

Dissertação de Mestrado

Síntese Crítica do
The Craft of Musical Composition
de Paul Hindemith

Orientando: Orlando Lopes Legname
Orientadora: Profa. Dra. Maria de Lourdes Sekeff Zampronha

Instituto de Artes - UNESP - 1995

São Paulo, 12 de dezembro de 1995

Dep. Bic. 0026717

T/UNESP
620.21
L515s



Banca examinadora

Prof. Dr.

Prof. Dr.

Prof. Dr.

São Paulo, 12 de dezembro de 1995

Agradackmentos: Ao mestre Hans Joachim Koellreutter, Mário /bud,
Fábio Kon



Índice

RESUMO	5
INTRODUÇÃO	6
GLOSSÁRIO	14
1. ACÚSTICA E PSICOACÚSTICA	20
1.1. Discussão sobre os fenômenos naturais	20
1.2. <i>Harmonice Mundi</i>	31
1.3. Ondas	37
1.4. Temperamento	49
1.5. Psicoacústica	54
1.5.1. Altura	55
1.5.2. Duração	60
1.5.3. Intensidade	61
1.5.4. Timbre	66
2. A TEORIA DE HINDEMITH	67
2.1. Reflexões sobre a série harmônica	67
2.2. A Série 1	82
2.3. Sons Simultâneos	89
2.3.1. Interferência e Batimentos	89
2.3.2. Sons Resultantes	94
2.4. A Fundamental dos Intervalos e a Série 2	99
2.5. Classificação dos Acordes	105
3. GRAU DE DENSIDADE DE INTERVALOS, ACORDES E SIMULTANÓIDES	113
3.1. Consonância e Dissonância	113
3.2. Grau de Densidade	121
3.3. Análises	138
3.4. Considerações Finais	149
Apêndice 1 - Explicação Matemática para os Batimentos	150
Apêndice 2 - Comparação das frequências dos harmônicos dos int.	153
Apêndice 3 - Gráficos - Ondas na mesma direção	158
Apêndice 4 - Gráficos - Figuras de Lissajous	161
Apêndice 5 - Processo mat. para o cálculo dos graus de densidade	164
Apêndice 6 - Agradecimentos: Ao mestre Hans Joachim Koellreutter, Mário Abud,	169
Apêndice 7 - Listagem dos pro. Fábio Kon	171
BIBLIOGRAFIA	177



Índice

RESUMO	5
INTRODUÇÃO	6
GLOSSÁRIO	14
1. ACÚSTICA E PSICOACÚSTICA	20
1.1. Discussão sobre os fenômenos naturais	20
1.2. <i>Harmonice Mundi</i>	31
1.3. Ondas	37
1.4. Temperamento	49
1.5. Psicoacústica	54
1.5.1. Altura	55
1.5.2. Duração	60
1.5.3. Intensidade	61
1.5.4. Timbre	66
2. A TEORIA DE HINDEMITH	67
2.1. Reflexões sobre a série harmônica	67
2.2. A Série 1	82
2.3. Sons Simultâneos	89
2.3.1. Interferência e Batimentos	89
2.3.2. Sons Resultantes	94
2.4. A Fundamental dos Intervalos e a Série 2	99
2.5. Classificação dos Acordes	105
3. GRAU DE DENSIDADE DE INTERVALOS, ACORDES E SIMULTANÓIDES	113
3.1. Consonância e Dissonância	113
3.2. Grau de Densidade	121
3.3. Análises	138
3.4. Considerações Finais	149
Apêndice 1 - Explicação Matemática para os Batimentos	150
Apêndice 2 - Comparação das frequências dos harmônicos dos int.	153
Apêndice 3 - Gráficos - Ondas na mesma direção	158
Apêndice 4 - Gráficos - Figuras de Lissajous	161
Apêndice 5 - Processo mat. para o cálculo dos graus de densidade	164
Apêndice 6 - Utilização dos programas de computador	169
Apêndice 7 - Listagem dos programas	171
BIBLIOGRAFIA	177

RESUMO

A Teoria de Hindemith exposta no *The Craft of Musical Composition*, propõe um estudo físico da harmonia. Baseado nos fenômenos naturais da *série harmônica* e dos *sons combinados*, Hindemith estabelece uma relação entre as notas e os intervalos com suas *Séries 1 e 2*.

Numa revisita à Teoria, verificamos algumas “inadequações” do ponto de vista psico-acústico cabendo, a nosso ver, uma ampliação da abordagem deste trabalho.

Propomos então o processo que chamamos de *Cálculo do Grau de Densidade de Intervalos, Acordes e Simultanóides*, ampliando-se desse modo a abordagem original de Hindemith, e demonstramos, através de sua aplicabilidade à análises musicais, a sua validade.

¹ Marin Mersenne (1588-1648), sábio religioso, matemático, filósofo e teólogo francês, amigo de Descartes. Realizou descobertas a respeito da natureza e comportamento do som, que vieram a se tornar o fundamento da ciência Acústica.

² Christian Huygens (1629-1695), físico, matemático e astrônomo holandês, escreveu a primeira obra completa sobre o cálculo das probabilidades. Suas principais descobertas ocorreram no domínio da física, especialmente em mecânica e óptica.

³ Isaac Newton (1642-1727), físico e matemático inglês que descobriu as leis da Mecânica.

Alguns anos mais tarde Euler⁴ publicaria o seu *Dissertatio physica de sono*, um trabalho que se tornaria um clássico da recente ciência da Acústica.

No Século XIX Hermann von Helmholtz⁵ realizou as mais importantes pesquisas e experimentos científicos de que se tem notícias a respeito da série harmônica dos tons, e refletiu sobre a sua aplicabilidade na música e no fenômeno da consonância. Seus estudos foram publicados em 1885 num extenso livro chamado *Die Lehre von den Tonempfindungen*, cuja tradução para o inglês leva o nome de *On the Sensations of Tone*.

INTRODUÇÃO

O que podemos perceber deste relato⁶ é que os físicos parecem estar Muitos são os tratados e livros teóricos sobre Física da Música que se tem escrito, desde que Pitágoras descobriu as relações aritméticas dos intervalos há pelo menos 26 séculos.

Durante o Século XVII, este campo do conhecimento começou a avançar graças aos estudos das vibrações, e ao correlato estabelecido entre essas e as alturas musicais, de Paul Hindemith, *Unterweisung im Tonsatz*.

Entre 1636 e 1637, Mersenne¹ enunciou as Leis que levam o seu nome, e que descrevem do que depende a frequência de vibração de uma corda. Suas idéias influenciaram Huygens² que, como ele, estava interessado no problema das consonâncias e dissonâncias. Este assunto preocupou inclusive Newton³, um dos maiores gênios que a humanidade já produziu. Em sua obra, o *Principia*, o mestre cita suas análises matemáticas em torno da propagação do som. obras musicais

¹ Marin Mersenne (1588-1648), sábio religioso, matemático, filósofo e teórico francês, amigo de Descartes. Realizou descobertas a respeito da natureza e comportamento do som, que vieram a se tornar o fundamento da ciência Acústica.

² Christian Huygens (1629-1695), físico, matemático e astrônomo holandês, escreveu a primeira obra completa sobre o cálculo das probabilidades. Suas principais descobertas ocorreram no domínio da física, especialmente em mecânica e óptica.

³ Isaac Newton (1642-1727), físico e matemático inglês que descobriu as leis da Mecânica.



Alguns anos mais tarde Euler⁴ publicaria o seu *Dissertatio physica de sono*, um trabalho que se tornaria um clássico da recente ciência da Acústica.

No Século XIX Hermann von Helmholtz⁵ realizou as mais importantes pesquisas e experimentos científicos de que se tem notícias a respeito da *série harmônica*, dos *batimentos*, e refletiu sobre a sua aplicabilidade na música e no fenômeno da consonância. Seus estudos foram publicados em 1885 num extenso livro chamado *Die Lehre von den Tonempfindungen*, cuja tradução para o inglês leva o nome de *On the Sensations of Tone*.

O que podemos perceber deste relato⁶ é que os físicos parecem estar sempre interessados nos fenômenos musicais, ao contrário dos músicos que se voltam pouco para os fenômenos físicos e suas implicações nas ocorrências musicais.

Um dos poucos trabalhos que tratam dessas correlações sob o ponto de vista prático, e que é voltado para a sua utilização na composição musical, é o trabalho de Paul Hindemith, *Unterweisung im Tonsatz*, publicado em 1937, objeto de nossa pesquisa e, cuja tradução de 1945, sob o nome *The Craft of Musical Composition*, será a edição usada neste ensaio.

O primeiro volume da obra, sobre o qual vamos versar, trata dos fenômenos básicos da *série harmônica* e dos *sons combinados*⁷, a partir dos quais Hindemith propõe um complexo processo, que resulta numa Teoria a ser usada na composição e análise de obras musicais.

⁴ Leonhard Euler (1707-1783), matemático e astrônomo alemão.

⁵ Hermann von Helmholtz (1821-1894), físico alemão, teórico da Acústica.

⁶ Um amplo relato histórico do assunto pode ser encontrado em *Physics of Music* do *The New Grove Dictionary of Music and Musicians*. Washington, MacMillan, p.1980. 664-677.

⁷ Estes dois fenômenos físicos serão explanados em capítulo posterior.

Entretanto, sua proposta é ainda mais abrangente. Ele acreditava na força da *tonalidade* como um fenômeno natural e imutável, e afirma que por mais que os compositores tentassem se afastar da tríade na construção de suas obras, uma *tônica* poderia sempre ser identificada através de seu método de análise que vamos expor neste trabalho.

O seguinte trecho de Ian Bent (1980:363), demonstra-nos a posição do compositor a respeito da natureza de suas pesquisas, utilizando algumas de suas próprias palavras:

Hindemith believed himself to have laid down the basis of a *lingua franca* for modern composition, 'proceeding from the firm foundation of the laws of nature'⁸.

Hindemith não concordava com a maneira como a música havia evoluído, direcionando-se para a atonalidade, e descreve sua posição, como alguém que se sente convocado a contribuir para a preservação da arte da composição. E comenta a respeito deste período histórico (1945:2):

... in no other field of artistic activity has a period of overdevelopment of materials and of their application been followed by such confusion as reign in this one⁹.

Em epígrafe à introdução da obra, é citado um trecho do *Gradus ad Parnassum* de Johann Joseph Fux¹⁰, onde percebe-se claramente uma reação à modificação do estilo musical florescente na época. Hindemith analisa esta consideração, dizendo (1945:1):

⁸ Hindemith acreditava ter estabelecido as bases de uma *lingua franca* para a composição moderna, 'proveniente do sólido fundamento das leis naturais'.

⁹ ... em nenhum outro campo da atividade artística, um período de super desenvolvimento de materiais e suas aplicações, foi seguido por tamanha confusão como a que reina neste campo.

¹⁰ Johann Joseph Fux (1660-1741), compositor e teórico musical austríaco.

Fux, the strict contrapuntist, whose field is vocal music, can not reconcile himself to the shift of the center of the composer's work to the instrumental domain, with all that shift implies for the style of writing¹¹.

Observando a posição de Hindemith quanto ao desenvolvimento da atividade artística do começo do século XX (o qual ele considerou um tanto caótico), podemos concluir que sua análise era igual a de Fux frente ao crescimento da técnica contrapontística e instrumental do século XVIII.

Sob este ponto de vista e, com as mesmas palavras com as quais ele se refere a Fux, parece-nos acertado dizer que "Hindemith, como tradicionalista rigoroso, cujo campo de ação é a música tonal, não podia aceitar a mudança de centro, do campo de trabalho da composição, para o domínio do atonal e, com tudo o que essa mudança implicava para o estilo da escrita".

A passagem do já saturado idioma tonal para o atonal, era uma evidência nos compositores do fim do século XIX, que buscavam novos caminhos acreditando que a realidade do mundo não era mais a mesma.

No início do século XX, com as guerras mundiais e o surgimento de um novo conceito do universo com a Teoria da Relatividade e a Mecânica Quântica, torna-se lícito supor que a música tinha que seguir os mesmos princípios que norteavam a cultura e todas as formas do conhecimento humano, como se fosse um espelho do mundo contemporâneo, já que em todos os momentos da história, as manifestações artísticas estiveram, sempre, intimamente ligadas às condições sociais e à realidade científico-cultural da época.

¹¹ Fux, contrapontista rigoroso, cujo campo é a música vocal, não podia se reconciliar com a mudança do centro do campo de trabalho da composição para o domínio instrumental, e com tudo que esta mudança implicava para o estilo da escrita.



A produção artística de um determinado período possui características inerentes ao seu momento histórico, como nos demonstra Ernst Fisher¹² (1959:17), quando diz que "toda arte é condicionada por seu tempo e representa a humanidade em consonância com as idéias e aspirações, as necessidades e as esperanças de uma situação histórica particular"

Hindemith estava sujeito ao mesmo repertório cultural que os outros artistas que, segundo ele, modificavam a estética musical de uma maneira caótica. Assim, por que a sua necessidade de conservar o idioma que representava o passado?

A esse respeito, a artista plástica contemporânea Fayga Ostrower, considera determinados "aspectos valorativos" fora do nosso âmbito pessoal, e lembra que (1978:101):

Esses aspectos se reportam, essencialmente, a valores coletivos. Originam-se nas inter-relações sociais em um determinado contexto histórico. Formando a base das instituições e das normas vigentes, constituem o corpo de idéias predominantes em uma dada sociedade. São as valorações da cultura em que vive o indivíduo, os chamados "valores de uma época". Representam um padrão referencial básico para o indivíduo, que qualifica a própria experiência pessoal e tudo a que o indivíduo aspire ou o que faça, quer ele tenha consciência disso ou não.

O indivíduo talvez discorde de certas aspirações formuladas pelo contexto cultural; mesmo assim, é desse contexto que ele partirá para a crítica. Podem, as aspirações, ser frontalmente contestadas, sobretudo quanto a metas de vida e caminhos de realização humana - e em nossa sociedade não faltam exemplos - mas é em função do contexto e com possibilidades que surgem no contexto, que a contestação se dá. E se dá a partir de formas latentes no contexto.

¹² Ernst Fisher (1918-1972), poeta, escritor, filósofo e jornalista austríaco, autor, entre outros livros de *A Necessidade da Arte*.

Assim, a mudança do idioma tonal surge, para Hindemith, não exatamente como uma ampliação do domínio musical que leva a novas descobertas, mas, como uma decadência que devia ser freada. Ele se opôs, categoricamente, a essa transformação estética, e com isso negou a própria visão de mundo que as novas informações traziam.

Na obra, percebemos uma carga emocional marcada e uma necessidade de conservação de conceitos que ele ainda considerava válidos. Ou seja, ele tentava preservar a qualquer custo o idioma tonal. Mas, para isso, utilizou-se da física, muito embora esta não explicasse, em última instância, todas as leis que regulam a *tonalidade*.

Nesse momento então, ele recorre à estética e a *conceitos muito subjetivos*, tais como "o valor construtivo dos intervalos", que deixam dúvida quanto à real base científica do seu trabalho.

Principalmente durante a década de 50, muitas críticas lhe foram feitas. Uma delas, sob o título *Hindemith and Nature*, escrita por Norman Cazden¹³ (1954), questiona, científica e filosoficamente, a natureza das "leis eternas" que Hindemith acreditava.

A mais profunda pesquisa sobre este assunto, seria realizada por Victor Landau em sua Tese de Doutorado (New York University - 1957). Aí ele analisa várias obras de Hindemith, posteriores à publicação do *The Craft* (1937), sob o ponto de vista da Teoria do próprio compositor, e diz em um artigo no periódico *Music Review* (Landau, 1960:51):

complexos cálculos, novos no campo da música. Em vista disso, introduzimos pontos fundamentais, fazendo entretanto o menor uso possível da matemática, levando-se em conta que a ideia básica do

¹⁴ Na subjetiva opinião deste autor, contudo, a evidência apresentada é a de que a relação entre a Teoria Harmônica de Hindemith e sua prática como compositor de música de câmara é um tanto menor do que a esperada, considerando-se que o teórico e o compositor eram a mesma pessoa, e que a Teoria foi concebida para ser aplicada à toda música, inclusive à sua própria.

¹⁵ 1915, compositor alemão naturalizado brasileiro, e introdutor do

¹³ Norman Cazden (1914-1980), compositor, musicólogo e pianista americano.



It is this writer's subjective opinion, however, from the evidence that has been presented, that the relationship of Hindemith's harmonic theories to his practice as a composer of chamber music is something less than may be expected considering that the theorist and the composer are the same person and that theories were intended to apply to all music, including his own¹⁴.

Mas ainda assim, o texto tem grande importância, e o que nos propomos, com o presente trabalho, não é negar a Teoria de Hindemith nem repetir as críticas feitas por teóricos como os citados, mas sim, reavaliar seus conceitos, analisando pontos da Física da Música, não levados então em consideração.

A nossa pesquisa surgiu da utilização prática da Teoria de Hindemith na composição, e de nossas pesquisas em Acústica. Isto nos levou à considerações que vamos explanar, bem como a uma nova proposta de análise física da simultaneidade dos sons, que chamaremos de *Cálculo dos Graus de Densidade de Intervalos, Acordes e Simultanóides*.

Como o nosso trabalho envolve conceitos que pertencem à uma nova estética da música, introduzida pelo Prof. Hans Joachim Koellreutter¹⁵, decidimos iniciá-lo com um glossário que define termos utilizados, inclusive da Física, tornando assim, compreensível a leitura do texto.

Alguns pontos por nós desenvolvidos também envolvem complexos cálculos, novos no campo da música. Em vista disso, introduzimos pontos fundamentais, fazendo entretanto o menor uso possível da matemática, levando-se em conta que a idéia básica do

¹⁴ Na subjetiva opinião deste autor, contudo, a evidência apresentada, é a de que a relação entre a Teoria Harmônica de Hindemith e sua prática como compositor de música de câmara é um tanto menor do que a esperada, considerando-se que o teórico e o compositor eram a mesma pessoa, e que a Teoria foi concebida para ser aplicada à toda música, inclusive à sua própria.

¹⁵ Hans Joachim Koellreutter (1915), compositor alemão naturalizado brasileiro, e introdutor do dodecafonismo e das Teorias de Paul Hindemith no país.

nosso trabalho pode ser entendida perfeitamente, sem a explanação ao músico destes dados estritamente matemáticos.

Neste sentido, deu-se maior relevância às conclusões obtidas, e menos às equações matemáticas que nos levaram a elas. Por isso, deixamos alguns itens técnicos como *Explicação matemática para os batimentos*, para apêndices, tornando-os uma leitura complementar, sem nenhuma perda do conteúdo.

Por outro lado, achamos que para o leitor, habituado com o Cálculo avançado (Diferencial e Integral) e com a Psicologia, a leitura de itens básicos como 1.3. *Ondas*, não resultará cansativa, além de afirmar-se útil. Assim como o item 1.5. *Psicoacústica*, que traz correlatos físicos, psicológicos e musicais significativos ao nosso estudo.

No capítulo 2 fazemos uma breve explanação da complexa Teoria de Hindemith, juntamente com as pesquisas a respeito da *série harmônica* e dos *sons simultâneos*, chamando a atenção para os pontos que consideramos dignos de questionamento.

A nossa proposta do *Cálculo do Grau de Densidade de Intervalos, Acordes e Simultanóides* envolve a parte mais complexa da matemática, mas, reiteramos aqui o fato de sua compreensão não necessitar do entendimento técnico desta.

Esperamos assim estar contribuindo com um trabalho teórico que auxiliará os músicos na composição e análise musicais, considerando entretanto, este trabalho, um processo aberto, onde o tempo de concluir pode ser o instante de ver de um outro momento..



GLOSSÁRIO

Densidade

Maior ou menor concentração de elementos sonoros (frequência e quantidade) num determinado lapso de tempo.

a) Densidade de sons sucessivos: o grau de densidade é obtido em função da quantidade de sons emitidos, sucessivamente, num determinado lapso de tempo.

b) Densidade de sons simultâneos: o grau de densidade é obtido em função da quantidade de sons emitidos, simultaneamente, num determinado lapso de tempo. (Cf. Koellreutter, 1990:38).

Dimensão:

Física. É o número de vetores necessários, em um sistema de referências, para se determinar a localização de um ponto.

Acorde

Agrupamento vertical (ou simultâneo) de sons com altura definida, que pode ser organizado em terças sobrepostas.

Adensamento

Aumento sucessivo e/ou simultâneo, da quantidade de signos musicais dentro de um determinado lapso de tempo (Cf. Koellreutter, 1990:12).

Altura

Teoria:

1. Característica sensorial que permite ordenar os sons numa escala entre os *baixos* (graves) e os *altos* (agudos). Ver *Frequência*.

2. Na linguagem comum o termo é usado também para designar o *volume* ou a intensidade de um som.

Atonalidade

Princípio de estruturação musical que transcende o da tonalidade, ou seja, que integra o princípio tonal numa ordem sintática mais ampla. (Cf. Koellreutter, 1990:17).

Batimento

Física. Fenômeno que resulta da vibração de dois sons de frequência próxima, com diferença inferior a 20 Hz. É uma periódica variação de amplitude, de frequência igual à diferença entre as frequências dos sons originais.

Consonância

Conceito que pertence ao contexto do sistema tonal-harmônico. Som que causa sensação de estabilidade.

Estabilidade

Qualidade daquilo que é estável. Sons ou trechos musicais que não causem a sensação de movimento.

Densidade

Maior ou menor concentração de elementos sonoros (frequência e quantidade) num determinado lapso de tempo.

a) Densidade de sons sucessivos: o grau de densidade é obtido em função da quantidade de sons emitidos, sucessivamente, num determinado lapso de tempo.

b) Densidade de sons simultâneos: o grau de densidade é obtido em função da quantidade de sons emitidos, simultaneamente, num determinado lapso de tempo. (Cf. Koellreutter, 1990:38).

Dimensão:

Física. É o número de vetores necessários, em um sistema de referências, para se determinar a localização de um ponto.

Estética. Na música, faz-se uma analogia às dimensões matemáticas, segundo a percepção da direcionalidade do discurso musical.

	Física	Música
1a. dimensão	Linha	Monodia
2a. dimensão	Plano	Contraponto
3a. dimensão	Espaço	Tonalidade
4a. dimensão	Tempo	Planimetria

Dissonância

Qualquer som que, no contexto do sistema harmônico normativo, aparenta ser instável, e portanto demanda estabilidade.

Dualidade

Caráter do que é dual ou duplo. Ex.: consonância-dissonância, tempo forte-fraco, tônica-dominante. (Cf. Koellreutter, 1990:41).

Dualismo

Modo de pensar e de raciocinar, que tem por base a existência de conceitos duais, interpretados como opostos que se excluem mutuamente ("ou um ou outro"). (Cf. Koellreutter, 1990:41).

Duração

Teoria. Lapso de tempo em que o som pode ser ouvido. Na notação musical é indicada pela figuração da nota (colcheia, semínima, ..).

Estabilidade

Qualidade daquilo que é estável. Sons ou trechos musicais que não causam a sensação de movimento.



Estilo

Conjunto de características que unem e, ao mesmo tempo, separam a produção artística de épocas, de países ou de artistas (personalidades individuais). (Cf. Koellreutter, 1990:54).

Forma de onda

Física: Característica visual do gráfico *amplitude x tempo* de uma onda sonora. Depende dos harmônicos. Auditivamente é um dos principais fatores que definem o timbre.

Frequência

Física. Número de ciclos que uma onda completa por segundo. Unidade: Hertz (HZ) ou ciclos por segundo. Ver *Altura*.

Função

Característica da percepção de um acorde, que depende da sua relação com os demais, antecedentes e consequentes. Oscila entre os conceitos de repouso (tônica) e movimento (afastamento = subdominante e aproximação = dominante).

Gestalt

O termo *gestalt* não possui, na língua portuguesa, tradução que lhe dê sentido exato. Contudo, por aproximação, pode ser entendido como configuração: conjunto de pontos, linhas, sons ou outros signos que tendem a serem percebidos de *imediato* como um todo (= unidade estrutural). (Cf. Koellreutter, 1990:65).

Harmônicos

Cada um dos sons senoidais que, juntos, constituem os sons musicais complexos. São chamados também de parciais.

Idioma

Linguagem musical definida por características estruturais e sintáticas. Ex. modal, tonal, atonal.

Instabilidade

Qualidade daquilo que demanda estabilidade. Sons ou trechos musicais que causam a sensação de movimento.

Intensidade

Teoria. Parâmetro musical que diferencia o volume dos sons.

Física. Quantidade de energia por unidade de área transmitida por uma fonte sonora. Unidade: watts por metro quadrado (W/m^2) e decibéis (dB).

Intervalo

Estética. Relação entre dois sons simultâneos (intervalo harmônico), ou consecutivos (intervalo melódico).

Física. Razão entre as frequências de duas notas.

Linguagem

Código. Sistema que estrutura signos através de uma sintaxe, e tem a função de transmitir informações.

Nota

1. Símbolo da escrita musical que indica: a altura e/ou a duração de um som musical.
2. A própria altura. O termo é normalmente usado para designar não só o símbolo mas também o som propriamente dito.

Parcial

Harmônicos. Cada um dos sons senoidais que compõem um som complexo analisado separadamente (a fundamental e os seus sobretons).

Percepção

Capacidade que envolve os atos de discernir, distinguir, comparar ou entender.

Politonalidade

Princípio de estruturação musical que envolve a simultaneidade de dois ou mais centros tonais.

Positivismo

Doutrina iniciada por Augusto Comte (1798-1857), base do pensamento filosófico e do cientificismo que valoriza os fatos comprovados, que não admitem dúvidas.

Racional

Relativo à razão. Produto de um método que enfatiza a razão como princípio fundamental.

Rarefação

O contrário de adensamento. Processo de diminuir a concentração de elementos sonoros num lapso de tempo.

Realidade

Mundo do infinitamente pequeno, subatômico, cuja conscientização não depende dos conceitos comuns de espaço-tempo e outros. Relativo à Mecânica Quântica.

realidade

Mundo do cotidiano da sociedade humana.

Relativismo

Princípio filosófico que afirma o caráter relativo e não absoluto do conhecimento humano e da moral.

Ritmo

Modo como as durações são organizadas dentro de um contexto musical.



Ruído:

Som produzido por um movimento aleatório das partículas de ar, que incorporando diversas frequências, não pode ser identificado como uma "altura" e sim como uma "região de alturas".

Senoidal

Chamado também de puro, é um som que não possui harmônicos. A única fonte não eletrônica desses sons é o diapasão.

Física. Som de frequência definida, cuja forma de onda é semelhante ao gráfico de uma função senóide.

Signo

Algo que representa algo para alguém sob determinado prisma, segundo Charles Sanders Pierce (1839-1914).

Símbolo

Tipo de signo em que a relação com o referente é feita por convenção.

Simultanóide:

Superposição de três ou mais sons que não pode ser organizada em terças sobrepostas como nos acordes da harmonia tonal.

Sinal

Manifestação física, concreta, de um signo (Cf. Pignatari, 1983:26).

Sobretom

Cada um dos modos naturais de vibração de um corpo, de frequência superior à da fundamental.

Tensão

Estado psíquico que leva à necessidade de relaxamento.

Tom

1. Som com altura definida.
2. Intervalo de segunda maior.
3. Altura à qual se relacionam todos os elementos de uma estrutura harmônica ou melódica, que obedece aos princípios da tonalidade.

Tom complexo

Som caracterizado por ser composto de várias alturas combinadas.

Tom simples

Som caracterizado por ser composto de apenas um som de frequência definida.



Tonalidade

Princípio de estruturação musical que relaciona os signos musicais com um centro de convergência denominado *tônica*. (Cf. Koellreutter, 1990:130).

Volume

Termo usado para designar a experiência psicológica da audição em termos de intensidade, audição que depende não só deste fator mas também da altura, duração, timbre, fonte, localização e ambiente.

1. ACÚSTICA E PSICOACÚSTICA

1.1 Considerações sobre os fenômenos naturais

Muitos dos fatores que envolvem a nossa pesquisa, resumem-se na discussão sobre o que é *natural*, ou seja, o que é uma *lei* da natureza (que não pode ser modificada). Assim como Hindemith considera a *tonalidade*, em sua Teoria exposta no *The Craft of Musical Composition*.

A concepção de conhecimento científico está relacionada com o que é comprovado através da observação e experimentação de uma maneira objetiva. Este conceito tem início, segundo Alan Chalmers¹ (1995:23), na "Revolução Científica que ocorreu principalmente durante o século XVII, levada a cabo por grandes cientistas como Galileu² e Newton".

¹ Alan Francis Chalmers (1928) físico inglês, professor da Universidade de Sydney (Austrália)

² Galileu Galilei (1564-1642) matemático e astrônomo italiano, verificou o comportamento periódico dos pêndulos, inventou o termômetro, a balança hidrostática, a luneta e descobriu as crateras da Lua.

Durante este período ocorreu uma grande modificação do pensamento humano com o surgimento do racionalismo clássico que, segundo Chalmers, considera que "os verdadeiros fundamentos do conhecimento são acessíveis à mente pensante". O primeiro racionalista clássico foi René Descartes¹, e uma ilustração deste pensamento é a sua geometria euclidiana (Chalmers, 1995:153).

Durante séculos persistiu a dúvida sobre "se as teorias matemáticas eram aplicadas ao mundo físico" (Chalmers, 1995:163). Os platonistas, ao contrário, acreditavam que sim, mas somente Galileu pôs fim a essa questão, demonstrando a aplicabilidade das teorias matemáticas às questões naturais.

1. ACÚSTICA E PSICOACÚSTICA

Galileu morreu em 1642, no mesmo ano em que nasceu Isaac Newton, o qual publicou o seu tratado *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*, conhecido simplesmente como *Principia*.

Com suas *Leis da Mecânica*, Newton explicou como funcionavam muitos fenômenos naturais.

Muitos dos fatores que envolvem a nossa pesquisa, resumem-se na discussão sobre o que é *natural*, ou seja, o que é uma *lei* da natureza (que não pode ser modificada). Assim como Hindemith considera a *tonalidade*, em sua Teoria exposta no *The Craft of Musical Composition*.

A concepção de conhecimento científico está relacionada com o que é comprovado através da observação e experimentação de uma maneira objetiva. Este conceito tem início, segundo Alan Chalmers¹ (1995:23), na "Revolução Científica que ocorreu principalmente durante o século XVII, levada a cabo por grandes cientistas como Galileu² e Newton".

¹ Alan Francis Chalmers (1939) físico inglês, professor da Universidade de Sydney (Austrália).

² Galileu Galilei (1564-1642) matemático e astrônomo italiano, verificou o comportamento periódico dos pêndulos, inventou o termômetro, a balança hidrostática, a luneta e descobriu as crateras da Lua.

Durante este período ocorreu uma grande modificação do pensamento humano com o surgimento do racionalismo clássico que, segundo Chalmers, considera que "os verdadeiros fundamentos do conhecimento são acessíveis à mente pensante". O primeiro racionalista clássico foi René Descartes³, e uma ilustração deste pensamento é a sua geometria euclidiana (Chalmers, 1995:153).

Durante séculos persistiu a dúvida sobre "se as teorias matemáticas eram aplicadas ao mundo físico" (Chalmers, 1995:183). Os platonistas, ao contrário dos aristotélicos, achavam que sim, mas somente Galileu pôs fim a essa questão, demonstrando a aplicabilidade das teorias matemáticas às questões naturais.

Galileu morreu em 1642, no mesmo ano em que nasceu Isaac Newton, o homem que colocaria um marco na História da Ciência, ao publicar o seu tratado *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, conhecido simplesmente como *Principia*.

Com suas *Leis da Mecânica*, Newton explicou como funcionavam muitos fenômenos naturais, entendendo ocorrências e prevendo resultados de experimentos através de equações matemáticas.

Este momento histórico é um exemplo do que Thomas Kuhn⁴ chama de revoluções científicas que, segundo ele são "aqueles episódios de desenvolvimento não-cumulativo, nos quais um paradigma mais antigo é total ou parcialmente substituído por um novo, incompatível com o anterior" (Kuhn, 1995:125).

Kuhn define estes paradigmas como "realizações científicas universalmente reconhecidas que, durante algum tempo, fornecem

³ René Descartes (1596-1650), filósofo e matemático francês, enunciou as leis da Mecânica e da Geometria. Fundador da Filosofia Moderna.

⁴ Thomas Kuhn, físico teórico, estudioso da História da Ciência.



problemas e soluções modelares para uma comunidade de praticantes de uma ciência" (1995:13).

As revoluções científicas não só contribuem para o avanço do conhecimento humano, mas modificam a visão do mundo como se este fosse diferente a partir daquele momento. Segundo Kuhn (1995:146):

... as mudanças de paradigma realmente levam os cientistas a ver o mundo definido por seus compromissos de pesquisa de uma maneira diferente. Na medida em que seu único acesso a este mundo dá-se através do que vêem e fazem, poderemos ser tentados a dizer que, após uma revolução, os cientistas reagem a um mundo diferente.

Durante mais de um século as Leis de Newton permaneceram imutáveis. Surgiram físicos como Franklin⁵, Ampère⁶ e Faraday⁷ que avançaram nas descobertas sobre a eletricidade que culminaram na Teoria Eletromagnética de um dos maiores gênios do século passado - James Clerk Maxwell⁸.

A Teoria de Maxwell abriu caminho para o homem que mudou toda a anterior concepção humana do Universo: Albert Einstein⁹.

Neste período, os físicos verificaram que as Leis de Newton apenas eram válidas para um determinado estado, que corresponde ao nosso mundo e às dimensões que não estão longe das dimensões do nosso corpo.

⁵ Benjamin Franklin (1706-1790), físico, filósofo e estadista norte-americano, autor de pesquisas de eletrostática e inventor do para-raios

⁶ André Marie Ampère (1775-1836), matemático e físico francês, descobridor da lei fundamental da eletrodinâmica.

⁷ Michael Faraday (1791-1867), físico, filósofo e químico inglês, descobridor das correntes de indução que tiveram por consequência a construção de motores elétricos.

⁸ James Clerk Maxwell (1831-1879) físico inglês que completou a Teoria Eletromagnética e descobriu a velocidade da luz.

⁹ Albert Einstein (1879-1955), físico alemão naturalizado americano, autor de diversos trabalhos fundamentais de Física Teórica e da Teoria da Relatividade. Recebeu o prêmio Nobel em 1921.

Mas elas não eram válidas, ou então exigiam uma correção, quando eram abordados fenômenos que ocorrem com o infinitamente grande (galáxias, universo, ...) e com o infinitamente pequeno (partículas subatômicas). No primeiro caso, elas foram substituídas pela Teoria Geral da Relatividade, e no segundo, pela Mecânica Quântica.

O físico Gary Zukav (1980:19) em um texto sobre Física Moderna, diz-nos sobre o assunto:

Quantum mechanics does not replace Newtonian physics, it includes it. The physics of Newton remains valid within its limits. To say that we have made a major new discovery about nature is one side of a coin. The other side of the coin is to say that we have found the limits of our previous theories. What we actually discover is that the way that we have been looking at nature is no longer comprehensive enough to explain all that we can observe, and we are forced to develop a more inclusive view¹⁰.

E Zukav continua, citando as palavras do próprio Einstein¹¹ (Zukav, 1980:19):

...creating a new theory is not like destroying old barn and erecting a skyscraper in its place. It is rather like climbing a mountain, gaining new and wider views, discovering unexpected connections between our starting point and its rich environment. But the point from which we started out still exists and can be seen, although it appears smaller and forms a tiny part of our broad view gained by the mastery of the obstacles on our adventurous way up¹².

¹⁰ A mecânica quântica não substitui a física newtoniana, ela a inclui. A física de Newton permanece válida dentro dos seus limites. Dizer que fizemos uma grande nova descoberta sobre a natureza é um lado da moeda. O outro lado da moeda é dizer que descobrimos os limites da teoria prévia. O que nós realmente descobrimos é que o modo como temos olhado para a natureza não é suficientemente compreensivo para explicar tudo o que podemos observar, e somos forçados a desenvolver uma visão mais abrangente.

¹¹ Albert Einstein e Leopold Infeld. *The Evaluation of Physics*. New York, Simon and Schuster, 1938, p. 31, citado por Zukav (1980:19).

¹² ... criar uma nova teoria não é como destruir um velho celeiro e construir um arranha-céu no seu lugar. mas ao contrário, é como escalar uma montanha, ganhando novas e melhores vistas, descobrindo inesperadas conexões entre o nosso ponto de partida e o seu rico ambiente. Mas o ponto do qual partimos ainda existe e pode ser visto, embora pareça menor e forme uma pequena parte da nossa extensa visão, ganha, pelo domínio de obstáculos do nosso aventureiro caminho.



Também neste século, vimos uma radical mudança na postura dos cientistas no que diz respeito à "verdade absoluta" do universo. Todos hoje sabem que o nosso conhecimento é relativo, e que amanhã a humanidade terá evoluído, o conhecimento do homem terá aumentado e as teorias de hoje terão sido substituídas por outras mais abrangentes.

As teorias da estrutura atômica *supõem* como são as partículas elementares, assim como a Teoria do *Big-bang*¹³, na sua proposta de uma possível ocorrência do início do Universo.

A base da visão de mundo mecanicista que teve seu apogeu na citada revolução científica do século XVII, é a matemática e os números, que são a expressão máxima da lógica e do racionalismo.

Esta visão tem um início longínquo, no século VI A.C. aproximadamente, com Pitágoras de Samos e seus seguidores. Os pitagóricos acreditavam numa espécie de "divindade dos números", e que a natureza era baseada na Matemática. Como podemos observar neste trecho de *The Sleepwalkers* (Koestler, 1989:28):

To the Pythagoreans, [...], the mathematization of experience meant not an impoverishment, but an enrichment. Numbers were sacred to them as the purest ideas, disembodied and ethereal; hence the marriage of music to numbers could only ennoble it. [...] Numbers are eternal while everything else is perishable; they are of the nature not of matter¹⁴.

¹³ Teoria surgida na década de 30, segundo a qual o Universo, há cerca de 15 bilhões de anos, teria surgido de um ponto de altíssima densidade que teria explodido e, cuja expansão, perduraria até hoje.

¹⁴ Para os pitagóricos, [...], a matematização da experiência não significaria um empobrecimento, mas um enriquecimento. Os números eram, para eles, tão sagrados quanto a mais pura das idéias, incorpóreos e etéreos; portanto, o casamento da música com os números só poderia enobrecê-la. [...]. Os números são eternos enquanto tudo o resto é perecível; eles são da natureza não da matéria.

À respeito da música, falaremos no próximo módulo. Quanto a matemática pura, é conhecida de todos o famoso *Teorema de Pitágoras*, que, relacionando os lados de um triângulo retângulo, define-se como uma das mais conhecidas leis da Matemática.

Os pitagóricos descobriram também que a soma dos sucessivos números ímpares resultam em quadrados perfeitos: $1 + 3 = 4$ $4 + 5 = 9$ $9 + 7 = 16$ etc.

Mas, colocamos a seguinte questão: *Seriam os números realmente naturais?*

A respeito desse assunto, reportamo-nos aos estudos acerca do aprendizado cognitivo de Jean Piaget¹⁵, onde são colocados dois aspectos do desenvolvimento da inteligência. Nas palavras de Zélia R. Chiarottino¹⁶ (1972:60):

... o homem nasce com certos funcionamentos invariantes: coerência e capacidade de estabelecer relações (núcleo funcional). Esse núcleo, essa organização inicial dá origem às categorias da razão e é nesse sentido que podemos dizer que aí estão pré-formadas. No entanto, é no contato com o real, por um processo de assimilação e acomodação que estas categorias se estruturam. As categorias da razão resultam, portanto, da maturação biológica e da ação do meio.

Assim, para Piaget, o aprendizado sempre está determinado por associações que não são inteiramente novas. São produto de assimilações e, ao mesmo tempo, adaptam-se às necessidades do meio. Segundo Chiarottino (1972:70):

O funcionamento do cérebro é hereditário, o seu desenvolvimento obedece a determinadas etapas previsíveis, determinando os

¹⁵ Jean Piaget, psicólogo, pedagogo e epistemólogo suíço, estudioso das funções cognitivas, que alia os métodos histórico-criativos e psicogenéticos para descrever as estruturas básicas de todas as formas de pensamento científico.

¹⁶ Zélia Chiarottino, professora da USP.

progressos da inteligência, mas esse funcionamento não implica uma programação, pois não produz nem idéias inatas nem o "saber fazer" instintivos [...]. É esta situação especial comparada à dos comportamentos de nível inferior que leva Piaget a supor:

1o.) que o funcionamento cerebral prolonga formas gerais e não particulares de organização; e,

2o.) que as estruturas lógico-matemáticas, sem estarem inicialmente contidas nesse funcionamento como estruturas, resultam, no entanto, desse funcionamento, a partir do momento em que ele é utilizado na solução de problemas, dando lugar a um duplo movimento de construções e abstrações reflexivas por etapas sucessivas de equilibração [...].

Supomos então que os números e a matemática são uma criação da mente humana, servindo aos propósitos para os quais foram criados. Mas poderia ter sido diferente. O conhecimento humano poderia ter evoluído de outra forma e ter produzido um outro modo de apreensão do mundo, assim como existem outras formas não científicas de se ver o mundo, e das quais não se pode comprovar a sua veracidade.

Conjecturamos ainda a possibilidade de o universo ter produzido um outro tipo de inteligência que não seja compatível com a nossa, ambas se excluindo impossibilitando a avaliação mútua.

Da mesma forma analisamos as notas musicais que são tidas, por Hindemith, como uma *lei da natureza*.

Os sons podem ter um número ilimitado de variações dentro da gama de frequência audível, ou seja, o número de *notas musicais* é infinito. E em nenhum lugar na natureza há uma seleção de sons que corresponda à nossa escala cromática ou à nossa escala tonal.

Mas o assunto é mais complexo já que, da produção de um som até a sua percepção pelo cérebro, ocorre um processo composto por uma série de fases, descritas pelos físicos Eisberg¹⁷ e Lerner¹⁸ (1983:181-182) da seguinte forma:

¹⁷ Robert M. Eisberg, físico e professor da University of California - Santa Barbara.



- 1) deve haver uma fonte de vibração (e existem vários tipos);
- 2) deve haver uma forma de acoplamento entre a fonte e o meio de propagação;
- 3) deve haver propagação através do meio (fortemente afetado por fenômenos como reflexão e absorção por superfícies);
- 4) o ar oscilante põe o tímpano em vibração;
- 5) o tímpano faz vibrar o complexo sistema mecânico sólido e líquido do ouvido médio e interno (que introduz várias modificações complexas);
- 6) a vibração mecânica é traduzida em impulsos nervosos elétricos;
- 7) os impulsos nervosos são organizados e interpretados pelo nervo auditivo e pelo cérebro.

Segundo esses mesmos físicos, os processos do primeiro ao quarto "se situam no domínio da **acústica física**", do quarto ao sétimo no "domínio da **acústica fisiológica**, e o sétimo também faz parte do domínio da **acústica psicológica**" (Eisberg, 1983:182).

Podemos verificar, com a análise destes dados, que "ouvir" é um fenômeno mais complexo do que imaginamos, envolvendo também fatores subjetivos tais como a formação do indivíduo e sua cultura, fatores que dizem respeito à acústica psicológica.

Analisando a sexta fase, vemos que num dado ponto do processo, as informações são transformadas em impulsos elétricos, exatamente como acontece com outros sentidos, como a visão. O nervo ótico processa informações elétricas que são igualmente interpretadas pelo cérebro, só que como imagens.

Se, tanto em relação à percepção auditiva quanto à visual, captamos sempre impulsos elétricos que são interpretados como som ou

¹⁸ Lawrence S. Lerner, físico e professor da California State University - Long Beach.



como imagens, pensemos em uma experiência impossível de ser realizada, mas que ilustra bem a nossa explicação.

O que aconteceria se os nervos ótico e auditivo fossem trocados de posição, um ocupando agora o lugar do outro no cérebro?

A nossa experiência imaginária produziria um mundo totalmente diferente, pois cada vez que o indivíduo abrisse os olhos, "ouviria" uma série de sons (que corresponderiam às interpretações do cérebro, dos sinais enviados pelo nervo ótico), e da mesma forma quando os sons penetrassem nos seus ouvidos, ele "veria" uma série de imagens.

Para explicar os impulsos nervosos, um texto do *Biological Sciences Curriculum Study* (p. 279-280) cita uma experiência similar:

Os impulsos que atingem o cérebro por meio dos neurônios sensoriais são todos iguais, quer partam dos olhos, dos ouvidos, das papilas tácteis. Os neurônios podem ser estimulados simplesmente pelo toque. Se se pudesse tocar um neurônio do olho, você teria uma sensação visual, o mesmo aconteceria no neurônio do ouvido, que daria uma sensação auditiva. Suponha que os nervos que vão dos olhos ao cérebro pudessem ser desligados e ligados ao ouvido. Ao ouvir música, você teria sensações visuais e não auditivas.

Existem experiências atuais que visam chegar a essa *linguagem* elétrica do cérebro e que, provavelmente, trarão frutos impressionantes como a possibilidade de se produzir uma micro-câmera que instalada em um par de óculos especial ou em um par de olhos artificiais, enviaria informações elétricas ao cérebro, possibilitando um cego ver.

Também sabemos que o ouvido *seleciona* parte das informações que chegam até ele. Assim, o ser humano só ouve sons que estão numa faixa de frequência situada entre 16 e 16.000 Hz aproximadamente. Se não fosse desse modo, a quantidade de informações recebidas seria tão

grande que tornaria a vida impossível. Como nos diz Seashore¹⁹ (1967:55) "it saves us from bombardment by the masses of higher frequency in nature"²⁰.

Toda essa discussão induz-nos considerar que muitos fenômenos quando interpretados fisicamente, não correspondem à nossa percepção da realidade.

Isto significa que não é suficiente elaborarmos uma teoria física da música, sem levarmos em consideração fatores de ordem psicológica. Ambas devem estar muito bem definidos, a fim de que não haja confusão entre os conceitos. Pois, nas palavras de Hubert Howe²¹ (1975:1):

Sound and hence music, can be analyzed in two ways: *physically*, by using instruments such as meters or other devices that display or record measurements of the properties of the sound; and *psychologically*, by listening to the sound and attempting to ascertain its properties on the basis of our immediate experience²².

A presente pesquisa não pretende reduzir a experiência musical a equações matemáticas, mas estabelecer relações entre as duas, como aliás já dissemos.

E como é destinada a músicos e à aplicação prática dos resultados na composição, arranjos ou mesmo na execução musical, procuramos neste capítulo demonstrar o mínimo necessário de equações

¹⁹ Carl Seashore (1866-1949), psicólogo e músico suéco, professor da The State University of Iowa.

²⁰ ... ele nos salva do bombardeio das massas de altas frequências na natureza.

²¹ Hubert S. Howe Jr., professor de composição da Queens College of the City University of New York.

²² O som e portanto a música, pode ser analisados de duas maneiras: fisicamente, pelo uso de instrumentos como medidores ou outros dispositivos que mostram ou gravam medidas das propriedades do som, e psicologicamente, ouvindo o som tentando verificar suas propriedades fundadas na nossa experiência imediata.



matemáticas, detendo-nos mais nas conclusões fenomenológicas à que essas nos reportam²³.

No final, apresentamos, em apêndices, as deduções matemáticas e a extensa bibliografia que fundamenta teoricamente o nosso trabalho.

1.2. *Harmonice Mundi*

Algumas das idéias desenvolvidas por Pitágoras, como o Teorema sobre triângulos retângulos, atravessaram séculos e chegaram aos diferentes campos do conhecimento, como a "Harmonia das Esferas".

A Terra tida então como um disco, transformou-se no universo pitagórico, numa esfera, ao redor da qual o Sol e os planetas, também esféricos, se moviam em círculos concêntricos, "sussurrando" um som que dependia das razões das suas velocidades de revolução, pelas suas respectivas distâncias fixas da Terra, como uma grande lira de cordas circulares. Os intervalos entre elas seriam regidos pelas leis da harmonia universal.

Estes intervalos entre os planetas seriam:

Terra e Lua	um tom
Lua e Mercúrio	um semitom
Mercúrio e Vênus	um semitom
Vênus e Sol,	uma terça menor
Sol e Marte	um tom
Marte e Júpiter	um semitom
Júpiter e Saturno	um semitom
Saturno e a esfera das estrelas fixas	um semitom,

²³ A Física e a Matemática são a base da nossa pesquisa, sem as quais seriam impossíveis as nossas investigações. Entretanto, é possível o entendimento da nossa Teoria pelos músicos não familiarizados com estas áreas do conhecimento.



Parece que um único homem "ouviu" esta música. Como diz Koestler²⁴ (1989:32):

According to tradition, the Master alone had the gift of actually hearing the music of the spheres. Ordinary mortals lack this gift, either because they are from the moment of birth, unknowingly but constantly bathed in the celestial humming [...]²⁵.

1.2. *Harmonice Mundi*

Estas idéias influenciaram desde Platão e neo-Platônicos da era carolíngia, até astrônomos, astrólogos, médicos e poetas, com ocasionais aparições na música como, segundo James Haar, em *Harmonia Mundi*, que foi designed for the Florentine intermezzo of 1589 (Haar, 1980:83).

Algumas das idéias desenvolvidas por Pitágoras, como o *Teorema sobre triângulos retângulos*, atravessaram séculos e chegaram aos diferentes campos do conhecimento, como a "Harmonia das Esferas".

A Terra tida então como um disco, transformou-se no universo pitagórico, numa *esfera, ao redor da qual o Sol e os planetas, também esféricos, se moviam em círculos concêntricos, "sussurrando" um som que dependia das razões das suas velocidades de revolução, pelas suas respectivas distâncias fixas da Terra, como uma grande lira de cordas circulares. Os intervalos entre elas seriam regidos pelas leis da harmonia universal.*

Estes intervalos entre os planetas seriam:

Terra e Lua	um tom
Lua e Mercúrio	um semitom
Mercúrio e Vênus	um semitom
Vênus e Sol,	uma terça menor
Sol e Marte	um tom
Marte e Júpiter	um semitom
Júpiter e Saturno	um semitom
Saturno e a esfera das estrelas fixas	um semitom,

resultando na seguinte "Escala pitagórica": C, D, Eb, G, A, Bb, B, D (Koestler, 1989:32).



Parece que um único homem "ouviu" esta música. Como diz Koestler²⁴ (1989:32):

According to tradition, the Master alone had the gift of actually hearing the music of the spheres. Ordinary mortals lack this gift, either because they are from the moment of birth, unknowingly but constantly bathed in the celestial humming [...]²⁵.

Estas idéias influenciaram desde Platão e neo-Platônicos da era carolínea, até astrônomos, astrólogos, médicos e poetas, com ocasionais aparições na música como, segundo James Haar, em "*L'armonia delle sfere* designed for the Florentine *intermedi* of 1589" (Haar, 1980:835).

A primeira idéia de um sistema heliocêntrico, ou seja com o Sol no centro das órbitas ao invés da Terra, surgiu também na Grécia provavelmente no século III A.C., com Aristarco de Samos²⁶, teoria que, não foi então aceita pelos seus contemporâneos, por não explicar algumas medições que não correspondiam às expectativas, em razão dos instrumentos da época. Essas medições só seriam feitas, mais precisamente, no século XIX.

Na época do Renascimento, porém, Nicolas Koppernigk²⁷, cujo nome latino era Copernicus, baseado nas observações dos antigos gregos, demonstrou as vantagens do sistema heliocêntrico. Seu trabalho *De Revolutionibus Orbium Celestium* (Sobre as Revoluções das Órbitas celestes) chegaria às mãos dos editores algumas horas antes de sua

²⁴ Arthur Koestler (1905-1983), escritor húngaro.

²⁵ De acordo com a tradição, somente o Mestre tinha o "presente" de realmente ouvir a música das esferas. Mortais comuns não o tinham, porque eles são do momento do nascimento e constantemente banhados pelo sussurro celestial.

²⁶ Aristarco de Samos (séc. II AC), celebre gramático e crítico grego.

²⁷ Nicolas Koppernigk (1473-1543), astrônomo polonês que demonstrou o movimento de rotação dos planetas e de revolução ao redor do Sol.



morte (Koestler, 1989:121). Setenta e três anos depois, em 1616, entraria no Índice da Igreja (Nussenzveig, 1981:303).

No final do século XVI nasce em Weil, na Alemanha, Johannes Kepler²⁸, sábio e astrônomo. Assistente de Tycho Brahe²⁹, astrônomo dinamarquês que passou a vida anotando observações do movimento dos planetas. Essas anotações, as melhores feitas até a época, foram usadas por ele para formular uma Teoria cujas leis levam o seu nome, as "Leis de Kepler".

A primeira nos diz que as órbitas são elípticas, não circulares como se pensava então, e com as outras duas é possível determinar as posições dos planetas, bem como calcular as velocidades e os períodos de revolução para cada raio. Isto foi o início da Astronomia Moderna.

A idéia grega da "Harmonia das Esferas" acompanhou Kepler por toda a vida, o que o levou a dar o nome de *Harmonice Mundi* (1619) à sua última publicação, onde são explanadas suas Leis.

As traduções dos textos de Kepler são raras, mas podemos verificar nesta citação de Koestler (1989:398) a sua visão do Universo:

The heavenly motions are nothing but a continuous song for several voices (perceived by the intellect, not by the ear); a music which, through discordant tensions, through syncopes and cadenzas, as it were (as men employ them in imitation of those natural discords), progresses towards certain pre-designed, quasi six-voiced clausuras, and thereby sets landmarks in the immeasurable flow of time. It is, therefore, no longer surprising that man, in imitation of his creator, has at last discovered the art of figure sound, which was unknown to the ancients. Man wanted to reproduce the continuity of cosmic time a short hour, by an artful symphony for several voices, to obtain a sample test of the delight

²⁸ Johannes Kepler (1571-1630), sábio e astrônomo alemão, descobridor das leis do movimento dos planetas.

²⁹ Tycho Brahe (1546-1601), astrônomo dinamarquês que, com o apoio do Rei Frederico II, montou um grande observatório em Uraniborg, que o permitiu dedicar a vida às observações do movimento dos planetas.

of the Divine Creator in His Works, and to partake of his joy by making music in the imitation of God³⁰.

Kepler chegou a escrever essas seqüências de notas, como podemos observar na Fig. 1.2.1., mas provavelmente nunca ouviu a música celeste, pois os músicos de sua época não devem tê-la executado.

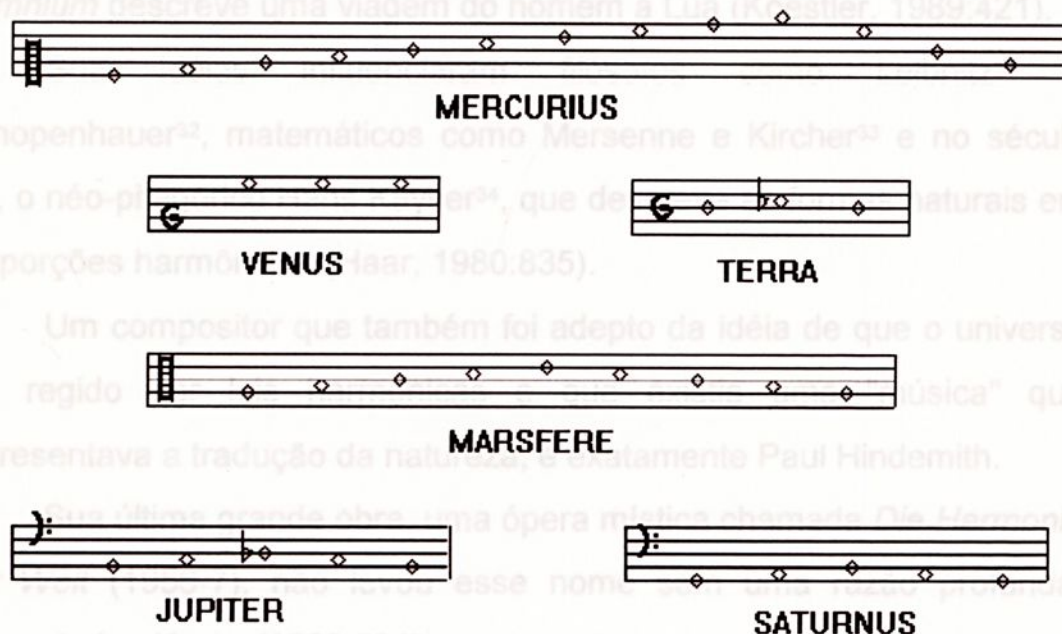


Fig. 1.2.1. "Melodia" de cada planeta segundo Kepler.

³⁰ Os movimentos celestes não são nada além de uma contínua canção para várias vozes (percebidas pelo intelecto, não pelo ouvido); uma música que, através de tensões discordantes, síncopas e cadências, (como o homem as emprega numa imitação destas discordâncias naturais), progride em direção a certas pre-designadas, quase clausuras a seis vozes, fixando marcos no incomensurável fluxo do tempo. É, portanto, surpreendente ao homem, numa imitação do seu criador, que finalmente descobriu a arte de imaginar o som, desconhecido dos antigos. O homem quis reproduzir a continuidade do tempo cósmico à uma simples hora, por meio de uma astuta sinfonia para várias vozes, para obter um modelo do deleite do Divino Criador em Seu Trabalho, e compartilhar do seu prazer em fazer música imitando Deus.

Se levarmos a fundo sua teoria, os planetas não emitiriam sequências de notas como ele representou, mas flutuações entre frequências, como glissandos entre duas notas. Somente há alguns anos é que pesquisadores produziram esta "música" em computador e foi então possível ouvi-la.

Para termos uma idéia da genialidade de Kepler, ele também foi o autor da primeira obra de ficção científica de que se tem notícia. *Somnium* descreve uma viagem do homem à Lua (Koestler, 1989:421).

Sua idéias influenciaram filósofos como Leibnitz³¹ e Schopenhauer³², matemáticos como Mersenne e Kircher³³ e no século XX, o néo-pitagórico Hans Kayser³⁴, que descreve as formas naturais em proporções harmônicas (Haar, 1980:835).

Um compositor que também foi adepto da idéia de que o universo era regido por leis harmônicas e que existia uma "música" que representava a tradução da natureza, é exatamente Paul Hindemith.

Sua última grande obra, uma ópera mística chamada *Die Harmonie der Welt* (1956-7), não levou esse nome sem uma razão profunda. Segundo Ian Kemp (1980:584):

That Hindemith should have identified so closely with Kepler is paradoxical, for his own Protestant instinct to invoke the sanction of ultimate authority (his two series) matches uneasily the boundless aspirations of so typically Renaissance a figure³⁵.

³¹ Gottfried Wilhelm Leibnitz (1646-1716), ilustre filósofo e sábio alemão, descobriu, ao mesmo tempo que Newton, as bases do Cálculo Diferencial e Integral.

³² Arthur Schopenhauer (1788-1860), filósofo alemão, filiado a Platão, Kant e ao budismo. Para ele, o mundo resulta, enquanto objeto de conhecimento, de suas condições gerais de possibilidades, cuja categoria geral é a causalidade.

³³ Kircher (1601-1680), jesuíta e físico alemão, ao qual se devem muitas invenções.

³⁴ Hans Kayser (1891-1964), teórico suíço, alemão de nascimento. Autor da moderna Teoria da Harmonia do Mundo baseada em Pitágoras.

³⁵ Que Hindemith se identificasse tão intimamente com Kepler é paradoxal, na medida em que, sendo protestante, invocar a sanção da autoridade suprema (suas duas séries) não corresponde às aspirações sem limites de uma figura tão tipicamente renascentista.



Todos esse homens perseguiram um objetivo comum. O de descobrir os *Segredos do Universo*. Com toda a modificação que a palavra *Harmonia* sofreu nestes séculos, Hindemith acreditava que suas duas Séries (que vamos explanar mais adiante) eram a base do que existia de mais profundo e puro na música, o *Sistema Tonal*.

1.3. Ondas

Atirando-se uma pedra na superfície de um lago tranquilo, observa-se que, existindo uma bóia num ponto distante ao arremesso, após um certo tempo, esta passa a se movimentar para cima e para baixo. Este fenômeno ocorre porque, parte da energia dada à pedra no arremesso, é transportada pelas águas e transferida à bóia.

Esta imagem é utilizada pelos físicos Eisberg e Lerner (1983:73) para explicar o que é uma onda. *Uma ocorrência onde há transporte de energia sem que haja transporte de matéria.*

Aqui está um ponto muito importante a respeito das ondas: elas não transportam matéria, apenas uma *perturbação* é transmitida pelas partículas do meio que a propaga.

No caso da onda no lago, as moléculas oscilam dentro de uma determinada região do espaço, sem se mover, juntamente com a transmissão de energia.

Outro exemplo citado pelo físico H. Moysés Nussenzveig³⁸ (1981:155) é o de uma fileira de dominós inicialmente colocados em pé, atingida por um impulso aplicado ao primeiro dominó. O resultado é a

³⁸ Herch Moysés Nussenzveig (1933), físico, professor da USP e da PUC do Rio de Janeiro.



queda sucessiva das pedras, "sem que cada um deles praticamente saia do lugar (Fig. 1.3.1.).



1.3. Ondas

Fig. 1.3.1. Sequência temporal de uma fileira de dominós que é atingida por um impulso, a energia é transmitida como uma onda, sem transporte de matéria (baseada em figura análoga de Nussenzveig (1981:155))

Atirando-se uma pedra na superfície de um lago tranquilo, observa-se que, existindo uma bóia num ponto distante ao arremesso, após um certo tempo, esta passa a se movimentar para cima e para baixo. Este fenômeno ocorre porque, parte da energia dada à pedra no arremesso, é transportada pelas águas e transferida à bóia.

Esta imagem é utilizada pelos físicos Eisberg e Lerner (1983:73) para explicar o que é uma **onda**. *Uma ocorrência onde há transporte de energia sem que haja transporte de matéria.*

Aqui está um ponto muito importante a respeito das ondas: elas não transportam matéria, apenas uma *perturbação* é transmitida pelas partículas do meio que a propaga.

No caso da onda no lago, as moléculas oscilam dentro de uma determinada região do espaço, sem se mover, juntamente com a transmissão de energia.

Outro exemplo citado pelo físico H. Moysés Nussenzveig³⁶ (1981:155) é o de uma fileira de dominós inicialmente colocados em pé, atingida por um impulso aplicado ao primeiro dominó. O resultado é a

³⁶ Herch Moysés Nussenzveig (1933), físico, professor da USP e da PUC do Rio de Janeiro.



queda sucessiva das pedras, "sem que cada um deles praticamente saia do lugar (Fig. 1.3.1.).

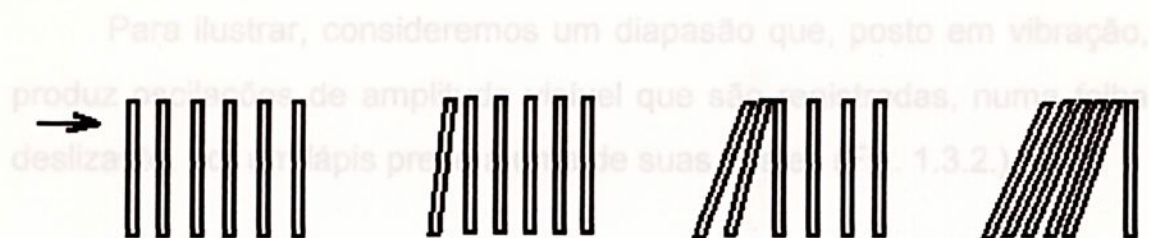


Fig. 1.3.1. Sequência temporal de uma fileira de dominós que é atingida por um impulso, a energia é transmitida como uma onda, sem transporte de matéria (baseada em figura análoga à Nussenzveig (1981:155))

As ondas podem ser de naturezas diversas: mecânicas (ondas no mar, som) e eletromagnéticas (ondas de rádio, luz), sempre correspondendo a uma vibração.

O som é um movimento vibratório. Uma fonte de vibração (um instrumento musical, um auto-falante, ...) transmite, através do ar, as oscilações aos nossos ouvidos.

Os movimentos vibratórios, na maioria das vezes são complexos, e podem ser analisados como uma superposição de vários movimentos vibratórios simples.

As vibrações mais simples que conhecemos, praticamente não existem na natureza. São os chamados sons senoidais (ou puros), que só podem ser ouvidos quando produzidos por um diapásão, ou então eletronicamente.

As ondas (sonoras ou não) são estudadas matematicamente através de gráficos que mostram como estas oscilações variam no decorrer do tempo.

No caso do som, estes gráficos são obtidos por meio de equações que representam o movimento das partículas do ar.

Para ilustrar, consideremos um diapasão que, posto em vibração, produz oscilações de amplitude visível que são registradas, numa folha deslizante, por um lápis preso a uma de suas hastes (Fig. 1.3.2.).

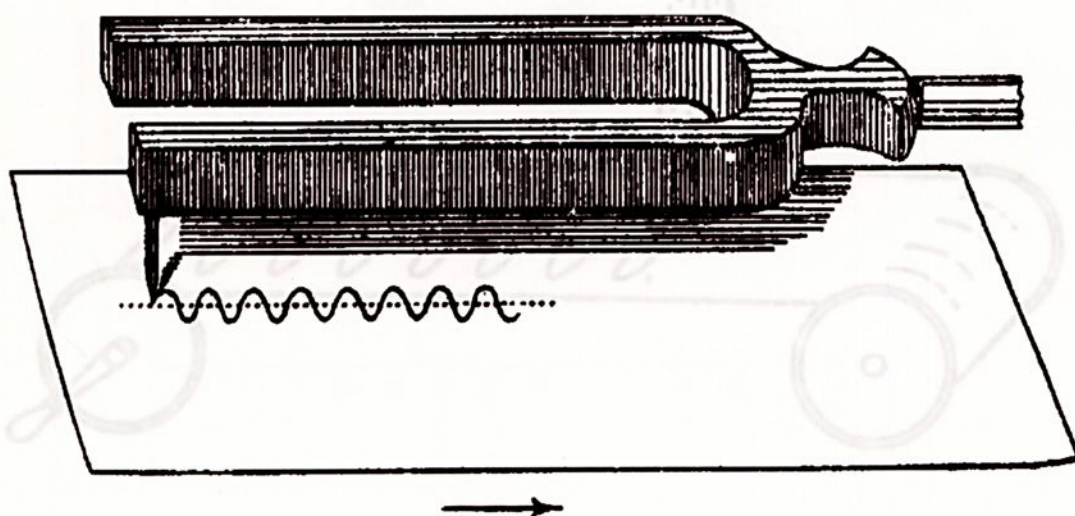


Fig. 1.3.2. Representação de um diapasão fictício que "desenha" o seu movimento numa folha de papel deslizante. Análoga à Helmholtz (1954:20).

Este tipo de oscilação é chamada de Movimento Harmônico Simples. O "desenho" registrado pelo lápis, é o mesmo que o feito por um pêndulo simples (Fig. 1.3.3.), e corresponde ao gráfico da onda produzida pelo diapasão.

Quando o diapasão entra em oscilação, cada vez que sua haste faz um movimento "para fora", moléculas do ar são "empurradas", fazendo com que se forme uma compressão de partículas numa região.

³⁷ Sir James Jeans, físico britânico autor de *Science and Music*.

³⁸ O estudo do Movimento Harmônico Simples (MHS) é base de toda a mecânica clássica e quântica.

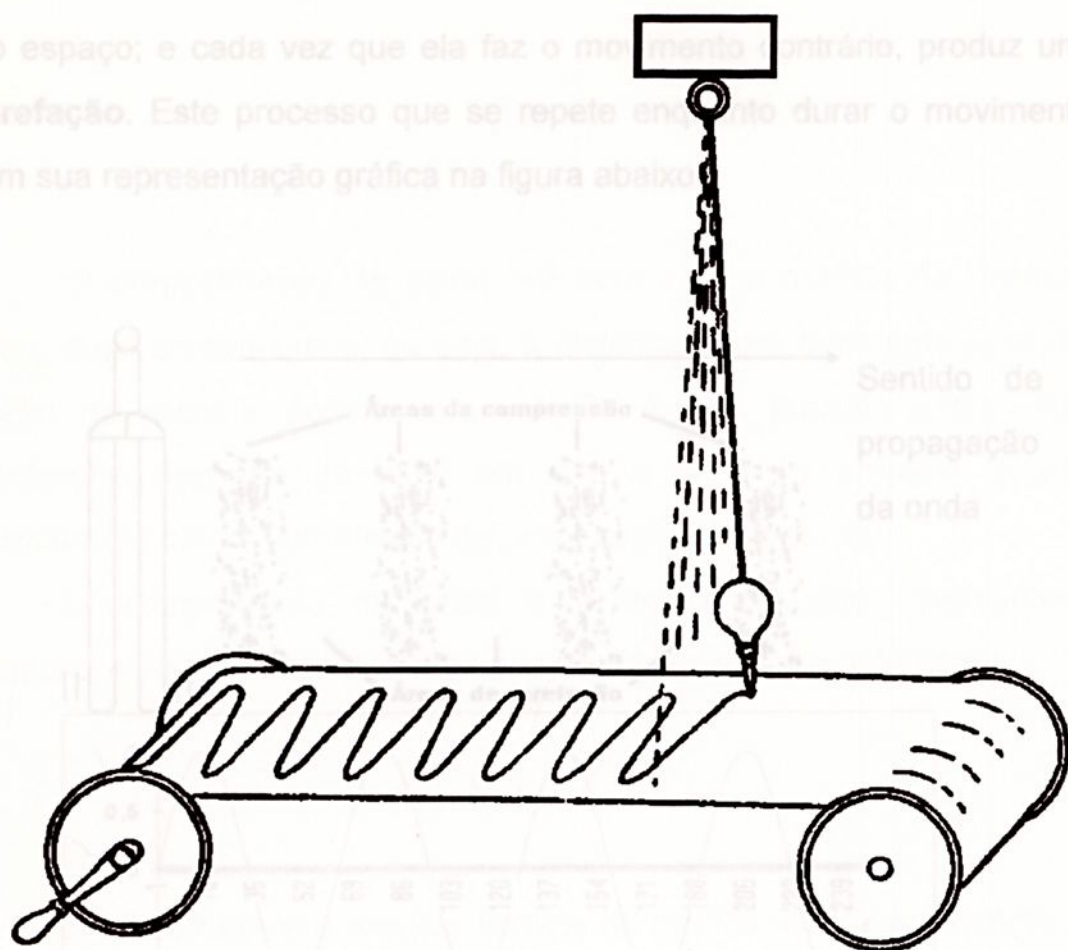


Fig.1.3.3. Pêndulo oscilante, e o desenho do seu movimento. Análoga à Jeans³⁷ (1968:31).

Este tipo de oscilação é chamada de *Movimento Harmônico Simples*³⁸, e é representado por uma onda *senóide*, em razão de que podemos descrever seu comportamento, através de uma função trigonométrica seno ou cosseno.

Quando o diapásão entra em oscilação, cada vez que sua haste faz um movimento "para fora", moléculas do ar são "empurradas", fazendo com que se forme uma **compressão** de partículas numa região

³⁷ Sir James Jeans, físico britânico autor de *Science and Music*.

³⁸ O estudo do Movimento Harmônico Simples (MHS) é base de toda a mecânica clássica e quântica.

do espaço; e cada vez que ela faz o movimento contrário, produz uma **rarefação**. Este processo que se repete enquanto durar o movimento, tem sua representação gráfica na figura abaixo.

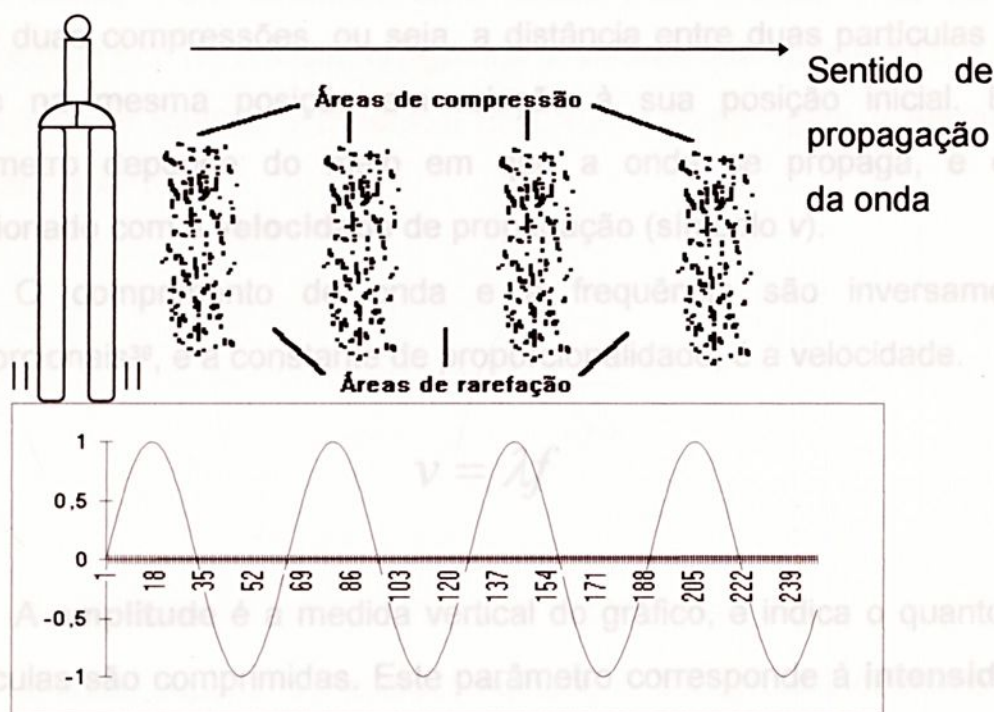


Fig. 1.3.4. Representação de uma onda senóide produzida por um diapasão em oscilação. As partículas do ar estão representadas em escala, por motivos didáticos, mas em nível molecular, é exatamente o que acontece.

O número de vezes que este processo se repete por unidade de tempo, é chamado de **frequência** (símbolo f), e é medido em ciclos por segundo ou Hertz (Hz). O correspondente musical deste parâmetro físico é a **altura**. Assim, sons de baixa frequência são sons graves, e os de alta frequência, são os agudos.

O inverso da frequência é o **período** (símbolo T), significando o tempo necessário para que a onda complete um ciclo.

$$f = \frac{1}{T}$$

O **comprimento de onda** (símbolo λ) é a medida da distância entre duas compressões, ou seja, a distância entre duas partículas que estão na mesma posição em relação à sua posição inicial. Este parâmetro depende do meio em que a onda se propaga, e está relacionado com a **velocidade** de propagação (símbolo v).

O comprimento de onda e a frequência são inversamente proporcionais³⁹, e a constante de proporcionalidade, é a velocidade.

$$v = \lambda f$$

A **amplitude** é a medida vertical do gráfico, e indica o quanto as partículas são comprimidas. Este parâmetro corresponde à **intensidade** em termos musicais.

A **intensidade**, medida em decibéis, dá-nos o chamado volume do som. Sua medida é feita pelo fluxo de energia sonora, e a unidade é W/m.

A partir de pesquisas, chegou-se a uma convenção internacional, a intensidade mínima de 10^{-12} W/m² necessária, para que o ouvido humano seja *sensibilizado*. Segundo Eisberg, "esse fluxo envolve uma flutuação de pressão da ordem de 10^{-10} vezes a pressão atmosférica, e a amplitude de oscilação do ar é da ordem de 10^{-12} m, ou de cerca de 1 por cento do diâmetro de um átomo típico (Eisberg, 1983:182).

³⁹ O fato de que dois parâmetros matemáticos sejam inversamente proporcionais, significa que, enquanto um aumenta, o outro diminui, e vice-versa. Neste caso, quanto maior a frequência, menor o comprimento de onda.



Como os cálculos, nessa unidade, são muito complexos, convencionou-se uma fórmula, que relaciona a potência do som dado com a referência mínima de audição. Tomando-se o expoente da potência de 10, através do logaritmo⁴⁰, como valor da *intensidade* no novo cálculo. Para obtermos uma escala mais prática, esse valor é multiplicado por 10, e assim chegamos a valores que variam de 0 a 120. A unidade de medida é o decibel (dB), (uma homenagem a Alexander Graham Bell⁴¹).

Rua central barulhenta	60-65
Caminhão pesado ao lado na estrada	60-70
Perfuratriz a 5 m de distância	90
Conjunto de rock numa sala fechada	95-105
Limiar da dor	90->120
	120

Tabela 1.3.1. Baseada em tabela similar apresentada por Eisberg.

O limite superior da audição humana é de aproximadamente 120 dB, quando então chegamos ao limiar da dor, e corresponde à potência do som de um avião à jato, próximo alguns metros. Os valores de *intensidade* intermediários podem ser comparados na tabela 1 (baseada em tabela apresentada por Eisberg (1983:183).

Intensidades com valor superior a 120 dB, podem provocar fenômenos como os relatados no capítulo "Esgoto Sonoro: Uma colagem" do livro Ouvido Pensante de Murray Schafer⁴² (1991). Entre eles temos uma experiência de um físico que viu uma palha de aço ser incendiada, ao ser colocada no raio de ação de uma fonte sonora de altíssima intensidade e frequência.

⁴⁰ Logaritmo, cálculo matemático que resulta no expoente de uma determinada base.

⁴¹ Alexander Graham Bell (1847-1922), escocês-americano, fonologista, acústico, inventor e pintor.



Níveis Sonoros Típicos	Nível Sonoro (em dB)
Ambiente Acústico	
Limiar da audição	0 (por definição)
Sussurro inteligível em meio quieto	20
Rua quieta	40
Interior de avião a jato em voo	50
Conversação	60-65
Rua central barulhenta	60-70
Caminhão pesado ao lado na estrada	90
Perfuratriz a 5 m de distância	95-105
Conjunto de <i>rock</i> numa sala fechada	90->120
Limiar da dor	120

Tabela 1.3.1. Baseada em tabela similar apresentada por Eisberg.

Parâmetro físico

Lembramos que o acréscimo de aproximadamente 6 dB à *intensidade* de qualquer som, corresponde ao dobro da potência ou volume inicial.

Parâmetro musical

Intensidades com valor superior a 120 dB, podem provocar fenômenos como os relatados no capítulo "Esgoto Sonoro: Uma colagem" do livro **Ouvido Pensante** de Murray Schafer⁴² (1991). Entre eles temos uma experiência de um físico que viu uma palha de ação ser incendiada, ao ser colocada no raio de ação de uma fonte sonora de altíssima intensidade e frequência.

⁴² Murray Schafer, compositor canadense que pressupôs a noção de "paisagem sonora", um novo "olhar" sobre o mundo.

Para completar os parâmetros fundamentais temos a **forma de onda**, que indica *com que padrão* as partículas são comprimidas. Este parâmetro é importante para a música, já que é o principal fator a determinar o **timbre**.

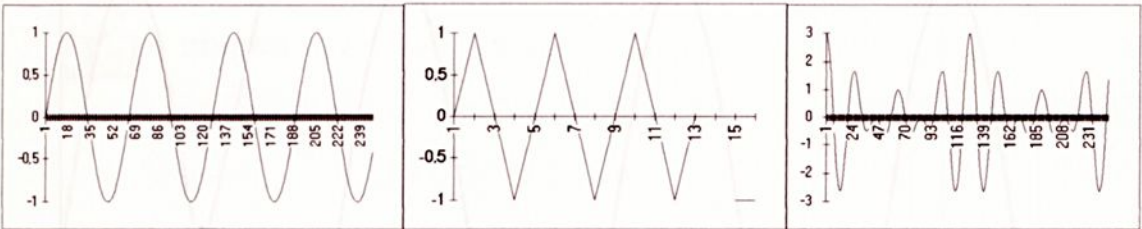


Fig. 1.3.5. Exemplos de formas de onda: a) senóide; b) triangular; c) onda complexa formada pela superposição de três ondas senóides com frequências iguais a um acorde maior.

Resumindo: os parâmetros que interessam ao nosso estudo, são os indicados na tabela abaixo com os seus respectivos correspondentes musicais.

Parâmetro físico	Parâmetro musical
Amplitude	Intensidade
Frequência	Altura
Tempo	Duração
Forma de onda	Timbre

Tabela 1.3.2. Comparação entre os parâmetros físicos e seus correspondentes musicais.



A **fase** é a medida que nos fornece o ponto do ciclo que ocorre em um determinado instante. Convencionou-se que o ciclo completo tem 360° (sua utilidade será discutida mais adiante).

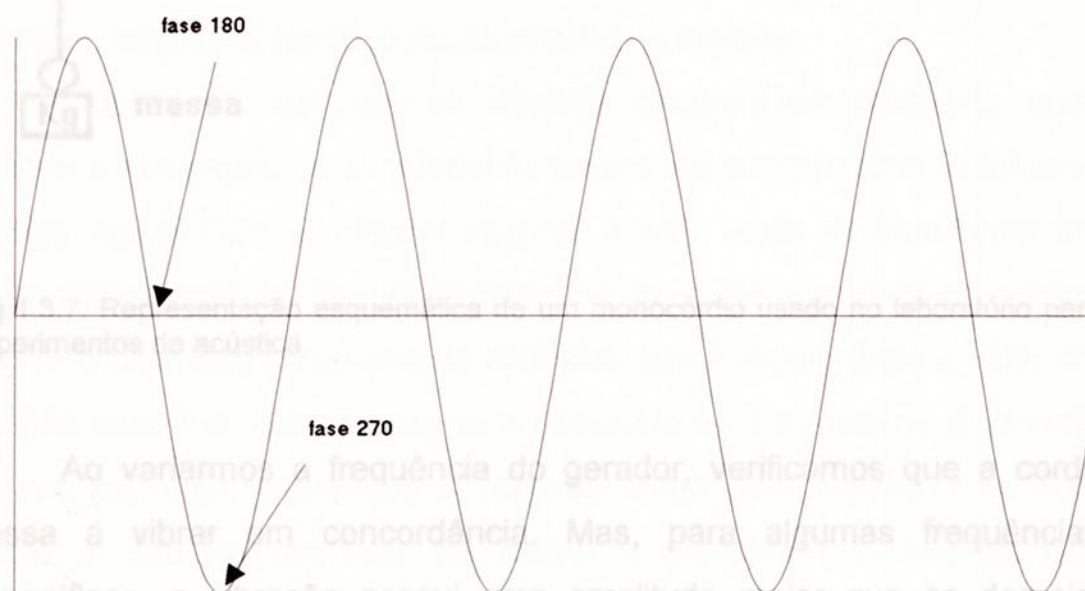


Fig.1.3.6. Representação de uma onda senóide indicando os pontos onde deveria ser o início do tempo para cada fase respectiva.

Para explicar alguns fenômenos da Acústica, recorramos a um experimento que utiliza um monocórdio, onde uma das pontas da corda está ligada a uma massa e a outra à um auto-falante que produz o som de um gerador de áudio de frequência regulável, como ilustrado na Fig. 1.3.7.

Uma experiência simples comprova o fenômeno: basta que se pressione levemente uma tecla do piano, sem produzir som, articulando-se, em seguida, fortemente a mesma nota uma oitava abaixo, soltando-se-a logo. Veremos que as cordas da primeira tecla vibrarão por simpatia.

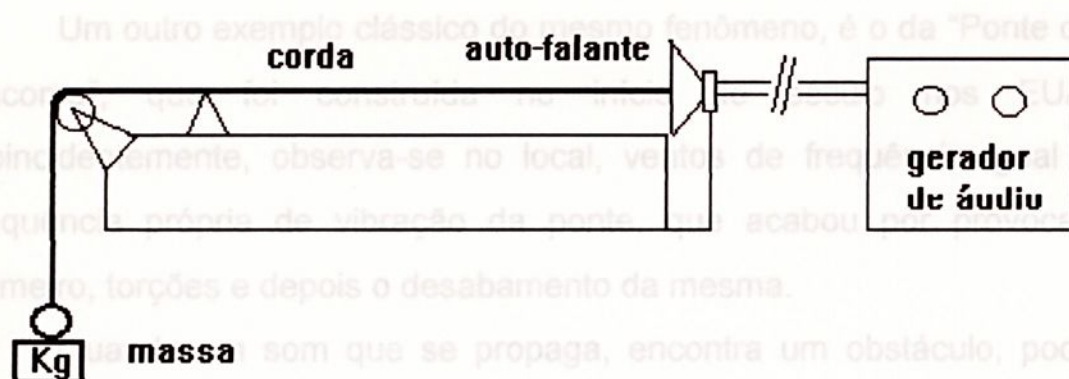


Fig.1.3.7. Representação esquemática de um monocórdio usado no laboratório para experimentos de acústica.

Ao variarmos a frequência do gerador, verificamos que a corda passa a vibrar em concordância. Mas, para algumas frequências específicas, a vibração possui uma amplitude maior que as demais, como se ela "preferisse" vibrar assim.

Este fenômeno é conhecido dos músicos, que sabem que a corda de um instrumento vibra naturalmente numa frequência, quando atingida de alguma forma, emitindo sempre um mesmo tom.

Esta frequência é conhecida como **frequência própria de vibração**.

Quando um corpo vibra próximo a outro de mesma frequência própria de vibração, o segundo passa a vibrar também por indução, graças ao chamado fenômeno da **ressonância**.

Uma experiência simples comprova o fenômeno: basta que se pressione levemente uma tecla do piano, sem produzir som, articulando-se, em seguida, fortemente a mesma nota uma oitava abaixo, soltando-se-a logo. Veremos que as cordas da primeira tecla vibrarão por simpatia.

Um outro exemplo clássico do mesmo fenômeno, é o da “Ponte de Tacoma”, que foi construída no início do século nos EUA. Coincidentemente, observa-se no local, ventos de frequência igual à frequência própria de vibração da ponte, que acabou por provocar, primeiro, torções e depois o desabamento da mesma.

Quando um som que se propaga, encontra um obstáculo, pode ocorrer a **absorção**, se o material for de um tipo poroso, como o feltro ou cortiça. Neste caso o material absorve o som, e ele se transforma em outro tipo de energia. Se o material for rígido, como a madeira ou o ferro, ocorre o chamado fenômeno da **reflexão**, isto é, o som bate e volta em sentido contrário. Neste caso, se o obstáculo está a mais de dezessete metros da fonte, ouviremos a reflexão como uma repetição do som inicial, e teremos um **eco**. Se estiver a menos de 17 metros, não ouviremos a repetição do som, mas sim uma continuação dele, a conhecida **reverberação**.

Sempre que se observam mudanças periódicas (que se repetem em intervalos iguais de tempo), em qualquer característica de uma onda, verifica-se o fenômeno conhecido como **modulação**.

Quando observamos uma variação periódica da intensidade do som, ocorre uma **modulação de amplitude**, que na execução musical é equivalente ao efeito do trêmulo.

Quando observamos uma variação periódica da altura do som, temos uma **modulação de frequência**. Este efeito equivale ao efeito do vibrato na execução musical.



A solução deste problema foi pensada por Werckmeister⁴³ em 1691, quando propôs a afinação temperada, em que a oitava é dividida em doze partes iguais. A musicalidade do temperamento seria comprovada por J. S. Bach nos seus 48 Prelúdios e Fugas do Cravo Bem Temperado.

Como a oitava possui razão intervalar igual a dois, a relação do menor intervalo do temperamento é o valor que multiplicado por ele mesmo 12 vezes seja igual a 2.

1.4. Temperamento

Isto significa que, para descobri-lo, basta calcular a raiz 12ª de 2. Assim o intervalo de segunda menor, que designaremos pela letra grega ι , será:

Um fato já conhecido pelos pitagóricos, é o de que os *intervalos são descritos pela razão entre as frequências das notas que o produzem*. Para calcular este valor, basta que se divida a frequência da nota superior pela frequência da inferior.

Utilizando um monocórdio, Pitágoras descobriu que a oitava possuía razão de frequência igual a 2; a quinta, igual a 3/2; a quarta, igual a 4/3 e os outros intervalos, razões que sempre envolvem relações de números inteiros.

Neste sistema de afinação natural, os intervalos possuem relações que fazem com que as alturas das notas variem de acordo com a *tonalidade* em questão. Sempre que há *modulação*, algumas notas mudam ligeiramente de altura para conservar as relações com a nova tônica.

Na consolidação do *Sistema Tonal*, no século XVII, este fato criou um sério problema. Os instrumentos de teclado não podiam ser afinados igualitariamente de modo que se pudesse tocar em todas as vinte e quatro tonalidades.

⁴³ Andreas Werckmeister (1645-1708), teórico, organista e compositor alemão que fixou as bases do sistema temperado.



A solução deste problema foi pensada por Werckmeister⁴³ em 1691, quando propôs a afinação temperada, em que a oitava é dividida em doze partes iguais. A musicalidade do temperamento seria comprovada por J. S. Bach nos seus 48 Prelúdios e Fugas do *Cravo Bem Temperado*.

Como a oitava possui razão intervalar igual a dois, a relação do menor intervalo do temperamento deve ser um valor que multiplicado por ele mesmo 12 vezes seja igual a 2.

Isto significa que, para descobri-lo, basta calcular a raiz 12a. de 2. Assim o intervalo de segunda menor, que designaremos pela letra grega ι , será:

$$\iota = 2^{\frac{1}{12}} = \sqrt[12]{2} \cong 1,05946$$

Este número é base do sistema temperado e, para calcular a relação matemática dos outros intervalos, basta elevar este valor (ι) ao número de semitons que separa as duas notas:

$$\iota_n = \iota^n = \sqrt[12]{2^n} = 2^{\frac{n}{12}} = (1,05946)^n$$

Da mesma forma, podemos calcular o número de semitons de um intervalo, calculando o logaritmo de base ι da sua razão de frequência:

$$n = \log_{\iota} t_n$$



⁴³ Andreas Werckmeister (1645-1706), teórico, organista e compositor alemão que fixou as bases do sistema temperado.



Com isso, podemos construir uma tabela com os doze intervalos da escala cromática do sistema temperado. Considerando a frequência do *dó* como sendo f .

Semitons	Nota	Razão de freq.
0	C	1,00000f
1	C# - Db	1,05946f
2	D	1,12246f
3	D# - Eb	1,18921f
4	E	1,25992f
5	F	1,33484f
6	F# - Gb	1,41421f
7	G	1,49831f
8	G# - Ab	1,58740f
9	A	1,68178f
10	A# - Bb	1,78180f
11	B	1,88775f
12	C	2,00000f

Com o sistema temperado, os instrumentos de teclado podem realizar peças em todas as tonalidades, sem que sua afinação seja modificada.

Por outro lado, os intervalos produzidos dessa maneira, em realidade são ligeiramente "desafinados". Com exceção da oitava, todos os outros intervalos sacrificam parte do seu valor.

Este fato tem provocado discussões até hoje. Hindemith foi um dos teóricos musicais que não se contentava com a aproximação das



afinações do sistema temperado. Neste trecho que segue, podemos verificar sua posição em relação ao assunto (1945:28):

There is no solution of the scale riddle that can reconcile these opposite necessities. Purity must be neglected or the possibility of unhindered polyphony sacrificed. It is thus astonishing that one of the most inspired inventions of the human spirit should have been arrived at by the space-dividing method just described: the chromatic scale in equal temperament, such as we know on our keyboard instruments. It, too, is necessarily a compromise, but the sort of compromise represented in commerce by the use of money in place of barter. The small change of music, the twelve-tone series of the equally tempered scale, has become the musician's universal medium of exchange. Except for the octave, not a single one of its intervals is exactly equal to a pure interval of the overtone series; even the fifth sacrifices something of its value. But the difference is just big enough for the ear to perceive it without being disturbed by it in polyphony.⁴⁴

Esta posição de Hindemith se torna clara quando analisamos a sua *Série 1*, que será abordada mais adiante. Nesta proposta, as relações das doze notas são afetadas pela tônica à qual se referem, como no sistema natural de afinação.

Outra objeção do compositor ao sistema temperado, é feita em relação à música de câmara que utiliza o piano, como vemos a seguir (1945:29):

A sensitive string player will always find greater pleasure in chamber music for strings alone than in music with piano, and the

⁴⁴ Não há solução para o enigma da escala, que possa conciliar essas necessidades opostas. Ou a pureza deve ser negligenciada ou a possibilidade de uma polifonia desenfreada sacrificada. É espantoso que uma das mais inspiradas invenções do espírito humano devesse ter vindo do método da divisão do espaço acima descrita: a escala cromática, dentro do temperamento igual, tal qual nós a conhecemos nos instrumentos de teclado. É também necessariamente um compromisso, mas a espécie de compromisso representada no comércio, pelo uso do dinheiro no lugar da troca. A pequena mudança na música, a série de doze sons da escala bem temperada, tem se tornado o meio de troca universal dos músicos. Com exceção da oitava, nenhum dos intervalos é exatamente igual ao intervalo puro da série harmônica; mesmo a quinta sacrifica algo do seu valor. Mas a diferença é grande o suficiente para ouvido perceber sem ser perturbado, na polifonia.



latter seems the less pleasant, the stringed instruments are set against the piano.⁴⁵

Sob este aspecto, concordamos com Hindemith. A música tonal para piano e cordas soa sempre com alguma discrepância entre as afinações dos instrumentos. A não ser que a parte de piano seja escrita como se este fosse quase um "instrumento de percussão", como o fez Stravinsky em várias de suas obras.

A Psicologia da Música é uma área complexa da Psicologia, e envolve o estudo das formas do comportamento musical desde a mais primitiva até a mais desenvolvida. Seus métodos incluem os da psicologia experimental e os estudos clínicos e neurológicos, segundo Natasha Spender (1980:388).

A música, enquanto fenômeno perceptivo, é estudada nesta ciência também sob o ponto de vista cultural. Toda produção musical é repertoriada em uma cultura. "In fact, the psychology of music is engaged in bridging the gap between ethnomusicology and psychoacoustics"⁴⁶ (Spender:1980:389).

A etnomusicologia estuda o fenômeno musical enquanto fator cultural, e a psicoacústica, a relação entre os fenômenos físicos e nossa percepção. No módulo anterior, introduzimos os princípios físicos que envolvem o assunto, e neste, procuramos esboçar alguns dos princípios básicos da psicologia da música necessários ao desenvolvimento do nosso trabalho.

⁴⁵ Um sensível instrumentista de cordas sentirá sempre mais prazer na música de câmara somente para cordas do que com piano. Esta última, parecerá menos agradável, quanto mais instrumentos de cordas atuarem contra o piano.



1.5.1. Altura

1.5. Psicoacústica

O parâmetro musical altura corresponde ao parâmetro físico frequência. Este, por sua vez, pressupõe sempre uma vibração, muito

embo A Psicologia da Música é uma área complexa da Psicologia, e envolve o estudo das formas do comportamento musical desde a mais primitiva até a mais desenvolvida. Seus métodos incluem os da psicologia experimental e os estudos clínicos e neurológicos, segundo Natasha Spender (1980:388).

A música, enquanto fenômeno perceptivo, é estudada nesta ciência também sob o ponto de vista cultural. Toda produção musical é repertoriada em uma cultura. "In fact, the psychology of music is engaged in bridging the gap between ethnomusicology and psychoacoustics"⁴⁶ (Spender:1980:389).

A etnomusicologia estuda o fenômeno musical enquanto fator cultural, e a psicoacústica, a relação entre os fenômenos físicos e nossa percepção. No módulo anterior, introduzimos os princípios físicos que envolvem o assunto, e neste, procuramos esboçar alguns dos princípios básicos da psicologia da música necessários ao desenvolvimento do nosso trabalho.

⁴⁶ De fato, a psicologia da música tem o compromisso de preencher uma lacuna entre a etnomusicologia e a psicoacústica.



A título de ilustração, esses limites correspondem aproximadamente a um C_2 ($f = 16,351$ Hz), uma sexta abaixo do A mais grave do piano, e a um C_{10} ($f = 16.744$) duas oitavas acima do C mais agudo do piano (Fig. 1.5.1.1).

1.5.1. Altura

O parâmetro musical **altura** corresponde ao parâmetro físico frequência. Este, por sua vez, pressupõe sempre uma vibração, muito embora a percepção do fenômeno acústico **altura**, nada tenha a ver com a nossa experiência cotidiana das vibrações. Nas palavras de Seashore (1967:53) "Out of mere vibration is built a world of musical tones which do not in themselves suggest vibration at all"⁴⁷.

Uma fonte sonora nos transmite sensações auditivas que só são percebidas como vibrações, quando a intensidade é muito alta, ou o som muito grave.

A razão disso, é que os sons de frequências muito baixas, inferiores a 16 Hz aproximadamente, não são interpretados pelo cérebro como sons, mas como vibrações.

Esse limite depende de muitos fatores como forma de onda e intensidade. Sons senoidais podem ser percebidos desde os 12 Hz, mas o som de faíscas elétricas só pode ser percebido como tal, a partir de 100 Hz (Seashore, 1967:54).

Algo similar acontece com frequências superiores a 20.000 Hz. O órgão auditivo não consegue discriminar frequências dessa ordem.

⁴⁷ Além de mera vibração, é construído um mundo de tons musicais que não sugerem de modo algum, vibração.



A título de ilustração, (2) esses limites correspondem aproximadamente a um C_0 ($f = 16,351$ Hz), uma sexta abaixo do A mais grave do piano, e a um C_{10} ($f = 16.744$) duas oitavas acima do C mais agudo do piano (Fig. 1.5.1.1).

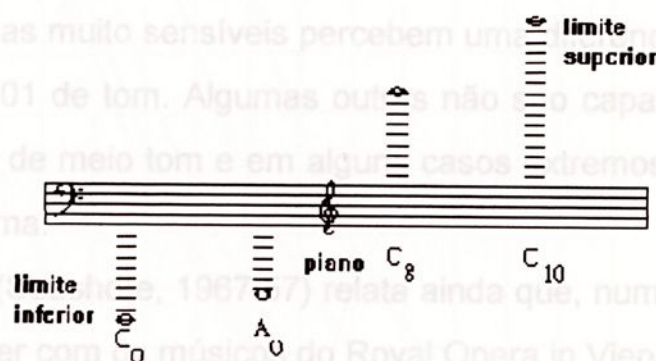


Fig 1.5.1.1. Comparação das notas limite do piano (A0 e C8) com as notas (C0 e C10, se fossem usadas como tal) limites da audição humana.

Essas diferenças de percepção dependem também de outros fatores como região de frequência e intensidade. Pesquisas (Shower and

Vários fatores modificam esse limite de audibilidade pelo ser humano. Um deles diz respeito à idade. Na juventude, o limite superior pode chegar a 25.000 Hz e na velhice tende a diminuir gradualmente. Existem também doenças do aparelho auditivo que produzem efeitos permanentes que o alteram.

Numa população não seletiva (Seashore, 1967:54-55) uma grande porcentagem de pessoas com audição aparentemente normal, não ouve frequências acima de 5.000 ou 10.000 Hz.

Com relação à percepção das alturas, existem 3 tipos básicos de propriedades: a primeira, é a capacidade de se perceber "mais alto ou mais baixo", (a grande maioria das pessoas possui); a segunda, é a relação de oitava, que naturalmente ocorre, quando cantam juntos um homem, uma mulher e uma criança; e a terceira, é a percepção dos

grupos de sons, como os intervalos (2 notas) e os acordes (três ou mais notas).

Pesquisas relatadas no livro *Psychology of Music* (Seashore, 1967:56), sobre "Senso de tom" (capacidade de perceber diferenças de alturas), demonstram que a média das pessoas, na região de 435 Hz, pode distinguir uma diferença de 3 Hz, que significa um intervalo de 1/17 de tom. Pessoas muito sensíveis percebem uma diferença de 0.5 Hz, um intervalo de 0,01 de tom. Algumas outras não são capazes de perceber uma diferença de meio tom e em alguns casos extremos, não percebem diferença alguma.

O texto (Seashore, 1967:57) relata ainda que, num teste deste tipo feito por Stucker com os músicos do Royal Opera in Viena, o ouvido mais "pobre" podia perceber intervalos de 1/49 de tom e o melhor, intervalos de 1/540 de tom.

Essas diferenças de percepção dependem também de outros fatores como *região de frequência e intensidade*. Pesquisas (Shower and Biddulph, 1931:275) demonstram que o ouvido é mais sensível à mudanças de frequência, nas regiões agudas (para qualquer intensidade) (Fig 1.5.1.2.). Cada linha representa uma intensidade em dB (Shower and Biddulph, 1931:275).

Uma característica comum entre músicos é a do chamado "ouvido absoluto". Pessoas que o possuem, podem identificar notas e grupos de notas somente pelo ouvido, e são muitas vezes invejadas pelos colegas.

O ouvido absoluto, na maioria das vezes, não está relacionado com a musicalidade do indivíduo. Há exemplos de pessoas que o possuem sem serem músicos.

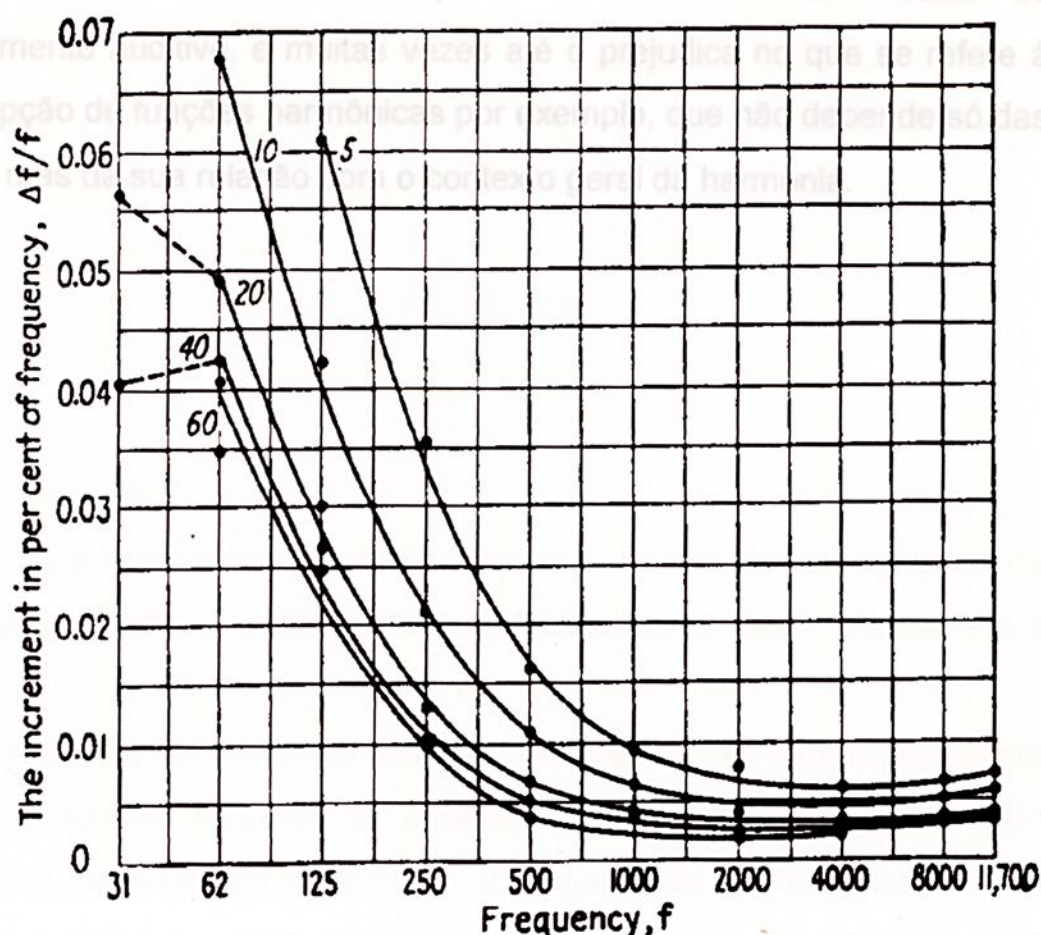


Fig. 1.5.1.2.. Dependência da percepção das frequências com a sua variação ($\Delta f/f$) em porcentagem. Cada linha representa uma intensidade em dB (Shower and Biddulph, 1931:275).

Uma característica comum entre músicos é a do chamado “ouvido absoluto”. Pessoas que o possuem, podem identificar notas e grupos de notas somente pelo ouvido, e são muitas vezes invejadas pelos colegas.

O ouvido absoluto, na maioria das vezes, não está relacionado com a musicalidade do indivíduo. Há exemplos de pessoas que o possuem sem serem músicos.

Essa facilidade não dispensa o estudante de música do treinamento auditivo, e muitas vezes até o prejudica no que se refere à percepção de funções harmônicas por exemplo, que não depende só das notas mas da sua relação com o contexto geral da harmonia.

1.5.2. Duração

O parâmetro duração está relacionado com o aspecto temporal da música, e modifica muitos dos outros fatores como altura, intensidade e timbre.

A percepção do tempo, segundo Seashore (1967:90), divide-se em duas categorias básicas: 1) capacidade de sentir diferenças entre intervalos de tempo muito curtos e; 2) capacidade do instrumentista, de manter o pulso constante durante uma execução musical. Essas duas formas de percepção, entretanto, estão intimamente relacionadas.

Numa pesquisa citada por Seashore (1967:91), é feita referência a um teste, em que dois "clicks", com intervalos de tempo variando entre 0.02s e 0.20s, eram emitidos, e os participantes eram solicitados a dizer qual dos dois era o mais longo. O resultado mostrou que, um ouvido musical apurado pode perceber diferenças menores que 0.01s, enquanto outros necessitam de diferenças entre 0.10s e 0.20s.



1.5.2. Duração

O parâmetro duração está relacionado com o aspecto temporal da música, e modifica muitos dos outros fatores como altura, intensidade e timbre.

A percepção do tempo, segundo Seashore (1967:90), divide-se em duas categorias básicas: 1) capacidade de sentir diferenças entre intervalos de tempo muito curtos e; 2) capacidade do instrumentista, de manter o pulso constante durante uma execução musical. Essas duas formas de percepção, entretanto, estão intimamente relacionadas.

Numa pesquisa citada por Seashore (1967:91), é feita referência a um teste, em que dois "clicks", com intervalos de tempo variando entre 0.02s e 0.20s, eram emitidos, e os participantes eram solicitados a dizer qual dos dois era o mais longo. O resultado mostrou que, um ouvido musical apurado pode perceber diferenças menores que 0.01s, enquanto outros necessitam de diferenças entre 0.10s e 0.20s.





1.5.3. Intensidade

Dos quatro parâmetros fundamentais do som, a intensidade é aquele do qual temos menor consciência, e por várias razões. O parâmetro altura, por exemplo está relacionado com escalas, melodias e mesmo com a harmonia. Na partitura, temos indicações precisas de altura e tempo e uma menos precisa de intensidade, embora este seja um dos fatores mais significativos de expressão na composição e interpretação musicais.

A arte de medir a sensibilidade é chamada AUDIOMETRIA, e utiliza aparelhos, que produzem sons senoidais com diferentes intensidades e alturas. Com isso, é determinado o limite (em decibéis) que cada região de alturas é percebida.

Quando um indivíduo apresenta um desvio em relação ao padrão normal, dizemos que há uma perda de audição em determinada região de frequências. Podemos verificar isso na Fig. 1.5.3.1. que representa uma pesquisa feita por Kelley (1937) e citada por Seashore (1967:79).

que pode ser devida à idade (linha A), à neurites acústicas (patologias no ouvido interno) (linha B), ou à lesões no ouvido médio (distúrbios nos ossos ou membranas do ouvido médio) (linhas C e D). Em certos casos, obtêm-se resultados com aparelhos de surdez, que amplificam o som do meio.

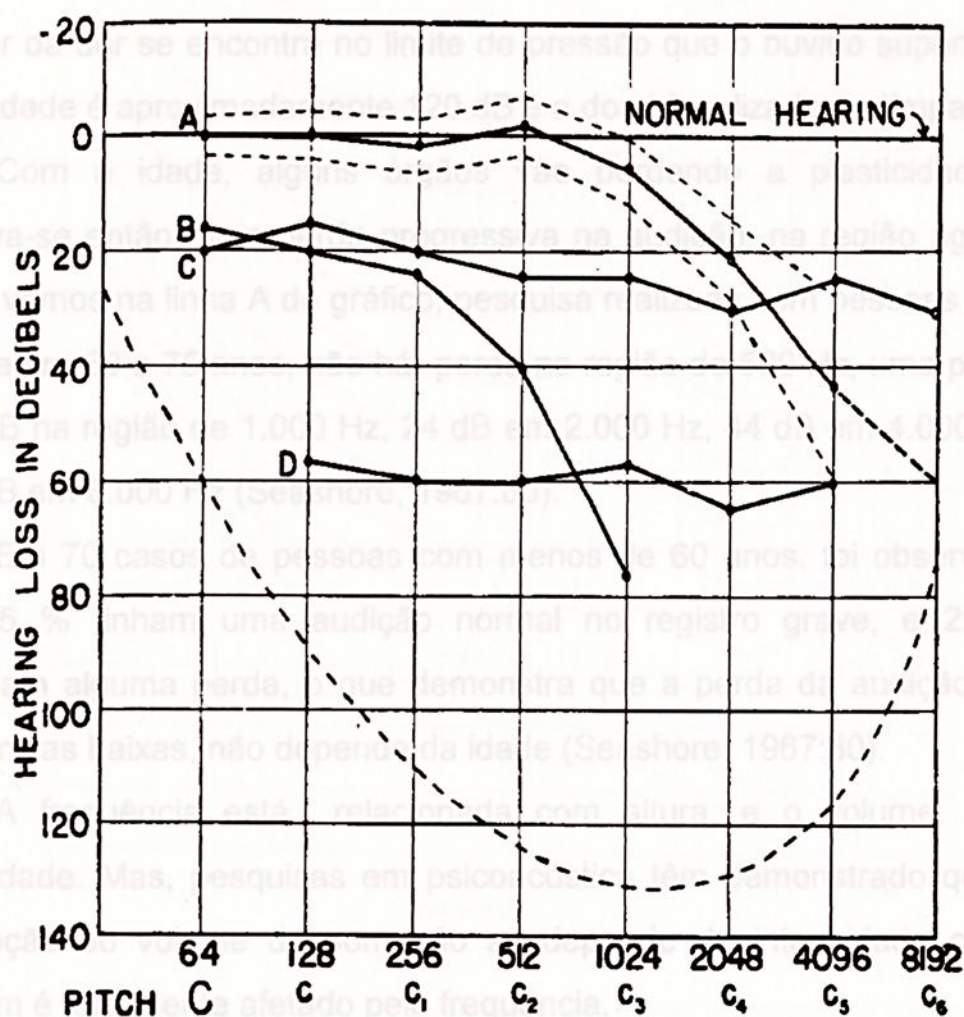


Fig. 1.5.3.1. Audiograma representando os tipos de perda auditiva. Kelley (1937) e Seashore (1967:79).

Para considerarmos uma audição normal, há uma tolerância de 10 dB de desvio. Acima deste número, constata-se uma perda de audição, que pode ser devida à idade (linha A), à neurites acústicas (patologias no ouvido interno) (linha B), ou à lesões no ouvido médio (distúrbios nos ossos ou membranas do ouvido médio) (linhas C e D). Em certos casos, obtêm-se resultados com aparelhos de surdez, que amplificam o som do meio.

A dor é sempre uma proteção do organismo, e no caso da audição, o limiar da dor se encontra no limite de pressão que o ouvido suporta. A intensidade é aproximadamente 120 dB e a dor é localizada no tímpano.

Com a idade, alguns órgãos vão perdendo a plasticidade e observa-se então, uma perda progressiva na audição, na região aguda. Como vemos na linha A do gráfico, pesquisa realizada com pessoas com idade entre 60 e 75 anos, não há perda na região de 500 Hz, uma perda de 8 dB na região de 1.000 Hz, 24 dB em 2.000 Hz, 44 dB em 4.000 Hz, e 60 dB em 8.000 Hz (Seashore, 1967:80).

Em 70 casos de pessoas com menos de 60 anos, foi observado que 75 % tinham uma audição normal no registro grave, e 25 % possuíam alguma perda, o que demonstra que a perda da audição em frequências baixas, não depende da idade (Seashore, 1967:80).

A frequência está relacionada com altura, e o volume, com intensidade. Mas, pesquisas em psicoacústica têm demonstrado que a percepção do volume do som não só depende da intensidade como também é fortemente afetado pela frequência.

Pesquisa realizada por Fletcher e Munson (1933), demonstra que para ouvirmos toda a gama de frequências audíveis, no mesmo volume que a referência em 1000 Hz, é necessária uma variação na intensidade das outras frequências.

Esses dados foram plotados num gráfico chamado "Equiloudness contours" (Contorno de mesmo volume), atualizados por Robinson e Dadson (1956) e posteriormente utilizados por Norman (1972) (Fig. 1.5.3.2).



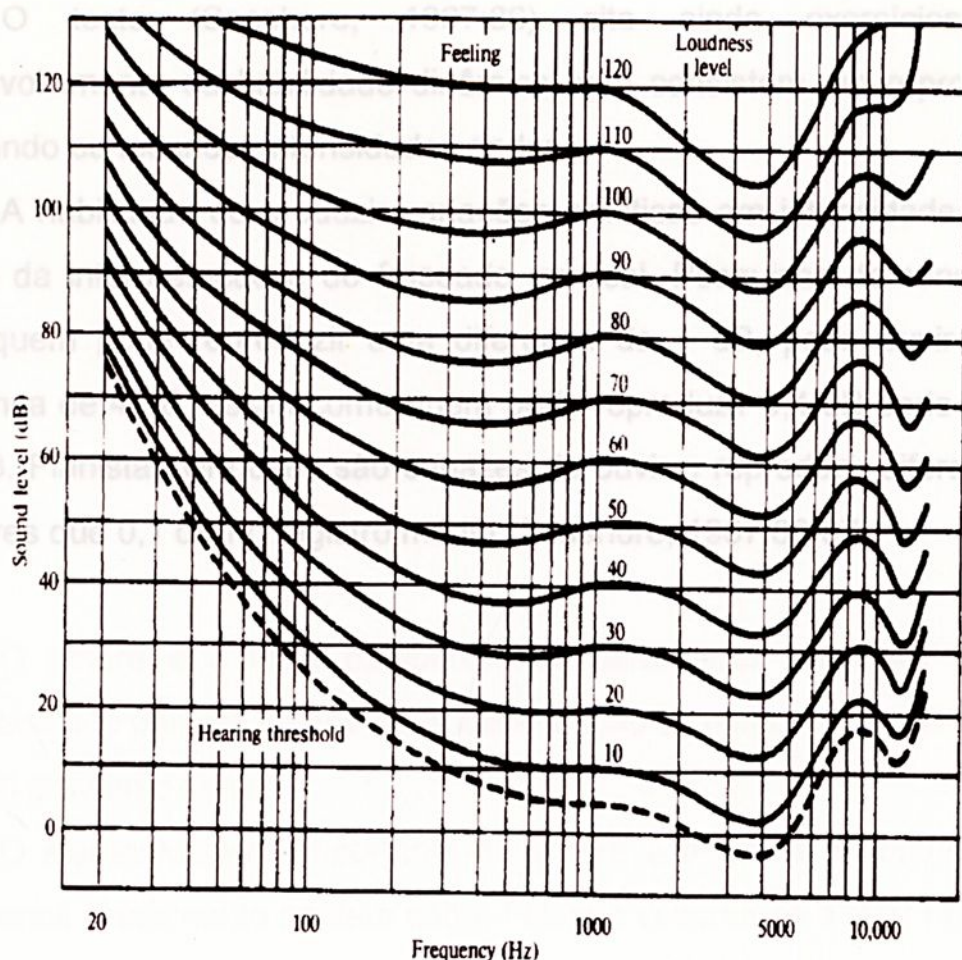


Fig. 1.5.3.2. "Equiloudness contours". Cada uma das linhas representa a intensidade que devem ser produzidos os sons de toda a gama de frequências para que possam ser percebidos com o mesmo volume (depois de Robinson e Dadson, 1956).

Este é um exemplo clássico onde medidas físicas não correspondem à percepções equivalentes. Para que a percepção de intensidade seja a mesma é necessário um diferente nível de pressão sonora para cada frequência.

Outras pesquisas citadas por Seashore (1967:85), procuram estudar as diferenças em intensidade que podem ser detectadas pelo ouvido. E demonstraram que um determinado número de pessoas podem reconhecer desde uma diferença de 0.2 dB, enquanto outras, necessitam de uma diferença de 20 dB para observarem uma mudança na intensidade de um som padrão (senóide com 1.000 Hz).

O texto (Seashore, 1967:86) cita ainda exercícios de desenvolvimento da habilidade dinâmica, que consistem em reproduzir (cantando ou tocando) intensidades dadas.

A habilidade de produzir variações artísticas em intensidades é a chave da interpretação e do fraseado musical. Pesquisas demonstram que, quem pode reproduzir uma diferença de 4 dB, pode ouvir uma diferença de 4 dB, assim como quem pode reproduzir 0,4 dB pode ouvir 0,4 dB. Pianistas virtuosos são capazes de ouvir e reproduzir diferenças menores que 0,1 dB no registro médio (Seashore, 1967:86-87).

O timbre é o mais complexo dos parâmetros musicais. É a qualidade que permite ao ouvinte a identificação do instrumento, ou fonte, do qual provém o som.

O elemento mais importante do timbre é a forma de onda, que estudamos brevemente no item sobre Física e voltaremos a falar no item sobre a série harmônica, que é um dos principais fatores responsáveis pelo resultado final da onda.



2. A TE 1.5.4. Timbre DEMITH

O timbre é o mais complexo dos parâmetros musicais. É a qualidade que permite ao ouvinte a identificação do instrumento, ou fonte, do qual provém o som.

O elemento mais importante do timbre é a forma de onda, que estudamos brevemente no item sobre Física e voltaremos a falar no item sobre a série harmônica, que é um dos principais fatores responsáveis pelo resultado final da onda.

dos instrumentos musicais é mais complexo que os senoidais, como se fossem mesmo muitos sons senoidais combinados, assim como uma "bateria de diapásões" soando ao mesmo tempo, onde que cada um desses sons é chamado de harmônico¹.

Na definição do The New Grove's Dictionary (Oldham, 1980:165) os harmônicos, que também são chamados de parciais, são:

The individual pure sounds which are normally present and which together constitute what is heard as an ordinary musical note [...].

¹ Harmônicos - também chamados de parciais. Compreende um som fundamental (o mais grave deles) e os sobretons (os demais).

² Cada um dos sons puros que normalmente estão presentes e que, juntos, constituem o que é ouvido como uma comum nota musical.

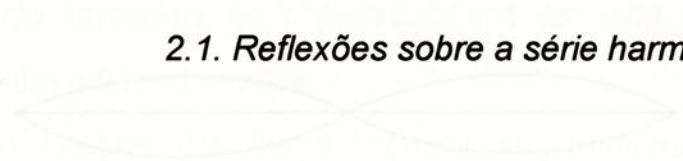
Todos os objetos possuem sua frequência própria de vibração, ou seja, existe uma frequência natural em que ele vibra sendo estimulado por uma ação externa. E possui também uma série harmônica particular.

Numa corda, por exemplo, sabemos que, estando afinada, sempre soa com a mesma frequência independente da intensidade, e a explicação para que ela produza sempre um som de mesma frequência e uma mesma série harmônica, é que ela possui modos de vibração particulares como ver

2. A TEORIA DE HINDEMITH



1o. harmônico



2o. harmônico

2.1. Reflexões sobre a série harmônica

Sabemos que o som dos instrumentos musicais é mais complexo que os senoidais, como se fossem mesmo muitos sons senoidais combinados, assim como uma "bateria de diapases" soando ao mesmo tempo, onde que cada um desses sons é chamado de **harmônico**¹.

Na definição do The New Grove's Dictionary (Oldham, 1980:165) os *harmônicos*, que também são chamados de *parciais*, são:

The individual pure sounds which are normally present and which together constitute what is heard as an ordinary musical note [...]².

¹ Harmônicos - também chamados de *parciais*, Compreende um som fundamental (o mais grave deles) e os *sobretens* (os demais).

² Cada um dos sons puros que normalmente estão presentes e que, juntos, constituem o que é ouvido como uma comum nota musical

Todos os objetos possuem sua frequência própria de vibração, ou seja, existe uma frequência natural em que ele vibra sendo estimulado por uma ação externa. E possui também uma série harmônica particular.

Numa corda, por exemplo, sabemos que, estando afinada, sempre soa com a mesma frequência independente da intensidade, e a explicação para que ela produza sempre um som de mesma frequência e uma mesma série harmônica, é que ela possui modos de vibração particulares como vemos na figura:

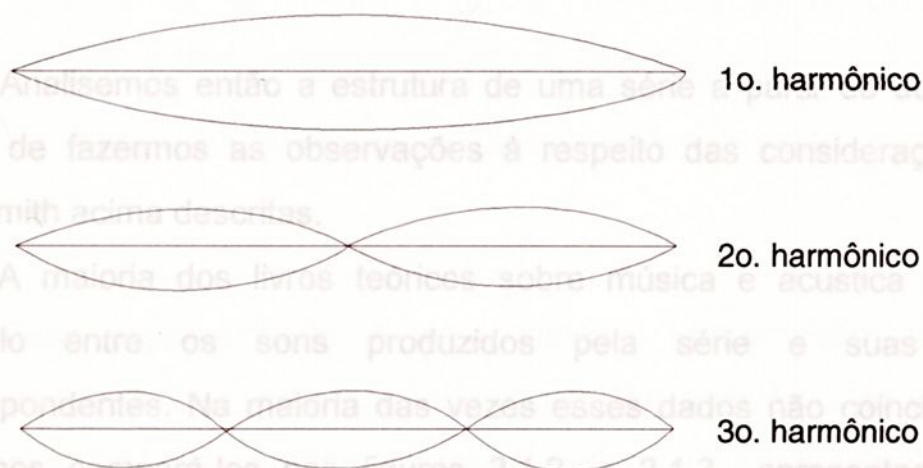


Fig. 2.1.1. Modos naturais de vibração de uma corda. Quando esticada ela vibra em 1, 2, 3, etc. partes iguais, produzindo sons com frequências f , $2f$, $3f$, etc.. resultando num som complexo de frequência fundamental f .

Cada um desses modos de vibração produz uma frequência que é um múltiplo inteiro da frequência original. Assim, o primeiro que é chamado de *fundamental*, tem frequência f , o segundo $2f$, o terceiro $3f$, e assim por diante. Estes últimos são chamados de sobretons.

Esse estudo sobre a série harmônica e as conclusões a que vamos chegar são importantes, já que Hindemith a considera "*the tonal raw material* w³ich Nature has made ready for musical use" (1945:15).

A razão desta consideração reside no fato de que os 6 primeiros harmônicos da série constituem um acorde perfeito maior, e isto o levou a afirmar que:

Music, as long as it exists, will always take its departure from the major triad and returns to it. The musician cannot escape it any more than the painter his primary colors, or the architect his three dimensions⁴ (Hindemith, 1945:22).

Analisemos então a estrutura de uma série a partir do *dó* 64 Hz antes de fazermos as observações à respeito das considerações de Hindemith acima descritas.

A maioria dos livros teóricos sobre música e acústica faz um paralelo entre os sons produzidos pela série e suas notas correspondentes. Na maioria das vezes esses dados não coincidem, e podemos compará-los nas figuras 2.1.2. e 2.1.3., apresentadas por Hindemith (1945:17) e Helmholtz (1954:22) respectivamente.

Em sua Teoria, Hindemith propõe um sistema de afinação (que será explicado no próximo módulo) que é totalmente baseado na série harmônica por ele apresentada. Observando a tabela 2.1.1., verificamos que a maioria dos harmônicos corresponde à afinação proposta por Hindemith, mas em relação ao sistema temperado, existem algumas diferenças, a começar da quinta que é o terceiro harmônico.

³ a matéria-prima tonal que a Natureza nos fornece para uso musical.

⁴ Música, desde que existe, sempre se afastará da tríade maior para retornar a ela. Dela, o músico não pode escapar, assim como o pintor das cores primárias, ou o arquiteto das três dimensões.





Fig. 2.1.2. Série harmônica apresentada nos livros teóricos e no *The Craft*.



Fig. 2.1.3.. Série harmônica apresentada por Helmholtz.

Essa representação é uma simples aproximação que não corresponde à real natureza dos sons em questão. Até o sexto harmônico, há uma correspondência entre estes e a afinação natural das notas representadas, mas a partir daí, deparamo-nos com várias discrepâncias.

Em sua Teoria, Hindemith propõe um sistema de afinação (que será explanado no próximo módulo) que é totalmente baseado na série harmônica por ele apresentada. Observando a tabela 2.1.1., verificamos que a maioria dos harmônicos corresponde à afinação proposta por Hindemith, mas em relação ao sistema temperado, existem algumas diferenças, a começar da quinta que é o terceiro harmônico.

Analizando estes dados Tabela 2.1.1.

No.	1	2	3	4	5	6	7	8
Nota	C	C	G	C	E	G	~ Bb	C
Freq	64	128	192	256	320	384	448	512
Hind	!	!	!	!	!	!	460,8	!
Temp	!	!	191,78	!	322,54	383,56	456,14	!

No.	9	10	11	12	13	14	15	16
Nota	D	E	F ~ F#	G	Ab ~ A	~ Bb	B	C
Freq.	576	640	704	768	832	896	960	1024
Hind	!	!	F - 682,64 F# - 720	!	Ab - 819,2 A - 853,28	921,6	!	!
Temp.	574,7	645,08	F - 683,44 F# - 724,08	767,13	Ab - 812,75 A - 861,08	912,2 8	966,5 3	!

Tabela 2.1.1. Comparação entre as frequências dos harmônicos e das correspondentes notas no sistema de Hindemith e no sistema temperado (a nota referência é um dó = 64 Hz). O símbolo "!" indica que o valor é mesmo do imediatamente acima.

Fig. 2.1.5. Comparação entre as representações do 13o harmônico em Hindemith e Helmholtz.

3) O 7o. harmônico Bb (e o equivalente 14o.) é normalmente considerado

como "baixo", e é aproximadamente 2 comas mais baixo que o Bb

temperado, ou o Bb proposto por Hindemith,

quanto com o sistema

temperado.



Fig. 2.1.4. Representação do 7o. harmônico em Hindemith e Helmholtz.

Fig. 2.1.6. Comparação entre as representações do 11o. harmônico em Hindemith e

2) O 13o. harmônico é considerado por Hindemith um Ab "alto", e por

Helmholtz um A "baixo". Sua frequência é realmente mais próxima do Ab de Hindemith.

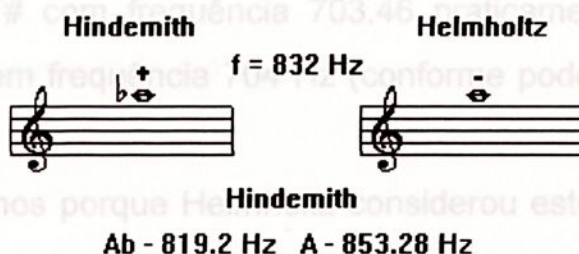


Fig. 2.1.5. Comparação entre as representações do 13o. harmônico em Hindemith e Helmholtz.

3) O 11o. harmônico é o mais problemático, pois os livros normalmente o consideram um F# "baixo" e Helmholtz o considera um F "alto". Analisando sua frequência verificamos que o 11o. harmônico é uma altura intermediária às notas F e F#, tanto quando comparado ao sistema de Hindemith quanto com o sistema temperado.

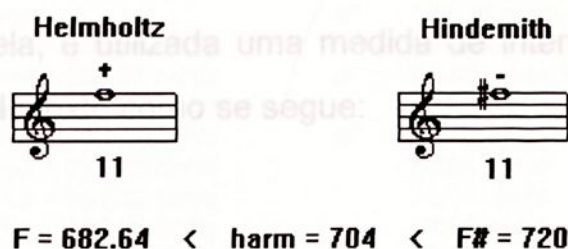


Fig. 2.1.6. Comparação entre as representações do 11o. harmônico em Hindemith e Helmholtz.

Se dividirmos a oitava em 24 partes iguais, achamos uma nota entre o F e o F# com frequência 703.46 praticamente igual ao 11o. harmônico que tem frequência 704 Hz (conforme pode ser verificado na tabela 2.2.1).

Assim, vemos porque Helmholtz considerou este harmônico um F "alto" e os livros mais modernos o consideram como um F# "baixo". Na realidade não é nem um nem outro, mas uma frequência natural que não se encaixa em nenhum sistema cromático por nós usado.

⁵ O cent é a centésima parte do semitom numa escala temperada; assim a oitava contém 120 cent. Os pontos decimais não têm significado prático, mas interesse antinético. É possível verificar como os harmônicos se tornam mais próximos incluindo os mesmos intervalos, como a oitava abaixo na oitava inferior, e também como os primeiros harmônicos a muitos dos superiores, coincidem com notas da escala musical (ou muito próximas).



Harmonics	Interval from fundamental	Note	Interval between harmonics
1		C	1200 cents (octave)
2	1 octave	c	701.96 cents (perfect 5th)
3	1 octave + 701.96 cents	g	498.04 cents (perfect 4th)
4	2 octaves	c'	386.31 cents (major 3rd)
5	2 octaves + 386.31 cents	e'	315.64 cents (minor 3rd)
6	2 octaves + 701.96 cents	g'	298.87 cents
7	2 octaves + 968.83 cents		231.17 cents

Essas nossas conclusões são concordantes com as do texto do The New Grove's Dictionary (Oldham, 1980:165) que apresenta uma tabela onde os harmônicos acima mencionados, são citados como não correspondentes à nenhuma altura musical conhecida.

Nessa tabela, é utilizada uma medida de intervalo chamada *cent* que é definida pelo texto como se segue:

A cent is a hundredth part of a semitone in an equal-tempered scale; thus an octave contains 120 cents. The decimal places have no practical significance but are given for arithmetical interest. It can be seen how the harmonics become closer includes the same intervals as the octave below in the lower octave, and also how the lower harmonics and several of the upper harmonics coincide with notes of the musical scale (or nearly so)⁵.

A respeito dos harmônicos que não correspondem às alturas musicais conhecidas, o texto diz (Oldham, 1980:165):

A tabela apresentada é a seguinte:

It can be seen from table 1 that harmonics which are multiples of prime numbers above 5 (e.g. nos. 7, 11, 13 and 14) do not correspond to recognized notes in the equal-tempered scale. However, on a C trumpet nos. 7 and 14 can fairly easily be lipped up to bb, and skilled trumpeters can lip no. 11 down to f or up to ff and no. 13 to a[?] [...].

⁵ O *cent* é a centésima parte do semitom numa escala temperada; assim a oitava contém 120 *cent*. Os pontos decimais não têm significado prático, mas interesse aritmético. É possível verificar como os harmônicos se tornam mais próximos incluindo os mesmos intervalos, como a oitava abaixo na oitava inferior, e também como os primeiros harmônicos e muitos dos superiores, coincidem com notas da escala musical (ou muito próximas).



Harmonics	Interval from fundamental	Note	Interval between harmonics
1		C	1200 cents (octave)
2	1 octave	c	701.96 cents (perfect 5th)
3	1 octave + 701.96 cents	g	498.04 cents (perfect 4th)
4	2 octaves	c'	386.31 cents (major 3rd)
5	2 octaves + 386.31 cents	e'	315.64 cents (minor 3rd)
6	2 octaves + 701.96 cents	g'	266.87 cents
7	2 octaves + 968.83 cents		231.17 cents
8	3 octaves	c''	203.91 cents (major tone)
9	3 octaves + 203.91 cents	d''	182.40 cents (minor tone)
10	3 octaves + 386.31 cents	e''	165.00 cents
11	3 octaves + 551.32 cents		150.64 cents
12	3 octaves + 701.96 cents	g''	138.57 cents
13	3 octaves + 840.53 cents		128.30 cents
14	3 octaves + 986.83 cents		119.44 cents
15	3 octaves + 1088.27 cents	b''	111.73 cents (diatonic semitone)
16	4 octaves	c'''	104.96 cents (used by J. Wallis)
17	4 octaves + 104.96 cents		98.95 cents (used by J. Wallis)
18	4 octaves + 203.91 cents	d'''	93.60 cents (used by J. Wallis)
19	4 octaves + 297.51 cents		88.80 cents (used by J. Wallis)
20	4 octaves + 386.31 cents	e'''	84.47 cents
21	4 octaves + 470.78 cents		80.64 cents
22	4 octaves + 551.32 cents		76.96 cents
23	4 octaves + 628.27 cents		73.68 cents
24	4 octaves + 701.96 cents	g'''	70.67 cents (chromatic semitone)
25	4 octaves + 772.63 cents	g#'''	

Tabela 2.1.2. Extraída de *Harmonics* do The New Grove's Dictionary. A tabela apresenta: 1) Harmônico; 2) Intervalo com a fundamental; 3) Nota; 4) Intervalo com o harmônico anterior.

À respeito dos harmônicos que não correspondem às alturas musicais conhecidas, o texto diz (Oldham, 1980:165):

It can be seen from table 1 that harmonics which are multiples of prime numbers above 5 (e.g. nos. 7, 11, 13 and 14) do not correspond to recognized notes in the equal-tempered scale. However, on a C trumpet nos. 7 and 14 can fairly easily be lipped up to *bb*, and skilled trumpeters can lip no. 11 down to *f''* or up to *f#''* and no. 13 to *a''*⁶ [...].

⁶ Da tabela 1, pode-se verificar que os harmônicos múltiplos de números primos acima de 5 (como 7, 11, 13 e 14), não correspondem às notas da escala temperada. Contudo, um *c* no 7o. ou 14o. harmônico do trompete pode facilmente ser afinado em um *bb*, e trompetistas virtuosos podem afinar o 11o. como *f''* ou *f#''*, e o 13o. como *a''*.

Um outro fator a ser analisado, é que os harmônicos, produzidos pelos instrumentos, nunca têm a mesma intensidade, o que contribui para que cada um tenha um timbre particular. Isto fica mais claro, observando-se os seus respectivos espectros representados na Fig. 2.1.4., extraídos de um estudo de Harry Olson⁷ (1967:216-230).

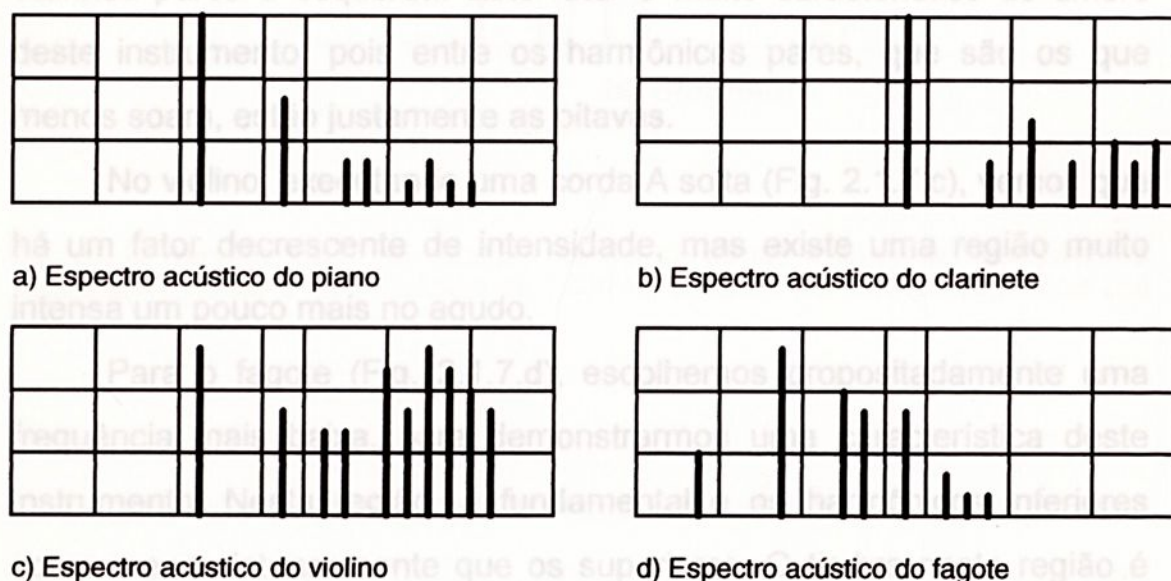


Fig. 2.1.7. Gráficos do espectro acústico dos instrumentos, extraído de *Music, Physics and Engineering* de Harry Olson. Os gráficos representam o espectro quando o instrumento está produzindo uma frequência de 440 Hz, exceto o do fagote que representa o espectro quando está produzindo uma frequência de 196 Hz. Os harmônicos são representados por linhas da esquerda para a direita, e o tamanho das respectivas linhas indicam com que intensidade cada harmônico soa em cada caso particular.

Nos gráficos as linhas verticais mais espessas, representam os harmônicos em ordem da esquerda para a direita, e seu comprimento vertical indica a respectiva intensidade relativa.

⁷ Harry Olson, Presidente da Acoustical and Electromechanical Research RCA Laboratories, Princeton, New Jersey, USA.

No caso do piano (Fig. 2.1.7.a), vemos que os harmônicos tem intensidades inversamente proporcionais às suas ordens, ou seja, a intensidade dos harmônicos diminui progressivamente a partir do primeiro.

No clarinete (Fig. 2.1.7.b) já temos uma predominância dos harmônicos ímpares, que possuem intensidades maiores que os seus vizinhos pares à esquerda. Este fator é muito característico do timbre deste instrumento, pois entre os harmônicos pares, que são os que menos soam, estão justamente as oitavas.

No violino, executando uma corda A solta (Fig. 2.1.7.c), vemos que há um fator decrescente de intensidade, mas existe uma região muito intensa um pouco mais no agudo.

Para o fagote (Fig. 2.1.7.d), escolhemos propositadamente uma frequência mais baixa, para demonstrarmos uma característica deste instrumento. Nesta região, a fundamental e os harmônicos inferiores soam menos intensamente que os superiores. O timbre nesta região é áspero, e provavelmente o cérebro reconstrói a série para que ouçamos a nota *completa*.

Outro parâmetro físico importante neste caso, é o dos **formantes**, que são regiões de frequência onde os harmônicos de determinado instrumento soam com maior intensidade. Este fator altera muito o espectro harmônico demonstrado na Fig. 2.1.7., dependendo da região em que o instrumento está executando.

Por exemplo: se um instrumento tem a região dos formantes na frequência de 1000 Hz, irá soar com maior intensidade, o décimo harmônico de uma frequência de 100 Hz, e o quarto harmônico de uma frequência de 250 Hz.



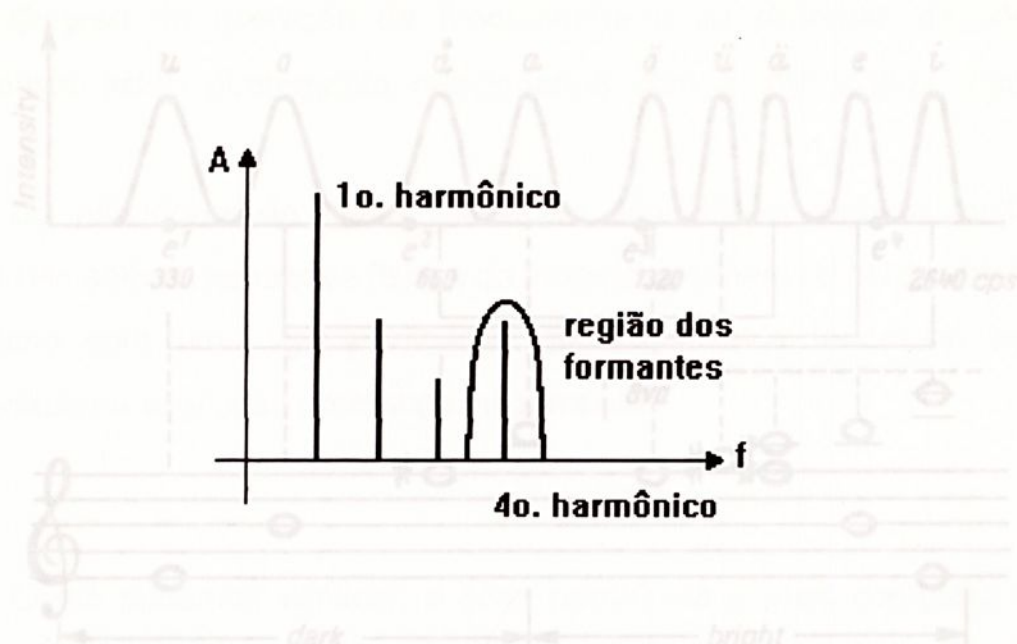


Fig. 2.1.8. Representação do espectro harmônico de um instrumento que possui a região dos formantes na frequência de 1.000 Hz emitindo um som de frequência 250 Hz.

Este nome foi dado por L. Hermann (1890), e é um importante fenômeno no estudo da fonética.

Segundo Fritz Winckel (1967:12) o som da vogal "o" é caracterizado pela ressonância da região de frequência entre 400 e 600 Hz, e o som da vogal "a" entre 800 e 1.200 Hz. Abaixo apresentamos uma comparação entre os formantes das vogais e a notação musical (Winckel, 1967:14).

Isto é óbvio se imaginarmos que, para que ela vibre, é necessário que dilate um pouco o seu comprimento para realizar o movimento. Este fato modifica os fatores de tensão que é aplicada à corda, densidade e muitos outros (quase aleatórios) dependendo da intensidade do som.

Para entendemos melhor este efeito, basta percutirmos uma corda (mi grave) de violão, produzindo um som forte. Verificamos que este som inicia um pouco desafinado, e à medida em que a corda vai perdendo energia e a intensidade vai diminuindo, a afinação se regulariza.

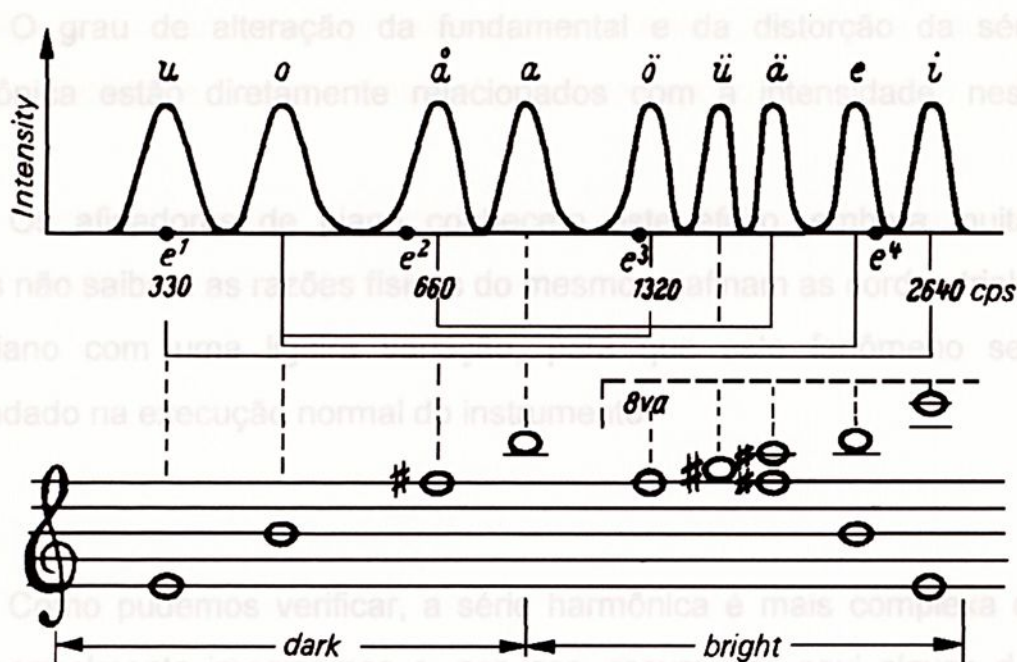


Fig. 2.1.9. Representação dos formantes das vogais em notação musical aproximada, conforme figura análoga em Winckel (1967:14).

Por último, gostaríamos de citar um outro efeito que modifica a série harmônica. No caso dos instrumentos de corda (do piano por exemplo), sempre que a corda está produzindo um som, isto implica numa deformação da mesma.

Isto é óbvio se imaginarmos que, para que ela vibre, é necessário que dilate um pouco o seu comprimento para realizar o movimento. Este fato modifica os fatores de tensão que é aplicada à corda, densidade e muitos outros (quase aleatórios) dependendo da intensidade do som.

4) Para entendermos melhor este efeito, basta percutirmos uma corda (mi grave) de violão, produzindo um som forte. Verificamos que este som inicia um pouco desafinado, e à medida em que a corda vai perdendo energia e a intensidade vai diminuindo, a afinação se regulariza.

5) O grau de alteração da fundamental e da distorção da série harmônica estão diretamente relacionados com a intensidade, neste caso.

6) Os afinadores de piano conhecem este efeito, embora muitas vezes não saibam as razões físicas do mesmo, e afinam as cordas triplas do piano com uma ligeira variação, para que este fenômeno seja abrandado na execução normal do instrumento.

Como pudemos verificar, a série harmônica é mais complexa do que normalmente imaginamos e, por isso, resumimos aqui alguns dos pontos mais importantes:

- 1) a sequência de notas que vemos comumente escrita na série, é apenas uma "aproximação" não correspondendo à realidade;
- 2) apenas algumas fontes sonoras produzem aquela sequência. Dependendo da forma da onda produzida, alguns desses sons não existem, ou outros os substituem;
- 3) mesmo nas fontes que a produzem, a intensidade de cada um dos sons varia, e isso produz grandes modificações no timbre;
- 4) os instrumentos variam os harmônicos que soam com maior intensidade, dependendo da região da tessitura, em razão dos formantes;



- 5) alguns instrumentos produzem fisicamente uma série que é modificada, desde a fonte até a sua percepção pelo cérebro.
- 6) a série harmônica é afetada por distorções provocadas pela elasticidade do material que produz o som.

2.2. A Série 1

Um dos pontos fundamentais da Teoria de Hindemith é a chamada Série 1, totalmente baseada na série harmônica.

Inicialmente Hindemith demonstra que para calcularmos a razão de frequência de um determinado intervalo, devemos dividir os números de ordem, dentro da série harmônica, das notas que o formam.

Para ficar mais claro vamos exemplificar. As duas primeiras notas da série harmônica (dó - dó oitava acima) formam um intervalo de oitava. Assim, se dividimos os números de ordem respectivos 2 e 1, obteremos a razão de frequência da oitava que é igual a 2.

O próximo intervalo (dó - sol) é uma quinta. Como os números de ordem são 3 e 2, a razão de frequência é $3/2$ e assim por diante.

Este procedimento tem um limite, pois os intervalos formados pelos harmônicos de ordem superior ao oitavo são muito complexos. Não encontramos entre eles duas segundas ou duas terças iguais.

Por isso e por outras razões que discutiremos mais adiante, Hindemith considera os intervalos de ordem inferior a 6, mais adequados ao seu propósito.

Para construir uma escala cromática, onde as notas possuem uma relação com a progenitora⁸, Hindemith (1945:34) propõe a seguinte regra:

To arrive at each new tone of the scale, divide the vibration-number of each overtone successively by the order numbers of the preceding tones in the series⁹.

2.2. A Série 1

Um dos pontos fundamentais da Teoria de Hindemith é a chamada Série 1, totalmente baseada na série harmônica.

Inicialmente Hindemith demonstra que para calcularmos a razão de frequência de um determinado intervalo, devemos dividir os números de ordem, dentro da série harmônica, das notas que o formam.

Para ficar mais claro vamos exemplificar. As duas primeiras notas da série harmônica (dó - dó oitava acima) formam um intervalo de oitava. Assim, se dividirmos os números de ordem respectivos 2 e 1, obteremos a razão de frequência da oitava que é igual a 2.

O próximo intervalo (dó - sol) é uma quinta. Como os números de ordem são 3 e 2, a razão de frequência é $3/2$ e assim por diante.

Este procedimento tem um limite, pois os intervalos formados pelos harmônicos de ordem superior ao oitavo são muito complexos. Não encontramos entre eles duas segundas ou duas terças iguais.

Por isso e por outras razões que discutiremos mais adiante, Hindemith considera os intervalos de ordem inferior a 6, mais adequados ao seu propósito.

⁸ Este termo progenitora é utilizado por Hindemith para designar a nota, a partir da qual são derivadas as outras, através do processo citado.

⁹ Para alcançar cada nova nota na escala, divida o número de vibrações de cada harmônico sucessivamente, pelo número de ordem da nota precedente na série.



Para construir uma escala cromática, onde as notas possuem uma relação com a *progenitora*⁸, Hindemith (1945:34) propõe a seguinte regra:

*To arrive at each new tone of the scale, divide the vibration-number of each overtone successively by the order numbers of the preceding tones in the series*⁹.

Considerando as notas como iniciais de outra série harmônica e aplicando este procedimento aos os harmônicos de ordem inferior a 6, Hindemith chega à seguinte tabela de relações com a tônica dó:

nota	C	G	F	A	E	E ^b	A ^b	D	B ^b	D ^b	B	F [#]
int	F	5J	4J	6M	3M	3m	6m	2M	7m	2m	7M	4A
razão	1	3/2	4/3	5/3	5/4	6/5	8/5	9/8	9/5	16/15	15/8	45/32
f	64	96	85.33	106.66	80	76.8	102.4	72	115.2	68.27	120	90

Tabela 2.2.1. Relações obtidas por Hindemith de uma escala cromática que tem uma relação com sua progenitora.

Segundo o autor, estas são as relações que devem ser usadas quando executadas peças na tonalidade da *progenitora*. Quando há uma modulação, deve-se transpor todas as relações intervalares para a nova *progenitora*.

A outra conclusão (e a mais importante), é que a ordem de aparecimento das notas, representa um grau decrescente de relacionamento com a nota dada. Esta ordem é chamada de **Série 1**. Nas palavras do autor (Hindemith, 1945:56):

⁸ Este termo *progenitora* é utilizado por Hindemith para designar a nota, a partir da qual são derivadas as outras, através do processo citado.

⁹ Para alcançar cada nova nota na escala, divida o número de vibrações de cada harmônico, sucessivamente, pelo número de ordem da nota precedente na série.

We shall henceforth call the significant order in which the twelve tones of the chromatic scale made their appearance, in diminishing degree of relationship to the given tone, *Series 1*¹⁰.

Esta sequência de notas, base fundamental da sua Teoria, é representada abaixo:

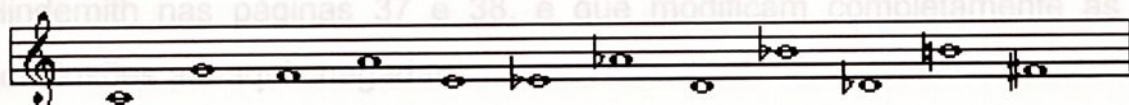


Fig. 2.2.1. A Série 1 de Hindemith

Para Hindemith, esta sequência representa valores de relacionamento entre os graus de uma escala, e formam a base para o entendimento das construções melódicas, conexões de acordes e progressões harmônicas de uma composição (Hindemith, 1945:56).

No item anterior, discutimos o fato de que a série harmônica utilizada neste processo, não possui total adequação do ponto de vista prático, e isto pode ter levado o autor a conclusões que se afastam ligeiramente da realidade.

Além disso, só os parciais de ordem até 6 foram usados no procedimento, e já vimos que a série harmônica apresentada por Hindemith, não pode ser considerada um padrão encontrado em todas as fontes sonoras, pois nem sempre estão presentes todos os parciais. E mesmo quando existem, alterações de intensidade introduzem “alterações” no processo.

¹⁰ Nós vamos batizar, daqui para frente, a significativa ordem em que as doze notas da escala cromática apareceram, numa decrescente ordem de graus de relacionamento com a nota dada, *Série 1*.

Este fato, juntamente com o de que outros parciais não-harmônicos muitas vezes estão presentes, foi utilizado por Norman Cazden em seu artigo *Hindemith and Nature* (1954), justificando a severa crítica que ele faz à proposta de Hindemith.

O sétimo harmônico foi excluído do processo. Este parcial, que corresponde a aproximadamente uma sétima menor da fundamental, resulta em uma série de inadequações que são apresentadas por Hindemith nas páginas 37 e 38, e que modificam completamente as conclusões até aqui chegadas.

Este deveria ser o parcial que nos levaria à afinação do trítone, intervalo base da função de dominante na tonalidade, e no entanto sua relação com a fundamental é tal, que não define um intervalo utilizável com fins harmônicos.

Além disso, os 6 primeiros parciais definem um acorde maior, que é justamente o que o autor queria demonstrar como uma *lei natural*, mas se incluíssemos o sétimo, isto nos levaria a achar que o acorde mais *natural* seria o acorde de sétima, o que destruiria a sua proposta inicial.

Como nos diz Clifford Taylor (1983:250):

the problem with the seventh partial is not its frequency, since it is as "natural" as any of the tones thus produced by natural conditions, but rather that it creates the impression of the musical experience of the tritone, which, in Western music, has harmonic meaning^{11.7}

Para explicar este problema e chegar a uma solução, Hindemith diz o seguinte (1945:38):

¹¹ o problema com o sétimo parcial não é sua frequência, tão "natural" quanto qualquer das notas produzidas em condições naturais, mas antes porque cria a impressão musical do trítone, que, na música ocidental tem significado harmônico.



The secret of the number 7 was well Known; to conquer it was to become the master or the destroyer of the world. It is understandable that such a mystic and unfathomable number should have been looked upon as holy. And in the world of tone, too, we must acknowledge the holy circle to be inaccessible¹².

Bernstein, é parcialmente contestada por Lerdahl¹⁴ and Jackendoff¹⁵ no seguinte trecho (1990:292-293):

A música contemporânea à produção desta Teoria, já utilizava vários recursos politonais e dodecafônicos. Com a introdução das doze notas (dodecafonismo), os esforços de Hindemith se voltaram para um sistema onde, mesmo usando todas as notas da escala cromática, poderíamos localizar um centro tonal.

Esta talvez seja uma das mais interessantes conclusões do seu trabalho. Ele não só propôs um sistema de afinação da escala diatônica maior ou menor, mas incluiu as outras cinco notas num sistema que continua a possuir um centro harmônico. Como nos diz Taylor (1983:249):

Hindemith, of course, was trying to secure the Western tonal system by providing the necessary means of extension for it to be able to sustain the theoretical needs of twentieth-century emotionally expressive values. He merely extended the characteristic and irrevocable condition of Western musical thinking to twelve instead of the historically relevant seven diatonic plus five accessory leading-notes of our major-minor system¹³.

¹² O segredo do número 7 é bem conhecido; para conquistá-lo devemos tornar-nos o mestre ou destruidor do mundo. É ininteligível que um místico e impenetrável número devesse ter sido olhado como sagrado. E no mundo do som, também, nós devemos reconhecer o meio sagrado como inacessível.

¹³ Hindemith, naturalmente, estava tentando preservar o sistema tonal da música ocidental, providenciando os significados de extensão necessários a torná-lo capaz de sustentar as necessidades teóricas dos valores expressivos do século XX. Ele simplesmente estendeu a característica e a irrevogável condição do pensamento da música ocidental, para doze notas, ao invés da historicamente relevante sete diatônicas mais cinco notas acessórias do nosso sistema maior-menor.



cadêr Hindemith realmente achava que a tonalidade era uma força natural, com sua explicação encontrada na estrutura da série harmônica. Esta idéia que provavelmente teve início com Rameau e continuou com Bernstein, é parcialmente contestada por Lerdahl¹⁴ and Jackendoff¹⁵ no seguinte trecho (1990:292-293):

Thus, beyond the octave, the fifth, and perhaps the major third, it is difficult to make any usefull connection between the overtone series and the universality of tonality. In a sense, this result is more significant than if the overtone hypothesis were correct, for it shows that tonality is not simply man's response to physical facts about sound. Rather, like language, tonality in music provides evidence for a cognitive organization with a logic all its own. The mind is not simply following the physical path of least resistance, as the overtone hypothesis would have it, but is creating its own way of organizing pitch combinations into coherent patterns¹⁶.

Supomos então à primeira vista que, esses fatos naturais nos levam a pensar que existe uma explicação física para o fenômeno da tonalidade. Entretanto, olhando mais profundamente, vemos que ela está relacionada predominantemente com outros fatores de ordem psicológica e cultural.

O acorde maior aparece nos primeiros harmônicos e, como veremos no próximo módulo, em outros fenômenos físicos. Mas a tonalidade é muito mais do que isso. Os recursos temporais das

¹⁴ Fred Lerdahl (1943-), professor associado de música na Columbia University (NY-USA).

¹⁵ Ray Jackendoff, professor de Linguística da Brandeis University.

¹⁶ Assim, além da oitava, da quinta e talvez da terça maior, é difícil fazer uma conexão útil entre a série harmônica e a tonalidade. Neste sentido, este resultado é mais significativo do que se a hipótese da série harmônica fosse correta, no sentido de mostrar que a tonalidade não é simplesmente a resposta do homem à fatos físicos sobre o som. Ao contrário, como linguagem, a tonalidade na música traz evidências de uma organização cognitiva com toda a lógica que lhe pertence. A mente não está simplesmente seguindo o caminho físico de resistência mínima, como a hipótese da série harmônica o faria, mas está criando seu próprio caminho, de combinações de notas organizadas em padrões coerentes.

cadências, a modificação das funções e a resolução das dominantes, encontra possíveis explicações nesses outros campos do conhecimento.

2.3. Sons Simultâneos

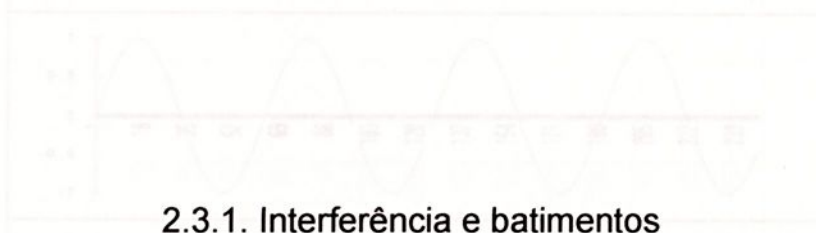
2.3.1. Interferência e batimentos

Quando dois sons são emitidos simultaneamente, ocorre o fenômeno da *interferência* onde a superposição das duas ondas resulta numa terceira de acordo com uma lei muito simples.

A Lei da superposição nos diz que as amplitudes simplesmente se somam numericamente. Dessa maneira, se produzirmos duas ondas de igual frequência e amplitude, como no caso de duas cordas de uma mesma tecla do piano, a resultante será uma onda de mesma frequência com o dobro de amplitude (Fig. 2.3.1.1.).



2.3. Sons Simultâneos



2.3.1. Interferência e batimentos

Quando dois sons são emitidos simultaneamente, ocorre o fenômeno da *Interferência* onde a superposição das duas ondas resulta numa terceira de acordo com uma lei muito simples.

A Lei da superposição nos diz que as amplitudes simplesmente se somam numericamente. Dessa maneira, se produzirmos duas ondas de igual frequência e amplitude, como no caso de duas cordas de uma mesma tecla do piano, a resultante será uma onda de mesma frequência com o dobro de amplitude (Fig. 2.3.1.1.).

Se as duas ondas produzidas tivessem a mesma frequência, mas, ao contrário do exemplo anterior, estivessem defasadas 180° , cada ponto da primeira corresponderia a outro na segunda de igual dimensão mas de sinal contrário.

O resultado disto seria uma soma igual a zero não só matematicamente, mas também acusticamente, pois as duas ondas se anulariam, resultando daí o silêncio, apesar de estarmos produzindo dois sons (Fig. 2.3.1.2.). Este tipo é chamado de *interferência destrutiva*.

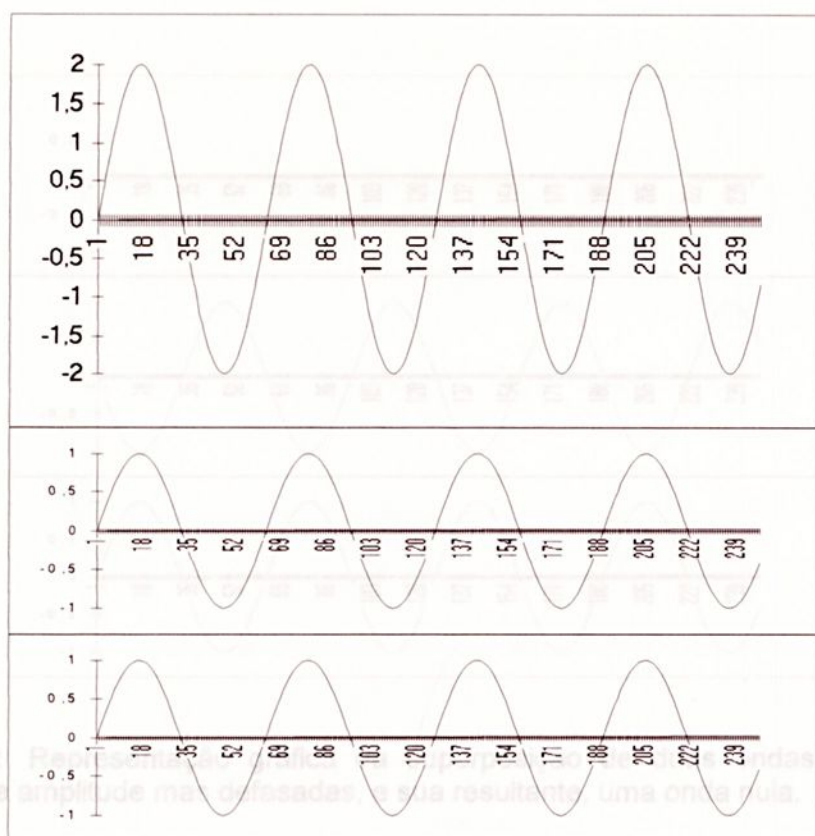


Fig. 2.3.1.1. Representação gráfica da superposição de duas ondas de mesma frequência e amplitude, e sua resultante, uma onda de mesma frequência e amplitude dobrada.

Neste caso, como as duas ondas estão em fase, todos os pontos coincidem e temos como resultado, em cada instante, o dobro de amplitude das ondas originais. Este tipo de interação entre elas é chamado de **interferência construtiva**.

Se as duas ondas produzidas tivessem a mesma frequência, mas, ao contrário do exemplo anterior, estivessem defasadas 180° , cada ponto da primeira corresponderia a outro na segunda de igual dimensão mas de sinal contrário.

O resultado disto seria uma soma igual a zero não só matematicamente, mas também acusticamente, pois as duas ondas se anulariam, resultando daí o silêncio, apesar de estarmos produzindo dois sons (Fig. 2.3.1.2.). Este tipo é chamado de **interferência destrutiva**.

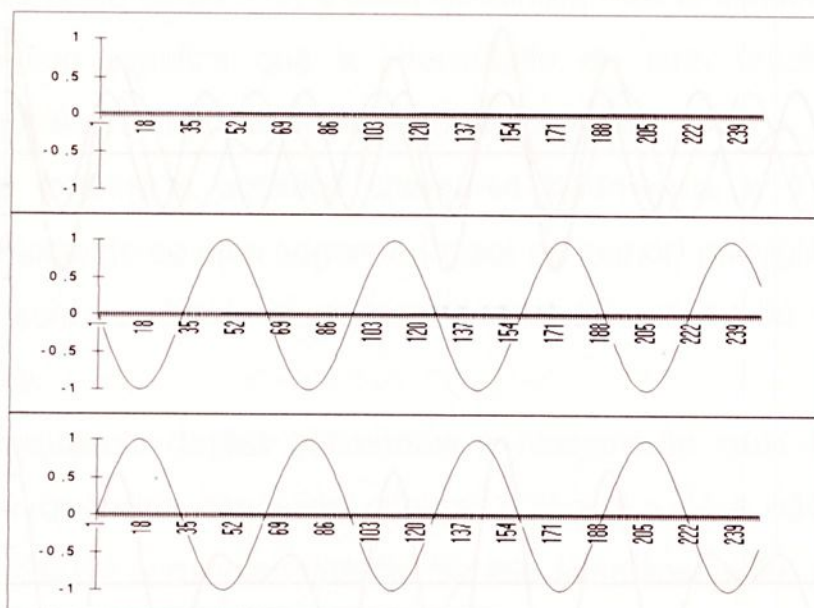


Fig. 2.3.1.2. Representação gráfica da superposição de duas ondas de mesma frequência e amplitude mas defasadas, e sua resultante, uma onda nula.

Este caso extremo que apresentamos, só é possível de se obter através de equipamentos eletrônicos, como em modernos sistemas anti-ruído, que captam os sons externos, transmitindo-os à um computador que os analisa e produzindo através de um sintetizador, um som igual, mas de fase inversa. O resultado, já vimos, é o silêncio.

Imaginemos então casos intermediários. Suponhamos que uma das cordas de uma tecla do nosso piano esteja levemente desafinada. Podemos verificar na figura 2.3.1.3. que as duas ondas iniciam em fase e vão se defasando lentamente até chegarem ao máximo, à defasagem de 180° . Daí retornam à configuração inicial, iniciando-se outra vez o processo.

Fig. 2.3.1.3. Representação da soma de duas ondas de igual amplitude, e frequências iguais a 4 e 5 Hz. a) Gráfico das três ondas; b) onda resultante; c) onda de 5 Hz; d) onda de 4 Hz.



Fig. 2.3.1.3. Representação da soma de duas ondas de igual amplitude, e frequências iguais a 4 e 5 Hz. a) Gráfico das três ondas; b) onda resultante; c) onda de 5 Hz; d) onda de 4 Hz.

A completa descrição matemática do fenômeno dos batimentos se encontra no Apêndice 1.

O resultado então é uma onda complexa, cuja amplitude varia com o tempo. Isto significa que a intensidade do som resultante varia periodicamente, como uma *modulação de amplitude*.

Este fenômeno acústico chama-se **batimento**, e é facilmente verificável tocando-se uma segunda (maior ou menor) na região grave do piano. O som resultante é ruidoso e os batimentos são claramente observáveis.

A frequência destes batimentos é exatamente igual à diferença entre as frequências dos sons originais¹⁷ ($f = f_1 - f_2$) e não pode ser superior a 20 Hz aproximadamente. Se isto acontecer estes batimentos passarão a ser percebidos como outro som, resultando um outro fenômeno, que será discutido a seguir.

Os batimentos ocorrem tanto à nível acústico como neurológico. Quando os sons são produzidos eletronicamente, o auto-falante já produz os sons resultantes com todas as características dos batimentos.

Mas imaginemos que uma pessoa aproxime do ouvido direito, um telefone que produza uma linha de 435 Hz, e tampe o ouvido esquerdo com um diapasão de 440 Hz. Os dois sons não se "encontram" no meio ambiente, entretanto em algum ponto do sistema nervoso ocorrerá um processo semelhante, e a pessoa realmente "ouvirá" os batimentos.

A descoberta dos sons resultantes é de um organista alemão chamado W.A. Sorge¹⁸ (em 1745), embora tenha sido atribuída constantemente à Tartini²⁰, violinista italiano que percebeu o fenômeno em 1754 e o popularizou como "sons de Tartini", segundo Helmholtz (1954:152).

¹⁷ Se produzimos em um auto-falante, um som constante, através de um gerador de áudio, e cantamos junto, primeiro em uníssono, na mesma altura, e depois em intervalos diferentes, ouviremos claramente sons adicionais profundos. Disto podemos concluir que, os sons adicionais foram originados somente no ouvido.

¹⁸ W.A. Sorge (1708-1778), organista, compositor e teórico alemão.

¹⁷ A completa descrição matemática do fenômeno dos batimentos se encontra no Apêndice 1.



2.3.2. Sons Resultantes

Quando são produzidos dois sons cuja diferença ultrapassa 20 Hz, como nos intervalos musicais, passamos a perceber outros sons que resultam da soma e da diferença das frequências dos originais, e que são chamados de sons combinados ou **sons resultantes**.

Estes sons não devem ser confundidos com os batimentos, pois eles são produzidos por um processo psico-neurológico, enquanto os outros ocorrem fisicamente nas membranas dos auto-falantes, no ar e em qualquer meio que esteja transportando as vibrações, como podemos nos certificar com o seguinte exemplo de Fritz Winckel (1967:136):

If we generate a constant tone in the tone generator of a loudspeaker, and sing along, first in unison, with the same tone, and then at different intervals, we will hear quite clearly additional deep tones. From this we can conclude that the additional tones have originated in the ear itself¹⁸.

A descoberta dos sons resultantes é de um organista alemão chamado W.A. Sorge¹⁹ (em 1745), embora tenha sido atribuída constantemente à Tartini²⁰, violinista italiano que percebeu o fenômeno em 1754 e o popularizou como "sons de Tartini", segundo Helmholtz (1954:152).

¹⁸ Se produzirmos em um auto-falante, um som constante, através de um gerador de áudio, e cantarmos junto, primeiro em uníssono, na mesma altura, e depois em intervalos diferentes, ouviremos claramente sons adicionais profundos. Disto podemos concluir que, os sons adicionais foram originados somente no ouvido.

¹⁹ Georg Andreas Sorge (1703-1778), organista, compositor e teórico alemão.

²⁰ Tartini (1692-1770), violinista italiano.

A primeira classe desses sons, que foi descoberta por Sorge, resulta da diferença das frequências dos sons originais. Esses são chamados de sons diferenciais. A segunda classe formada pela soma dos sons originais foi descoberta por Helmholtz, e são chamados de "sons soma" (Helmholtz, 1954:153).

Com isso podemos escrever uma lei geral de formação dos sons combinados, como propõe Winckel (1967:136):

$$f_k = m \cdot f_1 \pm n \cdot f_2$$

sendo que f_k é a resultante, m e n são números inteiros, e f_1 e f_2 as frequências originais.

É preciso esclarecer que os sons resultantes não são claramente perceptíveis.

Os sons mais claros são os produzidos pela simples diferença dos sons originais, ou seja $f_1 - f_2$. São os resultantes de primeira ordem.

Se analisarmos os resultantes de primeira ordem de alguns intervalos produzidos pela afinação natural, verificamos que estes produzem uma nota que tem relação harmônica com as notas originais. Este fato pode ser visto no seguinte quadro apresentado por Hindemith:

Fig. 2.3.2.2. Representação em notação musical dos resultantes de primeira e segunda ordem de alguns intervalos produzidos pela afinação natural. Conforme Hindemith (1945:63)



Fig. 2.3.2.1. Representação em notação musical dos resultantes de primeira ordem de alguns intervalos produzidos pela afinação natural. Conforme Hindemith (1945:60).

O resultado que advém deste fenômeno é utilizado por Hindemith em sua Teoria, e envolve a noção de que as notas resultantes sempre completam um acorde maior com as notas originais.

Para complementar, Hindemith descreve os resultantes de segunda ordem, que são produzidos pela diferença entre os resultantes de primeira ordem e a nota mais grave do intervalo original.



Fig. 2.3.2.2. Representação em notação musical dos resultantes de primeira e segunda ordem de alguns intervalos produzidos pela afinação natural. Conforme Hindemith (1945:63)

Estes resultantes reafirmam a tese de que eles reforçam a sonoridade de um acorde maior. Este é um dos princípios fundamentais da Teoria de Hindemith e foi usada por ele no cálculo da Fundamental dos Intervalos como veremos mais adiante.

Os outros intervalos (segundas, sétimas e o trítono) são tratados por Hindemith de outro modo. Quatro tipos de segundas maiores (relações 10/11; 9/10; 8/9 e; 7/8) são analisados do ponto de vista dos sons resultantes, e os outros são excluídos do processo.

Verifiquemos então o que acontece com estes intervalos.

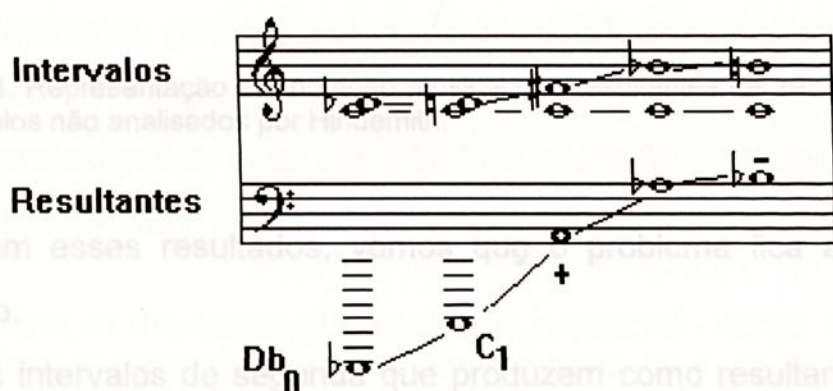


Fig. 2.3.2.3. Representação em notação musical dos resultantes dos intervalos não analisados por Hindemith.

Pela análise dos resultados, verificamos que os resultantes desses intervalos produzem notas que não têm uma estreita relação com os acordes tonais, como os outros analisados anteriormente.

Além disso, dois desses intervalos, a quarta aumentada e a sétima maior, produzem notas que são intermediárias. Na representação gráfica nós as aproximamos, mas estas frequências não correspondem a alturas definidas na afinação natural.

Analisemos então as resultantes de segunda ordem desses intervalos.

Intervalos

Sons resultantes

- 1a. ordem
- 2a. ordem

Fig. 2.3.2.4. Representação em notação musical dos resultantes de 1a. e 2a. ordens dos intervalos não analisados por Hindemith.

Com esses resultados, vemos que o problema fica ainda mais complexo.

Os intervalos de segunda que produzem como resultantes de 1a. ordem, notas do intervalo, geram de 2a. ordem notas intermediárias a distâncias de aproximadamente $1/2$ e 1 tom, que formam um cluster com as originais.

O trítone (C - F#) produz um A3 e um D3, ambos altos, que não têm nenhuma relação com as originais. A sétima menor confirma em 2a. ordem o Ab da 1a. ordem e a sétima menor curiosamente produz as mesmas resultantes que a segunda maior só que invertidas.

Estas conclusões são de suma importância para o nosso trabalho, pois conduzirão a uma série de consequências que discutiremos no módulo sobre a Fundamental dos Intervalos.

²¹ Se uma das notas do intervalo produzido diretamente é dobrada, tanto pelo uníssono quanto pela oitava abaixo, por um som resultante, este acréscimo de força a coloca em primeiro plano em relação à sua companheira. Nos intervalos em que tais dobramentos ocorrem, as notas que o constituem não têm assim, o mesmo valor. Ao contrário, a nota reforçada por tais dobramentos é considerada a *fundamental* do intervalo, e a outra, sua *companheira subordinada*.



Fig. 2.4.1. Representação da fundamental de intervalos (seta). Conforme (Hindemith, 1945:55-69)

2.4. A Fundamental dos Intervalos e a Série 2

Mas no caso de outros dois intervalos, surge o primeiro problema. As resultantes não correspondem a nenhuma das notas do intervalo original.

Baseado na teoria sobre os sons resultantes, Hindemith propõe que os intervalos possuem uma fundamental, independente da sua relação com o contexto harmônico ou melódico.

O procedimento para descobri-la é proposto no seguinte trecho (Hindemith, 1945:68):

If one of the tones of the directly produced interval is doubled, either in the unisson or in a lower octave, by a combination tone, this accretion of strength gives it the upper hand over its partner. In intervals in which such doublings occur, the constituent tones are thus not of equal value. Rather, the tone strengthened by such doublings is to be regarded as the *root* of the interval, and the other as its subordinate companion²¹.

No caso de quatro intervalos, os resultados são satisfatórios para Hindemith. A quinta tem sua nota inferior reforçada pelas resultantes; a quarta, a superior; a terça maior, a inferior; e a sexta menor, a superior, estando de acordo com as expectativas tonais.

²¹ Se uma das notas do intervalo produzido diretamente é dobrada, tanto pelo uníssono quanto pela oitava abaixo, por um som resultante, este acréscimo de força a coloca em primeiro plano em relação à sua companheira. Nos intervalos em que tais dobramentos ocorrem, as notas que o constituem não têm assim, o mesmo valor. Ao contrário, a nota reforçada por tais dobramentos é considerada a *fundamental* do intervalo, e a outra, sua companheira subordinada.



Fig. 2.4.1. Representação da fundamental de intervalos (seta). Conforme (Hindemith, 1945:68-69)

Mas no caso de outros dois intervalos, surge o primeiro problema. As resultantes não correspondem a nenhuma das notas do intervalo original. Em suas palavras "here theory comes into conflict with the practice of composition"²² (1945:70).

Em decorrência disto, é aberta a primeira exceção à regra, que só foi útil em um terço dos casos (4 intervalos). Como o resultado é muito diferente do esperado, a solução foi esquecer a proposta original e considerar a solução mais próxima dos resultados anteriores. A fundamental então será a nota inferior da terça menor, e a nota superior da sexta maior, por consistirem a tônica de um acorde menor formado por estes intervalos.



Fig. 2.4.2. Intervalos de 3m e 6M com os respectivos resultantes e fundamentais.

²³ não faz diferença qual das notas nós tomamos como fundamental.

²² aqui, a teoria entra em conflito com a prática da composição.

Esta foi uma escolha arbitrária, pois nenhuma das notas é reforçada pelos resultantes. Ambos produzem a mesma nota Ab em oitava, que formaria com as notas originais um acorde maior.

Hindemith fez esta opção por não encontrar, na *série harmônica*, explicação para o acorde menor. Para justificar, ele faz uma série de considerações estéticas e filosóficas em torno do assunto (1945:70-79).

No caso das segundas e sétimas, o problema é ainda mais saliente. Como vimos, estes intervalos não foram considerados na explanação dos sons resultantes do texto original (somente casos da segunda maior o foram) . Isto foi feito por nós no módulo anterior.

Lembrando dos nossos resultados, verificamos que se a proposta inicial de Hindemith for levada a cabo, as conclusões se afastam da sua expectativa tonal.

Então a solução foi abrir uma nova exceção à regra inicial, pois, segundo o compositor, para a aplicação prática destes intervalos "it makes no difference wich of the tones we take as the root"²³ (1945:79).

A intenção inicial era chegar à conclusão de que a tonalidade poderia ser explicada fisicamente como uma "lei da natureza". Mas aqui parece que foi feito o inverso. Como a física não respondeu às suas expectativas, a solução foi considerar o que o nosso "ouvido tonal" espera. Como podemos verificar no seguinte trecho (1945:80):

Our familiarity with the dominant seventh chord leads us to hear the lower tone of the seventh belonging to this composite as the root, even when it appears alone²⁴.



²³ não faz diferença qual das notas nós tomamos como fundamental.

²⁴ Nossa familiaridade com o acorde de sétima de dominante nos leva a ouvir a nota inferior da sétima, pertencente a esse composto como a fundamental, mesmo quando aparece só.

A segunda maior sugere uma fundamental na nota inferior, e a sétima menor produz como resultante, em 1a. e 2a. ordens, a nota Bb, que embora não pertença ao intervalo original, sugere-nos alguma ligação com as notas deste. Entretanto, Hindemith optou pela solução mais próxima a um acorde de dominante: a nota superior na segunda; e a inferior na sétima.



Fig. 2.4.3. Sons combinados e fundamentais das segundas e sétimas.

Assim como a sétima menor, A sétima maior produz como resultantes um B baixo e um Db que coincide com sua conclusão de que a fundamental deve ser a nota inferior. A segunda menor produz um Db muito grave, no limite da audição humana, mas sugere que a fundamental deve ser a que Hindemith escolheu: a nota superior.

O trítono produz duas notas que não pertencem ao intervalo, ambas com uma afinação ligeiramente alta, que à primeira vista não nos leva a conclusões imediatas.



Fig. 2.4.4. Sons resultantes do trítono.

A sequência linear propõe uma diminuição da consonância dos intervalos. Este é considerado como o único dos intervalos que não possui fundamental. Em seu lugar, foi estabelecido que a nota que resolve na fundamental do acorde seguinte é a *representante da fundamental*.



Fig. 2.4.5. Exemplos de identificação da representante da fundamental de tritons conforme (Hindemith, 1945:83).

Com isso concluímos a sequência que Hindemith chama de **Série 2** (Fig. 2.4.6.). Esta, diferentemente da anterior, é uma série de intervalos que não se relaciona com um progenitor, apenas os organiza numa hierarquia segundo o que é chamado de valor harmônico e melódico.

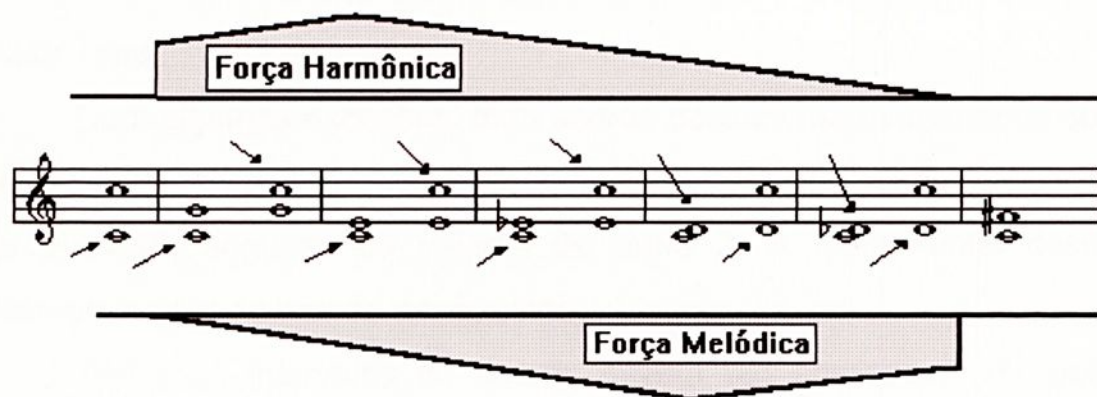


Fig. 2.4.6. Série 2 de Hindemith. Os intervalos possuem uma ordem e são agrupados de dois em dois. As setas indicam a fundamental (1945:87).

A sequência linear propõe uma diminuição da consonância dos intervalos e o consequente aumento do grau de dissonância, sem um local preciso de transição.

Neste ponto concordamos em parte com Hindemith. A divisão dos acordes em consonantes e dissonantes foi uma necessidade racionalista e dualista do início do sistema tonal.

Entretanto, achamos mais conveniente, nos dias de hoje, uma proposta onde os intervalos são organizados em uma sequência gradual do aumento do que até aqui chamamos de dissonância.

Sobre a ordem desses intervalos na série, deixamos para discutir mais adiante, onde vamos propor um método para este problema e consequentemente uma nova sequência mais abrangente.

Matéria em uma ordem de relacionamento com um centro tonal e a Série 2 ordena os intervalos em ordem crescente de dissonância.

A partir destes princípios Hindemith propõe uma divisão dos acordes em classes cuja ordem depende do que é chamado por ele de *Valor Tonal*.

Com algumas exceções, todo acorde possui uma fundamental que pode ser identificada da seguinte maneira. Acha-se o "melhor" intervalo do acorde²⁵, segundo os valores da Série 2. A fundamental desse intervalo será a do acorde em questão.

Todos os intervalos do acorde devem ser analisados, ou seja, todas as relações possíveis de duas notas diferentes devem ser verificadas, não só as que estão próximas, como nos seguintes exemplos:

²⁵ O "melhor intervalo" do acorde, segundo Hindemith, é aquele que está mais próximo do início da Série 2.





2.5. Classificação dos Acordes

Fig. 2.5.1. Exemplos de identificação da fundamental dos acordes. Conforme (Hindemith, 1945:97).

A Série 1 organiza os doze sons da escala cromática em uma ordem de relacionamento com um centro tonal e a Série 2 ordena os intervalos em ordem crescente de dissonância.

A partir destes princípios Hindemith propõe uma divisão dos acordes em classes cuja ordem depende do que é chamado por ele de *Valor Tonal*.

Com algumas exceções, todo acorde possui uma fundamental que pode ser identificada da seguinte maneira. Acha-se o "melhor" intervalo do acorde²⁵, segundo os valores da Série 2. A fundamental desse intervalo será a do acorde em questão.

Todos os intervalos do acorde devem ser analisados, ou seja, todas as relações possíveis de duas notas diferentes devem ser verificadas, não só as que estão próximas, como nos seguintes exemplos:

²⁵ O "melhor intervalo" do acorde, segundo Hindemith, é aquele que está mais próximo do início da Série 2.

Fig. 2.5.1. Exemplos de identificação da fundamental dos acordes. Conforme (Hindemith, 1945:97).

Os acordes são, então, divididos em dois grupos principais, **A** - sem trítano e **B** - com trítano. E estes, por sua vez, subdivididos em grupos menores identificados com números romanos de I a VI. Os ímpares pertencem ao grupo A e os pares ao grupo B.

O grupo **IA** contém os acordes sem segundas ou sétimas e ainda é dividido entre os que a fundamental e o baixo coincidem (IA-1) e os que não coincidem (IA-2).

Do subgrupo IA-1 fazem parte apenas dois acordes, as tríades maior e menor, e do IA-2 as suas inversões.

O grupo **IIB** é um pouco mais complexo, contém acordes com trítano subordinado, mas sem segundas menores ou sétimas maiores. Possui vários subgrupos. O IIB-a que contém acordes apenas de sétima menor, sem segunda maior e com a fundamental coincidente com o baixo, como os comuns acordes de dominante. E o IIB-b que abriga os que possuem segundas maiores, sétimas menores ou ambos.

O subgrupo IIB-b ainda é subdividido em outros menores. O IIB-b1 onde a fundamental e o baixo coincidem. O IIB-b2 onde não coincidem. E o IIB-b3 onde os acordes possuem mais de um trítano.

O grupo seguinte é o **IIIA**, do qual fazem parte os acordes que contém segundas, sétimas ou ambos. Este grupo é subdividido em apenas outros dois: o IIIA -1 onde a fundamental está no baixo e o IIIA-2 onde não está.

Como consequência o grupo **IVB** contém os acordes que possuem segundas menores, sétimas maiores ou ambos, além de possuir um ou mais trítanos subordinados. É subdividido em IVB-1 e IVB-2 segundo a relação entre a fundamental e a nota do baixo como nos anteriores.

Os acordes pertencentes a esse grupo são obviamente muito dissonantes e é interessante perceber qual era a impressão do autor sobre esse tipo de acorde. Em suas palavras (Hindemith, 1945:103):

Sub-group IV contains a strange set of piquant, coarse, and highly colored chords. All the chords that serve the most intensified expression, that make a noise, that irritate, stir the emotions, excite strong aversion - all are at home here²⁶.

Os dois últimos grupos, considerados ainda mais dissonantes, são formados pelos acordes *Indeterminados* em que, segundo o texto só podemos identificar sua fundamental através do contexto harmônico.

O grupo **VA** contém acordes formados pela superposição de dois intervalos iguais. Só dois acordes preenchem este requisito, o formado por duas terças maiores e o formado por duas quartas justas, pois o acorde que possui duas quintas sobrepostas pertence ao grupo III.

²⁶ Sub-grupo IV contém uma estranha série de acordes picantes, ásperos, e altamente coloridos. Todos os acordes que servem a mais intensificada expressão, que fazem barulho, que irritam, perturbam as emoções, excitam forte aversão - todos estão em casa aqui.



O grupo **VIB** é formado pelos acordes indeterminados citados no item anterior, só que com trítonos predominantes, ou seja, todas as formas de acordes diminutos.

Quando acordes do grupo B são utilizados, não é suficiente identificar a fundamental, mas deve-se identificar também a sensível, e para isso o texto nos dá duas regras:

- 1) é considerada a sensível, a nota pertencente a um ou mais trítonos e que possui a melhor relação com a fundamental, segundo os valores da *Série 2*. (Hindemith, 1945:104).

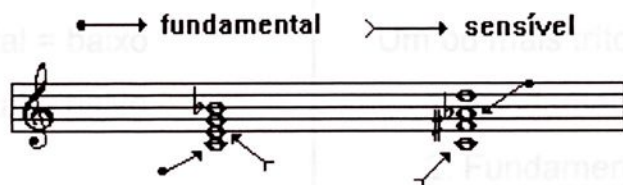


Fig. 2.5.2. Análise da fundamental e da sensível de acordes com um ou mais trítonos em que a fundamental não pertence ao trítono.

- 2) se há apenas um trítono e a fundamental é parte dele, a outra nota será considerada a sensível (Hindemith, 1945:105).

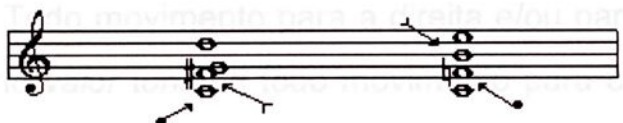


Fig. 2.5.3. Análise da fundamental e da sensível de acordes com um trítono e a fundamental pertence a ele.

Apresentamos a seguir um quadro com o resumo dos grupos de acordes, com o qual o leitor poderá visualizar a classificação dos mesmos.

A. Acordes sem trítono	B. Acordes com trítono
I. <i>Sem 2as. ou 7as.</i> 1. Fundamental = baixo 2. Fundamental $\neq$ baixo	II. <i>Sem 2as. m ou 7as. M</i> Trítono subordinado a) Com 7as. m (sem 2as. M) Fundamental = baixo b) Com 2as. M e/ou 7as. m 1. Fundamental = baixo 2. Fundamental $\neq$ baixo 3. Mais de um trítono
III. <i>Com 2as. e/ou 7as.</i> 1. Fundamental = baixo 2. Fundamental $\neq$ baixo	IV. <i>Com 2as. m e/ou 7as. M</i> Um ou mais trítonos 1. Fundamental = baixo 2. Fundamental $\neq$ baixo
V. <i>Indeterminados</i>	VI. <i>Indeterminados</i> Trítonos predominantes

Tabela 2.5.1. Divisão dos grupos de acordes, segundo Hindemith (1945:Apêndice).

O estudo da sucessão dos acordes se dá através da aparência visual da tabela. Todo movimento para a direita e/ou para baixo significa um decréscimo no *valor tonal*, e todo movimento para cima e/ou para a esquerda, um acréscimo (Hindemith, 1945:108).

Este procedimento nos indica claramente que as tríades maior e menor são consideradas as de maior valor tonal, sendo que os acordes diminutos os de menor valor.

Com esses resultados podemos estudar os três principais elementos da movimentação dos acordes:



1) Estrutura a duas vozes

O desenvolvimento harmônico, no idioma contrapontístico ou não, está ligado ao movimento melódico e ocorre dentro de uma estrutura espacial externa. Esta estrutura é formada pela voz do baixo e pela mais importante das vozes superiores (Hindemith, 1945:113).

Este é um dos métodos de análise importante, sob o ponto de vista da técnica de composição proposta. A progressão dos baixos, juntamente com o desenvolvimento melódico, desenvolvido pelo autor no capítulo seguinte.

2. Flutuação harmônica

Os acordes pertencentes a um mesmo grupo, são considerados como tendo o mesmo valor tonal e por sua vez um mesmo grau de dissonância, embora este termo nunca tenha sido usado por Hindemith.

Quando, numa progressão, são utilizados acordes de um mesmo grupo, todos os são governados pelo mesmo princípio. Ao passo que se um dos acordes pertence a um outro grupo, ocorre uma mudança da gravidade harmônica, numa analogia que compositor faz à força da gravidade com a atração tonal. Este movimento é chamado de **flutuação harmônica**.

Este talvez seja, uma das mais importantes propostas do compositor, e nos permite um tipo de análise onde são consideradas as variações da progressão harmônica segundo os princípios da classificação dos acordes, como no seguinte exemplo:

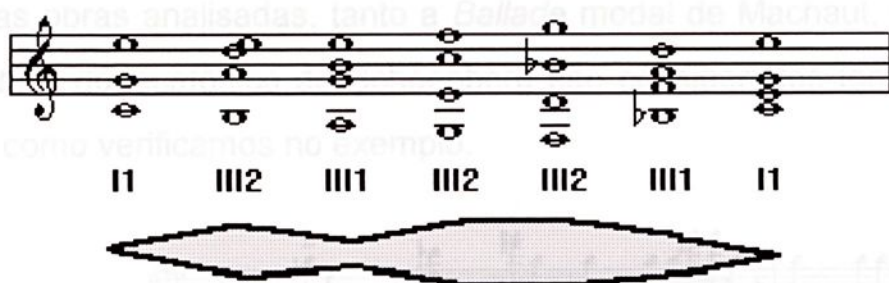


Fig. 2.5.2. Exemplo de análise da flutuação harmônica de uma progressão de acordes. Conforme (Hindemith, 1945:117).

3. Progressões de Fundamentais e Esferas Tonais

A última etapa da análise é feita a partir da sequência da fundamentais dos acordes juntamente com suas respectivas sensíveis (quando existem).

As progressões de graus são as sequências das fundamentais consideradas sob o ponto de vista do seu relacionamento com um centro tonal (ou tônica) de acordo com os princípios da Série 1.

Após a análise de grupos de 2 ou 3 acordes, as progressões que se identificam por esse relacionamento com um centro tonal são chamadas de *Esferas Tonais*.

A tônica dessas esferas tonais é determinada pela maior ocorrência de uma fundamental, quando esta aparece no fim, ou quando é reforçada pela presença da quinta e da quarta, confirmando uma cadência tonal.

O último capítulo da obra de Hindemith é dedicado à análise de trechos de um canto gregoriano, da *Ballade* de Machaut, da *Invenção à três vozes em Fá menor* de Bach, do Prelúdio de *Tristan und Isolde* de Wagner, da *Sonata* para piano de Stravinsky, do Prelúdio de *Mathis der Maler* do próprio Hindemith e, do *Klavierstück*, Op. 33 de Schoenberg.

Das obras analisadas, tanto a *Ballade* modal de Machaut, como o *Klavierstück* dodecafônico de Schoenberg são considerados tonais pela análise, como verificamos no exemplo.

Acordes condensados

Flutuação

Estrutura a duas vozes

Progressão-graus: com sensíveis

Tonalidade

Fig. 2.5.3. Análise de *Klavierstück*, Op 33 (comp 19-20) de Arnold Schönberg, conforme (Hindemith, 1945:217).

Com isto concluímos a nossa breve explanação da complexa Teoria de Hindemith, a qual poderá ser entendida praticamente no exemplo anterior de análise feita segundo estes princípios.

Este último tópico, referente à classificação dos acordes foi desenvolvido sem interferência, abrindo caminho para apresentarmos a nossa proposta e demonstrarmos as modificações que julgamos necessárias à um trabalho que, como pode ser verificado, é de grande valor para a música.

Analisemos um exemplo esclarecedor. Hindemith acreditava na força natural da tonalidade, e na resolução do trítono como uma lei. Mas, dentro do contexto do blues, por exemplo, isto não acontece. Este gênero de música é basicamente tonal, com progressões baseadas em Tônica, Subdominante e Dominante, mas todos os seus acordes são normalmente utilizados com sétima menor inclusive o acorde final de tônica.

3. CÁLCULO DO GRAU DE DENSIDADE

DE INTERVALOS

ACORDES E SIMULTANÓIDES

Se formos analisar o grau de densidade derivado do anterior, utiliza-se apenas os intervalos considerados dissonantes pela harmonia tradicional. Se considerarmos a tríade o mais perfeito dos acordes, podemos dizer que no jazz ela é considerada quase uma dissonância pois, raramente é utilizada, sendo mais comuns os acordes de nona e décima - primeira aumentada.

Por outro lado, existem fatores físicos que nos levam a crer que existam princípios de consonância. Helmholtz desenvolveu uma teoria que fundamenta este fenômeno na ocorrência dos batimentos entre as notas e seus respectivos harmônicos.

3.1 Consonância e Dissonância

A discussão sobre a análise do fenômeno da consonância mais uma vez nos reporta a Pitágoras, o primeiro a propor uma relação entre esta e a razão de frequência dos *intervalos*. Quanto mais simples fossem as relações numéricas, mais consonantes estes seriam.

Embora outros métodos de análise fossem propostos, sempre nos deparamos com problemas em relação ao assunto. Conforme Natasha Spender (1980:669) nos diz em *Consonance* no The New Grove Dictionary of Music and Musicians, podemos dividir as teorias sobre a consonância em dois grupos: as que supõem suas bases fisiológicas, como o fez Helmholtz, e as que atribuem este fenômeno a padrões culturais, relativamente arbitrários, como Lundin (1947).

Analisemos um exemplo esclarecedor. Hindemith acreditava na força natural da *tonalidade*, e na resolução do trítono como uma lei. Mas, dentro do contexto do blues, por exemplo, isto não acontece. Este gênero de música é basicamente tonal, com progressões baseadas em Tônica, Subdominante e Dominante, mas todos os seus acordes são normalmente utilizados com sétima menor inclusive o acorde final de tônica.

Se formos um pouco mais longe, o jazz, gênero derivado do anterior, utiliza-se apenas de acordes considerados dissonantes pela harmonia tradicional. Ao contrário de Hindemith que considerava a tríade o mais perfeito dos acordes, podemos dizer que no jazz ela é considerada quase uma dissonância pois, raramente é utilizada, sendo mais comuns os acordes de nona e décima - primeira aumentada.

Por outro lado, existem fatores físicos que nos levam a crer que existam princípios naturais no fenômeno da consonância. Helmholtz desenvolveu uma teoria que fundamenta este fenômeno na ocorrência dos batimentos entre as notas e seus respectivos harmônicos.

Se analisarmos a superposição de duas notas e consequentemente a dos seus respectivos harmônicos, veremos o que está representado na figura abaixo, considerando-se um intervalo de oitava.

OITAVA

1fi	2fi	3fi	4fi	5fi	6fi	7fi	8fi
	1fii		2fii		3fii		4fii
	2fi		4fi		6fi		8fi
	2		4		6		8
	!		!		!		!
	1		1		1		1



QUIN A primeira linha nos fornece os harmônicos da nota mais grave representados em função da frequência fundamental f_i . A terceira linha nos dá os harmônicos da nota superior, em função de f_{ii} e na sequência em função de f_i . As conclusões das últimas linhas nos mostram que todos os parciais da nota mais aguda possuem uma correspondência exata nos parciais da mais grave, ou seja, cada harmônico da primeira, forma um uníssono com um dos harmônicos da segunda.

O resultado desta análise fica mais claro, observando-se a representação do esquema anterior em notação musical e considerando-se a nota de referência o dó 2 e sua oitava, o dó 3, como na figura abaixo.

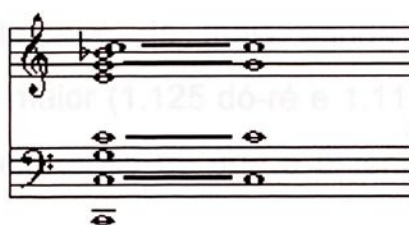


Fig. 3.1.1. Representação em notação musical das relações entre os harmônicos de duas notas que formam um intervalo de oitava.

Só ocorrem uníssonos entre os parciais das duas notas, não havendo portanto a ocorrência de batimentos entre eles.

Analisemos então o caso de um intervalo de quinta (dó 2 e sol 2):

Fig. 3.1.2. Representação em notação musical das relações entre os harmônicos de duas notas que formam um intervalo de quinta.

No caso de uma quinta justa, vemos que há apenas uma correspondência de uníssono, enquanto o quarto harmônico da nota superior forma com o quinto e sexto harmônicos da inferior intervalos que são aproximadamente uma segunda menor e uma maior, respectivamente.

QUINTA JUSTA NATURAL

1fi 2fi 3fi 4fi 5fi 6fi

QUINTA / A JUSTA | NATURAL \ / |

1fi 2fi 3fi 4fi 5fi 6fi

3/2 fi 3fi 9/2 fi 6fi

1.5 3 4.5 6

4/3 \ 8/3 ! 4fi / \ 16/3 !

1.33 1.33 2.6 1 1.125 1.11 5.33 1

Verificamos que o terceiro e sexto harmônicos da nota inferior (sol 3 e sol 4) coincidem com o segundo e quarto da superior (sol 3 e sol 4), respectivamente; e que as relações entre o quarto e quinto parciais da mais grave com o terceiro da mais aguda, são aproximadamente intervalos de segunda maior (1.125 dó-ré e 1.11 ré-mi), o que torna este intervalo um pouco mais tenso do que o anterior. Em notação musical, temos:

A tabela a seguir nos fornece: a) o número de uníssonos; b) o número de pares de harmônicos que formam uma relação de frequência menor que 1.2; c) o número de intervalos que produzem uma relação menor que 1.07; d) o número de harmônicos que participam do processo.

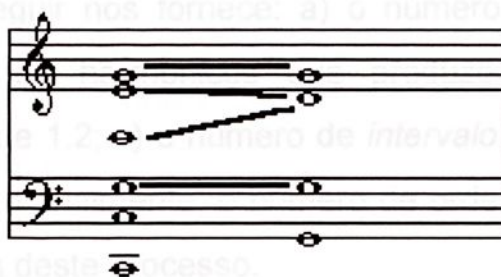


Fig. 3.1.2. Representação em notação musical das relações entre os harmônicos de duas notas que formam um intervalo de quinta.

No caso de uma quarta justa, vemos que há apenas uma correspondência de uníssonos, enquanto o quarto harmônico da nota superior forma com o quinto e sexto harmônicos da inferior, intervalos que são aproximadamente uma segunda menor e uma maior, respectivamente.

¹ Os esquemas completos dos outros intervalos são apresentados no Apêndice 2.

Balimentos		Batimentos	Uníssonos		Ordem dos	Ordem dos
≤ 1.2		≤ 1.07			bat ≤ 1.2	bat ≤ 1.07
QUARTA JUSTA NATURAL						
1fi	2fi	3fi	4fi	5fi	6fi	
\	/		\ /			
1fii	2fii	3fii	4fii			
4/3 fi	8/3 fi	4fi	16/3 fi			
1.33	2.66	4	5.33			
!	!	!	/ \			
1.33	1.13	1	1.07 1.12			
2 M	6	/	/	1	1	
7 M	6	5	/	2	2	

Com os outros intervalos, este processo vai ficando cada vez mais

Com os outros intervalos, este processo vai ficando cada vez mais complexo. Para uma simplificação da análise, vamos apresentar uma tabela dos resultados, de forma a ser possível uma avaliação dos intervalos formados entre os harmônicos das notas¹.

A tabela a seguir nos fornece: a) o número de uníssonos; b) o número de pares de harmônicos que produzem uma relação de frequência menor que 1.2; c) o número de *intervalos* que produz relação menor que 1.07; d) e finalmente, o número de ordem do parcial da nota inferior que participa deste processo.

¹ Os esquemas completos dos outros intervalos são apresentados no Apêndice 2.

	Batimentos < 1.2	Batimentos < 1.07	Uníssonos	Ordem dos bat < 1.2	Ordem dos bat < 1.07
5 J	2	/	2	4	/
4 J	3	1	1	3	5
6 M	5	1	1	2	7
3 M	2	1	1	3	4
6 m	5	3	/	4	3
3 m	6	1	/	1	5
4 A	4	3	/	3	3
7 m	7	1	/	2	5
2 M	6	/	/	1	/
7 M	6	5	/	2	2
2 m	5	4	/	1	1

A razão de termos escolhido os valores de 1.2 e 1.07 para a nossa análise, é que estes representam aproximadamente intervalos de terça menor e segunda menor, permitindo-nos saber se os intervalos formados pelos harmônicos são menores que os citados, fornecendo-nos uma idéia do resultado sonoro.

A Teoria de Helmholtz sobre o grau de consonância dos intervalos baseia-se nestas relações entre harmônicos e atribui valores a cada um deles que, para serem calculados, utiliza-se de um artifício matemático que em suas próprias palavras, é "a somewhat arbitrary law for the dependence of roughness upon the number of of beats"² (Helmholtz, 1954:192). A partir disto, Helmholtz constrói um gráfico (Fig. 3.1.3.) que

² "uma lei um tanto arbitrária da dependência da aspereza em relação ao número de batimentos"



demonstra a variação do grau de consonância dos intervalos, por ser mais útil do que as complexas descrições dos resultados.

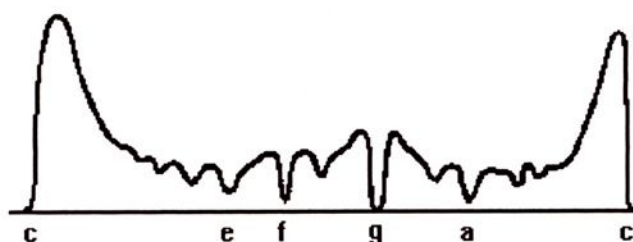


Fig. 3.1.3. Variação dos graus de dissonância dos intervalos até uma oitava feita por Helmholtz. Conforme figura análoga (Helmholtz, 1954:193).

Desde Helmholtz observa-se a tendência em se substituir os conceitos de consonância e dissonância por outros mais abrangentes. Hindemith propõe, na sua *Série 2*, uma ordem crescente para os intervalos, sem definir um ponto fixo de transição entre consonâncias e dissonâncias.

A nossa proposta coincide neste ponto com os dois autores. Entretanto como já abordamos, a *série harmônica*, utilizada neste processo, por possuir muitas variações, não se adequa totalmente aos nossos propósitos. Assim elaboramos um outro procedimento, partindo somente dos sons senoidais, o que nos levou a conceituar este fenômeno como **Grau de Densidade de Intervalos, Acordes e Simultanóides**, em substituição aos conceitos da Harmonia tradicional.

O termo densidade é utilizado por duas razões: primeiro, por considerarmos que os intervalos chamados dissonantes possuem um grande número de resultantes e batimentos, o que torna o som mais concentrado de frequências diferentes das duas originais; segundo, analisando os gráficos dos sons resultantes, verificamos que há uma

correspondência entre o fator visual destes e seu respectivo grau de dissonância, como veremos a seguir.

3.2 Grau de Densidade

Quando duas ondas senoidais são produzidas, temos como resultante uma terceira, mais complexa, que pode ser vista na Fig.3.2.1.



Fig.3.2.1. Representação gráfica da soma de duas ondas sonoras com o intervalo de uma oitava.

Com esse recurso podemos visualizar a forma da onda resultante da soma de duas ondas de quaisquer intervalos. Para simplificar a visualização, vamos eliminar do gráfico as ondas originais e apresentar somente a resultante. Verificamos que, independente das notas, os intervalos possuem um padrão visual, como vemos nos exemplos a seguir.

3.2 Grau de Densidade

Quando duas ondas senoidais são produzidas, temos como resultante uma terceira, mais complexa, que pode ser vista na Fig.3.2.1.

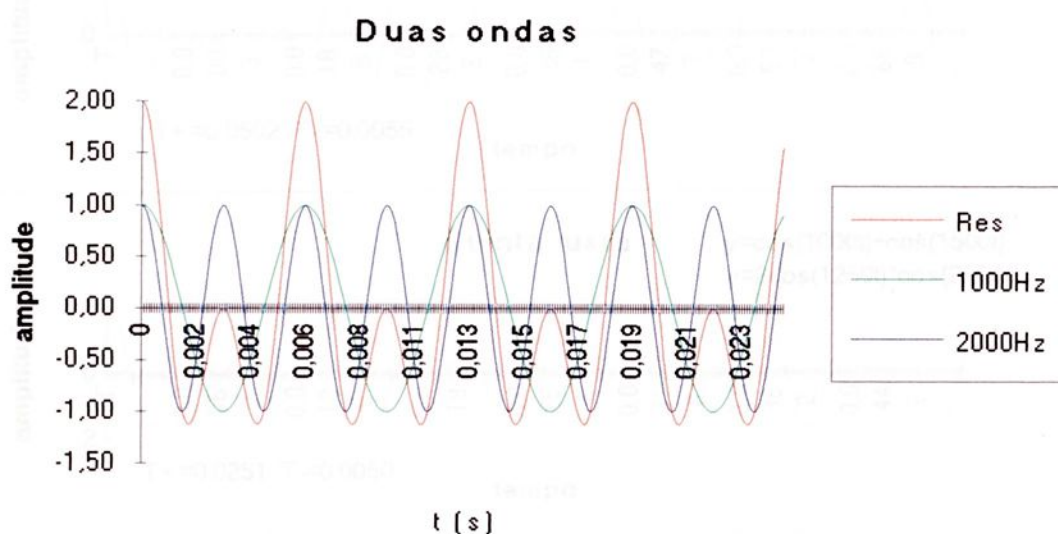


Fig.3.2.1. Representação gráfica da soma de duas ondas sonoras com o intervalo de uma oitava.

Com esse recurso podemos visualizar a forma da onda resultante da soma de duas outras de quaisquer intervalos. Para simplificar a visualização, vamos eliminar do gráfico as ondas originais e apresentar somente a resultante. Verificamos que, independente das notas, os intervalos possuem um padrão visual, como vemos nos exemplos a seguir.

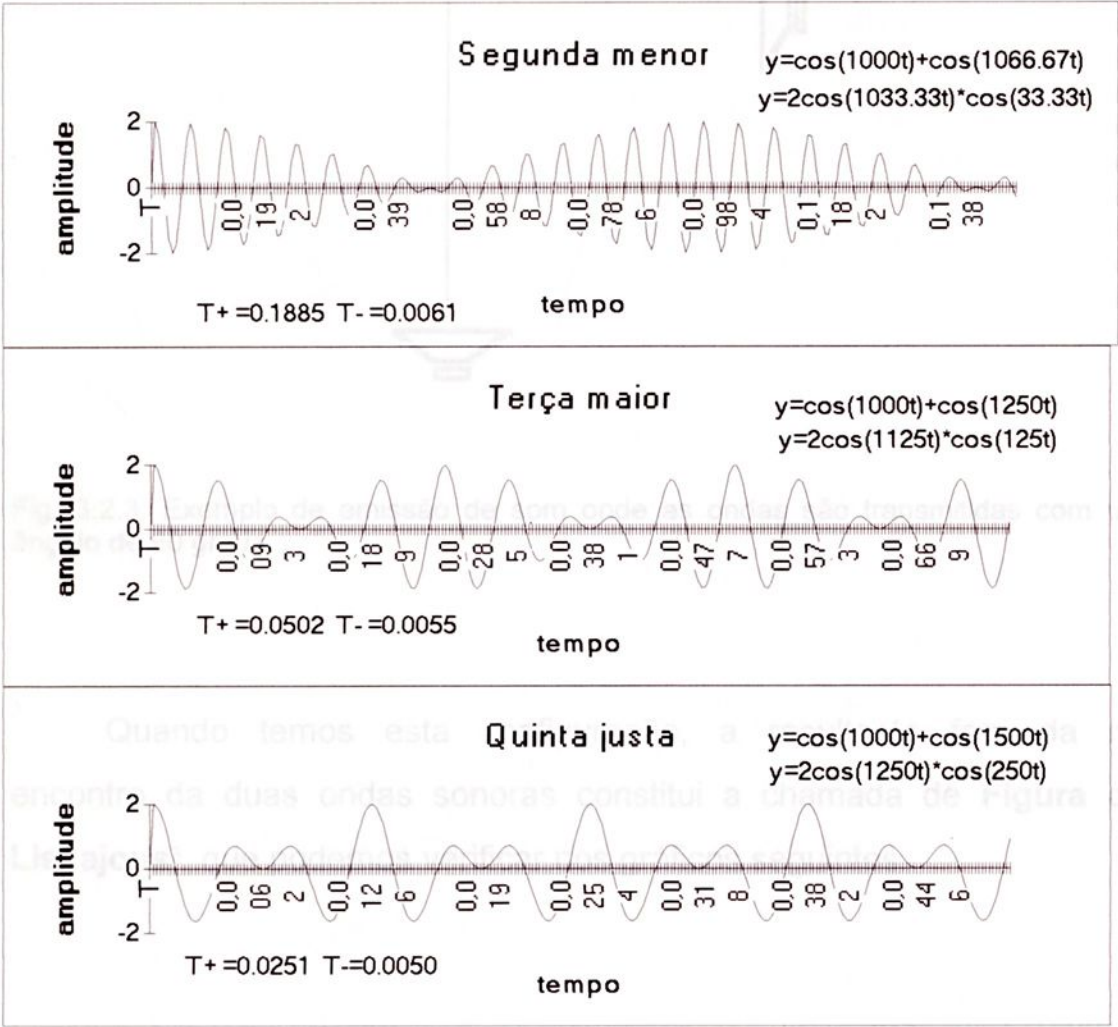


Fig. 3.2.2. Representação gráfica da soma de duas ondas que formam alguns intervalos. Cada um dos gráficos acima contém a equação original e sua transformação em produto, com a qual podemos saber as frequências das ondas resultantes. Por exemplo, a quinta foi calculada com duas ondas de frequências 1000 e 1500 e as de suas resultantes são 1250 e 250. Na parte inferior do gráfico informamos os períodos das ondas resultantes.

³ Figura de Lissajous - curva da trajetória de uma partícula resultante da superposição de duas oscilações perpendiculares, primeiramente demonstrada em 1807 pelo francês Jules Antoine Lissajous (1822-1890).

As ondas resultantes acima ocorrem, quando as duas fontes sonoras estão em um ponto muito próximo do espaço. O mesmo não acontece quando elas se posicionam de modo a formarem um ângulo de 90 graus, como na Fig. 3.2.3.

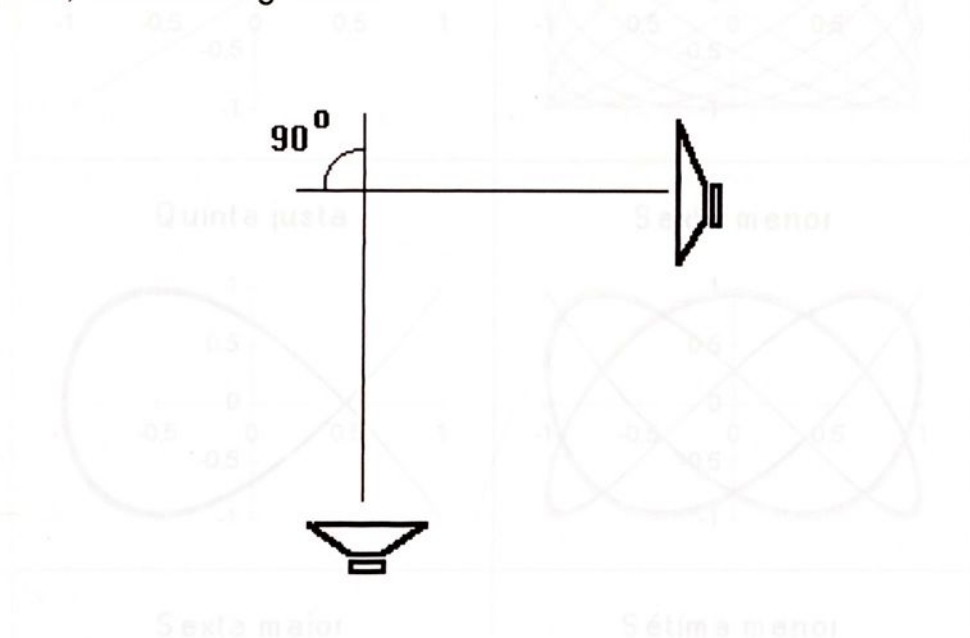


Fig. 3.2.3. Exemplo de emissão de som onde as ondas são transmitidas com um ângulo de 90 graus.

Quando temos esta configuração, a resultante formada no encontro das duas ondas sonoras constitui a chamada de **Figura de Lissajous**³, que podemos verificar nos gráficos seguintes.



Fig. 3.2.4. Representação gráfica da Figura de Lissajous resultante da soma de ondas sonoras emitidas com ângulo de 90 graus.

³ Figura de Lissajous - curva da trajetória de uma partícula resultante da superposição de duas oscilações perpendiculares, primeiramente demonstrada em 1857 pelo francês Jules Antoine Lissajous (1822-1880).

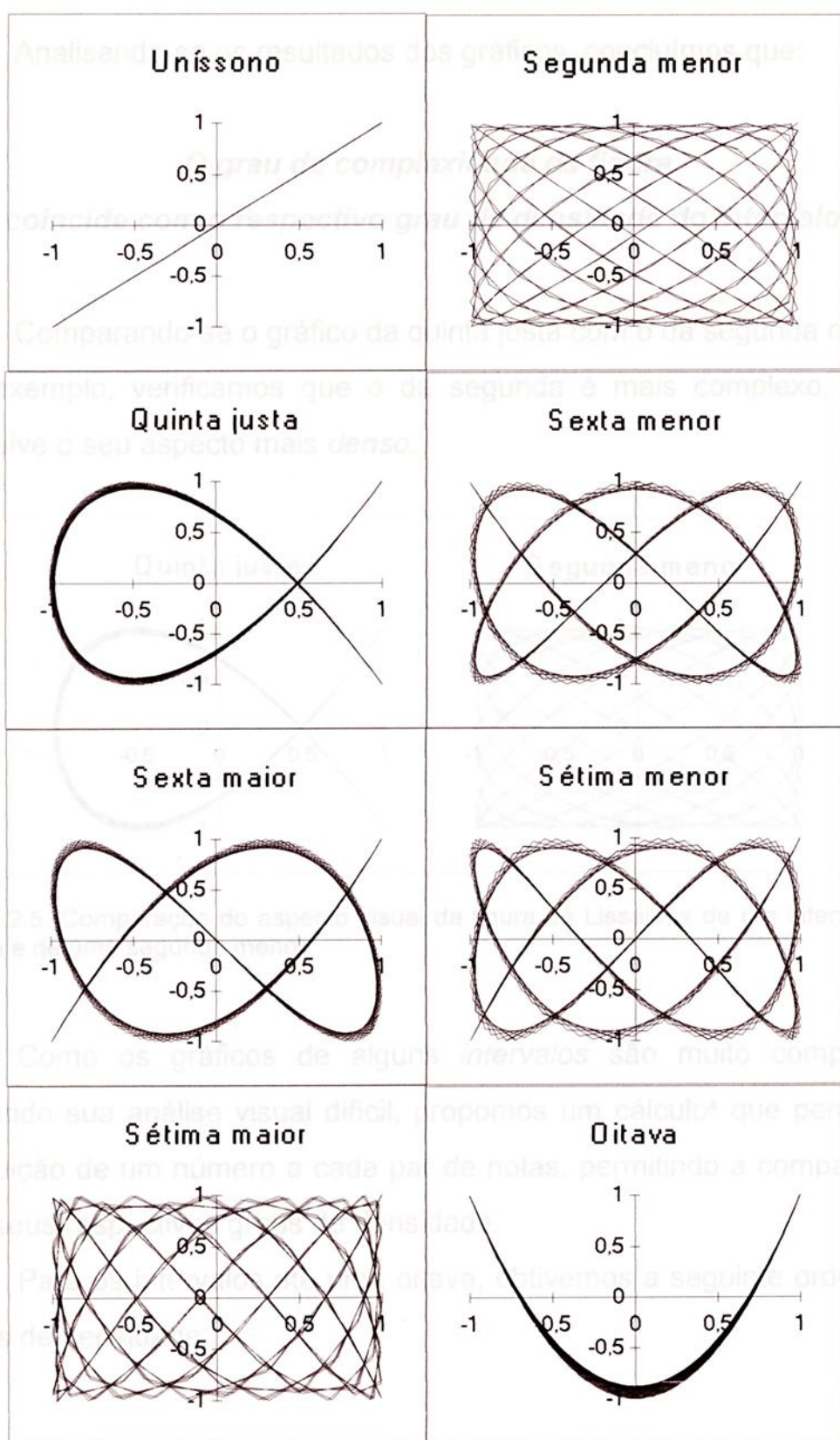


Fig. 3.2.4. Representação gráfica da Figura de Lissajous resultante da soma de ondas emitidas com um ângulo reto.

⁴ Por se tratar de um cálculo integral avançado, deixamos sua exploração para o Apêndice 3, limitando-nos aqui aos resultados fenomenológicos.

Analisando-se os resultados dos gráficos, concluímos que:

***O grau de complexidade da figura
coincide com o respectivo grau de densidade do intervalo.***

Fig. 3.2.5. Ordem da graus de densidade dos intervalos até uma oitava

Comparando-se o gráfico da quinta justa com o da segunda menor, por exemplo, verificamos que o da segunda é mais complexo, tendo inclusive o seu aspecto mais *denso*.

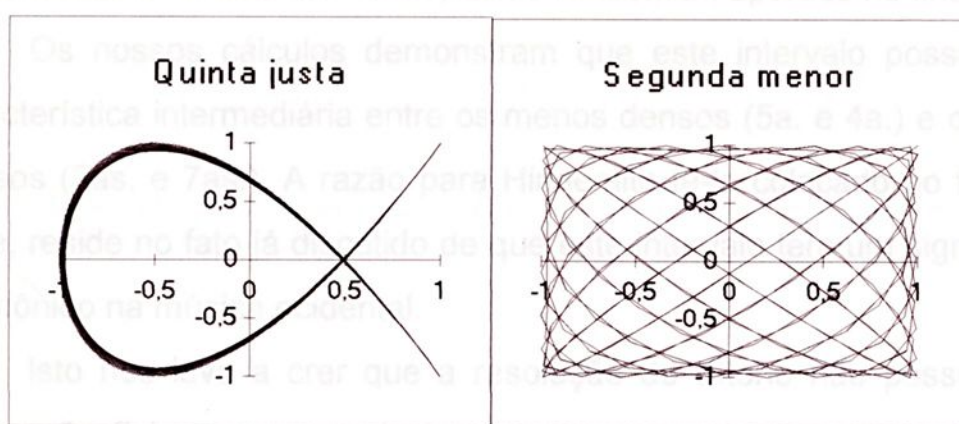


Fig. 3.2.5. Comparação do aspecto visual da figura de Lissajous de um intervalo de quinta e de uma segunda menor.

Como os gráficos de alguns *intervalos* são muito complexos, tornando sua análise visual difícil, propomos um cálculo⁴ que permite a atribuição de um número a cada par de notas, permitindo a comparação dos seus respectivos graus de densidade.

Para os intervalos até uma oitava, obtivemos a seguinte ordem de graus de densidade:

⁴ Por se tratar de um cálculo integral avançado, deixamos sua explicação para o Apêndice 3, limitando-nos aqui aos resultados fenomenológicos.

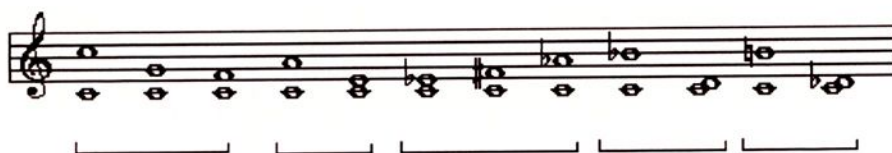


Fig. 3.2.6. Ordem de graus de densidade dos *intervalos* até uma oitava.

A significativa diferença entre esta ordem e a *Série 2*, está na posição do trítono, que aparece entre os intervalos de terça menor e sexta menor na nossa série mas, na de Hindemith, aparece no final.

Os nossos cálculos demonstram que este intervalo possui uma característica intermediária entre os menos densos (5a. e 4a.) e os mais densos (2as. e 7as.). A razão para Hindemith tê-lo colocado no final da série, reside no fato já discutido de que este intervalo tem um significado harmônico na música ocidental.

Isto nos leva a crer que a resolução do trítono não possui uma explicação física como queria Hindemith mas, psicológica. A pedra de base da *tonalidade* (a resolução do acorde de dominante) é um fenômeno subjetivo e não físico.

Com esses cálculos foi possível elaborar um gráfico com a variação dos graus de densidade dos intervalos intermediários, como havia feito Helmholtz, num contínuo entre o uníssono e a oitava.



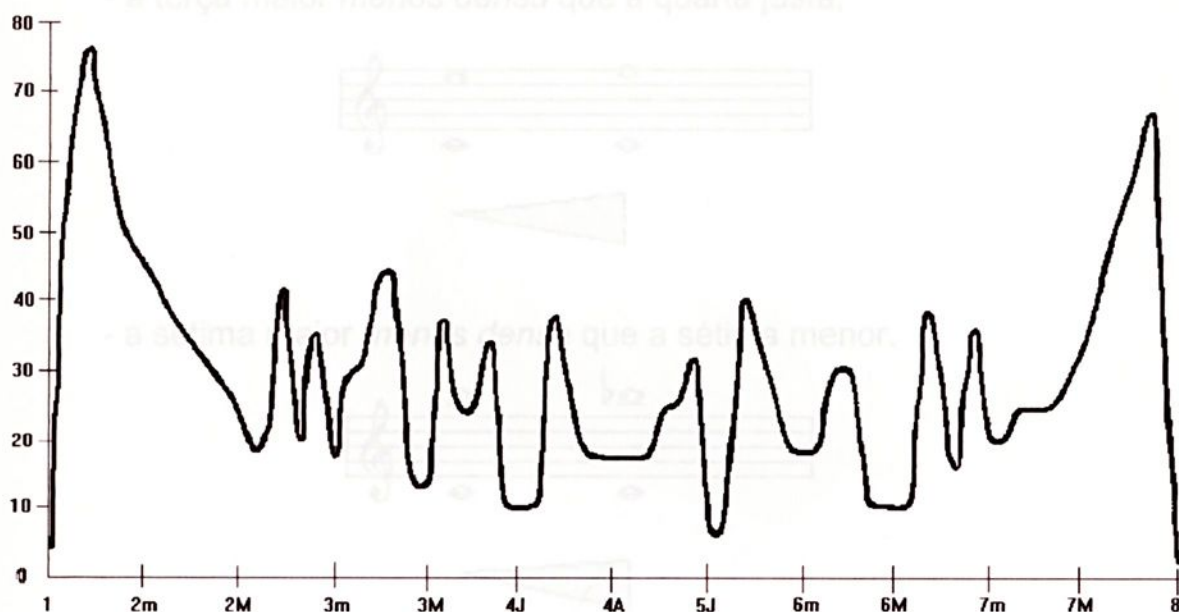
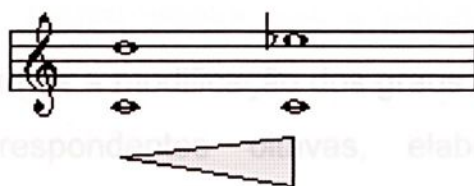


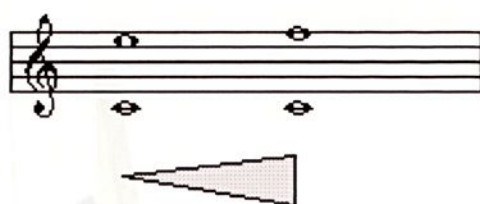
Fig. 3.2.7. Representação gráfica da variação dos graus de densidade de um contínuo desde o uníssono até a oitava.

Quando ultrapassamos uma oitava, os nossos cálculos revelam que a configuração apresentada na figura 3.2.6. não se mantém, alterando-se a ordem de densidade dos intervalos, de modo que intervalos mais densos dentro de uma oitava, passam a ser menos densos que outros, quando vão além de uma oitava, tornando:

- a segunda maior *menos densa* que a terça menor;



- a terça maior *menos densa* que a quarta justa;

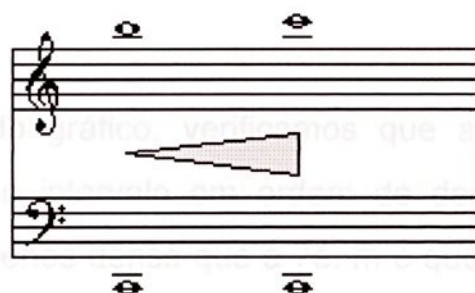


- a sétima maior *menos densa* que a sétima menor.



Quando ultrapassamos três oitavas, os resultados são surpreendentes, como por exemplo:

- a sétima maior passa a ser *menos densa* que a próxima oitava.



Para visualizarmos a modificação dos graus de densidade de cada intervalo nas correspondentes oitavas, elaboramos um gráfico tridimensional apresentado na figura abaixo.

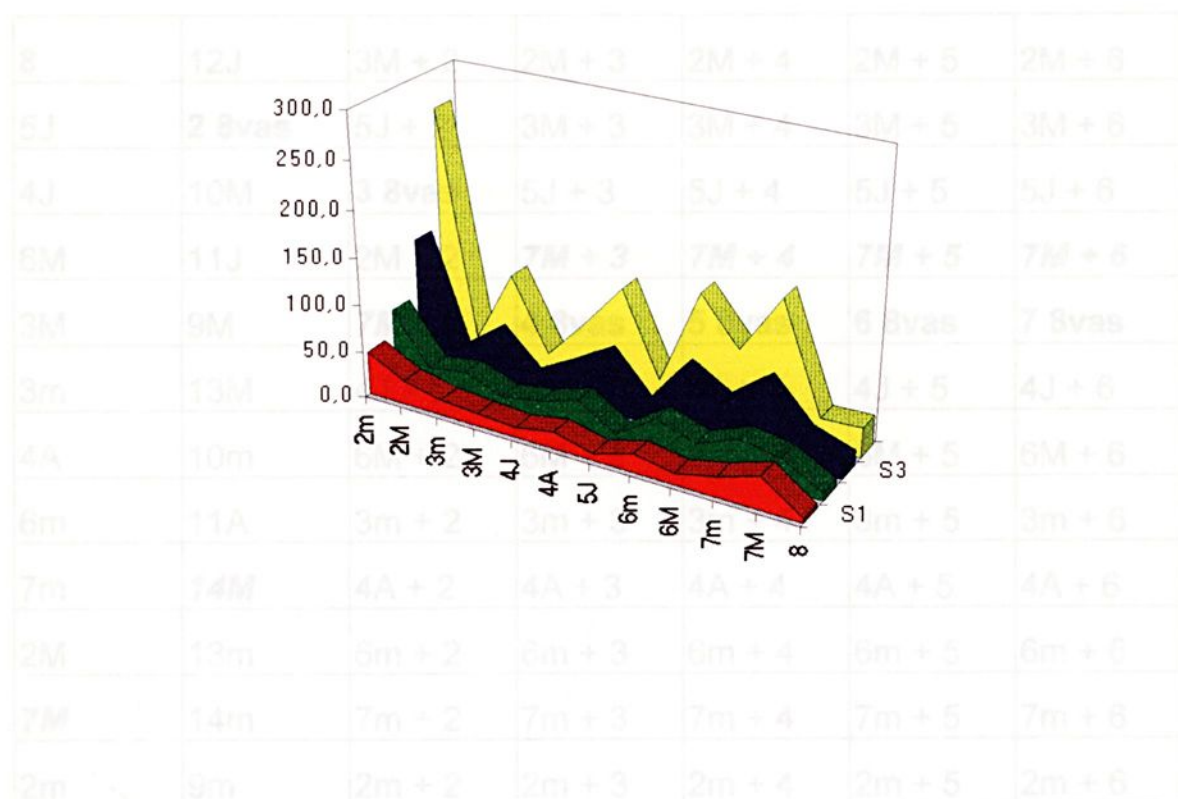


Fig. 3.2.8. Comparação tridimensional da variação da ordem dos graus de densidade dos intervalos até quatro oitavas.

Esta análise nos leva a crer que o conceito de oitava, como uma repetição de uma mesma estrutura de intervalos, é muito mais complexo do que parece. Pela análise do gráfico, verificamos que a 7a. M, na primeira oitava, é o penúltimo intervalo em ordem de densidade; na segunda oitava passa a ser menos densa que a 7a. m e que a 6a. m; na terceira, dá um salto, sendo menos densa inclusive que a 4a. J; e na quarta oitava, passa a ser menos densa que a própria oitava. Esta última configuração se mantém até a sétima oitava, como vemos na tabela abaixo:

8	12J	3M + 2	2M + 3	2M + 4	2M + 5	2M + 6
5J	2 8vas	5J + 2	3M + 3	3M + 4	3M + 5	3M + 6
4J	10M	3 8vas	5J + 3	5J + 4	5J + 5	5J + 6
6M	11J	2M + 2	7M + 3	7M + 4	7M + 5	7M + 6
3M	9M	7M + 2	4 8vas	5 8vas	6 8vas	7 8vas
3m	13M	4J + 2	4J + 3	4J + 4	4J + 5	4J + 6
4A	10m	6M + 2	6M + 3	6M + 4	6M + 5	6M + 6
6m	11A	3m + 2	3m + 3	3m + 4	3m + 5	3m + 6
7m	14M	4A + 2	4A + 3	4A + 4	4A + 5	4A + 6
2M	13m	6m + 2	6m + 3	6m + 4	6m + 5	6m + 6
7M	14m	7m + 2	7m + 3	7m + 4	7m + 5	7m + 6
2m	9m	2m + 2	2m + 3	2m + 4	2m + 5	2m + 6

Tabela 3.2.1. Comparação entre a ordem de densidade dos intervalos entre a primeira oitava e as demais, até a sétima oitava.

Esta análise nos leva a crer que o conceito de oitava, como uma repetição da mesma nota numa outra região de alturas, também é uma aproximação que não corresponde à realidade. Cada nota é uma entidade física individual, e o que chamamos de oitava é uma outra nota que mantém uma relação de proximidade com a anterior.

A utilização da oitava na notação musical é um fato que ajuda não só a compreensão da teoria musical, como a leitura e execução de partituras. Propor um sistema de 84 notas diferentes, em substituição ao de 7 oitavas, seria de um grau de complexidade tão alto, que não teria utilidade para a música. O que propomos é que estas diferenças sejam estudadas para que possamos utilizar, conscientemente, um fato físico, que é muitas vezes utilizado só intuitivamente.



Os resultados desta análise necessitam de um meio de aplicação prática. Produzimos então, uma tabela em ordem crescente de densidade dos intervalos, do uníssonos até o de sete oitavas, divididos em 12 grupos de sete intervalos, que mantém, entre si uma proximidade em valores de grau de densidade, que é a seguinte:

1	8		5J + 3		4J + 3		4A + 4
	12J		2M		6m + 2		7M + 6
	5J		10m		2M + 5		7 8vas
	2 8vas	4	7M + 3	7	7m + 2	10	4J + 5
	3M + 2		7M + 2		9m		6m + 4
	4J		11A		3M + 5		2m + 3
	10M		14M		6M + 3		7m + 4
2	6M		4 8vas		5J + 5		6M + 5
	5J + 2		4J + 2		3m + 3		3m + 5
	3M		13m		4A + 3		4A + 5
	3 8vas	5	7M	8	7M + 5	11	4J + 6
	3m		2M + 4		6 8vas		6m + 5
	11J		14m		4J + 4		2m + 4
	4A		3M + 4		6m + 3		7m + 5
3	2M + 3		6M + 2		2m + 2		6M + 6
	2M + 2		2m		2M + 6		3m + 6
	6m		5J + 4		7m + 3		4A + 6
	3M + 3	6	3m + 2	9	3M + 6	12	6m + 6
	9M		4A + 2		6M + 4		2m + 5
	13M		7M + 4		5J + 6		7m + 6
	7m		5 8vas		3m + 4		2m + 6

Tabela 3.2.2. Ordem dos graus de densidade dos intervalos da oitava até o intervalo de 7 oitavas.



Verificamos que, depois da oitava, os intervalos menos densos em ordem crescente são os de 12a. e de 5a. Na sequência então, temos o intervalo de 2 oitavas e de 4a. justa. O primeiro intervalo a aparecer, considerado pela harmonia tradicional como uma consonância imperfeita, é o de 10a. maior. A própria terça só ocupa um lugar mais adiante na tabela.

Este fato explica porque o intervalo de 10a. é tão utilizado na composição musical. Este é o intervalo menos denso que possui uma função tonal.

Seu emprego nos extremos de um acorde, tem um exemplo clássico no primeiro compasso do Prelúdio no. 1 do 1o. volume do Cravo bem Temperado de Bach, procedimento que é repetido nos compassos 4, 19 e 20.



Fig. 3.2.9. Primeiro compasso do Prelúdio no.1 do Cravo bem Temperado de Bach. Os extremos do acorde formam um intervalo de 10a.

Como dividimos os 84 intervalos em 12 grupos de 7 intervalos (tabela 3.2.2.), propomos então um método para calcularmos o grau de densidade dos acordes e simultaneóides: *somamos os graus de todos os intervalos que formam o acorde.*

³ O sistema utilizado encontra-se no disquete anexo e as instruções no Apêndice 6

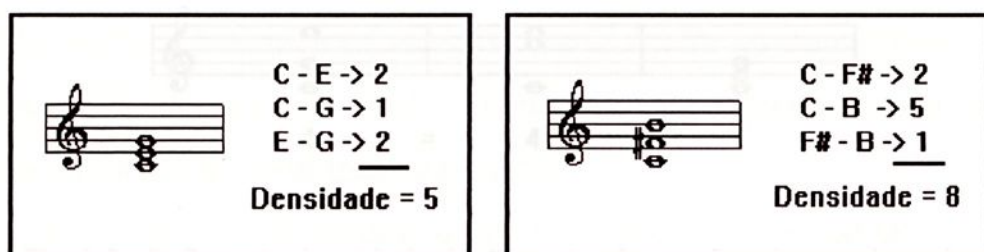


Fig. 3.2.10. Exemplo de cálculo do grau de densidade de acordes e simultaneidades.

A partir deste procedimento podemos calcular o grau de densidade de quaisquer grupos de notas e comparar os resultados. Como este cálculo torna-se complexo em grupos de mais de 4 notas, elaboramos um sistema de computador que efetua os cálculos⁵.

De acordo com nossos estudos, os acordes menos densos possíveis, são aqueles de três notas que formam intervalos pertencentes somente ao grupo 1 da tabela, e sua densidade seria igual a três, como nos exemplos:



Fig. 3.2.11. Grupos de notas com menor grau de densidade possível, igual a três.

Os seguintes, em ordem, são os que possuem grau de densidade igual a 4, que representam algumas formações do acorde maior.

⁵ O sistema utilizável encontra-se no disquete anexo e as instruções no Apêndice 6.

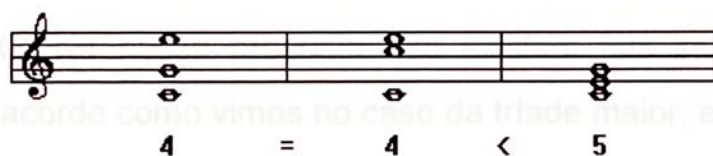


Fig. 3.2.12. Grau de densidade de diferentes formações do acorde maior.

A Teoria de Hindemith não prevê diferenças entre estes acordes. Segundo a nossa proposta, no entanto, verificamos que o acorde maior possui menor grau de densidade nas duas primeiras formações representadas no exemplo ($d=4$), do que na sua formação cerrada ($d=5$).

Com o grau de densidade igual a 5, temos outros exemplos como os que seguem:



Fig. 3.2.13. Exemplos de acordes e simultaneóides que possuem grau de densidade igual a 5. Entre eles temos C-F-Bb que ocupam o penúltimo lugar (grupo V) na tabela de acordes de Hindemith, e C-G-D que pertence ao grupo III.

Estes acordes e simultaneóides de grau de densidade igual a 5, ocupam, em nossa proposta, um lugar entre os *menos densos*, no entanto encontramos entre eles um que, na Teoria de Hindemith, pertence a um dos grupos de menor valor tonal (ou mais dissonante). Este é o acorde de quartas sobrepostas (C-F-Bb) que pertence ao grupo V (penúltimo grupo) da tabela de Hindemith.

O acorde de quintas sobrepostas (C-G-D) é considerado por Hindemith como pertencente ao grupo III, porque é uma outra posição do

acorde C-D-G. Na nossa proposta não existem tais inversões. Cada acorde é um acorde como vimos no caso da tríade maior, e cada posição possui um grau de densidade específico.

Um acorde que possui o menor valor tonal e ocupa a última posição na tabela de Hindemith (grupo VI), é justamente o acorde diminuto que, na nossa proposta está na sequência em ordem de densidade ($d=6$).



Fig. 3.2.14. Acordes diminutos, pertencentes ao último grupo da Teoria de Hindemith (grupo VI) e ocupando um lugar entre os menos densos ($d=6$).

O grupo V de Hindemith só abriga dois acordes: o de quartas sobrepostas (C-F-Bb) e o de terças maiores sobrepostas (C-E-G#). O primeiro, como vimos tem grau de densidade igual a 5 e o segundo está ainda entre os menos densos e tem grau igual a 7.

V Indeterminados



Fig. 3.2.15. Acordes formados pela sobreposição de dois intervalos iguais, pertencentes ao penúltimo grupo da Teoria de Hindemith (grupo V) e ocupando um lugar entre os menos densos ($d=5$ e $d=7$).

Estes quatro últimos acordes estudados, que possuem baixo grau de densidade, ocupam os últimos lugares na Teoria de Hindemith por causa da sua relação com a tonalidade. Os acordes de terça e quartas

sobrepostas, têm pouca função na tonalidade e são chamados de Indeterminados. Os acordes diminutos, que possuem função de dominante, são os Indeterminados com trítone predominante e têm o menor valor tonal por não definirem uma tonalidade mas, abrirem várias possibilidades de resolução dos trítonos.

Na nossa proposta, os simultanéides que possuem o maior grau de densidade são as várias formas de cluster, sendo maiores quanto mais abertos em sua posição.

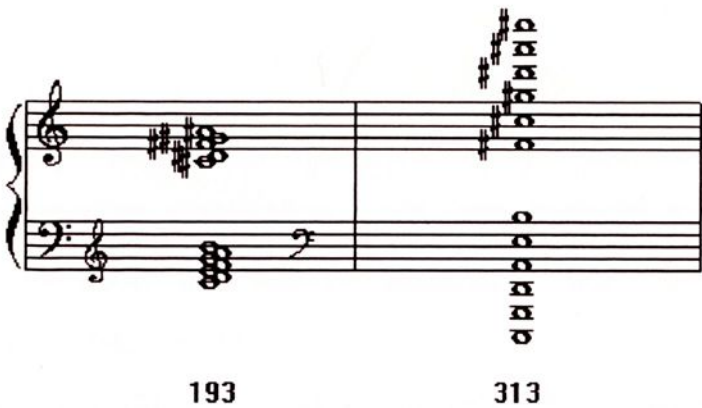


Fig. 3.2.16. Dois exemplos de *clusters* com seus respectivos graus de densidade. O mais aberto é o mais denso.

Os valores de densidade que foram atribuídos aos intervalos, acordes e simultanéides, não são uma medida física absoluta. Isto significa que talvez seja necessária alguma interpretação dos resultados em pequenas variações desses valores.

Muitas das informações que os graus de densidade nos fornecem, conferem com a análise harmônica e nos acrescentam dados para um entendimento mais profundo da obra musical, tais como técnicas de composição e orquestração utilizadas frequentemente.

Elaboramos então algumas análises, segundo os nossos princípios, utilizando os conceitos de estrutura a duas vozes e flutuação harmônica de Hindemith, que ilustram estes fatores.

3.3. Análises

O Prelúdio no.1 do Cravo bem Temperado de Bach é uma sequência de acordes quebrados, com uma melodia implícita em sua estrutura. É formado por várias cadências que se desenvolvem, articulando quatro nitidas partes.

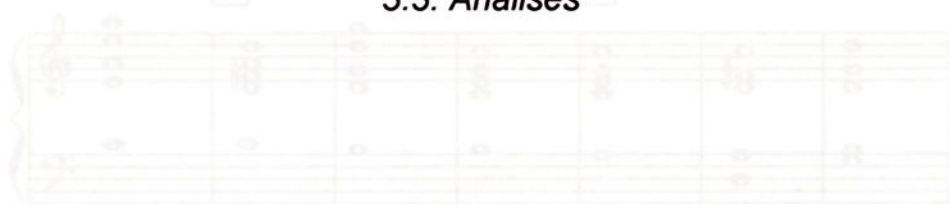
Realizamos então a análise harmônica e funcional que caracteriza sua forma, para compararmos com a análise da flutuação harmônica. A primeira parte vai do 1o. ao 4o. compassos e se constitui uma cadência completa de tônica a tônica.

3

C	Dm/C	C/B	C
T	Sr	D	T

A segunda parte, do 5o. ao 11o. compassos, engloba duas cadências. A primeira envolve um acorde de dominante da dominante (D7) e conclui em um acorde com sétima maior no baixo, de função ambígua entre tônica e subdominante do novo tom. A segunda confirma uma modulação para o tom da dominante.

3.3. Análises



O Prelúdio no.1 do Cravo bem Temperado de Bach é uma sequência de acordes quebrados, com uma melodia implícita em sua estrutura. É formado por várias cadências que se desenvolvem, articulando quatro nítidas partes.

Realizamos então a análise harmônica e funcional que caracteriza sua forma, para compararmos com a análise da flutuação harmônica. A primeira parte vai do 1o. ao 4o. compassos e se constitui uma cadência completa de tônica a tônica.

3

C	Dm/C	G/B	C
T	Sr	D	T

A segunda parte, do 5o. ao 11o. compassos, engloba duas cadências. A primeira envolve um acorde de dominante da dominante (D7) e conclui em um acorde com sétima maior no baixo, de função ambígua entre tônica e subdominante do novo tom. A segunda confirma uma modulação para o tom da dominante.

6 9

Am/C D7/C G/B C7+/B Am7 D7 G

Tr [D7]=D7 T S Sr D7 T

modulação confirmação

Na terceira parte (compassos de 12 a 19) há um retorno à tônica dó envolvendo duas sequências de dois compassos com sensíveis ascendentes e o baixo em movimento contrário resolvendo no acorde de dó em primeira inversão, aparecendo, pela primeira vez, acordes diminutos que aumentam a tensão. A cadência final do trecho repete a fórmula utilizada na modulação anterior, onde a linha melódica cai uma quinta, culminando com um acorde de tônica exatamente igual ao do primeiro compasso uma oitava abaixo.

12 15 18

G⁰ Dm/F F⁰ C/G F7+/E Dm7 G7 C

[F#⁰] Sr F#⁰ T S Sr D7 T

Na última parte a tônica é transformada em dominante resolvendo em um acorde de subdominante com sétima maior. Dois acordes diminutos preparam cromaticamente o pedal de sol (F# - Ab -> G) que perdura por oito compassos criando uma tensão que é reforçada pelo acorde diminuto do compasso 28 que desemboca no ponto culminante do movimento melódico ascendente (D-E-F-F#-G).

No compasso 32 a tônica inicia um novo pedal com função de dominante que resolve na subdominante rompendo com a configuração gestáltica num movimento ondulatório, partindo do ponto mais baixo da melodia atingindo o mais alto (comp. 34) na dominante e finalizando com o acorde de tônica.

21 24 27

C7 F7+ F#⁰ B⁰/Ab G7 C/G G₄⁷ G7

[D7] S7+ $\emptyset^9_{>}$ $\emptyset^{11}_{9>}$ D7 T D4 D7

30 33

A⁰/G C/G G₄ G7 C7 F/C G7/C C

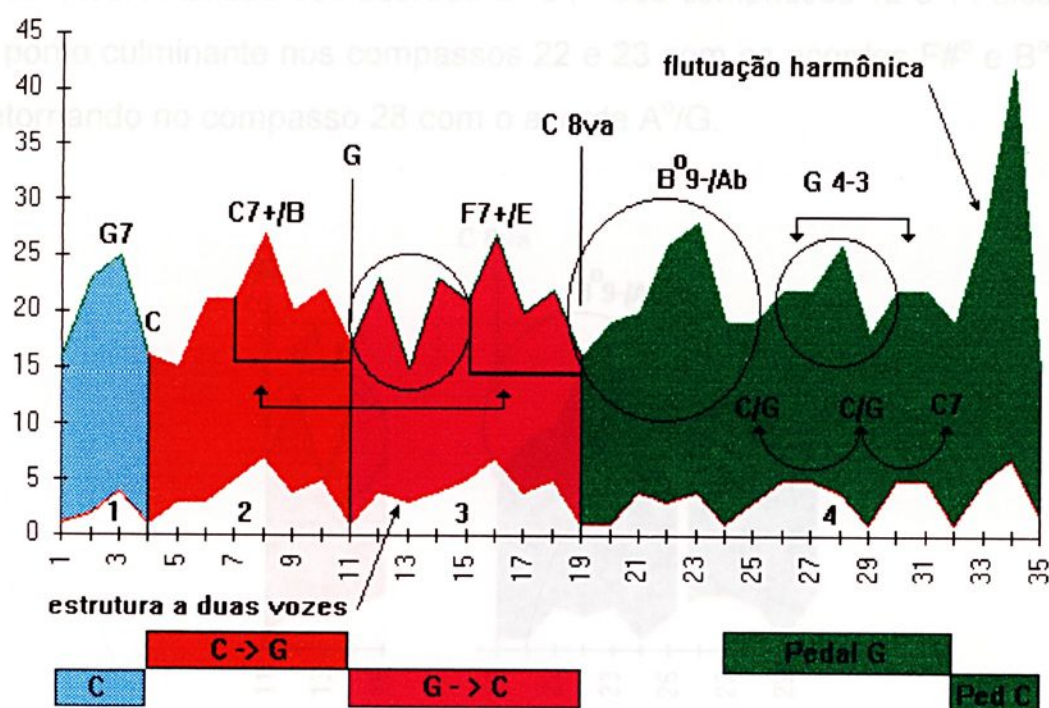
$\emptyset^9_{>}$ T D4 D7 [D7] S D T

A flutuação harmônica, da modulação para a dominante dos compassos 7 a 11, é repetida no retorno à tônica dos compassos 15 a 19, como verificamos na igualdade entre os padrões do gráfico.

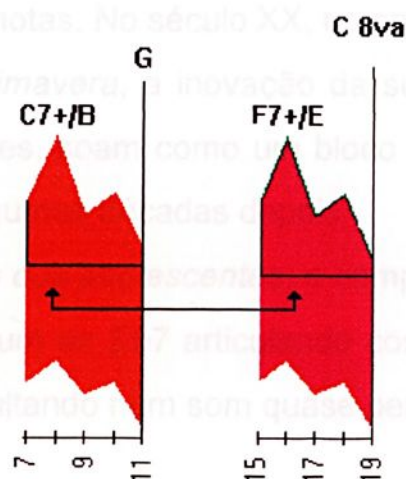
Realizamos então, duas análises segundo os princípios do grau de densidade:

- 1) *estrutura a duas vozes* - análise da variação dos graus de densidade dos intervalos formados pela voz do baixo e pela voz superior (representado no gráfico abaixo pela linha inferior) e;
- 2) *flutuação harmônica* - análise da variação dos graus de densidade dos acordes utilizados (representado no gráfico abaixo pela linha superior).

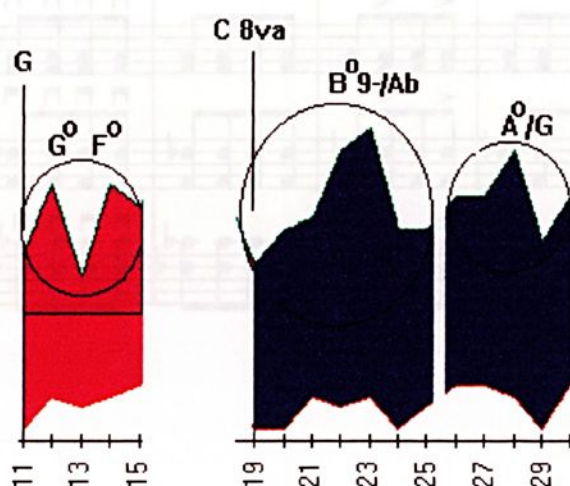
Verificamos que o perfil das duas linhas é semelhante e as cadências são representadas por movimentos ascendentes e descendentes, demarcando os pontos de tensão, relaxamento e as 4 partes da forma (cores: azul claro, vermelho, violeta e azul marinho).



A flutuação harmônica, da modulação para a dominante dos compassos 7 a 11, é repetida no retorno à tônica dos compassos 15 a 19, como verificamos na igualdade entre os padrões do gráfico.



Os círculos demarcam as cadências onde são usados acordes diminutos. A tensão dos acordes G° e F° dos compassos 12 e 14 alcança o ponto culminante nos compassos 22 e 23 com os acordes $F^{\# \circ}$ e B°/Ab , retornando no compasso 28 com o acorde A°/G .



Esta ideia retorna no último compasso de *O círculo místico dos adolescentes* com onze simultaneidades, ainda mais densas, articuladas da mesma forma, em *O círculo místico dos adolescentes*. O acorde final se inclui entre os menos densos ($d=15$), igualando-se apenas aos acordes menores com terça no baixo dos compassos 5 e 13.

Toda a harmonia utilizada no prelúdio, faz parte do sistema tonal, com acordes de até 5 notas. No século XX, no entanto, Stravinsky trouxe, em *A Sagração da Primavera*, a inovação da superposição de acordes tonais que, muitas vezes, soam como um bloco sonoro, prenunciando a utilização do *cluster* algumas décadas depois.

No trecho *Dança dos adolescentes*, o compositor utiliza um acorde de Fb sobreposto por um de $Eb7$ articulando com colcheias de arcadas em um só sentido, resultando num som quase percussivo.

Cor.

V II

V-le

Vc

Cb

Esta idéia retorna no último compasso de *O círculo místico dos adolescentes* com onze simultanóides, ainda mais densos, articulados da mesma forma, em fortíssimo, acompanhados por 4 tímpanos.

VI

V II

V-le

Vc

Cb

A última parte da obra, *Dança Sacral*, tem uma forma que lembra um rondó. O material temático envolve a sobreposição de um acorde de D e um de Eb, muito próximo ao da Dança dos adolescentes mas agora, menos denso, tem também uma função melódica.

The image shows a musical score for a piece titled 'Dança Sacral'. The score is written for five instruments: VI (Violin I), VII (Violin II), V-Ic (Viola), Vc (Violoncello), and Cb (Contrabaixo). The music is in 2/4 time. The VI and VII staves have a treble clef, while the V-Ic, Vc, and Cb staves have a bass clef. The score consists of 16 measures. The VI and VII staves play a melodic line with eighth and sixteenth notes. The V-Ic, Vc, and Cb staves play a harmonic accompaniment with chords and single notes. The Cb part is mostly silent, with a few notes in the final measures.

O uso dos simultanóides com função timbrística também é uma característica. O simultanóide final é muito denso e também tem função timbrística, mesclando um acorde de E e um de D.

Comparando-se os graus de densidade destes acordes e simultanóides verificamos que, os utilizados com função melódica em *Dança sacral* são os menos densos, os que formam o bloco sonoro da *Dança dos adolescentes* são intermediários, sendo os mais densos o do *Círculo místico* e o final.

Dança dos adolescentes Círculo místico

73 91

Dança sacral Final

56 64 84 - - - - - 87

Detailed description: The image shows two musical staves. The top staff is for 'Dança dos adolescentes' and 'Círculo místico', with measures 73 and 91. The bottom staff is for 'Dança sacral' and 'Final', with measures 56, 64, 84, and 87. The notation includes treble and bass clefs, key signatures, and various note values and rests.

O uso dos simultanéios com função timbrística também é uma característica do II Quarteto de cordas de Ligeti. O segundo movimento inicia com apenas uma nota modulada com flutuações de timbres. No quarto, o compositor utiliza grupos de notas que se movimentam de um instrumento a outro sem alterar sua densidade, apenas modificando o timbre.



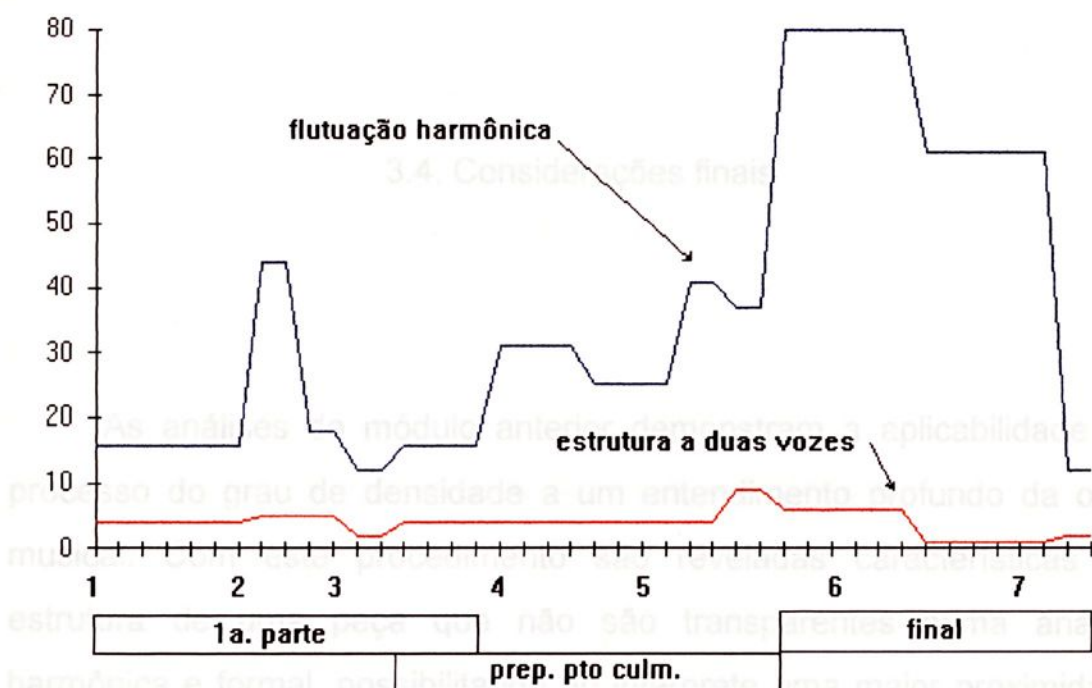
1) no 1o. compasso a densidade se mantém constante, havendo flutuação no timbre;

2) um ponto de maior densidade aparece no 2o. compasso, pronunciando o ponto culminante, a densidade dos simultâneos então, vai ao limite mínimo, sendo acompanhada pela estrutura a duas vozes;

Se analisarmos o grau de densidade da estrutura a duas vozes e da flutuação harmônica dos 8 primeiros compassos deste movimento, verificamos que:

3) inicia-se então a preparação do ponto culminante, com um movimento ascendente da flutuação harmônica, enquanto permanece constante a densidade da estrutura a duas vozes;

4) o ponto culminante da estrutura a duas vozes precede o da flutuação harmônica, havendo um movimento descendente de ambas que leva ao simultâneo final desta parte, numa configuração semelhante à do início, um pouco menos densa.



- 1) no 1o. compasso a densidade se mantém constante, havendo flutuação no timbre;
- 2) um ponto de maior densidade aparece no 2o. compasso, prenunciando o ponto culminante, a densidade dos simultanóides então, cai ao limite mínimo, sendo acompanhada pela estrutura a duas vozes;
- 3) inicia-se então a preparação do ponto culminante, com um movimento ascendente da flutuação harmônica, enquanto permanece constante a densidade da estrutura a duas vozes;
- 4) o ponto culminante da estrutura a duas vozes precede o da flutuação harmônica, havendo um movimento descendente de ambas que leva ao simultanóide final desta parte, numa configuração semelhante à do início, um pouco menos densa.

3.4. Considerações finais

Apêndice 1

As análises do módulo anterior demonstram a aplicabilidade do processo do grau de densidade a um entendimento profundo da obra musical. Com este procedimento são reveladas características da estrutura de uma peça que não são transparentes numa análise harmônica e formal, possibilitando ao intérprete uma maior proximidade com as intenções intrínsecas do compositor.

Verificamos que é útil tanto a um prelúdio de Bach, quanto a um quarteto de Ligeti, independentemente da linguagem tonal ou atonal, abrindo um campo também ao compositor, seja através da análise, seja através da aplicação prática do processo na composição.

Acreditamos assim ter atingido o nosso objetivo de sintetizar a Teoria de Hindemith e de propor um sistema novo que, ampliando a bordagem original desse compositor, revela-se mais abrangente, auxiliando a análise, a interpretação e a composição.

Reiteramos nossa convicção de que a música não é matemática. Esta existe sim, e nos é útil mas, não suficiente. Se assim o fosse, o computador faria melhor do que nós.

Esperamos estar contribuindo para que, utilizando estes artifícios matemáticos, compositores, intérpretes e regentes produzam sua música não equacionável com uma ferramenta a mais, e possam cumprir sua função social.

Consideremos então, a superposição de duas ondas senoidais em 3 casos diferentes.



Apêndice 1

Se as duas ondas são e suas amplitudes é

a soma das duas equações iguais:

$$y = y_1 + y_2 = A \cos(\omega t) + A \cos(\omega t) = 2A \cos(\omega t)$$

Explicação matemática para os batimentos

cujo resultado conforme o esperado, é o de uma onda de mesma frequência das anteriores com uma amplitude dobrada ($2A$).

Como já dissemos anteriormente, uma onda senóide pode ser representada por uma função trigonométrica seno ou co-seno.

Vamos considerar então que em gráfico desta função designaremos o eixo dos y para as variações de amplitude, e o eixo dos x para as variações de tempo.

A função da amplitude em relação ao tempo, então, é dada por:

$$y = A \cos(\omega t + \varphi)$$

onde:

- A é a amplitude máxima, já que o co-seno tem seu valor máximo igual a assim: 1;
- t é o tempo, em segundos;
- ω é a frequência angular, um parâmetro diretamente proporcional à frequência de vibração que estudamos anteriormente ($\omega = 2\pi f$);
- φ é a fase inicial, ou o ponto onde consideramos o início do tempo.

Consideremos então, a superposição de duas ondas senoidais em 3 casos diferentes.



Caso 1: Mesma frequência, amplitude e fase

Neste caso a diferença está no fator ω , assim:

Se as duas ondas são exatamente iguais, a soma das amplitudes é a soma das duas equações iguais:

$$y = y_1 + y_2 = A \cos(\omega t) + A \cos(\omega t) = 2A \cos(\omega t)$$

ser transformada em um produto da seguinte forma:

cujo resultado conforme o esperado, é o de uma onda de mesma frequência das anteriores com uma amplitude dobrada ($2A$).

o que substituindo na equação anterior resulta:

Caso 2: Mesma frequência, amplitude e defasadas 180°

Neste caso devemos incluir o fator de fase em uma das ondas:

$$y = A \cos(\omega t) + A \cos(\omega t + \pi)$$

Interpretação do resultado:

e como sabemos que o co-seno de uma ângulo somado com 180° (π radianos) é ao co-seno do ângulo em questão com o sinal trocado:

dividida por dois;

$$\cos(\theta + \pi) = -\cos \theta$$

assim:

$$y = A \cos(\omega t) + A \cos(\omega t + \pi) = A \cos(\omega t) - A \cos(\omega t) = 0$$

e o resultado como se esperava foi zero, ou a anulação completa do som.

Caso 3; Mesma amplitude, fase e frequência diferente

Apêndice 2

Neste caso a diferença está no fator ω , assim:

$$y = A \cos(\omega_1 t) + A \cos(\omega_2 t)$$

Sabemos da trigonometria básica que a soma de 2 co-senos pode ser transformada em um produto da seguinte forma:

$$\cos a + \cos b = \cos \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$$

o que substituindo na equação anterior resulta:

$$y = 2A \cos \left[\frac{(\omega_1 + \omega_2)t}{2} \right] \cos \left[\frac{(\omega_1 - \omega_2)t}{2} \right]$$

Interpretação do resultado:

1. a onda resultante tem frequência igual a soma das duas iniciais dividida por dois;
2. esta onda é modulada por outra de frequência igual a diferença das duas iniciais dividida por dois;
3. a resultante tem portanto amplitude variável com seu valor máximo igual a duas vezes a amplitude inicial de cada onda.

QUARTA JUSTA NATURAL

Apêndice 2

1fi 2fi 3fi 4fi

4/3 fi Comparação das frequências dos harmônicos dos intervalos.

1.33 2.65 4 5.33

1 1 1 1

OITAVA

1fi 2fi 3fi 4fi 5fi 6fi 7fi 8fi

SEXTA | AIOR NATURAL |

1fi 2fi 3fi 4fi 5fi 6fi 7fi 8fi

2 4 6 8

5/3 ! 10/3 ! 5fi ! 20/3 fi !

1.6 1 3.33 1 5 1 6.67 1

1 1 1 1

QUINTA JUSTA NATURAL

1fi 2fi 3fi 4fi 5fi 6fi

TERCELA MAIOR | NATURAL |

1fi 2fi 3fi 4fi 5fi 6fi

3/2 fi 3fi 9/2 fi 6fi

1.5 3 4.5 6

5/4 ! 5/2 ! 15/4 / \ 5fi !

1.2 1.33 2 1 1.125 1.11 1

1 1 1 1

1.25 1.20 1.06 1

QUARTA JUSTA NATURAL

1fi	2fi	3fi	4fi	5fi	6fi	7fi
\	/	/		\	/	\
1fii	2fii	2fii	3fii	3fii	4fii	4fii
4/3 fi	8/3 fi	6/5 fi	4fi	24/5 fi	16/3 fi	32/5 fi
1.33	2.66	3.20	4	4.80	5.33	6.40
!	!	/	!	/	/	/
1.33	1.13	1.08	1	1.20	1.07	1.12

SEXTA MAIOR NATURAL

1fi	2fi	3fi	4fi	5fi	6fi	7fi
\	/	\	/		\	/
1fii	2fii	2fii	4fii	3fii	4fii	
5/3 fi	2/5 fi	10/3 fi	24/5 fi	5fi	20/3 fi	
1.67	2.40	3.33	4.8	5	6.67	
/		/	\	/		/
1.20	1.20	1.11	1.20	1.20	1.04	1.11

TERCA MAIOR NATURAL

1fi	2fi	3fi	4fi	5fii	6fi
\	/	/	\	/	
1fii	2fii	3fii	3fii	4fii	4fii
5/4 fi	5/2 fi	15/4 fi	35/8 fi	5fi	45/8 fi
1.25	2.5	3.75	4.22	5	5.62
			/		/
1.25	1.20	1.06	1.18	1	1.124

SEXTA MENOR NATURAL

1fi	2fi	3fi	4fi	5fi	6fi	7fi	8fi
/		\ /		\ /		\ /	
1fii		2fii	3fii	3fi	4fii	4fi	
8/5 fi		16/5 fi	24/5 fi	27/5 fi	32/5 fi	36/5 fi	
1.60		3.20	4.80	5.40	6.40	7.20	
\ /		/ \		/ \		/ \	
1.25		1.06	1.20	1.04	1.06	1.09	1.11

TERCA MENOR NATURAL

1fi	2fi	3fi	4fi	5fi
\		\ /		\ /
1fii	2fii	3fii	4fii	
6/5 fi	12/5 fi	18/5 fi	24/5 fi	
1.20	2.40	3.60	4.80	
/		/ \		/ \
1.20	1.20	1.20	1.11	1.20 1.04

QUARTA AUMENTADA NATURAL

1fi	2fi	3fi	4fi	5fi	6fi	7fi	8fi
\ /		/ \		\ /		\ /	
1fii	2fii	2fi	3fii	4fii		4fii	
45/32 fi	45/16 fi	15/4 fi	135/32 fi	45/8 fi		15/2 fi	
1.41	2.81	3.75	4.22	5.62		7.5	
/ \		/ \		/ \		/ \	
1.41	1.07	1.06	1.18	1.124	1.07	1.07	1.07



SETIMA MENOR NATURAL

1fi	2fi	3fi	4fi	5fi	6fi	7fi	8fi
\	/	\	\	/	\	/	\
1fii	2fii	3fii	4fii	5fii	6fii	7fii	8fii
9/5 fi	12/5 fi	18/5 fi	24/5 fi	27/5 fi	36/5 fi		
1.80	2.13	3.60	4.26	5.40	7.20		
/	/	/	\	/	\	/	\
1.11	1.06	1.20	1.11	1.08	1.11	1.03	1.11

SEGUNDA MAIOR NATURAL

1fi	2fi	3fi	4fi	5fi
\	\	\	/	\
1fii	2fii	3fii	4fii	
9/8 fi	9/4 fi	27/8 fi	9/2 fi	
1.125	2.25	3.375	4.5	
/	/	/	\	/
1.12	1.12	1.12	1.18	1.12

SÉTIMA MAIOR NATURAL

1fi	2fi	3fi	4fi	5fi	6fi	7fi	8fi
/		/	/	\	/	\	/
1fii		2fii		3fii		4fii	
15/8 fi		15/4 fi		45/8 fi		15/2 fi	
1.875		3.75		5.625		7.5	
\		\		/	\	/	\
1.07		1.07		1.125	1.07	1.07	1.07



SEGUNDA MENOR NATURAL

1fi 2fi 3fi 4fi 5fi

 \ \ \ \ /

1fii 2fii 3fii 4fii

16/15fi 32/15fi 16/5 f i 64/15 fi

1.06 2.13 3.20 4.26

/ / / / \

1.06 1.06 1.06 1.06 1.17

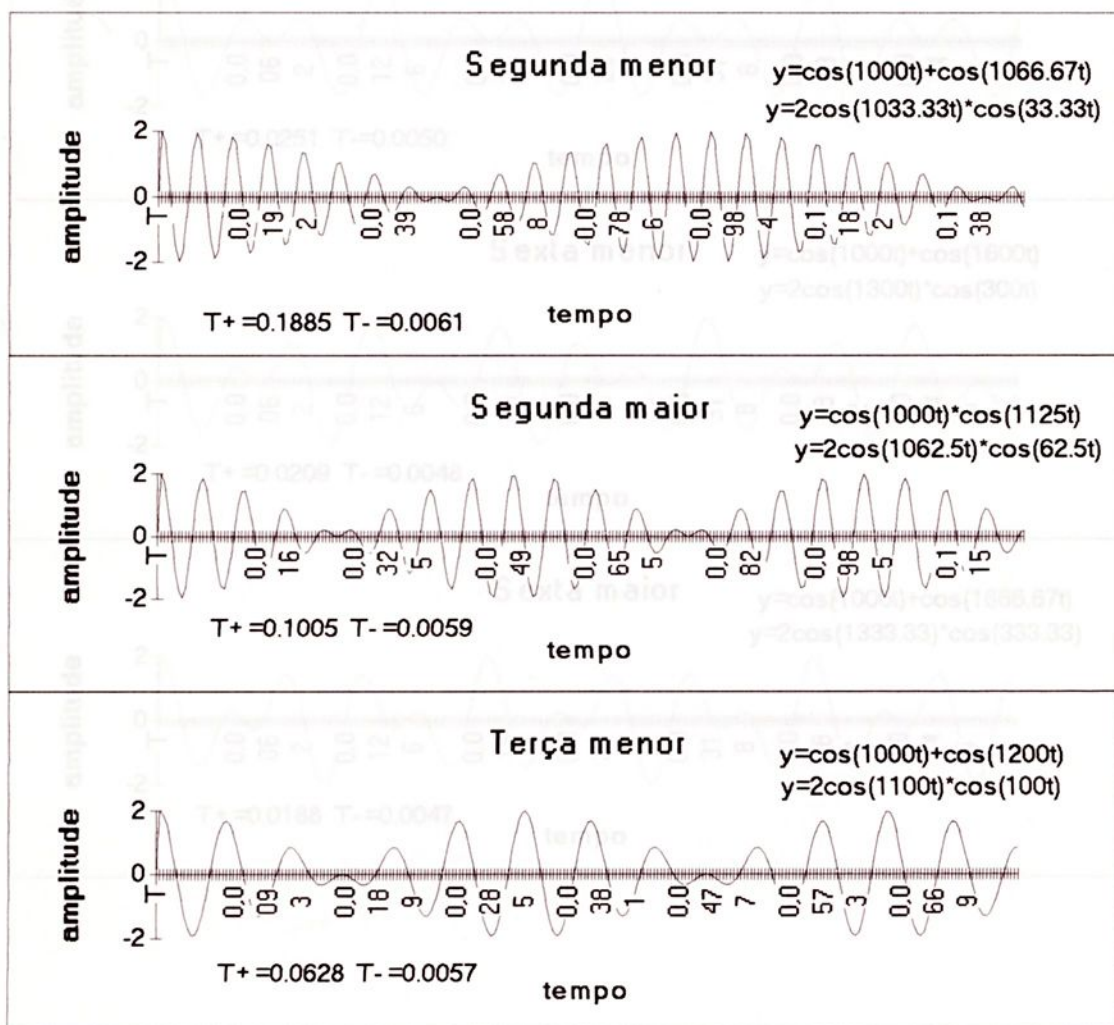
	Batimentos < 1,2	Batimentos < 1,07	Uníssonos	Ordem dos bat < 1,2	Ordem dos bat < 1,07
5 J	2	/	2	4	/
4 J	3	1	1	3	5
6 M	5	1	1	2	7
3 M	2	1	1	3	4
6 m	5	3	/	4	3
3 m	6	1	/	1	5
4 A	4	3	/	3	3
7 m	7	1	/	2	5
2 M	6	/	/	1	/
7 M	6	5	/	2	2
2 m	5	4	/	1	1

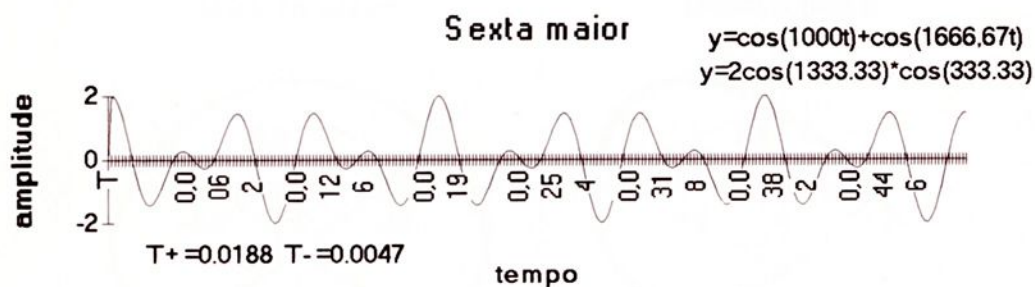
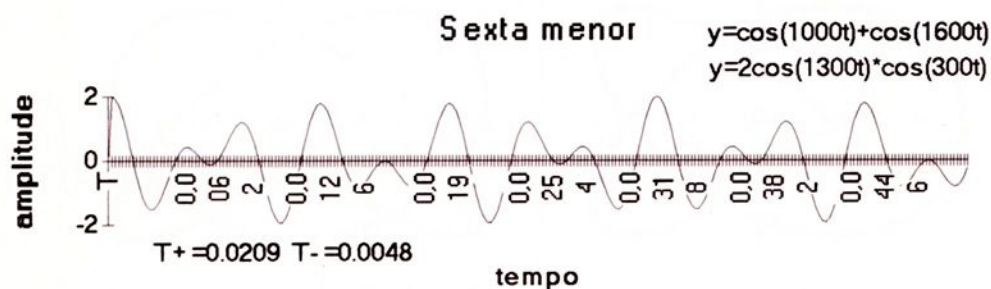
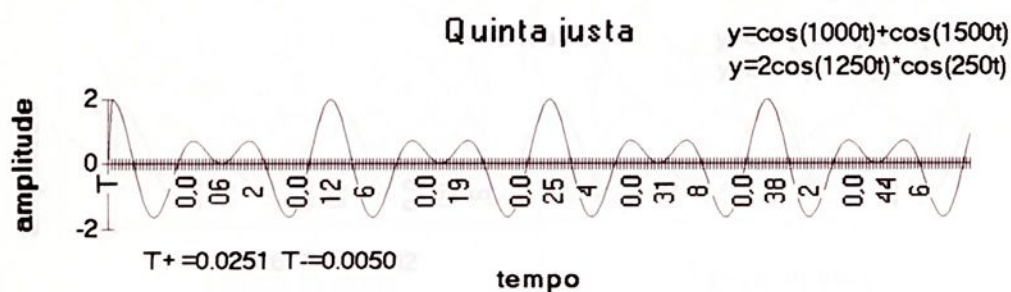
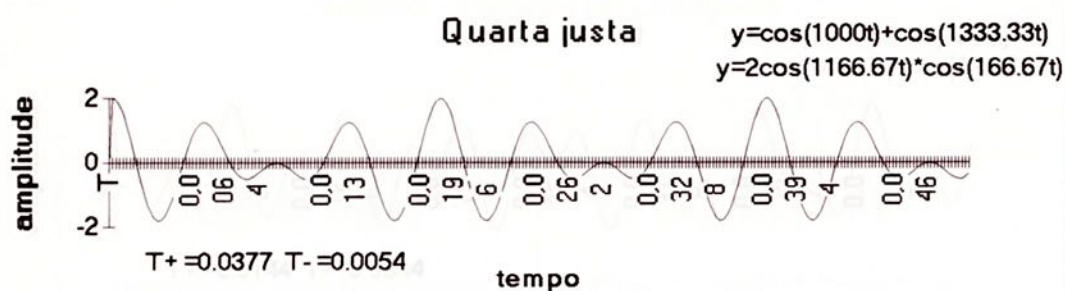
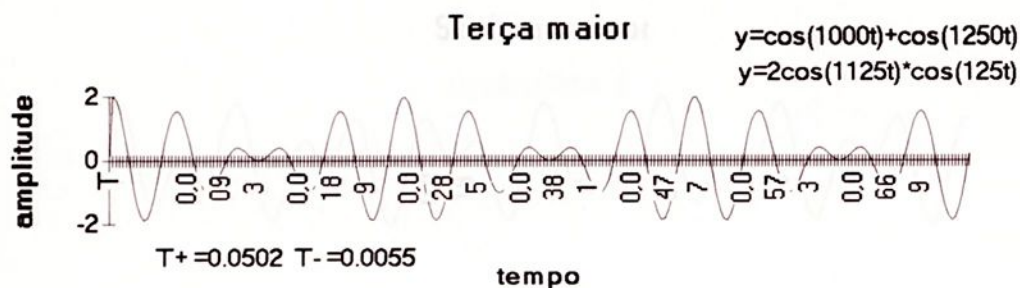


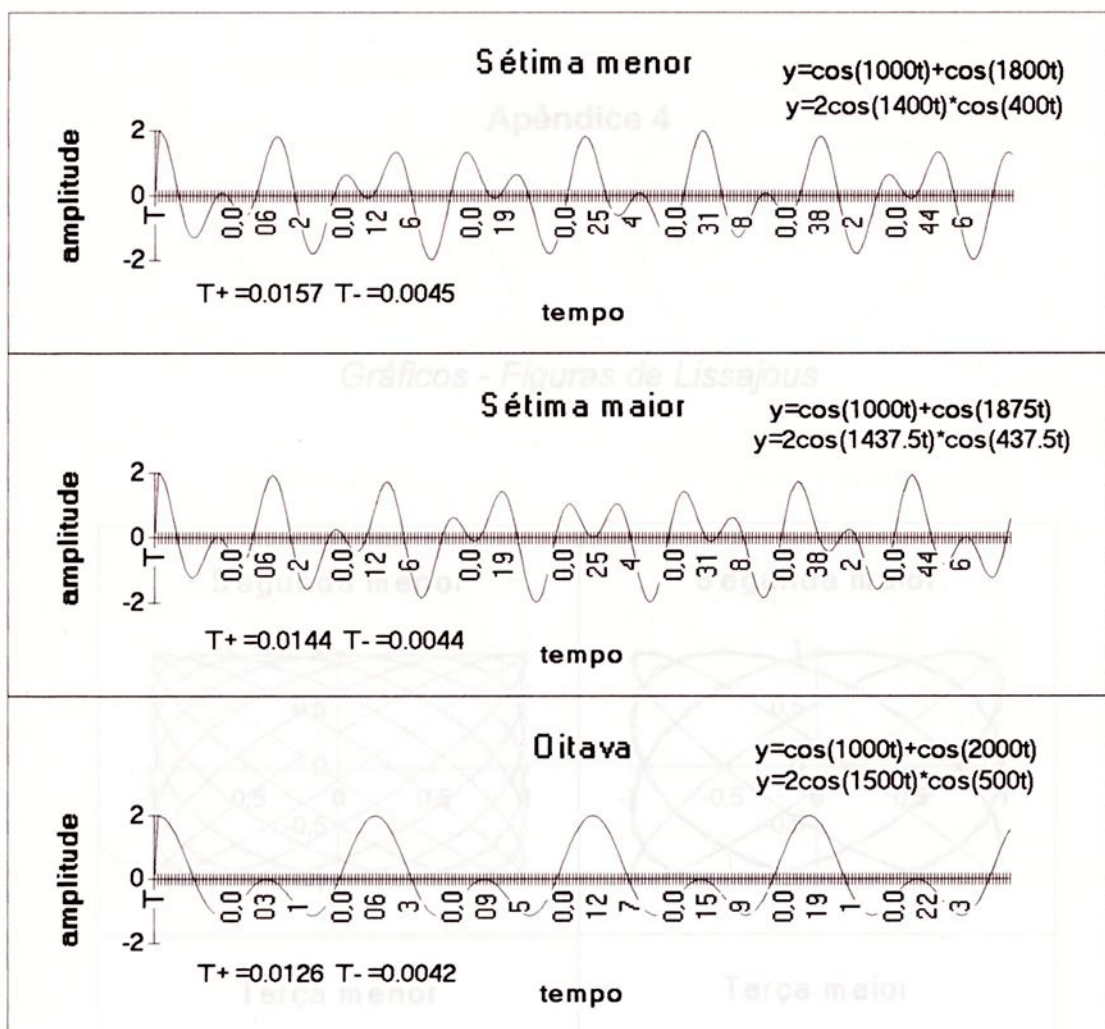
Apêndice 3

Gráficos - ondas na mesma direção

Representação gráfica da soma de duas ondas que formam intervalos do uníssono à oitava. Cada um dos gráficos abaixo contém a equação original e sua transformação em produto, com a qual podemos saber as frequências das ondas resultantes. Por exemplo, a oitava foi calculada com duas ondas de frequências 1000 e 2000 e as de suas resultantes são 1500 e 500. Na parte inferior do gráfico também informamos os períodos das ondas resultantes

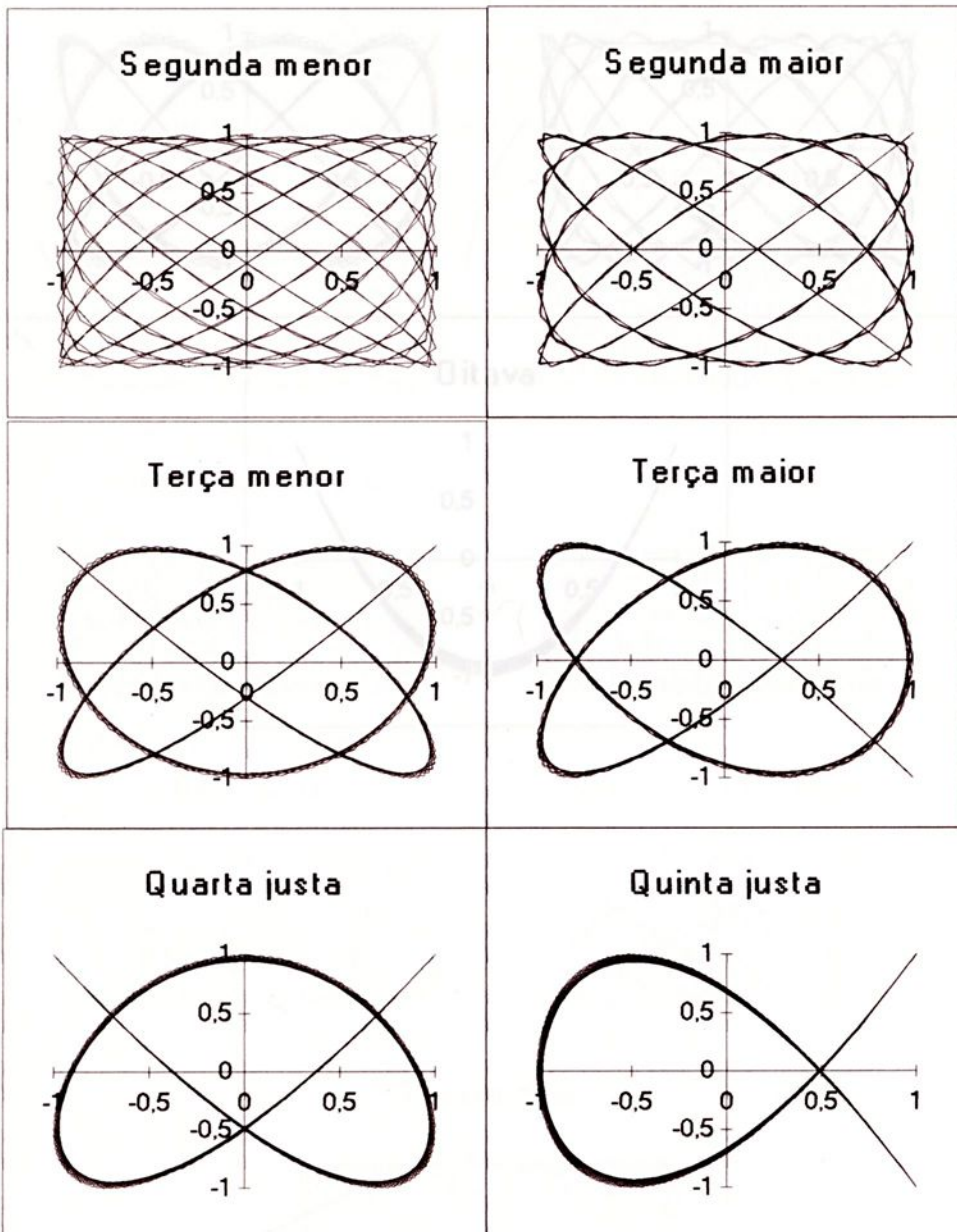




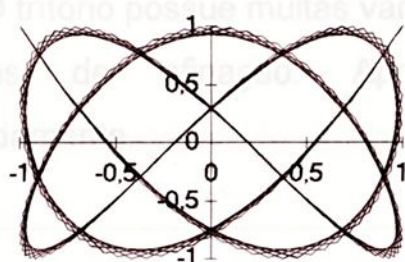


Apêndice 4

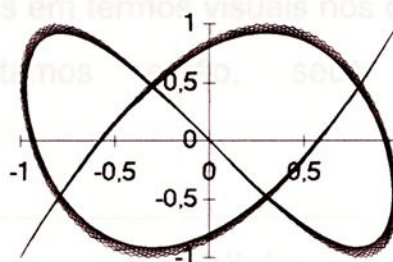
Gráficos - Figuras de Lissajous



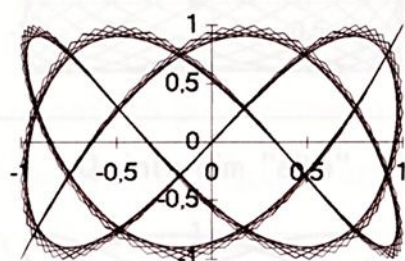
Sexta menor



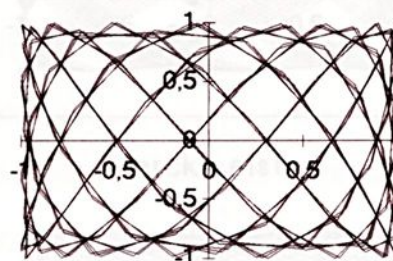
Sexta maior



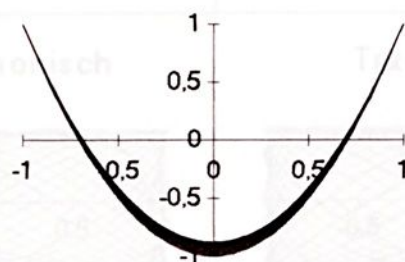
Sétima menor



Sétima maior

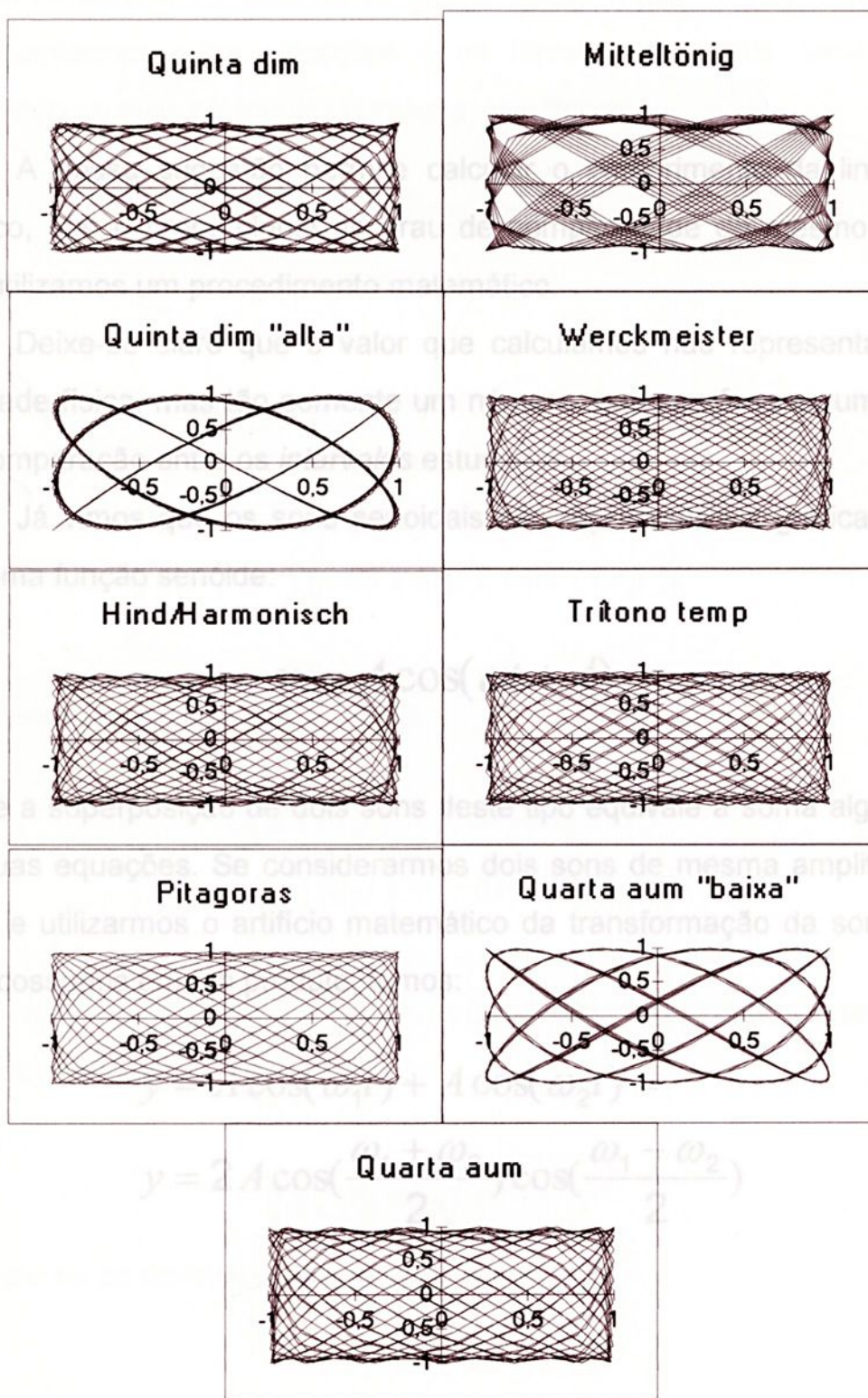


Oitava



Apêndice 5

O tritono possui muitas variantes em termos visuais nos diferentes sistemas de afinação. Apresentamos então, seus gráficos separadamente.



Apêndice 5

Processo Matemático para o Cálculo dos Graus de Densidade

A nossa sugestão permite calcular o comprimento da linha do gráfico, que é proporcional ao grau de complexidade do mesmo. Para isto utilizamos um procedimento matemático.

Deixe-se claro que o valor que calculamos não representa uma entidade física, mas tão somente um número, que nos fornece um meio de comparação entre os *intervalos* estudados.

Já vimos que os sons senoidais são representados graficamente por uma função senóide:

$$y = A \cos(\omega t + \phi)$$

e que a superposição de dois sons deste tipo equivale a soma algébrica de suas equações. Se considerarmos dois sons de mesma amplitude e fase, e utilizarmos o artifício matemático da transformação da soma de dois cossenos em um produto, temos:

$$y = A \cos(\omega_1 t) + A \cos(\omega_2 t) =$$

$$y = 2A \cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}\right) \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}\right)$$

ou seja, um som com o dobro da amplitude, frequência igual a soma das originais dividida por dois, modulada por uma onda de frequência igual a diferença das originais dividida por dois.

Nos caso das Figuras de Lissajous, as linhas de propagação das ondas formam um ângulo de 90 graus. Desse modo, o melhor meio de representarmos suas equações é na forma paramétrica, uma delas oscilando no eixo x e a outra no eixo y , resultando:

$$x = \cos(\omega_1 t)$$

$$y = \cos(\omega_2 t)$$

Para se calcular o comprimento da curva, o processo envolve a *integral da norma das derivadas das equações paramétricas*, ou,

$$\gamma = \int \|\cos'(\omega_1 t), \cos'(\omega_2 t)\|$$

resolvendo-se as derivadas, temos,

$$\cos'(\omega_1 t) = -\omega \sin(\omega_1 t)$$

$$\cos'(\omega_2 t) = -\omega \sin(\omega_2 t)$$

como a norma é calculada pela raiz quadrada da soma dos quadrados das coordenadas,

$$\|x, y\| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

fazendo-se as devidas substituições, temos:



$$\gamma = \int \sqrt{\omega_1^2 \sin^2(\omega_1 t) + \omega_2^2 \sin^2(\omega_2 t)} dt$$

Esta integral não tem solução direta, somente solução numérica. Seus limites dependem dos valores das frequências. Para solucionar este problema utilizamos um programa de computador em C que verifica inicialmente em que instante t , os valores de x e y se igualam a 1, neste instante temos o ponto em que a figura de Lissajous foi e voltou sobre si mesma, assim o limite superior da nossa integral é a metade deste valor.

Para simplificar escolhemos $\omega_1 = 1$, resultando, no caso do intervalo de quinta por exemplo, a seguinte expressão:

$$\gamma_{5j} = \int_0^{4\pi} \sqrt{1^2 \sin^2(1t) + (1.5)^2 \sin^2(1.5t)} dt$$

que resulta,

$$\gamma_{5j} = \int_0^{4\pi} \sqrt{\sin^2(t) + 2.25 \sin^2(1.5t)} dt = 7.604514$$

O valor da integral é calculado numericamente, somando-se a área de um número limite de retângulos.

Apresentamos então a tabela dos intervalos, do uníssono até o de sete oitavas, com a respectiva razão de frequência, densidade e o limite superior da integral em números de π .

INT_PARC	INT_REAL	RAZ_FREQ	TENSAO	LIM_INTG
1	1	1,000000	2,828395	2
2m	2m	1,066666	46,672546	30
2M	2M	1,125000	25,611481	16
3m	3m	1,200000	16,594942	10
3M	3M	1,250000	13,592528	8
4J	4J	1,333333	10,594243	6
4A	4A	1,400000	18,226322	10
5J	5J	1,500000	7,604514	4
6m	6m	1,600000	19,916498	10
6M	6M	1,666666	12,288634	6
7m	7m	1,800000	21,652363	10
7M	7M	1,875000	35,702549	16
8	8	2,000000	4,646736	2
9m	9m	2,133333	73,879807	30
9M	9M	2,250000	20,543039	8
10m	10m	2,400000	27,050749	10
10M	10M	2,500000	11,184730	4
11J	11J	2,666666	17,707638	6
11A	11A	2,800000	30,756872	10
12J	12J	3,000000	6,518481	2
13m	13m	3,200000	34,519306	10
13M	13M	3,333333	21,469574	6
14m	14m	3,600000	38,322945	10
14M	14M	3,750000	31,805910	2
2 8vas	15	4,000000	8,429102	2
2m + 2	16m	4,266666	134,224167	30
2M + 2	16M	4,500000	18,793371	4
3m + 2	17m	4,800000	49,894352	10
3M + 2	17M	5,000000	10,366876	2
4J + 2	18J	5,333333	33,052910	6
4A + 2	18A	5,600000	57,692482	10
5J + 2	19J	6,000000	12,321405	2
6m + 2	20m	6,400000	65,533981	10
6M + 2	20M	6,666666	40,892551	6
7m + 2	21m	7,200000	73,404617	10
7M + 2	21M	7,500000	30,544624	4
3 8vas	22	8,000000	16,259264	2
2m + 3	23m	8,533333	259,863251	30
2M + 3	23M	9,000000	18,237007	2
3m + 3	24m	9,600000	97,128464	10
3M + 3	24M	10,000000	20,218561	2
4J + 3	25J	10,666666	64,624207	6
4A + 3	25A	11,200000	113,001640	10
5J + 3	26J	12,000000	24,189634	2
6m + 3	27m	12,800000	128,902390	10
6M + 3	27M	13,333333	80,502533	6
7m + 3	28m	14,400000	144,822388	10

7M + 3	28M	15,000000	30,158979	2
4 8vas	29	16,000000	32,151024	2
2m + 4	30m	17,066666	514,738098	30
2M + 4	30M	18,000000	36,137398	2
3m + 4	31m	19,200000	192,653824	10
3M + 4	31M	20,000000	40,124371	2
4J + 4	32J	21,333333	128,360214	6
4A + 4	32A	22,400000	224,576981	10
5J + 4	33J	24,000000	48,108730	2
6m + 4	34m	25,600000	256,517548	10
6M + 4	34M	26,666666	160,216278	6
7m + 4	35m	28,800000	288,469666	10
7M + 4	35M	30,000000	60,090195	2
5 8vas	36	32,000000	64,085655	2
2m + 5	37m	34,133333	1026,821167	30
2M + 5	37M	36,000000	72,077660	2
3m + 5	38m	38,400000	384,369843	10
3M + 5	38M	40,000000	80,015984	2
4J + 5	39J	42,666666	256,202789	6
4A + 5	39A	44,800000	448,323883	10
5J + 5	40J	48,000000	96,060265	2
6m + 5	41m	51,200000	512,288147	10
6M + 5	41M	53,333333	319,914734	6
7m + 5	42m	57,600000	576,259644	10
7M + 5	42M	60,000000	120,033409	2
6 8vas	43	64,000000	128,046494	2
2m + 6	44m	68,266264	2048,915283	30
2M + 6	44M	72,000000	144,041061	2
3m + 6	45m	76,800000	768,199463	10
3M + 6	45M	80,000000	159,890839	2
4J + 6	46J	85,333333	512,107056	6
4A + 6	46A	89,600000	896,169617	10
5J + 6	47J	96,000000	192,030838	2
6m + 6	48m	102,400000	1024,144287	10
6M + 6	48M	106,666666	639,472229	6
7m + 6	49m	115,200000	1152,125244	10
7M + 6	49M	120,000000	239,782959	2
7 8vas	50	128,000000	256,021576	2



Apêndice 6

Utilização dos programas de computador

A opção 'B' possibilita a manipulação do arquivo de usuários.

As opções 'C' e 'D' possibilitam a criação de um arquivo cópia de

O disquete anexo contém 3 diretórios: *excel*, *denso* e *grau*.

O diretório *grau* contém o sistema que calcula o grau de densidade de intervalos acordes e simultanóides. Para executá-lo digite:

cd\grau

grau No diretório *excel* estão os arquivos tipo x/s utilizados no Microsoft

a tela inicial pedirá a identificação e a senha, digite 1 e A.

O diretório *denso* contém o programa que calcula a integral numérica. Para executá-lo digite:

Identificacao 1

cd\denso

Senha A

denso

e o menu inicial será aberto:

As opções são: 1) calcular os limites da integral e 2) calcular o grau de densidade. Quando

pedida a razão ser decimal com 1.5 (quinta

+-----+

A. ACORDES

B. USUARIOS

C. BACK-UP

D. RESTORE

E. INDEXACAO DOS ARQUIVOS

Z. SAIDA DO SISTEMA

A opção 'A' possibilita o usuário a manipular o arquivo de acordes, incluindo, alterando, excluindo e consultando a lista de acordes cadastrados. Inicialmente faz-se necessária uma consulta geral que permitirá ao usuário uma visualização do banco de dados.

A opção 'B' possibilita a manipulação do arquivo de usuários.

As opções 'C' e 'D' possibilitam a criação de um arquivo cópia de segurança.

Na execução deste sistema, em qualquer momento o usuário poderá teclar F1 e consultar o "HELP" se necessário.

No diretório *excel/* estão os arquivos tipo *x/s* utilizados no Microsoft Excel para a visualização gráficos dos intervalos.

O diretório *denso* contém o programa que calcula a integral numérica. Para executá-lo digite:

```
cd\denso
```

```
denso
```

e as informações necessárias aparecerão na tela. As opções são: 1) calcular os limites da integral e 2) calcular o grau de densidade. Quando é pedida a razão do intervalo o valor deve ser decimal como 1.5 (quinta natural)

Apêndice 7

LISTAGEM DO PROGRAMA "DENSO" EM "C"

```
while (opcao!=0) {
    clrscr();
    gotoxy (1,5);
/* (i=1; i<76; DENSO.C
Programa para o calculo de uma integral numerica
sqrt [ w1^2 sin (w1*t)^2 + w2^2 sin (w2*t)^2] */
for (i=1; i<76; i++)

#include <math.h>
#include <stdio.h>
#include <conio.h>
printf ("\n (1) Calcular o limite da integral");
#define pi 3.141592654
printf ("\n (0) Sair");

float intg (float w1, float w2, float t);
float lim (float w1, float w2);
void num();

case 1:
int i;
float w1, w2, T;

main()
{
    scanf ("%f", &w2);
    char c;
    int opcao;
    textbackground(BLUE);
    textcolor(YELLOW);
    clrscr();
    gotoxy (38,8);
    printf ("DENSO");
    gotoxy (12,12);
    printf ("Programa para o calculo do grau de densidade de intervalos");
    gotoxy (30,16);
    printf ("Orlando Lopes Legname");
    gotoxy (45,22);
    printf ("Tecle algo para abrir o menu");
    getch();
```

```

case 0:
clrscr();
gotoxy (35,15);
while (opcao!=0) {
clrscr();
gotoxy (1,5);
for (i=1; i<76; i++)
printf ("=");
gotoxy (1,24);
for (i=1; i<76; i++)
printf ("=");
gotoxy (7,6);
printf ("Digite sua opcao: ");
printf ("\n\n (1) Calcular o limite da integral");
printf ("\n (2) Calcular a densidade atraves de w");
printf ("\n (0) Sair");
gotoxy (25,6);
scanf ("%i",&opcao);
switch (opcao) {
case 1:
clrscr();
w1=1;
gotoxy (22,8);
printf ("Digite a razao do intervalo: ");
scanf ("%f", &w2);
T = lim (w1, w2);
T = (T * pi) /2;
gotoxy (45,22);
printf ("Tecle algo para voltar ao menu");
getch();
break;
case 2:
num();
break;
}
}
T = (T * pi) /2;
dt=T/1000;
t=0;
soma=0;
gotoxy (40,22);
printf ("Calculando");

```



```

case 0:
clrscr();
gotoxy (35,15);
printf ("Obrigado por usar o nosso sistema");
gotoxy (50,22);
printf ("Tecle algo para sair");
getch();
textbackground(BLACK);
textcolor(WHITE); clrscr();
exit ();
break;

default:
gotoxy (37, 11);
printf ("Opcao Invalida");
gotoxy (45,22);
printf ("Tecle algo para voltar ao menu");
getch();
break;
} /* switch opcao */
} /* while */

}

void num()
{
float w1, w2, dt, t, T, y, y1, y2, soma;
int i, c;

while (c!=0) {
clrscr();
w1=1;
gotoxy (22,8);
printf ("Digite a razao do intervalo: ");
scanf ("%f", &w2);
T = lim (w1, w2);
T = (T * pi) /2;
dt=T/1000;
t=0;
soma=0;
gotoxy (40,22);
printf ("Calculando");

```

```

while (t<=T) {
    t+=dt;
    y1=intg (w1, w2, t);
    soma += (y1*dt);
}

gotoxy (22,12);
printf ("O grau de densidade e: %f ", soma);
gotoxy (10,22);
printf ("Continua -> Tecle 1");
printf (" - Voltar ao menu -> Tecle 0");
gotoxy (40,23);
scanf ("%i", &c);
}

}

float intg (float w1, float w2, float t)
{
    float x1, x2, y;
    x1=sin(w1*t);
    x1*=x1;
    x2=sin(w2*t);
    x2*=x2;
    w1*=w1;
    w2*=w2;
    y=(w1*x1)+(w2*x2);
    y=sqrt(y);
    return (y);
}

```


DESCRIÇÃO DOS PROGRAMAS DO SISTEMA "GRAU" EM CLIPPER

```
float lim (float w1, float w2) {
  float x, y, t, n;
  n=1.9;
  while (x<=1 || y<=1) {
    n+=0.01;
    t=n*pi;
    x=cos(w1*t);
    x+=0.02;
    y=cos(w2*t);
    y+=0.02;
    gotoxy(10,5);
    if (n==500) {
      printf("\nImpossível calcular os lim da integral");
      getch();
      break;
    }
  }
  n-=0.5; /*Arredondamento*/
  gotoxy (22,10);
  printf ("O limite e: %.0f pi ", ceil(n));
  return (n);
}
```

instagem dos programas acima ocupa 55 páginas, portanto
apresentamos apenas a função de cada um e deixamos os programas no
disquete.

DESCRICAO DOS PROGRAMAS DO SISTEMA "GRAU" EM CLIPPER

MUS10000 PRG	4352	7-09-94	9:41p - MENU DE ENTRADA
MUS30000 PRG	1536	2-08-94	9:20p - MENU DO SISTEMA
MUS41000 PRG	1152	7-08-94	12:08p - MENU DE ACORDES
MUS41110 PRG	3968	29-10-95	9:49p - INCLUSAO DE ACORDES
MUS41120 PRG	4736	29-10-95	9:49p - ALTERACAO DE ACORDES
MUS41130 PRG	3456	29-10-95	9:49p - EXCLUSAO DE ACORDES
MUS41200 PRG	4480	29-10-95	9:36p - CONSULTA INDIVIDUAL
DE ACORDES			
MUS41300 PRG	6144	29-10-95	9:43p - CONSULTA GERAL DE
ACORDES			
MUS44000 PRG	10880	2-08-94	9:46p - CADASTRO DE USUARIOS
MUS90000 PRG	1536	29-10-95	7:34p - BACK-UP
MUS91000 PRG	1536	2-08-94	9:41p - RESTORE
MUS92000 PRG	1792	29-10-95	7:34p - INDEXACAO
MUSPROCS PRG	25472	29-10-95	8:41p - PROCEDURES
MUSACORD DBF	1599	30-10-95	9:51p
MUSREGCT DBF	498	2-08-94	9:56p - REGISTRO DE CONTROLE
MUSUSU DBF	559	26-09-94	11:08p

[illegible]

A listagem dos programas acima ocupa 55 páginas, portanto apresentamos apenas a função de cada um e deixamos os programas no disquete.

BENT, Ian D. Analysis in: *The New Grove Dictionary of Music and Musicians*. Washington, MacMillan, 1980. 340-388p.

BLAUKOPF, Kurt. *Musik im Wandel der Gesellschaft*. München, Piper, 1982.

BOULEZ, Pierre. *A Música*. São Paulo, Perspectiva, 1981.

BARRAUD, Henry. *Para Compreender as Músicas de Hoje*. São Paulo, Perspectiva, 1983.

ADORNO, Theodor W. *Filosofia da Nova Música*. São Paulo, Perspectiva, 1974.

ANTUNES, Jorge. *A Correspondência entre os Sons e as Cores*. Brasília, Musimed, 1982.

BACKUS, John. *The Acustical Fondation of Music*. New York, Norton, 1969.

BASTIDE, Roger. *Arte e Sociedade*. São Paulo, Nacional, 1971.

BARBOSA, Marco Aurélio. *Acústica e Biologia Aplicados à Música*. s.n.t. 1954. (288-306).

BENSE, Max. *Pequena Estética*. São Paulo, Perspectiva, 1975.

CHALMERS, Alan F. *O que é a Ciência afinal?*. São Paulo, Brasiliense, 1995. *Estética. Consideraciones Metafísicas Sobre o Bello*. Buenos Aires, Nueva Vision, 1973.



BENT, Ian D. Analysis in: *The New Grove Dictionary of Music and Musicians* . Washington, MacMillan, 1980. 340-388p.

CHIAROTTINO, Zélia R. *Pragm. Modelo e Estrutura* . Rio, Liv. José

BLAUKOPF, Kurt . *Musik im Wandel der Gesellschaft* . München, Piper, 1982.

COPE, David. *New Music Notation* . New York, Kendall/Hunt, 1976.

BOULEZ, Pierre. *A Música Hoje*. São Paulo, Perspectiva, 1981.

DONZELLI, Telma. *O Gestaltismo: Ensaio sobre uma Filosofia da Forma*

BARRAUD, Henry. *Para Compreender as Músicas de Hoje* . São Paulo, Perspectiva, 1983.

DOSTROVSKY, S. & BELL, J. & TRUESDELL, C. *Physics of Music in:*

BUSONI, Ferruccio. *Ensaio de uma Nova Estética da Arte Musical* . Salvador, Un. Fed. Bahia, 1966.

CAGE, John. *De Segunda A Um Ano* . São Paulo, Hucitec, 1985.

. *Estrutura Ausente*. São Paulo, Perspectiva, s.d.

. *Silence* . Midletown, Connecticut, Wesleyan Un. Press, s.d.

. *Tratado Geral de Semiótica* . São Paulo, Perspectiva, s.d.

CAPRA, Fritjof. *O Tao da Física* . São Paulo, Cultrix, 1983.

EIMERT, Hebert. *Que é a Música Eletrônica* . s.n.l.

. *O Ponto de Mutação* . São Paulo, Cultrix, 1985.

FISHER, Ernst. *A Necessidade da Arte* . São Paulo, Zahar, 1959.

CAZDEN, Norman. Hindemith and Nature in: *Music Review* . XV, no. 4, 1954, (288-306).

FL. MUNSON, W. Loudness, its Definition, Measurement and Calculation in: *Journal of the Acoustical Society of America*, V,

CHALMERS, Alan F. *O que é a Ciência afinal?* . São Paulo, Brasiliense, 1995.

FRANCASTEL, Pierre. *A Realidade Figurativa* . São Paulo, Perspectiva, 1970.

CHALHUB, Samira. *Funções da Linguagem* . São Paulo, Ática, 1991.

CHIAROTTINO, Zélia R. *Piaget: Modelo e Estrutura* . Rio, Liv. José Olímpio Ed., 1972.

COPE, David. *New Music Notation* . New York, Kendall/Hunt, 1976.

DONZELLI, Telma. *O Gestaltismo: Ensaio sobre uma Filosofia da Forma* . Rio, Antares Universitária, 1980.

DOSTROVSKY, S. & BELL, J. & TRUESDALL, C. Physics of Music in:
The New Grove Dictionary of Music and Musicians . Washington,
MacMillan, 1980. 664-677p.

ECO, Umberto. *Obra Aberta* . São Paulo, Perspectiva, 1976.

. *Estrutura Ausente*. São Paulo, Perspectiva, s.d.

HOWE, Hubert S. *Electronic Music Synthesis* . New York, Norton, 1975.

. *Tratado Geral de Semiótica* . São Paulo, Perspectiva, s.d.

JEANS, Sir James. *Science and Music* . New York, Dover, 1968.

EIMERT, Hebert. *Que és la Música Eletrônica* . s.n.t.

KELLEY, Noble. A Comparative Study of the Response of Normal and

FISHER, Ernst. *A Necessidade da Arte* . São Paulo, Zahar, 1959.

FLECHTER, H. & MUNSON, W. Loudness, its Definition, Measurement
and Calculation in: *Journal of the Acoustical Society of America*, V,
1933.

FRANCASTEL, Pierre. *A Realidade Figurativa* . São Paulo, Perspectiva,
1970.



KOELLREUTTER, Hans J. *Introdução à Estética e a Composição Musical Contemporânea*. Porto Alegre, Movimento, 1987.

HAAR, James. Music of the spheres in: *The New Grove Dictionary of Music and Musicians*. Washington, MacMillan, 1980. (835-836).

HAUSER, Arnold. *História Social da Literatura e da Arte*. vols. I e II, Mestre Jou, 1980.

KOESTLER, Arthur. *The Sleepwalkers*. s.l., Penguin Books, 1989

HEISENBERG, Werner. *Física e Filosofia*. Brasília, UNB, s.d.

KOFFKA, Kurt. *Princípios de Psicologia da Gestalt*. São Paulo, Cultrix,

HELMHOLTZ, Hermann. *On the Sensations of Tone*. New York, Dover, 1954.

KUHN, Thomas S. *A Estrutura das Revoluções Científicas*. São Paulo,

HINDEMITH, Paul. *The Craft of Musical Composition*. London, Scoth, 1945.

LAMB, Horace. *The Dynamical Theory of Sound*. New York, Dover,

HOWE, Hubert S. *Electronic Music Synthesis*. New York, Norton, 1975.

JEANS, Sir James. *Science and Music*. New York, Dover. 1968.

his Paractice as a Composer of Chamber Music. Ph.D dissertation,

KELLEY, Noble. A Comparative Study of the Response of Normal and Pathological Ears to Speech Sounds in: *Journal Exper. Psychol.* XXI, sept, 1937.

Hindemith: a Case Study in Theory and Praticce in: Music Review. XXI, 38-54p, 1960.

KEMP, Ian. Hindemith in: *The New Grove Dictionary of Music and Musicians*. Washington, MacMillan, 1980, 573-587p.

LARSEN, R. & JACKENDOFF, R. *A Generative Theory of Tonal Music*.

MIT Press Cambrige, Mass, 1990.



KOELLREUTTER, Hans J. *Introdução à Estética e a Composição Musical Contemporânea* . Porto Alegre, Movimento, 1987.

LEVY, . *Estética* . São Paulo, Novas Metas, 1983. *New Grove Dictionary of Music and Musicians* . Washington, MacMillan, 1980. 43-87p.

. *Música da Índia* . Rio, Embaixada da Índia, s.d.

LINDLEY, M. Interval in: *The New Grove Dictionary of Music and*

KOESTLER, Arthur. *The Sleepwalkers* . s.l., Penguin Books, 1989

KOFFKA, Kurt. *Princípios de Psicologia da Gestalt* . São Paulo, Cultrix, s.d. *Psychology*, XXIII, 1947.

KUNH, Thomas S. *A Estrutura das Revoluções Científicas* . São Paulo, Perspectiva, 1995. *es*, 1981.

LAMB, Horace. *The Dynamical Theory of Sound* . New York, Dover, 1960. *amento Universitário*, s.d.

LANDAU, Victor. *The Harmonic Theories of Paul Hindemith in Relation to his Paractice as a Composer of Chamber Music* . Ph.D disserttion, New York University, 1957.

NEVES, José Maria. *Música Contemporânea Brasileira* . São Paulo . Paul Hindemith: a Case Study in Theory and Prattice in: *Music Review* . XXI, 38-54p, 1960.

NORMAN, D. *Human Information Processing* . New York, 1972.

LANG, Paul Henry. *Problems of Modern Music* . New York, Norton, 1962.

NYMAN, Michael. *Experimental Music* . New York, Schirmer Books, 1974.

LERDAHL, F & JACKENDOFF, R. *A Generative Theory of Tonal Music* . MIT Press Cambrige, Mass, 1990.



NUSSENZVEIG, Moyses. *Curso de Física Básica - 1-Mecânica* . São

LEIBOWITZ, René. *Schoenberg* . São Paulo, Perspectiva, 1981.

LEWCOCK, Ronald; et. al., Acoustics in: *The New Grove Dictionary of Music and Musicians* . Washington, MacMillan, 1980. 43-87p.

LINDLEY, M. Interval in: *The New Grove Dictionary of Music and Musicians* . Washington, MacMillan, 1980. 277-279p.

LUNDIN, R. W. Towards a Cultural Theory of Consonance in: *Journal of Psychology*, XXIII, 1947.

OSTROWER, Fayga. *Criatividade e Processos de Criação* . Patrópolis,

MENUHIN, Yehudi e DAVIS, Curt. *A Música do Homem* . São Paulo, Martins Fontes, 1981.

PALISCA, C. V. & SPENDER, N. Consonance in: *The New Grove*

MOLES, Abraham. *Teoria da Informação e Percepção Estética* . Rio, Pensamento Universitário, s.d.

NEPOMUCENO, Lauro Xavier. *Acústica Técnica* . São Paulo, ETEGIL, 1968. 1977.

NEVES, José Maria. *Música Contemporânea Brasileira* . São Paulo, Ricordi, 1981.

PERGAMO, Ana Maria Locatelli di. *La Notacion de la Música*

NORMAN, D. *Human Information Processing* . New York, 1972.

NYMAN, Michael. *Experimental Music* . New York, Schirmer Books, 1974.

Cultrix, 1983.



NUSSENZVEIG, Moyses. *Curso de Física Básica - 1-Mecânica* . São Paulo, Edgard Blücher, 1981

RAYNOR, Henry. *História Social da Música* . Rio, Zahar, 1981.

OLDHAM, Guy. Harmonics in: *The New Grove Dictionary of Music and Musicians* . Washington, MacMillan, 1980. 165-167.

Paulo, Casa Wagner, s.d.

OLSON, Harry F. *Music Physics and Engeneering* . New York, Dover, 1967.

ROBINSON, D. & DADSON, R. A Redetermination of the Equal Loudness Relations for Pure Tones in: *British Journal of Applied Physics*, VII,

OSBORNE, Harold. *Estética e Teoria da Arte* . São Paulo, Cultrix, 1974.

OSTROWER, Fayga. *Criatividade e Processos de Criação* . Petrópolis, Vozes, 1978. Comp., 1982.

PALISCA, C. V. & SPENDER, N. Consonance in: *The New Grove Dictionary of Music and Musicians* . Washington, MacMillan, 1980. 668-671p. Carl, *Psychology of Music* . New York, 1967.

PAZ, Juan Carlos. *Introdução à Música do Nosso Tempo* . São Paulo, Duas Cidades, 1977.

SHORTER, D. & BORWICK, J. Sound in *The New Grove Dictionary of*

PEARLS, Frederick. *Isto é Gestalt* . São Paulo, Sumus, 1977. 590p.

PERGAMO, Ana Maria Locatelli di. *La Notacion de la Música Contemporânea* . Buenos Aires, Ricordi Americana, s.d.

PIGNATARI, Décio. *Informação Linguagem e Comunicação* . São Paulo, Cultrix, 1983.



PINTACUDA, Salvatore. *Acústica Musicale* . Milano, Curci, s.d. *The New Grove Dictionary of Music and Musicians* . Washington, MacMillan, 1980.

RAYNOR, Henry. *História Social da Música* . Rio, Zahar, 1981.

RIBEIRO, Assis. *Ciências Físicas e Biológicas Aplicadas à Música* . São Paulo, Casa Wagner, s.d.

ROBINSON, D. & DADSON, R. A Redetermination of the Equal Loudness Relations for Pure Tones in: *British Journal of Applied Physics*, VII, 1956. Clifford. *The Hindemith Theoris in: Music Review* . vol 44, no. 314, 246-262p, aug/nov 1983.

ROSSING, Thomas D. *The Science of Sound* . Menlo Park, Addison-Wesley, Pub. Comp., 1982. *and Sensation* . New York, Dover, 1987.

RUSSEL, Bertrand. *O ABC da Relatividade* . Rio, Zahar, 1981. 1975.

SEASHORE, Carl, *Psychology of Music* . New York, 1967. *Bantam Books*, 1980.

SHENBERG, Mário. *Pensando a Física* . Rio, Zahar, 1981.

SHORTER, D. & BORWICK, J. Sound in *The New Grove Dictionary of Music and Musicians* . Washington, MacMillan, 1980. 545-590p.

SHOWER, E. & BIDDULPH, R. Differential Pitch of the Ear in: *Journal of the Acoustical Society of America*, III, 1931.

SOURIAU, Étienne. *A Correspondência das Artes* . São Paulo, Cultrix, s.d.



SPENDER, N. & SHUTER-DYSON, R. Psychology of Music in: *The New Grove Dictionary of Music and Musicians* . Washington, MacMillan, 1980. 388-427p.

STRANGE, Allen. *Electronic Music* . s.l., Brown, 1972.

STRAVINSKY, Igor e CRAFT, Robert. *Conversas com Igor Stravinsky* . São Paulo, Perspectiva, 1984.

TAYLOR, Clifford. The Hindemith Theoris in: *Music Review* . vol 44, no. 314, , 246-262p, aug/nov 1983.

WINCKEL, Fritz. *Music Sound and Sensation* . New York, Dover, 1967.

WOOD'S, Alexander. *The Physics of Music*. London, Chapman, 1975.

ZUKAV, Gary. *The Dancing Wu Li Masters* . New York, Bantam Books, 1980.



