



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Pós-Graduação em Engenharia Civil

**APROXIMAÇÃO DAS EQUAÇÕES DA "CLASSE BOUSSINESQ" NO PROCESSO
DE GERAÇÃO DA ONDA NA INTERFACE SÓLIDO - LÍQUIDO:
UMA ABORDAGEM NUMÉRICO - EXPERIMENTAL
COM COMPROMISSO DE ENGENHARIA**

MARIA FRANCISCA DO NASCIMENTO

Ilha Solteira - SP

1210001272



**APROXIMAÇÃO DAS EQUAÇÕES DA "CLASSE BOUSSINESQ" NO PROCESSO
 DE GERAÇÃO DA ONDA NA INTERFACE SÓLIDO-LÍQUIDO:
 UMA ABORDAGEM NUMÉRICO-EXPERIMENTAL
 COM COMPROMISSO DE ENGENHARIA**

MARIA FRANCISCA DO NASCIMENTO

1210001272



Proc. 071/2002 - NPD 032

UNESP - "CAMPOS DE ILHA SOLTEIRA"	
SERVIÇO TÉCN. DE BIBLIOTECA E DOCUMENTAÇÃO	
DATA DE CHEGADA	DATA DE TOMBO
06.05.02	30.05.02
ENTRADO POR	TOMBO
Ailza	Te. 1272
AQUISIÇÃO	CLASSIFICAÇÃO
Wooçã auto R\$ 10,00	N244a

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira – Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Civil – Ênfase em Recursos Hídricos e Tecnologias Ambientais.

Orientador: **PROF. DR. GERALDO DE FREITAS MACIEL**

30100003
 ENGENHARIA CIVIL

ILHA SOLTEIRA-SP
 2.001

sys - 169775
 sys 54204

BCpIS - FEIS - UNESP



Nascimento, Maria Francisca do

N244a / Aproximação das equações da "classe Boussinesq" no processo de geração de onda na interface sólido-líquido : uma abordagem numérico-experimental com compromisso de engenharia / Maria Francisca do Nascimento. -- Ilha Solteira, 2001
110p. : il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de concentração : Recursos hídricos e tecnologia ambiental, 2001

Orientador : Geraldo de Freitas Maciel

Bibliografia : p.81-84

1. Ondas gravitacionais 2. Ondas de submersão 3. Equações da "classe Boussinesq"
4. Modelo Serre 5. Análise numérico-Experimental

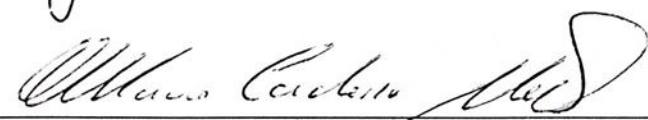
“Aproximação das Equações da “Classe Boussinesq” no Processo de Geração da Onda na Interface Sólido-Líquido – Uma Abordagem Experimental com Compromisso de Engenharia”

MARIA FRANCISCA DO NASCIMENTO

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À FACULDADE DE ENGENHARIA – CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA – UNESP – COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL (ME).

COMISSÃO EXAMINADORA:


Prof. Dr. Geraldo de Freitas Maciel – orientador/FE/UNESP


Prof. Dr. Oscar de Moraes Cordeiro Netto - UnB


Prof. Dr. Milton Dall'Aglio Sobrinho – FE/UNESP

Ilha Solteira – SP, setembro de 2001

*Aos meus pais
Raímundo e Francisca*

*Aos meus irmãos
Cido, Naldo, Patrícia,
Júlio e Helionildo*

*Aos meus amigos
Elaine, Humberto e Roseli*



Agradecimentos

A Deus, por me chamar à vida.

Aos meus pais, pelo carinho e paciência.

Ao professor Dr. Geraldo de Freitas Maciel, por toda orientação dada neste trabalho e também pela confiança depositada na minha capacidade de realizá-lo.

À FAPESP (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo), pela concessão de bolsa de estudo em nível de mestrado e apoio à pesquisa.

À equipe de Ondas Gravitacionais, Francisco Lledo dos Santos e Leandro Célio Nunes Ruella, por toda ajuda dada na parte experimental desta dissertação e também demais colegas da pós-graduação por todo apoio e incentivo.

Aos membros do júri que bem aceitaram contribuir na discussão e certamente no enriquecimento deste trabalho.

Ao Departamento de Engenharia Civil, professores e funcionários.

Resumo

Um modelo matemático pertencente às equações da “classe Boussinesq” (modelo Serre) é usado para estudar os efeitos hidrodinâmicos causados por deslizamentos de massa sólida em meio líquido. Fenômenos dessa natureza podem ocorrer por deslizamentos de terra em lagos naturais ou reservatórios de barragens, avalanches, “debris-flows”, etc. ou em fenômeno similar, tal como ondas geradas pela movimentação de comboios em canais de navegação, podendo desestabilizar suas margens. Tendo por objetivo a validação do código de cálculo desenvolvido, os resultados experimentais e numéricos são confrontados sistematicamente. Os resultados experimentais foram obtidos a partir de um aparato implementado no laboratório de Hidrometria da Feis/Unesp.

A proposta da modelagem experimental consiste em um bloco indeformável incidindo em canal de ondas. As características das ondas geradas dependem da geometria do bloco incidente, de sua ação dinâmica no interior da massa líquida, das distâncias de lançamento em relação à superfície livre de repouso e, por conseguinte, da velocidade de impacto, e da lâmina d'água inicial no canal. A estimativa dos riscos decorrentes desse fenômeno depende diretamente da amplitude da onda gerada pois, quanto maior a altura da onda, estima-se que maiores serão os danos por ela causados. Nesse contexto, a parcela da aceleração vertical assume papel importante por ser ela a responsável pelo movimento ascensional/descensional da superfície livre.

O modelo proposto, utilizado por Freitas Maciel (1993), na sua forma generalizada, e para uma geometria qualquer de canal leva em conta as acelerações verticais das partículas fluidas e admite a possibilidade de inclusão das modificações da topografia do fundo do canal. O modelo em questão trata os termos de derivadas de ordem superior, anteriormente desprezados por Boussinesq, de modo que na fase de geração, esse modelo pode suportar fortes amplitudes relativas de ondas (vizinhanças do “breaking”).

O modelo matemático foi traduzido em algoritmo computacional utilizando-se da técnica de diferenças finitas.

A confrontação numérico-experimental mostrou que os resultados obtidos com o código de cálculo numérico mostram-se compatíveis com os resultados experimentais, numa faixa de erros aceitáveis do ponto de vista de engenharia. O modelo matemático escolhido ainda que “fracamente” não-linear e dispersivo, pareceu ter atendido às ondas experimentais tanto em amplitude quanto em perfil.

Palavras-chave: ondas de submersão, equações da “classe Boussinesq”, modelo Serre, análise numérico-experimental

Abstract

A numerical model based on Boussinesq equations (Serre's model) is used to describe water waves generated by local disturbance. Landslides in natural lakes or reservoirs of dams, avalanches, debris-flows, etc, can generate these sort of waves. Similar phenomenon, such as waves generated by the movement of ships in navigation channels can be also responsible by sliding of margins. In order to validate the numerical model, experiments and numerical results are systematically compared. The experimental results are obtained from an experimental apparatus performed in the Hydraulic Laboratory of FEIS/UNESP.

The physical simulation representing the action of the solid mass in the water is done by block sliding on the ramp and plunging into wave canal. We observed that the features waves depend of block's geometry, its dynamic action inside of the liquid mass, slide distance in relation to the free surface and the initial depth of water. The analysis of incurred risks depends on of the good estimate of wave amplitude generated, because as larger the height of the wave, as larger will be the damages caused. So, the vertical acceleration has an important role in the free surface behavior.

This numerical model takes in account the vertical acceleration of the particles and considers higher orders derivate terms previously neglected by Boussinesq, so that in the generation zone, this model can support high relative amplitude of waves (neighborhoods of the breaking phenomenon)

A numerical model based on those equations was developed using a finite difference technique. The results obtained with the accomplished physical experiments are compatible to the numerical ones and the errors observed in amplitudes and profiles of waves are acceptable to the engineering point of view.

The mathematical model pointed up, even weakly nonlinear and dispersive, seems well to reproduce the amplitude and profile of experimental water waves.

Keywords: water waves generated by local disturbance, class Boussinesq equations, Serre's model, numerical-experimental analysis



Sumário

1. Introdução	09
2. Publicações Resultantes	16
3. Ondas de Submersão e Similares.....	19
4. Equações de Águas Rasas	28
4.1. Equações da “classe Boussinesq”	28
5. Metodologia	36
5.1. Modelo Experimental	36
5.1.1. Aparato Experimental.....	37
5.1.2. Aquisição de Dados.....	39
5.1.2.1. Ensaio de Cinematografia.....	39
5.1.2.2. Sondas Capacitivas e Sistema de Interface Analógico/Digital ...	42
5.2. Modelo Numérico	44
5.2.1. Método de Resolução Numérica.....	46
5.2.2. Tratamento das Condições Limite	48
5.2.3. Algoritmo de Solução Numérica	48
5.2.4. Programa Computacional	51
5.2.4.1 Entradas do Programa Computacional.....	51
5.2.4.2. Saída do Programa.....	53
6. Resultados e Discussões.....	55
6.1. Resultados da Modelagem Numérica	55
6.2. Resultados do Modelo Experimental	57
6.2.1. Transferência de Energia	57

6.2.2. Geração de Onda	61
7. Conclusões e Perspectivas Futuras	76
8. Referências	81
Anexo A - Equações de Serre Generalizadas	86
Anexo B - Adimensionalização das Equações de Serre.....	102
Anexo C - Tsunami, a onda gigante	108

1. Introdução

Ondas gravitacionais, geradas pela intrusão de massa sólida em meio líquido com características de águas rasas, são denominadas, na fase de geração, de ondas de submersão. Essa natureza de acidente ocorre quando do deslizamento de terra em lagos naturais ou reservatórios de barragens, avalanchas, “debris flows”, etc.

Ondas de natureza similar são geradas pela movimentação de comboios em canais de navegação, que incidindo sobre as margens, podem comprometer a estabilidade desses taludes.

O estudo dessa natureza de ondas chama a atenção da engenharia de Recursos Hídricos, pois estas podem ocasionar sérios danos às estruturas civis, tais como a ruptura brusca ou gradual de barragens no 1º caso, e desmoronamento de margens de canais de navegação, no 2º caso.

A intrusão da massa sólida no meio líquido acarreta uma modificação da topografia do fundo do canal, lago ou reservatório e produz um arraste devido ao atrito nas interfaces sólido/líquido. Durante este lapso de tempo de ocorrência do fenômeno, parte da energia mecânica do sólido é transmitida ao meio fluido. Este fenômeno de interação (com choques, “splash”) dá origem a uma perturbação no líquido (onda) cuja amplitude e forma (perfil) dependem significativamente da velocidade de impacto, da massa sólida e das dimensões relativas do deslizamento. A estimativa da amplitude gerada é de supra importância quando do cálculo da energia contida na onda, por conseguinte, na previsão de seu risco potencial. Portanto, a preocupação maior está justamente

em se conhecer a amplitude da onda gerada pois, quanto maior a altura da onda, estima-se que maiores serão os danos por ela causados. Sabe-se que, à medida que aumenta a altura da onda, aumenta-se também a velocidade das partículas e dessa forma, a aceleração vertical assume papel importante por ser ela a responsável pelo movimento ascensional/descensional da superfície livre.

Chen (1996) estudando os efeitos hidrodinâmicos de ondas atuantes em barragens de concreto, geradas por movimento de terra, chama à atenção a importância de se levar em conta a não-linearidade (trem de ondas de alturas variadas) e a aceleração convectiva (aceleração vertical) das ondas geradas. Dependendo da magnitude da elevação da superfície livre em relação ao nível máximo da barragem, danos significativos poderão ser causados aos barcos e à segurança humana em áreas de recreação, além do risco potencial de galgamento ou “overtopping”.

Vemos assim que, no campo da Engenharia, faz-se necessário quantificar valores que sirvam de referência em estudos de riscos causados por essas ondas. Quando se depara com a necessidade de quantificar velocidades, amplitudes, acelerações e outras grandezas relativas à onda, torna-se necessário fixar critérios para a utilização das várias teorias matemáticas existentes. Com esses critérios fixados, é possível determinar os domínios de validade das diferentes teorias matemáticas, ou seja, para que casos e em que situações elas são válidas.

Escolhido o modelo matemático adequado à situação do problema, é feita a sua modelagem numérica e sua análise de validação para, então, verificar a precisão de resposta do modelo ao fenômeno em questão. A validação de um determinado modelo matemático, que rege um certo fenômeno hidrodinâmico, pode ser feita por meio da comparação de resultados dos ensaios experimentais que simulam o fenômeno e da análise numérica das equações que compõem o modelo em referência. Esta comparação é o método de análise clássico utilizado para o estudo em questão.



Ao nível experimental, nesta pesquisa, a ação da massa sólida é representada por bloco deslizando sobre rampa e incidindo em canal de onda (figura 1).



Figura 1 - Ação do bloco deslizando no interior de uma massa líquida (formação do “splash”).

Desta forma, o conjunto - geometria do bloco incidente, sua ação dinâmica no interior da massa líquida, distâncias de lançamento em relação ao nível de repouso e a lâmina d’água inicial do canal - produzirá basicamente três tipos de perfil de onda, quais sejam:

Ressalto hidráulico ou “bore wave”, que é um ressalto hidráulico móvel, com uma frente de onda geralmente íngreme, semelhante a uma “descontinuidade da superfície livre”. É uma frente turbulenta que provoca quase sempre uma dissipação de energia significativa (figuras 2 e 3).

Ondas senoidais (regime oscilatório), são ondas periódicas cujas partículas fluidas descrevem trajetórias elípticas, há transporte de energia sem transporte de massa e rápido efeito de dissipação (figuras 4 e 5), e;

Onda solitária (“família” de ondas longas), é uma onda que se desloca sem se deformar (aproximação teórica), seu comprimento é teoricamente infinito e as partículas fluidas descrevem trajetórias parabólicas na direção de propagação, a velocidade de propagação é constante e depende apenas da

profundidade local. O efeito de dissipação é lento, que possibilita a este tipo de onda percorrer grandes distâncias. A onda solitária (figuras 6 e 7) é o caso limite das ondas cnoïdais (figuras 8 e 9).

Na prática, o perfil de onda gerada não pode ser considerado exatamente igual ao perfil teórico. O que se pode dizer é que as ondas geradas têm “aparentemente” ou “preferencialmente” este ou aquele perfil de acordo com o que se observa no canal durante a simulação do fenômeno e com os dados obtidos pelos sinais das sondas utilizadas para a determinação das alturas de onda.

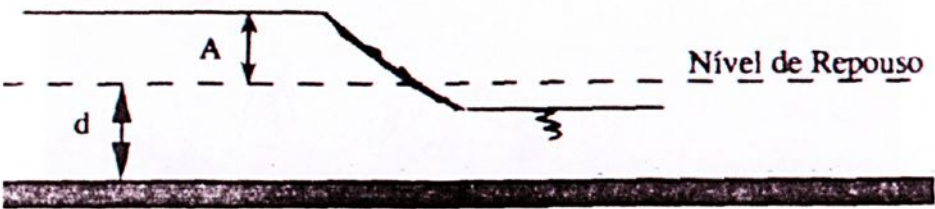


Figura 2 - Esquema do perfil de onda tipo ressalto hidráulico.



Figura 3 - Perfil de onda tipo ressalto hidráulico obtido no modelo experimental.

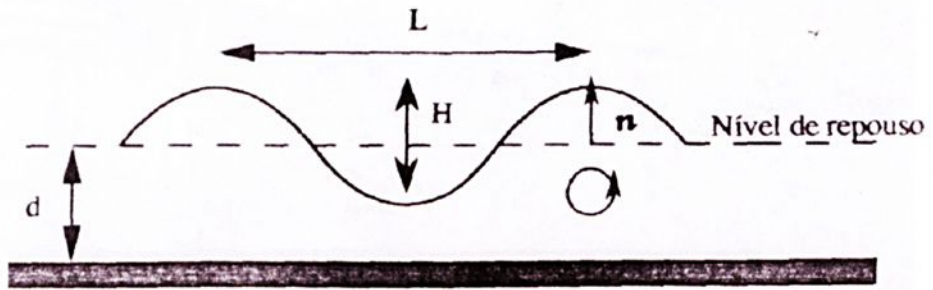


Figura 4 - Esquema do perfil de onda tipo senoidal.

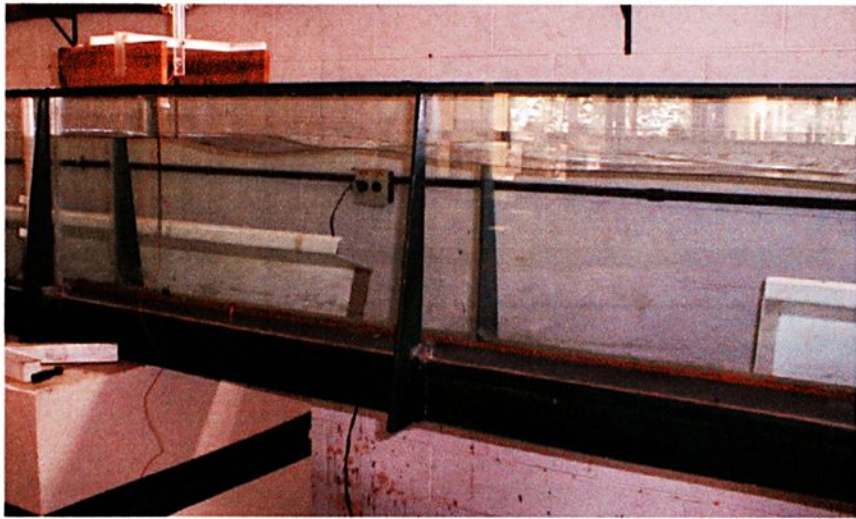


Figura 5 - Perfil de onda tipo senoidal obtido no modelo experimental.

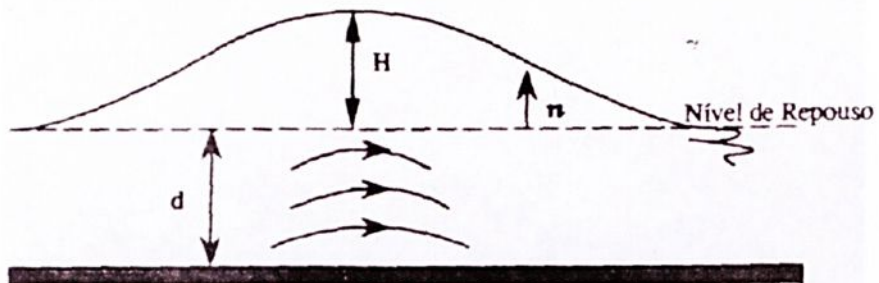


Figura 6 - Esquema do perfil de onda tipo solitária.

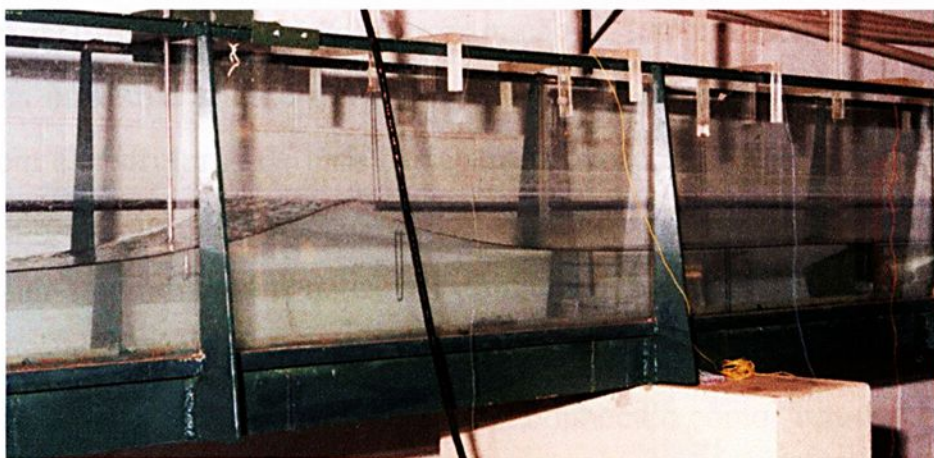


Figura 7 - Perfil de onda tipo solitária obtido no modelo experimental.

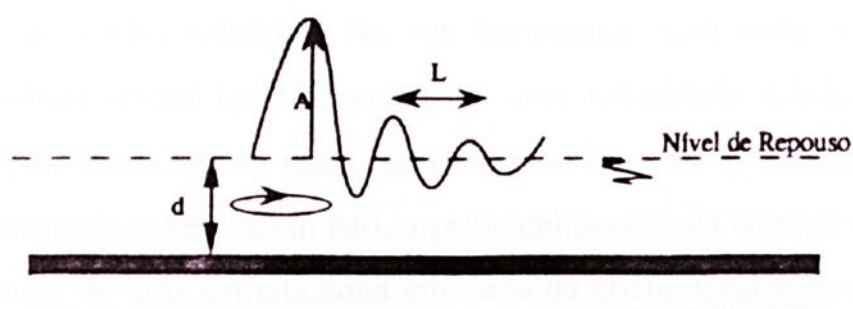


Figura 8 - Esquema do perfil de onda tipo cnoïdal.



Figura 9 - Perfil de onda tipo cnoïdal obtido no modelo experimental.

Além das fases de geração e propagação, a terceira fase que compõe o fenômeno das ondas de submersão é a reflexão. Em um caso real, a onda pode se chocar com as estruturas de uma barragem provocando danos a mesma como galgamento, erosão no enrocamento, danos a tomada d'água, possíveis rupturas, etc, ou espraiar-se em margens de canais de navegação. Nesse impacto, ocorre a reflexão da mesma. Parte da energia cinética se transforma em energia potencial e dá lugar a uma sobrelevação do nível d'água conhecido como "run-up".

Dentro da classificação do tipo de onda gerada, as ondas que constituem o caso mais preocupante para canais de navegação, lagos naturais e reservatórios de barragem são as ondas solitárias. No seu transcurso, essa onda acelera o líquido, de velocidade inicial igual a zero, para uma velocidade máxima e, na medida que a crista passa, deixa uma desaceleração que faz a velocidade do líquido voltar novamente a zero. Com isto, a principal porção da energia da onda é concentrada dentro de uma estreita zona em cima da crista. Essa concentração de energia faz que a onda solitária produza, na fase de reflexão, sobrelevações bem maiores e mais comprometedoras que os outros tipos de ondas.

Ao nível numérico, o modelo matemático proposto para este estudo baseia-se nas equações da "classe Boussinesq" que leva em consideração a aceleração vertical das partículas fluidas (Modelo de Serre), obtidas em uma forma generalizada, para uma geometria qualquer de canal, por Freitas Maciel (1993) para o cálculo das ondas de submersão. Esse modelo proposto trata os termos de derivadas de ordem superior, anteriormente desprezados por Boussinesq e admite a hipótese de que a componente horizontal da velocidade é uniforme na vertical e a componente vertical linear entre o fundo e a superfície livre. Desse modo, na fase de geração, o modelo de Serre poderá suportar fortes amplitudes relativas de ondas (vizinhanças do "breaking").



2. Publicações Resultantes

O trabalho de mestrado apresentado nessa dissertação estava inserido em um projeto de pesquisa mais amplo intitulado “Análise numérico-experimental com ondas de gravidade – Um estudo de caso”. Nesse projeto, alunos de graduação e pós-graduação trabalhando em equipe, chamada equipe de Ondas Gravitacionais, realizaram várias atividades com simulação experimental física do fenômeno, em canal de ondas, analisando e registrando (por meio de sondas, cinematografia e fotos) as características das ondas geradas. Na análise numérica foram feitos estudos sobre o campo de velocidade dos blocos incidindo no meio líquido e também análise dos perfis gerados utilizando os modelo de Serre e Saint Venant. Com os resultados obtidos nessa pesquisa foram publicados os seguintes trabalhos:

A – Trabalhos referentes à dissertação de mestrado:

FREITAS MACIEL, G., NASCIMENTO, M.F., Ondas gravitacionais em canais de navegação, REUNIÃO ANUAL DA SBPN – Sociedade Brasileira de Pesquisadores Nikkeis, 8, Curitiba, 2000, p.152.

NASCIMENTO, M.F., FREITAS MACIEL, G., Ondas gravitacionais geradas pela intrusão da massa sólida em meio líquido – uma proposta numérico-experimental em via de validação do modelo de Serre, ITALO-



LATINOAMERICAN CONFERENCE ON APPLIED AND INDUSTRIAL MATHEMATICS, 4, Havana, 2001, p.170-180.

FREITAS MACIEL, G., NASCIMENTO, M.F., Ondas gravitacionais e o modelo de Serre. REUNIÃO ANUAL DA SBPN – Sociedade Brasileira de Pesquisadores Nikkeis, 9, Bauru, Agosto de 2001.

FREITAS MACIEL, G., NASCIMENTO, M.F., Análise numérico-experimental do modelo de Serre para geração de ondas gravitacionais – um estudo de caso, CONGRESSO IBERO LATINO AMERICANO DE MÉTODOS COMPUTACIONAIS EM ENGENHARIA (CILAMCE), 22, Campinas, 2001.

FREITAS MACIEL, G., NASCIMENTO, M. F. Resultados da modelagem numérica de ondas de submersão utilizando o modelo de Serre com experimentos realizados em canal de ondas. In: XIV SIMPÓSIO BRASILEIRO DE RECURSOS HÍDRICOS E V SIMPÓSIO DE HIDRÁULICA E RECURSOS HÍDRICOS DOS PAÍSES DE LÍNGUA OFICIAL PORTUGUESA, 2001, Aracaju.

FREITAS MACIEL, G., NASCIMENTO, M.F., Modelagem numérica de ondas de submersão utilizando o modelo de Serre, Revista Brasileira de Recursos Hídricos, 2001, no prelo.

FREITAS MACIEL, G., NASCIMENTO, M.F., Validação do modelo de Serre para descrever ondas de submersão geradas pelo impacto de corpos sólidos em massas líquidas, Revista Brasileira de Recursos Hídricos, 2001, no prelo.



B – Trabalhos referentes às outras abordagens do projeto de pesquisa:

SANTOS, F.L., FREITAS MACIEL, Análise teórico-experimental do campo de velocidade de um bloco incidindo sobre um meio fluido. REUNIÃO ANUAL DA SBPN – Sociedade Brasileira de Pesquisadores Nikkeis, 9, Bauru, Agosto de 2001.

NUNES RUELLA, L.C., FREITAS MACIEL, G., Validação das equações “shallow water” na geração de ondas gravitacionais provocadas por ação de massa sólida em meio líquido - um compromisso de engenharia. XII Congresso de Iniciação Científica da UNESP - São José do Rio Preto, Outubro de 2000 e VII Reunião de Iniciação Científica da Unesp, Ilha Solteira, Setembro de 2000.

NUNES RUELLA, L.C., FREITAS MACIEL, G., Modelo de geração de ondas em canais. REUNIÃO ANUAL DA SBPN – Sociedade Brasileira de Pesquisadores Nikkeis, 9, Bauru, Agosto de 2001.

NUNES RUELLA, L.C., FREITAS MACIEL, G., Validação das equações de geração de ondas gravitacionais provocadas por ação de massa sólida em meio líquido (“shallow water”). XIII Congresso de Iniciação Científica da UNESP Bauru, Outubro de 2001 e VIII Reunião de Iniciação Científica - Campus de Ilha Solteira, Setembro de 2001.

NUNES RUELLA, L.C., FREITAS MACIEL, G., Validação das equações “shallow water” na geração de ondas gravitacionais provocadas por ação de massa sólida em meio líquido. CREEM – Congresso dos Estudantes de Engenharia Mecânica - Salvador, 2001.



3. Ondas de Submersão e Similares

O caso mais conhecido de ondas provocadas por deslizamentos é sem dúvida o acidente ocorrido no Reservatório de Vajont (Itália). Müller (1964) narra que, em outubro de 1963, o reservatório foi invadido de forma repentina por uma massa rochosa que se desprende das encostas do Mont Toc na margem esquerda do reservatório. Esta massa se projetou para dentro do reservatório. A extrema velocidade e violência do escorregamento propiciaram a formação de uma onda que transpôs a barragem. A água expulsa percorreu por um vale estreito a jusante da barragem a uma extrema velocidade, até alcançar o rio Piave, de curso perpendicular ao rio Vajont, onde a onda de impacto atingiu e destruiu completamente vilas próximas matando aproximadamente 3000 pessoas.

Clague e Evans (2000) também reportam a ocorrência desse tipo de onda nas montanhas da Columbia Britânica provocadas por avalanches de blocos de gelo, figura 10. Mangeney et al (2000) relatam a geração destas ondas no mar (chamadas de “tsunamis”) originadas por deslizamentos de terra provocados pela atividade de um vulcão em Montserrat, nas Antilhas. A atividade vulcânica provoca movimentos (abalos sísmicos) no fundo dos oceanos provocando deslizamentos subaquáticos que por sua vez geram os “tsunamis” (figura 11). Em alto mar não são percebidos, mas à medida que entram em águas rasas perto de litorais perdem velocidade. As alturas da onda aumentam dramaticamente até

40 metros, ameaçando vidas e propriedades, pois golpeiam a costa com força devastadora .

Recentemente (02/09/2001), foi reportada (anexo C) uma nova ameaça que pode atingir o Brasil. O possível deslizamento de uma montanha que está rachada onde se situa o vulcão Cumbre Vieja (arquipélago das Canárias) gerará um “tsunami” que poderá arrasar cidades do litoral em três continentes. A reportagem informou “que a região Norte do Brasil seria varrida por uma onda gigantesca”.



Figura 10 - Avalanche de gelo provocando uma onda de submersão e o galgamento do reservatório a jusante.

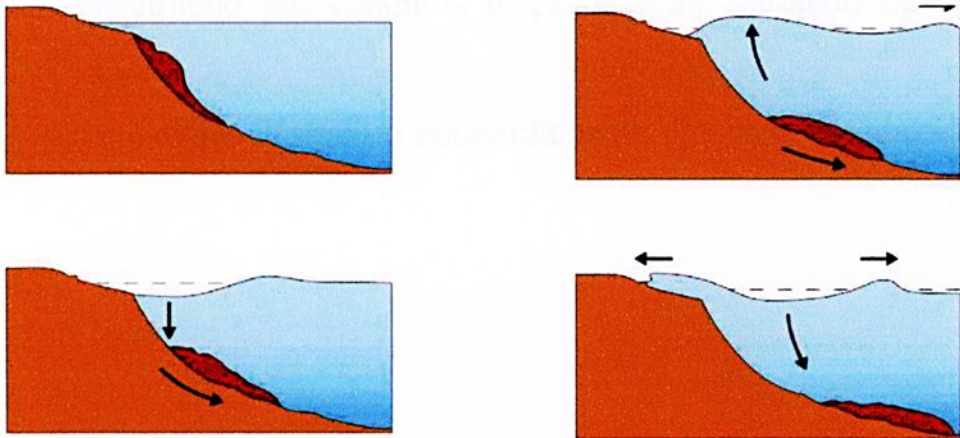


Figura 11 - Geração de Tsunamis provocados por deslizamento subaquático.

No Brasil, segundo Jorge (1984), os casos conhecidos de ondas provocadas por deslizamentos são de pequena magnitude (Furnas-MG, Paraibuna-Paraitinga-SP). A ocorrência mais preocupante foi de Furnas. Em janeiro de 1969 um bloco de rocha escorregou para dentro do reservatório. Este escorregamento provocou a formação de uma onda intensa que chegou a romper quatro cabos de aço de 1/2", que amarravam duas balsas de 36 toneladas de capacidade, ao quebrar no paramento de montante da barragem.

Para estudar as possíveis medidas de contenção das encostas junto ao Reservatório de Furnas, na década de 80 um estudo feito em modelo reduzido mostrou o que poderia ocorrer no caso real deste fenômeno se um volume de massa maior do que os que vinham ocorrendo escorregasse até o reservatório. Dois estudos foram sugeridos na ocasião:

- um, considerando o volume deslizante como material sólido indeformável;
- outro, considerando o volume deslizante como material fragmentado e granular.

No modelo reduzido, constatou-se que um provável deslizamento de um grande volume sobre o reservatório, geraria ondas que, ao se propagarem ao longo do reservatório, poderiam colocar em risco as estruturas da barragem e a vida das pessoas que passassem pelo local. As ondas ao incidirem sobre a barragem, provocaram o carreamento do enrocamento, sendo levado até a tomada d'água, penetrando nos condutos forçados e ali causando danos aos mesmos.

As figuras seguintes ilustram o comportamento das ondas produzidas no modelo.



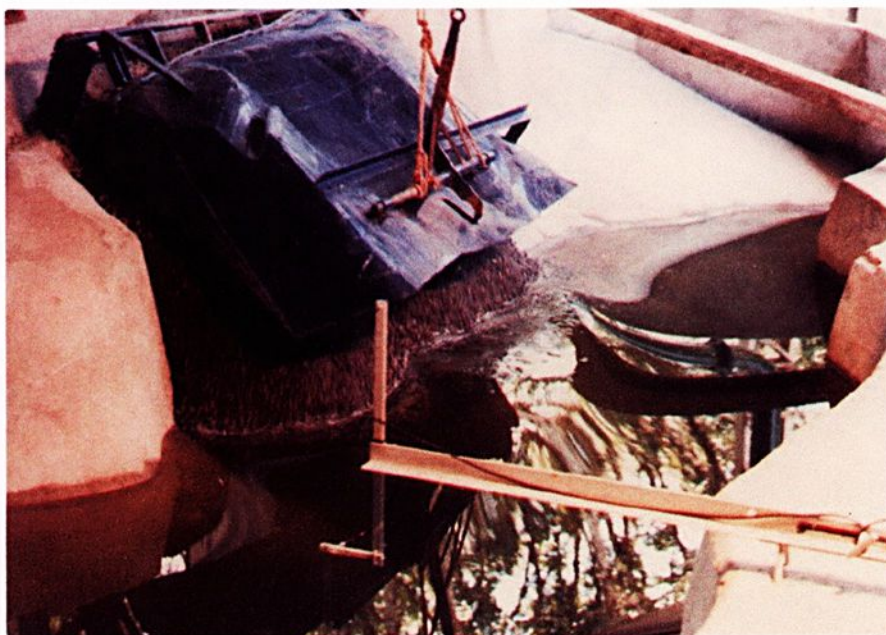
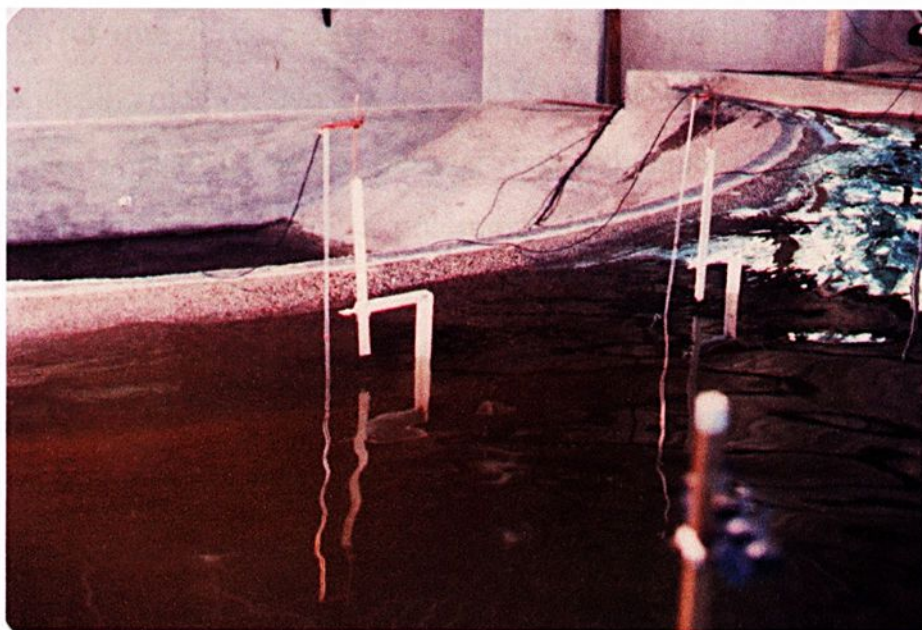


Figura 12 - Início do desmoronamento (FONTE : Hidroesb – 1987).



Figura 13 - Propagação das ondas para montante e jusante da região de desmoronamento e em direção ao reservatório (FONTE : Hidroesb – 1987).



**Figura 14 - Ondas incidindo na barragem e provocando erosão no enrocamento
(FONTE : Hidroesb – 1987).**

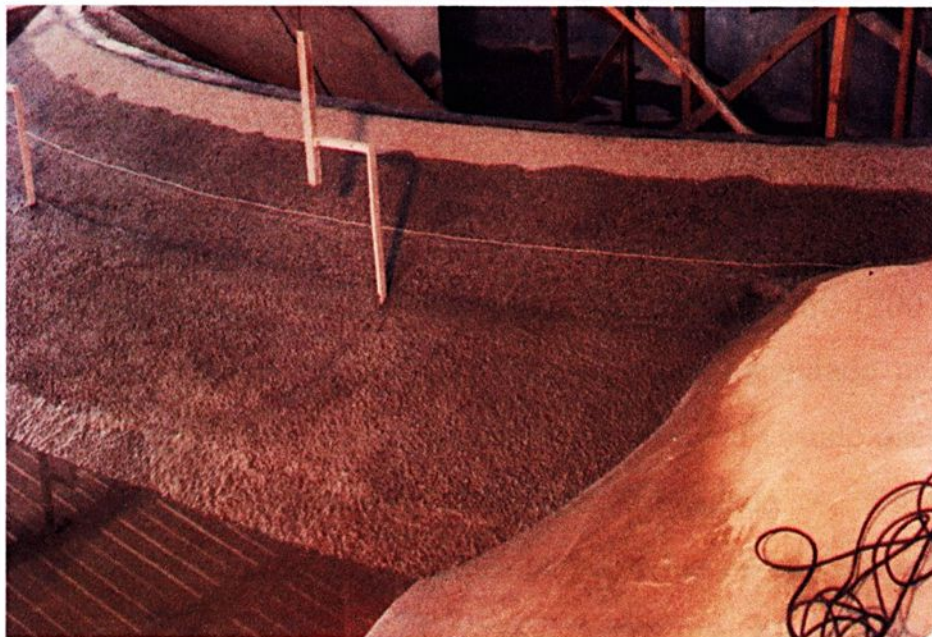


Figura 15 - Barragem após a incidência das ondas. Vê-se a faixa mais clara no enrocamento, junto à linha, onde houve erosão (FONTE : Hidroesb – 1987).

Como já foi dito, é de pequena magnitude, no Brasil, o caso de ondas provocadas por deslizamentos. No entanto, pelo grande número de rios e lagos existentes no país, o caso de ondas geradas por movimentos de embarcações merece atenção destacando-se aqui, a polêmica hidrovía do Pantanal na região centro-oeste, figura 16. Galinkin et al (2001) produziram um relatório de impacto ambiental sobre a situação atual do rio Paraguai (no Estado de Mato Grosso, figura 17) e, no que se refere à influência das ondas nas margens do rio, dizem que os comboios, que navegam com baixa velocidade, produzem ondas com níveis energéticos baixos, potencialmente pouco impactantes para as margens do rio. Na região de Cáceres-Foz do Jauru foram observados, no entanto, efeitos de ondas produzidas por lanchas voadeiras. Essas ondas agredem as margens previamente desnudadas de cobertura ciliar pela ação dos comboios atuando, portanto, sobre um meio alterado e fragilizado pela ação antrópica. Existem informes locais de que os empurradores, quando isolados, produzem ondas altas. Não houve oportunidade de observar empurradores nessas condições pela equipe da expedição. Concluem que o efeito das ondas deve ser, também, objeto de maiores estudos.

Outro caso ocorrido recentemente e reportado por Loureiro (2001), diz que quatro pessoas da mesma família morreram em uma localidade perto de Cuiabá quando um barco de alumínio virou no Rio Cuiabá em virtude das ondas causadas por uma lancha que trafegava em alta velocidade. - “Estávamos cruzando o rio – relata um dos sobreviventes - quando a lancha apareceu bem no meio. Eles vinham do lado direito. Quando vimos que estavam em alta velocidade, cheguei a acenar com o remo, pedindo para reduzir. Eles cruzaram bem na nossa frente, e passaram pelo lado esquerdo. Com o redemoinho causado pela manobra, a água começou a entrar dentro do barco de alumínio, que não tinha motor”.



Segundo Ottoni (1986), uma embarcação ao trafegar com certa velocidade em águas rasas produz uma formação rápida de ondas, acompanhada de um declínio médio da superfície d'água ao longo do seu perfil relativamente ao nível d'água de repouso. Essa depressão da linha d'água promove um afundamento da embarcação em relação ao fundo do canal, o que é conhecido como "squat" (figura 18).

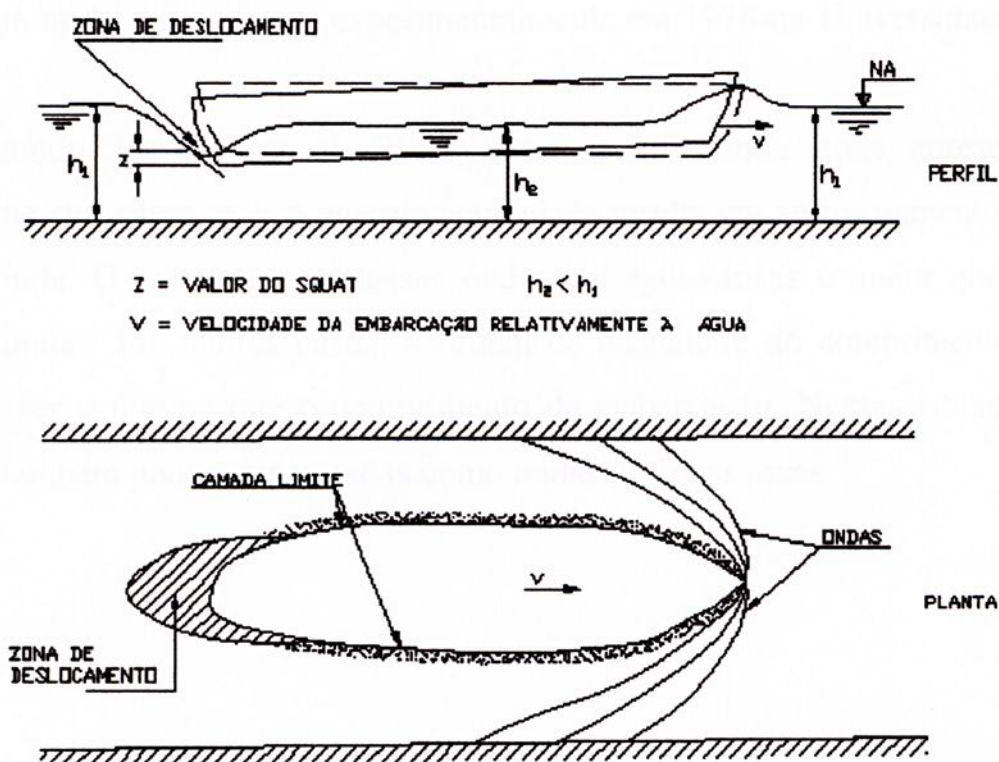


Figura 18 - Deslocamento de embarcações: representação esquemática do "squat" (FONTE: Ottoni - 1986).



Figura 19 - Canal de Pereira Barreto (FONTE: CESP)

Wu e Yao (1987) relatam esse fenômeno e dizem que o movimento de uma embarcação em águas rasas pode gerar três zonas distintas de ondas. Nesse fenômeno, é gerada uma sucessão de ondas solitárias a montante do movimento enquanto um trem de ondas mais fraco se desenvolve a jusante do movimento e, ao longo do perfil da embarcação, observa-se uma depressão da superfície livre.

Ertekin et al (1986) dizem que as primeiras menções a este fenômeno, produzido pelo movimento de embarcações foram relatadas em 1935, 1958 e 1962 e mais tarde redescoberto experimentalmente em 1978 na Universidade da Califórnia.

Segundo Jiankang et al (2001) esse tipo de onda pode apresentar anomalias na sua altura, pois a energia acumulada resulta em sérios aumentos da altura de onda. O comprimento dessas ondas em águas rasas é maior que em águas profundas. Em muitos casos, a ordem de magnitude do comprimento de onda pode ser o mesmo que o comprimento da embarcação. Nessas situações, tais ondas também podem ser tratadas como ondas de águas rasas.



4. Equações de Águas Rasas

4.1. Equações da “classe Boussinesq”

Vários estudos já foram realizados tendo por objetivo a modelação matemática de ondas. Sander e Hutter (1991) relatam resumidamente a história da evolução desses estudos e suas principais teorias dando enfoque à teoria da onda solitária.

A primeira tentativa de modelação matemática de ondas foi feita por Joseph Valentin Boussinesq (1842-1929) em 1871, que levou em consideração as acelerações verticais das partículas fluidas e admitiu uma onda solitária como solução, mas negligenciou um certo número de termos de produtos de derivadas. Essas equações são chamadas equações clássicas de Boussinesq.

Outras equações que se originaram das equações clássicas (considerando os termos de ordem superior que Boussinesq negligenciou) foram desenvolvidas e serviram para melhorar os procedimentos fixados por ele. Segundo Seabra Santos (1989a, b), as principais equações são as de Korteweg-DeVries (Miles, 1981), Serre (1953), Green-Naghdi, e Wu. São chamadas equações da “classe Boussinesq”.

Pelo fato de tais estudos terem sido desenvolvidos por processos matemáticos diversos, têm-se várias aproximações teóricas para estudar um mesmo fenômeno. Com isto, há uma dificuldade em encontrar a inter-relação existente entre essas aproximações e o conhecimento e comparação dos seus campos de aplicação. É preciso, então, que se faça uma uniformização do

processo de dedução das várias aproximações existentes e assim situá-las umas em relação às outras e conhecer seus domínios de validade.

A seguir, será relatado um resumo comentado do trabalho realizado por Seabra Santos (1989a, b) quando do estudo da uniformização das equações da “classe Boussinesq”. Obviamente o estudo de uniformização dessas equações não é atribuído somente a Seabra Santos, mas pelo fato desse pesquisador ser um dos poucos que estudam as equações de Serre e o que mais tem trabalhos publicados sobre a utilização das mesmas, para o objetivo dessa dissertação, é o que melhor classifica as equações da “classe Boussinesq”.

Essa uniformização é feita a partir das equações fundamentais da Mecânica dos Fluidos, fazendo-se uma adimensionalização das mesmas a partir dos parâmetros físicos $\sigma = h/l$ e $\varepsilon = \xi/h$ (onde, h é a profundidade característica, l é um comprimento característico e ξ é a sobrelevação em relação ao nível de repouso) e admitindo a hipótese de água rasa ($h/l \ll 1$). Dessa forma, obtêm-se equações adimensionais para a conservação da massa e para a quantidade de movimento. As variáveis dependentes da equação da quantidade de movimento são desenvolvidas em função do parâmetro σ^2 , devido a essa dependência é possível calcular a equação na ordem de aproximação desejada.

O parâmetro ε indica a importância dos efeitos não-lineares enquanto o parâmetro σ^2 indica a importância dos efeitos dispersivos. Durante a fase de propagação da onda, a importância de ε e σ^2 é determinada a partir das características da onda gerada. O equilíbrio entre esses parâmetros é dado pela relação diretamente proporcional:

$$\frac{\varepsilon}{\sigma^2} = \frac{\xi/h}{(h/l)^2} = \frac{\xi l^2}{h^3} = U$$

onde U é o número de Ursell.

Assim, quando $U < 1$ temos que $\varepsilon < \sigma^2$ e significa que os efeitos dispersivos predominam sobre os efeitos não-lineares. Quando $U > 1$ temos que

$\varepsilon > \sigma^2$ e isto indica que os efeitos não-lineares predominam sobre os dispersivos. Quando $U = 1$ temos $\varepsilon = \sigma^2$ significando que os dois efeitos têm a mesma importância para determinar o comportamento da onda.

Dependendo da aproximação desejada e das hipóteses quanto às ordens de grandeza de ε e σ^2 as principais teorias matemáticas utilizadas na propagação das ondas em águas rasas podem ser classificadas em:

i. Aproximação linear não-dispersiva (LND)

As equações são obtidas em primeira aproximação considerando o caso de $\varepsilon \ll 1$, independente do valor inicial de U .

ii. Aproximação não-linear não-dispersiva (NLND)

Em primeira aproximação, obtêm-se diretamente as equações de Barré De Saint-Venant e para o caso de ondas de pequena amplitude ($\varepsilon = O(\sigma^2)$) que se propagam apenas em uma direção, obtêm-se a equação de Airy. Nessa aproximação, predominam os efeitos não-lineares, portanto $U > 1$.

iii. Aproximação linear dispersiva (LD)

A equação é obtida em segunda aproximação considerando o caso de $\varepsilon \ll \sigma^2$ e o fundo invariável no tempo. Nessa aproximação, predominam os efeitos dispersivos, portanto $U < 1$.

iv. Aproximação não-linear dispersiva (NLD)

Em segunda aproximação e considerando o fundo invariável no tempo e escoamento unidirecional, obtêm-se o Sistema Serre que admite como solução a onda solitária de forma permanente. Para o caso do fundo como função do espaço, $z_f = z_f(x)$ (onde z_f é a cota do fundo), têm-se as equações de Boussinesq e quando as ondas se propagam apenas num sentido obtém-se a equação de

Korteweg-de Vries, conclusão também relatada por Kano e Nishida (1986) para estudar uma justificativa matemática da utilização das equações de Boussinesq e KdV em ondas de superfície. Para os escoamentos a duas dimensões horizontais com um fundo variável no espaço e no tempo, e independente da amplitude da onda, obtêm-se as equações de Green e Naghdi. No caso das ondas de pequena amplitude ($\varepsilon = 0(\sigma^2)$), as equações de Green e Naghdi se reduzem às de Wu. Nessa aproximação, há o equilíbrio entre os efeitos não-lineares e os dispersivos, portanto $U = 1$.

Conclui-se, portanto, que as equações de Serre são as de validade mais geral pois constituem a segunda aproximação e portanto todas as outras aproximações podem ser obtidas a partir dela e, para o caso de ondas de forte amplitude relativa, é o modelo que melhor representa as ondas cnoïdais e solitárias. O esquema seguinte, adaptado de Sander e Hutter (1991), é possível visualizar essa classificação.

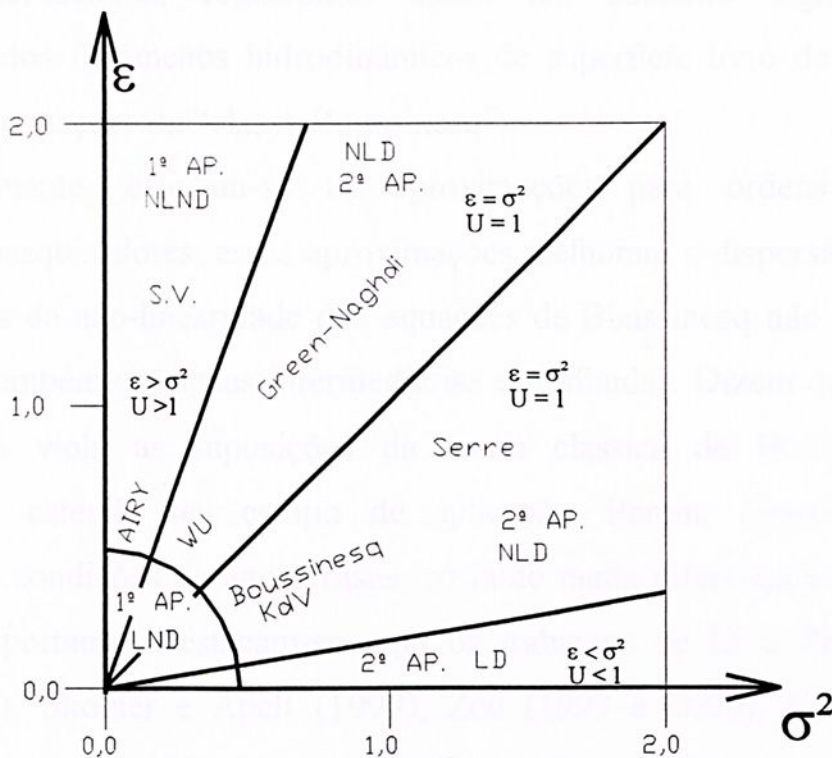


Figura 20 - Domínio de validade em relação às ordens de grandeza dos parâmetros ε e σ^2 .

As equações de Serre são ainda pouco usadas por pesquisadores, sendo mais reconhecidas pela escola francesa, ao passo que a escola anglo-saxônica privilegia as equações de Green e Naghdi.

A maioria dos trabalhos referenciados nesta dissertação divulga os estudos de Seabra Santos na análise dos domínios de validade das equações da “classe Boussinesq” (1989a, b), no estudo dos efeitos hidrodinâmicos resultantes de perturbações na fronteira e na superfície livre de uma massa líquida inicialmente em repouso (1989c), no estudo da geração e propagação de maremotos originados por movimentos do fundo de oceanos (1987b) e o estudo da transformação de ondas solitárias sobre obstáculos (1987a).

Gobby e Kirby (2000) para o estudo de ondas solitárias desenvolveram modelos de ordem superior a partir das equações de Green e Naghdi, adotando a hipótese de Serre.

Durante a revisão bibliográfica dessa dissertação observou-se que, nos últimos cinco anos, houve um grande número de trabalhos publicados na literatura internacional, registrando assim um aumento significativo na investigação dos fenômenos hidrodinâmicos de superfície livre de águas rasas por meio das equações da “classe Boussinesq”.

Atualmente, estudam-se as aproximações para ordens superiores. Segundo os pesquisadores, essas aproximações melhoram a dispersão linear e as características da não-linearidade das equações de Boussinesq não só em águas rasas como também em águas intermediárias e profundas. Dizem que essa nova proposta não viola as suposições da teoria clássica de Boussinesq, mas simplesmente estende seu campo de aplicação. Porém, esses modelos, a princípio, em condições de águas rasas, só farão muita diferença se a dispersão for muito importante. Destacam-se aqui os trabalhos de Li e Zhang (1999), Zhang (1999), Skotner e Apelt (1999), Zou (1999 e 2000), Gobbi e Kirby (1999), Gobbi et al (2000), Li et al (2000), Bingham (2000), Lee et al (2001). Hoje, fala-se em novo modelo de equações tipo Boussinesq onde os resultados



numéricos obtidos são confrontados com dados experimentais de ondas geradas com “batedor de ondas”, onde é possível controlar tal geração. Entretanto, para as ondas de submersão, o processo de geração torna-se mais complexo, pois com o impacto do corpo sólido no meio líquido, não há como controlar a geração da onda devido à agitação caótica que acontece no momento do “splash” onde se misturam água, ar e o material sólido (bloco) no fundo do canal ou reservatório.

Não aderindo de imediato a modelações numéricas mais complexas, pelos fatos relatados anteriormente, propõe-se estudar as ondas de submersão em águas rasas usando-se as equações da “classe Boussinesq” mais precisamente o sistema Serre, por constituírem-se em equações que permitem gerar ondas num espectro mais largo que aquele do grupo “shallow water”, não-linear não-dispersivo (Saint-Venant).

As ondas geradas pelo movimento de embarcações também são vastamente estudadas utilizando-se as equações da “classe Boussinesq”. Ertekin et al (1986) estudaram esse fenômeno usando o equacionamento de Green e Naghdi e concluíram que essas equações são capazes de reproduzir um fenômeno muito similar ao observado para um modelo experimental de embarcação movendo-se em um tanque. Entretanto, eles não consideraram que a solução era uma propriedade única das equações de Green-Naghdi e sugeriram um problema: - determinar a classe de equações que geram ondas solitárias a frente de uma perturbação movendo-se ao longo de um canal, enquanto vai produzindo um padrão complexo de ondas atrás de si.

Wu e Yao (1987) deram as primeiras contribuições para a solução desse problema. Estudando um modelo de equações de Boussinesq generalizadas obtidas por Wu, eles concluíram que tal modelo ainda parecia muito complexo para ser usado na investigação de instabilidades hidrodinâmicas do movimento de fluidos gerados por uma perturbação movendo-se constantemente, e sugeriram um modelo mais simplista que eram as equações de Korteweg-de



Vries. Esse estudo deu algumas contribuições no estabelecimento de valores limites de coeficientes de arraste.

Casciola e Landrini (1996) estudaram esse fenômeno usando as equações de Wu e o modelo de KdV com a condição de pequenas amplitudes de onda geradas. Eles concluíram que, para essa condição, as duas equações dão uma boa precisão de resposta e sugeriram que, para grandes amplitudes de onda, fosse usado um modelo de ordem superior.

Shen (1996), estudou a distribuição da energia mecânica dessas ondas nas três zonas de geração (a montante e jusante do movimento e na zona de depressão ao longo da embarcação). Em seu estudo, ele concluiu que, para uma área fixa do impacto (embarcação), a energia no rastro das ondas é uma função decrescente em relação ao número de Froude F enquanto que a energia das ondas à frente das embarcações é uma função crescente de F . A energia na zona de depressão não varia significativamente com número de Froude. A energia a montante será menor ou maior que a energia na zona de depressão quando F for pequeno ou grande respectivamente e a energia da onda a jusante (rastro) será maior ou menor que a energia na zona de depressão quando F for pequeno ou grande, respectivamente.

Recentemente Jiankang et al (2001), estudando a onda gerada pela interação de dois barcos movendo-se em paralelo em águas rasas comentaram a utilização das equações de Green-Naghdi por Ertekin et al (1986) e a utilização das equações de Wu por Wu e Yao (1987). Afirmaram que estes dois pesquisadores consideraram a frequência da dispersão e especificaram, no avanço das equações, a perturbação móvel como uma onda forçante. Eles dizem, entretanto, que para um barco em movimento a pressão hidrodinâmica do fundo do barco é desconhecida no avanço e concluem que, a pressão dinâmica do fundo do barco é uma parte da solução que deve ser resolvida com as elevações da superfície livre.



Mais uma vez nada se apresenta na literatura sobre o uso das equações do modelo Serre. Um objetivo implícito nesta dissertação é, futuramente, a partir da validação deste modelo no fenômeno provocado por deslizamentos, abrir possibilidades estendendo seu uso para o estudo de ondas geradas por movimento de embarcações.

5. Metodologia

Esta seção descreve a metodologia utilizada para a realização das simulações numéricas e a validação do modelo Serre. A metodologia é dividida em duas partes: a primeira descreve a metodologia utilizada para a realização das simulações numéricas e a segunda descreve a metodologia utilizada para a validação do modelo Serre.

5.1. Modelo Experimental

Na metodologia experimental, o movimento de deslizamento é realizado em uma bacia de águas profundas, com uma largura de 10 metros e uma profundidade de 10 metros. O movimento de deslizamento é realizado por meio de um bloco de madeira, com uma largura de 10 metros e uma altura de 10 centímetros. O bloco é deslocado horizontalmente, gerando uma onda de deslizamento. A onda de deslizamento é medida por meio de um sensor de pressão, que registra a pressão exercida pela água no bloco. A pressão é registrada em função do tempo, permitindo a obtenção da velocidade de propagação da onda de deslizamento.



Figura 5.1: Configuração experimental para validação do modelo Serre.

5. Metodologia

A base de análise fundamenta-se na confrontação de ensaios experimentais realizados em canal de ondas, e numéricos, por meio da resolução numérica de um sistema de equações do modelo Serre. A seguir faremos um relato das duas vertentes utilizadas.

5.1. Modelo Experimental

Na abordagem experimental, o mecanismo gerador de onda no canal ou força externa do sistema é representado por bloco deslizando sobre a rampa a montante do canal, incidindo no meio líquido. Este mecanismo divide-se em 3 fases; a primeira fase chamada fase aérea onde o bloco que estava inicialmente em repouso adquire, pela ação da gravidade, um campo de velocidade (com velocidade de impacto característica com o meio líquido); a segunda fase, que é o nosso interesse, é a fase de choque e na terceira fase, já com uma onda definida, trata-se da propagação da onda. (figura 21).

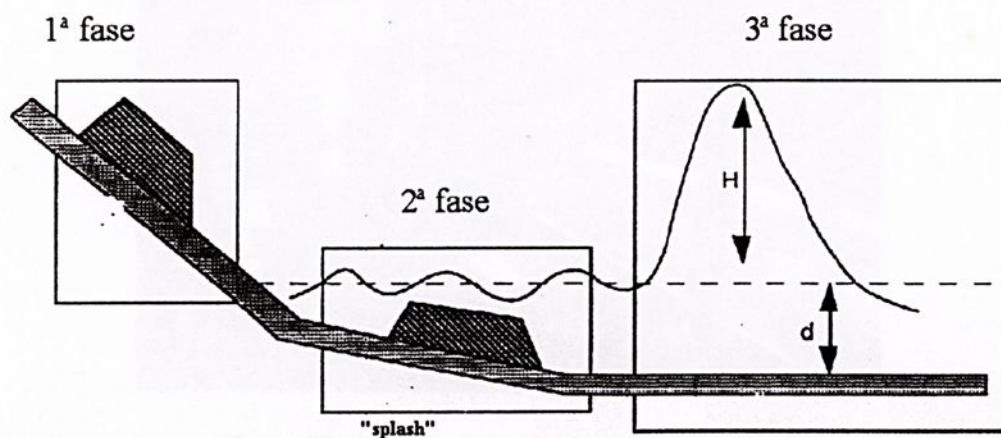


Figura 21 - Fases da dinâmica do bloco deslizando.

5.1.1. Aparato Experimental

O aparato experimental é constituído por um canal de ondas 0.30x0.50x10.00m, em estrutura metálica, com paredes de vidro e apoiado numa estrutura de alvenaria com 6 apoios (figura 22). A montante do canal há uma rampa de lançamento em ferro com 27° de inclinação (figura 23). A jusante do canal foram colocadas algumas colméias com o intuito de amortecer o efeito de reflexão das ondas geradas (figura 24).



Figura 22 - Estrutura do canal (paredes de vidro, estrutura metálica e apoios de concreto).



Figura 23 - Detalhe da rampa de lançamento.



Figura 24 - Colméia para minimização do efeito de reflexão

Foram utilizados para os ensaios dois blocos indeformáveis; o primeiro bloco (bloco B1, figura 25) foi feito em concreto com uma geometria fixada e de forma hidrodinâmica de modo a minimizar a perda de energia no momento do impacto no meio líquido, diminuindo assim, o efeito dominante e perturbador do "splash".

O segundo bloco (bloco B2, figura 26) construído em PVC apresenta uma geometria mais hidrodinâmica, pois possui um chanfro maior na sua ponta.

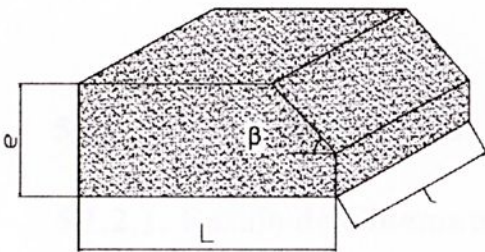


Figura 25 - Geometria do Bloco B1

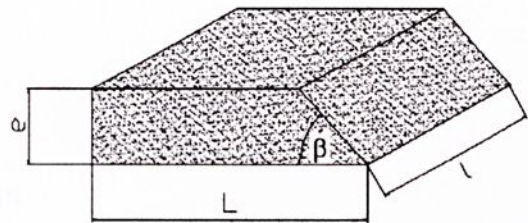


Figura 26 - Geometria do Bloco B2

Os blocos foram colocados sobre placas de apoio com quatro pequenas rodinhas (rolimãs) para efeito de minimização de atrito. As características dos blocos utilizados nos ensaios eram as seguintes:

Tabela 1 - Características dos corpos de prova

	Blocos	
	B1	B2
L (cm)	33.1	32.5
l (cm)	27.7	29.0
e (cm)	12.0	7.5
$\beta(^{\circ})$	40 $^{\circ}$	45 $^{\circ}$
ρ_s/ρ_w	2.0	1.26
Massa (kg)	21.6	9.0
Volume (m ³)	10.8 x10 ⁻³	7.14 x10 ⁻³

L = Comprimento ; l = Largura ; e = Espessura ; β = Ângulo do chanfro

Os ensaios foram realizados para três lâminas d’água distintas (d = 15, 20 e 25cm). A distância de lançamento dos blocos (distância medida sobre a rampa até o nível d’água) variou entre 10 e 150 cm, permitindo-se assim variar a velocidade de impacto V_{imp} e, por conseguinte, o número de Froude ($V_{imp}/\sqrt{gd}$).

O coeficiente de Chézy é dado pela expressão $C_z = \frac{Rh^{\frac{1}{6}}}{n}$, onde n é o coeficiente de rugosidade de Manning. Para superfícies de vidro n é estimado na ordem de 0.010. Com isto obtém-se um valor médio de C_z para as três lâminas d’água da ordem de 100 m^{1/2}s⁻¹.

5.1.2. Aquisição de Dados

5.1.2.1. Ensaio de Cinematografia

Para as duas primeiras fases do mecanismo gerador de ondas, fase aérea do bloco e fase de choque com a água, os dados são obtidos por meio da cinematografia. Com esta técnica, determina-se o campo de velocidade $v(x)$ da massa deslizando no meio líquido. Uma estimativa das velocidades de impacto

V_{imp} , associada ao campo de velocidade na zona de interação sólido-líquido, ou de geração, é um dado de suma importância para a boa inicialização do código de cálculo. A velocidade de impacto foi medida em se adotando como aquela apontada pelo bloco quando seu centro de massa cruzava o nível d'água.

Os experimentos com a técnica da cinematografia seguiram o seguinte protocolo:

- a) Execução de uma malha na parede do canal com tiras finas de papel contact preto (figura 27);
- b) Utilização de uma câmera de vídeo tipo JVC 3CCD, modelo KY27B (figura 28) apoiada sobre tripé para visualização da queda do bloco em tempo real;
- c) Utilização de fita JVC SVHS de alta resolução;
- d) Tratamento da filmagem com o auxílio de vídeo cassete modelo BR-S822U sistema NTCS (figuras 29 e 30) para fim de obtenção dos dados de tempo e distância percorridos pelo bloco;



Figura 27 - Detalhe da malha para a realização da cinematografia.



Figura 28 - Esquema de filmagem (câmera de vídeo, iluminação, malha), colaboração do Departamento de Engenharia Mecânica Feis/Unesp.

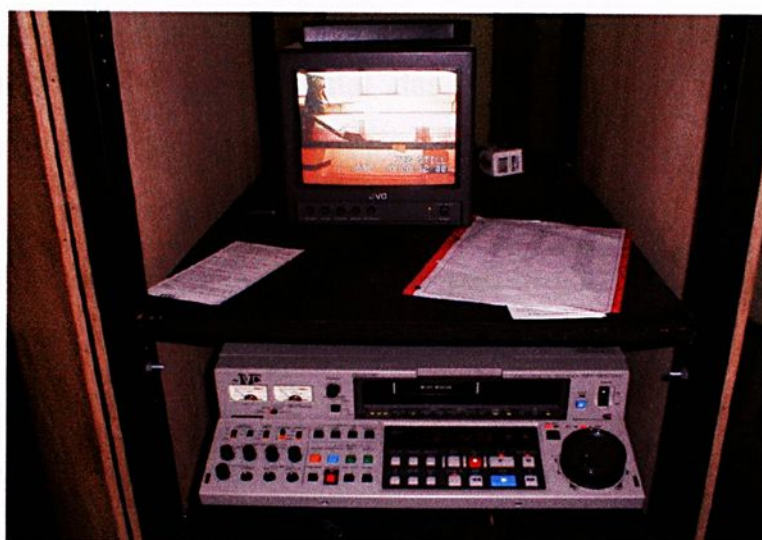


Figura 29 - Aparelho de vídeo utilizado para obtenção do campo de velocidades (pode-se notar no visor um dos experimentos realizados e o cronômetro, que passava os quadros em 1/30 segundos), colaboração do Departamento de Engenharia Mecânica da Feis/Unesp.



Figura 30 - Detalhe da imagem analisada no visor.

5.1.2.2. Sondas Capacitivas e Sistema de Interface Analógico/Digital

O monitoramento experimental das ondas geradas foi feito através de sondas capacitivas colocadas ao longo do canal e de um programa computacional de interface (Campos, 1995). Esta cadeia de medição dispõe de um sistema de interface analógico/digital permitindo que os sinais recebidos sejam tratados e convertidos em alturas de onda.

Campos (1995) descreve o funcionamento das sondas capacitivas dizendo que elas “são formadas por um fio de latão de diâmetro 3/32” (polegadas), com 40cm de comprimento em formato de “U”, sendo o mesmo coberto por uma camada de plástico (espaguete não retrátil usado em proteção de cabos em eletrônica), denominado de isolante. Para a existência de um capacitor são necessárias no mínimo duas placas de material condutor separadas por um isolante; a sonda capacitiva em questão tem o fio de latão como uma placa condutora a qual é alimentada por uma tensão de referencia, a camada de plástico como isolante e a outra placa será formada pelo líquido, que neste caso particular é a água, onde a mesma é imersa verticalmente, sendo que o líquido estará no potencial zero volt. A placa formada pela água terá sua dimensão

vertical variando de acordo com a variação sofrida na superfície, decorrente de perturbações causadas no líquido o que implicará numa variação da capacitância da sonda”. A partir de um determinado nível de tensão na sonda, provocada por ação da onda, o sistema deslança captando, ao longo do tempo, as oscilações da superfície livre. Para cada experiência, recuperamos as amplitudes máximas a 3.0m e 4.5m em relação ao ponto de impacto do bloco com a massa líquida.



Figura 31 - Sondas posicionadas ao longo do canal.

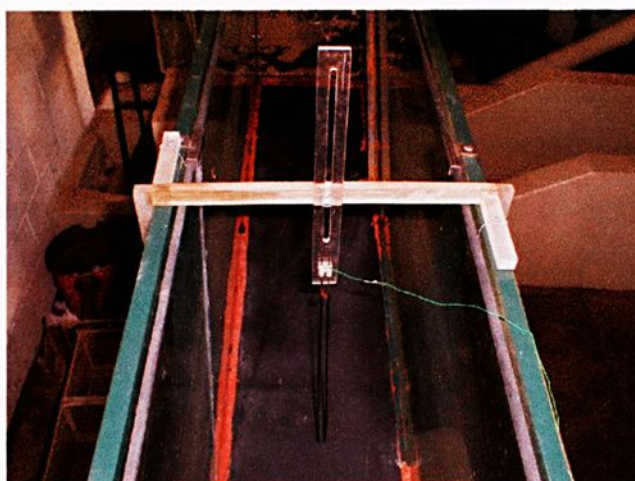
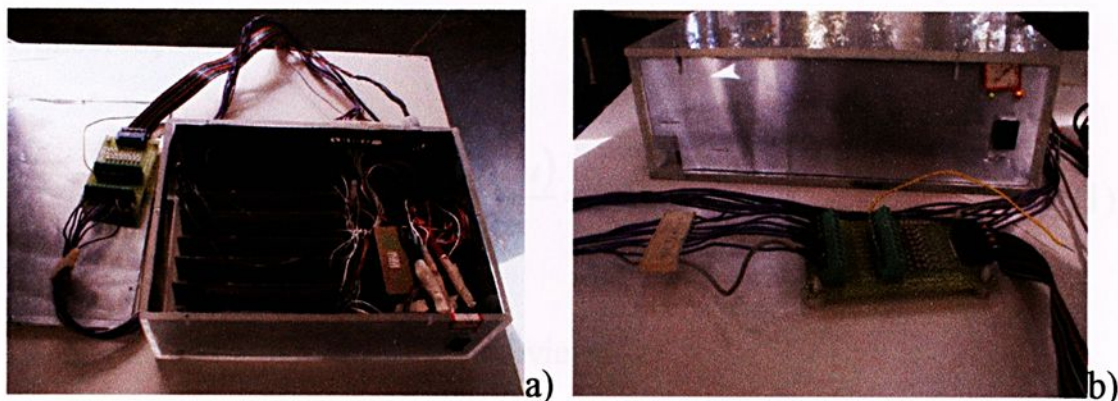


Figura 32 - Detalhe da sonda capacitiva.



Figuras 33a e 33b - Sistema de interface analógico/digital.



Figura 34 - Cadeia de medição.

5.2. Modelo Numérico

Na abordagem numérica, a partir do modelo matemático proposto, é feita a discretização das equações em diferenças finitas e o desenvolvimento do programa computacional. Entretanto, para a aplicação destes esquemas numéricos a esse estudo, uma modificação fez-se necessária, de modo a se levarem em conta as variações do fundo $z_f(x,t)$ em função do tempo.

O modelo numérico proposto desenvolvido por Freitas Maciel (1993) está descrito detalhadamente no anexo A. Neste contexto, tem-se, para o caso do canal retangular, o sistema de equações de Serre, a saber:

Conservação da massa:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(hu)}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

Conservação da quantidade de movimento:

$$\frac{\partial(hu)}{\partial t} + \frac{\partial\left(hu^2 + \left(\frac{g+\beta}{2} + \frac{\alpha}{3}\right)h\right)}{\partial x} = -\left(g + \beta + \frac{\alpha}{2}\right)h \frac{\partial z_f}{\partial x} - gh \frac{(u - u_g)|u - u_g|}{C^2 R_h} \quad (2)$$

onde:

h : altura da lâmina d'água (m);

u : componente horizontal da velocidade do fluido (m/s);

u_g : velocidade da massa deslizante (m/s);

g : aceleração da gravidade (m/s^2);

z_f : cota do fundo (m);

C : coeficiente de Chézy ($\text{m}^{1/2}\text{s}^{-1}$);

R_h : raio hidráulico (m);

α : representa as acelerações verticais das partículas fluidas devido à curvatura das linhas de corrente (m/s^2);

β : representa as acelerações devido às variações do fundo z_f (devido à intrusão de massa sólida) (m/s^2).

Numericamente, a geração da onda se faz pela modificação da topografia do fundo e pelo arraste produzido devido ao atrito lateral (na interface sólido/líquido). O bloco entra no modelo como um forçante transiente nas equações agindo no local do domínio onde o bloco cai. Freitas Maciel (1991) concluiu que, na ação da massa sólida, o parâmetro dominante que controla as

alturas e o padrão de onda gerada é a frente relativa do deslizamento (e/d). Quanto maior a frente relativa maior será a altura da onda gerada. Conclusão também relatada por Clague e Evans (2000).

5.2.1. Método de Resolução Numérica

O primeiro passo é partir para uma adimensionalização (ver anexo B) das equações de Serre fazendo mudanças de variáveis, onde d é a profundidade local. Assim, tem-se:

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{x}{d}, \quad \bar{h} = \frac{h}{d}, \quad \bar{z}_f = \frac{z_f}{d}, \quad \bar{u} = \frac{u}{\sqrt{gd}}, \quad \bar{u}_g = \frac{u_g}{\sqrt{gd}}, \\ \bar{C} &= \frac{C}{\sqrt{g}}, \quad \bar{t} = t\sqrt{\frac{g}{d}} \quad e \quad \bar{R}h = \frac{Rh}{d} \end{aligned} \quad (3)$$

Desse modo, as equações de Serre são escritas da seguinte forma:

Conservação da massa:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(hu)}{\partial x} = 0 \quad (4)$$

Conservação da quantidade de movimento:

$$\frac{\partial(hu)}{\partial t} + \frac{\partial \left[hu^2 + \left(\frac{1+\beta}{2} + \frac{\alpha}{3} \right) h^2 \right]}{\partial x} = - \left(1 + \beta + \frac{\alpha}{2} \right) h \frac{\partial z_f}{\partial x} - h \frac{(u - u_g)(u - u_g)}{C^2 R_h} \quad (5)$$

com, $\alpha = \frac{d^2 h}{dt^2}$ e $\beta = \frac{d^2 z_f}{dt^2}$

Para que esse sistema (equações (4) e (5)) possa ser resolvido numericamente, é preciso que ele esteja em sua forma conservativa o que não acontece devido aos termos de derivadas totais de α e β . É feito então um desenvolvimento algébrico onde, reagrupamos em (5) os termos que contêm as derivadas da velocidade u em relação ao tempo t e os termos que contêm as derivadas da velocidade u em relação à abscissa x . Assim, tem-se um novo sistema adimensional e conservativo que pode ser resolvido numericamente.

Conservação da massa:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(hu)}{\partial x} = 0 \quad (6)$$

Conservação da quantidade de movimento:

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left[uq - \frac{1}{2}u^2 + h - z_f - \frac{1}{2}h^2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2}u^2 \left(\frac{\partial z_f}{\partial x} \right)^2 - \frac{1}{2}h \frac{\partial z_f}{\partial x} \frac{\partial(u^2)}{\partial x} \right] = s \quad (7)$$

com:

$$s = u \left(\frac{\partial^2 z_f}{\partial t \partial x} \left(\frac{\partial h}{\partial x} - 2 \frac{\partial z_f}{\partial x} \right) - \frac{1}{2} h \frac{\partial^3 z_f}{\partial^2 x \partial t} \right) - \frac{\partial(h + z_f)}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 z_f}{\partial t^2} + 2u \frac{\partial^2 z_f}{\partial t \partial x} \right) - \frac{h(u - u_g)|u - u_g|}{C^2 R_h} \quad (8)$$

$$q = u(1+r) - \frac{1}{3h} \frac{\partial}{\partial x} \left(h^3 \frac{\partial u}{\partial x} \right) \quad (9)$$

$$r = \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial z_f}{\partial x} + \frac{1}{2} h \frac{\partial^2 z_f}{\partial x^2} + \left(\frac{\partial z_f}{\partial x} \right)^2 \quad (10)$$

5.2.2. Tratamento das Condições Limite

Admitindo-se, para as condições de fronteira, que as acelerações verticais das partículas fluidas são nulas, utilizou-se para a sua resolução a técnica do método das características (curvas características e invariantes de Riemann).

5.2.3. Algoritmo de Solução Numérica

A técnica numérica utilizada é o método das diferenças finitas, método este que consiste na aproximação das derivadas parciais de uma equação diferencial através de fórmulas de diferenças. Isto conduz a um sistema de equações algébricas cuja solução fornece o valor da função desejada nos pontos pré-determinados. Por esse esquema numérico, a função fundo $z_f(x,t)$ e suas derivadas são conhecidas e calculadas. O domínio de cálculo é discretizado em uma malha retangular de incremento Δx para as abscissas e Δt para o tempo, cujos nós têm coordenadas $i\Delta x$ e $i\Delta t$. Uma resolução numérica explícita foi descartada, pois o teste de estabilidade sobre o domínio de cálculo conduziu a intervalos de tempo Δt muito pequenos. Optou-se, então, por uma solução implícita, portanto incondicionalmente estável.

No instante inicial ($n = 1$), tomamos como distribuição a solução estacionária composta por uma superfície livre horizontal e um campo de

velocidade nulo. Neste estágio, as equações (9) e (10) permitem determinar a distribuição inicial de q^1 e r^1 .

$$q_i^1 = u_i^1(1 + r_i^1) - h_i^1 \frac{(h_{i+1}^1 - h_{i-1}^1) \cdot (u_{i+1}^1 - u_{i-1}^1)}{4\Delta x^2} - (h_i^1)^2 \frac{u_{i+1}^1 - 2u_i^1 + u_{i-1}^1}{3\Delta x^2}$$

$$r_i^1 = \left(\frac{\partial z_f}{\partial x} \right)_i^1 \left[\frac{h_{i+1}^1 - h_{i-1}^1}{2\Delta x} + \left(\frac{\partial z_f}{\partial x} \right)_i^1 \right] + \frac{1}{2} h_i^1 \left(\frac{\partial^2 z_f}{\partial^2 x} \right)_i^1$$

Supõem-se conhecidas todas as variáveis até o passo n . A determinação para o passo seguinte $n+1$ é feita segundo o seguinte protocolo:

- um valor provisório h^* para a cota da superfície livre h^{n+1} é obtido a partir de (6) utilizando um esquema numérico com derivadas centrais:

$$\frac{h_i^* - h_i^n}{\Delta t} + \left(\frac{h_i^* + h_i^n}{2} \right) \frac{u_{i+1}^n - u_{i-1}^n}{2\Delta x} + u_i^n \frac{h_{i+1}^* + h_{i-1}^* - h_{i+1}^n - h_{i-1}^n}{4\Delta x} = 0$$

- um valor intermediário (médio) é considerado entre os dois passos de tempo:

$$\tilde{h}_i = \frac{1}{2}(h_i^* + h_i^n)$$

fazendo $\dot{z} = \frac{\partial z_f}{\partial x}$ e $\ddot{z} = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, tem-se, de (8):

$$s_i^n = -u_i^n \left(\frac{\partial \dot{z}}{\partial t} \right)_i^n \left(\frac{\tilde{h}_{i+1} - \tilde{h}_{i-1}}{2\Delta x} - 4\dot{z}_i \right) - \frac{1}{2} h_i^n u_i^n \left(\frac{\partial \dot{z}}{\partial t} \right)_i^n -$$

$$\left(\frac{h_{i+1}^n - h_{i-1}^n}{2\Delta x} + \dot{z}_i \right) \left(\frac{\partial z f}{\partial t^2} \right)_i^n - \tilde{h}_i \frac{u_i^n - u_g |u_i^n - u_g|}{C^2 R_h}$$

– a partir de h^* e sempre utilizando o esquema central, a partir da equação (7) são calculados os valores provisórios de q , a saber:

$$\frac{q_i^{n+1} - q_i^n}{\Delta t} + \frac{(q_i^{n+1} - q_i^n)(u_{i+1}^n - u_{i-1}^n)}{2 \cdot 2\Delta x} + u_i^n \frac{(q_{i+1}^{n+1} - q_{i-1}^{n+1} + q_{i+1}^n - q_{i-1}^n)}{4\Delta x} -$$

$$u_i^n \left(\frac{u_{i+1}^n - u_{i-1}^n}{2\Delta x} \right) + \left(\frac{\tilde{h}_{i+1} - \tilde{h}_{i-1}}{2\Delta x} \right) \left[1 - \tilde{h}_i \left(\frac{u_{i+1}^n - u_{i-1}^n}{2\Delta x} \right)^2 \right] -$$

$$\tilde{h}_i \left(\frac{u_{i+1}^n - u_{i-1}^n}{2\Delta x} \right) \cdot \left[\tilde{h}_i \left(\frac{u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n}{\Delta x^2} \right) - u_i^n \ddot{z} \right] +$$

$$\dot{z}_i \left[1 - \dot{z}_i u_i^n \left(\frac{u_{i+1}^n - u_{i-1}^n}{2\Delta x} \right) - (u_i^n)^2 \ddot{z}_i + u_i^n \left(\frac{\tilde{h}_{i+1} - \tilde{h}_{i-1}}{2\Delta x} \right) \cdot \left(\frac{u_{i+1}^n - u_{i-1}^n}{2\Delta x} \right) \right] +$$

$$\dot{z}_i \left[\tilde{h}_i \left(\frac{u_{i+1}^n - u_{i-1}^n}{2\Delta x} \right)^2 + \tilde{h}_i u_i^n \left(\frac{u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n}{\Delta x^2} \right) \right] = s_i^n$$

– utilizando-se dos valores provisórios de h^{n+1} e q^{n+1} , calculam-se, a partir de (9) e (10) a componente horizontal da velocidade em todos os pontos do domínio.

$$q_i^{n+1} = u_i^n (1 + r_i^{n+1}) - h_i^* \left(\frac{h_{i+1}^* - h_{i-1}^*}{2\Delta x} \right) \left(\frac{u_{i+1}^{n+1} - u_{i-1}^{n+1}}{2\Delta x} \right) - (h_i^*)^2 \left(\frac{u_{i+1}^{n+1} - 2u_i^{n+1} + u_{i-1}^{n+1}}{3\Delta x^2} \right)$$

$$r_i^{n+1} = z_i \left[\frac{h_{i+1}^* - h_{i-1}^*}{2\Delta x} + z \right] + \frac{1}{2} h_i^{n+1} z_i$$

substitui-se em todo o domínio, u^n por $\frac{1}{2} (u^{n+1} + u^n)$,

- os valores definitivos de h^{n+1} são obtidos por uma nova resolução de (6),
- Enfim, as amplitudes intermediárias são redefinidas, e calcula-se por (7) os valores definitivos para q^{n+1} . Uma vez que todas as equações em diferenças finitas envolvidas, são todas implícitas, a solução do problema a cada interação no tempo requer a solução de 5 sistemas tridiagonais de $n-2$ equações e $n-2$ incógnitas.

5.2.4. Programa Computacional

O programa computacional foi escrito na linguagem Fortran. A seguir, é descrito um roteiro básico das entradas e saídas para a utilização do programa.

5.2.4.1 Entradas do Programa Computacional

O programa tem duas entradas de dados. A primeira entrada é chamada Inicio.dat (figura 35). Nesta, entra-se, respectivamente, com os valores de N (número de pontos necessários para percorrer todo o canal), Δx (incremento espacial), Δt (incremento temporal), IMAX (número de iterações no tempo), CS (coeficiente de Chézy = 100) e H_0 (lâmina d'água inicial em metros, corresponde ao parâmetro d mencionado nesta dissertação).



Figura 35 - Tela de apresentação do arquivo de entrada, Inicio.dat.

A segunda entrada do programa é chamada glisse.dat (figura 36). Nesta, entra-se com os dados do deslizamento, ou seja, a geometria do bloco – LB (comprimento do chanfro), EP (espessura do bloco na parte do chanfro), EP1 (espessura do bloco na parte reta) (figura 37, para o bloco B2 EP1 = 0), I (número de intervalos do campo de velocidade), VGE(I) (campo de velocidade) e NGE(I) (distâncias percorridas pelo bloco).

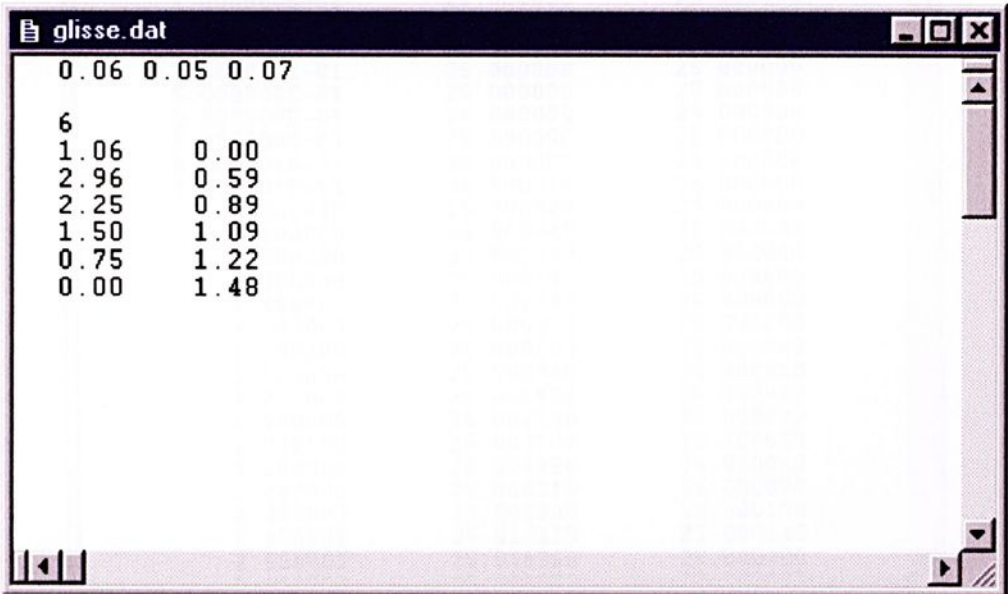


Figura 36 - Tela de apresentação do arquivo de entrada dos dados do deslizamento do bloco, glisse.dat.

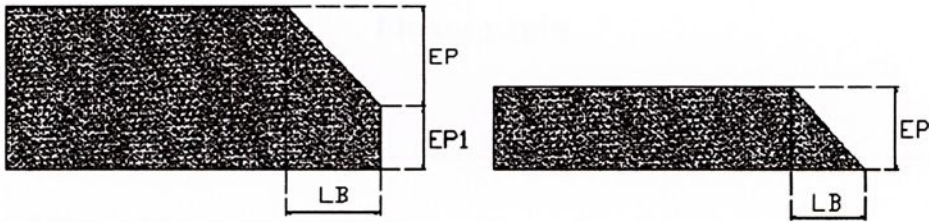


Figura 37 - Geometria dos Blocos B1 e B2 lidos no arquivo glisse.dat.

5.2.4.2. Saída do Programa

A saída é chamada resu.tem (figura 38). Nesta, saem os valores de T (tempo de percurso da onda), H (altura de onda em cada intervalo de tempo T, para dois pontos de medição). Os resultados de T apresentados na saída

aparecem ainda adimensionalizados como nas equações (3), ou seja , $\bar{t} = t \sqrt{\frac{g}{d}}$.

Dessa forma, quando for utilizá-lo, é preciso fazer uma modificação nos dados,

dividindo-os por $\sqrt{\frac{g}{d}}$.

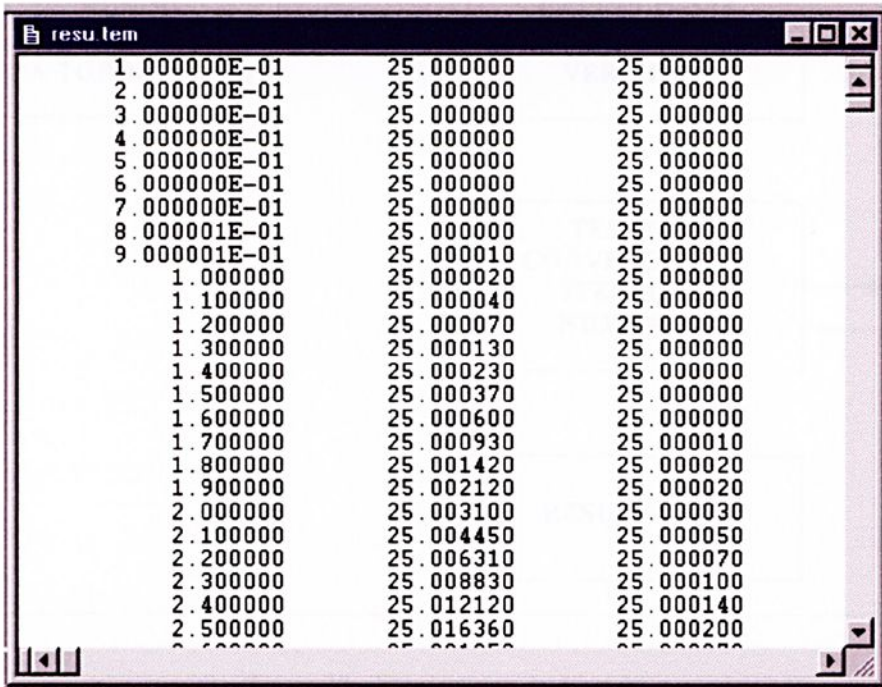


Figura 38 - Tela de apresentação do arquivo de saída dos dados calculados, resu.tem (dados iniciais).

A figura 39 apresenta o fluxograma geral do programa computacional .

Fluxograma

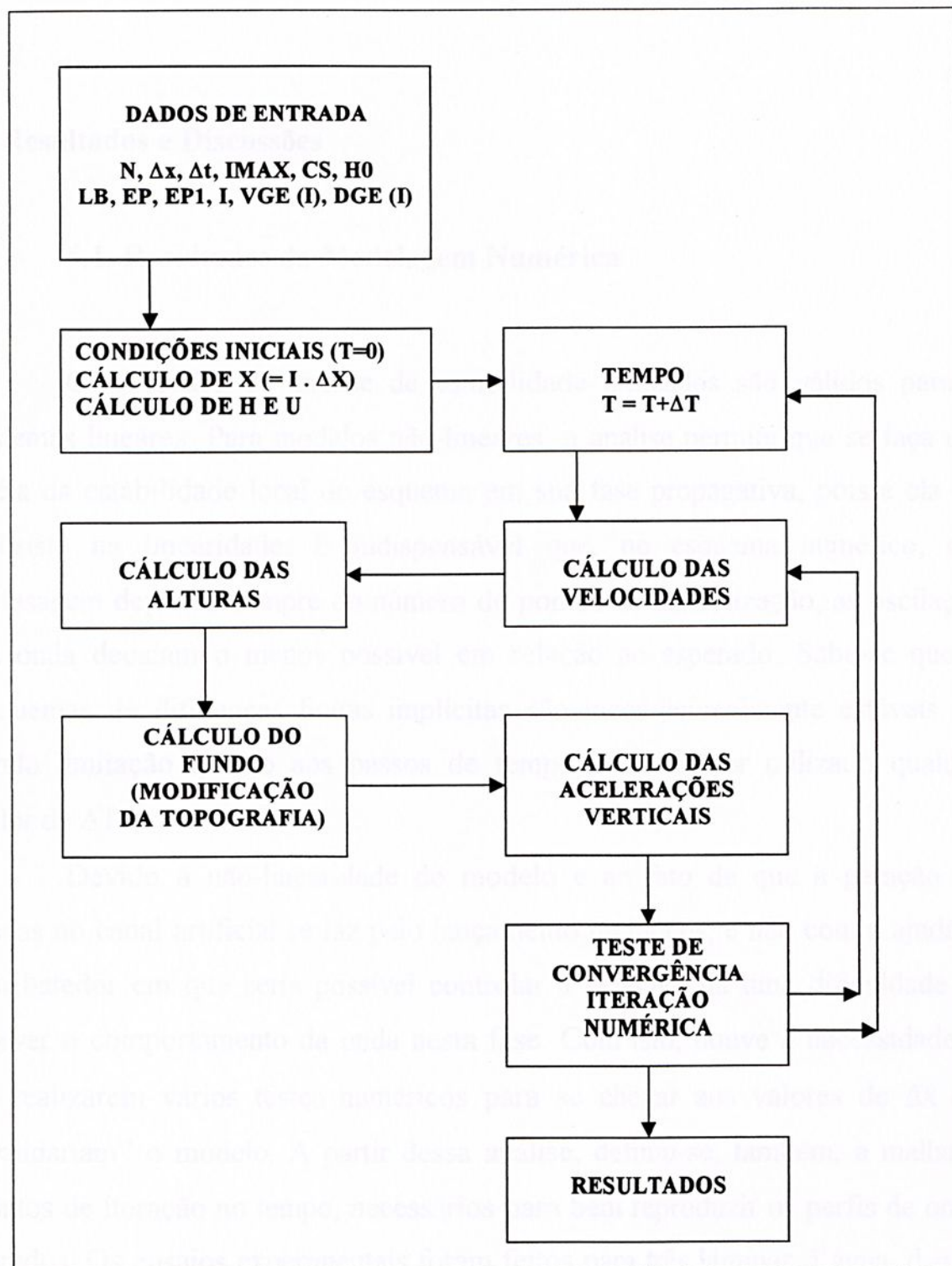


Figura 39 - Fluxograma do Modelo

6. Resultados e Discussões

6.1. Resultados da Modelagem Numérica

Os métodos de análise de estabilidade utilizados são válidos para os sistemas lineares. Para modelos não-lineares, a análise permite que se faça uma idéia da estabilidade local do esquema em sua fase propagativa, pois é ela que subsiste na linearidade. É indispensável que, no esquema numérico, cuja defasagem depende sempre do número de pontos de discretização, as oscilações da onda decaiam o menos possível em relação ao esperado. Sabe-se que os esquemas de diferenças finitas implícitas são incondicionalmente estáveis não tendo limitação quanto aos passos de tempo podendo ser utilizado qualquer valor de ΔT .

Devido à não-linearidade do modelo e ao fato de que a geração das ondas no canal artificial se faz pelo lançamento de blocos, e não com a ajuda de um batedor em que seria possível controlar a geração, há uma dificuldade em prever o comportamento da onda nesta fase. Com isto, houve a necessidade de se realizarem vários testes numéricos para se chegar aos valores de Δx que “validariam” o modelo. A partir dessa análise, definiu-se, também, a malha de pontos de iteração no tempo, necessários para bem reproduzir os perfis de ondas gerados. Os ensaios experimentais foram feitos para três lâminas d’água, $d = 15$, 20, 25 cm com dois blocos de espessuras, $e = 7.5\text{cm}$ e 12cm . Os resultados podem ser observados na tabela 2.



Tabela 2 - Valores mínimos que “validam” o modelo de Serre

e/d	d	e	Δx	Δt	IMAX	N	Tipo de onda
0.30	25	7.5	0.325	0.10	1000	100	O-C
0.37	20	7.5	0.325	0.10	1000	100	C-S
0.48	25	12	0.325	0.10	1000	100	C-S e RS
0.50	15	7.5	0.500	0.012	2000	100	S
0.60	20	12	0.325	0.10	1000	100	C-S e R
0.80	15	12	0.325	0.10	1000	100	R

Onde:

O-C = onda de perfil tipo oscilatório-cnoïdal;

C-S = onda de perfil tipo cnoïdal-solitário;

S = onda de perfil tipo “soliton”;

RS = onda de perfil tipo ressalto suave;

R = onda de perfil tipo ressalto.

Com base nessa análise, notou-se que as ondas experimentais tipo O-C, C-S e RS são bem reproduzidas para $N = 100$ pontos. Valores menores dispersavam as ondas. A análise nos conduziu por fixar o valor de $\Delta x = 0.325$ pois foi o que mais aproximou as alturas de ondas numérico-experimentais; obtivemos ondas cuja diferença na amplitude máxima em relação ao resultado experimental não ultrapassou 10%. Para as ondas experimentais, tipo S os resultados são obtidos para baixos valores de Δt enquanto Δx é igual ou superior a 0.50.

O perfil de onda numérico obtido mostrou-se satisfatório sobretudo para a primeira onda, mas com retardo considerável para as ondas seguintes conservando porém, suas amplitudes. Acreditamos que esse retardo ocorra devido ao esquema numérico, que, reconhecidamente, apresenta retardo com relação ao avanço no tempo, associado à agitação caótica da fase de geração

(que se revela no campo de velocidades), o que torna difícil a análise numérica local. Observamos também que, à medida que a diferença entre Δx e Δt aumenta (conservando o valor de Δt e variando Δx) diminui a amplitude da onda numérica e aumenta o tempo das oscilações, e isto já era esperado devido a não-linearidade do modelo, mas para o nosso caso, interessou-nos mais o valor da amplitude da onda que seu avanço no tempo. Percebe-se também que, mesmo para métodos implícitos, a escolha do passo de tempo é tão importante quanto do espaço pois isto interfere na determinação da amplitude da onda.

Os perfis RS e R foram tratados com os mesmos valores observados para O-C e C-S a fim de recuperar os dados experimentais obtidos. O modelo de Serre conseguiu reproduzir alguns desses perfis.

6.2. Resultados do Modelo Experimental

No estudo de ondas de submersão, três aspectos importantes podem ser abordados, a saber: a análise da transferência de energia do bloco para a água - momento da interação do bloco com a massa líquida, fase, aliás, de complexidade significativa; geração da onda; e a propagação da onda.

Para o estudo das ondas de submersão, no escopo desta dissertação, nossa análise concentrar-se-á nos aspectos de transferência de energia e fase de geração da onda.

6.2.1. Transferência de Energia

A análise da transferência de energia possibilita estimar quanto da energia do bloco se perde e quanto é transferido, sob forma de onda. A metodologia clássica associa a energia contida na onda gerada pelo impacto localizado com a energia potencial disponível do deslizamento. Outra maneira



seria estimar o coeficiente de transferência de energia ($\mu\%$) calculado a partir da razão entre a energia mecânica da onda gerada (E_w) e aquela incidente (energia cinética E_{cs}) devido à ação do bloco no meio líquido.

$$\mu \% = \frac{E_w}{E_{cs}}$$

Teoricamente, espera-se que 100% da energia cinética do bloco seja transferida ao meio líquido mas, na prática, obviamente isto não acontece. No momento da interação do bloco com a massa líquida, ele perde energia por três processos:

- Por efeito de choque;
- Por efeito de turbulência devido ao forte impacto na massa líquida;
- Por efeito de atrito, o cisalhamento lateral (bloco-água) adentrando na água. Uma parcela apenas da energia cinética do bloco é transmitida ao líquido.

A energia cinética do bloco no momento do impacto, E_{cs} , é dada pela seguinte equação:

$$E_{cs} = \frac{1}{2} \cdot \rho_s \cdot \text{Vol} \cdot V_{\text{imp}}^2$$

A energia total da onda gerada E_w , levando em consideração que o padrão é do tipo “soliton” (hipótese verificada apenas em um certo número de experiências, para as quais a transferência de energia é estimada), caso considerado como mais danoso, é dado por (segundo consideração e hipótese de Boussinesq clássico):

$$E_w = \frac{8}{3 \times \sqrt{3}} \cdot \rho_w \cdot g \cdot H^{\frac{3}{2}} \cdot h^{\frac{3}{2}} \cdot b$$

onde:

ρ_s : massa específica do bloco (kg/m^3);

Vol : volume do bloco (m^3);

V_{imp} : velocidade de impacto (m/s);

ρ_w : massa específica da água (kg/m^3);

H : altura máxima da onda (m);

b : largura do canal (m);

E_w : energia contida numa onda solitária, segundo modelo Boussinesq.

Os resultados obtidos foram plotados nos gráficos das figuras 40, 41 e 42 que relacionam $\mu\%$ com o número de Froude **F** no impacto. Observa-se pelos gráficos que os coeficientes obtidos variam de 1% a 14%, não ultrapassando assim os percentuais de 20% observados por Huber (1980) para “materiais granulares” ou de 15 % obtidos por Freitas Maciel (1991).

Podemos observar e concluir que a taxa de transferência de energia é uma função decrescente da velocidade de impacto (número de Froude). Isto se explica pela dissipação, que é uma função crescente da velocidade. Os resultados experimentais e numéricos apontam que, do ponto de vista energético, o modelo numérico deve reproduzir bem as alturas de onda e também sua energia, ou seja, parece que ele é capaz de reproduzir a boa amplitude da perturbação na fase de geração.

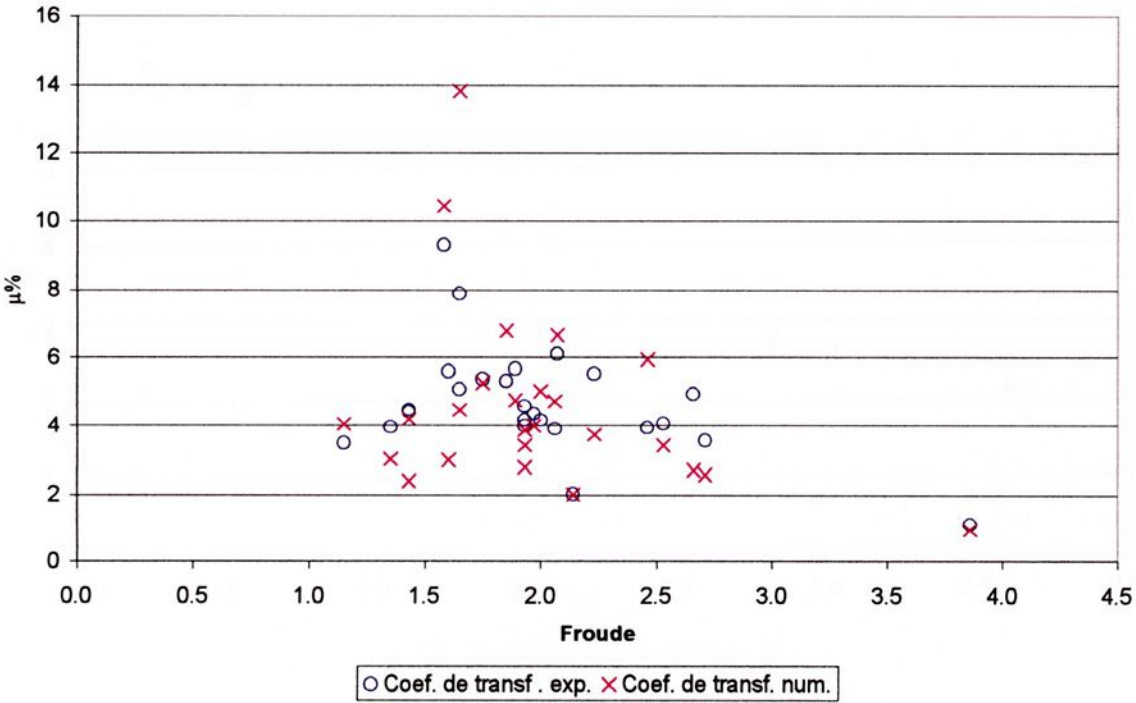


Figura 40 - $\mu\%$ em função do número de Froude no impacto, Bloco B1, para todos os perfis de onda.

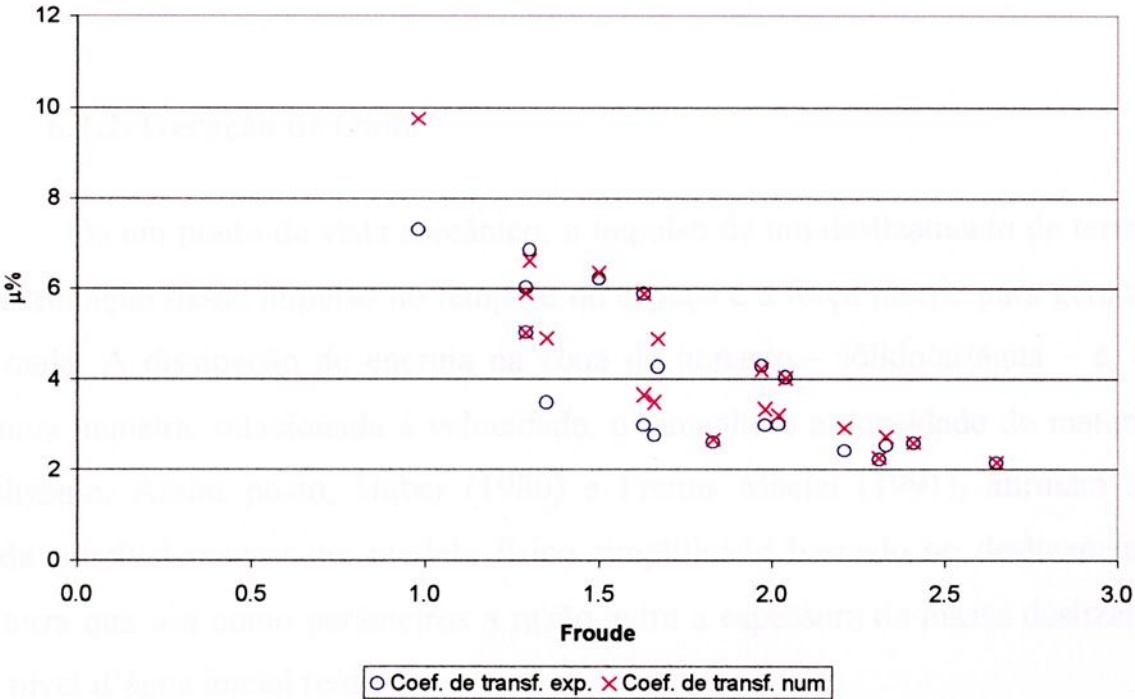


Figura 41 - $\mu\%$ em função do número de Froude no impacto, Bloco B2, para todos os perfis de onda.

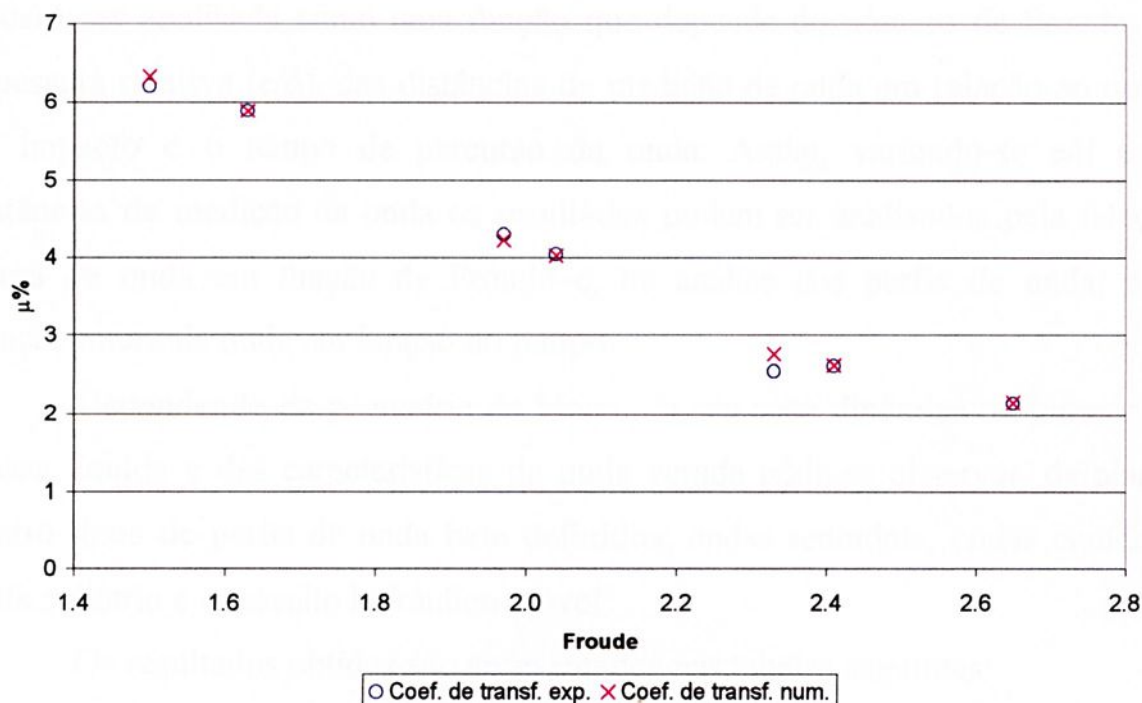


Figura 42 - $\mu\%$ em função do número de Froude no impacto, Bloco B2, onda tipo "soliton".

6.2.2. Geração de Onda

De um ponto de vista mecânico, o impulso de um deslizamento de terra e a distribuição desse impulso no tempo e no espaço é a força motriz para geração de onda. A dissipação de energia na zona de impacto - sólido/ar/água - é, de alguma maneira, relacionada à velocidade, o tamanho e a densidade do material deslizante. Assim posto, Huber (1980) e Freitas Maciel (1991), afirmam ser ainda possível montar um modelo físico simplificado baseado no deslizamento de terra que usa como parâmetros a razão entre a espessura da massa deslizante e o nível d'água inicial (e/d).

Para os ensaios realizados no canal de ondas da FEIS/Unesp, com blocos indeformáveis, de massa específica e geometria constantes, observou-se que os parâmetros dominantes que controlam as alturas e o padrão de onda gerada são a frente do deslizamento (espessura relativa do bloco) e o número de Froude. Dessa forma, em primeira aproximação, tem-se que a altura de onda

poderá ser analisada como uma função que depende do número de Froude, da espessura relativa (e/d), das distâncias de medição da onda em relação ao ponto de impacto e o tempo de percurso da onda. Assim, variando-se e/d e as distâncias de medição da onda os resultados podem ser analisados pela relação altura de onda em função de Froude e, na análise dos perfis de onda, pela relação altura de onda em função do tempo.

Dependendo da geometria do bloco, da sua ação dinâmica no interior da massa líquida e das características da onda gerada pôde-se observar, de plano, quatro tipos de perfis de onda bem definidos; ondas senoidais, ondas cnoïdais, onda solitária e o ressalto hidráulico móvel.

Os resultados obtidos são apresentados nas tabelas seguintes:

Tabela 3 - Cenário de queda com $e/d = 0.30$, $d = 25\text{cm}$ (Bloco B2)

Exp	Vimp (m/s)	Froude	$H_{4.5}$ exp (cm)	$H_{4.5}$ num (cm)	$\Delta\%$	Perfil
17	2.11	1.35	27.21	27.76	2.02	O-C
18	2.56	1.63	27.55	27.91	1.31	O-C
19	1.54	0.98	27.35	27.85	1.83	O-C
20	2.02	1.29	27.61	27.90	1.05	O-C
21	2.86	1.83	27.68	27.73	0.18	O-C

$H_{4.5}$ = altura de onda medida com sonda a 4.5m do ponto de impacto.

Tabela 4 - Cenário de queda com $e/d = 0.37$, $d = 20\text{cm}$ (Bloco B2)

Exp	Vimp (m/s)	Froude	$H_{4.5}$ exp (cm)	$H_{4.5}$ num (cm)	$\Delta\%$	Perfil
08	1.81	1.29	23.04	22.70	1.50	C-S
09	2.33	1.66	22.60	23.04	1.95	C-S
10	2.78	1.98	23.36	23.62	1.11	C-S
11	3.10	2.21	23.36	23.84	2.05	C-S
12	1.82	1.30	23.30	23.22	0.34	C-S
13	2.83	2.02	23.44	23.60	0.68	C-S
14	2.34	1.67	23.36	23.68	1.37	C-S
15	3.24	2.31	23.36	23.40	0.17	C-S

$H_{4.5}$ = altura de onda medida com sonda a 4.5m do ponto de impacto.



Tabela 5 - Cenário de queda com $e/d = 0.50$, $d=15\text{cm}$ (Bloco B2)

Exp	Vimp (m/s)	Froude	$H_{4.5}$ (exp) (cm)	$H_{4.5}$ (num) (cm)	$\Delta\%$	Perfil
01	1.82	1.50	18.83	18.88	0.26	S
02	2.39	1.97	19.22	19.17	0.26	S
03	2.83	2.33	18.81	19.02	1.10	S
04	3.21	2.65	18.99	19.00	0.05	S
05	1.98	1.63	19.08	19.08	0.00	S
06	2.48	2.04	19.25	19.24	0.05	S
07	2.92	2.41	19.00	19.01	0.05	S

$H_{4.5}$ = altura de onda medida com sonda a 4.5m do ponto de impacto.

Tabela 6 - Cenário de queda com $e/d = 0.48$, $d=25\text{cm}$ (Bloco B1)

Exp	Vimp (m/s)	Froude	$H_{3.0}$ exp (cm)	$H_{3.0}$ num (cm)	$\Delta\%$	Perfil
01	2.24	1.43*	29.63	28.05	5.33	C-S
02	2.36	1.35	29.58	28.81	2.60	C-S
03	3.35	2.14	29.67	29.64	0.10	C-S
04	2.24	1.43*	29.59	29.44	0.51	C-S
05	2.50	1.15	29.54	30.02	1.60	C-S
17	2.96	1.89	32.23	31.43	2.48	RS
19	3.23	2.06	31.47	32.38	2.81	RS
20	3.13	2.00	31.48	32.36	2.72	RS
21	3.08	1.97	31.53	31.16	1.17	RS

$H_{3.0}$ = altura de onda medida com sonda a 3.0m do ponto de impacto; *Observam-se dois valores iguais do número de Froude para a mesma sequência de experimentos, isto deve ter ocorrido por erro de leitura provavelmente no experimento nº 1 que apresenta um resultado que não obedece à relação observada (número de Froude por altura de onda), como poderá ser melhor visualizado na figura 47.

Tabela 7 - Cenário de queda com $e/d = 0.60$, $d=20\text{cm}$ (Bloco B1)

Exp	Vimp (m/s)	Froude	H _{3,0} exp (cm)	H _{3,0} num (cm)	Δ%	Perfil
06	2.24	1.60	26.10	24.01	8.01	C-S
07	2.70	1.93*	26.21	24.89	5.04	C-S
08	2.70	1.93*	26.37	25.56	3.07	R
09	2.70	1.93*	26.70	25.97	2.73	R
10	5.41	3.86	26.59	25.94	2.44	R
22	3.80	2.71	28.37	26.75	5.71	R
23	2.22	1.58	27.90	28.54	2.24	R
24	2.90	2.07	28.38	28.86	1.66	R
26	3.13	2.23	28.62	26.62	6.99	R

H_{3,0} = altura de onda com sonda a 3.0m do ponto de impacto; *Observam-se três valores iguais do número de Froude para a mesma sequência de experimentos, isto deve ter ocorrido por erro de leitura provavelmente nos experimento nº 8 e 9 que apresentam resultados que não obedecem à relação observada (número de Froude por altura de onda), como poderá ser melhor visualizado na figura 55.

Tabela 8 - Cenário de queda com $e/d = 0.80$, $d=15\text{cm}$ (Bloco B1)

Exp	Vimp (m/s)	Froude	H _{3,0} exp (cm)	H _{3,0} num (cm)	Δ%	Perfil
12	2.00	1.65*	21.09	20.59	2.37	R
13	2.12	1.75	21.65	21.57	0.37	R
14	2.25	1.85	22.03	23.24	5.21	R
15	1.69	1.39	22.49	27.16	17.19	R
16	2.00	1.65*	22.61	26.05	13.21	R
27	2.99	2.46	23.03	25.56	9.90	R
28	3.07	2.53	23.37	22.44	3.98	R
31	3.23	2.66	24.69	21.47	13.04	R

H_{3,0} = altura de onda com sonda a 3.0m do ponto de impacto; *Observam-se dois valores iguais do número de Froude para a mesma sequência de experimentos, isto deve ter ocorrido provavelmente por erro de leitura do campo de velocidade.

De uma maneira geral, os resultados das amplitudes máximas são bem reproduzidos pelo modelo de Serre, sobretudo à medida que a relação e/d cresce

(e = espessura do bloco, d = nível d'água inicial) até atingir o valor 0.50. Para valores maiores que 0.50 obtivemos em média perfis representativos de ressaltos que não são reproduzidos pelo modelo de Serre.

Para relações e/d baixas, obtivemos perfis de onda “aparentemente” oscilatório-cnoïdal para $e/d = 0.30$ (bloco B2) e cnoïdal-solitário para $e/d = 0.37$ (bloco B2), para $e/d = 0.48$ (bloco B1) obtivemos um perfil “preferencialmente” cnoïdal-solitário, e para $e/d = 0.50$ (bloco B2) o perfil de onda se aproximava mais a um “soliton”. Ainda para $e/d = 0.48$ observamos que, para distâncias de lançamento superior a 50cm, o perfil que era solitário passou a representar “aparentemente” ressaltos “suaves” (possuía uma frente de onda muito pouco íngreme e turbulenta).

Para $e/d = 0.60$ (bloco B1) observamos, também, que os primeiros experimentos para os quais a distância de lançamento era igual ou inferior a 20cm, ainda obtivemos perfis cnoïdais-solitários, e à medida que aumentávamos a distância de lançamento todos os perfis passaram para o padrão de ressaltos.

Para $e/d = 0.80$ (bloco B1) observamos apenas ressaltos. Ainda assim, nos experimentos para os quais é viável a utilização do modelo de Serre, os erros ($\Delta\%$) nas amplitudes máximas são inferiores a 10%, quando comparados aos resultados experimentais.

Podemos observar nos gráficos que relacionam o número de Froude com a altura de onda experimental e numérica que, à medida que aumenta a relação e/d e o número de Froude, a altura da onda obtida numericamente apresenta tendência a se aproximar mais da experimental, proporcionando um resultado satisfatório à medida que e/d aproxima-se do valor igual a 0.50, tanto com relação à altura de onda (figuras 43, 45, 47 e 49), quanto à forma do perfil de onda (perfis O-C, C-S e S, figuras 44, 46, 48 e 50).

Para $e/d = 0.48$ com perfil RS as relações se verificam para as alturas de onda (figura 51) mas não para o perfil de onda (figura 52). Para $e/d = 0.60$, tanto para os experimentos com características de perfil C-S como R, também é



possível observar que as relações se verificam para as alturas (figuras 53 e 55), mas o perfil de onda já não é tão satisfatório (alguns se aproximam e outros fogem totalmente do perfil esperado, figuras 54 e 56).

Para $e/d = 0.80$ os dados se apresentam (figura 57) de maneira totalmente desordenada, ficando sua análise assim, fora da relação número de Froude por altura de onda observada nos demais. Essa “desordem” poderia ser justificada pelo fato de que o modelo de Serre se mostra incapaz de reproduzir o fenômeno do ressalto hidráulico móvel. Dada a natureza parabólica do sistema Serre (1-2) fica “difícil” esperar que o ressalto hidráulico seja solução do problema. Nesses casos, o modelo “shallow water” clássico, tipo Saint Venant, de natureza estritamente hiperbólica seria mais adequado. No entanto, chamou-nos a atenção, sabendo da restrição do modelo de Serre, o fato de que alguns resultados descrevem ainda assim o perfil de onda tipo ressalto hidráulico (figuras 56 e 58), resultados esses que precisam ser ainda melhor investigados. De qualquer forma, o sistema Serre, conforme proposto em (1-2), considera em seu desenvolvimento assintótico termos de derivadas de ordem superior, então desprezados por Boussinesq. Dessa maneira, o modelo em questão, poderia ainda ser utilizado na previsão de ondas na vizinhança do “breaking”

A seguir serão colocados gráficos representativos de cada perfil obtido e sua comparação numérico-experimental.



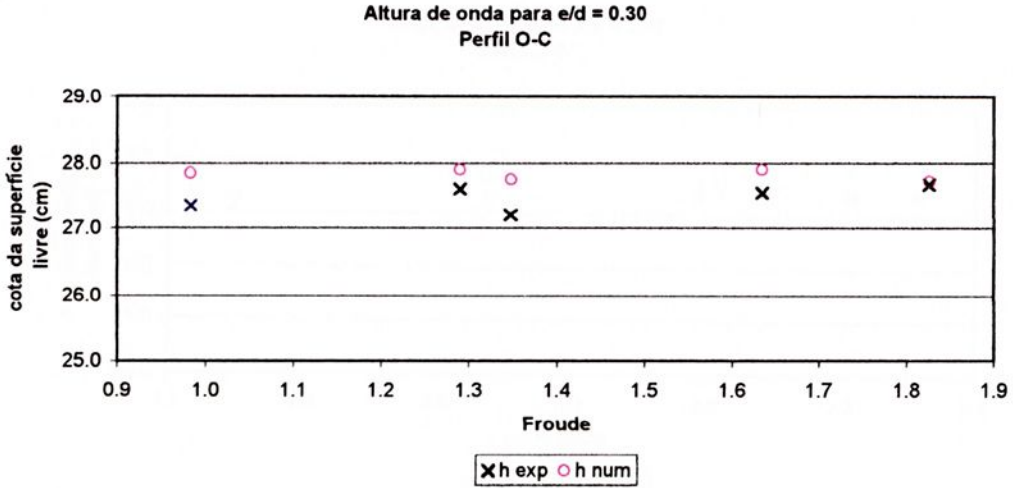


Figura 43 - Comparação experimental e numérica - relação número de Froude por altura de onda.

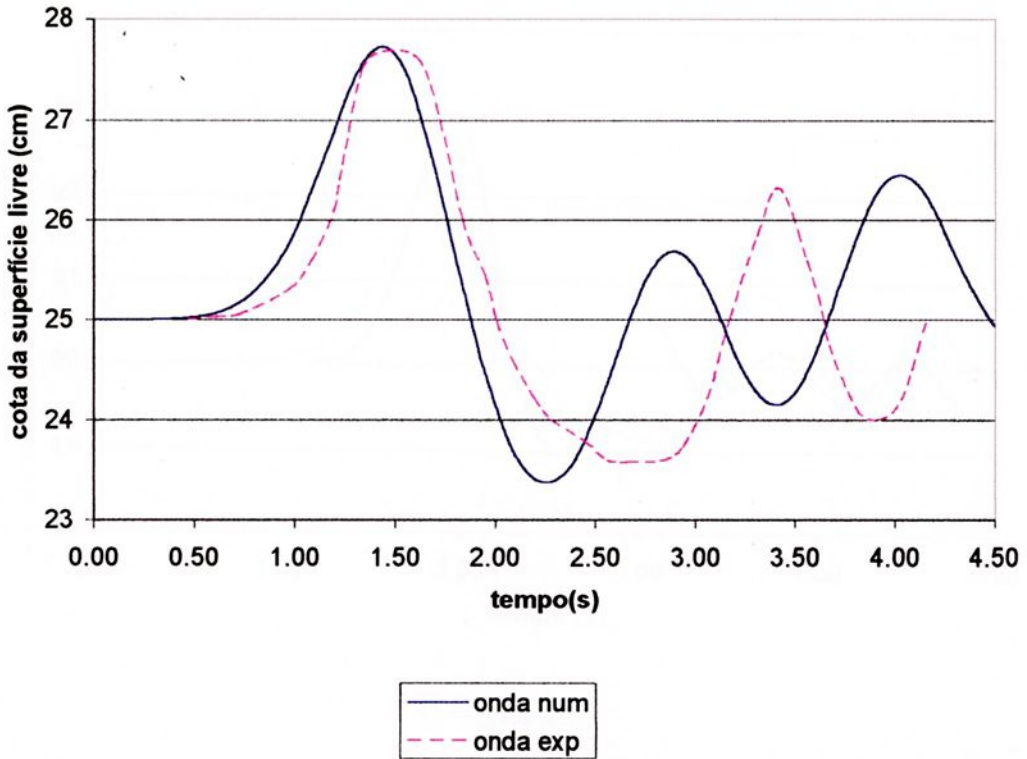


Figura 44 - Perfil de onda para $e/d = 0.30$, Froude = 1.83, sonda a 4.5m do ponto de impacto.

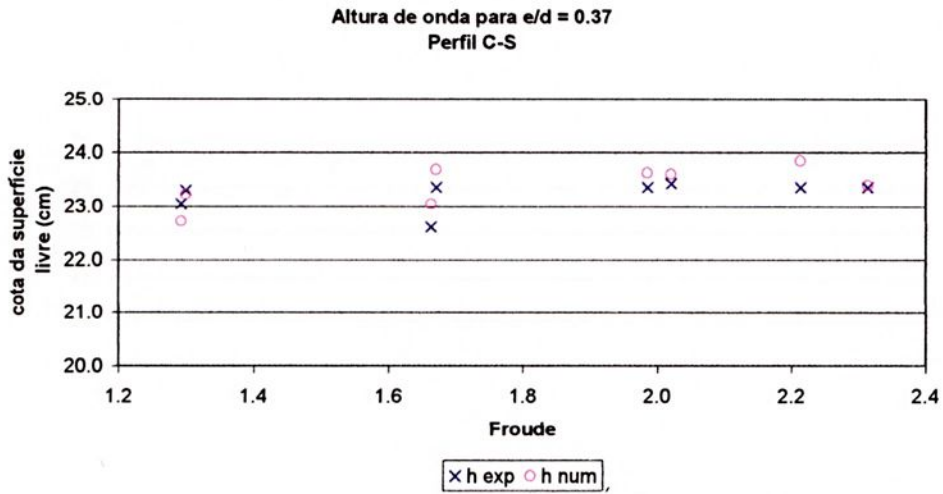


Figura 45 - Comparação experimental e numérica - relação número de Froude por altura de onda.

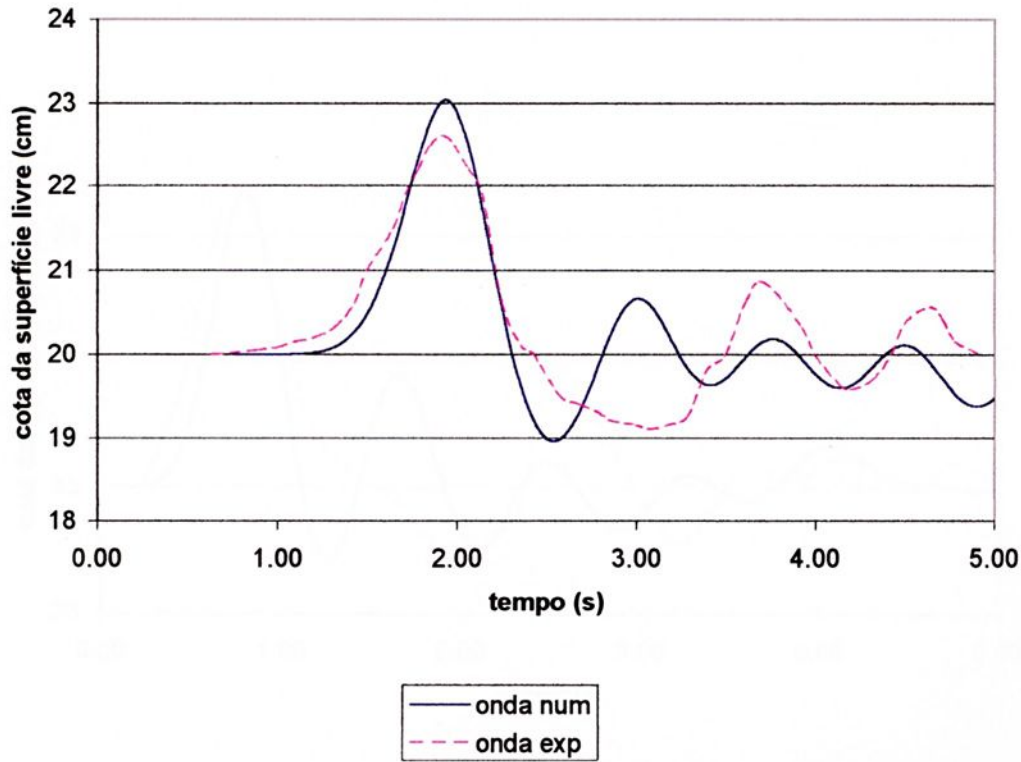


Figura 46 - Perfil de onda para $e/d = 0.37$, Froude = 1.29, sonda a 4.5m do ponto de impacto.

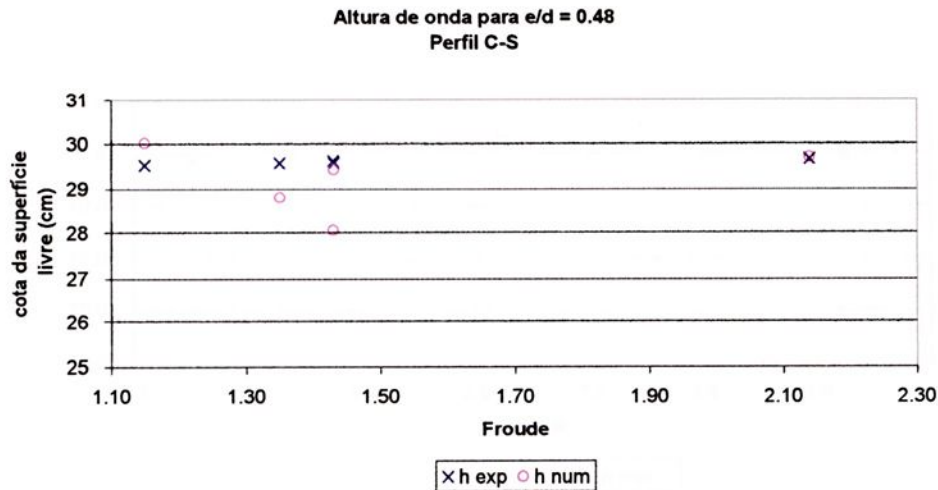


Figura 47 - Comparação experimental e numérica - relação número de Froude por altura de onda.
Nota: Aparentemente observa-se para o número de Froude = 1.43 dois valores numéricos e apenas um experimental para as alturas. Mas na realidade, são dois valores muito próximos (29.63 e 29.59, conforme tabela 6 experimentos 01 e 04).

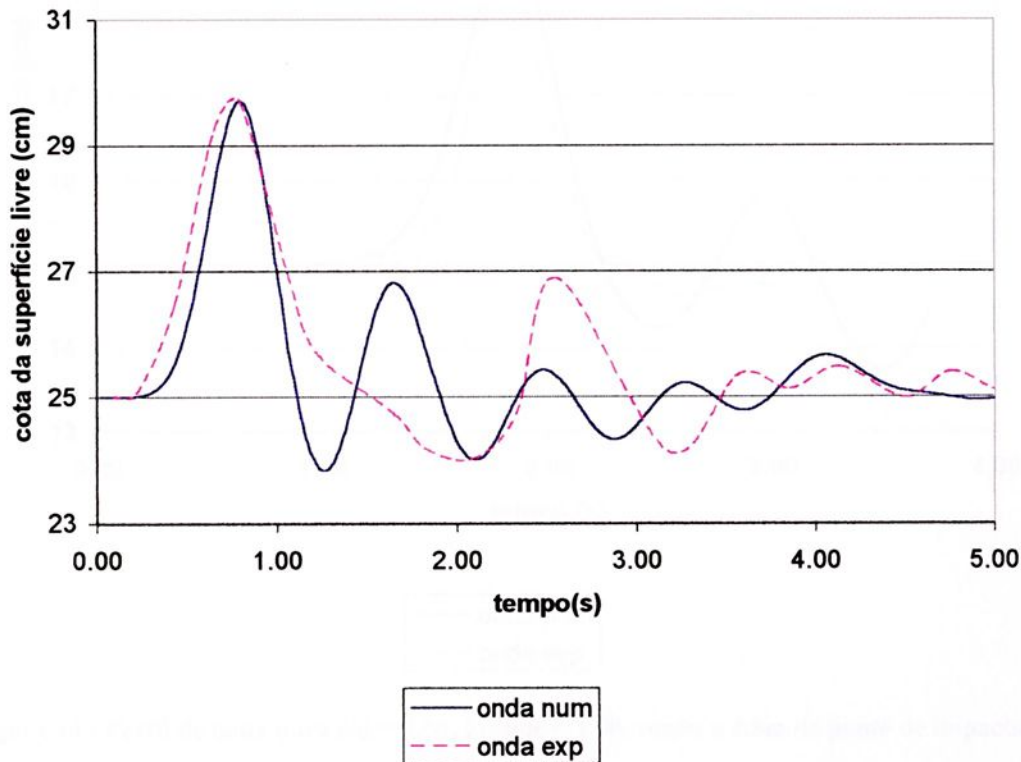


Figura 48 - Perfil de onda para $e/d = 0.48$, Froude = 2.14, sonda a 3.0m do ponto de impacto.

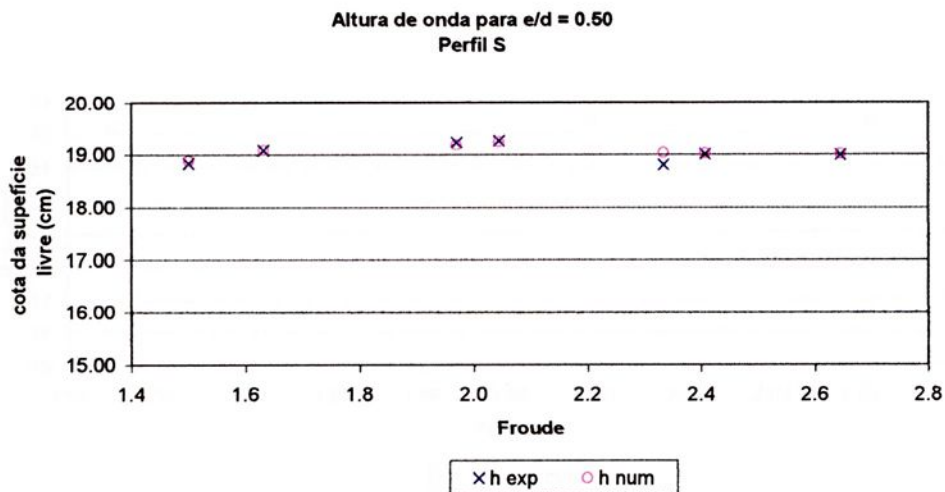


Figura 49 - Comparação experimental e numérica - relação número de Froude por altura de onda.

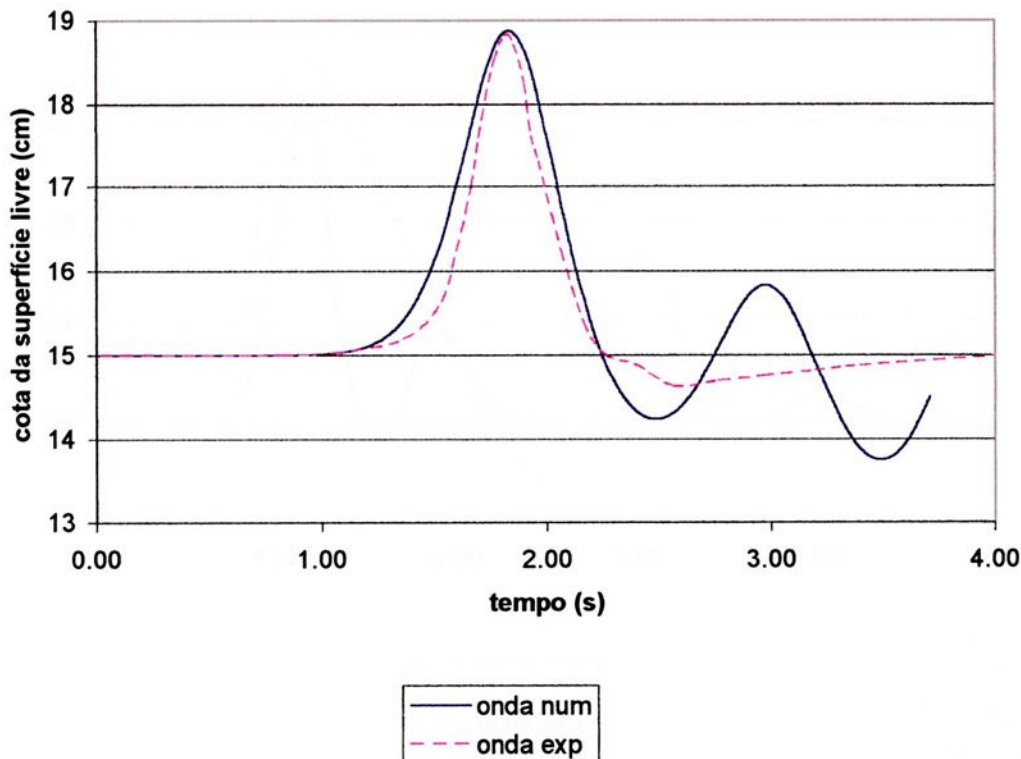


Figura 50 - Perfil de onda para $e/d = 0.50$, Froude = 1.50, sonda a 4.5m do ponto de impacto.

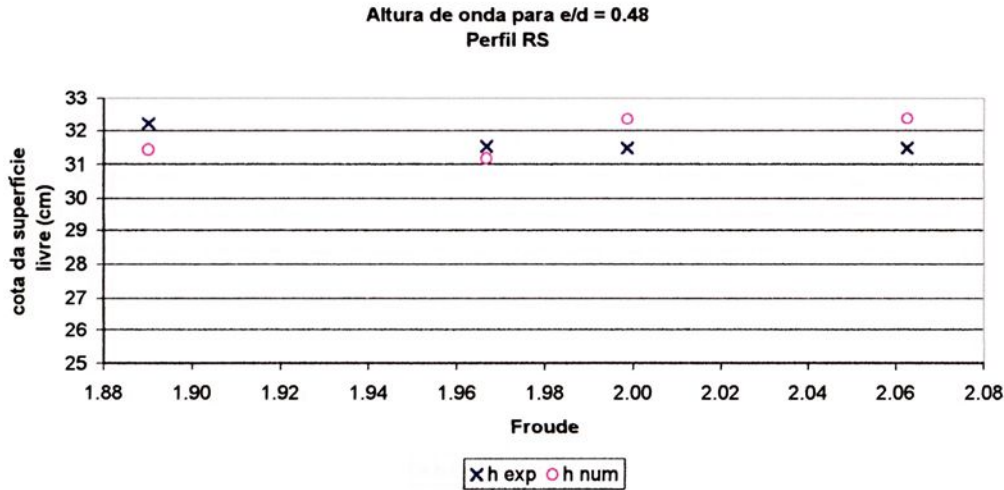


Figura 51 - Comparação experimental e numérica - relação número de Froude por altura de onda.

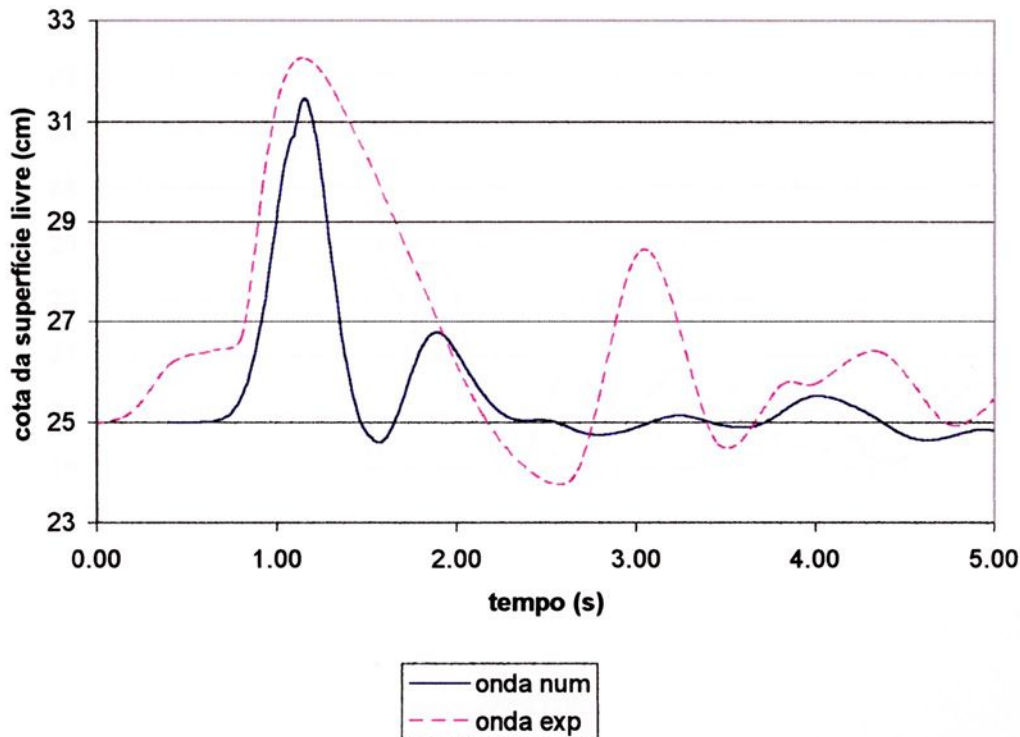


Figura 52 - Perfil de onda para $e/d = 0.48$, Froude = 1.89, sonda a 3.0m do ponto de impacto.

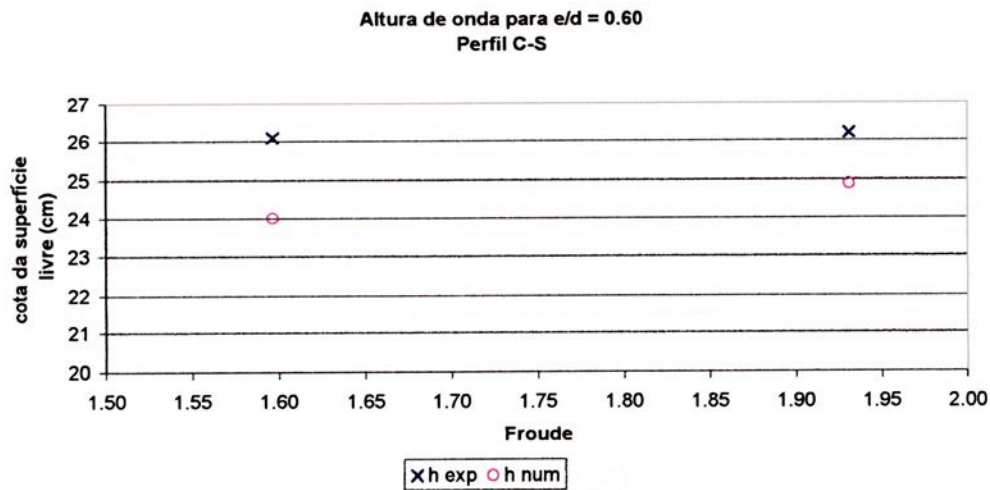


Figura 53 - Comparação experimental e numérica – relação número de Froude por altura de onda.

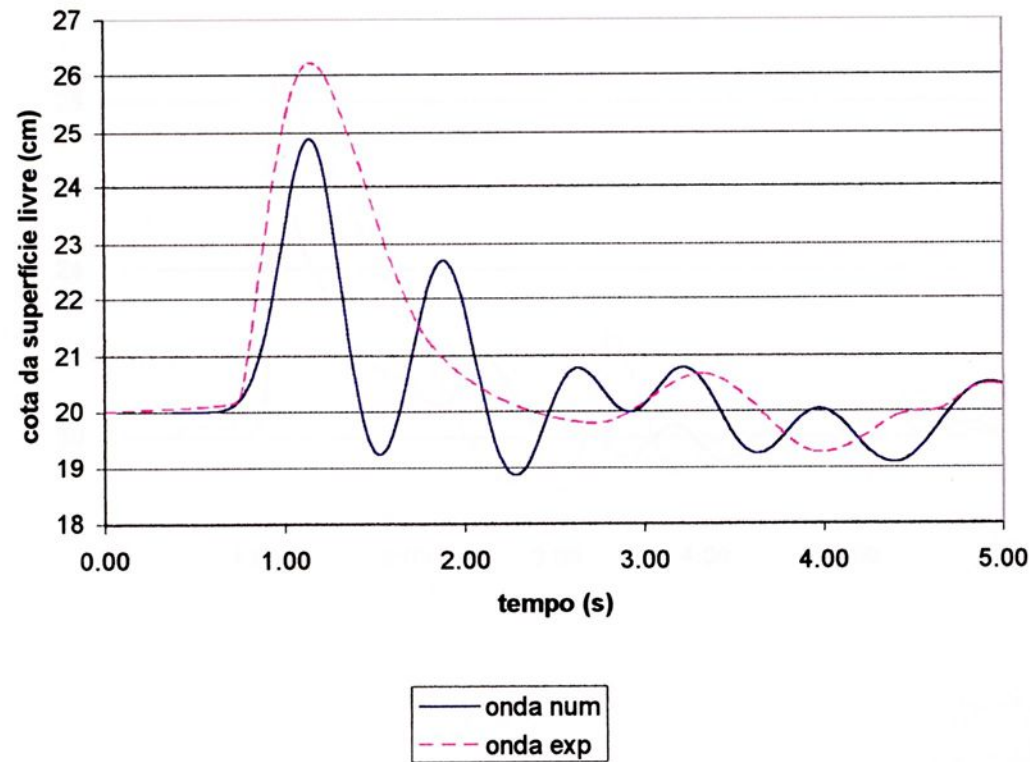


Figura 54 - Perfil de onda para $e/d = 0.60$, Froude = 1.93, sonda a 3.0m do ponto de impacto.

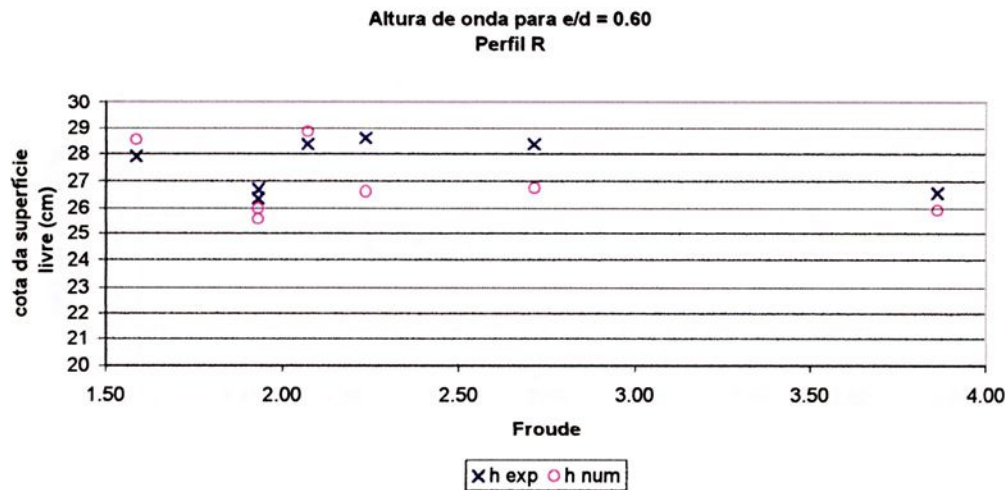


Figura 55 - Comparação experimental e numérica - relação número de Froude por altura de onda.

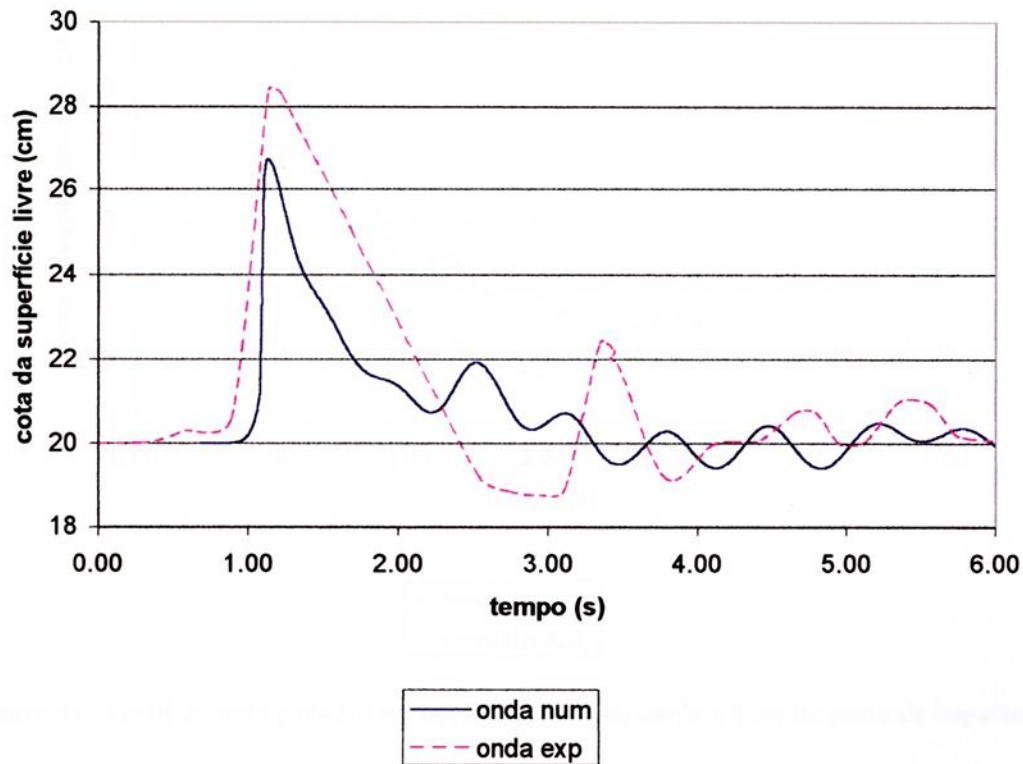


Figura 56 - Perfil de onda para $e/d = 0.60$, Froude = 2.71, sonda a 3.0m do ponto de impacto.

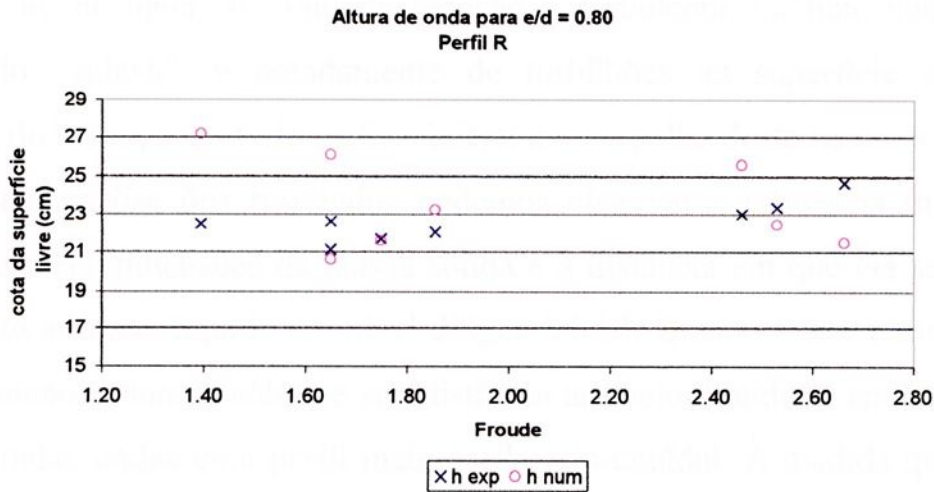


Figura 57 - Comparação experimental e numérica – relação número de Froude por altura de onda.

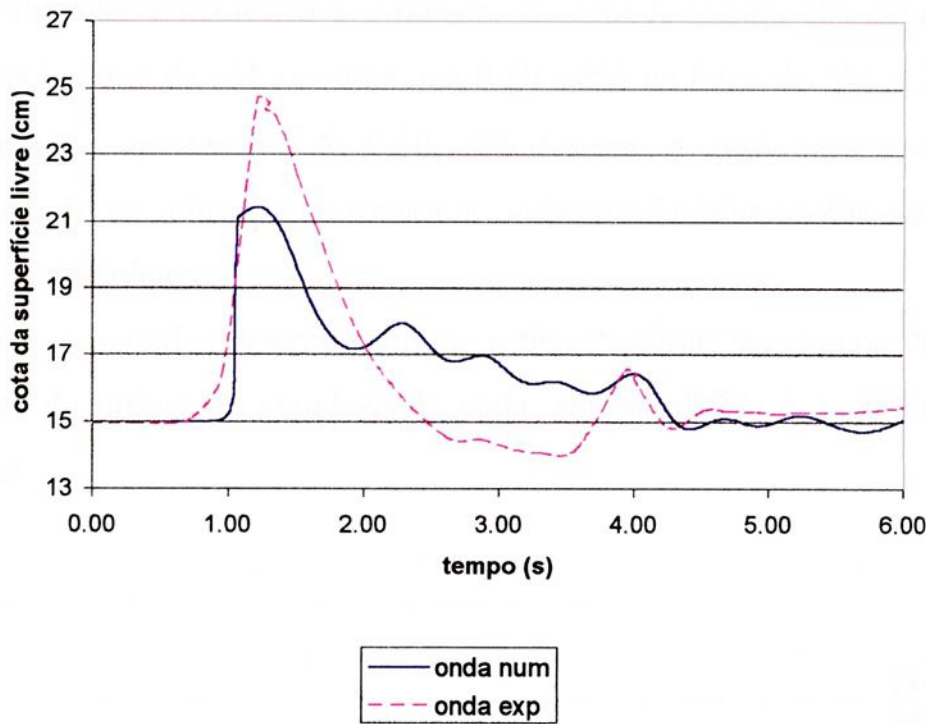


Figura 58 - Perfil de onda para $e/d = 0.80$, Froude = 2.66, sonda a 3.0m do ponto de impacto.

Podemos constatar que os resultados obtidos demonstram uma boa concordância entre as alturas de onda experimental e numérica sobretudo para a 1ª onda, apesar dos avanços de fase nas ondas subseqüentes. Estas ondas subseqüentes parecem surgir devido ao refluxo gerado pelo bloco sobre a rampa

quando bate na água. A zona de geração é turbulenta, caótica, com geração natural do “splash”, e notadamente de turbilhões na superfície superior e posterior do bloco, sobretudo na fase inicial do mergulho deste no meio líquido.

Pela análise dos resultados podemos observar a influência (na geração das ondas) das dimensões da massa sólida e a distância em que ela se encontra em relação ao meio líquido e o nível d’água inicial. Quanto maior o nível d’água inicial e menor a massa sólida e sua distância ao meio líquido, a tendência é que sejam geradas ondas com perfil mais oscilatório-cnoïdal. À medida que diminui o nível d’água e aumenta a massa e a distância as ondas progridem para perfis cnoïdais, “solitons” e ressaltos, respectivamente.

Analisando a relação porcentagem de erro existente entre as alturas de onda experimental e numérica e o número de Froude (figura 59) nota-se que a maioria dos valores de e/d menores que 0.50 estão na faixa de $\Delta\% = 2.0$ e que, quanto mais se aproximam de 0.50, $\Delta\%$ tendem a zero comprovando que $e/d = 0.50$ pode ser o limite que separa as ondas oscilatórias-cnoïdais-solitárias e os ressaltos hidráulicos.

Esses resultados demonstram que o tipo “soliton” serviria de “envelope” na previsão da ordem de grandeza da onda, sua amplitude e, por conseguinte, sua energia.

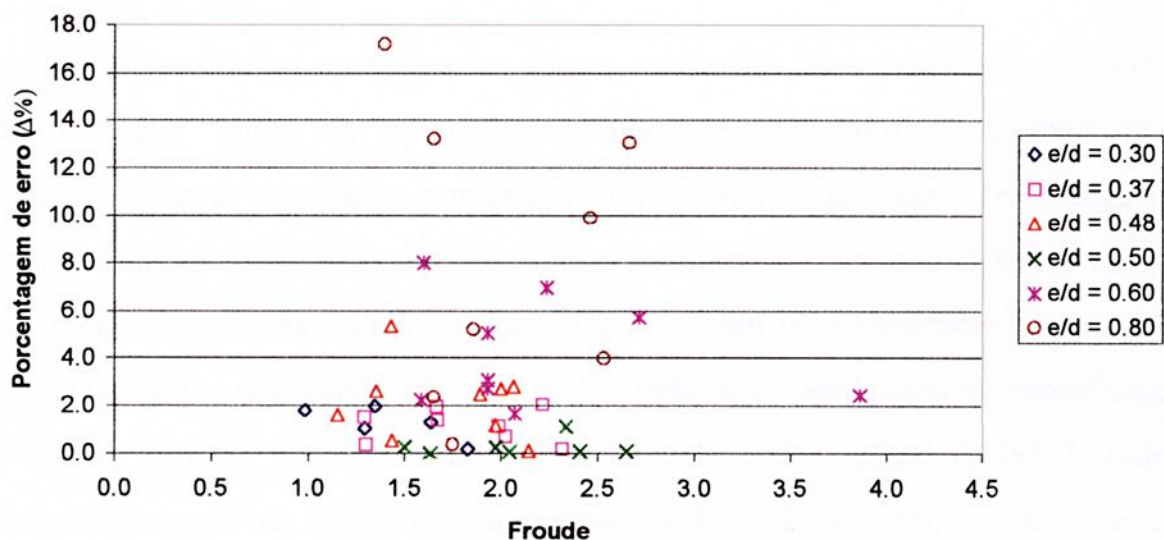


Figura 59 - Relação número de Froude por $\Delta\%$

7. Conclusões e Perspectivas Futuras

A importância do estudo de ondas de submersão para a engenharia de Recursos Hídricos está relacionada aos sérios danos que estas podem ocasionar, quando de sua propagação e reflexão, às estruturas civis, tais como ruptura brusca ou gradual de barragens, perda de estabilidade de taludes nas margens de canais de navegação, etc. No âmbito social, a importância de seu estudo está na previsão de riscos potenciais que tais ondas podem causar à segurança de vidas humanas. A preocupação maior é estimar as amplitudes geradas, pois quanto maior, tanto mais danos podem ocasionar.

Nesta dissertação, o modelo matemático proposto para o estudo dessas ondas foi o modelo de Serre (modelo da “classe Boussinesq”), que leva em consideração as acelerações verticais das partículas fluidas.

Os resultados apresentados foram realizados com o código de cálculo desenvolvido, que de plano, apresenta-se satisfatório. Comparamos, sistematicamente, resultados numéricos com experiências físicas realizadas em canal de ondas da Feis/Unesp com bloco indeformável descendo sobre rampa. Para cada experiência, inicializamos o modelo com uma superfície horizontal e velocidade nula. A geração da onda se faz pela ação combinada da modificação do fundo, devido à intrusão do sólido e pelo atrito lateral (sólido/líquido). Recuperamos ora as amplitudes máximas da 1ª onda a 3.0m, ora a 4.5m em relação ao ponto de impacto do bloco com a massa líquida. Através da



cinematografia, obtivemos o campo de velocidade $V(x)$ da massa sólida (bloco) no meio líquido, notadamente a velocidade de impacto (V_{imp}). Em posse desses dados, calculamos os respectivos números de Froude e introduzimos os campos $V(x)$ no modelo numérico.

Conhecendo as características geométricas do deslizamento e medindo a velocidade de impacto pudemos obter, numa primeira aproximação, a altura máxima da onda gerada e a energia armazenada e, por conseguinte, os riscos envolvidos poderiam ser estimados a partir dos coeficientes de transferência de energia.

De uma maneira geral, no que concerne à geração de ondas, os resultados tanto das amplitudes máximas como dos perfis de onda são bem reproduzidos pelo modelo de Serre, sobretudo à medida que a relação e/d cresce. Para relações e/d baixas ($e/d < 0.50$), obtivemos um perfil de onda “aparentemente” oscilatório-cnoidal e para $e/d = 0.50$ o perfil de onda se aproximava mais a um “soliton”. Para valores maiores que 0.50 obtivemos em média perfis representativos de ressaltos que não são reproduzidos pelo modelo de Serre.

Nesses casos, para perfis tipo ressalto hidráulico móvel, o modelo “shallow water” clássico, tipo Saint Venant, de natureza estritamente hiperbólica seria mais adequado. No entanto, chamou-nos a atenção, sabendo da restrição do modelo de Serre, o fato de que alguns resultados descrevem ainda assim este tipo de perfil. Resultados estes que precisam ser ainda melhor investigados.

Pela análise dos resultados podemos observar a influência (na geração das ondas) das dimensões da massa sólida e a distância em que ela se encontra em relação ao meio líquido e o nível d’água inicial. Quanto maior o nível d’água



inicial e menor a massa sólida e sua distância ao meio líquido, a tendência é que sejam geradas ondas com perfil mais oscilatório-cnoïdal. À medida que diminui o nível d’água e aumenta a massa e a distância as ondas progridem para perfis cnoïdais, “solitons” e ressaltos, respectivamente.

Do ponto de vista de engenharia, esta modelagem constitui um código de cálculo satisfatório, porque nos dá a boa ordem de grandeza da onda, sua amplitude, e por conseguinte, sua energia - os resultados demonstram que o tipo “soliton” serviria de “envelope” na previsão da energia da onda, como pode ser observado quando comparado com o modelo “shallow water” ou Saint Venant obtido por Ruella e Freitas Maciel (2001),conforme mostra a figura 60.

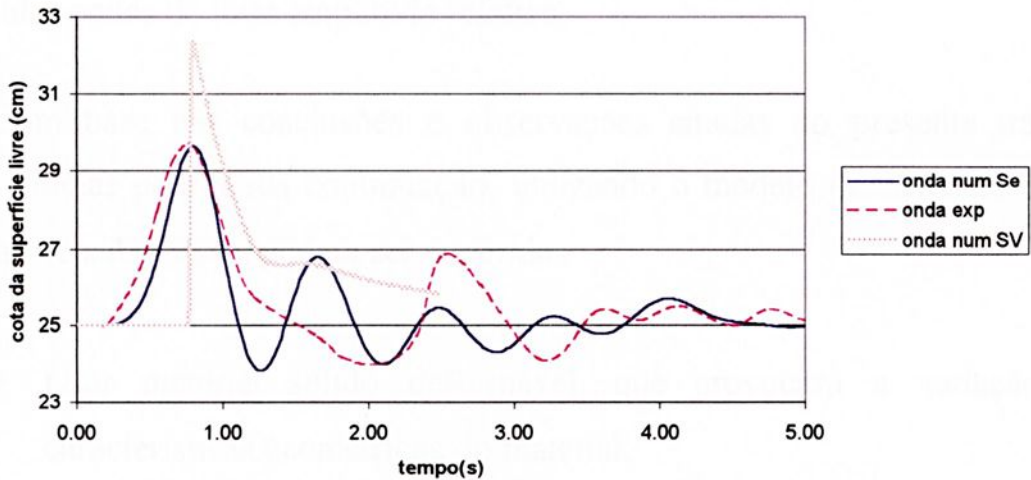


Figura 60 - Comparação dos Perfis de Onda para e/d=0.48 e Froude=2.14

Para a utilização do modelo Serre no estudo das ondas geradas pelo movimento de embarcações em canais, algumas hipóteses devem ser ainda melhor investigadas. Para tanto, sentimos a necessidade não só de restabelecer o estado atual da arte na temática em questão, mas, também, de desenvolver uma “maquete” do problema de maneira a bem validarmos o código de cálculo.

Os resultados apresentados nesta dissertação são os primeiros obtidos com o modelo de Serre tal como no sistema de equações (1) e (2), página 45 dessa dissertação, para o qual a maior dificuldade encontrada diz respeito à leitura do campo de velocidade na zona de geração, dado de fundamental importância para a boa utilização do mesmo. A técnica da cinematografia é a mais indicada, mas apresenta ainda erros no que tange à análise visual das distâncias percorridas pelos blocos - o monitor que utilizamos era reduzido - não proporcionando uma leitura mais apurada dos deslocamentos. Isto é percebido nos resultados onde existem valores do número de Froude iguais, para distâncias diferentes o que demonstra erro no campo de velocidade. Mas, é possível prever que o modelo de Serre proporciona uma boa convergência pois se mostrou globalmente capaz de reproduzir um bom espectro de ondas, chegando até simular ondas de forte amplitude relativa.

Com base nas conclusões e observações citadas no presente trabalho algumas idéias para a sua continuação, utilizando o modelo de Serre no estudo de ondas de submersão, podem ser sugeridas:

- Usar material sólido deformável, que provocará a variação das características geométricas do material;
- Enfocar a influência da massa específica do material deslizante;
- Estudar a possível utilização de um modelo turbulento na zona de geração e introduzi-lo no modelo de Serre. O modelo turbulento deverá reproduzir a fase caótica da interação sólido-líquido;
- Estudar o comportamento real das acelerações verticais das partículas fluidas para discutir sobre a adaptabilidade do modelo em questão ao fenômeno (lembrando que a hipótese do modelo é de que a componente vertical da velocidade é linear entre o fundo e a superfície livre, condição de Boussinesq). A determinação do campo de aceleração da



massa líquida poderá ser obtido a partir da determinação do campo de velocidades orbitais das partículas fluidas, podendo esse ser obtido a partir de uma sonda ADV (Anemometer Doppler Velocimeter) de alta performance que se encontra em fase de testes de validação, no laboratório de Hidráulica e Saneamento da Feis-Unesp.

- Estudar também outras maneiras de se obter o campo de velocidade do material deslizante; a possibilidade de se obter um monitor de vídeo maior ou a utilização de uma técnica que está sendo desenvolvida em fase experimental, junto ao departamento de Engenharia Mecânica da Feis/Unesp, que é a fotografia instantânea. Um sensor laser capta a passagem do bloco na rampa e dispara flashes fotográficos em tempos pré-fixados que registram o percurso do bloco sobre a rampa até parar.



8. Referências

- BINGHAM, H.B. A hybrid Boussinesq-panel method for predicting the motion of a moored ship. *Costal Engineering*, v.40, p.21-38, 2000.
- CAMPOS, H.N. *Sonda Capacitiva e Sistema de Aquisição de Dados: Ilha Solteira*, 1995, Trabalho de Formatura, Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho.
- CASCIOLA, C.M., LANDRINI, M. Nonlinear long waves generated by a moving pressure disturbance. *Journal Fluid Mechanics*, v.325, p.399-418, 1996.
- CLAGUE, J.J., EVANS, S.G. A review of catastrophic drainage of moraine-dammed lakes in British Columbia. *Quaternary Science Review*, v.19, p.1763-1783, 2000.
- CHEN, B.-F. Nonlinear hydrodynamic effects on concret dam. *Engineering Structures*, v.18, n° 13, p.201-212, Great Britain, 1996.
- ERTEKIN, R.C. et al. Waves caused by a moving disturbance in a shallow channel of finite width. *Journal Fluid Mechanics*, v.169, p.275-292, Great Britain, 1986.
- FREITAS MACIEL G. *Contribution Experimentale et Theorique a L'etude des Ondes Produites par des Glissements Solids dans Retenues de Barrages*, Grenoble, 1991, p.168. Tese (Doutorado em Mecânica), Université Joseph Fourier – Grenoble I.
- FREITAS MACIEL G. Aplicação das equações da classe Boussinesq no estudo de ondas de gravidade geradas por impacto localizado, CONGRESSO IBERO LATINO AMERICANO DE MÉTODOS COMPUTACIONAIS EM ENGENHARIA (CILAMCE), 14, *Anaisv.3*, p.656-664, 1993.



GALINKIN, M. et al., 2001. *Retrato da Navegação no Alto Rio Paraguai – CEBRAC/ICV/WWF*, Brasília, Brasil, p.50-51.

GOBBI, M.F., KIRBY, J.T. Wave evolution over submerged sills: testes of a high-order Boussinesq model. *Coastal Engineering*, v.37, p.57-96, Netherlands, 1999.

GOBBI, M.F et al. A fully nonlinear Boussinesq model for surface waves. Part 2. Extension to $O(kh)^4$. *Journal Fluid Mechanics*, v. 405, p. 181-210, United Kingdom, 2000.

HIDROESB – Saturnino de Brito S.A. Usina Hidroelétrica de Furnas – *Modelo experimental – Córrego dos Cabritos*. Rio de Janeiro. Relatório Final, p.113, 1987.

HUBER, A.. *Schwallwlllen in Seen als Folge von Felsstürzen (Surges in lakes as a consequence of rockfalls)*, *Mitteilungen der Versuchsanstalt für wasserbau, Hydrologie und Glaziologie*, nº 47, p.156-163, 1980

JORGE, F.N. *Mecanismos dos escorregamentos em encostas marginais de reservatórios*. São Carlos, 1984. 146p. Tese (Mestrado em Geotecnia) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

JIANKANG, W. et al. Numerical study of wave interaction generated by two ships moving parallely in shallow water. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v.190, p.2099-2110, 2001.

KANO, T., NISHIDA, T. A Mathematical Justification for Korteweg-de Vries Equation and Bousinesq Equation of Water-Surface Waves. *Osaka Journal of Mathematics*, v.23, nº 2, p.389-413, Osaka, 1986.

LEE, C. et al. Internal generation of waves for extended Boussinesq equations. *Coastal Engineering*, v.42, p.155-162, 2001.

LI, Y., ZHANG, Y. A new form of Boussinesq equation with improved linear dispersion characteristics. *China Ocean Engineering*, v.13, nº 1, p.11-20, China, 1999.

LI, Y.S., et al. Wave concentration by a navigation channel. *Applied Ocean Reseach*, v.22, p.199-213, 2000.

LOUREIRO, J. P., Barco vira e quatro pessoas morrem, *Jornal Diário de Cuiabá*, edição nº 9938, 01/05/2001, Cuiabá, MT

MANGENEY, A., et al. Modeling of debris avalanche and generated water waves: Application to real and potencial events in Montserrat. *Phys. Chem. Earth (A)*, v.25, nº 9-11, p.741-745, 2000.

MILES, J.W. The Korteweg-de Vries equation: a historical essay. *Journal Fluid Mechanics*, v.106, p.131-147, Great Britain, 1981.

MÜLLER, L. The rockslides in the Vajont Valley. *Rock Mech. Eng. Geol.*, v.2, p.148-212, 1964.

OTTONI, A.B. *A implantação de Sistemas de navegação em regiões estuarinas*. Rio de Janeiro, 1986, 142p. Tese (Mestrado em Engenharia Oceânica) – COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro.

RUELLA, L.C.N., FREITAS MACIEL, G., Validação das equações de geração de ondas gravitacionais provocadas por ação de massa sólida em meio líquido ("shallow water "). REUNIÃO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA - CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA, 8, 2001.

SANDER, J., HUTTER, K. On the Development of the Theory of Solitary Wave, *Acta Mechanica*, v.86, p.111-152, 1991.

SEABRA SANTOS, F.J. et al. Numerical and experimental study of the transformation of a solitary wave over a shelf or isolated obstacle, *Journal Fluid Mechanics*, v.176, p.117-134, Great Britain, 1987a.

SEABRA SANTOS, F.J., ABREU, J.M. Estudo da geração e propagação de maremotos originados pelo movimento sísmico do fundo dos oceanos, SIMPÓSIO LUSO-BRASILEIRO DE HIDRÁULICA E RECURSOS HÍDRICOS (SILUSB), 3, Salvador, 1987b, p.477- 489.

SEABRA SANTOS, FERNANDO J. As Aproximações de Wu E Green & Naghdi no Quadro Geral da Teoria da Água Pouco Profunda, SIMPÓSIO LUSO-BRASILEIRO DE HIDRÁULICA E RECURSOS HÍDRICOS (SILUSB), 4, Lisboa, 1989a, p.209-219.

SEABRA SANTOS, FERNANDO J. Estudos Numéricos dos Domínios de Validade das Principais Teorias de Evolução das Ondas em Água Pouco Profunda, SIMPÓSIO LUSO-BRASILEIRO DE HIDRÁULICA E RECURSOS HÍDRICOS (SILUSB), 4, Lisboa, 1989b, p.81-91.

SEABRA SANTOS, FERNANDO J. Efeitos Hidrodinâmicos resultantes de perturbações na fronteira e na superfície livre de uma massa líquida inicialmente em repouso, SIMPÓSIO LUSO-BRASILEIRO DE HIDRÁULICA E RECURSOS HÍDRICOS (SILUSB), 4, Lisboa, 1989c, p.93-107.

SERRE, F. Contribution à l'étude des écoulements permanents et variables dans des canaux, *La Houille Blanche*, n° 3, p.374-388, 1953.

SHEN, S.S-P. Energy distribution for waves in transcritical flows over a bump, *Wave Motion*, n°23, p.39-48, 1996.

SKOTNER, C., APELT, C.J. Internal wave generation in an improved two-dimensional Boussinesq model. *Ocean Engineering*, v.26, p.287-324, 1999.

WU, T. and YAO, T. Generation of upstream advancing solitons by moving disturbances. *Journal Fluid Mechanics*, v.184, p.75-99, Great Britain, 1987.

ZHANG, Y.G. A New Form of Boussinesq Equation with Improved Linear Dispersion Characteristics, *China Ocean Engineerig*, v.13, pp 11-20, 1999.

ZOU Z.L. High Order Boussinesq equations, *Ocean Engineering*, v.26: (8), p.767-792, Oxford, 1999.

ZOU, Z.L. A new form of order Boussinesq equation. *Ocean Engineering*, v.27, p.557-575, 2000.



ANEXO A - Equações de São Carlos

Pratt (1971) tem por objetivo investigar o fenômeno de ondas de superfície em águas rasas, onde a profundidade é menor que o comprimento de onda. A equação de movimento da água é dada por:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{2} g \eta^2 \right) = 0$$

onde η é a altura da onda e g é a aceleração da gravidade. A equação de continuidade é dada por:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{2} g \eta^2 \right) = 0$$

ANEXO A

1. Notação

Para o caso de um canal de geometria variável e profundidade variável, a equação de movimento da água é dada por:

Equação de movimento da água:

Equação de continuidade:

Equação de conservação da energia:

Equação de conservação da quantidade de movimento:

Equação de conservação da vorticidade:

Equação de conservação da entalpia:

Equação de conservação da entropia:

Equação de conservação da vorticidade:

Anexo A - Equações de Serre Generalizadas

Freitas Maciel (1993) tendo por objetivo investigar o fenômeno de ondas de submersão em águas rasas propôs um modelo matemático regido por equações da “classe Boussinesq” que leva em consideração o efeito das acelerações verticais das partículas fluidas na zona de geração. Admitindo a hipótese de que a componente vertical da velocidade é linear entre o fundo e a superfície livre (condição de Boussinesq) o pesquisador obteve um par de equações que generalizam o Sistema Serre.

Apresenta-se a seguir, detalhadamente, o desenvolvimento matemático feito para se chegar a estas equações.

1 - Notações

Para o caso de um canal de geometria qualquer e profundidade variável (figura 61) temos:

$U = (u, w)$: campo de velocidade no referencial $X\hat{O}Z$; $\hat{O}X$ eixo horizontal e $\hat{O}Z$ eixo vertical ascendente

$h(x, t)$: altura da lâmina d'água

L : largura do canal na superfície livre

$z_f(x, t)$: cota do fundo em relação ao referencial (eixo $X\hat{O}Z$)

$\eta(x, t)$: cota da superfície livre em relação ao referencial (eixo $X\hat{O}Z$)

S : seção molhada

P : pressão

u_g : projeção da velocidade do fundo na horizontal

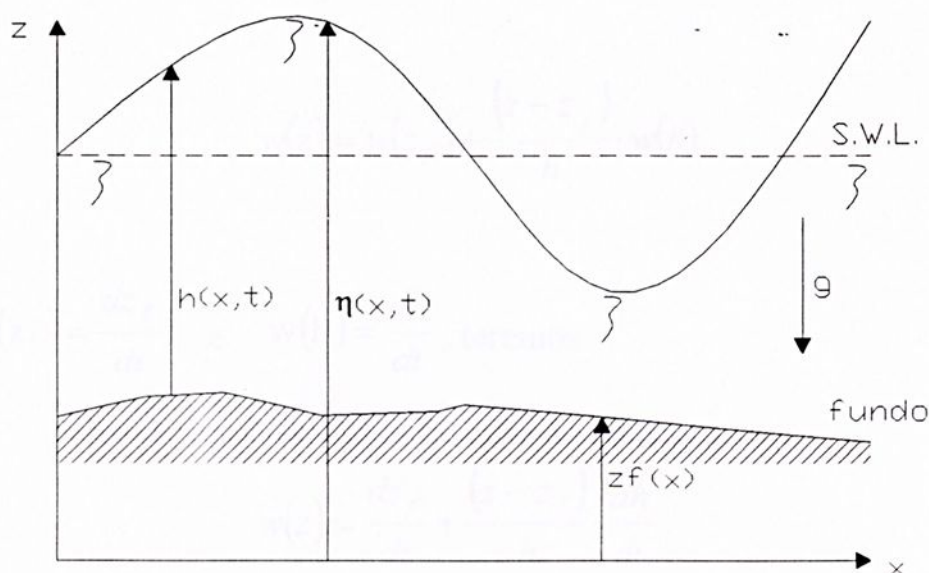


Figura 61: Variáveis relevantes quando da geração e propagação de ondas em um canal de geometria qualquer e profundidade variável.

2 - Hipóteses

- a) Fluido incompressível
- b) Componente horizontal da velocidade é uniforme na vertical;
- c) Componente vertical da velocidade é linear entre o fundo e a superfície livre (condição de "Boussinesq").

3 – Cálculo da componente vertical da velocidade

Pela condição de que a componente vertical da velocidade é linear entre o fundo e a superfície livre (condição de "Boussinesq") e sabendo-se que w é uma função dependente de z , $w = w(z)$, obtém-se a equação:

$$w(z) = w(z_f) + (z - z_f) \cdot \frac{(w(\eta) - w(z_f))}{(\eta - z_f)}$$

ou então, sabendo que $(\eta - z_f) = h$,

$$w(z) = w(z_f) + \frac{(z - z_f)}{h} \cdot w(h)$$

como $w(z_f) = \frac{dz_f}{dt}$ e $w(h) = \frac{dh}{dt}$, teremos

$$w(z) = \frac{dz_f}{dt} + \frac{(z - z_f)}{h} \cdot \frac{dh}{dt} \quad (A1)$$

derivando w em z , vem

$$\frac{\partial w}{\partial z} = \frac{1}{h} \frac{dh}{dt} = \frac{1}{h} \left(\frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial t} \right) \quad (A2)$$

4 – Equação da Conservação da Massa

Baseado na propriedade da incompressibilidade da água, a equação da continuidade é dada por:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (A3)$$

Integrando (A3) na vertical tem-se:

$$\int_0^h \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) L(z) dz = 0$$

$$\int_0^h \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) L(z) dz = \int_0^h \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{h} \left(\frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial x} \right) \right) L(z) dz = 0$$

$$\int_0^h \frac{\partial u}{\partial x} L(z) dz + \frac{1}{h} \int_0^h \frac{\partial h}{\partial t} L(z) dz + \frac{u}{h} \int_0^h \frac{\partial h}{\partial x} L(z) dz = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} (L.h) + \frac{\partial (L.h)}{\partial t} + u \frac{\partial (L.h)}{\partial x} = 0, \text{ onde } L.h = S$$

$$S \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial t} + u \frac{\partial S}{\partial x} = 0, \text{ e assim}$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial (Su)}{\partial x} = 0 \quad (\text{A4})$$

5 – Equação da Conservação da Quantidade de Movimento

A equação da quantidade de movimento (equação de Euler) é dada pela seguinte relação:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + (U \cdot \nabla) U = -\frac{1}{\rho} \nabla p + D \vec{i} - g \vec{k}$$

D : representa as forças de atrito e de difusão

g : aceleração da gravidade

6 – Equação da Pressão

A partir da distribuição da velocidade vertical e por integração (na vertical) da equação dinâmica no eixo $\hat{O}Z$; determina-se a pressão como se segue:

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial t} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g$$

$$-\frac{1}{\rho} \int_z^\eta \frac{\partial p}{\partial z} dz = \int_z^\eta \left(g + \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) dz$$

tratando cada integral separadamente teremos:

$$-\frac{1}{\rho} \int_z^\eta \frac{\partial p}{\partial z} dz = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \int_z^\eta p dz = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} (p(\eta - z)) = -\frac{1}{\rho} p \frac{\partial \eta}{\partial z} + \frac{1}{\rho} p \frac{\partial z}{\partial z}$$

tomando como origem das pressões, a pressão atmosférica a integral da pressão fica:

$$-\frac{1}{\rho} \int_z^\eta \frac{\partial p}{\partial z} dz = \frac{p(z)}{\rho}$$

o termo que contém g , fica:

$$\int_z^\eta g dz = g(\eta - z)$$

relembrado os termos (A1) e (A2), teremos:

$$\int_z^\eta \frac{\partial w}{\partial t} dz = \frac{\partial}{\partial t} \int_z^\eta \left(\frac{dz_f}{dt} + \left(\frac{z - z_f}{h} \right) \frac{dh}{dt} \right) dz =$$

$$(\eta - z) \left(\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{dz_f}{dt} - \frac{z_f}{h} \frac{dh}{dt} \right) \right) + \left(\frac{\eta^2 - z^2}{2} \right) \left(\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{h} \frac{dh}{dt} \right) \right)$$

$$\int_z^\eta u \frac{\partial w}{\partial x} dz = u \frac{\partial}{\partial x} \int_z^\eta \left(\frac{dz_f}{dt} + \left(\frac{z - z_f}{h} \right) \frac{dh}{dt} \right) dz =$$

$$(\eta - z) u \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{dz_f}{dt} - \frac{z_f}{h} \frac{dh}{dt} \right) \right) + \left(\frac{\eta^2 - z^2}{2} \right) u \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{h} \frac{dh}{dt} \right)$$

$$\int_z^\eta w \frac{\partial w}{\partial z} dz = \int_z^\eta \left(\frac{dz_f}{dt} + \left(\frac{z - z_f}{h} \right) \frac{dh}{dt} \right) \cdot \left(\frac{1}{h} \frac{dh}{dt} \right) dz =$$

$$(\eta - z) \left(\frac{dz_f}{dt} \frac{1}{h} \frac{dh}{dt} - z_f \left(\frac{1}{h} \frac{dh}{dt} \right)^2 + \left(\frac{\eta^2 - z^2}{2} \right) \left(\frac{1}{h} \frac{dh}{dt} \right)^2 \right)$$

somando estes três últimos termos, temos:

$$g(\eta - z) + (\eta - z) \left(\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{dz_f}{dt} - \frac{z_f}{h} \frac{dh}{dt} \right) \right) + \left(\frac{\eta^2 - z^2}{2} \right) \left(\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{h} \frac{dh}{dt} \right) \right) +$$

$$(\eta - z) \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{dz_f}{dt} - \frac{z_f}{h} \frac{dh}{dt} \right) \right) + \left(\frac{\eta^2 - z^2}{2} \right) \left(u \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{h} \frac{dh}{dt} \right) \right) +$$

$$(\eta - z) \left(\frac{dz_f}{dt} \frac{1}{h} \frac{dh}{dt} - z_f \left(\frac{1}{h} \frac{dh}{dt} \right)^2 \right) + \left(\frac{\eta^2 - z^2}{2} \right) \left(\frac{1}{h} \frac{dh}{dt} \right)^2 = \frac{p(z)}{\rho}$$

Reagrupando os termos,

$$\begin{aligned} \frac{p(z)}{\rho} = & (\eta - z) \left[g + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{dz_f}{dt} \right) + u \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{dz_f}{dt} \right) + \frac{1}{h} \frac{dh}{dt} \left(\frac{dz_f}{dt} \right) \right] - \\ & (\eta - z) \left[\frac{\partial}{\partial t} \left(z_f \frac{1}{h} \frac{dh}{dt} \right) + u \frac{\partial}{\partial x} \left(z_f \frac{1}{h} \frac{dh}{dt} \right) + z_f \frac{1}{h} \frac{dh}{dt} \frac{1}{h} \frac{dh}{dt} \right] + \\ & \left(\frac{\eta^2 - z^2}{2} \right) \left[\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{h} \frac{dh}{dt} \right) + u \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{h} \frac{dh}{dt} \right) + \frac{1}{h} \frac{dh}{dt} \frac{1}{h} \frac{dh}{dt} \right] \end{aligned}$$

Seja $f(x,t)$ uma função qualquer, então:

$$\frac{1}{h} \frac{d(fh)}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + u \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{f}{h} \left(\frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial x} \right) = \frac{\partial f}{\partial t} + u \frac{\partial f}{\partial x} + f \frac{1}{h} \frac{dh}{dt}$$

em nosso caso há três funções com estas características, chamando

$$f(x,t) = \frac{dz_f}{dt}, \quad g(x,t) = z_f \frac{1}{h} \frac{dh}{dt}, \quad j(x,t) = \frac{1}{h} \frac{dh}{dt}$$

Teremos então, desta forma:

$$\begin{aligned} \frac{p(z)}{\rho} = & (\eta - z) \left[g + \frac{1}{h} \frac{d}{dt} \left(h \frac{dz_f}{dt} \right) \right] - (\eta - z) \left[\frac{1}{h} \frac{d}{dt} \left(h z_f \frac{1}{h} \frac{dh}{dt} \right) \right] + \\ & \left(\frac{\eta^2 - z^2}{2} \right) \left[\frac{1}{h} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{h} h \frac{dh}{dt} \right) \right] \end{aligned}$$

reagrupando os termos,

$$\frac{p(z)}{\rho} = (\eta - z) \left[g + \frac{1}{h} \frac{d}{dt} \left(h \frac{dz_f}{dt} \right) - \frac{1}{h} \frac{d}{dt} \left(z_f \frac{dh}{dt} \right) \right] + \left(\frac{\eta^2 - z^2}{2} \right) \left[\frac{1}{h} \frac{d}{dt} \left(\frac{dh}{dt} \right) \right]$$

e colocando h em evidência,

$$\frac{p(z)}{\rho} = \frac{(\eta - z)}{h} \left[gh + \frac{d}{dt} \left(h \frac{dz_f}{dt} \right) - \frac{d}{dt} \left(z_f \frac{dh}{dt} \right) \right] + \left(\frac{\eta^2 - z^2}{2h} \right) \frac{d}{dt} \left(\frac{dh}{dt} \right)$$

$$\frac{p(z)}{\rho} = \frac{(\eta - z)}{h} \left[gh + h \left(\frac{d^2 z_f}{dt^2} \right) - z_f \left(\frac{d^2 h}{dt^2} \right) \right] + \left(\frac{\eta^2 - z^2}{2h} \right) \left(\frac{d^2 h}{dt^2} \right)$$

a equação da pressão finalmente fica:

$$\frac{p(z)}{\rho} = \frac{(\eta - z)}{h} \left[gh + h \frac{d^2 z_f}{dt^2} - z_f \frac{d^2 h}{dt^2} \right] + \frac{(\eta^2 - z^2)}{2h} \left(\frac{d^2 h}{dt^2} \right)$$

Fazendo $\alpha = \frac{d^2 h}{dt^2}$ e $\beta = \frac{d^2 z_f}{dt^2}$

temos então:

$$\frac{p(z)}{\rho} = \frac{(\eta - z)}{h} [gh + h\beta - z_f \alpha] + \frac{(\eta^2 - z^2)}{2h} \alpha$$

$$\frac{p(z)}{\rho} = (\eta - z) \left[g + \beta - z_f \frac{\alpha}{h} \right] + (\eta - z)(\eta + z) \frac{\alpha}{2h}$$

$$\frac{p(z)}{\rho} = (\eta - z)(g + \beta) - (\eta - z)z_f \frac{\alpha}{h} + (\eta - z)(\eta + z) \frac{\alpha}{2h}$$

$$\frac{p(z)}{\rho} = (\eta - z)(g + \beta) - (\eta - z) \frac{\alpha}{h} \left[-z_f + \frac{\eta + z}{2} \right]$$

desenvolvendo, $\left[-z_f + \frac{\eta + z}{2} \right] = \frac{-2z_f + \eta + z}{2} = \frac{\eta - z_f + z - z_f}{2} = \frac{h + z + z_f}{2}$

$$\frac{p(z)}{\rho} = (\eta - z)(g + \beta) - (\eta - z) \frac{\alpha h}{2h} + (\eta - z) \frac{\alpha}{2h} (z - z_f)$$

e então, a expressão final para a pressão fica:

$$\frac{p(z)}{\rho} = (\eta - z) \left[g + \beta + \frac{\alpha}{2} \right] + (\eta - z)(z - z_f) \frac{\alpha}{2h}$$

7 - Equação dinâmica

Seja a projeção da equação de Euler no eixo $\hat{O}X$:

$$\int_{z_f}^{\eta} \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} - D \right) L(z) dz = 0$$

$$\int_{z_f}^{\eta} \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} \right) L(z) dz + \int_{z_f}^{\eta} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} \right) L(z) dz - \int_{z_f}^{\eta} D L(z) dz = 0$$

resolvendo cada integral separadamente,

$$\int_{z_f}^{\eta} \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} \right) L(z) dz = L(\eta - z_f) \frac{\partial u}{\partial t} + L(\eta - z_f) u \frac{\partial u}{\partial x}$$

onde $L(\eta - z_f) = L.h = S$, então

$$\int_{z_f}^{\eta} \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} \right) L(z) dz = S \frac{\partial u}{\partial t} + Su \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial(Su)}{\partial t} + \frac{\partial(Su^2)}{\partial x}$$

Para o cálculo da contribuição do termo de pressão, duas hipóteses são feitas, a saber:

- Na expressão $p(x)$ e de sua derivada em relação a x , desprezam-se os termos em z^2 ;
- As variações de α e β em função de x são desprezíveis.

Assim ;

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial \eta}{\partial x} \left(g + \beta + \frac{\alpha}{2} \right) + \frac{\alpha}{2} \frac{(z - z_f)^2}{h^2}$$

Portanto:

$$\int_{z_f}^{\eta} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \right) \cdot L(z) \cdot dz = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} (p \cdot L(z) \cdot (\eta - z_f)) = \frac{1}{\rho} \frac{\partial (p \cdot S)}{\partial x} = S \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} =$$

$$S \frac{\partial \eta}{\partial x} \left(g + \beta + \frac{\alpha}{2} \right)$$

$$\int_{z_f}^{\eta} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \right) \cdot L(z) \cdot dz = S \left(\frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial z_f}{\partial x} \right) \left(g + \beta + \frac{\alpha}{2} \right), \quad \frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial z_f}{\partial x}$$

D é representado pelo termo de atrito que faz aparecer as tensões no fundo e as trocas de massa por difusão. Adotando a fórmula de Chézy como equação de resistência, temos:

$$D = \frac{(u - u_g) |u - u_g|}{C^2 R_h}$$

$$\text{e,} \quad \int_{z_f}^{\eta} D dz = g \cdot S \cdot \frac{(u - u_g) |u - u_g|}{C^2 R_h}$$

agrupando os termos, temos :

$$\int_{z_f}^{\eta} \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - D \right) \cdot L(z) \cdot dz = \frac{\partial(Su)}{\partial t} + \frac{\partial(Su^2)}{\partial x} +$$

$$S \left(\frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial z_f}{\partial x} \right) \left(g + \beta + \frac{\alpha}{2} \right) + g \cdot S \cdot \frac{(u - u_g)|u - u_g|}{C^2 R_h} = 0$$

e reagrupando os termos teremos:

$$\frac{\partial(Su)}{\partial t} + \frac{\partial(Su^2)}{\partial x} + \left(g + \beta + \frac{\alpha}{2} \right) S \frac{\partial h}{\partial x} =$$

$$- \left(g + \beta + \frac{\alpha}{2} \right) S \frac{\partial z_f}{\partial x} - g \cdot S \cdot \frac{(u - u_g)|u - u_g|}{C^2 R_h}$$

Então o grupo de equações da “classe Boussinesq” (válidas para fortes curvaturas das linhas de corrente) adquire a seguinte forma:

$$\frac{\partial(S)}{\partial t} + \frac{\partial(Su)}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial(Su)}{\partial t} + \frac{\partial(Su^2)}{\partial x} + \left(g + \beta + \frac{\alpha}{2} \right) S \frac{\partial h}{\partial x} =$$

$$- \left(g + \beta + \frac{\alpha}{2} \right) S \frac{\partial z_f}{\partial x} - g \cdot S \cdot \frac{(u - u_g)|u - u_g|}{C^2 R_h}$$

Fazendo-se uma mudança de variáveis, tal que $y = z - z_f$, a pressão se reescreve como se segue:

$$\frac{p(y)}{\rho} = (h - y)\left(g + \beta + \frac{\alpha}{2} + \frac{\alpha}{2} \frac{y}{h}\right)$$

e fazendo

$$P(S, x) = \frac{1}{\rho} \int_0^h p(y) L(x, y) dy$$

Obtém-se, por aplicação da regra de Leibniz:

$$\frac{\partial P(S, x)}{\partial x} = \frac{1}{\rho} \left[\int_0^h \frac{\partial}{\partial x} (p(y) L(x, y)) dy + p(h) L(h) - p(0) L(0) \right]$$

$$\frac{\partial P(S, x)}{\partial x} = \left(g + \beta + \frac{\alpha}{2} \right) S \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \int_0^h p(x, y) \frac{\partial L(x, y)}{\partial x} dy$$

o que leva a :

$$\left(g + \beta + \frac{\alpha}{2} \right) S \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{\partial P(S, x)}{\partial x} - \frac{1}{\rho} \int_0^h p(x, y) \frac{\partial L(x, y)}{\partial x} dy$$

Fazendo:

$$B(S, x) = \frac{1}{\rho} \int_0^h p(x, y) \frac{\partial L(x, y)}{\partial x} dy$$

as equações da “classe Boussinesq” se escrevem como a seguir:

Conservação da massa:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial (Su)}{\partial x} = 0$$

Conservação da quantidade de movimento:

$$\frac{\partial(Su)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [Su^2 + P(S, x)] = -\left(g + \beta + \frac{\alpha}{2}\right)S \frac{\partial z_f}{\partial x} - gS \frac{(u - u_g)|u - u_g|}{C^2 R_h} + B(S, x)$$

onde :

α : representa a aceleração vertical associada à curvatura das linhas de corrente e;

β : representa a aceleração vertical associada às variações do fundo.

Observa-se ainda que se $\alpha = \beta = 0$, recaímos nas clássicas equações “shallow water” ou Saint Venant.

CASO PARTICULAR : CANAL RETANGULAR

Para o caso do canal retangular, ou seja $S = h$, tem-se:

Conservação da massa:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(hu)}{\partial x} = 0$$

Conservação da quantidade de movimento:

$$\frac{\partial(hu)}{\partial t} + \frac{\partial\left(hu^2 + \left(\frac{g + \beta}{2} + \frac{\alpha}{3}\right)h\right)}{\partial x} = -\left(g + \beta + \frac{\alpha}{2}\right)h \frac{\partial z_f}{\partial x} - g.h \frac{(u - u_g)|u - u_g|}{C^2 R_h}$$

Solução Particular: Onda Solitária

Para o caso de fundo horizontal (declividade nula), e desprezando-se o efeito do atrito, são conhecidas soluções periódicas e cnoïdais para o sistema de equações descrito acima. O caso mais interessante e de fácil tratamento é a solução dada pela onda solitária, cujo comprimento é teoricamente infinito. Para este caso tem-se:

$$h(x,t) = d + A \frac{4e^{-\gamma(x-Ct)}}{(1 + e^{-2\gamma(x-Ct)})^2} ;$$

$$\gamma = \sqrt{\frac{3A}{d+A} \frac{1}{2d}}$$

$$\text{e } C = \sqrt{g(d+A)}$$

onde:

h: altura da lâmina d'água

A: amplitude da onda solitária

d: profundidade local

C: celeridade da onda

ANEXO B - Adimensionalização das Equações de Serre

O primeiro passo é partir para uma adimensionalização das equações de Serre através da mudança de variáveis, onde $\tilde{h}$ é a profundidade local. Assim temos:

$$\tilde{x} = \frac{x}{d}, \quad \tilde{h} = \frac{h}{d}, \quad \tilde{z}_1 = \frac{z_1}{d}, \quad \tilde{u} = \frac{u}{\sqrt{gd}}, \quad \tilde{u}_2 = \frac{u_2}{\sqrt{gd}},$$

$$\tilde{C} = \frac{C}{\sqrt{g}}, \quad \tilde{f} = f \sqrt{\frac{g}{d}}, \quad \text{e} \quad R\tilde{h} = \frac{Rh}{d}$$

Neste contexto, tem-se, para o caso do canal retangular, o sistema de equações de Serre, a saber:

ANEXO B

Conservação da massa:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(hu)}{\partial x} = 0 \quad (B1)$$

Conservação da quantidade de movimento:

$$\frac{\partial(hu)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(hu^2 + \left(\frac{\beta + \alpha}{2} + \frac{\alpha}{3} \right) \right) =$$

$$-\left(\beta + \beta + \frac{\alpha}{2} \right) u \frac{\partial z_1}{\partial x} - gh \frac{(u - u_2)(u - u_2)}{c^2 R_b} \quad (B2)$$

Anexo B - Adimensionalização das Equações de Serre

O primeiro passo é partir para uma adimensionalização das equações de Serre através da mudança de variáveis, onde d é a profundidade local. Assim tem-se:

$$\bar{x} = \frac{x}{d}, \quad \bar{h} = \frac{h}{d}, \quad \bar{z}_f = \frac{z_f}{d}, \quad \bar{u} = \frac{u}{\sqrt{gd}}, \quad \bar{u}_g = \frac{u_g}{\sqrt{gd}},$$

$$\bar{C} = \frac{C}{\sqrt{g}} \quad , \quad \bar{t} = t\sqrt{\frac{g}{d}} \quad e \quad \bar{R}h = \frac{Rh}{d}$$

Neste contexto, tem-se, para o caso do canal retangular, o sistema de equações de Serre, a saber:

Conservação da massa:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(hu)}{\partial x} = 0 \quad (\text{B1})$$

Conservação da quantidade de movimento:

$$\frac{\partial(hu)}{\partial t} + \frac{\partial\left(hu^2 + \left(\frac{g+\beta}{2} + \frac{\alpha}{3}\right)\right)}{\partial x} =$$

$$-\left(g + \beta + \frac{\alpha}{2}\right)h \frac{\partial z_f}{\partial x} - gh \frac{(u - u_g)|u - u_g|}{C^2 R_h} \quad (\text{B2})$$

Adimensionalizando α e β , teremos:

$$\alpha \Rightarrow \frac{d^2 \left(\bar{h} d \right)}{d \left(\bar{t}^2 \frac{d}{g} \right)} = \frac{d}{\left(\frac{d}{g} \right)} \frac{d^2 \bar{h}}{d \bar{t}^2} = g \frac{d^2 \bar{h}}{d \bar{t}^2} = g \bar{\alpha} \quad (\text{B4})$$

$$\beta \Rightarrow \frac{d^2 \left(\bar{z}_f d \right)}{d \left(\bar{t}^2 \frac{d}{g} \right)} = \frac{d}{\left(\frac{d}{g} \right)} \frac{d^2 \bar{z}_f}{d \bar{t}^2} = g \frac{d^2 \bar{z}_f}{d \bar{t}^2} = g \bar{\beta} \quad (\text{B5})$$

Substituindo as expressões (B3) em (B1) teremos;

$$\begin{aligned} \frac{\partial \left(d \bar{h} \right)}{\partial \left(\bar{t} \sqrt{\frac{d}{g}} \right)} + \frac{\partial \left(d \bar{h} \bar{u} \sqrt{gd} \right)}{\partial \left(\bar{x} d \right)} &= \frac{d}{\sqrt{\frac{d}{g}}} \frac{\partial \bar{h}}{\partial \bar{t}} + \frac{d \sqrt{gd}}{d} \frac{\partial \left(\bar{h} \bar{u} \right)}{\partial \bar{x}} = \\ &= \sqrt{gd} \frac{\partial \bar{h}}{\partial \bar{t}} + \sqrt{gd} \frac{\partial \left(\bar{h} \bar{u} \right)}{\partial \bar{x}} = 0 \end{aligned}$$

desprezando-se $\sqrt{gd}$ teremos,

$$\frac{\partial \bar{h}}{\partial \bar{t}} + \frac{\partial \left(\bar{h} \bar{u} \right)}{\partial \bar{x}} = 0 \quad (\text{B6})$$

Substituindo as expressões (B3) , (B4) e (B5) em (B2) teremos;

No primeiro membro da equação:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \left(\bar{h} d u \sqrt{gd} \right)}{\partial \left(\bar{t} \sqrt{\frac{d}{g}} \right)} + \frac{\partial \left(\bar{h} d \bar{u}^2 (gd) \right)}{\partial (\bar{x} d)} + \left(\frac{g}{2} + \frac{g \bar{\beta}}{2} + \frac{g \bar{\alpha}}{3} \right) \frac{\partial \left(\bar{h}^2 d^2 \right)}{\partial (\bar{x} d)} = \\ & \left(\frac{d \sqrt{gd}}{\sqrt{\frac{d}{g}}} \right) \frac{\partial \bar{h} \bar{u}}{\partial \bar{t}} + (gd) \frac{\partial \bar{h} \bar{u}^2}{\partial \bar{x}} + g \left(\frac{1 + \bar{\beta}}{2} + \frac{\bar{\alpha}}{3} \right) d \frac{\partial \bar{h}^2}{\partial \bar{x}} = \\ & (gd) \frac{\partial \bar{h} \bar{u}}{\partial \bar{t}} + (gd) \frac{\partial \bar{h} \bar{u}^2}{\partial \bar{x}} + (gd) \left(\frac{1 + \bar{\beta}}{2} + \frac{\bar{\alpha}}{3} \right) \frac{\partial \bar{h}^2}{\partial \bar{x}} \end{aligned} \quad (B7)$$

No segundo membro da equação:

$$\begin{aligned} & - \left(g + g \bar{\beta} + \frac{1}{2} g \bar{\alpha} \right) \bar{h} d \frac{\partial \bar{z}_f d}{\partial \bar{x} d} - \frac{g \bar{h} d \left(\bar{u} - \bar{u}_g \right) \left| \bar{u} - \bar{u}_g \right| g d}{\bar{C}^2 g R h d} = \\ & - (gd) \left(1 + \bar{\beta} + \frac{\bar{\alpha}}{2} \right) \bar{h} \frac{\partial \bar{z}_f}{\partial \bar{x}} - (gd) \left[\frac{\bar{h} \left(\bar{u} - \bar{u}_g \right) \left| \bar{u} - \bar{u}_g \right|}{\bar{C}^2 R h} \right] \end{aligned} \quad (B8)$$

igualando (B7) e (B8) tem-se:

$$(gd)\frac{\partial \bar{h}\bar{u}}{\partial \bar{t}} + (gd)\frac{\partial \bar{h}\bar{u}^2}{\partial \bar{x}} + (gd)\left(\frac{1+\bar{\beta}}{2} + \frac{\bar{\alpha}}{3}\right)\frac{\partial \bar{h}^2}{\partial \bar{x}} =$$

$$- (gd)\left(1 + \bar{\beta} + \frac{\bar{\alpha}}{2}\right)\bar{h}\frac{\partial \bar{z}_f}{\partial \bar{x}} - (gd)\left[\frac{\bar{h}(\bar{u} - \bar{u}_g)\left|\bar{u} - \bar{u}_g\right|}{\bar{C}^2 Rh}\right]$$

desprezando-se (gd) teremos então:

$$\frac{\partial \bar{h}\bar{u}}{\partial \bar{t}} + \frac{\partial \bar{h}\bar{u}^2}{\partial \bar{x}} + \left(\frac{1+\bar{\beta}}{2} + \frac{\bar{\alpha}}{3}\right)\frac{\partial \bar{h}^2}{\partial \bar{x}} =$$

$$- \left(1 + \bar{\beta} + \frac{\bar{\alpha}}{2}\right)\bar{h}\frac{\partial \bar{z}_f}{\partial \bar{x}} - \left[\frac{\bar{h}(\bar{u} - \bar{u}_g)\left|\bar{u} - \bar{u}_g\right|}{\bar{C}^2 Rh}\right] \quad (\text{B9})$$

e omitindo as barras em (B6) e (B9), as equações de Serre escrevem-se da seguinte forma:

Conservação da massa:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(hu)}{\partial x} = 0 \quad (\text{B10})$$

Conservação da quantidade de movimento:

$$\frac{\partial(hu)}{\partial t} + \frac{\partial \left[hu^2 + \left(\frac{1+\beta}{2} + \frac{\alpha}{3} \right) h^2 \right]}{\partial x} = - \left(1 + \beta + \frac{\alpha}{2} \right) h \frac{\partial z_f}{\partial x} - h \frac{(u - u_g) |u - u_g|}{C^2 R_h} \quad (\text{B11})$$

com, $\alpha = \frac{d^2 h}{dt^2}$ e $\beta = \frac{d^2 z_f}{dt^2}$

ANEXO C

larvo C - Troncal e onda gigante

Fonte: www.globo.com/fantasia/nao-ficou-credido-no-dia-07-de-setembro-de-2003

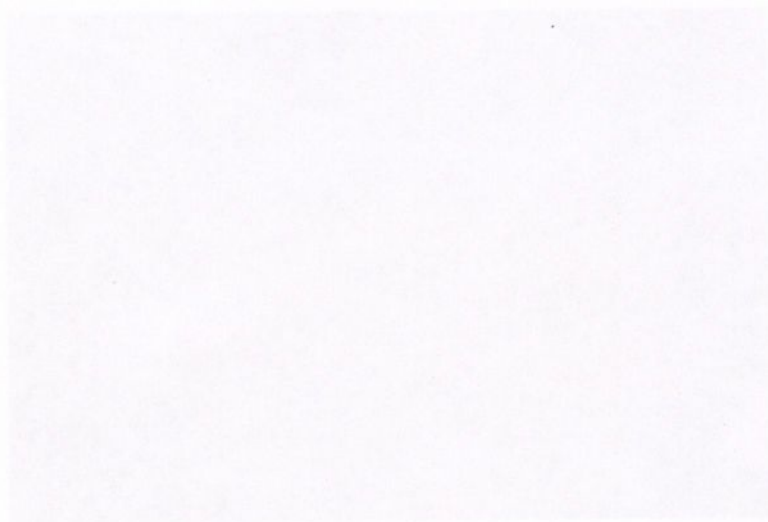


Figura 32 - Troncal e onda gigante

ANEXO C

Troncal -- "onda gigante" -- Na Terra, troncal significa destruição e morte. Em 1946, uma onda de dez metros matou dezenas de pessoas no Haval. Agora, a ameaça é muito mais grave.

Cientistas ingleses e americanos dizem o alerta. A notícia foi destaque na Europa. A BBC de Londres advertiu que troncal pode arrasar cidades do litoral em três continentes. A reportagem afirma que a região Norte do Brasil seria varrida por uma onda gigantesca.

O equívoco do anúncio é o valor. O troncal Vêio, que no momento está sendo observado, não é uma onda. Uma onda de troncal Vêio seria uma catástrofe. A destruição de milhares de pessoas é possível. Se o troncal entrar em movimento, a montanha sobre o mar e formaria uma onda jamais vista. A onda devastadora em movimento se moveria na velocidade de um avião a jato: 750 Km/h. A quantidade de energia gerada pela água durante o movimento durante seis meses nos Estados Unidos!

O arquipélago das Canárias é território espanhol, no oeste da África. O troncal Chubas Vêio fica na Ilha La Palma. Um tsunami causaria destruição no

Anexo C - Tsunami, a onda gigante

Fonte: www.globo.com/fantastico (matéria exibida no dia 02 de setembro de 2001)



Figura 62 - Tsunami, a onda gigante.

Tsunami – “onda gigante”, em japonês. Na Terra, tsunami significa destruição e morte. Em 1946, uma onda de dez metros matou dezenas de pessoas no Havaí. Agora, a ameaça é muito mais grave.

Cientistas ingleses e americanos deram o alerta. A notícia foi destaque na Europa. A BBC de Londres advertiu que a onda gigante pode arrasar cidades do litoral em três continentes. A repórter informou que a região Norte do Brasil seria varrida por uma onda gigantesca.

O epicentro da ameaça é o vulcão Cumbre Vieja, que no momento está inativo no arquipélago das Canárias. Uma erupção do Cumbre Vieja seria uma catástrofe. A estrutura da montanha já está rachada. Se o vulcão entrar em atividade, a montanha deslizaria sobre o mar e formaria uma onda jamais vista. A onda devastadora vai se mover na velocidade de um avião a jato: 750 Km/h. A quantidade de energia gerada pela água daria para iluminar durante seis meses os Estados Unidos!

O arquipélago das Canárias é território espanhol, no oeste da África. O vulcão Cumbre Vieja fica na ilha La Palma. Um tsunami causaria destruição no

litoral da Europa e da África, devastaria a Flórida e chegaria com ondas de 40 metros ao norte do Brasil e do Canadá.

O doutor Simon Bay comandou os estudos. Ele afirmou que o fenômeno é capaz de acabar com o que estiver pelo caminho. Uma onda provocada por ventos é diferente de um tsunami, como explica o oceanógrafo David Zee, da Universidade Estadual do Rio de Janeiro: “É uma onda muito mais intensa. É como a onda do filme *Impacto Profundo*”, compara.

“Um sinal de que essa onda está chegando é que o mar estranhamente começa a recuar quando ela se aproxima”, diz. “Essa onda tem o comprimento de centenas de quilômetros. Em alto mar ela tem um comprimento¹ pequeno, de um metro. À medida que ela chega perto da praia, ela começa a perder velocidade e comprimento. Quando ela perde comprimento, ganha altura. Então aí ela tem condições de chegar até a 40 metros de altura, algo em torno de um prédio de seis a dez andares”.

A onda arrasadora levaria sete horas para atravessar o Atlântico. Mas será que alguma coisa pode ser feita? O doutor Bay disse que muito pouco pode ser feito. É preciso acompanhar o vulcão e emitir sinais de alerta, para que as pessoas possam ser retiradas das áreas de risco, o que reduziria o número de vítimas.

“Toda a orla costeira, quando essa onda chega, a tendência é varrer tudo: prédios, vegetação. Toda e qualquer edificação vai ser riscada do mapa”, afirma David Zee.

A água avançaria dez quilômetros terra adentro. A última vez que o Cumbre Vieja entrou em erupção foi há 30 anos. O vulcão pode ficar inativo por até 200 anos.

¹ comprimento: como se trata de um texto jornalístico deve ter havido alguma confusão por parte do jornalista, não é o comprimento da onda que é pequeno e sim sua amplitude que, na maioria das vezes, em alto mar, não é nem percebida pelos navios. Somente quando chega à zona de arrebentação é que essa onda ganha altura podendo chegar até 40 metros.



Há mais de 100 anos, uma erupção do vulcão Krakatoa formou um tsunami que matou mais de 30 mil pessoas em todo o mundo. A esperança é que a ciência encontre uma forma de neutralizar o vulcão. Ou que o futuro possa desmentir os cientistas.





UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
Câmpus de Ilha Solteira
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil
Av. Brasil Centro, 56
15385-000 Ilha Solteira - SP
www.dec.feis.unesp.br

