quanto menos rígido deixamos o sistema após a alteração de rigidez, mais o pico normalizado decresce, sinalizando que o valor do pico é muito inferior ao pico da FRF do sistema antes da remoção de rigidez. Para efeitos de comparação, no caso onde se considera que a razão de amortecimento do sistema é de um centésimo ($\zeta = 0.01$), e o valor da razão de rigidez remanescente é meio ($\gamma = 0.5$), o valor da redução do valor de pico é de 92%, ou seja, ao se reduzir a rigidez do sistema pela metade em um momento oportuno do aumento da frequência da força de excitação (ou seja, no momento em que a frequência atingir o valor determinado pela frequência adimensional da Eq. (6)), o valor de pico da FRF deste sistema é de apenas 8% do que seria caso o sistema se mantivesse com a rigidez original.

2.4 CONCLUSÕES

O primeiro passo para a compreensão dos efeitos dinâmicos de um sistema que tem sua rigidez alterada enquanto a sua frequência de excitação aumenta de valor é a identificação dos possíveis impactos na resposta dinâmica através da avaliação da função de resposta em frequência do sistema. Neste capítulo foi possível determinar que o principal parâmetro de influência na FRF de um sistema em alteração de rigidez é a relação entre a rigidez original e a rigidez remanescente. É através desta relação, dada pelo adimensional criado, que se torna possível cumprir o objetivo de se determinar qual a frequência em que a redução da rigidez apresentará um valor mínimo de pico na transição, sendo determinante também na determinação deste valor de pico, lembrando que este também depende da razão de amortecimento do sistema.

No entanto, como será verificado no capítulo a seguir, a FRF não representa a realidade do sistema, pois não consegue descrever os efeitos transientes da alteração de rigidez no sistema sendo assim, necessário considerar a avaliação do comportamento no domínio do tempo.

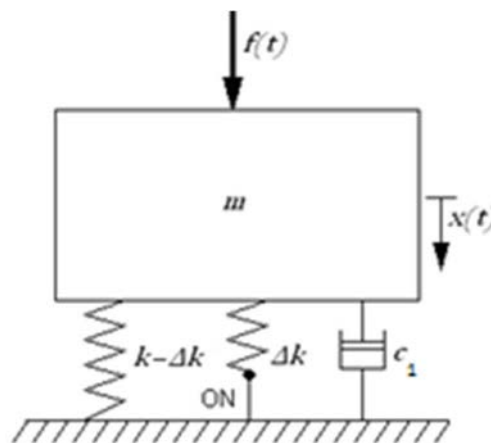
3 ALTERAÇÃO DE RIGIDEZ EM UM SISTEMA DE UM GRAU DE LIBERDADE – DOMÍNIO DO TEMPO

Conforme o capítulo anterior, o modelo adotado para reproduzir o efeito da alteração de rigidez neste trabalho é um modelo com remoção de rigidez. Assumindo esta informação, este capítulo tem por objetivo obter as funções do modelo apresentado anteriormente para o domínio do tempo, investigando quais os efeitos da alteração da rigidez e valorando os principais ganhos que se pode obter em termos de redução da vibração. Além disso, da mesma forma que se realizou no capítulo anterior, estas equações serão adimensionalizadas para efeito de compreensão dos fenômenos e comparação analítica dos estados que o sistema pode assumir.

3.1 MODELO MATEMÁTICO PARA O DOMÍNIO DO TEMPO

Considerando o mesmo sistema um grau de liberdade massa-mola-amortecedor adotado no capítulo anterior, para o caso em que este modelo está sujeito ao acoplamento da segunda mola, tem-se a condição exposta pela Fig. (6).

Figura 6 – Sistema de 1 grau de liberdade com rigidez total



Fonte: Elaboração do Autor.

Sendo assim, para uma excitação harmônica:

$$m\ddot{x} + c_1\dot{x} + kx = F\sin(\omega t) \quad (16)$$

Ao se dividirem ambos os lados da Eq.(16) pela massa (m) e considerando a relação exposta por $\frac{c_1}{m} = 2\zeta\omega_n$, tem-se como produto uma nova forma da equação que rege o comportamento dinâmico do sistema ilustrado.

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega_n\dot{x} + \omega_n^2x = \frac{F}{m}\text{sen}(\omega t) \quad (17)$$

É intuitiva a necessidade de se adimensionalizar estas expressões para estudar os efeitos no domínio do tempo que a alteração de rigidez provoca no sistema. Como amplamente explicado anteriormente, com as formas adimensionais, se estabelece uma grande vantagem comparativa, já que não há influência de qualquer grandeza sobre a solução da equação, com exceção dos adimensionais. Os passos a seguir definem a expressão adimensional para a Equação (17).

A Fig.(2) pressupõe que, quando a frequência tende a zero, tem-se a expressão de deslocamento estático do sistema, ou seja, expressa a identidade $\frac{F}{k} = x_s$. Considerando a divisão da Eq.(17) por um termo que considera o deslocamento estático ($\omega_n^2x_s$) tem-se:

$$\frac{\ddot{x}}{\omega_n^2x_s} + \frac{2\zeta\omega_n\dot{x}}{\omega_n^2x_s} + \frac{\omega_n^2x}{\omega_n^2x_s} = \frac{F}{m\omega_n^2x_s} \text{sen}(\omega t) \quad (18)$$

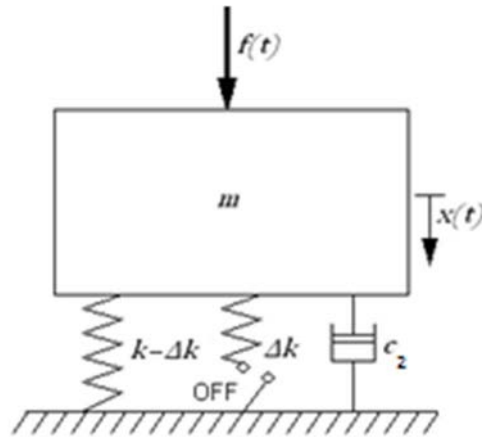
Podem-se normalizar os valores de deslocamento e suas subseqüentes derivações pelo deslocamento estático do sistema, através da identidade $\hat{x} = \frac{x}{x_s}$.

Ainda buscando a adimensionalização do domínio do tempo, é possível verificar que o produto entre tempo e frequência origina um valor adimensional que pode ser fixado pela relação $\tau = \omega_n t$, o que permite considerar que $\left(\frac{\omega_n}{\omega_n}\right)\omega t = \Omega\tau$. Logo, diferenciando os demais termos, $\frac{d\hat{x}}{dt} = \frac{d\hat{x}\omega_n}{d\tau}$ e $\frac{d^2\hat{x}}{dt^2} = \frac{d^2\hat{x}\omega_n^2}{d\tau^2}$, pode-se aplicar a adimensionalização da variável do tempo à Eq.(3.3), resultando na equação adimensional para o sistema sem redução de rigidez:

$$\frac{d^2\hat{x}}{d\tau^2} + 2\zeta\frac{d\hat{x}}{d\tau} + \hat{x} = \text{sen}(\Omega.\tau) \quad (19)$$

Considerando agora o desacoplamento da rigidez Δk ilustrada na Fig. (6) obtem-se a configuração do sistema com a rigidez removida, conforme exposto na Figura (7).

Figura 7 – Sistema de 1 grau de liberdade com rigidez removida



Fonte: Elaboração do Autor.

Para esta nova configuração, tem-se a representação matemática do modelo:

$$m\ddot{x} + c_2\dot{x} + (k - \Delta k)x = F\sin(\omega t) \quad (20)$$

Considerando esta relação exposta, pode-se considerar a inclusão da razão de rigidez remanescente (γ) no equacionamento. Se assim for feito, é necessário realizar a divisão de todos os termos pela massa, da mesma maneira que foi realizado para a Eq. (17), logo, prevendo o impacto desta divisão na constante de amortecimento (que é diferente do primeiro caso, já que a razão de amortecimento ainda é a mesma), deve-se realizar a seguinte consideração:

$$\frac{c_2}{m} = \frac{2\zeta\sqrt{m(k-\Delta k)}}{m} = 2\zeta\omega_n\sqrt{\gamma} \quad (21)$$

Assim, equalizando ambos os lados da expressão obtida pela Eq.(20) e considerando as identidades utilizadas para dar origem à Eq.(17), tem-se a expressão que rege o comportamento dinâmico no domínio do tempo para o sistema com rigidez removida:

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega_n\sqrt{\gamma}\dot{x} + \omega_n^2\gamma x = \frac{F}{m}\sin(\omega t) \quad (22)$$

Da mesma forma que foi anteriormente proposto para a Eq. (18), tem-se que normalizar a expressão pelo deslocamento estático do sistema (x_{sII}) que neste caso é diferente, pois a rigidez é

inferior àquela estabelecida para a Eq. (18). No entanto, a relação expressa pela Eq. (4) permite utilizar a mesma base de normalização, já que $x_{sII} = \frac{x_s}{\gamma}$.

Analogamente ao procedimento aplicado à Eq.(3.3), aplicada a normalização à Eq. (22) através da divisão da equação toda por $\gamma x_{sII} \omega_n^2$, e realizada a transição para a normalização por x_s , tem-se:

$$\frac{\ddot{x}\gamma}{\omega_n^2 x_s \gamma} + \frac{2\zeta \omega_n \sqrt{\gamma} \dot{x}\gamma}{\omega_n^2 x_s \gamma} + \frac{\omega_n^2 x \gamma \gamma}{\omega_n^2 x_s \gamma} = \frac{F\gamma}{m \omega_n^2 x_s \gamma} \text{sen}(\omega t) \quad (23)$$

Usando os procedimentos e adimensionais anteriores, é possível encontrar uma expressão na mesma base normalizada de deslocamento. Aplicando os adimensionais de tempo criados, para manter o mesmo domínio da solução da equação, encontra-se a expressão adimensional equivalente para a Eq. (22), dada por:

$$\frac{d^2 \hat{x}}{d\tau^2} + 2\zeta \sqrt{\gamma} \frac{d\hat{x}}{d\tau} + \gamma \hat{x} = \text{sen}(\Omega \tau) \quad (24)$$

3.2 COMPORTAMENTO DE UM SISTEMA COM ALTERAÇÃO DE RIGIDEZ

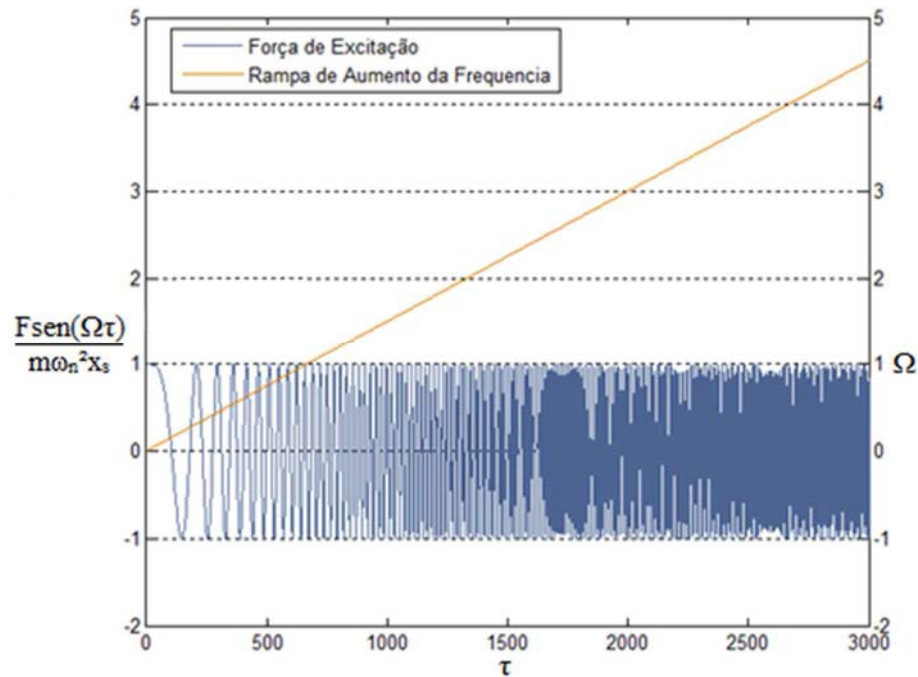
Através da avaliação das equações deduzidas na seção anterior, será avaliado o comportamento do sistema no domínio do tempo considerando as duas formas que o sistema pode assumir e realizando uma análise comparativa com o sistema aplicando a redução de rigidez durante o aumento da frequência de excitação. As avaliações do deslocamento são importantes, pois, como a seguir, o comportamento no domínio do tempo reflete uma identidade mais próxima da realidade, pois contêm por si só todas as informações necessárias à interpretação do comportamento do modelo, por conter as informações de transiente do sistema, diferente da função de resposta em frequência que requer sua avaliação em conjunto com o diagrama de fases para compreensão.

3.2.1 Deslocamento no Domínio do Tempo

O comportamento normalizado pelo deslocamento estático fornece condições superiores de comparação, no entanto um pouco da sensibilidade na detecção das taxas de variação se perde

pela adimensionalização do domínio do tempo. Partir-se-á de uma análise que pressupõe uma força com variação linear constante da frequência de excitação com uma taxa de $1,5 \times 10^{-3}$, conforme sugere a Figura (8).

Figura 8 – Comportamento no domínio adimensional referente ao tempo da força de excitação

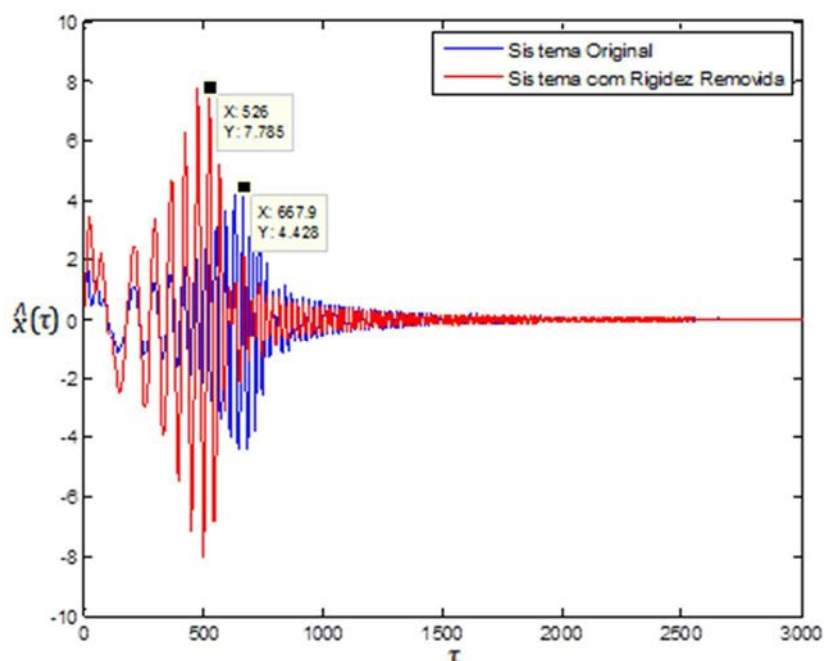


Fonte: Elaboração do Autor.

Como é possível avaliar da Fig.(9), para um sistema simulado na condição de máxima rigidez e na condição de metade de sua rigidez removida para uma taxa de alteração de frequência de $1,5 \times 10^{-3}$ e uma razão de amortecimento (ζ) de 0.01, tem-se uma amplitude de pico 76% maior no sistema com rigidez removida e relação ao sistema original.

No entanto, a redução esperada para a amplitude de pico no sistema com alteração de rigidez não atende ao valor estipulado pelo domínio da frequência no segundo capítulo. Para a mesma razão de rigidez remanescente (γ) avaliada anteriormente, há a redução de 25% da amplitude pico do sistema original para o sistema com redução de rigidez, já para o valor RMS da curva, se atingiu a redução de 82% do valor para o sinal do sistema com alteração de rigidez quando comparado ao sinal gerado do sistema original.

Figura 9 – Comparação entre o comportamento no domínio adimensional referente ao tempo entre o sistema sem remoção de rigidez e o sistema com rigidez removida

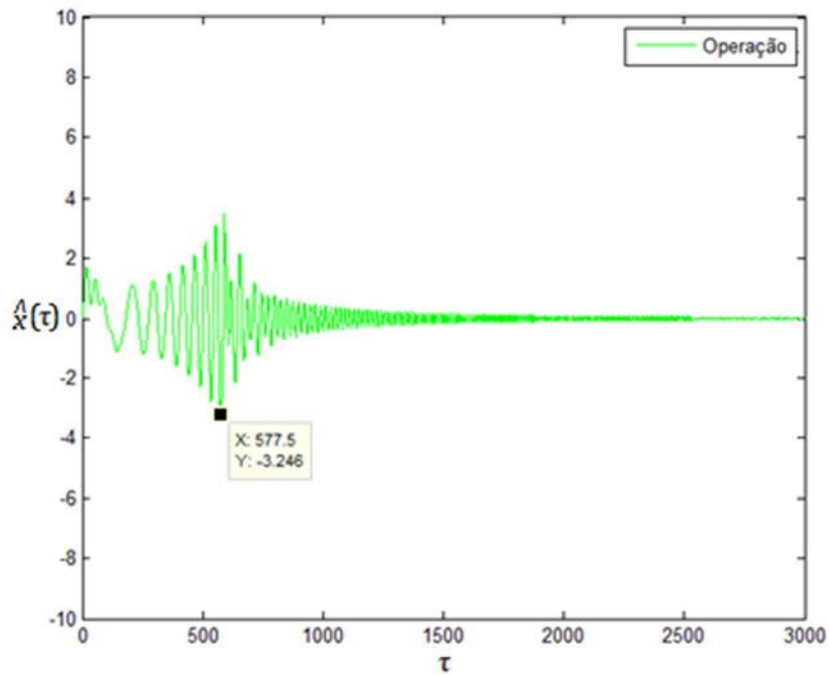


Fonte: Elaboração do Autor.

A Fig. (10), obtida com a alteração de rigidez do sistema, revela que, apesar de numericamente não haver correspondência na redução das amplitudes entre o domínio do tempo e o domínio na frequência, é visível que a forma do comportamento se mantém. A amplitude máxima do sinal do sistema com alteração de rigidez é inferior às demais, e o ponto onde ocorre é intermediário à ocorrência dos picos dos sistemas com rigidez original e do sistema com rigidez removida.

Se compararmos o contorno do comportamento previsto, caso a mudança de um sistema para o outro fosse realizada através da simples justaposição da curva no tempo do sistema com rigidez original até onde este se intercepta com o contorno da curva do sistema com rigidez removida, e deste ponto em diante o comportamento se dando pelo contorno da curva do sistema com rigidez removida, encontrar-se-ia valores inferiores à solução da equação diferencial com a condição de alteração de rigidez. No segundo caso, no ponto onde há alteração de rigidez, a geração de uma condição de transiente amplia o pico de deslocamento, no entanto esta ampliação depende da defasagem entre a força de excitação e a curva de deslocamento. Para ilustração deste entendimento, podemos verificar que a diferença do valor de pico para o caso exemplificado resultou em um pico 4% superior na solução da equação diferencial, comparada a justaposição das curvas.

Figura 10 – Comportamento no domínio adimensional referente ao tempo para o sistema com alteração de rigidez



Fonte: Elaboração do Autor.

3.2.2 Discussão sobre os resultados previstos pela solução da equação

Comparando a Eq. (19) à Eq. (24), verificamos que da parcela correspondente à energia elástica da equação original, ou seja, aquela que está relacionada com o deslocamento nas equações é alterada apenas pela razão de rigidez entre um caso e outro. Claramente isto significa que caso o sistema não fosse amortecido e fosse considerada uma excitação de frequência constante, onde a solução particular para as equações diferenciais pudesse ser dada por uma função trigonométrica, seriam como amplitudes das soluções particulares as seguintes expressões, para o sistema sem alteração na rigidez ($\hat{x}_{P1}$) e para o sistema com remoção de rigidez ($\hat{x}_{P2}$):

$$\hat{x}_{P1} = \frac{1}{1-\Omega^2} \quad (25)$$

$$\hat{x}_{P2} = \frac{1}{\gamma-\Omega^2} \quad (26)$$

Sendo a razão de rigidez remanescente (γ) expressa por um valor menor do que 1, é de se compreender que até a frequência adimensional atingir o valor correspondente a razão de rigidez

remanescente, a expressão dada pela Eq. (25) resultará em valores de amplitude menores que os gerados pela Eq. (26). Ou seja, a razão de rigidez remanescente através deste termo contribui para o aumento da amplitude até a frequência natural, e é de se estimar que quanto menor os valores de razão de rigidez remanescente, maiores serão as amplitudes. A explicação revela que quanto menor a rigidez remanescente (γ), maiores serão as amplitudes dos picos até a frequência natural, no entanto, os picos estarão mais afastados da frequência adimensional unitária (que representa o ponto onde se atinge a frequência natural do sistema com a rigidez inalterada).

Sabe-se bem que a parcela relacionada à velocidade é modelada para considerar os efeitos dissipativos de energia sobre o sistema. Se fossem realizadas as mesmas considerações que foram realizadas para a proposição anterior, as expressões das amplitudes dos picos alteradas, tanto para o sistema sem alteração na rigidez ($\hat{x}_{D1}$) quanto para o sistema com remoção de rigidez ($\hat{x}_{D2}$) seriam:

$$\hat{x}_{D1} = \frac{1}{\sqrt{(1-\Omega^2)^2 + (2\zeta)^2}} \quad (27)$$

$$\hat{x}_{D2} = \frac{1}{\sqrt{(\gamma-\Omega^2)^2 + \gamma(2\zeta)^2}} \quad (28)$$

Portanto, é possível concluir que, tanto para a função que rege o decaimento, quanto para a amplitude de pico máxima, os valores são alterados pela razão de rigidez remanescente (γ). Além disso, é possível concluir que, como a razão de rigidez remanescente sempre será expressa por um valor inferior à unidade, a tendência deste número é reduzir a participação da parcela referente ao amortecimento, como se pode inferir da comparação entre a Equação (27) e a Equação (28).

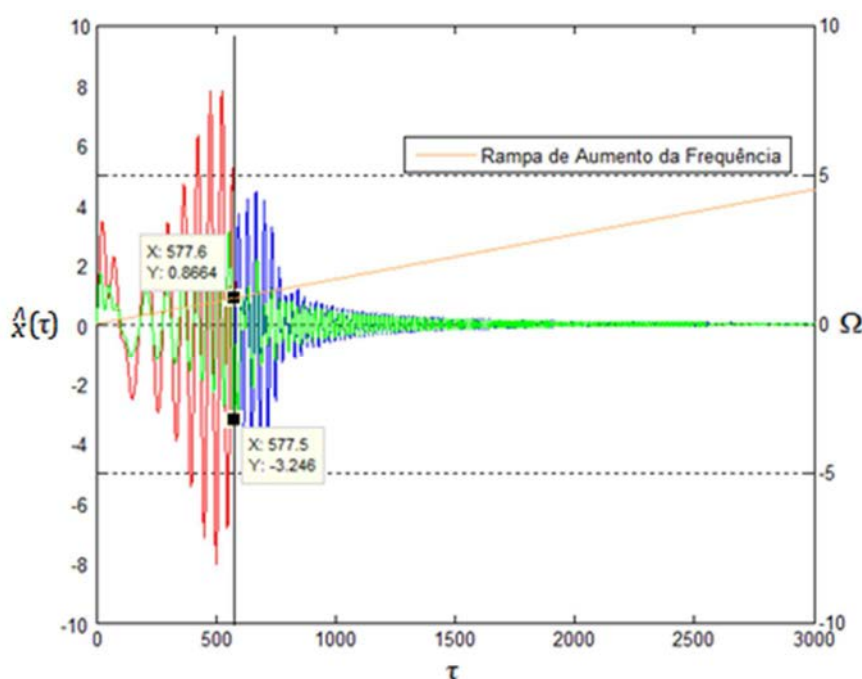
3.3 DETERMINAÇÃO DO INSTANTE DE TEMPO PARA ALTERAÇÃO DE RIGIDEZ

Na seção 3.2.1, discutiu-se sobre a defasagem entre a força de excitação e o deslocamento como responsável pela geração de um efeito de transiente que amplia o pico do comportamento do deslocamento no tempo. Na realidade, a causa da defasagem é a alteração do regime do comportamento do sistema, que será devidamente discutida no quinto capítulo. Este aspecto é importante quando se determina o instante de tempo em que deve ocorrer a redução de rigidez no sistema para a diminuição dos níveis de vibração. Inicialmente deve-se considerar qual a forma que está se progredindo a alteração da frequência de excitação, ou seja, qual forma assume a

rampa (taxa) de alteração de frequência da força. Por efeitos didáticos, no estudo considerou-se a alteração linear da frequência de excitação (formato chirp) como ilustra a Figura (8).

Neste caso, é possível determinar o instante de tempo em que ocorre a alteração de rigidez, sabendo a frequência em que ocorre e a taxa de variação no tempo. No caso citado como exemplo na Fig.(11), com uma razão de amortecimento (ζ) de 0.01 e uma razão de rigidez remanescente (γ) de 0.5, o valor da frequência adimensional de alteração entre a excitação de um sistema mais rígido para uma menos rígido é de 0.866. Sendo a taxa de alteração de frequência de 0.0015, o instante de tempo, ou a quantidade adimensional correspondente ao domínio do tempo, é de 577,5 de acordo com o exposto na Figura (11).

Figura 11 – Localização da frequência adimensional de troca de rigidez



Fonte: Elaboração do Autor.

Evidentemente, caso houvesse alteração da taxa de alteração de frequência da excitação, a quantidade adimensional correspondente ao domínio do tempo para alteração da rigidez seria outra, pois a relação adimensional entre tempo e frequência se mantém (a taxa de alteração de frequência sempre poderá ser determinada pela razão entre frequência adimensional de alteração sobre o tempo adimensional de alteração).

No ultimo capítulo será abordada uma ferramenta que foi empregada para determinar o melhor ponto para alteração da rigidez, uma vez que conforme se pode inferir da filosofia de transição entre uma rigidez e outra, o melhor ponto não é determinado pela frequência, mas sim

pelo ponto onde há convergência entre as fases do deslocamento e a força naquela região do domínio.

3.4 CONCLUSÕES

A modelagem do sistema para avaliação da resposta no domínio do tempo se faz necessária para se averiguar as limitações que não podem ser consideradas através do domínio da frequência, como por exemplo, os transientes que aparecem durante o aumento da frequência de excitação do sistema. Neste capítulo foi possível verificar que as variáveis de maior influência na amplitude dos regimes transientes gerados na operação de um sistema com alteração de rigidez se relacionam ao amortecimento do sistema, a quantidade de rigidez removida e a velocidade com a qual se altera a frequência de excitação do sistema. O capítulo a seguir discorre sobre a influência destes parâmetros, bem como as limitações do modelo em sua aplicação.

4 DISCUSSÕES SOBRE O MODELO DE UM GRAU DE LIBERDADE ADOTADO

A partir das informações fornecidas pelo desenvolvimento do modelo proposto nos capítulos anteriores, este capítulo busca fomentar a discussão analítica da efetividade e representatividade do modelo através do estudo das equações adimensionais criadas. Serão também discutidas as particularidades do modelo, bem como suas limitações de aplicação.

4.1 EFETIVIDADE DA AÇÃO DE ALTERAÇÃO DE RIGIDEZ COMO MECANISMO DE ATENUAÇÃO DE VIBRAÇÕES NESTE MODELO

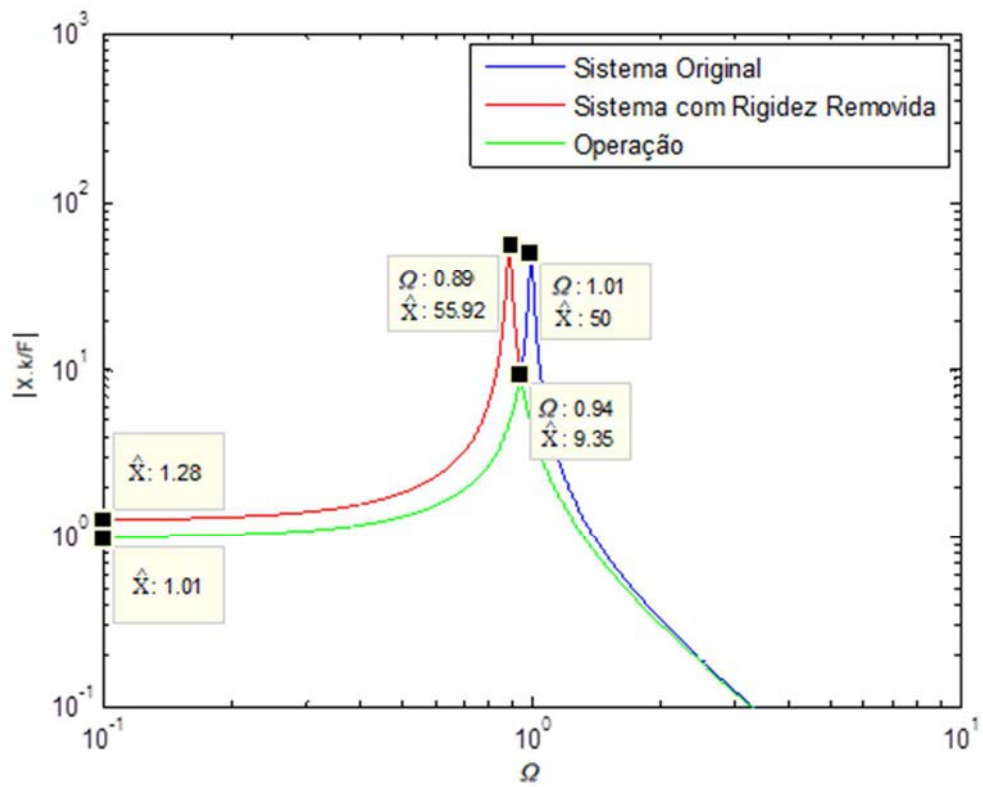
A primeira discussão a ser abordada neste capítulo é a quantificação da eficiência de se alterar a rigidez para reduzir a vibração de um sistema, ou seja, qual o ganho em termos de redução de vibração que se pode ter em comparação ao sistema excitado em sua configuração original. É evidente que a única forma de se conseguir resultados expressivos para esta análise, é utilizando as equações adimensionais, pois através dela tem-se acesso a termos comparativos sólidos para embasar as conclusões.

Para isso, foram simulados os sistemas através das equações adimensionais nos domínios do tempo e da frequência e avaliados os resultados, nas seções a seguir.

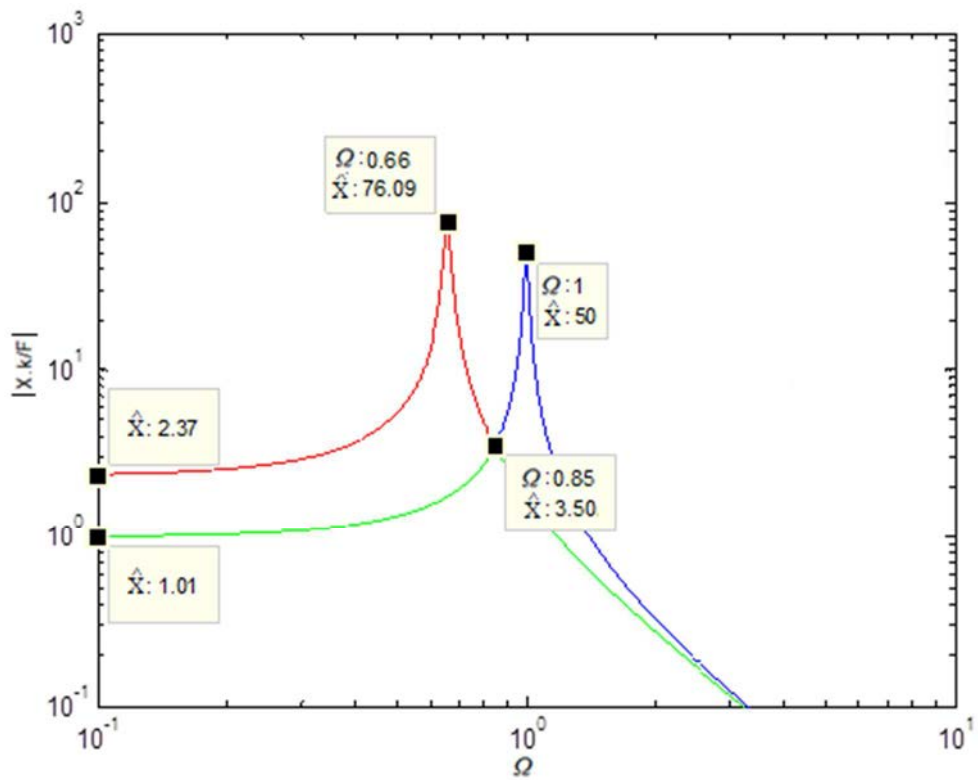
4.1.1 Comparação da Redução de Vibração no Domínio da Frequência

Conforme se verificou no segundo capítulo, ao se aumentar a razão de rigidez do sistema, tem-se uma redução na amplitude do pico da FRF do sistema com alteração de rigidez. Esta redução se dá em função do afastamento das frequências naturais dos sistemas mais e menos rígido, que promove um encontro das duas curvas, onde ocorre o pico da FRF deste sistema, em uma região de menor amplitude. As Figuras 12 (a), 12 (b) e 12 (c) ilustram este afastamento das curvas para razões de rigidez remanescente (γ) de 0.7914, 0.4318 e 0.1667, respectivamente, e com razão de amortecimento (ζ) de 0.001.

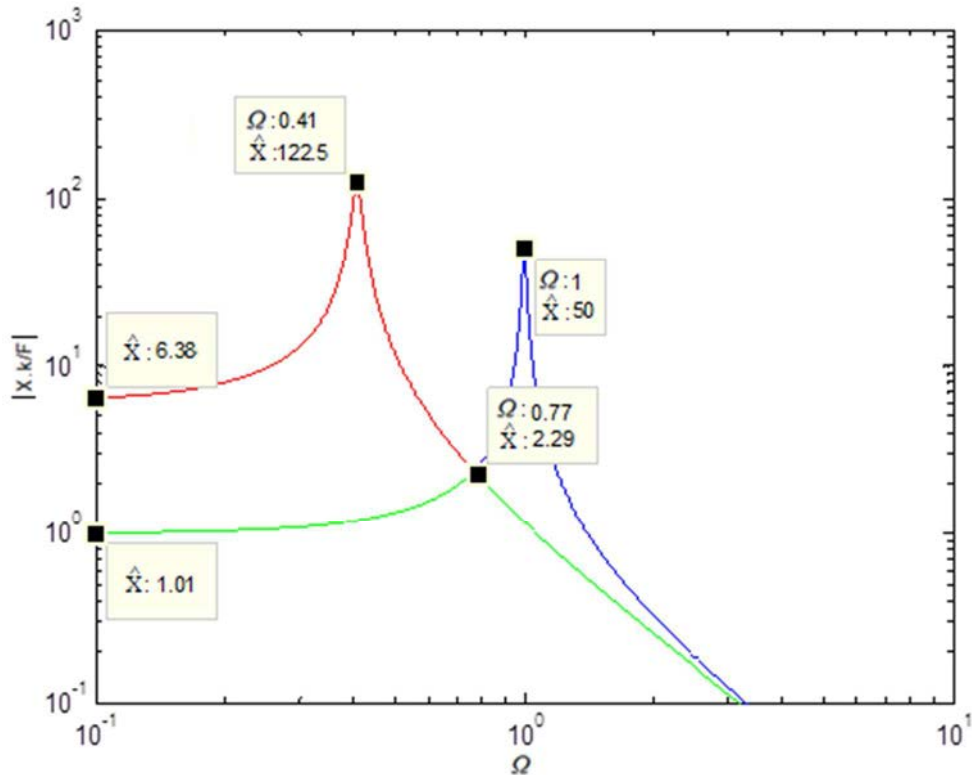
Figura 12 – FRF para o Sistema Original e com Rigidez Removida comparado com o Sistema em Operação com Alteração de Rigidez



a) $\gamma = 0.7914$



b) para $\gamma = 0.4318$



c) para $\gamma = 0.1667$

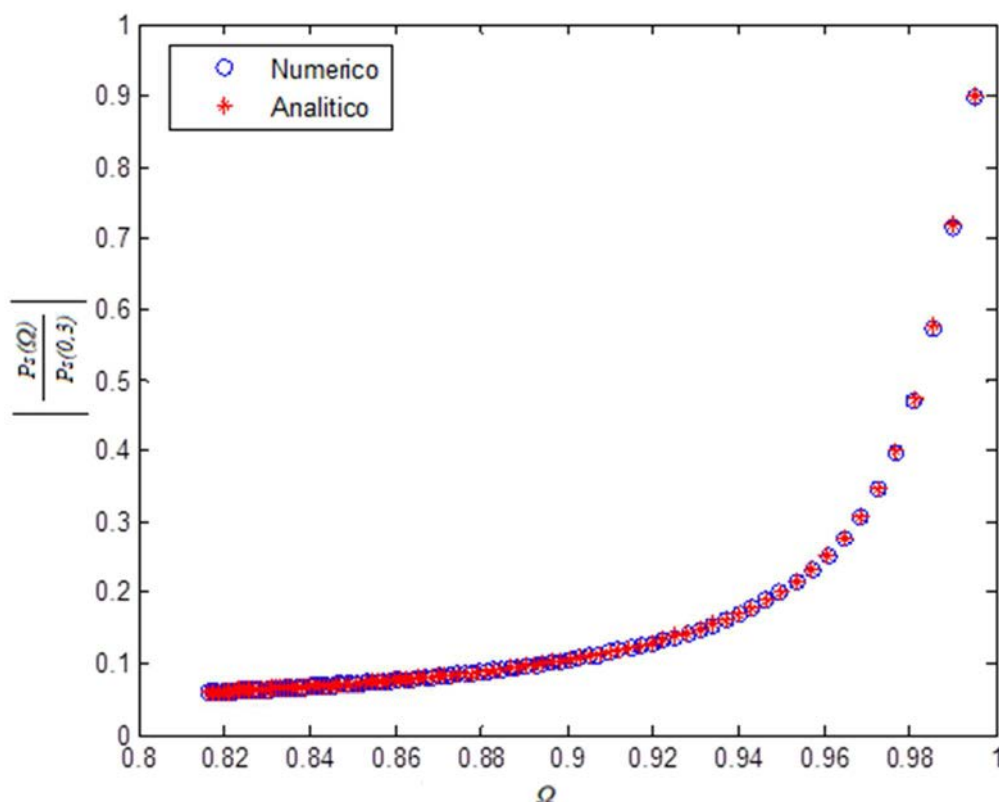
Fonte: Elaboração do Autor.

Os pontos destacados nos gráficos apresentam valores chaves para a interpretação da eficiência da alteração da rigidez na atenuação das vibrações, se tratam dos picos das FRFs e os valores no ponto correspondente ao deslocamento estático (onde a frequência de excitação é tão baixa que o resultado da excitação se assemelha ao deslocamento produzido por uma força de frequência zero, uma força estática). Para o primeiro caso, onde a razão de rigidez remanescente assumia um valor 0.79, a redução do pico 81,3%, sendo o pico do sistema operando com alteração de rigidez aproximadamente 9,3 vezes maior do que o deslocamento estático do sistema original. No segundo caso a redução foi de 93% e o valor de pico do sistema operando com alteração de rigidez, decaiu para 3.5 vezes do valor correspondente ao deslocamento estático do sistema. Para a razão de rigidez remanescente de 0.17 a redução do valor de pico foi de 95,4%, sendo o pico correspondente a 2,3 vezes o valor do deslocamento estático do sistema.

Submetendo estes valores a uma análise de tendência, verifica-se que o comportamento do pico da FRF do sistema com alteração de rigidez possui uma queda abrupta com uma tendência assintótica no final da curva. A Fig. 13 apresenta o comportamento do pico da FRF em função das frequências em que ele se assume para os picos das FRF simuladas numericamente e para os valores analíticos de pico, determinados no capítulo 2 pela Eq. (15). É muito simples verificar que ao se afastar da frequência adimensional unitária, ou seja, onde ocorre o pico da

FRF do sistema mais rígido, os picos tem uma redução do valor, demonstrando o comportamento avaliado nos gráficos anteriores.

Figura 13 – Comportamento dos Picos da FRFs do Sistema com alteração de rigidez em função da frequência resultante do pico (para a razão de rigidez remanescente variando de 0,3 a 1)



Fonte: Elaboração do Autor.

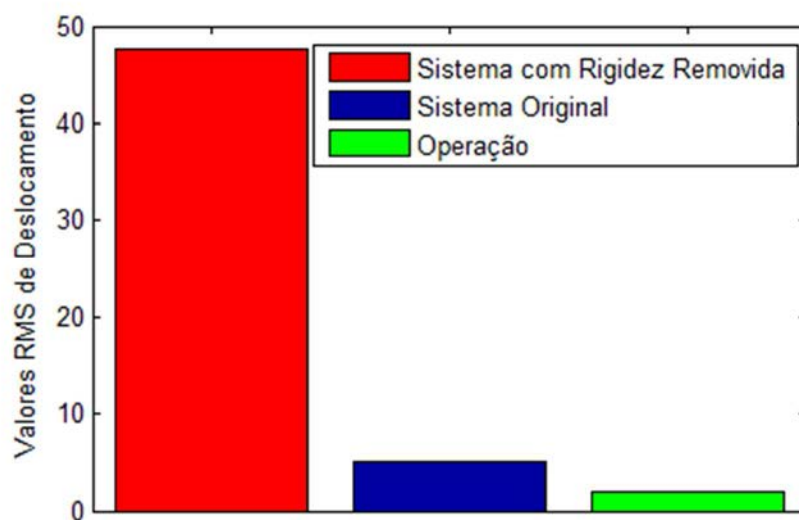
Do próprio segundo capítulo, pode-se repetir a conclusão de que quanto maior é o valor da rigidez removida do sistema, menor será o pico da FRF do sistema com alteração de rigidez e consequentemente maior será a atenuação de rigidez em comparação ao sistema original. Além disso, das conclusões, pode-se inferir que a partir de certo valor de razão de rigidez remanescente o ganho com a redução da rigidez passa a ser muito pequeno, e demanda uma grande alteração de rigidez, tornando apropriada a avaliação dos ganhos da aplicação em contraste com os esforços para redução de rigidez.

4.1.2 Comparação da Redução de Vibração no Domínio do Tempo

A partir da discussão gerada na seção anterior, será avaliado neste momento o comportamento no domínio do tempo do sistema controlado com alteração de rigidez, e o compararemos com as configurações do sistema mais rígido e do sistema menos rígido. Esta avaliação é significativa para determinação de outros parâmetros de controle, como veremos adiante.

Brevemente, podemos considerar uma análise simples, apresentando a efetividade do sistema controlado através da comparação dos valores RMS das curvas de deslocamento adimensional no domínio do tempo do sistema controlado (operação) com alteração de rigidez, sem controle, ou seja, o sistema original, e do sistema com rigidez removida, como pode ser visto na Figura 14 para uma razão de rigidez remanescente (γ) de 0,05, um fator de amortecimento (ζ) de 0,001 e uma excitação harmônica com uma taxa de alteração de frequência adimensional crescente de $1,5 \times 10^{-3}$ (conforme descrito pela Fig. 8).

Figura 14 – Comparação dos valores RMS de deslocamento adimensional do sistema



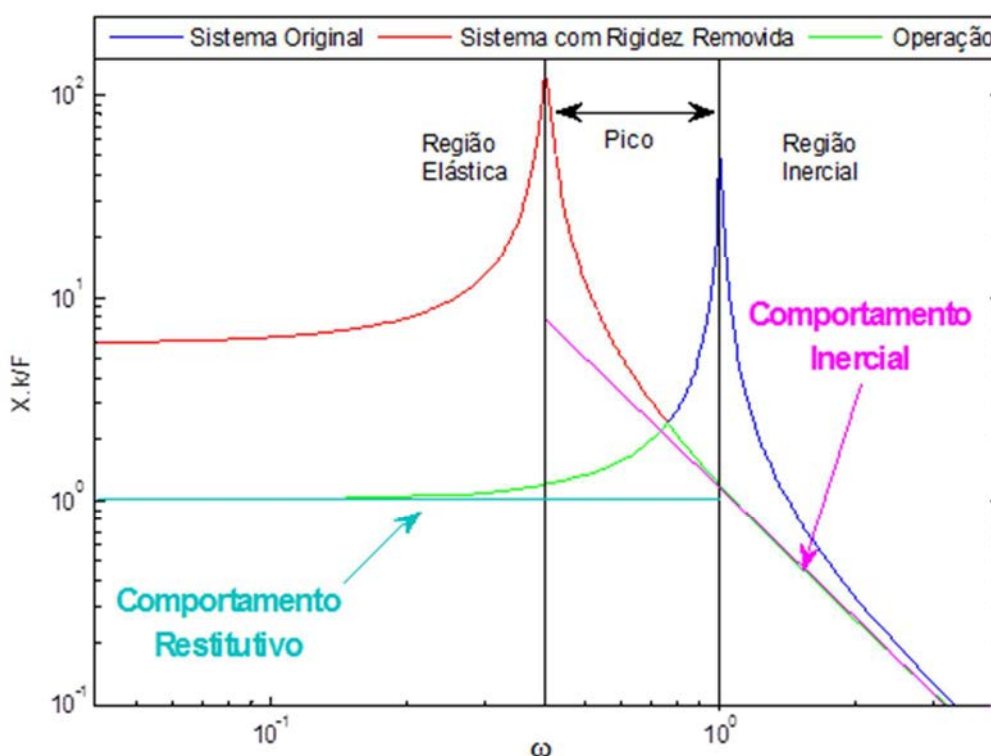
Fonte: Elaboração do Autor.

Em termos de valores, a redução de deslocamento do sistema original para o controlado por alteração de rigidez (operação) é de 62%. É importante destacar que se trata da redução do deslocamento tomando como parâmetro o valor RMS do sinal de resposta do sistema, e não o pico (que para este caso apresentaria uma redução de 95% no pico da FRF)

4.1.3 Comparação dos Resultados no Domínio do Tempo e no Domínio da Frequência (Função de Resposta em Frequência x Envelope da Resposta no Tempo)

Ao se comparar as Fig. 4 (a) e Fig. 4 (b) é natural verificar que a primeira curva em verde da primeira figura, chamada de curva de operação do sistema no domínio de frequência, possui comportamento contínuo, já sua correspondente no diagrama de fases na segunda figura apresenta uma descontinuidade, um salto da curva que representa o sistema mais rígido para outra que representa o sistema menos rígido.

Figura 15 – Comportamento do sistema nas duas diferentes regiões



Fonte: Elaboração do Autor.

Este comportamento ocorre, pois, antes de haver a alteração da rigidez, ou seja, quando o sistema está mais rígido, o sistema se comporta de forma “*Stiffness Like Behaviour*” (comportamento resistivo ou comportamento potencial), onde há a predominância das forças resistivas sobre o balanço dinâmico do sistema. Quando o sistema sofre a alteração de rigidez, para o sistema menos rígido, a região de funcionamento se altera e ele passa a se comportar como “*Mass Like Behaviour*” (comportamento inercial), onde há a predominância das forças de inércia sobre o balanço das forças dinâmicas sobre o sistema.

Investigando matematicamente o fenômeno, é facilmente detectada a origem deste comportamento. Avaliando o comportamento da curva do sistema com alteração de rigidez (curva verde da Fig. 15 – Operação) antes do pico, rememoramos que o mesmo é regido pela Eq. (3), a mesma que rege o sistema sem alteração de rigidez. Se considerarmos que até chegar a este ponto a frequência inicia seu valor em zero e passa a valores menor que 1 até assumir o valor unitário, percebe-se que a curva obedece a formulação da Eq. (28) até um certo ponto, onde passa a se diferenciar deste comportamento (evidenciado pelo descolamento entre as curvas em azul claro e verde), ou seja, assume o comportamento restitutivo do sistema original até o pico.

$$\left(\frac{X.k}{F}\right)_1 = \left| \frac{1}{1-\Omega^2+j2\zeta\Omega} \right| \quad (28)$$

Considerando que $\Omega \ll 1$ então temos que a parcela $(\Omega^2+j2\zeta\Omega)$ será também muito menor que 1, e assim a expressão dada pela Eq. (4.1) resulta em $\left(\frac{X.k}{F}\right)_1 \cong 1$.

Após o pico, que é regido pela Eq. (15), ou seja, a mesma que rege o sistema após a redução de rigidez, ao se considerar que após este ponto a frequência tem seu valor sempre maior que o unitário, percebe-se que a curva obedece a formulação da Eq. (29) após certo ponto, onde passa a convergir para o comportamento inercial do sistema com redução de rigidez (evidenciado pela coincidência entre as curvas em magenta e verde).

$$\left(\frac{X.k}{F}\right)_2 = \left| \frac{1}{\gamma-\Omega^2+j2\zeta\Omega} \right| \quad (29)$$

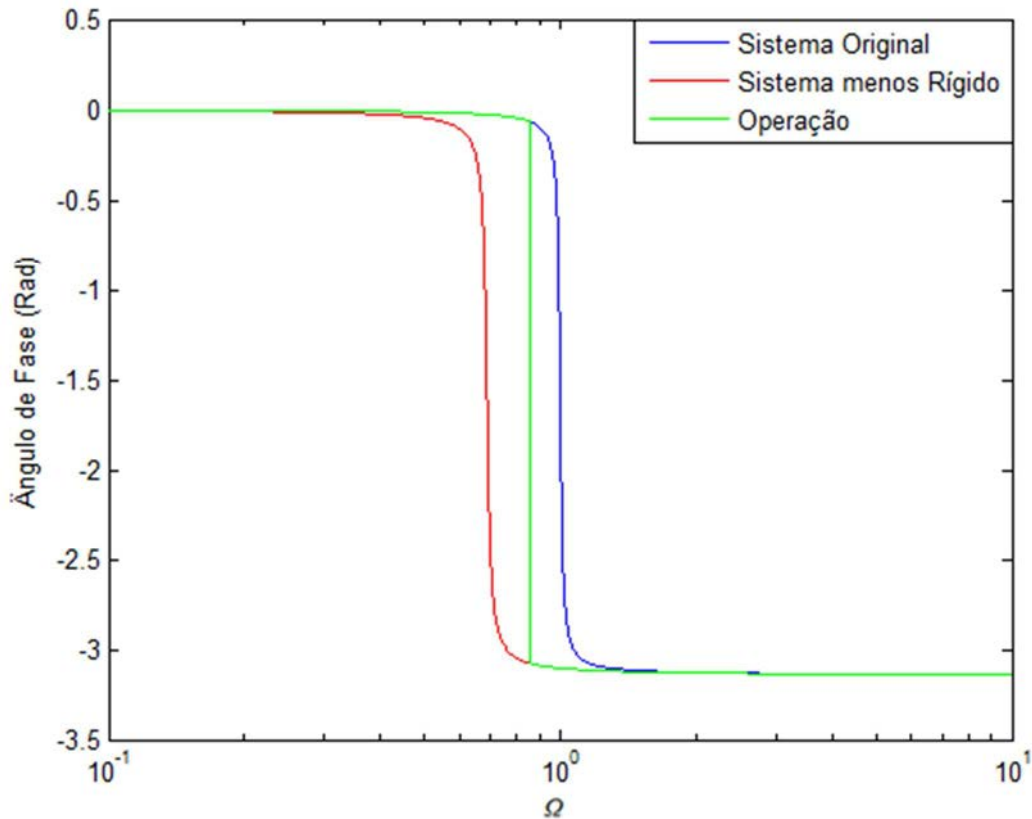
Portanto, considerando o ponto a partir de onde se tem $\Omega \gg 1$ temos que $|\gamma+j2\zeta\Omega| \ll |-\Omega^2|$, assim tem-se que expressão resultante da Eq.(4.2) seja $\left(\frac{X.k}{F}\right)_2 \cong \left| \frac{1}{-\Omega^2} \right|$.

Obtendo-se as fases de cada um dos resultados das expressões resultantes das Eq. (28) e (29), obtemos os seguintes valores:

$$\left(\frac{X.k}{F}\right)_1 \Big|_{\cong 1} = 0^\circ \quad (0 \text{ rad}) \quad (30)$$

$$\left(\frac{X.k}{F}\right)_2 \Big|_{\cong \frac{1}{-\Omega^2}} = -180^\circ \quad (-\pi \text{ rad}) \quad (31)$$

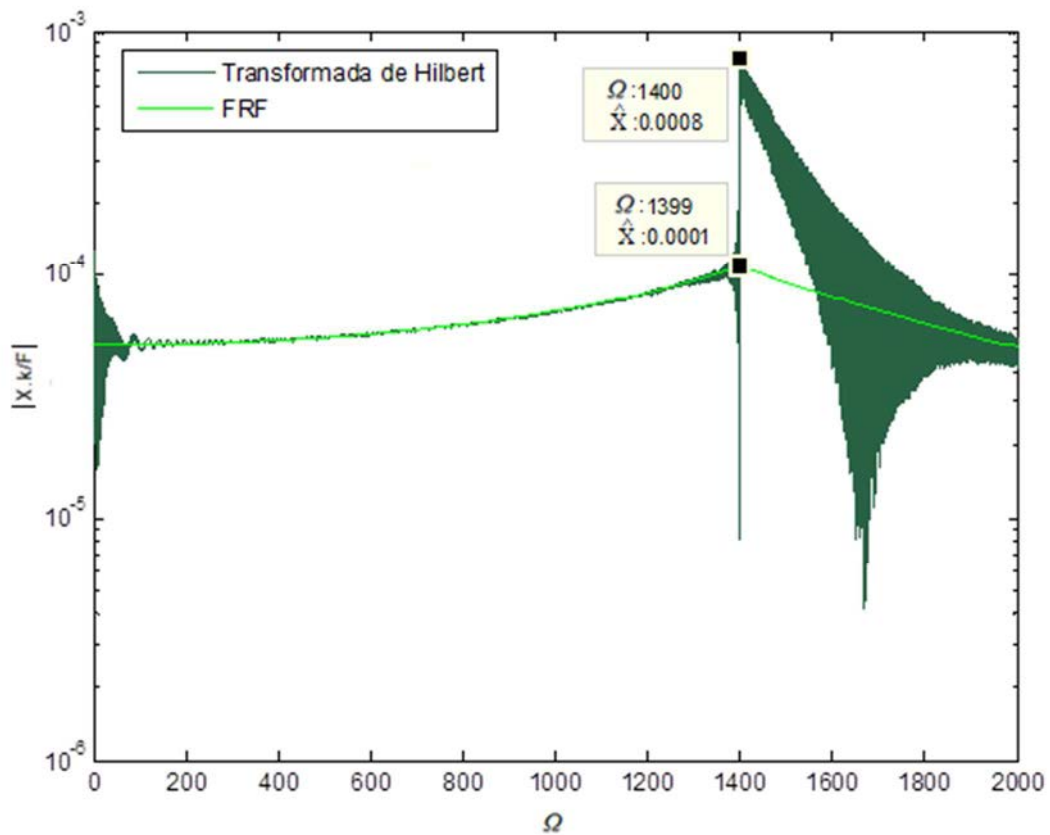
Figura 16 – Comportamento da fase do sistema com alteração de rigidez



Fonte: Elaboração do Autor.

A Fig. 16 ilustra esta conclusão. Este comportamento descontínuo das fases impacta na resposta dinâmica do sistema, pois altera a defasagem entre a resposta dinâmica e da força de excitação, causando a existência de um efeito transiente no sistema, conforme pode ser demonstrado pela comparação da Função de Resposta em Frequência do Sistema com alteração de rigidez e a Transformada de Hilbert da Resposta no Tempo (que retrata as amplitudes da resposta no tempo no domínio da frequência) do mesmo sistema, como pode ser verificada na Figura 17. A diferença do valor de pico chega a ser de 72 vezes maior no caso onde se considera o transiente para o caso simulado.

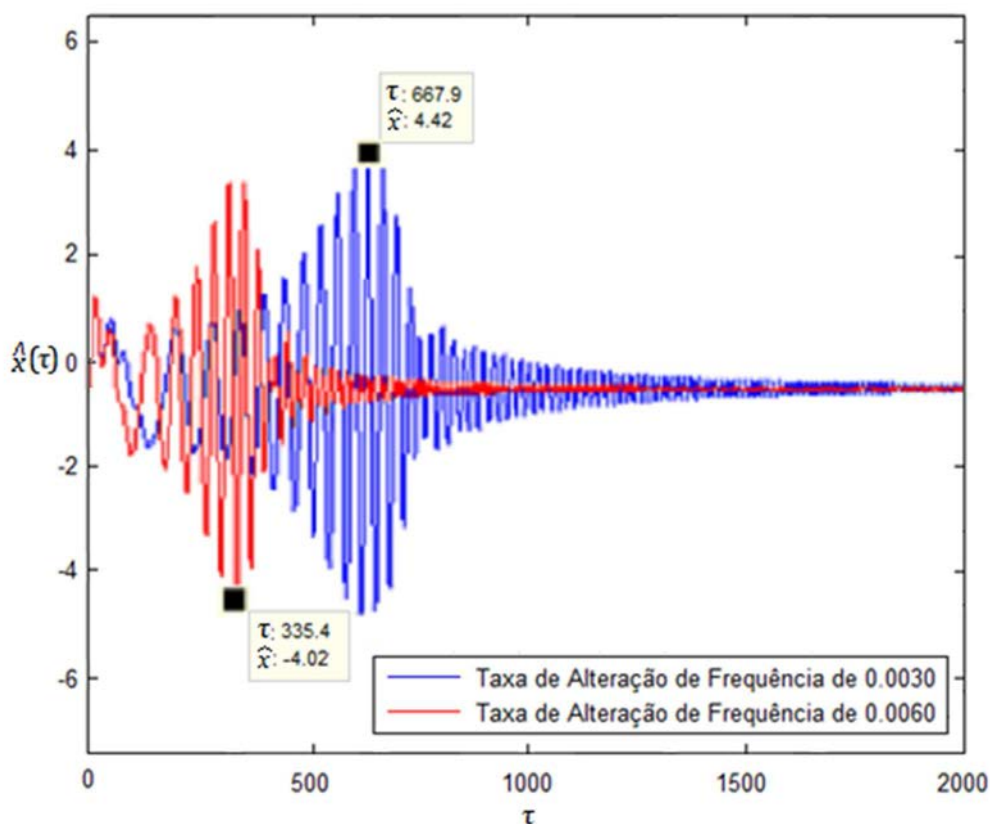
Figura 17 – Comparação entre a Função de Resposta em Frequência e a Transformada de Hilbert da Resposta no Tempo para um caso simulado



Fonte: Elaboração do Autor.

Existem outros parâmetros que possuem influência sobre o transiente do sistema, e estes surgem convenientemente com o modelo proposto para o sistema e sobre o dispositivo de controle. No caso deste modelo, um parâmetro que influencia de forma significativa a eficiência do sistema é a taxa de alteração da frequência. É intuitivo imaginar que o sistema responde de forma diferente quando se atravessa suas frequências naturais mais ou menos rapidamente. Para o sistema sem alteração de rigidez durante a alteração de sua frequência de excitação, considerando as equações adimensionais do domínio do tempo determinadas no terceiro capítulo, foram simulados dois casos para facilitar a compreensão deste efeito, ilustrados pela Fig. 18. No primeiro caso, a taxa de alteração de frequência é de 3×10^{-3} e no segundo caso de 6×10^{-3} (note que, como tanto o tempo, quanto a frequência foram adimensionalizados para análise comparativa do modelo, a taxa de alteração de frequência também é adimensional).

Figura 18 – Comparação das respostas do sistema original no domínio adimensional do tempo para os casos de taxa de alteração de frequência de 3×10^{-3} e 6×10^{-3} .



Fonte: Elaboração do Autor.

Como era de se esperar, quando se atravessa mais rapidamente o pico correspondente ao maior deslocamento do sistema, as amplitudes máximas atingidas são menores e o transiente atinge menores picos. Para este caso, a diferença chega a 10% entre os valores de pico. O mesmo ocorre para os valores RMS das curvas de resposta, quando a travessia é mais rápida o valor RMS da curva é menos. Este fenômeno se deve ao efeito que se tem em se permanecer mais ou menos tempo na região próxima ao pico de maior deslocamento da FRF do sistema. Quando se permanece mais tempo nas proximidades do pico, ou seja, quando a taxa de alteração de frequência é mais baixa, o sistema permanece mais tempo recebendo energia proveniente da fonte de excitação, pois suas forças restitutivas estão próximas a se anular das forças de inércia, e deste modo o sistema depende do amortecimento para dissipação. Quanto maior o amortecimento, menor o efeito da taxa de alteração de frequência, logo em sistemas levemente amortecidos, nas proximidades do pico da FRF a maior parte da energia fornecida pela fonte de excitação será convertida em movimento.

4.2 REPRESENTATIVIDADE DO MODELO ADOTADO E SUAS LIMITAÇÕES

Inicialmente, pode-se estimar brevemente a representatividade do modelo adotado. Considerando que este trabalho não prevê a avaliação experimental para análise comparativa do modelo com o experimento projetado, as conclusões se baseiam em previsões sobre a dinâmica deste modelo.

Como uma abordagem inicial, o modelo representa satisfatoriamente o efeito da alteração de rigidez durante o aumento da frequência de excitação de um sistema, ou seja, para um sistema simples, como um aparato experimental desenvolvido apenas com propósito comparativo, se espera que este modelo seja bastante adequado. Evidentemente, o modelo leva várias considerações e hipóteses adotadas para simplificação que o distanciam da realidade, mas ao alimentá-lo com dados de um sistema experimental há a esperança de que o modelo seja representativo. Uma das hipóteses adotadas que possui potencial para distanciar o modelo da realidade é a de não incluir o efeito da função impulso quando há a troca da rigidez, o que suprime a variação instantânea de forças quando há a alteração do referencial estático da massa (mantendo o equilíbrio das forças idêntico durante a mudança da rigidez). Este efeito pode ser mensurável desde que esteja disponível a curva de transição de rigidez no momento da troca, que em um sistema real não é instantânea, porém, já imaginando o experimento virtual que será realizado, o efeito deste impulso foi propositalmente negligenciado, pois quando a rigidez tiver uma ordem de grandeza muito superior a da massa (ou simplesmente quando a diferença dos deslocamentos estáticos do sistema for pequena) o transiente gerado devido ao impulso terá pouca representatividade.

Este modelo também não conseguiria expressar a realidade de um dispositivo de alteração de rigidez acoplado a um rotor, inicialmente porque o sistema é representado por um sistema de um grau de liberdade, ou seja, não se prevê influência dos modos de vibrar do rotor ou da dinâmica do conjunto sobre o dispositivo e vice versa. O modelo considera o controle das forças incidentes sobre o dispositivo, no entanto, na realidade este sistema teria sua dinâmica acoplada ao rotor, sendo necessária a modelagem do conjunto todo para garantir a fidelidade do modelo. O próprio dispositivo para alteração de rigidez, da forma como foi concebido neste trabalho, não é bem representado pelo modelo, pois apresenta mais de um modo de vibrar, por ser uma viga, e amortecimento variável devido à condição de operação do dispositivo.

Outra consideração que o afasta da realidade é a utilização da hipótese de um sistema levemente amortecido, o que não ocorre em um sistema real. Mesmo o dispositivo projetado no

trabalho apresenta variação de condições de contorno que preveem diferentes casos de amortecimento.

Além disso, pode-se chegar à conclusão sobre o impacto de outra hipótese sobre o modelo: a consideração da razão de amortecimento constante durante a alteração de rigidez. Bem se sabe que a razão de amortecimento depende do coeficiente de amortecimento crítico do sistema, que é uma função da frequência natural do mesmo, portanto se um sistema tem sua rigidez alterada, sua razão de amortecimento consequentemente também sofrerá alteração.

Apesar de o modelo ter pouco apelo comprovativo, ele se mostra muito didático, sendo que através dele se é possível compreender os fenômenos e as variáveis influentes na alteração de rigidez como mecanismo de atenuação de vibrações em um sistema mecânico. Além disso, a forma como foi produzido ao longo do trabalho, possibilitou uma avaliação muito intuitiva dos benefícios da técnica, graças à adimensionalização da maioria das equações, que promove uma base igualitária de comparação das grandezas envolvidas.

4.3 CONCLUSÕES

Neste capítulo foi possível avaliar a eficiência deste método como ferramenta de atenuação de vibrações. Considerando que o sistema atua com um controle semiativo, pode-se concluir que o desempenho deste método é bastante satisfatório. A adequação do modelo a um sistema real não é satisfatória, sendo que para o propósito para o qual foi desenvolvido (a verificação do desempenho do método) os resultados foram bastante expressivos. A análise realizada neste capítulo possibilitou a compreensão do fenômeno e auxiliou a elaboração do projeto de um sistema experimental, que considere as variáveis criadas.

5 PROJETO DE UM SISTEMA MECÂNICO QUE PERMITA ALTERAÇÃO DE RIGIDEZ

Avaliando os parâmetros passíveis de serem empregados através do modelo estudado, este capítulo busca desenvolver o projeto de um protótipo de um sistema mecânico que seja capaz de produzir alterações de rigidez como proposto na teoria, para análise experimental dos fenômenos.

Conforme abordado no capítulo introdutório, existem diversas formas de produzir variações de rigidez em um sistema mecânico, principalmente pela atuação de dispositivos de controle Semiativo com variadas fontes de acionamento. Pela facilidade de adequação do projeto aos parâmetros do dispositivo, além da simplicidade de controle na atuação, optou-se por um dispositivo de variação de rigidez semelhante às molas inteligentes, também atuado por pilhas piezelétricas. No entanto, a alteração da rigidez não se dará pela adição de uma mola ao sistema, mas sim pela alteração da condição de contorno de uma viga, conforme se verificará em seguida.

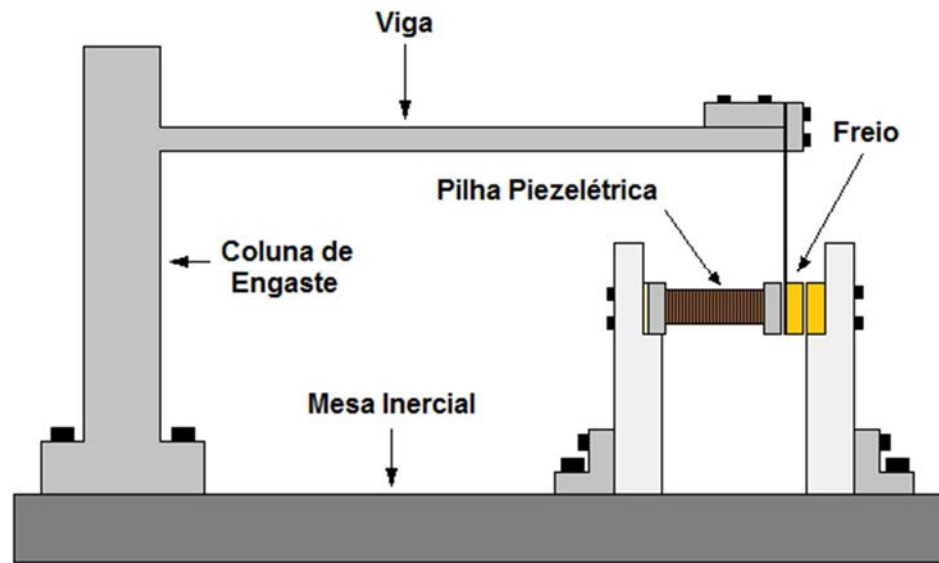
5.1 FORMAS DE PRODUZIR ALTERAÇÕES DE RIGIDEZ NO SISTEMA PROPOSTO

Inicialmente, para entender como serão alteradas as condições de contorno da viga, será feita uma breve descrição do dispositivo, para que então se possa entender seu princípio de atuação.

O dispositivo se trata de uma viga engastada em uma das extremidades e dotada de um sistema capaz de apoiar ou deixar livre a outra extremidade através da atuação de um freio acionado por pilhas piezelétricas, como exemplifica a Fig. 19. Sendo assim a viga pode assumir duas configurações diferentes, engastada-livre e engastada-apoiada, o que produz duas situações com rigidezes diferentes.

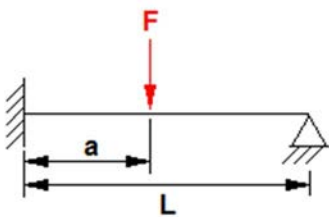
Na extremidade livre adicionou-se uma coluna de ligação ao sistema de freio para se evitar a indução de momentos restritivos, que seriam impostos caso houvesse atuação direta sobre a viga, mantendo o dispositivo fidedigno ao modelo de viga engastada-apoiada quando da atuação do freio.

Figura 19 – Esboço do dispositivo proposto

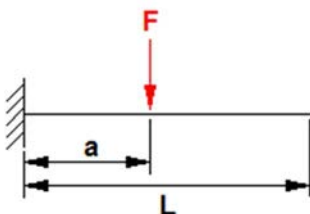


Fonte: Elaboração do Autor.

As configurações de rigidez que o sistema assume se resumem a situação do atuador piezelétrico: se o atuador está sendo acionado, ele aciona o freio e a viga assume a configuração mais rígida (k_{on}) engastada-apoiada, já em caso contrario, se o atuador não aciona o freio, a viga assume a configuração menos rígida (k_{off}) engastada-livre. Matematicamente, esta rigidez pode ser expressa pela Eq. (32) no caso do atuador acionado e pela Eq. (33) caso o atuador esteja em repouso.



$$k_{on} = \frac{EI}{\frac{1}{2} \left(\frac{a^3 - 3a^2L}{L^3} \right) \left(\frac{1}{6}a^3 - \frac{1}{2}a^2L \right) - \frac{1}{3}a^3} \quad (32)$$



$$k_{off} = \frac{3EI}{a^3} \quad (33)$$

Onde E é o módulo de elasticidade do material que constitui a viga [GPa], I é o momento de inercia correspondente a seção transversal da viga [m⁴], L é o comprimento total da viga [m] e a é a distância [m], a partir da extremidade engastada da viga, onde serão recebidas as forças do sistema mecânico acoplado ao dispositivo.

Como a própria formulação sugere, tem-se uma rigidez diferente para cada ponto em que a viga recebe as forças do sistema mecânico (no ponto onde ela atua como mola dentro do modelo anteriormente descrito), desta forma, fica implícito que a razão de rigidez terá um comportamento diferente para cada ponto onde se pretende tomar a rigidez da viga.

A análise da razão de rigidez se faz necessária para se determinar o ponto ótimo da viga para receber as forças oriundas do sistema, pois o ponto escolhido deverá resultar no menor valor de rigidez remanescente possível para reduzir ao máximo o pico da FRF do sistema com alteração de rigidez, conforme já concluído nos capítulos anteriores.

Considerando as ordens de grandeza das rigidezes envolvidas nas formulações, e também para facilitar o aspecto comparativo, torna-se conveniente adimensionalizar os valores de rigidez. O fator de adimensionalização empregado é apresentado por:

$$F = \frac{3EI}{L^3} \quad (34)$$

Empregando este fator nas rigidezes demonstradas pelas Eq. (32) e (33), e considerando ainda que $a=\delta.L$, em que δ expressa a grandeza a de normalizada em termos do comprimento total da viga, encontraremos as equações que expressam as rigidezes anteriores na forma adimensional.

$$\hat{k}_{on} = \frac{F}{\delta^3 - \frac{1}{4}(\delta^3 - 3\delta^2)^2} \quad (35)$$

$$\hat{k}_{off} = \frac{F}{\delta^3} \quad (36)$$

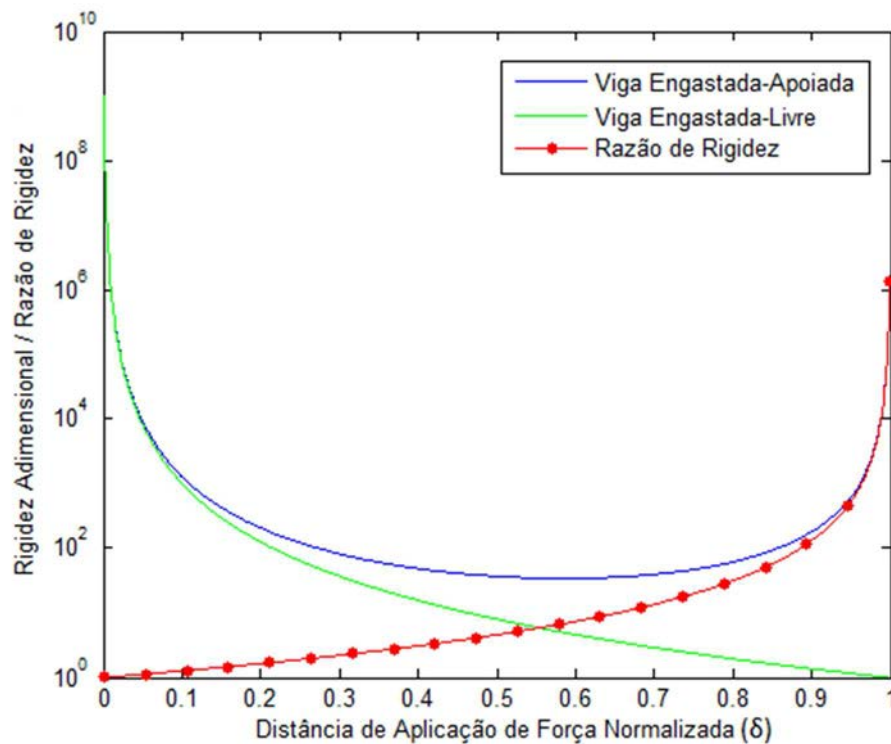
Adotando o procedimento preconizado pelo capítulo 2, somos capazes de encontrar a função da razão de rigidez remanescente (γ) em função da distância normalizada, da força aplicada pelo sistema no dispositivo até a extremidade engastada, expressa por:

$$\gamma(\delta) = \frac{4-9\delta+6\delta^2-\delta^3}{8-9\delta+6\delta^2-\delta^3} \quad (37)$$

A Fig. 20 apresenta a plotagem das Eq.(35), (36) e (37), todas elas funções de δ , atestando o perfil de rigidez da viga para cada valor possível de distância de aplicação da força para cada uma das condições de contorno da extremidade oposta ao engaste, apresentando a

curva resultante de razão de rigidez para avaliação do posicionamento da força oriunda do sistema mecânico, que nos permite concluir que o melhor posicionamento da excitação deve ser dar na extremidade livre da viga, ou seja, quando $\delta=1$.

Figura 20 – Gráfico da Rigidez da Viga em função da distância da aplicação da força do sistema para cada condição de contorno da extremidade oposta ao engaste e a curva resultante da razão de rigidez

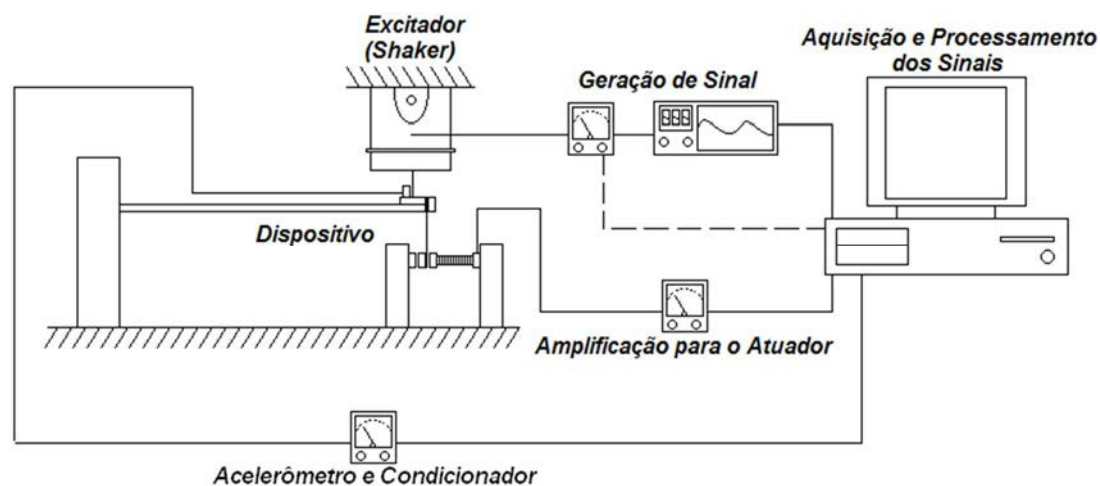


Fonte: Elaboração do Autor.

5.2 PROJETO DOS COMPONENTES DO SISTEMA

O dispositivo proposto atuará através de uma cadeia de retroalimentação que se baseia na leitura da frequência de excitação do sistema para chaveamento do atuador piezelétrico, que atuará de forma on-off (atuando ou não atuando), conforme descrito anteriormente. O esquema do experimento para avaliação da teoria desenvolvida pode ser apreciado na Figura 21.

Figura 21 – Esquema experimental concebido para avaliação dos parâmetros teóricos do sistema mecânico com variação de rigidez



Fonte: Elaboração do Autor.

A partir destas informações, podem-se inferir algumas condições de contorno para o projeto e especificação dos principais componentes do sistema.

5.2.1 Projeto da Viga

As condições de contorno para o dimensionamento da viga preveem que:

1 - A viga deve ter sua primeira frequência natural superior a 30 Hz, considerando que para leitura da resposta será utilizado um acelerômetro e deve-se respeitar sua sensibilidade e o seu range de funcionamento (*Acelerômetro Piezelétrico da PCB Piezotronics do tipo 352C22 SN 71470*);

2 - A primeira frequência natural da viga não pode coincidir com 60 Hz, dado que a alimentação de todo o sistema é realizada via rede elétrica com geração nesta frequência, o que poderia induzir a erros de leitura e interpretação de resultados (recomenda-se, portanto, que seja superior a 60 Hz);

3 - O limite inferior da frequência associada ao primeiro modo de vibrar da viga será determinado pela frequência da viga em engastada-livre, pois este valor certamente é inferior ao caso engastada-apoiada e limita o projeto para as condições expostas anteriormente. Portanto, o dimensionamento da viga será realizado a partir do seu comportamento dinâmico.

Trabalhando com fornecimento de tiras padronizadas de aço carbono, podemos eliminar algumas variáveis de projeto e adequar às dimensões da viga para o tamanho do conjunto

experimental, além de produzir frequências naturais maiores com comprimentos de viga maiores, devido seu elevado módulo de elasticidade, facilitando as condições de construção e montagem do projeto.

Material disponível para uso:

- Tira de aço de seção $1,0 \times 25,0\text{mm}$.
- Módulo de Elasticidade 209 GPa .

Destas informações, podemos listar as propriedades:

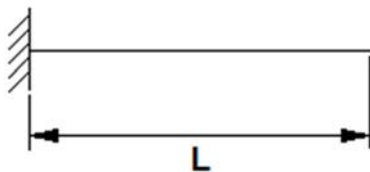
Tabela 1 – Propriedades Mecânicas da Viga

Módulo de Elasticidade (E)	209 GPa
Área da Seção Transversal (A)	$2,5 \cdot 10^{-5} \text{m}^2$
Densidade (ρ)	7850 kg/m ³
Momento de Inércia (I)	$2,08 \cdot 10^{-12} \text{m}^4$

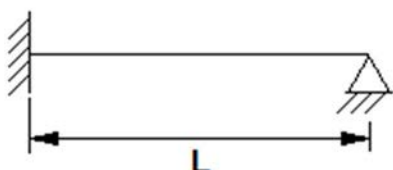
Fonte: Elaboração do Autor.

A formulação para a frequência natural de uma viga é apresentada pela Equação (38), onde n representa o n -ésimo modo de vibrar da viga. Os fatores que modificam o valor da frequência natural em função do modo de vibrar e das condições de contorno da viga ($\beta_n L$) são expostos a seguir:

$$\omega_n = (\beta_n L)^2 \left(\frac{EI}{\rho A L^4} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (38)$$



$$\text{a) } (\beta_1 L)_1 = 1.87 \quad (39)$$



$$\text{b) } (\beta_1 L)_2 = 3.93 \quad (40)$$

Empregando o fator da Eq.(39) para a condição limitante exposta anteriormente, e utilizando um valor de $\omega_n = 70$ Hz (439,82 rad/s) para obedecer as condições de contorno, na Eq. (38), determinou-se o valor de comprimento de viga de $L = 0,1091$ m. O desenho de projeto pode ser verificado na Fig. A-2 do Apêndice A.

Aplicando a Eq. (33) é possível encontrar o menor valor de rigidez para esta viga, avaliado como $k_{off} = 1005,3$ N/m. A avaliação da rigidez se faz necessária para o projeto de alguns dos demais componentes do sistema.

5.2.2 Projeto do Sistema de Frenagem

O sistema de frenagem deve ser capaz de anular qualquer força que seja imposta à coluna através da atuação da pilha piezelétrica. Desta forma, o projeto do sistema de frenagem deve levar em consideração a máxima força que poderá ser imposta para que o dispositivo mantenha a condição de contorno desejada. Conforme se pode inferir, a máxima força transmitida na ponta da viga ocorre quando $\delta=1$, ou seja, quando o ponto de aplicação da força é a própria ponta da viga. Portanto, ao se avaliar a equação de transmissibilidade para a viga, desenvolve-se a equação:

$$|TR| = \frac{\delta^2(3-\delta)}{2} \cdot \frac{k}{k-m\omega^2} \quad (41)$$

A Eq.(5.10) quando tomada na condição de máxima transmissibilidade descrita se torna:

$$|TR|_{\delta=1} = \frac{k}{k-m\omega^2} \quad (42)$$

É necessário determinar o valor da frequência para se calcular o valor da transmissibilidade. A máxima transmissibilidade para sistemas que mudam a rigidez durante o aumento da frequência de excitação ocorre no momento da alteração da rigidez. No entanto, para determinar a frequência de alteração de rigidez é necessário determinar o valor da razão de rigidez remanescente que depende da rigidez na extremidade livre da viga quando ela passa para a condição apoiada.

Tomando os valores utilizados como parâmetros para dimensionamento da viga, e utilizando uma formulação de recorrência (que será abordada mais adiante na descrição do dimensionamento da coluna) com a rigidez da coluna de ligação entre a viga e o elemento de

freio, podemos assumir que a rigidez na condição engastada-apoiada na ponta da viga é de $k_{on}=19342,8 \text{ N/m}$ apresentando uma frequência natural de $\omega_n = 1928,67 \text{ rad/s}$ (306,95 Hz).

Recorrendo a Eq. (10) é possível determinar o valor da rigidez remanescente (γ) e aplicando o valor encontrado na Eq. (18) determina-se a frequência adimensional de troca, e assim, encontramos a frequência pela Equação (6).

$$\gamma = \frac{k-\Delta k}{k} = \frac{k_{off}}{k_{on}} = \frac{1005,3}{19342,8} = 0,0548 \quad (43)$$

$$\Omega = \sqrt{\frac{\gamma+1}{2}} = 0,7262 \quad (44)$$

$$\Omega = \frac{\omega}{\omega_n} \rightarrow \omega = 1398,4 \text{ rad/s} \text{ (217,05 Hz)} \quad (45)$$

Por uma aproximação de massas concentradas, encontrou-se uma massa equivalente de 5,2 g da viga para o modelo adotado. Empregando este valor, juntamente com a frequência determinada nas expressões anteriores, na Eq. (42), encontra-se um valor $|TR|=1,02$.

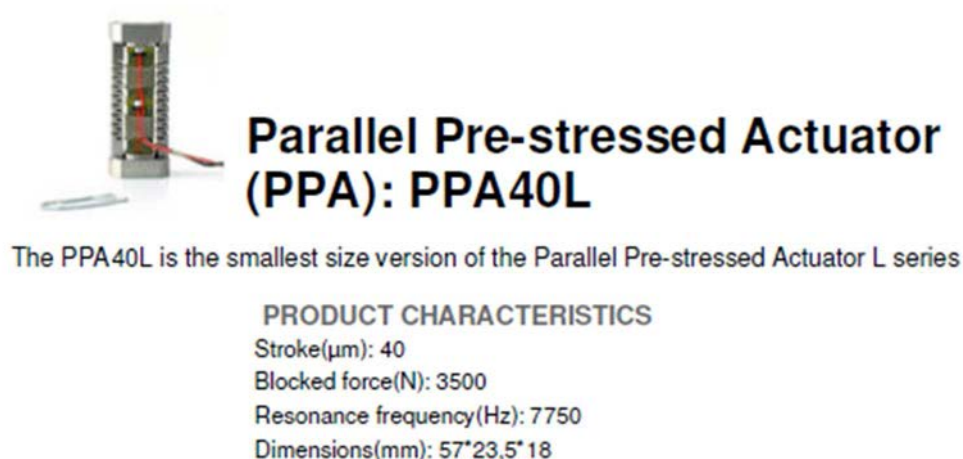
Considerando o excitador utilizado, um Oscilador eletrodinâmico *VEB ROBOTRON – MESSELEKTRONIK modelo ESE 211 tipo 11076* que produz uma força máxima de 2kgf, a força a ser suportada pelo sistema de frenagem é de 20,077N. Para que o sistema funcione como o previsto, não pode haver deslizamento entre as pastilhas de freio e não pode haver flambagem da coluna de ligação.

Adotando duas pastilhas de alumínio que quando em fricção produzem um coeficiente de atrito estático de $\mu_s=1,9$ e um coeficiente de atrito dinâmico de $\mu_d=1,4$, na situação com controle ativado pode-se determinar o valor da força a ser exercida pelo atuador.

$$F_s = N \cdot \mu_s \quad (46)$$

A expressão (46) determina que a força que o atuador deve exercer nas pastilhas de frenagem para que não haja deslizamento é de 10,57N. O atuador disponível para este experimento é detalhado na Figura 22.

**Figura 22 – Detalhe do atuador disponível para a montagem experimental
(Stack Piezelétrico CEDRAT PPA40L)**



Fonte: <http://www.cedrat-technologies.com>.

Como pode ser verificada, a força necessária para manutenção da frenagem do sistema é de 0,3% da máxima capacidade do atuador selecionado, o que confere confiabilidade ao sistema de frenagem.

5.2.3 Projeto da Coluna de Ligação

O sistema de frenagem deve ser capaz de anular qualquer força que seja imposta à coluna através da atuação da pilha piezelétrica nos freios. Para tal, a coluna de ligação não pode flambar durante sua operação, nem impor resistência ao deslocamento da extremidade da viga quando o sistema estiver livre. Partindo inicialmente da segunda condição, pois é mais limitante que a primeira, deve-se considerar que a coluna de ligação deve ser flexível o suficiente para que influencie da menor maneira possível a rigidez na ponta da viga. Assim considerando, temos duas possibilidades: o pico superior de deslocamento da ponta da viga e o inferior.

Considerando que ambos os casos produzem forças simétricas podemos considerar o conjunto de forças atuantes na ponta da viga tomando como base somente um dos casos. Considerando o máximo deslocamento que a viga terá, ou seja, com a menor rigidez da viga com a maior força que o excitador pode fornecer:

$$F_{max} = k_{off} \cdot d \quad (47)$$

Portanto o máximo deslocamento será de $d=2 \times 10^{-3} \text{ m}$. Avaliando este deslocamento para o deslocamento correspondente produzido na ponta na coluna, e a decomposição da força máxima produzida na direção perpendicular à tangente da extremidade da coluna quando defletida do deslocamento correspondente, através da geometria do problema, encontramos que a força perpendicular máxima será de 1,08 N e a deflexão correspondente é de $1,1 \times 10^{-4} \text{ m}$. Aplicando a Lei de Hooke, avalia-se que, para que não haja interferência da coluna de ligação na rigidez da ponta da viga, a rigidez da coluna (como viga) deverá ser inferior a 9,89 kN/m. Adotando a hipótese de que a coluna se comporte como uma viga engastada livre nesta situação, podemos considerar que:

$$\frac{3EI_{Col}}{L_{Col}^3} \leq 9890,2 \text{ N/m} \quad (48)$$

Para avaliar a condição de contorno de ausência de flambagem, é necessário considerar a situação do entorno da coluna de ligação. Levando em conta que a coluna está completamente restringida na extremidade inferior, podemos considerar seu comprimento esbelto sendo o dobro do comprimento normal ($L_{Col e} = 2L_{Col}$). Aplicando a formula de Euler, teremos:

$$P_{crit} = \frac{\pi^2 EI_{Col}}{L_{Col e}^2} \therefore \frac{\pi^2 EI_{Col}}{4L_{Col}^2} \geq 20,077 \text{ N} \quad (49)$$

Além das condições de contorno expostas pelas Eq. (48) e (49), outra condição deve ser respeitada, e ela torna o equacionamento recorrente, conforme descrito anteriormente, necessitando de uma solução iterativa. Esta condição expressa a interferência entre a rigidez da coluna e da viga. Considerando que a coluna trabalha sem flambar, a rigidez na ponta da viga assume o valor da rigidez longitudinal da coluna, então, temos como formula de recorrência aos valores encontrados pelas condições de contorno anteriores:

$$k_{on} = \frac{EA_{Col}}{L_{Col}} \quad (50)$$

Utilizando um algoritmo que considera iterativamente a influência das condições de contorno entre elas mesmas e a condição da viga, até um erro de 0,01% entre o penúltimo e o último valor encontrado, e considerando o valor prévio de largura da coluna de 25 mm, para

manter a coerência com o projeto da viga, os valores de espessura e comprimento da coluna foram determinados como:

- *Espessura: 0,1 mm*
- *Comprimento: 23 mm*

O desenho de projeto pode ser verificado na Fig. A-2 do Apêndice A.

Além das verificações das condições de contorno, existe mais uma preocupação com a coluna de ligação: suas frequências naturais quando o sistema está acionado não podem ser próximas às frequências da viga projetada, pois a resposta dinâmica do conjunto poderia ser afetada, prejudicando os resultados do experimento. Desta forma, considerando a coluna bi engastada, temos duas condições, o primeiro modo (longitudinal) e o segundo modo (fletor). Para o primeiro caso:

$$\omega_{nCol} = \frac{n\pi c}{L_{Col}} = 704790 \text{ rad/s (112170 Hz)} \quad (51)$$

Onde $c = \sqrt{E/\rho}$ e n é o n -ésimo modo de vibrar ao qual a formula faz referência.

Para o segundo caso a coluna obedece a Eq.(38) com a condição de $(\beta_1 L) = 4,73$, resultando em $\omega_{nCol} = 21823 \text{ rad/s (3473,2 Hz)}$. Como ambas as frequências naturais encontradas são superiores a maior frequência natural da viga projetada, para o seu primeiro modo de vibrar, considera-se que não haverá influência dinâmica significativa da coluna na vibração da viga.

5.3 CONCLUSÕES

O equacionamento desenvolvido nos capítulos anteriores foi capaz de determinar os parâmetros para o projeto deste aparato. Desenvolvendo o conceito da utilização de uma viga como elemento de rigidez, foi possível determinar um dispositivo experimental aceitável, de acordo com as condições de dimensionamento previstas neste mesmo capítulo, atendendo os objetivos propostos. Pôde-se verificar que existem múltiplas variáveis de influência no projeto de um sistema como este, sendo a transmissibilidade das forças para o sistema de atuação do dispositivo, a razão de rigidez que se deseja obter, e as frequências naturais do elemento de viga, as principais a serem levadas em conta.

A partir do dispositivo dimensionado neste capítulo e das considerações elencadas para seu uso, foi possível, empregando os parâmetros do aparato projetado, realizar um experimento virtual através da simulação do funcionamento deste sistema que avaliasse o seu desempenho e eficiência, discutidos no capítulo seguinte.

6 SIMULAÇÃO DO SISTEMA PROJETADO

No capítulo anterior, o projeto de um protótipo de um sistema mecânico real que é capaz de produzir alterações de rigidez, conforme proposto pela teoria desenvolvida anteriormente, foi elaborado através de parâmetros que possibilitassem a experimental dos fenômenos. Neste capítulo serão realizados experimentos virtuais, ou seja, simulações computacionais que visam recriar a condição mais próxima possível do protótipo desenvolvido à realidade, com intuito de validar as premissas teóricas desenvolvidas nos capítulos anteriores.

Utilizando limitações reais para o projeto do dispositivo, foram determinadas as condições de contorno e os parâmetros analíticos para modelagem do aparato empregado no experimento virtual e construídas simulações considerando estas informações. Na sequência foram avaliadas a resposta no domínio da frequência e do tempo utilizando os modelos desenvolvidos anteriormente, bem como a comparação nos domínios com a quantificação da eficiência do aparato de controle desenvolvido.

6.1 DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS ANALÍTICOS DO SISTEMA

Conforme definido no projeto do sistema, no capítulo anterior, o dispositivo de alteração de rigidez proposto trata-se de uma viga em que a condição de contorno de umas das extremidades pode ser alterada de apoiada para livre. De acordo com as conclusões obtidas através da Fig. 20, o melhor posicionamento para a força de excitação é a extremidade da viga onde se pode obter a variação da condição de contorno, uma vez que a diferença de rigidez entre as duas configurações possíveis é maior do que em qualquer outro ponto, e lembrando as conclusões obtidas com as avaliações do capítulo 2, quanto maior a diferença de rigidez do sistema, menor a razão de rigidez remanescente e consequentemente maior a atenuação da amplitude resultante da excitação.

Para a configuração inicial, onde a viga encontra-se engastada-apoiada, o cálculo realizado no capítulo anterior determina que a rigidez resultante tenha um valor de $k=19342,8\text{N/m}$, e uma frequência natural de $\omega_n=1929\text{ rad/s}$ (306 Hz). Considerando um sistema levemente amortecido, aplicamos uma razão de amortecimento estrutural de $\zeta=0,01$ prevendo assim, de acordo com Eq. (2), um valor de pico para a FRF de $2,59 \times 10^{-3}\text{ m/N}$.

Para a configuração com rigidez removida, ou seja, quando a viga encontra-se engastada-livre, a rigidez resultante possui um valor de $k=1005,3\text{ N/m}$, e uma frequência natural de

$\omega_n=440$ rad/s (70 Hz). Como o modelo considera a razão de amortecimento constante, o valor de pico resultante para a FRF é de $4,98 \times 10^{-3}$ m/N.

De posse destas informações, é possível determinar a razão de rigidez remanescente, que de acordo com a Eq. (43) resulta em $\gamma=0,0548$. Com esta variável determinamos a frequência em que se é realizada a alteração de rigidez, que pela Eq. (45) seria 1400 rad/s (223 Hz).

No domínio do tempo, pode-se calcular o instante em que ocorre a troca sabendo-se qual é a taxa de alteração da frequência da força de excitação. Propôs-se para o experimento virtual a utilização de uma taxa de alteração de frequência de 133 Hz/s, neste caso, atingiríamos a frequência de alteração mencionada em 1678ms.

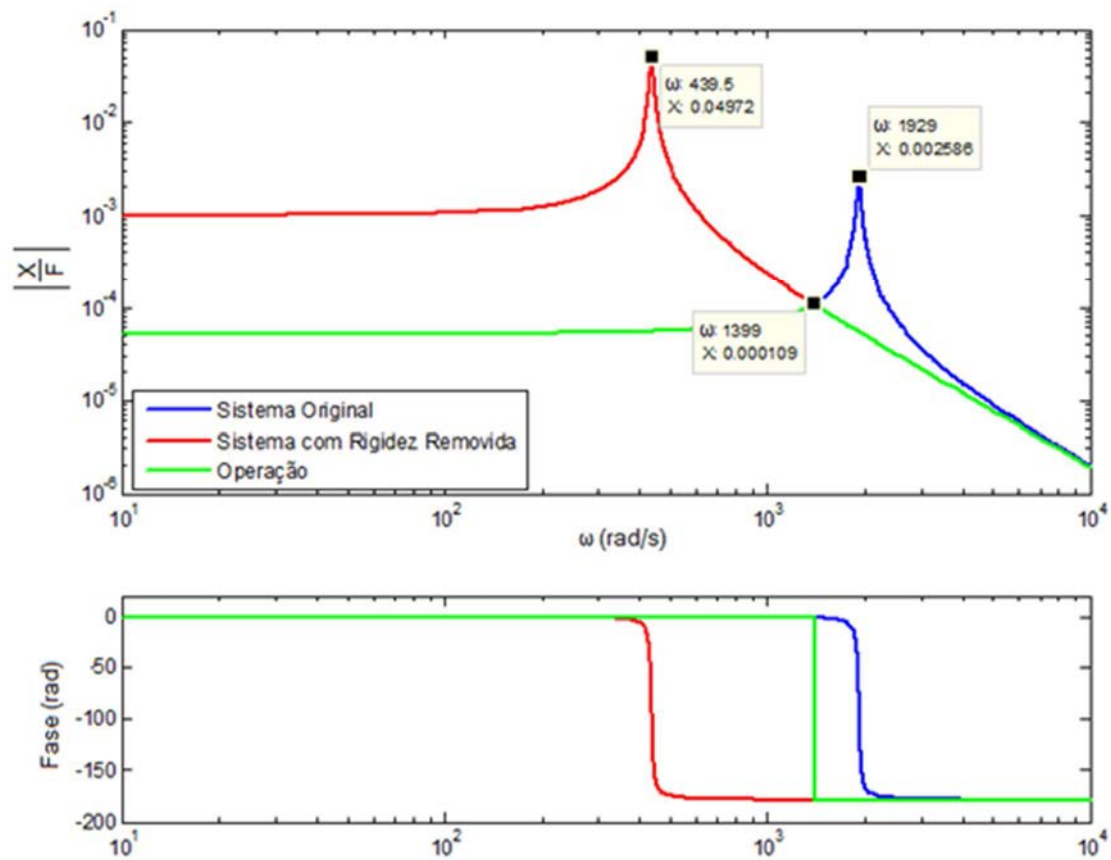
Esses parâmetros serão utilizados para o desenvolvimento do experimento virtual cujos resultados são apresentados nas seções a seguir.

6.2 FUNÇÃO DE RESPOSTA EM FREQUÊNCIA (FRF) DO SISTEMA

A avaliação da FRF do sistema inicialmente será utilizada para avaliar se a filosofia desenvolvida para determinação do ponto de alteração de rigidez é aplicável a um sistema real, fazendo a comparação da resposta analítica, que pode ser obtida com o valor de frequência de alteração de rigidez encontrada na Eq. (45) e inserido no equacionamento da FRF na Eq. (2) – que resulta em um valor de $1,072 \times 10^{-4}$ m/N, com o valor numérico, obtido através do cruzamento das FRFs do sistema original com o sistema com rigidez removida.

A Fig. 23 demonstra que os valores encontrados pela simulação numérica para a frequência de alteração de rigidez e o valor de pico do sistema operando com alteração de rigidez são bem próximos aos valores determinados pela forma analítica, o que demonstra a funcionalidade do método de determinação da frequência de alteração de rigidez.

Figura 23 – Função de Resposta em Frequência (acima) e gráfico das fases para o sistema projetado para alteração de rigidez.



Fonte: Elaboração do Autor.

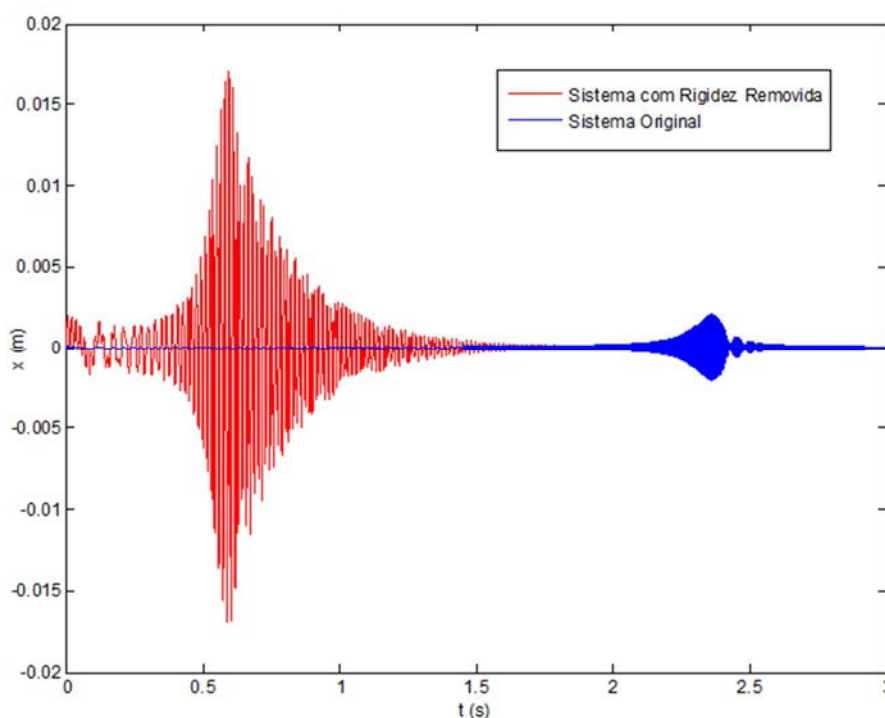
Como fundamentado no segundo capítulo, a avaliação no domínio da frequência é um primeiro passo para a compreensão dos efeitos dinâmicos de um sistema que tem sua rigidez alterada enquanto a sua frequência de excitação aumenta de valor. Através das limitações de projeto do dispositivo proposto e da filosofia de alteração de rigidez foi possível determinar o valor mínimo de pico na transição de rigidez, que apresentou uma redução de 95,8% em relação ao valor de pico do sistema original.

No entanto, verificado no capítulo 3, as funções de resposta em frequência não representam a realidade dos sistemas, por serem soluções que consideram o sistema em regime permanente. A não ser que a taxa de alteração de rigidez tenda ao infinito (o que só é possível matematicamente), a FRF não consegue descrever os efeitos transientes da alteração de rigidez no sistema, sendo assim, é necessário realizar uma avaliação do comportamento do sistema projetado no domínio do tempo para verificar sua verdadeira eficiência.

6.3 RESPOSTA DO SISTEMA NO DOMÍNIO DO TEMPO

Para iniciar a resposta do sistema no domínio do tempo, é importante se compreender como o sistema original se comporta quando comparado ao sistema com redução de rigidez. A Fig. 24 mostra a resposta dos dois sistemas em separado sofrendo a mesma excitação de amplitude de 1N com a taxa de alteração de frequência mencionada anteriormente. É possível notar que o valor de pico da resposta do sistema com rigidez removida é aproximadamente oito vezes e meia maior do que o pico da resposta do sistema original. Quando avaliamos os valores RMS de cada resposta, essa diferença passa a ser ainda maior, sendo próxima a nove vezes e meia a razão entre o valor RMS da resposta do sistema com rigidez removida e do sistema original.

Figura 24 – Resposta no domínio do tempo do sistema com rigidez removida e do sistema original quando submetidos à mesma excitação.

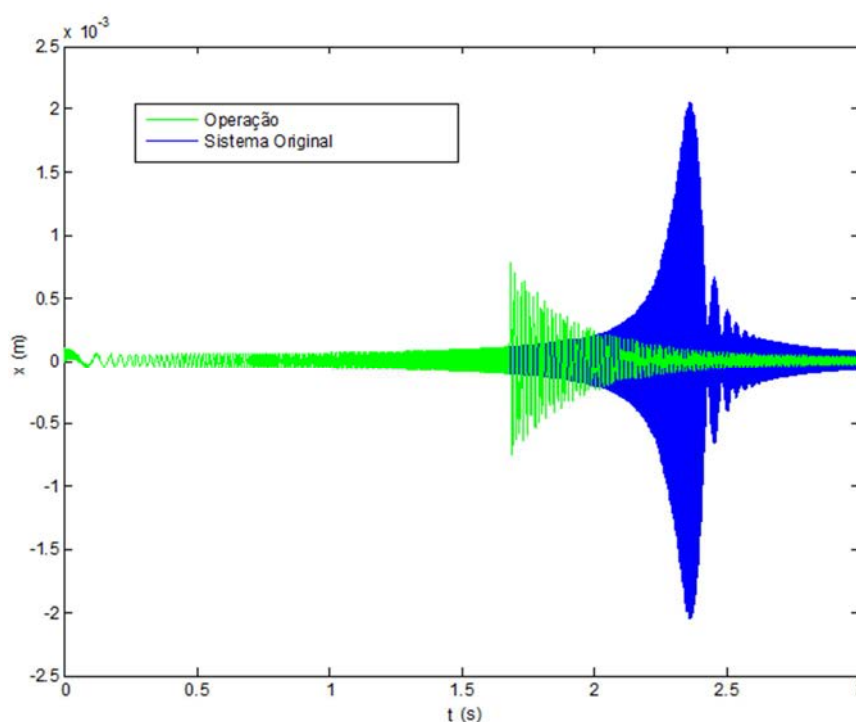


Fonte: Elaboração do Autor.

Conforme estabelecido na seção 6.1, para o experimento virtual foi aplicada uma taxa de alteração de frequência de 133 Hz/s para a excitação, atingindo a frequência de alteração de rigidez em 1678ms. Simulando o sistema com alteração de rigidez (operação) e o comparando com o sistema original temos como resultado as respostas ilustradas pela Fig. 25. No entanto, conforme já previsto anteriormente, a amplitude do sistema com alteração de rigidez será

diferente do que foi previsto pela FRF do sistema. Diferente do que previa a FRF, a redução do valor de pico entre o sistema original e o sistema com remoção de rigidez durante operação, que era de 95,8% no domínio da frequência, passa a ser de 61,2%. Com relação ao valor RMS dos sinais, a redução foi de 62%.

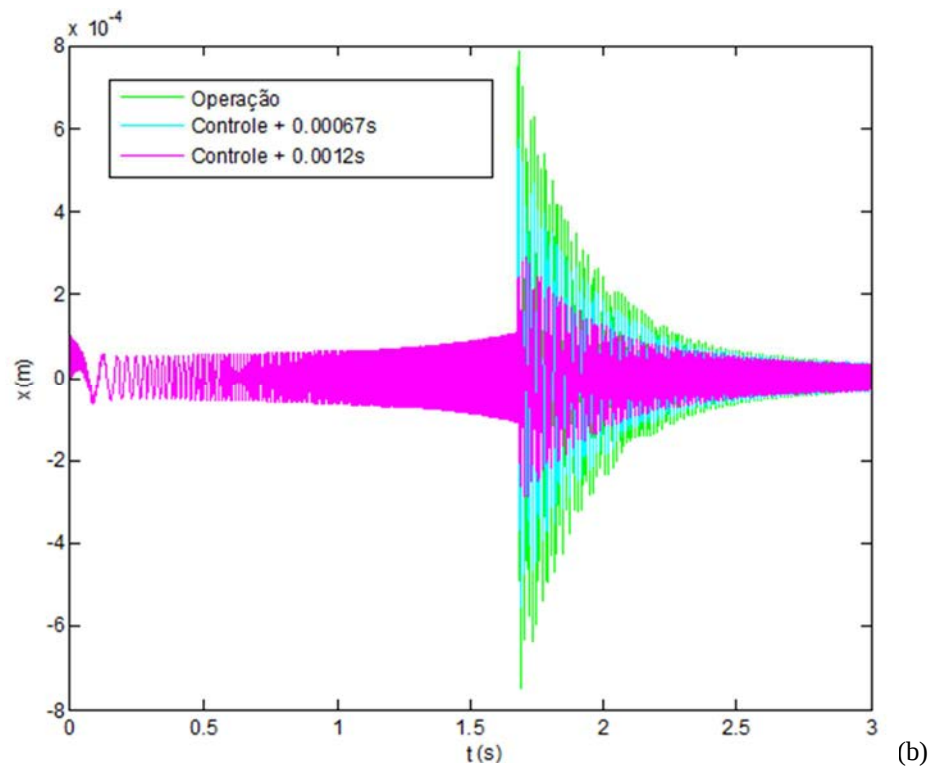
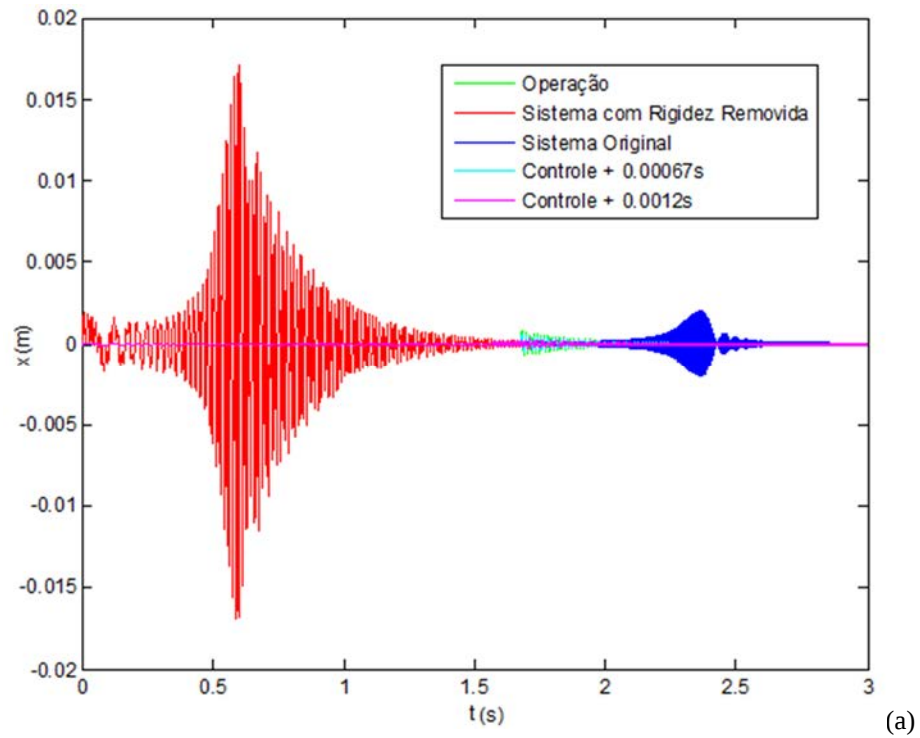
Figura 25 – Resposta no domínio do tempo do sistema original e do sistema com remoção de rigidez em operação comparados quando submetidos à mesma excitação.



Fonte: Elaboração do Autor.

Na tentativa de reduzir os picos de amplitude do sistema controlado, buscou-se desenvolver uma nova metodologia de controle, através da minimização do valor RMS da curva do sistema controlado no tempo, uma vez que se observou que no momento em que ocorre a troca de rigidez, há uma proximidade de alinhamento das fases do deslocamento do sistema e da força de excitação, gerando maior amplitude da resposta do sistema. Ao buscarmos o próximo instante em que as fases são completamente opostas, entre a força e o deslocamento, a amplitude da resposta é minimizada. Uma comparação das respostas do sistema com a troca de rigidez no instante determinado a partir da frequência de alteração de rigidez (1678ms), com troca de rigidez no próximo instante onde as fases são completamente opostas (1679,2ms) e em um instante intermediário entre estes dois (1678,67ms), é apresentada na Fig. 26, juntamente com a comparação no domínio do tempo do sistema original e rigidez removida.

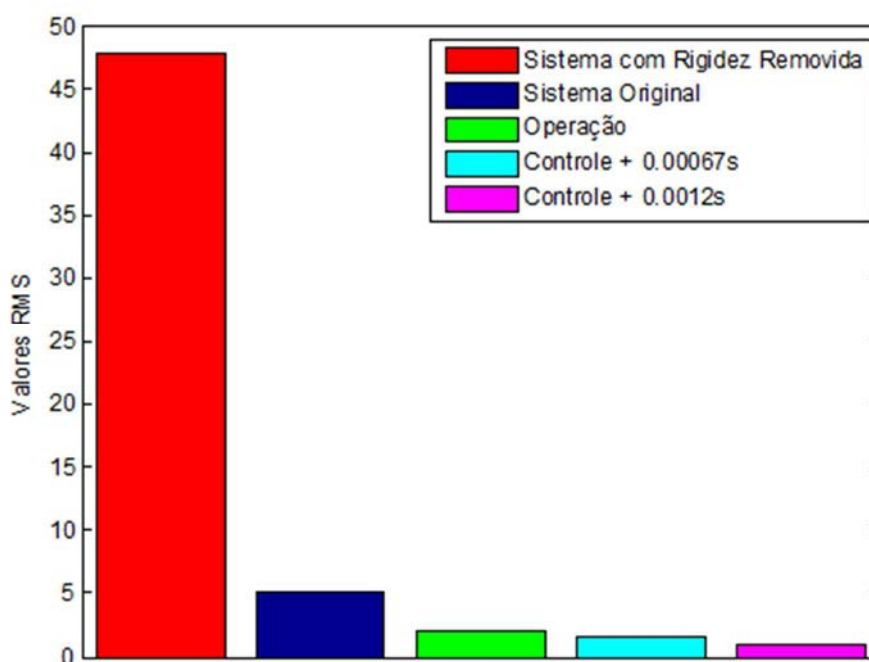
Figura 26 – (a) Resposta no domínio do tempo do sistema original, sistema com rigidez removida e com alteração de rigidez em diferentes instantes de tempo durante a excitação do sistema. (b) Resposta no domínio do tempo do sistema com alteração de rigidez em diferentes instantes de tempo durante a excitação do sistema



Fonte: Elaboração do Autor.

Os valores RMS das curvas de cada um dos gráficos apresentados na Fig. 26 (a) normalizados pelo valor do sistema controlado com maior eficiência são apresentados na Fig 27 para elucidar a eficiência do sistema controlado.

Figura 27 – Comparação dos valores RMS dos sistemas controlados, original e com rigidez removida quando sujeitos à mesma excitação.



Fonte: Elaboração do Autor.

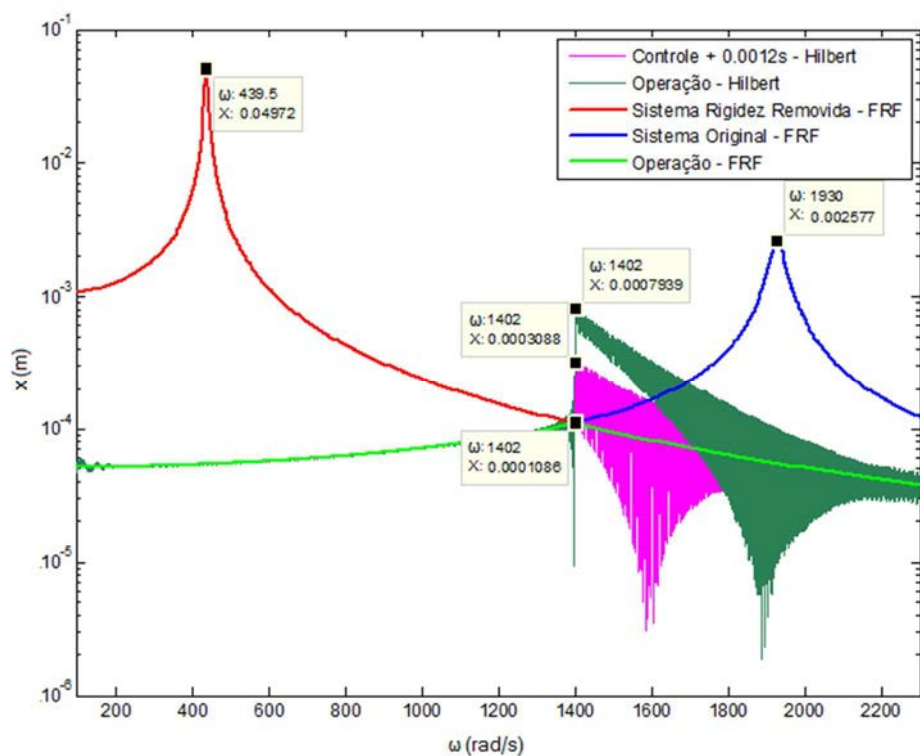
É possível verificar que o valor RMS do sistema original é em torno de 5 vezes o valor RMS do sistema controlado com maior eficiência, que de acordo com a análise dos dados é o sistema em que a alteração de rigidez acontece no instante de tempo em que há a completa oposição das fases entre o deslocamento e a força de excitação do sistema, próximo à frequência de alteração de rigidez calculada. A frequência em que a alteração passa a ser feita para maior eficiência do sistema é de 222,98 Hz, ou seja, uma frequência 0,027% maior do que a calculada originalmente (222,92 Hz). Com esta correção no instante de alteração de rigidez, é possível se obter uma redução do valor RMS da curva de 47,4% em comparação com o sistema controlado com alteração de rigidez no instante de tempo calculado com base na frequência de alteração de rigidez.

6.4 COMPARAÇÃO DOS VALORES DO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA E O ENVELOPE DA RESPOSTA NO DOMÍNIO DO TEMPO

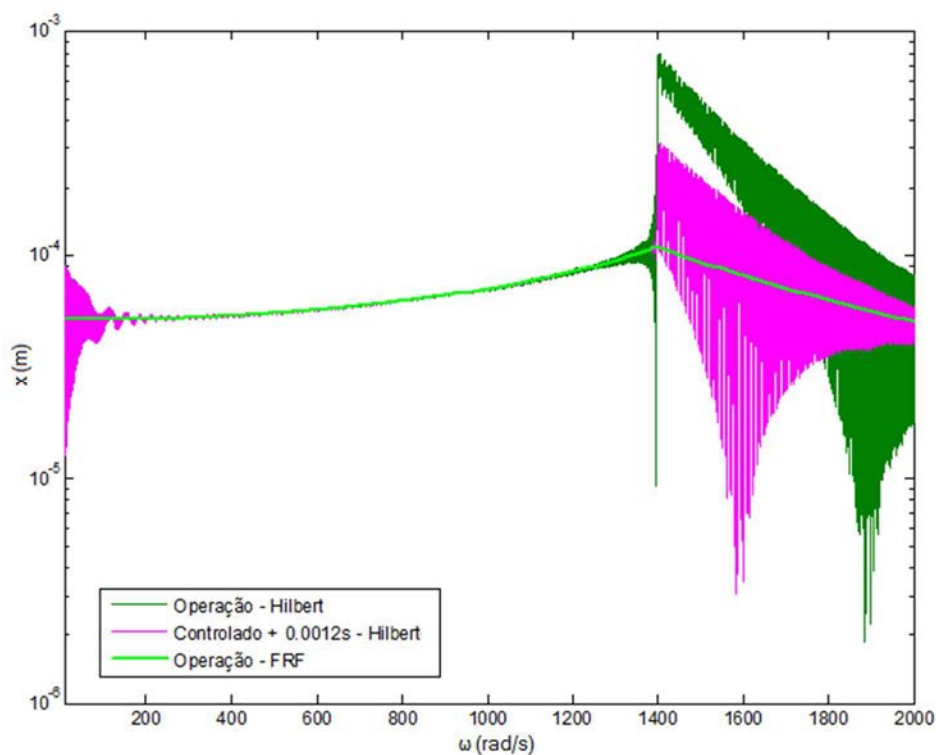
Conforme já se verificou no capítulo 4, existem diferenças nas previsões de amplitudes realizadas pela função de resposta em frequência do sistema e a verdadeira resposta no tempo. Como o capítulo descreve, essa diferença se dá principalmente pelo fato da existência de um transiente durante a mudança da rigidez do sistema, que faz com que o regime de resposta deixe de ser restitutivo para ser inercial, no entanto existem outros fatores preponderantes, como a própria taxa de alteração de rigidez, que pode desempenhar um papel na alteração do valor da amplitude. Como visto, quanto maior a taxa de alteração de frequência, menores são seus efeitos sobre o transiente do sistema, e por este motivo as simulações levaram em conta uma taxa de alteração de frequência relativamente alta, permitindo um ganho de sensibilidade da análise das diferenças da resposta no domínio do tempo para a FRF do sistema.

A Fig. 28 (b) ilustra a diferença entre a resposta do sistema controlado (com a troca de rigidez) entre a FRF e a resposta no domínio do tempo, através da comparação da curva da FRF do sistema em operação e a transformada de Hilbert (que é a transposição da resposta no domínio do tempo para o domínio da frequência, já considerado o efeito do módulo da resposta, uma vez que a transformada não retorna valores negativos) da resposta do sistema controlado para o caso do controle originalmente proposto e o controle mais eficiente, conforme descrito no item 6.3. A Fig. 28 (a) permite a comparação entre as respostas previstas nos domínios da frequência em todas as configurações que o sistema pode assumir com as transformadas de Hilbert. Além disso, a figura permite estabelecer uma ligação entre as frequências originalmente determinadas para os picos das FRF com os picos das respostas no domínio do tempo e as respectivas frequências onde ocorrem. É perceptível que, mesmo no estado em que o controle apresenta seu melhor desempenho em atenuação das vibrações do sistema, o valor de pico da resposta ainda é aproximadamente o triplo do valor previsto pela função de resposta em frequência. Esta é mais uma evidência de que este tipo de dispositivo, se empregado, deve ter seu desempenho avaliado no domínio do tempo, para que se determine seu real potencial de atenuação de vibração no sistema.

Figura 28 – (a) FRF do sistema original, sistema com rigidez removida e com alteração de rigidez, comparadas com a transformada de Hilbert da resposta no domínio do tempo para dois casos de controle. (b) Detalhe para a FRF do sistema com alteração de rigidez e as transformadas de Hilbert das respostas no domínio do tempo.



(a)



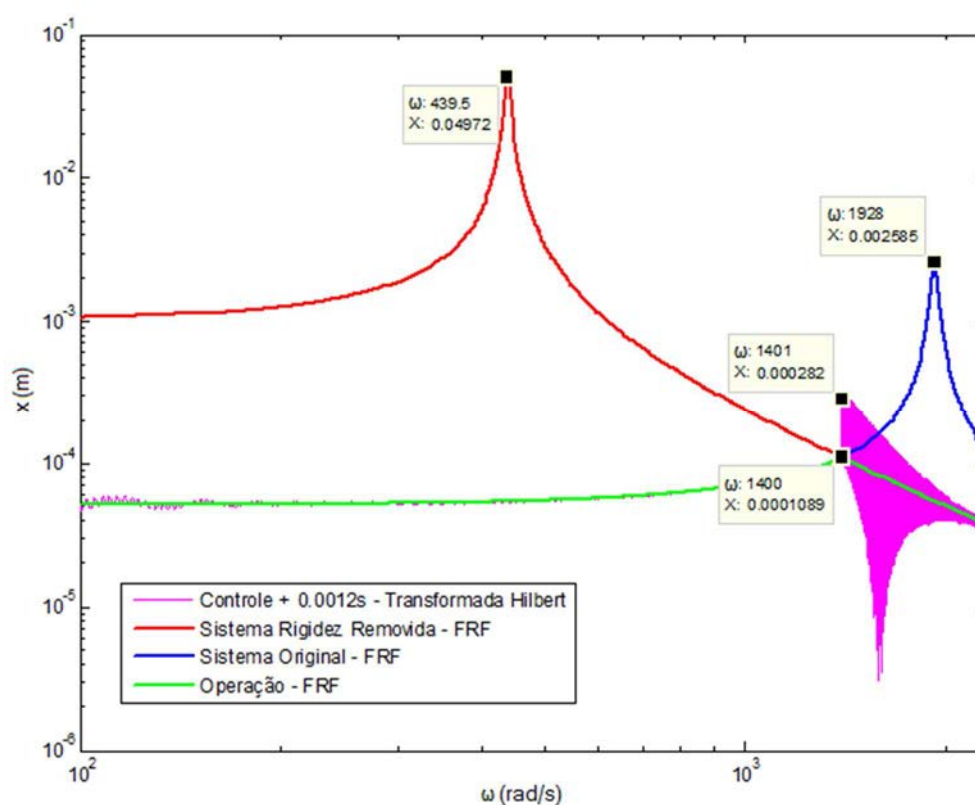
(b)

Fonte: Elaboração do Autor.

6.5 DETERMINAÇÃO DA EFICIÊNCIA DO SISTEMA CONTROLADO

Para compreender a utilidade do sistema proposto na atenuação de vibrações, é importante quantificar a redução das amplitudes em relação ao sistema original. Verificando o sistema com alteração de rigidez (operação) na condição de maior eficiência de sua aplicação e o comparando com o sistema original temos como resultado as respostas ilustradas no domínio da frequência pela Fig. 29. Diferente do que previa a FRF, a redução do valor de pico entre o sistema original e o sistema com remoção de rigidez durante operação, que era de 95,8% no domínio da frequência, passa a ser de 89,1%.

Figura 29 – FRF do sistema original, sistema com rigidez removida e com alteração de rigidez, comparadas com a transformada de Hilbert da resposta no domínio do tempo para o caso de controle com maior eficiência.

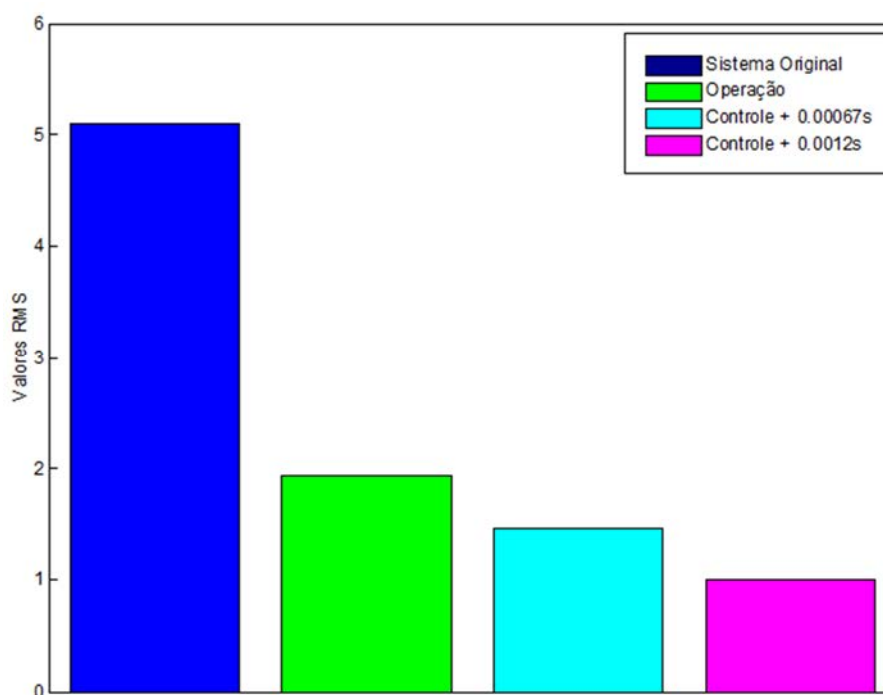


Fonte: Elaboração do Autor.

Com relação à resposta no domínio do tempo, em relação ao sistema original observa-se uma redução de 62,7% do valor RMS do sinal quando aplicando a proposta inicial do sistema de controle. Aplicando a otimização do instante de alteração de rigidez pelo domínio do tempo,

temos uma redução do valor RMS de 80,4% quando comparado ao sistema original, ou seja, uma redução de 47,4% do valor RMS em relação à metodologia de controle inicial. A Fig. 30 corrobora para a compreensão da eficiência do sistema, avaliando o valor RMS dos sinais do sistema original com os sistemas controlados por diferentes formas.

Figura 30 – Comparação dos valores RMS do sistema original e do sistema controlado com troca de rigidez em diferentes instantes de tempo.



Fonte: Elaboração do Autor.

6.6 CONCLUSÕES

Empregando uma viga como elemento de rigidez foi possível projetar, conforme visto no capítulo anterior, um dispositivo experimental que atendesse aos objetivos propostos. Empregando os parâmetros do aparato, um experimento virtual foi realizado através da simulação do funcionamento deste sistema, sendo seu desempenho e eficiência avaliados.

Obedecendo ao primeiro passo para a compreensão dos efeitos dinâmicos do sistema projetado, a frequência em que a redução da rigidez apresentará um valor mínimo de pico na transição foi determinada pela análise no domínio da frequência, sendo também estimado seu valor de pico da FRF com uma razão de amortecimento estimada. No entanto, como previsto no capítulo 4, a FRF não representa a realidade da operação do sistema, pois não consegue

descrever os efeitos transientes da alteração de rigidez, sendo assim necessária a avaliação do comportamento no domínio do tempo. O sistema real apresentou bom desempenho nas simulações experimentais, no entanto, da mesma forma como a eficiência do sistema não pode ser prevista pela FRF, a otimização do instante em que ocorre o controle também não deve ser realizada pelo domínio da frequência, fazendo-se necessária a avaliação de um modelo de controle pelo domínio do tempo para ajuste da frequência de alteração de rigidez. Esta frequência de alteração de rigidez encontrada na otimização pelo domínio do tempo é diferente daquela encontrada no modelo de controle original pela existência do alinhamento entre a fase do deslocamento do sistema e da força de excitação, gerando maior amplitude da resposta do sistema, fazendo com que a amplitude do sistema controlado pela forma anterior seja maior em seu pico. Apenas a título de ilustração, no caso do experimento virtual o valor de pico original é 59,2% maior do que o sistema controlado pela minimização do sinal no domínio do tempo.

De forma geral, o projeto deste sistema permitiu avaliar a eficiência deste método como ferramenta de atenuação de vibrações, apesar de existirem algumas limitações de modelagem que foram necessariamente impostas para que fosse possível a adequação do modelo matemático criado ao experimento virtual, como é o caso da hipótese adotada de não incluir o efeito da função impulso quando há a troca a rigidez (que ocorre por efeito da força peso quando há a alteração do referencial estático da massa) que neste caso é particularmente aderente, pois o valor da massa foi determinado pelo modelo de massas concentradas e ele será desprezível quando a rigidez tiver uma ordem de grandeza muito superior a da massa (ou simplesmente quando a diferença dos deslocamentos estáticos do sistema for pequena), no entanto, para aplicação em casos reais esta consideração deve robustecer o modelo para que ele se torne adequado na previsão da eficiência do sistema de controle.

7 CONCLUSÕES

7.1 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Apesar do caráter teórico, o estudo conduzido apresentou resultados bastante conclusivos sobre a utilização da modificação de propriedades dinâmicas de sistemas mecânicos como meio de controle para atenuação de vibrações. Como o trabalho propôs um projeto de um dispositivo real que fosse capaz de executar tal tarefa, pode-se inferir que as simulações executadas possuem uma aproximação bastante razoável para um sistema real, o que leva a concluir que o dispositivo teria desempenho satisfatório dentro do papel para ele proposto.

Para tecer as conclusões sobre a pesquisa desenvolvida, já que o desenvolvimento da modelagem não se embasou no estado da arte do assunto, é necessário que se compreendam as informações originadas a cada capítulo, para que se consolide o entendimento sobre este estudo.

No capítulo 2, obteve-se como produto final, uma função analítica que rege o ponto de máximo para uma função de resposta em frequência de um sistema que tem sua rigidez alterada ao longo do aumento da frequência de excitação. Este ponto de máximo representa a intersecção das duas configurações possíveis, em termos de rigidez, que o sistema pode assumir, e o valor para este pico é tão menor quanto maior resultar a razão de rigidez do sistema, ou seja, quanto maior a diferença entre os valores de rigidez que o sistema pode assumir, menor será o pico de sua resposta em frequência e consequentemente melhor será a atenuação das vibrações. Das equações no domínio do tempo, foi possível verificar que mesmo realizando a alteração de rigidez no ponto em que esta operação resultaria na mínima amplitude de resposta, há uma resposta transiente, oriunda da mudança de fase da função de transferência do sistema mais rígido para o menos rígido, o que torna necessário o controle pelo domínio do tempo e não da frequência, de forma que se evite este transiente e se obtenha menores amplitudes de resposta. No capítulo 4, estas discussões são colocadas para avaliação do modelo proposto e considerações sobre o controle no domínio do tempo são levantadas, explicitando claramente que a resposta obtida no domínio da frequência se trata de um sistema em regime permanente e que ao se considerar os transientes que o sistema atravessa (o que pode ser averiguado no domínio do tempo) o ponto de alteração de rigidez não mais será o mesmo que foi determinado no domínio da frequência.

O capítulo 5 foi destinado ao projeto de um sistema capaz de produzir a alteração de rigidez em um sistema mecânico, o que trouxe um pouco de realidade para as análises e requereu uma avaliação do ponto de vista prático de engenharia. Através da simulação deste dispositivo

em funcionamento, foi possível entender as limitações deste mecanismo de atuação para controle de sistemas mecânicos, sendo verificado que, dados os aspectos construtivos dos atuadores selecionados para executar a função de manipulador da rigidez, o dispositivo da forma como foi concebido atende somente a estruturas de pequeno porte, sendo necessária uma avaliação mais cuidadosa de seu emprego para aplicações reais, onde seu uso se destinaria a grandes equipamentos, como descrito na introdução deste trabalho.

7.2 PROPOSTA PARA TRABALHOS FUTUROS

Como pôde ser avaliado dentro desta pesquisa, o tema em que ela se insere é uma fonte generosa de tópicos de estudo, o que torna qualquer trabalho da área, senão incompleto, no mínimo muito específico, dada a abrangência deste assunto. Portanto, uma das etapas deste trabalho foi o estudo das possibilidades para desenvolvimento do tema, o que gerou algumas oportunidades de propostas para pesquisas futuras na área, tais quais:

- Estudo de formas diferentes de se obter a variação de rigidez: Neste trabalho foi estudado o uso de um dispositivo, que como qualquer outro, possui limitações. Para aplicações em estruturas de grande porte, se fazem necessários estudos de outros dispositivos e de maneiras diferentes de se obter diferentes rigidezes.

- Pesquisa de um dispositivo de variação contínua de rigidez: Para sanar a problemática da geração de respostas transientes durante o controle por alteração de rigidez, a concepção de um sistema que modifique continuamente a rigidez do sistema permitiria a forma de atuação mais adequada para esta filosofia de controle.

- Otimização do controle: Neste trabalho, o enfoque foi dado nos efeitos da alteração da rigidez no sistema, contudo, grande parte desses efeitos se deve ao sistema de controle a ser utilizado. A ideia principal para uma pesquisa futura é a elaboração de uma malha de controle que atue de forma a evitar o efeito dos transientes gerados durante a modificação da rigidez.

- Utilização de dispositivos de alteração de amortecimento em conjunto com os dispositivos de alteração de rigidez: Dentro da bibliografia desta área, se verifica uma intensa presença do mecanismo patenteado como “Smart Spring” que nada mais é que um dispositivo que é capaz de produzir uma alteração de rigidez a um sistema. Dentro desta linha de pesquisa, existem também atuadores chamados PFDs (Piezeletric Friction Dampers) que são dispositivos capazes de alterar o coeficiente de amortecimento de um sistema. Aliando-se os dois conceitos,

se poderia explorar uma forma de controle mais eficiente que a obtida com o emprego de somente realizar alteração de um dos parâmetros mencionados.

- Execução experimental: Esta proposta visa preencher uma lacuna deixada por este trabalho no que tange à verificação da aplicação desta metodologia de controle em um sistema real.

REFERÊNCIAS

- SPENCER JÚNIOR., B. F.; NAGARAJAIAH, S. State of art on structural control. *Journal of Structural Engineering*, Reston, v. 129, n. 7, p. 845-856, 2003.
- LU, L.; LIN, G. Fuzzy friction controllers for semi-active seismic isolation systems. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, London, v. 20, p. 1747-1770, 2009.
- LU, L.; LIN, G. A theoretical study on piezoelectric smart isolation system for seismic protection of equipment in near-fault areas. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, London, v. 20, p. 217-232, 2009.
- LIU, Y.; MATSUHISA, H.; UTSUNO, H. Semi Active vibration isolation system with variable stiffness and damping control. *Journal of Sound and Vibration*, London, v. 313, p. 16-28, 2008.
- LIU, Y.; MATSUHISA, H.; UTSUNO, H.; PARK, J. G. Vibration control by a variable damping and stiffness system with magnetorheological dampers. *JSME International*, Tokyo, v. 49, n. 2, p. 411-417, 2006.
- LIU, Y.; MATSUHISA, H.; UTSUNO, H.; PARK, J. G. Vibration isolation by variable stiffness and damping system. *JSME International*, Tokyo, v. 48, n. 2, p. 305-310, 2005.
- RAMARATNAM, A.; JALILI, N. A switched stiffness approach for structural vibration control: theory and real-time implementation. *Journal of Sound and Vibration*, London, v. 291, n. 1-2, p. 258-274, 2005.
- NAGARAJAIAH, S. *Strucutral vibration damper with continuously variable stiffness*. US 6098969. 17 ago. 1998, 8 ago. 2000.
- NASU, T.; KOBORI, T.; TAKAHASHI, M.; NIWA, N.; OGASAWARA, K. Active variable stiffness system with non-resonant control. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Chichester, v. 30, p. 1597-1614, 2001.
- CRONJÉ, J. M.; HEYNS, P. S.; THERON, N. J.; LOVEDAY, P. W. Development of a Variable Stiffness and Damping Tunable Vibration Isolator. *Journal of Vibration and Control*, London, v. 11, p. 381-396, 2004.
- WALSH, P. L.; LAMANCUSA, J. S. A variable stiffness vibration absorber for minimization of transient vibrations. *Journal of Sound and Vibration*, London, v. 158, n. 2, p. 195-211, 1991.
- KIDNER, M. R. F.; BRENNAN, M. J. Real-time control of both stiffness and damping in an active vibration neutralizer. *Smart Materials and Structures*, Bristol, v. 10, n. 4, p. 758-769, ago. 2001.
- BONELLO, P.; BRENNAN, M. J.; ELLIOTT, S. J. Vibration control using an adaptive tuned vibration absorber with a variable curvature stiffness element. *Smart Materials and Structures*, Bristol, v. 14, n. 5, p. 1055-1065, 2004.

- BONELLO, P.; BRENNAN, M. J.; ELLIOTT, S. J.; VINCENT, J. F. V.; JERONIMIDIS, G. Designs for an adaptive tuned vibration absorber with variable shape stiffness element. *Proceedings of The Royal Society*, Melbourne, v. 461, n. 2064, p. 3955-3976, 2005.
- RAMESH, A. V.; UTKU, S.; WADA, B. K. Real-time control of geometry and stiffness in adaptive structures. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Amsterdam, v. 90, n. 1-3, p. 761-779, 1991.
- WINTHROP, M. F.; BAKER, W. P.; COBB R. G. A variable stiffness device selection and design tool for lightly damped structures. *Journal of Sound and Vibration*, London, v. 287, n. 4-5, p. 667-682, 2005.
- DAGHIA, F.; INMAN, D. J.; UBERTINI, F.; VIOLA, E. Shape memory alloy hybrid composite plates for shape and stiffness control. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, London, v. 19, p. 609-618, 2008.
- FARIA, V. A.; DA SILVA, E. P. Controle da frequência natural em vigas compósitas com fios de SMA. In: SIMPÓSIO DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA - POSMEC, 16., 2006, Uberlândia. **Anais...** Uberlândia: FEMEC/UFU, 2006. p. 1.
- RUSTIGHI, E.; BRENNAN, M. J.; MACE, B. R. A shape memory alloy adaptive tuned vibration absorber: design and implementation. *Smart Materials and Structures*, Bristol, v. 14, p. 19-28, 2004.
- LEES, A. W.; JANA, S.; INMAN, D. J.; CARTMELL, M. P. The Control of bearing stiffness using shape memory. 2007. In: CONFERENCE & EXPOSITION ON STRUCTURAL DYNAMICS - IMAC-XXV, 25., 2007, Orlando. **Proceedings...** Orlando: [s. n.], 2007. p. 1-10.
- MAJEWSKA, K. M.; OSTACHOWICZ, W. M. Vibration control of a rotor by magnetic shape memory actuators – an experimental work. *Smart Materials and Structures*, Bristol, v. 19, p. 1-8, 2010.
- RAMARATNA, A.; JALILI, N.; DAWSON, D. M. Semi-Active vibration control using piezoelectric-based switched stiffness. 2004. In: AMERICAN CONTROL CONFERENCE, 2004, Boston. **Proceedings...** Boston: [s. n.], 2004. p. 5461-5466.
- SIMÕES, R.C.; STEFFEN, V.; HAGOPIAN, J. D.; MAHFOUD, J. Modal active vibration control of a rotor using piezoelectric stack actuators. *Journal of Vibration and Control*, SAGE, v. 13, n. 1, p. 45-64, 2006.
- SIMÕES, R. C. *Controle modal ótimo de um rotor flexível utilizando atuadores piezelétricos do tipo pilha*. 2006. 145 p. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2006.
- NITZSCHE, F. *Strucutral Component Having Means of Actively Varying its Stiffness to Control Vibrations*. US 5973440. 07 jul. 1997, 26 out.1999.
- NITZSCHE, F.; WICKRAMSINGHE, V. K.; CHEN, Y.; ZIMCIK, D. G. Development of the smart spring for active vibration control of helicopter blades. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, London, v. 15, n. 1, p. 37-47, 2004.

AFAGH, F. F.; NITZSCHE, F.; MOROZOVA, N. Dynamic modelling and stability of hingeless helicopter blades with a smart spring. *The Aeronautical Journal*, London, v. 108, n. 1085, p. 369-377, 2004.

WICKRAMSINGHE, V. K.; CHEN, Y.; ZIMCIK, D. G. Experimental evaluation of the Smart Spring for helicopter vibration suppression through blade root impedance control. *Smart Materials and Structures*, Bristol, v. 14, n. 5, p. 1066-1074, 2004.

WICKRAMSINGHE, V. K.; CHEN, Y.; ZIMCIK, D. G. Experimental evaluation of the smart spring impedance control approach for adaptive vibration suppression. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, London, v. 19, p. 1-10, 2005.

NITZSCHE, F.; HAROLD, T. *Experimental system identification of smart spring device for semi active vibration control*. Ottawa: Carleton University, 2004.

NITZSCHE, F.; WICKRAMSINGHE, V. K.; CHEN, Y.; ZIMCIK, D. G. *Smart spring: a novel adaptive impedance control approach for active vibration suppression applications*. Ottawa: Carleton University, 2004.

NITZSCHE, F.; HAROLD, T.; WICKRAMSINGHE, V. K.; CHEN, Y.; ZIMCIK, D. G. Development of a maximum energy extraction control for the smart spring. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, London, v. 16, p. 1057-1066, 2005.

DALEY, S.; JOHNSON, F. A.; PEARSON, J. B.; DIXON, R. Active vibration control for marine applications. *Control Engineering Practice*, Kidlington, v. 12, n. 4, p. 465–474, 2003.

DALEY, S.; HÄTÖNEN, J.; OWENS, D. H. Active vibration isolation in a Smart Spring mount using a repetitive control approach. *Control Engineering Practice*. Kidlington, v. 14, n. 9, p. 991–997, 2005.

CAVALINI JR., A. A.; GALAVOTTI, T. V.; MORAIS, T. S.; KOROISHI, E. H.; STEFFEN JÚNIOR, V. Vibration attenuation in rotating machines using smart spring mechanism. *Mathematical Problems in Engineering*, New York, v. 2011, p. 1-14, 2011.

APÊNDICE A – Desenhos do dispositivo

Figura 31 – Concepção do Atuador com Stacks Piezelétricos.

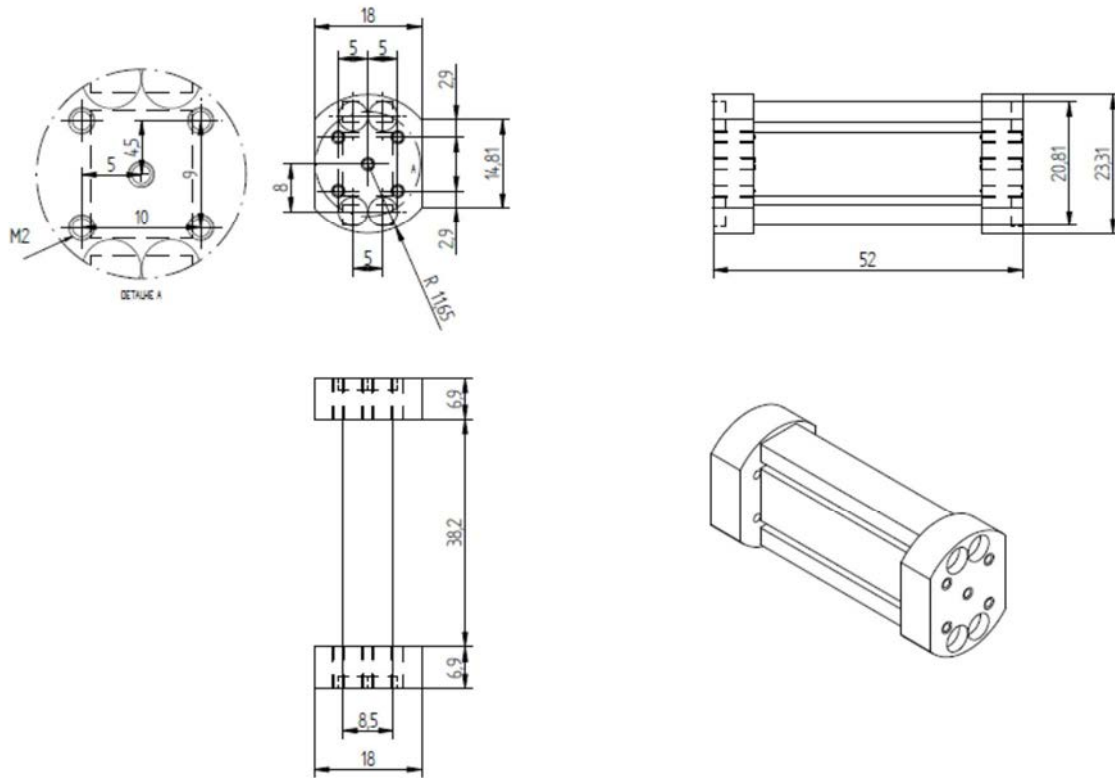
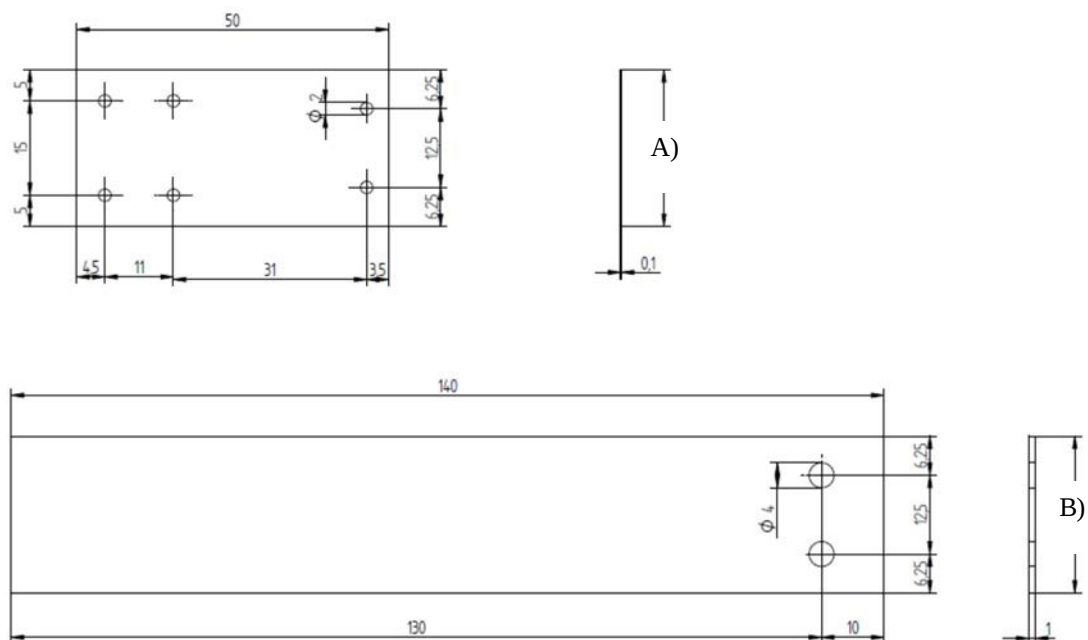
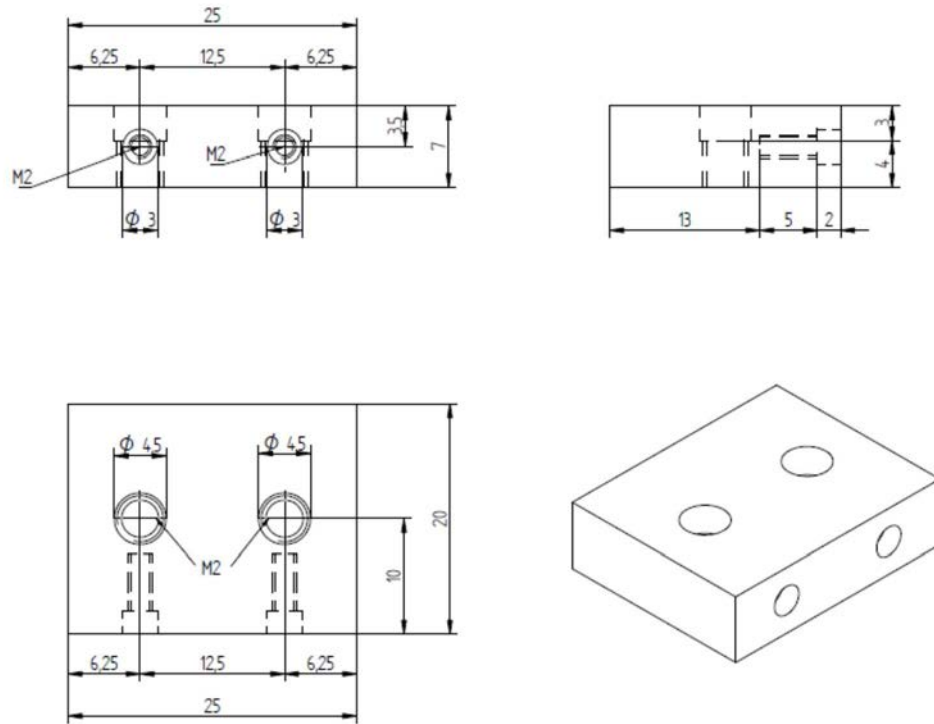


Figura 32 – A) Coluna de ligação com o elemento de freio. B) Elemento de mola (viga).



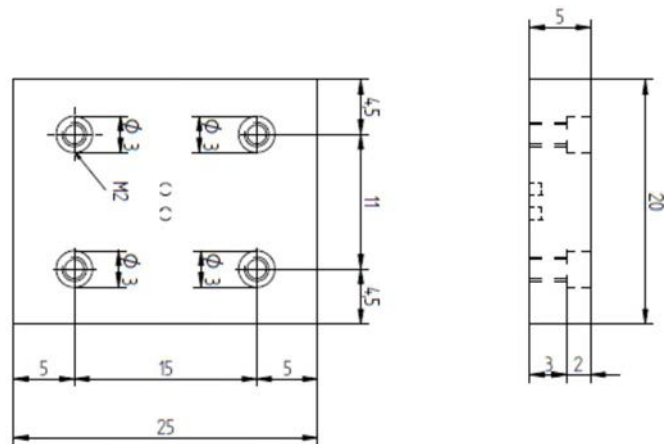
Fonte: Elaboração do autor.

Figura 33 – Elemento de conexão entre a coluna de ligação com o elemento de freio.



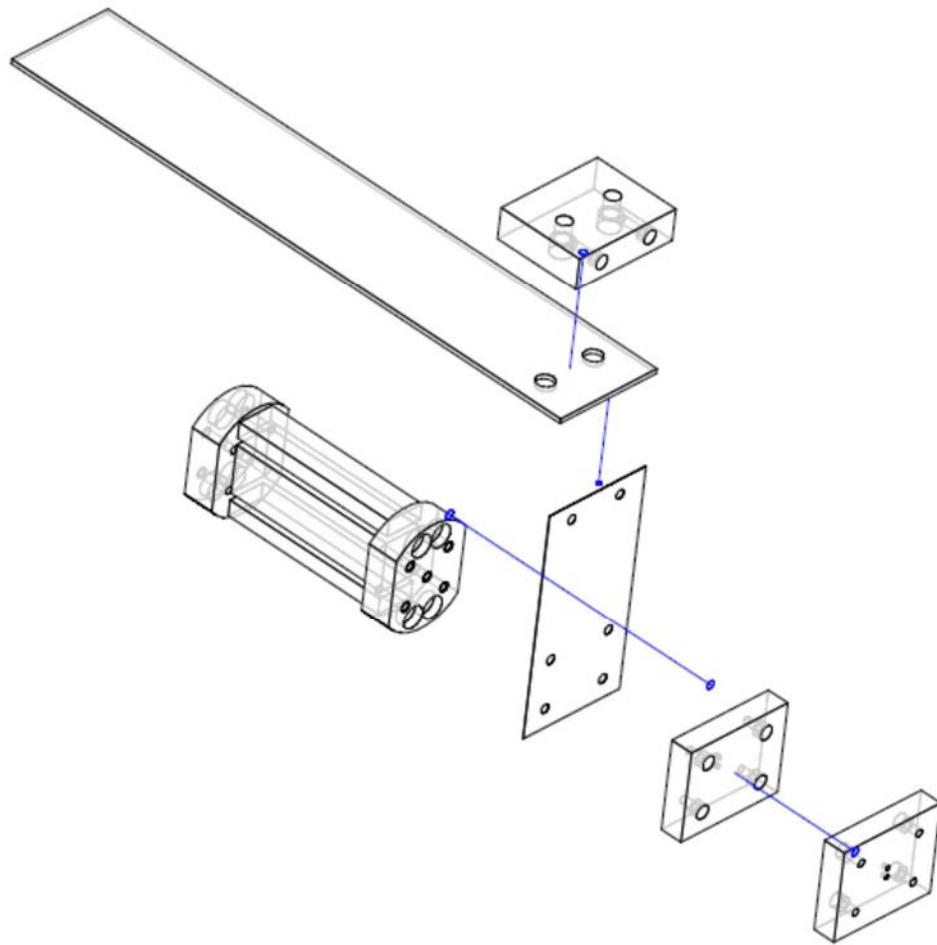
Fonte: Elaboração do autor.

Figura 34 – Elemento de freio.



Fonte: Elaboração do autor.

Figura 35 – Montagem do Sistema.



Fonte: Elaboração do autor.

APÊNDICE B - Simulações Computacionais

SOLVER – Domínio do Tempo (Adimensional)

```

function [T Y]=solvend

clc

%% System Properties

% Stiffness (N/m)
k=500;
deltak=0.5*k;
% Stiffness Parameters
gama=(k-deltak)/k;
% Damping Ratio
Z=0.1;
% Number of points
n=2^12;
%% Operation Parameters
omegaop=sqrt((gama+1)/2);

%% Force Input
% Frequency Vector
omega=linspace(0,1.5,n);

% Time Vector
tau=linspace(0,1000,n);

% Force Vector
f1=omega(end);
f0=0;
tauop=(tau(end)/(f1-f0))*(omegaop);

xf=chirp(tau,f0,tau(end),f1);
% xf=sin(omegaop*tau);

%% Y Displacement

function dydt = F(tau,xf,tauy,y)

    xf = interp1(tau,xf,tauy);

    % Equation System
    if tauy<=tauop;
        dydt = zeros (2,1);
        dydt(1) = y(2);
        dydt(2) = xf - 2*Z*y(2) - y(1);
    else
        dydt = zeros (2,1);
        dydt(1) = y(2);
        dydt(2) = xf - 2*Z*y(2)*sqrt(gama) - y(1)*gama;
    end
end

% Equation Resolution (Runge-Kutta Method)
[T Y]=ode23tb(@(tauy,y) F(tau,xf,tauy,y),tau,[0 0]);
end

```

SOLVER – Domínio do Tempo (Dispositivo Simulado)

```

function [T Y]=solve(m, k1, k2, Z, wn)
% Force Input

% Time Vector
n=2^14;
tx=linspace(0, 5, n);

% Force Vector
f1=2500/(2*pi);
f0=0;

xf=chirp(tx, f0, tx(end), f1);

% Operation Parameters

alfa=k2/k1;
omegaop=wn(2)*sqrt((alfa+2)/(2*alfa+2));
top=(tx(end)/(f1-f0))*(omegaop/(2*pi));

% Y Displacement

function dydt = F(tx, xf, ty, y)

    xf = interp1(tx, xf, ty);

    % Equation System
    if ty<=top;
        dydt = zeros (2,1);
        dydt(1) = y(2);
        dydt(2) = (xf/m - 2*Z*wn(2)*y(2) - (wn(2)^2)*y(1));
    else
        dydt = zeros (2,1);
        dydt(1) = y(2);
        dydt(2) = (xf/m - 2*Z*wn(1)*y(2) - (wn(1)^2)*y(1));
    end
end

% Equation Resolution (Runge-Kutta Method)
[T Y]=ode23tb(@(ty, y) F(tx, xf, ty, y), tx, [0 0]);

% Y=[Y xf'];

end

```

SOLVER – Domínio do Tempo (Dimensional)

```

function [T Y]=solve

clc

%% System Properties

% Mass (Kg)
m=10;
% Natural Frequency
fn=10;
wn=2*pi*fn;
% Stiffness (N/m)
k1=(wn^2)*m;

```

```

k2=4*k1;
% Damping Ratio
Z=0.01;

%% Force Input

% Time Vector
n=2^12;
fa=100;
% tx=linspace(0,(1/fa)*n,n);
tx=linspace(0,100,n);

% Force Vector
f1=12;
f0=0;
xf=chirp(tx,f0,tx(end),f1);

%% Operation Parameters

beta=k2/(k1+k2);
omegaop=wn*((2-beta)/2);
top=(tx(end)/(f1-f0))*(omegaop/(2*pi));
%% Y Displacement

function dydt = F(tx,xf,ty,y)

    xf = interp1(tx,xf,ty);

    % Equation System
    if ty<=top;
        dydt = zeros (2,1);
        dydt(1) = y(2);
        dydt(2) = (xf - 2*Z*sqrt(m*k1)*y(2) - k1*y(1))/m;
    else
        dydt = zeros (2,1);
        dydt(1) = y(2);
        dydt(2) = (xf - 2*Z*sqrt(m*k2)*y(2) - k2*y(1))/m;
    end
end

% Equation Resolution (Runge-Kutta Method)
[T Y]=ode23tb(@(ty,y) F(tx,xf,ty,y),tx,[0 0]);

Y=[Y xf'];
end

```

COMPARATIVO – Domínio da Frequência (Coeficiente de Amortecimento Constante)

```

%% Single Degree System Solution

% Using the model of stiffness removing pg. 34

format short
warning ('off')
clc
clear all

np=10; % Number of points at the log function

% Mass (Kg)

```

```

m=10;
% Stiffness (N/m)
k1=100000;
k22=k1*linspace(0,2,np);
alfa=k22/k1;
beta=k22./(k1+k22);
gama=k1./(k1+k22);

% Damping Coefficient
c=63.24;

% Damping Ratio for the Original System (0.1 or 0.01)
Z1=c/(2*sqrt(m*(k1)));

Y=0;

% Frequency Vector
w=linspace(10,1000,10000);

%% Numerical Solution (Normalized by the Static Value for the Original
System)

for i=2:length(alfa)
%Natural Frequency
wn(1)=sqrt(k1/m);
wn(i)=sqrt((k1+k22(i))/m);
%Non-Dimensional Frequency Vector
omega(1,:)=w/wn(1);
omega(i,:)=w/wn(i);

Z(i)=c/(2*sqrt(m*(k1+k22(i))));

% Non - Dimensional Equation of Motion (Frequency Domain) - Model of
Stiffness Removing
X(i,:)= 1./((gama(i)-omega(i,:).^2+(2*1j*Z1*omega(i,:)*sqrt(gama(i)))));
PoffCcte(i)=sqrt(m*k1)/(c*gama(i));
X(1,:)= 1./(1-omega(i,:).^2+(2*1j*Z(i)*omega(i,:)));
PonCcte(i)=sqrt(m*(k1+k22(i)))/c;

for k=1:length(omega)
    if abs(X(1,k))>=abs(X(i,k))
        Y(i-1,k)=X(i,k);
    end
    if abs(X(1,k))<=abs(X(i,k))
        Y(i-1,k)=X(1,k);
    end
end

[maxi(i),pos(i)]=max(abs(X(i,:)));

end

for i=1:(length(alfa)-1)
    [h(i),k(i)]=max(abs(Y(i,:)));
    k(i)=omega(i+1,k(i));
end

[MAX,POS]=max(abs(X(1,:)));

%% Analitical Solution (Normalized by the Peak Response of the Original
System)

```

```

h2=0;
for i=2:length(beta)
    omegab=(1-gama(i)^2)/(2-2*gama(i));
    k2(i)=sqrt(omegab);
    h2(i)=1./(gama(i)-k2(i).^2+(2*1j*Z1*k2(i)*sqrt(gama(i))));
end

h2=abs(h2);

```

COMPARATIVO – Domínio da Frequência (Razão de Amortecimento Constante)

```

%% Single Degree System Solution

% Using the model of stiffness removing pg. 34

format short
warning ('off')
clc
clear all

np=10; % Number of points at the log function

% Mass (Kg)
m=10;
% Stiffness (N/m)
k1=100000;
k22=k1*linspace(0,2,np);
alfa=k22/k1;
beta=k22./(k1+k22);
gama=k1./(k1+k22);

% Damping Ratio (0.1 or 0.01)
Z=0.01;
Y=0;

% Frequency Vector
w=linspace(10,1000,10000);

%% Numerical Solution (Normalized by the Static Value for the Original
System)

for i=2:length(alfa)
    %Natural Frequency
    wn(1)=sqrt(k1/m);
    wn(i)=sqrt((k1+k22(i))/m);
    %Non-Dimentional Frequency Vector
    omega(1,:)=w/wn(1);
    omega(i,:)=w/wn(i);

    % Non - Dimentional Equation of Motion (Frequency Domain) - Model of
    Stiffness Removing
    X(i,:)= 1./(1-beta(i)-omega(i,:).^2+(2*1j*Z*omega(i,:)));
    PoffZcte(i)=abs(1/(2*Z*sqrt(gama(i))));
    X(1,:)= 1./(1-omega(i,:).^2+(2*1j*Z*omega(i,:)));
    PonZcte(i)=1/(2*Z);

```

```

for k=1:length(omega)
    if abs(X(1,k))>=abs(X(i,k))
        Y(i-1,k)=X(i,k);
    end
    if abs(X(1,k))<=abs(X(i,k))
        Y(i-1,k)=X(1,k);
    end
end

[maxi(i), pos(i)]=max(abs(X(i,:)));

end

[MAX, POS]=max(abs(X(1,:)));

for i=1:(length(alfa)-1)
    [h(i), k(i)]=max(abs(Y(i,:)));
    k(i)=omega(i+1, k(i));
end

%% Analitical Solution (Normalized by the Peak Response of the Original
System)

h2=0;
for i=2:length(beta)
    omegab=((2-beta(i))/2);
    k2(i)=sqrt(omegab);
    h2(i)= 1./(1-k2(i).^2+(2*1j*Z*k2(i)));
end

h2(1)=MAX;
h2=abs(h2);

%% Comparison (Normalized by the Peak Response of the Original System)

```

COMPARATIVO – Estados de Rigidez do Dispositivo

```

%% Comparison

[k4, alfa]=stiffness_on;
[k2, alfa]=stiffness_off;

k=k4./k2;

alfa2=linspace(0.001,0.999,20);
r=4./(-alfa2.^3 + 6*alfa2.^2 - 9.*alfa2 +4);

function [k2, alfa]=eleven_stiffness_off

warning off
clear all
clc

alfa=linspace(0.001,0.999,1000);

for i=1:1000
    k2(i)=1/(alfa(i)^3);
end

```

```

function [k4, alfa]=eleven_stiffness_on

warning off
clear all
clc

alfa=linspace(0.001,0.999,1000);

for i=1:1000
    k4(i)=1/(-0.25*(alfa(i)^3 - 3*alfa(i)^2)^2 + alfa(i)^3);
end

```

COMPARATIVO – Análise de Transmissibilidade (Dispositivo Simulado)

```

%% Transmissibility Analysis

format short
warning ('off')
clc
clear all

% Mass (Kg)
m=0.0052;
% Stiffness (N/m)
k1=1005.3;
k2=19342.8-k1;
alfa=k2/k1;
beta=k2/(k1+k2);
gama=k1/(k1+k2);
% Natural Frequency
wn(1)=sqrt(k1/m);
wn(2)=wn(1)*(3.926692^2)/(1.875104^2);
% Damping Ratio (0.1 or 0.01)
Z=0.01;
Y=0;
% Frequency Vector
w=linspace(10,10000,10000);
% Simulations Conditions
Top=zeros(length(w));
omegaop=zeros(length(w));

%% Transmissibility Analysis
% Transmissibility Equations (Frequency Domain)
T(1,:)=k1./(k1-m*w.^2);
T(2,:)=(k1+k2)./(k1+k2-m*w.^2);
% Displacement Equations (Frequency Domain)
X(2,:)= 1./(k1+k2-(m*w.^2)+(1j*Z*(2*m*wn(2)*w)));
X(1,:)= 1./(k1-(m*w.^2)+(1j*Z*(2*m*wn(1)*w)));
for k=1:length(w)
    if abs(X(1,k))>=abs(X(2,k))
        Y(1,k)=X(2,k);
    end
    if abs(X(1,k))<=abs(X(2,k))
        Y(1,k)=X(1,k);
    end
end

[h,k]=max(abs(Y(1,:)));
omegaoppeak=w(1,k);
cont=0;

```

```

for c=1:length(w)
    if w(1,c)<=omegaoppeak
        cont=cont+1;
        Top(1,cont)=T(2,c);
        omegaop(1,cont)=w(1,c);
    end
    if w(1,c)>=omegaoppeak
        cont=cont+1;
        Top(1,cont)=T(1,c);
        omegaop(1,cont)=w(1,c);
    end
end
end

```

COMPARATIVO – FRF (Dispositivo Simulado)

%% Single Degree System Solution

% Using the model of stiffness removing pg. 34

```

format short
warning ('off')
clc
clear all

```

```

% Mass (Kg)
m=0.0052;
% Stiffness (N/m)
k1=1005.3;
k2=19342.8-k1;
alfa=k2/k1;
beta=k2/(k1+k2);
gama=k1/(k1+k2);
% Natural Frequency
wn(1)=sqrt(k1/m);
wn(2)=wn(1)*(3.926692^2)/(1.875104^2);
% Damping Ratio (0.1 or 0.01)
Z=0.01;
Y=0;
% Frequency Vector
w=linspace(10,10000,20000);

```

%% Numerical Solution (Normalized by the Static Value for the Original System)

% Equation of Motion (Frequency Domain)

```

X(2,:)= 1./(k1+k2-(m*w.^2)+(1j*Z*(2*m*wn(2)*w)));
X(1,:)= 1./(k1-(m*w.^2)+(1j*Z*(2*m*wn(1)*w)));

```

```

for k=1:length(w)
    if abs(X(1,k))>=abs(X(2,k))
        Y(1,k)=X(2,k);
    end
    if abs(X(1,k))<=abs(X(2,k))
        Y(1,k)=X(1,k);
    end
end
end

```

COMPARATIVO – FRF x FFT (Dispositivo Simulado)

```
%% Single Degree System Solution
```

```
% Using the model of stiffness removing pg. 34
```

```
format short
warning ('off')
clc
clear all
```

```
% Mass (Kg)
m=0.0052;
% Stiffness (N/m)
k1=1005.3;
k2=19342.8-k1;
alfa=k2/k1;
beta=k2/(k1+k2);
gama=k1/(k1+k2);
% Natural Frequency
wn(1)=sqrt(k1/m);
wn(2)=wn(1)*(3.926692^2)/(1.875104^2);
```

```
% Damping Ratio (0.1 or 0.01)
Z=0.01;
Y=0;
```

```
% Frequency Vector
w=linspace(0,10000,20000);
```

```
%% Numerical Solution (Normalized by the Static Value for the Original System)
```

```
% Equation of Motion (Frequency Domain)
X(2,:) = 1./((k1+k2-(m*w.^2)+(1j*Z*(2*m*wn(2)*w))));
X(1,:) = 1./((k1-(m*w.^2)+(1j*Z*(2*m*wn(1)*w))));
```

```
for k=1:length(w)
    if abs(X(1,k))>=abs(X(2,k))
        Y(1,k)=X(2,k);
    end
    if abs(X(1,k))<=abs(X(2,k))
        Y(1,k)=X(1,k);
    end
end
```

```
% Equation of Motion (Time Domain)
[t y]=solve(m, k1, k2, Z, wn);
```

```
W=window(@kaiser, length(w)/10);
[S, F, T]=spectrogram(y(:,1), W, length(w)-1);
```

```
Y2=100*fft(y, 2*length(t))/(2*length(t)/2);
freq=linspace(0, 20000, 2*length(t));
```

COMPARATIVO – Controle Switch no Tempo (Dispositivo Simulado)

```
%% Switching Time Analysis
```

```
% Using the model of stiffness removing pg. 34
```

```

format short
warning ('off')
clc
clear all

%% Solution

tic

% Mass (Kg)
m=0.0052;

% Stiffness (N/m)
k1=1005.3;
k2=19342.8-k1;
alfa=k2/k1;
beta=k2/(k1+k2);
gama=k1/(k1+k2);

% Natural Frequency
wn(1)=sqrt(k1/m);
wn(2)=wn(1)*(3.926692^2)/(1.875104^2);

% Damping Ratio (0.1 or 0.01)
Z=0.01;

% Frequency Vector
w=linspace(0,10000,20000);

% Time Vector
n=2^14;
tx=linspace(0,3,n);
dt=tx(end)/n;

% Force Vector
f1=2500/(2*pi);
f0=0;
xf=chirp(tx,f0,tx(end),f1);

% Operation Parameters
omegaop=wn(2)*sqrt((alfa+2)/(2*alfa+2));
top=(tx(end)/(f1-f0))*(omegaop/(2*pi));
in=linspace(0,0.005,1000);

%
% for i=1:length(in)
% % Equation of Motion (Time Domain)
% [t y]=solve_st(m,xf,tx,Z,wn,in(i),top);
% rms(i)=norm(y(:,1))/sqrt(length(t));
% end

[t1 y1]=solve_st(m,xf,tx,Z,wn,in(1),top);
[t2 y2]=solve_st(m,xf,tx,Z,wn,in(135),top);
[t3 y3]=solve_st(m,xf,tx,Z,wn,in(234),top);

for i=1:length(t1)
    if t1(i)>top-dt && t1(i)<top+dt
        c1=i;
    end
    if t2(i)>top+in(135)-dt && t2(i)<top+in(135)+dt

```

```

        c2=i;
    end
    if t3(i)>top+in(234)-dt && t3(i)<top+in(234)+dt
        c3=i;
    end
end

% fasey1=angle(y1(c1,1));
% fasey2=angle(y2(c2,1));
% fasey3=angle(y3(c3,1));
%
% fasexf1=angle(y1(c1,3));
% fasexf2=angle(y2(c2,3));
% fasexf3=angle(y3(c3,3));

rms1=norm(y1(:,1))/sqrt(length(t1));
rms2=norm(y2(:,1))/sqrt(length(t2));
rms3=norm(y3(:,1))/sqrt(length(t3));

%% Phase Analysis

Y1=fft(y1,2*length(t1))/(2*length(t1)/2);
FRF1=Y1(:,1)./Y1(:,3);
freq1=linspace(0,20000,2*length(t1));

Y2=fft(y2,2*length(t2))/(2*length(t2)/2);
FRF2=Y2(:,1)./Y2(:,3);
freq2=linspace(0,20000,2*length(t2));

Y3=fft(y3,2*length(t3))/(2*length(t3)/2);
FRF3=Y3(:,1)./Y3(:,3);
freq3=linspace(0,20000,2*length(t3));

toc

```

ANÁLISE GLOBAL

```

%% Global Analysis

% Using the model of stiffness removing pg. 34

format short
warning ('off')
clc
clear all

%% Solution

tic

% Mass (Kg)
m=0.0052;

% Stiffness (N/m)
k1=1005.3;
k2=19342.8-k1;
alfa=k2/k1;
beta=k2/(k1+k2);
gama=k1/(k1+k2);

```

```

% Natural Frequency
wn(1)=sqrt(k1/m);
wn(2)=wn(1)*(3.926692^2)/(1.875104^2);
wn1=[wn(1) wn(1)];
wn2=[wn(2) wn(2)];

% Damping Ratio (0.1 or 0.01)
Z=0.01;

% Frequency Vector
w=linspace(0,10000,20000);

% Time Vector
n=2^14;
tx=linspace(0,3,n);
dt=tx(end)/n;

% Force Vector
f1=2500/(2*pi);
f0=0;
xf=chirp(tx,f0,tx(end),f1);

% Operation Parameters
omegaop=wn(2)*sqrt((alfa+2)/(2*alfa+2));
top=(tx(end)/(f1-f0))*(omegaop/(2*pi));
in=linspace(0,0.005,1000);

% Equation of Motion (Time Domain)

% Normal System
[t y]=solve(m,k1,k2,Z,wn);

% No System Changing
[t1 y1]=solve(m,k1,0,Z,wn1);
[t2 y2]=solve(m,k2+k1,0,Z,wn2);

% Swtching Time Changing
[t11 y11]=solve_st(m,xf,tx,Z,wn,in(135),top);
[t22 y22]=solve_st(m,xf,tx,Z,wn,in(234),top);

rms=norm(y(:,1))/sqrt(length(t));
rms1=norm(y1(:,1))/sqrt(length(t1));
rms2=norm(y2(:,1))/sqrt(length(t2));
rms11=norm(y11(:,1))/sqrt(length(t11));
rms22=norm(y22(:,1))/sqrt(length(t22));

toc

```

COMPARATIVO (Entre as formas de controle)

```

%% Single Degree System Solution

% Using the model of stiffness removing pg. 34

format short
warning('off')
clc
clear all

```

```

% Mass (Kg)
m=0.0052;
% Stiffness (N/m)
k1=1005.3;
k2=19342.8-k1;
alfa=k2/k1;
beta=k2/(k1+k2);
gama=k1/(k1+k2);
% Natural Frequency
wn(1)=sqrt(k1/m);
wn(2)=wn(1)*(3.926692^2)/(1.875104^2);

% Damping Ratio (0.1 or 0.01)
Z=0.01;
Y=0;

% Frequency Vector
w=linspace(0,10000,20000);

%% Numerical Solution (Normalized by the Static Value for the Original
System)

% Equation of Motion (Frequency Domain)
X(2,:)= 1./((k1+k2-(m*w.^2)+(1j*Z*(2*m*wn(2)*w)));
X(1,:)= 1./((k1-(m*w.^2)+(1j*Z*(2*m*wn(1)*w)));

for k=1:length(w)
    if abs(X(1,k))>=abs(X(2,k))
        Y(1,k)=X(2,k);
    end
    if abs(X(1,k))<=abs(X(2,k))
        Y(1,k)=X(1,k);
    end
end

% Equation of Motion (Time Domain)
[t y]=solve(m,k1,k2,Z,wn);
wn1=[wn(1) wn(1)];
wn2=[wn(2) wn(2)];
[t1 y1]=solve(m,k1,0,Z,wn1);
[t2 y2]=solve(m,k2+k1,0,Z,wn2);

W=window(@kaiser,length(w)/10);
[S,F,T]=spectrogram(y(:,1),W,length(W)-1);
[S1,F1,T1]=spectrogram(y1(:,1),W,length(W)-1);
[S2,F2,T2]=spectrogram(y2(:,1),W,length(W)-1);
Y2=100*fft(y,2*length(t))/(2*length(t)/2);
freq=linspace(0,20000,2*length(t));

```