

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
CAMPUS DE SÃO JOÃO DA BOA VISTA

GIANCARLO SAIDEL CANAVER

**OTIMIZAÇÃO DE PÁS DE HÉLICE UTILIZANDO O ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO
POR ENXAME DE PARTÍCULAS (PSO) E A TEORIA DOS ELEMENTOS DE PÁ**

São João da Boa Vista

2023

Giancarlo Saidel Canaver

**OTIMIZAÇÃO DE PÁS DE HÉLICE UTILIZANDO O ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO
POR ENXAME DE PARTÍCULAS (PSO) E A TEORIA DOS ELEMENTOS DE PÁ**

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de
Curso de Graduação em Engenharia Aeronáutica do
Campus de São João da Boa Vista, Universidade
Estatual Paulista, como parte dos requisitos para
obtenção do diploma de Graduação em Engenharia
Aeronáutica.

Orientador: Prof^o Dr. Murilo Sartorato

São João da Boa Vista
2023

C213o Canaver, Giancarlo Saidel
Otimização de pás de hélice utilizando o algoritmo de otimização por enxame de partículas (PSO) e a Teoria dos Elementos de Pá / Giancarlo Saidel Canaver. -- São João da Boa Vista, 2023
71 p. : il., tabs., fotos

Trabalho de conclusão de curso (Bacharelado - Engenharia Aeronáutica) - Universidade Estadual Paulista (Unesp), Faculdade de Engenharia, São João da Boa Vista
Orientador: Murilo Sartorato

1. Aerodinâmica. 2. Desempenho. 3. Métodos de simulação. I. Título.

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Biblioteca da Faculdade de Engenharia, São João da Boa Vista. Dados fornecidos pelo autor(a).

Essa ficha não pode ser modificada.

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
FACULDADE DE ENGENHARIA - CÂMPUS DE SÃO JOÃO DA BOA VISTA
GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA AERONÁUTICA**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

**OTIMIZAÇÃO DE PÁS DE HÉLICE UTILIZANDO O ALGORITMO DE
OTIMIZAÇÃO POR ENXAME DE PARTÍCULAS (PSO) E A TEORIA DOS
ELEMENTOS DE PÁ**

Aluno: Giancarlo Saidel Canaver
Orientador: Prof. Dr. Murilo Sartorato

Banca Examinadora:

- Murilo Sartorato (Orientador)
- Daniel Sampaio Souza (Examinador)
- Leandra Isabel de Abreu (Examinadora)

A ata da defesa com as respectivas assinaturas dos membros encontra-se no prontuário do aluno (Expediente nº 015/2022)
--

São João da Boa Vista, 07 de fevereiro de 2023

Dedico este trabalho aos meus familiares e amigos que sempre me apoiaram.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente aos meus pais por proverem dos recursos necessários para minha educação; aos meus amigos pelo apoio; ao professor Dr. Murilo Sartorato pela ajuda no final da realização do trabalho; e em especial, ao professor Dr. Luiz Schiavo por toda sua disposição em me auxiliar e me assistir durante a realização deste trabalho.

“Não julgue o dia pelas colheitas que você faz, mas pelas sementes que você planta.”

Robert Louis Stevenson

RESUMO

O desenvolvimento de aeronaves com propulsão a hélice mais eficientes na emissão de CO_2 traz consigo a necessidade de se desenvolver hélices mais eficientes. Uma das formas é através da otimização, que visa buscar a melhor solução possível. Sendo assim, este trabalho buscou realizar um software para otimização da eficiência propulsiva de hélices, modificando as variáveis relacionadas aos perfis aerodinâmicos de sete seções ao longo de uma pá. Foi utilizado a Teoria dos Elementos de Pá para obtenção dos resultados da hélice; o Algoritmo de Otimização por Enxame de Partículas para otimização; e a parametrização de Bézier para mudança nos aerofólios. Durante a validação da ferramenta, percebeu-se que o algoritmo implementado foi capaz de encontrar soluções globais para otimização; porém, a validação do método para previsão dos resultados do comportamento aerodinâmico das hélices pela Teoria dos Elementos de Pá mostrou-se pouco destoante em comparação aos resultados experimentais. Por fim, foi realizado a otimização da eficiência de uma hélice proposta.

PALAVRAS-CHAVE: Aerodinâmica. Desempenho. Métodos de simulação.

ABSTRACT

The development of new propeller aircrafts with higher CO_2 emissions efficiency brings the necessity of blades with higher propeller efficiency. A way of achieving this goal is optimizing. Thus, this present study aims to develop a software which optimizes the propeller efficiency, over modification of seven different airfoils along the blade sections. The Particle Swarm Optimization algorithm was used as the optimizer; the Blade Element Theory was used for computing the propeller results; and the Bézier curves for changing the airfoil shapes. During the software validation, some excellent results were observed in finding the maximum global; otherwise, the Blade Element Theory shown different results between a blade analyzed in the software and those found in experimental analysis. Finally, a propeller optimization case was studied.

KEYWORDS: Aerodynamics. Performance. Simulation methods.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	Distribuição aerofólios ao longo do elemento propulsivo.	23
Figura 2	Movimento de translação e rotação da hélice.	23
Figura 3	Parâmetros de análise do elemento de pá.	25
Figura 4	Etapas processo de otimização.	29
Figura 5	Passos da formulação do problema de otimização.	29
Figura 6	Escolha do algoritmo de otimização.	31
Figura 7	Etapas do algoritmo de otimização PSO.	33
Figura 8	Obtenção dos pontos de controle de Bézier ao redor de um aerofólio e sua modificação.	34
Figura 9	Intersecção de curva de aerofólio.	35
Figura 10	Intersecção de retas.	35
Figura 11	Segmentação de aerofólio.	38
Figura 12	Mudança no ponto de controle de Bézier.	40
Figura 13	Lógica preliminar de desenvolvimento.	45
Figura 14	Conexão de classes da ferramenta de otimização realizada.	46
Figura 15	Método “iterar_zero”.	48
Figura 16	Método “iterar”.	48
Figura 17	Fluxograma de funcionamento da classe “FuncaoObjetivo”.	49
Figura 18	Fluxograma funcionamento da classe “GerenciaAerofolios”.	51
Figura 19	Fluxograma da função “gerar_pontos_de_bezier”.	52
Figura 20	Fluxograma da função “atualizar_aerofolio”.	52
Figura 21	Fluxograma de funcionamento da classe “Helice”.	53
Figura 22	Fluxograma de funcionamento da classe “Xfoil”.	54
Figura 23	Plotagem da função multimodal.	56
Figura 24	Resultados de C_T por J experimental e da classe “Helice” para a hélice proposta na validação da classe.	58
Figura 25	Resultados de η_H por J experimental e da classe “Helice” para a hélice proposta na validação da classe.	58
Figura 26	Resultados validação da maximização da função unimodal.	59
Figura 27	Resultados validação da maximização da função multimodal.	60
Figura 28	Resultados de FO por iteração para os dois tipos de simulações de hiper-parâmetros.	60
Figura 29	Resultados de duas variáveis de controle por iteração para os dois tipos de simulações de hiper-parâmetros.	61
Figura 30	Função objetivo ao longo das iterações para a otimização com maior valor atingido.	63
Figura 31	Primeiras quatro variáveis de controle ao longo da otimização para as duas otimizações com maior função objetivo.	64

Figura 32	Ultimas variáveis de controle ao longo da otimização para as duas otimizações com maior função objetivo.	65
Figura 33	Aerofólios iniciais da otimização com melhor função objetivo.	66
Figura 34	Aerofólios otimizados da otimização com melhor função objetivo.	67
Figura 35	β vs r para otimização com melhor função objetivo.	68
Figura 36	Resultados de C_T por J para a otimização com maior FO atingida.	68
Figura 37	Resultados de C_Q por J para a otimização com maior FO atingida.	69
Figura 38	Resultados de η_H por J para a otimização com maior FO atingida.	69

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	– Intervalo para escolha aleatória das variáveis de controle iniciais.	50
Tabela 2	– Geometria de hélice bipá com perfil “NACA 0020”.	56
Tabela 3	– Geometria da hélice bipá com perfil inicial “clark-Y” para otimização.	57
Tabela 4	– Distribuição das simulações realizadas para o estudo de caso.	57
Tabela 5	– Variáveis de controle da melhor partícula para simulações com hiper-parâmetros constantes e variando.	61
Tabela 6	– Resultados da maior função objetivo e convergência por simulação por variação da quantidade de partículas e iterações máxima.	62
Tabela 7	– Diferenças entre as variáveis de controle otimizadas para as duas otimizações com maiores funções objetivo.	66

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

PSO	Particle Swarm Optimization
TEP	Teoria dos Elementos de Pá
FO	Função objetivo
VC	Variáveis de controle

LISTA DE SÍMBOLOS

Re	Número de Reynolds
ρ	Densidade do ar
V_0	Velocidade do ar, da aeronave ou de translação
l	Comprimento característico do corpo
μ	Viscosidade dinâmica do ar
Ma	Número de Mach
a	Velocidade do som
γ_e	Coefficiente de expansão adiabático
R_g	Constante universal dos gases
M	Massa molecular do ar
T_e	Temperatura do ar
C_L	Coefficiente de sustentação
L_{lift}	Sustentação do corpo
A	Área superior projetada do corpo
C_D	Coefficiente de arrasto
D_{drag}	Arrasto
ϕ_l	Potencial de velocidade
N_{crit}	Fator de transição do escoamento no aerofólio
C'_L	Coefficiente de sustentação anterior a correção de compressibilidade
C'_D	Coefficiente de arrasto anterior a correção de compressibilidade
β	Ângulo geométrico da seção da pá
α	Ângulo de ataque
ϕ	Ângulo de deslizamento da seção da pá
V_t	Velocidade tangencial de rotação da hélice
N	Rotação da hélice em r.p.m

r	Raio do centro a seção da pá
V_R	Velocidade resultante
C_T	Coeficiente de tração
T	Tração da hélice
D	Diâmetro da hélice
n	Velocidade de rotação
C_Q	Coeficiente de torque
Q	Torque resistivo da hélice
C_P	Coeficiente de potência
P_{ot}	Potência
J	Razão de avanço
dL	Diferencial de sustentação
dD	Diferencial de arrasto
c	Corda da seção da pá
dF	Diferencial de força resistiva
dR	Diferencial da resultante de forças
dT	Diferencial de tração
dA	Diferencial de área
dr	Diferencial de raio
q	Pressão dinâmica
n_p	Número de pás
R	Raio da hélice
P_{prop}	Eficiência propulsiva
P_{em}	Potência de eixo do motor
η_H	Eficiência propulsiva da hélice
X	Vetor ou matriz de posições
$\tilde{x}$	Posição ou variável qualquer

w	Índice correspondente a variável escolhida
g	Função qualquer
a_x	Constante qualquer
b_x	Constante qualquer
f	Função qualquer
L_x	Constante qualquer
O_x	Constante qualquer
V	Vetor ou matriz de velocidades
$\tilde{t}$	Passo de iteração
ω	Hiper-parâmetro de inércia
c_1	Hiper-parâmetro de velocidade individual
r_1	Número aleatório de velocidade individual
p_{best}	Matriz de melhores partículas individuais
c_2	Hiper-parâmetro de velocidade coletivo
r_2	Número aleatório de velocidade individual
g_{best}	Vetor de melhor partícula coletiva
N_t	Quantidade total de iterações
i_t	Iteração atual
B_x	Parametrização da curva de Bézier na direção x
B_y	Parametrização da curva de Bézier na direção y
n_o	Ordem da curva de Bézier
x	Coordenada x qualquer
y	Coordenada y qualquer
t	Parâmetro de progressão de Bézier
b	Polinômio de Bernstein
P_{xi}	Coordenada x de um ponto de controle qualquer
P_{yi}	Coordenada y de um ponto de controle qualquer

p_{ix}	Coordenada x de um ponto de intersecção qualquer
p_{iy}	Coordenada y de um ponto de intersecção qualquer
p_x	Coordenada x de um ponto qualquer
p_y	Coordenada y de um ponto qualquer
FO	Função objetivo da otimização
P	Coordenada x ou y de um ponto qualquer
k	Índice correspondente a curva de Bézier selecionada
$\delta P_{2,3}^j$	Variável de controle
VC	Variáveis de controle
j	Índice correspondente a seção da pá selecionada
α_F	Ângulo de ataque do perfil inicial escolhido para restrição
φ	Conjunto de coordenadas de pontos
ς	Conjunto de coordenadas de pontos
σ	Conjunto de coordenadas de pontos
ϱ	Conjunto de coordenadas de pontos
i	Índice do ponto selecionado
m	Quantidade de pontos total
α_{perfil}	Restrição do ângulo de ataque do perfil inicial
θ	Quantidade de partículas
s	Índice da partícula escolhida
e	Tolerância especificada
$\delta P_{2,3}^{best,j}$	Variável de controle com maior FO para seção j

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	19
1.1	Motivação	19
1.2	Objetivos	20
2	REVISÃO	21
2.1	Aerodinâmica: definições básicas	21
2.1.1	Coeficientes adimensionais	21
2.1.2	Escoamento Potencial	21
2.1.3	Correções de compressibilidade	22
2.2	Aerodinâmica de hélices	22
2.2.1	Definições e comportamento	22
2.2.1.1	Movimento combinado	23
2.2.1.2	Coeficientes Adimensionais	24
2.2.2	Teoria dos Elementos de Pá	24
2.2.2.1	Definição das componentes de sustentação e arrasto no elemento de pá	26
2.2.2.2	Definição de Tração	26
2.2.2.3	Definição de Torque	27
2.2.2.4	Definição da eficiência propulsiva da hélice	27
2.3	Otimização	28
2.3.1	Definição e conceitos	28
2.3.1.1	Formulação matemática	29
2.3.1.2	Classificação	30
2.3.1.3	Restrições	31
2.3.2	Otimização por Enxame de Partículas (PSO)	31
2.4	Parametrização de Bézier	33
2.4.1	Definição e uso	33
2.4.2	Intersecção de curvas	34
3	METODOLOGIA	37
3.1	Descrição do problema de otimização	37
3.1.1	Função objetivo	37
3.1.2	Variáveis de decisão	37
3.1.3	Restrições	41
3.1.3.1	Restrições de eficiência	41
3.1.3.2	Restrição de intersecção	42
3.1.3.3	Restrição de espessura ao longo da envergadura da pá	42
3.1.4	Síntese do problema de otimização	43

3.2	Escolha do algoritmo de otimização	43
3.3	Pré-desenvolvimento	44
3.4	Arquitetura de desenvolvimento	45
3.4.1	Módulo Inicializacao	47
3.4.2	Módulo OtimizacaoHelice	47
3.4.3	Módulo FuncaoObjetivo	49
3.4.4	Módulo Bezier	50
3.4.5	Módulo Helice	53
3.4.6	Módulo Xfoil	54
3.4.7	Módulo GerenciaOutput	54
3.5	Critério de convergência	55
3.6	Estudo e validações	55
4	RESULTADOS	58
4.1	Validação da classe “Helice”	58
4.2	Validação do algoritmo de otimização PSO na ferramenta	59
4.3	Estudo de comparação de hiper-parâmetros	60
4.4	Estudo de caso	62
5	CONCLUSÃO	70
	REFERÊNCIAS	71
	APÊNDICE A – LINK DE DEPÓSITO DO DIRETÓRIO DO SOFTWARE NO GITHUB PARA ACESSO	72

1 INTRODUÇÃO

1.1 MOTIVAÇÃO

A aviação no geral foi responsável pela emissão de 915 milhões de toneladas de dióxido de carbono na atmosfera em 2019 (IATA, 2021). Considerando uma previsão de crescimento do setor, maiores serão as emissões de CO_2 nas próximas décadas, levando a uma excessiva pressão pelo desenvolvimento de aeronaves mais eficientes. Desta forma, diversos novos projetos vem sendo propostos pelos fabricantes aéreos com objetivo de diminuir tal perspectiva; sendo um grande exemplo, os novos projetos “Energy Family” da Embraer. Tais novos projetos visam a utilização de motores elétricos e a propulsão por hélices.

Dentro do grupo motopropulsor que utilizam hélices, estas são responsáveis por gerar a força propulsiva da aeronave, através do carregamento aerodinâmico que surge durante seu uso. Já o elemento motor, tem a função de prover energia mecânica através da transformação de energia química ou elétrica para o funcionamento do elemento propulsivo. Hélices mais eficientes apresentam uma alta quantidade propulsiva gerada para dada quantidade de potência disponível vinda do eixo do motor, traduzindo-se em menor consumo de combustível e emissão de gases de efeito estufa.

Dessa maneira, obter uma geometria de hélice eficiente para determinadas condições de voo é uma tarefa árdua, mas relevante. Uma das formas de se atingir este objetivo é através da otimização da geometria das pás, e consequentemente, seu desempenho.

A otimização tem como principal objetivo encontrar a melhor solução possível para um determinado problema, podendo ser submetido a diversas restrições. Melhores soluções que as iniciais são denominadas de soluções locais, enquanto que a melhor solução, é denominada global. Existem diversos algoritmos que possibilitam obter a solução global. De forma geral, existem problemas otimização de característica linear e não linear: dentro das otimizações lineares, há maior probabilidade de se encontrar a melhor solução, denominada de global; enquanto que em problemas de característica não linear, há maior facilidade a apresentar soluções locais.

No âmbito das otimizações não lineares, diversos algoritmos vem alcançando cada vez mais destaque, sendo um destes, o “Particle Swarm Optimization”(PSO, do inglês otimização por enxame de partículas, em tradução livre). Nele, para obtenção da melhor solução, é inicializado diversas possíveis soluções aleatórias (partículas), e conforme as iterações acontecem, é pontuado a melhor solução obtida (melhor partícula), e também as que conseguiram melhorar sua solução. Conforme o processo iterativo se sucede, é esperado que as partículas converjam para a solução global.

Já no âmbito das hélices, diversos estudos nos dois últimos séculos mostraram como medir e prever seu desempenho. A primeira teoria surgiu em 1865, com Rankine & Froude, que ficou conhecida como a Teoria do Disco Atuador ou “Momentum Theory” Rankine (1865). Em seguida, surgiu a Teoria dos Elementos de Pás (“Blade Element Theory”) com Drzewiecki (1892). Já nesta teoria, foi considerado que as hélices são formadas por diversos elementos (aerofólios), que produzem sustentação individualmente, e que em conjunto, geram o empuxo para propulsão (DRZEWIECKI, 1892). Esta teoria, diferentemente do Disco Atuador, possibilitou ter maior controle da geometria da

hélice, possibilitando projetos mais elaborados.

Com a Teoria da Camada Limite de Prandtl, em 1905, o Teorema de Kutta-Joukowski e a Teoria do Aerofólio Fino de Munk e Glauert, possibilitaram o desenvolvimento de ferramentas computacionais para obtenção de resultados aerodinâmicos de aerofólios, como o software XFOIL, desenvolvido por Drela (1989).

Já com a parametrização de Bézier, desenvolvida por Paul de Casteljaeu, em 1959, possibilitou a modelagem matemática computacional de curvas de uma geometria (MÜLLER; PRAUTZSCH, 2022). Esta formulação proporciona uma geometria computacional ser modificada facilmente, através da mudança de poucos pontos presentes em sua composição.

Por fim, reunindo a parametrização de Bézier para modelagem de geometrias computacionais mais complexas, as soluções do escoamento potencial, considerando uma correção de camada limite, possibilitaram diversos avanços em projetos aeronáuticos, sobretudo no desenvolvimento de hélices mais eficientes.

Assim sendo, propôs-se como principal objetivo para este trabalho a criação de uma ferramenta para a otimização da eficiência de hélices para determinada condição de voo, que utilizasse a Teoria dos Elementos de Pá para computação dos resultados da hélice; a parametrização de Bézier para a mudança dos elementos de perfil ao longo das seções da pá; o software XFOIL para solução do escoamento potencial dos perfis; e o algoritmo de otimização PSO para otimização. Buscou-se também validar o algoritmo de otimização utilizado; a realização de um estudo de casos com diferentes hiper-parâmetros; e um estudo de otimização de uma hélice com perfil inicial “clark-Y”.

1.2 OBJETIVOS

Os objetivos gerais deste trabalho visaram a criação de uma ferramenta de baixo custo computacional, em linguagem Python, para otimização de hélices submetidas a uma determinada condição de voo, utilizando o algoritmo de otimização “Particle Swarm Optimization”. Como objetivos específicos, pode-se citar:

- Realizar um módulo específico para computação dos resultados aerodinâmicos das hélices;
- Integrar o módulo anterior com o software aberto XFOIL para computação dos resultados aerodinâmicos dos elementos de pá da hélice;
- Criar um módulo específico para realizar a parametrização de Bézier com o aerofólio dos elementos de pá da hélice;
- Criar um módulo específico para realização da otimização das hélices, submetidas a uma determinada condição de voo;
- Integrar todos os módulos para possível funcionamento da ferramenta;
- Validar o desenvolvimento realizado;
- Realizar a otimização da eficiência propulsiva de uma hélice, proposta inicialmente.

2 REVISÃO

2.1 AERODINÂMICA: DEFINIÇÕES BÁSICAS

2.1.1 Coeficientes adimensionais

Dentro da aerodinâmica geral, alguns coeficientes adimensionais são essenciais para a descrição de alguns aspectos de um corpo submetido a um escoamento. O primeiro refere-se do número de Reynolds, definido como

$$Re = \frac{\rho V_0 l}{\mu}, \quad (1)$$

em que ρ e μ tratam-se da densidade e viscosidade dinâmica do escoamento local ao redor do corpo, respectivamente; V_0 a velocidade do escoamento; e l o comprimento característico do corpo. Tal coeficiente visa medir a viscosidade sentida pelo corpo em um escoamento, sob determinada condição. Já o segundo refere-se ao número de Mach do escoamento, referente a uma medida de compressibilidade, e determinado como

$$Ma = \frac{V_0}{a}, \quad (2)$$

sendo a a velocidade do som, estabelecido como

$$a = \sqrt{\gamma_e \frac{R_g T_e}{M}}, \quad (3)$$

em que γ_e trata-se do coeficiente de expansão adiabático; R a constante universal dos gases; M a massa molecular do ar; e T_e a temperatura do ar.

Por fim, outros dois coeficientes que se destacam são o coeficiente de sustentação (C_L) e o de arrasto (C_D) do corpo, sendo definidos, respectivamente, como

$$C_L = \frac{2L_{lift}}{\rho V_0^2 A}, \quad (4)$$

$$C_D = \frac{2D_{drag}}{\rho V_0^2 A}, \quad (5)$$

em que L trata-se da sustentação do corpo; D_{drag} o arrasto do corpo; e A a área superior projetada do corpo. Ambos coeficientes referem-se a uma medição adimensional de sustentação e arrasto do corpo, submetido a um escoamento.

2.1.2 Escoamento Potencial

A obtenção do coeficiente de sustentação (C_L) para um corpo submerso em um escoamento invíscido (ausência de viscosidade), incompressível e irrotacional, se passa por descobrir uma solução que satisfaça a equação de Laplace, dada por

$$\nabla^2 \phi_l = 0, \quad (6)$$

em que ϕ_l trata-se do potencial de velocidade do escoamento. Uma solução é representada matematicamente pela substituição do corpo imerso neste escoamento por um vórtice, cuja sua circulação, segundo o Teorema de Kutta-Joukowski, representa a sustentação gerada no corpo.

Através da discretização em diversos segmentos (painéis) de um aerofólio, sendo o centro de cada painel representado por um vórtice com circulação, pode-se calcular a circulação total, e portanto, a sustentação total e C_L do perfil. Este método é utilizado pelo software XFOIL, desenvolvido por Drela (1989), para obtenção deste coeficiente na ausência de viscosidade.

Já com relação a correção de viscosidade feita pelo XFOIL, considerando uma camada limite, este adiciona uma fonte, além do vórtice como solução, considerando também o campo de velocidade invíscido, e mais duas novas considerações: a utilização de um fator de transição (N_{crit}) para representar o local da transição do escoamento no extradorso; e a resolução das equações da camada limite. Com isso, através de um passo iterativo entre a solução invíscida e a solução das equações da camada limite, pode-se calcular o coeficiente de sustentação e arrasto viscoso.

2.1.3 Correções de compressibilidade

Segundo Anderson (2002), devido a compressibilidade do ar, a obtenção de alguns coeficientes aerodinâmicos pela Teoria Potencial devem passar por uma correção. De acordo ainda com Anderson (2002), uma das formas de se realizar esta correção foi proposta por Prandtl e Glauert, sendo o coeficiente de sustentação corrigido como

$$C_L = \frac{C'_L}{\sqrt{1 - M_a^2}}, \quad (7)$$

e o coeficiente de arrasto como

$$C_D = \frac{C'_D}{\sqrt{1 - M_a^2}}, \quad (8)$$

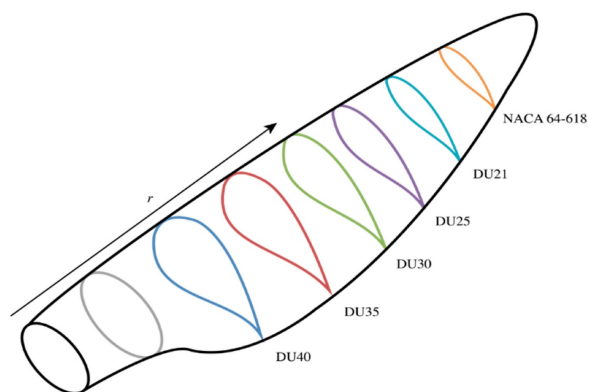
em que C'_L e C'_D tratam-se dos valores obtidos anteriormente à correção. Tais correções somente são válidas para o regime subsônico e utilizando coeficientes incompressíveis para utilização.

2.2 AERODINÂMICA DE HÉLICES

2.2.1 Definições e comportamento

As hélices são elementos responsáveis por gerar força propulsiva para a movimentação da aeronave. Esta força é de natureza aerodinâmica, e induzida pela rotação da hélice ao redor de um eixo. Tais hélices são formadas por dois componentes: as pás e o cubo central. As pás possuem seções de aerofólios com inclinações distintas (ângulo geométrico), em relação ao seu plano de rotação, conforme demonstrado pela Figura 1.

Figura 1 – Distribuição aerofólios ao longo do elemento propulsivo.



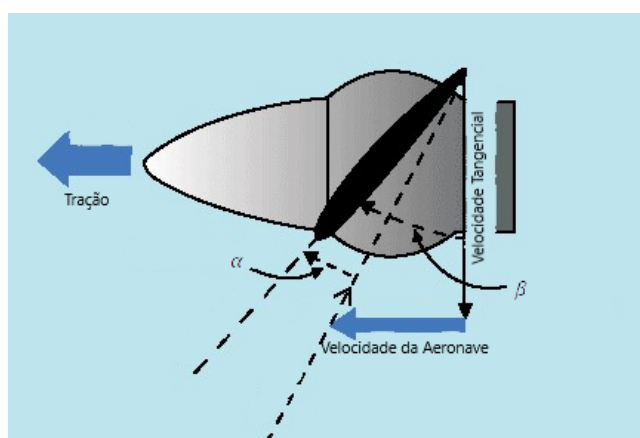
Fonte: (GAMIZ et al., 2017).

As seções mais adjacentes ao cubo da hélice possuem ângulos geométricos (β) e espessura maior em relação a ponta, devido a menor velocidade resultante, e com objetivo de fornecer maior resistência estrutural.

2.2.1.1 Movimento combinado

Conforme a hélice movimenta-se radialmente, os infinitos elementos das pás (aerofólios) realizam um movimento combinado de rotação e translação. O movimento de rotação deve-se diretamente a movimentação da hélice, enquanto o de translação, a movimentação da aeronave. Este comportamento faz com que o ângulo de ataque do elemento (α) (ângulo entre a corda do aerofólio e o escoamento relativo) mude sobre o escoamento que incide sobre a seção. Esta mudança no ângulo de ataque é definida como o ângulo de deslizamento da pá (ϕ). Não considerando os efeitos tridimensionais e da velocidade induzida pela esteira, uma ilustração é demonstrado na Figura 2.

Figura 2 – Movimento de translação e rotação da hélice.



Fonte: adaptado (HARRY, 2006)

Durante o movimento combinado, existem, portanto, diversos parâmetros que podem ser definidos (El-Sayed, 2017). Os dois primeiros, como já citados, referem-se ao ângulo geométrico da pá (β) e ao

ângulo de deslizamento (ϕ), sendo este último definido como

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{V_0}{V_t} \right) , \quad (9)$$

sendo V_0 a velocidade de translação, ou da aeronave, e V_t a velocidade tangencial de rotação da hélice. Esta última pode ser definida como

$$V_t = \frac{2\pi r N}{60} , \quad (10)$$

em que r trata-se do raio da seção da pá, e N a rotação da hélice em rpm. Por fim, a velocidade resultante pode ser definida como

$$V_R = \frac{V_t}{\cos(\phi)} . \quad (11)$$

2.2.1.2 Coeficientes Adimensionais

Segundo El-Sayed (2017), os parâmetros de tração, torque, potência e velocidade de translação podem ser dados de forma adimensional para hélice. O parâmetro adimensional de tração é expresso por

$$C_T = \frac{T}{\rho n^2 D^4} , \quad (12)$$

em que T trata-se da tração gerada pela hélice, i.e. a força equivalente na direção do eixo da hélice, ρ a densidade do ar do escoamento no campo distante, D o diâmetro da hélice e n a velocidade de rotação da hélice. Já o torque, potência e razão de avanço são descritos conforme as Eqs. (13), (14) e (15), respectivamente por

$$C_Q = \frac{Q}{\rho n^2 D^5} , \quad (13)$$

$$C_P = \frac{P_{ot}}{\rho n^3 D^5} , \quad (14)$$

$$J = \frac{V_0}{nD} , \quad (15)$$

em que Q trata-se do torque da hélice e P_{ot} a potência. Ainda, o coeficiente de potência da hélice também pode ser definido como função do coeficiente de torque através da relação

$$C_P = 2\pi C_Q . \quad (16)$$

2.2.2 Teoria dos Elementos de Pá

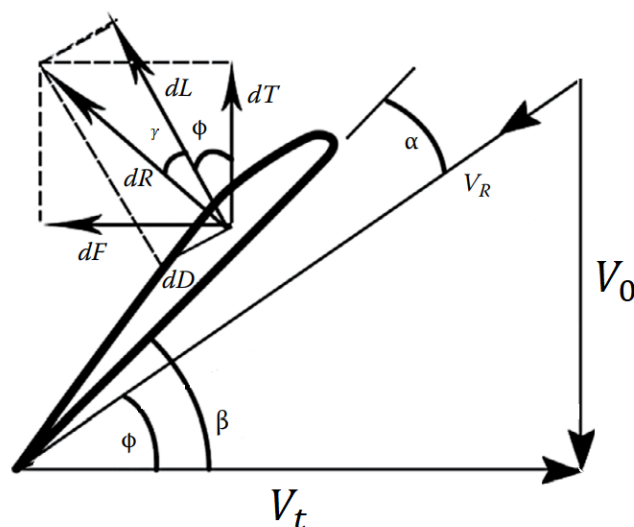
Na Teoria dos Elementos de Pá (do inglês, “Blade Element Theory”), considera-se somente os efeitos bidimensionais de aerofólios rotativos, presentes nas seções da pá, para geração de tração. Cada aerofólio é analisado de forma individual, sendo divididas as pás em diversas seções. Cada seção possui diferentes valores de β e α , além de poder possuir diferentes características aerodinâmicas.

As seções divididas ao longo da pá são medidas em forma radial, com sentido da raiz da pá para ponta. Já a tração é resultado da integração das forças resultantes geradas de cada seção da pá; sendo a resultante dada pelo ângulo geométrico da seção (β) e do ângulo entre a sustentação do aerofólio da seção (dL) e o arrasto (dD).

Duas limitações da teoria referem-se a não consideração dos efeitos de interferência entre as pás e da velocidade induzida, sendo a teoria somente aplicável para baixa quantidade do número de pás utilizada na hélice.

Uma descrição geométrica dos parâmetros de cada elemento de pá da hélice pode ser mostrado na Figura 3.

Figura 3 – Parâmetros de análise do elemento de pá.



fonte: adaptado (El-Sayed, 2017)

Em que as variáveis podem ser explanadas:

- c : corda do elemento da seção;
- r : comprimento radial da seção;
- V_0 : velocidade da aeronave;
- V_R : velocidade resultante;
- N : rotação da hélice em rpm;
- dF : força resistiva;
- dL : componente de sustentação;
- dD : componente de arrasto;
- dR : resultante das forças;
- dT : componente de tração gerada.

Ainda, β pode ser obtido conforme a Eq. (17), e γ conforme a Eq. (18),

$$\beta = \alpha + \phi , \quad (17)$$

$$\gamma = \tan^{-1} \left(\frac{dD}{dL} \right) . \quad (18)$$

Por fim, a velocidade resultante (V_R) pode ser obtida conforme

$$V_R = \frac{V_0}{\sin(\phi)} . \quad (19)$$

2.2.2.1 Definição das componentes de sustentação e arrasto no elemento de pá

O incremento de sustentação (dL) e arrasto (dD) no elemento de pá são dados, respectivamente, por

$$dL = \frac{1}{2} \rho V_R^2 c_L dA = \frac{1}{2} \rho V_R^2 C_L c dr , \quad (20)$$

e

$$dD = \frac{1}{2} \rho V_R^2 c_D dA = \frac{1}{2} \rho V_R^2 C_D c dr . \quad (21)$$

Em que ρ é a densidade do ar ao nível de voo; C_L o coeficiente de sustentação do aerofólio, e C_D o coeficiente de arrasto (El-Sayed, 2017).

2.2.2.2 Definição de Tração

Conforme a Figura 3, a componente da resultante aerodinâmica do elemento de pá pode ser definido de acordo com

$$dR = \frac{dL}{\cos(\gamma)} . \quad (22)$$

Já a componente de tração do elemento de pá pode ser dado conforme a Eq. (23),

$$dT = dR \cos(\phi + \gamma) . \quad (23)$$

Unindo as Eqs. (19), (20) e (22) na equação da componente de arrasto, obtém-se, então, a Eq. (24), final, para a componente de tração no elemento de pá da hélice,

$$dT = q C_L c \frac{\cos(\phi + \gamma)}{\cos(\gamma) \sin^2(\phi)} dr , \quad (24)$$

em que q refere-se a pressão dinâmica ao redor do elemento, dado por

$$q = \frac{1}{2} \rho V_R^2 . \quad (25)$$

Por fim, tração final da hélice pode ser obtida integrando-se a componente de tração ao longo de

toda a pá e multiplicada pelo número de pás (n_p) correspondentes, como

$$T = n_p \int_0^R q C_{Lc} \frac{\cos(\phi + \gamma)}{\cos(\gamma) \sin^2(\phi)} dr . \quad (26)$$

2.2.2.3 Definição de Torque

O incremento diferencial de torque resistivo do elemento de pá, assim como anteriormente para tração, pode ser escrito pela como

$$dQ = dF r . \quad (27)$$

Em que dF é o incremento de força resistiva.

Decompondo dF conforme a Eq. (28),

$$dF = dR \sin(\phi + \gamma) , \quad (28)$$

é possível agrupá-la na Eq. (27), resultando em

$$dQ = dR \sin(\phi + \gamma) r . \quad (29)$$

Substituindo dR da Eq. (22) na expressão anterior, obtém-se

$$dQ = \frac{dL}{\cos(\gamma)} \sin(\phi + \gamma) r . \quad (30)$$

Unindo as Eqs. (19), (20) e (25) na expressão anterior, obtém-se a expressão final para o incremento diferencial de torque resistivo,

$$dQ = q C_{Lc} \frac{\sin(\phi + \gamma)}{\cos(\gamma) \sin^2(\phi)} r dr . \quad (31)$$

Por fim, como feito de forma similar anteriormente, o torque resistivo da hélice pode ser obtido integrando-se o incremento diferencial de torque ao longo de toda a pá, e multiplicada pelo número de pás (n_p) correspondentes, como na Eq. (32),

$$Q = n_p \int_0^R q C_{Lc} \frac{\sin(\phi + \gamma)}{\cos(\gamma) \sin^2(\phi)} r dr . \quad (32)$$

2.2.2.4 Definição da eficiência propulsiva da hélice

Segundo El-Sayed (2017), a eficiência propulsiva da hélice é dada como a razão da potência propulsiva pela razão da potência do eixo motor. A potência propulsiva (P_{prop}) pode ser dada conforme a Eq. (33),

$$P_{prop} = T \cdot V_0 . \quad (33)$$

Em que T é a tração da hélice e V_0 a velocidade da aeronave. Já a potência do eixo do motor (P_{em}) é dado por

$$P_{em} = \frac{2\pi}{60} NQ . \quad (34)$$

Em que N é a rotação da hélice e Q o torque resistivo.

Agrupando as duas expressões anteriores, obtém-se a expressão para a eficiência da hélice,

$$\eta_H = \frac{TV_0}{\frac{2\pi}{60} NQ} . \quad (35)$$

Ainda segundo El-Sayed, 2017, a expressão para eficiência da hélice pode ser dada utilizando os coeficientes adimensionais de tração, de potência e da razão de avanço como

$$\eta_H = J \frac{C_T}{C_P} . \quad (36)$$

Segundo ainda o autor, uma expressão conveniente e bem representativa da eficiência da hélice pode ser obtida considerando apenas em um único elemento de pá a 2/3 ou 3/4 do raio da pá, como

$$\eta_H = \frac{\tan(\phi)}{\tan(\phi + \gamma)} . \quad (37)$$

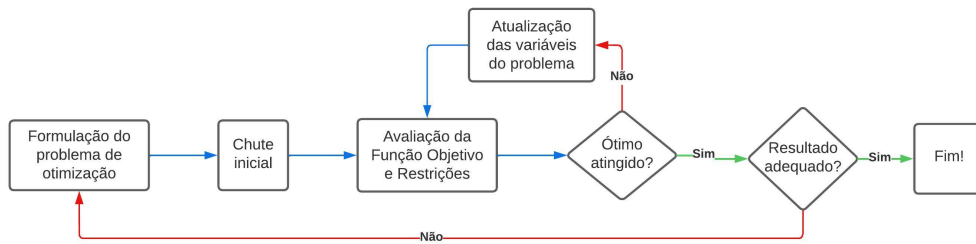
2.3 OTIMIZAÇÃO

2.3.1 Definição e conceitos

A otimização trata-se de encontrar a melhor solução para determinado problema ou projeto. Comumente, se refere a buscar minimizar ou maximizar determinada variável ou função de interesse, através da mudança de outros parâmetros, sujeitos a restrições impostas inicialmente. Segundo Martins e Ning (2021), a otimização está presente em diversas áreas de atuação, como na economia, gestão, biologia e engenharia.

O processo de otimização, em maior parte, é formado por seis etapas de um processo iterativo: formulação matemática do problema a ser resolvido; proposição de uma solução inicial; cálculo da função objetivo (expressão em que se deseja maximizar ou minimizar) e avaliação das restrições; avaliação do critério de otimização; mudança das variáveis do problema; e avaliação do resultado ótimo obtido. Estes passos são ilustrados na Figura 4.

Figura 4 – Etapas processo de otimização.

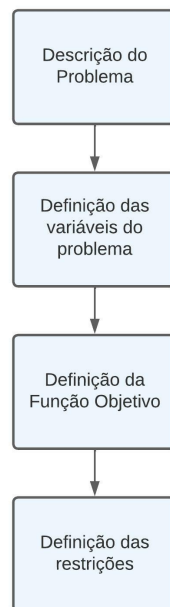


Fonte: adaptado (MARTINS; NING, 2021).

2.3.1.1 Formulação matemática

Para o processo de otimização, é necessário, inicialmente, traduzir o problema em uma formulação matemática (MARTINS; NING, 2021). Este processo envolve definir as variáveis do problema adotadas, as possíveis restrições, e o principal objetivo da otimização, como no passo ilustrativo da Figura 5.

Figura 5 – Passos da formulação do problema de otimização.



Fonte: adaptado (MARTINS; NING, 2021).

As variáveis do problema podem ser classificadas de duas formas: discretas ou contínuas. Variáveis contínuas são as que em dado intervalo não apresentam descontinuidades para o problema; já variáveis discretas, apresentam restrições em seu uso, sendo amplamente utilizadas quando há necessidade de se lidar com números inteiros.

Ainda, as variáveis utilizadas podem ser descritas em formato de vetor, como

$$X = \{\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_w\}, \quad (38)$$

em que $\tilde{x}$ trata-se de uma variável de controle.

Com relação as restrições, estas são delimitações impostas no espaço total de soluções, com objetivo de se obter soluções viáveis. As restrições são funções explícitas ou não das variáveis do problema, e estão presentes em expressões de igualdade ou inequações, como mostrado na Eq. (39),

$$\begin{aligned} g(X) &< a_x \\ h(X) &= b_x \end{aligned} \quad (39)$$

Quanto a função objetivo, representada como $f(X)$, trata-se da expressão matemática em função das variáveis do problema, em que se deseja maximizar ou minimizar. A escolha da(s) expressão(ões) para função objetivo é crucial para o sucesso da otimização (MARTINS; NING, 2021).

Por fim, a declaração de um problema de otimização pode ser formulado como

$$\begin{cases} \text{Maximizar ou minimizar} & f(X) \\ \text{Variando} & L_x \leq \tilde{x}_w \leq O_x \\ \text{Sujeito a} & g(X) < a_x \end{cases} \quad (40)$$

2.3.1.2 Classificação

Para escolha do algoritmo de otimização mais adequado para otimização, é essencial classificar o problema de otimização baseado nas características da função objetivo e das restrições (MARTINS; NING, 2021). Seis destas são imprescindíveis para se observar: suavidade, diferenciabilidade, linearidade, modalidade, convexidade e estocasticidade das funções.

Funções que são contínuas e apresentam derivadas também contínuas são classificadas como funções suaves; porém funções que são contínuas e uma de suas derivadas não, apresentam algum grau de suavidade, a depender da ordem da derivada não contínua. Segundo Martins e Ning (2021), somente com este critério, já é possível se definir quais tipos de algoritmos podem ser utilizados.

Já tratando-se da diferenciabilidade, funções diferenciáveis apresentam derivadas parciais explícitas em todo domínio, enquanto que não diferenciáveis, não apresentam. Funções em que o cálculo das derivadas não apresenta grande precisão numérica são denominadas funções com gradientes livre.

Com relação a linearidade, problemas de otimização que apresentam a função objetivo e restrições lineares são solucionados por algoritmos de otimização linear; enquanto que funções não lineares, são solucionados por algoritmos de otimização não linear.

Quanto a modalidade, funções objetivo que apresentam mais de um mínimo ou máximo local são ditas como funções multimodais; já as que apresentam um único mínimo ou máximo (global), unimodal. Segundo os autores, em alguns casos é complexo demonstrar que determinada função é unimodal, visto que é necessário variar ela computacionalmente em um domínio longo para a prova.

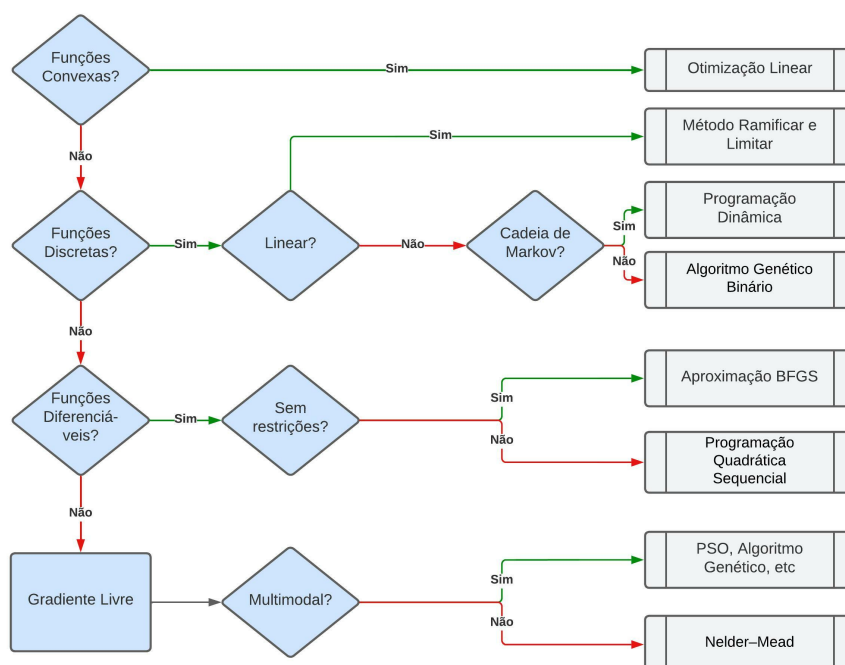
No que tange a convexidade, funções que apresentam todos os segmentos entre dois pontos da função acima dela são classificadas como funções convexas. Segundo Martins e Ning (2021), funções unimodais podem ser convexas, porém multimodais não.

Por fim, a estocasticidade da função refere-se a multiplicidade de soluções para uma mesma

variável a ser determinada; funções determinísticas apresentam uma única solução para determinadas variáveis de entrada, porém funções estocásticas podem apresentar diversas soluções.

Desta forma, através das classificações do problema, pode-se, então, realizar a escolha do algoritmo de otimização, conforme a matriz de decisão proposta por Martins e Ning (2021), ilustrada na Figura 6.

Figura 6 – Escolha do algoritmo de otimização.



Fonte: adaptado (MARTINS; NING, 2021).

2.3.1.3 Restrições

Existem diversas formas para aplicar restrições em um dado problema de otimização. Duas das maneiras de se realizar tal aplicação para os algoritmos heurísticos (como o PSO e Algoritmo Genético) são através de métodos de penalização e de barreira.

Em relação ao método de penalização, é buscado ao longo do processo iterativo de otimização, diminuir (penalizar) a função objetivo em caso de não cumprimento das restrições impostas no problema. A forma de se penalizar pode ser realizada através de uma diminuição aleatória da função objetivo, ou se utilizando um método específico para escolha do penalizador.

Já referindo-se aos métodos de barreira, neste caso há somente consideração para prosseguimento dos passos iterativos seguintes, resultados em que não houve quebra das restrições; desta forma, permitindo somente com que resultados válidos sejam computados no algoritmo.

2.3.2 Otimização por Enxame de Partículas (PSO)

Inicialmente proposto por Kennedy e Eberhart (1995), a Otimização por Enxame de Partículas é um algoritmo de otimização baseado na migração de enxames de pássaros. Segundo os autores, esta movimentação é fundamentada na ideia da existência de várias inteligências individuais e uma inteligência coletiva, que em conjunto, movimentam-se para a melhor localização.

O PSO é um algoritmo de otimização estocástico e não linear, com propósito de otimizar problemas que possuem gradientes livres. Nele, os pássaros são representados por partículas, em que cada uma representa quantitativamente as funções objetivo calculadas com as variáveis do problema obtidas na iteração atual, tendo como propósito se movimentar, afim de se localizar uma região em que maximize ou minimize a função objetivo.

As partículas movem-se com determinada velocidade, que é alterada de acordo com os objetivos anteriores, individuais de cada partícula, e coletivos. Cada partícula armazena as informações dos melhores objetivos individuais anteriores, e compartilha com o resto do enxame (MARTINS; NING, 2021).

Segundo Kennedy e Eberhart (1995), a posição das partículas é atualizadas conforme a equação 41,

$$X_{k+1} = X_k + V_{k+1} \cdot \Delta \tilde{t} . \quad (41)$$

Em que X trata-se de um vetor com as posições (variáveis do problema) de cada partícula; V o tensor de velocidade de cada partícula; $\Delta \tilde{t}$ o passo de iteração; e k o termo de iteração.

Já o termo de velocidade (V_{k+1}) é atualizado conforme

$$V_{k+1} = \omega V_k + c_1 r_1 \frac{(p_{best} - X_k)}{\Delta \tilde{t}} + c_2 r_2 \frac{(g_{best} - X_k)}{\Delta \tilde{t}} . \quad (42)$$

Nesta, os termos da primeira parcela da soma tratam-se da velocidade anterior (V_k) e o termo de inércia, ω ; os termos da segunda parcela da soma representam a influência individual de cada partícula, sendo c_1 uma constante, r_1 um número aleatório, e p_{best} as melhores posições de X de cada partícula; e os termos da ultima parcela da soma representam a influência coletiva, sendo c_2 e r_2 também uma constante e um número aleatório, respectivamente, e g_{best} a melhor posição de X entre todas as partículas.

Segundo Martins e Ning (2021), ω apresenta valores típicos entre 0.8 e 1.2; já c_1 e c_2 , entre 0.0 e 2.0; e por fim, r_1 e r_2 entre 0.0 e 1.0.

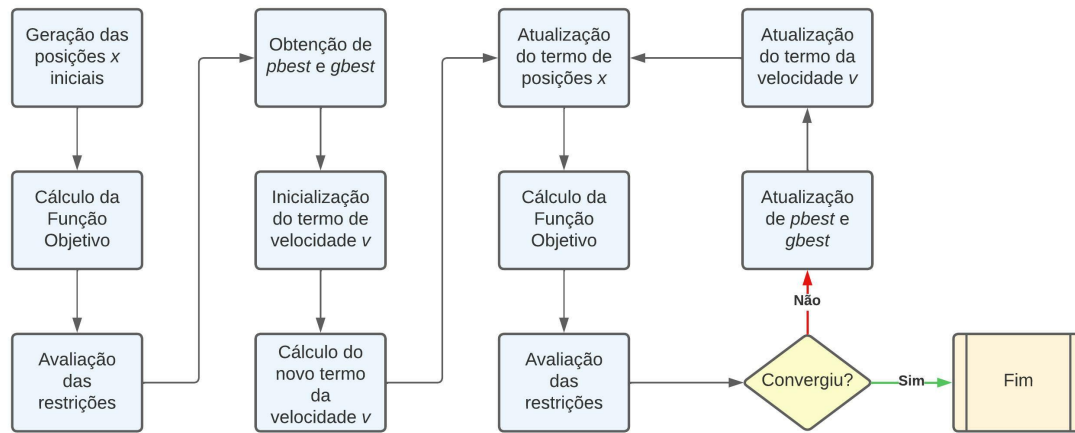
Na prática, os hiper-parâmetros $r_{1,2}$ e $c_{1,2}$ controlam a influência coletiva ou do indivíduo que haverá na atualização do novo termo de velocidade. Segundo Clerc e Kennedy (2002), na maior parte dos problemas, os melhores parâmetros assumem 0.72984 para ω e 2.05 para c_1 e c_2 . Já para Shi e Eberhart (1998), os parâmetros $c_{1,2}$ e ω podem também variar ao longo das iterações, privilegiando em certo momento o termo individual, e em outro, o coletivo, conforme as expressões da Eq.(43),

$$\begin{cases} \omega = 0.4 \frac{i_t - N_t}{N_t^2} + 0.4 \\ c_1 = -3 \frac{i_t}{N_t} + 3.5 \\ c_2 = 3 \frac{i_t}{N_t} + 0.5 \end{cases} . \quad (43)$$

Em que N_t trata-se da quantidade total de iterações propostas.

Por fim, as etapas do algoritmo são apresentadas no diagrama da Figura 7.

Figura 7 – Etapas do algoritmo de otimização PSO.



Fonte: adaptado (MARTINS; NING, 2021).

No algoritmo, percebe-se inicialmente a inicialização das partículas, passando por um processo iterativo de atualização das variáveis de controle e função objetivo, até atingir a convergência, ou número de iterações máximo definido.

2.4 PARAMETRIZAÇÃO DE BÉZIER

2.4.1 Definição e uso

A Parametrização de Bézier tem como principal objetivo parametrizar curvas para alterar de uma forma simples sua geometria. Esta representação matemática foi desenvolvida, segundo MÜLLER e Prautzsch (2022), por Paul de Casteljau, em 1959, com finalidade de ser utilizada computacionalmente na modelagem de novas geometrias em CAD (do inglês, *Computer Aided Design*).

Esta parametrização é composta por pontos de controle fora da curva a ser parametrizada, que ao serem reposicionados, a modificam. A representação matemática das curvas para o plano bidimensional, segundo Antunes (2014), é dado por

$$B_x(t) = \sum_{i=0}^{n_o} b_{i,n_o}(t) P_{xi}, \quad t \in [0, 1], \quad (44)$$

$$B_y(t) = \sum_{i=0}^{n_o} b_{i,n_o}(t) P_{yi}, \quad t \in [0, 1], \quad (45)$$

em que n_o trata-se da ordem da curva de Bézier; P_{xi} e P_{yi} as coordenadas x e y dos pontos de controle, respectivamente; t o comprimento normalizado da curva, variando de 0 a 1 parâmetro referente à progressão ao longo da curva, sendo 0 o ponto de início e 1 ao final; e $b_{i,n_o}(t)$ o i -ésimo polinômio de Bernstein de n_o -ésima ordem, dado por

$$b_{i,n_o}(t) = \frac{n_o!}{i!(n_o - i)!} t^i (1 - t)^{n_o - i}. \quad (46)$$

As expressões anteriores, segundo Antunes (2014), também podem ser representadas em notação matricial, como

$$[B_x(t)] = \{b_{i,n}(t)\} \cdot [P_{xi}] , \quad (47)$$

$$[B_y(t)] = \{b_{i,n}(t)\} \cdot [P_{yi}] . \quad (48)$$

Existem, dois modos de se empregar as curvas de Bézier: a primeira utilizando a curva para descobrir os pontos de controle, e a segunda modificando os pontos de controle para se obter a nova curva. Em grande parte, primeiramente, propõe-se uma curva inicial, e em seguida, modifica-se seus pontos de controle para alterá-la. A obtenção dos pontos de controle iniciais podem ser obtidos por

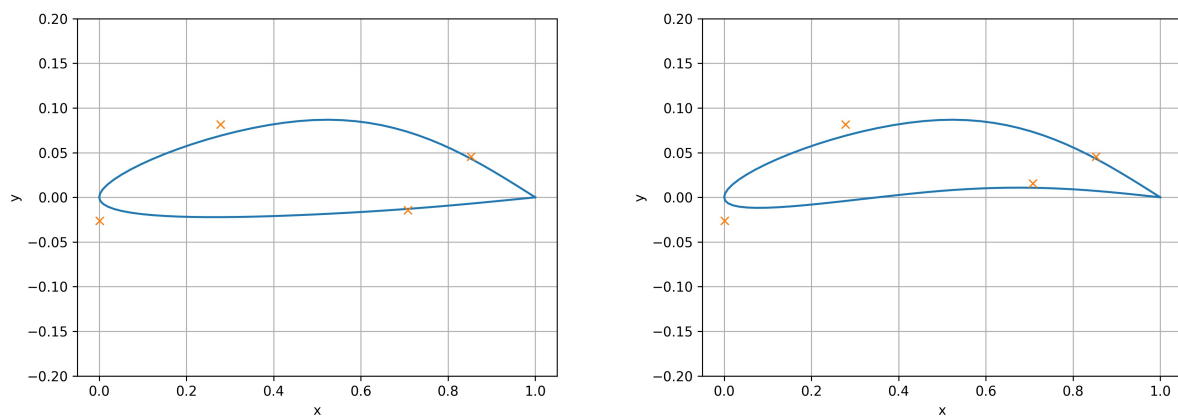
$$[P_{xi}] = \{[b_{i,n}(t)]^T \cdot [b_{i,n}(t)]\}^{-1} \cdot [b_{i,n}(t)]^T \cdot \{B_x(t)\} , \quad (49)$$

$$[P_{yi}] = \{[b_{i,n}(t)]^T \cdot [b_{i,n}(t)]\}^{-1} \cdot [b_{i,n}(t)]^T \cdot \{B_y(t)\} . \quad (50)$$

Como exemplo de ilustração da obtenção inicial dos pontos de Bézier, é ilustrado na Figura 8 uma curva em formato de aerofólio inicialmente proposto. Foi obtido, então, os pontos de controle iniciais, e em seguida trasladou-se os pontos para obter as novas curvas de Bézier, representado, respectivamente, pelas Figuras 8a e 8b.

Figura 8 – Obtenção dos pontos de controle de Bézier ao redor de um aerofólio e sua modificação.

- (a) Obtenção dos pontos de controle de Bézier iniciais (b) Modificação dos pontos de controle e da geometria do perfil.

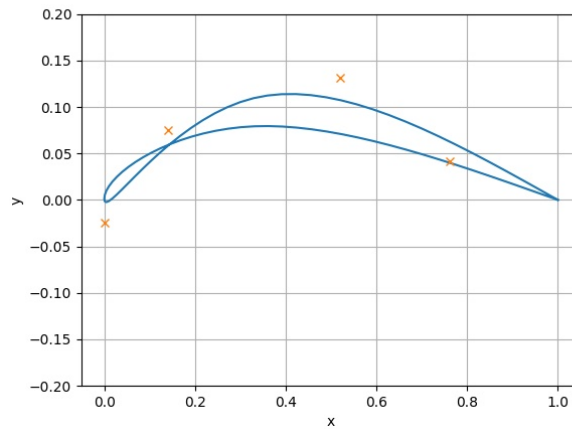


Fonte: desenvolvido pelo autor.

2.4.2 Intersecção de curvas

A movimentação dos pontos de controle de Bézier de uma geometria pode resultar em uma geometria com intersecção, como na ilustração da Figura 9.

Figura 9 – Intersecção de curva de aerofólio.



Fonte: desenvolvido pelo autor.

Esta intersecção, como na Figura 9, pode ser inválida conforme o propósito da movimentação.

Segundo Weisstein (2022), os pontos de intersecção entre duas retas podem ser identificados através das expressões

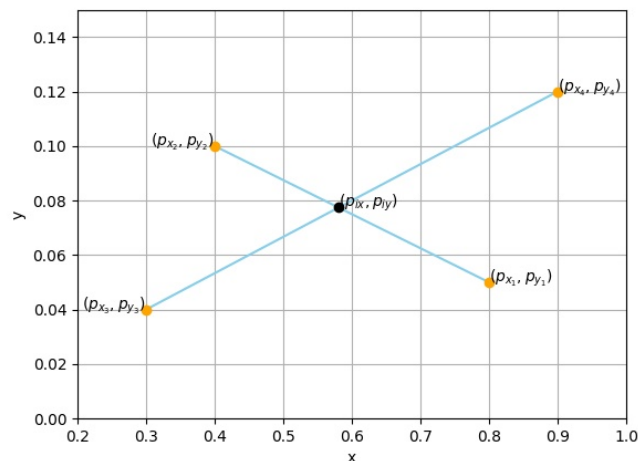
$$p_{ix} = \frac{(p_{x_1}p_{y_2} - p_{y_1}p_{x_2})(p_{x_3} - p_{x_4}) - (p_{x_1} - p_{x_2})(p_{x_3}p_{y_4} - p_{y_3}p_{x_4})}{(p_{x_1} - p_{x_2})(p_{y_3} - p_{y_4}) - (p_{y_1} - p_{y_2})(p_{x_3} - p_{x_4})}, \quad (51)$$

$$p_{iy} = \frac{(p_{x_1}p_{y_2} - p_{y_1}p_{x_2})(p_{y_3} - p_{y_4}) - (p_{y_1} - p_{y_2})(p_{x_3}p_{y_4} - p_{y_3}p_{x_4})}{(p_{x_1} - p_{x_2})(p_{y_3} - p_{y_4}) - (p_{y_1} - p_{y_2})(p_{x_3} - p_{x_4})}. \quad (52)$$

Em que p_{x_1} , p_{x_2} , p_{y_1} e p_{y_2} coordenadas de dois pontos pertencentes a uma das retas, e p_{x_3} , p_{x_4} , p_{y_3} e p_{y_4} a outra reta. Caso o denominador das Eqs. (51) e ((52) forem nulos, ambas as retas são paralelas ou coincidentes, não apresentando intersecção.

Um exemplo de intersecção entre dois segmentos de retas é mostrado na Figura 10.

Figura 10 – Intersecção de retas.



Fonte: desenvolvido pelo autor.

Na figura anterior, percebe-se o ponto de intersecção entre dois segmentos de retas é dado por (p_{ix}, p_{iy}) .

Uma das formas de se prevenir a intersecção pela mudança da geometria, utilizando a parametrização de Bézier, é através da disposição de uma região inicial de mudanças dos pontos de controle que não afetem em intersecção na geometria, realizado por de testes iniciais anteriores a implementação ou execução desejada.

3 METODOLOGIA

3.1 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

Tendo como principal foco otimizar a eficiência de uma hélice para determinada condição de voo, foi necessário, inicialmente, definir e descrever tanto as variáveis do problema, como também a função objetivo, e as restrições utilizadas, como proposto por Martins e Ning (2021).

3.1.1 Função objetivo

Como considerado anteriormente, o principal objetivo da otimização foi maximizar a eficiência da hélice. Diante das expressões que apresentam o cálculo desta propriedade, Eqs. (35), (36) e (37), preferiu-se utilizar a expressão que conseguisse utilizar a maior parte das informações das seções dos elementos de pá, e a utilização de coeficientes adimensionais. Desta forma, foi utilizado a Eq. (36) para computação da eficiência.

Assim, a formulação da função objetivo é apresentada na Eq. (53),

$$FO = \max \left(J \frac{C_T}{C_P} \right), \quad (53)$$

sendo que

$$J \in \mathbb{R}_+, \quad (54)$$

$$C_T \in \mathbb{R}_+, \quad (55)$$

e ainda

$$C_P \in \mathbb{R}_+^*. \quad (56)$$

As expressões anteriores dependem da computação da tração (T) e do torque (Q). Tais termos dependem, conforme as Eq. (26) e (32), da obtenção de C_L e γ , sendo este último dependendo de C_D . Desta forma, foi observado que a eficiência da hélice é intrinsecamente dependente dos aspectos aerodinâmicos de cada seção ao longo da pá.

3.1.2 Variáveis de decisão

Dada que a condição de voo é fixa, propôs-se variar os aspectos que influenciam na obtenção dos coeficientes aerodinâmicos de cada seção da pá.

Os valores dos coeficientes aerodinâmicos de sustentação e arrasto de cada seção da pá, como considerado pela Teoria dos Elementos de Pá, dependem da geometria de seu aerofólio. Assim sendo, foram consideradas as variáveis que influenciam a modificação da geometria dos aerofólios como variáveis de decisão. Estas variáveis foram possíveis de serem determinadas utilizando-se a parametrização de Bézier, com intuito de modificar os pontos de controle de cada aerofólio.

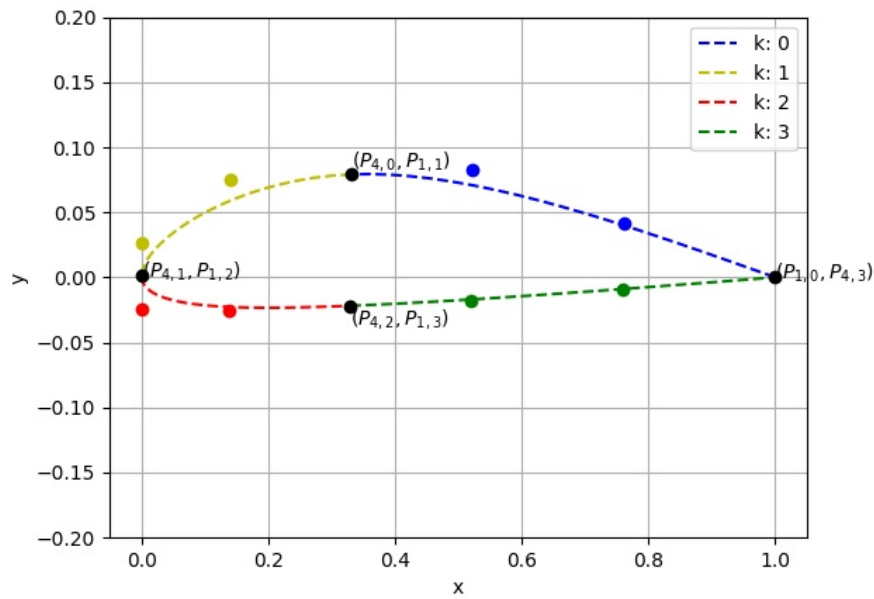
Como forma de simplificar a modificação das curvas dos diversos perfis, foi utilizado a parametrização de Bézier de ordem três. Ademais, para cada aerofólio, procurou-se desmembrar o aerofólio

em quatro segmentos passíveis de modificação, sendo cada um representado por uma curva de Bézier. Assim, para cada segmento, foi possível representar a seguinte expressão matemática da curva de ordem três

$$B_k(t) = (1-t)^3 \cdot P_{1,k} + 3t(1-t)^2 \cdot P_{2,k} + 3t^2(1-t) \cdot P_{3,k} + t^3 \cdot P_{4,k}, \quad k = 0, \dots, 3, \quad (57)$$

sendo k o índice correspondente a curva selecionada. Uma ilustração da segmentação no aerofólio é apresentado na Figura 11.

Figura 11 – Segmentação de aerofólio.



Fonte: desenvolvido pelo autor.

Nesta figura, percebe-se a segmentação do aerofólio em quatro curvas de Bézier, sendo em cada parcela, os pontos extremos da Eq. (57) representados pela cor preta, e os centrais com as cores de cada segmento. Destaca-se a definição dos pontos $P_{4,0}$ e $P_{4,2}$, sendo determinados inicialmente como a região de maior espessura do aerofólio, ao longo da corda.

Para a correta modificação de todas as curvas ao longo do aerofólio, foi necessário considerar a união entre todas as curvas. Desta forma, como realizado por Aflak (2020), foi assumido uma transição suave entre o final de uma curva e início de outra, que matematicamente é expresso como

$$\frac{\partial B_{k-1}}{\partial t}(t=1) = \frac{\partial B_k}{\partial t}(t=0), \quad k = 0, \dots, 3, \quad (58)$$

$$\frac{\partial^2 B_{k-1}}{\partial t^2}(t=1) = \frac{\partial^2 B_k}{\partial t^2}(t=0), \quad k = 0, \dots, 3. \quad (59)$$

Tendo em vista a necessidade de se propor uma geometria de hélice inicial, e em seguida se obter todos os pontos de controle para cada segmento (como explicitado na revisão da parametrização de Bézier), foi utilizado também as seguintes condições de contorno para se obtê-los, assim como feito

por Aflak (2020),

$$\frac{\partial^2 B_0}{\partial t^2}(t = 0) = 0 , \quad (60)$$

$$\frac{\partial^2 B_3}{\partial t^2}(t = 1) = 0 . \quad (61)$$

Os pontos iniciais e finais de cada segmento, $P_{1,k}$ e $P_{4,k}$, são conhecidos, diferente dos que estão entre estes, $P_{2,k}$ e $P_{3,k}$.

Assim, assumindo as seguintes intersecções de pontos,

$$P_{4,0} = P_{1,1} , \quad (62)$$

$$P_{4,1} = P_{1,2} , \quad (63)$$

$$P_{4,2} = P_{1,3} , \quad (64)$$

$$P_{4,3} = P_{1,0} , \quad (65)$$

realizando as decomposições matemáticas, e utilizando as condições de contorno demonstradas, foi possível de se obter os pontos de controle internos para cada segmento. Para os pontos $P_{2,k}$, obteve-se

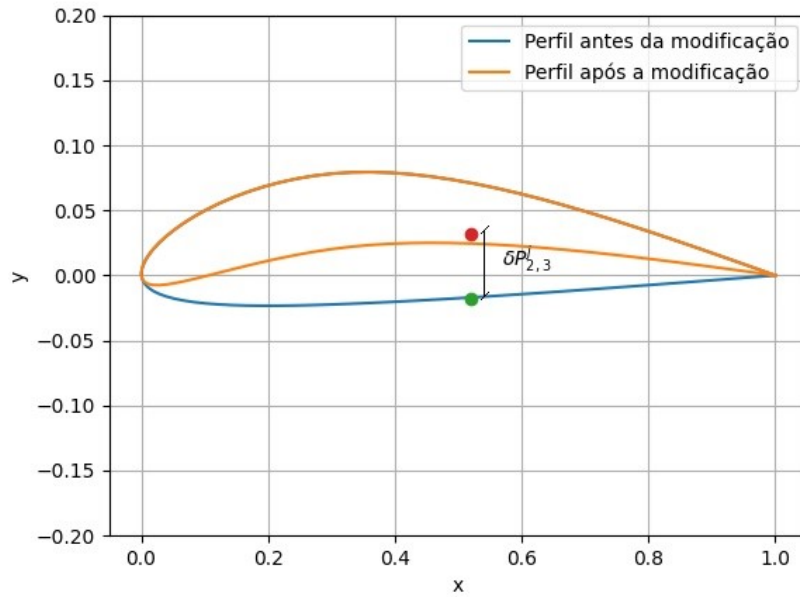
$$\begin{bmatrix} P_{2,0} \\ P_{2,1} \\ P_{2,2} \\ P_{2,3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 7 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} P_{1,0} + 2P_{4,0} \\ 2(2P_{1,1} + P_{4,1}) \\ 2(2P_{1,2} + P_{4,2}) \\ 8P_{1,3} + P_{4,3} \end{bmatrix} . \quad (66)$$

Já para os pontos $P_{3,k}$, obteve-se

$$\begin{bmatrix} P_{3,0} \\ P_{3,1} \\ P_{3,2} \\ P_{3,3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2P_{4,0} - P_{2,0} \\ 2P_{4,1} - P_{2,1} \\ 2P_{4,2} - P_{2,3} \\ 0.5P_{2,1} + 0.5P_{4,2} \end{bmatrix} . \quad (67)$$

Para simplificar a mudança na geometria dos aerofólios, além de diminuir o custo computacional e ter maior probabilidade de convergência na otimização, foi proposto realizar as modificações somente no ponto de controle $P_{2,3}$, sendo estas mudanças somente realizadas sob a coordenada y ; além, foram escolhidas somente sete seções para computar os resultados aerodinâmicos, e consequentemente, os aspectos da hélice ao longo da otimização. Ademais, os valores das mudanças nos pontos $P_{2,3}$ de cada seção da pá foram escolhidas como variáveis de controle, assim como ilustrado na Figura 12.

Figura 12 – Mudança no ponto de controle de Bézier.



Fonte: desenvolvido pelo autor.

Na Figura 12, percebe-se que a mudança positiva no ponto de cor verde para nova localização em vermelho alterou a geometria. A variável que representa esta mudança é $\delta P_{2,3}^j$, tendo valores positivos na direção positiva do eixo das ordenadas, e negativo na direção oposta, a partir da localização do ponto, inicialmente.

Como na Teoria dos Elementos de Pá não é considerado o efeito de ponta e tridimensional da hélice, assim, somente sete seções foram necessárias para se avaliar as variáveis. Portanto, as variáveis do problema foram dadas por

$$VC = \{\delta P_{2,3}^1, \delta P_{2,3}^2, \delta P_{2,3}^3, \delta P_{2,3}^4, \delta P_{2,3}^5, \delta P_{2,3}^6, \delta P_{2,3}^7\}, \quad (68)$$

sendo j o índice representado a seção da pá, e ainda,

$$P_{2,3}^j \in \mathbb{R}. \quad (69)$$

Por fim, foi possível se obter as curvas dos novos perfis modificados através da resolução do sistema da Eq. (66), com objetivo de se obter os novos pontos de controle, e mantendo o ponto inicial e final do aerofólio como inalterado, ou seja,

$$P_{y_{4,3}} = P_{y_{4,0}} = 0. \quad (70)$$

Desta forma, após o processamento matemático, obteve-se os novos pontos de controle alterados

devido a mudança de $P_{y2,3}^j$,

$$\begin{cases} P_{y1,3}^j = 0.25P_{y2,2}^j + \frac{7}{8}(P_{y2,3}^j + \delta P_{y2,3}^j) \\ P_{y3,2}^j = 2P_{y1,3}^j - (P_{y2,3}^j + \delta P_{y2,3}^j) \end{cases} \quad j = 1, \dots, 7 . \quad (71)$$

E então, através da Eq. (57), pode-se recalcular a nova curva para cada aerofólio.

3.1.3 Restrições

Foram propostas quatro restrições para o problema de otimização: eficiência positiva e maior que 1; ângulo de ataque próximo a eficiência máxima do perfil; restrição de não intersecção de curvas; e restrição da espessura do perfil ao longo da pá.

3.1.3.1 Restrições de eficiência

Pela Eq. (37), também uma expressão mais simplificada para eficiência da hélice, foi observado que maior será esta expressão para menores valores de γ , correspondendo a

$$\gamma = \tan^{-1} \left(\frac{C_D}{C_L} \right) . \quad (72)$$

Com propósito de diminuir a razão C_D/C_L , foi constatado a necessidade de se aumentar a razão C_L/C_D . Portanto, seções com perfis aerodinamicamente mais eficientes implicam em uma eficiência maior da hélice.

Desta forma, foi proposto uma restrição de ângulo de ataque do perfil de cada seção da pá para o mais próximo da sua eficiência máxima. Como forma simplificar a seleção deste ângulo de ataque, foi imposta uma restrição de ângulo de ataque fixo (α_F), que correspondesse a uma região próxima a da eficiência máxima do perfil inicial da otimização, que para os aerofólios iniciais propostos de análise descritos na seção 3.6 foi próximo de

$$\alpha = 5^\circ , \quad (73)$$

para o aerofólio “clark-Y”, e

$$\alpha = 10^\circ , \quad (74)$$

para o “NACA 0020”.

Outra restrição de eficiência imposta foi com relação aos valores aceitáveis de η_H . Pela Teoria dos Elementos de Pá, grandes razões de avanço (com elevadas velocidades) poderiam implicar em eficiências superiores a 100%, não trazendo significado físico, já que nesta circunstância, a potência propulsiva (P_{prop}) seria maior que a fornecida pelo eixo motor (P_{em}). Assim, foi imposta também a seguinte restrição,

$$0 \leq \eta_H \leq 1 . \quad (75)$$

3.1.3.2 Restrição de intersecção

Como foi proposto a utilização da parametrização de Bézier para mudança nas geometrias dos aerofólios, foi necessário estabelecer uma restrição de não intersecção de curvas, visto que a intersecção não caracteriza uma geometria de aerofólio válido para a pá.

Conforme mostrado na subseção 2.4.2, a obtenção da intersecção entre duas retas bidimensionais e não paralelas, ou coincidentes, pode ser obtido utilizando as Eqs. (51) e (52). Assim, para que dois segmentos de retas de um aerofólio não tenham intersecção, e ainda sendo

$$(p_{x_1} - p_{x_2})(p_{y_3} - p_{y_4}) - (p_{y_1} - p_{y_2})(p_{x_3} - p_{x_4}) \neq 0, \quad (76)$$

em que $p_{x_1}, p_{x_2}, p_{y_1}$ e p_{y_2} são coordenadas de dois pontos pertencentes um segmento, e $p_{x_3}, p_{x_4}, p_{y_3}$ e p_{y_4} ao outro, é necessário que o ponto de intersecção das duas retas estejam fora dos segmentos analisados. Portanto, sejam as coordenadas de intersecção p_{ix} e p_{iy} entre duas retas analisadas de um perfil, para não houver intersecção dos dois segmentos,

$$p_{ix} \notin [\varphi, \varsigma] | \varphi = \min\{p_{x_1}, p_{x_2}, p_{x_3}, p_{x_4}\}, \varsigma = \max\{p_{x_1}, p_{x_2}, p_{x_3}, p_{x_4}\}, \quad (77)$$

$$p_{iy} \notin [\sigma, \varrho] | \sigma = \min\{p_{y_1}, p_{y_2}, p_{y_3}, p_{y_4}\}, \varrho = \max\{p_{y_1}, p_{y_2}, p_{y_3}, p_{y_4}\}. \quad (78)$$

Desta forma, para verificação completa de não intersecção do aerofólio, é necessário “marchar” sob diversos segmentos. Portanto, propô-se a seguinte restrição: para todo segmento de aerofólio não paralelo ou coincidente, ou seja,

$$(p_{x_i} - p_{x_{i+1}})(p_{y_{i+2}} - p_{y_{i+3}}) - (p_{y_i} - p_{y_{i+1}})(p_{x_{i+2}} - p_{x_{i+3}}) \neq 0 \forall i = 1, \dots, m - 3, \quad (79)$$

sendo i o índice do ponto no aerofólio escolhido e m a quantidade de pontos total, deve-se satisfazer as seguintes condições,

$$p_{ix_i} \notin [\varphi, \varsigma] | \begin{cases} \varphi = \min\{p_{x_i}, p_{x_{i+1}}, p_{x_{i+2}}, p_{x_{i+3}}\} \\ \varsigma = \max\{p_{x_i}, p_{x_{i+1}}, p_{x_{i+2}}, p_{x_{i+3}}\} \end{cases} \forall i = 1, \dots, m - 3, \quad (80)$$

$$p_{iy_i} \notin [\sigma, \varrho] | \begin{cases} \sigma = \min\{p_{y_i}, p_{y_{i+1}}, p_{y_{i+2}}, p_{y_{i+3}}\} \\ \varrho = \max\{p_{y_i}, p_{y_{i+1}}, p_{y_{i+2}}, p_{y_{i+3}}\} \end{cases} \forall i = 1, \dots, m - 3. \quad (81)$$

Caso a restrição não seja satisfeita, o aerofólio era invalidado.

3.1.3.3 Restrição de espessura ao longo da envergadura da pá

Por conta da necessidade de se dispor de pás de hélice com aerofólios mais espessos na raiz da pá, por conta da exigência de maior resistência estrutural e menor velocidade resultante do que mais a jusante, propô-se, então, de uma restrição em que a espessura do aerofólio na seção mais próxima a raiz seria a maior de toda a envergadura.

Esta restrição, matematicamente, foi descrita utilizando as variáveis de controle do problema, como

$$\delta P_{2,3}^1 \leq \delta P_{2,3}^j \forall j = 2, \dots, 7, \quad (82)$$

isto é, a mudança da primeira seção deve ser mais negativa, ou menor, do que as das outras seções, garantindo, portanto, um perfil mais espesso na raiz.

3.1.4 Síntese do problema de otimização

Com a descrição mais detalhada do problema de otimização, realizada anteriormente, pode-se então sintetizar-lo da seguinte forma: utilizando uma geometria de hélice inicial e uma determinada condição de voo, maximizar a eficiência da hélice (η_H),

$$J \frac{C_T}{C_P}, \quad (83)$$

sujeito as seguintes variáveis de controle,

$$\delta P_{2,3}^j, \quad j = 1, \dots, 7, \quad (84)$$

e as seguintes restrições,

$$\alpha_{perfil} = \alpha_F, \quad (85)$$

$$0 \leq \eta_H \leq 1, \quad (86)$$

$$p_{ix_i} \notin [\varphi, \varsigma] \left\{ \begin{array}{l} \varphi = \min\{p_{x_i}, p_{x_{i+1}}, p_{x_{i+2}}, p_{x_{i+3}}\} \\ \varsigma = \max\{p_{x_i}, p_{x_{i+1}}, p_{x_{i+2}}, p_{x_{i+3}}\} \end{array} \right. \forall i = 1, \dots, m-3, \quad (87)$$

$$p_{iy_i} \notin [\sigma, \varrho] \left\{ \begin{array}{l} \sigma = \min\{p_{y_i}, p_{y_{i+1}}, p_{y_{i+2}}, p_{y_{i+3}}\} \\ \varrho = \max\{p_{y_i}, p_{y_{i+1}}, p_{y_{i+2}}, p_{y_{i+3}}\} \end{array} \right. \forall i = 1, \dots, m-3, \quad (88)$$

$$\delta P_{2,3}^1 \leq \delta P_{2,3}^j, \quad j = 2, \dots, 7. \quad (89)$$

Em que $\delta P_{2,3}^j$ representam os pontos de controle de Bézier de sete geometrias de aerofólios ao longo das pás da hélice; α_{perfil} o ângulo de ataque do perfil inicial proposto; p_{ix_i} e p_{iy_i} as coordenadas x e y do ponto de intersecção entre duas retas pertencentes a dois segmentos ao longo destes perfis.

3.2 ESCOLHA DO ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO

Para correta resolução do problema de otimização, foi necessário de antemão escolher o algoritmo de otimização que mais se adequasse aos objetivos e restrições impostas. Desta forma, o problema de otimização foi classificado com base em quatro classificações: convexidade e diferenciabilidade da função objetivo; variáveis de decisão contínuas ou discretas; e multimodalidade; assim como proposto por Martins e Ning (2021).

A expressão que descreve a função objetivo, Eq. (53), pode ser desmembrada como

$$FO = \max \left(\frac{1}{2\pi} JD \int_0^R C_L(r) c(r) \frac{\cos(\phi(r) + \gamma(r))}{\cos(\gamma(r)) \sin(\phi(r))^2} dr \cdot \left[\int_0^R C_L(r) c(r) r \frac{\sin(\phi(r) + \gamma(r))}{\cos(\gamma(r)) \sin(\phi(r))^2} dr \right]^{-1} \right). \quad (90)$$

As variáveis de decisão impostas no problema,

$$\delta P_{2,3}^j, \quad j = 1, \dots, 7, \quad (91)$$

afetam os termos $\cos(\phi + \gamma)$, $\sin(\phi + \gamma)$ e $\cos(\gamma)$, já que suas variações afetam

$$\gamma = \tan^{-1} \left(\frac{C_D}{C_L} \right). \quad (92)$$

Tais termos trigonométricos isolados são caracterizados por funções que em certo domínio são convexas, e em outro, côncavas. Portanto, a função objetivo pode variar em certo momento como concava ou convexa. Devido a esta dualidade, foi classificado a função objetivo como não estritamente convexa.

Com relação a diferenciabilidade, devido a complexidade na prova da diferenciação da função em relação as variáveis de controle, preferiu-se classifica-la como possuindo gradientes-livres. Já quanto ao tipo das variáveis de controle, todas as variáveis de decisão propostas são contínuas.

Por fim, quanto a multimodalidade, ou seja, a presença de máximos locais, classificou-se o problema como multilocal. Já que para se demonstrar a presença de apenas um máximo local, sendo este o máximo global, necessitaria se avaliar o domínio completo das variáveis de decisão, algo de extrema complexidade computacional.

Assim, pela metodologia para escolha do algoritmo de otimização proposta por Martins e Ning (2021), ilustrado na Figura 6, e pelas classificações realizadas do problema de otimização, foi escolhido o Algoritmo por Enxame de Partículas (PSO) para resolução do problema.

3.3 PRÉ-DESENVOLVIMENTO

Posteriormente a escolha do algoritmo de otimização PSO, três aspectos relevantes foram necessários discutir de antemão a elaboração da arquitetura de desenvolvimento: formulação da matriz de posições do algoritmo de otimização; tipo de restrições impostas; e lógica preliminar de construção da ferramenta.

Sendo escolhido as variáveis de decisão como um diferencial na mudança dos pontos de controle de cada seção ao longo da pá de uma hélice ($\delta P_{2,3}$), foi realizado a formulação da matriz de posições

do algoritmo, assim como apresentado na revisão, subseção 2.3.2, como

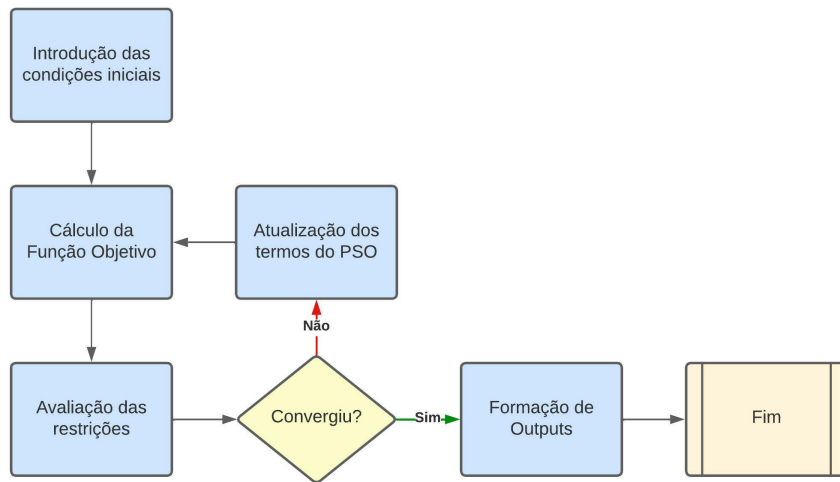
$$X_{\theta,7} = \begin{bmatrix} \delta P_{2,3}^{1,1} & \delta P_{2,3}^{1,2} & \delta P_{2,3}^{1,3} & \delta P_{2,3}^{1,4} & \delta P_{2,3}^{1,5} & \delta P_{2,3}^{1,6} & \delta P_{2,3}^{1,7} \\ \delta P_{2,3}^{2,1} & \delta P_{2,3}^{2,2} & \delta P_{2,3}^{2,3} & \delta P_{2,3}^{2,4} & \delta P_{2,3}^{2,5} & \delta P_{2,3}^{2,6} & \delta P_{2,3}^{2,7} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \delta P_{2,3}^{\theta,1} & \delta P_{2,3}^{\theta,2} & \delta P_{2,3}^{\theta,3} & \delta P_{2,3}^{\theta,4} & \delta P_{2,3}^{\theta,5} & \delta P_{2,3}^{\theta,6} & \delta P_{2,3}^{\theta,7} \end{bmatrix}. \quad (93)$$

Em que θ representa o número de partículas empregadas para a solução de um cenário de otimização.

Já com relação a montagem das restrições, foram escolhidas somente o método de barreira. Estas restrições são características por não considerar as partículas que não estejam respeitando as restrições, ignorando seus valores de função objetivo para computação do melhor estado global (g_{best}) e local (p_{best}) ao longo das iterações.

Por fim, quanto a lógica preliminar para o desenvolvimento da arquitetura, foi estabelecido a seguinte lógica apresentada na Figura 13.

Figura 13 – Lógica preliminar de desenvolvimento.



Fonte: desenvolvido pelo autor.

Tal diagrama foi utilizado como base para elaboração da arquitetura de desenvolvimento do problema.

3.4 ARQUITETURA DE DESENVOLVIMENTO

Após a descrição completa do problema de otimização, além da lógica apresentada para sua resolução, foi necessário realizar uma ferramenta computacional para solução. A ferramenta proposta teve como principal objetivo aplicar o algoritmo PSO e realizar a geração de dados de saída da geometria final da hélice otimizada, utilizando para isto, uma condição inicial tanto de voo e como de geometria da hélice.

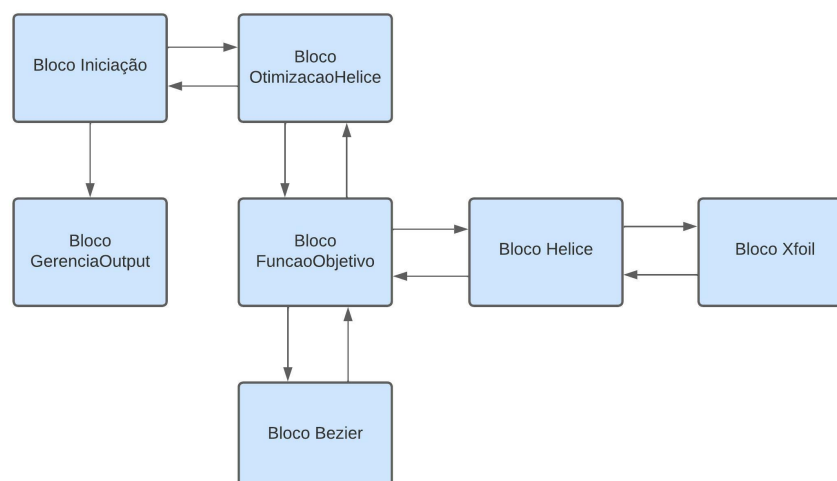
A resolução do algoritmo se passa por um processo iterativo, em que deve-se realizar a computação frequente das seguintes variáveis e propriedades:

- propriedades da hélice;
- formulação da nova geometria de aerofólio com base nas variáveis de controle;
- propriedades aerodinâmicas do perfil modificado;
- solução da função objetivo;
- avaliação das restrições;
- e atualização dos termos do algoritmo de otimização.

Desta forma, com objetivo de se obter uma arquitetura de desenvolvimento organizada que possibilitasse obter as variáveis e as computações necessárias citadas anteriormente, dividiu-se a ferramenta em diversos “blocos”, que representam módulos de códigos da ferramenta, em linguagem de programação Python.

Ao todo, foram realizadas sete módulos: “Iniciação”, “OtimizacaoHelice”, “FuncaoObjetivo”, “Bezier”, “Helice”, “Xfoil” e “GerenciaOutput”. Cada módulo possui diversas funcionalidades relativas a incumbência geral da classe, tal como no bloco “Helice”, que visa resolver as equações da Teoria dos Elementos de Pá, e entregar os resultados para a classe “FuncaoObjetivo”. A conexão entre estes diversos blocos são representados na Figura 14.

Figura 14 – Conexão de classes da ferramenta de otimização realizada.



Fonte: elaborado pelo autor.

Na figura anterior, percebe-se a conexão entre as diversas classes através dos ponteiros, que representam envio de dados de uma para a outra.

Como forma de detalhar cada módulo existente na ferramenta, subdividiu-se em sete subseções, relativas aos “blocos”.

3.4.1 Módulo Inicializacao

Este módulo foi responsável pela inserção dos dados iniciais de otimização, pelo controle iterativo da otimização, pela checagem da convergência da otimização, e pela introdução dos dados de otimização na classe responsável por gerar os *Outputs*.

Os dados de entrada inseridos foram:

- quantidade de iterações máxima;
- quantidade de partículas presentes no algoritmo PSO;
- a tolerância para o critério de convergência da otimização;
- as condições de voo da hélice: temperatura, viscosidade e densidade do ar;
- a velocidade da aeronave e a rotação de seu motor;
- e condições geométricas da hélice: perfil inicial, ângulo de ataque das seções, diâmetro da hélice, número de pás, raio e tamanho de corda das seções de uma pá.

Após a inserção dos dados pelo usuário, ocorreu-se o processo de inserção destes na classe “OtimizacaoHelice”.

O controle iterativo da otimização foi realizado através de um laço, em que foi utilizado o parâmetro de iterações máxima como iterador máximo. Ao longo de cada iteração, acionou-se uma função “iterar” da classe “OtimizacaoHelice”, responsável por ter dado andamento ao processo de otimização.

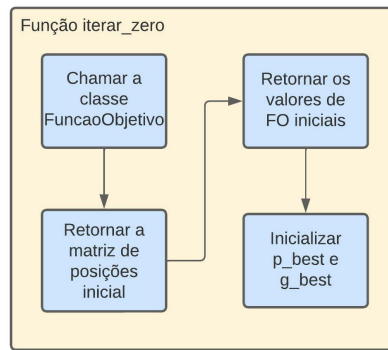
Em cada passo do processo iterativo, foi realizado também a checagem da convergência da otimização, em que chamou-se um método responsável por realizar tal verificação. Caso a verificação fosse positiva, o laço iterativo era pausado, e então, iniciava-se o processo da formação dos dados de saída.

3.4.2 Módulo OtimizacaoHelice

A classe “OtimizacaoHelice” teve como principal função executar o algoritmo de otimização PSO e acionar os métodos responsáveis por calcular a função objetivo ao longo do processo iterativo.

Na inicialização desta classe pela de “Iniciacao”, ocorreu-se o recebimento de todas as variáveis iniciais para otimização, e em seguida, foi acionado o método “iterar_zero”, cuja representação iterativa está na Figura 15.

Figura 15 – Método “iterar_zero”.



Fonte: desenvolvido pelo autor.

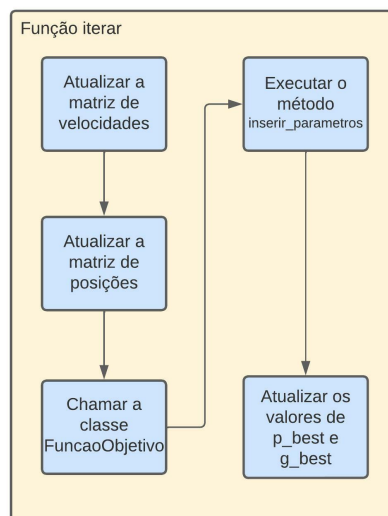
Como ilustrado, houve inicialmente o acionamento da classe “FuncaoObjetivo”, responsável neste ponto por montar a matriz de posições ($X_{\theta,7}$) iniciais, e por ter realizado a computação da função objetivo inicial da otimização. Logo em seguida, ocorreu-se a inserção do vetor de melhores partículas individuais, dado como

$$p_{best} = X_{\theta,7} , \quad (94)$$

e a determinação do vetor g_{best} , responsável por ter informado as posições da melhor partícula, a qual possuía a maior função objetivo e respeitava as restrições explicitadas anteriormente. Outra incumbência deste método refere-se ao armazenamento dos resultados aerodinâmicos e dos vetores de otimização, dados, respectivamente, pela chamada das funções “gravar_resultados_aerodinamicos” e “gravar_resultados_matriz_pso”.

Outra função presente na classe “OtimizacaoHelice” foi a “iterar”, cujo principal objetivo foi a continuação das iterações da otimização. Tal fluxograma iterativo da função é mostrado na Figura 16.

Figura 16 – Método “iterar”.



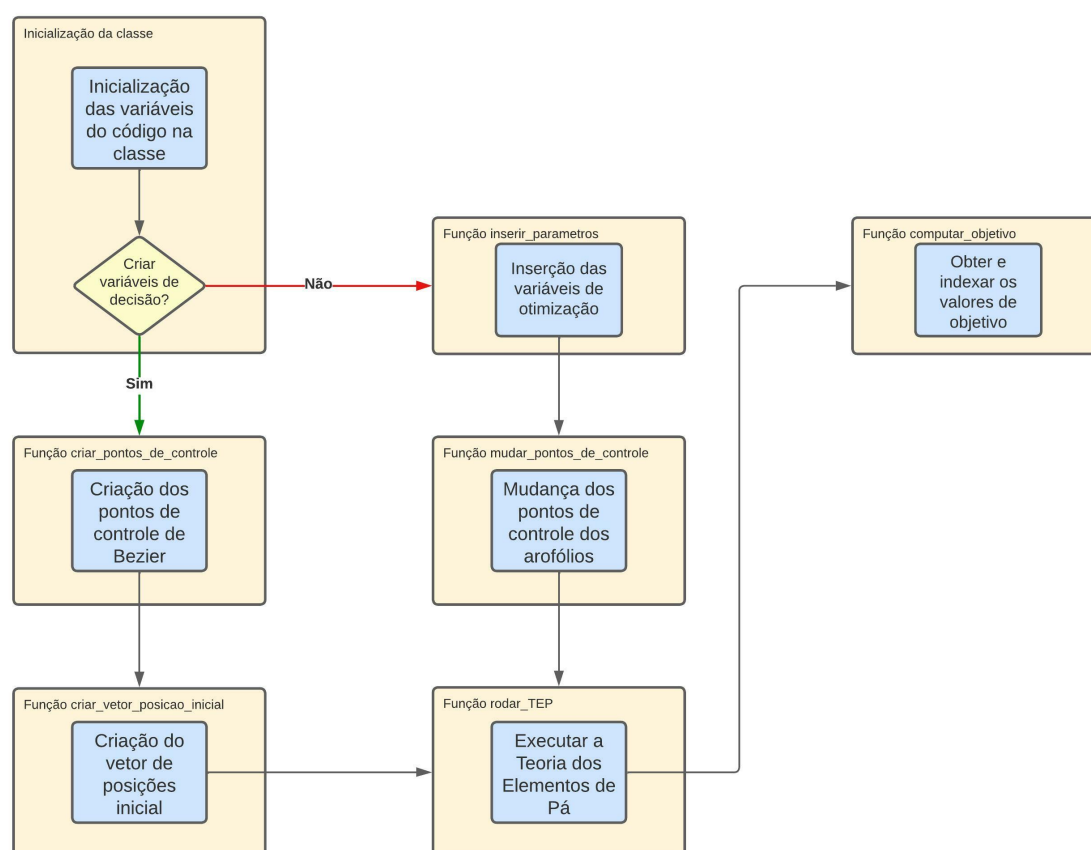
Fonte: desenvolvido pelo autor.

Neste método, houve inicialmente a atualização do vetor de velocidade, dado pela Eq. (42), seguido pela atualização das novas posições em $X_{\theta,7}$, obtida pela Eq. (41). Posteriormente, houve o levantamento dos novos valores de função objetivo, e em seguida, o recálculo dos vetores p_{best} e g_{best} . Para o cálculo destes últimos, foi considerado novamente as restrições de barreira impostas, ou seja, somente partículas que respeitassem as restrições propostas seriam classificadas como válidas para a fixação nos vetores de melhores posições.

3.4.3 Módulo FuncaoObjetivo

A classe “FuncaoObjetivo” teve como principal incumbência obter os valores da função objetivo da otimização para cada partícula presente no algoritmo PSO. Ela foi composta por sete diferentes métodos, responsáveis pela inserção inicial das variáveis de controle, mudanças nas geometrias dos perfis de cada seção de pá, e computação dos resultados da eficiência da hélice. Um fluxograma do funcionamento da classe é apresentado na Figura 17.

Figura 17 – Fluxograma de funcionamento da classe “FuncaoObjetivo”.



Fonte: elaborado pelo autor.

Como ilustrado pelo fluxograma, a classe desenvolvida é iniciada pela parte “Inicialização da classe”, em que foi inicializada as variáveis de condição de voo da hélice, a quantidade de partículas no algoritmo, e as condições geométricas da hélice (tamanho de corda das seções, número de pás, posição das seções, ângulo de ataque fixo e aerofólio proposto inicial).

Posteriormente, foi criada uma divisão: caso a ferramenta não possuía, até então, as variáveis de decisão, então, estas eram criadas; porém, caso estas já existiam, havia prosseguimento para o método “inserir_parametros”, em que era inicializado os valores da matriz de posição.

A criação das novas variáveis iniciais foi realizada pela escolha aleatória de sete variáveis de mudanças ($\delta P_{2,3}$) para cada partícula, sendo essas variáveis pertencentes a um intervalo específico para cada seção da pá. Estes intervalos foram delimitados avaliando que seções mais próximas a raiz da pá tendem a ter maior espessura, significando mudanças mais negativas de $\delta P_{2,3}$, enquanto que mais a jusante, mais positivas. Assim, foi proposta na Tabela 1 o seguinte intervalo para escolha aleatória das variáveis de controle iniciais.

Tabela 1 – Intervalo para escolha aleatória das variáveis de controle iniciais.

Seção/Intervalo de mudança	Seção 1	Seção 2	Seção 3	Seção 4	Seção 5	Seção 6	Seção 7
Valor mínimo	-0.05	-0.035	-0.02	-0.005	0.01	0.025	0.04
Valor máximo	-0.036	-0.021	-0.006	0.009	0.024	0.039	0.05

Fonte: desenvolvido pelo autor.

Já na circunstância da existência das variáveis de controle, prosseguiu-se, após a inserção das variáveis na classe, para a mudança dos pontos de controle de Bézier de cada aerofólio, seção e partícula do algoritmo, realizado pelo método “mudar_pontos_de_controle”. Tal função percorreu todas as posições e seções de $X_{\theta,7}$, e em seguida, acionou o método “atualizar_aerofolio”, presente no módulo “Bezier”, com intuito de mudar a geometria do perfil selecionado.

Além do método “atualizar_aerofolio” atualizar a geometria dos perfis de cada seção e partícula, este método também foi responsável pela verificação da restrição de intersecção. Após a atualização de cada geometria de aerofólio, houve a varrição de diversos pares de segmentos de retas ao longo da geometria, averiguando se houve a intersecção pelas Eq(s). (80) e (81). Caso a verificação fosse positiva, uma nova variável de mudança ($\delta P_{2,3}$) e um novo perfil eram propostos; caso negativo, o algoritmo era continuado.

Por fim, após a criação das variáveis de controle iniciais ou atualização dos aerofólios, prosseguiu-se para a função “rodar_TEP”. Esta função foi responsável por chamar o método “executar_TEP”, com intuito de executar o cálculo das equações da Teoria dos Elementos de Pá pela classe “Helice”, e buscar os valores individuais de eficiência da hélice de cada partícula.

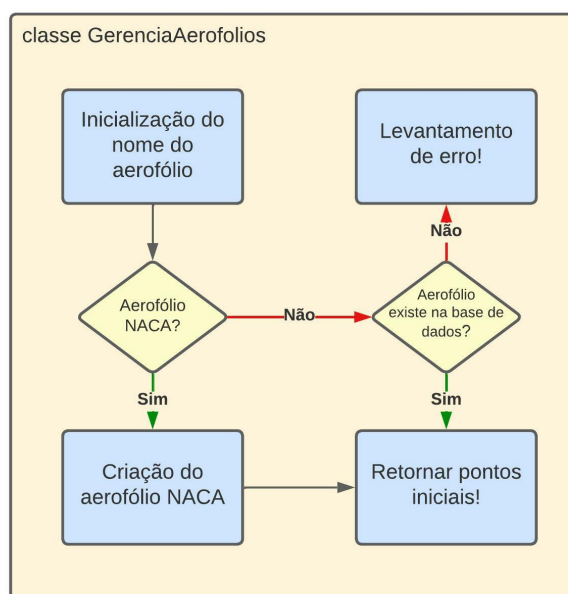
3.4.4 Módulo Bezier

Com relação a classe “Bezier”, esta teve como principal função conter alguns métodos que possibilitassem a obtenção dos pontos de controle inicial de cada geometria de aerofólio, e que viabilizassem a mudança destes para alcançar novos perfis de hélice. A classe foi dividida em três funções principais: “gerar_aerofolio_base”, “gerar_pontos_de_bezier” e “atualizar_aerofolio”.

O primeiro método, “gerar_aerofolio_base”, teve como objetivo gerar os pontos iniciais do aerofólio, para possível obtenção dos pontos de controle de Bézier. Essencialmente, este método realizou a chamada da classe “GerenciaAerofolios”, com o nome do aerofólio inicial escolhido, e retornou os

pontos da geometria inicial do aerofólio selecionado. Esta nova classe teve como principal função a criação de uma nova geometria de aerofólio NACA ou a importação de uma base de dados local de aerofólios já existentes. O diagrama que representa o funcionamento deste módulo é representado na Figura 18.

Figura 18 – Fluxograma funcionamento da classe “GerenciaAerofolios”.

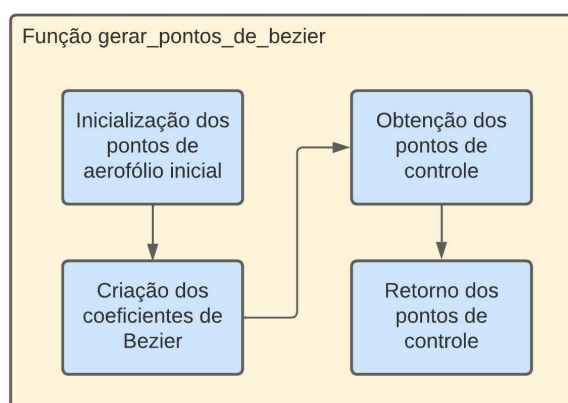


Fonte: elaborado pelo autor.

A inicialização da classe “GerenciaAerofolios” conteve com a inserção das variáveis iniciais da classe, além do aerofólio inicial escolhido pelo usuário. O aerofólio informado passou por um processo de triagem, em que caso este representasse um aerofólio NACA, então buscava-se formar sua geometria inicial pelo método “gerar_aerofolio”. Este método buscou formar a geometria através do acesso a base de dados do software XFOIL. Já caso o aerofólio não representasse um da família NACA, buscava-se então sua geometria inicial em uma base local da ferramenta, levantando um erro em caso de inexistência.

Com relação ao método “gerar_pontos_de_bezier”, este teve como principal objetivo a obtenção dos pontos de controle iniciais do perfil. O diagrama que representa o funcionamento da função é apresentado na Figura 19.

Figura 19 – Fluxograma da função “gerar_pontos_de_bezier”.

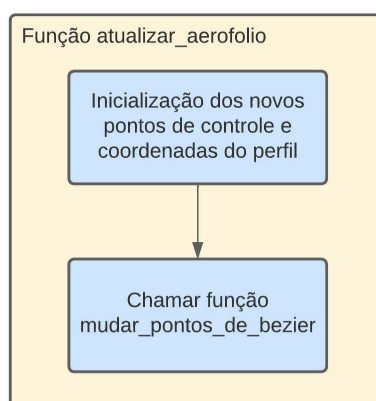


Fonte: elaborado pelo autor.

Nesta função, utilizando os cinco pontos do perfil inicial, gerado pelo método “gerar_aerofolio_base”, obteve-se os pontos de controle de Bézier para o aerofólio, através do cálculo expresso na Eq. (66), em que primeiramente obteve-se os coeficientes de Bézier (primeira matriz multiplicativa da expressão), em seguida, multiplicou-a pela matriz representante dos pontos do aerofólio.

Por fim, o método “atualizar_aerofolio” teve como objetivo alterar os pontos de controle do perfil, e retornar uma nova geometria. O diagrama que representa o funcionamento da função é apresentado na Figura 20.

Figura 20 – Fluxograma da função “atualizar_aerofolio”.



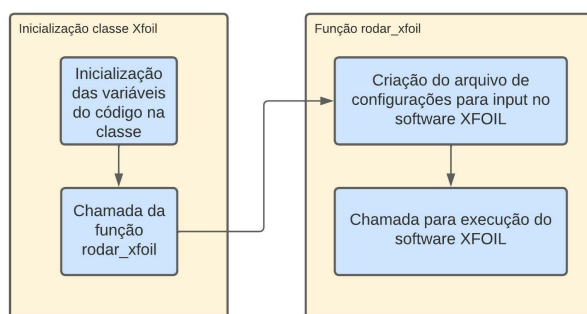
Fonte: elaborado pelo autor.

Após a inicialização das novas coordenadas dos novos pontos de controle desejados do perfil, foi acionado o método “mudar_pontos_de_bezier”, em que houve a resolução da Eq. (71) para obtenção da mudança dos pontos do perfil, e em seguida, a resolução da Eq. (57) para obtenção da curva completa do novo perfil, após a modificação dos pontos de controle.

3.4.6 Módulo Xfoil

Com relação a classe Xfoil, esta teve como principal função chamar o software XFOIL para obtenção dos valores de C_L e C_D de cada perfil ao longo da pá da hélice. O fluxograma representando o funcionamento da classe encontra-se na Figura 22.

Figura 22 – Fluxograma de funcionamento da classe “Xfoil”.



Fonte: elaborado pelo autor.

Inicialmente, houve a iniciação das variáveis da classe, como a geometria do perfil, número de Reynolds e ângulo de ataque para execução do XFOIL. Posteriormente, houve a chamada da função “rodar_xfoil”. Esta teve como função a criação de um arquivo de entrada, em formato de texto, informando os seguintes atributos para execução do software XFOIL:

- Reynolds;
- quantidade de iterações;
- geometria do perfil;
- e solução considerando a viscosidade.

Além, esta também acionou o início de um processo de execução no terminal do sistema operacional, com objetivo de executar o software, conforme o nome do arquivo de *input*, com as instruções, informadas.

3.4.7 Módulo GerenciaOutput

Esta classe teve como principal função a realização das soluções gráficas do resultado da otimização. Após o processo iterativo de otimização, houve a indexação das variáveis do código relativos a otimização na classe, e em seguida, a realização dos seguintes gráficos:

- Função objetivo por iteração;
- variáveis de controle por iteração;
- aerofólios da pá da melhor partícula na última iteração;

- C_T por J ;
- C_Q por J ;
- β por dr ;
- e variáveis de controle por iteração para a melhor partícula.

3.5 CRITÉRIO DE CONVERGÊNCIA

A utilização de um processo iterativo na otimização necessita-se de um critério de convergência para admissão dos resultados da otimização.

Como critério de convergência utilizado para a ferramenta de otimização, foi empregado o critério proposto por Martins e Ning (2021), adaptado para as variáveis de controle e expresso como

$$\frac{\sum_{s=1}^{\theta} |\delta P_{2,3}^{s,j} - \delta P_{2,3}^{\text{best},j}|}{\theta} \leq e, \forall j = 1, \dots, 7, \quad (95)$$

sendo e o valor da tolerância assumido; s a partícula escolhida; e $\delta P_{2,3}^{\text{best},j}$ a variável de controle que possui melhor função objetivo. Portanto, somente quando atingido a tolerância para todas as variáveis de controle, a otimização estava convergida.

3.6 ESTUDO E VALIDAÇÕES

Após o desenvolvimento da ferramenta para otimização proposta, foram realizados alguns estudos e validações para comprovar o desenvolvimento realizado.

A primeira validação foi referente ao desenvolvimento do módulo “Helice”. Nesta validação, obteve-se primeiramente os resultados da classe de C_T e eficiência para diversas razões de avanço de uma hélice bipá de perfil “clark-Y”, com passo de 25° , sujeita a 1000 r.p.m, e com geometria proposta pelo relatório de Hartman e Biermann (1938). Em seguida, seus resultados foram comparados com os apresentados pelo relatório.

Já a segunda validação teve como principal objetivo validar o desenvolvimento do algoritmo PSO, através da comparação analítica e a obtida pela maximização de duas funções, sendo uma unimodal, dada por

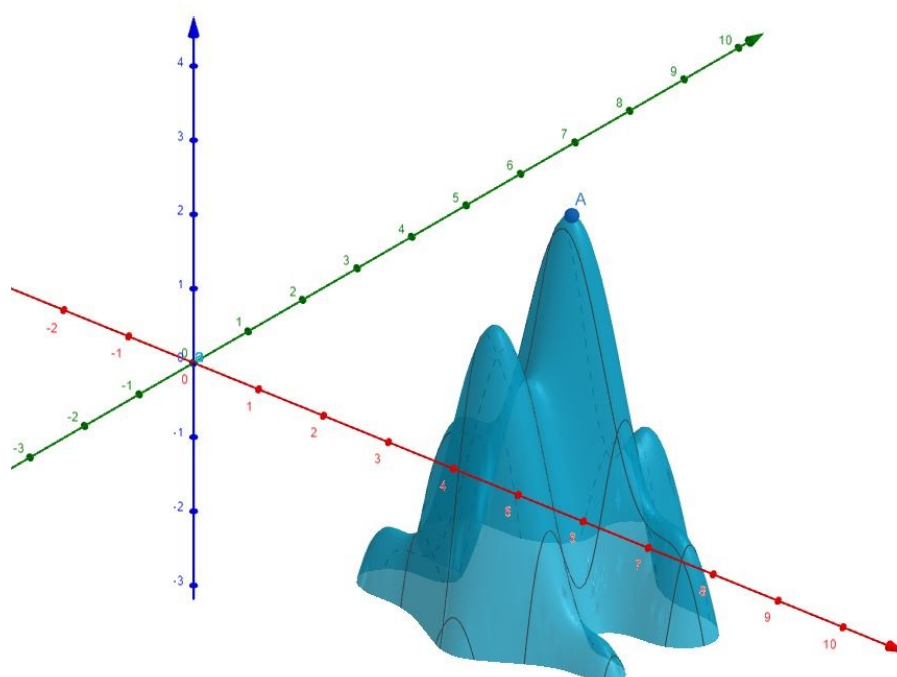
$$f(x, y) = -[(x - 2.5)^2 + (y - 2.5)^2], \quad (96)$$

cujo máximo global é dado no ponto (2.5,2.5); e a outra multimodal, dada por

$$f(x, y) = -[(x - 3.14)^2 + (y - 2.72)^2 + \sin(3x + 1.41) + \sin(4y - 1.73)], \quad (97)$$

cujas representações são ilustradas na Figura 23.

Figura 23 – Plotagem da função multimodal.



Fonte: elaborado pelo autor.

Esta última função apresenta máximo global representado no ponto A, cujas coordenadas são (3.21,3.12). Nesta validação, foi considerado somente os hiper-parâmetros variando ao longo das iterações, dados pelas expressões na Eq. (43).

Além das validações propostas, foi realizado também um estudo de otimização da eficiência de uma hélice bipá, com 2m de diâmetro, de perfil “NACA 0020”, sujeita a 1000 r.p.m, e com a geometria descrita na Tabela 2, visando a comparação dos resultados dos dois modelos de hiper-parâmetros propostos na revisão, com parâmetros constantes,

$$\omega = 0.72984 , \quad (98)$$

$$c_1 = c_2 = 2.05 , \quad (99)$$

e o outro dado pela variação ao longo do processo iterativo.

Tabela 2 – Geometria de hélice bipá com perfil “NACA 0020”.

Seção/geometria	Seção 1	Seção 2	Seção 3	Seção 4	Seção 5	Seção 6	Seção 7	Seção 8
Raio [m]	0.254	0.305	0.4572	0.6095	0.762	0.9144	1.0668	1.22
Corda [m]	0.1224	0.14	0.17	0.18	0.18	0.16	0.12	0.001

Fonte: desenvolvido pelo autor.

Para este estudo de comparação entre os hiper-parâmetros, foi considerado que a convergência das otimizações eram atingidas pela tolerância (ϵ) de 10^{-4} .

Por fim, foi realizado um estudo de caso, visando a otimização da eficiência de uma hélice bipá, com 2.44m de diâmetro, de perfil “clark-Y”, a 1000 r.p.m, em razão de avanço de 0.6, e com a geometria dada pela Tabela 3.

Tabela 3 – Geometria da hélice bipá com perfil inicial “clark-Y” para otimização.

Seção/geometria	Seção 1	Seção 2	Seção 3	Seção 4	Seção 5	Seção 6	Seção 7	Seção 8
Raio [m]	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
Corda [m]	0.05	0.069	0.076	0.073	0.065	0.056	0.044	0.001

Fonte: desenvolvido pelo autor.

Foi considerado para este estudo de caso somente os hiper-parâmetros variando ao longo do processo iterativo, e convergência para tolerância de 10^{-4} . Também variou-se tanto a quantidade de partículas como a quantidade máxima de iterações nas simulações. Ao todo, foram realizadas 36 simulações, distribuídas conforme a Tabela 4.

Tabela 4 – Distribuição das simulações realizadas para o estudo de caso.

Simulação Tipo	Quantidade de iterações	Quantidade de partículas	Quantidade de simulações por partícula/iteração
1	20	15	4
2	30	15	4
3	40	15	4
4	20	25	4
5	30	25	4
6	40	25	4
7	20	35	4
8	30	35	4
9	40	35	4

Fonte: desenvolvido pelo autor.

Variou-se, portanto, em 10 partículas e 10 iterações por tipo de simulação. Para cada tipo, foram realizadas quatro simulações.

Destaca-se que em todas as simulações realizadas foi considerado as condições ao nível do mar, dadas por

$$\rho = 1.225 \text{ kg/m}^3, \quad (100)$$

$$\mu = 1.789 \cdot 10^{-5} \text{ Pa.s}, \quad (101)$$

$$T_e = 288.5 \text{ K}. \quad (102)$$

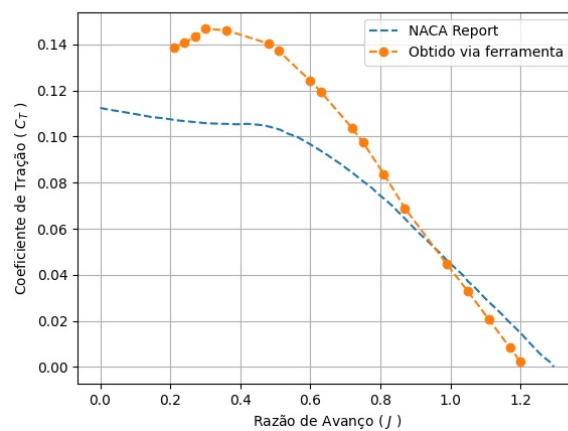
Destaca-se também que foi utilizado como N_{crit} do XFOIL o valor padrão, 9.

4 RESULTADOS

4.1 VALIDAÇÃO DA CLASSE “HELICE”

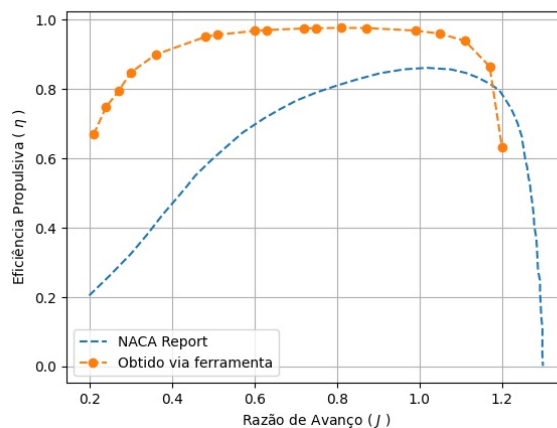
Com a execução do módulo “Helice” para a hélice de perfil “clark-Y” e com passo de 25° do NACA Report 640, de Hartman e Biermann (1938), foi possível de se obter uma comparação visual entre os resultados da ferramenta e o experimental (obtido no relatório) para eficiência e C_T pela razão de avanço. Estes resultados encontram-se na Figura 24 e Figura 25, seguintes.

Figura 24 – Resultados de C_T por J experimental e da classe “Helice” para a hélice proposta na validação da classe.



Fonte: desenvolvido pelo autor.

Figura 25 – Resultados de η_H por J experimental e da classe “Helice” para a hélice proposta na validação da classe.



Fonte: desenvolvido pelo autor.

Em relação à Figura 24, para região de J entre 0.8 e 1.1, foi possível de se perceber uma aproximação do resultado da ferramenta e o experimental, tendo um erro máximo de aproximadamente 5.13%

em relação ao experimental, exclusivamente nesta região. Já nas outras regiões de razão de avanço, percebeu-se um maior afastamento em relação ao experimental.

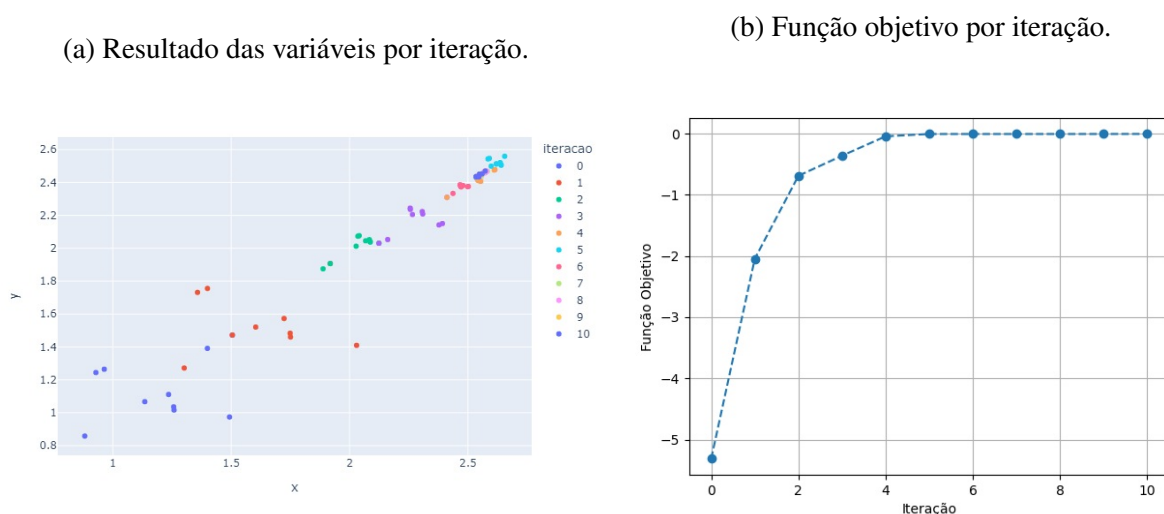
Já com a Figura 25, foi possível de se verificar também um maior distanciamento da eficiência propulsiva para J entre 0.2 e 1, somente alcançando valores mais próximos para razões de avanço mais elevadas.

Tais diferenças observadas devem-se essencialmente a utilização da Teoria dos Elementos de Pá para computação dos resultados na ferramenta, já que esta teoria não considera efeitos tridimensionais da hélice, de velocidade induzida e de interferência entre as pás. Outro motivo deve-se a utilização do solver de camada limite do XFOIL, se distanciando ligeiramente dos resultados de perfis aerodinâmicos obtidos experimentalmente. Porém, apesar de haver estas diferenças nos resultados, observou-se uma concordância nos formatos das curvas em relação ao experimental, condizendo com a teoria e com o formato desejado destes resultados para uma hélice. Desta forma, foi possível de se perceber que os resultados se mostraram adequados para a aerodinâmica da hélice, validando o módulo.

4.2 VALIDAÇÃO DO ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO PSO NA FERRAMENTA

Para a primeira função, unimodal, foi obtido a seguinte solução da maximização, em conjunto do diagrama da função objetivo ao longo do processo iterativo, utilizando 9 partículas e 10 iterações.

Figura 26 – Resultados validação da maximização da função unimodal.



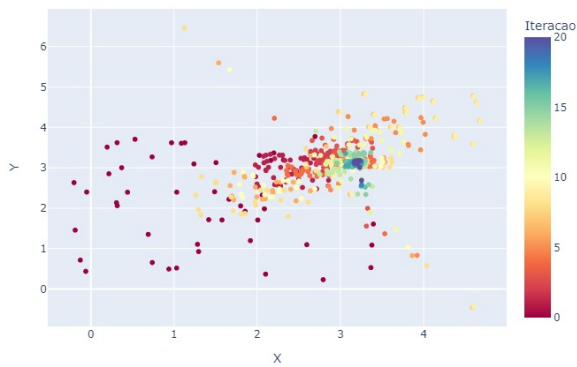
Fonte: elaborado pelo autor.

Foi observado nesta execução que as partículas convergiram para a região próxima ao ponto de máximo global analítico da função objetivo, em (2.5,2.5); tendo sido necessário 5 iterações para a convergência. Tal resultado mostra uma provável evidência que para funções objetivos unimodais, o algoritmo desenvolvido conseguiu atingir o valor máximo analítico.

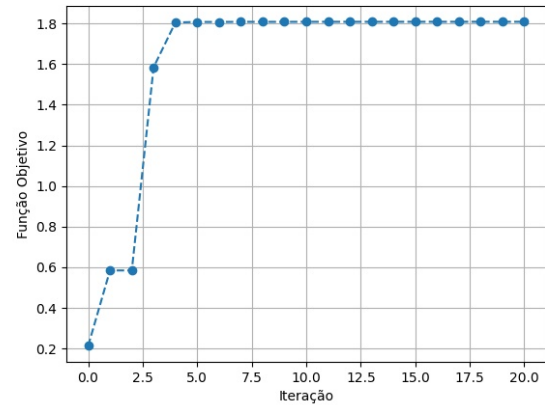
Já com relação a função multimodal, obteve-se os seguintes resultados, na Figura 27, utilizando um total de 50 partículas por 20 iterações.

Figura 27 – Resultados validação da maximização da função multimodal.

(a) Resultado das variáveis por iteração.



(b) Função objetivo por iteração.



Fonte: elaborado pelo autor.

Neste caso, observou-se uma convergência das partículas para região (3.2,3.1), também para um total de 5 iterações necessárias para atingi-la. Também neste caso, observou-se que a maximização ocorreu perto do máximo global analítico, dado por (3.21,3.12).

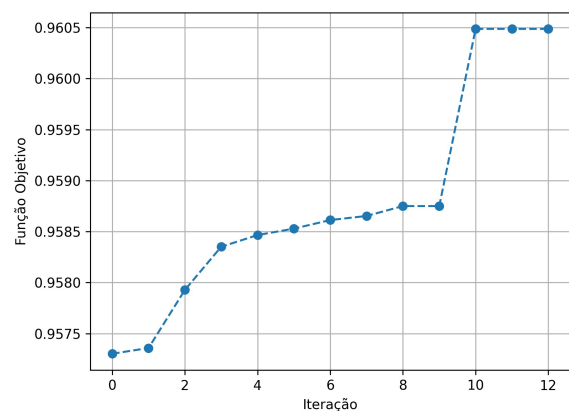
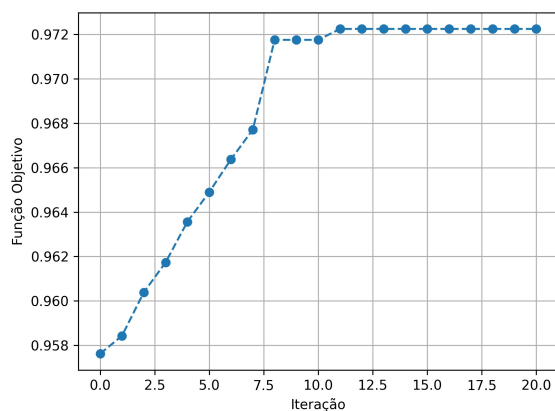
Assim sendo, como em ambos os casos mostraram-se efetivos na maximização, foi possível de se validar o algoritmo de otimização utilizado.

4.3 ESTUDO DE COMPARAÇÃO DE HIPER-PARÂMETROS

Foram obtidas cinco simulações, submetidas a 20 partículas e 20 iterações para cada um dos dois casos analisados, sendo um com os hiper-parâmetros fixos e o outro com eles variando. Os dois resultados de função objetivo ao longo do processo iterativo que apresentaram maior valor são apresentados na Figura 28.

Figura 28 – Resultados de FO por iteração para os dois tipos de simulações de hiper-parâmetros.

(a) Hiper-parâmetros constantes ao longo da iteração. (b) Hiper-parâmetros variando ao longo da iteração.

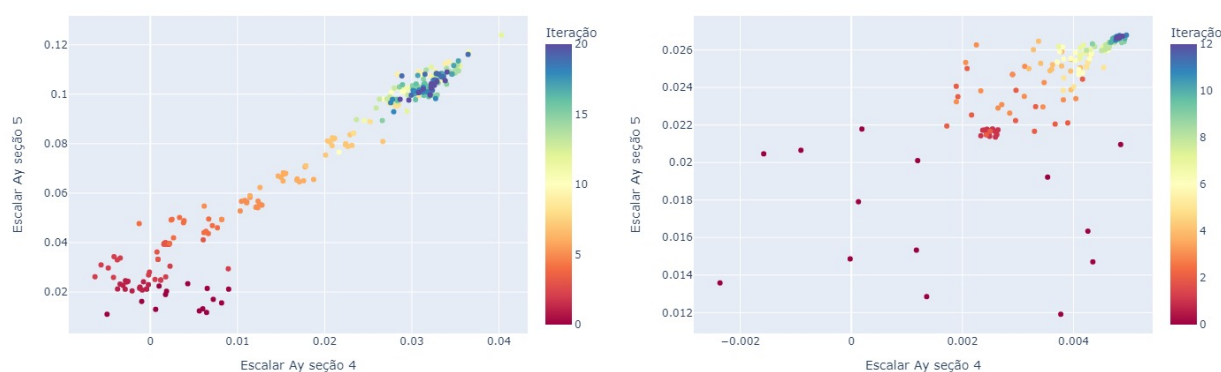


Fonte: elaborado pelo autor.

Comparando os dois gráficos apresentados, foi possível de se perceber que houve um valor maior de eficiência atingido para a simulação com hiper-parâmetros constantes, porém para este caso não houve a convergência atingida pelo critério estabelecido na Eq. (95), com tolerância especificada de 10^{-4} . Duas ilustrações que comparam e demonstram maior convergência entre as partículas para os hiper-parâmetros variando do que constantes são apresentados na Figura 29.

Figura 29 – Resultados de duas variáveis de controle por iteração para os dois tipos de simulações de hiper-parâmetros.

(a) Hiper-parâmetros constantes ao longo da iteração. (b) Hiper-parâmetros variando ao longo da iteração.



Fonte: elaborado pelo autor.

Nestas ilustrações, são apresentados a variação de duas variáveis de controle ao longo do processo iterativo para todas as partículas. Pode-se observar que para as iterações finais das simulações, houve maior confluência para um valor único entre as partículas no caso com os hiper-parâmetros variando, sendo as partículas do caso constante mais afastadas umas das outras para a última iteração.

Outro aspecto relevante foi em relação a diferença nos valores das variáveis de controle para melhor partícula, atingidas ao fim do processo iterativo para cada um dos casos. Tais valores das VC são apresentados na Tabela 5.

Tabela 5 – Variáveis de controle da melhor partícula para simulações com hiper-parâmetros constantes e variando.

Variável de controle/ Simulação	Seção 1	Seção 2	Seção 3	Seção 4	Seção 5	Seção 6	Seção 7
Hiper-parâmetros fixos	-0.14	0.015	0.04	0.03	0.1	0.12	0.065
Hiper-parâmetros variando	-0.05	-0.036	-0.024	0.005	0.027	0.045	0.053

Fonte: elaborado pelo autor.

Na Tabela 5, pode-se perceber uma diferença significativa entre as variáveis finais para a melhor partícula. Esta diferença encontra-se no fato provável que a solução com hiper-parâmetros variando esteja em um máximo local, enquanto que a variando mais próxima do global, mesmo que ainda não tenha atingido a convergência.

Apesar da solução com hiper-parâmetros constantes apresentar um melhor valor se aproximando de um possível máximo global, a solução com eles variando mostraram-se com capacidade bem superior de convergência e busca.

4.4 ESTUDO DE CASO

Com as simulações realizadas, obteve-se os casos que tiveram a maior função objetivo atingida, entre as quatro simulações realizadas por quantidade de partícula e iteração máxima. Os resultados das funções objetivos atingidas, além da convergência, pelas simulações selecionadas, são apresentados na Tabela 6.

Tabela 6 – Resultados da maior função objetivo e convergência por simulação por variação da quantidade de partículas e iterações máxima.

Quantidade de partículas	Quantidade de iterações	Valor da função objetivo atingida	Iterações atingidas	Convergiu?
15	20	0.96794	7	Sim
15	30	0.9686	30	Não
15	40	0.9706	40	Não
25	20	0.9698	20	Não
25	30	0.9701	10	Sim
25	40	0.9692	12	Sim
35	20	0.9704	20	Sim
35	30	0.9702	28	Sim
35	40	0.9708	38	Sim

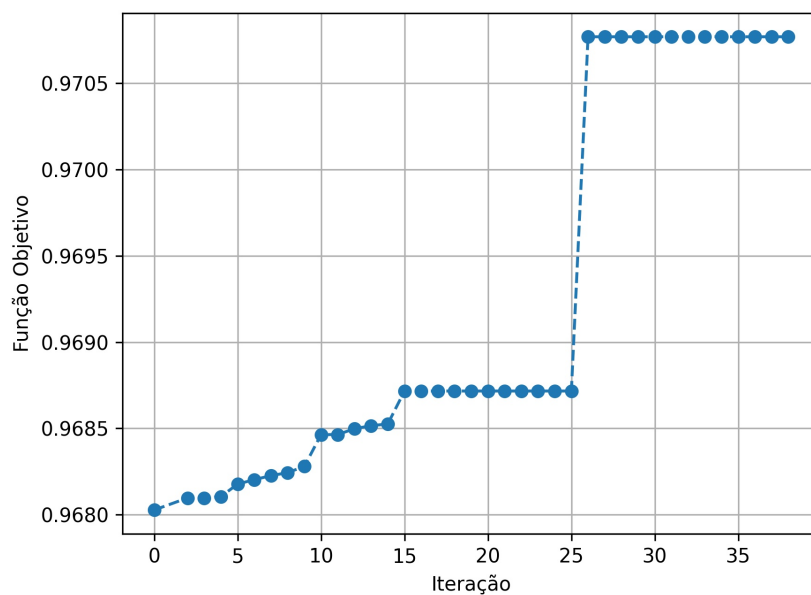
Fonte: elaborado pelo autor.

Pela Tabela 6, pode-se observar que para as quatro primeiras otimizações realizadas, somente a primeira apresentou convergência sob o critério proposto na Eq. (95) com a tolerância de 10^{-4} . Conforme se aumentou as quantidades de partículas e iterações máximas nas simulações, foi presenciado a convergência nas otimizações.

Outro fato relevante foi o acréscimo do valor da função objetivo atingida, conforme se aumentava também a quantidade de partículas e iterações máximas. Este fato deve-se ao aumento da região de busca, pela maior quantidade de partículas, e a possibilidade de se continuar a execução do algoritmo de otimização.

O maior valor encontrado foi para a ultima otimização, alcançando a eficiência de 97.08% para hélice. O gráfico que demonstra a evolução da função objetivo ao longo da otimização é ilustrado na Figura 30.

Figura 30 – Função objetivo ao longo das iterações para a otimização com maior valor atingido.



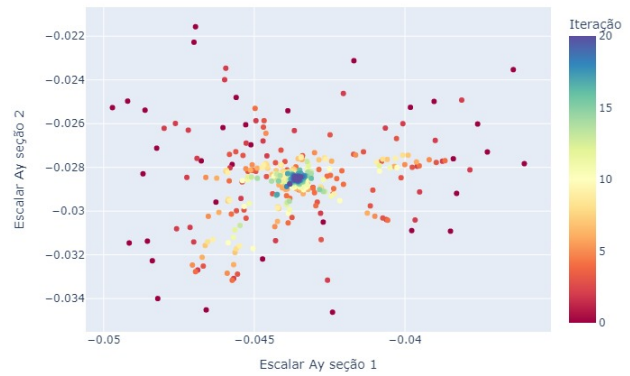
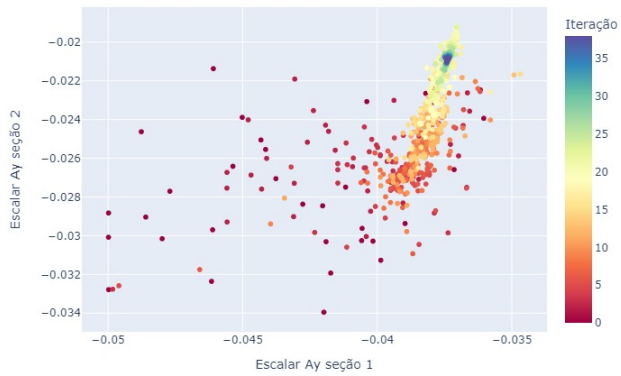
Fonte: desenvolvido pelo autor.

Na figura anterior, pode-se perceber um avanço considerável da função objetivo até a 15ª iteração, alcançando 5 iterações com mudanças pouco significativas, e depois, um elevado aumento a partir da 25ª iteração, até atingir o valor de 97.08% de eficiência.

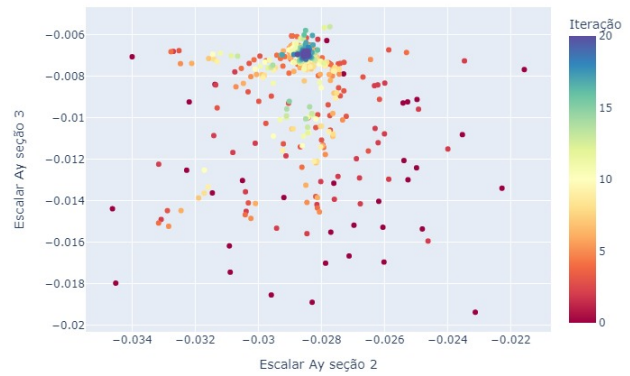
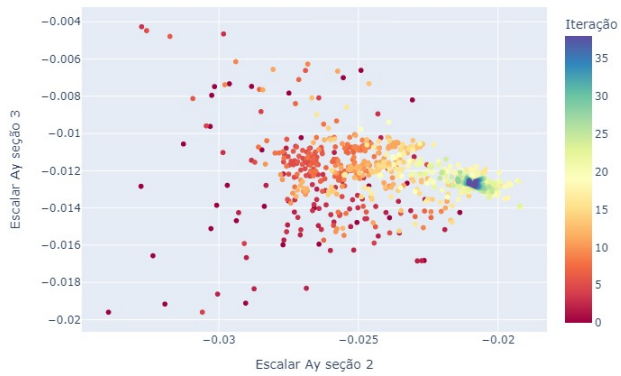
Com relação as variáveis de controle, os resultados entre as duas otimizações com maiores valores de eficiência são mostrados na Figura 31 e Figura 32.

Figura 31 – Primeiras quatro variáveis de controle ao longo da otimização para as duas otimizações com maior função objetivo.

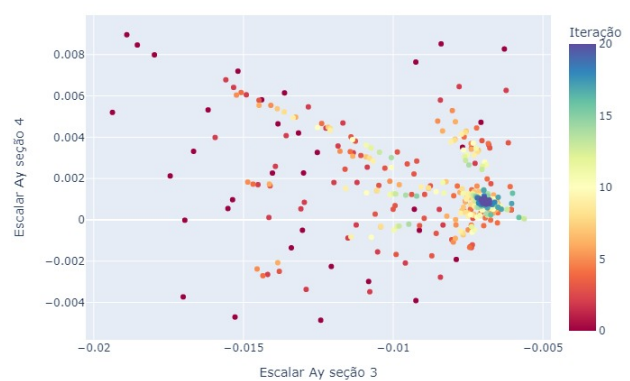
- (a) $\delta P_{2,3}^1$ vs $\delta P_{2,3}^2$ para otimização com maior FO. (b) $\delta P_{2,3}^1$ vs $\delta P_{2,3}^2$ para otimização com 2ª maior FO.



- (c) $\delta P_{2,3}^2$ vs $\delta P_{2,3}^3$ para otimização com maior FO. (d) $\delta P_{2,3}^2$ vs $\delta P_{2,3}^3$ para otimização com 2ª maior FO.



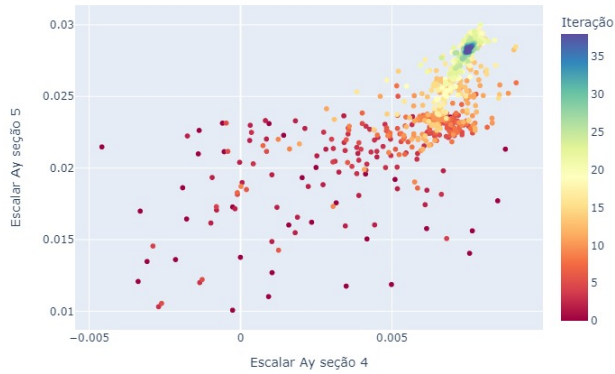
- (e) $\delta P_{2,3}^3$ vs $\delta P_{2,3}^4$ para otimização com maior FO. (f) $\delta P_{2,3}^3$ vs $\delta P_{2,3}^4$ para otimização com 2ª maior FO.



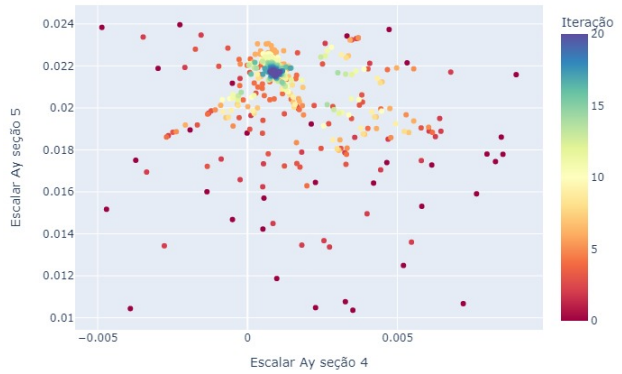
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 32 – Últimas variáveis de controle ao longo da otimização para as duas otimizações com maior função objetivo.

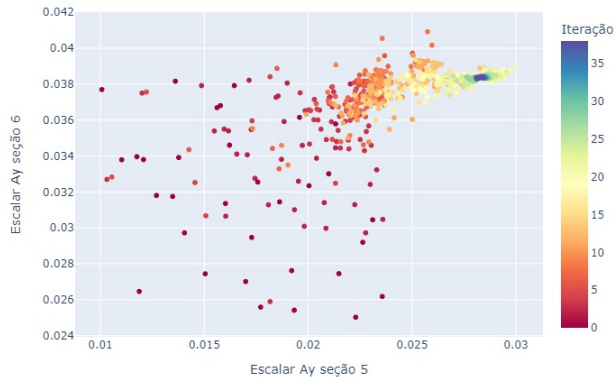
(a) $\delta P_{2,3}^4$ vs $\delta P_{2,3}^5$ para otimização com maior FO.



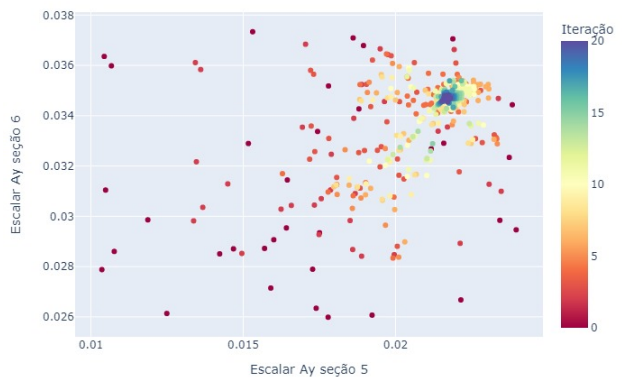
(b) $\delta P_{2,3}^4$ vs $\delta P_{2,3}^5$ para otimização com 2ª maior FO.



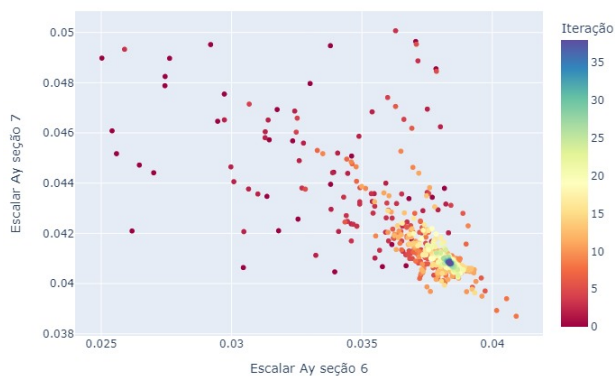
(c) $\delta P_{2,3}^5$ vs $\delta P_{2,3}^6$ para otimização com maior FO.



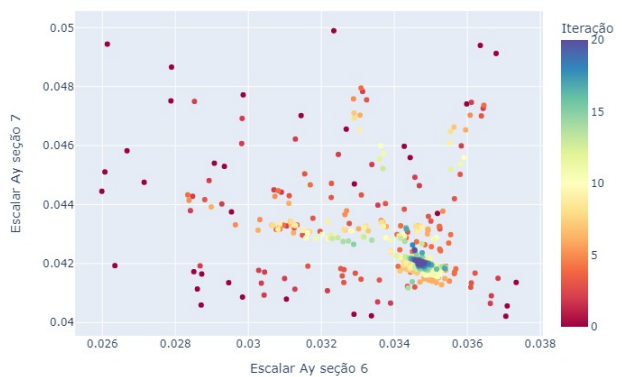
(d) $\delta P_{2,3}^5$ vs $\delta P_{2,3}^6$ para otimização com 2ª maior FO.



(e) $\delta P_{2,3}^6$ vs $\delta P_{2,3}^7$ para otimização com maior FO.



(f) $\delta P_{2,3}^6$ vs $\delta P_{2,3}^7$ para otimização com 2ª maior FO.



Fonte: elaborado pelo autor.

Através das figuras anteriores, foi possível de se constatar que para algumas variáveis de controle, os resultados mostravam-se próximos. A Tabela 7 apresenta a diferença entre as variáveis encontradas para os dois casos.

Tabela 7 – Diferenças entre as variáveis de controle otimizadas para as duas otimizações com maiores funções objetivo.

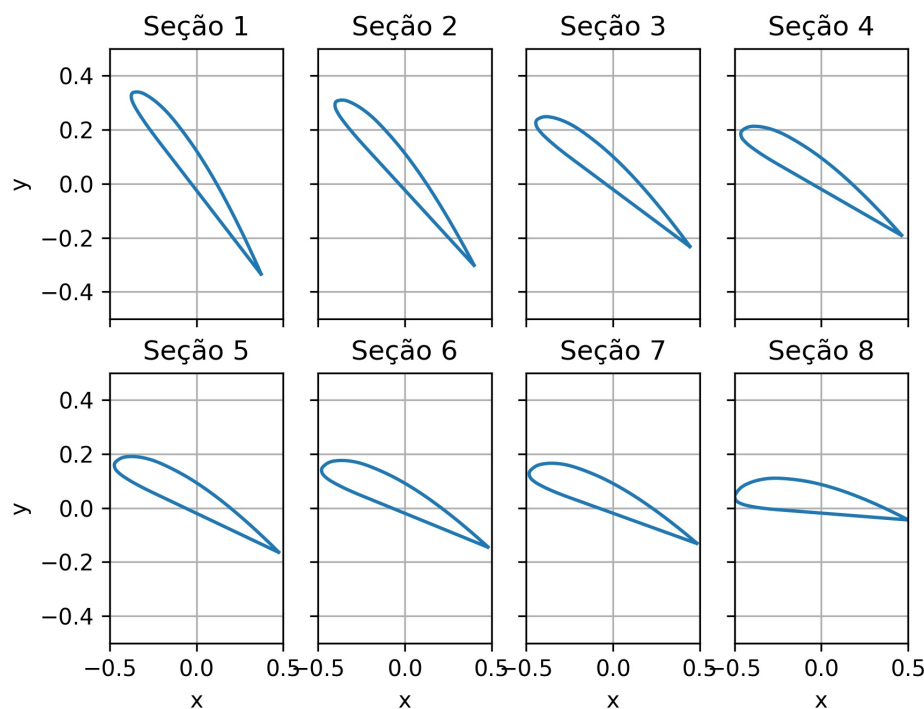
Variável/Otimização	$\delta P_{2,3}^1$	$\delta P_{2,3}^2$	$\delta P_{2,3}^3$	$\delta P_{2,3}^4$	$\delta P_{2,3}^5$	$\delta P_{2,3}^6$	$\delta P_{2,3}^7$
Maior FO	-0.037	-0.021	-0.013	0.003	0.027	0.038	0.04
2ª maior FO	-0.044	-0.028	-0.007	0.001	0.022	0.034	0.042
Diferença absoluta	0.007	0.007	0.006	0.002	0.005	0.004	0.002
Diferença para maior FO (%)	18.92	33.33	46.15	66.67	18.52	10.53	5.0

Fonte: elaborado pelo autor.

Pela tabela e figuras anteriores, percebe-se que para as variáveis das seções 2,3 e 4 houve maior diferença percentual para a otimização de maior função objetivo, ao contrário das seções 1, 5, 6 e 7. Apesar de uma diferença percentual maior para as seções citadas, pode-se também apurar uma diferença absoluta baixa. Estas diferenças mais baixas podem evidenciar regiões mais próximas a um máximo global, mas sendo complexa sua comprovação por se tratar de um algoritmo de otimização heurístico.

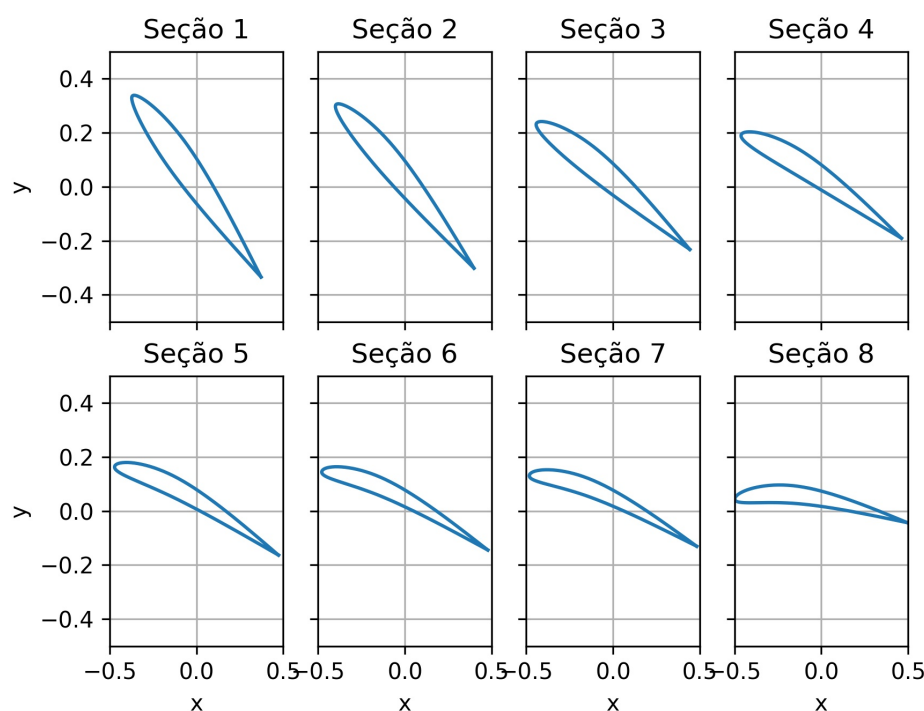
Com relação aos perfis obtidos antes e após a otimização para a otimização com maior FO, ambos são mostrados na Figura 33 e Figura 33, respectivamente.

Figura 33 – Aerofólios iniciais da otimização com melhor função objetivo.



Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 34 – Aerofólios otimizados da otimização com melhor função objetivo.



Fonte: elaborado pelo autor.

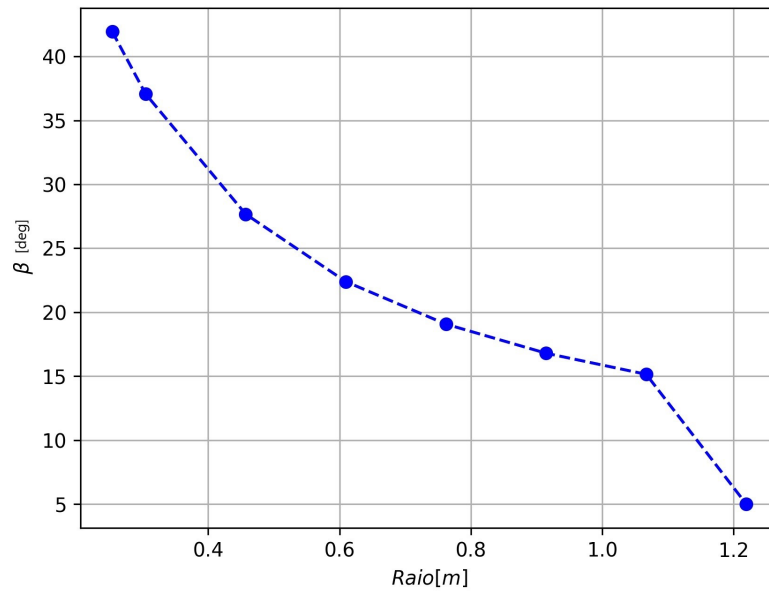
Através das figuras dos perfis, pode-se perceber que houve um aumento da espessura para perfis mais próximos a raiz da pá, e diminuição para seções mais distantes, em relação aos aerofólios das seções originais antecedentes a otimização. Esta diminuição concorda com as variáveis de controle obtidas, já que quanto maior e mais positiva é o valor da variável, menos espesso será o perfil, e quanto mais negativa, maior a espessura.

Outro aspecto refere-se a também uma diminuição da espessura do perfil ao longo da envergadura da pá. Uma justificativa para obtenção dessa diminuição deve-se a velocidades resultantes bem superiores para seções mais a montantes a ponta da pá, exigindo perfis menos espessos para se obter melhor eficiência aerodinâmica.

Um terceiro ponto de destaque com relação a Figura 34 refere-se ao cumprimento com a restrição de espessura do perfil. Observa-se que o perfil mais espesso encontra-se na raiz, satisfazendo a restrição imposta no problema de otimização.

Já com relação aos ângulos geométricos das seções para o ângulo de ataque próximo da eficiência máxima, obteve-se a polar apresentada na Figura 35.

Figura 35 – β vs r para otimização com melhor função objetivo.

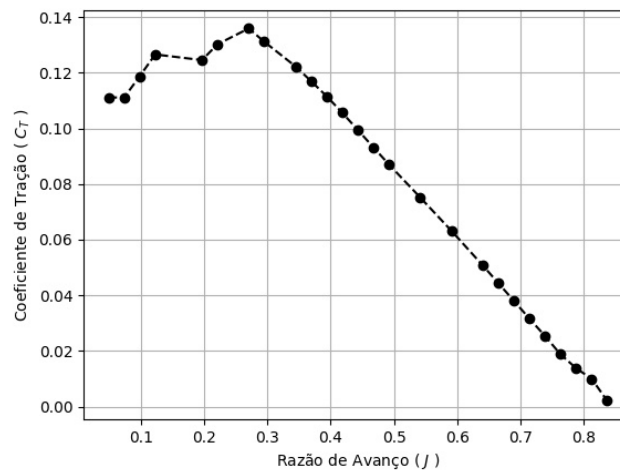


Fonte: elaborado pelo autor.

Na figura anterior, é possível de se observar uma diminuição considerável no ângulo geométrico das seções da raiz para a ponta da pá, além de um decaimento mais acentuado da 7ª para a última seção. Este decaimento mais elevado deve-se a consideração de somente existir velocidade tangencial na ponta da pá, assim não apresentando ângulo de deslizamento, e obtendo β como valor do ângulo de ataque.

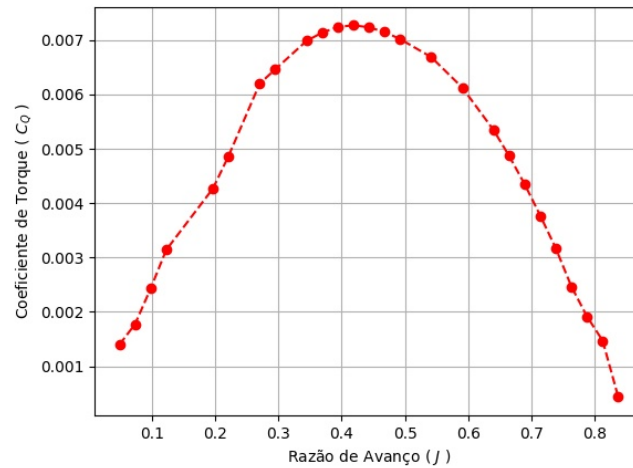
Por fim, na Figuras Figura 36, Figura 37 e Figura 38 foram obtidos aos resultados de C_T , C_Q e η_H por J para hélice com maior função objetivo atingida, respectivamente, desconsiderando os pontos de não convergência do solver de camada limite do software XFOIL.

Figura 36 – Resultados de C_T por J para a otimização com maior FO atingida.



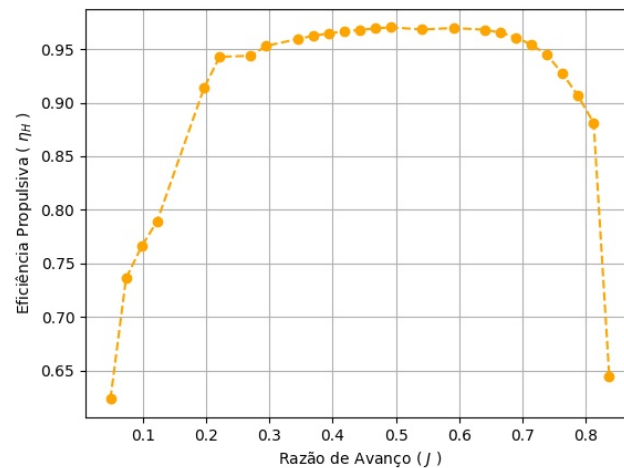
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 37 – Resultados de C_Q por J para a otimização com maior FO atingida.



Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 38 – Resultados de η_H por J para a otimização com maior FO atingida.



Fonte: elaborado pelo autor.

Pelos resultados observados nas ultimas figuras anteriores, foi possível de se constatar os maiores valores de eficiência para J entre 0.5 e 0.65, região próxima da localização do ponto de otimização (0.6), e em que obteve-se um decrescimento do coeficiente de tração (C_T) de forma linear, enquanto que para o de torque (C_Q), um decrescimento mais não linear. Esta diferença de linearidade do decrescimento de C_T e C_Q , adicionado a maior razão de avanço, ocasionou, portanto, uma eficiência mais elevada nesta região.

5 CONCLUSÃO

Este trabalho teve como principal finalidade a criação de uma ferramenta que possibilitasse otimizar a eficiência propulsiva de uma hélice para uma determinada condição de voo; transcorrendo para a validação do algoritmo de otimização e do modelo implementado da Teoria dos Elementos de Pá; e por fim, realizando um pequeno estudo da otimização de uma hélice com perfil inicial “clark-Y”.

Da implementação do algoritmo de otimização, verificou-se pelas funções propostas para validação que o algoritmo teve excelente sucesso no encontro das soluções globais com as analíticas das funções. Já nos resultados do estudo de caso, verificou-se soluções melhores, porém sem a certeza de se obter a solução máxima global, pelo PSO se tratar de um algoritmo de otimização heurístico.

Com relação a validação da implementação para a Teoria dos Elementos de Pá, verificou-se que os resultados obtidos pela implementação da ferramenta, para a hélice proposta na validação, encontravam-se pouco distantes com ao observado pelo experimental do relatório de Hartman e Biermann (1938). Porém, apesar da diferença, houve uma aproximação no formato das polares obtidas.

Por fim, os resultados obtidos da otimização do estudo de caso para a hélice, com perfil inicial “clark-Y”, mostraram uma otimização condizente, atingindo um máximo local, convergindo pelo critério adotado, e conseguindo otimizar a eficiência propulsiva.

Com o exposto, pode-se concluir que a ferramenta implementada teve sucesso no seu objetivo, porém houve algumas limitações pela teoria escolhida dos Elementos de Pás, que corroboram com soluções pouco mais distantes ao observado na prática, experimentalmente. Como sugestão, sugere-se um estudo da troca do modelo utilizado da Teoria dos Elementos de Pás na implementação por métodos mais atuais, e a utilização de uma otimização multi-objetiva, visando ampliar a região de otimização para mais razões de avanço.

REFERÊNCIAS

- AFLAK, O. **Bézier Interpolation**. 2020. Disponível em: <<https://towardsdatascience.com/b\%C3%A9zier-interpolation-8033e9a262c2>>.
- ANDERSON, J. D. **Modern Compressible Flow: With Historical Perspective**. Nova Iorque, Nova York - EUA: McGraw-Hill Education, 2002.
- ANTUNES, A. P. **Development of an open optimization framework for aeronautical applications**. Tese (Doutorado) — Instituto Tecnológico da Aeronáutica, São José dos Campos, São Paulo - Brasil, 2014. Nota sobre a Tese de Doutorado.
- CLERC, M.; KENNEDY, J. The particle swarm: Explosion, stability, and convergence in a multi-dimensional complex space. **IEEE Transactions on Evolutionary Computation**, v. 6, p. 58–73, 2002.
- DRELA, M. Xfoil: An analysis and design system for low reynolds number airfoils. **Conference on Low Reynolds Number Airfoil Aerodynamics**, 1989.
- DRZEWIECKI, S. **Bulletin de l'Association Technique Maritime**. Paris - França, 1892.
- El-Sayed, A. F. **Aircraft Propulsion and Gas Turbine Engines**. Boca Raton, FL - EUA: CRC Press, 2017.
- GAMIZ, U. F. et al. Microtab design and implementation on a 5 mw wind turbine. **MDPI Open Access Journals**, 2017.
- HARRY. **Free Online Private Pilot Ground School**. 2006. Disponível em: <<http://www.free-online-private-pilot-ground-school.com/propeller-aerodynamics.html>>.
- HARTMAN, E. P.; BIERMANN, D. **The aerodynamic characteristics of full-scale propellers having 2, 3, and 4 blades of Clark y and RAF 6 airfoil sections**. [S.l.], 1938.
- IATA. **Climate Change Fact Sheet**. [S.l.], 2021.
- KENNEDY, J.; EBERHART, R. Particle swarm optimization. **Proceedings of ICNN'95 - International Conference on Neural Networks**, 1995.
- MARTINS, J. R. R. A.; NING, A. **Engineering Design Optimization**. Cambridge, England: Cambridge University Press, 2021.
- MÜLLER, A.; PRAUTZSCH, H. Obituary. **Computer Aided Geometric Design**, 2022.
- RANKINE, W. J. M. On the mechanical principles of the action of the propellers. **Transaction of the Institute of Naval Architects**, 1865.
- SHI, Y.; EBERHART, R. A modified particle swarm optimizer. **1998 IEEE International Conference on Evolutionary Computation Proceedings. IEEE World Congress on Computational Intelligence (Cat. No.98TH8360)**, 1998.
- WEISSTEIN, E. w. **Line-Line Intersection**. 2022. Disponível em: <<https://mathworld.wolfram.com/Line-LineIntersection.html>>.

APÊNDICE A – LINK DE DEPÓSITO DO DIRETÓRIO DO SOFTWARE NO GITHUB PARA ACESSO

Link de acesso ao diretório: <<https://github.com/giancarlocanaver/Propeller-Optimization.git>>