

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
CAMPUS DE SÃO JOÃO DA BOA VISTA

MATEUS AGUIAR BRAGA

**Implementação e validação de código para cálculo aerotermodinâmico de difusores subsônicos
não-ideais**

São João da Boa Vista
2024

Mateus Aguiar Braga

**Implementação e validação de código para cálculo aerotermodinâmico de difusores subsônicos
não-ideais**

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Graduação em Engenharia aeronáutica do Campus de São João da Boa Vista, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Engenharia aeronáutica .

Orientador: Prof. Dr. Gabriel Pereira Gouveia da Silva

São João da Boa Vista
2024

B813i Braga, Mateus Aguiar
Implementação e validação de código para cálculo
aerodinâmico de difusores subsônicos não-ideais / Mateus
Aguiar Braga. -- São João da Boa Vista, 2024
46 p. : il., tabs.

Trabalho de conclusão de curso (Bacharelado - Engenharia
Aeronáutica) - Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade
de Engenharia, São João da Boa Vista
Orientador: Gabriel Pereira Gouveia da Silva

1. Aeronáutica. 2. Aviação. 3. Escoamento instável
(Aerodinâmica). I. Título.

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
FACULDADE DE ENGENHARIA - CÂMPUS DE SÃO JOÃO DA BOA VISTA
GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA AERONÁUTICA**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

**IMPLEMENTAÇÃO E VALIDAÇÃO DE CÓDIGO PARA CÁLCULO
AEROTERMODINÂMICO DE DIFUSORES SUBSÔNICOS NÃO-IDEAIS**

Aluno: Mateus Aguiar Braga

Orientador: Prof. Dr. Gabriel Pereira Gouveia da Silva

Banca Examinadora:

- Gabriel Pereira Gouveia da Silva (Orientador)
- Daniel Sampaio Souza (Examinador)
- Priscilla Andressa de Souza Silva (Examinadora)

Os formulários de avaliação e a ata da defesa, na qual consta a aprovação do trabalho, devidamente assinados pela banca encontram-se no prontuário eletrônico do aluno.

São João da Boa Vista, 14 de novembro de 2024

Dedico este Trabalho em primeiro lugar ao meu Deus, cuja destra sempre me sustentou, à minha família, desde o núcleo, com meu pai Decio, minha mãe Miriam, minha irmã Talita e meu cunhado Michel, como também a minha querida avó Iracema, e todos os meus tios e tias, em particular ao tio Paulo que foi descansar neste tempo. Também o faço a minha família em Cristo, da igreja Batista de São João da Boa Vista, em particular à família do Rodolfo e da Dulce, que me acolheram como filho, e portanto, eu também os honrarei como pais. Não posso deixar de mencionar meus queridos amigos, tanto da Unesp, quanto de Paranaíba, que pretendo levar para a vida toda.

*“E ainda que tivesse o dom de profecia,
e conhecesse todos os mistérios e toda a ciência,
e ainda que tivesse toda a fé,
de maneira tal que transportasse os montes,
e não tivesse amor, nada seria.”
(Paulo de Tarso)*

RESUMO

Este trabalho apresenta um estudo do comportamento de difusores ideais e não ideais, e os modela via código de MATLAB, obtendo dois resultados principais: o primeiro encontra, na saída do difusor, parâmetros físicos de pressão, temperatura e Mach, tendo sido fornecidas as condições de voo da aeronave e a geometria do difusor, já o segundo, viabiliza projetos, em que se fornecem os parâmetros almejados na saída do difusor, e sua configuração geométrica é determinada. Além disso, a base de dados obtida é feita via CFD.

PALAVRAS-CHAVE: Difusor. Saídas. Geometria.

ABSTRACT

This work presents a study of the behavior of ideal and non-ideal diffusers, and models them via MATLAB code, obtaining two main results: the first finds at the diffuser exit, physical parameters of pressure, temperature and Mach, having provided the conditions of aircraft flight and the geometry of the diffuser, the second, makes projects viable, in which the desired parameters are provided at the diffuser exit, and its geometric configuration is determined. Furthermore, the database obtained is made via CFD.

KEYWORDS: Diffuser. Exits. Geometry.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	Roteiro	14
Figura 2	Regiões primárias do difusor	15
Figura 3	Região um do difusor	16
Figura 4	Modelagem de superfície de controle	17
Figura 5	Menu	22
Figura 6	Entradas para análise	22
Figura 7	Saídas da análise	22
Figura 8	Entradas para projeto	22
Figura 9	Saídas de projeto	22
Figura 10	Entalpia por entropia	25
Figura 11	Comportamento do difusor subsônico	26
Figura 12	Geometria 3D do difusor	27
Figura 13	Malha	28
Figura 14	Refino da malha	28
Figura 15	Fluxograma do código	30
Figura 16	Entradas para análise de difusores não-ideais	31
Figura 17	Saídas para análise de difusores não-ideais	31
Figura 18	Entradas para projeto de difusores não-ideais	31
Figura 19	Saídas para projeto de difusores não-ideais	31
Figura 20	Caso típico	32
Figura 21	Caso abrupto	32
Figura 22	Caso típico	33
Figura 23	Caso abrupto	33

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Parâmetros utilizados na análise	29
---	----

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

TCC	Trabalho de Conclusão de Curso
UNESP	Universidade Estadual Paulista
CFD	Computational Fluid Dynamics (Fluidodinâmica computacional)
MFR	Mass Flow Ratio
MATLAB	Matrix Laboratory

LISTA DE SÍMBOLOS

A	Área
V	Velocidade
M_{∞}	Mach do escoamento livre
γ	Coeficiente de expansão adiabática
M_0	Mach de voo
A_0	Área externa
M_1	Mach na entrada
A_1	Área de entrada
M_{HL}	Mach no highlight
A_{HL}	Área do highlight
M_{th}	Mach na garganta
A_{th}	Área da garganta
M_2	Mach na saída
A_2	Área da saída
A_m	Área máxima (também é área da saída)
l_m	Comprimento máximo
$\dot{m}_0$	Vazão mássica no tubo externo
ρ_0	Densidade do fluido no tubo externo
V_0	Velocidade do fluido no tubo externo
$\dot{m}_1$	Vazão mássica na entrada
$\dot{m}_s$	Vazão mássica saindo do volume de controle
p	Pressão estática
p_1	Pressão estática na entrada
p_0	Pressão estática no tubo externo
q_0	Pressão dinâmica do fluido no tubo externo

A'	Razão de áreas
R	Constante universal dos gases ideais
T_0	Temperatura no tubo externo
C_p	Coeficiente de pressão
a	Velocidade do som
$\bar{C}_p$	Coeficiente de pressão médio da superfície
$C_{p_{crit}}$	Coeficiente de pressão crítico
M	Mach
T	Temperatura
η_d	Eficiência adiabática
h_{t2s}	Entalpia na saída não ideal
h_0	Entalpia na entrada
h_{t2}	Entalpia na saída ideal
T_{t2s}	Temperatura na saída não ideal
T_0	Temperatura na entrada
p_{t2}	Pressão total na saída ideal
p_0	Pressão total na entrada
Δp_t	Diferença de entalpia total e de estagnação
π_d	Recuperação de pressão total

SUMÁRIO

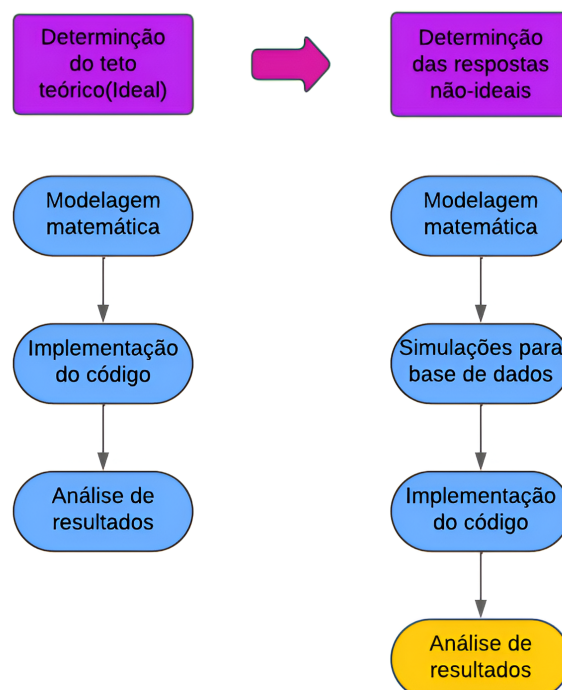
1	INTRODUÇÃO	14
2	DESENVOLVIMENTO - DIFUSORES IDEAIS	15
2.1	Modelagem	15
2.2	Implementação do código	20
3	RESULTADOS E DISCUSSÕES - DIFUSORES IDEAIS	22
4	DESENVOLVIMENTO - DIFUSORES NÃO-IDEAIS	24
4.1	Modelagem	24
4.2	Simulações	27
4.3	Método numérico	29
5	RESULTADOS E DISCUSSÕES - DIFUSORES NÃO-IDEAIS	31
6	CONCLUSÃO	34
	REFERÊNCIAS	35
	APÊNDICE A – CÓDIGO DE ANÁLISE DE DIFUSORES IDEAIS	36
	APÊNDICE B – CÓDIGO DE PROJETO DE DIFUSORES IDEAIS	37
	APÊNDICE C – CÓDIGO DE INTERFACE DE ANÁLISE E PROJETO DE DIFUSORES IDEAIS	38
	APÊNDICE D – CÓDIGO DE ANÁLISE DE DIFUSORES NÃO-IDEAIS	40
	APÊNDICE E – CÓDIGO DE PROJETO DE DIFUSORES NÃO-IDEAIS	43
	APÊNDICE F – CÓDIGO DE INTERFACE DE ANÁLISE E PROJETO DE DIFUSORES NÃO-IDEAIS	45

1 INTRODUÇÃO

A função de um difusor é desacelerar o escoamento externo enquanto conserva sua pressão total para entregar um fluido de trabalho (ar) em condições adequadas para o compressor. Ele desempenhará esse papel de forma mais eficiente quanto mais desacelerar o fluido com a menor perda de pressão total possível. Como todos os processos subsequentes em um motor aeronáutico dependem da velocidade, pressão total e temperatura total do fluido, o desempenho do difusor afeta de maneira decisiva o desempenho global do motor. Portanto, a capacidade de projetá-lo e avaliar sua eficácia é vital no projeto de engenharia de um motor aeronáutico. Além disso, simular seu comportamento reduz significativamente a quantidade de testes necessários para o desenvolvimento e, conseqüentemente, o custo associado a esse processo, o que é particularmente importante para a aviação comercial, onde os voos ocorrem a velocidades subsônicas. Isso beneficia tanto os fabricantes, que podem economizar recursos financeiros e tempo com simulações, tornando o produto mais atrativo, quanto as companhias aéreas, já que operar aeronaves mais eficientes representa maior retorno financeiro.

Desta forma, o objetivo deste trabalho é criar um código que permita avaliar as respostas de saída de um difusor já existente, em regime subsônico, para uma dada condição de voo, além de projetar as dimensões adequadas de um difusor para saídas prescritas em projeto. Inicialmente, é apresentado um estudo teórico preliminar do comportamento de difusores, abordando as diferenças entre modelagens ideais e não-ideais, seguido pela elaboração de um código que automatize os processos e permita a comparação entre eles. Para sintetizar o processo do trabalho, foi elaborado a Figura 1, que trás um roteiro completo de todas as etapas seguidas.

Figura 1 – Roteiro



fonte: Autor

2 DESENVOLVIMENTO - DIFUSORES IDEAIS

2.1 MODELAGEM

Inicialmente, será feita um estudo da modelagem dos difusores, começando com a ideal, a fim de se obter um teto teórico máximo, ou seja, um valor tal que caso o difusor fosse perfeito, seria as condições limites que poderia oferecer, e depois, passando para a modelagem não-ideal, em que se visa corrigir os erros inerentes à modelagem ideal, fazendo esta forma um encadeamento entre os modelos, por meio de valores de eficiência adiabática obtidos.

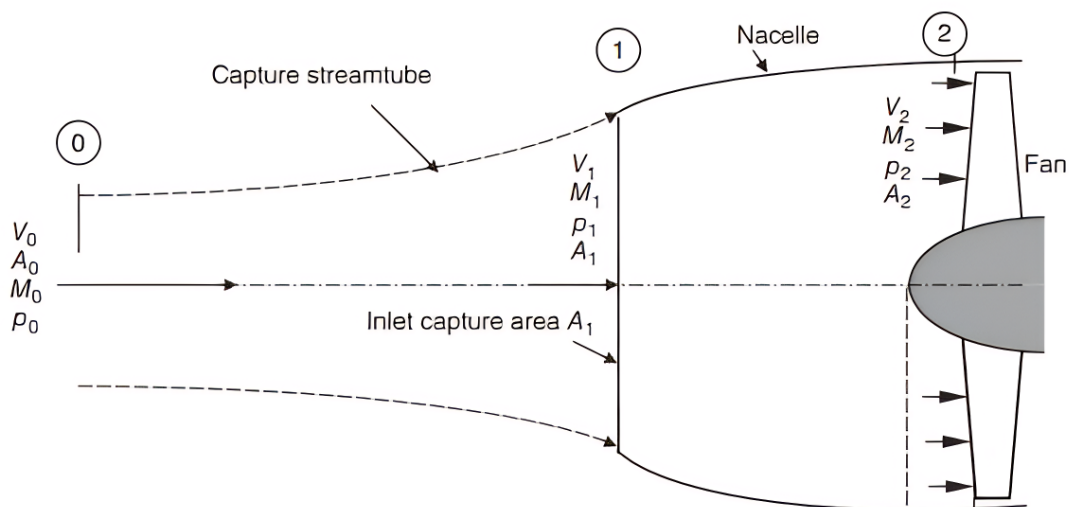
A priori, é necessário compreender o comportamento do fluido. Partindo do estudo de escoamento compressível unidimensional em Anderson (2005), sabe-se que o comportamento da variação de área de uma seção transversal se relaciona com a velocidade do escoamento da seguinte maneira:

$$\frac{dA}{A} = (M_\infty^2 - 1) \frac{dV}{V} \quad (1)$$

Em que A é a área da seção transversal, V a velocidade e M_∞ o número de Mach do escoamento livre. Compreender a equação é essencial para o entendimento da relação entre a velocidade do escoamento e área. Tomando como exemplo um escoamento em regime subsônico, ou seja, $M_\infty < 1$, em que há aumento de área, $dA > 0$, o sinal de dV fica determinado como negativo, e como esperado, isso se reflete fisicamente numa desaceleração. A mesma análise pode ser feita para diminuição de área, e também para escoamentos supersônicos.

Conforme Farokhi (2014), para modelagem de uma aplicação de cruzeiro subsônico, a desaceleração do escoamento total é dividida em segmentos externos e internos, sendo eles esquematizados na Figura 2.

Figura 2 – Regiões primárias do difusor



fonte: Farokhi (2014)

Onde V , A , M e p denotam respectivamente a velocidade, a área da seção transversal, o Mach e a pressão, sendo cada uma das grandezas associadas à região por meio do subíndice numérico. Em

primeiro há a região denotada por ①, o tubo externo, que se refere a parcela de vazão mássica do meio externo que de fato entrará no motor; região ②, que fica no plano de entrada do difusor; e região ③, representando o plano de saída do difusor.

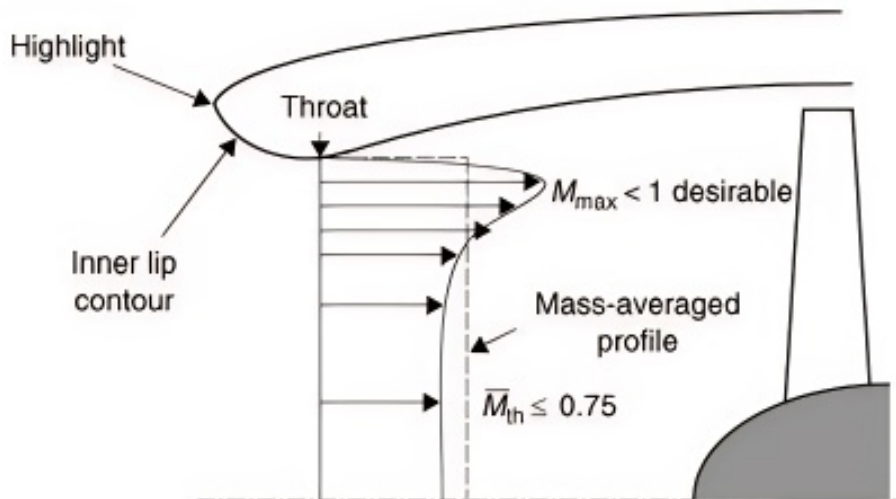
No geral, a razão entre essas áreas que irá reger a dinâmica de um difusor. Por meio das relações isentrópicas (ou seja, assumem-se as hipóteses de que os processos são adiabáticos e reversíveis) explicitadas em Farokhi (2014) temos que:

$$\frac{A_0}{A_1} = \frac{M_1}{M_0} \left[\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2} \right]^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \quad (2)$$

Em que γ é o coeficiente de expansão adiabática ou razão de calores específicos. A razão A_0/A_1 é chamada de parâmetro de razão de vazão mássica ou simplesmente MFR (Mass Flow Ratio).

Para uma análise mais minuciosa, detalha-se a região ①, conforme esquema da Figura 3.

Figura 3 – Região um do difusor



fonte: Farokhi (2014)

Em que, *highlight* é a ponta mais externa da entrada, *inner lip contour* ou contorno interno do lábio é a curva que afunila a entrada, e *throat* é a garganta, ou seja, a região de menor área de seção transversal. Este nome, não por acaso, remete à ideia dos bocais convergentes-divergentes, nos quais ocorre uma diminuição da área transversal na porção subsônica, gerando uma aceleração próxima à garganta, assim, criando um perfil não-uniforme de distribuição de velocidade. Para garantir que a velocidade na garganta permaneça abaixo da velocidade sônica (que estrangularia o difusor), é necessário limitar o número de Mach unidimensional nessa região. Assim, estipula-se um valor de Mach limite médio para o perfil, denotado por $\bar{M}_{th}$, adotado com o valor limite de 0.75 (FAROKHI, 2014).

Conforme Farokhi (2014), da mesma maneira feita anteriormente, pode-se relacionar as áreas e os respectivos Machs por meio da relação isentrópica da seguinte forma:

$$\frac{A_{HL}}{A_{th}} = \frac{\bar{M}_{th}}{M_1} \left[\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} \bar{M}_{th}^2} \right]^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \quad (3)$$

Onde A_{HL} e A_{th} denotam a área transversal do *highlight* e da garganta, respectivamente.

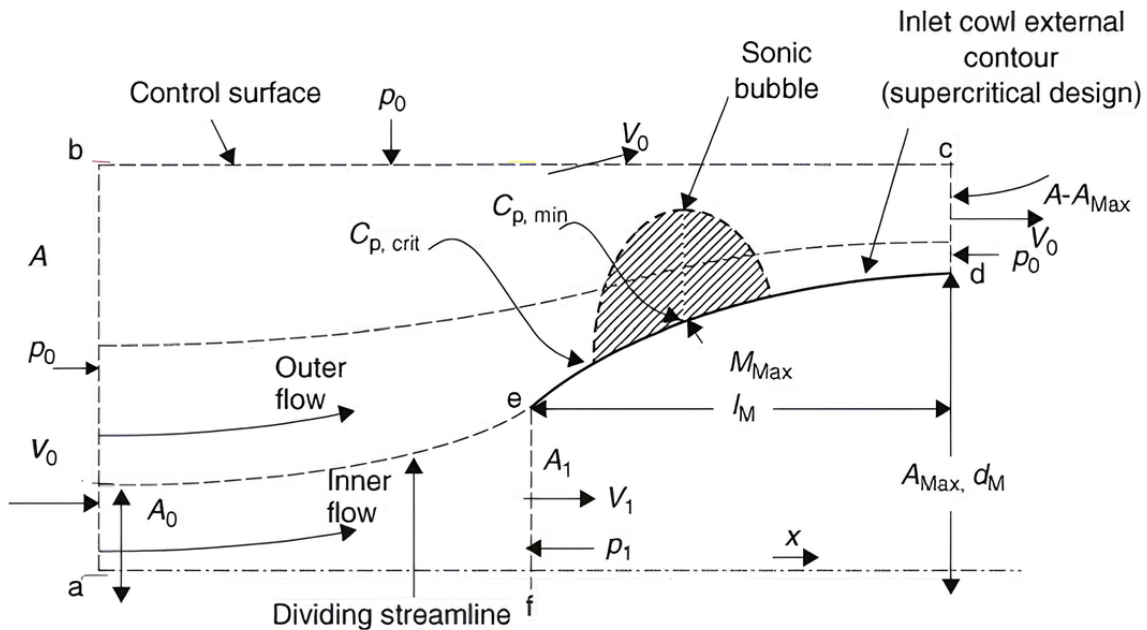
Também é possível relacionar a área de saída com a área de entrada:

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{M_1}{M_2} \left[\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_2^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2} \right]^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \quad (4)$$

Onde, A_1 e A_2 , são as áreas das seções transversais na entrada e na saída, respectivamente, assim como M_1 e M_2 são os Machs, na entrada e na saída, respectivamente.

A aceleração do escoamento em torno da superfície externa da carenagem pode exceder a velocidade sônica local com potencial de aumento de arrasto com formação de choque e separação da camada limite. O diâmetro máximo da nacele e sua distância do *highlight* controlam a velocidade do escoamento sobre a superfície externa da carenagem. Esses parâmetros são denotados como A_m (proporcional a A_2) e l_m , respectivamente, para a área máxima e o comprimento medido do *highlight* ao diâmetro máximo. Por meio deles, pode ser feita uma análise por volume de controle para se obter mais uma equação que relacione as áreas e os Machs adotando-se o modelo da Figura 4

Figura 4 – Modelagem de superfície de controle



fonte: Farokhi (2014)

Primeiro, aplica-se a equação da continuidade à superfície de controle mostrada na Figura 4, a fim de quantificar a vazão mássica através da superfície de controle lateral, em termos da vazão mássica de entrada e dos parâmetros geométricos da entrada.

$$\dot{m}_0 + \rho_0 V_0 (A - A_0) = \dot{m}_1 + \dot{m}_s + \rho_0 V_0 (A - A_m) \quad (5)$$

Em que $\dot{m}_0$ é a vazão mássica no tubo externo, e ρ_0, V_0 e A_0 são respectivamente a densidade, a velocidade e área da seção transversal; $\dot{m}_1$ a vazão mássica na entrada do difusor, A é área total da seção c na superfície de controle, e $\dot{m}_s$ a vazão mássica que entra no volume de controle mas não é capturada pelo difusor e acaba "transbordando" (*spillage*) pelas superfícies de controle laterais (o ar sofre um desvio devido a presença do motor, e então empurra a camada logo acima, ocasionando essa vazamento pela lateral, mas logo depois o fluxo estabiliza, e a velocidade V_0 torna a ser paralela à horizontal).

Sabendo-se que $\dot{m}_1 = \dot{m}_0$, temos que:

$$\dot{m}_s = \rho_0 V_0 (A_m - A_0) \quad (6)$$

Aplicando a conservação de quantidade de movimento (na forma invíscida) ao volume de controle na direção x :

$$\dot{m}_0 V_1 + \dot{m}_s V_0 + \rho_0 V_0 (A - A_M) V_0 - \rho_0 V_0 A V_0 = - \int_{A_1}^{A_m} (p - p_0) dA - (p_1 - p_0) A_1 \quad (7)$$

Onde V_1 e p_1 são a velocidade e a pressão na seção e , respectivamente; p_0 é a pressão na seção c , enquanto p é a variável da pressão na direção x . Com isto, obtém-se:

$$\dot{m}_0 (V_1 - V_0) = - \int_{A_1}^{A_m} (p - p_0) dA - (p_1 - p_0) A_1 \quad (8)$$

A fim de adimensionalizar a equação, a divide-se pela pressão dinâmica $q_0 = \frac{1}{2} \rho_0 V_0^2$, além de também dividir por A_1 , e definir uma nova variável da área $A' = \frac{A}{A_1}$ (importante observar que isso também muda os limites de integração). Além disso, observam-se algumas manipulações algébricas, considerando equações mais elementares como a vazão mássica, a equação de estado dos gases ideais, a definição de coeficiente de pressão C_p , e a definição do número de Mach.

A vazão mássica:

$$\dot{m}_0 = \rho_0 V_0 A_0 \quad (9)$$

A equação de estado dos gases ideais:

$$p_0 = \rho_0 R T_0 \quad (10)$$

Em que p_0 é a pressão estática do fluido no tubo externo, ρ_0 a densidade no tubo externo, T_0 a temperatura no tubo externo e R a constante específica do gás.

O coeficiente de pressão C_p :

$$C_p \equiv \frac{p - p_0}{q_0} \quad (11)$$

Em que p é a pressão estática e q_0 a pressão dinâmica do tubo externo.

O número de Mach:

$$M \equiv \frac{V}{a} = \frac{V}{\sqrt{\gamma RT}} \quad (12)$$

Em que a é a velocidade do som, M o número de Mach e T a temperatura.

Com isso, chega-se ao seguinte:

$$\frac{2A_0}{A_1} \left(\frac{V_1}{V_0} - 1 \right) = - \int_1^{\frac{A_m}{A_1}} C_p dA' - \frac{2}{\gamma M_0^2} \left(\frac{p_1}{p_0} - 1 \right) \quad (13)$$

Pode-se expressar a integral em termos de um C_p médio de superfície, denotado como $\bar{C}_p$, como uma quantidade média de área, definida como:

$$\int_1^{\frac{A_m}{A_1}} C_p dA' = \bar{C}_p \left(\frac{A_m}{A_1} - 1 \right) \quad (14)$$

Desta forma, ao isolar A_m/A_1 teremos:

$$\frac{A_m}{A_1} = \left(\frac{\frac{2A_0}{A_1} \left(\frac{V_1}{V_0} - 1 \right) + \frac{2}{\gamma M_0^2} \left(\frac{p_1}{p_0} - 1 \right)}{-\bar{C}_p} \right) + 1 \quad (15)$$

Pode-se aproximar o coeficiente de pressão no ponto sônico, definido como $C_{p,crit}$, ou seja, $M = 1$, pelo coeficiente de pressão médio da superfície. Valendo-se das equações 10, 11, e 12, o coeficiente de pressão pode ser facilmente escrito em função do Mach e do coeficiente de expansão adiabática. Desta forma, o coeficiente de pressão crítica é uma função do número de Mach de voo de acordo com o escoamento isentrópico:

$$C_p = \frac{p_{crit} - p_0}{q_0} = \frac{2}{\gamma M_0^2} \left(\frac{p_{crit}}{p_0} - 1 \right) = \frac{2}{\gamma M_0^2} \left[\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{crit}^2} - 1 \right] \quad (16)$$

Sabendo que $M_{crit} = 1$, temos:

$$\bar{C}_p \approx C_{p,crit} = \frac{2}{\gamma M_0^2} \left[\left(\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2}{\frac{\gamma+1}{2}} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} - 1 \right] \quad (17)$$

Assim, finalmente substituindo-se as equações 17, 2 e as relações isentrópicas na equação 15, obtém-se uma relação, que apesar de extensa, é muito útil, pois relaciona as áreas A_m/A_1 (e portanto carrega informações cruciais da geometria do difusor) com parâmetros que não dependem das condições de saída do difusor, apenas das entradas.

$$\frac{A_m}{A_1} = 1 + \frac{\frac{2A_0}{A_1} \left(\frac{M_1}{M_0} \sqrt{\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2}} - 1 \right) + \frac{2}{\gamma M_0^2} \left[\left(\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} - 1 \right]}{\frac{2}{\gamma M_0^2} \left[\left(\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2}{\frac{\gamma+1}{2}} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} - 1 \right]} \quad (18)$$

Desta forma, em posse das equações 2,4 e 18, temos um total de três equações, e três incógnitas, ou seja, é possível resolver o sistema. A partir deste ponto, a depender do objetivo, algumas variáveis serão tratadas como entradas prescritas ou como incógnitas do sistema. Para o caso em que se deseja avaliar

os parâmetros na saída de um dado difusor, tem-se como incógnitas M_1 , M_2 e A_0 , enquanto o Mach de voo M_0 , e as áreas A_1 e A_2 (também denotada por A_m) serão tratadas como constantes prescritas. Já para o caso em que se deseja dimensionar um difusor para se obter um valor estipulado de Mach na saída, tem-se M_1 , M_2 e M_0 como entradas prescritas, enquanto A_0 , A_1 e A_2 são as incógnitas para as quais o sistema será resolvido. É importante observar que, mesmo que A_0 não seja uma grandeza necessária para o dimensionamento do difusor, ela deve ser resolvida para encontrar a solução do sistema, além de ser utilizada posteriormente nos cálculos de arrasto.

2.2 IMPLEMENTAÇÃO DO CÓDIGO

Como visto anteriormente, a depender da situação, basta resolver o sistema, adequando o que é variável, e o que é constante prescrita, de acordo com o objetivo. Inicialmente, a implementação do código via MATLAB foi feita para análise, ou seja, dadas as características geométricas e a condição de voo de aeronave, são encontrados os Machs na entrada e saída do difusor. A dificuldade imposta *a priori* é a não-linearidade do sistema. Para resolvê-lo, as equações 2,4 e 18 são colocadas na forma residual:

$$\begin{cases} \frac{A_0}{A_1} - \frac{M_1}{M_0} \left[\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2} \right]^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} = 0 \\ \frac{A_2}{A_1} - \frac{M_1}{M_2} \left[\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_2^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2} \right]^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} = 0 \\ \frac{A_2}{A_1} - 1 - \frac{2 \frac{A_0}{A_1} \left(\frac{M_1}{M_0} \sqrt{\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2}} - 1 \right) + \frac{2}{\gamma M_0^2} \left[\left(\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} - 1 \right]}{\frac{2}{\gamma M_0^2} \left[\left(\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} - 1 \right]} = 0 \end{cases}$$

Cria-se a partir das equações residuais uma função erro, que é a norma do vetor de resíduos do sistema, onde cada componente é o resultado de uma das equações do sistema na forma residual para um dado chute de valor das variáveis. Quando as variáveis inseridas nas equações residuais satisfazem o sistema de equações, a norma do vetor de resíduos é nula. Desta forma, para resolver o sistema, a função erro foi minimizada pelo método de ponto interior, implementada na função `fmincon` no MATLAB.

Para este sistema em particular, as especificações utilizadas foram:

- Variáveis: A_0 , M_1 e M_2
- Entradas prescritas: M_0 , A_1 , A_2 e γ
- Chute inicial: $[1 \ 1 \ 1]$
- Limite inferior: $[0 \ 0 \ 0]$
- Limite superior: $[\text{inf} \ 1 \ 1]$

Para casos mais refinados, há possibilidade de mudança do coeficiente de expansão adiabática γ . No entanto, para esta simulação, adotou-se 1.4, sendo o valor típico para o ar em condições

atmosféricas e no interior do difusor. Na determinação dos limites, valeu-se do entendimento da física do problema, para os limites inferiores adotou-se zero, já que as áreas e os Machs procurados não poderiam ser menores do que isso, enquanto que para o limite superior, não se delimitou a área (por isso `inf`, que tipifica infinito no MATLAB), e os Machs foram delimitados a no máximo um, já que o problema simulado é subsônico e, conforme Anderson (2003), devido ao limite de estrangulamento do escoamento, o maior valor possível de Mach é 1 na garganta.

Os resultados mostram-se não só condizentes com o esperado ($M_2 < M_1$ indicando uma desaceleração do escoamento), mas também se verificados para condições pré-determinadas em Farokhi (2014), os valores corroboram (comparação feita mais a frente, na seção de resultados).

A implementação do código para projeto dos difusores, apesar de se valer das mesmas equações, é feita de forma separada, para que, em posse de ambos os códigos (para análise e projeto), seja possível compará-los, sendo possível desta forma obter uma verificação. Por meio da análise, para uma dada geometria de difusor e uma dada condição de voo, as saídas são determinadas, de forma que, se estas saídas forem usadas como parâmetros de entrada no projeto, devem resultar nas mesmas proporções geométricas do difusor inicial.

Utilizou-se a mesma estratégia de minimizar uma função erro, sendo esta a norma do vetor de resíduos das equações, a fim de encontrar a solução do sistema. Faz-se necessário adaptar as equações em termos do que é entrada prescrita e o que é variável. Desta forma, para este sistema em particular, as especificações utilizadas foram:

- Variáveis: A_0 , A_1 e A_2
- Entradas prescritas: M_0 , M_1 , M_2 e γ
- chute inicial: $[1 \ 1 \ 1]$
- Limite inferior: $[0 \ 0 \ 0]$
- Limite superior: $[1 \ 1 \ 1]$

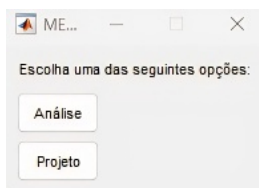
Na a determinação dos limites, valeu-se do entendimento da física do problema: para os limites inferiores adotou-se zero, já que as áreas procuradas não poderiam ser menores do que isso, enquanto que para o limite superior, houve uma delimitação de um para todos os Machs, visto que o problema é inerentemente subsônico e limitado pelo estrangulamento na garganta do difusor.

É importante salientar um problema encontrado nesta etapa, em que o sistema apresentava múltiplas soluções. A resposta de como contornar a dificuldade, veio da perspectiva física, já que a ocorrência destes Machs pode ocorrer em infinitas trincas ordenadas de áreas, desde que estas conservem a devida proporção; considerando as mesmas condições em modelagem ideal, um escoamento que passa de uma área de 1 m^2 para uma de 2 m^2 , experimenta a mesma desaceleração que um escoamento que passa de uma área de 4 m^2 para uma de 8 m^2 , visto que a proporção se mantém. Desta forma, para superar o problema, designou-se um valor unitário para a área A_1 , de forma que a solução encontrada fosse única, e refletisse a proporção $\frac{A_2}{A_1}$. Tal abordagem não prejudica o projeto, tendo em vista que ao engenheiro projetista basta estabelecer uma área de entrada com base nas proporções da aeronave, que a área de saída do difusor está automaticamente determinada, e fornecendo as saídas desejadas.

3 RESULTADOS E DISCUSSÕES - DIFUSORES IDEAIS

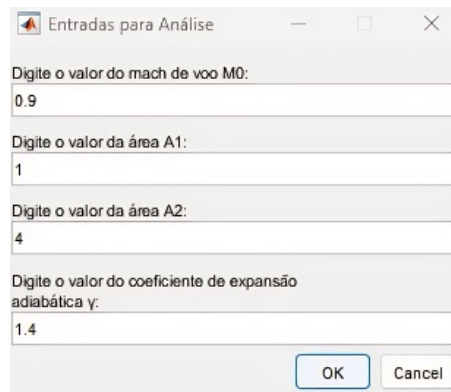
Foi elaborada uma interface gráfica dentro do MATLAB, a fim de facilitar a obtenção de resultados por usuários futuros, além de possibilitar mais facilmente que o código possa ser acoplado a outros, que modelem as partes restantes do motor. Na Figura 5, encontra-se um menu inicial, em que o usuário pode optar por escolher o modo de análise ou de projeto, e nas Figura 6 e Figura 7 encontra-se um exemplo dos resultados da análise de um difusor.

Figura 5 – Menu



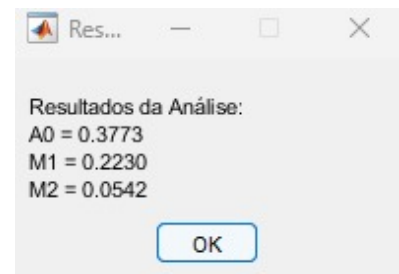
fonte: Autor

Figura 6 – Entradas para análise



fonte: Autor

Figura 7 – Saídas da análise



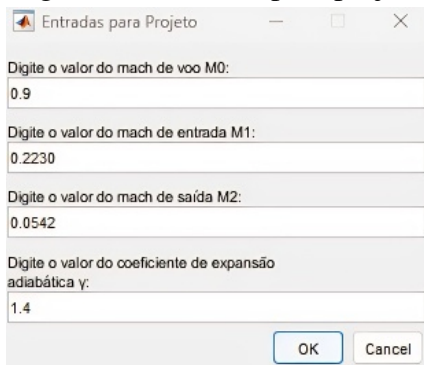
fonte: Autor

Na Figura 6, os valores atribuídos são de um caso conhecido em Farokhi (2014), onde uma razão de áreas $\frac{A_2}{A_1} = 4$, deve fornecer uma área A_0 um pouco menor que 0.38, tal como ocorre, em que o resultado obtido é de 0.377.

Para fins de discussão de resultados, percebe-se não só que $M_2 < M_1$, e portanto o escoamento desacelerou, mas também que M_2 é próximo de zero, sendo este o objetivo principal de um difusor, em que entrega para o restante do motor um escoamento com um Mach muito próximo a zero.

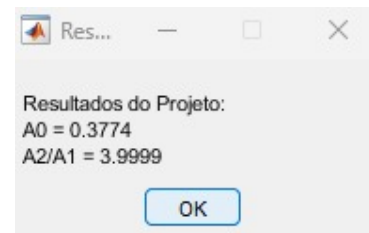
Como mencionado na seção de implementação, a fim de validar os códigos, desenvolvidos de maneira separada, tem-se nas Figura 8 e Figura 9 um exemplo em que as entradas para o projeto são as saídas obtidas da análise, de modo que se esperava obter um difusor com mesma razão de áreas.

Figura 8 – Entradas para projeto



fonte: Autor

Figura 9 – Saídas de projeto



fonte: Autor

Percebe-se uma pequena diferença nos valores, o esperado era 4 e o obtido foi de 3.999, no entanto, isto se resume apenas ao erro intrínseco do método de resolução numérico do sistema. Em termos práticos, os resultados convergiram. A fim de discutir os resultados, para se projetar um difusor que entregue os Machs estipulados, numa condição de voo de Mach 0.9, faz-se necessário seguir uma proporção de 1 : 4 entre a área de entrada e saída do difusor.

4 DESENVOLVIMENTO - DIFUSORES NÃO-IDEAIS

4.1 MODELAGEM

A *priori*, a ideia de um difusor ideal é fazer com que a pressão total do fluido seja conservada, no entanto, existem perdas intrínsecas neste processo associadas aos efeitos viscosos que ocorrem na camada limite, que pode ser relativamente espessa a depender das condições do escoamento de entrada, arrasto nas mais diversas formas, seja por atrito com a superfície, ou arrasto de pressão, até mesmo efeitos térmicos e de compressibilidade. Todos estes, não são levados em conta na modelagem ideal, que fornece um teto teórico de desempenho do difusor. Deste modo, uma forma de adequar o modelo para situações mais próximas do real, é introduzir uma eficiência, a fim de que ela seja capaz de contabilizar essas perdas ao final do processo. Assim, conforme Farokhi (2014), modela-se a eficiência justamente como mediadora desta discrepância entre ideal e real:

$$\eta_d \equiv \frac{h_{t2s} - h_0}{h_{t2} - h_0} = \frac{(V^2/2)_{\text{ideal}}}{V_0^2/2} \quad (1)$$

Em que, η_d é a eficiência adiabática, h_{t2s} é a entalpia de estagnação na saída não ideal, h_0 é a entalpia na entrada, e h_{t2} é a entalpia na saída ideal. A partir disto, sabendo que $h = C_p T$, desenvolve-se a equação:

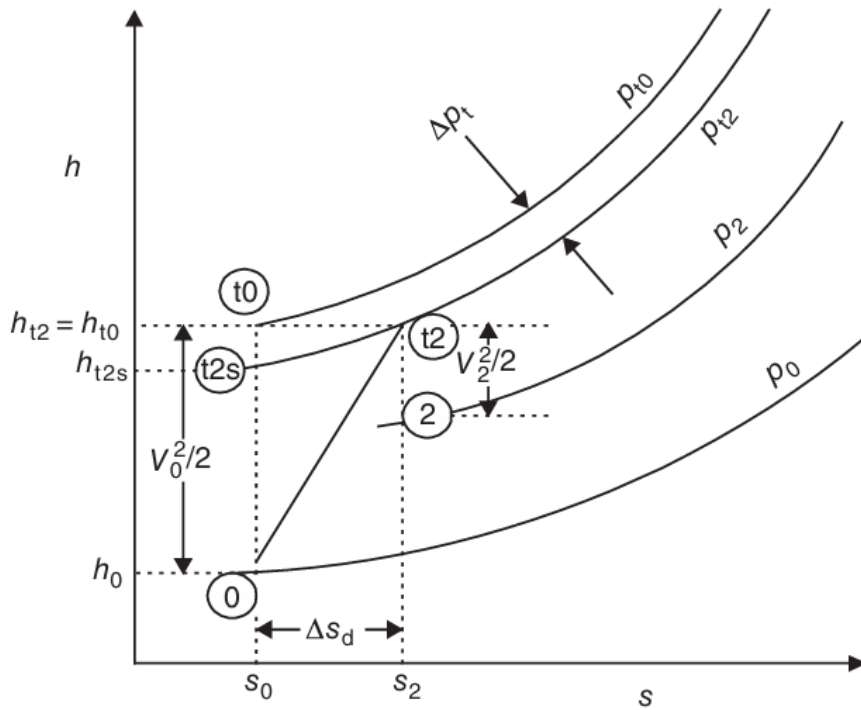
$$\eta_d = \frac{\frac{h_{t2s}}{h_0} - 1}{\frac{h_{t2}}{h_0} - 1} = \frac{\frac{T_{t2s}}{T_0} - 1}{\frac{h_{t0}}{h_0} - 1} = \frac{\left(\frac{p_{t2}}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\frac{\gamma-1}{2} M_0^2}$$

Onde T_{t2s} é a temperatura de estagnação na saída não ideal, T_0 é a temperatura na entrada, p_{t2} a pressão total na saída ideal, e p_0 a pressão total na entrada. Isola-se a razão de pressões, até finalmente se obter a relação isentrópica, utilizada no caso ideal, agora com um fator de correção, que é a eficiência adiabática do difusor:

$$\frac{p_{t2}}{p_0} = \left(1 + \eta_d \frac{\gamma-1}{2} M_0^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (2)$$

Para a modelagem, considerou-se uma maneira mais conveniente de calcular a eficiência, que melhor se adequava aos dados disponíveis, em particular à diferença de pressões e condições de voo. Visando calcular a eficiência pela razão de velocidade, parte-se do gráfico da Figura 10, que mostra a relação entre entalpia e entropia.

Figura 10 – Entalpia por entropia



fonte: Farokhi (2014)

Deste forma , tem-se:

$$\frac{V^2}{2} + \Delta p_t = \frac{V_0^2}{2} \quad (3)$$

Em que Δp_t é a diferença entre a entalpia total ideal, e a entalpia total de estagnação. Juntando as equações 1 e 3, e resolvendo para a eficiência temos:

$$\eta = 1 - \frac{2\Delta p_t}{V_0^2} \quad (4)$$

A eficiência adiabática não é única capaz de mensurar a qualidade de um difusor. Uma outra grandeza muito útil para análise de difusores é a recuperação de pressão total, definida como:

$$\pi_d \equiv \frac{p_{t2}}{p_{t0}} \quad (5)$$

Em que π_d é a recuperação de pressão total.

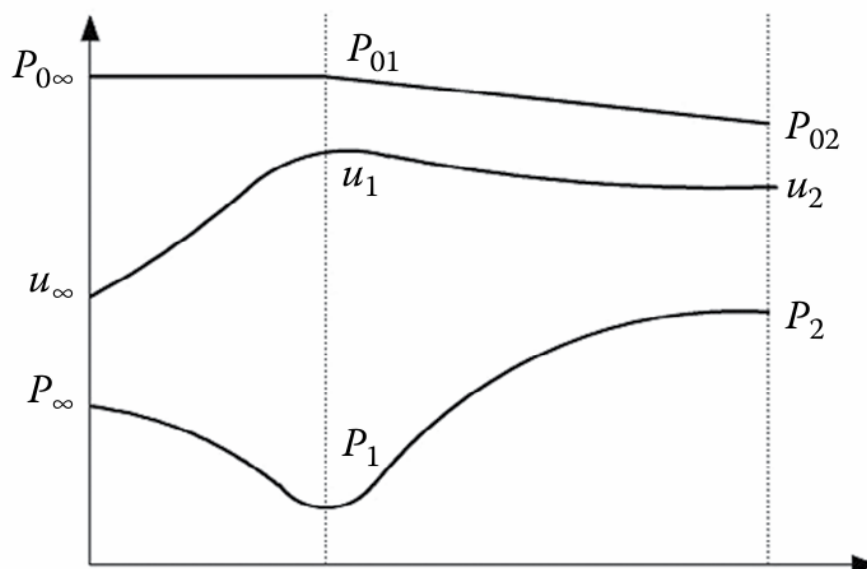
Explorados alguns parâmetros, é importante observar que o modelo desenvolvido possui algumas hipóteses que o simplificam, e portanto, como qualquer modelagem, limita o seu âmbito de aplicação. A seguir encontram-se listadas as principais hipóteses simplificadoras adotadas:

- Todas as simulações foram feitas considerando-se condições atmosféricas padrão ISA a nível do mar, para valores de densidade e temperatura.
- Foram considerados apenas escoamentos subsônicos no escopo de simulações, visando aeronaves comerciais que operam neste regime.

- Tratando-se de um escoamento subsônico, em uma distância relativamente pequena, desprezam-se os efeitos de camada limite térmica e trocas de calor com o meio externo.
- A interface de resultados gera previsões estatísticas para fora da base de dados, mesmo que com um pequeno erro, ou seja, os valores não são exatos.
- A fim de diminuir o número e o grau de complexidade das análises, o modelo considera apenas uma linha reta ligando entrada e saída do difusor, sem contabilizar outros formatos mais adequados em termos aerodinâmicos.
- Com o mesmo fim de diminuir o número e o grau de complexidade das análises, o modelo considera apenas um valor de turbulência média na entrada de 5%, sem levar em conta outros valores possíveis.
- A fim de simplificar o modelo simulado, a desaceleração externa ao difusor é considerada isentrópica, ou seja, $M_0 = M_1$; apesar de existir sim uma desaceleração externa, ela não é tão expressiva, e poderia ser obtido a partir do código de difusores ideais para melhorar refinar o resultado.

Ademais, conforme El-Sayed (2017), espera-se que a base de dados obtida traduza valores compatíveis com o gráfico esquemático mostrado na Figura 11.

Figura 11 – Comportamento do difusor subsônico



fonte: El-Sayed (2017)

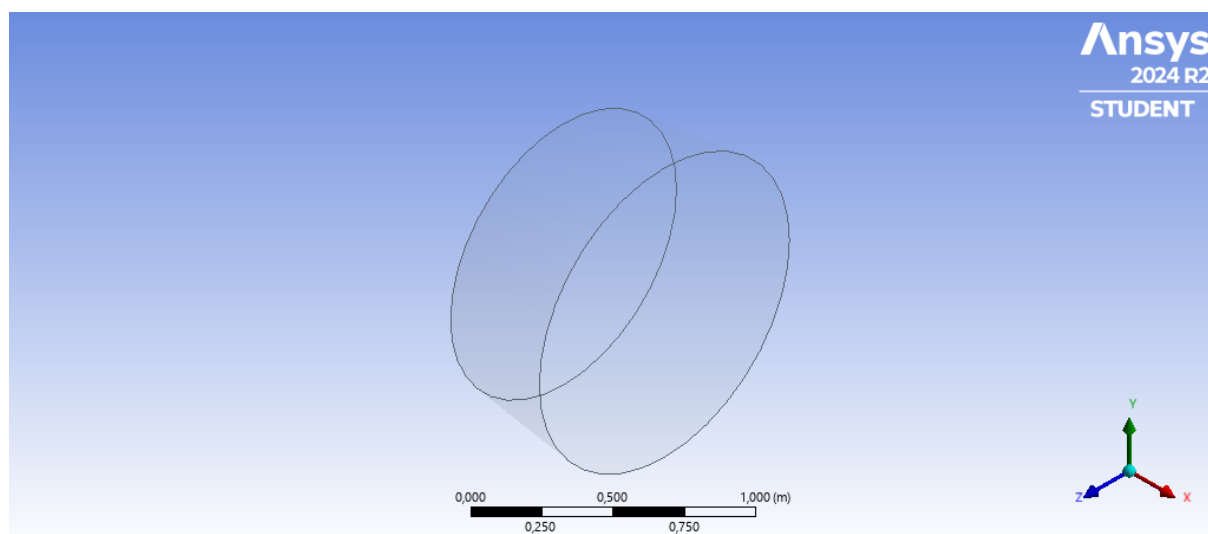
Ou seja, uma queda inicial na pressão estática na entrada do difusor em relação à pressão atmosférica, seguida de um aumento, enquanto a velocidade aumenta e depois estabiliza, e consequentemente, a pressão total diminui da entrada para a saída.

4.2 SIMULAÇÕES

Tendo o equacionamento, basta obter os valores não-ideais para, desta forma, calcular a eficiência e os demais parâmetros. Para este fim, valeu-se de simulações em fluidodinâmica computacional (CFD), no *software* Ansys, mais especificamente no módulo CFX.

Inicialmente, a ideia é obter uma base de dados que permita estimar os resultados de eficiência para qualquer difusor de maneira rápida. Para isto, escolheu-se *a priori* uma geometria simplificada: o tronco de cone (Figura 12).

Figura 12 – Geometria 3D do difusor

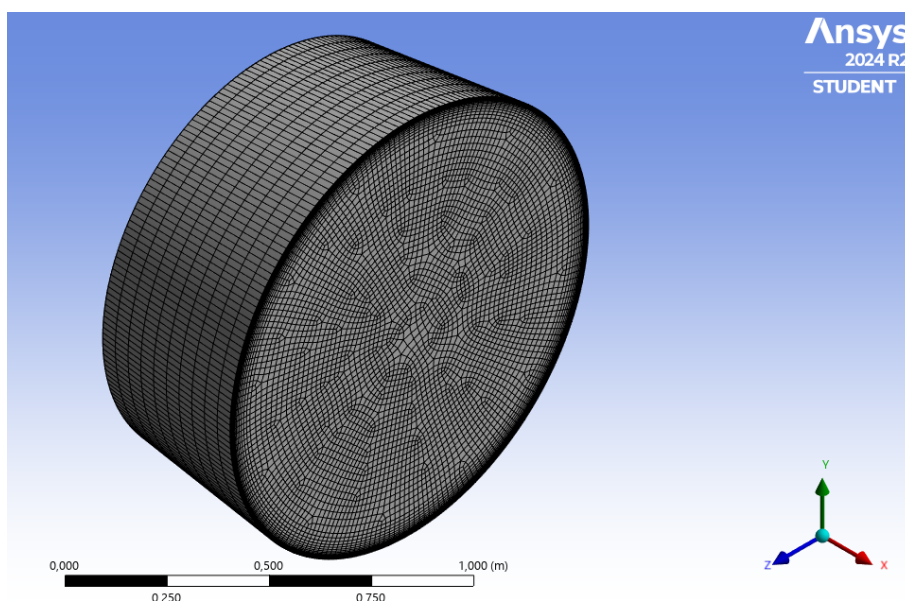


fonte: Autor

Nesta etapa, alguns parâmetros geométricos foram selecionados por meio da opção *Parameter Set*, que permite rodar várias simulações apenas alterando valores especificados no *setup* da geometria e do problema de CFD. Os parâmetros utilizados para construir a base de dados foram: o comprimento longitudinal do difusor, o raio na entrada, e o raio na saída.

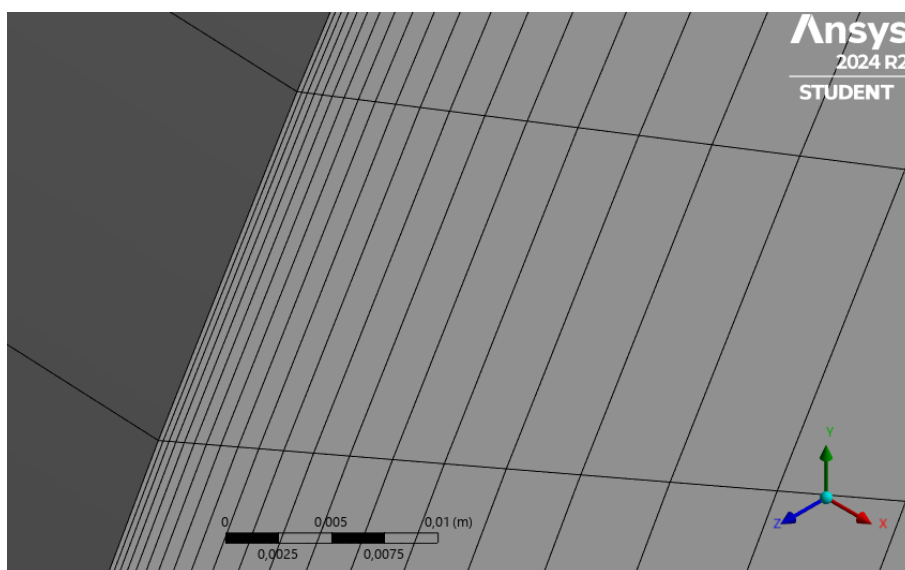
Após isso, na geração de malha, preocupou-se em obter um refinamento maior próximos às paredes, a fim de capturar os efeitos de camada limite. Os parâmetros utilizados foram: 20 de *Element Size* e 1.20 de *Growth Rate*, estes parâmetros podem ser interpretados em outros softwares apenas como o tamanho e a taxa de crescimento dos elementos próximos à parede. Posteriormente, simularam-se alguns casos para verificar a convergência de malha, e apenas para casos onde o ângulo de entrada do escoamento era muito acentuado, em conjunto a uma grande turbulência associada, percebiam-se mudanças mais expressivas nos resultados obtidos e, portanto, para os casos que se pretendia simular, a malha demonstrava-se adequada. Nas Figura 13 e Figura 14 encontram-se a malha e o refino dos elementos próximos à parede.

Figura 13 – Malha



fonte: Autor

Figura 14 – Refino da malha



fonte: Autor

Como condições de contorno foram escolhidas: paredes com condição de não-deslizamento; as componentes cartesianas de velocidade na entrada a uma dada pressão estática; a vazão mássica na saída. A escolha desta última se deve ao fato de que os dados desejados eram de velocidade e pressão na saída, os quais não poderiam ser definidos como valores previamente conhecidos. Assim, optou-se pela vazão mássica, que poderia ser facilmente calculada a partir dos dados de entrada – velocidade, densidade e área – utilizando a equação 9.

Neste etapa, as componentes horizontal e vertical da velocidade também foram automatizadas para *Parameter Set*, permitindo assim não só variar o módulo da velocidade, mas também o ângulo com que o escoamento entra no motor. Além disso, estes parâmetros também foram associados a vazão mássica de forma automática, para que a cada conjunto diferente de velocidade e ângulo de entrada simulados,

o valor da vazão mássica acompanhasse a mudança. Considerou-se para as simulações condições ISA a nível do mar, a saber, densidade de 1.225 kg/m^3 , pressão estática de 1 atm e velocidade do som de 340.29 m/s . Além disso, optou-se também por um valor médio de turbulência sugerido pelo próprio *software*, de 5%, em que são gerados perturbações aleatórias em direções perpendiculares ao vetor velocidade, de intensidade máxima de 5% do módulo da velocidade.

Para as simulações, foram escolhidos valores típicos de difusores, indo dos menores aos maiores, e efetuando suas combinações. Na 1 encontram-se os valores utilizados.

Tabela 1 – Parâmetros utilizados na análise

Raio 1 [m]	Raio 2 [m]	L [m]	α [°]	V [m/s]
0,15	0,3	0,3	0	100
0,2667	0,6	0,4	5	200
0,3833	0,9	0,4	10	250
0,5	1,2			300

Fonte: Autor.

Com estes valores, as possíveis combinações seriam de 576. Entretanto, em alguns casos específicos, a área da entrada seria maior que a área de saída, o que não configuraria como um difusor. Sendo assim, estas combinações específicas foram descartadas, restando um total de 504 combinações, que compuseram os parâmetros das simulações.

Em posse destes valores, optou-se por escolher os seguintes parâmetros de saída: pressão total na entrada, pressão total na saída, e velocidade na saída. Os valores simulados demonstraram correspondência com o esperado na literatura (Figura 11).

4.3 MÉTODO NUMÉRICO

Executadas as análises, todos os valores de entrada e saída foram organizados em uma base de dados, que foi utilizada em um código no MATLAB. A proposta é conseguir estimar de maneira rápida os valores de saída por meio do código, sem a necessidade de rodar as simulações em CFD. Para este fim, utilizou-se um método conhecido como Krigagem, conforme Martins e Ning (2022), que estima valores de uma variável desconhecida em pontos não amostrados com base em valores conhecidos em pontos próximos, levando em conta a estrutura de correlação espacial dos dados. Em resumo, a técnica interpola os dados de maneira probabilística, levando em conta toda a base de dados. A escolha deste método, em detrimento de outros, se deve ao fato de que uma interpolação simples não se mostra capaz de resolver o problema, devido à natureza multivariável inerente, com múltiplas entradas e saídas, além de que os dados apresentam um comportamento que não está em grade (ou seja, o espaçamento entre os dados obtidos nas respostas não é constante, devido a não-linearidade da resposta). É possível implementar este método por meio da função `fitrgp` no MATLAB.

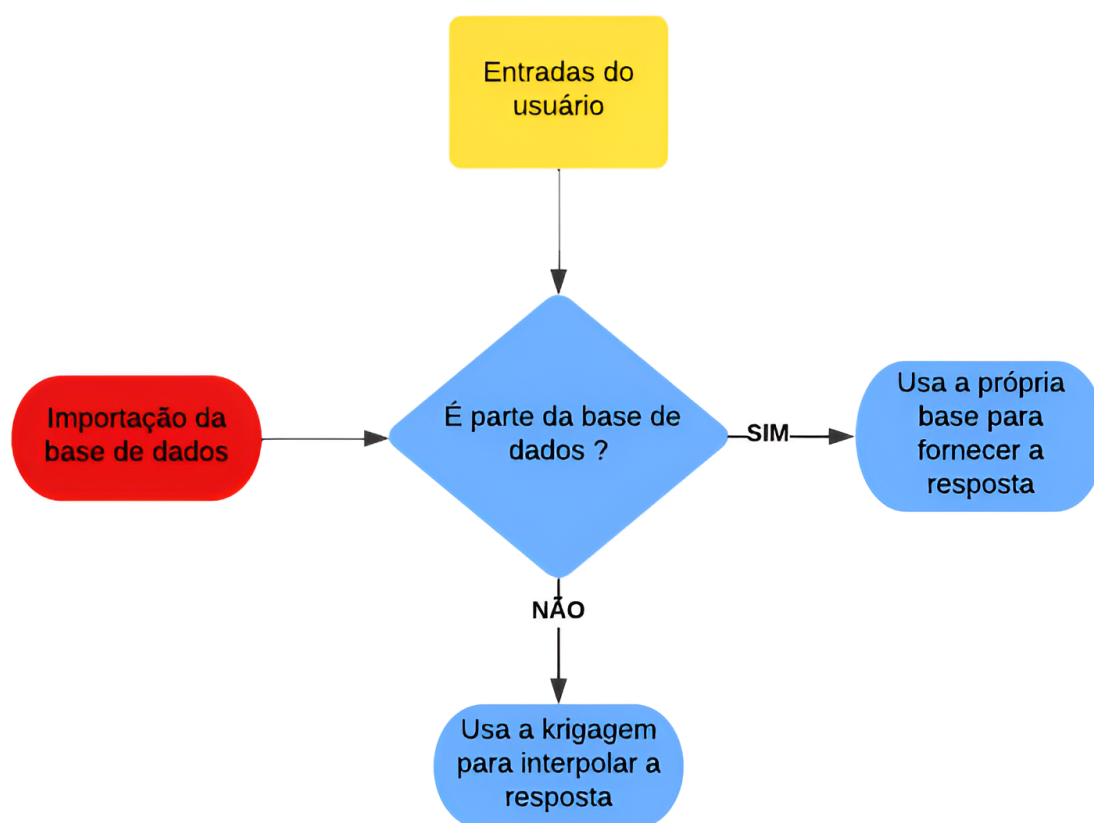
Para melhorar ainda mais a exatidão da interpolação, sabendo que a Krigagem utiliza a base de dados como um todo para obter qualquer conjunto de pontos desejado, mas ignora os pontos exatos já fornecidos, foi utilizada uma estratégia condicional, em que, via código, determinou-se que caso a busca feita seja para um conjunto de entradas já existente na base de dados, o resultado das saídas é aquele já

contido na base de dados, do contrário, usa-se a Krigagem para interpolar os valores de saída. Esta abordagem em código está mais detalhada nos Apêndices D, E e F.

Este método, de maneira semelhante aos difusores ideais, foi implementado tanto para uma abordagem de análise, em que as dimensões do difusor são fornecidas e consegue-se as saídas, quanto para projeto, em que se fornecem as saídas desejadas, e obtém-se as dimensões necessárias para tal.

A fim de detalhar o processo de funcionamento do código como um todo, elaborou-se a Figura 15, com o seguinte fluxograma:

Figura 15 – Fluxograma do código



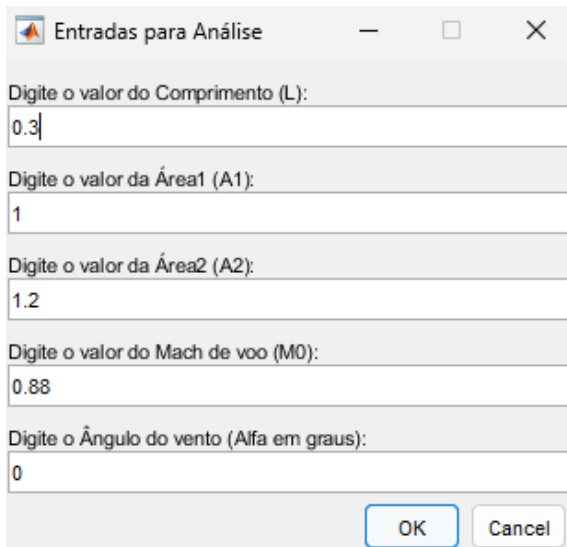
fonte: Autor

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES - DIFUSORES NÃO-IDEAIS

Da mesma forma feita anteriormente para os difusores ideais, elaborou-se uma interface gráfica interativa, com um menu que permite ao usuário escolher entre a abordagem de análise e a abordagem de projeto.

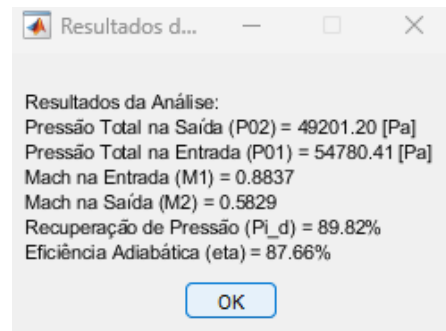
Segue uma demonstração dos módulo de análise (Figura 16 e Figura 17) e de projeto dos difusores não-ideais (Figura 18 e Figura 19).

Figura 16 – Entradas para análise de difusores não-ideais



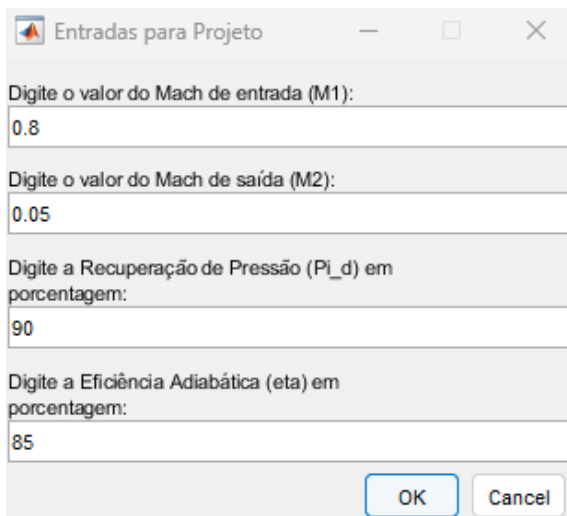
fonte: Autor

Figura 17 – Saídas para análise de difusores não-ideais



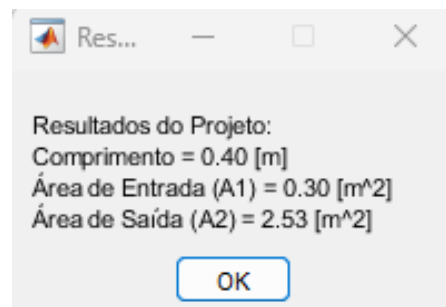
fonte: Autor

Figura 18 – Entradas para projeto de difusores não-ideais



fonte: Autor

Figura 19 – Saídas para projeto de difusores não-ideais

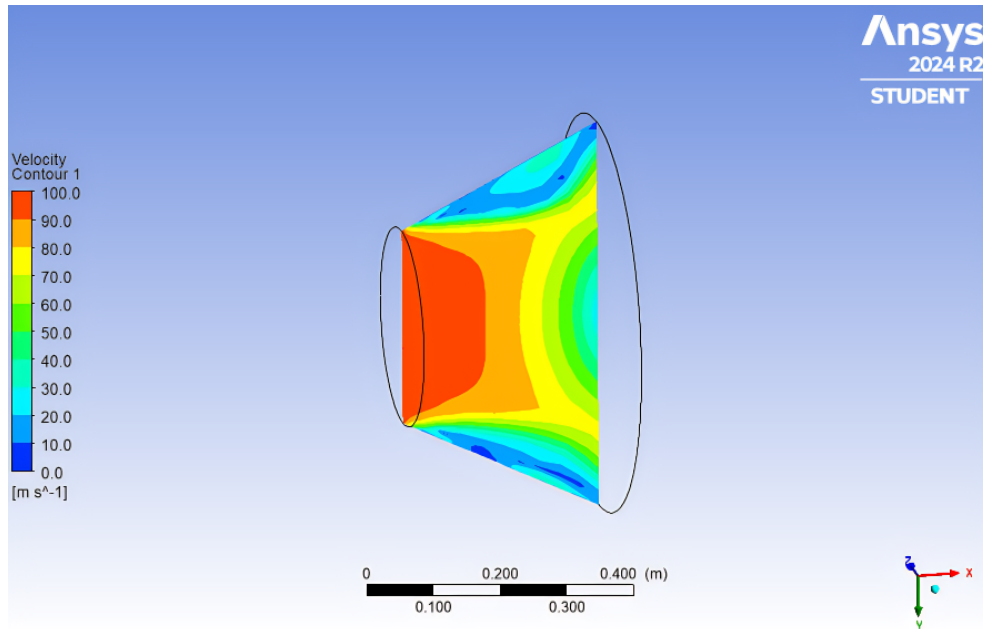


fonte: Autor

Além disso, por meio das análises CFD, foi possível observar o comportamento da camada limite dentro dos difusores, a depender da configuração proposta. Evidencia-se um caso típico, em que a

camada limite segue um comportamento normal, se desenvolvendo lentamente, tanto na parte superior quanto na inferior, seguindo o formato do difusor. O exemplo da Figura 20 mostra um caso com velocidade de entrada de 100 m/s com um ângulo de 0 graus.

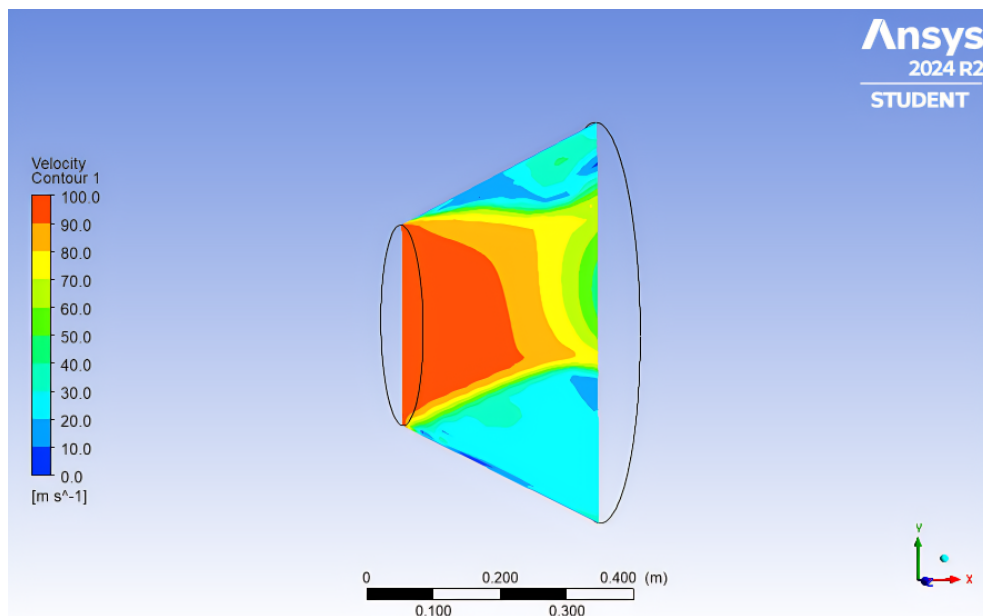
Figura 20 – Caso típico



fonte: Autor

Na Figura 21 encontra-se um caso mais abrupto, em que dadas as configurações, a camada limite se desenvolve rapidamente, apresenta uma disparidade entre as partes superior e inferior, e não segue o formato do difusor. O exemplo é também de 100 m/s , porém com um ângulo de entrada de 10 graus

Figura 21 – Caso abrupto

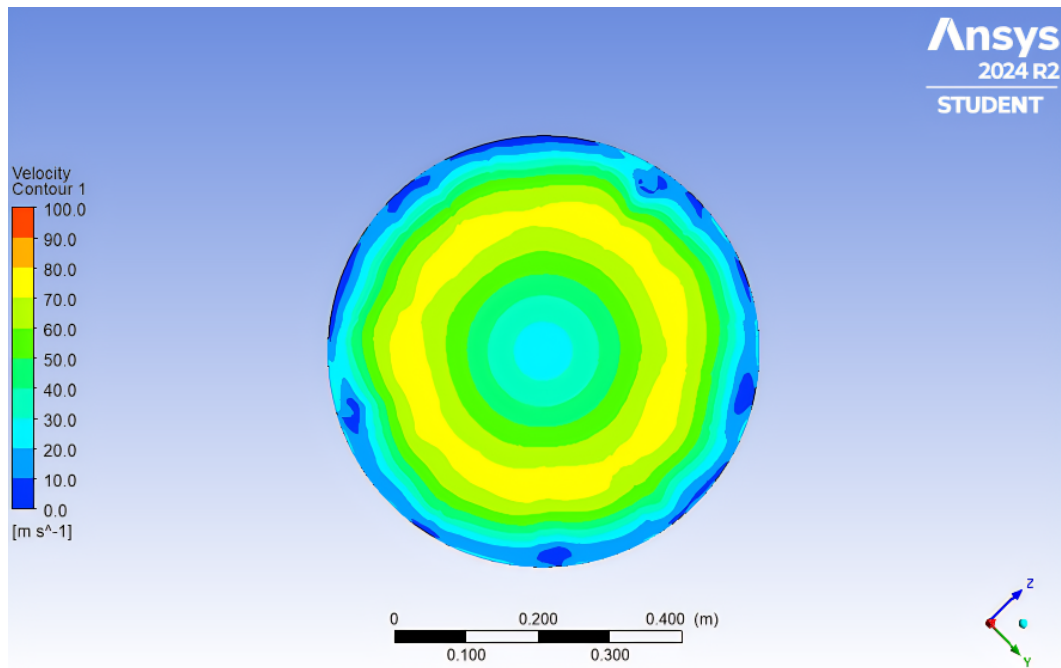


fonte: Autor

Fica evidente a forte influência do ângulo de entrada do escoamento, em que se percebe na parte

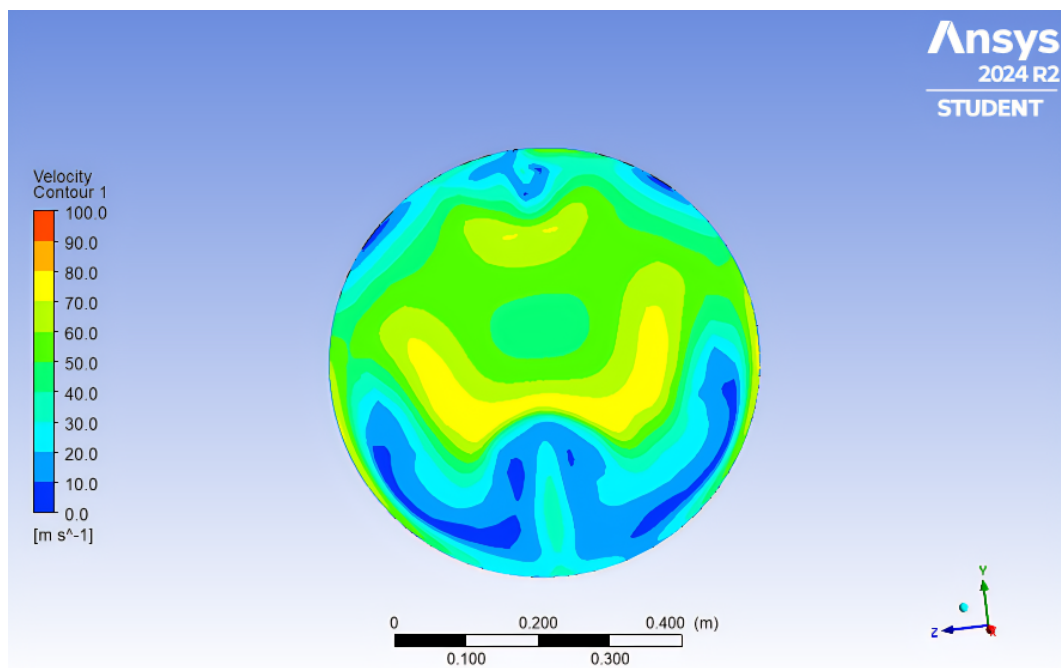
inferior um descolamento abrupto da camada limite. Para evidenciar este efeito, e como ele pode afetar de maneira decisiva o desempenho do restante do motor, nas Figura 22 e Figura 23 tem-se a comparação entre os campos de velocidade na saída de ambos os difusores.

Figura 22 – Caso típico



fonte: Autor

Figura 23 – Caso abrupto



fonte: Autor

Neste último caso é notável como a região inferior foi afetada pelo alto ângulo de entrada do escoamento, enquanto que no primeiro, a distribuição do campo de velocidades é praticamente axissimétrica.

6 CONCLUSÃO

A presente pesquisa teve como objetivo desenvolver um código que permitisse analisar e projetar difusores não-ideais de maneira rápida e eficiente, reduzindo a necessidade de simulações CFD de elevado custo computacional. Dentre as principais contribuições, destacam-se as interfaces interativas de análise e projeto, tanto para difusores ideais, quanto para difusores não-ideais, em que neste último caso, é capaz ou de prever a eficiência adiabática para um dado difusor em uma dada condição de voo, ou até de indicar o seu projeto, para uma dada eficiência. É importante salientar que esta modelagem apresenta algumas limitações, como se restringir à difusores operando em regime subsônico, além de desprezar efeitos térmicos, ou variações complexas na geometria e nas condições de turbulência.

Portanto, com base nos resultados e limitações identificadas, sugere-se que futuras pesquisas explorem exatamente sanar estas restrições, seguindo o mesmo padrão de modelagem, apenas acrescentando um número maior de variáveis para refinar ainda mais o modelo substituto, visto que a abordagem utilizada se mostra especialmente útil nestes casos com múltiplas variáveis. Em conclusão, a capacidade de avaliar a eficiência de um difusor se mostra fundamental no desempenho global de motores aeronáuticos, tendo impactos não só nestes termos técnicos, mas também econômicos, visto que dimensionar adequadamente um difusor implica em maior eficiência, e consequentemente, diminui os custos operacionais, além de diminuir o número de testes necessários para o desenvolvimento do motor, e portanto, o torna mais competitivo no mercado.

REFERÊNCIAS

ANDERSON, J. D. **Modern Compressible Flow: With Historical Perspective**. 3. ed. New York: McGraw-Hill, 2003.

ANDERSON, J. D. **Fundamentals of Aerodynamics**. 5th. ed. New York, NY: McGraw-Hill Education, 2005. ISBN 978-0072950465.

EL-SAYED, A. F. **Aircraft Propulsion and Gas Turbine Engines**. 2nd. ed. Boca Raton, FL: CRC Press, 2017. ISBN 978-1498727074.

FAROKHI, S. **Aircraft Propulsion**. 2nd. ed. Hoboken, NJ: Wiley, 2014. ISBN 978-1-118-80677-7.

MARTINS, J. R. R. A.; NING, A. **Engineering Design Optimization**. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2022. ISBN 9781108833417. Disponível em: <<https://mdobook.github.io>>.

APÊNDICE A – CÓDIGO DE ANÁLISE DE DIFUSORES IDEAIS

```

1 %% Analise difusores ideais
2 function saidas_do_difusor = difusor_isent(M0,A1,A2,gamma)
3 %x(1) = A0  %x(2) = M1  %x(3) = M2
4
5 erro = @(x) norm([
6     (x(1)./A1) - ((x(2)./M0) .* ((1 + 0.5*(gamma-1).*M0.^2) ./ (1 + 0.5*(
7         gamma-1).*x(2).^2)).^((gamma+1)/(2*(gamma-1)))));
8     (A2./A1) - (1 + (2 .* (x(1)./A1) .* ((x(2)./M0) * sqrt((1 + 0.5*(
9         gamma-1).*M0.^2) / (1 + 0.5*(gamma-1).*x(2).^2))) - 1) + (2/(gamma
10        .*M0.^2)) * (((1 + 0.5*(gamma-1)*M0.^2) / (1 + 0.5*(gamma-1).*x
11        (2).^2)).^(gamma/(gamma-1))) - 1)) / (-(2/(gamma.*M0.^2)) * (((1 +
12        0.5*(gamma-1).*M0.^2) / (1 + 0.5*(gamma-1)*1^2)).^(gamma/(gamma-1))
13        - 1)))));
14     (A1./A2) - ((x(3)./x(2)) .* ((1 + 0.5*(gamma-1).*x(2).^2) ./ (1 +
15         0.5*(gamma-1).*x(3).^2)).^((gamma+1)/(2*(gamma-1))))]);
16
17 saidas_do_difusor = fmincon(erro,[1 1 1],[[],[],[],[],[],[0 0 0],[inf 1 1]);%
18     , 'Display','off');
19
20 end

```

APÊNDICE B – CÓDIGO DE PROJETO DE DIFUSORES IDEAIS

```

1 %% Projeto difusores ideais
2 function projeto_difusor_2 = projeto_dif_isent_2(M0,M1,M2,gamma)
3 %x(1) = A0----- %x(2) (antigo) = A1 = 1----- %x(3) = A2, se tornou o
   novo x(2)
4
5 erro = @(x) norm([
6     (x(1)./1) - ((M1./M0) .* ((1 + 0.5*(gamma-1).*M0.^2) ./ (1 + 0.5*(
       gamma-1).*M1.^2)).^((gamma+1)/(2*(gamma-1)))));
7     (x(2)./1) - (1 + (2 .* (x(1)./1) .* ((M1./M0) * sqrt((1 + 0.5*(gamma
       -1).*M0.^2) / (1 + 0.5*(gamma-1).*M1.^2))) - 1) + (2/(gamma.*M0.^2)
       ) * (((1 + 0.5*(gamma-1).*M0.^2) / (1 + 0.5*(gamma-1).*M1.^2)).^(
       gamma/(gamma-1))) - 1)) / (-(2/(gamma.*M0.^2)) * ((1 + 0.5*(gamma
       -1).*M0.^2) / (1 + 0.5*(gamma-1).*M1.^2)).^(gamma/(gamma-1)) - 1));
8     (1./x(2)) - ((M2./M1) .* ((1 + 0.5*(gamma-1).*M1).^2) ./ (1 + 0.5*(
       gamma-1).*M2.^2)).^((gamma+1)/(2*(gamma-1))))]);
9
10 projeto_difusor_2 = fmincon(erro,[1 1],[[],[],[],[],[],[0.1 0.1],[inf inf]);
11
12 end

```

APÊNDICE C – CÓDIGO DE INTERFACE DE ANÁLISE E PROJETO DE DIFUSORES IDEAIS

```

1 %% Difusor ideal - interface
2 % Exibir o menu de opções
3 opcao = menu('Escolha uma das seguintes opções:', 'Análise', 'Projeto'
4             );
5
6 switch opcao
7     case 1 % Análise
8         % Criar caixas de diálogo para entrada de dados com textos
9         % customizados
10        prompt = {
11            'Digite o valor do mach de voo M0:', ...
12            'Digite o valor da reatância A1:', ...
13            'Digite o valor da reatância A2:', ...
14            'Digite o valor do coeficiente de expansão adiabática: '
15        };
16        dlgtitle = 'Entradas para Análise';
17        dims = [1 50]; % Dimensão para garantir melhor visibilidade
18        default_input = {'0.9', '1', '4', '1.4'};
19        resposta = inputdlg(prompt, dlgtitle, dims, default_input);
20
21        % Converter as entradas para valores numéricos
22        M0 = str2double(resposta{1});
23        A1 = str2double(resposta{2});
24        A2 = str2double(resposta{3});
25        gamma = str2double(resposta{4});
26
27        % Executar o código de análise
28        saidas_do_difusor = difusor_isent(M0, A1, A2, gamma);
29
30        % Extraíndo os valores da saída
31        A0 = saidas_do_difusor(1); % A0
32        M1 = saidas_do_difusor(2); % M1
33        M2 = saidas_do_difusor(3); % M2
34
35        % Exibir os resultados em uma caixa de diálogo
36        msg = sprintf('Resultados da Análise:\nA0 = %.4f\nM1 = %.4f\nM2 = %.4f', A0, M1, M2);
37        msgbox(msg, 'Resultados da Análise');

```

```

36
37 case 2 % Projeto
38     % Criar caixas de di logo para entrada de dados com textos
        customizados
39     prompt = {
40         'Digite_o_valor_do_mach_de_voo_M0:', ...
41         'Digite_o_valor_do_mach_de_entrada_M1:', ...
42         'Digite_o_valor_do_mach_de_sa da_M2:', ...
43         'Digite_o_valor_do_coeficiente_de_expans o_adiab tica_ ':'
44     };
45     dlgtitle = 'Entradas_para_Projeto';
46     dims = [1 50]; % Dimens o para garantir melhor visibilidade
47     default_input = {'0.7', '0.3878', '0.3134', '1.4'};
48     resposta = inputdlg(prompt, dlgtitle, dims, default_input);
49
50     % Converter as entradas para valores num ricos
51     M0 = str2double(resposta{1});
52     M1 = str2double(resposta{2});
53     M2 = str2double(resposta{3});
54     gamma = str2double(resposta{4});
55
56     % Executar o c digo de projeto
57     saidas_do_projeto = projeto_dif_isent_2(M0, M1, M2, gamma);
58
59     % Extraindo os valores da sa da
60     A0 = saidas_do_projeto(1); % A0
61     A2 = saidas_do_projeto(2); % A2
62
63     % C lculo de A2/A1
64     A2_A1 = A2 / A1;
65
66     % Exibir os resultados em uma caixa de di logo
67     msg = sprintf('Resultados_do_Projeto:\nA0=_%.4f\nA2/A1=_%.4f',
        A0, A2_A1);
68     msgbox(msg, 'Resultados_do_Projeto');
69
70 otherwise
71     % Caso o usu rio feche a caixa sem escolher
72     msgbox('Op o_invlida!_Por_favor,_escolha_An lise_ou_Projeto
        .', 'Erro');
73 end

```

APÊNDICE D – CÓDIGO DE ANÁLISE DE DIFUSORES NÃO-IDEAIS

```

1 %% Analise difusores reais
2 function [resultado_P02, resultado_P01, M1, M2, Pi_d, eta] =
    Analise_difusores_reais(Comprimento, A1, A2, M0, Alfa_graus)
3   clc
4
5   RaioEntrada = sqrt(A1/pi);
6   RaioSaida = sqrt(A2/pi);
7   VelocidadeHorizontal = cosd(Alfa_graus) * (M0 * sqrt(1.4 * 287 * 288.15))
    ;
8   VelocidadeVertical = sind(Alfa_graus) * (M0 * sqrt(1.4 * 287 * 288.15));
9
10  nova_entrada = [Comprimento, RaioEntrada, RaioSaida, VelocidadeHorizontal
    , VelocidadeVertical];
11
12  data = importdata('data_t5.txt');
13  L = data(:, 1);
14  Raiol = data(:, 2);
15  Raio2 = data(:, 3);
16  u = data(:, 4); % Velocidade Horizontal
17  v = data(:, 5); % Velocidade Vertical
18  P02 = data(:, 6); % Press o Total 2
19  P01 = data(:, 7); % Press o Total 1
20  V1 = data(:, 8); % Velocidade 1
21  V2 = data(:, 9); % Velocidade 2
22
23  % Cria o da matriz de entradas e sa das
24  base_de_dados = [L, Raiol, Raio2, u, v];
25  saidas_base_P02 = P02;
26  saidas_base_P01 = P01; % Sa da correspondente a P01
27  saidas_base_V1 = V1; % Sa da correspondente a V1
28  saidas_base_V2 = V2; % Sa da correspondente a V2
29
30  % Parametro de tolerancia para verificar igualdade
31  tolerancia = 1e-3;
32
33  % Fun o para verifica o de pontos existentes na base de dados
34  indice = find(all(abs(base_de_dados - nova_entrada) < tolerancia, 2), 1);
35
36  if ~isempty(indice)
37      % Se a nova entrada j existe, retorna os valores exatos

```

```

38     resultado_P02 = saidas_base_P02(indice);
39     resultado_P01 = saidas_base_P01(indice); % Valor de P01
40     V1_resultado = saidas_base_V1(indice);    % Valor de V1
41     V2_resultado = saidas_base_V2(indice);    % Valor de V2
42 else
43     % Aplicar krigagem para interpolar um valor para a nova entrada
44     modelo_krigagem_P02 = fitrgp(base_de_dados, saidas_base_P02, '
         KernelFunction', 'squaredexponential', ...
         'Sigma', 5, 'Standardize', 1);
45
46
47     % Prever P02 com krigagem
48     resultado_P02 = predict(modelo_krigagem_P02, nova_entrada);
49
50     % Prever P01 e V1 utilizando krigagem
51     modelo_krigagem_P01 = fitrgp(base_de_dados, saidas_base_P01, '
         KernelFunction', 'squaredexponential', ...
         'Sigma', 5, 'Standardize', 1);
52
53     modelo_krigagem_V1 = fitrgp(base_de_dados, saidas_base_V1, '
         KernelFunction', 'squaredexponential', ...
         'Sigma', 5, 'Standardize', 1);
54
55     modelo_krigagem_V2 = fitrgp(base_de_dados, saidas_base_V2, '
         KernelFunction', 'squaredexponential', ...
         'Sigma', 5, 'Standardize', 1);
56
57
58     resultado_P01 = predict(modelo_krigagem_P01, nova_entrada); %
         Previs o de P01
59     V1_resultado = predict(modelo_krigagem_V1, nova_entrada);    %
         Previs o de V1
60     V2_resultado = predict(modelo_krigagem_V2, nova_entrada);    %
         Previs o de V2
61 end
62
63 % C lculo dos Machs
64 velocidade_som = sqrt(1.4 * 287 * 288.15);
65 M1 = V1_resultado / velocidade_som; % C lculo de Mach para V1
66 M2 = V2_resultado / velocidade_som; % C lculo de Mach para V2
67
68 % C lculo da recupera o de press o total
69 Pi_d = 100*((resultado_P02) / (resultado_P01));
70
71 eta = 100* (1 - ((2*abs(resultado_P02 - resultado_P01))/(V1_resultado*
         V1_resultado)));
72

```

```
73 % Exibi o dos resultados
74 disp(['Valor_encontrado_para_P02:_', num2str(resultado_P02)]);
75 disp(['Valor_encontrado_para_P01:_', num2str(resultado_P01)]);
76 disp(['Valor_encontrado_para_M1:_', num2str(M1)]);
77 disp(['Valor_encontrado_para_M2:_', num2str(M2)]);
78 disp(['Recupera o_de_press o_total:_', num2str(Pi_d), '%']);
79 disp(['Efici ncia_adia b tica:_', num2str(eta), '%']);
80 end
```

APÊNDICE E – CÓDIGO DE PROJETO DE DIFUSORES NÃO-IDEAIS

```

1 %% Projeto difusores reais
2 function [Comprimento, Area1, Area2] = Projeto_difusores_reais(Mach1,
    Mach2, Pi_d_percent, eta_percent)
3
4 % Converte Pi_d e eta de porcentagem para propor o
5 Pi_d = Pi_d_percent / 100;
6 eta = eta_percent / 100;
7
8 % Importa o dos dados
9 data = importdata('data_t5.txt');
10 L = data(:, 1);
11 Raio1 = data(:, 2);
12 Raio2 = data(:, 3);
13 V1 = data(:, 8);
14 V2 = data(:, 9);
15 Pi_d_data = data(:, 6) ./ data(:, 7); % Eficiência baseada em P02/P01
16
17 % C lculo da eficiência adiabática a partir dos dados
18 eta_data = 1 - ((2 * abs(data(:, 6) - data(:, 7))) ./ (V1.^2));
19
20 % Cria o da matriz de entradas e sa das, incluindo Pi_d e eta
21 base_de_dados = [Pi_d_data, eta_data, V1 / sqrt(1.4 * 287 * 288.15), V2 /
    sqrt(1.4 * 287 * 288.15)];
22 saidas_base_L = L;
23 saidas_base_Raio1 = Raio1;
24 saidas_base_Raio2 = Raio2;
25
26 % Define a entrada para a fun o de interpola o
27 nova_entrada = [Pi_d, eta, Mach1, Mach2];
28
29 % Verifica se o ponto existe na base de dados com tolerância
30 tolerancia = 1e-3;
31 indice = find(all(abs(base_de_dados - nova_entrada) < tolerancia, 2), 1);
32
33 if ~isempty(indice)
34     Comprimento = saidas_base_L(indice);
35     Area1 = pi * (saidas_base_Raio1(indice)^2);
36     Area2 = pi * (saidas_base_Raio2(indice)^2);
37 else
38     % Modelos de krigagem para previs o

```

```

39     modelo_krigagem_L = fitrgp(base_de_dados, saidas_base_L, '
        KernelFunction', 'squaredexponential', ...
40                                'Sigma', 5, 'Standardize', 1);
41     modelo_krigagem_Raio1 = fitrgp(base_de_dados, saidas_base_Raio1, '
        KernelFunction', 'squaredexponential', ...
42                                'Sigma', 5, 'Standardize', 1);
43     modelo_krigagem_Raio2 = fitrgp(base_de_dados, saidas_base_Raio2, '
        KernelFunction', 'squaredexponential', ...
44                                'Sigma', 5, 'Standardize', 1);
45
46     Comprimento = predict(modelo_krigagem_L, nova_entrada);
47     Raio1_pred = predict(modelo_krigagem_Raio1, nova_entrada);
48     Raio2_pred = predict(modelo_krigagem_Raio2, nova_entrada);
49
50     Area1 = pi * (Raio1_pred^2);
51     Area2 = pi * (Raio2_pred^2);
52 end
53
54 % Exibe os resultados
55 disp(['Comprimento:_', num2str(Comprimento)]);
56 disp(['raio_1:_', num2str(Area1)]);
57 disp(['raio_2:_', num2str(Area2)]);
58 end

```

APÊNDICE F – CÓDIGO DE INTERFACE DE ANÁLISE E PROJETO DE DIFUSORES NÃO-IDEAIS

```

1 %% Interface para Analise e Projeto de Difusores Reais
2 opcao = menu('Escolha uma das seguintes opcoes:', 'Anlise', 'Projeto'
3             );
4
5 switch opcao
6     case 1 % Anlise
7         % Entradas para Anlise
8         prompt = {
9             'Digite o valor do Comprimento (L):', ...
10            'Digite o valor da reatância (A1):', ...
11            'Digite o valor da reatância (A2):', ...
12            'Digite o valor do Mach de voo (M0):', ...
13            'Digite o ângulo do vento (Alfa em graus):'
14        };
15        dlgtitle = 'Entradas para Anlise';
16        dims = [1 50];
17        default_input = {'0.3', '1', '1.2', '0.88', '0'};
18        resposta = inputdlg(prompt, dlgtitle, dims, default_input);
19
20        % Converter entradas
21        Comprimento = str2double(resposta{1});
22        A1 = str2double(resposta{2});
23        A2 = str2double(resposta{3});
24        M0 = str2double(resposta{4});
25        Alfa_graus = str2double(resposta{5});
26
27        % Executar a função de análise
28        [resultado_P02, resultado_P01, M1, M2, Pi_d, eta] =
29        Analise_difusores_reais(Comprimento, A1, A2, M0, Alfa_graus);
30
31        % Exibir resultados
32        msg = sprintf(['Resultados da Anlise:\n', ...
33            'Pressão Total na Saída (P02) = %.2f [Pa]\n', ...
34            'Pressão Total na Entrada (P01) = %.2f [Pa]\n', ...
35            'Mach na Entrada (M1) = %.4f\n', ...
36            'Mach na Saída (M2) = %.4f\n', ...
37            'Recuperação de Pressão (Pi_d) = %.2f%%\n', ...
38            'Eficiência Adiabática (eta) = %.2f%%'], ...

```

```

37     resultado_P02, resultado_P01, M1, M2, Pi_d, eta);
38
39 msgbox(msg, 'Resultados_da_Analise');
40
41
42     case 2 % Projeto
43         % Entradas para Projeto
44         prompt = {
45             'Digite_o_valor_do_Mach_de_entrada_(M1):', ...
46             'Digite_o_valor_do_Mach_de_saida_(M2):', ...
47             'Digite_a_Recupera_o_de_Press_o_(Pi_d)_em_porcentagem:', ...
48             'Digite_a_Eficiencia_Adiabtica_(eta)_em_porcentagem:'
49         };
50         dlgtitle = 'Entradas_para_Projeto';
51         dims = [1 50];
52         default_input = {'0.8', '0.05', '90', '85'}; % Valores padr o, incluindo
                    eta
53         resposta = inputdlg(prompt, dlgtitle, dims, default_input);
54
55         % Converter entradas
56         Mach1 = str2double(resposta{1});
57         Mach2 = str2double(resposta{2});
58         Pi_d_percent = str2double(resposta{3});
59         eta_percent = str2double(resposta{4}); % Novo campo para efici ncia
                    adiabtica
60
61         % Executar a fun o de projeto com o novo parametro eta_percent
62         [Comprimento, A1, A2] = Projeto_difusores_reais(Mach1, Mach2,
                    Pi_d_percent, eta_percent);
63
64         % Exibir resultados
65         msg = sprintf(['Resultados_do_Projeto:\n', ...
66             'Comprimento=_%.2f_[m]\n', ...
67             ' rea _de_Entrada_(A1)_=_%.2f_[m^2]\n', ...
68             ' rea _de_Sa da_(A2)_=_%.2f_[m^2]'], Comprimento, A1, A2);
69         msgbox(msg, 'Resultados_do_Projeto');
70
71
72         otherwise
73             % Caso o usu rio feche a caixa sem escolher
74             msgbox('Op o _inv lida!_Por_favor,_escolha_Analise_ou_Projeto
                    .', 'Erro');
75     end

```