



IFT

Instituto de Física Teórica
Universidade Estadual Paulista

1

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

IFT-D.001/97

Assimetria $+-$ no Espalhamento Møller no Modelo
Padrão

Marcos Cardoso Rodriguez

Orientador

Prof. Dr. Vicente Pleitez



Janeiro 1997

Agradecimento

Ao Prof. Dr. Vicente Pleitez pela orientação desta dissertação e pelos seus valiosos ensinamentos.

Ao Prof. Dr. Juan Carlos Montero Garcia e a Profa. Dra. Renata Zukanovich Funchal pelas valiosas discussões.

Ao Dr. Felice Pisano, ao Dr. Mauro D. Tonasse e ao colega Orlando L. P. Ravinez pelas discussões que muito me ajudaram nesta dissertação.

Aos meus pais pelo apoio que me deram durante todo este período.

Ao CNPQ pelo apoio financeiro, sem o qual não teria sido possível realizar este trabalho.

Resumo

Neste trabalho apresentamos a construção de espinores auto-estados da helicidade na representação quirial das matrizes γ . Usamos esta representação porque estamos interessados em férmions com diferentes massas. No caso de massa nula ou desprezível a equação de Dirac reduz-se a duas equações desacopladas. Com estes espinores calculamos as amplitudes de helicidade do espalhamento Møller. Discutimos também brevemente a importância de se estudar processos polarizados na descoberta de física além do Modelo Padrão.

Palavras Chaves: Espinores Auto-Estados da Helicidade, Espalhamento Møller, Assimetria $+-$.

Area do conhecimento: 1.05.03.03-0

Abstract

In this work we present the construction of the spinor eigenstate of the helicity in the chiral representation of the γ matrix. We use this representation because we are interested in fermions with different masses. Dirac's equation reduces to two independent equations in the case of fermions with null or negligible masses. We use these spinors for calculating helicity amplitudes of the Møller's scattering. We also discuss briefly the importance of the study of the polarization process in order to discover new physics beyond the standard model.

Keywords: Spinors eigenstate of the helicity, Møller's scattering, asymmetry $+-$.

Conteúdo

Introdução	2
1 Motivação	4
1.1 Breve revisão do modelo padrão das interações eletrofracas.	4
1.1.1 Breve descrição da Lagrangeana	6
1.2 O processo e^-e^- em colisores lineares.	11
1.2.1 Breve descrição dos colisores lineares futuros.	12
2 4-Espinores auto-estados da helicidade.	14
2.1 Seção de choque do espalhamento de Coulomb	23
2.1.1 Método dos espinores auto-estados da helicidade	23
3 Cálculo da Assimetria A_{+-} no Espalhamento Møller	26
3.1 A contribuição do fóton	30
3.1.1 Cálculo do fóton no canal-t	30
3.1.2 Cálculo do fóton no canal-u	32
3.2 A contribuição do Z^0	33
3.2.1 Z^0 no canal t	33
3.2.2 Z^0 no canal u	35
3.3 A contribuição do bóson de Higgs H^0	37
3.3.1 H^0 no canal t	37
3.3.2 H^0 no canal u	38
3.4 Cálculo das seções de choque e da assimetria A_{+-}	40

3.4.1 Cálculo dos elementos de matriz	40
---	----

4 Conclusões	49
--------------	----

A Propiedades importantes das matrizes $-\gamma$	52
--	----

B Espalhamento de Coulomb	54
---------------------------	----

Bibliografia	58
--------------	----

Introdução

O modelo padrão das interações eletrofracas baseado no grupo de simetria $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ e sua quebra espontânea para $U(1)_{em}$ está em excelente acordo com os dados experimentais disponíveis até hoje [1]. Os experimentos utilizados até o presente para estudar o modelo usam processos como próton-próton (pp), próton-antipróton ($p\bar{p}$), elétron-pósitron (e^-e^+) e elétron-próton (e^-p). A colisão elétron-elétron (e^-e^-) não foi entretanto utilizada. Esta disparidade está por terminar, pois recentemente aceleradores elétron-elétron, entre outros, tem recebido grande atenção da comunidade de físicos de altas energias [2, 3, 4, 5, 6, 7].

De fato um grande número de experimentos usando colisões elétron-elétron tem sido propostos, eles tem grande facilidade em produzir feixes de elétrons polarizados e permitirão a determinação de alguns parâmetros do Modelo Padrão Eletrofraco (MPE) das interações eletrofracas ou acharão alguma física nova além desse modelo [3, 4, 5, 6, 7]. Já pelo lado teórico tem aparecido uma série de trabalhos considerando-se este tipo de colisão [2].

Tendo em vista o exposto acima, nesta dissertação iremos calcular a assimetria definida por

$$A_{+-} \equiv \frac{d\sigma_+ - d\sigma_-}{d\sigma_+ + d\sigma_-}$$

onde $d\sigma_{+(-)}$ é a seção de choque diferencial para elétrons de helicidade $+(-)$ espalhados em um alvo não polarizado considerando o espalhamento Møller com um dos elétrons polarizado. No Cap. 1 apresentamos uma breve revisão do MPE e fornecemos algumas motivações de porque fazer espalhamento elétron-elétron e uma breve descrição de alguns aceleradores lineares, os quais permitirão usar este tipo de processo na procura de física nova. No Cap. 2 apresentamos

a construção de espinores auto-estados da helicidade. O Cap. 3 é reservado para apresentarmos o cálculo da assimetria A_{+-} e alguns resultados numéricos. As conclusões são apresentadas no Cap. 4. No apêndice A, colocamos as matrizes de Dirac na representação quirial e as regras de Feynman utilizadas nesta dissertação. Já no apêndice B fazemos o cálculo do espalhamento Coulomb usando o método do traço para efeito de comparação com o formalismo de espinores desenvolvido no Cap. 2.

1.2 Breve revisão do modelo padrão das interações eletrofracas

CSB.

1.2.1 Breve introdução ao Modelo Padrão das Interações Eletrofracas

$$L_{\text{int}} = \bar{\psi} \gamma^\mu \psi A_\mu$$

1.2.2 O Modelo Eletrofraco e a Quebra Espontânea de Simetria. Quando consideramos a interação eletrofraca, temos que considerar a interação entre os campos de matéria e os campos de gauge. A interação eletrofraca é descrita pelo Lagrangiano de interação eletrofraca, que pode ser escrito como:

1.2.3 O Lagrangiano de interação eletrofraca. O Lagrangiano de interação eletrofraca pode ser escrito como:

1.2.4 O Lagrangiano de interação eletrofraca. O Lagrangiano de interação eletrofraca pode ser escrito como:

1.2.5 O Lagrangiano de interação eletrofraca. O Lagrangiano de interação eletrofraca pode ser escrito como:

1.2.6 O Lagrangiano de interação eletrofraca. O Lagrangiano de interação eletrofraca pode ser escrito como:

Veremos agora como

Capítulo 1

Motivação

1.1 Breve revisão do modelo padrão das interações eletrofracas.

O modelo padrão possui a seguinte simetria de gauge

$$SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y. \quad (1.1)$$

Esta estrutura do modelo é dividida em duas partes diferentes. A Cromodinâmica Quântica (QCD) descrita pelo grupo de gauge $SU(3)_C$, atualmente aceita como sendo a teoria das interações fortes, e o setor eletrofraco, descrito por $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, que descreve até hoje com grande sucesso, todos os fenômenos das interações eletromagnéticas e fracas.

O MP é o apogeu de uma imensa quantidade de descobertas experimentais fundamentais. De fato, não poderia ter sido formulado sem os seguintes pré-requisitos:

- Descoberta da radioatividade e do elétron.
- Descoberta do espectro contínuo do decaimento β dos núcleos radioativos.
- Descoberta do neutron, do pion e do pósitron.

Pelo lado teórico tivemos:

- Formulação da equação de Dirac.
- Conceito do neutrino por Pauli e do isospin por Heisenberg.
- Teoria da interação fraca de Fermi.
- Idéia de Yukawa de que partículas, massivas ou não, mediam forças.
- Idéia de simetrias locais por Yang e Mills.

Na Eq.(1.1), $SU(2)_L$ é o grupo de isospin fraco e $U(1)_Y$ é o grupo de hipercarga fraca. Este modelo eletrofraco unifica as forças fracas e eletromagnéticas.¹ foi sugerido por Glashow com o termo de massa dos bósons de gauge colocados a mão. O modelo em sua forma presente para léptons foi sugerido por Weinberg e Salam os quais usaram o mecanismo de Higgs [8, 9] para gerar as massas dos bósons vetoriais e, também para os férmions. A incorporação dos hádrons na teoria foi feita seguindo a sugestão de Glashow, Illiopoulos e Maiani (conhecido como o mecanismo GIM), que incorporou também o quark charm (que ainda não havia sido descoberto). Atualmente a parte $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ é conhecido como Modelo Padrão Eletrofraco (MPE) [10].

O MPE veio substituir a teoria $V - A$, que descrevia todos os dados de processos a baixa energia, mas tinha dois graves problemas, a saber:

- Problema de unitariedade a nível de árvore.
- A teoria não era renormalizável.

Para entendermos o problema da unitariedade consideraremos o processo

$$\nu_\mu + e \rightarrow \mu + \nu_e. \quad (1.2)$$

¹Não houve uma verdadeira unificação porque ainda existem duas constantes de acoplamento, uma para o eletromagnetismo e outra para a interação fraca, em vez de uma como esperamos de uma teoria unificadora.

A seção de choque é

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \propto \frac{G_F^2 E^2}{\pi^2} \quad (1.3)$$

e a unitariedade exige que a amplitude de espalhamento satisfaça a seguinte relação

$$|M| < 1. \quad (1.4)$$

Se calcularmos a amplitude de espalhamento para a onda S encontraremos

$$M = \frac{2G_F E^2}{\pi}, \quad (1.5)$$

de (1.4) e (1.5) tiramos que

$$E^2 < \frac{\pi}{2G_F} \approx (350 \text{ GeV})^2, \quad (1.6)$$

assim vemos que a unitariedade dessa reação exige que $E < 350 \text{ GeV}$. a seção de choque total diverge para energias maiores que essa [11].² Deve existir algo que não estamos considerando. Se colocarmos os bósons vetoriais. W , a seção de choque será bem comportada a altas energias. Os bósons vetoriais W resolvem o problema acima mas trazem outro grave problema. o espalhamento $W - W$ viola a unitariedade a $E \approx 1 \text{ TeV}$. Este problema é resolvido com a introdução do bóson de Higgs, que cancela o mal comportamento a altas energias.

Com relação ao problema da renormalizabilidade diremos apenas que em 1971 t'Hooft mostrou que teorias gauge com quebra espontânea de simetria. e esse é o caso do **MPE**. são renormalizáveis [13].

1.1.1 Breve descrição da Lagrangeana

A Lagrangeana do MPE. que denotaremos por $\mathcal{L}_{WSG}$, é invariante sob as transformações de gauge $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. e pode ser escrita como a soma de quatro termos

$$\mathcal{L}_{WSG} = \mathcal{L}_{YM} + \mathcal{L}_{esc} + \mathcal{L}_f + \mathcal{L}_Y. \quad (1.7)$$

A continuação descreveremos um a um estes termos.

²Para uma melhor revisão desse problema ver [12].

• Setor de gauge ou de Yang- Mills

A Lagrangeana de Yang-Mills contém os termos cinéticos para os campos de gauge, dados por (estamos somando nos índices contraídos)

$$\mathcal{L}_{YM} = -\frac{1}{4}W_{a\mu\nu}W^{a\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu}. \quad (1.8)$$

O primeiro termo de (1.8) corresponde à parte $SU(2)$, com $a = 1, 2, 3$: e o tensor de campo, $W_{\mu\nu}^a$ é definido da seguinte maneira

$$W_{\mu\nu}^a = \partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a + g\epsilon^{abc}W_{b\mu}W_{c\nu}. \quad (1.9)$$

onde g é a constante de acoplamento correspondente a $SU(2)_L$; ϵ^{abc} é o tensor antisimétrico, sendo que o último termo de (1.9) vem do fato de $SU(2)$ ser uma teoria gauge não abeliana. Já o segundo termo de (1.8) corresponde à parte $U(1)$, e o tensor de campo neste caso é definido como

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu. \quad (1.10)$$

Após a interação com o campo de Higgs teremos os campos $W^\pm$, Z^0 e o fóton (γ).

• Setor escalar

Este setor é introduzido para resolver o problema das massas dos bósons de gauge e da unitariedade a altas energias. Para esse fim o termo $\mathcal{L}_{esc}$, que aparece em (1.7), é definido da seguinte maneira

$$\mathcal{L}_{esc} = (D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi) - V(\Phi^\dagger \Phi) \quad (1.11)$$

onde D_μ é a derivada covariante de gauge, dada por:

$$D_\mu = \partial_\mu + ig \frac{\sigma^a}{2} W_{a\mu} + ig' \frac{Y}{2} B_\mu \quad (1.12)$$

σ^a são as matrizes de Pauli. g' é a constante de acoplamento de $U(1)_Y$ e Y é a hipercarga fraca. Φ é o multiplete de bósons escalares dado por:

$$\Phi = \begin{pmatrix} \Phi^+ \\ \Phi^0 \end{pmatrix}, \quad \bar{\Phi} = i\tau^2 \Phi^* = \begin{pmatrix} \bar{\Phi}^0 \\ -\Phi^- \end{pmatrix}; \quad (1.13)$$

isto é Φ é um dubleto complexo com $Y(\Phi) = +1$ e o dubleto conjugado complexo $Y(\bar{\Phi}) = -1$.

O mecanismo de Higgs é usado para quebrar ambas as simetrias $SU(2)_L$ e $U(1)_Y$ e mantém o vácuo ³ invariante por $U(1)_{em}$, ou seja $SU(2)_L \otimes U(1)_Y \rightarrow U(1)_{em}$. ⁴ Na quebra espontânea de simetria, apenas a componente neutra adquire valor esperado no vácuo diferente de zero para que a simetria do vácuo após a quebra seja $U(1)_{em}$, que é a simetria residual que corresponde a interação eletromagnética.

O potencial de Higgs, que aparece em (1.11) é dado por

$$V(\Phi^\dagger \Phi) = \frac{1}{2} \mu^2 \Phi^\dagger \Phi + \frac{1}{2} \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2, \quad \lambda > 0. \quad (1.14)$$

Dependendo do sinal do parâmetro de massa μ^2 , existem duas possibilidades para o valor esperado do campo no vácuo $\langle \Phi^0 \rangle$, com $\langle \Phi^0 \rangle \equiv \langle 0 | \Phi | 0 \rangle$, que minimize o potencial $V(\Phi^\dagger \Phi)$.

1. Se $\mu^2 > 0$: o mínimo estará em $\langle \Phi^0 \rangle = 0$ e não teremos quebra de simetria.
2. Se $\mu^2 < 0$: os pontos de mínimos são

$$|\langle \Phi^0 \rangle| = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (1.15)$$

com $v = \sqrt{-\frac{\mu^2}{\lambda}}$. Quer dizer o vácuo não é único. Neste caso $\langle \Phi^0 \rangle = 0$ é um máximo relativo (instável).

³Vácuo é o estado onde o valor esperado da Hamiltoniana é mínimo.

⁴Quando uma Lagrangeana é invariante sob um certo grupo de transformações, mas o estado fundamental (estado de vácuo da teoria de campos) não possui essa simetria, dizemos que tal simetria é **espontaneamente quebrada**.

A quebra de simetria ocorre quando um valor esperado do vácuo é escolhido.

Para obtermos o espectro de partículas, as suas massas e as interações, o procedimento pode ser resumido como [14]:

1. *Escolhemos um dos possíveis valores esperados do vácuo:*

É nesta etapa que ocorre a quebra espontânea de simetria. No caso do modelo padrão escolhemos:

$$\langle \Phi^0 \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}. \quad (1.16)$$

2. *O espectro de partículas é construído expandindo em torno do mínimo do potencial:*

No caso do **MPE** a forma do potencial, após a quebra espontânea de simetria, é a de um “chapeu mexicano”. As partículas massivas correspondem a excitação devido à força restauradora. No **MPE** geralmente é parametrizado como

$$\Phi = \exp \left[i \frac{\tau^i \xi_i}{2v} \right] \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+H^0}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (1.17)$$

onde ξ_i são os bósons de Goldstone e H^0 é o bóson de Higgs físico.

3. *Fazemos uma nova parametrização dos campos:*

Geralmente escolhemos uma parametrização que faz desaparecer o bóson de Goldstone ξ_i da Lagrangeana. A parametrização no **gauge unitário**, é escrita usando (1.17) como:

$$\Phi \rightarrow \Phi' = \frac{v+H^0}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (1.18)$$

4. *Redefinimos os campos em termos dos campos físicos:*

Isto é feito para obtenção dos acoplamentos e das massas desses campos. As definições no modelo padrão são as seguintes:

$$\begin{aligned}
W_\mu^+ &= \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^1 - iW_\mu^2) \\
W_\mu^- &= \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^1 + iW_\mu^2) \\
Z_\mu &= \cos \theta_W W_\mu^3 - \sin \theta_W B_\mu \\
A_\mu &= \sin \theta_W W_\mu^3 + \cos \theta_W B_\mu
\end{aligned} \tag{1.19}$$

onde ângulo de Weinberg (θ_W) é definido como

$$\tan \theta_W = \frac{g'}{g}. \tag{1.20}$$

O modelo assim construído está em excelente acordo com os dados experimentais disponíveis até hoje [1].

• Setor de férmions e acoplamentos de Yukawa.

É neste setor que introduzimos os férmions: quarks e léptons. Tiramos essas informações de $\mathcal{L}_f$ e de $\mathcal{L}_Y$, que aparecem em (1.7) após a quebra espontânea de simetria.

$\mathcal{L}_f$ é a Lagrangeana dos campos fermiônicos, e de suas interações com os campos de gauge, e é escrita como

$$\mathcal{L}_f = \sum_f (\bar{L}_f i\gamma^\mu D_\mu^L L_f + \bar{R}_f i\gamma^\mu D_\mu^R R_f), \tag{1.21}$$

com $f = l, i$, sendo que l representa um lépton, e i indica um quark, sendo

$$L_l = \begin{pmatrix} \nu_l \\ l \end{pmatrix}_L \sim (2, -1), \quad R_l = l_R \sim (1, -2), \tag{1.22}$$

com $l = e, \mu, \tau$; e

$$L_i = \begin{pmatrix} u_i \\ d_i \end{pmatrix}_L \sim \left(2, \frac{1}{3}\right), \quad R_u = u_{iR} \sim \left(1, \frac{4}{3}\right), \quad R_d = d_{iR} \sim \left(1, -\frac{2}{3}\right). \tag{1.23}$$

com $i = 1, 2, 3$. As derivadas covariantes, nesse caso, são dadas por

$$\begin{aligned} D_\mu^L &= \partial_\mu + i\frac{g'}{2}Y_f^L B_\mu + i\frac{g}{2}\sigma^a W_{a\mu}, \\ D_\mu^R &= \partial_\mu + i\frac{g'}{2}Y_f^R B_\mu. \end{aligned} \quad (1.24)$$

A Lagrangeana de Yukawa consiste dos acoplamentos entre férmions e os campos escalares.

$$-\mathcal{L}_Y = G_e \bar{L}_l \Phi l_R + G_{ij}^u \bar{L}_i \Phi u_{jR} + G_{ij}^d \bar{L}_i \Phi d_{jR} + H.c. \quad (1.25)$$

onde Φ e $\bar{\Phi}$ são os multipletos de bósons escalares dados por (1.13) e H.c. representa o hermitiano conjugado.

1.2 O processo e^-e^- em colisores lineares.

No **MPE** a contribuição dominante da colisão e^-e^- é a do espalhamento Møller $e^-e^- \rightarrow e^-e^-$ e seu bremsstrahlung $e^-e^- \rightarrow e^-e^-\gamma$. Também ocorrem processos como $e^-e^- \rightarrow W^-e^-\nu_e$, e $e^-e^- \rightarrow Z^0e^-e^-$ mas possuem uma pequena seção de choque. Processos nos quais se produzem dois bósons de gauge são ainda mais raros a baixas energias [15].

Porém, existem algumas extensões do **MPE** onde aparecem campos escalares de carga elétrica dupla, o que permite que o processo e^-e^- tenha contribuições no canal de aniquilação. Mais recentemente, foram propostos modelos com simetrias eletrofraca $SU(3)_L \supset U(1)_N$ nos quais não existem apenas escalares com dupla carga elétrica mas também campos de gauge duplamente carregados [16].

Embora existam alguns trabalhos teóricos feitos na década de 70 ou antes [17, 18], apenas recentemente esse tipo de processos tem recebido maior atenção da comunidade de físicos de altas energias [2]. Na verdade acreditamos que processos e^-e^- em altas ou mesmo baixas energias podem ser um novo modo de se descobrir física além do **MPE**.

Características dos processos e^-e^- são

- Em colisores modernos, como o SLAC [3, 19], já se conseguem feixes de elétrons com polarizações superiores a 70% e isto ainda pode ser melhorado. Assim colisores de e^-e^- oferecem a possibilidade de polarizar ambas as partículas do estado inicial.
- O estado inicial e^-e^- não é somente duplamente carregado, mas também carrega um número leptônico diferente de zero. Isto permite estudar interações que violem sabor.

Esses dois aspectos mostram que colisores de e^-e^- poderão ser uma ferramenta poderosa para se estudar fenômenos dentro e fora do **MPE** [20].

Sua maior vantagem em relação aos colisores circulares, tais como o LEP, é a sua versatilidade, pois eles podem operar em e^-e^- , e^-e^+ , $e^-\gamma$ e $\gamma\gamma$ [20], com feixes de elétrons e fótons altamente polarizados. Além disso vão começar a trabalhar com centenas de GeV de energia no centro de massa [4, 5, 6, 7].

Porém o principal interesse em polarização virá em altas energias, onde os efeitos da interação fraca começarão a ser sentidos. Os efeitos eletrofracos também são de extremo interesse, e experimentos com feixes de elétrons polarizados deverão ser muito elucidativos [21].

1.2.1 Breve descrição dos colisores lineares futuros.

Uma das experiências que está para começar a rodar, vai medir a assimetria $L - R$ no espalhamento Møller no *Stanford Linear Collider* (SLC) [3], representado na Fig.(B.1), que começou a ser construído em 1983 e terminou em 1989. Eles vão usar um feixe de elétrons de 50 GeV e a polarização do feixe será de cerca de 80% [3, 19]. A comparação de uma medida precisa dessa assimetria com a predição do **MPE** pode proporcionar um sinal sensível de “nova física” se os dois resultados não coincidirem com os esperados no **MPE**.

A continuação faremos um breve resumo dos aceleradores futuros.

O *Compact Linear Collider* (CLIC) [4] é um experimento que irá rodar no CERN, funcionará tanto com e^-e^+ como com $\gamma\gamma$ e terá duas possibilidades de energia no centro de massa uma de 500 GeV e outra de 1 TeV. No caso da máquina de 500 GeV a luminosidade será

de $10^{33} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$, o acelerador terá 11.2 Km, conforme desenhado na Fig.(B.2) . Já a máquina de 1 TeV o acelerador terá 25 Km e a luminosidade será de $10^{34} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$, que está desenhado na Fig.(B.3).

O *Next Linear Collider* (NLC) [5] é um “collider” de e^-e^+ , que terá uma energia de centro de massa no alcance de 500 GeV a 1500 GeV. A luminosidade dessa máquina corresponde a produção, grosseiramente, de 20000 eventos por ano. Na fig.(B.4) mostramos um esquema deste acelerador.

Agora, o *TeV Superconducting Linear Accelerator* (TESLA) [6] é um collider de e^-e^+ , com uma energia de centro de massa de 0.5 TeV a 2 TeV. O TESLA é um acelerador de 50 Km que está sendo construído no DESY na Alemanha.

Quanto ao *Japan Linear Collider* (JLC) [7] é um collider de 25 Km que estudará a colisão e^-e^+ com uma energia de 500 GeV no centro de massa conforme fig.(B.5).

Como todos os experimentos descritos acima podem trabalhar com feixes polarizados, e uma maneira simples de se fazer cálculos de processos polarizados é trabalhar com espinores que, além de satisfazer a equação de Dirac também sejam auto-estado do operador helicidade, apresentaremos nos capítulos a seguir a obtenção de espinores auto-estado da helicidade e iremos utilizá-los no capítulo 3, para calcular assimetria $+-$ no espalhamento Møller.

Capítulo 2

4-Espinores auto-estados da helicidade.

A equação de Dirac, para digamos o elétron de energia positiva, pode ser escrita como (estamos trabalhando com unidades naturais, ou seja $c = 1$ e $\hbar = 1$)

$$(\not{P} - m)u_e(P) = 0, \quad (2.1)$$

onde $u_e(P)$ é um espinor de energia positiva de 4-momento P e, para o caso de energia negativa

$$(\not{P} + m)v_e(P) = 0. \quad (2.2)$$

onde $v_e(P)$ é um espinor de energia negativa de 4-momento P . A existência de duas soluções para a equação de Dirac sugere a existência de um operador que comute com o operador

$\not{P} = P_\mu \gamma^\mu$ [22]. Esse operador é o operador projeção de spin S_μ que deve satisfazer as seguintes relações

$$S_\mu P^\mu = 0. \quad S^\mu S_\mu = -1. \quad (2.3)$$

Nesta dissertação iremos considerar o caso em que $(m \neq 0)$. Procuramos espinores que sejam tanto auto-estado da equação de Dirac como do operador helicidade, projeção do spin na direção de movimento da partícula, definido como

$$H_E = \frac{\vec{\Sigma} \cdot \vec{P}}{|\vec{P}|} \quad (2.4)$$

onde $\vec{\Sigma}$ é dado por

$$\vec{\Sigma} = \begin{pmatrix} \vec{\sigma} & 0 \\ 0 & \vec{\sigma} \end{pmatrix}, \quad (2.5)$$

e $\vec{P}$ é o 3-momento da partícula. Esse operador tem auto-valores $+1$ e -1 , como é fácil de se ver da equação de auto-valores $\det[H - \lambda \cdot I] = 0$. A forma desse operador na notação matricial é dada por:

$$H_E = \frac{1}{|\vec{P}|} \begin{pmatrix} P_z & P_x - iP_y & 0 & 0 \\ P_x + iP_y & -P_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_z & P_x - iP_y \\ 0 & 0 & P_x + iP_y & -P_z \end{pmatrix}. \quad (2.6)$$

Na realidade é impossível construir espinores que satisfaçam a equação de Dirac e sejam auto-estado de S_z (exceto no caso $\vec{P} = P_z \hat{z}$) [23]. A razão é que $\vec{S} = (1/2)\vec{\Sigma}$ não é uma quantidade conservada ($[H, \vec{S}] = i\gamma^0(\vec{\gamma} \times \vec{P})$, onde H é a hamiltoniana de Dirac); apenas o operador momento angular total $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$ é conservado pois ($[H, \vec{L}] = -i\gamma^0(\vec{\gamma} \times \vec{P})$). Mas é possível construir auto-estado do operador helicidade $\vec{\Sigma} \cdot \hat{P}$, pois não existe momento angular orbital na direção do movimento.

Trabalharemos com soluções do tipo onda plana

$$\Psi = \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{pmatrix} \cdot e^{i(\vec{P} \cdot \vec{r} - Et)}. \quad (2.7)$$

Como dissemos acima desenvolvemos esse método com as matrizes γ na representação quiral (ver Apêndice A) porque além do caso $m \neq 0$ também estamos interessados no caso $m = 0$, e é apenas na representação quiral que a equação de Dirac reduz-se a duas equações desacopladas.

No livro do Flügge [24] esse método de espinores auto-estados da helicidade é feito com as matrizes γ na representação de Dirac. Já na referência [25] é apresentada a construção de

espinores usando a notação quirial, mas não é considerada a massa da partícula, isto é $m = 0$.

A forma da equação de Dirac Eq.(2.1) na notação matricial é dada por:

$$\begin{pmatrix} -m & 0 & P_z - E & P_x - iP_y \\ 0 & -m & P_x + iP_y & -(P_z + E) \\ -(P_z + E) & -(P_x - iP_y) & -m & 0 \\ -(P_x + iP_y) & P_z - E & 0 & -m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{pmatrix} = 0, \quad (2.8)$$

que pode ser escrita como:

$$-mC_1 + (P_z - E)C_3 + P_-C_4 = 0 \quad (2.9a)$$

$$-mC_2 + P_+C_3 - (P_z + E)C_4 = 0 \quad (2.9b)$$

$$-(P_z + E)C_1 - P_-C_2 - mC_3 = 0 \quad (2.9c)$$

$$-P_+C_1 + (P_z - E)C_2 - mC_4 = 0 \quad (2.9d)$$

onde definimos $P_+ = P_x + iP_y$ e $P_- = P_x - iP_y$.

Somando a Eq.(2.9a) com a Eq.(2.9c) e a Eq.(2.9b) com a Eq.(2.9d), obtemos

$$\begin{aligned} -(m + E + P_z)C_1 - P_-C_2 + P_-C_4 - (m + E - P_z)C_3 &= 0 \\ -(P_z + m + E)C_4 - P_+C_1 + P_+C_3 + (P_z - m - E)C_2 &= 0. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Faremos as seguintes mudanças de variáveis

$$P \eta = E + m \quad (2.11a)$$

$$P \eta^{-1} = E - m \quad (2.11b)$$

$$P_z = P \cos \theta \quad (2.11c)$$

$$P_+ = P \sin \theta e^{i\phi} \quad (2.11d)$$

$$P_- = P \sin \theta e^{-i\phi} \quad (2.11e)$$

com $P^2 = P_z^2 + P_+P_-$. Substituindo Eqs.(2.11a)-(2.11e) na Eq.(2.10) e dividindo por P encontraremos

$$- (\eta + \cos \theta)C_1 - \sin \theta e^{-i\phi}C_2 + \sin \theta e^{-i\phi}C_4 - (\eta - \cos \theta)C_3 = 0 \quad (2.12a)$$

$$- \sin \theta e^{i\phi}C_1 + \sin \theta e^{i\phi}C_3 + (\cos \theta - \eta)C_2 - (\cos \theta + \eta)C_4 = 0 \quad (2.12b)$$

onde η é um parâmetro apropriado para expressar as mais importantes quantidades da partícula tais como

• seu momento

$$P = \frac{2\eta}{\eta^2 - 1} E' \quad (2.13)$$

• sua energia

$$E = \frac{\eta^2 + 1}{\eta^2 - 1} E' \quad (2.14)$$

com E' representando a massa de repouso da partícula, isto é. $E' = m$ (aqui $\hbar = c = 1$).

Da Eq.(2.14) podemos escrever que

$$E'(\eta^2 + 1) = (\eta^2 - 1)E. \quad (2.15)$$

que podemos reescrever como

$$\eta^2(E - E') = E + E'. \quad (2.16)$$

e assim conseguimos expressar η em termos da energia através da seguinte expressão

$$\eta^2 = \frac{E + E'}{E - E'}. \quad (2.17)$$

Utilizando as Eqs.(2.11c)-(2.11e), substituindo na Eq.(2.6) e dividindo por P obteremos

$$H_E = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta e^{-i\phi} & 0 & 0 \\ \sin \theta e^{i\phi} & -\cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \theta & \sin \theta e^{-i\phi} \\ 0 & 0 & \sin \theta e^{i\phi} & -\cos \theta \end{pmatrix}. \quad (2.18)$$

Impondo que Ψ também seja auto-estado do operador helicidade de Eq.(2.18), ou seja

$$H_E \Psi = h \Psi, \quad (2.19)$$

com Ψ definido na Eq. (2.7), obtemos as seguintes equações

$$\begin{aligned} C_1 \cos \theta + C_2 \sin \theta e^{-i\phi} &= h C_1, \\ C_1 \sin \theta e^{i\phi} - C_2 \cos \theta &= h C_2, \\ C_3 \cos \theta + C_4 \sin \theta e^{-i\phi} &= h C_3, \\ C_3 \sin \theta e^{i\phi} - C_4 \cos \theta &= h C_4. \end{aligned} \quad (2.20)$$

Para $h = +1$, ou seja para estados com **helicidade positiva**, a Eq. (2.20) torna-se

$$C_1 \cos \theta + C_2 \sin \theta e^{-i\phi} = C_1, \quad (2.21a)$$

$$C_1 \sin \theta e^{i\phi} - C_2 \cos \theta = C_2, \quad (2.21b)$$

$$C_3 \cos \theta + C_4 \sin \theta e^{-i\phi} = C_3, \quad (2.21c)$$

$$C_3 \sin \theta e^{i\phi} - C_4 \cos \theta = C_4, \quad (2.21d)$$

lembrando que

$$\tan \frac{\theta}{2} = \frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta}. \quad (2.22)$$

e usando em Eq.(2.21b) e em Eq.(2.21d) encontraremos as seguintes expressões

$$\begin{aligned} C_2 &= \tan \frac{\theta}{2} e^{i\phi} C_1, \\ C_4 &= \tan \frac{\theta}{2} e^{i\phi} C_3. \end{aligned} \quad (2.23)$$

Usando a seguinte identidade trigonométrica

$$\sin \theta - \cos \theta \tan \frac{\theta}{2} = \tan \frac{\theta}{2} \quad (2.24)$$

em Eq.(2.23) e multiplicando por $\sin \theta$, obteremos imediatamente

$$\begin{aligned} -\sin \theta C_2 &= \left[\cos \theta \left(\sin \theta \tan \frac{\theta}{2} + \cos \theta \right) - 1 \right] e^{i\phi} C_1, \\ -\sin \theta C_4 &= \left[\cos \theta \left(\sin \theta \tan \frac{\theta}{2} + \cos \theta \right) - 1 \right] e^{i\phi} C_3. \end{aligned} \quad (2.25)$$

Usando a seguinte identidade trigonométrica

$$\sin \theta \tan \frac{\theta}{2} + \cos \theta = 1, \quad (2.26)$$

nas Eqs.(2.25), teremos

$$-C_1 = -\sin \theta e^{-i\phi} C_2 - \cos \theta C_1, \quad (2.27a)$$

$$-C_3 = -\sin \theta e^{-i\phi} C_4 - \cos \theta C_3. \quad (2.27b)$$

Subtraindo a Eq.(2.27b) da Eq.(2.27a) acharemos

$$C_3 - C_1 = -\sin \theta e^{-i\phi} C_2 - \cos \theta C_1 + \sin \theta e^{-i\phi} C_4 + \cos \theta C_3, \quad (2.28)$$

e da Eq.(2.12a) podemos escrever

$$-\sin \theta e^{-i\phi} C_2 - \cos \theta C_1 + \sin \theta e^{-i\phi} C_4 + \cos \theta C_3 - \eta C_1 - \eta C_3 = 0. \quad (2.29)$$

Substituindo Eq.(2.29) em Eq.(2.28), obteremos

$$C_3 = \frac{1 + \eta}{1 - \eta} C_1. \quad (2.30)$$

Como a condição de normalização é dada por

$$|C_1|^2 + |C_2|^2 + |C_3|^2 + |C_4|^2 = 1 \quad (2.31)$$

e usando Eq.(2.23) e Eq.(2.30) e lembrando que $1 + \tan^2(\theta/2) = 1/\cos^2(\theta/2)$, encontraremos:

$$C_1 = \frac{1 - \eta}{\sqrt{2(1 + \eta^2)}} \cos \frac{\theta}{2}. \quad (2.32)$$

Substituindo Eq.(2.32) em Eq.(2.30) teremos

$$C_3 = \frac{1 + \eta}{\sqrt{2(1 + \eta^2)}} \cos \frac{\theta}{2}. \quad (2.33)$$

Finalmente, substituindo Eq.(2.32) e Eq.(2.33) em Eq.(2.23) obteremos

$$C_2 = \frac{1 - \eta}{\sqrt{2(1 + \eta^2)}} \sin \frac{\theta}{2}, \quad (2.34a)$$

$$C_4 = \frac{1 + \eta}{\sqrt{2(1 + \eta^2)}} \sin \frac{\theta}{2}. \quad (2.34b)$$

Assim o espinor de energia positiva e helicidade positiva ($h = +1$), em termos do parâmetro η . é dado por

$$u_e^+ = \sqrt{\frac{1}{2(1 + \eta^2)}} \begin{pmatrix} (1 - \eta) \cos \frac{\theta}{2} e^{-i\frac{\phi}{2}} \\ (1 - \eta) \sin \frac{\theta}{2} e^{i\frac{\phi}{2}} \\ (1 + \eta) \cos \frac{\theta}{2} e^{-i\frac{\phi}{2}} \\ (1 + \eta) \sin \frac{\theta}{2} e^{i\frac{\phi}{2}} \end{pmatrix}. \quad (2.35)$$

Para $h = -1$, isto é. o estado com **helicidade negativa** Eq.(2.20) torna-se

$$C_1 \cos \theta + C_2 \sin \theta e^{-i\phi} = -C_1 \quad (2.36a)$$

$$C_2 \cos \theta + C_1 \sin \theta e^{-i\phi} = -C_2 \quad (2.36b)$$

$$C_3 \cos \theta + C_4 \sin \theta e^{-i\phi} = -C_3 \quad (2.36c)$$

$$C_4 \cos \theta + C_3 \sin \theta e^{-i\phi} = -C_4 \quad (2.36d)$$

e lembrando que

$$\cot \frac{\theta}{2} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta - 1}. \quad (2.37)$$

usando isso em Eq.(2.36b) e Eq.(2.36d) teremos

$$\begin{aligned} C_2 &= -\cot \frac{\theta}{2} e^{i\phi} C_1 \\ C_4 &= -\cot \frac{\theta}{2} e^{i\phi} C_3. \end{aligned} \quad (2.38)$$

Por outro lado. usando

$$\begin{aligned} \sin \theta \cot \frac{\theta}{2} - \cos \theta &= 1. \\ \sin \theta + \cos \theta \cot \frac{\theta}{2} &= \cot \frac{\theta}{2}. \end{aligned} \quad (2.39)$$

na Eq.(2.38), analogamente como feito para se obter Eq.(2.30) de Eq.(2.23). obteremos

$$C_1 = \frac{1+\eta}{1-\eta} C_3. \quad (2.40)$$

Finalmente, usando a equação de normalização Eq.(2.31), obteremos

$$C_1 = \frac{1+\eta}{\sqrt{2(1+\eta^2)}} \sin \frac{\theta}{2}, \quad (2.41)$$

$$C_2 = \frac{1+\eta}{\sqrt{2(1+\eta^2)}} \cos \frac{\theta}{2}, \quad (2.42)$$

$$C_3 = \frac{1-\eta}{\sqrt{2(1+\eta^2)}} \sin \frac{\theta}{2}, \quad (2.43)$$

$$C_4 = -\frac{1-\eta}{\sqrt{2(1+\eta^2)}} \cos \frac{\theta}{2}. \quad (2.44)$$

Assim, o espinor de energia positiva e helicidade negativa ($h = -1$) em termos do parâmetro η , é dado por

$$u_e^- = \sqrt{\frac{1}{2(1+\eta^2)}} \begin{pmatrix} (1+\eta) \sin \frac{\theta}{2} e^{-i\frac{\phi}{2}} \\ -(1+\eta) \cos \frac{\theta}{2} e^{i\frac{\phi}{2}} \\ (1-\eta) \sin \frac{\theta}{2} e^{-i\frac{\phi}{2}} \\ -(1-\eta) \cos \frac{\theta}{2} e^{i\frac{\phi}{2}} \end{pmatrix}. \quad (2.45)$$

Para o caso das soluções de energia negativa o procedimento é o mesmo. com a equação de Dirac nesse caso dada pela Eq.(2.2). Encontraremos para os espinores as seguintes expressões:

$$v_e^+ = \sqrt{\frac{1}{2(1+\eta^2)}} \begin{pmatrix} -(1-\eta) \cos \frac{\theta}{2} e^{-i\frac{\phi}{2}} \\ (1-\eta) \sin \frac{\theta}{2} e^{i\frac{\phi}{2}} \\ (1+\eta) \cos \frac{\theta}{2} e^{-i\frac{\phi}{2}} \\ -(1+\eta) \sin \frac{\theta}{2} e^{i\frac{\phi}{2}} \end{pmatrix} \quad (2.46)$$

$$v_e^- = \sqrt{\frac{1}{2(1+\eta^2)}} \begin{pmatrix} -(1+\eta) \sin \frac{\theta}{2} e^{-i\frac{\phi}{2}} \\ -(1-\eta) \cos \frac{\theta}{2} e^{i\frac{\phi}{2}} \\ (1-\eta) \sin \frac{\theta}{2} e^{-i\frac{\phi}{2}} \\ -(1+\eta) \sin \frac{\theta}{2} e^{i\frac{\phi}{2}} \end{pmatrix} \quad (2.47)$$

onde de novo utilizamos a seguinte notação: v_e^+ correspondente a helicidade positiva e v_e^- correspondente a helicidade negativa. Os espinores apresentados acima para o elétron valem para qualquer férmion. Quando a massa vai a zero as expressões Eqs.(2.35), (2.45), (2.46), (2.47) coincidem com os espinores da referência [18]. Na [26] são também obtidos espinores auto-estados da helicidade para $m \neq 0$.

2.1 Seção de choque do espalhamento de Coulomb

Nesta seção para verificar que os nossos espinores estão corretos, iremos comparar os resultados obtidos pelo método do traço apresentado no apêndice B com os resultados obtidos com os nossos espinores no caso do espalhamento de Coulomb..

2.1.1 Método dos espinores auto-estados da helicidade

Sabemos que a seção de choque para o espalhamento Coulomb para um elétron incidente com momento P_i e polarização λ_i , na notação de Bjorken e Drell [27], é dada por

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{4Z^2\alpha^2m^2}{2|\vec{q}|^4} \sum_{\pm\lambda_f, \lambda_i} |\bar{u}_e(P_f, \lambda_f)\gamma^0 u_e(P_i, \lambda_i)|^2 \quad (2.48)$$

em termos dos nossos espinores auto-estados da helicidade [22], e usando a seguinte notação

$$\begin{aligned} u(P_f, \lambda_f) &\equiv u_f^\lambda(P) \\ u(P_i, \lambda_i) &\equiv u_i^\lambda(P) \end{aligned} \quad (2.49)$$

podemos escrever que

$$\begin{aligned} \sum_{\pm\lambda_f, \lambda_i} |\bar{u}_e(P_f, \lambda_f)\gamma^0 u_e(P_i, \lambda_i)|^2 &= |\bar{u}_{ef}^+\gamma^0 u_{ei}^+|^2 + |\bar{u}_{ef}^-\gamma^0 u_{ei}^+|^2 \\ &+ |\bar{u}_{ef}^+\gamma^0 u_{ei}^-|^2 + |\bar{u}_{ef}^-\gamma^0 u_{ei}^-|^2. \end{aligned} \quad (2.50)$$

Consideremos o eixo em que o elétron incidente está vindo, podemos medir o ângulo de desvio do elétron em relação a esse eixo. Devido a essas considerações o ângulo θ , no espinor do elétron incidente, pode ser tomado como sendo zero e o seu espinor será dado pela Eq.(2.35) com $\theta = 0$

$$u_{ei}^\pm = \sqrt{\frac{E-E'}{4E}} \begin{pmatrix} (1-\eta)e^{-i\phi/2} \\ 0 \\ (1+\eta)e^{-i\phi/2} \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (2.51)$$

onde usamos que

$$\frac{1}{1 + \eta^2} = \frac{E - E'}{2E}. \quad (2.52)$$

com η^2 dado na Eq.(2.17) para helicidade positiva, e da Eq.(2.45)

$$u_{ei}^- = \sqrt{\frac{E - E'}{4E}} \begin{pmatrix} 0 \\ -(1 + \eta) e^{i\phi/2} \\ 0 \\ -(1 - \eta) e^{i\phi/2} \end{pmatrix}, \quad (2.53)$$

para helicidade negativa.

O espinor do elétron final será dado por

$$u_{ef}^+ = \sqrt{\frac{E - E'}{4E}} \begin{pmatrix} (1 - \eta) \cos \frac{\theta}{2} e^{-i\frac{\phi}{2}} \\ (1 - \eta) \sin \frac{\theta}{2} e^{i\frac{\phi}{2}} \\ (1 + \eta) \cos \frac{\theta}{2} e^{-i\frac{\phi}{2}} \\ (1 + \eta) \sin \frac{\theta}{2} e^{i\frac{\phi}{2}} \end{pmatrix}, \quad (2.54)$$

para helicidade positiva. e

$$u_{ef}^- = \sqrt{\frac{E - E'}{4E}} \begin{pmatrix} (1 + \eta) \sin \frac{\theta}{2} e^{-i\frac{\phi}{2}} \\ -(1 + \eta) \cos \frac{\theta}{2} e^{i\frac{\phi}{2}} \\ (1 - \eta) \sin \frac{\theta}{2} e^{-i\frac{\phi}{2}} \\ -(1 - \eta) \cos \frac{\theta}{2} e^{i\frac{\phi}{2}} \end{pmatrix}. \quad (2.55)$$

para helicidade negativa: onde o ângulo θ é o ângulo pelo qual o elétron foi desviado do seu eixo de incidência e estamos considerando que o espalhamento está ocorrendo num plano. Usando Eqs(2.51)-(2.55) e Eq.(2.17) obteremos

$$\begin{aligned} \bar{u}_{ef}^+ \gamma^0 u_{ei}^+ &= \cos \frac{\theta}{2} \\ \bar{u}_{ef}^- \gamma^0 u_{ei}^+ &= -\frac{E'}{E} \sin \frac{\theta}{2} \\ \bar{u}_{ef}^+ \gamma^0 u_{ei}^- &= \frac{E'}{E} \sin \frac{\theta}{2} \\ \bar{u}_{ef}^- \gamma^0 u_{ei}^- &= \cos \frac{\theta}{2} \end{aligned} \quad (2.56)$$

e substituindo Eq.(2.56) em Eq.(2.50), teremos

$$\sum_{\pm\lambda_f, \lambda_i} |\bar{u}_e(P_f, S_f) \gamma^0 u_e(P_i, S_i)|^2 = \frac{2}{E^2} \left[E^2 - p^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right]. \quad (2.57)$$

Substituindo Eq.(2.57) em Eq.(2.48) teremos finalmente

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{4Z^2\alpha^2 m^2}{|\vec{q}|^4} \left(1 - \beta^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \quad (2.58)$$

que coincide com o cálculo do apêndice B (método usual dos traços).

Capítulo 3

Cálculo da Assimetria A_{+-} no Espalhamento Møller

Esta assimetria foi calculada por Derman e Marciano [18] para $m = 0$ é denotada, neste caso de massa nula, por A_{LR} . Aqui definiremos a assimetria $+-$ ou, A_{+-} para $m \neq 0$, como

$$A_{+-} \equiv \frac{d\sigma_+ - d\sigma_-}{d\sigma_+ + d\sigma_-} = \frac{(d\sigma_{++} + d\sigma_{+-}) - (d\sigma_{-+} + d\sigma_{--})}{(d\sigma_{++} + d\sigma_{+-}) + (d\sigma_{-+} + d\sigma_{--})} \quad (3.1)$$

onde $d\sigma_+$ ($d\sigma_-$) é a seção de choque diferencial para elétrons de helicidade positiva (negativa) espalhados em alvos não polarizados. Só estamos interessados na polarização do elétron incidente assim somamos sobre as helicidades finais e também sobre a helicidade do segundo elétron.

No regime relativístico ($E \gg m$) os auto-estados de quiralidade u_{eL} e u_{eR} são aproximadamente superposições dos auto-estados de helicidade u_e^+ e u_e^- (para detalhes ver a referência [22])

$$\begin{aligned} u_{eL} &\approx u_e^+ - \frac{m}{2E} u_e^- \\ u_{eR} &\approx u_e^- - \frac{m}{2E} u_e^+ \end{aligned} \quad (3.2)$$

Note que podemos escrever que

$$u_e = u_e^+ + u_e^- \quad (3.3)$$

ou,

$$u_e = u_{eL} + u_{eR}. \quad (3.4)$$

Tendo em vista o exposto acima, percebemos que no limite da massa zero, os auto-estados de quiralidade coincidem com os auto-estados de helicidade. Ou seja neste limite de $m \rightarrow 0$ os nossos resultados devem coincidir com os resultados apresentados no trabalho de Derman e Marciano [18]; pois a assimetria calculada em Eq.(3.1) torna-se A_{L-R} .

No **MPE** as interações relevantes para o elétron, cujo espinor será denotado por u_e são [18],

$$L_{nc} = |e| \bar{u}_e \gamma^\mu u_e A_\mu - g [\bar{u}_e \gamma^\mu (g_V + g_A \gamma_5) u_e] Z_\mu^0 + \frac{m_e}{v} \bar{u}_e u_e H^0 \quad (3.5)$$

onde

$$g = \frac{2|e|}{\sin \theta_w} = \frac{2\sqrt{4\pi\alpha}}{\sin \theta_w} \quad (3.6a)$$

$$g_V = \sin^2 \theta_w - \frac{1}{4} \quad (3.6b)$$

$$g_A = \frac{1}{4} \quad (3.6c)$$

$$v = (G_F \sqrt{2})^{-1/2} \quad (3.6d)$$

onde e representa a carga do elétron, θ_w é o ângulo de Weinberg dado por Eq.(1.20) e G_F é a constante de Fermi.

Os diagramas de Feynman que contribuem para o espalhamento Møller ($e^- e^- \rightarrow e^- e^-$) estão no canal t e no canal u .

Consideraremos o processo

$$e(P_A, \lambda) + e(P_B, \Lambda) \rightarrow e(P_{A'}, \lambda') + e(P_{B'}, \Lambda') \quad (3.7)$$

onde P_A, P_B, λ e Λ são os 4-momentos¹ e as helicidades dos elétrons incidentes, respectivamente, e $P_{A'}, P_{B'}, \lambda'$ e Λ' são os quadri-momentos e as helicidades dos elétrons que saem. A cinemática da colisão $e^- e^-$ no sistema de centro de massa é mostrado na Fig.(B.6).

Consideraremos que o elétron incidente de 4-momento P_A está vindo sobre um eixo conforme a Fig.(B.6), e que seu sentido será considerada como sendo o sentido crescente desse

¹Estamos considerando sistema centro de massa, onde a colisão das partículas é frontal.

eixo. Então, podemos considerar o ângulo $\theta = 0$ e os seus espinores poderão ser escritos, ver Eq.(2.35) e Eq.(2.45), como

$$u_e^+(P_A) = \sqrt{\frac{E-E'}{4E}} \begin{pmatrix} (1-\eta)e^{-i\phi/2} \\ 0 \\ (1+\eta)e^{-i\phi/2} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad u_e^-(P_A) = \sqrt{\frac{E-E'}{4E}} \begin{pmatrix} 0 \\ -(1+\eta)e^{i\phi/2} \\ 0 \\ -(1-\eta)e^{i\phi/2} \end{pmatrix}, \quad (3.8)$$

onde η é dado por Eq.(2.17).

O elétron com 4-momento P_B consideremos que está caminhando no sentido contrário ao do crescimento desse eixo: então, podemos usar $\theta = \pi$ e os seus espinores serão escritos como

$$u_e^+(P_B) = \sqrt{\frac{E-E'}{4E}} \begin{pmatrix} 0 \\ (1-\eta)e^{i\phi/2} \\ 0 \\ (1+\eta)e^{-i\phi/2} \end{pmatrix}, \quad u_e^-(P_B) = \sqrt{\frac{E-E'}{4E}} \begin{pmatrix} (1+\eta)e^{i\phi/2} \\ 0 \\ (1-\eta)e^{i\phi/2} \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (3.9)$$

Já o elétron de 4-momento $P_{A'}$, é espalhado de um ângulo θ , definido na fig.(B.6) e o seu espinor será, ver equações Eq.(2.35) e Eq.(2.45), dado por

$$u_e^+(P_{A'}) = \sqrt{\frac{E-E'}{4E}} \begin{pmatrix} (1-\eta)\cos\frac{\theta}{2}e^{-i\phi/2} \\ (1-\eta)\sin\frac{\theta}{2}e^{i\phi/2} \\ (1+\eta)\cos\frac{\theta}{2}e^{-i\phi/2} \\ (1+\eta)\sin\frac{\theta}{2}e^{i\phi/2} \end{pmatrix}, \quad u_e^-(P_{A'}) = \sqrt{\frac{E-E'}{4E}} \begin{pmatrix} (1+\eta)\sin\frac{\theta}{2}e^{-i\phi/2} \\ -(1+\eta)\cos\frac{\theta}{2}e^{i\phi/2} \\ (1-\eta)\sin\frac{\theta}{2}e^{-i\phi/2} \\ -(1-\eta)\cos\frac{\theta}{2}e^{i\phi/2} \end{pmatrix}. \quad (3.10)$$

No caso do elétron de 4-momento $P_{B'}$, este será defletido de um ângulo $\theta + \pi$, conforme Fig. (3.1), e o seu espinor será escrito como

$$u_e^+(P_{B'}) = \sqrt{\frac{E-E'}{4E}} \begin{pmatrix} -(1-\eta)\sin\frac{\theta}{2}e^{-i\phi/2} \\ (1-\eta)\cos\frac{\theta}{2}e^{i\phi/2} \\ -(1+\eta)\sin\frac{\theta}{2}e^{-i\phi/2} \\ (1+\eta)\cos\frac{\theta}{2}e^{i\phi/2} \end{pmatrix}, \quad u_e^-(P_{B'}) = \sqrt{\frac{E-E'}{4E}} \begin{pmatrix} (1+\eta)\cos\frac{\theta}{2}e^{-i\phi/2} \\ (1+\eta)\sin\frac{\theta}{2}e^{i\phi/2} \\ (1-\eta)\cos\frac{\theta}{2}e^{-i\phi/2} \\ (1-\eta)\sin\frac{\theta}{2}e^{i\phi/2} \end{pmatrix}. \quad (3.11)$$

Usaremos ao longo deste capítulo a seguinte notação para as amplitudes

$$M_{\lambda\Lambda\lambda'\Lambda'}^{Particula}(Canal), \quad (3.12)$$

onde *Particula* representa a partícula trocada, e *Canal* diz qual é o canal que está sendo considerado isto é, se é o canal t ou o canal u ; λ e Λ indicam as helicidades das partículas iniciais enquanto λ' e Λ' as helicidades das partículas finais. Lembraremos que as amplitudes do canal u tem um sinal $-$ extra (com relação ao canal t) devido a estatística de Fermi.

A seguir, daremos as contribuições do fóton, do Z^0 e do bóson de Higgs H^0 dentro do contexto do **MPE**, conforme a Lagrangeana da Eq.(3.5). Devemos ressaltar, aqui, que no **MPE** a contribuição do bóson de Higgs é desprezível, mas existem outros modelos onde as contribuições do bóson de Higgs pode não ser desprezíveis.

Iremos, por comodidade, fixar as polarizações dos dois elétrons incidentes e faremos variar as polarizações finais: assim, teremos quatro possibilidades para o estado inicial, que indicaremos como

- **caso a:**

Quando os dois elétrons iniciais estiverem polarizados positivamente.

- **caso b:**

Quando o elétron incidente de momento P_B está polarizado positivamente e o outro elétron incidente de momento P_A está polarizado negativamente

- **caso c:**

Quando o elétron incidente de momento P_A estiver polarizado positivamente e o outro elétron incidente de momento P_B estiver polarizado negativamente

- **caso d:**

Quando os dois elétrons iniciais são polarizados negativamente.

Uma vez fixado o estado de polarização inicial variamos as polarizações finais. Dessa maneira conseguimos montar todas as configurações de polarização possíveis que podemos ter no processo. A seguir mostramos os resultados obtidos.

3.1 A contribuição do fóton

Nesta seção apresentaremos os resultados obtidos levando-se em consideração a troca do fóton no espalhamento e^-e^- .

3.1.1 Cálculo do fóton no canal-t

Iremos em primeiro lugar considerar os gráficos do canal-t, que está representado na Fig.(B.7) cuja amplitude é dada por

$$M_{\lambda\lambda':\lambda'\lambda'}^\gamma(t) = ie\bar{u}_e^{\lambda'}(P_A')\gamma_\mu u_e^\lambda(P_A) \cdot \left(\frac{-ig^{\mu\nu}}{t}\right) \cdot ie\bar{u}_e^{\lambda'}(P_B')\gamma_\nu u_e^\lambda(P_B). \quad (3.13)$$

com

$$t = (P_A - P_{A'})^2 \quad (3.14)$$

Usando a Eq.(3.13) e os espinores obtido nas Eqs. (3.8)-(3.11) os resultados obtidos para as amplitudes foram

• caso a

$$M_{++;++}^\gamma(t) = \frac{ie^2}{t} \left(\frac{4E^2 - 3E'^2 + E'^2 \cos \theta}{2E^2} \right) \quad (3.15a)$$

$$M_{++;+-}^\gamma(t) = \frac{ie^2}{t} \cdot \frac{E'}{2E} \sin \theta \quad (3.15b)$$

$$M_{++;-+}^\gamma(t) = \frac{ie^2}{t} \cdot \frac{E'}{2E} \sin \theta \quad (3.15c)$$

$$M_{++;--}^\gamma(t) = \frac{ie^2}{t} \cdot \frac{E'^2}{E^2} \sin^2 \frac{\theta}{2} \quad (3.15d)$$

• caso b

$$M_{-+; ++}^{\gamma}(t) = \frac{ie^2}{t} \cdot \frac{E'}{2E} \sin \theta \quad (3.16a)$$

$$M_{-+; -+}^{\gamma}(t) = \frac{ie^2}{t} \cdot \left(\frac{2E^2 - E'^2}{E^2} \right) \cos^2 \frac{\theta}{2} \quad (3.16b)$$

$$M_{-+; +-}^{\gamma}(t) = \frac{ie^2}{t} \cdot \frac{E'^2}{E^2} \sin^2 \frac{\theta}{2} \quad (3.16c)$$

$$M_{-+; --}^{\gamma}(t) = \frac{ie^2}{t} \cdot \frac{E'}{2E} \sin \theta \quad (3.16d)$$

• caso c

$$M_{+-; ++}^{\gamma}(t) = \frac{-ie^2}{t} \cdot \frac{E'}{2E} \sin \theta \quad (3.17a)$$

$$M_{+-; -+}^{\gamma}(t) = \frac{ie^2}{t} \cdot \frac{E'^2}{E^2} \sin^2 \frac{\theta}{2} \quad (3.17b)$$

$$M_{+-; +-}^{\gamma}(t) = \frac{ie^2}{t} \cdot \left(\frac{2E^2 - E'^2}{E^2} \right) \cos^2 \frac{\theta}{2} \quad (3.17c)$$

$$M_{+-; --}^{\gamma}(t) = \frac{ie^2}{t} \cdot \frac{E'}{2E} \sin \theta \quad (3.17d)$$

• caso d

$$M_{--; ++}^{\gamma}(t) = \frac{ie^2}{t} \cdot \frac{E'^2}{E^2} \sin^2 \frac{\theta}{2} \quad (3.18a)$$

$$M_{--; -+}^{\gamma}(t) = \frac{-ie^2}{t} \cdot \frac{E'}{2E} \sin \theta \quad (3.18b)$$

$$M_{--; +-}^{\gamma}(t) = \frac{ie^2}{t} \cdot \frac{E'}{2E} \sin \theta \quad (3.18c)$$

$$M_{--; --}^{\gamma}(t) = \frac{ie^2}{t} \left(\frac{4E^2 - 3E'^2 + E'^2 \cos \theta}{2E^2} \right) \quad (3.18d)$$

Todos os resultados apresentados nesta subseção coincidem com os resultados do trabalho de Derman e Marciano [18] quando $E' \rightarrow 0$, e nessa condição $t \rightarrow -4P^2 \sin^2 \theta/2$.

3.1.2 Cálculo do fóton no canal-u

Agora iremos considerar os gráficos do canal-u, que está representado na Fig.(B.8). Poderemos escrever a amplitude deste processo, ver Eq.(3.5), de uma maneira geral como

$$M_{\lambda\Lambda;\lambda'\Lambda'}^\gamma(u) = -ie\bar{u}_e^{\Lambda'}(P'_B)\gamma_\mu u_e^\lambda(P_A) \cdot \left(\frac{-ig^{\mu\nu}}{u}\right) \cdot ie\bar{u}_e^{\lambda'}(P'_A)\gamma_\nu u_e^\Lambda(P_B). \quad (3.19)$$

com

$$u = (P_A - P_{B'})^2. \quad (3.20)$$

Os resultados das amplitudes obtidos foram

• caso a

$$M_{++;++}^\gamma(u) = \frac{ie^2}{u} \left(\frac{4E^2 - 3E'^2 - E'^2 \cos \theta}{2E^2} \right) \quad (3.21a)$$

$$M_{++;-+}^\gamma(u) = \frac{ie^2}{u} \cdot \frac{E'}{2E} \sin \theta \quad (3.21b)$$

$$M_{++;+-}^\gamma(u) = \frac{-ie^2}{u} \cdot \frac{E'}{2E} \sin \theta \quad (3.21c)$$

$$M_{++;--}^\gamma(u) = \frac{ie^2}{u} \cdot \frac{E'^2}{E^2} \cos^2 \frac{\theta}{2} \quad (3.21d)$$

• caso b

$$M_{-+;++}^\gamma(u) = \frac{-ie^2}{u} \cdot \frac{E'}{2E} \sin \theta \quad (3.22a)$$

$$M_{-+;-+}^\gamma(u) = \frac{ie^2}{u} \cdot \frac{E'^2}{E^2} \cos^2 \frac{\theta}{2} \quad (3.22b)$$

$$M_{-+;+-}^\gamma(u) = \frac{ie^2}{u} \left(\frac{2E^2 - E'^2}{E^2} \right) \sin^2 \frac{\theta}{2} \quad (3.22c)$$

$$M_{-+;--}^\gamma(u) = \frac{ie^2}{u} \cdot \frac{E'}{2E} \sin \theta \quad (3.22d)$$

• caso c

$$M_{+-;++}^\gamma(u) = \frac{-ie^2}{u} \cdot \frac{E'}{2E} \sin \theta \quad (3.23a)$$

$$M_{+-;+-}^{\gamma}(u) = \frac{ie^2}{u} \cdot \left(\frac{2E^2 - E'^2}{E^2} \right) \sin^2 \frac{\theta}{2} \quad (3.23b)$$

$$M_{+-;+-}^{\gamma}(u) = \frac{ie^2}{u} \cdot \frac{E'^2}{E^2} \cos^2 \frac{\theta}{2} \quad (3.23c)$$

$$M_{+-;--}^{\gamma}(u) = \frac{-ie^2}{u} \cdot \frac{E'}{2E} \sin \theta \quad (3.23d)$$

• caso d

$$M_{--;++}^{\gamma}(u) = \frac{ie^2}{u} \cdot \frac{E'^2}{E^2} \cos^2 \frac{\theta}{2} \quad (3.24a)$$

$$M_{--;+-}^{\gamma}(u) = \frac{ie^2}{u} \cdot \frac{E'}{2E} \sin \theta \quad (3.24b)$$

$$M_{--;+-}^{\gamma}(u) = \frac{ie^2}{u} \cdot \frac{E'}{2E} \sin \theta \quad (3.24c)$$

$$M_{--;--}^{\gamma}(u) = \frac{ie^2}{u} \left(\frac{4E^2 - 3E'^2 - E'^2 \cos \theta}{2E^2} \right) \quad (3.24d)$$

Todos os resultados apresentados nesta subseção também coincidem com os resultados do trabalho de Derman e Marciano [18] quando $E' \rightarrow 0$, e nessa condição $u \rightarrow -4P^2 \cos^2(\theta/2)$.

3.2 A contribuição do Z^0

Agora iremos apresentar os resultados obtidos considerando a troca do Z^0 no espalhamento e^-e^- . A Lagrangeana de interação é dada na Eq.(3.5).

3.2.1 Z^0 no canal t

Iremos em primeiro lugar considerar os gráficos do canal t , que está representado na Fig.(B.9) cuja amplitude é dada por

$$M_{\lambda A; \lambda' A'}^{Z^0}(t) = ig\bar{u}_e^{\lambda'}(P'_A)\gamma_\mu [g_V + g_A\gamma_5] u_e^\lambda(P_A) \cdot \left(\frac{-ig^{\mu\nu}}{t - M_{Z^0}^2} \right) ig\bar{u}_e^{\lambda'}(P'_B)\gamma_\nu [g_V + g_A\gamma_5] u_e^\lambda(P_B), \quad (3.25)$$

onde g está dado por Eq.(3.6a), t por Eq.(3.14), g_V por Eq.(3.6b) e g_A por Eq.(3.6c).

Usando a Eq.(3.25) e os espinores das Eqs. (3.8)–(3.11), os resultados obtido para as amplitudes foram

• caso a

$$M_{++;++}^{Z^0}(t) = \frac{ig^2}{t - M_{Z^0}^2} \left[\left(\frac{4E^2 - 3E'^2 + E'^2 \cos \theta}{2E^2} \right) (g_V^2 + g_A^2) - 4\sqrt{\frac{E^2 - E'^2}{E^2}} g_V g_A \right] \quad (3.26a)$$

$$M_{++;+-}^{Z^0}(t) = \frac{ig^2}{t - M_{Z^0}^2} \cdot \frac{E'}{2E} (g_V^2 + g_A^2) \sin \theta \quad (3.26b)$$

$$M_{++;-+}^{Z^0}(t) = \frac{ig^2}{t - M_{Z^0}^2} \cdot \frac{E'}{2E} (g_V^2 - g_A^2) \sin \theta \quad (3.26c)$$

$$M_{++;--}^{Z^0}(t) = \frac{ig^2}{t - M_{Z^0}^2} \cdot \frac{E'^2}{2E^2} \left[g_V^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} + g_A^2 (3 + \cos \theta) \right]. \quad (3.26d)$$

• caso b

$$M_{-+;++}^{Z^0}(t) = \frac{ig^2}{t - M_{Z^0}^2} \cdot \frac{E'}{2E} (g_V^2 - g_A^2) \sin \theta \quad (3.27a)$$

$$M_{-+;-+}^{Z^0}(t) = \frac{ig^2}{t - M_{Z^0}^2} \cdot \left(\frac{2E^2 - E'^2}{E^2} \right) (g_V^2 - g_A^2) \cos^2 \frac{\theta}{2}. \quad (3.27b)$$

$$M_{-+;+-}^{Z^0}(t) = \frac{ig^2}{t - M_{Z^0}^2} \cdot \frac{E'^2}{E^2} (g_V^2 - g_A^2) \sin^2 \frac{\theta}{2} \quad (3.27c)$$

$$M_{-+;--}^{Z^0}(t) = \frac{ig^2}{t - M_{Z^0}^2} \cdot \frac{E'}{2E} (g_V^2 - g_A^2) \sin \theta \quad (3.27d)$$

• caso c

$$M_{+-;++}^{Z^0}(t) = \frac{-ig^2}{t - M_{Z^0}^2} \cdot \frac{E'}{2E} (g_V^2 - g_A^2) \sin \theta \quad (3.28a)$$

$$M_{+-;-+}^{Z^0}(t) = \frac{ig^2}{t - M_{Z^0}^2} \cdot \frac{E'^2}{E^2} (g_V^2 - g_A^2) \sin^2 \frac{\theta}{2} \quad (3.28b)$$

$$M_{+-;+-}^{Z^0}(t) = \frac{ig^2}{t - M_{Z^0}^2} \cdot \left(\frac{2E^2 - E'^2}{E^2} \right) (g_V^2 - g_A^2) \cos^2 \frac{\theta}{2} \quad (3.28c)$$

$$M_{+-;--}^{Z^0}(t) = \frac{ig^2}{t - M_{Z^0}^2} \cdot \frac{E'}{2E} (g_V^2 - g_A^2) \sin \theta \quad (3.28d)$$

• caso d

$$M_{--;++}^{Z^0}(t) = \frac{ig^2}{t - M_{Z^0}^2} \cdot \frac{E'^2}{E^2} \left[g_V^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} + g_A^2 (3 + \cos \theta) \right] \quad (3.29a)$$

$$M_{--;+-}^{Z^0}(t) = \frac{ig^2}{t - M_{Z^0}^2} \cdot \frac{E'}{2E} (g_V^2 - g_A^2) \sin \theta \quad (3.29b)$$

$$M_{--;+-}^{Z^0}(t) = \frac{ig^2}{t - M_{Z^0}^2} \cdot \frac{E'}{2E} (g_V^2 - g_A^2) \sin \theta \quad (3.29c)$$

$$M_{--;--}^{Z^0}(t) = \frac{ig^2}{t - M_{Z^0}^2} \left[\left(\frac{4E^2 - 3E'^2 + E'^2 \cos \theta}{E^2} \right) (g_V^2 + g_A^2) + 4 \sqrt{\frac{E^2 - E'^2}{E^2}} g_V g_A \right] \quad (3.29d)$$

Todos os resultados apresentados nesta subseção coincidem com os resultados do trabalho de Derman e Marciano [18] quando $E' \rightarrow 0$, e $t \ll M_{Z^0}^2$.

3.2.2 Z^0 no canal u

Agora iremos considerar os gráficos do canal u , que está representado na Fig.(B.10).

Poderemos escrever a amplitude do processo de uma maneira mais geral como

$$M_{\Lambda\Lambda;\Lambda'\Lambda'}^{Z^0}(u) = -ig\bar{u}_e^{\Lambda'}(P'_B)\gamma_\mu [g_V + g_A\gamma_5] u_e^\Lambda(P_A) \left(\frac{-ig^{\mu\nu}}{u - M_{Z^0}^2} \right) ig\bar{u}_e^{\Lambda'}(P'_A)\gamma_\nu [g_V + g_A\gamma_5] u_e^\Lambda(P_B). \quad (3.30)$$

onde g está dada por Eq.(3.6a), u por Eq.(3.20), g_V por Eq.(3.6b) e g_A por Eq.(3.6c).

Os resultados obtidos para as amplitudes obtidos são

• caso a

$$M_{++;++}^{Z^0}(u) = \frac{ig^2}{u - M_{Z^0}^2} \left[\left(\frac{4E^2 - 3E'^2 - E'^2 \cos \theta}{E^2} \right) (g_V^2 + g_A^2) - 4 \sqrt{\frac{E^2 - E'^2}{E^2}} g_V g_A \right] \quad (3.31a)$$

$$M_{++;+-}^{Z^0}(u) = \frac{ig^2}{u - M_{Z^0}^2} \cdot \frac{E'}{2E} (g_V^2 + g_A^2) \sin \theta \quad (3.31b)$$

$$M_{++;+-}^{Z^0}(u) = \frac{-ig^2}{u - M_{Z^0}^2} \cdot \frac{E'}{2E} (g_V^2 - g_A^2) \sin \theta \quad (3.31c)$$

$$M_{++;--}^{Z^0}(u) = \frac{ig^2}{u - M_{Z^0}^2} \cdot \frac{E'^2}{2E^2} \left[g_V^2 \cos^2 \frac{\theta}{2} + g_A^2 (\cos \theta - 3) \right] \quad (3.31d)$$

• caso b

$$M_{-+;++}^{Z^0}(u) = \frac{ig^2}{u - M_{Z^0}^2} \cdot \frac{E'}{2E} (g_V^2 - g_A^2) \sin \theta \quad (3.32a)$$

$$M_{-+;-+}^{Z^0}(u) = \frac{ig^2}{u - M_{Z^0}^2} \cdot \frac{E'^2}{E^2} (g_V^2 - g_A^2) \cos^2 \frac{\theta}{2} \quad (3.32b)$$

$$M_{-+;+-}^{Z^0}(u) = \frac{ig^2}{u - M_{Z^0}^2} \left(\frac{2E^2 - E'^2}{E^2} \right) (g_V^2 - g_A^2) \sin^2 \frac{\theta}{2} \quad (3.32c)$$

$$M_{-+;--}^{Z^0}(u) = \frac{ig^2}{u - M_{Z^0}^2} \cdot \frac{E'}{2E} (g_V^2 - g_A^2) \sin \theta \quad (3.32d)$$

• caso c

$$M_{+-;++}^{Z^0}(u) = \frac{ig^2}{u - M_{Z^0}^2} \cdot \frac{E'}{2E} (g_V^2 - g_A^2) \sin \theta \quad (3.33a)$$

$$M_{+-;-+}^{Z^0}(u) = \frac{ig^2}{u - M_{Z^0}^2} \left(\frac{2E^2 - E'^2}{E^2} \right) (g_V^2 - g_A^2) \sin^2 \frac{\theta}{2} \quad (3.33b)$$

$$M_{+-;+-}^{Z^0}(u) = \frac{ig^2}{u - M_{Z^0}^2} \cdot \frac{E'^2}{E^2} (g_V^2 - g_A^2) \cos^2 \frac{\theta}{2} \quad (3.33c)$$

$$M_{+-;--}^{Z^0}(u) = \frac{ig^2}{u - M_{Z^0}^2} \cdot \frac{E'}{2E} (g_V^2 - g_A^2) \sin \theta \quad (3.33d)$$

• caso d

$$M_{--;++}^{Z^0}(u) = \frac{ig^2}{u - M_{Z^0}^2} \cdot \frac{E'^2}{E^2} \left[g_V^2 \cos^2 \frac{\theta}{2} + g_A^2 (\cos \theta - 3) \right] \quad (3.34a)$$

$$M_{--;-+}^{Z^0}(u) = \frac{ig^2}{u - M_{Z^0}^2} \cdot \frac{E'}{2E} (g_V^2 - g_A^2) \sin \theta \quad (3.34b)$$

$$M_{--;+-}^{Z^0}(u) = \frac{ig^2}{u - M_{Z^0}^2} \frac{E'}{2E} (g_V^2 - g_A^2) \sin \theta \quad (3.34c)$$

$$M_{--;--}^{Z^0}(u) = \frac{ig^2}{u - M_{Z^0}^2} \left[\left(\frac{4E^2 - 3E'^2 - E'^2 \cos \theta}{E^2} \right) (g_V^2 + g_A^2) + 4\sqrt{\frac{E^2 - E'^2}{E^2}} g_V g_A \right] \quad (3.34d)$$

Todos os resultados apresentados nesta subseção coincidem com os resultados do trabalho de Derman e Marciano [18] quando $E' \rightarrow 0$, e $u \ll M_{Z^0}^2$.

3.3 A contribuição do bóson de Higgs H^0

Agora iremos considerar a contribuição da troca do bóson de Higgs H^0 no espalhamento e^-e^- . Como estamos levando em conta a massa do elétron no estado final e inicial, a contribuição do Higgs deve ser mantida, ainda que da Eq.(3.5) podemos ver que no caso do elétron será desprezível dado que $m_e/v \simeq 210^{-6}$.

3.3.1 H^0 no canal t

Iremos em primeiro lugar considerar os gráficos do canal t , que está representado na Fig.(B.11), cuja amplitude é dada por

$$M_{\lambda\lambda':\lambda'\lambda'}^{H^0}(t) = \left(\frac{-iE'}{v} \right) \bar{u}_e^{\lambda'}(P_A') u_e^{\lambda}(P_A) \cdot \left(\frac{-i}{t - M_{H^0}^2} \right) \left(\frac{-iE'}{v} \right) \cdot \bar{u}_e^{\lambda'}(P_B') \gamma_\nu u_e^{\lambda}(P_B). \quad (3.35)$$

com t dado por Eq.(3.14) e v por Eq.(3.6d).

Usando a Eq. (3.13) e os espinores os resultados obtido para as amplitudes foram

• caso a

$$M_{++;++}^{H^0}(t) = \frac{-iE'^2}{v^2(t - M_{H^0}^2)} \cdot \frac{E'^2}{E^2} \cos^2 \frac{\theta}{2} \quad (3.36a)$$

$$M_{++;-+}^{H^0}(t) = \frac{-iE'^2}{v^2(t - M_{H^0}^2)} \cdot \frac{E'}{2E} \sin \theta \quad (3.36b)$$

$$M_{++;+-}^{H^0}(t) = \frac{-iE'^2}{v^2(t - M_{H^0}^2)} \cdot \frac{E'}{2E} \sin \theta \quad (3.36c)$$

$$M_{++;--}^{H^0}(t) = \frac{iE'^2}{v^2(t - M_{H^0}^2)} \cdot \sin^2 \frac{\theta}{2}. \quad (3.36d)$$

• caso b

$$M_{-+;++}^{H^0}(t) = \frac{iE'^2}{v^2(t - M_{H^0}^2)} \cdot \frac{E'}{2E} \sin \theta \quad (3.37a)$$

$$M_{-+;-+}^{H^0}(t) = \frac{-iE'^2}{v^2(t - M_{H^0}^2)} \cdot \frac{E'^2}{E^2} \cos^2 \frac{\theta}{2} \quad (3.37b)$$

$$M_{-+;+-}^{H^0}(t) = \frac{iE'^2}{v^2(t - M_{H^0}^2)} \cdot \sin^2 \frac{\theta}{2} \quad (3.37c)$$

$$M_{-+;--}^{H^0}(t) = \frac{-iE'^2}{v^2(t - M_{H^0}^2)} \cdot \frac{E'}{2E} \sin \theta \quad (3.37d)$$

• caso c

$$M_{+-;++}^{H^0}(t) = \frac{iE'^2}{v^2(t - M_{H^0}^2)} \cdot \frac{E'}{2E} \sin \theta \quad (3.38a)$$

$$M_{+-;-+}^{H^0}(t) = \frac{iE'^2}{v^2(t - M_{H^0}^2)} \sin^2 \frac{\theta}{2} \quad (3.38b)$$

$$M_{+-;+-}^{H^0}(t) = \frac{-iE'^2}{v^2(t - M_{H^0}^2)} \cdot \frac{E'^2}{E^2} \cos^2 \frac{\theta}{2} \quad (3.38c)$$

$$M_{+-;--}^{H^0}(t) = \frac{-iE'^2}{v^2(t - M_{H^0}^2)} \cdot \frac{E'}{2E} \sin \theta \quad (3.38d)$$

• caso d

$$M_{--;++}^{H^0}(t) = \frac{-iE'^2}{v^2(t - M_{H^0}^2)} \cdot \sin^2 \frac{\theta}{2} \quad (3.39a)$$

$$M_{--;-+}^{H^0}(t) = \frac{iE'^2}{v^2(t - M_{H^0}^2)} \cdot \frac{E'}{2E} \sin \theta \quad (3.39b)$$

$$M_{--;+-}^{H^0}(t) = \frac{iE'^2}{v^2(t - M_{H^0}^2)} \cdot \frac{E'}{2E} \sin \theta \quad (3.39c)$$

$$M_{--;--}^{H^0}(t) = \frac{-iE'^2}{v^2(t - M_{H^0}^2)} \cdot \frac{E'^2}{E^2} \cos^2 \frac{\theta}{2} \quad (3.39d)$$

Todos os resultados são proporcionais pelo menos a E'^2 assim no limite $E' \rightarrow 0$ são desprezíveis [18].

3.3.2 H^0 no canal u

Agora iremos considerar os gráficos do canal u , que está representada pela Fig.(B.12). Poderemos escrever a amplitude do processo, ver Eq.(3.5), de uma maneira geral como

$$M_{\lambda\lambda;\lambda'\lambda'}^{H^0}(u) = - \left(\frac{-iE'}{v} \right) \bar{u}_e^{\lambda'}(P'_B) u_e^{\lambda}(P_A) \cdot \left(\frac{-i}{u - M_{H^0}^2} \right) \left(\frac{-iE'}{v} \right) \cdot \bar{u}_e^{\lambda'}(P'_A) \gamma_{\nu} u_e^{\lambda}(P_B) \quad (3.40)$$

onde u é dado por Eq.(3.20) e v é dado por Eq.(3.6d).

Os resultados das amplitudes obtidos foram

• caso a

$$M_{++;++}^{H^0}(u) = \frac{-iE'^2}{v^2(u - M_{H^0}^2)} \cdot \frac{E'^2}{E^2} \sin^2 \frac{\theta}{2} \quad (3.41a)$$

$$M_{++;+-}^{H^0}(u) = \frac{iE'^2}{v^2(u - M_{H^0}^2)} \cdot \frac{E'}{2E} \sin \theta \quad (3.41b)$$

$$M_{++;-+}^{H^0}(u) = \frac{-iE'^2}{v^2(u - M_{H^0}^2)} \cdot \frac{E'}{2E} \sin \theta \quad (3.41c)$$

$$M_{++;--}^{H^0}(u) = \frac{iE'^2}{v^2(u - M_{H^0}^2)} \cdot \cos^2 \frac{\theta}{2} \quad (3.41d)$$

• caso b

$$M_{-+;++}^{H^0}(u) = \frac{-iE'^2}{v^2(u - M_{H^0}^2)} \cdot \frac{E'}{2E} \sin \theta \quad (3.42a)$$

$$M_{-+;-+}^{H^0}(u) = \frac{iE'^2}{v^2(u - M_{H^0}^2)} \cos^2 \frac{\theta}{2} \quad (3.42b)$$

$$M_{-+;-+}^{H^0}(u) = \frac{-iE'^2}{v^2(u - M_{H^0}^2)} \cdot \frac{E'^2}{E^2} \sin^2 \frac{\theta}{2} \quad (3.42c)$$

$$M_{-+;--}^{H^0}(u) = \frac{-iE'^2}{v^2(u - M_{H^0}^2)} \cdot \frac{E'}{2E} \sin \theta \quad (3.42d)$$

• caso c

$$M_{+-;++}^{H^0}(u) = \frac{-iE'^2}{v^2(u - M_{H^0}^2)} \cdot \frac{E'}{2E} \sin \theta \quad (3.43a)$$

$$M_{+-;-+}^{H^0}(u) = \frac{iE'^2}{v^2(u - M_{H^0}^2)} \cdot \frac{E'^2}{E^2} \sin^2 \frac{\theta}{2} \quad (3.43b)$$

$$M_{+-;-+}^{H^0}(u) = \frac{iE'^2}{v^2(u - M_{H^0}^2)} \cdot \cos^2 \frac{\theta}{2} \quad (3.43c)$$

$$M_{+-;--}^{H^0}(u) = \frac{iE'^2}{v^2(u - M_{H^0}^2)} \cdot \frac{E'}{2E} \sin \theta \quad (3.43d)$$

• caso d

$$M_{--;++}^{H^0}(u) = \frac{iE'^2}{v^2(u - M_{H^0}^2)} \cos^2 \frac{\theta}{2} \quad (3.44a)$$

$$M_{--;+-}^{H^0}(u) = \frac{-iE'^2}{v^2(u - M_{H^0}^2)} \frac{E'}{2E} \sin \theta \quad (3.44b)$$

$$M_{--;+-}^{H^0}(u) = \frac{-iE'^2}{v^2(u - M_{H^0}^2)} \frac{E'}{2E} \sin \theta \quad (3.44c)$$

$$M_{--;--}^{H^0}(u) = \frac{iE'^2}{v^2(u - M_{H^0}^2)} \frac{E'^2}{E^2} \sin^2 \frac{\theta}{2}. \quad (3.44d)$$

Também neste caso se $E' \rightarrow 0$ as contribuições do Higgs são desprezíveis [18].

3.4 Cálculo das seções de choque e da assimetria A_{+-}

3.4.1 Cálculo dos elementos de matriz

Antes de calcularmos os elementos de matriz iremos usar a seguinte notação simplificada

$$y \equiv \sin^2 \frac{\theta}{2}. \quad (3.45)$$

Vamos calcular os elementos de matriz que são dados por

$$\begin{aligned} M_{++;++} &= M_{++;++}^{\gamma}(t) + M_{++;++}^{\gamma}(u) + M_{++;++}^{Z^0}(t) + M_{++;++}^{Z^0}(u) \\ &+ M_{++;++}^{H^0}(t) + M_{++;++}^{H^0}(u) \end{aligned} \quad (3.46a)$$

$$\begin{aligned} M_{++;--} &= M_{++;--}^{\gamma}(t) + M_{++;--}^{\gamma}(u) + M_{++;--}^{Z^0}(t) + M_{++;--}^{Z^0}(u) \\ &+ M_{++;--}^{H^0}(t) + M_{++;--}^{H^0}(u) \end{aligned} \quad (3.46b)$$

$$\begin{aligned} M_{++;+-} &= M_{++;+-}^{\gamma}(t) + M_{++;+-}^{\gamma}(u) + M_{++;+-}^{Z^0}(t) + M_{++;+-}^{Z^0}(u) \\ &+ M_{++;+-}^{H^0}(t) + M_{++;+-}^{H^0}(u) \end{aligned} \quad (3.46c)$$

$$\begin{aligned} M_{++;--} &= M_{++;--}^{\gamma}(t) + M_{++;--}^{\gamma}(u) + M_{++;--}^{Z^0}(t) + M_{++;--}^{Z^0}(u) \\ &+ M_{++;--}^{H^0}(t) + M_{++;--}^{H^0}(u) \end{aligned} \quad (3.46d)$$

$$\begin{aligned} M_{-+;++} &= M_{-+;++}^{\gamma}(t) + M_{-+;++}^{\gamma}(u) + M_{-+;++}^{Z^0}(t) + M_{-+;++}^{Z^0}(u) \\ &+ M_{-+;++}^{H^0}(t) + M_{-+;++}^{H^0}(u) \end{aligned} \quad (3.46e)$$

$$M_{-+;-+} = M_{-+;-+}^{\gamma}(t) + M_{-+;-+}^{\gamma}(u) + M_{-+;-+}^{Z^0}(t) + M_{-+;-+}^{Z^0}(u)$$

$$+ M_{-+;-+}^{H^0}(t) + M_{-+;-+}^{H^0}(u) \quad (3.46f)$$

$$\begin{aligned} M_{-+;+-} &= M_{-+;+-}^{\gamma}(t) + M_{-+;+-}^{\gamma}(u) + M_{-+;+-}^{Z^0}(t) + M_{-+;+-}^{Z^0}(u) \\ &+ M_{-+;+-}^{H^0}(t) + M_{-+;+-}^{H^0}(u) \end{aligned} \quad (3.46g)$$

$$\begin{aligned} M_{-+;--} &= M_{-+;--}^{\gamma}(t) + M_{-+;--}^{\gamma}(u) + M_{-+;--}^{Z^0}(t) + M_{-+;--}^{Z^0}(u) \\ &+ M_{-+;--}^{H^0}(t) + M_{-+;--}^{H^0}(u) \end{aligned} \quad (3.46h)$$

$$\begin{aligned} M_{+-;++} &= M_{+-;++}^{\gamma}(t) + M_{+-;++}^{\gamma}(u) + M_{+-;++}^{Z^0}(t) + M_{+-;++}^{Z^0}(u) \\ &+ M_{+-;++}^{H^0}(t) + M_{+-;++}^{H^0}(u) \end{aligned} \quad (3.46i)$$

$$\begin{aligned} M_{+-;-+} &= M_{+-;-+}^{\gamma}(t) + M_{+-;-+}^{\gamma}(u) + M_{+-;-+}^{Z^0}(t) + M_{+-;-+}^{Z^0}(u) \\ &+ M_{+-;-+}^{H^0}(t) + M_{+-;-+}^{H^0}(u) \end{aligned} \quad (3.46j)$$

$$\begin{aligned} M_{+-;+-} &= M_{+-;+-}^{\gamma}(t) + M_{+-;+-}^{\gamma}(u) + M_{+-;+-}^{Z^0}(t) + M_{+-;+-}^{Z^0}(u) \\ &+ M_{+-;+-}^{H^0}(t) + M_{+-;+-}^{H^0}(u) \end{aligned} \quad (3.46k)$$

$$\begin{aligned} M_{+-;--} &= M_{+-;--}^{\gamma}(t) + M_{+-;--}^{\gamma}(u) + M_{+-;--}^{Z^0}(t) + M_{+-;--}^{Z^0}(u) \\ &+ M_{+-;--}^{H^0}(t) + M_{+-;--}^{H^0}(u) \end{aligned} \quad (3.46l)$$

$$\begin{aligned} M_{--;++} &= M_{--;++}^{\gamma}(t) + M_{--;++}^{\gamma}(u) + M_{--;++}^{Z^0}(t) + M_{--;++}^{Z^0}(u) \\ &+ M_{--;++}^{H^0}(t) + M_{--;++}^{H^0}(u) \end{aligned} \quad (3.46m)$$

$$\begin{aligned} M_{--;-+} &= M_{--;-+}^{\gamma}(t) + M_{--;-+}^{\gamma}(u) + M_{--;-+}^{Z^0}(t) + M_{--;-+}^{Z^0}(u) \\ &+ M_{--;-+}^{H^0}(t) + M_{--;-+}^{H^0}(u) \end{aligned} \quad (3.46n)$$

$$\begin{aligned} M_{--;+-} &= M_{--;+-}^{\gamma}(t) + M_{--;+-}^{\gamma}(u) + M_{--;+-}^{Z^0}(t) + M_{--;+-}^{Z^0}(u) \\ &+ M_{--;+-}^{H^0}(t) + M_{--;+-}^{H^0}(u) \end{aligned} \quad (3.46o)$$

$$\begin{aligned} M_{--;--} &= M_{--;--}^{\gamma}(t) + M_{--;--}^{\gamma}(u) + M_{--;--}^{Z^0}(t) + M_{--;--}^{Z^0}(u) \\ &+ M_{--;--}^{H^0}(t) + M_{--;--}^{H^0}(u) \end{aligned} \quad (3.46p)$$

Substituindo Eq.(3.15a), Eq.(3.21a), Eq.(3.26a), Eq.(3.31a), Eq.(3.36a) e Eq.(3.41a) em

Eq.(3.46a).

$$\begin{aligned}
M_{++;++} &= ie^2 \left[\left(\frac{4E^2 - 3E'^2}{2E^2} \right) \left(\frac{u+t}{tu} \right) + \frac{E'^2}{2E^2} (1-2y) \left(\frac{u-t}{tu} \right) \right. \\
&+ \frac{g^2}{e^2} \left(\frac{4E^2 - 3E'^2}{2E^2} \right) (g_V^2 + g_A^2) \left(\frac{u+t-2M_{Z^0}^2}{(t-M_{Z^0}^2)(u-M_{Z^0}^2)} \right) \\
&- 4 \frac{g^2}{e^2} g_V g_A \sqrt{\frac{E^2 - E'^2}{E^2}} \left(\frac{u+t-2M_{Z^0}^2}{(t-M_{Z^0}^2)(u-M_{Z^0}^2)} \right) \\
&+ \frac{g^2}{e^2} \frac{E'^2}{2E^2} (1-2y) (g_V^2 + g_A^2) \left(\frac{u-t}{(t-M_{Z^0}^2)(u-M_{Z^0}^2)} \right) \\
&\left. - \frac{E'^4}{E^2 e^2 v^2} \left(\frac{1-y}{t-M_{H^0}^2} + \frac{y}{u-M_{H^0}^2} \right) \right]. \quad (3.47)
\end{aligned}$$

Substituindo Eq.(3.15b), Eq.(3.21b), Eq.(3.26b), Eq.(3.31b), Eq.(3.36b) e Eq.(3.41b) em Eq.(3.46b).

$$\begin{aligned}
M_{++;+-} &= ie^2 \left[\frac{u+t}{tu} + \frac{g^2}{e^2} \frac{u-t}{(t-M_{Z^0}^2)(u-M_{Z^0}^2)} (g_V^2 + g_A^2) \right. \\
&\left. + \frac{E'^2}{e^2 v^2} \frac{t-u}{(t-M_{H^0}^2)(u-M_{H^0}^2)} \right] \frac{E'}{2E} \sin \theta. \quad (3.48)
\end{aligned}$$

Substituindo Eq.(3.15c), Eq.(3.21c), Eq.(3.26c), Eq.(3.31c), Eq.(3.36c) e Eq.(3.41c) em Eq.(3.46c).

$$\begin{aligned}
M_{++;+-} &= ie^2 \left[\frac{u-t}{tu} + \frac{g^2}{e^2} \frac{u-t}{(t-M_{Z^0}^2)(u-M_{Z^0}^2)} (g_V^2 - g_A^2) \right. \\
&\left. - \frac{E'^2}{e^2 v^2} \frac{t+u-2M_{H^0}^2}{(t-M_{H^0}^2)(u-M_{H^0}^2)} \right] \frac{E'}{2E} \sin \theta. \quad (3.49)
\end{aligned}$$

Substituindo Eq.(3.15d), Eq.(3.21d), Eq.(3.26d), Eq.(3.31d), Eq.(3.36d) e Eq.(3.41d) em Eq.(3.46d).

$$\begin{aligned}
M_{++;--} &= ie^2 \left[\left(\frac{y}{t} + \frac{1-y}{u} \right) \frac{E'^2}{E^2} + \frac{g^2}{e^2} \left(\frac{g_V^2 y + g_A^2 (4-2y)}{t-M_{Z^0}^2} + \frac{g_V^2 (1-y) - g_A^2 (2+2y)}{u-M_{Z^0}^2} \right) \frac{E'^2}{2E^2} \right. \\
&\left. + \frac{E'^2}{e^2 v^2} \left(\frac{y}{t-M_{H^0}^2} + \frac{1-y}{u-M_{H^0}^2} \right) \right]. \quad (3.50)
\end{aligned}$$

Substituindo Eq.(3.16a), Eq.(3.22a), Eq.(3.27a), Eq.(3.32a), Eq.(3.37a) e Eq.(3.42a) em Eq.(3.46e).

$$M_{-+;++} = ie^2 \left[\frac{u-t}{tu} + \frac{g^2}{e^2} \frac{u+t-2M_{Z^0}^2}{(t-M_{Z^0}^2)(u-M_{Z^0}^2)} (g_V^2 - g_A^2) + \frac{E'^2}{e^2 v^2} \frac{u-t}{(t-M_{H^0}^2)(u-M_{H^0}^2)} \right] \frac{E'}{2E} \sin \theta. \quad (3.51)$$

Substituindo Eq.(3.16b), Eq.(3.22b), Eq.(3.27b), Eq.(3.32b), Eq.(3.37b) e Eq.(3.42b) em Eq.(3.46f).

$$M_{-+;-+} = ie^2 \left[\frac{2}{t} - \frac{E'^2}{E^2} \left(\frac{u-t}{tu} \right) + \frac{g^2}{e^2} \left[\frac{2}{t-M_{Z^0}^2} - \frac{E'^2}{E^2} \left(\frac{u-t}{(t-M_{Z^0}^2)(u-M_{Z^0}^2)} \right) \right] (g_V^2 - g_A^2) - \frac{E'^2}{e^2 v^2} \left(\frac{E'^2}{E^2(t-M_{H^0}^2)} - \frac{1}{u-M_{H^0}^2} \right) \right] \cos^2 \frac{\theta}{2}. \quad (3.52)$$

Substituindo Eq.(3.16c), Eq.(3.22c), Eq.(3.27c), Eq.(3.32c), Eq.(3.37c) e Eq.(3.42c) em Eq.(3.46g).

$$M_{-+;-+} = ie^2 \left[\frac{2}{u} - \frac{E'^2}{E^2} \left(\frac{u-t}{tu} \right) + \frac{g^2}{e^2} \left[\frac{2}{u-M_{Z^0}^2} - \frac{E'^2}{E^2} \left(\frac{t-u}{(t-M_{Z^0}^2)(u-M_{Z^0}^2)} \right) \right] (g_V^2 - g_A^2) - \frac{E'^2}{e^2 v^2} \left(\frac{E'^2}{E^2(u-M_{H^0}^2)} - \frac{1}{t-M_{H^0}^2} \right) \right] \sin^2 \frac{\theta}{2}. \quad (3.53)$$

Substituindo Eq.(3.16d), Eq.(3.22d), Eq.(3.27d), Eq.(3.32d), Eq.(3.37d) e Eq.(3.42d) em Eq.(3.46h).

$$M_{-+;--} = ie^2 \left[\frac{u+t}{tu} + \frac{g^2}{e^2} \frac{u+t-2M_{Z^0}^2}{(t-M_{Z^0}^2)(u-M_{Z^0}^2)} (g_V^2 - g_A^2) - \frac{E'^2}{e^2 v^2} \frac{t+u-2M_{H^0}^2}{(t-M_{H^0}^2)(u-M_{H^0}^2)} \right] \frac{E'}{2E} \sin \theta. \quad (3.54)$$

Substituindo Eq.(3.17a), Eq.(3.23a), Eq.(3.28a), Eq.(3.33a), Eq.(3.38a) e Eq.(3.43a) em Eq.(3.46i).

$$M_{+-;++} = ie^2 \left[\frac{u+t}{tu} + \frac{g^2}{e^2} \frac{u-t}{(t-M_{Z^0}^2)(u-M_{Z^0}^2)} (g_V^2 - g_A^2) - \frac{E'^2}{e^2 v^2} \frac{t-u}{(t-M_{H^0}^2)(u-M_{H^0}^2)} \right] \frac{E'}{2E} \sin \theta. \quad (3.55)$$

Substituindo Eq.(3.17b), Eq.(3.23b), Eq.(3.28b), Eq.(3.33b), Eq.(3.38b) e Eq.(3.43b) em Eq.(3.46j).

$$M_{+-;+-} = -ie^2 \left[\frac{-2}{u} + \frac{E'^2}{E^2} \left(\frac{t-u}{tu} \right) - \frac{g^2}{e^2} \left[\frac{2}{u-M_{Z^0}^2} - \frac{E'^2}{E^2} \left(\frac{t-u}{(t-M_{Z^0}^2)(u-M_{Z^0}^2)} \right) \right] \right] (g_V^2 - g_A^2) + \frac{E'^2}{e^2 v^2} \left(\frac{E'^2}{E^2(u-M_{H^0}^2)} + \frac{1}{t-M_{H^0}^2} \right) \sin^2 \frac{\theta}{2}. \quad (3.56)$$

Substituindo Eq.(3.17c), Eq.(3.23c), Eq.(3.28c), Eq.(3.33c), Eq.(3.38c) e Eq.(3.43c) em Eq.(3.46k).

$$M_{+-;+-} = ie^2 \left[\frac{2}{t} - \frac{E'^2}{E^2} \left(\frac{u-t}{tu} \right) + \frac{g^2}{e^2} \left[\frac{2}{t-M_{Z^0}^2} - \frac{E'^2}{E^2} \left(\frac{u-t}{(t-M_{Z^0}^2)(u-M_{Z^0}^2)} \right) \right] \right] (g_V^2 - g_A^2) - \frac{E'^2}{e^2 v^2} \left(\frac{E'^2}{E^2(t-M_{H^0}^2)} - \frac{1}{u-M_{H^0}^2} \right) \cos^2 \frac{\theta}{2} \quad (3.57)$$

Substituindo Eq.(3.17d), Eq.(3.23d), Eq.(3.28d), Eq.(3.33d), Eq.(3.38d) e Eq.(3.43d) em Eq.(3.46l).

$$M_{+-;--} = ie^2 \left[\frac{u-t}{ut} + \frac{g^2}{e^2} \frac{u+t-2M_{Z^0}^2}{(t-M_{Z^0}^2)(u-M_{Z^0}^2)} (g_V^2 - g_A^2) + \frac{E'^2}{e^2 v^2} \frac{t-u}{(t-M_{H^0}^2)(u-M_{H^0}^2)} \right] \frac{E'}{2E} \sin \theta. \quad (3.58)$$

Substituindo Eq.(3.18a), Eq.(3.24a), Eq.(3.29a), Eq.(3.34a), Eq.(3.39a) e Eq.(3.44a) em Eq.(3.46m).

$$M_{--;++} = ie^2 \left[\left(\frac{y}{t} + \frac{1-y}{u} \right) \frac{E'^2}{E^2} + \frac{g^2}{e^2} \left(\frac{g_V^2 y + g_A^2 (4-2y)}{t-M_{Z^0}^2} + \frac{g_V^2 (1-y) + g_A^2 (2+2y)}{u-M_{Z^0}^2} \right) \frac{E'^2}{2E^2} - \frac{E'^2}{e^2 v^2} \left(\frac{y}{t-M_{H^0}^2} - \frac{1-y}{u-M_{H^0}^2} \right) \right]. \quad (3.59)$$

Substituindo Eq.(3.18b), Eq.(3.24b), Eq.(3.29b), Eq.(3.34b), Eq.(3.39b) e Eq.(3.44b) em Eq.(3.46n).

$$M_{--;+-} = ie^2 \left[\frac{t-u}{tu} + \frac{g^2}{e^2} \frac{u+t-2M_{Z^0}^2}{(t-M_{Z^0}^2)(u-M_{Z^0}^2)} (g_V^2 - g_A^2) - \frac{E'^2}{e^2 v^2} \frac{t-u}{(t-M_{H^0}^2)(u-M_{H^0}^2)} \right] \frac{E'}{2E} \sin \theta. \quad (3.60)$$

Substituindo Eq.(3.18c), Eq.(3.24c), Eq.(3.29c), Eq.(3.34c), Eq.(3.39c) e Eq.(3.44c) em Eq.(3.46o).

$$M_{--;+-} = ie^2 \left[\frac{u+t}{tu} + \frac{g^2}{e^2} \frac{u+t-2M_{Z^0}^2}{(t-M_{Z^0}^2)(u-M_{Z^0}^2)} (g_V^2 - g_A^2) - \frac{E'^2}{e^2 v^2} \frac{t-u}{(t-M_{H^0}^2)(u-M_{H^0}^2)} \right] \frac{E'}{2E} \sin \theta. \quad (3.61)$$

Substituindo Eq.(3.18d), Eq.(3.24d), Eq.(3.29d), Eq.(3.34d), Eq.(3.39d) e Eq.(3.44d) em Eq.(3.46p).

$$\begin{aligned} M_{--;--} = & ie^2 \left[\left(\frac{4E^2 - 3E'^2}{2E^2} \right) \left(\frac{u+t}{tu} \right) + \frac{E'^2}{2E^2} (1-2y) \left(\frac{u-t}{tu} \right) \right. \\ & + \frac{g^2}{e^2} \left(\frac{4E^2 - 3E'^2}{2E^2} \right) (g_V^2 + g_A^2) \left(\frac{u+t-2M_{Z^0}^2}{(t-M_{Z^0}^2)(u-M_{Z^0}^2)} \right) \\ & + 4 \frac{g^2}{e^2} g_V g_A \sqrt{\frac{E^2 - E'^2}{E^2}} \left(\frac{u+t-2M_{Z^0}^2}{(t-M_{Z^0}^2)(u-M_{Z^0}^2)} \right) \\ & + \frac{g^2}{e^2} \frac{E'^2}{2E^2} (1-2y) (g_V^2 + g_A^2) \left(\frac{u-t}{(t-M_{Z^0}^2)(u-M_{Z^0}^2)} \right) \\ & \left. + \frac{E'^4}{E^2 e^2 v^2} \left(\frac{1-y}{t-M_{H^0}^2} + \frac{y}{u-M_{H^0}^2} \right) \right]. \quad (3.62) \end{aligned}$$

As seções de choque são dadas por

$$d\sigma_{++} \propto |M_{++;++}|^2 + |M_{++;-+}|^2 + |M_{++;+-}|^2 + |M_{++;--}|^2 \quad (3.63a)$$

$$d\sigma_{-+} \propto |M_{-+;++}|^2 + |M_{-+;-+}|^2 + |M_{-+;+-}|^2 + |M_{-+;--}|^2 \quad (3.63b)$$

$$d\sigma_{+-} \propto |M_{+-;++}|^2 + |M_{+-;-+}|^2 + |M_{+-;+-}|^2 + |M_{+-;--}|^2 \quad (3.63c)$$

$$d\sigma_{--} \propto |M_{--;++}|^2 + |M_{--;-+}|^2 + |M_{--;+-}|^2 + |M_{--;--}|^2 \quad (3.63d)$$

De Eq.(3.63) e Eq.(3.1) podemos calcular a assimetria A_{+-} exata. Podemos no entanto obter uma expressão aproximada desprezando termos maiores que $O(E'^2)$, obtivemos a seguinte assimetria

$$A_{+-} \approx \frac{N}{D} \quad (3.64)$$

com

$$\begin{aligned}
N = & e^4 \left[\left(\frac{4E^2 - 3E'^2}{2E^2} \right) \frac{u+t}{tu} \frac{E'^2}{E^2} (1-2y) \frac{u-t}{tu} \right. \\
& - 8 \frac{g^2}{e^2} g_V g_A \left(\frac{4E^2 - 3E'^2}{2E^2} \right) \frac{u+t}{tu} \sqrt{\frac{E^2 - E'^2}{E^2}} \frac{u+t-2M_{Z^0}^2}{(t-M_{Z^0}^2)(u-M_{Z^0}^2)} \\
& + \frac{g^2}{e^2} \frac{E'^2}{E^2} (1-2y) \frac{u-t}{tu} \left(\frac{4E^2 - 3E'^2}{2E^2} \right) (g_V^2 + g_A^2) \frac{u+t-2M_{Z^0}^2}{(t-M_{Z^0}^2)(u-M_{Z^0}^2)} \\
& + \frac{g^2}{e^2} \frac{E'^2}{E^2} (1-2y)^2 (g_V^2 + g_A^2) \frac{u-t}{tu} \frac{u-t}{(t-M_{Z^0}^2)(u-M_{Z^0}^2)} \\
& - \left(\frac{4E^2 - 3E'^2}{2E^2} \right) (g_V^2 + g_A^2)^2 4g_V g_A \sqrt{\frac{E^2 - E'^2}{E^2}} \frac{u+t-2M_{Z^0}^2}{(t-M_{Z^0}^2)(u-M_{Z^0}^2)} \frac{E'^2}{E^2} (1-2y) \\
& \times \left. \frac{u-t}{(t-M_{Z^0}^2)(u-M_{Z^0}^2)} + \frac{g^2}{e^2} \frac{u-t}{(t-M_{Z^0}^2)(u-M_{Z^0}^2)} \frac{u+t}{tu} (g_V^2 + g_A^2) \left(\frac{3E'^2}{2E^2} \right) \sin^2 \theta \right] \quad (3.65)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D = & e^4 \left[2 \left(\frac{4E^2 - 3E'^2}{2E^2} \right)^2 \frac{u+t}{tu} + \frac{g^4}{e^4} \left(\frac{4E^2 - 3E'^2}{E^4} \right) (g_V^2 + g_A^2)^2 \left(\frac{u+t-2M_{Z^0}^2}{(t-M_{Z^0}^2)(u-M_{Z^0}^2)} \right)^2 \right. \\
& + 2 \frac{g^2}{e^2} \left(\frac{4E^2 - 3E'^2}{E^2} \right) \frac{u+t}{tu} \frac{E'^2}{E^2} (1-2y)^2 (g_V^2 + g_A^2) \frac{u-t}{(t-M_{Z^0}^2)(u-M_{Z^0}^2)} \\
& + \frac{g^4}{e^4} 32g_A^2 g_V^2 \left(\frac{E^2 - E'^2}{E^2} \right) \left(\frac{u+t-2M_{Z^0}^2}{(t-M_{Z^0}^2)(u-M_{Z^0}^2)} \right) \\
& + 8 \frac{(1-y)^2}{t} (g_V^2 - g_A^2) + 8 \frac{(1-y)^2}{t} (1-y)^2 \frac{u-t}{tu} (g_V^2 - g_A^2) \\
& + 16 \frac{g^2}{e^2} \frac{(1-y)^2}{t} \frac{1}{t-M_{Z^0}^2} (g_V^2 - g_A^2) - 8 \frac{g^2}{e^2} \frac{(1-y)^2}{t} \frac{E'^2}{E^2} \left(\frac{u+t-2M_{Z^0}^2}{(t-M_{Z^0}^2)(u-M_{Z^0}^2)} \right) (g_V^2 - g_A^2) \\
& - 8 \frac{g^2}{e^2} \frac{(1-y)^2}{t-M_{Z^0}^2} \frac{E'^2}{E^2} \frac{u-t}{tu} (g_V^2 - g_A^2) + 4 \frac{g^2}{e^2} \frac{g_V^2 - g_A^2}{t-M_{Z^0}^2} (1-y)^2 \\
& - 2 \frac{g^2}{e^2} \frac{E'^2}{E^2} \left(\frac{u+t-2M_{Z^0}^2}{(t-M_{Z^0}^2)(u-M_{Z^0}^2)} \right) (g_V^2 - g_A^2) (1-y)^2 + 4 \frac{(1-y)^2}{u} (g_V^2 - g_A^2) \\
& - 2(1-y)^2 \frac{E'^2}{E^2} \left(\frac{u-t}{(t-M_{Z^0}^2)(u-M_{Z^0}^2)} \right) \left(\frac{u-t}{(t-M_{Z^0}^2)(u-M_{Z^0}^2)} \right) \\
& + \left. 4 \frac{g^4}{e^4} \frac{g_V^2 - g_A^2}{u-M_{Z^0}^2} (1-y)^2 + 2 \frac{g^2}{e^4} \frac{E'^2}{E^2} \left(\frac{u-t}{(t-M_{Z^0}^2)(u-M_{Z^0}^2)} \right) (g_V^2 - g_A^2) (1-y)^2 \right] \quad (3.66)
\end{aligned}$$

Quando $E' \rightarrow 0$ a Eq.(3.64) se reduz a

$$A_{LR} = \frac{8g^2 g_V g_A}{4\pi\alpha M_{Z^0}^2} \frac{y(1-y)s}{1+y^4+(1-y)^4} \quad (3.67)$$

onde s é a energia no centro de massa, que coincide com o resultado apresentado por Derman e Marciano [18]. Devo ressaltar que o resultado dado em Eq.(3.64) não é um resultado exato. Embora tenhamos o resultado exato não o colocamos aqui devido ao fato de ele ser muito grande e complicado. Contudo quando formos tirar resultados numéricos nós iremos usar a expressão exata para a assimetria A_{+-} .

Calcularemos numericamente a assimetria usando $y = 0.5$ e $E = 20\text{GeV}$ nas seguintes Eqs.(3.47)–(3.61), Eq.(3.63) e Eq.(3.1) e expressamos todas as grandezas em (GeV) . Na Tabela (3.1) apresentamos os resultados obtidos usando a Eq.(3.1) e Eq.(3.63). Fizemos os cálculos primeiro para a massa do bóson de Higgs como sendo de 300 GeV e as amplitudes correspondentes à troca do H^0 foram da ordem de $O(10^{-34})$ a mais alta, quando os dois elétrons iniciais trocam suas helicidades, e depois com a massa do bóson de Higgs como sendo de 60 GeV as amplitudes nesse caso foram da ordem de $O(10^{-30})$. Já as amplitudes envolvendo o fóton foram da ordem de $O(10^{-21})$ a mais baixa, quando os dois elétrons trocam suas helicidades, e a do bóson Z^0 também foi dessa mesma ordem no mesmo caso. Devo ressaltar que não desprezamos a contribuição do Higgs porque estamos interessados em trabalhar no futuro em modelos que envolvam léptons pesados e nesse caso a contribuição do Higgs não serão desprezíveis. A Tab.(3.2) foi obtida usando a Eq.(3.64) fazendo $E' = 0$, e que se encontra no paper de Derman e Marciano [18].

$\sin^2 \theta_W$	$10^8 \times A_{+-}$
0,16	-57,5
0,17	-51,2
0,18	-44,8
0,19	-38,4
0,20	-32,0
0,21	-25,6
0,22	-19,2
0,23	-12,8
0,24	-6,4
0,25	0
0,26	6,4
0,27	12,8
0,28	19,2
0,29	25,6
0,30	32,0

Tabela 3.1: Resultado numérico de nossa assimetria com $E' \neq 0$.

$\sin^2 \theta_W$	$10^8 \times A_{LR}$
0,16	-57,5
0,17	-51,2
0,18	-44,8
0,19	-38,4
0,20	-32,0
0,21	-25,6
0,22	-19,2
0,23	-12,8
0,24	-6,4
0,25	0
0,26	6,4
0,27	12,8
0,28	19,2
0,29	25,6
0,30	32,0

Tabela 3.2: Resultado numérico de nossa assimetria para $E' = 0$ [15].

Capítulo 4

Conclusões

Nesta dissertação estudamos a colisão e^-e^- dentro do **MPE** e os resultados apresentados no Cap.3 incluem efeitos da massa. As massas dos férmions não foram desprezadas porque estamos interessados em processos como

$$e^-e^- \rightarrow l^-l'^-, \quad (4.1)$$

onde l, l'^- podem ser μ^-, τ^- ou mesmo um lépton exótico pesado L . Além disso, a contribuição do Higgs não foi desprezada porque existem modelos nos quais os acoplamentos Higgs-férmions, mesmo sendo proporcional à massa dos férmions, não são desprezíveis porque um dos escalares neutros ganha um valor esperado no vácuo (VEV) que pode ser quase arbitrariamente pequeno. Assim nossos resultados, mesmo que feitos até agora dentro do **MPE** serão facilmente adaptáveis para o caso de outros modelos.

Mostramos ainda que os resultados por nós obtidos, no Cap.3, incluem as expressões calculadas por Derman e Marciano [18] quando desprezamos as massas dos férmions. Olhando para os nossos resultados numéricos da assimetria na Tab.(3.1) do capítulo anterior observamos que ela também é pequena, da mesma ordem de grandeza que a apresentada por Derman e Marciano [18] e que está representada na Tab(3.2). Assim o fato que a assimetria do espalhamento Møller dentro do **MPE** sejam tão pequenas nos anima a esperar que uma nova física possa ser descoberta usando este processo, já que o ruído do **MPE** é desprezível.

Umas das extensões do **MPE** são os modelos baseados na simetria de gauge

$$SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_N, \quad (4.2)$$

que denotaremos a seguir como 331. As principais reações a serem estudadas são aquelas para as quais não existam ruído do **MPE**, e os processos são

- Processos $e^-e^- \rightarrow l^-l'^-$, onde l, l' é um lépton pesado. Estes processos são mediados no modelo 331 (no canal t e u) pelos campos de gauge γ , Z , Z' e escalares H^0 (estes últimos podem violar sabor). Porém a possibilidade mais interessante é quando são mediados pelos bósons duplamente carregados (chamado na literatura de diléptons e que também ocorrem no canal s) nos quais temos violação de sabor, isto é, em geral não acoplam universalmente aos léptons.
- Processos de corrente neutra conservando ou violando o sabor via escalares.
- Processos do tipo $e^-e^- \rightarrow W^-V^-$, onde W^- e V^- são bósons vetoriais.
- Processos de produção de Higgs, por exemplo $e^-e^- \rightarrow e^-e^-H$, podem ser estudados via fusão de Z , Z' ou mesmo fusão de W^- e V^- para a produção de Higgs carregado H^- , ou mesmo H^{--} em $e^-e^- \rightarrow \nu_e \nu_e H^{--}$.

Nesses processos iremos calcular assimetrias, seções de choque diferenciais e totais. Nesses cálculos iremos considerar apenas uma das possibilidades de realizar a simetria 331, aquela no qual a parte leptônica é igual a do **MPE** [16]. Aqui não entraremos em detalhes desse modelo mas apenas daremos uma motivação do motivo para esses cálculos que são: Como as experiências descritas no Cap. 2 tem a possibilidade de fazer estudos na região do TeV, região na qual o 331 preve uma nova física, teremos a chance de comparar os resultados obtidos nas experiências futuras com as previsões teóricas de um dos modelos com simetria 331.

Os processos mencionados acima seriam estudados escolhendo um modelo particular, embora existam alguns resultados independentes de modelo [28] que calculam os seguintes processos

$$e^-e^- \rightarrow e^-e^-$$

$$\begin{aligned}
 e^-e^- &\rightarrow U^{--}\nu_e\nu_e \\
 e^-e^- &\rightarrow l^-l'^-
 \end{aligned}
 \tag{4.3}$$

de uma maneira independente do modelo, utilizando apenas a definição do que é um dilépton.

Apêndice A

Propriedades importantes das matrizes

Apêndice A

Propiedades importantes das matrizes

$-\gamma$

Neste apêndice iremos dar as expressões das matrizes γ usadas nesta dissertação, as regras de Feynman da Lagrangeana Eq.(3.2) e algumas propriedades do traço que serão usadas no apêndice B desta dissertação.

As matrizes γ na notação quirial são dadas por

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & -I \\ -I & 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ -\vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma_5 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}. \quad (\text{A.1})$$

onde I é a matriz identidade 2×2 e $\vec{\sigma}$ são as conhecidas matrizes de Pauli dadas por

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.2})$$

Na representação de Dirac temos

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}, \quad \vec{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ -\vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma_5 = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.3})$$

As matrizes γ , independentemente de qual representação usamos, satisfaz a seguinte identidade

$$\gamma^\mu \gamma^\nu = 2g^{\mu\nu} - \gamma^\nu \gamma^\mu. \quad (\text{A.4})$$

As regras de Feynman para a interação dos férmions com os bósons de gauge tiradas da Lagrangeana Eq.(3.2) são **Para o γ**

$$ie\bar{u}_e\gamma_\lambda u_e \quad (\text{A.5})$$

Para o Z

$$ig\bar{u}_e\gamma_\mu [g_V + g_A\gamma_5] u_e \quad (\text{A.6})$$

Para o H^0

$$\frac{-im_e}{v}\bar{u}_e u_e \quad (\text{A.7})$$

A seguir listamos algumas propriedades do traço

$$\begin{aligned} \text{Tr} I &= 4 \\ \text{Tr} \gamma^5 &= 0 \\ \text{Tr}(\gamma^\alpha \gamma^\beta) &= 4g^{\alpha\beta} \\ \text{Tr}(\not{a}\not{b}) &= 4a \cdot b \\ \text{Tr}(\gamma^\beta \gamma^\nu \gamma^\alpha \gamma^\mu) &= 4(g^{\beta\nu}g^{\alpha\mu} - g^{\beta\alpha}g^{\nu\mu} + g^{\beta\mu}g^{\nu\alpha}) \\ \text{Tr}(\not{a}\not{b}\not{c}\not{d}) &= 4(a \cdot bc \cdot d - a \cdot cb \cdot d + a \cdot db \cdot c) \\ \text{Tr}(\gamma^0 \not{p}_i \gamma^0 \not{p}_f) &= 8E_i E_f - 4\vec{p}_i \cdot \vec{p}_f \\ \text{Tr}(\gamma^0 \gamma^5 \not{p}_i \gamma^0 \gamma^5 \not{p}_f) &= 8E_i E_f - 4\vec{p}_i \cdot \vec{p}_f \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

Apêndice B

Espalhamento de Coulomb

Neste apêndice faremos o cálculo do espalhamento Coulomb utilizando o método do traço para depois compararmos com o resultado obtido no Cap. 2 no qual usamos os nossos espinores. Devo avisar que neste apêndice iremos utilizar a notação do Bjorken e Drell [27].

Iremos agora estudar o espalhamento Coulomb, onde o elétron é espalhado devido a um potencial Coulombiano fixo. O elemento de matriz de transição nesse caso é dado por [27]

$$S_{fi} = -ie \int d^4x \Psi_f(x) \not{A}(x) \Psi_i(x) \quad (\text{B.1})$$

onde $f \neq i$ e a carga do elétron é menor que zero. $\Psi_i(x)$ é a onda plana incidente que descreve o elétron de momento P_i e de spin s_i e é dada por

$$\Psi_i(x) = \sqrt{\frac{m}{E_i V}} u(P_i, s_i) e^{-i\vec{P}_i \cdot \vec{x}} \quad (\text{B.2})$$

que foi normalizada numa caixa de volume V e $\bar{\Psi}_f(x)$ tem expressão análoga a essa escrita acima.

O potencial de Coulomb é dado por

$$\begin{aligned} A_0(\vec{x}) &= -\frac{Ze}{4\pi|\vec{x}|} \\ \vec{A}(\vec{x}) &= 0 \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

substituindo Eq.(B.3) e Eq.(B.2) em Eq.(B.1) podemos escrever

$$S_{fi} = \frac{imZe^2}{4\pi V} \left[\sqrt{\frac{1}{E_i E_f}} \bar{u}(P_f, s_f) \gamma^0 u(P_i, s_i) \right] \int d^4x (|\vec{x}|)^{-1} e^{-i(\vec{P}_i - \vec{P}_f) \cdot \vec{x}} \quad (\text{B.4})$$

fazendo a integração sobre a parte temporal obteremos

$$2\pi\delta(E_f - E_i). \quad (\text{B.5})$$

Esse resultado expressa a conservação de energia entre o estado final e inicial em um potencial estático. Já a integral sobre as componentes espaciais é a transformada de Fourier do potencial Coulombiano:

$$\int d^3x \frac{1}{|\vec{x}|} e^{-i\vec{q}\cdot\vec{x}}, \quad (\text{B.6})$$

com $\vec{q} = \vec{P}_f - \vec{P}_i$. Substituindo Eq.(B.6) e Eq.(B.5) em Eq.(B.4). teremos

$$S_{fi} = \frac{iZe^2}{V|\vec{q}|} \left[\sqrt{\frac{m^2}{E_f - E_i}} \bar{u}(P_f, s_f) u(P_i, s_i) 2\pi\delta(E_f - E_i) \right]. \quad (\text{B.7})$$

O número de estados finais por intervalo de momento é $Vd^3P_f/(2\pi)^3$ e a probabilidade de transição por partículas é dado por:

$$|S_{fi}|^2 V \frac{d^3P_f}{(2\pi)^3} = \frac{Z^2(4\pi\alpha)^2 m^2}{VE_i} \frac{|\bar{u}(P_f, s_f) u(P_i, s_i)|^2}{|\vec{q}|^4} \frac{d^3P_f}{(2\pi)^3 E_f} [2\pi\delta(E_f - E_i)]. \quad (\text{B.8})$$

A seção de choque é definida como a taxa de transição R dividido pelo fluxo de partículas incidentes que é $J_{inc}^a = \Psi_f \gamma^a \Psi_i$ onde a denota a componente do vetor na direção da velocidade incidente. $\vec{v}_i = \vec{p}_i/E_i$. Usando a normalização adotada em Eq.(B.2) o fluxo será dado por $|J_i| = |v_i|/V$. Devido ao exposto acima, a seção de choque diferencial $d\sigma$ por unidade de ângulo sólido $d\Omega$ será dado por

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \int \frac{4Z^2\alpha^2 m^2}{|\vec{v}_i|E_i} \frac{|\bar{u}(P_f, s_f) u(P_i, s_i)|^2}{|\vec{q}|^4} \frac{P_f^2 dP_f}{E_f} \delta(E_f - E_i) \quad (\text{B.9})$$

e usando a identidade

$$P_f dP_f = E_f dE_f \quad (\text{B.10})$$

obteremos:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{4Z^2\alpha^2 m^2}{|\vec{q}|^4} |\bar{u}(P_f, s_f) u(P_i, s_i)|^2. \quad (\text{B.11})$$

Se experimentalmente não se observa a polarização das partículas finais e não se conhece a polarização inicial, isso nos indica que a seção de choque observada é a equação Eq.(B.11) somada sobre todos os possíveis estados de spin finais e iniciais. Usando isso podemos escrever

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{4Z^2\alpha^2m^2}{2|\vec{q}|^4} \sum_{s_f, s_i} |\bar{u}(P_f, s_f)u(P_i, s_i)|^2, \quad (\text{B.12})$$

mas sabemos que

$$[\bar{u}(f)\Gamma u(i)]^2 = [\bar{u}(f)\Gamma u(i)][\bar{u}(i)\Gamma u(f)] \quad (\text{B.13})$$

onde $\bar{\Gamma} = \gamma^0\Gamma^\dagger\gamma^0$. Usando isso tudo podemos reescrever o termo da soma do spin como:

$$\bar{u}_\alpha(P_f, s_f)\gamma_{\alpha\beta}^0 u_\beta(P_i, s_i)\bar{u}_\sigma(P_i, s_i)\gamma_{\sigma\delta}^0 u_\delta(P_f, s_f), \quad (\text{B.14})$$

onde estamos usando a convenção da soma de Einstein e usamos o fato de que $\bar{\gamma}^0 = \gamma^0$. Mas ainda sabemos que:

$$u_\beta(P_i, s_i)\bar{u}_\sigma(P_i, s_i) = \left(\frac{\not{P}_i + m}{2m}\right)_{\beta\sigma}, \quad (\text{B.15})$$

substituindo Eq.(B.15) em Eq.(B.14) obteremos:

$$\left(\frac{\not{P}_f\gamma^0 + m\gamma^0}{2m}\right)_{\delta\beta} \left(\frac{\not{P}_i\gamma^0 + m\gamma^0}{2m}\right)_{\beta\sigma}. \quad (\text{B.16})$$

Esta última expressão é o traço, e a equação Eq.(B.12) pode ser escrita como:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{4Z^2\alpha^2m^2}{2|\vec{q}|^4} \text{Tr} \left[\left(\frac{\gamma^0\not{P}_i + m\gamma^0}{2m}\right) \left(\frac{\not{P}_f + m}{2m}\right) \right]. \quad (\text{B.17})$$

que pode ser escrita como

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{4Z^2\alpha^2m^2}{2|\vec{q}|^4} [\text{Tr}(\gamma^0\not{P}_i\gamma^0\not{P}_f) + m^2\text{Tr}I]. \quad (\text{B.18})$$

Usando as equações Eq.(A.8) do apêndice A em Eq.(B.18) temos

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{4Z^2\alpha^2m^2}{2|\vec{q}|^4} [8E_iE_f - 4\vec{P}_i \cdot \vec{P}_f + 4m^2]. \quad (\text{B.19})$$

Podemos, ainda, escrever a seção de choque diferencial em termos da energia de espalhamento $E = E_i = E_f$ e do ângulo de espalhamento, através de relações da cinemática relativística

$$\vec{P}_i \cdot \vec{P}_f = m^2 + 2\beta^2 E^2 \sin^2(\theta/2) \quad (\text{B.20})$$

Substituindo Eq.(B.20) em Eq.(B.19) finalmente encontraremos

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{4Z^2\alpha^2 m^2}{|\vec{q}|^4} \left(1 - \beta^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \quad (\text{B.21})$$

que é a seção de choque de Mott e esse resultado é igual ao apresentado na Eq. (2.58).

Bibliografia

- [1] S. Dawson. *DPF 96: The Triumph of the Standard Model* September 1996 (hep-ph/9609340)
- [2] Uma lista atualizada das referências da física de e^-e^- pode ser encontrada na Internet no seguinte endereço:
<http://pss058.psi.ch/cuyper/e-e.html>.
- [3] Informações a respeito desta experiência pode ser achado em:
<http://www.slac.stanford.edu/mpeskin/nlc/physics.html>.
- [4] CLIC: <http://www.cern.ch/CERN/Divisions/PS/CLIC/Welcome.html>.
- [5] NLC: <http://nlc.physics.upenn.edu/nlc/nlc.html>.
- [6] TESLA: <http://www-tesla.desy.de:8080/>.
- [7] JLC: <http://jlucx1.kek.jp/index-e.html>.
- [8] P. W. Higgs, *Phys. Lett.*, **12**, 132 (1964); *Phys. Rev. Lett.*, **13**, 508 (1964); *Phys. Rev.*, **145**, 1156 (1966).
- [9] F. Englert e R. Brout. *Phys. Rev. Lett.* **13**, 321 (1964).
- [10] S. L. Glashow, *Nucl. Phys.*, **22**, 579 (1961).
S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.*, **19**, 1264 (1967).

- A. Salam in *Elementary Particle Theory: Relativistic Groups and Analyticity*, Nobel Symposium N8 (Alqvist and Wilksells, Stockholm, 1968).
- §. L. Glashow, J. Iliopoulos e L. Maini, *Phys. Rev.* **D2**, 1285 (1970)
- [11] C. Jarlskog *The Standard Electroweak Model*, Proceedings of the Third Gleb Wataghin School on High Energy Phenomenology. July 11-16 Campinas Brasil p57.
- [12] E. S. Abers e B. W. Lee *Phys. Rep.* **9**, 1 (1973).
- [13] G. t' Hooft. *Nucl. Phys.* **B33**, 173 (1971); *Nucl. Phys.* **B35**, 167 (1971)
- [14] M. J. Herrero. *Introduction to the Symmetries Breaking Sector*. em XXIII International Meeting on Fundamental Physics. Comilas, Santander. Spain. May 1995 (hep-ph/9601286).
- [15] F. Cuypers, K. Kolodziej, O. Korakianitis e R. Rückl. *Phys. Lett.* **B325**, 243 (1994);
F. Cuypers, K. Kolodziej e R. Rückl. *Nucl. Phys.* **B430**, 231 (1994).
- [16] F. Pisano e V. Pleitez. *Phys. Rev.* **D46**, 410 (1992);
R. Foot, O. Hernandez, F. Pisano e V. Pleitez. *Phys. Rev.* **D51**, 3865 (1995).
- [17] R. Gastman e Y. Van Ham. *Phys. Rev* **D10**, 3629 (1974);
ERRATUM-*ibid* **D11**, 2672 (1975).
- [18] E. Derman e W. Marciano. *Ann. Phys.* **121**, 147 (1979).
- [19] A. Czarnecki e W. Marciano *Phys. Rev.* **D53**, 1066 (1996).
- [20] F. Cuypers e P. Gambino. *Polarization and Weak Mixing Angle in High Energy e^+e^- collisions* hep-ph9606391.
- [21] N. S. Craige, K. Hidaka, M. Jacob e F. M. Renard. *Phys. Rep.* **99**, 69 (1983)
- [22] M. C. Rodriguez. *Estudo de processos polarizados*, monografia de Física Teórica (não publicada).

- [23] D. Griffiths, *Introduction to Elementary Particles*, John Willey Sons 1987.
- [24] S. Flügge, *Practical Mechanics II* Springer-Verlag, 1971.
- [25] F.A.Berends, P.H.Daverveldt e R.Kleiss, *Nucl. Phys.* **B253**. 441 (1985); R.Kleiss and W. J. Stirling, *Nucl. Phys.* **B262**. 235 (1985).
- [26] S. F. Novaes e D. Spehler, *Nucl. Phys.*, **B371**, 618 (1992); *Phys. Rev.* **D42**, 3990 (1991).
- [27] J. D. Bjorken e S. D. Drell. *Relativistic Quantum mechanics*. Mc Graw Hill Company, 1964.
- [28] F. Cuyppers e S. Davison *Bileptons: Present Limits and Future Prospects*, hep-ph/9609487.

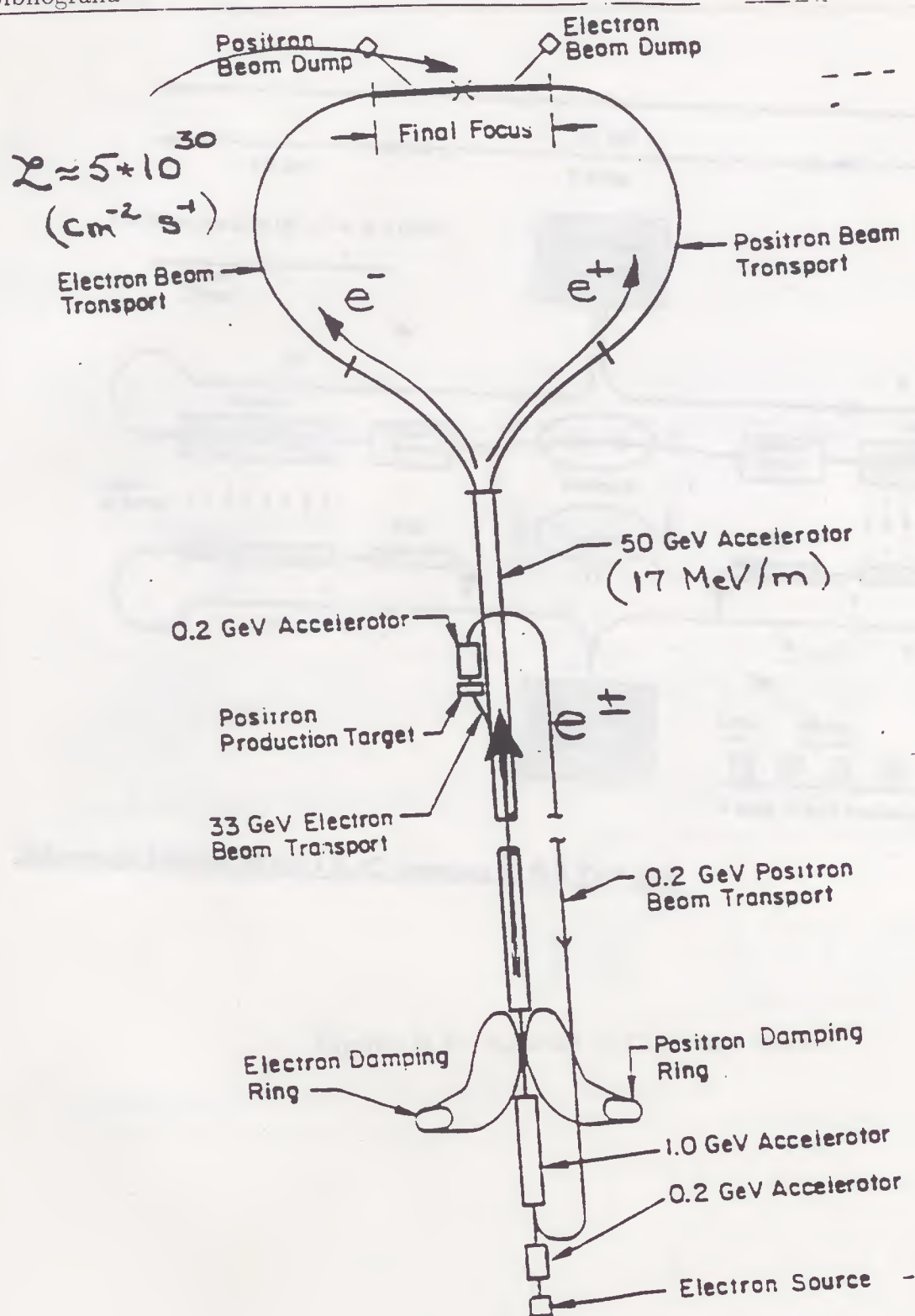


Figura B.1: Esquema do experimento SLC.

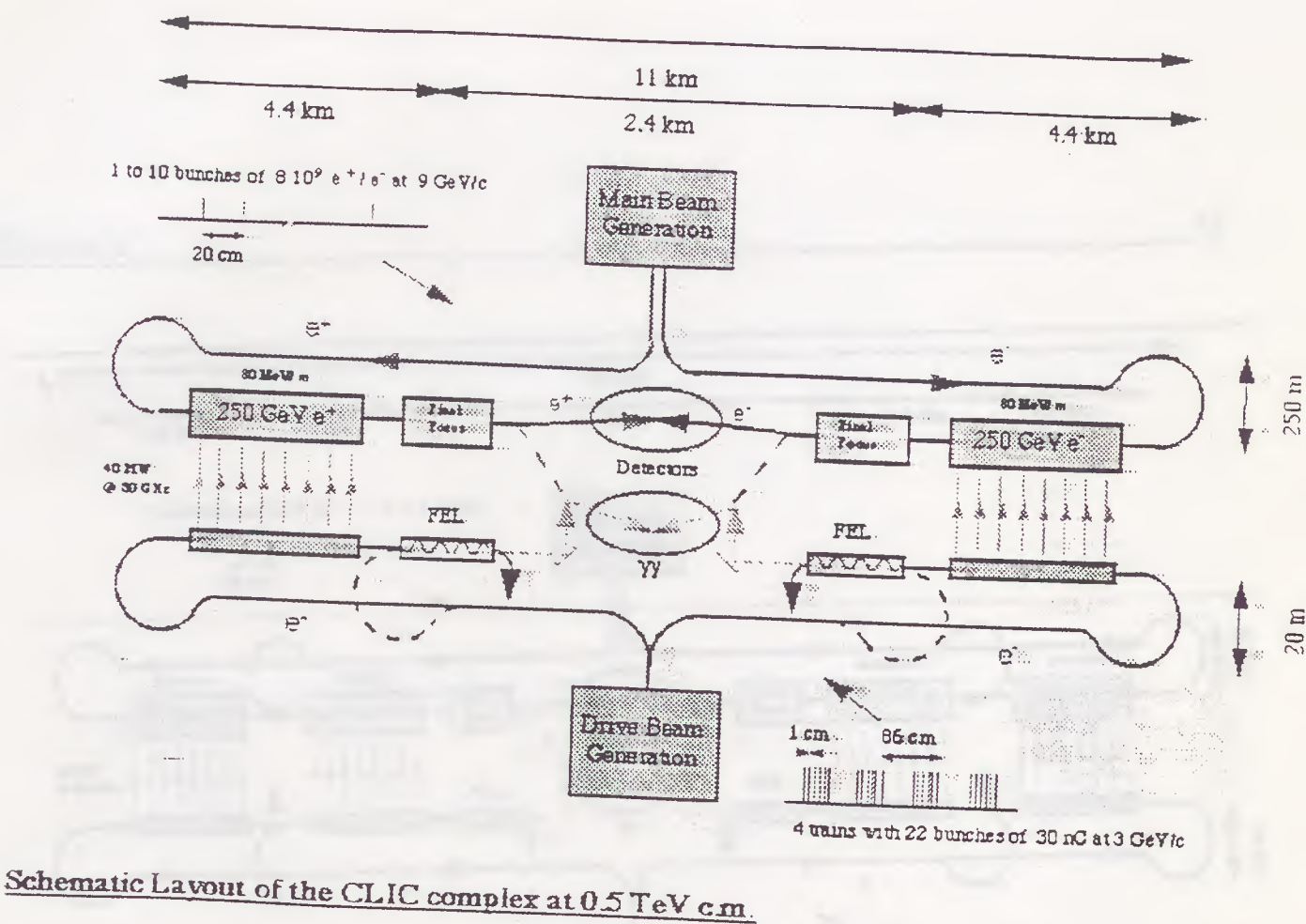
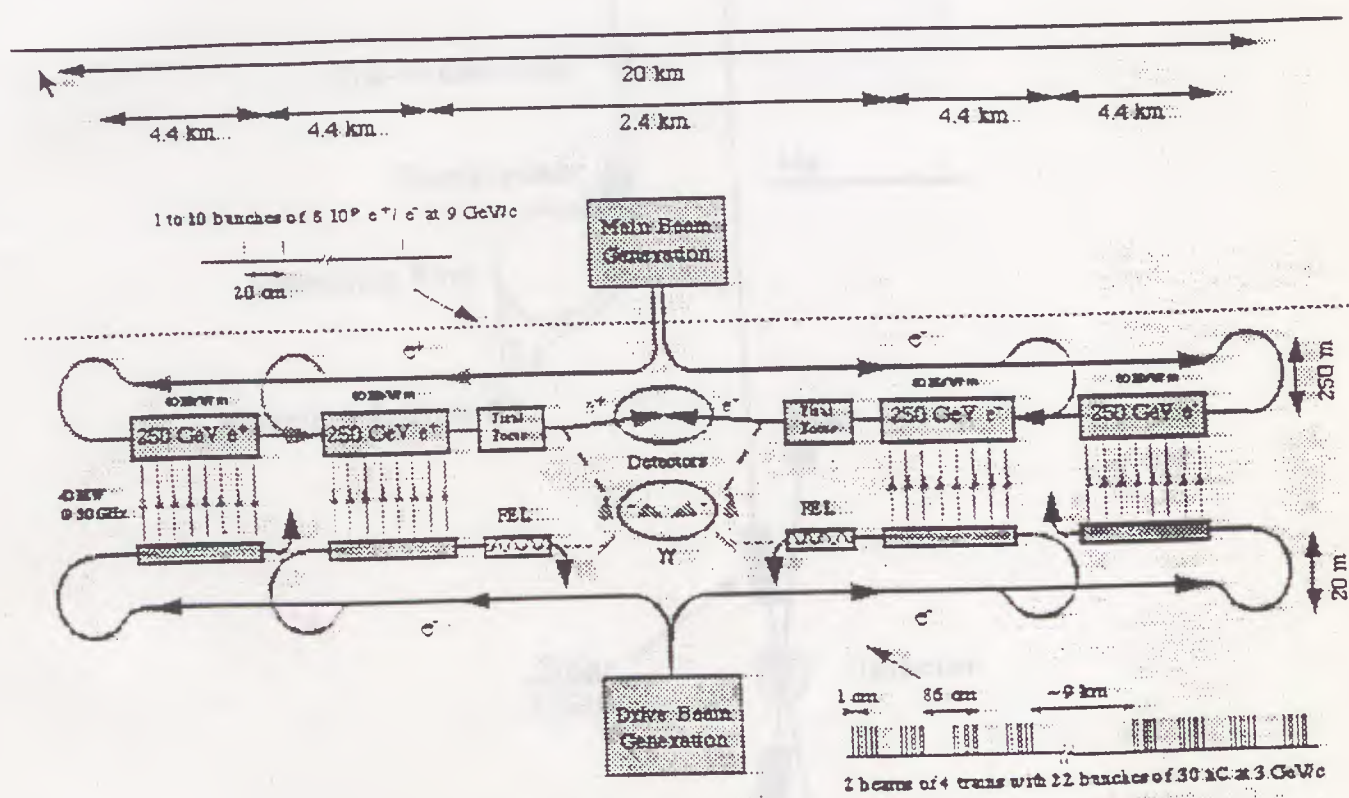
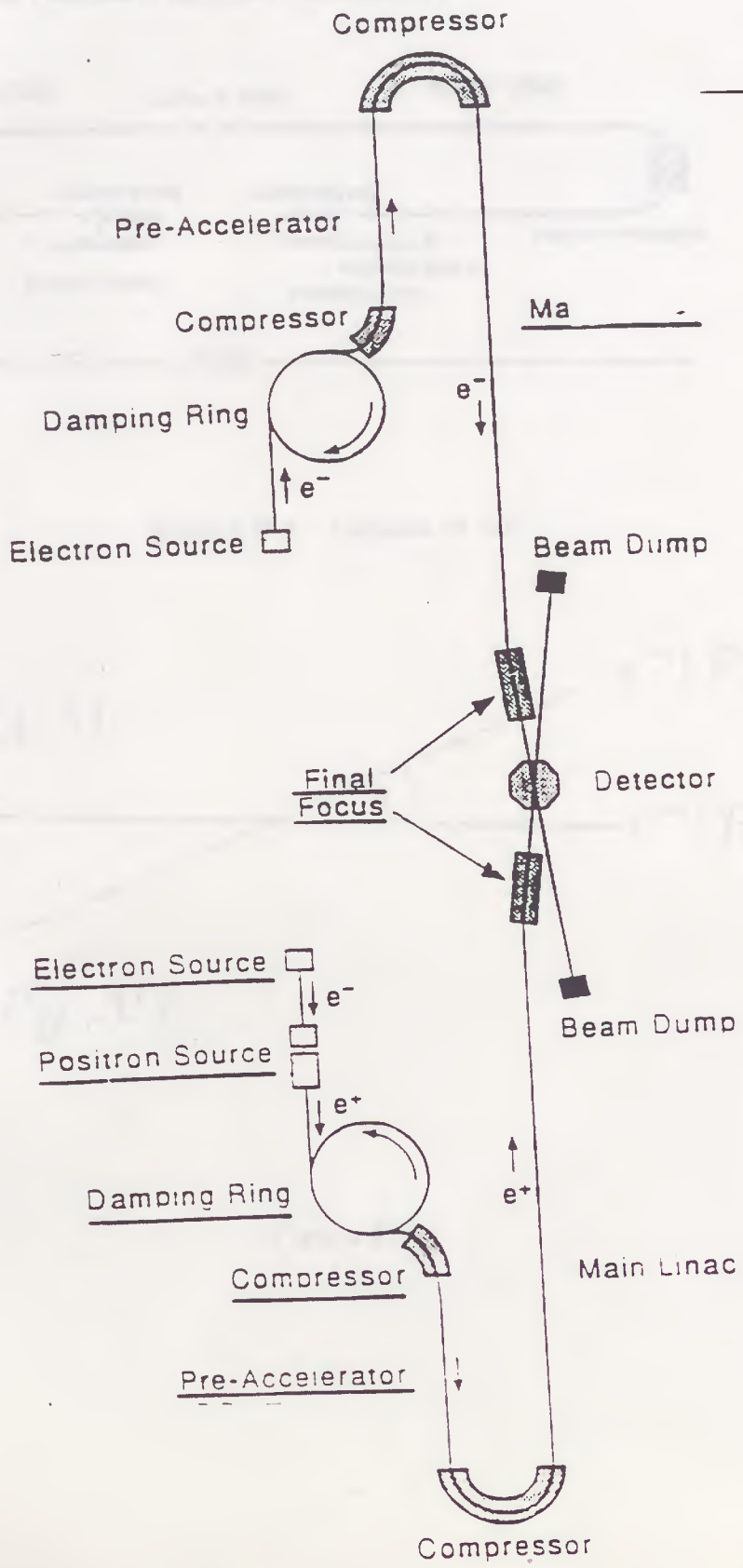


Figura B.2: Esquema do CLIC para 500GeV



Schematic Layout of the CLIC complex at 1 TeV c.m.

Figura B.3: Esquema do CLIC para 1TeV



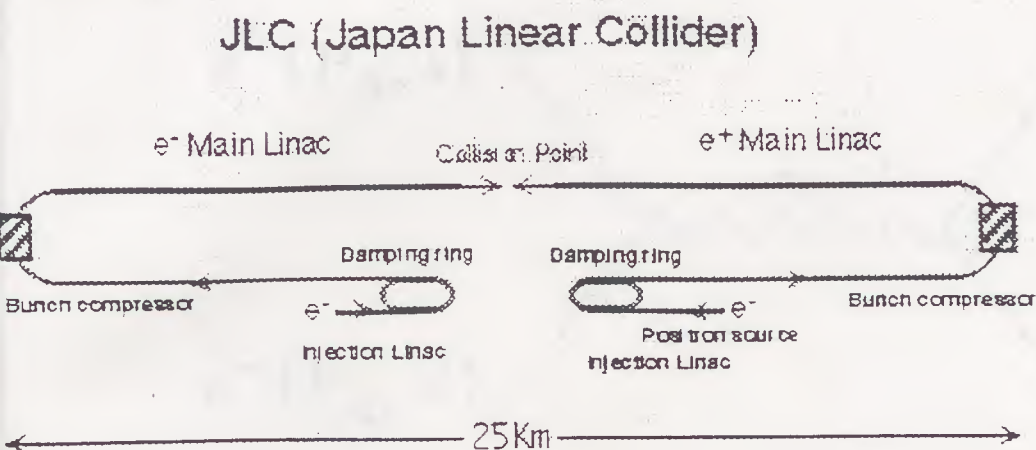


Figura B.5: Esquema do JLC.

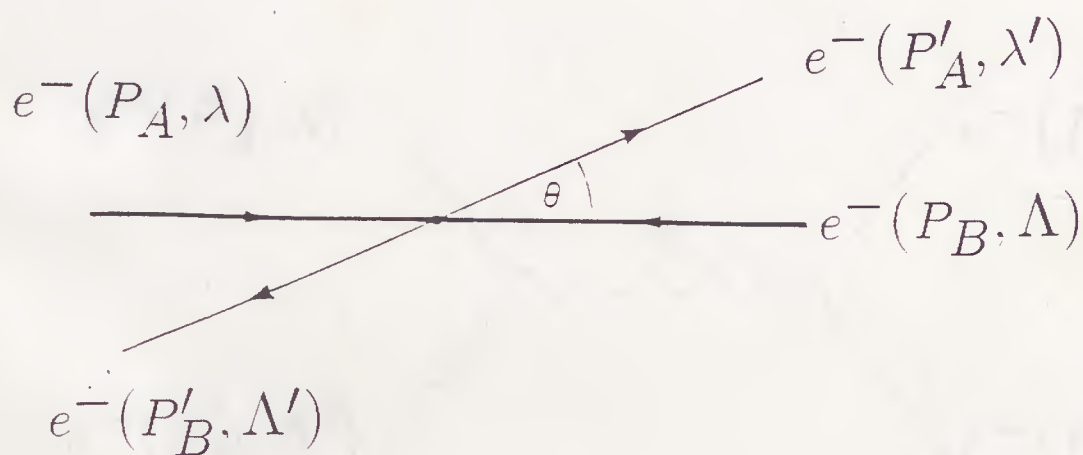


Figura B.6:

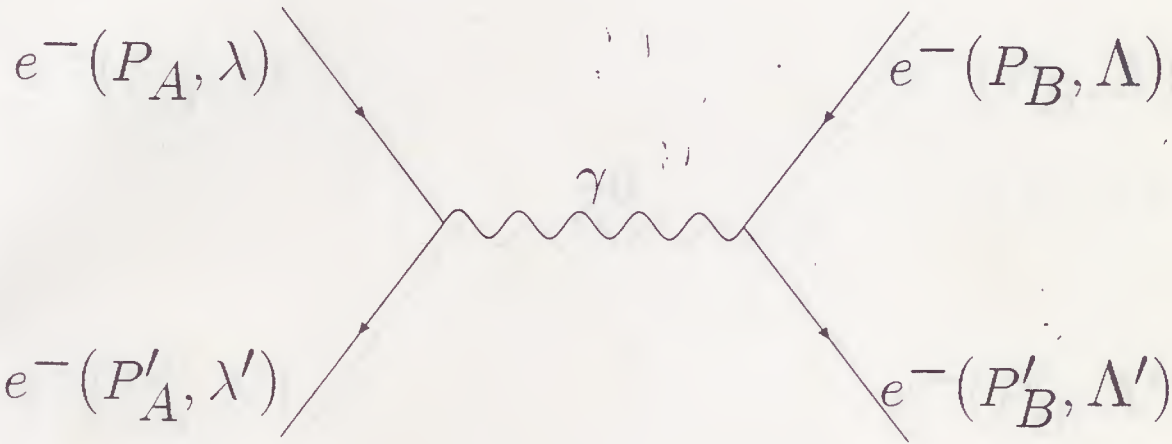


Figura B.7:

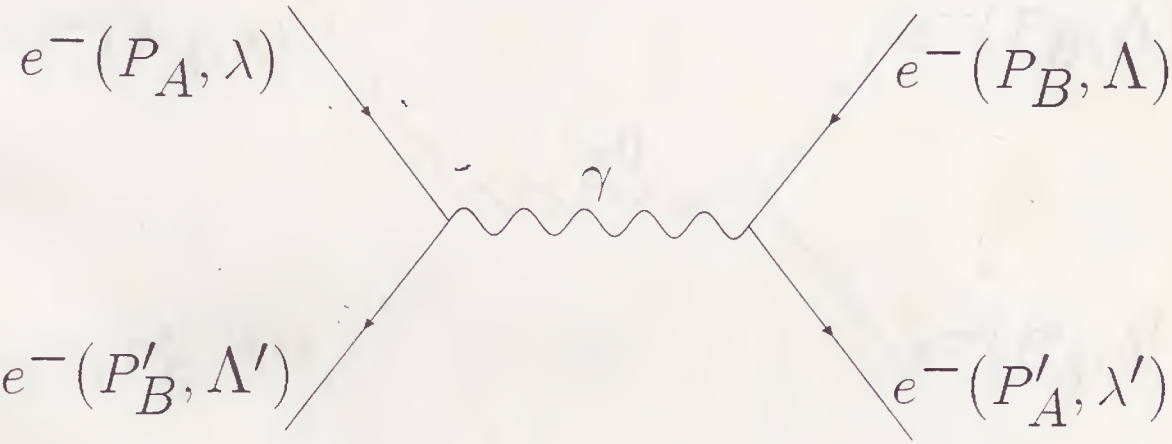


Figura B.8:

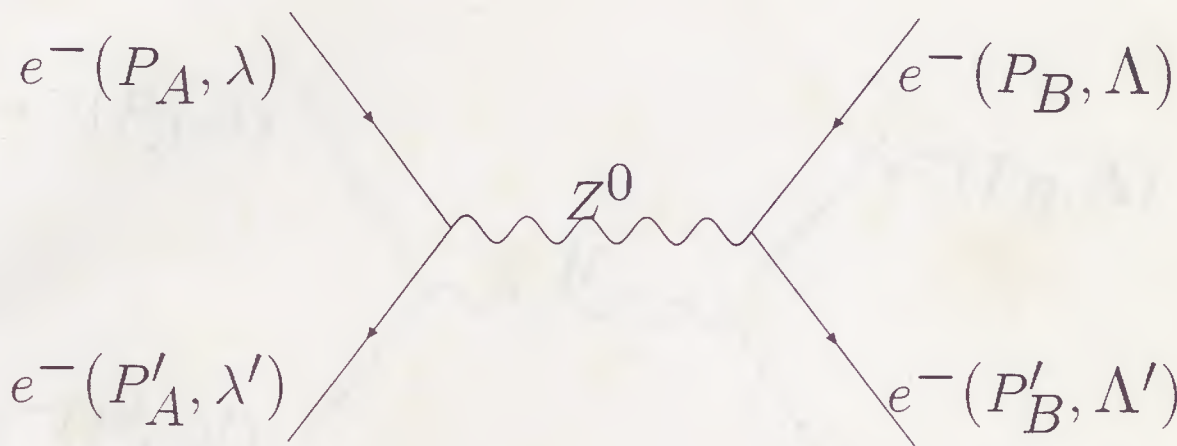


Figura B.9:

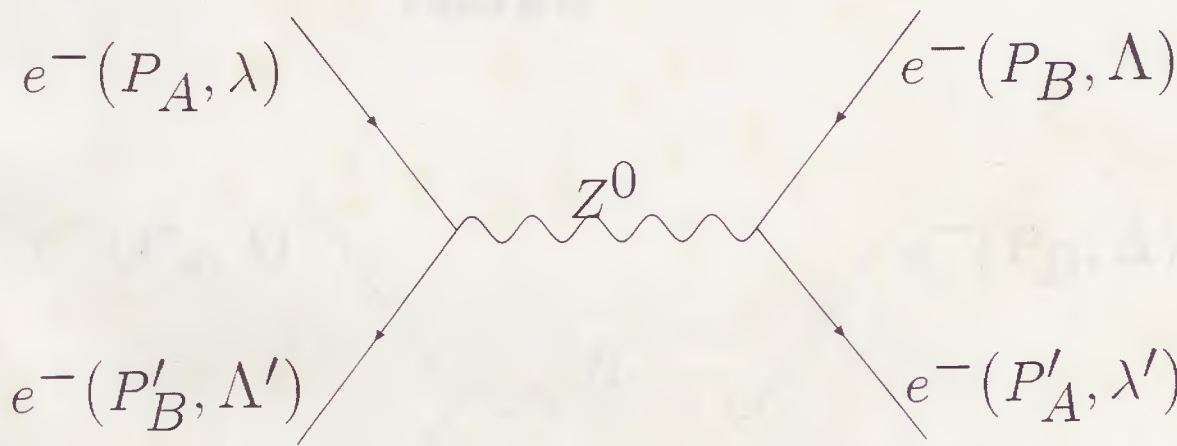


Figura B.10:

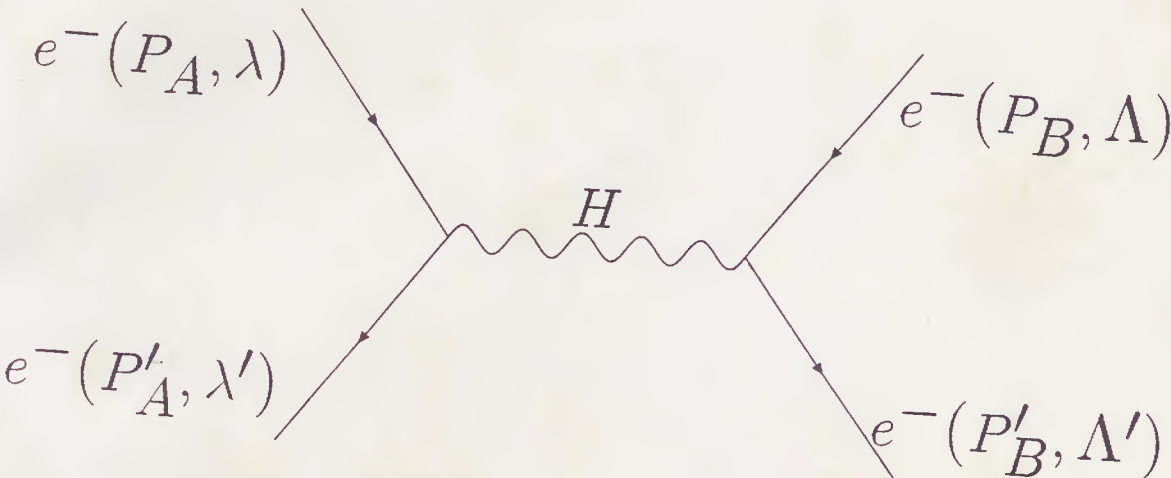


Figura B.11:

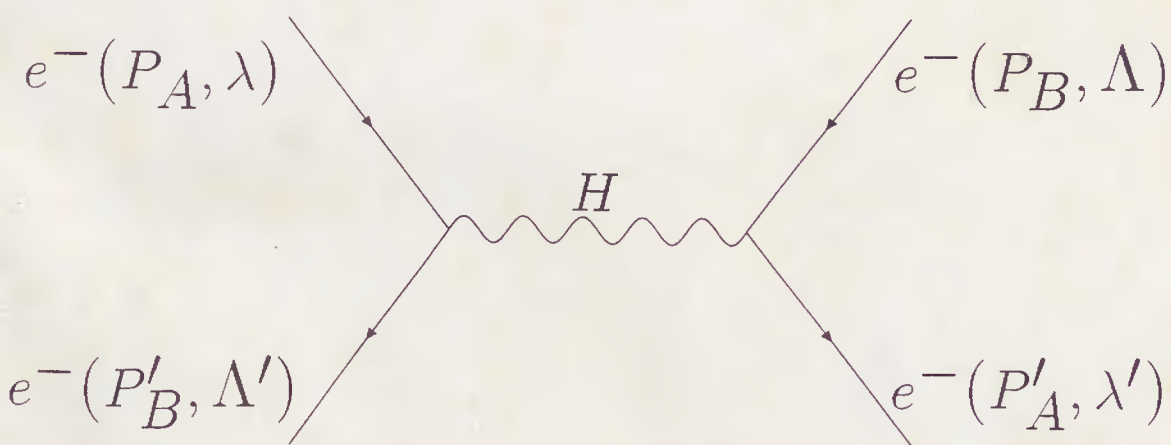


Figura B.12:

