

UNESP
Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá

CANHÃO INJ. DE ELÉTRONS DO
TIPO NÃO-ADIABÁTICO P/A UM
GIROTRON DE 35 GHz

5

Guaratinguetá
1994



***Canhão Injetor de Elétrons do
Tipo Não-Adiabático para um
Girotron de 35 GHz***

Claudemir Stellati

32

1110000245



Claudemir Stellati

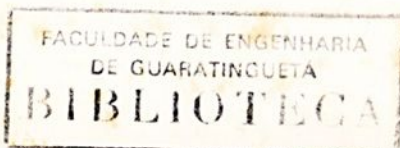
“CANHÃO INJETOR DE ELÉTRONS DO TIPO
NÃO-ADIABÁTICO
PARA UM GIROTRON DE 35 GHz”

“Tese apresentada como parte dos requisitos para obtenção do grau de Mestre em física à Comissão julgadora da Universidade Estadual Paulista Julio Mesquita Filho, Campus de Guaratinguetá, sob orientação do Prof.Dr. J.J. Barroso de Castro”

000245

245

Universidade Estadual Paulista Julio Mesquita Filho
Guaratinguetá 94



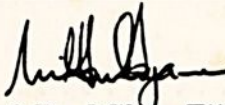
"CANHÃO INJETOR DE ELÉTRONS DO TIPO NÃO-ADIABÁTICO
PARA UM GIROTRON DE 35 GHz"

CLAUDEMIR STELLATI

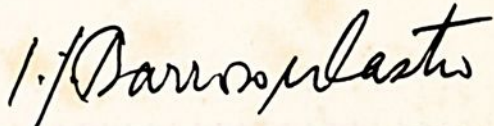
ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
"MESTRE EM FÍSICA"

ESPECIALIDADE: FÍSICA
ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: FÍSICA DE PLASMAS

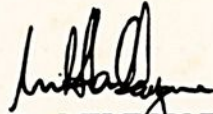
APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO


Prof. Dr. Milton Elji Kayama
Coordenador

BANCA EXAMINADORA:


Prof. Dr. JOAQUIM J. BARROSO DE CASTRO
Orientador


Prof. Dr. HOMERO SANTIAGO MACIEL


Prof. Dr. MILTON ELJI KAYAMA

Junho de 1994

Conteúdo

1	O QUE É UM GIROTRON	1
1.1	Utilização do Girotron	1
1.2	Canhão de Elétrons	3
1.2.1	Projeto de um canhão	3
1.2.2	Canhão CIM (Canhão injetor magnetrônico)	3
1.2.3	CIM x CNA (Canhão não-adiabático)	4
1.3	Motivação do Trabalho	4
2	DINÂMICA DO FEIXE NO TUBO DE DERIVA	9
2.1	Redução de Potencial	9
2.2	Força de Carga Espacial	14
2.3	Corrente Limite	17
3	CANHÃO NÃO-ADIABÁTICO	25
3.1	Introdução	25
3.2	Formalismo e Equações Básicas	25
3.3	Estudo Paramétrico da Dispersão	28
3.3.1	Dispersão de Velocidades	28
3.3.2	Campo magnético $B = 0,7 \text{ kG}$	28
3.3.3	Campo magnético $B = 0,8 \text{ kG}$	51
4	OTIMIZAÇÃO DA GEOMETRIA	64
4.1	Introdução	64
4.2	Diodo Plano	65
4.3	Equação da Conservação de Energia	65
4.4	Variação da Distância Catodo-Anodo	70
4.5	Variação do Potencial Aplicado ao Anodo	72
4.6	Parâmetros de Operação	77
5	CONCLUSÃO	86
A	Programa SLAC	90
A.1	Solução da Equação de Poisson	91
A.2	Tipos de Contorno	91
B	Sistemas de Coordenadas	92



Lista de Figuras

1.1	Diagrama do girotron 35 GHz do LAP/INPE	2
1.2	Vista em corte do canhão de elétrons do girotron- (1) catodo; (2) anodo; (3) faixa emissora; (4) isolador de cerâmica	5
1.3	Canhão não-adiabático (1) catodo; (2) anodo de modulação; (3) segundo anodo ou tubo de deriva	7
1.4	Anteprojeto de engenharia do canhão não-adiabático (1) catodo; (2) anodo de modulação; (3) segundo anodo ou tubo de deriva	8
2.1	Feixe propagando-se em um tubo coaxial, r_1 : raio do cilindro interno, r_a : raio interno do feixe, r_o : raio de equilíbrio do feixe, r_b : raio externo do feixe, r_2 : raio do cilindro externo	24
3.1	Dispersão das velocidades transversais, calculada na posição $z = 140$ mm canhão: $B = 0,7$ kG, $I = 5$ A e $I = 10$ A	30
3.2	Campos elétricos radial e axial, sentidos pelos elétrons, ao longo da direção axial do canhão: $V_a = 23$ kV, $V_c = 50$ kV, $I = 5$ A e $B = 0,7$ kG	31
3.3	Velocidades transversais e paralelas dos elétrons, ao longo da direção axial: $V_a = 23$ kV, $V_c = 50$ kV, $I = 5$ A e $B = 0,7$ kG	32
3.4	Velocidades radiais e angulares dos elétrons, ao longo da direção axial: $V_a = 23$ kV, $V_c = 50$ kV, $I = 5$ A e $B = 0,7$ kG	33
3.5	Linhas equipotenciais nas condições: $V_a = 30$ kV, $V_c = 50$ kV, $I = 5$ A e $B = 0,7$ kG	34
3.6	Campos elétricos radial e axial, sentidos pelos elétrons, ao longo da direção axial do canhão: $V_a = 30$ kV, $V_c = 50$ kV, $I = 5$ A e $B = 0,7$ kG	35
3.7	Velocidades transversais e paralelas dos elétrons, ao longo da direção axial: $V_a = 30$ kV, $V_c = 50$ kV, $I = 5$ A e $B = 0,7$ kG	36
3.8	Velocidades radiais e angulares dos elétrons, ao longo da direção axial: $V_a = 30$ kV, $V_c = 50$ kV, $I = 5$ A e $B = 0,7$ kG	37
3.9	Linhas equipotenciais nas condições: $V_a = 23$ kV, $V_c = 50$ kV, $I = 10$ A e $B = 0,7$ kG	38
3.10	Campos elétricos radial e axial, sentidos pelos elétrons, ao longo da direção axial do canhão: $V_a = 23$ kV, $V_c = 50$ kV, $I = 10$ A e $B = 0,7$ kG	39
3.11	Velocidades transversais e paralelas dos elétrons, ao longo da direção axial: $V_a = 23$ kV, $V_c = 50$ kV, $I = 10$ A e $B = 0,7$ kG	40
3.12	Velocidades radiais e angulares dos elétrons, ao longo da direção axial: $V_a = 23$ kV, $V_c = 50$ kV, $I = 10$ A e $B = 0,7$ kG	41
3.13	Campos elétricos radial e axial, sentidos pelos elétrons, ao longo da direção axial do canhão: $V_a = 30$ kV, $V_c = 50$ kV, $I = 10$ A e $B = 0,7$ kG	43



3.14	Velocidades transversais e paralelas dos elétrons, ao longo da direção axial: $V_a = 30 \text{ kV}$, $V_c = 50 \text{ kV}$, $I = 10 \text{ A}$ e $B = 0,7 \text{ kG}$	44
3.15	Velocidades radiais e angulares dos elétrons, ao longo da direção axial: $V_a = 30 \text{ kV}$, $V_c = 50 \text{ kV}$, $I = 10 \text{ A}$ e $B = 0,7 \text{ kG}$	45
3.16	Dispersão das velocidades transversais em função da corrente: $V_a = 23 \text{ kV}$, $V_c = 50 \text{ kV}$, $z = 140 \text{ mm}$ e $B = 0,7 \text{ kG}$	47
3.17	Dispersão das velocidades transversais em função da corrente: $V_a = 28,5 \text{ kV}$, $V_c = 50 \text{ kV}$, $z = 140 \text{ mm}$ e $B = 0,7 \text{ kG}$	48
3.18	Dispersão das velocidades transversais em função da corrente: $V_a = 30 \text{ kV}$, $V_c = 50 \text{ kV}$, $z = 140 \text{ mm}$ e $B = 0,7 \text{ kG}$	49
3.19	Dispersão das velocidades transversais dos elétrons, ao longo da direção axial: $V_a = 23 \text{ kV}$, $V_c = 50 \text{ kV}$, $I = 10 \text{ A}$, $I = 5 \text{ A}$ e $B = 0,7 \text{ kG}$	52
3.20	Dispersão das velocidades transversais dos elétrons, ao longo da direção axial: $V_a = 30 \text{ kV}$, $V_c = 50 \text{ kV}$, $I = 10 \text{ A}$, $I = 5 \text{ A}$ e $B = 0,7 \text{ kG}$	53
3.21	Dispersão das velocidades transversais dos elétrons, ao longo da direção axial: $V_a = 23 \text{ kV}$, $V_c = 50 \text{ kV}$, $I = 10 \text{ A}$ e $B = 0,7 \text{ kG}$	54
3.22	Dispersão das velocidades transversais dos elétrons, ao longo da direção axial: $V_a = 28,5 \text{ kV}$, $V_c = 50 \text{ kV}$, $I = 10 \text{ A}$ e $B = 0,7 \text{ kG}$	55
3.23	Dispersão das velocidades transversais, calculada na posição $z = 140 \text{ mm}$ canhão: $B = 0,8 \text{ kG}$, $I = 5 \text{ A}$ e $I = 10 \text{ A}$	57
3.24	Dispersão das velocidades transversais em função da corrente: $V_a = 20 \text{ kV}$, $V_c = 50 \text{ kV}$, $z = 140 \text{ mm}$ e $B = 0,8 \text{ kG}$	58
3.25	Dispersão das velocidades transversais dos elétrons, ao longo da direção axial: $V_a = 20 \text{ kV}$, $V_c = 50 \text{ kV}$, $I = 10 \text{ A}$, $I = 5 \text{ A}$ e $B = 0,8 \text{ kG}$	59
3.26	Dispersão das velocidades transversais em função da corrente: $V_a = 25 \text{ kV}$, $V_c = 50 \text{ kV}$, $z = 140 \text{ mm}$ e $B = 0,8 \text{ kG}$	60
3.27	Dispersão das velocidades transversais dos elétrons, ao longo da direção axial: $V_a = 25 \text{ kV}$, $V_c = 50 \text{ kV}$, $I = 2 \text{ A}$, $I = 5 \text{ A}$ e $B = 0,8 \text{ kG}$	61
3.28	Dispersão das velocidades transversais dos elétrons, ao longo da direção axial: $V_a = 25 \text{ kV}$, $V_c = 50 \text{ kV}$, $I = 12 \text{ A}$, $I = 10 \text{ A}$ e $B = 0,8 \text{ kG}$	62
4.1	Diodo de placas paralelas	66
4.2	Velocidade transversal média dos elétrons do canhão original, calculado na saída: $V_c = 50 \text{ kV}$, $I = 10 \text{ A}$, $B = 0,7 \text{ kG}$, $B = 0,8 \text{ kG}$ e $z = 140 \text{ mm}$	80
4.3	Velocidade transversal média dos elétrons do canhão original, calculado na saída: $V_c = 50 \text{ kV}$, $I = 5 \text{ A}$, $B = 0,7 \text{ kG}$, $B = 0,8 \text{ kG}$ e $z = 140 \text{ mm}$	81
4.4	Alfa médio dos elétrons do canhão original, calculado na saída: $V_c = 50 \text{ kV}$, $I = 10 \text{ A}$, $B = 0,7 \text{ kG}$, $B = 0,8 \text{ kG}$ e $z = 140 \text{ mm}$	82
4.5	Alfa médio dos elétrons do canhão original, calculado na saída: $V_c = 50 \text{ kV}$, $I = 5 \text{ A}$, $B = 0,6 \text{ kG}$, $B = 0,7 \text{ kG}$, $B = 0,8 \text{ kG}$, $B = 1,0 \text{ kG}$, e $z = 140 \text{ mm}$	83
4.6	Alfa médio dos elétrons do canhão, com diâmetro de tubo de deriva de 30 mm , calculado na saída: $V_c = 50 \text{ kV}$, $I = 10 \text{ A}$, $B = 0,6 \text{ kG}$, $B = 0,7 \text{ kG}$, $B = 0,8 \text{ kG}$, $B = 1,0 \text{ kG}$, e $z = 140 \text{ mm}$	84
4.7	Alfa médio dos elétrons do canhão ampliado por um fator de $1,8$ em relação ao canhão original, calculado na saída: $V_c = 50 \text{ kV}$, $I = 5 \text{ A}$, $B = 0,4 \text{ kG}$, $B = 0,5 \text{ kG}$, $B = 0,6 \text{ kG}$ e $z = 140 \text{ mm}$	85



5.1	Canhão não-adiabático proposto com a finalidade de uniformizar a distribuição de potencial na região de extração (catodo): (1) catodo, (2) e (3) anodos de modulação, (4) segundo anodo ou tubo de deriva	89
B.1	Sistemas de referência com origem no eixo de simetria do canhão e no centro de giro dos elétrons	92

Lista de Tabelas

2.1	Tabela da distribuição de potenciais para um feixe com corrente de 10 A	14
2.2	Tabela da distribuição de potenciais para um feixe com corrente de 5 A	14
2.3	Comparação entre os campos elétricos calculados analiticamente e numericamente pelo programa SLAC na posição $z = 140$ no tubo de deriva	16
2.4	Comparação entre os campos elétricos calculados analiticamente e numericamente pelo programa SLAC na posição $z = 140$ no tubo de deriva	17
4.1	Dependência funcional de certas quantidades com a distância	70
4.2	Quantidade associadas ao diodo modificador	72
4.3	Parâmetros de operação: α_1 : ângulo na saída do canhão, V_1 : potencial aplicado ao anodo de modulação, B_1 : campo magnético do canhão, $\frac{V_1}{B_1}$: valor da dispersão na saída	73
4.4	Parâmetros de operação: α_2 : ângulo na saída do canhão, V_2 : potencial aplicado ao anodo de modulação, B_2 : campo magnético do canhão, $\frac{V_2}{B_2}$: valor da dispersão na saída	73
4.5	Parâmetros de operação: α_3 : ângulo na saída do canhão, V_3 : potencial aplicado ao anodo de modulação, B_3 : campo magnético do canhão, $\frac{V_3}{B_3}$: valor da dispersão na saída	73



Lista de Tabelas

2.1	Tabela da distribuição de potenciais para um feixe com corrente de 10 A . . .	14
2.2	Tabela da distribuição de potenciais para um feixe com corrente de 5 A . . .	14
2.3	Comparação entre os campos elétricos calculados analiticamente e numéricamente pelo programa SLAC na posição $z = 140$ no tubo de deriva	16
2.4	Comparação entre os campos elétricos calculados analiticamente e numéricamente pelo programa SLAC na posição $z = 140$ no tubo de deriva	17
4.1	Dependência funcional de certas quantidades com a distância	70
4.2	Quantidade associadas ao diodo modificado	72
4.3	Parâmetros de operação. α_k : alfa na saída do canhão, V_a : potencial aplicado ao anodo de modulação, B_k : campo magnético do canhão, $\frac{\delta v_{\perp}}{v_{\perp}}\%$: valor da dispersão na saída	79
4.4	Parâmetros de operação. α_k : alfa na saída do canhão, V_a : potencial aplicado ao anodo de modulação, B_k : campo magnético do canhão, $\frac{\delta v_{\perp}}{v_{\perp}}\%$: valor da dispersão na saída	79
4.5	Parâmetros de operação. α_k : alfa na saída do canhão, V_a : potencial aplicado ao anodo de modulação, B_k : campo magnético do canhão, $\frac{\delta v_{\perp}}{v_{\perp}}\%$: valor da dispersão na saída	79



Resumo

O projeto de um canhão de injeção capaz de produzir um feixe laminar de elétrons com corrente 10 A e 50 keV de energia é apresentado. Em contraste com o canhão de injeção magnetrônico de catodo cônico onde o feixe é gerado inicialmente com uma componente de velocidade transversal, no canhão não-adiabático os elétrons são extraídos na direção paralela ao campo magnético axial. O feixe de elétrons adquirem movimentos ciclotrônicos como resultado dos processos não adiabático durante a aceleração em um campo elétrico fortemente não homogêneo na região do anodo de modulação. Tais métodos de extração fornecem aspectos favoráveis que serão explorados através deste trabalho. Estudos extensivos por simulações numéricas foram feitas para minimizar a dispersão de velocidades e energia.



Agradecimentos

Abstract

A design of a non-adiabatic injection gun capable of producing a high quality 10 A, 50 keV laminar electron beam is presented. In contrast to the magnetron injection gun with a conical cathode where the beam is generated initially with a transverse velocity component, in the non-adiabatic gun the electrons are extracted in a direction parallel to the axial guide magnetic field. The beam electrons acquire cyclotron motion as a result of non adiabatic processes during acceleration in a strong non uniform electric field across the modulation anode. Such an extraction method gives rise to favourable features that are explored throughout the work. An extensive numerical simulation study has also been done to minimize velocity spreads.

CAPÍTULO 1

O QUE É UM GIROTRON

Agradecimentos

Ao meu orientador Dr. Joaquim José Barroso de Castro, pelo entusiasmo e disposição com que sempre me recebeu para discussões dos vários tópicos desta tese, inicialmente sugerindo o tema específico abordado, e depois participando ativamente no amadurecimento dos novos conceitos e no desenvolvimento de cada etapa do trabalho.

A todos os colegas do LAP/INPE pelas palavras de incentivo e compreensão.

Ao Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE) por me proporcionar todas as condições materiais e humanas para a realização deste trabalho.

A todos aqueles que de uma forma ou de outra participaram de minha formação tanto acadêmica quanto pessoal aproveito este espaço para agradecer. Ao Departamento de Física da UNESP pela concessão da bolsa de estudo e ao INPE pela oportunidade de desenvolvimento deste trabalho. A todos os funcionários do INPE e UNESP que diretamente ou indiretamente contribuíram pela realização deste trabalho.

1.1 Utilização do Girotron

Atualmente em operação no LAP/INPE um girotron de 35 GHz e 10 kW de potência de saída (Fig. 1.1). A escolha desta frequência deve-se à possibilidade de aplicação do dispositivo no aquecimento de plasmas nos tokamaks com valores de campo toroidal de 1,2 T que estão sendo instalados no Brasil. Além disso, tal frequência corresponde a uma das janelas de transmissão pela atmosfera terrestre, o que torna este girotron utilizável em sistemas avançados de comunicações¹ e em sensoriamento atmosférico.

CAPÍTULO 1

O QUE É UM GIROTRON

O girotron é um gerador de ondas milimétricas de alta potência cujo princípio de funcionamento é baseado na interação entre um feixe helicoidal de elétrons e campos de radiofrequência (RF). Essencialmente, o girotron é um oscilador que usa uma única cavidade ressonante onde o acoplamento do feixe helicoidal de elétrons com os campos de RF resulta de uma ressonância ciclotrônica. O girotron abriu novas perspectivas de utilização das ondas milimétricas e se constitui hoje na única fonte de microondas capaz de produzir níveis de potência contínua acima de 500 kW operando em frequências superiores a 100 GHz.

1.1 Utilização do Girotron

Acha-se em operação no LAP/INPE um girotron de 35 GHz e 100 kW de potência de saída (Fig. 1.1). A escolha desta frequência deve-se à possibilidade de aplicação do dispositivo no aquecimento de plasmas em tokamaks com valores de campo toroidal de 1,2 T que estão sendo instalados no Brasil. Além disso, tal frequência corresponde a uma das janelas de transmissão pela atmosfera terrestre, o que torna este girotron utilizável em sistemas avançados de comunicações¹ e em sensoriamento atmosférico.

Figura 1.1 Diagrama do girotron 35GHz do LAP/INPE



1.2 Canhão de Elétrons

1.2.1 Projeto de um canhão

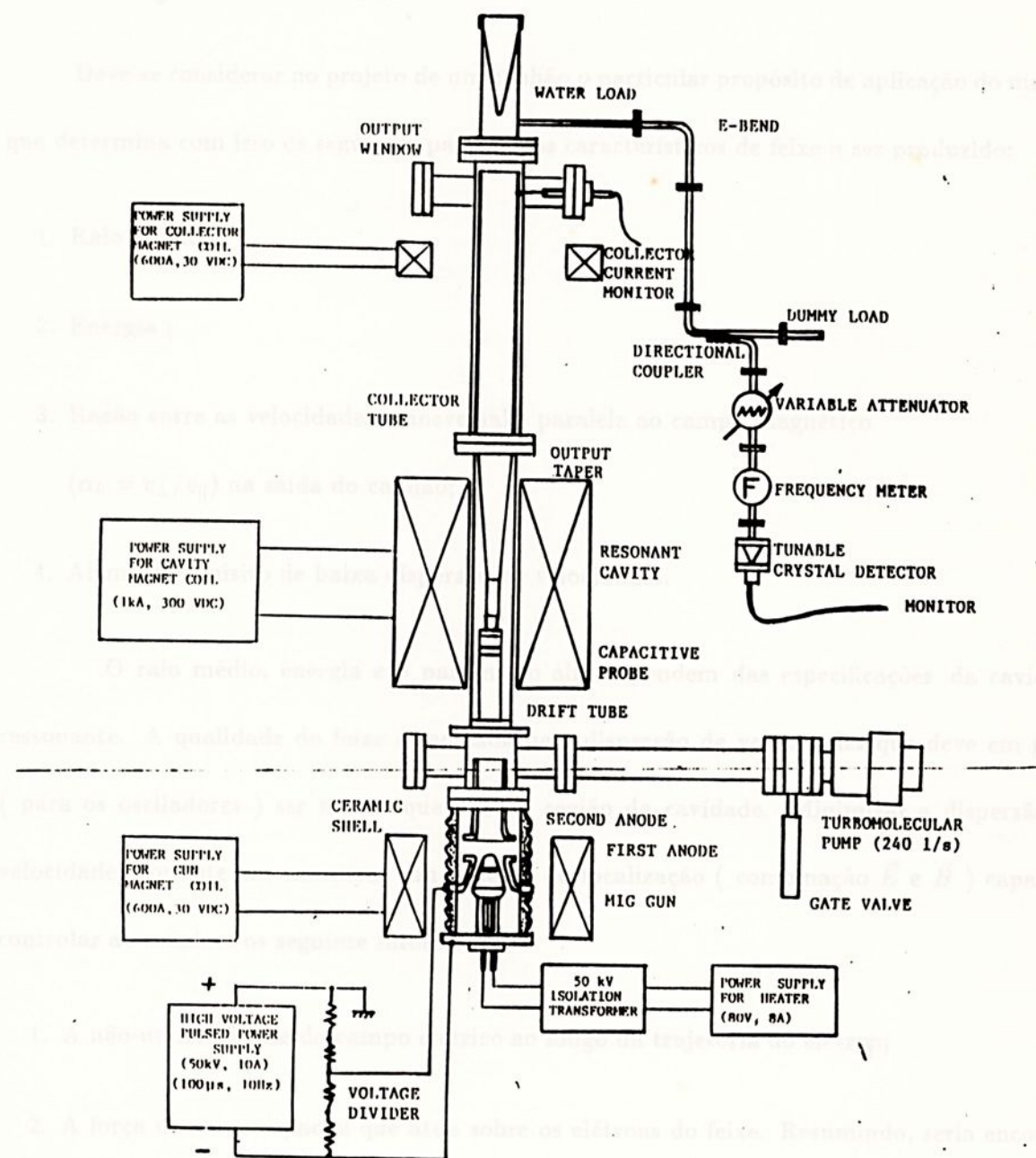


Figura 1.1. Diagrama do girotron 35 GHz do LAP/INPE

1.2 Canhão de Elétrons

1.2.1 Projeto de um canhão

Deve-se considerar no projeto de um canhão o particular propósito de aplicação do mesmo, que determina com isso os seguintes parâmetros característicos de feixe a ser produzido:

1. Raio médio ;
2. Energia ;
3. Razão entre as velocidades transversal e paralela ao campo magnético

($\alpha_k = v_{\perp}/v_{\parallel}$) na saída do canhão;

4. Além do requisito de baixa dispersão de velocidades.

O raio médio, energia e o parâmetro alfa dependem das especificações da cavidade ressonante. A qualidade do feixe é indicada pela dispersão de velocidades que deve em geral (para os osciladores) ser menor que 5 % na região da cavidade. Minimizar a dispersão de velocidades consiste em encontrar um sistema de focalização (combinação $\vec{E}$ e $\vec{B}$) capaz de controlar ao máximo os seguinte fatores:

1. A não-uniformidade do campo elétrico ao longo da trajetória do elétron;
2. A força de carga espacial que atua sobre os elétrons do feixe. Resumindo, seria encontrar a força de focalização capaz de equilibrar as forças resultantes da não- uniformidade dos campos e da carga espacial, que é de origem repulsiva.

1.2.2 Canhão CIM (Canhão injetor magnetrônico)

Um aspecto relevante no desenvolvimento do girotron como fonte de radiação milimétrica coerente de alta potência consiste na investigação de sistemas eletro-ópticos que produzam um



feixe tubular de elétrons em movimento ciclotrônico com baixa dispersão de velocidades. A maioria dos girotrons até hoje construídos empregam um canhão de elétrons denominado de canhão injetor magnetrônico, um dispositivo a campos cruzados que opera no regime de emissão limitado por temperatura. Na configuração CIM a velocidade inicial de rotação dos elétrons é predominantemente determinada pela deriva $\vec{E} \wedge \vec{B}$ na região de formação do feixe, isto é, $v_i = E_c/B_c$ onde E_c e B_c denotam, respectivamente, os campos elétrico e magnético no catodo. Com isso, em girotrons que operam com alta compressão magnética, a velocidade transversal dos elétrons na entrada da cavidade pode tornar-se desfavoravelmente elevada, o que vem acarretar reflexão do feixe na entrada da cavidade.

1.2.3 CIM x CNA (Canhão não-adiabático)

Para superar os inconvenientes apresentados pelos CIM's^{13,11,9} e objetivando-se a geração de feixes tubulares de elétrons com fluxo laminar, configurações de canhão não-adiabático serão investigadas no presente trabalho.^{6,8} Diferentemente da configuração CIM que envolve o uso de catodo cônico, no canhão não-adiabático os elétrons são extraídos paralelamente à direção do campo magnético. Os elétrons adquirem movimento ciclotrônico como resultado de efeitos não-adiabáticos durante o processo de aceleração em um campo elétrico fortemente não homogêneo. O efeito não-adiabático está ligado ao fato de que o campo elétrico radial varia rapidamente com a distância, de modo que este atinge o valor máximo numa posição aproximadamente igual ao comprimento de onda ciclotrônico $\lambda_{||} = 2\pi p_{||}/eB_k$.

1.3 Motivação do Trabalho

A motivação do trabalho está relacionada com os seguintes aspectos:

1. Facilidade na construção da superfície emissora (Fig. 1.4);



3. Simplicidade de emprego de materiais de isolamento (cerâmica - metal).

3. Facilidade de manutenção.

De fato, a estrutura montada de elétrons do canhão eletrônico é um anel circular instalado sobre uma superfície plana (Fig. 1.2); diferentemente do canhão CEM que usa uma superfície curva para a emissão de elétrons, este requer uma superfície plana para a sua construção.

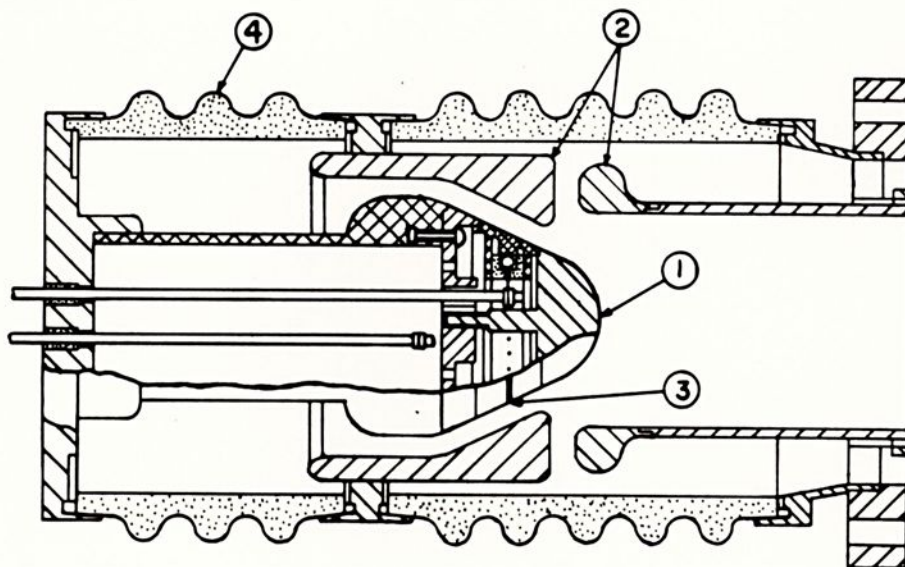


Figura 1.2. Vista em corte do canhão de elétrons do girotron- (1) catodo; (2) anodo; (3) faixa emissora; (4) isolador de cerâmica

2. Simplificação do emprego de técnicas de selagem (cerâmica - metal);

3. Facilidade de manutenção.

De fato, o elemento emissor de elétrons do canhão não-adiabático é um anel circular instalado sobre uma superfície plana (Fig.1.4), diferentemente do canhão CIM que usa uma superfície emissora cônica, onde são requeridas técnicas precisas de usinagem para a sua confecção.

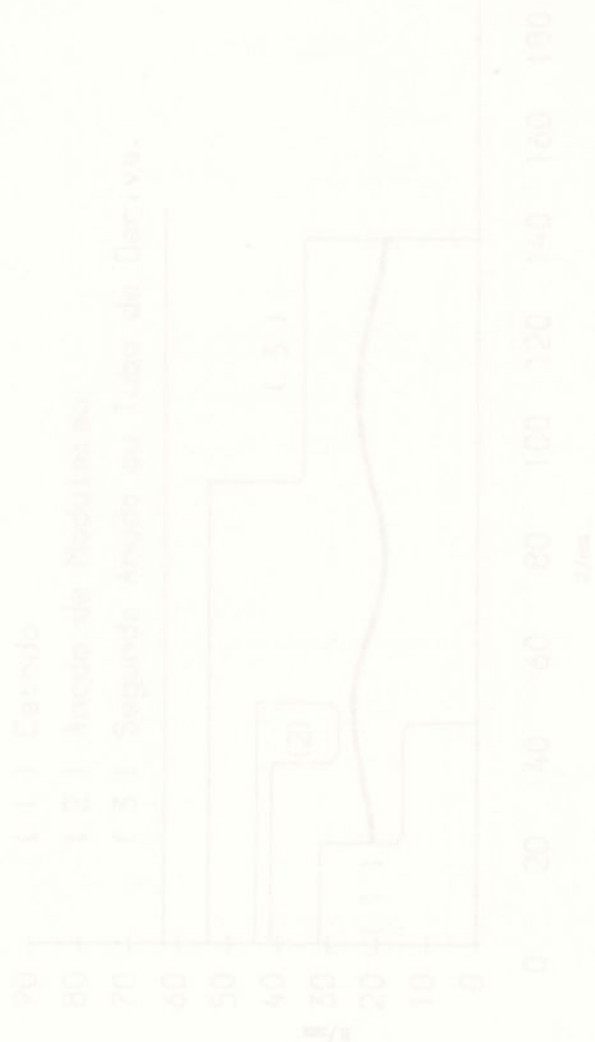


Figura 1.4. Canhão não-adiabático (1) catodo; (2) anodo de modulação; (3) segundo anodo ou tubo de deriva.

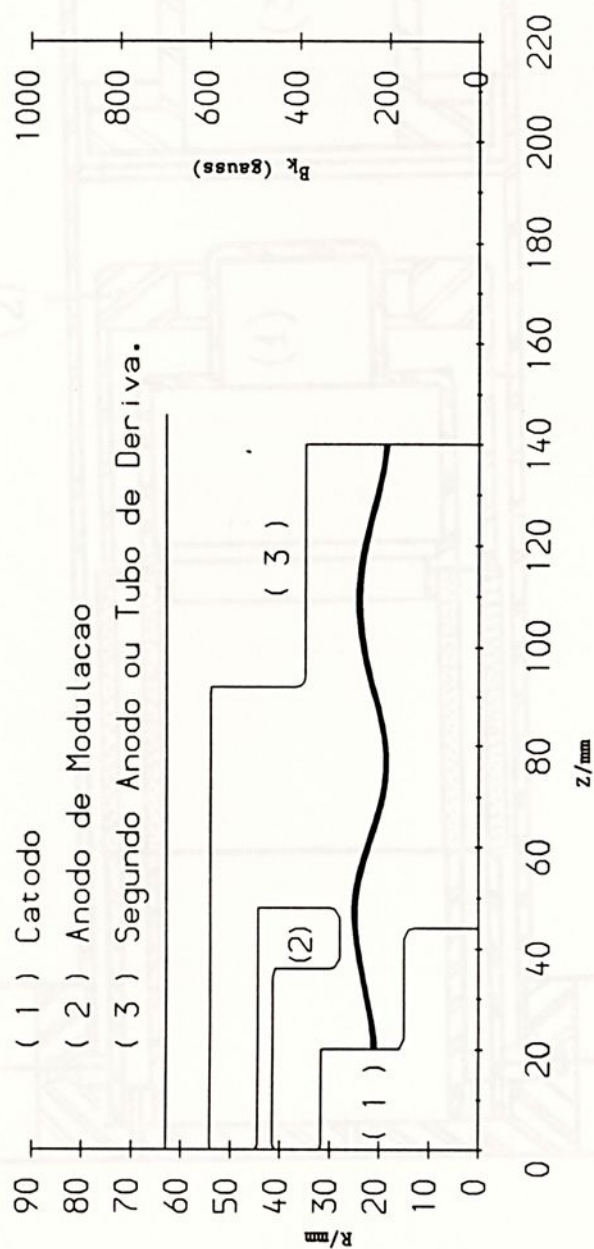


Figura 1.3. Canhão não-adiabático (1) catodo; (2) anodo de modulação; (3) segundo anodo ou tubo de deriva

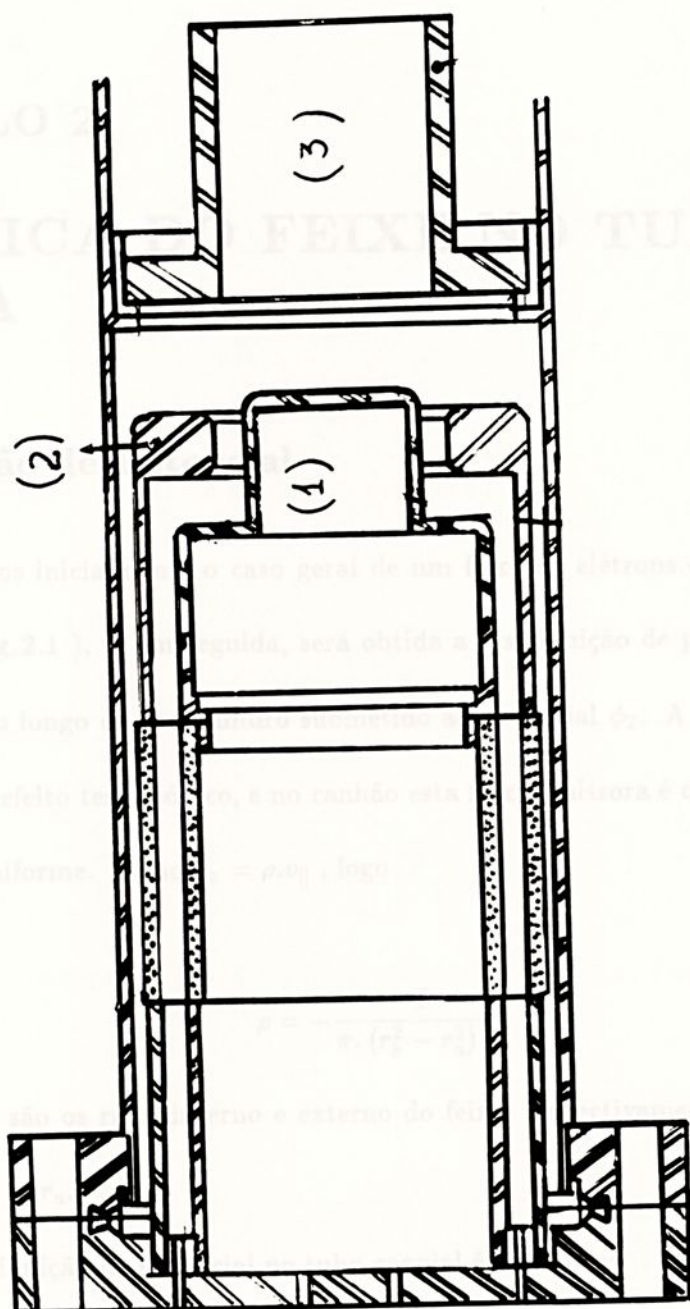


Figura 1.4. Anteprojeto de engenharia do canhão não-adiabático (1) catodo; (2) anodo de modulação; (3) segundo anodo ou tubo de deriva

CAPÍTULO 2

DINÂMICA DO FEIXE NO TUBO DE DERIVA

2.1 Redução de Potencial

Consideremos inicialmente o caso geral de um feixe de elétrons que se propaga em um tubo coaxial (Fig.2.1), e, em seguida, será obtida a distribuição de potencial para um feixe que se propaga ao longo de um cilindro submetido ao potencial ϕ_2 . A emissão de elétrons no canhão se dá por efeito termoiônico, e no canhão esta faixa emissora é capaz de emitir corrente com densidade uniforme. Como $J_z = \rho \cdot v_{||}$, logo

$$\rho = -\frac{I}{\pi \cdot (r_b^2 - r_a^2) v_{||}} \quad (2.1)$$

onde r_a e r_b são os raios interno e externo do feixe, respectivamente. Conseqüentemente $\rho = 0$ para $r_b < r < r_a$.

A distribuição de potencial no tubo coaxial é dado por:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial \left(r \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial r} \right)}{\partial r} = -\frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (2.2)$$

Onde definimos $\bar{\phi} = \phi_s + \phi_l$,^{5,10} onde ϕ_s é o potencial de carga espacial e ϕ_l corresponde ao potencial na ausência de cargas. Inicialmente, avaliaremos o potencial de carga espacial para três regiões distintas do feixe, que são:

1. Região externa ao feixe;

2. Região do feixe;

3. Região interna ao feixe.

Resolvendo a (Eq. 2.2), para o potencial ϕ_s temos

$$\frac{1}{r} \frac{\partial \left(r \frac{\partial \phi_s}{\partial r} \right)}{\partial r} = - \frac{\rho}{\epsilon_o} \quad (2.3)$$

Substituindo a Eq. 2.1 na Eq. 2.3, chegaremos a

$$\frac{d \left(r \frac{d\phi_s}{dr} \right)}{dr} = \frac{I \cdot r}{\epsilon_o \pi (r_b^2 - r_a^2) v_{||}} \quad (2.4)$$

Integrando temos:

$$\phi_s = \frac{I}{2\pi \epsilon_o v_{||} (r_b^2 - r_a^2)} \left[\frac{r^2 - r_a^2}{2} - r_a^2 \ln \frac{r}{r_a} \right] \quad (2.5)$$

Na primeira região, o potencial de carga espacial em $r = r_a$ é zero, e na segunda região é ϕ_{sb} em $r = r_b$:

$$\phi_{sb} = \frac{I}{2\pi \epsilon_o v_{||} (r_b^2 - r_a^2)} \left[\frac{r_b^2 - r_a^2}{2} - r_a^2 \ln \frac{r_b}{r_a} \right] \quad (2.6)$$

Para $r > r_b$, o feixe é visto como uma linha de carga.

A contribuição da carga total do feixe para as regiões $r > r_b$

$$\phi_s = - \frac{Q}{2\pi \epsilon_o} \ln \frac{r}{r_b} + \phi_{sb} \quad (2.7)$$

onde Q é a carga por unidade de comprimento

$$Q = -\frac{I}{v_{||}} \quad (2.8)$$

Fazendo as devidas substituições, chegaremos a :

$$\phi_s = \frac{I}{2\pi\epsilon_o v_{||}} \ln \frac{r}{r_b} + \phi_{sb} \quad (2.9)$$

Integrando a equação de Laplace

$$\frac{1}{r} \frac{d\left(r \frac{d\phi_l}{dr}\right)}{dr} = 0 \quad (2.10)$$

$$\phi_l = k_1 \ln r \Big|_{r_1}^r + k_2 \quad (2.11)$$

Logo chegaremos a

$$\phi_l = \frac{\phi_{l2} - \phi_{l1}}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \ln \frac{r}{r_1} + \phi_{l1} \quad (2.12)$$

onde ϕ_{l2} e ϕ_{l1} são constantes a serem determinadas pelas condições de contorno. Se $\phi_2 = \phi_{s2} + \phi_{l2}$, $\phi_1 = \phi_{s1} + \phi_{l1}$ e como $\phi_{s1} = 0$ desde que esta é a contribuição da carga espacial contida no feixe de raio interno r_a ao cilindro interno de raio r_1 . Logo $\phi_1 = \phi_{l1}$ e ϕ_{l2} é dado pela equação

$$\phi_{l2} = \phi_2 - \frac{I}{2\pi\epsilon_o v_{||}} \ln \frac{r_2}{r_b} - \phi_{sb} \quad (2.13)$$

Substituindo a Eq. 2.13 na Eq. 2.12, temos:

$$\phi_l = \frac{\left[\left(\phi_2 - \frac{I}{2\pi\epsilon_o v_{||}} \ln \frac{r_2}{r_b} - \phi_{sb}\right) - \phi_{l1}\right]}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \ln \frac{r}{r_1} + \phi_{l1} \quad (2.14)$$

Logo $\bar{\phi}$ na região $r_a \leq r \leq r_b$, com a soma das equações (2.5) e (2.14), será :

$$\bar{\phi} = \frac{I}{2\pi\epsilon_0 v_{||} (r_b^2 - r_a^2)} \left[\frac{r^2 - r_a^2}{2} - r_a^2 \ln \frac{r}{r_a} \right] + \frac{\left[\left(\phi_2 - \frac{I}{2\pi\epsilon_0 v_{||}} \ln \frac{r_2}{r_b} - \phi_{sb} \right) - \phi_1 \right]}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \ln \frac{r}{r_1} + \phi_1 \quad (2.15)$$

Na eletrodinâmica do feixe, parte-se do pressuposto que os elétrons deste feixe estão submetidos a esse potencial médio.

Para recuperar a solução correspondente para o tubo cilíndrico faz-se o limite $r_1 \rightarrow 0$

Quando $r_1 \rightarrow 0$ a razão $\frac{\ln \frac{r}{r_1}}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \rightarrow 1$.

Consequentemente $\bar{\phi}$, será :

$$\bar{\phi} = \frac{I}{2\pi\epsilon_0 v_{||} (r_b^2 - r_a^2)} \left[\frac{r^2 - r_a^2}{2} - r_a^2 \ln \frac{r}{r_a} \right] + \phi_2 - \frac{I}{2\pi\epsilon_0 v_{||}} \ln \frac{r_2}{r_b} - \phi_{sb} \quad (2.16)$$

Definindo uma função $g(r)$ ⁴ dada por

$$g(r) = \int_{r_a}^r dr \frac{I_r}{I_T \cdot r} \quad (2.17)$$

onde I_T é a corrente total e I_r é a corrente contida em um cilindro de raio r , isto é,

$$I_r = \int_{r_a}^r J_z r dr d\theta \quad (2.18)$$

Na região do feixe, temos:

$$g(r) = \frac{\pi J_z}{I_T} \left\{ \frac{r^2 - r_a^2}{2} - r_a^2 \ln \frac{r}{r_a} \right\} \quad (2.19)$$

Potencial na região interna ao feixe, quando $r_1 \rightarrow 0$, a equação (2.12)

se reduz a:

$$\phi_l = \phi_{l2} \quad (2.20)$$

Enquanto que a Eq. 2.13 se reduz a:

$$\phi_{l2} = \phi_l = \phi_2 - \frac{I_T}{2\pi\epsilon_0 v_{||}} \left\{ \ln \frac{r_2}{r_b} + \frac{\pi J_z}{I_T} \left[\frac{r_b^2 - r_a^2}{2} - r_a^2 \ln \frac{r_b}{r_a} \right] \right\} \quad (2.21)$$

Ou ainda pode-se escrever:

$$\phi_l = \phi_2 - \frac{I_T}{2\pi\epsilon_0 v_{||}} \left\{ \ln \frac{r_2}{r_b} + g(r_b) \right\} \quad (2.22)$$

A equação (2.22) fornece a distribuição de potencial na região interna ao feixe

($r \leq r_a$).

Para a distribuição de potencial no feixe, dada por $\bar{\phi}$, e da Eq. 2.19 lembrando que

$J_z = \frac{I}{\pi(r_b^2 - r_a^2)}$, teremos:

$$\bar{\phi} = -\frac{I_T}{2\pi\epsilon_0 v_{||}} \left\{ g(r_b) - g(r) + \ln \frac{r_2}{r_b} \right\} \quad (2.23)$$

Para a região externa ao feixe, temos:

$$\phi = \phi_s + \phi_l = \bar{\phi} \quad (2.24)$$

Onde ϕ_s e ϕ_l , são dadas pelas equações(2.9) e (2.12)

$$\phi = -\frac{I_T}{2\pi\epsilon_0 v_{||}} \ln \frac{r_2}{r} + \phi_2 \quad (2.25)$$

O potencial nas três regiões é dado como

$$\bar{\phi} - \phi_2 = -\frac{I_T}{2\pi\epsilon_0 v_{||}} \begin{cases} g(r_b) + \ln \frac{r_2}{r_b}, & 0 < r \leq r_a \\ g(r_b) - g(r) + \ln \frac{r_2}{r_b}, & r_a \leq r \leq r_b \\ \ln \frac{r_2}{r}, & r_b \leq r \leq r_2 \end{cases} \quad (2.26)$$

Abaixo são apresentadas as tabelas dos valores dos potenciais calculados analiticamente e por simulação (programa SLAC²):

Tabela 2.1. Tabela da distribuição de potenciais para um feixe com corrente de 10 A

r [cm]	$\bar{\phi}$ [V] (calculado)	$\bar{\phi}$ [V] (SLAC)	região	B_k [kG]
1,000	49127,25	48714,77	interna ao feixe	0,7
1,889	49149,71	48894,70	no feixe	
2,050	49256,27	48970,21	externa ao feixe	

Tabela 2.2. Tabela da distribuição de potenciais para um feixe com corrente de 5 A

r [cm]	$\bar{\phi}$ [V] (calculado)	$\bar{\phi}$ [V] (SLAC)	região	B_k [kG]
1,0	49566,30	49154,81	interna ao feixe	0,7
1,888	49579,07	49329,05	no feixe	
2,05	49623,78	49356,37	externa ao feixe	

2.2 Força de Carga Espacial

No que se segue, somente as regiões, externa e a do feixe, são de interesse. Faremos a suposição que os elétrons mais externos deste feixe viajam sob a ação das cargas espaciais dos elétrons mais internos. Consequentemente estes elétrons estão submetidos ao potencial de uma linha de carga, que ocupa com relação ao eixo do canhão uma posição de equilíbrio r_o , dada pela equação abaixo:

$$\phi = a \ln \frac{r}{r_o} + b \tag{2.27}$$

Na posição de equilíbrio r_o , o potencial médio b , é dado por:

$$(\bar{\phi} - \phi_2)_{r_o} = -\frac{I_T}{2\pi\epsilon_o v_{||}} \left\{ g(r_b) - g(r_o) + \ln \frac{r_2}{r_b} \right\} \quad (2.28)$$

Onde a função $g(r_o) = \frac{\pi J_z}{l} \left\{ \frac{r_o^2 - r_a^2}{2} - r_a^2 \ln \frac{r_o}{r_a} \right\}$ e que também $a \ln \frac{r}{r_o} + b$ em r_o é

$$(\bar{\phi} - \phi_2)_{r_o} = b, \text{ então:} \quad (2.29)$$

$$b = -\frac{I_T}{2\pi\epsilon_o v_{||}} \left\{ g(r_b) - g(r_o) + \ln \frac{r_2}{r_b} \right\} \quad (2.29)$$

O campo elétrico numa posição r é dado por:

$$\frac{\partial \phi}{\partial r} = \frac{a}{r} \quad (2.30)$$

Como na posição de equilíbrio $r = r_o$, temos:

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial r} \right)_{r_o} = \left(\frac{\partial (\bar{\phi} - \phi_2)}{\partial r} \right)_{r_o} \quad (2.31)$$

Conseqüentemente efetuando a derivada parcial da Eq. 2.31, chegaremos a :

$$a = \frac{-J_z}{2\epsilon_o v_{||}} (r_o^2 - r_a^2) \quad (2.32)$$

Como já foi dito, o feixe de elétrons deve se propagar ao longo do tubo de deriva sob o efeito das cargas espaciais dos elétrons mais internos. Nas regiões externa e ao feixe, o potencial médio é dado por

$$\phi = \frac{-J_z}{2\epsilon_o v_{||}} \left\{ r_o^2 - r_a^2 \right\} \ln \frac{r}{r_o} - \frac{I_T}{2\pi\epsilon_o v_{||}} \left\{ g(r_b) - g(r_o) + \ln \frac{r_2}{r_b} \right\} \quad (2.33)$$

O campo de carga espacial é de origem repulsiva e é dado por:

$$\frac{\partial \phi}{\partial r} = -\frac{J_z}{2\epsilon_o v_{||}} \left\{ r_o^2 - r_a^2 \right\} \frac{d \left(\ln \frac{r}{r_o} \right)}{dr} \quad (2.34)$$

Derivando o termo logarítmico da equação (2.34), chegaremos a equação do campo elétrico de carga espacial

$$E_{\rho} = \frac{J_z}{2\epsilon_0 v_{||}} \left\{ r_o^2 - r_a^2 \right\} \frac{1}{r} \tag{2.35}$$

Lembrando que $F_{\rho}(r) = -eE_{\rho}(r)$, chegamos à equação da força de carga espacial.

Abaixo é apresentado uma tabela dos campos elétricos que atuam sobre os elétrons no tubo de deriva.

Tabela 2.3. Comparação entre os campos elétricos calculados analiticamente e numericamente pelo programa SLAC na posição $z = 140$ no tubo de deriva

r_o [cm]	r_a [cm]	r [cm]	$E_{\rho}(r)$ [V/mm] (calculado)	$E_{\rho}(r)$ [V/mm] (SLAC)	B_k [kG]	I A
1,899	1,762	1,889	38,73	50,00	0,7	10
1,913	1,763	1,888	21,30	38,00		5

Na distribuição de potencial no tubo de deriva, partimos da suposição que o feixe fosse retilíneo e imerso em um campo magnético suficientemente intenso para que o momento transversal seja conservado (Fig.2.1). Tais hipóteses nos habilitam a calcular analiticamente a distribuição de potencial no interior do tubo, também como a corrente limite que poderá propagar-se no tubo de deriva. A seguir apresentamos uma tabela dos valores dos campos elétricos, calculados e simulados, em um canhão onde foi aplicado um campo magnético de 4,0 kG. Podemos observar para esta condição uma melhor concordância entre os resultados.

Tabela 2.4. Comparação entre os campos elétricos calculados analiticamente e numericamente pelo programa SLAC na posição $z = 140$ no tubo de deriva

r_o [cm]	r_a [cm]	r [cm]	$E_\rho(r)$ [V/mm] (calculado)	$E_\rho(r)$ [V/mm] (SLAC)	B_k [kG]	I A
2,080	1,925	2,02	44,83	46,69	4,0	10
2,110	1,924	2,21	24,76	28,05		5

2.3 Corrente Limite

Considera-se que o feixe de elétrons ao ser injetado no tubo de deriva seja monoenergético

com razão de velocidades $\alpha_o = \frac{v_{\perp o}}{v_{\parallel o}}$ e com fator relativístico γ_o :

$$\gamma_o = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_o^2}{c^2}}} \quad (2.36)$$

Onde $v_{\perp o}^2 + v_{\parallel o}^2 = v_o^2$. A dinâmica do feixe no interior do tubo é descrita pela equação

relativista de Einstein

$$\varepsilon_k = \frac{m_o c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - \varepsilon_o \quad (2.37)$$

onde

$$\varepsilon_o = \frac{m_o c^2}{\sqrt{1 - \frac{v_o^2}{c^2}}} \quad (2.38)$$

Logo

$$\varepsilon_k = \frac{m_o c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - \frac{m_o c^2}{\sqrt{1 - \frac{v_o^2}{c^2}}} \quad (2.39)$$

$$\varepsilon_k = \gamma m_o c^2 - \gamma_o m_o c^2 \quad (2.40)$$



onde

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (2.41)$$

Pelo princípio da conservação da energia tem-se que $\varepsilon_{total} = e\phi_2 = \varepsilon_k + e\bar{\phi}$

$$\gamma - \gamma_o = \frac{-e |(\bar{\phi} - \phi_2)|}{m_o c^2} \quad (2.42)$$

$$\gamma = \gamma_o - \frac{e |(\bar{\phi} - \phi_2)|}{m_o c^2} \quad (2.43)$$

Se agora considerarmos que a força perpendicular média em um período de giro é nula, logo o momento perpendicular se conserva:

$$\gamma m_o v_{\perp} = \gamma_o m_o v_{\perp o} \quad (2.44)$$

$$v_{\perp} = \frac{\gamma_o v_{\perp o}}{\gamma} \quad (2.45)$$

Substituindo 2.43 em 2.35, temos:

$$1 - \frac{\gamma_o^2 v_{\perp o}^2}{\gamma^2 c^2} - \frac{1}{\gamma^2} = \frac{v_{\parallel}^2}{c^2} \quad (2.46)$$

Se ainda podemos escrever $\gamma_o = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(v_{\perp o}^2 + v_{\parallel o}^2)}{c^2}}}$, então chegaremos a:

$$\frac{-1}{\gamma_o^2} + 1 - \frac{v_{\parallel o}^2}{c^2} = \frac{v_{\perp o}^2}{c^2} \quad (2.47)$$

Substituindo a Eq. 2.47 na Eq. 2.46, temos:



$$1 - \frac{\gamma_o^2}{\gamma^2} \left(\frac{-1}{\gamma_o^2} + 1 - \frac{v_{||o}^2}{c^2} \right) - \frac{1}{\gamma^2} = \frac{v_{||}^2}{c^2} \quad (2.48)$$

Elevando ao quadrado os termos da equação 2.43, chegaremos a:

$$\gamma^2 = \gamma_o^2 \left[1 - \frac{e |(\bar{\phi} - \phi_2)|}{m_o \gamma_o c^2} \right]^2 \quad (2.49)$$

Logo

$$c \left[1 - \frac{\gamma_o^2}{\gamma_o^2 \left[1 - \frac{e |(\bar{\phi} - \phi_2)|}{m_o \gamma_o c^2} \right]^2} \left[1 - \frac{v_{||o}^2}{c^2} \right] \right]^{1/2} = v_{||} \quad (2.50)$$

$$v_{||} = c \left[1 - \frac{1 - \frac{v_{||o}^2}{c^2}}{\left[1 - \frac{e |(\bar{\phi} - \phi_2)|}{m_o \gamma_o c^2} \right]^2} \right]^{1/2} \quad (2.51)$$

Ou ainda podemos escrever

$$\beta_{||}^2 = 1 - \frac{\gamma_o^2}{\gamma^2} (1 - \beta_o^2) \quad (2.52)$$

Note-se que quanto mais intensa a corrente do feixe, melhor se torna o fator relativístico γ , conseqüentemente o potencial de aceleração $\bar{\phi}$ fica reduzido. Esta equação também indica que uma parte da energia cinética de translação é transformada em energia de rotação. A diferença de potencial responsável pela energia do feixe é calculado em função do potencial médio, onde se supõe que o feixe ocupa uma posição de equilíbrio (r_o) em relação ao eixo

de simetria do tubo, ou seja, $\Delta|\bar{\phi} - \phi_2| = (\text{potencial médio} - \text{potencial na posição do elétron externo}) - (\text{potencial na posição do elétron externo} - \text{potencial na parede})$ (2.50)

A diferença de potencial $\bar{\phi} - \phi_2$ será:

$$\bar{\phi} - \phi_2 = \frac{-I}{2\pi\epsilon v_{||}} \left[g(r_b) - g(r_o) + \ln \frac{r_2}{r_b} - g(r_b) + g(r_b) - \ln \frac{r_2}{r_b} \right] \quad (2.53)$$

A corrente é definida como:

$$g(r_b) - g(r_o) = \frac{\pi J_z}{I_T} \left[\frac{r_b^2 - r_o^2}{2} - r_a^2 \ln \frac{r_b}{r_o} \right] \quad (2.54)$$

Dividindo por $\frac{r_b^2 - r_a^2}{r_b^2 - r_a^2}$, chegaremos a:

$$\frac{\pi J_z (r_b^2 - r_a^2)}{2I_T} \left[\frac{r_b^2 - r_o^2}{r_b^2 - r_a^2} - 2 \frac{r_a^2}{r_b^2 - r_a^2} \ln \frac{r_b}{r_o} \right] = \frac{1}{2} \left[\frac{r_b^2 - r_o^2}{r_b^2 - r_a^2} - 2 \frac{r_a^2}{r_b^2 - r_a^2} \ln \frac{r_b}{r_o} \right] = g(r_b) - g(r_o) \quad (2.55)$$

Conseqüentemente, podemos escrever $\bar{\phi} - \phi_2$ como sendo:

Desde que $I_T = N_e q_e v_{||}$, logo a equação 2.51 pode ser escrita como:

$$\bar{\phi} - \phi_2 = \frac{-I_T}{4\pi\epsilon_o v_{||}} \left[\frac{r_b^2 - r_o^2}{r_b^2 - r_a^2} - 2 \frac{r_a^2}{r_b^2 - r_a^2} \ln \frac{r_b}{r_o} \right] \quad (2.56)$$

Para o elétron externo e a parede, temos:

A corrente limite pode ser encontrada como sendo:

$$\bar{\phi} - \phi_2 = \frac{-I_T}{2\pi\epsilon_o v_{||}} \left[g(r_b) - g(r_b) + \ln \frac{r_2}{r_b} - \ln \frac{r_2}{r_2} \right] \quad (2.57)$$

$$\bar{\phi} - \phi_2 = \frac{I_T}{4\pi\epsilon_o v_{||}} \left(2 \ln \frac{r_2}{r_b} \right) \quad (2.58)$$

Subtraindo a Eq. 2.56 da 2.58, chegaremos a:

Isolando N_e , chegaremos a:

$$\left| (\bar{\phi} - \phi_2) \right| = \frac{-I_T}{4\pi\epsilon_o v_{||}} \left[\frac{r_b^2 - r_o^2}{r_b^2 - r_a^2} - 2 \frac{r_a^2}{r_b^2 - r_a^2} \ln \frac{r_b}{r_o} + 2 \ln \frac{r_2}{r_b} \right] \quad (2.59)$$

Definindo a constante $G^{3,15,7}$ como sendo

$$G = \left[\frac{r_b^2 - r_o^2}{r_b^2 - r_a^2} - 2 \frac{r_a^2}{r_b^2 - r_a^2} \ln \frac{r_b}{r_o} + 2 \ln \frac{r_2}{r_b} \right] \quad (2.60)$$

Então a equação 2.57 reduz a:

$$\left| (\bar{\phi} - \phi_2) \right| = \frac{-I_T \cdot G}{4\pi\epsilon_o v_{||}} \quad (2.61)$$

A corrente é definida como:

$$I_T = N_b \cdot e \cdot v_{||} = N_b \cdot e \cdot c \cdot \left[1 - \frac{\gamma_o^2 (1 - \beta_{||o}^2)}{\left[\gamma_o - \frac{e \cdot (\bar{\phi} - \phi_2)}{m_o c^2} \right]^2} \right]^{1/2} \quad (2.62)$$

$$I_T = N_b \cdot e \cdot c \cdot \left[1 - \frac{\gamma_o^2 (1 - \beta_{||o}^2)}{\left[\gamma_o - \frac{e \cdot I_T \cdot G}{m_o c^2 \cdot 4\pi\epsilon_o v_{||}} \right]^2} \right]^{1/2} \quad (2.63)$$

Desde que $I_T = N_b \cdot e \cdot v_{||}$, logo a equação 2.61 pode ser escrita como:

$$I_T = N_b \cdot e \cdot c \cdot \left[1 - \frac{\gamma_o^2 (1 - \beta_{||o}^2)}{\left[\gamma_o - \frac{e^2 \cdot N_b \cdot G}{m_o c^2 \cdot 4\pi\epsilon_o} \right]^2} \right]^{1/2} \quad (2.64)$$

A corrente limite pode ser encontrada como sendo:

$$\frac{\partial I_T}{\partial N_b} = 0 \quad (2.65)$$

$$1 - \frac{\gamma_o^2 (1 - \beta_{||o}^2)}{\left[\gamma_o - \frac{e^2 \cdot N_b \cdot G}{m_o c^2 \cdot 4\pi\epsilon_o} \right]^2} = \frac{N_b \cdot e^2 \cdot G}{m_o c^2 \cdot 4\pi\epsilon_o} \frac{\gamma_o^2 (1 - \beta_{||o}^2)}{\left[\gamma_o - \frac{e^2 \cdot N_b \cdot G}{m_o c^2 \cdot 4\pi\epsilon_o} \right]^3} \quad (2.66)$$

Isolando N_{bl} , chegaremos a:

$$N_{bl} = \frac{4\pi\epsilon_o m_o c^2 \gamma_o}{e^2 G} \left[1 - (1 - \beta_{||o}^2)^{1/3} \right] \quad (2.67)$$

Desde que podemos escrever

$$\gamma = \gamma_o - \frac{eI_T G}{4\pi\epsilon_o v_{||} m_o c^2} \quad (2.68)$$

$$\gamma = \gamma_o - \frac{e^2 N_b G}{4\pi\epsilon_o m_o c^2} \quad (2.69)$$

Substituindo N_b por N_{bl} , chegaremos a:

$$\gamma_l = \gamma_o \left[1 - \left(1 - \beta_{||o}^2 \right)^{1/3} \right] \quad (2.70)$$

Substituindo γ_l por γ na equação 2.49, chegaremos a:

$$v_{||l} = c \left[1 - \left(1 - \frac{v_{||o}^2}{c^2} \right)^{1/3} \right]^{1/2} \quad (2.71)$$

Finalmente a corrente limite será:

$$I_l = N_{bl} \cdot e \cdot v_{||l} \quad (2.72)$$

$$I_l = e \cdot \frac{4\pi\epsilon_o m_o c^2 \gamma_o}{e^2 G} \left[1 - \left(1 - \beta_{||o}^2 \right)^{1/3} \right] c \left[1 - \left(1 - \frac{v_{||o}^2}{c^2} \right)^{1/3} \right]^{1/2} \quad (2.73)$$

$$I_l = e \cdot \frac{4\pi\epsilon_o m_o c^3 \gamma_o}{e G} \left[1 - \left(1 - \beta_{||o}^2 \right)^{1/3} \right]^{3/2} \quad (2.74)$$

Ou ainda, como sendo:

$$I_l = 1,707 \times 10^4 \frac{\gamma_o}{G} \left[1 - \left(1 - \beta_{||o}^2 \right)^{1/3} \right]^{3/2} \quad (2.75)$$

A equação 2.75 expressa a corrente máxima que pode se propagar em um tubo, sem que o elétrons do feixe sofram reflexão. O problema que ocorre quando surge reflexão do feixe é o aumento da dispersão das velocidades. Disto podemos também lembrar que ao projetar um canhão deve-se levar em conta que a corrente de operação do mesmo seja muito menor do que a corrente limite. O caso ideal de campo magnético aplicado (4,0 kG), nos leva ao valor de corrente limite ($I_l = 430,0 \text{ A}$), que é bem alto com relação a corrente de operação do canhão.



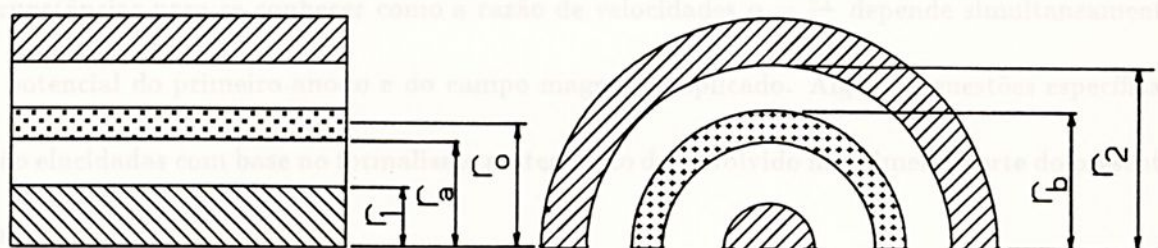
Figura 2.1. Feixe propagando-se em um tubo coaxial, r_1 : raio do cilindro interno, r_2 : raio interno do feixe, r_3 : raio de equilíbrio do feixe, r_4 : raio externo do feixe, r_5 : raio do cilindro externo

CAPÍTULO 3

CANHÃO NÃO-ADIBÁTICO

3.1 Introdução

São investigadas as propriedades do canhão não-adiabático, com ênfase na dependência da velocidade dos elétrons do feixe. As características de operação serão exploradas em relação ao comprimento de onda de corte e ao campo elétrico de equilíbrio.



3.2 Formalismo e Equações Básicas

A variação do momento da viciosa durante um período de trânsito, através de qualquer região $E_z \neq 0$ e $B_z \neq 0$, pode ser encontrada pela equação de Lorentz¹²

$$\frac{d\gamma}{dt} = -\gamma (\beta + \beta^2 \beta) \quad (3.1)$$

Figura 2.1. Feixe propagando-se em um tubo coaxial, r_1 : raio do cilindro interno, r_a : raio interno do feixe, r_o : raio de equilíbrio do feixe, r_b : raio externo do feixe, r_2 : raio do cilindro externo

CAPÍTULO 3

CANHÃO NÃO-ADIABÁTICO

3.1 Introdução

Serão investigadas as propriedades do canhão não-adiabático como também a dispersão das velocidades dos elétrons do feixe. As características de operação serão exploradas em várias circunstâncias para se conhecer como a razão de velocidades $\alpha = \frac{v_{\perp}}{v_{\parallel}}$ depende simultaneamente do potencial do primeiro anodo e do campo magnético aplicado. Algumas questões específicas serão elucidadas com base no formalismo matemático desenvolvido na primeira parte do presente capítulo.

3.2 Formalismo e Equações Básicas

A variação do momento do elétron durante um período de trânsito, através de qualquer região $E_r \neq 0$ e $B_r \neq 0$, pode ser encontrado pela equação de Lorentz¹²

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = -e (\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}) \quad (3.1)$$

onde $\vec{E}$ e $\vec{B}$ são os campos elétrico e magnético aplicados aos elétrons do feixe.

Multiplicando escalarmente por $\vec{p}$, temos

$$\vec{p} \cdot \frac{d\vec{p}}{dt} = -e\vec{E} \cdot \vec{p} - e\vec{p} \cdot (\vec{v} \wedge \vec{B}) \quad (3.2)$$

onde $\vec{p} = \gamma m_o \vec{v}$

Substituindo a Eq. 3.2 na Eq. 3.2, temos:

$$\frac{dp^2}{dt} = -2e\vec{p} \cdot \vec{E} \quad (3.3)$$

Podemos ainda escrever separadamente as componentes

Substituindo a Eq. 3.10 na Eq. 3.3 e integrando no tempo, temos:

$$\frac{d(\gamma^2 v_{\perp}^2)}{dt} = -2\eta\gamma v_r E_r \quad (3.4)$$

Esta equação mostra a variação da energia cinética transversal de um elétron durante a aceleração.

$$\frac{d(\gamma^2 v_z^2)}{dt} = -2\eta\gamma v_z E_z \quad (3.5)$$

onde $\eta = \frac{e}{m_o}$

Desenvolvendo $\vec{E} \cdot \vec{p}$ em coordenadas cilíndricas, temos:

$$\vec{E} \cdot \vec{p} = - \left\{ \frac{\partial V}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \vec{e}_{\theta} + \frac{\partial V}{\partial z} \vec{e}_z \right\} \gamma m_o \left\{ \dot{r} \vec{e}_r + r \dot{\theta} \vec{e}_{\theta} + \dot{z} \vec{e}_z \right\} \quad (3.6)$$

Como $(\vec{E} \cdot \vec{p}) = -\gamma m_o \frac{dV}{dt}$, e integrando no tempo, temos:

$$\vec{E} \cdot \vec{p} = -\gamma m_o \frac{dV}{dt} \quad (3.7)$$

Combinando a Eq. 3.7 com a equação de energia de Einstein

Notando que

$$\epsilon_k = \frac{m_o c^2}{\sqrt{1 + \frac{v^2}{c^2}}} - \epsilon_o \quad (3.8)$$

e substituindo as Eqs. 3.11 e 3.12 em Eq. 3.13 chega-se a:

e observando que a energia cinética de repouso é zero, e que no mesmo sistema a energia cinética provém do trabalho feito pelo campo $\vec{E}$ ($\epsilon_k = -eV$), chega-se então a

$$\gamma = 1 + \frac{e.V}{m_o.c^2} \quad (3.9)$$

onde $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$

Substituindo a Eq. 3.9 na Eq. 3.7, temos:

$$\vec{E} \cdot \vec{p} = -m_o \frac{dV}{dt} \left\{ 1 + \frac{e.V}{m_o.c^2} \right\} \quad (3.10)$$

Substituindo a Eq. 3.10 na Eq. 3.3, e integrando no tempo, temos:

$$p^2 \Big|_a^b = 2em_o \left\{ V \Big|_a^b + \frac{V^2}{2V_o} \Big|_a^b \right\} \quad (3.11)$$

Esta equação mostra a variação do momento transverso de um elétron durante o trânsito entre duas regiões.

Retornando a Eq. 3.1, multiplicando escalarmente por $\vec{p}_z$, temos:

$$\vec{p}_z \cdot \frac{d\vec{p}}{dt} = -e\vec{p}_z \cdot \vec{E} - e\vec{p}_z \cdot (\vec{v} \wedge \vec{B}) \quad (3.12)$$

Como $(\vec{v} \wedge \vec{B}) = -v_\theta B_r \vec{e}_z$ e integrando no tempo, temos:

$$p_z^2 \Big|_a^b = -2em_o \int_a^b \gamma E_z dz + 2em_o \int_a^b \gamma v_\theta B_r dz \quad (3.13)$$

Notando que

$$p^2 = p_\perp^2 + p_z^2 \quad (3.14)$$

e substituindo as Eqs. 3.11 e 3.13 em Eq. 3.14 chega-se a:

$$p_{\perp}^2 \Big|_a^b = 2em_o \left\{ V \Big|_a^b + \frac{V^2}{2V_o} \Big|_a^b + \int_a^b \gamma (E_z - v_{\theta} B_r) dz \right\} \quad (3.15)$$

que expressa a variação do momento transverso do elétron em termos dos campos.

Com o auxílio da equação 3.4 e, com Figs.3.2-3.8

3.3 Estudo Paramétrico da Dispersão

3.3.1 Dispersão de Velocidades

A dispersão aqui é definida como sendo o desvio padrão normalizado pelo valor médio da velocidade em porcentagem

$$\frac{\delta v_{\perp}}{\bar{v}_{\perp}} = \frac{100 \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (v_{\perp i} - \bar{v}_{\perp})^2}{N}}}{\bar{v}_{\perp}} (\%) \quad (3.16)$$

Analogamente isto é definido para as velocidades paralelas.

3.3.2 Campo magnético $B = 0,7 \text{ kG}$

A Fig.3.1 mostra a dispersão das velocidades transversais calculadas na seção de saída do canhão. Este gráfico tem por finalidade mostrar-nos a eficiência do sistema de focalização. No projeto do canhão (Cap. 1), foram apresentados alguns dos objetivos a serem alcançados, como também a necessidade de controlar:

1. a não-uniformidade do campo sentido pelos elétrons do feixe;
2. a força de carga espacial.

O entendimento da ação dos campos, determinados pela corrente e pelo potenciais e campo magnético aplicados, é essencial para se proceder ao estudo de minimização da dispersão de velocidades. A necessidade de formular conclusões gerais torna o estudo da dispersão de



velocidades um tema complexo. De fato, a dispersão ao longo da direção axial tem um comportamento difícil de ser previsto como resultado da combinação dos campos elétrico, magnético e de carga espacial.

Voltando à Fig. 3.1, observamos os limites de potenciais de trabalho, que dependem da corrente de operação e do sistema de focalização aplicado. O limite superior ocorre para alto valor de potencial aplicado ao anodo de modulação e que vem acarretar interceptação do feixe pelo anodo. O limite inferior ocorre quando a corrente de operação do canhão torna-se maior que a corrente máxima que pode ser extraída da superfície emissora, dada pela lei de Child, que para o diodo plano é expressa por

$$J = 2,335 \times 10^{-6} \frac{V^{3/2}}{x^2} \quad (3.17)$$

onde a corrente $I \cong 13,35 \text{ A}$ é a máxima que pode ser extraída. O termo $2,335 \times 10^{-6} \frac{\text{A}}{\text{x}^2} = K$ é definido como a perveância do canhão, e "x" a separação entre catodo e anodo. A perveância somente varia quando a geometria do canhão é alterada.

Para explicar o entrelaçamento das curvas de dispersão da Fig. 3.1, nos concentraremos nos valores de potenciais $V_a = 23 \text{ kV}$ e $V_a = 30 \text{ kV}$, para os quais a corrente de 5 A apresenta valores de dispersão menor e maior do que aqueles correspondentes à corrente de 10 A , respectivamente. As Figs. 3.2 - 3.15 nos dá uma idéia dos campos sentidos pelos elétrons ao longo do eixo do canhão, também como as velocidades transversais, paralelas, radiais, e angulares de três elétrons representativos do feixe.

Figura 3.1. Dispersão das velocidades transversais, calculada na posição $z = 140 \text{ mm}$
canhão: $B = 0,7 \text{ kG}$, $I = 5 \text{ A}$ e $I = 10 \text{ A}$

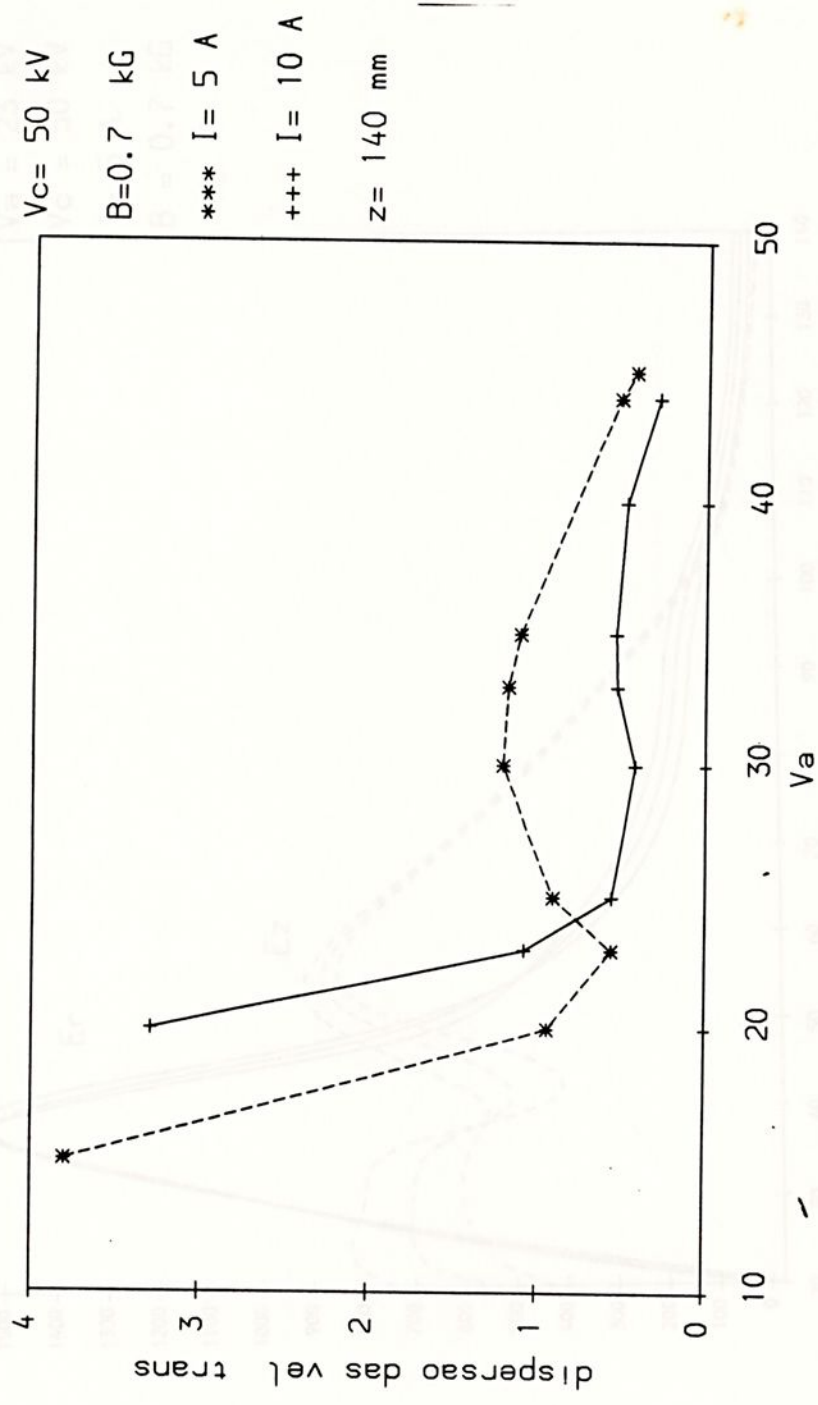


Figura 3.1. Dispersão das velocidades transversais, calculada na posição $z = 140 \text{ mm}$
 canhão: $B = 0,7 \text{ kG}$, $I = 5 \text{ A}$ e $I = 10 \text{ A}$

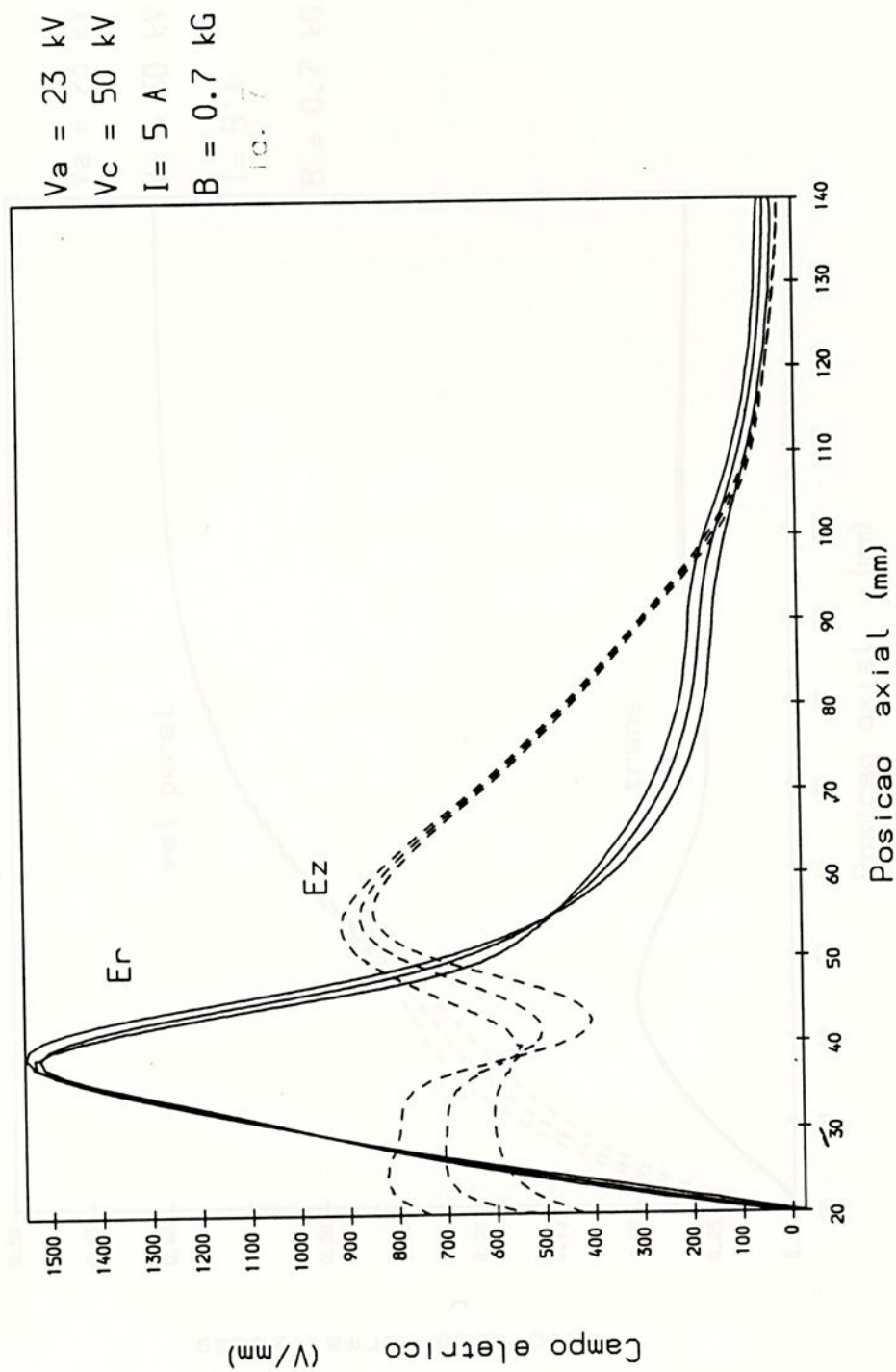


Figura 3.2. Campos elétricos radial e axial, sentidos pelos elétrons, ao longo da direção axial do canhão: $V_a = 23 \text{ kV}$, $V_c = 50 \text{ kV}$, $I = 5 \text{ A}$ e $B = 0,7 \text{ kG}$

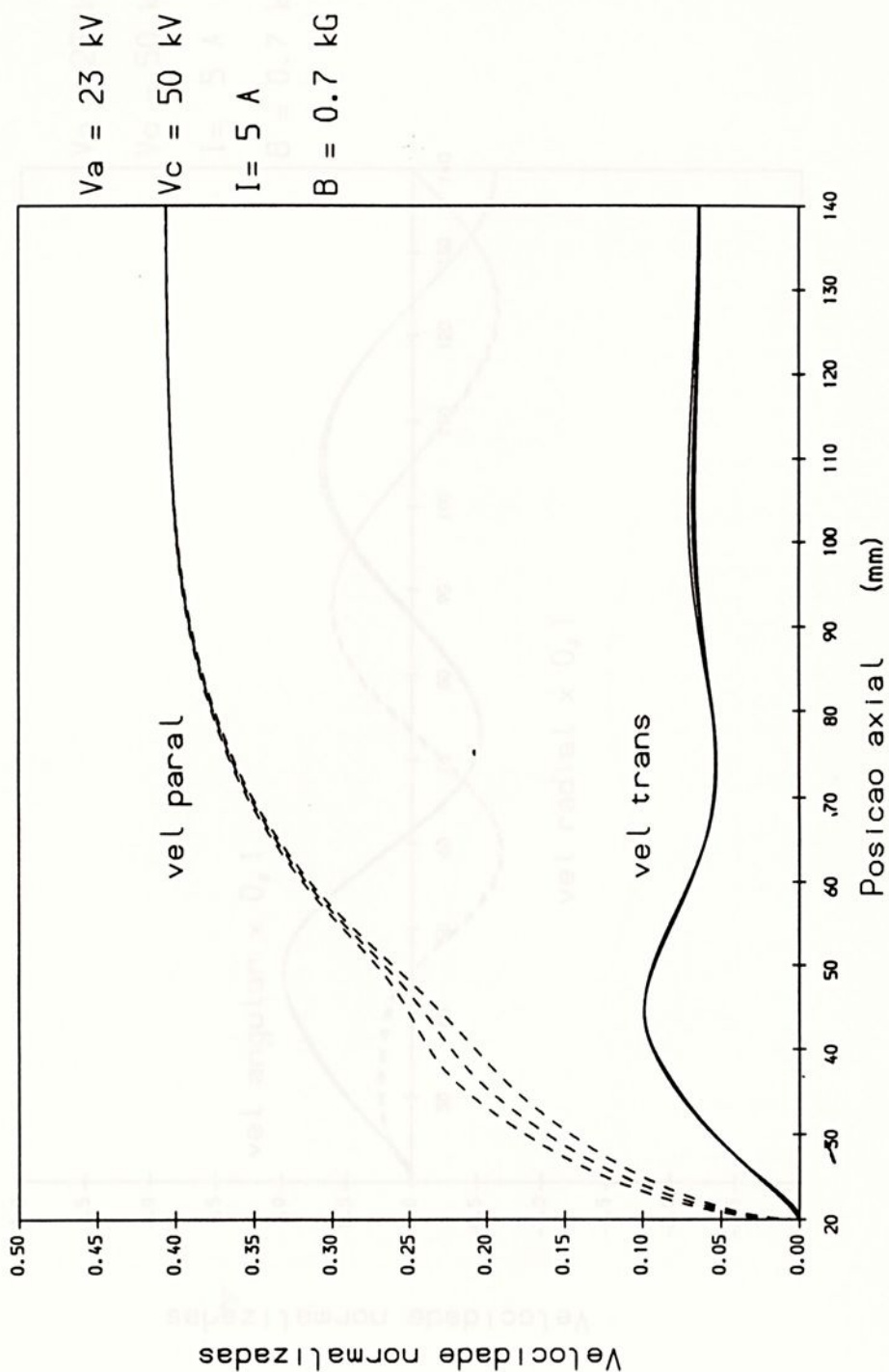


Figura 3.3. Velocidades transversais e paralelas dos elétrons, ao longo da direção axial: $V_a = 23 \text{ kV}$, $V_c = 50 \text{ kV}$, $I = 5 \text{ A}$ e $B = 0,7 \text{ kG}$

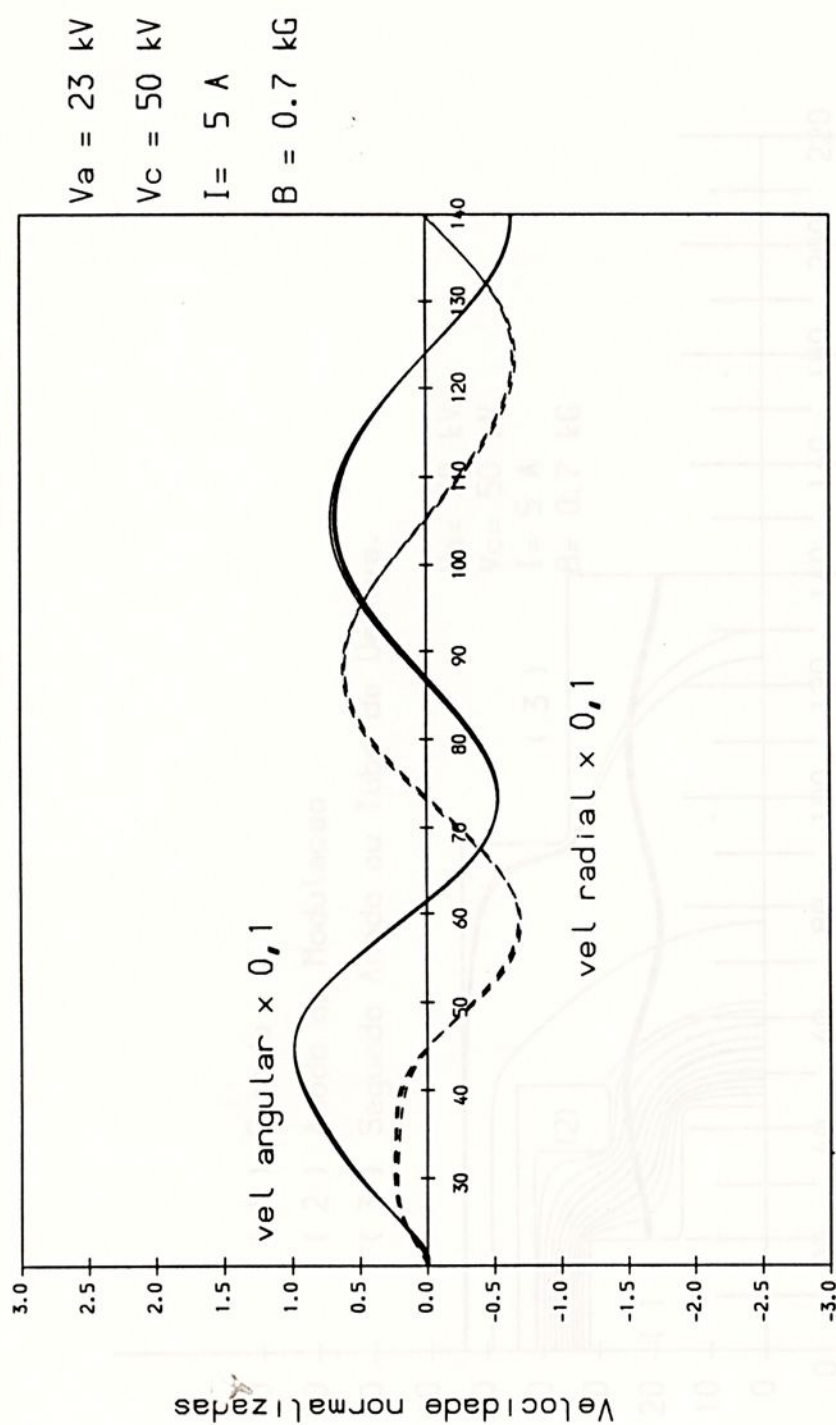


Figura 3.4. Velocidades radiais e angulares dos elétrons, ao longo da direção axial:
 $V_a = 23 \text{ kV}$, $V_c = 50 \text{ kV}$, $I = 5 \text{ A}$ e $B = 0,7 \text{ kG}$

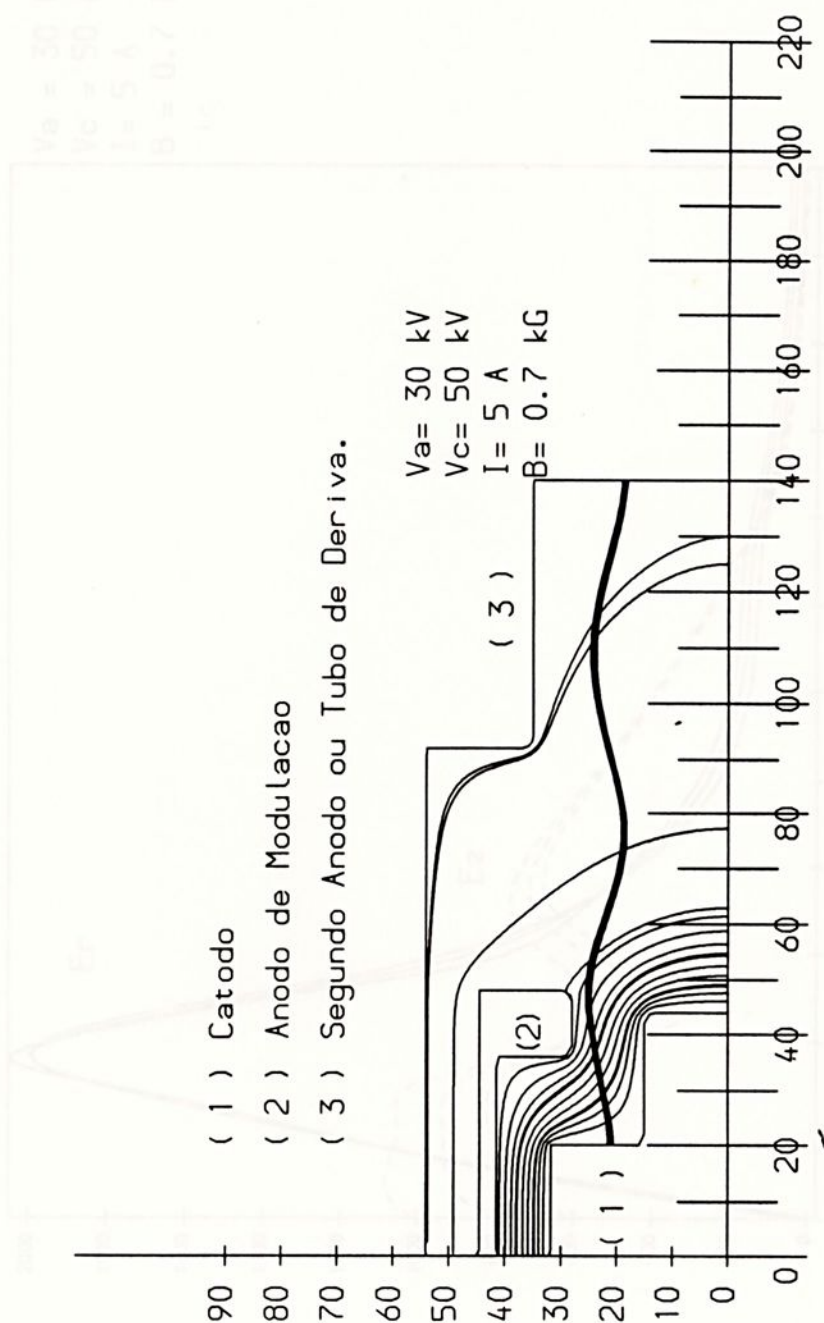


Figura 3.5. Linhas equipotenciais nas condições: $V_a = 30 \text{ kV}$, $V_c = 50 \text{ kV}$, $I = 5 \text{ A}$ e $B = 0,7 \text{ kG}$

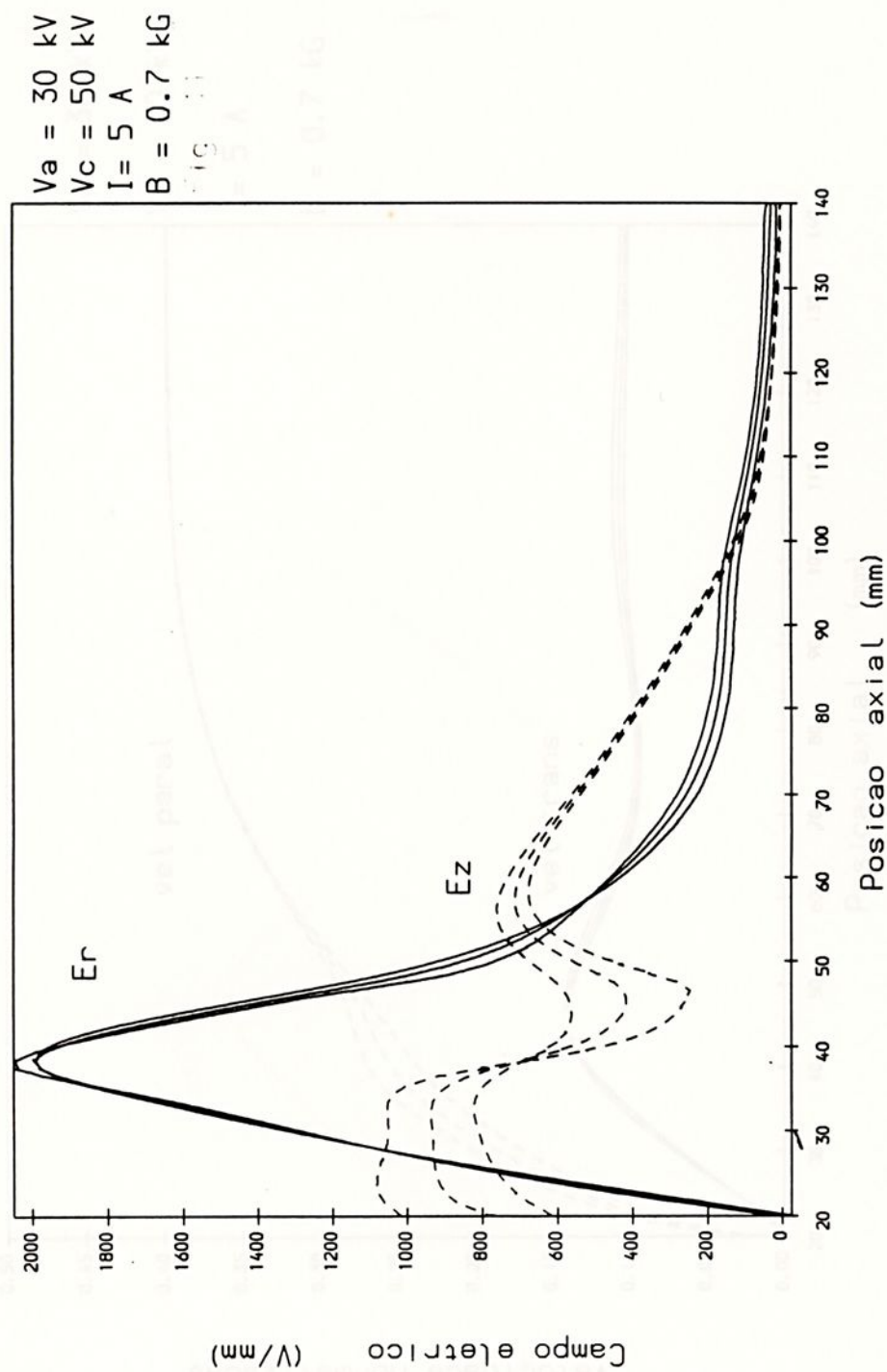


Figura 3.6. Campos elétricos radial e axial, sentidos pelos elétrons, ao longo da direção axial do canhão: $V_a = 30 \text{ kV}$, $V_c = 50 \text{ kV}$, $I = 5 \text{ A}$ e $B = 0,7 \text{ kG}$

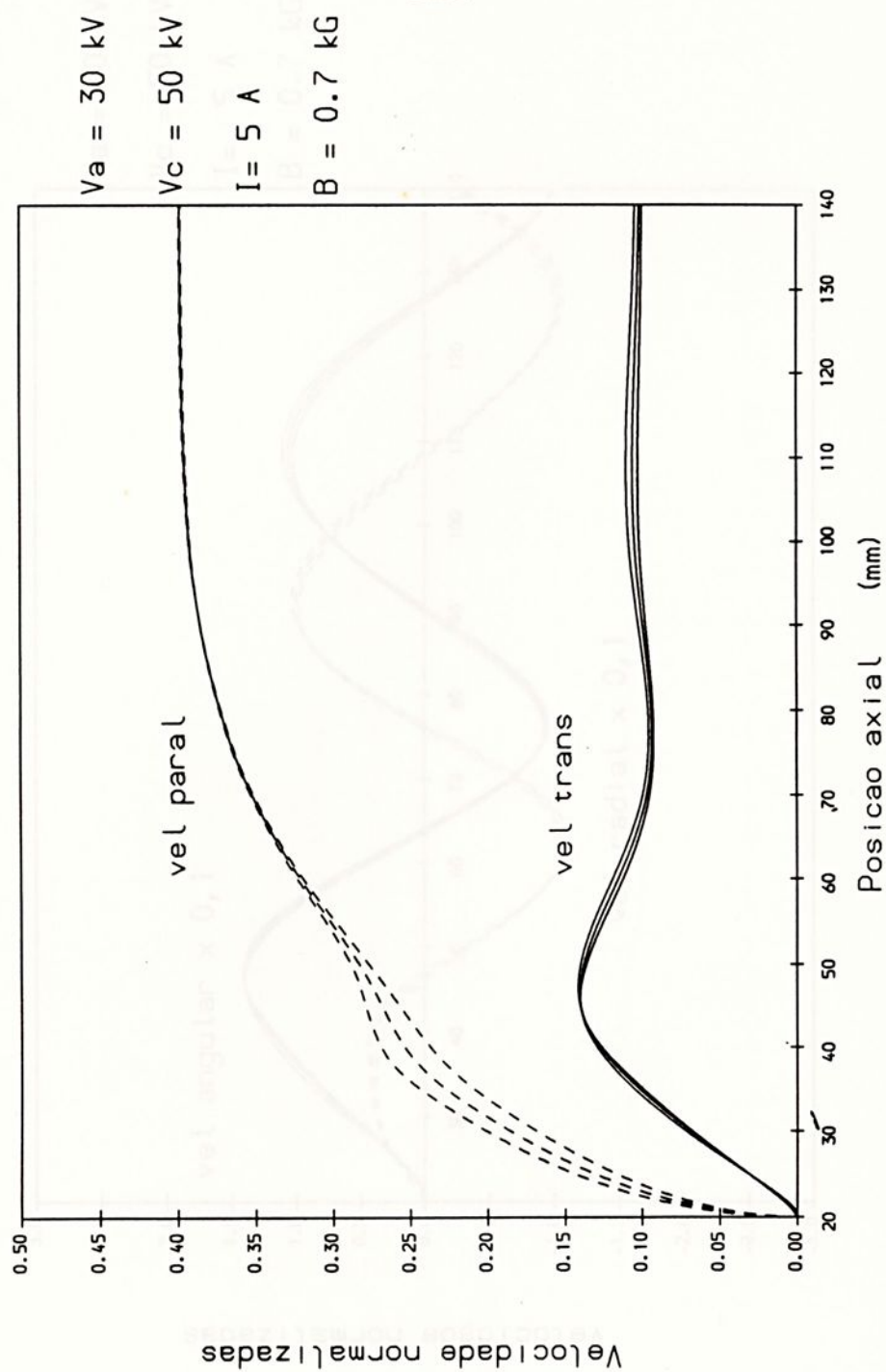


Figura 3.7. Velocidades transversais e paralelas dos elétrons, ao longo da direção axial: $V_a = 30 \text{ kV}$, $V_c = 50 \text{ kV}$, $I = 5 \text{ A}$ e $B = 0,7 \text{ kG}$

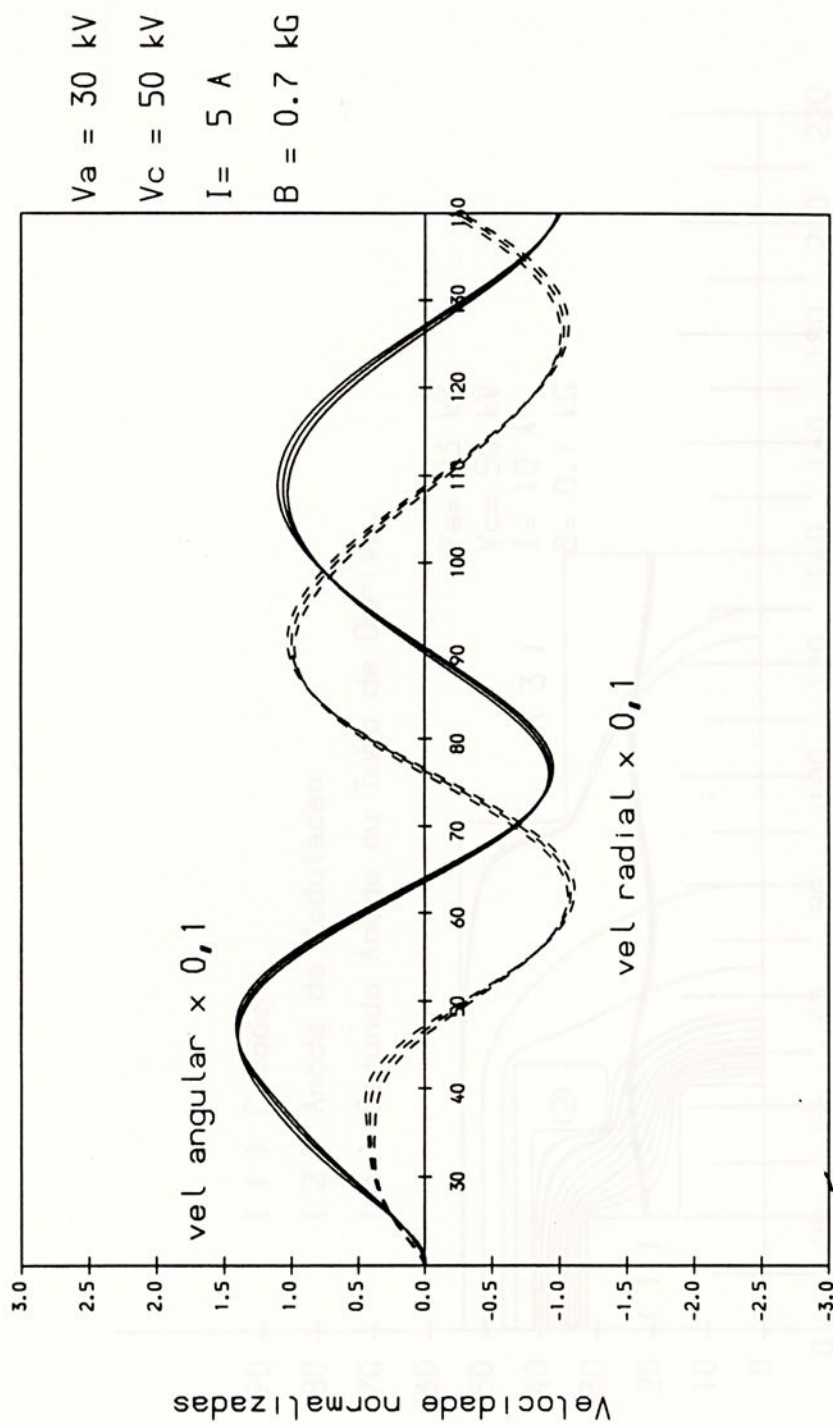


Figura 3.8. Velocidades radiais e angulares dos elétrons, ao longo da direção axial:
 $V_a = 30 \text{ kV}$, $V_c = 50 \text{ kV}$, $I = 5 \text{ A}$ e $B = 0,7 \text{ kG}$

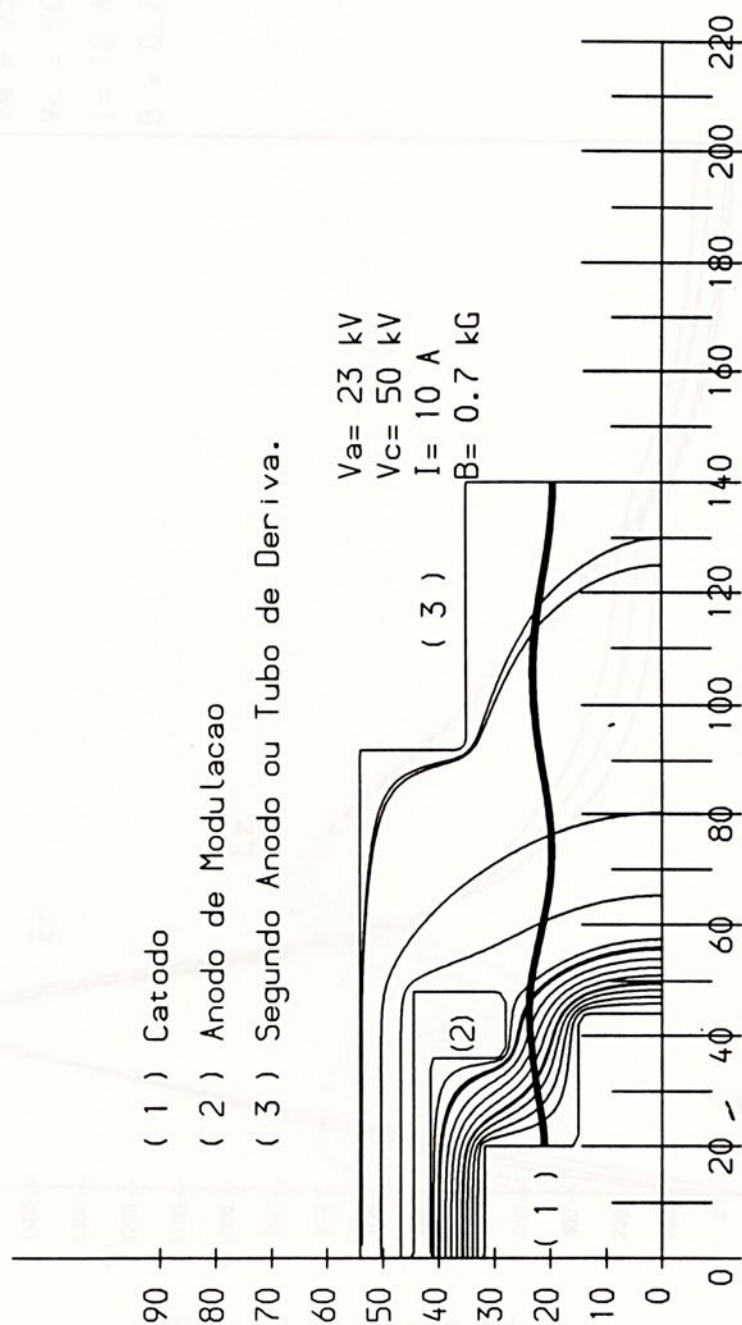


Figura 3.9. Linhas equipotenciais nas condições: $V_a = 23 \text{ kV}$, $V_c = 50 \text{ kV}$, $I = 10 \text{ A}$
 e $B = 0,7 \text{ kG}$

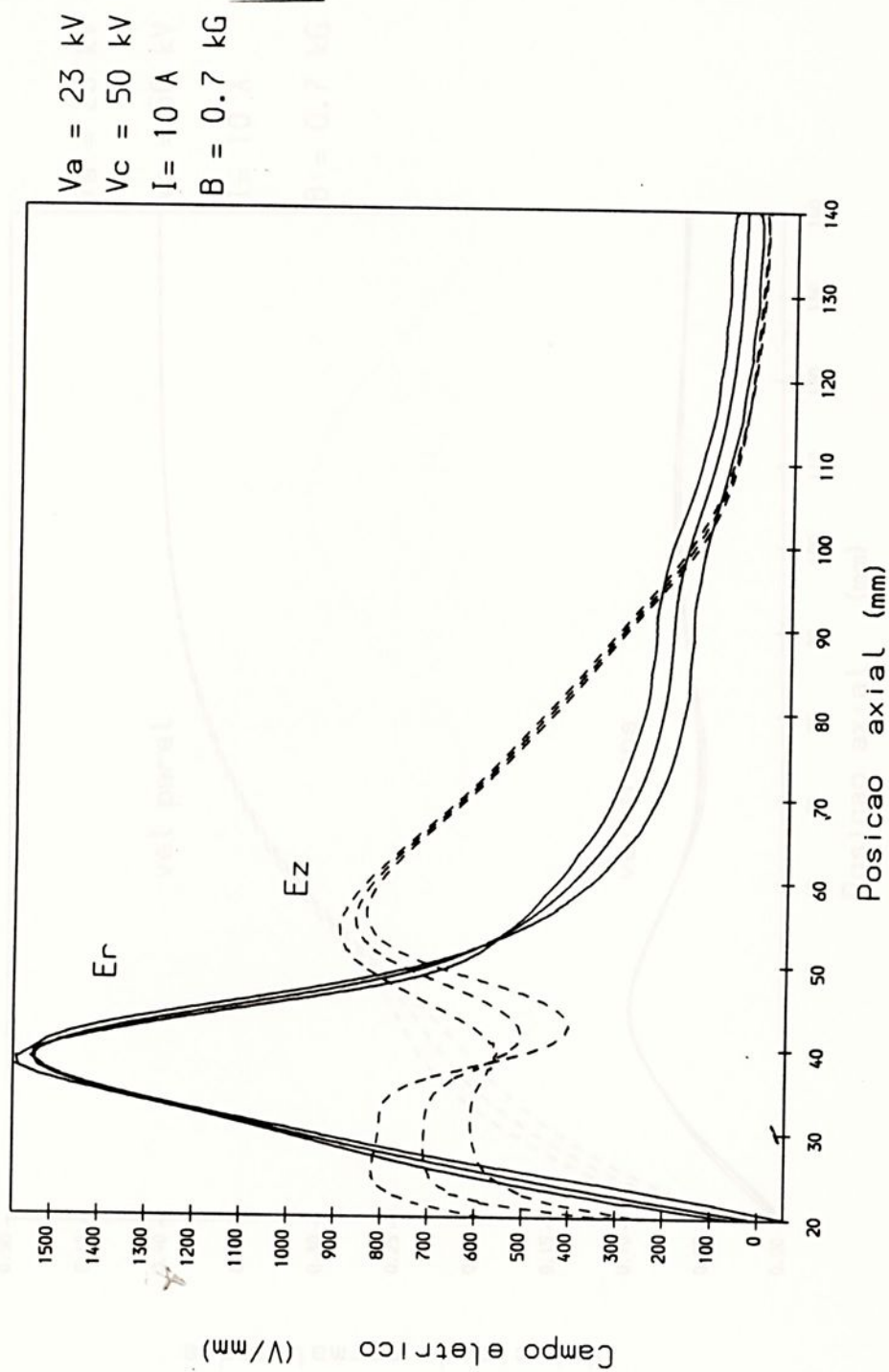


Figura 3.10. Campos elétricos radial e axial, sentidos pelos elétrons, ao longo da direção axial do canhão: $V_a = 23 \text{ kV}$, $V_c = 50 \text{ kV}$, $I = 10 \text{ A}$ e $B = 0,7 \text{ kG}$

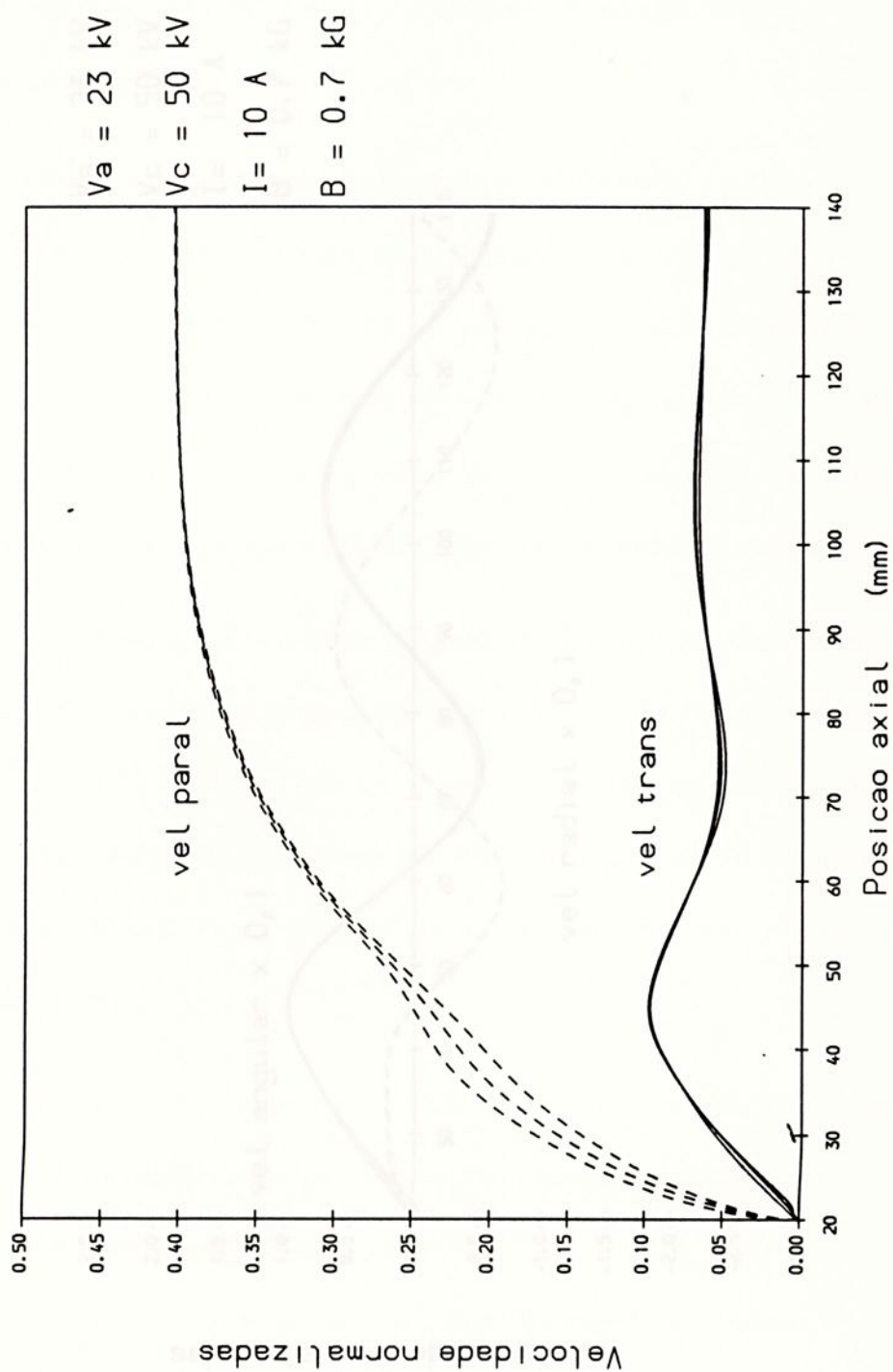


Figura 3.11. Velocidades transversais e paralelas dos elétrons, ao longo da direção axial: $V_a = 23 \text{ kV}$, $V_c = 50 \text{ kV}$, $I = 10 \text{ A}$ e $B = 0,7 \text{ kG}$

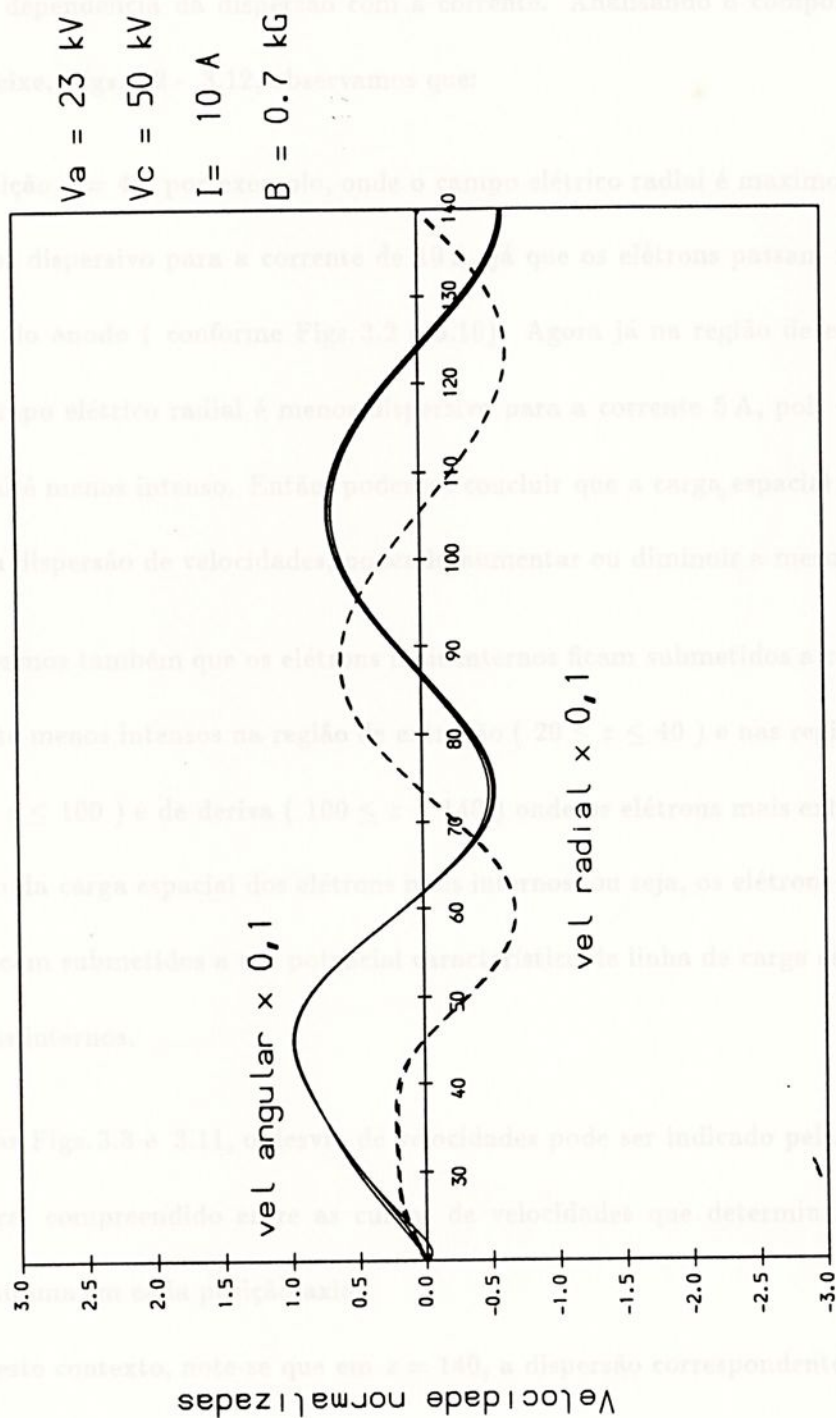


Figura 3.12. Velocidades radiais e angulares dos elétrons, ao longo da direção axial:
 $V_a = 23 \text{ kV}$, $V_c = 50 \text{ kV}$, $I = 10 \text{ A}$ e $B = 0,7 \text{ kG}$

Uma vez que, para os valores aqui analisados, $\bar{v}_\perp$ independe da corrente, nos concentraremos na dependência da dispersão com a corrente. Analisando o comportamento de três elétrons do feixe, Figs. 3.2 - 3.12, observamos que:

1. Na posição $z = 40$, por exemplo, onde o campo elétrico radial é máximo (Fig. 3.2), este é menos dispersivo para a corrente de 10 A, já que os elétrons passam mais próximo da parede do anodo (conforme Figs. 3.2 e 3.10). Agora já na região de extração (catodo), o campo elétrico radial é menos dispersivo para a corrente 5 A, pois o efeito da carga espacial é menos intenso. Então, podemos concluir que a carga espacial tem efeito direto sobre a dispersão de velocidades, podendo aumentar ou diminuir a mesma.
2. Observamos também que os elétrons mais internos ficam submetidos a campos E_R relativamente menos intensos na região de extração ($20 \leq z \leq 40$) e nas regiões de aceleração ($60 \leq z \leq 100$) e de deriva ($100 \leq z \leq 140$) onde os elétrons mais externos viajam sob o efeito da carga espacial dos elétrons mais internos, ou seja, os elétrons mais externos do feixe ficam submetidos a um potencial característico de linha de carga estabelecidos pelos elétrons internos.

Nas Figs. 3.3 e 3.11, o desvio de velocidades pode ser indicado pela extensão do segmento vertical compreendido entre as curvas de velocidades que determinam as velocidades máxima e mínima em cada posição axial.

Neste contexto, note-se que em $z = 140$, a dispersão correspondente ao feixe de 10 A (Fig. 3.11) se mostra significativamente maior em relação à corrente de 5 A (Fig. 3.3).

A energia transversal é máxima na região do anodo de modulação. Observe-se que este também atua como extrator de elétrons da faixa emissora, mas é na região $40 \leq z \leq 60$ que ele atua como um acelerador para a velocidade axial.



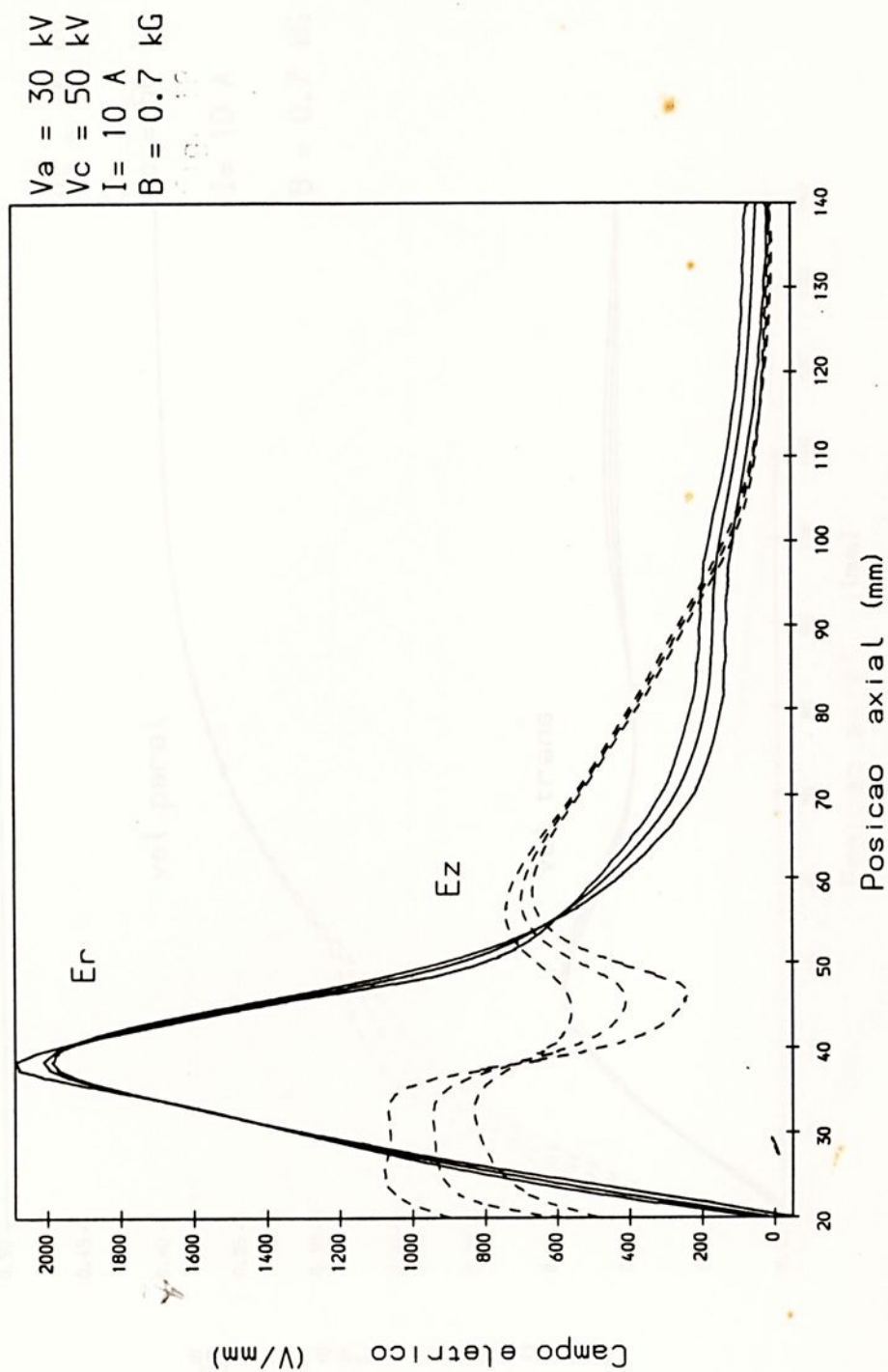


Figura 3.13. Campos elétricos radial e axial, sentidos pelos elétrons, ao longo da direção axial do canhão: $V_a = 30 \text{ kV}$, $V_c = 50 \text{ kV}$, $I = 10 \text{ A}$ e $B = 0,7 \text{ kG}$

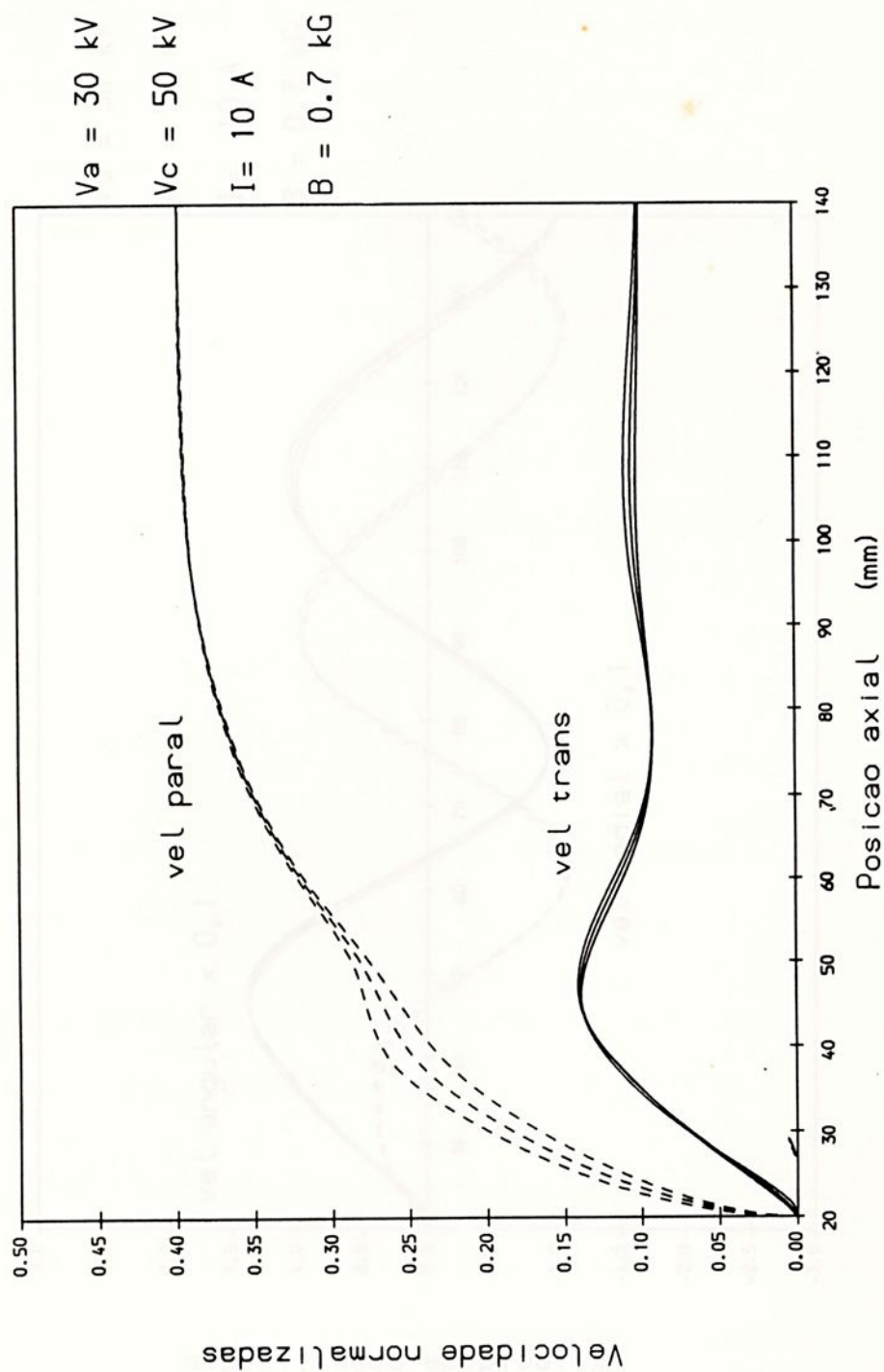


Figura 3.14. Velocidades transversais e paralelas dos elétrons, ao longo da direção axial: $V_a = 30 \text{ kV}$, $V_c = 50 \text{ kV}$, $I = 10 \text{ A}$ e $B = 0,7 \text{ kG}$

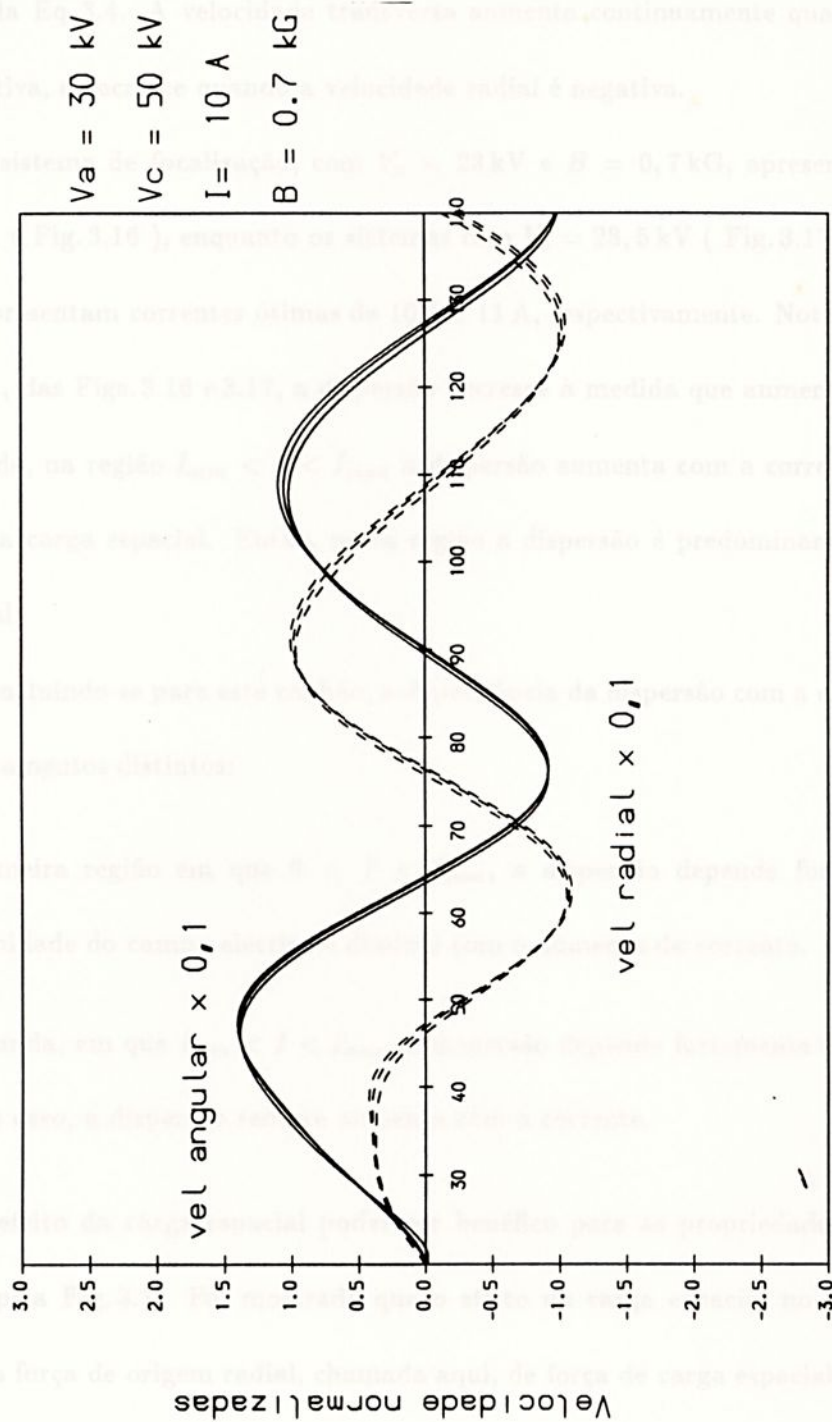


Figura 3.15. Velocidades radiais e angulares dos elétrons, ao longo da direção axial:
 $V_a = 30 \text{ kV}$, $V_c = 50 \text{ kV}$, $I = 10 \text{ A}$ e $B = 0,7 \text{ kG}$

O caráter oscilatório da velocidade transversa, observado nas Figs. 3.3 e 3.11, pode ser analisado pela Eq. 3.4. A velocidade transversa aumenta continuamente quando a velocidade radial é positiva, e decresce quando a velocidade radial é negativa.

O sistema de focalização, com $V_a = 23 \text{ kV}$ e $B = 0,7 \text{ kG}$, apresenta uma corrente ótima de 6 A (Fig. 3.16), enquanto os sistemas com $V_a = 28,5 \text{ kV}$ (Fig. 3.17) e $V_a = 30 \text{ kV}$ (Fig. 3.18) apresentam correntes ótimas de 10 A e 11 A , respectivamente. Note-se que na região $0 < I < I_{otm}$, das Figs. 3.16 e 3.17, a dispersão decresce à medida que aumentamos a corrente. Por outro lado, na região $I_{otm} < I < I_{max}$ a dispersão aumenta com a corrente, ou seja, com o aumento da carga espacial. Então, nesta região a dispersão é predominantemente devida à carga espacial.

Concluindo-se para este canhão, a dependência da dispersão com a corrente apresenta dois comportamentos distintos:

1. Na primeira região em que $0 < I < I_{otm}$, a dispersão depende fortemente da não-uniformidade do campo elétrico e diminui com o aumento da corrente.
2. Na segunda, em que $I_{otm} < I < I_{max}$, a dispersão depende fortemente da carga espacial, e, neste caso, a dispersão sempre aumenta com a corrente.

O efeito da carga espacial poder ser benéfico para as propriedades do feixe, como evidenciado pela Fig. 3.1. Foi mostrado que o efeito da carga espacial no tubo de deriva é produzir uma força de origem radial, chamada aqui, de força de carga espacial.

Operando-se o canhão com $V_a = 30 \text{ kV}$ e $B = 0,7 \text{ kG}$ (Fig. 3.18), a corrente ótima corresponde a 11 A . Neste caso, a dispersão de velocidade relativa ao intervalo $2 \text{ A} < I < 10 \text{ A}$ é atribuída ao efeito de não-uniformidade do campo elétrico. Note-se que nesta situação a dispersão para $I < I_{otm}$ é sempre menor que a dispersão devida somente a efeitos geométricos



$V_a = 23 \text{ kV}$
 $V_c = 50 \text{ kV}$
 $B = 0.7 \text{ kG}$
 $z = 140 \text{ mm}$

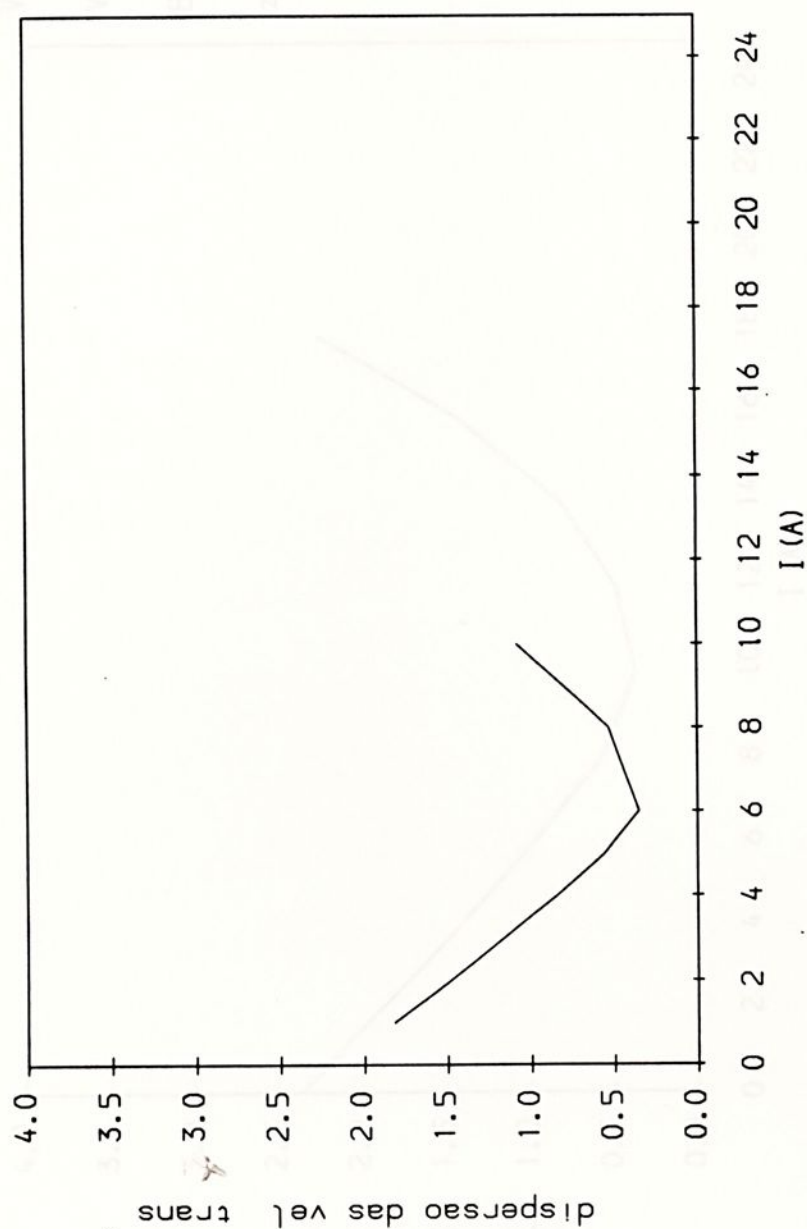


Figura 3.16. Dispersão das velocidades transversais em função da corrente: $V_a = 23 \text{ kV}$, $V_c = 50 \text{ kV}$, $z = 140 \text{ mm}$ e $B = 0,7 \text{ kG}$

$V_a = 28.5 \text{ kV}$

$V_c = 50 \text{ kV}$

$B = 0.7 \text{ kG}$

$z = 140 \text{ mm}$

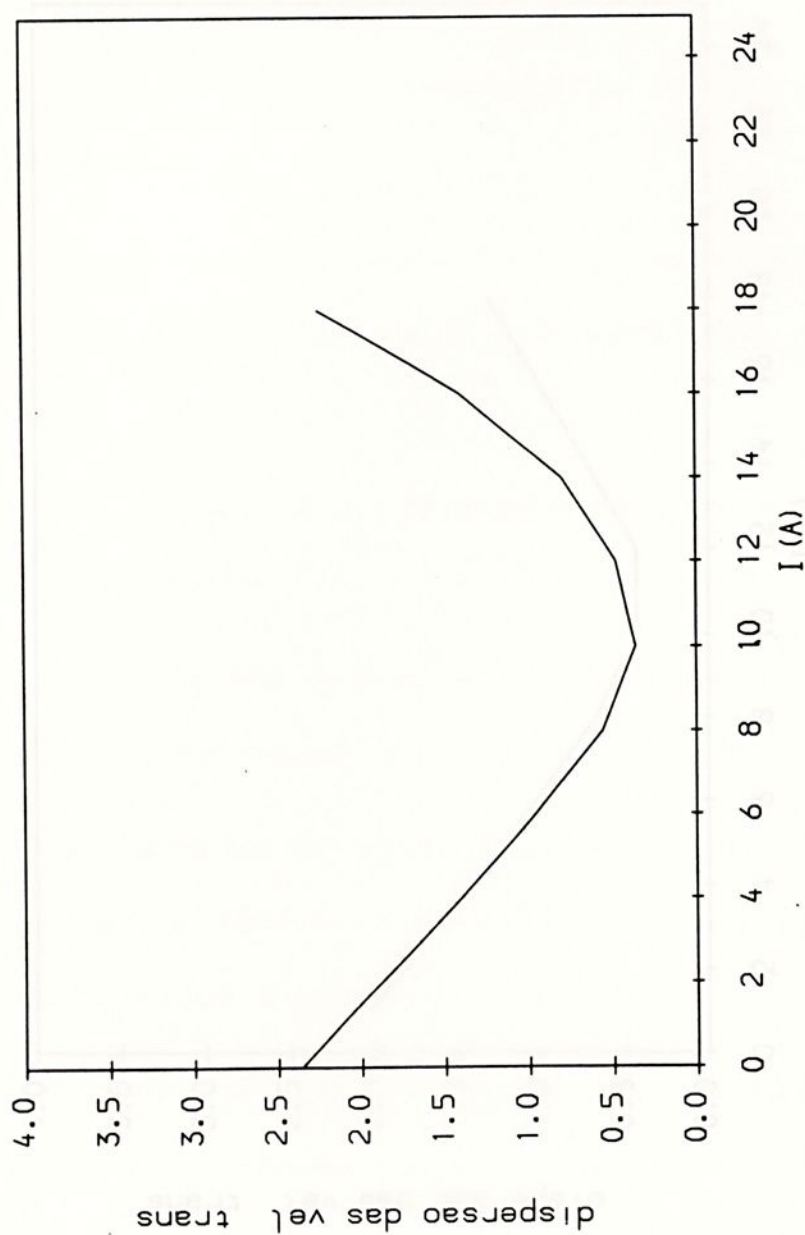


Figura 3.17. Dispersão das velocidades transversais em função da corrente: $V_a = 28,5 \text{ kV}$, $V_c = 50 \text{ kV}$, $z = 140 \text{ mm}$ e $B = 0,7 \text{ kG}$

$V_a = 30 \text{ kV}$
 $V_c = 50 \text{ kV}$
 $B = 0.7 \text{ kG}$
 $z = 140 \text{ mm}$

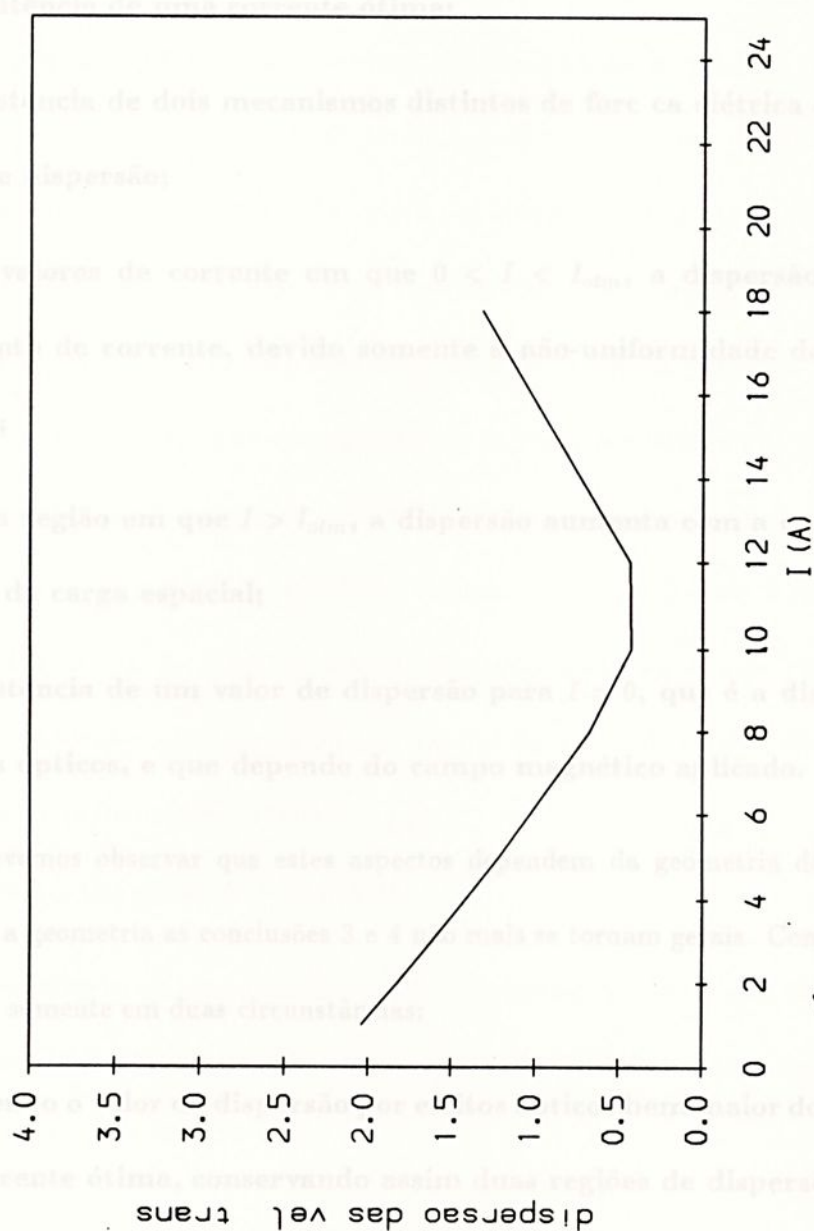


Figura 3.18. Dispersão das velocidades transversais em função da corrente: $V_a = 30 \text{ kV}$, $V_c = 50 \text{ kV}$, $z = 140 \text{ mm}$ e $B = 0,7 \text{ kG}$

000245

em que a corrente do feixe é nula.

De tudo isto, podemos enunciar cinco conclusões gerais para este sistema de focalização:

1. A existência de uma corrente ótima;
2. A existência de dois mecanismos distintos de força elétrica que atuam sobre o feixe dispersão;
3. Para valores de corrente em que $0 < I < I_{otm}$, a dispersão diminui com o aumento de corrente, devido somente à não-uniformidade do campo elétrico radial;
4. Para a região em que $I > I_{otm}$, a dispersão aumenta com a corrente devido ao efeito da carga espacial;
5. A existência de um valor de dispersão para $I = 0$, que é a dispersão devida a efeitos ópticos, e que depende do campo magnético aplicado.

Devemos observar que estes aspectos dependem da geometria do canhão, ou seja, modificando a geometria as conclusões 3 e 4 não mais se tornam gerais. Contudo, estas podem ser alteradas somente em duas circunstâncias:

1. Mantendo o valor da dispersão por efeitos ópticos bem maior do que a dispersão de corrente ótima, conservando assim duas regiões de dispersões distintas;
2. Mantendo o valor da dispersão por efeitos ópticos muito próximo ou igual à da corrente ótima, assim mantendo somente a segunda região, onde, neste caso o canhão (de geometria modificada) apresentará dispersão predominantemente de carga espacial.



As Figs. 3.19 e 3.20 mostram a dispersão calculada ao longo da distância axial.

Na Fig. 3.19, a dispersão correspondente à curva de 10 A é sempre maior que a de 5 A. Ou seja, um mecanismo de dispersão devido ao efeito da carga espacial e o outro devido a não-uniformidade do campo, pois as correntes de 5 e 10 A encontram-se respectivamente à esquerda e à direita do valor ótimo de corrente da Fig. 3.16. Note-se que no ramo (1) da curva da Fig. 3.16, a dispersão cai do valor de dispersão por efeito óptico até ao valor de corrente ótima, enquanto que no ramo (2) a dispersão cresce até o valor máximo de corrente dada pela lei de Child. Disto decorre que a dispersão para um valor de corrente associada ao ramo (1) pode ser maior ou menor do que a dispersão para uma corrente associada ao ramo (2).

Na Fig. 3.20 a curva de dispersão para a corrente 10 A está abaixo da de 5 A. Isto já era esperado, pois, para este sistema de focalização os dois mecanismos de dispersão têm a mesma origem e ainda correspondem à região de dispersão onde predomina a não-uniformidade do campo (ver Fig. 3.18). As Figs. 3.21 e 3.22 mostram uma situação onde ocorre entrelaçamento das curvas de dispersão ao longo da direção axial, pois as duas dispersões são fortemente dependentes do efeito da não-uniformidade do campo.

3.3.3 Campo magnético $B = 0,8 \text{ kG}$

Na Fig. 3.23 apresentamos a dispersão da velocidade transversa em função do potencial do primeiro anodo para dois valores de corrente do feixe. As duas curvas se entrelaçam ocorrendo um mínimo em torno de 25 kV .

Figura 3.19: Dispersão das velocidades transversais dos elétrons ao longo da direção axial $V_0 = 30 \text{ kV}$, $V_1 = 50 \text{ kV}$, $I = 10 \text{ A}$, $I = 5 \text{ A}$ e $B = 0,75 \text{ G}$

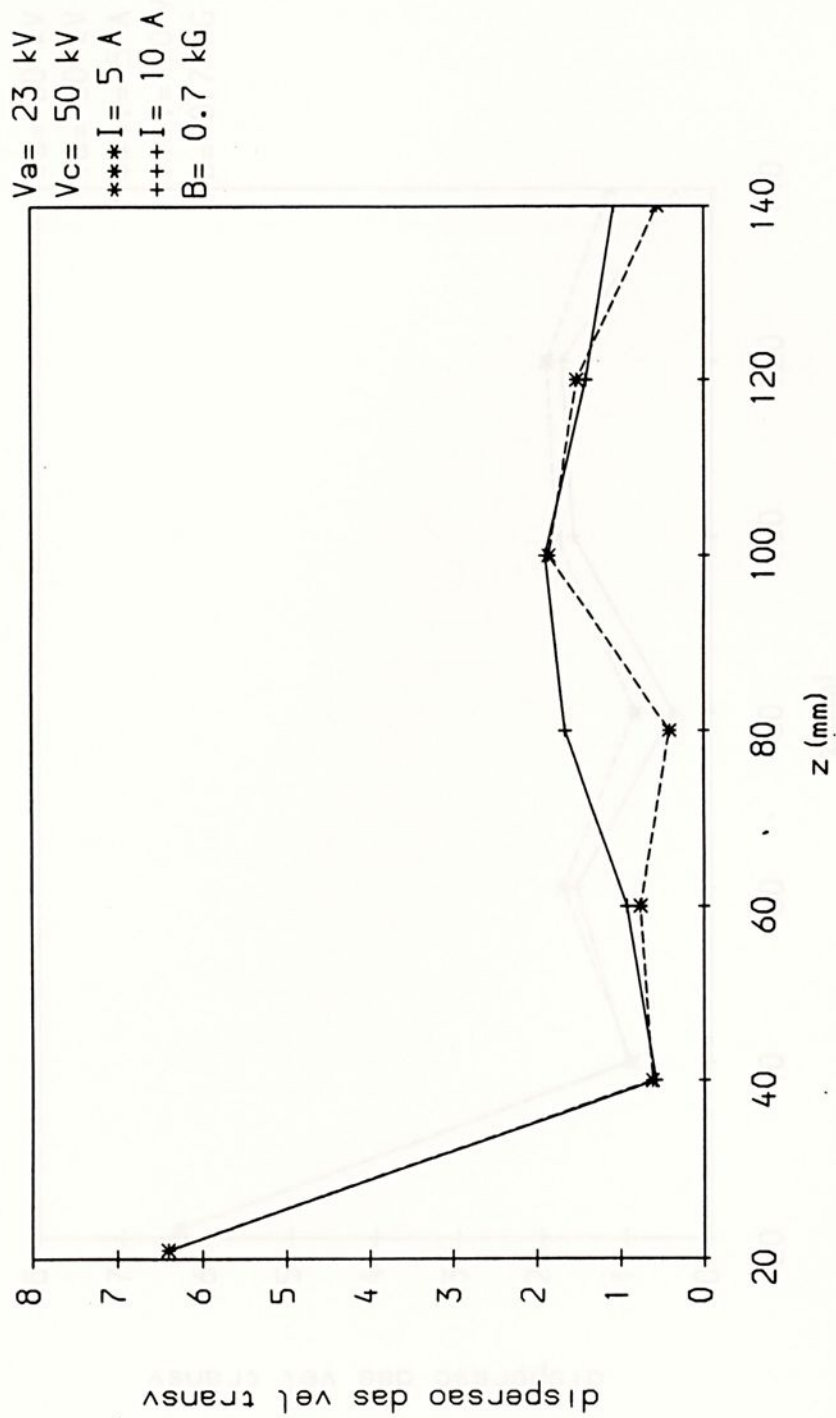


Figura 3.19. Dispersão das velocidades transversais dos elétrons, ao longo da direção axial: $V_a = 23 \text{ kV}$, $V_c = 50 \text{ kV}$, $I = 10 \text{ A}$, $I = 5 \text{ A}$ e $B = 0,7 \text{ kG}$

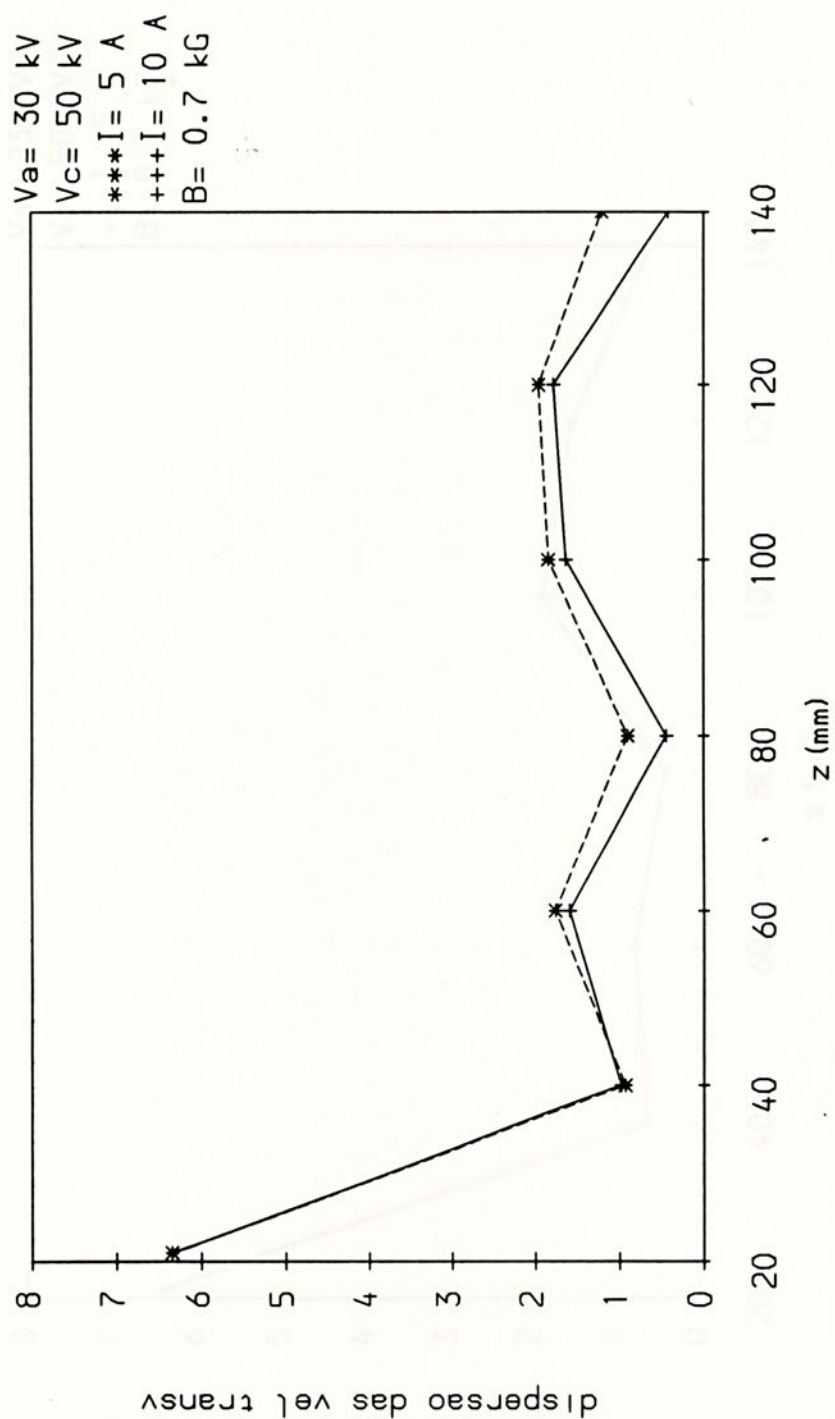


Figura 3.20. Dispersão das velocidades transversais dos elétrons, ao longo da direção axial: $V_a = 30 \text{ kV}$, $V_c = 50 \text{ kV}$, $I = 10 \text{ A}$, $I = 5 \text{ A}$ e $B = 0,7 \text{ kG}$

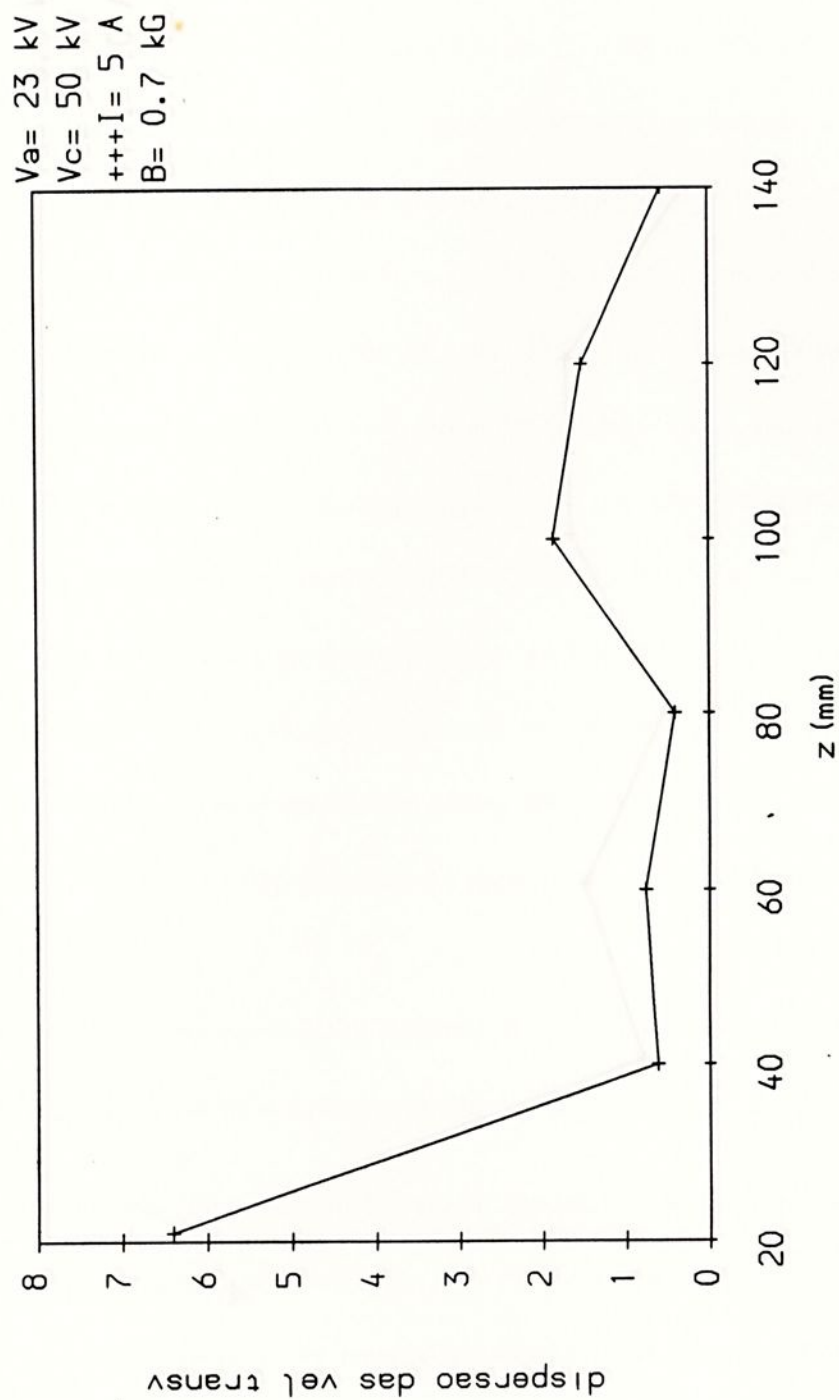


Figura 3.21. Dispersão das velocidades transversais dos elétrons, ao longo da direção axial: $V_a = 23 \text{ kV}$, $V_c = 50 \text{ kV}$, $I = 10 \text{ A}$ e $B = 0,7 \text{ kG}$

$V_a = 28.5 \text{ kV}$
 $V_c = 50 \text{ kV}$
 $+++I = 10 \text{ A}$
 $B = 0.7 \text{ kG}$

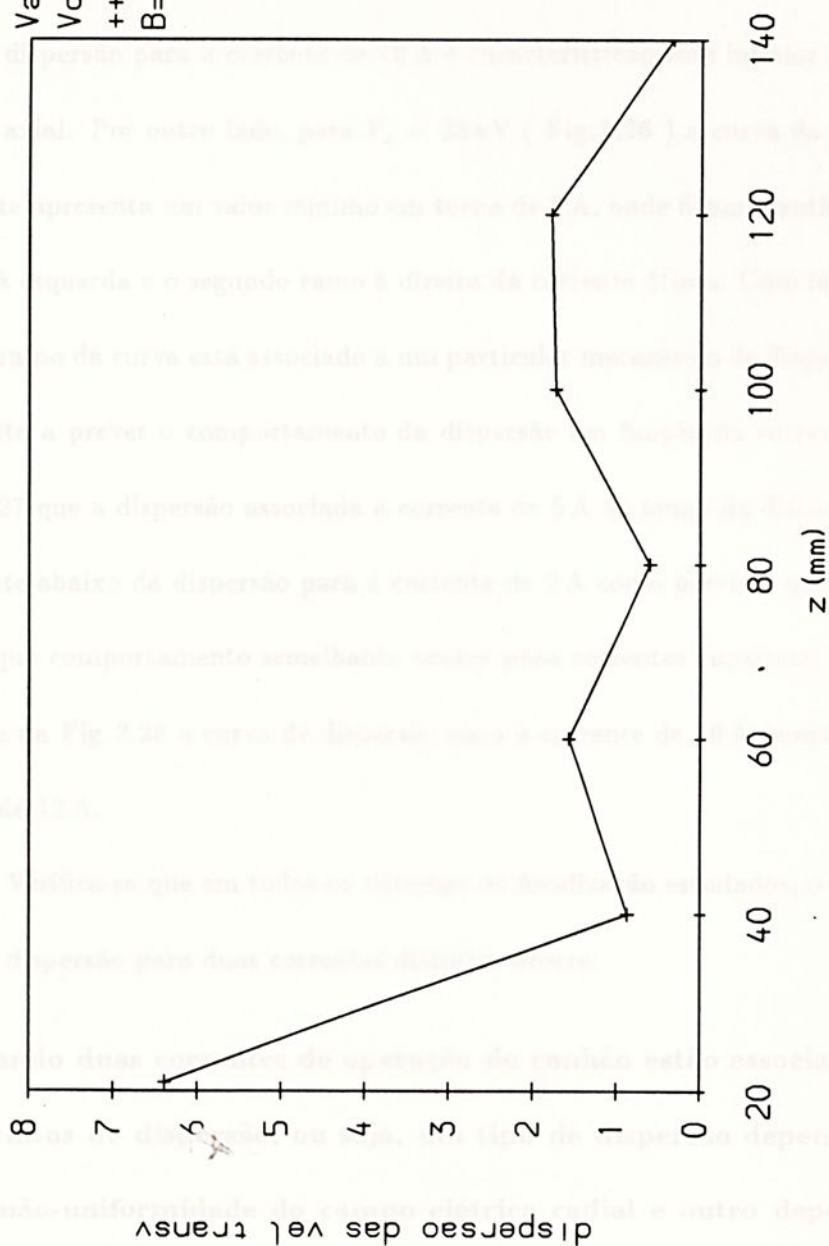


Figura 3.22. Dispersão das velocidades transversais dos elétrons, ao longo da direção axial: $V_a = 28,5 \text{ kV}$, $V_c = 50 \text{ kV}$, $I = 10 \text{ A}$ e $B = 0,7 \text{ kG}$

Para $V_a = 20 \text{ kV}$ a dispersão associada à corrente de 5 A é maior do que a dispersão para 10 A, ficando isto claramente evidenciado na Fig.3.24 que mostra a dependência da dispersão em função da corrente para o valor fixo de $V_a = 20 \text{ kV}$. Note-se também na Fig.3.25, que mostra a variação da dispersão com a distância axial, que a despeito do entrelaçamento das curvas, a dispersão para a corrente de 10 A é caracteristicamente inferior à de 5 A ao longo da distância axial. Por outro lado, para $V_a = 25 \text{ kV}$ (Fig.3.26) a curva da dispersão em função da corrente apresenta um valor mínimo em torno de 7 A, onde ficam identificados dois ramos: o primeiro à esquerda e o segundo ramo à direita da corrente ótima. Com isto, podemos concluir que cada ramo da curva está associado a um particular mecanismo de dispersão e que tal gráfico nos habilita a prever o comportamento da dispersão em função da corrente. De fato, note-se na Fig.3.27 que a dispersão associada à corrente de 5 A ao longo da distância axial mantém-se tipicamente abaixo da dispersão para a corrente de 2 A como previsto na Fig.3.26. Observe-se também que comportamento semelhante ocorre para correntes superiores à corrente ótima de 7 A , onde na Fig.3.28 a curva de dispersão para a corrente de 10 A sempre se mantém abaixo da curva de 12 A.

Verifica-se que em todos os sistemas de focalização estudados, o entrelaçamentos das curvas de dispersão para duas correntes distintas ocorre:

1. Quando duas correntes de operação do canhão estão associadas a mecanismos distintos de dispersão, ou seja, um tipo de dispersão dependendo fortemente da não-uniformidade do campo elétrico radial e outro dependendo da carga espacial;
2. Quando o efeito da não-uniformidade do campo é o mecanismo dispersivo predominante para duas correntes de operação.



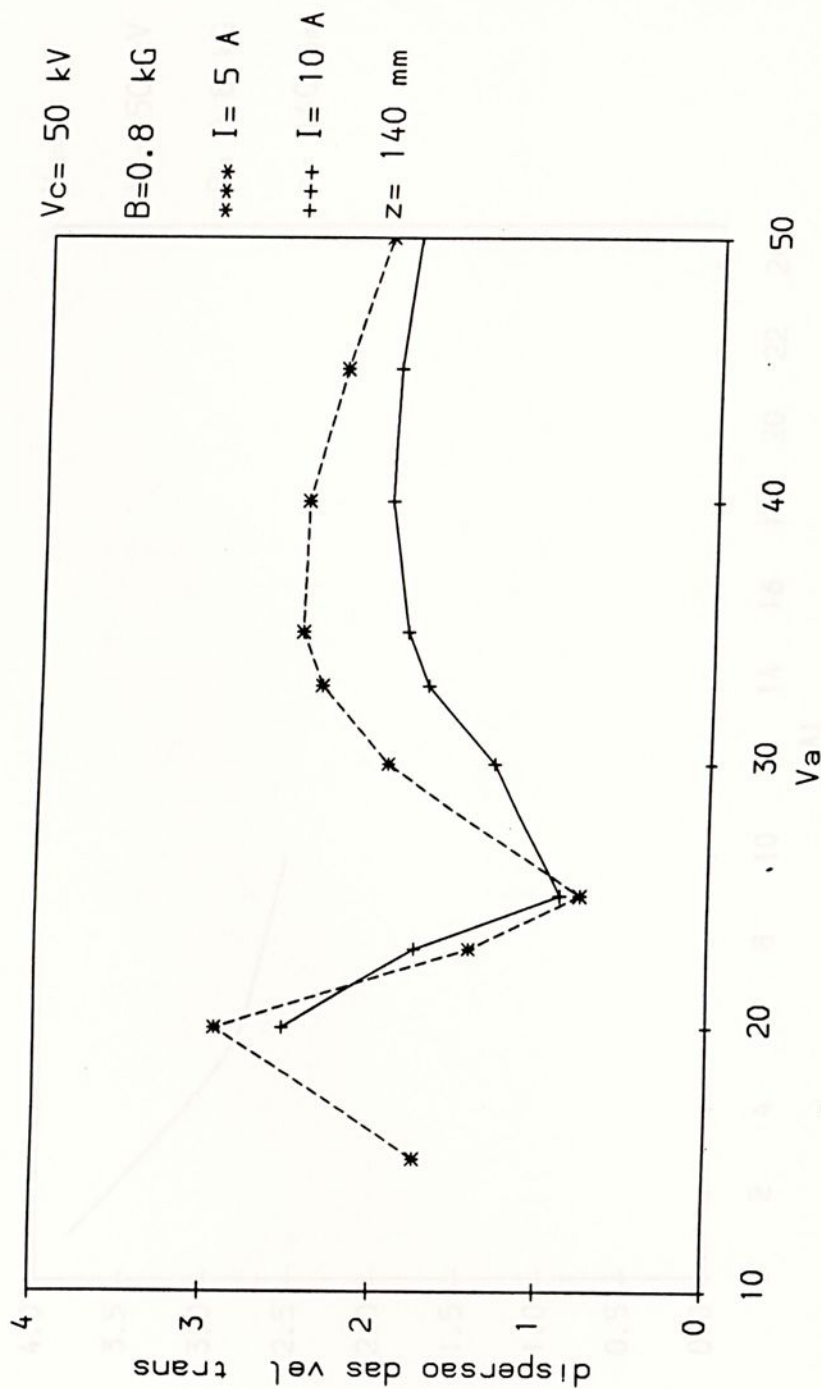


Figura 3.23. Dispersão das velocidades transversais, calculada na posição $z = 140 \text{ mm}$ canhão: $B = 0,8 \text{ kG}$, $I = 5 \text{ A}$ e $I = 10 \text{ A}$

$V_a = 20 \text{ kV}$
 $V_c = 50 \text{ kV}$
 $B = 0.8 \text{ kG}$
 $z = 140 \text{ mm}$

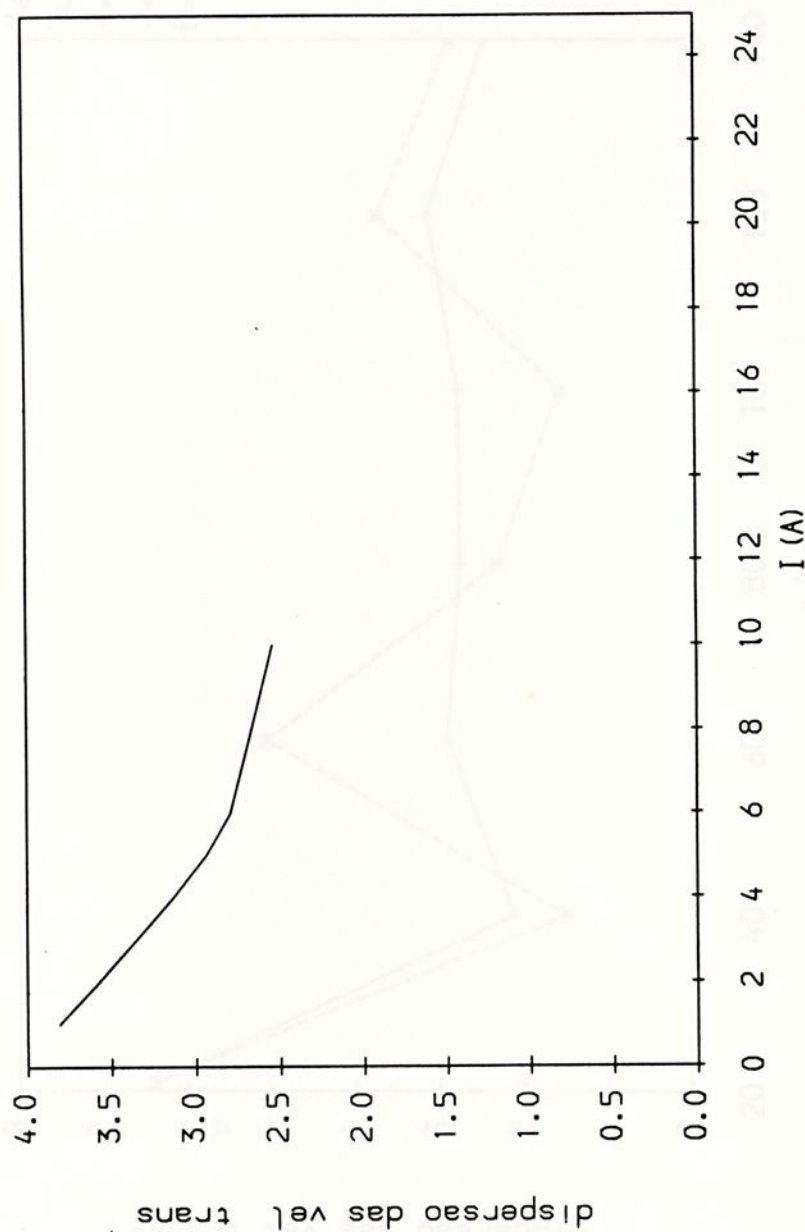


Figura 3.24. Dispersão das velocidades transversais em função da corrente: $V_a = 20 \text{ kV}$, $V_c = 50 \text{ kV}$, $z = 140 \text{ mm}$ e $B = 0,8 \text{ kG}$

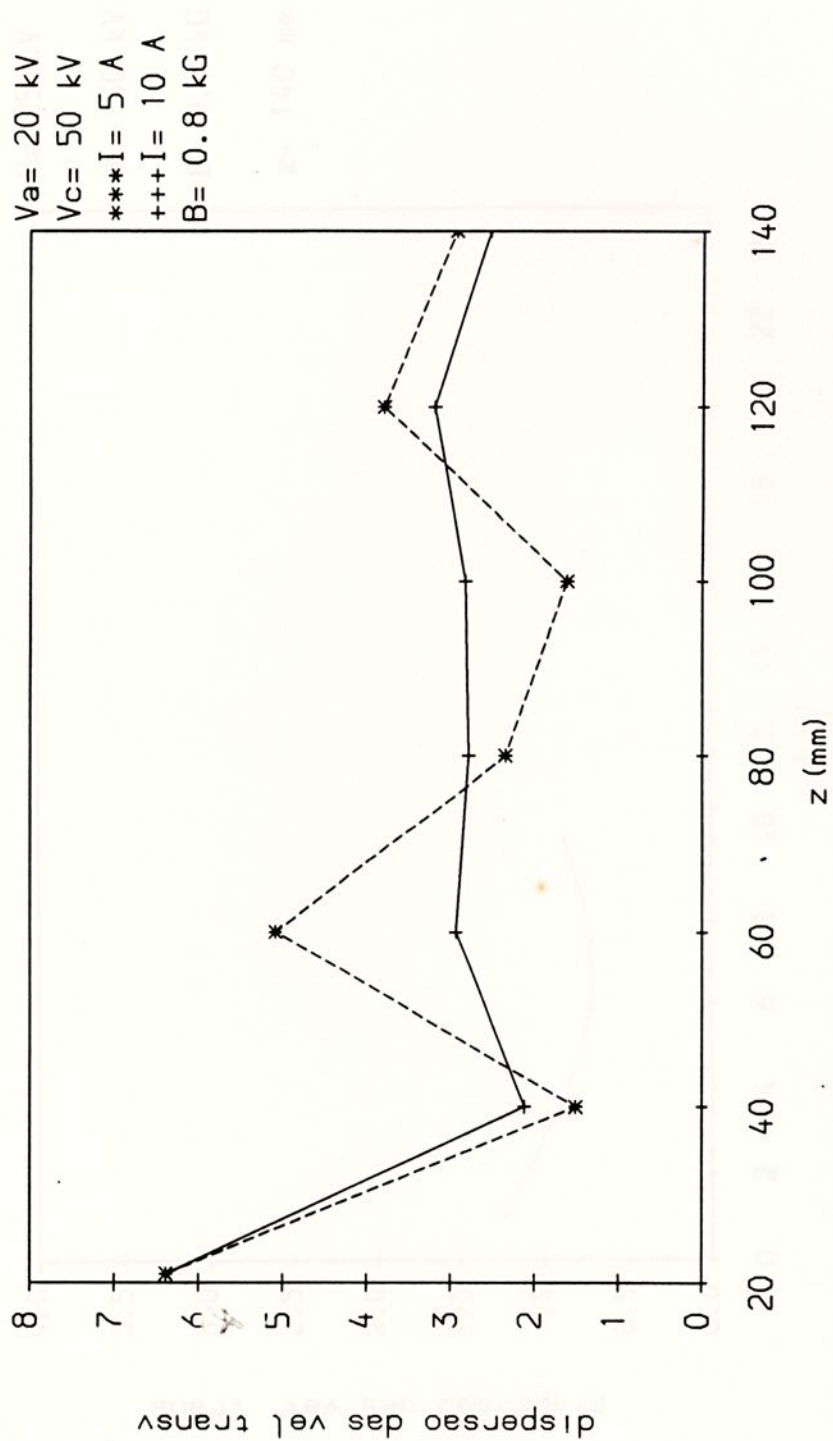


Figura 3.25. Dispersão das velocidades transversais dos elétrons, ao longo da direção axial: $V_a = 20 \text{ kV}$, $V_c = 50 \text{ kV}$, $I = 10 \text{ A}$, $I = 5 \text{ A}$ e $B = 0,8 \text{ kG}$

$V_a = 25 \text{ kV}$
 $V_c = 50 \text{ kV}$
 $B = 0.8 \text{ kG}$
 $z = 140 \text{ mm}$

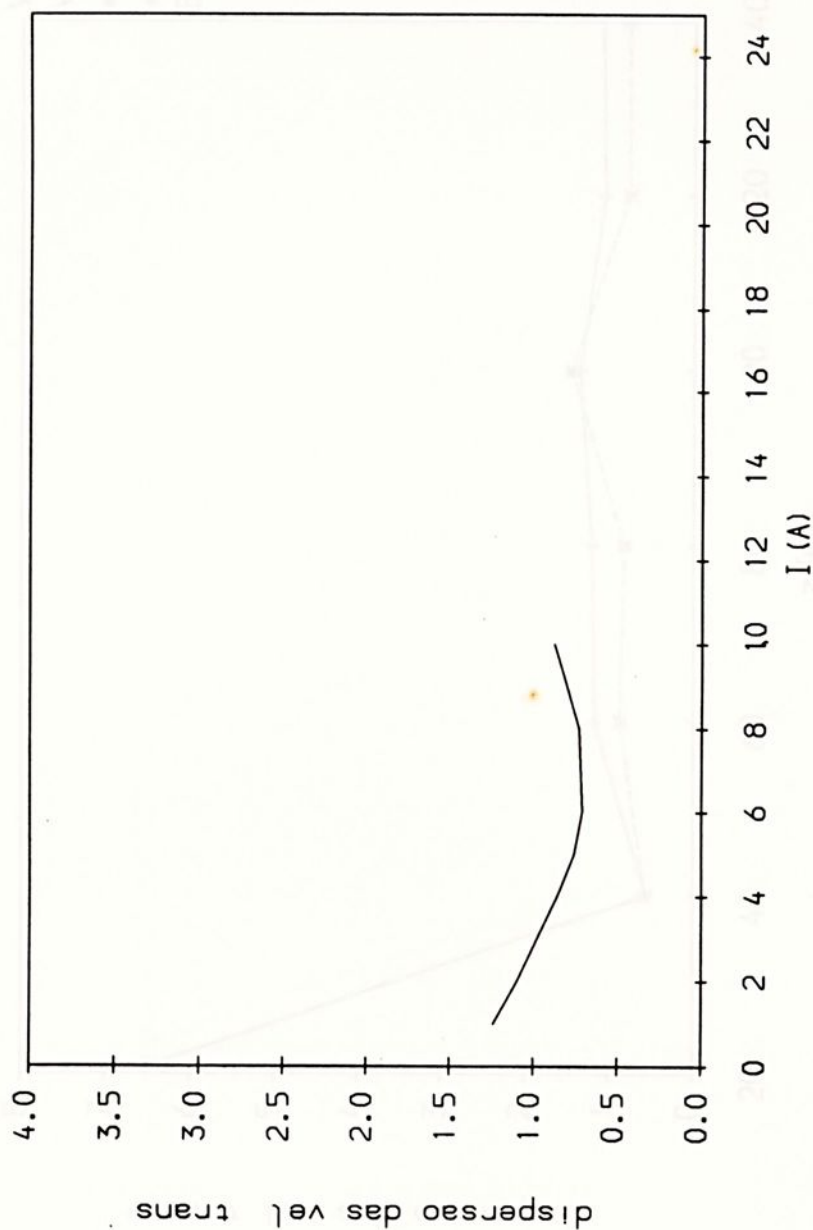


Figura 3.26. Dispersão das velocidades transversais em função da corrente: $V_a = 25 \text{ kV}$, $V_c = 50 \text{ kV}$, $z = 140 \text{ mm}$ e $B = 0,8 \text{ kG}$

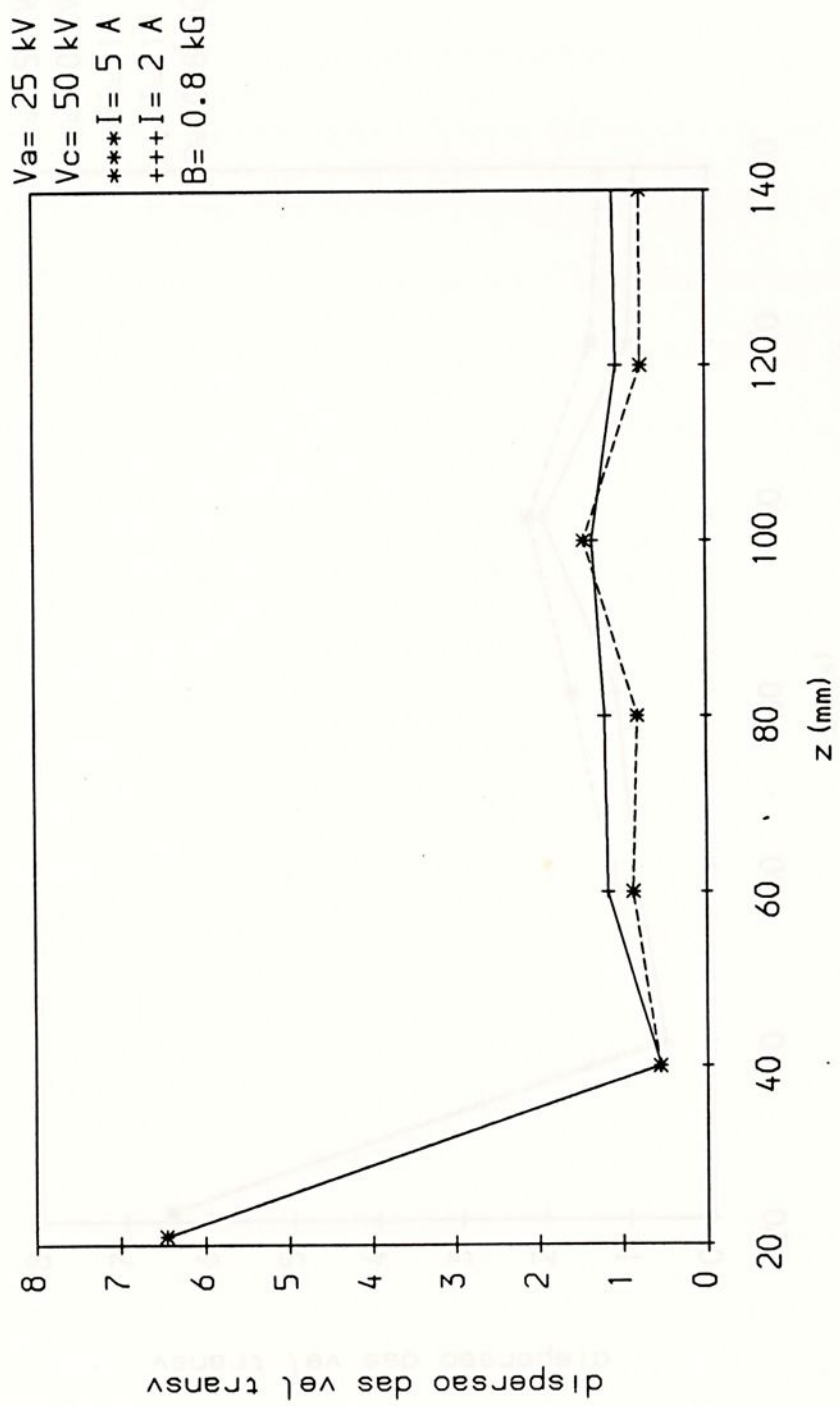


Figura 3.27. Dispersão das velocidades transversais dos elétrons, ao longo da direção axial: $V_a = 25 \text{ kV}$, $V_c = 50 \text{ kV}$, $I = 2 \text{ A}$, $I = 5 \text{ A}$ e $B = 0,8 \text{ kG}$

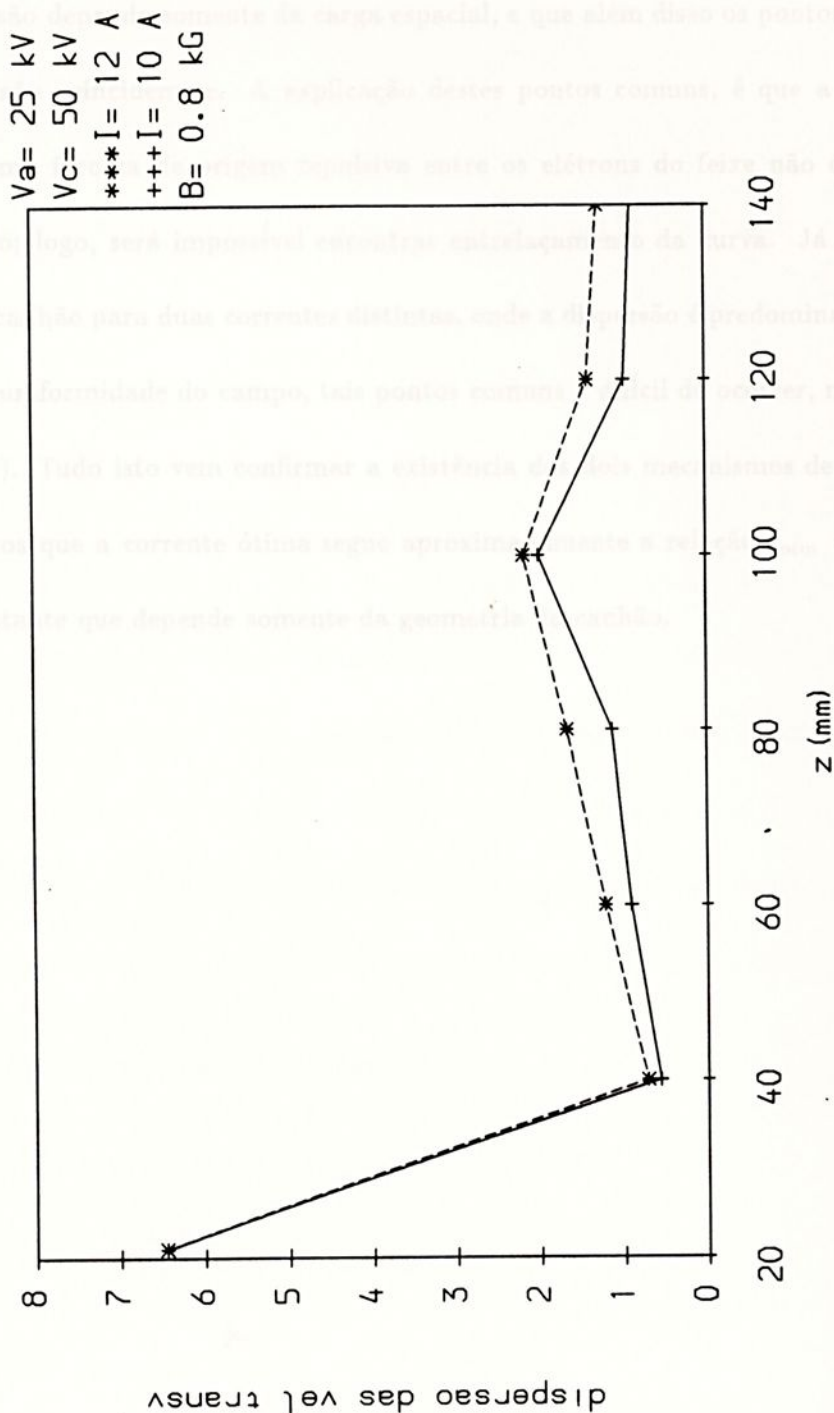


Figura 3.28. Dispersão das velocidades transversais dos elétrons, ao longo da direção axial: $V_a = 25 \text{ kV}$, $V_c = 50 \text{ kV}$, $I = 12 \text{ A}$, $I = 10 \text{ A}$ e $B = 0,8 \text{ kG}$

O que também se observa é que o entrelaçamento jamais ocorre quando o mecanismo de dispersão depende somente da carga espacial, e que além disso os pontos máximos e mínimo de dispersão coincidem-se. A explicação destes pontos comuns, é que a carga espacial, que produz uma força de origem repulsiva entre os elétrons do feixe não é uniforme ao longo do canhão; logo, será impossível encontrar entrelaçamento da curva. Já quando passamos a operar o canhão para duas correntes distintas, onde a dispersão é predominantemente dominada pela não-uniformidade do campo, tais pontos comuns é difícil de ocorrer, mas não impossível (Fig. 3.20). Tudo isto vem confirmar a existência dos dois mecanismos de dispersão. Por fim, observamos que a corrente ótima segue aproximadamente a relação $I_{otm} = C.V_a^{3/2}$, onde C é uma constante que depende somente da geometria do canhão.



CAPÍTULO 4

OTIMIZAÇÃO DA GEOMETRIA

4.1 Introdução

Neste capítulo apresentaremos as leis para escala de três canhões não-adiabáticos, com o objetivo de compará-las com a lei de escala do canhão CIM. Veremos com as leis de escalas quão mais vantajoso torna-se o uso do canhão não-adiabático, principalmente em girotrons que operam com alta compressão magnética. A reflexão do feixe na cavidade resulta em instabilidades e, conseqüentemente, a sua operação torna-se totalmente imprevisível.⁸ Antes de apresentarmos as leis de escala do canhão não-adiabático, deduziremos a lei de escala para um diodo plano, devido à simplicidade em deduzir analiticamente as equações, tais como:

1. Equação da densidade de corrente emitida;
2. Equação do movimento;
3. Equação da distribuição de potencial;
4. Equação do campo elétrico;
5. Equação da densidade de carga.



4.2 Diodo Plano

No diodo plano, limitado por carga espacial, a distribuição de potencial entre o catodo e anodo é fortemente afetado pela presença dos elétrons (Fig. 4.1). No caso simples de um diodo de placas paralelas de extensão infinita, o potencial varia linearmente na ausência de elétrons (curva 1). Quando o catodo é aquecido, a carga negativa dos elétrons emitidos reduz o potencial na região entre os eletrodos (curva 2). Um posterior aumento de temperatura (e portanto na emissão) reduz ainda mais o potencial, embora a curva de potencial ainda apresente declive nulo na origem (curva 3). Se ainda continuamos a aumentar a temperatura, a derivada do potencial, próximo ao catodo torna-se negativa (curva 4). Nem todos os elétrons emitidos, mas somente aqueles que possuem velocidade suficiente para sobrepor a força de retardo alcançam o anodo. Alguns elétrons são repelidos e retornam ao catodo. Um aumento suplementar na temperatura não mais aumenta a corrente do anodo. Nesta situação a corrente do anodo é limitada a um valor máximo temperatura correspondente á curva 3.

4.3 Equação da Conservação de Energia

Na ausência de campo magnético, a equação de Lorentz

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = q \left(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B} \right) \quad (4.1)$$

reduz-se a

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = q \vec{E} \quad (4.2)$$

Desde que o sistema seja unidimensional, e supondo que esteja orientado ao longo do eixo "x", temos:



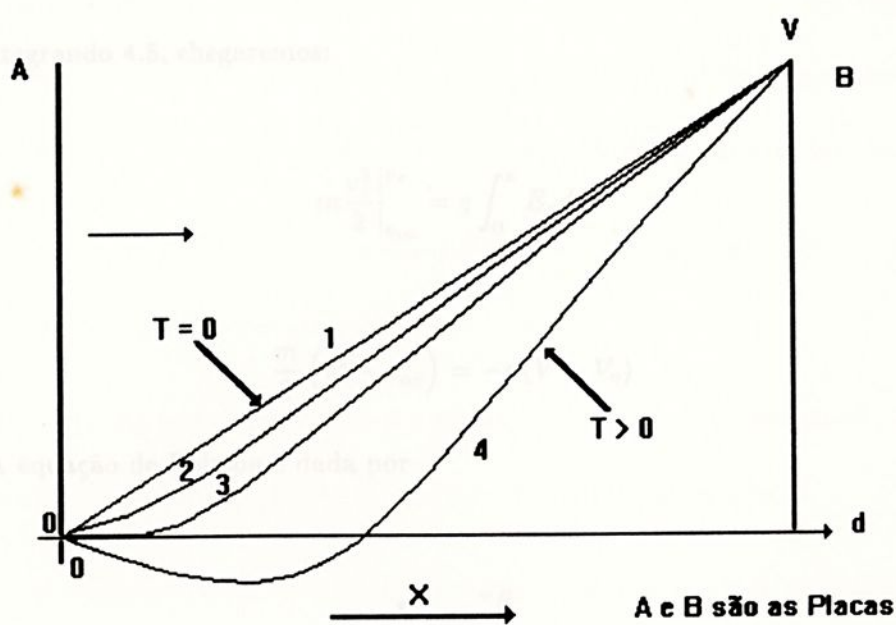


Figura 4.1. Diodo de placas paralelas

$$m \frac{d\vec{v}_x}{dt} = q\vec{E}_x \quad (4.3)$$

Multiplicando escalarmente por $\vec{v}_x$

$$m \cdot \vec{v}_x \cdot \frac{d\vec{v}_x}{dt} = q\vec{E}_x \cdot \vec{v}_x \quad (4.4)$$

$$m \cdot v_x \cdot \frac{dv_x}{dt} = qE_x \cdot \frac{dx}{dt} \quad (4.5)$$

Integrando 4.5, chegaremos:

$$m \frac{v_x^2}{2} \Big|_{v_{ox}}^{v_x} = q \int_0^x E_x dx \quad (4.6)$$

$$\frac{m}{2} (v_x^2 - v_{ox}^2) = -e(V - V_o) \quad (4.7)$$

A equação de Poisson é dada por

$$\nabla^2 = \frac{-\rho}{\epsilon_o} \quad (4.8)$$

Para o caso unidimensional, temos:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = \frac{-\rho}{\epsilon_o} \quad (4.9)$$

A equação da densidade de corrente será:

$$J = \rho v_x \quad (4.10)$$



A seguinte análise aplica-se somente em certas condições e suposições. A primeira condição é que o sistema deva ser operado com nível de emissão que corresponda à curva 4, situação em que o número de elétrons emitidos deve exceder o número de elétrons que alcança o anodo. Neste caso, alguns elétrons retornam ao catodo, e um mínimo de potencial é formado a uma pequena distância do catodo. Estritamente falando, a análise aplica-se na região compreendida entre o catodo e este mínimo. O valor e a posição exata do mínimo dependem do potencial do anodo, como também da temperatura do catodo, e da razão entre as correntes de operação e de saturação. A segunda condição advém do fato de que as velocidades de todos os elétrons emitidos do catodo não são idênticas, mas seguem uma distribuição maxwelliana. Nesse estudo, aplicado à região catodo- anodo, as seguintes condições devem ser satisfeitas:

1. A separação entre catodo e anodo deve ser muito maior que a distância do catodo ao mínimo potencial;
2. A diferença de potencial entre o catodo e o anodo deve ser muito maior que a diferença de potencial entre o catodo e o potencial mínimo.

Além destas (corrente de emissão maior do que a corrente do anodo e, potencial mínimo muito próximo do catodo), suposições complementares são feitas:

1. Velocidade inicial dos elétrons é nula;
2. O campo elétrico (isto é o gradiente de potencial) é zero no catodo;
3. Os elétrons são emitidos na direção normal ao plano do catodo.

Com estas suposições a Eq. 4.7 reduz a:

$$\frac{mv_r^2}{2} = -eV \quad (4.11)$$



Reescrevendo a equação 4.9 como se segue:

$$\frac{d^2V}{dx^2} = \frac{-\rho}{\epsilon_o} = \frac{J}{\epsilon_o} \sqrt{\frac{1}{2\eta}} V^{-\frac{1}{2}} \quad (4.12)$$

e integrando, temos:

$$\frac{d\left(\frac{dV}{dx}\right)^2}{dx} = \frac{J}{\epsilon_o} \sqrt{\frac{1}{2\eta}} V^{-\frac{1}{2}} \quad (4.13)$$

$$\left(\frac{dV}{dx}\right)^2 = \frac{4J}{\epsilon_o} \sqrt{\frac{1}{2\eta}} V^{\frac{1}{2}} + C_1 \quad (4.14)$$

Desde que $\nabla V = 0$, logo $C_1 = 0$. Integrando novamente, chegaremos:

$$\frac{dV}{dx} = \sqrt{\frac{4J}{\epsilon_o} \sqrt{\frac{1}{2\eta}} V^{\frac{1}{2}}} \quad (4.15)$$

$$\frac{dV}{V^{\frac{1}{4}}} = \sqrt{\frac{4J}{\epsilon_o} \sqrt{\frac{1}{2\eta}}} dx \quad (4.16)$$

$$\frac{3}{4} V^{\frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{4J}{\epsilon_o} \sqrt{\frac{1}{2\eta}}} x + C_2 \quad (4.17)$$

Desde que $V = 0$ em $x = 0$, logo $C_2 = 0$

A solução para a densidade de corrente, será:

$$J = \frac{4}{9} \sqrt{2\eta\epsilon_o} \frac{V^{\frac{3}{2}}}{x^2} \quad (4.18)$$

$$J = 2,331 \times 10^{-6} \frac{V^{\frac{3}{2}}}{x^2} \quad (4.19)$$

Devido o problema ser unidimensional, escreveremos a dependência das outras quantidades como função de "x".

Tabela 4.1. Dependência funcional de certas quantidades com a distância

QUANTIDADE	VARIA EM FUNÇÃO
V [V]	$x^{\frac{3}{4}}$ [cm]
v [cm/s]	$x^{\frac{2}{3}}$ [cm]
ρ [C/cm ³]	$x^{-\frac{2}{3}}$ [cm]
E [V/cm]	$x^{\frac{1}{3}}$ [cm]

4.4 Variação da Distância Catodo-Anodo

Suponhamos agora um novo diodo identificado pela razão de escala

$$L = \frac{l'}{l} \quad (4.20)$$

A equação do movimento será:

$$m \frac{d^2 l}{dt^2} = eE \quad (4.21)$$

Ainda podemos escrever

$$\frac{m}{L} \frac{d^2 l'}{dt^2} = e.E \quad (4.22)$$

$$m \frac{d^2 l'}{dt^2} = e.L.E \quad (4.23)$$

Mas a equação do movimento para o segundo diodo será:

$$m \frac{d^2 l'}{dt^2} = e.E' \quad (4.24)$$



Comparando as duas equações, chegaremos à:

$$E' = L.E \quad (4.25)$$

Desde que o campo elétrico tem dimensão de potencial dividido pela distância

$E = -\nabla V$ e o fator de escala é "L", os potenciais do diodo escalonado se relacionam com os potenciais associados ao diodo original de acordo com a relação:

$$\frac{V'}{V} = \frac{E'.l'}{E.l} = L \frac{E'}{E} = \frac{L.L.E}{E} \quad (4.26)$$

Ainda podemos escrever V' como sendo

$$V' = L^2 V \quad (4.27)$$

A razão da densidade de corrente nos dois diodos é obtido ao se considerar a equação de Poisson $\nabla^2 V = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ e a relação entre a densidade de carga e corrente ($J = \rho.v$, onde "v" é a velocidade).

$$\frac{\rho'}{\rho} = \frac{\nabla^2 V'}{\nabla^2 V} = L^2 \frac{\nabla^2 V}{\nabla^2 V} \Rightarrow \rho' = \rho.L^2 \quad (4.28)$$

A razão entre as densidades de corrente será:

$$\frac{J'}{J} = \frac{\rho'.v'}{\rho.v} \quad (4.29)$$

Desde que, de acordo com a equação da conservação da energia

$$v \sim V^{\frac{1}{2}} \quad (4.30)$$

Então podemos escrever a equação 4.29 como sendo:

$$\frac{J'}{J} = \frac{\rho'}{\rho} \left(\frac{V'}{V} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4.31)$$

$$\frac{J'}{J} = \frac{\rho L^2}{\rho} \left(\frac{V L^2}{V} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4.32)$$

$$J' = L^3 J \quad (4.33)$$

Com o auxílio das equações 4.25, 4.27, 4.28 e 4.33, podemos reescrever a Tab. 4.1, como se segue:

Tabela 4.2. Quantidade associadas ao diodo modificado

QUANTIDADE	VARIA EM FUNÇÃO
$V' [V]$	$L^2 x^{\frac{3}{4}} [\text{cm}]$
$\rho' [C/cm^3]$	$L^2 x^{-\frac{2}{3}} [\text{cm}]$
$E' [V/cm]$	$L x^{\frac{1}{3}} [\text{cm}]$

4.5 Variação do Potencial Aplicado ao Anodo

$$\frac{V'}{V} = \alpha \quad (4.34)$$

Da equação da energia

$$\frac{v'_x}{v_x} \sim \left(\frac{V'}{V} \right)^2 \Rightarrow v'_x = \alpha^{\frac{1}{2}} v_x \quad (4.35)$$

A densidade de corrente

$$J' = \alpha^{\frac{3}{2}} J \quad (4.36)$$



Estas leis de escala nos habilitam prontamente a prever o comportamento e propriedades de um diodo de interesse a partir de um diodo padrão ou já previamente conhecido.

Devemos também lembrar da facilidade de encontrar estas leis, em vista da simplicidade da geometria e de seu caráter unidimensional. Contudo, no canhão não-adiabático tais facilidades não mais existem, em vista da complexidade da geometria que apresenta os seguintes parâmetros relevantes:

1. Distância axial entre catodo e anodo de modulação;
2. Separação radial entre catodo e anodo de modulação;
3. Separação entre os anodos de modulação e de aceleração;
4. Raio do tubo de deriva.

Nem todos os efeitos destas modificações foram simuladas, mas, contudo, as leis de escalas para três canhões não-adiabáticos serão apresentadas. Uma vez que a solução analítica do movimento dos elétrons do feixe é extremamente complexa, nos concentraremos em encontrar a lei de escala que relaciona a geometria do sistema com os parâmetros do feixe, a saber:

1. A velocidade perpendicular dos elétrons, calculado na saída do canhão;
2. A velocidade paralela dos elétrons;
3. O parâmetro $\alpha_k = \left(\frac{v_{\perp k}}{v_{\parallel k}} \right)$, calculado na saída do canhão.

A equação que fornece a velocidade de deriva dos elétrons que viajam numa região de campos elétrico e magnético é dada por:

$$v_{\perp} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{B^2} \quad (4.37)$$

A equação que relaciona a velocidade oscilatória média dos elétrons com os campos elétrico e magnético pode ser expressa por

$$\bar{v}_{\perp} = C \frac{V_a^x}{B^y} \quad (4.38)$$

Os parâmetros “x” e “y” estão relacionados com a lei de escala do canhão para diversos potenciais e campos magnéticos aplicados, ou seja, para diversas formas de focalização ($\vec{E}e\vec{B}$). Devido à dificuldade em se descrever analiticamente o movimento dos elétrons, utilizamos um conjunto de gráficos que interrelacionam as curvas médias das velocidades transversais e, com isso, que nos possibilita a assim encontrar os expoentes “x” e “y”. A seguir é mostrada a lei de escala de três canhões, a saber:

1. canhão original ($\bar{v}_{\perp 1}$);
2. canhão com diâmetro de tubo de deriva igual a 30 mm ($\bar{v}_{\perp 2}$);
3. canhão ampliado por um fator de 1,8 em relação ao canhão original ($\bar{v}_{\perp 3}$).

$$\beta_{\perp 1} = \frac{\bar{v}_{\perp 1}}{c} = 2,120 \times 10^{-3} \frac{V_a^{1,79}}{B^{2,23}} \quad (4.39)$$

$$\beta_{\perp 2} = \frac{\bar{v}_{\perp 2}}{c} = 1,750 \times 10^{-5} \frac{V_a^{1,76}}{B^{1,47}} \quad (4.40)$$

$$\beta_{\perp 3} = \frac{\bar{v}_{\perp 3}}{c} = 5,937 \times 10^{-4} \frac{V_a^{1,96}}{B^{2,53}} \quad (4.41)$$



$$\beta_{||1} = \frac{\bar{v}_{||1}}{c} = 0,296 \frac{V_a^{-0,102}}{B^{-0,204}} \quad (4.42)$$

$$\beta_{||2} = \frac{\bar{v}_{||2}}{c} = 0,283 \frac{V_a^{-0,072}}{B^{-0,164}} \quad (4.43)$$

$$\beta_{||3} = \frac{\bar{v}_{||3}}{c} = 0,332 \frac{V_a^{-0,035}}{B^{-0,090}} \quad (4.44)$$

com o campo magnético e o potencial V_a do primeiro anodo expressos respectivamente em G e V. Conseqüentemente, o parâmetro alfa do feixe pode ser escrito como:

$$\bar{\alpha}_1 = \frac{v_{\perp 1}}{v_{||1}} = 7,165 \times 10^{-3} \frac{V_a^{1,892}}{B^{2,435}} \quad (4.45)$$

$$\bar{\alpha}_2 = \frac{v_{\perp 2}}{v_{||2}} = 6,190 \times 10^{-5} \frac{V_a^{1,832}}{B^{1,634}} \quad (4.46)$$

$$\bar{\alpha}_3 = \frac{v_{\perp 3}}{v_{||3}} = 1,789 \times 10^{-3} \frac{V_a^{1,995}}{B^{2,620}} \quad (4.47)$$

No capítulo 1 foram apresentadas as inconveniências do canhão CIM, que são:

1. Emprego de técnicas precisas de usinagem e selagem;
2. Possibilidade de reflexão do feixe, na entrada da cavidade, em girotrons que operam com alta compressão magnética.

Agora faremos com auxílio das leis de escala dadas pelas equações 4.39, 4.40 e 4.41 um estudo comparativo em relação ao canhão CIM. A lei de escala do canhão CIM é expresso como:



$$v_{\perp k} = \frac{E}{B_k} \quad (4.48)$$

ou ainda podemos escrever

$$v_{\perp k} = \frac{V_a}{d} \frac{1}{B_k} \quad (4.49)$$

onde $V_a = E \cdot d$ é o potencial do primeiro anodo com "d" representando a separação entre o catodo e anodo.

Devido à invariância adiabática, temos:

$$\frac{\gamma^2 \bar{v}_{\perp}^2}{B} = cte \quad (4.50)$$

Então da equação 4.50, podemos escrever

$$\frac{\gamma^2 \bar{v}_{\perp k}^2}{B_k} = \frac{\gamma^2 \bar{v}_{\perp cav}^2}{B_{cav}} \quad (4.51)$$

$$\bar{v}_{\perp cav} = \frac{1}{d} \sqrt{\frac{B_{cav}}{B_k}} \cdot \frac{V_a}{B_k} \quad (4.52)$$

O termo $\frac{B_{cav}}{B_k}$ é definido como a razão de compressão magnética e, B_k o campo magnético no canhão. Reescrevendo as equações 4.39, 4.40 e 4.41, na cavidade, temos:

$$\beta_{\perp 1 cav} = \frac{v_{\perp 1 cav}}{c} = 2,210 \times 10^{-3} \sqrt{\frac{B_{cav}}{B_k}} \frac{V_a^{1,790}}{B_k^{2,230}} \quad (4.53)$$

$$\beta_{\perp 2 cav} = \frac{v_{\perp 2 cav}}{c} = 1,750 \times 10^{-5} \sqrt{\frac{B_{cav}}{B_k}} \frac{V_a^{1,760}}{B_k^{1,170}} \quad (4.54)$$



$$\beta_{\perp 3cav} = \frac{v_{\perp 3cav}}{c} = 5,930 \times 10^{-4} \sqrt{\frac{B_{cav}}{B_k} \frac{V_a^{1,960}}{B_k^{2,530}}} \quad (4.55)$$

Quando comparamos a equação 4.52 com as equações 4.53, 4.54 e 4.55, vemos que a dependência da velocidade transversal com o campo magnético torna-se mais forte para os casos não-adiabáticos. Conseqüentemente, o campo magnético no catodo pode ser suficientemente reduzido sem que ocorra reflexão do feixe na cavidade.

As leis de escalas dadas pelas equações gerais 4.45 - 4.47 e 4.53 - 4.55 expressam os parâmetros de operação do canhão, mas obviamente ocorrência de arco (ruptura de vácuo) e o limite relativístico limitam o uso de tais equações . Para um feixe de elétrons de energia fixa e campo magnético especificado na cavidade (B_{cav}), o valor máximo de alfa vale

$$\alpha_{max} = \frac{v_t^2}{B_{cav}} \quad (4.56)$$

onde v_t é a velocidade total do elétron. Se o feixe de elétrons produzido tiver um parâmetro $\alpha > \alpha_{max}$, então possivelmente o mesmo sofrerá reflexão. A seguir apresentaremos os parâmetros de operação dos canhões não-adiabáticos, como também as propriedades requeridas do feixe a ser produzido.

4.6 Parâmetros de Operação

No projeto do canhão foi comentado a necessidade de otimizar a qualidade do feixe. Mesmo que encontrássemos um sistema de focalização que produzisse baixa dispersão, o feixe resultante poderia não apresentar as propriedades requeridas na região da cavidade ressonante. Para explicar tal fato, partiremos da suposição de que nosso canhão forneça um feixe com 50 keV de energia e corrente de operação de 10 A. Além disso, este canhão deve ser instalado em um girotron de 35 GHz e $\alpha = 2,0$ na cavidade.



Da frequência de trabalho de 35 GHz, que é igual à frequência ciclotrônica dos elétrons na cavidade $\omega_c = \frac{qB}{\gamma m_o}$, podemos calcular o campo magnético na região da cavidade (12,7 kG).Usando a seguinte equação, que decorre da invariância adiabática,

$$\frac{\left[1 + \frac{1}{\alpha_{cav}^2}\right]}{\left[1 + \frac{1}{\alpha_k^2}\right]} = \frac{B_k}{B_{cav}} \tag{4.57}$$

chega-se ao valor de α_k na saída do canhão.

Abaixo segue a tabela dos parâmetros de trabalho dos canhões para uma corrente de 10 A.

O valor de projeto do fator alfa, requerido na região da cavidade, restringe os parâmetros de operação do canhão. Operando-se o canhão com $V_a = 28 \text{ kV}$ e $B = 0,7 \text{ kG}$, a corrente de operação é a própria corrente ótima do canhão. Por fim, a energia do feixe é controlada pelo potencial aplicado ao segundo anodo.



Tabela 4.3. Parâmetros de operação. α_k : alfa na saída do canhão, V_a : potencial aplicado ao anodo de modulação, B_k : campo magnético do canhão, $\frac{\delta v_{\perp}}{v_{\perp}}\%$: valor da dispersão na saída

α_k	V_a [V]	B_k [kG]	$\frac{\delta v_{\perp}}{v_{\perp}} [\%]$	Tipo de canhão
0,1981	21,5	0,6	0,88	1
0,2141	28,0	0,7	0,34	
0,2303	34,0	0,8	1,79	
0,2592	48,0	1,0	4,32	

Tabela 4.4. Parâmetros de operação. α_k : alfa na saída do canhão, V_a : potencial aplicado ao anodo de modulação, B_k : campo magnético do canhão, $\frac{\delta v_{\perp}}{v_{\perp}}\%$: valor da dispersão na saída

α_k	V_a [V]	B_k [kG]	$\frac{\delta v_{\perp}}{v_{\perp}} [\%]$	Tipo de canhão
0,1981	22,0	0,6	0,68	2
0,2141	29,0	0,7	0,40	
0,2303	35,5	0,8	1,96	

Tabela 4.5. Parâmetros de operação. α_k : alfa na saída do canhão, V_a : potencial aplicado ao anodo de modulação, B_k : campo magnético do canhão, $\frac{\delta v_{\perp}}{v_{\perp}}\%$: valor da dispersão na saída

α_k	V_a [V]	B_k [kG]	$\frac{\delta v_{\perp}}{v_{\perp}} [\%]$	Tipo de canhão
0,1607	24,0	0,4	0,92	3
0,1803	34,0	0,5	0,76	
0,1981	49,0	0,6	1,12	



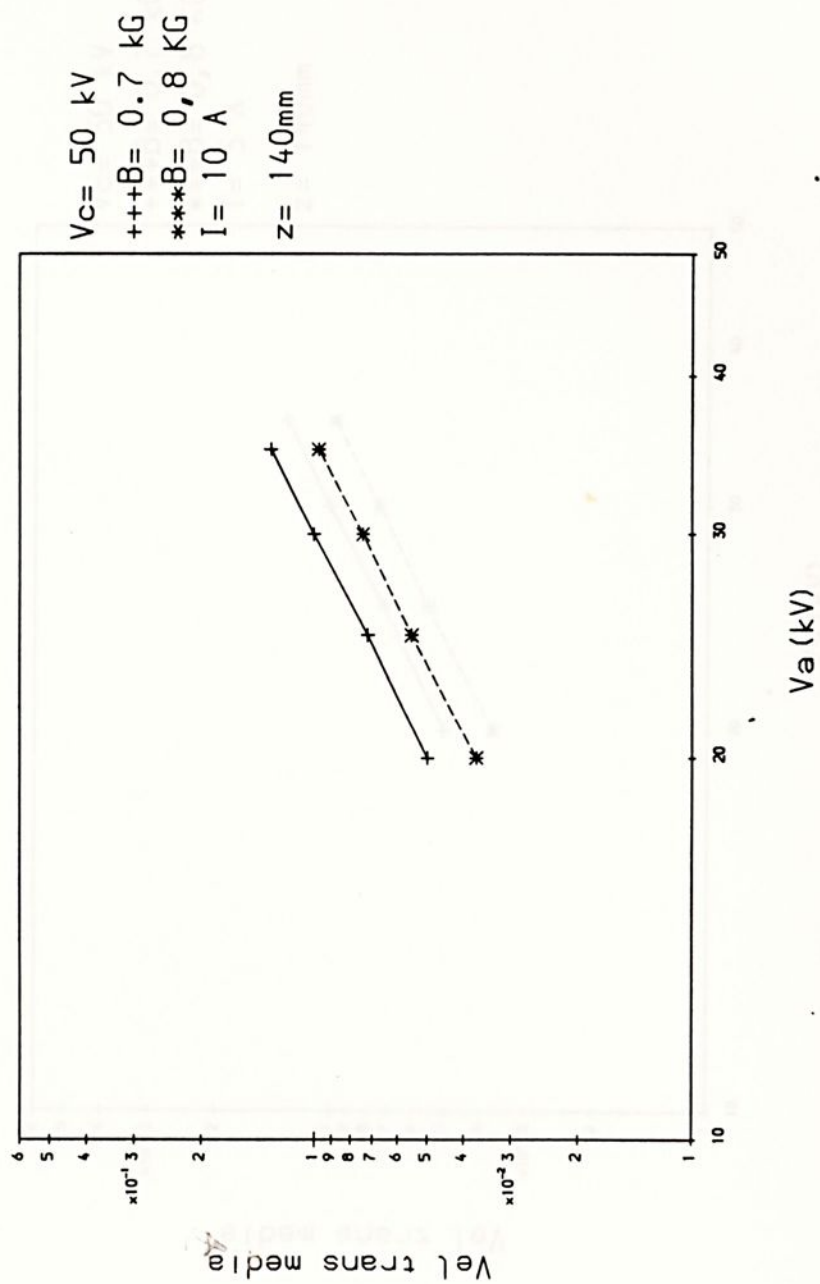


Figura 4.2. Velocidade transversal média dos elétrons do canhão original, calculado na saída: $V_c = 50 \text{ kV}$, $I = 10 \text{ A}$, $B = 0,7 \text{ kG}$, $B = 0,8 \text{ kG}$ e $z = 140 \text{ mm}$

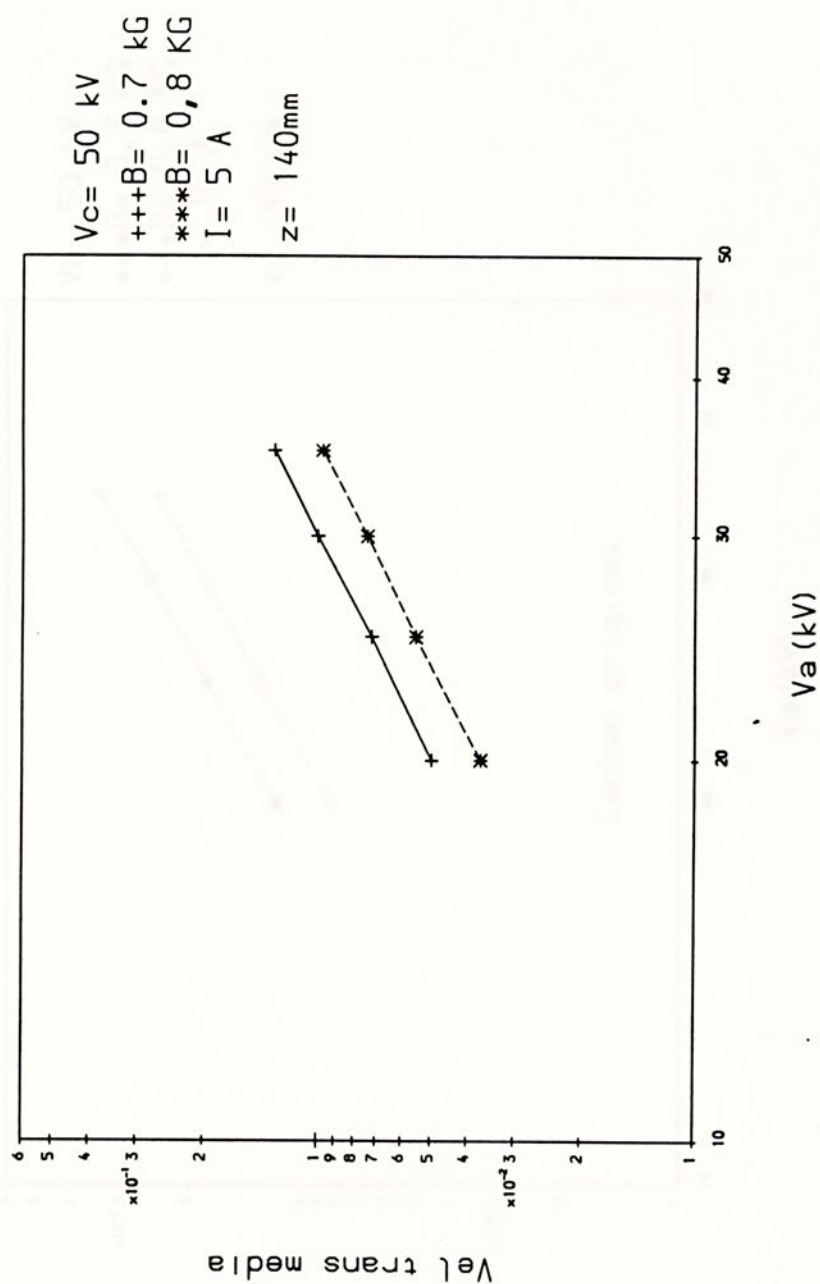


Figura 4.3. Velocidade transversal média dos elétrons do canhão original, calculado na saída: $V_c = 50 \text{ kV}$, $I = 5 \text{ A}$, $B = 0,7 \text{ kG}$, $B = 0,8 \text{ kG}$ e $z = 140 \text{ mm}$

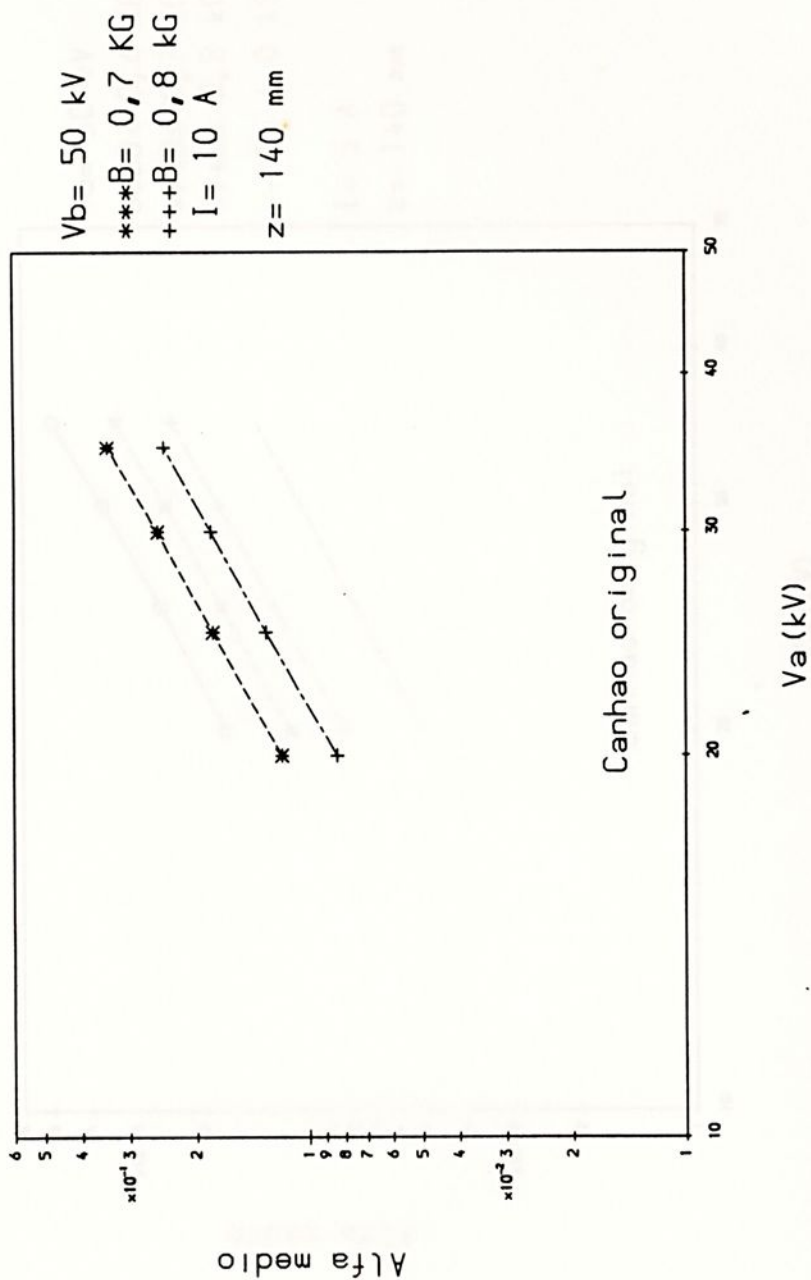


Figura 4.4. Alfa médio dos elétrons do canhão original, calculado na saída: $V_c = 50 \text{ kV}$, $I = 10 \text{ A}$, $B = 0,7 \text{ kG}$, $B = 0,8 \text{ kG}$ e $z = 140 \text{ mm}$

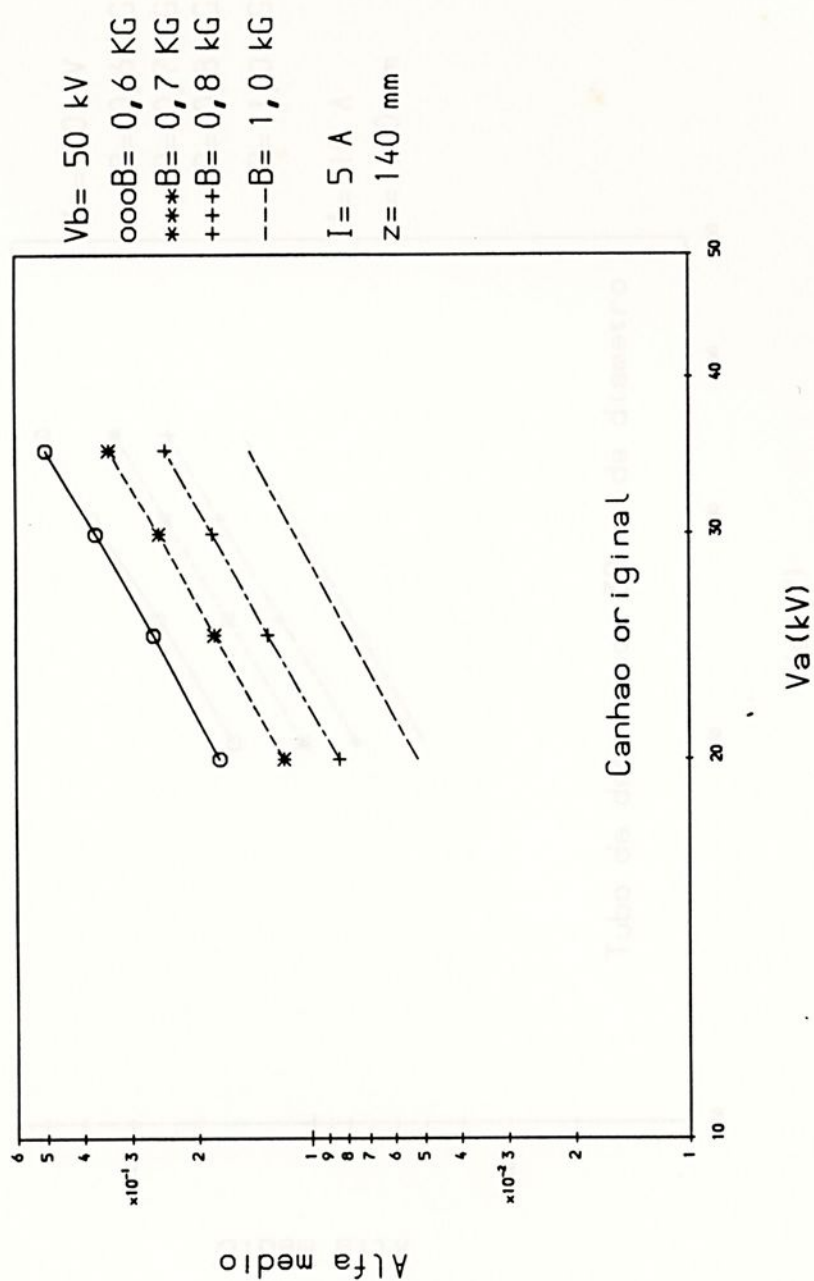


Figura 4.5. Alfa médio dos elétrons do canhão original, calculado na saída: $V_c = 50 \text{ kV}$, $I = 5 \text{ A}$, $B = 0,6 \text{ kG}$, $B = 0,7 \text{ kG}$, $B = 0,8 \text{ kG}$, $B = 1,0 \text{ kG}$, e $z = 140 \text{ mm}$

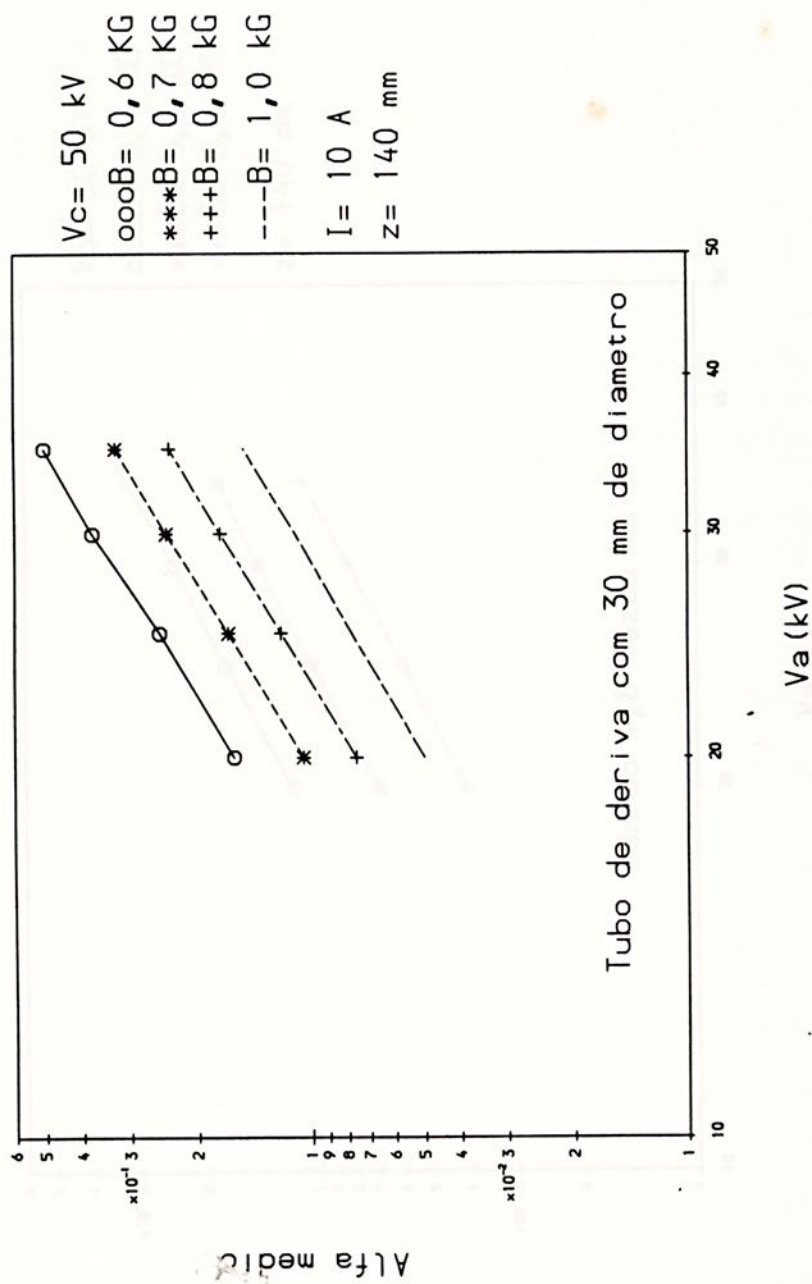


Figura 4.6. Alfa médio dos elétrons do canhão, com diâmetro de tubo de deriva de 30 mm, calculado na saída: $V_c = 50 \text{ kV}$, $I = 10 \text{ A}$, $B = 0,6 \text{ kG}$, $B = 0,7 \text{ kG}$, $B = 0,8 \text{ kG}$, $B = 1,0 \text{ kG}$, e $z = 140 \text{ mm}$

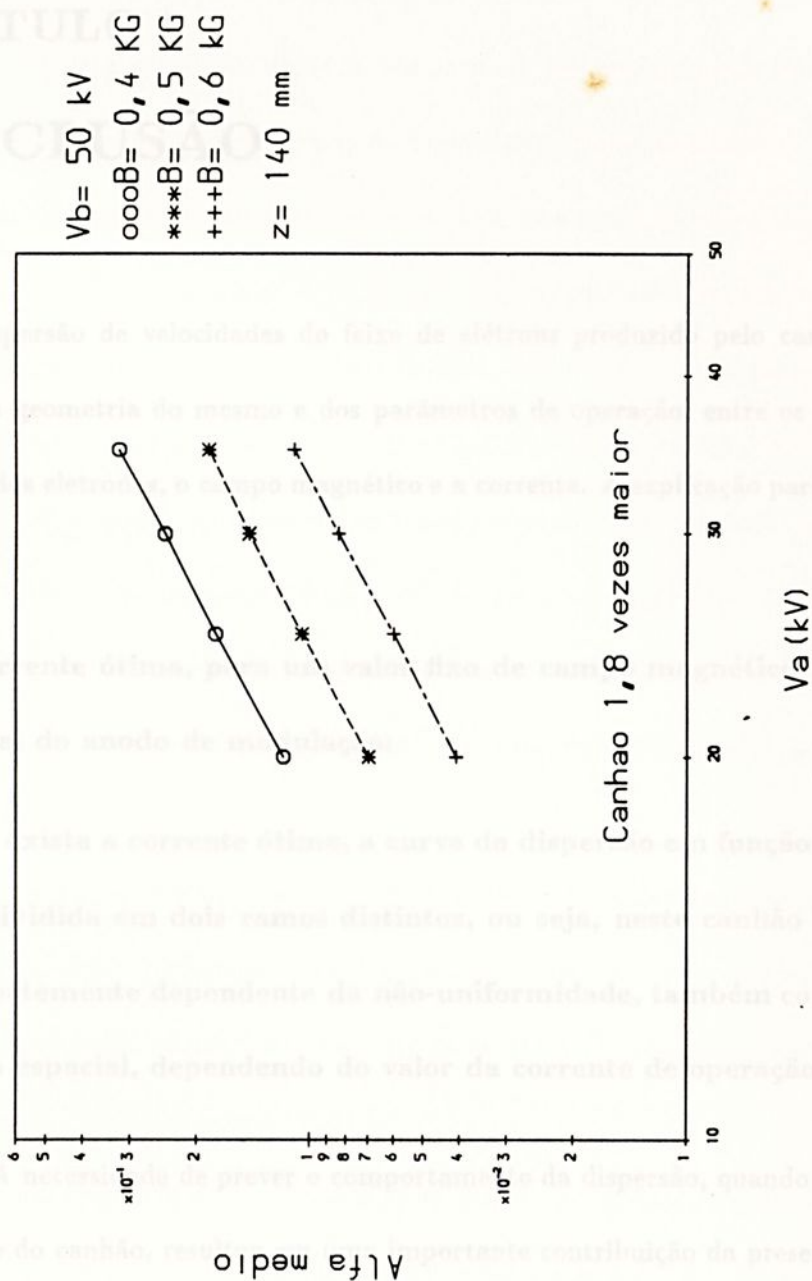


Figura 4.7. Alfa médio dos elétrons do canhão ampliado por um fator de 1,8 em relação ao canhão original, calculado na saída: $V_c = 50 \text{ kV}$, $I = 5 \text{ A}$, $B = 0,4 \text{ KG}$, $B = 0,5 \text{ KG}$, $B = 0,6 \text{ KG}$ e $z = 140 \text{ mm}$

CAPÍTULO 5

CONCLUSÃO

A dispersão de velocidades do feixe de elétrons produzido pelo canhão não-adiabático depende da geometria do mesmo e dos parâmetros de operação, entre os quais se incluem os potenciais dos eletrodos, o campo magnético e a corrente. A explicação para isto seria pelo fato de que:

1. A corrente ótima, para um valor fixo de campo magnético, cresce com o potencial do anodo de modulação;
2. Caso exista a corrente ótima, a curva da dispersão em função da corrente pode ser dividida em dois ramos distintos, ou seja, neste canhão a dispersão pode ser fortemente dependente da não-uniformidade, também como pelo efeito da carga espacial, dependendo do valor da corrente de operação,

A necessidade de prever o comportamento da dispersão, quando se altera a corrente de operação do canhão, resultou em uma importante contribuição da presente tese. Desde que se conheça a corrente ótima do canhão, pode-se prever o particular mecanismo de dispersão conforme seja o valor da corrente de operação. Se a faixa de corrente de operação for menor que a corrente ótima, a dispersão diminui com o aumento da corrente. Caso a faixa da corrente de operação do canhão seja maior que a corrente ótima, então a dispersão aumenta com a corrente.



Verificou-se também que a corrente ótima relaciona-se com o potencial do anodo de controle segundo a lei de escala $I_{otm} \propto C.V_a^{3/2}$.

Caso exista a necessidade de operar o canhão com corrente mais alta do que 10 A, num regime onde a dispersão depende somente da não-uniformidade do campo elétrico, isto pode ser conseguido para altos valores do potencial aplicado ao anodo de modulação. O valor do potencial aplicado deve ser aquele que produza uma corrente ótima maior que a corrente de operação que se deseja trabalhar. O interesse em se operar neste tipo de regime advém do fato de que a dispersão sempre diminui com a corrente até atingir o valor da corrente ótima.

O que também pode-se concluir no projeto de um canhão, é que a necessidade de produzir um feixe de acordo com as especificações requeridas na cavidade ressonante nos limita a alterar, no processo de simulação, somente os valores de campo magnético e potencial do anodo de modulação. Por fim, o potencial aplicado ao anodo de modulação e o campo magnético são os parâmetros livres de operação do canhão que controlam a dispersão, que deve ser em geral inferior a 5 %.

Lembrando dos parâmetros do feixe requeridos na cavidade, os parâmetros de operação do canhão devem ser aqueles tais que produzam um fator $\alpha = 2,0$ na região da cavidade. Este canhão mostra-se bastante atrativo por gerar um feixe tubular de elétrons com corrente de 10 A e dispersão tão baixa quanto 0,34 %.

A possibilidade de uso deste tipo de canhão em girotrons que operam com alta compressão magnética o torna mais atraente. Em vista do fato de que pelas leis de escalas dadas pelas equações 4.39, 4.40 e 4.41, mostra-se o canhão não-adiabático muito mais conveniente do que o canhão CIM.

Especificamente o trabalho concentrou-se nas seguintes ações:



1. Projetar um canhão não-adiabático, com baixa dispersão de velocidade;
2. Prever de maneira consistente a sua dispersão;
3. Generalizar a sua aplicação.

Isto foi sem dúvida conseguido, já que foram observados:

1. Dispersão tão baixa quanto 0,34%;
2. Corrente ótima proporcional à $V_a^{3/2}$;
3. Aplicação em girotrons que operam com alta compressão magnética.

A possibilidade de reduzir ainda mais a dispersão, para alguns dos sistemas de focalizações aplicados; pode ser feito através de duas maneiras:

1. Diminuindo a espessura do feixe;
2. Instalando um terceiro anodo.

A desvantagem encontrada quando se diminui a espessura do feixe resulta na diminuição da corrente para uma mesma densidade de corrente no catodo. Desde que a corrente operação é sempre uma das especificações do feixe a ser produzido, ou seja, não é um parâmetro livre de trabalho, então esta possibilidade fica restrita. Outro procedimento trata-se da inclusão de um terceiro anodo (Fig. 5.1), com a finalidade de uniformizar a distribuição de potencial na região de extração do feixe (catodo). O mesmo ocorre quando se diminui a espessura do feixe, já que um dos fatores que aumenta a dispersão é a não-uniformidade do campo elétrico sentido pelos elétrons. Conseqüentemente, ao diminuir a espessura do feixe pode-se melhorar a distribuição de potencial e, assim possibilitando que a dispersão venha a diminuir.



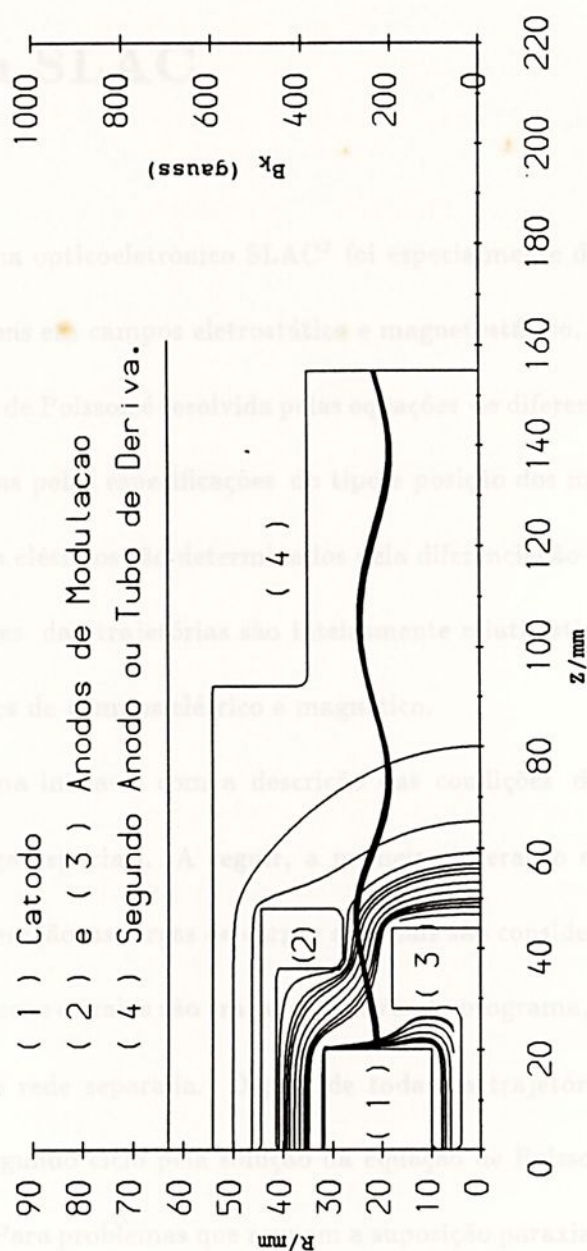


Figura 5.1. Canhão não-adiabático proposto com a finalidade de uniformizar a distribuição de potencial na região de extração (catodo): (1) catodo, (2) e (3) anodos de modulação, (4) segundo anodo ou tubo de deriva

Apêndice A

Programa SLAC

A.1 Solução da Equação de Poisson

O programa opticoeletrônico SLAC² foi especialmente desenvolvido para calcular as trajetórias dos elétrons em campos eletrostático e magnetostático.

A equação de Poisson é resolvida pelas equações de diferença finita usando as condições de contornos definidas pelas especificações do tipo e posição dos mesmos.

Os campos elétricos são determinados pela diferenciação da distribuição de potencial.

As equações das trajetórias são inteiramente relativísticas e, são consideradas para todas as componentes de campos elétrico e magnético.

O programa inicia-se com a descrição das condições de contorno(isto é, equação de Poisson sem carga espacial). A seguir, a primeira interação da trajetória é iniciada. No primeiro ciclo de interação as forças de cargas espaciais são consideradas pela suposição de uma corrente paraxial. Como os raios são traçados através do programa, estas forças são computadas e estocadas em uma rede separada. Depois de todas as trajetórias terem sido calculadas, o programa inicia o segundo ciclo pela solução da equação de Poisson com as carga espaciais da primeira interação. Para problemas que reúnem a suposição paraxial, especialmente se o feixe de elétrons relativísticos estiverem envolvidos , este primeiro ciclo pode ser suficiente para resolver o problema por completo.Os ciclos de interação subsequente tanto quanto nescessário seguem o caminho anteriormente citado.



Este programa quase sempre opera em duas dimensões R ou Z em coordenadas cilíndricas ou X e Y em coordenadas retangulares. O campo magnético exceto o campo magnético próprio do feixe, são descrito em um dos dois modos:

1. Por especificação do campo ao longo do eixo Z;
2. Pela especificação de uma série de bobinas(fornecendo posição, raio e corrente).

A.1 Solução da Equação de Poisson

O programa contém uma subrotina que lê nos cartões de dados a descrição das condições de contornos e calcula os coeficientes das equações de diferenças finitas para cada ponto de rede dentro do problema. A solução da equação de Poisson é encontrada em termos de uma série de pontos que forma uma rede de quadrados idênticos. O potencial é calculado para cada intersecção de rede.

A.2 Tipos de Contorno

Três tipos de contorno são de interesse. O primeiro é o contorno de Dirichlet nos quais os potenciais são conhecidos. Nos problemas de eletrostática, este pode ser por exemplo um eletrodo fixo com um dado potencial. O segundo é o contorno de Neumann que são linhas que coincidem com a rede e que ainda as suas derivadas normais são conhecidas. Assim, por exemplo, o eixo de simetria de um dispositivo simetricamente cilíndrico têm a sua derivada normal igual à zero. O terceiro tipo é o contorno geral de Neumann, isto é, aquele que não está orientado ao longo das linhas da rede. Nestes contornos quase sempre assumem-se que a sua derivada normal é nula.



Apêndice B

Sistemas de Coordenadas

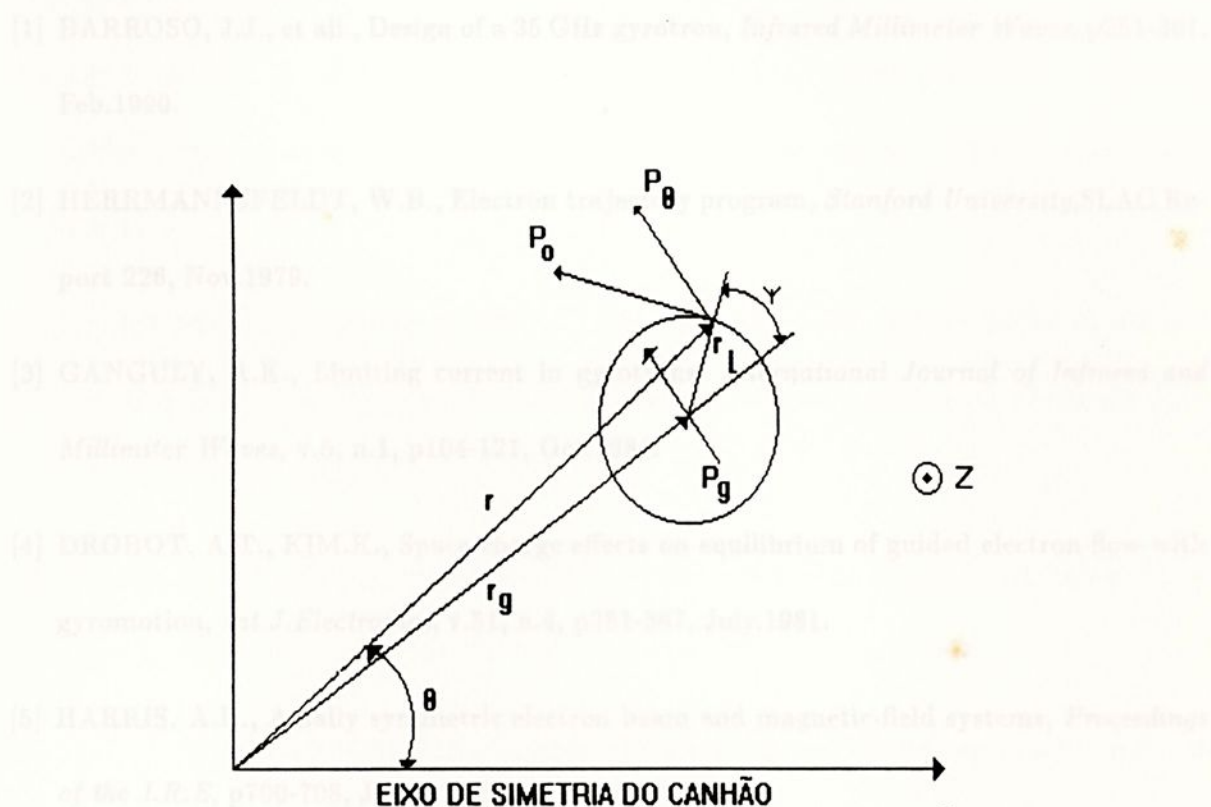


Figura B.1. Sistemas de referência com origem no eixo de simetria do canhão e no centro de giro dos elétrons

Referências Bibliográficas

- [1] BARROSO, J.J., et ali., Design of a 35 GHz gyrotron, *Infrared Millimeter Waves*, p251-367, Feb.1990.
- [2] HERRMANNSELDT, W.B., Electron trajectory program, *Stanford University, SLAC Report* 226, Nov.1979.
- [3] GANGULY, A.K., Limiting current in gyrotrons, *International Journal of Infrared and Millimeter Waves*, v.5, n.1, p104-121, Oct.1984.
- [4] DROBOT, A.T., KIM.K., Space charge effects on equilibrium of guided electron flow with gyromotion, *Int.J.Electronics*, v.51, n.4, p351-367, July.1981.
- [5] HARRIS, A.H., Axially symmetric electron beam and magnetic-field systems, *Proceedings of the I.R.E*, p700-708, June.1952.
- [6] PIOSZYK, B., A non-adiabatic electron gun for gyrotrons, *Thirteenth Int. Conf. Infrared and Millimeter Waves, SPIE*, v.1039, p422-423, 1988.
- [7] CORREA, R.A., BARROSO, J.J., Space charge effects of gyrotron electron beams in coaxial cavities, *International Journal Eletronics*, v.74, n.1, p131-136, August.1992.
- [8] MA, J.Y.L., A new cylindrical electron gun for low-power tunable gyrotron with high magnetic compression ratios, *IEEE Transactions on microwave theory and techniques*, v.33, n.4, p323-327, April.1985.



- [9] ROBERT B, M., et ali., Design of an electron gun for a 280 GHz induced-resonance-electron-cyclotron (IREC) maser experiment, *IEEE Transactions on electron devices*, v.39, n.7, p1763-1767, August.1992.
- [10] SAMUEL, A.L., On theory of axially symmetric electron beams in an axial magnetic-field, *Proceedings of the I.R.E.*, p1252-1258, Nov.1949.
- [11] SEFTOR, J.L., et ali., An investigation of a magnetron injection gun suitable for use in cyclotron resonance masers, *IEEE Transactions on electron devices*, v.26, n.10, p1609-1616, Oct.1979.
- [12] STENTON, J.A.C., EDGCOMBE, C.J., Measurement of transverse velocity in electron beams emitted from axisymmetric electrode systems, *International Journal Eletronics*, v.57, n.6, p1205-1218, July.1984.
- [13] BAIRD, J.M., LAWSON, W., Magnetron injection gun (MIG) design for gyrotron applications, *International Journal Eletronics*, v.61, n.6, p953-967, July.1986.
- [14] CAPLAN, M., THORINGTON, C., Improved computer modelling of magnetron injection guns for gyrotrons, *International Journal Eletronics*, v.51, n.4, p415-426, June.1981.
- [15] CORRÊA, R.A., *Estudo da interação de feixes de elétrons com ondas eletromagnéticas em cavidades coaxiais de girotron*. São José dos Campos. ITA, 1993. Tese (Tese em Física de Plasma)- Instituto de Física, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, 1993.



Relação dos Artigos Resultantes desta Tese

BARROSO, J.J., SPASSOVSKY, I.P., STELLATI, C., Formation of helical electron beams by electrostatic pumping. In: 2º ENCONTRO BRASILEIRO DE FÍSICA DOS PLAMAS, 1993, BRASIL. *Formation of helical electron beams by electrostatic pumping*. Serra Negra. p5-8.

BARROSO, J.J., SPASSOVSKY, I.P., STELLATI, C., Non-adiabatic electron gun for gyrotrons. *The International Society for Optical Engineering Formation - SPIE.*, v.2104, p456-457, Sept. 1993.

r_0 raio interno do feixe.

r_1 raio externo do feixe.

ϕ representa a soma dos potenciais de carga espacial e Laplace.

ϕ_L potencial de Laplace.

ϕ_s potencial de carga espacial.

Q é a carga por unidade de comprimento.

$g(r)$ função adimensional.

I_T é a corrente total.

I_r é a corrente contida em um cilindro de raio r .

$\phi - \phi_0$ é a depressão de voltagem causada pelo feixe.

ϕ_0 é o potencial de uma linha de carga.

ψ é o potencial médio do feixe.

E_z campo elétrico médio no eixo e campo de carga espacial.

$F_s(r)$ carga de carga espacial.

α_z representa a relação entre a velocidade transversal e paralela na entrada do tubo.

α_z fator relativístico antes da depressão de potencial.



Símbolos

α_k representa a relação entre as velocidades transversal e paralela na saída do canhão.

CIM designa o canhão injetor magnetrônico.

CNA designa o canhão não-adiabático.

$\lambda_{||}$ comprimento de onda ciclotrônico.

ϕ_2 potencial aplicado ao cilindro externo.

J_z densidade de corrente do feixe.

r_a raio interno do feixe.

r_b raio externo do feixe.

$\bar{\phi}$ representa a soma dos potenciais de carga espacial e Laplace.

ϕ_l potencial de Laplace.

ϕ_l potencial de carga espacial.

Q é a carga por unidade de comprimento.

$g(r)$ função adimensional.

I_T é a corrente total.

I_r é a corrente contida em um cilindro de raio r .

$\bar{\phi} - \phi_2$ é a depressão de voltagem causada pelo feixe.

ϕ é o potencial de uma linha de carga.

b é o potencial médio do feixe.

E_ρ campo elétrico médio ou simplesmente o campo de carga espacial.

$F_\rho(r)$ força de carga espacial.

α_o representa a relação entre a velocidade transversal e paralela na entrada do tubo.

γ_o fator relativístico antes da depressão de potencial.



γ fator relativístico depois da depressão de potencial.

$v_{\perp}$ velocidade transversal dos elétrons.

$v_{\parallel}$ velocidade transversal dos elétrons.

ε_k energia relativística final.

c velocidade da luz no vácuo.

ε_o energia relativística final.

$\Delta|\bar{\phi} - \phi_2| = (\text{potencial médio} - \text{potencial do elétron externo}) - (\text{potencial do elétron externo} - \text{potencial na parede}).$

N_b densidade de partículas.

I_l corrente limite.

$\delta v_{\perp} \bar{v}_{\perp}$ dispersão das velocidades transversais normalizado pelo valor médio.

E_r campo elétrico radial sentido pelos elétrons ao longo do canhão.

E_z campo elétrico axial sentido pelos elétrons ao longo do canhão.

m_o massa do elétron em repouso.

η razão entre a carga e a massa de repouso do elétron.

p_z momento relativístico axial.

$p_{\perp}$ momento relativístico perpendicular.

K perveância do canhão.

" x " é a separação entre catodo e anodo.

v_r velocidade radial dos elétrons.

v_z velocidade axial dos elétrons.

v_{θ} velocidade azimutal dos elétrons.

I_{otm} corrente ótima.

I_{max} corrente máxima que pode ser extraída.

V_a potencial aplicado ao anodo de modulação.

V_c potencial aplicado ao segundo anodo ou catodo.

ρ densidade de carga.

L representa a relação entre a dimensão.

E' campo elétrico do diodo escalonado.

V' potencial aplicado ao catodo no diodo escalonado.

J' densidade máxima de corrente que pode ser extraída no diodo escalonado.

$\beta_{\perp}$ velocidade transversal média normalizada pela velocidade da luz no vácuo.

$\beta_{\parallel}$ velocidade paralela média normalizada pela velocidade da luz no vácuo.

$\frac{\bar{v}^2}{B}$ invariância adiabática.

$\bar{v}_{\perp cav}$ velocidade perpendicular média na cavidade ressonante.

B_{cav} campo magnético na cavidade.

B_k campo magnético no canhão.

v_t é a velocidade total dos elétrons.

α_{max} permitido na cavidade para uma boa eficiência do girotron.

V_b potencial aplicado ao segundo anodo de modulação.

