

ANANDA DE OLIVEIRA VARLESSE

**A resolução de problemas por meio do uso de jogo no ensino de
matemática nos anos iniciais**

Ananda de Oliveira Varlesse

**A resolução de problemas por meio do uso de jogo no ensino de
matemática nos anos iniciais**

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Graduação em Licenciatura em Matemática da Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Licenciatura em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Antônio Carlos de Souza

Guaratinguetá - SP
2018

V563r	Varlesse, Ananda de Oliveira A Resolução de problemas por meio do uso de jogo no ensino de matemática nos anos iniciais / Ananda de Oliveira Varlesse – Guaratinguetá, 2018. 67 f.: il. Bibliografia: f. 66 Trabalho de Graduação em licenciatura em Matemática – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2018. Orientador: Prof. Dr. Antônio Carlos de Souza 1. Matemática - Estudo e ensino. 2. Jogos em educação matemática 3. Raciocínio. I. Título CDU 51:371.3
-------	--

Pâmella Benevides Gonçalves
Bibliotecária/CRB-8/9203

ANANDA DE OLIVEIRA VARLESSE

ESTE TRABALHO DE GRADUAÇÃO FOI JULGADO ADEQUADO COMO
PARTE DO REQUISITO PARA A OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE
“**GRADUADO EM LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**”

APROVADO EM SUA FORMA FINAL PELO CONSELHO DE CURSO DE
GRADUAÇÃO EM LICENCIATURA EM MATEMÁTICA



Profa. Dra. VIVIAN MARTINS GOMES
Coordenador

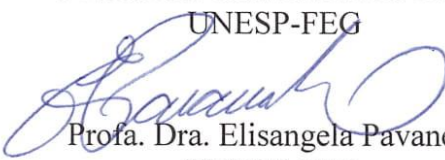
BANCA EXAMINADORA:



Prof. Dr. Antonio Carlos de Souza
Orientador/UNESP-FEG



Profa. Dra. Rosa Monteiro Paulo
UNESP-FEG



Profa. Dra. Elisangela Pavanelo
UNESP-FEG

Dezembro 2018

Dedico este trabalho primeiramente a Deus, por ser essencial em minha vida me guiando sempre para o caminho correto. Dedico também ao meu pai Alcir Varlesse e à minha mãe Claudia Varlesse, por todo o suporte e amor dados a mim.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar agradeço a Deus, fonte da vida e da graça, por ter permitido que tudo isso acontecesse, ao longo da minha vida e não somente nestes anos como universitária. Agradeço pela minha vida, minha inteligência, minha família e meus amigos.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Antônio Carlos de Souza que jamais deixou de me incentivar, pois sem seus ensinamentos e conselhos não seria capaz de concluir mais essa jornada na minha vida. Obrigada por toda dedicação, paciência, carinho, auxílio e competência.

Aos meus pais Alcir Varlesse e Claudia Varlesse, que me proporcionaram a tranquilidade e o conforto que tanto precisava para vencer esta etapa, sempre incentivaram meus estudos e acreditaram que eu era capaz. Sem a força de vocês eu não conseguiria seguir em frente.

Agradeço ao meu noivo Felipe Ávila que jamais me negou apoio, carinho e incentivo. Obrigado, amor da minha vida, por todas as idas e vindas para a faculdade, que se desdobrou em esforços para me ajudar durante a elaboração desse trabalho. Sem você do meu lado nada seria possível.

As minhas irmãs Amanda e Andreza por todo amor, paciência e por saber que nunca estarei sozinha. Aos meus sobrinhos Cauã, Yasmin e Caio por me divertirem e me proporcionarem momentos de amor e leveza quando mais precisava.

A minha Vó Geralda, ao meu cunhado Diego e aos meus tios que sempre me apoiaram e acreditaram em mim.

A todos meus professores, em especial aos Professores Doutores Ana Paula Marins Chiaradia, Rosa Monteiro Paulo e Elisangela Pavanelo pela contribuição significativa na minha formação acadêmica e pelas lições deixadas ao longo dos anos de graduação.

A todos meus colegas do curso de Licenciatura em Matemática, em especial aos meus amigos, que formam meu quarteto preferido e ‘Inseparáveis’ Emanuely Melo, Mauricio de Paula e Viviane Silva, por tornarem sem dúvidas os dias de aprendizado na faculdade mais felizes e divertidos e que não mediram esforços em me apoiar durante toda formulação deste trabalho.

À Direção da EMEF Professora Maria Leonor Costa, pelo apoio prestado durante toda a pesquisa.

A todos que direta ou indiretamente fizeram parte da minha formação, o meu muito obrigado.

“A mente que se abre a uma nova ideia
jamais voltará ao seu tamanho original.”
Albert Einstein

RESUMO

Este trabalho tem por objetivo analisar habilidades de raciocínio indutivo e dedutivo através de um jogo intitulado “Jogo dos Círculos”. Para tanto foi realizada uma pesquisa de cunho qualitativo desenvolvida com a participação de 25 alunos, matriculados no quinto ano de uma escola municipal da cidade de Cruzeiro. Para nortear esta pesquisa, foi elaborada a seguinte questão: *“Qual contribuição a Resolução de Problemas através do uso de jogos irá produzir no desenvolvimento do raciocínio indutivo e dedutivo de alunos do 5º ano dos Anos Iniciais?”*. Nesta pesquisa foram realizados três encontros no qual foi aplicado o “Jogo dos Círculos” de três formas diferentes, por meio de técnicas de Resoluções de Problemas. Para a coleta de dados foram feitos registros em áudio, assim como registros escritos. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais, um problema matemático é uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado, ou seja, a solução não está disponível de início, no entanto é possível construí-la. No processo de análise dos dados destaca-se o interesse gerado nos alunos pelo jogo e a postura que mantiveram ao longo do trabalho, mobilizando seus conhecimentos frente ao problema proposto.

PALAVRAS-CHAVE: Educação matemática. Jogos matemáticos. Raciocínio dedutivo. Raciocínio indutivo.

ABSTRACT

This work aims to analyze inductive and deductive reasoning skills through a game called "Game of Circles". For this, a qualitative research was carried out with the participation of 25 students enrolled in the fifth year of a municipal school in the city of Cruzeiro. To guide this research, the following question was elaborated: "What contribution to Problem Solving through the use of games will produce in the development of the inductive and deductive reasoning of students of the 5th year of the Initial Years?". In this research three meetings were held in which the "Game of Circles" was applied in three different ways, using Problem Resolution techniques. For data collection, audio records were made as well as written records. According to the National Curriculum Parameters, a mathematical problem is a situation that demands the accomplishment of a sequence of actions or operations to obtain a result, that is, the solution is not available at the beginning, however it is possible to construct it. In the process of data analysis, the interest generated in the students by the game and the posture they maintained throughout the work, mobilizing their knowledge in front of the proposed problem, stands out.

KEYWORDS: Mathematical education. Mathematical games. Deductive reasoning. Inductive reasoning.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Tabuleiro Jogo dos Círculos.....	22
Figura 2 – Como marcar dois círculos.....	22
Figura 3 – Tabuleiro com quatro círculos após duas jogadas.....	24
Figura 4 – Representação do eixo de simetria no tabuleiro com quatro círculos	24
Figura 5 – Tabuleiro com cinco círculos após duas jogadas	25
Figura 6 – Representação do eixo de simetria no tabuleiro com cinco círculos	25
Figura 7 – Tabuleiro com seis círculos após duas jogadas.....	26
Figura 8 – Representação do eixo de simetria no tabuleiro com seis círculos	26
Figura 9 – Tabuleiro com sete círculos após duas jogadas.....	27
Figura 10 – Representação do eixo de simetria no tabuleiro com sete círculos.....	27
Figura 11 – Equipe Amarela.....	32
Figura 12 – Equipe Vermelha.....	33
Figura 13 – Tabuleiro após três rodadas.....	33
Figura 14 – Atividade do Primeiro Encontro	34
Figura 15 – Equipe J e Equipe I	36
Figura 16 – Tabuleiro e fichas	36
Figura 17 – Atividade do Segundo Encontro	37
Figura 18 – Atividade do Terceiro Encontro.....	39
Figura 19 – Decisão de qual equipe irá iniciar a 1ª rodada do primeiro encontro.....	41
Figura 20 – Registro da 1ª rodada feito pela Equipe Amarela no Primeiro Encontro.....	43
Figura 21 – Registro da 2ª rodada feito pela Equipe Vermelha no Primeiro Encontro.....	44
Quadro 1 – Registro da Equipe Vermelha no Primeiro Encontro	49
Quadro 2 – Registro da Equipe Amarela no Primeiro Encontro	50
Figura 22 – Dupla A e Dupla B iniciando as jogadas no Segundo Encontro.....	51
Figura 23 – Registro da 1ª rodada feito pela Dupla A no Segundo Encontro	52

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	10
2	PESQUISA QUALITATIVA.....	12
2.1	CONTEXTO HISTÓRICO	12
2.2	PESQUISA QUALITATIVA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA.....	13
3	RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	15
3.1	CONTEXTO HISTÓRICO	15
3.2	METODOLOGIA DE ENSINO: RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	16
3.3	RACIOCÍNIO MATEMÁTICO: INDUTIVO E DEDUTIVO.....	18
4	JOGOS.....	20
4.1	JOGOS NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA.....	20
4.2	JOGO DOS CÍRCULOS	22
5	CONTEXTO DA PESQUISA: A ESCOLA, OS PARTICIPANTES E OS PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.....	29
5.1	A ESCOLA.....	29
5.2	OS PARTICIPANTES DA PESQUISA.....	30
5.3	OS PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	31
5.3.1	Primeiro encontro.....	32
5.3.2	Segundo encontro	35
5.3.3	Terceiro encontro	38
6	ANÁLISE	41
6.1	PRIMEIRO ENCONTRO	41
6.2	SEGUNDO ENCONTRO	50
6.3	TERCEIRO ENCONTRO.....	54
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	61
	REFERÊNCIAS.....	63
	ANEXO A – Autorização dos alunos	64

1 INTRODUÇÃO

Ao entrar na faculdade e no decorrer das aulas eu me perguntava a todo o momento, como ensinar os diversos conteúdos de Matemática de uma maneira mais leve e descomplicada aos meus futuros alunos. Quando no 3º ano cursei a disciplina de Didática Especial da Matemática, fui apresentada a metodologia de ensino Resolução de Problemas e foi aí que decidi usa-la por entender que, por meio dela, seria possível proporcionar o desenvolvimento do raciocínio lógico e a busca constante por métodos de resolução no aluno.

No mesmo ano tive uma experiência profissional como Mediadora de um projeto que proporcionava aulas quinzenais aos alunos da Rede Municipal de Cruzeiro do 1º ao 5º ano, essas aulas eram aplicadas por jogos matemáticos e materiais manipulativos de acordo com o conteúdo visto nas aulas regulares de Matemática. Essa vivência despertou, ainda mais, a minha paixão por jogos, principalmente os jogos de estratégia, devido ao envolvimento dos alunos e a motivação para o pensar no decorrer dos jogos.

Decidi assim que meu Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) seria sobre Resolução de Problemas, mais especificamente sobre o uso de jogos no ensino de Matemática nos anos iniciais. Porém havia inúmeros tipos de jogos e um mundo de coisas que poderiam ser trabalhadas e pesquisadas, era necessária uma escolha.

Ao longo dos dias, nas aulas de Didática e nas aulas aplicadas como Mediadora, fui despertando o interesse por jogos e situações que os alunos desenvolvessem de maneira significativa o raciocínio indutivo e dedutivo, definindo então que usaria um jogo de estratégia em minha pesquisa, sendo ele o “Jogo dos Círculos”. Pois, “um dos principais objetivos do ensino de Matemática é fazer o aluno pensar produtivamente e, para isso, nada melhor que apresentar-lhe situações-problema que o envolvam, o desafiem e o motivem a querer resolvê-las” (DANTE, 2000, p.11).

Após algumas leituras e reuniões de orientação, cheguei a seguinte questão norteadora desta pesquisa: “*Qual contribuição da Resolução de Problemas, através do uso de jogos para o desenvolvimento do raciocínio indutivo e dedutivo de alunos do 5º ano do Ensino Fundamental?*”.

Esse trabalho foi elaborado buscando responder a essa pergunta, mantendo sempre em vista a importância da análise e desenvolvimento dos alunos durante a realização do jogo. Seu desenvolvimento contou com a participação de vinte e cinco alunos do 5º ano D da Escola Municipal de Educação Fundamental Professora Maria Leonor Costa do Município de Cruzeiro-SP. A escolha desta escola foi devido ao fato de esta ter sido a escola na qual cursei

toda a Educação Infantil e Ensino Fundamental, tenho um carinho enorme por ela e por todos os funcionários.

Para expor o que na vivência com a escola e com os alunos foi possível compreender, apresentamos esta pesquisa organizada além da introdução em cinco capítulos.

No primeiro capítulo, intitulado “PESQUISA QUALITATIVA” vamos abordar o contexto histórico da pesquisa qualitativa e sua aplicação na Educação Matemática.

O segundo capítulo (RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS) vamos abordar o contexto histórico de Resolução de Problemas, o seu uso como metodologia de ensino e o raciocínio indutivo e dedutivo presente na mesma.

Já o capítulo três, intitulado “JOGOS” apresenta o jogo na Educação Matemática como também o funcionamento e estratégias presentes no “Jogo dos Círculos” baseado em Borin (2004).

No quarto capítulo (CONTEXTO DA PESQUISA) apresentamos a escola onde os três encontros serão realizados, os participantes da pesquisa e os procedimentos metodológicos utilizados.

Já o capítulo 5 refere-se às análises dos dados coletados.

Além dos cinco capítulos, apresentamos as considerações finais sobre a pesquisa realizada, a bibliografia utilizada e ao final o anexo.

2 PESQUISA QUALITATIVA

Para analisar os dados construídos na pesquisa, optamos pelas técnicas de pesquisa qualitativa, pois esta, segundo Chizzotti (2003), tem como objetivo analisar e interpretar significados de fenômenos e a interpretação que as pessoas dão a eles, atuando em diferentes campos de estudo principalmente em ciências sociais.

Realizar uma pesquisa qualitativa envolve o tratamento dos dados, buscando compreender as razões para determinados comportamentos, atitudes e motivações, exibindo-os na grande maioria em textos redigidos cuidadosamente.

Este tipo de pesquisa possui diversas formas de coleta de dados como, por exemplo, entrevista, observação participante, relatos de história de vida, testemunho e diferentes abordagens que permitem a análise de modos distintos: análise do discurso, estudo de caso, pesquisa participativa, etnografia, pesquisa participante, pesquisa-ação, estudos culturais entre outros, podendo assumir inúmeros tipos de estilos linguísticos na divulgação de seus resultados. Logo, este tipo de pesquisa tem em seu processo uma abrangência de técnicas e hábitos constantes em sua construção. A pesquisa qualitativa é essencial ao pesquisador que visa entender o porquê dos acontecimentos que investiga.

2.1 CONTEXTO HISTÓRICO

Segundo Chizzotti (2003), fazendo uma análise da evolução da pesquisa qualitativa, notam-se cinco grandes fases que resumem as mudanças e colaborações para o conceito de pesquisa.

A primeira fase está relacionada ao romantismo, ao idealismo e as discordâncias metodológicas do fim do século XIX, requerendo uma metodologia que procurasse determinar um modo de analisar as fases de evolução da sociedade europeia ocidental comparando-a a outros povos colonizados ou a culturas.

A segunda fase se dá em meados do século XX e é conduzida pelos estudos socioculturais. O pesquisador passa a relatar o transtorno das situações analisadas, determinar princípios da observação requerendo dados para validação de modo que as conclusões gerais sejam autênticas.

A terceira fase acontece após a II Guerra até os anos 70 e é considerada uma fase grandiosa da pesquisa qualitativa, pois fez com que ela se definisse como método de pesquisa

em Ciências Sociais. Sendo assim, as pesquisas passam a possuir conteúdos de validade científica diante das importantes pesquisas experimentais, resultando na criação de institutos e centros de pesquisas que possibilitaram a reunião de grandes pesquisadores para fins específicos ou temas em comum, levando a um significativo acréscimo na pesquisa científica.

A quarta fase, na década de 70 a 80, refere-se à expansão de investimentos públicos e privados, resultando no aumento de pesquisadores, de instituições e de recursos que auxiliam, de forma positiva, a realização da pesquisa. A pesquisa qualitativa passa a ser analisada como um método de grande colaboração para a política e a prática social e há também uma mudança de visão sobre sua natureza.

A quinta fase, já dos anos 90 em diante, é marcada com o lugar ocupado pelo pesquisador socialmente e a força que ganha a descrição do texto científico baseado sempre em teorias.

A pesquisa qualitativa tem grande relevância não apenas para as Ciências Sociais, pois ela é um método que permite a descrição de acontecimentos que não são possíveis serem descritos numericamente. É fundamental na atualidade, pois seu desenvolvimento necessita de uma forte relação entre o pesquisador e o pesquisado por sua abordagem ser baseada na construção de relação entre os participantes e também por sua descrição ser fortemente baseada na interpretação de dados e acontecimentos. Portanto sua abordagem na Educação Matemática é indispensável por se tratar das relações e interações de docente e discente.

2.2 PESQUISA QUALITATIVA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Na Educação Matemática sentia-se falta da produção de textos voltados para docentes e pesquisadores da área e, também, por conta disso, a pesquisa qualitativa passou a ser bastante utilizada nessa área possibilitando a escrita de textos que visam divulgar modos de analisar as situações investigadas e como lidar com o comportamento dos dados produzidos.

A pesquisa qualitativa em educação é considerada uma pesquisa estruturada e, por ser uma pesquisa realizada coletivamente, possui resultados que representam o comportamento de determinado grupo. A análise dos dados mostra o comportamento, por exemplo, de alunos de acordo com seus gestos em ambientes propícios ao estudo.

Entretanto, para além de uma possibilidade de aparente “facilitação de procedimentos”, gostaria de destacar aspectos epistemológicos e, também, aqueles concernentes à concepção de educação e de ser humano em formação. Aspectos esses que se entrelaçam, denotando uma complexidade específica à educação e, assim, evidenciam emaranhados com ensino, aprendizagem, políticas educacionais,

ideologias, concepções de ciência, compreensões de história, de vida, possibilitando-nos adentrar em um campo cada vez mais abrangente e profundo e que, ambigualmente, se dá a conhecer e se esconde. (BICUDO, 2012, p. 2)

Segundo Bicudo (2012) pesquisar qualitativamente é “um modo de proceder que permite colocar em relevo o sujeito do processo, não olhado de modo isolado, mas contextualizado social e culturalmente”.

A pesquisa qualitativa mostra-se relevante para o estudo desenvolvido, porque para ensinar com jogos e investigar o desenvolvimento do raciocínio do aluno, o modo que melhor favorece a investigação é o método qualitativo. Sendo assim, além do método qualitativo, a Resolução de Problemas é a estratégia escolhida. Logo será também tratada.

No capítulo a seguir abordamos a metodologia de ensino Resolução de Problemas.

3 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Segundo DANTE (2003) a resolução de problemas é considerada uma metodologia de grande importância para o ensino de matemática. Ela permite que o aluno pense de forma estratégica em um determinado problema, permitindo assim a construção do conhecimento, o desenvolvimento do raciocínio lógico e a busca constante por métodos de resolução.

Neste capítulo trataremos um contexto histórico da temática abordada, relatando o momento em que a Resolução de Problemas foi considerada como uma metodologia de ensino e a possibilidade de trabalhá-la no ensino de matemática, abordando o raciocínio indutivo e o raciocínio dedutivo.

3.1 CONTEXTO HISTÓRICO

Tomando como base as escolas americanas pode-se destacar que, desde o século XX até os dias de hoje, a abordagem da matemática no ensino passou por seis fases.

o ensino de matemática “experienciou seis fases identificáveis com diferentes ênfases: (1) Exercício e prática; (2) Aritmética significativa; (3) Matemática Moderna; (4) Volta às bases; (5) Resolução de problemas; e, atualmente, (6) Padrões e responsabilidade”. (LAMB DIN e WALCOTT 2007, p. 3 apud ONUCHIC e ALLEVATO, 2011, p. 76)

Entre os anos de 1960 e 1970, segundo Onuchic e Allevato (2011), ocorreu o movimento denominado Matemática Moderna que tinha por objetivo um ensino de matemática organizado de forma sistemática, algébrica e com nível de rigor altíssimo, fazendo com que o aluno aprendesse de forma estruturada e através da memorização excluindo as possibilidades de outra forma de ensinar matemática. Tal movimento não foi bem sucedido, já que os professores não se sentiam preparados para ensinar matemática da forma que a Matemática Moderna exigia e o não envolvimento da comunidade escolar dificultou consideravelmente a tentativa deste modelo de ensino.

Profissionais da área da Matemática, na década de 80, levantaram a questão para a falta e para a necessidade de um ensino que levasse o aluno a compreender o sentido daquilo que era colocado em sala de aula. Nesse viés, os educadores da época, reformularam o que estava proposto e o “National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) publica um documento, [...], com a indicação de que a “resolução de problemas deve ser o foco da matemática escolar”” (ONUCHIC e ALLEVATO, 2011, p. 78 apud ONUCHIC, 1999, p. 204).

Temos então o início da Resolução de Problemas no ambiente escolar, sendo elaborados materiais que iriam auxiliar os profissionais da área. Entretanto, por ser uma abordagem nova, houve muitas dúvidas e questionamentos quanto ao caminho a se traçar para que não fosse mais uma tentativa e sim que houvesse resultados significativos na aprendizagem dos alunos.

Pensando nas formas que a Resolução de Problemas poderia ser trabalhada nas aulas de matemática e foram eleitas três possibilidades: “(1) ensinar sobre resolução de problemas; (2) ensinar matemática para resolver problemas; e (3) ensinar matemática através da resolução de problemas” (ONUChIC e ALLEVATO, 2011, p. 79).

Assim, surgem algumas indagações sobre o ensino por meio da Resolução de Problemas como, por exemplo, a possibilidade de trabalhar em sala de aula de maneira formal e sistematizada e em seguida proporcionar aos alunos um problema que faça uso do conteúdo previamente explicado ou ainda, que o educador possa apresentar um problema que sua resolução permita introduzir um novo conteúdo.

3.2 METODOLOGIA DE ENSINO: RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Segundo Onuchic e Allevato (2011) o ensino de matemática com o uso de Resoluções de Problemas como uma metodologia se dá no dinamismo de ensino-aprendizagem-avaliação juntos em sala de aula.

pretende-se que, enquanto o professor *ensina*, o aluno, como um participante ativo, *aprenda*, e que a avaliação se realize por ambos. O aluno analisa seus próprios métodos e soluções obtidas para os problemas, visando sempre à construção de conhecimento. Essa forma de trabalho do aluno é consequência de seu *pensar matemático*, levando-o a elaborar justificativas e a dar sentido ao que faz. De outro lado, o professor avalia o que está ocorrendo e os resultados do processo, com vistas a reorientar as práticas de sala de aula, quando necessário. (ONUChIC e ALLEVATO, 2011, p. 81).

Esta metodologia permite que o aluno construa um raciocínio de forma elaborada e de acordo com o problema proposto. O professor por sua vez, tem o papel de levar o aluno a vivenciar situações de conflito com problemas diferenciados e que o desafie a tomar decisões por meio de explorações e fazendo relações entre áreas da matemática.

É importante ainda ressaltar a distinção entre *problema* e *exercício* que de alguma forma causa dúvidas e equívocos quanto as suas definições e aplicações.

Problema de acordo com Van de Walle “é definido como qualquer tarefa ou atividade para a qual não se tem métodos ou regras prescritas ou memorizadas, nem a percepção de que

haja um método específico para chegar à solução correta” (Van de Walle, 2011 *apud* ONUCHIC e ALLEVATO, 2011, p. 81). Para Onuchic e Allevato (2011, p. 81), um problema “é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em fazer.”.

Enquanto que *Exercício* tem como objetivo “treinar a habilidade em executar um algoritmo e reforçar conhecimentos anteriores.” (DANTE, 2000, p. 16).

O trabalho com a metodologia da resolução de problemas não possui uma maneira pré-determinada, podendo ser flexível e variar para cada professor de acordo com seus objetivos. Entretanto, foi definida uma sequência para o trabalho com essa metodologia como base e orientação para os professores:

- *Preparação do problema* - Selecionar um problema, visando à construção de um novo conceito, princípio ou procedimento. Esse problema será chamado problema gerador. É bom ressaltar que o conteúdo matemático necessário para a resolução do problema não tenha, ainda, sido trabalhado em sala de aula.
- *Leitura individual* - Entregar uma cópia do problema para cada aluno e solicitar que seja feita sua leitura.
- *Leitura em conjunto* - Formar grupos e solicitar nova leitura do problema, agora nos grupos.
 - Se houver dificuldade na leitura do texto, o próprio professor pode auxiliar os alunos, lendo o problema.
 - Se houver, no texto do problema, palavras desconhecidas para os alunos, surge um problema secundário. Busca-se uma forma de poder esclarecer as dúvidas e, se necessário, pode-se, com os alunos, consultar um dicionário.
- *Resolução do problema* - A partir do entendimento do problema, sem dúvidas quanto ao enunciado, os alunos, em seus grupos, em um trabalho cooperativo e colaborativo, buscam resolvê-lo. Considerando os alunos como co-construtores da *matemática nova* que se quer abordar, o problema gerador é aquele que, ao longo de sua resolução, conduzirá os alunos para a construção do conteúdo planejado pelo professor para aquela aula.
- *Observar e incentivar* – Nessa etapa, o professor não tem mais o papel de transmissor do conhecimento. Enquanto os alunos, em grupo, buscam resolver o problema, o professor observa, analisa o comportamento dos alunos e estimula o trabalho colaborativo. Ainda, o professor como mediador leva os alunos a pensar, dando-lhes tempo e incentivando a troca de ideias entre eles.
 - O professor incentiva os alunos a utilizarem seus conhecimentos prévios e técnicas operatórias, já conhecidas, necessárias à resolução do problema proposto. Estimula-os a escolher diferentes caminhos (métodos) a partir dos próprios recursos de que dispõem. Entretanto, é necessário que o professor atenda os alunos em suas dificuldades, colocando-se como interventor e questionador. Acompanha suas explorações e ajuda-os, quando necessário, a resolver problemas secundários que podem surgir no decurso da resolução: notação; passagem da linguagem vernácula para a linguagem matemática; conceitos relacionados e técnicas operatórias; a fim de possibilitar a continuação do trabalho.
- *Registro das resoluções na lousa* – Representantes dos grupos são convidados a registrar, na lousa, suas resoluções. Resoluções certas, erradas ou feitas por diferentes processos devem ser apresentadas para que todos os alunos as analisem e discutam.
- *Plenária* – Para esta etapa são convidados todos os alunos, a fim de discutirem as diferentes resoluções registradas na lousa pelos colegas, para defenderem seus pontos de vista e esclarecerem suas dúvidas. O professor se coloca como guia e

mediador das discussões, incentivando a participação ativa e efetiva de todos os alunos. Este é um momento bastante rico para a aprendizagem.

- *Busca do consenso* – Depois de sanadas as dúvidas, e analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, o professor tenta, com toda a classe, chegar a um consenso sobre o resultado correto.

- *Formalização do conteúdo* – Neste momento, denominado *formalização*, o professor registra na lousa uma apresentação *formal* – organizada e estruturada em linguagem matemática – padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos através da resolução do problema, destacando as diferentes técnicas operatórias e as demonstrações das propriedades qualificadas sobre o assunto. (ONUHC e ALLEVATO, 2011, p. 83)

Vale ressaltar que o intuito do trabalho com a Resolução de Problemas é de, primeiramente, apresentar uma situação para o aluno. Tal situação pode estar diretamente ligada ao seu cotidiano ou não e, com uso de raciocínio matemático, o aluno deverá buscar estratégias para resolução.

3.3 RACIOCÍNIO MATEMÁTICO: INDUTIVO E DEDUTIVO

Segundo Ponte, Pereira e Henriques (2012) o raciocínio matemático é fundamental na formulação de processos mentais com base ou não em uma informação a fim de firmar novas conclusões sobre um determinado assunto. Dentre esses processos mentais são valorizados os de caráter lógico e os processos intuitivos e dedutivos, de como se formulam novas ideias e se chegam a novas conclusões.

Borin (2004) ressalta que em relação ao ensino de matemática de acordo com inúmeras competências ligadas ao raciocínio lógico, quando o aluno faz uso de um jogo principalmente de estratégia eles utilizam em grande maioria o raciocínio dedutivo e ressalta que o ato de observar se concentrar e generalizar a situação em questão é de fundamental importância para o raciocínio indutivo.

Em relação ao ensino de Matemática, dentre as diversas habilidades que compõe o raciocínio lógico, os jogos, especialmente os chamados estratégicos como veremos adiante, tem como meta o raciocínio dedutivo, [...], ainda em relação ao raciocínio lógico, as habilidades de observação, concentração e generalização, além de importantes para o aprendizado, são necessárias para o desenvolvimento do raciocínio indutivo. (BORIN, 2004, p. 9)

Segundo Pólya (1954), a indução tem início por meio da observação, a partir da qual se desenvolvem hipóteses a testar posteriormente. Para Borin (2004, p. 9) o raciocínio indutivo é “o raciocínio que utilizamos para formular hipóteses gerais a partir da observação de alguns casos particulares, muito empregado para justificar as propriedades e as regras da Matemática no ensino elementar”.

Por sua vez o raciocínio dedutivo “é um raciocínio formal, relacionado com as demonstrações e a lógica. Demonstrar envolve, sobretudo encadear asserções de forma lógica e justificar esse encadeamento.” (PONTE, PEREIRA E HENRIQUES, 2012, p. 357).

Segundo Borin (2004), o raciocínio dedutivo aparece com maior clareza na escolha dos lances que se baseia tanto nas jogadas certas quanto nas erradas e que obriga o jogador a elaborar e a reelaborar suas hipóteses a todo o momento.

De fato, podemos dizer que o raciocínio indutivo é elaborado do particular ao geral, onde o aluno, após considerar um número suficiente de casos particulares, conclui uma verdade geral. O raciocínio dedutivo, por sua vez, é desenvolvido de forma geral para o particular, pois é o processo de raciocínio que a partir de uma ou mais afirmações o aluno obtém certa conclusão lógica.

No próximo capítulo apresentamos uma concepção de jogo a partir de autores lidos e o modo pelo qual ele pode favorecer o ensino e a aprendizagem matemática. Será apresentado também o jogo, intitulado “Jogo dos Círculos” Borin (2004), utilizado nessa pesquisa.

4 JOGOS

Segundo Grando (2004), as crianças gastam grande parte do tempo brincando e jogando, ocupando então essas tarefas um importante lugar em suas vidas. Para as crianças o ato de brincar e/ou jogar descreve sua maneira de viver, no qual se esquecem de tudo ao redor e se dão ao encanto do passatempo. Entretanto os adultos não compreendem que o brincar e/ou jogar vai além de apenas diversão para as crianças.

Frequentemente ouvimos alguns pais dizendo: “Se você fizer sua lição, poderá brincar. Do contrário, não”. Ou seja, a brincadeira, nesse caso, representa um prêmio e não é compreendida como uma necessidade da criança. A criança, em decorrência, pode começar a se desinteressar pelas atividades escolares, pois estas representam um empecilho à brincadeira, uma forma de “punição”. O que acontece é que a criança, muitas vezes, não estuda porque é importante, mas para ter o direito de brincar.

Então porque não se pode desenvolver o estudo e a brincadeira, ambos necessários ao desenvolvimento do indivíduo a partir de uma atividade única, comum, em que seja possível aprender brincando? (GRANDO, 2004, p.17)

Ao observar uma criança jogando, é perceptível o seu desenvolvimento cognitivo, da maneira em que está pensando de forma estratégica em um determinado problema, permitindo assim a construção do conhecimento, o desenvolvimento do raciocínio lógico e a busca constante por métodos de resolução, ou seja, resolver problemas.

Neste capítulo trataremos o papel do jogo na Educação Matemática e abordaremos regras e o desenvolvimento do jogo que foi escolhido para ser desenvolvido nesta pesquisa intitulado por “Jogo dos Círculos”.

4.1 JOGOS NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

No ato de jogar vemos que o aluno é capaz de desenvolver inúmeras habilidades como organização, atenção e concentração, habilidades essas consideradas por Borin (2004) essenciais a aprendizagem de Matemática.

Segundo Grando (2004), ao propormos atividades com jogos para os alunos a reação da grande maioria é de alegria, entusiasmo e prazer pela atividade, a afeição pelo material do jogo, pelo modo de jogar ou até mesmo pelo obstáculo exibido, atraem o aluno levando-o a participação ativa no contexto do jogo.

Contudo, muitos educadores pensam que, ao disponibilizar ao aluno uma atividade com jogo e o mesmo se sentir motivado e animado com tal atividade, já será suficiente para que se tenha garantia de aprendizagem.

O interesse está garantido pelo prazer que esta atividade lúdica proporciona, entretanto, é necessário o processo de intervenção pedagógica a fim de que o jogo possa ser útil à aprendizagem, principalmente para os adolescentes e adultos. Além disso, é necessário que a atividade de jogo proposta, represente um verdadeiro desafio ao aluno, ou seja, que se torne capaz de gerar “conflitos cognitivos” ao aluno, despertando-o para a ação, para o envolvimento com a atividade, motivando-o ainda mais. (GRANDO, 2004, p. 25)

Como relata Grando (2004), é de suma importância que na aplicação e no desenvolvimento do jogo o educador realize as devidas intervenções e questionamentos, proporcionando assim uma aprendizagem significativa.

Os jogos, se bem aplicados e orientados, podem possuir um papel importante no desenvolvimento do aluno, sendo capaz de gerar situações-problemas desafiadoras, logo o aluno terá de tomar decisões e estabelecer diferentes pontos de vista para solucionar o problema encontrado.

Os alunos de educação infantil aprendem com a ação na realização dos jogos, ou seja, “quando as crianças, nesse período, agem sobre objetos, estruturam conceitos de espaço, tempo, estabelecem a noção de causalidade, representam e, finalmente, chegam à estruturação lógica” (GRANDO, 2004, p. 25).

Por sua vez os jogos principalmente os de regra passam a retratar eventos provocantes e de real dificuldade para adolescentes e adultos, no qual a colaboração e envolvimento com outras pessoas resultam em aprendizagem.

A inserção de jogos nas aulas de Matemática como recurso metodológico é incentivado para todos os níveis escolares, desde que “os objetivos com o jogo estejam claros, a metodologia a ser utilizada seja adequada ao nível em que se está trabalhando e, principalmente, que represente uma atividade desafiadora ao aluno para o desencadeamento do processo” (GRANDO, 2004, p. 25).

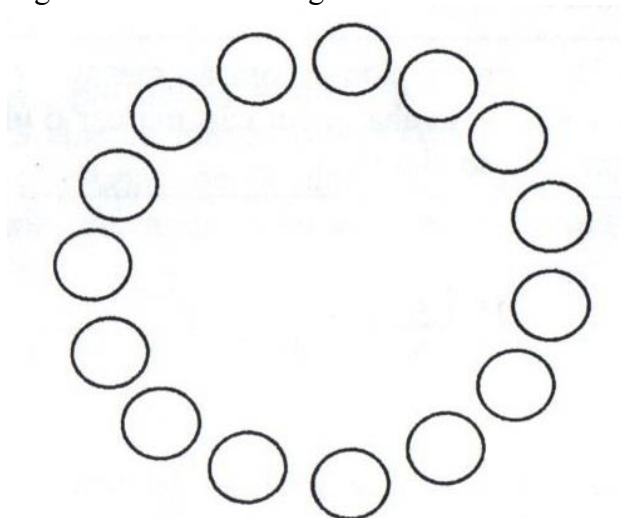
O uso dos jogos nas aulas de Matemática segundo Borin (2004) abre a oportunidade para reduzir as dificuldades dos alunos, principalmente os que possuem medo em relação ao aprender Matemática. No desenvolvimento dos jogos “onde é impossível uma atitude passiva e a motivação é grande, notamos que, ao mesmo tempo em que estes alunos falam matemática, apresentam também um melhor desempenho e atitudes mais positivas frente a seus processos de aprendizagem” (BORIN, 2004, p. 9).

4.2 JOGO DOS CÍRCULOS

Para o desenvolvimento desta pesquisa utilizamos o Jogo dos Círculos, proposto por Borin (2004, p.39). Este jogo tem como objetivo desenvolver habilidades de raciocínio indutivo e dedutivo, trabalhar técnicas de resolução de problemas, desenvolver habilidades de percepção espacial e promover o trabalho em equipe.

Trata-se de um jogo de tabuleiro, composto por 15 círculos igualmente espaçados conforme ilustra a Figura 1 a seguir:

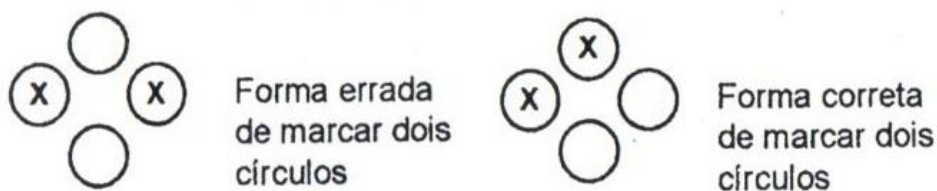
Figura 1 – Tabuleiro Jogo dos Círculos



Fonte: Borin (2004, p.39).

O Jogo dos Círculos deve ser jogado por duas equipes alternadamente. Cada equipe, na sua vez, pode colocar sua marca em um círculo qualquer ou, no máximo em dois círculos que estejam lado a lado, ganha a equipe que colocar sua marca no último círculo. Este é considerado um jogo estratégico sendo de grande importância os registros nos tabuleiros, para usa-los como base para a descoberta da estratégia vencedora.

Figura 2 – Como marcar dois círculos



Fonte: Borin (2004, p.39).

Nesta pesquisa utilizamos o Jogo dos Círculos com objetivo de analisar a forma com que os alunos jogam e buscam a tão esperada vitória. As regras do jogo são consideradas bem simples e com o uso de alguns procedimentos de Resolução de Problemas é possível chegar à estratégia vencedora.

Como relata Borin (2004), após algumas jogadas os alunos começam a perceber e argumentar como devem jogar para ganhar a rodada. A partir disso devem ser exploradas, com os alunos, as descobertas motivando-os a debater as ideias e testar as afirmações para verificar as hipóteses formuladas pelos mesmos.

Não é esperado que logo no primeiro momento do jogo os alunos descubram a estratégia vencedora e, portanto, é indicado que seja proposta a redução do tabuleiro para facilitar a solução. Deve ser solicitado então para os alunos que construam um novo tabuleiro, diminuindo a quantidade de círculos “ao propor essa alternativa, o professor estará usando uma das técnicas de resolução de problemas, [...], começar a resolver um problema por uma situação mais simples para chegar à sua forma geral.” (BORIN, 2004, p.40).

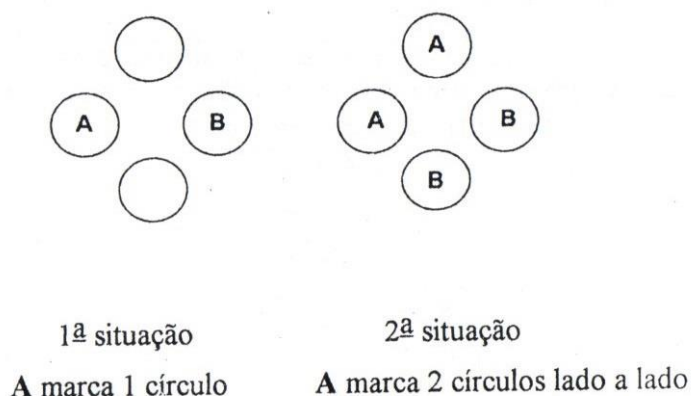
Deve-se começar a análise com um tabuleiro de quatro círculos e posteriormente aumentar a quantidade gradualmente, pois como relata Borin (2004) um tabuleiro com 2 ou 3 círculos não possui circunstância de jogo.

O professor pode propor aos alunos que construam tabuleiros com 2 ou 3 círculos e que joguem segundo as regras propostas. Nestes dois casos, os alunos perceberão que, se o tabuleiro tiver apenas 2 círculos, o adversário fica impossibilitado de jogar, porque, se o primeiro jogador marcar 2 círculos não sobra nenhum para o segundo. Portanto, não há situação de “jogo”. Por outro lado, se o tabuleiro tiver três círculos, não importa o que o primeiro marcar. A situação que fica para o segundo é sempre de vitória, mesmo que não faça análise alguma. (BORIN, 2004, p.40 e 41).

A seguir, apresentamos como é o desenvolvimento do Jogo dos Círculos utilizando um tabuleiro com quatro círculos, um com cinco, um com seis e outro com sete círculos. Tendo a letra A como marca do primeiro jogador e a letra B como marca do segundo jogador.

No tabuleiro com quatro círculos obtemos duas situações onde na primeira o Jogador A marca apenas 1 círculo e na segunda situação o Jogador A marca 2 círculos, como ilustra a Figura 3 a seguir:

Figura 3 – Tabuleiro com quatro círculos após duas jogadas.

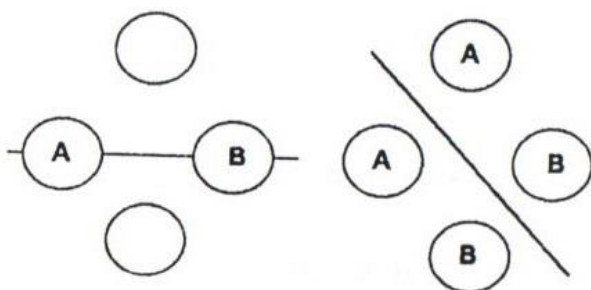


Fonte: Borin (2004, p.41).

Na primeira situação observamos que o jogador B ao marcar o círculo oposto ao marcado pelo Jogador A, divide o tabuleiro em duas partes com a mesma quantidade de círculos para cada parte. Independentemente de qual círculo o jogador A marcar na terceira jogada, o mesmo só poderá marcar um círculo, restando o outro círculo para o jogador B marcar e vencer a rodada. Na segunda situação quando o jogador A marcar dois círculos, o jogador B obtém a vitória marcando os outros dois círculos que estão lado a lado.

Analisando atentamente os registros, observamos que as marcas estão em posições espelhadas sendo apresentada então a simetria de reflexão conforme ilustra a Figura 4, “as simetrias de reflexão apresentam um eixo, que pode estar na figura ou fora dela e que faz o papel de um espelho, refletindo a imagem da figura desenhada” (BORIN, 2004, p.42).

Figura 4 – Representação do eixo de simetria no tabuleiro com quatro círculos.

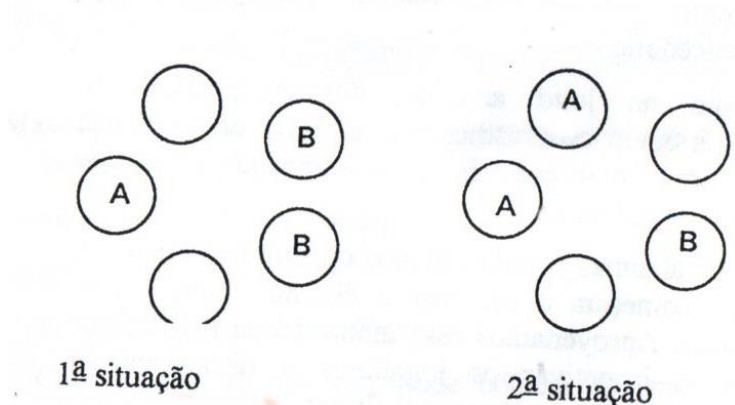


Fonte: Borin (2004, p.42).

No tabuleiro com cinco círculos obtemos duas situações onde na primeira o jogador A marca apenas um círculo e jogador B marca dois círculos em posição oposta a de A, e na

segunda situação o jogador A marca dois círculos lado a lado e o jogador B marca apenas um círculo em posição oposta a de A, como ilustra a Figura 5 a seguir:

Figura 5 – Tabuleiro com cinco círculos após duas jogadas.

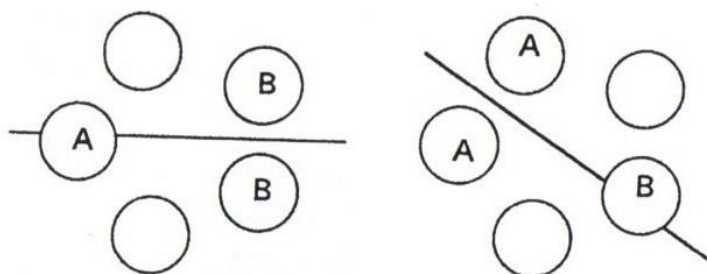


Fonte: Borin (2004, p.43).

Neste momento Borin (2004) ressaltar alguns questionamentos que podem ser feitos aos alunos, sobre o porquê do jogador B ter optado na primeira situação jogar 2 círculos do lado oposto e não em outra posição no tabuleiro. E na segunda situação o porquê de marcar apenas 1 círculo na posição oposta e não em outra posição.

Analizamos novamente que em cada situação após a marcação do jogador B o tabuleiro segue dividido em duas partes de igual quantidade de círculos (Figura 6) assim como no tabuleiro de quatro círculos, definindo a vitória para o Jogador B.

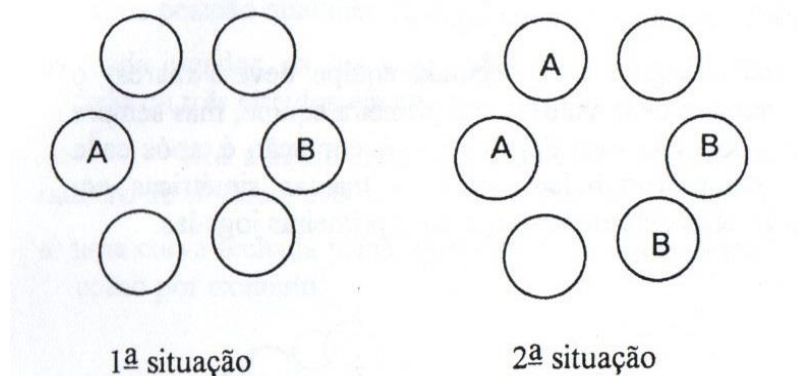
Figura 6 – Representação do eixo de simetria no tabuleiro com cinco círculos.



Fonte: Borin (2004, p.43).

No tabuleiro com seis círculos obtemos duas situações onde na primeira o jogador A marca apenas um círculo e jogador B marca um círculo em posição oposta a de A, e na segunda situação o jogador A marca dois círculos lado a lado e o jogador B marca dois círculos em posição oposta a de A, como ilustra a Figura 7 a seguir:

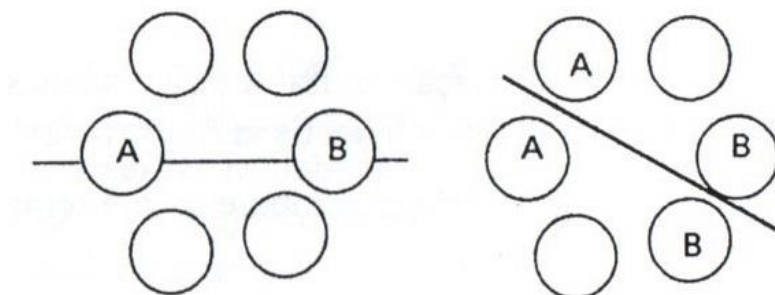
Figura 7 – Tabuleiro com seis círculos após duas jogadas.



Fonte: Borin (2004, p.44).

Observamos que o jogador B escolhe marcar do lado oposto em ambas as situações a mesma quantidade de círculos que o jogador A marcou, obtendo a divisão do tabuleiro em duas partes de igual quantidade de círculos (Figura 8) assim como nos casos anteriores, definindo a vitória para o Jogador B nas duas situações.

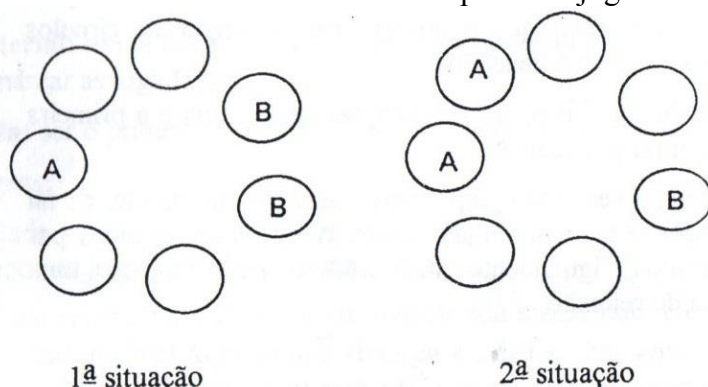
Figura 8 – Representação do eixo de simetria no tabuleiro com seis círculos.



Fonte: Borin (2004, p.44).

No tabuleiro com sete círculos obtemos duas situações onde na primeira o jogador A marca apenas um círculo e jogador B marca dois círculos em posição oposta a de A, e na segunda situação o jogador A marca dois círculos lado a lado e o jogador B marca um círculo em posição oposta a de A, como ilustra a Figura 9 a seguir:

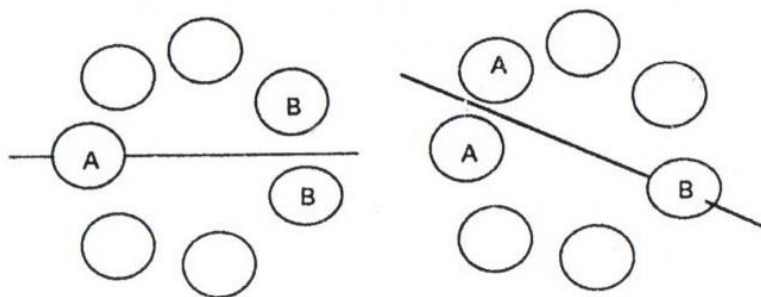
Figura 9 – Tabuleiro com sete círculos após duas jogadas.



Fonte: Borin (2004, p.45).

Analisando que o jogador B escolhe marcar do lado oposto em ambas as situações e com quantidade contrária a do jogador A, ou seja, quando o jogador A marca um círculo o jogador B marca dois e quando o jogador A marca dois círculos o jogador B marca apenas um círculo, obtendo a divisão do tabuleiro em duas partes de igual quantidade de círculos (Figura 10) assim como nos casos anteriores, definindo a vitória para o Jogador B nas duas situações.

Figura 10 – Representação do eixo de simetria no tabuleiro com sete círculos.



Fonte: Borin (2004, p.45).

Com base nas análises observamos que a quantidade de círculos presente no tabuleiro influencia a formulação da estratégia vencedora. É possível estabelecer duas estratégias, podemos dizer que a primeira estratégia é para uma quantidade par de círculos no tabuleiro e a segunda estratégia para quantidade ímpar de círculos no tabuleiro conforme relata Borin (2004):

- 1º) Se o tabuleiro tiver um número par de círculos e a primeira equipe optar por marcar:
 - um círculo, a segunda equipe marca também um círculo, de tal forma que o tabuleiro fique novamente com um número par de círculos, igualmente distribuídos, apresentando uma simetria de reflexão.
 - dois círculos, lado a lado, a segunda equipe opta também por marcar dois círculos em posição oposta ao jogador A, para que, outra vez, o tabuleiro apresente uma configuração simétrica.

Nas jogadas seguintes, a segunda equipe deverá marcar o mesmo numero de círculos que a primeira equipe, mas sempre do lado oposto ao eixo de simetria. A condição é, após cada jogada, deixar o tabuleiro com as marcas simétricas em relação ao eixo determinado nas duas primeiras jogadas.

2º) Se o tabuleiro tiver um número ímpar de círculos e a primeira equipe optar por marcar:

- um círculo, a segunda equipe marca dois círculos lado a lado, em posição oposta á primeira equipe.

- dois círculos, lado a lado, a segunda equipe marca um círculo em posição oposta a primeira equipe.

Nas jogadas seguintes, a segunda equipe deverá marcar o mesmo numero de círculos que a primeira equipe, mas sempre do lado oposto ao eixo de simetria. A condição é, após cada jogada, deixar o tabuleiro com as marcas simétricas em relação ao eixo determinado nas duas primeiras jogadas. (BORIN, 2004, p.46 e 47)

No capítulo seguinte abordaremos o contexto da pesquisa, apresentando a escola na qual ela foi desenvolvida, os participantes, bem como os procedimentos metodológicos aplicados.

5 CONTEXTO DA PESQUISA: A ESCOLA, OS PARTICIPANTES E OS PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.

Nesta pesquisa, analisamos habilidades de raciocínio indutivo e dedutivo através do Jogo dos Círculos por meio de técnicas de Resoluções de Problemas, bem como analisamos e registramos como os alunos construíram um caminho que os possibilitasse sempre vencer o jogo. Trata-se de uma pesquisa qualitativa de caráter interpretativo. Os participantes dessa pesquisa são 24 alunos da EMEF Professora Maria Leonor Costa, situada na cidade de Cruzeiro-SP. Os mencionados alunos são de uma turma de 5º ano do Ensino Fundamental I denominada 5º ano D, com 10 anos de idade em média.

5.1 A ESCOLA

A Escola Municipal de Educação Fundamental Professora Maria Leonor Costa, fundada em 19 de março de 1986, está situada no bairro Itagaçaba, em Cruzeiro, cidade da região do Vale do Paraíba interior de SP. Seu funcionamento ocorre de segunda a sexta-feira das seis e trinta às dezenove horas, nos períodos: manhã (das 7h00min às 11h25min) e tarde (das 13h00min às 18h30min). De terreno plano, a escola está situada em bairro com relevo irregular, onde as moradias são construídas de modo desordenado e em grande quantidade. Itagaçaba é um bairro residencial que é o mais próximo do centro da cidade e conta, além da EMEF Prof.^a Maria Leonor Costa, com uma creche também municipal e uma escola estadual que atende alunos do Ensino Fundamental II e Ensino Médio. Há também no bairro uma praça, duas igrejas católicas, algumas igrejas evangélicas e estabelecimentos comerciais (padarias, armazéns, um frigorífico, empresas, supermercado e indústria), Casa do Pequeno Trabalhador e um Posto Médico Municipal. Os habitantes são de nível socioeconômico médio e baixo. Os pais são operários de indústrias, bem como comerciários, catadores de material reciclável, domésticas e autônomos. O nível de escolaridade dos pais chega, em geral, ao Ensino Médio.

Em 1986 a escola inicia suas atividades em um salão de festas, nesta etapa o estabelecimento atendia apenas a classes de Educação Infantil, dividindo esse atendimento em dois períodos. Em meados de 1987, a escola recebeu um terreno, e as obras foram iniciadas. Em 25 de fevereiro de 1988, é inaugurada a sede da até então EMEI “Prof.^a Maria Leonor Costa”.

A parte inicial da escola foi construída no terreno onde anteriormente funcionava um campo de malha. Nessa etapa funcionavam, na unidade escolar, apenas quatro classes de pré-escola. Conforme ocorreu o aumento da procura de vagas, a escola foi sendo ampliada e varias reformas foram realizadas, tendo a última grande reforma ocorrido no ano de 2010. Essas ampliações permitiram que a unidade escolar chegasse ao quadro das atuais vinte e nove classes atendidas, sendo dezesseis classes de Ensino Fundamental I e treze de Ensino Fundamental II, sendo titulada então por EMEF “Prof.^a Maria Leonor Costa”.

A unidade escolar está dividida em 3 pavilhões, apresentando 30 salas de aula, 1 cozinha (refeitório), 1 sala de direção, 1 sala de coordenação, 2 salas de reforço, 1 sala multifuncional, 1 quadra descoberta, 1 pátio coberto, 1 sala dos professores, 2 banheiros para os professores e 4 banheiros para os alunos.

O espaço físico da escola é irregular e insuficiente para atender a demanda. A escola foi projetada para atender crianças, apenas. No entanto, atualmente atende adolescentes também. Além disso, o espaço é limitado. Não raramente, é necessário realizar o revezamento entre os professores de Educação Física.

As reformas no prédio pelas quais a unidade escolar passou ao longo dos anos, consistiram basicamente em obras que promoveram o aumento do numero de salas, deixando a melhoria do espaço físico de lado.

Atualmente a escola conta com 62 profissionais que formam seu corpo docente sendo 4 professoras de apoio e 1 professora de sala de recursos, 2 secretárias, 2 inspetoras de aluno, 6 serventes, 2 coordenadoras pedagógica, 43 professores, 1 diretora assistente e 1 diretor administrativo.

5.2 OS PARTICIPANTES DA PESQUISA

O trabalho de pesquisa foi desenvolvido com a participação de vinte e cinco alunos de uma turma de 5º ano do Ensino Fundamental I, denominada 5º ano D, sob orientação e coordenação da professora efetiva da turma, cuja média de idade dos alunos é 10 anos. Esses alunos, nascidos entre fevereiro e novembro de 2008, são oriundos de famílias compostas por pai e/ou mãe nascidos em outras cidades e até mesmo em outros estados do país. Todos os participantes são moradores do bairro onde está localizada a escola. Estudavam no período da tarde (das 13h00min às 17h25min).

Ressalto que ao longo das atividades de pesquisa que a conversa e a curiosidade foram fatores que muito contribuíram para o andamento e conclusão dos trabalhos.

5.3 OS PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

As atividades para a produção dos dados da pesquisa, foram iniciadas em 6 de agosto de 2018 por meio de uma reunião com o diretor da escola, onde a proposta foi apresentada. Após as devidas explicações sobre os procedimentos da pesquisa, o diretor concedeu a autorização para que fossem realizadas todas as etapas da pesquisa durante as aulas de Matemática da professora responsável pela classe. Após isso, foi formulada a autorização para a participação dos alunos no projeto (Anexo 1). No dia 13 de agosto de 2018, a professora da turma entregou, para os responsáveis pelos alunos, as autorizações.

Quanto às atividades de campo, estas compunham em uma proposta didático-pedagógica para a abordagem de ideias de resolução de problemas. Propomos aos alunos um jogo intitulado “Jogo dos Círculos” e para sua realização foram necessários três encontros com 1h30min de duração cada um deles compreendidos nos meses de agosto e setembro de 2018.

Quanto aos registros das atividades, estes foram feitos por meio de gravações em áudio e registros fotográficos.

Nas gravações em áudio foi utilizado *smartphones*, perfazendo um total de aproximadamente nove horas e meia de gravação. A transcrição dos áudios foi feita após os encontros, que aconteceram do fim do mês de setembro e início de outubro de 2018.

As fotografias foram tiradas em quase todos os momentos dos encontros (em alguns momentos o equipamento estava sendo utilizado para a gravação de áudio, não sendo possível registrar fotografias). Nos encontros contamos com a ajuda da professora da turma.

A seguir apresentamos a descrição do que foi desenvolvido em cada uma dos três encontros.

4.3.1 Primeiro encontro

Para a realização do primeiro encontro, foi solicitado que os alunos se dividissem em duas equipes: a equipe amarela e a equipe vermelha. Eles se agruparam de acordo com as afinidades sendo importante que eles se sentissem a vontade para fazer as discussões no decorrer do jogo. No dia em que esse primeiro encontro foi realizado havia 23 alunos presentes; assim, houve a necessidade de uma das equipes ficar com um integrante a mais, desse modo à classe ficou dividida entre Equipe Amarela (Figura 11) com 12 integrantes e Equipe Vermelha (Figura 12) com 11 integrantes.

As equipes se organizaram ficando cada uma em uma extremidade da sala. Para identifica-los e facilitar a visualização dos próprios alunos durante a realização do jogo foram distribuídos coletes com as cores das equipes.

Figura 11 – Equipe Amarela.



Fonte: Elaborado pela pesquisadora.

Figura 12 – Equipe Vermelha.



Fonte: Elaborado pela pesquisadora.

O tabuleiro foi feito no chão da sala com uso de bambolês coloridos e no centro de cada um foi colocado números nomeando cada círculo do tabuleiro para facilitar o desenvolvimento do jogo, conforme mostra a Figura 13.

Figura 13 – Tabuleiro após três rodadas.



Fonte: Elaborado pela pesquisadora.

Com as equipes formadas e em seus lugares a pesquisadora iniciou a explicação do jogo e de como iria funcionar com o tabuleiro reproduzido no centro da sala.

As equipes decidiram qual delas iria começar cada rodada através do par ou ímpar. A partir disso a equipe vencedora (no par ou ímpar) realizaria a primeira jogada, os alunos do grupo teriam que definir quantos e quais círculos iriam ocupar e qual aluno da equipe iria ocupar os mesmos. Feito isso a equipe adversária fez o mesmo e ambas iriam realizar as jogadas de modo alternado até que uma das equipes ocupasse o último círculo vencendo então a rodada.

Para cada equipe foi entregue uma folha contendo tabuleiros, para que pudessem registrar cada jogada de sua própria equipe como também da adversária. A folha, tal qual foi entregue aos alunos, apresenta-se a seguir (Figura 14).

Figura 14 – Atividade do Primeiro Encontro.



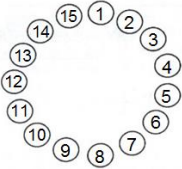
UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ – FACULDADE DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA



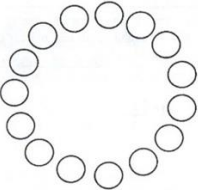
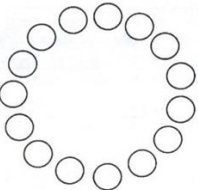
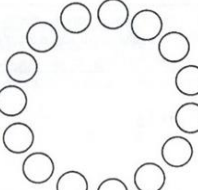
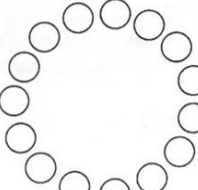
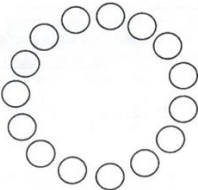
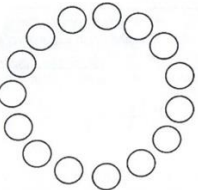
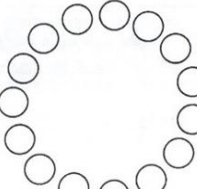
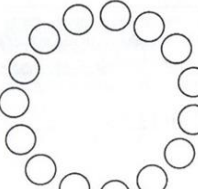
UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ – FACULDADE DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Equipe: () VERMELHA () AMARELA Data: ____/____/____

Considerando o círculo numerado da seguinte forma:



Registre aqui as jogadas de cada partida:
Use V para jogadas da equipe vermelha e A para jogadas da equipe amarela.

1ª Partida: 	3ª Partida: 	5ª Partida: 	7ª Partida: 
2ª Partida: 	4ª Partida: 	6ª Partida: 	8ª Partida: 

Fonte: Elaborado pela pesquisadora.

Foi realizada uma leitura inicial da folha com os alunos de modo que ficasse claro para eles o registro a ser feito.

Nesse momento inicial da aula a pesquisadora também explicou para os alunos que as marcações a serem feitas nos tabuleiros deveria ser com a letra inicial do nome de cada equipe, então as jogadas da Equipe Vermelha deveriam ser registradas com a letra ‘V’ e as jogadas da Equipe Amarela deverão ser registradas com a letra ‘A’. Com o fim de cada jogada, foi proposta uma discussão com a participação de todos os alunos, onde eles poderiam compartilhar com os colegas as suas conjecturas e como procederam em suas investigações e estratégias.

No início da aula os alunos realizaram a atividade buscando divertimento e compreensão das regras do jogo, contudo com o passar das rodadas, por meio de suas próprias curiosidades e com o incentivo da pesquisadora os alunos começaram a se concentrar no como jogar e o que deveriam fazer para que conquistassem a vitória ao fim de cada rodada.

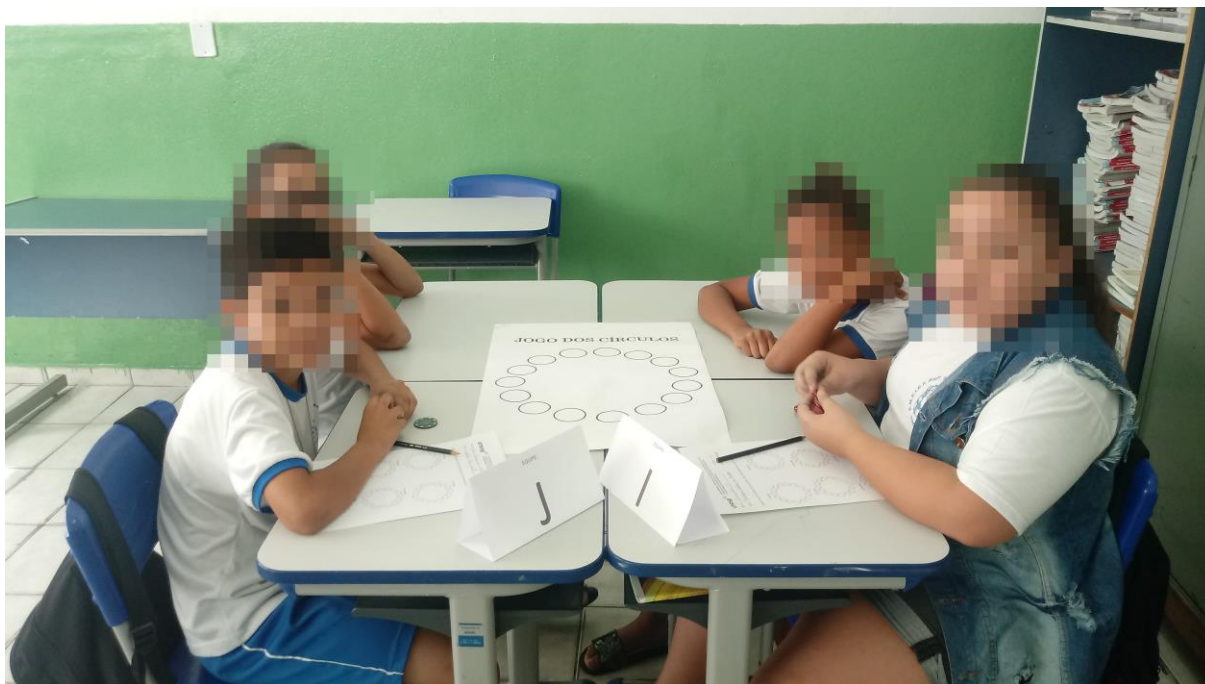
Como não houve nenhum imprevisto, foi possível realizar todas as etapas previstas para o encontro: organização da sala, explicação sobre o funcionamento do jogo, a distribuição dos coletes, sorteio para iniciar o jogo, realização do jogo, discussões e reorganização da sala.

4.3.2 Segundo encontro

Para a realização do segundo encontro, foi solicitado que os alunos se dividissem em grupos de quatro alunos cada, sendo formadas duplas para jogarem uma contra outra, foi colocado sobre a carteira um identificador de duplas nomeando-as. Para tanto foi usado letras maiúsculas do alfabeto para identificação e a distribuição dos identificadores foi feita seguindo ordem alfabética (Figura 15).

Assim como no primeiro encontro os alunos se dividiram por afinidade. Havia 22 alunos presentes, houve a necessidade de um dos grupos ser formado por apenas dois alunos, desse modo à classe ficou dividida em cinco grupos de quatro alunos e uma dupla.

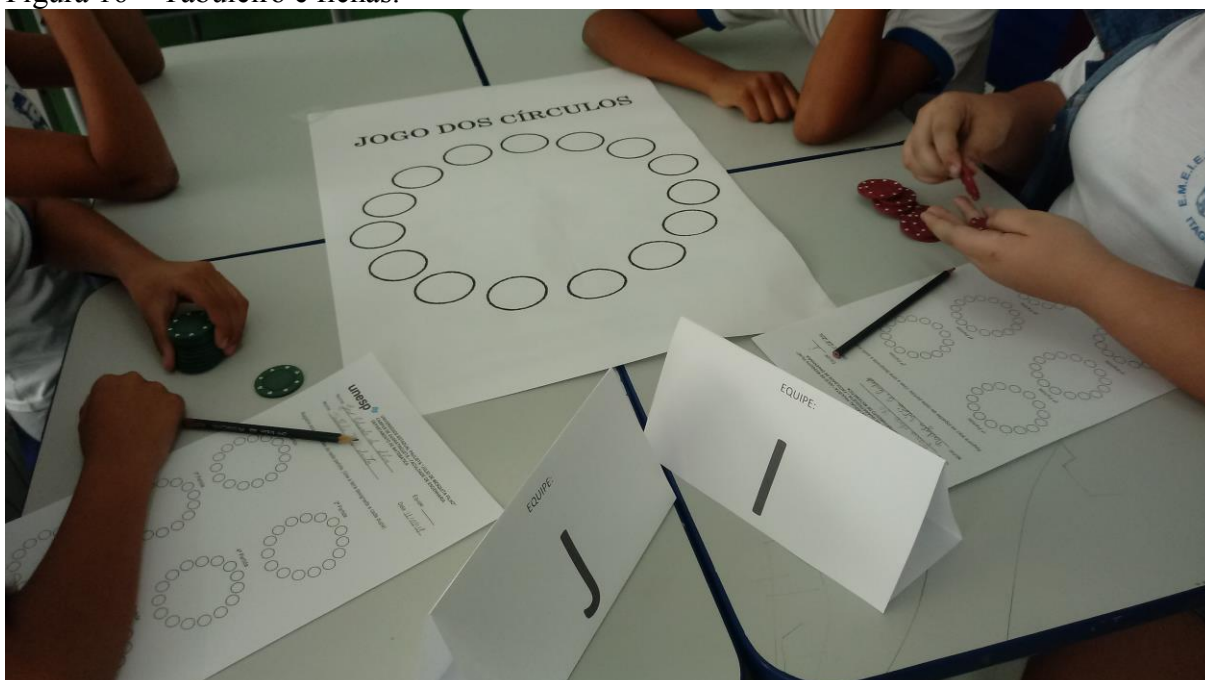
Figura 15 – Equipe J e Equipe I.



Fonte: Elaborado pela pesquisadora.

O tabuleiro foi impresso em tamanho A2 sem numeração no centro de cada círculo e foram distribuídas, como marcadores, 12 fichas de formato circular para cada dupla, totalizando 24 fichas para cada grupo. Para que fosse possível fazer a identificação, as cores das fichas eram distintas para cada grupo, como é possível visualizar na Figura 16.

Figura 16 – Tabuleiro e fichas.



Fonte: Elaborado pela pesquisadora.

Com os grupos formados e ambos em seus lugares a pesquisadora iniciou a explicação do jogo e de como iria funcionar com os materiais distribuídos em todos os grupos. Foi decidido que em cada grupo, a dupla a iniciar cada rodada seria decidida através do par ou ímpar. A partir disso a dupla vencedora no par ou ímpar iria realizar a primeira jogada. A dupla teria que definir quantos e quais círculos iriam ocupar e colocar as suas fichas no(s) círculo(s) escolhido(s), feito isso a dupla adversária faria o mesmo e ambas iriam realizar as jogadas de modo alternado até que uma das duplas ocupasse o último círculo vencendo então a rodada.

Além disso, cada dupla recebeu uma folha tamanho A4 contendo tabuleiros, desse modo, poderiam registrar cada jogada de sua própria dupla, bem como também as jogadas da dupla adversária. A Figura 17 mostra essa folha de registro. Foi realizada uma leitura inicial da folha com os alunos sobre o registro a ser feito, buscando deixar o entendimento claro.

Nesse momento inicial da aula a pesquisadora também explicou para os alunos que as marcações a serem feitas nos tabuleiros da atividade deveriam ser com a letra inicial designada de acordo o identificador.

Figura 17 – Atividade do Segundo Encontro.

unesp UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ – FACULDADE DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

unesp UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ – FACULDADE DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Nome: _____ Data: ____/____/____

Nome: _____

Registre aqui as jogadas de cada partida: (Use a letra designada a cada dupla)

1ª Partida:	2ª Partida:	3ª Partida:	4ª Partida:
5ª Partida:	6ª Partida:	7ª Partida:	8ª Partida:

Durante a aula a pesquisadora foi de grupo em grupo para discutir com as duplas, levando os alunos a compartilhar com os colegas suas ideias e o modo pelo qual procederam em suas investigações e estratégias.

De início os alunos realizaram a atividade buscando relembrar como e quais os resultados tiveram no primeiro encontro com o objetivo de aprimorar e encontrar um caminho de jogadas que lhes permitissem a vitória. Ocorreu também de que alguns alunos que estavam presentes não terem participado do primeiro encontro, logo a pesquisadora foi até a carteira dos mesmos para realizar toda a explicação e funcionamento do jogo segundo Borin (2004).

Assim como no primeiro encontro, não houve imprevistos. Dessa forma realizou-se todas as etapas previstas para o encontro: organização da sala, explicação sobre o funcionamento do jogo entre os grupos, distribuição dos tabuleiros, distribuição dos identificadores de duplas, distribuição das fichas, distribuição das atividades, realização do jogo, discussões e reorganização da sala.

4.3.3 Terceiro encontro

Para a realização do terceiro encontro, foi solicitado que os alunos se dividissem em duplas para jogarem. Assim como nos encontros anteriores os alunos se dividiram de acordo com suas afinidades. Com a participação de 24 alunos, a turma ficou dividida em doze duplas.

Com as duplas formadas e ambas em seus lugares a pesquisadora iniciou a explicação do jogo e de como iria funcionar.

Para cada dupla foi entregue uma folha (Figura 18) de tamanho A4 contendo tabuleiros para que pudessem registrar a jogada de ambos os alunos.

Foi decidido que, em cada dupla, o aluno a iniciar cada rodada seria decidido através do par ou ímpar. A partir disso o aluno que vencer no par ou ímpar iria realizar a primeira jogada. Feito isso o aluno adversário faria o mesmo e ambos iriam realizar as jogadas de modo alternado até que um dos alunos ocupasse o último círculo vencendo então a rodada.

Figura 18 – Atividade do Terceiro Encontro.



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ - FACULDADE DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

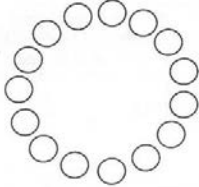
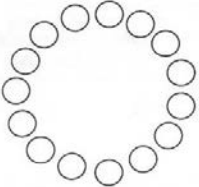
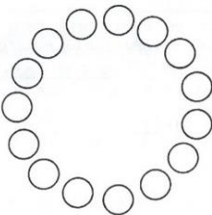
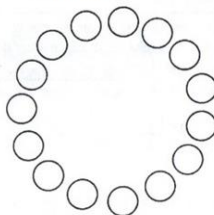
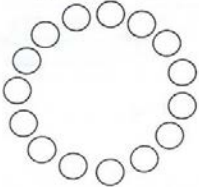
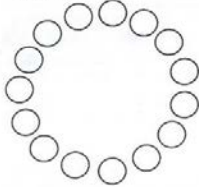
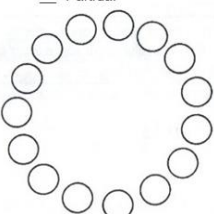
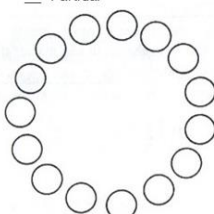
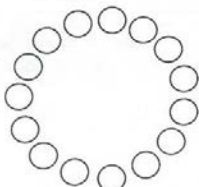
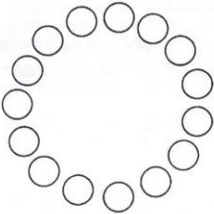
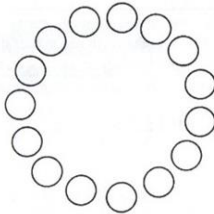


UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ - FACULDADE DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Jogador A: _____ Data: ____/____/____

Jogador B: _____

Registre aqui as jogadas de cada partida:

1ª Partida: 	2ª Partida: 	3ª Partida: 	4ª Partida: 
3ª Partida: 	4ª Partida: 	5ª Partida: 	6ª Partida: 
5ª Partida: 	6ª Partida: 	7ª Partida: 	8ª Partida: 

Fonte: Elaborado pela pesquisadora.

Foi realizada uma leitura inicial da folha com os alunos sobre o registro a ser feito, buscando deixar o entendimento claro.

Nesse momento inicial da aula a pesquisadora também explicou para os alunos que as marcações a serem feitas nos tabuleiros da atividade deveriam ser com a letra inicial designada de acordo com o cabeçalho da atividade.

Com isso foi feita uma breve discussão com todos sobre as observações e ideias que já teriam consolidado sobre a dinâmica do jogo e de que forma estavam agindo para conquistar a vitória, surgiram várias ideias dentre elas a possibilidade de se alterar a quantidade de círculos do tabuleiro conforme previsto por Borin (2004). Deste modo a pesquisadora foi ao quadro para discutir com os alunos outros formatos tabuleiro e de que forma poderiam jogar. Finda essa discussão inicial os alunos se puseram a fazer o que lhes foi solicitado, aplicando as ideias e estratégias que concluíram na discussão inicial.

Durante a aula a pesquisadora foi de dupla em dupla para abrir uma discussão entre os jogadores, como foi feito no segundo encontro.

Assim como nos dois primeiros encontros, o terceiro também transcorreu conforme o previsto.

No capítulo a seguir abordamos a análise da pesquisa realizada com os alunos.

6 ANÁLISE

Conforme dissemos no capítulo anterior, os encontros tiveram a duração de uma hora e meia (90 minutos) cada, de modo que fosse possível explicar o jogo, distribuir o material, jogar e finalizar os trabalhos com uma breve reflexão sobre o jogo.

No primeiro encontro, devido ao tempo disponível e disposição dos alunos, foi tranquilo realizar o jogo e todos demonstraram grande interesse, sendo possível ver que estavam felizes, contagiados pelo jogo e estimulados a discutir com seus colegas as suas ideias.

No segundo e terceiro encontro como os alunos já tinham tido contado com o jogo a explicação foi breve. Eles estavam bem ansiosos para começar o jogo e, tendo em vista que eles formaram grupos de acordo com a afinidade, as discussões foram favorecidas e, ao longo do encontro, suas ideias com as dos demais iam se articulando e sendo expostas.

Analizamos para a pesquisa, além das falas dos alunos os registros escritos pelos alunos durante as atividades em cada encontro.

A seguir, as respectivas análises de cada um dos três encontros.

6.1 PRIMEIRO ENCONTRO

No decorrer da análise iremos identificar os alunos pela inicial do seu nome e sobrenome. Assim, por exemplo, para o aluno José Silva, iremos usar JS. Se houver um diálogo entre dois ou mais alunos, será identificada a equipe, A, para amarela ou V, para a vermelha. Quando for a fala da pesquisadora, usaremos P. Essa forma de indicar as falas foi também utilizada nos demais encontros.

A rodada que está transcrita abaixo foi obtida das gravações de áudio.

P: Agora podem vir aqui na frente um aluno de cada equipe para tirarmos par ou ímpar e decidir qual equipe irá iniciar a 1ª rodada (Figura 19).

Figura 19 – Decisão de qual equipe irá iniciar a 1ª rodada do primeiro encontro.



Fonte: Elaborado pela pesquisadora.

P: A Equipe Amarela irá começar o jogo.

É importante ressaltar que durante as jogadas, a partir da tomada de decisão de cada equipe, um aluno indicava o(s) círculos(s) que iriam ocupar e qual colega iria para o mesmo, sem dizer para a sala como haviam feito a escolha. Por exemplo, “João ocupe o círculo de número 1”, ou “João e Maria ocupem os círculos de números 1 e 2”. Dessa forma, ao longo desta análise, as rodadas serão descritas em forma de sequências, isto é, indicando a equipe (A ou V) e o número do círculo que foi ocupado, mantendo a ordem da jogada.

A: 14

V: 8

A: 9 e 10

V: 5 e 4

A: 7

V: 3 e 2

A: 12

V: 1

A: 11

V: 1 e 13

P: Pessoal pode jogar nos círculos de números 1 e 13 ?

V: Não, porque não é um do lado do outro!

A: O círculo 1 já tem gente professora.

P: Muito bem pessoal. Em qual círculo vocês irão jogar equipe vermelha?

V: 15

A: 6

V: 13

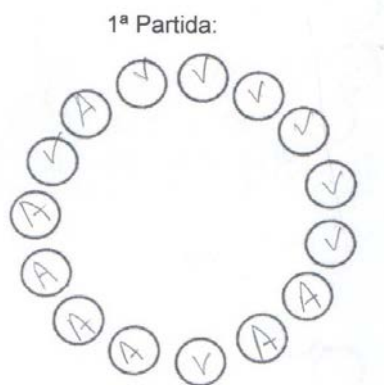
P: Bom, com todos os círculos ocupados quem ocupou o último círculo?

Todos: A Vermelha!

P: Isso mesmo muito bem, a equipe vermelha vence a 1ª Rodada.

A Figura 20 apresenta o registro feito pela Equipe Amarela, relativamente a esta primeira rodada.

Figura 20 – Registro da 1ª rodada feito pela Equipe Amarela no Primeiro Encontro.



Fonte: Elaborado pela pesquisadora com anotações dos alunos.

Neste momento houve dúvidas em ambas as equipes de como preencher a Atividade 1 (Figura 15). Percebendo isso a pesquisadora foi até as equipes explicando novamente a tarefa e conferindo o preenchimento.

Nesta primeira rodada vê-se que os alunos de ambas as equipes buscavam compreender a ideia do jogo sem se preocupar com a estratégia a ser utilizada.

É importante ressaltar a importância de todos os alunos da equipe participar das escolhas durante o jogo.

A seguir será transcrita a 2ª rodada realizada neste mesmo encontro. A rodada que está transcrita abaixo foi obtida das gravações de áudio.

P: A Equipe Vermelha ganhou no par ou ímpar e irá começar esta rodada.

V: 1 e 2

A: 7 e 8

V: 3 e 4

A: 12 e 13

V: 9 e 10

A: 6

V: 14 e 15, ganhamos gente!

A: 5

V: 11

P: Quem ganhou a partida?

Todos: A Vermelha!

P: Porque a equipe vermelha quando chega à antepenúltima jogada já sabe que venceu?

V: Porque sobraram dois bambolês e a equipe amarela não poderia colocar nos dois por estar distante.

P: Muito bem observado.

A Figura 21 apresenta o registro feito pela Equipe Vermelha desta segunda rodada.

Figura 21 – Registro da 2ª rodada feito pela Equipe Vermelha no Primeiro Encontro.



Fonte: Elaborado pela pesquisadora com anotações dos alunos.

Notamos, nesta segunda rodada, que os alunos já se preocuparam em antecipar algumas rodadas para facilitar a elaboração da estratégia para vencer. Ambas as equipes ainda estavam acanhadas com receio de expor suas ideias. Assim, a pesquisadora ressaltou a importância de compartilharem suas hipóteses com os colegas, mas muitos relataram que não queriam falar em voz alta para a equipe adversária não escutar e acabar copiando o que tinham pensado.

Portanto, foi colocado um gravador em cada equipe para que os alunos pudessem falar suas estratégias e a discussão do grupo fosse gravada. A seguir será transcrita a 3ª rodada realizada neste encontro. A rodada que está transcrita abaixo foi obtida das gravações de áudio.

P: A Equipe Amarela ganhou no par ou ímpar e irá começar esta rodada.

A: 1 e 2

V: 3 e 4

A: 14

V: 9 e 10

A: 7 e 8

V: 5 e 6

A: 11 e 12

V: 13

A: 15

P: Quem ganhou a partida?

Todos: A Amarela!

P: Muito bem. Equipe Amarela, o que vocês fizeram de diferente das duas primeiras partidas para conseguirem ganhar esta rodada?

A: Nós invertemos o que eles fizeram, para dar ímpar e sobrar um para nós.

P: Equipe vermelha qual o raciocínio de vocês?

V: Estamos jogando de dois em dois para ir mais rápido e no final buscamos deixar sobrar 1 para ganharmos.

P: Vocês estão analisando a rodada a partir de qual momento? Do início do meio ou somente no final?

A: Do meio para o final, no começo não conseguimos analisar nada.

V: Mais para o final.

Neste momento é importante ressaltar que os alunos começaram a pensar mais estrategicamente em relação as suas jogadas, pois ambos possuem um problema a se resolvido que é chegar à vitória no fim de cada rodada. Relembramos que, conforme Onuchic e Allevato (2011, p. 81), um problema “é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em fazer.”.

Ao fim da terceira rodada notamos que os alunos se encontram na quarta etapa do procedimento de solucionar um problema (*‘Resolução do problema’*), a partir do

entendimento do jogo, sem dúvidas quanto às regras. Os alunos, em suas equipes, em um trabalho cooperativo e colaborativo, buscam resolvê-lo.

A pesquisadora por sua vez apresenta a quinta etapa '*Observar e incentivar*', pois não se tem mais a necessidade de passar as regras do jogo para os alunos, mas, enquanto os alunos, em grupo, buscam resolver o modo que formulam a estratégia, a pesquisadora observa, analisa o comportamento dos alunos e estimula o trabalho colaborativo. Ainda, a pesquisadora como mediadora leva os alunos a pensar, dando-lhes tempo e incentivando a troca de ideias entre eles.

Após a terceira rodada foram realizadas mais cinco rodadas e em todas elas os alunos foram sendo questionados e levados a apresentar suas ideias com o objetivo de descobrirem o que fazer para ganhar sempre. A seguir serão apresentadas frases de ambas as equipes sobre suas estratégias e alguns apontamentos da pesquisadora.

A: 4. Porque aí dá pra separar melhor, para eles não colocarem de dois ali.

A: Temos que deixar tudo separado para eles não colocarem de dois e ganhar.

V: 12 e 13. Porque assim sobram dois círculos afastados para ganharmos.

Nota-se, que as equipes buscam preencher os círculos de modo que deixassem sempre um círculo vazio entre outros já marcados e, em algumas ocasiões, os alunos usavam termos como 'buracos' para se referirem aos círculos não ocupados entre outros dois círculos já ocupados.

V: 8 e 9. Porque aí já está fechando mais lugares e ocupando mais casas.

V: 5 e 6. Porque vai ficar com mais pessoas nos espaços e sobra menos para eles.

Nota-se que a Equipe Vermelha busca, sempre que possível, preencher dois círculos por jogada de modo que a rodada acontecesse de forma mais rápida para poderem analisar as três últimas jogadas com objetivo de preencher o último círculo do tabuleiro. A pesquisadora ressalta que uma das características da Equipe Vermelha, em todo o encontro, foi querer acelerar, de certa forma, as rodadas para facilitar a visão de quem iria ganhar a rodada.

A: Nós temos que esperar jogada deles para poder pensar.

A: Nós temos que colocar sempre o inverso deles

Com base nessas frases a pesquisadora percebeu que uma das características da Equipe Amarela em todo o encontro foi de retaguarda, ou seja, a equipe sempre pensava muito bem antes de cada jogada e discutia mais em relação a equipe adversária. Desde a primeira rodada a equipe se preocupa primeiramente com a jogada da equipe adversária, além da sua própria jogada. A frase ‘Nós temos que colocar sempre o inverso deles’ ganha destaque importante neste momento, pois se refere a uma das colocações de Borin (2004) em relação à estratégia vencedora. Logo, a equipe estava se aproximando da estratégia vencedora.

Embora a Equipe Amarela tenha definido a importância de jogar sempre o inverso da equipe adversária, em alguns momentos não conseguiam por a estratégia em prática. Consideramos que esse problema se deu devido a diversas opiniões dos alunos do grupo.

A seguir será transcrita a última rodada realizada neste encontro. Nesta rodada a pesquisadora questiona em cada jogada o porquê da equipe estar colocando no círculo em questão e porque de um ou dois círculos a serem ocupados.

P: A Equipe Vermelha ganhou no par ou ímpar e irá começar esta rodada.

V: 4 e 5.

P: Por que no 4 e 5?

V: Está no começo aí colocamos em qualquer um.

P: Equipe Amarela?

A: 2

P: Por que no 2?

A: Colocamos de um, pois estamos tentando separar.

A: Estamos tentando cercar eles.

A: A gente está tentando encaixar onde não dá *pra* eles colocarem de dois.

P: Equipe Vermelha?

V: 3

P: Por que no 3?

V: Estamos tentando fechar eles, porque é melhor, pois vai fechar do lado da parceira, aí não sobra nenhum círculo no meio.

P: Equipe Amarela?

A: 7

P: Por que no 7?

A: Colocamos apenas um para tentar cercar eles.

P: Equipe Vermelha?

V: 6

P: Por que no 6?

V: Porque estamos fechando os lugares ali para fazer par.

P: Equipe Amarela?

A: 15 e 14

P: Por que no 15 e 14?

A: Não colocamos nenhuma vez dois círculos, por isso colocamos agora.

A: E colocamos no 15 e 14, porque está longe das vermelhas.

P: Equipe Vermelha?

V: 8 e 9

P: Por que no 8 e 9?

V: Porque está ocupando mais lugares.

P: Equipe Amarela?

A: 11

P: Por que no 11?

A: Porque se colocarmos dois eles ganham.

P: Equipe Vermelha?

V: 12 e 13

P: Por que no 12 e 13?

V: Porque independente de onde eles colocarem agora nós vamos ganhar.

V: Vão sobrar dois afastados, não importam aonde eles vão colocar, porque nós vamos ganhar.

P: Equipe Amarela?

A: Tanto faz.

P: Por que tanto faz?

A: Porque a gente já perdeu, tem dois círculos separados então não importa aonde a gente colocar eles vão ganhar.

A: Pode ser no 1.

P: Equipe Vermelha?

V: 10

V: Ganhamos!

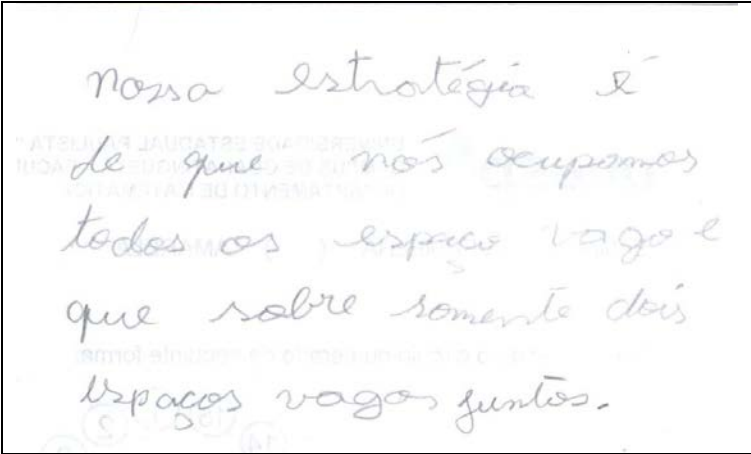
P: A Equipe Vermelha ganhou.

Nesta última rodada notamos que os alunos já estavam se habituando a argumentar e justificar suas escolhas a cada jogada. Em certos momentos alguns alunos abriam mão de seus palpites em favor da equipe, mas sempre discutindo para chegar a uma melhor jogada.

Após o término dessa rodada foi solicitado para que as equipes definissem a estratégia usada e registrassem no verso da Atividade 1 (Figura 15), entregue no início do encontro.

No Quadro 1 a seguir, na primeira coluna apresentamos o registro da Equipe Vermelha e na segunda a respectiva transcrição.

Quadro 1 – Registro da Equipe Vermelha no Primeiro Encontro.

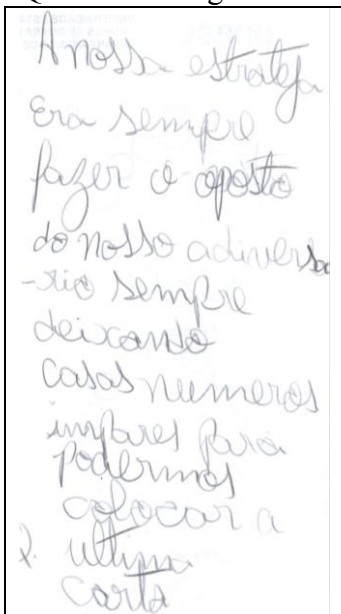
	<i>“Nossa estratégia é de que nós ocupamos todos os espaços vago e que sobre somente dois espaços vagos juntos.”</i>
---	---

Fonte: Elaborado pela pesquisadora

Acredita-se que ao realizar o registro, os alunos se equivocaram na última palavra e, ao invés de escreverem “separados” a equipe registrou “juntos”, pois pelo que a pesquisadora pôde perceber ao longo das jogadas a equipe buscava sempre deixar para as últimas jogadas dois círculos vazios separados para que a equipe adversária só pudesse preencher um dos círculos sobrando, assim, o último círculo para a Equipe Vermelha preencher.

No Quadro 2 a seguir, na primeira coluna apresentamos o registro da Equipe Amarela e na segunda a respectiva transcrição.

Quadro 2 – Registro da Equipe Amarela no Primeiro Encontro.

	<i>“A nossa estratégia era sempre fazer o oposto do nosso adversário sempre deixando casas números ímpares para podermos colocar a ultima carta.”</i>
--	--

Fonte: Elaborado pela pesquisadora

A Equipe Amarela por sua vez acreditava que se colocassem a quantidade contrária que a equipe adversaria iriam sempre conseguir obter a oportunidade de preencher o último círculo. Logo, se a Equipe Vermelha marcasse apenas um círculo a Equipe Amarela marcaria dois círculos ou se a Equipe Vermelha marcasse dois círculos a Equipe Amarela marcaria apenas um círculo. Este é um dos passos previstos por Borin (2004), mas o que os alunos não haviam percebido ainda é que essa estratégia deveria ser feita apenas na primeira jogada e não em todas como haviam feito. Devido a isso a equipe nem sempre conseguia conquistar a vitória.

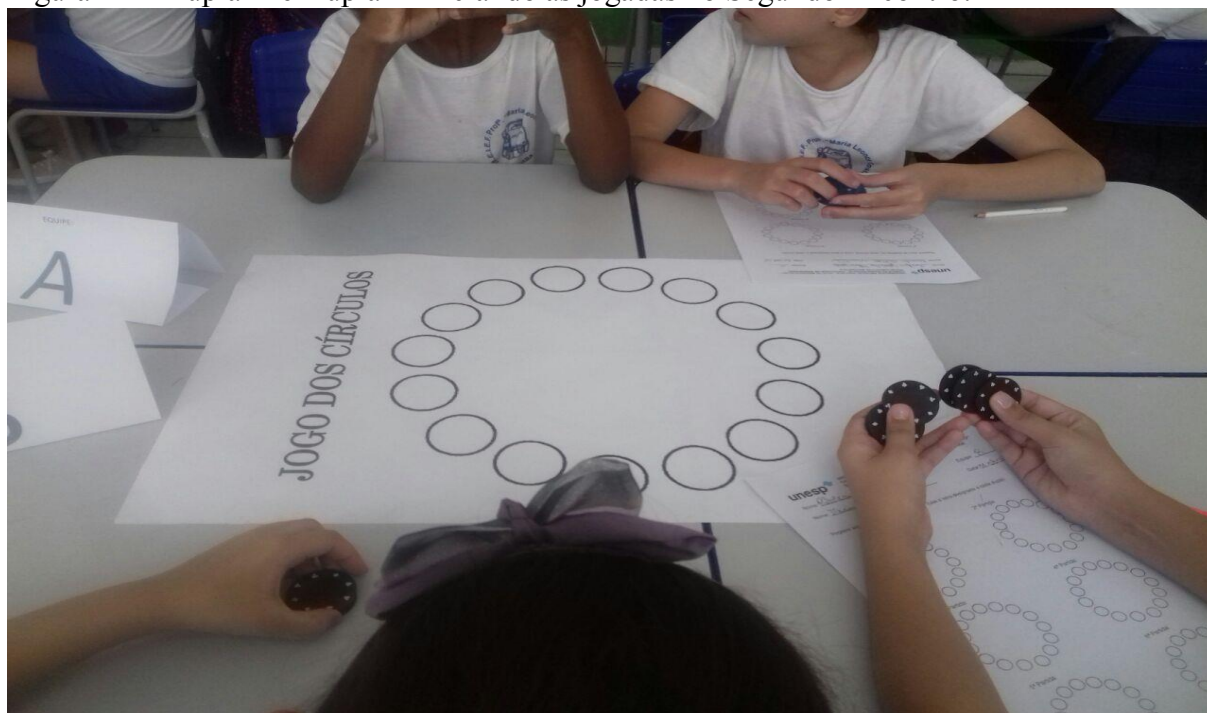
6.2 SEGUNDO ENCONTRO

Neste encontro, os alunos trabalharam em duplas e para o reconhecimento de cada dupla, utilizamos o identificador de cada uma delas, por exemplo, A, B e assim por diante.

É importante ressaltar que conforme descrito na análise do primeiro encontro, de acordo com a tomada de decisão de cada dupla foi descrito ao longo desta análise as jogadas em forma de sequências.

O primeiro grupo que a pesquisadora analisou foi o que estavam as duplas A e B. Conforme ilustra a Figura 22.

Figura 22 – Dupla A e Dupla B iniciando as jogadas no Segundo Encontro.



Fonte: Elaborado pela pesquisadora.

P: Oi meninas, podem jogar normalmente que irei somente acompanhar.

JC: Oi professora, vamos iniciar a rodada agora.

As duplas decidiram quem iria iniciar a rodada através do par ou ímpar e deu início a mesma. Sendo a dupla A vencedora.

A: 15

B: 5 e 6

A: 12 e 13

B: 14

A: 7 e 8

B: 2

A: 3 e 4

B: 10

A: 1

B: 9

A: 11

A dupla A vence a primeira rodada!

A Figura 23 apresenta o registro feito pela dupla A desta primeira rodada.

Figura 23 – Registro da 1ª rodada feito pela Dupla A no Segundo Encontro.



Fonte: Elaborado pela pesquisadora com anotações dos alunos.

A pesquisadora observou, durante esta primeira jogada, que algumas alunas relembrou as regras, como jogar e o que havia acontecido no primeiro encontro. Já outras formularam seus próprios pensamentos sem necessariamente recordar o que havia acontecido anteriormente.

Ao caminhar pela sala a pesquisadora notou que a maioria dos alunos pareceu jogar apenas para diversão e não com um olhar investigativo procurando a estratégia vencedora.

Foram pedidas as duplas que relatassem suas estratégias ao longo das jogadas para que pudessem ficar registrado todas as suas ideias, entretanto muitas ficaram com receio por correr o risco de a dupla adversária copiar seu raciocínio. Diante disso a pesquisadora solicitou que as duplas pegassem os *smartphones* e aproximassem do rosto e falassem baixo, mas o suficiente para que pudesse ser gravado e registrado.

Após o acompanhamento de algumas duplas, a pesquisadora viu que apenas em três grupos os alunos estavam conseguindo progredir com suas investigações, sendo esses alunos os que se destacaram em relação à participação no primeiro encontro. A seguir serão apresentadas frases das duplas sobre as estratégias e alguns apontamentos da pesquisadora.

A: Marcamos o 5 e o 4 para separar os círculos vazios.

G: Vamos tentar deixar vários vazios separados.

C: Queremos deixar buracos no tabuleiro.

M: Estamos separando os círculos.

Assim como no primeiro encontro notamos que os alunos permaneciam com a ideia de preencher os círculos de modo que deixassem sempre um círculo vazio entre outros já ocupados. Podemos ressaltar ainda que os alunos demonstram diferentes possibilidades de jogadas a partir do raciocínio dedutivo, pois como relata Borin (2004), o raciocínio dedutivo aparece com maior clareza na escolha dos lances que se baseia tanto nas jogadas certas quanto nas erradas e que obriga o jogador a elaborar e a reelaborar suas hipóteses a todo o momento.

É importante destacar o desempenho das duplas I e J, pois foram as que mais avançaram durante todo o encontro. A seguir apresentamos algumas frases das duas duplas ditas ao longo de todo encontro.

I: 3 e 4. Porque vamos ocupar mais círculos.

J: 7 e 6. Porque a dupla I jogou apenas em um.

J: Estamos jogando a quantidade contrária deles.

I: Não está dando certo nossa ideia, vamos jogar o contrário deles também.

J: Não podemos jogar perto tem que colocar a ficha distante das fichas deles.

A partir da discussão do grupo, a pesquisadora observa que as duplas de modo alternado iam evoluindo o modo de pensar sobre o jogo. Na frase da Dupla J “Estamos jogando a quantidade contrária deles”, evidencia-se que estava clara a ideia inicial de jogar sempre a quantidade oposta do adversário, mas também que os alunos não haviam percebido que precisavam colocar no círculo correto e, a partir da segunda jogada, colocar a mesma quantidade de fichas que a dupla adversaria.

Na frase “Não está dando certo nossa ideia, vamos jogar o contrário deles também” nos indica indícios do modo que o raciocínio dedutivo acontece durante a resolução de problemas em um jogo de estratégia, pois se fundamenta tanto nas jogadas corretas quanto nas errôneas e que obriga a dupla em questão a reelaborar suas hipóteses a todo instante.

No momento em que a dupla J ressalta que “não podemos jogar perto tem que colocar a ficha distante das fichas deles” é enfatizado o segundo ponto essencial para a formulação da estratégia vencedora que é jogar sempre do lado oposto do adversário de acordo com o eixo de simetria estabelecido no tabuleiro a partir da primeira jogada.

Quando a aula estava se aproximando do fim, a pesquisadora foi ao grupo onde estavam as Duplas I e J e percebeu que somente a Dupla I começava as jogadas e foi aí que percebeu que os alunos que formavam a Dupla J tinham estabelecido uma nova tática extremamente importante. A cada jogada que se encerrava o aluno JE, da Dupla J, dizia para a Dupla I começar o jogo e sem entender o motivo da permissão dada pelos adversários, a dupla Dupla I sempre iniciava o jogo.

Conforme relatado na gravação a Dupla J deixava a dupla adversária iniciar, pois assim eles conseguiam se basear nas jogadas e estabelecer uma melhor estratégia, sendo essa uma estratégia prevista por Borin (2004), uma vez que somente dessa maneira é possível seguir a estratégia e conquistar a vitória.

Contudo, era esperado pela pesquisadora que mais alunos progredissem como aconteceu com a Dupla J. No entanto vários alunos se prenderam no que já haviam definido no primeiro encontro e nenhum deles tentou avançar em suas táticas.

Ao longo de todo encontro os grupos com base nas técnicas de Resolução de Problemas se encontram na fase de '*Observar e incentivar*' pois os alunos seguiam em busca de resolver o problema em questão enquanto a pesquisadora atentamente analisava cada comportamento não deixando de estimulá-los sempre que possível.

6.3 TERCEIRO ENCONTRO

Foi feita uma breve discussão com todos sobre as observações e ideias que já teriam consolidado sobre a dinâmica do jogo e de que forma estavam agindo para conquistar a vitória.

P: No encontro passado, observei entre os grupos e analisei as jogadas, também obtive alguns resultados de estratégias importantes. Quero que vocês agora dividam com todos, podem falar.

MF: Jogar sempre a quantidade de círculos contrária do meu colega.

P: Então se meu colega jogar em um círculo eu tenho que jogar em dois círculos e se jogar em dois círculos eu tenho que jogar em apenas um círculo. Isso?

MF: Isso mesmo.

P: Jogando dessa forma, eu garanto a minha vitória?

JE: Não.

MF: Não professora.

P: Então nós temos que descobrir o que sempre garante a nossa vitória.

Aqui observamos que a aluna MF acredita que se jogarmos a quantidade de círculos ao contrário do adversário é possível obter a vitória, mas quando é questionada se desse modo é possível garantir a vitória, a aluna e alguns outros alunos discordam e dizem que não é possível garantir. A pesquisadora ressalta que a aluna possui essa divergência de pensamento, pois agia desse modo durante todo o jogo o que, segundo Borin (2004), é necessário jogar a quantidade contrária de círculos do adversário somente na primeira jogada.

Continuando a discussão.

P: Alguma outra estratégia?

JE: É melhor sempre deixar o colega começar o jogo.

P: Olha que interessante sala, para eu ganhar então é sempre melhor o meu colega começar jogando? Por quê?

JE: Porque a gente se baseia na jogada do colega.

MC: Isso, porque quando o colega começa fica mais fácil à gente fazer a estratégia.

Neste momento observamos que o aluno JE conseguiu observar o que relata Borin (2004) em relação ao jogador que inicia a partida, pois uma das coisas a se fazer para garantir vitória é ser o segundo jogador, pois ao ser o segundo é possível se basear na primeira jogada do adversário e manipular toda a rodada em questão.

Continuando a discussão.

P: Com essas informações algum aluno conseguiu formular o que precisa ser feito para ganhar sempre?

JE: Às vezes dava certo professora, mas tinha hora que não dava.

P: Diante do que falamos aqui, para facilitar a formulação da estratégia vencedora vamos pensar em tabuleiros com menor quantidade de círculos.

Ao propor esta alternativa, a pesquisadora usa uma das técnicas de Resolução de Problemas, que é começar a resolver um problema por uma situação mais simples para chegar a sua forma geral.

P: Alguém sugere alguma quantidade de círculos?

NV: Com 1 círculo professora.

(risos)

JE: Ai não tem graça.

MC: Não tem como jogar assim.

P: Porque pessoal?

NM: Porque o primeiro sempre vai ganhar.

JE: Não vai ter jogo.

P: Muito bem, podemos dizer então que não teremos situação de jogo. Alguma outra sugestão?

MF: E um tabuleiro com dois círculos?

P: O que vocês acham?

KS: O segundo jogador vai ganhar.

JE: Não, é o primeiro ainda.

MC: Se as regras forem as mesmas, o primeiro ganha.

P: Mas quais são as regras mesmo?

JE: Pode jogar em um círculo ou em dois que esteja um do lado do outro.

P: Isso mesmo então se tiver um tabuleiro com dois círculos o primeiro jogador vai poder sempre marcar os dois não é mesmo?

Todos: Sim.

Assim a pesquisadora neste momento reforça o fato de que um tabuleiro com um ou dois círculos não permite o jogo entre os jogadores, pois sempre os primeiros a jogar iram ganhar marcando o primeiro e o último círculo do tabuleiro. Dizemos que não teremos situação de jogo.

Continuando a discussão.

P: Alguma outra sugestão de tabuleiro pessoal?

JE: Um com três círculos.

Neste momento a pesquisadora foi ao quadro para ilustrar a situação para os alunos.

P: Quem irá ganhar em um tabuleiro com 3 círculos?

NV: O primeiro joga em 1 círculo.

PV: O primeiro joga 1 e o outro joga 2.

MC: E se o primeiro jogar 2 círculos o segundo vai ganhar!

P: Então se o primeiro jogar 1 círculo, quem ganha?

Todos: O segundo!

P: E se o primeiro jogar 2 círculos, quem ganha?

Todos: O segundo!

MC: Mesma coisa professora.

NV: Sempre o segundo.

JE: Por isso é melhor ser o segundo.

NV: Mais se o primeiro jogar 1 e o segundo jogar 1, o primeiro jogador consegue ganhar.

MC: Mais ninguém vai querer deixar a vitória para o outro né.

Com base nas últimas falas observamos que os alunos estão conseguindo interagir com os colegas expondo suas ideias de maneira organizada e respeitando a opinião de cada um. Reforçamos a ideia de que em um tabuleiro com três círculos o segundo jogador sempre irá vencer, pois por estar focado em sua vitória independente da jogada de seu adversário ele irá marcar o último círculo, definimos então outro tabuleiro que não nos permite uma situação de jogo. É importante destacar a fala do aluno JE “Por isso é melhor ser o segundo”, neste momento o aluno definiu que seria melhor ser sempre o segundo jogador por poder se basear nas jogadas do seu adversário.

A partir disso será dada continuidade à discussão sempre com o segundo jogador sendo o vencedor.

P: Vamos pensar então em um tabuleiro com 4 círculos, o que acontece?

OS: Se o primeiro jogador...

MC: O primeiro joga dois e o segundo joga dois.

MA: O segundo joga dois.

P: Então se o primeiro jogador marcar dois círculos, o segundo jogador deve marcar dois círculos também?

Todos: Sim.

P: Mas e se o primeiro jogador marcar apenas um círculo, o que o segundo jogador deve fazer pessoal?

OS: O segundo precisa marcar um só.

JE: Jogar em um.

P: Mas em qualquer lugar do tabuleiro?

Todos: Não!

P: Por quê?

NV: Ele tem que jogar na frente do primeiro jogador.

MC: Do outro lado.

JE: Se jogar na frente do primeiro jogador, vai sobrar dois círculos separados.

NM: Isso, aí o segundo ganha.

P: Então o segundo jogador deve marcar o círculo em posição oposta à marcação do seu adversário?

Todos: Sim.

P: Muito bem.

Neste momento é importante vermos que, a partir da proposta de redução da quantidade de círculos do tabuleiro, os alunos obtiveram grandes resultados, pois colocaram em prática o que chamamos de raciocínio indutivo. Os alunos relataram exatamente como prevê Borin (2004) as duas situações possíveis de jogo com um tabuleiro de 4 círculos, conforme relatado no capítulo 3 (sessão 3.2).

Continuando a discussão.

P: Continuando a nossa análise, o que acontece ao jogarmos em um tabuleiro com 5 círculos?

MC: Se o primeiro jogador marcar 1 círculo...

JE: O segundo joga dois, professora!

MQ: Isso, o primeiro joga um e o segundo joga dois.

NE: Mais tem que ser no lado oposto!

P: Então se o primeiro jogador marcar um círculo, o segundo jogador deve marcar dois círculos no lado oposto?

Todos: Sim.

P: Mas e se o primeiro jogador marcar dois círculos, o que o segundo jogador deve fazer pessoal?

JE: Marcar um círculo.

MQ: Jogar em um, mas do outro lado.

NV: Ele tem que jogar sempre na frente do primeiro jogador.

P: O que aconteceu com os círculos restantes nas duas situações?

NM: Sobraram dois círculos, um de cada lado.

JE: Dividiu o tabuleiro no meio, ficou a mesma quantidade para cada lado.

P: Excelente.

Assim, como na análise do tabuleiro com 4 círculos, nas falas transcritas acima é notável que os alunos já estavam se habituando a argumentar e justificar suas falas. Neste momento do encontro os alunos já se interagiam muito bem e em certos momentos chegavam a antecipar respostas que a pesquisadora não havia realizado a pergunta no momento.

Com o tabuleiro formado por cinco círculos vemos claramente de acordo com a fala dos alunos, que os mesmos descrevem exatamente o que se é relatado em Borin (2004) de que se o primeiro jogador marca apenas um círculo e o segundo jogador deve marcar dois círculos em posição oposta a de seu adversário, e na segunda situação o primeiro jogador marca dois círculos lado a lado e o segundo jogador marca apenas um círculo em posição oposta a de seu adversário.

Com base nas técnicas de Resolução de Problemas ressaltamos que os alunos se encontram na fase de '*Plenária*' pois "são convidados todos os alunos, a fim de discutirem as diferentes resoluções registradas na lousa pelos colegas, para defenderem seus pontos de vista e esclarecerem suas dúvidas" e a fase da '*Busca do consenso*' que "depois de sanadas as dúvidas, e analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, o professor tenta, com toda a classe, chegar a um consenso sobre o resultado correto" (ONUCHIC e ALLEVATO, 2011, p. 83).

Dessa forma foi feita a análise do tabuleiro contendo 6 e 7 círculos e da mesma maneira os alunos seguiram toda a linha de raciocínio para se obter a estratégia vencedora. Em ambas as situações os alunos definiram que, a partir da primeira jogada do segundo jogador, em suas jogadas seguintes, deverá marcar o mesmo número de círculos que seu adversário, mas sempre do lado oposto. Sempre deixando, após cada jogada, o tabuleiro dividido e com a mesma quantidade de círculos de cada lado, ou seja, com as marcas simétricas em relação ao eixo determinado nas duas primeiras jogadas.

A pesquisadora então pediu para que os alunos analisassem o que tinham acabado de discutir para então chegar à formalização da estratégia do tabuleiro inicial de 15 círculos.

Continuando a discussão.

P: Agora quero que vocês analisem o que anotamos na lousa e vejam se tem algo em comum ou que possa nos ajudar na definição de como jogar em um tabuleiro de 15 círculos.

MC: A estratégia do tabuleiro de 3 e 5 círculos são iguais.

JE: E do 4 e 6 também.

NV: Verdade!

P: O que os tabuleiros de 3 círculos e 5 círculos tem em comum além da estratégia de jogo?

MQ: É a mesma estratégia.

JE: Eles são ímpares!

P: Isso mesmo, além da mesma estratégia ambos possuem quantidades ímpar de círculos.

MC: Então a relação do 4 e 6 é que são pares.

NV: A quantidade de círculos é par do 4 e 6.

P: Muito bem! Então agora quero que pensem e me respondem o que devemos fazer então no tabuleiro com 15 círculos?

Após a pesquisadora realizar esta pergunta, alguns alunos responderam ao mesmo tempo, que deveriam fazer a mesma estratégia que foi descrita para os tabuleiros de 3 e 5 círculos, pois o número 15 é ímpar também.

Neste momento em relação às técnicas de Resolução de Problemas os alunos demonstram a fase final que é de *‘Formalização do conteúdo’* que retrata, conforme o nome, a formalização descrevendo de maneira formal o modo em que se devem realizar as jogadas em um tabuleiro com 15 círculos padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos através da resolução do problema que é a estratégia vencedora.

Terminada a discussão foi proposto pela pesquisadora que os alunos colocassem em prática a estratégia vencedora, aplicando as ideias e táticas que concluíram na discussão.

No decorrer do encontro, a pesquisadora foi de dupla em dupla para auxiliar e acompanhar os jogadores durante a aplicação da estratégia vencedora formulada momentos antes. Neste momento foi possível perceber que alguns alunos continuaram jogando de forma aleatória, entretanto em quatro duplas foi possível ver a aplicação exata da estratégia vencedora.

A seguir trazemos as nossas considerações finais sobre esta pesquisa.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O ponto de partida para este trabalho foi a minha inquietação quanto ao estímulo aos alunos em relação a problemas e situações que exigem formulação de estratégias para serem resolvidos. Essa inquietação vinha da minha experiência em sala de aula, tanto como estagiária, como enquanto professora. Entretanto, minha última experiência como mediadora nos anos iniciais, aguçou essa busca por contribuir para que os alunos passassem a pensar de modo estratégico através dos jogos e situações problemas.

Esse trabalho foi realizado com o objetivo de analisar o desenvolvimento habilidades de raciocínio indutivo e dedutivo através do Jogo dos Círculos por meio de técnicas de Resoluções de Problemas. Além de contribuir para o aumento de meus conhecimentos sobre o ensino através da metodologia de Resolução de Problemas e o uso de jogos nos anos iniciais.

É certo que foi preciso restringir a aplicação desta pesquisa devido ao tempo e aplicabilidade da mesma, o trabalho realizado com a participação de uma turma de alunos do quinto ano Ensino Fundamental e toda pesquisa foi norteadada pela pergunta *“Qual contribuição a Resolução de Problemas através do uso de jogos irá produzir no desenvolvimento do raciocínio indutivo e dedutivo de alunos do 5º ano dos Anos Iniciais?”*.

A opção por utilizar o Jogo dos Círculos se deu por produzir a oportunidade de reduzir as dificuldades presentes nos alunos, desenvolver habilidades de raciocínio indutivo e dedutivo, trabalhar técnicas de resolução de problemas, desenvolver habilidades de percepção espacial e promover o trabalho em equipe proporcionando atitudes mais positivas frente a seus processos de aprendizagem.

Os resultados obtidos foram satisfatórios, amenizando, um pouco, minhas inquietações. Foi possível perceber que os alunos tendem a se acomodar com o ato de jogar, possivelmente por estarem mais acostumados a agir assim, evitando se posicionar como investigador e, a cada jogada, ir elaborando novas táticas para sempre evoluir a caminho do objetivo proposto.

Durante os encontros foi notável o desenvolvimento do raciocínio dedutivo nos alunos, pois com bases em suas jogadas precisas, como também nas imprecisas, os alunos se sentiam na obrigação de reelaborar suas convicções durante as jogadas a fim de alcançarem a estratégia vencedora.

Por sua vez o raciocínio indutivo foi evidenciado no terceiro encontro, a partir do início da análise feita pelos alunos na redução da quantidade de círculos do tabuleiro, pois dessa forma os mesmos elaboravam estratégias de maneira particular a cada tabuleiro estudado e

posteriormente com essas análises concluíram a estratégia de modo geral aos tabuleiros com quantidades ímpares e pares de círculos. A partir disso ao definirem a estratégia vencedora para o tabuleiro de 15 círculos, os alunos fizeram uso da dedução além da indução por ser semelhante a estratégia dos tabuleiros de 3 e 5 círculos.

Contudo, acredito que com a participação no referido projeto, os alunos puderam se sentir motivados a sair do comodismo e pensar além para que possam ter um proveito mais significativo frente a um problema proposto.

Por fim encerro dizendo que essa pesquisa foi enriquecedora para mim. Ao me aprofundar um pouco mais na metodologia de ensino Resolução de Problemas e no uso de jogos nas aulas de Matemática dos anos iniciais, pude ter novas ideias e imaginar novas possibilidades de caminhos que poderei vir a seguir tanto em minha formação como em minha profissão.

REFERÊNCIAS

- BICUDO, M. A. V. **A pesquisa em educação matemática: a prevalência da abordagem qualitativa**, 2012. Disponível em <<https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect/article/view/1185/840>>. Acesso em: 10 nov. 2017.
- BORIN, J. **Jogos e resolução de problemas: uma estratégia para as salas de aulas de matemática**. v. 6. 5. ed. IME-USP, 2004.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997. 148p. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>>. Acesso em: 29 mai. 2018.
- CHIZZOTTI, A. **A pesquisa qualitativa em ciências humanas e sociais: evolução e desafios**. Disponível em <<http://www.redalyc.org/html/374/37416210/>>. Acesso em: 04 out. 2017.
- DANTE, L. R. **Didática da resolução de problemas de matemática: 1ª a 5ª Série para estudantes do curso de magistério e professores do 1º grau**. 12. ed. São Paulo: Editora Ática, 2000.
- GRANDO, R. C. **O jogo e a matemática no contexto da sala de aula**. São Paulo: Paulus, 2004.
- ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G.. **Pesquisa em resolução de problemas: avanços e novas perspectivas**. Disponível em <<http://200.145.6.238/bitstream/handle/11449/72994/2-s2.0-84873689803.pdf?sequence=1&isAllowed=y>>. Acesso em: 04 nov. 2017.
- PONTE, J. P.; PEREIRA, J. M.; HENRIQUES, A. **O raciocínio matemático nos alunos do ensino básico e do ensino superior**. Disponível em <<http://www.revistas2.uepg.br/index.php/praxiseducativa/article/view/4698>>. Acesso em: 23 mai. 2018.
- PÓLYA, G. **Mathematics and plausible reasoning: induction and analogy in mathematics**. New Jersey: Princeton University Press, 1954.

ANEXO A – Autorização dos alunos

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ – FACULDADE DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA**

Autorização

Eu, _____, RG: _____, responsável pelo(a) aluno(a) _____, matriculado(a) no 5º ano, turma D, da Escola Municipal de Educação Fundamental Prof.^a Maria Leonor Costa, autorizo sua participação nas atividades de coleta de dados para o Projeto de Pesquisa: “A Resolução de Problemas por meio do uso de jogo no ensino de Matemática nos anos iniciais”, desenvolvido por Ananda de Oliveira Varlesse, aluna do curso de Licenciatura em Matemática, da Universidade Estadual Paulista, Campus de Guaratinguetá, e sob a orientação do Professor Doutor Antonio Carlos de Souza. Estou ciente de que será garantido a preservação da imagem e da identificação de meu filho(a) de acordo com o código de ética de pesquisa científica. Estou ciente ainda que a práticas serão realizadas nas dependências da Escola Municipal de Educação Fundamental Prof.^a Maria Leonor Costa, no horário regular de aula.

Nada mais.

Cruzeiro, ____ de Agosto de 2018.