

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

BRUNO CHAGAS SANTOS

Influência das perturbações gravitacionais na técnica de desvio de asteroides potencialmente perigosos.

Guaratinguetá

2023

Bruno Chagas Santos

Influência das perturbações gravitacionais na técnica de desvio de asteroides potencialmente perigosos.

Tese de Doutorado do Curso de Pós-Graduação em Física da Faculdade de Engenharia e Ciências do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do título de doutor em Física .

Orientador: Profº Dr. Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado

Coorientador: Profº Dr. Othon Cabo Winter

Guaratinguetá

2023

S237i	Santos, Bruno Chagas Influência das perturbações gravitacionais na técnica de desvio de asteroides potencialmente perigosos / Bruno Chagas Santos. – Guaratinguetá, 2023. 142 f : il. Bibliografia: f. 140-142 Tese (Doutorado) Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia e Ciências de Guaratinguetá, 2023. Orientador: Prof. Dr. Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado Coorientador: Prof. Dr. Othon Cabo Winter 1. Asteroides - Órbitas. 2. Perturbação (Astronomia). 3. Astrodinâmica. I. Título.
	CDU 523.44

Pâmella Benevides Gonçalves
Bibliotecária/CRB-8 9203

BRUNO CHAGAS SANTOS

**ESTA TESE FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
“DOUTOR EM FÍSICA”**

**PROGRAMA: FÍSICA
CURSO: DOUTORADO**

APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO


Prof. Dr. Ernesto Vieira Neto
Coordenador

BANCA EXAMINADORA:



**PROF. DR. ANTONIO FERNANDO BERTACHINI DE ALMEIDA
PRADO**

Orientador / INPE

participou por videoconferência



**PROFA. DRA. ALESSANDRA FERRAZ DA SILVA FERREIRA
UNESP/FEG**

participou por videoconferência



PROF. DR. CRISTIANO FIORILO DE MELO

Universidade Federal de Minas Gerais

participou por videoconferência



PROF. DR. ALLAN KARDEC DE ALMEIDA JUNIOR

Universidade de Aveiro

participou por videoconferência



PROF. DR. GERALDO MAGELA COUTO OLIVEIRA

CEFET - MG

participou por videoconferência

Janeiro de 2023

DADOS CURRICULARES

BRUNO CHAGAS SANTOS

NASCIMENTO 14/10/1987 - Campinas / SP

FILIAÇÃO Valdeci Miguel dos Santos
Marilene da Chagas Rosa Santos

2014 / 2018 Graduação (Licenciatura em Física)
Universidade Federal de Itajubá

A Deus, minha esposa, meus professores, minha família e amigos.

AGRADECIMENTOS

Agradeço em primeiro lugar a Deus por tudo em minha vida. Por toda esta oportunidade e experiência.

Agradeço a meus pais, Valdeci e Marilene, por toda a dedicação. A minha esposa Adriele pela parceria e paciência sempre, que me apoiou em mais esta etapa em minha vida assim como em todas as outras.

Agradeço aos meus orientadores Antônio F. Bertachini A. Prado, Othon Cabo Winter pelo imenso apoio, paciência e confiabilidade para este trabalho e por tudo que me ensinaram.

Agradeço a todos os professores que passaram por minha vida escolar pelo conhecimento transmitido.

Aos colegas do Grupo de Dinâmica Orbital e Planetologia pela parceria e amizade, me salvando muitas vezes com as dificuldades tanto com as disciplinas quanto com os desafios de programação. A UNESP pelo apoio estrutural.

Por fim, agradeço a Fapesp (Fundo de Amparo a pesquisa do Estado de São Paulo), ao CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico) pelo apoio financeiro e a CAPES.

Este trabalho contou com o apoio da(s) seguinte(s) entidade(s):

FAPESP - Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo. Proc. 2016/024561-0 e 2018/17864-1

CAPES - Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoa de Nível Superior

CNPq - Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico. Proc. 305210/2018-1 e 309089/2021-2

UNESP - Universidade Estadual Paulista

“O despertar da consciência e a sede pela verdade é o caminho para liberdade e iluminação pessoal e social. É a forma mais bonita de respeito por si próprio e por Deus! “
(Bruno Chagas)

RESUMO

Apresentaremos o uso da técnica de impacto cinético como forma de desviar asteroides que possam apresentar algum risco de colisão com a Terra a qualquer momento. Dentro do trabalho a ser desenvolvido aqui, pretendemos avaliar com mais detalhes a possibilidade de desviar a órbita do asteroide 101955 Bennu, aplicando variações em sua velocidade (Δv) em diferentes posições dentro de seu período orbital e medindo os pontos de maior aproximação com o planeta Terra. Veremos que, em um período relativamente longo, o asteroide tem vários CPAs (Closest point of approaches) com o planeta Terra, sofrendo assim uma perturbação gravitacional natural. Com a aplicação das variações de velocidade, as distâncias relativas mudam, causando variações na energia do asteroide e variações na distância relativa entre o asteroide e a Terra por um período relativamente longo, após a aplicação da variação de velocidade. Apresentamos resultados em relação à intensidade da variação de velocidade aplicada, o que é importante devido ao tamanho do impactador a ser considerado e, para isso, mapeamos as posições da aplicação das variações de velocidade ao longo de um período da órbita do asteroide. Dentro deste cenário também iremos analisar mais casos envolvendo outros PHAs (Potentially Hazardous Asteroids) em diferentes períodos entre um CPA e outro CPA para testar o modelo e compreender melhor os efeitos gravitacionais que possam estar relacionados e possam influenciar a órbita dos asteroides. Iremos trabalhar também com asteroides de massas desprezíveis com o intuito de tentar evitar uma colisão do asteroide com a Terra em um período curto de 2 anos entre um CPA e a colisão. Iremos apresentar resultados para um asteroide real que irá ter um CPA com a Terra e depois irá retornar dentro de um período e colidir com a Terra. Para este trabalho escolhemos o asteroide 99942 Apophis que irá ter uma maior aproximação com a Terra em 13 de abril de 2029. Nossos resultados mostram que utilizando os efeitos gravitacionais da Terra, poderemos variar consideravelmente a órbita do asteroide e até mesmo evitar a colisão de asteroides com a mesma, utilizando de variações de velocidade não tão grandes. Finalizamos explicando o que acontece com a órbita do asteroide durante os períodos de perturbação gravitacional, já que o asteroide sofre vários “Swing By” que intensificam as variações das distâncias relativas entre os corpos após a aplicação das variações de velocidade, e com isso damos uma perspectiva de uma possível missão dentro de um cenário de colisão.

PALAVRAS-CHAVE: Astrodinâmica; Mecânica orbital; Swing By; Desvios de asteroides; Defesa planetária.

ABSTRACT

We will present the use of the kinetic impact technique to deflect asteroids that may present some risk of collision with Earth at a given time. Within the work to be developed here, we intend to evaluate in more detail the possibility to deflect the orbit of the asteroid 101955 Bennu by applying variations in its velocity (Δv) at different positions within its orbital period and measuring the effects of close encounters with planet Earth. We will see that, in a relatively long period of time, the asteroid has several CPA (Closest point approach) with the planet, thus suffering a natural gravitational perturbation. With the application of the velocity variations, the relative distances change, making variations in the energy of the asteroid, which gives and a large variation in the relative distance between the asteroid and Earth over time. We present results related to the magnitude of the velocity variation applied, which is important fact due to the size of the impactor to be considered and, for that, we mapped the positions of the impulses along a period of the orbit of the asteroid. Within this scenario, we will also analyze more cases involving other PHAs (Potentially Hazardous Asteroids) in different periods between CPA to test the model and better understand the gravitational effects that may influence the asteroid orbit. We will also work with negligible mass asteroids, to try to avoid an asteroid collision with Earth in a short period of 2 years between a CPA and the collision. We will present results for a real asteroid that will have a CPA with Earth and then will return within an orbital period and collide with Earth. For this work, we chose the asteroid 99942 Apophis that will have a CPA with Earth. Our results show that using the gravitational effects of Earth, we will be able to considerably vary the orbit of the asteroid and even avoid collisions with Earth with not-so-great velocity variation. We finish by explaining what happens to the orbit of the asteroid during periods of gravitational perturbation, as the asteroid suffers several “Swing Bys” that intensify the variations in the relative distances between the bodies after the velocity variation. It gives a perspective of a possible mission within a collision scenario.

KEYWORDS: Astrodynamics; Orbital mechanics; Swing By; Asteroid deflect; Planetary defense.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	Manobra gravitacional devido ao CPA entre dois corpos. Baseado em (FERREIRA; PRADO; WINTER, 2017).	29
Figura 2	Distância entre o asteroide Bennu e a Terra em um período de 100 anos, começando em setembro de 1980 e finalizando em setembro de 2080.	32
Figura 3	As maiores aproximações entre o asteroide e a Terra (em raios da Terra) ao longo de um período de cerca de 100 anos (δ_{ma}) (eixo y), após variações negativas de velocidade em diferentes anomalias médias (eixo x) para simular diferentes posições da aplicação do Δv . Os pontos pretos são as maiores aproximações do asteroide à Terra sem a aplicação de Δv s. O δ_{ma} está em raios da Terra.	48
Figura 4	As maiores aproximações entre o asteroide e a Terra (em raios da Terra) ao longo de um período de cerca de 100 anos (δ_{ma}) (eixo y), após variações positivas de velocidade em diferentes anomalias médias (eixo x) para simular diferentes posições da aplicação do Δv . Os pontos pretos são a maior aproximação do asteroide à Terra sem a aplicação de Δv . O δ_{ma} está em raios da Terra.	49
Figura 5	As maiores aproximações entre o asteroide e a Terra (δ_{ma}) (eixo y) em raios da Terra, após variações de velocidade (eixo x) para o Δv aplicado no periélio (azul) e afélio (laranja). A linha preta horizontal indica o valor da maior aproximação do asteroide à Terra sem o Δv . O valor exato da distância entre os corpos é expresso acima de cada barra.	51
Figura 6	As distâncias relativas entre o asteroide e a Terra (δ_{dr}) em raios da Terra, para o Δv aplicado no ponto de periélio (Superior) e afélio (Inferior). Ampliamos os dois primeiros CPAs para visualizar melhor as variações na aproximação entre o asteroide e a Terra.	54
Figura 7	As distâncias relativas entre o asteroide e a Terra (δ_{dr}), em raios da Terra, para o Δv aplicado nas anomalias médias de 324° (linha azul) e 334° (linha tracejada verde). Ampliamos os dois primeiros CPAs para visualizar melhor as variações na aproximação entre o asteroide e a Terra.	56
Figura 8	Comportamento do semieixo maior do asteroide em relação ao tempo para o Δv de -20 mm/s aplicado nas anomalias médias de 324° (linha azul) e 334° (linha verde). Ampliamos a região correspondente ao segundo maior CPA para visualizar melhor as variações do semieixo maior do asteroide, já que, neste momento, o asteroide apresenta variações significativas em sua distância relativa da Terra.	57
Figura 9	Diferença do semieixo maior em relação ao tempo (Δa) para o Δv aplicado nas anomalias médias de 324° (linha azul) e 334° (linha verde). Ampliamos a região correspondente ao segundo maior CPA para visualizar melhor as variações da diferença do semieixo maior do asteroide.	58

Figura 10	Comportamento da excentricidade do asteroide (e) ao longo do tempo para o Δv de -20 mm/s aplicado nas anomalias médias para 324° (linha azul) e 334° (linha verde). Ampliamos a região correspondente ao segundo maior CPA para melhor visualizar as variações na excentricidade do asteroide, já que neste momento, o asteroide apresenta variações significativas em sua distância relativa da Terra.	60
Figura 11	Diferença entre excentricidade com Δv aplicado e sem Δv aplicado ao longo do tempo (Δe) para o Δv aplicado para as anomalias médias de 324° (linha azul) e 334° (linha verde). Ampliamos a região correspondente ao segundo CPA para visualizar melhor as variações na diferença de excentricidade do asteroide.	61
Figura 12	Órbita da Terra (azul) e do asteroide Bennu sem os Δv s aplicados (preto), com o Δv aplicado em 324° (verde) e para o Δv aplicado em 334° (vermelho).	62
Figura 13	Órbita da Terra (azul) e do asteroide Bennu sem os Δv s aplicados (preto), com o Δv aplicado para 324° (verde) e para o Δv aplicado para 334° (vermelho).	63
Figura 14	A posição do asteroide em relação à Terra sem Δv e com um Δv de -20 mm/s aplicado para as anomalias médias de 324° (linha verde) e 334° (linha vermelha), para o segundo CPA com a Terra em aproximadamente 25 anos após o Δv (superior) e para o maior CPA entre o asteroide e a Terra em 2054, entre 70 e 80 anos após o Δv (inferior). Chamamos de P1, P2, P3, P4 e P5 as posições relativas do asteroide e do Sol, que são mostradas em relação à Terra (azul).	64
Figura 15	Distância entre o asteroide Apophis e a Terra, em raios terrestres, em um período de 16 anos, começando em 13 de março de 2029 sem os Δv s aplicados.	66
Figura 16	Distância (em raios da Terra) entre o asteroide Apophis e a Terra por um período de 16 anos com os Δv s aplicados. (a) Δv aplicado em 13 de março de 2029, (b) Δv aplicado em 13 de abril de 2029, e (c) Δv aplicado em 13 de maio de 2029. O zoom em 2044 mostra o quanto a distância entre o asteroide e a Terra variou depois que os Δv s foram aplicados.	67
Figura 17	Distância entre o asteroide Apophis e a Terra (em raios da Terra) no último CPA em 2044 após os Δv s negativos aplicados no asteroide Apophis. Em azul temos os Δv s aplicados em 13 de março de 2029, Em vermelho temos os Δv s aplicados em 13 de abril de 2029 e em verde temos os Δv s aplicados em 13 de maio de 2029.	69
Figura 18	Distância entre o asteroide Apophis e a Terra (em raios da Terra) no último CPA em 2044 após os Δv s positivos aplicados no asteroide Apophis. Em azul temos os Δv s aplicados em 13 de março de 2029, Em vermelho temos os Δv s aplicados em 13 de abril de 2029 e em verde temos os Δv s aplicados em 13 de maio de 2029.	69
Figura 19	Distância (em raios da Terra) entre o asteroide 2000 SG344 e a Terra por um período de 25 anos com os Δv s aplicados. (a) Δv aplicado em 16 de agosto de 2071. (b) Δv aplicado em 16 de setembro de 2071. (c) Δv aplicado em 16 de outubro de 2071. O zoom na segunda passagem mostra o quanto a distância entre o asteroide e a Terra variou depois que os Δv s foram aplicados.	71

Figura 20	Semieixo maior do asteroide 2000 SG344 em 25 anos após as variações de velocidade. (a) Δv aplicado em 16 de agosto de 2071. (b) Δv aplicado em 16 de setembro de 2071. (c) Δv aplicado em 16 de outubro de 2071.	72
Figura 21	Excentricidade do asteroide 2000 SG344 em 25 anos após as variações de velocidade. (a) Δv aplicado em 16 de agosto de 2071. (b) Δv aplicado em 16 de setembro de 2071. (c) Δv aplicado em 16 de outubro de 2071.	73
Figura 22	Diferença da distância entre o asteroide 2000 SG344 e a Terra (em raios da Terra) no segundo CPA após <i>Deltavs</i> aplicados. Δv aplicado em 16 de agosto de 2071 (barra azul). Δv aplicado em 16 de setembro de 2071 (barra vermelha). Δv aplicado em 16 de outubro de 2071 (barra verde).	74
Figura 23	Distância (em raios da Terra) entre o asteroide 2021 EU e a Terra por um período de 3,3 anos com os Δv s aplicados. (a) Δv aplicado em 27 de janeiro de 2024, (b) Δv aplicado em 27 de fevereiro de 2024, e (c) Δv aplicado em 28 de março de 2024. O zoom na segunda passagem mostra o quanto a distância entre o asteroide e a Terra variou depois que os Δv s foram aplicados.	76
Figura 24	Semieixo maior do asteroide 2021 EU em 3,3 anos após as variações de velocidade. (a) Δv aplicado em 27 de janeiro de 2024, (b) Δv aplicado em 27 de fevereiro de 2024, e (c) Δv aplicado em 28 de março de 2024	77
Figura 25	Excentricidade do asteroide 2021 EU em 3,3 anos após as variações de velocidade. (a) Δv aplicado em 27 de janeiro de 2024, (b) Δv aplicado em 27 de fevereiro de 2024, e (c) Δv aplicado em 28 de março de 2024	78
Figura 26	Diferença da distância entre o asteroide 2021 EU e a Terra (em raios da Terra) no segundo CPA. Δv aplicado em 27 de janeiro de 2024 (barra azul). Δv aplicado em 27 de fevereiro de 2024 (barra vermelha). Δv aplicado em 28 de março de 2024 (barra verde).	79
Figura 27	Distância (em raios da Terra) entre o asteroide 2008 JL3 e a Terra por um período de 20 anos com os Δv s aplicados. (a) Δv aplicado em 01 de abril de 2027, (b) Δv aplicado em 01 de maio de 2027, e (c) Δv aplicado em 01 de junho de 2027. O zoom na segunda passagem mostra o quanto a distância entre o asteroide e a Terra variou depois que os Δv s foram aplicados.	81
Figura 28	Semieixo maior do asteroide 2008 JL3 em 20 anos após as variações de velocidade. (a) Δv aplicado em 01 de abril de 2027, (b) Δv aplicado em 01 de maio de 2027, e (c) Δv aplicado em 01 de junho de 2027.	82
Figura 29	Excentricidade do asteroide 2008 JL3 em 20 anos após as variações de velocidade. (a) Δv aplicado em 01 de abril de 2027, (b) Δv aplicado em 01 de maio de 2027, e (c) Δv aplicado em 01 de junho de 2027.	83
Figura 30	Diferença da distância entre o asteroide 2008 JL3 e a Terra (em raios da Terra), no segundo CPA. Δv aplicado em 01 de abril de 2027 (barra azul). Δv aplicado em 01 de maio de 2027 (barra vermelha). Δv aplicado em 01 de junho de 2027 (barra verde).	84

Figura 31	Distância (em raios da Terra) entre o asteroide 2022 PX1 e a Terra por um período de 23 anos com os Δv s aplicados. (a) Δv aplicado em 11 de julho de 2040, (b) Δv aplicado em 11 de agosto de 2040, e (c) Δv aplicado em 10 de setembro de 2040. O zoom na segunda passagem mostra o quanto a distância entre o asteroide e a Terra variou depois que os Δv s foram aplicados.	86
Figura 32	Semieixo maior do asteroide 2022 PX1 em 23 anos após as variações de velocidade. (a) Δv aplicado em 11 de julho de 2040, (b) Δv aplicado em 11 de agosto de 2040, e (c) Δv aplicado em 10 de setembro de 2040.	87
Figura 33	Excentricidade do asteroide 2022 PX1 em 23 anos após as variações de velocidade. (a) Δv aplicado em 11 de julho de 2040, (b) Δv aplicado em 11 de agosto de 2040, e (c) Δv aplicado em 10 de setembro de 2040.	88
Figura 34	Diferença da distância entre o asteroide 2022 PX1 e a Terra (em raios da Terra) no segundo CPA. Δv aplicado em 11 de julho de 2040 (barra azul). Δv aplicado em 11 de agosto de 2040 (barra vermelha). Δv aplicado em 10 de setembro de 2040 (barra verde).	89
Figura 35	Distância (em raios da Terra) entre o asteroide 2022 UE28 e a Terra por um período de 40 anos com os Δv s aplicados. (a) Δv aplicado em 02 de março de 2064, (b) Δv aplicado em 02 de abril de 2064, e (c) Δv aplicado em 02 de maio de 2064. O zoom na segunda passagem mostra o quanto a distância entre o asteroide e a Terra variou depois que os Δv s foram aplicados.	91
Figura 36	Semieixo maior do asteroide 2022 UE28 em 40 anos após as variações de velocidade. (a) Δv aplicado em 02 de março de 2064, (b) Δv aplicado em 02 de abril de 2064, e (c) Δv aplicado em 02 de maio de 2064.	92
Figura 37	Excentricidade do asteroide 2022 UE28 em 40 anos após as variações de velocidade. (a) Δv aplicado em 02 de março de 2064, (b) Δv aplicado em 02 de abril de 2064, e (c) Δv aplicado em 02 de maio de 2064.	93
Figura 38	Diferença da distância entre o asteroide 2022 UE28 e a Terra (em raios da Terra) no segundo CPA. Δv aplicado em 02 de março de 2064 (barra azul). Δv aplicado em 02 de abril de 2064 (barra vermelha). Δv aplicado em 02 de maio de 2064 (barra verde).	94
Figura 39	Distância (em raios da Terra) entre o asteroide e a Terra por um período de cerca de 2,5 anos. (a) Δv aplicado 63 dias antes do CPA, onde ampliamos o primeiro CPA para ver a variação nesta região, (b) Δv aplicado no primeiro CPA, e (c) Δv aplicado 63 dias após o primeiro CPA. O zoom na segunda passagem mostra o quanto a distância entre o asteroide e a Terra variou depois que os Δv s foram aplicados.	97

Figura 40	Distância entre o asteroide e a Terra (em raios da Terra) na passagem da “potencial colisão” após 2 anos do swing by do primeiro CPA. Em azul temos a situação onde o Δv é aplicado 63 dias antes do primeiro CPA, em verde temos um Δv aplicado exatamente no primeiro CPA, e em vermelho temos a situação onde o Δv é aplicado 63 dias após o primeiro CPA.	98
Figura 41	Distância mínima asteroide-Terra (em raios da Terra), na passagem da “potencial colisão” após 2 anos do swing by do primeiro CPA, com o Δv aplicado 63 dias antes do primeiro CPA. (a) Variações negativas de velocidade.. (b) Variações positivas de velocidade..	100
Figura 42	Semieixo maior do asteroide (ua) em relação ao tempo (anos). (a) -1 m/s aplicado 63 dias antes do primeiro CPA, durante o primeiro CPA e 63 dias após o primeiro CPA. (b) 1 m/s aplicado 63 dias antes do primeiro CPA, durante o primeiro CPA e 63 dias após o primeiro CPA.	102
Figura 43	Trajetória do asteroide em relação à Terra no segundo CPA, onde os eixos x e y estão em raios da Terra. As setas indicam a direção da trajetória do asteroide e o círculo azul representa a Terra. (a) Δv s aplicados 63 dias antes do primeiro CPA, (b) Δv s aplicados exatamente no primeiro CPA, e (c) Δv s aplicados 63 dias após o primeiro CPA.	103
Figura 44	Evolução da excentricidade do asteroide em relação ao tempo (anos). (a) -1 m/s aplicado 63 dias antes do primeiro CPA, no primeiro CPA, e 63 dias após o primeiro CPA. (b) 1 m/s aplicado 63 dias antes do primeiro CPA, no primeiro CPA e 63 dias após o primeiro CPA.	105
Figura 45	Período orbital do asteroide (em dias) em função do tempo. (a) Δv aplicado 63 dias antes do primeiro CPA, (b) Δv aplicado no primeiro CPA, e (c) Δv aplicado 63 dias após o primeiro CPA.	106
Figura 46	Distância (em raios da Terra) entre o asteroide e a Terra por um período de cerca de 2,5 anos. (a) Δv aplicado 60 dias antes do primeiro CPA, ampliamos o primeiro CPA para ver a variação nesta região, (b) Δv aplicado no primeiro CPA, e (c) Δv aplicado 60 dias após o primeiro CPA.	108
Figura 47	Distância entre o asteroide e a Terra (em raios da Terra) na passagem da “potencial colisão” após 2 anos do swing by do primeiro CPA. Em azul temos a situação onde o Δv é aplicado 60 dias antes do primeiro CPA, em verde temos um Δv aplicado exatamente no primeiro CPA, e em vermelho temos a situação onde o Δv é aplicado 60 dias após o primeiro CPA.	109
Figura 48	Semieixo maior do asteroide (ua) em relação ao tempo (anos). (a) Δv aplicado 60 dias antes do primeiro CPA, (b) Δv aplicado no primeiro CPA, e (c) Δv aplicado 60 dias após o primeiro CPA.	111
Figura 49	Diferença do semieixo maior do asteroide (ua) em relação ao tempo (anos). (a) Δv aplicado 60 dias antes do primeiro CPA, (b) Δv aplicado no primeiro CPA, e (c) Δv aplicado 60 dias após o primeiro CPA.	112

Figura 50	Evolução da excentricidade do asteroide em relação ao tempo (anos). (a) Δv s aplicados 60 dias antes do primeiro CPA, (b) no primeiro CPA, e (c) 60 dias após o primeiro CPA.	114
Figura 51	Diferença da excentricidade do asteroide em relação ao tempo (anos). (a) Δv s aplicados 60 dias antes do primeiro CPA, (b) no primeiro CPA, e (c) 60 dias após o primeiro CPA.	115
Figura 52	Período orbital(em dias) do asteroide em função do tempo. (a) Δv aplicado 60 dias antes do primeiro CPA, (b) Δv aplicado no primeiro CPA, e (c) Δv aplicado 60 dias após o primeiro CPA.	117
Figura 53	Trajetória do asteroide em relação à Terra no segundo CPA, onde os eixos x e y estão em raios da Terra. As setas indicam a direção da trajetória do asteroide e o círculo azul representa a Terra. (a) Δv s aplicados 60 dias antes do primeiro CPA, (b) Δv s aplicados exatamente no primeiro CPA, e (c) Δv s aplicados 60 dias após o primeiro CPA.	118
Figura 54	Distância mínima asteroide-Terra (em raios da Terra) na passagem da “potencial colisão” após 2 anos do swing by do primeiro CPA, com o Δv aplicado 60 dias antes do primeiro CPA. (a) Variações negativas de velocidade. (b) Variações positivas de velocidade.	120
Figura 55	Distância (em raios da Terra) entre o asteroide e a Terra por um período de cerca de 7,5 anos. (a) Δv aplicado 60 dias antes do primeiro CPA, ampliamos o primeiro CPA para ver a variação nesta região, (b) Δv aplicado no primeiro CPA, e (c) Δv aplicado 60 dias após o primeiro CPA.	123
Figura 56	Distância entre o asteroide e a Terra (em raios da Terra) na passagem da “potencial colisão” após 7 anos do swing by do primeiro CPA. Em azul temos a situação onde o Δv é aplicado 60 dias antes do primeiro CPA, em verde temos um Δv aplicado exatamente no primeiro CPA, e em vermelho temos a situação onde o Δv é aplicado 60 dias após o primeiro CPA.. . . .	124
Figura 57	Semieixo maior do asteroide (ua) em relação ao tempo (anos). (a) Δv s aplicados 60 dias antes do primeiro CPA, (b) no primeiro CPA, e (c) 60 dias após o primeiro CPA.	126
Figura 58	Diferença do semieixo maior do asteroide (ua) em relação ao tempo (anos). (a) Δv s aplicados 60 dias antes do primeiro CPA, (b) no primeiro CPA, e (c) 60 dias após o primeiro CPA.	127
Figura 59	Evolução da excentricidade do asteroide em relação ao tempo (anos). (a) Δv s aplicados 60 dias antes do primeiro CPA, (b) no primeiro CPA, e (c) 60 dias após o primeiro CPA.	129
Figura 60	Diferença da excentricidade do asteroide em relação ao tempo (anos). (a) Δv s aplicados 60 dias antes do primeiro CPA, (b) no primeiro CPA, e (c) 60 dias após o primeiro CPA.	130

Figura 61	Período orbital do asteroide (em dias) em função do tempo. (a) Δv aplicado 60 dias antes do primeiro CPA, (b) Δv aplicado no primeiro CPA, e (c) Δv aplicado 60 dias após o primeiro CPA.	132
-----------	---	-----

Figura 62	Trajetória do asteroide em relação à Terra no segundo CPA, os eixos x e y estão em raios da Terra. As setas indicam a direção da trajetória do asteroide e o círculo azul representa a Terra. (a) Δv s aplicados 60 dias antes do primeiro CPA, (b) Δv s aplicados exatamente no primeiro CPA, e (c) Δv s aplicados 60 dias após o primeiro CPA.	134
-----------	--	-----

Figura 63	Distância mínima asteroide-Terra (em raios da Terra) na passagem da “potencial colisão” após aproximadamente 7 anos do swing by do primeiro CPA, com o Δv aplicado 60 dias antes do primeiro CPA. (a) Variações negativas de velocidade.. (b) Variações positivas de velocidade.	136
-----------	--	-----

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Valores de entrada para as posições de cada corpo em 5 de agosto de 2021. Dados retirados do JPL NASA.	33
Tabela 2 – Valores de entrada para a velocidade de cada corpo em 5 de agosto de 2021. Dados retirados do JPL NASA.	33
Tabela 3 – Características orbitais de cada corpo. Os elementos orbitais são em relação a data de 5 de agosto de 2021. Dados retirados do JPL NASA.	34
Tabela 4 – Valores de entrada para as posições de cada corpo em 13 de abril de 2029. Dados retirados do JPL NASA. Os dados para 14 de março e 13 de maio foram extraídos das simulações.	35
Tabela 5 – Valores de entrada para a velocidade de cada corpo em 13 de abril de 2029. Dados retirados do JPL NASA. Os dados para 14 de março e 13 de maio foram extraídos das simulações.	35
Tabela 6 – Características orbitais de cada corpo. Os elementos orbitais são em relação a data 13 de abril de 2029. Dados retirados do JPL NASA.	35
Tabela 7 – Informações sobre os 5 asteroides que fazem parte da lista de asteroides potencialmente perigosos. Dados retirados do 'Sentry: Earth Impact Monitoring' (CHAM-BERLIN et al., 2001).	36
Tabela 8 – Valores de entrada para as posições de cada corpo para as simulações referentes ao asteroide 2000 SG344 em 16/09/2071. Dados retirados do JPL NASA.	36
Tabela 9 – Valores de entrada para as velocidades de cada corpo para as simulações referentes ao asteroide 2000 SG344 em 16/09/2071. Dados retirados do JPL NASA.	37
Tabela 10 – Valores de entrada para as posições de cada corpo para as simulações referentes ao asteroide 2021 EU em 27/02/2024. Dados retirados do JPL NASA.	37
Tabela 11 – Valores de entrada para as velocidades de cada corpo para as simulações referentes ao asteroide 2021 EU em 27/02/2024. Dados retirados do JPL NASA.	37
Tabela 12 – Valores de entrada para as posições de cada corpo para as simulações referentes ao asteroide 2008 JL3 em 01/05/2027. Dados retirados do JPL NASA.	38
Tabela 13 – Valores de entrada para as velocidades de cada corpo para as simulações referentes ao asteroide 2008 JL3 em 01/05/2027. Dados retirados do JPL NASA.	38
Tabela 14 – Valores de entrada para as posições de cada corpo para as simulações referentes ao asteroide 2022 PX1 em 11/08/2040. Dados retirados do JPL NASA.	38
Tabela 15 – Valores de entrada para as velocidades de cada corpo para as simulações referentes ao asteroide 2022 PX1 em 11/08/2040. Dados retirados do JPL NASA.	39
Tabela 16 – Valores de entrada para as posições de cada corpo para as simulações referentes ao asteroide 2022 UE28 em 02/04/2064. Dados retirados do JPL NASA.	39
Tabela 17 – Valores de entrada para as velocidades de cada corpo para as simulações referentes ao asteroide 2022 UE28 em 02/04/2064. Dados retirados do JPL NASA.	39

Tabela 18 – Elementos orbitais de cada corpo. Os elementos orbitais são em relação a data de início de simulação para cada asteroide. Dados retirados do JPL NASA.	40
Tabela 19 – Posição inicial da Terra e do asteroide.	42
Tabela 20 – Velocidade inicial da Terra e do asteroide.	42
Tabela 21 – Características orbitais dos corpos.	42
Tabela 22 – Posição inicial dos planetas Mercúrio, Vênus, Terra, Marte, Júpiter, Saturno, da Lua e do asteroide.	43
Tabela 23 – Velocidade inicial dos planetas Mercúrio, Vênus, Terra, Marte, Júpiter, Saturno, da Lua e do asteroide.	43
Tabela 24 – Características orbitais do asteroide.	44
Tabela 25 – Posição inicial dos planetas Mercúrio, Vênus, Terra, Marte, Júpiter, Saturno, da Lua e do asteroide Apophis em 13 de abril de 2029.	45
Tabela 26 – Velocidade inicial dos planetas Mercúrio, Vênus, Terra, Marte, Júpiter, Saturno, da Lua e do asteroide Apophis em 13 de abril de 2029 com a velocidade do asteroide Apophis ajustada para que ocorra a colisão com a Terra em 2036.	45

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

UNESP	Universidade Estadual Paulista
MVVOA	Maps for Velocity Variations in the Orbit of Asteroids
NEAs	Near Earth Asteroids
PHAs	Potentially Hazardous Asteroids
CPA	Closest point approach
MOID	Earth Minimum Orbit Intersection Distance

LISTA DE SÍMBOLOS

H	Magnitude absoluta
$\frac{d^2}{dt^2}$	Derivada de segunda ordem em relação ao tempo.
$\vec{r}_i$	Vetor posição da partícula i em relação ao corpo central
$\vec{r}_j$	Vetor posição da partícula j em relação ao corpo central
G	Constante gravitacional
m_n	Massa do corpo central
m_i	Massa da partícula i
m_j	Massa da partícula j
r_{in}	Distância da partícula i em relação ao corpo central
r_{jn}	Distância da partícula j em relação ao corpo central
r_{ij}	Distância relativa entre as partículas
E	Energia
μ	Parâmetro gravitacional
a	Semi-eixo maior
Δ	Varição de uma Grandeza
M_1	Massa do corpo central
M_2	Massa do corpo secundário
M_3	Massa do corpo menor
V_2	Velocidade de M_2 em relação a M_1
V_∞	Módulo da velocidade do corpo menor no infinito antes ou depois de passar próximo a M_2
δ	Ângulo de deflexão e representa metade da rotação do vetor velocidade devido ao ‘swing by’
ψ	Ângulo entre a linha do periapse e a linha $M_1 - M_2$
r_p	Distância máxima de aproximação entre M_2, M_3

x	Coordenada x em relação ao corpo central
y	Coordenada y em relação ao corpo central
z	Coordenada z em relação ao corpo central
vx	Velocidade na coordenada x
vy	Velocidade na coordenada y
vz	Velocidade na coordenada z
ua	Unidades astronômicas
kg	Kilograma
mm/s	Milímetros por segundo
cm/s	Centímetro por segundo
m/s	Metros por segundo
$^{\circ}$	Graus
δ_{ma}	Maior aproximação entre asteroide e a Terra
δ_{dr}	Distância relativa entre asteroide e a Terra
e	Excentricidade
$P1, P2, P3, P4, P5$	Posições relativas do asteroide e do Sol, que são mostradas em relação à Terra.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	23
2	MODELAGEM MATEMÁTICA	26
3	METODOLOGIA	30
3.1	Alterando a velocidade de um PHA em um período de aproximadamente 100 anos	30
3.2	Alterando a velocidade de PHAs com CPAs com a Terra em tempos curtos	33
3.3	Alterando a velocidade de um asteroide fictício que irá colidir com a Terra em um período de 2 anos	37
4	RESULTADOS	46
4.1	Desvio do asteroide Bennu em um período de aproximadamente 100 anos	46
4.1.1	Variações de velocidade no periélio e afélio da órbita do asteroide.	51
4.1.2	Variações de velocidade aplicados nas Anomalias Médias de 324° e 334° .	55
4.2	Desvio do asteroide Apophis em um período de aproximadamente 16 anos	65
4.3	Desvio de 5 asteroides que fazem parte da lista de PHAs.	70
4.3.1	Asteroide 2000 SG344	70
4.3.2	Asteroide 2021 EU	75
4.3.3	Asteroide 2008 JL3	80
4.3.4	Asteroide 2022 PX1	85
4.3.5	Asteroide 2022 UE28	90
4.4	Desvio de um asteroide fictício em rota de colisão com a Terra em um período de 2 anos.	95
4.5	Desvio de um asteroide fictício em rota de colisão com a Terra em um período de 2 anos considerando a perturbação gravitacional dos planetas.	107
4.6	Desvio de Apophis em rota de colisão com a Terra em 2036 após o encontro próximo em 2029.	121
4.7	Conclusões	137
	REFERÊNCIAS	140

1 INTRODUÇÃO

Asteroides são pequenos corpos rochosos ou de ferro que são remanescentes da formação do sistema solar (CHOUREY et al., 2020). Esses corpos podem apresentar grande perigo à vida devido a possíveis impactos com nosso planeta (AHRENS; HARRIS, 1992; CHENG et al., 2015; CARUSI, 2005). Além disso, podem ser fontes de exploração comercial e espacial e também de pesquisa científica e esse problema já foi discutido em diversas publicações (PARK; MAZANEK, 2003). Também nos deparamos com a condição de que esses objetos são geralmente muito pequenos em relação a planetas e luas e, devido a esse fator, possuem um campo gravitacional fraco que causa sua forma irregular (BROSCHART; SCHEERES, 2005).

Pode-se definir Asteroides Potencialmente Perigosos (PHAs) com base em parâmetros que medem o potencial do asteroide para fazer aproximações com a Terra, que gere uma ameaça ao planeta. Especificamente, todos os asteroides com uma distância mínima de interseção da órbita terrestre (ou, Earth Minimum Orbit Intersection Distance (MOID)) de 0,05 au ou menos e uma magnitude absoluta (H) de 22,0 ou menos são considerados PHAs. Sendo assim, asteroides que não possuam MOID menor do que 0,05 ua (aproximadamente 7.480.000 km) ou são menores que cerca de 140 m de diâmetro (ou seja, H = 22,0 com albedo presumido de 14%) não são considerados PHAs (CHODAS; SHAKEH KHUDIKYAN, 2022).

Como resultado de muitos desses objetos representarem perigo ao nosso planeta, ao longo dos anos, várias propostas surgiram com diferentes técnicas para causar perturbações na órbita do asteroide e, assim, desviá-lo. Foram testados métodos para fazer o asteroide variar sua velocidade por meio de um impacto cinético, bem como o uso de recursos nucleares, velas solares, coletores de radiação solar e sistemas de laser (CARUSI et al., 2002). O trabalho de (LEDKOV et al., 2014) mostrou que o uso de manobras gravitacionais em um pequeno asteroide com a Terra pode ser utilizado no cenário de defesa planetária. Neste trabalho, é proposto que, através de pequenos impulsos na órbita de um pequeno asteroide ao longo das aproximações com a Terra, este pode ser redirecionado para impactar com um outro asteroide potencialmente perigoso e alterar sua órbita.

(AHRENS; HARRIS, 1992) desenvolveram um trabalho relacionando as formas de deflexão do asteroide com a fragmentação gerada por elas. Eles mostraram que, para perturbações que poderiam levar décadas, variações de velocidade de no máximo 1 m/s seriam suficientes para gerar mudanças significativas na órbita do asteroide. Com este trabalho, eles mostraram que asteroides próximos à Terra podem ser desviados variando sua velocidade, aumentando ou diminuindo, em relação ao Sol. No entanto, alertam que para situações que envolvam a necessidade de desviar o corpo em um curto período, alguns anos, a variação deve ser de centenas de metros por segundo. Em contraste, quando um impulso é aplicado e a energia transferida sobre o asteroide excede um limite, é provável que ocorra uma fragmentação catastrófica, podendo resultar em danos ao planeta Terra quando estes resquícios do asteroide estiverem próximos ao planeta (HOLSAPPLE; HOUSEN, 2012; HOUSEN; HOLSAPPLE, 1990; SANCHEZ; VASILE; RADICE, 2010).

A técnica de deflexão por impacto cinético está ganhando cada vez mais prioridade na comunidade

científica, pois se mostra a mais prática, resultando na primeira missão real de deflexão de asteroides com a missão DART, cujo objetivo principal é quantificar a capacidade de deflexão de um asteroide usando esta técnica (HIRABAYASHI et al., 2019). O satélite chamado “Dimorphos” sofreu o impacto de um corpo (LICIACube de 14 kg), em 26 de setembro, provocando um desvio em sua órbita, consequentemente, perturbando a órbita do corpo principal Didymos. A missão tem apoio da missão HERA da ESA, com lançamento em outubro de 2024 e que irá encontrar com o asteroide em dezembro de 2026, e que irá monitorar a superfície do asteroide após o impacto (DURDA et al., 2019; CHENG et al., 2015; CHENG et al., 2016).

Quando dois ou mais corpos colidem, há um grande conjunto de resultados possíveis, desde reajustar forma, tamanho, superfície externa e estados rotacionais. Esta análise fornece uma visão detalhada de uma série de processos mecânicos que ainda precisam ser quantificados, como a formação de crateras devido ao impacto e a velocidade final após a aplicação do impulso pela técnica de impacto cinético (GIBBINGS; VASILE, 2010).

(PARK; ROSS, 1999) mostraram que a mudança gerada por um impulso é fortemente dependente do ponto da órbita que o impulso será aplicado, bem como da direção do impulso em relação à velocidade orbital. Neste trabalho, eles também argumentaram que o impulso aplicado no periélio é o melhor para tempos de alerta maiores do que um período orbital.

(CONWAY, 2001) mostrou que, se um impactor for lançado menos de um ano antes de uma possível colisão de um asteroide com a Terra, a deflexão obtida será da ordem do diâmetro da Terra para cada variação de velocidade de 1 m/s aplicada ao asteroide. Mas ressalta que, considerando a massa de grandes asteroides, seria muito difícil alterar sua velocidade em 1 m/s, alertando assim que para poder aplicar efetivamente o impacto cinético sobre asteroides de tamanho moderado é necessário aplicar o impulso vários anos antes de uma possível colisão.

(IZZO, 2005; IZZO, 2007) apresenta resultados importantes no segmento de otimização de uma expressão analítica, onde é possível mostrar que o uso da técnica de impacto cinético acaba sendo mais simples em relação a outro método impulsivo, mostrando a eficácia da técnica.

Uma proposta interessante sugere usar o princípio eletrostático para gerar a força necessária para desviar asteroides. A proposta depende muito da geração de força proporcionada pela interação de um corpo carregado com o campo eletrostático, onde um asteroide é considerado um corpo carregado que estará reagindo com o campo eletrostático gerado por um dipolo. A técnica é apresentada por (GONZAGA, 2010), onde também apresenta os desafios para a utilização desta proposta.

O objetivo deste trabalho é avaliar a técnica de impacto cinético para desviar a órbita de asteroides potencialmente perigosos em relação à Terra considerando as perturbações gravitacionais envolvidas, em alguns cenários considerando os planetas no sistema solar, e em outros cenários considerando um sistema mais simplificado envolvendo Sol, Terra e asteroide. Abordando tanto a relação feita ao longo de um período de aproximadamente 100 anos após as variações de velocidade aplicadas ao asteroide, período longo se comparado a (CARUSI et al., 2002; CONWAY, 2001) que apresentam períodos bem mais curtos variando de trabalho para trabalho, o que permitirá uma melhor análise da perturbação gravitacional ao longo deste período. Contudo, como já mencionado em (CONWAY, 2001), que é apresentado a utilização da técnica para até 1 ano antes de uma colisão. Também estamos considerando

alguns cenários distintos de asteroides que irão passar próximo a Terra em algum momento, como é o caso do asteroide Apophis que passará muito próximo a Terra em 13 de abril de 2029 (LI et al., 2020; ALJBAAE et al., 2021; BYKOVA; GALUSHINA, 2010), além de fazermos algumas análises de desvio na órbita de alguns asteroides potencialmente perigosos (CHAMBERLIN et al., 2001). Também pensamos em relação a períodos curtos para que possamos desviar um asteroide e evitar uma possível colisão, onde aqui, estamos utilizando um período de cerca de 2 anos. Para as nossas simulações, vamos variar a velocidade do asteroide ao longo de seu período orbital e medir sua distância relativa ao planeta Terra, assim como (NEGRIA; SARLIB; ANTONIO, 2018).

Escolhemos o asteroide 101955 Bennu para as simulações para o período de 100 anos, mas como já mencionado, também realizamos simulações com os asteroides Apophis, 2000 SG344, 2021 EU, 2008 JL3, 2022 PX1 e 2022 EU28 visando aproveitar seus CPAs com a Terra, mas considerando um tempo menor do que o utilizado em Bennu. Todos os asteroides são NEAs. O asteroide Bennu foi alvo recente da missão Osiris Rex da NASA, ganhando ainda mais visibilidade dentro da comunidade científica. Já o asteroide Apophis passará próximo à Terra em 13 de abril de 2029 (ALJBAAE et al., 2021; LI et al., 2020; BYKOVA; GALUSHINA, 2010), possibilitando a oportunidade em estudar os efeitos das perturbações gravitacionais da Terra em sua órbita. Para as simulações envolvendo 2 anos, estamos utilizando um asteroide hipotético sem massa.

2 MODELAGEM MATEMÁTICA

Neste trabalho, analisaremos os efeitos gravitacionais envolvidos na técnica de deflexão de asteroides por impacto cinético. Neste processo, vamos resolver o problema de N-corpos usando o pacote integrador Mercury (CHAMBERS, 1999), considerando o integrador Bulirsch-Stoer. A equação de movimento para o sistema de N-corpos com um corpo de massa muito maior do que os outros pode ser escrita da seguinte forma (DANBY, 1991),

$$\frac{d^2(\vec{r}_i)}{dt^2} + G(m_n + m_i) \frac{\vec{r}_i}{r_{in}^3} = G \sum_{j=1, j \neq i}^{N-1} m_j \left(\frac{\vec{r}_j - \vec{r}_i}{r_{ij}^3} - \frac{\vec{r}_j}{r_{jn}^3} \right) \quad (1)$$

onde $\vec{r}_i$ e $\vec{r}_j$ são os vetores posição das partículas i e j em relação ao corpo central, G é a constante gravitacional, m_n é a massa do corpo central, m_i e m_j são as massas das partículas, r_{in} e r_{jn} são as distâncias entre as partículas i e j em relação ao corpo central e r_{ij} é a distância relativa entre as partículas. Os corpos utilizados na simulação serão apresentados posteriormente para cada caso abordado.

A equação abaixo fornece a energia específica (E) do asteroide em relação ao corpo central considerando o problema de dois corpos. Essa equação é importante, pois podemos ter uma ideia do que ocorre fisicamente com o asteroide durante o período em que ele está sofrendo perturbações gravitacionais.

$$E = -\frac{\mu}{2a} \quad (2)$$

onde $\mu = Gm_n$ e ' a ' é o semieixo maior do asteroide. Podemos ver que, quando o semieixo maior do asteroide aumenta, a energia específica do asteroide irá diminuir, o que seria um tanto quanto intuitivo, uma vez que o asteroide está se distanciando do corpo central, consequentemente, diminuindo a interação gravitacional.

Estaremos aplicando variações de velocidade no asteroide ($\Delta \vec{v}$ s). Sendo assim, uma análise sobre a forma de gerar os $\Delta \vec{v}$ s se faz necessária e será desenvolvida neste momento. Inicialmente, iremos abordar um pouco sobre o conceito de Impulso.

A segunda lei de Newton, para uma partícula de massa, pode ser escrita na forma

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} \quad (3)$$

Em que (para um dado referencial inercial) $\vec{F}$ é a resultante das forças externas que agem sobre a partícula, $\vec{p} = m\vec{v}$ é a quantidade de movimento e $\vec{v}$ é a velocidade da partícula. Multiplicando a equação (3) por dt e desenvolvendo-a,

$$\vec{F}dt = m \frac{d\vec{v}}{dt} dt \quad (4)$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt}dt = d\vec{v} \quad (5)$$

Substituindo 5 em 4 e integrando ambos os lados da equação, temos

$$\int_{t_0}^t \vec{F}dt = \int_{v_0}^V d\vec{v} \quad (6)$$

t_0 e t representam os instantes inicial e final, respectivamente, ou seja, o intervalo de aplicação da força $\vec{F}$, $\vec{v}_0$ é a velocidade em t_0 e $\vec{v}$ em t . Assim,

$$\int_{t_0}^t \vec{F}dt = m\vec{v} - m\vec{v}_0 = \vec{p} - \vec{p}_0 = \Delta\vec{p} \quad (7)$$

onde $\vec{p}$ e $\vec{p}_0$ são as quantidades de movimento final, em t , e inicial, em t_0 .

A grandeza (vetorial) Impulso, $\vec{I}$, é definida pela equação anterior,

$$\vec{I} = \int_{t_0}^t \vec{F}dt = \Delta\vec{p} \quad (8)$$

Em um impacto, a teoria, em geral, trata os corpos (neste caso o impactador e asteroide) como um sistema de duas partículas (desconsiderando ejeções de massa). Devido a terceira lei de Newton, o par de forças de ação e reação presentes são internas ao sistema e se anulam. Ou seja, não há resultante externa sobre o sistema, exceto a gravitacional. Assim, o impulso líquido sobre o sistema é nulo (excluindo o impulso da força gravitacional, que será muito pequeno e negligenciável, já que a colisão/impacto ocorre em um intervalo ($t - t_0 = \Delta t$) muito pequeno na escala de tempo considerada na evolução orbital). Isto é,

$$\int_{t_0}^t \vec{F}dt = m\vec{v} - m\vec{v}_0 = \vec{p} - \vec{p}_0 = \Delta\vec{p} = 0 \quad (9)$$

Portanto, ocorre conservação da quantidade de movimento em um impacto. Desenvolvendo esta última equação para o sistema formado pelo impactador, de massa m_i , e o asteroide, de massa m_a , encontramos,

$$\vec{p} = \vec{p}_0 \quad (10)$$

Então,

$$m_i\vec{v}_i + m_a\vec{v}_a = m_i\vec{v}_{i0} + m_a\vec{v}_{a0} \quad (11)$$

$\vec{v}_i$ e $\vec{v}_a$ são as velocidades do impactador e do asteroide após o impacto/colisão, em t , respectivamente, e $\vec{v}_{i0}$ e $\vec{v}_{a0}$ são as velocidades desses mesmos corpos em t_0 (antes do impacto).

Consideremos, a partir de agora, um impacto perfeitamente inelástico, isto é, impactador e asteroide seguirão juntos após o impacto. Daí, $\vec{v}_i = \vec{v}_a$, e

$$(m_i + m_a)\vec{v}_a = m_i\vec{v}_{i0} + m_a\vec{v}_{a0} \quad (12)$$

Por sua vez, $\vec{v}_a = \vec{v}_{a0} + \Delta\vec{v}$, que ao ser substituído em (12), nos leva a

$$(m_i + m_a)(\vec{v}_{a0} + \Delta\vec{v}) = m_i\vec{v}_{i0} + m_a\vec{v}_{a0} \quad (13)$$

Trabalhando com a expressão acima, temos que

$$m_i\vec{v}_{a0} + m_i\Delta\vec{v} + m_a\Delta\vec{v} = m_i\vec{v}_{i0} \quad (14)$$

Assim, temos para uma análise inicial que, para o problema que estamos desenvolvendo aqui, o momento inicial necessário para aplicar um $\Delta\vec{v}$ no asteroide é,

$$p_{i0} = m_i\vec{v}_{a0} + m_i\Delta\vec{v} + m_a\Delta\vec{v} \quad (15)$$

O estudo sobre o impacto, consiste em abordagem ainda mais sofisticada e complexa, o que não é o nosso objetivo no momento, quando, para este trabalho, estamos analisando os efeitos dos $\Delta\vec{v}$ s no asteroide e o quanto eles desviam a trajetória do asteroide, independente se os $\Delta\vec{v}$ s são contrários ao movimento do asteroide (negativos), ou no mesmo sentido do movimento do asteroide (positivos). Um estudo sobre a relação dos $\Delta\vec{v}$ s aplicados e as características do impacto em si, devem ser desenvolvidas futuramente. A prática de utilizar $\Delta\vec{v}$ s negativos e positivos para a realização de análises sobre o desvio de trajetória de asteroides é comum e serviu como base para a realização deste trabalho (ver seção INTRODUÇÃO).

Percebemos que nossos resultados sofreram uma contribuição de perturbações gravitacionais dos corpos celeste. Ou seja, o asteroide realiza um ‘swing by’ com os corpos demaior massa, em que este se mostrou a principal causa de alterações na órbita do asteroide. As manobras de ‘Swing by’ são conhecidas há muito tempo no cenário astronômico e, portanto, não são novas. O modelo de manobra (Figura 1) pode ser encontrado em (PRADO, 1996) e (FERREIRA; PRADO; WINTER, 2017). De acordo com asduas últimas referências, a variação da energia específica devido a um swing by é dada por

$$\Delta E = -2\vec{V}_z\vec{V}_\infty\sin(\delta)\sin(\psi) \quad (16)$$

onde ΔE é a variação da energia específica do corpo menor (O asteroide em nossa situação), $\vec{V}_z$ é a velocidade de m_2 em relação a m_1 , $\vec{V}_\infty$ é o módulo da velocidade do corpo menor em relação a m_2 antes ou depois de passar próximo a m_2 , δ é o ângulo de deflexão e representa metade da rotação do vetor velocidade devido ao ‘swing by’ e ψ é o ângulo entre a linha do periapse e a linha $m_1 - m_2$, onde,

$$\sin(\delta) = \frac{1}{1 + \frac{r_p\vec{V}_\infty^2}{\mu_2}} \quad (17)$$

já que r_p é a distância correspondente à maior aproximação entre m_2 e m_3 , e μ pode ser simplificado por $\mu = Gm_2$, uma vez que $m_2 \gg m_3$ (BROUCKE, 1988).

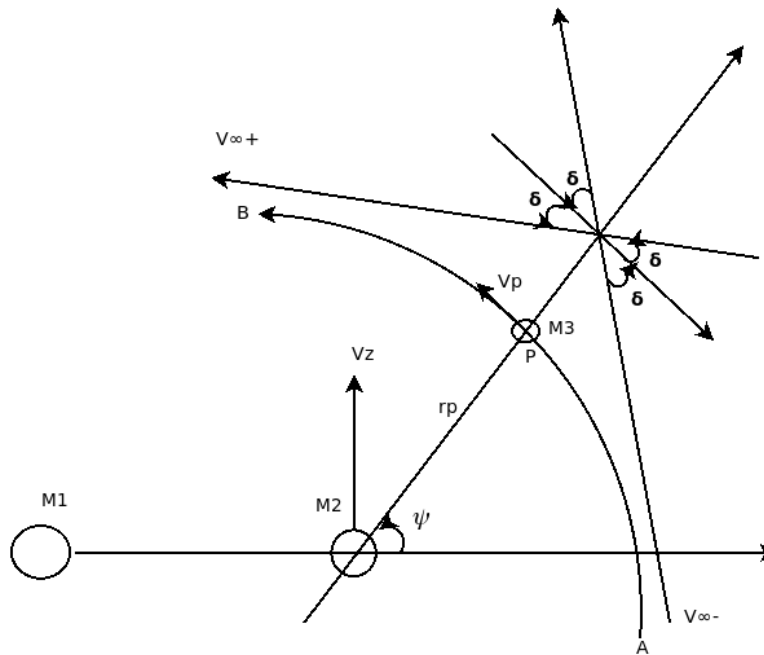
Da equação (16),podemos tirar algumas conclusões. Os parâmetros $|\vec{V}_z|$ e $|\vec{V}_\infty|$ são grantidades

positivas, assim como o $\sin(\delta)$ ($0 < \delta < 90$). Assim, o único parâmetro que afeta o sinal de ΔE é $\sin(\psi)$. Podemos fazer a seguinte análise:

- Se o swing by ocorre na frente de m_2 ($0 < \psi < 180$), há um decréscimo na energia de m_3 com uma perda máxima quando $\psi = 90$ ($\Delta \vec{V}$ oposto a $\vec{V}_z$);
- Se o swing by ocorre atrás de m_2 ($180 < \psi < 360$), há um aumento na energia de m_3 com um ganho máximo quando $\psi = 270$ ($\Delta \vec{V}$ na direção de $\vec{V}_z$).

É importante esclarecer que, devido a estarmos realizando nosso trabalho através de simulações numéricas completas da trajetória do asteroide, o swing by se faz em decorrência das mesmas. Nossos dados são extraídos diretamente do simulador numérico, sendo assim, o controle de parâmetros como δ e ψ se torna inviável. Estes parâmetros são encontrados da trajetória do asteroide extraídos do simulador numérico.

Figura 1 – Manobra gravitacional devido ao CPA entre dois corpos. Baseado em (FERREIRA; PRADO; WINTER, 2017).



fonte: Produção do próprio autor.

A partir deste ponto, estaremos apresentando a grandeza vetorial $\vec{v}$ como apenas v .

3 METODOLOGIA

Nosso trabalho está dividido em três etapas: i) PHAs sofrem a variação de velocidade causada pela técnica de impacto cinético e são redirecionados ao longo do período de 100 anos, para o caso de Bennu, e períodos mais curtos variando entre 3 a 40 anos para os casos de 99942 Apophis, 2000 SG344, 2021 EU, 2008 JL3, 2022 PX1 e 2022 EU28. ii) Um asteroide é redirecionado por influência da perturbação gravitacional da Terra devido a um CPA (ponto de mínima aproximação entre o objeto e a Terra) e, após um período de 2 anos, irá retornar e impactar com o planeta, cenário fictício. iii) O asteroide Apophis irá ter um CPA com a Terra em 2029 e colidirá com a Terra em 2036 (esta colisão não é real, estamos forçando a órbita do asteroide para que a colisão ocorra em nossas simulações).

A seguir, é detalhado separadamente o desenvolvimento de cada etapa.

3.1 ALTERANDO A VELOCIDADE DE UM PHA EM UM PERÍODO DE APROXIMADAMENTE 100 ANOS

Para os dados de entrada para as nossas simulações numéricas, foram utilizadas as componentes de posição e velocidade dos corpos, retiradas do site JPL Horizons (GIORGINI et al., 2008). A massa de $(7,329 \pm 0,009)10^{10}$ kg e a densidade de (1190 ± 13) kg m^{-3} foram consideradas para o asteroide Bennu (KOVÁČOVÁ et al., 2020; LAURETTA et al., 2019; SCHEERES et al., 2019). Os valores das componentes das posições e velocidades dos corpos podem ser encontrados nas Tabelas 1 e 2. As informações das características orbitais dos corpos envolvidos podem ser encontradas na Tabela 3. Contudo, não estamos considerando a composição e dimensões do asteroide, bem como suas propriedades de rotação.

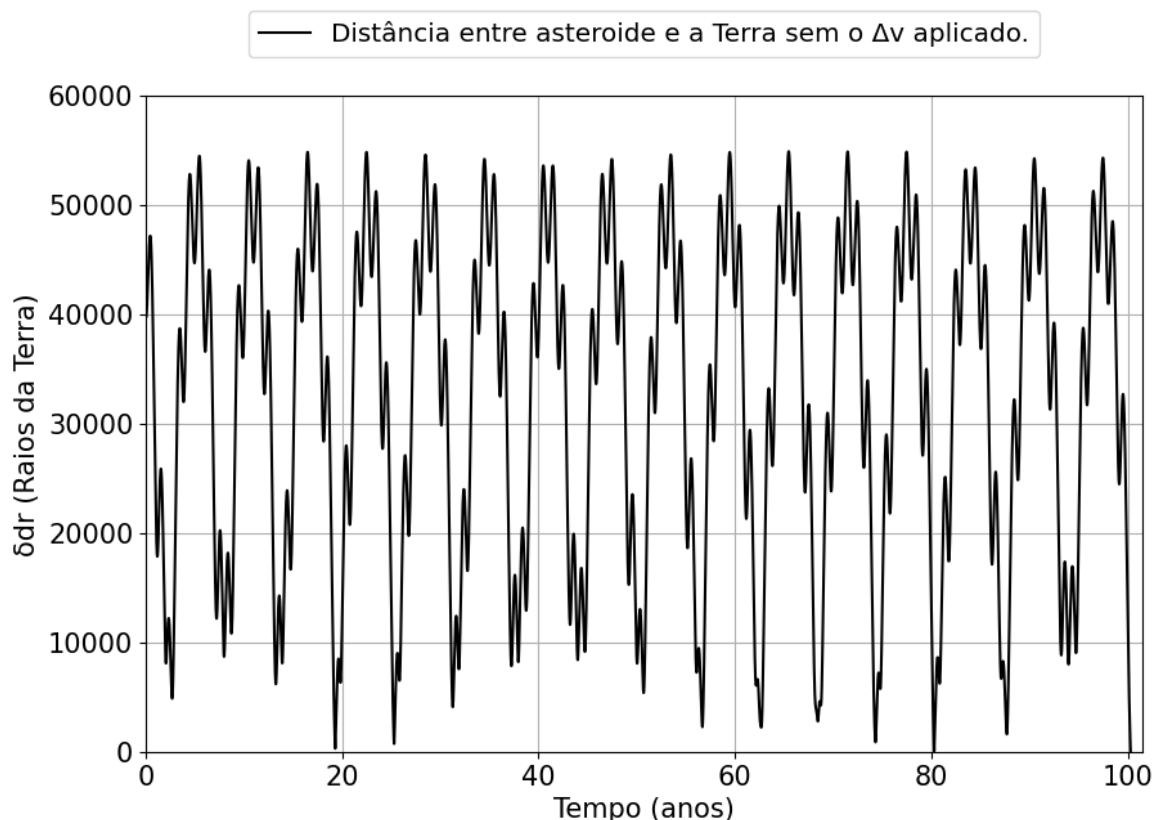
Em todos os passos desta etapa utilizamos todos os planetas do sistema Solar, a Lua e o asteroide Bennu (CHAGAS B.S; WINTER, 2022). Os passos para a realização desta parte do trabalho foram os seguintes:

1. Inserimos os dados retirados do JPL Horizons no dia 5 de agosto de 2021 no arquivo “Big.in” do Mercury, que é o arquivo de entrada para os corpos massivos no qual os corpos interagem gravitacionalmente uns com os outros, e realizamos uma simulação numérica para tempos $t > 5$ de agosto de 2021, considerando um período de 100 anos sem aplicar variações na velocidade no asteroide.
2. Após a primeira simulação do passo anterior, encontramos o momento que ocorre a maior CPA entre o asteroide e a Terra dentro deste período de 100 anos.
3. A maior CPA entre asteroide e a Terra ocorrerá em 22 de setembro de 2080, a uma distância de aproximadamente 0,005 ua (111 raios da Terra, considerando 1 raio da Terra = 6.378 km).
4. No momento exato que ocorre a maior aproximação entre asteroide e a Terra (data citada no item acima), coletamos os dados das coordenadas cartesianas de todos os corpos encontradas nas simulações do Mercury e inserimos novamente no arquivo “Big.in”.

5. Com os novos dados das componentes de posições e velocidades, realizamos uma simulação para trás no tempo em um período de 100 anos. Ou seja, voltando nosso sistema para setembro de 1980.
6. Em setembro de 1980, coletamos novamente os dados das componentes das posições e velocidades de cada corpo geradas nas simulações no Mercury e inserimos novamente no arquivo “Big.in” e realizamos simulações para $t >$ setembro de 1980, também em um período de 100 anos. É importante salientar que, ao completar esta simulação, verificamos se todos os corpos apresentavam os mesmos valores das coordenadas encontradas inicialmente para o ano de 2080, sem a aplicação de variações de velocidade. O que foi confirmado, viabilizando o trabalho em relação a quaisquer dúvidas que possam surgir referentes a prática das simulações numéricas voltando no tempo e gerando resultados diferentes devido a sensibilidade encontradas na órbita do asteroide. A distância relativa entre o asteroide Bennu e a Terra para o período de 100 anos pode ser visualizada na [Figura 2](#).
7. Após verificar as condições encontradas pelo passo anterior, começamos a aplicar as variações de velocidade paralelo ao vetor velocidade do asteroide.
8. As variações de velocidade começam em -50 mm/s (variações de velocidade negativas são obtidas quando o impacto é contrário ao movimento do asteroide) e terminam em 50 mm/s (variações de velocidade positivas são obtidas quando o impacto ocorre no mesmo sentido do movimento do asteroide) com um incremento de 10 mm/s.
9. A metodologia de utilizar variações na velocidade inicial do asteroide para simular os efeitos gerados pela técnica de desvio por impacto cinético, já foi utilizada em outros trabalhos encontrados na literatura, como em [\(AHRENS; HARRIS, 1992\)](#), [\(CARUSI et al., 2002\)](#), entre outros.
10. Dividimos o período orbital do asteroide em 36 partes com o intuito de aplicarmos as variações de velocidade em várias posições da órbita do asteroide. Para isso, a partir de setembro de 1980, voltamos nosso sistema no tempo (todos os planetas, Lua e asteroide) aproximadamente em 10° de anomalia média do asteroide, sem a aplicação de variações de velocidade no mesmo.
11. Após a realização do passo anterior, aplicamos as variações de velocidade do passo 8 neste ponto, 10° antes da posição em setembro de 1980. Esta etapa foi dividida da seguinte maneira:
 - Aplicamos as variações de velocidade do passo 8 em setembro de 1980, quando a partir deste ponto todas as variações foram aplicadas uma de cada vez em um “loop”;
 - Voltamos 10° de anomalia média do asteroide no tempo sem aplicação das variações de velocidade no asteroide e com todos os corpos envolvidos, e coletamos do Mercury os novos dados para esta nova posição;
 - A partir desta nova posição, aplicamos novamente as variações de velocidade no asteroide também em um “loop”;

- Realizamos este processo acima até completar a divisão de 36 partes do período orbital do asteroide.

Figura 2 – Distância entre o asteroide Bennu e a Terra em um período de 100 anos, começando em setembro de 1980 e finalizando em setembro de 2080.



fonte: Produção do próprio autor.

Como estamos voltando no tempo as nossas simulações, o período aumenta em relação ao período inicial, que era de 100 anos, sendo que, o período orbital do asteroide em questão é de aproximadamente 1,2 anos. Sendo assim, soma-se os 100 anos iniciais mais o Δt oriundo de cada retorno em 10° de anomalia média. O período final para cada posição pode ser definido pela expressão: *Período final* = $100 + i \cdot \Delta t$, onde i varia de 0 a 35. Os resultados podem ser encontrados na seção 4.1.

No momento que iniciamos as análises dos resultados encontrados para as 36 posições do asteroide, percebemos que não atingimos as posições de periélio e afélio do asteroide para aplicar as variações de velocidade. Segundo trabalhos encontrados na literatura (PARK; ROSS, 1999), estas posições são importantes no trabalho com desvio de asteroides. Sabendo disto, realizamos mais duas simulações separadas do processo inicial para coletar informações referentes a estas duas posições e comparar com os resultados iniciais. Estes resultados podem ser encontrados na seção 4.1.1.

Reforçando que as variações de velocidade foram aplicadas paralelamente ao vetor velocidade do asteroide, facilitando assim as nossas simulações.

Tabela 1 – Valores de entrada para as posições de cada corpo em 5 de agosto de 2021. Dados retirados do JPL NASA.

Corpos	x(ua)	y(ua)	z(ua)
Mercúrio	$-2,8963231E-01$	$1,8505778E-01$	$4,1690199E-02$
Vênus	$-5,6924731E-01$	$-4,4488531E-01$	$2,6742835E-02$
Terra	$6,8557614E-01$	$-7,4777642E-01$	$3,2111159E-05$
Lua	$6,8552661E-01$	$-7,4510167E-01$	$1,2302222E-04$
Marte	$-1,6149058E+00$	$3,9555322E-01$	$4,7903023E-02$
Júpiter	$4,1485716E+00$	$-2,8413396E+00$	$-8,1015783E-02$
Saturno	$6,3907451E+00$	$-7,6247412E+00$	$-1,2177205E-01$
Urano	$1,4795765E+01$	$1,3071448E+01$	$-1,4316240E-01$
Netuno	$2,9568168E+01$	$-4,5574318E+00$	$-5,8763643E-01$
Bennu	$-8,1781220E-01$	$6,1266186E-01$	$6,7744268E-02$

fonte: Produção do Próprio Autor.

Tabela 2 – Valores de entrada para a velocidade de cada corpo em 5 de agosto de 2021. Dados retirados do JPL NASA.

Corpos	vx(ua/dia)	vy(ua/dia)	vz(ua/dia)
Mercúrio	$-2,0907460E-02$	$-2,2534461E-02$	$7,6380260E-05$
Vênus	$1,2312355E-02$	$-1,6032665E-02$	$-9,3052162E-04$
Terra	$1,2408091E-02$	$1,1562826E-02$	$-1,1500244E-06$
Lua	$1,1843551E-02$	$1,1532462E-02$	$4,4589689E-05$
Marte	$-2,8076292E-03$	$-1,2396932E-02$	$-1,9093135E-04$
Júpiter	$4,1773267E-03$	$6,5874514E-03$	$-1,2087140E-04$
Saturno	$3,9698635E-03$	$3,5768872E-03$	$-2,1978979E-04$
Urano	$-2,6289491E-03$	$2,7707391E-03$	$4,4295498E-05$
Netuno	$4,6188225E-04$	$3,1283295E-03$	$-7,5165946E-05$
Bennu	$-1,3099925E-02$	$-1,1917012E-02$	$-1,2106129E-03$

fonte: Produção do Próprio Autor.

3.2 ALTERANDO A VELOCIDADE DE PHAS COM CPAS COM A TERRA EM TEMPOS CURTOS

Novamente, utilizamos o site JPL Horizons para consultar os valores das coordenadas cartesianas dos corpos. O asteroide Apophis foi escolhido inicialmente para este experimento. Os dados foram consultados para o dia 13 de abril de 2029, quando o asteroide terá sua maior aproximação com a Terra. Os valores das posições e velocidades dos corpos considerados podem ser encontrados nas Tabelas 4 e 5. As características orbitais dos corpos envolvidos nestas simulações podem ser encontradas na Tabela 6.

O passo a passo nessa fase pode ser encontrado a seguir:

1. Foram considerados os planetas Mercúrio, Vênus, Terra, Marte, Júpiter, Saturno, lua e asteroide 99942 Apophis nas simulações.
2. Aplicamos as variações de velocidade de -50 a 50 mm/s com um incremento de 10 mm/s nas condições iniciais do asteroide.
3. Rodamos as simulações por 16 anos para $t > 13$ de abril de 2029.

Tabela 3 – Características orbitais de cada corpo. Os elementos orbitais são em relação a data de 5 de agosto de 2021. Dados retirados do JPL NASA.

Corpos	a (ua)	e	i (°)	f (°)	massa (kg)	T (dias)
Mercúrio	$3,87E - 01$	$2,06E - 01$	$7E + 00$	$6,99E + 01$	$3,30E + 23$	$8,80E + 01$
Vênus	$7,23E - 01$	$6,79E - 03$	$3,39E + 00$	$8,78E + 01$	$48,69E + 23$	$2,25E + 02$
Terra	$1E + 00$	$1,60E - 02$	$4,27E - 03$	$2,11E + 02$	$5,97E + 24$	$3,65E + 02$
Lua	$9,51E - 01$	$7,086E - 02$	$1,55E - 01$	$2,02E + 02$	$7,35E + 22$	$3,39E + 02$
Marte	$1,52E + 00$	$9,33E - 02$	$1,85E + 00$	$1,90E + 02$	$6,42E + 23$	$6,87E + 02$
Júpiter	$5,20E + 00$	$4,84E - 02$	$1,30E + 00$	$3,11E + 02$	$1,90E + 30$	$4,33E + 03$
Saturno	$9,58E + 00$	$5,22E - 02$	$2,48E + 00$	$2,20E + 02$	$5,68E + 26$	$1,08E + 04$
Urano	$1,92E + 01$	$4,44E - 02$	$7,71E - 01$	$2,31E + 02$	$8,68E + 25$	$3,08E + 04$
Netuno	$3,03E + 01$	$1,34E - 02$	$1,77E + 00$	$3,34E + 02$	$1,02E + 26$	$6,09E + 04$
Bennu	$1,13E + 00$	$2,04E - 01$	$6,03E + 00$	$7,47E + 01$	$7,33E + 10$	$4,36E + 02$

fonte: Produção do Próprio Autor.

4. Após simularmos todas as variações de velocidade no dia 13 de abril de 2029, voltamos trinta dias no tempo as nossas simulações para 14 de março de 2029, sem aplicar variações de velocidade.
5. Coletamos os dados do Mercury e rodamos nossas simulações para $t > 14$ de março de 2029, somando 16 anos mais 30 dias.
6. Aplicamos as mesmas variações de velocidade que foram aplicadas em abril agora para março.
7. Após simularmos todas as variações de velocidade no dia 14 de março de 2029, voltamos a trabalhar com as condições iniciais de 13 de abril e rodamos as simulações 30 dias a partir desta data, novamente sem aplicar os impulsos.
8. Coletamos as informações das posições e velocidades do Mercury e a partir desta nova data, 13 de maio, rodamos as nossas simulações em 16 anos menos 30 dias.
9. Aplicamos as mesmas variações de velocidade que foram aplicadas em abril e março para as condições iniciais em maio.
10. Quando rodamos as nossas simulações sem variações de velocidade, percebemos que depois de 2029, o próximo CPA será em 2044. Nós medimos a distância relativa entre o asteroide e a Terra após as variações de velocidade aplicadas para esta maior aproximação em 2044.

Com os resultados encontrados para as simulações com o asteroide Apophis, decidimos utilizar a mesma ideia para estudarmos mais 5 asteroides que fazem parte da lista dos asteroides potencialmente perigosos à Terra (CHAMBERLIN et al., 2001). Os asteroides foram selecionados de acordo com a ordem da lista em 20 de novembro de 2022, sendo eles: 2000 SG344, 2021 EU, 2008 JL3, 2022 PX1 e 2022 UE28.

A tabela 7 apresenta as características destes asteroides como massa, probabilidade de impacto, diâmetro estimado, data do ponto de maior aproximação com a Terra.

Para realizarmos estas simulações, novamente, utilizamos os dados iniciais encontrados no JPL Horizons. Coletamos os dados referentes às datas de CPA da Tabela 7 e realizamos nossas simulações a partir destes pontos. O passo a passo pode ser encontrado a seguir:

Tabela 4 – Valores de entrada para as posições de cada corpo em 13 de abril de 2029. Dados retirados do JPL NASA. Os dados para 14 de março e 13 de maio foram extraídos das simulações.

Corpos	x(ua)	y(ua)	z(ua)
Mercúrio	$-9,8037758E-02$	$2,9764093E-01$	$3,3316717E-02$
Vênus	$5,9072374E-01$	$4,1738691E-01$	$-2,8346206E-02$
Terra	$-9,2332237E-01$	$-3,9091611E-01$	$2,8633384E-05$
Lua	$-9,2068474E-01$	$-3,9030215E-01$	$2,6455730E-04$
Marte	$-1,5907708E+00$	$-3,6601432E-01$	$3,1329071E-02$
Júpiter	$-5,0462307E+00$	$-2,0581851E+00$	$1,2145865E-01$
Saturno	$6,6731383E+00$	$6,2924896E+00$	$-3,7519330E-01$
Apophis	$-9,2583054E-01$	$-3,9276273E-01$	$-8,3742285E-04$

fonte: Produção do Próprio Autor.

Tabela 5 – Valores de entrada para a velocidade de cada corpo em 13 de abril de 2029. Dados retirados do JPL NASA. Os dados para 14 de março e 13 de maio foram extraídos das simulações.

Corpos	vx(ua/dia)	vy(ua/dia)	vz(ua/dia)
Mercúrio	$-3,2370326E-02$	$-7,7631033E-03$	$2,3342247E-03$
Vênus	$-1,1733740E-02$	$1,6431896E-02$	$9,0292305E-04$
Terra	$6,4294094E-03$	$-1,5913944E-02$	$1,0901327E-06$
Lua	$6,3025575E-03$	$-1,5367848E-02$	$-3,7953629E-06$
Marte	$3,6586270E-03$	$-1,2441490E-02$	$-3,5046907E-04$
Júpiter	$2,7635103E-03$	$-6,6421117E-03$	$-3,4211504E-05$
Saturno	$-4,1262786E-03$	$4,0434030E-03$	$9,4222224E-05$
Apophis	$8,8905152E-03$	$-1,3687352E-02$	$9,6354419E-04$

fonte: Produção do Próprio Autor.

Tabela 6 – Características orbitais de cada corpo. Os elementos orbitais são em relação a data 13 de abril de 2029. Dados retirados do JPL NASA.

Corpos	a (ua)	e	i (°)	f (°)	massa (kg)	T (dias)
Mercúrio	$3,87E-01$	$2,06E-01$	$7E+00$	$3,09E+01$	$3,302E+23$	$8,80E+01$
Vênus	$7,23E-01$	$6,79E-03$	$3,39E+00$	$2,64E+02$	$4,87E+24$	$2,25E+02$
Terra	$1E+00$	$1,60E-02$	$4,27E-03$	$9,72E+01$	$5,97E+24$	$3,65E+02$
Lua	$9,51E-01$	$7,086E-02$	$1,55E-01$	$1,71E+02$	$7,35E+22$	$3,31E+02$
Marte	$1,52E+00$	$9,33E-02$	$1,85E+00$	$2,17E+02$	$6,42E+23$	$6,87E+02$
Júpiter	$5,20E+00$	$4,84E-02$	$1,30E+00$	$1,88E+02$	$1,90E+30$	$4,33E+03$
Saturno	$9,58E+00$	$5,22E-02$	$2,48E+00$	$3,09E+02$	$5,68E+26$	$10829E+00$
Apophis	$9,21E-01$	$1,96E-01$	$3,42E+00$	$2,36E+02$	$2,70E+10$	$3,23E+02$

fonte: Produção do Próprio Autor.

1. Foram considerados os planetas Mercúrio, Vênus, Terra, Marte, Júpiter, Saturno, lua e asteroide nas simulações.
2. Aplicamos as variações de velocidade de -10 e 10 mm/s nas condições iniciais dos asteroides.
3. Rodamos as simulações por 50 anos e encontramos o momento em que ocorreria um novo ponto de maior aproximação.
4. O tempo de simulação foi planejado de acordo com o intervalo de tempo para que ocorra duas grandes aproximações, o primeiro CPA datado na Tabela 7 e o próximo CPA.

Tabela 7 – Informações sobre os 5 asteroides que fazem parte da lista de asteroides potencialmente perigosos. Dados retirados do 'Sentry: Earth Impact Monitoring' (CHAMBERLIN et al., 2001).

Corpos	Massa (kg)	Probabilidade de impacto	Diâmetro estimado (km)	Data do CPA
2000 SG344	$7,0E + 7$	$1,0E - 3$	$3,7E - 02$	16/09/2071
2021 EU	$2,9E + 7$	$2,9E - 5$	$2,8E - 02$	27/02/2024
2008 JL3	$3,4E + 7$	$1,5E - 4$	$2,9E - 02$	01/05/2027
2022 PX1	$2,2E + 9$	$3E - 06$	$1,20E - 1$	11/08/2040
2022 UE28	$9,0E + 9$	$6,4e - 06$	$1,90E - 01$	02/04/2064

fonte: Produção do Próprio Autor.

5. Variamos a velocidade do asteroide em três cenários diferentes:

- 30 dias antes do primeiro CPA entre o asteroide e a Terra, quando, a partir do primeiro CPA do asteroide com a Terra nós voltamos a simulação para trás no tempo em 30 dias sem aplicar variações de velocidade e coletamos as informações nesta data direto do Mercury.
- No primeiro CPA do asteroide com a Terra;
- 30 dias após o primeiro CPA do asteroide com a Terra, quando, a partir deste primeiro ponto, rodamos a simulação em 30 dias sem aplicar variações de velocidade e coletamos as informações nesta data direto do Mercury;

6. Medimos a distância relativa entre o asteroide e a Terra no segundo maior CPA.

7. Cada um dos passos acima foi realizado para cada asteroide da Tabela 7.

As posições e velocidades para cada simulação para cada asteroide diferente, podem ser encontradas nas Tabelas 8-18.

Tabela 8 – Valores de entrada para as posições de cada corpo para as simulações referentes ao asteroide 2000 SG344 em 16/09/2071. Dados retirados do JPL NASA.

Corpos	x(ua)	y(ua)	z(ua)
Mercúrio	$-3,8026419E - 01$	$2,2977492E - 02$	$3,6711882E - 02$
Vênus	$6,7187278E - 01$	$2,7005052E - 01$	$-3,4997358E - 02$
Terra	$9,9656639E - 01$	$-1,3536524E - 01$	$8,7709545E - 06$
Lua	$9,9747491E - 01$	$-1,3302983E - 01$	$-2,1194435E - 04$
Marte	$9,4238573E - 01$	$1,1308083E + 00$	$6,9731930E - 04$
Júpiter	$2,9470416E + 00$	$4,0395508E + 00$	$-8,2793155E - 02$
Saturno	$-8,2640460E + 00$	$-5,2087177E + 00$	$4,1976352E - 01$
2000 SG344	$9,0409410E - 01$	$2,9422572E - 01$	$-1,1875512E - 03$

fonte: Produção do Próprio Autor.

Os elementos orbitais dos asteroides no início das simulações podem ser encontrados na Tabela 18. Nesta tabela organizamos o semieixo maior (a), a excentricidade (e), a inclinação (i), a anomalia verdadeira (f) e o período orbital (T).

Tabela 9 – Valores de entrada para as velocidades de cada corpo para as simulações referentes ao asteroide 2000 SG344 em 16/09/2071. Dados retirados do JPL NASA.

Corpos	$v_x(\text{ua/dia})$	$v_y(\text{ua/dia})$	$v_z(\text{ua/dia})$
Mercúrio	$-7,5490441E-03$	$-2,6882312E-02$	$-1,5070309E-03$
Vênus	$-7,6093331E-03$	$1,8678109E-02$	$6,9773782E-04$
Terra	$2,0422838E-03$	$1,6980026E-02$	$-2,6234032E-06$
Lua	$1,4734315E-03$	$1,7174414E-02$	$-1,7851705E-05$
Marte	$-1,0223960E-02$	$1,0154592E-02$	$4,6269199E-04$
Júpiter	$-6,1933519E-03$	$4,8112242E-03$	$1,1823284E-04$
Saturno	$2,6652206E-03$	$-4,7283167E-03$	$-2,4304104E-05$
2000 SG344	$-6,6034850E-03$	$1,6575443E-02$	$-1,3683951E-05$

fonte: Produção do Próprio Autor.

Tabela 10 – Valores de entrada para as posições de cada corpo para as simulações referentes ao asteroide 2021 EU em 27/02/2024. Dados retirados do JPL NASA.

Corpos	$x(\text{ua})$	$y(\text{ua})$	$z(\text{ua})$
Mercúrio	$3,4673468E-01$	$-1,7336712E-01$	$-4,5971386E-02$
Vênus	$9,0946209E-02$	$-7,2146492E-01$	$-1,5155898E-02$
Terra	$-9,1503672E-01$	$3,7817091E-01$	$-1,6228282E-05$
Lua	$-9,1774016E-01$	$3,7796608E-01$	$3,2057533E-05$
Marte	$5,2056197E-01$	$-1,3165108E+00$	$-4,0359091E-02$
Júpiter	$3,1679753E+00$	$3,8628782E+00$	$-8,6923955E-02$
Saturno	$9,0949019E+00$	$-3,4206653E+00$	$-3,0248036E-01$
2021 EU	$-9,9457019E-01$	$3,2339057E-01$	$5,0759806E-03$

fonte: Produção do Próprio Autor.

Tabela 11 – Valores de entrada para as velocidades de cada corpo para as simulações referentes ao asteroide 2021 EU em 27/02/2024. Dados retirados do JPL NASA.

Corpos	$v_x(\text{ua/dia})$	$v_y(\text{ua/dia})$	$v_z(\text{ua/dia})$
Mercúrio	$7,0793346E-03$	$2,6442235E-02$	$1,5115447E-03$
Vênus	$1,9932572E-02$	$2,4578245E-03$	$-1,1163718E-03$
Terra	$-6,8512345E-03$	$-1,5958076E-02$	$1,5330361E-06$
Lua	$-6,8033574E-03$	$-1,6514936E-02$	$-4,8284466E-05$
Marte	$1,3540757E-02$	$6,3459700E-03$	$-1,9914330E-04$
Júpiter	$-5,9284358E-03$	$5,1445940E-03$	$1,1120253E-04$
Saturno	$1,6498484E-03$	$5,2165277E-03$	$-1,5657661E-04$
2021 EU	$-1,7013639E-02$	$-1,1502132E-02$	$1,1458080E-03$

fonte: Produção do Próprio Autor.

3.3 ALTERANDO A VELOCIDADE DE UM ASTEROIDE FICTÍCIO QUE IRÁ COLIDIR COM A TERRA EM UM PERÍODO DE 2 ANOS

Nesta etapa do trabalho, iremos considerar um sistemas com 3 corpos (Sol, Terra e asteroide), quando um asteroide sem massa terá um CPA com a Terra e, após esse CPA, retornará em um período de cerca de 2 anos para colidir com a Terra. Contudo, este foi um cenário ao qual contamos com a felicidade de ocorrer, pois inicialmente estávamos apenas estudando os efeitos da perturbação gravitacional da Terra no asteroide. Onde o asteroide iria ter um CPA com a Terra e retornaria dois anos depois, mas sem que o evento gerasse uma colisão neste novo CPA, mesmo com as variações

Tabela 12 – Valores de entrada para as posições de cada corpo para as simulações referentes ao asteroide 2008 JL3 em 01/05/2027. Dados retirados do JPL NASA.

Corpos	x(ua)	y(ua)	z(ua)
Mercúrio	$1,9894567E - 01$	$2,4200508E - 01$	$1,5318412E - 03$
Vênus	$6,4934275E - 01$	$-3,2609966E - 01$	$-4,1948383E - 02$
Terra	$-7,7130449E - 01$	$-6,4800137E - 01$	$4,4383882E - 05$
Lua	$-7,6891899E - 01$	$-6,4917945E - 01$	$1,1450744E - 04$
Marte	$-1,6492445E + 00$	$-3,6136380E - 02$	$3,9677217E - 02$
Júpiter	$-4,5448973E + 00$	$2,8582484E + 00$	$8,9813293E - 02$
Saturno	$8,8990310E + 00$	$2,9081356E + 00$	$-4,0488455E - 01$
2008 JL3	$-7,8651466E - 01$	$-6,2073365E - 01$	$5,6756390E - 04$

fonte: Produção do Próprio Autor.

Tabela 13 – Valores de entrada para as velocidades de cada corpo para as simulações referentes ao asteroide 2008 JL3 em 01/05/2027. Dados retirados do JPL NASA.

Corpos	vx(ua/dia)	vy(ua/dia)	vz(ua/dia)
Mercúrio	$-2,7315778E - 02$	$1,9026641E - 02$	$4,0601887E - 03$
Vênus	$8,9608930E - 03$	$1,7990583E - 02$	$-2,6978558E - 04$
Terra	$1,0784350E - 02$	$-1,3243364E - 02$	$2,0724581E - 07$
Lua	$1,1011530E - 02$	$-1,2724645E - 02$	$4,7180748E - 05$
Marte	$8,2702910E - 04$	$-1,2793898E - 02$	$-2,8843196E - 04$
Júpiter	$-4,1081088E - 03$	$-6,0416020E - 03$	$1,1701197E - 04$
Saturno	$-2,0394309E - 03$	$5,2880143E - 03$	$-1,1145172E - 05$
2008 JL3	$1,0779471E - 02$	$-1,8363455E - 02$	$-3,2649839E - 04$

fonte: Produção do Próprio Autor.

Tabela 14 – Valores de entrada para as posições de cada corpo para as simulações referentes ao asteroide 2022 PX1 em 11/08/2040. Dados retirados do JPL NASA.

Corpos	x(ua)	y(ua)	z(ua)
Mercúrio	$-2,0228681E - 01$	$2,5542203E - 01$	$3,9424723E - 02$
Vênus	$-7,1509305E - 01$	$-7,8185375E - 02$	$4,0174136E - 02$
Terra	$7,5781646E - 01$	$-6,7303749E - 01$	$5,1602675E - 05$
Lua	$7,5519147E - 01$	$-6,7265349E - 01$	$2,6700288E - 04$
Marte	$-1,5179830E + 00$	$-5,6269546E - 01$	$2,5379204E - 02$
Júpiter	$-5,4024191E + 00$	$-7,1244908E - 01$	$1,2385095E - 01$
Saturno	$-9,3716429E + 00$	$-2,0940950E + 00$	$4,0942152E - 01$
2022 PX1	$1,0124188E + 00$	$-2,2430183E + 00$	$-8,0404423E - 01$

fonte: Produção do Próprio Autor.

de velocidade aplicadas. Lembrando que este é um cenário fictício utilizado apenas para estudar a aplicação de variações de velocidade na órbita de um asteroide nas proximidades de um CPA e a sua influência para evitar uma colisão do asteroide com a Terra em um possível evento catastrófico futuro em um curto período após o primeiro CPA.

Esta etapa teve os seguintes passos:

1. Para estudar os efeitos pretendidos, simplificamos nosso problema, considerando-o como um problema de três corpos (Sol, Terra e asteroide) (CHAGAS; PRADO; WINTER, 2022).

Tabela 15 – Valores de entrada para as velocidades de cada corpo para as simulações referentes ao asteroide 2022 PX1 em 11/08/2040. Dados retirados do JPL NASA.

Corpos	vx(ua/dia)	vy(ua/dia)	vz(ua/dia)
Mercúrio	$-2,7742506E-02$	$-1,6361879E-02$	$1,2059763E-03$
Vênus	$2,0741140E-03$	$-2,0196056E-02$	$-3,9790196E-04$
Terra	$1,1145459E-02$	$1,2805963E-02$	$-1,0373110E-06$
Lua	$1,1081721E-02$	$1,2238585E-02$	$-2,1422089E-05$
Marte	$5,3836340E-03$	$-1,1924584E-02$	$-3,8184409E-04$
Júpiter	$8,9451043E-04$	$-7,1402166E-03$	$9,7114227E-06$
Saturno	$9,1595951E-04$	$-5,4618559E-03$	$5,8038451E-05$
2022 PX1	$7,0584490E-04$	$7,1788580E-03$	$4,5949680E-03$

fonte: Produção do Próprio Autor.

Tabela 16 – Valores de entrada para as posições de cada corpo para as simulações referentes ao asteroide 2022 UE28 em 02/04/2064. Dados retirados do JPL NASA.

Corpos	x(ua)	y(ua)	z(ua)
Mercúrio	$-3,9501880E-01$	$-8,5281436E-02$	$2,9217678E-02$
Vênus	$6,8083022E-01$	$-2,5314108E-01$	$-4,2765859E-02$
Terra	$-9,7700898E-01$	$-2,1047499E-01$	$4,6976577E-05$
Lua	$-9,7930351E-01$	$-2,1112845E-01$	$-1,2372706E-04$
Marte	$6,6295957E-01$	$1,3501806E+00$	$1,2113334E-02$
Júpiter	$-5,4291534E+00$	$-4,8709116E-01$	$1,2334838E-01$
Saturno	$-4,2984687E+00$	$7,9912250E+00$	$3,3160304E-02$
2022 UE28	$-9,7484766E-01$	$-2,6754296E-01$	$-1,5004766E-02$

fonte: Produção do Próprio Autor.

Tabela 17 – Valores de entrada para as velocidades de cada corpo para as simulações referentes ao asteroide 2022 UE28 em 02/04/2064. Dados retirados do JPL NASA.

Corpos	vx(ua/dia)	vy(ua/dia)	vz(ua/dia)
Mercúrio	$9,1540631E-05$	$-2,6297522E-02$	$-2,1588245E-03$
Vênus	$6,9395591E-03$	$1,8870381E-02$	$-1,3896191E-04$
Terra	$3,3413800E-03$	$-1,6876307E-02$	$2,8244882E-06$
Lua	$3,5078062E-03$	$-1,7488569E-02$	$-3,1878007E-05$
Marte	$-1,2034135E-02$	$7,3628261E-03$	$4,4852221E-04$
Júpiter	$5,8018250E-04$	$-7,1676136E-03$	$1,7062961E-05$
Saturno	$-5,2126801E-03$	$-2,6611852E-03$	$2,5404643E-04$
2022 UE28	$4,8167327E-04$	$-1,8974334E-02$	$-5,9665033E-03$

fonte: Produção do Próprio Autor.

2. O Sol é considerado o centro do nosso sistema e a Terra o orbita em uma órbita circular com inclinação zero. O asteroide é considerado com massa desprezível e sua órbita também tem inclinação zero.
3. Não estamos considerando a composição e dimensões do asteroide, bem como suas propriedades de rotação.
4. Inicialmente simulamos apenas a Terra orbitando o Sol para determinarmos o seu período orbital gerado pela simulação, uma vez que não estamos considerando um sistema completo com mais

Tabela 18 – Elementos orbitais de cada corpo. Os elementos orbitais são em relação a data de início de simulação para cada asteroide. Dados retirados do JPL NASA.

Corpos	a (ua)	e	i (°)	f (°)	T (dias)
2000 SG344	$9,73E - 01$	$6,84E - 02$	$8,65E - 02$	$2,86E + 02$	$3,51E + 02$
2021 EU	$2,07E + 00$	$7,28E - 01$	$3,84E + 00$	$9,54E + 01$	$1,09E + 03$
2008 JL3	$2,16E + 00$	$5,48E - 01$	$8,92E - 01$	$2,23E + 01$	$1,16E + 03$
2022 PX1	$1,90E + 00$	$8,81E - 01$	$3,80E + 01$	$1,99E + 02$	$9,59E + 02$
2022 UE28	$2,69E + 00$	$1,29E - 01$	$1,05E + 01$	$3,34E + 02$	$1,61E + 03$

fonte: Produção do Próprio Autor.

corpos perturbando gravitacionalmente. O período orbital encontrado é de aproximadamente 365.26 dias.

5. Sabendo o período orbital da Terra, planejamos a órbita do asteroide:

- As simulações foram iniciadas considerando que o asteroide estava a uma distância de 100 raios terrestres da Terra;
- O período de simulação foi determinado como 2 vezes o período orbital da Terra. Acrescentamos 10 dias a mais para que pudéssemos observar um pouco mais o CPA 2 anos após o início das simulações;
- Percebemos que o asteroide não retornava exatamente em 2 anos mas sim um pouco antes e optamos por voltar às nossas simulações no tempo em 30 dias para ver se a menor distância encontrada no primeiro CPA era de 100 raios da Terra, como havíamos definido;
- Retornando as simulações no tempo, encontramos que a menor distância entre asteroide e Terra é de 20 raios terrestres no primeiro CPA;
- Para evitar possíveis erros que possam ocorrer devido a sensibilidade da órbita do asteroide envolvida neste sistema (erros gerados pelos efeitos de caos), optamos por iniciarmos as nossas simulações a partir do momento que a maior aproximação entre asteroide e Terra ocorre, em 20 raios terrestres de distância entre asteroide e Terra.
- Realizamos variações na velocidade da órbita do asteroide a partir desta posição.
- As variações de velocidade começam de -50 mm/s e terminam em 50 mm/s com um incremento de 10 mm/s.
- Após as variações de velocidade aplicadas no momento de maior aproximação entre asteroide e Terra, começamos a voltar às nossas simulações no tempo em 2° da anomalia média do asteroide (O intuito seria mapear os efeitos da técnica de desvio por impacto cinético nas proximidades do swing by do asteroide com a Terra).
- Sendo assim, as simulações retornam 2° de anomalia média do asteroide, e aplicamos as variações de velocidade nesta nova posição, rodando as nossas simulações para $t > 0$.
- Depois de concluída todas as coletas de dados referentes a esta ação, as simulações retornam mais 2° onde serão realizadas novamente variações de velocidade na órbita do asteroide e assim sucessivamente até completar um período orbital do asteroide;

6. Contudo, ao realizar os passos da etapa acima, encontramos que para a variação de velocidade de 50 mm/s para a anomalia média de 352° do asteroide, 63 dias antes do primeiro CPA, o asteroide retorna 2 anos após o primeiro CPA e colide com a Terra.
7. Este resultado nos fez repensar o projeto inicial, uma vez que não tínhamos ainda um caso de colisão.
8. Com isso, adotamos o cenário de colisão entre o asteroide e a Terra para realizarmos as nossas simulações e continuação do trabalho. Ou seja, estamos escolhendo condições iniciais que terminam em uma colisão do asteroide com a Terra. Então, é um cenário fictício feito com o objetivo de mostrar nossa proposta de desvio de asteroides aproveitando o swing by com a Terra.
9. As posições e velocidades que usamos como entrada podem ser encontradas nas Tabelas 19 e 20, respectivamente. As características orbitais dos corpos podem ser encontradas na Tabela 21, lembrando que os elementos orbitais dos corpos foram retirados do Mercury no momento do primeiro CPA, ou seja, não é uma escolha, mas sim, dados que o próprio simulador numérico encontrou.
10. Variações de velocidade de -1 m/s e 1 m/s foram dadas à órbita do asteroide através de variações de velocidade aplicadas na direção oposta e na mesma direção da velocidade do asteroide, respectivamente, simulando a técnica de impacto cinético. A escolha destas variações de velocidade se deve aos trabalhos (AHRENS; HARRIS, 1992) e (CONWAY, 2001).
11. Inicialmente, as variações de velocidade foram aplicadas 63 dias antes do primeiro CPA com a Terra. Esta foi a posição que mudou sua órbita e possibilitou a colisão com a Terra no segundo CPA.
12. Em seguida, a mesma variação de velocidade foi aplicada neste primeiro CPA.
13. Assim como nos casos anteriores, nós rodamos a nossa simulação a partir do primeiro CPA em 63 dias sem a aplicação de variações de velocidade. Com os novos dados encontrados no Mercury, começamos a aplicar as variações de velocidade nessa nova posição e rodar nossas simulações para $t > 0$.
14. Medimos a distância entre o asteroide e a Terra no momento que ocorreria a colisão, para verificar se conseguimos evitar a colisão.
15. Após estas simulações, nós realizamos novas simulações com o intuito de verificar qual seria a menor variação de velocidade necessária para evitar a colisão do asteroide com a Terra, aplicando variações de velocidade antes do primeiro CPA.

Para entender os efeitos, analisamos a distância relativa entre o asteroide e a Terra, mas também a evolução do semieixo maior e a excentricidade do asteroide. Esses elementos são obtidos diretamente do integrador numérico.

Tabela 19 – Posição inicial da Terra e do asteroide.

Corpos	x (ua)	y (ua)
Terra	$9,9588156E - 1$	$9,0645867E - 2$
Asteroide	$7,1057534E - 1$	$-3,7859926E - 1$

fonte: Produção do Próprio Autor.

Tabela 20 – Velocidade inicial da Terra e do asteroide.

Corpos	vx (ua/dia)	vy (ua/dia)
Terra	$-1,5592585E - 3$	$1,7131313E - 2$
Asteroide	$7,9924089E - 3$	$2,1802506E - 2$

fonte: Produção do Próprio Autor.

Tabela 21 – Características orbitais dos corpos.

Corpos	a (ua)	e	i (°)	T em dias
Terra	1,0	0,0	0,0	365,26
Asteroide	1,51	$4,83E - 1$	0,0	678,47

fonte: Produção do Próprio Autor.

Após esta primeira parte, refizemos a análise para o caso de um asteroide que terá a influência gravitacional dos planetas do Sistema Solar. Após ter um encontro próximo com a Terra, o asteroide irá retornar e irá colidir com a Terra mas com algumas alterações. O passo a passo é dado à seguir:

1. Consideramos os planetas Mercúrio, Vênus, Terra, Marte, Júpiter e Saturno, além da Lua. Com isso, saímos de um problema de 3 corpos para um problema de 8 corpos.
2. Utilizamos simulações numéricas através do pacote de integradores Mercury (**CHAMBERS, 1999**), optando pelo integrador Bulirsch-Stoer.
3. O problema continua sendo o mesmo. Um asteroide sem massa tem um CPA com a Terra e a partir deste CPA, ele retorna 2 anos depois e ocorre uma colisão com a Terra.
4. Aplicamos variações de velocidade na órbita do asteroide a partir da posição do primeiro CPA até ocorrer uma colisão do asteroide com a Terra no segundo CPA. O Δv necessário foi na ordem de dezenas de m/s, lembrando que esse passo é apenas para forçar o asteroide a ter uma colisão com a Terra.
5. Os valores de entrada, momento do primeiro CPA para o cenário de colisão, para as posições utilizadas para o asteroide, planetas e Lua, podem ser encontrados na Tabela **22**.
6. Os valores das velocidades para os corpos podem ser encontrados na Tabela **23**.
7. As informações referentes aos elementos orbitais do asteroide nas simulações estão na Tabela **24**.
8. Após encontrar o cenário de colisão, iremos aplicar variações de velocidade na órbita do asteroide para evitar a colisão.
9. Iremos aplicar variações na velocidade do asteroide em três casos:

- 60 dias antes do primeiro CPA.
- Durante o primeiro CPA.
- 60 dias após o primeiro CPA.

Estamos utilizando 60 dias de diferença entre o primeiro CPA para aplicar as variações de velocidade, uma vez que em (CHAGAS; PRADO; WINTER, 2022), já foi apresentado que aplicando variações de velocidade próximo a 60 dias antes do primeiro CPA, consegue-se as melhores variações de distância entre o asteroide e a Terra, evitando a colisão mais facilmente.

10. As variações de velocidade aplicadas foram de -1 m/s e 1 m/s conforme em (AHRENS; HARRIS, 1992; CONWAY, 2001; CHAGAS; PRADO; WINTER, 2022).
11. Após estas variações, nós aplicamos variações de velocidade em ordem crescente, para variações de velocidade negativa, e decrescente, para variações de velocidade positivas, para determinar a menor variação de velocidade necessária para conseguir evitar a colisão, aplicando-as antes do primeiro CPA.
12. Estamos considerando órbitas circulares e sem inclinação para os planetas e para a Lua, e para o asteroide estamos considerando uma órbita sem inclinação.

Tabela 22 – Posição inicial dos planetas Mercúrio, Vênus, Terra, Marte, Júpiter, Saturno, da Lua e do asteroide.

Corpos	X (ua)	Y (ua)
Mercúrio	3,8679183E-1	-1,5423735E-2
Vênus	7,2324343E-1	-1,1285736E-2
Terra	3,8600061E-1	9,2249852E-1
Lua	1,0452879	-9,3882162E-3
Marte	1,5237086	-7,7760680E-3
Júpiter	5,2032527	-4,2100311E-3
Saturno	6,1039293E-6	7,5448573E-3
Asteroide	3,8683762E-1	9,2233870E-1

fonte: Produção do Próprio Autor.

Tabela 23 – Velocidade inicial dos planetas Mercúrio, Vênus, Terra, Marte, Júpiter, Saturno, da Lua e do asteroide.

Corpos	VX (ua/dia)	VY (ua/dia)
Mercúrio	1,1016310E-3	2,7626465E-2
Vênus	3,1557589E-4	2,0223691E-2
Terra	-1,5868911E-2	6,6400228E-3
Lua	1,5110860E-4	1,6824308E-2
Marte	7,1114083E-5	1,3935485E-2
Júpiter	6,1039293E-6	7,5448573E-3
Saturno	1,8142605E-6	5,5580535E-3
Asteroide	-1,4300407E-2	1,4110150E-2

fonte: Produção do Próprio Autor.

Tabela 24 – Características orbitais do asteroide.

Corpo	a (ua)	e	f (°)
Asteroide	1,51E+00	4,86E-1	3,41E+02

fonte: Produção do Próprio Autor.

Após estas primeiras análises para este caso de um asteroide com massa desprezível, sem inclinação, e com as órbitas dos planetas e da Lua circulares e sem inclinações, pensamos em um caso de um asteroide real. Com órbitas reais dos planetas e da Lua, mas com uma colisão ocorrendo entre asteroide e Terra. Uma colisão de asteroide com a Terra não está prevista para ocorrer, sendo assim, novamente iremos forçar um cenário de colisão.

Para responder a essa questão, precisávamos de um asteroide com um CPA com a Terra. Escolhemos o asteroide Apophis que terá um CPA com a Terra em 13 de abril de 2029, à uma distância de 6 raios terrestres de distância da Terra (ALJBAAE et al., 2021; LI et al., 2020; BYKOVA; GALUSHINA, 2010).

1. Utilizamos os valores de posição e velocidade de todos os corpos, extraídos do site JPL Horizons no dia do maior CPA, em 2029. Lembrando que os planetas utilizados para estas simulações são os mesmos do problema anterior.
2. Através das condições iniciais retiradas do site, aplicamos variações de velocidade no asteroide, neste mesmo dia, rodando simulações para $t > 0$ em um período de 20 anos tentando encontrar uma colisão com a Terra para os próximos CPAs que o asteroide já teria naturalmente com a Terra.
3. Encontramos uma colisão 7 anos após o primeiro CPA em 2029, já no próximo CPA do asteroide com a Terra no ano de 2036.
4. Os valores das posições de todos os corpos para este cenário de colisão podem ser encontrados na Tabela 25, assim como os valores das velocidade podem ser encontrados na Tabela 26.
5. Após encontrar o cenário de colisão com o asteroide Apophis e a Terra, aplicamos variações de velocidade na órbita do asteroide com a intenção de evitar a colisão em 2036.
6. As variações de velocidades foram aplicadas conforme utilizadas anteriormente para o asteroide sem massa, ou seja, 60 dias antes do primeiro CPA em 2029, durante o primeiro CPA e 60 dias após o primeiro CPA.
7. A magnitude das variações de velocidade também seguiram a sendo as mesmas apresentadas para o caso anterior, uma vez que queremos analisar se a nossa proposta inicial atende a um cenário com características mais reais.

Tabela 25 – Posição inicial dos planetas Mercúrio, Vênus, Terra, Marte, Júpiter, Saturno, da Lua e do asteroide Apophis em 13 de abril de 2029.

Corpos	X (ua)	Y (ua)	Z (ua)
Mercúrio	-9,6891328E-2	2,9678190E-1	5,9783764E-5
Vênus	5,9187017E-1	4,1652788E-1	-2,8315055E-2
Terra	-9,2217594E-1	-3,9177514E-1	5,9783764E-5
Lua	-9,1953828E-1	-3,9116118E-1	2,9570768E-4
Marte	-1,5896236	-3,6687304E-1	3,1360159E-2
Júpiter	-5,0450842	-2,0590441	1,2148980E-1
Saturno	6,6742848	6,2916306	-3,7516215E-1
Apophis	-9,2468411E-1	-3,9362176E-1	-8,0627211E-4

fonte: Produção do Próprio Autor.

Tabela 26 – Velocidade inicial dos planetas Mercúrio, Vênus, Terra, Marte, Júpiter, Saturno, da Lua e do asteroide Apophis em 13 de abril de 2029 com a velocidade do asteroide Apophis ajustada para que ocorra a colisão com a Terra em 2036.

Corpos	VX (ua/dia)	VY (ua/dia)	VZ (ua/dia)
Mercúrio	-3,2371580E-2	-7,7581131E-3	2,3342285E-3
Vênus	-1,1734993E-2	1,6436886E-2	9,02926820575E-4
Terra	6,4281562E-3	-1,5908954E-2	1,0939049E-6
Lua	6,3013043E-3	-1,5362858E-2	-3,7915907E-6
Marte	3,6573737E-3	-1,2436500E-2	-3,5046528E-4
Júpiter	2,7622571E-3	-6,6371215E-3	-3,4207732E-5
Saturno	-4,1275318E-3	4,0483932E-3	9,4225998E-5
Apophis	8,8761611E-3	-1,3702527E-2	9,6212792E-4

fonte: Produção do Próprio Autor.

4 RESULTADOS

4.1 DESVIO DO ASTEROIDE BENNU EM UM PERÍODO DE APROXIMADAMENTE 100 ANOS

Através das simulações numéricas realizadas, encontramos novos valores para o maior CPA entre o asteroide Bennu e a Terra para cada variação de velocidade aplicada em cada posição diferente do asteroide. Esses resultados podem ser encontrados na [Figura 3](#) e [Figura 4](#), quando separamos as aplicações das variações negativas na velocidade do asteroide, os Δv s são aplicados em sentido contrário ao movimento do asteroide, na [Figura 3](#), e para variações positivas na velocidade do asteroide, quando os Δv s são aplicados na mesma direção do movimento do asteroide, na [Figura 4](#). Sabemos que a aplicação de variações de velocidade negativas no asteroide leva a desafios tecnológicos, devido a característica da órbita do mesmo, uma vez que, para que ocorra a colisão do impactador nessas condições, o mesmo deve ter uma órbita retrógrada em relação o Sol, o que a níveis de engenharia, torna essa técnica mais cara em relação à colisão do impactador ocorrendo no mesmo sentido do movimento do asteroide. Contudo, para as nossas análises relacionadas a trajetória do asteroide após variações de velocidade e a sua relação com a distância do mesmo com a Terra e os efeitos gravitacionais que possam influenciar na órbita do asteroide, o nosso estudo é válido, cabendo a futuros trabalhos, responder as questões tecnológicas envolvidas no processo de desvio por impacto cinético. Essas Figuras mostram o maior CPA (em unidades do raio da Terra) entre o asteroide e a Terra encontrado no período de simulação no eixo vertical e a posição na órbita do asteroide onde a variação de velocidade foi aplicada (anomalia média do asteroide em graus) no eixo horizontal.

Observando a [Figura 3](#), é interessante e encorajador notar que, para variações de velocidade aplicadas em algumas posições do asteroide, os menores Δv s foram quase equivalentes aos maiores Δv s aplicados. Falamos que isso é encorajador, pois mostra que não precisaremos necessariamente de um impactador de massa muito elevada para desviar o asteroide, mas sim determinar uma posição segura para o objetivo pretendido para que o asteroide receba o Δv . Por exemplo, aplicando os Δv s a 25° do afélio da órbita do asteroide (anomalia média de 155°), todos os Δv s contrários ao movimento do asteroide aproximam ainda mais o asteroide da Terra.

O efeito oposto ocorre quando os Δv s são aplicados na mesma posição mas, na mesma direção do movimento do asteroide, como podemos ver na [Figura 4](#) onde todos os Δv s afastam o asteroide da Terra. No entanto, para Δv s aplicados próximo ao afélio (anomalia média de 184°), ambos os cenários de Δv s afastaram o asteroide da Terra, e esta poderia ser uma região de segurança para o cenário de deflexão deste asteroide.

Um resultado interessante mostrado na [Figura 3](#) para exemplificar a ideia de usar Δv s menores para reduzir o tamanho do impactador, o que facilitaria o uso da técnica de deflexão por impacto cinético, seria para o Δv de -10 mm/s aplicado ao asteroide. Podemos ver que, em apenas duas situações esse Δv aproximou ainda mais o asteroide da Terra (anomalias médias de 165° e 155°). Se observarmos os Δv s aplicados entre as anomalias de 184° e 324° (estamos considerando a anomalia de forma decrescente nas Figuras [Figura 4](#) e [Figura 5](#) devido a forma como coletamos estes dados,

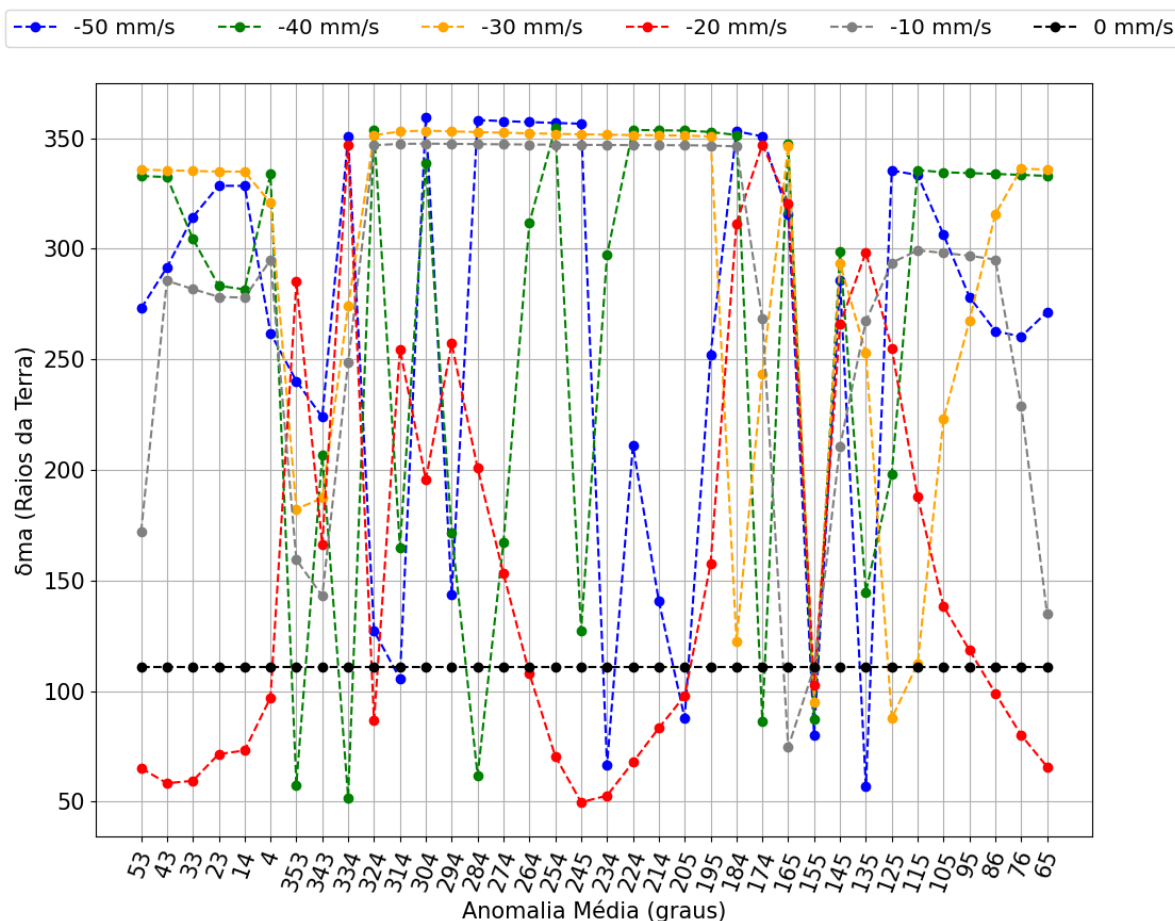
assim como explicado em metodologia), vemos que este apresentou resultados quase equivalentes aos maiores Δv s no conceito de afastar o asteroide e, em algumas posições, fornecendo melhores resultados que Δv s maiores.

Observando a [Figura 4](#), encontramos um cenário semelhante alterando apenas as posições onde há a maior aproximação entre os corpos devido a Δv de 10 mm/s. Esses Δv s ocorrem em anomalias de 343° e 145° , e as posições de maiores distâncias entre corpos ocorrem entre anomalias médias no intervalo de 125° a 353° .

A mesma análise pode ser realizada observando os Δv s aplicados próximos ao periélio. Pretendendo seguir a ideia anterior, analisando a [Figura 3](#), verificamos que o Δv de -40 mm/s aproximou ainda mais o asteroide da Terra, sendo o Δv aplicado na anomalia média de 334° , 26° antes do periélio, enquanto na posição que mais se aproxima do periélio (anomalia média de 4°), o Δv de -20 mm/s aproximou ainda mais o asteroide.

O mesmo acontece para os Δv s na mesma direção do movimento do asteroide. Isso pode ser observado na [Figura 4](#), onde, para as mesmas posições, os maiores Δv s de 40 mm/s e 50 mm/s estão aproximando o asteroide da Terra. Está claro para nós que a magnitude do Δv nesta região é crucial para saber se o asteroide se aproximará em algum ponto ou se ele se afastará da Terra. Demonstra que, para um cenário onde seríamos forçados a aplicar o Δv nesta região, a magnitude do Δv deve ser considerada independente se vamos aplicar o Δv contrário ao movimento do asteroide ou na mesma direção ao movimento do mesmo. Em um cenário de desvio do asteroide para afastá-lo da Terra, Δv s maiores nem sempre são as melhores alternativas.

Figura 3 – As maiores aproximações entre o asteroide e a Terra (em raios da Terra) ao longo de um período de cerca de 100 anos (δ_{ma}) (eixo y), após variações negativas de velocidade em diferentes anomalias médias (eixo x) para simular diferentes posições da aplicação do Δv . Os pontos pretos são as maiores aproximações do asteroide à Terra sem a aplicação de Δv . O δ_{ma} está em raios da Terra.



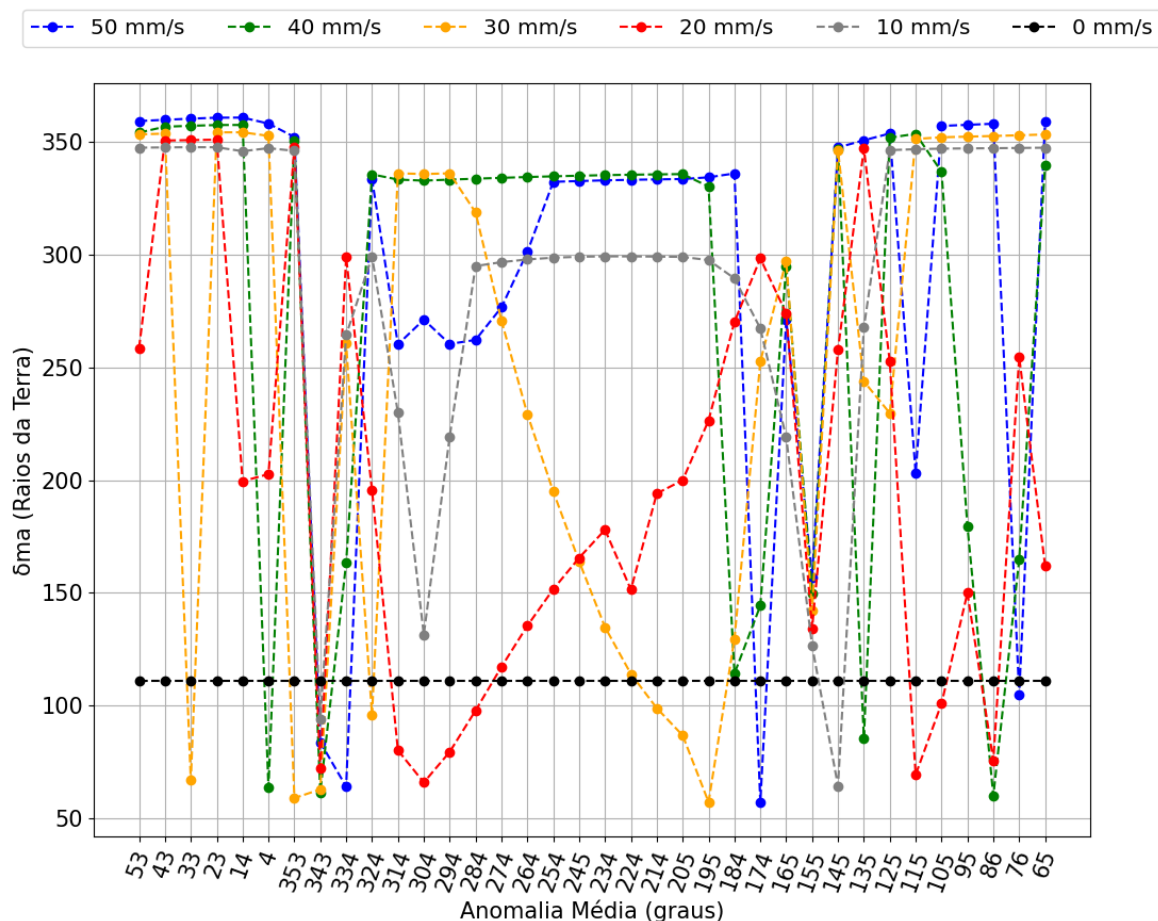
fonte: Produção do próprio autor.

Para Δv s de -20 mm/s, percebe-se que eles apresentam mais cenários que, possivelmente, o asteroide se aproximará ainda mais da Terra. Vale ressaltar que, das anomalias médias entre 4° a 86°, todos os Δv s de -20 mm/s aproximaram ainda mais o asteroide da Terra. Isso ocorre novamente nas anomalias médias entre 205° e 264°. Esse fato chamou nossa atenção, pois, aparentemente, não haveria uma razão específica para que isso ocorresse.

Outro resultado interessante são alguns saltos observados, como o Δv de -20 mm/s aplicado em 324° e 334° na anomalia média do asteroide. É visível que, para aplicação de Δv s na posição onde a anomalia média é 334°, o asteroide se afasta da Terra, enquanto que, quando o Δv é aplicado 10° antes, o asteroide se aproximará ainda mais da Terra. Esse resultado será debatido mais detalhadamente nas próximas seções.

Observando a [Figura 4](#), verificamos que, para o Δv de 20 mm/s, também são apresentadas situações em que o asteroide se aproxima da Terra ainda mais do que os demais Δv s aplicados. Nestas Figuras, notamos que, para Δv s de -20 mm/s e 20 mm/s, para cada posição, os resultados variam drasticamente, ou seja, não se mantém um padrão em relação a valores semelhantes nas maiores aproximações em

Figura 4 – As maiores aproximações entre o asteroide e a Terra (em raios da Terra) ao longo de um período de cerca de 100 anos (δ_{ma}) (eixo y), após variações positivas de velocidade em diferentes anomalias médias (eixo x) para simular diferentes posições da aplicação do Δv . Os pontos pretos são a maior aproximação do asteroide à Terra sem a aplicação de Δv . O δ_{ma} está em raios da Terra.



fonte: Produção do próprio autor.

diferentes posições, com exceção da [Figura 4](#), onde vemos que para os Δv s aplicados em anomalias médias no intervalo de 23° a 43°, segue um breve padrão.

Conforme mencionado, abordaremos um pouco mais os resultados dos Δv s de -20 mm/s para melhor explicar os resultados aqui apresentados.

Podemos ver que para a [Figura 3](#), existem algumas posições onde todos os Δv s afastaram o asteroide da Terra, como para as anomalias médias de 95°, 105°, 145°, 184°, 195°, 274°, 294°, 304°, 343°. Também encontramos posições na [Figura 4](#) que, para as anomalias médias de 14°, 23°, 43°, 53°, 65°, 95°, 125°, 155°, 165°, 184°, 224°, 234°, 245°, 254°, 264° e 274°, todos os Δv s afastam o asteroide da Terra. São posições que, para este caso, seriam boas opções para aplicar o Δv com o objetivo de afastar o asteroide Bennu da Terra.

Como podemos ver, variações ocorrem nas maiores aproximações entre o asteroide e a Terra para Δv s aplicados fora da posição do periélio e do afélio do asteroide. Ferreira et al. ([FERREIRA; PRADO; WINTER, 2017](#)) mostraram que um satélite submetido a um Swing By propelido tem a mesma característica que nossos resultados aqui encontrados. Analisando este trabalho, percebemos

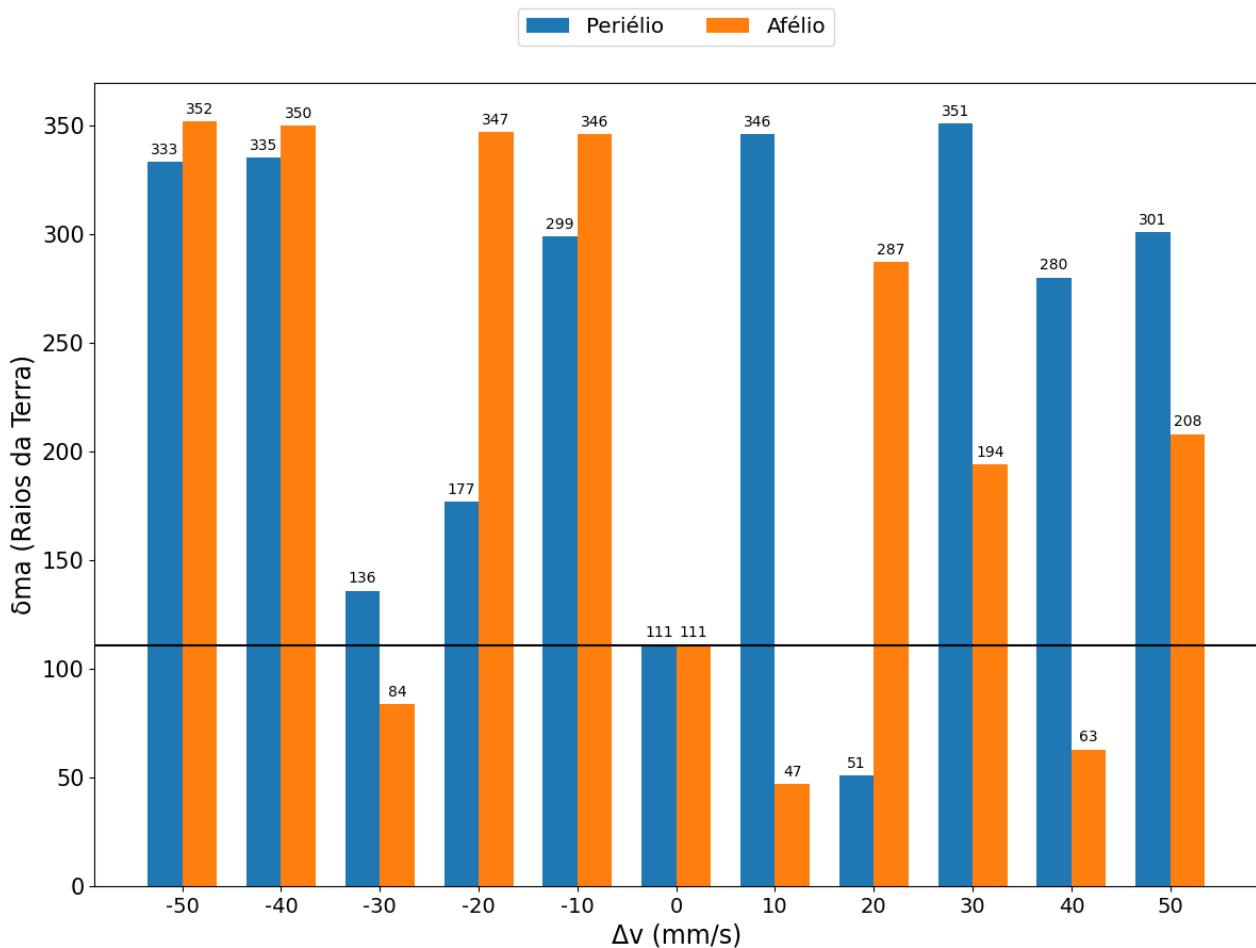
que estamos trabalhando com a mesma ideia, onde de fato, podemos empregar a mesma explicação para o cenário de deflexão do asteroide por impacto cinético, onde os Δv s aplicados ao asteroide e a manobra gravitacional se combinam intensificando as variações na órbita do asteroide. Estamos apenas considerando que esse processo ocorre várias vezes, gerando um acúmulo ao longo do tempo das perturbações sofridas pelo asteroide e intensificando sua variação de energia.

A [Figura 3](#) e [Figura 4](#) nos dão ideias interessantes de longo prazo das maiores CPA entre os corpos, e podem servir de guia para determinar a melhor posição para aplicar Δv s na órbita de um asteroide. Com isso em mente, podemos expressá-los como ‘Maps for velocity variations in the Orbit of Asteroids (M.V.V.O.A.)’.

4.1.1 Variações de velocidade no periélio e afélio da órbita do asteroide.

Olhando para o M.V.V.O.A., notamos que, ao dividir a órbita do asteroide em 36 partes nós não atingimos completamente as posições de periélio e afélio, mas posições próximas a elas, com as anomalias médias de 4° e 184° , respectivamente. No entanto, encontramos na literatura que os Δv s aplicados nestas posições devem ser considerados (PARK; ROSS, 1999). Seguindo essa ideia, realizamos mais simulações aplicando Δv s nessas duas posições do asteroide. As maiores aproximações entre o asteroide e a Terra ao longo de aproximadamente 100 anos, para cada Δv aplicado no periélio e afélio são mostradas na Figura 5.

Figura 5 – As maiores aproximações entre o asteroide e a Terra (δ_{ma}) (eixo y) em raios da Terra, após variações de velocidade (eixo x) para o Δv aplicado no periélio (azul) e afélio (laranja). A linha preta horizontal indica o valor da maior aproximação do asteroide à Terra sem o Δv . O valor exato da distância entre os corpos é expresso acima de cada barra.



fonte: Produção do próprio autor.

A linha vertical preta representa o valor da maior aproximação do asteroide em relação à Terra, sem a aplicação de Δv s. Descobrimos que, para Δv s aplicados no periélio, apenas o Δv de 20 mm/s aproximou ainda mais o asteroide da Terra. Enquanto que, para os Δv s aplicados no afélio do asteroide, Δv s de -30 mm/s, 10 mm/s e 40 mm/s, aproximam o asteroide da Terra. O Δv de 10 mm/s no afélio e o Δv de 20 mm/s no periélio aproximam o asteroide da Terra por menos de uma distância média Terra-Lua.

É interessante notar que, para os menores Δv s, -10 mm/s e 10 mm/s, conseguimos bons resultados em termos de afastamento do asteroide, como já vimos na subseção anterior. Com exceção, já mencionada no parágrafo anterior, do Δv positivo (na mesma direção do movimento do asteroide sendo aplicado no afélio), que está aproximando ainda mais o asteroide da Terra. Devemos mencionar também o Δv de -20 mm/s, que para a anomalia média de 4° estava aproximando ainda mais o asteroide da Terra, mas, quando aplicado no periélio, é capaz de afastá-lo. Ou seja, uma pequena diferença no ponto de aplicação do Δv é capaz de ser decisiva para aproximar ainda mais o asteroide ou afastá-lo da Terra.

Observando a [Figura 5](#), também descobrimos que, para os Δv s aplicados no periélio da órbita do asteroide, todos os Δv s negativos afastam o asteroide da Terra. Algo a analisar seria a região já mencionada para Δv s de -10 mm/s, que obteve bons resultados para afastar o asteroide da Terra para esta magnitude de Δv . Descobrimos que, aplicando o Δv de -10 mm/s no afélio da órbita do asteroide, ele se afastará com maior intensidade. Este sistema possui uma dinâmica complexa, portanto, torna-se difícil fazer previsões analíticas, o que significa que a única forma de medir os efeitos é realizando simulações numéricas, como no presente trabalho.

A [Figura 6](#) apresenta as aproximações que ocorrem entre o asteroide e a Terra para o período de simulação proposto, que é de aproximadamente 100 anos. Limitamos o eixo vertical, as aproximações do asteroide à Terra (δ_{dr}) em unidades do raio da Terra, a 1000 raios da Terra para melhor visualizar as aproximações que ocorrem ao longo do período. Teremos os Δv s aplicados no periélio na [Figura 6a](#) e no afélio na [Figura 6b](#). Essas Figuras nos ajudarão a visualizar o que explicamos em relação à [Figura 5](#).

Ampliamos os dois primeiros CPAs dentro do referido limite e percebemos que, já no primeiro CPA entre 19 anos e 20 anos após os Δv s aplicados, já são perceptíveis variações no mesmo. Vemos que a intensidade das variações foram proporcionais aos Δv s aplicados. O segundo CPA deixa ainda mais claro as variações na distância entre o asteroide e a Terra neste momento, intensificando estas variações após o primeiro CPA, o que nos faz pensar que algo a mais está intensificando essas variações e não apenas os Δv s aplicados no asteroide, já que a variação no CPA é muito maior do que o esperado para um período não tão longo. Se considerarmos as próximas CPAs, veremos que o fenômeno é ainda mais visível, ora aproximando o asteroide da Terra em uma data que não ocorrerá um CPA, e ora afastando o asteroide da Terra ao ponto dele estar tão distante quanto ao limite imposto na figura de 1.000 raios da Terra.

Assim, percebemos que os diversos CPAs do asteroide com os corpos mais próximos, planetas do sistema solar mais próximos, estão interligadas com sua trajetória natural e, após os Δv s aplicados, essas CPAs geram variações na perturbação gravitacional, que se intensificará a cada nova CPA, principalmente com a Terra devido a suas distâncias relativas menores do que em relação aos outros planetas. Em outras palavras, o que realmente gera uma maior variação de distância entre o asteroide e a Terra ao longo do tempo é a perturbação gravitacional a que o asteroide será exposto após o Δv , principalmente do planeta Terra.

O Δv acaba sendo o gatilho para alterar o comportamento da órbita do asteroide, porém, o fator realmente responsável por alterar consideravelmente a órbita do asteroide são as variações que ocorrem

a cada novo CPA entre o asteroide e a Terra.

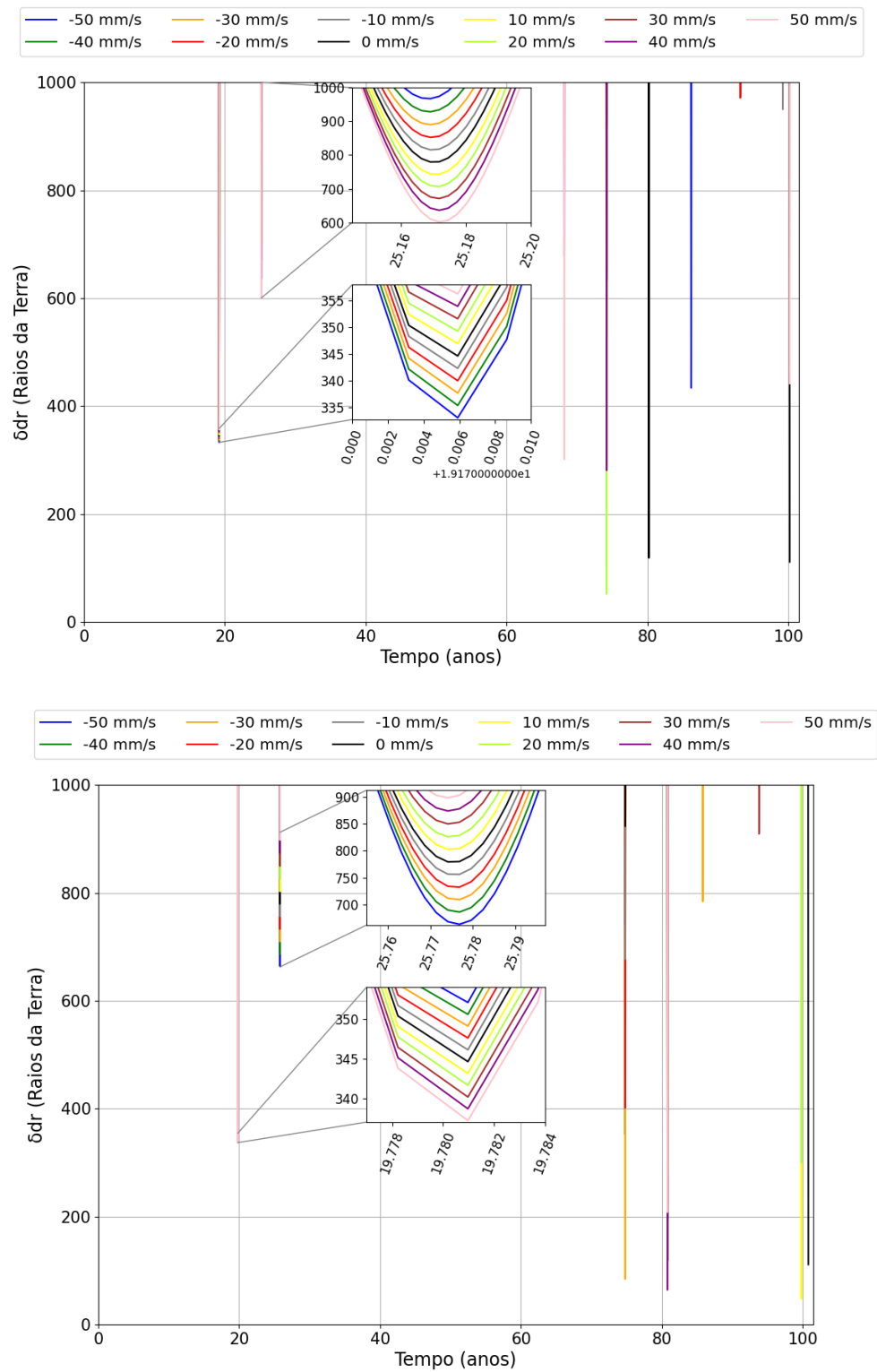
Um resultado igualmente importante é em relação à data em que os novos maiores CPAs ocorrem após o Δv . Olhando para a [Figura 6a](#), descobrimos que o asteroide se aproximará ainda mais da Terra em 23 de setembro de 2054, para o Δv de 20 mm/s. Para a [Figura 6b](#), temos que as novas datas que ocorrerão os CPAs para os Δv s de -30 mm/s, 10 mm/s e 40 mm/s, como visto na [Figura 5](#), são 2 de maio de 2055, 1 de maio 2080 e 1 de maio de 2061, respectivamente.

Sendo assim, os CPAs encontrados entre o asteroide e a Terra após os Δv s na [Figura 5](#), não ocorrerão em 2080, que era o momento de maior CPA entre o asteroide e a Terra. Mas ocorrerão em outras datas, anteriores a esta, quando podemos ver que o asteroide, após os primeiros CPAs com a Terra, teve sua órbita perturbada e alterada. Esta mudança na órbita do asteroide, faz o asteroide se aproximar da Terra em um período onde não ocorreria este maior CPA.

Pensar neste resultado pode ser importante por alguns motivos, como por exemplo: i) o fato de que podemos alterar a órbita do asteroide de uma forma que coloque o planeta em risco, ii) podemos aproximar o asteroide à uma distância segura da Terra, mas que possa causar uma perturbação na órbita do asteroide, em um determinado momento, antes de uma situação de emergência, e através dessa maior perturbação, afastar o asteroide posteriormente, evitando uma possível colisão, o que ocorre na [Figura 6](#).

Na [Figura 6](#), ampliamos a região ao redor dos dois primeiros CPAs entre o asteroide e a Terra, lembrando que estamos considerando a região da figura como os dois primeiros CPAs dentro do intervalo de 0 a 1000 raios da Terra da distância relativa entre os corpos. Outros CPAs estão ocorrendo antes dos apresentados, mas a uma distância relativamente maior. Analisando as figuras, embora tenhamos feito esse truncamento nas figuras de distâncias relativas, e esses CPAs entre o asteroide e a Terra citados não apareçam por estarem a distâncias maiores, estes não devem ser desprezados em relação ao efeito que produzem. Percebemos que o primeiro CPA que estamos ampliando na figura, já mostra uma variação significativa na distância relativa entre o asteroide e a Terra se levarmos em conta os Δv s aplicados e o período que ocorre este CPA.

Figura 6 – As distâncias relativas entre o asteroide e a Terra (δ_{dr}) em raios da Terra, para o Δv aplicado no ponto de periélio (Superior) e afélio (Inferior). Ampliamos os dois primeiros CPAs para visualizar melhor as variações na aproximação entre o asteroide e a Terra.



fonte: Produção do próprio autor.

4.1.2 Variações de velocidade aplicados nas Anomalias Médias de 324° e 334°.

Nas subseções anteriores, mencionamos algumas regiões interessantes onde, ao aplicar determinados valores de Δv , o asteroide pode se afastar ou se aproximar em uma faixa de aproximadamente 10° da posição de sua aplicação. Esse resultado é interessante, pois comprova nossa ideia da importância de conhecer perfeitamente a posição de aplicação do Δv .

Já explicamos nosso interesse no Δv de -20 mm/s, o qual apresentou o maior número de cenários onde o asteroide se aproximou ainda mais da Terra e também a existência de um salto entre os Δv s aplicados nas anomalias médias de 324° e 334°. Essa diferença encontrada nas duas posições é o alvo desta seção, pois nos interessou o fato de que, aplicando o Δv em uma posição, o asteroide está sendo direcionado para ainda mais próximo da Terra e, aplicando o Δv na posição seguinte, encontramos que o asteroide é afastado em uma grande distância da Terra. Dedicaremos esta seção exclusivamente ao Δv de -20 mm/s aplicado nestas duas posições.

A **Figura 7** mostra o comportamento das distâncias relativas entre o asteroide e a Terra (δ_{dr}) por um período de aproximadamente 100 anos, para o Δv de -20 mm/s aplicado nas anomalias médias de 324° e 334°. A linha preta mostra a distância relativa entre o asteroide e a Terra sem a aplicação de Δv s. A linha azul mostra a distância relativa entre o asteroide e a Terra para quando aplicamos a variação de velocidade de -20 mm/s na anomalia média de 324°. A linha verde tracejada mostra a distância relativa entre o asteroide e a Terra quando aplicamos a variação de velocidade de -20 mm/s na anomalia média de 334°. Ampliamos os dois primeiros CPAs que ocorrem entre 19 e 30 anos após o Δv aplicado.

Podemos ver desde o primeiro CPA que o asteroide é deslocado em aproximadamente 5 raios da Terra (o asteroide passaria entre 344 e 345 raios da Terra de distância da Terra e com o Δv ele irá passar próximo de 349 raios da Terra de distância da Terra). E o asteroide será deslocado em aproximadamente 2 raios da Terra (o asteroide passaria entre 344 e 345 raios da Terra de distância da Terra e com o Δv está passando próximo a 347 raios da Terra de distância da Terra), para o Δv aplicado nas anomalias médias de 324° e 334°, respectivamente.

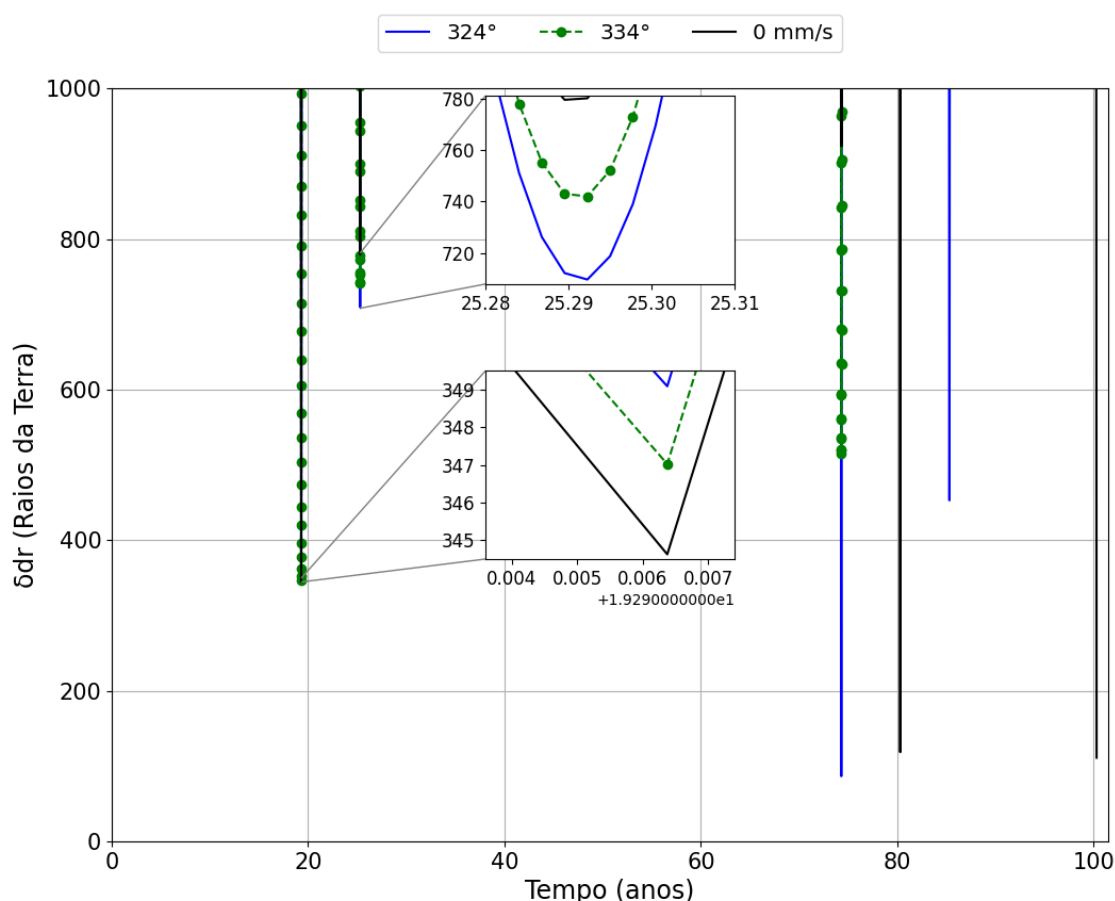
No próximo CPA, descobrimos que o asteroide se aproxima da Terra em torno de 55 raios da Terra (o asteroide passaria próximo a 780 raios da Terra de distância da Terra e após o Δv , irá passar entre 710 e 720 raios da Terra de distância da Terra), para o Δv aplicado em 324°. E o asteroide será deslocado em torno de 40 raios da Terra (o asteroide passaria de 780 raios terrestres de distância da Terra para em torno de 740 raios terrestres de distância da Terra após o Δv aplicado), para o Δv aplicado em 334°.

Após analisar essas regiões, podemos agora olhar para a **Figura 7** como um todo. Vemos que quando o Δv é aplicado na anomalia média de 324°, ele aproxima ainda mais o asteroide da Terra entre 70 e 80 anos após sua aplicação, ocorrendo em 16 de dezembro de 2054 e está a uma distância de aproximadamente 87 raios terrestres de distância da Terra, além da distância média Terra-Lua.

Nosso objetivo aqui é estudar os métodos para afastar o asteroide da Terra. No entanto, analisando o maior CPA do asteroide com a Terra neste período, vale ressaltar que a aproximação não gerou impacto com a Terra, mas o asteroide foi afastado da Terra a uma distância consideravelmente segura posteriormente. Ou seja, mesmo com o CPA em 2054 tornando-se a menor distância relativa entre o

asteroide e a Terra após o Δv no período aqui estudado, os resultados mostram que essa aproximação pode contribuir para uma maior deflexão posterior. Portanto, não podemos descartar a ideia de que, para uma situação a longo prazo, poderíamos aproximar ainda mais o asteroide, mas em uma região segura e em uma data diferente da menor distância anterior, e então, por meio de perturbação gravitacional, afastá-lo completamente no período de maior risco. Quanto à aplicação do Δv na anomalia média de 334° , percebemos que o maior CPA do asteroide com a Terra se torna o primeiro CPA com a Terra em aproximadamente 19 anos, em 3 de dezembro de 1999, mais precisamente, em uma distância relativa de aproximadamente 347 raios terrestres. Ou seja, o asteroide foi completamente afastado da Terra neste período, o que também é um bom resultado olhando para um cenário ao qual não necessitamos de um grande Δv para desviar o asteroide.

Figura 7 – As distâncias relativas entre o asteroide e a Terra (δ_{dr}), em raios da Terra, para o Δv aplicado nas anomalias médias de 324° (linha azul) e 334° (linha tracejada verde). Ampliamos os dois primeiros CPAs para visualizar melhor as variações na aproximação entre o asteroide e a Terra.

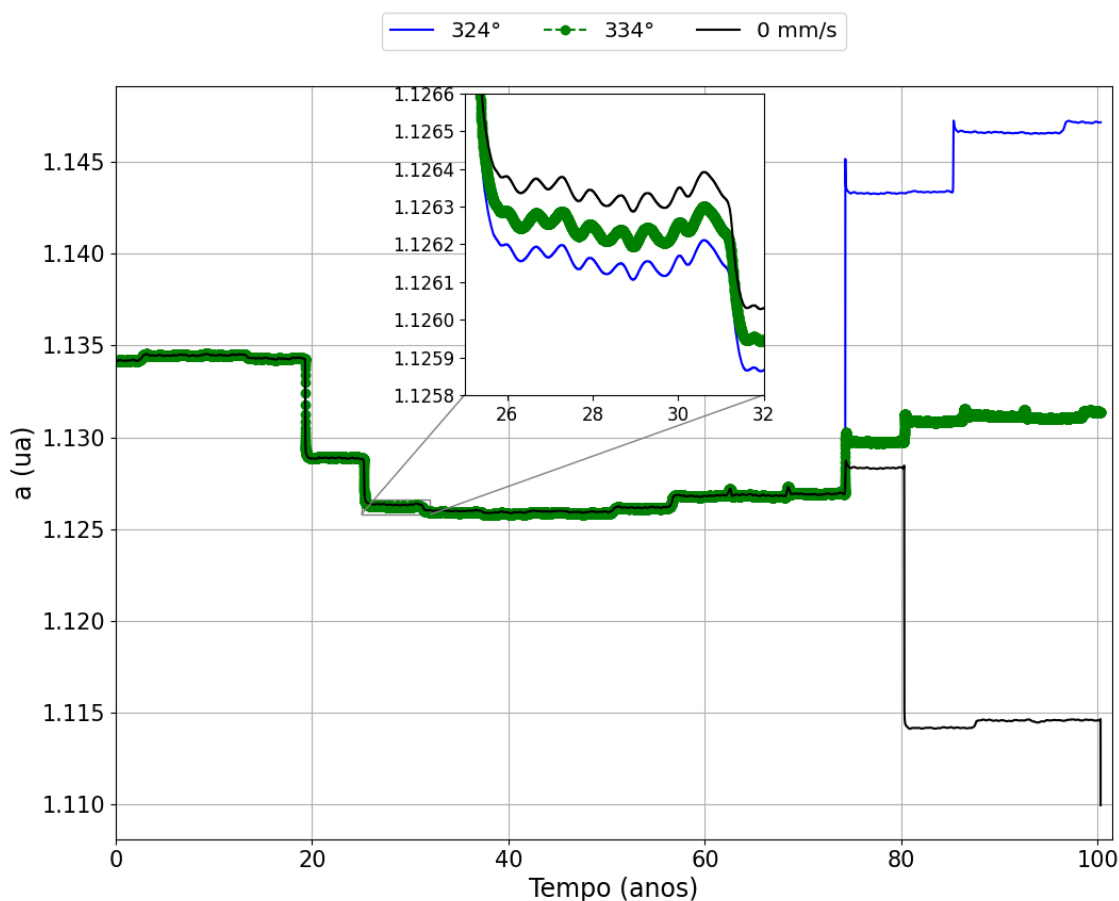


fonte: Produção do próprio autor.

A **Figura 8** mostra o comportamento do semieixo maior do asteroide em relação ao Sol, ao longo do tempo. Descobrimos que, ao passar pelo primeiro CPA, o asteroide sofre naturalmente uma primeira perturbação gravitacional. Essa perturbação diminui o semieixo maior do asteroide até entrar em uma região onde o semieixo maior permanece sem variações. Neste momento, o asteroide está se afastando

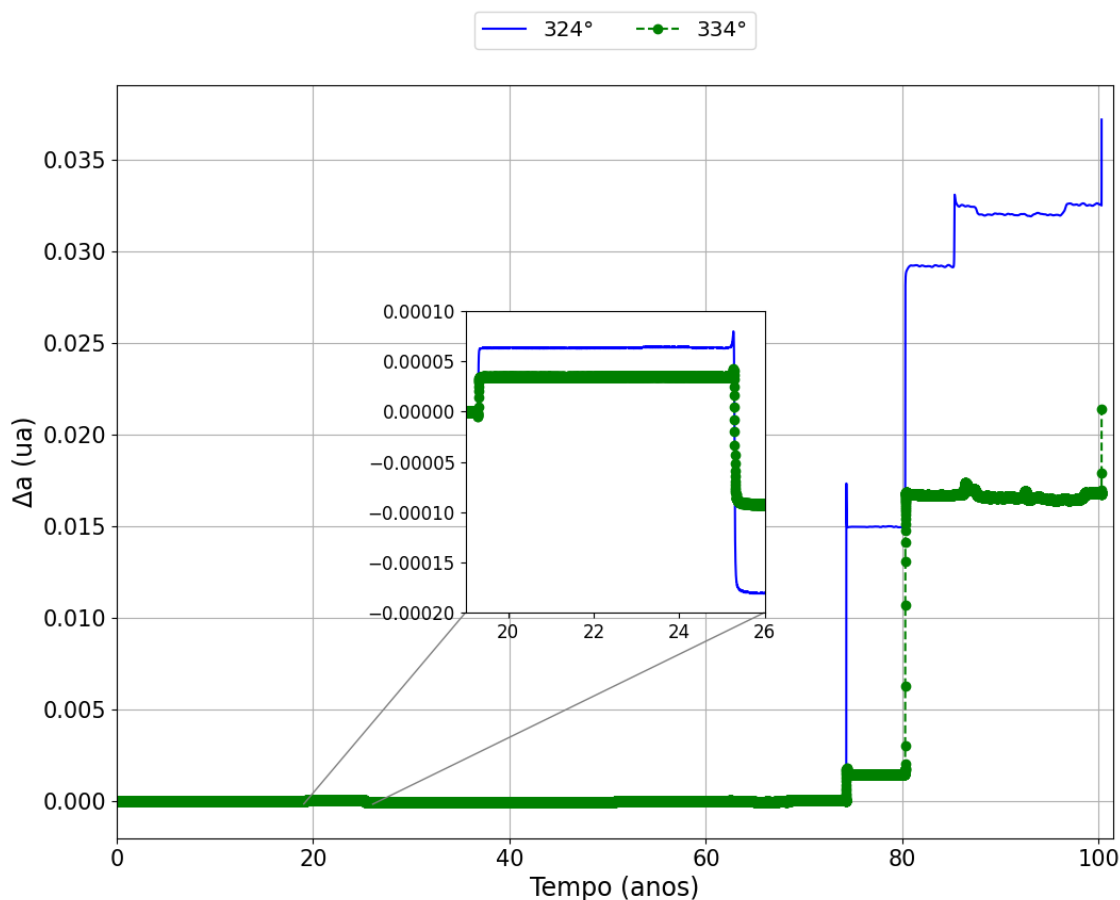
do perigeu. No segundo CPA, quando encontramos uma variação maior na distância relativa entre o asteroide e a Terra, observa-se que o semieixo maior diminui e depois diminui novamente. Ampliamos essa região para melhor estudar o fenômeno, pois podemos ver que os Δv diminuem o semieixo maior com mais intensidade do que o fenômeno natural de CPA sem aplicação de Δv . Podemos ver melhor essa variação na [Figura 9](#), onde mostramos a diferença do semieixo maior (Δa) com os Δv s em relação ao semieixo maior sem o Δv . Nesta figura, podemos ver que ao longo do período, as variações do semieixo maior ocorreram apenas nos períodos nos quais os CPAs com a Terra acontecem. Isso por si só demonstra a relação das perturbações gravitacionais da Terra no asteroide, sendo esta a principal causadora das variações do semieixo maior do asteroide.

Figura 8 – Comportamento do semieixo maior do asteroide em relação ao tempo para o Δv de -20 mm/s aplicado nas anomalias médias de 324° (linha azul) e 334° (linha verde). Ampliamos a região correspondente ao segundo maior CPA para visualizar melhor as variações do semieixo maior do asteroide, já que, neste momento, o asteroide apresenta variações significativas em sua distância relativa da Terra.



fonte: Produção do próprio autor.

Figura 9 – Diferença do semieixo maior em relação ao tempo (Δa) para o Δv aplicado nas anomalias médias de 324° (linha azul) e 334° (linha verde). Ampliamos a região correspondente ao segundo maior CPA para visualizar melhor as variações da diferença do semieixo maior do asteroide.



fonte: Produção do próprio autor.

Lembrando a expressão 2, onde podemos associar a Energia do asteroide com seu semieixo maior. Notamos que, ao diminuir ainda mais o semieixo maior, o asteroide perde energia, pois vai ficando cada vez mais negativo. Essa variação de energia fará com que o asteroide altere sua posição em relação à Terra. Observando o CPA do asteroide com a Terra em 2054 fornecida pelo Δv aplicado em 324° , veremos que ocorrem grandes diferenças no semieixo maior, quando o semieixo maior está aumentando consideravelmente, aumentando a energia do asteroide. O mesmo acontece para o Δv aplicado em 334° , porém veremos que o aumento do semieixo maior ocorre após 80 anos do Δv , gerando um valor de semieixo maior próximo ao anterior ao CPA. Em outras palavras, o semieixo maior não diminui drasticamente como ocorre naturalmente sem Δv , nem aumenta tanto quanto na situação em que o Δv é aplicado a 324° .

Um comportamento interessante mostrado na **Figura 9** é ter um pico em 2054, com a primeira grande variação ocorrendo entre 70 e 80 anos. Pode ser encontrado tanto para o Δv aplicado a 324° , mais visível, quanto para o Δv aplicado a 334° . Acompanhando a evolução do semieixo maior para o Δv aplicado em 324° , podemos ver que o semieixo maior aumenta com a maior CPA com a Terra, tem um valor máximo e depois diminui até que a taxa de variação diminua. Uma explicação para a

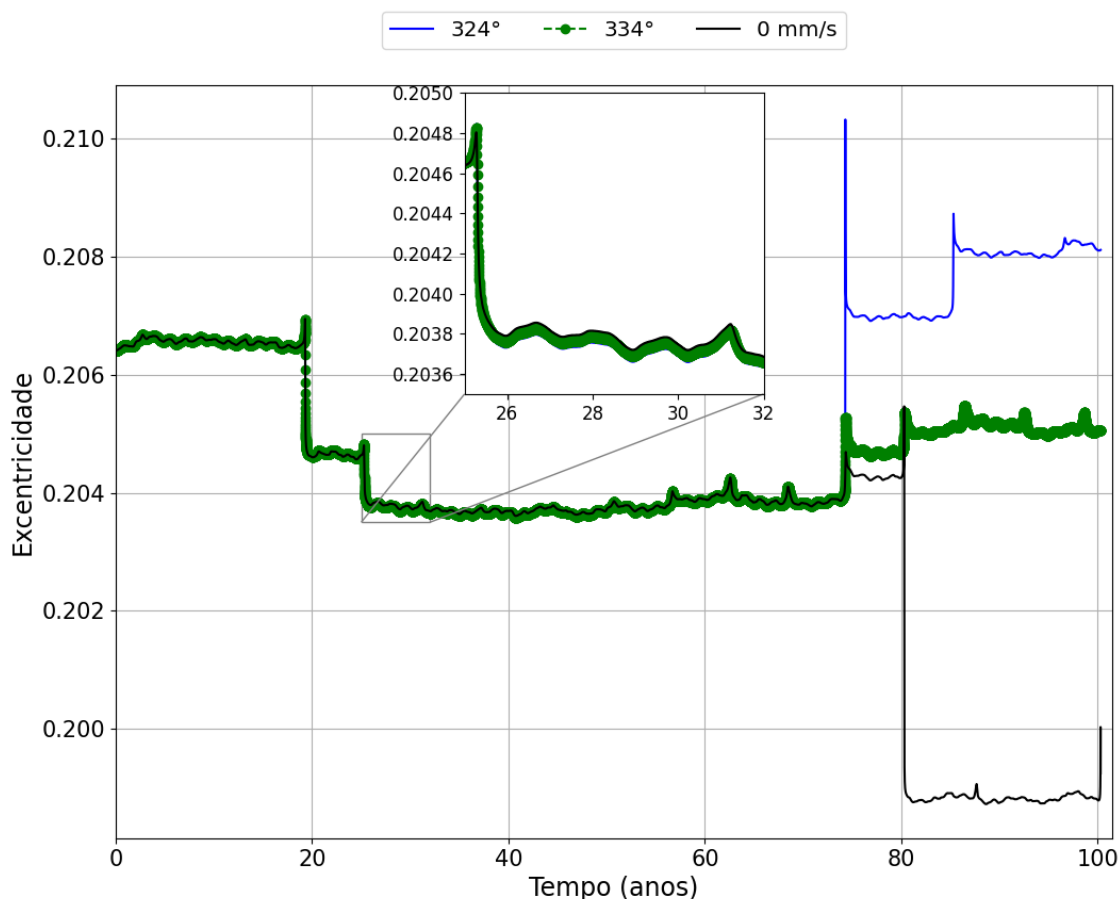
ocorrência desse pico pode ser a dinâmica do problema de dois corpos. Temos que o semieixo maior é calculado através da energia de dois corpos, neste caso, a energia do asteroide em relação ao Sol. Ou seja, depende da posição e velocidade do asteroide em relação ao Sol. Quando o asteroide se aproxima da Terra, ele é acelerado e, quando atinge o perigeu, sua velocidade em relação à Terra é máxima e temos que sua velocidade em relação ao Sol também é máxima, pois temos apenas uma soma de vetores. Isto ocorre pois o asteroide se movimenta no mesmo sentido da Terra, sendo assim, os vetores velocidade do asteroide em relação a Terra e velocidade da Terra em relação ao Sol estão aproximadamente alinhados. Este fato aumenta a energia de “dois corpos”, asteroide-Sol, por um curto período, aumentando também o semieixo maior da órbita do asteroide ao redor do Sol. Quando o asteroide se afasta da Terra novamente, ele é desacelerado e então tem a mudança geral que vemos na [Figura 9](#), quando o semieixo maior se mantém constante até que um novo CPA com a Terra ocorra.

A [Figura 10](#) e a [Figura 11](#) mostram a evolução da excentricidade e as diferenças de excentricidade quando são aplicados Δv s. Encontramos variações para a excentricidade nos mesmos momentos que as variações para o semieixo maior. Observamos que, no segundo CPA do asteroide com a Terra, a excentricidade diminui, o que faz com que as diferenças de velocidade diminuam devido à mudança na distância entre o periélio e o afélio. No entanto, essas variações são muito pequenas, na ordem de 10^{-5} . Um cenário bem diferente pode ser encontrado em 2054 quando, para o Δv aplicado para a anomalia média de 324° , onde há um grande aumento na excentricidade do asteroide, o que leva a um aumento na diferença de velocidade, pois teremos o periélio mais próximo e o afélio mais distante.

No próximo CPA, encontramos outro grande aumento de excentricidade, mas para as duas posições de aplicação de Δv . Além disso, quando aplicamos o Δv para a anomalia média de 334° , parece que o comportamento da excentricidade revela que o sistema pode entrar em um ciclo de encontros semelhante a uma ressonância a partir do CPA entre 70 e 80 anos. É importante lembrar que este ciclo se apresenta para o período observado, com CPAs aproximadamente a cada 5 anos. No entanto, estudos mais aprofundados são necessários. Contudo, olhando para a [Figura 10](#), podemos ver que essa ocorrência de CPAs em tempos bem definidos já acontecia antes dos encontros entre 70 e 81 anos, começando próximo a 50 anos, mas, com os CPAs entre 70 e 81 anos, o asteroide sai desta situação, e sua excentricidade diminui naturalmente. Com o Δv aplicado em 334° , o asteroide mantém o cenário de CPAs definidos mesmo com os CPAs entre 70 e 81 anos, embora tenha aumentado um pouco a excentricidade. O mesmo não ocorre com o Δv aplicado em 324° , uma vez que a excentricidade do asteroide aumenta consideravelmente, e após o grande pico causado pela CPA a 70 anos após o Δv , não manteve um comportamento constante e bem definido.

Ou seja, se no futuro pudermos comprovar a existência de um cenário ressonante, poderíamos utilizar a ideia de aplicar um Δv no asteroide com o intuito de manter o estado ressonante, mesmo após um CPA que possa gerar um cenário perigoso para a Terra.

Figura 10 – Comportamento da excentricidade do asteroide (e) ao longo do tempo para o Δv de -20 mm/s aplicado nas anomalias médias para 324° (linha azul) e 334° (linha verde). Ampliamos a região correspondente ao segundo maior CPA para melhor visualizar as variações na excentricidade do asteroide, já que neste momento, o asteroide apresenta variações significativas em sua distância relativa da Terra.

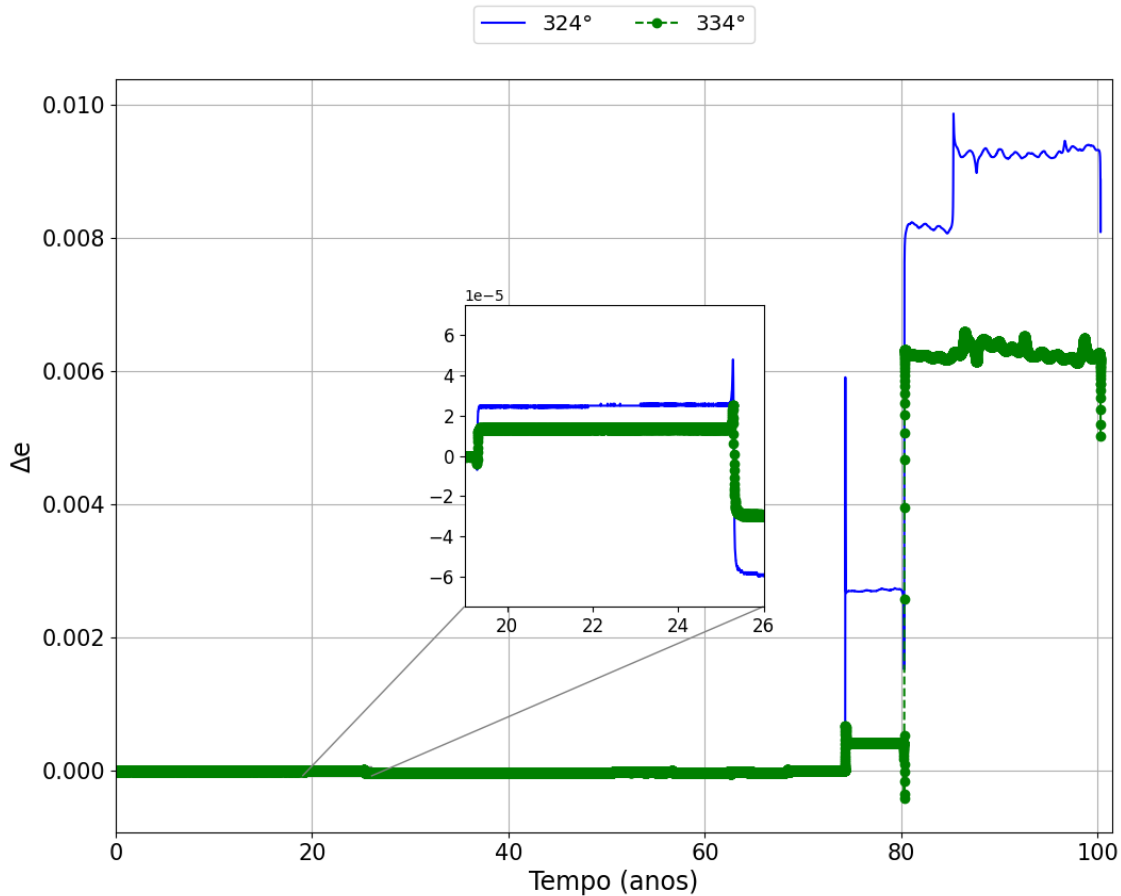


fonte: Produção do próprio autor.

A [Figura 11](#) nos mostra a grande variação que ocorre na excentricidade do asteroide após os Δv s e CPAs entre 70 e 81 anos com a Terra, e aqui, ambas as posições de aplicação do Δv aumentaram consideravelmente a excentricidade. Mas, podemos perceber que a excentricidade, quando aplicado o Δv para 324°, já tem uma grande variação no CPA entre 70 e 80 anos. Ou seja, no primeiro CPA nesse período. O mesmo não ocorre quando o Δv é aplicado para 334°, uma vez que, olhando a [Figura 11](#), vemos que a excentricidade tem uma pequena variação que segue constante até o CPA após 80 anos, depois dos Δv s aplicados. Talvez aqui esteja o motivo de conseguir manter o cenário de CPAs definidos.

Os nossos resultados mostram que, para um asteroide que possui uma órbita que, naturalmente tem com CPAs com a Terra, onde esses CPAs alteram naturalmente sua órbita, e que, devido a um desses encontros próximos, o asteroide poderá oferecer risco ao planeta Terra no futuro. Podemos aplicar o Δv em uma posição da órbita do asteroide onde esse Δv irá alterar esse CPA que gera o cenário de risco, mas sem alterá-lo drasticamente, e evitar o cenário de risco apenas fazendo a órbita do asteroide manter o seu curso natural após o CPA.

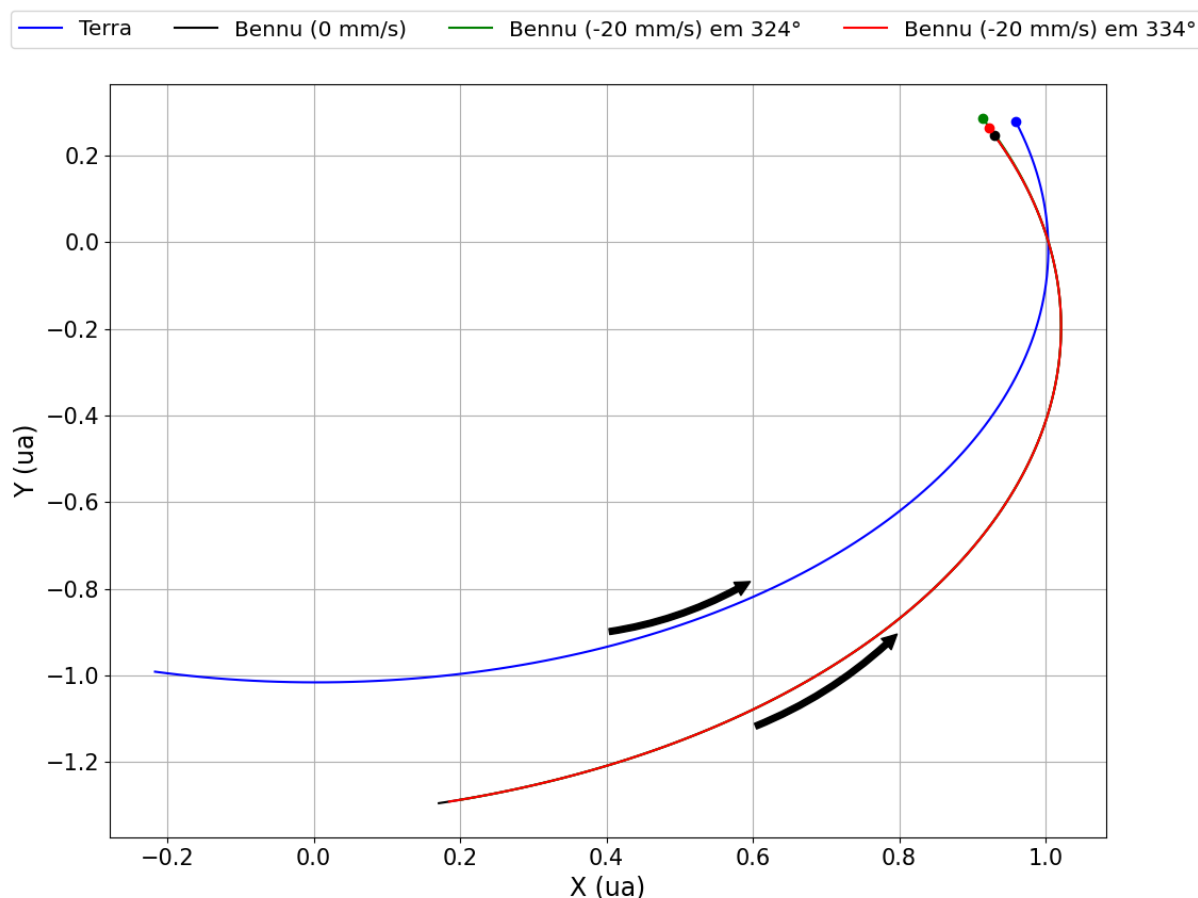
Figura 11 – Diferença entre excentricidade com Δv aplicado e sem Δv aplicado ao longo do tempo (Δe) para o Δv aplicado para as anomalias médias de 324° (linha azul) e 334° (linha verde). Ampliamos a região correspondente ao segundo CPA para visualizar melhor as variações na diferença de excentricidade do asteroide.



fonte: Produção do próprio autor.

Essas variações nas diferenças de velocidade do asteroide, devido às variações de semieixo e excentricidade, são cruciais para entender nossos resultados, pois, alterando a velocidade do asteroide, é possível adiantar o movimento do asteroide em relação a Terra. Podemos ver este efeito através da [Figura 12](#), onde teremos a órbita da Terra em azul e a órbita do asteroide com e sem os Δv s aplicados (verde para o Δv aplicado para 324° , vermelho para o Δv aplicado para 334° e preto para a órbita sem o Δv), para um determinado CPA. Estamos mostrando nessa figura uma parte da órbita da Terra e do asteroide, com e sem Δv s aplicados. Podemos ver que a posição final do asteroide após os Δv s aplicados está levemente a frente do que a posição final do asteroide sem Δv s aplicados.

Figura 12 – Órbita da Terra (azul) e do asteroide Bennu sem os Δv s aplicados (preto), com o Δv aplicado em 324° (verde) e para o Δv aplicado em 334° (vermelho).

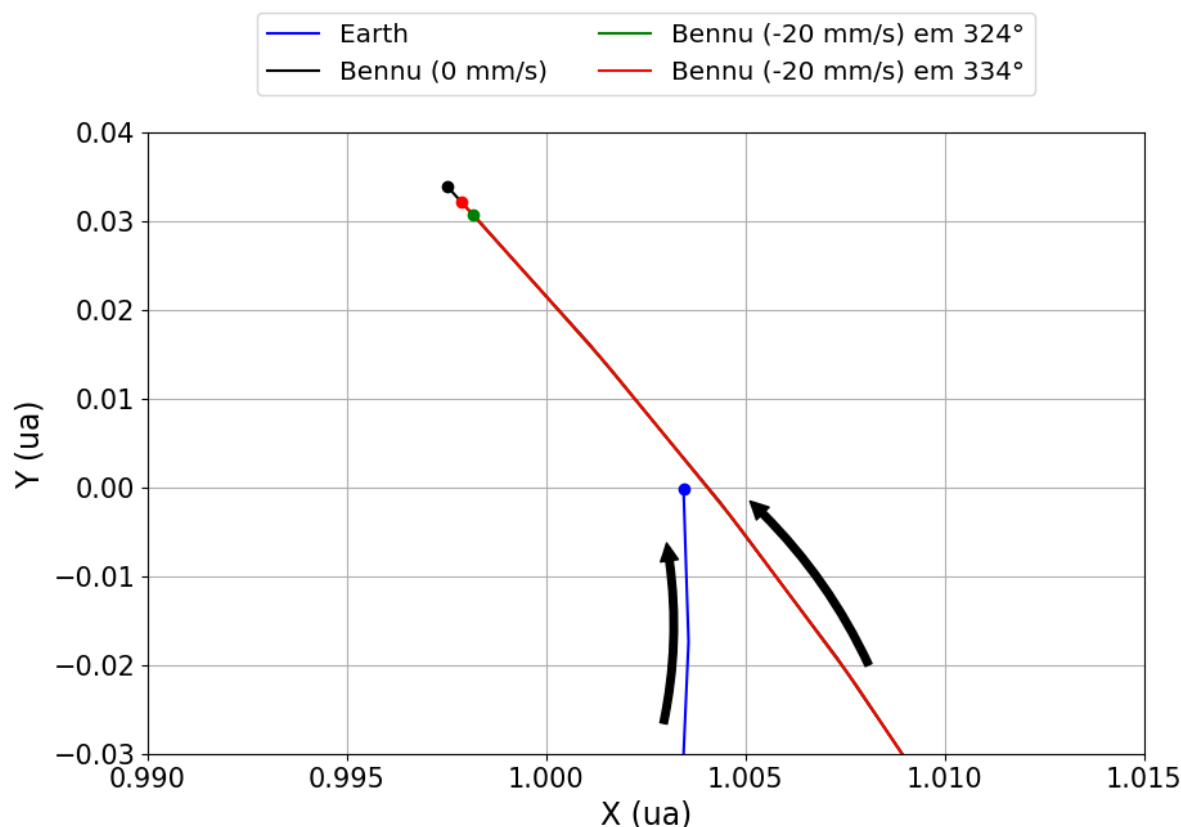


fonte: Produção do próprio autor.

Ou podemos atrasar o asteroide até o ponto em que ele não tem o maior CPA com a Terra, então a Terra passa pelo ponto de CPA antes do asteroide. Um exemplo pode ser encontrado na [Figura 13](#), quando teremos as mesmas especificações do caso anterior. Neste caso, podemos ver que a posição final do asteroide com os Δv s está levemente atrás da posição final do asteroide sem a aplicação do Δv . No exemplo apresentado, a distância entre asteroide e a Terra não está tão próxima, contudo, se o asteroide naturalmente estivesse passando mais próximo da Terra nesse momento, e aplicássemos os Δv s e fizéssemos o asteroide se atrasar, poderíamos fazer com que o asteroide encontrasse a Terra, e talvez até causar a colisão com a mesma. Então, é necessário conhecer bem a órbita do asteroide ao longo do tempo antes de aplicar o Δv . Mas, assim, como podemos aproximar o asteroide e causar um impacto, podemos fazer com que o asteroide se aproxime da Terra, mas a uma distância segura, e através da perturbação gravitacional da Terra, podemos desviar o asteroide e evitar um evento futuro catastrófico. Vale ressaltar que a [Figura 12](#) e [Figura 13](#), estão apenas demonstrando a ideia.

Se o asteroide passa naturalmente pelo CPA antes da Terra, ele passará mais perto da Terra devido a esse atraso. Podemos ver melhor esse cenário na [Figura 14](#).

Figura 13 – Órbita da Terra (azul) e do asteroide Bennu sem os Δv s aplicados (preto), com o Δv aplicado para 324° (verde) e para o Δv aplicado para 334° (vermelho).

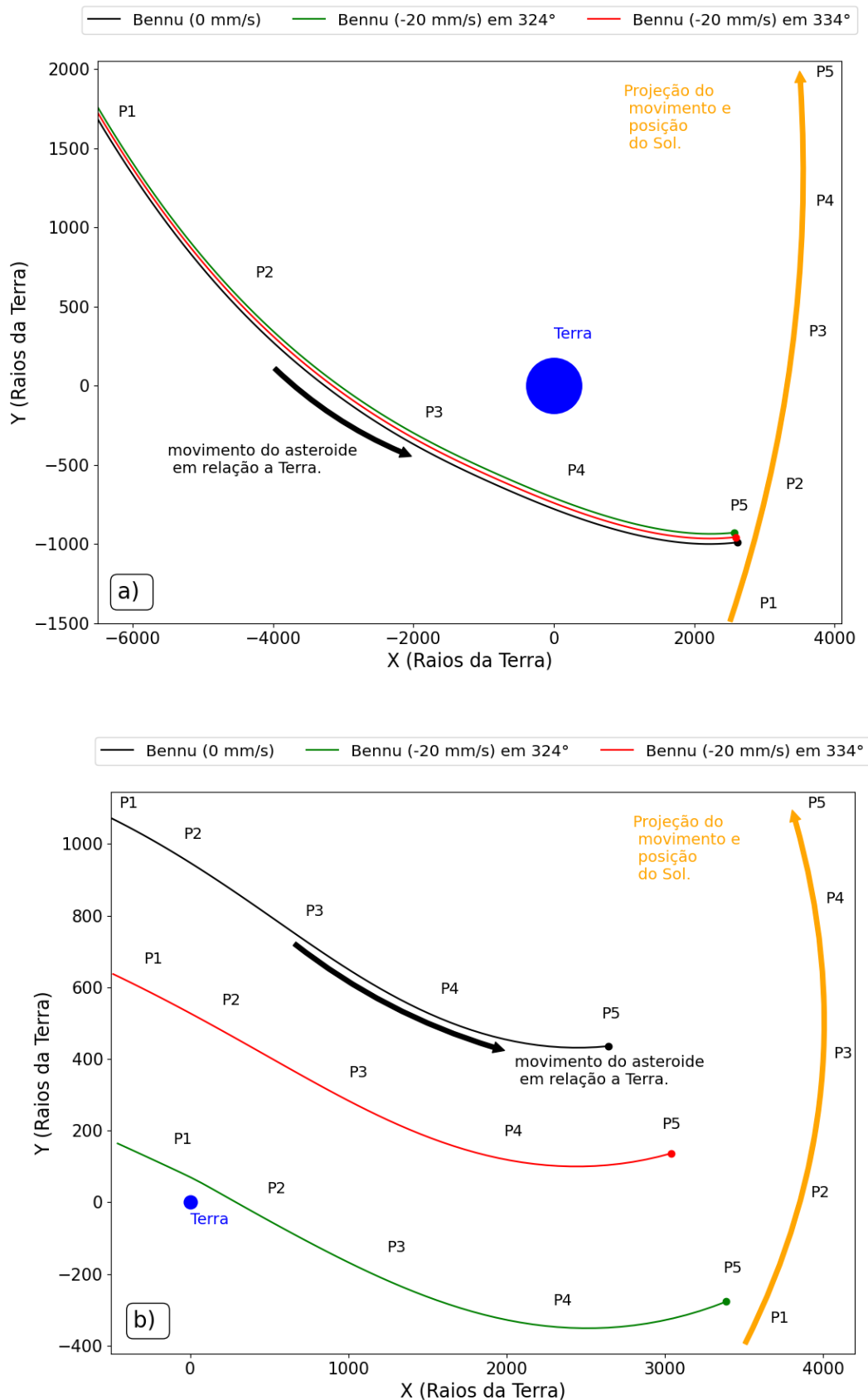


fonte: Produção do próprio autor.

Na [Figura 14a](#), podemos ver as posições do asteroide em relação à Terra em um período de 100 dias, considerando neste intervalo as posições antes e depois do segundo CPA, indicado na [Figura 7](#). Indicamos também o movimento do Sol em relação à Terra para melhor visualizar o movimento que o asteroide realiza devido à atração gravitacional pelo Sol. Já é visível nesta figura as variações nas aproximações que ocorrem entre o asteroide e a Terra após a aplicação dos Δv s, quando vemos que o Δv aplicado à anomalia média de 324° aproxima o asteroide um pouco mais do planeta. Também é natural pensar nesse CPA entre os corpos como um Swing By entre o asteroide e a Terra, quando sua energia varia devido à manobra gravitacional. Neste momento, também notamos que o asteroide está um pouco atrasado em relação ao seu movimento natural. Podemos detectar este fato na última posição do asteroide na [Figura 14](#) (P5), o que foi explicado pela análise do semieixo maior e evolução da excentricidade.

Analisando agora a [Figura 14b](#), encontramos ainda mais visível a manobra gravitacional ocorrendo devido à maior proximidade entre os corpos. É fácil ver neste ponto que o asteroide está muito à frente de seu movimento natural nesta posição. Observamos que o asteroide já iniciou sua posição no intervalo de tempo (P1) mais próximo da Terra quando comparado ao seu movimento sem Δv . Quando o Δv é aplicado para 324°, o ponto P1 está muito próximo do P2 do movimento sem Δv , que vemos em menor escala para a trajetória correspondente a um Δv aplicado para 334°. Isso fica ainda mais evidente na última posição do asteroide (P5), quando vemos que o asteroide está muito mais à frente do que sua posição natural.

Figura 14 – A posição do asteroide em relação à Terra sem Δv e com um Δv de -20 mm/s aplicado para as anomalias médias de 324° (linha verde) e 334° (linha vermelha), para o segundo CPA com a Terra em aproximadamente 25 anos após o Δv (superior) e para o maior CPA entre o asteroide e a Terra em 2054, entre 70 e 80 anos após o Δv (inferior). Chamamos de P1, P2, P3, P4 e P5 as posições relativas do asteroide e do Sol, que são mostradas em relação à Terra (azul).



Esta figura comprova toda a nossa ideia de que, ao longo do tempo, o asteroide sofre naturalmente vários Swing Bys com a Terra, porém, os efeitos dos Swing Bys após os Δv s são alterados, e mudando sua energia, expressa pela equação 3. Essas variações alteram a velocidade do asteroide o suficiente para atrasar sua passagem pelo CPA com a Terra, fazendo com que ela se afaste ou se aproxime ainda mais da Terra. A mesma condição se aplica ao caso em que o asteroide avança sua passagem pelo ponto de CPA com a Terra devido ao aumento de sua velocidade. Essa é uma ideia que já foi abordada inicialmente por Carusi et al. (CARUSI et al., 2002), Park e Ross (PARK; ROSS, 1999), Ledkov et al. (LEDKOV et al., 2014), entre outros. Estamos agora aplicando essa ideia por longos períodos e mapeando as melhores posições para aplicar Δv s por impacto cinético através do M.V.V.O.A. (Figura 3 e Figura 4) e Figura 5, além de tentar explicar claramente o fenômeno do Swing by dentro do cenário de desvio de asteroides.

4.2 DESVIO DO ASTEROIDE APOPHIS EM UM PERÍODO DE APROXIMADAMENTE 16 ANOS

Depois de analisar o caso específico de Bennu, nos pareceu interessante buscar um cenário com um período menor e com um asteroide passando um pouco mais próximo à Terra. Assim, a escolha do asteroide Apophis que passará próximo a Terra em 13 de abril de 2029, se torna uma boa oportunidade para testar a técnica de desvio por impacto cinético impulsionada pelas perturbações gravitacionais com a Terra. O asteroide irá passar a aproximadamente 6 raios da Terra de distância da superfície da Terra (GIORGINI et al., 2008), o que incentiva a nossa análise.

A Figura 15 mostra a distância relativa entre o asteroide Apophis e a Terra em um período de 16 anos sem as aplicações dos Δv s. Como podemos ver, o asteroide terá um CPA com a Terra em 2029, primeiro grande CPA. Depois dois CPAs em 2036, CPAs entre 7 e 8 anos após o início das nossas simulações. Um CPA em 2037, oito anos após o início das nossas simulações e mais dois CPAs em 2044, quinze anos após o início das nossas simulações.

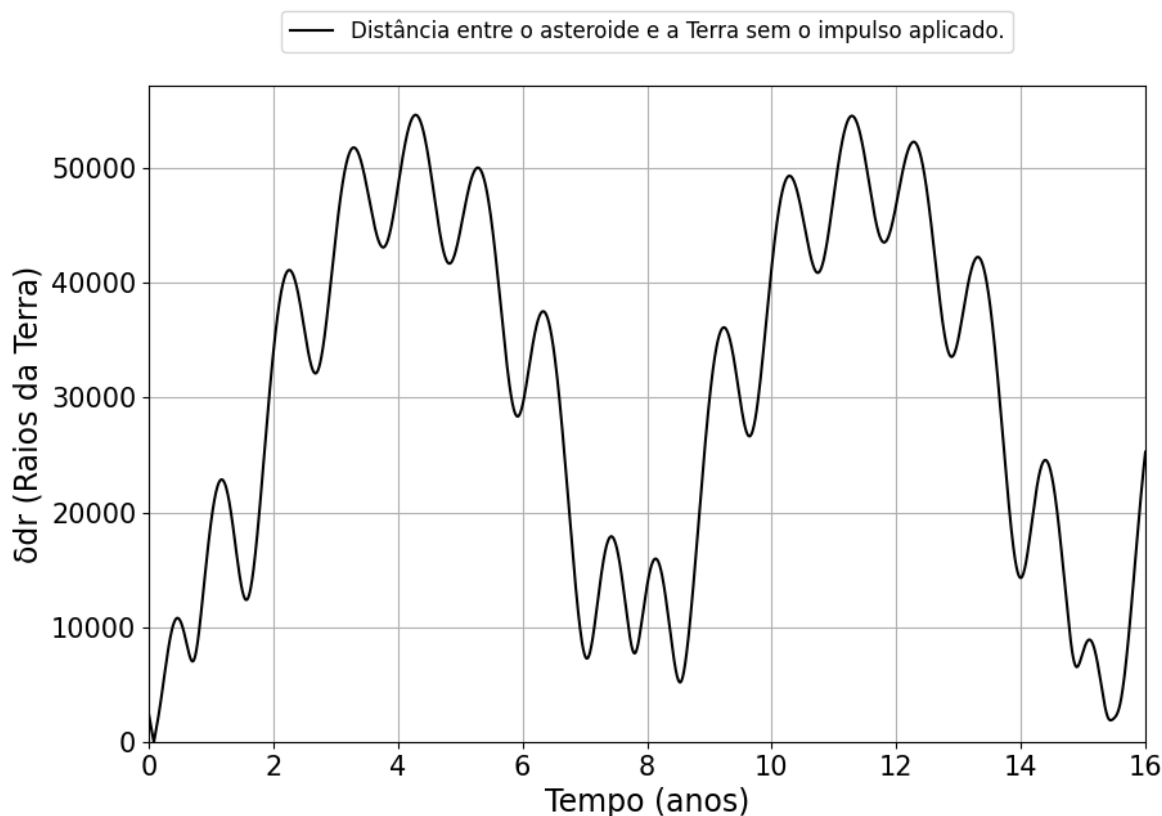
Iremos utilizar o primeiro CPA em 2029 para testar os efeitos do Swing By com a Terra, quando iremos aplicar as variações de velocidade antes, durante e após o CPA. A ideia é avaliar o quanto a distância entre o asteroide e a Terra irá variar em 2044, que é a maior CPA no intervalo de tempo de 16 anos após 2029.

Nesse cenário, consideramos as aproximações anteriores a 2044, como, por exemplo, as aproximações entre asteroide e Terra em 2036 e 2037. Como vimos no caso para Bennu, podemos utilizar estas aproximações para obter uma maior variação em 2044.

Estamos falando de um asteroide conhecido, que chamou a atenção por muitos anos devido ao risco de colisão, primeiro em 2029 e depois em 2036. Muitos trabalhos realizaram análises minuciosas da órbita do asteroide Apophis para chegar aos valores de aproximação encontrados na literatura atualmente, em que é desconsiderada a possibilidade de colisão do asteroide com a Terra (BYKOVA; GALUSHINA, 2010; CHESLEY, 2005; IVASHKIN; LAN, 2020). Nosso foco é apenas analisar a influência das perturbações gravitacionais quando utilizamos a técnica de desvio por impacto cinético em órbitas de asteroide, mas não chegar aos mesmos valores de aproximação encontrados na literatura.

A **Figura 15** mostra as aproximações entre o asteroide Apophis e a Terra, que ocorrem nas mesmas datas conhecidas na literatura, o que, para as nossas análises, já cumpre com o pretendido.

Figura 15 – Distância entre o asteroide Apophis e a Terra, em raios terrestres, em um período de 16 anos, começando em 13 de março de 2029 sem os Δv aplicados.



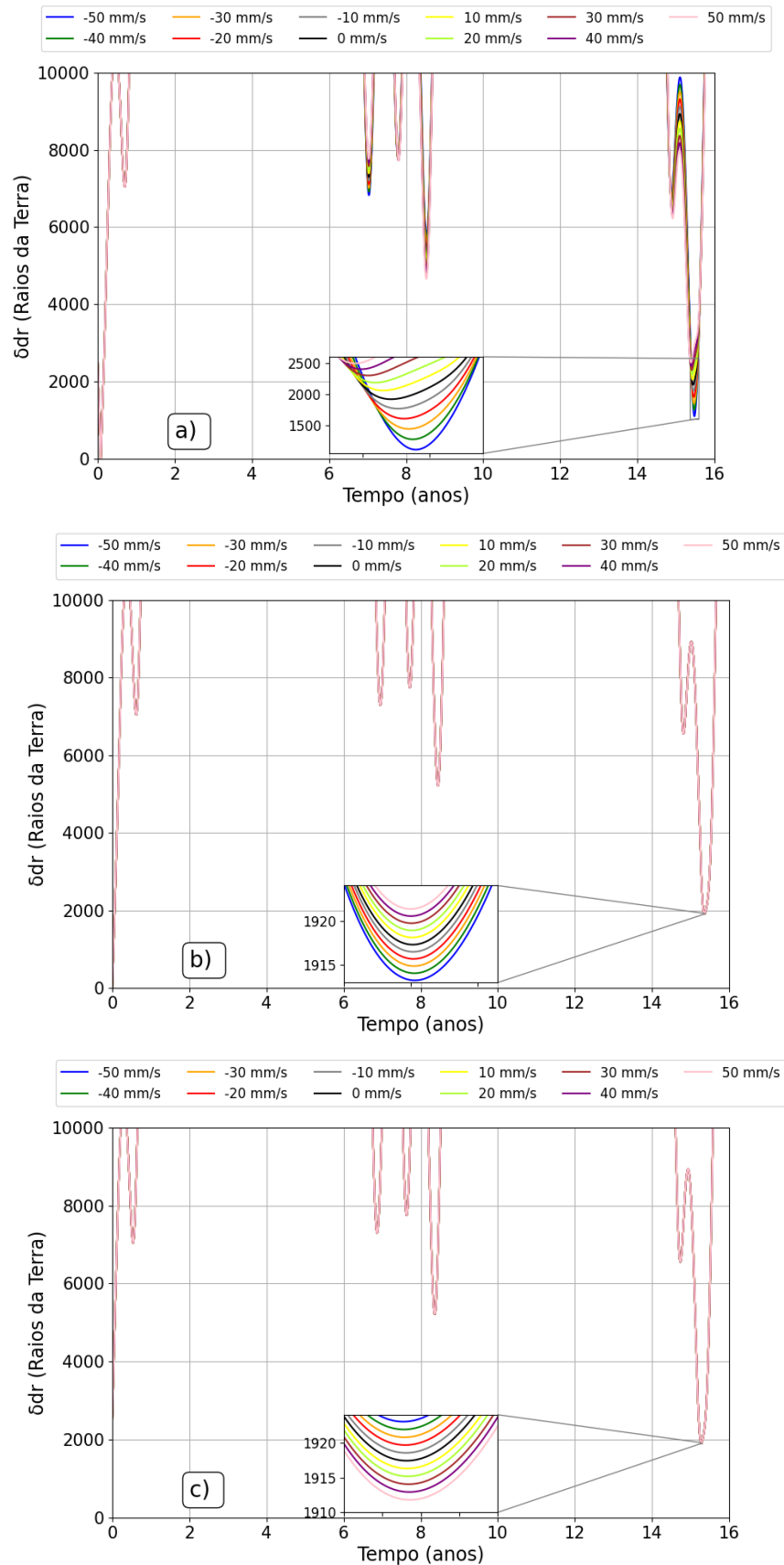
fonte: Produção do próprio autor.

Figura 16a, **Figura 16b** e **Figura 16c** apresentam as distâncias entre o asteroide e a Terra após os Δv s aplicados trinta dias antes da maior aproximação com a Terra, ou seja, em 13 de março de 2029, Δv s aplicados na maior aproximação em 13 de abril de 2029 e Δv s aplicados no asteroide trinta dias após a maior aproximação em 13 de maio de 2029, respectivamente. Nestas figuras, conseguiremos ver as variações na distância entre o asteroide e a Terra após as variações de velocidade aplicadas. Os Δv s aplicados em Apophis são os mesmos Δv s aplicados em Bennu, entre -50 mm/s a 50 mm/s com um incremento de 10 mm/s.

Limitamos o eixo y, que indica a distância relativa entre o asteroide e a Terra em unidades de raios terrestres, em 10000 raios da Terra para observarmos com maior facilidade as variações que ocorrem. Logo no primeiro CPA, em 2036, vemos uma pequena variação que vai se intensificando já no próximo CPA, e a cada novo CPA, causando aumento da distância entre o asteroide e a Terra no último grande CPA em 2044.

Analisando a **Figura 16**, perceberemos que aplicando o Δv antes do CPA de 13 de abril de 2029, **Figura 16a**, teremos variações bem visíveis na distância entre o asteroide e a Terra, se comparados com os demais cenários.

Figura 16 – Distância (em raios da Terra) entre o asteroide Apophis e a Terra por um período de 16 anos com os Δv s aplicados. **(a)** Δv aplicado em 13 de março de 2029, **(b)** Δv aplicado em 13 de abril de 2029, e **(c)** Δv aplicado em 13 de maio de 2029. O zoom em 2044 mostra o quanto a distância entre o asteroide e a Terra variou depois que os Δv s foram aplicados.



fonte: Produção do próprio autor.

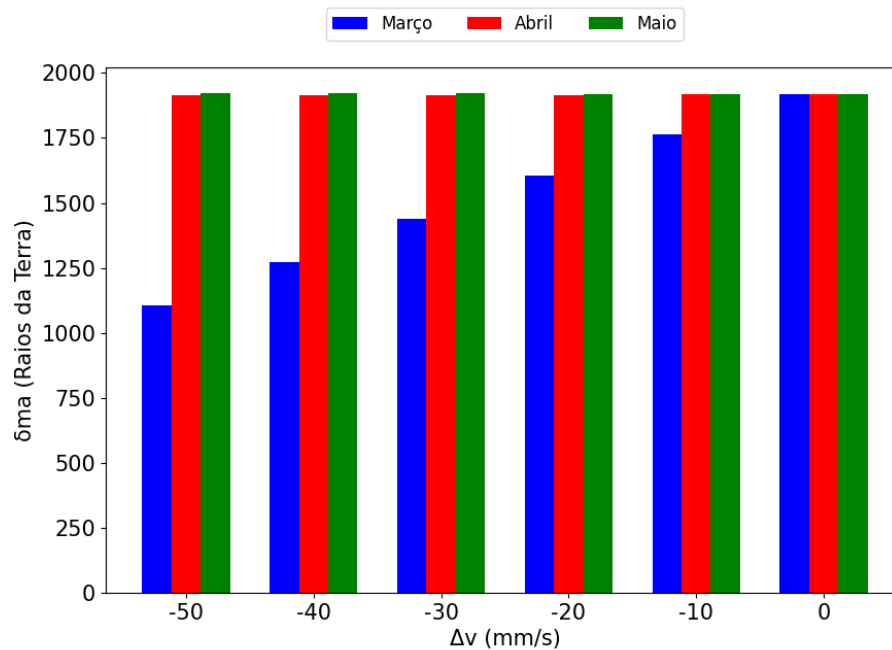
Para olharmos melhor a eficiência da técnica de desvio por impacto cinético utilizando os efeitos gravitacionais dos CPAs com a Terra, podemos encontrar a distância entre o asteroide e a Terra no último CPA, em 2044, na [Figura 17](#) e na [Figura 18](#), para Δv s negativos e positivos, respectivamente. Estas figuras mostram que aplicando os Δv s antes do CPA em 13 de abril de 2029, podemos variar com maior magnitude a órbita do asteroide. Então, o asteroide aproximará mais da Terra em 2044, como é o caso dos Δv s negativos aplicados no asteroide, [Figura 17](#), quanto para afastar o asteroide da Terra, como é o caso dos Δv s positivos aplicados na no asteroide, [Figura 18](#).

É interessante notar que, assim como no caso para Bennu, os Δv s de -10 mm/s e 10 mm/s, podem variar a órbita do asteroide mesmo em um período mais curto do que o considerado para o asteroide Bennu. Havíamos observado, para Bennu, que nos primeiros anos, entre 20 e 30 anos, ocorre uma pequena variação na distância entre o asteroide e a Terra. Contudo, aqui, temos uma maior variação na distância entre o asteroide Apophis e a Terra, mesmo para um tempo ainda menor (16 anos) do que o exemplo citado acima. Isto ocorre devido a maior perturbação gravitacional da Terra uma vez que o asteroide Apophis está passando bem mais próximo da mesma do que em relação às aproximações do asteroide Bennu. Além de que, após este primeiro CPA, o asteroide terá outros CPAs significativos com a Terra, antes do próximo CPA com a Terra em 2044. Como estas variações nestes CPAs intermediários podem afetar a órbita do asteroide, o efeito é intensificado no final. Outro fator é utilizar diretamente o efeito gravitacional da Terra para alterar a órbita do asteroide, uma vez que estamos aplicando as variações de velocidade próximas ao primeiro CPA.

Encontramos na [Figura 17](#) e na [Figura 18](#), que, embora tenha ocorrido variações nas distâncias relativas entre o asteroide e a Terra quando aplicamos variações de velocidade na órbita do asteroide durante o primeiro encontro próximo em 13 de abril de 2029. E também após o primeiro encontro próximo em 13 de maio de 2029, estas variações não foram tão significativas. Este fato nos deixa em alerta em relação a um cenário de emergência, no qual tenhamos pouco tempo para desviar um asteroide. Por isso, conhecer a órbita do asteroide se torna imprescindível para termos êxito em uma possível missão de deflexão de asteroides.

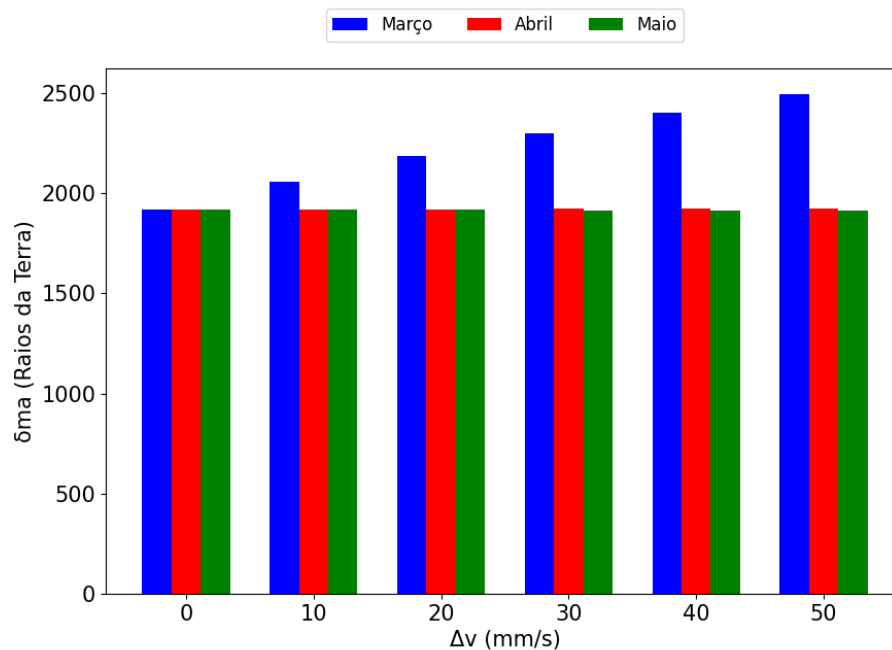
Saber das limitações encontradas na técnica nos proporciona uma certa vantagem para desviar um asteroide perigoso à Terra, uma vez que saibamos de uma aproximação entre o asteroide e a Terra antes do cenário de risco. Com isso em mente, realizamos algumas simulações com os Δv s de -10 mm/s e 10 mm/s em 5 asteroides que estão na lista de asteroides potencialmente perigosos ([CHAMBERLIN et al., 2001](#)). Encontra-se mais informações sobre estes asteroides na Tabela [18](#) e os resultados das nossas análises para estes asteroides serão apresentados na próxima seção.

Figura 17 – Distância entre o asteroide Apophis e a Terra (em raios da Terra) no último CPA em 2044 após os Δv s negativos aplicados no asteroide Apophis. Em azul temos os Δv s aplicados em 13 de março de 2029, Em vermelho temos os Δv s aplicados em 13 de abril de 2029 e em verde temos os Δv s aplicados em 13 de maio de 2029.



fonte: Produção do próprio autor.

Figura 18 – Distância entre o asteroide Apophis e a Terra (em raios da Terra) no último CPA em 2044 após os Δv s positivos aplicados no asteroide Apophis. Em azul temos os Δv s aplicados em 13 de março de 2029, Em vermelho temos os Δv s aplicados em 13 de abril de 2029 e em verde temos os Δv s aplicados em 13 de maio de 2029.



fonte: Produção do próprio autor.

4.3 DESVIO DE 5 ASTEROIDES QUE FAZEM PARTE DA LISTA DE PHAS.

Assim como explicado na seção 3, após realizarmos a análise para o asteroide Apophis, decidimos aplicar a metodologia em mais 5 asteroides que fazem parte da lista de PHAs (Potentially Hazardous Asteroids).

Percebemos nos casos anteriores, tanto para o asteroide Bennu quanto para o asteroide Apophis, que os menores Δv s aplicados nos asteroides (-10 mm/s e 10 mm/s) foram suficientes para mudar a trajetória dos mesmos, e a vantagem em se utilizar Δv s menores para se desviar o asteroide devido ao tamanho e velocidade do impactador para gerar a variação de velocidade suficiente. Queremos contribuir da melhor forma possível para a viabilização da técnica de desvio por impacto cinético, e como já explicado anteriormente, a magnitude do Δv pode ser um problema para a utilização da técnica devido ao tamanho e/ou velocidade do impactador, uma vez que pode-se encontrar desafios tecnológicos na realização do mesmo, ver 'Modelagem Matemática'. Iremos aplicar apenas as variações de velocidade de -10 mm/s e 10 mm/s nos asteroides.

Iremos apresentar os resultados separadamente para cada asteroide a seguir, seguindo a ordem da Tabela 7.

4.3.1 Asteroide 2000 SG344

O primeiro asteroide é o 2000 SG344, a ideia vai ser utilizar o CPA que o asteroide terá com a Terra na data contida na Tabela 7 para mudar a geometria do próximo CPA. Esta será a metodologia empregada para todos os 5 PHAs.

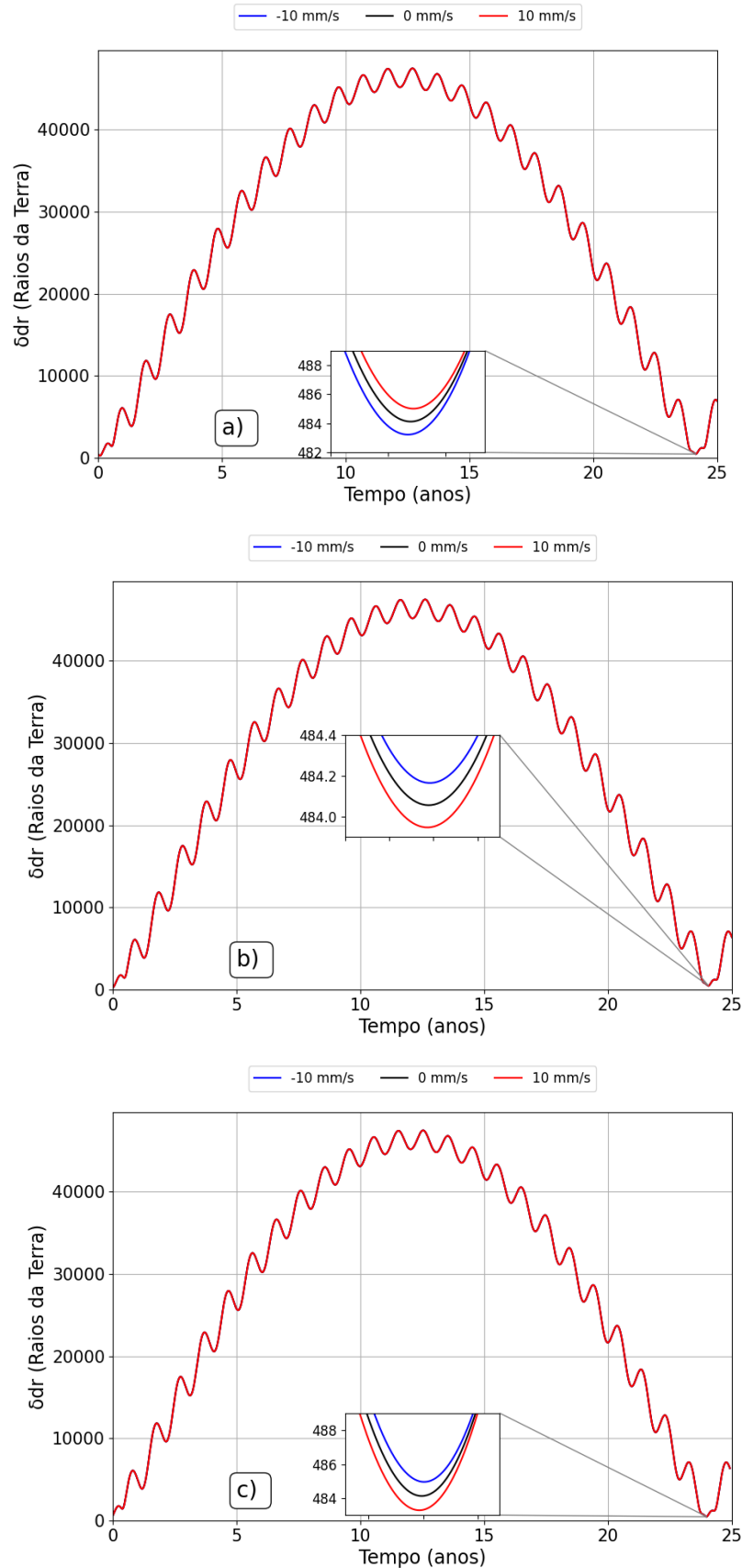
Na Figura 19, veremos o comportamento da distância entre o asteroide e a Terra partindo do primeiro CPA até um próximo maior CPA entre o asteroide e a Terra. A Figura 19a apresenta a distância entre o asteroide e a Terra quando aplicamos as variações de velocidade 30 dias antes do primeiro CPA. Ampliamos o segundo CPA entre os corpos para visualizar melhor as variações que ocorrem após as variações de velocidade. Como podemos ver, com um prazo de aproximadamente 24 anos, nós conseguiremos alterar a órbita do asteroide mesmo sem ter a ocorrência de grandes CPAs intermediários.

A Figura 19b, apresenta os resultados para quando Δv s são aplicados no momento do primeiro CPA em 16 de setembro de 2071. A Figura 19c, apresenta os resultados para quando aplicamos as variações de velocidade 30 dias após o primeiro CPA do asteroide com a Terra.

Figura 20a, Figura 20b e Figura 20c apresentam a evolução do semieixo maior do asteroide em relação aos 25 anos de simulações. Podemos ver que ocorrem dois picos de variação no semieixo maior do asteroide, um no início das Figuras e outro no final. Estes picos ocorrem no momento dos CPAs e devido a geometria da evolução do semieixo maior, não conseguimos ver grandes mudanças no semieixo maior em relação aos Δv s aplicados. Contudo, como vimos nas seções anteriores, o semieixo maior é alterado mesmo que em uma pequena porcentagem, o que contribui para a variação de energia do asteroide, variando assim a sua órbita.

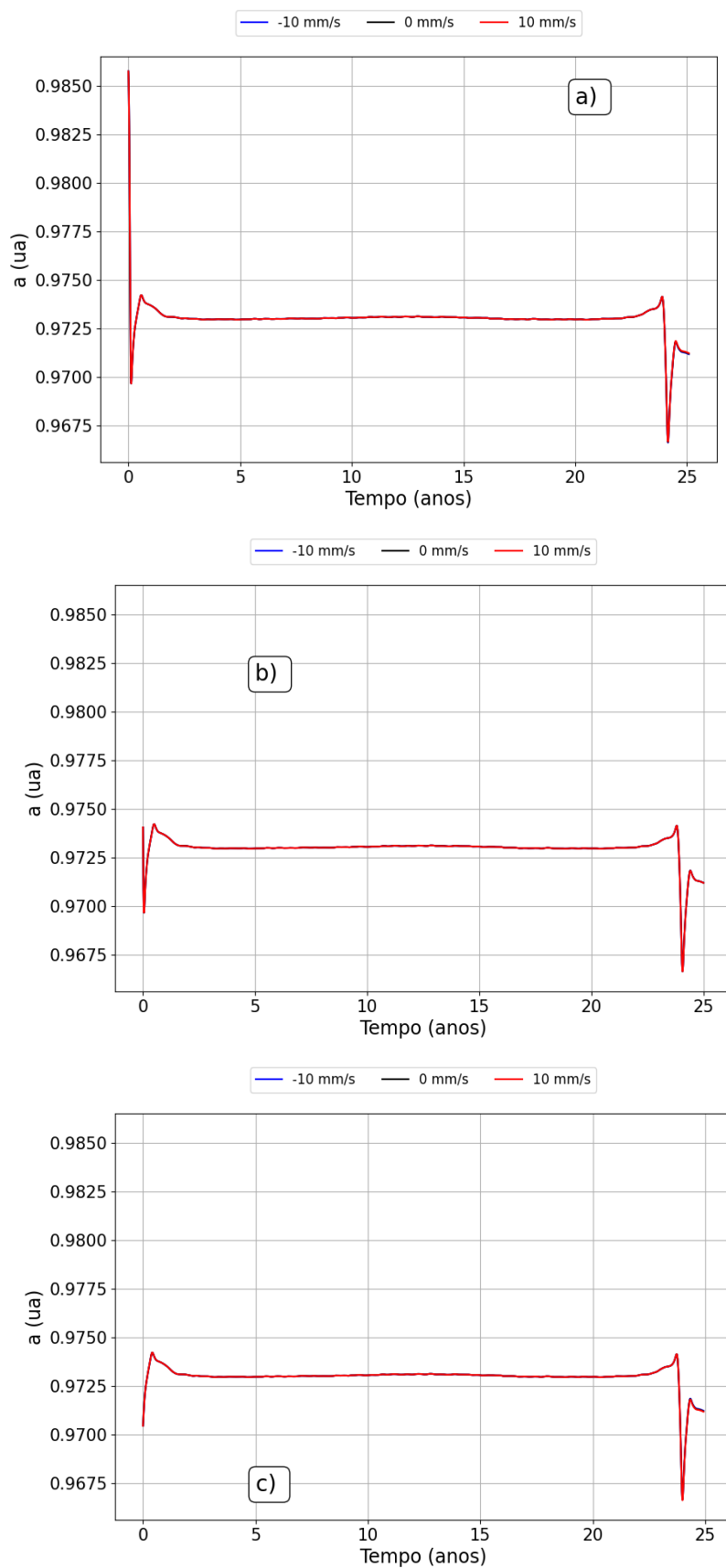
Figura 21a, Figura 22b e Figura 22c apresentam a evolução da excentricidade do asteroide. Percebe-se a mesma ideia apresentada para o semieixo maior, onde temos os picos de variação nos momentos de CPAs.

Figura 19 – Distância (em raios da Terra) entre o asteroide 2000 SG344 e a Terra por um período de 25 anos com os Δv s aplicados. **(a)** Δv aplicado em 16 de agosto de 2071. **(b)** Δv aplicado em 16 de setembro de 2071. **(c)** Δv aplicado em 16 de outubro de 2071. O zoom na segunda passagem mostra o quanto a distância entre o asteroide e a Terra variou depois que os Δv s foram aplicados.



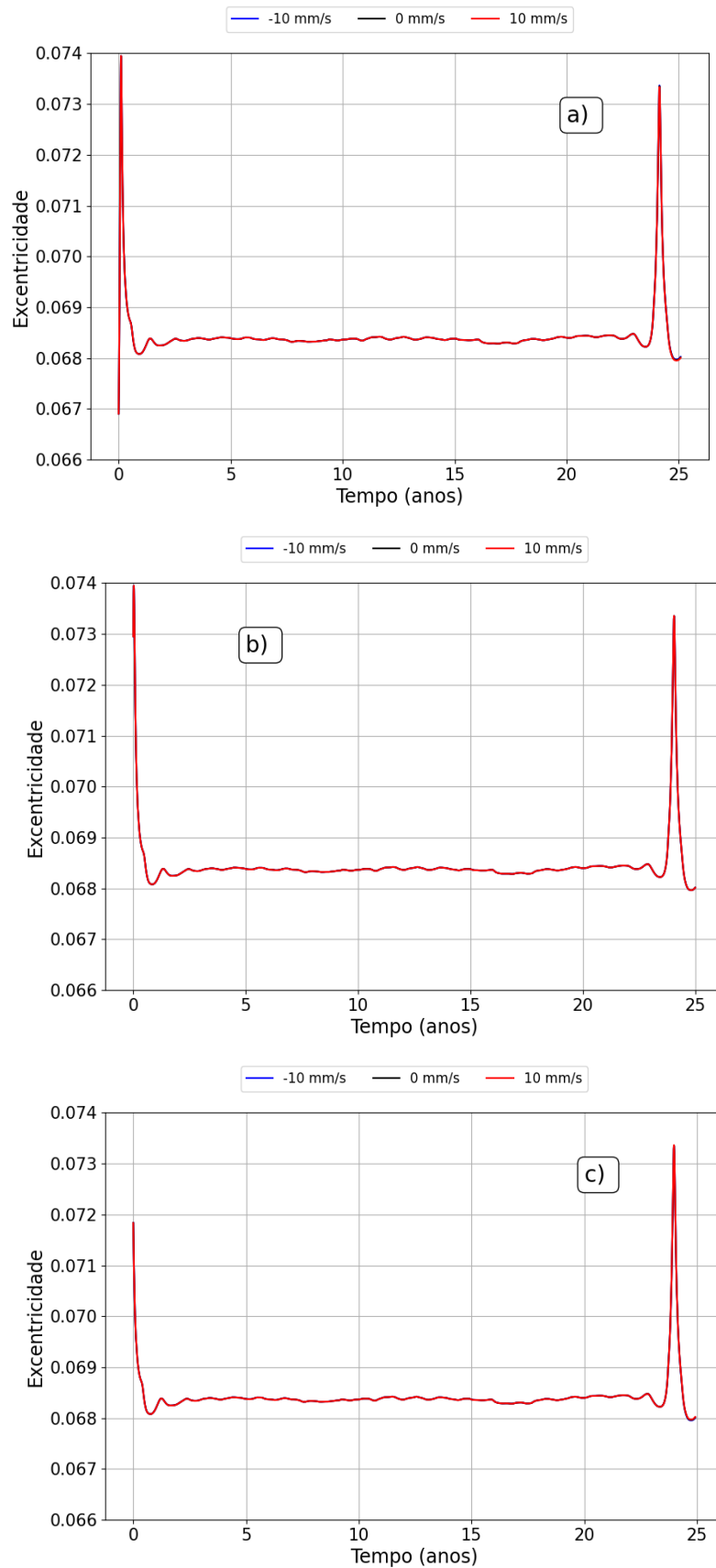
fonte: Produção do próprio autor.

Figura 20 – Semieixo maior do asteroide 2000 SG344 em 25 anos após as variações de velocidade. **(a)** Δv aplicado em 16 de agosto de 2071. **(b)** Δv aplicado em 16 de setembro de 2071. **(c)** Δv aplicado em 16 de outubro de 2071.



fonte: Produção do próprio autor.

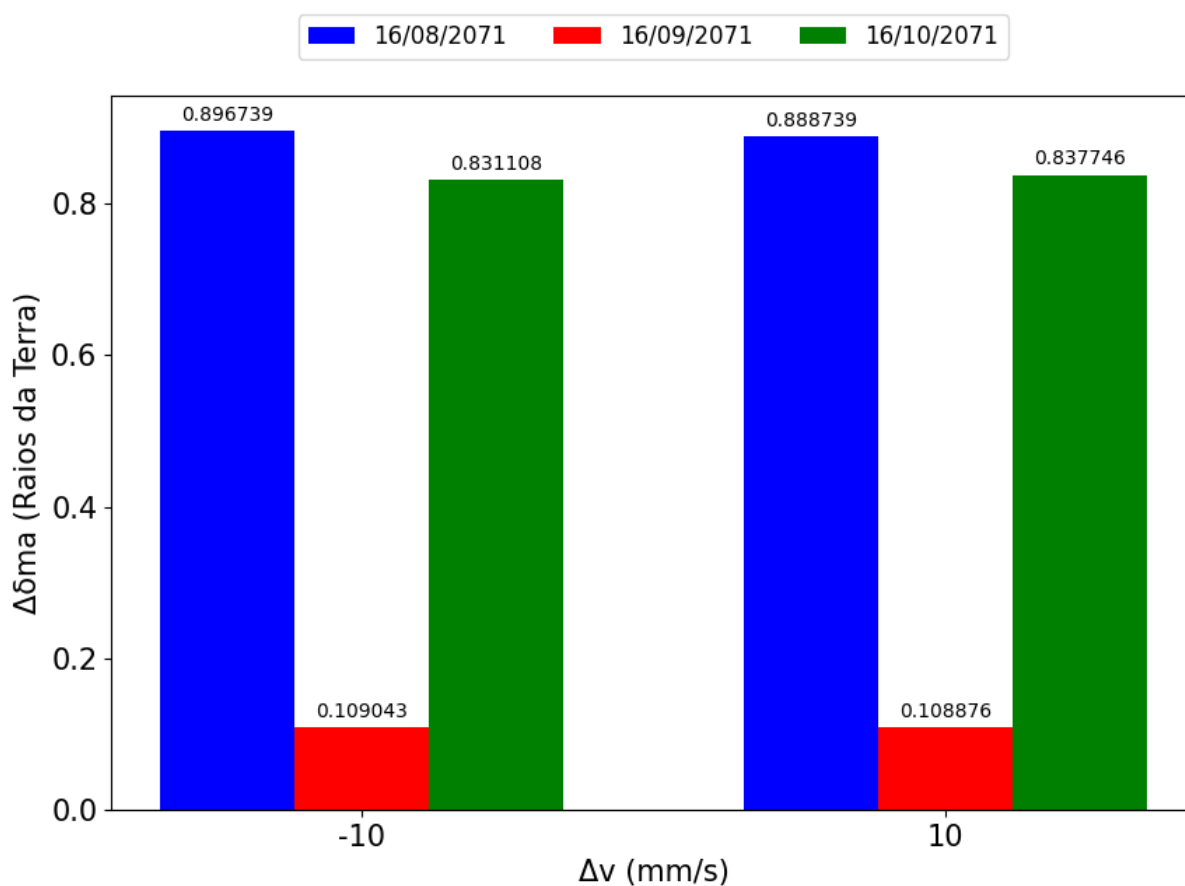
Figura 21 – Excentricidade do asteroide 2000 SG344 em 25 anos após as variações de velocidade. **(a)** Δv aplicado em 16 de agosto de 2071. **(b)** Δv aplicado em 16 de setembro de 2071. **(c)** Δv aplicado em 16 de outubro de 2071.



fonte: Produção do próprio autor.

A **Figura 22**, apresenta a variação da distância entre o asteroide e a Terra obtida no segundo CPA. Podemos ver que aproveitando o primeiro CPA e aplicando as variações de velocidade antes do mesmo, nós conseguiremos variar com maior facilidade a distância entre os corpos no segundo CPA. Porém, podemos ver que aplicando os Δv s após o primeiro CPA, afastaremos o asteroide quase que com a mesma intensidade do Δv aplicado antes do primeiro CPA. Vale ressaltar que, como podemos ver, mesmo para os dois cenários que conseguimos afastar o asteroide com uma maior intensidade, não foi possível afastar o asteroide de uma distância de um raio terrestre. Entendemos que estas variações são muito pequenas e que talvez em um caso de emergência, deveríamos optar por Δv s maiores para este asteroide.

Figura 22 – Diferença da distância entre o asteroide 2000 SG344 e a Terra (em raios da Terra) no segundo CPA após *Deltavs* aplicados. Δv aplicado em 16 de agosto de 2071 (barra azul). Δv aplicado em 16 de setembro de 2071 (barra vermelha). Δv aplicado em 16 de outubro de 2071 (barra verde).



fonte: Produção do próprio autor.

4.3.2 Asteroide 2021 EU

O próximo asteroide é o 2021 EU. Este é um pequeno asteroide de aproximadamente 28 metros de diâmetro que irá ter um CPA com a Terra passando a uma distância de 0,09 ua (2.113 raios da Terra) em 27/02/2024, mas tem uma região de incerteza de 0,3 ua (7.044 raios da Terra) (2021..., 2022).

Na [Figura 23](#), temos o comportamento da distância entre o asteroide e a Terra, partindo do primeiro CPA até um próximo CPA entre o asteroide e Terra. A linha preta é a distância entre o asteroide e a Terra sem a aplicação de variações na velocidade do asteroide, a linha vermelha mostra a distância entre o asteroide e a Terra para quando aplicamos variações positivas na velocidade do asteroide e a linha azul mostra a distância entre o asteroide e a Terra para quando aplicamos as variações negativas na velocidade do asteroide. Podemos ver que, aplicando variações positivas na velocidade do asteroide, estamos afastando ele da Terra no segundo CPA, independente da posição que estamos aplicando estas variações. Aplicando variações de velocidade negativas na órbita do asteroide, veremos que estamos aproximando ainda mais o asteroide da Terra.

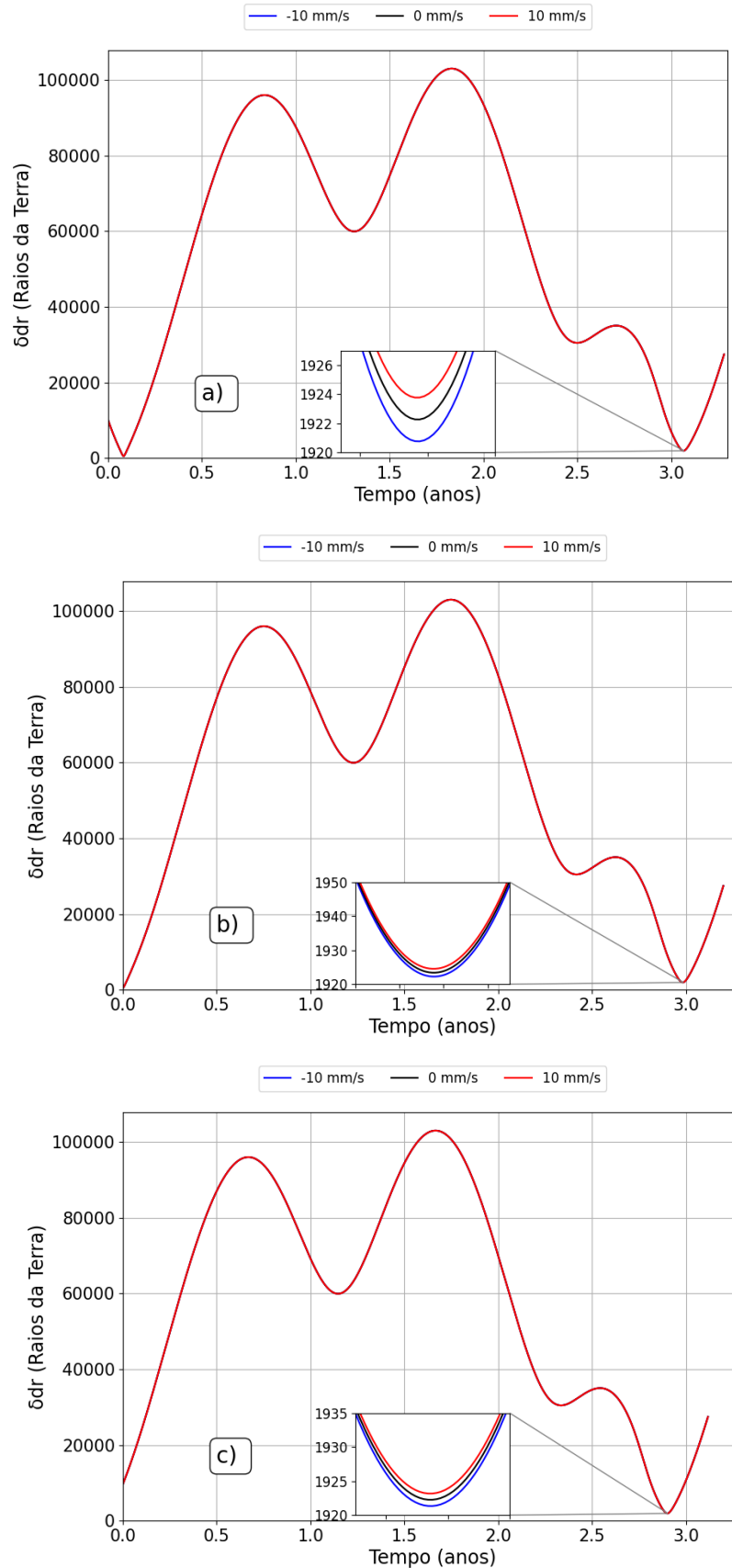
A [Figura 23a](#) apresenta a distância entre o asteroide e a Terra quando aplicamos as variações de velocidade 30 dias antes do primeiro CPA. Ampliamos o segundo CPA entre os corpos para visualizar melhor as variações que ocorrem após as variações de velocidade. A [Figura 23b](#) apresenta os resultados para quando aplicamos as variações de velocidade no momento do primeiro CPA, em 27 de fevereiro de 2024. A [Figura 23c](#) apresenta os resultados para quando aplicamos as variações de velocidade 30 dias após o primeiro CPA do asteroide com a Terra.

O intervalo entre um CPA e o outro é de aproximadamente 3 anos. Contudo, podemos ver dois CPAs intermediários que fazem a diferença na variação da distância entre o asteroide e a Terra no segundo maior CPA.

[Figura 24a](#), [Figura 24b](#) e [Figura 24c](#) apresentam a evolução do semieixo maior do asteroide em relação aos 3,3 anos de simulações (simulamos um pouco a mais do que 3 anos para ver um pouco melhor o segundo CPA). Podemos ver que ocorrem dois picos de variação no semieixo maior do asteroide, um no início das Figuras e outro no final. Estes picos ocorrem nos momentos dos CPAs. Contudo, diferente do caso anterior, vemos que após o primeiro pico, o semieixo maior do asteroide apresenta uma evolução decrescente natural. Isso também ocorre quando aplicamos as variações de velocidade, mas é possível notar um faixa de variação do semieixo maior com Δv_s e sem Δv_s . Estes resultados mostram que, embora o curto período, a energia do asteroide, em relação ao Sol, está alterando com maior facilidade em relação ao caso anterior. A faixa de variação que mencionamos é baseado na alteração de coloração da linha que liga um CPA a outro.

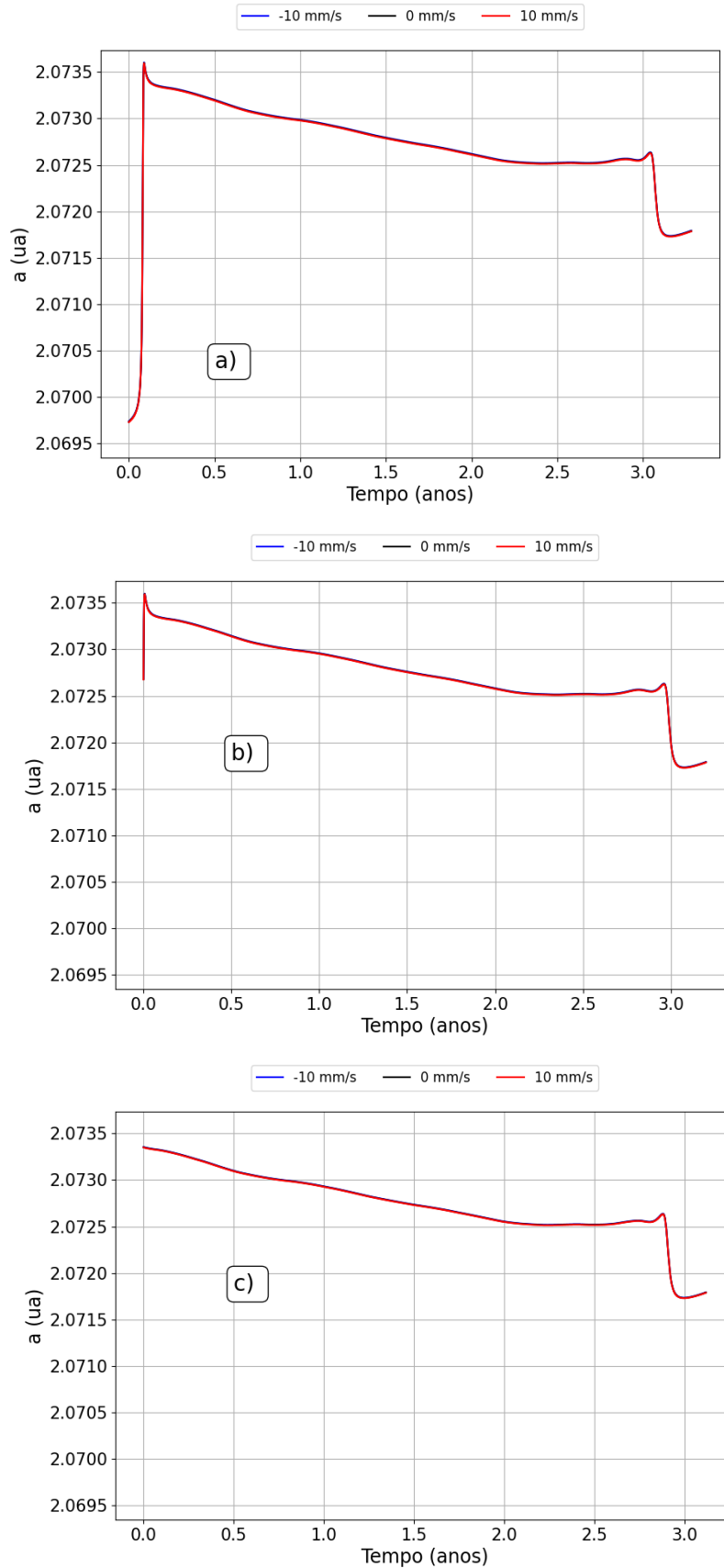
[Figura 25a](#), [Figura 25b](#) e [Figura 25c](#) apresentam a evolução da excentricidade da órbita do asteroide. Perceberemos a mesma ideia apresentada para o semieixo maior, onde temos os picos de variação nos momentos de CPAs. Contudo, vemos um aumento na excentricidade após o primeiro CPA.

Figura 23 – Distância (em raios da Terra) entre o asteroide 2021 EU e a Terra por um período de 3,3 anos com os Δv s aplicados. (a) Δv aplicado em 27 de janeiro de 2024, (b) Δv aplicado em 27 de fevereiro de 2024, e (c) Δv aplicado em 28 de março de 2024. O zoom na segunda passagem mostra o quanto a distância entre o asteroide e a Terra variou depois que os Δv s foram aplicados.



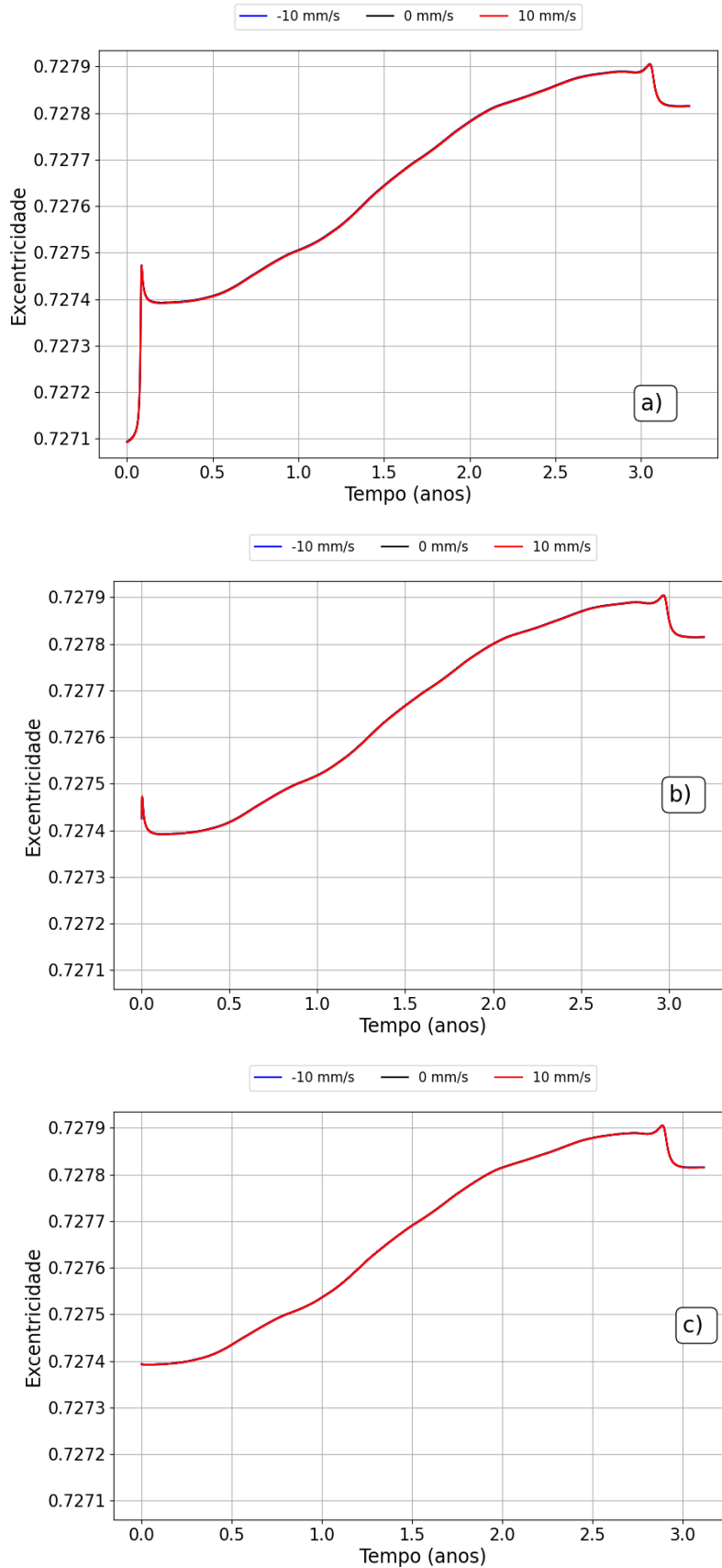
fonte: Produção do próprio autor.

Figura 24 – Semieixo maior do asteroide 2021 EU em 3,3 anos após as variações de velocidade. **(a)** Δv aplicado em 27 de janeiro de 2024, **(b)** Δv aplicado em 27 de fevereiro de 2024, e **(c)** Δv aplicado em 28 de março de 2024



fonte: Produção do próprio autor.

Figura 25 – Excentricidade do asteroide 2021 EU em 3,3 anos após as variações de velocidade. (a) Δv aplicado em 27 de janeiro de 2024, (b) Δv aplicado em 27 de fevereiro de 2024, e (c) Δv aplicado em 28 de março de 2024

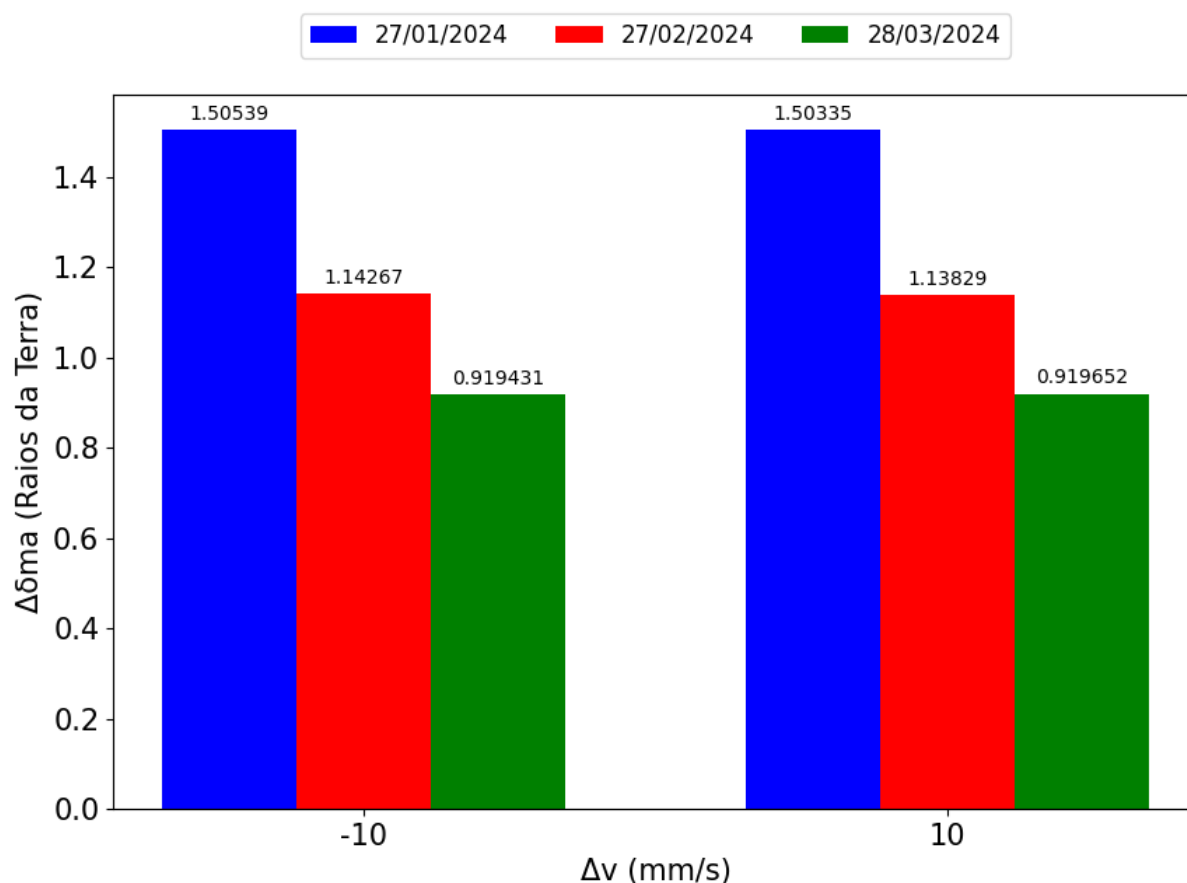


fonte: Produção do próprio autor.

A [Figura 26](#), apresenta a variação da distância entre o asteroide e a Terra obtida no segundo CPA. Encontramos novamente que aproveitando o primeiro CPA e aplicando as variações de velocidade antes do mesmo, conseguiremos variar com maior facilidade a distância entre os corpos. Quando comparamos com os Δv s aplicados durante e após o primeiro CPA, onde podemos perceber que ambos os Δv s, negativo e positivo, foram capazes de gerar uma variação de aproximadamente 1,5 raios da Terra, o que já seria um resultado animador, uma vez que temos propostas para variar a distância entre asteroide e a Terra em 1 raio da Terra ([MACCONE, 2002](#)).

Uma diferença interessante ao caso anterior está relacionado aos Δv s aplicados durante o primeiro CPA. Veremos que, para este caso, ocorrerá uma variação na distância entre o asteroide e a Terra no segundo CPA, maior do que os Δv s aplicados após o primeiro CPA. Os Δv s aplicados durante o primeiro CPA irão gerar variações aproximadas em 1,1 e 1,2 raios da Terra para as variações negativas e positivas, respectivamente. Enquanto que, as variações da distância entre asteroide e a Terra para os Δv s aplicados após o primeiro CPA irá gerar variações menores do que 1 raio da Terra.

Figura 26 – Diferença da distância entre o asteroide 2021 EU e a Terra (em raios da Terra) no segundo CPA. Δv aplicado em 27 de janeiro de 2024 (barra azul). Δv aplicado em 27 de fevereiro de 2024 (barra vermelha). Δv aplicado em 28 de março de 2024 (barra verde).



fonte: Produção do próprio autor.

4.3.3 Asteroide 2008 JL3

O próximo asteroide é o 2008 JL3.

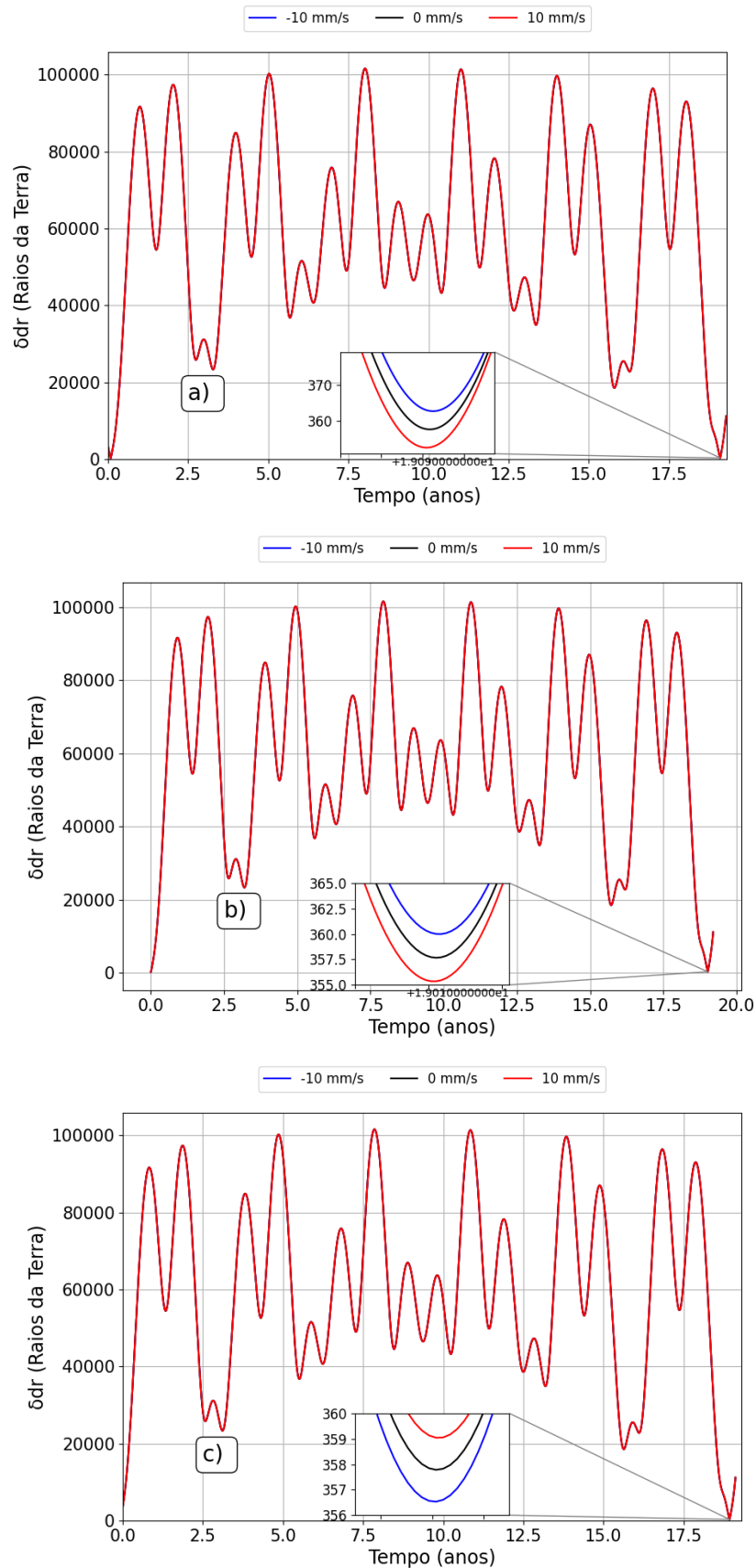
Na [Figura 27](#), veremos o comportamento da distância entre o asteroide e a Terra, partindo do primeiro CPA até um próximo maior CPA entre asteroide e Terra. Vemos que, na verdade, temos algumas aproximações menores durante os 20 anos que utilizamos na simulação. Porém, optamos por considerar o maior CPA para realizar as nossas medições. Olhando para a evolução da distância relativa entre o asteroide e a Terra para esse caso, veremos que os CPAs apresentam uma geometria bastante irregular, que irá influenciar completamente o resultado final.

A [Figura 27a](#) apresenta a distância entre o asteroide e a Terra quando aplicamos as variações de velocidade 30 dias antes do primeiro CPA. Ampliamos o segundo maior CPA entre os corpos para visualizar melhor as variações que ocorrem após as variações de velocidade. A [Figura 27b](#) apresenta os resultados para quando aplicamos as variações de velocidade no momento do primeiro CPA em 01 de maio de 2027. A [Figura 27c](#) apresenta os resultados para quando aplicamos as variações de velocidade 30 dias após o primeiro CPA do asteroide com a Terra. É interessante notar nas regiões ampliadas nestas figuras que, quando aplicamos as variações de velocidade antes e durante o primeiro CPA, teremos comportamentos parecidos para as variações positivas e negativas, sendo que, quando aplicamos variações positivas, iremos aproximar ainda mais o asteroide da Terra e quando aplicamos variações negativas na velocidade do asteroide nós iremos afastá-lo. Porém, quando aplicamos variações de velocidade após o primeiro CPA, encontramos o comportamento contrário, onde aplicando as variações de velocidade positivas, iremos afastar o asteroide e aplicando variações de velocidade negativas, iremos aproximá-lo.

[Figura 28a](#), [Figura 28b](#) e [Figura 28c](#) apresentam a evolução do semieixo maior do asteroide em relação aos 20 anos de simulações. Podemos ver que ocorrem dois picos de variação no semieixo maior do asteroide, um no início das Figuras e outro no final. Estes picos ocorrem no momento dos CPAs. Contudo, vemos que após o primeiro pico, entre 12,5 anos e 15 anos após os Δv s aplicados, o semieixo maior do asteroide apresenta uma evolução decrescente parecida a um comportamento de CPA. Olhando para a [Figura 27](#), não identificamos um grande CPA que possa alterar o semieixo maior do asteroide. Devemos lembrar que estamos considerando os planetas internos, lua e os três primeiros planetas externos. Isto faz com que este sistema seja complexo e o asteroide possa ter um CPA com algum outro corpo massivo durante esse período que estamos considerando em nossas simulações.

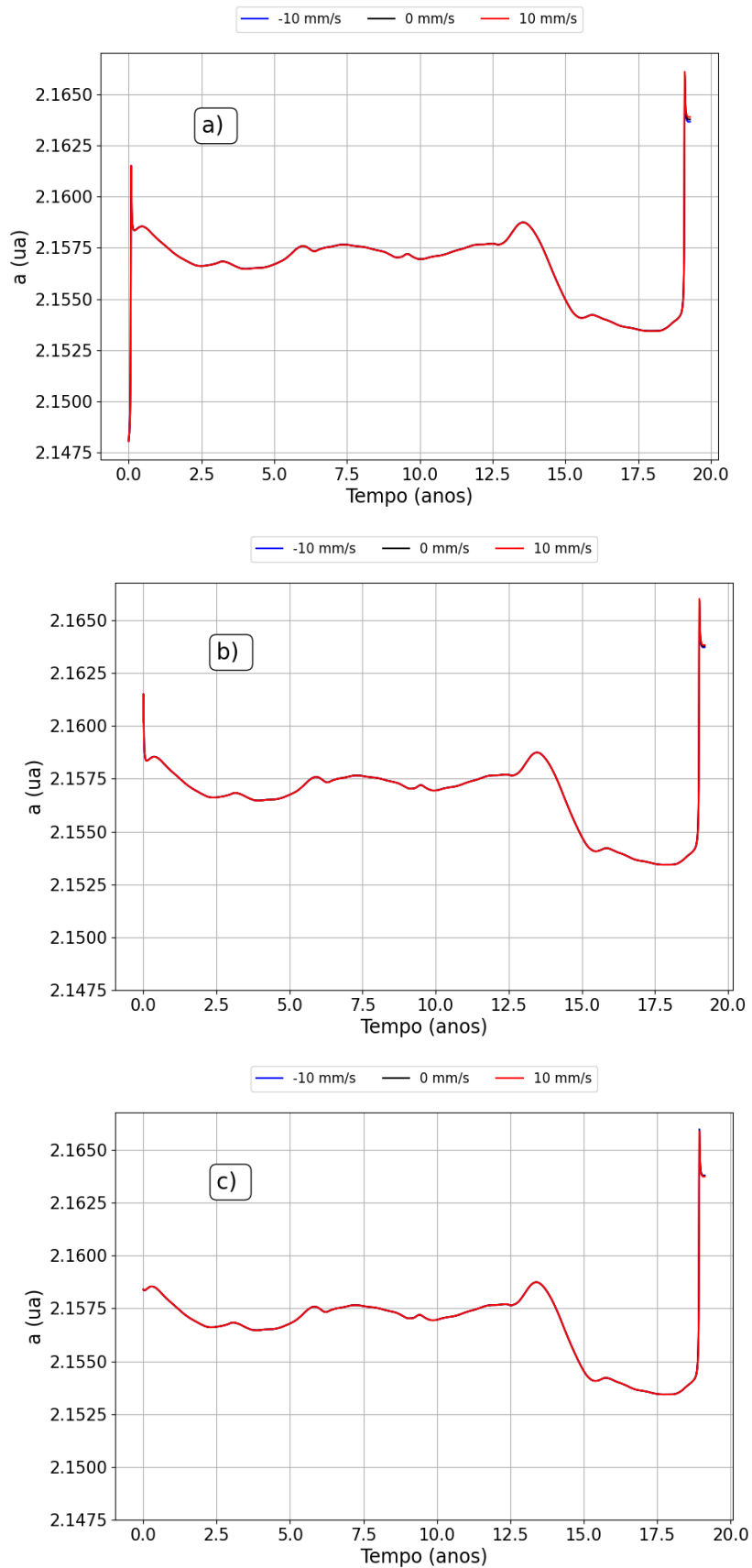
[Figura 29a](#), [Figura 29b](#) e [Figura 29c](#) apresentam a evolução da excentricidade da órbita do asteroide. Perceberemos a mesma ideia apresentada para o semieixo maior, onde temos os picos de variação nos momentos de CPAs. Contudo, vemos um aumento na excentricidade após o primeiro CPA e um pequeno pico entre 12,5 anos e 15 anos.

Figura 27 – Distância (em raios da Terra) entre o asteroide 2008 JL3 e a Terra por um período de 20 anos com os Δv s aplicados. **(a)** Δv aplicado em 01 de abril de 2027, **(b)** Δv aplicado em 01 de maio de 2027, e **(c)** Δv aplicado em 01 de junho de 2027. O zoom na segunda passagem mostra o quanto a distância entre o asteroide e a Terra variou depois que os Δv s foram aplicados.



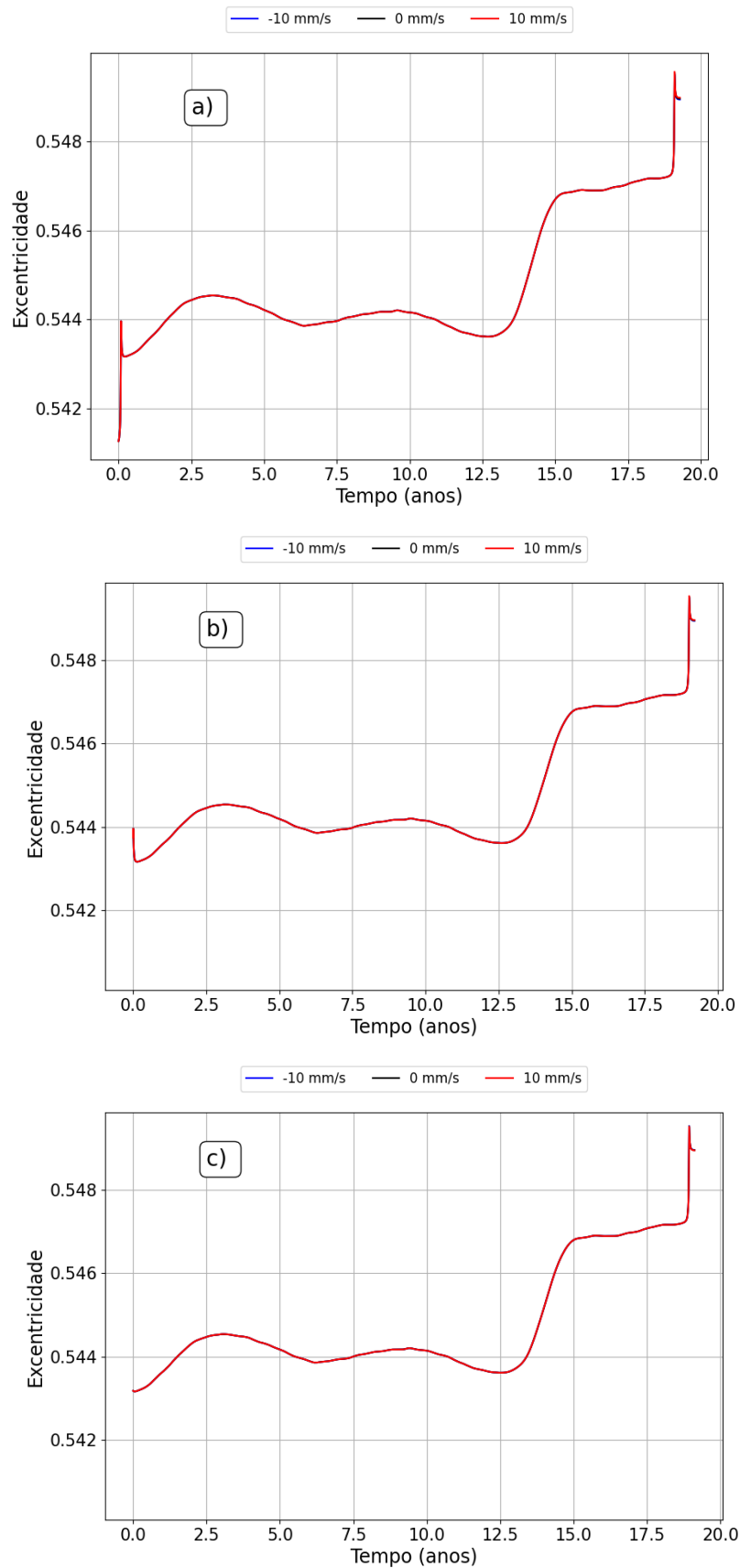
fonte: Produção do próprio autor.

Figura 28 – Semieixo maior do asteroide 2008 JL3 em 20 anos após as variações de velocidade. **(a)** Δv aplicado em 01 de abril de 2027, **(b)** Δv aplicado em 01 de maio de 2027, e **(c)** Δv aplicado em 01 de junho de 2027.



fonte: Produção do próprio autor.

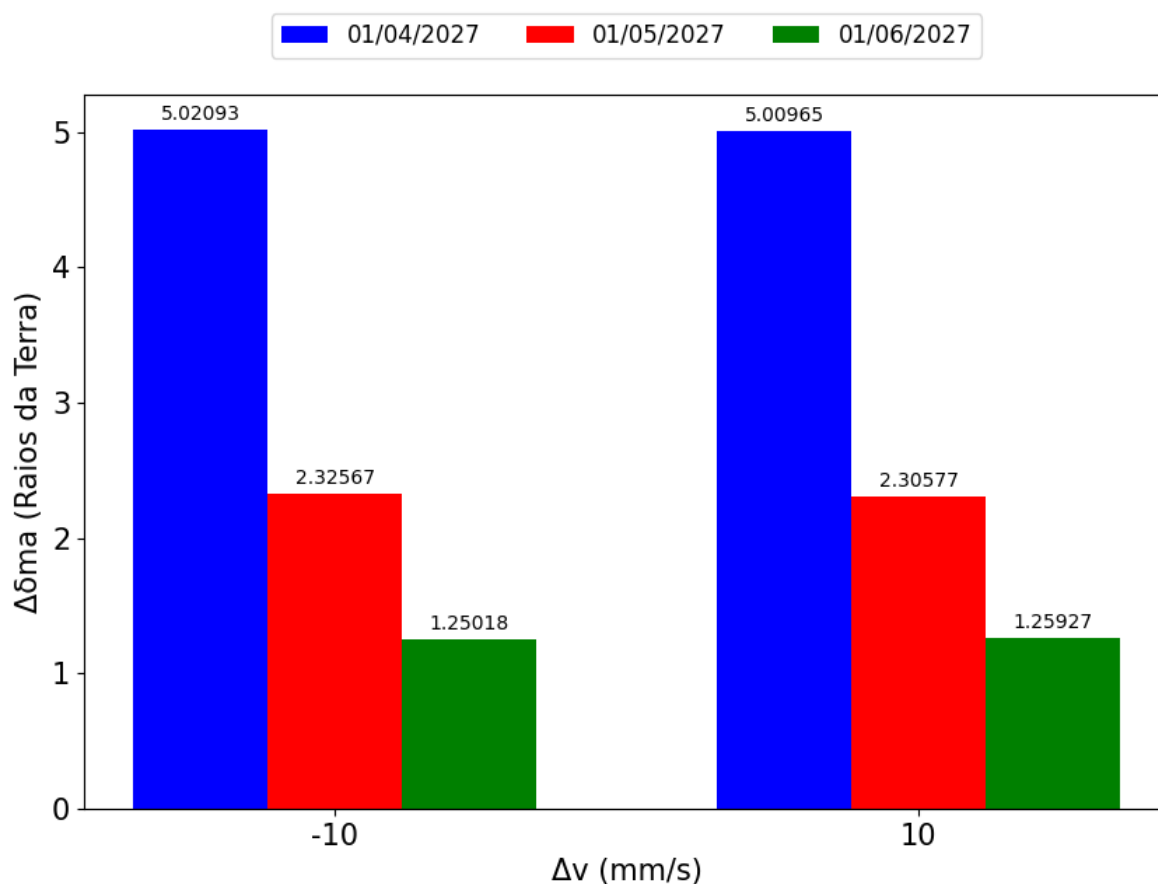
Figura 29 – Excentricidade do asteroide 2008 JL3 em 20 anos após as variações de velocidade. (a) Δv aplicado em 01 de abril de 2027, (b) Δv aplicado em 01 de maio de 2027, e (c) Δv aplicado em 01 de junho de 2027.



fonte: Produção do próprio autor.

A **Figura 30** apresenta a variação da distância entre o asteroide e a Terra obtida no segundo CPA. Podemos ver que aproveitando o primeiro CPA e aplicando as variações de velocidade antes do mesmo (barra azul), conseguiremos variar com maior facilidade a distância entre os corpos, causando uma variação de aproximadamente 5 raios da Terra da órbita sem aplicação de variações de velocidade. Já aplicando variações de velocidade na órbita do asteroide durante o primeiro CPA (barra vermelha), conseguiremos variar a órbita do asteroide fazendo com que a variação da distância relativa entre o asteroide e a Terra seja de aproximadamente 2,3 raios da Terra, um pouco menos do que a metade obtida quando aplicamos variações na velocidade do asteroide antes do primeiro CPA com a Terra. Aplicando as variações de velocidade após o primeiro CPA (barra verde), iremos variar a órbita do asteroide, mas em menos intensidade do que a aplicação de velocidade nas outras posições, sendo que as variações obtidas para este caso é de aproximadamente 1,3 raios da Terra.

Figura 30 – Diferença da distância entre o asteroide 2008 JL3 e a Terra (em raios da Terra), no segundo CPA. Δv aplicado em 01 de abril de 2027 (barra azul). Δv aplicado em 01 de maio de 2027 (barra vermelha). Δv aplicado em 01 de junho de 2027 (barra verde).



fonte: Produção do próprio autor.

4.3.4 Asteroide 2022 PX1

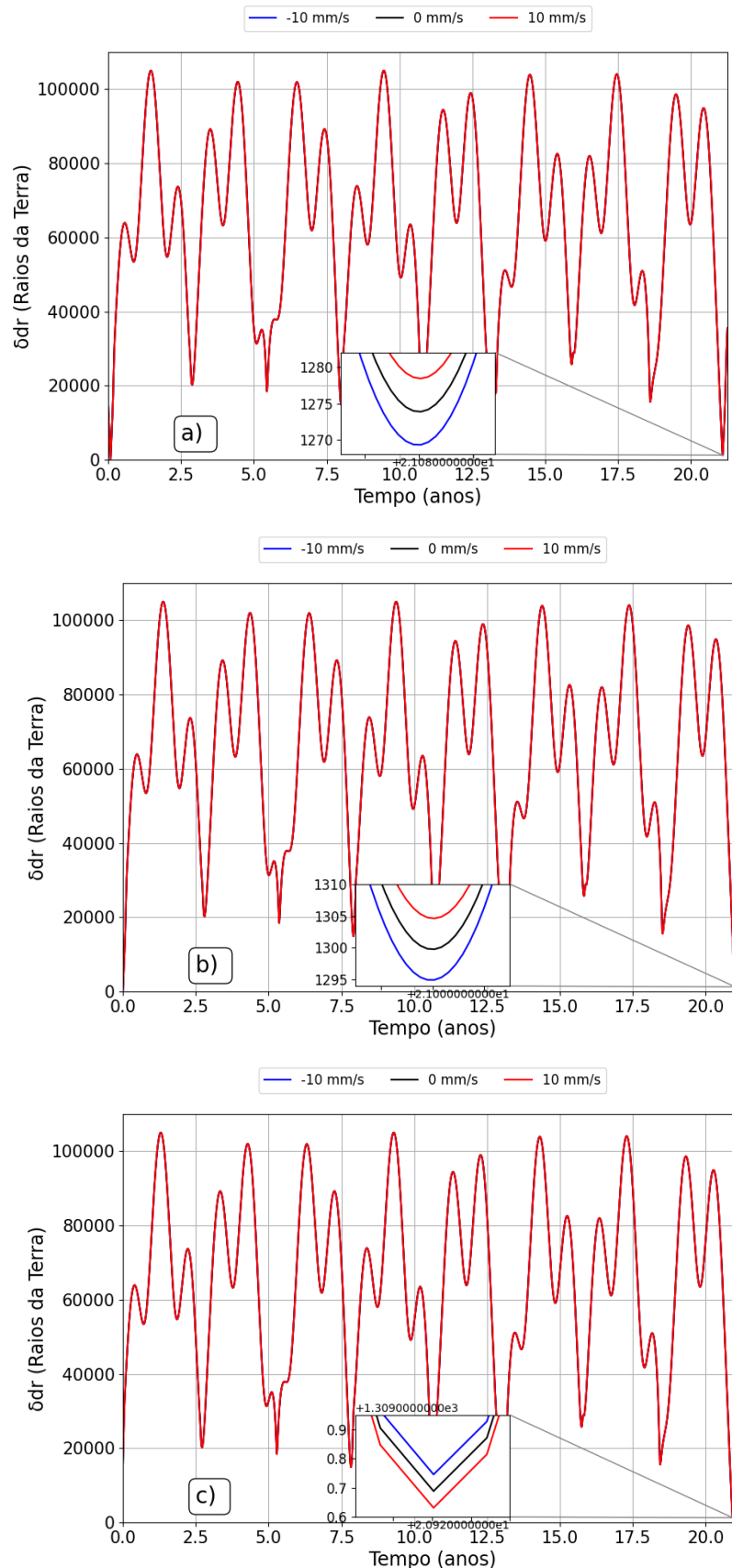
O próximo asteroide é o 2022 PX1. Na [Figura 31](#), veremos o comportamento da distância entre o asteroide e a Terra, partindo do primeiro CPA até um próximo maior CPA entre asteroide e Terra. Novamente, temos algumas aproximações menores durante os 23 anos que utilizamos na simulação. Porém, assim como nos casos anteriores, optamos por considerar um maior CPA para realizar as nossas medições, que está no final desse período.

A [Figura 31a](#) apresenta a distância entre o asteroide e a Terra quando aplicamos as variações de velocidade no asteroide, 30 dias antes do primeiro CPA. Ampliamos o segundo CPA entre os corpos para visualizar melhor as variações que ocorrem na distância entre o asteroide e a Terra após as variações de velocidade. A [Figura 31b](#) apresenta os resultados para quando aplicamos as variações de velocidade no asteroide no momento do primeiro CPA em 11 de agosto de 2040. A [Figura 31c](#) apresenta os resultados para quando aplicamos as variações de velocidade no asteroide 30 dias após o primeiro CPA do asteroide com a Terra. Assim como no caso do asteroide 2008 JL3, o comportamento da distância relativa entre o asteroide e a Terra não apresenta forma tão regular, o que influencia os resultados finais. Outro comportamento parecido entre estes dois asteroides é que, assim como podemos ver na região ampliada, quando aplicamos variações de velocidade no asteroide antes e durante o primeiro CPA, variações positivas na velocidade do asteroide podem afastá-lo e variações negativas na velocidade do asteroide podem aproximá-lo mais da Terra. No entanto, variações de velocidade após o primeiro CPA, nós teremos o efeito invertido, com o asteroide aproximando da Terra com a variação de velocidade positiva na órbita do asteroide e afastando da Terra com a aplicação da variação negativa na velocidade do asteroide.

[Figura 32a](#), [Figura 32b](#) e [Figura 32c](#) apresentam a evolução do semieixo maior do asteroide em relação aos 23 anos de simulações. Desta vez, não temos mais o padrão de dois picos de variação no semieixo maior do asteroide, um no início das Figuras e outro no final. Existe um pico no primeiro CPA, mas depois temos algumas variações até o próximo CPA. Olhando para a [Figura 31](#), percebemos que apesar de que estamos considerando as aproximações que ocorrem entre o primeiro CPA e o próximo grande CPA, 23 anos após o primeiro CPA, estas aproximações são maiores do que os casos anteriores e também mais constantes do que os casos apresentados até o momento. Assim, é possível explicar essas variações no semieixo maior do asteroide devido aos vários CPAs que o mesmo tem com a Terra. Mas, também devemos lembrar da complexidade do sistema em que estamos trabalhando.

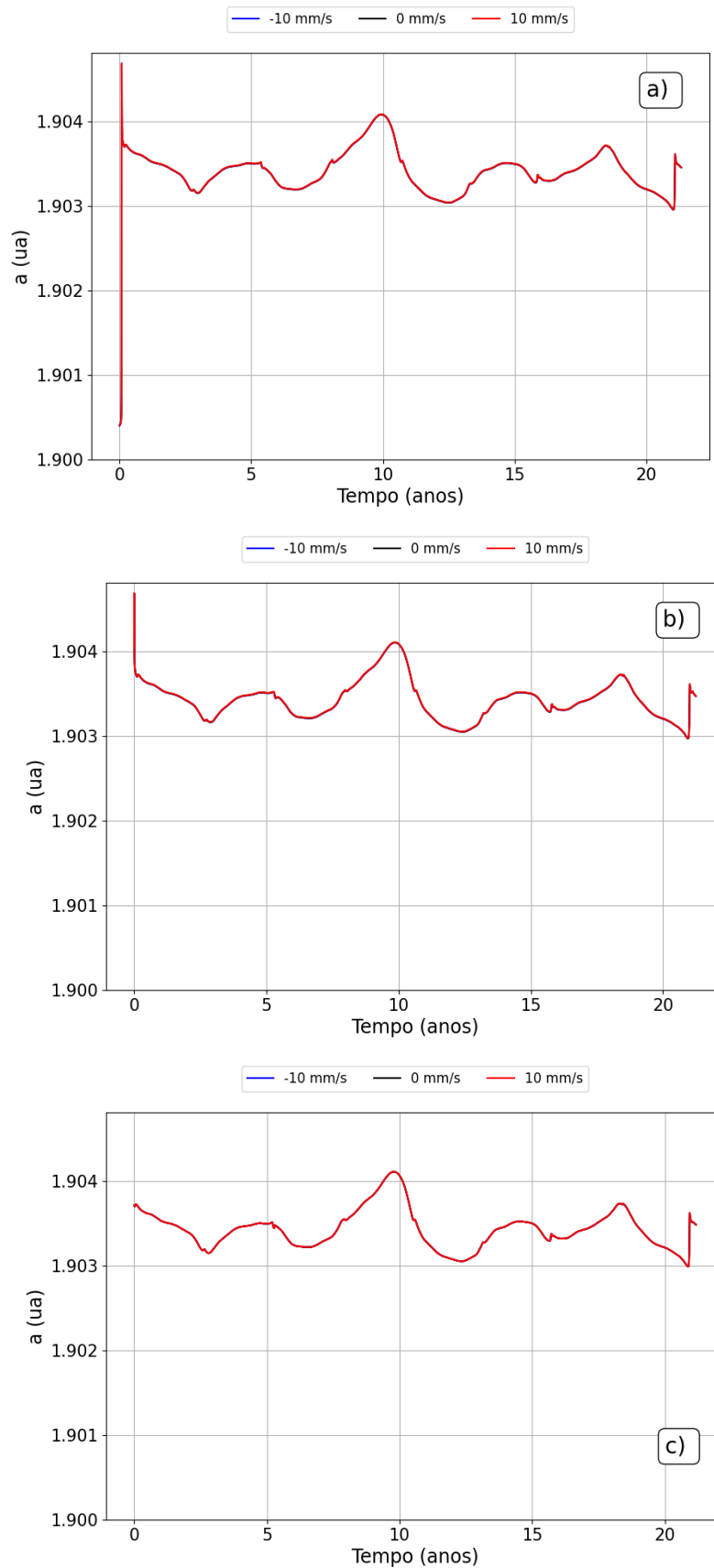
[Figura 33a](#), [Figura 33b](#) e [Figura 33c](#) apresentam a evolução da excentricidade da órbita do asteroide. Perceberemos a mesma ideia apresentada para o semieixo maior, onde temos uma grande variação na evolução da excentricidade.

Figura 31 – Distância (em raios da Terra) entre o asteroide 2022 PX1 e a Terra por um período de 23 anos com os Δv s aplicados. **(a)** Δv aplicado em 11 de julho de 2040, **(b)** Δv aplicado em 11 de agosto de 2040, e **(c)** Δv aplicado em 10 de setembro de 2040. O zoom na segunda passagem mostra o quanto a distância entre o asteroide e a Terra variou depois que os Δv s foram aplicados.



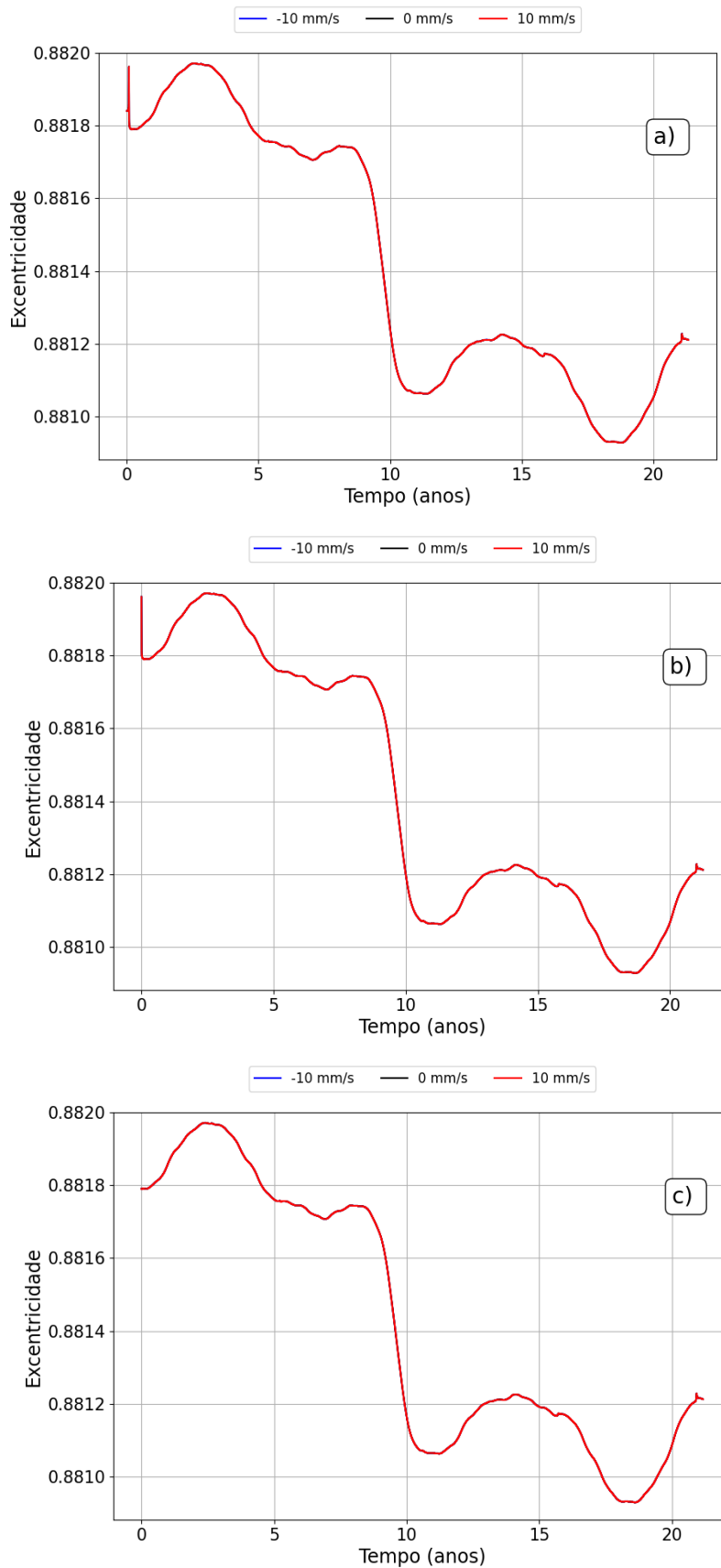
fonte: Produção do próprio autor.

Figura 32 – Semieixo maior do asteroide 2022 PX1 em 23 anos após as variações de velocidade. (a) Δv aplicado em 11 de julho de 2040, (b) Δv aplicado em 11 de agosto de 2040, e (c) Δv aplicado em 10 de setembro de 2040.



fonte: Produção do próprio autor.

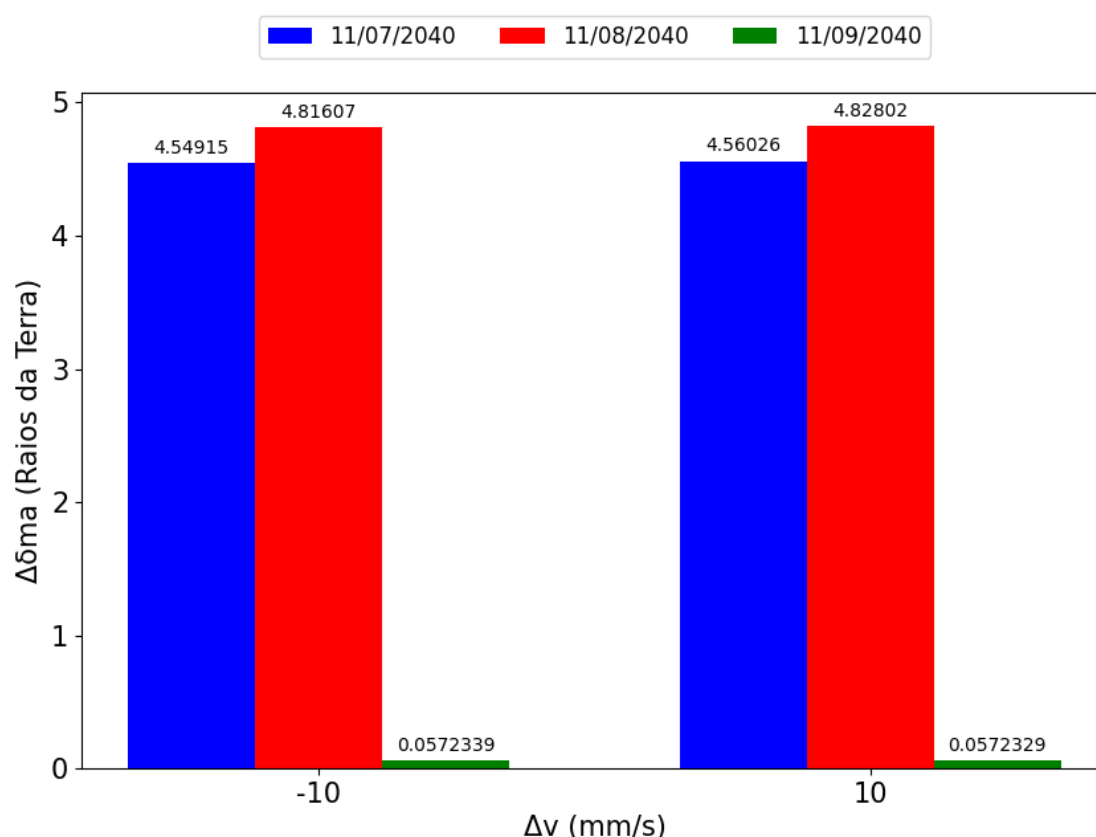
Figura 33 – Excentricidade do asteroide 2022 PX1 em 23 anos após as variações de velocidade. (a) Δv aplicado em 11 de julho de 2040, (b) Δv aplicado em 11 de agosto de 2040, e (c) Δv aplicado em 10 de setembro de 2040.



fonte: Produção do próprio autor.

A **Figura 34** apresenta a variação da distância entre o asteroide e a Terra obtida no segundo CPA. Este é um caso completamente isolado dentro das nossas análises, devido à este ser o único caso dentro de toda a nossa pesquisa, onde, aplicando as variações de velocidade na órbita do asteroide, antes do primeiro CPA, gera uma variação da distância entre asteroide e a Terra de aproximadamente 4,5 raios da Terra (barra azul). Contudo, aplicando as variações de velocidade durante o primeiro CPA (barra vermelha), teremos uma variação da distância relativa entre o asteroide e a Terra de aproximadamente 4,8 raios da Terra. Para tentar explicar o fato, podemos novamente retomar a questão dos vários CPAs entre o asteroide e a Terra para o período de simulações. Quando, causando uma perturbação diferente, uma vez que as distâncias relativas entre asteroide e a Terra estão se alterando, o asteroide tem sua trajetória por uma região que irá perturbá-lo com maior ou menor intensidade gerando estes resultados. Quando aplicamos a variação de velocidade no asteroide após o primeiro CPA, nós teremos apenas uma pequena variação na distância relativa entre o asteroide e a Terra, cerca de 0,06 raios da Terra, onde a explicação pode ser a mesma utilizada para a aplicação de velocidade na duas primeiras posições. Este caso se parece com o caso do asteroide Bennu, mas em uma escala de tempo menor.

Figura 34 – Diferença da distância entre o asteroide 2022 PX1 e a Terra (em raios da Terra) no segundo CPA. Δv aplicado em 11 de julho de 2040 (barra azul). Δv aplicado em 11 de agosto de 2040 (barra vermelha). Δv aplicado em 10 de setembro de 2040 (barra verde).



fonte: Produção do próprio autor.

4.3.5 Asteroide 2022 UE28

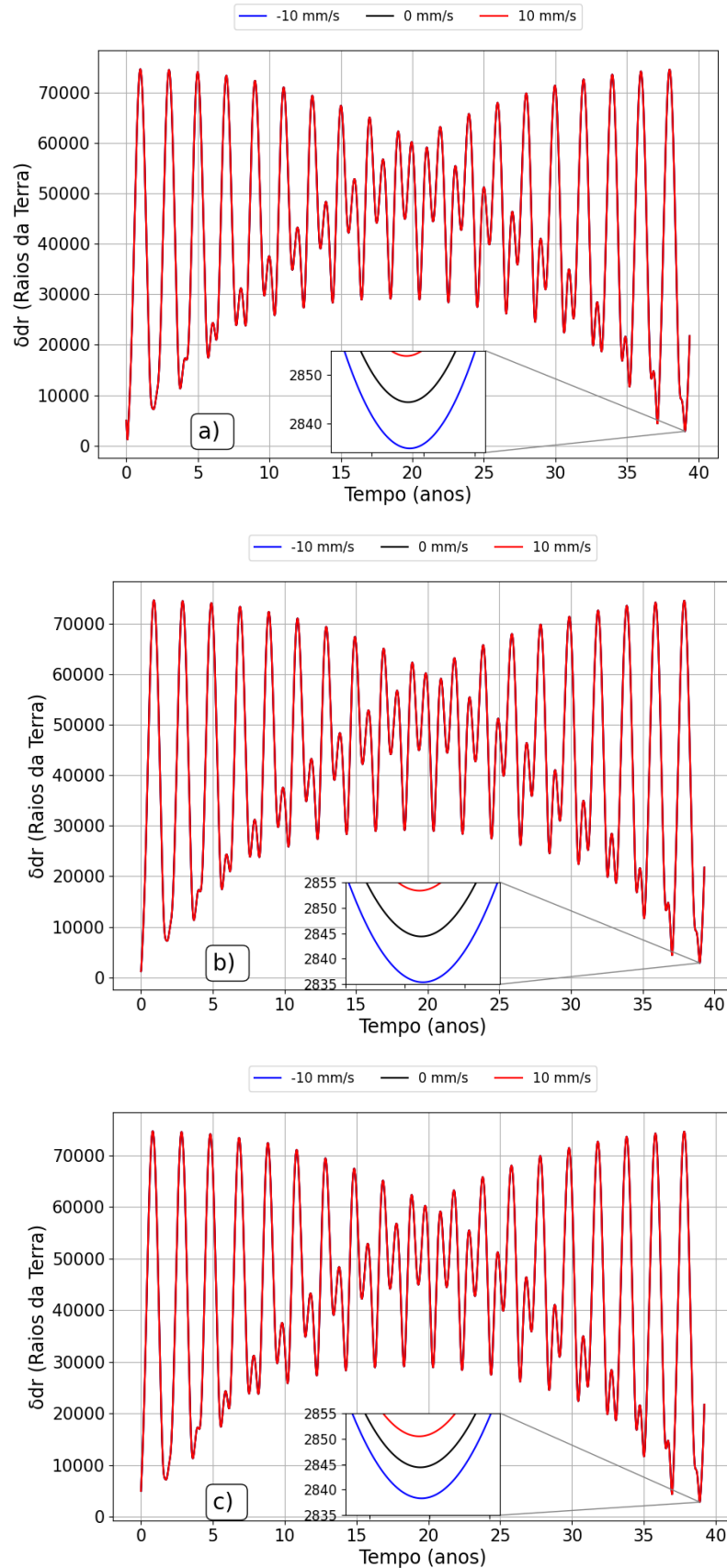
O próximo asteroide é o 2022 UE28. Na [Figura 35](#), veremos o comportamento da distância entre o asteroide e a Terra, partindo do primeiro CPA até um próximo maior CPA entre asteroide e Terra. Assim como nos últimos casos, temos vários CPAs entre o asteroide e a Terra onde vemos estes CPAs, em alguns momentos, maiores e em outros momentos menores durante os 40 anos que utilizamos na simulação.

A [Figura 35a](#) apresenta a distância entre o asteroide e a Terra quando aplicamos as variações de velocidade 30 dias antes do primeiro CPA. Ampliamos o segundo CPA entre os corpos para visualizar melhor as variações que ocorrem após as variações de velocidade. A [Figura 35b](#) apresenta os resultados para quando aplicamos as variações de velocidade no momento do primeiro CPA em 02 de abril de 2064. A [Figura 35c](#) apresenta os resultados para quando aplicamos as variações de velocidade 30 dias após o primeiro CPA do asteroide com a Terra. Em todos os casos vemos que, aplicando as variações positivas na velocidade do asteroide, iremos afastá-lo da Terra no segundo maior CPA. Enquanto que, aplicando as variações negativas na velocidade iremos aproximá-lo da Terra no segundo maior CPA. Não é possível olhar para cada aproximação que o asteroide teve com a Terra no intervalo entre os dois maiores CPAs. Contudo, estas aproximações estão sendo alteradas, o que faz com que o efeito das perturbações vão se acumulando desde o momento da aplicação da variação de velocidade até o segundo maior CPA. Isto faz com que o resultado final seja bem interessante para os três casos abordados.

[Figura 36a](#), [Figura 36b](#) e [Figura 36c](#) apresentam a evolução do semieixo maior do asteroide em relação aos 40 anos de simulações. Novamente, o comportamento da evolução do semieixo maior do asteroide não é constante, existe um pico no primeiro CPA mas depois temos algumas variações até o próximo grande CPA. Olhando para a [Figura 35](#), percebemos que, apesar de que estamos considerando as aproximações que ocorrem entre o primeiro CPA e o próximo grande CPA, 40 anos após o primeiro, estas aproximações estão causando perturbações em cada nova aproximação do asteroide, mesmo que não muito grande, mas o suficiente para causar as variações observadas. Sendo assim, é possível explicar essas variações no semieixo maior do asteroide devido aos vários CPAs que o mesmo tem com a Terra.

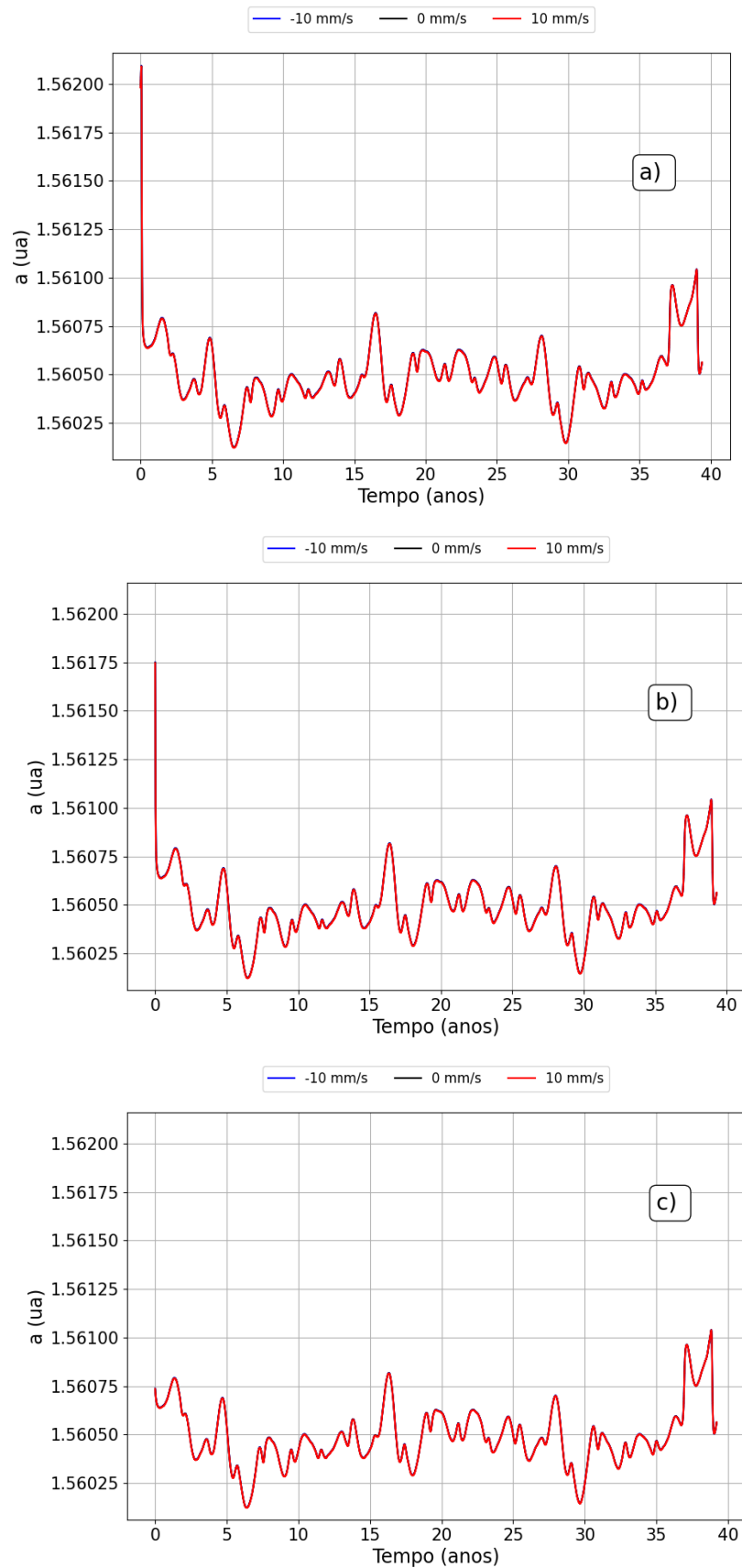
[Figura 37a](#), [Figura 37b](#) e [Figura 37c](#) apresentam a evolução da excentricidade da órbita do asteroide. Perceberemos a mesma ideia apresentada para o semieixo maior, onde temos uma grande variação na evolução da excentricidade.

Figura 35 – Distância (em raios da Terra) entre o asteroide 2022 UE28 e a Terra por um período de 40 anos com os Δv s aplicados. **(a)** Δv aplicado em 02 de março de 2064, **(b)** Δv aplicado em 02 de abril de 2064, e **(c)** Δv aplicado em 02 de maio de 2064. O zoom na segunda passagem mostra o quanto a distância entre o asteroide e a Terra variou depois que os Δv s foram aplicados.



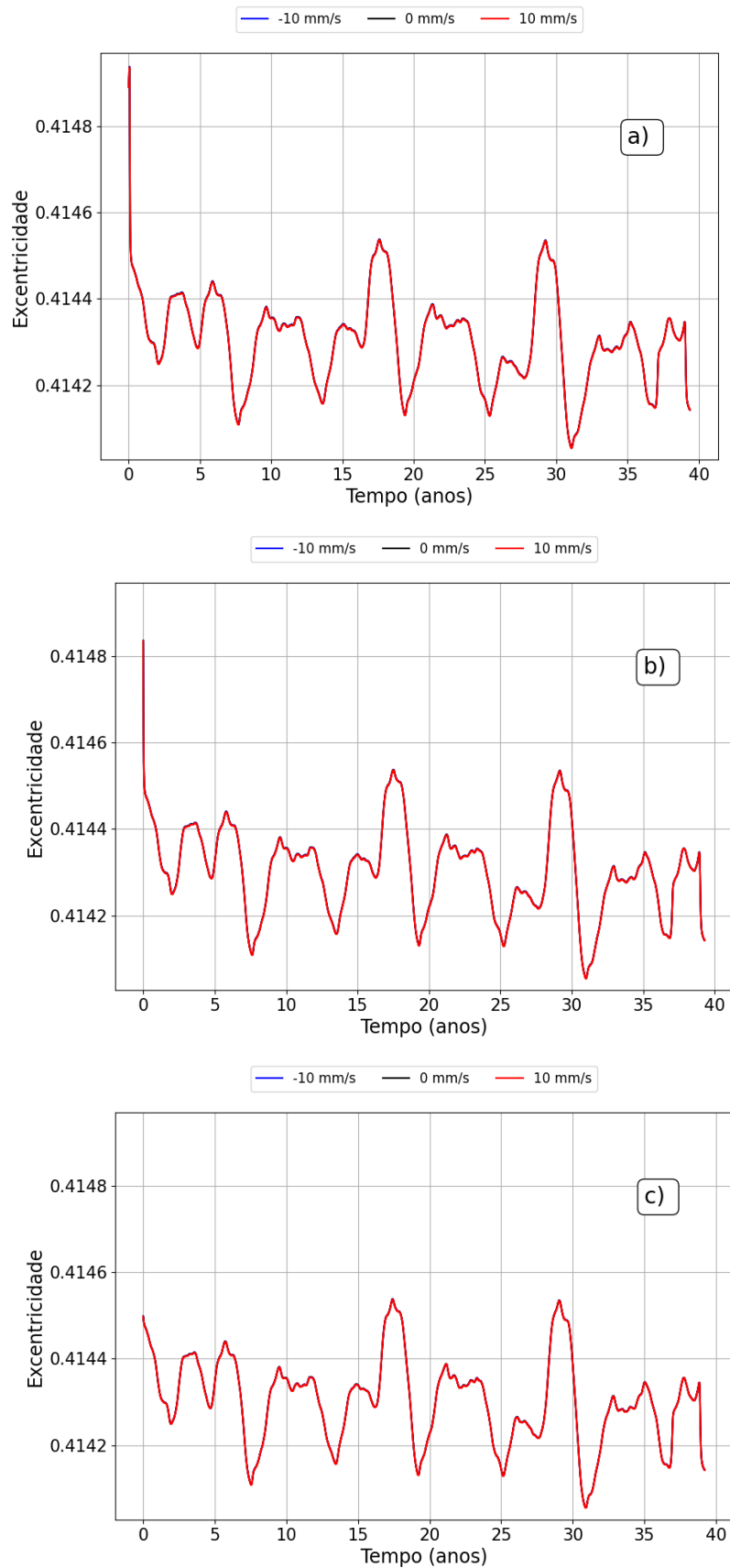
fonte: Produção do próprio autor.

Figura 36 – Semieixo maior do asteroide 2022 UE28 em 40 anos após as variações de velocidade. (a) Δv aplicado em 02 de março de 2064, (b) Δv aplicado em 02 de abril de 2064, e (c) Δv aplicado em 02 de maio de 2664.



fonte: Produção do próprio autor.

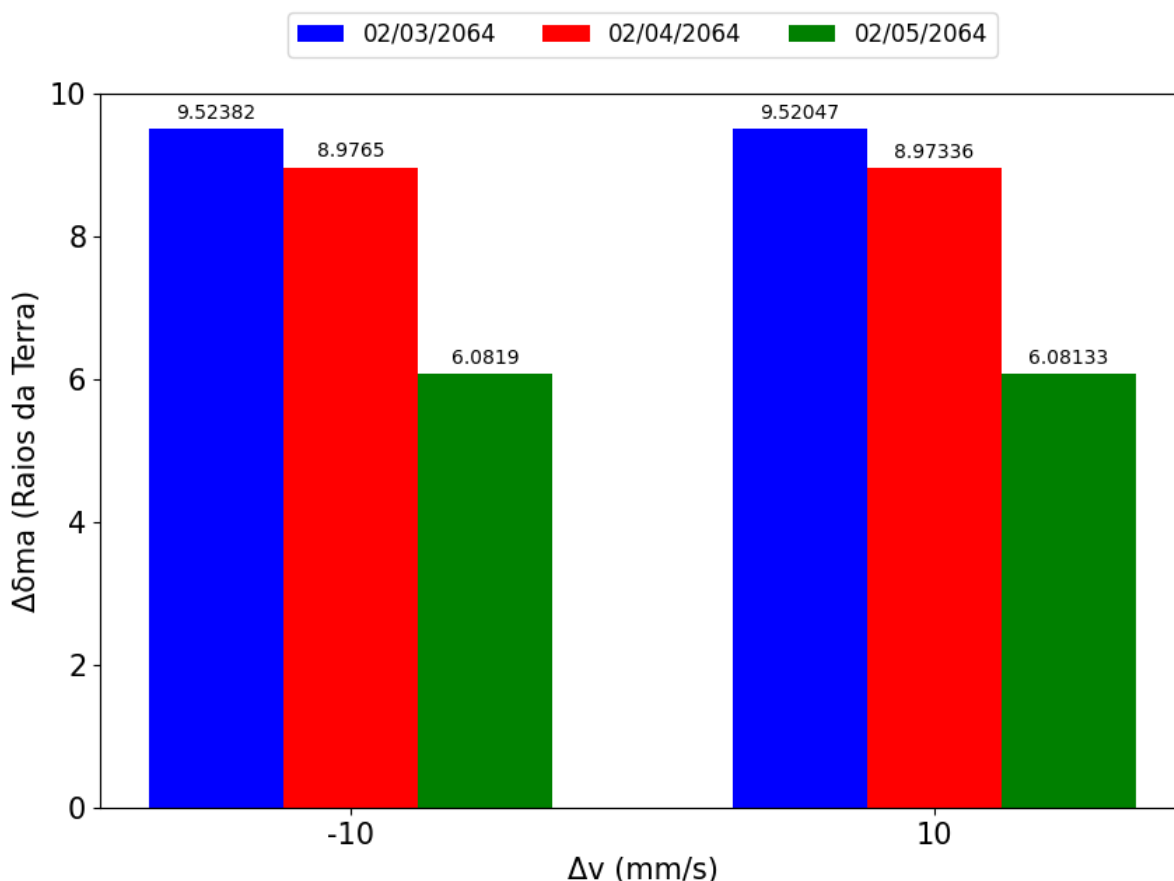
Figura 37 – Excentricidade do asteroide 2022 UE28 em 40 anos após as variações de velocidade. (a) Δv aplicado em 02 de março de 2064, (b) Δv aplicado em 02 de abril de 2064, e (c) Δv aplicado em 02 de maio de 2064



fonte: Produção do próprio autor.

A [Figura 38](#), apresenta a variação da distância entre o asteroide e a Terra obtida no segundo CPA. Podemos ver que aproveitando o primeiro CPA e aplicando as variações de velocidade antes do mesmo, conseguiremos variar com maior facilidade a distância entre os corpos.

Figura 38 – Diferença da distância entre o asteroide 2022 UE28 e a Terra (em raios da Terra) no segundo CPA. Δv aplicado em 02 de março de 2064 (barra azul). Δv aplicado em 02 de abril de 2064 (barra vermelha). Δv aplicado em 02 de maio de 2064 (barra verde).



fonte: Produção do próprio autor.

Percebemos com as simulações das variações de velocidade no asteroide Apophis e dos 5 PHAs, que não precisamos de muito tempo para conseguirmos mudar a órbita de um asteroide, mesmo que para alterar a órbita do asteroide com Δv s não tão grandes. A ideia é ter um CPA com a Terra antes de um CPA mais perigoso e utilizar as variações do Swing By do primeiro CPA para alterar a trajetória do asteroide o suficiente para mudar o segundo CPA. Estamos nos baseando em resultados apresentados aqui, para uma análise acerca das variações de velocidades aplicadas aos asteroides e o quanto as órbitas dos asteroides variaram para cada aplicação de variação de velocidade, através de uma simulação numérica direta (sem o advento de outros mecanismos externos). Ou seja, certamente que para uma missão real, onde os custos tecnológicos devem ser considerados, maiores análises, e mais complexas, devem ser realizadas, incluindo a análise relacionada a composição de cada objeto pois pode variar o impacto necessário para gerar as variações de velocidade, o que não se aplica para este trabalho, mas sim, para trabalhos futuros. Também, podemos ver que quanto maior o número de aproximações do asteroide com a Terra desde o momento da aplicação do Δv até o segundo maior CPA, maiores serão as variações da órbita do asteroide devido às perturbações gravitacionais da Terra,

como podemos ver no caso dos asteroides 2008 JL3 (Figura 30), 2022 PX1 (Figura 34) e asteroide 2022 UE28 (Figura 38). Destas análises surgiram alguns novos questionamentos. E se tivéssemos menos tempo do que o explorado até o momento? E se, devido ao primeiro CPA, o asteroide possa alterar sua trajetória o suficiente para que em pouco tempo após o primeiro CPA ele retorne e colida com a Terra? Procuraremos responder estas questões nas próximas seções!

4.4 DESVIO DE UM ASTEROIDE FICTÍCIO EM ROTA DE COLISÃO COM A TERRA EM UM PERÍODO DE 2 ANOS.

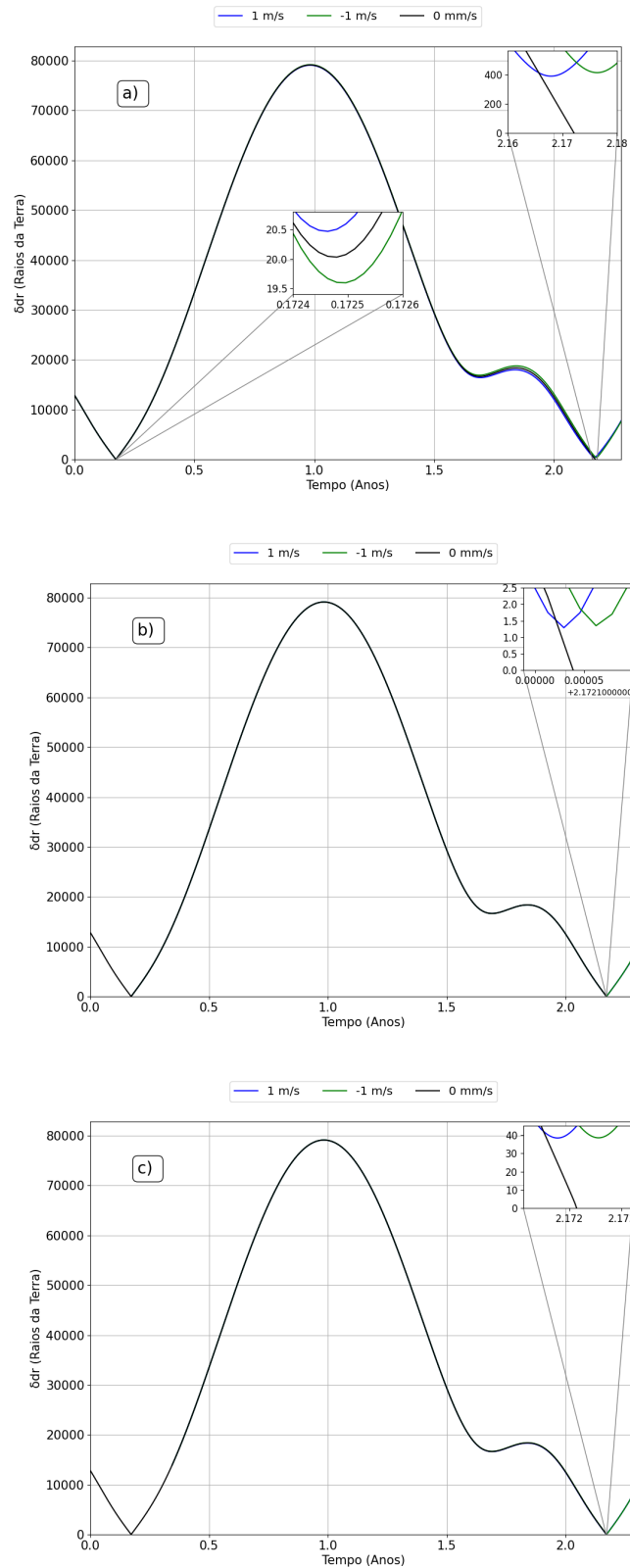
Para entender o cenário que pretendemos apresentar, mostraremos a evolução da distância entre o asteroide fictício e a Terra em um período de cerca de 2 anos, considerando três cenários: i) Quando o Δv é aplicado 63 dias antes do primeiro CPA (Figura 39a), ii) Quando o Δv é aplicado no primeiro CPA (Figura 39b) e iii) Quando o Δv é aplicado 63 dias após o primeiro CPA (Figura 39c). Nestas Figuras teremos a distância relativa entre o asteroide e a Terra no eixo y ao longo do tempo que está no eixo x, e podemos ver que o asteroide tem um primeiro CPA com a Terra, se afastando em seguida e após dois anos se aproxima novamente, porém, para colidir com a Terra. Lembrando que o uso de 63 dias antes e após o primeiro CPA vem da metodologia utilizada e pode ser revista na seção de metodologia.

Descobrimos que, aplicando os Δv s antes do primeiro CPA, Figura 39a, obtivemos uma distância considerável do asteroide da Terra no momento que ocorreria a colisão, 2 anos após o primeiro CPA. Esta distância está em cerca de 414 raios da Terra, para o Δv negativo e cerca de 390 raios da Terra para o Δv positivo como podemos ver na ampliação do segundo CPA. Se compararmos esses resultados com a literatura, encontramos variações em torno de 1 raio da Terra sendo um resultado interessante (MACCONE, 2002). Isso significa que o uso de uma aproximação prévia com a Terra é uma técnica muito eficaz para alterar a trajetória do asteroide, uma vez que estamos alterando a intensidade das perturbações envolvidas no primeiro CPA. Outros resultados consideráveis foram encontrados quando aplicamos o Δv após o primeiro CPA, como mostrado na Figura 39c. No entanto, olhando para a Figura 39b, vemos que se o Δv for aplicado quando o asteroide está na maior aproximação com a Terra, primeiro CPA, os desvios são muito menores em comparação com os cenários apresentados na Figura 39a e na Figura 39c. O desvio encontrado nesse caso foi de cerca de 1,35 raios da Terra para o Δv negativo e 1,29 raios da Terra para o Δv positivo. Um detalhe que talvez seja importante é que, o asteroide antes de ter o segundo CPA e colidir com a Terra, ainda tem uma aproximação entre 1,5 e 2 anos, e que esta aproximação também está sendo alterada, intensificando ainda mais o efeito no segundo CPA.

A Figura 40 mostra as diferenças nos resultados finais com relação à aplicação do v para o momento que ocorreria a colisão e sem a aplicação do Δv . É evidente, olhando para a barra azul, que aplicar os Δv s antes do primeiro CPA ajuda no desvio da órbita do asteroide, uma vez que conseguimos uma maior variação do segundo CPA em relação ao Δv aplicado durante o primeiro CPA (barra verde), e após o primeiro CPA (barra vermelha). Isso se deve ao fato de que, um Δv aplicado antes da passagem pelo primeiro CPA, pode ajustar a geometria da primeira aproximação para maximizar as variações na trajetória do asteroide, fazendo com que a próxima passagem esteja a uma distância muito

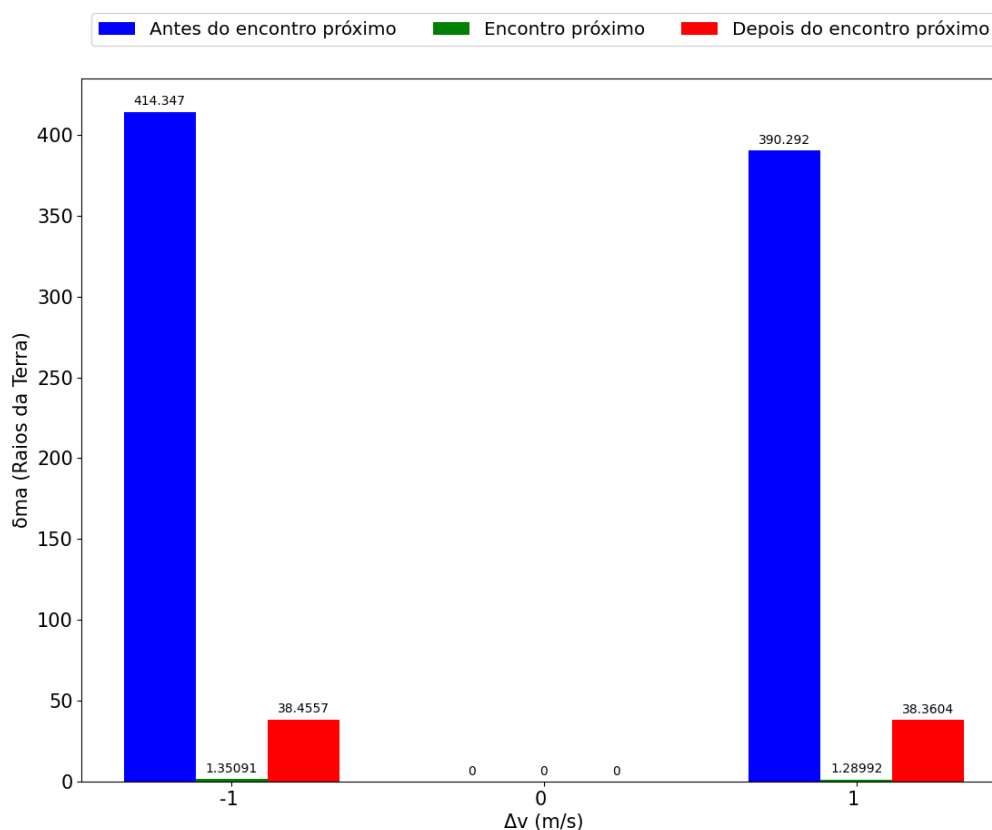
maior da Terra.

Figura 39 – Distância (em raios da Terra) entre o asteroide e a Terra por um período de cerca de 2,5 anos. **(a)** Δv aplicado 63 dias antes do CPA, onde ampliamos o primeiro CPA para ver a variação nesta região, **(b)** Δv aplicado no primeiro CPA, e **(c)** Δv aplicado 63 dias após o primeiro CPA. O zoom na segunda passagem mostra o quanto a distância entre o asteroide e a Terra variou depois que os Δv s foram aplicados.



fonte: Produção do próprio autor.

Figura 40 – Distância entre o asteroide e a Terra (em raios da Terra) na passagem da “potencial colisão” após 2 anos do swing by do primeiro CPA. Em azul temos a situação onde o Δv é aplicado 63 dias antes do primeiro CPA, em verde temos um Δv aplicado exatamente no primeiro CPA, e em vermelho temos a situação onde o Δv é aplicado 63 dias após o primeiro CPA..



fonte: Produção do próprio autor.

Nossa proposta está então diretamente relacionada à manobra assistida por gravidade (FERREIRA; PRADO; WINTER, 2017; FERREIRA et al., 2017; FERREIRA et al., 2018; PRADO; FELIPE, 2007; PRADO; BROUCKE, 1995; NEGRI; PRADO; SUKHANOV, 2017; FELIPE; PRADO, 1999), onde o asteroide fará um swing by com a Terra que muda sua órbita e que pode evitar com que a colisão ocorra posteriormente.

Portanto, surge uma nova questão: Se aplicarmos o impulso antes do primeiro CPA, nós podemos afastar o asteroide em uma magnitude satisfatória na próxima passagem. Sendo assim, qual é o menor Δv que precisamos aplicar à órbita do asteroide para evitar uma colisão com a Terra se aplicarmos o Δv antes do primeiro CPA?

Esta questão é importante devido ao tamanho do impactador que precisamos para gerar essa variação de velocidade, o que é muito questionado devido à impossibilidade de lançar um impactador com massa grande o suficiente para gerar grandes Δv s, o que pode inviabilizar uma possível missão de urgência.

Fizemos simulações a partir de 63 dias antes do primeiro CPA entre o asteroide e a Terra e variamos a velocidade do asteroide com magnitudes de Δv s a partir de 1 m/s, lembrando que este valor de Δv foi utilizado na literatura (ver seção, Metodologia). Depois disso, diminuimos a escala e descobrimos que a magnitude mínima que pode desviar o asteroide, usando um Δv antes do CPA para aproveitar os

efeitos gravitacionais, é de 4 mm/s, tanto no sentido contrário a velocidade do asteroide quanto no mesmo sentido do movimento do asteroide.

As distâncias mínimas asteroide-Terra encontradas foram 1,30 e 1,25 raios da Terra, para os respectivos Δv s. Esses são pequenos desvios, mas maiores podem ser obtidos com Δv s muito pequenos. A [Figura 41](#) mostra esses resultados. A distância mínima Terra-asteroide aumenta quase linearmente com a magnitude do Δv . É visível que um desvio de 7,32637 raios da Terra pode ser obtido com um Δv de apenas 19 mm/s, um resultado muito bom para apenas cerca de 2 anos de tempo de alerta. Claro que essa técnica requer uma passagem anterior do asteroide pela Terra antes da aproximação que irá terminar em colisão, mas é uma boa alternativa para esses casos. Estas são pequenas variações e devem ser estudadas com mais detalhes, mas mostra que encontramos uma situação em que, aproveitando o swing by, não precisamos de grandes Δv s, mesmo para tempos de aviso muito curtos.

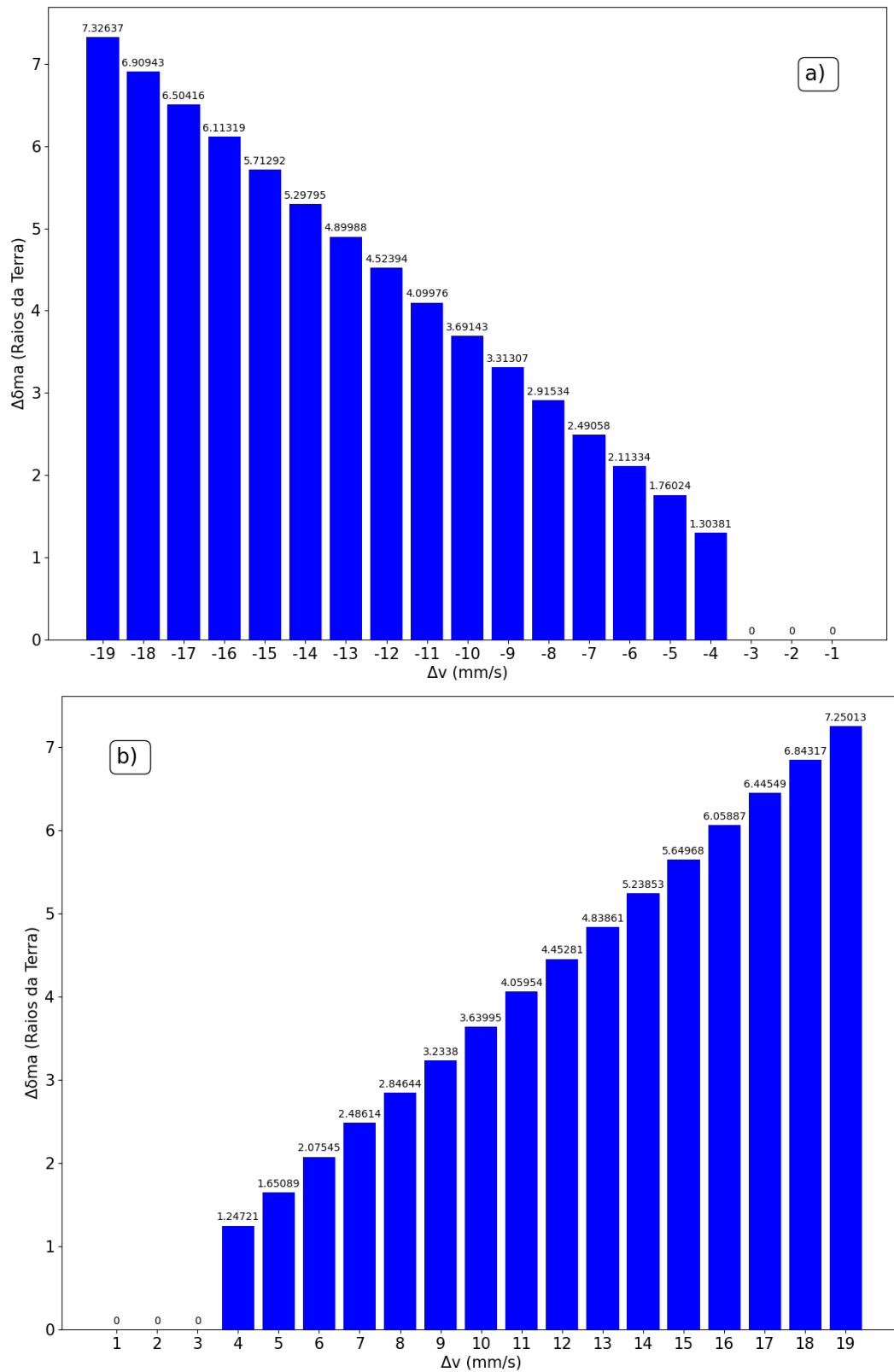
Mas e se, em vez de 63 dias antes do primeiro CPA, nós tivéssemos 20 dias ou 30 dias antes do primeiro CPA para aplicar a variação de velocidade? Qual seria o menor Δv para evitar a colisão?

Nossas simulações mostram que o menor Δv para evitar uma colisão ao aplicar o Δv 20 dias antes do primeiro CPA é de -3 cm/s, alcançando um desvio de 1,3 raios da Terra. O menor Δv necessário para evitar a colisão aplicando o Δv 30 dias antes do CPA é de -6 cm/s, atingindo um desvio de 1,05 raios da Terra. Podemos ver que, aplicar o Δv no momento em que detectamos que o asteroide colidiria com a Terra, 63 dias antes do primeiro CPA, necessita de um Δv muito menor para gerar uma maior variação, o que já é esperado devido ao maior tempo em que o asteroide terá sua trajetória alterada pelo *Deltav* e pela perturbação gravitacional com a Terra antes do primeiro CPA.

Vale ressaltar que estamos lidando aqui com uma grande perturbação gravitacional, pois o CPA entre o asteroide e a Terra é consideravelmente grande, e que, nessas condições, os desvios são maiores, o que será apresentado através das análises do semieixo maior e excentricidade do asteroide. Mas, nosso principal objetivo aqui é entender como o swing by pode influenciar a técnica de deflexão do asteroide, para que possamos usar essa técnica para maior eficácia em curtos períodos de alerta.

Até agora analisamos especificamente a distância entre o asteroide e a Terra. A [Figura 42](#) mostra a evolução temporal do semieixo maior do asteroide ao aplicar os Δv s opostos a velocidade do asteroide (variações negativas de velocidade), que podem ser encontradas na [Figura 42a](#), e na mesma direção da velocidade do asteroide (variações positivas na velocidade), que podem ser encontradas na [Figura 42b](#). A [Figura 42a](#) mostra que o semieixo maior do asteroide teria um grande aumento após a segunda passagem, onde, sem o Δv , o semieixo maior passaria de 1,6 ua para 1,9 ua naturalmente e a colisão ocorreria. Mas, ao aplicar os Δv s antes e depois do primeiro CPA, o semieixo maior tem uma pequena modificação que pode evitar a colisão. Ainda na [Figura 42a](#), encontramos um aumento explícito no semieixo maior quando aplicamos o Δv durante o primeiro CPA, onde o semieixo maior tem um pico que atinge 5,6 ua e depois tem uma redução até estabilizar novamente em 3,5 ua. Sabemos que, nesta passagem, a distância entre o asteroide e a Terra é de cerca de 1,35 ua para o caso em que o Δv é aplicado exatamente no primeiro CPA, e que a perturbação da Terra nesta segunda passagem é muito grande. Veremos este resultado com mais atenção posteriormente.

Figura 41 – Distância mínima asteroide-Terra (em raios da Terra), na passagem da “potencial colisão” após 2 anos do swing by do primeiro CPA, com o Δv aplicado 63 dias antes do primeiro CPA. (a) Variações negativas de velocidade.. (b) Variações positivas de velocidade..



fonte: Produção do próprio autor.

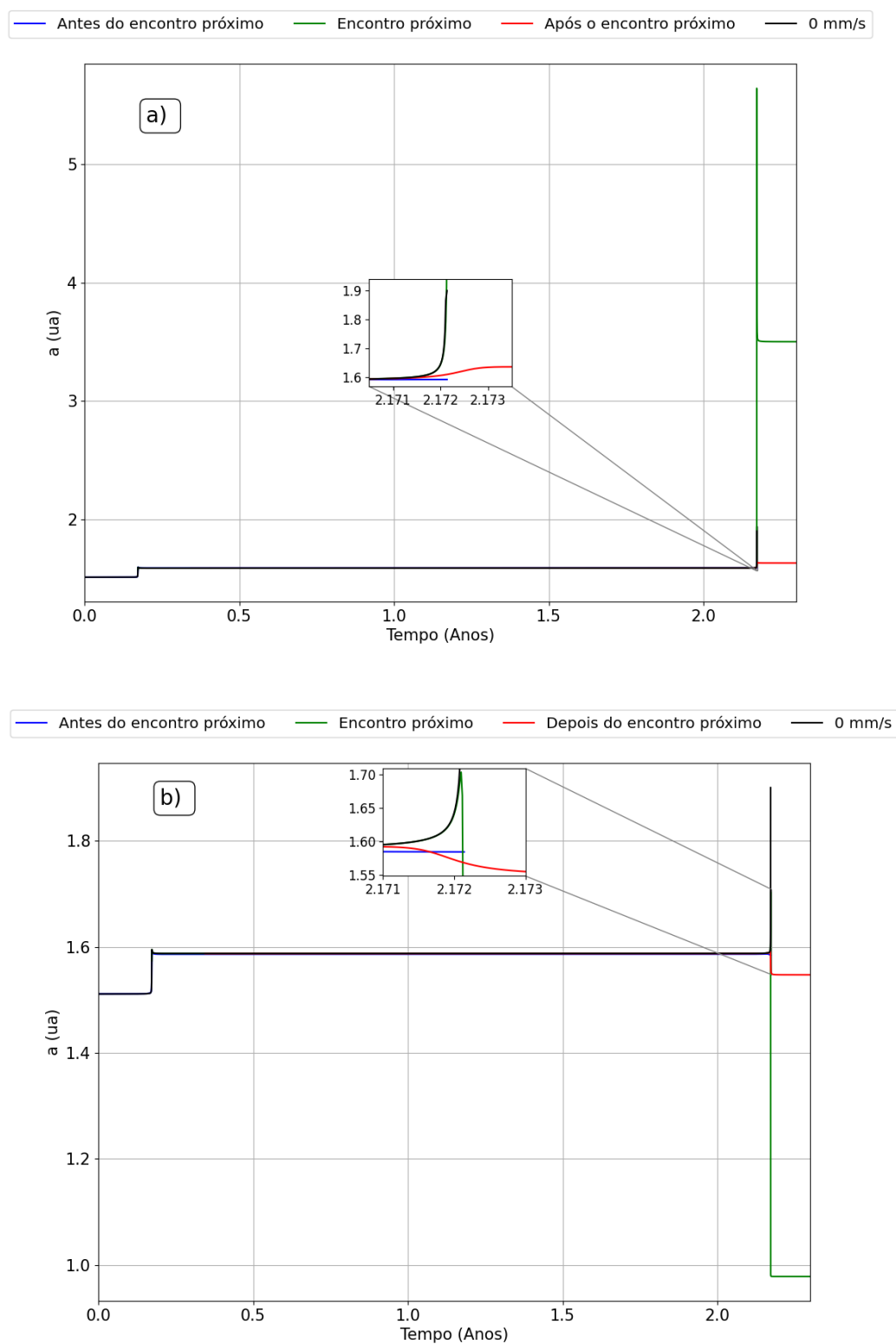
Usando a equação $\Delta E = -2V_2 V_\infty \sin(\delta) \sin(\psi)$ (PRADO, 1996), descobrimos que a variação de

energia específica para este caso é $-229767429,8 \text{ m}^2/\text{s}^2$ para o Δv de -1 m/s e $-232882902,7 \text{ m}^2/\text{s}^2$ para o Δv de 1 m/s , considerando que o ângulo de aproximação (ψ) é de $89,5^\circ$. Usando o fato de que $E = -\mu/2a$, encontramos que a variação da evolução do semieixo maior, gerada por esta expressão é $1,93 \text{ ua}$ e $1,9 \text{ ua}$, respectivamente. Observando a [Figura 42a](#), notamos que pouco antes do pico no semieixo maior ocorrer, o semieixo maior da órbita do asteroide é igual ao semieixo maior sem a aplicação do Δv em $1,9 \text{ ua}$ e depois continua a aumentar. Nossos resultados numéricos são consistentes com os resultados obtidos pelo cálculo direto da equação 2, o que nos permite prosseguir.

A [Figura 42b](#) também mostra uma grande variação no semieixo maior do asteroide quando aplicamos o Δv . No entanto, vemos que o semieixo maior tem um pequeno pico e começa a diminuir depois disso, até estabilizar em torno de 1 ua . Comparando os resultados da [Figura 42a](#) e [Figura 42b](#), vemos que esses resultados são esperados, já que o asteroide está passando por diferentes lados do planeta, situação que pode ser vista na [Figura 43b](#). Nesta Figura podemos ver que, ao aplicar o Δv de 1 m/s no asteroide, ele retornará 2 anos depois, passará pela esquerda do planeta e sua órbita será direcionada para a direita, após o CPA. Para o Δv de -1 m/s , o asteroide passará pela direita da Terra e a oscilação o direcionará para a esquerda. Isso explica o semieixo maior aumentar em um caso e diminuir em outro. O alto pico do semieixo maior pode ser explicado pela aproximação entre o asteroide e a Terra. Quando o asteroide se aproxima da Terra, ele aumenta sua velocidade. Então, sua velocidade em relação ao Sol também aumenta, então o semieixo maior tem um aumento. Quando o asteroide sai da passagem com a Terra, ocorre o oposto e o semieixo maior diminui novamente.

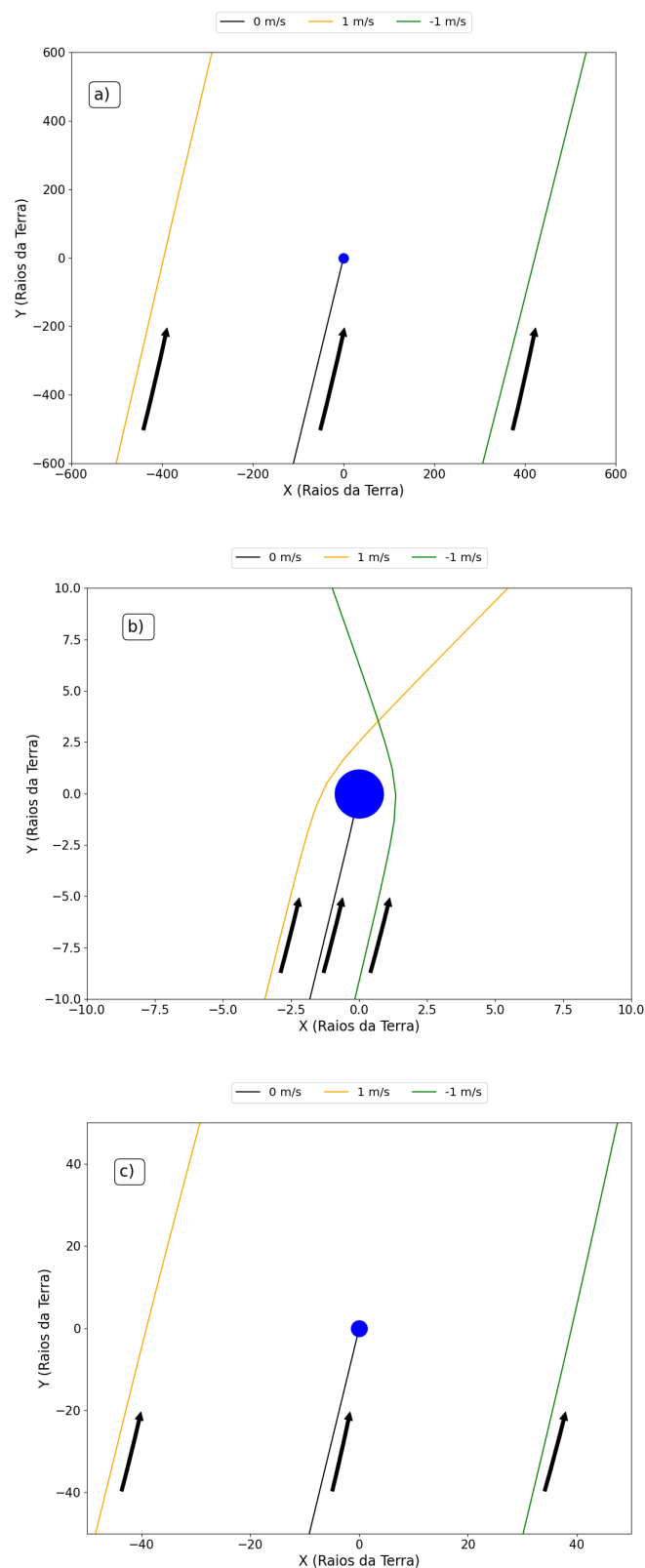
A [Figura 43](#) mostra o movimento do asteroide em relação à Terra. Nesta figura, podemos encontrar o momento da colisão do asteroide com a Terra. Também podemos ver o movimento do asteroide após os Δv s em todas as situações e observar que as trajetórias são simétricas em relação à linha Sol-Terra. A [Figura 43a](#) mostra o movimento do asteroide quando o Δv é aplicado 63 dias antes do primeiro CPA. Vemos também que o asteroide está passando a uma distância que podemos considerar segura e que podemos supor que a perturbação que o asteroide sofrerá neste momento de aproximação da Terra não é grande o suficiente para gerar uma grande mudança em sua órbita. A [Figura 43b](#) mostra o movimento do asteroide em relação à Terra quando os Δv s são aplicados exatamente no primeiro CPA. Nesse caso, podemos ver uma grande influência do planeta quando o asteroide passa por ele, alterando completamente a órbita do asteroide, redirecionando-o para novas trajetórias. A [Figura 43c](#) mostra o movimento do asteroide em relação à Terra quando os Δv s são aplicados 63 dias após o primeiro CPA e, novamente, vemos que o asteroide passa a uma distância um pouco maior da Terra e não sofre tanto com a perturbação, fazendo apenas pequenas mudanças em sua órbita após o CPA.

Figura 42 – Semieixo maior do asteroide (ua) em relação ao tempo (anos). **(a)** -1 m/s aplicado 63 dias antes do primeiro CPA, durante o primeiro CPA e 63 dias após o primeiro CPA. **(b)** 1 m/s aplicado 63 dias antes do primeiro CPA, durante o primeiro CPA e 63 dias após o primeiro CPA.



fonte: Produção do próprio autor.

Figura 43 – Trajetória do asteroide em relação à Terra no segundo CPA, onde os eixos x e y estão em raios da Terra. As setas indicam a direção da trajetória do asteroide e o círculo azul representa a Terra. **(a)** Δv s aplicados 63 dias antes do primeiro CPA, **(b)** Δv s aplicados exatamente no primeiro CPA, e **(c)** Δv s aplicados 63 dias após o primeiro CPA.

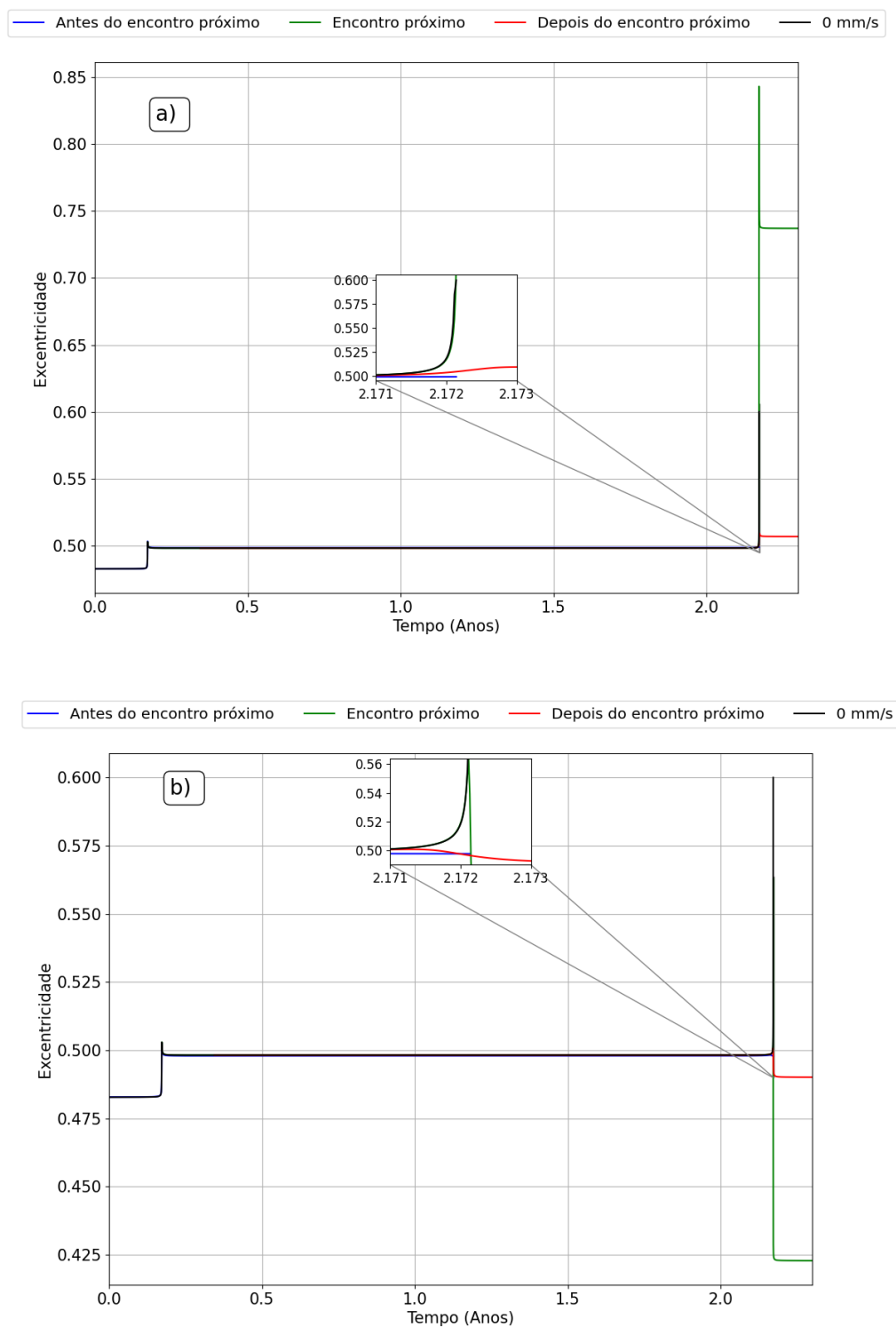


fonte: Produção do próprio autor.

Falamos sobre o aumento da energia específica que o asteroide tem na segunda passagem após os Δv s aplicados, o que gera uma variação significativa no semieixo maior do asteroide. Este efeito é ainda mais evidente na [Figura 44a](#) e na [Figura 44b](#). As Figuras mostram a evolução da excentricidade da órbita do asteroide, primeiro para o Δv negativo aplicado na órbita do asteroide, nas três posições de aplicação do Δv (antes do primeiro CPA, no primeiro CPA e após o primeiro CPA), e depois para o Δv positivo aplicado no asteroide, também nas três posições de aplicação do Δv . Nestas figuras, podemos ver que o mesmo fenômeno ocorre, conforme explicado na [Figura 42](#). Ao aplicar os Δv s no primeiro CPA, há uma grande variação na excentricidade na segunda passagem, no momento em que ocorreria a colisão. Mas, ao desviar o asteroide, mas não de forma tão significativa, a grande variação na excentricidade altera a velocidade do asteroide bem como seu período orbital. Percebemos que a excentricidade no segundo CPA passa a ter uma evolução, sem taxa de variação novamente, para os casos onde aplicamos os Δv s antes e após ao primeiro CPA, tanto para Δv s negativos quanto para Δv s positivos. Já para os Δv s aplicados durante o CPA, podemos ver que a excentricidade tem uma grande variação devido ao asteroide ainda ter uma trajetória muito próximo a Terra. Na [Figura 39](#), ao ampliar a região da figura referente à segunda passagem do asteroide, vemos que o asteroide tem uma aproximação máxima da Terra mas que não é no mesmo tempo que ocorre a colisão. [Figura 45a](#), [Figura 45b](#) e [Figura 45c](#) mostram a evolução temporal do período orbital do asteroide para as respectivas posições onde os Δv s são aplicados.

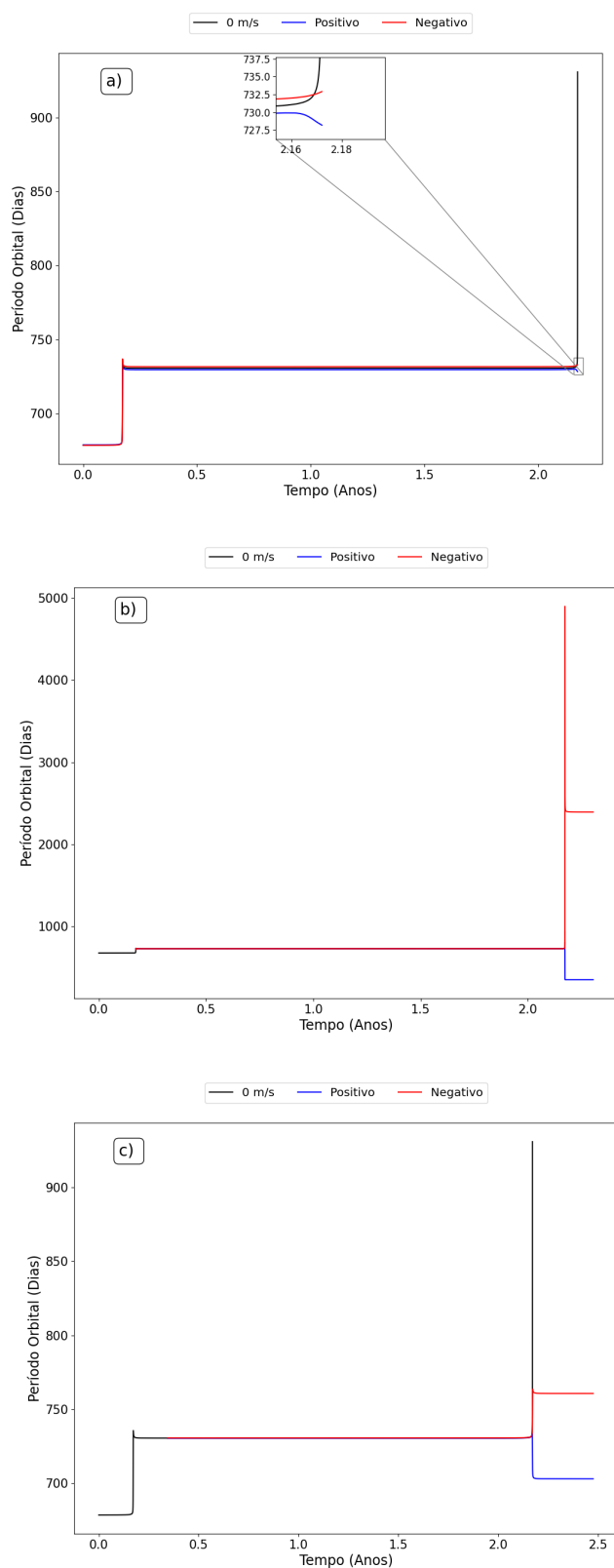
Observando a [Figura 45a](#), veremos que, sem o Δv , há um aumento significativo no período orbital do asteroide antes da colisão, que é um efeito gerado pela sensibilidade da órbita do asteroide. Mas, quando aplicamos os Δv s, verificamos que no período orbital ocorrem pequenas variações anteriormente ao segundo CPA, e, após o segundo CPA, o período orbital do asteroide passe a seguir sua evolução sem variação. A [Figura 45b](#) mostra que há um aumento no período orbital do asteroide para o Δv negativo e diminui para o Δv positivo, efeito gerado devido ao asteroide estar passando próximo a Terra. Se olharmos a trajetória do asteroide na [Figura 39](#), veremos que o asteroide está passando a esquerda da Terra para o Δv positivo, adiantando o asteroide. Já para o Δv negativo, temos que o asteroide está passando a direita indicando que o asteroide está atrasado em relação a Terra. Na [Figura 45c](#) vemos que o período orbital do asteroide diminui para o Δv negativo e diminui ainda mais para o Δv positivo. Após o segundo CPA, ele vai seguir sua evolução sem variação uma vez que, como o asteroide foi desviado consideravelmente da Terra e a perturbação gravitacional da Terra é menor. Contudo, ele vai sentir uma influência gravitacional da Terra maior que em relação a quando aplicamos variações antes do primeiro CPA, causando uma maior variação no período orbital. Mas estas variações não são tão intensas quanto para os Δv s aplicados durante o primeiro CPA, fazendo com que o período orbital possa seguir sua evolução sem variações após o segundo CPA.

Figura 44 – Evolução da excentricidade do asteroide em relação ao tempo (anos). **(a)** -1 m/s aplicado 63 dias antes do primeiro CPA, no primeiro CPA, e 63 dias após o primeiro CPA. **(b)** 1 m/s aplicado 63 dias antes do primeiro CPA, no primeiro CPA e 63 dias após o primeiro CPA.



fonte: Produção do próprio autor.

Figura 45 – Período orbital do asteroide (em dias) em função do tempo. (a) Δv aplicado 63 dias antes do primeiro CPA, (b) Δv aplicado no primeiro CPA, e (c) Δv aplicado 63 dias após o primeiro CPA.



fonte: Produção do próprio autor.

4.5 DESVIO DE UM ASTEROIDE FICTÍCIO EM ROTA DE COLISÃO COM A TERRA EM UM PERÍODO DE 2 ANOS CONSIDERANDO A PERTURBAÇÃO GRAVITACIONAL DOS PLANETAS.

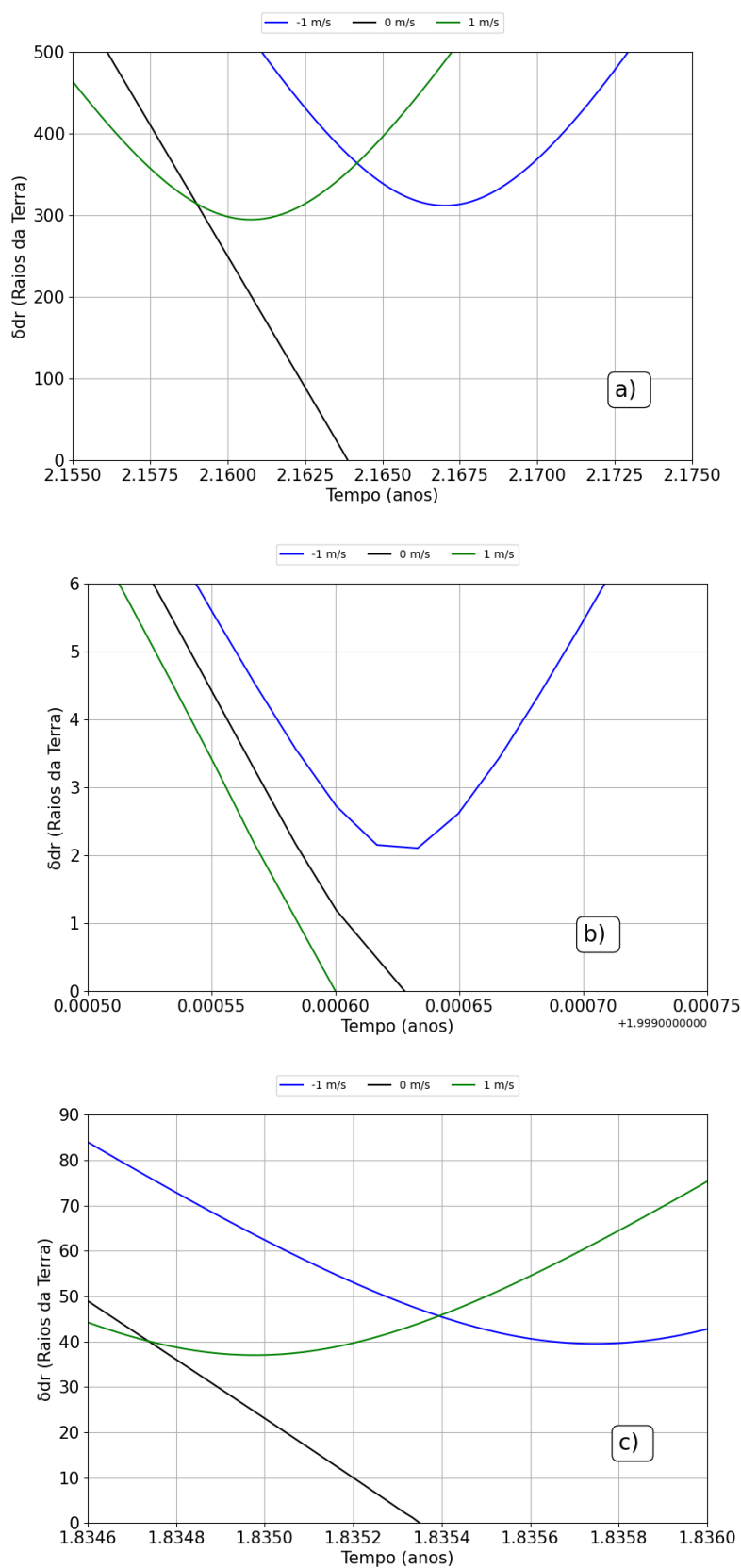
Quando trabalhamos com um sistema de 3 corpos para um asteroide sem massa, encontramos resultados que apresentavam bons cenários para desviar um asteroide mesmo que em um período de 2 anos (CHAGAS; PRADO; WINTER, 2022), um período relativamente curto (CARUSI et al., 2002; MACCONE, 2002). Agora, considerando os planetas, perceberemos algumas mudanças em relação aos resultados obtidos no trabalho anterior, onde veremos que os planetas podem influenciar no desvio da órbita do asteroide, mesmo a Terra sendo o principal corpo a causar a perturbação gravitacional para os CPAs.

A Figura 46 mostra a distância entre o asteroide e a Terra no momento da colisão, ou seja, 2 anos após o primeiro CPA. A linha azul mostra a distância entre o asteroide e a Terra quando aplicamos as variações negativas de velocidade no asteroide. A linha verde corresponde a distância entre asteroide e a Terra quando aplicamos variações de velocidade positivas no asteroide.

Na Figura 46a, temos as variações de velocidade sendo aplicadas 60 dias antes do primeiro CPA. Podemos ver que conseguimos evitar consideravelmente a colisão do asteroide com a Terra fazendo com que a nova distância entre os corpos esteja a cerca de 300 raios da Terra, independente se para a variação de -1 m/s ou 1 m/s. Podemos ver que ocorre uma mudança no momento que ocorrem as novas aproximações. Isto pode ser explicado através da mudança no período orbital do asteroide, o que iremos ver mais à frente.

A Figura 46b mostra a distância entre asteroide e a Terra no momento da colisão para as variações de velocidade aplicadas no primeiro CPA. Encontramos algo interessante e muito importante para o nosso trabalho aqui. Quando aplicamos a variação positiva na velocidade, ou seja, no mesmo sentido do movimento do asteroide, a mesma não é capaz de desviar o asteroide da colisão, mas irá adiantar um pouco a colisão. Isto é algo novo para nós, uma vez que até o momento, todas as nossas simulações envolvendo essas magnitudes de Δv s, foram capazes de desviar o asteroide e evitar a colisão. Isto mostra que, se tivermos um caso parecido como este que ora consideramos aqui, devemos entender bem o momento de aplicar o Δv no asteroide, assim como o sentido que este Δv será aplicado. Para o Δv negativo no asteroide, contrário ao sentido do movimento do asteroide, conseguimos evitar a colisão. O que comprova a nossa explanação anterior, uma vez que mudando o sentido do Δv fomos capazes de evitar a colisão do asteroide com a Terra. Para o caso onde estamos aplicando as variações de velocidade 60 dias após o primeiro CPA, Figura 46c, encontramos que podemos evitar a colisão com a Terra, em menor magnitude do que encontrado na Figura 46a, mas ainda assim em uma escala consideravelmente boa, uma vez que estamos fazendo com que a distância entre o asteroide e a Terra após os Δv s fique próxima a 40 raios da Terra (MACCONE, 2002).

Figura 46 – Distância (em raios da Terra) entre o asteroide e a Terra por um período de cerca de 2,5 anos. **(a)** Δv aplicado 60 dias antes do primeiro CPA, ampliamos o primeiro CPA para ver a variação nesta região, **(b)** Δv aplicado no primeiro CPA, e **(c)** Δv aplicado 60 dias após o primeiro CPA.

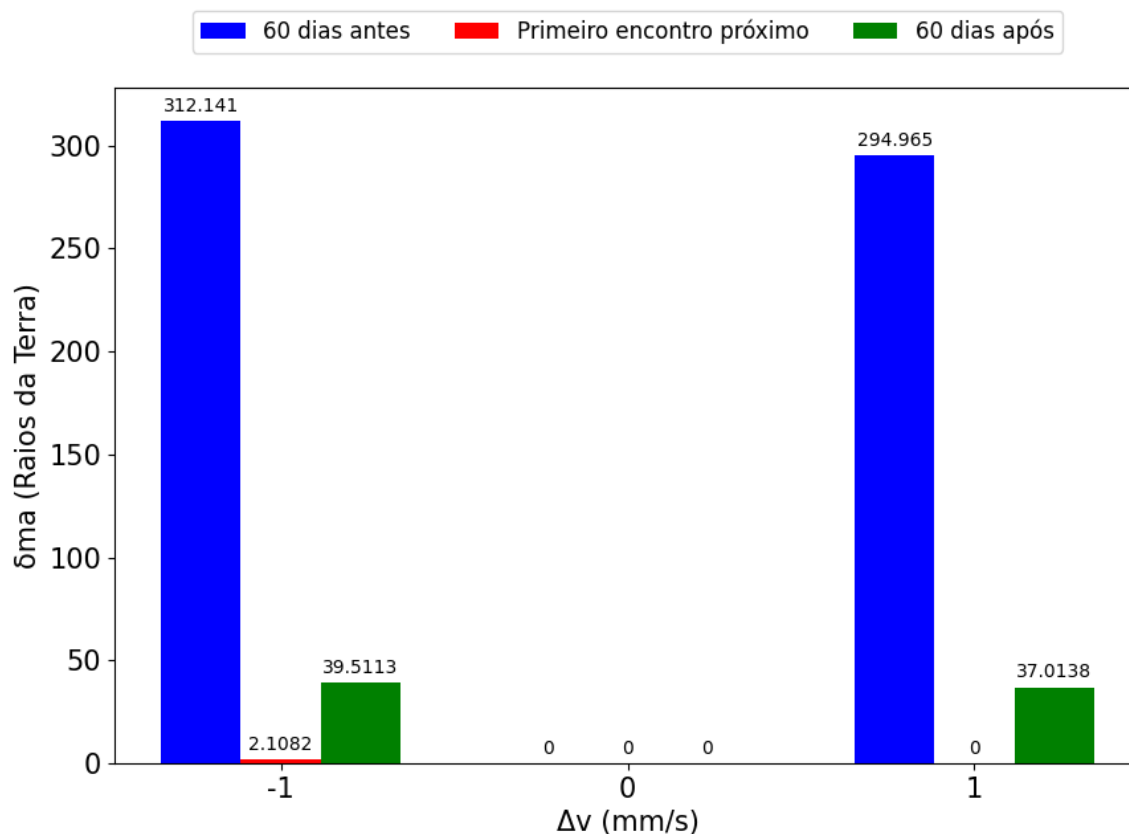


fonte: Produção do próprio autor.

As distâncias entre a Terra e o asteroide após as variações de velocidade no momento da colisão, podem ser encontradas de uma forma melhor representada na [Figura 47](#), quando temos as distâncias entre o asteroide e a Terra para os três casos no eixo y para cada variação de velocidade no eixo x. Assim podemos ver melhor a maior eficiência em se aplicar as variações de velocidade antes do primeiro CPA pela barra azul. A barra vermelha mostra os Δv s aplicados durante o primeiro CPA e a barra verde para quando aplicamos os Δv s após o primeiro CPA.

Essa Figura mostra ainda que aplicando as variações negativas de velocidade no asteroide acaba sendo um pouco melhor do que aplicar variações positivas na velocidade do asteroide. Lembrando que apenas no contexto apresentado aqui uma vez que estamos apenas analisando qual Δv variou mais a órbita do asteroide. Para as três posições onde os Δv s negativos foram aplicados, conseguimos ver que ocorreram as maiores variações na distância do asteroide com a Terra. Algo interessante é que, aplicando a variação de velocidade negativa na órbita do asteroide durante primeiro CPA, conseguiremos evitar a colisão com a Terra em uma distância maior que 2 raios da Terra. Isto é quase o dobro da distância encontrada para o caso do sistema de 3 corpos da seção anterior, isso nos dá uma maior segurança em uma situação semelhante mas para um caso real.

Figura 47 – Distância entre o asteroide e a Terra (em raios da Terra) na passagem da “potencial colisão” após 2 anos do swing by do primeiro CPA. Em azul temos a situação onde o Δv é aplicado 60 dias antes do primeiro CPA, em verde temos um Δv aplicado exatamente no primeiro CPA, e em vermelho temos a situação onde o Δv é aplicado 60 dias após o primeiro CPA.



fonte: Produção do próprio autor.

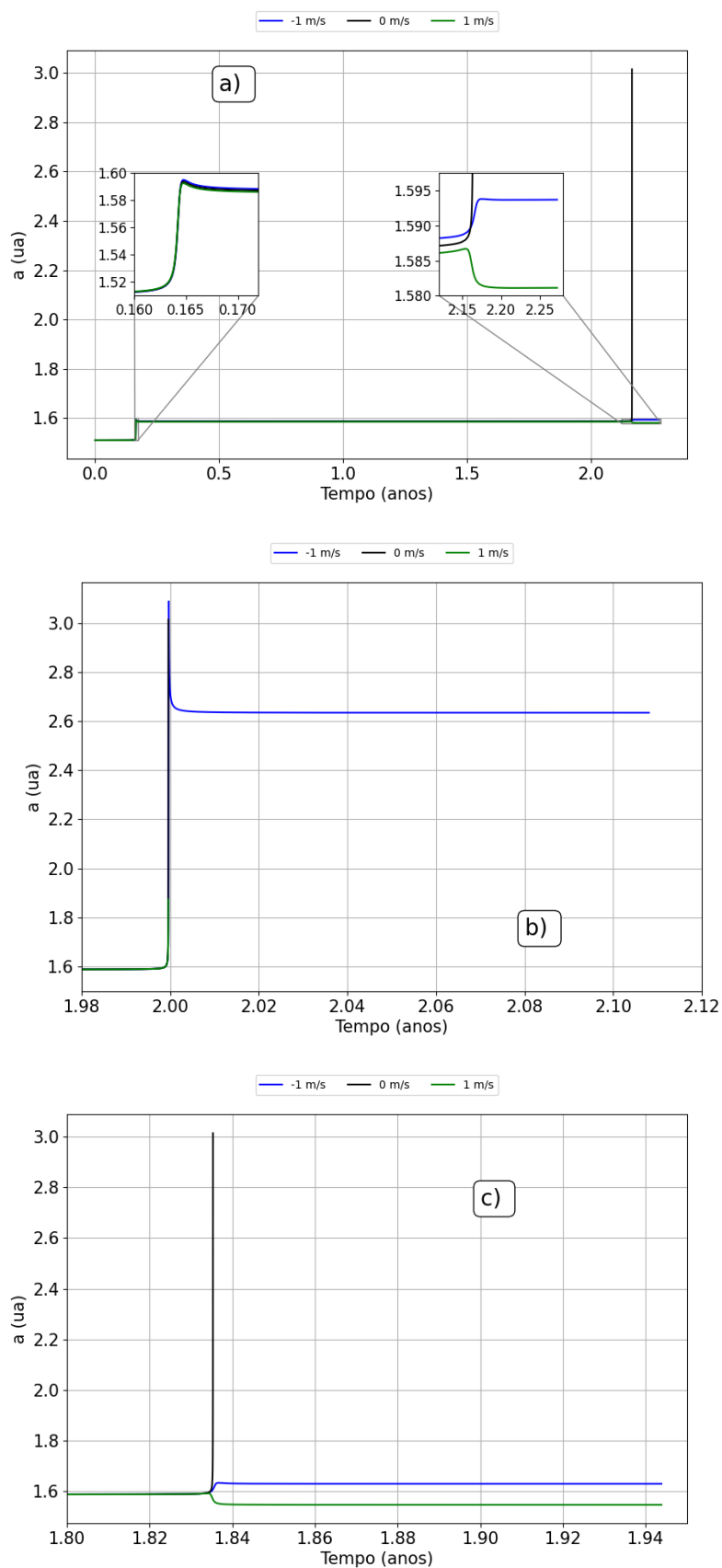
A [Figura 48](#) mostra o semieixo maior do asteroide durante o período entre a aplicação das variações de velocidade e um pouco tempo após o momento da colisão do asteroide com a Terra. Em azul, temos o semieixo maior do asteroide quando aplicamos as variações de velocidade negativas no asteroide. Em verde, temos o semieixo maior do asteroide para quando aplicamos as variações de velocidade positivas no asteroide e em preto temos o semieixo maior do asteroide sem a aplicação de variações de velocidade.

[Figura 48a](#), [Figura 48b](#) e [Figura 48c](#) mostram o semieixo maior do asteroide para os três casos estudados, respectivamente. Optamos por mostrar a [Figura 48a](#) por inteira, todo o período, devido a ela conter o momento do primeiro CPA e apresentar já uma pequena variação no semieixo maior do asteroide, já neste primeiro CPA. Isso explica muito sobre a eficiência do nosso modelo uma vez que, alterando a magnitude do semieixo maior do asteroide no primeiro CPA, estamos alterando em maior magnitude a sua energia específica, fazendo com que ao longo do período, o efeito da manobra seja intensificado. Quando ocorre o momento da colisão, percebemos que com a aplicação dos Δv , o semieixo maior do asteroide tem uma leve alteração, e após esta alteração ele entra novamente em uma evolução constante.

A [Figura 48b](#) mostra que não encontramos o mesmo resultado, uma vez que, para o Δv de 1 m/s o asteroide também colidiu com a Terra. Neste caso, continua a ocorrer um pico de aumento do semieixo maior do asteroide, onde isto resulta da grande aproximação que ele está tendo com a Terra. Já para o terceiro caso, vemos um cenário parecido com o primeiro caso, quando o semieixo maior do asteroide tem uma leve alteração, mas que depois segue uma evolução sem variações ao longo do tempo após o segundo CPA.

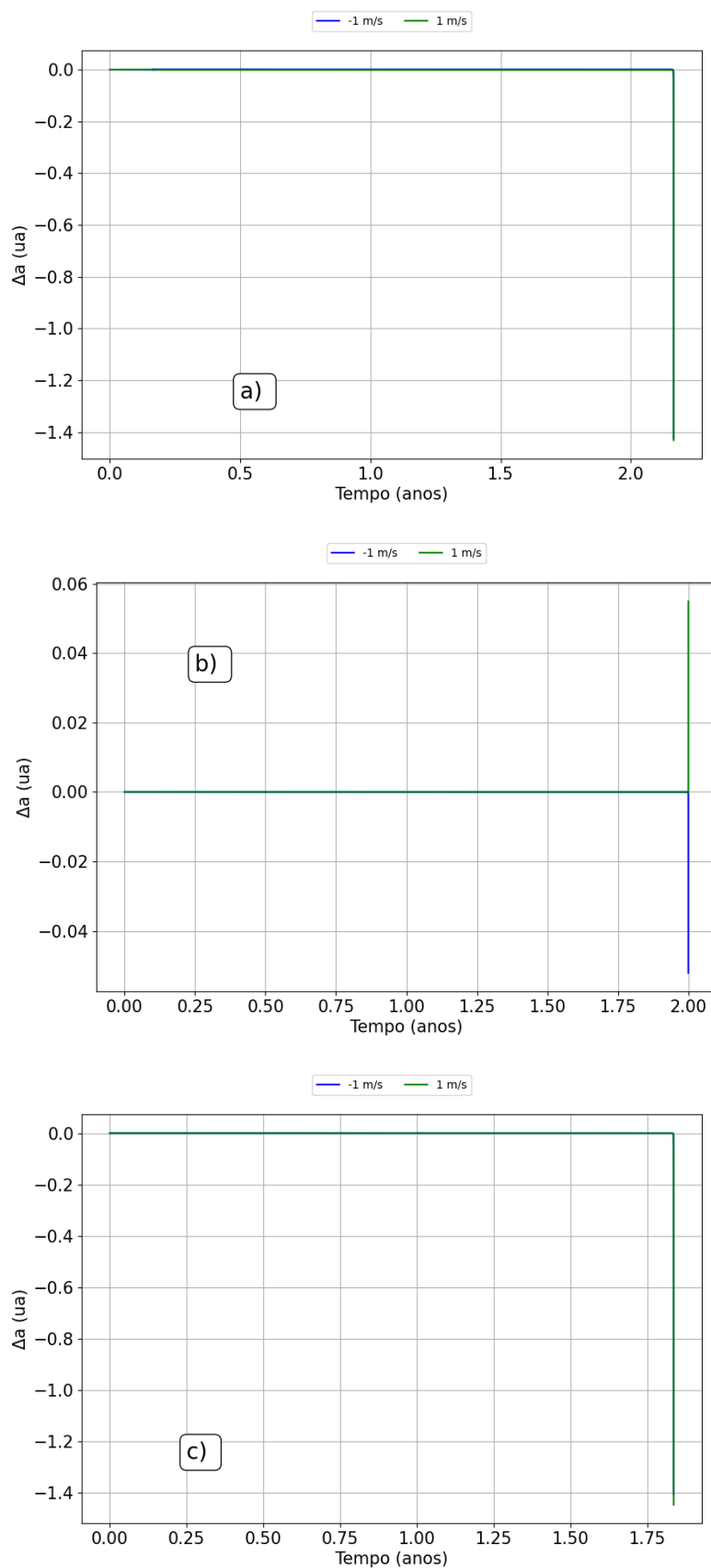
Para entendermos melhor as variações que ocorrem no semieixo maior da órbita do asteroide, apresentamos a diferença entre o semieixo maior do asteroide sem o Δv aplicado, com o semieixo maior do asteroide com a aplicação dos Δv s. Esta diferença pode ser encontrada na [Figura 49a](#), [Figura 49b](#) e [Figura 49c](#), para os três casos abordados aqui, respectivamente. Nessas figuras nós podemos ver a variação que ocorreu no semieixo maior da órbita do asteroide para os Δv s aplicados fora do primeiro CPA, [Figura 49a](#) e [Figura 49c](#), onde as variações estão em aproximadamente 1,4 ua no momento que ocorreria a colisão, segundo CPA. Lembrando que isso ocorre devido ao aumento que estava ocorrendo no semieixo maior do asteroide devido a colisão, e como estamos evitando a mesma, o semieixo maior tem apenas uma leve alteração. Já a [Figura 49b](#) mostra que, para o Δv de -1 m/s, ocorreu uma pequena variação no momento que ocorreria a colisão, mas mostra que para o Δv de 1 m/s o semieixo maior da órbita do asteroide aumenta em quase 0,06 ua. Isso mostra que ao aplicar o Δv positivo no asteroide durante o primeiro CPA, o asteroide teve sua energia específica alterada o suficiente para que ao aproximar novamente com a Terra no segundo CPA, ele ganhe ainda mais energia específica e colida com a Terra antes da colisão que já estava ocorrendo naturalmente.

Figura 48 – Semieixo maior do asteroide (ua) em relação ao tempo (anos). **(a)** Δv aplicado 60 dias antes do primeiro CPA, **(b)** Δv aplicado no primeiro CPA, e **(c)** Δv aplicado 60 dias após o primeiro CPA.



fonte: Produção do próprio autor.

Figura 49 – Diferença do semieixo maior do asteroide (ua) em relação ao tempo (anos). **(a)** Δv aplicado 60 dias antes do primeiro CPA, **(b)** Δv aplicado no primeiro CPA, e **(c)** Δv aplicado 60 dias após o primeiro CPA.



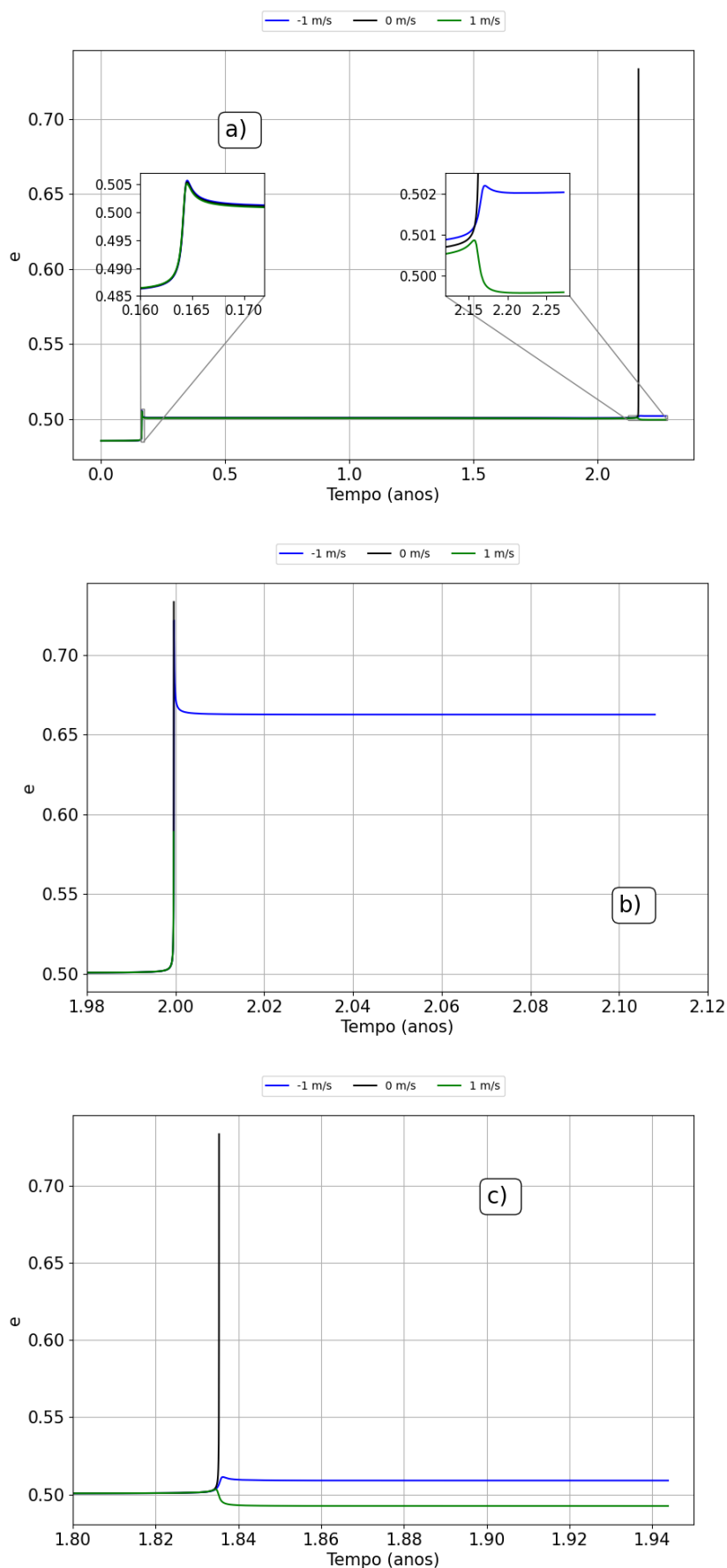
fonte: Produção do próprio autor.

A [Figura 50](#) mostra a evolução da excentricidade da órbita do asteroide em relação ao tempo entre o momento da aplicação do Δv e momentos após o período que ocorreria a colisão no segundo CPA. Toda a nossa análise gráfica realizada para a evolução do semieixo maior da órbita do asteroide se aplica também para a evolução da excentricidade da órbita do asteroide.

Na [Figura 50a](#), encontramos o cenário para a aplicação das variações de velocidade para 60 dias antes do primeiro CPA, podemos ver que no primeiro CPA já temos uma pequena alteração na excentricidade da órbita do asteroide. Alterando a excentricidade, alteramos a velocidade do asteroide no afélio e no periélio, gerando o atraso ou adiantamento do asteroide em relação ao referencial inercial, que é o Sol, mas também em relação a Terra. A [Figura 50b](#) mostra a excentricidade da órbita do asteroide com os Δv s aplicados no primeiro CPA, para o momento que ocorre a colisão (segundo CPA). Podemos ver que, assim como com o semieixo maior da órbita do asteroide, a excentricidade tem um pico de aumento repentino. Neste momento, a variação de velocidade de -1 m/s aplicada no asteroide, que foi capaz de evitar a colisão, apresenta este pico uma vez que o asteroide ainda está passando muito próximo à Terra. Nesse momento o asteroide ainda faz um Swing By, muito próximo com a Terra, capaz de alterar significativamente a sua velocidade, ocasionando esse pico na excentricidade. A [Figura 50c](#) apresenta a excentricidade da órbita do asteroide para o momento que ocorre a colisão, segundo CPA, para quando aplicamos as variações de velocidade 60 dias após ao primeiro CPA. Assim como na [Figura 50a](#), a excentricidade da órbita do asteroide após a aplicação dos Δv s na [Figura 50c](#), tem uma alteração no momento que ocorreria a colisão, em menor magnitude do que encontrado na [Figura 50a](#). Mas também não é suficiente para causar uma grande perturbação como para a [Figura 50b](#) fazendo com que após esta aproximação, a excentricidade possa entrar em uma evolução sem variações novamente.

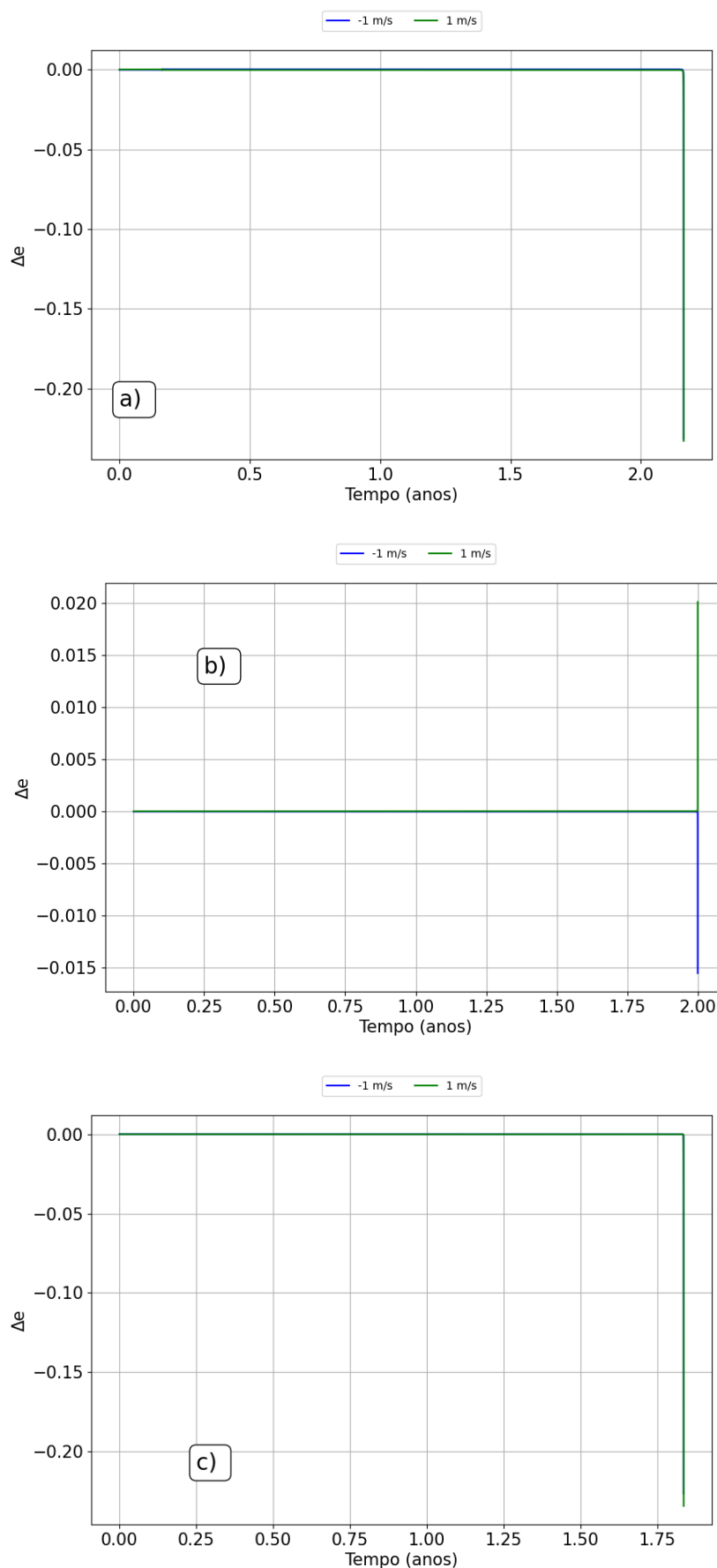
Tudo o que apresentamos sobre a diferença do semieixo maior da órbita do asteroide pode ser aplicado para a diferença da excentricidade da órbita do asteroide, [Figura 51a](#), [Figura 51b](#) e [Figura 51c](#), respectivamente. Aqui podemos ver as variações na excentricidade da órbita do asteroide com maior facilidade. Como a excentricidade estava aumentando consideravelmente devido a grande aproximação com a Terra até o momento que ocorreria a colisão. Quando aplicamos as variações de velocidade fora do CPA ([Figura 51a](#) e [Figura 51c](#)), nós iremos diminuir a excentricidade de uma forma que ela, após o segundo CPA, possa seguir evoluindo sem variações. Mas a [Figura 51b](#) mostra que ainda temos uma menor variação na excentricidade do asteroide para o caso da variação de velocidade negativa na órbita do asteroide (linha azul), uma vez que o asteroide ainda está acelerando muito devido a grande aproximação com a Terra mesmo sem a ocorrência da colisão. Também podemos ver um aumento na excentricidade para o caso da variação positiva na órbita do asteroide (linha verde), que como vimos, está adiantando a colisão.

Figura 50 – Evolução da excentricidade do asteroide em relação ao tempo (anos). **(a)** Δv s aplicados 60 dias antes do primeiro CPA, **(b)** no primeiro CPA, e **(c)** 60 dias após o primeiro CPA.



fonte: Produção do próprio autor.

Figura 51 – Diferença da excentricidade do asteroide em relação ao tempo (anos). **(a)** Δv s aplicados 60 dias antes do primeiro CPA, **(b)** no primeiro CPA, e **(c)** 60 dias após o primeiro CPA.

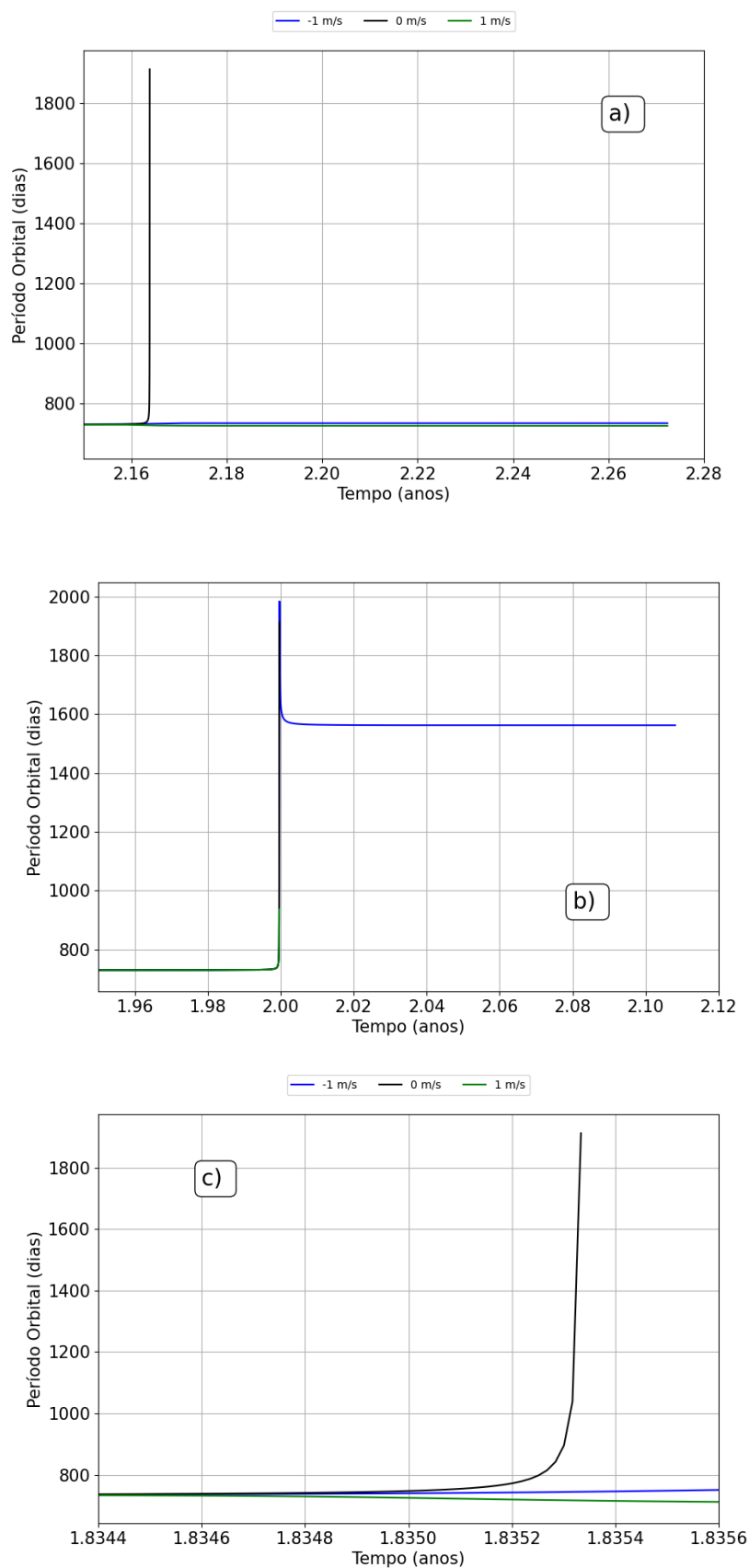


fonte: Produção do próprio autor.

Após apresentarmos as variações de semieixo e excentricidade da órbita do asteroide e debater sobre as variações de energia específica e velocidade, vale a análise sobre o período orbital do asteroide. [Figura 52a](#), [Figura 52b](#) e [Figura 52c](#) apresentam o período orbital do asteroide para os respectivos casos aqui abordados. Podemos observar que para o caso das variações de velocidade sendo aplicadas antes do primeiro CPA ([Figura 52a](#)), o período orbital do asteroide segue sem variações após o momento que ocorreria a colisão. Nós podemos ver que, para o caso de aplicarmos as variações de velocidade após o primeiro CPA, [Figura 52c](#), o período orbital vai ter um comportamento muito parecido com o do primeiro caso, porém, iremos ver uma leve alteração. Assim como já falamos, essa leve alteração pode ser atribuída a variação de velocidade neste momento, uma vez que o asteroide ainda está passando próximo a Terra, quase 40 raios terrestres de distância ([Figura 47](#)). Mas na [Figura 52b](#), podemos ver que a colisão e também a passagem muito próxima do asteroide em relação a Terra para o Δv de -1 m/s, faz com que o período orbital do asteroide ainda tenha um grande pico de aumento uma vez que o asteroide está ganhando muita velocidade ao aproximar tanto da Terra.

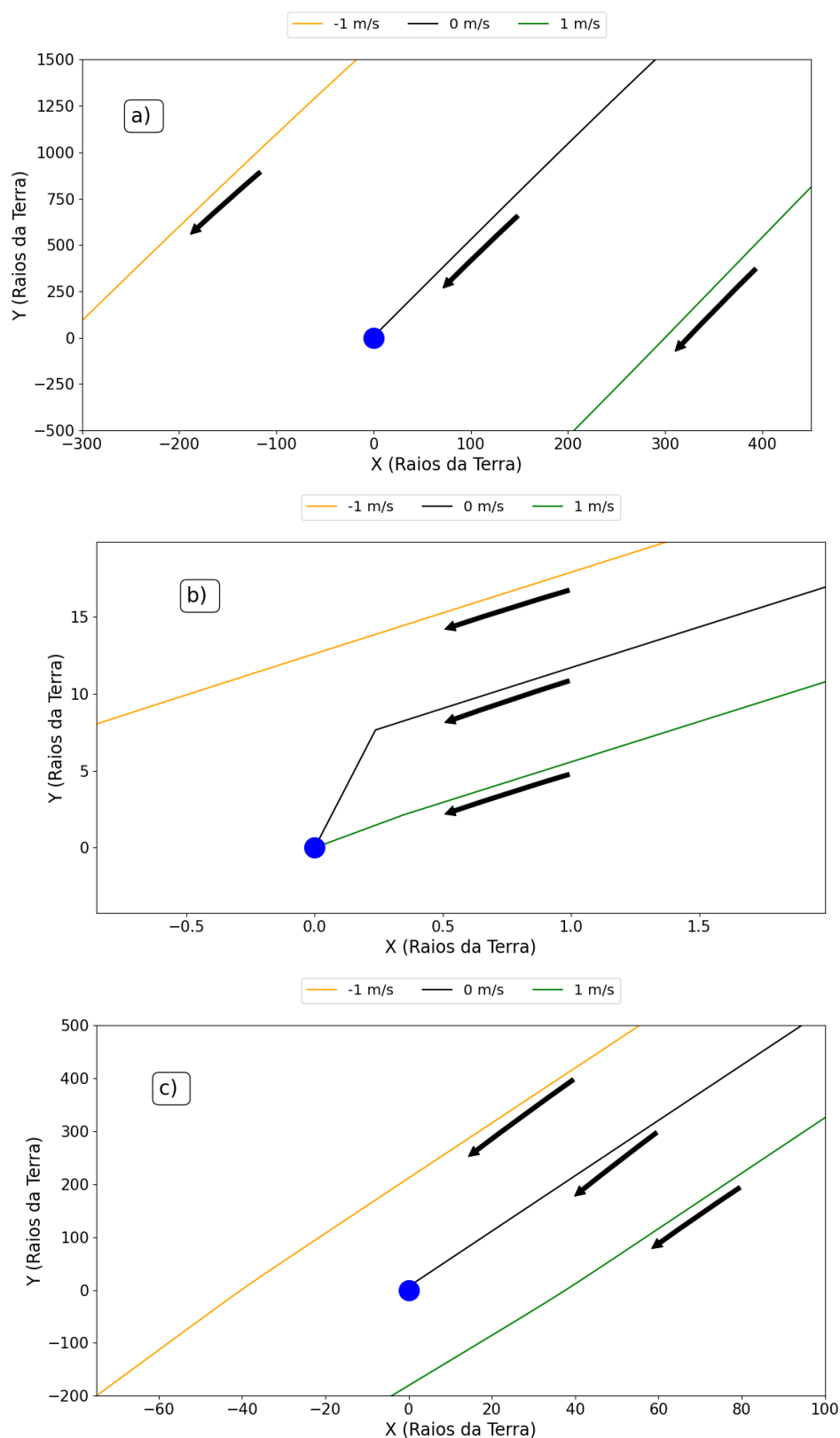
Já mostramos e comentamos sobre os resultados obtidos para o caso de aplicar variações de velocidade na órbita de um asteroide de massa desprezível, antes, durante e após ao primeiro CPA e que depois de 2 anos voltaria e colidiria com a Terra. [Figura 53a](#), [Figura 53b](#) e [Figura 53c](#) mostram o movimento do asteroide em relação a Terra para cada caso, respectivamente. A Terra está sendo representada pelo círculo azul e a linha preta é o movimento do asteroide sem a aplicação do Δv . A linha laranja é o movimento do asteroide em relação à Terra após a aplicação do Δv de -1 m/s e a linha verde é o movimento do asteroide em relação a Terra com a aplicação do Δv de 1 m/s. Vale ressaltar que estamos ampliando consideravelmente as Figuras para que possamos captar o exato momento que ocorreria a colisão. Sendo assim, em alguns casos a variação da trajetória se mostra um pouco grosseira, como é o caso da [Figura 53b](#). A [Figura 53a](#) e a [Figura 53c](#) mostram que o asteroide irá passar pela Terra a uma distância segura. Aqui estamos considerando segura uma vez que, não foi apresentado grandes modificações na órbita do asteroide após a trajetória próxima a Terra. Já a [Figura 53b](#) mostra exatamente o que está ocorrendo com a trajetória do asteroide em relação a Terra, uma vez que para visualizar o momento da colisão, tivemos que ampliar consideravelmente esta região, já que o asteroide está passando muito próximo a Terra. Aqui percebemos que o asteroide sem aplicação do Δv (linha preta), é na verdade atraído gravitacionalmente pela Terra e daí ocorre a colisão. Quando aplicamos o Δv de 1 m/s no primeiro CPA, nós adiantamos o asteroide de uma forma que ele colide em cheio com a Terra, sem a necessidade, propriamente, da perturbação gravitacional da Terra neste momento. Temos que falar também que, este sendo o movimento relativo entre asteroide e Terra, os valores da escala nos eixos x e y, são valores da distância entre estes corpos. Lembrando que os planetas são considerados como massas pontuais e que as distâncias relativas são em relação ao ponto de massa, não podemos considerar a Terra em seu formato real uma vez que para esta análise seria inviável apresentar o seu formato, dentro da escala necessária para a apresentação destes resultados.

Figura 52 – Período orbital(em dias) do asteroide em função do tempo. (a) Δv aplicado 60 dias antes do primeiro CPA, (b) Δv aplicado no primeiro CPA, e (c) Δv aplicado 60 dias após o primeiro CPA.



fonte: Produção do próprio autor.

Figura 53 – Trajetória do asteroide em relação à Terra no segundo CPA, onde os eixos x e y estão em raios da Terra. As setas indicam a direção da trajetória do asteroide e o círculo azul representa a Terra. (a) Δv s aplicados 60 dias antes do primeiro CPA, (b) Δv s aplicados exatamente no primeiro CPA, e (c) Δv s aplicados 60 dias após o primeiro CPA.



fonte: Produção do próprio autor.

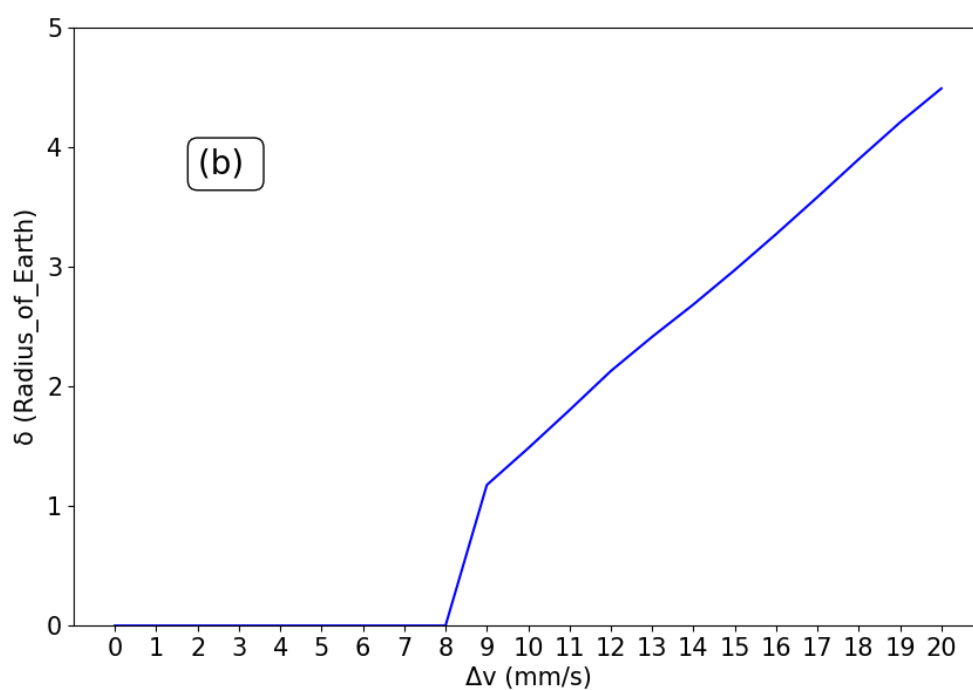
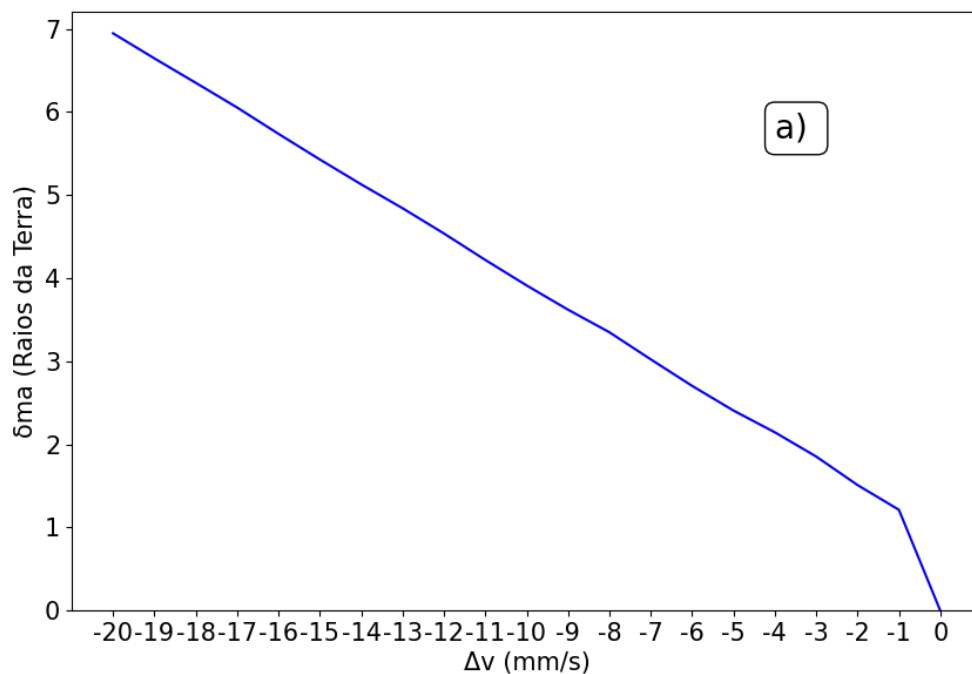
Para finalizarmos as nossas discussões sobre a técnica de desvio de um asteroide por impacto cinético utilizando as perturbações gravitacionais de um Swing By com a Terra, gostaríamos de saber qual seria o menor Δv que deveríamos aplicar ao asteroide para que possa ser evitado a colisão com a Terra.

Aproveitando os nossos resultados, decidimos aplicar estes Δv s apenas 60 dias antes do primeiro CPA para aproveitar completamente o Swing By. A [Figura 54a](#) mostra as distâncias encontradas entre o asteroide e a Terra no segundo CPA, quando aplicamos variações de velocidade em ordem crescente de -20 mm/s até 0 mm/s. Aqui podemos ver que aplicando variações de velocidade negativas na órbita do asteroide, até mesmo pequenas perturbações podem evitar a colisão, como por exemplo, o caso de uma variação de velocidade de -1 mm/s. Mas, quando aplicamos as variações de velocidades positivas, também entre 0 e 20 mm/s, somos capazes de evitar a colisão até o Δv de 9 mm/s, qualquer Δv abaixo desse valor não é capaz de evitar a colisão do asteroide com a Terra no segundo CPA, [Figura 54b](#). Ou seja, nossas chances de evitar a colisão com a Terra utilizando o Swing By aumentam consideravelmente quando aplicamos variações de velocidade negativas na órbita do asteroide, tornando muito vantajoso o uso do Swing By.

Estes resultados também mostram o quanto os planetas influenciam no uso da técnica de impacto cinético considerando as perturbações gravitacionais. No problema de 3 corpos da seção anterior, encontramos que o Δv mínimo para evitar a colisão do asteroide com a Terra aplicando as variações de velocidade antes do primeiro CPA seria de -4 mm/s e 4mm/s. Ou seja, o valor do Δv era o mesmo em magnitude tanto para os Δv s no mesmo sentido do movimento do asteroide quanto para os Δv s aplicados contrários ao movimento do asteroide. No nosso caso, vemos que aplicando os Δv s negativos antes do primeiro CPA, para o caso do sistema com planetas, nós reduzimos o Δv necessário para evitar a colisão do asteroide com a Terra em 4 vezes do que em relação ao problema de 3 corpos. Já para o caso de aplicarmos variações positivas na velocidade do asteroide considerando os planetas, iremos ter que usar um Δv maior que o dobro do Δv encontrado para o problema de 3 corpos.

Até agora, estamos considerando um asteroide de massa desprezível em rota de colisão com a Terra sem inclinação em sua órbita e também, considerando ainda, um cenário com planetas sem excentricidade e inclinação. Mas, e em um cenário que respeite esses parâmetros? E se um asteroide real, eventualmente tenha um CPA com a Terra e volte algum tempo após esta aproximação e colida com a mesma? Tentaremos responder a estas perguntas na próxima seção.

Figura 54 – Distância mínima asteroide-Terra (em raios da Terra) na passagem da “potencial colisão” após 2 anos do swing by do primeiro CPA, com o Δv aplicado 60 dias antes do primeiro CPA. **(a)** Variações negativas de velocidade. **(b)** Variações positivas de velocidade.



fonte: Produção do próprio autor.

4.6 DESVIO DE APOPHIS EM ROTA DE COLISÃO COM A TERRA EM 2036 APÓS O ENCONTRO PRÓXIMO EM 2029.

Escolhemos o asteroide Apophis para realizar a próxima etapa das nossas análises, uma vez que este asteroide terá CPA com a Terra em 13 de abril de 2029. Utilizamos as informações de posições e velocidades para os planetas, Lua e asteroide (assim como consta as informações na seção de Metodologia) do site do JPL Horizons relacionados a esta data. Com os dados coletados, aplicamos variações de velocidade na órbita do asteroide para forçar uma colisão futura com a Terra, já o próximo CPA, [Figura 55](#). A colisão encontrada ocorreu em 2036. Foram necessárias variações da ordem de m/s para conseguir encontrar o cenário onde o asteroide possa, através do CPA em 2029, retornar em 2036 e colidir com a Terra.

A ideia é realizar as mesmas análises anteriores mas agora para um asteroide real, que terá uma aproximação real já conhecida com a Terra, e que está sendo perturbado pelas órbitas reais dos planetas. A questão é se conseguiremos aplicar o nosso modelo de desvio em um asteroide real, que atenda as condições para sua efetividade, como por exemplo, baixos Δv s aplicados na órbita do asteroide para evitar a colisão.

A [Figura 55](#) mostra a distância do asteroide e a Terra, no momento que ocorreria a colisão, sem a aplicação de variações de velocidade e após a aplicação de variações de velocidade na órbita do asteroide. A linha preta é a distância do asteroide em relação a Terra sem a aplicação dos Δv s. Na linha azul, temos a distância do asteroide em relação a Terra com a aplicação da variação de velocidade no asteroide de -1 m/s. Na linha verde nós temos a distância entre o asteroide e a Terra para o Δv de 1 m/s aplicado no asteroide. É interessante notar que, diferente do caso do asteroide de massa desprezível, o asteroide Apophis irá ter alguns CPAs com a Terra, não tão grandes, mas que fazem parte da evolução da sua distância relativa com a Terra. A [Figura 55a](#) mostra a distância entre os dois corpos para a aplicação das variações de velocidade 60 dias antes do primeiro CPA. A [Figura 55b](#) mostra a distância para quando aplicamos as variações de velocidade durante o primeiro CPA e a [Figura 55c](#) mostra a distância para quando aplicamos as variações de velocidade 60 dias após o primeiro CPA.

Na [Figura 55a](#), percebemos que, após aplicar as variações de velocidade 60 dias antes do primeiro CPA, teremos que as várias pequenas aproximações que o asteroide Apophis tem com a Terra ao longo dos anos sofrem variações. Isso é importante para as nossas análises, uma vez que além do efeito gerado pela variação do Swing By original em 2029 devido ao Δv aplicado antes do mesmo, o asteroide tem várias variações na magnitude da perturbação com a Terra até 2036. O resultado final, que além de evitar a colisão, afastou o asteroide drasticamente, está inteiramente relacionado a estas variações nas magnitudes das perturbações gravitacionais que foram se acumulando ao longo do período entre um maior CPA e outro maior CPA. Deixamos a [Figura 55a](#) inteira para mostrar exatamente a nossa explanação, onde é possível ver as variações ocorrendo a cada vale e cume da linha que indica a distância entre o asteroide e a Terra.

A [Figura 55b](#) mostra a distância entre o asteroide Apophis e a Terra no momento que ocorreria a colisão, segundo CPA, para quando aplicamos as variações de velocidade durante o primeiro CPA. Conseguimos evitar novamente a colisão do asteroide com a Terra, e até afastá-lo a uma boa distância, próximo a 45 raios da Terra de distância para ambos os Δv s aplicados e que, como já mencionamos

na seção anterior, está em um valor aceitavelmente seguro. Já a [Figura 55c](#) mostra que seguimos evitando a colisão entre o asteroide e a Terra quando aplicamos as variações de velocidade 60 dias após o primeiro CPA, e com uma eficiência melhor do que quando aplicamos as variações de velocidade durante o primeiro CPA. Isto mostra que, mesmo para uma situação com um asteroide real, nossos resultados apresentam que é mais eficiente aplicar variações de velocidade no asteroide antes ou depois do primeiro CPA quando estamos querendo evitar uma colisão.

A [Figura 56](#) mostra a distância entre o asteroide Apophis e a Terra no momento que ocorreria a colisão. A barra azul mostra a distância entre o asteroide Apophis e a Terra no segundo CPA, para quando o Δv é aplicado 60 dias antes do primeiro CPA. A barra vermelha mostra a distância entre o asteroide Apophis e a Terra no segundo CPA, para quando o Δv é aplicado no asteroide na passagem pelo primeiro CPA. A barra verde é a distância entre o asteroide Apophis e a Terra no segundo CPA, para quando o Δv é aplicado 60 dias após o primeiro CPA.

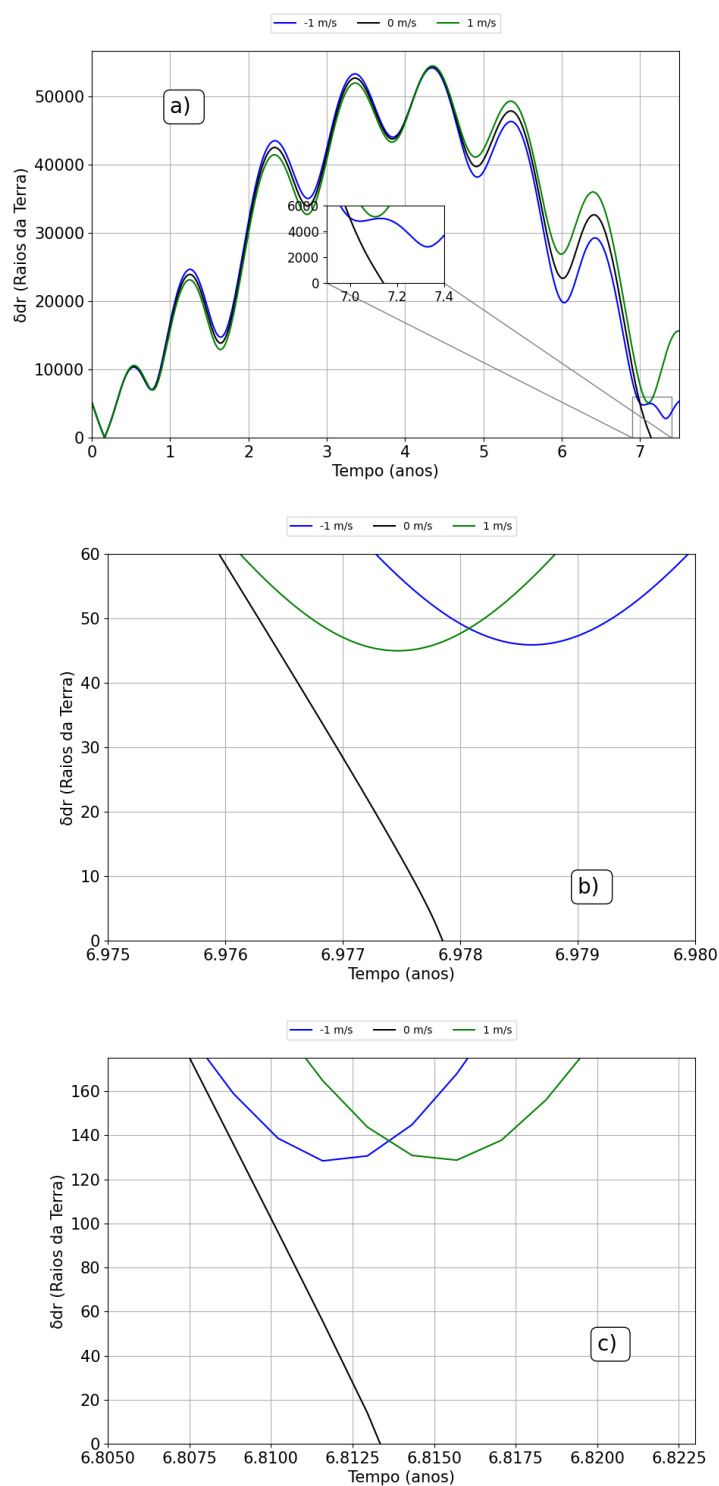
Aqui podemos novamente ver a maior eficiência em se aplicar as variações de velocidade antes do primeiro CPA entre o asteroide e a Terra, uma vez que é claro o quanto se variou a segunda passagem ao se aplicar o Δv antes do primeiro Δv . Sendo que o Δv negativo variou a distância entre o asteroide Apophis e a Terra em aproximadamente 2.821 raios da Terra e o Δv positivo gerou uma variação de 5.151 raios da Terra de distância. É interessante notar que para o caso de Apophis, o Δv positivo de 1 m/s na velocidade fez com que o desvio fosse muito maior do que o encontrado para o Δv negativo. Este resultado é algo que não havíamos encontrado até o momento e que, muito provavelmente, se deve a nova geometria da órbita do asteroide após o Δv aplicado apresentado na [Figura 55a](#).

Na [Figura 55a](#), podemos ver que a linha verde, que representa a distância relativa entre o asteroide Apophis e a Terra para o Δv positivo, mostra que o asteroide é afastado nas novas pequenas aproximações a partir de 4 anos após o Δv aplicado. Essa nova geometria pode ser a responsável da distância entre o asteroide Apophis e a Terra no momento que ocorreria a colisão. Já a linha azul, que representa a distância entre o asteroide e a Terra para quando o Δv negativo foi aplicado, mostra uma geometria um pouco diferente, quando o asteroide iria começar a se afastar, mas que por algum motivo, provavelmente interações gravitacionais, ele volta a se aproximar da Terra, mas um pouco após ao momento que ocorreria a colisão.

Vale lembrar que estamos falando de uma aproximação de aproximadamente 2.821 raios da Terra e estamos apenas tentando explicar o motivo do Δv positivo ter gerado uma variação maior do que o Δv negativo, algo que até o momento não era esperado.

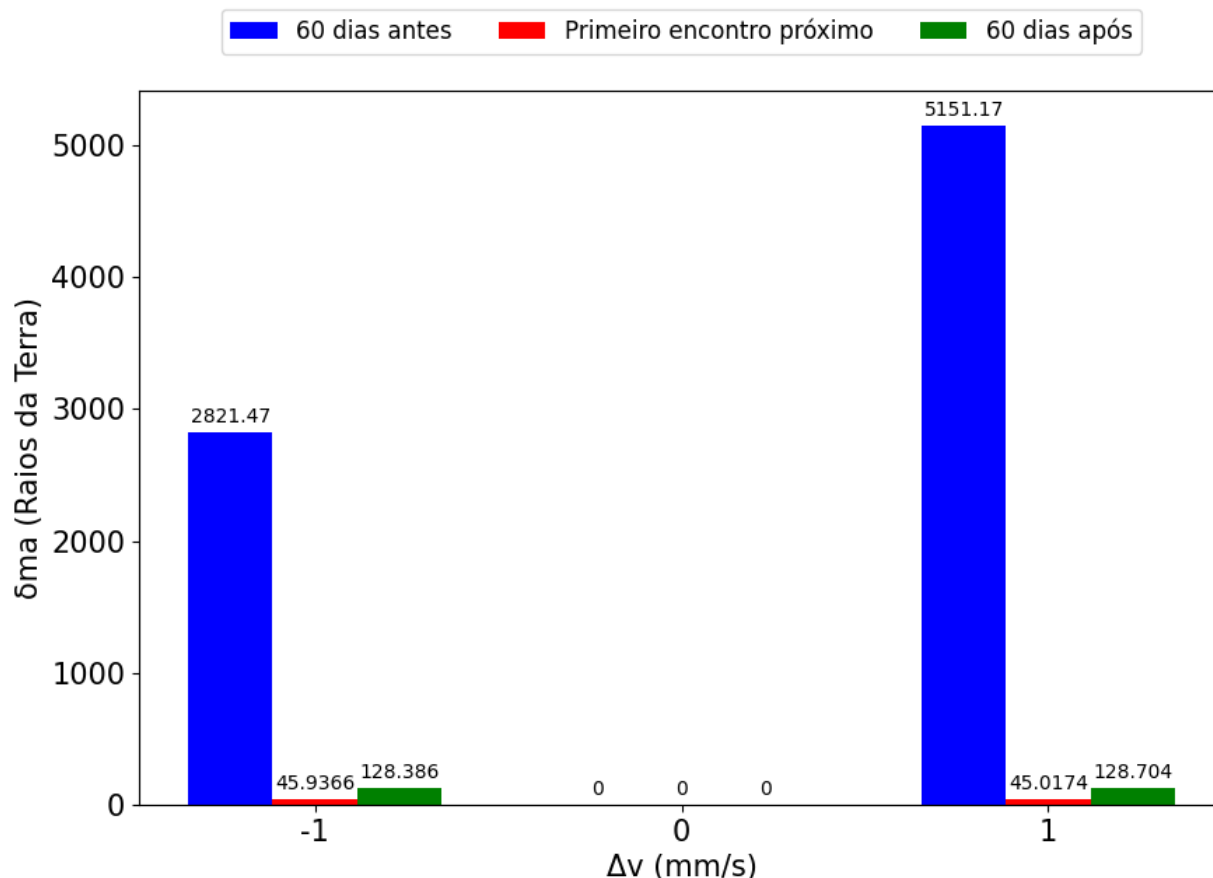
Já para os Δv s aplicados durante o primeiro CPA, veremos que a distância entre o asteroide Apophis e a Terra para o Δv negativo é de 45,9 raios da Terra e 45 raios da Terra para o Δv positivo. Ou seja, aqui já encontramos um resultado mais familiar, onde o Δv negativo gerou uma maior variação da distância entre o asteroide Apophis e a Terra. Os Δv s aplicados após o primeiro CPA, geram uma boa variação na distância relativa entre o asteroide e a Terra no segundo CPA. Contudo, voltamos a ver que o Δv positivo gerou uma variação maior do que o Δv negativo aplicado no asteroide, onde novamente iremos considerar a geometria da órbita do asteroide para explicar o motivo para este resultado.

Figura 55 – Distância (em raios da Terra) entre o asteroide e a Terra por um período de cerca de 7,5 anos. **(a)** Δv aplicado 60 dias antes do primeiro CPA, ampliamos o primeiro CPA para ver a variação nesta região, **(b)** Δv aplicado no primeiro CPA, e **(c)** Δv aplicado 60 dias após o primeiro CPA.



fonte: Produção do próprio autor.

Figura 56 – Distância entre o asteroide e a Terra (em raios da Terra) na passagem da “potencial colisão” após 7 anos do swing by do primeiro CPA. Em azul temos a situação onde o Δv é aplicado 60 dias antes do primeiro CPA, em verde temos um Δv aplicado exatamente no primeiro CPA, e em vermelho temos a situação onde o Δv é aplicado 60 dias após o primeiro CPA..



fonte: Produção do próprio autor.

O semieixo maior do asteroide Apophis pode ser observado na [Figura 57](#), quando estamos apresentando os três casos trabalhados. Lembrando que o semieixo do asteroide sem a aplicação dos Δv s está representado pela linha preta. Podemos ver que o semieixo maior sem a aplicação dos Δv s tem um grande aumento devido ao primeiro CPA em 2029. Após o primeiro CPA, ele evolui sem variações ao longo do tempo até o segundo CPA, quando, novamente, ele tem um aumento repentino indicando a grande aproximação que gera a colisão.

A [Figura 57a](#) foi deixada inteira devido a variação que ocorre no semieixo maior do asteroide no momento do primeiro CPA. Podemos ver que, após a aplicação das variações de velocidade 60 dias antes do primeiro CPA, gera variações no semieixo maior alterando brevemente o semieixo maior, aumentando para o Δv negativo de -1 m/s (linha azul), e diminuindo para o Δv positivo de 1 m/s (linha verde).

Após o primeiro CPA e após estas pequenas variações do semieixo maior do asteroide causadas pelas variações de velocidade no asteroide, o semieixo maior do asteroide apresenta uma evolução sem variações ao longo do tempo, assim como para o caso do semieixo maior do asteroide sem a aplicação dos Δv s. Este comportamento pode ser observado até mesmo durante e após o segundo CPA, uma

vez que o asteroide está passando bem distante da Terra após a aplicação dos Δv s e as perturbações gravitacionais neste momento não são tão intensas.

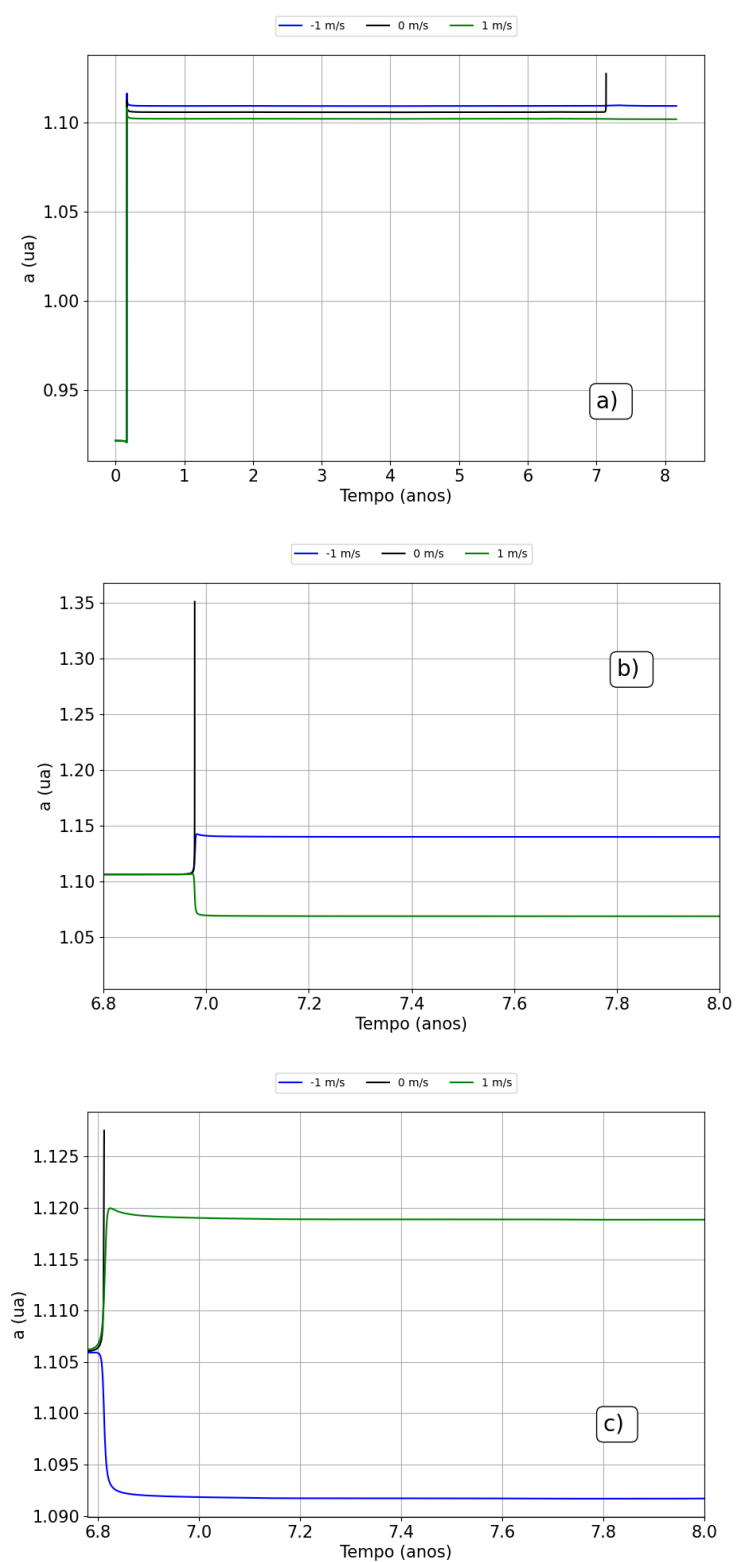
Na [Figura 57b](#), o semieixo maior do asteroide não teve grandes variações até o momento do segundo CPA. Sendo assim, optamos por mostrar apenas as variações que ocorrem no momento do segundo CPA. Temos que, no segundo CPA, o semieixo maior do asteroide tem uma leve variação, aumentando levemente para o Δv negativo aplicado na velocidade do asteroide (linha azul) e diminuindo o semieixo maior do asteroide para o Δv positivo na velocidade do asteroide (linha verde). Mas vemos que, rapidamente após o asteroide se afastar da Terra após o segundo CPA, o semieixo maior volta a ter uma evolução sem variações.

O mesmo que ocorre na [Figura 57b](#) pode ser encontrado na [Figura 57c](#), mas com o comportamento invertido para os Δv s. O asteroide também tem o seu semieixo maior um pouco alterado, aumentando para o Δv de 1 m/s e diminuindo para o Δv de -1 m/s. Mas logo após a passagem pelo segundo CPA, ele entra em uma evolução sem variações e o asteroide se afasta novamente da Terra. A leve alteração nestas duas Figuras se deve ao fato de que, apesar dos desvios serem capazes de evitar a colisão, o asteroide ainda tem uma passagem próxima a Terra. Neste momento ele ganha um pouco de velocidade, alterando a sua energia específica, mas quando ele afasta novamente, sua velocidade começa a diminuir até que sua órbita possa se estabilizar novamente.

A diferença entre o semieixo maior do asteroide Apophis sem os Δv s aplicados com o semieixo maior do asteroide com os Δv s aplicados pode ser encontrada na [Figura 58](#). Aqui teremos os três casos trabalhados e podemos ver com maior facilidade o quanto o semieixo é alterado quando aplicamos as variações de velocidade no asteroide antes do primeiro CPA. A linha azul representa a diferença do semieixo maior do asteroide para antes e depois do Δv negativo no asteroide.

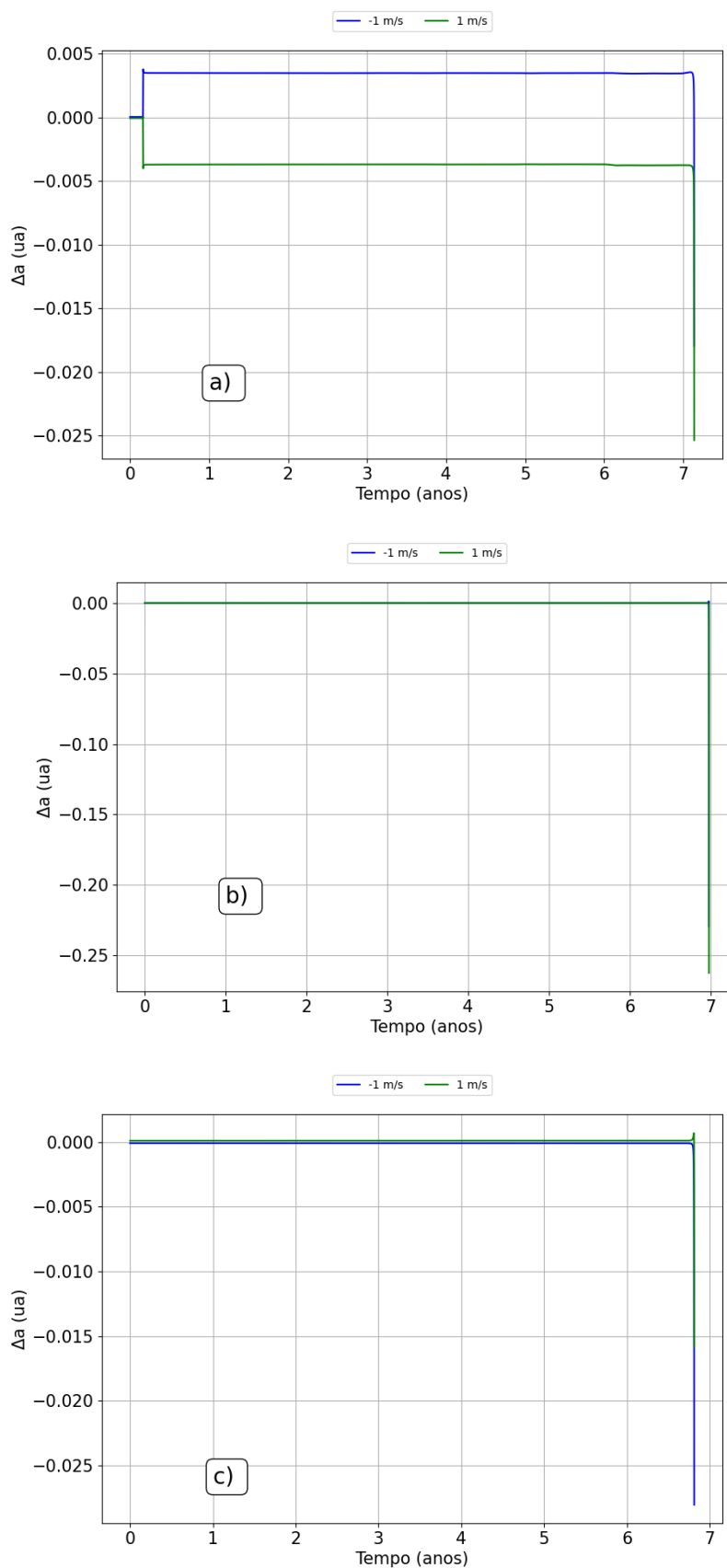
Para o caso de aplicarmos os Δv s antes do primeiro CPA, [Figura 58a](#), podemos ver que aplicando este Δv , iremos aumentar um pouco o semieixo maior do asteroide no momento que o asteroide tem o seu primeiro CPA com a Terra. Após o primeiro CPA, ele mantém sua evolução sem variação com esta diferença, até que ocorra o segundo CPA e assim ele possa diminuir drasticamente. Lembrando que para este caso, o asteroide não apresenta variações no semieixo maior quando ocorre o segundo CPA. Olhando agora para a [Figura 58b](#), iremos ter apenas a variação do semieixo maior proveniente do segundo CPA, onde iremos ter a diminuição drástica do semieixo maior do asteroide. Lembrando que o semieixo maior do asteroide sem a aplicação dos Δv s estava aumentando consideravelmente devido ao segundo CPA. A [Figura 58c](#) apresenta a diferença do semieixo maior do asteroide para antes e depois da aplicação dos Δv s após o primeiro CPA. Encontramos neste caso uma certa semelhança entre os Δv s aplicados durante o primeiro CPA e após o primeiro CPA, onde o asteroide não apresenta uma variação do seu semieixo maior ao longo do tempo, ocorrendo uma grande variação no segundo CPA do asteroide com a Terra.

Figura 57 – Semieixo maior do asteroide (ua) em relação ao tempo (anos). (a) Δv s aplicados 60 dias antes do primeiro CPA, (b) no primeiro CPA, e (c) 60 dias após o primeiro CPA.



fonte: Produção do próprio autor.

Figura 58 – Diferença do semieixo maior do asteroide (ua) em relação ao tempo (anos). **(a)** Δv s aplicados 60 dias antes do primeiro CPA, **(b)** no primeiro CPA, e **(c)** 60 dias após o primeiro CPA.



fonte: Produção do próprio autor.

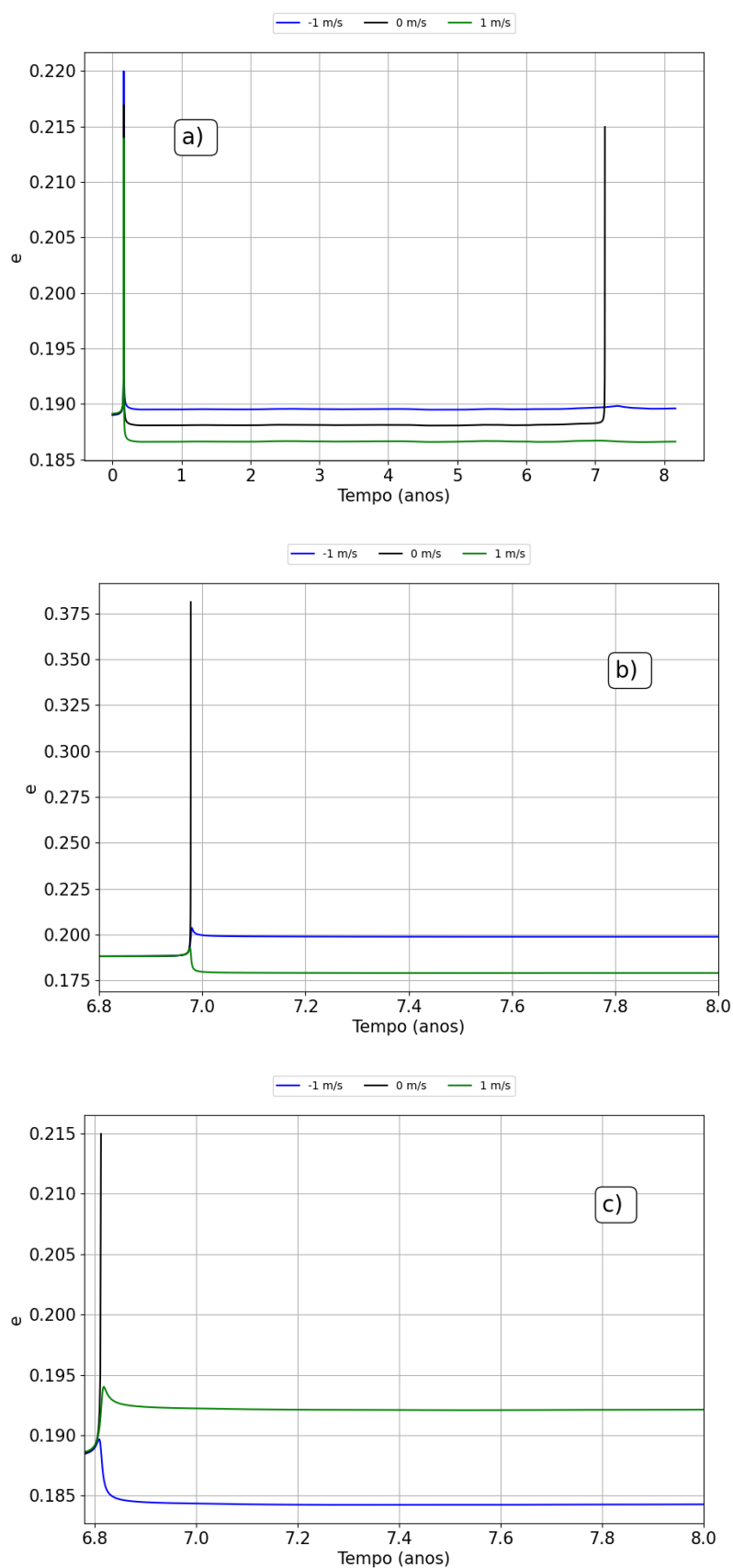
Falamos na mudança de velocidade no asteroide devido aos CPAs com a Terra. A [Figura 59](#) mostra a evolução da excentricidade da órbita do asteroide em relação ao tempo. A linha azul representa a evolução da excentricidade do asteroide para quando aplicamos o Δv de -1 m/s. A linha verde representa a evolução da excentricidade do asteroide para quando aplicamos o Δv de 1 m/s e a linha preta representa a evolução da excentricidade do asteroide, ao longo do tempo, sem aplicação de Δv s.

Poderemos ver que as nossas análises geométricas para o semieixo maior do asteroide podem ser aplicadas também para a excentricidade, e lembrando que quando a excentricidade sofre alteração, também temos uma variação na velocidade no periélio e afélio da órbita do asteroide. Com isso, podemos notar na [Figura 59b](#) e na [Figura 59c](#), que o asteroide tem sua excentricidade levemente alterada no segundo CPA. Para a [Figura 59b](#) a excentricidade do asteroide aumenta levemente durante o segundo CPA para o Δv de -1 m/s e diminui durante o segundo CPA para o Δv de 1 m/s. O inverso ocorre na [Figura 59c](#) onde a excentricidade aumenta para o Δv de 1 m/s e diminui para o Δv de -1 m/s durante o segundo CPA. Em ambos os casos, a excentricidade segue uma evolução sem variações após o segundo CPA, o que pode confirmar nossas explanações em relação ao semieixo maior. Já [Figura 59a](#), mostra que para quando aplicamos as variações de velocidade antes do primeiro CPA, fazemos com que a excentricidade tenha uma variação no primeiro CPA. Mas que logo após o primeiro CPA com a Terra, a excentricidade do asteroide se mantenha em uma evolução com poucas variações ao longo do tempo, apresentando uma leve variação no momento do segundo CPA.

Podemos ver melhor o quanto a excentricidade foi alterada na [Figura 60](#), onde mostramos a diferença entre a excentricidade do asteroide Apophis sem os Δv s aplicados em relação a excentricidade com os Δv s aplicados. A linha azul representa a diferença entre a excentricidade do asteroide sem a aplicação do Δv com a aplicação do Δv de -1 m/s e a linha verde representa a diferença da excentricidade do asteroide sem a aplicação de Δv s com a aplicação do Δv de 1 m/s.

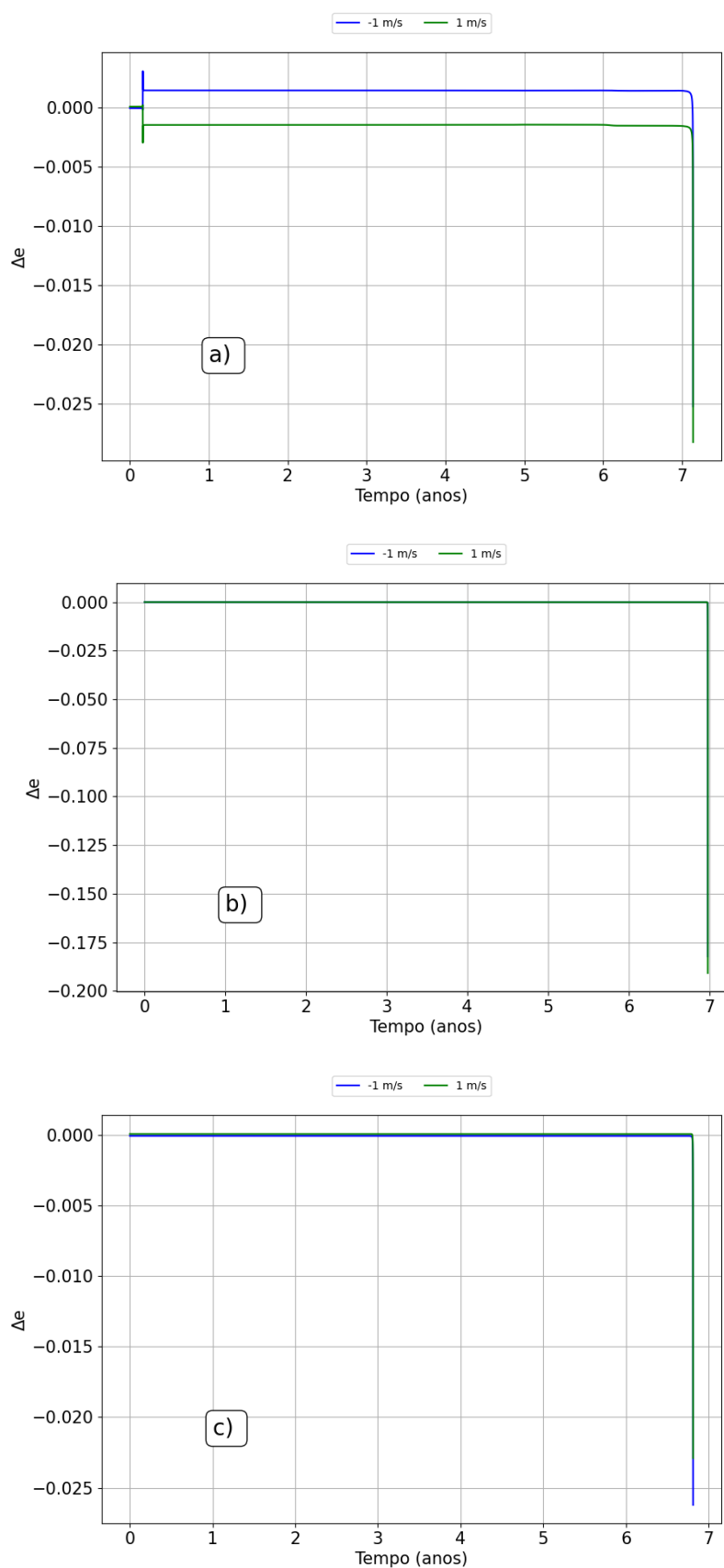
Tudo o que apresentamos sobre a diferença do semieixo maior da órbita do asteroide pode ser aplicado para a diferença da excentricidade da órbita do asteroide, [Figura 60a](#), [Figura 60b](#) e [Figura 60c](#). Aqui podemos ver as variações na excentricidade da órbita do asteroide com maior facilidade. A [Figura 60a](#) mostra a diferença da excentricidade do asteroide para quando aplicamos as variações de velocidade antes do primeiro CPA, quando podemos ver a semelhança geométrica com a diferença do semieixo maior. A excentricidade tem um leve aumento no primeiro CPA com a Terra para o Δv de -1 m/s, e diminui no primeiro CPA com a Terra para o Δv de 1 m/s, o valor dessa diferença se mantém ao longo do tempo até que ocorra o segundo CPA e ela diminui. Já a [Figura 60b](#) e [Figura 60c](#) mostram que a excentricidade do asteroide não sofre variações ao longo do tempo até que ocorra o segundo CPA, onde irá diminuir.

Figura 59 – Evolução da excentricidade do asteroide em relação ao tempo (anos). **(a)** Δv s aplicados 60 dias antes do primeiro CPA, **(b)** no primeiro CPA, e **(c)** 60 dias após o primeiro CPA.



fonte: Produção do próprio autor.

Figura 60 – Diferença da excentricidade do asteroide em relação ao tempo (anos). **(a)** Δv s aplicados 60 dias antes do primeiro CPA, **(b)** no primeiro CPA, e **(c)** 60 dias após o primeiro CPA.



fonte: Produção do próprio autor.

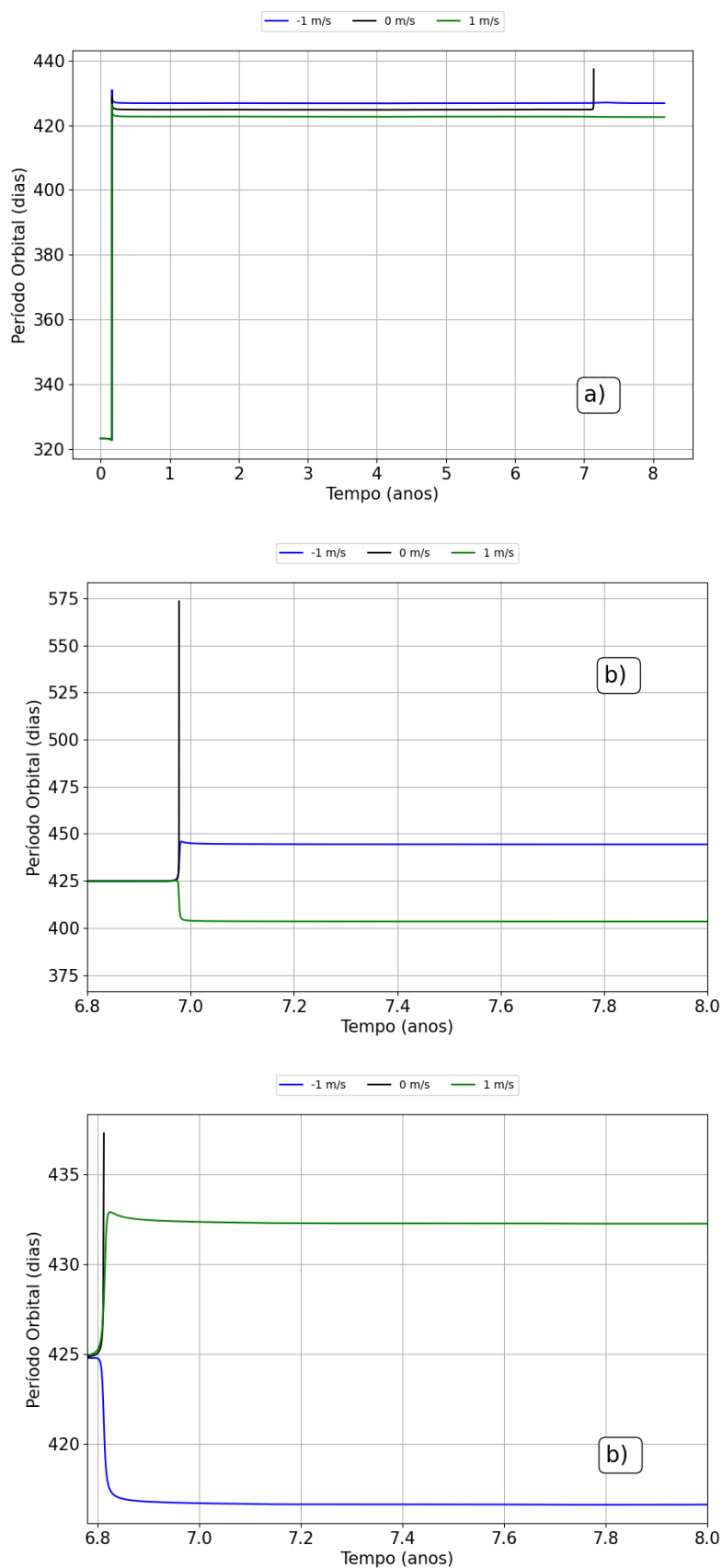
Se estamos alterando a velocidade do asteroide, com isso alterando o seu semieixo maior e a sua

excentricidade, fica claro pensar que estamos alterando o seu período orbital. Na [Figura 61](#), mostramos o período orbital do asteroide em relação ao tempo, onde teremos a linha azul representando o período orbital do asteroide para com o Δv de -1 m/s aplicado no asteroide. A linha verde representa o período orbital do asteroide para com o Δv de 1 m/s aplicado no asteroide e a linha preta está representando o período orbital do asteroide sem a aplicação de Δv s.

Podemos ver claramente pela [Figura 61a](#) que o período orbital também é alterado pelas variações de velocidade aplicadas antes do primeiro CPA, assim que o asteroide passa pelo primeiro CPA, assim como o semieixo maior e a excentricidade. Sendo que, já ocorre um aumento do período orbital natural, assim que ocorre o primeiro CPA. Depois do aumento, o período orbital permanece entre 420 e 430 dias até o segundo CPA e depois tem um aumento repentino novamente devido a grande aproximação com a Terra ocasionando a colisão. Quando aplicamos as variações de velocidade, o período orbital tem um pequeno aumento para o Δv de -1 m/s e diminui para o Δv de 1 m/s e logo depois permanece com o novo valor mesmo após o segundo CPA.

Já na [Figura 61b](#) e na [Figura 61c](#), a variação do período orbital acontece de forma mais perceptível no segundo CPA, quando o asteroide foi desviado da colisão. Antes do segundo CPA, a variação do período orbital do asteroide é quase insignificante. Devido a esse fato, optamos por mostrar apenas o momento do segundo CPA, ficando mais fácil de visualizar as pequenas variações que ocorrem nesse momento. Novamente, para os Δv s aplicados durante o primeiro CPA ([Figura 61b](#)), o período orbital do asteroide tem um leve aumento no momento do segundo CPA para quando aplicamos o Δv de -1 m/s e diminui para quando aplicamos o Δv de 1 m/s. O inverso acontece para quando aplicamos os Δv s após o primeiro CPA ([Figura 61c](#)), onde o período orbital aumenta no segundo CPA para quando aplicamos o Δv de 1 m/s e diminui para quando aplicamos o Δv de -1 m/s. Após o segundo CPA temos que o período orbital se estabiliza e passa a ter uma evolução sem variações aos novos valores após o segundo CPA para ambas as posições de aplicação de Δv s.

Figura 61 – Período orbital do asteroide (em dias) em função do tempo. (a) Δv aplicado 60 dias antes do primeiro CPA, (b) Δv aplicado no primeiro CPA, e (c) Δv aplicado 60 dias após o primeiro CPA.



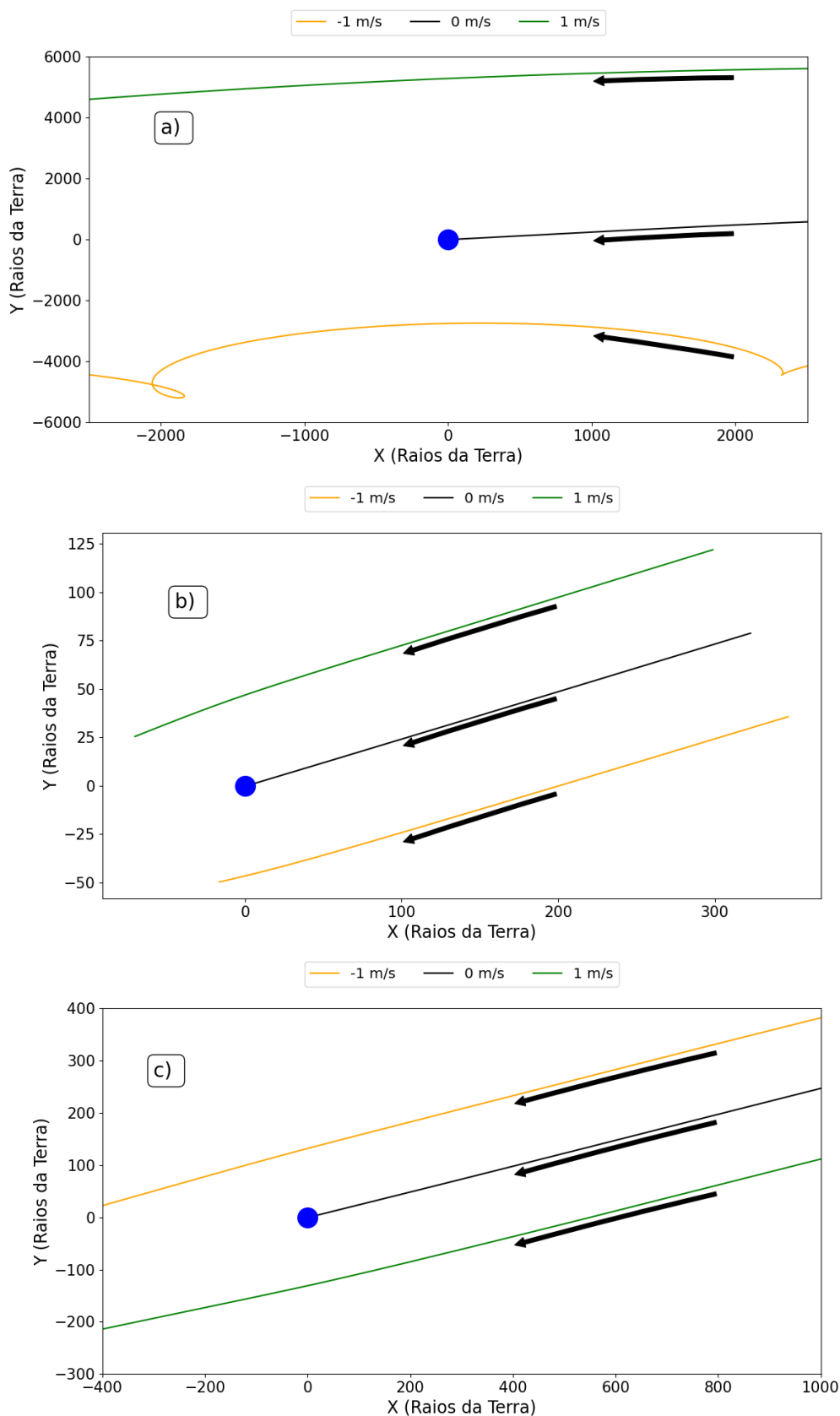
fonte: Produção do próprio autor.

Alterando o período orbital do asteroide, iremos atrasá-lo ou adiantá-lo em relação ao referencial inercial (O Sol), e também em relação a Terra, assim, evitando a colisão. A [Figura 62](#) mostra o movimento do asteroide em relação a Terra, onde temos que o círculo azul representa a Terra, a linha preta representa o movimento do asteroide Apophis em relação a Terra sem a aplicação do Δv e podemos ver a colisão ocorrendo. A linha verde representa o movimento do asteroide em relação a Terra com o Δv de 1 m/s aplicado ao asteroide. A linha laranja representa o movimento do asteroide com o Δv de -1 m/s aplicado ao asteroide. A seta representa o sentido do movimento do asteroide.

A [Figura 62a](#) nos mostra que no momento que ocorreria a colisão, o asteroide irá passar bem distante da Terra após a aplicação das variações de velocidade antes do primeiro CPA. Nesta Figura, percebemos uma forma diferente no movimento do asteroide quando aplicamos a variação de velocidade de -1 m/s, linha laranja. Quando fazemos o movimento relativo do asteroide e a Terra, temos que lembrar que o asteroide pode estar perdendo e ganhando velocidade em relação a Terra, e é esta variação de velocidade, que faz com que o movimento do asteroide apresente esta forma irregular em relação a Terra. Ainda mais se levarmos em conta que a velocidade do asteroide em relação ao Sol não está alterando tanto nesse momento, uma vez que o asteroide está passando bem distante da Terra. Sendo assim, em relação a Terra, ele não apresenta a mesma forma regular que apresentou até o momento pois, para o referencial na Terra, a velocidade dele pode estar alterando neste exato momento, tanto diminuindo quanto aumentando.

A [Figura 62b](#) e a [Figura 62c](#) não apresentam esta mesma irregularidade uma vez que o asteroide está mais próximo da Terra, e como vimos, está ganhando mais velocidade devido a esta maior aproximação do que em relação ao caso apresentado na [Figura 62a](#). É possível identificar uma leve alteração no movimento do asteroide com os Δv s aplicados após o CPA com a Terra. Mostrando que, embora a distância que o asteroide está passando da Terra não seja tão pequena, a perturbação gravitacional ainda é capaz de alterar a trajetória do asteroide.

Figura 62 – Trajetória do asteroide em relação à Terra no segundo CPA, os eixos x e y estão em raios da Terra. As setas indicam a direção da trajetória do asteroide e o círculo azul representa a Terra. (a) Δv s aplicados 60 dias antes do primeiro CPA, (b) Δv s aplicados exatamente no primeiro CPA, e (c) Δv s aplicados 60 dias após o primeiro CPA.

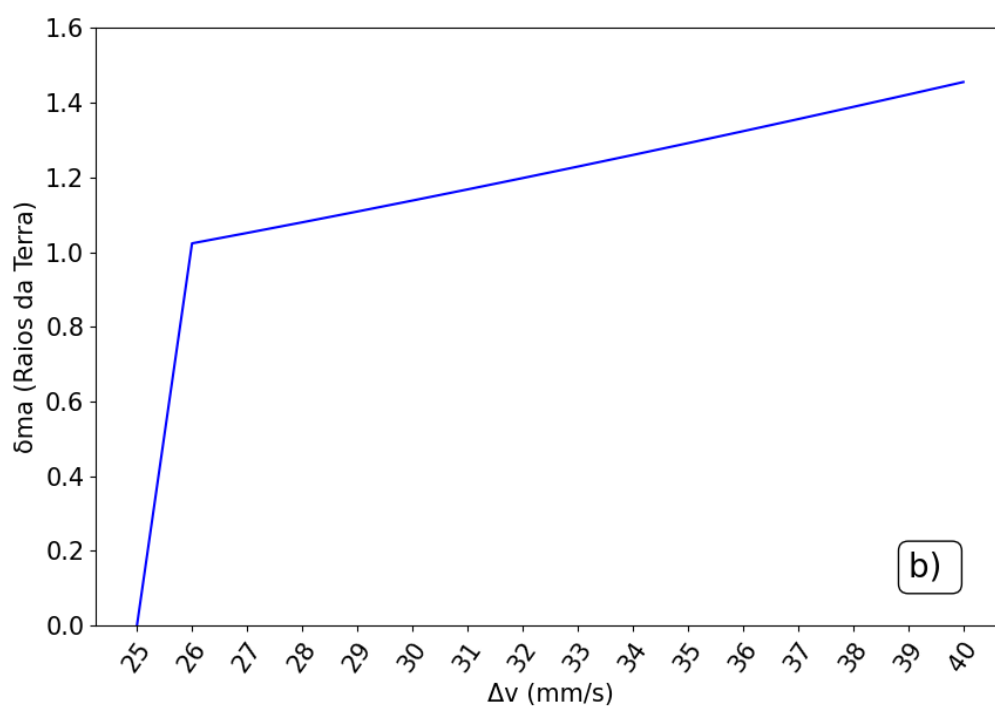
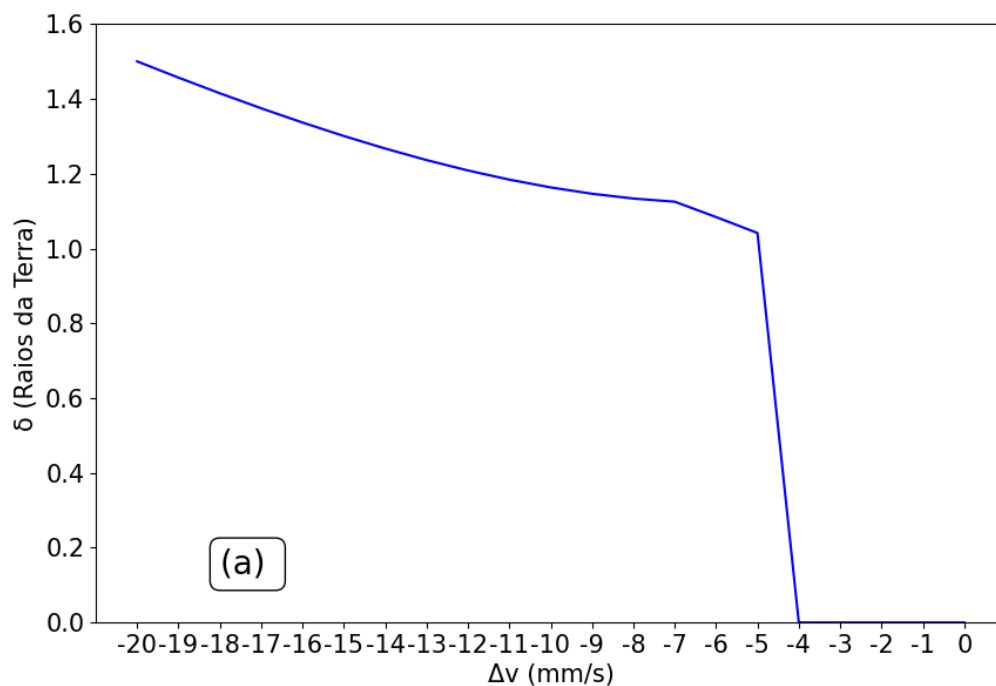


fonte: Produção do próprio autor.

Assim como no caso envolvendo o asteroide de massa negligenciável, sabendo da maior eficiência em se aplicar variações na órbita do asteroide antes do primeiro CPA, decidimos encontrar qual é o menor Δv necessário para evitar uma colisão entre o asteroide Apophis e a Terra, se aplicadas variações na velocidade antes do primeiro CPA. O menor Δv para se desviar este asteroide de uma possível colisão com a Terra é de - 5 mm/s, se aplicado 60 dias antes do primeiro CPA que ocorre em 13 de abril de 2029, [Figura 63a](#).

Se formos pensar em aplicar variações positivas no asteroide, então essa variação necessita ser um pouco maior, 26 mm/s para se conseguir evitar a colisão do asteroide Apophis com a Terra, [Figura 63b](#). Apesar de não ser nenhum valor completamente expressivo, nós precisamos de um Δv cinco vezes maior para conseguir concluir o objetivo de evitar a colisão se aplicarmos variações positivas na órbita do asteroide do que aplicar Δv s negativos na órbita do asteroide.

Figura 63 – Distância mínima asteroide-Terra (em raios da Terra) na passagem da “potencial colisão” após aproximadamente 7 anos do swing by do primeiro CPA, com o Δv aplicado 60 dias antes do primeiro CPA. (a) Variações negativas de velocidade.. (b) Variações positivas de velocidade.



fonte: Produção do próprio autor.

4.7 CONCLUSÕES

Os resultados aqui apresentados mostram que o Swing By se torna importante na técnica de deflexão de asteroides, independente do período para deflexão, desde que ocorra uma maior interação gravitacional entre o asteroide e a Terra, ocasionada por uma aproximação, antes da colisão, quando a posição de aplicação do Δv deve ser considerada na abordagem. Sabendo que para Δv s maiores também precisamos de um impactador de maior massa ou maior velocidade, e para a viabilidade de usar este método de deflexão, nossos resultados para o asteroide Bennu mostram que devido aos vários CPAs do asteroide com a Terra, não precisamos realmente de um grande Δv para afastar o asteroide. Os resultados mostram que precisamos escolher as melhores posições para aplicar os Δv s. Este resultado já foi citado em outros trabalhos, como (CARUSI et al., 2002).

Observamos para o caso do asteroide Bennu, que os Δv s aplicados contrários ao movimento do asteroide e aplicados no periélio de sua órbita têm a capacidade de afastar o asteroide da Terra. O Δv de 10 mm/s mostrou-se um dos mais eficazes na aplicação de Δv s no periélio da órbita para o caso aqui estudado. No entanto, algumas aplicações de Δv no afélio da órbita do asteroide também mostraram bons resultados, como Δv s de -10 mm/s e -20 mm/s, que são animadores no sentido de usar impactadores menores e/ou com velocidades menores. Também mostramos, usando o M.V.V.O.A., que temos algumas outras boas possibilidades ao longo da órbita do asteroide para aplicar o Δv . Por exemplo, se aplicarmos Δv s negativos na velocidade do asteroide, para um cenário em que queremos afastá-lo em maior magnitude, poderíamos aplicar o menor Δv estudado aqui, entre as regiões do afélio da órbita do asteroide e a posição 36° antes do periélio da órbita do asteroide. Quanto aos Δv s positivos, temos que esta região começa um pouco antes do periélio e vai até 55° antes do afélio, na anomalia média de 135° . Consideramos este resultado muito animador, pois apresentamos cenários que podem ser utilizados de acordo com as melhores estratégias quanto ao planejamento de possíveis missões. Poderemos identificar a melhor posição para aplicar o Δv e também analisar a melhor estratégia, levando em conta, por exemplo, fatores econômicos. Como buscar um cenário onde o asteroide não esteja muito distante da Terra para aplicar o Δv , gerando economia na missão. Não entraremos em detalhes aqui, mas é algo relevante e que pode ser apresentado futuramente.

Ainda considerando o caso de Bennu, o ponto principal do nosso trabalho continua sendo mostrar que, através de CPAs entre o asteroide e a Terra, ele está na verdade realizando um Swing By natural com a Terra. Quando aplicamos Δv s, o asteroide sofre variações em sua distância relativa com a Terra que geram variações em sua energia específica, de modo que o asteroide altera sua velocidade que pode, tanto atrasar quanto adiantar uma passagem que ocorreria com a Terra em um período de aproximadamente 100 anos. Esse fator é responsável por aproximá-lo ou afastá-lo da Terra.

Aproveitando destes resultados e da análise relacionada ao Swing By, podemos ver que mesmo para períodos mais curtos, somos capazes de alterar a órbita do asteroide, se ocorrerem CPAs do asteroide com a Terra ao longo do período desejado entre a aplicação do Δv e o momento que se quer desviar o asteroide. O primeiro caso estudado, caso apresentado para o asteroide Apophis mostra exatamente isso, quando percebemos que, com os menores Δv s como por exemplo de -10 mm/s e 10 mm/s, o que nos motivou a realizar os testes em mais 5 PHAs, com estes valores de variações. Podemos perceber que conseguiremos realmente alterar a órbita do asteroide com estas variações de

velocidade para muitos períodos entre o ponto de aplicação dos Δv s e o CPA. Para fortalecer ainda mais o nosso trabalho, ficou claro nas análises dos PHAs que, quanto maior for o número de CPAs que o asteroide tiver com a Terra, maior vai ser a variação de sua órbita. Podemos ver, por exemplo, os casos do asteroide 2000 SG344 que não apresentava grandes CPAs e mesmo para um período de quase 25 anos, não apresentou um grande desvio. Ao contrário, por exemplo, dos asteroides 2008 JL3, 2022 PX1 e 2022 UE28, que apresentaram uma maior variação de suas órbitas. E ainda temos que lembrar do asteroide 2021 EU, que mesmo em um curto período, aproximadamente 3 anos, foi capaz de gerar grandes variações se comparados aos resultados do asteroide 2000 SG344, devido a algumas aproximações intermediárias no intervalo entre um CPA e outro CPA.

Também mostramos que a atração gravitacional dos planetas do sistema solar podem influenciar na órbita do asteroide alterando os efeitos da técnica de impacto cinético. Como no caso do asteroide sem massa, ao qual desenvolvemos um trabalho com o sistema de 3 corpos (Sol, Terra e asteroide), e com os planetas do sistema solar (Sol, Mercúrio, Vênus, Terra, Marte, Júpiter, Saturno, Lua e asteroide). Nesses casos, mostramos que para a situação específica de um asteroide tendo um CPA com a Terra, capaz de desviar sua órbita ao ponto de após 2 anos deste CPA, o asteroide se aproxima novamente da Terra e colida com a mesma. Mostramos que seria possível evitar a colisão aplicando Δv s em três posições do asteroide: antes do primeiro CPA, durante o primeiro CPA e após o primeiro CPA. Nossos resultados mostram que podemos aproveitar o primeiro CPA para obtermos uma maior chance de sucesso em evitar a colisão com o planeta. Foram encontrados valores mínimos para os Δv s aplicados, mostrando que é possível, mesmo para um período bem curto, evitar a colisão de um asteroide com a Terra desde que, o asteroide tenha um CPA com a Terra antes da colisão.

Aplicando o Δv e aproveitando esse efeito gravitacional, podemos evitar a colisão em um período de 2 anos com uma variação de velocidade que pode ser considerada pequena. Também mostramos que, se aplicarmos o Δv antes do primeiro CPA, é possível usar um Δv menor em relação a outros locais, e ainda evitar a colisão. Isso é muito interessante, pois podemos reduzir o tamanho e/ou a velocidade do impactador usado para gerar o Δv . Com isso, atingimos nosso objetivo de evitar a colisão de um asteroide fictício com a Terra em um período de 2 anos através de um Δv da ordem de 4 mm/s para o problema de 3 corpos e -1 mm/s para o problema envolvendo os planetas. É impossível usar um Δv muito baixo sem a técnica de usar um swing by prévio ao redor da Terra, para períodos curtos de alerta. Tentamos aplicar o Δv 20 e 30 dias antes do primeiro CPA para o problema de 3 corpos, mas os Δv s necessários foram muito maiores, da ordem de cm/s. Sabendo que a ordem do Δv aumenta consideravelmente para 20 e 30 dias antes do primeiro CPA, optamos por não realizar estas simulações para o caso envolvendo os planetas.

Por fim, mostramos um caso de um asteroide real, mas ao qual, forçamos uma colisão com a Terra, uma colisão fictícia. Nesta parte, podemos explorar um pouco melhor os resultados relacionados com a perturbação gravitacional, uma vez que estamos considerando todos os parâmetros físicos dos corpos envolvidos. Neste cenário, o asteroide Apophis terá o CPA com a Terra em 2029, e após esta aproximação irá se afastar da Terra, porém, terá um novo CPA com a Terra em 2036 e irá colidir com a mesma.

Mostramos, mais uma vez, que é possível evitar a colisão do asteroide com a Terra, principalmente,

se aproveitarmos o Swing By de 2029 e aplicarmos as variações de velocidade 60 dias antes do CPA. Mostramos também que o Δv mínimo para desviar a trajetória do asteroide para evitar a colisão em 2036, é de -5 mm/s, lembrando que os desafios em se aplicar variações negativas de velocidade no asteroide não é o foco deste trabalho e sim saber qual a variação de velocidade necessária para evitar a colisão. Mas, se formos considerar que devido ao movimento de translação do asteroide estar no mesmo sentido do movimento de translação da Terra, podemos afirmar que, para um cenário real de desvio nesses moldes, para o asteroide Apophis, o Δv ideal será de 26 mm/s.

Nosso objetivo com este trabalho foi estudar a técnica de impacto cinético correlacionando com as perturbações gravitacionais, principalmente da Terra. Nossos resultados mostram que é possível o desvio da órbita de um asteroide, e até mesmo evitar a colisão de um asteroide com a Terra, até mesmo utilizando pequenos Δv s, desde que tenhamos um CPA do asteroide com a Terra em um período anterior à colisão. Ou seja, utilizando a perturbação gravitacional da própria Terra poderemos evitar a colisão de asteroides, mesmo utilizando Δv s não tão elevados, mesmo para períodos curtos para evitar a colisão. Sendo assim, nosso trabalho obteve êxito em sua proposta e apresenta uma nova perspectiva em relação a desviar asteroides potencialmente perigosos de uma possível colisão com a Terra no futuro.

REFERÊNCIAS

- 2021 EU. In: WIKIPÉDIA: a enciclopédia livre. Wikimedia, 2022. Disponível em: <<https://en.wikipedia.org/wiki/2021_EU>>. Acesso em: 13 dec. 2022.
- AHRENS, T. J.; HARRIS, A. W. Deflection and fragmentation of near-earth asteroids. **Nature**, Nature Publishing Group, v. 360, n. 6403, p. 429–433, 1992.
- ALJBAAE, S. et al. Influence of apophis' spin axis variations on a spacecraft during the 2029 close approach with earth. **arXiv preprint arXiv:2105.14001**, 2021.
- BROSCART, S. B.; SCHEERES, D. J. Control of hovering spacecraft near small bodies: application to asteroid 25143 itokawa. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 28, n. 2, p. 343–354, 2005.
- BROUCKE, R. The celestial mechanics of gravity assist. In: **Astrodynamics Conference**. [S.l.: s.n.], 1988. p. 4220.
- BYKOVA, L.; GALUSHINA, T. Y. Investigation of the motion of (99942) apophis asteroid using the skif cyberia multiprocessor computing system. **Cosmic Research**, Springer, v. 48, n. 5, p. 409–416, 2010.
- CARUSI, A. Early neo deflections: a viable, lower-energy option. **Earth, Moon, and Planets**, Springer, v. 96, n. 1, p. 81–94, 2005.
- CARUSI, A. et al. Deflecting neos in route of collision with the earth. **Icarus**, Elsevier, v. 159, n. 2, p. 417–422, 2002.
- CHAGAS, B. S.; PRADO, A. F. B. d. A.; WINTER, O. C. Deflecting an asteroid on a collision course with earth using a powered swing-by maneuver. **Symmetry**, MDPI, v. 14, n. 8, p. 1658, 2022.
- CHAGAS B.S, A. F. B. A. P.; WINTER, O. C. Gravitational perturbations correlated with the asteroid kinetic impact deflection technique. **Scientific Reports**, Nature Publishing Group, v. 12, n. 11721, p. 1–17, 2022.
- CHAMBERLIN, A. et al. Sentry: an automated close approach monitoring system for near-earth objects. In: **AAS/Division for Planetary Sciences Meeting Abstracts# 33**. [S.l.: s.n.], 2001. v. 33, p. 41–08.
- CHAMBERS, J. E. A hybrid symplectic integrator that permits close encounters between massive bodies. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, Blackwell Science Ltd Oxford, UK, v. 304, n. 4, p. 793–799, 1999.
- CHENG, A. et al. Asteroid impact & deflection assessment mission: kinetic impactor. **Planetary and space science**, Elsevier, v. 121, p. 27–35, 2016.
- CHENG, A. F. et al. Asteroid impact and deflection assessment mission. **Acta Astronautica**, Elsevier, v. 115, p. 262–269, 2015.
- CHESLEY, S. R. Potential impact detection for near-earth asteroids: The case of 99942 apophis (2004 mn4). **Proceedings of the International Astronomical Union**, Cambridge University Press, v. 1, n. S229, p. 215–228, 2005.
- CHODAS SHAKEH KHUDIKYAN, A. C. P. Neo basics. In: NASA. **Website**. [S.l.], 2022.

- CHOUREY, S. et al. Determining the momentum transfer in regolith-like targets using the tum/lrt electro-thermal accelerator. **Planetary and Space Science**, Elsevier, v. 194, p. 105112, 2020.
- CONWAY, B. A. Near-optimal deflection of earth-approaching asteroids. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 24, n. 5, p. 1035–1037, 2001.
- DANBY, J. Book-review-fundamentals of celestial mechanics. **Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy**, v. 50, p. 195, 1991.
- DURDA, D. D. et al. Laboratory impact experiments with decimeter-to meter-scale targets to measure momentum enhancement. **Planetary and Space Science**, Elsevier, v. 178, p. 104694, 2019.
- FELIPE, G. de; PRADO, A. F. B. d. A. Classification of out-of-plane swing-by trajectories. **Journal of guidance, control, and dynamics**, v. 22, n. 5, p. 643–649, 1999.
- FERREIRA, A. F.; PRADO, A. F.; WINTER, O. C. A numerical mapping of energy gains in a powered swing-by maneuver. **Nonlinear Dynamics**, Springer, v. 89, n. 2, p. 791–818, 2017.
- FERREIRA, A. F. et al. Effects of the eccentricity of the primaries in powered swing-by maneuvers. **Advances in Space Research**, Elsevier, v. 59, n. 8, p. 2071–2087, 2017.
- FERREIRA, A. F. et al. Analytical study of the powered swing-by maneuver for elliptical systems and analysis of its efficiency. **Astrophysics and Space Science**, Springer, v. 363, n. 7, p. 1–24, 2018.
- GIBBINGS, A.; VASILE, M. Kinematic impactors–improved modelling of asteroid deflection. In: **European Planetary Science Congress 2010**. [S.l.: s.n.], 2010. p. 116.
- GIORGINI, J. D. et al. Predicting the earth encounters of (99942) apophis. **Icarus**, Elsevier, v. 193, n. 1, p. 1–19, 2008.
- GONZAGA, E. A method of controlling asteroid collision with the earth. **Cosmic Research**, Springer, v. 48, n. 5, p. 459–466, 2010.
- HIRABAYASHI, M. et al. Assessing possible mutual orbit period change by shape deformation of didymos after a kinetic impact in the nasa-led double asteroid redirection test. **Advances in space research**, Elsevier, v. 63, n. 8, p. 2515–2534, 2019.
- HOLSAPPLE, K. A.; HOUSEN, K. R. Momentum transfer in asteroid impacts. i. theory and scaling. **Icarus**, Elsevier, v. 221, n. 2, p. 875–887, 2012.
- HOUSEN, K. R.; HOLSAPPLE, K. A. On the fragmentation of asteroids and planetary satellites. **Icarus**, Elsevier, v. 84, n. 1, p. 226–253, 1990.
- IVASHKIN, V.; LAN, A. Construction of the optimal trajectories for the earth–asteroid–earth mission under high-thrust flight. **Cosmic Research**, Springer, v. 58, n. 2, p. 111–121, 2020.
- IZZO, D. On the deflection of potentially hazardous objects. In: **15th AAS/AIAA Space Flight Mechanics Conference**. [S.l.: s.n.], 2005. p. 05–141.
- IZZO, D. Optimization of interplanetary trajectories for impulsive and continuous asteroid deflection. **Journal of guidance, control, and dynamics**, v. 30, n. 2, p. 401–408, 2007.
- KOVÁČOVÁ, M. et al. 101955 bennu and 162173 ryugu: Dynamical modelling of ejected particles to the earth. **Planetary and Space Science**, Elsevier, v. 185, p. 104897, 2020.
- LAURETTA, D. et al. The unexpected surface of asteroid (101955) bennu. **Nature**, Nature Publishing Group, v. 568, n. 7750, p. 55–60, 2019.

- LEDKOV, A. et al. Small near earth asteroids and gravity assist maneuvers as basic constituents of planetary defense against hazardous sky objects. In: **SpaceOps 2014 Conference**. [S.l.: s.n.], 2014. p. 1834.
- LI, M. et al. Enhanced kinetic impactor for deflecting large potentially hazardous asteroids via maneuvering space rocks. **Scientific reports**, Nature Publishing Group, v. 10, n. 1, p. 1–9, 2020.
- MACCONE, C. Planetary defense from the nearest 4 lagrangian points plus rfi-free radioastronomy from the farside of the moon: a unified vision. **Acta Astronautica**, Elsevier, v. 50, n. 3, p. 185–199, 2002.
- NEGRI, R. B.; PRADO, A. F. B. d. A.; SUKHANOV, A. Studying the errors in the estimation of the variation of energy by the “patched-conics” model in the three-dimensional swing-by. **Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy**, Springer, v. 129, n. 3, p. 269–284, 2017.
- NEGRÍA, R. B.; SARLIB, B.; ANTONIO, F. d. A. Mapping trajectories of an asteroid that is deflected by a collision. 2018.
- PARK, S.-Y.; MAZANEK, D. D. Mission functionality for deflecting earth-crossing asteroids/comets. **Journal of guidance, control, and dynamics**, v. 26, n. 5, p. 734–742, 2003.
- PARK, S.-Y.; ROSS, I. M. Two-body optimization for deflecting earth-crossing asteroids. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 22, n. 3, p. 415–420, 1999.
- PRADO, A. F. B. d. A.; BROUCKE, R. Classification of swing-by trajectories using the moon. **ASME. Appl. Mech. Rev.**, v. 48(11S), p. S138—S142, 1995.
- PRADO, A. F. B. de A.; FELIPE, G. de. An analytical study of the powered swing-by to perform orbital maneuvers. **Advances in Space Research**, Elsevier, v. 40, n. 1, p. 102–112, 2007.
- PRADO, A. F. Bertachini de A. Powered swingby. **Journal of guidance, control, and dynamics**, v. 19, n. 5, p. 1142–1147, 1996.
- SANCHEZ, J.; VASILE, M.; RADICE, G. Consequences of asteroid fragmentation during impact hazard mitigation. **Journal of guidance, control, and dynamics**, v. 33, n. 1, p. 126–146, 2010.
- SCHEERES, D. et al. The dynamic geophysical environment of (101955) bennu based on osiris-rex measurements. **Nature Astronomy**, Nature Publishing Group, v. 3, n. 4, p. 352–361, 2019.