unesp UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

RENATA DE OLIVEIRA JESUS

MATEMÁTICA E ARTE: INTERDISCIPLINARIDADE

Guaratinguetá

2011

RENATA DE OLIVEIRA JESUS

MATEMÁTICA E ARTE: INTERDISCIPLINARIDADE

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Graduação em Licenciatura em Matemática, Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Licenciatura em Matemática.

Orientadores: Prof. Dra. Vera Lia Marcondes Criscuolo de Almeida

Guaratinguetá

2011

Jesus, Renata de Oliveira
J585m Matemática e Arte: interdisciplinaridade / Renata de Oliveira Jesus – Guaratinguetá : [s.n], 2011.
78 f.

Bibliografia: f. 68-70

Trabalho de Graduação em Licenciatura em Matemática – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2011.

Orientadora: Profª Drª Vera Lia Marcondes Criscuolo de Almeida

1. Matemática – estudo e ensino 2. Abordagem interdisciplinar do conhecimento I. Título

CDU 51

unesp

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá

MATEMÁTICA E ARTE: INTERDISCIPLINARIDADE

RENATA DE OLIVEIRA JESUS

ESTE TRABALHO DE GRADUAÇÃO FOI JULGADO ADEQUADO COMO PARTE DO REQUISITO PARA A OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE **GRADUADO EM LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

APROVADO EM SUA FORMA FINAL PELO CONSELHO DE CURSO DE GRADUAÇÃO EM LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Prof.ª Dra. Ana Paula Marins Chiaradia

Coordenadora do CGLMatemática

BANCA EXAMINADORA:

Profª. Dra. VERA LIA CRISCUOLO DE ALMEIDA
Orientadora/UNESP-FEG

Profª. Dra. ISABEL CRISTINA DE C. MONTEIRO
UNESP-FEG

Prof. Dr. GALENO JOSÉ DE SENA
UNESP/FEG

Dezembro de 2011

Dedico este trabalho a todos os meus familiares e de uma forma especial a todos os professores. Carinhosamente, a todas as pessoas que já foram meus alunos. Que este seja útil à elevação da qualidade do ensino.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por estar ao meu lado em todos os momentos.

Às pessoas queridas em minha vida, que me apoiaram e me ajudaram a chegar neste momento.

A sempre atenciosa Professora Doutora Vera Lia Criscuolo de Almeida, pelo apoio e paciência, assim como por ter compartilhado um pouco de sua sabedoria.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS 9
RESUMO 11
ABSTRACT 12
CAPÍTULO 1 APRESENTAÇÃO 13
1.1 Introdução 13
CAPÍTULO 2 INTERDISCIPLINARIDADE 15
2.1 Introdução 15
2.1.1 Multidisciplinaridade 16
2.1.2 Pluridisciplinaridade 16
2.1.3 Interdisciplinaridade 17
2.1.4Transdisciplinaridade 17
2.2 Variantes da Interdisciplinaridade 18
2.3 Breve histórico 20
2.4 A Interdisciplinaridade no ambiente escolar 21
2.5 Conclusão 21
CAPÍTULO 3 ARTE E MATEMÁTICA: CONTEXTO HITÓRICO. 22
3.1 Introdução 22
3.2 Arte Rupestre 22
3.3 Renascimento 23
3.4 Maneirismo 26
3.5 Impressionismo 28
3.6 Cubismo 29
3.7 Abstracionismo 31
3.8 Concretismo 32
3.9 Conclusão 33
CAPÍTULO 4 MATEMÁTICA E ARTE, ARTE E MATEMÁTICA 34
4.1 Introdução 34
4.2 Mosaicos 35

4.3 A Simetria na Arte Indígena 39
4.4 Geometria projetiva 41
4.5 A proporção Áurea e a Arte 44
4.6 Conclusão 47
CAPÍTULO 5 MAURITS CORNÉLIS ESCHER. 48
5.1 Introdução 49
5.2 A vida de Escher 50
5.3 A Matemática e a Arte de Escher 51
5.4 As obras de Escher 53
5.4.1 Primeiras Estampas (antes de 1937) 53
5.4.2 Divisão regular de superfície 54
5.4.3 O espaço limitado 57
5.4.4 Círculos e espirais no espaço 58
5.4.5 Reflexões 59
5.4.6 Inversões 60
5.4.7 Poliedros 61
5.4.8 Relatividade 61
5.4.9 Conflitos entre superfície e espaço 62
5.4.10 Construções impossíveis 63
5.5- Conclusão 65
6 COMENTÁRIOS FINAIS 66
6.1 Último relato 66
6.2 Conclusões 66
6.3 Sugestões para trabalhos futuros 67
REFERÊNCIAS 68
BIBLIOGRAFIA 71
ANEXOS 72
APÊNDICES 77

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 Arte Rupestre 23
Figura 2 A Última Ceia, Leonardo da Vinci, 1495-1497 25
Figura 3 O Batismo de Cristo, Piero Della Francesca, 1445.....25
Figura 4 O Enterro do Conde de Orgaz, El Greco, 1558 27
Figura 5 Domingo à tarde na Ilha de Grand Jatte, Georges Seurat, 1884.....29
Figura 6 Les Demoiselles d' Avignon, Pablo Picasso, 1907.....30
Figura 7 Estrada de Ferro Central do Brasil, Tarsila do Amaral, 1924.....31
Figura 8 Composition with Gray and Brown, Piet Mondrian, 1918 32
Figura 9 Unidade Tripartida, Max Bill, 1948-1949 33
Figura 10 Basílica de Santo Apolinário em Classe, Ravena, Itália 35
Figura 11 Pavimentações uniformes formadas por um único tipo de polígono regular36
Figura 12 Arranjo do tipo (5 5,10) 37
Figura 13 Representação dos oito arranjos de Kepler 38
Figura 14 Imagem da cobra cascavel 40
Figura 15 Representação do motivo ao observarem a cobra cascavel. 40
Figura 16 Base de cesto guarani e o padrão de seu entrelaçamento.....40
Figura 17 Representação do ponto de fuga I 42
Figura 18 Representação do ponto de fuga II.....43
Figura 19 La Venta de la Hostia, Paolo Uccello, 1465- 1469.....43
Figura 20 Casario da Rua Fernando Machado, Martinho de Haro 44
Figura 21 Segmento Áureo.....45
Figura 22 Retângulo Áureo, segundo a definição de Geraldo Ávila.....45
Figura 23 Homem Vitruviano, Leonardo da Vinci, 1485- 1490 46
Figura 24 Mona Lisa, Leonardo da Vinci, 1503-1507. 47
Figura 25 Maurits Cornélis Escher (1898-1970).....49
Figura 26 Imagem de Maurits Cornélis Escher.....52
Figura 27 Torre de Babel, Escher, 1928.....53
Figura 28 Cisnes, Escher, 1956 54
Figura 29 Dia e Noite, Escher, 1938. 55

Figura 30 Evolução, Escher, 1937.....55
Figura 31 Limite Circular III, Escher, 1959. 56
Figura 32 Circulação, Escher, 1938 57
Figura 33 Divisão Cúbica do Espaço, 1925 58
Figura 34 Laço de União, Escher, 1956 59
Figura 35 Águas Agitadas, Escher, 1950 59
Figura 36 Mão com Esfera Refletora, Escher, 1935 60
Figura 37 Cubo com Fitas Mágicas, Escher, 1957.....61
Figura 38 Estrelas, Escher, 1948 61
Figura 39 Em Cima e em Baixo, Escher, 1947 62
Figura 40 Três Esferas I, Escher, 1945.....63
Figura 41 Cubo e triângulo impossível 64
Figura 42 Belvedere, Escher, 1958.....64
Figura 43 Queda d’ água, Escher, 1961 65

JESUS, R. O. **Matemática e Arte**: Interdisciplinaridade**.** 2011. 78f. Trabalho de Graduação (Graduação em Licenciatura em Matemática) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2011.

RESUMO

O objetivo deste trabalho é realizar um estudo teórico da possível relação entre matemática e arte. Para certas pessoas, a associação entre esses campos de conhecimento pode simplesmente parecer absurda, possivelmente por desconhecerem o que existe de comum entre uma área considerada rigorosa, racional, objetiva, e outra mais emocional, intuitiva, subjetiva. Neste contexto, a interdisciplinaridade tem um importante papel, ao propor a integração contextualizada entre os conteúdos disciplinares, como por exemplo, a geometria projetiva e os renascentistas. Serão apresentados, também, como exemplos desta união, a técnica mosaica e os padrões geométricos do artesanato indígena, assim como, os trabalhos do artista Maurits Cornelis Escher, um legítimo representante da relação entre arte e matemática.

Palavras-chave: Matemática; Artes; Escher; Interdisciplinaridade.

JESUS, R. O. **Mathematics and Art**: Interdisciplinary. 2011. 78f. Work degree (undergraduate degree in Mathematics)– Faculdade de Engenharia Campus Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2011.

ABSTRACT

The objective of this study is to perform a theoretical study of the possible relationship between mathematics and art. For some people, the association between these fields of knowledge may simply seem absurd, possibly because they do not know what is in common between an area considered rigorous, rational, objective, and a more emotional, intuitive, subjective. In this context, interdisciplinarity has an important role, in proposing the contextual integration between the subject content, such as projective geometry and the renaissance. Are also presented as examples of this union, the technique of Moses and the geometric patterns of indigenous crafts, as well as the work of artist Maurits Cornelis Escher, a legitimate representative of the relationship between art and mathematics.

Keywords: Math; Art; Escher; Interdisciplinarity.

CAPÍTULO 1 APRESENTAÇÃO

> “A arte é necessária para que o homem se torne capaz de conhecer e mudar o mundo. Mas a arte também é necessária em virtude da magia que lhe é inerente”.
>
> Ernest Fischer

1.1 Introdução

O presente trabalho de conclusão de curso é uma pesquisa bibliográfica de caráter qualitativo sobre a possível relação entre as duas áreas do conhecimento, matemática e arte, onde são colocadas as questões de pesquisa: o que é interdisciplinaridade? A união das disciplinas matemática e arte é um tema interdisciplinar? É possível reconhecer a matemática em trabalhos artísticos? Há artistas que usam a matemática em seus trabalhos? Há possibilidade de encontrar temas na disciplina de artes que possam auxiliar professores de matemática na prática de ensino?

Este tema foi escolhido, observando uma história pessoal ligada à arte, e o conhecimento sobre a importância da interdisciplinaridade no processo de ensino aprendizagem adquirido durante o curso de Licenciatura em Matemática.

No Brasil, pode-se dizer que uma iniciativa recente e importante para incentivar a investigação, e principalmente, a divulgação da possibilidade de integração desses dois campos de conhecimento foi a exibição, em 2001, de uma série da TV Cultura, composta por 13 programas, cujo título é Arte & Matemática. Esses programas tratam, basicamente, de alguns aspectos matemáticos (padrões numéricos e geométricos, simetrias, proporções, ordem, entre outros), observáveis na natureza e nas diversas manifestações artísticas (na pintura, na escultura, no desenho, na música, na poesia e na arquitetura). Série essa que serviu como fonte inspiradora para a análise de boa parte deste trabalho.

O trabalho está organizado como segue.

O capítulo 2 descreve o tema interdisciplinaridade, muito debatido na vida acadêmica nos tempos atuais.

O capítulo 3 trata do contexto histórico da arte com a matemática, e como a matemática está presente, em maior ou menor grau, em diversos movimentos artísticos.

O capítulo 4 apresenta a geometria como o principal elo entre a arte e a matemática, onde é focada a técnica dos mosaicos, os padrões simétricos das cestarias indígenas, a geometria projetiva e a razão áurea.

O capítulo 5 relata a vida e obra de Maurits Cornelis Escher.

O capítulo 6 traz os comentários finais e apresenta algumas conclusões e considerações sobre o trabalho e, ainda, sugestões de trabalhos futuros.

CAPÍTULO 2 INTERDISCIPLINARIDADE

> "(…) a Interdisciplinaridade reivindica as características de uma categoria cientifica, dizendo respeito à pesquisa. Nesse sentido, corresponde a um nível teórico de constituição das ciências e a um momento fundamental de sua história".
>
> Hilton Japiassú

2.1 Introdução

Nesse capítulo estudaremos a interdisciplinaridade e sua abordagem em sala de aula.

Não será discutido o quanto a interdisciplinaridade está sendo efetivamente trabalhada nas escolas ou quais são as dificuldades ou objeções que professores enfrentam com o tema, mas apenas relataremos sua importância e o que estudiosos afirmam sobre a mesma. Porém, antes de prosseguir, é fundamental a familiarização com alguns termos, os quais serão aqui mencionados.

Segundo Nogueira (1998), não há uma teoria sedimentada sobre a interdisciplinaridade, em face da dicotomia teoria/prática, mas encontramos definições teóricas conceituais sobre a interação entre as disciplinas, que pode acontecer em níveis de complexidade diferentes.

Ao distinguir tais níveis, usam-se os seguintes termos: multidisciplinaridade, pluridisciplinaridade, interdisciplinaridade e transdisciplinaridade. A classificação apresentada a seguir é a mais comum, e foi proposta originalmente por Erich Jantsch[1] com algumas adaptações de Hilton Japiassú[2] (CARLOS, 2007).

---

[1] Foi um estudioso que definiu vários termos para os diferentes níveis de relacionamento entre as disciplinas

[2] Autor de diversos livros sobre o tema interdisciplinaridade, sendo nome de referência para este assunto.

2.1.1 Multidisciplinaridade

A multidisciplinaridade representa o primeiro nível de integração entre os conhecimentos disciplinares. Segundo Carlos (2007), ela se caracteriza por uma ação simultânea de uma gama de disciplinas em torno de uma temática comum, mas não se explora a relação entre os conhecimentos disciplinares e não há nenhum tipo de cooperação entre as disciplinas.

Nogueira (1998) cita como exemplo o professor de ciências que trata dos temas água, ar e solo, integrando-os ao contexto do meio ambiente, não tratando cada um dos três conteúdos de forma compartimentada, ou ainda, outro exemplo citado é a justaposição de diferentes conteúdos de disciplinas distintas, porém sem nenhuma preocupação de integração. Assim, cada disciplina teria objetivos próprios.

2.1.2 Pluridisciplinaridade

Na pluridisciplinaridade observamos a presença de interação entre os conhecimentos interdisciplinares, embora eles ainda se situem num mesmo nível hierárquico.

Um exemplo deste tipo de integração é quando todos estão trabalhando com uma mesma temática, Copa do Mundo, por exemplo, sem integrá-lo. Ou seja, o professor de matemática reserva alguns minutos de sua aula para medir algumas bandeiras dos países participantes da Copa, solicitando aos seus alunos a relação entre as medidas. O professor de geografia solicita uma pesquisa sobre algumas capitais dos países participantes. O professor de português solicita uma redação sobre a Copa. O professor de ciências, como estava trabalhando o tema poluição, solicita que realizem uma pesquisa sobre o país participante com o maior índice de poluição. Como não existe uma coordenação dos trabalhos, as bandeiras trabalhadas em matemática não correspondem aos países tratados em geografia e ciências, a redação não abordará algum tema em comum com as demais disciplinas. Assim, não haverá nenhuma integração dos temas abordados, nem correlação entre diferentes disciplinas e a Copa do Mundo (NOGUEIRA, 1998).

> Alguns estudiosos não chegam a estabelecer nenhuma diferença entre a multidisciplinaridade e a pluridisciplinaridade, todavia, preferimos considerá-la, pois a existência ou não de cooperação e diálogo entre as disciplinas é determinante para diferenciar esses níveis de interação entre as disciplinas (CARLOS, p.2, 2007).

2.1.3 Interdisciplinaridade

A interdisciplinaridade representa o terceiro nível de interação entre as disciplinas. Segundo Carlos (2007), Japiassú menciona que esta é caracterizada pela presença de uma axiomática comum a um grupo de disciplinas conexas e definida no nível hierárquico imediatamente superior, o que introduz a noção de finalidade.

> Dessa forma, dizemos que na Interdisciplinaridade há cooperação e diálogo entre as disciplinas do conhecimento, mas nesse caso se trata de uma ação coordenada. Além do mais, essa axiomática comum, mencionada por Japiassú, pode assumir as mais variadas formas. Na verdade, ela se refere ao elemento (ou eixo) de integração das disciplinas, que norteia e orienta as ações interdisciplinares (CARLOS, 2007, p.3)

Nogueira (1998) cita em seu livro o exemplo do projeto lixo, onde em ciências uma das atividades a ser realizada pode ser a reciclagem de papel, e em matemática o professor poderá buscar na disciplina ciências os conceitos da reciclagem para propor aos alunos a resolução de questões como: quantas árvores foram utilizadas para a impressão do papel que você utilizou em toda sua vida? Ou quantas árvores são necessárias para o consumo de papel de todos os alunos desta sala? O que você poderá fazer para diminuir este número? Nogueira (1998) afirma ainda, que a integração das duas disciplinas ocorre por que elas têm um objetivo final comum, que é conscientizar o aluno sobre a problemática do lixo causado pelo excesso do consumo e a reciclagem como uma das soluções.

2.1.4 Transdisciplinaridade

A transdisciplinaridade representa um nível de integração disciplinar além da interdisciplinaridade. Trata-se de uma proposta relativamente recente no campo do co-

nhecimento, sendo uma espécie de coordenação de todas as disciplinas e interdisciplinas do sistema de ensino inovado, sobre a base de uma axiomática geral. É um tipo de interação onde ocorre uma espécie de integração de vários sistemas interdisciplinares num contexto mais amplo e geral (CARLOS, 2007).

A seguir, apresentamos o trecho de uma entrevista com o professor Ubiratan D'Ambrósio,[3] feito pela revista Educar para Crescer, onde um dos temas é a transdisciplinaridade.

> Transdisciplinaridade é uma palavra esquisita e guarda um conceito ainda novo para nossos ouvidos leigos, mas vem recebendo a atenção da academia há tempos. O professor Ubiratan D'Ambrósio é um dos primeiros a falar disso no Brasil. "Trans" é mais que "multi". É para "além de". É um universo em que as disciplinas- matemática, literatura, geografia etc.- não só se complementam, mas principalmente incluem o individuo, o que sente e pensa (STRINGUETO, 2009).

2.2 Variantes da interdisciplinaridade

Carlos (2007) e Nogueira (1998), apoiados nos trabalhos do professor Hilton Japiassú, citam em seus trabalhos as variantes da interdisciplinaridade, que serão apresentadas a seguir.

- Interdisciplinaridade heterogênea: Carlos (2007) afirma que este tipo de interdisciplinaridade é baseado na soma de informações procedentes de diversas disciplinas. Este tipo de relação propõe programas de ensino enciclopédicos, com o intuito de formar profissionais capazes de esclarecer certas questões, fazendo uso de algumas disciplinas cientificas (NOGUEIRA, 1998).

- Pseudointerdisciplinaridade**:** o nexo de união é estabelecido em torno de uma espécie de "metadisciplina". Neste caso, existe uma estrutura de união,

[3] Ubiratan D'Ambrósio é um matemático e professor universitário brasileiro. Doutor em matemática é teórico da educação matemática e um dos pioneiros no estudo da etnomatemática.

normalmente um modelo teórico ou um marco conceitual, aplicado para trabalhar em disciplinas muito diferentes entre si. O emprego desses instrumentos comuns não é suficiente para conduzir a um empreendimento interdisciplinar, pois permanece uma grande distância entre os domínios de estudo e os níveis correspondentes de integração teórica de disciplinas tão diversas, como a economia, a psicologia e a geografia (NOGUEIRA, 1998). E é por isso que este tipo de colaboração pode ser tachado de falso interdisciplinar (CARLOS, 2007).

- Interdisciplinaridade auxiliar: este tipo de associação consiste, essencialmente, no fato de uma disciplina tomar de empréstimo o método ou procedimentos de outra. Carlos (2007) cita o exemplo da pedagogia que constantemente precisa recorrer à psicologia.

- Interdisciplinaridade compósita: é levada a efeito quando se trata de resolver os grandes e complexos problemas colocados pela sociedade atual, como guerra, fome, delinquência, poluição, dentre outros. Trata-se de reunir várias especialidades para encontrar soluções técnicas, tendo em vista resolver determinados problemas. Todavia, o que se verifica é apenas uma conjugação de disciplinas por aglomeração, cada uma dando sua contribuição, mas guardando a autonomia e a integridade de seus métodos. (CARLOS, 2007).

- Interdisciplinaridade unificadora: procede de uma coerência bastante estreita dos domínios de estudo das disciplinas, havendo envolvimento de seus níveis de integração teórica e dos métodos correspondentes. Carlos (2007) menciona como exemplo certos elementos e certas perspectivas da biologia que ganharam o domínio da física para formar a biofísica. É a forma legítima de interdisciplinaridade. No entanto, como ele mesmo afirma esse nível de integração só é atingível através da pesquisa científica, ou seja, quando ocorre a exploração de fundamentos e relações das disciplinas, de maneira a

> gerar compreensão de itens que não seriam possíveis de serem compreendidos separadamente (CARLOS, 2007).

Com as devidas explicações, a seguir, será relatado um breve histórico sobre o estudo das relações entre as disciplinas.

2.3 Breve histórico

Podemos afirmar que o processo de conhecimento e a relação entre as disciplinas sofreram diversas mudanças ao longo do tempo.

O conhecimento humano foi por um longo período de sua história, fragmentado e dividido em disciplinas, mas nas últimas décadas é perceptível um movimento contrário no modo de conceber a compreensão, pois, como menciona Serenato (2008), o conhecimento em fatias não corresponde às exigências do homem contemporâneo.

Segundo Fazenda (1994) há uma organização teórica do movimento interdisciplinar nas décadas de 70, 80 e 90 e que será aqui indicada.

Na década de 70 ocorre a procura de uma definição de interdisciplinaridade; na década de 80 há tentativas de explicitar um método; e na década de 90, a busca de uma teoria para a mesma.

Carlos (2007) faz um pequeno relato histórico sobre a interdisciplinaridade em sua dissertação de mestrado, e que será apresentado a seguir.

> A Interdisciplinaridade surgiu na França e na Itália em meados da década de 60, num período marcado pelos movimentos estudantis que, dentre outras coisas, reivindicavam um ensino mais sintonizado com as grandes questões de ordem social, política e econômica da época. A Interdisciplinaridade teria sido uma resposta a tal reivindicação, na medida em que os grandes problemas da época não poderiam ser resolvidos por uma única disciplina ou área do saber. No final da década de 60, a Interdisciplinaridade chegou ao Brasil e logo exerceu influência na elaboração da Lei de Diretrizes e Bases Nº 5.692/71. Desde então, sua presença no cenário educacional brasileiro tem se intensificado e, recentemente, mais ainda, com a nova LDB Nº 9.394/96 e com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (CARLOS, 2007, p.1).

Com posse de alguns conhecimentos sobre o tema, no próximo item será apresentada a interdisciplinaridade no ambiente escolar.

2.4 A Interdisciplinaridade no ambiente escolar

Os PCN's para ensino médio indicam como proposta pedagógica a organização dos conteúdos de ensino em estudos ou áreas interdisciplinares e projetos que melhor abriguem a "visão orgânica do conhecimento e o diálogo permanente entre as diferentes áreas do saber" (BRASIL, 2000, p.75). Esta proposta chega às escolas através dos projetos interdisciplinares. Tratando de projeto interdisciplinar, um dos objetivos que se pretende atingir é a integração entre as disciplinas e os diferentes saberes das diferentes áreas do conhecimento e demonstrar aos alunos as possíveis interrelações nelas existentes (NOGUEIRA, 1998).

Outro fator que se deve levar em conta nos projetos interdisciplinares é a possibilidade de acesso à pesquisa. Espera-se que o aluno fique motivado a buscar novos conhecimentos sobre o tema, problema ou questão, pois o projeto apresenta novas perspectivas em que todas as disciplinas envolvidas contribuem de alguma forma (NOGUEIRA, 1998).

Mas como bem explica Nogueira (1998), a interdisciplinaridade não necessariamente precisa estar atrelada a um projeto, pois, quando os alunos estão interessados em um assunto ou disciplina, como a arte, por exemplo, este pode ser tratado interdisciplinarmente.

2.5 Conclusão

A pesquisa sobre o tema interdisciplinaridade mostra que a integração entre as disciplinas tem um importante papel no processo de ensino e aprendizagem.

CAPÍTULO 3 MATEMÁTICA E ARTE: CONTEXTO HITÓRICO

> “O artista concretiza ou torna concreta as representações que ele tem através de uma obra de arte, o matemático torna concreto as representações que ele tem através de uma teorização, de uma explicação, de um resultado, de um teorema”.
>
> Ubiratran D'Ambrósio

3.1 Introdução

Neste capítulo, apresentamos cronologicamente um breve histórico da relação do homem com as artes e a matemática. São apresentados fatos importantes e descobertas que influenciaram a junção desses dois caminhos do conhecimento.

Ao estudar a história da arte ao longo do tempo, observam-se alguns movimentos onde a matemática esteve presente mais explicitamente.

Será dado enfoque neste trabalho à arte rupestre, aos movimentos do Renascimento, ao Maneirismo, ao Impressionismo, ao Cubismo, ao Abstracionismo e Concretismo.

3.2 Arte rupestre

> (…) a palavra “primitivo” foi aplicada a um conjunto tão confuso de coisas que nenhuma conclusão válida ou dedução aproveitável se torna permitida. (...) insistiu em que o melhor caminho da compreensão da origem da arte seria o estudo dos povos ainda no baixo estágio de cultura – povos sem escrita, sem agricultura e ignorantes do emprego dos metais – propôs como ponto de partida as tribos que ainda vivem no estágio da caça. (CHENEY, 1995a, p.7,).

No período Paleolítico Superior (40.000 a.C.), onde houve dois grandes avanços como o desenvolvimento da agricultura e a domesticação dos animais, que temos o registro das mais antigas representações da arte baseadas nas pinturas ou desenhos gravados nas paredes e tetos das cavernas, as quais se chamou de arte rupestre. No

Brasil, o registro rupestre é a primeira manifestação estética da pré-história brasileira, especialmente rica no Nordeste.

Durante pesquisa sobre tema, foi possível encontrar uma classificação para arte rupestre brasileira: naturalismo, que são representações de figuras humanas em cenas de caça, guerra e trabalho, e as figuras de animais. Geometrismo, que representa linhas paralelas, grupos de pontos, círculos concêntricos, cruzes, espirais e triângulos. O geometrismo pode ser considerado uma fase posterior ao naturalismo, pois é uma fase que representa a transição do homem que vivia somente da caça para aquela que não dependia mais somente da mesma. Esse homem não tinha mais a necessidade de retratar em suas pinturas a imagem do animal, que era sua única fonte de sobrevivência. A Figura 1 mostra uma foto da Toca do Boqueirão da Pedra Furada, que se localiza na Serra da Capivara – PI. Nessa figura há elementos do naturalismo e geometrismo ao mesmo tempo, onde se percebe mais nitidamente as linhas paralelas.

Figura 1- Arte Rupestre

Fonte: http://arqueologiamericana.blogspot.com/2010/05/arte-rupestre-pre-historica.html

3.3 Renascimento

Foi um período que durou cerca de 300 anos, aproximadamente entre fins do século XIII e meados do século XVII, onde ouve uma renovação do interesse pela arte, arquitetura, e civilização clássica.

A Itália foi o local onde o movimento apresentou maior expressão, porém manifestações renascentistas de grande importância também ocorreram na Inglaterra, Alemanha, Países Baixos e, com menor intensidade, em Portugal e Espanha, e em suas colônias nas Américas.

Os italianos que viveram por volta do sec. XV acreditavam que a arte e as ciências tiveram seu auge na época clássica da Grécia e Roma antiga e desejaram fazer renascer uma época de prosperidade, harmonia e beleza.

O grego, mais do que qualquer outro povo, moldou nossa cultura ocidental e sua arte clássica foi padrão para Europa e América. Foram eles os primeiros a desenvolverem uma curiosidade intelectual e buscar a causa dos fenômenos, debaterem a natureza das coisas, os objetivos da vida e os meios para melhorar as condições humanas. Já os romanos, que viveram uma época de liderança política e cultural, vivenciaram na arte o espírito de ostentação e conquista o que levou Roma à construção de obras magníficas de engenharia e arquitetura (CHENEY, 1995a).

No Renascimento ocorre uma das mais notáveis influências da arte sobre a matemática, pois até então as gravuras e as pinturas eram bidimensionais, então, os artistas dominaram a técnica de projetar em uma tela plana figuras e ambientes em três dimensões. Assim, surgiu a noção de perspectiva, onde a representação das imagens acontecia sob a visão racional e matemática, o que possibilitava uma eficiente impressão de espaço tridimensional. Ao tentar compreender os princípios da projeção e perspectiva, os matemáticos criaram a geometria projetiva (FAINGUELERNT; NUNES, 2006).

Leonardo da Vinci é considerado a figura típica da renascença florentina. Suas obras reúnem a curiosidade intelectual com a paixão pela pesquisa científica, sendo um exemplo a admiração deste artista pela proporção áurea, que será citada mais detalhadamente no próximo capítulo, e esteve tão presente em seus trabalhos.

Cheney (1995c) afirma que na obra *A Última Ceia* Figura 2, aparece o exemplo mais completo do trabalho renascentista de Leonardo da Vinci, pois, além da proporção áurea, há o ponto de fuga, um ponto utilizado pela geometria projetiva que será mais bem definido no próximo capítulo, que faz com que o observador foque na figura de Cristo.

Figura 2- A Última Ceia, Leonardo da Vinci, 1495-1497

Fonte:http://www.slideshare.net/pedrotecmid/leonardo-da-vinci-proporo-urea-presentation

Outro importante artista renascentista foi Piero Della Francesca. Apesar de haver pouca informação sobre sua vida, sabe-se que escreveu tratados matemáticos, sendo alguns referentes à perspectiva e realizou pinturas onde há representações em perspectiva e a divisão da tela em composições geométricas, como se observa na Figura 3, *O batismo de Cristo*, que mostra um belo tipo de simetria. Apesar de não haver representações idênticas de um lado e de outro, toda a composição se organiza sobre a simetria do quadrado e do círculo. O quadrado dando forma à terra e o círculo ao céu. A pomba branca está exatamente no centro do círculo. A linha central que divide a pintura atravessa a pomba branca, passa pela água que escorre da bacia, pelas mãos unidas de Cristo e segue até o fim do quadro (BRASIL, 2001d).

Figura 3- O Batismo de Cristo, Piero Della Francesca, 1445

Fonte:http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Piero_della_Francesca_045.jpg

3.4 Maneirismo

Este movimento iniciou-se por volta de 1520, quando o Renascimento começou a entrar em declínio. Seu estilo era caracterizado pela deformação das figuras, formas alongadas, detalhes, figuras abstratas e efeitos visuais.

A palavra deriva do termo italiano *maniera*, 'maneira', indicando o estilo pessoal de determinado autor, e foi usada por Giorgio Vasari[4] com conotações positivas, significando graça, leveza e sofisticação.

Se por um lado o artista da renascença tinha a natureza como fonte de inspiração, e era ela quem fornecia os padrões que o artista deveria buscar e imitar, e seu sucesso se media na proporção em que essa imitação era fiel, o Maneirismo rejeita a cópia da natureza, assim, acreditava-se que a arte tinha um nascimento espontâneo no espírito do artista. A mudança mais dramática introduzida pelo Maneirismo na pintura foi a transformação da noção de espaço, onde se percebia a ausência de uma hierarquia lógica nas proporções relativas das figuras entre si, e muitas vezes a cena principal era posta à distância e elementos secundários eram privilegiados no primeiro plano. Se na renascença foi reconhecida a redescoberta da realidade e seus artistas detiveram a corrente que levava em direção da ciência, Domenico Theotocopoulos, conhecido como El Greco, sozinho, veio a transportar o esplendor pleno da arte da pintura para a era seguinte. Por quarenta anos esse artista trabalhou na Espanha e observa-se em suas obras a criação da organização do espaço, utilizando-se do recurso das cores num jogo de claro e escuro. A obra, reconhecida como a obra-prima de El Greco (Figura 4), é um quadro panorâmico da igreja de São Tomé em Toledo, Espanha, sob o título O enterro do Conde Orgaz (CHENEY, 1995a).

A pintura *O Enterro do Conde de Orgaz* é um quadro dividido em duas partes. O observador é dirigido a reparar na cor amarela que aparece na metade inferior, onde Santo Estevão e Santo Agostinho são mostrados sustentando o cadáver do senhor de

---

[4] Giorgio Vasari (1511- 1574) foi um pintor e arquiteto italiano conhecido principalmente por suas biografias de artistas italianos.

Orgaz e atrás deles, uma série de personagens vestidos de negro contempla a cena ou olham para o céu. A criança que aparece em primeiro plano é Jorge Manuel, filho do pintor. Na metade superior, sobre um fundo de anjos e santos, aparece a figura de Jesus, que se localiza na ponta da pirâmide que se inicia na parte inferior, rodeado por S. João Baptista e a Virgem Maria, que recebem a alma do defunto em forma de criança levada por um anjo, que se encontra exatamente no centro da parte que une as duas metades (BRASIL, 2001d).

Destaque para o trabalho com a perspectiva, onde alguns personagens são enfatizados com jogos de cores e se projetam aos olhos do observador. Observa-se que a cena ocupa todo o espaço do quadro de uma maneira harmoniosa, e tem a intenção nítida de dar movimento à cena.

Figura 4- O Enterro do Conde de Orgaz, El Greco, 1558

Fonte:http://comunidade.sol.pt/blogs/jaguar/archive/2007/10/25/o-Man.aspx

3.5 Impressionismo

> Na história da pintura, o século XIX é conhecido como o das revoluções. Em Paris, o centro artístico do mundo ocidental de então, houve uma série de ciclos, assinalando cada qual um progresso, uma consolidação, uma revolta, um retrocesso (CHENEY, 1995d, p. 131).

Os homens enriquecidos com a Revolução Industrial tornam-se os donos da arte. Controlam as academias e escolas indiretamente mediante aquisição de obras para seus lares e museus. A técnica dos impressionistas assinala o momento em que as artes gráficas recebem um impulso notável da ciência. Foi nesse momento que os artistas souberam que a cor era uma refração da luz, e assim levaram a lógica da visão fotográfica e a compreensão da luz natural para seus trabalhos (CHENEY, 1995d).

O impressionismo foi um movimento artístico que surgiu na pintura européia do século XIX. O nome do movimento é derivado da obra *Impressão, Nascer do Sol* (1872), de Claude Monet.

Quando Monet começou a pintar, acreditava que, sendo a pintura uma arte visual e sendo as imagens reveladas aos olhos em virtude da luz, o quadro deveria basear-se no estudo da luz mais profundamente do que na observação do objeto isolado (CHENEY, 1995d).

Como diz Cheney (1995d), a pintura desse movimento mostra as tonalidades que os objetos adquirem ao refletir a luz do sol num determinado momento, pois os pintores dessa época perceberam que as cores da natureza mudam constantemente, dependendo da incidência do sol, assim, pode-se dizer que os efeitos ópticos descobertos pela pesquisa fotográfica influenciaram as técnicas de pintura desta época.

Os impressionistas descobriram que a cor é mais viva e brilhante se pequenos pontos, manchas ou linhas de duas cores são colocadas lado a lado, deixando aos olhos o cuidado da mistura e, assim, surge o pontilhismo, também designado por divisionismo (Figura 5).

Essa técnica teve estudiosos entre os pintores, sendo Paul Signac o principal. Teórico das artes e pintor, Paul Signac (1863-1935) criou, com o também francês Georges Seurat (1859- 1891), a técnica do pontilhismo. Ambos buscaram uma maneira mais científica de distribuir a tinta na tela, em pequenos pontos de cores primárias.

Figura 5- Domingo à tarde na Ilha de Grand Jatte, Georges Seurat, 1884

Fonte: http://movimentosdaarte.blogspot.com/

3.6 Cubismo

O cubismo valorizou as formas geométricas, dando ênfase às formas e linhas. Não havia compromisso com a fidelidade da representação real das coisas, e por vezes encontramos nas pinturas do cubismo a natureza retratada em forma de cones, esferas e cilindros (CHENEY, 1995d).

Pode -se dizer então que o cubismo contrariou o conceito de arte como imitação da natureza (que vinha desde a renascença), bem como com as noções da pintura tradicional, como a perspectiva.

Sua proposta centrava-se na liberdade que o artista tem para compor a realidade utilizando-se de elementos geométricos (FAINGUELERNT; NUNES, 2006).

Foi um movimento de curta duração do século XX, mas precisamente entre 1907 à 1914, tendo como principais fundadores nas artes plásticas, Pablo Picasso e Georges Braque. O quadro da Figura 6, *Les demoiselles d'Avignon,* de Picasso, é conhecido como marco inicial do cubismo e este retrata a primeira fase do movimento, conhecida como cubismo analítico, onde o artista fragmenta o objeto e/ou pessoa em múltiplas formas geométricas. Observe que nos traços das mulheres presentes na pintura aparecem formas curvas, mas também linhas retas que chegam a deformar a imagem e lembram as arestas de formas geométricas.

Figura 6- Les Demoiselles d' Avignon, Pablo Picasso, 1907

Fonte: http://lumoura.com.br/?p=318

Entre 1912 e 1913 surge a segunda fase do cubismo, conhecida como cubismo sintético, onde elementos heterogêneos como recortes de jornais, pedaços de madeira, cartas de baralho, caracteres tipográficos, entre outros, são agregados à superfície das telas, dando origem às famosas colagens, amplamente utilizadas a partir de então (FAINGUELERNT; NUNES, 2006).

No Brasil, influências do cubismo podem ser observadas em trabalhos do modernismo de 1922, como os de Vicente do Rego Monteiro, Antonio Gomide e, sobretudo, na obra de Tarsila do Amaral.

A Figura 7 ilustra a obra de Tarsila do Amaral com forte influência do cubismo, onde há emprego de formas geométricas representando telhados, pontes, janelas etc.

Figura 7- Estrada de Ferro Central do Brasil, Tarsila do Amaral, 1924

Fonte:
http://www.itaucultural.org.br/aplicExternas/enciclopedia_ic/index.cfm?fuseaction=termostexto&cd_verbete=3781&cd_idioma=28555&cd_item=8

3.7 Abstracionismo

Na realidade, a abstração nas artes teve suas origens no cubismo e no futurismo e segundo Saboia (2001), estes movimentos foram influenciados pelas propostas desenvolvidas pelo filósofo alemão Wilhlem Worringer[5], quando este defendeu sua tese de doutorado em 1908. Na tese, intitulada *Abstração e Empatia*, propôs uma estética baseada na expressão plástica não figurativa.

A arte abstrata ou abstracionismo é geralmente entendida como uma forma de arte que não representa objetos próprios da nossa realidade, mas a expressão também pode ser usada para se referir especificamente à arte produzida no início do século XX por determinados movimentos e escolas inseridos na arte moderna, sendo o russo Wassili Kandinsky (1866 - 1944) um dos pioneiros na realização de pinturas não-figurativas.

Esse movimento se divide em duas tendências: o abstracionismo lírico e o geométrico. O abstracionismo lírico ou abstracionismo expressivo inspirava-se no instinto, no inconsciente e na intuição para construir uma arte imaginária. Já o abstracionismo geométrico, ao contrário do lírico, focava-se na racionalização que depende da análise

[5] Foi um historiador e teórico da arte alemã (1881-1965).

intelectual e científica e, assim, ao criar pinturas e gravuras, os artistas exploravam com certo rigor técnico as formas geométricas, sem a preocupação de transmitir idéias e sentimentos, sendo exemplo dessa tendência Piet Mondrian.

Piet Mondrian foi um artista que, ao buscar harmonia e beleza, encontrou a matemática. A partir de 1918, deu início a uma série de composições baseadas em uma grade de linhas retas verticais e horizontais desenhadas com precisão, em contornos firmes, delimitando áreas quadradas e retangulares coloridas com as quais passou a ser intimamente identificado. Assim, como se observa na pintura da Figura 8, o retângulo de ouro passou a ser presença constante nas suas pinturas. Fortemente influenciado pelo cubismo, Mondrian foi mais radical e deixou que as figuras fossem completamente substituídas por composições de formas geométricas e cores (FAINGUELERNT; NUNES, 2006).

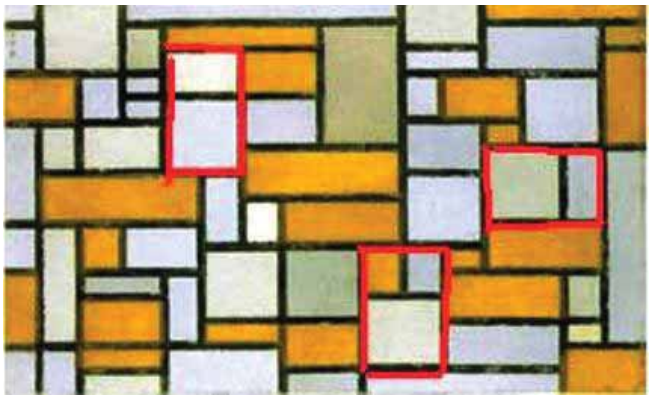


Figura 8- Composition with Gray and Brown, Piet Mondrian, 1918

Fonte: http://www.edu.fc.ul.pt/icm/icm2000/icm33/mondrian2.htm

3.8 Concretismo

O suíço Max Bill (1908-1994) foi outro artista que se valeu da matemática em suas obras. Artista, arquiteto, designer gráfico e de interiores, Bill foi um dos fundadores da escola de Ulm[6], na Alemanha, e começou a empregar a expressão arte concreta para designar uma arte construída objetivamente e relacionada com elementos geomé-

[6] Fundada em 1952 e durou até 1968. É considerada a mais significativa tentativa de se restabelecer uma ligação com a tradição do design alemão.

tricos. Ele também é o responsável por popularizar as concepções da linguagem plástica no Brasil, com a Exposição Nacional de Arte Concreta, em 1956. Em 1951 o suíço recebeu o prêmio internacional de escultura na *I Bienal de São Paulo*, com a obra que bem representa a arte concreta, *Unidade Tripartida* (Figura 9). Trata-se de uma fita de Moebius, uma superfície investigada pelo matemático alemão Augustus Moebius, em aço inoxidável, na qual o artista demonstra formalmente a experiência de um espaço infinito, sem-começo e sem-fim (BRASIL, 2001c).

Figura 9- Unidade Tripartida, Max Bill, 1948-1949

Fonte: http://www.almanaquebrasil.com.br/especiais/a-antibrasileira-mais-brasileira-de-todas/

3.9 Conclusão

A matemática esteve presente em diversos movimentos e períodos artísticos, sendo que em alguns a percepção é mais nítida, como é o caso do Renascimento.

CAPÍTULO 4 MATEMÁTICA E ARTE, ARTE E MATEMÁTICA

> “A arte, além de nutrir nossa alma com sensibilidade, nos leva à reflexão sobre valores, atitudes e comportamentos. Ela nos proporciona a expansão do universo cultural e tem um grande poder transformador, que permite o desenvolvimento de nossas potencialidades como intuição, a sensibilidade, a percepção, a imaginação e a curiosidade- importantíssimas para a atividade matemática.”
>
> Estela Fainguelernt

4.1 Introdução

Neste capítulo relataremos a conexão entre a matemática e a arte através da simetria, proporção áurea, perspectiva e padrões geométricos.

É notório que um dos maiores encontros entre matemática e arte ocorre na geometria.

Nos PCN’s de Matemática do Ensino Fundamental, encontramos recomendações de atividades que explorem a composição e decomposição de figuras, como ladrilhamentos e tangrans, de forma que os alunos analisem o recobrimento de uma superfície. Ressaltam também a importância do estudo das transformações no plano, por meio de suas conexões com o cotidiano, e a importância de relacionar os estudos sobre espaço e formas às obras de arte, pinturas, desenhos e artesanatos, de modo que os alunos possam estabelecer ligações entre a matemática e outras áreas de conhecimento (BRASIL, 1998).

Neste capítulo será dada ênfase aos trabalhos com a técnica dos mosaicos, aos padrões simétricos encontrados nos cestos indígenas, ao estudo da geometria projetiva realizada pelos renascentistas, e a relação da proporção áurea com a arte.

4.2 Mosaicos

Foi no Império Bizantino[7] (395 – 1453) que a técnica do mosaico atingiu seu apogeu na perfeição de sua realização.

O Império Bizantino nasceu da divisão do antigo Império Romano em Império do Ocidente e Império do Oriente, e foi no Império do Oriente que nasceu a arte Bizantina, eminentemente cristã. Por sua localização geográfica, ela foi influenciada pelos romanos e gregos e principalmente pelos persas. Nesta época diversas igrejas foram decoradas com a técnica do mosaico, como é o caso da Basílica de Santo Apolinário em Classe (em italiano: Basilica di Sant'Apollinare en Classe), Figura 10, que é um importante monumento da arte bizantina localizado em Ravena, na Itália. Em seu interior está a representação, através do mosaico, de Santo Apolinário conduzindo seu rebanho de carneiros vindos de Belém e Jerusalém (CHENEY, 1995b).

Figura 10- Basílica de Santo Apolinário em Classe, Ravena, Itália

Fonte: http://pt.wikipedia.org/wiki/Bas%C3%ADlica_de_Santo_Apolin%C3%A1rio_em_Classe

[7] O Império Bizantino pode ser definido como um império formado por varias nações da Eurásia que sucedeu o império Romano e que emergiu como império cristão e terminou seus mais de mil anos de historia como estado grego ortodoxo (395- 1453)

Os mosaicos bizantinos possuem uma incrível relação com a história da arte, ao tratar de riqueza e cor, assim como o simbolismo religioso (CHENEY, 1995b).

Apesar de a técnica mosaica ser uma prática antiga, SANTOS (2006) afirma que o estudo das propriedades matemáticas das pavimentações por polígonos é recente e muitas partes deste tema permanecem ainda por explorar.

Uma maneira de construir mosaico é através do ladrilhamento, uma arte de cobrir superfícies com figuras regulares planas sem sobreposição e sem falhas entre elas. Assim, quando polígonos são colocados lado a lado cobrindo um plano sem espaço vazio, temos um mosaico.

É possível construir um mosaico misturando diferentes tipos de polígonos regulares e os gregos foram os primeiros a comprovarem tal fato e logo os árabes também observaram também que triângulos, quadrados e hexágonos são os únicos polígonos regulares que se complementam naturalmente no preenchimento de um plano (Figura 11), e isto ocorre porque estas figuras têm ângulos internos divisores de 360° (BRASIL, 2001a).

“As pavimentações uniformes formadas por um único tipo de polígono regular denominam-se pavimentações platônicas” (SANTOS, 2006, p.34).

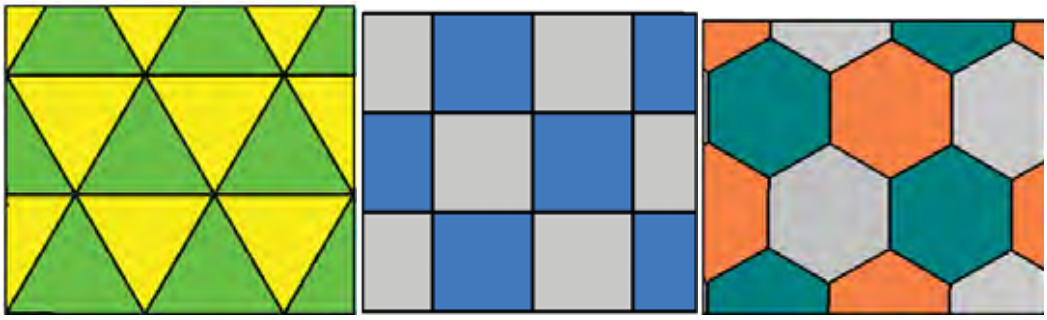


Figura 11- Representação das pavimentações uniformes formadas por um único tipo de polígono regular
Fonte: Santos, 2006

Com os demais polígonos regulares, pode-se realizar arranjos para a pavimentação de superfícies. O professor Claudemir Murari[8] apresenta um estudo matemático para a determinação de todos os arranjos formados por polígonos regulares e verifica

[8] Professor da Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Campus de Rio Claro.

quais desses arranjos formam pavimentações uniformes. Assim, segundo o professor, se o ângulo vértice de um n-ágono regular mede ((n-2). 180°) /n = 180°(1-(2/n)), onde n é o número de lados do polígono. Considerando-se que a medida do ângulo interno de um polígono regular é menor que 180º e que o triângulo equilátero possui o menor ângulo interno, concluímos que são necessários no mínimo, três e, no máximo, seis polígonos regulares para a constituição de um arranjo, já que a soma dos ângulos ao redor do vértice deve ser igual a 360º(SANTOS, 2006).

Desta maneira, se três polígonos regulares, um n1-ágono, um n2-ágono e um n3-ágono constituem um arranjo, obtémos, assim, a seguinte equação:

$$180°(1-(2/n1)) + 180°(1-(2/n2)) + 180°(1-(2/n3)) = 360°$$

$$(1-(2/n1)) + (1-(2/n2)) + (1-(2/n3)) = 2$$

$$2/n1+ 2/n2+ 2/n3= 1$$

$$1/n1+ 1/n2+ 1/n3= ½ \qquad (1)$$

Desta maneira, se o arranjo for com cinco polígonos regulares, por exemplo, temos a equação equivalente: 1/n1+ 1/n2+ 1/n3+ 1/n4+ 1/n5 = 3/2 e algumas possibilidades de arranjos com cinco polígonos são (3, 3, 3, 3,6) ou (3, 3, 3, 4,4), onde os números registram os números de lados dos polígonos.

Alguns desses arranjos não preenchem todo plano, como é o caso do arranjo (5, 5, 10), pois em algum momento não é possível encaixar um decágono entre dois pentágonos (Figura 12).

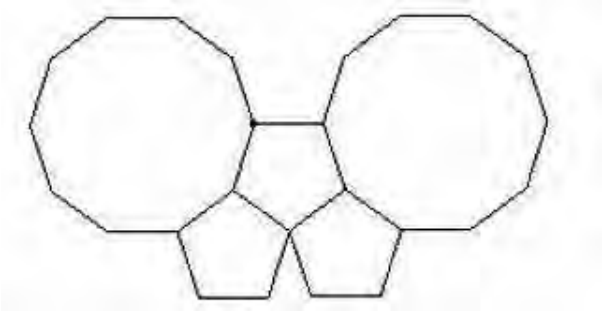


Figura 12- Arranjo do tipo (5,5,10)

Fonte: Santos, 2006

Assim como foi provado por Kepler, apenas onze pavimentações lado a lado[9] constituídas por polígonos regulares são possíveis. E destas onze, três formam as pavimentações por polígonos regulares do mesmo tipo, restando apenas oito pavimentações uniformes formadas por mais de um tipo de polígono, e são (3, 12,12), (4, 6,12), (4, 8,8), (3, 6, 3,6), (3, 4, 6,4), (3, 3, 4, 3,4), (3, 3, 3, 4,4) e (3, 3, 3, 3,6) (Figura 13).

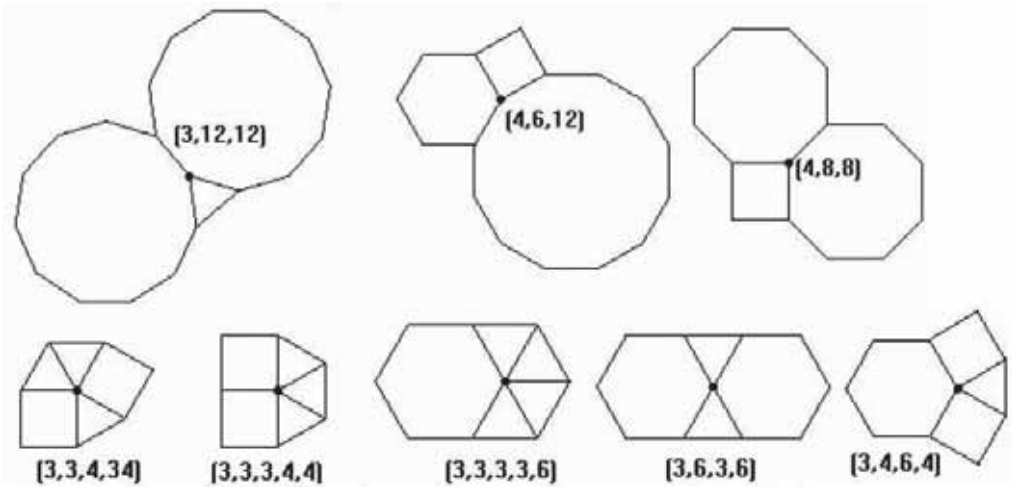


Figura 13-Oito arranjos de Kepler

Fonte: Santos, 2006

Johannes Kepler (1571- 1630) realizou o primeiro tratamento matemático em 1600, sobre a teoria das pavimentações no plano Euclidiano. Sua obra Harmonia do Mundo (Harmonice Mundi*)*, de 1619, apresenta uma classificação das pavimentações obtidas a partir dos trabalhos de Platão e Arquimedes (SANTOS 2006).

Segundo reportagem na revista Nova Escola, mosaicos são uma das mais bonitas aplicações práticas da geometria, pois aliam precisão matemática a senso estético, e por trás deles se esconde um grande número de conceitos que, muitas vezes, a escola tem dificuldades em tornar interessante. Assim, levar o estudo do mosaico para sala de aula propicia deixar a aula mais interessante ao tratar, por exemplo, de assuntos como ângulo, simetria, perímetro, composição e decomposição de figuras, etc. (FERRARI, 2006).

[9] Uma pavimentação é lado a lado quando uma aresta é lado comum a dois polígonos.

Santos (2006) afirma que o estudo de pavimentações torna possível o resgate da geometria, em todos os níveis escolares, de modo que ela se torne agradável para alunos e professores.

4.3 A Simetria na arte indígena

Em matemática utiliza-se a palavra padrão para indicar um desenho plano que se repete periodicamente em mais do que uma direção, ou seja, onde ocorre o trabalho com a simetria.

A natureza é repleta de padrões simétricos, onde existe uma harmonia perfeita, seja na pele dos animais, na disposição de algumas folhas e flores, na espiral de alguns caramujos, nas asas das borboletas, nas formas pentagonais de algumas estrelas do mar ou nos hexágonos de um favo de mel. Normalmente, os índios retiram dessas formas a padronagem que utilizam em seus trabalhos artesanais.

Na história brasileira, os índios foram os primeiros artesãos com habilidades para criar objetos utilizando as matérias-primas naturais e, assim, construíam canoas, arcos, flechas, suas habitações, cestos, esteiras, redes, potes, panelas e utensílios domésticos em geral, roupas ou enfeites para as cerimônias das tribos. Os indígenas enfeitam seus trabalhos manuais com formas geométricas geralmente observadas na natureza, por exemplo, a pele das cobras. Essa prática indígena tem chamado a atenção de educadores, principalmente os ligados às disciplinas matemática e artes, como é o caso de Lorenzoni e Silva (200?), que realizaram uma pesquisa sobre saberes matemáticos na prática de cestaria dos índios da tribo Guarani do Espírito Santo e suas potencialidades para a educação escolar indígena.

Segundo as pesquisadoras, a cestaria é utilizada pelos guaranis para fins domésticos, rituais e comerciais, sendo confeccionadas em fibras naturais, extraídas de plantas como o taquaruçu, o taquaruçu-mirim, a taquarinha ou o bambu. Como em tribos de outros estados, os guaranis do Espírito Santo também reproduzem em cestos formas que identificam no couro de cobras, mais especificamente a cobra cascavel, como se observamos nas Figuras 14 e 15 (LORENZONI; SILVA, 200?).

Figura 14- Imagem da cobra cascavel

Fonte:Lorenzoni e Silva, 200?

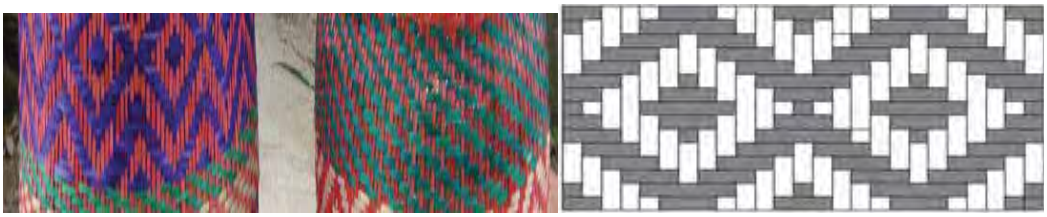


Figura 15- Representação do motivo criado pelos indígenas ao observarem a cobra cascavel.

Fonte: Lorenzoni e Silva, 200?

Abaixo, a Figura 16 ilustra um exemplo de outro padrão de entrelaçamento encontrado no artesanato indígena. A técnica passa de pai para filho através da observação.

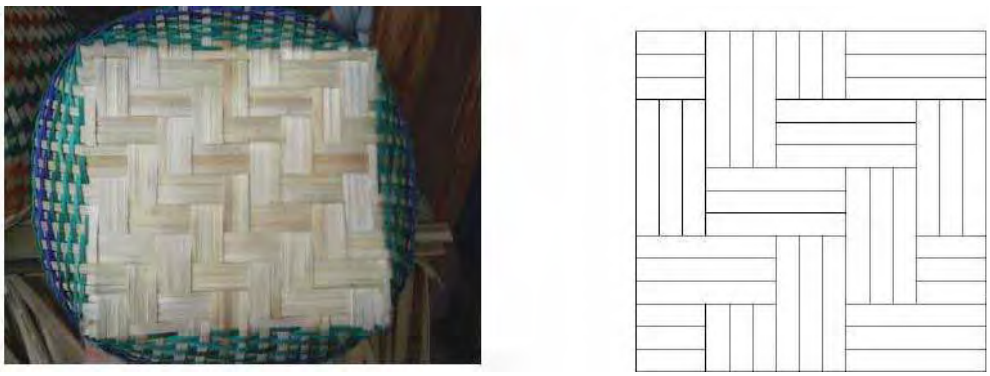


Figura 16- Base de cesto Guarani e o padrão de seu entrelaçamento.

Fonte: Lorenzoni e Silva, 200?

Padrões também são encontrados na decoração de artefatos e na pintura corporal. Os desenhos corporais, assim como a confecção do artesanato, são criados utilizando-se de uma matemática informal e é perceptível a existência da noção intuitiva da geometria.

Ribeiro e Leonardi (200?) afirmam que o estudo do artesanato indígena nas aulas de matemática vai muito além da aprendizagem de conceitos como formas geométricas, simetria, proporcionalidade, regularidades em faixas decorativas, ângulos, escala, paralelismo e perpendicularismo. As autoras destacam a importância da etnomatemática na formação dos alunos como cidadãos, sendo que este tema contempla as reflexões propostas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais. No campo da educação matemática, a questão da cidadania vem sendo enfatizada, tanto que durante o Encontro Nacional de Educação Matemática, o VII ENEM, realizado na Universidade Federal do Rio de Janeiro, um dos assuntos de destaque em debate nas mesas redondas intitulou-se "Educação Matemática, Ética e Cidadania" (RIBEIRO; LEONARDI, 200?).

A etnomatemática apresenta-se como uma possibilidade real para a organização de uma sociedade ancorada em respeito, solidariedade e cooperação, baseada em valores e virtudes. Nesse sentido, Ubiratan D'Ambrósio contribui significativamente ao afirmar que a proposta pedagógica da etnomatemática é fazer da matemática algo vivo, lidando com situações reais no tempo (agora) e no espaço (aqui) (RIBEIRO; LEONARDI, 200?).

4.4 Geometria projetiva

A história da geometria projetiva teve início na busca por maior realismo nas obras e na percepção de profundidade nos trabalhos Renascentistas. Assim, os artistas introduziram os conceitos de ponto de fuga e perspectiva (WATERMANN; FRANCO, 2009).

Piero dela Francesca, pintor e matemático, em 1450, escreveu o tratado *De Perspectiva Pingendi,* onde consolidou as regras e os princípios da técnica da perspectiva utilizando ferramentas da geometria e, nesse momento, a perspectiva rapidamente encontrou entusiasmados adeptos entre os artistas (SERENATO, 2008).

A geometria projetiva fornece a indispensável base teórica para o entendimento da perspectiva utilizada pelos renascentistas. Para tal teoria as dimensões reais e as propriedades métricas dos objetos em questão têm valor escasso, sendo mais importante conhecer as propriedades visuais das figuras consideradas. A nova geometria, vi-

sando criar tais regras empíricas, negligenciou, então, as velhas propriedades dos Elementos de Euclides e concentrou o interesse sobre as propriedades visuais da figura. Watermann e Franco (2009) afirmam que na geometria projetiva duas retas quaisquer sempre se interceptam, se encontram visualmente no infinito em um ponto que os renascentistas chamaram de ponto de fuga. As linhas convergentes para o ponto de fuga foi o recurso utilizado pelos pintores renascentistas para retratarem imagens tridimensionais no plano. Para compreender como ocorre a influência de tais linhas na representação gráfica em perspectiva, observe a Figura 17.

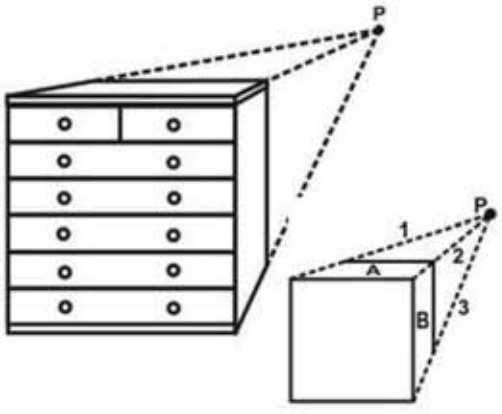


Figura 17: Representação do ponto de fuga

Fonte:www.sobrearte.com.br

A aplicação das linhas pontilhadas **1**, **2** e **3** convergentes para o ponto **P** (ponto de fuga) constrói as arestas de suas faces **A** e **B** causando afunilamento, à medida que se distanciam do primeiro plano, gerando um efeito visual de volume. Reproduzindo com isso as características que são próprias da perspectiva (JUVENIL, 2011)

A Figura 18 destaca o ponto de fuga na representação de um ambiente em um plano.

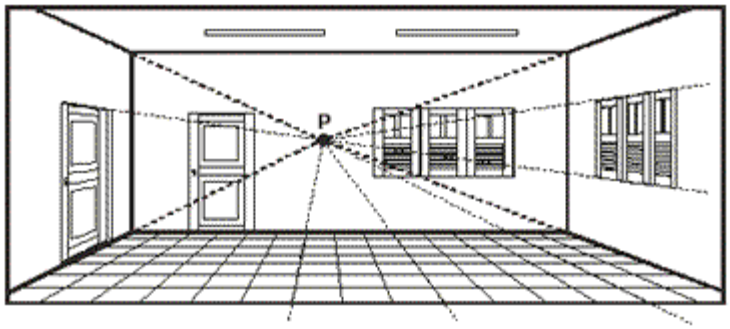


Figura 18- representação do ponto de fuga

Fonte:www.sobrearte.com.br

A Figura 19, de Paolo Uccello (1397-1475) é um exemplo de pintura retratada em perspectiva, onde a técnica de linhas convergindo para o ponto de fuga, localizado ao centro, provoca a sensação de um espaço tridimensional (BRASIL, 2001e).

Figura 19- La Venta de la Hostia, Paolo Uccello, 1465- 1469

Fonte: http://www.epdlp.com/cuadro.php?id=1309

Observando a pintura da Figura 20, nota-se que desta vez o ponto de fuga não está no centro da tela, mas em sua lateral esquerda, mais especificamente na esquina da rua, nos dando vestígio de que há algo mais além do que o artista representou.

Figura 20- Casario da Rua Fernando Machado, Martinho de Haro

Fonte: http://www2.rc.unesp.br/eventos/matematica/ebrapem2008/upload/31-1-A-gt13_zago_ta.pdf

O ensino de matemática tem se modificado nos últimos tempos, levando professores e alunos a perceberem a existência de outras geometrias, além das euclidianas.

Segundo Lellis (200?), estudos, pesquisas e práticas no âmbito da educação Matemática, que foram difundidos no Brasil pelos PCN's 1997, chamaram a atenção dos educadores para a importância das representações das figuras tridimensionais. O mesmo autor ainda afirma que o tema encontrou espaço nas obras didáticas, como exemplo, os trabalhos do professor Antonio José Lopes[10], porém, Lellis (200?) afirma que não há evidência de que o conteúdo tenha ganhado as salas de aula, fato este lamentado por haver ainda hoje um grande número de alunos com dificuldades na visualização de figuras tridimensionais.

4.5 A proporção áurea e a arte

A Razão Áurea representa a mais agradável proporção entre dois segmentos ou duas medidas e foi Euclides que encontrou uma divisão à qual chamou de mais harmônica. Assim, ao dividir um segmento de reta AB em duas partes, AD e DB, devemos encontrar o segmento áureo mostrado na Figura 21:

[10] Antonio José Lopes é professor-pesquisador do Centro de Educação Matemática (CEM), graduado pelo Instituto de Matemática e Estatística da USP, fez mestrado e é doutorando em Didática da Matemática pela Universidade Autônoma de Barcelona.

Figura 21: Segmento Áureo

Fonte:Ávila, 200?

No segmento áureo temos a seguinte proporção:

AB/AD=AD/DB. (2)

O valor encontrado pelas razões é o irracional 1, 618033989...

Chama-se retângulo áureo qualquer retângulo ABCD (Figura 22), com a seguinte propriedade: se dele suprimirmos um quadrado, como ADFE, o retângulo restante, FCBE, será semelhante ao retângulo original (ÁVILA, 200?).

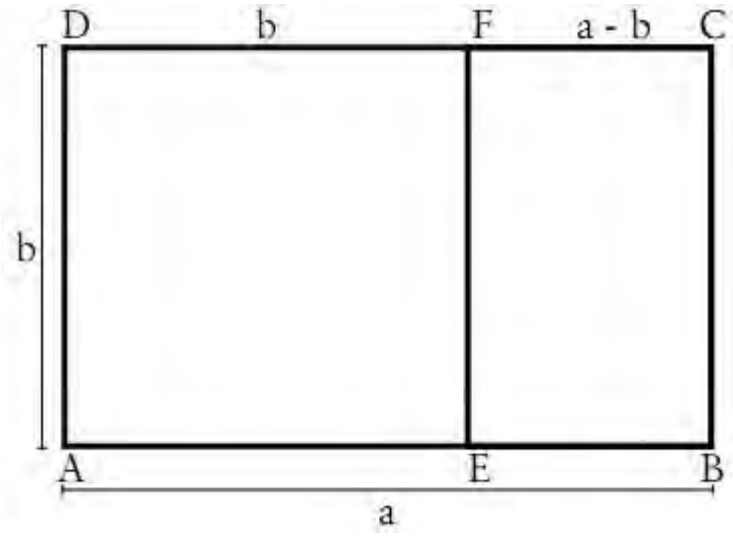


Figura 22- Retângulo Áureo segundo a definição de Geraldo Ávila.

Fonte: Ávila, 200?

Se *b* e *a* são os comprimentos dos lados do retângulo original, a definição acima se traduz na relação: b/a = (a-b) /b.

Esse tipo de retângulo tem várias propriedades interessantes que justificam o qualificativo “áureo”. Na Grécia antiga, ele já era considerado mais harmonioso e bonito e ainda hoje artistas e arquitetos o consideram mais agradável esteticamente (ÁVILA, 200?). Mas foi no Renascimento que a razão áurea esteve mais presente em

trabalhos artísticos, principalmente nas mãos de um dos maiores artistas da humanidade, Leonardo da Vinci (BRASIL, 2001b).

Leonardo da Vinci criou, em 1492, o *Homem Vitruviano* (Figura 23) que é, segundo Serenato (2008), um homem inserido nas proporções perfeitas de um quadrado e na forma ideal de um círculo, relacionando as dimensões da forma humana ao número de ouro 1,618…..

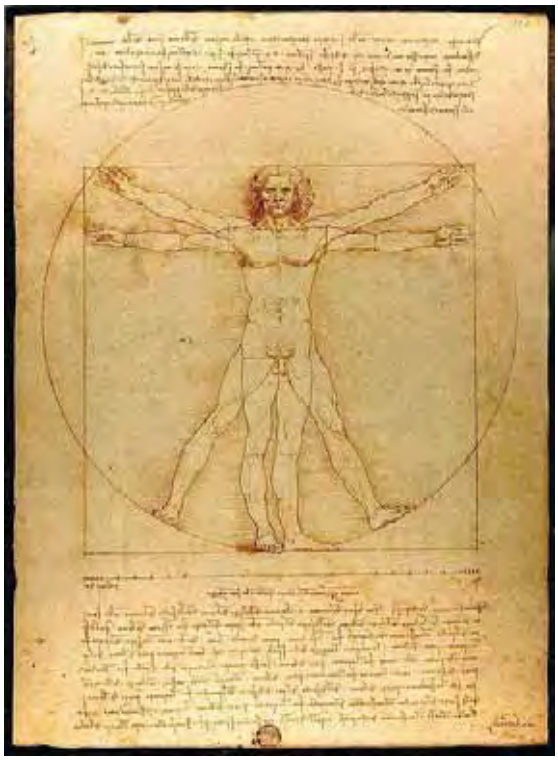


Figura 23- Homem Vitruviano, Leonardo da Vinci, 1485- 1490

Fonte: http://pt.wikipedia.org/wiki/Ficheiro:Da_Vinci_Vitruve_Luc_Viatour.jpg

Mona Lisa (Figura 24) e Santa Ceia (Figura 2) são dois quadros famosos de Leonardo da Vinci, nos quais também é possível encontrar a proporção áurea.

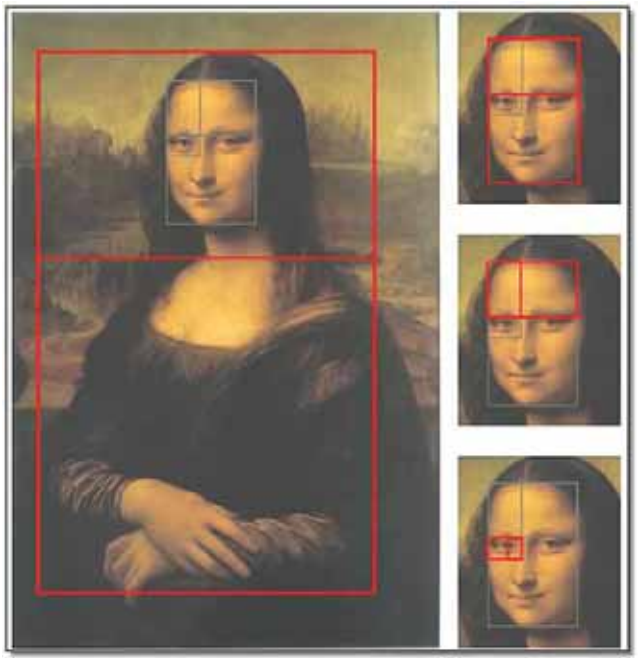


Figura 24- Mona Lisa, Leonardo da Vinci, 1503-1507.
Fonte: Freitas, 2008

Alguns anos mais tarde, da Vinci ilustra o livro: *De Divina Proporcione* (1509), do frei Luca Pacioli, um religioso matemático, que desenvolveu sistematicamente as propriedades da seção áurea, através das quais foi possível atingir o ideal de beleza na arte, tão almejado neste período (SERENATO, 2008).

O estudo da razão áurea dentro das salas de aula pode ser bastante rico, pois permite ao professor rever, ampliar e aprofundar diversos conceitos e procedimentos ligados a números irracionais, razão, proporção, semelhança de figuras planas, construções geométricas e demonstrações, além do educador poder recorrer ao recurso da história da matemática.

4.6 Conclusão

Este capítulo mostrou a geometria como ponto em comum entre a matemática e a arte, como podemos observar nos mosaicos, nas cestarias indígenas e nos estudos dos renascentistas, para conseguir transmitir a idéia de profundidade nos quadros artísticos.

Muitos artistas conseguiram unir a matemática com a arte, mas alguns soube-ram lidar de maneira particular com essa junção, como é o caso do artista apresentado a seguir, Maurits Cornelis Escher.

CAPÍTULO 5 MAURITS CORNELIS ESCHER

> "(…) verifiquei que, por muitos objetivos e impessoais que me pareçam os meus temas, na sua maior parte, quase nenhuma outra pessoa (…) é sensibilizada por aquilo que se pode observar a nossa volta".
>
> Escher

Este capítulo é dedicado a vida e obra de Maurits Cornélis Escher (Figura 25).

Figura 25- Maurits Cornelis Escher (1898-1970)
Fonte: http://www.etropolis.com/escher/artist.htm

5.1 Introdução

Escher é um dos mais famosos artistas gráficos e sua arte é apreciada por milhões de pessoas em todo mundo, por representar as construções impossíveis, o preenchimento regular do plano, a explorações do infinito e o tema intitulado metamorfoses.

No Brasil, em 2011, aconteceu a mostra *O Mundo Mágico de Escher*, no Centro Cultural Banco do Brasil, em São Paulo, que reuniu cerca de noventa e duas obras, entre gravuras originais e desenhos, incluindo todos os trabalhos mais conhecidos do artista.

5.2 A vida de Escher

Maurits Cornelis Escher nasceu em Leeuwarden, na Holanda, em 1898 e faleceu em 1970. Dedicou toda sua vida às artes gráficas. Na sua juventude não foi um aluno brilhante, nem sequer manifestava interesse pelos estudos, mas seus pais conseguiram convencê-lo a entrar na Escola de Belas Artes de Haarlem, para estudar arquitetura. Alguns anos depois, deixou a escola para iniciar nas técnicas da gravura, dedicando-se ao desenho, à litografia[11] e à xilogravura[12]. Esse ofício tomou todo o seu tempo e atenção, o domínio perfeito desta técnica tornou-se seu maior ideal. Após terminar os estudos Escher resolve viajar por todo o mundo e as passagens por diferentes culturas o inspiraram, principalmente a passagem por Alhambra, em Granada, onde conheceu os azulejos mouros. O contato com a arte árabe está na base do interesse e da paixão do artista holandês pela divisão regular do plano em figuras geométricas que se transfiguram, se repetem e refletem. Porém, no preenchimento de superfícies, Escher substituía as figuras abstratas e geométricas, usadas pelos árabes, por figuras concretas, perceptíveis e existentes na natureza, como pássaros, peixes, pessoas, répteis, etc. No período de 1922 até cerca de 1940 dedicou-se com entusiasmo à pesquisa das propriedades do material para a gravura, e nessa época produziu sua primeira litografia e sua primeira xilogravura. Em 1946, teve pela primeira vez contato com a antiga e respeitável técnica da raspagem, conhecida como gravura à maneira negra[13], e fez sete trabalhos utilizando-se desta técnica, sendo o último em 1951. Mais tarde, o artista holandês entra em contanto com a matemática, e embora não tivesse qualquer formação e conhecimento das ciências exatas, sentia-se frequentemente mais ligado aos matemáticos do que aos seus próprios colegas de profissão (ESCHER, 1994).

---

[11] Litografia é um processo de gravação em plano, executada sobre pedra calcária (chamada pedra litográfica) ou sobre placa de metal (em geral, zinco ou alumínio).

[12] Xilogravura é um processo de gravação em relevo que utiliza a madeira como matriz e possibilita a reprodução da imagem gravada sobre papel ou outro suporte adequado.

[13] O método consiste em tornar áspera a superfície da chapa, de forma que esta seja capas de reter a tinta de impressão e dar uma cópia perfeitamente negra. O utensílio usado para se fazer este granitado sobre a superfície da chapa, é o “berceau”. Trata-se de um ferro cuja lâmina, ligeiramente curva, é dotada de uma série de pontas afiadas.

5.3 A matemática e a arte de Escher

A obra de Escher tem como características marcantes a combinação de sensibilidade e precisão técnica e, segundo Fainguelernt e Nunes (2006), a chave para os efeitos surpreendentes de suas gravuras veio da matemática, especialmente da geometria.

Escher trabalhou constantemente com o revestimento ou pavimentação regular de uma superfície, através de padrões que se justapunham e para isto obteve forte inspiração da cultura árabe e suas propriedades geométricas, repletas de simetrias, translações e padrões de repetições. Este artista percebeu que cada vez que reproduzia a repetição de uma figura chave obtinha uma nova transformação, e assim descobriu 17 maneiras fundamentais de cobrir o plano usando um padrão repetidor (FAINGUELERNT; NUNES, 2006).

A matemática foi a ferramenta que ampliou a percepção e a exploração de Escher, enriquecendo seu trabalho gráfico. Ele afirmava sobre a Matemática:

> A Matemática é um portão aberto. Desse portão partem muitos caminhos que se ramificam por um jardim. Quando penso já haver percorrido todos eles e retratado todas as vistas desse jardim, acabo encontrando um novo caminho, que permite outras descobertas (ESCHER, 1994 p. 25- 26).

Fainguelernt e Nunes (2006) citam em seu livro a apreciação de Escher pelos poliedros. Seu interesse nasceu a partir da observação das formas dos cristais, possivelmente influenciado por seu irmão, que era geólogo e autor de um manual sobre mineralogia e cristalografia. Estes sólidos são figuras frequentes em seus trabalhos, como veremos mais detalhadamente a seguir.

Ainda, segundo as autoras, ele trocou correspondências com matemáticos e também participou de exposições em centros de estudos, museus, salões de arte, e em centros de matemática de diversos países. Em 1954, expôs seus trabalhos no Congresso Internacional de Matemática, em Amsterdã. Abaixo, a foto (Figura 26) retrata Escher na composição de um de seus trabalhos.

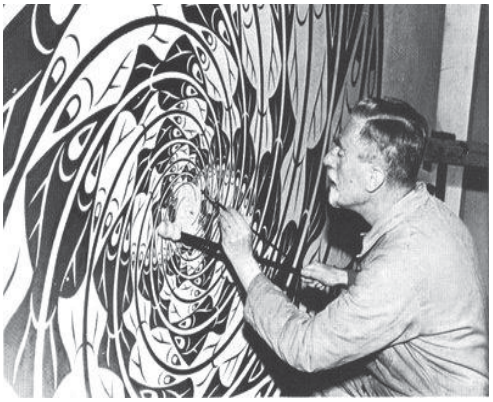


Figura 26 Imagem de Maurits Cornelis Escher

Fonte: http://www.diarioliberdade.org/index.php?option=com_content&id=7969:escher-o-mestre-das-ilusoes-de-otica-ganha-exposicao-embrasilia-&catid=61:cultura-e-desportos&Itemid=71

Segundo Berro (2008), na prática acadêmica, as gravuras desse artista, em geral, estão associados ao estudo da simetria, geometria e da aproximação ao infinito, mas há outras temáticas que podem ser exploradas. Assim, ele sugere que o professor de matemática ou de outras áreas de conhecimento veja nas obras desse artista um aliado quanto à preparação, execução e aprimoramento de seu trabalho com alunos, notadamente de ensino fundamental e médio.

Segundo as pesquisas de Berro (2008), algumas gravuras do artista holandês são um convite ao aluno, por exemplo, para testar formas de criar mosaicos que fujam de um padrão tradicional. Assim, o desafio de se criar uma obra de arte é comparada a um problema matemático, pois, em ambas as situações, devem existir a experimentação de dificuldades, a superação de obstáculos e a assimilação de conceitos, ou seja, um trabalho árduo, e uma experimentação que ocorre não apenas em um momento, mas de forma continuada.

O mesmo pesquisador sugere entusiasmar os alunos a aprenderem um conceito novo apresentando uma ou mais gravuras de Escher:

> Conte um pouco da vida dele, extraia ao máximo elementos contidos na obra, seja nos aspectos estéticos ou gráficos, e experimente relacionar isto com conteúdos curriculares que os alunos estejam aprendendo: o efeito será surpreendente, pois o professor estará trazendo ao aluno o motivação que definitivamente o conquistará nas aula de Matemática (BERRO, 2008, p.68).

5.4 As obras de Escher

Será mostrada a classificação que Escher deu a sua obra.

5.4.1 Primeiras estampas (antes de 1937)

“As estampas deste grupo, escolhidas entre um grande número de trabalhos produzidos antes de 1937, não formam, no que diz respeito ao tema, nenhuma unidade. Cada uma delas é a reprodução de realidades observadas. (ESCHER, 1994, p.7)”.

A Figura 27 mostra a obra *Torre de Babel*, uma xilogravura de 1928. A cena principal deste trabalho se passa no alto da torre em construção, onde segundo Escher, tal cena retrata a visão sob a perspectiva de um pássaro. Daí resultou a necessidade de uma forte redução na perspectiva, para baixo (ESCHER, 1994).

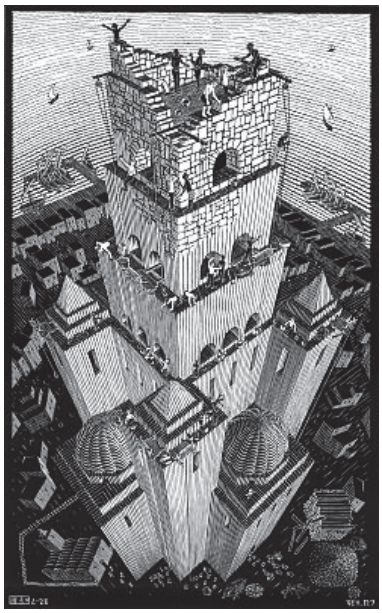


Figura 27- Torre de Babel, Escher, 1928

Fonte:http://www.mcescher.com/

5.4.2 Divisão regular de superfície

> Esta é a fonte mais rica de inspiração, de onde eu algumas vezes bebi e ela ainda não esta seca. Os desenhos simétricos aqui representados mostram como uma superfície pode ser dividida regularmente em figuras iguais e preenchida com elas. As figuras devem confinar umas com as outras sem que resultem "áreas livres". Os Árabes eram mestres nesta arte. Eles decoraram, em especial em Alhambra, na Espanha, paredes e pavimentos com peças de majólica coloridas e congruentes, que foram ajustadas uma às outras, de forma contínua (ESCHER, 1994, p.7).

Esta divisão ainda recebe de Escher uma subdivisão:

a- Reflexões com escorregamento - nesta subdivisão, o artista trabalha com a isometria, sendo a reflexão retratada com atenção especial.

Na obra *Cisnes*, entalhe em madeira de 1956 (Figura 28), os cisnes voam em um círculo fechado com a forma de um oito deitado. Para poder converter na sua imagem refletida, cada ave tem de se levantar do plano e no meio, onde se cruzam a fileira branca e a fileira preta, preenchem os espaços centrais

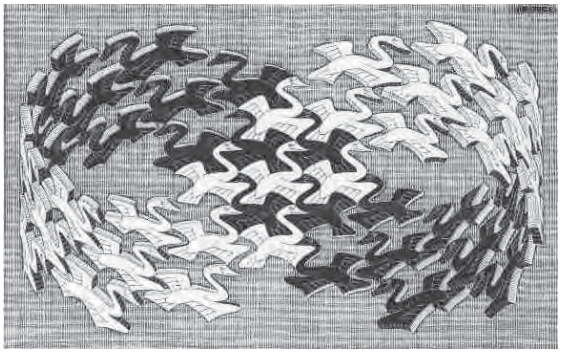


Figura 28 Cisnes, Escher, 1956

Fonte: http://www.mcescher.com/

b- A função das figuras como plano de fundo – nesta categoria, Escher enfatiza uma figura, e o restante da obra, segundo ele, é apenas plano de fundo.

Na obra *Dia e Noite,* xilogravura de 1938 (Figura 29), aparecem figuras retangulares que aparentam se transformar, ao subir, em silhuetas de aves brancas e pretas. Há duas formações que estão em sentidos opostos, representando a paisagem do dia e da noite,

sendo que um olhar mais atento pode observar que uma figura é a imagem refletida da outra. (ESCHER, 1994).

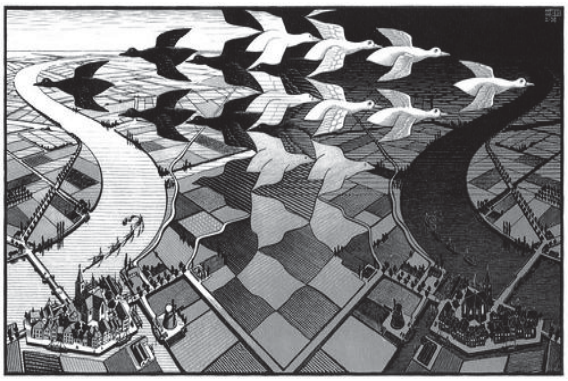


Figura 29 Dia e Noite, Escher, 1938.
Fonte: http://www.mcescher.com/

c- Desenvolvimento de forma e contraste – agora, aparece nas imagens a transformação de figuras geométricas em animais.

Na obra *Evolução I*, xilogravura de 1937 (Figura 30), quadrados cinzentos que mal se percebem na periferia, se desenvolvem em direção ao centro e modificam a forma e o contraste. No núcleo da figura a evolução está completa e os quadrados se transformam em dois répteis brancos e dois répteis pretos (ESCHER, 1994).

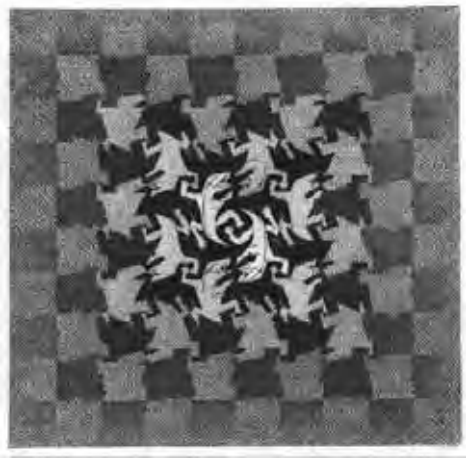


Figura 30- Evolução, Escher, 1937
Fonte: http://www.mcescher.com/

d- O número infinito – nesta classificação aparecem os trabalhos com o conceito de aproximação ao infinito. Para efetuar essa aproximação, Escher criou

figuras onde é visível uma redução progressiva das margens para um ponto central, ou seja, há uma convergência para um ponto infinitamente pequeno e em contrapartida, ao desviar o olhar para um ponto exterior, intuímos a representação de um ponto infinitamente grande.

Como exemplo, em *Limite Circular III*, xilogravura de 1959 (Figura 31), as linhas circulares brancas se cruzam e dividem em fragmentos, que tem sempre o comprimento de um peixe. Essas linhas indicam os trajetos em que se movem as fileiras de peixes desde os maiores até os infinitamente pequenos. Podemos perceber que cada fileira contém peixes de uma mesma cor, sendo quatro as cores distintas (ESCHER, 1994).

Figura 31 Limite Circular III, Escher, 1959.
Fonte: http://www.mcescher.com/

e- Narrativas em imagens- a característica principal é a transição de plano para espaço e vice-versa. “Uma fileira de seres iguais, geométricos, como aparecem frequentemente em estampas deste grupo, tem de ser compreendida como um único indivíduo que se encontra em movimento. É um método estático para representar um processo dinâmico” (ESCHER, 1994, p.10).

Como exemplo, na gravura da Figura 32, sob o título *Circulação,* uma litografia de 1938, em cima, à direita, sai um folião de sua casa e enquanto desce pelas escadas abaixo, vai perdendo a tridimensionalidade e integra-se em um padrão de planos semelhantes, de cores cinzentas, brancas e pretas. Estes, por sua vez, se transformam em simples cubos na parte superior à esquerda da figura, retomando o efeito de profundidade. “A vista ampla, na parte superior da estampa, significa um máximo na naturalidade tridimensional, enquanto o padrão periódico na parte inferior representa a síntese da limitação bidimensional (ESCHER, 1994, p.11)”.

Figura 32 Circulação, Escher, 1938

Fonte: http://www.mcescher.com/

5.4.3 O espaço limitado

Nesta classificação estão os trabalhos subordinados à perspectiva.

Em 1925, na litografia *Divisão Cúbica do Espaço (Figura 33),* o único objetivo foi representar a extensão infinita do espaço, com os meios da perspectiva já mencionada.

Todo o espaço é sugerido, pois é dividido em cubos inteiramente iguais, através de barras que correm em três sentidos. Segundo Berro (2008), se continuarmos as barras verticais, elas dão a impressão de se encontrar num único ponto, e o mesmo ocorre ao prolongarmos as respectivas barras para a direita em cima, e para a esquerda em cima. Assim, na figura há três pontos de fuga, que como já foi citado, sugerem ao observador da imagem a impressão de profundidade.

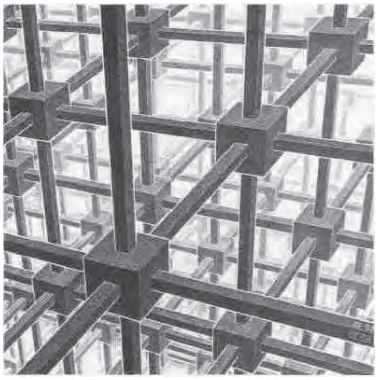


Figura 33 Divisão Cúbica do Espaço, 1925

Fonte: http://www.mcescher.com/

5.4.4 Círculos e espirais no espaço

Observamos nas gravuras desse grupo o trabalho com o conceito do infinito, mas, neste caso Escher retrata imagens de figuras onde aparecem a fita de Moebius ou semelhantes a ela, com é o caso da litografia *Laço de União* de 1956 (Figura 34). Abaixo, a explicação de Escher sobre este trabalho.

> Duas aspirais fundem-se uma na outra e representam à esquerda a cabeça de uma mulher e à direita a de um homem. Como uma fita sem fim, as testas ligadas uma à outra, as cabeças constituem uma unidade a dois. A ilusão de espaço é aumentada por esferas que pairam à frente, dentro e atrás de rostos ocos (ESCHER, 1994, p.13).

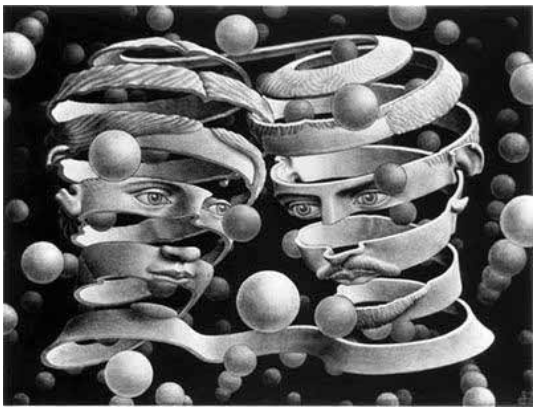


Figura 34 Laço de União, Escher, 1956

Fonte: http://www.mcescher.com/

5.4.5 Reflexões

Esta classificação recebe duas subclassificações de Escher.

- Reflexões na água: na gravura *Águas Agitadas* (Figura 35), o artista holandês retratou a queda de duas gotas de chuva que caem em uma lagoa de águas quietas, e a agitação após a queda é reproduzida em perspectiva através de elipses que permitem ao observador a noção de movimento através das imagens refletidas e distorcidas da árvore e da lua (ESCHER, 1994).

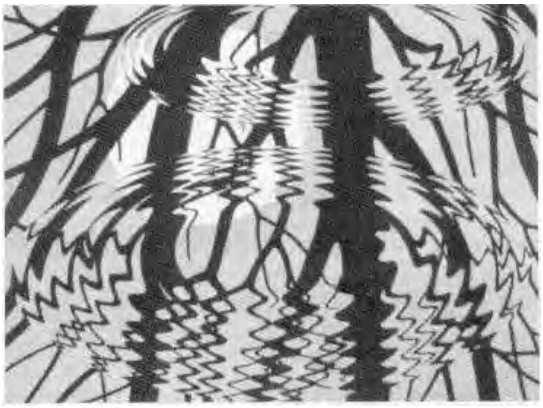


Figura 35 Águas Agitadas, Escher, 1950

Fonte: http://www.mcescher.com/

- Reflexões em Esferas: na litografia *Mão com Esfera Refletora*, o artista desenha a imagem que ele observa refletida na esfera que está em sua mão (Figura 36). Escher (1994) explica como foi a experiência aqui apreciada.

> Na mão do desenhista está uma esfera refletora. Neste aparelho, ele vê uma imagem mais perfeita do ambiente que o rodeia, do que seria possível através de uma direta observação (...). A cabeça, ou melhor, o ponto entre os seus olhos, encontra-se no centro. Para onde quer que se vire, ele será o ponto central. O ego é invariavelmente o núcleo do seu mundo (ESCHER, 1994, p.13).

Figura 36 Mão com Esfera Refletora, Escher, 1935
Fonte: http://www.mcescher.com/

5.4.6 Inversões

Como o próprio Escher diz, a inversão mental, o virar para dentro e para fora e a inversão de figura é o que se encontra nesta classificação. É o que ocorre, por exemplo, na litografia *Cubo com Fitas Mágicas (Figura 37).* Nesta gravura observa-se que, ao redor das diagonais da superfície de um cubo, estão postas duas fitas fechadas em forma circular, ligadas uma à outra em quatro lugares. Cada fita possui uma carreira de figuras parecidas com botões e segundo Escher, quando o observador segue essa carreira com os olhos, os botões se invertem de côncavo para convexo em uma incrível ilusão de ótica (ESCHER, 1994).

Figura 37 Cubo com Fitas Mágicas, Escher, 1957

Fonte: http://www.mcescher.com/

5.4.7 Poliedros

Encontram-se aqui os trabalhos com ênfase nas formas geometricas, como é o caso de *Estrelas (Figura 38)*, no qual Escher retrata os sólidos geométricos como estrelas que pairam no espaço. No meio da gravura aparece uma estrutura de três octaedros regulares, reproduzidos por molduras (ESCHER, 1994).

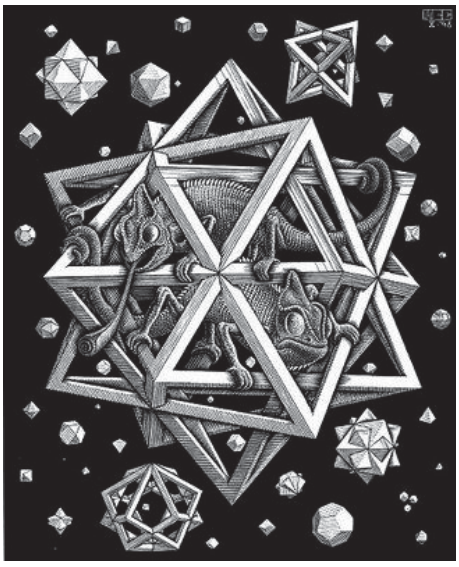


Figura 38 Estrelas, Escher, 1948

Fonte: http://www.mcescher.com/

5.4.8 Relatividade

A característica das estampas dessa classificação é a perspectiva e a relatividade, sendo esta última, retratada através da idéia de dois pontos de vista, como ocorre na

litografia *Em Cima e em Baixo*. Nesta estampa da Figura 39 aparece duas vezes a mesma representação, mas cada uma com um ponto de vista diferente. A metade superior mostra a vista de um observador que está no segundo andar e a metade inferior mostra o cenário observado por alguém que está no pátio, mais precisamente nos ladrilhos escuros (ESCHER, 1994).

Figura 39 Em Cima e em Baixo, Escher, 1947

Fonte: http://www.mcescher.com/

5.4.9 Conflitos entre superfície e espaço

As palavras de Escher sobre o conflito que é encontrado nas figuras dessa classificação são transcritas abaixo.

> O nosso espaço tridimensional é a única realidade que conhecemos. A bidimensionalidade é tão fictícia como a "tetradimensionalidade", porque nada é plano, nem mesmo o espelho mais polido. Mas mesmo que partamos do principio de que uma parede ou uma folha de papel seja plana, não deixa de ser estranho que nós representemos ilusões de espaço sobre tal superfície. Não é muitas vezes absurdo desenhar meia dúzia de linhas e depois afirmar: isto é uma casa? É essa estranheza o tema das estampas dessa classificação (ESCHER, 1994, p.15).

Na gravura *Três Esferas I* (Figura 40) aparece em evidência, na parte de cima, a tridimensionalidade de uma esfera, tanto quanto foi possível para Escher representar, pois segundo o holandês – "não é nenhuma esfera, mas sim só sua projeção numa folha de papel que poderíamos recortar como um disco" (ESCHER, 1994, p.15). No centro está representada novamente a esfera, mas desta vez sob novas perspectivas que fazem com que a figura pareça estar achatada pela esfera anterior e por fim, em baixo, a esfera aparece sob outra perspectiva, agora ainda mais achatada como uma mesa, como se não aguentasse o peso das duas outras esferas (ESCHER, 1994).

Figura 40- Três Esferas I, Escher, 1945.
Fonte: http://www.mcescher.com/

5.4.10 Construções impossíveis

Nesta classificação são apresentadas algumas gravuras consideradas impossíveis de serem esboçadas por Escher. Como o próprio nome indica trata-se de figuras impossíveis, estruturas que sugerem com grande força ser tridimensionais, mas que, efetivamente, não estão construídas a três dimensões. Escher traz novamente a questão da classificação anterior já discutida, porém, em duas das obras apresentadas parecem o cubo impossível[14] e o triângulo impossível[15] (Figura 41).

[14] Esta figura foi idealizada pelo cristalográfico suíço Louis Albert Necker em um artigo de 1832.

Figura 41 cubo e triângulo impossível

Fonte:http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/opombo/seminario/escher/escher3.html

Fonte: http://photusfactus.blogspot.com/2011/07/o-triangulo-e-escada-de-penrose.html

O cubo impossível é apresentado na estrutura arquitetônica incoerente da litografia *Belvedere*, resultante da ligação impossível entre os dois pisos, o inferior e o superior e também aparece nas mãos do personagem sentado no banco (Figura 42).

Figura 42 Belvedere, Escher, 1958

Fonte:http://www.mcescher.com/

Escher conheceu o tribarra [15] na época em que estava completamente empenhado na construção de figuras impossíveis. É nela que se inspira para mais uma construção impossível *Queda de Água* (Figura 43), onde este triângulo fica bem evidente no

---

[15] O triângulo de Penrose, também conhecido como a tribarra, é um objeto impossível. Foi criado pelo artista sueco Oscar Reutersvärd, em 1934. O matemático Roger Penrose popularizou na década de 1950, descrevendo-o como "impossível em sua forma pura".

percurso da queda da água ao percorrer o caminho zigue- zague finalizando com a cascata que fecha o triângulo (ESCHER, 1994).

Figura 43 Queda d' água, Escher, 1961

Fonte: http://www.mcescher.com/

5.5- Conclusão

Maurits Cornelis Escher não gostava de ser mencionado como matemático e apesar de realmente não possuir formação acadêmica na área de exatas, foi um grande pesquisador e sua obra está apoiada em conceitos matemáticos, extraídos especialmente do campo da geometria. Assim, Escher trabalhou com a perspectiva, divisão regular do plano, isometrias, ilusões de óptica, formas geométricas, além de temas como infinito e relatividade.

O material de sua obra pode ser utilizado no ensino básico para tornar as aulas de matemática e geometria mais interessantes para os alunos, por exemplo, numa perspectiva interdisciplinar ou multidisciplinar.

6 COMENTÁRIOS FINAIS

6.1 Último relato

Durante o desenvolvimento deste trabalho, consideramos interessante conversar sobre o tema com professores de matemática e artes na Escola Estadual Ilza Irma Moeller Coppio, em São José dos Campos, SP.

A professora de artes dos alunos do 6º ao 9º ano relatou que nunca havia trabalhado com Escher, mas que era inevitável o contato com conceitos matemáticos nas aulas de artes, mesmo que às vezes isso ocorra de forma intuitiva.

Em anexo são mostradas fotos dos trabalhos de alunos com o tema simetria. São imagens criadas por eles mediante explicação da professora sobre as isometrias.

A professora de matemática relatou que achava interessante o recurso das artes nas aulas de matemática para alunos do 6º ao 9º ano. Ela afirmou que já havia presenciado trabalhos de colegas de profissão neste contexto, mas confessou não utilizar este recurso em suas aulas por não possuir um conhecimento aprofundado sobre o assunto e não saber onde encontrar sugestões de atividades que pudessem auxiliá-la na prática escolar.

6.2 Conclusões

A realização deste trabalho proporcionou um estudo sobre a união entre as disciplinas Arte e Matemática. Serve-nos como exemplo a importância do estudo interdisciplinar e como este pode ser enriquecedor na sala de aula, principalmente quando a questão discutida é a intenção de tornar o ambiente escolar mais atrativo e contextualizado aos alunos.

Merecem destaque os trabalhos do holandês Maurits Cornelis Escher, um talentoso artista que encontrou o ponto de equilíbrio entre matemática e arte, e mostrou que ambas podem caminhar juntas. Sob a perspectiva das artes, esta parceria foi o diferencial para que as gravuras deste artista encantassem quem as observasse.

Por meio deste estudo verificamos que ambas as disciplinas estiveram juntas em diversos momentos ao longo dos anos e que o decorrer da nossa história mostrará que outros tempos virão e essa união sempre será possível.

Também durante esta pesquisa foi possível conhecer o trabalho de pessoas com formação acadêmica em artes interessadas em como a contribuição matemática pode aperfeiçoar a composição artística, e o mesmo aconteceu com os matemáticos que buscaram nas artes o tom humanístico para a disciplina matemática.

Assim, concluímos que os resultados deste trabalho podem auxiliar leitores interessados sobre o assunto.

6.3 Sugestões para trabalhos futuros

Falar sobre a união matemática e arte é abrir um leque com muitas possibilidades. Neste trabalho procurou-se restringir a artes plásticas e geometria, mas temas como música, teatro, publicidade e moda, por exemplo, são outros assuntos que ligam a matemática e a arte e poderão servir de temas para trabalhos futuros.

Nesta pesquisa procuramos mostrar a importância do trabalho interdisciplinar, então, esperamos que tenha contribuído para que outros pesquisadores se interessem por este assunto relevante, recente na história de nossa educação.

No processo de pesquisa destacamos o artista Escher, mas outros com também notável talento souberam trabalhar arte e matemática, e merecem ser mencionados em trabalhos posteriores, como é o caso do pintor Piet Mondrian e gênio Leonardo da Vinci.

Ainda, durante o trabalho encontramos diversas sugestões de atividades envolvendo matemática e arte, mas acreditamos que a coleta de resultados das atividades, assim como o registro sobre pontos positivos e negativos a partir de um possível projeto interdisciplinar entre esse dois campos do conhecimento, pode sugerir novas idéias para trabalhos futuros.

REFERÊNCIAS

ÁVILA, G. **Retângulo áureo e divisão áurea**. Material didático. Disponível em: < http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/EnsMed/expensmat_icap3.pdf >. Acesso em: 30 nov. 2010.

BERRO, R. T. **Relações entre Arte e Matemática: Um estudo da obra de Maurits Cornelis Escher**, 2008. 108 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade São Francisco, Itatiba, 2008. Disponível em: < http://www.usf.edu.br/itatiba/mestrado/educacao/uploadAddress/RobertoBerro%5B10461%5D.pdf>. Acesso em: 30 nov. 2010.

BRASIL. Ministério da Educação. **A ordem no caos** (Arte e Matemática). 2001a. Disponível em: <http://www.dominiopublico.gov.br/pesquisa/DetalheObraForm.do?select_action=&co_obra=20783. >. Acesso em : 8 fev.2011

BRASIL. Ministério da Educação. **Número de ouro** (Arte e Matemática). 2001b. Disponível em: <http://www.dominiopublico.gov.br/pesquisa/DetalheObraForm.do?select_action=&co_obra=20799. >. Acesso em : 15 maio.2011

BRASIL. Ministério da Educação. **O artista e o matemático** (Arte e Matemática) 2001c. Disponível em: <http://www.dominiopublico.gov.br/pesquisa/DetalheObraForm.do?select_action=&co_obra=20782. >. Acesso em : 20 jan.2011

BRASIL. Ministério da Educação. **Simetria** (Arte e Matemática). 2001d. Disponível em: <http://www.dominiopublico.gov.br/pesquisa/DetalheObraForm.do?select_action=&co_obra=20794 . >. Acesso em : 23 fev.2011

BRASIL. Ministério da Educação. **Tempo e infinito** (Arte e Matemática). 2001e. Disponível em: <http://www.dominiopublico.gov.br/pesquisa/DetalheObraForm.do?select_action=&co_obra=54417. >. Acesso em : 23 fev.2011

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. **Parâmetros Curriculares Nacionais.** Ensino Médio. Brasília: MEC, 2000. 109p.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. **Parâmetros Curriculares Nacionais.** Matemática (5ª à 8ª série). Brasília: MEC, 1998. 152p.

CARLOS, J. G. **Interdisciplinaridade no Ensino Médio: desafios e potencialidades**, 2007. 172 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências)- Universidade de Brasília, Brasília, 2007. Disponível em: < http://www.dominiopublico.gov.br/download/texto/cp043343.pdf>. Acesso em: 30 nov. 2010.

CHENEY, S. **História da Arte**. 1.ed. São Paulo: Rideel, 1995a. V.1, 328p.

CHENEY, S. **História da Arte**. 1.ed. São Paulo: Rideel, 1995b. V.2, 347p.

CHENEY, S. **História da Arte**. 1.ed. São Paulo: Rideel, 1995c. V.3, 284p.

CHENEY, S. **História da Arte**. 1.ed. São Paulo: Rideel, 1995d. V.4, 284p.

ESCHER, M. C. **M.C. Escher: Gravura e desenhos.** 1.ed. São Paulo: Paisagem, 1994. 77p.

FERRARI, M. Observação da realidade e criação de figuras geométricas. **Revista Nova Escola**, São Paulo jun. 2006. Disponível em: < http://revistaescola.abril.com.br/matematica/pratica-pedagogica/arte-formas-428107.shtml>. Acesso em: 30 nov. 2010.

FAINGUELERNT, E. K; NUNES, K. R. A. **Fazendo Arte com a Matemática**. 1.ed. Porto Alegre: Artmed, 2006. 128p.

FAINGUELERNT, E. K; NUNES, K. R. A. **Tecendo Matemática com Arte**. 1.ed. Porto Alegre: Artmed, 2009. 96p.

FAZENDA, I. C. A. **Interdisciplinaridade: História, Teoria e Pesquisa**. 11.ed. Campinas: Papirus, 1994. 143p.

JUVENIL, A. **Estudo de desenho: Perspectiva**. Site pessoal. Disponível em:< http://www.sobrearte.com.br/desenho/perspectiva/index.php>. Acesso em: 30 nov. 2010.

LELLIS, M. Desenho em perspectiva no ensino fundamental: Considerações sobre uma experiência In SEMINÁRIOS DE ENSINO DE MATEMÁTICA, 2., 2009, São Paulo. **Anais eletrônicos...** São Paulo: USP, 2009. Disponível em: < http://www.nilsonmachado.net/sema20090602.pdf>. Acesso em: 30 nov. 2010.

LORENZONI, C. A. C. A; SILVA, C. M. S. Cestaria guarani do Espírito Santo e a matemática na educação escolar indígena. **Programa de Pós-Graduação em Educação do Centro de Educação da UFES**, Espírito Santo, 2007. Disponível em: < http://www2.rc.unesp.br/eventos/matematica/ebrapem2008/upload/217-1-A-gt7_lorenzoni_ta.pdf>. Acesso em: 30 nov. 2010.

NOGUEIRA, R. N. **Interdisciplinaridade aplicada.** 4.ed. São Paulo: Érica, 1998. 118p.

MURARI, C. Um caleidoscópio educacional modificado para trabalhos em grupo. **Revista da Educação Matemática,** São Paulo: ano 3, n. 2, p. 11-15, 1995

RIBEIRO, F. D; LEONARDI, R. M. Matemática e artesanato indígena: Uma abordagem centrada na perspectiva da Etnomatemática In ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2004, Recife. **Anais eletrônicos...** Recife: UFPe, 2004. Disponível em: < http://www.sbem.com.br/files/viii/pdf/02/RE96199091949.pdf>. Acesso em: 30 nov. 2010.

SABOIA, L. M. M. **Uma poética interdisciplinar: Arte, Matemática, simetria e linguagem de programação postcript.** 2001, 532f. Tese (Doutorado)- Universidade Estadual de Campinas, Instituto de artes, Campinas, 2001. Disponível em: < http://cutter.unicamp.br/document/?code=vtls000232378>. Acesso em: 30 nov. 2010.

SANTOS, M. R. **Pavimentação do plano: Um estudo com professores de Matemática e Arte.** 2006, 177f. Dissertação (Mestrado em educação matemática)- Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Campus de Rio Claro, Rio Claro, 2006. Disponível em: <http://www.athena.biblioteca.unesp.br/exlibris/bd/brc/33004137031P7/2006/santos_mr_me_rcla.pdf>. Acesso em: 30 nov. 2010.

SEMMER, S. Matemática e Arte In Portal Educacional do Estado do Paraná, Paraná. **Anais eletrônicos...** Paraná. Disponível em: < http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/409-2.pdf>. Acesso em: 30 nov. 2010.

SERENATO, J. S. **Aproximações interdisciplinares entre Matemática e Arte: Resgatando o lado humano da Matemática**. 2008, 163f. Dissertação (Mestrado em educação)- Universidade Federal do Paraná, Programa de Pós- Graduação em Educação, Curitiba, 2008. Disponível em: < http://www.ppge.ufpr.br/teses/M08_serenato.pdf>. Acesso em: 30 nov. 2010.

STRINGUETO, K. A paz se aprende na escola. **Revista educar para crescer,** São Paulo, 26 fev. 2009. Disponível em: <http://educarparacrescer.abril.com.br/aprendizagem/paz-se-aprende-escola-423882.shtml>. Acesso em: 30 nov. 2010.

WATERMANN, I; FRANCO, V. S. Geometria projetiva no laboratório de ensino de Matemática. **Programa de Desenvolvimento Educacional do Estado do Paraná, Universidade de Maringá**, Paraná, 2009. Disponível em: < http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/2192-8.pdf>. Acesso em: 30 nov. 2010.

BIBLIOGRAFIA

ENCICLOPÉDIA virtual Itaú. **Cubismo**. Itaú Cultural, 2009. Apresenta textos sobre diversos assuntos ligados à cultura e Artes. Disponível em: < http://www.itaucultural.org.br/aplicExternas/enciclopedia_ic/index.cfm?fuseaction=termos_texto&cd_verbete=3781&cd_idioma=28555&cd_item=8>. Acesso em: nov. 2011.

FREITAS, F. M. **A proporção Áurea e curiosidades históricas ligadas ao desenvolvimento da ciência**. 2008. 51p. Disponível em: < http://africamae.com.br/livros/pdf/ProporcaoAurea.pdf>. Acesso em: 30 nov. 2010.

HERNÁNDEZ, F. **Transgressões e mudanças na educação: Os projetos de trabalho**. 1.ed. Porto Alegre: Artmed, 1998. p.63-145.

LIMA, G. R. L; FRANÇA, R. C. Experiências em Artes visuais e Matemática numa visão transdisciplinar. **Departamento de Métodos e Áreas Conexas- Universidade Federal do Rio de Janeiro**. Rio de Janeiro, [200?]. Disponível em:< http://www.degraf.ufpr.br/artigos_graphica/EXPERIENCIAS.pdf>. Acesso em: Nov.2011.

MAGALHÃES, C. **A Arte na Pré- história brasileira e arte indígena brasileira.** Site com temas diversos sobre Arte brasileira, 2011. Disponível em:< http://www.arteducacao.pro.br/>. Acesso em: nov. 2011.

SANTOS, F. S. **Pintar, Dobrar, Recortar e Desenhar: O ensino da Simetria e das Artes Visuais em Livros Didáticos de Matemática para séries iniciais do Ensino Fundamental**. 2010. 217f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica)- Universidade Federal de Pernambuco. Recife, 2010. Disponível em: < http://www.gente.eti.br/edumatec/attachments/008_Luciana%20Ferreira%20dos%20santos.pdf>. Acesso em: Nov.2011.

ZAGO, H. S; FLORES, C. R. A representação geométrica na relação entre Matemática e Arte: um estudo nas obras de pintores catarinenses. **Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica**, UFSC, Santa Catarina, [200?]. Disponível em: < http://www2.rc.unesp.br/eventos/matematica/ebrapem2008/upload/31-1-A-gt13_zago_ta.pdf>. Acesso em: 30 nov. 2010.

ANEXOS

ANEXO A: Propostas de atividades.

Atividade 1: Escher e a Matemática.
Autora: Eguimara Selma Branco, disponível em:
http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=23463

Primeira etapa: Pesquisa sobre Escher.

Nessa etapa Eguimara sugere que os alunos sejam divididos em grupos (três ou quatro alunos), após terem feitos uma pesquisa (web ou em material impresso) sobre a vida e a obra de Escher.

Para orientar a pesquisa, o professor pode construir uma webquest. A webquest é uma metodologia de pesquisa online, organizada por meio de um roteiro que segue com os seguintes passos: introdução, tarefa, recursos, processo, avaliação, conclusão. O professor dá indicativos de sítios, pré-selecionados, para que a aula seja aproveitada ao máximo, e os alunos não se distraiam diante de tantas informações da internet, e organizem a tarefa e a concluam com sucesso.

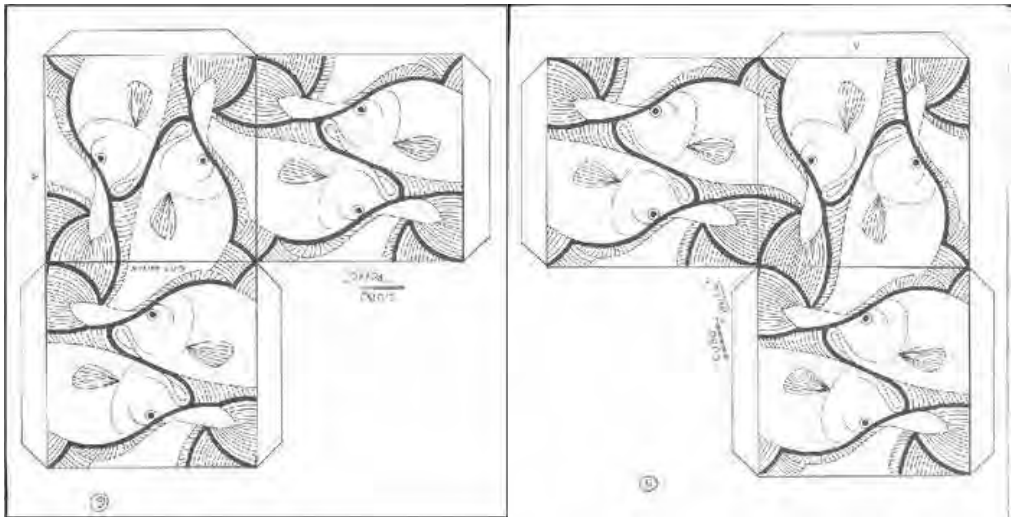
Segunda etapa: observação das obras de Escher.

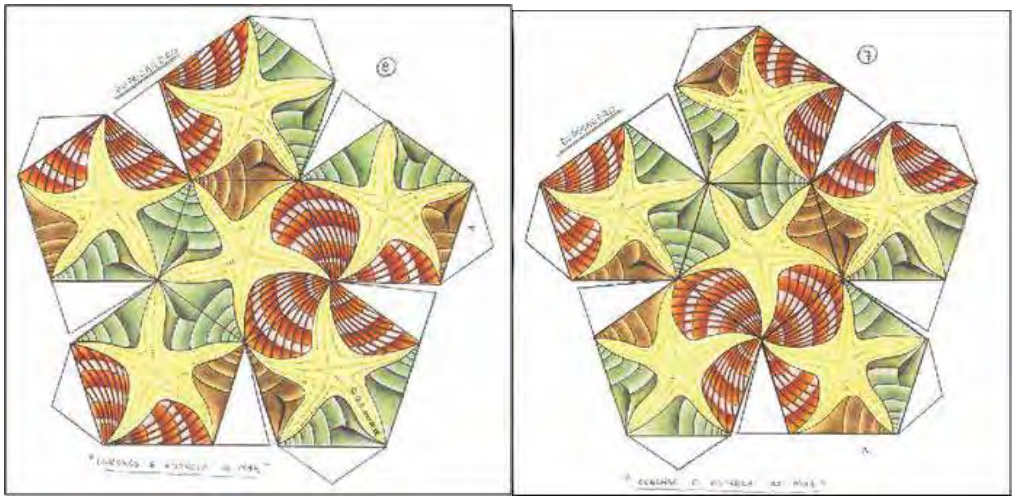
Nessa fase o professor deve projetar aos alunos algumas obras de Escher, para que os alunos façam observações, identificando qual a figura padrão em cada uma delas.

Nas obras a serem observadas o aluno perceberá que em alguns momentos essas imagens são rodadas e/ou invertidas. Para fixação desses conceitos, o professor deve discorrer sobre simetria de translação, rotação e reflexão.

Terceira etapa: construção de sólidos.

Agora o professor organiza a aula para que os grupos possam compor sólidos geométricos (utilizando as obras de Escher nas faces) conforme orientação das figuras.





No momento das composições o professor deverá conversar com os alunos sobre cada possibilidade. Mostrar que as simetrias são uma constante nas obras de Escher e por conta disso, é possível decorar as faces de figuras tridimensionais onde as arestas coincidam com os eixos de simetria das imagens. Assim, somente podem sem planificadas determinadas obras de Escher.

Atividade 2:

Autora Márcia Aidar, atividade presente no livro Ler Mundo – Matemática. Editora Scipione. São Paulo, 2008. v. 4, p. 193.

Nosso artista

Simetria é também sinônimo de beleza de linhas e formas resultante do equilíbrio.
O artista gráfico Maurits Cornelis Escher nasceu na Holanda e viveu de 1898 a 1972.

Seus trabalhos exploram ideias fascinantes e relações matemáticas.
Em 1922 esteve em Granada, na Espanha, onde visitou o Alhambra — palácio construído pelos mouros por volta do século XIV. Lá Escher se encantou com a simetria e a regularidade das formas, que vieram a influenciar sua obra.
Veja um de seus trabalhos e repare na regularidade e na simetria das formas.

Limite circular I, de M. C. Escher, 1958.

3. Observe a obra e descreva o que você vê.

4. Procure eixos de simetria. Apoie a régua sobre as imagens e tente perceber se as partes coincidiriam, caso a figura fosse dobrada.

5. Em malhas como estas, faça desenhos que apresentem regularidade e simetria.

TROQUE IDEIAS

Exponha seu trabalho para a classe.

Atividade 3: Mosaicos, Tesselações e Simetria nas obras de Escher

Autora: Simone Semmer, atividade disponível em:

http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/409-2.pdf

Objetivos:

Observar as estruturas matemáticas existentes nas obras de Maurits Cornelis Escher.

Número de aulas necessárias para desenvolver a atividade: duas aulas.

Recursos:

· Imagens das reproduções das obras de M. C. Escher

· Imagens dos estudos de M. C. Escher

Organização do trabalho:

A atividade é realizada com grupos de três ou quatro alunos.

De posse das imagens das obras e dos estudos de M. C. Escher, cada grupo observará e fará a correspondência das estruturas matemáticas existentes com a geometria. Realizará um relatório com desenhos de um fragmento da obra e dos estudos relacionados. Em seguida, cada grupo apresentará os resultados obtidos nas suas observações.

Procedimentos:

Fotocopiar imagens das obras e estudos do artista Maurits Cornelis Escher, principalmente obras que estimulam figuras geométricas, Progressões Geométricas.

Cada grupo composto de três ou quatro alunos observará as imagens e buscará compreender as estruturas matemáticas envolvidas no processo de produção da obra.

Poderão ser realizadas perguntas como:

Existe simetria na concepção da obra? Se existe, que tipo de simetria aparece?

Quais são as figuras geométricas planas envolvidas no processo?

A figura se repete nos mesmos padrões, ou com padrões diferentes?

As figuras geométricas seguem um padrão do estilo mosaico, repetindo sempre as mesmas figuras?

A figura se repete com as mesmas medidas ou com medidas diferentes?

As transformações com as figuras geométricas ocorrem em uma só direção, em direções opostas, do centro às bordas, ou das bordas ao centro?

As transformações das figuras geométricas seguem uma seqüência matemática?

É possível que a obra apresente uma seqüência matemática de figuras geométricas do tipo Progressão Geométrica?

Outras perguntas podem ser formuladas pelo professor para estimular as conexões da obra com a matemática, mesmo que esteja em mensagem subliminar.

O grupo de alunos deve escrever um relatório das observações realizadas e preparar uma apresentação da obra e suas conexões com a matemática para expor aos colegas em grande grupo.

A apresentação deve conter as observações e respostas às perguntas formuladas, de modo que esclareça aos demais o diálogo entre as duas áreas do conhecimento.

Após as explicações dos alunos, discutir as relações existentes na obra de Escher, e de como ele se motivou a realizá-las inspirado nos azulejos de Alambra. Se possível, assistir ao DVD Arte & Matemática, “A ordem e o caos”, que mostra os mosaicos possíveis realizados com figuras geométricas, as paredes azulejadas de Alambra na Espanha e a relação com as obras de Escher.

Avaliação

A avaliação poderá acontecer em todos os momentos da atividade, desde a observação das obras e dos estudos, até a concepção de matemática existente e encontrada pelos alunos.

O relatório apontará os erros de formulação que possam acontecer e poderão ampliar as explicações posteriores. A apresentação dos resultados pelo grupo de alunos mostrará o quanto avançaram ou não em assuntos matemáticos e o quanto o seu olhar matemático ficou ou não mais aguçado.

APÊNDICES

Apêndices A: Foto dos trabalhos de Arte dos alunos na Escola Estadual Ilza Irma Moeller Coppio.

A foto(1) foi exposta no mural da escola e realizada após a aula sobre tema isometrias.

Foto 1: Atividades dos alunos do 6º ano onde foi trabalhado o tema simetria.

A foto(2) mostra a professora de artes com duas alunas, durante a mostra pedagógica da Escola Ilza Irma.

Foto 2: Professora de Artes e suas alunas na exposição

Apêndice 2: Foto durante visita a mostra *O Mundo Mágico de Escher*, no Centro Cultural Banco do Brasil em São Paulo.

Foto 3: A autora em frente ao trabalho intitulado: Olho Mágico, Escher.

Foto 4: A autora vivenciando a Ilusão de óptica do trabalho: Anamorfose, Escher.