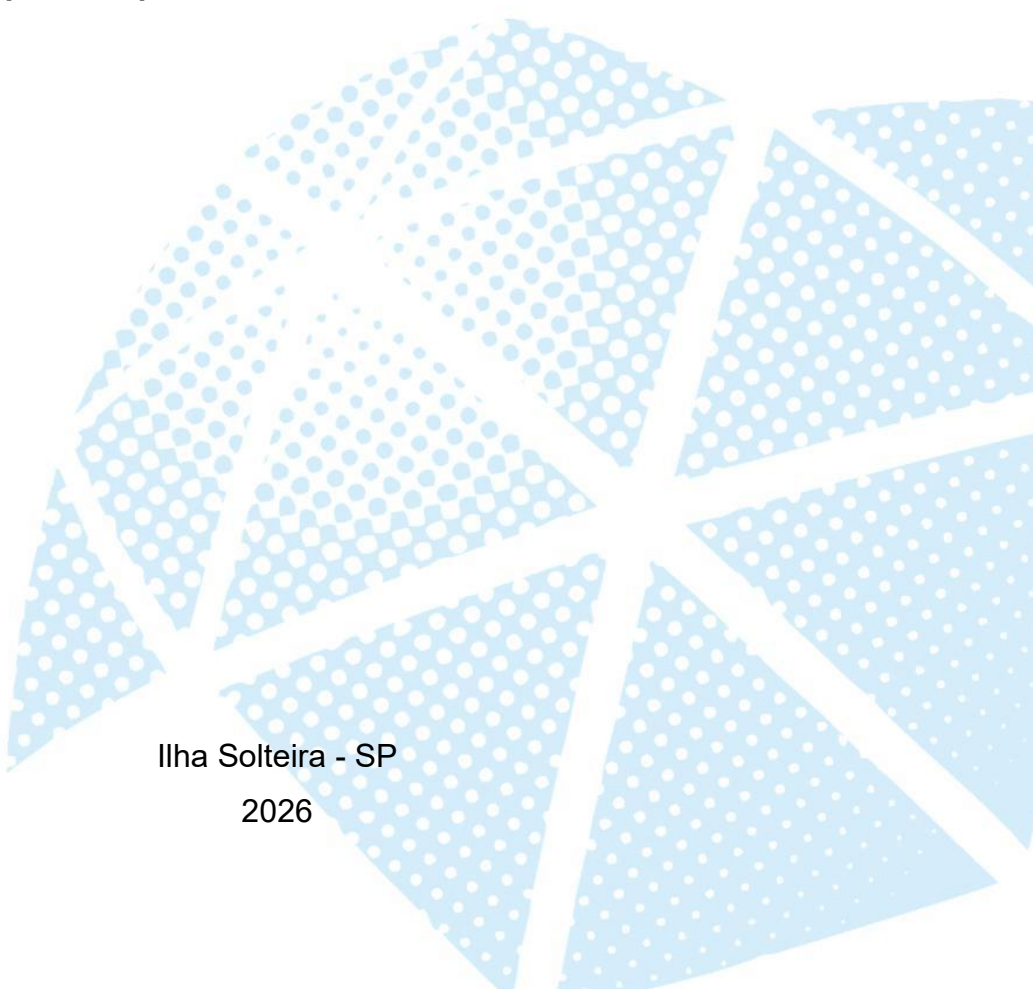


**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA**

AUGUSTO SILVA RODRIGUES

**DIMENSIONAMENTO À FORÇA CORTANTE DE VIGAS ESBELTAS DE GRANDE
PORTE COM ARMADURA PARCIAL DE ESTRIBOS:
um estudo comparativo por análise não linear de elementos finitos**

Ilha Solteira - SP
2026



AUGUSTO SILVA RODRIGUES

**DIMENSIONAMENTO À FORÇA CORTANTE DE VIGAS ESBELTAS DE GRANDE
PORTE COM ARMADURA PARCIAL DE ESTRIBOS:
um estudo comparativo por análise não linear de elementos finitos**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado à Universidade Estadual
Paulista “Júlio de Mesquita Filho”
(UNESP), Faculdade de Engenharia de
Ilha Solteira, para obtenção do título de
Grau acadêmico Bacharel em Engenharia
Civil.

Área de Concentração: Estruturas

Orientador: Prof. Dr. Alex Micael Dantas de
Sousa

Ilha Solteira - SP

2026

FICHA CATALOGRÁFICA
Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

R696d Rodrigues, Augusto Silva.
Dimensionamento à força cortante de vigas esbeltas de grande porte com armadura parcial de estribos: um estudo comparativo por análise não linear de elementos finitos / Augusto Silva Rodrigues. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2026
81 f. : il.

Trabalho de conclusão de curso (Graduação em Engenharia Civil) - Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade de Engenharia, Ilha Solteira, 2026

Orientador: Alex Micael Dantas de Sousa

Inclui bibliografia

1. Vigas de concreto armado. 2. Cisalhamento. 3. Análise numérica. 4. Dimensionamento estrutural.

FOLHA DE APROVAÇÃO

Aluno: AUGUSTO SILVA RODRIGUES

Título: DIMENSIONAMENTO À FORÇA CORTANTE DE VIGAS ESBELTAS DE GRANDE PORTE SEM ESTRIBOS: UM ESTUDO COMPARATIVO POR ANÁLISE NÃO LINEAR DE ELEMENTOS FINITOS

Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) apresentado como parte dos requisitos para obtenção do grau de Engenheiro Civil, junto ao Curso de Graduação em Engenharia Civil, da Faculdade de Engenharia da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Campus de Ilha Solteira

COMISSÃO EXAMINADORA

Alex Micael P. de Sousa

Prof. Dr. Alex Micael Dantas de Sousa

UNESP – Campus de Ilha Solteira (Orientador)

Lisiane P. Prado

Profª Drª Lisiane Pereira Prado

UNESP – Campus de Ilha Solteira

Victor H C Xavier

MSc Victor Hugo Couto Xavier

UNESP – Campus de Ilha Solteira

Ilha Solteira

26 / 06 / 2026

Dedico este trabalho à minha
família, à instituição e a toda a
comunidade acadêmica.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por estar presente em todos os momentos da minha trajetória acadêmica, concedendo-me saúde, força e perseverança para superar os desafios e alcançar a conclusão desta etapa.

Aos meus pais, Daladier e Sedilei, e à minha irmã, Nathalia, pelo amor, incentivo, confiança e presença constante ao longo da minha vida. Sem esse apoio, não teria sido possível chegar até aqui.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Alex Micael Dantas de Sousa, pela dedicação, disponibilidade e pelas contribuições acadêmicas, essenciais para a realização deste Trabalho de Conclusão de Curso.

Aos professores que contribuíram para minha formação, pelo compromisso com o ensino e pela transmissão de conhecimentos fundamentais para meu desenvolvimento profissional.

Aos amigos e colegas de graduação, pela convivência, apoio e troca de experiências, que tornaram essa jornada mais leve e enriquecedora.

À Universidade Estadual Paulista, pela oportunidade de acesso a um ensino superior público e de qualidade, essencial para minha formação acadêmica, profissional e cidadã.

Por fim, agradeço a todos que, direta ou indiretamente, contribuíram para minha formação e a realização deste trabalho.

"Não é o mais forte que sobrevive,
nem o mais inteligente, mas sim o que
melhor se adapta às mudanças"

Leon C. Megginson (1963).

RESUMO

O presente trabalho tem como objetivo analisar o comportamento ao cisalhamento de vigas de concreto armado de grandes dimensões, com foco no dimensionamento à força cortante e na avaliação das prescrições normativas atualmente utilizadas. Esse tipo de elemento apresenta mecanismos resistentes diferentes daqueles observados em vigas esbeltas tradicionais, principalmente devido ao efeito de escala e à predominância de regiões de descontinuidade (Regiões D). Para investigar esse comportamento, foram desenvolvidos modelos numéricos não lineares com base no Método dos Elementos Finitos, utilizando o software ABAQUS/CAE. Esses modelos permitem representar de forma mais realista fenômenos como a fissuração progressiva do concreto, o escoamento das armaduras e a interação não linear entre os materiais. A validação foi feita com base em dados experimentais disponíveis na literatura, incluindo ensaios de vigas de grande porte submetidas predominantemente à força cortante. A partir dos resultados, especialmente as cargas últimas e os modos de ruptura, foi realizada uma comparação com as previsões de diferentes normas de projeto, como a ABNT NBR 6118:2026, o Eurocode 2 (CEN, 2004), o ACI 318:2019 e o fib Model Code 2010. Além da precisão, também foi avaliado o grau de conservadorismo dessas abordagens, assim como sua coerência do ponto de vista mecânico. De forma geral, observou-se que a aplicação direta de modelos tradicionais, como os baseados na analogia de treliça, apresenta limitações quando aplicada a elementos de grandes dimensões. Os resultados mostram que a análise numérica não linear pode ser uma ferramenta importante para avaliar criticamente essas prescrições, contribuindo para um dimensionamento mais consistente e confiável de vigas de grande porte.

Palavras-chave: vigas de concreto armado; cisalhamento; análise numérica; dimensionamento estrutural.

ABSTRACT

This study investigates the shear behavior of large-scale reinforced concrete beams, with a focus on shear design and on how current code provisions perform in this context. Compared to conventional-sized elements, these large-scale beams exhibit different resisting mechanisms, mainly due to size effects and the presence of D-regions, which makes their behavior more difficult to predict. To better understand this behavior, nonlinear numerical models were developed using the Finite Element Method in ABAQUS/CAE. These models make it possible to represent the structural response in a more realistic way, including concrete cracking, reinforcement yielding, and the nonlinear interaction between materials. The numerical model was validated using experimental results available in literature, especially tests involving large-scale beams governed by shear. Based on the results obtained, particularly ultimate loads and failure modes, a comparison was carried out with predictions from different design codes, including ABNT NBR 6118:2026, Eurocode 2 (CEN, 2004), ACI 318:2019, and fib Model Code 2010. In addition to accuracy, the analysis also considered the level of conservatism of these approaches, as well as their mechanical consistency. Overall, the results indicate that traditional models, especially those based on truss analogy, may have limitations when applied to large-scale elements. The results suggest that nonlinear analysis can be a useful tool for critically assessing current design provisions and for improving the reliability of shear design in large-scale beams.

Keywords: reinforced concrete; shear strength; finite element analysis; structural design.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Modelo de treliça de Ritter–Mörsch.....	18
Figura 2 – Redução da tensão última de cisalhamento pela relação a/h	19
Figura 3 – Identificação das regiões B e D.....	20
Figura 4 – Representação esquemática do modelo de bielas e tirantes	21
Figura 5 – Classificação dos nós estruturais CCC, CTT e CCT	22
Figura 6 – Mecanismos de transferência de esforços cortantes	24
Figura 7 – Campo de tensões principais no concreto não fissurado	25
Figura 8 – Formação de bielas comprimidas e ação de arco	26
Figura 9 – Mecanismo de engrenamento dos agregados em superfícies fissuradas de concreto	27
Figura 10 – Mecanismo de transferência de esforços por efeito de pino da armadura longitudinal	28
Figura 11 – Configuração da armadura transversal para o esforço cortante	29
Figura 12 – Transferência de tensões através de fissuras no concreto	30
Figura 13 – Influência da altura útil da viga na capacidade resistente à força cortante (efeito de escala).....	32
Figura 14 – Influência da relação a/d no comportamento ao cisalhamento	33
Figura 15 – Influência do tamanho máximo do agregado graúdo na tensão de ruptura ao cisalhamento	35
Figura 16 – Influência do tipo e posição do carregamento no comportamento ao cisalhamento	37
Figura 17 – Modelo de treliça do Eurocode 2.....	40
Figura 18 – Geometria do modelo de treliça do fib Model Code 2010	44
Figura 19 – Geometria, carregamento e detalhamento da armadura da viga analisada	54
Figura 20 – Discretização da malha no modelo numérico.....	55
Figura 21 – Representação das condições de contorno e do carregamento no modelo numérico.....	56
Figura 22 – Fotografia da ruptura experimental da viga na seção leste	58
Figura 23 – Curva carga-deslocamento do ensaio experimental na seção leste	59
Figura 24 – Comparação das curvas carga-deslocamento entre ensaio experimental e modelo numérico calibrado	60

Figura 25 – Comparação do padrão de fissuração entre o ensaio experimental (a) e o modelo numérico (b)	61
Figura 26 – Evolução do balanço de energias (ALLIE e ALLVD).....	62
Figura 27 – Curvas carga-deslocamento para diferentes classes de concreto e taxas de armadura longitudinal.....	63
Figura 28 – Comparação entre resultados numéricos e analíticos para a seção sem armadura transversal	69
Figura 29 – Campos de tensões principais (PE) no modelo numérico.....	70
Figura 30 – Campo de vetores de tensões principais de compressão	71

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Parâmetros de plasticidade do modelo CDP	53
Tabela 2 – Comparação da carga última experimental e numérica	60
Tabela 3 – Resultados das cargas últimas dos modelos numéricos	64
Tabela 4 – Resultados analíticos pela NBR 6118:2026 pelo Modelo I	65
Tabela 5 – Resultados analíticos segundo o Eurocode 2 (EN 1992-1-1)	65
Tabela 6 – Resultados analíticos segundo o ACI 318-19	66
Tabela 7 – Resultados analíticos segundo o fib Model Code 2010 para elementos sem armadura transversal	67
Tabela 8 – Resultados numéricos da carga última F_u e da força cortante V_{num} nos apoios da viga	68
Tabela 9 – Comparação entre resultados numéricos e analíticos V_{num}/V_{Rd} para as seções sem armadura transversal	68
Tabela 10 – Dados geométricos e mecânicos do modelo representativo	77
Tabela 11 – Padronização de símbolos	77

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
1.1	OBJETIVO GERAL.....	15
1.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	16
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	17
2.1	EVOLUÇÃO DOS MODELOS DE CISALHAMENTO	17
2.2	MODELO DE TRELIÇA DE RITTER E MÖRSCH.....	17
2.3	EFEITO DE ESCALA	18
2.4	REGIÕES B E D.....	19
2.5	MODELO DE BIELAS E TIRANTES	20
2.6	TEORIA DO CAMPO DE COMPRESSÃO MODIFICADA (MCFT)	22
2.7	MECANISMOS INTERNOS DE TRANSFERÊNCIA DE ESFORÇOS	23
2.7.1	Contribuição do concreto não fissurado	24
2.7.2	Formação e ação das bielas comprimidas de concreto	25
2.7.3	Engrenamento dos agregados	26
2.7.4	Efeito de pino da armadura longitudinal	27
2.7.5	Contribuição da armadura transversal	29
2.7.6	Resistência residual do concreto fissurado	30
3	PARÂMETROS QUE INFLUENCIAM A CAPACIDADE RESISTENTE À FORÇA CORTANTE.....	31
3.1	ALTURA ÚTIL DA VIGA E EFEITO DE ESCALA.....	31
3.2	RELAÇÃO A/D	32
3.3	PROPRIEDADES MECÂNICAS DO CONCRETO	34
3.4	TAMANHO MÁXIMO DO AGREGADO GRAÚDO	34
3.5	TAXA DE ARMADURA LONGITUDINAL	35
3.6	DETERMINAÇÃO DA ARMADURA TRANSVERSAL	36
3.7	TIPO E POSIÇÃO DO CARREGAMENTO	36
4	MODELOS DE TRELIÇA PARA DIMENSIONAMENTO À FORÇA CORTANTE	38
4.1	DIMENSIONAMENTO À FORÇA CORTANTE SEGUNDO A NBR 6118:2026	38
4.2	DIMENSIONAMENTO À FORÇA CORTANTE SEGUNDO O EUROCODE 2.....	40

4.3	DIMENSIONAMENTO À FORÇA CORTANTE SEGUNDO	
	O ACI 318-19	42
4.4	DIMENSIONAMENTO À FORÇA CORTANTE SEGUNDO	
	O FIB MODEL CODE 2010	44
5	MODELAGEM NUMÉRICA POR ELEMENTOS FINITOS NO	
	ABAQUS/CAE	48
5.1	MODELAGEM NUMÉRICA DO CONCRETO: O MODELO CONCRETE	
	DAMAGED PLASTICITY (CDP)	48
5.1.1	Fundamentos do modelo CDP	48
5.1.2	Comportamento do concreto à compressão	49
5.1.3	Comportamento do concreto à tração	50
5.1.4	Parâmetros do modelo CDP	50
5.2	PROPRIEDADES DOS MATERIAIS	51
5.2.1	Concreto	51
5.2.2	Aço	53
5.3	INTERAÇÃO AÇO-CONCRETO	54
5.4	GEOMETRIA E DISCRETIZAÇÃO DA MALHA	54
5.5	CONDIÇÕES DE CONTORNO	55
5.6	ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO NUMÉRICA	57
6	RESULTADOS E DISCUSSÃO	58
6.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS	58
6.2	RESULTADOS EXPERIMENTAIS DE REFERÊNCIA	58
6.3	VALIDAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO DE REFERÊNCIA	59
6.4	RESULTADOS DO ESTUDO PARAMÉTRICO NUMÉRICO	62
6.5	ESTIMATIVA ANALÍTICA DA CAPACIDADE RESISTENTE À FORÇA	
	CORTANTE SEGUNDO CÓDIGOS NORMATIVOS	65
6.5.1	ABNT NBR 6118:2026	65
6.5.2	Eurocode 2 (EN 1992-1-1)	65
6.5.3	ACI 318-19	66
6.5.4	fib Model Code 2010	67
6.6	ANÁLISE COMPARATIVA E DISCUSSÃO	67
6.7	MECANISMOS RESISTENTES E MODOS DE RUPTURA	
	NO ABAQUS	70
7	CONCLUSÃO	72

REFERÊNCIAS.....	74
APÊNDICE 1 – APRESENTAÇÃO DAS VARIÁVEIS PARA OS ROTEIROS DE CÁLCULO.....	77
APÊNDICE 2 – ROTEIRO DE CÁLCULO PELA NBR 6118:2026.....	78
APÊNDICE 3 – ROTEIRO DE CÁLCULO PELO EUROCODE 2 (EN 1992-1-1)	78
APÊNDICE 4 – ROTEIRO DE CÁLCULO PELO ACI 318-19	79
APÊNDICE 5 – ROTEIRO DE CÁLCULO PELO FIB MODEL CODE 2010	79

1 INTRODUÇÃO

A indústria da construção civil desempenha um papel fundamental no desenvolvimento das cidades modernas, o que exige soluções estruturais cada vez mais seguras e eficientes, principalmente em obras de grande porte. Nesse contexto, elementos de concreto armado, como vigas e lajes de grandes dimensões, ganham destaque, já que estão diretamente ligados ao desempenho e à segurança global das estruturas. Entre os diversos aspectos que influenciam esse comportamento, a força cortante se destaca pela sua complexidade, sendo considerada um dos fenômenos mais difíceis de prever e dimensionar.

O dimensionamento à força cortante em vigas de concreto armado ainda representa um desafio importante na engenharia estrutural. Diferentemente da flexão, cujo comportamento já é bem compreendido por meio de modelos analíticos e experimentais, o cisalhamento envolve a atuação simultânea de diferentes mecanismos resistentes. Entre eles, destacam-se o engrenamento dos agregados, a ação das bielas comprimidas, a contribuição da armadura transversal e o efeito de escala, especialmente relevante em elementos de maiores dimensões (Wight; MacGregor, 2012; Vecchio; Collins, 1986).

Quando se trata de vigas de concreto armado de grandes dimensões, essa complexidade se intensifica. Por isso, o modelo de treliça tradicional, amplamente utilizado no dimensionamento de vigas usuais, pode não representar adequadamente os mecanismos resistentes envolvidos (Schlaich et al., 1987).

Atualmente, diferentes códigos normativos internacionais tratam o dimensionamento ao cisalhamento a partir de abordagens distintas. Documentos normativos como a ABNT NBR 6118, o Eurocode 2, o ACI 318 e o fib Model Code 2010 adotam hipóteses próprias quanto à contribuição do concreto, da armadura transversal e da geometria do elemento. Essas diferenças refletem, em grande parte, as limitações de modelos originalmente desenvolvidos com base em ensaios em vigas esbeltas. Quando aplicados a elementos de maior porte, efeitos como a predominância de regiões D e o efeito de escala passam a ter maior influência, fazendo com que, em muitos casos, a resistência última seja governada pelo aparecimento de fissuras diagonais no concreto.

Diante dessas incertezas, torna-se importante analisar o grau de precisão das formulações técnicas quando aplicadas a vigas de grande escala. Nesse sentido, o uso de ferramentas de análise numérica avançada, como a análise não linear baseada

no Método dos Elementos Finitos (MEF), se mostra uma alternativa adequada para este estudo, pois permite representar com maior fidelidade os mecanismos resistentes observados experimentalmente, servindo como base para uma avaliação mais consistente dos códigos de projeto.

Com o intuito de fundamentar a calibração e validação dos modelos numéricos, utilizou-se como estudo de referência o concurso de predição da carga de ruptura promovido por Moehle e Zhai (2021), na Universidade da Califórnia, cujo objetivo foi avaliar a capacidade de diferentes modelos normativos em estimar a carga última governada pela força cortante em uma viga de concreto armado de grandes dimensões.

A viga analisada possui aproximadamente 23,2 m de comprimento, 0,25 m de largura e 3,60 m de altura. O concreto apresenta resistência de 31 MPa aos 28 dias, com estribos dispostos apenas no lado oeste. Essa viga foi projetada para permitir uma investigação mais detalhada do comportamento ao cisalhamento em estruturas de grande porte.

Para a realização das análises numéricas, foi utilizado o software ABAQUS/CAE, amplamente empregado em estudos de engenharia estrutural. Essa ferramenta permite analisar com maior nível de detalhe o comportamento do concreto armado e o escoamento das armaduras, sendo adequada para análises não lineares.

Por fim, este trabalho utiliza a simulação numérica para investigar os possíveis mecanismos de falha. O objetivo é empregar o software ABAQUS para reproduzir os resultados experimentais e confrontar as predições numéricas com as recomendações das diretrizes internacionais. A partir desse confronto de dados, busca-se entender melhor o nível de precisão e segurança dos diferentes critérios de projeto, conforme será detalhado nos tópicos seguintes.

1.1 OBJETIVO GERAL

O objetivo geral deste trabalho é analisar a carga de ruptura de vigas de concreto armado de grandes dimensões submetidas à força cortante, por meio de modelagem numérica não linear baseada no Método dos Elementos Finitos. A partir disso, busca-se comparar os resultados obtidos com as previsões de capacidade resistente à força cortante estabelecidas pelas principais diretrizes de projeto vigentes, avaliando o grau de precisão, o conservadorismo e a coerência mecânica das diferentes abordagens normativas.

1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Para que o objetivo geral seja alcançado, o presente trabalho se divide nas seguintes etapas de desenvolvimento:

- Desenvolver modelos numéricos não lineares no software ABAQUS/CAE, por meio do Método dos Elementos Finitos;
- Validar os modelos numéricos desenvolvidos, com base em dados experimentais disponíveis na literatura técnica;
- Determinar a carga última de ruptura e os modos de falha das vigas analisadas, avaliando a influência da resistência do concreto e da taxa de armadura longitudinal;
- Comparar os resultados numéricos com as capacidades resistentes previstas pelas prescrições técnicas ABNT NBR 6118:2026, Eurocode 2 (CEN, 2004), ACI 318:2019 e fib Model Code 2010;
- Avaliar o grau de precisão e o conservadorismo dos modelos de cálculo aplicados ao dimensionamento ao esforço cortante de vigas de grandes dimensões.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 EVOLUÇÃO DOS MODELOS DE CISALHAMENTO

Nas fases iniciais do desenvolvimento do concreto armado, o dimensionamento estrutural era baseado principalmente em abordagens empíricas e no conceito de tensões admissíveis. Nessa etapa, a força cortante era tratada como um efeito secundário em relação à flexão, sendo avaliada a partir de limites globais de tensão média, sem uma compreensão mais aprofundada dos mecanismos responsáveis pela transferência de esforços internos (Fusco, 2008).

Segundo Mörsch (1909) e Leonhardt e Mönig (1977), as primeiras normas adotavam coeficientes globais de segurança aplicados de forma uniforme. Esse tipo de abordagem não considerava, de maneira adequada, fatores como a geometria da peça, o detalhamento das armaduras e o estado de fissuração do concreto.

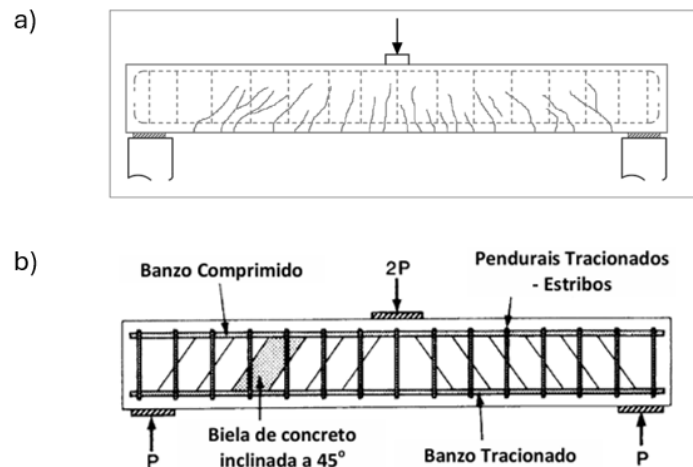
Com o avanço dos estudos experimentais ao longo do século XX, passou a ficar claro que a capacidade resistente à força cortante não depende apenas da resistência à compressão do concreto, nem pode ser analisada separadamente da flexão. Os ensaios mostraram que diversos parâmetros influenciam esse comportamento, como a taxa de armadura longitudinal, a presença e a disposição da armadura transversal, a relação entre o vão de cisalhamento e a altura útil da viga (a/d), além das dimensões do elemento estrutural.

Essas limitações ficaram ainda mais evidentes a partir dos trabalhos de Kani (1967) e foram posteriormente consolidadas pela formulação teórica de Vecchio e Collins (1986), que demonstraram que o cisalhamento depende de diversos fatores combinados.

2.2 MODELO DE TRELIÇA DE RITTER E MÖRSCH

Uma das primeiras tentativas de explicar o comportamento ao cisalhamento em vigas de concreto armado foi o modelo de treliça, proposto por Wilhelm Ritter e posteriormente desenvolvido por Emil Mörsch. Nesse modelo, a viga fissurada é representada como um sistema treliçado equivalente, no qual o concreto atua principalmente à compressão, formando bielas inclinadas, enquanto a armadura transversal funciona como tirantes responsáveis por resistir às tensões de tração, conforme ilustrado na Figura 1.

Figura 1 – Modelo de treliça de Ritter–Mörsch



Fonte: a) Adaptado de Fusco (2008), b) Queiroz Junior (2014).

Legenda: Fundo branco com representação do modelo de treliça de Ritter–Mörsch em vigas de concreto armado. Em (a), apresenta-se a viga submetida a carregamento concentrado no meio do vão, com fissuras inclinadas representadas por linhas ao longo do elemento e nas regiões próximas aos apoios. Em (b), apresenta-se a idealização do modelo de treliça, com o banzo comprimido, o banzo tracionado, os estribos atuando como pendurais tracionados e as bielas de concreto inclinadas a 45° , bem como a representação da aplicação das cargas e das reações nos apoios.

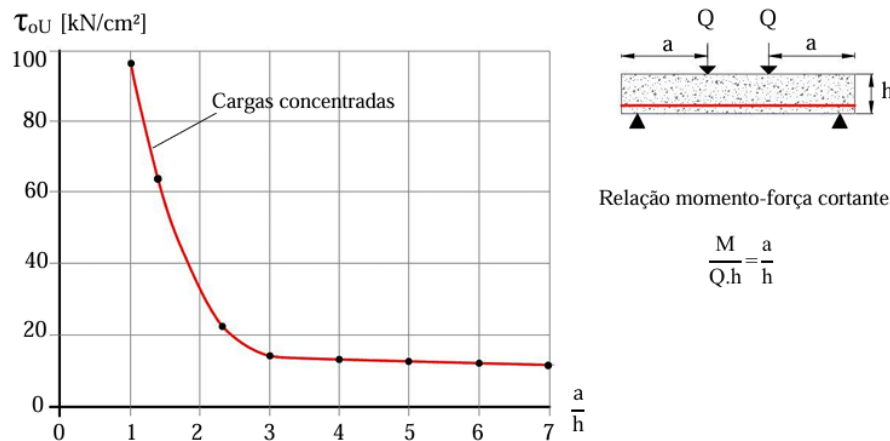
O modelo parte da hipótese de que, após a fissuração, o concreto perde sua capacidade de resistir à tração, transferindo essa função para a armadura transversal.

Com base nisso, o modelo de Ritter–Mörsch serviu como alicerce para grande parte das formulações normativas ao longo do século XX. No Brasil, esse conceito foi incorporado na ABNT NBR 6118, que organiza a analogia de treliça em dois modelos: o Modelo I, com inclinação fixa das bielas em 45° , e o Modelo II, que permite a variação do ângulo (θ), reconhecendo que as bielas de compressão podem assumir valores menores (até 30°), dependendo do nível de armadura e das solicitações.

2.3 EFEITO DE ESCALA

Um dos fenômenos mais importantes observados em estudos experimentais sobre o comportamento ao cisalhamento em vigas de concreto armado é o chamado efeito de escala, amplamente investigado por Kani (1967). A Figura 2 ilustra a redução da tensão última de cisalhamento em função da relação a/h para vigas submetidas a cargas concentradas.

Figura 2 – Redução da tensão última de cisalhamento pela relação a/h



Fonte: Adaptado de Leonhardt e Mönig (1977), com base em Mendes (2022).

Legenda: Fundo branco com representação da redução da tensão última de cisalhamento em função da relação a/h . À esquerda, apresenta-se um gráfico com eixo horizontal representando a razão a/h e eixo vertical a tensão última de cisalhamento τ_{ou} , com pontos marcados e curva em vermelho indicando a variação da resistência para cargas concentradas. À direita, apresenta-se um esquema de viga biapoiada submetida a carregamento concentrado Q , com indicação das distâncias a e da altura da seção h , bem como a relação entre momento e força cortante ($M/Qh = a/h$).

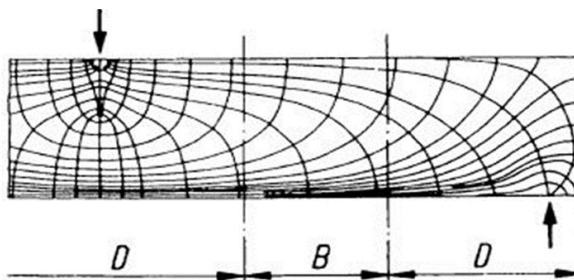
A partir de vários experimentos realizados em vigas sem armadura transversal, Kani (1967) demonstrou que a ruptura por força cortante ocorre sob níveis de carregamento cada vez menores à medida que aumentam as dimensões do elemento estrutural, mesmo quando a similaridade geométrica é mantida.

Isso indica que vigas de maiores dimensões apresentam capacidade resistente à força cortante significativamente inferior à observada em elementos menores. Portanto, a simples proporcionalidade geométrica não é suficiente para descrever o comportamento estrutural nesse tipo de solicitação.

2.4 REGIÕES B E D

Com o avanço no entendimento do comportamento estrutural, foi formalizada a distinção entre Regiões B (Bernoulli) e Regiões D (*Discontinuity*), conceito estabelecido por Schlaich et al. (1987). Essa diferenciação é fundamental para o tratamento de regiões onde a teoria clássica das vigas não é adequada. A Figura 3 apresenta uma representação dessas regiões em um elemento estrutural.

Figura 3 – Identificação das regiões B e D



Fonte: Adaptado de Schlaich et al. (1987), com base em Mendes (2022).

Legenda: Fundo branco com representação do campo de tensões em uma viga de concreto armado, com trajetórias das tensões indicadas por linhas curvas ao longo do elemento. Observa-se a aplicação de carregamento concentrado na região superior e as reações no apoio na extremidade. As regiões ao longo do vão são identificadas como regiões D (descontinuidade), próximas ao apoio e ao ponto aplicação de carga, e região B (Bernoulli), na parte central da viga, conforme indicado na base da figura.

As regiões B correspondem às partes da estrutura onde a hipótese de Bernoulli pode ser considerada válida, ou seja, onde as seções transversais permanecem aproximadamente planas após a deformação. Nessas regiões, os campos de deformações e tensões variam de forma aproximadamente linear ao longo da altura da seção, permitindo representar os esforços internos por meio de forças normais, momentos fletores e forças cortantes.

Já as regiões D estão associadas a descontinuidades geométricas ou estáticas, como apoios, consolos, mudanças bruscas de seção ou pontos de aplicação concentrada de carga. Nesses locais, as perturbações no campo de tensões levam à formação de trajetórias complexas e não lineares de tensões. Por esse motivo, a aplicação direta da teoria clássica das vigas se torna inadequada.

De acordo com Schlaich et al. (1987), essas regiões não se limitam a pontos isolados, mas se estendem por uma distância da ordem de uma a duas vezes a altura da seção a partir da descontinuidade.

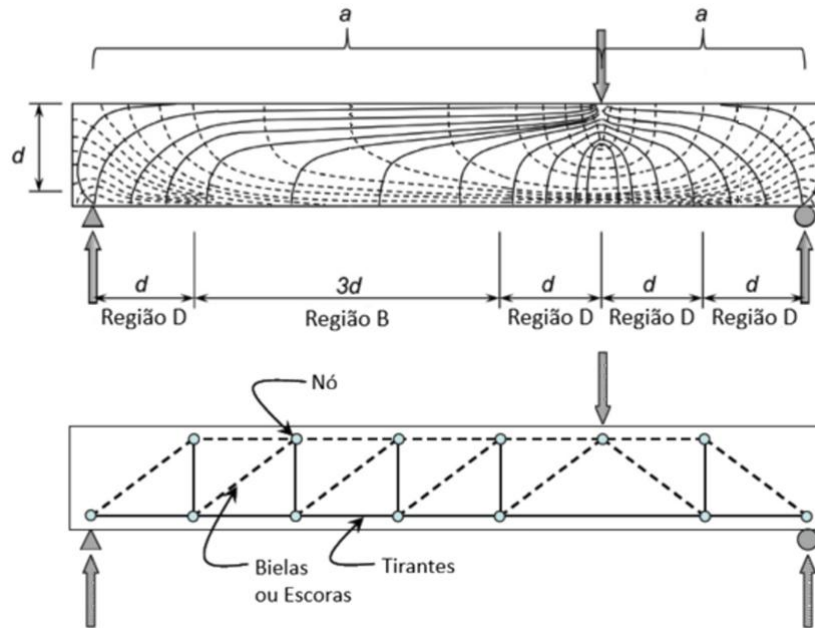
No caso de vigas altas, especialmente nas proximidades dos apoios, uma parcela significativa do elemento estrutural passa a se comportar como região D, limitando a aplicação direta da teoria clássica para vigas.

2.5 MODELO DE BIELAS E TIRANTES

Para o tratamento das Regiões D, Schlaich et al. (1987) consolidaram o modelo de bielas e tirantes, que representa o fluxo interno de tensões por meio de um sistema idealizado formado por bielas comprimidas de concreto e tirantes tracionados de aço. Esse modelo se baseia no equilíbrio estático da estrutura e permite representar, de

forma simplificada, o fluxo de forças no interior do elemento estrutural. A Figura 4 apresenta uma representação esquemática desse modelo aplicado a uma viga de concreto armado.

Figura 4 – Representação esquemática do modelo de bielas e tirantes

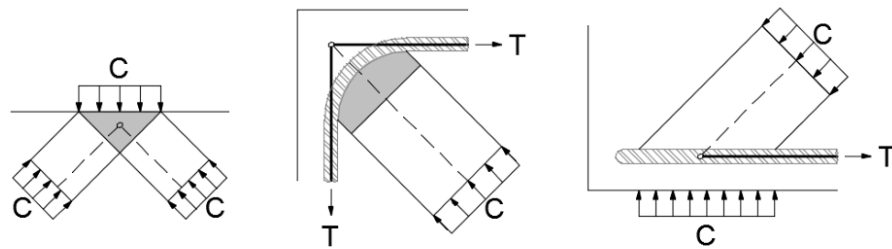


Fonte: Adaptado de Kadhum et al. (2024).

Legenda: Fundo branco com representação esquemática do modelo de bielas e tirantes aplicado a uma viga. Na parte superior, apresenta-se o campo de tensões no interior do elemento, com indicação das trajetórias das tensões por meio de linhas curvas, da posição do carregamento concentrado e das regiões identificadas ao longo do vão, com destaque para as regiões B e D. Também são indicadas as dimensões características, incluindo a distância a e a altura útil d , bem como as reações nos apoios nas extremidades da viga. Na parte inferior, apresenta-se a idealização do modelo de bielas e tirantes, com indicação dos nós, das bielas (ou escoras) representadas por linhas contínuas e dos tirantes representados por linhas tracejadas, conectando os pontos ao longo da viga até os apoios.

No modelo, as bielas representam as regiões do concreto que trabalham à compressão, enquanto os tirantes correspondem às armaduras responsáveis por resistir às forças de tração. A interseção entre esses elementos forma os nós estruturais, que podem ser classificados de acordo com o estado de tensões predominante (CCC, CCT ou CTT). A verificação desses nós é fundamental para garantir a segurança estrutural, já que estão sujeitos a estados complexos de tensão, conforme ilustrado na Figura 5 (Schlaich et al., 1987).

Figura 5 – Classificação dos nós estruturais CCC, CTT e CCT



Fonte: Aguiar (2018).

Legenda: Fundo branco com esquemas de nós estruturais no modelo de bielas e tirantes. Apresentam-se diferentes configurações de nós, com identificação das regiões comprimidas (C) e tracionadas (T), representadas por setas e áreas hachuradas. À esquerda, nó do tipo CCC, com predominância de compressão; ao centro, nó CTT, com uma região comprimida e duas tracionadas; e à direita, nó CCT, com duas regiões comprimidas e uma tracionada.

Assim, conforme destacado por Schlaich et al. (1987), o modelo de bielas e tirantes não é uma idealização simplificada qualquer, mas sim um procedimento racional que integra critérios de equilíbrio e resistência para prever a capacidade de carga de Regiões D de forma consistente.

2.6 TEORIA DO CAMPO DE COMPRESSÃO MODIFICADA (MCFT)

Com o avanço no entendimento do comportamento ao cisalhamento em estruturas de concreto armado, surgiu a Teoria do Campo de Compressão Modificada (*Modified Compression Field Theory – MCFT*), proposta por Vecchio e Collins (1986). Essa teoria é considerada uma das abordagens mais consistentes do ponto de vista mecânico para a análise de elementos fissurados submetidos a esforços de flexão e cisalhamento.

Diferentemente dos modelos clássicos, que se baseiam apenas no equilíbrio de forças, a MCFT também leva em conta a compatibilidade de deformações e o comportamento do concreto após a fissuração.

A teoria parte do princípio de que, mesmo após a fissuração, o concreto e o aço continuam atuando de forma conjunta, por meio de campos médios de tensões e deformações distribuídos ao longo do elemento estrutural (Vecchio; Collins, 1986).

Um dos pontos centrais da MCFT é a relação entre a capacidade resistente à força cortante e o nível de deformações longitudinais da viga. Estudos mostram que, à medida que essas deformações aumentam, a capacidade do concreto fissurado de transmitir tensões de cisalhamento diminui. Isso ocorre principalmente devido ao aumento da abertura das fissuras, que reduz a eficiência de mecanismos como o

engrenamento dos agregados e a resistência residual do concreto fissurado (Walraven, 1981; Kani, 1967; Vecchio; Collins, 1986).

A MCFT considera a contribuição da armadura transversal, do concreto fissurado e das bielas comprimidas. Nesse contexto, a capacidade resistente ao esforço cortante resulta da interação entre esses mecanismos, sendo a ruptura governada, dependendo da situação, pelo escoamento da armadura ou pelo esmagamento das bielas de concreto.

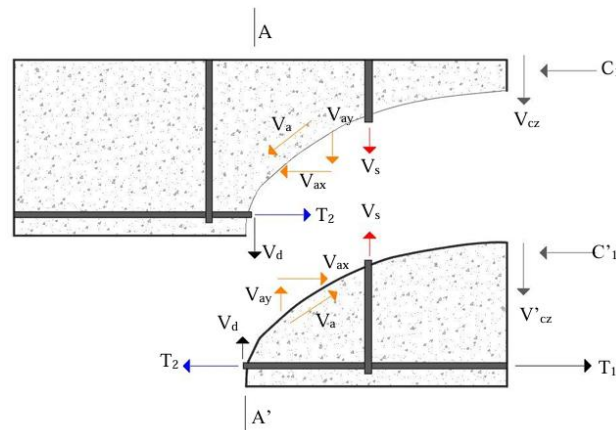
Por apresentar uma base mecanicamente consistente e incorporar o efeito das deformações no comportamento estrutural, a MCFT serviu de base para o desenvolvimento de modelos de cálculo mais avançados, como o fib Model Code 2010. Esse código incorpora conceitos fundamentais da teoria, como a influência das deformações longitudinais e o efeito de escala.

Os princípios da MCFT são fundamentais para este trabalho, pois a viga analisada possui grandes dimensões e comportamento típico de Regiões D. Ao considerar a interação entre deformações e mecanismos de falha, essa teoria oferece a base necessária para interpretar os resultados da modelagem numérica e compreender como o efeito de escala influencia a resistência última da estrutura.

2.7 MECANISMOS INTERNOS DE TRANSFERÊNCIA DE ESFORÇOS

O comportamento ao cisalhamento em vigas de concreto armado resulta da atuação conjunta de diferentes mecanismos de transferência de esforços, conforme ilustrado na Figura 6.

Figura 6 – Mecanismos de transferência de esforços cortantes



Fonte: Adaptado de Wight e MacGregor (2012), com base em Mendes (2022).

Legenda: Fundo branco com representação dos mecanismos de transferência de esforços cortantes em vigas de concreto armado. Apresenta-se uma representação da região fissurada da viga, com indicação das superfícies de fissura e das trajetórias de transferência de esforços entre as partes do elemento. Observam-se as diferentes componentes de força atuantes, incluindo esforços de cisalhamento V , forças de tração (T_1 e T_2) e forças de compressão no concreto (C_1 e C'_1), bem como as componentes associadas à armadura transversal V_s e as componentes ao longo da fissura (V_a , com suas projeções V_{ax} e V_{ay}). Também são indicadas as contribuições do concreto comprimido V_{cz} e as direções dos esforços representadas por setas ao longo da interface fissurada.

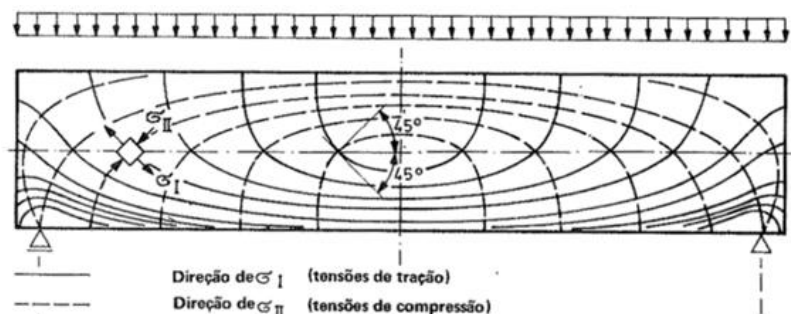
A participação desses mecanismos varia ao longo do carregamento e depende tanto da geometria da viga quanto das propriedades dos materiais. Antes da fissuração, a resistência é garantida principalmente pelo concreto íntegro. Com o surgimento das fissuras inclinadas, ocorre uma redistribuição dos esforços internos, e a capacidade da viga passa a depender da atuação conjunta de mecanismos como o engrenamento dos agregados e o efeito de pino. Próximo à ruptura, a armadura transversal passa a contribuir de forma mais significativa para a resistência (Fusco, 2008; Wight; MacGregor, 2012).

Os principais mecanismos responsáveis pela transferência de esforços ao cisalhamento são apresentados e discutidos nos subitens a seguir.

2.7.1 Contribuição do concreto não fissurado

Conforme ilustrado na Figura 7, antes do surgimento das fissuras diagonais, o concreto não fissurado é capaz de resistir a uma parcela significativa do esforço cortante por meio de um campo contínuo de tensões principais inclinadas.

Figura 7 – Campo de tensões principais no concreto não fissurado



Fonte: Leonhardt e Mönnig (1977).

Legenda: Fundo branco com representação do campo de tensões principais no concreto não fissurado. Apresenta-se uma viga submetida a carregamento distribuído ao longo do vão, com trajetórias das tensões principais indicadas por linhas curvas no interior do elemento. As tensões principais de tração (σ_1) são representadas por linhas contínuas, enquanto as tensões principais de compressão (σ_2) são indicadas por linhas tracejadas, conforme legenda da figura, com inclinações aproximadas de 45° em relação ao eixo da viga.

Nessa fase, o comportamento do material pode ser considerado aproximadamente elástico, e a transferência de esforços ocorre por meio da resistência do concreto à tração e à compressão. A distribuição dessas tensões ao longo da altura da seção não é uniforme e depende, principalmente, da relação entre o momento fletor e a força cortante, além da geometria da viga (Leonhardt; Mönnig, 1977).

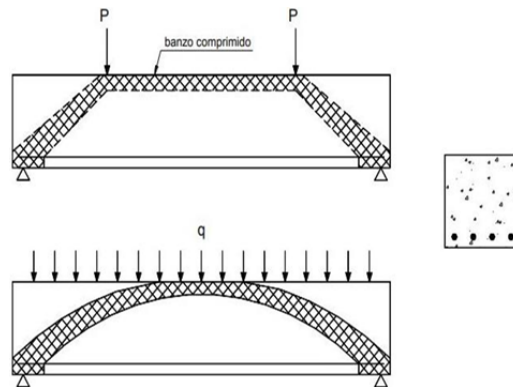
Trata-se de um estado de tensões essencialmente multiaxial, em que o concreto está submetido simultaneamente a combinações de tração e compressão inclinadas.

Essa contribuição do concreto é relevante principalmente até o início da fissuração diagonal, embora continue influenciando na determinação da carga última. Isso é mais evidente em elementos com baixos níveis de armadura transversal, nos quais o concreto íntegro representa uma parcela significativa da capacidade resistente à força cortante.

2.7.2 Formação e ação das bielas comprimidas de concreto

Após a fissuração diagonal, o campo de tensões no interior da viga se reorganiza, dando origem a trajetórias preferenciais de compressão conhecidas como bielas comprimidas de concreto. Como mostrado na Figura 8, essas bielas conectam as regiões de aplicação de carga aos apoios, transmitindo o esforço cortante predominantemente por compressão no concreto.

Figura 8 – Formação de bielas comprimidas e ação de arco



Fonte: Leonhardt e Mönnig (1977).

Legenda: Fundo branco com representação da formação de bielas comprimidas e da ação de arco em vigas de concreto armado. Na parte superior, apresenta-se uma viga submetida a carregamento concentrado P , com indicação do banzo comprimido e das regiões inclinadas representando as bielas comprimidas que conectam os pontos de aplicação de carga aos apoios. Na parte inferior, apresenta-se uma viga submetida a carregamento distribuído q , com formação de um arco comprimido ao longo do elemento. À direita, apresenta-se um detalhe da seção de concreto, com pontos pretos representando a distribuição e a quantidade de armadura longitudinal, além da presença dos agregados no material.

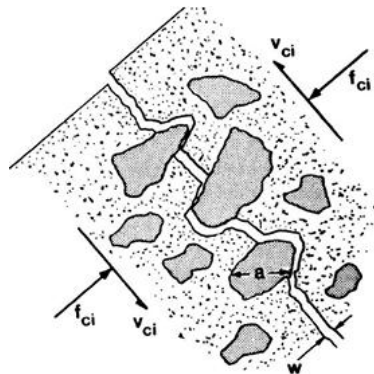
A capacidade resistente das bielas é limitada pela resistência à compressão do concreto, podendo ocorrer esmagamento local quando as tensões ultrapassam a resistência efetiva do material, especialmente em regiões com elevada concentração de esforços. Em modelos simplificados, a inclinação das bielas costuma ser considerada constante, geralmente igual a 45° . Já em abordagens mais avançadas, ela pode variar conforme o nível de sollicitação.

Em vigas esbeltas, as bielas tendem a se distribuir de forma mais difusa. Em contrapartida, em vigas altas e em Regiões D, elas se concentram mais, o que leva a níveis mais elevados de tensão e aumenta a suscetibilidade ao esmagamento local do concreto (Nielsen; Hoang, 2011; Schlaich et al., 1987).

2.7.3 Engrenamento dos agregados

O engrenamento dos agregados corresponde à resistência ao deslizamento entre as faces das fissuras, sendo proporcionado pelo intertravamento mecânico entre os grãos do agregado graúdo. Como ilustrado na Figura 9, esse mecanismo atua diretamente ao longo das superfícies fissuradas.

Figura 9 – Mecanismo de engrenamento dos agregados em superfícies fissuradas de concreto



Fonte: Vecchio e Collins (1986).

Legenda: Fundo branco com representação do mecanismo de engrenamento dos agregados em superfícies fissuradas de concreto. Apresenta-se um detalhe da interface da fissura, com indicação dos agregados graúdos distribuídos na matriz cimentícia, da abertura da fissura w e da dimensão característica da rugosidade da fissura a . Observam-se as forças transmitidas entre as faces fissuradas, incluindo a tensão normal f_{ci} e a tensão tangencial v_{ci} , representadas por setas ao longo da interface.

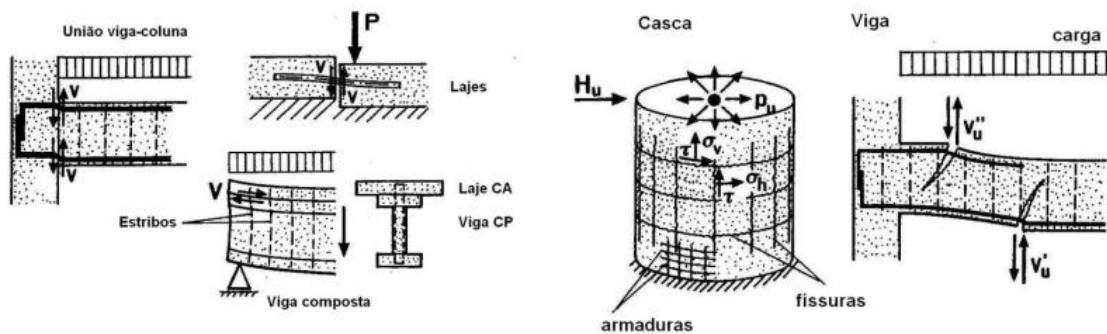
Esse mecanismo permite a transferência de esforços mesmo após a fissuração do concreto, desde que as fissuras apresentem aberturas reduzidas. Sua contribuição é mais significativa para aberturas inferiores a aproximadamente 0,15 a 0,20 mm (Walraven, 1981).

A eficiência do engrenamento depende de diversos fatores, como a rugosidade da superfície fissurada, o tamanho máximo do agregado, a resistência do concreto e o nível de compressão atuante sobre a fissura (Walraven, 1981). À medida que a abertura das fissuras aumenta com o carregamento, sua contribuição diminui progressivamente, redistribuindo as tensões para os demais mecanismos resistentes.

2.7.4 Efeito de pino da armadura longitudinal

O efeito de pino está relacionado à capacidade da armadura longitudinal de resistir aos deslocamentos transversais entre as faces de uma fissura diagonal, conforme ilustrado na Figura 10.

Figura 10 – Mecanismo de transferência de esforços por efeito de pino da armadura longitudinal



Fonte: Poli et al. (1987) *apud* Bastos (2008).

Legenda: Fundo branco com representação dos mecanismos de transferência de esforços por efeito de pino da armadura longitudinal, composta por diferentes esquemas estruturais. À esquerda, apresentam-se configurações envolvendo ligação viga-coluna, lajes e vigas compostas, com indicação das forças verticais (V), dos estribos e da interação entre os elementos estruturais. Ao centro, apresenta-se um elemento cilíndrico com indicação das tensões atuantes, da presença de armaduras e da ocorrência de fissuras no concreto. À direita, apresenta-se um esquema de viga submetida a carregamento, com indicação das forças cortantes, da presença de fissuras inclinadas e da atuação da armadura longitudinal na transferência de esforços ao longo da seção.

Quando uma fissura intercepta as barras longitudinais, essas barras passam a atuar não apenas à tração axial, mas também ao cisalhamento local. Com isso, esse mecanismo restringe o deslocamento ao longo do plano fissurado (Bastos, 2008).

A contribuição desse mecanismo depende de diversos fatores, como o diâmetro das barras, o cobrimento de concreto e a aderência entre aço e concreto. Embora isoladamente seja limitada, essa contribuição pode se tornar relevante em vigas com altas taxas de armadura longitudinal e baixos índices de armadura transversal, atuando de forma complementar aos demais mecanismos resistentes (Bastos, 2008).

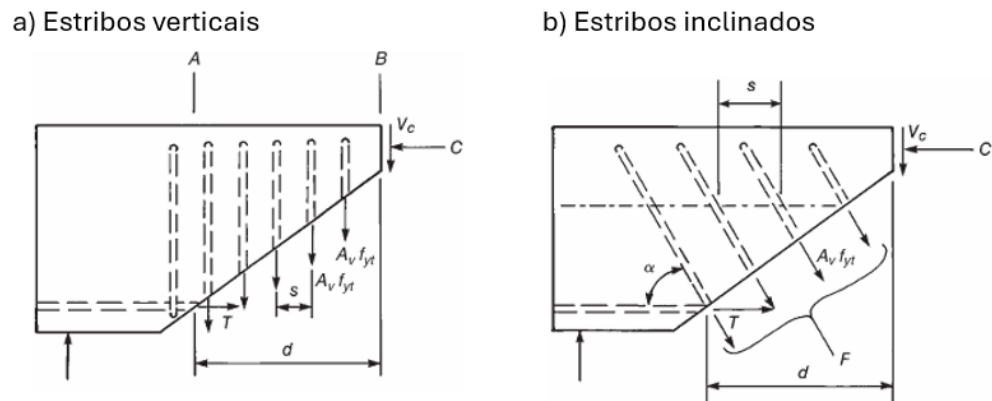
Outro aspecto importante é que a eficiência do efeito de pino é limitada pela resistência do concreto ao redor das barras. Em níveis elevados de solicitação, pode ocorrer fendilhamento longitudinal do concreto, o que reduz a capacidade desse mecanismo (Fusco, 2008).

Assim, o efeito de pino da armadura longitudinal atua como um mecanismo complementar na capacidade resistente à força cortante, contribuindo para a transferência de esforços após a fissuração do concreto.

2.7.5 Contribuição da armadura transversal

A armadura transversal desempenha papel principal no esforço resistente após a formação das fissuras diagonais. A Figura 11 apresenta a configuração e a orientação da armadura transversal no mecanismo resistente ao cisalhamento.

Figura 11 – Configuração da armadura transversal para o esforço cortante



Fonte: Wight e MacGregor (2012).

Legenda: Fundo branco com esquemas representando a configuração e a orientação da armadura transversal que resiste ao esforço cortante. Em (a), apresentam-se estribos verticais distribuídos, com indicação das forças atuantes, do espaçamento entre estribos s , da altura útil d e da contribuição da armadura transversal $A_v f_{yt}$. Em (b), apresentam-se estribos inclinados, com indicação do ângulo de inclinação α , do espaçamento, da altura útil e das forças atuantes ao longo do elemento, com representação das direções dos esforços por meio de setas.

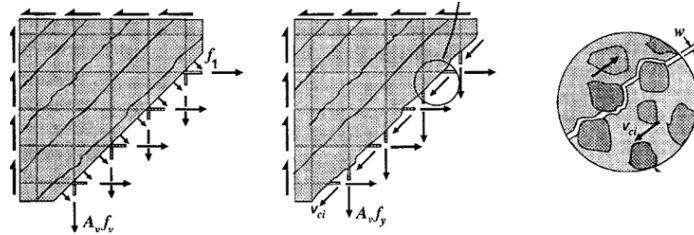
A armadura transversal atua como tirantes tracionados, interceptando as fissuras e transferindo esforços por tração. Além da contribuição direta por tração, há também um efeito indireto relevante ao controlar a abertura das fissuras, potencializando mecanismos como o engrenamento dos agregados e a resistência residual do concreto fissurado (Carvalho; Figueiredo Filho, 2014).

A eficiência da armadura transversal depende de sua taxa geométrica, do espaçamento, da inclinação e do detalhamento construtivo adotado em projeto. Pelos modelos normativos, a armadura transversal é frequentemente considerada o principal mecanismo resistente ao cisalhamento, especialmente em situações nas quais a contribuição direta do concreto é desprezada por segurança (CEN, 2004; fib, 2012).

2.7.6 Resistência residual do concreto fissurado

Como já mencionado anteriormente, o concreto ainda mantém uma certa capacidade de transmitir tensões mesmo após a fissuração diagonal. A Figura 12 ilustra esse processo de transferência de tensões ao longo das fissuras.

Figura 12 – Transferência de tensões através de fissuras no concreto



Fonte: Queiroz Junior (2014).

Legenda: Fundo branco com esquemas representando a transferência de tensões através de fissuras no concreto. À esquerda e ao centro, apresentam-se elementos com fissuração inclinada, com indicação das direções das tensões e dos esforços transmitidos ao longo das fissuras, incluindo componentes de tração e compressão representadas por setas. À direita, apresenta-se um detalhe ampliado da interface da fissura, indicando a abertura da fissura w e a tensão tangencial transmitida entre as faces v_{ci} .

Essa resistência residual está relacionada à capacidade do material de suportar tensões médias distribuídas ao longo das faces das fissuras.

Como discutido no item 2.6, a MCFT incorpora esse mecanismo ao considerar o comportamento do concreto fissurado sob estados combinados de tração e compressão, por meio de campos médios de tensões e deformações. Essa abordagem permite representar de forma mais realista a contribuição do concreto ao cisalhamento, sendo essa resistência fortemente influenciada pelo nível de deformação longitudinal e pela abertura das fissuras.

A partir dos mecanismos discutidos nos subitens anteriores, fica claro que a capacidade resistente ao cortante deve ser analisada de forma integrada. Ela resulta da atuação conjunta e progressiva desses mecanismos ao longo do carregamento. Em fases iniciais, alguns mecanismos tendem a ser predominantes, enquanto, com o aumento da sollicitação, ocorre uma redistribuição interna dos esforços, com maior participação de outros mecanismos resistentes.

Essa interação entre os diferentes mecanismos, associada à evolução das deformações e da fissuração, é o que caracteriza o comportamento ao cisalhamento em vigas de concreto armado.

3 PARÂMETROS QUE INFLUENCIAM A CAPACIDADE RESISTENTE À FORÇA CORTANTE

A resistência de vigas de concreto armado ao esforço cortante não está relacionada apenas aos mecanismos internos de transferência de esforços. Ela também é influenciada por variáveis como a geometria do elemento, as propriedades dos materiais, o detalhamento das armaduras e as condições de carregamento.

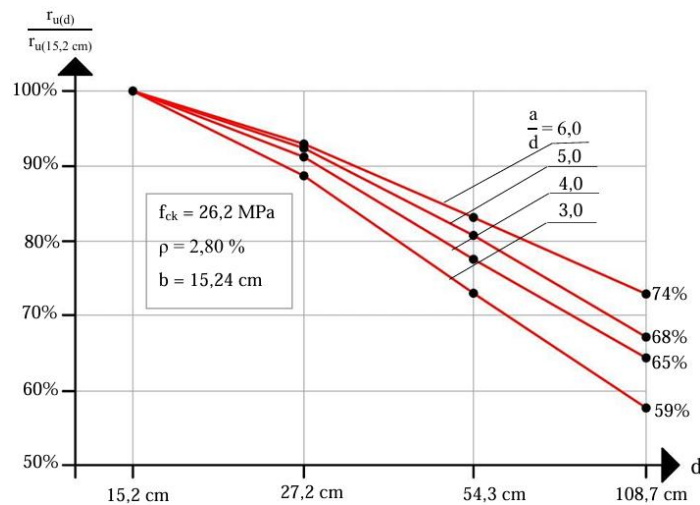
Esses aspectos interferem diretamente na forma como os mecanismos resistentes são mobilizados, o que ajuda a explicar a grande variabilidade dos resultados observados em ensaios experimentais. A literatura aponta ainda outros fatores que podem influenciar esse comportamento. No entanto, este trabalho foca nos principais, por serem os mais relevantes do ponto de vista do dimensionamento e da prática de projeto.

Esses fatores são apresentados e discutidos a seguir.

3.1 ALTURA ÚTIL DA VIGA E EFEITO DE ESCALA

Como discutido no item 2.3, o efeito de escala é um fenômeno próprio do comportamento ao cisalhamento em vigas de concreto armado. A Figura 13 ilustra como a altura útil da viga influencia essa resistência, evidenciando esse efeito.

Figura 13 – Influência da altura útil da viga na capacidade resistente à força cortante (efeito de escala)



Fonte: Adaptado de Kani (1967), com base em Mendes (2022).

Legenda: Fundo branco com gráfico representando a redução da força cortante resistente em função do aumento da altura útil da viga. O eixo horizontal representa a altura útil da seção (cm) e o eixo vertical a resistência relativa ao cisalhamento (%). Apresentam-se diferentes curvas em vermelho associadas a valores distintos da relação a/d (3,0; 4,0; 5,0 e 6,0), com pontos marcados ao longo das curvas indicando os valores analisados. No interior do gráfico, apresenta-se um quadro com os parâmetros do modelo, incluindo resistência do concreto ($f_{ck} = 26,2$ MPa), taxa de armadura ($\rho = 2,80\%$) e largura da seção ($b = 15,24$ cm).

Na prática, esse efeito aparece principalmente por meio da altura útil da seção transversal, que é um dos parâmetros mais relevantes na resistência à força cortante. Kani (1967) mostra que o efeito de escala está fortemente ligado a essa altura, já que ela influencia diretamente a abertura e a propagação das fissuras diagonais.

De modo geral, vigas com maior altura útil tendem a apresentar fissuras diagonais mais abertas. Com isso, mecanismos como o engrenamento dos agregados e a resistência residual do concreto fissurado se tornam menos eficientes, o que reduz a capacidade resistente à força cortante (Walraven, 1981).

Isso também demonstra que o esforço cortante resistente não cresce proporcionalmente às dimensões da viga.

Assim, o efeito de escala acaba sendo um dos principais fatores que explicam as diferenças entre as resistências ao cisalhamento previstas por diferentes normas de projeto, já que cada modelo o considera de forma distinta.

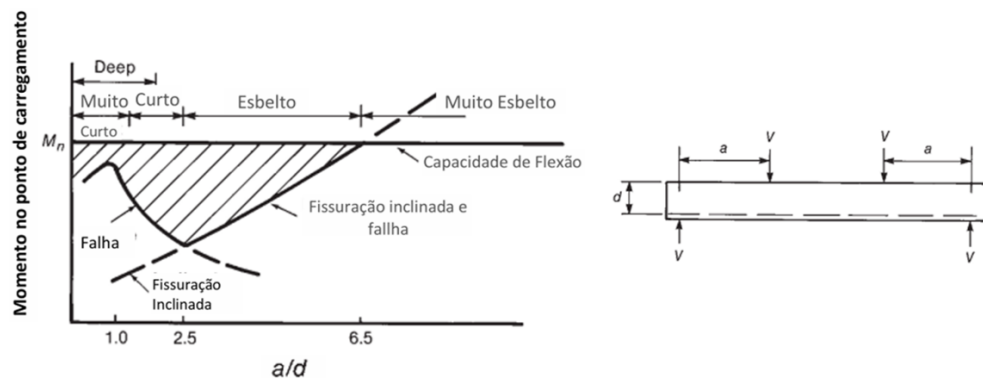
3.2 RELAÇÃO A/D

A relação entre o vão de cisalhamento e a altura útil da viga (a/d) é um parâmetro central para entender o comportamento estrutural ao cisalhamento, pois

está diretamente ligada ao tipo de mecanismo resistente que predomina. Diferente do efeito de escala, que impacta a resistência nominal, a relação a/d está mais associada à forma como o esforço cortante é transmitido dentro da viga.

A Figura 14 apresenta, de forma esquemática, essa influência, comparando vigas com diferentes configurações geométricas.

Figura 14 – Influência da relação a/d no comportamento ao cisalhamento



Fonte: Adaptado de Wight e MacGregor (2012), com base em Queiroz Junior (2014).

Legenda: Fundo branco com representação da influência da relação a/d no comportamento ao cisalhamento em vigas, composta por um gráfico e um esquema estrutural de viga. À esquerda, apresenta-se um gráfico com eixo horizontal representando a razão a/d e eixo vertical o momento no ponto de carregamento, com indicação de diferentes regimes de comportamento, incluindo regiões classificadas como muito curto, curto, esbelto e muito esbelto. Observam-se áreas hachuradas e curvas associadas à fissuração inclinada, à falha e à capacidade resistente à flexão. À direita, apresenta-se um esquema de viga biapoiada, com indicação das cargas verticais aplicadas, das reações nos apoios e das variáveis geométricas a (distância entre a carga e o apoio) e d (altura útil da seção).

Quando os valores de a/d são baixos, tende a predominar a chamada ação de arco. Nesse caso, o esforço cortante é transmitido principalmente por bielas comprimidas diretas entre a carga e o apoio. Esse mecanismo pode aumentar a capacidade resistente à força cortante, mas também gera maiores concentrações de tensões e, em geral, um comportamento mais frágil (Kani, 1967; Schlaich et al., 1987).

À medida que a relação a/d aumenta, o comportamento passa a se aproximar do de vigas esbeltas. Nessa situação, há formação de fissuras diagonais e atuação conjunta de diferentes mecanismos de transferência de esforços, mais distribuídos ao longo da viga (Wight; MacGregor, 2012; Queiroz Junior, 2014).

Essa mudança de comportamento não ocorre de forma abrupta. A transição entre os regimes é gradual, sem um valor único de a/d que marque claramente essa divisão.

Em termos práticos, pode-se dizer que a altura útil está mais ligada ao nível da força cortante resistente, enquanto a relação a/d define como esse esforço se manifesta, ou seja, o mecanismo predominante e o modo de ruptura.

3.3 PROPRIEDADES MECÂNICAS DO CONCRETO

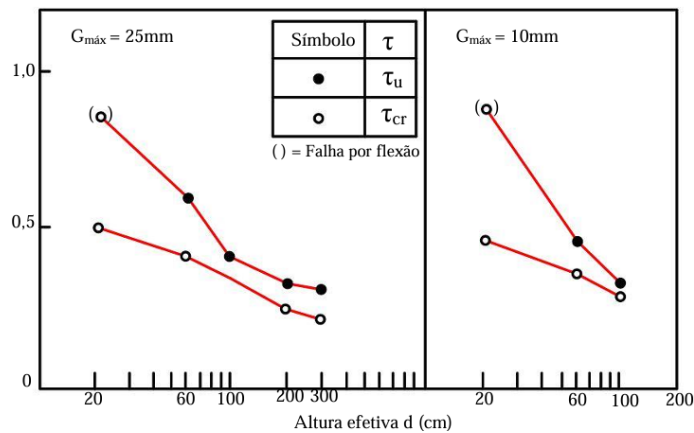
As propriedades mecânicas do concreto têm influência direta na capacidade resistente do elemento, principalmente a resistência à compressão e à tração. A resistência à compressão está relacionada à capacidade das bielas comprimidas e ao risco de esmagamento do concreto. Já a resistência à tração controla o início da fissuração diagonal e a participação do concreto ainda não fissurado nos primeiros estágios de carregamento.

Resultados experimentais mostram que o aumento da resistência à compressão não leva, necessariamente, a um aumento proporcional da capacidade resistente ao cisalhamento (Collins; Mitchell, 1991). Em concretos de alta resistência, é comum observar maior resistência à fissuração inicial e fissuras menores em condições de serviço. Por outro lado, quando a fissuração diagonal se estabelece, ela tende a evoluir de forma mais rápida e com comportamento mais frágil, com menor capacidade de redistribuição de esforços e perda de eficiência dos mecanismos internos de transferência.

3.4 TAMANHO MÁXIMO DO AGREGADO GRAÚDO

O tamanho máximo do agregado graúdo tem influência importante na resistência ao esforço cortante, principalmente por sua atuação no mecanismo de engrenamento ao longo das superfícies fissuradas, como ilustrado na Figura 15. De forma geral, agregados maiores tendem a gerar fissuras mais rugosas, o que favorece o intertravamento mecânico entre as faces e melhora a transferência de esforços.

Figura 15 – Influência do tamanho máximo do agregado graúdo na tensão de ruptura ao cisalhamento



Fonte: Adaptado de Shioya et al. (1989), com base em Mendes (2022).

Legenda: Fundo branco com gráficos representando a influência da altura efetiva da viga no comportamento ao cisalhamento para diferentes condições de ensaio. Apresentam-se duas configurações: à esquerda, para tamanho máximo de agregado ($G_{máx}$) de 25 mm, e à direita, para 10 mm, ambos com eixo horizontal representando a altura efetiva da viga (d , em cm) e eixo vertical a tensão de cisalhamento. Os pontos preenchidos indicam os valores de tensão última τ_u , enquanto os pontos vazados representam os valores correspondentes ao início da fissuração τ_{cr} , conforme legenda, sendo os símbolos entre parênteses indicativos de casos de falha por flexão. As linhas conectam os pontos experimentais ao longo das diferentes alturas.

Os resultados experimentais mostram que a redução do tamanho máximo do agregado leva a uma diminuição da capacidade resistente ao esforço cortante. Esse efeito fica ainda mais evidente em vigas onde o efeito de escala é mais significativo.

Esse comportamento ajuda a explicar por que concretos com composições diferentes podem apresentar respostas distintas ao cisalhamento, mesmo quando possuem resistências à compressão semelhantes (Walraven, 1981; Shioya et al., 1989)

3.5 TAXA DE ARMADURA LONGITUDINAL

A taxa de armadura longitudinal tem uma influência indireta, mas relevante, na capacidade resistente de vigas de concreto armado à força cortante. Essa armadura atua no controle da abertura das fissuras, contribui para o efeito de pino e influencia o campo de deformações, que está ligado à inclinação das bielas comprimidas.

Quando a taxa de armadura longitudinal é baixa, há a presença de fissuras mais abertas e uma menor capacidade resistente. Isso ocorre porque os mecanismos internos de transferência de esforços passam a atuar de forma menos eficiente.

Embora a armadura longitudinal seja dimensionada principalmente para resistir à flexão, sua presença mínima é fundamental para garantir um comportamento

adequado ao cisalhamento, aspecto que está incorporado nas prescrições normativas.

3.6 DETERMINAÇÃO DA ARMADURA TRANSVERSAL

A armadura transversal é o principal fator que influencia na resistência da viga ao esforço cortante após a formação das fissuras diagonais. Sua contribuição depende de aspectos como taxa geométrica, espaçamento, inclinação e detalhamento construtivo.

Além de resistir diretamente ao esforço cortante, essa armadura ajuda a limitar a abertura das fissuras. Com isso, afeta mecanismos como o engrenamento dos agregados e a resistência residual do concreto fissurado. Quando o espaçamento é muito grande ou o detalhamento não é adequado, essa contribuição perde eficiência de forma significativa.

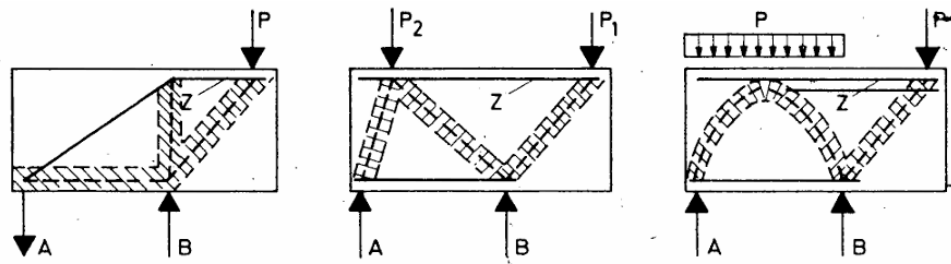
Mesmo sendo fundamental, a atuação da armadura transversal não é independente. Sua eficácia está ligada à capacidade resistente do concreto nas bielas comprimidas, não sendo possível compensar indefinidamente problemas de dimensionamento apenas com o aumento da armadura (Fusco, 2008).

Por esse motivo, as normas de projeto determinam regras rígidas de dimensionamento e posicionamento das barras, buscando garantir um comportamento mais dúctil do elemento.

3.7 TIPO E POSIÇÃO DO CARREGAMENTO

O tipo e a posição do carregamento aplicado à viga influenciam diretamente o seu comportamento ao cisalhamento, como mostrado na Figura 16. Cargas concentradas tendem a gerar maiores gradientes de tensão e favorecem a formação de fissuras diagonais mais localizadas. Já cargas distribuídas levam a uma distribuição mais uniforme dos esforços internos (Schlaich et al., 1987).

Figura 16 – Influência do tipo e posição do carregamento no comportamento ao cisalhamento



Fonte: Leonhardt e Mönnig (1978).

Legenda: Fundo branco com esquemas do comportamento de vigas de concreto armado sob diferentes tipos e posições de carregamento. Apresentam-se três configurações: à esquerda, viga submetida a carga concentrada próxima ao apoio, evidenciando a formação de uma biela comprimida direta entre o ponto de aplicação da carga e o apoio; ao centro, viga com duas cargas concentradas, mostrando a formação de bielas inclinadas convergentes e a interação entre os campos de compressão; à direita, viga submetida a carregamento distribuído e concentrado, com formação de trajetória curva de compressão. Em todas as configurações, destacam-se os caminhos de transmissão de esforços entre os apoios (A e B), com indicação das reações de apoio.

Como já discutido anteriormente, quando as cargas são aplicadas próximas aos apoios, pode ocorrer a ativação da ação de arco. Isso altera o mecanismo resistente predominante e, em alguns casos, leva a um aumento da capacidade resistente ao cisalhamento (Schlaich et al., 1987).

Por outro lado, esse aumento de resistência vem acompanhado de maiores concentrações de tensão e de modos de ruptura potencialmente mais frágeis. Por isso, essas regiões exigem uma verificação mais cuidadosa das tensões limite do concreto.

4 MODELOS DE TRELIÇA PARA DIMENSIONAMENTO À FORÇA CORTANTE

No dimensionamento ao cisalhamento de vigas de concreto armado, o comportamento da estrutura muda de forma significativa após a fissuração diagonal. A partir desse ponto, o concreto deixa de atuar como um meio contínuo, e passa a ser necessário utilizar modelos que representem a redistribuição dos esforços internos no elemento fissurado.

Para isso, os principais códigos normativos adotam a analogia de treliça como base conceitual para o dimensionamento ao cisalhamento. Desse modo, a força cortante pode ser decomposta em parcelas resistidas pelo concreto e pelas armaduras.

Apesar de todos os códigos compartilharem essa mesma base teórica, cada um define hipóteses próprias, principalmente em relação à inclinação das bielas, à contribuição do concreto e aos critérios de verificação da segurança.

No presente trabalho, o foco da análise restringe-se a elementos sem armadura transversal, de modo que os modelos apresentados neste capítulo abordam apenas a Região Leste da viga. Assim, por rigor metodológico, os conceitos e formulações que fundamentam as diretrizes normativas são mantidos em sua apresentação teórica geral.

Com base nesse conjunto de conceitos, os próximos itens apresentam os procedimentos de dimensionamento ao cisalhamento segundo a ABNT NBR 6118:2026, o Eurocode 2, o ACI 318-19 e o fib Model Code 2010.

4.1 DIMENSIONAMENTO À FORÇA CORTANTE SEGUNDO A NBR 6118:2026

Pela ABNT NBR 6118, a capacidade resistente à força cortante resulta da atuação conjunta do concreto e da armadura transversal.

As condições normativas podem ser expressas por:

$$V_{Sd} \leq V_{Rd2} \quad (4.1)$$

$$V_{Sd} \leq V_{Rd3} \quad (4.2)$$

em que:

- V_{Sd} é a força cortante solicitante;
- V_{Rd2} é a força cortante resistente relativa à ruína das diagonais comprimidas;

- V_{Rd3} é a força cortante resistente relativa à tração diagonal.

A norma brasileira define dois modelos principais para esse dimensionamento, chamados de Modelo I e Modelo II. A principal diferença entre eles está na forma como consideram a inclinação das bielas comprimidas de concreto. O Modelo I mantém a inclinação fixa em $\theta = 45^\circ$, enquanto o Modelo II permite a sua variação dentro de um intervalo normativo.

No entanto, como este estudo analisa apenas a região sem armadura transversal, essa diferença entre as duas formulações não gera impactos significativos na capacidade resistente. Desse modo, aplica-se apenas o Modelo I neste trabalho.

No Modelo I, a resistência máxima relacionada ao esmagamento das bielas comprimidas é dada por:

$$V_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_{V2} \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \quad (4.3)$$

onde:

- α_{V2} é o coeficiente de redução relacionado à resistência à compressão do concreto ($\alpha_{V2} = 1 - f_{ck}/250$, com f_{ck} em MPa);
- b_w é a largura da alma da viga;
- d é a altura útil da seção;
- f_{cd} é a resistência de cálculo do concreto à compressão ($f_{cd} = f_{ck}/\gamma_c$).

Já a resistência associada à tração diagonal é obtida pela soma das contribuições do concreto V_c e da armadura transversal V_{sw} :

$$V_{Rd3} = V_c + V_{sw} \quad (4.4)$$

Como a região analisada não possui armadura transversal, o termo relativo ao aço é nulo. Assim, adota-se $V_{sw} = 0$, de modo que a capacidade resistente passa a depender exclusivamente da contribuição do concreto, dada por:

$$V_{Rd3} = V_c = V_{c0} = 0,6 \cdot f_{ctd} \cdot b_w \cdot d \quad (4.5)$$

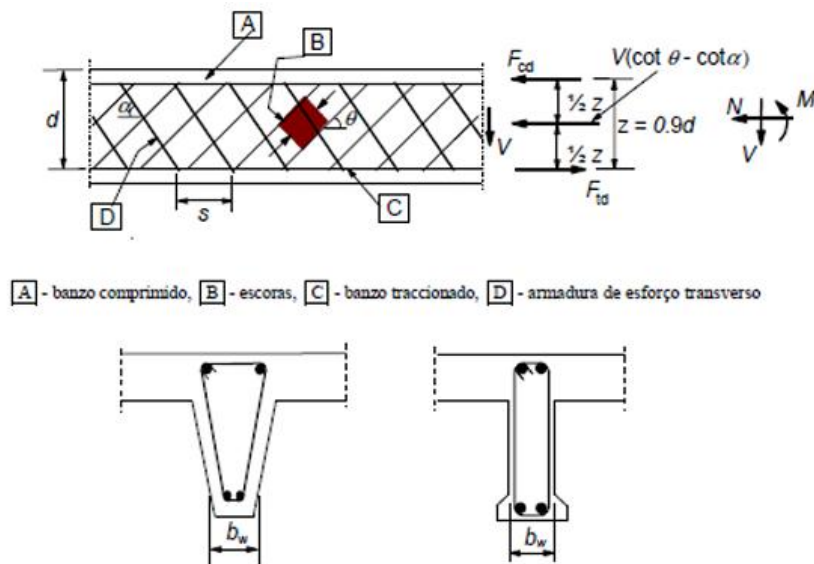
sendo f_{ctd} a resistência de cálculo à tração do concreto ($f_{ctd} = 0,21 \cdot f_{ck}^{\frac{2}{3}}/\gamma_c$).

4.2 DIMENSIONAMENTO À FORÇA CORTANTE SEGUNDO O EUROCODE 2

No Eurocode 2, o dimensionamento à força cortante é feito com base em um modelo de treliça de ângulo variável, como mostrado na Figura 17.

A norma diferencia o tratamento para elementos com e sem armadura transversal, e considera que a resistência última seja limitada pelo esmagamento do concreto comprimido.

Figura 17 – Modelo de treliça do Eurocode 2



Fonte: Adaptado de CEN (2004).

Legenda: Fundo branco com esquemas do modelo de treliça para capacidade resistente à força cortante conforme o Eurocode 2. Na parte superior, apresenta-se a idealização da viga fissurada, com identificação do banzo comprimido (A), escoras (B), banzo tracionado (C) e armadura transversal (D), além da indicação do espaçamento dos estribos s , da altura útil d e do ângulo θ das bielas. Também são representadas as forças internas atuantes, incluindo os esforços de compressão e tração nos banzos, a força cortante V e o braço de alavanca $z \approx 0,9d$. Na parte inferior, ilustram-se diferentes configurações de seção transversal, com variação da largura da alma b_w e disposição da armadura longitudinal.

A verificação geral de segurança à força cortante pode ser escrita como:

$$V_{Ed} \leq V_{Rd} \quad (4.6)$$

em que:

- V_{Ed} é a força cortante solicitante de cálculo;
- V_{Rd} é a resistência de cálculo à força cortante.

Para elementos sem armadura transversal, o Eurocode 2 considera que a capacidade resistente à força cortante é garantida apenas pelo concreto. Nesse caso, deve-se verificar se a força cortante solicitante não ultrapassa a resistência mínima da seção.

A resistência de cálculo do concreto à força cortante é dada por:

$$V_{Rd,c} = \left[C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} + k_1 \cdot \sigma_{cp} \right] \cdot b_w \cdot d \quad (4.7)$$

onde:

- $C_{Rd,c}$ é o coeficiente de resistência ao cisalhamento do concreto;
- k é um fator que considera o efeito de escala, definido como

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0, \text{ com } d \text{ em milímetros};$$

- ρ_l é a taxa geométrica de armadura longitudinal, dada por $\rho_l = A_{sl}/(b_w \cdot d) \leq 0,02$, sendo A_{sl} a área de armadura na seção transversal;
- f_{ck} é a resistência característica à compressão do concreto;
- k_1 é o coeficiente que considera a influência das tensões normais;
- σ_{cp} é a tensão média normal de compressão na seção do concreto;
- b_w é a largura da alma da viga;
- d é a altura útil da seção.

No presente trabalho, a parcela $k_1 \cdot \sigma_{cp}$ não é considerada, pois as vigas analisadas não estão submetidas à compressão normal nem à protensão. Assim, adota-se $\sigma_{cp} = 0$, o que elimina essa parcela da expressão.

O Eurocode 2 define um valor mínimo para o esforço cortante do concreto. Esse valor é dado por:

$$V_{Rd,c,min} = (v_{min} + k_1 \cdot \sigma_{cp}) \cdot b_w \cdot d \quad (4.8)$$

sendo v_{min} dependente da resistência do concreto e pode ser calculado como:

$$v_{min} = 0,035 \cdot k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2} \quad (4.9)$$

O fator k considera o efeito de escala aplicado à parcela resistente do concreto, reduzindo sua contribuição.

A verificação para elementos sem armadura transversal deve então atender à condição:

$$V_{Ed} \leq V_{Rd} = \max(V_{Rd,c}, V_{Rd,c,min}) \quad (4.10)$$

4.3 DIMENSIONAMENTO À FORÇA CORTANTE SEGUNDO O ACI 318-19

No ACI 318, o dimensionamento à força cortante é feito a partir da soma das contribuições do concreto e da armadura transversal. Diferentemente de outros códigos, o ACI não explicita a analogia de treliça como modelo conceitual principal, embora o comportamento assumido seja compatível com esse tipo de representação.

De acordo com a norma, a resistência nominal à força cortante de uma viga pode ser expressa como:

$$V_n = V_c + V_s \quad (4.11)$$

onde:

- V_c é a parcela resistente atribuída ao concreto;
- V_s é a parcela resistente fornecida pela armadura transversal.

Cabe ressaltar que, como o ACI 318 utiliza originalmente o sistema imperial, as equações aqui apresentadas foram convertidas para o Sistema Internacional (SI), de acordo com o Apêndice C da norma.

Em conformidade com o escopo deste estudo, a região analisada caracteriza-se como um elemento sem armadura transversal, ou com quantidade inferior à mínima exigida ($A_v < A_{v,min}$). Desse modo, a parcela relativa ao aço é nula ($V_s = 0$), de forma que a capacidade nominal da viga passa a depender diretamente da igualdade $V_n = V_c$. Para essa condição, a resistência do concreto é dada por:

$$V_c = \left[0,66 \cdot \lambda_s \cdot \lambda \cdot (\rho_w)^{1/3} \cdot \sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6 \cdot A_g} \right] \cdot b_w \cdot d \quad (4.12)$$

com os termos:

- λ_s é o coeficiente de efeito de escala, definido por

$$\lambda_s = \sqrt{\frac{2}{1+0,004 \cdot d}} \leq 1,0, \text{ com } d \text{ em milímetros};$$

- λ é o coeficiente de correção de acordo com a composição do concreto, adotado $\lambda = 1,0$ para concreto de peso normal;
- ρ_w é a taxa geométrica de armadura longitudinal tracionada da seção;
- f'_c é a resistência característica à compressão do concreto;
- N_u é o esforço normal solicitante de cálculo;
- A_g é a área bruta da seção transversal de concreto;
- b_w é a largura da alma da viga;
- d é a altura útil da seção transversal.

Neste trabalho, a parcela $N_u/(6 \cdot A_g)$ não foi considerada, pois a viga analisada não está submetida a esforços normais relevantes. Assim, adota-se $N_u = 0$, eliminando essa contribuição no cálculo do esforço cortante resistente.

O efeito de escala é considerado diretamente por meio do coeficiente λ_s , responsável por reduzir a resistência atribuída ao concreto. Embora essa abordagem tente reproduzir o comportamento real do elemento, ela se mostra conservadora, o que pode penalizar excessivamente a contribuição do concreto e levar a estimativas de resistência inferiores à capacidade real da estrutura.

A verificação final da segurança à força cortante baseia-se na condição de que o esforço solicitante de cálculo não deve superar a resistência de cálculo da seção. A condição normativa geral pode ser expressa por:

$$V_u \leq \phi \cdot V_n \quad (4.13)$$

sendo:

- V_u a força cortante solicitante de cálculo;
- ϕ o fator de redução de resistência.

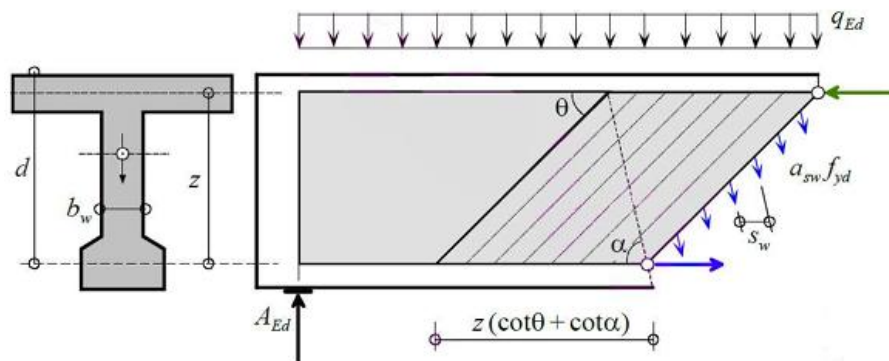
Diante disso, a verificação de segurança exige o cumprimento simultâneo de duas condições: a força cortante solicitante deve ser limitada pela capacidade de cálculo do elemento ($V_u \leq \phi \cdot V_c$), enquanto a contribuição isolada do concreto é restrita a um limite superior normativo, definido por:

$$V_c \leq V_{c,max} = 0,42 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d \quad (4.14)$$

4.4 DIMENSIONAMENTO À FORÇA CORTANTE SEGUNDO O FIB MODEL CODE 2010

O fib Model Code 2010 propõe uma abordagem mais mecanicamente fundamentada para o dimensionamento ao cisalhamento em elementos de concreto armado. Essa abordagem se baseia na Teoria do Campo de Compressão Modificado (MCFT). O modelo de análise do cisalhamento é ilustrado pela Figura 18.

Figura 18 – Geometria do modelo de treliça do fib Model Code 2010



Fonte: fib Model Code (2012).

Legenda: Fundo branco com esquema da geometria do modelo de treliça para cisalhamento conforme o fib Model Code. À esquerda, apresenta-se a seção transversal da viga, com indicação da altura útil d , da largura da alma b_w e do braço de alavanca z . À direita, ilustra-se a idealização da treliça, com bielas comprimidas inclinadas formando um ângulo θ em relação ao eixo longitudinal e armadura transversal inclinada de ângulo α , com espaçamento s_w . São indicadas as forças atuantes, incluindo o carregamento distribuído q_{Ed} , a força cortante V , a resultante na armadura transversal $a_{sw}f_{yd}$ e a reação de apoio A_{Ed} .

Diferentemente de normas mais prescritivas, o Model Code adota um modelo dependente do estado de deformações. Isso permite representar de forma mais realista os mecanismos resistentes que passam a atuar após a fissuração diagonal do concreto.

O dimensionamento é feito no Estado Limite Último (ELU), atendendo à condição geral:

$$V_{Ed} \leq V_{Rd} \quad (4.15)$$

em que:

- V_{Ed} é a força cortante solicitante de cálculo;
- V_{Rd} é a resistência de cálculo à força cortante.

De forma geral, o cálculo do esforço cortante é considerado como a soma das contribuições do concreto fissurado e da armadura transversal:

$$V_{Rd} = V_{Rd,c} + V_{Rd,s} \quad (4.16)$$

com os termos:

- $V_{Rd,c}$ a parcela resistente atribuída ao concreto fissurado;
- $V_{Rd,s}$ a parcela resistente fornecida pela armadura transversal.

Conforme discutido nos subitens anteriores, a capacidade resistente nominal do elemento restringe-se à parcela puramente dependente dos mecanismos internos do concreto ($V_{Rd} = V_{Rd,c}$). Essa contribuição do concreto fissurado é avaliada em função das deformações do elemento e pode ser expressa por:

$$V_{Rd,c} = k_v \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} \cdot b_w \cdot z \quad (4.17)$$

nos quais:

- k_v é o coeficiente associado ao estado de deformações do elemento;
- γ_c é o coeficiente parcial de segurança do concreto;
- b_w é a largura da alma da seção.

Ao considerar o estado de deformações do elemento, o fib Model Code 2010 consegue incorporar fenômenos associados ao efeito de escala e à degradação da

transferência de tensões no concreto fissurado, reduzindo a contribuição resistente do concreto em elementos de grandes dimensões.

A determinação de k_v depende diretamente da deformação longitudinal média do elemento fissurado, representada por ε_x . Para elementos de concreto armado, essa deformação é obtida por:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{2 \cdot E_s \cdot A_s} \cdot \left[\frac{M_{Ed}}{z} + V_{Ed} + N_{Ed} \cdot \left(\frac{1}{2} \pm \frac{\Delta e}{z} \right) \right] \quad (4.18)$$

para:

- E_s é o módulo de elasticidade do aço;
- A_s é a área da armadura longitudinal tracionada;
- M_{Ed} é o momento fletor solicitante de cálculo;
- N_{Ed} é o esforço normal solicitante;
- Δe é a excentricidade do esforço normal em relação ao centroide da seção;

No presente trabalho, os efeitos associados aos esforços normais não foram considerados, uma vez que as vigas analisadas não estão submetidas a compressão axial nem à protensão significativa. Assim, adota-se $N_{Ed} = 0$, eliminando a parcela correspondente da expressão.

Para o cálculo final do parâmetro k_v , o fib Model Code 2010 define diferentes níveis de aproximação (*Levels of Approximation – LoA*) para o dimensionamento ao cisalhamento em elementos de concreto armado. Esses níveis diferem principalmente quanto ao grau de refinamento utilizado para representar os mecanismos resistentes do elemento fissurado.

- **Nível de Aproximação I (LoA I):** corresponde ao nível mais simplificado de aproximação do modelo, baseado em um modelo de treliça com ângulo variável e hipóteses mais conservadoras. Pode ser utilizado de forma geral na concepção estrutural e no dimensionamento preliminar de novos elementos.
- **Nível de Aproximação II (LoA II):** representa um nível intermediário de aproximação, baseado em uma abordagem generalizada de campos de tensões. Nesse nível, parâmetros resistentes passam a depender explicitamente da deformação longitudinal média da seção, sendo apropriado

tanto para o dimensionamento de novos elementos quanto para avaliações gerais de membros existentes.

- **Nível de Aproximação III (LoA III):** corresponde ao nível mais refinado de aproximação dentre os três, sendo baseado em uma formulação simplificada da MCFT. Nesse nível, a contribuição resistente do concreto fissurado passa a ser considerada, permitindo análises mais elaboradas de elementos submetidos a estados complexos de carregamento.

Para elementos sem armadura transversal, o fib Model Code 2010 define apenas os níveis de aproximação LoA I e LoA II para avaliação da contribuição resistente do concreto fissurado.

No presente trabalho, o LoA I não foi utilizado para elementos sem armadura transversal, uma vez que esse nível de aproximação foi originalmente calibrado para armaduras longitudinais com $f_{yk} \leq 600$ MPa. Como as vigas analisadas utilizam armadura longitudinal com $f_{yk} = 830$ MPa, optou-se pela utilização de níveis de aproximação compatíveis com esse intervalo de resistência.

No LoA II, o coeficiente k_v para o concreto pode ser obtido por:

$$k_v = \frac{0,4}{(1+1500 \cdot \varepsilon_x)} \cdot \frac{1300}{(1000+k_{dg} \cdot z)} \quad (4.19)$$

A variável k_{dg} representa o parâmetro associado ao tamanho máximo do agregado graúdo, estando relacionada à capacidade do concreto de transferir forças através da rugosidade das fissuras.

5 MODELAGEM NUMÉRICA POR ELEMENTOS FINITOS NO ABAQUS/CAE

Neste capítulo, é apresentada a metodologia adotada para a modelagem numérica de vigas de grande escala de concreto armado utilizando o Método dos Elementos Finitos (MEF) no software ABAQUS/CAE.

Os resultados numéricos foram utilizados para analisar o comportamento ao cisalhamento das vigas e comparados com as previsões das normas estudadas no Capítulo 4.

5.1 MODELAGEM NUMÉRICA DO CONCRETO: O MODELO CONCRETE DAMAGED PLASTICITY (CDP)

A simulação do comportamento de vigas de concreto armado submetidas ao cisalhamento, utilizando o Método dos Elementos Finitos (MEF), exige modelos constitutivos capazes de representar tanto a não linearidade quanto a degradação do material.

O modelo *Concrete Damaged Plasticity* (CDP), proposto por Lubliner et al. (1989) e posteriormente refinado por Lee e Fenves (1998), é um dos mais utilizados. Isso se deve à sua capacidade de representar o comportamento inelástico do concreto tanto à tração quanto à compressão.

O CDP combina conceitos de plasticidade com mecânica do dano escalar. Diferente de modelos baseados em fissuração discreta, ele adota a abordagem de fissura distribuída (*smeared crack*). Nesse caso, a fissuração não é representada por descontinuidade explícita na malha, mas sim pela degradação progressiva das propriedades do material e pela evolução de variáveis internas (Lubliner et al., 1989; Lee; Fenves, 1998).

A escolha do CDP neste trabalho está relacionada à sua robustez numérica na simulação do concreto fissurado. Em comparação com outros modelos, ele oferece uma representação mais consistente da degradação de rigidez e da interação plástica, sendo especialmente adequado para situações em que o cisalhamento gera estados multiaxiais de tensão (Abaqus, 2023).

5.1.1 Fundamentos do modelo CDP

O modelo CDP parte da ideia de que a falha do concreto ocorre basicamente por dois mecanismos: esmagamento sob compressão e fissuração sob tração. A resposta tensão–deformação é controlada por variáveis de dano escalar, sendo d_t

associado à tração e d_c à compressão. Essas variáveis variam de zero, que representa o material íntegro, até um, correspondente à perda total da capacidade resistente (Lee; Fenves, 1998).

A relação constitutiva do modelo pode ser expressa por:

$$\sigma = (1 - d) \cdot E_0 : (\varepsilon - \varepsilon_{pl}) \quad (5.1)$$

onde:

- σ é o tensor de tensões nominais;
- d é a variável escalar de degradação da rigidez;
- E_0 é o tensor elástico inicial do material não danificado;
- ε é o tensor de deformações totais;
- ε_{pl} é o tensor de deformações plásticas.

Uma característica importante desse modelo é a possibilidade de recuperação parcial da rigidez quando há inversão dos esforços, o que está associado ao fechamento de fissuras. Esse efeito é relevante em análises mais complexas, nas quais ocorrem redistribuições significativas de tensões antes da ruptura final (Lee; Fenves, 1998).

5.1.2 Comportamento do concreto à compressão

No caso da compressão, o modelo CDP considera inicialmente um comportamento elástico. Em seguida, o material entra em uma fase de endurecimento plástico (*hardening*), até atingir a tensão máxima de compressão (f_c). Após esse ponto, ocorre o amolecimento (*softening*), que representa o processo de esmagamento das bielas de concreto (Lee; Fenves, 1998).

Em vigas altas, especialmente em Regiões D, as tensões de compressão nas bielas tendem a ser elevadas e com caráter multiaxial. Nesse contexto, a definição adequada dessa curva de compressão é fundamental. É a partir dela que o ABAQUS consegue distinguir se a ruptura da viga está associada ao esgotamento da armadura transversal ou ao esmagamento do concreto (Červenka; Papanikolaou, 2008).

5.1.3 Comportamento do concreto à tração

Na tração, o comportamento do concreto pode ser dividido em duas etapas. Inicialmente, há uma fase elástica linear, que se estende até a tensão de ruptura (f_{tk}). A partir desse ponto, o material passa a apresentar amolecimento a tração (*tension softening*), associado à formação e propagação das fissuras, cuja resposta pós-fissuração tem papel relevante na rigidez e na capacidade resistente da estrutura (Abaqus, 2023).

No modelo CDP, esse comportamento é representado pelo *tension stiffening*, que considera a transferência de tensões no concreto fissurado devido à interação com a armadura, permitindo reproduzir o comportamento entre fissuras de forma mais realista (Červenka; Papanikolaou, 2008).

Para evitar que os resultados dependam excessivamente do tamanho da malha, utiliza-se o critério de energia de fratura de Hillerborg (G_f). Essa abordagem vincula a queda de tensão à abertura de fissuras e não à deformação, mantendo a energia de fratura constante mesmo se houver alterações na malha (Hillerborg et al., 1976).

5.1.4 Parâmetros do modelo CDP

Para a definição completa do modelo CDP no ABAQUS, são necessários cinco parâmetros de calibração, responsáveis por descrever tanto a superfície de escoamento quanto o potencial plástico do material:

- **Ângulo de Dilatância (ψ):** Representa o aumento de volume do concreto sob compressão devido à fissuração interna.
- **Excentricidade (ϵ):** Parâmetro que controla a curvatura da superfície de potencial plástico, influenciando a resposta volumétrica do material sob confinamento.
- **f_{b0}/f_{c0} :** Razão entre a resistência à compressão biaxial inicial e a resistência uniaxial inicial.
- **K_c :** Parâmetro que controla a forma da superfície de escoamento do concreto, diferenciando o comportamento do material sob estados de tração e compressão.
- **Parâmetro de Viscosidade (μ):** Utilizado em análises para melhorar a convergência numérica em problemas de amolecimento severo.

(Abaqus, 2023).

5.2 PROPRIEDADES DOS MATERIAIS

5.2.1 Concreto

O comportamento inelástico do concreto foi representado pelo modelo CDP, disponível no ABAQUS, conforme apresentado anteriormente. Neste trabalho, foram consideradas três classes de resistência à compressão (f_c): 30 MPa, 40 MPa e 50 MPa.

Para a definição do comportamento do concreto à compressão, foi adotado o modelo proposto por Carreira e Chu (1985), que descreve de forma contínua a relação tensão–deformação até o pico resistente. A relação é expressa por:

$$\sigma_c(\varepsilon_c) = f_{cm} \cdot \left(\frac{\beta \cdot (\varepsilon_c / \varepsilon_{c1})}{\beta - 1 + (\varepsilon_c / \varepsilon_{c1})^\beta} \right) \quad (5.2)$$

em que:

- σ_c : tensão de compressão do concreto;
- ε_c : deformação específica de compressão;
- f_{cm} : resistência média à compressão;
- ε_{c1} : deformação correspondente à tensão máxima;
- β : parâmetro que define o formato da curva, calculado por

$$\beta = \frac{1}{1 - \frac{f_{cm}}{\varepsilon_{c1} \cdot E_c}} \quad (5.3)$$

Sendo E_c o módulo de elasticidade do concreto. A deformação correspondente à tensão máxima (ε_{c1}) é definida como:

$$\varepsilon_{c1} = 0,7 \cdot \frac{f_{cm}^{0,31}}{1000} \quad (5.4)$$

Para o comportamento à tração, o modelo foi dividido em duas etapas: uma fase elástica linear até a tensão de ruptura e, após a fissuração, uma fase de amolecimento baseada no modelo de Hordijk (1991), expressa por:

$$\sigma_t(w) = f_{ct} \cdot \left\{ \left[1 + \left(c_1 \cdot \frac{w}{w_c} \right)^3 \right] \cdot e^{-c_2 \frac{w}{w_c}} - \frac{w}{w_c} \cdot (1 + c_1^3) \cdot e^{-c_2} \right\} \quad (5.5)$$

Nesta formulação:

- $\sigma_t(w)$: tensão de tração em função da abertura da fissura;
- f_{ct} : resistência à tração direta do concreto;
- w : abertura da fissura;
- w_c : abertura crítica de fissura;
- c_1 e c_2 : constantes do modelo, adotadas como 3 e 6,93, respectivamente.

A abertura crítica de fissura (w_c) é definida em função da energia de fratura (G_f):

$$w_c = 5,14 \cdot \frac{G_f}{f_{ctm}} \quad (5.6)$$

A energia de fratura foi determinada conforme o CEB-FIP Model Code 1990:

$$G_f = G_{f0} \cdot \left(\frac{f_{cm}}{10} \right)^{0,7} \quad (5.7)$$

Sendo G_{f0} o coeficiente de energia de fratura de base, parâmetro relacionado ao tamanho máximo do agregado graúdo.

Embora o CDP permita a utilização das variáveis de dano para representar a degradação da rigidez, conforme as formulações de Yu et al. (2010), optou-se por não inserir esses parâmetros na calibração do material no Abaqus. A não linearidade e a dissipação de energia foram incorporadas através da resposta de amolecimento e da plasticidade do material.

Essa decisão é válida porque o foco é a estimativa da carga última e do comportamento global da estrutura, priorizando a estabilidade numérica no regime pós-pico.

Por fim, adotaram-se os parâmetros para o comportamento plástico do concreto conforme apresentado na Tabela 1.

Tabela 1 – Parâmetros de plasticidade do modelo CDP

Parâmetro	Símbolo	Descrição	Valor adotado
Ângulo de dilatação	ψ	Controla a dilatação do concreto sob compressão	15°
Excentricidade	ε	Define a forma do potencial plástico	0,1
Razão biaxial/uniaxial	f_{b0}/f_{c0}	Relação entre resistências biaxial e uniaxial	1,16
Parâmetro de forma da superfície	K_c	Controla a forma da superfície de escoamento	0,667
Parâmetro de viscosidade	μ	Regularização para convergência numérica	0,00005

Fonte: Produção do próprio autor.

O ângulo de dilatação ψ e o parâmetro de viscosidade μ foram calibrados com o propósito de melhor representar o resultado experimental.

5.2.2 Aço

As armaduras foram modeladas com comportamento elastoplástico perfeito, adotando-se módulo de elasticidade de $E_s = 200 \text{ GPa}$. A tensão de escoamento (f_{yk}) foi definida conforme a função estrutural de cada componente: 420 MPa para os estribos (armadura transversal) e 830 MPa para as barras longitudinais.

Como a modelagem foi realizada em um domínio bidimensional, foi necessário ajustar a área da seção transversal dos elementos de treliça para garantir equivalência com a viga tridimensional de referência. Para isso, adotou-se uma abordagem baseada na equivalência de áreas:

- **Armadura Transversal:** a área corresponde à soma das áreas dos estribos ($D=15,6 \text{ mm}$) para um ramo que atravessaria a seção transversal na largura real da viga;
- **Armadura Longitudinal:** a área foi definida como a resultante da soma das áreas das barras longitudinais ($D=28,6 \text{ mm}$) presentes no detalhamento original.

Essa estratégia permite manter a equivalência tanto da rigidez axial do aço quanto da taxa de armadura nos modelos numéricos, em relação ao ensaio experimental de referência.

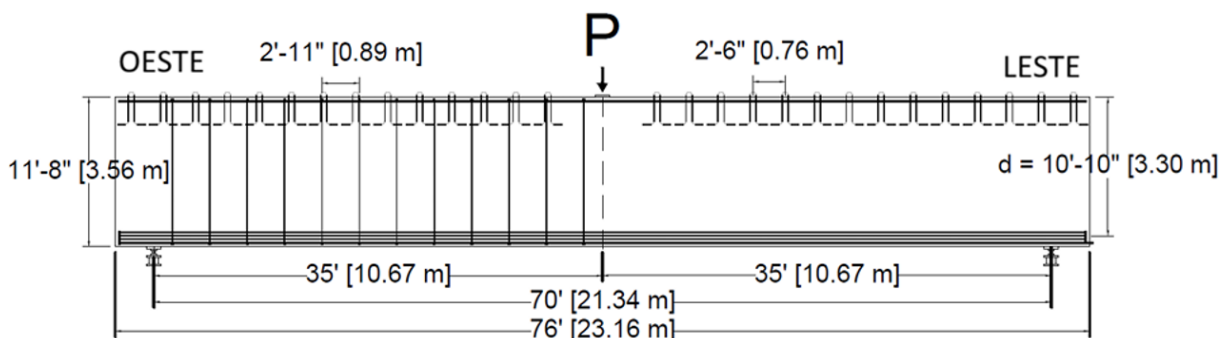
5.3 INTERAÇÃO AÇO-CONCRETO

A interação entre o aço e o concreto foi representada por meio do comando *Embedded Region* (Região Incorporada), assumindo aderência perfeita entre os materiais.

5.4 GEOMETRIA E DISCRETIZAÇÃO DA MALHA

A geometria da viga analisada, assim como as condições de carregamento e o detalhamento das armaduras, está apresentada na Figura 19. O modelo representa uma viga de grande porte submetida a uma carga concentrada no meio do vão, com armadura longitudinal contínua e armadura transversal parcialmente distribuída ao longo do comprimento.

Figura 19 – Geometria, carregamento e detalhamento da armadura da viga analisada

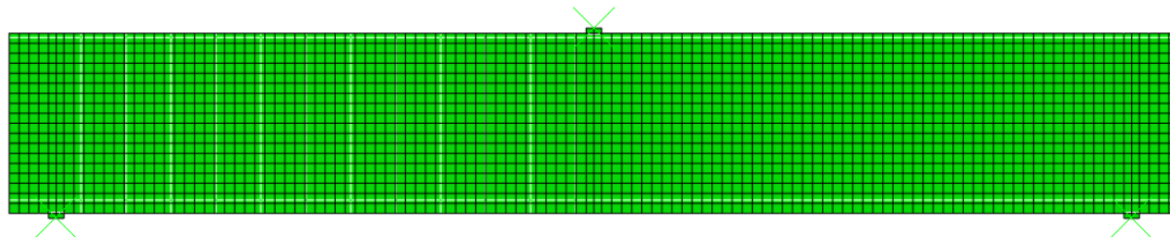


Fonte: Adaptado de Moehle e Zhai (2021).

Legenda: Fundo branco com esquema da geometria e do detalhamento de uma viga de concreto armado submetida a carga concentrada. Apresenta-se uma viga biapoiada com carga P aplicada no meio do vão, com comprimento total de aproximadamente 21,34 m, subdividida em dois trechos de 10,67 m, e extensão total indicada de 23,16 m. Ao longo do elemento, observa-se a distribuição da armadura transversal nas regiões identificadas como oeste e leste, com espaçamento de 0,89 m. Também são indicadas as dimensões verticais, incluindo a altura total da seção de 3,56 m e a altura útil d de aproximadamente 3,30 m.

O concreto foi discretizado com elementos de tensão plana (*Plane Stress*) quadrilaterais de quatro nós (CPS4R), enquanto as armaduras longitudinais e transversais foram modeladas por elementos de treliça bidimensionais de dois nós (T2D2). A Figura 20 mostra a discretização adotada no modelo.

Figura 20 – Discretização da malha no modelo numérico



Fonte: Resultado obtido no ABAQUS.

Legenda: Fundo branco com representação da discretização da malha do modelo numérico ao longo da viga. Apresenta-se uma malha estruturada composta por elementos quadrangulares distribuídos de forma regular, com subdivisão uniforme em toda a extensão do elemento. Observam-se também marcações indicando as regiões de apoio e o ponto de aplicação de carregamento na parte superior central da viga.

A partir da modelagem das armaduras e do uso coerente de suas propriedades, foi possível realizar um estudo paramétrico com 12 modelos, variando a taxa de armadura longitudinal na seção transversal em 0,46%, 0,92%, 1,38% e 1,84%.

A malha base adotada foi de 200 mm, valor definido após a realização de um estudo de convergência. Contudo, o tamanho dos elementos foi ajustado globalmente em modelos específicos para garantir a obtenção da solução e a precisão dos resultados. Essa estratégia permitiu equilibrar a qualidade dos resultados, a estabilidade numérica e o custo computacional.

Por fim, como o foco do trabalho é a estimativa da carga última global e a identificação do modo de ruptura governado pelo cisalhamento, a modelagem adotada se mostrou compatível com esse objetivo.

5.5 CONDIÇÕES DE CONTORNO

A interação entre os componentes do modelo foi definida de modo a garantir a transferência contínua de esforços e a estabilidade da análise não linear. As armaduras longitudinais e transversais foram acopladas ao concreto por meio da restrição *Embedded Region*, conforme descrito no item 5.3.

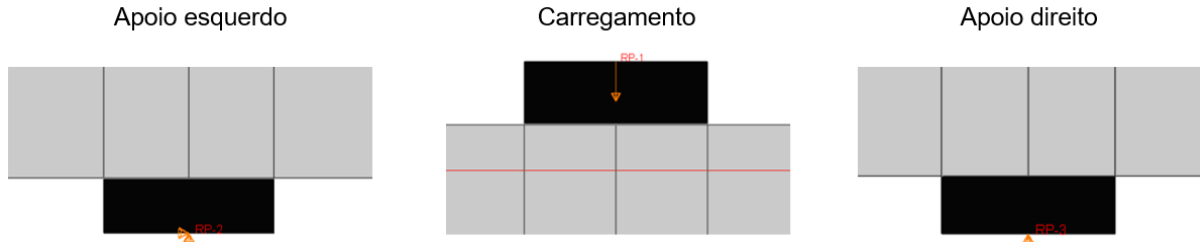
As condições de contorno foram estabelecidas para representar o sistema biapoiado da viga do ensaio experimental de referência. Para evitar problemas como concentrações de tensão e esmagamento localizado nos nós, tanto as reações de apoio quanto a aplicação da carga foram feitas com o uso de blocos de distribuição. A interface entre a viga e esses blocos foi modelada com contato mecânico do tipo *Hard Contact*, utilizando o algoritmo superfície-a-superfície (*surface-to-surface*). Nessa definição, as superfícies dos blocos de apoio foram consideradas como

superfícies mestras (*master*), enquanto as superfícies correspondentes da viga foram tratadas como superfícies escravas (*slave*).

A aplicação das cargas e das restrições de movimento foi concentrada em *Reference Points* (RP), conectados aos blocos por meio da restrição *Rigid Body*, garantindo que eles atuem como corpos rígidos durante a análise. Isso permite que os esforços sejam corretamente transferidos entre os pontos de controle e as superfícies do modelo.

No apoio esquerdo, foram restringidas as translações nas direções horizontal e vertical ($U1 = U2 = 0$), o que representa um apoio fixo. Já no apoio direito, restringiu-se apenas o deslocamento vertical ($U2 = 0$), caracterizando um apoio móvel. O carregamento foi aplicado por deslocamento prescrito no RP central superior, o que permitiu acompanhar a resposta estrutural ao longo de toda a trajetória, inclusive após o pico de carga. Esse esquema é ilustrado na Figura 21.

Figura 21 – Representação das condições de contorno e do carregamento no modelo numérico



Fonte: Resultado obtido no ABAQUS.

Legenda: Fundo branco com a representação das condições de contorno e do carregamento no modelo numérico. A viga discretizada é representada pela malha cinza, com os pontos de referência (RPs) indicados em vermelho e as setas de restrição e carregamento na cor laranja. À esquerda, observa-se o apoio fixo constituído por um bloco inferior preto e setas de restrição ligadas ao RP-2; ao centro, a região de aplicação de carga no meio do vão, composta por um bloco superior preto, linha horizontal vermelha representando a armadura longitudinal superior e uma seta vertical descendente associada ao RP-1; e à direita, o apoio móvel, indicado por seu respectivo bloco inferior preto e setas de vínculo conectadas ao RP-3.

Para melhorar a convergência numérica durante a fase de fissuração mais intensa, foi adotado um parâmetro de viscosidade reduzido ($\mu = 5 \times 10^{-5}$) no modelo CDP, conforme indicado na Tabela 1. Esse parâmetro funciona como um regulador, ajudando a estabilizar a solução sem alterar de forma relevante a resposta global da estrutura.

5.6 ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO NUMÉRICA

A resolução das equações de equilíbrio foi realizada no *Abaqus/Standard*, utilizando o método iterativo de Newton-Raphson (Abaqus, 2023). Como o problema envolve forte não linearidade, a análise foi dividida em dois estágios lógicos (*Steps*). Essa divisão ajuda a garantir uma aplicação mais estável do carregamento:

- **Step 1 (Efeito da Gravidade):** Destinado à aplicação do peso próprio da viga. Para isso, utilizou-se a função *Gravity*, adotando aceleração de $10,0 \text{ m/s}^2$ e densidade do concreto de 2500 kg/m^3 . Esse carregamento foi aplicado ao longo de um tempo de passo de $1,0 \text{ s}$, de forma que a estrutura já iniciasse o passo seguinte com um estado de tensões previamente estabelecido.
- **Step 2 (Carregamento Externo):** Esse carregamento foi imposto por meio de controle de deslocamento no ponto de referência localizado no bloco rígido central da viga. O deslocamento foi aplicado de forma uniforme ao longo da análise, transferido para a estrutura por meio do bloco de distribuição, com valor base para os modelos de 75 mm . A análise seguiu até o tempo fictício de $1,0 \text{ s}$ ou até que o solver deixasse de convergir.

Os dados utilizados na análise foram obtidos a partir das forças de reação (*Reaction Forces* - RF) no ponto em que deslocamento foi aplicado. A partir disso, foram construídas as curvas de capacidade que servem de base para os resultados apresentados no Capítulo 6.

A carga de ruptura foi definida como o valor máximo da força de reação, correspondente ao pico da curva carga-deslocamento. Esse ponto está associado à perda progressiva de rigidez do elemento e representa o esgotamento da capacidade resistente ao cisalhamento.

Os resultados obtidos, assim como a comparação com as previsões normativas, são apresentados e discutidos no capítulo seguinte.

6 RESULTADOS E DISCUSSÃO

6.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

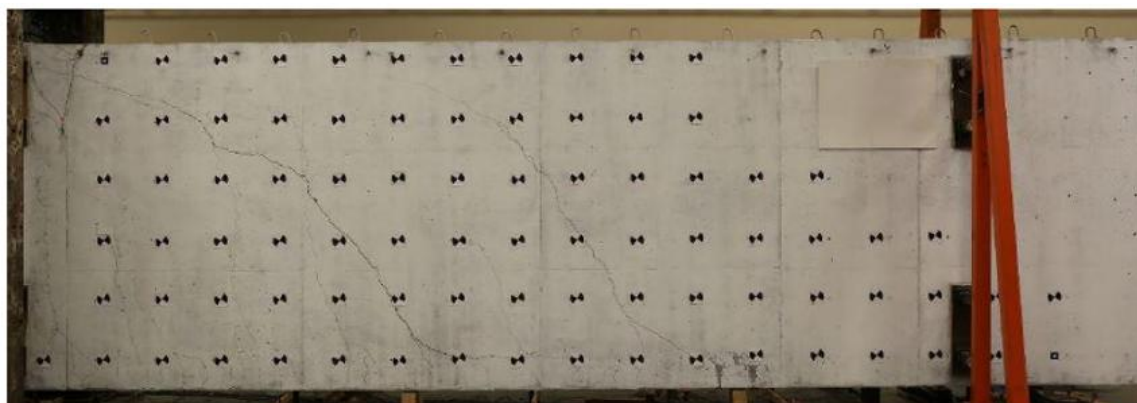
Este capítulo apresenta os resultados obtidos ao longo do trabalho, reunindo os dados experimentais de referência, produzidos por Moehle e Zhai (2021), os resultados da modelagem numérica e as estimativas analíticas da resistência à força cortante com base nas principais normas de projeto.

6.2 RESULTADOS EXPERIMENTAIS DE REFERÊNCIA

Os resultados experimentais utilizados como base para este trabalho correspondem à primeira fase de carregamento da viga ensaiada por Moehle e Zhai (2021). Nessa etapa, a capacidade da viga foi governada pela ausência de armadura transversal na seção leste, que acabou determinando o modo de ruptura inicial e limitando a resistência do elemento.

A falha inicial ocorreu de forma frágil, com formação de fissuras diagonais inclinadas, ligando a região de aplicação da carga ao apoio. Esse comportamento pode ser observado na fotografia da Figura 22.

Figura 22 – Fotografia da ruptura experimental da viga na seção leste

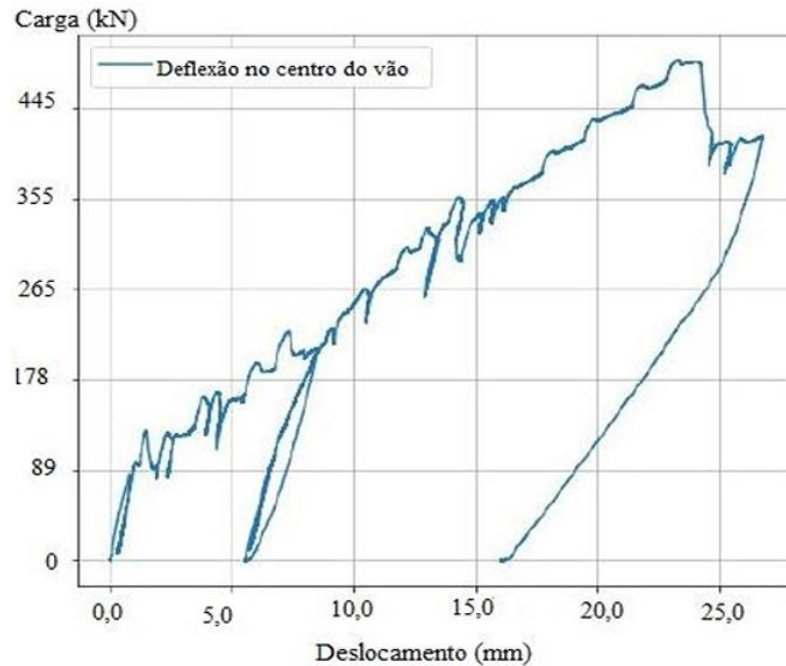


Fonte: Moehle e Zhai (2021).

Legenda: Fotografia da viga após o ensaio experimental. A fotografia retrata a seção leste apresentando superfície do concreto contendo marcações distribuídas e presença de fissuras visíveis ao longo do elemento. A imagem mostra a viga apoiada em estrutura de ensaio, com elementos de suporte visíveis nas extremidades.

A resposta global da viga ao longo do ensaio é apresentada na curva carga-deslocamento da Figura 23, focando-se na seção leste analisada.

Figura 23 – Curva carga-deslocamento do ensaio experimental na seção leste



Fonte: Adaptado de Moehle e Zhai (2021), com base em Mendes (2022).

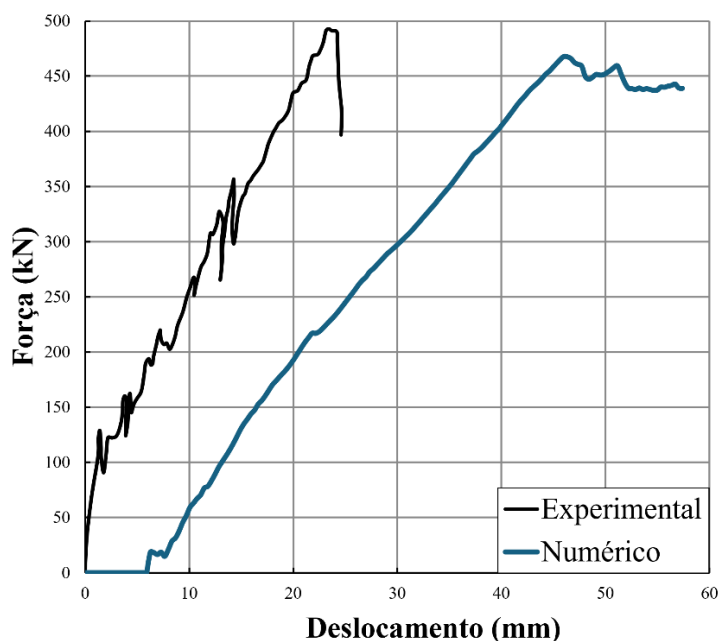
Legenda: Fundo branco com curva carga em função do deslocamento obtida no ensaio experimental. Apresenta-se a curva referente à seção leste com eixo horizontal representando o deslocamento (mm) e eixo vertical a carga (kN). A curva é apresentada por linha contínua em azul, com presença de oscilações e variações ao longo do traçado.

6.3 VALIDAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO DE REFERÊNCIA

A validação foi feita a partir da comparação entre a resposta do modelo calibrado no ABAQUS/CAE e os dados experimentais. Para isso, o modelo foi configurado com as mesmas propriedades da viga de referência, como geometria, resistência à compressão do concreto e taxas de armadura.

A Figura 24 apresenta essa comparação por meio das curvas carga-deslocamento obtidas experimentalmente e numericamente.

Figura 24 – Comparação das curvas carga-deslocamento entre ensaio experimental e modelo numérico calibrado



Fonte: Próprio autor – EXCEL.

Legenda: Fundo branco com gráfico de comparação entre curvas de força em função do deslocamento obtidas experimentalmente e por modelo numérico calibrado. O eixo horizontal representa o deslocamento (mm) e o eixo vertical a força (kN). A curva experimental é apresentada por linha contínua preta, com presença de oscilações e variações ao longo do traçado. A curva obtida no modelo numérico é indicada por linha contínua azul, com comportamento aproximadamente linear após um trecho inicial de força nula. Nota-se ainda a presença de legenda interna para a identificação de cada curva por cor.

O modelo numérico conseguiu representar bem a resposta global da viga, com erro relativo de 1,63% na estimativa da carga última, conforme Tabela 2. As diferenças observadas na fase pós-fissuração podem estar relacionadas a simplificações da modelagem, como a hipótese de aderência perfeita entre o aço e o concreto.

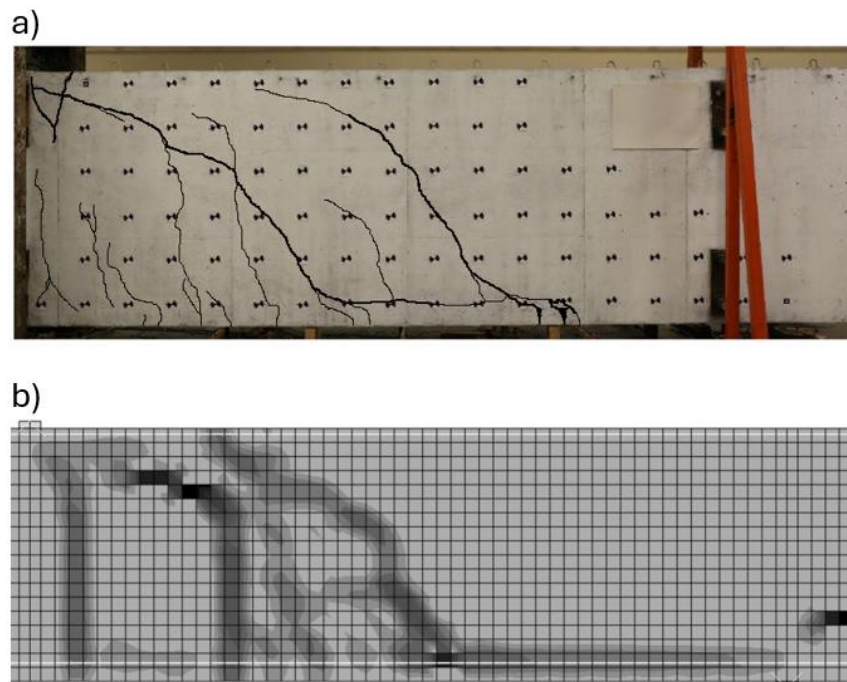
Tabela 2 – Comparação da carga última experimental e numérica

Modelo	Carga última experimental (kN)	Carga última numérica (kN)	Erro (%)
Viga de referência	492,76	484,86	1,63

Fonte: Produção do próprio autor.

Além da resposta global da estrutura, avaliou-se o aspecto qualitativo da ruptura por meio do padrão de fissuração da viga. A Figura 25 apresenta a comparação entre o comportamento observado no ensaio experimental e o resultado obtido no modelo numérico calibrado.

Figura 25 – Comparação do padrão de fissuração entre o ensaio experimental (a) e o modelo numérico (b)



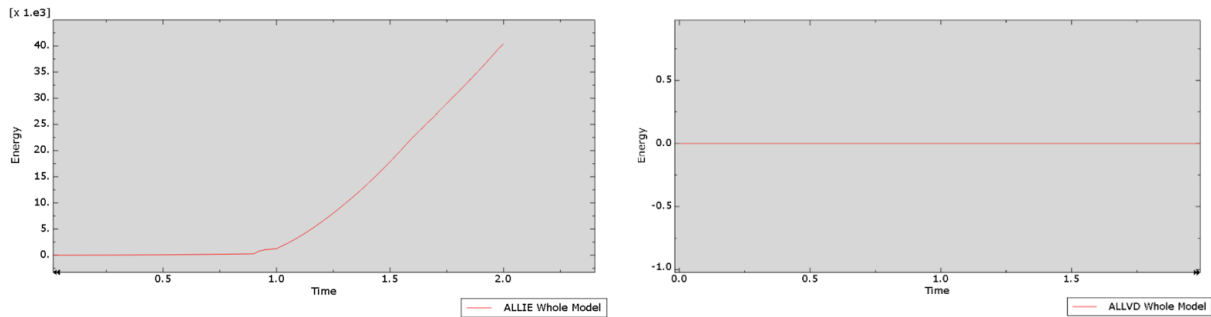
Fonte: a) Adaptado de Moehle e Zhai (2021), b) Resultado obtido no ABAQUS.

Legenda: Fundo branco com comparação visual do padrão de fissuração na ruptura da viga. Em (a), apresenta-se a fotografia do ensaio experimental com o padrão de fissuração registrado na ruptura da seção leste da viga. Em (b), mostra-se o resultado obtido no modelo numérico desenvolvido no ABAQUS, indicando a região de concentração das deformações associadas ao mecanismo de ruptura.

A Figura 25 mostra que o modelo numérico reproduziu adequadamente a posição e a inclinação da fissura crítica observada no ensaio experimental. Esse resultado indica que o modelo foi capaz de representar o comportamento da viga também sob o aspecto qualitativo.

Para verificar a estabilidade e consistência da solução, foi analisado o balanço de energias ao longo do carregamento. O objetivo foi garantir que a regularização viscosa adotada para auxiliar a convergência não introduzisse efeitos artificiais relevantes. A evolução dessas energias é apresentada na Figura 26.

Figura 26 – Evolução do balanço de energias (ALLIE e ALLVD)



Fonte: Resultados obtidos no ABAQUS.

Legenda: Fundo branco com representação da evolução do balanço de energias no modelo numérico, composta por dois gráficos. À esquerda, apresenta-se a energia interna total (ALLIE) em função do tempo, com eixo horizontal representando o tempo e o eixo vertical a energia, indicada por linha contínua em vermelho, com crescimento progressivo ao longo da análise. À direita, apresenta-se a energia de viscosidade (ALLVD), também em função do tempo, representada por linha vermelha praticamente constante e próxima de zero.

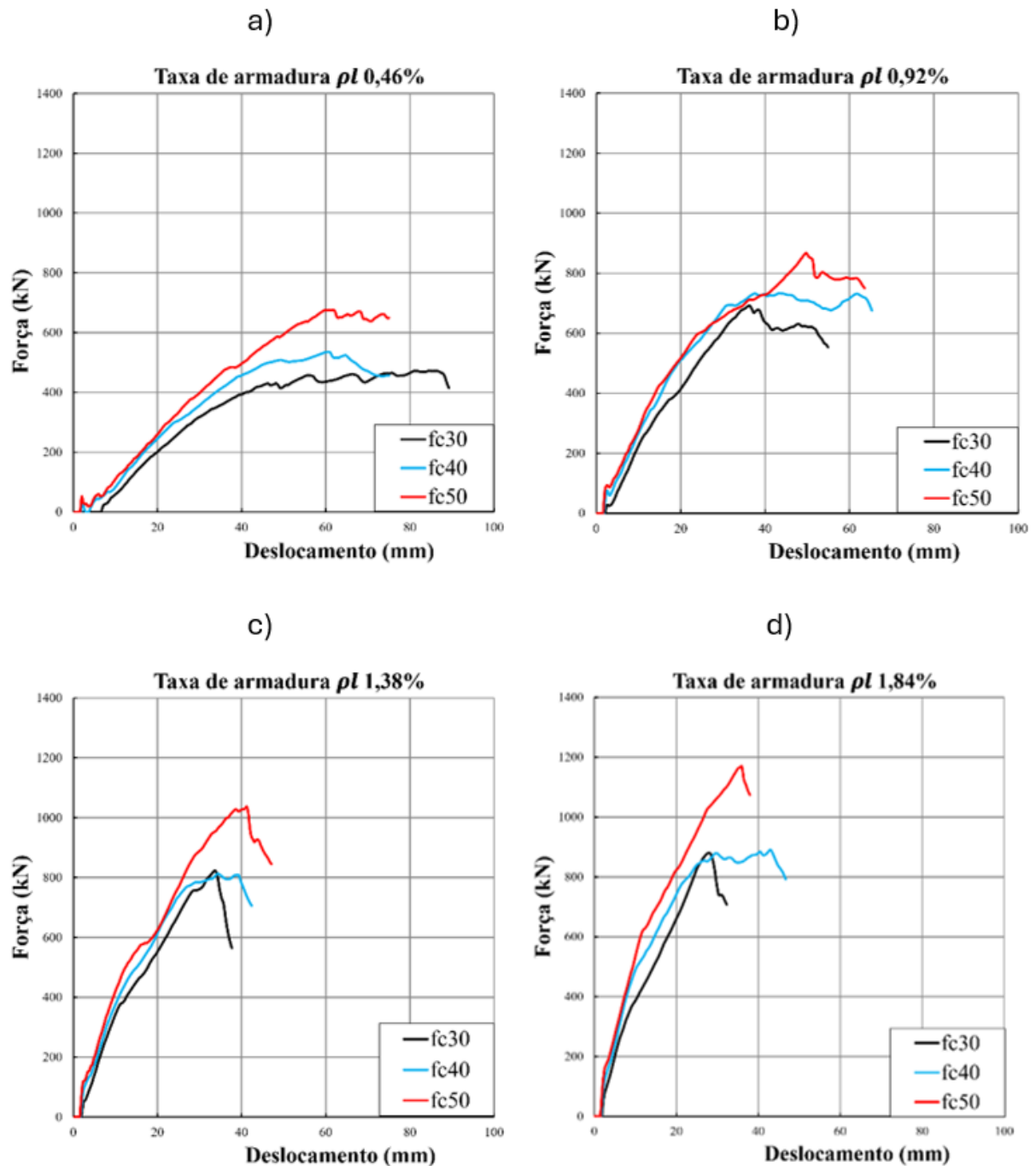
Observa-se que a energia de dissipação viscosa (ALLVD) permaneceu praticamente nula durante toda a análise. Isso indica que a regularização introduziu dissipação artificial nula ou muito baixa. Assim, a resposta estrutural é governada essencialmente pela energia interna do modelo (ALLIE).

Com isso, é possível afirmar que os efeitos numéricos não influenciaram de forma relevante a estimativa da carga última, o que aumenta a confiabilidade dos resultados obtidos.

6.4 RESULTADOS DO ESTUDO PARAMÉTRICO NUMÉRICO

Após a validação do modelo, foi realizado um estudo paramétrico com variação da resistência do concreto (f_c) e da taxa de armadura longitudinal (ρ_l). A influência desses parâmetros na resposta estrutural pode ser observada nas curvas carga-deslocamento apresentadas na Figura 27.

Figura 27 – Curvas carga-deslocamento para diferentes classes de concreto e taxas de armadura longitudinal



Fonte: Próprio autor - EXCEL.

Legenda: Fundo branco com conjunto de quatro gráficos de curvas força em função do deslocamento para diferentes classes de concreto e taxas de armadura longitudinal (0,46%, 0,92%, 1,38% e 1,84%). O eixo horizontal representa o deslocamento (mm) e o eixo vertical a força (kN). Cada gráfico é composto por três curvas contínuas com cores distintas representando as resistências do concreto: 30 MPa (preto), 40 MPa (azul) e 50 MPa (vermelho). As curvas partem da origem e evoluem de forma ascendente até atingirem seus pontos máximos, apresentando posterior queda de inclinação. Nota-se ainda a presença de legendas internas para as taxas de armadura e para as classes de concreto por cor.

Percebe-se que o aumento de f_c leva a um crescimento da carga de ruptura, mas esse aumento não é linear. Para uma mesma taxa de armadura, concretos mais resistentes atingem maiores valores de força, embora essa diferença não ocorra de forma proporcional. Isso acontece devido ao aumento da fragilidade do material sob tensões de tração, bem como à evolução das deformações associadas à fissuração diagonal, fenômenos que limitam o ganho de eficiência mecânica em matrizes de maior resistência (Vecchio; Collins, 1986; Collins; Mitchell, 1991).

O aumento de ρ_l resulta em elevação consistente da carga de ruptura em todos os níveis de resistência do concreto. Esse efeito está relacionado tanto ao efeito de pino das armaduras quanto ao controle das deformações longitudinais, o que contribui para prolongar a atuação do engrenamento dos agregados (Collins; Mitchell, 1991).

Os valores de carga última obtidos nos modelos numéricos são apresentados na Tabela 3.

Tabela 3 – Resultados das cargas últimas dos modelos numéricos

Modelo	f_{ck} (MPa)	ρ_l (%)	Carga última (kN)
MN1	30	0,46	472,93
MN2	30	0,92	692,05
MN3	30	1,38	822,72
MN4	30	1,84	879,96
MN5	40	0,46	534,72
MN6	40	0,92	732,97
MN7	40	1,38	813,11
MN8	40	1,84	891,04
MN9	50	0,46	675,67
MN10	50	0,92	866,77
MN11	50	1,38	1036,96
MN12	50	1,84	1168,97

Fonte: Produção do próprio autor.

De forma geral, observa-se que a taxa de armadura longitudinal exerce uma influência mais significativa no aumento da carga última do que o aumento isolado da resistência à compressão do concreto. Isso ocorre porque uma maior quantidade de armadura longitudinal reduz as deformações médias da viga, o que limita a evolução das fissuras e preserva a capacidade de transferência de forças no concreto fissurado.

6.5 ESTIMATIVA ANALÍTICA DA CAPACIDADE RESISTENTE À FORÇA CORTANTE SEGUNDO CÓDIGOS NORMATIVOS

Foram realizados cálculos analíticos de resistência com base nas diretrizes de projeto selecionadas, com o objetivo de comparar os resultados com a modelagem numérica. Os procedimentos completos adotados para cada norma estão apresentados nos Apêndices deste trabalho.

6.5.1 ABNT NBR 6118:2026

Neste trabalho, foi aplicado o Modelo I da ABNT NBR 6118:2026. Os resultados analíticos obtidos para este modelo estão apresentados na Tabela 4.

Tabela 4 – Resultados analíticos pela NBR 6118:2026 pelo Modelo I

Modelo I		
Modelo	V_{Rd2} (kN)	Região Leste $V_c = V_{Rd}$ (kN)
MN1	5958,39	1016,90
MN2	5958,39	1016,90
MN3	5958,39	1016,90
MN4	5958,39	1016,90
Calibrado	6129,02	1039,38
MN5	7583,41	1231,89
MN6	7583,41	1231,89
MN7	7583,41	1231,89
MN8	7583,41	1231,89
MN9	9027,87	1429,48
MN10	9027,87	1429,48
MN11	9027,87	1429,48
MN12	9027,87	1429,48

Fonte: Produção do próprio autor.

6.5.2 Eurocode 2 (EN 1992-1-1)

Para o Eurocode 2, a Tabela 5 reúne o resumo das análises.

Tabela 5 – Resultados analíticos segundo o Eurocode 2 (EN 1992-1-1)

Modelo	Região Leste	
	$V_{Rd,c,min}$ (kN)	$V_{Rd,c} = V_{Rd}$ (kN)
MN1	223,02	450,24
MN2	223,02	567,27
MN3	223,02	649,36
MN4	223,02	714,71
Calibrado	226,70	455,19
MN5	257,52	495,55

MN6	257,52	624,36
MN7	257,52	714,71
MN8	257,52	786,64
MN9	287,91	533,82
MN10	287,91	672,57
MN11	287,91	769,90
MN12	287,91	847,38

Fonte: Produção do próprio autor.

6.5.3 ACI 318-19

Para o ACI 318-19, a Tabela 6 apresenta a compilação dos resultados obtidos.

Tabela 6 – Resultados analíticos segundo o ACI 318-19

Modelo	Região Leste	
	$V_c = V_n$ (kN)	$V_{c,max}$ (kN)
MN1	189,00	1922,97
MN2	238,12	1922,97
MN3	272,58	1922,97
MN4	300,02	1922,97
Calibrado	192,12	1954,75
MN5	218,24	2220,45
MN6	274,96	2220,45
MN7	314,75	2220,45
MN8	346,43	2220,45
MN9	244,00	2482,54
MN10	307,42	2482,54
MN11	351,90	2482,54
MN12	387,32	2482,54

Fonte: Produção do próprio autor.

Nos modelos com resistência à compressão do concreto de 30 MPa, observou-se que a resistência nominal à força cortante estimada pelo ACI 318 ficou abaixo da solicitação correspondente ao peso próprio da viga (de 261 kN).

Esse resultado chama atenção, pois indica que, em vigas com grande altura útil, o fator de modificação de tamanho previsto na norma pode levar a estimativas bastante conservadoras para a contribuição do concreto, já que está diretamente relacionado à redução dessa parcela resistente à medida que a altura útil aumenta.

Vale destacar que esse comportamento não indica erro no cálculo. Na prática, ele reflete o efeito da aplicação do modelo do ACI fora do intervalo para o qual foi originalmente calibrado.

Esses resultados evidenciam uma limitação da formulação normativa quando aplicada a vigas de grande porte, reforçando a necessidade de análises complementares para avaliar o comportamento ao cisalhamento nesses casos.

6.5.4 fib Model Code 2010

Para o fib Model Code 2010, foram aplicados os Níveis de Aproximação (LoA) de forma individualizada para a região leste (elementos sem armadura transversal). O LoA I não foi utilizado em função das limitações de aplicabilidade anteriormente discutidas. A Tabela 7 apresenta os resultados obtidos para cada caso.

Tabela 7 – Resultados analíticos segundo o fib Model Code 2010 para elementos sem armadura transversal

Região Leste - Nível de Aproximação II (LoA II)	
Modelo	$V_{Rd,c} = V_{Rd}$ (kN)
MN1	715,26
MN2	869,82
MN3	973,72
MN4	1062,90
Calibrado	718,78
MN5	779,33
MN6	980,77
MN7	1129,12
MN8	1222,46
MN9	772,00
MN10	1018,29
MN11	1149,02
MN12	1243,09

Fonte: Produção do próprio autor.

6.6 ANÁLISE COMPARATIVA E DISCUSSÃO

Neste item, é feita a comparação entre os resultados obtidos na análise numérica e as previsões fornecidas pelos modelos normativos.

As Tabelas 8 e 9 apresentam os índices de conservadorismo, definidos pela razão entre a força cortante obtida numericamente e a resistência prevista analiticamente (V_{num}/V_{Rd}). O valor de V_{num} corresponde à reação de apoio no modelo numérico para a carga última.

Além disso, para avaliar a variabilidade dos resultados entre os diferentes modelos, foram calculados a média e o coeficiente de variação (COV) dos índices obtidos.

Tabela 8 – Resultados numéricos da carga última F_u e da força cortante V_{num} nos apoios da viga

Modelo (f_{ck} ; ρ_l %)	Carga última F_u (kN)	Reação V_{num} (kN)
Calibrado (31 ; 0,46)	484,86	503,47
MN1 (30 ; 0,46)	472,93	497,51
MN2 (30 ; 0,92)	692,05	607,07
MN3 (30 ; 1,38)	822,72	672,40
MN4 (30 ; 1,84)	879,96	701,02
MN5 (40 ; 0,46)	534,72	528,40
MN6 (40 ; 0,92)	732,97	627,53
MN7 (40 ; 1,38)	813,11	667,60
MN8 (40 ; 1,84)	891,04	706,56
MN9 (50 ; 0,46)	675,67	598,88
MN10 (50 ; 0,92)	866,77	694,43
MN11 (50 ; 1,38)	1036,96	779,52
MN12 (50 ; 1,84)	1168,97	845,53

Fonte: Produção do próprio autor.

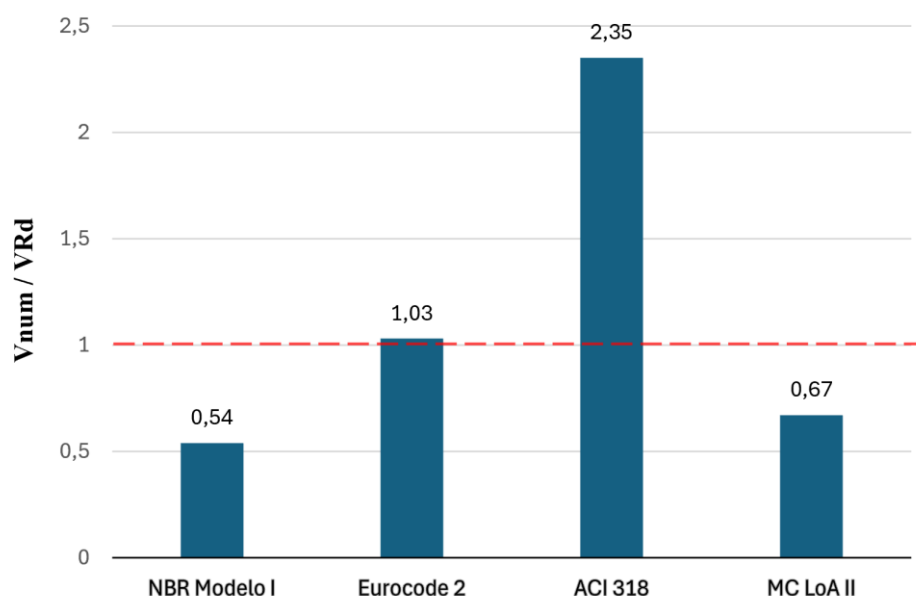
Tabela 9 – Comparação entre resultados numéricos e analíticos V_{num}/V_{Rd} para as seções sem armadura transversal

Norma	NBR Modelo I	Eurocode 2	ACI 318	MC (LoA II)
Modelo	V_{num}/V_{Rd}			
Calibrado	0,48	1,11	2,62	0,70
MN1	0,49	1,10	2,63	0,70
MN2	0,60	1,07	2,55	0,70
MN3	0,66	1,04	2,47	0,69
MN4	0,69	0,98	2,34	0,66
MN5	0,43	1,07	2,42	0,68
MN6	0,51	1,01	2,28	0,64
MN7	0,54	0,93	2,12	0,59
MN8	0,57	0,90	2,04	0,58
MN9	0,42	1,12	2,45	0,78
MN10	0,49	1,03	2,26	0,68
MN11	0,55	1,01	2,22	0,68
MN12	0,59	1,00	2,18	0,68
Média	0,54	1,03	2,35	0,67
COV %	15,18	6,51	8,05	7,42

Fonte: Produção do próprio autor.

A Figura 28 mostra a comparação entre os resultados obtidos pelas diferentes normas de forma gráfica.

Figura 28 – Comparação entre resultados numéricos e analíticos para a seção sem armadura transversal



Fonte: Próprio autor - EXCEL.

Legenda: Fundo branco com gráfico de barras comparativo dos índices de conservadorismo V_{num}/V_{Rd} para diferentes normas de dimensionamento, incluindo a ABNT NBR 6118:2026 (Modelo I), o Eurocode 2, o ACI 318 e o fib Model Code 2010. O gráfico apresenta no eixo horizontal as normas analisadas e no eixo vertical a razão entre a carga numérica e a carga resistente normativa. As barras indicam os valores obtidos para cada norma, com identificação numérica acima de cada coluna. Verifica-se também a presença de uma linha horizontal pontilhada em vermelho indicando o valor de referência igual a 1.

A linha horizontal em 1,0 representa o índice de equivalência das respostas. Valores abaixo dessa linha indicam que a norma superestimou a capacidade resistente, enquanto valores acima representam previsões conservadoras.

Para a seção analisada, observa-se que as diretrizes normativas se dividiram: enquanto a ABNT NBR 6118:2026 e o fib Model Code 2010 superestimaram a força cortante última, o Eurocode 2 e o ACI 318-19 apresentaram resultados a favor da segurança.

Na seção sem estribos, o Eurocode 2 apresentou o melhor desempenho e a maior proximidade com o modelo numérico, com valor de 1,03 e o menor COV (6,51%). Por outro lado, o ACI 318 se mostrou o mais conservador da análise, com índice de 2,35, refletindo a forte penalização do seu fator de modificação de tamanho para grandes alturas úteis, conforme discutido anteriormente.

A ABNT NBR 6118:2026 (Modelo I) apresentou o resultado menos conservador e desfavorável à segurança, registrando o índice médio de 0,54 devido à consideração de uma parcela de concreto (V_{c0}) constante que desconsidera o efeito de escala. Já o

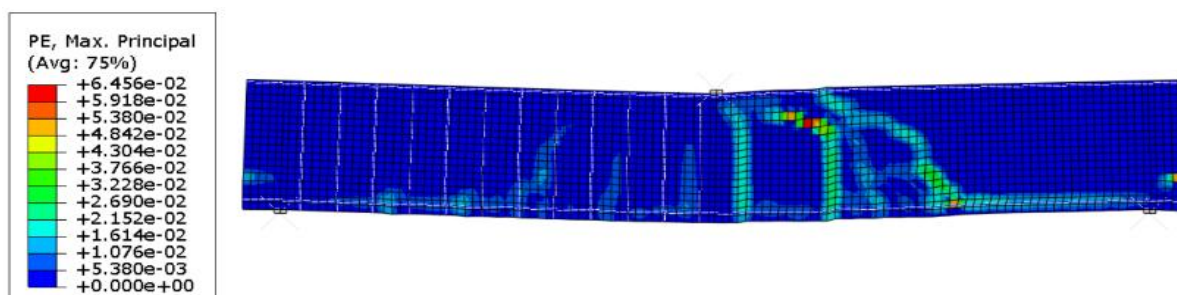
fib Model Code 2010 (LoA II) obteve índice de 0,67 com COV de 7,42%, mantendo uma tendência de dispersão baixa na estimativa analítica.

De forma geral, os resultados mostram que, para elementos de grande porte sem armadura transversal, modelos estruturados em teorias racionais e mecânicas aproximam-se mais da resposta real, enquanto formulações estritamente empíricas ou simplificadas limitam a representação do efeito de escala e geram estimativas menos precisas. Nesse caso, a modelagem numérica consolida-se como uma ferramenta complementar importante para avaliar e refinar os limites de aplicação dos códigos analíticos em estruturas de grande escala.

6.7 MECANISMOS RESISTENTES E MODOS DE RUPTURA NO ABAQUS

A análise dos resultados numéricos permite compreender melhor os mecanismos de ruptura, indo além da simples determinação da carga última. Esses mecanismos podem ser visualizados a partir do campo de tensões principais (PE), apresentado na Figura 29.

Figura 29 – Campos de tensões principais (PE) no modelo numérico



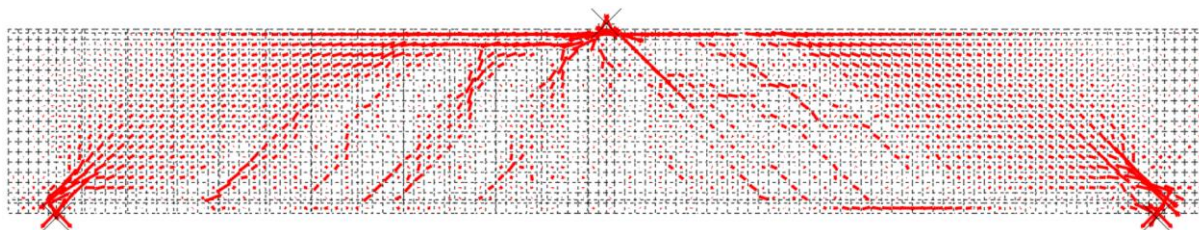
Fonte: Resultado obtido no ABAQUS.

Legenda: Fundo branco com representação dos campos de deformações principais máximas (PE) obtidos no modelo numérico ao longo da viga. Apresenta-se a malha discretizada do elemento, com escala de cores indicando a intensidade das deformações, variando de valores baixos (tons em azul) a elevados (tons em verde, amarelo e vermelho). Observa-se a distribuição não uniforme das deformações ao longo da viga, com regiões localizadas de maior intensidade formando padrões inclinados. À esquerda, apresenta-se o quadro com os valores da escala (PE, Max. Principal), indicando os intervalos numéricos correspondentes às cores exibidas na figura.

A Figura 29 mostra a concentração de deformações ao longo de uma diagonal que liga o ponto de aplicação da carga ao apoio. Esse padrão é típico do escoamento das tensões por meio de uma biela de compressão inclinada. À medida que o carregamento aumenta, a fissuração evolui e reduz a área efetiva de concreto resistente, o que intensifica a atuação dos mecanismos internos de transferência.

Além disso, foi analisado o campo de tensões principais mínimas por meio de vetores. Essa visualização ajuda a identificar a trajetória das tensões de compressão no interior da viga, como mostrado na Figura 30, evidenciando a formação das bielas de concreto e a presença da ação de arco.

Figura 30 – Campo de vetores de tensões principais de compressão



Fonte: Resultado obtido no ABAQUS.

Legenda: Fundo branco com representação do campo de vetores de tensões principais de compressão ao longo da viga, obtido no modelo numérico. Apresenta-se a malha discretizada do elemento, com vetores distribuídos em toda a extensão, indicados por pequenos traços orientados e linhas contínuas em vermelho. Observa-se a variação de direção dos vetores ao longo do comprimento da viga, formando trajetórias inclinadas entre as regiões de aplicação de carga e os apoios. Destacam-se regiões com maior concentração e alinhamento dos vetores nos apoios e na região superior central de aplicação de carga no elemento.

A Figura 30 mostra que o fluxo de tensões se concentra na região de aplicação da carga e segue em direção aos apoios. A inclinação desses vetores fornece a trajetória das tensões calculada pelo software dentro do elemento. Em muitos casos, esse comportamento difere das hipóteses adotadas em códigos com ângulo fixo, o que explica as divergências nos resultados e demonstra que as normas que consideram a variação da inclinação nas equações representam com maior fidelidade o comportamento real das bielas comprimidas.

O padrão dos campos de deformação e vetores de tensão confirma que a viga faliu por tração diagonal na seção sem estribos. O avanço dos danos aconteceu na região mais solicitada, a partir do momento em que o concreto fissurava e perdia parte da sua resistência, o que inviabilizou a transferência interna de esforços e determinou a ruptura frágil do modelo numérico.

7 CONCLUSÃO

Este trabalho avaliou a carga de ruptura de vigas de grandes dimensões de concreto armado submetidas à força cortante, com base em modelagem numérica não linear pelo Método dos Elementos Finitos. Os resultados foram comparados com previsões de diferentes modelos normativos, como a ABNT NBR 6118:2026, o Eurocode 2, o ACI 318-19 e o fib Model Code 2010.

O modelo numérico adotado, baseado no *Concrete Damaged Plasticity* (CDP) e na hipótese de estado plano de tensões, conseguiu representar de forma consistente o comportamento global da viga. Isso inclui tanto a carga última quanto o modo de ruptura observado experimentalmente. As diferenças entre os resultados numéricos e experimentais ficaram dentro de limites aceitáveis, o que indica que as simplificações adotadas não comprometeram a análise para o objetivo proposto.

No estudo paramétrico, observou-se que o aumento da resistência à compressão do concreto eleva a carga de ruptura, mas não de forma proporcional. Já o aumento da taxa de armadura longitudinal contribuiu de forma ainda mais significativa para a resistência última do elemento.

Quando comparados aos resultados numéricos, os modelos normativos apresentaram diferenças importantes. Entre as normas analisadas, destacaram-se o Eurocode 2 e o fib Model Code 2010. O Eurocode 2 foi o mais assertivo com relação aos resultados numéricos, contendo o menor valor de coeficiente de variação. O fib Model Code 2010, apesar de apresentar certa superestimação nos resultados, também demonstrou estabilidade em suas previsões, registrando valores baixos de dispersão dos resultados.

Por outro lado, as demais normas evidenciaram limitações em suas formulações para a seção analisada, com a ABNT NBR 6118:2026 (Modelo I) tendendo a superestimar a capacidade resistente da viga, enquanto o ACI 318-19 forneceu estimativas excessivamente conservadoras; tais divergências ocorrem justamente por não capturarem adequadamente efeitos reais do comportamento estrutural em elementos de grande porte, como o efeito de escala.

A análise dos campos de tensões e deformações indicou que a ruptura foi governada pela tração diagonal do concreto, o que ficou evidente pelo surgimento e propagação da fissura crítica de cisalhamento que interligou a região do apoio ao ponto de aplicação da carga.

Esse comportamento está de acordo com o mecanismo de biela e tirante, esperado para vigas desse porte, o que confirma que o modelo numérico capturou com precisão a perda de capacidade resistente do elemento, reproduzindo a trajetória de fissuração observada nos ensaios experimentais.

Os resultados mostram que, embora os modelos normativos sejam fundamentais para a prática de projeto, sua aplicação direta pode levar a estimativas pouco consistentes em vigas de grande escala. Nesse cenário, a modelagem numérica não linear se destaca como uma ferramenta complementar importante, permitindo uma avaliação mais coerente da resposta estrutural, especialmente em situações fora do domínio usual de aplicação dos códigos normativos.

REFERÊNCIAS

- ABAQUS. **Abaqus 2023 documentation**: Analysis User's Guide. Providence: Dassault Systèmes, 2023. Disponível em: <https://help.3ds.com/>. Acesso em: 27 mar. 2026.
- ABNT – ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto**. Rio de Janeiro: ABNT, 2026.
- ACI – AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **Building code requirements for structural concrete (ACI 318-19) and commentary**. Farmington Hills: ACI, 2019.
- AGUIAR, C. C. P. **Dimensionamento de estruturas especiais de concreto armado pelo método de bielas e tirantes**. 2018. 113 f. Dissertação (Mestrado em Projeto de Estruturas) – Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2018.
- BASTOS, P. S. S. **Dimensionamento de vigas de concreto armado à força cortante**: Notas de aula. Bauru: Universidade Estadual Paulista (UNESP), Departamento de Engenharia Civil, 2008. 99 p.
- CALDAS, R. R. **Análise numérica da capacidade resistente à força cortante de vigas esbeltas de grande altura sem estribos e previsões normativas**. 2025. 66 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista (UNESP), Ilha Solteira, 2025.
- CARREIRA, D. J.; CHU, K. H. Stress-strain relationship for plain concrete in compression. **ACI Journal**, Detroit, v. 82, n. 6, p. 797–804, nov./dez. 1985.
- CARVALHO, R. C.; FIGUEIREDO FILHO, J. R. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado**: Segundo a NBR 6118:2014. 4. ed. São Carlos: EdUFSCar, 2014. 415 p.
- CEN – COMITÉ EUROPÉEN DE NORMALISATION. **EN 1992-1-1: Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1-1: general rules and rules for buildings**. Brussels: CEN, 2004.
- ČERVENKA, J.; PAPANIKOLAOU, V. K. Three-dimensional combined fracture–plastic material model for concrete. **International Journal of Plasticity**, Amsterdam, v. 24, n. 12, p. 2192–2220, dez. 2008.
- COLLINS, M. P.; MITCHELL, D. **Prestressed concrete structures**. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1991. 766 p.
- FIB – FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON. **Model Code 2010**: Final draft. Lausanne: fib, 2012. v. 1-2. (fib Bulletin, 65-66).
- FUSCO, P. B. **Estruturas de concreto**: Solicitações tangenciais. São Paulo: PINI, 2008. 328 p.

HILLERBORG, A.; MODÉER, M.; PETERSSON, P. E. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. **Cement and Concrete Research**, New York, v. 6, n. 6, p. 773–782, nov. 1976.

HORDIJK, D. A. **Local approach to fatigue of concrete**. 1991. 210 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Delft University of Technology, Delft, 1991.

KADHUM, S. B.; AL-ZUHAIRI, A. H.; AL-ZAIDEE, S. R. Experimental investigation of the effect of horizontal construction joints on the behavior of deep beams. **Open Engineering**, Berlin, v. 14, n. 1, p. 20220554, 2024. Disponível em: <https://bit.ly/429xdia>. Acesso em: 13 mar. 2026.

KANI, G. N. J. How safe are our large reinforced concrete beams? **ACI Journal**, Detroit, v. 64, n. 3, p. 128–141, mar. 1967.

LEE, J.; FENVES, G. L. Plastic-damage model for cyclic loading of concrete structures. **Journal of Engineering Mechanics**, New York, v. 124, n. 8, p. 892–900, ago. 1998.

LEONHARDT, F.; MÖNNIG, E. **Construções de concreto**: Princípios básicos do dimensionamento de estruturas de concreto armado. Rio de Janeiro: Interciência, 1977. v. 1, 305 p.

LEONHARDT, F.; MÖNNIG, E. **Construções de concreto**: Casos especiais de dimensionamento de estruturas de concreto armado. Rio de Janeiro: Interciência, 1978. v. 2, 161 p.

LUBLINER, J. et al. A plastic-damage model for concrete. **International Journal of Solids and Structures**, New York, v. 25, n. 3, p. 299–326, mar. 1989.

MENDES, J. P. **Análise não-linear de vigas de concreto armado de grandes dimensões**. 2022. 182 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Centro de Tecnologia, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2022.

MOEHLE, J. P.; ZHAI, J. **Blind prediction competition of shear strength for thick concrete foundation elements with and without shear reinforcement**: Initial report. Berkeley: University of California, 2021. 9 p. (PEER Report, 2021/04). Disponível em: <http://bit.ly/42dS97A>. Acesso em: 26 mar. 2026.

MÖRSCH, E. **Concrete-steel construction**: (Der Eisenbetonbau). New York: The Engineering News Publishing Company, 1909. 368 p.

NIELSEN, M. P.; HOANG, L. C. **Limit analysis and concrete plasticity**. 3. ed. Boca Raton: CRC Press, 2011. 788 p.

QUEIROZ JUNIOR, F. O. **Análise de resistência ao cisalhamento em peças de seções circulares vazadas utilizando a teoria do campo de compressão modificada**. 2014. 83 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2014.

RITTER, W. Die Bauweise Hennebique. **Schweizerische Bauzeitung**, Zürich, v. 33, n. 7, p. 59–61, 18 fev. 1899.

SCHLAICH, J.; SCHÄFER, K.; JENNEWEIN, M. Toward a consistent design of structural concrete. **PCI Journal**, Chicago, v. 32, n. 3, p. 74–150, maio/jun. 1987.

SHIOYA, T. et al. Shear strength of large reinforced concrete beams. In: AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **Fracture mechanics**: Application to concrete. Detroit: ACI, 1989. p. 259–279. (ACI Special Publication 118).

VECCHIO, F. J.; COLLINS, M. P. The modified compression-field theory for reinforced concrete elements subjected to shear. **ACI Journal**, Detroit, v. 83, n. 2, p. 219–231, mar./abr. 1986.

WALRAVEN, J. C. Fundamental analysis of aggregate interlock. **Journal of the Structural Division**, New York, v. 107, n. 11, p. 2245–2270, nov. 1981.

WIGHT, J. K.; MACGREGOR, J. G. **Reinforced concrete**: Mechanics and design. 6. ed. Upper Saddle River: Pearson Prentice Hall, 2012. 1157 p.

YU, T. et al. Finite element modeling of confined concrete-II: Plastic-damage model. **Engineering Structures**, Oxford, v. 32, n. 3, p. 680–691, mar. 2010.

APÊNDICE 1 – APRESENTAÇÃO DAS VARIÁVEIS PARA OS ROTEIROS DE CÁLCULO

As Tabelas 10 e 11 apresentam, respectivamente, os dados geométricos e mecânicos do modelo de referência e a padronização dos símbolos adotados para unificar as diferentes nomenclaturas normativas.

Para garantir condições equivalentes de comparação, foram adotados coeficientes de segurança unitários ($\gamma = 1,0$).

Tabela 10 – Dados geométricos e mecânicos do modelo representativo

Parâmetro	Valor	Unidade
Largura da alma da viga	254	mm
Altura útil da seção	3291	mm
Resistência característica à compressão do concreto	31	MPa
Área da armadura longitudinal	38,55	cm ²
Taxa de armadura longitudinal	0,0046	-

Fonte: Produção do próprio autor.

Tabela 11 – Padronização de símbolos

Símbolo	Descrição
V_{Sd}, V_{Ed}	Força cortante solicitante de cálculo
V_{Rd}	Resistência de cálculo à força cortante
V_{Rd3}, V_n	Esforço cortante resistente por tração diagonal
$V_c, V_{Rd,c}$	Parcela resistente do concreto
b_w	Largura da alma da viga
d	Altura útil da seção transversal
f_{ck}, f'_c	Resistência característica à compressão do concreto
A_{sl}, A_s	Área da armadura longitudinal
ρ_l, ρ_w	Taxa de armadura longitudinal
k, λ_s	Coefficiente relacionado ao efeito escala
θ	Inclinação das bielas comprimidas

Fonte: Produção do próprio autor.

APÊNDICE 2 – ROTEIRO DE CÁLCULO PELA NBR 6118:2026

De início, alguns parâmetros iniciais:

$$f_{ctd} = 0,21 \cdot \frac{f_{ck}^{\frac{2}{3}}}{\gamma_c} = 0,21 \cdot \frac{31^{\frac{2}{3}}}{1,0} = 2,07 \text{ MPa} = 0,207 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{31}{1,0} = 31 \text{ MPa} = 3,1 \text{ kN/cm}^2$$

$$\alpha_{V2} = 1 - \frac{f_{ck}}{250} = 1 - \frac{31}{250} = 0,876$$

Modelo I:

Segue-se o cálculo para a região sem armadura transversal (leste) da viga:

$$V_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_{V2} \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d = 0,27 \cdot 0,876 \cdot 3,1 \cdot 25,4 \cdot 329,1 = 6129,02 \text{ kN}$$

$$V_c = V_{c0} = 0,6 \cdot f_{ctd} \cdot b_w \cdot d = 0,6 \cdot 0,207 \cdot 25,4 \cdot 329,1 = 1039,4 \text{ kN}$$

$$V_{Rd3} = V_{c0} = 1039,4 \text{ kN}$$

$$V_{Rd} = \min(V_{Rd2}, V_{Rd3}) = \min(6129,02 \text{ kN}, 1039,4 \text{ kN}) \therefore V_{Rd} = 1039,4 \text{ kN}$$

APÊNDICE 3 – ROTEIRO DE CÁLCULO PELO EUROCODE 2 (EN 1992-1-1)

De início, alguns parâmetros iniciais:

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1 + \sqrt{\frac{200}{3291}} \leq 2,0 \rightarrow k = 1,247 \leq 2,0$$

$$C_{Rd,c} = \frac{0,18}{\gamma_c} = \frac{0,18}{1,0} = 0,18$$

$$v_1 = 0,6 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) = 0,6 \cdot \left(1 - \frac{31}{250}\right) = 0,526$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{31}{1,0} = 31 \text{ MPa} = 3,1 \text{ kN/cm}^2$$

$$\rho_l = \frac{A_{sl}}{b_w \cdot d} = \frac{38,55}{25,4 \cdot 329,1} \leq 0,02 \rightarrow \rho_l = 0,0046 \leq 0,02$$

Segue-se o cálculo para a região sem armadura transversal (leste) da viga:

$$v_{min} = 0,035 \cdot k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2} = 0,035 \cdot 1,247^{\frac{3}{2}} \cdot 31^{\frac{1}{2}} = 0,271 \text{ MPa} = 0,0271 \text{ kN/cm}^2$$

$$V_{Rd,c,min} = v_{min} \cdot b_w \cdot d = 0,0271 \cdot 25,4 \cdot 329,1 = 226,7 \text{ kN}$$

$$V_{Rd,c} = C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} \cdot b_w \cdot d$$

$$V_{Rd,c} = 0,18 \cdot 1,247 \cdot (100 \cdot 0,0046 \cdot 31)^{\frac{1}{3}} \cdot 25,4 \cdot 329,1$$

$$V_{Rd,c} = 4551,88 \text{ MPa} \cdot \text{cm}^2 = 455,19 \text{ kN}$$

$$V_{Rd} = \max(V_{Rd,c,min}, V_{Rd,c}) = \max(226,7 \text{ kN}, 455,19 \text{ kN}) \therefore V_{Rd} = 455,19 \text{ kN}$$

APÊNDICE 4 – ROTEIRO DE CÁLCULO PELO ACI 318-19

De início, alguns parâmetros iniciais:

$$\lambda_s = \sqrt{\frac{2}{1 + 0,004 \cdot d}} = \sqrt{\frac{2}{1 + 0,004 \cdot 3291}} \leq 1,0 \rightarrow \lambda_s = 0,376$$

$$\rho_w = \frac{A_{sl}}{b_w \cdot d} = \frac{38,55}{25,4 \cdot 329,1} \leq 0,02 \rightarrow \rho_l = 0,0046 \leq 0,02$$

Segue-se o cálculo para a região sem armadura transversal (leste, $A_v < A_{v,min}$) da viga:

$$V_{c,max} = 0,42 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d = 0,42 \cdot 1,0 \cdot \sqrt{31} \cdot 25,4 \cdot 329,1$$

$$V_{c,max} = 19547,52 \text{ MPa} \cdot \text{cm}^2 = 1954,75 \text{ kN}$$

$$V_c = 0,66 \cdot \lambda_s \cdot \lambda \cdot (\rho_w)^{1/3} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d$$

$$V_c = 0,66 \cdot 0,376 \cdot 1,0 \cdot (0,0046)^{1/3} \cdot \sqrt{31} \cdot 25,4 \cdot 329,1 = 1921,23 \text{ MPa} \cdot \text{cm}^2 = 192,12 \text{ kN}$$

$$V_n = V_c = 192,12 \text{ kN}$$

APÊNDICE 5 – ROTEIRO DE CÁLCULO PELO FIB MODEL CODE 2010

Segue-se o cálculo para elementos sem armadura transversal (região leste da viga)

Nível de Aproximação II (LoA II):

$$\varepsilon_x = \frac{1}{2 \cdot E_s \cdot A_s} \cdot \left(\frac{M_{Ed}}{z} + V_{Ed} \right) = \frac{1}{2 \cdot 20000 \cdot 38,55} \cdot \left(\frac{258189}{296,19} + 503,5 \right) = 0,00089$$

$$k_{dg} = 1,0 \text{ (adotado)}$$

$$k_v = \frac{0,4}{(1 + 1500 \cdot \varepsilon_x)} \cdot \frac{1300}{1000 + k_{dg} \cdot z}$$

$$k_v = \frac{0,4}{(1 + 1500 \cdot 0,00089)} \cdot \frac{1300}{1000 + 1,0 \cdot (0,9 \cdot 329,1)} = 0,172$$

$$V_{Rd,c} = k_v \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} \cdot b_w \cdot z = 0,172 \cdot \frac{\sqrt{31}}{1,0} \cdot 25,4 \cdot 0,9 \cdot 329,1$$

$$V_{Rd,c} = 7187,83 \text{ MPa} \cdot \text{cm}^2 = 718,78 \text{ kN}$$

$$V_{Rd} = V_{Rd,c} = 718,78 \text{ kN}$$